



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE FILOSOFÍA Y
LETRAS

COLEGIO DE GEOGRAFÍA


"NOTAS DE APOYO AL CURSO DE
COSMOGRAFÍA PARA GEOGRAFOS"

TESINA

QUE PARA OBTENER EL
TÍTULO DE LICENCIADO
EN GEOGRAFÍA

PRESENTA

MACARIO ARREDONDO
ROMERO



FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS
COLEGIO DE GEOGRAFÍA

MÉXICO, D.F. 1987



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

PROLOGO

CAPITULO I

INTRODUCCION

CAPITULO II

ESFERA CELESTE

- 2.1 DESCRIPCION Y MOVIMIENTO DIURNO
- 2.2 REPRESENTACION GRAFICA Y ELEMENTOS PRINCIPALES
- 2.3 REGLAS PARA DIBUJARLA

CAPITULO III

COORDENADAS ESFERICAS

- 3.1 COORDENADAS GEOGRAFICAS
- 3.2 SISTEMA DE COORDENADAS CELESTES
 - a) *Sistema de Coordenadas Celestes*
 - b) *Sistema de Coordenadas Ecuatoriales*
- 3.3 EL PUNTO GAMMA

CAPITULO IV

EJERCICIOS CON ESFERAS CELESTES

- 4.1 INTRODUCCION
- 4.2 CONSTRUCCION DE ESFERAS CELESTES PARA UN OBSERVADOR SITUADO EN DISTINTAS LATITUDES.
- 4.3 LOCALIZACION DE LOS PUNTOS DE CULMINACION DE LOS ASTROS EN LA ESFERA CELESTE
- 4.4 CALCULO DE LA ALTURA MAXIMA DE UN ASTRO
- 4.5 EJERCICIOS

CAPITULO V

DETERMINACION DE LA LATITUD GEOGRAFICA DE UN LUGAR

5.1 ANTECEDENTES

5.2 EJERCICIOS

LIBROS DE CONSULTA

"NOTAS DE APOYO AL CURSO DE COSMOGRAFIA PARA GEOGRAFOS"

CAPITULO I

INTRODUCCION

La Astronomía estudia las leyes que rigen los astros. Se ocupa de fijar la posición de las estrellas observadas desde la Tierra, de calcular su distancia y de estudiar sus movimientos; de averiguar su composición física y química y de conjeturar razonablemente sobre el nacimiento, desarrollo y muerte de los astros. Estudia también el comportamiento de los sistemas estelares y especula sobre su origen y su final.

En un campo mucho más reducido, la Astronomía estudia al Sol como centro de nuestro sistema planetario, analiza los procesos que en él ocurren así como los movimientos y comportamiento en general de todos los astros que giran en torno del Sol. Finalmente se ocupa del estudio de la Tierra como cuerpo celeste integrante de la familia que sigue al Sol en su vertiginosa carrera al través del Cosmos.

La cosmografía es simplemente un estudio elemental de la Astronomía: es el estudio del cosmos desde el importante punto de vista de la Tierra. Esto es, el estudio del cielo tal como lo vemos, con sus astros insertado en esa enorme bóveda que parece rodearnos y que llamamos esfera celeste.

Ante la dificultad que representa la comprensión cabal de la esfera celeste, es necesario ahondar en los trabajos prácticos que permitan asimilar este concepto y sus aplicaciones a la geografía de manera clara y sencilla.

Este trabajo pretende ayudar a resolver tal dificultad, en particular para los estudiantes de geografía que deben ser capaces de situar a la Tierra en una perspectiva universal, al mismo tiempo que han de comprender la disposición del universo desde el lugar geográfico donde se observa, características de tal disposición hacen difícil su comprensión en términos puramente teóricos, de ahí la utilidad y trascendencia de un compendio de ejercicios que permitan su asimilación práctica.

En particular, estas notas se han pensado para el curso de cosmografía, donde se ha visto cuan problemático les resulta a los alumnos incursionar por vez primera en una disciplina de la que sólo se tienen ideas vagas y frecuentemente erróneas. Ello mismo ocasiona dificultades para desarrollar correctamente los ejercicios. Los libros a que tienen acceso están diseñados para cursos más elementales y generales, sin atender de manera particular las aplicaciones directas a la geografía; por lo tanto, presentan algunos inconvenientes, entre los que destacan la

escasez de esquemas explicativos y el desarrollo de los temas de manera esencialmente teórica. De ahí la necesidad de apuntes que profundicen en aquellos aspectos particularmente difíciles y cuya comprensión sea fundamental para la formación básica del geógrafo; notas que les permitan aplicar con ejercicios los conceptos adquiridos y que contengan gran cantidad de esquemas sencillos y tan claros como lo permita la dificultad de representar tres dimensiones en solo dos.

Estas notas abarcan, según mi forma de pensar, los puntos más difíciles de entender del temario del curso de Cosmografía y prácticas, materia del tronco común de la carrera de Licenciado en Geografía, impartida en el quinto semestre. Se han redactado tomando en cuenta además, que algunos temas exigen mayor esfuerzo del estudiante que otros; por lo tanto algunos se desarrollan con 4 ejercicios, mientras que otros requieren del doble o más. Esto también depende de los conceptos requeridos y que es necesario manejar dentro de un tema.

Como geógrafo he hecho particular incapié en tratar aquellos aspectos cosmográficos que se deben conocer y manejar hábilmente, por ello el título hace referencia a esta característica.

Los temas analizados y desarrollados se han distribuido en los siguientes capítulos.

CAPITULO II

ESFERA CELESTE

2.1 DESCRIPCION Y MOVIMIENTO DIURNO

Se llama Esfera Celeste a la esfera imaginaria de radio infinito, cuyo centro se encuentra en el ojo del observador. Aquí infinito significa mucho mayor que la Tierra, por lo que el observador y el centro de la Tierra son prácticamente indistinguibles del centro de la esfera celeste.

La esfera celeste es la esfera de las estrellas, sólida y hueca, cuya existencia material imaginaron en la antigüedad. Se conserva en la actualidad como un concepto de mucha utilidad para los estudios astronómicos, suponiéndola como una esfera ideal. Es simplemente, lo que llamamos "cielo", donde parecen estar fijas las estrellas.

Sobre esta esfera se proyectan las posiciones de cada objeto celeste en la dirección fijada por la línea que une al observador con el astro, llamada visual al astro. Los astros, aislados en el espacio y situados en todas direcciones a diferentes distancias del observador se proyectan así en la esfera celeste, cuyo radio es siempre mayor que cualquiera de aquellas distancias. Los diferentes objetos celestes, ya proyectados sobre la esfera, estarán separados entre ellos por diversas distancias

angulares; esto es, cada par de astros se encontrarán separados entre sí por un ángulo con vértice en el observador y cuyos lados son los visuales a ellos.

La línea alrededor del observador que separa la bóveda del cielo, de la Tierra, se llama horizonte sensible. Los objetos celestes situados arriba de esta línea son visibles al observador; debajo de ella, no podemos percibirlos, y sin embargo nos es dable conocer los astros colocados en toda la extensión de la esfera de los cielos, en virtud del movimiento de rotación de la Tierra.

Diariamente vemos aparecer el Sol por el horizonte, ascender por el cielo, y después descender y ponerse. A continuación la luz va desapareciendo en forma paulatina y la noche sucede al día, observándose, en una noche despejada, una multitud de puntos brillantes, las estrellas, que de momento nos parecen inmóviles; pero al cabo de poco tiempo nos daremos cuenta que están animadas por un movimiento en el mismo sentido que el del Sol.

Si nos fijamos en las estrellas colocadas en la dirección por donde el Sol sale, las veremos elevarse para luego descender hasta ocultarse por el lado opuesto, e ir surgiendo en el horizonte, al Este, otras nuevas que seguirán a su vez el camino por el cielo, en igual sentido. Como siempre conservan la misma posición unas con respecto a las otras, su movimiento es en conjunto, como si la bóveda entera, en que parecen enclavadas, girara alrededor de un eje. En virtud de este movimiento conjunto, cada estrella describe diariamente un círculo, el cual es muy

pequeño para las estrellas cercanas a los polos, o extremos del eje antes mencionado y va creciendo para las más lejanas, hasta llegar a un máximo para las que están situadas en los puntos equidistantes de ambos polos.

La estrella polar, llamada así por estar situada muy cerca del Polo Norte Celeste, recorre en su movimiento diurno, un círculo tan pequeño, que a simple vista nos parecerá inmóvil, por esto fué conocido en la antigüedad con el nombre de "la estrella que no anda". Los habitantes del hemisferio norte de la Tierra ven siempre a la estrella polar sobre el horizonte a cierta altura, sin ocultarse nunca, lo mismo que a las estrellas vecinas, siendo esos astros invisibles en el otro hemisferio; lo contrario pasará con las estrellas cercanas al polo opuesto.

Un observador situado sobre la Tierra en las zonas intertropicales ve la estrella polar a poca altura sobre el horizonte, altura que se mide en grados. En cambio uno que se encuentre al norte del círculo polar ártico ve dicha estrella a gran altura, o sea cerca del cenit, localizado directamente arriba de su cabeza.

Para ambos observadores hay ciertas estrellas que, por estar suficientemente cerca del Polo Norte de la esfera celeste, nunca se ponen debajo del horizonte a lo largo de su movimiento en torno a él en sentido contrario al de las manecillas del reloj. Ahora bien, para el situado cerca del ecuador terrestre es muy reducido el número de estrellas que nunca se ponen, mientras que para el observador situado cerca del Polo Norte de la Tierra son

muchas las estrellas que jamás se ponen. Así pues, para un observador situado en cierto punto de la Tierra, hay tres tipos de estrellas:

- a) Las que nunca se ponen, llamadas circumpolares
- b) Las de salida y puesta
- c) Las que son invisibles desde ese lugar.

Si nos encontramos, en el hemisferio norte y trazamos una línea imaginaria hasta la estrella polar, ésta puede considerarse como una prolongación del eje de rotación terrestre, pues la Tierra es tan pequeña comparada con la distancia que nos separa de las estrellas, que podemos considerarla como un punto. Si esa línea, la visual a la estrella polar, la prolongamos en sentido opuesto, encontraremos el otro extremo del eje alrededor del cual parece girar la esfera celeste, con los astros fijos en ella, en sentido opuesto, encontraremos el otro extremo del eje alrededor del cual parece girar la esfera celeste, con los astros fijos en ella, en sentido contrario al movimiento de giro de la Tierra. Este movimiento, llamado movimiento diurno, parece suceder alrededor de nosotros de Este a Oeste. Recordemos que la Tierra lo hace de Oeste a Este. El movimiento diurno es uniforme y al intervalo de tiempo que emplea un punto del cielo en dar una vuelta completa alrededor del eje del mundo se le llama día sideral.

El eje de rotación de la Tierra es el mismo para la esfera celeste, de esto se dieron cuenta en la antigüedad. Por esta razón, un observador situado en el polo norte ve que la

esfera celeste gira sobre un eje vertical y, con ella al Sol, en primavera y verano, siempre encima del horizonte, lo mismo que a las estrellas en otoño e invierno, y lo harán alrededor de él, en círculos paralelos al horizonte y en sentido de las manecillas del reloj. Por otro lado un observador situado en el ecuador verá girar a la esfera celeste, sobre un eje horizontal y al Sol y las estrellas salir y ponerse en líneas perpendiculares al horizonte. En conclusión, la esfera celeste depende del observador pues la vertical del lugar y el horizonte celeste son completamente distintos para cada quien.

2.2 REPRESENTACION GRAFICA Y ELEMENTOS PRINCIPALES DE LA ESFERA CELESTE

Para representar gráficamente la esfera celeste, como toda esfera que se pinta en un plano, se debe dibujar un círculo que represente a la esfera y, sobre él, los elementos que distinguen a la esfera celeste: el horizonte, que separa la parte que vemos, de la invisible en ese momento, el punto directamente arriba del observador (el más "alto" sobre el horizonte, etc.).

