



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

MEDIDA DE LA PRESIÓN DE RADIACIÓN POR
DEFLECTOMETRÍA

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICO

P R E S E N T A :

RODRIGO RENA GONZÁLEZ

TUTOR

DR. MAYO VILLAGRÁN MUNIZ

CIUDAD UNIVERSITARIA, Cd. Mx., 2025





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Índice general

1. Introducción	3
1.1. Antecedentes	3
1.2. Aplicaciones de la presión de radiación	9
1.2.1. Pinzas Ópticas	9
1.2.2. Veleros solares	9
2. Marco teórico	11
2.1. Presión de Radiación	11
2.2. Torsión	13
2.2.1. Momento polar de inercia	13
2.2.2. Torsión de una barra cilíndrica	13
2.3. Efecto radiométrico	15
2.4. Polarización	17
2.4.1. Lámina de media onda	18
2.4.2. Ecuaciones de Fresnel	18
2.4.3. Polarizador de película delgada	20
2.5. Deflectometría	21
2.5.1. Haz Gaussiano	21
2.5.2. Método de la navaja	22
3. Sistema experimental	24
3.1. Arreglo experimental	24
3.2. Ángulo de deflexión	25
3.3. Péndulo de torsión	28
4. Mediciones	30
4.1. Polarización de la luz incidente	30
4.2. Reflectancia, Transmitancia y Absorbancia	32
4.3. Sistema detector	33
4.4. Pulsos Láser	39
4.5. Señal de deflexión	40
4.6. Resultados	41

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	3
4.6.1. Análisis para un pulso	41
4.6.2. Resultados para un pulso de 50.9 mJ	43
4.6.3. Resultados para distintas energías por pulso, utilizando un péndulo con alambres de cobre.	46
4.6.4. Resultados para distintas energías por pulso, utilizando un péndulo con alambres de titanio.	52
4.6.5. Comparación entre péndulos	56
5. Conclusiones	60
A. Marco teórico adicional	62
A.1. Teoría matemática	62
A.1.1. Distribución gaussiana	62
A.1.2. Derivada numérica	62
A.1.3. Función error	62
A.2. Propagación de incertidumbres	63
A.3. Ajuste de curvas	64
B. Tablas de resultados	66

Índice de figuras

1.1.	Radiómetro de Crookes. [20]	4
1.2.	Ciclo de Bartoli [23].	4
1.3.	Diagrama del arreglo experimental utilizado por Lebedev. (Masalov (2019)[11])	5
1.4.	Paletas utilizadas por Lebedev en su experimento (Masalov (2019)[11]).	6
1.5.	Arreglo experimental utilizado por Garcia-Segundo et al. (2003)[3] para medir presión de radiación mediante fotoacústica.	7
1.6.	Resultados del método fotoacústico (Garcia-Segundo et al. (2003)[3]).	7
1.7.	Arreglo experimental utilizado por Garcia-Segundo et al. (2003)[3] para medir presión de radiación mediante interferometría.	8
1.8.	Resultados del método interferométrico (Garcia-Segundo et al. (2003)[3]).	8
1.9.	Velero solar IKAROS. [26]	9
2.1.	Barra cilíndrica sujeta de una pared.	14
2.2.	Barra cilíndrica sujeta de una pared.	14
2.3.	Hecht (2017)[10]. Onda incidente polarizada en un ángulo θ pasa a través de un retardador de media onda.	18
2.4.	Hecht (2017)[10]. Onda incidente polarizada perpendicular al campo de incidencia.	19
2.5.	Hecht (2017)[10]. Onda incidente polarizada paralela al campo de incidencia.	19
2.6.	Reflectancias dependiendo de la polarización.	20
2.7.	Diagrama de un polarizador de película delgada. (FemtoLine Thin Film Laser Polarizers (Round) — EKSMA Optics, s. f.) [12]	21
2.8.	Gráfica de la distribución de la irradiancia en un haz gaussiano. (Silfvast, 2004)[13].	22
2.9.	Diagrama del método de la navaja.	23
3.1.	Diagrama del arreglo experimental utilizado.	24
3.2.	Diagrama del sistema de detección antes del impacto del pulso láser.	25
3.3.	Diagrama del sistema de detección después del impacto del pulso láser.	27

3.4. Diagrama del péndulo de torsión utilizado.	28
4.1. Arreglo experimental utilizado para obtener la polarización del láser.	30
4.2. Energía del láser <i>Nd : YAG</i> al pasar por una lámina de media onda y un polarizador.	31
4.3. Energía del láser <i>Nd : YAG</i> al pasar por una lámina de media onda y un polarizador con la curva de ajuste.	32
4.4. Montaje experimental utilizado para obtener la reflectancia, transmitancia y absorbancia de la muestra utilizada en el péndulo de torsión.	32
4.5. Gráfica del voltaje registrado según el movimiento de la navaja.	34
4.6. Gráfica de la derivada de la señal obtenida con la técnica de la navaja respecto a la posición de la navaja.	35
4.7. Gráfica del voltaje registrado según el movimiento de la navaja y la curva de ajuste.	36
4.8. Gráfica de la derivada del voltaje registrado respecto a la posición de la navaja y la curva de ajuste.	37
4.9. Gráfica de la posición en función del voltaje.	38
4.10. Datos medidos con el osciloscopio y su curva de ajuste.	39
4.11. Señal de deflexión obtenida en el osciloscopio.	41
4.12. Resultados de presión de radiación para la polarización <i>P</i> con un pulso de 50.9 <i>mJ</i>	44
4.13. Resultados de presión de radiación para la polarización <i>S</i> con un pulso de 50.9 <i>mJ</i>	45
4.14. Resultados de presión radiométrica con un pulso de 50.9 <i>mJ</i>	46
4.15. Presión de radiación para pulsos con polarización <i>S</i> a presión atmosférica y con alambres de cobre.	47
4.16. Presión de radiación para pulsos con polarización <i>P</i> a presión atmosférica y con alambres de cobre.	48
4.17. Resultados de presión radiométrica a presión atmosférica y con alambres de cobre.	48
4.18. Resultados de presión radiométrica a presión atmosférica y con alambres de cobre.	49
4.19. Presión de radiación para pulsos con polarización <i>S</i> en vacío y con alambres de cobre.	50
4.20. Presión de radiación para pulsos con polarización <i>P</i> en vacío y con alambres de cobre.	50
4.21. Presión radiométrica en vacío y con alambres de cobre.	51
4.22. Presión radiométrica en vacío y con alambres de cobre.	51
4.23. Presión de radiación para pulsos con polarización <i>S</i> a presión atmosférica y con alambres de titanio.	52

4.24. Presión de radiación para pulsos con polarización P a presión atmosférica y con alambres de Titanio.	53
4.25. Resultados de presión radiométrica a presión atmosférica y con alambres de titanio.	53
4.26. Resultados de presión radiométrica a presión atmosférica y con alambres de titanio.	54
4.27. Presión de radiación para pulsos con polarización S en vacío y con alambres de titanio.	54
4.28. Presión de radiación para pulsos con polarización P en vacío y con alambres de titanio.	55
4.29. Presión radiométrica en vacío y con alambres de titanio.	55
4.30. Presión radiométrica en vacío y con alambres de titanio.	56
4.31. Ángulo de rotación de los péndulos según la energía del pulso, con polarización S a presión atmosférica.	57
4.32. Ángulo de rotación de los péndulos según la energía del pulso, con polarización P a presión atmosférica.	57
4.33. Ángulo de rotación de los péndulos según la energía del pulso, con polarización S en vacío.	58
4.34. Ángulo de rotación de los péndulos según la energía del pulso, con polarización P en vacío.	58

Dedicado a Nabu

Agradecimientos

Quisiera expresar mi gratitud a mi mamá Ruth Yolanda, a mi papá Luis Javier y a toda mi familia por su apoyo constante a lo largo de mi formación académica. Su respaldo ha sido fundamental para alcanzar este logro.

A mis amigos, quienes me acompañaron en este proceso, brindándome su apoyo y motivación en cada etapa. A todos los profesores que tuve a lo largo de mi carrera.

Agradezco especialmente al Dr. Mayo Villagrán por su orientación y apoyo durante la realización de esta tesis. Su guía ha sido esencial en el desarrollo de este trabajo. También extiendo mi reconocimiento a los integrantes del laboratorio de Fotofísica y Películas Delgadas, cuya colaboración y consejos fueron de gran ayuda en este proceso.

Agradezco por los apoyos otorgados a los proyectos PAPIIT-IN111725, UACM-CCYT-2025-CON-03, CONACYT-CBF2023-2024-1625 y UACM-CCYT-2024-CON-02.

Agradezco a Arturo Ronquillo Arvizu por el apoyo técnico brindado.

Resumen

La presión de radiación es aquella que se presenta cuando una onda electromagnética incide o se refleja en una superficie. Dada su naturaleza, su magnitud es muy pequeña, por lo que no es un fenómeno presente en la vida cotidiana. Por esto mismo, medir su magnitud requiere instrumentos o técnicas muy sensibles a pequeñas fuerzas.

Por otro lado, se ha comprobado experimentalmente la existencia de una presión radiométrica producida por efectos térmicos cuando la luz incide sobre una superficie delgada y móvil.

Anteriormente en el laboratorio de fotofísica y películas delgadas del Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología (ICAT), Garcia-Segundo et al. (2003)[3] detectaron de manera cualitativa presión de radiación mediante fotoacústica e interferometría. En consecuencia a este trabajo Torres Zuñiga (2005) [1] propone el método de deflectometría para detectar presión de radiación.

El objetivo de este trabajo es obtener mediciones cuantitativas de presión de radiación y de la presión radiométrica de un pulso láser de alta potencia utilizando el método de deflectometría. Esto con el fin de conocer la precisión y efectividad del método propuesto, además de poder contrastar los resultados con predicciones teóricas.

1 Introducción

Antecedentes

Como mencionan Nichols y Hull (1903) [19], el primer antecedente de la presión de radiación data de 1619, año en el cual Kepler anuncia su hipótesis de que la cola de los cometas se debe a la presión que ejerce la radiación solar sobre estos. Para esto se basó en el hecho de que la cola de todos los cometas apunta en dirección opuesta al Sol.

En la primera mitad del siglo XVIII, DeMarian y DuFay desarrollaron experimentos para probar la teoría de Kepler de que la luz ejerce presión. Sin embargo, debido a la presencia del aire y gases en el laboratorio, no lograron llegar a ningún resultado conciso. De igual forma, Rev.A.Bennet intentó detectar la presión de radiación, pero sus experimentos no encontraron ninguna fuerza excepto por la de corrientes de convección debidas al aumento de temperatura causado por la misma luz.

En 1873 William Crookes creyó haber encontrado la presión de radiación de manera experimental. Inventó el radiómetro, como se observa en la figura 1.1, un aparato el cual consta de una hélice con paletas, la cual se encuentra aislada dentro de una cámara. Sin embargo, las fuerzas radiométricas producidas por efectos térmicos son mucho mayores que la presión de radiación, por lo que utilizando el radiómetro nunca se pudo detectar.



Figura 1.1: Radiómetro de Crookes. [20]

De igual forma, en 1873 James Clerk Maxwell demostró que la luz es un fenómeno electromagnético; además, su teoría predijo la existencia de la presión de radiación cuando la luz incide o se refleja en un objeto. Esto, debido a que al ser la luz una onda, esta transmite momento en la dirección de propagación. Con este avance se consiguió predecir la magnitud que debería tener la presión de radiación y en base a esto comenzar a diseñar experimentos capaces de detectarla.

En 1879 Adolfo Bartoli, de manera independiente, encuentra que la segunda ley de la termodinámica predice la existencia de la presión de radiación. Esto a través de proponer el ciclo termodinámico de la figura 1.2.

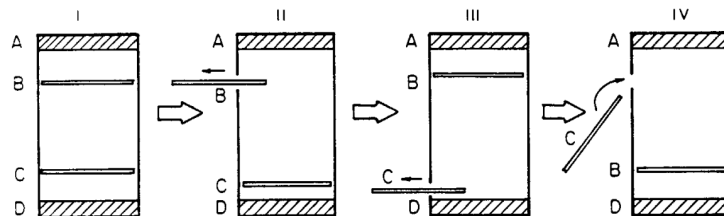


Figura 1.2: Ciclo de Bartoli [23].

Como mencionan Carazza y Kragh (1989) [23], en la figura 1.2, se tiene un cilindro cuyas paredes son completamente reflejantes. A,D son cuerpos negros en los cuales sin pérdida de generalidad se asume que la temperatura de D es mayor a la de A en un inicio; B,C son pistones reflejantes.

Entonces, considerando que tanto A como D emiten radiación y que el cilindro se encuentra completamente vacío, en I el sistema se encuentra en equilibrio, en II se retira B y la región AC entra en equilibrio térmico, en III se vuelve a colocar B e inmediatamente se retira C lo cual ocasiona que la región BD entre en equilibrio termodinámico, se lleva B a la posición original de C y finalmente se coloca C en la posición de B para reiniciar el ciclo.

Esto genera que al final del ciclo se halla transmitido calor de la fuente A a la D, lo cual implica que se transmitió calor de una fuente fría a una caliente lo que contradice el postulado de Clausius y por lo tanto la segunda ley de la termodinámica.

La única solución que encontró Bartoli para que la segunda ley siga siendo válida es que exista una presión dentro del cilindro que proceda de la radiación emitida de A y D. Esta presión debería ser proporcional a la temperatura del cuerpo negro para que al retirar uno de los pistones el sistema solo llegara a equilibrio térmico cuando D transmita energía al cuerpo A. Al realizar el cálculo de la presión requerida para este fin encuentra que su magnitud es igual a la predicha por Maxwell en la teoría electromagnética.

Posteriormente se encontraron fallas en las deducciones de Bartoli, sin embargo en 1884 Ludwig Boltzmann utilizaría su idea de presión de radiación para realizar la deducción de la ley de Stefan-Boltzmann.

Fue hasta 1901 que Pyotr Lebedev, profesor en la universidad de Moscú, demostró experimentalmente su existencia. Utilizando una lámpara de arco que emitía radiación un poco mayor a la que se recibe del Sol en la superficie terrestre, un sistema de lentes, espejos y rendijas para enfocar su luz, irradió uno de los extremos de un péndulo de torsión que se encontraba dentro de una cámara de vacío con una presión de alrededor de 10^{-2} Torr (Masalov, 2019 [11]).

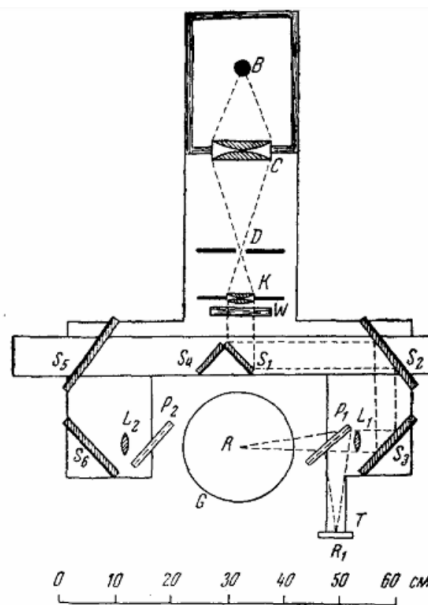


Figura 1.3: Diagrama del arreglo experimental utilizado por Lebedev. (Masalov (2019)[11])

En la figura 1.3 se puede observar el diagrama del experimento que realizó, donde: B es una lámpara de arco, C un condensador, D un diafragma de 4 mm, K unas lentes colimadoras, W un filtro de color, $S1, S4$ unos espejos móviles; $S2, S3, S5, S6$ unos espejos fijos, $L1, L2$ unas lentes, G la cámara de vacío con el péndulo de torsión, $P1, P2$ unos vidrios planos, R la imagen del diafragma D , $R1$ la imagen del diafragma D , y T una termocupla.

Para construir el péndulo utilizo fibra de cuarzo como cuerda y unas paletas hechas con una delgada lámina de metal, unas totalmente reflejantes y otras totalmente absorbentes, (figura 1.4). Por lo que al hacer incidir la luz en una u otra los efectos radiométricos son los mismos mientras que, al cambiar la reflectancia, la presión de radiación varía.

Midiendo el punto medio de oscilación del péndulo de torsión al iluminar una u otra paleta pudo obtener mediciones de la presión de radiación a través de la diferencia de las dos mediciones (Masalov, 2019 [11]).

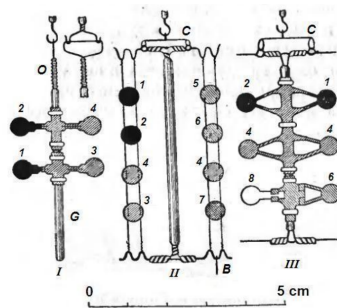


Figura 1.4: Paletas utilizadas por Lebedev en su experimento (Masalov (2019)[11]).

En el laboratorio de fotofísica y películas delgadas del Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología (ICAT), García-Segundo et al. (2003)[3] detectaron presión de radiación mediante fotoacústica e interferometría.

En el método fotoacústico, como se puede observar en la figura 1.5, utilizaron un vidrio transparente al que se le colocó un piezoelectrico en un extremo. Se hizo incidir un pulso láser linealmente polarizado sobre el vidrio, y detectaron la señal proveniente del piezoelectrico en un osciloscopio.

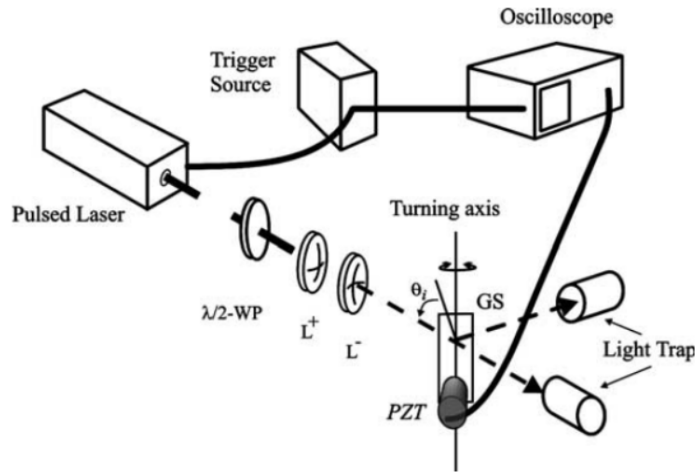


Figura 1.5: Arreglo experimental utilizado por Garcia-Segundo et al. (2003)[3] para medir presión de radiación mediante fotoacústica.

Como resultado obtuvieron las señales de la figura 1.6. En este caso H_P son las correspondientes a la polarización P y H_S a la polarización S. Concluyeron que el comportamiento de estas curvas varía por la presencia de presión de radiación. Esto debido a que, ante pulsos de la misma intensidad, la señal cambia dependiendo la polarización.

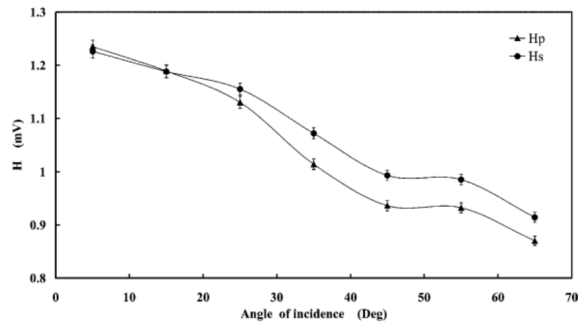


Figura 1.6: Resultados del método fotoacústico (Garcia-Segundo et al. (2003)[3]).

Por otro lado, para el método de interferometría, como se observa en la figura 1.7, de igual manera utilizaron un vidrio transparente sobre el cual se hizo incidir un pulso láser linealmente polarizado. De manera independiente se utilizó el mismo vidrio como espejo en un interferómetro, el cual utilizaba como fuente de luz un láser helio-neón, y con un osciloscopio detectaron la señal proveniente de este.

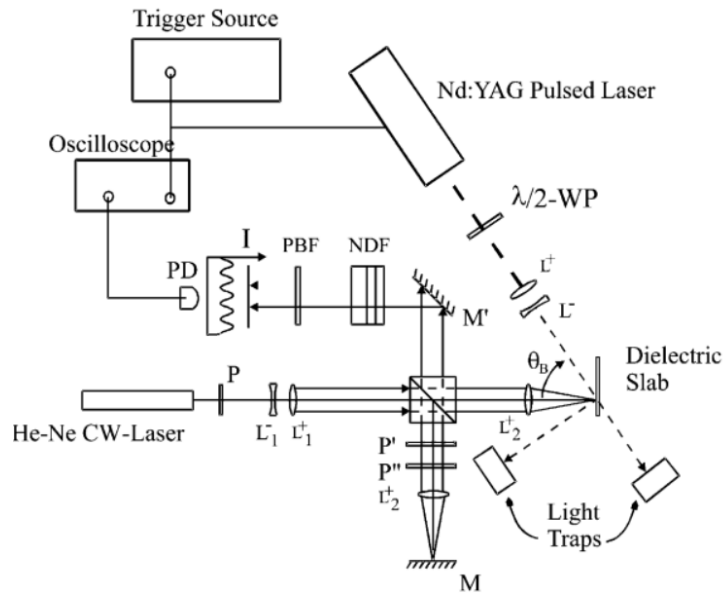


Figura 1.7: Arreglo experimental utilizado por Garcia-Segundo et al. (2003)[3] para medir presión de radiación mediante interferometría.

Los resultados de este método son las señales de la figura 1.8. Se observa claramente que existe una diferencia en las señales de cada polarización. Esto verifica cualitativamente lo obtenido bajo el método acústico.

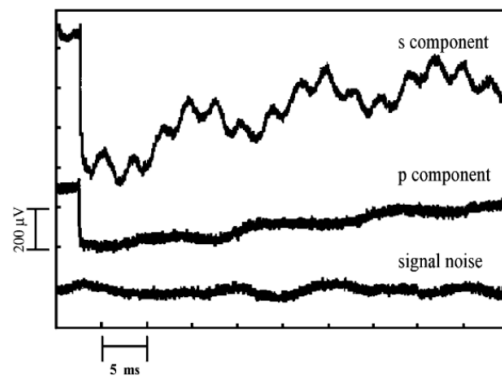


Fig. 6. Digitised oscilloscope curves. The step in the curves occurs precisely at the triggering time.

Figura 1.8: Resultados del método interferométrico (Garcia-Segundo et al. (2003)[3]).

Aplicaciones de la presión de radiación

Pinzas Ópticas

Como menciona Polimeno et al. (2018) [24], las pinzas ópticas, en su configuración más simple, son instrumentos que utilizan un láser fuertemente enfocado el cual es capaz de atrapar y manipular un amplio rango de partículas en su punto focal, por medio de la presión de radiación. Se logró crear una pinza óptica por primera vez en 1986 por Sir Ashkin y desde entonces han tenido múltiples aplicaciones.

Actualmente se utilizan para caracterizar átomos, moléculas, micro y nanopartículas, al igual que virus, bacterias y otros microorganismos. También se han utilizado para analizar las propiedades mecánicas de los glóbulos rojos en la sangre.

En la industria son especialmente útiles en el ensamblaje de micro y nano dispositivos, ya que permiten manipular con gran precisión los componentes necesarios sin necesidad de tocarlos.

Veleros solares

Vulpetti (2012) [25] menciona que desde del siglo XX se han buscado fuentes de momento para naves espaciales que no sean cohetes. Tsiolkovsky y Zander propusieron que hojas muy delgadas empujadas por la presión de radiación solar podrían alcanzar grandes velocidades en el espacio. Esta idea se utilizó posteriormente para desarrollar veleros solares, naves espaciales cuya fuente de momento es la presión de radiación del sol.

El primer velero solar fue el IKAROS (Interplanetary Kite-craft Accelerated by Radiation Of the Sun), fue creado por la agencia de exploración aeroespacial japonesa (JAXA) y lanzado el 21 de mayo del 2010, con el objetivo de llegar a Venus. Como se observa en la figura 1.9, el IKAROS consta de un cilindro de 1.6 m de diámetro y 0.8 m de alto, con una vela cuadrada a su alrededor cuya diagonal mide 20 m. (JAXA — Small Solar Power Sail Demonstrator “IKAROS,” n.d.).

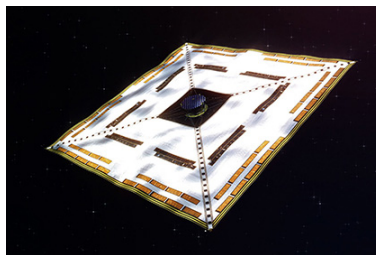


Figura 1.9: Velero solar IKAROS. [26]

El 9 de Julio de 2010, el IKAROS midió el empuje debido a la presión de radiación solar obteniendo que es de 1.12 mN (JAXA Confirmación De La Aceleración De Fotones Del Pequeño Demostrador De Vela De Energía Solar “IKAROS,” 2010 [27]).

De manera posterior a esta misión, *The Planetary Society* [28] inició su proyecto de veleros solares *light sail*. En 2015 se lanzó el velero *light sail I* a bordo del Atlas V y en 2019 el *light sail II* a bordo del Falcon Heavy. Ambas misiones fueron exitosas y demostraron que un velero puede cambiar su órbita de manera controlada únicamente utilizando la luz solar.

2 Marco teórico

Presión de Radiación

En este trabajo el objetivo principal es medir presión de radiación producida por un pulso láser. Esta se define como aquella presión que produce la luz sobre cualquier superficie en la que incide o se refleja.

