



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



FACULTAD DE CIENCIAS

VOLATILIDAD IMPLÍCITA DE LAS TASAS DE INTERÉS BAJO  
ESTRUCTURAS TEMPORALES Y VALUACIÓN DE SWAPS DE  
TASAS (IRS)

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

**ACTUARIA**

PRESENTA:

**DANIELA LARA MARTÍNEZ**

TUTOR

ACT. JUAN DIEGO AMAYA FIGUEROA

México, CDMX

2025



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos del alumno

Lara

Martínez

Daniela

55 34 94 15 04

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Actuaría

313203378

2. Datos del tutor

Act

Juan Diego

Amaya

Figuroa

3. Datos del sinodal 1

Act

Fernando

Díaz

López

4. Datos del sinodal 2

Act

José Roberto

De Jesús

González

5. Datos del sinodal 3

M en F

Jorge Luis

Reyes

García

6. Datos del sinodal 4

Act

José De Jesús

Ojeda

González

7. Datos del trabajo escrito

Volatilidad implícita de las Tasas de Interés bajo Estructuras Temporales y Valuación de Swaps de Tasas (IRS)

115 p.

2025

## 0.1. Agradecimientos

Un trabajo de investigación es siempre fruto de ideas, proyectos y esfuerzos previos que corresponden a otras personas. En este caso mi más sincero agradecimiento al director de esta tesis, el actuario Juan Diego Amaya Figueroa, por la dedicación y apoyo que ha brindado a este trabajo, por el respeto a mis sugerencias e ideas y por la dirección y el rigor que ha facilitado a las mismas. Gracias por la confianza ofrecida desde que llegué a esta facultad, por su tiempo y sus ideas.

También gracias a mis sinodales, ya que con su experiencia y conocimiento contribuyeron mucho a la evaluación de este trabajo. A todos ellos por su orientación y atención a mis consultas sobre metodología.

Pero un trabajo de investigación es también fruto del reconocimiento y del apoyo vital que nos ofrecen las personas que nos estiman, sin el cual no tendríamos la fuerza y energía que nos anima a crecer como personas y como profesionales.

Gracias a mi madre y a mi padre, que con su amor, trabajo y sacrificio a lo largo de estos años me han ayudado a culminar una carrera profesional, me han inspirado a ser la mejor versión de mi misma, sin ellos nada de esto sería posible.

Gracias a mi hermana, quién desde el día en que llegó a mi vida, ha sido pieza fundamental de mi crecimiento como persona, como estudiante, como maestra, como ejemplo, como hermana.

Gracias a todas y todos los miembros de mi familia, que con su apoyo y amor incondicional han hecho de mi vida una experiencia maravillosa. Gracias porque con sus oraciones me acompañan siempre. Gracias por acompañarme en este proceso.

Gracias a quienes ya no están: siempre los llevaré en mi corazón y en mi memoria.

Gracias a mis amigas y amigos, con quienes he compartido gran parte de mi vida, mis sueños y metas, que con su apoyo moral y humano me han ayudado en los momentos más complicados de mi carrera profesional. Gracias por todo el amor y la familia que en ustedes me han brindado.

Gracias a todas y todos, este trabajo también es suyo.

# Índice general

0.1. Agradecimientos . . . . .	4
<b>1. Introducción</b>	<b>10</b>
1.0.1. Objetivo de la tesis . . . . .	11
1.0.2. Notación . . . . .	12
<b>2. Marco teórico</b>	<b>14</b>
2.1. Antecedentes históricos . . . . .	14
2.2. Mercados Financieros . . . . .	19
2.2.1. El mercado organizado . . . . .	21
2.2.2. El mercado over the counter (OTC) . . . . .	21
2.2.3. Ventajas y Desventajas . . . . .	22
2.3. Teoría de Derivados . . . . .	24
2.3.1. ¿Qué son los productos derivados? . . . . .	24
2.3.2. Clasificación . . . . .	24
2.3.3. Principales usos . . . . .	25
2.4. Valuación de Derivados . . . . .	26
2.4.1. Forward . . . . .	26
2.4.2. Futuro . . . . .	33
2.4.3. Swaps . . . . .	33
2.4.4. Opciones . . . . .	40
2.5. Métodos de estimación . . . . .	45
2.5.1. Bootstrapping . . . . .	45
2.5.2. El Modelo de Nelson y Siegel . . . . .	52
2.5.3. Expansión Serie de Taylor . . . . .	56
2.5.4. Volatilidad . . . . .	59
2.5.5. Rendimiento del activo . . . . .	61
2.5.6. Value at Risk (VaR) y Conditional Value at Risk (CVaR) . . . . .	63

2.5.7. Pruebas . . . . .	65
<b>3. Análisis Retrospectivo</b>	<b>66</b>
3.1. Escenario de crisis financiera: 30/10/2003 - 31/12/2010 . . . . .	67
3.1.1. Tipo de información/Inputs . . . . .	67
3.1.2. Selección de las variables/supuestos de los parámetros . . . . .	68
3.2. Escenario de no crisis financiera: 03/01/2011 - 30/10/2018 . . . . .	80
3.2.1. Tipo de información/inputs . . . . .	80
3.2.2. Selección de las variables/supuestos de los parámetros . . . . .	81
<b>4. Análisis Prospectivo</b>	<b>89</b>
4.0.1. Bootstrapping (full valuation) . . . . .	89
4.0.2. DV01 . . . . .	91
4.0.3. Metodología de estimación bajo el modelo de Nelson y Siegel . . . . .	94
4.0.4. Comparación de los resultados obtenidos . . . . .	99
<b>5. Conclusiones</b>	<b>102</b>
<b>6. Anexos</b>	<b>107</b>
6.1. Derivada parcial . . . . .	107
6.2. Interpolación lineal . . . . .	107
6.3. Valuación BONOS M . . . . .	108
6.4. Tasas Spot y Tasas Forward . . . . .	110
6.5. Códigos de programación . . . . .	111
6.5.1. Función para interpolar . . . . .	111
6.5.2. Función para generar el Bootstrapping . . . . .	112
6.5.3. Función para calcular el valor un swap . . . . .	112
6.5.4. Función para generar el vector de Sensibilidades (DV01) para un plazo dado . . . . .	113
6.5.5. Función para obtener la matriz de sensibilidades de un swap para un plazo dado . . . . .	113
6.5.6. Función para calcular los coeficientes del modelo de Nelson y Siegel . . . . .	114

# Índice de cuadros

2.1. Subyacentes financieros disponibles en MexDer . . . . .	22
2.2. Diferencias entre los mercados organizados y los no organizados . . . . .	23
2.3. Diferencias entre Forward y Futuro . . . . .	33
2.4. Swaps de tasas de interés . . . . .	37
2.5. Ejemplo swap vanilla . . . . .	38
2.6. Ventajas y Desventajas del Valor en Riesgo . . . . .	64
3.1. Resumen de las medidas de dispersión obtenidas todos los escenarios . . . . .	79
3.2. Valores del portafolio al inicio y al final del horizonte de tiempo . . . . .	79
3.3. CVaR para los retornos de los diferentes índices . . . . .	80
3.4. Resumen de las medidas de dispersión obtenidas todos los escenarios . . . . .	86
3.5. Valores del portafolio al inicio y al final del horizonte de tiempo . . . . .	87
3.6. CVaR para los retornos de los diferentes índices . . . . .	87
4.1. Distribución de probabilidad que mejor ajusta los datos según diferentes pruebas de bondad de ajuste . . . . .	96
4.2. Resumen de los resultados obtenidos para los tres modelos . . . . .	100

# Índice de figuras

2.1. Clasificación de los mercados financieros . . . . .	20
2.2. Clasificación de los Derivados . . . . .	24
2.3. Principales usos de los Derivados . . . . .	26
2.4. Funcionamiento de un Forward . . . . .	27
2.5. Posiciones de los forwards/futuros . . . . .	27
2.6. Funcionamiento de un swap (permuta) . . . . .	34
2.7. Principales swaps negociados en el mercado mexicano . . . . .	34
2.8. Diagrama 1 de ejemplo del funcionamiento de un swap . . . . .	38
2.9. Diagrama 2 de ejemplo del funcionamiento de un swap . . . . .	39
2.10. Diagrama 3 de ejemplo del funcionamiento de un swap . . . . .	39
2.11. Diagrama 4 de ejemplo del funcionamiento de un swap . . . . .	40
2.12. Opción de compra OTC (call) . . . . .	40
2.13. Opción de venta OTC (put) . . . . .	41
2.14. Perfil de las pérdidas y ganancias de las opciones de compra y venta . . . . .	42
2.15. Shock en la tasa de interés para distintos plazos . . . . .	48
2.16. Simplificación del shock en la tasa de interés para distintos plazos . . . . .	49
2.17. Componentes de la curva forward . . . . .	54
2.18. Metodología para el cálculo del VaR . . . . .	64
3.1. Diferencia entre el índice original y el índice réplica (bajo el supuesto de cupones estáticos) . . . . .	71
3.2. Diagrama de dispersión bajo el supuesto de cupones estáticos . . . . .	72
3.3. Salida del software de programación R referente a la correlación obtenida para las variables analizadas . . . . .	72
3.4. Salida del software de programación R . . . . .	73
3.5. EWMA en el horizonte de tiempo, primer escenario . . . . .	74
3.6. Diferencia del índice original y el índice réplica (bajo el supuesto de la compra de más títulos) . . . . .	75

3.7. Diagrama de dispersión bajo el supuesto de adquisición de mayor número de títulos con el pago de cupón . . . . .	75
3.8. EWMA en el horizonte de tiempo, segundo escenario . . . . .	76
3.9. Diferencia del índice original y el índice réplica (bajo el supuesto de la reinversión de los cupones) . . . . .	77
3.10. Diagrama de dispersión bajo el supuesto de reinversión de cupones . . . . .	77
3.11. EWMA en el horizonte de tiempo, tercer escenario . . . . .	78
3.12. Comparativo de los tres escenarios analizados y el índice PiP . . . . .	80
3.13. Diferencia del índice original y el índice réplica (bajo el supuesto de cupones estáticos) . . . . .	81
3.14. Diagrama de dispersión bajo el supuesto de cupones estáticos . . . . .	82
3.15. EWMA en el horizonte de tiempo, primer escenario . . . . .	83
3.16. Diferencia del índice original y el índice réplica (bajo el supuesto de la compra de más títulos) . . . . .	83
3.17. Diagrama de dispersión bajo el supuesto de adquisición de mayor número de títulos con el pago de cupón . . . . .	84
3.18. EWMA en el horizonte de tiempo, segundo escenario . . . . .	84
3.19. Diferencia del índice original y el índice réplica (bajo el supuesto de la reinversión de los cupones) . . . . .	85
3.20. Diagrama de dispersión bajo el supuesto de reinversión de cupones . . . . .	85
3.21. EWMA en el horizonte de tiempo, tercer escenario . . . . .	86
3.22. Comparativo de los tres escenarios analizados y el índice PiP . . . . .	87
4.1. Fragmento del output de la línea de código BTSP(Cotizacion.Mkt.t,28) . . . . .	90
4.2. Comparativo del valor del swap pactado a 10 años a lo largo del horizonte de tiempo . . . . .	93
4.3. Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg. . . . .	93
4.4. Dato y curva ajustada del 19 de enero de 2010 . . . . .	95
4.5. ETTI para las 2072 fechas originales disponibles . . . . .	95
4.6. Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg. . . . .	97
4.7. Estructura Temporal de las Tasas de Interés obtenida para 2,072 simulaciones . . . . .	98
4.8. Curva media esperada de los datos simulados. . . . .	99
4.9. Comparativo de los índices construidos . . . . .	99
4.10. Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg. . . . .	100
4.11. EWMA en el tiempo bajo las tres metodologías . . . . .	101
6.1. Interpolación lineal de dos puntos . . . . .	108

# Capítulo 1

## Introducción

Esta investigación se centraliza en la importancia del desarrollo de modelos para la estimación de la estructura temporal de tasas de interés (la cual se conoce como ETTI), ya que es de especial relevancia para los agentes del mercado financiero; en ello radica la importancia del mercado de valores, ya que es la base para el financiamiento de actividades productivas, en las que los recursos provienen de la sociedad que los conforma.

Es importante mencionar que el mercado de valores está comprendido por el Mercado de Deuda y el Mercado de Capitales<sup>1</sup>. De acuerdo con el Blog de la Bolsa Mexicana de Valores, en la sección de Historia: “El auge del mercado de dinero”<sup>2</sup>, el primero, comenzó a operar grandes volúmenes de inversiones a corto plazo después de que en 1977 el Congreso de la Unión autorizara la introducción de los Certificados de la Tesorería de la Federación (CETES).

Los CETES son instrumentos que emite el gobierno Federal (el cual es el principal emisor en el Mercado de Deuda) y son considerados como instrumentos libres de riesgo, es decir, debido a que el emisor posee la capacidad de recaudación suficiente para cumplir con sus obligaciones, dichos instrumentos no representan un riesgo para el inversionista.

A partir de la colocación de instrumentos de deuda se da la emisión de bonos gubernamentales, originando Mercados de instrumentos de renta fija; con la curva de rendimiento gubernamental se genera la curva de tasas de interés de referencia para otras emisiones de deuda<sup>3</sup>. Cabe destacar que la información implícita en la curva de rendimiento permite a los agentes económicos generar expectativas sobre la evolución de las tasas de interés. Sin embargo, ya que la curva de rendimiento no es observable, es necesaria su estimación a través de modelos matemáticos para lograr la valuación de instrumentos financieros. Es por ello que la estructura temporal de tasas de interés (ETTI) es de especial interés para inversores, instituciones gubernamentales, bancos centrales, etcétera<sup>4</sup>.

---

<sup>1</sup>Aparicio, 2019

<sup>2</sup><https://blog.bmv.com.mx/2019/10/el-auge-del-mercado-de-dinero/#more-3747>

<sup>3</sup>Aparicio, 2019

<sup>4</sup>Benítez y Lorenzo, 2008

Con dicha motivación presente, se han desarrollado diversos métodos para la estimación de la ETTI, entre los cuales se destacan los modelos de tres factores de Nelson y Siegel (y su extensión a cuatro factores realizada por Svensson en 1994) debido a una serie de factores que logran hacer que la interpretación de los resultados sea intuitiva a quién lo consulte.

El primero de ellos es que es de fácil estimación, si el parámetro de decaimiento temporal ( $\tau$ ) es fijo, las curvas del modelo de Nelson y Siegel se obtienen mediante regresiones lineales, de lo contrario se utilizan técnicas no lineales de regresión. En segundo lugar, el modelo logra generar tasas de interés para todos los vencimientos.

El tercer motivo es que la interpretación de los factores estimados es intuitiva, clasificándose en nivel, pendiente y curvatura de la curva. Y en último lugar se tiene que, empíricamente, el modelo proporciona un buen ajuste de los datos y en la predicción de los mismos<sup>5</sup>.

Éste conjunto de razones fueron la motivación para elegir éste modelo para hacer los respectivos análisis de estimación de la curva de rendimiento y con el objetivo de asegurar una valuación justa de los instrumentos financieros se tomó como referencia la información disponible de los modelos de estimación utilizados en México.

Para lograr dicho objetivo, en los años noventa se creó un comité de valuación encargado de establecer criterios y lineamientos para el cálculo de los precios para valorar.

De acuerdo con lo señalado por García Juan R. en el capítulo IV “Mercado secundario” del Ebook “El mercado de valores gubernamentales en México”<sup>6</sup>, los proveedores de precios son los encargados de calcular los precios actualizados de valuación para los valores en circulación en el mercado. México cuenta con dos proveedores de precios: Proveedor Integral de Precios (PIP) y Valuación Operativa y Referencias de Mercado (Valmer).

Contar con dichos proveedores, facilita el desarrollo de índices de referencia de deuda del mercado local, los cuales marcan la construcción y mantenimiento de carteras de inversión que posteriormente servirán como parámetros para los inversionistas.

Por ejemplo, PIP cuenta con 2 índices de bonos y 7 índices de CETES. Por otro lado, Valmer cuenta con 6 índices de bonos y 6 de CETES.

### 1.0.1. Objetivo de la tesis

El objetivo de esta investigación es presentar una metodología para crear un índice que refleje el nivel de volatilidad en las tasas de interés en México, a través de swaps.

Capítulo I Marco teórico.

En este capítulo se presentan los orígenes y evolución de los instrumentos financieros derivados con el objetivo de dar un preámbulo sobre la historia de los mismos, los usos y modificaciones que han sufrido para

---

<sup>5</sup>González y Pérez,

<sup>6</sup><https://www.banxico.org.mx/elib/mercado-valores-gub/OEBPS/Text/iv.html>

convertirse en lo que son hoy en día. Con ello se pretende introducir al lector para entender de dónde viene la necesidad de manejarlos en el mercado financiero.

#### Capítulo II Teoría de Derivados

Una vez dada la introducción al tema, se procede a desarrollar conceptos fundamentales para entender la definición de los distintos derivados, su clasificación, conceptos más específicos como lo son algunos métodos de estimación, los cuales serán indispensables en el siguiente capítulo.

#### Capítulo III Métodos de Estimación

En este capítulo se profundizan las definiciones de los modelos de estimación de la estructura de tasas de interés que posteriormente se emplearán en el análisis prospectivo de éste trabajo. También se describe la metodología empleada para el análisis retrospectivo, destacando pruebas de eficiencia, rendimientos y dos distintas maneras para estimar la volatilidad.

#### Capítulo IV Análisis Retrospectivo

Se hace la selección de los inputs para formalizar la réplica del índice PiP, no sólo en un supuesto, sino que se plantean tres escenarios en los que el tratamiento que se les da a los cupones es diferente, con la finalidad de presentar medidas de dispersión y de riesgo para hacer comparativos.

#### Capítulo V Análisis Prospectivo

Una vez concluido que el procedimiento con el que se construyó el índice es congruente con los datos presentados por PiP, se procedió a estimar la ETTI con diferentes modelos y una vez obtenidos, crear el índice que permita calcular métricas, tales como la volatilidad, para su análisis.

#### Capítulo VI Conclusiones

Finalmente se enlistan las conclusiones y limitaciones determinadas con base al análisis descrito en los últimos dos capítulos.

### 1.0.2. Notación

- $r$ : es la tasa de interés libre de riesgo en el mercado
- $T$ : fecha de maduración
- $t$ : cualquier tiempo en el intervalo  $[0, T]$
- $K$ : es el precio Strike

- $S_t$ : precio del activo subyacente al tiempo  $t$
- $F$ : es el precio del contrato de forward o futuro
- $S$ : es el precio del activo en el mercado de contado
- $a$ : es el costo de almacén, seguro y flete durante el tiempo del contrato
- $b$ : es el beneficio de mantener el activo durante un periodo de tiempo
- $r_d$ : es la tasa doméstica
- $r_f$ : es la tasa foránea
- $r_q$ : es la tasa referente al dividendo
- $r_c$ : la tasa referente al commodity
- $n$ : es el número de periodos de los que está compuesto el swap
- $\sigma$  : la volatilidad del bien subyacente

# Capítulo 2

## Marco teórico

### 2.1. Antecedentes históricos

El origen del mercado de derivados se remonta a la edad media como consecuencia de las variaciones que se generaban en los precios de las materias primas por la oferta y la demanda de las mismas. Esto propició en los comerciantes y agricultores la necesidad de protegerse ante dichos cambios, creando así, instrumentos financieros que se acoplaran a sus exigencias<sup>1</sup>.

Sin embargo, esta investigación abarca a la antigua Mesopotamia, ya que sucesos relevantes para la historia de los derivados tuvieron lugar en esta época.

#### **La antigua Mesopotamia**

El registro más completo de leyes civiles y comerciales mesopotámicas que se posee es el código homónimo, el cual fue grabado por el rey de Babilonia de 1792 a 1750 A.C., Hammurabi.

Con el objetivo de proporcionar seguridad jurídica a compradores y vendedores durante su participación en los negocios, los comerciantes desarrollaron contratos comerciales, estos se utilizaban para mercadear todo tipo de productos y algunos de ellos eran valores “al portador”, es decir, poseían características similares a lo que actualmente se conoce como forward.

Cabe resaltar que dichos instrumentos poseían más características que los hacían muy parecidos a los que existen actualmente. Algunas de ellas eran que contenían una descripción de las partes, una descripción del activo a transferir, el precio de la transacción, la fecha de entrega y, a veces, una lista de testigos con una respectiva descripción.

En dichas transacciones de derivados la participación por parte de los templos fue significativa, ya que estos santuarios representaban funciones religiosas, políticas y militares. Éstos desempeñaban un rol de depósito comercial y a su vez, ofrecían almacenamiento en sus instalaciones<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup>Kummer y Pauletto, 2012

<sup>2</sup>Kummer y Pauletto, 2012

## Edad media

El comercio y la regulación de derivados se vieron influenciados por la ley romana durante siglos. Popeyo, quien fue líder político y militar de la República romana tardía observó la importancia de la planificación a largo plazo para asegurar el suministro de alimentos para la ciudad. Sin embargo, la transferibilidad de derechos y obligaciones de los contratos no era una práctica legal, esta comenzó a serlo al final del imperio y de hecho, fue una de las contribuciones más grandes al desarrollo de los mercados de derivados, así influyó en Europa, Reino Unido y los Estados Unidos.

Un primer ejemplo de instrumentos derivados fueron Las Commandas, estas eran un contrato de asociación comercial para las empresas marítimas o terrestres.

Otro ejemplo fue la cuota Monti, las cuales eran acciones que servían como promesa de pagar deudas en el futuro por parte de los gobiernos. Fueron emitidas por diversas ciudades en Italia para recolectar dinero y en el siglo XIII, se negociaban en mercados secundarios y se empleaban como medio de pago en lugar de efectivo.

Las letras de cambio<sup>3</sup> también son otro ejemplo de derivados, ya que funcionaban como una garantía de devolver cierta cantidad de dinero en un lugar y moneda diferentes, y en una fecha futura. Con ello se proporcionó facilidad en el intercambio del comercio de larga distancia.

Con la expansión del comercio, el negocio de intercambio tuvo un incremento significativo, de modo que surgieron los cambistas profesionales y el comercio de billetes que, permitían a quienes eran titulares de ellos, obtener una ganancia financiera con su comercio. Si en la entrega la mercancía no era de la misma calidad que en la muestra original, el comprador tenía el derecho a rechazar la entrega. Es decir, los acuerdos comerciales poseían características similares a las opciones que conocemos actualmente.

La práctica del comercio basado en muestras de bienes era muy típica, ya que con ella podía eludirse el riesgo que representaba para los comerciantes transportar grandes cantidades de mercancía en peligrosas carreteras y sin una garantía de poder venderlas<sup>4</sup>.

## Mundo moderno

Encontrar tanto como compradores como vendedores en los mercados centralizados para realizar operaciones específicas resultaba difícil y costoso, esta fue una de las principales razones por la que dichos mercados se vieron en la necesidad de evolucionar.

Amberes se convirtió en un lugar donde comerciantes locales e internacionales se encontraban para llevar a cabo sus negocios a lo largo de todo el año. Éste precedió a grandes ciudades como Ámsterdam y Londres,

---

<sup>3</sup>Letra de cambio: Documento mercantil dotado de fuerza ejecutiva, por el cual el librador ordena al librado que pague en un plazo determinado una cantidad cierta en efectivo al tomador o a quien este designe.

<sup>4</sup>Kummer y Pauletto, 2012

y en el cual hubo un uso generalizado de contratos para entregas futuras que posteriormente se adaptaron a letras de cambio, dichos contratos se estructuraron como opciones relacionadas, con las fechas y calidad de entrega, además, algunas de ellas ofrecían la posibilidad a los compradores de realizar la entrega en los términos acordados o pagar una tarifa fija en lugar de aceptar la entrega.

Debido a la liquidez del mercado de productos básicos, se fomentó el desarrollo de un mercado secundario. Con ello, los comerciantes dejaron de negociar con materias primas y pasaron a tratar con letras de cambio. Sin embargo, fue hasta que Carlos V estableció el marco regulatorio, entre los años de 1537 y 1539, que se reconoció la transferibilidad de estas letras de cambio a terceros antes de la fecha de vencimiento del subyacente y también se reconoció su negociabilidad.

Durante el siglo XVII se dio la negociación de derivados bursátiles en Ámsterdam. Debido a la necesidad existente de recaudar fondos para financiar el comercio marítimo, las empresas de los comerciantes emitieron acciones para crear, en 1602, la Compañía Holandesa de las Indias Orientales. Dichas acciones se podían vender en efectivo y a plazo, además de ser transferibles.

Su negociación a plazo regular en la Bolsa de Valores y en el exterior comenzó una vez que los inversionistas pagaron sus acciones completamente. Los contratos de acciones normalmente se liquidaban como contratos por diferencia.

En 1608, un comerciante de Amberes, Isaac le Maire, creó un sindicato con el que organizó un ataque de ventas en corto<sup>5</sup> con el objetivo de deprimir el valor de la empresa, causando con ello la prohibición de las ventas en corto en 1610.

Asimismo, cabe destacar que en el siglo XVII se registró un mercado organizado<sup>6</sup> para el comercio de instrumentos derivados en Osaka<sup>7</sup>, una ciudad que se caracterizó por ser un centro importante de comercio de arroz en Japón.

Arroz proveniente de todo el país era enviado y almacenado allí, se vendía a través de subastas y una vez hechas las negociaciones, los vendedores emitían certificados de títulos de arroz a cambio de dinero. Dichos certificados eran conocidos como billetes de arroz y representaban el derecho a aceptar la entrega de la cantidad pactada en una fecha futura pero con un precio actual (actualmente pueden clasificarse como contratos a plazo).

En la última década del siglo XVII los comerciantes de Osaka se dedicaron más al comercio de “facturas prepagas”, lo cual ocasionó que el gobernador de la ciudad, y luego el líder militar que gobernó durante ese periodo, el Shogun, prohibiera éste tipo de comercio. Sin embargo, el intercambio de estos billetes se continuó llevando a cabo hasta que en 1715 se autorizó oficialmente.

---

<sup>5</sup>Estrategia en la que un inversor vende activos prestados con la esperanza de que su precio baje, para luego recomprarlos a un precio menor.

<sup>6</sup>En el capítulo 4 se profundizará en la definición de mercado organizado y no organizado, así como en sus ventajas y desventajas

<sup>7</sup>Mientras que en Japón se comerciaba con arroz, en Europa (Holanda) se comerciaba con tulipanes. Este mercado de derivados se convirtió en uno de los mercados de productos básicos más antiguos de la historia. En 1637 esta burbuja estalló, dejando pérdidas en los especuladores y a comerciantes en bancarota (Oliver y Jaramillo, 1997)

Fue en el decenio de 1720 que los precios del arroz se desplomaron a mínimos históricos. Esto ocasionó la caída de la posición económica, en relación con la clase mercantil, del Samurai, a lo cual el Shogun respondió relajando las condiciones existentes en el comercio de futuros aunque no se autorizó oficialmente un nuevo mercado en el que pudieran negociarse.

Para 1730, se reconoció oficialmente el intercambio de arroz en Dojima por lo que los comerciantes de éste commodity necesitaban hacer un registro y obtener una licencia con una tarifa anual. A cambio, el Shogunato otorgó acceso controlado al mercado con respecto al comercio de arroz, especialmente al comercio de futuros de arroz.

Este tipo de comercio poseía reglas características que resultan muy parecidas a las de los mercados de futuros y forwards.

La importancia de las cámaras de compensación fue tanta que en la primera mitad del siglo XVIII Osaka registró sesenta de ellas.

A mediados de 1700 se comercializaban en la Bolsa de Arroz Dojima 110,000 pacas de arroz, cuando sólo había 30,000 de ellas en todo Japón. Los futuros de arroz desempeñaban un papel de gran importancia en la economía, por lo que el Shogunato comenzó a garantizar todas las facturas de arroz en 1773<sup>8</sup>.

## **Siglo XVIII**

Por otro lado, las primeras compraventas de opciones se iniciaron en Europa y los Estados Unidos en el siglo XVIII. Inicialmente, no tenían buena reputación debido a prácticas fraudulentas tales como regalar a algunos agentes opciones sobre acciones de ciertas empresas para incentivarles a recomendar la compra de esas acciones a sus clientes.

### **Londres**

En el siglo XVIII ocurrieron tres acontecimientos en Inglaterra de gran importancia para la historia de los derivados. En primer lugar fue el dominio del comercio marítimo; Londres se convirtió en el principal centro de comercio de productos básicos. En segundo lugar se tuvo el reconocimiento bajo la ley inglesa de la transferibilidad y negociabilidad de las letras de cambio unos 200 años después de Carlos V. Por último, se tuvo la Burbuja del Mar del Sur.

Al haber grandes expectativas de que con este comercio se generarían ganancias significativas, se provocó el comercio desenfrenado de las acciones de South Sea Company, sin embargo, también ocurrió esto con acciones de todo tipo, de proyectos comerciales y financieros. Estas compañías fueron llamadas “burbujas” y en 1720, el Parlamento promulgó la Ley de Burbujas que prohibía a las sociedades anónimas no autorizadas por la Carta Real. Ésta promulgación provocó el pánico en los mercados financieros, los agentes vendieron sus valores y por lo tanto los precios de las acciones de las “burbujas” descendieron. Sin embargo, esto mismo ocurrió con las acciones de South Sea Company y para frenar esta caída sus directores anunciaron la

---

<sup>8</sup>Kummer y Pauletto, 2012

distribución de dividendos del 50 por ciento, pero a su vez, realizaron ventas en corto de sus acciones con el objetivo de comprarlas a un precio menor. Legalmente, la burbuja tuvo consecuencias que radicaron en la aprobación del Parlamento de la Ley de Sir John Barnard, la cual prohibía las ventas en corto de acciones así como las opciones sobre ellas.

En 1848 se realizó por primera vez un intercambio de derivados con la creación del Chicago Board of Trade (CBOT), la cual tenía como objetivo enlazar a comerciantes y agricultores en un mercado formal proporcionando las características de las negociaciones de futuros. En 1919 se cambió el nombre a Chicago Mercantile Exchange (CME), nombre que actualmente sigue conservando, con lo que se convierte en el mercado de futuros más antiguo que sigue operando en el mundo<sup>9</sup>.

Gracias al grano del Medio Oeste, Chicago se desarrolló como un centro importante de almacenamiento, venta y distribución de granos, es por ello que originalmente se creó el CBOT, para su intercambio, sin embargo, pronto se comenzaron a negociar los contratos a plazo llamados contratos “para llegar”, la finalidad de ellos era permitir a los agricultores fijar el precio y luego entregar la cosecha. Sin embargo, la estacionalidad del grano ocasionó que las instalaciones de almacenamiento no pudieran absorber el aumento en el suministro, o por otro lado, que fueran infrautilizadas durante la temporada baja, es por esto que parecía que cuando las fluctuaciones eran muy grandes, las partes de los acuerdos se retiraban, ya que los riesgos de contraparte eran muy significativos, además de que los contratos no estaban estandarizados de acuerdo a la calidad o el tiempo de entrega.

Es por ello que en 1858 se implementó en el CBOT, como mejora, un departamento que se encargaba de clasificar y certificar los grados del grano, teniendo un sistema en el que uno de los grados era el “estándar”, lo cual generó confianza entre los compradores y a su vez, fue la base para el desarrollo del mercado.

A partir de 1865, el CBOT estableció áreas definidas específicamente para los contratos de futuros sobre productos agrícolas. También se estandarizaron los contratos en términos de calidad, cantidad, tiempo y lugar de entrega. Así como la introducción de una cámara de compensación, la cual redujo los riesgos de contraparte.<sup>10</sup>

A inicios del siglo XX se fundó la “Put and Call Brokers and Dealers Association” (Asociación de Agentes y Dealers de Opciones de Compra y de Venta). Esta permitía una dinámica en la que si algún individuo requería comprar una opción éste podía contactar a una de las empresas asociadas y ellas se encargaban de comunicarse con un posible vendedor o emisor de la opción de entre sus clientes u otras empresas asociadas. En caso de no encontrar algún vendedor, la misma asociación podía emitir la opción cobrando un precio previamente asignado. Cabe destacar que éste mercado de opciones tenía un par de defectos: el primero era que no disponía de un mercado secundario, ya que el comprador de la opción no tenía derecho de venderla a un tercero antes de su fecha de vencimiento.

El segundo era la incertidumbre que existía de saber si el emisor de la opción cumpliría con su parte del

---

<sup>9</sup>Oliver y Jaramillo, 1997

<sup>10</sup>Kummer y Pauletto, 2012

contrato, si esto no ocurría, el comprador se veía obligado a demandar jurídicamente al emisor, ya que no existía un mecanismo que lo respaldara. En 1916 la Ley de Futuros del Algodón, entró en vigor.

En abril de 1973 se abrió el Chicago Board Option Exchange, permitiendo negociar opciones sobre acciones de empresas que cotizasen en bolsa. Asimismo, el American Stock Exchange y el Philadelphia Stock Exchange comenzaron con la negociación de opciones en 1975. Por otro lado, el Pacific Stock Exchange comenzó esta práctica en 1976. Así fue como a inicios de los ochenta los volúmenes de negociación eran tan grandes que el número de acciones subyacentes en los contratos de opciones que se vendían diariamente excedía el volumen de acciones negociadas en el New York Stock Exchange.

Los mercados de opciones sobre divisas, índices bursátiles y contratos de futuros tuvieron un gran desarrollo durante los años ochenta, clasificando así al Philadelphia Stock Exchange como el principal mercado de opciones sobre divisas, al Chicago Board Options Exchange como el encargado de la negociación de opciones sobre los índices bursátiles S&P 100 y S&P 500, el índice Nasdaq 100 (NDX) y el Dow Jones Industrial Average, y al Chicago Board of Trade lo caracterizaba los contratos de futuro sobre el maíz, así como al Chicago Mercantile Exchange que ofreciera opciones sobre contratos de futuros sobre ganado vivo, etc.

Cabe resaltar que desde principios de los años ochenta, el mercado over-the-counter ha mostrado un crecimiento significativo, llegando a ser hoy en día mayor que el mercado organizado, esto puede deberse a que posee ventajas tales como que las opciones intercambiadas en el mercado over-the-counter pueden ser diseñadas para satisfacer las necesidades específicas del tesorero de una empresa o de un gestor de fondos.

La mayoría de mercados que ofrecen contratos de futuros hoy en día también ofrecen opciones sobre esos contratos de futuros<sup>11</sup>.

