UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

Facultad de Ciencias

INTERFEROMETRIA-HOLOGRAFICA Y SU
APLICACION AL ANALISIS DE DEFORMACIONES

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

F I S I C O

P R E S E N T A

MARTIN LUIS CELAYA BARRAGAN

México, D. F. 1974

Universidad Nacional Autónoma de México
UNAM
Biblioteca Central
Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mis Padres:

Heliodoro Celaya Muñoz y
Consuelo Barragán de Celaya

A mi Esposa:

Diana Tentori de Celaya

A mis Hermanos:

Fidelina
Heliodoro
Eliseo
Moisés
Carmen Consuelo
Juan Diego y
Agustín Pablo

A mis amigos:

Luis Enrique Celaya Salcido,

Austreberto Barragán Reyna y

Carlos Wong Romero

RECONOCIMIENTOS

Quiero hacer patente mi agradecimiento a las siguientes personas que contribuyeron a la realización de este trabajo:

Fis. Roberto Escudero, quien me sugirió el tema y fungió como mi Director de Tesis.

M. en C. Jesús Ma. Siqueiros, Dr. Ch. Roychoudhuri y M en C. Oswaldo Harris, por la clara exposición de sus conceptos y por sus útiles consejos en la realización de los experimentos.

A mis compañeros y amigos Fis. Roberto Machorro, Fis. Luis V. García, Ing. Ignacio Rizo y Fis. Juan M. Russildi por sus críticas y comentarios.

Sra. L. Ma. Juárez de García, por su inapreciable ayuda en la mecanografía y presentación de este trabajo.

A los Directores del I.N.A.O.E., Dr. Guillermo Haro y Dr. Daniel Malacara, por permitirme utilizar las instalaciones de éste para llevar a cabo el presente trabajo.

C O N T E N I D O

Pag.

CAPITULO I.- PRINCIPIOS DE HOLOGRAFIA.

Introducción 1
Hologramas Fuera de Eje 2
Hologramas Planos y de volumen 5
Hologramas de Fresnel y de Fraunhofer 6
Hologramas T. de Fourier 7
Hologramas de Fase 8

CAPITULO II.- FACTORES QUE AFECTAN LA CALIDAD DE LA IMAGEN.

Introducción 10
Eficiencia de Difracción 10
Amplificación y Aberraciones 11
Fuentes de Luz 15
Visibilidad de las Franjas en Holografía 16
Linealidad 17
Ruido 19

CAPITULO III.- INTERFEROMETRIA HOLOGRAFICA.

Introducción 22
Interferometría Holográfica de tiempo Real 22
Interferometría Holográfica de Doble Exposición 24
Aplicación al Análisis de Deformaciones 25
Análisis de Haines y Hildebrand 26

CAPITULO IV.- UN EXPERIMENTO.

Introducción 32
Procedimiento 32
Resultado 34
Limitaciones del Método 36
Conclusiones 37

APENDICE A 39

APENDICE B 41

REFERENCIAS 42

CAPITULO I.- PRINCIPIOS DE HOLOGRAFIA.

Introducción.-

La Holografía es un proceso con el cual es posible almacenar información de la amplitud y la fase de un frente de ondas de tal forma que posteriormente pueda ser reconstruido. Este proceso es válido tanto para ondas electromagnéticas como para ondas acústicas. Sin embargo este trabajo está restringido sólo a la región óptica del espectro electromagnético.

Debido a que los detectores ópticos responden a la irradiancia, para grabar la información completa del frente de ondas es necesario otro haz de luz llamado haz de referencia, el cual debe ser coherente con respecto al haz original. Ambos conjuntos de frentes de onda llegan al medio de grabado formando un patrón de interferencia, donde la irradiancia está en función tanto de la amplitud como de la fase del frente de ondas original. El patrón de interferencia grabado en el medio fotosensitivo constituye el holograma. En el proceso de reconstrucción, el holograma actua como una rejilla de difracción que al iluminarse con luz coherente similar al haz de referencia, reconstruye el frente de ondas original.

En general tenemos dos tipos de hologramas, los hologramas de Gabor en los que el haz del objeto y el haz de referencia llegan al medio de grabado a un mismo ángulo y, los descritos por Leith y Upatnieks llamados hologramas fuera de eje, en los cuales los haces llegan al medio de grabado a un cierto ángulo. La discusión se enfocará por generalidad al tipo de hologramas fuera del eje.

Hologramas fuera de Eje.-

Conceptualmente la forma más simple de un holograma del tipo descrito por Leith y Upatnieks, es aquél para el cual el objeto es un punto infinitamente distante al plano de grabado, de tal forma que el haz del objeto al llegar a la placa es un conjunto de frentes de onda planos. Si los frentes de onda del haz de referencia son también planos y llegan al medio de grabado a un ángulo distinto de cero respecto a la onda del objeto, el holograma consiste de una serie de franjas de interferencia de Young. Cuando el holograma se ilumina con un haz de luz paralela, la luz transmitida consiste de un conjunto de frentes de onda de orden cero viajando en la misma dirección que el haz de iluminación, más dos conjuntos de frentes de primer orden, uno de los cuales viaja en la misma dirección que el haz proveniente del objeto, éste es el conjunto de frentes de onda reconstruido, el otro frente viaja en unatercera dirección y representa el conjunto de frentes de onda conjugado.

Si se considera un objeto más complicado que un punto infinitamente distante y un haz paralelo como haz de referencia puede suponerse que el frente de ondas proveniente del objeto está compuesto por muchos frentes de ondas planos de diferentes amplitudes y direcciones, los cuales interfieren individualmente con el haz de referencia formando una rejilla. Puede considerarse entonces que el holograma está formado por un gran número de rejillas de difracción superpuestas. Cuando el holograma se ilumina convenientemente, cada una de estas rejillas

difracta el haz de reconstrucción en los órdenes 0 y ± 1, de tal forma que la suma de los conjuntos de frentes de onda de orden cero da un haz de luz que viaja en la misma dirección que el haz de reconstrucción y las sumas de los órdenes +1 y -1 forman respectivamente el frente de onda del objeto y su conjugado.

La separación de los frentes de onda en el proceso de reconstrucción es interpretada por Leith y Upatnieks haciendo una analogía con la idea de una frecuencia portadora. El campo incidente $H(x,y,z)$ (Ver fig.1 a y b, Apéndice A) en el medio de grabado es:

$$H(x,y,z) = O(x,y,z) + R(x,y,z) \tag{1.1}$$

donde $O(x,y,z)$ y $R(x,y,z)$ son las perturbaciones producidas en el plano de grabado por los frentes de onda del objeto y haz de referencia respectivamente, las cuales por considerarse amplitudes complejas pueden escribirse como:

$$\begin{aligned} O(x,y,z) &= O_o e^{i\phi_o} \\ R(x,y,z) &= R_o e^{i\phi_R} \end{aligned} \tag{1.2}$$

donde $O_o = O_o(x,y,z)$ y $R_o = R_o(x,y,z)$ son amplitudes reales y $\phi_o = \phi_o(x,y,z)$ y $\phi_R = \phi(x,y,z)$ describen la variación espacial de las fases de los frentes de onda del objeto y haz de referencia.

La irradiancia en el medio de grabado está dada por:

$$I = H(x,y,z) = R_o^2 + O_o^2 + O_o R_o e^{-i(\phi_R - \phi_o)} + O_o R_o e^{-i(\phi_R + \phi_o)} \tag{1.3}$$

si se considera una placa fotográfica como medio de grabado, una vez

revelada la amplitud de transmitancia está dada aproximadamente por (Ref.1 Sec.2.1)

$$t(x,y,z)=\beta\left[R_o+O_o+O_oR_oe^{i(\phi_R-\phi_o)}+O_oR_oe^{-i(\phi_R+\phi_o)}\right] \qquad (1.4)$$

donde β es una constante. La información de la amplitud y la variación de la fase ha sido transmitida a una onda portadora espacial $e^{i\phi_o}$. la amplitud O_o y la fase ϕ_o modulan la amplitud y la fase de la onda portadora respectivamente. En la operación de reconstrucción, si el holograma se ilumina con un haz de reconstrucción $C(x,y,z)=C_oe^{i\phi_c}$, el campo transmitido por el holograma es:

$$\Psi(x,y,z)=C(x,y,z).\,t(x,y,z)$$

$$=\beta\left[R_o^2C_oe^{i\phi_c}+O_o^2C_oe^{i\phi_c}+O_oR_oC_oe^{-i(\phi_R-\phi_c-\phi_o)}+O_oR_oC_oe^{i(\phi_R+\phi_c-\phi_o)}\right] \qquad (1.5)$$

Si las amplitudes reales de los haces de referencia y reconstrucción son constantes en el plano del holograma y la fase del haz de reconstrucción es idéntica a la fase del haz de referencia entonces el campo transmitido está dado por:

$$\Psi(x,y,z)=\beta\left[R_o^2C_oe^{i\phi_R}+O_o^2C_oe^{i\phi_R}+O_oR_oC_oe^{i\phi_o}+O_oR_oC_oe^{i(2\phi_R-\phi_o)}\right] \qquad (1.6)$$

El primer término de esta ecuación representa simplemente una versión atenuada del campo incidente de reconstrucción. El segundo término esta variando espacialmente, entonces si el haz de reconstrucción está colimado, este término representa la suma de componentes de onda planos que viajan a varios ángulos respecto al eje del haz de reconstruc-

ción. Sin embargo si el ancho de banda de $O(x,y,z)$ es pequeño comparado con la frecuencia portadora ϕ_R, este frente de onda estará muy cerca del eje del haz de reconstrucción y por lo tanto separado espacialmente de las imágenes de interés (Ref.2, Pag.211-214).