Según lo dicho por Griffiths (2023) [5], la densidad de energía que almacena el campo electromagnético está dada por:

$$u = \frac{1}{2} \left(\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{\mu_0} B^2 \right). \quad (2.1)$$

Tomando en cuenta que la luz es una onda electromagnética, suponiendo que es plana y monocromática que viaja en dirección z , se tiene que:

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0 e^{i(\kappa z - \omega t)}, \quad (2.2)$$

por lo que la expresión de densidad de energía se reduce a lo siguiente::

$$u = \epsilon_0 E^2 \cos^2(\kappa z - \omega t) \quad (2.3)$$

La energía que transmite la luz está dada por la magnitud del vector de Poynting, tal que:

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B}) \quad (2.4)$$

Por lo que en este caso sería:

$$\vec{S} = cu\vec{z} \quad (2.5)$$

Los campos electromagnéticos también transportan momento, el cual está descrito por la siguiente ecuación :

$$\vec{g} = \frac{1}{c} \vec{S} = \frac{1}{c} u\vec{z} \quad (2.6)$$

Tomando en cuenta que para todo efecto macroscópico no interesan las fluctuaciones del coseno sino su valor promedio en el tiempo, se tiene que:

$$\langle \vec{g} \rangle = \frac{1}{2c} \epsilon_0 E_0^2 \vec{z} \quad (2.7)$$

La irradiancia se define como el promedio de potencia por unidad de área transportada por una onda electromagnética:

$$\vec{I} = \langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 \quad (2.8)$$

Cuando la luz incide sobre un absorber perfecto, transfiere su momento a la superficie en un tiempo Δt . Tomando en cuenta que la luz incide sobre un área A , se obtiene que:

$$\Delta \vec{p} = \langle \vec{g} \rangle A c \Delta t \quad (2.9)$$

Por lo tanto la presión de radiación promedio por unidad de área es:

$$P = \frac{1}{A} \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 = \frac{I}{c} \quad (2.10)$$

Para un reflector perfecto, la presión sería el doble de la vista en la ecuación 2.10 dado que la transferencia de momento se da tanto cuando incide la luz como cuando se refleja.

Por lo que, para una superficie parcialmente reflectante, la presión de radiación está dada por:

$$P = P_{\text{incidente}} + P_{\text{reflejada}}, \quad (2.11)$$

donde $P_{\text{reflejada}}$ depende de la reflectancia del material R , tal que:

$$P = (1 + R) P_{\text{incidente}} = (1 + R) \frac{I}{c} \quad (2.12)$$

Como posteriormente se mencionará en la ecuación 2.41, la reflectancia no es la misma para cada polarización. Por lo que, para luz con polarización P y S , se tiene respectivamente:

$$\begin{aligned} P_P &= (1 + R_P) \frac{I}{c} \\ P_S &= (1 + R_S) \frac{I}{c} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Si la luz incide en un área A , la presión es de la forma $P = \frac{F}{A}$, por lo que en términos de fuerza, la diferencia entre la presión observada para cada tipo de polarización es:

$$|F_P - F_S| = A |R_P - R_S| \frac{I}{c} \quad (2.14)$$

Por lo que, conociendo la fuerza que ejerce cada tipo de polarización, el área de incidencia y las respectivas reflectancias, es posible conocer la irradiancia tal que:

$$\frac{I}{c} = \frac{|F_S - F_P|}{A|R_S - R_P|} \quad (2.15)$$

Torsión

Para medir la presión de radiación, que tiene una magnitud extremadamente pequeña, se utilizará un péndulo de torsión. Este tipo de dispositivo es adecuado para medir fuerzas, ya que el ángulo de rotación es proporcional a la fuerza aplicada sobre él.

Dadas las características del péndulo utilizado, las cuales se abordarán más adelante, es fundamental obtener las ecuaciones que relacionen el ángulo de rotación con el torque ejercido sobre una barra rígida cilíndrica sujeta de un extremo.

Momento polar de inercia

El momento polar de inercia se define como la cantidad que mide la habilidad de una barra para resistirse a la torsión (eFunda, Inc., n.d. [16]). En coordenadas polares esta dado por:

$$J = \int_A r^2 dA, \quad (2.16)$$

donde A es el área de la sección transversal de la barra y r la distancia del centro de la barra al punto dA .

Torsión de una barra cilíndrica

El torque es una magnitud vectorial que se define como la tendencia de una fuerza a rotar el objeto sobre el que se aplica (The Editors of Encyclopaedia Britannica, 2024 [18]). Por lo que la ecuación que lo define es:

$$\vec{\tau} = \vec{F} \times \vec{r}, \quad (2.17)$$

donde $\vec{\tau}$ es el torque, \vec{F} es la fuerza aplicada y \vec{r} es la posición dónde se aplica. En términos de su magnitud, la ecuación 2.17 se puede reescribir como:

$$\tau = Fr \sin(\gamma), \quad (2.18)$$

donde γ es el ángulo entre el vector \vec{F} y el vector \vec{r} .

En la figura 2.1 se muestra una barra sólida de forma cilíndrica, la cual se encuentra fija por un extremo a una pared. Esta tiene un radio a y una longitud L .

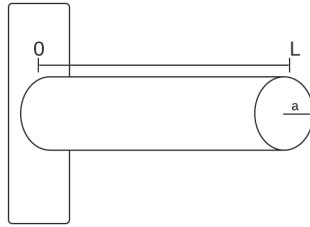


Figura 2.1: Barra cilíndrica sujeta de una pared.

Suponiendo que se le aplica un torque generado por una fuerza externa, la barra debe torcerse de la forma que muestra la figura 2.2. En la sección transversal a la barra se forma un ángulo θ_0 respecto a la posición inicial, y a lo largo de la barra se forma un ángulo γ debido a que en el extremo opuesto la deformación debe ser nula.

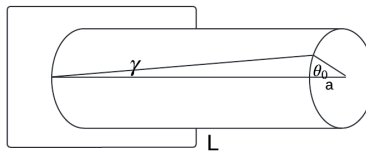


Figura 2.2: Barra cilíndrica sujeta de una pared.

Como se menciona en Herakovich (2016) [17], en la figura 2.2 se forman dos triángulos semejantes que cumplen:

$$\gamma = \frac{r\theta}{L}, \quad (2.19)$$

donde r es la distancia al centro de la barra. Por otro lado la magnitud del torque que experimenta la barra a lo largo de su eje está dado por la ecuación:

$$\tau = \int_A r\sigma_{z\theta}dA, \quad (2.20)$$

En la cual, A es el área de la sección trasversal de la barra, r es la posición y $\sigma_{z\theta}$ es la componente del tensor de esfuerzos que describe el esfuerzo de cizallamiento a lo largo de z en dirección θ .

Tomando en cuenta la siguiente relación constitutiva (Herakovich, 2016):

$$\sigma_{z\theta} = G\gamma = \frac{G\theta_0 r}{L}, \quad (2.21)$$

en la cual G es el módulo de torsión el cual se define en términos del módulo de Young (E) y la razón de Poisson ν , para materiales isotrópicos, de la siguiente manera:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.22)$$

Por lo que la ecuación 2.20 se puede reescribir utilizando la ecuación 2.21 tal que:

$$\tau = \frac{G\theta_0}{L} \int_A r^2 dA \quad (2.23)$$

Utilizando la definición de momento polar de inercia, ecuación 2.16, se obtiene que el torque aplicado a la barra está dado por:

$$\tau = \frac{G\theta_0 J}{L} \quad (2.24)$$

Por lo tanto el ángulo de torsión que alcanza la barra al aplicarle un torque τ está dado por:

$$\theta_0 = \frac{TL}{JG} \quad (2.25)$$

Efecto radiométrico

El efecto radiométrico, para fines de este trabajo, se define como aquella fuerza que ejerce el pulso láser sobre el péndulo de torsión que no es presión de radiación. En este caso el pulso de luz incide sobre un cubreobjetos mitad espejado, el cual está sostenido por dos alambres conformando el péndulo de torsión.

Torres Zuñiga (2005) [1] propone el siguiente modelo para obtener la presión por efectos radiométricos:

$$P_{radiométrica} = \frac{3}{2\sqrt{2}} E \left(\frac{r}{d} \right), \quad (2.26)$$

donde E es el porcentaje de energía que calienta el péndulo, en este caso sería la energía del pulso por la absorción del cubreobjetos, r es el radio del área transversal del haz y d es el diámetro de las partículas de aire.

En este trabajo se propone que el efecto radiométrico se origina por la absorción de la energía del pulso por parte de la muestra del péndulo, la cual posteriormente se

libera calentando el aire circundante. Esto genera un cambio de presión alrededor de la muestra, provocando así su movimiento.

Suponiendo que en todo momento el volumen de la muestra del péndulo se mantiene constante, por lo dicho por Carmona (2007)[21], la capacidad calorífica de esta misma está dada por:

$$C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \quad (2.27)$$

Con U la energía interna, T la temperatura y C_V la capacidad calorífica a volumen constante. Por lo mencionado por Resnick et al. (2002)[22], el calor específico (c) se define a través de la capacidad calorífica y la masa del cuerpo (m), de la siguiente manera:

$$c = \frac{C_v}{m} \quad (2.28)$$

De igual forma, suponiendo que el aire se comporta como un gas ideal entonces, su ecuación de estado térmica es (Carmona, 2007 [21]):

$$PV = NK_B T \quad (2.29)$$

Donde, P es la presión, V es el volumen, $K_B = 1.381 \times 10^{23} \frac{J}{K}$ es la constante de Boltzmann y T es la temperatura. Suponiendo que tanto el volumen como el número de partículas son constantes, entonces un cambio en la temperatura implica un cambio en la presión, tal que:

$$\Delta T = \frac{V}{NK_B} \Delta P, \quad (2.30)$$

Por otro lado, el cambio en la energía interna de la muestra es la energía que absorbe del pulso, por lo que:

$$\Delta U = AE_0, \quad (2.31)$$

donde A es la absorbancia del vidrio y E_0 la energía del pulso incidente.

Entonces, poniendo la ecuación 2.27 en términos del calor específico y sustituyendo ΔT en la ecuación 2.30. Se obtiene que el cambio en la presión producto del efecto radiométrico es:

$$\Delta P = \frac{AE_0 NK_B}{Vcm} \quad (2.32)$$

Por definición la densidad de partículas del aire (ρ_P) es el número de partículas por unidad de volumen, por lo que:

$$\rho_P = \frac{N}{V} \quad (2.33)$$

Por otro lado, como lo que se va a calentar es el aire circundante al péndulo, con la energía que absorbe la muestra, entonces se toma la capacidad calorífica del vidrio y la masa correspondiente al aire calentado. Lo cual se puede expresar de la siguiente manera:

$$cm = c\rho V \quad (2.34)$$

Donde c es el calor específico del vidrio, ρ es la densidad del aire y V el volumen de aire calentado. Se propone que el volumen de aire calentado depende del tamaño del spot del láser. Considerando el radio del spot (r), entonces:

$$V = 4\pi r^3 \quad (2.35)$$

Entonces se obtiene que la presión producida por el efecto radiométrico, es decir, la presión radiométrica es:

$$P_{radiométrica} = \frac{AE_0 K_B \rho_p}{4\pi r^3 \rho c} \quad (2.36)$$

Con un error asociado de:

$$\delta P_{radiométrica} = \frac{K_B \rho_p [(E_0 \delta A + A \delta E_0) r^3 + AE_0 3 \left(\frac{\delta r}{r}\right)]}{4\pi c \rho r^6} \quad (2.37)$$

Polarización

Como se vio en la ecuación 2.13, la presión de radiación depende del tipo de polarización con la cual incide la luz. Esto se debe a su vez, a que la reflectancia de los materiales varía dependiendo de la polarización.

Por otro lado, la presión de radiación no es el único fenómeno involucrado ya que, por lo visto anteriormente, existe la presión radiométrica producida por efectos térmicos. Como se observa en las ecuaciones 2.26 y 2.36, esta presión no depende de la polarización de la luz incidente.

Debido a esta diferencia es posible discriminar, a través de controlar la polarización, cual proporción de la fuerza que hace rotar el péndulo de torsión tiene origen en presión de radiación y cual se debe a efectos radiométricos.

Lámina de media onda

Una lámina o retardador de media onda es un instrumento utilizado para introducir un desfase de π radianes o 180° en la luz incidente.

En el caso de luz polarizada, como se puede observar en la figura 2.3, al pasar por el retardador la polarización se rota $\frac{\pi}{2}$ radianes, por lo que se puede cambiar de polarización P a polarización S y viceversa.

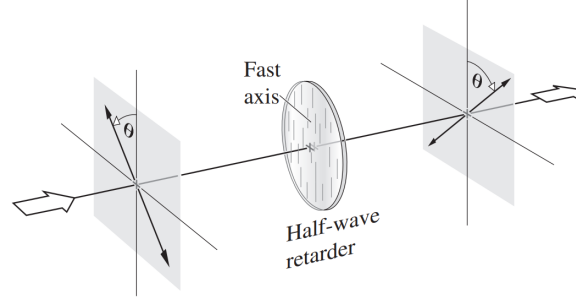


Figura 2.3: Hecht (2017)[10]. Onda incidente polarizada en un ángulo θ pasa a través de un retardador de media onda.

Ecuaciones de Fresnel

Por lo dicho por Hecht (2017)[10], cuando un rayo de luz incide sobre la superficie de un dieléctrico una parte se refleja y otra se transmite. Tomando la luz como una onda electromagnética plana y monocromática, estas ondas se pueden escribir respectivamente como:

$$\begin{aligned}\vec{E}_i &= \vec{E}_{0i} e^{i\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega_i t} \\ \vec{E}_r &= \vec{E}_{0r} e^{i\vec{k}_r \cdot \vec{r} - \omega_r t} \\ \vec{E}_t &= \vec{E}_{0t} e^{i\vec{k}_t \cdot \vec{r} - \omega_t t}\end{aligned}\quad (2.38)$$

Por lo que si la luz tiene polarización S (perpendicular al plano de incidencia) como se puede observar en la figura 2.4, los coeficientes de amplitud de reflexión y transmisión son:

$$\begin{aligned}r_S &= \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right) = \frac{n_i \cos(\theta_i) - n_t \cos(\theta_t)}{n_i \cos(\theta_i) + n_t \cos(\theta_t)} \\ t_S &= \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right) = \frac{2n_i \cos(\theta_i)}{n_i \cos(\theta_i) + n_t \cos(\theta_t)}\end{aligned}\quad (2.39)$$

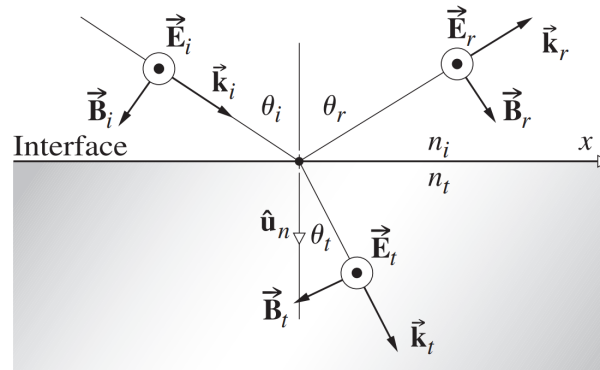


Figura 2.4: Hecht (2017)[10]. Onda incidente polarizada perpendicular al campo de incidencia.

De igual forma si la luz tiene polarización P (paralela al plano de incidencia) como se puede observar en la figura 2.5, y asumiendo que el material del dieléctrico es no magnético, los coeficientes de amplitud de reflexión y transmisión son:

$$\begin{aligned}
 r_P &= \frac{n_t \cos(\theta_i) - n_i \cos(\theta_t)}{n_i \cos(\theta_t) + n_t \cos(\theta_i)} \\
 t_P &= \frac{2n_i \cos(\theta_i)}{n_i \cos(\theta_t) + n_t \cos(\theta_i)}
 \end{aligned}
 \tag{2.40}$$

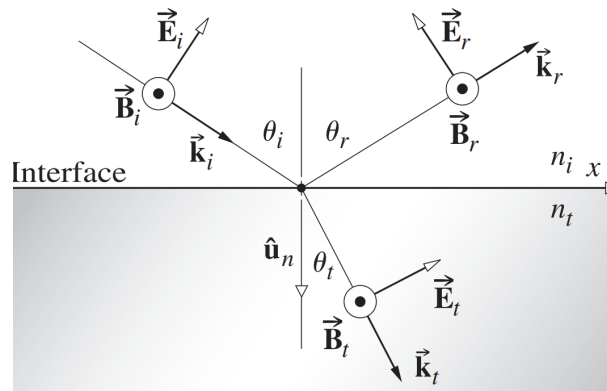


Figura 2.5: Hecht (2017)[10]. Onda incidente polarizada paralela al campo de incidencia.

Por lo que las reflectancias para luz polarizada serían:

$$\begin{aligned}
 R_P = r_P^2 &= \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)} \\
 R_S = r_S^2 &= \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)}
 \end{aligned}
 \tag{2.41}$$

En la figura 2.6 se puede observar la gráfica de las ecuaciones 2.41, considerando un índice de refracción para el medio inicial $n_i = 1$ y uno para el medio al que se transmite $n_t = 1.5$. En esta se puede notar que las reflectancias varían según el ángulo de incidencia y son distintas para cada polarización.

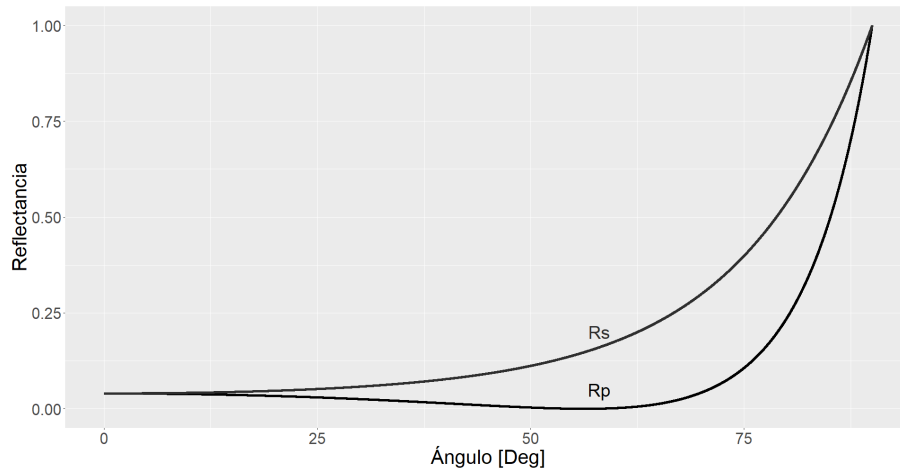


Figura 2.6: Reflectancias dependiendo de la polarización.

Polarizador de película delgada

Un polarizador es un instrumento óptico que solo permite el paso de luz polarizada linealmente en un eje. Por lo que al incidir luz sobre él, solo pasará su componente polarizada en tal eje.

En el caso de un polarizador de película delgada para láseres de alta potencia, como se observa en la figura 2.7, si se colocan a un ángulo de incidencia específico, generalmente 56° , al incidir un pulso de luz la componente con polarización tipo P va a pasar de largo y la tipo S se va a reflejar.

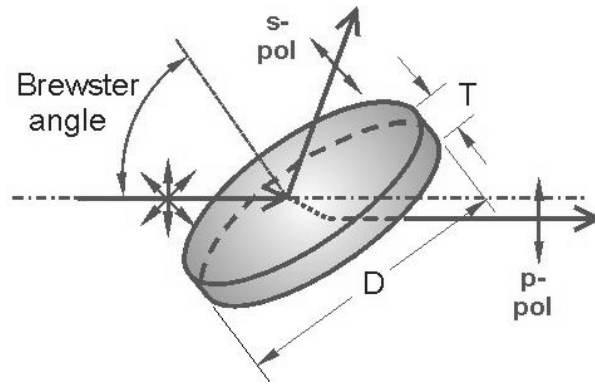


Figura 2.7: Diagrama de un polarizador de película delgada. (Femtoline Thin Film Laser Polarizers (Round) — EKSMA Optics, s. f.) [12]

Deflectometría

Para detectar el movimiento del péndulo de torsión se utilizará el método de deflectometría. Este consiste en utilizar un segundo láser, en este caso un láser continuo helio-neón, y hacerlo incidir sobre la parte espejada del péndulo. Posteriormente se registra el haz reflejado.

Cuando el pulso láser incida sobre el péndulo, el haz reflejado se deflectara, es decir, cambiará de posición debido a que la superficie sobre la que se refleja rota. Como el movimiento del péndulo es muy pequeño, de igual manera será el desplazamiento del haz reflejado. Por esto mismo, se requiere conocer las características del haz reflejado y un método para poder medir la distancia que se desplaza.

Haz Gaussiano

En Silfvast (2004) [13], se menciona que un haz gaussiano es aquel cuya irradiancia está descrita por una función gaussiana de la forma observada en la ecuación 2.42. Su gráfica se aprecia en la figura 2.8. Donde I_0 es la irradiancia máxima, ω es el ancho del haz y r es la distancia al centro del haz.

$$I = I_0 e^{\frac{-2r^2}{\omega^2}} \quad (2.42)$$

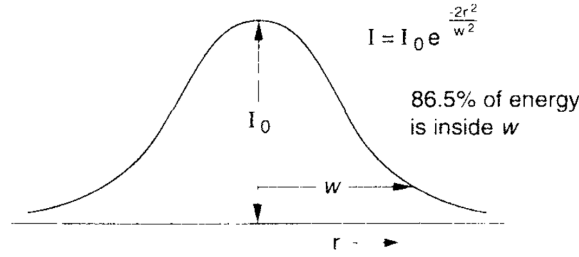


Figura 2.8: Gráfica de la distribución de la irradiancia en un haz gaussiano. (Silfvast, 2004)[13].

El ancho del haz, considerando que este se propaga en el eje z , es el radio donde se concentra el 86.5% de la energía. Este ancho está dado por:

$$\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z - z_0}{z_R}\right)^2} \quad (2.43)$$

dónde ω_0 es la cintura del haz, z_R es el rango de Rayleigh y z_0 es el punto donde el ancho del haz es ω_0 [13].

El rango de Rayleigh se relaciona con la cintura del haz de la siguiente manera:

$$z_R = \sqrt{\frac{\lambda z_R}{\pi \omega_0^2}}, \quad (2.44)$$

donde λ es la longitud de onda del láser. Una manera alternativa de describir el ancho del haz, cuando se cumple que $z \gg z_0$, es:

$$\begin{aligned} \omega(z) &= \theta_0 z \\ \theta_0 &= \frac{\lambda}{\pi n \omega_0^2}, \end{aligned} \quad (2.45)$$

donde θ_0 es la divergencia del haz, es decir, que tanto se expande conforme se recorre una distancia z respecto a z_0 , y n es el índice de refracción del medio.

Método de la navaja

El método de la navaja, como se puede ver en la figura 2.9, consiste en ir obstruyendo el paso de la luz de un láser con una navaja mientras se toman mediciones con un fotodetector. El objetivo de realizar esto es obtener el perfil espacial y el ancho de un haz gaussiano.

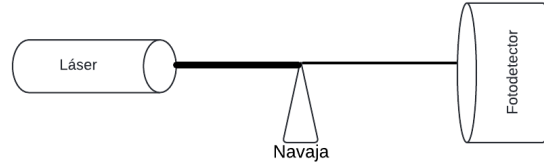


Figura 2.9: Diagrama del método de la navaja.

Como explica Díaz-Uribe(1993)[14], la intensidad de un haz gaussiano está dada por la ecuación 2.42, tomando la distancia al centro del haz como $r^2 = x^2 + y^2$ y considerando que la navaja se desplaza en el eje x . Entonces la potencia que registra el detector cuando la navaja se encuentra en x está dada por:

$$P(x) = \int_{-\text{inf}}^{\text{inf}} \int_{-\text{inf}}^x I(x', y) dx' dy \quad (2.46)$$

Como la potencia total del haz es $P_T = \frac{1}{2}\omega I_0$ y considerando la definición de la ecuación A.4, entonces:

$$P(x) = \frac{1}{2}P_T \left[1 + \text{erf} \left(\frac{\sqrt{2} x}{\omega} \right) \right], \quad (2.47)$$

Por lo tanto, recordando la ecuación A.5, al despejar se obtiene que la posición de la navaja en función de la potencia es [14]:

$$x(P) = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \text{erf}^{-1} \left[\frac{2P}{P_T} - 1 \right] \quad (2.48)$$

3 Sistema experimental

Arreglo experimental

Para lograr el objetivo de medir presión de radiación, se utilizó el arreglo experimental que se observa en la figura 3.1, el cual está basado en el realizado por Torres Zuñiga (2005) [1].