## 2.2. Mercados Financieros

Los mercados financieros son espacios, físicos o virtuales, en los que se lleva a cabo la compra-venta de dinero, ya sea en forma de instrumentos o de moneda<sup>12</sup>. En ellos se definen tanto los volúmenes de operación como sus precios.

Se puede definir el mercado de derivados como aquel en el que se intercambian instrumentos financieros derivados<sup>13</sup>.

En la página de Banxico<sup>14</sup> se enlistan algunas de las principales funciones de los mercados financieros:

1. Facilitar una serie de medidas que posibiliten el contacto entre los participantes involucrados en la negociación.
2. Dar seguimiento a la oferta y demanda de los productos financieros para que, a partir de ello, se establezcan los correspondientes precios.

---

<sup>11</sup>Oliver y Jaramillo, 1997

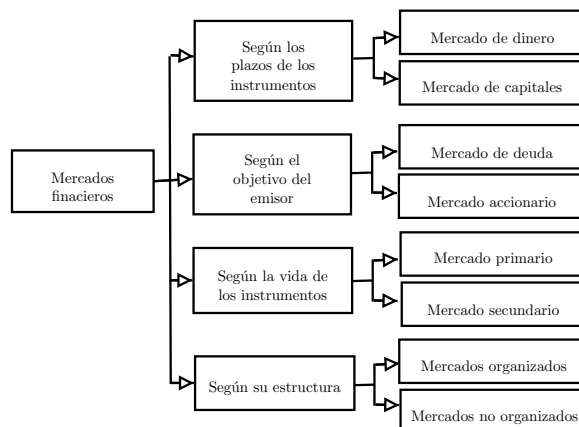
<sup>12</sup>Bustamante, 2017

<sup>13</sup>Bustamante, 2017

<sup>14</sup>[http://educa.banxico.org.mx/banco\\_mexico\\_banca\\_central/sist-finc-mercados-financiero.html](http://educa.banxico.org.mx/banco_mexico_banca_central/sist-finc-mercados-financiero.html)

3. Disminuir los costos de intermediación.
4. Administrar los flujos de liquidez de productos.

Figura 2.1: Clasificación de los mercados financieros



Fuente: Elaboración propia con información de Bustamante (2017) y Banxico (2020).

Es importante señalar que, según Banxico, los mercados más relevantes son el mercado de deuda, el mercado de capitales y el mercado cambiario.

Según los plazos de los instrumentos financieros, se puede estratificar en mercados de dinero y de capitales. El mercado de dinero<sup>15</sup> está integrado por todos los instrumentos financieros de plazos cortos mientras que el mercado de capitales<sup>16</sup> abarca a los instrumentos de mediano y largo plazo<sup>17</sup>.

Por otro lado, la clasificación según el objetivo del emisor cataloga a los mercados de dos maneras: el de deuda y el accionario.

Según Banxico, el mercado de deuda es aquel en donde se negocian títulos de deuda siendo una alternativa a los participantes que no se encuentran en condiciones de solicitar préstamos o créditos a la banca.

En dicho mercado participan el Gobierno Federal, gobiernos estatales o locales y empresas paraestatales o privadas con el objetivo de obtener financiamiento para proyectos de inversión o bien, para mantenerse activos y operando.

Por otro lado, el mercado accionario es aquel en el que se negocian activos financieros o valores que representan el capital social de las empresas. Es decir, cuando una empresa necesita dinero, ésta puede emitir capital para obtenerlo.

Ejemplos de mercados accionarios son el New York Stock Exchange NYSE y National Securities Dealers

<sup>15</sup>Los derivados relacionados principalmente con el mercado de dinero son los futuros y opciones sobre tasas de interés o divisas, ya que se utilizan para gestionar riesgos de liquidez y tasas a corto plazo.

<sup>16</sup>Los derivados vinculados al mercado de capitales son los contratos de futuros sobre acciones o bonos, ya que se utilizan para cubrir o especular sobre movimientos en activos de largo plazo.

<sup>17</sup>Bustamante, 2017

Automated Quotations (Nueva York), el London Stock Exchange (Londres) y el Tokyo Stock Exchange (Japón). En México, el mercado accionario forma parte de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV).

Según la vida de los instrumentos financieros podemos seccionar los mercados en dos: primarios y secundarios. Los mercados primarios se constituyen de instrumentos financieros que se compran en el momento de su emisión, es decir, la compra-venta se lleva a cabo entre emisor e inversionista.

En cambio, el mercado secundario está constituido por instrumentos financieros que son revendidos, es decir, la compra-venta se lleva a cabo entre inversionistas<sup>18</sup>.

Por último, se puede analizar el mercado según su estructura, de manera que existen mercados organizados y no organizados.

A continuación se profundizará más en éste último rubro de la clasificación de los mercados financieros.

Nota: también es importante mencionar que uno de los mercados más importantes es el mercado cambiario, que se define como aquel en el que tiene lugar la compra-venta de monedas de diferentes países.

### 2.2.1. El mercado organizado

En un mercado organizado se negocian contratos estandarizados, esto quiere decir que condiciones tales como el precio de ejercicio, la fecha de expiración, la calidad del bien a intercambiar, etc., están preestablecidas. Dichos mercados cuentan con intermediarios (cámara de compensación, depósitos de garantía y liquidación) que exigen a las partes el cumplimiento de las condiciones de los contratos a través de una cámara de compensación que elimina el riesgo de contrapartida o insolvencia.

Ejemplo de los mercados organizados son la Bolsa Mexicana de Valores y el Mercado Mexicano de Derivados (MexDer). En él, el respaldo financiero lo ofrece “Asigna Compensación y Liquidación”, la cual cuenta con las más altas calificaciones por Fitch Ratings, Moody’s y Standard & Poor’s<sup>19</sup>. Esta actúa como contraparte de todas las operaciones realizadas en MexDer.

Algunos ejemplos de derivados que se negocian en los mercados estandarizados son los Futuros, los Warrants y las Opciones.

En la página de MexDer<sup>20</sup> se encuentran listados, hasta 2021, contratos de Futuros, Opciones y Swaps sobre los subyacentes financieros señalados en el cuadro de “Subyacentes financieros disponibles en MexDer”.

### 2.2.2. El mercado over the counter (OTC)

De acuerdo con la página de BBVA<sup>21</sup>, los mercados OTC son mercados extrabursátiles en los que se comercian instrumentos financieros directamente entre dos partes, hechos de acuerdo con las necesidades particulares de los contratantes. Debido a que no siguen reglamentos preestablecidos, éstos dependen del común acuerdo de las partes.

---

<sup>18</sup>Bustamante, 2017

<sup>19</sup>Asigna, 2007

<sup>20</sup><http://www.mexder.com.mx/wb3/wb/MEX/instrumentos>

<sup>21</sup><https://www.bbva.com/es/que-son-los-mercados-over-the-counter-otc/>

Cuadro 2.1: Subyacentes financieros disponibles en MexDer

	Futuros	Opciones	Swaps
DIVISAS	Dólar de los Estados Unidos de América (DEUA) EURO	Dólar de los Estados Unidos de América (DEUA)	
INDICES	Índice de Precios y Cotizaciones de la BMV (IPC) Mini Futuro del índice de Precios y Cotizaciones de la BMV (IPC)	Futuros del Índice de Precios y Cotizaciones de la BMV (IPC)	
DEUDA	Cetes a 91 días (CE91) Swaps de TIEE a 10 y 2 años (Liquidación en Especie) Bonos de Desarrollo del Gobierno Federal a 3,10,20 y 30 años (M3, M10, M20 y M30) Bonos Específicos M241205 (DC24) y M310529 (MY31)		
ACCIONES	América Móvil L Cemex CPO Femsa UBD GCarso A1 GMexico B Walmex V	América Móvil L Cemex CPO (CX) FEMSAUBD (FE) GMexico B (GM) Lala B (LL) Naftac 02 (NA) WamexV(WA) NAFTRAC (NA) ALFA ICA MEXICHEM PENOLES PINFRA	
TASAS			Contrato de Swap sobre Tasas de Interés Nominales Fijas y Tasas de Interés Nominales

Fuente: Elaboración propia con información de MexDer (2020).

En esta alternativa los intermediarios fungen como contacto únicamente, así, no existe la figura de un tercero que garantice el cumplimiento de los contratos<sup>22</sup>.

Las operaciones se ejecutan por una red telefónica de agentes (dealers) y son entre instituciones financieras o entre instituciones financieras y alguno de sus clientes corporativos. Las instituciones financieras actúan frecuentemente como creadores de mercado (market-makers) de los instrumentos sujetos a intercambio. Esto significa que están siempre dispuestas a registrar (quote) un precio de compra (bid price) y un precio de venta (offer/Ask price).

Normalmente, las conversaciones telefónicas en el mercado OTC son grabadas y si se presenta algún conflicto sobre lo que se acordó, las cintas se vuelven a revisar para resolver la discrepancia. Las transacciones en el mercado OTC son normalmente de mayor volumen de operación que en el mercado organizado<sup>23</sup>.

Un ejemplo de mercado no organizado es la empresa Negocios Extrabursátiles OTC de México, los derivados que se negocian en éste mercado son los Forwards, Swaps y las Opciones.

### 2.2.3. Ventajas y Desventajas

#### Ventajas el mercado OTC:

- La alternativa notable que representa a los mercados organizados, ya que sus participantes pueden plantear alternativas a los términos de contratación existentes en el mercado estándar, dándoles así completa libertad de decidir sobre los acuerdos que estén dispuestos a convenir entre ellos de manera

<sup>22</sup>UVM, 2016

<sup>23</sup>Morales y Morales, 2013

que dichos términos se ajusten a las necesidades de las partes.

#### Desventajas del mercado OTC:

- Al no existir un intermediario que obligue a las partes a su cumplimiento, habrá manifiesto riesgo de crédito, es decir, existe el riesgo de que una de las dos partes incumpla el contrato.
- La poca liquidez que pueda existir en ellos, lo cual representa complicaciones en la compra venta del contrato.

#### Ventajas de los mercados estandarizados:

- Mitiga el riesgo de contraparte debido a que los mercados estandarizados cuentan con una regulación que establece los elementos del contrato.
- La información referente a la oferta y demanda es completamente transparente.

#### Desventajas de los mercados estandarizados:

- Debido a que los elementos del contrato ya están preestablecidos, la innovación de productos derivados sofisticados y hechos a la medida no es viable.

Cuadro 2.2: Diferencias entre los mercados organizados y los no organizados

Características	OTC	Organizados
Términos del contrato	Ajustado a necesidades de ambas partes	Estandarizados
Lugar del mercado	Cualquiera	Bolsa de Derivados
Fijación de precios	Negociaciones	Coltización abierta
Fluctuación de precios	Libre	En algunos mercados existen límites
Relación entre comprador y vendedor	Directa	A través de la Cámara de Compensación
Deposito en garantía	No usual	Para el vendedor.
Calidad de cobertura	A la medida	Con precisión definida
Riesgo de contrapartida	Lo asume el comprador	Lo asume la cámara
Seguimiento de posiciones e inf.	Exige medios especiales	De fácil acceso
Regulación	En general no disponible	Regulación gubernamental y autorregulación
Liquidez	Escasa en gran parte de los contratos	Amplia

Fuente: Elaboración propia con información de Castro e Ibarra (2004).

## 2.3. Teoría de Derivados

### 2.3.1. ¿Qué son los productos derivados?

Según Alfonso de Lara, un producto derivado se caracteriza por ser un instrumento financiero cuyo valor proviene del precio de algún otro activo subyacente, es decir, no tiene un valor independiente<sup>24</sup>.

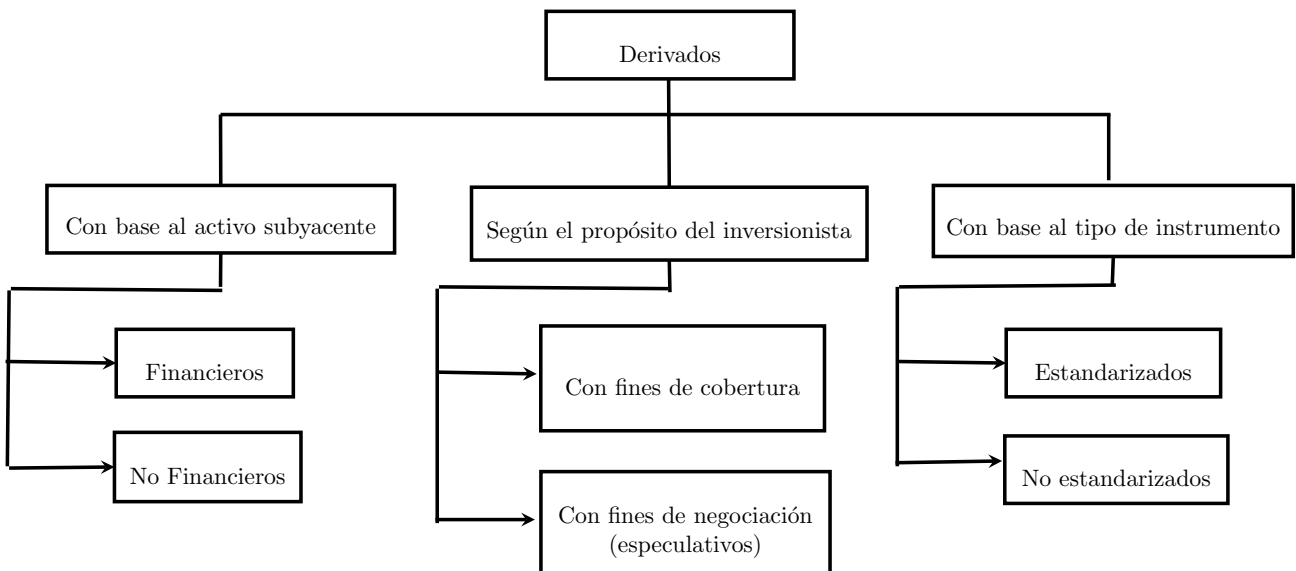
Para ejemplificar la definición anterior considérese el futuro financiero sobre el oro. El instrumento financiero es el futuro financiero y el activo subyacente es el oro.

Asimismo, el blog<sup>25</sup> de la Bolsa Mexicana de Valores señala que otros ejemplos de activos subyacentes son materias primas, índices, valores de renta fija y renta variable, tipos de interés, tipos interbancarios, etc.

### 2.3.2. Clasificación

La clasificación de los instrumentos derivados se centra en cuatro grupos principales: Futuros, Forwards, Opciones y Swaps. Sin embargo, de acuerdo con Castro e Ibarra<sup>26</sup>, se puede describir una clasificación más detallada con el objetivo de catalogar a los derivados en tres grupos más representativos:

Figura 2.2: Clasificación de los Derivados



Fuente: Elaboración propia con información de Castro e Ibarra (2004).

Como se observa en la figura 2.2, la clasificación de los productos financieros derivados puede hacerse de

<sup>24</sup>De Lara, 2005

<sup>25</sup><https://blog.bmv.com.mx/2020/03/10/que-son-y-como-funcionan-los-derivados/>

<sup>26</sup>Castro e Ibarra, 2004.

la siguiente manera:

1. De acuerdo al activo subyacente, de manera que se divide en activos financieros y no financieros.
  - a) Los financieros se refieren a derivados cuyo valor se desprende de tasas de interés, divisas, índices bursátiles, valores cotizados en bolsa, etc.
  - b) Los no financieros son derivados cuyo valor depende de bienes básicos (regularmente commodities). Ejemplos de ello son el oro, plata, maíz, petróleo, etc.
2. Según el propósito del inversionista.
  - a) Existen inversionistas que adquieren derivados con el objetivo de eliminar o reducir el riesgo del mercado financiero, ya que éste podría afectar sus actividades o negocios.
  - b) También existen inversionistas que están dispuestos a adquirir riesgos con el propósito de obtener una ganancia que es consecuencia del cambio de valor en el mercado financiero.
3. Con base al tipo de instrumento. De esta manera se tienen instrumentos estandarizados y no estandarizados.
  - a) Los estandarizados se cotizan en una Bolsa de derivados, bajo normas y reglamentos. Su compra-venta se realiza conforme a estándares de tamaño de contrato, fecha de vencimiento, forma de liquidación y negociación. Ejemplos de derivados estandarizados son los Futuros y las Opciones.
  - b) Los no estandarizados se caracterizan porque su negociación se realiza en mercados extrabursátiles (a los que se les conoce como Over The Counter) entre los inversionistas y en ella se trata de llegar a acuerdos que convengan tanto al comprador como al vendedor del derivado. Éste tipo de transacciones, en comparación con las estandarizadas, poseen un alto riesgo crediticio ya que no existe un monto de compensación que se encargue de garantizar el cumplimiento de las obligaciones.

### 2.3.3. Principales usos

El diagrama anterior muestra que son cuatro las categorías más importantes, según Alfonso de Lara, para clasificar el uso de los Derivados.

La primera de ellas es la cobertura de riesgos (hedging). Esta consiste en el uso de productos derivados para mitigar o cubrir el riesgo que se pudiera generar por cambios adversos que susciten afectaciones a los precios de los activos en el mercado de contado o de físicos<sup>27</sup>.

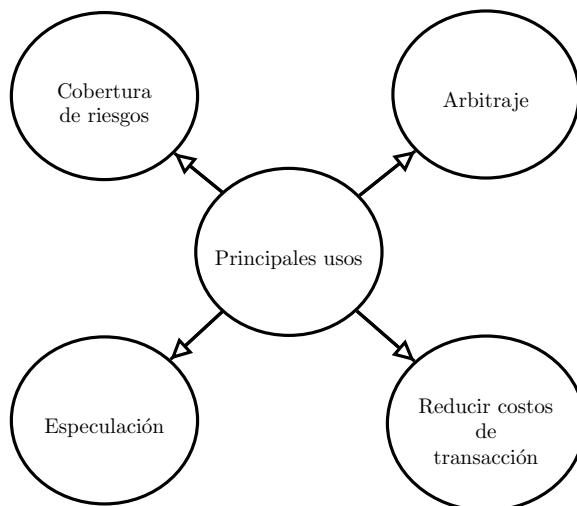
El segundo uso común es la especulación, en la que, el especulador a través de los movimientos en el precio de un derivado busca obtener una ganancia acorde con un riesgo que está dispuesto a asumir.<sup>28</sup>.

---

<sup>27</sup>De Lara, 2005

<sup>28</sup>Deloitte, 2016

Figura 2.3: Principales usos de los Derivados



Fuente: Elaboración propia con información de De Lara (2005).

Debido a que un mayor número de especuladores significa una mayor liquidez, esta práctica es muy útil en los mercados organizados<sup>29</sup>.

El tercer uso de los derivados es el arbitraje. Este consiste en detectar imperfecciones en los mercados financieros que permitan obtener una ganancia a valor presente sin riesgo.

La forma más simple de arbitraje consiste en la compra-venta simultánea de un activo en dos mercados financieros diferentes, y asumiendo que el precio de los activos es distinto en dichos mercados, se asegura una utilidad<sup>30</sup>.

Cabe mencionar que también existe el arbitraje regulatorio que consiste en el comercio de los derivados para evadir restricciones regulatorias, impuestos y normas contables.

El último uso para los derivados que se mencionará es que éstos reducen los costos de transacción, ya que proveen una forma más económica de emprender una transacción financiera particular<sup>31</sup>.

## 2.4. Valuación de Derivados

### 2.4.1. Forward

Un contrato forward es un instrumento financiero derivado que opera en el mercado OTC en el que se pacta una compra-venta en una fecha futura entre dos instituciones o entre una institución financiera y uno de sus clientes<sup>32</sup>.

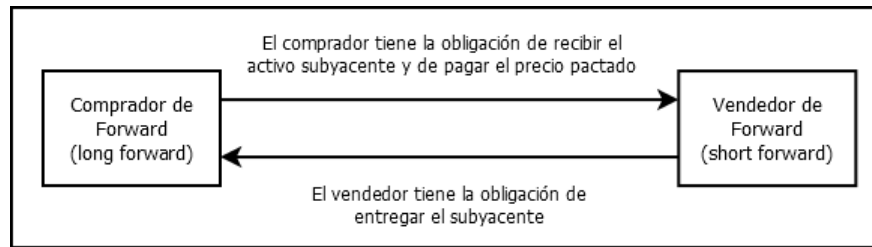
<sup>29</sup>De Lara, 2005

<sup>30</sup>De Lara, 2005

<sup>31</sup>Deloitte, 2005

<sup>32</sup>De Lara, 2005

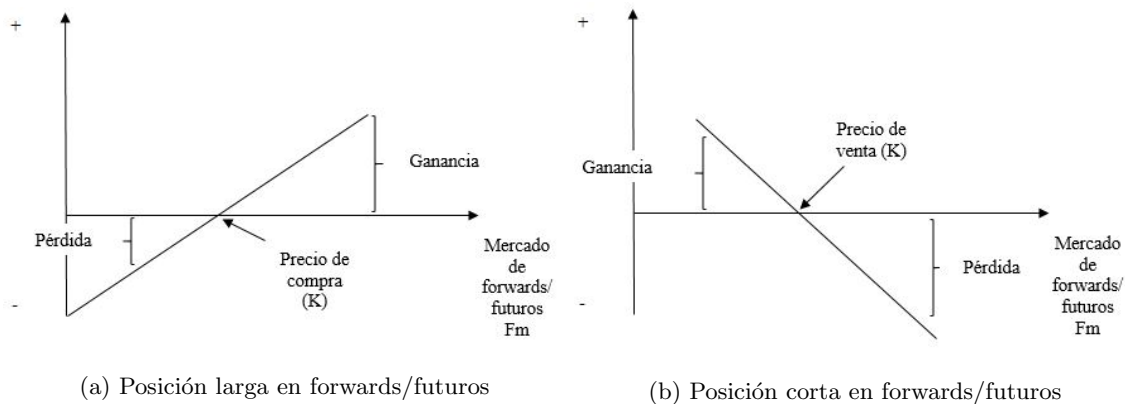
Figura 2.4: Funcionamiento de un Forward



Fuente: elaboración propia con información de Bustamante (2017).

La parte en el contrato que compra el activo asume una posición larga del forward, es decir, al comprarse el contrato se adquiere la obligación de comprar el subyacente con precio y fecha futura predeterminados. Si el precio del futuro aumenta se obtendrá una ganancia en la posición, pero si el precio disminuye entonces se registrará una pérdida en la posición.

Figura 2.5: Posiciones de los forwards/futuros



(a) Posición larga en forwards/futuros

(b) Posición corta en forwards/futuros

Fuente: elaboración propia con información de De Lara (2005).

Por otro lado, la parte en el contrato que vende asume una posición corta<sup>33</sup>, es decir, dicha parte adquiere la obligación de vender el activo subyacente en la fecha establecida con el precio acordado.

En este caso, si el precio del futuro incrementa se obtendrá una pérdida en la posición, de lo contrario, si el precio disminuye, entonces se registrará una ganancia para esta posición.

<sup>33</sup>Bustamante, 2017

### Valuación de un forward

Según Hull (2018), en el momento de establecer un contrato forward, su valor es cero. No obstante, en etapas posteriores, el valor puede ser positivo o negativo.

Sean:

- $F_0$ : el precio actual del contrato forward
- $K$ : el precio de entrega en el contrato
- $r$ : la tasa de interés libre de riesgo a  $T$  años
- $T$ : el beneficio de mantener el activo durante un periodo de tiempo
- $f$ : el valor del contrato forward hoy

Se define para un contrato forward de posición larga:

$$f = (F_0 - K) \cdot e^{-rT} \quad (2.1)$$

Demostración:

Sean un par de contratos forward de posición larga idénticos, pero uno con un precio de entrega  $F_0$  y el otro con un precio de entrega  $K$ . Lo único que distingue a estos dos contratos es la cantidad a pagar por el activo subyacente al tiempo  $T$ . En el primer contrato, el monto es  $F_0$ , mientras que en el segundo contrato es  $K$ . Por lo tanto, la variación en el flujo de efectivo en el momento  $T$  es  $F_0 - K$ , la cual, tiene un valor presente igual a  $(F_0 - K)e^{-rT}$ . Así, el contrato con un precio de entrega de  $F_0$  tiene un valor inferior al contrato con un precio de entrega de  $K$  por un monto de  $(F_0 - K)e^{-rT}$ .

Como el valor del contrato con un precio de entrega  $F_0$  es, por definición, cero, se puede concluir que el valor del contrato con un precio de entrega  $K$  es  $(F_0 - K)e^{-rT}$ .

De manera similar, para una posición corta, se obtiene la siguiente ecuación:

$$f = (K - F_0) \cdot e^{-rT} \quad (2.2)$$

Es importante resaltar que es necesario que el precio teórico coincida con el precio de mercado, porque de no ser así, existiría la oportunidad de realizar una ganancia libre de riesgo (arbitraje).

Con el objetivo de entender la importancia de la creación de forwards sintéticos para responder a la pregunta: ¿qué pasaría si no existiera un mercado de derivados y se quisiera replicar una posición, ya sea corta o larga, de un forward? a continuación se describe la metodología correspondiente presentada por Alfonso de Lara para conseguirlo.

Para un forward sintético en posición corta:

- A la fecha actual:

- Pedir un préstamo por el monto equivalente al valor del activo subyacente a una tasa de interés de mercado.
  - Con el dinero del préstamo previamente pedido, comprar el activo.
  - Elegir entre guardar el activo o invertirlo (si es que se trata de alguna moneda diferente a la doméstica) hasta la fecha de vencimiento del préstamo.
- A la fecha del vencimiento del préstamo:
    - Entregar el activo al comprador.
    - Recibir el efectivo por parte del comprador y liquidar el préstamo, incluyendo intereses.

De manera similar, para replicar un forward sintético en posición larga:

- A la fecha actual:
  - Pedir prestado el activo subyacente a un prestamista en el mercado.
  - Vender el activo en el mercado de contado<sup>34</sup>.
  - Recibir el monto en efectivo correspondiente por la venta en corto y posteriormente invertirlo al plazo del préstamo pactado (a una tasa libre de riesgo)
- A la fecha del vencimiento del préstamo:
  - Como pago del activo, se entrega el efectivo a la contraparte vendedora.
  - Recibir el activo del comprador y entregarlo al prestamista con los correspondientes intereses del préstamo solicitado.

### Forwards de tipo de cambio

Para aunar más en la metodología descrita anteriormente se presenta a continuación un ejemplo de la operación de un forward sintético de dólares para una posición corta:

Sea un forward sintético de 1,000,000 USD con un tipo de cambio spot de 10.48 pesos por dólar, un plazo de 180 días, una tasa de interés doméstica del 9% anual y una tasa de interés externa del 1,8% anual.

A la fecha actual la estrategia del forward quedaría de la siguiente manera:

a) Solicitar un préstamo en pesos que sea equivalente al valor presente de 1,000,000 USD

$$\frac{1000000}{1+0,018*\frac{180}{360}} = 991,080,28$$

De manera que el préstamo total que se debe pedir es:

---

<sup>34</sup>A esta operación se le denomina venta en corto

$$991,080,28 * 10,48 \frac{\text{MXN}}{\text{USD}} = 10,386,521,31 \text{ MXN}$$

b) Con el dinero obtenido del préstamo, proceder a comprar los dólares norteamericanos necesarios:

$$\frac{10,386,521,31}{10,48} = 991,080,28 \text{ USD}$$

c) Invertir los dólares a la tasa de interés externa al plazo del forward

$$991,080,28 * (1 + 0,018 * \frac{180}{360}) = 1000000 \text{ USD}$$

Dentro de 180 días la estrategia a seguir es:

- a) Entregar los 1000000 USD al comprador del forward
- b) Se debe liquidar el préstamo más los intereses generados

$$10,386,521,31 * (1 + 0,09 * \frac{180}{360}) = 10,853,914,77 \text{ MXN}$$

Nótese que si dividimos la cantidad en pesos que se entregaron al final del plazo entre los dólares del forward se obtiene el valor teórico del tipo de cambio forward:

$$\frac{10,853,914,77}{1000000} = 10,8539 \frac{\text{MXN}}{\text{USD}}$$

Así, se puede concluir que si se pacta un forward de tipo de cambio, la contraparte debe recibir el efectivo en pesos del comprador a un tipo de cambio de 10.8539 pesos por dólar. Si esto no ocurriera así, habría oportunidades de arbitraje.

Por lo tanto, la fórmula de valuación de un forward de tipo de cambio (precio teórico) en  $t = 0$  es:

$$F_0 = \text{Tipo de cambio} * \frac{1 + r_d * \frac{t}{360}}{1 + r_f * \frac{t}{360}} = K \quad (2.3)$$

Donde  $r_d$  hace referencia a la tasa doméstica y  $r_f$  a la tasa foránea.

Por otro lado, se encontrará una expresión para el valor del derivado ( $f_t$ ) partiendo del hecho que este es el valor presente del valor del derivado a tiempo T.

$$\begin{aligned}
f_T &= S_T - K \\
&= S_t * \frac{1 + r_d * \frac{t}{360}}{1 + r_f * \frac{t}{360}} - K \\
&= VP(F_T) \\
&= (S_t * \frac{1 + r_d * \frac{t}{360}}{1 + r_f * \frac{t}{360}} - K) * \frac{1}{1 + r_d * \frac{t}{360}} \\
&= S_t * \frac{1}{1 + r_f * \frac{t}{360}} - K * \frac{1}{1 + r_d * \frac{t}{360}} \\
&= S_t * e^{-r_f \tau_t} - K * e^{-r_d \tau_t}
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Cabe destacar que a tiempo 0 el valor del derivado es 0.

Demostración: Considerando que  $K = f_0$

$$\begin{aligned}
f_0 &= S_0 * e^{-r_f \tau_0} - K * e^{-r_d \tau_0} \\
&= S_0 * e^{-r_f \tau_0} - S_0 * e^{(r_d - r_f) \tau_0} * e^{-r_d \tau_0} \\
&= S_0 * [e^{-r_f \tau_0} - e^{-r_f \tau_0}] = 0
\end{aligned} \tag{2.5}$$

En la práctica, el intercambio del activo subyacente y el precio  $K$ , por lo general no ocurren, lo único que se hace es saldar el pay-off de cada una de las posiciones, es decir, se hace liquidación por diferencias<sup>35</sup>. Existen forwards sobre bonos, acciones, commodities, activos financieros en general. Dependiendo ello se puede encontrar una expresión tanto como para su precio, como para el valor del derivado. A continuación se presentan algunas de ellas.

#### Activo que paga cupones (montos conocidos)

Este forward puede ser sobre bonos, de manera que su precio y valor respectivamente son:

$$\begin{aligned}
f_t &= (S_t - I_t) * e^{r_d \tau} \\
F_t &= (S_t - I_t) - K * e^{-r_d \tau}
\end{aligned} \tag{2.6}$$

donde  $I_t = \sum_{i=1}^k C_i d_i$ ,  $C_i$  representa al  $i$ -ésimo cupón y  $k$  es el número de cupones entre 0 y  $T$ .

#### Equity Forward

Son activos que proporcionan un tipo de rendimiento dado en forma de tasa  $q$ , independientemente de los cambios en los precios. El supuesto es que los dividendos se reinvierten en el mismo activo<sup>36</sup>.

Para dividendos contínuos se tienen las siguientes expresiones:

<sup>35</sup>Bustamante, 2017

<sup>36</sup>Bustamante, 2017

$$\begin{aligned}
 f_t &= (S_t) * e^{(r_d - r_q)\tau} \\
 F_t &= (S_t) * e^{-r_q\tau} - K * e^{-r_d\tau}
 \end{aligned}
 \tag{2.7}$$

Por otro lado, para dividendos discretos se tiene:

$$\begin{aligned}
 f_t &= (S_t - VP(D_t)) * e^{r_d\tau} \\
 F_t &= (S_t - VP(D_t)) - K * e^{-r_d\tau}
 \end{aligned}
 \tag{2.8}$$

Nota:  $VP(D_t)$  representa el valor presente del dividendo en tiempo  $t$ .

### Commodity Forward

Son diversos los commodities sobre los cuales puede negociarse éste forward. Ejemplo de ellos son el oro, la plata, el petróleo, la naranja, el maíz, etc.

$$\begin{aligned}
 f_t &= (S_t) * e^{(r_d + r_c)\tau} \\
 F_t &= (S_t) * e^{r_c\tau} - K * e^{-r_d\tau}
 \end{aligned}
 \tag{2.9}$$

Obsérvese que en la expresión  $f_t = (S_t) \cdot e^{(r_d + r_c)\tau}$  el exponente está elevado a la  $(r_d + r_c)\tau$ , las tasas no se restan debido a que es  $-r_c$  ya que representa el costo de almacenamiento del commodity.

En conclusión, podemos expresar de manera general el valor del derivado de la siguiente manera:

$$F_t = (S_t) * e^{-(r_f + r_q - r_c)\tau} - K * e^{-r_d\tau}
 \tag{2.10}$$

donde:

- $r_d$ : es la tasa doméstica
- $r_f$ : es la tasa foránea
- $r_q$ : es la tasa referente al dividendo
- $r_c$ : la tasa referente al commodity

Los forwards son instrumentos del mercado no organizado por lo que se pueden pactar compra-ventas por casi cualquier activo subyacente y en cualquier cantidad (monto notional)<sup>37</sup>.

---

<sup>37</sup>Bustamante, 2017

### 2.4.2. Futuro

Son contratos con la misma finalidad de los forwards, en el que dos partes intercambian un título en una fecha futura y con un precio previamente pactado. Sin embargo, a diferencia de los forwards, los contratos de futuros pertenecen al mercado organizado, por lo que especificaciones correspondientes al activo o bien subyacente, el tamaño del contrato, la fecha de vencimiento, la calidad y lugar de entrega están preestablecidas<sup>38</sup>.

En un mercado organizado se contemplan una serie de medidas para garantizar el cumplimiento del contrato tanto por compradores como por vendedores.

Entre ellas destacan la aportación inicial mínima (Initial Margin) que se le solicita al comprador del contrato de futuros para abrir la cuenta en MexDer. Dicho depósito se lleva a cabo en una cuenta que recibe el nombre de fondo de compensación (Margin Account).

Así, MexDer también contempla un margen de mantenimiento, es decir, una cantidad mínima que debe considerarse en la cuenta para seguir dentro del contrato.<sup>39</sup>

Otro mecanismo empleado por MexDer son la liquidación diaria, los participantes liquidan diariamente sus obligaciones y con ello, actualizan el fondo de compensación, de las aportaciones iniciales mínimas, también incluyen pérdidas, ganancias, intereses devengados y cualquier otra cuota pendiente<sup>40</sup>.