El tercer término representa el frente de ondas ya reconstruido el cual viaja en la misma dirección que el haz proveniente del objeto. El cuarto término representa el frente de onda conjugado rotado en un ángulo dado por la onda portadora.

Hologramas planos y de volumen.-

Dependiendo del grueso de la emulsión fotográfica comparado con el espaciado de las franjas grabadas, los hologramas pueden ser divididos en dos tipos: Hologramas planos y Hologramas de volumen. Los hologramas planos son aquellos en los cuales el medio de grabado es delgado comparado con el espacio entre las franjas grabadas, y, los hologramas de volumen son aquellos para los cuales el grueso del medio de grabado es del orden o mayor que la distancia entre las franjas grabadas. En el tipo de hologramas de Leith y Upatnieks el espaciado de las franjas depende básicamente del ángulo entre el objeto y el haz de referencia. Si este ángulo es de 7°a 8°o mayor y la grabación se hace en una emulsión fotográfica en la región visible, pueden ser considerados hologramas de volumen. En este caso el espaciado de las franjas puede ser del orden de 2μ, a la vez que el grueso de la emulsión puede ser de $5\text{-}20\mu$. Por esta razón virtualmente todos los hologramas hechos en una película fotográfica son considerados hologramas de volumen.

Los hologramas de volumen tienen usos muy interesantes que los hacen distintos de los hologramas planos. En los hologramas de volumen se puede almacenar gran cantidad de información, debido a que todo el volumen en el medio de grabado puede ser utilizado, también se ha introducido una nueva forma de holografía usando todo el volumen del medio de grabado de tal suerte que un frente de onda pueda ser reconstruido por reflexión. De aquí surgen algunas de las aplicaciones más útiles de los hologramas de volumen.

Los hologramas planos son realmente un caso especial de los hologramas de volumen. Excepto en algunos casos especiales para verdaderos hologramas planos, todos los cálculos que suponen un medio de grabado bidimensional son considerados sólo una primera aproximación a cualquier situación real.

Hologramas de Fresnel y de Fraunhofer.-

Dependiendo de las aproximaciones que se hagan cuando se expresan la fase de los distintos términos en la ecuación básica de holografía (ec.1.5), los hologramas pueden dividirse en: Hologramas de Fresnel y de Fraunhofer. La clasificación cuantitativa se hace desarrollando la expresión A.2 de la siguiente forma:

$$r \cong z_0 + \frac{X_0^2 + Y_0^2}{2z_0} + \frac{X^2 + Y^2}{2z_0} - \frac{XX_0}{z_0} - \frac{YY_0}{z_0} - \frac{(X_0 - X)^2}{8z_0} - \ldots$$

lo cual es posible si $z_0^2 \gg X_0^2 + Y^2$. Cuando se desprecian los términos de orden cuadrático y de ordenes mayores en X_0, Y_0 , se habla de hologramas de Fraunhofer (para frentes de onda planos en la referen

cia) y cuando los términos de orden cuadrático no son despreciables, entonces se tienen hologramas de Fresnel.

En algunos casos $Z_0^2 \sim X_0^2 + Y_0^2$, por lo que no es posible usar el desarrollo binomial para r. En estas circunstancias la integral $O(X,Y,Z)$ (Ec. A1) es extremadamente difícil y el análisis no se hace explícitamente.

Hologramas transformadas de Fourier.-

En la aproximación de Fraunhofer la perturbación producida por el frente de onda proveniente del objeto en el medio de grabado (ec. A1) se transforma para un holograma plano en:

$$O(X,Y) = -\frac{i}{2Z_0} e^{iKZ_0} \exp\left[i K \frac{X^2+Y^2}{2Z_0}\right] \times \iint_{-\infty}^{\infty} F(X_0,Y_0) \exp -i\frac{K}{Z_0}(XX_0+YY_0)\, dX_0 dY_0 \qquad (1.8)$$

Estrictamente hablando, los términos de segundo orden y de orden mayor en X y Y pueden despreciarse sólo en el caso límite cuando $Z_0 \to \infty$ Sin embargo, si una lente bien corregida se coloca de tal forma que el objeto y el plano de grabado estén colocados en el foco primario y secundario respectivamente, la contribución de los términos de orden igual o mayor que dos se elimina y la perturbación en el plano de grabado producida por el haz del objeto será: (Ref.1 Apéndice A)

$$O(X,Y) = C \iint_{-\infty}^{\infty} F(X_0,Y_0) \exp\left[-i\frac{K}{F}(XX_0+YY_0)\right] dX_0 dY_0 \qquad (1.9)$$

donde $C = -(i/2Z_0\lambda)e^{iKZ_0}$. En la ecuación 1.9 se tiene que la distribución de amplitud debida al objeto en el plano de holograma es la transformada de Fourier en dos dimensiones de la distribución -

de amplitud del objeto multiplicado por una constante. Los hologramas así obtenidos reciben el nombre de hologramas transformada de - Fourier.

Hologramas de Fase.-

En el análisis hecho en las secciones anteriores se han considerado solamente hologramas de absorción, en los cuales el haz de reconstrucción se absorbe en correspondencia con la exposición usada al elaborar el holograma. En este caso la función de transmisión $t(x)$ es una función real, en general es posible hacer hologramas cuya función de transmisión $t(x)$ sea compleja, esto es, el holograma altera la fase del haz de iluminación en correspondencia con la exposición usada al elaborar hologramas, a este tipo de hologramas se les llama de fase.

Para mostrar claramente el principio de hologramas de fase, se considerará el caso en que se tiene sólo modulación en la fase utilizando sólo la parte imaginaria de $t(x)$, donde:

$$t(x) = e^{i\Phi(x)} \tag{1.10}$$

y

$$\Phi(x) = I(x) = O_o^2 + R_o^2 + 2O_oR_o\cos(\phi_o - \phi_R) \tag{1.11}$$

o bien

$$\Phi(x) = \Phi_o + \Phi_1\cos\theta \tag{1.12}$$

donde $\Phi_o = O_o^2 + R_o^2$, $\Phi_1 = 2O_oR_o$ y $\theta = \phi_o - \phi_R$

substituyendo en (10)

$$t(x) = e^{i\Phi_o}\, e^{i\Phi_1\cos\theta} = e^{i\Phi_o}\left[\cos(\Phi_1\cos\theta) + i\,\mathrm{sen}(\Phi_1\cos\theta)\right] \tag{1.13}$$

utilizando el desarrollo de las funciones Bessel tenemos

$$t(x) = e^{i\Phi_0}\left[J_0(\Phi_1) + 2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n J_{2n}(\Phi_1)\cos 2n\theta + 2i\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^{n+2} J_{2n+2}(\Phi_1)\cos((2n+1)\theta)\right] \quad (1.14)$$

Cada $J_n(\Phi_1)$ es la amplitud del enésimo orden difractado. En este caso todas las órdenes están presentes no como en el caso de holograma de absorción. El término de (14) que da las imagenes de interés es:

$$2ie^{i\Phi_0} J_1(\Phi_1)\cos\theta \quad (1.15)$$

que puede escribirse como

$$ie^{i\Phi_0} J_1(\Phi_1)\left[e^{i\theta} + e^{-i\theta}\right] = ie^{i\Phi_0}\left[e^{i(\phi_0 - \phi_R)} + e^{-i(\phi_0 - \phi_R)}\right] \quad (1.16)$$

Estos dos términos representan la imagen primaria y conjugada. El término de transmisión que da la imagen primaria es

$$t_p = R_0 e^{i\Phi_0} J_1(2O_0R_0)\, e^{i(\phi_0 - \phi_R)} \quad (1.17)$$

Si el haz de reconstrucción es $C(x) = R(x)$

se obtiene:

$$\Psi_p = R_0 e^{i\Phi_0} J_1(2O_0R_0)\, e^{i\phi_0} \quad (1.18)$$

donde si $2O_0R_0$ es pequeño

$$\Psi_p \approx R_0^2 e^{i\Phi_0} O_0 e^{i\phi_0} \quad (1.19)$$

si el producto $2O_0R_0$ es grande se observará cierta distorsión en la amplitud. El principal interés en los hologramas de fase es la gran eficiencia de difracción que se puede obtener.