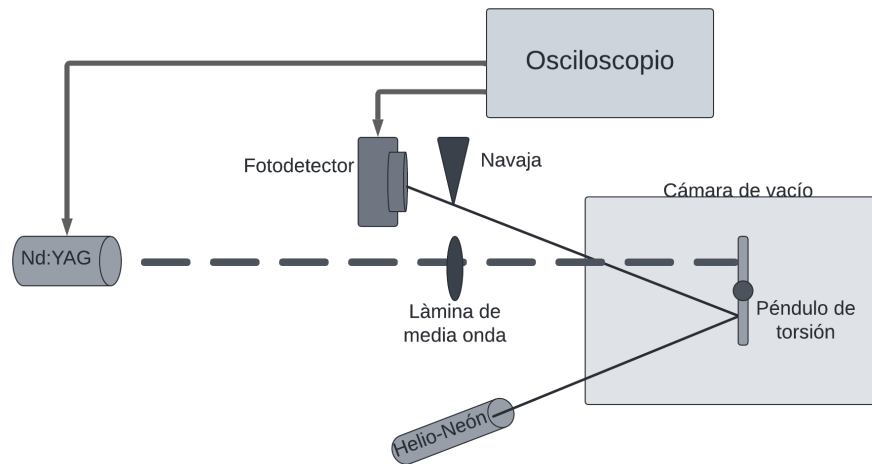


Figura 3.1: Diagrama del arreglo experimental utilizado.

El sistema consta de un péndulo de torsión, el cual se construyó utilizando dos alambres que sostienen una muestra correspondiente a un cubreobjetos, cuya mitad está espejada. Este se colocó dentro de una cámara de vacío sostenido por un soporte impreso en 3D, el cual permite girar libremente el péndulo y colocarlo a un ángulo deseado. El ángulo al cual se encontraba el péndulo se midió utilizando una base graduada colocada en la punta del soporte.

Un láser helio-neón incide sobre la parte espejada del péndulo y su reflejo es cortado parcialmente por una navaja, la cual se mueve horizontalmente respecto del fotodetector por medio de una platina micrométrica. Posteriormente, el haz es detectado con un fotodetector, en este caso un fotodiodo al cual se le colocó

un filtro interferométrico, tal que solo recibe luz con la longitud de onda del láser helio-neón, y la señal se visualiza por medio de un osciloscopio.

Posteriormente sobre la parte no espejada del péndulo, se hace incidir el primer armónico de un láser pulsado de Nd:YAG (532 nm), pasando antes por una lámina de media onda para poder controlar el tipo de polarización con la cual este incide. La energía del pulso láser hace rotar al péndulo por medio de presión de radiación y presión radiométrica. Por lo que, al rotar el péndulo, el reflejo del láser helio-neón se defleca una corta distancia, lo cual causa que el haz no sea cortado de la misma manera por la navaja, provocando que la señal detectada varíe.

Para asegurar que se detecta la señal de deflexión deseada, la cual tiene una duración del orden de microsegundos, se conecta el láser Nd:YAG al osciloscopio para utilizarlo como trigger en las mediciones.

Ángulo de deflexión

Se requiere conocer el ángulo θ_0 que rota el péndulo, para a partir de este poder conocer cuanta fuerza y presión ejerce el pulso láser. Para esto, se utiliza el péndulo de torsión, el láser helio-neón, el fotodiodo y como marco de referencia la ventana de la cámara de vacío. Se eligió esta última como referencia dado que al realizar el experimento no se puede acceder a la cámara y es necesario realizar todas las mediciones de manera externa.

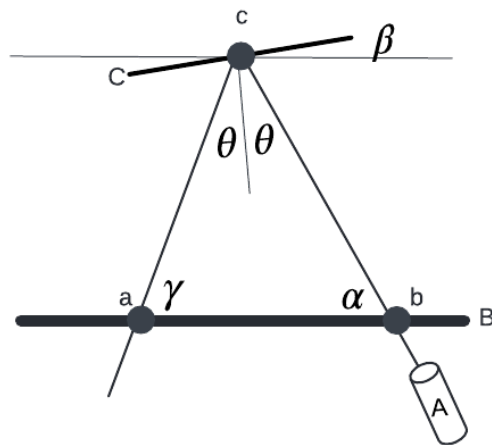


Figura 3.2: Diagrama del sistema de detección antes del impacto del pulso láser.

En la figura 3.2 se puede observar el sistema de detección utilizado, dónde *A* es el láser helio-neón, *B* la ventana de la cámara de vacío, *C* la muestra del péndulo

de torsión, α el ángulo de incidencia del láser respecto a B , β el ángulo en el que se encuentra C respecto de B , θ el ángulo de incidencia del láser respecto de C y γ el ángulo de incidencia del haz reflejado en C en B . A su vez a , b y c son los puntos dónde el láser incide.

Se puede notar que al tener el triángulo abc , se pueden formar dos triángulos rectángulos con una línea perpendicular a B que pase por c tal que se cumple lo siguiente:

$$\begin{aligned}\theta + \beta + \alpha + 90 &= 180, \\ \theta - \beta + 90 &= 180, \\ \gamma + \alpha + 2\theta &= 180.\end{aligned}\tag{3.1}$$

Utilizando la ley de los senos y las relaciones mostradas en la ecuación 3.1, se obtiene que el segmento \bar{ac} está dado por:

$$\frac{\bar{ac}}{\sin(\alpha)} = \frac{\bar{ab}}{\sin(2\theta)} = \frac{\bar{ab}}{\sin(2(90 - \alpha - \beta))} = \frac{\bar{ab}}{\sin(2(\alpha + \beta))}.$$

Por lo tanto, al despejar se obtiene que el segmento \bar{ac} está dado por:

$$\bar{ac} = \frac{\bar{ab} \sin(\alpha)}{\sin(2(\alpha + \beta))},\tag{3.2}$$

donde tanto α , β y \bar{ab} se pueden medir directamente. Una forma alternativa de obtener el ángulo β es utilizar el hecho de que:

$$90 = \alpha + \beta + \theta\tag{3.3}$$

Por lo que, utilizando la ecuación 3.1 para sustituir el valor de θ , se obtiene que:

$$\beta = 90 - \theta - \alpha = 90 + \frac{\gamma}{2} + \frac{\alpha}{2} - \alpha - 90\tag{3.4}$$

Por lo tanto se tiene que el ángulo β , expresado en términos de los ángulos α y γ es:

$$\beta = \frac{\gamma - \alpha}{2}\tag{3.5}$$

Una vez que el láser Nd:YAG incide sobre el péndulo, este se va a torcer un ángulo θ_0 respecto a su posición original, como se puede observar en la figura 3.3.

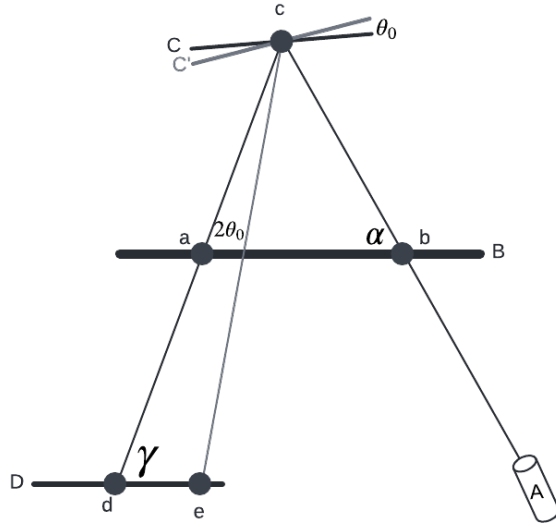


Figura 3.3: Diagrama del sistema de detección después del impacto del pulso láser.

Dónde, C' es la muestra del péndulo de torsión después de recibir el pulso láser, D es la superficie del fotodiodo; la cual es paralela a la ventana B , d es el punto donde incide el láser helio-neón en A antes del impacto y e es el punto donde incide después del movimiento del péndulo.

Por lo que, de nuevo utilizando la ley de los senos y la ecuación 3.1 se tiene que el segmento \bar{dc} se obtiene como:

$$\frac{\bar{dc}}{\sin(\alpha + 2\theta - 2\theta_0)} = \frac{\bar{de}}{\sin(2\theta_0)},$$

Entonces, despejando y utilizando la ecuación 3.1, se obtiene que:

$$\frac{\bar{dc}}{\bar{de}} = \frac{\sin(180 - \alpha - 2\beta - 2\theta_0)}{\sin(2\theta_0)} = \frac{\sin(\alpha + 2\beta)}{\tan(2\theta_0)} + \cos(\alpha + 2\beta).$$

Por lo tanto, finalmente se obtiene que θ_0 está dado por:

$$\theta_0 = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{\sin(\alpha + 2\beta)}{\frac{\bar{dc}}{\bar{de}} - \cos(\alpha + 2\beta)} \right). \quad (3.6)$$

Con un error asociado de:

$$\delta\theta_0 = \frac{\sin(\alpha + 2\beta) \left[\frac{\bar{dc}\delta\bar{de} + \bar{de}\delta\bar{dc}}{\bar{de}^2} + (\delta\alpha + 2\delta\beta) \sin(\alpha + 2\beta) \right] + \frac{\bar{dc}}{\bar{de}} (\delta\alpha + 2\delta\beta) \cos(\alpha + 2\beta)}{2 \left[\sin^2(\alpha + 2\beta) + \left(\frac{\bar{dc}}{\bar{de}} - \cos(\alpha + 2\beta) \right)^2 \right]}, \quad (3.7)$$

donde las δ indican el error asociado a cada una de las variables medibles.

Péndulo de torsión

En el experimento se utilizó un péndulo de torsión como el que se muestra en la figura 3.4. Los alambres L_1 y L_2 son del mismo material y sostienen un cubreobjetos con una mitad espejada; el lado a no está espejado y el lado b sí.

Los alambres se sujetan a una base impresa en 3D utilizando clips de carpeta. Esta base permite colocar el péndulo en cualquier ángulo deseado dentro de la cámara de vacío, utilizando una base graduada.

Por otro lado, los alambres se fijan al cubreobjetos utilizando un marco impreso de igual manera en 3D.

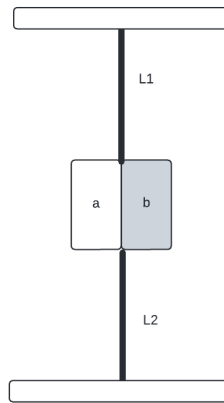


Figura 3.4: Diagrama del péndulo de torsión utilizado.

Cada alambre del péndulo es una barra cilíndrica fija en un extremo. Al aplicarle un esfuerzo de torsión, el extremo libre de la barra se deforma en un ángulo θ_0 , el cual está descrito por la ecuación 2.25.

El torque aplicado a la barra, ecuación 2.24, es igual pero en sentido opuesto al torque que aplica la barra para regresar a su estado original. Por lo que el torque de restitución que aplican los alambres en el péndulo es:

$$\vec{\tau} = -\frac{G\pi a^4}{2(L_1 + L_2)}\theta_0. \quad (3.8)$$

Según la segunda ley de Newton para rotaciones, el torque que aplica el láser al péndulo está dado por:

$$\vec{\tau} = I \frac{d^2\theta}{dt^2}, \quad (3.9)$$

donde I es el momento de inercia del cubreobjetos. En θ_0 , el péndulo se frena debido a que este torque se iguala con el de restitución. Por lo tanto, el torque aplicado al péndulo es:

$$\vec{\tau} = I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{G\pi a^4}{2(L_1 + L_2)}\theta_0, \quad (3.10)$$

tomando el torque como un escalar y utilizando la ecuación 2.18, se obtiene que la fuerza que el láser aplica al péndulo es:

$$F = \frac{G\pi a^3\theta_0}{2(L_1 + L_2) \sin(\gamma)} \quad (3.11)$$

donde γ es el ángulo entre la fuerza y el cubreobjetos, que corresponde con ángulo de incidencia del láser.

Con un error asociado de:

$$\delta F = \frac{a^3\theta_0 [(L_1 + L_2) \cos(\gamma)\delta\gamma + (\delta L_1 + \delta L_2) \sin(\gamma)] + (L_1 + L_2) \sin(\gamma) (a^3\delta\theta_0 + \theta_0\delta a^3)}{4(L_1 + L_2)^2 \sin^2(\gamma)} \quad (3.12)$$

4 Mediciones

Polarización de la luz incidente

Se sabe, por lo dicho en el respectivo manual [32], que la luz proveniente del láser *Nd : YAG* está linealmente polarizada, sin embargo, se requiere controlar el tipo de polarización que recibe el péndulo para discriminar entre presión de radiación y radiométrica. Una lámina de media onda, un polarizador de película delgada para una longitud de onda de $\lambda = 532nm$ y un medidor de energía, fueron colocaron en un arreglo experimental como el que se observa en la figura 4.1. Así se obtuvo una curva de energía contra ángulo, lo cual permite determinar las posiciones de la lámina de media onda con las cuales se obtiene una polarización P o S.

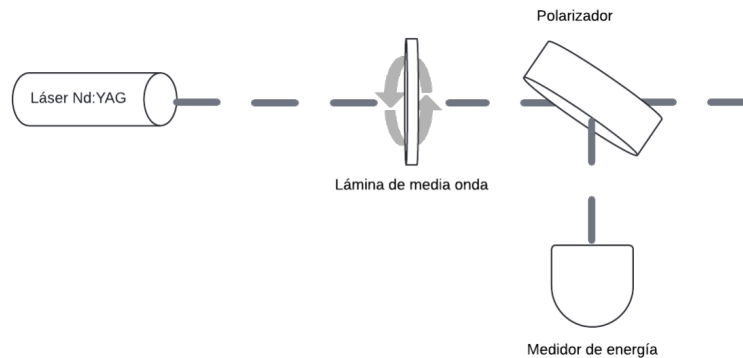


Figura 4.1: Arreglo experimental utilizado para obtener la polarización del láser.

En la figura 4.2 se muestran los datos obtenidos al medir la energía del láser, el cuál pasa por la lámina de media onda y posteriormente por el polarizador.

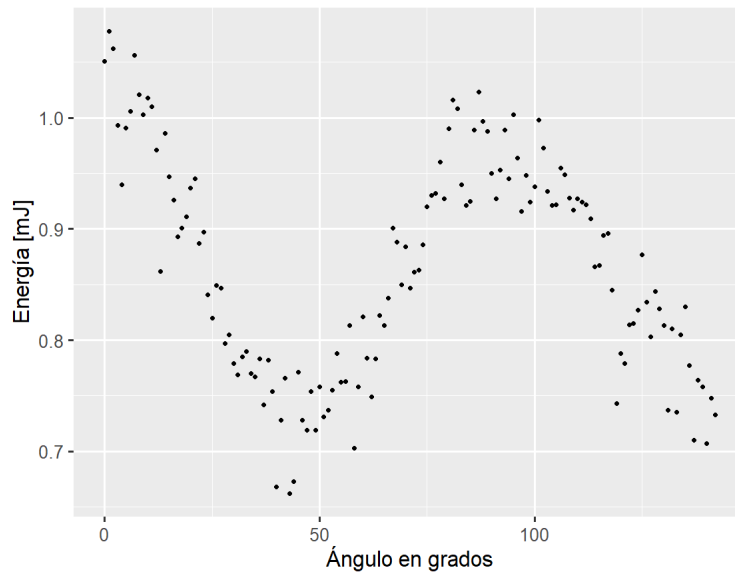


Figura 4.2: Energía del láser *Nd : YAG* al pasar por una lámina de media onda y un polarizador.

Se utilizó la aplicación *Curve fitter* de *Matlab* para encontrar una curva de ajuste. Se propuso como ecuación de ajuste:

$$E(x) = A \cos(b(x - x_0)) + c, \quad (4.1)$$

donde E es la energía del láser, x es el ángulo de la lámina de media onda y A, b, c son parámetros a determinar.

En la figura 4.3, se observa la curva de ajuste encontrada, donde $A = 0.1268$, $b = 3.8642$ y $c = 0.8666$. Este ajuste presentó una suma de cuadrados debidos al error de $SSE = 0.1986$ y un parámetro R cuadrado de $R^2 = 0.8554$.

Tomando estos valores se encuentra que la función tiene un mínimo en 47° y un máximo en 93° . Por lo tanto se puede afirmar que si la lámina de media onda está en 47° se tiene una polarización tipo P y si se coloca en 93° se tiene una polarización tipo S.

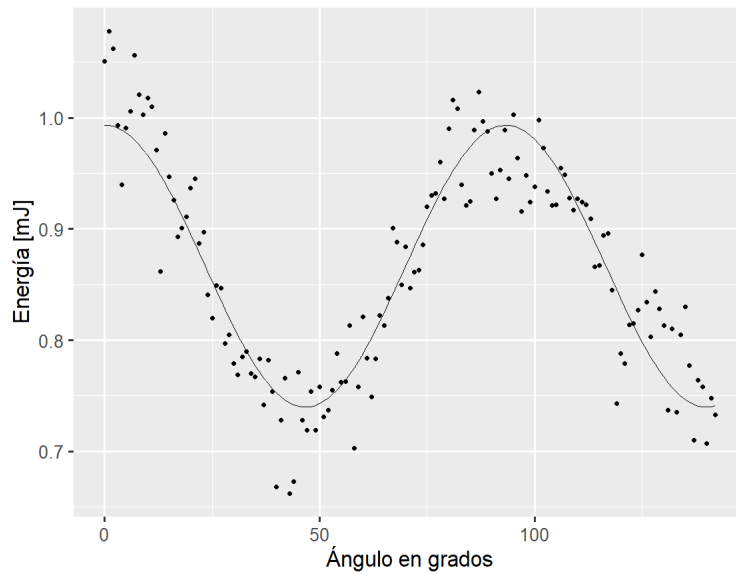


Figura 4.3: Energía del láser *Nd : YAG* al pasar por una lámina de media onda y un polarizador con la curva de ajuste.

Reflectancia, Transmitancia y Absorbancia

El cubreobjetos utilizado como muestra en el péndulo de torsión está hecho de vidrio, posiblemente Soda Lime. Como es necesario tener la reflectancia de este vidrio para ambas polarizaciones y específicamente para la longitud de onda del primer armónico del láser *Nd:YAG* (532 nm), se optó por obtenerlas de manera experimental. Para ello se utilizó el montaje experimental de la figura 4.4.

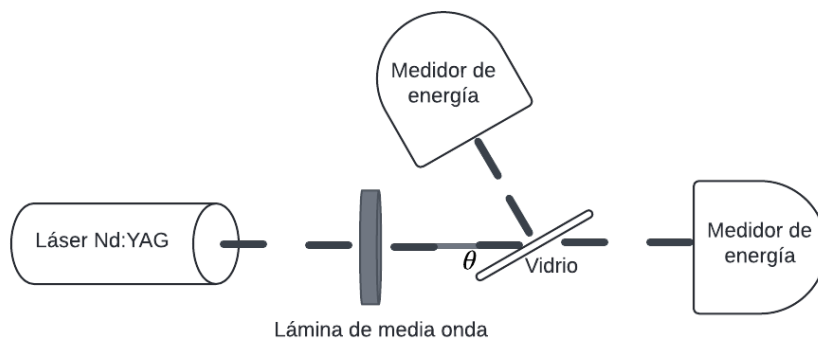


Figura 4.4: Montaje experimental utilizado para obtener la reflectancia, transmitancia y absorbancia de la muestra utilizada en el péndulo de torsión.

Como se observa en la figura 4.4, se colocó la muestra de tal forma que el ángulo de incidencia del láser $Nd : YAg$ sea θ , en este caso 20° . Se fijó la energía del láser en $102.6 \pm 1.8 \text{ mJ}$. Posteriormente se midió la cantidad de energía transmitida y reflejada, utilizando los medidores de energía, para cada polarización.

Con estos datos se puede conocer la transmitancia siendo esta la fracción de energía que atraviesa la muestra; la reflectancia, la fracción que se refleja y la absorbancia, la que se absorbe. La absorbancia se obtiene al calcular la cantidad que falta para llegar a 1, al sumar la transmitancia y la reflectancia, esto dado que no se puede medir directamente.

Como resultado de estas mediciones se obtuvieron los siguientes valores:

$$\begin{aligned}
 T_p &= 0.9278099 \pm 0.0153 \\
 R_p &= 0.08193669 \pm 0.0009 \\
 T_s &= 0.9424951 \pm 0.0172 \\
 R_s &= 0.06725146 \pm 0.0009 \\
 A &= 0.009746589 \pm 0.0181
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

En donde, $T_{P,S}$ son las respectivas transmitancias, $R_{P,S}$ las reflectancias y A la absorbancia. El error asociado a las mediciones es el arrojado por los medidores, el cual es la desviación estándar de cien muestras.

En ambos casos se observan transmitancias cercanas a uno, esto tiene mucho sentido ya que a simple vista la muestra es transparente. De igual forma se observa que la reflectancia es distinta para cada polarización, aunque del mismo orden de magnitud, en cambio la absorbancia es independiente de la polarización del pulso.

Sistema detector

Por lo visto anteriormente en la ecuación 3.11, para obtener la fuerza que ejerce el láser pulsado sobre el péndulo es necesario conocer el ángulo que rota. Para esto se utiliza la ecuación 3.6, en la cual todos los parámetros se pueden medir directamente con un Vernier y un transportador, excepto el segmento $\bar{d}e$. Para conocer esta distancia se requiere conocer la posición del haz en términos del voltaje registrado en un osciloscopio.

Para esto, se utilizó un láser helio-neón polarizado de la marca Thorlabs, modelo HNLS008L. El manual [15] indica que emite una longitud de onda de 632.8 nm con una potencia de 0.8 mW y una divergencia de 1.7 mrad .

Por lo dicho en las ecuaciones 2.45 y 2.44, se conoce que para este láser la cintura del haz es $\omega_0 = 0.1184518 \text{ mm}$ y el rango de Rayleigh $z_R = 69.65734 \text{ mm}$.

Se utilizó un fotodiodo *DET10A2 - Si* de la marca *Thorlabs*, para medir el ancho del haz proveniente del láser de Helio-Neón mediante la técnica de la navaja. Utilizando un osciloscopio *Tektronix*, modelo *TDS5054B* se midió voltaje que enviaba el fotodiodo y el error asociado a esta medición, mientras que la navaja se desplazó 0.01 mm entre cada medición con ayuda de un tornillo micrométrico. En la figura 4.5 se puede observar el voltaje registrado en el osciloscopio según la navaja se iba moviendo por medio del tornillo micrométrico.

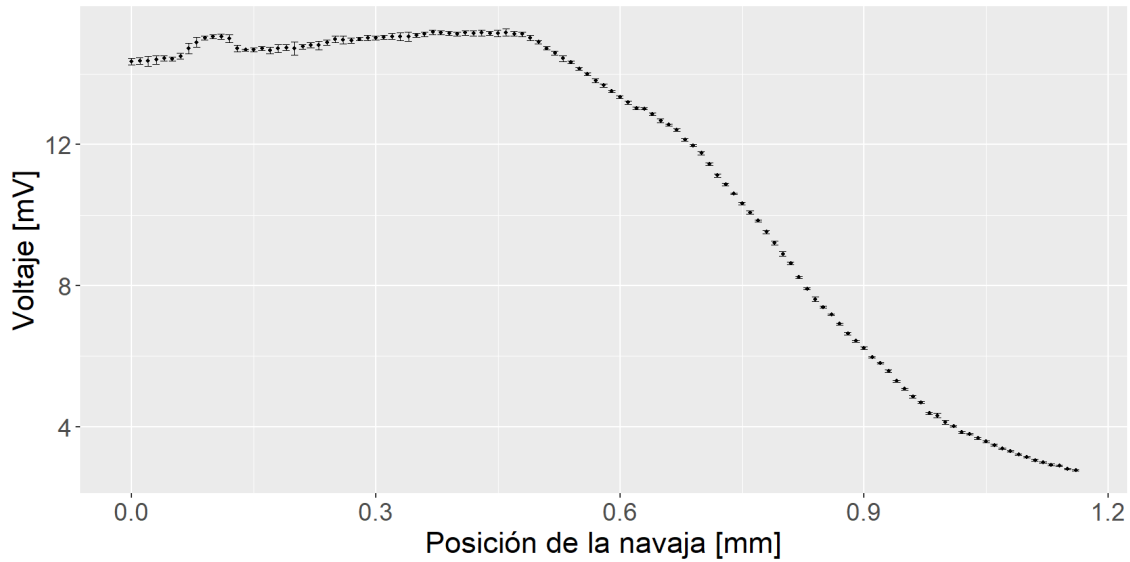


Figura 4.5: Gráfica del voltaje registrado según el movimiento de la navaja.

Utilizando la ecuación A.3 se obtuvo la derivada numérica de los datos de la figura 4.5, la cual se puede observar en la figura 4.6.

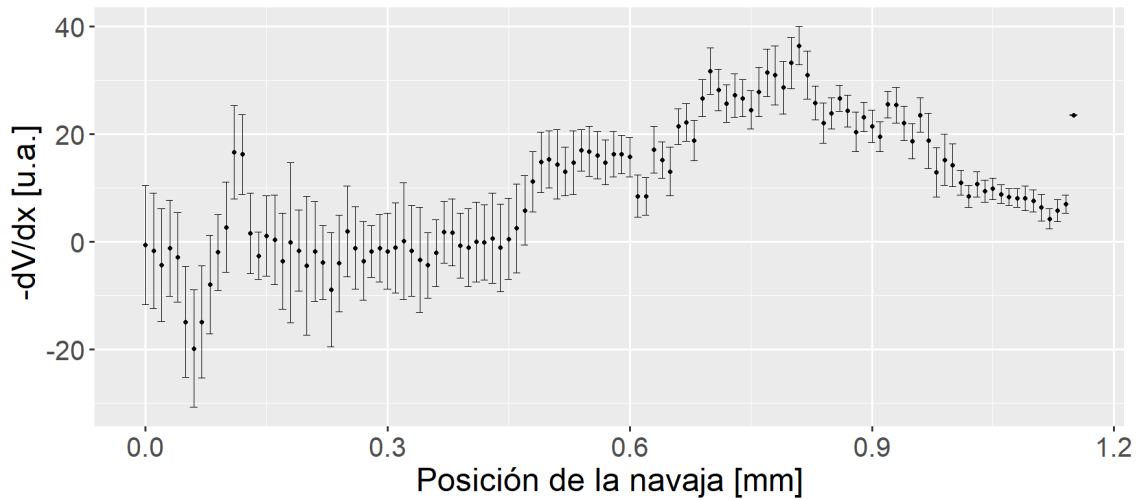


Figura 4.6: Gráfica de la derivada de la señal obtenida con la técnica de la navaja respecto a la posición de la navaja.