En la figura I.1 se representan los círculos y puntos más importantes de la esfera celeste. En el centro de ella se encuentra al observador que está sobre la Tierra en un lugar de latitud norte intermedia. Este ve su horizonte en posición horizontal. Semejante afirmación no es gratuita; nótese que el ecuador terrestre lo hemos dibujado inclinado, precisamente de tal manera que el horizonte del observador nos quede horizontal. El

estudiante debe hacer un esfuerzo por imaginar a la Tierra mucho más chica (un punto) que como la hemos representado. Así, en la Figura I.1, las letras representan:

i) Z-Z' Vertical. Dirección que sigue la plomada en ese lugar, entendemos lo que significa la vertical de un lugar, aunque su definición precisa es engorrosa y, de hecho, no es única. Nosotros adoptaremos la más sencilla de todas con objeto de simplificar al máximo los conceptos.

ii) H-H' Horizonte Celeste: círculo formado por la intersección del plano horizontal del observador con la esfera celeste (el plano horizontal del observador es perpendicular a la vertical del lugar, que pasa por el observador).

iii) Z: Cenit

{ Puntos de intersección de la vertical del lugar con la esfera celeste, hacia arriba y hacia abajo, respectivamente.

iv) Z': Nadir

{ El nadir es invisible pues queda debajo de los pies del observador.

v) P-P'. Eje del Mundo: Eje alrededor del cual gira la Tierra. Desde luego, lo hace de Oeste a Este y la esfera celeste aparentemente de Este a Oeste.

vi) P Polo Norte Celeste

vii) P' Polo Sur Celeste

Puntos de intersección de la esfera celeste con el eje del mundo (el Norte esta directamente hacia arriba del polo norte terrestre; esto es, coincide con el cenit de un observador situado en el polo norte).

viii) E-E'. Ecuador Celeste: Es el círculo perpendicular al eje del mundo. quee pasa por el centro de la esfera celeste.

ix) PZP'Z'. Meridiano Celeste: Círculo que pasa por los polos celestes y por el cenit. (Nótese que el cenit depende de la posición del observador y, por lo tanto, el meridiano celeste es, como el horizonte y la vertical, un elemento que está determinado por la posición geográfica del observador).

x) N. Punto cardinal Norte. El punto de intersección del meridiano celeste con el horizonte, más cercano al Polo Norte.

2.3 REGLAS PARA DIBUJAR ESFERAS CELESTES

Es conveniente adoptar ciertas reglas para dibujar esferas celestes y así simplificar su comprensión

a) Dibujar un círculo, que represente la esfera celeste y que constituirá el meridiano celeste.

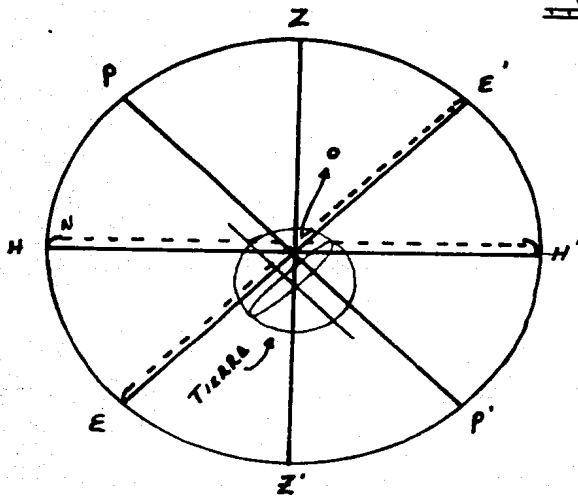
b). En el círculo dibujaremos un diámetro vertical, ZZ' que será la vertical del lugar, y un círculo perpendicular a la vertical, cuyo plano pase por el centro de la esfera celeste, $H-H'$, que representa al horizonte celeste; el dibujo debe resultar siempre semejante a la Fig. 1.2a.

c). Por convención, el punto cardinal norte se sitúa siempre en el lado izquierdo del círculo que representa al horizonte celeste. La línea que une al polo norte celeste (P) con el centro de la esfera (el eje del mundo), debe hacer un ángulo con el horizonte celeste igual a la latitud (λ) del lugar, como se muestra en la Fig. 1.2b; este ángulo se mide del horizonte al polo norte, hacia arriba si es latitud norte y hacia abajo si es latitud sur. Como el punto cardinal Norte está del lado izquierdo de la esfera, el Polo Norte celeste también lo está. Desde luego, la línea PO debe prolongarse hasta su intersección con el lado derecho del círculo para formar el polo sur celeste. Si la latitud del lugar es norte, el polo norte celeste estará sobre el horizonte, como en la Fig. 1.2c; si es sur, será el polo sur celeste el que esté por encima del horizonte, Fig. 1.2d. Finalmente, el círculo perpendicular al eje del mundo y cuyo plano pasa por O , es el ecuador celeste, $E-E'$.

El Meridiano Celeste no debe confundirse con el meridiano terrestre local, pues mientras éste es un semicírculo de la esfera terrestre que pasa por el lugar y los polos de la Tierra, el meridiano celeste es un círculo de la esfera celeste que pasa por los polos celestes y por la vertical del observador. Desde luego, los dos están contenidos en el mismo plano.

ESFERA CELESTE

FIGURA I-1



H-H' - HORIZONTE CELESTE

Z-Z' - VERTICAL DEL LUGAR

P-P' - EJE DEL MUNDO

E-E' - ECUADOR CELESTE

P - POLO NORTE CELESTE

P' - POLO SUR CELESTE

Z - CENIT

Z' - NADIR

O - OBSERVADOR

N - PUNTO CARDINAL NORTE

PZP' - MERIDIANO CELESTE

ELEMENTOS PRINCIPALES DE LA ESFERA

LINEAS {
 Z-Z' - VERTICAL DEL LUGAR
 P-P' - EJE DEL MUNDO

PUNTOS {
 Z - CENIT
 Z' - NADIR
 P - POLO NORTE CELESTE
 P' - POLO SUR CELESTE
 O - OBSERVADOR

CIRCULOS {
 H-H' - HORIZONTE CELESTE
 E-E' - ECUADOR CELESTE
 PZP' - MERIDIANO CELESTE

ESFERA CELESTE

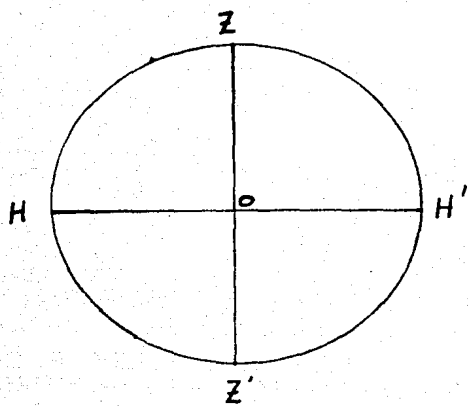


FIGURA I-2a

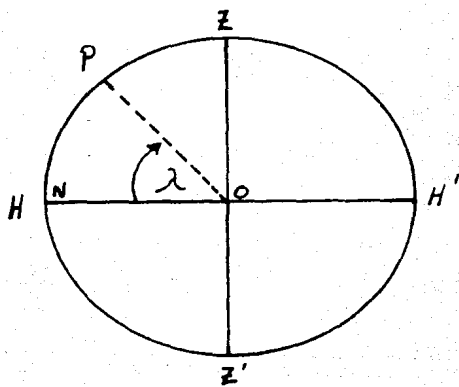


FIGURA I-2b

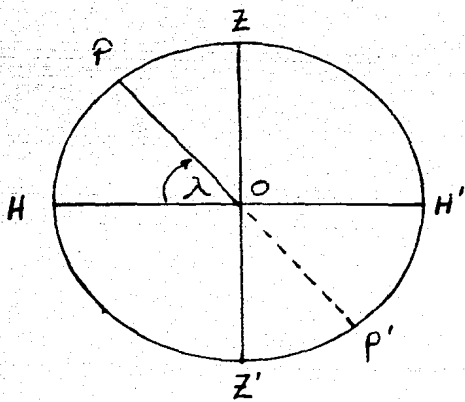


FIGURA I-2c

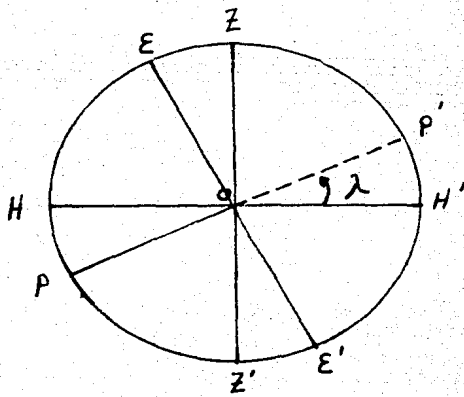
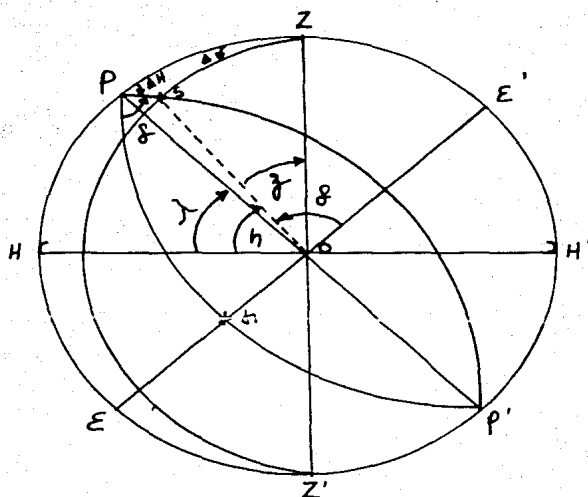


FIGURA I-2d

ESFERA CELESTE



H-H' - HORIZONTE CELESTE

ZZ' - VERTICAL DEL LUGAR

PP' - EJE DEL MUNDO

EE' - ECUADOR CELESTE

Z - CENIT

Z' - NADIR

P - POLO NORTE CELESTE

P' - POLO SUR CELESTE

λ - LATITUD

h - ALTURA

z - DISTANCIA CENITAL

δ - DECLINACION

γ - PUNTO GAMA

α - ASCENSION RECTA

ΔH - ANGULO HORARIO

Δ - AZIMUT

S - ASTRO

PHP' - CIRCULO HORARIO DEL PUNTO VERNAL O GAMA

PSP' - CIRCULO HORARIO DEL ASTRO

ZSZ' - CIRCULO VERTICAL DEL ASTRO

HPZE'H'P'Z'E - MERIDIANO CELESTE

O - OBSERVADOR

OS - VISUAL AL ASTRO

CAPITULO III

COORDENADAS ESFERICAS

En geometría, se llaman coordenadas unos números que sirven para determinar la posición de un punto con respecto a otros puntos, líneas o planos que sirven de referencia. Para la mejor comprensión de las coordenadas celestes, que son del tipo de las llamadas coordenadas esféricas, haremos primero una descripción elemental de las coordenadas geográficas, que nos son familiares y que también son en caso particular de las esféricas.

3.1 COORDENADAS GEOGRAFICAS

Las coordenadas geográficas son dos ángulos, la latitud y la longitud, que determinan la posición de un punto cualquiera de la Tierra con respecto al plano del ecuador y al meridiano de Greenwich.

La Latitud Geográfica es la distancia angular de un lugar de la superficie terrestre al ecuador. Como el ecuador divide a la Tierra en 2 hemisferios, el norte y el sur, la latitud será norte o sur, según el lugar esté situado en uno y otro hemisferio. Se suele medir de 0° a 90° .