Cuadro 2.3: Diferencias entre Forward y Futuro

Forward	Futuro
Contrato privado entre dos partes	Negociados en mercados organizados
No estandarizado	Estandarizados
Normalmente una fecha de entrega	Rango de fechas de entrega específica
Ajustado al finalizar el contrato	Ajustado a diario
Normalmente tiene lugar una entrega o un pago final	El contrato se suele cerrar antes del vencimiento
Existe el riesgo de crédito/contraparte	Virtualmente no existe el riesgo crediticio
Normalmente son menos líquidos	Normalmente son más líquidos

Fuente: elaboración propia con datos de Delfino (2010).

### 2.4.3. Swaps

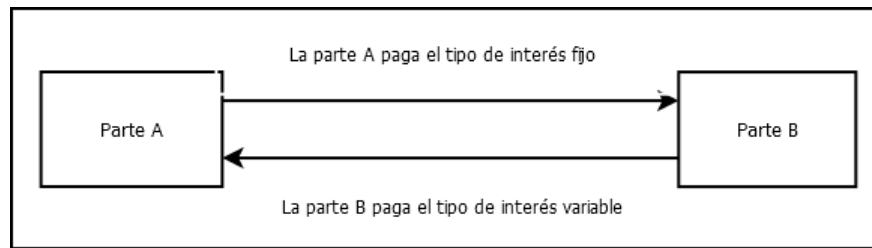
Es un contrato en el que ambas posiciones acuerdan llevar a cabo una serie de intercambios de flujos de efectivo de manera simultánea y periódica durante un lapso de tiempo determinado.

<sup>38</sup>Amaya, 2020

<sup>39</sup>Según Bustamante (2017), en la práctica, el margen inicial y el margen de mantenimiento lo establece MexDer y rondan, el primero, un 10% del tamaño del contrato y el segundo un 75% del margen inicial.

<sup>40</sup>Amaya, 2020

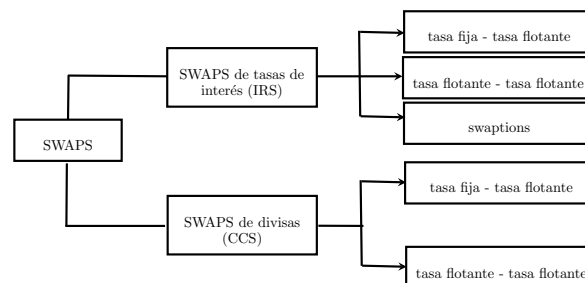
Figura 2.6: Funcionamiento de un swap (permuta)



Fuente: elaboración propia con información de Bustamante (2017).

Los flujos de efectivo se calculan según el tipo de swap que se pacte. Los swaps básicos o plain vanilla son los de tasa de interés (IRS, interest rate swap) y de monedas (CCS, cross currency swaps).

Figura 2.7: Principales swaps negociados en el mercado mexicano



Fuente: Elaboración propia con información de De Lara (2005).

### Aplicaciones de los swaps:

- Cobertura de riesgos : Supóngase que una entidad financiera otorgó préstamos a tipo fijo y para obtener recursos financieros, emitió títulos a interés variable. El riesgo al que dicha entidad se encuentra expuesta es al riesgo de que el tipo de interés de mercado suba, por ello, se podría pensar en contratar un swap de tasas de interés, de manera que se comprometiera a pagar intereses a tipo fijo a cambio de recibir cuotas de interés a tipo variable, que posteriormente utilizaría para pagar los cupones<sup>41</sup>.
- Especulación : Imagine que tiene un derecho que le proporciona un 5% anual y usted cree que los tipos de interés de mercado van a subir, podría pactar un swap para intercambiar los intereses con alguien que crea que los tipos de interés van a bajar. En ese caso, si dentro de un año el interés es del 6%, la

<sup>41</sup>Betzuen, 2016

otra parte nos tendría que pagar el 1% de la cantidad acordada. Si el tipo de interés está en el 4%, será usted quien tenga que pagar a la otra parte<sup>42</sup>.

- Arbitraje : Bajo el supuesto de que una empresa A encuentra un mercado en el que la emisión de títulos le resulta más barata y que una empresa B se encuentra en una situación simétrica, mediante un swap, las empresas pueden acordar emitir en el mercado que les resulte más económico de manera que los costes de financiación resultan inferiores.

### Swaps de tasas de interés (IRS)

Es un contrato entre dos agentes económicos en el que se intercambian entre sí flujos de efectivo periódicamente, durante un periodo de tiempo preestablecido y en fechas pactadas en el futuro.

Se calculan sobre un mismo principal teórico, acordado en la operación. Están denominados en la misma moneda pero calculados en distintos tipos de referencia, es decir, una parte paga flujos de efectivo basados en una tasa fija y la otra los paga basado en una tasa flotante<sup>43</sup>.

Supongamos que se pacta un swap IRS en el que se acuerda pagar una tasa fija a cambio de recibir una tasa flotante, es decir, se tiene una posición larga en el swap.

En un swap de IRS no hay intercambio de nocionales, ya que el primer pago que se realiza tiene lugar al final del primer periodo y las contrapartes únicamente liquidan la diferencia entre ambos flujos de efectivo, es decir, el valor neto de la posición.

Para demostrar este resultado, consideremos los siguientes elementos:

- $r$ : precio del swap, también conocida como la tasa swap.
- $N$ : monto nocional del contrato del swap.
- $n$ : número de plazos en el swap.
- $f_i$ : tasa forward aplicada en el periodo  $i$ .
- $d$ : número de días del periodo de pago.
- $df_i$ : factor de descuento correspondiente al periodo  $i$ .

La valuación de un swap se obtiene sumando los valores presentes de los flujos de pago de ambas partes del contrato:

$$V^{SWAP} = V^{FLOAT} - V^{FIX}$$

donde:

- $V^{FLOAT}$  es el valor de la pata flotante del swap, cuyos pagos dependen de la tasa forward  $f_i$ .

---

<sup>42</sup><https://www.bbva.com>

<sup>43</sup>Guerra, 2019

- $V^{FIX}$  es el valor de la pata fija del swap, cuyos pagos son constantes y están determinados por la tasa fija  $r$ .

Expandiendo cada término, tenemos:

$$\begin{aligned}
 V^{SWAP} &= V^{FLOAT} + V^{FIX} \\
 &= \left\{ -N * df_0 + N * f_1 * \frac{d}{360} * df_1 + N * f_2 * \frac{d}{360} * df_2 + \dots + N * f_n * \frac{d}{360} * df_n + N * df_n \right\} \\
 &\quad + \left\{ N * df_0 - N * r * \frac{d}{360} * df_1 - N * r * \frac{d}{360} * df_2 - \dots - N * r * \frac{d}{360} * df_n - N * df_n \right\} \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

Para que el swap tenga un valor de mercado de cero al inicio del contrato (condición estándar en un swap al momento de su contratación), se debe cumplir que:

$$V^{FLOAT} = V^{FIX}$$

lo que nos lleva a la ecuación:

$$\begin{aligned}
 N * \sum_{i=1}^n r * \frac{d}{360} * df_i &= N * \sum_{i=1}^n f_i * \frac{d}{360} * df_i \\
 \sum_{i=1}^n r * \frac{d}{360} * df_i &= \sum_{i=1}^n f_i * \frac{d}{360} * df_i
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

Despejando  $r$ <sup>44</sup>, se obtiene la expresión final para la tasa swap:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \frac{d}{360} df_i}{\frac{d}{360} \sum_{i=1}^n df_i} \tag{2.13}$$

### Valuación de swaps de tasas de interés

Para una posición larga de un swap, su valor debe calcularse con el valor presente de los flujos netos del swap:

$$Valor_{SWAP} = \sum_{i=1}^n \frac{(F_i^f - F_i^x)}{1 + r_i * \frac{t}{360}} \tag{2.14}$$

Asimismo, si se trata de una posición corta del swap la fórmula para calcular su valor es la siguiente:

$$Valor_{SWAP} = \sum_{i=1}^n \frac{(F_i^x - F_i^f)}{1 + r_i * \frac{t}{360}} \tag{2.15}$$

Donde:

---

<sup>44</sup>Donde  $r$  es la tasa nominal fija anual que representa la cantidad a pagar por el solicitante.

- $F_i^f = N \cdot r_f \cdot \frac{t}{360}$  es el pago de interés flotante ( $r_f$  es la tasa de interés forward para el periodo  $t$ ).
- $F_i^x = N \cdot r_x \cdot \frac{t}{360}$  es el pago de interés fijo ( $r_x$  es la tasa de interés fija establecida en el swap).
- $n$ : es el número de periodos de los que está compuesto el swap.
- $r$ : es la tasa spot para el periodo  $t$ .
- $t$ : es el número de días por liquidar del periodo valuado.

Es importante mencionar que a raíz de las diferentes necesidades presentadas por las empresas, se han creado una gama de swaps de tasas de interés. De acuerdo con Alfonso de Lara, los de uso más común son:

Cuadro 2.4: Swaps de tasas de interés

Swap simple o Plain Vanilla	Implica el intercambio periódico de pagos de tasa fija por flotante
Swap forward	Implica el intercambio de pago de intereses que no inicia sino hasta una fecha específica en el futuro
Swap redimible por tasa fija o variable	Este swap proporciona a la parte que hace los pagos de tasa fija o flotante, el derecho de concluir el swap antes de su vencimiento
Swap prorrogable	Contiene una cláusula de extensión que permite que el participante en un swap amplíe el periodo de validez del contrato
Swap amortizable	El cálculo de los pagos de tasa fija y flotante se realizan con referencia a un monto notional que es decreciente durante la vida del swap
Swap cupón cero por flotante	El pagador de tasa fija realiza un solo pago en la fecha de vencimiento del swap, mientras que el pagador de tasa flotante realiza los pagos periódicamente durante todo el periodo del swap
Swap con techo de tasas	Se refiere al intercambio de pagos de tasa fija por pagos de tasa flotante que tienen un límite superior

Fuente: Elaboración propia con información de De Lara (2005)

### Swaps de divisas

Es un contrato financiero entre dos agentes económicos, mediado o no por un intermediario, en el que se acuerda hacer un mutuo intercambio de determinadas cantidades (denominadas en distintas monedas) en una fecha futura establecida y con las condiciones previamente fijadas (incluyen los abonos de intereses más la amortización del principal). Los flujos puede ser ambos a tasa fija, ambos a tasa flotante o uno de tasa fija y otro de tasa flotante. En un swap de divisas siempre hay un intercambio del principal al vencimiento.<sup>45</sup>

### Aplicaciones de los swaps

Una vez descrita la teoría de las principales modalidades de los swaps, se presenta un ejemplo numérico para

<sup>45</sup>Guerra, 2019

un swap vanilla, con el objetivo de esclarecer una de las posibles aplicaciones de los swaps.

Supongamos que se pacta un swap vanilla semestral a 2 años del 5 % vs LIBOR<sup>46</sup> + 20pb sobre 20 millones de pesos. El esquema de los pagos, tanto fijos como variables, se presenta en la siguiente tabla:

Cuadro 2.5: Ejemplo swap vanilla

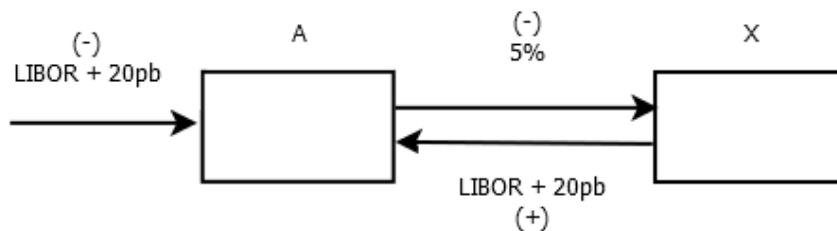
t	LIBOR (t)	Pago fijo	Pago variable
0	4.7 %	0	0
1	5.1 %	1,000,000	980,000
2	4.2 %	1,000,000	1,060,000
3	5.8 %	1,000,000	880,000
4	4.7 %	1,000,000	1,200,000

Fuente: elaboración propia con información de Bustamante (2015).

Entonces, se supone que a una empresa “A”, que actualmente paga intereses de un préstamo de \$20 millones de pesos, le cobran intereses semestrales y su crédito termina en 2 años.

El pago de intereses sobre tasa LIBOR + 20 pb. “A” podría desear “convertir” su préstamo a uno a tasa fija y entonces se pacta el swap con pata fija.

Figura 2.8: Diagrama 1 de ejemplo del funcionamiento de un swap



Fuente: elaboración propia con información de Bustamante (2015).

La operación que representa el diagrama es la siguiente:

$$-(\text{LIBOR} + 20\text{pb}) + (\text{LIBOR} + 20\text{pb}) - 5\% = -5\%$$

Si se pacta el swap estamos suponiendo que existe el ente X que fungirá como pata variable, por lo que se tendrán las dos siguientes opciones:

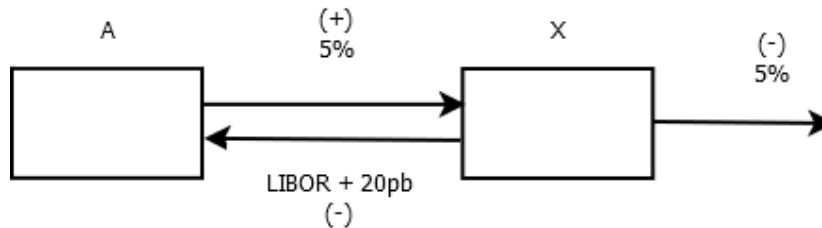
Opción 1

Préstamo de 20 millones que originalmente paga tasa fija (podría ser del 5 %) y desea convertirlo a uno de

<sup>46</sup>Aunque en este ejercicio se utiliza la tasa LIBOR debido a la fecha de los datos, es importante señalar que, a partir de 2022, la tasa LIBOR ha sido reemplazada por la Term SOFR

tasa variable en el que paga LIBOR + 20 pb

Figura 2.9: Diagrama 2 de ejemplo del funcionamiento de un swap

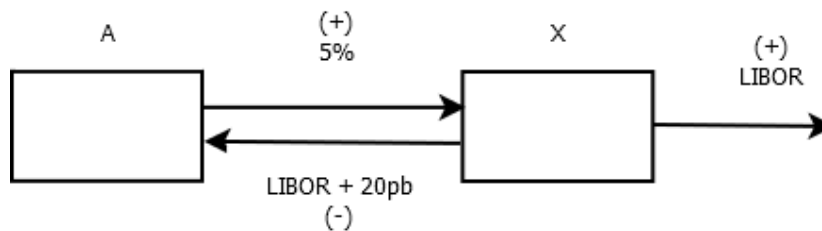


Fuente: elaboración propia con información de Bustamante (2015).

#### Opción 2

Se tiene una inversión a tasa variable y se desea convertirla a tasa fija. Es una inversión de 20 millones de pesos, recibe LIBOR que se convierte a tasa fija en la que recibe 4.8 %

Figura 2.10: Diagrama 3 de ejemplo del funcionamiento de un swap

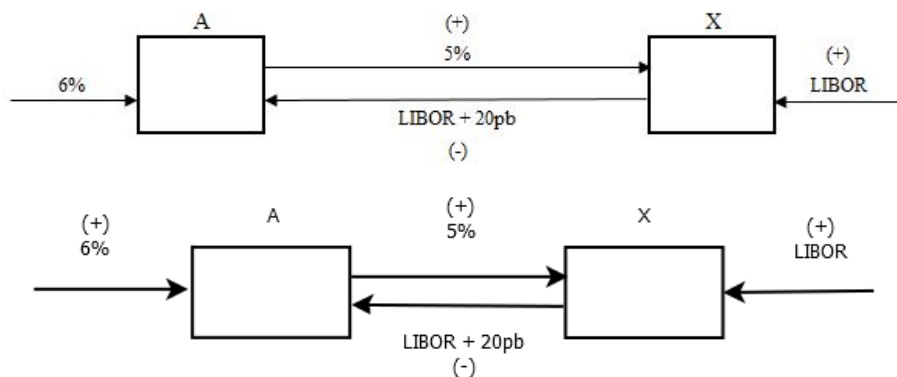


Fuente: elaboración propia con información de Bustamante (2015).

“A” pudo haber usado este swap también para convertir una inversión de 20 millones de pesos a tasa fija a una variable.

Si se supone que inicialmente recibe 6 % sobre su inversión, entonces recibe LIBOR + 1.2 %, es decir:

Figura 2.11: Diagrama 4 de ejemplo del funcionamiento de un swap

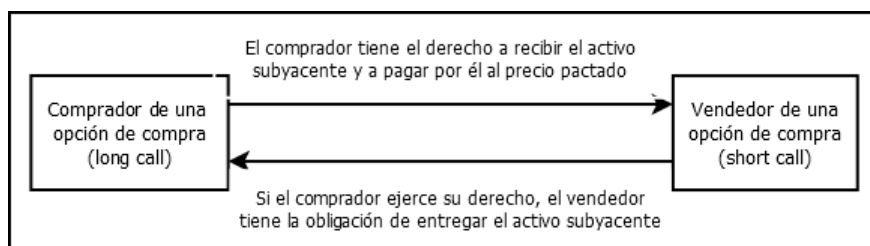


Fuente: elaboración propia con información de Bustamante (2015).

#### 2.4.4. Opciones

Son contratos que otorgan al tenedor de la opción el derecho, pero no la obligación, de comprar (en el caso de una call option) o vender (en el caso de una put option) el contrato.

Figura 2.12: Opción de compra OTC (call)



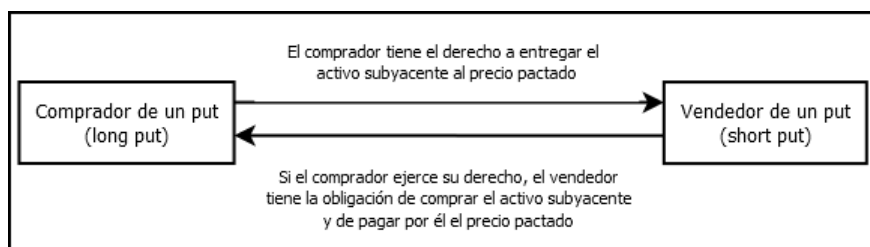
Fuente: elaboración propia con información de Bustamante (2015).

Es decir, una opción de compra da a su titular el derecho a comprar una cantidad específica de activo a un precio determinado en una fecha futura establecida.

Por otro lado, una opción de venta da a su titular el derecho a vender una cantidad específica de activo a un precio conocido en una fecha futura determinada. El precio contractual se llama precio de ejercicio (strike Price o exercise Price) y la fecha de finalización del contrato recibe el nombre de fecha de vencimiento (expiration date).

En el caso de una opción de compra, el poseedor de la opción ejercerá su derecho de comprar el activo subyacente si el precio en el mercado se encuentra por arriba del precio de ejercicio. De manera que la

Figura 2.13: Opción de venta OTC (put)



Fuente: elaboración propia con información de Bustamante (2015).

ganancia obtenida por el poseedor se calculará como la diferencia entre el precio del activo subyacente y el precio de ejercicio, es decir:

$$\text{máx}(S_T - K, 0) \quad (2.16)$$

De la misma manera, en el caso de una opción<sup>47</sup> de venta, el tenedor de la opción ejercerá su derecho a vender el bien subyacente si el precio en el mercado se encuentra por debajo del precio de ejercicio. En este caso, la respectiva ganancia se calculará como la diferencia entre el precio de ejercicio y el precio del activo subyacente<sup>48</sup>.

$$\text{máx}(K - S_T, 0) \quad (2.17)$$

Por otro lado, cabe destacar que existen dos principales tipos de opciones: americanas y europeas. Cuando el comprador tiene la posibilidad de ejercer su derecho del contrato sólo en la fecha de maduración hablamos de una opción europea. Asimismo, si se puede ejercer el derecho de la opción en cualquier momento durante la vida de la opción entonces se habla de una opción americana<sup>49</sup>.

Call Europeo

$$\text{Pay - off}^l = \begin{cases} 0 & \text{Para } S_T \leq K = \text{max}(0, S_T - K) = (S_T - K)_+ \\ S_T - K & \text{Para } S_T > K \end{cases}$$

$$\text{Pay - off}^c = \begin{cases} 0 & \text{Para } S_T \leq K = -(S_T - K)_+ \\ -(S_T - K) & \text{Para } S_T > K \end{cases}$$

<sup>47</sup>El vendedor de la opción, ya sea de compra o venta, recibirá una prima (dicha prima es un precio que depende de variables tales como el periodo de expiración del contrato, la volatilidad de los rendimientos del subyacente, la relación entre el subyacente, el precio de ejercicio y la tasa de interés libre de riesgo) que no la devolverá al comprador. Si el comprador decide no ejercer su derecho, entonces perderá dicha prima.

<sup>48</sup>De Lara, 2005

<sup>49</sup>Bustamante, 2017

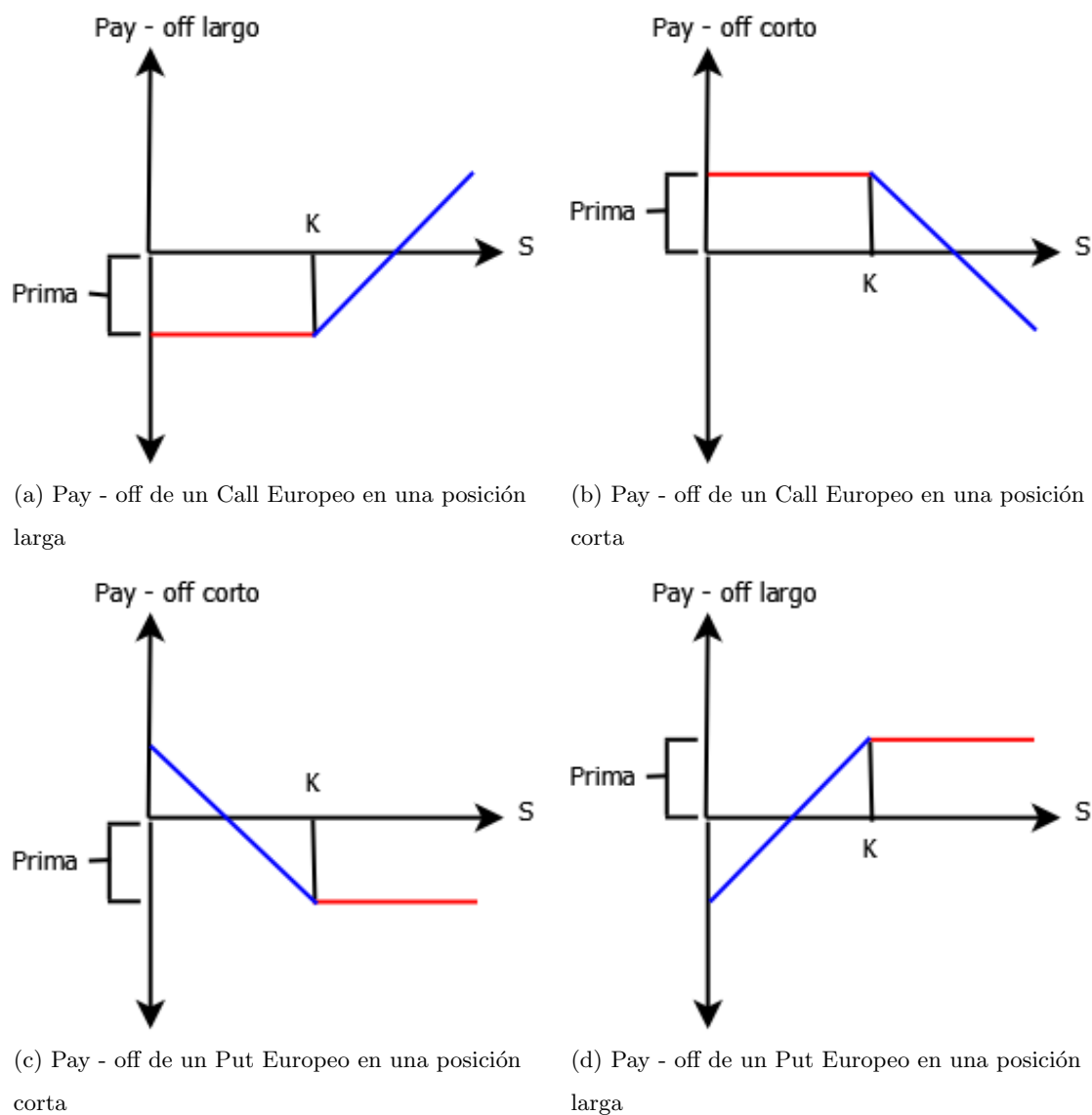
Put Europeo

$$\text{Pay-off}^l = \begin{cases} K - S_T & \text{Para } S_T < K = (K - S_T)_+ \\ 0 & \text{Para } S_T \geq K \end{cases}$$

$$\text{Pay-off}^c = \begin{cases} -(K - S_T) & \text{Para } S_T < K = -(K - S_T)_+ \\ 0 & \text{Para } S_T \geq K \end{cases}$$

En la siguiente figura se presentan las gráficas correspondientes a los esquemas de pérdidas y ganancias para las opciones de compra y venta.

Figura 2.14: Perfil de las pérdidas y ganancias de las opciones de compra y venta



Fuente: elaboración propia con información de De Lara (2005).

Las gráficas que representan las pérdidas y ganancias para una opción call europea permiten observar que el comprador de la opción, bajo este esquema, tiene pérdidas limitadas y ganancias ilimitadas, mientras que el vendedor de la misma tiene pérdidas ilimitadas y ganancias limitadas. De manera análoga, se puede observar que para una opción put el comprador de la opción tiene pérdidas limitadas y ganancias ilimitadas, mientras que el vendedor de la misma tiene pérdidas ilimitadas y ganancias limitadas.

De acuerdo con Alfonso de Lara, cuando el valor intrínseco de la opción<sup>50</sup> es positivo se dice que la opción está “dentro del dinero” (in the money), de lo contrario, si es negativo, se dice que la opción se encuentra “fuera del dinero” (out of the money).

Cuando el valor del activo subyacente coincide con el precio de ejercicio, se dice que la opción se encuentra “en el dinero” (at the money).

### Valuación de opciones

El valor de una opción antes de su vencimiento está conformado por dos conceptos: el valor intrínseco y el valor temporal.

El valor intrínseco para una opción de compra es  $\max(S_T - K, 0)$  y para una opción de venta es  $\max(K - S_T, 0)$ .

El valor temporal está en función del tiempo al vencimiento, la volatilidad, la tasa de interés libre de riesgo y dividendos.

Por lo tanto, el valor de la prima de la opción se determina por la siguiente expresión:

$$\text{Prima} = \text{valor intrínseco} + \text{valor temporal}$$

Existen varios modelos para la valuación de opciones; este trabajo de investigación se enfocará en el de Black-Scholes debido a su amplia aceptación y relevancia en los mercados financieros.

Para comenzar, es necesario establecer los supuestos en los que se basa dicho modelo<sup>51</sup>:

1. El precio del activo sigue un movimiento browniano geométrico:

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dX(t). \quad (2.18)$$

Donde:

- $S(t)$  es el precio del activo subyacente en el tiempo  $t$ .
- $\mu$  es la tasa de rendimiento esperada del activo.
- $\sigma$  es la volatilidad del activo, es decir, la desviación estándar del retorno logarítmico del precio del activo.
- $X(t)$  es un proceso de Wiener estándar (movimiento browniano).

---

<sup>50</sup> $\max(S_T - K, 0)$  o  $\max(K - S_T, 0)$

<sup>51</sup>Chan, 2021

- $dX(t)$  representa un pequeño cambio en el proceso de Wiener, caracterizado por una distribución normal con media cero y varianza diferencial  $dt$ .
2. La tasa de interés libre de riesgo  $r$  y la volatilidad del activo  $\sigma$  son funciones conocidas.
  3. No existen costos de transacción.
  4. El activo no paga dividendos durante la vida de la opción.
  5. No hay oportunidades de arbitraje.<sup>52</sup>
  6. La negociación del activo puede realizarse de manera continua.
  7. Se permite la venta en corto.
  8. Se puede comprar o vender cualquier cantidad (incluso fraccionaria) del activo.

Para el caso de una opción de compra o venta europea, Black y Scholes demostraron que es posible establecer una posición cubierta compuesta por una posición larga en la acción y una posición corta en la opción, de manera que su valor sea independiente del precio del activo subyacente.<sup>53</sup>

A partir de esta estrategia de cobertura dinámica, derivaron una ecuación diferencial parcial cuya solución conduce a la conocida fórmula de Black-Scholes.

Así, la fórmula para valorar una opción de compra europea sin dividendos es:

$$C(S_t, t) = N(d_+)S_t - N(d_-)Ke^{-r(T-t)} \quad (2.19)$$

donde:

$$d_+ = \frac{1}{\sigma\sqrt{T-t}} \left[ \ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t) \right] \quad (2.20)$$

$$d_- = d_+ - \sigma\sqrt{T-t} \quad (2.21)$$

El precio de una opción de venta correspondiente, basado en la paridad put-call, es:

$$P(S_t, t) = N(-d_-)Ke^{-r(T-t)} - N(-d_+)S_t. \quad (2.22)$$

- $V(S, t)$  es el precio de la opción como función del activo subyacente  $S$  en el tiempo  $t$ , en particular:
  - $C(S, t)$  es el precio de una opción de compra europea.
  - $P(S, t)$  es el precio de una opción de venta europea.

<sup>52</sup>es decir, no hay forma de obtener una ganancia sin riesgo

<sup>53</sup>Black y Scholes, 1973

- $T$  es el tiempo de vencimiento de la opción.
- $\tau = T - t$  es el tiempo hasta el vencimiento.
- $K$  es el precio de ejercicio de la opción.
- $N(x)$  denota la función de distribución acumulativa normal estándar:

$$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-z^2/2} dz. \quad (2.23)$$

## 2.5. Métodos de estimación

### 2.5.1. Bootstrapping

Debido a la estructura de los datos que se emplearon para hacer los respectivos análisis (que se describirán en el siguiente capítulo), se utilizó un concepto muy usual para obtener la estructura de la curva cupón cero: el Bootstrapping. Esto debido a la necesidad de encontrar los valores correspondientes a las tasas de IRS-TIIE28 para periodos no dados, es decir, originalmente se tenían nodos de plazos de 28 (1x1), 84 (3x1), 148 (6x1),..., 10,920 (390x1) días pero no se tenía el dato correspondiente para nodos como el 2x1, 4x1, 5x1, etc. Es por ello que se calcularon las tasas swap faltantes para construir la curva de tasas cero.

Este método consiste en extraer las tasas de interés de los bonos con pago de cupones frecuentes, conocidos los precios de estos bonos se van descontando los flujos de los cupones con las tasas de contado de los bonos cupón cero y de esta manera se van obteniendo las tasas de contado. Se realiza el proceso de forma iterativa hasta conseguir la estructura de plazos de tasas de interés.

En otras palabras y de acuerdo con John Hull, el Bootstrapping se define como un procedimiento empleado para calcular tasas cero o tasas forward utilizando como base inicial los datos dados por el mercado. Dicho método eventualmente necesita que la madurez de los instrumentos sea mayor debido a que este es recursivo. Sin embargo, no siempre ocurre que de los datos de mercado pueda obtenerse la estructura temporal de tasas de interés tipo cupón cero en forma continua, es decir, para cualquier plazo. Por ello fue necesario especificar la definición de Bootstrapping de los precios de los bonos cupón cero de la siguiente manera:

Dados los datos de mercado y mediante modelos de ajuste o interpolación sobre las tasas de interés forward, tasas de interés cupón cero o precios de los bonos cupón cero, se obtiene el conjunto discreto de bonos cupón cero  $B(t, T_0) = B_0, \dots, B(t, T_N) = B_N$ <sup>54</sup> para los plazos  $T_1 - t < \dots < T_N - t$ , donde  $T_1 - t < \dots < T_N - t$  representan los plazos de cotización de mercado.

Esta definición supone que con el Bootstrapping de los precios de los bonos cupón cero sólo se obtendrá un conjunto discreto de precios de dichos bonos para los plazos de cotización del mercado, por lo que se puede concluir que se requerirá de un modelo de ajuste de la curva de rendimientos a través de tasas de interés

---

<sup>54</sup>cabe destacar que  $B_0 = 1$

forward instantáneas, ya que este método no puede definir de manera continua la estructura temporal de tasas de interés<sup>55</sup>.

### Bootstrapping para la valuación de un swap

Bajo el modelo de tasas de interés simple, se define la tasa forward en el día  $t$  de la siguiente manera:

$$f_n = \left[ \frac{(1 + (r_n * (\frac{d_n}{360})))}{(1 + (r_{n-1} * (\frac{d_{n-1}}{360})))} - 1 \right] * (\frac{360}{d_n}) \quad (2.24)$$

Para la valuación de un swap de IRS largo se determinó que se debe pagar una tasa fija a cambio de recibir una tasa variable,  $V^{SWP} = V^{FLOAT} - V^{FIX}$  donde:

$$V^{FLOAT} = N * \left\{ -df_0 + \sum_{i=1}^n f_i * \frac{d}{360} df_i + df_n \right\} \quad (2.25)$$

$$V^{FIX} = N * \left\{ df_0 - \sum_{i=1}^n r_n * \frac{d}{360} df_i - df_n \right\} \quad (2.26)$$

Obsérvese que en la pata flotante los elementos de la suma son de la forma:

$$f_n * \frac{d_n}{360} * df_n \quad (2.27)$$

Y (2.27) se puede desarrollar según la siguiente equivalencia:

$$\begin{aligned} f_n * \frac{d_n}{360} * df_n &= \left[ \frac{df_{n-1}}{df_n} - 1 \right] * \left( \frac{360}{d_n} \right) * \left( \frac{d_n}{360} \right) * df_n \\ &= \left( \frac{df_{n-1} - df_n}{df_n} \right) * df_n \\ &= df_{n-1} - df_n \end{aligned} \quad (2.28)$$

De manera que, al desarrollar la suma y teniendo en cuenta que  $df_0 = 1$  se obtuvo:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n f_i * \frac{28}{360} * df_i &= (df_0 - df_1) + (df_1 - df_2) + (df_2 - df_3) + \dots + (df_{n-2} - df_{n-1}) + (df_{n-1} - df_n) \\ &= (df_0 - df_n) \\ &= (1 - df_n) \end{aligned} \quad (2.29)$$

Nótese que en el desarrollo se obtiene una suma telescópica, ya que se hizo la proyección con la tasa forward obtenida de la misma curva que se empleó para calcular los factores de descuento.