Con ayuda de *Matlab* y la aplicación *Curvefitter*, se obtuvieron las curvas de ajuste de los datos obtenidos.

Los datos de la figura 4.5 corresponden a una función de la forma vista en la ecuación 2.47, dado que se utilizó el método de la navaja pero en lugar de medir potencia se midió voltaje, la ecuación de ajuste que se propuso es la siguiente:

$$A \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}(x - x_0)}{\omega} \right) + b, \quad (4.3)$$

Como se puede notar, se omitió un uno en la ecuación 4.3 con respecto a la ecuación 2.47. Esto se debe a que ese uno está incluido en el parámetro b .

Se obtuvo como resultado el valor de los coeficientes tal que $A = -6.1152$, $b = 8.8205$, $\omega = 0.3300$ y $x_0 = 0.8034$. En este caso, el valor negativo de A se debe a que las mediciones se tomaron inicialmente con el haz al descubierto y se fue cubriendo con la navaja; si se hubiese medido comenzando con la navaja cubriendo el haz, el valor sería el mismo pero positivo. Los coeficientes x_0 y b son las traslaciones de los ejes, necesarias para centrar los ajustes a los datos medidos.

En la figura 4.7 se observan la curva de ajuste y los datos medidos. Este ajuste arrojó un coeficiente de determinación $R^2 = 0.9977$, una suma de cuadrados de estimación de errores $SSE = 5.4819$, unos grados de libertad de error $DFE = 113$, un coeficiente de determinación ajustado de 0.9976 y una raíz del error cuadrático medio $RMSE = 0.2203$.

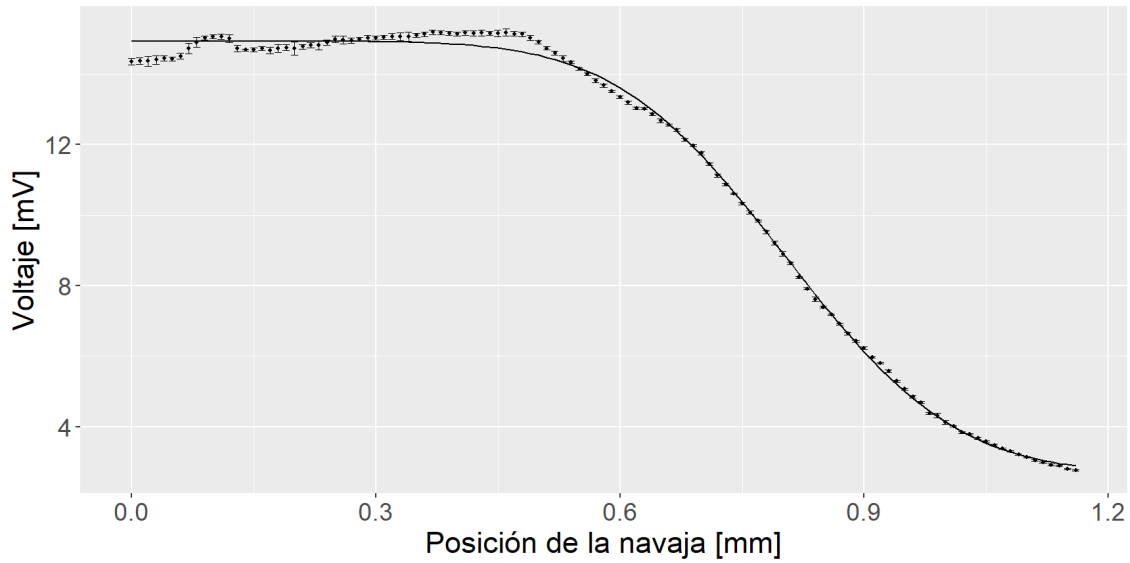


Figura 4.7: Gráfica del voltaje registrado según el movimiento de la navaja y la curva de ajuste.

Se realizó el mismo procedimiento para los datos de la figura 4.6, como estos datos son la derivada de la figura 4.5 la cual es una función erf más una constante, entonces su derivada debe corresponder a una función gaussiana, y por esto se propuso como función de ajuste:

$$Ae^{-2\left(\frac{x-x_0}{w}\right)^2} \quad (4.4)$$

Se obtuvo como resultado el valor de los coeficientes tal que $A = 28.5874$, $\omega = 0.3550$ y $x_0 = 0.7899$. De igual forma que en el caso anterior, x_0 es una traslación para centrar el ajuste al marco de referencia de los datos medidos.

En la figura 4.8 se observan la curva de ajuste y la derivada de los datos obtenidos. Este ajuste arrojó un coeficiente de determinación $R^2 = 0.8323$, una suma de cuadrados de estimación de errores $SSE = 2823$, unos grados de libertad de error $DFE = 111$, un coeficiente de determinación ajustado de 0.8292 y una raíz del error cuadrático medio $RMSE = 5.0431$.

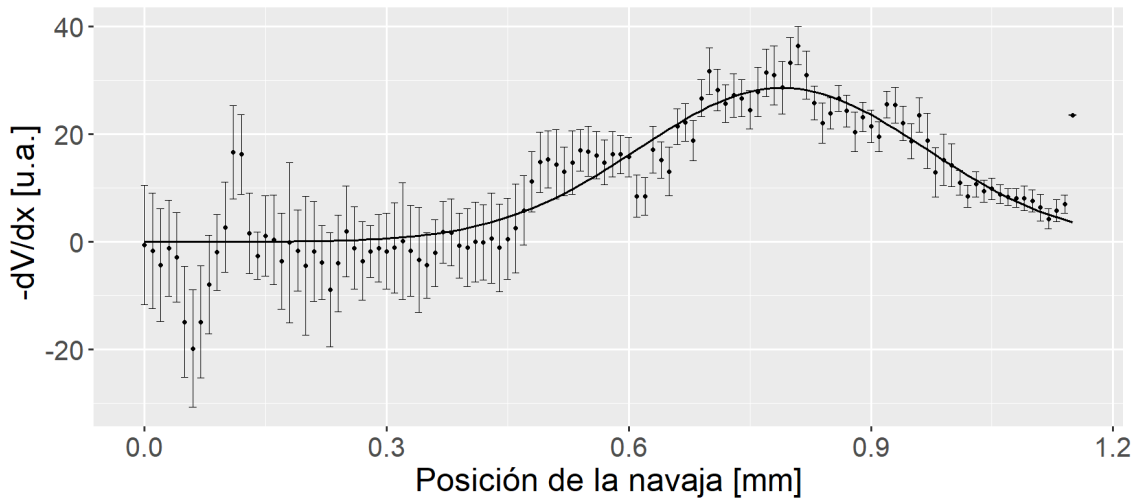


Figura 4.8: Gráfica de la derivada del voltaje registrado respecto a la posición de la navaja y la curva de ajuste.

Es importante notar que en la ecuación 4.3, el coeficiente A se refiere a la distancia al origen de las asíntotas de la función. Por lo que se propone que el coeficiente A está dado por:

$$A = \frac{V_{max} - V_{min}}{2}, \quad (4.5)$$

donde V_{max} es el valor máximo de voltaje medido y V_{min} el valor mínimo.

De la misma forma, el valor de b corresponde al valor del eje horizontal, el cual se encuentra en el punto medio entre el valor mínimo y el valor máximo del voltaje. Por lo que este parámetro corresponde al valor inicial del voltaje, entonces se puede decir que $b = V_0$ y se propone que está dado por:

$$V_0 = \frac{V_{min} + V_{max}}{2} \quad (4.6)$$

En el valor máximo de los valores de la figura 4.5 es 15.1891 mV y el valor mínimo es 2.7602 mV . Por lo que, siguiendo la ecuación 4.5 el valor del coeficiente es $A = -6.2144$, el cual se aleja del valor obtenido con el ajuste un 1.62% . De igual manera, siguiendo la ecuación 4.6 y utilizando el valor de A obtenido anteriormente, se obtiene que el valor del coeficiente es $b = 8.9747$. Este valor difiere con el de ajuste un 1.74% .

De igual manera, el coeficiente ω es el ancho del haz descrito por la ecuación 2.43. Por lo que la ecuación que corresponde al voltaje medido de esta manera es:

$$V(x) = \frac{V_{max} - V_{min}}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}(x - x_0)}{\omega} \right) + V_0, \quad (4.7)$$

Como la ecuación 4.7 es análoga a la ecuación 2.47 se puede definir una ecuación para la posición de la navaja análoga a la ecuación 4.8. Por lo que, se obtiene la ecuación de posición en función del voltaje, despejando la ecuación 4.7, tal que:

$$x(V) = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \operatorname{erf}^{-1} \left[\frac{2(V - V_0)}{(V_{max} - V_{min})} \right] + x_0 \quad (4.8)$$

Con un error asociado de:

$$\delta x = \frac{\delta \omega}{\sqrt{2}} \operatorname{erf}^{-1} \left[\frac{2V}{(V_{max} - V_{min})} \right] + \frac{\omega \sqrt{\pi}}{\sqrt{2}} e^{\operatorname{erf}^{-1} \left[\frac{2V}{(V_{max} - V_{min})} \right]} \frac{2\delta V}{V_{max} - V_{min}} \quad (4.9)$$

La ecuación 4.8 es tal que el argumento de la función error inversa cumple que si $V = V_0$, entonces $x(V) = 0$. De esta manera, se asegura que mientras el valor de V este en el intervalo de $[V_{min}, V_{max}]$ la función esté bien definida.

En la figura 4.9 se observa la gráfica de la ecuación 4.8, tomando como argumento los valores del ajuste visto en la figura 4.7.

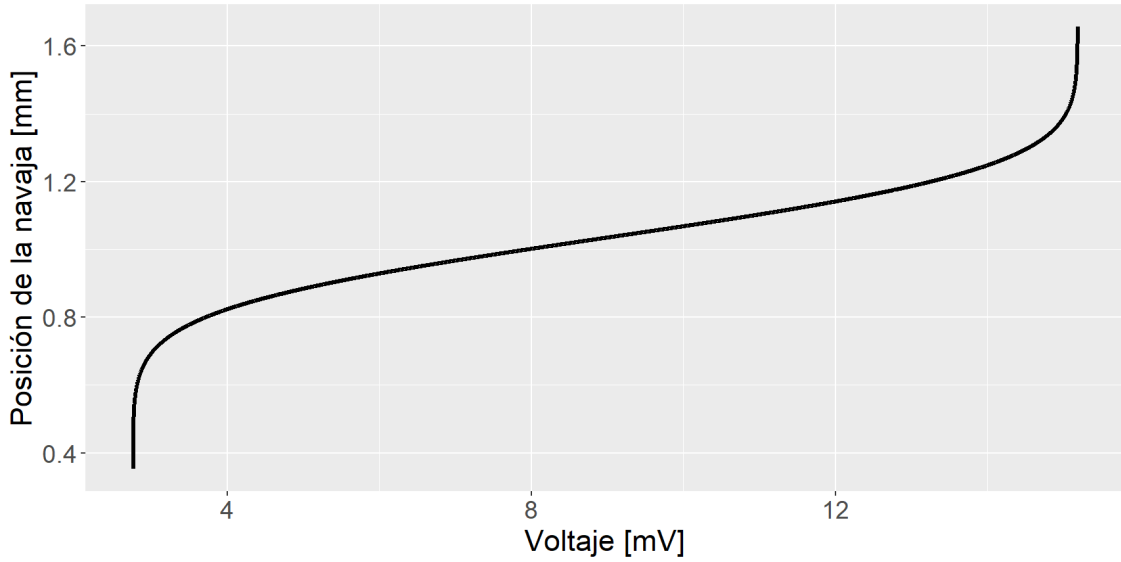


Figura 4.9: Gráfica de la posición en función del voltaje.

Por lo tanto, utilizando la ecuación 4.8, se obtiene que una diferencia en la posición se expresaría como:

$$\Delta x = |x(V_2) - x(V_1)| = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \left| \operatorname{erf}^{-1} \left[\frac{2(V_2 - V_0)}{(V_{max} - V_{min})} \right] - \operatorname{erf}^{-1} \left[\frac{2(V_1 - V_0)}{(V_{max} - V_{min})} \right] \right| \quad (4.10)$$

Con un error asociado de:

$$\delta \Delta x = \delta x_1 + \delta x_2 \quad (4.11)$$

Pulsos Láser

Se utilizaron pulsos de luz producidos por el primer armónico de un láser *Ekspla* modelo *NL300*, con una longitud de onda de 532 nm , para medir la presión de radiación y presión radiométrica que producen al impactar con el péndulo de torsión.

Por medio de un fotodiodo *DET10A2 - Si* de la marca *Thorlabs*, se midió la duración del pulso láser, con una energía de $11.3 \pm 0.3 \text{ mJ}$. En la figura 4.10 se observa la señal registrada en el osciloscopio por medio del fotodiodo y la curva de ajuste obtenida con la aplicación *Curve fitter* de *Matlab*.

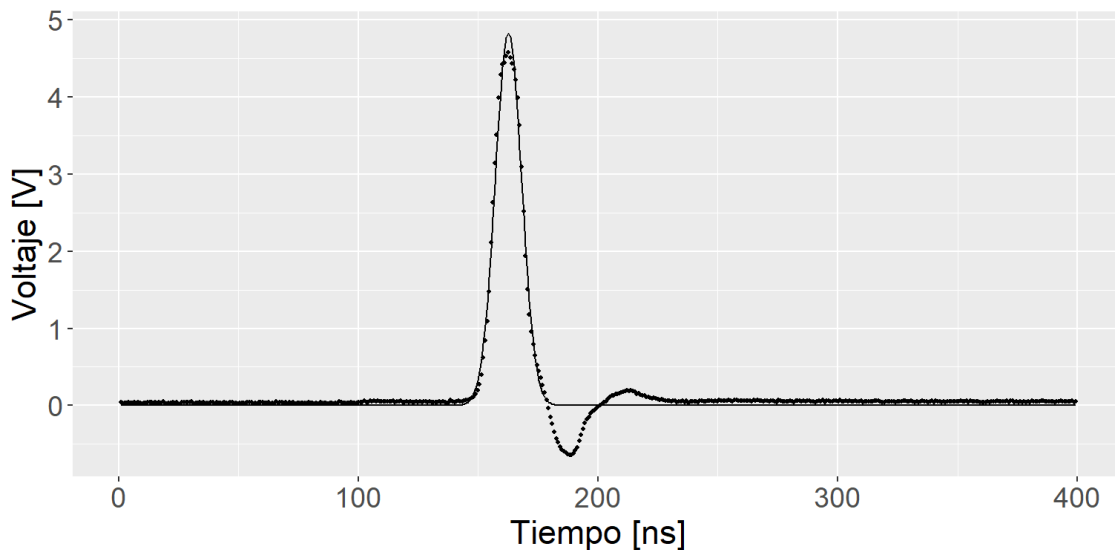


Figura 4.10: Datos medidos con el osciloscopio y su curva de ajuste.

Los datos se ajustaron a una función gaussiana de la siguiente forma:

$$Ae^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_0}{\sigma}\right)^2} \quad (4.12)$$

Obteniendo como resultado la siguiente ecuación, al utilizar la herramienta *Curve fitter* de *Matlab*.

$$4.8319e^{-\left(\frac{x-162.6273}{7.7739}\right)^2} \quad (4.13)$$

Para este ajuste se obtuvo un $SSE = 7.6024$, un factor $R^2 = 0.9722$, un $R^2_{ajustado} = 0.9721$, un $DFE = 496$ y un $RMSE = 0.1238$.

Con este ajuste se obtiene que el ancho temporal del pulso es $\sigma = 5.65254 \pm 0.1238 \text{ ns}$, entonces la duración del pulso esta dada por el *Full With Half Maximum* (FWHM), descrito de la siguiente manera:

$$FWHM = 2\sqrt{2\ln(2)}\sigma = 13.3107 \pm 0.2915 \text{ ns} \quad (4.14)$$

Por lo que se puede considerar que la duración del pulso es de $\Delta t = 13.3107 \pm 0.2915 \text{ ns}$.

Otro parámetro importante a conocer es el área del spot del láser. Esta es el área sobre la cual se distribuye la energía del pulso, por lo que al tener un haz gaussiano, esta área es circular y su radio corresponde al ancho del haz; varía según la distancia, como se describe en la ecuación 2.45.

Para medir esta área se utilizó papel fotográfico, este al ser sensible a la luz se quema en el área donde lo impacta el láser. Para medir en el punto correcto se colocó el papel dentro de la cámara de vacío, justo delante del péndulo. De igual manera, para evitar quemar el papel de más, se ajustó la energía para que la mancha fuese visible pero lo más tenue posible. Una vez con el papel marcado, utilizando un Vernier se midió el diámetro de la mancha con el cual se calculó el área.

Como resultado se tiene que el radio del spot es:

$$r_{spot} = 3.17 \pm 0.39 \text{ mm} \quad (4.15)$$

Por lo que, a partir del radio se obtiene que el área A_{spot} es:

$$A_{spot} = 31.74 \pm 0.7726 \text{ mm}^2 \quad (4.16)$$

Señal de deflexión

La señal de deflexión es la observada en el osciloscopio al momento en que el pulso láser incide sobre el péndulo de torsión. Para esto, se utilizó el montaje experimental de la figura 3.1, con un osciloscopio *Tektronix* modelo *TDS5054B* y un fotodiodo *DET10A2 - Si* de la marca *Thorlabs*.

Se obtuvieron señales de deflexión como la que se observa en la figura 4.11. Se puede apreciar que al impactar el pulso láser en el péndulo de torsión, el voltaje

registrado sube de golpe y posteriormente decae. La forma en que decae muestra que el péndulo regresa rápidamente a su estado inicial y que la fuerza producida por el pulso es demasiado pequeña como para que las oscilaciones posteriores de este mismo sean detectables.

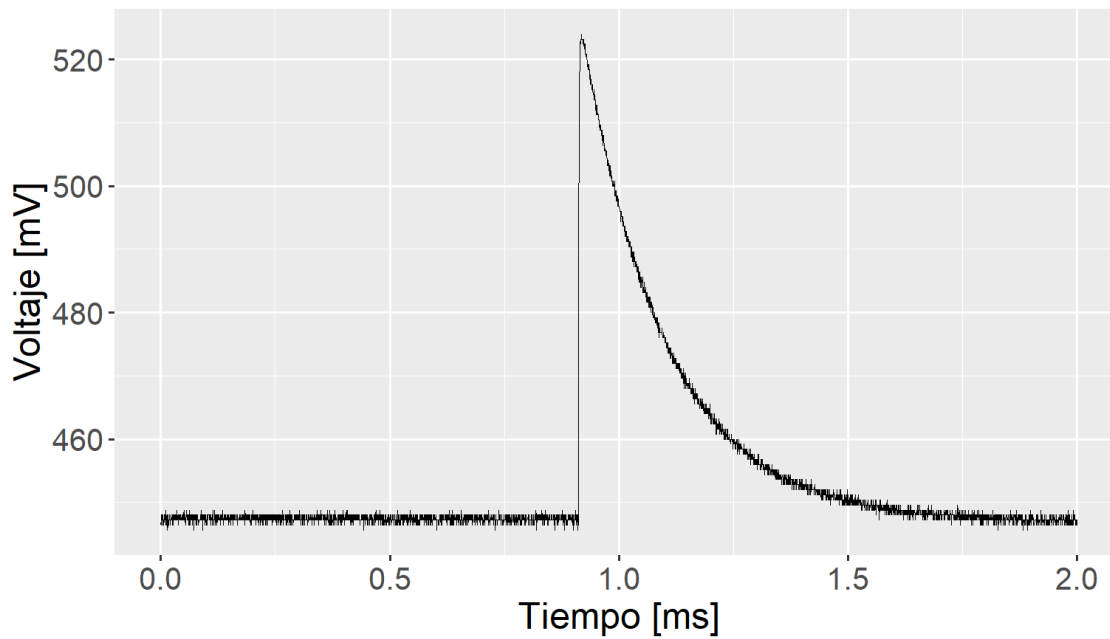


Figura 4.11: Señal de deflexión obtenida en el osciloscopio.

Bajo la suposición de que el movimiento del péndulo es muy pequeño, entonces la distancia que se mueve el reflejo del láser helio-neón es de igual forma muy pequeña. Por lo que se puede asumir en todo momento la aproximación paraxial para el láser helio-neón.

Entonces, se puede afirmar que es equivalente mover la navaja respecto al haz que mover el haz respecto a la navaja, por lo que son válidas las mismas ecuaciones vistas anteriormente con el método de la navaja.

Resultados

Análisis para un pulso

El valor del voltaje antes del impacto del láser y el valor máximo en el pico de la señal de deflexión, figura 4.11, son los requeridos en la ecuación 4.10 para calcular la distancia que se mueve el haz respecto a la navaja. Este valor es el que corresponde al movimiento del haz sobre el fotodiodo, es decir, el segmento \bar{d}_e

de la ecuación 3.6. Como se pueden medir directamente los valores de γ , β y $\bar{d}c$ utilizando un Vernier y un transportador, entonces se puede obtener el ángulo de deflexión θ_0 .

De igual forma, una vez calculado lo anterior, se puede conocer la fuerza total que el pulso de luz ejerce sobre el péndulo, a partir de la ecuación 3.11. Esta fuerza total está dada por la suma de la fuerza causada por presión de radiación y la radiométrica.

Para poder distinguir entre la presión de radiación y la radiométrica, se utiliza la lámina de media onda y se mide la fuerza para ambas polarizaciones. Obteniendo así una fuerza F_P , siendo esta la fuerza total que ejerce el pulso de luz al péndulo cuando incide con polarización P y una fuerza F_S que correspondiente a la polarización S.

Por lo que, al conocer el valor de la reflectancia de la muestra del péndulo para cada polarización (ecuación 4.2), y conociendo al área del spot del láser (ecuación 4.16), se puede aplicar la ecuación 2.15 para conocer el valor de la irradiancia entre la velocidad de la luz. Finalmente, se aplican las ecuaciones 2.13 para obtener el valor de la presión de radiación para ambas polarizaciones, dados por la siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} P_P &= (1 + R_P) \frac{|F_p - F_s|}{A_{spot}|R_p - R_s|} \\ P_S &= (1 + R_S) \frac{|F_p - F_s|}{A_{spot}|R_p - R_s|} \end{aligned} \quad (4.17)$$

Con un error asociado de:

$$\begin{aligned} \delta P_{S,P} &= \delta R_{S,P} \frac{|F_p - F_s|}{A_{spot}|R_p - R_s|} \\ + (1 + \delta R_{S,P}) &\frac{|\delta F - \delta F_S| A_{spot} |R_P + R_S| + (\delta A_{spot} |R_P - R_S| + |\delta R_P + \delta R_S| A_{spot}) |F_P - F_S|}{A_{spot}^2 |R_P - R_S|^2} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Una vez conocidos los valores de presión de radiación, la presión radiométrica va a estar dada por la diferencia entre la presión total ejercida sobre el péndulo con determinada polarización y la presión de radiación correspondiente, es decir:

$$P_{radiometrica} = P_S - \frac{F_S}{A_{spot}} = P_P - \frac{F_P}{A_{spot}} \quad (4.19)$$

Con un error asociado de:

$$\delta P_{radiométrica} = \delta P_{S,P} + \frac{F_{S,P}\delta A_{spot} + \delta F_{S,P}A_{spot}}{A_{spot}^2} \quad (4.20)$$

Donde P_P es la presión de radiación para la polarización P , P_S para la polarización S .

Una manera alternativa de calcular la presión de radiación ejercida por el pulso es utilizar la duración del pulso (ecuación 4.14) y su energía (E_0), la cual se puede medir directamente con un medidor de energía. A partir de estos datos se obtiene la potencia pico, también llamada potencia por pulso, con la siguiente ecuación (Slutzki, 2024 [31]):

$$P_{pico} = \frac{E_0}{\Delta t} \quad (4.21)$$

Por lo que, sustituyendo en la ecuación 2.13, se obtiene que la presión de radiación es:

$$\begin{aligned} P_P &= (1 + R_P) \frac{P_{pico}}{c A_{spot}} \\ P_S &= (1 + R_S) \frac{P_{pico}}{c A_{spot}} \end{aligned} \quad (4.22)$$

Con un error asociado de:

$$\delta P_{S,P} = \delta R_{S,P} \frac{E}{c \Delta t A_{spot}} + R_{S,P} \frac{\Delta t A_{spot} \delta E + E (A_{spot} \delta \Delta t + \delta A_{spot} \Delta t)}{c \Delta t A_{spot}} \quad (4.23)$$

Resultados para un pulso de 50.9 mJ

Se utilizó un pulso de 50.9 ± 1.5 mJ como fuente para medir la presión de radiación. La cámara de vacío se encontraba a presión atmosférica.

