



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**POSGRADO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE MATERIALES**  
**INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN MATERIALES**

**“REOLOGÍA E HIDRODINÁMICA DE PULPAS DE CONCENTRADO DE HIERRO  
DURANTE UN PROCESO DE BIOLIXIVIACIÓN EN UN TANQUE DE AGITACIÓN  
CONTINUA (CSTR).”**

**TESIS**

**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
DOCTOR EN CIENCIA E INGENIERÍA DE MATERIALES**

**PRESENTA:**

**M. EN C. LUIS ANTONIO RAMÍREZ TORRES.**

**TUTOR PRINCIPAL:**

**DR. OCTAVIO MANERO BRITO  
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN MATERIALES.**

**COMITÉ TUTOR:**

**DR. LUIS MEDINA TORRES  
FACULTAD DE QUÍMICA.**

**DRA. DIOLA MARINA NÚÑEZ RAMÍREZ  
FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS DE LA UNIVERSIDAD JUÁREZ DEL  
ESTADO DE DURANGO.**

**MÉXICO, CDMX A 12 DE MARZO DE 2024.**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **Dedicatoria**

*A mi mamá, mi gran mentora y amiga, quien con su fortaleza, dedicación, estoicismo, sabiduría y amor incondicional me ha guiado en cada paso de mi vida.*

*Gracias por ser mi motivación en momentos oscuros y por creer en mí siempre. Este logro es un triunfo de los dos para toda nuestra familia y para todos nuestros seres queridos.*

*A través de este trabajo, deseo honrar tu legado y mantener viva tu memoria en mi corazón.*

## **Agradecimientos**

Agradezco al Dr. Luis Medina Torres, a la Dra. Diola Marina Núñez Ramírez y al Dr. Octavio Manero Brito por su inestimable ayuda, paciencia y sabiduría durante toda mi formación académica desde mis primeros pasos por el laboratorio de Reología y Mecánica de Materiales. Sus aportaciones a este trabajo de investigación han sido de gran importancia.

Agradezco al Dr. Edtson Emilio Herrera Valencia y al Dr. Fausto Calderas García, a quienes tuve el privilegio y la suerte de conocer durante mi formación; me brindaron su invaluable apoyo y confianza durante mi desarrollo académico, así como la oportunidad de seguir creciendo académicamente.

Agradezco a las instituciones y a las personas que hicieron posible este trabajo de tesis doctoral, especialmente agradezco a la beca de doctorado otorgada por el Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCyT) a través del CVU 860719, y al Instituto de Investigaciones en Materiales de la UNAM.

Agradezco a mis sinodales de examen de grado por todas las observaciones y correcciones realizadas a este trabajo.

Finalmente, agradezco a mi familia por su comprensión, cariño, paciencia y apoyo en los momentos difíciles. De manera muy especial, agradezco a mi esposa Vanessa y a mi hijo Isaac (Chak), quienes han estado a mi lado compartiendo alegrías y angustias. Agradezco su amor incondicional y el estímulo que me brindan para que me supere día con día: *¡te estamos esperando Hidari!* También, de manera muy especial, agradezco a mi papá, a mis hermanos, a mi tía Teresa y a mi tía Cecilia. Ha sido un año muy difícil para todos, pero hemos salido adelante apoyándonos incondicionalmente. Te extrañamos mucho, mamá.

## Índice

<b>Dedicatoria .....</b>	<b>i</b>
<b>Agradecimientos .....</b>	<b>ii</b>
<b>Lista de Figuras y Tablas.....</b>	<b>vi</b>
<b>Resumen .....</b>	<b>1</b>
<b>Abstract .....</b>	<b>2</b>
<b>1 Introducción .....</b>	<b>3</b>
1.1 Reología de pulpas minerales durante la biolixiviación .....	6
1.2 Caracterización e interpretación de la respuesta reológica de las pulpas minerales	8
1.3 Hidrodinámica en tanque agitado en función de su respuesta reológica .....	9
<b>2 Objetivos.....</b>	<b>12</b>
2.1 Objetivo general.....	12
2.2 Objetivos particulares .....	12
<b>3 Hipótesis .....</b>	<b>13</b>
<b>4 Materiales y métodos.....</b>	<b>14</b>
4.1 Biolixiviación de los concentrados de hierro.....	14
4.1.1 Concentrado mineral, cepa microbiológica y medio de cultivo .....	14
4.2 Capacidad del biorreactor y dimensiones del sistema impulsor .....	15
4.3 Caracterización y modelado reológico.....	16
4.4 CFD para la hidrodinámica del biorreactor .....	17

4.4.1	Curvas de consumo de potencia .....	18
4.4.2	Campo de velocidades y líneas de corriente.....	20
<b>5</b>	<b>Análisis de resultados .....</b>	<b>24</b>
5.1	Pruebas reológicas .....	24
5.1.1	Flujo cortante simple estacionario (CS) .....	24
5.1.2	Flujo oscilatorio de pequeña amplitud de deformación (SAOS).....	28
5.2	Cinética de disolución de elementos.....	32
5.3	Hidrodinámica del biorreactor de agitación continua (CSTR) .....	35
5.3.1	Líneas de corriente para las distintas concentraciones de pulpas minerales ..	36
5.3.2	Mapas de viscosidad aparente para las distintas concentraciones de pulpas minerales.....	38
<b>6</b>	<b>Conclusiones.....</b>	<b>42</b>
	<b>Trabajo a futuro .....</b>	<b>43</b>
	<b>Apéndice A .....</b>	<b>45</b>
	Líneas de corriente en función de la velocidad de agitación para las tres $\chi_p$ .....	45
	Mapas de viscosidad aparente para las tres $\chi_p$ .....	48
	Parámetros del modelado reológico .....	51
	Propuesta de un diseño factorial para la biolixiviación de concentrados minerales .....	52
	<b>Lista de símbolos, abreviaturas y letras griegas .....</b>	<b>53</b>
	Símbolos.....	53

Abreviaciones .....	55
Letras griegas .....	56
Operadores.....	58
<b>Referencias .....</b>	<b>59</b>

## Lista de Figuras y Tablas

<b>Figura 4-1.</b> (A) Dimensiones del biorreactor y del sistema impulsor (Ramírez-Torres <i>et al.</i> , 2023), (B) Módulo de control de las variables del tanque de agitación. ....	16
<b>Figura 5-1.</b> Prueba de flujo cortante simple estacionario a distintas concentraciones de sólidos para la pulpa mineral con $\bar{D}_p = 72 \mu\text{m}$ : (A) 30% (p/p), (B) 40% (p/p), (C) 60% p/p y (D) comparación de máximas respuestas. ....	26
<b>Figura 5-2.</b> Prueba de flujo cortante simple estacionario a distintas concentraciones de sólidos para la pulpa mineral con $\bar{D}_p = 44 \mu\text{m}$ : (A) 30% (p/p), (B) 40% (p/p), (C) 60% p/p y (D) comparación de las máximas respuestas. ....	28
<b>Figura 5-3.</b> Prueba de flujo oscilatorio de pequeña amplitud de deformación a distintas concentraciones sólidos para la pulpa mineral $\bar{D}_p = 72 \mu\text{m}$ : (A) 30% (p/p), (B) 40% (p/p), (C) 60% p/p y (D) comparación de las máximas respuestas. Los símbolos vacíos representan $G''$ y los símbolos llenos representan $G'$ . ....	30
<b>Figura 5-4.</b> Prueba de flujo oscilatorio de pequeña amplitud de deformación a distintas concentraciones de sólidos para la pulpa mineral $\bar{D}_p = 44 \mu\text{m}$ : (A) 30% (p/p), (B) 40% (p/p), (C) 60% p/p y (D) comparación de las máximas respuestas. Los símbolos vacíos representan $G''$ y los símbolos llenos $G'$ . ....	32
<b>Figura 5-5.</b> Cinética de disolución de elementos a cada día de biolixiviación de todas las concentraciones de sólidos para la pulpa mineral con $\bar{D}_p = 44 \mu\text{m}$ : (A) 30% (p/p), (B) 40% (p/p), (C) 60% p/p y (D) comparación de las disoluciones de zinc. La línea horizontal roja indica el día de la máxima respuesta reológica. ....	35