<sup>55</sup>Bravo y Núñez, 2008

Una vez obtenido el resultado anterior, se continuó con la valuación del swap, de modo que si al día de hoy el valor del swap es 0 entonces se puede reescribir su valor si y sólo si  $V^{FLOAT} = V^{FIX}$ .

Con dicha igualdad se cancela tanto el notional como el primer y último término de ambas patas, resultando:

$$\begin{aligned}
 (1 - df_n) &= \sum_{i=1}^n f_i * \frac{28}{360} * df_i \\
 &= \sum_{i=1}^n r * \frac{28}{360} * df_n \\
 &= \sum_{i=1}^{n-1} r * \frac{28}{360} * df_i + r * \frac{28}{360} * df_n
 \end{aligned} \tag{2.30}$$

Al final, dicha expresión se reduce a:

$$1 - \sum_{i=1}^{n-1} r * \frac{28}{360} * df_i = df_n + r_n * \frac{28}{360} * df_n \tag{2.31}$$

Y despejando el factor de descuento de (2.31):

$$df_n = \frac{[1 - r_n * \frac{28}{360} * \sum_{i=1}^{n-1} df_i]}{(1 + r_n * \frac{28}{360})} \tag{2.32}$$

(2.32) se empleó para el cálculo de los factores de descuento a los diferentes plazos, y se derivó el cálculo de la tasa cero correspondiente al plazo t.

Esto último se construyó de la siguiente manera:

$$df_k^{TIE} = \frac{1}{(1 + z_k * \frac{d_k}{360})} \tag{2.33}$$

despejando  $z_k$  de (2.33) resulta:

$$z_k = \left(\frac{1}{df_k} - 1\right) * \left(\frac{360}{d_k}\right) \tag{2.34}$$

### Cota Bootstrapping

Como se mencionó en la subsección anterior, el objetivo de presentar la metodología del Bootstrapping es emplearlo para la construcción de las tasas swaps faltantes dentro del conjunto de nodos presentado inicialmente.

Sin embargo, esto puede resultar muy costoso computacionalmente. Ejemplificando con el caso práctico que

se abordará en éste trabajo; se tiene un horizonte de tiempo de 2,072 fechas, por cada una de ellas hay un total de 14 nodos. Al abordar el swap a 10 años, se tienen un total de 13 nodos iniciales, es decir, para cada fecha se tiene que iterar 131 veces para obtener todas las tasas swaps, esto equivale a 271,432 iteraciones finales. Aunado a ello, posteriormente se busca hacer un shock equivalente a un punto base en cada uno de los nodos iniciales para cada una de las fechas, por lo que las iteraciones ascienden a 13 nodos a shockear \* 131 tasas swpas a calcular \* 2,072 fechas = 3,528,616 iteraciones.

Es por ello que se buscó construir una cota derivada del cálculo del Bootstrapping que ayudara a disminuir dicho costo computacional. A continuación se presenta el desarrollo de esta cota.

Como se mencionó en el preámbulo de esta subsección, el shock en la tasa de interés se realizó en todos los nodos iniciales, creando así, la serie de escenarios a analizar.

Esto surge de la idea de considerar las  $t$  fechas disponibles, donde la  $t$  más lejana en dicho horizonte de tiempo hace referencia al día de hoy, seleccionar los plazos en los que la tasa de interés sufrirá del shock y observar el comportamiento de estos escenarios.

A continuación se muestra una tabla que ejemplifica dicha idea.

Figura 2.15: Shock en la tasa de interés para distintos plazos

Plazo Swap	Fondeo	1x1	3x1	6x1	13x1	26x1	39x1	52x1	65x1	91x1	130x1	...	390x1
3M													
1Y													
5Y													
10Y													

Fuente: elaboración propia.

En la figura anterior se puede apreciar que un shock en el plazo equivalente a tres meses colorea de color gris el nodo de 3x1, ya que éste representa a dicho plazo. De la misma manera, para un shock en el plazo de un año colorea el nodo de 13x1, ya que éste es su equivalente, para cualquier otro plazo se sigue el mismo razonamiento.

Derivado de esto, las respectivas sensibilidades de primer orden se resumen de la siguiente manera:

Así, se buscó acotar la función de manera que sólo se consideraran los resultados que afecten el resultado final, es decir, se partió de la expresión para valuar un Swap al día de hoy ( $t_0 = 0$ ):

Figura 2.16: Simplificación del shock en la tasa de interés para distintos plazos

Sensibilidad 1er. Orden	3M	1Y	5Y	10Y
t = 0				
t = 1				
t = 2				
t = 3				
.				
.				
.				

Fuente: elaboración propia.

$$\begin{aligned}
 V_n^{\text{SWP}}(t) &= V^{\text{FLOAT}} - V^{\text{FIX}} \\
 &= \{1 - df_n\} - \left\{ \sum_{i=1}^n * r_n * \frac{28}{360} * df_i \right\} \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{2.35}$$

De (2.35) se derivaron dos casos: el primero, en el que el valor de  $k < n$  y el segundo, en el que  $k = n$ . A continuación se presenta el análisis para cada uno de ellos.

Caso 1): Si  $k < n$

En primera instancia, al hacer un shock en alguna de las tasas de interés se genera un cambio en el valor obtenido en la valuación del Swap, por ello, la sensibilidad de primer orden se expresa como  $\frac{\Delta V_n^{\text{SWP}}(t)}{\Delta k}$  donde  $\Delta V_n(t)^{\text{SWP}} = V_n(t)^{\text{SWP}*} - V_n(t)^{\text{SWP}}$ . Analizando la valuación del Swap considerando el shock en la tasa de interés se observa que:

$$V_n(t)^{\text{SWP}*} = \left\{ 1 - df_n \right\} - \left\{ r_n * \frac{28}{360} \sum_{i=1, i \neq k}^n df_i + r_n \frac{28}{360} df_k^* \right\} \tag{2.36}$$

La expresión anterior hace referencia al valor del swap con el shock incluido, por lo tanto el cambio en el valor del swap es la diferencia entre el valor obtenido considerando el shock y el valor original:

$$\begin{aligned}
\rightarrow \Delta V_n^{SWP}(t) &= V_n(t)^{SWP*} - V_n(t)^{SWP} \\
&= ((1 - df_n) - (r_n * \frac{28}{360} \sum_{i=1, i \neq k}^n df_i + r_n \frac{28}{360} df_k^*)) - ((1 - df_n) - (\sum_{i=1}^n r_n * \frac{28}{360} * df_i)) \\
&= ((1 - df_n) - (r_n * \frac{28}{360} \sum_{i=1, i \neq k}^n df_i + r_n \frac{28}{360} df_k^*)) - ((1 - df_n) - (\sum_{i=1, i \neq k}^n r_n * \frac{28}{360} * df_i + r_n * \frac{28}{360} * df_k)) \\
&= -(r_n * \frac{28}{360} \sum_{i=1, i \neq k}^n df_i + r_n \frac{28}{360} df_k^*) + (\sum_{i=1, i \neq k}^n r_n * \frac{28}{360} * df_i + r_n * \frac{28}{360} * df_k) \\
&= r_n * \frac{28}{360} * [df_k - df_k^*]
\end{aligned} \tag{2.37}$$

Trabajando con el factor  $df_k - df_k^*$ , que aparece en el desarrollo anterior podemos observar que se trata del cambio en los factores de descuento:

$$\begin{aligned}
\Delta df &= df_k - df_k^* \\
&= [\frac{1}{1 + z_k * \frac{d_k}{360}}] - [\frac{1}{1 + z_k^* * \frac{d_k}{360}}] \\
&= [\frac{1}{1 + z_k * \frac{d_k}{360}}] - [\frac{1}{1 + (z_k + \Delta) * \frac{d_k}{360}}]
\end{aligned} \tag{2.38}$$

La última igualdad deriva del hecho de expresar a  $z_k^*$  como  $z_k^* = z_k + \Delta$ .

Así, se puede concluir que la nueva valuación del swap, para  $k < n$  se puede aproximar como:

$$\Delta V_n^{SWP}(t) = V_n(t)^{SWP*} - V_n(t)^{SWP} \approx N * \frac{r_n * 28}{360} * \Delta df_k \tag{2.39}$$

Caso 2): Si  $k = n$

$$\begin{aligned}
\Delta V_n^{SWP}(t) &= V_n(t)^{SWP*} - V_n(t)^{SWP} \\
&= [(1 - df_n) - (r_n * \frac{28}{360} \sum_{i=1, i \neq n}^n df_i + r_n * \frac{28}{360} df_n^*)] - [(1 - df_n) - (\sum_{i=1, i \neq n}^n r_n * \frac{28}{360} df_i + r_n * \frac{28}{360} df_n)] \\
&= [df_n - df_n^*] + r_n * \frac{28}{360} * [df_n - df_n^*]
\end{aligned} \tag{2.40}$$

donde el término  $r_n * \frac{28}{360} * [df_n - df_n^*]$  es para  $k \leq n$ . Así, la expresión  $\Delta V_n^{SWP}(t)$  se acota por el valor de  $k$ , de modo que esta se encuentre en un rango de  $[1, n]$ , es decir,  $1 \leq k \leq n$

$$\therefore [V_n^{SWP*}(t) - V_n^{SWP}(t)]_k = N * \left\{ \mathbf{1}_A * [df_k - df_k^*] + r_n * \frac{28}{360} [df_k - df_k^*] \right\} \quad (2.41)$$

Cabe destacar que la función  $\mathbf{1}_A$  se definió de la siguiente manera:

$$\mathbf{1}_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } k = n \\ 0 & \text{e.o.c} \end{cases}$$

Por otro lado, se tiene que la definición de Bootstrapping es:

$$df_n = \frac{1 - r_n * \frac{28}{360} \sum_{i=1}^{n-1} df_i}{1 + r_n * \frac{28}{360}} \quad (2.42)$$

Despejando de (2.42), el numerador se obtiene que:

$$1 - r_n * \frac{28}{360} \sum_{i=1}^{n-1} df_i = df_n + r_n * \frac{28}{360} df_n \quad (2.43)$$

Como se definió anteriormente,  $r_n^* = r_n + \Delta n$  donde  $\Delta n = \frac{1}{10,000}$  (se propone éste número porque es el equivalente a un cambio de 1 punto base<sup>56</sup> en la tasa de interés, es decir, 0.01 %). Sustituyendo dicho valor en la expresión anterior, se derivan un par de casos que se analizan a continuación.

Caso 1): En este caso se considera el shock de  $r_n^* = r_n + \Delta n$  con  $k = n$

$$\begin{aligned} df_n^* &= \frac{1 - (r_n * \frac{28}{360} \sum_{i=1}^{n-1} df_i + \Delta n * \frac{28}{360} \sum_{i=1}^{n-1} df_i)}{1 + r_n * \frac{28}{360} + \Delta n * \frac{28}{360}} \\ &= \frac{1 - r_n * \frac{28}{360} \sum_{i=1}^{n-1} df_i}{1 + r_n * \frac{28}{360} + \Delta n * \frac{28}{360}} - \frac{\Delta n * \frac{28}{360} \sum_{i=1}^{n-1} df_i}{1 + r_n * \frac{28}{360} + \Delta n * \frac{28}{360}} \end{aligned} \quad (2.44)$$

Obsérvese que en la expresión  $\frac{1 - r_n * \frac{28}{360} \sum_{i=1}^{n-1} df_i}{1 + r_n * \frac{28}{360} + \Delta n * \frac{28}{360}}$  se puede omitir el término  $\Delta n * \frac{28}{360}$ , ya que  $\Delta n * \frac{28}{360} \approx 0$ . Haciendo la correspondiente omisión, dicha expresión se reduce a:

$$\begin{aligned} &= \frac{1 - r_n * \frac{28}{360} \sum_{i=1}^{n-1} df_i}{1 + r_n * \frac{28}{360}} - \frac{\Delta * \frac{28}{360} \sum_{i=1}^{n-1} df_i}{1 + r_n * \frac{28}{360}} \\ &= df_n - g(\Delta n) \end{aligned} \quad (2.45)$$

---

<sup>56</sup>1bp

Es decir, el primer cociente es la definición de Bootstrapping. Por otro lado, el segundo cociente se definió como una función  $g(\Delta n)$ . Así, se puede obtener el valor de dicha función en términos de los factores de descuento:

$$df_n^* \approx df_n - g(\Delta n)$$

$$df_n^* - df_n \approx -g(\Delta n)$$

$$g(\Delta n) \approx df_n - df_n^* \tag{2.46}$$

Caso 2): En este caso se considera el shock de  $r_k^* = r_k + \Delta k$  con  $k < n$ , es decir, dicho shock afecta a los nodos desde  $k$  hasta  $n$ , lo cual implica que el factor de descuento shockeado se exprese de la siguiente forma:

$$df_n^* = \frac{1 - r_n * \frac{28}{360} \sum_{i=1}^{k-1} df_i - r_n * \frac{28}{360} \sum_{i=k}^{n-1} df_i}{1 + r_n * \frac{28}{360}} \tag{2.47}$$

En el numerador de dicha igualdad se separó la suma de los discount factors de tal manera que la primera de ellas va desde  $i = 1$  hasta  $k - 1$  y la segunda desde  $i = k$  hasta  $n - 1$ , por ello en la expresión  $r_n * \frac{28}{360} \sum_{i=k}^{n-1} df_i$  se afectarán los  $df_i$  ya que esto es para  $k < n$

De esta manera, se tiene:

$$\begin{aligned} df_n^* &= \frac{1 - r_n * \frac{28}{360} \sum_{i=1}^{k-1} df_i}{1 + r_n * \frac{28}{360}} - \frac{r_n * \frac{28}{360} \sum_{i=k}^{n-1} df_i}{1 + r_n * \frac{28}{360}} \\ &= \frac{1 - r_n * \frac{28}{360} \sum_{i=1}^{k-1} df_i}{1 + r_n * \frac{28}{360}} - \frac{(r_k + \Delta k) * \frac{28}{360} \sum_{i=k}^{n-1} df_i}{1 + (r_k + \Delta k) * \frac{28}{360}} \\ &= df_n - \frac{\sum_{j=k}^{n-1} g(\Delta k) * (r_n \frac{28}{360})^2}{(1 + r_n * \frac{28}{360})^2} \\ &= df_n - G(\Delta k) \end{aligned} \tag{2.48}$$

Cabe destacar que se renombró la expresión  $\frac{\sum_{j=k}^{n-1} g(\Delta k) * (r_n \frac{28}{360})^2}{(1 + r_n * \frac{28}{360})^2}$  como  $G(\Delta k)$ , así se puede concluir que la aproximación está determinada por la función  $G(\Delta k) \approx [df_n - df_n^*]_k$

### 2.5.2. El Modelo de Nelson y Siegel

Debido a que el costo de estimar la estructura de tasas de interés empleando el modelo de Bootstrapping es elevado por ser un método iterativo, se presenta una alternativa más asequible. Se trata de un modelo conocido como “Modelo de tres factores o modelo de Nelson y Siegel”, este fue desarrollado en 1987 por

Nelson y Siegel con el objetivo de aproximar la estructura de tasas de interés haciéndola lo suficientemente flexible para generar un conjunto de posibles formas para dichas curvas que permitan clasificarlas de la siguientes formas<sup>57</sup>:

- Monótonas
- Jorobadas
- En forma de S

Para lograr suavizar la estructura de tasas de interés, el modelo de Nelson y Siegel emplea una secuencia de términos exponenciales. Uno de sus supuestos es que la tasa de interés forward instantánea es la solución de una ecuación diferencial de segundo orden con dos raíces reales y distintas<sup>58</sup>.

Sea  $t = 0$  la fecha de negociación de un contrato forward y  $m$  el día de inicio de la operación subyacente, la función de la tasa de interés forward instantánea se define como:

$$r(m) = \beta_1 + \beta_2 * \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) + \beta_3 * \exp\left(-\frac{m}{\tau_2}\right) \quad (2.49)$$

En (2.49)  $\tau_1$  y  $\tau_2$  son las constantes de tiempo mientras que  $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$  son variables que se determinan dadas las condiciones iniciales (estos parámetros son los que establecen la forma de la curva).

Sin embargo, los autores han planteado una alternativa en la que la familia de curvas de rendimientos se genera a través de la solución de la ecuación diferencial para el caso en donde las raíces son iguales. Esto con la finalidad de evitar la sobreparametrización del modelo original, de modo que la función queda determinada de la siguiente manera:

$$r(m) = \beta_1 + \beta_2 * \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right) + \beta_3 * \left[\left(\frac{m}{\tau}\right) * \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right)\right] \quad (2.50)$$

La tasa spot se obtiene integrando<sup>59</sup>. las tasas forward instantáneas desde 0 hasta  $m$  y dividiendo entre  $m$ . De esta manera se obtiene la función de la tasa spot<sup>60</sup>:

$$R(m) = \beta_1 + (\beta_2 + \beta_3) * \left[1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right)\right] / \frac{m}{\tau} - \beta_3 * \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right) \quad (2.51)$$

de (2.51) se deriva la función empleada para la estimación del modelo:

---

<sup>57</sup>Diez-Canedo Nogués Grajales, 2003

<sup>58</sup>González, M.L. Pérez, M.C.,

<sup>59</sup>González, M.L. Pérez, M.C., ()

<sup>60</sup>Diez-Canedo Nogués Grajales, 2003

$$R(m) = \beta_1 + \beta_2 * \frac{1 - \exp(-m/\tau)}{(m/\tau)} + \beta_3 * \left[ \frac{1 - \exp(-m/\tau)}{(m/\tau)} - \exp(-m/\tau) \right] \quad (2.52)$$

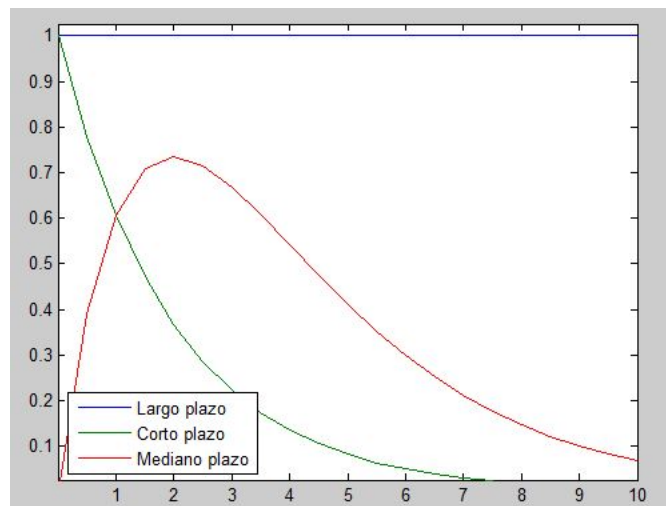
Observación:  $\lim_{m \rightarrow \infty} R(m) = \beta_1$  y  $\lim_{m \rightarrow 0} R(m) = \beta_1 + \beta_2$

Ya que el modelo es no lineal, sus autores fijaron el valor de  $\tau$  (debido a que es la variable que genera la no linealidad) con el objetivo de estimar los coeficientes de la función mediante el método de mínimos cuadrados clásicos condicionado a una gama de posibles valores para  $\tau$ . Nelson y Siegel seleccionan las estimaciones de los coeficientes a aquellas que hagan máximo el  $R^2$ .

Cabe destacar que una de las ventajas de éste modelo es que se puede llegar a la interpretación de sus coeficientes respecto al plazo  $m$ , ya que los parámetros denotan el peso otorgado a cada componente para el corto, mediano y largo plazo de la curva forward<sup>61</sup>. Es decir, el parámetro  $\beta_1$  determina el peso otorgado a la componente de largo plazo mientras que  $\beta_2$  denota el peso que se le da a la componente de corto plazo. Si  $\beta_2 < 0$  entonces la pendiente de la curva resultará positiva, de lo contrario, si  $\beta_2 > 0$  entonces será negativa. Por último, el parámetro  $\beta_3$  se asocia al mediano plazo, dicho parámetro genera en mayor o menor medida la curvatura en forma de joroba o de valle, dependiendo del valor absoluto que tome el coeficiente<sup>62</sup>.

A continuación se ejemplifica mediante una gráfica:

Figura 2.17: Componentes de la curva forward



Fuente: elaboración propia con información de Díez-Canedo y Nogués y Grajales (2003).

Como se puede observar en la gráfica, la componente asociada al largo plazo es una constante que no cae a cero en el límite.

<sup>61</sup>Díez-Canedo Nogués Grajales, 2003

<sup>62</sup>González, M.L. Pérez, M.C.,

Por el contrario, el término de corto plazo es el único que cae monótonamente a cero.

Así, puede observarse que una componente que tenga asociado un término que empiece en cero y eventualmente caiga a cero no es de corto ni de largo plazo, sino que, por sus características, se catalogaría como de mediano plazo.

Como observación final, es importante destacar que el parámetro  $\tau$  determina la rapidez con la que los términos que lo incluyen en la ecuación tienden a su límite. Por lo que con un valor pequeño de  $\tau$ , las aproximaciones de la curva son mejores en los plazos cortos que en los largos.

Análogamente, con valores grandes de  $\tau$ , la curva se ajusta mejor en el largo plazo que en el corto<sup>63</sup>.

Debido al número de inputs que se emplearon para el análisis prospectivo, es importante tener en cuenta el ajuste de la curva en los distintos plazos.

### Metodología para ajustar las estructuras temporales de tasas de interés

Para este análisis se empleó el modelo de ajuste de tasas de interés de Nelson y Siegel, para lo cual fue necesario convertir las tasas de interés de un modelo discreto a un modelo de tasas continuamente compuestas. Es decir, se rescribe la ecuación de Nelson y Siegel de la siguiente manera:

$$r(m) = a + b \left[ 1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right) \right] / \frac{m}{\tau} + c \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right) \quad (2.53)$$

donde  $r(m)$  es la tasa de interés continuamente compuesta al plazo  $m$ .

Se emplearon las tasas spot continuamente compuestas a distintos plazos  $m_1, m_2, \dots, m_n$  y para un valor dado de  $\tau$ , se calculan los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $c$  como la solución de mínimos cuadrados del siguiente sistema de ecuaciones:

$$X = \begin{pmatrix} r(m_1) \\ r(m_2) \\ \vdots \\ r(m_n) \end{pmatrix}, M = \begin{pmatrix} 1 & [1 - \exp(-\frac{m_1}{\tau})] / \frac{m_1}{\tau} & \exp(-\frac{m_1}{\tau}) \\ 1 & & \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & [1 - \exp(-\frac{m_n}{\tau})] / \frac{m_n}{\tau} & \exp(-\frac{m_n}{\tau}) \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

de donde se describe el sistema de ecuaciones como  $X = M \cdot C$ :

---

<sup>63</sup>Diez-Canedo Nogués Grajales, 2003

$$\begin{pmatrix} r(m_1) \\ r(m_2) \\ \vdots \\ r(m_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & [1 - \exp(-\frac{m_1}{\tau})] / \frac{m_1}{\tau} & \exp(-\frac{m_1}{\tau}) \\ 1 & & \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & [1 - \exp(-\frac{m_n}{\tau})] / \frac{m_n}{\tau} & \exp(-\frac{m_n}{\tau}) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

La solución a dicho sistema de ecuaciones está dada por  $C^* = (M^T M)^{-1} M^T X$ . Posteriormente se procede a calcular  $X^* = M C^*$  junto con la suma de los cuadrados de los errores y la correspondiente  $R_{ajustada}^2$  conforme las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n e_i^2 &= [(x - \hat{x})^T (x - \hat{x})] \\ R^2 &= 1 - \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{\text{Var}(X)} \\ R_{ajustada}^2 &= 1 - \frac{n-1}{n-3} (1 - R^2) \end{aligned}$$

Una vez obtenidos los resultados anteriores, se procedió a fijar los parámetros "a", "b" y "c" para posteriormente optimizar sobre "τ" con el método de la sección dorada<sup>64</sup> dentro un intervalo [u,v] y con el valor obtenido para "τ" se repite el proceso hasta observar convergencia en  $R^2$ .

Con éste procedimiento se obtiene el vector de parámetros  $(\tau, \beta_0, \beta_1, \beta_2)$ , el cual representa la estructura de tasas ajustada a los datos.

### 2.5.3. Expansión Serie de Taylor

Como se describió en el capítulo anterior, una de las condiciones para pactar un swap es que éste tenga un valor igual a cero al día de hoy, es decir, en t. Sin embargo, es necesario estudiar la valuación del swap a lo largo de un horizonte de tiempo para obtener un análisis de su comportamiento en diferentes fechas.

Dado que los inputs para un determinado nodo no son los mismos en t y t+1, el valor del swap en t+1 difiere del valor del swap en t por un factor necesario de aproximar. Dicho factor es un vector de sensibilidades más un error, sin embargo, el error que se estima obtener no es significativo por lo que nos centramos en el análisis del vector de sensibilidades:

$$V_{t+1}^{SWP} = V_t^{SWP} + \Delta \quad (2.54)$$

<sup>64</sup>Éste método se emplea para encontrar un máximo global, sin embargo, requiere que la función a optimizar sea unimodal y cuasicóncava ya que de lo contrario sólo puede garantizar convergencia a un óptimo local.

donde  $\Delta = (\text{Vector de sensibilidades}) + \epsilon$

El vector de sensibilidades considera el cambio del valor del swap con respecto al cambio en la tasa, es decir, se asume un cambio de un punto base en cada una de las cotizaciones de mercado para todos los periodos dados y con ello se calcula de nuevo el valor del swap. Posteriormente, se repite el mismo procedimiento con los resultados obtenidos, de manera que, matemáticamente se habla de que el vector de sensibilidades está conformado por las derivadas de diferente orden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V^{SWP}}{\partial r} &= \frac{\Delta V^{SWP}}{\Delta r} \\ &= \frac{V_t^{SWP*} - V_t^{SWP}}{r_{nx1}^{t*} - r_{nx1}^t} \end{aligned} \quad (2.55)$$

$$\frac{\partial^2 V^{SWP}}{\partial^2 r} = \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial V^{SWP}}{\partial r} \right) \quad (2.56)$$

Nota: a la derivada de primer orden se le conoce como el DV01 del swap, mientras que a la de segundo orden se le conoce como el DV01<sup>2</sup> del swap.

Por lo tanto, el valor del swap con la aproximación estimada es:

$$V_{t+1}^{SWP*} = V_t^{SWP} + D * \Delta r_{(t,t+1)}^t + \frac{1}{2} Cv * \Delta r_{(t,t+1)}^t{}^2 \quad (2.57)$$

Donde D es la duración y Cv la convexidad.

La cual corresponde a una estructura de serie de Taylor, por lo que en éste trabajo se considera importante aunar en la teoría correspondiente.

Esta serie suele emplearse para relacionar el impacto de las sensibilidades con el vector de pérdidas y ganancias de los diferentes instrumentos financieros tales como bonos, swaps, etc.

A continuación se describe con mayor detalle la parte matemática de la Serie de Taylor. De acuerdo con Spivak, si se define p como la función polinómica

$$p(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n \quad (2.58)$$

entonces el cálculo de p(x) puede hacerse para cualquier número x. Sin embargo, existen funciones tales como seno, logaritmo o exponencial para las cuales el cálculo correspondiente no resulta cierto. Para encontrar funciones polinómicas que sean buenas aproximaciones a funciones (f) es necesario aunar en ellas,

inicialmente se observa que:

$$p(0) = a_0$$

Derivando (2.58) se obtiene:

$$p'(x) = a_1 + 2a_2x + \dots + na_nx^{n-1} \quad (2.59)$$

Lo cual implica:

$$p'(0) = p^{(1)}(0) = a_1$$

Luego, derivando de nuevo (2.58):

$$p''(x) = 2a_2 + 3 * 2 * a_3x + \dots + n(n-1) * a_nx^{n-2} \rightarrow p''(0) = p^{(2)}(0) = 2a_2 \quad (2.60)$$

Por lo tanto, derivado de estos resultados se generaliza la expresión de la siguiente forma:

$$p^{(k)}(0) = k!a_k \text{ o } \textbf{alternativamente} \ a_k = \frac{p^{(k)}(0)}{k!} \quad (2.61)$$

Por otro lado se define  $p^{(0)} = p$ , y considerando que  $0! = 1$ , (2.47) se cumple para  $k = 0$ .

Spivak señala que si se considera una función  $p$  escrita como “un polinomio en  $(x - a)$ ”, es decir, de la forma:

$$p(x) = a_0 + a_1(x - a) + \dots + a_n(x - a)^n \quad (2.62)$$

se tiene la siguiente observación:

$$a_k = \frac{p^{(k)}(a)}{k!}$$

De modo que si se tiene una función  $f$  (que no necesariamente sea un polinomio), de tal manera que existan todas sus derivadas  $(f^{(1)}(a), \dots, f^{(n)}(a))$  y de modo que el resultado  $a_k = \frac{f^{(k)}(a)}{k!}$  sea verídico para 0

$\leq k \leq n$ , entonces se puede definir la siguiente expresión como el polinomio de Taylor de grado  $n$  de  $f$  en  $a$

$$P_{n,a}(x) = a_0 + a_1(x - a) + \dots + a_n(x - a)^n \quad (2.63)$$

Así, el polinomio de Taylor también ha sido definido para

$$P_{n,a}^k(a) = f^k(a) \text{ para } 0 \leq k \leq n$$

Una vez obtenida la expresión matemática de la serie de Taylor es necesario destacar que esta no sólo se utiliza para hacer aproximaciones de funciones polinomiales, sino que también se usa para obtener estimaciones del error que se genera al hacer la estimación, con lo que se puede obtener mayor confianza sobre la precisión de la aproximación hecha.

Aunque en la expresión general se emplean  $n$  derivadas en la serie de Taylor, en la práctica, únicamente suelen considerarse las dos primeras derivadas de la función, ya que las de orden mayor no agregan un valor significativo a la valuación del instrumento.

Como ejemplo de ello, considérese el cálculo del precio de un bono:

$$P(y+\Delta y) - P(y) = P'(y)\Delta y + \frac{1}{2}P''(y)(\Delta y)^2 = DV01 * \frac{\Delta y}{0,0001} + \frac{1}{2} * DV01^2 * (\Delta y)^2 \quad (2.64)$$

#### 2.5.4. Volatilidad

La volatilidad es muy utilizada en finanzas ya que es un concepto que cuantifica la incertidumbre asociada al mercado financiero y derivado de ello se puede conocer el cambio en el precio de un activo financiero a lo largo de un periodo de tiempo.

De acuerdo con Saad, Ahmad & Jaffar, al hacer la estimación de la volatilidad se puede optar por un enfoque histórico o por uno implícito.

A la volatilidad histórica se le conoce como volatilidad retrospectiva debido a la gran importancia que radica en los rendimientos pasados.

Por el contrario, la volatilidad implícita es prospectiva, por lo que no se considera el registro histórico de los datos. Éste valor es el resultado de derivar el modelo de precio de la opción (por ejemplo, Black and Sholes para una opción de compra). De modo que entre más alto sea el valor de la volatilidad, también lo será el de la opción.

Debido a la naturaleza de este trabajo, únicamente se empleó el análisis de la volatilidad bajo un enfoque

histórico por su simplicidad para obtener resultados fácilmente interpretativos.

Así, se emplearon dos métodos con la finalidad de comparar los resultados obtenidos por cada método y así, determinar las ventajas de uno contra otro y concluir cuál de ellos es el mejor para el análisis.

El primero de éstos métodos es la desviación estándar. Este se caracteriza por hacer uso de todos los rendimientos de los que se tenga información.

El segundo método es conocido como Exponentially Weighted Moving Average, o por sus siglas: EWMA. A diferencia del primer método, este sólo emplea los rendimientos históricos recientes al dar peso a cada uno de los rendimientos al cuadrado. Se dará mayor peso al rendimiento estimado reciente<sup>65</sup>.

### Desviación Estándar

La expresión que se empleará para la estimación de la desviación estándar es:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2}{n - 1}} \quad (2.65)$$

donde  $R_i$  se refiere al período de retención (por ejemplo, diario, semanal, mensual, etc.) para retornos,  $\bar{R}$  es la media de retorno sobre el período de muestra y  $n$  es igual al número de observaciones. Los valores para  $R_i$  y  $\bar{R}$  se calcularon empleando las siguientes expresiones:

$$R_i = \ln \left[ \frac{S_i}{S_{i-1}} \right] \quad \text{y} \quad \bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n} \quad (2.66)$$

donde la variable  $S_i$  denota el precio de la acción en el momento  $i$ .

Es importante mencionar que la volatilidad se define por periodo de retención, es decir, la volatilidad diaria diferirá de la volatilidad semanal o anual.

### EWMA

Saad, Ahmad y Jaffar señalan que los inicios de este método se remontan a 1994, cuando JP Morgan introdujo su metodología de Métricas de Riesgo. El EWMA es un modelo que otorga mayor peso a la observación más reciente de los datos, lo cual lo vuelve un modelo muy eficiente para capturar cualquier cambio que se origine en estos datos.

Además, cabe destacar que es un modelo que emplea la volatilidad promedio pasada para estimar la volatilidad futura.

Este modelo depende de los valores de dos parámetros,  $i$  y  $\lambda$ .  $\lambda$  es conocido como parámetro de suavizado

---

<sup>65</sup>Saad, Ahmad Jaffar, 2017

exponencial o función de desintegración, este toma valores entre 0 y 1, y conforme se aleja del pasado, toma valores más pequeños. Así,  $\lambda^i \rightarrow 0$  como  $t \rightarrow \infty$ .