Los alambres del péndulo de torsión estaban hechos de cobre, por lo que el coeficiente de torsión, según Ledbetter y Naimon (1974)[33], es $G = 45.4 \pm 2$ GPa. Sus respectivas longitudes fueron $L_1 = 50.48 \pm 0.1$ mm y $L_2 = 47.48 \pm 0.1$ mm; por otro lado, el radio del alambre fue de 0.20 ± 0.04 mm.

En cuanto al sistema de detección, el ancho del haz de láser helio-neón, en la posición del fotodiodo, el cual se midió utilizando el método de la navaja, fue $\omega = 0.3361 \pm 0.346$ mm. El voltaje máximo cuando el haz estaba totalmente descubierto fue de $V_{max} = 615.23653$ mV, mientras que el mínimo fue de $V_{min} = 60.89$ mV.

Se midieron 32 pulsos para cada polarización. A partir de estos, se obtuvo la fuerza total que el pulso ejerció sobre el péndulo para cada pulso utilizando la ecuación 3.11.

Considerando que los pulsos son indistinguibles, es decir, que tienen la misma duración y llevan la misma energía. Entonces, como en la ecuación 4.17 se requiere obtener la diferencia $|F_P - F_S|$, que es equivalente a sacar la diferencia de la primera medición de F_P con la primera de F_S o utilizar la primera con cualquiera de las demás. Entonces, al considerar todas las combinaciones posibles, para N mediciones de fuerza en ambas polarizaciones se obtienen N^2 valores de presión de radiación. Por lo que con las 32 mediciones de fuerza para cada polarización se obtienen 1024 valores de presión de radiación para cada polarización.

En las figuras 4.12 y 4.13, se observan los valores obtenidos de presión de radiación para la polarización P y para la polarización S , respectivamente.

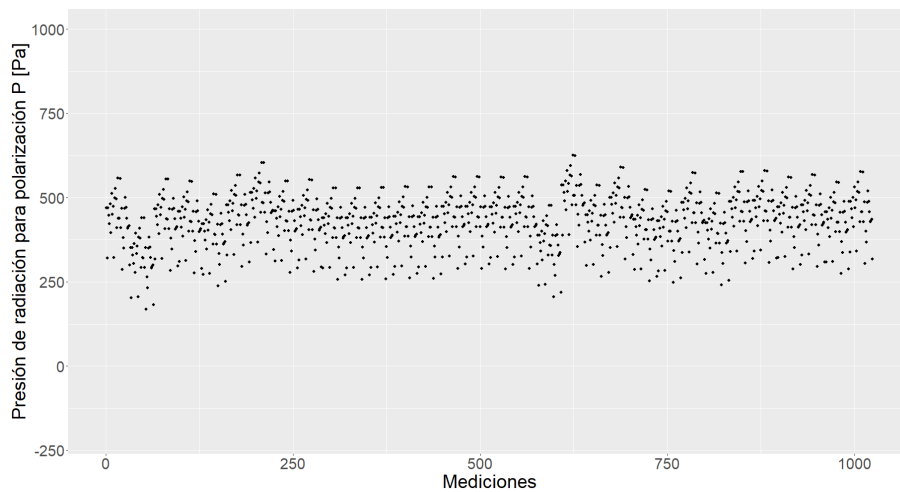


Figura 4.12: Resultados de presión de radiación para la polarización P con un pulso de 50.9 mJ .

Para la polarización P se obtuvo que la presión de radiación del pulso es de $428.2637 \pm 76.25807 \text{ Pa}$. Este valor se obtiene del promedio de los valores vistos en la figura 4.12, y la incertidumbre viene dada por la desviación estándar de estos.

Utilizando la ecuación 4.22, la duración del pulso y la energía utilizada, se calculó la presión de radiación. Se encontró que esta es de $434.4939 \pm 4.2731 \text{ Pa}$. Lo que implica que la presión obtenida por deflectometría tiene un error porcentual del 1.4339% respecto a la presión calculada.

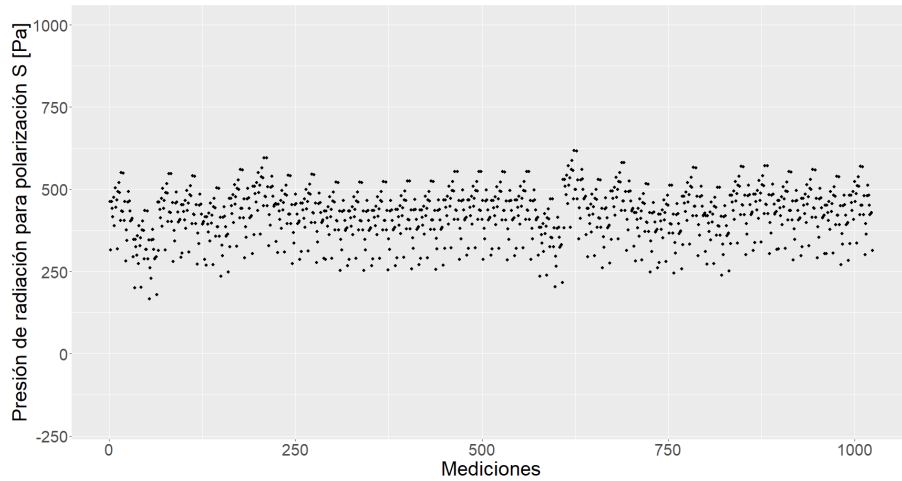


Figura 4.13: Resultados de presión de radiación para la polarización S con un pulso de 50.9 mJ .

Para la polarización S se obtuvo que la presión de radiación del pulso es de $422.4508 \pm 75.2230 \text{ Pa}$. Este valor, al igual que en el caso anterior, se obtiene del promedio de los valores vistos en la figura 4.13, y la incertidumbre viene dada por la desviación estándar de estos.

Utilizando la ecuación 4.22, la duración del pulso y la energía utilizada, se calculó la presión de radiación. Se encontró que esta es de $428.5964 \pm 3.5720 \text{ Pa}$. Lo que implica que la presión obtenida por deflectometría tiene un error porcentual del 1.4339% respecto a la presión calculada, exactamente el mismo que en la polarización P .

La presión radiométrica se obtuvo utilizando la ecuación 4.19, los resultados se observan en la figura 4.14.

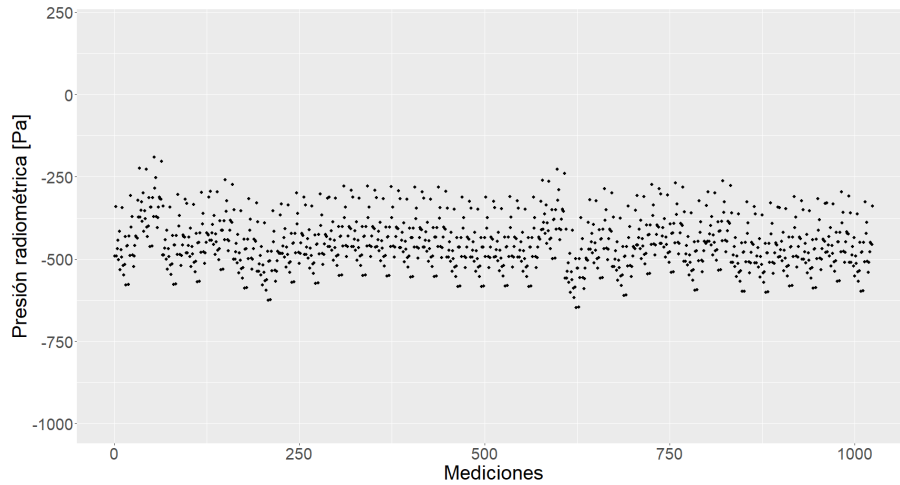


Figura 4.14: Resultados de presión radiométrica con un pulso de 50.9 mJ .

Se obtuvo que la presión radiométrica es de $-449.0119 \pm 76.3125 \text{ Pa}$. De igual manera que la presión de radiación, este valor se obtienen del promedio de los valores vistos en la figura 4.14, y la incertidumbre viene dada por la desviación estándar de estos. El signo menos en la presión indica que en el movimiento del péndulo va en dirección contraria a lo esperado, es decir, la presión radiométrica jala al péndulo en lugar de empujarlo.

Utilizando la ecuación 2.36, se calculó el valor teórico de la presión radiométrica, siendo este de $-420.0112 \pm 0.155 \text{ Pa}$, por lo que experimentalmente se tiene un error porcentual del 6.9047% respecto a este valor.

Resultados para distintas energías por pulso, utilizando un péndulo con alambres de cobre.

Se midió la presión de radiación y la presión radiométrica para treinta energías por pulso distintas, utilizando el método descrito anteriormente. En este caso solo se utilizaron dos pulsos para obtener las mediciones, por lo que solo se obtuvo un valor de presión de radiación por polarización para cada energía.

Los alambres del péndulo de torsión estaban hechos de cobre, por lo que el coeficiente de torsión, según Ledbetter y Naimon (1974)[33], es $G = 45.4 \text{ GPa}$. Sus respectivas longitudes fueron $L_1 = 50.48 \pm 0.1 \text{ mm}$ y $L_2 = 47.48 \pm 0.1 \text{ mm}$; por otro lado, el radio del alambre fue de $0.20 \pm 0.04 \text{ mm}$.

En la figura 4.15 se observa la gráfica de las mediciones realizadas de presión de radiación para la polarización S. Los puntos en la gráfica representan las mediciones realizadas por deflectometría, en las cuales las barras de error se obtuvieron

con la ecuación 4.18. La línea en la gráfica representa la presión de radiación calculada con la ecuación 4.22 y su ancho es el error calculado con la ecuación 4.23.

Se observa que las mediciones realizadas mediante deflectometría siguen la misma tendencia lineal que el método alternativo basado en la ecuación 4.22. Además, los valores obtenidos con esta ecuación se encuentran dentro de las barras de error del método de deflectometría.

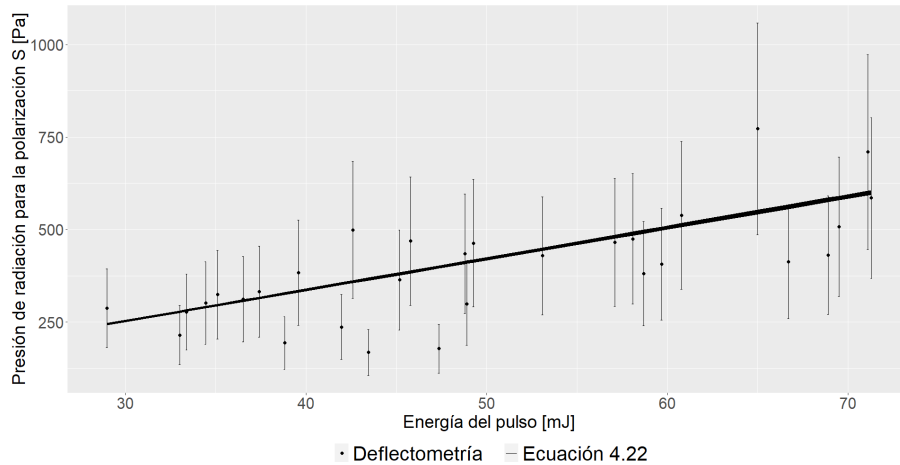


Figura 4.15: Presión de radiación para pulsos con polarización S a presión atmosférica y con alambres de cobre.

De manera análoga, en la figura 4.16 se observa la gráfica de las mediciones realizadas de presión de radiación para la polarización P.

Se destaca que las mediciones para la polarización P son extremadamente similares a las de la polarización S. Esto se debe a que la única diferencia entre ambas es el valor de sus reflectancias, las cuales son muy similares al tratarse de vidrio translúcido.

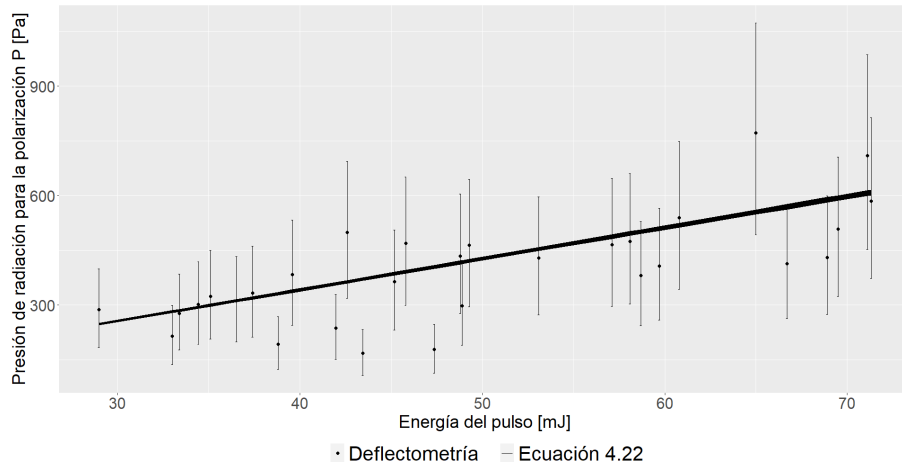


Figura 4.16: Presión de radiación para pulsos con polarización P a presión atmosférica y con alambres de cobre.

Se puede notar que si bien, las mediciones están bastante dispersas, la mayoría de los valores calculados con la ecuación 4.22 entran dentro de la incertidumbre de los valores medidos.

En cuanto a la presión radiométrica, se utilizó la ecuación 4.19 para obtener los resultados. En la figura 4.17, se observan las mediciones realizadas comparadas con la predicción teórica de la ecuación 2.26 propuesta por Torres Zúñiga (2005) [1]. Esto considerando que una molécula de aire en promedio tiene un tamaño de 0.3 nm , según lo dicho por Bader y Parker (2001) [34].

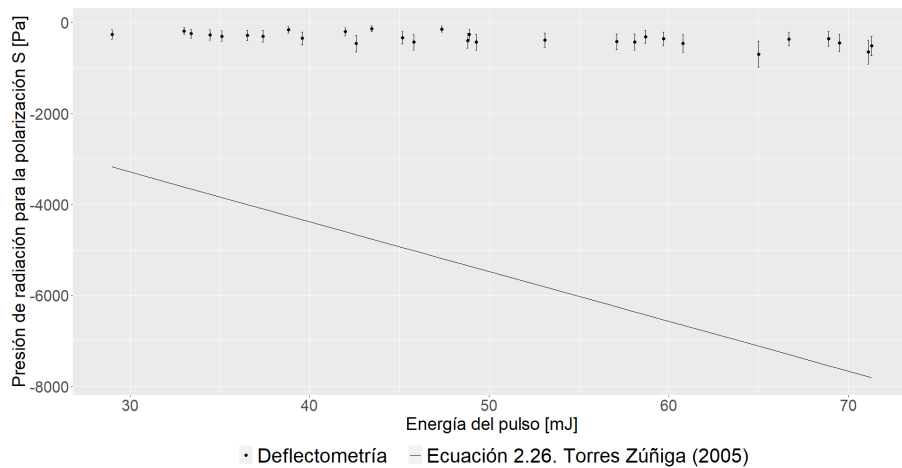


Figura 4.17: Resultados de presión radiométrica a presión atmosférica y con alambres de cobre.

En la figura 4.17 se observa claramente que los datos obtenidos mediante deflec-

tometría son un orden de magnitud menores que los valores predichos. Asimismo, la pendiente de los datos teóricos es mayor que la de los datos medidos, lo que indica que esta ecuación no es adecuada para predecir el fenómeno.

Por otro lado, se compararon los mismos resultados con la predicción realizada por la ecuación 2.36, lo cual se observa en la figura 4.18. Para esto, se consideró la densidad del aire $\rho = 1.293 \frac{Kg}{m^3}$ (Air Mass/Density, 2024 [35]), la densidad de partículas $\rho_p = 2.68 \times 10^{25} \frac{particulas}{m^3}$ y el calor específico del vidrio $c = 837 \frac{J}{Kg K}$ (Serway & Jewett, 2008 [36]). En este caso el área gris corresponde a la incertidumbre predicha por la ecuación 2.37.

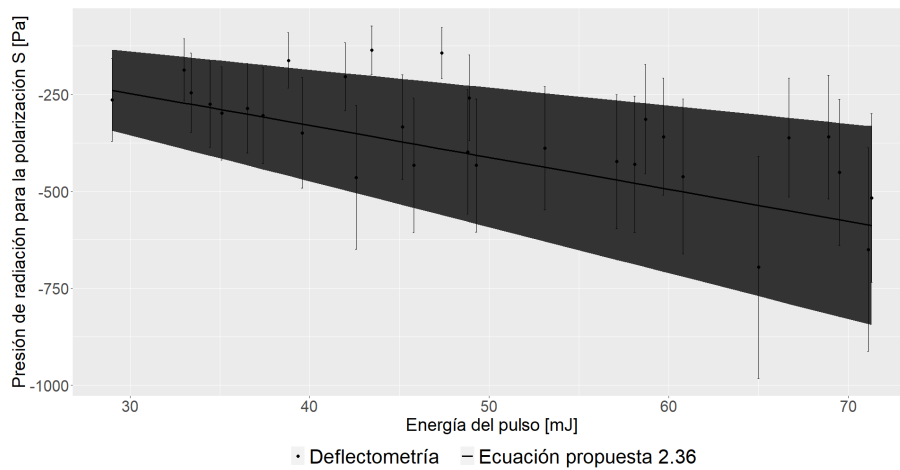


Figura 4.18: Resultados de presión radiométrica a presión atmosférica y con alambres de cobre.

Es importante destacar que, a pesar de los amplios márgenes de error experimental, la ecuación 2.36 predice con mayor precisión el valor experimental de la presión radiométrica en comparación con la ecuación 2.26. En este caso, la mayoría de los resultados coinciden dentro de sus respectivas barras de error y se logra predecir satisfactoriamente el orden de magnitud de las mediciones.

Se realizaron mediciones con un vacío de aproximadamente $8 \times 10^{-2} Torr$, valor obtenido con un medidor analógico de presión marca *MKS* modelo 953. El vacío se generó utilizando una bomba mecánica. Los resultados para la presión de radiación con polarización S, medidos bajo estas condiciones, se observan en la figura 4.19.

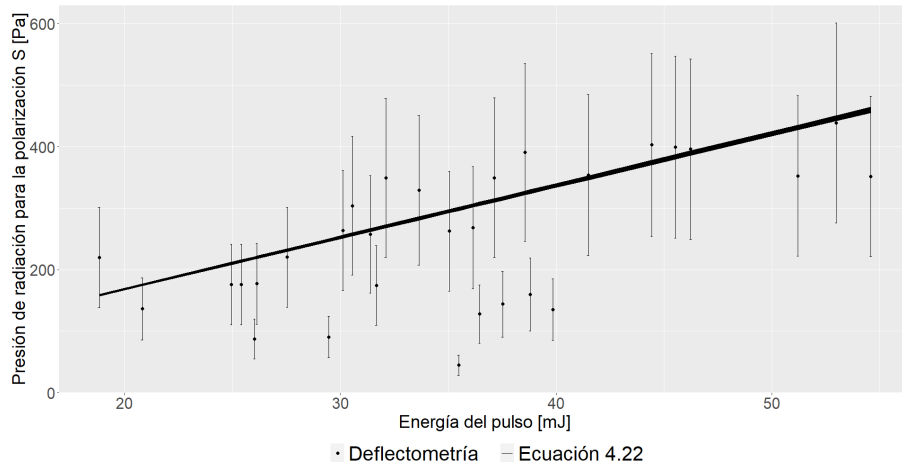


Figura 4.19: Presión de radiación para pulsos con polarización S en vacío y con alambres de cobre.

En la figura 4.19 se observa que, aunque los resultados son similares a los obtenidos en presión atmosférica, en este caso varias mediciones se encuentran significativamente por debajo de lo esperado. Esto podría deberse a que las vibraciones generadas por la bomba mecánica afectan el ángulo de colocación del péndulo de torsión. A pesar de haber ubicado la bomba lo más lejos posible, no fue posible eliminar completamente este efecto.

Análogamente, en la figura 4.20 se observa la gráfica de las mediciones realizadas para la presión de radiación con polarización P. Se puede observar nuevamente que los resultados coinciden con los de la polarización S.

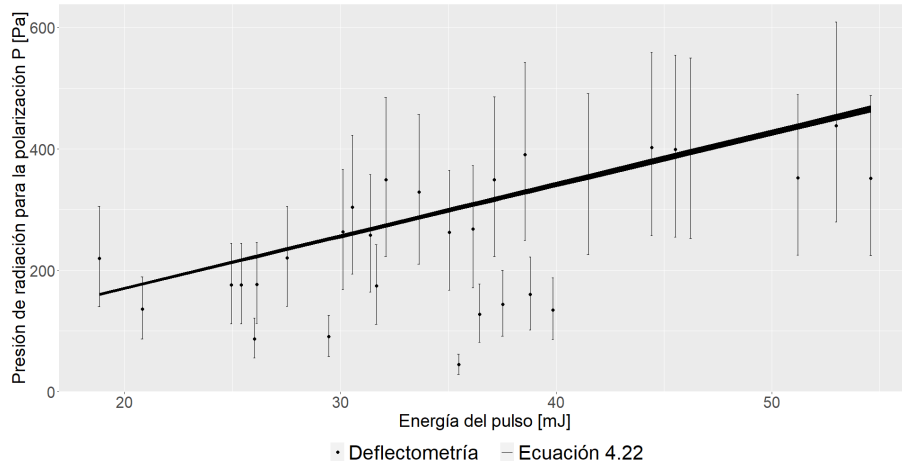


Figura 4.20: Presión de radiación para pulsos con polarización P en vacío y con alambres de cobre.

Por otro lado, en la figura 4.21, se observan las mediciones de presión radiométrica comparadas con la predicción teórica de la ecuación 2.26. En este caso, nuevamente se observa que esta ecuación no predice satisfactoriamente los resultados experimentales observados, quedando la predicción un orden de magnitud alejada de los valores experimentales.

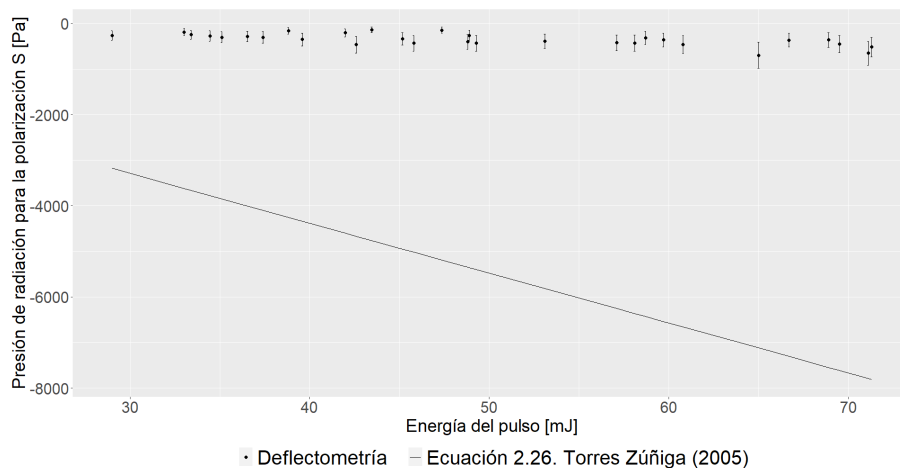


Figura 4.21: Presión radiométrica en vacío y con alambres de cobre.

De igual forma, se compararon los mismos resultados con la predicción realizada por la ecuación 2.36, lo cual se observa en la figura 4.22. De igual manera, se obtiene una mejor correspondencia entre los datos predichos y los valores experimentales que en el caso anterior.

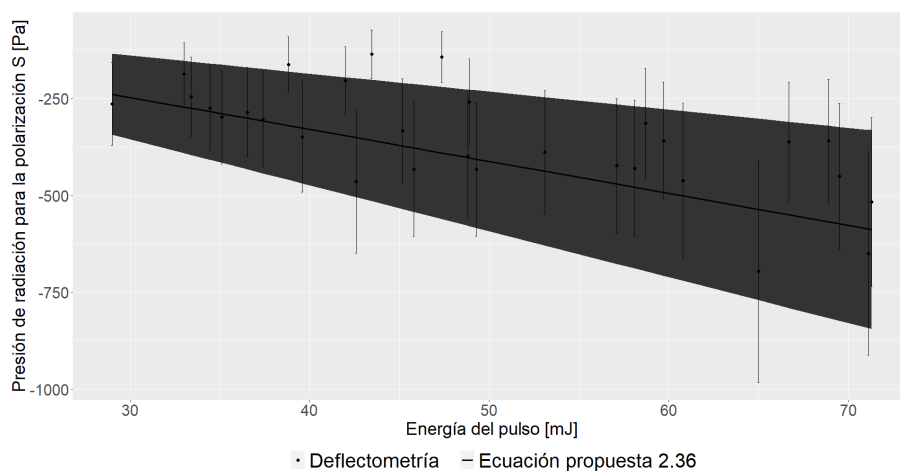


Figura 4.22: Presión radiométrica en vacío y con alambres de cobre.

Resultados para distintas energías por pulso, utilizando un péndulo con alambres de titanio.