Los hologramas de fase pueden hacerse en Materiales Fotocrómicos, películas termoplásticas utilizando un foto-conductor y en cristales -

electro-ópticos. También es posible hacer hologramas de fase con las emulsiones fotográficas convencionales, las cuales una vez grabadas se someten a un proceso de blanqueado (Ref. 4).

CAPITULO II.- FACTORES QUE AFECTAN LA CALIDAD DE LA IMAGEN.

Introducción.-

En holografía se tienen una serie de factores que afectan la calidad de la imagen reconstruida, la mayoría de los cuales pueden controlarse de tal forma que se obtenga la mejor imagen. En este capítulo se estudiarán algunos de estos factores y la forma en que afectan la imagen reconstruida.

Eficiencia de Difracción.-

Se define como la razón de intensidad difractada en uno de los primeros órdenes entre la intensidad sobre el holograma en el proceso de reconstrucción. Cuando se desea una reconstrucción brillante es útil saber la máxima eficiencia de difracción que se puede obtener en los distintos tipos de hologramas, por lo que a continuación se presenta una tabla que indica la máxima eficiencia teórica que se puede obtener y la máxima eficiencia experimental que se ha obtenido en los distintos tipos de hologramas. (Ref. 2 Cap. 9; Ref.11 Cap.5)

Eficiencia máxima para varios tipos de Hologramas

Medio del Holograma:	Delgado		Grueso		Grueso	
Forma de Difracción:	Transmisión		Transmisión		Reflexión	
Modulación:	Amplitud	Fase	constante de absorción	Indice de refracción	Cte. de Absorción	Indice de refracción
Eficiencia teórica máxima (%)	6.25	33.9	3.7	100	7.2	100
Máxima eficiencia obtenida experimentalmente (%)	6.0	32.6	3.0	90	3.8	80
Referencia:	5	6	7	8	9	8

Amplificación y Aberración.-

Un sistema óptico transforma un frente de onda que incide sobre él, en otro frente de onda resultante que da información tanto de la fuente como del sistema óptico. Del hecho anterior se puede considerar que un holograma puede substituir en principio, a un sistema óptico tan complicado como se desee.

En un holograma, al igual que un sistema óptico convencional, se presentan aberraciones. Sin embargo estas pueden ser fácilmente eliminadas imponiendo ciertas condiciones entre los parámetros de grabado y reconstrucción, las cuales se darán a continuación de acuerdo al análisis de Meier (Ref. 10).

De la ecuación general de holografía (ec. 1.5) se tiene que las fases de los frentes de onda de la imagen primaria y conjugada están dadas respectivamente por:

$$\Phi_p = \phi_c + \phi_o - \phi_R \quad ; \quad \Phi_c = \phi_c + \phi_R - \phi_o \tag{2.1}$$

sin perder generalidad (Ref.2 Pag.58-59) podemos considerar que el objeto, la fuente de referencia y la fuente de reconstrucción son puntuales y están localizados respectivamente en (x_o, y_o, z_o), (x_R, y_R, z_R) y (x_c, y_c, z_c), si consideramos que el haz de referencia y de reconstrucción tienen longitudes de onda dadas por: λ y λ_c respectivamente y si se cumple la condición $z_j >> x_j^2 + y_j^2$ donde $j = o, R, c$ podemos desarrollar en series las ecuaciones de ϕ_o, ϕ_R y ϕ_c y substituir en las ecuaciones 2.1. De las ecuaciones resultantes, Meier toma la aproximación de tercer orden y divide la diferencia entre la esfera de re-

ferencia y el frente de onda reconstruido sobre el plano del holograma en los cinco tipos usuales de aberraciones de tercer orden.

Al hacer el análisis de aberraciones de tercer orden es costumbre calcular primero, la amplificación producida por el sistema.

Amplificación.-

Al tomar la primera aproximación para el desarrollo de las fases Φ_p y Φ_c tenemos,

$$\Phi_p = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{1}{2}\left[\frac{x^2 + y^2 - 2xa_p - 2yb_p}{Z_p}\right] \tag{2.2}$$

lo cual representa el término de primer orden de una esfera con radio Z_p con centro en a_p y b_p. Estas coordenadas determinan la imagen Gaussiana puntual donde

$$Z_p = \frac{m^2 z_c z_o z_R}{m^2 z_o z_R + \mu z_c z_R - \mu z_c z_o}$$

$$a_p = \frac{m^2 x_c z_o z_R + \mu m\, x_o z_c z_R - \mu m\, x_R z_c z_o}{m^2 z_o z_R + \mu z_c z_R - \mu z_c z_o} \tag{2.3}$$

con $\mu = \frac{\lambda_c}{\lambda}$ y $m = \frac{\lambda}{\lambda'}$ debido al cambio que sufre el medio de grabado cuando se procesa para obtener el holograma. El valor de b se encuentra cambiando las X_s por las Y_s. Las correspondientes cantidades para la imagen conjugada son:

$$Z_c = \frac{m^2 z_c z_o z_R}{m^2 z_o z_R - \mu z_c z_R + \mu z_c z_o}$$

$$a_R = \frac{m^2 x_c z_o z_R - \mu m\, x_o z_c z_R + \mu m\, x_R z_c z_o}{m^2 z_o z_R - \mu z_c z_R + \mu z_c z_o} \tag{2.4}$$

una de las dos imágenes es virtual o real dependiendo de los signos de Z_p y Z_c.

La amplificación lateral esta dada por

$$M_{lat} = \frac{da}{dx_o} \tag{2.5}$$

donde

$$M_{lat} = \frac{m}{(1 + (m^2 z_i/\mu z_o) - (z_i/z_o))} \tag{2.6}$$

y

$$M_{lat} = \frac{m}{(1 - (m^2 z_i/\mu z) - (z_i/z_o))} \tag{2.7}$$

La amplificación angular para una imagen virtual es

$$M_{ang} = \frac{d(a/z)}{d(x_o/z_o)} = \pm \frac{\mu}{m} \tag{2.8}$$

el signo (+) es para imágenes erectas y el signo (-) para imágenes invertidas. Como se puede ver, Mang es independiente de todos los parámetros geométricos y tiene la misma magnitud para ambas imágenes. La amplificación longitudinal de la imagen esta dada por

$$M_{long} = \frac{dz}{dz_o} = -\frac{1}{\mu} M_{lat} \tag{2.9}$$

la cual excepto por el factor de fase $1/\mu$, es idéntica al de la amplificación longitudinal de una lente.

La profundidad de foco está dada por

$$\Delta z = \pm (\Delta a/\tan \alpha_o)(1/\mu) M_{lat} \tag{2.10}$$

donde Δa es el diámetro del circulo tolerable de confusión y α_o es la abertura relativa en el lado del objeto.

Aberraciones de tercer orden.- El término de tercer orden de la fase de la esfera de referencia gaussiana la cual ha sido definida a primer orden por (ec. 2.2) está dada por:

$$\Phi^3 = \frac{2\pi}{\lambda_c}\Big[-\frac{1}{8} z^3 (x^4 + y^4 + 2x^2y^2 - 4x^3a - 4y^3b - 4xy^2a - 4x^2yb - 6x^2a^2 - 6y^2b^2 + 2x^2b^2 + 2y^2a^2 + 8xyab - 4xa^3 - 4yb^3 - 4xab^2 - 4ya^2b)\Big] \qquad (2.11)$$

reemplazando X y Y con coordenadas polares ρ y θ se obtiene la siguiente expresión para aberración de tercer orden

$$W = \frac{2\pi}{\lambda_c}\Big[-\frac{1}{8}\rho^4 S \qquad \text{Esfericidad}$$

$$+ \frac{1}{2}\rho^3(\cos(\theta)C_x + \operatorname{sen}(\theta)C_y) \qquad \text{Coma}$$

$$+ \frac{1}{2}\rho^2(\cos^2(\theta)A_x + \operatorname{sen}^2(\theta)A_y + 2\cos(\theta)\operatorname{sen}(\theta)A_{xy}) \qquad \text{Astigmatismo}$$

$$- \frac{1}{4}\rho P \qquad \text{Curvatura de Campo}$$

$$+ \frac{1}{2}\rho(\cos(\theta)D_x + \operatorname{sen}(\theta)D_y)\Big] \qquad \text{Distorsión}$$

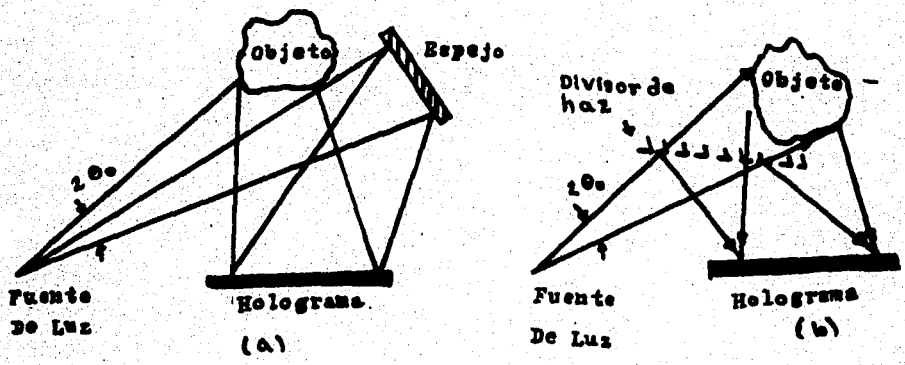
(2.12)

donde los parámetros de cada una de las aberraciones vienen dados en la tabla 2, Apéndice B.