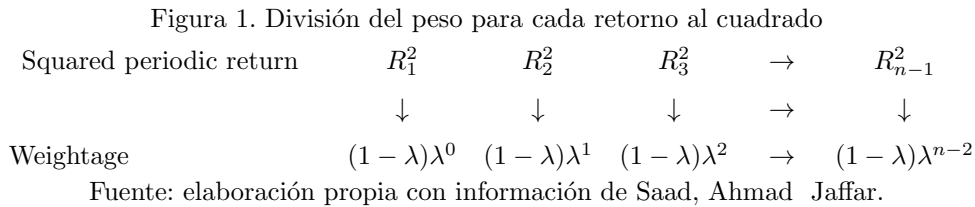
La expresión matemática que se emplea para el cálculo del EWMA se presenta a continuación:

$$\sigma_n^2 = (1 - \lambda) \sum_{i=1}^{\infty} \lambda^{i-1} R_{n-i+1}^2 \tag{2.67}$$

El coeficiente  $(1 - \lambda)$  se encarga de ponderar los pesos, de modo que la suma de todos ellos sea igual a 1. La expresión (2.50) puede ser simplificada de la siguiente manera:

$$\sigma_i^2 = \lambda \sigma_{i-1}^2 + (1 - \lambda) \overline{R}_{i-1}^2 \tag{2.68}$$

Observamos que el valor de la varianza de hoy, se calcula en función de la varianza de ayer (ponderado por  $\lambda$ ) y el retorno al cuadrado de ayer (ponderado por  $1-\lambda$ ). Se otorgan mayores pesos a las observaciones recientes y después de eso declina exponencialmente<sup>66</sup>. La figura a continuación describe cómo dividir el peso para cada retorno al cuadrado:



### 2.5.5. Rendimiento del activo

Como parte fundamental del análisis que se llevó a cabo en ésta investigación, se integró el concepto de rentabilidad de un activo, ya que ésta provee información indispensable para la toma de decisiones futuras. Por lo tanto, se aundará más, tanto en la definición, como en los diferentes variantes de ésta.

El rendimiento de un activo es la razón entre las pérdidas y ganancias para el inversor con respecto a su inversión inicial en el activo. Es por ello que los inversores racionales buscarán obtener rentabilidad positiva, y no sólo eso, sino que también esperarán que esta sea mayor conforme mayor sea el riesgo que estén dispuestos a asumir.

El rendimiento de un activo puede ser aritmético o logarítmico. El rendimiento aritmético es la razón en la que la inversión inicial se ha incrementado en el siguiente periodo, por lo que se cuantifica en unidades del periodo inicial. Matemáticamente se describe como:

---

<sup>66</sup>Saad, Ahmad Jaffar, 2017

$$R_t = \frac{A_t - A_{t-1}}{A_{t-1}} \quad (2.69)$$

donde:

- $R_t$  = rentabilidad del activo en el periodo  $[t, t-1]$
- $A_t$  = valor del activo en  $t$
- $A_{t-1}$  = valor del activo en  $t-1$

Por otro lado, el rendimiento logarítmico se basa en encontrar el logaritmo natural de la tasa de crecimiento del valor del activo. La expresión para su cálculo es:

$$R_t = \ln \left( \frac{A_t}{A_{t-1}} \right) \quad (2.70)$$

Para ejemplificar la principal diferencia de estos métodos considérese una inversión inicial de 10 unidades monetarias que ha presentado en  $t$  una tasa de rendimiento del 50 % y en  $t+1$  ha obtenido un valor del -50 %. Bajo el modelo aritmético el valor final será igual a 7.5 unidades monetarias mientras que bajo el modelo logarítmico el resultado serán las 10 unidades monetarias.

Es decir, bajo un modelo aritmético, la tasa de rendimiento igual al 100 % se interpreta como que el activo inicial ha duplicado su valor. Sin embargo, para poder aseverar que un activo ha doblado su valor bajo un modelo logarítmico sería necesario que la tasa sea  $\ln(2)=69.31\%$ . Sin embargo, debido a la periodicidad de los datos que se emplearon para el análisis prospectivo en éste trabajo, los valores obtenidos bajo ambos métodos diferirán por cantidades insignificantes.

Otra observación importante de destacar es que el rendimiento a lo largo del tiempo mostrará valores tanto positivos como negativos. Por lo tanto es importante introducir las medidas de tendencia central como herramienta para determinar el comportamiento del activo a través del tiempo, y con ello, determinar la rentabilidad a la que se puede aspirar. Las medias más representativas para lograr éste objetivo son la aritmética y la geométrica.

La media aritmética también es conocida como esperanza matemática y es sumamente usada por los analistas por la simplicidad de su cálculo aunado a las conclusiones que se pueden generar a partir de ello.

Su fórmula es la siguiente:

$$A = E(R_t) = \bar{x} = \frac{\sum_{t=1}^n r_t}{n} \quad (2.71)$$

donde:

- $E(R_t) =$  media aritmética
- $r_t =$  rentabilidad del periodo  $t$
- $n =$  número de observaciones o periodos

Éste valor será más o menos representativo, dependiendo del número de observaciones que se tengan disponibles para su cálculo, es decir, del horizonte temporal. Asimismo, otro factor que puede afectar su representatividad es que el cálculo puede verse fácilmente afectado por valores atípicos, ya sean muy grandes o muy pequeños. Es por ello, que dicho análisis debe complementarse con un contexto económico que favorezca a la interpretación de los resultados obtenidos, teniendo en cuenta así, algún evento que pudiera afectar el valor obtenido.

Por otro lado, se tiene a la media geométrica, la cual ofrece algunas ventajas frente a la media aritmética. Ésta corrige los inconvenientes que la media aritmética presenta con horizontes de tiempo muy grandes, como resultado arroja la tasa de crecimiento anual compuesto. Ésta principalmente se usa para el cálculo de rentabilidades de periodos múltiples o para encontrar tasas de crecimiento compuesto de una inversión. Matemáticamente se tiene la siguiente expresión:

$$G = \bar{x} = \sqrt[n]{r_1^* r_2^* \dots r_n^*} \quad (2.72)$$

Debido a las expresiones matemáticas de éstas medidas de tendencia central, el valor de la media geométrica siempre será menor o igual que el de la media aritmética. Además, mayor variabilidad entre los periodos significará una mayor diferencia entre ellas. Cuando la variabilidad entre ellos es nula, entonces coinciden, siendo así el único caso en el que ocurre dicho resultado.

### 2.5.6. Value at Risk (VaR) y Conditional Value at Risk (CVaR)

Citando a Alfonso de Lara (2008), el valor en riesgo (VaR)<sup>67</sup> se define como: “una medida estadística de riesgo de mercado que estima la pérdida máxima que podría registrar un portafolios en un intervalo de tiempo y con cierto nivel de probabilidad o confianza”

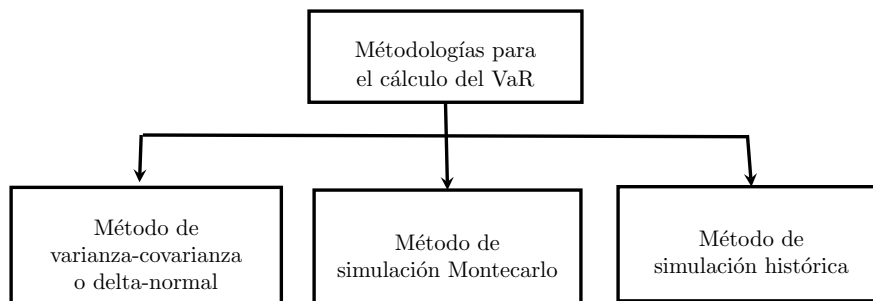
$$\text{VaR}_\alpha(X) = \inf\{x \in \mathbb{R} \mid \mathbb{P}[-X \leq x] \geq \alpha\}$$

Es decir, el VaR es el percentil más chico de orden  $\alpha$  de la distribución de pérdidas asociadas a la posición financiera  $X$ .<sup>68</sup>

<sup>67</sup>Cabe destacar que el valor en riesgo es empleado bajo condiciones normales de mercado. Para escenarios de crisis financiera se calcula la pérdida esperada a través de pruebas de stress tal como se detalla en el análisis retrospectivo

<sup>68</sup>2009. MEDICIÓN DEL RIESGO DE MERCADO BAJO CONDICIONES PROPICIAS PARA LA DISTORSIÓN DE LOS PRECIOS. [http://www.mexder.com.mx/wb3/wb/MEX/MEX\\_Repositorio/\\_vtp/MEX/1d0a\\_2009/\\_rid/21/\\_mto/3/Medicion\\_del\\_Riesgo\\_de\\_Mercado\\_bajo\\_Condiciones\\_Propicias\\_para\\_la\\_Distorsion\\_de\\_los\\_Precios.pdf](http://www.mexder.com.mx/wb3/wb/MEX/MEX_Repositorio/_vtp/MEX/1d0a_2009/_rid/21/_mto/3/Medicion_del_Riesgo_de_Mercado_bajo_Condiciones_Propicias_para_la_Distorsion_de_los_Precios.pdf)

Figura 2.18: Metodología para el cálculo del VaR



Fuente: Elaboración propia con información De Lara (2008).

A continuación se enlistan una serie de ventajas y desventajas de dicho modelo.

Cuadro 2.6: Ventajas y Desventajas del Valor en Riesgo

Ventajas	Desventajas
Simple de implementar: el cálculo del VaR se hace de manera directa, evitando el cálculo de la matriz de var-cov	Historia suficiente: los datos históricos pueden ser insuficientes y con ello derivar un cálculo inexacto del VaR
Valuación completa: tiene en cuenta las no linealidades de ciertos contratos y no necesita hacer supuestos de distribuciones de probabilidad	Única muestra: los datos históricos permiten realizar una sola simulación suponiéndose que el pasado reciente representa el futuro inmediato bastante bien
Horizonte temporal: los retornos se calculan para el periodo de tiempo elegido para el VaR, por lo que no es necesario hacer agregaciones temporales de las volatilidades	Ponderación de la muestra: pondera del mismo modo a todos los datos de la muestra, haciendo que los datos más recientes y los más antiguos tengan la misma importancia

Fuente: elaboración propia con información de De Lara (2008).

Sin embargo, como en el análisis prospectivo se busca presentar evidencia de que la metodología empleada para replicar al índice de PiP es válida, no se optó por usar el VaR, sino el CVaR. Es por ello que ahora se presenta su definición:

Según el repositorio de MexDer<sup>69</sup> el CVaR para una posición financiera  $X$  con un nivel de confianza  $\alpha$  se define como el valor esperado de la  $\alpha$ -cola de la distribución de pérdidas  $F_X$ , donde  $F_X$  se define como:

$$F_X^\alpha(z) = \begin{cases} \frac{F_X(z) - \alpha}{1 - \alpha} & \text{para } z \geq \text{VaR}_\alpha(X) \\ 0 & \text{para } z < \text{VaR}_\alpha(X) \end{cases}$$

<sup>69</sup>[http://www.mexder.com.mx/wb3/wb/MEX/MEX\\_Repositorio/\\_vtp/MEX/1d0a\\_2009/\\_rid/21/\\_mto/3/Medicion\\_del\\_Riesgo\\_de\\_Mercado\\_bajo\\_Condiciones\\_Propicias\\_para\\_la\\_Distorsion\\_de\\_los\\_Precios.pdf](http://www.mexder.com.mx/wb3/wb/MEX/MEX_Repositorio/_vtp/MEX/1d0a_2009/_rid/21/_mto/3/Medicion_del_Riesgo_de_Mercado_bajo_Condiciones_Propicias_para_la_Distorsion_de_los_Precios.pdf)

Si  $X$  es una posición financiera continua con función de distribución de pérdidas  $F_X$ , entonces se puede definir el CVaR como:

$$\text{CVaR}_\alpha(X) = E[-X \mid -X > \text{VaR}_\alpha]$$

### 2.5.7. Pruebas

Como parte del análisis de datos, se realizó un ejercicio de stress testing. Buscando así, tener resultados alternativos que permitan comparar el comportamiento de los inputs bajo diferentes escenarios.

#### Stress Testing (prueba de valores extremos)

El stress testing<sup>70</sup> consiste en un conjunto de pruebas de resistencia (de sensibilidad) enfocadas a hacer simulaciones para evaluar la capacidad que tienen las entidades para hacer frente a diferentes escenarios adversos improbables, pero no imposibles. Es decir, dichos escenarios pueden tener lugar una o dos veces en diez años<sup>71</sup>

Existen dos tipos básicos de escenarios:

1. Los escenarios históricos: se caracterizan por simular eventos extremos que ocurrieron en el pasado y observar el cambio en las variables que afectan al portafolio o activo de la entidad.
2. Los escenarios hipotéticos: estos se caracterizan por plantear eventos que no tienen precedentes.

Según Alfonso de Lara (2008), para dichas pruebas de stress deben considerarse variables tales como:

1. Cambios paralelos a la curva de tasas de interés.
2. Cambos no paralelos a la curva de tasas de interés (cambios hacia arriba, curva invertida y curva horizontal)
3. Devaluaciones de tipo de cambio.
4. Liquidez.<sup>72</sup>
5. Incumplimiento de contrapartes.
6. Contagio: considerar que todas las posiciones del portafolios resultan afectadas por movimientos adversos en las variables de mercado.<sup>73</sup>

---

<sup>70</sup>Cabe mencionar que dicha prueba es complementaria al cálculo del valor en riesgo.

<sup>71</sup>Bustamante, 2017

<sup>72</sup>¿Qué pasaría si el mercado dificulta deshacer posiciones o cubrir las mismas por problemas de liquidez?

<sup>73</sup>¿Cuál es el peor escenario y cómo se relaciona con el capital contable de la institución?

## Capítulo 3

# Análisis Retrospectivo

En este capítulo se presentan distintas metodologías para replicar el Índice de Bonos Guernamentales de México a Tasa Fija a 10 Años Dow Jones<sup>1</sup> con un instrumento del Mercado de Deuda (bonos), lo anterior con el objetivo de obtener una serie de resultados que permitieran concluir qué tan exacto fue en comparación del índice existente en el mercado financiero.

Además, fue necesario implementar un ejercicio de Stress Testing y, como se mencionó en el capítulo anterior, este puede hacerse sobre escenarios históricos o hipotéticos y ya que para este análisis se cuenta con un horizonte de tiempo amplio, se optó por el escenario histórico.

Con este objetivo en mente, se eligieron dos horizontes de tiempo; uno en el que se presentó una crisis en los mercados financieros y otro en el que el comportamiento fue menos agresivo: 30/10/2003 al 31/12/2010 y 03/01/2011 al 30/10/2018 respectivamente.

El primero de los escenarios propuestos ha sido históricamente relevante, puesto que acontecieron una serie de eventos que mantuvieron a la economía a nivel nacional e internacional bajo cambios bruscos en los mercados financieros: englobó una de las peores crisis económicas que se han presentado a lo largo del tiempo. Esta comenzó cuando en el 2002, George W. Bush, como parte de una estrategia implementada para “cumplir el sueño americano” logró que se facilitaran créditos hipotecarios a la población de ingresos más bajos<sup>2</sup>. Dichos créditos recibieron el nombre de “créditos subprime”. Sin embargo, cuando el mercado de estas hipotecas comenzó a verse presionado en 2007 se dio comienzo a la más grave crisis financiera y económica desde la Gran Depresión, siendo la bancarrota del banco de inversión Lehman Brothers el 15 de septiembre de 2008 el evento que desencadenó de manera sustancial dicha crisis<sup>3</sup>.

Cabe destacar que no sólo se eligió este panorama por la relevancia a nivel internacional que representó, sino porque Estados Unidos y México sostenían una estrecha relación económica, por lo tanto, eran significantes

---

<sup>1</sup>Índice de Productor Integral de Precios (PiP)

<sup>2</sup>Cómo estalló la peor recesión desde 1929.(2018, Septiembre 9).Recuperado de <https://www.jornada.com.mx/2018/09/09/economia/023n2eco>

<sup>3</sup>Lehman Brothers, a 10 años de la crisis financiera.(2018, Septiembre 15).Recuperado de <https://expansion.mx/economia/2018/09/15/lehman-brothers-tesis-financiera-15-septiembre>

sus afectaciones económicas.

Así, para México, dicha crisis tuvo como resultado un bajo crecimiento económico del Producto Interno Bruto (PIB), y con ello, un efecto negativo tanto en los salarios reales como en el empleo.

Posteriormente, el 2009 también fue un escenario complicado, ya que a raíz de la emergencia sanitaria del virus AH1N1, fue inminente la desaceleración de la economía, reflejándose en un descenso de la tasa de crecimiento del PIB del 4.7%. Sin embargo, el periodo de tiempo seleccionado para este análisis también incluye a los años 2010-2012, ya que entre dichos años ascendió en promedio anual a un ritmo de 4.3% del PIB, lo cual resulta importante para contrastar los escenarios<sup>4</sup>.

El segundo de los escenarios por el que se optó captura al 2016, año en el que se vivieron una serie de eventos importantes para la economía mundial, eventos que pudieran repetirse y con ello, repercutir en la economía mexicana. Sin embargo, son eventos menos fortuitos a los de la crisis del 2008, por ende se consideró este año dentro del periodo de tiempo sin crisis financiera.

Ejemplo de estos eventos fue la caída histórica del precio del petróleo, ya que llegó a sus niveles más bajos en 13 años y esto provocó que en México el precio cayera su menor cotización en 14 años<sup>5</sup>.

Otros sucesos como la posible salida del Reino Unido de la Unión Europea (23 de junio) o la peor jornada para la bolsa de Shanghái (24 de agosto) fueron eventos que también crearon grandes preocupaciones económicas a nivel mundial, sin embargo, hubo un acontecimiento que provocó mucha volatilidad en los mercados mundiales: Donald Trump ganó las elecciones presidenciales de Estados Unidos (8 de noviembre), por lo que este año se convirtió en un buen candidato para analizar el comportamiento del mercado bajo un escenario fluctuante pero sin ser crisis.

Una vez determinados los horizontes de tiempo se procedió a replicar el índice de PiP bajo tres diferentes metodologías: la construcción del portafolio de inversión sumando cada cupón pagado, construirlo y considerar la compra de más títulos con el pago de cada cupón y por último, construirlo considerando la reinversión de cupones cada que estos se paguen.

A continuación se detalla en qué consiste cada una de estas metodologías.

### **3.1. Escenario de crisis financiera: 30/10/2003 - 31/12/2010**

#### **3.1.1. Tipo de información/Inputs**

Se emplearon como inputs los datos referentes a todos los bonos emitidos por el gobierno federal, en un periodo que abarca del 30/10/2003 al 31/12/2010.

---

<sup>4</sup>Estudios Fronterizos, nueva época, vol. 15, núm. 30, julio-diciembre de 2014, pp. 181-213

<sup>5</sup>Declinación y destino de las exportaciones de petróleo crudo mexicano.(2019, Marzo).Recuperado de [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0185-013X2019000100189](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-013X2019000100189)

### 3.1.2. Selección de las variables/supuestos de los parámetros

Para obtener el conjunto de bonos que conformarían el índice réplica se procedió a elegir aquellos cuya fecha de vencimiento fuera la más cercana a 10 años, ya que es el tiempo elegido para comparar con los inputs dados por PiP. Lo anterior se hizo de la siguiente manera: se tomó la diferencia entre la fecha de vencimiento, la fecha de valuación, y los 10 años, que representan 3653 días (3600 días si se considera una convención de 360 días). Con ello se determinó el bono más cercano a los 10 años para posteriormente seleccionarlo y mantenerlo hasta que existiera otro distinto que cumpliera con la misma condición.

Cabe destacar que existió el caso en el que no se encontró bono alguno que cumpliera con las condiciones requeridas para ser seleccionado, por lo que se decidió que, al ser de las primeras fechas del horizonte de tiempo, estas se omitirían, comenzando la construcción del índice el día 30/10/2003.

También es importante mencionar que algunos bonos pertenecientes al índice réplica no contaban con la tasa correspondiente a la fecha requerida, por lo que en estos casos se optó por usar interpolación lineal<sup>6</sup> para hayar los valores faltantes, ya que este método permite suavizar el impacto que pudieran tener los inputs de un día a otro.

Una vez obtenido el conjunto de bonos que conformarían el portafolio, se calculó el precio para cada uno de ellos en el horizonte de tiempo siguiendo el procedimiento descrito en el Anexo de Valuación de Bonos.

En este caso, se consideró una inversión de 1,000,000 de pesos, por lo tanto, el número de títulos que se pueden adquirir está condicionado a su precio, es decir, para la primera fecha se debe dividir el valor de la inversión por el precio en el tiempo inicial ( $P_0$ ) y con ello se obtuvo el número de títulos a adquirir en el tiempo inicial ( $T_0$ ). Asimismo, el producto del número de títulos en  $t = 0$  por el precio de estos en el mismo tiempo, debe devolver el valor de la inversión inicial:

$$T_0 * P_0 = 1,000,000$$

$$T_0 = \frac{1,000,000}{P_0}$$

El número de títulos adquiridos es constante a lo largo del tiempo siempre y cuando no se cambie el bono que fue adquirido, de lo contrario, se debe realizar una operación de compra venta en la que se determine el nuevo número de títulos a adquirir a tiempo  $k$ . De manera que, en la fecha  $k$ , el valor del portafolio está determinado de la siguiente manera:

---

<sup>6</sup>Revisar anexo para más detalles de la interpolación lineal.

$$\begin{aligned}
 T_k * P_k^{venta} - T_k^* * P_k^{compra} &= VP_k \\
 T_k^* * P_k^{compra} &= T_k * P_k^{venta} \\
 T_k^* &= T_k * \frac{P_k^{venta}}{P_k^{compra}}
 \end{aligned}$$

Es decir, vendo al precio que tenía en el bono anterior (en  $k$ ) y compro al precio del nuevo bono (en  $k^*$ ). Debido a la explicación anterior, el portafolio a tiempo  $k$  tendrá un valor dependiente de la variación del número de títulos adquiridos y del precio de los mismos a lo largo del horizonte de tiempo. Por esa razón el análisis se extendió a tres escenarios en los que se trató de manera diferente la permanencia del número de títulos.

### Análisis 1: Cupones estáticos

En el primer escenario se dejó el número de títulos intacto durante el periodo a analizar. Se calculó el valor del portafolio de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 T_0 * P_0 &= 1,000,000 = VP_0 \\
 T_1 * P_1 &= VP_1 \\
 T_2 * P_2 &= VP_2 \\
 &\vdots \\
 T_n * P_n &= VP_n
 \end{aligned}$$

Cabe mencionar que se tomó en cuenta el pago de cupón calculando las fechas de pago y añadiendo la cantidad en el valor del portafolio correspondiente, es decir, si se pagó un cupón en el día 28 entonces el valor del portafolio en ese día es:

$$T_{28} * P_{28} + C_{28} = VP_{28}$$

De la fórmula anterior se destaca que el cálculo de los cupones se realizó para el día uno y para los días restantes. Para el cupón en el día 1 se calculó como  $(100 * \text{Tasa cupón en } t * \frac{182}{360})$  y para los días posteriores se calculó como:  $(\text{Número de títulos en } t-1 * 100 * \text{Tasa cupón en } t * \frac{182}{360})$

Es importante señalar que bajo este escenario, al recibir el pago por cupón (si es que no se cambia de cupón) también este se mantiene constante en el valor del portafolio hasta que se realice otro pago. Cuando esto último suceda, entonces se sumarán dichos pagos de cupón de manera iterativa hasta que el último pago sea realizado.

Una vez obtenido la serie de valores del portafolio a lo largo del tiempo, se calculó su rendimiento con la fórmula descrita en la sección “Rendimiento del Activo”:

$$\begin{aligned} R_1^{\text{Repl}} &= \left( \frac{VP_1}{VP_0} \right) - 1 \\ R_2^{\text{Repl}} &= \left( \frac{VP_2}{VP_1} \right) - 1 \\ &\vdots \\ R_n^{\text{Repl}} &= \left( \frac{VP_n}{VP_{n-1}} \right) - 1 \end{aligned}$$

Adicionalmente, se determinó importante calcular el rendimiento acumulado de este, ya que con ello se pueden visualizar el cambio total del portafolio en diferentes fechas:

$$\begin{aligned} R_1^{\text{Repl}} &= \left( \frac{VP_1}{VP_0} \right) - 1 \\ R_2^{\text{Repl}} &= ((1 + R_1) * (1 + R_2)) - 1 \\ &= \left( \left( \frac{VP_1}{VP_0} * \frac{VP_2}{VP_1} \right) \right) - 1 \\ &= \frac{VP_2}{VP_0} - 1 \\ &\vdots \\ R_n^{\text{Repl}} &= \left( \frac{VP_n}{VP_0} \right) - 1 \end{aligned}$$

Una vez obtenidos los resultados anteriores, se procedió con la construcción del índice réplica suponiendo una base (B) = 100 en la fecha más lejana con respecto a las fechas disponibles. El rendimiento empleado para cimentarlo pudo haber sido el rendimiento acumulado o el rendimiento sin acumular, a continuación se muestran ambos procedimientos:

$$\begin{aligned} I_0 &= 100 \\ I_1 &= I_0 * (1 + r_1^{\text{Acum}}) \\ I_2 &= I_0 * (1 + r_2^{\text{Acum}}) \\ &\vdots \\ I_n &= I_0 * (1 + r_n^{\text{Acum}}) \end{aligned}$$

El procedimiento análogo con el rendimiento sin acumular es:

$$\begin{aligned}
 I_0 &= 100 \\
 I_1 &= I_0 * (1 + r_1) \\
 I_2 &= I_1 * (1 + r_2) \\
 &\vdots \\
 I_n &= I_{n-1} * (1 + r_n)
 \end{aligned}$$

Para este análisis se usó la primera metodología: los rendimientos acumulados.

Una vez obtenido el índice réplica es necesario que el índice de PiP se encuentre bajo los mismos términos.

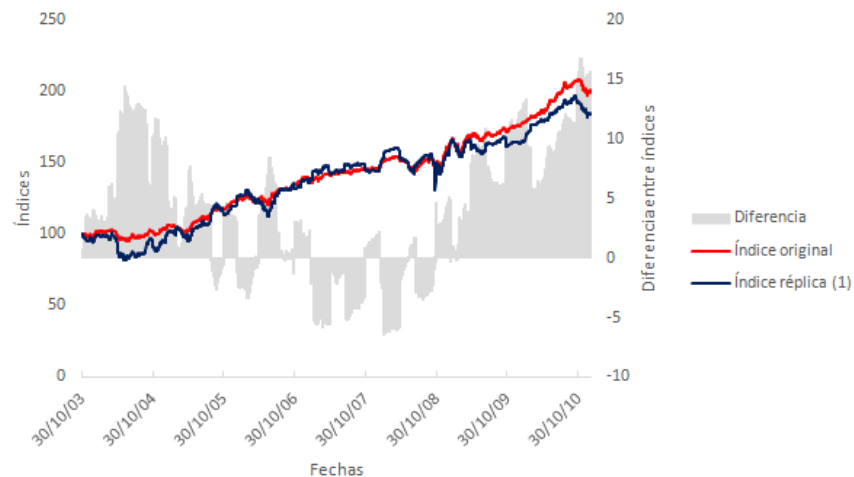
Para conseguir lo anterior, fue necesario observar el cambio de un día a otro en los datos de PiP como:

$$\text{Índice original}_{t-1} * \left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

Es necesario que ambos índices se encuentren en los mismos términos, ya que esto permitirá hacerlos comparables y por lo tanto lograr conclusiones al respecto.

A continuación, se muestra la gráfica de ambos índices con la respectiva diferencia entre ellos:

Figura 3.1: Diferencia entre el índice original y el índice réplica (bajo el supuesto de cupones estáticos)



Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

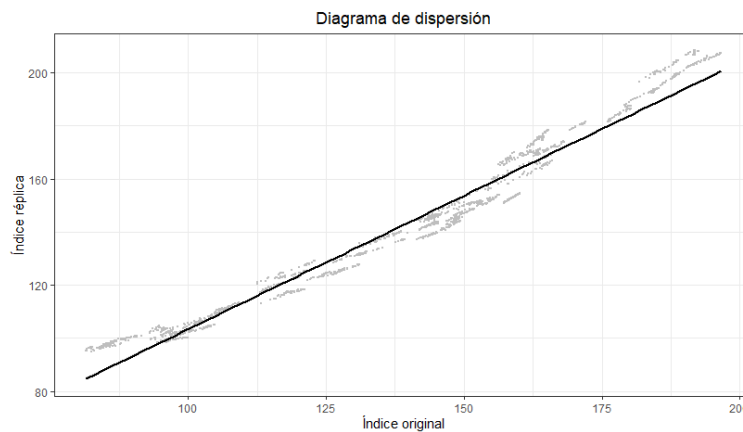
Una de las primeras observaciones que se pueden destacar de la gráfica anterior es que, en general, el índice réplica tiene una tendencia muy parecida al del original.

Es por ello que se decidió hacer un análisis de regresión lineal para conocer qué tan bien se ajustaron los datos del índice réplica a los del índice original, por lo cual, fue necesario interpretar si existía correlación alguna entre ambos índices por medio de un diagrama de dispersión que permitiera cuantificar la relación lineal mediante un coeficiente de correlación.

Para hacer lo anterior se introdujieron los inputs en el software de programación R, con lo que se obtuvo la

siguiente gráfica y salida del código:

Figura 3.2: Diagrama de dispersión bajo el supuesto de cupones estáticos



Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

Figura 3.3: Salida del software de programación R referente a la correlación obtenida para las variables analizadas

```

Pearson's product-moment correlation

data: Inputs_regresion_lineal_portafolio2$Índice.Orig. and Inputs_r
egresion_lineal_portafolio2$Índice.Rep.
t = 239.45, df = 1870, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 0.9825837 0.9854512
sample estimates:
      cor
0.9840814

```

Fuente: elaboración propia.

El diagrama de dispersión ayudó a visualizar la tendencia lineal que mostraron tener los índices. Sin embargo, este es un resultado intuitivo, por lo que la intensidad obtenida en la salida del programa ayudó a confirmar dichos resultados: se obtuvo una  $r = 0.9840814$  y un  $p\text{-value} < 2.2e-16$

En la columna "Estimate" de la figura 3.4 se puede observar el valor estimado para los dos parámetros de la ecuación del modelo lineal  $\beta_0$  y  $\beta_1$  que equivalen a la ordenada en el origen y la pendiente. También cabe destacar que dichos parámetros son significativos ya que tienen  $p\text{-values} < 2.2e-16$ . Por otro lado, el valor de  $R^2$  es igual al 96.84% lo cual indica que el modelo calculado explica dicho porcentaje de la variabilidad presente en la variable respuesta (índice réplica) mediante la variable independiente (índice original).

Figura 3.4: Salida del software de programación R

```

Residuals:
      Min       1Q   Median       3Q      Max
-10.1736  -4.2491  -0.2646   4.0702  12.8168

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  2.879125    0.591005   4.872  1.2e-06 ***
Índice.Orig. 1.005547    0.004199 239.453 < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 5.501 on 1870 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9684,    Adjusted R-squared:  0.9684
F-statistic: 5.734e+04 on 1 and 1870 DF,  p-value: < 2.2e-16

```

Fuente: elaboración propia.

Ya que el parámetro que determina si el modelo es significativo es el p-value del test F y este tiene un valor  $< 2.2e-16$ , se puede aceptar.

No sólo fue importante observar la correlación de los índices para llegar a una conclusión cuantificable, sino que, de manera necesaria y complementaria se calcularon medidas de tendencia central tales como la media, la varianza y la volatilidad<sup>7</sup> para llegar a una conclusión concreta.

Como se describió en la sección referente al “Rendimiento del Activo”, la expresión para hacer el cálculo de la desviación estándar bajo el método del EWMA es la siguiente:

$$\sigma_t^2 = \lambda * \sigma_{t-1}^2 + (1 - \lambda) * r_{t-1}^2$$

Como se puede observar, el modelo demanda asignar un valor semilla para  $t = 1$ , ya que no se cuenta con una volatilidad previa. Es por ello que se propusieron dos criterios de inicio: el primero considera el primer rendimiento al cuadrado (EWMA (1)), y el segundo, considera la varianza de los rendimientos de toda la serie temporal (EWMA (2)). De ello se observó que sin importar el valor de la semilla, la serie converge a valores muy similares, por lo que es indiferente cuál se elija.

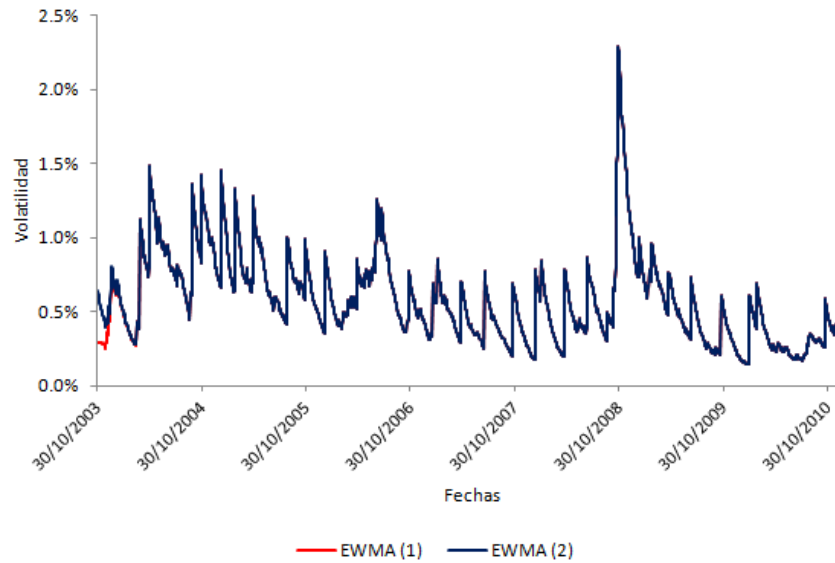
Una vez determinado el valor semilla para el análisis, se hizo el cálculo de las demás medidas de dispersión<sup>8</sup> para este escenario, las cuales se mostrarán al finalizar el análisis de los tres escenarios para hacer los correspondientes comparativos.