De igual manera que lo visto anteriormente, se midió la presión de radiación y la presión radiométrica para treinta energías por pulso distinta. En este caso los alambres del péndulo de torsión estaban hechos de titanio, por lo que el coeficiente de torsión es $G = 45 \text{ GPa}$ (KYOCERA SGS Precision Tools Europe Ltd, 2019 [37]). Sus respectivas longitudes fueron $L_1 = 23.5 \pm 0.04 \text{ mm}$ y $L_2 = 52.44 \pm 0.04 \text{ mm}$; por otro lado, el radio del alambre fue de 0.25 mm .

En la figura 4.23 se observa la gráfica de las mediciones realizadas de presión de radiación para la polarización S. De manera análoga al caso anterior, los puntos en la gráfica representan las mediciones realizadas por deflectometría, en las cuales las barras de error se obtuvieron con la ecuación 4.18. La línea en la gráfica representa la presión de radiación calculada con la ecuación 4.22 y su ancho es el error calculado con la ecuación 4.23.

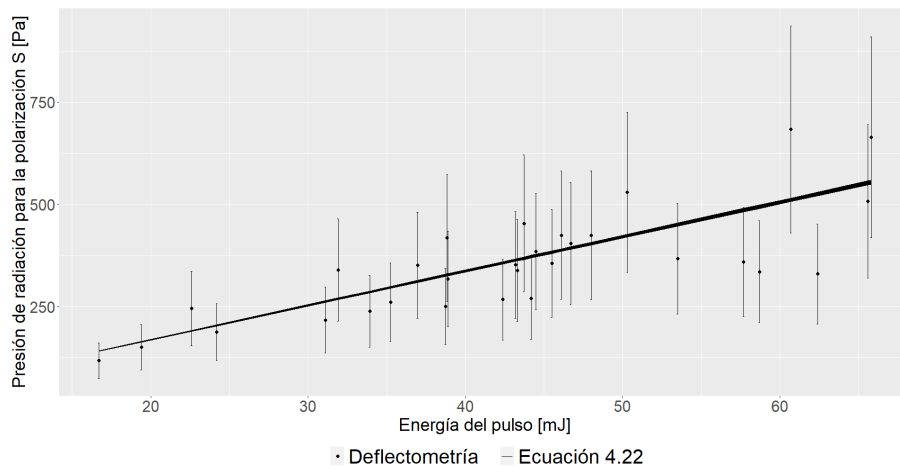


Figura 4.23: Presión de radiación para pulsos con polarización S a presión atmosférica y con alambres de titanio.

Por otro lado, en la figura 4.24 se observa la gráfica de las mediciones realizadas de presión de radiación para la polarización P.

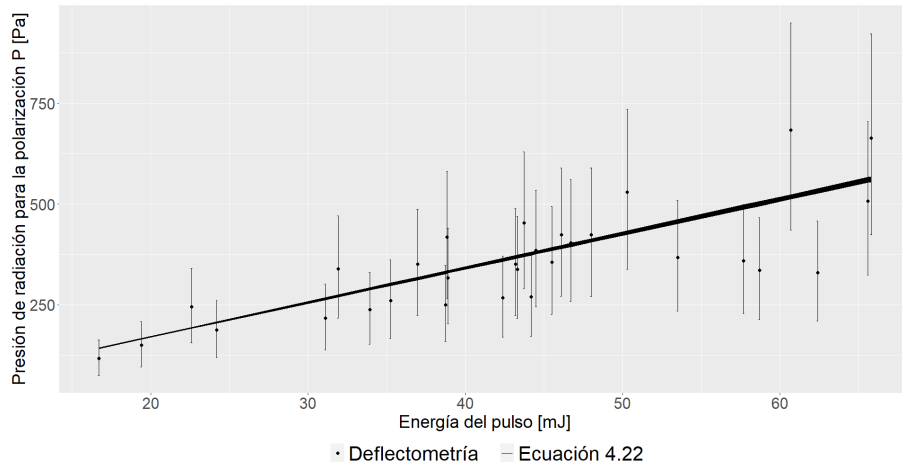


Figura 4.24: Presión de radiación para pulsos con polarización P a presión atmosférica y con alambres de Titanio.

Como se puede apreciar, los resultados obtenidos utilizando alambres de titanio en el péndulo de torsión son muy similares a los obtenidos con alambres de cobre. Sin embargo, para el caso del titanio los resultados son un poco menos dispersos y se acercan mucho más a los calculados. Esto puede deberse a que el alambre de titanio utilizado está mejor caracterizado por el fabricante, dado que está pensado para ser utilizado en prótesis dentales.

Para la presión radiométrica, en la figura 4.25, se observan las mediciones realizadas comparadas con la predicción teórica de la ecuación 2.26 propuesta por Torres Zúñiga (2005) [1]. De igual manera que con los alambres de cobre, esta ecuación no logra predecir de manera satisfactoria los resultados experimentales.



Figura 4.25: Resultados de presión radiométrica a presión atmosférica y con alambres de titanio.

Nuevamente, se compararon los mismos resultados con la predicción realizada por la ecuación 2.36, lo cual se observa en la figura 4.26. De igual forma, esta ecuación si predice de mucho mejor manera lo observado experimentalmente.

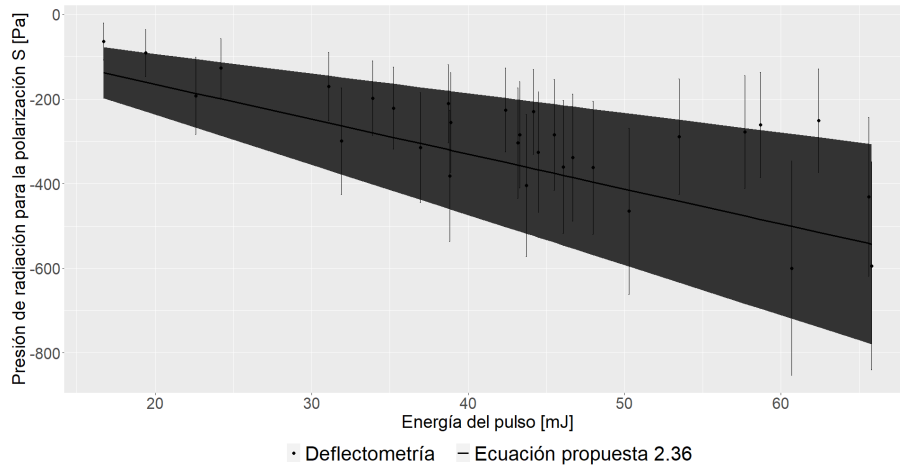


Figura 4.26: Resultados de presión radiométrica a presión atmosférica y con alambres de titanio.

De igual manera, se realizaron mediciones con un vacío de aproximadamente $8 \times 10^{-2} Torr$, generado con una bomba mecánica. Los resultados para la presión de radiación con polarización S, medidos bajo estas condiciones, se observan en la figura 4.27.

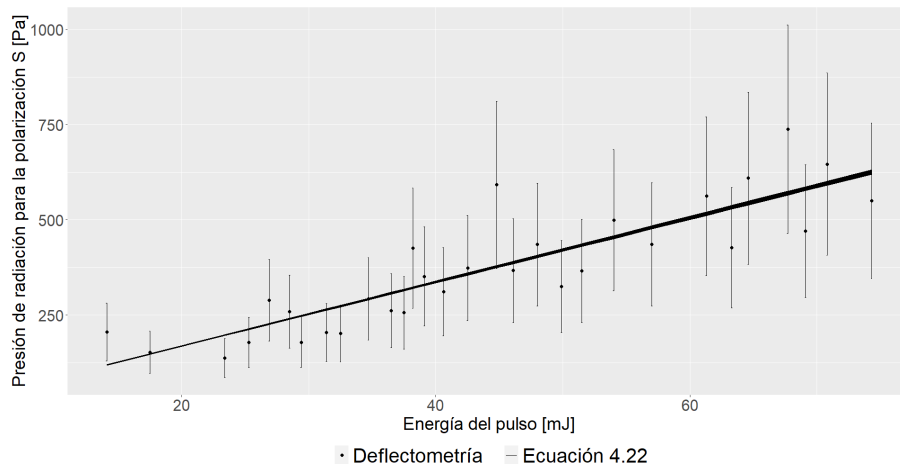


Figura 4.27: Presión de radiación para pulsos con polarización S en vacío y con alambres de titanio.

Análogamente, en la figura 4.28 se observa la gráfica de las mediciones realizadas para la presión de radiación con polarización P.

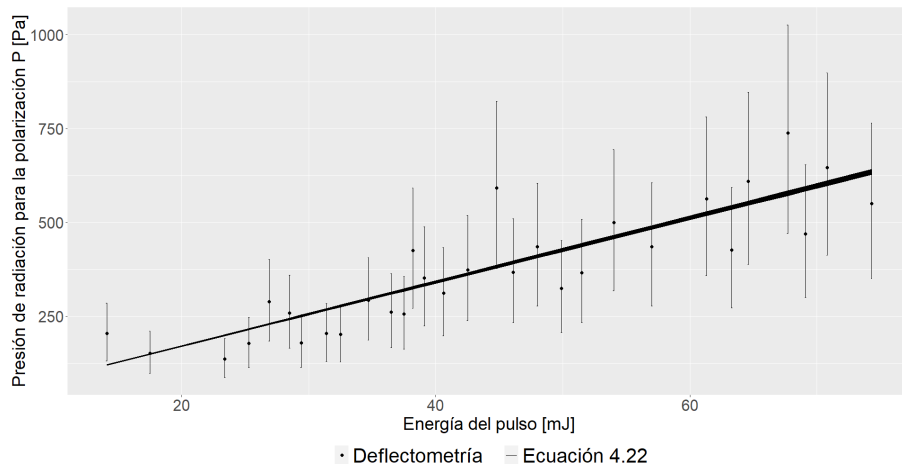


Figura 4.28: Presión de radiación para pulsos con polarización P en vacío y con alambres de titanio.

Por lo visto anteriormente, estos resultados con vacío y alambres de titanio es dónde se observa con mayor claridad la tendencia lineal y su cercanía a los valores calculados.

Por otro lado, en la figura 4.29, se observan las mediciones de presión radiométrica comparadas con la predicción teórica de la ecuación 2.26. De igual manera que en todos los casos anteriores, esta ecuación está muy lejos de poder predecir lo visto en el experimento.

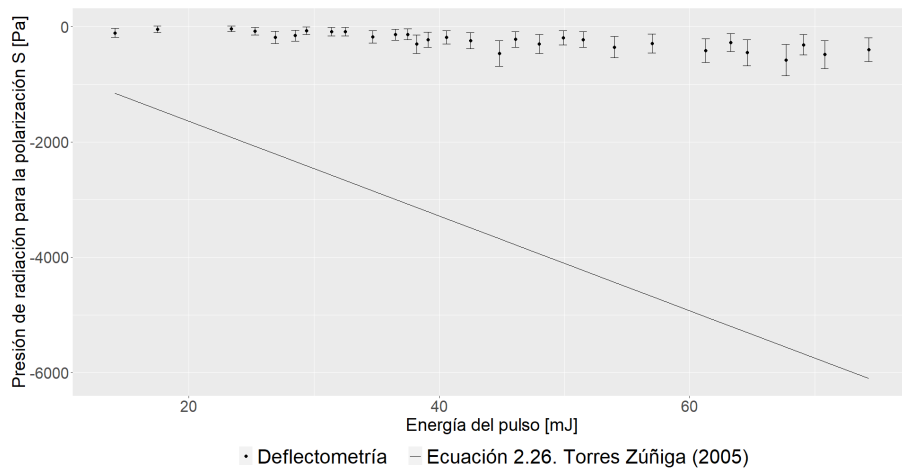


Figura 4.29: Presión radiométrica en vacío y con alambres de titanio.

De igual forma, se compararon los mismos resultados con la predicción realizada por la ecuación 2.36, lo cual se observa en la figura 4.30.

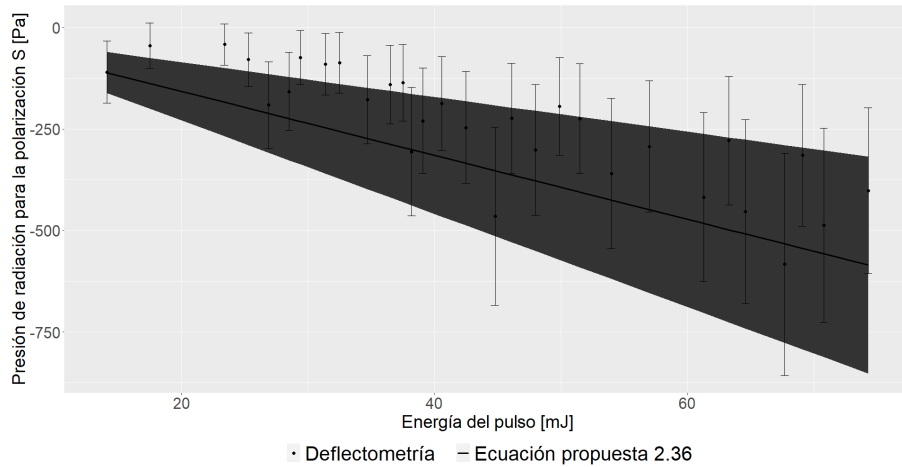


Figura 4.30: Presión radiométrica en vacío y con alambres de titanio.

En este caso, por razones desconocidas, se observa claramente que los resultados experimentales no coinciden con los predichos en la ecuación. Sin embargo, las pendientes si parecen coincidir y la predicción sigue siendo mucho mejor comparada con la otra ecuación.

Comparación entre péndulos

Como se pudo apreciar anteriormente, los resultados al utilizar alambres de cobre o titanio son bastante similares. Esto en cuanto a los valores medidos y sus incertidumbres asociadas. Sin embargo, al ser de materiales con un módulo de torsión distinto y un radio diferente, se obtiene que el ángulo θ_0 que rota el péndulo al recibir el impacto del pulso láser es distinto.

En la figura 4.31 se puede observar el ángulo de giro para ambos péndulos con distintas energías, cuando el pulso presentó polarización S y con presión atmosférica.

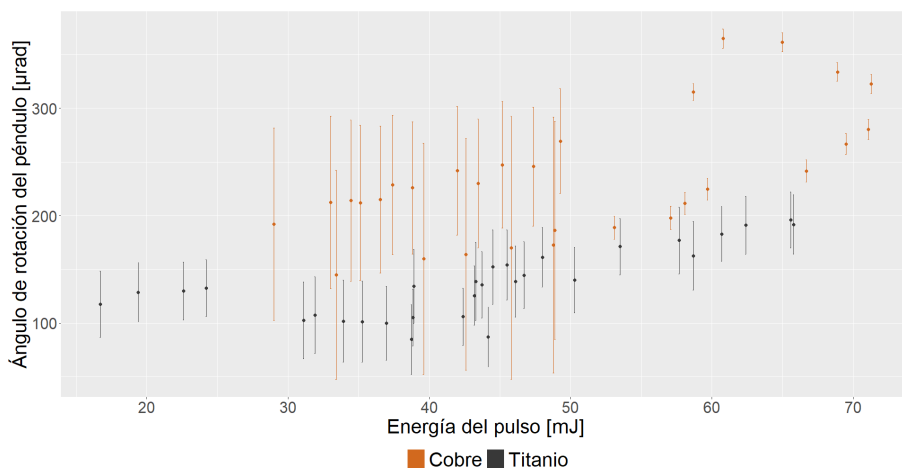


Figura 4.31: Ángulo de rotación de los péndulos según la energía del pulso, con polarización S a presión atmosférica.

De manera análoga, en la figura 4.32 se presentan los ángulos de giro de los péndulos cuando el pulso presentó polarización P.

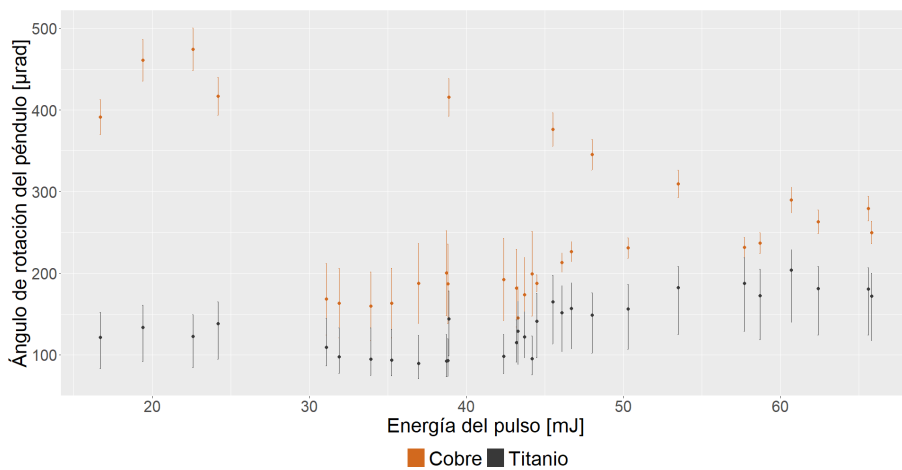


Figura 4.32: Ángulo de rotación de los péndulos según la energía del pulso, con polarización P a presión atmosférica.

De igual forma, en la figura 4.33 se presentan los ángulos de giro de ambos péndulos para la polarización S, está vez para las mediciones realizadas en vacío. La presión en la cámara en este caso fue de aproximadamente $8 \times 10^{-2} Torr$

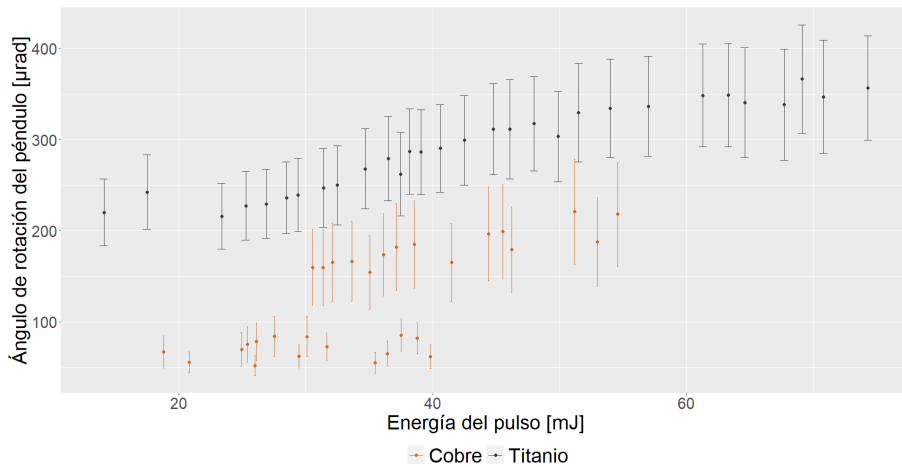


Figura 4.33: Ángulo de rotación de los péndulos según la energía del pulso, con polarización S en vacío.

Por último, en la figura 4.34 se presentan los ángulos de giro de los péndulos cuando el pulso presenta polarización P, y la cámara se encontraba en vacío.

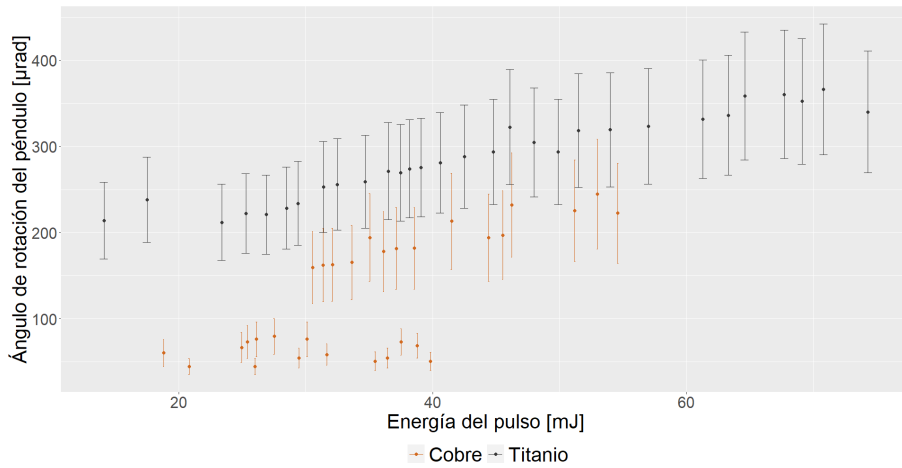


Figura 4.34: Ángulo de rotación de los péndulos según la energía del pulso, con polarización P en vacío.

Como se puede apreciar en estas figuras, el los ángulos de giro para ambos materiales siguen una tendencia lineal, muy similar a lo obtenido para presión de radiación. Sin embargo los resultados si son distintos para cada material, en presión atmosférica el cobre tiene a tener un ángulo de rotación mayor, en cambio en vacío el titanio tiende a ser mayor. Esto se debe a que cada material tiene una constante de torsión G distinta y diámetro distinto.

Si bien, en general se observa una gran dispersión en los datos y barras de error considerables, al estar midiendo en la escala de centenas de microradianes cualquier pequeña perturbación al momento de medir, como simplemente caminar cerca de la cámara, produce que las mediciones se alejen de lo esperado.

5 Conclusiones

Se logró cumplir el objetivo principal al obtener mediciones cuantitativas de la presión de radiación. Esto para ambas polarizaciones, con distintas energías por pulso, utilizando dos alambres de distintos materiales para el péndulo, con presión atmosférica y con vacío.

Adicionalmente a esto, se consiguió medir la presión radiométrica, se comprobó que la ecuación 2.26, propuesta por Torres Zuñiga (2005) [1], no logra describir satisfactoriamente el fenómeno observado. Por otro lado la ecuación 2.36, propuesta en este trabajo, logra realizar predicciones dentro del orden de magnitud de las mediciones, sin embargo, las incertidumbres asociadas son tan grandes que es difícil concluir que realmente describe en su totalidad al efecto radiométrico.

Realizar mediciones en vacío y a presión atmosférica permitió observar que la presión de radiación es un fenómeno independiente de los alrededores al objeto sobre el cual la luz incide. En cambio, se observó una ligera disminución en la magnitud de la presión radiométrica en las mediciones en vacío. Esto confirma que este fenómeno depende de los alrededores del sistema.

Utilizar alambres de cobre y titanio en el péndulo fue útil para dar validez a las mediciones. Dado que al modificar el coeficiente de torsión y el radio del alambre, el ángulo de deflexión cambia, sin embargo, tomando esto en consideración los resultados de presión de radiación siguen siendo análogos.

Por lo tanto, se puede decir que el método de deflectometría permite realizar mediciones cuantitativas de presión de radiación. Para obtener una mayor precisión se pueden utilizar otros métodos como interferometría o calcular directamente la presión de radiación, como también se realizó. La gran ventaja que tiene la deflectometría sobre otros métodos es la posibilidad de obtener mediciones de la presión radiométrica, además de que requiere un equipo de detección menos especializado.

Como posibles trabajos a futuro se propone, buscar distintas maneras de medir la presión radiométrica para obtener mayor precisión en las mediciones y poder

comparar con las mediciones realizadas con deflectometría. Además, es necesario obtener un modelo teórico que describa este fenómeno satisfactoriamente y que, a diferencia de la ecuación propuesta 2.36, no dependa de mediciones experimentales.

Igualmente, sería interesante cambiar el objeto sobre el cual la luz incide. En lugar de usar un vidrio transparente se podría usar algún materia con una absorbancia distinta o lamina de algún metal que no transmita la luz pero sea mucho más reflectante.

A Marco teórico adicional

Teoría matemática

Distribución gaussiana

Por lo dicho por Rincon (2012) [4], la distribución gaussiana, también llamada distribución normal, se define a partir de la siguiente función de densidad de probabilidad :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{A.1})$$

Donde el parámetro μ indica el origen en el eje x y el parámetro σ^2 es la distancia desde μ a cualquiera de los puntos de inflexión de la función. A la raíz de σ^2 , es decir σ , se le conoce como desviación estándar.

Derivada numérica

Teniendo un conjunto de puntos de una función $f(x)$ que se desean derivar respecto a x , tal que en x se cumple que para cada par de puntos:

$$h = x_i - x_{i-1} \quad (\text{A.2})$$

Donde h es constante. Por lo dicho por Burden y Faires (2010) [7], se puede utilizar la fórmula del punto medio para aproximar la derivada de la siguiente manera:

$$\frac{df(x_0)}{dx} \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{2h} \quad (\text{A.3})$$

donde el error asociado a esta aproximación es del orden de $h^2/6$.