Como ya sabemos, toda circunferencia puede ser dividida

en 360 partes iguales, llamadas grados ($^{\circ}$); cada grado se divide en 60 minutos ($'$) y cada minuto en 60 segundos ($''$). La distancia entre el ecuador y el punto sobre la Tierra, es el ángulo formado por el plano del ecuador y la línea que une al lugar en el centro de la Tierra, medido sobre el meridiano del lugar, del ecuador al punto, de 0° a 90° al norte o al sur del ecuador. El meridiano del lugar es el semicírculo de la esfera terrestre que pasa por el lugar y por los polos de la Tierra. Para fijar la posición de un punto en la superficie terrestre, no basta con saber la latitud, pues una latitud determinada corresponde a todo un paralelo. Ver Figura 3-1.

TIERRA

COORDENADAS GEOGRAFICAS

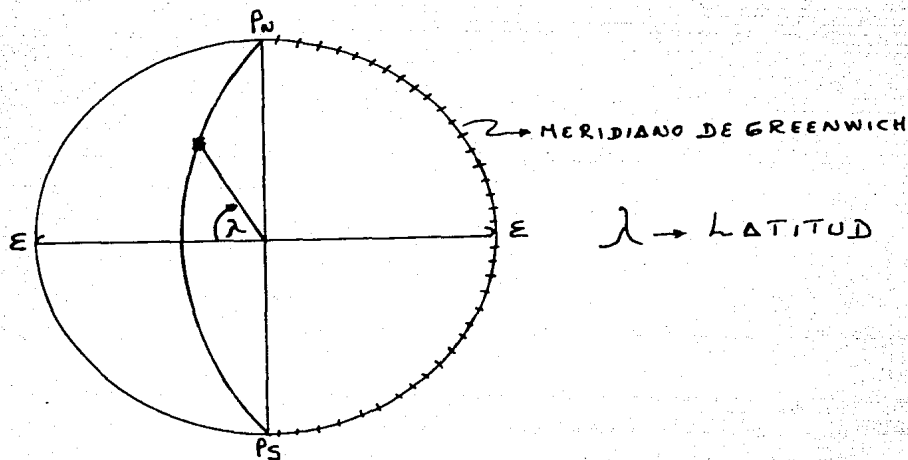


FIGURA 3-1

El otro dato que se requiere para determinar la posición del punto cuyas coordenadas se desean saber se ha convenido en utilizar como meridiano de referencia al de Greenwich, justo al

que pasa por el anteojo meridiano del Observatorio Real en ese lugar. La **Longitud Geográfica** de un lugar es el ángulo diedro que forman el plano del meridiano del lugar con el del meridiano de Greenwich. Se mide sobre el ecuador, a partir del meridiano de Greenwich, de 0° a 180° al Este o al Oeste o bien, de 0h a 12h al Este o al Oeste. Ver Figura 3-2.

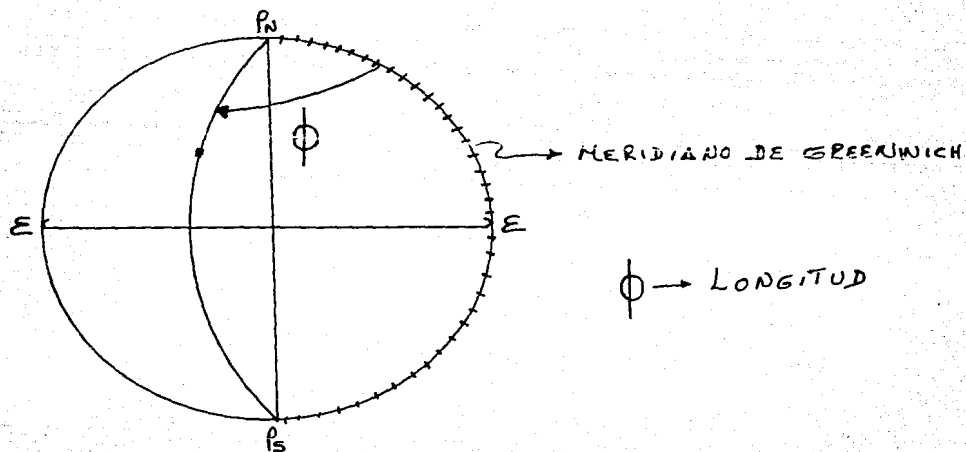


FIGURA 3-2

Recordemos que un **ángulo diedro** es el formado por dos planos, en lugar del formado por dos líneas (llamado **ángulo plano**).

3.2 SISTEMA DE COORDENADAS CELESTES

Para estudiar el movimiento de los astros, así como para la formación de la carta del cielo en la que se colocan las estrellas reproduciendo sus posiciones relativas, es necesario

poder fijar con precisión la posición de cualquier punto de la esfera celeste, lo cual se hace por medio de varios sistemas de coordenadas; aquí describiremos sólo dos de ellos:

a). *Sistema de Coordenadas Horizontales*

b). *Sistema de Coordenadas Ecuatoriales.*

a). *Sistema de Coordenadas Horizontales.* Este sistema utiliza dos ángulos mediante los cuales se puede definir la posición que en un momento dado tiene un astro con relación al horizonte celeste y al meridiano celeste. Su nombre lo toma del círculo fundamental que utiliza, esto es, el horizonte celeste. Los ángulos son la altura (o la distancia cenital) y el azimut.

i) **Altura:** es el ángulo formado por la visual al astro con el plano del horizonte celeste. Se mide sobre el círculo vertical del astro, de 0° a 90° del horizonte celeste hacia el cenit y de 0° a -90° del horizonte celeste hacia el nadir. Se representa con la letra "h". **Círculo Vertical de un Astro** es el círculo máximo que pasa por el cenit y por el astro. Otro ángulo muy útil, equivalente a la altura, es la **Distancia Cenital**, que es el ángulo formado entre la visual al astro y la vertical del lugar, medido de 0° a 180° , desde la vertical hasta la visual al astro. Se representa con la letra "z" y siempre es igual a $90^\circ - h$, como se observa en la Figura 3-3.

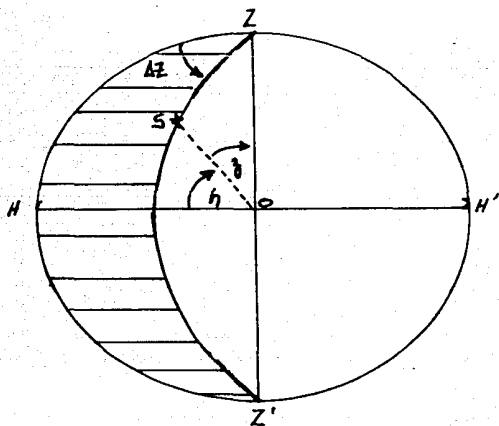
ii) **Azimut:** Es el ángulo diedro formado por el plano del círculo vertical del astro y el plano del círculo vertical del punto

cardinal norte. Se representa con la letra AZ. En aplicaciones topográficas, ingenieriles y geográficas, el azimut suele medirse de 0° a 360° , a partir del punto cardinal norte y hacia el este. Ver Figura 3-3.

Como se ve, estas coordenadas se parecen mucho a las geográficas, siendo el horizonte celeste equivalente al ecuador terrestre, la altura similar a la latitud geográfica y el azimut parecido a la longitud geográfica. Los meridianos terrestres son sustituidos por los llamados Círculos Verticales y el meridiano de Greenwich por el meridiano celeste. Una diferencia notable es que la altura no es "norte" o "sur", sino positiva o negativa.

ESFERA CELESTE

COORDENADAS HORIZONTALES



$h \rightarrow$ ALTURA

$AZ \rightarrow$ AZIMUT

$Z \rightarrow$ DISTANCIA CENITAL

FIGURA 3-3

H-H' \rightarrow HORIZONTE CELESTE

Z-Z' \rightarrow VERTICAL DEL LUGAR

O-S \rightarrow VISUAL AL ASTRO

ZSZ' \rightarrow CIRCULO VERTICAL DEL ASTRO

Z \rightarrow CENIT

Z' \rightarrow NADIR

S \rightarrow ASTRO

O \rightarrow OBSERVADOR

b). *Sistema de Coordenadas Ecuatoriales*: En este otro sistema de coordenadas, los dos ángulos con los que se determina la posición de los astros sobre la esfera celeste, están referidos al ecuador celeste, de donde toman su nombre, y a un círculo perpendicular al ecuador, equivalente al meridiano de Greenwich de las coordenadas geográficas que pasa por el **punto vernal** que definiremos más adelante. En contraste con las coordenadas horizontales, el valor de estos ángulos prácticamente no varían, siendo la principal causa de su lento cambio el movimiento de precesión del eje de rotación de la Tierra. En este sistema, los dos ángulos con que se determina la posición de un astro son la Declinación y la Ascensión recta (o el ángulo horario).

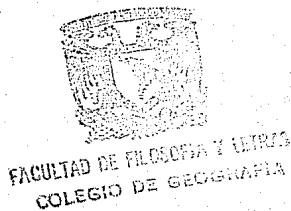
i) **Declinación**: es el ángulo que forman la visual al astro y el plano del ecuador celeste; se mide sobre el círculo horizontal del astro de 0° a 90° hacia el polo norte celeste (P) y de 0° a -90° hacia el polo sur celeste (P'). Se representa mediante la letra griega " δ ". Círculo horario de un astro es el círculo máximo que pasa por los polos celestes y el astro. Ver Figura 3-4.

ii) **Ascensión Recta**: Es el ángulo diedro formado por el plano del círculo horario del punto gamma o punto vernal y el plano del círculo horario del astro. Se mide a partir del círculo horario del punto gamma o vernal, hacia el Este, de 0h a 24h (o de 0° a 360°). Se representa en nuestro curso con la letra griega " α ". Ver Figura 3-4.

3.3 EL PUNTO GAMMA

El punto gamma, también llamado punto vernal o primer punto de Aries, es el lugar de la esfera celeste donde se encuentra el Sol al iniciarse la primavera en el hemisferio norte terrestre. El Sol parece moverse en la esfera celeste describiendo un círculo máximo durante un año (trópico), atravesando las constelaciones del zodiaco. Naturalmente, ese movimiento aparente del Sol es consecuencia del movimiento de traslación terrestre, es la intersección del plano de la órbita de la Tierra con la esfera celeste y se llama eclíptica. Esta, intersecta el ecuador celeste en dos puntos; uno de ellos es el punto gamma, que es donde el centro del disco solar cruza del hemisferio sur al hemisferio norte, iniciándose la primavera en los países del hemisferio norte terrestre y el otoño en los del sur. Ver Figura 3-4.

Otro ángulo, útil en aplicaciones astronómicas y equivalente a la ascensión recta, es el ángulo horario, que es el ángulo diedro formado por el plano del meridiano celeste y el plano del círculo horario del astro. Se mide de 0h a 12h hacia el Oeste y de 0h a -12h hacia el Este. Es una coordenada en constante cambio que nos da idea de dónde se encuentran los astros respecto al meridiano celeste. En nuestro curso lo representaremos con las letras "AH". Ver Figura 3-4.