Al analizar los parámetros para cada una de las aberraciones se observa que éstas pueden desaparecer simultáneamente para una imagen usando haces de referencia e iluminación paralelos y escogiendo $m = \mu$.

Fuente de Luz.-

Los requisitos que se imponen a las fuentes de luz usadas para la formación de hologramas, dependen de los parámetros determinados por el objeto y el arreglo de las componentes ópticas necesarias. Dos métodos comunes para obtener el haz de referencia y el haz del objeto de una fuente se muestran en la siguiente figura:



En la Fig.(a) el haz del objeto y de referencia se obtienen dividiendo el frente de onda, y en la Fig.(b) dividiendo la amplitud. En cada uno de los casos anteriores, la fuente de un frente de onda, cuya extensión angular es $2\theta_0$. Si se quiere que la fase relativa del haz del objeto y de referencia sea suficientemente independiente del tiempo sobre el plano del holograma (de tal forma que se pueda grabar el patrón de interferencia (Ref.12, Cap.10), la fuente de emisión deberá tener la coherencia espacial suficiente en el ángulo $2\theta_0$, este requisito se satisface fácilmente utilizando preferentemente un laser con modo -

de oscilación TEM_{00} (Ref.13). Otro requisito es que la fuente tenga la suficiente coherencia temporal o longitudinal de tal forma que la diferencia de caminos ópticos para los rayos de luz viajando entre la fuente y el holograma (via reflexiones de la Superficie del Objeto y los espejos de referencia) deberá ser menor que la longitud de coherencia.

En el proceso de reconstrucción, si el frente de onda original necesita ser reconstruido con un mínimo de aberración, la dirección y el radio de curvatura del haz de reconstrucción, deberán ser idénticos a los del haz de referencia usado para formar el holograma. La resolución de la imagen producida por el haz de reconstrucción bajo estas condiciones, solamente esta limitada por la medida del holograma y las propiedades de coherencia de la fuente de luz utilizada en la reconstrucción.

Para obtener la mejor resolución en la imagen la fuente de luz utilizada en la reconstrucción deberá ser tan coherente como la fuente de luz utilizada en el proceso de grabado, sin embargo en muchos casos ésto no se desea o no es necesario, y, puede utilizarse un laser de potencia, de modo multilongitudinal e inclusive producir una imagen más brillante que con un laser de modo simple sin tener una pérdida apreciable en la calidad de la imagen (Ref.3 Cap.7).

Visibilidad de las Franjas en el Grabado de Hologramas.-

El grabado de un holograma depende fundamentalmente de la existencia de franjas de alto contraste en el plano de grabado. De la ecuación 1.3, la intensidad para dos haces que interfieren está dada por:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\,\cos(\phi_o - \phi_n) \tag{2.13}$$

Un alto contraste significa que la amplitud del término que varía senoidalmente es comparable con el término constante $I_1 + I_2$. Entre mayor sea la amplitud de la componente senoidal, mayor será la amplitud de la onda difractada en el proceso de reconstrucción. De la definición de eficiencia de difracción vemos que un alto contraste en el patrón de las franjas de interferencia, implica una imagen brillante. En la práctica es recomendable verificar el contraste de las franjas observando con un microscopio sobre el plano del holograma.

Linealidad.-

Otro de los aspectos importantes es la fidelidad con que la imagen del objeto debe ser reconstruida, la cual esta íntimamente relacionada con el grabado lineal del holograma. Si, por ejemplo, se requiere una imagen precisa en un holograma de absorción, la grabación del holograma deberá ser tal, que su amplitud de transmitancia esté linealmente relacionada con la intensidad del patrón de interferencia.

Se dice que el holograma ha sido grabado linealmente, si la amplitud compleja del frente de onda reconstruido es una función proporcional al frente de onda original en todo el plano del holograma.

La condición para un grabado lineal, es que la derivada de la transmitancia compleja (t) del holograma respecto a la exposición (E) sea -- constante:

$$\frac{dt}{dE} = cte. \tag{2.14}$$

La condición anterior, puede satisfacerse en el intervalo de exposición, el cual puede darse en función de la visibilidad máxima por:

$$E_0(1 - V_{max}) < E < E_0(1 + V_{max}) \tag{2.15}$$

donde E_0 representa el término d.c. (Ref.3 Cap.7.2.2).

La transmitancia compleja en un medio fotosensitivo utilizado para grabar hologramas planos puede caracterizarse por:

$$t = |t| \exp(i\phi) \tag{2.16}$$

y su derivada respecto a la exposición es:

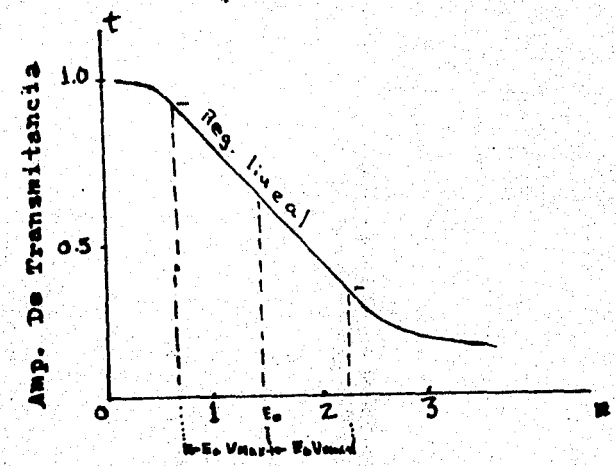
$$\frac{dt}{dE} = \frac{d|t|}{dE} \exp(i\phi) + |t| \exp(i\phi) \frac{d\phi}{dE} \tag{2.17}$$

cuando el material se expone a la luz, el módulo $|t|$ y la fase ϕ de la transmitancia pueden alterarse. Si dt/dE es finito y $d\phi/dE = 0$, el material forma un holograma de absorción. Si $d\phi/dE$ es finito y $dt/dE = 0$, el material forma un holograma de fase. cuando se forma un holograma de absorción en una emulsión fotosensitiva, la condición para grabado lineal se convierte en:

$$d|t|/dE = ct_k \tag{2.18}$$

para asegurar linealidad, se puede obtener una curva de transmitancia contra exposición (t-E) para un tipo de emulsión. El rango de la exposición dado por (2.15) permanece (aproximadamente) dentro de la porción lineal de la curva (t-E) Fig. 2.2

fig. 2.2



La curva puede obtenerse experimentalmente midiendo la transmitancia de la intensidad $\mathcal{J}$ como una función de E y luego calculando $t=\sqrt{\mathcal{J}}$.

Para el caso de hologramas de fase se tiene que

$$\exp(i\Phi)\frac{d\Phi(E)}{dE} = cte \qquad (2.19)$$

Para grabado lineal, la cual sólo tiene la solución trivial $d\phi(E)/dE=0$ lo cual indica que no se puede tener un grabado estrictamente lineal.

Ruido.-

Ruido en holografía, es luz indeseable dispersada o difractada, en la misma dirección que el frente de onda reconstruido. El ruido se atribuye principalmente, a las siguientes fuentes:

1.- Ruido debido al grano de la emulsión.- Esta fuente de ruido produce

a) Dispersión azarosa del haz de referencia y del objeto en el proceso de grabado.

b) Dispersión azarosa del haz de reconstrucción y de la onda reconstruida en el holograma procesado.

Esta fuente de ruido usualmente no es importante, excepto cuando la -

eficiencia de Difracción es baja. La eficiencia de difracción inevitablemente es baja cuando la placa es expuesta brevemente a un objeto poco reflector o cuando se superponen un gran número de hologramas de absorción en la misma placa. El ruido debido al grano de la emulsión, determina el límite superior del número de hologramas que se pueden superponer. (Ref.3 Sec.20.3) Un holograma con luz incoherente es, en efecto, una superposición de hologramas de baja eficiencia y este ruido representa limitación dominante en su realización.

2.- Modulación espacial del frente de onda de referencia y de reconstrucción: Esta fuente de ruido no depende de las propiedades del material de grabado y es importante solamente cuando se usa un haz de referencia espacialmente modulado para formar el holograma. Si la amplitud compleja de la onda de reconstrucción en el plano del holograma es linealmente proporcional al haz de referencia, entonces el ruido representa una difusión del frente de onda reconstruido.

3.- Inhomogeneidad y deformación de la superficie del material de grabado: Esta fuente de ruido se deriva de la preparación del material de grabado o bien del proceso del material después de la exposición y hace que los frentes de onda se distorsionen al pasar a través del material. Estos defectos pueden ser detectados antes de la exposición y las placas holográficas malas pueden ser rechazadas.