Función error

La función error, también conocida como función error de Gauss, se define como la siguiente integral (Andrews (1998) [8]):

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (\text{A.4})$$

Asimismo, según Wolfram Research, Inc., n.d. [9], la función inversa de la función error es tal que:

$$\operatorname{erf}^{-1}(\operatorname{erf}(x)) = x \quad (\text{A.5})$$

A su vez, se puede definir en serie de potencias de la siguiente manera:

$$\operatorname{erf}^{-1}(x) = \sqrt{\pi} \left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{24}x^3 + \frac{7\pi^2}{960}x^5 + \frac{127\pi^3}{80640}x^7 + \dots \right) \quad (\text{A.6})$$

Esta función inversa tiene la propiedad de ser impar y su derivada está dada por:

$$\frac{d\operatorname{erf}^{-1}(x)}{dx} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{(\operatorname{erf}^{-1}(x))^2} \quad (\text{A.7})$$

Propagación de incertidumbres

Según lo dicho por Noda (2005) [6], al tener dos mediciones $X = X_0 \pm \delta X$ y $Y = Y_0 \pm \delta Y$, sus incertidumbres se propagan de las siguientes maneras al realizar operaciones:

- Suma

$$X + Y = (X_0 + Y_0) \pm (\delta X + \delta Y) \quad (\text{A.8})$$

- Resta

$$X - Y = (X_0 - Y_0) \pm (\delta X + \delta Y) \quad (\text{A.9})$$

- Multiplicación

$$X * Y = X_0 * Y_0 \pm (Y\delta X + X\delta Y) \quad (\text{A.10})$$

- División

$$\frac{X}{Y} = \frac{X_0}{Y_0} \pm \frac{X_0\delta Y + Y_0\delta X}{Y_0^2} \quad (\text{A.11})$$

- Potenciación

$$X^n = X_0^n \pm |n| \frac{\delta X}{X_0} \quad (\text{A.12})$$

- Funciones

$$f(X) = f(X_0) \pm \frac{\partial f(X_0)}{\partial X} \delta X \quad (\text{A.13})$$

Ajuste de curvas

Ajustar una curva es el proceso de encontrar una función analítica que se adapte a un conjunto de datos. Esto es útil cuando se quiere encontrar la tendencia que sigue un conjunto de datos, remover ruido de una función, extraer parámetros útiles de la curva o encontrar relaciones entre variables. (Antoniadis y Antoniadis, 2024 [29])

Para saber si una curva de ajuste es adecuada, o que tan bien ajusta al conjunto de datos del que se obtuvo, se utilizan estadísticas de bondad de ajuste. La aplicación *Curve fitter* de *Matlab* [30] arroja las siguientes estadísticas de bondad de ajuste y las define de la siguiente manera:

Suma de cuadrados debidos al error (SSE)

Esta estadística mide la suma de las diferencias al cuadrado entre los valores predichos con el ajuste y los valores medidos, esto a su vez ajustado con una función de peso. Matemáticamente se define como:

$$SSE = \sum_{i=1}^n w_i (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (\text{A.14})$$

Dónde n es el número de mediciones, w_i es el peso correspondiente a cada medición, y_i son los datos medidos y \hat{y}_i son los datos predichos con el ajuste. Un valor más cercano a 0 indica que el modelo tiene un componente de error aleatorio menor y que el ajuste será más útil para predecir.

Coefficiente de determinación (R^2)

El coeficiente de determinación o R^2 , es el cuadrado de la correlación entre los valores medidos y los de predichos. Este se define como el cociente de la suma de cuadrados de la regresión (SSR) y la suma total de cuadrados (SST).

La suma de cuadrados de la regresión (SSR) es la suma de las diferencias al cuadrado entre los valores predichos por el ajuste y el promedio de los valores medidos, ajustada con una función de peso. Se define como:

$$SSR = \sum_{i=1}^n w_i (\hat{y}_i - \bar{y})^2 \quad (\text{A.15})$$

Donde n es el numero de mediciones, w_i es el peso correspondiente a cada medición, \hat{y}_i son los datos predichos con el ajuste y \bar{y} es el promedio de los datos medidos.

La suma total de cuadrados (SST) es la suma de las diferencias al cuadrado entre los valores medidos y el promedio de los predichos por el ajuste. Se define como:

$$SST = \sum_{i=1}^n w_i (y_i - \bar{y})^2 \quad (\text{A.16})$$

Por lo tanto R^2 es el cociente entre estos dos parámetros, estando definido como:

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} \quad (\text{A.17})$$

R^2 puede asumir valores entre 0 y 1, un valor más cercano al 1 indica que el modelo explica una mayor proporción de varianza. Por ejemplo, si se tiene un valor de $R^2 = 0.8234$, significa que el ajuste explica un 82.34 % de la variación total de los datos sobre el promedio.

Grados de libertad de R^2 ajustado

Esta estadística utiliza el coeficiente R-cuadrado descrito anteriormente y lo ajusta según el número de variables independientes que se tengan.

La estadística de R-cuadrado ajustado suele ser el mejor indicador de la calidad de ajuste cuando se comparan dos modelos que están anidados, es decir, una serie de modelos en los que cada uno de ellos añade coeficientes adicionales al modelo anterior. Se define como:

$$adjusted - R^2 = 1 - \frac{(1 - R^2)(n - 1)}{n - p - 1} \quad (\text{A.18})$$

Donde n es el número de valores medidos y p es la cantidad de variables independientes del sistema.

Raíz del error cuadrático medio (MSE)

A esta estadística también se le conoce como error estándar de ajuste o error estándar de la regresión. Es una estimación de la desviación estándar de los datos, y se define como:

$$MSE = \frac{SSE}{n} \quad (\text{A.19})$$

Igual que la SSE, un valor MSE más cercano a 0 indica un ajuste que es más útil para la predicción.

B Tablas de resultados

En las siguientes tablas se presentan los resultados tal como se obtuvieron experimentalmente. Debido a que las mediciones se realizaron a lo largo de distintos días y a que el propio funcionamiento del Q-switch del láser Nd:YAG no permite controlar la energía de manera precisa, las energías reportadas no llevan un orden concreto.

Cuadro B.1: Tabla de resultados para la polarización S, sin vacío y con alambres de cobre.

Energía por pulso [mJ]	Presión de radiación para la polarización S obtenida por deflectometría [Pa]	Presión de radiación para la polarización S calculada con la ecuación 4.22[Pa]	Error porcentual entre ambos resultados [%]
49.28 ± 1.148	480.629 ± 178.168	414.955 ± 4.495	15.827
47.37 ± 1.11	184.506 ± 68.396	398.873 ± 4.324	53.743
45.18 ± 1.24	377.433 ± 139.914	380.432 ± 4.221	0.788
43.46 ± 1.385	174.096 ± 64.537	365.949 ± 4.162	52.426
41.98 ± 1.24	245.482 ± 91	353.487 ± 3.968	30.554
38.82 ± 1.19	200.411 ± 74.292	326.878 ± 3.692	38.689
37.41 ± 1.11	344.531 ± 127.717	315.006 ± 3.539	9.373
36.54 ± 1.096	323.227 ± 119.82	307.68 ± 3.463	5.053
35.11 ± 1.09	335.928 ± 124.528	295.639 ± 3.347	13.628
34.45 ± 1.24	312.3 ± 115.769	290.081 ± 3.374	7.659
33.02 ± 1.018	222.744 ± 82.571	278.04 ± 3.144	19.888
29 ± 1.26	298.142 ± 110.521	244.191 ± 2.955	22.094
33.4 ± 1.4	287.084 ± 106.421	281.24 ± 3.377	2.078
39.6 ± 2.2	397.579 ± 147.382	333.446 ± 4.29	19.233
42.6 ± 0.8	517.449 ± 191.817	358.707 ± 3.784	44.254
45.8 ± 1.2	486.18 ± 180.226	385.653 ± 4.248	26.067
48.8 ± 1.2	450.673 ± 167.064	410.914 ± 4.485	9.676
48.9 ± 1.4	309.383 ± 114.688	411.756 ± 4.599	24.862
53.1 ± 0.8	444.853 ± 164.906	447.121 ± 4.612	0.507
57.1 ± 1.2	482.61 ± 178.903	480.803 ± 5.139	0.376
58.1 ± 1.8	492.49 ± 182.565	489.223 ± 5.536	0.668
59.7 ± 1	421.74 ± 156.338	502.696 ± 5.238	16.104
66.7 ± 1.8	428.093 ± 158.693	561.638 ± 6.215	23.778
69.5 ± 1.4	526.41 ± 195.139	585.215 ± 6.223	10.048
71.1 ± 1.6	735.746 ± 272.74	598.688 ± 6.455	22.893
71.3 ± 1.5	606.989 ± 225.01	600.372 ± 6.418	1.102
68.9 ± 1.9	446.635 ± 165.567	580.163 ± 6.441	23.016
65 ± 1.4	800.996 ± 296.928	547.324 ± 5.868	46.348
60.8 ± 1.1	558.694 ± 207.107	511.958 ± 5.378	9.129
58.7 ± 1.2	395.006 ± 146.428	494.275 ± 5.265	20.084

Cuadro B.2: Tabla de resultados para la polarización S, en vacío y con alambres de cobre.

Energía por pulso [mJ]	Presión de radiación para la polarización S obtenida por deflectometría [Pa]	Presión de radiación para la polarización S calculada con la ecuación 4.22[Pa]	Error porcentual entre ambos resultados [%]
24.95 ± 0.805	175.876 ± 65.197	210.088 ± 2.395	16.284
25.41 ± 1.008	175.99 ± 65.239	213.961 ± 2.539	17.747
30.12 ± 1.02	263.705 ± 97.755	253.621 ± 2.916	3.976
27.53 ± 0.928	220.181 ± 81.621	231.813 ± 2.663	5.018
26.13 ± 0.993	177.075 ± 65.641	220.024 ± 2.587	19.520
18.82 ± 0.794	219.724 ± 81.451	158.471 ± 1.905	38.653
41.49 ± 1.256	353.745 ± 131.133	349.361 ± 3.938	1.255
30.56 ± 1.002	303.935 ± 112.668	257.326 ± 2.941	18.113
31.39 ± 0.866	257.666 ± 95.516	264.315 ± 2.935	2.516
32.11 ± 0.84	349.247 ± 129.465	270.378 ± 2.978	29.170
33.64 ± 0.971	329.127 ± 122.007	283.261 ± 3.168	16.192
35.05 ± 0.908	262.824 ± 97.428	295.134 ± 3.246	10.947
36.15 ± 0.878	267.967 ± 99.335	304.396 ± 3.316	11.968
37.14 ± 0.889	349.5 ± 129.559	312.732 ± 3.4	11.757
38.56 ± 0.874	390.472 ± 144.747	324.689 ± 3.504	20.260
44.43 ± 0.908	402.744 ± 149.297	374.117 ± 3.985	7.652
46.24 ± 0.896	395.817 ± 146.729	389.358 ± 4.122	1.659
45.53 ± 1.107	398.953 ± 147.891	383.379 ± 4.178	4.062
52.98 ± 0.815	438.603 ± 162.589	446.111 ± 4.61	1.683
54.59 ± 0.902	351.64 ± 130.352	459.668 ± 4.783	23.501
51.21 ± 0.907	352.296 ± 130.596	431.207 ± 4.519	18.300
29.47 ± 0.801	90.489 ± 33.544	248.148 ± 2.749	63.534
31.67 ± 0.732	174.349 ± 64.631	266.673 ± 2.886	34.621
38.8 ± 1.065	159.948 ± 59.293	326.71 ± 3.625	51.043
37.52 ± 0.892	144.134 ± 53.43	315.932 ± 3.432	54.378
35.48 ± 0.803	44.619 ± 16.54	298.754 ± 3.224	85.065
36.46 ± 0.772	127.784 ± 47.369	307.006 ± 3.285	58.377
39.85 ± 0.769	134.919 ± 50.014	335.551 ± 3.55	59.792
26.02 ± 0.804	87.234 ± 32.337	219.098 ± 2.478	60.185
20.82 ± 0.603	136.382 ± 50.557	175.312 ± 1.962	22.206

Cuadro B.3: Tabla de resultados para la polarización P, sin vacío y con alambres de cobre.

Energía por pulso [mJ]	Presión de radiación para la polarización P obtenida por deflectometría [Pa]	Presión de radiación para la polarización P calculada con la ecuación 4.22[Pa]	Error porcentual entre ambos resultados [%]
49.28 ± 1.148	487.242 ± 180.614	420.665 ± 5.4	15.827
47.37 ± 1.11	187.045 ± 69.335	404.361 ± 5.195	53.743
45.18 ± 1.24	382.627 ± 141.835	385.667 ± 5.072	0.788
43.46 ± 1.385	176.491 ± 65.423	370.984 ± 5.003	52.426
41.98 ± 1.24	248.859 ± 92.249	358.351 ± 4.77	30.554
38.82 ± 1.19	203.168 ± 75.312	331.376 ± 4.439	38.689
37.41 ± 1.11	349.272 ± 129.47	319.34 ± 4.254	9.373
36.54 ± 1.096	327.675 ± 121.465	311.914 ± 4.162	5.053
35.11 ± 1.09	340.551 ± 126.238	299.707 ± 4.023	13.628
34.45 ± 1.24	316.597 ± 117.358	294.073 ± 4.058	7.659
33.02 ± 1.018	225.809 ± 83.704	281.866 ± 3.779	19.888
29 ± 1.26	302.244 ± 112.038	247.551 ± 3.556	22.094
33.4 ± 1.4	291.034 ± 107.882	285.11 ± 4.062	2.078
39.6 ± 2.2	403.05 ± 149.405	338.035 ± 5.165	19.233
42.6 ± 0.8	524.569 ± 194.451	363.643 ± 4.544	44.254
45.8 ± 1.2	492.87 ± 182.7	390.959 ± 5.105	26.067
48.8 ± 1.2	456.874 ± 169.357	416.568 ± 5.388	9.676
48.9 ± 1.4	313.64 ± 116.262	417.421 ± 5.527	24.862
53.1 ± 0.8	450.974 ± 167.17	453.274 ± 5.536	0.507
57.1 ± 1.2	489.251 ± 181.359	487.418 ± 6.173	0.376
58.1 ± 1.8	499.267 ± 185.072	495.955 ± 6.655	0.668
59.7 ± 1	427.543 ± 158.484	509.613 ± 6.289	16.104
66.7 ± 1.8	433.983 ± 160.872	569.366 ± 7.468	23.778
69.5 ± 1.4	533.653 ± 197.818	593.268 ± 7.474	10.048
71.1 ± 1.6	745.87 ± 276.484	606.926 ± 7.755	22.893
71.3 ± 1.5	615.342 ± 228.099	608.633 ± 7.709	1.102
68.9 ± 1.9	452.781 ± 167.84	588.146 ± 7.741	23.016
65 ± 1.4	812.017 ± 301.004	554.855 ± 7.049	46.348
60.8 ± 1.1	566.381 ± 209.95	519.003 ± 6.458	9.129
58.7 ± 1.2	400.441 ± 148.438	501.076 ± 6.324	20.084

Cuadro B.4: Tabla de resultados para la polarización P, con vacío y con alambres de cobre.

Energía por pulso [mJ]	Presión de radiación para la polarización P obtenida por deflectometría [Pa]	Presión de radiación para la polarización P calculada con la ecuación 4.22[Pa]	Error porcentual entre ambos resultados [%]
24.95 ± 0.805	178.296 ± 66.092	212.979 ± 2.879	16.284
25.41 ± 1.008	178.411 ± 66.135	216.905 ± 3.053	17.747
30.12 ± 1.02	267.334 ± 99.097	257.111 ± 3.506	3.976
27.53 ± 0.928	223.211 ± 82.741	235.002 ± 3.202	5.018
26.13 ± 0.993	179.512 ± 66.543	223.052 ± 3.112	19.520
18.82 ± 0.794	222.748 ± 82.57	160.652 ± 2.292	38.653
41.49 ± 1.256	358.613 ± 132.933	354.168 ± 4.734	1.255
30.56 ± 1.002	308.118 ± 114.215	260.867 ± 3.536	18.113
31.39 ± 0.866	261.211 ± 96.828	267.952 ± 3.527	2.516
32.11 ± 0.84	354.053 ± 131.243	274.098 ± 3.578	29.170
33.64 ± 0.971	333.656 ± 123.682	287.159 ± 3.807	16.192
35.05 ± 0.908	266.44 ± 98.766	299.195 ± 3.9	10.947
36.15 ± 0.878	271.654 ± 100.699	308.585 ± 3.985	11.968
37.14 ± 0.889	354.309 ± 131.338	317.035 ± 4.085	11.757
38.56 ± 0.874	395.845 ± 146.735	329.157 ± 4.21	20.260
44.43 ± 0.908	408.286 ± 151.346	379.264 ± 4.787	7.652
46.24 ± 0.896	401.263 ± 148.743	394.715 ± 4.95	1.659
45.53 ± 1.107	404.443 ± 149.922	388.654 ± 5.019	4.062
52.98 ± 0.815	444.638 ± 164.821	452.249 ± 5.535	1.683
54.59 ± 0.902	356.478 ± 132.142	465.993 ± 5.743	23.501
51.21 ± 0.907	357.144 ± 132.389	437.14 ± 5.427	18.300
29.47 ± 0.801	91.734 ± 34.005	251.563 ± 3.303	63.534
31.67 ± 0.732	176.748 ± 65.518	270.342 ± 3.467	34.621
38.8 ± 1.065	162.149 ± 60.107	331.206 ± 4.356	51.043
37.52 ± 0.892	146.117 ± 54.164	320.279 ± 4.123	54.378
35.48 ± 0.803	45.233 ± 16.767	302.865 ± 3.873	85.065
36.46 ± 0.772	129.542 ± 48.02	311.231 ± 3.945	58.377
39.85 ± 0.769	136.775 ± 50.701	340.169 ± 4.264	59.792
26.02 ± 0.804	88.434 ± 32.781	222.113 ± 2.979	60.185
20.82 ± 0.603	138.258 ± 51.251	177.724 ± 2.358	22.206

Cuadro B.5: Tabla de resultados para la polarización S, sin vacío y con alambres de titanio.

Energía por pulso [mJ]	Presión de radiación para la polarización S obtenida por deflectometría [Pa]	Presión de radiación para la polarización S calculada con la ecuación 4.22[Pa]	Error porcentual entre ambos resultados [%]
44.18 ± 0.968	270.099 ± 100.125	372.012 ± 3.997	27.395
38.74 ± 0.945	249.913 ± 92.642	326.205 ± 3.556	23.388
36.97 ± 0.998	350.479 ± 129.922	311.301 ± 3.445	12.585
38.84 ± 1.031	418.184 ± 155.02	327.047 ± 3.61	27.867
42.39 ± 0.922	267.305 ± 99.09	356.939 ± 3.832	25.112
43.19 ± 0.923	351.568 ± 130.326	363.675 ± 3.895	3.329
43.72 ± 0.917	453.533 ± 168.124	368.138 ± 3.934	23.196
35.24 ± 0.791	260.572 ± 96.594	296.734 ± 3.198	12.187
33.92 ± 0.71	237.989 ± 88.222	285.619 ± 3.051	16.676
31.91 ± 0.912	339.374 ± 125.805	268.694 ± 3	26.305
31.1 ± 0.725	216.918 ± 80.411	261.873 ± 2.837	17.167
43.3 ± 0.5	338.325 ± 125.416	364.602 ± 3.68	7.207
44.5 ± 0.5	385.073 ± 142.746	374.706 ± 3.774	2.767
46.1 ± 0.5	424.104 ± 157.215	388.179 ± 3.9	9.255
46.7 ± 0.8	404.412 ± 149.915	393.231 ± 4.107	2.843
50.3 ± 1	529.399 ± 196.247	423.544 ± 4.497	24.993
57.7 ± 1.2	359.297 ± 133.191	485.855 ± 5.187	26.049
58.7 ± 1	335.204 ± 124.259	494.275 ± 5.159	32.183
65.8 ± 1	663.863 ± 246.093	554.06 ± 5.719	19.818
62.4 ± 0.4	329.475 ± 122.136	525.431 ± 5.133	37.294
65.6 ± 1.5	507.48 ± 188.122	552.376 ± 5.969	8.128
60.7 ± 0.5	683.527 ± 253.382	511.116 ± 5.052	33.732
53.5 ± 1.1	367.273 ± 136.148	450.489 ± 4.802	18.472
48 ± 0.5	424.198 ± 157.249	404.177 ± 4.05	4.953
45.5 ± 0.7	355.455 ± 131.767	383.126 ± 3.959	7.223
38.9 ± 0.3	317.322 ± 117.631	327.552 ± 3.227	3.123
24.2 ± 0.2	187.344 ± 69.448	203.773 ± 2.014	8.062
22.6 ± 0.2	244.952 ± 90.803	190.3 ± 1.888	28.719
19.4 ± 0.2	150.068 ± 55.63	163.355 ± 1.636	8.134
16.7 ± 0.05	117.359 ± 43.505	140.62 ± 1.343	16.541

Cuadro B.6: Tabla de resultados para la polarización S, con vacío y con alambres de titanio.

Energía por pulso [mJ]	Presión de radiación para la polarización S obtenida por deflectometría [Pa]	Presión de radiación para la polarización S calculada con la ecuación 4.22[Pa]	Error porcentual entre ambos resultados [%]
17.5 ± 0.968	152.072 ± 56.373	147.356 ± 1.804	3.200
14.11 ± 0.945	205.039 ± 76.007	118.811 ± 1.533	72.575
74.3 ± 0.998	550.213 ± 203.963	625.633 ± 6.389	12.055
70.8 ± 1.031	646.26 ± 239.568	596.162 ± 6.113	8.404
69.1 ± 0.922	469.993 ± 174.226	581.847 ± 5.979	19.224
67.7 ± 0.923	738.421 ± 273.732	570.059 ± 5.869	29.534
64.6 ± 0.917	609.432 ± 225.915	543.955 ± 5.625	12.037
63.3 ± 0.791	427.092 ± 158.322	533.009 ± 5.522	19.872
61.3 ± 0.71	562.415 ± 208.486	516.168 ± 5.364	8.960
57 ± 0.912	435.451 ± 161.421	479.961 ± 5.025	9.274
54 ± 0.725	499.17 ± 185.041	454.7 ± 4.789	9.780
51.5 ± 0.5	365.819 ± 135.609	433.649 ± 4.592	15.642
49.9 ± 0.5	324.825 ± 120.412	420.176 ± 4.465	22.693
48 ± 0.5	435.424 ± 161.411	404.177 ± 4.316	7.731
46.1 ± 0.8	366.808 ± 135.975	388.179 ± 4.166	5.505
44.8 ± 1	591.947 ± 219.434	377.232 ± 4.063	56.918
42.5 ± 1.2	373.268 ± 138.37	357.865 ± 3.882	4.304
40.6 ± 1	311.457 ± 115.456	341.867 ± 3.732	8.895
39.1 ± 1	351.611 ± 130.342	329.236 ± 3.614	6.796
38.2 ± 0.4	425.742 ± 157.822	321.658 ± 3.543	32.359
37.5 ± 1.5	255.986 ± 94.894	315.764 ± 3.488	18.931
36.5 ± 0.5	261.807 ± 97.051	307.343 ± 3.409	14.816
34.7 ± 1.1	292.593 ± 108.464	292.187 ± 3.267	0.139
32.5 ± 0.5	201.411 ± 74.663	273.662 ± 3.093	26.402
31.4 ± 0.7	203.964 ± 75.609	264.399 ± 2.688	22.858
29.4 ± 0.3	178.664 ± 66.23	247.559 ± 2.849	27.830
28.5 ± 0.2	258.926 ± 95.984	239.98 ± 2.778	7.895
26.9 ± 0.2	288.418 ± 106.916	226.508 ± 2.227	27.332
25.3 ± 0.2	178.394 ± 66.13	213.035 ± 2.101	16.261
23.4 ± 0.05	136.87 ± 50.738	197.036 ± 1.951	30.535

Cuadro B.7: Tabla de resultados para la polarización P, sin vacío y con alambres de titanio.

Energía por pulso [mJ]	Presión de radiación para la polarización P obtenida por deflectometría [Pa]	Presión de radiación para la polarización P calculada con la ecuación 4.22[Pa]	Error porcentual entre ambos resultados [%]
44.18 ± 0.968	273.815 ± 101.5	377.13 ± 4.802	27.395
38.74 ± 0.945	253.351 ± 93.914	330.693 ± 4.273	23.388
36.97 ± 0.998	355.302 ± 131.706	315.584 ± 4.14	12.585
38.84 ± 1.031	423.939 ± 157.148	331.547 ± 4.338	27.867
42.39 ± 0.922	270.983 ± 100.45	361.851 ± 4.603	25.112
43.19 ± 0.923	356.406 ± 132.115	368.68 ± 4.679	3.329
43.72 ± 0.917	459.773 ± 170.432	373.204 ± 4.725	23.196
35.24 ± 0.791	264.157 ± 97.92	300.817 ± 3.842	12.187
33.92 ± 0.71	241.264 ± 89.433	289.549 ± 3.665	16.676
31.91 ± 0.912	344.044 ± 127.532	272.391 ± 3.606	26.305
31.1 ± 0.725	219.903 ± 81.515	265.477 ± 3.408	17.167
43.3 ± 0.5	342.98 ± 127.138	369.619 ± 4.416	7.207
44.5 ± 0.5	390.372 ± 144.706	379.862 ± 4.529	2.767
46.1 ± 0.5	429.94 ± 159.373	393.52 ± 4.681	9.255
46.7 ± 0.8	409.977 ± 151.973	398.642 ± 4.931	2.843
50.3 ± 1	536.684 ± 198.942	429.372 ± 5.401	24.993
57.7 ± 1.2	364.241 ± 135.019	492.54 ± 6.23	26.049
58.7 ± 1	339.816 ± 125.965	501.076 ± 6.195	32.183
65.8 ± 1	672.998 ± 249.471	561.684 ± 6.866	19.818
62.4 ± 0.4	334.008 ± 123.813	532.66 ± 6.157	37.294
65.6 ± 1.5	514.463 ± 190.705	559.976 ± 7.17	8.128
60.7 ± 0.5	692.932 ± 256.861	518.149 ± 6.061	33.732
53.5 ± 1.1	372.327 ± 138.017	456.688 ± 5.768	18.472
48 ± 0.5	430.035 ± 159.408	409.739 ± 4.86	4.953
45.5 ± 0.7	360.346 ± 133.575	388.398 ± 4.753	7.223
38.9 ± 0.3	321.688 ± 119.245	332.059 ± 3.871	3.123
24.2 ± 0.2	189.922 ± 70.402	206.577 ± 2.417	8.062
22.6 ± 0.2	248.322 ± 92.05	192.919 ± 2.265	28.719
19.4 ± 0.2	152.133 ± 56.394	165.603 ± 1.963	8.134
16.7 ± 0.05	118.974 ± 44.102	142.555 ± 1.611	16.541

Cuadro B.8: Tabla de resultados para la polarización P, con vacío y con alambres de titanio.