Además de las medidas de dispersión, también se calculó el PnL para cada escenario propuesto. Esto se hizo de la siguiente manera:

<sup>7</sup>Calculada con el método de la desviación estándar y con el método del EWMA

<sup>8</sup>Media, varianza y volatilidad

Figura 3.5: EWMA en el horizonte de tiempo, primer escenario



Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

$$(\text{PnL}_t^{\text{Acump}}) = \text{PnL}_t - \text{PnL}_{t-1}^{\text{Acum}}$$

Nota: el cálculo del rendimiento empleado anteriormente se puede reescribir bajo este concepto de la siguiente manera:

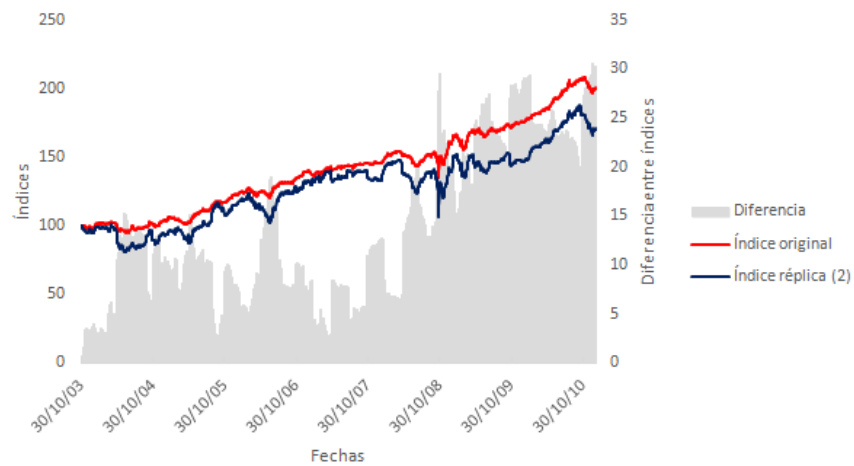
$$r_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{\text{PnL}_t}{P_{t-1}}$$

De la primera igualdad se obtuvo que:  $P_t = P_{t-1} * (1 + r)$

### Análisis 2: Adquisición de mayor número de títulos con el pago de cupón

Ahora, considerando el periodo de tiempo descrito originalmente para este portafolio, se reconstruyó por segunda vez el índice réplica, bajo la presuposición de que cada vez que algún bono pagara cupones, este capital sería utilizado para comprar más cantidad del activo en turno, es decir, el número de títulos a tiempo  $n$  se determinó con el supuesto de que cada que se realizaba un pago de cupón en el portafolio, esta cantidad sería sumada al valor del portafolio en  $n - 1$  y posteriormente se haría el cociente de este nuevo valor entre el precio del bono en tiempo  $n$  y con ello se modificaría el valor del portafolio final. De esta manera, el resultado de la diferencia entre el índice original y el índice réplica fue el siguiente:

Figura 3.6: Diferencia del índice original y el índice réplica (bajo el supuesto de la compra de más títulos)

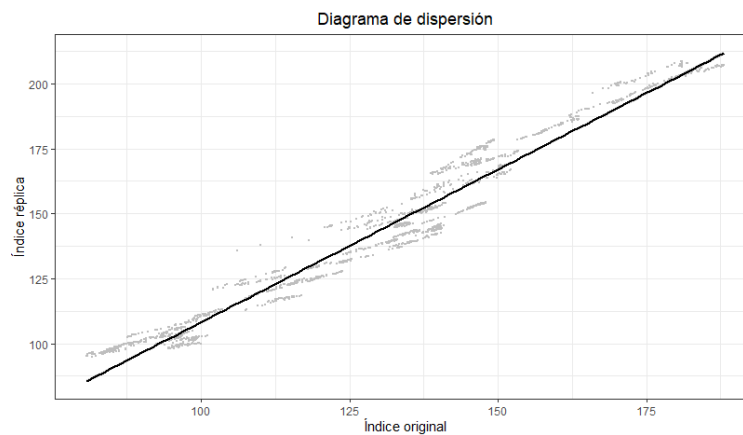


Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

En la misma línea del escenario anterior, se volvió a hacer un análisis de regresión lineal con el que se obtuvo una correlación de 0.9782152 y una  $R^2$  igual a 95.69%. La figura 3.7 muestra la dispersión de los datos.

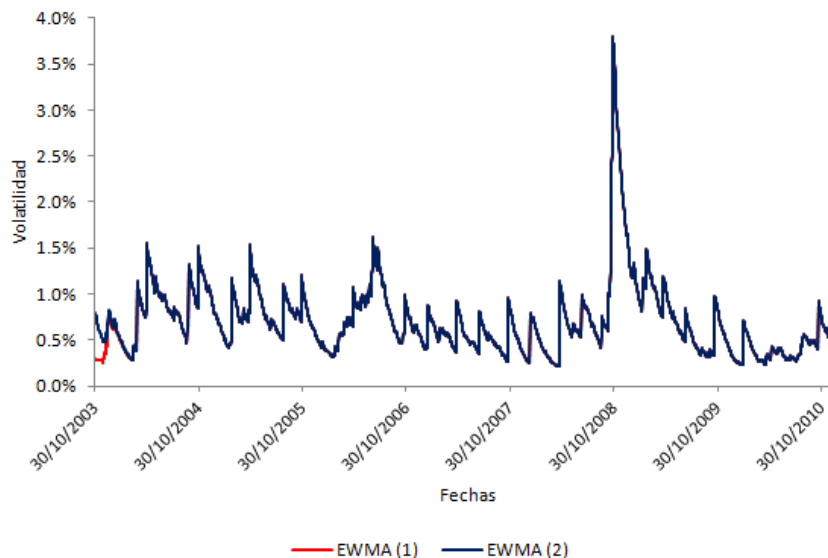
Para este escenario se repitió el cálculo de las medidas de dispersión para elaborar comparaciones entre escenarios.

Figura 3.7: Diagrama de dispersión bajo el supuesto de adquisición de mayor número de títulos con el pago de cupón



Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

Figura 3.8: EWMA en el horizonte de tiempo, segundo escenario



Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

### Análisis 3: Reinversión de cupones

Para el mismo periodo de tiempo descrito en los escenarios anteriores, el tercer análisis que se llevó a cabo fue en el que, si el bono pagaba un cupón, este sería reinvertido a la correspondiente tasa TIIE de esa fecha durante la permanencia del bono en el portafolio, en caso de que hubiera otro pago de cupón, este se haría acumulable con los cupones previos para seguir reinvirtiendolos a la correspondiente tasa TIIE para finalmente agregarse al valor del portafolio.

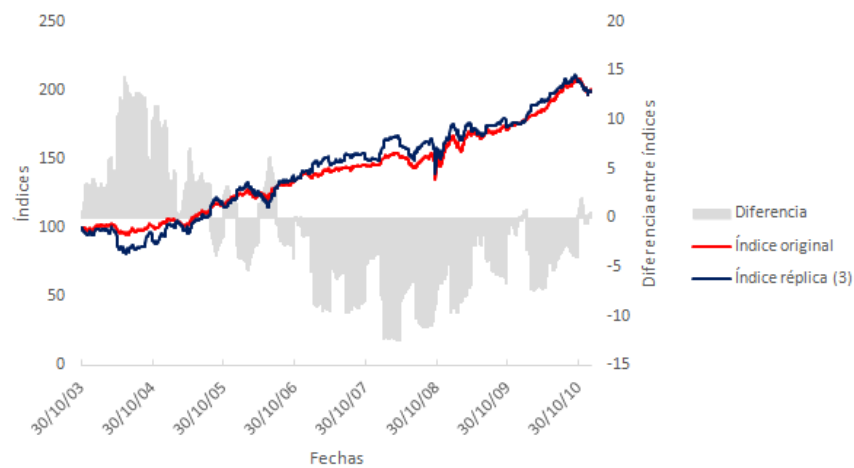
Para observar un primer contraste de este escenario con el anterior, se construyó la gráfica del índice original versus el índice réplica.

Haciendo la misma prueba de regresión lineal que se empleó en los escenarios anteriores se obtuvo una correlación igual a 0.990065 y una  $R^2$  igual a 98.02 %, además de los propios valores obtenidos para las medidas de dispersión.

Una vez obtenido el comportamiento de los índices réplica fue necesario obtener también los resultados para el índice de PiP para hacer las respectivas comparaciones. La tabla 4.1 muestra un resumen de todos los resultados obtenidos.

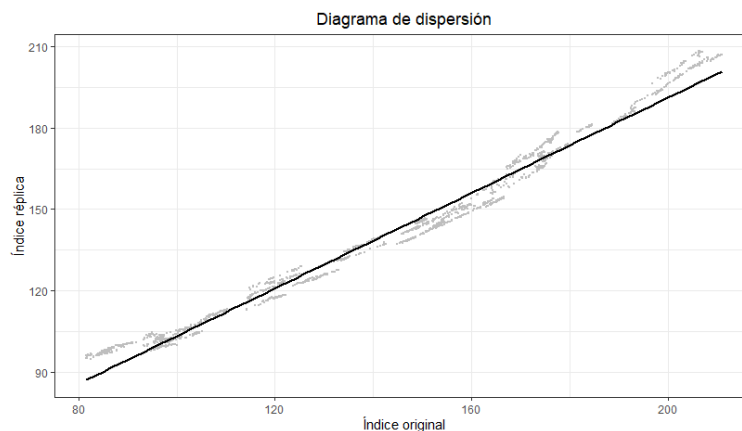
En resumen, (1) es el escenario referente a dejar los cupones estáticos a lo largo de la vida del portafolio, (2) es el escenario en el que se modificó el número de títulos adquiridos cada que se pagaba cupón y (3) es el escenario en el que se reinvertieron los cupones a la correspondiente tasa TIIE.

Figura 3.9: Diferencia del índice original y el índice réplica (bajo el supuesto de la reinversión de los cupones)



Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

Figura 3.10: Diagrama de dispersión bajo el supuesto de reinversión de cupones



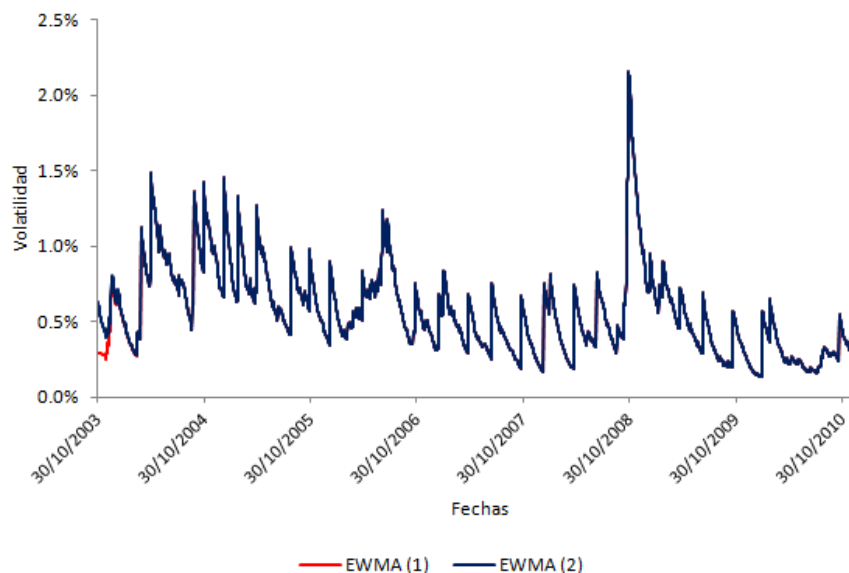
Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

Haciendo el comparativo de los resultados obtenidos para estas medidas bajo los tres distintos escenarios réplica y el de PiP, se puede observar que la media de los escenarios (1) y (3) fue casi igual a la del índice de PiP, y el escenario (2) fue la que más distó con respecto a las otras.

Por otro lado, la volatilidad<sup>9</sup> mostró similitud entre los escenarios (1) y (3) y el escenario (2) fue el que obtuvo una volatilidad mayor al resto de los escenarios. También se puede observar que ninguna de las volatilidades obtenidas es parecida a la de PiP, lo cual hace concluir que dicho índice fue el que tuvo la menor variabilidad en los datos con respecto a su media en esta ventana de tiempo.

<sup>9</sup>La volatilidad se calculó como la raíz de la varianza

Figura 3.11: EWMA en el horizonte de tiempo, tercer escenario



Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

Por último, se puede observar que el valor del EWMA es bastante parecido independientemente del criterio usado para seleccionar la semilla. Ya sea tomando la semilla igual al cuadrado del primer rendimiento (EWMA 1) o igual a la varianza de los rendimientos (EWMA 2), se obtuvieron valores inferiores a la volatilidad para todos los escenarios, ya que como se recordará, el EWMA otorga mayor peso a la información más reciente en el horizonte de tiempo, a diferencia de la volatilidad global calculada como la raíz de la varianza, que no considera la evolución temporal de la información. Por lo que se puede concluir que en un escenario de crisis financiera, tomar como semilla la varianza de los rendimientos hace que sea indistinto optar por cualquiera de estas metodologías para el cálculo de la varianza ya que se obtendrían resultados satisfactorios.

Ahora se presentan los resultados obtenidos en términos de PnL, destacando que el escenario que mejor replicó las ganancias del índice de PiP fue el escenario (3).

Una vez observado el PnL final, naturalmente surgió la pregunta “¿cuál fue la pérdida promedio en retorno para estos escenarios?” y tal como se definió en la subsección referente al VaR y CVaR, para responder a dicha pregunta fue necesario calcular el CVaR. Así, se empleó este cálculo a dos niveles de confianza: 95 % y 99 %

Como se puede apreciar, de nuevo se observa una similitud entre los valores obtenidos para los escenarios (1) y (3), y de nuevo, los resultados obtenidos para PiP fueron los más conservadores respecto a los demás. Es importante mencionar que no se utilizó el VaR para obtener valores comparables, ya que el análisis es sobre un escenario de crisis financiera, por lo que el VaR no es una buena medida para estimar el riesgo. En

Cuadro 3.1: Resumen de las medidas de dispersión obtenidas todos los escenarios

	Índice réplica 1	Índice réplica 2	Índice réplica 3	Índice PiP
Media	0.04 %	0.03 %	0.04 %	0.04 %
Volatilidad	0.66 %	0.82 %	0.64 %	0.40 %
EWMA 1	0.58 %	0.71 %	0.57 %	0.35 %
EWMA 2	0.59 %	0.71 %	0.57 %	0.35 %
$R^2$	96.84 %	95.69 %	98.02 %	

Fuente: Elaboración propia.

Cuadro 3.2: Valores del portafolio al inicio y al final del horizonte de tiempo

	$VP_0$	$VP_t$	PnL
1	1,000,000	1,849,318	849,318
2	1,000,000	1,706,797	706,797
3	1,000,000	2,000,742	1,000,742
PiP	1,000,000	2,006,113	1,006,113

Fuente: Elaboración propia.

cambio, al calcular el CVaR se puede concluir qué tan pesadas son las colas respecto a la serie original.

Por último, se consideró importante comparar cada uno de los escenarios planteados; para observar la tendencia de estos a lo largo del tiempo y también reflexionar si los resultados son congruentes con lo que se ha analizado en esta sección.

La principal observación de esta gráfica es que los tres escenarios sí mostraron una tendencia parecida al índice del proveedor de precios a lo largo del tiempo y de acuerdo a los resultados obtenidos en el análisis estadístico, el índice réplica (3) fue el que mostró tener la mayor  $R^2$  (98.02%), lo cual se pudo observar en el PnL, ya que fue el que mejor replicó las ganancias. Dicha lógica se preservó para los otros dos escenarios, ya que el segundo índice en replicar mejor (índice réplica (1)) también fue el segundo en tener la mayor  $R^2$  (96.84%) y el índice réplica (2) fue el que obtuvo la menor  $R^2$  (95.69%) y el menor de los desempeños en el PnL.

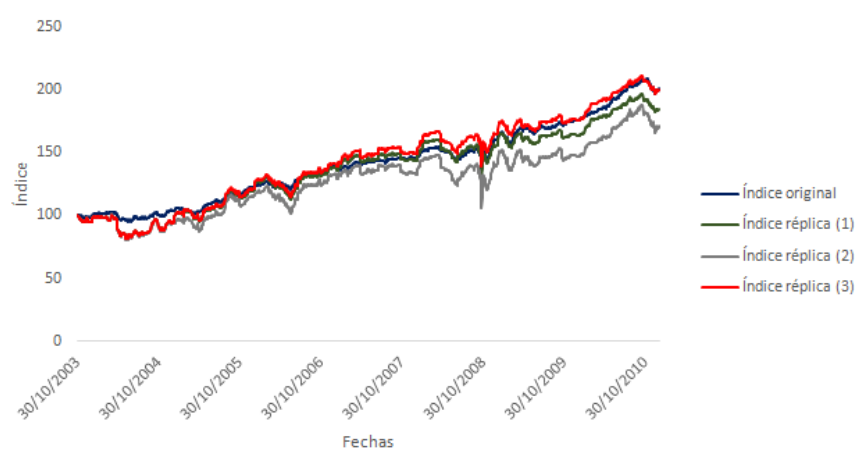
De esta forma, se pudo apreciar que en general, los índices réplica mostraron congruencia ante el índice de PiP, todas las correlaciones estuvieron arriba de 0.97 y de las medidas de dispersión que se calcularon, la media fue muy parecida para todos los escenarios. Por último, el valor del CVaR para los diferentes supuestos a un nivel de 95% mostró que, el índice (1), (3) y el índice de PiP mantienen un riesgo muy similar; el promedio de todos los escenarios que caen en la cola de la distribución es muy parecido para estos dos índices. Por todo lo anterior, se puede concluir que la mejor réplica del índice de PiP fue dada por el

Cuadro 3.3: CVaR para los retornos de los diferentes índices

	CVaR(95 %)	CVaR(99 %)
1	-1 %	-3 %
2	-2 %	-4 %
3	-1 %	-3 %
PiP	-1 %	-1 %

Fuente: Elaboración propia.

Figura 3.12: Comparativo de los tres escenarios analizados y el índice PiP



Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

índice cuyo supuesto era hacer la reinversión de los cupones, seguido por el índice cuyo supuesto era dejar los cupones estáticos. Una posible explicación es que, al estar en un período de crisis financiera, las fluctuaciones en los precios fueron muy marcadas, por eso el índice que usaba los cupones para comprar más títulos se encontró en desventaja, ya que al comprar más títulos con precios que seguían bajando, no se logró igualar una tendencia a la de los otros escenarios, pero dado que en general, se replicó bien a un índice que ya existe en el mercado financiero, se pudo confirmar que la metodología empleada es aceptable, de tal manera que se puede extrapolar a otros instrumentos, no sólo dentro del mercado de deuda, sino del mercado de derivados.

## 3.2. Escenario de no crisis financiera: 03/01/2011 - 30/10/2018

### 3.2.1. Tipo de información/inputs

Para este escenario se tomó una ventana de tiempo que abarca del 03/01/2011 al 30/10/2018, ya que como se mencionó anteriormente, en este periodo de tiempo se tuvieron una serie de eventos que generaron

incertidumbre en los mercados financieros pero no al grado de generar una crisis financiera, por ello, se optó por considerarlo como el escenario de no crisis financiera.

### 3.2.2. Selección de las variables/supuestos de los parámetros

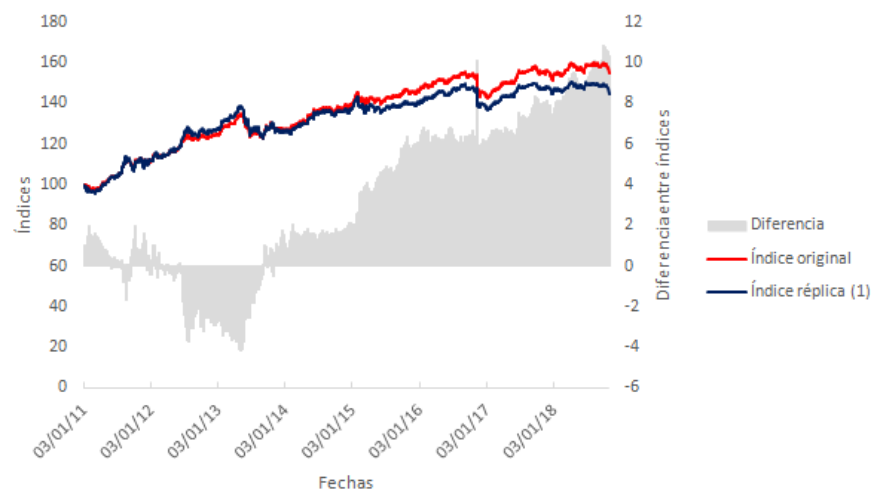
En este escenario se repitió la misma metodología empleada para hacer los índices réplica de la sección anterior “Escenario de crisis financiera: 30/10/2003 - 31/12/2010”. De igual forma, se extrapolaron los supuestos y con ello, se calcularon las medidas necesarias para concluir qué tan bueno resultaron ser los índices réplica con respecto al índice original en un escenario de no crisis financiera.

Esto último con el objetivo de hacer los resultados comparables con lo obtenido en el escenario de crisis, ya que la réplica del índice puede mostrar un comportamiento diferentes en escenarios distintos.

#### Análisis 1: Cupones estáticos

Para obtener el valor del portafolio bajo este escenario se utilizó la misma metodología presentada en el escenario de crisis, obteniéndose un índice réplica con un comportamiento que se visualiza en la figura 3.13

Figura 3.13: Diferencia del índice original y el índice réplica (bajo el supuesto de cupones estáticos)



Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

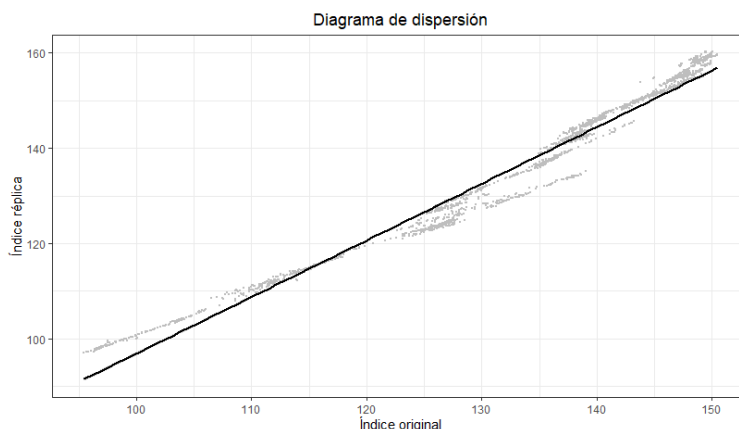
En dicha gráfica se puede observar que hasta el 2015 la tendencia es muy parecida entre ambos índices. Sin embargo, a mediados del 2015 se comienza a notar que, aunque la tendencia entre los índices sigue siendo parecida, la diferencia entre ellos comienza a notarse, siendo en los últimos años la más notable.

Como se observó en el escenario de crisis, un buen método para conocer el comportamiento del índice réplica

contra el índice original es el análisis de regresión lineal; para este primer escenario se presenta el gráfico con el diagrama de dispersión de los datos.

Sólo observando el gráfico de dispersión se aprecia una fuerte relación entre los datos, lo cual es una

Figura 3.14: Diagrama de dispersión bajo el supuesto de cupones estáticos



Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

sospecha que se confirma con los resultados obtenidos por el software de programación R, ya que se obtuvo una correlación de 0.9871977 y una  $R^2$  de 97.45 %, los cuales fueron mejores resultados a los obtenidos bajo el escenario de crisis financiera.

También se grafican los valores del EWMA (Figura 3.15) para observar que, al igual que en el escenario de crisis financiera, la semilla sólo marca diferencias al inicio, sin embargo, estas se van cerrando hasta el punto en que es indistinto el criterio de inicio.

### **Análisis 2: Adquisición de mayor número de títulos con el pago de cupón**

Para el segundo escenario se pudo observar que las diferencias entre el índice réplica y el índice original fueron mucho más significativas, a pesar de que en toda la ventana de tiempo se mantuvo una tendencia muy parecida entre ambos índices, el índice réplica terminó por encima del original (figura 3.16).

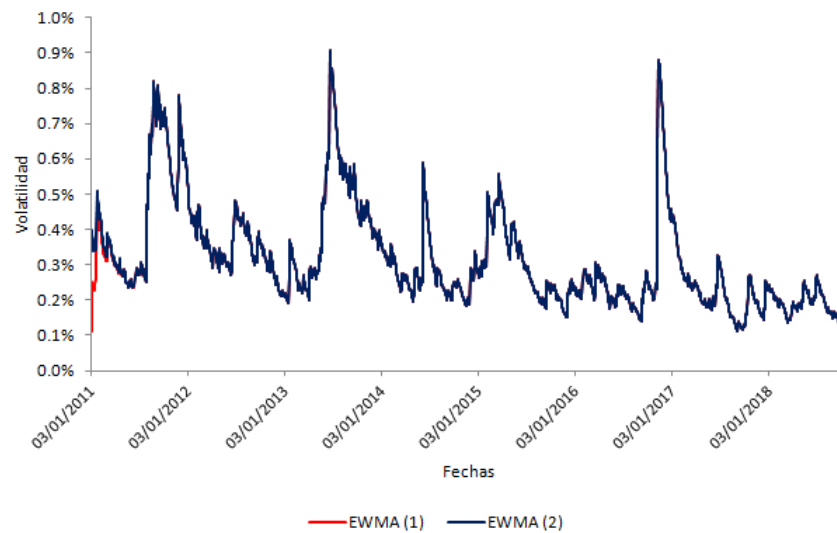
De manera complementaria se hizo el análisis de regresión lineal, obteniéndose una correlación de 0.9882549 y una  $R^2$  de 97.66 %.

### **Análisis 3: Reinversión de cupones**

Por último, se replicó el índice original bajo el supuesto de reinversión de cupones, en el cual, la tendencia fue muy parecida al del índice original, de hecho pareciera ser que bajo este supuesto se logró el mejor ajuste entre los índices, al igual que bajo el escenario de crisis financiera.

Por otro lado, los resultados obtenidos en el análisis de regresión lineal se pueden sintetizar en el valor de

Figura 3.15: EWMA en el horizonte de tiempo, primer escenario



Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

Figura 3.16: Diferencia del índice original y el índice réplica (bajo el supuesto de la compra de más títulos)

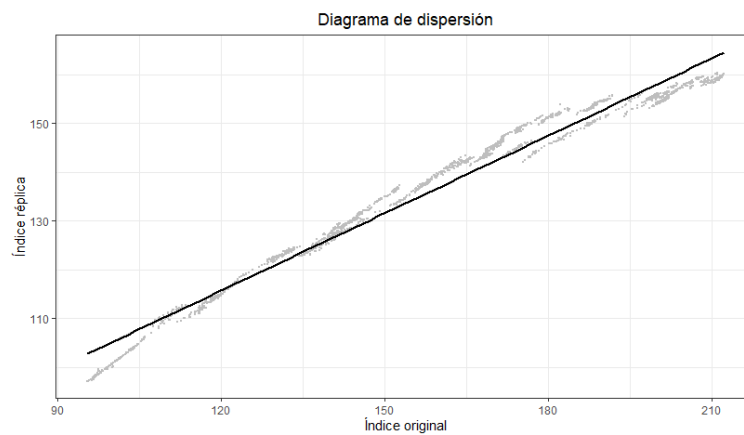


Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

la correlación y de la  $R^2$ ; estos fueron 0.9937869 y 98.76 %, respectivamente. Con esta información, se pudo concluir en primera instancia que este índice replicó muy bien al índice original, sin embargo, más adelante se presentará el comparativo de las medidas de dispersión, lo cual ayudará a rectificar este primer resultado.

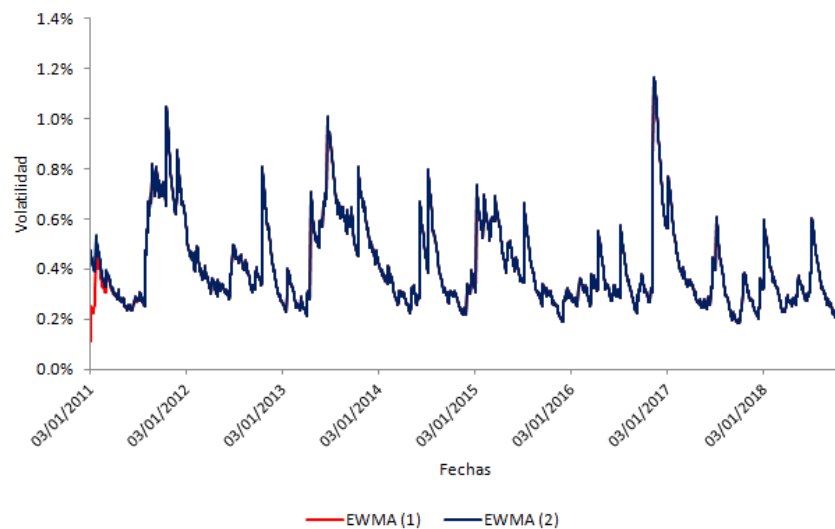
Una vez terminado con la réplica de los índices bajo distintos escenarios, se sintetizan los resultados obtenidos de las medidas de dispersión en la siguiente tabla:

Figura 3.17: Diagrama de dispersión bajo el supuesto de adquisición de mayor número de títulos con el pago de cupón



Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

Figura 3.18: EWMA en el horizonte de tiempo, segundo escenario

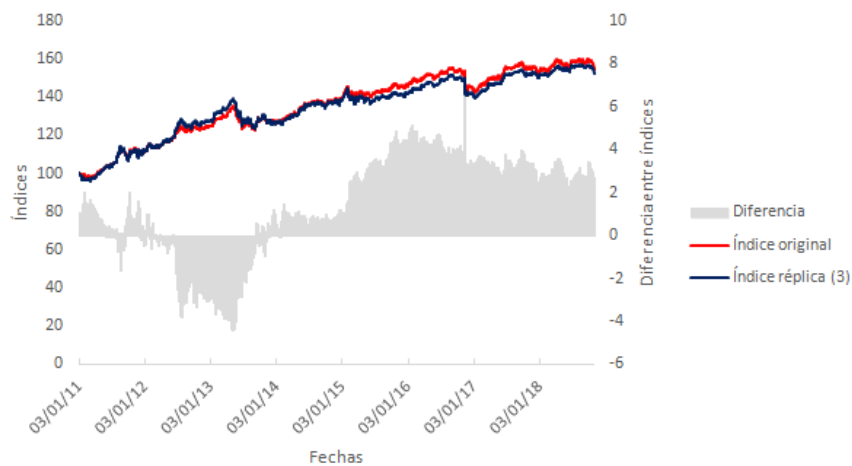


Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

Se puede apreciar que los índices réplica (1) y (3) obtuvieron medias y volatilidades muy parecidas a las de PiP, y el índice (2) fue el que tuvo mayor media y al igual que en el escenario de crisis financiera, fue el que tuvo mayor volatilidad.

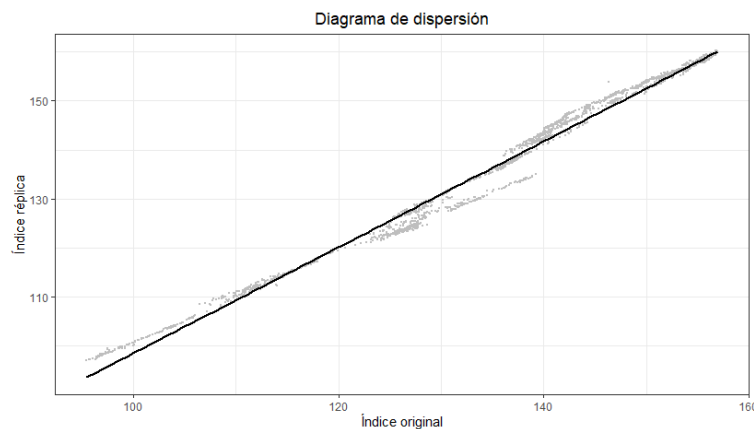
Sin embargo, aunque en ambos escenarios este índice fue el que tuvo mayor volatilidad, en términos de PnL, en el escenario de crisis financiera fue el que menor ganancias tuvo, a diferencia de los resultados obtenidos en este escenario, ya que resultó ser el de mayores ganancias.

Figura 3.19: Diferencia del índice original y el índice réplica (bajo el supuesto de la reinversión de los cupones)



Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

Figura 3.20: Diagrama de dispersión bajo el supuesto de reinversión de cupones



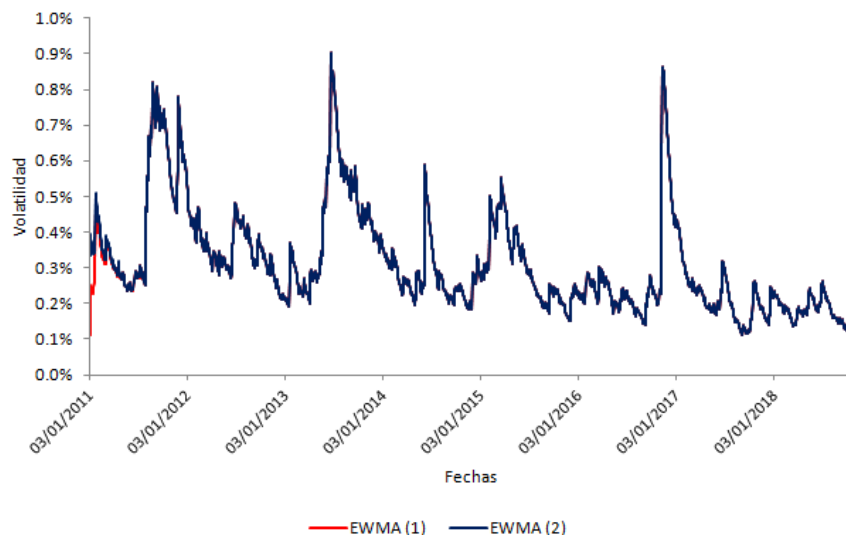
Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

Por otra parte, se puede observar que, a diferencia del escenario de crisis financiera, el EWMA del Proveedor de Precios fue bastante parecido al de los índices réplica (1) y (3), independientemente de la semilla que se haya tomado. Sin embargo, dichos valores volvieron a quedar debajo de la volatilidad calculada como la raíz de la varianza para todos los escenarios.

Globalmente, el índice réplica (3), fue el que obtuvo resultados más cercanos en cuestión de ganancias al índice de PiP, seguido por el índice (1).

Por otro lado, el índice réplica (2) bajo esta ventana de tiempo sin crisis financiera, logró ganancias mayores a todos los demás, lo cual sugiere que este índice réplica al estar expuesto a un impacto en las tasas de

Figura 3.21: EWMA en el horizonte de tiempo, tercer escenario



Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

Cuadro 3.4: Resumen de las medidas de dispersión obtenidas todos los escenarios

	Índice réplica 1	Índice réplica 2	Índice réplica 3	Índice PiP
Media	0.02 %	0.04 %	0.02 %	0.02 %
Volatilidad	0.35 %	0.44 %	0.35 %	0.34 %
EWMA 1	0.31 %	0.41 %	0.31 %	0.31 %
EWMA 2	0.32 %	0.41 %	0.31 %	0.31 %
$R^2$	97.45 %	97.66 %	98.76 %	

Fuente: Elaboración propia.

interés debido a la situación del mercado, y ya que estas son necesarias para calcular los precios de los bonos y con ello determinar la compra de más títulos para posteriormente construir el portafolio, puede terminar con resultados tanto positivos, como negativos, dependiendo de la ventana de tiempo en la que se ubique el análisis.

Para terminar las comparaciones de los retornos obtenidos, bajo esta ventana de tiempo también se calculó el CVaR con el objetivo de observar el comportamiento promedio de los retornos presentados.