4.- No linealidad en el grabado: Esta fuente de ruido es de las más importantes, pues en este caso aparecen otros ordenes de difracción los cuales se superponen en una parte de la imagen primaria reconstruida haciéndola irreconocible. De la ecuación 2.15 vemos que limitando

la visibilidad máxima de las franjas se reducen los efectos de grabado no-lineal, sin embargo ésto va en detrimento de la eficiencia de difracción, sin embargo, utilizando la relación $\sqrt{\eta} = S E_0 V$ donde s es la sensitividad (Ref.3 Cap.10) se puede hacer un buen compromiso entre maximización de la eficiencia de difracción, y minimización de los efectos no-lineales.

CAPITULO III.- INTERFEROMETRIA HOLOGRAFICA.

Introducción.-

La interferometría ha tenido una gran aplicación, debido a la alta precisión que se puede obtener con ella. Una importante inovación que ha ampliado el campo de acción de esta rama de la óptica, ha sido la interferometría holográfica. Con esta inovación, es posible entre otras cosas el estudio interferométrico de objetos tridimensionales de forma arbitraria. Debido a que estos objetos pueden ser examinadas interferométricamente en diferentes perspectivas, un holograma interferométrico es equivalente a muchas observaciones con un interferómetro convencional. También es posible, examinar un objeto en dos tiempos diferentes; es posible detectar con precisión de longitud de onda, cualquier cambio en un objeto en un período de tiempo.

La holografía nos ofrece tres formas de atacar problemas interferométricos las cuales son: Interferometría holográfica de tiempo real o de una exposición, de doble exposición y de exposición múltiple. En este capítulo se presentan los fundamentos teóricos de la interferometría holográfica de tiempo real y de doble exposición, su aplicación al analisis de deformaciones, y una forma para atacar este problema propuesta por Haines y Hildebrand.

Interferometría Holográfica de tiempo real.-

Consiste en hacer interferir la imagen reconstruida del objeto, con el objeto mismo el cual ha sufrido un cambio ligero. Para entender este proceso vamos a considerar que el holograma que ha sido grabado como se indicó

en el capitulo I (y cuya amplitud de transmitancia esta dada por la ecuación 1.4) es colocado exactamente en la misma posición que ocupaba durante la exposición e iluminado con una onda:

$$C(x) = O^{*}(x) + R(x) \tag{3.1}$$

lo cual significa que además del haz de reconstrucción similar al haz de referencia, el holograma se ilumina con el haz proveniente del objeto que ha sufrido un ligero cambio. Considerando que $O'(x)$ tiene la misma distribución de amplitud que $O(x)$ pero una ligera diferencia en la distribución de la fase, $O'(x)$ puede escribirse como:

$$O'(x) = O(x)\, e^{i\phi'(x)} \tag{3.2}$$

El campo transmitido por el holograma $\psi(x) = t(x)\, C(x)$ consiste de varios frentes de onda viajando en distintas direcciones. La componente de interés del campo transmitido $\psi'(x)$, es la suma del frente de onda que produce la imagen primaria, debido a $R(x)$ más el frente de onda $O'(x)$ transmitido directamente por el holograma. Donde:

$$\Psi'(x) = O_0(x)\left\{ \left[R_0^2 + O_0^2\right] e^{i\phi_0'(x)} + R_0^2\, e^{i\phi_0(x)} \right\} \tag{3.3}$$

La irradiancia que recibe el ojo, o cualquier detector óptico es:

$$|\Psi'(x)|^2 = O_0^2\left\{ \left[R_0^2 + O_0^2\right]^2 + R_0^4 + 2R_0\left[R_0^2 + O_0^2\right] \cos(\phi_0'(x) - \phi_0(x)) \right\} \tag{3.4}$$

La distribución de irradiancia consiste de una serie de franjas, las franjas estan localizadas en el lugar de todos los puntos para los cuales $\phi_0'(x) - \phi_0(x) = cte.$

Una franja obscura se produce cuando

$$\phi_0'(x) - \phi_0(x) = (m + \tfrac{1}{2})\pi \quad \text{Para } m = 0, 1, 2, \ldots \tag{3.5}$$

Las limitaciones experimentales que tiene este método son las condiciones de gran estabilidad que requiere el dispositivo experimental, además que el holograma sea colocado en la misma posición que ocupaba -- cuando fué grabado.

Interferometría Holográfica de Doble Exposición.-

El interferograma holográfico de doble exposición es similar al de -- simple exposición, con la diferencia que en el primero el cambio sufrido entre las exposiciones queda grabado permanentemente y las dos frentes de onda que interfieren pueden ser reconstruidas independientemente del arreglo utilizado en el proceso de grabado.

Para un interferograma de doble exposición es necesario hacer dos hologramas en el mismo medio de grabado. La imagen primaria de uno de estos hologramas constituye el frente de onda de comparación como en el caso de una exposición y la imagen primaria del otro holograma, el -- frente de onda de prueba. El fenómeno de interferencia causado por - cambios en el camino óptico del frente de onda del objeto entre las - exposiciones, se produce cuando se ilumina el holograma.

Conceptualmente, el interferómetro holográfico de doble exposición es análogo al de una exposición, y puede ser extendido a exposición múltiple con resultados interesantes (Ref. 14).

Aplicación al Análisis de Deformaciones.-

Una de las principales aplicaciones de la interferometría holográfica es el análisis de deformaciones usando la técnica de reconstrucción del frente de onda. Esta técnica tiene bastante en común con la técnica de franjas de Moiré la cual dá buenos resultados cuando se miden translaciones y rotaciones pequeñas (Ref. 15) con la técnica de Moiré es posible obtener una precisión de un micrón utilizando rejillas lineales con 6350 lineas/pulgada en la medición de translaciones, y de medio segundo en rotaciones utilizando rejillas radiales de 1000 lineas/pulgada. Sin embargo, cuando se trata de medir deformaciones, no es posible usar rejillas como en las casos anteriores y es necesario rayar la superficie del objeto que va a ser analizado, por lo tanto no se tiene la alta frecuencia espacial ni la linealidad que se tiene en las rejillas y la precisión en la medida baja considerablemente.

En resumen, la técnica de franjas de Moiré tiene tres serias desventajas las cuales no existen con la técnica de reconstrucción del frente de onda, las cuales son:

a) El método está restringido a modelos bidimensionales;

b) Se requiere un modelo del objeto;

c) La sensibilidad no es alta (Ref.16)

Con la técnica de reconstrucción del frente de onda, es posible analizar un objeto complejo tridimensional, y el desplazamiento que se puede medir puede ser de una fracción de longitud de onda si se desea. El análisis puede hacerse utilizando simple o doble exposición.

El problema principal en el análisis de deformación de superficies es la

interpretación de las franjas observadas. Haines y Hildebrand propo nen una teoría la cual está restringida por las aproximaciones que se hacen, sin embargo la principal limitación en la precisión son - los errores introducidos en las medidas de los distintos parámetros.

Análisis de Haines y Hildebrand.-

Haines y Hildebrand (Ref.17) dividen el análisis en dos categorías. Consideran primero el caso en que las franjas están localizadas muy cerca o sobre el objeto. El término muy cerca se refiere a distan-- cias menores ó del orden de 10^3 longitudes de onda de la superficie del objeto. La segunda categoría se refiere al caso cuando las fran jas de interferencia se forman cuando menos a una distancia de va- - rios miles de longitudes de onda de la superficie del objeto.

El único caso cuando las franjas de interferencia se forman sobre el objeto es cuando ha ocurrido solamente una rotación. Considerando la figura 3.1 el origen del sistema de coordenadas está colocado sobre el punto de rotación del objeto. Si se ha grabado en la misma placa cada una de las posiciones del objeto, la diferencia de caminos ópticos de la fuente al observador via los - puntos de las imagenes reconstruidas del objeto antes y después de la rotación, es aparente. Para cualquier punto (y), esta diferencia de caminos en primera aproximación es:

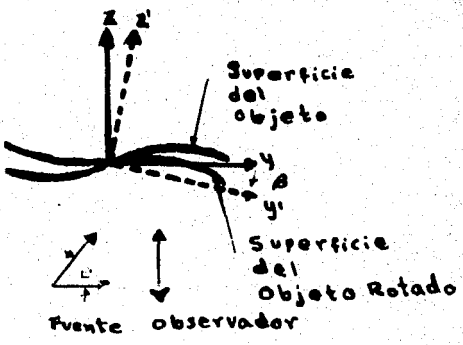


Fig. 1.3

$$S = Y\beta(1 + \operatorname{sen}\theta) \qquad (3.6)$$

La radiación de las dos imágenes difiere sólo por un corrimiento lineal en la fase dado por:

$$\phi = (2\pi/\lambda)\, y\beta(1 + \operatorname{sen}\theta) \tag{3.7}$$

un sistema de franjas paralelas se forma muy cerca de la superficie La distancia entre estas franjas cerca de la vecindad del punto de observaciones es:

$$D = (\lambda/\beta)(1 + \operatorname{sen}\theta)^{-1} \tag{3.8}$$

Midiendo D puede determinarse el ángulo β de rotación del objeto.