**Figura 5-6.** Líneas de corriente de las pulpas minerales en el plano XY a la máxima respuesta reológica y a una velocidad de agitación dada. (A) 30% (p/p), N = 200 rpm, (B) 40% (p/p), N = 600 rpm, (C) 60% (p/p), N = 800 rpm..... 38

**Figura 5-7.** Mapas de viscosidad aparente generados en el plano XY para las pulpas minerales a distintas concentraciones y a una velocidad de agitación constante. (A) 30% (p/p), N = 300 rpm, (B) 40% (p/p), N = 700 rpm, (C) 60% (p/p), N = 1000 rpm..... 40

**Figura 5-8.** Esfuerzo de torsión generado por el sistema impulsor por unidad de volumen en función de la velocidad de agitación a diferentes concentraciones de pulpa mineral. .... 41

**Figura A1.** Líneas de corriente para las pulpas minerales con  $\chi_p = 30\%$  (p/p) en el plano XY a la máxima respuesta reológica en función de la velocidad de agitación N (rpm). (A) 1, (B) 5, (C) 10, (D) 50, (E) 100, (F) 200, (G) 300, (H) 400, (I) 500, (J) 600, (K) 700, (L) 800, (M) 900, (N) 1000. El diámetro de partícula fue de 44  $\mu\text{m}$ . .... 45

**Figura A2.** Líneas de corriente para las pulpas minerales con  $\chi_p = 40\%$  (p/p) en el plano XY a la máxima respuesta reológica en función de la velocidad de agitación N (rpm). (A) 1, (B) 5, (C) 10, (D) 50, (E) 100, (F) 200, (G) 300, (H) 400, (I) 500, (J) 600, (K) 700, (L) 800, (M) 900, (N) 1000. El diámetro de partícula fue de 44  $\mu\text{m}$ . .... 46

**Figura A3.** Líneas de corriente para las pulpas minerales con  $\chi_p = 40\%$  (p/p) en el plano XY a la máxima respuesta reológica en función de la velocidad de agitación N (rpm). (A) 1, (B) 5, (C) 10, (D) 50, (E) 100, (F) 200, (G) 300, (H) 400, (I) 500, (J) 600, (K) 700, (L) 800, (M) 900, (N) 1000. El diámetro de partícula fue de 44  $\mu\text{m}$ . .... 47

**Figura A4.** Mapas de viscosidad aparente generados en el plano XY para las pulpas minerales a  $\chi_p = 30\%$  (p/p) en función de la velocidad de agitación N (rpm). (A) 1, (B) 5,

(C) 10, (D) 50, (E) 100, (F) 200, (G) 300, (H) 400, (I) 500, (J) 600, (K) 700, (L) 800, (M) 900, (N) 1000. El diámetro de partícula fue de 44  $\mu\text{m}$ . ..... 48

**Figura A5.** Mapas de viscosidad aparente generados en el plano XY para las pulpas minerales a  $\chi_p = 40\%$  (p/p) en función de la velocidad de agitación N (rpm). (A) 1, (B) 5, (C) 10, (D) 50, (E) 100, (F) 200, (G) 300, (H) 400, (I) 500, (J) 600, (K) 700, (L) 800, (M) 900, (N) 1000. El diámetro de partícula fue de 44  $\mu\text{m}$ . ..... 49

**Figura A6.** Mapas de viscosidad aparente generados en el plano XY para las pulpas minerales a  $\chi_p = 60\%$  (p/p) en función de la velocidad de agitación N (rpm). (A) 1, (B) 5, (C) 10, (D) 50, (E) 100, (F) 200, (G) 300, (H) 400, (I) 500, (J) 600, (K) 700, (L) 800, (M) 900, (N) 1000. El diámetro de partícula fue de 44  $\mu\text{m}$ . ..... 50

**Tabla 1-1.** Impurezas más comunes en el concentrado de hierro y su efecto en su procesado en un alto horno. .... 4

**Tabla A1.** Parámetros materiales del modelo de Carreau al día de la máxima respuesta reológica para las tres concentraciones de pulpa mineral, la  $R^2$  ajustada de Pearson y el valor-P de cada factor. \*Usando el estadístico t de Student con una prueba de significancia del 95%..... 51

**Tabla A2.** Factores propuestos para realizar un diseño de experimentos (diseño factorial completo)..... 52

## Resumen

La presente tesis contribuye al entendimiento y a la mejora del proceso de biolixiviación para la purificación de concentrados de hierro. Particularmente, se estudió un proceso de biolixiviación para la disolución de Zn, P, K y CaO de concentrados de hierro de dos tamaños de partícula y tres concentraciones de pulpa mineral ( $\chi_p$ ). Las propiedades reológicas de las pulpas minerales a flujo cortante simple estacionario (CS) y flujo oscilatorio de pequeña amplitud de deformación (SAOS) mostraron que un menor tamaño de partícula ( $\overline{D_p}$ ) genera un incremento en la respuesta reológica junto con un menor tiempo de biolixiviación el cual fue asociado con el aumento de la concentración de exopolisacáridos (EPS) y a la estructuración del *biofilm*, así, se llegó a la conclusión de que un  $\overline{D_p} = 44 \mu\text{m}$  y una  $\chi_p = 40\%$  (p/p) de pulpa mineral presentan las mejores condiciones para la biolixiviación. Este resultado se reforzó mediante un estudio de la cinética de disolución de elementos, el cual reveló una disolución de Zn  $\approx 50\%$ , lo cual es crucial para el funcionamiento de un horno. Por otro lado, el estudio hidrodinámico del biorreactor, analizado mediante Dinámica de Fluidos Computacional (CFD), reveló que, a partir de una velocidad de agitación de 700 rpm para las pulpas con  $\overline{D_p} = 44 \mu\text{m}$ , y la configuración dual de impulsores *Rushton* (arriba) – *Maxflo* (abajo), las líneas de corriente permanecen invariantes. Además, se observó que estas no se ven afectadas por la respuesta reológica de las pulpas. La purificación de minerales de hierro se realiza comúnmente con procesos que involucran el uso de sustancias tóxicas en condiciones de operación ineficientes. Por lo anterior, este estudio es innovador, ya que, basándose en la respuesta reológica, el análisis de la cinética de disolución, y la respuesta hidrodinámica de un fluido no newtoniano adelgazante, se establecieron las

condiciones óptimas para la biolixiviación de concentrados minerales de hierro en un biorreactor a nivel planta piloto.