A diferencia del escenario de crisis financiera, se puede observar mayor homogeneidad en los resultados obtenidos, siendo el índice réplica (2) el que obtuvo pérdidas superiores según los resultados del CVaR.

Por último, se confirma la congruencia de todos estos resultados obtenidos con la gráfica que compara a cada

Cuadro 3.5: Valores del portafolio al inicio y al final del horizonte de tiempo

	$VP_0$	$VP_t$	<b>PnL</b>
1	1,000,000	1,448,771	448,771
2	1,000,000	2,011,253	1,011,253
3	1,000,000	1,525,539	525,539
PiP	1,000,000	1,546,498	546,498

Fuente: Elaboración propia.

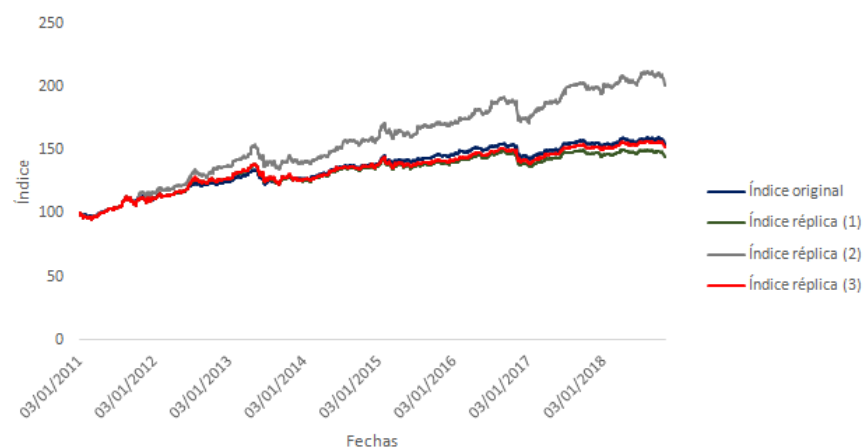
Cuadro 3.6: CVaR para los retornos de los diferentes índices

	$CVaR(95\%)$	$CVaR(99\%)$
1	-1 %	-1 %
2	-1 %	-2 %
3	-1 %	-1 %
PiP	-1 %	-1 %

Fuente: Elaboración propia.

uno de los índices réplica con el del índice PiP:

Figura 3.22: Comparativo de los tres escenarios analizados y el índice PiP



Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

La primera observación a destacar es que todos los índices réplica mostraron un comportamiento muy parecido al del índice de PiP, siendo el índice (3) el más parecido, mostrando una  $R^2$  de 98.76 %. El índice (2) tuvo una tendencia similar, pero a diferentes niveles con respecto al del original.

Con estas últimas observaciones se pudo concluir que el índice réplica (3) es el mejor candidato para replicar al índice PiP bajo un escenario de no crisis financiera, de igual manera que en el análisis anterior.

En general para el índice réplica (1) se obtuvieron medidas de dispersión parecidas a las de PiP; las volatilidades fueron prácticamente iguales (tanto EWMA como la volatilidad calculada como la raíz de la varianza). También, la correlación de los datos fue bastante buena y adicionalmente, se obtuvo una ganancia parecida a la que se obtuvo con el índice de PiP.

Además, en este escenario se aclaró el por qué no es suficiente hacer el análisis únicamente con las medidas de dispersión, ya que para el índice réplica (2) en crisis y no crisis, se obtuvieron volatilidades elevadas, pero en el escenario de crisis esto implicó mayores pérdidas, caso contrario a un escenario en el que no hay crisis financiera, en el que el resultado se tradujo en ganancias.

Por lo tanto, las tendencias de los datos ayudan a determinar que, bajo esta metodología se logró replicar de una buena manera un índice que ya existe en el mercado, al igual que en el escenario de crisis financiera, por ende, dicha metodología se puede emplear para otros instrumentos financieros que consideren el apalancamiento como los swaps de IRS.

## Capítulo 4

# Análisis Prospectivo

En esta sección se extrapolará la metodología empleada en el análisis retrospectivo, ya que se comprobó su efectividad para replicar el índice de PiP<sup>1</sup> con un instrumento del mercado de deuda. Sin embargo, ahora se utilizará un instrumento del mercado de derivados: el swap.

A través de distintos métodos para estimar la estructura temporal de las tasas de interés, se obtendrán las series de datos necesarias para obtener los precios y con ello, las valuaciones de los swaps, con el objetivo de construir un índice al que, más adelante, se le calculará la desviación estándar (además de otras medidas de dispersión) para así concluir que se está encontrando la volatilidad implícita en las tasas de interés de los IRS.

Para llevar a cabo el análisis prospectivo se emplearon inputs del tipo IRS-TIIE en un horizonte de tiempo entre el 19/01/2010 y el 14/08/2019, al final se consideraron un total de 2072 fechas.

Cada una de estas fechas posee un plazo que se clasifica por nodos, los cuales son: 1x1, 3x1, 6x1, 9x1, 13x1, 26x1, 39x1, 52x1, 65x1, 91x1, 130x1, 156x1, 195x1, 260x1, 390x1.

Dichos nodos hacen referencia al número de periodos de 28 días que posee cada uno, es decir, el primer nodo representa un periodo de 28 días, el segundo representa un periodo de 56 días, el tercero un periodo de 168 días y así sucesivamente.

Ya que las tasas son a plazos de 28 días, fue necesario agregar la tasa fondeo a un día<sup>2</sup> para cada una de las fechas dadas, así, al final se obtuvo una curva de 15 nodos más su correspondiente tasa fondeo.

### 4.0.1. Bootstrapping (full valuation)

Como se puede observar, existen nodos, tales como 2x1, 4x1, 5x1, 7x1, etcétera, que no poseen un valor dado, por lo que se procedió a calcular los valores de las tasas faltantes con ayuda del software de programación R.

---

<sup>1</sup>Índice de Bonos Guernamentales de México a Tasa Fija a 10 Años Dow Jones

<sup>2</sup>Dicha información se obtuvo de la página de Banco de México:<https://www.banxico.org.mx/SieInternet/consultarDirectorioInternetAction.do?accion=consultarCuadro&idCuadro=CF113&sector=18&locale=es>

Se creó una función auxiliar nombrada “Interpola\_Curva”, que recibe como parámetros el periodo para el que se quiere calcular la tasa (en días) y una curva que hace referencia al conjunto de tasas swap que originalmente existen para una fecha  $t^3$ , es decir, si se introduce Interpola\_Curva (364, Cotizacion\_Mkt.t) se devolverá el valor 0.053905, el cual hace referencia a la tasa swap del periodo de 364 días (1 año).

Una vez obtenido el vector de tasas swap completo se empleó una segunda función auxiliar, BTSP(curva, plazo), para calcular los factores de descuento ( $df_t$ ) y a su vez, las correspondientes tasas cero para cada  $t$ . Dicha función recibe por argumentos la curva de tasas swap y un plazo, así, si por ejemplo se proporciona la siguiente línea de código: BTSP(Cotizacion\_Mkt.t,28), se devuelve una matriz con todos los plazos de 28 días, hasta el nodo de 390 (10,920 días), la correspondiente tasa swap, la tasa cero y el factor de descuento. Para el ejemplo anterior, se obtuvo la siguiente salida para el primer día de datos:

Plazo	Tasa Swap	Tasa Cero	dfn(TIIE)
1	0.04600000	0.04600000	0.99987224
2	0.04880000	0.04880000	0.99621880
3	0.04905000	0.04914404	0.99241337
4	0.04930000	0.04949057	0.98858403
5	0.04972167	0.05001430	0.98467840
6	0.05014333	0.05054214	0.98072361
7	0.05056500	0.05107422	0.97672023
8	0.05100833	0.05163311	0.97265728
9	0.05145167	0.05219664	0.96854372
10	0.05189500	0.05276495	0.96438017
11	0.05239750	0.05340066	0.96012242
12	0.05290000	0.05404198	0.95580737
13	0.05340250	0.05468904	0.95143577
14	0.05390500	0.05534198	0.94700836

Figura 4.1: Fragmento del output de la línea de código BTSP(Cotizacion\_Mkt.t,28)

Una vez obtenido el resultado anterior, se procedió a calcular el valor del swap. Para ello se programó la siguiente función: Valua\_Swap (plazo\_swap, tipo, curva, rate)

El plazo del swap es al que se requiera la valuación, la variable tipo puede ser “mkt” (market) o “price”.<sup>4</sup>

Si a la función se le proporciona la tasa del periodo al que se está calculando, entonces la valuación se está haciendo a  $t = 0$  y por ello, el valor del swap debe ser 0, por construcción.

Ejemplo de esto es la siguiente línea de código: Valua\_Swap(364, “mkt”, IRS\_TIIE28swp, 0.053905), la cual

<sup>3</sup>Añadiendo su correspondiente tasa fondeo.

<sup>4</sup>Si se opta por “mkt” la función devolverá el valor del swap al plazo que se solicita, la curva es el bootstrapping y rate es la tasa correspondiente.

regresa un valor de  $-9.714451e-17$ , por lo que se puede corroborar que es correcta la construcción empleada, ya que la tasa que se proporcionó a la función es la correspondiente al plazo swap de 10 años.

Cabe resaltar que con este método, los precios de los swaps se están calculando constantemente, por lo que no resulta ser eficiente, computacionalmente hablando. Es por ello que se proponen alternativas que permitan obtener una valuación adecuada del swap, pero que ofrezcan diversidad al costo computacional para quien las realiza.

#### 4.0.2. DV01

Como primera alternativa al full valuation se presenta la aproximación del valor del swap a través del DV01 cuyo procedimiento se detalla a continuación.

Una vez obtenido el bootstrapping para una fecha  $t$ , se procedió a hacer un shock de  $\frac{1}{100}$ , es decir, aumentar un punto base en cada nodo de la curva input, así, se generaron 17 escenarios en los que se calculó el bootstrapping por cada fecha: el que contenía el escenario base (sin shock en alguno de los nodos), el escenario en el que el shock se hizo en la tasa fondeo, en el que el shock se hizo en el primer nodo (el referente al periodo de 28 días), y así sucesivamente hasta cubrir los 16 nodos.

Posteriormente se hizo este mismo procedimiento para las  $t$  fechas restantes, teniendo así un total de 2072 archivos, cada uno con 17 escenarios.

Una vez obtenidos los resultados anteriores, se procedió con ellos a calcular el vector de sensibilidades para un plazo de la siguiente manera: se calculó el valor del swap en cada uno de los nodos para luego hacer la diferencia con el valor del nodo número uno y así obtener el vector correspondiente a la fecha  $t$ . Se continuó con este cálculo para las 2072 fechas totales y con ello se contruyó la matriz de orden uno correspondiente al primer plazo swap.

Dicho procedimiento se hizo para los 390 plazos swap totales, es decir, se obtuvieron 390 matrices de orden uno.<sup>5</sup>

De la misma manera se obtuvieron las matrices de segundo orden, sin embargo, el shock hecho en el bootstrapping para cada una de las fechas fue de  $(\frac{1}{100})^2$ .

Una vez obtenidas las matrices de primer y segundo orden se emplearon para la hacer la aproximación del valor del swap bajo la siguiente estructura:

$$V_{t+1}^{SWP*} = V_t^{SWP} + DV01_t * \Delta r_{(t,t+1)} + \frac{1}{2} * DV01_t^2 * \Delta r_{(t,t+1)}^2$$

donde:

- $V_{t+1}^{SWP*}$  es el valor del swap para la curva en  $t + 1$
- $V_t^{SWP}$  es el valor del swap para la curva en  $t$

---

<sup>5</sup>390 son los plazos originales, sin embargo, se está considerando la tasa fondeo, por lo que al final resultaron 391 plazos y matrices.

- $DV01_t$  es la matriz de sensibilidades de primer orden de un swap para un plazo dado
- $\Delta r_{(t,t+1)}$  es el cambio en la tasa de interés de un tiempo  $t$  a uno  $t + 1$
- $DV01_t^2$  es la matriz de sensibilidades de segundo orden de un swap para un plazo dado
- $\Delta r_{(t,t+1)}^2$  es el cuadrado del cambio en la tasa de interés de un tiempo  $t$  a uno  $t + 1$

Por ejemplo, al hacer la valuación con la función original en un tiempo  $t = t + 1^6$  se obtuvo el siguiente resultado con la función original:

```
> Valua_Swap(3640,"mkt",curva,0.081580)
[1] 0.0002111254
```

Haciendo la misma valuación, pero ahora con la función que aproxima el valor del swap se obtuvo:

```
> Aproxima_swap(1,130,Cotizaciones_IRS_TIIE_fondeo)
[1] 0.000211159
```

Es decir, en una fecha  $t = 2$ , el valor del swap es muy parecido empleando ambas funciones, la diferencia entre uno y otro fue de 0.0000000336.

Cabe destacar que el valor de  $DV01_t * \Delta r_{(t,t+1)}$  fue de 0.000211159 y el valor de  $\frac{1}{2} * DV01_t^2 * \Delta r_{(t,t+1)}^2$  fue de 3.167822e-13, por lo que la aportación de las matrices de segundo orden al valor del swap fue mínima.

Se repitió el ejercicio en un tiempo  $t = 3$ , para el cual se obtuvo el siguiente resultado en la valuación del swap:

```
> Valua_Swap(3640,"mkt",curva,0.081580)
[1] 0.004283257
> Aproxima_swap(2,130,Cotizaciones_IRS_TIIE_fondeo)
[1] 0.004291861
```

En este caso la diferencia fue de 0.000008604, es decir, fue más grande que en el caso anterior, pero aún así, la diferencia continuó siendo poco significativa.

Este procedimiento se realizó para construir el valor del swap pactado a 10 años, como se hizo con el full valuation, a lo largo de las 2072 fechas disponibles. Como se pudo observar en los ejemplos previamente dados de la valuación del swap con el full valuation y con la aproximación por el DV01, en general, los resultados fueron favorables, ya que la diferencia entre uno y otro fue mínima, de tal manera que al graficarlos, se aprecia un gran parecido. En la figura 4.2 se muestra dicho resultado.<sup>7</sup>

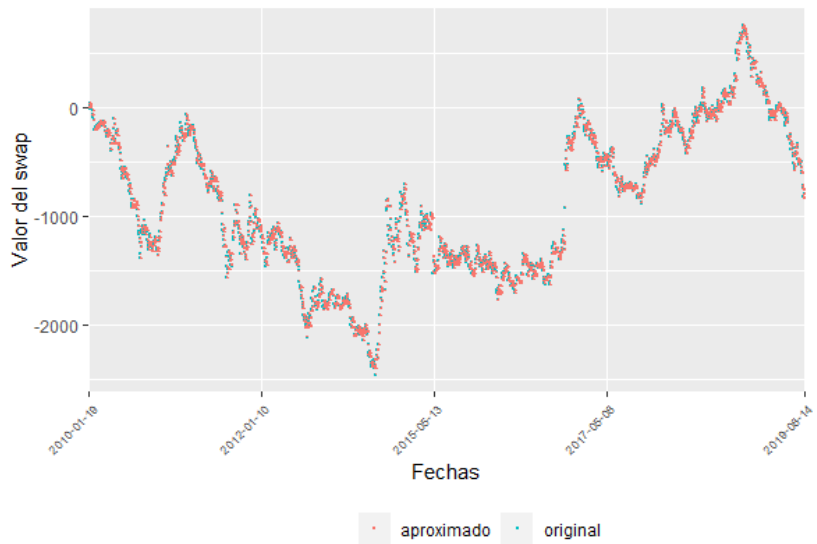
En las siguientes gráficas se puede observar que al repetir este procedimiento para otros plazos, también se obtienen resultados favorables, por lo que se puede concluir que esta aproximación no solo es correcta para el largo plazo, sino que también lo es para swaps de corto plazo.<sup>8</sup>

<sup>6</sup>Con  $t = 1$ , se estaría valuando el swap en una fecha  $t = 2$ , como en este ejemplo.

<sup>7</sup>la serie nombrada "original" hace referencia al valor del swap calculado con el método del full valuation

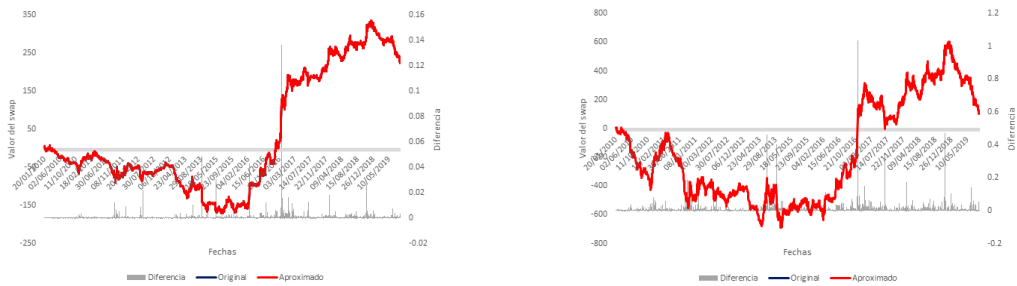
<sup>8</sup>Véase la figura "Comparativo de valuaciones hechas a otros plazos"

Figura 4.2: Comparativo del valor del swap pactado a 10 años a lo largo del horizonte de tiempo



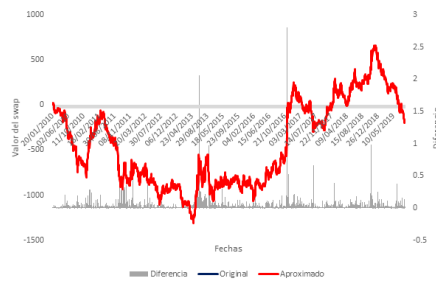
Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

Comparativo de valuaciones hechas a otros plazos



(a) Valuación del swap de un año

(b) Valuación del swap de tres años



(c) Valuación del swap de cinco años

Figura 4.3: Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

### 4.0.3. Metodología de estimación bajo el modelo de Nelson y Siegel

Como se mencionó anteriormente, el bootstrapping puede representar un costo computacionalmente elevado, por lo que fue necesario presentar alternativas para la construcción de la ETTI y así, comparar los resultados obtenidos en la valuación el swap. La primera alternativa presentada fue la aproximación del valor del swap a través del cálculo del DV01, y aunque, en la teoría de dicho método se mencionó una cota para simplificar su cálculo, éste puede ser trabajoso.

Es por ello que, como segunda alternativa, se presenta el modelo de Nelson y Siegel para calcular las tasas swaps.

En éste análisis, se propuso el modelo de Nelson y Siegel con los mismos inputs de IRS-TIIE (con el mismo horizonte de tiempo) de manera que el conjunto de datos disponibles para éste análisis comprendió un total de 2072 días. Por lo tanto, se obtuvieron 2072 curvas forward y por ende 2072 curvas spot<sup>9</sup>.

Con la metodología descrita en el capítulo “Métodos de estimación”, se calcularon los valores de los parámetros requeridos en el modelo de Nelson y Siegel, para posteriormente emplearlos en la construcción de la curva estimada. Para ello se iteró el valor de  $\tau$  sobre el rango de fechas disponibles, en éste caso 2072<sup>10</sup>, y para cada uno de esos valores se computaron los coeficientes ( $\beta_1$ ,  $\beta_2$  y  $\beta_3$ ) de la función de Nelson y Siegel por el método de mínimos cuadrados. Fijando el valor de  $\tau$  se pudo cuantificar el modelo de manera lineal, seleccionando la curva con el mejor ajuste de los datos, es decir, se seleccionó el valor de  $\tau$  que obtuvo la mínima suma de errores al cuadrado:

$$\min \sum_{i=1}^m \left( r_i - \hat{r}_i(\hat{\beta}) \right)^2$$

Donde  $r_i$  es la tasa observada y  $\hat{r}_i(\hat{\beta})$  es la estimación de la tasa obtenida por el modelo.

Cabe mencionar que se emplea un método lineal para el cálculo de los coeficientes de la función debido a que investigaciones como la de Ferguson y Raymar (1998) demuestran que estimaciones obtenidas bajo métodos no lineales son muy sensibles a los valores iniciales, lo cual desencadena en una probabilidad muy alta de obtener óptimos locales<sup>11</sup>.

Una vez obtenidos los cuatro coeficientes correspondientes a cada fecha, estos se emplearon en la expresión (2.35) para hacer el ajuste de las curvas, como ejemplo de ello, la figura 4.4 muestra la gráfica de los datos originales para el 19/01/2010 con su respectiva curva estimada.

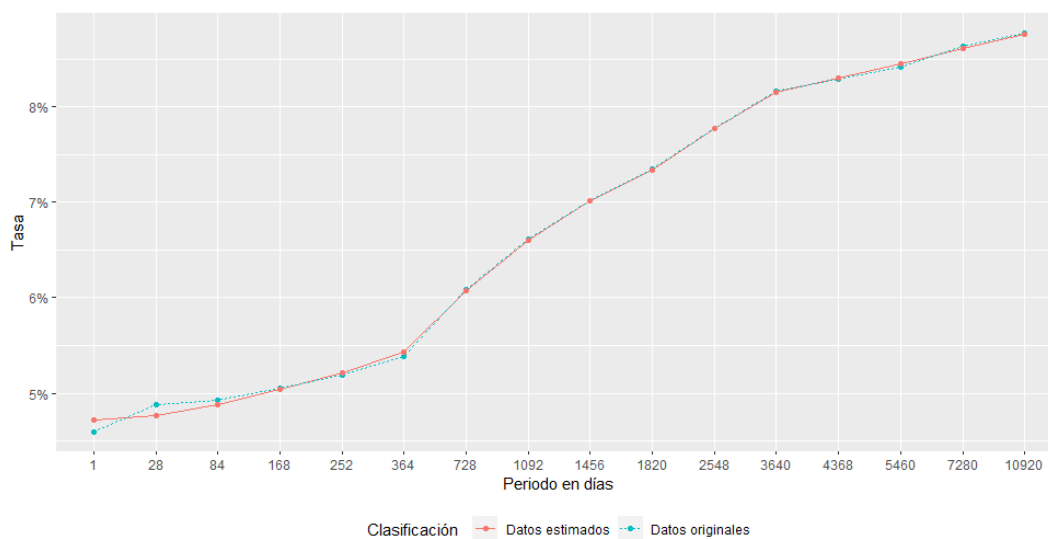
La figura 4.4 muestra el comportamiento de las tasas a lo largo de los periodos establecidos, sin embargo, cabe destacar que en los datos originales se poseen las tasas por fechas y a su vez, por periodos, por lo que al graficarlas se puede observar una apariencia como la que se presenta en la figura 4.5.

<sup>9</sup>una para cada día

<sup>10</sup>Se delimita a 2072 el valor máximo de  $\tau$  ya que es el máximo de datos históricos que se tienen disponibles

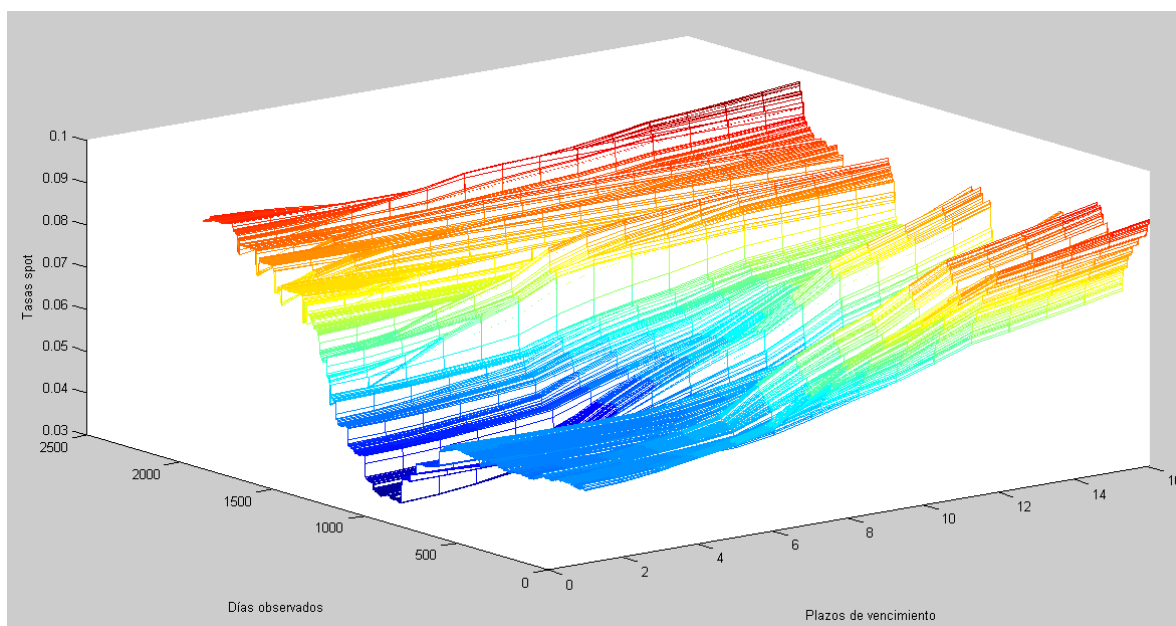
<sup>11</sup>González y Pérez, 2007

Figura 4.4: Dato y curva ajustada del 19 de enero de 2010



Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

Figura 4.5: ETTI para las 2072 fechas originales disponibles



Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

### Estudio de las distribuciones de probabilidades de los coeficientes

A raíz de las 2072 estimaciones de los coeficientes del modelo se obtuvieron las distribuciones empíricas de los mismos, para posteriormente realizar el ajuste de las distribuciones teóricas correspondientes<sup>12</sup>.

Cuadro 4.1: Distribución de probabilidad que mejor ajusta los datos según diferentes pruebas de bondad de ajuste

	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\tau$
Kolmogorov-Smirnov	Error	Johnson SB	Johnson SB	Gen. Pareto
Chi-cuadrado	Error	Log-logistic (3P)	Inv. Gaussian (3P)	Log-Pearson 3
Anderson-Darling	Error	Gamma (3P)	Johnson SB	Gen. Pareto

Fuente: Elaboración propia.

Entre dichas pruebas de bondad de ajuste, cabe señalar que tanto Kolmogorov-Smirnov como Anderson-Darling se utilizan con distribuciones continuas exclusivamente, Chi-cuadrado puede usarse con distribuciones continuas y discretas. Por otro lado, para Kolmogorov-Smirnov se necesita un mínimo de 30 datos para obtener resultados confiables (esto también aplica para Chi-cuadrado)<sup>13</sup>, lo cual no fue una dificultad, ya que el universo de datos empleado fue de 2,072 fechas. Aunque la prueba de Anderson-Darling mejora el desempeño de la prueba de Kolmogorov-Smirnov, estas dos tuvieron ajustes iguales en casi todos los parámetros.

Una vez seleccionado los ajustes de las distribuciones, se realizaron las correspondientes gráficas. En “Distribuciones para los coeficientes del modelo de Nelson y Siegel” se presentan los resultados obtenidos según la prueba de Kolmogorov-Smirnov: para  $\beta_1$  se obtuvo una distribución Error, para el parámetro  $\beta_2$  y  $\beta_3$  se obtuvo una distribución Johnson SB y Gen. Pareto para el coeficiente  $\tau$ .

La distribución que mejor ajustó al histograma del parámetro  $\tau$  mostró un comportamiento divergente al inicio del horizonte de tiempo para luego decrecer monótonamente a lo largo de los días, acercándose mucho al cero. Es evidente la concentración de los datos al inicio de la ventana de tiempo y esto se justifica porque las curvas son monótonas crecientes, sin joroba y cuyo máximo se presenta en el vencimiento más alto<sup>14</sup>. Por otro lado, las distribuciones que mejor se ajustaron a los parámetros  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  y  $\beta_3$ , mostraron una conducta creciente al inicio y posteriormente decreciente, la variación entre ellas fue el comportamiento que tuvieron en el intermedio: para  $\beta_1$  se tuvo un comportamiento constante, para  $\beta_2$  fue decreciente y luego volvió a crecer y por último, para  $\beta_3$  se llegó a un punto máximo a partir del cual, comenzaría el comportamiento decreciente.

<sup>12</sup>Para lograr éste objetivo se tomaron en cuenta una gran gama de distribuciones teóricas y se aplicaron pruebas de bondad de ajuste tales como el test de Kolmogorov-Smirnov, Anderson Darling y Chi-Cuadrado

<sup>13</sup>Barrón y Moreno, 2020

<sup>14</sup>González y Pérez, 2007

## Distribuciones para los coeficientes del modelo de Nelson y Siegel

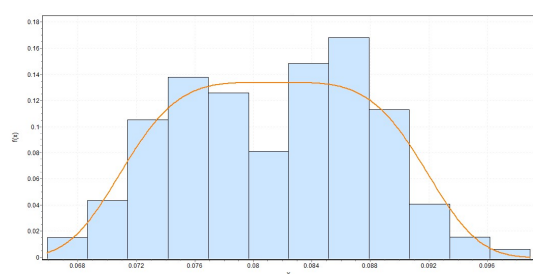
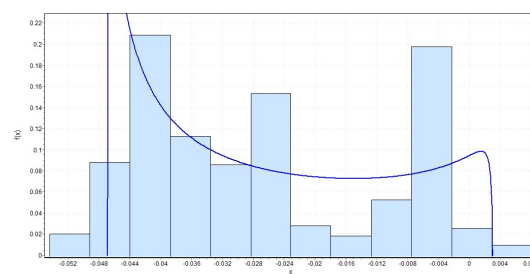
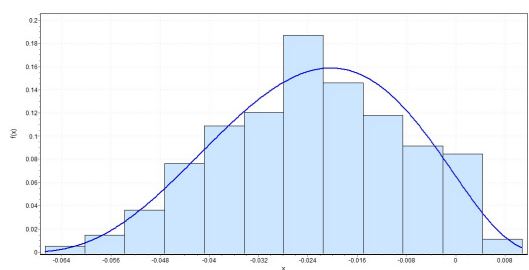
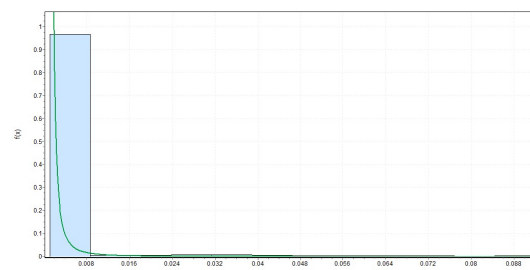
(a) Gráfica. Función de densidad de probabilidad para  $\beta_1$ (b) Gráfica . Función de densidad de probabilidad para  $\beta_2$ (c) Gráfica . Función de densidad de probabilidad para  $\beta_3$ (d) Gráfica . Función de densidad de probabilidad para  $\tau$ 

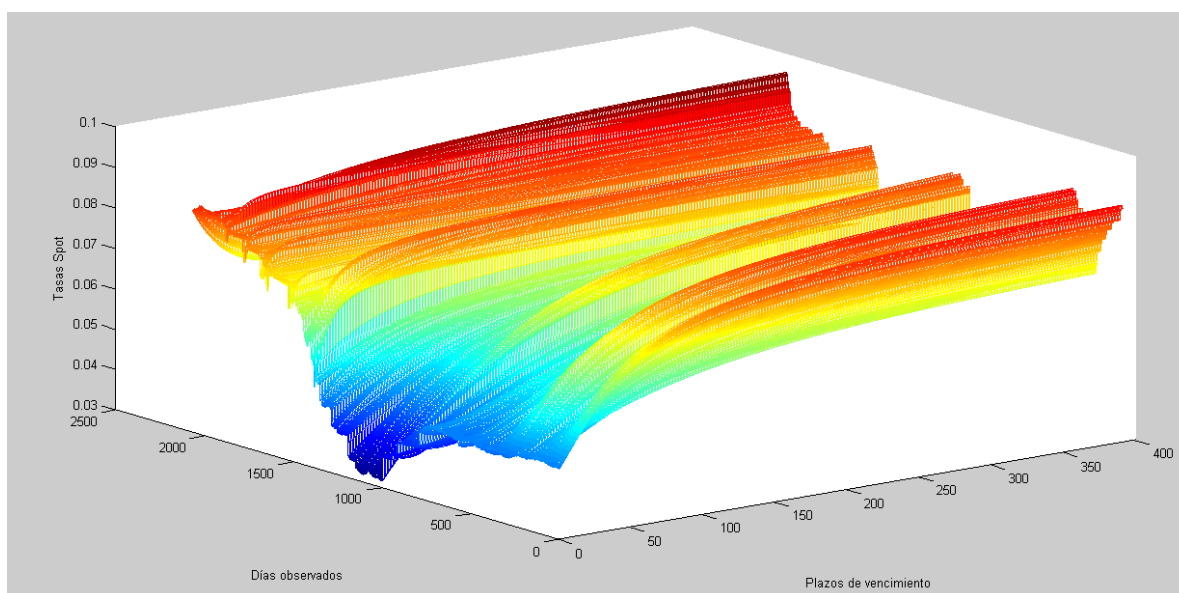
Figura 4.6: Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

### Simulación de las estructuras de tasas de interés

Para hacer la simulación de la estructura temporal de las tasas de interés fue necesario asociar números aleatorios uniformemente distribuidos entre cero y uno (es decir,  $\xi \approx [0, 1]$ ) para posteriormente encontrar el dominio de la distribución empírica para dicho valor aleatorio.<sup>15</sup>

Una vez simulados los coeficientes, estos se utilizaron para construir la curva forward para los mismos plazos empleados bajo la metodología del bootstrapping, es decir, se abarcó hasta el plazo 390. La figura 4.7 muestra gráficamente el resultado.

Figura 4.7: Estructura Temporal de las Tasas de Interés obtenida para 2,072 simulaciones



Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

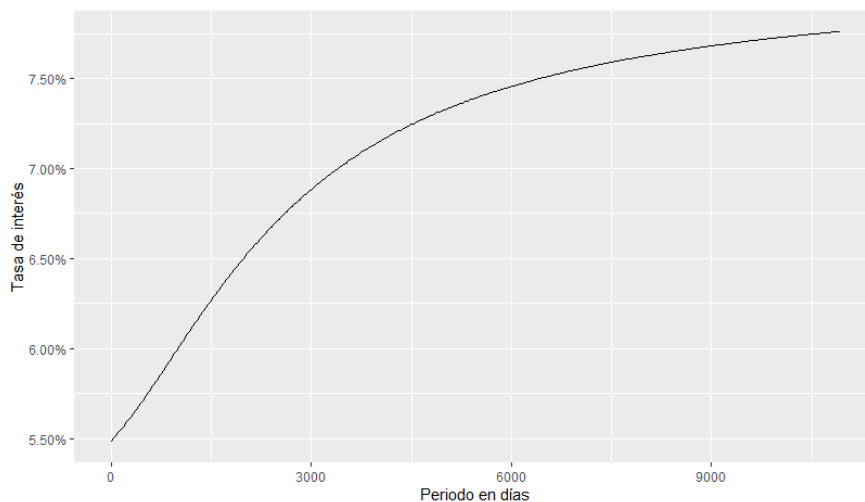
Como se puede apreciar en la figura 4.7, las curvas mostraron conductas parecidas: algunas tienen forma de S y otras fueron menos cambiantes a lo largo del tiempo, pero en general, la conducta de las curvas fue monótona creciente y se apreció un máximo en el vencimiento más alto.