Ahora vamos a considerar el caso general en el cual se tiene rotación y translación. De la figura 3.2, el origen de coordenadas del sistema se coloca en el punto sobre el cual se va a observar. La rotación puede describirse en términos de los ángulos de Euler α, β, γ. La translación

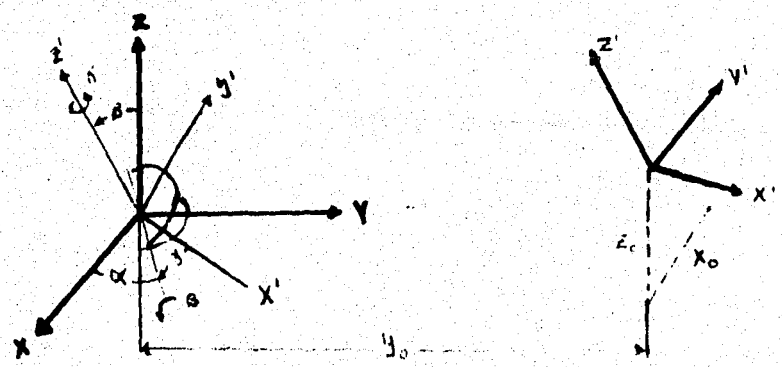


Fig. 3.2

puede designarse por $(X_0, Y_0, Z_0) = \overline{R}_0$ la posición 1 se refiere al objeto original y la posición 2 al objeto cuando ha sido levemente modi

ficado respecto a la posición original. Las coordenadas primadas están relacionadas con las coordenadas originales por medio de la matriz de Euler, la cual para una rotación pequeña (donde $(\alpha+\gamma)$ y β son pequeñas) puede escribirse como:

$$\begin{Vmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & -\alpha-\gamma & \beta \operatorname{Sen}\gamma \\ \alpha+\gamma & 1 & -\beta\cos\gamma \\ \beta\operatorname{Sen}\alpha & \beta\cos\alpha & 1 \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Vmatrix} \tag{3.9}$$

En notación corta estas matrices pueden escribirse como:

$$\| X' \| = \| E_{x,x'} \| \, \| X \| \tag{3.10}$$

cuando se considera también translación

$$\| X' \| = \| E_{x,x'} \| \{ \| X \| - \| T \| \} \quad \text{donde} \quad \| T \| = \begin{Vmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{Vmatrix} \tag{3.11}$$

Si la reflectividad compleja de la superficie del objeto en las posiciones 1 y 2 es $f(X,Y,Z)$ y $f(X',Y',Z')$ respectivamente, el problema se reduce a comparar la radiación procedente del objeto en las posiciones 1 y 2 en un punto general de observación $\bar{R}_3 = (X_3, Y_3, Z_3)$

Si el objeto se ilumina con una fuente puntual colocada en $\bar{R}_5 = (X_5, Y_5, Z_5)$ y si $\bar{R}_3$ y $\bar{R}_5$ son mucho mayores que los otros parámetros, la expresión para el campo difractado en el punto (X_3, Y_3, Z_3) está dada por:

$$A_1 + A_2 = \iiint \exp\left\{ -\frac{i2\pi}{\lambda} \left(\sum (a_i)^2 \right)^{1/2} \right\} f(x,y,z) \exp\left\{ -\frac{i2\pi}{\lambda} \left(\sum (b_i)^2 \right)^{1/2} \right\} dx\,dy\,dz$$
$$+ \exp\left\{ -\frac{i2\pi}{\lambda} \left(\sum (c_i)^2 \right)^{1/2} \right\} f(x',y',z') \exp\left\{ -\frac{i2\pi}{\lambda} \left(\sum (d_i)^2 \right)^{1/2} \right\} dx'\,dy'\,dz' \tag{3.12}$$

donde a_i, b_i, c_i, d_i son el elemento i-esimo de las matrices

$$
\begin{aligned}
\|A\| &= \|X_s\| - |X| \\
\|B\| &= \|X_s\| - |X| \\
\|C\| &= \|X_s\| - \{\|E_{xx'}\|^{-1}\|X'\| + \|T\|\} \\
\|D\| &= \|X_s\| - \{\|E_{xx'}\|^{-1}\|X'\| + \|T\|\}
\end{aligned}
\tag{3.13}
$$

respectivamente. Considerando que se tienen pequeñas translaciones y rotaciones, al calcular las sumas de la ecuación 3.12 se desprecian los términos de segundo orden o mayores. Con estas consideraciones y re-arreglando términos, la ecuación 3.12 puede escribirse como:

$$
\begin{aligned}
A_1+A_2 = & \iiint g(x,y,z)\,dx\,dy\,dz \; + \\
& + \exp\{i\phi\} \quad g(x,y,z)\exp(-i(\omega_x x+\omega_y y+\omega_z z))\,dx\,dy\,dz
\end{aligned}
\tag{3.14}
$$

donde $\phi = \dfrac{2\pi}{\lambda}\left(\dfrac{x_0x_s+y_0y_s+z_0z_s}{R_s} \pm \dfrac{x_0x_3+y_0y_3+z_0z_3}{R_3}\right)$ (3.15)

y

$$
\omega_x = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{x_0+y_0(\alpha+\beta)-z_0\,\mathrm{sen}\,\gamma}{R} - \frac{x_s}{R_s^3}\bar{R}_s\cdot\bar{R}_0 \pm \frac{x_0+y_0(\alpha+\beta)-z_0\,\mathrm{sen}\,\gamma}{R_3} \pm \frac{x_3}{R_3^3}\bar{R}_3\cdot\bar{R}_0\right)
$$

$$
\omega_y = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{y_0-x_0(\alpha+\gamma)-z\,\mathrm{sen}\,\gamma}{R_s} - \frac{y_s}{R_s^3}\bar{R}_s\cdot\bar{R}_0 \pm \frac{y_0-x_0(\alpha+\gamma)+z_0\cos\gamma}{R_3} \pm \frac{y_3}{R_3^3}\bar{R}_3\cdot\bar{R}_0\right)
$$

$$
\omega_z = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{z_0-x_s\,\mathrm{sen}\,\gamma-y\cos\alpha}{R_s} - \frac{z_s}{R_s^3}\bar{R}_s\cdot\bar{R}_0 \pm \frac{z_0-x_0\,\mathrm{sen}\,\alpha-y_0\cos\alpha}{R_3} \pm \frac{z_3}{R_3^3}\bar{R}_3\cdot\bar{R}_0\right)
$$

(3.16)

y

$$(x,y,z)= f(x,y,z)\exp\left\{-\frac{i2\pi}{\lambda}\left(\frac{(x_s-x)^2+(y_s-y)^2+(z_s-z)^2}{R_s} \pm \frac{(x_s-x)^2+(y_s-y)^2+(z_s-z)^2}{R_s}\right)\right\}$$

El signo + indica que las franjas se forman atrás del objeto, y ω_x, ω_y, ω_z son las coordenadas en el espacio de frecuencias.

Usando la teoría de transformada de Fourier, la ecuación 3.14 puede escribirse como:

$$A_1+A_2=G(0)+e^{i\phi}G(\omega_x,\omega_y,\omega_z) \qquad (3.17)$$

Si $\omega_x=\omega_y=\omega_z=0$, la expresión 3.17 representa la suma de dos fren-- tes de onda idénticos excepto por un término de fase lineal. Este es el requisito para que se formen franjas de interferencia. La frecuencia espacial de las franjas se determina por el término de fase lineal , el cual es invariante ante rotaciones y puede escribirse como:

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{x_0x_{sL}+y_0y_{sL}+z_0z_{sL}}{R_s} \pm \frac{x_0x_{sL}+y_0y_{sL}+z_0z_{sL}}{z_{sL}}\right) \qquad (3.18)$$

donde los sub-índices L se refieren al sistema de coordenadas alineado en la dirección de observación. Derivando ϕ respecto X_{sL} y Y_{sL} es posible evaluar X_0 y Y_0 los cuales representan desplazamientos laterales respecto a la dirección de observación. Utilizando la relación

$\nu = \frac{1}{D}$

tenemos que

$$X_0 = \frac{\lambda R_s}{D_x} \quad , \quad Y_0 = \frac{\lambda R_s}{D_y} \qquad (3.19)$$

donde D_x y D_y es el espacio entre las franjas en la dirección (X) y en la dirección (y). Sin embargo no se tiene una ecuación para Z_0 y por lo tanto es necesario examinar la estructura de las franjas en -

otro punto. Con los nuevos valores de los parámetros y utilizando la ecuación 3.18 encontramos el valor de Z_0. Substituyendo los valores de X_0, Y_0, Z_0 en las ecuaciones 3.16 y considerando $\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0$ el conjunto resultante puede resolverse para las rotaciones.

Una importante limitación a esta teoría es que las franjas se forman aun cuando ω_x, ω_y y ω_z no sean idénticas a cero. Esto significa que el punto X_3, Y_3, Z_3 donde se forman las franjas, puede ser medido sólo aproximadamente.