## **Abstract**

The present thesis contributes to the understanding and improvement of the bioleaching process for the purification of iron ores. Specifically, a bioleaching process for the dissolution of Zn, P, K, and CaO from iron concentrates of two particle sizes and three mineral pulp concentrations was studied. The rheological properties of the mineral pulps under steady simple shear flow and small amplitude oscillatory shear (SAOS) showed that a smaller particle size results in an increase in rheological response along with a shorter bioleaching time. This was indirectly associated with the increased concentration and structuring of the biofilm. Subsequently, it was concluded that a particle size ( $\overline{D_p}$ ) of 44  $\mu\text{m}$  and a concentration of 40% (w/w) of mineral pulp present the optimal conditions for bioleaching. This result was reinforced by a study of the dissolution kinetics of elements, revealing a Zn dissolution of approximately 50%, crucial for the proper operation of a blast furnace. On the other hand, the hydrodynamic study of the bioreactor, analyzed through Computational Fluid Dynamics (CFD), revealed that, starting from an agitation speed of 700 rpm for pulps with  $\overline{D_p}=44 \mu\text{m}$  and the dual impeller configuration of *Rushton* (top) - *Maxflo* (bottom), the streamline patterns remain unchanged regardless of the agitation speed. Furthermore, it was observed that these patterns are not affected by the rheological response of the pulps. This study is innovative as it establishes optimal conditions for the bioleaching of iron mineral concentrates based on rheological response, dissolution kinetics analysis, and the hydrodynamic response of a thinning non-Newtonian fluid in a pilot plant scale bioreactor.

## 1 Introducción

La industria minera ha adoptado a la biolixiviación para la purificación de concentrados minerales de hierro (Núñez-Ramírez *et al.*, 2019a; Ramírez-Torres *et al.*, 2023), o para la extracción de metales de concentrados y de minerales de plata (Mahmoud *et al.*, 2017; Núñez-Ramírez *et al.*, 2018), cobre, cobalto, níquel, uranio, zinc y oro (Mahmoud *et al.*, 2017; Roberto & Schippers, 2022; Wills & Finch, 2015) debido a sus propiedades eco-amigables, por su bajo consumo energético y por su baja inversión de capital. Recientemente, las técnicas biohidrometalúrgicas se han propuesto como una alternativa debido a sus ventajas en comparación con los procesos tradicionales, para la purificación de concentrados de hierro y otros metales valiosos (Núñez-Ramírez *et al.*, 2019b; Rouchalova *et al.*, 2020). Los procesos metalúrgicos más importantes en la industria de recuperación de metales de concentrados mineros son: amalgamaciones, flotación, lixiviación, tostado y oxidación a altas presiones y temperaturas (Whitworth *et al.*, 2022; Wills & Finch, 2015). Además, la mayoría de los procesos antes mencionados generan efluentes gaseosos tóxicos (Whitworth *et al.*, 2022). Las impurezas presentes en los concentrados minerales de hierro pueden tener una amplia variedad de efectos perjudiciales en las propiedades mecánicas y químicas de los metales, incluso cuando se encuentran en estados de alta pureza. Una pequeña diferencia porcentual en las impurezas puede cambiar drásticamente sus propiedades mecánicas (Tan *et al.*, 2023). Existen 5 minerales ferrosos cuya extracción posee rentabilidad económica: la magnetita ( $\text{Fe}_2\text{O}_4$ ), la hematita ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ), la goethita ( $\text{FeO}(\text{OH})$ ), la limonita ( $\text{FeO}(\text{OH}) \cdot n(\text{H}_2\text{O})$ ) y la siderita ( $\text{FeCO}_3$ ) (Mustafa *et al.*, 2021). Los minerales de *alto grado* son la magnetita y la hematita, mientras que los de *bajo grado* son la goethita, la limonita y la siderita. La presencia de zinc en concentrados minerales de hierro procesados en altos hornos provoca la oxidación de su recubrimiento. Esto se debe a que los óxidos de zinc, generados

a altas temperaturas, se difunden a través de los poros del recubrimiento cerámico, incrementando su volumen y eventualmente provocando su ruptura (Besta *et al.*, 2013). Las impurezas más comunes en los concentrados de hierro y los contrastes operacionales que causan en la purificación de hierro en un alto horno se muestran en la **Tabla 1-1** (Mustafa *et al.*, 2021; Ramírez-Torres, 2019a).

**Tabla 1-1.** Impurezas más comunes en el concentrado de hierro y su efecto en su procesado en un alto horno.

<b>Impureza</b>	<b>Características relevantes</b>	<b>Contrastes en el procesado en un alto horno</b>
Sílice	Impureza muy común en el concentrado de hierro. Se encuentra en forma de cuarzo. Es menos densa que los concentrados de alto grado.	Es la más fácil de separar. Se extrae con la escoria en forma de óxido por medio de un fundente. Se busca que la cantidad de sílice en el mineral sea < 2%.
Alúmina	Es más difícil de reducir que la sílice.	Aumenta la viscosidad del fundido. Disminuye la maleabilidad del acero. Se desea que la cantidad de alúmina en el mineral sea del 0.8% - 1.5%.
Fósforo	Se reduce fácilmente a altas temperaturas.	Aumenta la temperatura de transición dúctil – frágil del acero lo que genera que el acero sea frágil a temperatura ambiente. El límite aceptable de fósforo es entre 0.08% - 0.1%.
Zinc	Se encuentra como complejo con no metales y metales, por ejemplo: con el azufre o con el cobre.	En altos hornos provoca la degradación del carbono en recubrimientos cerámicos.

	Condensa a 600°C. En altos hornos se encuentra en forma de vapor.	A altas temperaturas forma óxidos con el carbono altamente tóxicos.
	Se reduce parcialmente.	En la fabricación de acero, la mayoría del azufre entra a través del coque.
Azufre	En condiciones húmedas y oxidativas el azufre se encuentra en forma de tiosulfatos.	Disminuye la maleabilidad del hierro/acero. Se busca que el contenido de azufre sea <0.01%.
	Tiene una gran afinidad por el oxígeno, de hecho, es 10 veces más reactivo que la alúmina.	Disminuye radicalmente la capacidad de fluir del fundido. Se desea que la cantidad de TiO <sub>2</sub> esté por debajo del 0.13%.
Titanio		