ESFERA CELESTE

COORDENADAS ECUATORIALES

- E E' → ECUADOR CELESTE
- P P' → EJE DEL MUNDO
- P → POLO NORTE CELESTE
- P' → POLO SUR CELESTE
- PS P' → CIRCULO HORARIO DEL ASTRO
- S → ASTRO
- H → PUNTO GAMA O VERNAL
- HP' → CIRCULO HORARIO DEL PUNTO VERNAL O GAMA
- OS → VISUAL AL ASTRO
- O → OBSERVADOR

- δ → DECLINACION
- α → ASCENSION RECTA
- $\Delta-H$ → ANGULO HORARIO

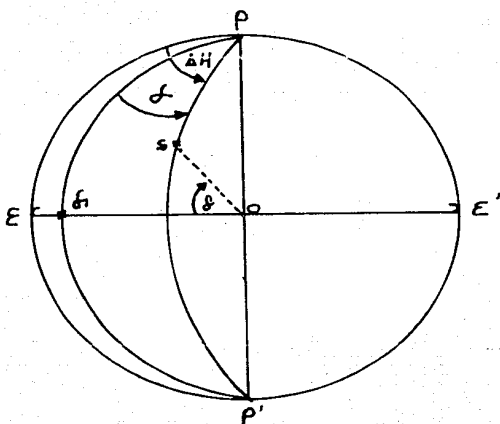


FIGURA 3-4

CAPITULO IV

EJERCICIOS CON ESFERAS CELESTES

4.1 INTRODUCCION

En virtud del movimiento diurno, el círculo horario de un astro efectúa una rotación completa en 24 horas, coincidiendo en ese lapso dos veces con el meridiano celeste. Se dice entonces que el astro *culmina*; cuando llega a su altura máxima efectúa su culminación o *paso superior* por el meridiano celeste; doce horas después, el astro cruzara de nuevo el meridiano, tal vez debajo del horizonte, efectuando su culminación o *paso inferior*; el ciclo se repite cada 24 horas, durante los cuales el ángulo horario variará continuamente. En el momento en que el astro está en culminación superior, su ángulo horario es 0h y vuelve a tener ese mismo ángulo 24 horas después. Transcurridas 6 horas de la culminación superior el ángulo horario es de 6 horas y 10 horas antes de culminar de nuevo, el ángulo horario del astro será -10 horas. Sin duda, este tipo de relaciones hace conveniente medir las ascensiones rectas y ángulos horarios en horas, minutos y segundos de tiempo, en lugar de usar grados, minutos y segundos de arco. Es adecuado recordar que:

24 hr = 360°	1 m = 15'
6 hr = 90°	4 s = 1'
1 hr = 15°	1 s = 15"
4 m = 1°	1/15 s = 1"

En el Apéndice A se dan algunos ejemplos de cómo convertir medidas angulares de uno a otro sistema.

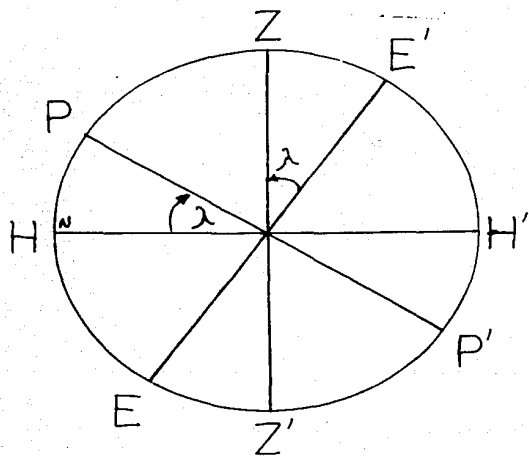
EJERCICIOS

4.2 CONSTRUCCION DE ESFERAS CELESTES PARA UN OBSERVADOR SITUADO EN DISTINTAS LATITUDES.

1. Construir una esfera celeste para un observador localizado en una latitud de 30° N; es decir, $\lambda = 30^\circ$ N. La esfera celeste correspondiente a este ejercicio, está representada en la Figura 4-1.

ESFERA CELESTE

$\lambda = 30^\circ$



H-H'-HORIZONTE CELESTE
 Z-Z'-VERTICAL DEL LUGAR
 P-P'-EJE DEL MUNDO
 E-E'-ECUADOR CELESTE

Z - CENIT

Z' - NADIR

P - POLO NORTE CELESTE

P' - POLO SUR CELESTE

$\lambda = 30^\circ$

H-A-Z-E-H'-P'-Z'-E - MERIDIANO CELESTE

N - PUNTO CARDINAL NORTE

FIGURA 4-1

Ⓢiguendo las reglas que establecimos:

- Dibujamos un círculo que representa a la esfera y, a su vez, es el meridiano celeste (por lo tanto, en él estarán los polos

celestes, el cenit y el nadir).

- b) Se traza una línea vertical que nos representará a la vertical del lugar, cuyas intersecciones con el círculo (a) son el cenit, arriba, y el nadir, abajo (Z y Z', respectivamente) y una línea (círculo) horizontal que nos representará al horizonte celeste (H-H'). El punto cardinal norte (N) se coloca al extremo izquierdo del horizonte).

Hasta aquí la primera parte de nuestra esfera celeste. Nos falta conocer la posición del eje del mundo (P-P') y esto nos lo da el valor de la latitud. Así pues:

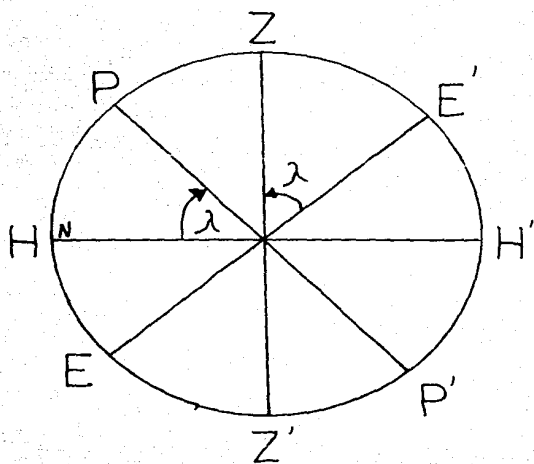
- c) El polo norte celeste (P), siempre situado en el lado izquierdo del círculo (meridiano celeste) debe estar a una altura igual a la latitud, en este caso 30° N. La línea que pasa por P y el centro de la esfera, que intersecta a la esfera celeste en el polo sur, P', diametralmente opuesto a P, es el eje del mundo, alrededor del cual parece girar la esfera celeste. Perpendicular a P-P' y pasando por el centro de la esfera, se traza la línea E-E' que representa al ecuador celeste. Cabe hacer notar que el ángulo que hace la vertical con el plano del ecuador es igual a la latitud del observador, ya que tiene lados mutuamente perpendiculares al ángulo formado por el horizonte y el eje del mundo que, como ya vimos es la latitud. Es importante recalcarlo pues esta relación se usará posteriormente.

2. Dibujar una esfera celeste a una latitud de 45° N.

Este ejercicio es similar al anterior y recordemos que, la posición del eje del mundo nos la dará el valor de la latitud y perpendicular a dicho eje estará el círculo que nos representa al ecuador celeste, ver dibujo correspondiente. Ver Figura 4-2.

ESFERA CELESTE

$$\lambda = 45^{\circ}$$



H-H'-HORIZONTE CELESTE
 Z-Z'-VERTICAL DEL LUGAR
 P-P'-EJE DEL MUNDO
 E-E'-ECUADOR CELESTE
 Z-CENIT
 Z'-NADIR
 P-POLO NORTE CELESTE
 P'-POLO SUR CELESTE
 HPZE'H'P'Z'E-MERIDIANO CELESTE
 $\lambda = 45^{\circ}$
 N-PUNTO CARDINAL NORTE

FIGURA 4-2

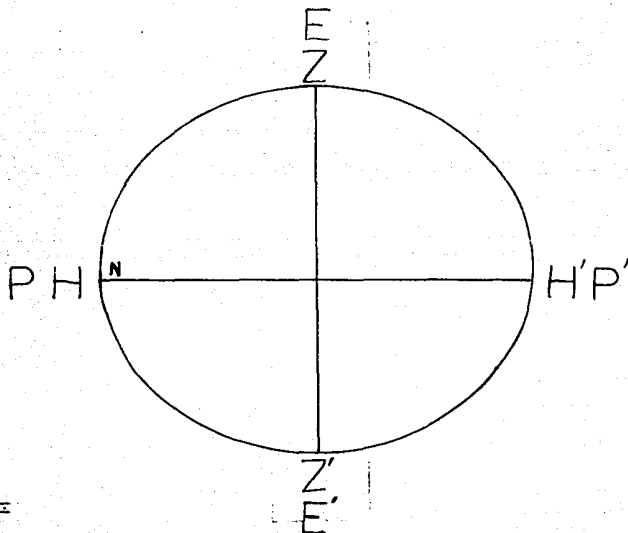
3. Dibujar una esfera celeste a una latitud de 0° .

Aquí, el observador se encuentra en el Ecuador y debemos tener en cuenta que la posición del eje del mundo respecto al plano del horizonte celeste está fijada por la latitud del observador, en este caso 0° ; por lo tanto, el eje del mundo coincide con el horizonte celeste y no puede representarse el ángulo equivalente a la latitud. De acuerdo a la latitud ya encontramos la posición del eje del mundo y con ello la posición del ecuador celeste ya que forman un ángulo de 90° , viéndose en

nuestra esfera correspondiente que el ecuador celeste coincide con la vertical del lugar. Ver Figura 4-3.

ESFERA CELESTE.

$$\lambda = 0^\circ$$



H-H' - HORIZONTE CELESTE
 Z-Z' - VERTICAL DEL LUGAR
 P-P' - EJE DEL MUNDO
 E-E' - ECUADOR CELESTE
 Z - CENIT
 Z' - NADIR
 P - POLO NORTE CELESTE
 P' - POLO SUR CELESTE
 $\lambda = 0^\circ$
 N - PUNTO CARDINAL NORTE

FIGURA 4-3

4: Dibujar una esfera celeste a una latitud de 90° N.

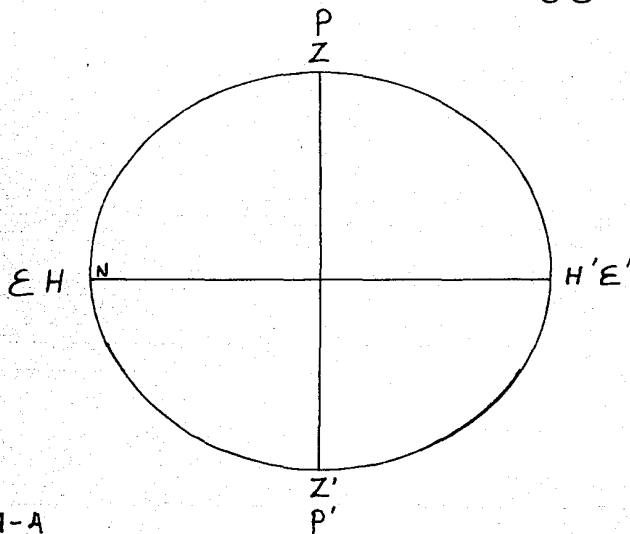
Se utilizan los mismos pasos que en los ejercicios anteriores, dándonos cuenta que la posición del eje del mundo coincide con la de la vertical del lugar y por lo tanto la del ecuador celeste con la del horizonte celeste y de nueva cuenta la imposibilidad de representar los ángulos equivalentes a la latitud. Ver Figura 4-4. Observa los dibujos correspondientes, trata de entenderlos y traza esferas celestes a distintas latitudes hasta resolver todas tus dudas.

Te habrás dado cuenta que solamente hemos empleado latitudes norte en los ejercicios anteriores; esto obedece a que

en nuestro curso trabajamos casi exclusivamente con ejemplos ubicados en ese hemisferio. Hasta aquí, la latitud la hemos empleado dibujando el polo norte celeste a alturas entre 0° y $+90^\circ$ sobre el horizonte celeste, con el polo norte siempre en el lado izquierdo de nuestra esfera; pero también podríamos colocarlo a alturas desde 0° hasta -90° , debajo del horizonte celeste, hacia el nadir (Z'), lo cual indicaría que se trata de un caso en el hemisferio sur terrestre, siempre ubicando el polo norte celeste (P) en el lado izquierdo de la esfera como lo podrás observar en el siguiente ejercicio:

ESFERA CELESTE

$\lambda = 90^\circ$



H-H'—HORIZONTE CELESTE
 Z-Z'—VERTICAL DEL LUGAR
 P-P'—EJE DEL MUNDO
 E-E'—ECUADOR CELESTE
 Z—ZENIT
 Z'—NADIR
 P—POLO NORTE CELESTE
 P'—POLO SUR CELESTE
 N—PUNTO CARDINAL NORTE
 HZH'Z'—MERIDIANO CELESTE
 $\lambda = 90^\circ$

FIGURA 4-A

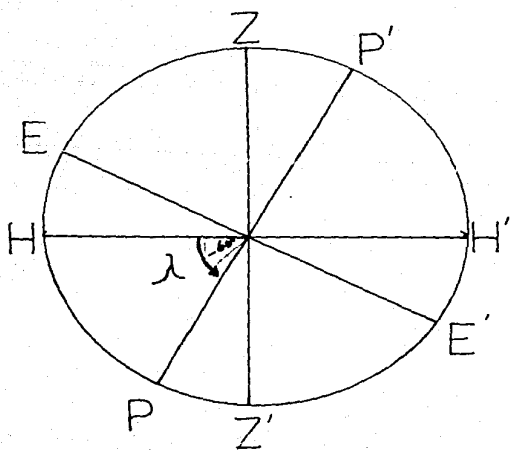
5. Dibujar una esfera celeste a una latitud de 60° Sur.