CAPITULO IV.- UN EXPERIMENTO.

Introducción.-

En este capitulo se presenta una verificación experimental de la teoría de Haines y Hildebrand. Para los casos de rotación y translación puras. Se explica con detalle el procedimiento seguido, se muestran resultados y se hace un análisis de las limitaciones del método.

Procedimiento.-

Se utilizaron dos discos planos diferentes, los cuales se sometieron uno a movimiento de rotación y el otro a movimiento de translación. Para el movimiento de rotación, el disco se montó en un dispositivo especial Fig. 4.1, diseñado para tener una medida del ángulo de rotación y poder comparar el resultado obtenido experimentalmente. Para el movimiento de translación, el disco forma parte de un montaje utilizado en los microscopios para este fín (Fig. 4.2). En el caso de rotación la escala minima es de dos micrómetros y en el de translación de un micrómetro.

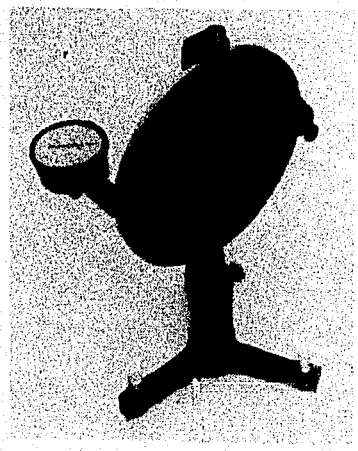


Fig. 4.1

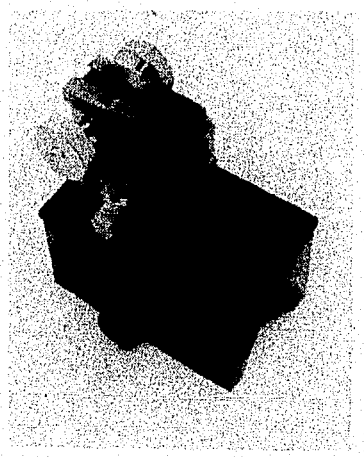


Fig. 4.2

El arreglo utilizado para tomar los hologramas de doble exposición se muestra en la Fig.(4.3). Se utilizaron placas holográficas 649F de Kodak.

Fig. 4.3

En el caso de rotación, la separación (D) de las franjas (Ec. 3.8) se puede medir observando con un microscopio y moviéndolo lateralmente respecto a la línea de observación o bien contando el número de franjas en una distancia conocida (de esta manera el error en la medida es menor y no es necesario considerar la amplificación lateral del sistema), de esta forma se hicieron las medidas en este experimento.

En el caso de translación pura, la medida de D_x ó D_y (Ec. 3.19) se hizo en forma similar que en el caso de rotación. Para medir la distancia (R_3) de las franjas al objeto, es necesario tener un sistema con una profundidad de foco pequeña (un microscopio). Dada la posición del objeto, fué necesario introducir además una lente y observar entonces con el microscopio las imágenes reales del objeto y las franjas formadas por ésta. En

este caso fué necesario considerar la amplificación longitudinal del sistema.

Resultados.-

a) Rotación.- En este caso, el disco se giró un ángulo $\beta = 5.60 \times 10^{-5}$ rad $\pm$ 1.0×10^{-5} rad. El interferograma que se obtuvo con esta rotación se muestra en la Fig. 4.4 como se puede observar, tanto las franjas como el objeto están en foco, lo cual indica que se tuvo aproximadamente rotación pura. Esto se verificó utilizando un microscopio - (el cual tiene una profundidad de foco mucho menor que una cámara fotográfica.

Fig. 4.4

La separación medida entre franjas fué

$D = 5.6$ mm. $\pm$ .05 mm

La rotación calculada utilizando

$$\beta = \lambda / [D(1 + \operatorname{sen}\theta)] \qquad (4.1)$$

con $\lambda = .6328\ \mu$ y $= 60° \pm 5°$

fué

$$\beta = 6.1 \times 10^{-5} \text{ rad.} \pm .19 \times 10^{-5} \text{ rad.}$$

donde el error de β se calculó utilizando la relación

$$\delta\beta = \left|\frac{\partial\beta}{\partial D}\right| \delta D + \left|\frac{\partial\beta}{\partial\theta}\right| \delta\theta \qquad (4.2)$$

(Ref.18 Cap.3)

Como se puede observar de los resultados numéricos obtenidos, el error en la medida de β es menor con el método interferométrico.

b) Translación.- La translación medida directamente con el micrómetro fué de $20\mu \pm 1\mu$. En este caso las franjas localizadas no estan sobre la superficie del objeto. La figura 4.5 muestra la imagen del objeto en foco, las franjas que se alcanzan a ver se debe a que la profundidad de campo de la cámara es grande. En la Fig. 4.6 se muestra la imagen de las franjas localizadas. En este caso la imagen del objeto no está bien definida.

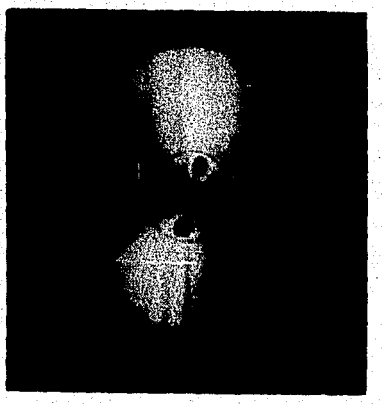


Fig.4.5

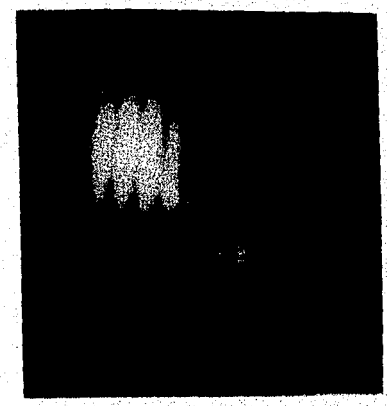


Fig.4.6

En la figura 4.6 las franjas localizadas se encuentran sobre la superficie del objeto a una distancia

$$R_3 = 150.25\ mm \pm 30\ mm$$

La translación calculada utilizando la relación

$$X_o = \lambda R_3 / D_x \qquad (4.3)$$

donde $\lambda = .6328\mu$ y $D_x = 4.546mm \pm .006mm$

fué

$$X_o = 20.8824\mu \pm 4.36\mu$$

El error se obtuvo utilizando la relación

$$\delta X_o = \left|\frac{\lambda}{D_x}\right| \delta R_3 + \left|\frac{R_3}{D_x^2}\right| \delta D_x$$

El 21% de error que se obtiene se debe principalmente a que las franjas no se localizan con precisión.

Limitaciones del Método.-

Cuando se tiene rotación pura, las medidas del ángulo de rotación que pueden realizarse están limitadas inferior y superiormente por el tamaño de la región a analizar y por la resolución del sistema utilizado para medir la separación entre las franjas respectivamente. En el primer caso, la separación de las franjas deberá ser menor que el tamaño de la región del objeto que se va a analizar ($D < D_{ob}$), para que la medida tenga sentido, el error deberá ser menor del 50% ($\beta > 2\delta/3$). Con las condiciones anteriores y utilizando la ecuación 4.1 tenemos que:

$$\beta > 2 \left|\frac{\lambda}{D_{ob}^2 (1 + \operatorname{Sen}\theta)}\right| \delta D + \left|\frac{\lambda \cos\theta}{D_o (1 + \operatorname{Sen}\theta)^2}\right| \delta\theta$$

En el límite superior, tenemos que las franjas de interferencia estarán muy juntas. En este caso el límite esta impuesto por el poder de resolución del sistema óptico utilizado para medir la separación entre las franjas. Una forma de tomarlo en cuenta es utilizando el criterio de Rayleigh: Si la distancia focal del sistema es f y el diámetro de la pupila d, la distancia mínima de separación que se puede resolver es $D = 1.22\,\lambda_s f/d$. De las consideraciones anteriores y utilizando la ecuación 4.2 tenemos que:

$$\beta \leq \lambda d / [1.22\,\lambda_s f(1+\operatorname{sen}\theta)]$$

Los resultados anteriores, dan una idea del límite impuesto por el sistema.

En el caso de translación pura, la condición impuesta en el límite inferior para la distancia de separación entre las franjas es la misma que en el caso de rotación, pero además hay que considerar la distancia entre el objeto y las franjas localizadas. En el límite inferior, las franjas están localizadas muy cerca del objeto y utilizando la ecuación 4.4 podemos decir que:

$$X_o > 2\left|\frac{\lambda}{D_{ob}}\right| \delta R_3$$

Debido a que el experimento no puede controlarse en el laboratorio como en el caso de translación, nada se puede decir acerca del límite superior en la medida.