Núñez-Ramírez *et al.* (2018, 2019) (Núñez-Ramírez *et al.*, 2018; Núñez-Ramírez *et al.*, 2019b), demostraron que la biolixiviación mediante bacterias acidófilas es una alternativa eficiente, económica y amigable con el medio ambiente para la eliminación de las impurezas detalladas en la **Tabla 1-1**, especialmente el zinc. El transporte de cationes metálicos de minerales, que comúnmente son casi insolubles por acidificación biológica, oxidación y procesos de acomplejamiento, se le conoce como biolixiviación (Vera *et al.*, 2022). Es importante recalcar que el término *biolixiviación* se usa comúnmente para referirse a la conversión de un metal soluble presente en una matriz sólida compleja hacia una forma soluble (i.e. de un metal sulfurado a un sulfato metálico) para, posteriormente, por otros métodos, remover el metal de interés de la fase acuosa. Por otro lado, la *biooxidación* mineral es referida a la descomposición microbiana de la matriz sólida, que bloquea u ocluye el metal de interés, exponiéndolo para ser extraído mediante otro proceso químico; no obstante, los procesos de *biolixiviación* y de *biooxidación*, usados para recuperar metales de concentrados

minerales y de colas, son controlados usando los mismos principios básicos y una cepa microbiana similar (Mahmoud *et al.*, 2017). La bioquímica de la biolixiviación ha sido tema de intensa investigación, se ha descubierto que dicho mecanismo se fundamenta en la química del azufre, la cual ha sido ampliamente estudiada (Ramírez-Torres, 2016, 2019a; Schippers, 2004; Vera *et al.*, 2022). Básicamente, existen dos tipos de biolixiviación: por contacto y sin contacto, sin embargo, ambos mecanismos funcionan en sinergia (Vera *et al.*, 2022). En la actualidad, se considera que la biolixiviación, a escala industrial, se lleva a cabo en dos tipos principales de proceso: en irrigación (que involucra el tratamiento de los concentrados minerales en el sitio directamente), y en tanques de agitación (biorreactores) (Mahmoud *et al.*, 2017). Las bacterias más comunes para llevar a cabo la biolixiviación incluyen: *Acidithiobacillus ferrooxidans*, *Acidithiobacillus thiooxidans*, *Acidithiobacillus caldus*, y *Leptospirillum ferrooxidans* (Jorjani & Sabzkoohi, 2022).

### **1.1 Reología de pulpas minerales durante la biolixiviación**

Pocos estudios se han enfocado en caracterizar la respuesta reológica de pulpas minerales cuando son sometidas a biolixiviación. Sun *et al.*, (2010) investigaron varios factores que afectan la reología de las pulpas de pirita durante una biooxidación con *Acidithiobacillus ferrooxidans*. Destacaron que, al disminuir el tamaño de partícula de las pulpas, aumenta su viscosidad cortante, y observaron un mayor esfuerzo de cedencia a medida que la concentración de la pulpa aumenta. Fang *et al.* (2014) estudiaron el efecto de añadir surfactantes en la biolixiviación de concentrados de Ar-Au, demostrando que, al agregar lignosulfonato de calcio, la biolixiviación se llevaba a cabo en un tiempo menor y mostraba una mayor viscosidad. Núñez-Ramírez *et al.* (2018) estudiaron la respuesta microestructural y macroestructural (mediante microscopía electrónica de barrido (SEM),

Espectroscopía Infrarroja de Fourier (FTIR) y reometría), la cinética de disolución de elementos, y la respuesta reológica de pulpas minerales de Ag-Mn durante el tiempo de biolixiviación. Concluyeron que el máximo de viscosidad cortante coincide con el máximo de disolución de Mn (48-72 h), relacionándolo indirectamente con la concentración de exopolisacáridos (EPS) en el medio, y otros factores. Además, durante el periodo de máxima disolución de algunos elementos, la respuesta viscoelástica lineal exhibía un comportamiento *pseudo-sólido* propia de un gel débil de acuerdo al criterio de Winter-Chambon (Winter & Mours, 1997). Adicionalmente, en el estudio de Núñez-Ramírez *et al.* (2019) (Núñez-Ramírez *et al.*, 2019a), centrado en concentrados de hierro, se analizó la cinética de disolución de elementos a través de Espectroscopía de Emisión Atómica con Plasma de Acoplamiento Inductivo (ICP-OES), micrografías SEM, pruebas de difracción de rayos X y la respuesta reológica al flujo cortante simple estacionario (CS) y al flujo oscilatorio de pequeña amplitud de deformación (SAOS) junto con un modelado teórico a un tamaño de partícula y una concentración de pulpa mineral. Encontraron una correlación entre la máxima respuesta reológica y la máxima disolución de algunos elementos de la pulpa mineral. Esto se asoció con la cinética de microorganismos, en particular, al *biofilm* y a los EPS producidos por los microorganismos. Recientemente, Ramírez-Torres *et al.* (2023) correlacionaron la respuesta reológica de las pulpas minerales de concentrados de hierro con la hidrodinámica de un tanque de agitación continua (CSTR), proponiendo una configuración dual de impulsores para mejorar las condiciones de mezclado y minimizar el consumo energético durante la agitación.

El sistema de biolixiviación consta en dos fases principales: una fase sólida discontinua (partículas rígidas de mineral de forma variable y diámetro promedio fijo,  $\overline{D_p}$ ), donde se

adhiera el *biofilm*; y una fase continua acuosa que contiene los microorganismos y sus sustratos (EPS excretados por el microorganismo para, entre otras cosas, adherirse a la partícula mineral). Por estas razones, las propiedades reológicas e hidrodinámicas en un biorreactor evolucionan con la cinética de biolixiviación, y debido a numerosos factores, tales como: el tamaño y forma de las partículas, la concentración de iones metálicos lixiviados, los solutos disueltos en la fase líquida, la capa de Stern de las partículas, la concentración de exopolisacáridos en la fase acuosa, y la variedad y concentración de microorganismos presentes en ambas fases (Núñez-Ramírez *et al.*, 2019b).

## **1.2 Caracterización e interpretación de la respuesta reológica de las pulpas minerales**

Los procesos de biolixiviación de minerales de concentrados de hierro generan una respuesta reológica compleja, la cual ha sido poco estudiada. Comprender los factores que modifican la respuesta reológica en este tipo de sistemas es importante en la optimización de los procesos de biolixiviación a escala industrial (Yang *et al.*, 2019). Brevemente, la caracterización reológica consiste en someter un material a condiciones de flujo controladas (Barnes *et al.*, 1989; Macosko, 1994), enfocándose en encontrar correlaciones entre el comportamiento al flujo de dichos materiales con parámetros reológicos simples. Particularmente, la caracterización reológica en la industria minera involucra el transporte de las pulpas minerales, en la molienda, flotación, etc. (Akcil *et al.*, 2015; Shi & Napier-Muhn, 2002). Shi & Napier-Muhn (2002) analizaron las condiciones de operación en un proceso de molienda, y llegaron a la conclusión de que las pulpas minerales con alto contenido de sólidos *gruesos* y bajo contenido de sólidos *finos* exhiben un comportamiento al flujo de tipo adelgazante. Además, la molienda de las pulpas minerales mejora con la adición de partículas *finas* que aumenta la viscosidad aparente del sistema; recíprocamente, las pulpas minerales

con bajo contenido de partículas *gruesas* y alto contenido de partículas *finas* exhiben un comportamiento adelgazante al flujo. La molienda también mejora cuando la densidad de las pulpas minerales aumenta a excepción de los casos en los que las pulpas exhiban valores grandes de un esfuerzo a la cedencia. Adicionalmente, el esfuerzo a la cedencia de las pulpas minerales aumenta conforme aumenta la densidad de las pulpas y el tamaño de las partículas. Por otro lado, Shi & Napier-Muhn (2002) sugieren que los parámetros reológicos de las pulpas minerales están relacionados con la tendencia de agregación de las partículas minerales en procesos de flotación, actuando como un parámetro de control. Farrokhpay (2012) menciona que las pruebas reológicas, indirectamente, muestran el tipo de interacciones partícula-partícula que se manifiestan en las pulpas de óxidos minerales, arcillas, minerales de arcilla, carbón, minerales sulfurados, y talco. La reología y la hidrodinámica de procesos de biolixiviación de concentrados de hierro en tanques de agitación continua (biorreactores) han sido escasamente reportados, por esta razón, el presente estudio se enfoca en el entendimiento de la respuesta reológica de las pulpas minerales sometidas a biolixiviación, y a su hidrodinámica en un biorreactor de agitación continua (CSTR).