Seguimos los mismos pasos que en los ejercicios anteriores, pero en éste, la latitud es sur; entonces, la medimos de 0° a -90° del horizonte hacia el nadir, como se observa en la

Figura 4.5. Esto nos da la posición del eje del mundo, colocando siempre en el lado izquierdo de nuestra esfera celeste al polo norte.

ESFERA CELESTE

$$\lambda = -60^{\circ} S$$



H-H'-HORIZONTE CELESTE
 Z-Z'-VERTICAL DEL LUGAR
 P-P'-EJE DEL MUNDO
 E-E'-ECUADOR CELESTE
 Z - CENIT
 Z' - NADIR
 P - POLO NORTE CELESTE
 P' - POLO SUR CELESTE
 HEZPH'E'Z'P - MERIDIANO CELESTE
 $\lambda = -60^{\circ}$

FIGURA 4-5

4.3 LOCALIZACION DE LOS PUNTOS DE CULMINACION DE LOS ASTROS EN LA ESFERA CELESTE.

Hasta aquí solo hemos dibujado esferas celestes para un observador que se encuentra a cierta latitud. En ellas podemos dibujar, además, algunas estrellas. Para ello se necesitan conocer las coordenadas de la estrella. Por facilidad, en los ejercicios que a continuación veremos, dibujaremos al astro siempre en culminación superior; esto es, cruzando el meridiano celeste a su

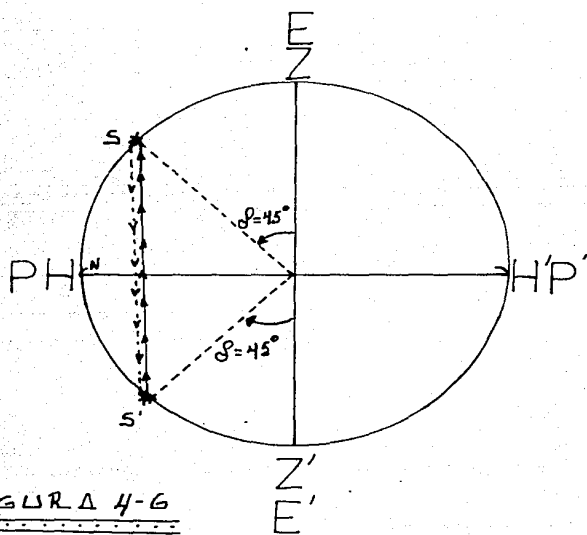
máxima altura; o sea, el astro tendrá azimut igual a 0° a 90° , o ángulo horario igual a cero. Supongamos ahora que la coordenada que se nos proporciona es la declinación (δ) que, como ya sabemos, es una coordenada ecuatorial que se mide a partir del ecuador celeste de 0° a $+90^\circ$ hacia el polo norte celeste (P) y de 0° a -90° hacia el polo sur celeste (P').

6. Dibujar una esfera celeste a una latitud de 0° y en ella una estrella en su paso superior, cuya declinación (δ) es de $+45^\circ$.

ESFERA CELESTE

$$\lambda = 0^\circ$$

$$\rho = 45^\circ$$



H-H' - HORIZONTE CELESTE
 Z-Z' - VERTICAL DEL LUGAR
 P-P' - EJE DEL MUNDO
 E-E' - ECUADOR CELESTE
 ρ - DECLINACION
 S - PASO SUPERIOR DEL ASTRO
 S' - PASO INFERIOR DEL ASTRO
 Z - ZENIT
 Z' - NADIR
 P - POLO NORTE CELESTE
 P' - POLO SUR CELESTE
 N - PUNTO CARDINAL NORTE

FIGURA 4-6

Este ejercicio requiere de repetir el 3o. precedente. El eje del mundo está sobre el plano del horizonte celeste y, por consiguiente, la vertical del lugar (Z-Z') está sobre el plano del ecuador celeste. En ella debemos dibujar una estrella que tiene declinación $+45^\circ$. La declinación (δ) se mide desde el ecuador

celeste hasta la visual al astro, que está en su paso superior o culminación superior. Como sabemos, dicha estrella se moverá en un círculo paralelo al ecuador celeste como se representa en la Figura 4.6; su paso inferior, S' se encuentra por abajo del horizonte celeste. El astro del problema está en el punto S.

En nuestro ejercicio te darás cuenta que un observador situado a 0° de latitud, ve en su esfera celeste que las estrellas pasan la mitad de su recorrido por encima del horizonte celeste y la otra mitad por debajo del mismo, es decir; es una estrella que "sale y se oculta". ¿Podrías calcular la altura del astro, tanto en su culminación superior (S) como en su paso inferior(S')?

7. Construir una esfera celeste a una latitud de 90° y en ella una estrella en culminación superior cuya declinación es de $+45^\circ$.

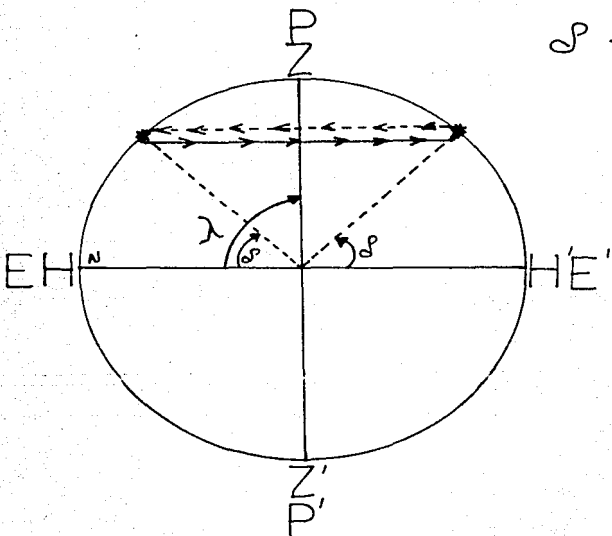
Aquí el observador se encuentra en el polo norte y, por lo tanto, el eje del mundo coincide con la vertical del lugar, así como el horizonte celeste con el ecuador celeste. Como la estrella se mueve en un círculo paralelo al ecuador y al horizonte celestes; por lo tanto, su altura es constante e igual a su declinación. El observador se dará cuenta que dicha estrella "no sale ni se oculta", sino que será una estrella circumpolar, como se ve en la Figura 4.7.

Todas las estrellas con declinación positiva son circumpolares para un observador en el polo norte terrestre y no culminan (es más, en los polos terrestres, no se pueden definir los meridianos terrestre y celeste).

ESFERA CELESTE

$$\lambda = 90^\circ$$

$$\rho = 45^\circ$$



H-H'-HORIZONTE CELESTE

Z-Z'-VERTICAL DEL LUGAR

P-P'-EJE DEL MUNDO

E-E'-EQUADOR CELESTE

Z - CENIT

Z' - NADIR

P - POLO NORTE CELESTE

P' - POLO SUR CELESTE

N - PUNTO CARDINAL NORTE

ρ - DECLINACION

λ - LATITUD

S - PASO SUPERIOR DEL ASTRO

FIGURA 4-7

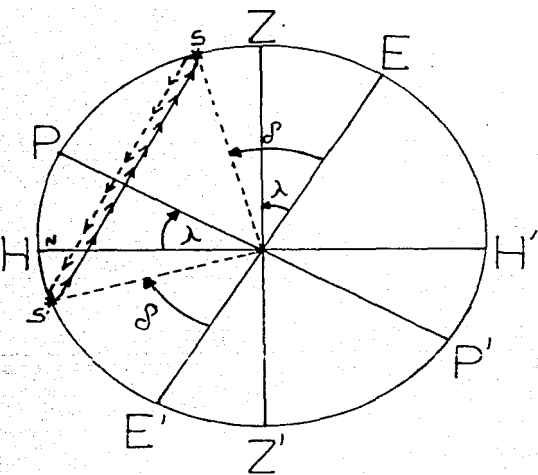
8. Dibujar una esfera celeste a latitud 30° N. y en ella el paso superior de una estrella cuya declinación es $+45^\circ$.

Te darás cuenta que la declinación siempre se mide a partir del ecuador celeste y, como es positiva, hacia el polo norte celeste, como en los ejercicios anteriores y hasta la visual al astro. Así podemos determinar, con el valor de la declinación, los pasos superior e inferior del astro. Puedes darte cuenta en nuestro dibujo correspondiente a la Figura 4.8 que esta estrella está la mayor parte del tiempo encima del horizonte y un lapso menor debajo del mismo.

ESFERA CELESTE

$$\lambda = 30^\circ$$

$$\rho = +45^\circ$$



- H-H' - HORIZONTE CELESTE
- Z-Z' - VERTICAL DEL LUGAR
- P - P' - EJE DEL MUNDO
- E-E' - ECUADOR CELESTE
- Z - CENIT
- Z' - NADIR
- P - POLO NORTE CELESTE
- P' - POLO SUR CELESTE
- S - PASO SUPERIOR DEL ASTRO
- S' - PASO INFERIOR DEL ASTRO
- N - PUNTO CARDINAL NORTE
- HPZEHP'Z'E' - MERIDIANO CELESTE
- λ - LATITUD
- ρ - DECLINACION

FIGURA 4-8

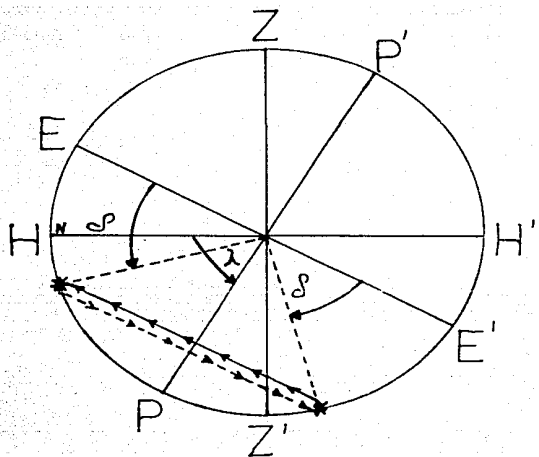
9. Construir una esfera celeste a una latitud de 60° sur y en ella una estrella con una declinación de $+45^\circ$ en sus pasos superior e inferior. Este es un ejercicio que, por lo general, no vamos a utilizar en nuestro curso, pues la latitud es sur, lo cual nos lleva a trabajar en dicho hemisferio; sin embargo, es importante verlo y para ello esta la Figura 4.9 para darnos cuenta que en realidad es lo mismo: observa que aquí el polo norte celeste (P) se encuentra por abajo del horizonte celeste (H-H'), siempre en el lado izquierdo de nuestra esfera celeste como lo mencionamos al principio del curso. La latitud, recordemos, es igual a la altura del polo norte celeste y, como en este caso es negativa, se mide desde H-H' hacia abajo, eso nos fija la posición del eje del mundo

y, por lo tanto la del ecuador celeste. Posteriormente, con el valor de la declinación, que es positiva, fijamos la posición del astro (pasos superior e inferior), medida desde el ecuador celeste hacia el polo norte celeste. Observa aquí, que el astro permanece siempre debajo del horizonte celeste (H-H') y por lo tanto siempre oculto al observador situado en esa latitud sureña.