Conclusiones.-

Se hizo una verificación experimental de la teoría de Haines y Hildebrand para la medida de deformación de superficies utilizando la técnica de reconstrucción del frente de onda. Se hizo para los casos particulares

de rotación y translación puras. Los resultados obtenidos son satisfactorios, sin embargo pueden mejorarse usando técnicas de medidas más refinadas. En el caso general para medir la deformación de una superficie cualquiera, se miden rotaciones y translaciones región por región y de esta forma se puede tener una idea precisa de las deformaciones que sufrió el objeto. Esta técnica da las bases para un mejor estudio del análisis de esfuerzos.

APENDICE A.-

En este apéndice se presentan la notación básica y la posición de los ejes de coordenadas utilizados en el capitulo I. El origen del sistema de coordenadas cartesianas está centrado en el medio de grabado Fig. 1(a). Para hologramas planos, el medio de grabado bidimensional define el plano y - x.

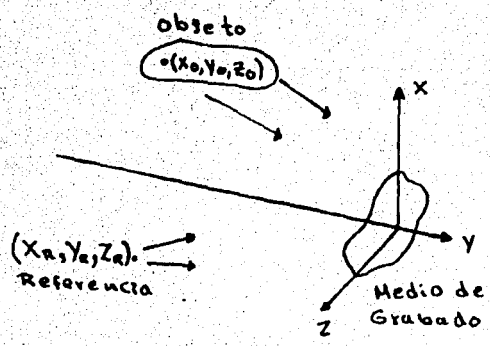


Fig. 1(a)

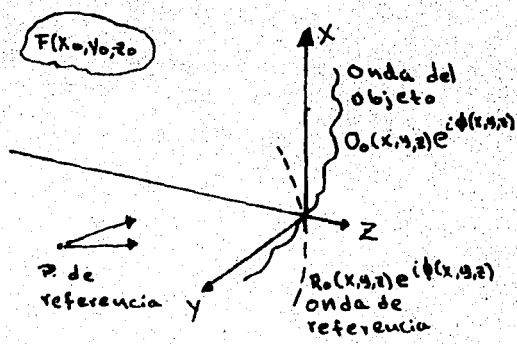


Fig. 1(b)

La posición de un punto cualquiera sobre el objeto se denota por (X_o, Y_o, Z_o). Si el haz de referencia proviene de una fuente puntual la posición de esta se denota por (X_r, Y_r, Z_r). La distribución de amplitud en el objeto se denota por $F(X_o, Y_o, Z_o)$. Este campo da una perturbación $O(x,y,z) = O_o(x,y,z)\, e^{i\phi_o(x,y,z)}$ en el plano del holograma. La perturbación producida por el haz de refe

rencia en el plano del holograma se denota por $R(x,y,z) = R_o(x,y,z)$ $e^{i\phi_R(x,y,z)}$. La dependencia en el tiempo se omitió y O y R se consideran amplitudes complejas. Si en el proceso de reconstrucción se utiliza una fuente puntual, la posición de esta se denota por (x_c, y_c, z_c) . La perturbación en el holograma producida por el haz de reconstrucción se denota por $C(x,y,z) = C_o(x,y,z)\, e^{i\phi_c(x,y,z)}$

La perturbación en el plano del holograma debido al objeto puede calcularse utilizando la integral de Fresnel-Kirchoff, la cual en este caso queda como:

$$O(x,y,z) = \frac{-i}{2\lambda}\iint_{-\infty}^{\infty} F(x_o,y_o)\,(1+\cos\theta)\,\frac{e^{ikr}}{r}\,dx_o\,dy_o \qquad \text{(A-1)}$$

donde

$$r = \left[(x_o-x)^2 + (y_o-y)^2 + (z_o-z)^2\right]^{1/2} \qquad \text{(A-2)}$$

Esfericidad

$$S = \frac{\mu}{m^4}\left[\left(\frac{\mu^2}{m^2}-1\right)\left(\frac{1}{z^3}-\frac{1}{z_e^3}\right) - 3\frac{\mu}{z_c}\left(\frac{1}{z_o^2}+\frac{1}{z_e}\right) + 3\left(\frac{m^2}{z_c^2} - \frac{\mu}{m^2 z_o z_e}\right)\left(\frac{1}{z_o}-\frac{1}{z_e}\right) + 6\frac{\mu}{z_o z_e z_c}\right].$$

Coma

$$C_x = \frac{\mu}{m}\frac{1}{z_c^2}\left(\frac{x_o}{z_o}-\frac{x_e}{z_e}\right) - \frac{\mu}{m^3}\frac{1}{z_o^3}\left[\frac{x_o}{z_o}\left(1-\frac{\mu^2}{m^2}\right) + \frac{\mu}{m}\frac{x_c}{z_c} + \frac{\mu^2}{m^2}\frac{x_e}{z_e}\right] + \frac{\mu}{m^3}\frac{1}{z_e^3}\left[\frac{x_e}{z_e}\left(1-\frac{\mu^2}{m^2}\right) - \frac{\mu}{m}\frac{x_c}{z_c} + \frac{\mu^2}{m^2}\frac{x_o}{z_o}\right]$$

$$+ 2\frac{\mu}{m^2}\left(\frac{x_c}{z_c} - \frac{\mu}{m}\frac{x_o}{z_o} + \frac{\mu}{m}\frac{x_e}{z_e}\right)\left(\frac{1}{z_o z_c} - \frac{1}{z_c z_e} + \frac{\mu}{m^2}\frac{1}{z_o z_e}\right).$$

Astigmatismo

$$A_x = \frac{\mu}{m^2}\frac{x_c^2}{z_c^2}\left(\frac{1}{z_o}-\frac{1}{z_e}\right) - \frac{\mu}{m^2}\frac{x_o^2}{z_o^2}\left[\left(1-\frac{\mu^2}{m^2}\right)\frac{1}{z_o} + \frac{\mu}{z_c} + \frac{\mu^2}{m^2}\frac{1}{z_e}\right] + \frac{\mu}{m^2}\frac{x_e^2}{z_e^2}\left[\frac{1}{z_e}\left(1-\frac{\mu^2}{m^2}\right) - \frac{\mu}{z_c} + \frac{\mu^2}{m^2}\frac{1}{z_o}\right]$$

$$+ 2\frac{\mu}{m}\left(\frac{1}{z_c} - \frac{\mu}{m^2}\frac{1}{z_o} + \frac{\mu}{m^2}\frac{1}{z_e}\right)\left(\frac{x_o x_c}{z_o z_c} - \frac{x_e x_c}{z_e z_c} + \frac{\mu}{m}\frac{x_o x_e}{z_o z_e}\right).$$

Curvatura de Campo.

$$F = A_x + A_y.$$

Distorsión

$$D_x = \frac{\mu}{m}\left[\left(\frac{\mu^2}{m^2}-1\right)\left(\frac{x_o^3}{z_o^3} - \frac{x_e^3}{z_e^3} + \frac{x_o y_o^2}{z_o^3}\right) + \frac{3x_o}{z_o}\left(\frac{x_c}{z_c} + \frac{\mu}{m}\frac{x_e}{z_e}\right)^2 - \frac{\mu}{m}\frac{(3x_o^2+y_o^2)}{z_o^2}\left(\frac{x_c}{z_c} + \frac{\mu}{m}\frac{x_e}{z_e}\right) - \frac{3x_c x_e}{z_c z_e}\left(\frac{x_c}{z_c} + \frac{\mu}{m}\frac{x_e}{z_e}\right)\right].$$

REFERENCIAS.-

1).- Smith H., Principles of Holography; Wiley Interscience 1ra. Ed.

2).- Goodman J.W., Introduction to Fourier Optics; Mc-Graw-Hill 1ra. Ed.

3).- Collier Et, Al, Optical Holography; A.P. 1ra. Ed.

4).- Lambers R.L. and C.N. Kurtz, Appl. Optics; 10, No.6 1971 Pag.1342

5).- Amodei J.J. and R.S. Mezrich, Appl. Phys. Letters; 15, 1969 Pag.45

6).- Shankoff T.A., Appl. Opt.; 7, 1968 Pag.2101

7).- George N. and J. Wmattews, Appl. Phys. Letters; 9, 1966 Pag.212

8).- Lin L.H., Appl. Opt.; 8, 1969 Pag.963

9).- Linand L.H. and C.U.L. Bianco, Appl. Opt. 6, 1967 Pag.1255

10).- Meier R.W., J.O.S.A.; 55, No.8 1965 Pag.987

11).- Caulfield Lu, "The Application of Holography", Wiley Interscience, 1ra. Ed.

12).- Born M. and E. Wolf, "Principles of Optics" Pergamon Press, Oxford 1967, 3ra.Ed.

13).- Kogelniic H. and T.Li., "Laser Ream and Resonators" Appl. Opt. 5, 1966 Pag. 1550

14).- Roychoudhuri Ch., Optics Communications 10, No.2 Pag.160

15).- Burch J.M., Progress in Optics Edit. Wolf 2

16).- Theocaris P., J.S.I. 42, 1965 Pag.607

17).- Haines and Hildebrand, Appl. Opt. 5, 1966 Pag.595

18).- Baird D.C., "Experimentation" Prentice Hall Inc.