### **1.3 Hidrodinámica en tanque agitado en función de su respuesta reológica**

El entendimiento de las condiciones prácticas para la correcta ejecución de la biolixiviación de concentrados mineros se ha generalizado en las últimas décadas (Roberto & Schippers, 2022). Las ventajas de usar un reactor de agitación continua (CSTR) frente a otras técnicas versa en su habilidad de proveer una mayor transferencia de masa, mejorar el proceso de mezclado, resuspensión de sólidos y un mayor control de otras variables tales como pH, temperatura, velocidad de agitación entre otras, además, el proceso no requiere de

una esterilización previa ya que el pH bajo que mantienen los microorganismos del género *Acidithiobacillus* no hace viable el crecimiento de otro tipo de microorganismos (Mahmoud *et al.*, 2017). En la purificación de concentrados minerales por biolixiviación en un CSTR, es de suma importancia el modelado y la caracterización reológica de las pulpas de mineral, y el análisis hidrodinámico del tanque junto con el sistema de impulsores empleados (Núñez-Ramírez *et al.*, 2012; Ramírez-Torres *et al.*, 2023). En la actualidad, se han realizado algunos estudios *in silico*, con dinámica de fluidos computacional (CFD), de tanques de agitación continua; Zheng *et al.*, (2018) obtuvieron las condiciones de operación óptimas de la biooxidación de concentrados de Au en un tanque agitado a través de una simulación de tipo Euleriana de tres fases (sólido-líquido-gas) con el modelo  $\kappa$ - $\epsilon$  para la turbulencia considerando una fase acuosa newtoniana. Asimismo, Zheng *et al.* (2019), calcularon las mejores condiciones de operación, junto con el consumo mínimo de energía, de un sistema monoimpulsor en un tanque de agitación continua. Esto se logró al comparar datos experimentales de fracción volumétrica gaseosa, con los resultados de las simulaciones. En este caso, también se consideró una fase acuosa newtoniana. Chéron *et al.* (2020) estudiaron la homogeneidad de la biomasa, los sustratos y los gases disueltos en diferentes configuraciones de impulsores (*Rushton*), evaluando el consumo de energía del sistema impulsor, la eficiencia de mezclado y el esfuerzo en las partículas. Llegaron a la conclusión de que, entre otras cosas, la configuración de impulsores utilizada en el estudio no tiene un efecto significativo en la eficiencia de mezclado.

Los beneficios económicos directos del uso de la biolixiviación como pretratamiento para la purificación de concentrados minerales incluyen (Kara *et al.*, 2023):

- Bajo gasto de servicios debido a la baja energía de activación que requieren los microorganismos
- Inversión inicial reducida de capital.
- Menor impacto ambiental en comparación con otros tipos de procesos
- Ahorro en costos de reactivos.

Sin embargo, actualmente se están llevando a cabo evaluaciones de ciclo de vida y análisis tecno-económicos para ayudar a evaluar y reducir el impacto ambiental como los costos asociados al proceso de biolixiviación (Kara *et al.*, 2023).

El objetivo principal de esta tesis fue la de mejorar el proceso de biolixiviación de pulpas minerales de concentrados de hierro. Para lo cual, se investigó la respuesta reológica de las pulpas minerales de concentrados de hierro a tres concentraciones de pulpa mineral, comúnmente empleadas en la industria (30%, 40% y 60%), y dos tamaños de partícula obtenidos mediante un proceso de molienda y tamizado típico (44  $\mu\text{m}$  y 72  $\mu\text{m}$ ). Se seleccionó el tamaño de partícula que mostró una mayor respuesta reológica en un tiempo menor de biolixiviación. Además, se determinó la mejor concentración de pulpa en función de la cinética de disolución de elementos y de las características hidrodinámicas obtenidas a través de CFD, a diferentes velocidades de agitación en un CSTR. Se propone que la complejidad del proceso de biolixiviación se refleje en la hidrodinámica del tanque a través de su respuesta reológica. Estos factores fueron seleccionados debido a que es relativamente más sencillo controlar el tamaño de las partículas y la densidad de las pulpas minerales con el equipo preexistente en una industria minera.

Adicionalmente, el enfoque de este estudio resulta novedoso ya que, mediante técnicas alternativas a las comúnmente reportadas tales como cianuración (Núñez-Ramírez *et al.*,

2018), hidrólisis del hierro mediante el empleo de sustancias ácidas y extracción con solventes (Arias *et al.*, 2023), y a través del análisis integral de la respuesta reológica, la disolución de elementos y la respuesta hidrodinámica de las pulpas minerales en un CSTR, se establecen las condiciones de biolixiviación de concentrados minerales de hierro más benéficas tanto desde un punto de vista temporal (hasta qué punto los microorganismos son capaces de remover las impurezas del concentrado mineral), como desde un punto de vista económico (disminución en el uso de servicios en planta tales como calefacción, electricidad y consumo de reactivos) debido a que la biolixiviación tiene una energía de activación menor en comparación con los métodos tradicionales (Nguyen *et al.*, 2021; Rodríguez *et al.*, 2001)).

## **2 Objetivos**

### **2.1 Objetivo general**

- Estudiar la respuesta reológica y la cinética de disolución de las pulpas minerales de concentrados de hierro con dos tamaños de partícula distintos y tres concentraciones diferentes, durante un proceso de biolixiviación, y analizar su comportamiento hidrodinámico en un CSTR para mejorar el proceso de biolixiviación de concentrados minerales de hierro.

### **2.2 Objetivos particulares**

1. Caracterizar y modelar reológicamente, bajo condiciones de flujo cortante simple estacionario y flujo oscilatorio de pequeña amplitud de deformación, las pulpas de concentrados minerales de dos tamaños de partícula y tres concentraciones distintas obtenidas de un biorreactor a escala laboratorio, durante el proceso de biolixiviación. El propósito es determinar el tamaño de partícula que mejore las condiciones de

biolixiviación, así como identificar los parámetros reológicos necesarios para simular la hidrodinámica del tanque de agitación.

2. Realizar una cinética de disolución de elementos en el tamaño de partícula que exhiba la mayor respuesta reológica en las tres concentraciones de pulpa mineral, con el fin de comparar la remoción de impurezas y seleccionar la concentración de pulpa mineral donde se remueva la mayor cantidad.
3. Simular numéricamente el comportamiento hidrodinámico de las pulpas minerales, utilizando el tamaño de partícula que exhibió la mayor respuesta reológica, y la concentración de pulpa mineral donde se remueva la máxima cantidad de impurezas, en un CSTR con una configuración dual de impulsores *Rushton* (arriba) – *Maxflo* (abajo), a diferentes velocidades de agitación, para obtener y estudiar las líneas de corriente, los campos de velocidades, los mapas de viscosidad y las curvas de consumo de potencia, y determinar las mejores condiciones de mezclado durante la biolixiviación de concentrados de hierro en un CSTR.