Energía por pulso [mJ]	Presión de radiación para la polarización P obtenida por deflectometría [Pa]	Presión de radiación para la polarización P calculada con la ecuación 4.22[Pa]	Error porcentual entre ambos resultados [%]
17.5 ± 0.968	154.165 ± 57.147	149.384 ± 2.171	3.200
14.11 ± 0.945	207.86 ± 77.051	120.446 ± 1.846	72.575
74.3 ± 0.998	557.783 ± 206.763	634.242 ± 7.669	12.055
70.8 ± 1.031	655.153 ± 242.856	604.365 ± 7.339	8.404
69.1 ± 0.922	476.46 ± 176.618	589.853 ± 7.178	19.224
67.7 ± 0.923	748.582 ± 277.489	577.902 ± 7.046	29.534
64.6 ± 0.917	617.818 ± 229.017	551.44 ± 6.753	12.037
63.3 ± 0.791	432.969 ± 160.496	540.343 ± 6.63	19.872
61.3 ± 0.71	570.154 ± 211.348	523.271 ± 6.441	8.960
57 ± 0.912	441.443 ± 163.637	486.565 ± 6.034	9.274
54 ± 0.725	506.038 ± 187.582	460.956 ± 5.751	9.780
51.5 ± 0.5	370.853 ± 137.47	439.616 ± 5.514	15.642
49.9 ± 0.5	329.294 ± 122.065	425.958 ± 5.363	22.693
48 ± 0.5	441.416 ± 163.627	409.739 ± 5.183	7.731
46.1 ± 0.8	371.855 ± 137.842	393.52 ± 5.004	5.505
44.8 ± 1	600.092 ± 222.446	382.423 ± 4.881	56.918
42.5 ± 1.2	378.404 ± 140.269	362.79 ± 4.664	4.304
40.6 ± 1	315.742 ± 117.041	346.571 ± 4.484	8.895
39.1 ± 1	356.45 ± 132.131	333.766 ± 4.342	6.796
38.2 ± 0.4	431.6 ± 159.988	326.084 ± 4.257	32.359
37.5 ± 1.5	259.508 ± 96.196	320.108 ± 4.191	18.931
36.5 ± 0.5	265.409 ± 98.384	311.572 ± 4.096	14.816
34.7 ± 1.1	296.619 ± 109.953	296.207 ± 3.926	0.139
32.5 ± 0.5	204.182 ± 75.688	277.427 ± 3.718	26.402
31.4 ± 0.7	206.77 ± 76.647	268.037 ± 3.227	22.858
29.4 ± 0.3	181.122 ± 67.14	250.965 ± 3.425	27.830
28.5 ± 0.2	262.489 ± 97.301	243.282 ± 3.34	7.895
26.9 ± 0.2	292.386 ± 108.384	229.624 ± 2.672	27.332
25.3 ± 0.2	180.849 ± 67.038	215.967 ± 2.521	16.261
23.4 ± 0.05	138.754 ± 51.434	199.748 ± 2.341	30.535

Cuadro B.9: Tabla de resultados presión radiométrica, sin vacío y con alambres de cobre.

Energía por pulso [mJ]	Presión radiométrica obtenida por deflectometría [Pa]	Presión radiométrica calculada con la ecuación 2.36[Pa]	Presión radiométrica calculada con la ecuación 2.26[Pa]
49.28 ± 1.148	-449.334 ± 178.168	-406.643 ± 177.237	-5397.72 ± 177.237
47.37 ± 1.11	-148.969 ± 68.396	-390.883 ± 170.368	-5188.514 ± 170.368
45.18 ± 1.24	-346.954 ± 139.914	-372.812 ± 162.492	-4948.64 ± 162.492
43.46 ± 1.385	-140.895 ± 64.537	-358.619 ± 156.306	-4760.246 ± 156.306
41.98 ± 1.24	-212.267 ± 91	-346.406 ± 150.983	-4598.139 ± 150.983
38.82 ± 1.19	-168.574 ± 74.292	-320.331 ± 139.618	-4252.019 ± 139.618
37.41 ± 1.11	-316.187 ± 127.717	-308.696 ± 134.547	-4097.579 ± 134.547
36.54 ± 1.096	-296.603 ± 119.82	-301.517 ± 131.418	-4002.287 ± 131.418
35.11 ± 1.09	-310.165 ± 124.528	-289.717 ± 126.274	-3845.656 ± 126.274
34.45 ± 1.24	-285.525 ± 115.769	-284.271 ± 123.901	-3773.365 ± 123.901
33.02 ± 1.018	-193.795 ± 82.571	-272.471 ± 118.758	-3616.735 ± 118.758
29 ± 1.26	-274.594 ± 110.521	-239.299 ± 104.3	-3176.418 ± 104.3
33.4 ± 1.4	-255.315 ± 106.421	-275.607 ± 120.124	-3658.357 ± 120.124
39.6 ± 2.2	-362.502 ± 147.382	-326.767 ± 142.423	-4337.453 ± 142.423
42.6 ± 0.8	-481.47 ± 191.817	-351.522 ± 153.213	-4666.048 ± 153.213
45.8 ± 1.2	-448.906 ± 180.226	-377.928 ± 164.721	-5016.55 ± 164.721
48.8 ± 1.2	-412.833 ± 167.064	-402.683 ± 175.511	-5345.145 ± 175.511
48.9 ± 1.4	-268.538 ± 114.688	-403.508 ± 175.871	-5356.098 ± 175.871
53.1 ± 0.8	-403.431 ± 164.906	-438.165 ± 190.976	-5816.131 ± 190.976
57.1 ± 1.2	-439.185 ± 178.903	-471.172 ± 205.362	-6254.257 ± 205.362
58.1 ± 1.8	-446.142 ± 182.565	-479.423 ± 208.959	-6363.789 ± 208.959
59.7 ± 1	-372.426 ± 156.338	-492.626 ± 214.713	-6539.04 ± 214.713
66.7 ± 1.8	-375.096 ± 158.693	-550.388 ± 239.889	-7305.761 ± 239.889
69.5 ± 1.4	-467.913 ± 195.139	-573.493 ± 249.959	-7612.45 ± 249.959
71.1 ± 1.6	-674.298 ± 272.74	-586.695 ± 255.714	-7787.7 ± 255.714
71.3 ± 1.5	-536.254 ± 225.01	-588.346 ± 256.433	-7809.607 ± 256.433
68.9 ± 1.9	-373.431 ± 165.567	-568.542 ± 247.802	-7546.731 ± 247.802
65 ± 1.4	-721.728 ± 296.928	-536.36 ± 233.775	-7119.557 ± 233.775
60.8 ± 1.1	-478.687 ± 207.107	-501.703 ± 218.67	-6659.524 ± 218.67
58.7 ± 1.2	-325.913 ± 146.428	-484.374 ± 211.117	-6429.508 ± 211.117

Cuadro B.10: Tabla de resultados presión radiométrica, con vacío y con alambres de cobre.

Energía por pulso [mJ]	Presión radiométrica obtenida por deflectometría [Pa]	Presión radiométrica calculada con la ecuación 2.36[Pa]	Presión radiométrica calculada con la ecuación 2.26[Pa]
24.95 ± 0.805	-449.334 ± 65.197	-205.88 ± 89.734	-2049.611 ± 89.734
25.41 ± 1.008	-148.969 ± 65.239	-209.676 ± 91.388	-2087.399 ± 91.388
30.12 ± 1.02	-346.954 ± 97.755	-248.541 ± 108.328	-2474.32 ± 108.328
27.53 ± 0.928	-140.895 ± 81.621	-227.169 ± 99.013	-2261.555 ± 99.013
26.13 ± 0.993	-212.267 ± 65.641	-215.617 ± 93.978	-2146.547 ± 93.978
18.82 ± 0.794	-168.574 ± 81.451	-155.297 ± 67.687	-1546.039 ± 67.687
41.49 ± 1.256	-316.187 ± 131.133	-342.363 ± 149.22	-3408.351 ± 149.22
30.56 ± 1.002	-296.603 ± 112.668	-252.172 ± 109.91	-2510.465 ± 109.91
31.39 ± 0.866	-310.165 ± 95.516	-259.021 ± 112.895	-2578.649 ± 112.895
32.11 ± 0.84	-285.525 ± 129.465	-264.962 ± 115.485	-2637.796 ± 115.485
33.64 ± 0.971	-193.795 ± 122.007	-277.587 ± 120.988	-2763.484 ± 120.988
35.05 ± 0.908	-274.594 ± 97.428	-289.222 ± 126.059	-2879.313 ± 126.059
36.15 ± 0.878	-255.315 ± 99.335	-298.299 ± 130.015	-2969.677 ± 130.015
37.14 ± 0.889	-362.502 ± 129.559	-306.468 ± 133.575	-3051.004 ± 133.575
38.56 ± 0.874	-481.47 ± 144.747	-318.185 ± 138.683	-3167.655 ± 138.683
44.43 ± 0.908	-448.906 ± 149.297	-366.623 ± 159.794	-3649.868 ± 159.794
46.24 ± 0.896	-412.833 ± 146.729	-381.558 ± 166.304	-3798.558 ± 166.304
45.53 ± 1.107	-268.538 ± 147.891	-375.7 ± 163.75	-3740.232 ± 163.75
52.98 ± 0.815	-403.431 ± 162.589	-437.175 ± 190.545	-4352.24 ± 190.545
54.59 ± 0.902	-439.185 ± 130.352	-450.46 ± 196.335	-4484.5 ± 196.335
51.21 ± 0.907	-446.142 ± 130.596	-422.569 ± 184.179	-4206.837 ± 184.179
29.47 ± 0.801	-372.426 ± 33.544	-243.177 ± 105.99	-2420.923 ± 105.99
31.67 ± 0.732	-375.096 ± 64.631	-261.331 ± 113.902	-2601.651 ± 113.902
38.8 ± 1.065	-467.913 ± 59.293	-320.166 ± 139.546	-3187.371 ± 139.546
37.52 ± 0.892	-674.298 ± 53.43	-309.604 ± 134.942	-3082.221 ± 134.942
35.48 ± 0.803	-536.254 ± 16.54	-292.77 ± 127.605	-2914.637 ± 127.605
36.46 ± 0.772	-373.431 ± 47.369	-300.857 ± 131.13	-2995.143 ± 131.13
39.85 ± 0.769	-721.728 ± 50.014	-328.83 ± 143.322	-3273.627 ± 143.322
26.02 ± 0.804	-478.687 ± 32.337	-214.709 ± 93.582	-2137.51 ± 93.582
20.82 ± 0.603	-325.913 ± 50.557	-171.8 ± 74.88	-1710.337 ± 74.88

Cuadro B.11: Tabla de resultados presión radiométrica, sin vacío y con alambres de titanio.

Energía por pulso [mJ]	Presión radiométrica obtenida por deflectometría [Pa]	Presión radiométrica calculada con la ecuación 2.36[Pa]	Presión radiométrica calculada con la ecuación 2.26[Pa]
44.18 ± 0.968	-230.098 ± 100.125	-364.56 ± 158.895	-3629.331 ± 158.895
38.74 ± 0.945	-211.064 ± 92.642	-319.671 ± 139.33	-3182.442 ± 139.33
36.97 ± 0.998	-314.293 ± 129.922	-305.065 ± 132.964	-3037.039 ± 132.964
38.84 ± 1.031	-381.363 ± 155.02	-320.496 ± 139.69	-3190.657 ± 139.69
42.39 ± 0.922	-226.107 ± 99.09	-349.789 ± 152.457	-3482.285 ± 152.457
43.19 ± 0.923	-303.618 ± 130.326	-356.391 ± 155.335	-3548.004 ± 155.335
43.72 ± 0.917	-403.925 ± 168.124	-360.764 ± 157.241	-3591.543 ± 157.241
35.24 ± 0.791	-221.287 ± 96.594	-290.79 ± 126.742	-2894.922 ± 126.742
33.92 ± 0.71	-197.841 ± 88.222	-279.897 ± 121.995	-2786.485 ± 121.995
31.91 ± 0.912	-299.402 ± 125.805	-263.312 ± 114.766	-2621.366 ± 114.766
31.1 ± 0.725	-169.89 ± 80.411	-256.628 ± 111.852	-2554.826 ± 111.852
43.3 ± 0.5	-283.946 ± 125.416	-357.298 ± 155.73	-3557.04 ± 155.73
44.5 ± 0.5	-325.831 ± 142.746	-367.2 ± 160.046	-3655.619 ± 160.046
46.1 ± 0.5	-360.415 ± 157.215	-380.403 ± 165.8	-3787.057 ± 165.8
46.7 ± 0.8	-338.12 ± 149.915	-385.354 ± 167.958	-3836.346 ± 167.958
50.3 ± 1	-465.146 ± 196.247	-415.06 ± 180.906	-4132.082 ± 180.906
57.7 ± 1.2	-278.201 ± 133.191	-476.123 ± 207.52	-4739.982 ± 207.52
58.7 ± 1	-260.666 ± 124.259	-484.374 ± 211.117	-4822.131 ± 211.117
65.8 ± 1	-594.198 ± 246.093	-542.961 ± 236.652	-5405.387 ± 236.652
62.4 ± 0.4	-250.988 ± 122.136	-514.906 ± 224.424	-5126.081 ± 224.424
65.6 ± 1.5	-431.637 ± 188.122	-541.311 ± 235.933	-5388.957 ± 235.933
60.7 ± 0.5	-599.673 ± 253.382	-500.878 ± 218.31	-4986.428 ± 218.31
53.5 ± 1.1	-288.82 ± 136.148	-441.466 ± 192.415	-4394.958 ± 192.415
48 ± 0.5	-362.02 ± 157.249	-396.081 ± 172.634	-3943.139 ± 172.634
45.5 ± 0.7	-284.85 ± 131.767	-375.452 ± 163.643	-3737.768 ± 163.643
38.9 ± 0.3	-255.684 ± 117.631	-320.991 ± 139.905	-3195.586 ± 139.905
24.2 ± 0.2	-126.509 ± 69.448	-199.691 ± 87.036	-1987.999 ± 87.036
22.6 ± 0.2	-192.124 ± 90.803	-186.488 ± 81.282	-1856.561 ± 81.282
19.4 ± 0.2	-91.034 ± 55.63	-160.083 ± 69.773	-1593.686 ± 69.773
16.7 ± 0.05	-63.494 ± 43.505	-137.803 ± 60.062	-1371.884 ± 60.062

Cuadro B.12: Tabla de resultados presión radiométrica, con vacío y con alambres de titanio.

Energía por pulso [mJ]	Presión radiométrica obtenida por deflectometría [Pa]	Presión radiométrica calculada con la ecuación 2.36[Pa]	Presión radiométrica calculada con la ecuación 2.26[Pa]
17.5 ± 0.968	-45.147 ± 56.373	-137.841 ± 62.939	-1437.603 ± 62.939
14.11 ± 0.945	-109.795 ± 76.007	-111.139 ± 50.747	-1159.119 ± 50.747
74.3 ± 0.998	-401.902 ± 203.963	-585.233 ± 267.223	-6103.651 ± 267.223
70.8 ± 1.031	-487.23 ± 239.568	-557.664 ± 254.635	-5816.131 ± 254.635
69.1 ± 0.922	-315.004 ± 174.226	-544.274 ± 248.521	-5676.478 ± 248.521
67.7 ± 0.923	-583.379 ± 273.732	-533.247 ± 243.486	-5561.47 ± 243.486
64.6 ± 0.917	-453.422 ± 225.915	-508.829 ± 232.336	-5306.808 ± 232.336
63.3 ± 0.791	-278.866 ± 158.322	-498.59 ± 227.661	-5200.015 ± 227.661
61.3 ± 0.71	-418.148 ± 208.486	-482.837 ± 220.468	-5035.718 ± 220.468
57 ± 0.912	-293.174 ± 161.421	-448.967 ± 205.003	-4682.478 ± 205.003
54 ± 0.725	-359.629 ± 185.041	-425.337 ± 194.213	-4436.032 ± 194.213
51.5 ± 0.5	-224.866 ± 135.609	-405.646 ± 185.222	-4230.66 ± 185.222
49.9 ± 0.5	-194.693 ± 120.412	-393.043 ± 179.467	-4099.222 ± 179.467
48 ± 0.5	-301.896 ± 161.411	-378.078 ± 172.634	-3943.139 ± 172.634
46.1 ± 0.8	-224.061 ± 135.975	-363.112 ± 165.8	-3787.057 ± 165.8
44.8 ± 1	-465.49 ± 219.434	-352.872 ± 161.125	-3680.263 ± 161.125
42.5 ± 1.2	-246.343 ± 138.37	-334.756 ± 152.853	-3491.321 ± 152.853
40.6 ± 1	-186.921 ± 115.456	-319.791 ± 146.019	-3335.239 ± 146.019
39.1 ± 1	-230.102 ± 130.342	-307.976 ± 140.625	-3212.016 ± 140.625
38.2 ± 0.4	-306.006 ± 157.822	-300.887 ± 137.388	-3138.082 ± 137.388
37.5 ± 1.5	-135.926 ± 94.894	-295.373 ± 134.87	-3080.578 ± 134.87
36.5 ± 0.5	-141.04 ± 97.051	-287.497 ± 131.274	-2998.429 ± 131.274
34.7 ± 1.1	-177.827 ± 108.464	-273.319 ± 124.8	-2850.561 ± 124.8
32.5 ± 0.5	-86.887 ± 74.663	-255.99 ± 116.888	-2669.834 ± 116.888
31.4 ± 0.7	-90.778 ± 75.609	-247.326 ± 112.931	-2579.47 ± 112.931
29.4 ± 0.3	-73.924 ± 66.23	-231.573 ± 105.738	-2415.173 ± 105.738
28.5 ± 0.2	-157.767 ± 95.984	-224.484 ± 102.501	-2341.239 ± 102.501
26.9 ± 0.2	-191.171 ± 106.916	-211.881 ± 96.747	-2209.801 ± 96.747
25.3 ± 0.2	-79.064 ± 66.13	-199.278 ± 90.992	-2078.363 ± 90.992
23.4 ± 0.05	-41.623 ± 50.738	-184.313 ± 84.159	-1922.28 ± 84.159

Bibliografía

- [1] Torres Zuñiga, T. (2005). Detección del efecto de presión de radiación por pulsos láser [Tesis de licenciatura]. Universidad Nacional Autónoma de México.
- [2] Gutierrez, H. G., Ribeiro, M. S., Pereira, L. A. A., Da Cruz, G. K., De F Turchiello, R., Gómez, S. L. (2017). Sistema fotodetector econômico para utilização em laboratórios de ensino e pesquisa. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 39(3). <https://doi.org/10.1590/1806-9126-rbef-2016-0279>
- [3] Garcia-Segundo, C., Ramos-Ortiz, G., Villagrán-Muniz, M. (2003). Experimental evidence for radiation pressure on a macroscopic dielectric. *Optics Communications*, 225(1-3), 115-122. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2003.08.007>
- [4] Luis Rincón.(2014).Introducción a la probabilidad .UNAM
- [5] Griffiths, D. J. (2023). *Introduction to Electrodynamics*. Cambridge University Press.
- [6] Noda, B. O. (2005). *Introduccion al analisis grafico de datos experimentales*. UNAM.
- [7] Burden, R. L., Faires, J. D. (2010). *Numerical analysis*. Cengage Learning.
- [8] Andrews, L. C. (1998). *Special Functions of Mathematics for Engineers*. SPIE Press.
- [9] Wolfram Research, Inc. (n.d.). *Inverse Erf – from Wolfram MathWorld*. <https://mathworld.wolfram.com/InverseErf.html>
- [10] Hecht, E. (2017). *Optics*. Pearson.
- [11] Masalov, A. V. (2019). First Experiments on measuring Light Pressure i (Pyotr Nikolaevich Lebedev). In *Springer series in optical sciences/SPringer series in optical sciences* (pp. 425–453). https://doi.org/10.1007/978-3-319-98402-5_12

- [12] Femtoline Thin Film Laser Polarizers (Round) — EKSMA Optics. (n.d.). <https://eksmaoptics.com/femtoline-components/femtoline-polarizing-optics/femtoline-thin-film-laser-polarizers-round/>
- [13] Silfvast, W. T. (2004). *Laser Fundamentals*. Cambridge University Press.
- [14] Díaz-Uribe, R., Rosete-Aguilar, M. y Ortega-Martínez, R. Position sensing of a Gaussian beam with a power meter and a knife edge. *Revista Mexicana de Física* 39, 484-492 (1993).
- [15] Thorlabs - HNLS008L Self-Contained HeNe Laser, 632.8 nm, 0.8 mW, Polarized, 120 VAC Power Supply. (n.d.). <https://www.thorlabs.com/thorproduct.cfm?partnumber=HNLS008Lad-image-0>
- [16] eFunda, Inc. (n.d.). Moment Of Inertia; Definition with examples. <https://www.efunda.com/math/areas/MomentOfInertia>.
- [17] Herakovich, C.T. (2017). Torsion of Cylindrical Bars. In: *A Concise Introduction to Elastic Solids*. Springer, Cham. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-45602-77>
- [18] The Editors of Encyclopaedia Britannica. (2024, September 14). Torque — Equation, Definition, Units. Encyclopaedia Britannica.
- [19] Nichols, E. F., Hull, G. F. (1903). The Pressure due to Radiation. *The Astrophysical Journal*, 17, 315. <https://doi.org/10.1086/141035>
- [20] File:A Crookes radiometer improved (Radiomètre de Crookes amélioré) Lichtmühle GLAM MNHL 2016 lamiot a 11.JPG - Wikimedia Commons. (2016, February 4).
- [21] Carmona, G. (2007). *Termodinámica clásica* (2.a ed.). UNAM.
- [22] Resnick, R., Halliday, D., Krane, K. S. (2002). *Física*.
- [23] Carazza, B., Kragh, H. (1989). Adolfo Bartoli and the problem of radiant heat. *Annals Of Science*, 46(2), 183-194. <https://doi.org/10.1080/00033798900200191>
- [24] Polimeno, P., Magazzù, A., Iatì, M. A., Patti, F., Saija, R., Boschi, C. D. E., Donato, M. G., Gucciardi, P. G., Jones, P. H., Volpe, G., Maragò, O. M. (2018). Optical tweezers and their applications. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 218, 131–150. <https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2018.07.013>

- [25] Vulpetti, G. (2012). Fast solar sailing. En Springer eBooks. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-4777-7>
- [26] JAXA — Small Solar Power Sail Demonstrator “IKAROS.” (n.d.). JAXA — Japan Aerospace Exploration Agency. <https://global.jaxa.jp/projects/sas/ikaros/>
- [27] JAXA Confirmación de la aceleración de fotones del pequeño demostrador de vela de energía solar “IKAROS.” (2010, July 20). https://www.jaxa.jp/press/2010/07/20100709/ikaros_j.html
- [28] Society, P. (2022, November 21). LightSail, a Planetary Society solar sail spacecraft. The Planetary Society. <https://www.planetary.org/sci-tech/lightsail>
- [29] Antoniadis, P., Antoniadis, P. (2024, March 18). Introduction to curve fitting — Baeldung on Computer Science. Baeldung on Computer Science. <https://www.baeldung.com/cs/curve-fitting>
- [30] Evaluar la bondad de ajuste - MATLAB Simulink - MathWorks América Latina. (n.d.). <https://la.mathworks.com/help/curvefit/evaluating-goodness-of-fit.html>
- [31] Slutzki, M. (2024, September 10). Peak power vs. Average Power What is it, and how do I measure it? Ophir Photonics.
- [32] Flash-lamp pumped nanosecond Nd:YAG lasers NL300 series – EKSPLA. (2024, August 1). EKSPLA. <https://ekspla.com/products/lamp-pumped-nanosecond-laser-nl300/>
- [33] Ledbetter, H. M., Naimon, E. R. (1974). Elastic Properties of Metals and Alloys. II. Copper. Journal Of Physical And Chemical Reference Data, 3(4), 897-935. <https://doi.org/10.1063/1.3253150>
- [34] Bader, A., Parker, L. (2001). Joseph Loschmidt, Physicist and Chemist. Physics Today, 54(3), 45-50. <https://doi.org/10.1063/1.1366067>
- [35] Air Mass/Density. (2024, December 3). NASA Earthdata. <https://www.earthdata.nasa.gov/topics/atmosphere/air-mass-density>
- [36] Serway, R. A., Jewett, J. W. (2008). Física para ciencias e ingeniería. <http://atlas.umss.edu.bo:8080/jspui/bitstream/123456789/754/1/LD500015.pdf>
- [37] Quinte, C. (n.d.). Comparison between Senate Bill No 438 and Republic Act No1425 Compress. Scribd. <https://www.scribd.com/document/539058030/Comparison-Between-Senate-Bill-No-438-and-Republic-Act-No1425-Compress>