ESFERA CELESTE

$$\lambda = -60^{\circ} S$$

$$\delta = +45^{\circ}$$



H-H'-HORIZONTE CELESTE

Z-Z'-VERTICAL DEL LUGAR

P-P'-EJE DEL MUNDO

E-E'-ECUADOR CELESTE

Z - CENIT

Z' - NADIR

P - POLO NORTE CELESTE

P' - POLO SUR CELESTE

N - PUNTO CARDINAL NORTE

HEZP'H'E'Z'P - MERIDIANO CELESTE

λ - LATITUD

δ - DECLINACION

FIGURA 4-9

Hasta aquí hemos hecho ejercicios utilizando declinaciones positivas; a continuación veremos algunos ejemplos con declinaciones negativas. Cuando es así, la declinación se mide hacia el polo sur celeste, siempre desde el ecuador celeste y hasta la visual al astro, como se observa en los siguientes ejercicios:

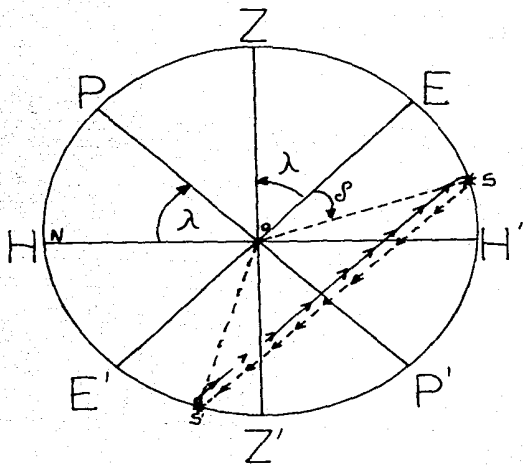
10. Dibujar una esfera celeste a latitud 45° norte, y en ella una estrella cuya declinación es -27° .

Aquí, el ángulo correspondiente a la declinación (δ), se mide a partir del ecuador celeste (E-E') y hacia el polo sur celeste hasta la visual al astro. En la Figura 4.10 se observa el movimiento diurno de dicha estrella y podemos darnos cuenta que la mayor parte del tiempo permanece por debajo del horizonte celeste (H-H').

ESFERA CELESTE

$$\lambda = 45^\circ \text{ N}$$

$$\delta = -27^\circ$$



- H-H'-HORIZONTE CELESTE
- Z-Z'-VERTICAL DEL LUGAR
- P-P'-EJE DEL MUNDO
- E-E'-ECUADOR CELESTE
- Z- CENIT
- Z'- NADIR
- P- POLO NORTE CELESTE
- P'- POLO SUR CELESTE
- N- PUNTO CARDINAL NORTE
- λ - LATITUD
- δ - DECLINACION
- S- PASO SUPERIOR DEL ASTRO
- O- OBSERVADOR
- OS- VISUAL AL ASTRO
- S'- PASO INFERIOR DEL ASTRO

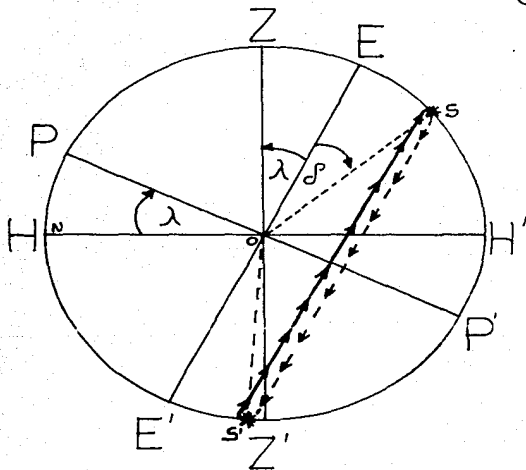
FIGURA 4-10

11. Dibujar una esfera celeste en un lugar de latitud $25^\circ 49'$ N y en ella señale los pasos superior e inferior de una estrella cuya declinación tiene un valor de $-23^\circ 27'$. Ver Figura 4.11.

ESFERA CELESTE

$$\lambda = 25^{\circ}49' N$$

$$\rho = -23^{\circ}27'$$



- H-H'- HORIZONTE CELESTE
- Z-Z'- VERTICAL DEL LUGAR
- P-P'- EJE DEL MUNDO
- E-E'- ECUADOR CELESTE
- Z - CENIT
- Z' - NADIR
- P - POLO NORTE CELESTE
- P' - POLO SUR CELESTE
- N - PUNTO CARDINAL NORTE
- λ - LATITUD
- ρ - DECLINACION
- S - PASO SUPERIOR DEL ASTRO
- O - OBSERVADOR
- OS - VISUAL AL ASTRO
- S' - PASO INFERIOR DEL ASTRO

FIGURA 4-11

Estudia los doce ejemplos y haz varios ejercicios hasta que no quede ninguna duda.

4.4 CALCULO DE LA ALTURA MAXIMA DE UN ASTRO.

Recordemos que la altura es una coordenada celeste horizontal que se mide desde el horizonte celeste hasta la visual al astro, de 0° a 90° hacia el cenit y de 0° a -90° hacia el nadir.

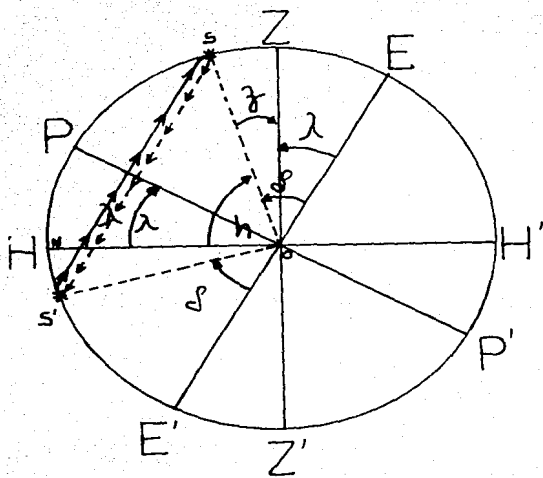
El valor de esta coordenada lo podemos obtener conociendo

el valor de la latitud y el de la declinación cuando la estrella está cruzando el meridiano; esto es, en sus pasos superior (culminación) e inferior.

Estudia los ejercicios siguientes:

12. Construir una esfera celeste a latitud 30° N y en ella una estrella con declinación de $+45^\circ$. Cuánto vale la altura de dicha estrella en su paso superior? Observando la Figura 4.12, correspondiente a este ejercicio, puedes darte cuenta que la suma de los ángulos h y δ es la suma de 90° más la latitud (λ), así pues:

ESFERA CELESTE



$$\lambda = 30^\circ \text{ N}$$

$$\delta = 45^\circ$$

$$h = ?$$

H-H'-HORIZONTE CELESTE

Z-Z'-VERTICAL DEL LUGAR

P-P'-EJE DEL MUNDO

E-E'-ECUADOR CELESTE

Z - CENIT

Z'-NADIR

P - POLO NORTE CELESTE

P' - POLO SUR CELESTE

N - PUNTO CARDINAL NORTE

O - OBSERVADOR

OS - VISUAL AL ASTRO

S - PASO SUPERIOR DEL ASTRO

S' - PASO INFERIOR DEL ASTRO

z - DISTANCIA CENITAL ($90^\circ - h$)

FIGURA 4-12

$$h + \delta = 90^\circ + \lambda$$

despejando h y sustituyendo

$$h = 90^\circ + \lambda - \delta$$

$$h = 90^\circ + 30^\circ - 45^\circ$$

$$h = 120^\circ - 45^\circ$$

$$h = 75^\circ$$

Hay otras formas igualmente correctas de resolver el problema; por ejemplo, mediante la relación:

$$h - \lambda = 90^\circ - \delta$$

De ella se despeja y calcula h

$$h = 90^\circ - \delta + \lambda$$

$$h = 90^\circ - 45^\circ + 30^\circ$$

$$h = 120^\circ - 45^\circ$$

$$h = 75^\circ$$

Se trata pues, de relacionar los ángulos previamente trazados con base en los datos y en los conocimientos que ya tenemos de la esfera celeste.

13. Calcular la altura máxima de un astro con declinación + 30° en un lugar de latitud 60° N. Ver Figura 4.13.

Una vez dibujada la esfera celeste, ve qué ángulos hay, de cuáles de ellos conoces sus valores y qué es lo que te están pidiendo. Después de esto puedes deducir la siguiente relación, que por supuesto no es la única:

Si al ángulo h le quitamos el ángulo δ y a esta diferencia le sumamos el ángulo λ , el resultado será 90° .
 Cerciórate de la validez de esta relación.

$$h - \delta + \lambda = 90^\circ$$

$$h = 90^\circ + \delta - \lambda$$

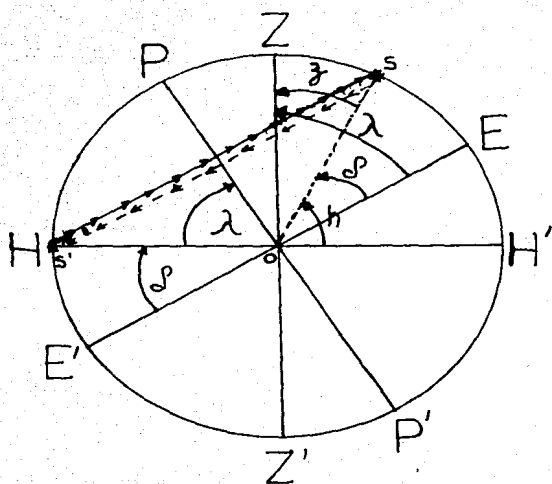
$$h = 90^\circ + 30^\circ - 60^\circ$$

$$h = 120^\circ - 60^\circ$$

$$h = 60^\circ$$

Toma en cuenta que estas relaciones se deducen de los dibujos y tu puedes optar por lo que para ti sea más entendible, siempre y cuando la relación sea válida, esto es, se cumpla en ese dibujo.

ESFERA CELESTE



$$\lambda = 60^\circ$$

$$\delta = 30^\circ$$

$$h = ?$$

H-H'-HORIZONTE CELESTE

Z-Z'-VERTICAL DEL LUGAR

P-P'-EJE DEL MUNDO

E-E'-ECUADOR CELESTE

Z - CENIT

Z' - NADIR

P - POLO NORTE CELESTE

P' - POLO SUR CELESTE

N - PUNTO CARDINAL NORTE

OS - VISUAL AL ASTRO

O - OBSERVADOR

S - PASO SUPERIOR DEL ASTRO

S' - PASO INFERIOR DEL ASTRO

z - DISTANCIA CENITAL ($90^\circ - h$)

FIGURA 4-13

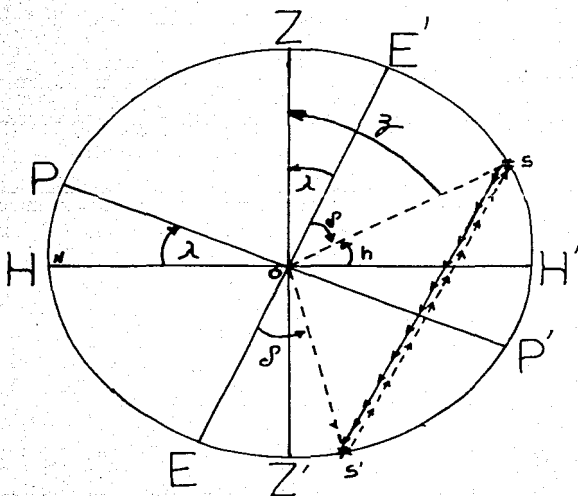
14. Obtener el valor de la altura máxima de un astro con declinación (δ) = - 37°, cuando se le observa desde un lugar de latitud 23° N. Ver Figura 4.14.