### **3 Hipótesis**

- Si la cantidad de bacterias aumenta en el sistema con la cinética de biolixiviación, y, por lo tanto, la concentración de exopolisacáridos y de *biofilm*, la respuesta reológica también aumentará, i.e. la viscosidad y la viscoelasticidad aumentarán. La complejidad del sistema de biolixiviación se verá reflejada en el comportamiento reológico de las pulpas minerales.

## 4 Materiales y métodos

### 4.1 Biolixiviación de los concentrados de hierro

#### 4.1.1 Concentrado mineral, cepa microbiológica y medio de cultivo

El concentrado de hierro se obtuvo de una mina en Monclova, Coahuila, México. La mineralogía del concentrado es la misma que reporta Núñez-Ramírez *et al.* (2019) (Núñez-Ramírez *et al.*, 2019a). En el proceso de biolixiviación, se empleó una sepa nativa aislada de efluentes mineros locales, la cual fue cultivada en un medio 9k previamente reportado (Núñez-Ramírez *et al.*, 2019a). El proceso de biolixiviación se llevó a cabo en un CSTR (Bio Flo Cellingen 115, Brunswick, USA) equipado con un sistema dual de impulsores comerciales *Rushton* (arriba)-*Maxflo* (abajo), los cuales han demostrado tener buenas características de mezclado en tanques de agitación continua (Núñez-Ramírez *et al.*, 2012; Ramírez-Torres *et al.*, 2023). En general, una configuración dual de impulsores mejora las características de mezclado (Coulson *et al.*, 1999b; Stelmach *et al.*, 2021). Este proceso se llevó a cabo a tres concentraciones de pulpa: 30% (p/p), 40% (p/p) y 60% (p/p). Para cada concentración se usaron 2 tamaños de partícula promedio  $\overline{D}_p$ : 74  $\mu\text{m}$  y 44  $\mu\text{m}$  de acuerdo a la serie de tamices malla 200 y malla 325 U.S. Tyler (Chhabra & Madivala, 2019), respectivamente. La densidad de la pulpa mineral (ton/kg),  $\rho_p$ , fue calculada en función del porcentaje de sólidos,  $\chi_p$ , de acuerdo a la Ec. (4-1)(Wills & Finch, 2015):

$$\rho_p = \frac{1}{\frac{\chi_p}{\frac{100}{\rho_s}} + 1 - \chi_p} \quad (4-1)$$

Donde,  $\chi_p$  es la fracción (p/p) de las pulpas minerales y  $\rho_s$  es la densidad del concentrado mineral (5.218 ton/kg (Lu *et al.*, 2015)).

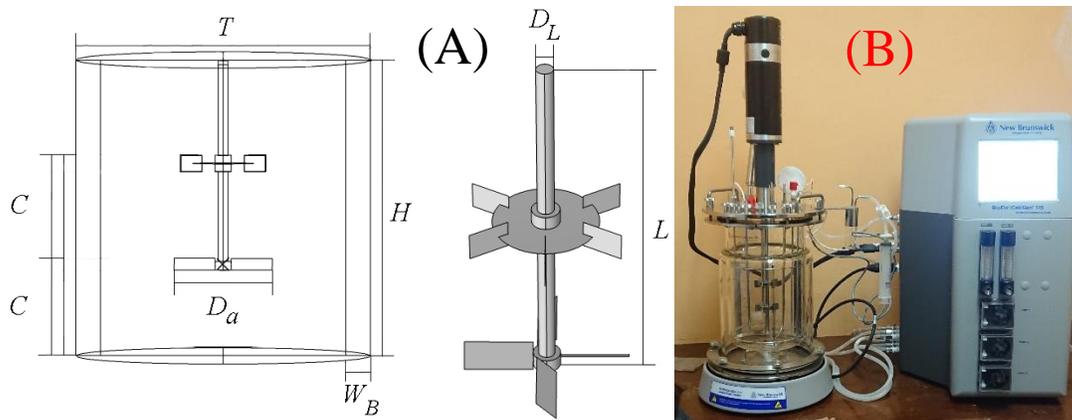
El análisis de disolución de elementos de las fases líquida y sólida durante la biolixiviación se llevó a cabo mediante espectrometría de emisión óptica de plasma inductivo ICP-OES (Icap 7000, Thermo Scientific, USA). Los datos fueron promediados, reportando la desviación estándar. El porcentaje de disolución se calculó con la Ec. (4-2), cabe resaltar que el porcentaje de disolución se obtuvo a través de un balance de masa (Núñez-Ramírez *et al.*, 2018):

$$\% \text{ Disolución} = \frac{C_0 - C_{fi}}{C_0} * 100 \quad (4-2)$$

donde,  $C_0$  es la concentración de la impureza al día 0 de biolixiviación,  $C_{fi}$  es la concentración al final del *i-ésimo* día de biolixiviación.

#### 4.2 Capacidad del biorreactor y dimensiones del sistema impulsor

La capacidad del CSTR, a escala laboratorio, fue de 10L (Bio Flo Celligen 115, Brunswick, USA (véase la **Figura 4-1(B)**) con un volumen de trabajo de 7L y cuenta con 2 mamparas. El sistema impulsor consta de un eje de rotación al cual se sujetan dos impulsores: en la parte de arriba del eje de rotación se colocó un impulsor de flujo tipo radial (*Rushton*) y en la parte inferior se colocó un impulsor de flujo tipo axial (*Maxflo*) separados por una distancia  $C = D_a = 66$  mm, donde  $D_a$  es el diámetro de ambos impulsores; el largo y el diámetro del eje impulsor,  $L$  y  $D_L$ , fue de  $2C$  y  $\frac{1}{10} D_a$  (véase **Figura 4-1(A)**). Las condiciones de operación del tanque incluyeron:  $T = 30^\circ\text{C}$ ,  $\text{pH} = 1$ , volumen de aire por volumen de trabajo por minuto (vvm) = 1.5 y una velocidad de agitación variable. La anterior configuración ha reportado características de mezclado adecuadas en la homogenización del medio (Ramírez-Torres *et al.*, 2023).



**Figura 4-1.** (A) Dimensiones del biorreactor y del sistema impulsor (Ramírez-Torres *et al.*, 2023),  
(B) Módulo de control de las variables del tanque de agitación.

### 4.3 Caracterización y modelado reológico

Se tomaron muestras de la pulpa mineral directamente del biorreactor (10 mL) a cada día del proceso de biolixiviación para todas las concentraciones de pulpa mineral, y para ambos tamaños de partícula. Se realizaron dos pruebas reológicas: una de flujo cortante simple en estado estacionario (CS), y la otra de flujo oscilatorio de pequeña amplitud de deformación (SAOS). Se empleó un reómetro de esfuerzos controlados (Discovery HR-3, TA Instruments, U.S.A.) con una geometría helicoidal a condiciones previamente estudiadas (Núñez-Ramírez *et al.*, 2019a; Ramírez-Torres *et al.*, 2023). El modelado reológico teórico de las pulpas minerales de ambos tamaños de partícula y a las diferentes concentraciones fueron hechas de acuerdo a la metodología propuesta por Ramírez-Torres *et al.* (2023) (Ramírez-Torres, 2016, 2019a; Ramírez-Torres *et al.*, 2023). Todas las pruebas reológicas se hicieron por triplicado. Las pruebas de CS para las pulpas minerales tuvieron una ventana de observación de  $\dot{\gamma} = 1$  a  $300 \text{ s}^{-1}$ . Las pruebas de SAOS se llevaron a cabo en la zona viscoelástica lineal donde el módulo elástico ( $G'$ ) y el módulo viscoso ( $G''$ ) son independientes de la deformación a una frecuencia constante de 10 Hz (Ramírez-Torres,

2016), donde  $G'$  es el módulo elástico y  $G''$  es el módulo viscoso. La deformación aplicada para las pulpas minerales fue de 35% (Ramírez-Torres, 2019b). La ventana de observación fue de  $\omega = 1$  a  $100 \text{ rad s}^{-1}$ .