Que todas las curvas hayan mostrado pendientes positivas es consecuencia directa de que los parámetros estimados  $\beta_2$  resultaran negativos.

En última instancia, se tomó la curva promedio para cada uno de los escenarios, dicho resultado se muestra en la figura 4.8.

<sup>15</sup>Esto se logró a través de la función inversa que mejor se ajustó a cada uno de los parámetros obtenidos bajo la metodología de Nelson y Siegel en el apartado anterior.

Figura 4.8: Curva media esperada de los datos simulados.

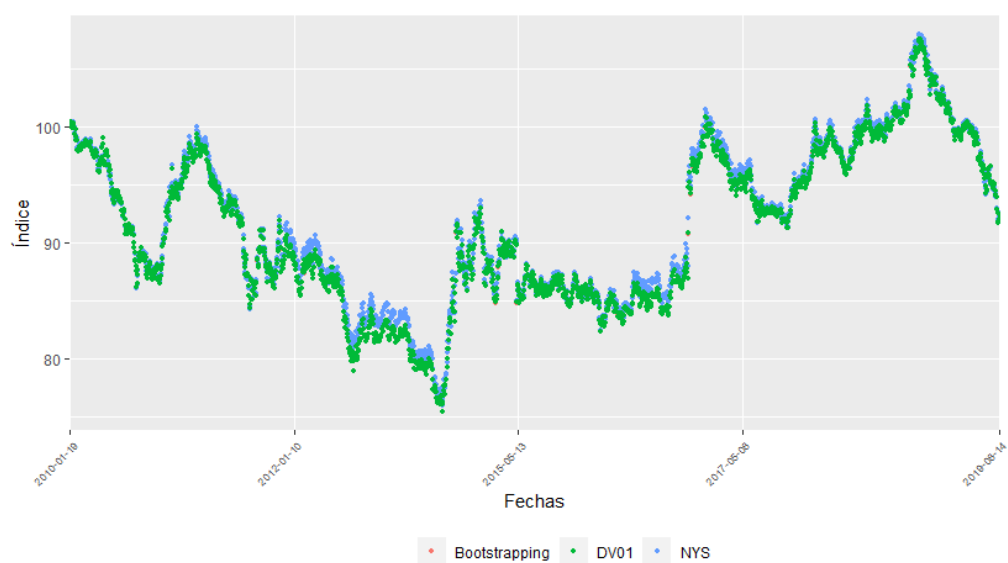


Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

#### 4.0.4. Comparación de los resultados obtenidos

Una vez obtenida la ETTI bajo las tres diferentes metodologías presentadas, se procedió a hacer la construcción de los correspondientes índices<sup>16</sup> para comparar los resultados obtenidos.

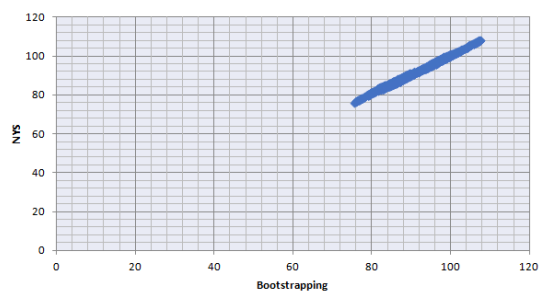
Figura 4.9: Comparativo de los índices construidos



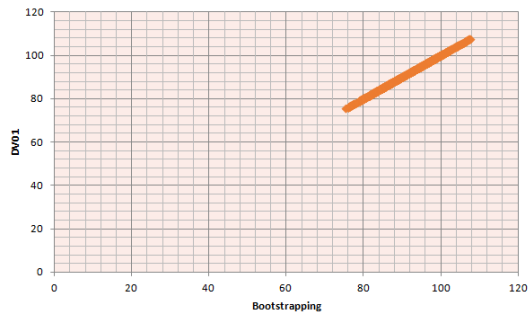
Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

<sup>16</sup>Esto se hizo bajo el mismo procedimiento presentado en el Análisis retrospectivo

## Scatter plot Índices diferentes metodologías



(a) Scatter plot Bootstrapping vs NyS



(b) Scatter plot Bootstrapping vs DV01

Figura 4.10: Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

De la figura 4.10 se puede concluir que entre más cerca de la pendiente 1 se muestren los resultados del scatter plot, más cerca se está de la metodología del Full Valuation. Y ya que en la figura 4.9 se puede observar que los índices mostraron un comportamiento muy parecido en el horizonte de tiempo bajo las tres metodologías, sólo resta confirmarlo a través de las mismas medidas de dispersión que se calcularon en el análisis retrospectivo.

Cuadro 4.2: Resumen de los resultados obtenidos para los tres modelos

	Full valuation	DV01	Nelson y Siegel
Media	-0.002 %	-0.002 %	-0.002 %
Volatilidad	0.551 %	0.551 %	0.552 %
EWMA	0.544 %	0.544 %	0.542 %
CVaR(95 %)	-1.2 %	-1.2 %	-1.2 %
CVaR(99 %)	-1.8 %	-1.8 %	-1.8 %

Fuente: Elaboración propia.

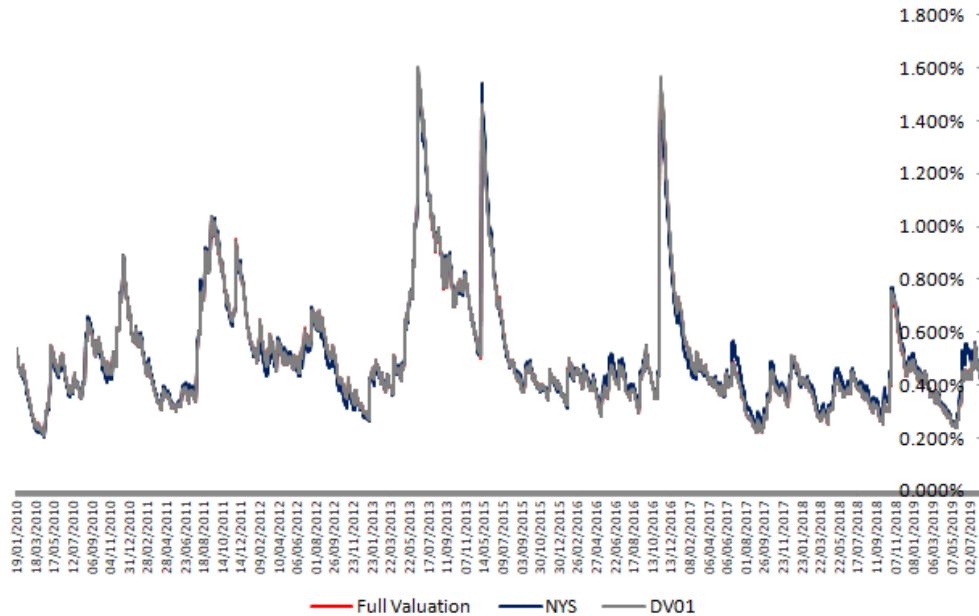
Como se puede observar en el cuadro 4.2, se obtuvieron resultados muy similares en los índices propuestos.

La volatilidad calculada como la raíz de la varianza en la tasa de interés es casi invariante bajo cualquiera de los tres modelos. Por otro lado, los valores del EWMA quedaron por debajo de lo estimado para la volatilidad, sin embargo, se observa que al ser valores muy parecidos, se podría optar por cualquiera de estas metodologías para calcular las volatilidades asociadas y obtener resultados satisfactorios.

De la misma manera, el cálculo del CVaR a los niveles de confianza 95 % y 99 %, muestra que la pérdida esperada bajo cualquiera de estas metodologías es prácticamente la misma, por lo que, se puede concluir que

el riesgo medido con la volatilidad, el EWMA o el CVaR es invariante bajo cualquiera de estos tres métodos. Además, al calcular el nivel de volatilidad en cada punto del tiempo, se puede observar que los días de mayor volatilidad coinciden para el índice bajo Full valuation y DV01, seguidos de Nelson y Siegel.

Figura 4.11: EWMA en el tiempo bajo las tres metodologías



Fuente: elaboración propia con información de Bloomberg.

En general, los resultados obtenidos para los tres índices fue casi idéntico en todos los casos. Por lo que, con esto se podría concluir que no necesariamente se debe usar sólo uno de estos modelos para calcular la ETTI, sino que, podría sustituirse por otro de ellos y aún así, obtener buenos resultados.

Además, cabe destacar que, según lo señalado por González y Pérez, la importancia de observar el comportamiento de la variabilidad de las tasas para distintos plazos radica en la mejora de la valuación, ya sea de un portafolio de renta fija o la valuación de instrumentos financieros ante distintos tipos de escenarios, esto debido a que al variar las tasas de interés, la estructura temporal de tasas de interés cambia en diferente proporción para todos los plazos.<sup>17</sup>

<sup>17</sup>Dependiendo del tipo de variación de la curva de rendimientos, los portafolios pueden enfrentarse a exposiciones que representan el riesgo asociado a la ETTI, conocido como yield curve risk.

## Capítulo 5

# Conclusiones

El objetivo principal de este trabajo de investigación fue construir un índice que refleje el nivel de volatilidad en las tasas de interés en el mercado mexicano, a través de swaps. Para lograrlo, se implementó un enfoque en dos etapas: primero, un análisis retrospectivo que permitió validar la metodología, y posteriormente, un análisis prospectivo que aplicó dicha metodología al mercado de derivados.

El análisis retrospectivo consideró datos históricos de bonos emitidos por el gobierno federal en un horizonte de 10 años, evaluando distintos escenarios económicos y supuestos sobre los cupones, como cupones estáticos, reinversión de cupones y reinversión con adquisición de más títulos. Este enfoque permitió replicar el Índice de Bonos Gubernamentales de México a Tasa Fija a 10 Años, lo que justificó la validez de la metodología y sentó las bases para su aplicación en swaps.

Con esta validación, se procedió al análisis prospectivo, en el que se propusieron tres modelos para estimar la estructura temporal de tasas de interés utilizando la TIE-28 como insumo: Bootstrapping, DV01 y Nelson y Siegel. Una vez obtenida la ETTI bajo cada una de estas metodologías, se construyeron los índices correspondientes para comparar los resultados. Los valores obtenidos fueron consistentes entre sí, lo que refuerza la solidez del enfoque metodológico empleado. Sin embargo, el análisis también permitió identificar ciertas limitaciones asociadas a cada modelo.

El método de Bootstrapping, aunque es el más utilizado en el mercado financiero, implica un alto costo computacional, ya que requiere cálculos constantes de precios. De manera similar, el modelo DV01 mostró una excelente replicación de la ETTI obtenida con Bootstrapping, pero también resultó costoso en términos computacionales. Por otro lado, el modelo de Nelson y Siegel permitió estimar una estructura temporal de tasas de interés media a lo largo de 10 años. Sus resultados mostraron curvas con pendiente positiva y parámetros ajustados a distribuciones no gaussianas. La importancia de este modelo radica en su capacidad para simular escenarios futuros, facilitando la administración del riesgo. Sin embargo, su precisión depende de contar con una serie de datos suficientemente robusta, y en condiciones de alta incertidumbre, podría sobrestimar los resultados, afectando la confiabilidad de la ETTI.

Es importante destacar que, en la construcción de la curva de IRS, se asumió que no existe intercambio de colateral. Si este supuesto no se cumpliera, el método de Bootstrapping debería ajustarse para considerar la colateralización de las operaciones y, adicionalmente, se tendrían que emplear curvas de tasas con colateral. Este aspecto es crucial, ya que la consideración del colateral puede impactar significativamente la valuación de los swaps y modificar la estructura de las tasas implícitas en el mercado.

Un aspecto relevante de este estudio es que la metodología empleada permitió construir un índice que simula de manera cercana un índice ya existente en el mercado financiero mexicano, cuya metodología de construcción es desconocida por ser propiedad de un proveedor de precios. Esto abre una ventana de oportunidad para que pequeñas y medianas empresas puedan utilizarlo como herramienta de monitoreo de tasas de interés. Actualmente, el acceso a plataformas especializadas puede representar una barrera de entrada al mercado de derivados debido a sus altos costos; sin embargo, al generar un índice que replica de manera consistente la volatilidad de un referente del mercado, se brinda una alternativa accesible para visualizar el nivel de riesgo asociado a las tasas de interés y, con ello, facilitar una toma de decisiones oportuna y fundamentada.

Además, se pudo observar que la curva de rendimiento en México, al igual que en otros países, se explica por tres factores principales: nivel, pendiente y curvatura. Esto reafirma la validez de los modelos empleados, ya que estos factores han sido ampliamente documentados en la literatura financiera como los principales determinantes de la estructura temporal de tasas de interés.

Más allá de su aplicación inmediata, este estudio también abre la puerta a futuras investigaciones. La metodología propuesta podría utilizarse para identificar posibles ineficiencias en la valuación de instrumentos financieros en el mercado, al comparar los precios observados con los precios que deberían tener según el modelo. Aunque el mercado sigue predominantemente la curva obtenida mediante Bootstrapping, la estructura de tasas obtenida con este modelo puede servir como referencia para evaluar si ciertos instrumentos están sobrevalorados o subvalorados.

Para ello, se podría desarrollar una prueba de consistencia, en la que se verifique la diferencia entre los precios reales de los instrumentos y los precios estimados bajo este modelo, lo que permitiría evaluar su precisión y aplicabilidad en entornos de toma de decisiones financieras.

En conclusión, los resultados obtenidos confirman que el índice construido logra capturar la volatilidad de las tasas de interés, ofreciendo una herramienta útil para agentes del mercado. No obstante, la elección del modelo adecuado dependerá del balance entre precisión y costos computacionales, así como del grado de incertidumbre en el mercado.

# Bibliografía

- [1] APARICIO, G. (2019). *La importancia de los instrumentos gubernamentales*. Educación financiera.[Blog]. Recuperado de: <https://blog.bmv.com.mx/2019/11/la-importancia-de-los-instrumentos-gubernamentales/#more-4041>
- [2] ASIGNA (2007). *El mercado mexicano de derivados*. [archivo PDF]. Recuperado de: [http://www.mexder.com.mx/wb3/wb/MEX/MEX\\_Repositorio/\\_vtp/MEX/1ef6\\_publicaciones/\\_rid/21/\\_mto/3/UnaIntroduccionESP.pdf](http://www.mexder.com.mx/wb3/wb/MEX/MEX_Repositorio/_vtp/MEX/1ef6_publicaciones/_rid/21/_mto/3/UnaIntroduccionESP.pdf)
- [3] BARRÓN, M. & MORENO, E. (2020). *Aplicación informática para pruebas estadísticas de bondad de ajuste*. Instituto mexicano del transporte, México.
- [4] BENÍTEZ, S. & LORENZO, A. (2008). *Estimación de la curva de rendimiento mexicana utilizando el modelo de componentes principales y el modelo de Diebold-Li*. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, México.
- [5] BETZUEN, A. & BETZUEN, A. J. (2016). *Productos financieros para la cobertura de riesgos: swaps*. [archivo PDF]. Recuperado de: [https://ocw.ehu.eus/pluginfile.php/13908/mod\\_resource/content/1/Tema%203%20Swaps%20CW%202016%28c%29.pdf](https://ocw.ehu.eus/pluginfile.php/13908/mod_resource/content/1/Tema%203%20Swaps%20CW%202016%28c%29.pdf)
- [6] BLACK, F. & SCHOLES, M. (1973). *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*. Journal of Political Economy, 81(3), 637–654.
- [7] BUSTAMANTE, ALMA. “*Mercados Financieros y Valuación de Instrumentos*”. Universidad Nacional Autónoma de México. CDMX. 03/10/2017
- [8] BUSTAMANTE, ALMA. “*Métodos cuantitativos en finanzas*”. Universidad Nacional Autónoma de México. CDMX. 30/04/2018
- [9] BRAVO, J. & NÚÑEZ, J. A. (2008). *Modelo de ajuste de tasas de interés forward instantáneas con tendencia variable y que sigue una relación de sustitución entre mercados adyacentes*. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, México.

- [10] CALVO, M. (2009). *La Rentabilidad y sus medidas*. [archivo PDF]. Recuperado de: <https://invierteenbolsa.wordpress.com/article/la-rentabilidad-y-sus-medidas-2v5uprigwdbk4-169/>
- [11] CASTRO, R. A. IBARRA, A. (2004). *¿Cómo mejorar la contabilización de los futuros financieros a través del uso adicional de las cuentas de orden?*. Universidad de las Américas Puebla, México.
- [12] CHAN, R. (2021). *Black-Scholes Equations*. PDF, 3 de julio de 2021.
- [13] DE LARA, A. (2005). *Productos derivados financieros. Instrumentos, valuación y cobertura de riesgos*. México: Limusa.
- [14] DE LARA, A. (2008). *Medición y control de riesgos financieros*. México: Limusa.
- [15] DELFINO, M. (2010). *Funcionamiento de los mercados de futuros y a plazo*. [Diapositiva de PowerPoint]. Marcelo A. Delfino. [http://marcelodelfino.net/files/Capitulo\\_2.pdf](http://marcelodelfino.net/files/Capitulo_2.pdf)
- [16] DELOITTE. (2016). *Introduction to Derivative Instruments*. [archivo PDF]. Recuperado de: [https://www2.deloitte.com/content/dam/Deloitte/ie/Documents/FinancialServices/investmentmanagement/IE\\_2016\\_Introduction%20to%20Derivative%20Instruments\\_Part1.pdf](https://www2.deloitte.com/content/dam/Deloitte/ie/Documents/FinancialServices/investmentmanagement/IE_2016_Introduction%20to%20Derivative%20Instruments_Part1.pdf).
- [17] DIEZ-CANEDO, J. M., NOGUÉS, C. E. & GRAJALES, V. V. (2003). *Un método eficiente para la simulación de curvas de tasas de interés*. [archivo PDF]. Recuperado de: <https://www.remef.org.mx>
- [18] FERRAGUT, C. (2017). *Optimización numérica*. [archivo PDF]. Recuperado de: <https://gredos.usal.es/bitstream/handle/10366/136962/OptimizacionNumerica.pdf?sequence=1>
- [19] GONZÁLEZ, M. L. & PÉREZ, M. C. (2007). *Una estimación de la estructura de las tasas de interés*. [archivo PDF].
- [20] GUERRA, L. (2018-2019). *SWAPS*. [Diapositivas de PowerPoint]. Recuperado de: <https://www.studocu.com/es-mx/document/universidad-nacional-de-ingenieria/finanzas-de-la-empresa-1/apuntes/swaps/5458559/view>
- [21] HULL, J.C. (2002). *Introducción a los mercados de futuros y opciones*. Madrid: Prentice Hall.
- [22] HULL, J.C. (2018). *Options, futures, and other derivatives*. (10th ed.). Pearson Education.
- [23] KUMMER, S. & PAULETTO, C. (2012). *The History of Derivatives: A Few Milestones*. [archivo PDF].
- [24] LEE, C-F., LEE, A.C. & LEE, J. (2010). *Handbook of Quantitative Finance and Risk Management Volume 2*. Estados Unidos: Springer.
- [25] McDONALD, R. L. (2012). *Derivatives Markets*. New Jersey: Pearson.

- [26] MORALES, J.A. & MORALES, A. (2013). *Finanzas VI*. [archivo PDF]. Recuperado de: [https://www.fcca.umich.mx/coordinaciones/ceneval/archivos/2013\\_guias/CONTA/finanzasVI.pdf](https://www.fcca.umich.mx/coordinaciones/ceneval/archivos/2013_guias/CONTA/finanzasVI.pdf)
- [27] OLIVER, H. G., & JARAMILLO, R. (1997). *Mercado de derivados*. Universidad Autónoma de Nuevo León, México.
- [28] SAAD, S., AHMAD, N. & JAFFAR, M. M. (2017). *Assessing the stock market volatility for different sectors in Malaysia by using standard deviation and EWMA methods*. [archivo PDF]. Recuperado de: <https://doi.org/10.1063/1.5012256>
- [29] SPIVAK, M. (2014). *CALCULUS*. España: Reverté.
- [30] TIWARI, S. (SIN FECHA). *Introduction to derivative securities*. [archivo PDF]. Recuperado de: <http://www.ddegjust.ac.in/studymaterial/mba/fm-407.pdf>
- [31] UVM (2016). *Mercados Financieros Derivados*. [Diapositivas de Power-Point]. Recuperado de: <https://hermiracesar.files.wordpress.com/2016/12/unidad-2-mercados-organizados-y-no-organizados.pdf>

# Capítulo 6

## Anexos

### 6.1. Derivada parcial

Sea  $f : D \rightarrow \mathbf{R}^m$  una función definida en un dominio  $D \subseteq \mathbf{R}^n$ , y sea  $\mathbf{a} = \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$  un punto interior de  $D$ . Suponga que se elige una de las variables  $x_i$  con  $(1 \leq i \leq n)$  si existe el límite:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\mathbf{a} + h\mathbf{e}_i) - f(\mathbf{a})}{h}$$

entonces se dice que  $f$  tiene derivada parcial respecto a  $x_i$  en el punto  $\mathbf{a}$ . Ésta se representa por:

$$\frac{\partial f(\mathbf{a})}{\partial x_i}$$

### 6.2. Interpolación lineal

Dados dos puntos  $(x_k, y_k)$  y  $(x_{k+1}, y_{k+1})$ , si se desea encontrar un valor de  $y$  para una  $x$  dada dentro de un intervalo, se utiliza la siguiente ecuación (por triángulos semejantes):

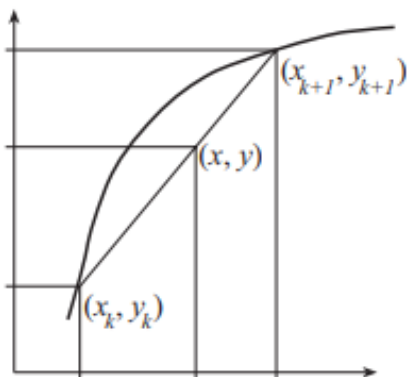
Tenemos la siguiente igualdad:

$$\frac{y - y_k}{x - x_k} = \frac{y_{k+1} - y_k}{x_{k+1} - x_k} \quad (6.1)$$

Despejando y se tiene:

$$y = y_k + \left( \frac{y_{k+1} - y_k}{x_{k+1} - x_k} \right) (x - x_k) \quad (6.2)$$

Figura 6.1: Interpolación lineal de dos puntos



Fuente: elaboración propia.

### 6.3. Valuación BONOS M

Bonos de desarrollo del gobierno federal de tasa de interés fija (BONOS M)

Son instrumentos con valor nominal de 100 pesos, emitidos por el Gobierno Federal a través de Banxico y que son colocados a plazos mayores a un año, pagan intereses cada seis meses (182 días) y la tasa de interés se determina en la emisión del instrumento y se mantiene fija a lo largo de toda la vida del mismo.

Cálculo del precio sucio

Los Bonos M se valúan sumando el valor presente de todos los flujos esperados (cupones y valor nominal), descontados con la tasa de rendimiento interna de retorno “yield” a vencimiento, que se obtiene de las Curvas Nominales “yield” de tasas Neta y Bruta.

A continuación se detalla el procedimiento:

1. Se determina el total de flujos semestrales que tendrá el bono con las fechas de corte de cada cupón, tomando en cuenta su fecha de emisión y vencimiento, y considerando todos los días inhábiles existentes durante la vida de éste (se tomará el día inmediato anterior al día inhábil).
2. Se determina el monto de cada flujo incluyendo el último en donde se deberá considerar el pago del valor nominal
3. El precio sucio de valuación del bono es igual a la suma de todos los flujos a valor presente, utilizando la “yield” a vencimiento de la curva correspondiente.

Es importante considerar, que la tasa “yield” se capitaliza al periodo de 182 días.

Cálculo de intereses devengados

4. Se calculan los intereses devengados correspondientes al cupón vigente, es decir, los intereses de los días transcurridos entre la fecha de emisión ó último pago de intereses (corte de cupón) y el día de valuación.

Cálculo del precio limpio

El precio limpio del bono se obtiene restándole al precio sucio los intereses devengados al día de valuación

del cupón vigente.

Cuando el día de valuación coincide con algún corte de cupón, el precio sucio es igual al precio limpio.

Fórmulas:

$$F_i = \begin{cases} VN * \frac{DC_i * TC}{360} & \text{Para } i = 1, \dots, N - 1 \\ VN * \frac{DC_i * TC}{360} + VN & \text{Para } i = N \end{cases}$$

donde:

- $F_i$  = Flujo correspondiente al corte del cupón  $i$
- $VN$  = Valor nominal (100 pesos)
- $DC_i$  = Número de días del cupón  $i$  (es igual a 182 si es un cupón regular, pero puede variar si el pago del cupón es en día inhábil)
- $TC$  = Tasa cupón
- $N$  = Número de cupones pendientes de pago incluyendo al vigente

$$PV = \sum_{i=1}^N \frac{F_i}{\left(1 + Y \frac{182}{360}\right)^{(D_i/82)}}$$

donde:

- $PV$  = Precio sucio de valuación
- $F_i$  = Flujo correspondiente al corte del cupón  $i$
- $Y$  = Tasa “yield” utilizada para descontar los flujos, capitalizable al plazo del cupón
- $D_i$  = Número de días por devengar del cupón  $i$  (fecha en la que vence el cupón  $i$  menos la fecha de valuación)

$$Intdev = VN * \frac{TC * DTC_v}{360}$$

donde:

- $Intdev$  = Intereses devengados del cupón vigente
- $TC$  = Tasa cupón
- $VN$  = Valor Nominal (100 pesos)
- $DTC_v$  = Número de días transcurridos del cupón vigente

$$PLV = PV - Intdev$$

donde:

- $PLV$  = Precio limpio de valuación
- $Intdev$  = Intereses devengados del cupón vigente
- $PV$  = Precio sucio de la valuación

## 6.4. Tasas Spot y Tasas Forward

Las tasas forward expresan la tasa de interés generada entre dos fechas futuras y se determinan despejándolas de la siguiente igualdad:

$$(1 + s_m)^m = (1 + s_n)^n (1 + f_{n,m})^{m-n} \text{ con } m > n$$

$$f_{n,m} = \left( (m-n) \sqrt{\frac{(1 + s_m)^m}{(1 + s_n)^n} - 1} \right) \quad (6.3)$$

Donde  $f_{n,m}$  es la tasa forward entre los tiempos  $n$  y  $m$ , mientras que  $s_n$  y  $s_m$  son las correspondientes tasas spot para los plazos  $m$  y  $n$  donde  $m > n$

Es importante mencionar que la expresión anterior es para tasas de interés que se encuentran en una escala de tiempo discreto, sin embargo, en el mercado financiero es bastante común el uso de tasas a tiempo continuo, ya que  $\Delta t \rightarrow 0$  puede significar horas, minutos, segundos o menos. Es por ello que se busca expresar la relación entre las tasas spot y las tasas forward de forma continua:

$$e^{S_{t_2} t_2} = e^{S_{t_1} t_1} e^{f_{t_1, t_2} (t_2 - t_1)} \quad (6.4)$$

$$\Rightarrow f_{t_1, t_2} = \frac{S_{t_2} t_2 - S_{t_1} t_1}{t_2 - t_1} \quad (6.5)$$

Por otro lado, la tasa forward instantánea se define como la tasa forward que vence en un periodo infinitesimal, por lo que, suponiendo que  $\frac{d}{dt} t$  existe, se escribe de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
R &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} f_{t,t+\Delta t} \\
&= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{s_{t+\Delta t}(t + \Delta t) - s_t t}{\Delta t} \\
&= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{s_{t+\Delta t} \Delta t + t (s_{t+\Delta t} - s_t)}{\Delta t} \\
&= s_t + t \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{s_{t+\Delta t} - s_t}{\Delta t} \\
&= s_t + \frac{\partial s_t}{\partial t} t
\end{aligned} \tag{6.6}$$

Nota: Cabe destacar que la tasa forward es el promedio de las tasas forward instantáneas.

## 6.5. Códigos de programación

### 6.5.1. Función para interpolar

```

Interpola_Curva<-function(Valor,Curva)
{
  if (Valor<=Curva[,1][1])
  {
    res=Curva[,2][1]
  }
  if (Valor>=Curva[,1][dim(Curva)[1]])
  {
    res=Curva[,2][dim(Curva)[1]]
  }
  if (Valor>Curva[,1][1] && Valor<Curva[,1][dim(Curva)[1]])
  {
    for(i in 1:dim(Curva)[1]-1)
    {
      if (Valor>Curva[,1][i] && Valor<=Curva[,1][i+1])
      {
        a=Curva[,1][i]
        b=Curva[,1][i+1]
        fa=Curva[,2][i]
        fb=Curva[,2][i+1]
        res=((Valor-a)/(b-a))*(fb-fa)+fa
        i=dim(Curva)[1]-1
      }
    }
  }
}

```

```

    }
  }
}
return(res)
}

```

### 6.5.2. Función para generar el Bootstrapping

```

BTSP<-function(Cotizacion_Mkt,Periodo)
{
  n=Cotizacion_Mkt[dim(Cotizacion_Mkt)[1],1]/Periodo
  Res=matrix(nrow = n, ncol=4)
  for(i in 1:n)
  {
    Res[i,1]=Periodo*i
    Res[i,2]<-Interpola_Curva(Res[i,1],Cotizacion_Mkt)
    if (i==1)
    {
      Res[i,3]=Res[i,2]
      Res[i,4]=1/(1+Res[i,3]*Periodo/360)
    }
    if (i>1)
    {
      Res[i,4]=(1-Res[i,2]*(Periodo/360)*sum(Res[,4][1:i-1]))/(1+Res[i,2]*(Periodo/360))
      Res[i,3]=(1/Res[i,4]-1)*(360/Res[i,1])
    }
  }
  colnames(Res)<-c(NULL,c("Plazo","Tasa Swap","Tasa Cero", "dfn(TIIE)"))
  return(Res)
}

```

### 6.5.3. Función para calcular el valor un swap

```

Valua_Swap<-function (plazo_swap,tipo,curva,rate)
{
  d=28
  n=which(curva$Plazo==plazo_swap)

```

```

leg_float_value=(1-curva$`dfn(TIIE)`[n])
if (tipo=="price")
{
  res=leg_float_value/((d/360)*sum(curva$`dfn(TIIE)`[1:n]))
}
if (tipo=="mkt")
{
  leg_fix_value=rate*(d/360)*sum(curva$`dfn(TIIE)`[1:n])
  res=leg_float_value-leg_fix_value
}
return(res)
}

```

#### 6.5.4. Función para generar el vector de Sensibilidades (DV01) para un plazo dado

```

Sens_DV01<-function(dir_set,nom_set,plazo_swap,tasa_swp)
{
  Sens=matrix(nrow = dim(Mdo)[2]/4, ncol = 1)
  p=1
  for (j in seq(1,dim(Mdo)[2], by=4))
  {
    k=j+3
    Mdo_Aux=Mdo[,j:k]
    colnames(Mdo_Aux)<-c(NULL,c("Plazo","Tasa_Swap","Tasa_Cero","dfn(TIIE)"))
    Sens[p]=10000*Valua_Swap(plazo_swap,"mkt",Mdo_Aux,tasa_swp)
    p=p+1
  }
  return(Sens-Sens[1])
}

```

#### 6.5.5. Función para obtener la matriz de sensibilidades de un swap para un plazo dado

```

Matriz_Sens_01<-function(dir_set,nom_set,plazo_swap,date_pricing)
{
  Mdo<-read.csv(paste(dir_set,nom_set,1,".csv",sep=""))

```

```

j=date_pricing
k=j+3
Mdo_Aux=Mdo[,j:k]
colnames(Mdo_Aux)<-c(NULL,c("Plazo","Tasa_Swap","Tasa_Cero","dfn(TIIE)"))
tasa_swp=Value_Swap(plazo_swap,"price",Mdo_Aux)

nd=2072
M_Sens_01<-matrix(nrow = dim(Mdo)[2]/4, ncol = nd)
for (j in 1:nd)
{
M_Sens_01[,j]=Sens_DV01(dir_set,paste(nom_set,j,".csv",sep=""),plazo_swap,tasa_swp)
}
return(M_Sens_01)
}

```

### 6.5.6. Función para calcular los coeficientes del modelo de Nelson y Siegel

```

NelsonandSiegel<-function(rate, maturity)
{
rate <- try.xts(rate,error=as.matrix)
if(ncol(rate)==1) rate<-matrix(as.vector(rate),1,nrow(rate))
pillars.number <- length(maturity)
lambdaValues <- seq(maturity[1], maturity[pillars.number], by=0.5)
FinalResults <- matrix(0, nrow(rate), 4)
colnames(FinalResults) <-c("beta_0","beta_1","beta_2","lambda")
j <- 1
while(j <= nrow(rate) )
{
InterResults <- matrix(0, length(lambdaValues), 5)
colnames( InterResults ) <- c("beta0","beta1","beta2","lambda","SSR")
for( i in 1:length(lambdaValues))
{
lambdaTemp <- optimize(.factorBeta2,interval=c(0.001,1),
maturity=lambdaValues[i],maximum=TRUE)$maximum
InterEstimation <- .NS.estimator(as.numeric(rate[j,]),
maturity, lambdaTemp)
BetaCoef <- InterEstimation$Par

```

```
    if( BetaCoef[1]>0 & BetaCoef[1]<20)
    {
      SSR <- sum(InterEstimation$Res^2)
      InterResults[i,] <- c(BetaCoef, lambdaTemp, SSR)
    } else
    {
      InterResults[i,] <- c(BetaCoef,lambdaValues[i],1e+5)
    }
  }
  BestRow <- which.min(InterResults[,5])
  FinalResults[j,] <- InterResults[BestRow,1:4]
  j <- j+1
}
reclass(FinalResults, rate)
}
```