ESFERA CELESTE

$$\lambda = 23^\circ$$

$$\delta = -37^\circ$$

$$h = ?$$



- H-H' - HORIZONTE CELESTE
- Z-Z' - VERTICAL DEL LUGAR
- P-P' - EJE DEL MUNDO
- E-E' - ECUADOR CELESTE
- Z - CENIT
- Z' - NADIR
- P - POLO NORTE CELESTE
- P' - POLO SUR CELESTE
- S - PASO SUPERIOR DEL ASTRO
- S' - PASO INFERIOR DEL ASTRO
- N - PUNTO CARDINAL NORTE
- HPZH'P'Z'E'- MERIDIANO CELESTE
- λ - LATITUD
- δ - DECLINACION
- OS - VISUAL AL ASTRO
- h - ALTURA

FIGURA 4-14

En los ejercicios anteriores, te habrás dado cuenta que en nuestros dibujos aparece un ángulo al que hemos representado con la letra "z". Este ángulo recibe el nombre de Distancia Cenital y se mide siempre desde la vertical del lugar hacia la visual al astro de 0° a 180°; siempre es positivo e igual a 90°-h; es decir $z = 90^\circ - h$. Observa los dibujos y te darás cuenta de ello. Por qué es importante esto? Porque este ángulo nos ayudará a deducir las fórmulas para obtener la latitud de un lugar dadas

la altura máxima y la declinación de una supuesta estrella, como lo veremos más adelante. Para practicar, calcula las alturas máxima de los astros en los problemas 6 a 12 del capítulo anterior.

CAPITULO V

DETERMINACION DE LA LATITUD GEOGRAFICA DE UN LUGAR

5.1 ANTECEDENTES

Si conocemos la altura y la declinación de un astro, podemos obtener la latitud haciendo las relaciones que se presentan entre los ángulos obtenidos al dibujar la esfera celeste.

Es muy importante aquí, saber si la altura máxima del astro (paso superior) ocurre al Norte o Sur del cenit. Puedes darte cuenta de ello recordando que el punto cardinal Norte, se encuentra en el extremo izquierdo del horizonte celeste.

Cuando el paso superior del astro ocurre al Norte del Cenit, como es el caso del problema 12, te darás cuenta de la Figura 4.12 que si al ángulo h le restamos el ángulo λ nos queda un ángulo igual a 90° menos el ángulo δ ; por lo tanto, la relación existente entre esos ángulos se puede expresar (entre otras formas):

$$h - \lambda = 90^\circ - \delta$$

$$h - 90^\circ + \delta = \lambda$$

recordando y agrupando

$$\delta + h - 90^\circ = \lambda$$

$$\delta - (90^\circ - h) = \lambda$$

ahora, recordemos que $z = 90^\circ - h$, por lo que

$$\lambda = \delta - z$$

Esta fórmula se usaría cuando el paso superior de la estrella sucede al Norte del cenit.

Cuando el paso superior ocurre al sur del cenit, y la declinación del astro es positiva, como se observa en el problema 13, una posible relación entre los ángulos se obtiene fácilmente al notar que el ángulo z (que es la distancia cenital, igual a $90^\circ - h$) es la resta del ángulo λ menos el ángulo δ ; esto es:

$$z = 90^\circ - h = \lambda - \delta$$

por lo tanto

$$\lambda = \delta + z$$

Ahora bien, si la declinación es negativa, éste hará su culminación superior siempre al sur del cenit (desde luego, si la latitud del astro es Norte, como nos hemos propuesto mantener). En ese caso, la ecuación general a la que se llega es la misma que hemos obtenido en el último caso. Veámoslo utilizando el problema 14:

Como sabemos que la declinación es negativa, la relación general entre los ángulos de la Figura 4.14 no es $\lambda + \delta + h = 90^\circ$, sino:

$$\lambda - \delta + h = 90^\circ;$$

Así, al sustituir el valor de $\delta(-37^\circ)$, de $\lambda(23^\circ)$ y de h que calculamos (30°) en efecto esta última relación se cumple:

$$23^\circ - (-37^\circ) + 30^\circ = 23^\circ + 37^\circ + 30^\circ = 90^\circ$$

así pues, despejando se tiene:

$$\begin{aligned}\lambda &= 90^\circ - h + \delta \\ \lambda &= \delta + (90^\circ - h) = \delta + z\end{aligned}$$

que es la misma relación del caso anterior.

En consecuencia, esta fórmula se emplearía para sacar la latitud de un lugar, cuando el paso superior de la estrella queda al sur del cenit. Las dos ecuaciones encontradas pueden resumirse de la manera siguiente:

$$\lambda = \delta \pm z$$

donde se emplea el signo + si el astro culmina al sur del cenit y el signo - si culmina al norte del cenit. Se puede emplear para calcular la latitud geográfica de un lugar conociéndose la latitud del astro y la altura de su culminación superior. Aunque aquí no

se demuestra, es válida para toda latitud (Norte o Sur) si convenimos en que las latitudes norte son positivas y las sur negativas).

Estas fórmulas, efectivamente nos permiten encontrar la latitud de un lugar conociendo los valores de la declinación y la altura máxima de un astro, así como si esto ocurre al Norte o Sur del cenit. Sin embargo uno de los objetivos de nuestro curso es utilizar la esfera celeste; es decir, conocerla y entenderla de tal forma que no necesitemos memorizar fórmulas para obtener resultados que son fríos que no necesariamente comprendemos.

Es más trascendente entender lo que se está haciendo: ¿Cómo se vería la esfera celeste si estoy en el círculo polar ártico? Nuestra estrella, el Sol, ¿se ocultará? y si esto sucede ¿cuánto tiempo estará por encima del horizonte? ¿Por dónde me parece a mi que se ocultará? y si yo estoy a otra latitud ¿ocurrirá lo mismo o cambiará todo? Estas preguntas y miles más las tendremos siempre si sólo usamos fórmulas para resolver problemas que involucran a la esfera celeste. De ahí que es recomendable dibujar las esferas, sacar nuestras conclusiones de los datos que en ellas hemos plasmado y para posteriormente comprobarlos, si ello es necesario, con las fórmulas que ya conocemos o por inspección visual del dibujo mismo.

A continuación se muestra cómo se puede hacer esto, mediante ejemplos.

5.2 EJERCICIOS

1. Encontrar la latitud de un lugar donde una estrella pasó por el meridiano celeste a una altura de $+45^{\circ}20'$, al norte del cenit, sabiendo que la declinación de dicha estrella es de $+62^{\circ}15'$.

Datos:

$$h = +45^{\circ}20' \text{ N de Z}$$

$$\delta = +62^{\circ}15'$$

El primer obstáculo que encontramos en este ejercicio es que no conocemos el valor de la latitud y, por lo tanto, no podemos dibujar el eje del mundo (P-P') como lo hemos hecho hasta ahora y, ya con el eje del mundo, encontraríamos el ecuador celeste. Con los datos que tenemos se puede, sin embargo, proceder de la siguiente forma: conocemos la altura máxima (h) del astro y que se encuentra al norte de Z; por lo tanto lo podemos localizar en una esfera celeste sin eje del mundo ni ecuador celeste, trazando la visual a él a altura $h = +45^{\circ}20'$, sobre el meridiano celeste y al norte de z, como lo muestra la Figura 5.1.

Si ya conocemos la posición de la estrella en el meridiano celeste, podemos localizar el ecuador celeste pues sabemos el valor de la declinación de la estrella: recordemos que la declinación (δ) es la distancia angular que hay desde el ecuador celeste hasta la visual al astro (o viceversa) y, en este caso, siendo positiva, la estrella está ubicada en un lugar (del meridiano celeste) entre el ecuador y el polo norte celeste, a un ángulo igual a $62^{\circ}15'$ del ecuador. Por lo tanto, el ecuador

celeste (E-E') está, como se muestra en la Figura 5.1 a $62^{\circ}15'$ al Sur de la estrella; esto es, a $62^{\circ}15'$ de la visual (que ya dibujamos) y en la dirección de las manecillas del reloj, que es la dirección sur a partir de la estrella (hasta el polo sur celeste, que todavía no sabemos dónde esta).

Ya conocida la posición del ecuador celeste es muy sencillo encontrar la del eje del mundo, pues son perpendiculares entre sí: la Figura 5.1 nos muestra la esfera celeste completa y con todos los datos relevantes. Por ello nos damos cuenta que la latitud es positiva y, por lo tanto, es Norte.

ESFERA CELESTE

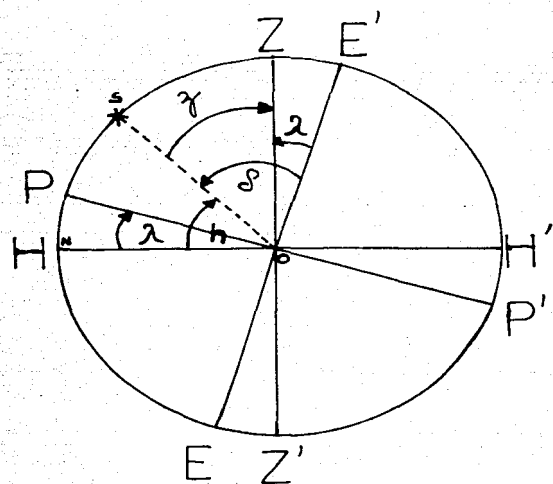


FIGURA 5-1

DETERMINACION DE LATITUD

$$h = 45^{\circ}20' \quad \underline{N \text{ DE } Z}$$

$$\delta = +62^{\circ}15'$$

$$\lambda = ?$$

- H-H' - HORIZONTE CELESTE
- Z-Z' - VERTICAL DEL LUGAR
- P-P' - EJE DEL MUNDO
- E-E' - ECUADOR CELESTE
- Z - CENIT
- Z' - NADIR
- P - POLO NORTE CELESTE
- P' - POLO SUR CELESTE
- N - PUNTO CARDINAL NORTE
- O - OBSERVADOR
- OS - VISUAL AL ASTRO
- S - PASO SUPERIOR DEL ASTRO
- h - ALTURA
- δ - DECLINACION
- z - DISTANCIA CENITAL
- λ - LATITUD

Ya establecidos los ángulos en la esfera, se busca alguna relación entre ellos. Por ejemplo: si a h le quitamos λ , nos queda un ángulo igual a 90° (que es el valor del cuadrante formado entre P y E) menos δ ; esto es:

$$h - \lambda = 90^\circ - \delta$$

(comprueba visualmente, en la Figura 5.1, que la relación es válida). Por supuesto hay otras relaciones que podrías utilizar y, si son correctas, deberás llegar al resultado que a continuación calculamos: despejando de la relación, se tiene

$$h - 90^\circ + \delta = \lambda \quad ;$$

sustituyendo,

$$45^\circ 20' - 90^\circ + 62^\circ 15' = \lambda \quad ,$$

$$107^\circ 35' - 90^\circ = \lambda$$

$$\lambda = 17^\circ 35' \text{ N}$$

para comprobarlo usamos la fórmula general que conocemos, empleando el signo (-), pues el astro culmina al N del cenit: $\lambda = \delta - z$ o $\lambda = \delta - (90^\circ - h)$, ya que $z = 90^\circ - h$; sustituyendo:

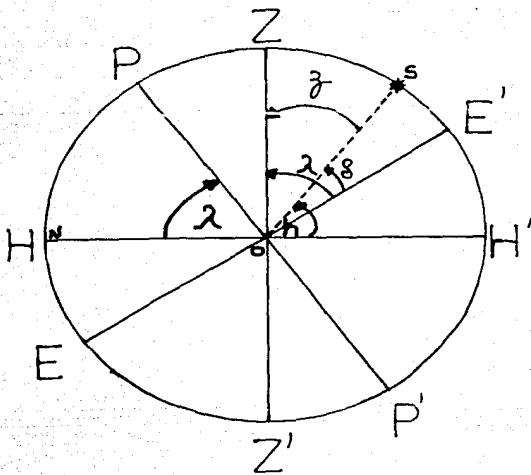
$$\lambda = 62^\circ 15' - (90^\circ - 45^\circ 20') = 62^\circ 15' - 44^\circ 40' = 17^\circ 35'$$

o sea, $\lambda = 17^\circ 35' \text{ N}$; esto es, el mismo resultado obtenido por deducción.