#### 4.4 CFD para la hidrodinámica del biorreactor

Las simulaciones a través de CFD se llevaron a cabo usando el *software COMSOL Multiphysics 6.1* (Licencia #3080377); el tiempo de cómputo esperado para cada simulación fue entre 4 a 14 h (HP Z2 G4 Workstation; Hewlett-Packard, U.S.A). Previamente, la digitalización de la geometría del biorreactor se llevó a cabo en un software de dibujo asistido por computadora (CAD) (AutoCAD 2020, Autodesk con licencia institucional de la UNAM) para después ser exportado a *COMSOL Multiphysics 6.1* usando formato ASCII. El dominio de flujo, las paredes estáticas y las paredes móviles (sistema impulsor) fueron declaradas en el protocolo de *COMSOL*.

Además, los balances de masa y de *momentum* fueron resueltos usando el método de elemento finito de Galerkin junto con el método del *rotor congelado* (del inglés *frozen-rotor*) en estado estacionario. El método de *rotor congelado* consiste en representar las rotaciones del sistema impulsor, el cual permanece estático en el espacio en la simulación, por medio de la inclusión de una fuerza centrífuga y la fuerza de Coriolis, esto disminuye el tiempo de cómputo (COMSOL, 2017). La tolerancia relativa para el criterio de convergencia fue de 0.001. El cálculo del consumo de potencia en el régimen laminar se realizó usando las Ecs. (4-3)-(4-13) para  $Re_{eff} < 20$  (Coulson *et al.*, 1999a), mientras que en los regímenes de transición y turbulento el consumo de potencia se calculó con las Ecs. (4-3)-(4-7) y (4-14)-(4-20); para el cálculo de la función viscosidad,  $\eta(\dot{\gamma})$ , para el modelo de turbulencia  $\kappa$ - $\epsilon$ , se usó el campo de velocidades promediado  $\langle v \rangle$  (Joshi *et al.*, 2011a, 2011b; Núñez-Ramírez *et*

al., 2012). El número de Reynolds efectivo,  $Re_{eff}$ , en el régimen laminar ( $Re_{eff} < 20$ ) se obtuvo usando la correlación de Metzner-Otto (Márquez-Baños *et al.*, 2019; Metzner & Otto, 1957), y para  $Re_{eff} > 20$  se usó la corrección propuesta por Wassmer y Hungenberg (Ramírez-Torres *et al.*, 2023; Wassmer & Hungenberg, 2005). Cada simulación se llevó a cabo en condiciones de biolixiviación fijas, es decir, dado un valor de diámetro de partícula, un valor de densidad de pulpa mineral, y un día de biolixiviación.

#### 4.4.1 Curvas de consumo de potencia

El consumo de potencia es la energía por unidad de tiempo que requiere el sistema de impulsores para agitar las pulpas de minerales, numéricamente fue calculado de la siguiente manera (Ec. (4-3)):

$$P = \left\| \underline{\underline{\Omega}} \cdot \iint \underline{r} \times \underline{\underline{T}} dS \right\| = \left\| \underline{\underline{\Omega}} \right\| M_t \quad (4-3)$$

donde,  $\left\| \underline{\underline{\Omega}} \right\|$  es el módulo del vector de velocidad angular,  $\underline{r}$  es el vector posición que proviene del origen ubicado en el centro de la base del eje del impulsor hacia cualquier punto del sistema de impulsores,  $\underline{\underline{T}}$  es el tensor de esfuerzos totales y  $M_t$  es el par de torsión del sistema impulsor el cual está dado por la Ec. (4-4):

$$M_t = \left\| \hat{z} \cdot \iint \underline{r} \cdot \underline{\underline{T}} dS \right\| \quad (4-4)$$

donde,  $\hat{z}$  es un vector normal a la superficie de cualquier punto en el sistema impulsor.

El número de Reynolds efectivo,  $Re_{eff}$ , para las curvas de consumo de potencia, fue calculado en vecindades de los impulsores (Metzner & Otto, 1957). Por la ambigüedad de la selección del diámetro característico  $D$  para el cálculo de  $\dot{\gamma}_{av}$  (rapidez de deformación promedio) del estudio original de Metzner-Otto, en este trabajo se calculó el  $Re_{eff}$  con un

diámetro característico  $D = 1.2D_a$  ya que genera valores numéricos de  $k_s$  cercanos a los experimentales, tal y como lo demuestran Márquez-Baños *et al.*, (2019). El  $Re_{eff}$  fue calculado por medio de la Ec. (4-5):

$$Re_{eff} = \frac{\rho N (1.2D_a)^2}{\eta(\dot{\gamma})} \quad (4-5)$$

donde,  $N$  es la velocidad de agitación, y  $\eta(\dot{\gamma})$  se calcula a la rapidez de deformación promedio  $\dot{\gamma}_{av}$  mediante la correlación propuesta por Metzner-Otto (Metzner & Otto, 1957; Metzner & Taylor, 1960):

$$\dot{\gamma}_{av} = k_s N \quad (4-6)$$

donde,  $k_s$  es una constante propia de las relaciones geométricas del impulsor, la geometría de los impulsores y de las propiedades reológicas del material (Brito-de la Fuente *et al.*, 1997a), en este trabajo  $k_s$  se considera constante con la respuesta reológica (Brito-de la Fuente *et al.*, 1997a). Para el caso de las dimensiones del biorreactor usado en esta investigación,  $k_s$  tiene valores aproximados entre  $10-11 \pm 1$  (Skelland, 1983), además, dado que se trata de un impulsor dual, la  $k_s$  usada es aparente.

Las condiciones de los experimentos *in silico* así como el procedimiento del refinamiento de malla son las reportadas por Ramírez-Torres *et al.* (2023) a excepción del modelo reológico para las pulpas minerales el cuál fue el modelo Carreau (Ec.(4-7)).

$$\eta(\dot{\gamma}) = \eta_{\infty} + (\eta_0 - \eta_{\infty}) [1 + (\lambda \dot{\gamma})^2]^{\frac{n_c - 1}{2}} \quad (4-7)$$

donde,  $\eta(\dot{\gamma})$  es la función viscosidad,  $\eta_{\infty}$  es la viscosidad a altas rapidez de deformación,  $\eta_0$  es la viscosidad a bajas rapidez de deformación,  $\lambda$  es el tiempo característico de adelgazamiento y  $n_c$  es un exponente de adelgazamiento. Los valores numéricos de los

parámetros de la Ec. (4-7) usados en este estudio se reportan en la **Tabla A1** del **Apéndice A**.