2. Encontrar la latitud de un lugar donde un astro cruzó el meridiano celeste (en su paso superior) a una altura de $53^{\circ}10'$ al sur del cenit, sabiendo que la declinación del astro tiene un valor de $+19^{\circ}20'$.

ESFERA CELESTE

DETERMINACION DE LATITUD



$$h = 53^{\circ}10', \text{ S DE Z}$$

$$\delta = +19^{\circ}20'$$

$$\lambda = ?$$

FIGURA 5-2

Este es un ejercicio similar al anterior, pero aquí, la estrella alcanza su paso superior al Sur del cenit y, como conocemos su altura, fijamos su posición y trazando la visual a ella, como se observa en la Figura 5.2 Su declinación es positiva, lo que indica que está situada hacia el norte del ecuador celeste o, lo que es lo mismo, el ecuador celeste está situado hacia el sur del astro, de tal manera que la visual y el ecuador celeste forman un ángulo igual a la declinación del astro, que en este

caso es de $19^{\circ}20'$. Posteriormente, trazamos el eje del mundo y señalamos todos los ángulos importantes hasta reproducir la Figura 5.2.

Ahora busquemos alguna relación entre los valores involucrados: si a λ le quitamos δ nos quedará el ángulo z , la distancia cenital del astro; esto es, $90^{\circ} - h$ (como se ve en la Figura 5.2). Hay otras relaciones que tu podrías utilizar si esta no te satisface. Entonces,

$$\lambda - \delta = 90^{\circ} - h ,$$

$$\lambda = 90^{\circ} - h + \delta ,$$

$$\lambda = 90^{\circ} - 53^{\circ}10' + 19^{\circ}20'$$

$$\lambda = 109^{\circ}20' - 53^{\circ}10'$$

$$\lambda = 56^{\circ}10' \text{ N}$$

Desde luego, en la Figura 5.2 se observa que, efectivamente, la latitud es norte porque P está encima de H-H'.

Para comprobar este resultado hacemos uso de la fórmula $\lambda = \delta + z$; esta vez se emplea el signo (+) pues el astro alcanza su paso superior al sur del cenit:

$$\lambda = \delta + z ,$$

donde $z = 90^{\circ} - h$

$$\lambda = \delta + (90^{\circ} - h)$$

$$\lambda = 19^{\circ}20' + (90^{\circ} - 53^{\circ}10') = 19^{\circ}20' + 36^{\circ}50' = 56^{\circ}10'$$

esto es,

$$\lambda = 56^{\circ}10' N$$

Como el resultado es positivo, sabemos que es latitud Norte aunque, si no construimos la esfera correspondiente no nos daremos cuenta cabal de ello.

3. Encontrar la latitud de un lugar, donde el Sol pasó por el meridiano celeste a una altura de $25^{\circ}40'33''$ al Sur del cenit y en ese momento la declinación (δ) del Sol tuvo un valor de $-15^{\circ}19'27''$.

En este ejercicio se nos dice que la altura (h) al cruzar el meridiano, es decir, el paso superior del Sol, sucede al Sur del cenit y a $25^{\circ}40'33''$. Con estos datos lo situamos en el meridiano celeste y podemos trazar la visual a él como se muestra en la Figura 5.3, el otro dato que tenemos es la declinación (δ), que es negativa; esto nos indica que el Sol está situado entre el ecuador celeste y el polo surceleste (P'), y que su visual hace un ángulo con el ecuador igual al valor de la declinación dada. Ahora bien, como hasta aquí solo conocemos la posición de la visual al Sol, entonces colocamos al ecuador celeste hacia el polo norte celeste (P), a partir de la visual, a un ángulo igual al valor dado de la declinación ($15^{\circ}19'27''$). Recordemos que el polo norte celeste, por convención, está del lado izquierdo de la esfera celeste (entre Z y Z'). Ya situado el ecuador celeste ($E-E'$), podemos trazar, como se muestra en la Figura 5.3 el eje del mundo ($p-p'$) a 90° del ecuador, y señalamos los ángulos importantes para determinar la latitud (λ), nos damos perfectamente cuenta al

observar la Figura , que $\lambda + \delta + h = 90^\circ$. Esta relación es correcta si se hace la siguiente aclaración respecto al signo negativo del valor de la declinación del Sol, que en este caso es $-15^\circ 19' 27''$; este signo es dado para indicarnos la posición del astro con respecto al ecuador celeste (E-E'); así, si es positivo, colocaremos al astro hacia el polo norte celeste (a partir del ecuador) y si es negativo, hacia el polo sur.

Para los propósitos de la forma de resolver este tipo de problemas, ya dibujada la esfera celeste que resume el problema particular y nos permite resolverlo, el signo positivo o negativo ha cumplido su misión y no lo utilizamos en nuestra relación entre ángulos. Efectivamente, la relación que nos resulta evidente de la sola observación de la Figura 5.3, es que la suma de los valores absolutos de los ángulos es 90° , esto es:

$$|\lambda| + |\delta| + |h| = 90^\circ$$

Los símbolos de "valor absoluto" pueden eliminarse si siempre recordamos emplear solo el valor de los ángulos, y no sus signos, al deducir relaciones entre ángulos.

Prosiguiendo con el problema:

$$\lambda = 90^\circ - h - \delta$$

sustituyendo valores (absolutos)

$$\lambda = 90^\circ - 25^\circ 40' 33'' - 15^\circ 19' 27''$$

sumando las cantidades negativas:

$$25^{\circ}40'33'' + 15^{\circ}19'27'' = 41^{\circ}$$

finalmente, $\lambda = 90^{\circ} - 41^{\circ}$ o $\lambda = 49^{\circ}$

De nuestro dibujo se ve que la latitud es norte.

Ahora, para comprobar el resultado, utilizaremos la fórmula general para la latitud cuando el astro hace su paso superior al sur del cenit:

$$\lambda = \delta + z ;$$

o sea,

$$\lambda = \delta + (90^{\circ} - h) = \delta + (90^{\circ} - 25^{\circ}40'33''),$$

$$\lambda = \delta + 64^{\circ}19'27''$$

Aquí, al utilizar fórmulas y al sustituir el valor de la declinación, que es $-15^{\circ}19'27''$, debemos hacerlo con todo y signo, como se señaló cuando dedujimos las ecuaciones. Entonces, $\lambda = +49^{\circ}00'00''$.

El signo del resultado es positivo, lo cual nos indica que la latitud es Norte.

4. Encontrar la latitud de un observador que mide el paso superior de una estrella a una altura de $30^{\circ}16'23''$ al norte del cenit.

sabiendo que la declinación de dicha estrella tiene un valor de $-18^{\circ}14'00''$.

ESFERA CELESTE

DETERMINACION DE LATITUD

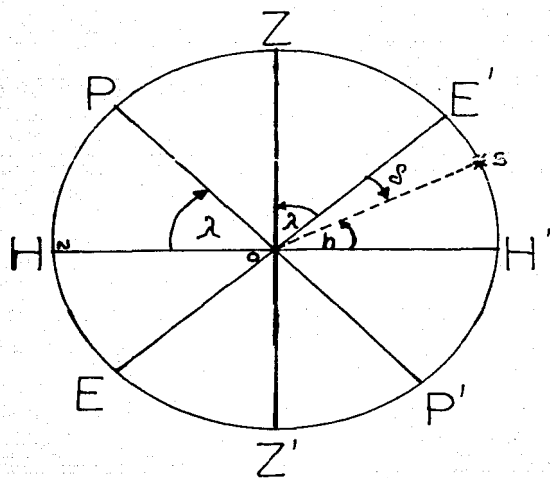


FIGURA 5-3

$$h = 25^{\circ}40'33''$$

$$\delta = -15^{\circ}19'27''$$

$$\lambda = ?$$

S DE Z

- H-H' - HORIZONTE CELESTE
- Z-Z' - VERTICAL DEL LUGAR
- P-P' - EJE DEL MUNDO
- E-E' - ECUADOR CELESTE
- Z - CENIT
- Z' - NADIR
- P - POLO NORTE CELESTE
- P' - POLO SUR CELESTE
- N - PUNTO CARDINAL NORTE
- O - OBSERVADOR
- OS - VISUAL AL ASTR0
- S - PASO SUPERIOR DEL ASTR0
- h - ALTURA
- δ - DECLINACION
- λ - LATITUD

Nos encontramos aquí con un ejercicio un poco más complicado, pero entendible:

La estrella cruza el meridiano al norte de Z y nos dan el valor de su altura (h). Con ello conocemos su posición y podemos trazar la visual a ella (Figura. 5.4). Nos dicen que su declinación es negativa y, por lo tanto, la estrella va a estar situada hacia el sur, a una distancia angular igual al valor de la declinación (δ) y, en consecuencia el ecuador celeste va a estar

situado hacia el norte de la visual a la estrella y a un ángulo δ . Conocida ya la posición del ecuador celeste trazamos el eje del mundo (P-P'), que es perpendicular a aquel, como se muestra en la Figura. 5.4. Podemos darnos cuenta en el dibujo de la esfera celeste que, en este caso, el polo norte celeste queda en el hemisferio que está por debajo del horizonte celeste. Recuerda que dijimos que siempre colocaríamos al polo norte en el lado izquierdo de la esfera celeste; por lo tanto tenemos un primer resultado: la latitud del observador de este problema es sur.

De la Figura 5.4 podemos deducir varias relaciones entre los ángulos dibujados, por ejemplo: si al ángulo h le restamos el ángulo δ , y a esta diferencia le sumamos el ángulo λ , el resultado será un ángulo de 90° :

$$h - |\delta| + |\lambda| = 90^\circ$$

recordemos que sólo nos interesa el valor absoluto de los ángulos, sin signo, pues así dedujimos la relación entre ellos.

Despejando $|\lambda|$ y sustituyendo:

$$\begin{aligned} |\lambda| &= 90^\circ - h + |\delta| \\ &= 90^\circ - 30^\circ 17' 23'' + 18^\circ 14' 00'' \\ &= 108^\circ 14' 00'' - 30^\circ 16' 23'' \\ &= 77^\circ 57' 37'' \text{ S} \end{aligned}$$

Sabemos que es latitud sur pues, como se ve en la esfera celeste de la Figura correspondiente, el polo norte celeste está

LIBROS DE CONSULTA

- Ayres Jr., Frank. *Trigonometría Plana y Esférica. Teoría y 680 Problemas Resueltos.* Serie Schaum.
- Davies, P.C.W. *El Espacio y el Tiempo en el Universo Contemporáneo.* Breviarios. Fondo de Cultura Económica, 1982.
- Felgueres Pani, G. *Cosmografía.* Segunda Edición. UNAM, 1957.
- I.P.G.H. *La Geodesia al Alcance de Todos.* Comisión de Cartografía, 1965.
- Lapp, Ralphe. *Materia.* Libros Time Life, 1979.
- Medina Peralta, Manuel. *Elementos de Astronomía de Posición.*
- Mosqueira R., Salvador. *Cosmografía y Astrofísica.* Editorial Patria, 5ta. edición corregida y aumentada.
- Otto, Struve. *El Universo.* Breviarios. Fondo de Cultura Económica, 1975.
- Rodríguez, Luis F. *Un Universo en Expansión.* SEP-F.C.E., La Ciencia 1 desde México, 1986.
- UNAM. *Anuario del Observatorio Astronómico Nacional,* 1986.
- Van de Kamp, Peter. *Basic Astronomy.* Editorial Random House, 1965.
- Vorontsov, B.A. - Veliaminov. *Problemas y Ejercicios Prácticos de Astronomía.* Editorial MIR, Moscú, 1979.
- Whitrow, G.J. *La Estructura del Universo.* Breviarios. Fondo de Cultura Económica, 1981.