#### 4.4.2 Campo de velocidades y líneas de corriente

Llevar a cabo simulaciones de campo de velocidades y líneas de corriente coadyuva a comprender el fenómeno de mezclado en el biorreactor a las condiciones particulares de la biolixiviación. Además, provee información para realizar un estudio comprensivo e integral generando conclusiones enfocadas a las condiciones de mezclado mejoradas en el biorreactor para posteriormente realizar un escalado conservando una similitud geométrica, cinemática y dinámica.

##### 4.4.2.1 Campo de velocidades en régimen laminar

El campo de velocidades en régimen laminar se obtiene resolviendo la ecuación de balance de masa (Ec. (4-8)), y la ecuación de balance de *momentum* (Ec. (4-9)):

$$\nabla \cdot \underline{v} = 0 \quad (4-8)$$

$$\rho_p \left( \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \underline{v} \cdot \nabla \underline{v} \right) = \nabla \cdot \underline{T} + \rho \underline{g} \quad (4-9)$$

donde,  $\underline{v}$  es el vector velocidad,  $\rho_p$  es la densidad de la pulpa mineral,  $\underline{T}$  es el tensor de esfuerzos totales y  $\underline{g}$  es el vector de aceleración gravitatoria. Cabe resaltar que el sistema de pulpa mineral, por sencillez, se considera monofásico ya que el tamaño de la partícula mineral más grande es de 74  $\mu\text{m}$  y el diámetro característico de los impulsores es de 66 mm, por lo anterior, el fluido se considera homogéneo e isotrópico (siempre que los sólidos permanezcan suspendidos (McCabe *et al.*, 2004)). Para conocer la velocidad de agitación crítica,  $N_{js}$ , necesaria para mantener los sólidos suspendidos durante la agitación de las

pulpas minerales, se usó la correlación de Grenville-Mak-Brown (Grenville *et al.*, 2015; Ramírez-Torres *et al.*, 2023) (véase la Ec. (4-11)), la cuál es una mejora de la correlación de Zwietering (Zwietering, 1958):

$$N_{js} = \frac{Z}{N_p^{0.333} T^{0.667}} \left( g \frac{\rho_s - \rho_L}{\rho_L} \right)^{0.5} D_a^{0.167} X_V^{0.154} \left( \frac{C}{T} \right)^{0.1} \quad (4-10)$$

donde,  $Z$  es una constante adimensional que depende del sistema impulsor y del tanque de agitación,  $T$  es el diámetro del tanque de agitación,  $g$  es la constante de aceleración gravitacional,  $D_a$  es el diámetro de los impulsores,  $C$  es la distancia de la parte baja del impulsor *Rushton* hacia el fondo del tanque,  $N_p$  es el número de poder del sistema impulsor,  $\rho_s$  es la densidad del concentrado mineral,  $\rho_L$  es la densidad de la fase líquida acuosa y  $X_V$  es la fracción volumétrica de sólidos. Para este estudio,  $N_{js} = 342$  rpm (Ramírez-Torres *et al.*, 2023).

Adicionalmente, el biorreactor se encuentra a temperatura constante (isotérmico), y no se considera el término relacionado a la reacción química ya que la cinética de biolixiviación es lenta en comparación con el tiempo característico de agitación. Se propone que la complejidad de las pulpas minerales se manifieste a través de la respuesta reológica. Entonces, el tensor de esfuerzos totales,  $\underline{\underline{T}}$ , se expresa mediante la Ec. (4-11):

$$\underline{\underline{T}} = -P_M \underline{\underline{I}} + \underline{\underline{\sigma}} \quad (4-11)$$

Donde,  $P_M$  es la presión mecánica,  $\underline{\underline{I}}$  es el tensor identidad y  $\underline{\underline{\sigma}}$  es el tensor de esfuerzos viscoelásticos.

Para un fluido no newtoniano inelástico, como lo son las pulpas de mineral (Mewis & Wagner, 2012; Sofrá & Boger, 2002), se utiliza la siguiente relación constitutiva:

$$\underline{\underline{\sigma}} = 2\eta(\dot{\gamma})\underline{\underline{D}} \quad (4-12)$$

donde,  $\underline{\underline{D}} = \frac{1}{2}(\nabla \underline{v} + (\nabla \underline{v})^T)$  es el tensor de rapidez de deformación, y  $\eta(\dot{\gamma})$  es la función viscosidad que depende del segundo invariante de  $\underline{\underline{D}}$  el cual se calcula mediante la Ec. (4-13):

$$\text{II}_{\underline{\underline{D}}} = \dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{4}\underline{\underline{D}}:\underline{\underline{D}}} \quad (4-13)$$

#### 4.4.2.2 Campo de velocidades en régimen turbulento

El vector de velocidad promediado en régimen turbulento,  $\langle \underline{v} \rangle$ , se obtuvo usando el concepto de *Reynolds-Averaged Navier-Stokes* (RANS), junto con correlaciones para el régimen transitorio y las llamadas funciones de pared (del inglés *wall functions*), que describen los fenómenos que se generan en la capa límite (Wilcox, 1998). Se usará el modelo  $\kappa - \varepsilon$  para describir los efectos turbulentos debido a su relativa simplicidad, y a su demostrada utilidad en muchas situaciones de flujo (Ountaksinkul *et al.*, 2021), particularmente, en la agitación continua de biorreactores (Joshi *et al.*, 2011a, 2011b; Núñez-Ramírez *et al.*, 2012; Wilcox, 1998). A las ecuaciones de balance de masa y balance de cantidad de movimiento se le agregan dos ecuaciones de transporte adicionales, una ecuación de balance de energía cinética turbulenta  $\kappa$ , y otra ecuación para la disipación de energía cinética  $\varepsilon$ :

$$\nabla \cdot \langle \underline{v} \rangle = 0 \quad (4-14)$$

$$\rho_p \left( \frac{\partial \langle \underline{v} \rangle}{\partial t} + \langle \underline{v} \rangle \cdot \nabla \langle \underline{v} \rangle \right) = \nabla \cdot \underline{\underline{T}}_T + \rho_p \underline{g} \quad (4-15)$$

$$\rho_p \left( \frac{\partial \kappa}{\partial t} + \langle \underline{v} \rangle \cdot \nabla \kappa \right) = \nabla \cdot \left[ \left( \eta(\dot{\gamma}) + \frac{\eta_T}{\sigma_k} \right) \nabla \kappa \right] + P_k - \rho_p \varepsilon \quad (4-16)$$

$$\rho_p \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \langle \underline{v} \rangle \cdot \nabla \varepsilon \right) = \nabla \cdot \left[ \left( \eta(\dot{\gamma}) + \frac{\eta_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{\kappa} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{\kappa} P_k \quad (4-17)$$

$$\eta_T = \rho_p C_\mu \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \quad (4-18)$$

$$P_k = \mu_T \left[ \nabla \langle \underline{v} \rangle : \left( \nabla \langle \underline{v} \rangle + (\nabla \langle \underline{v} \rangle)^T \right) \right] \quad (4-19)$$

donde,  $\rho_p$  es la densidad de la pulpa mineral,  $\eta_T$  es la viscosidad turbulenta,  $\sigma_k, \sigma_\varepsilon, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}$  y  $C_\mu$  son constantes necesarias para cerrar el sistema de ecuaciones las cuales ya han sido reportadas previamente (Wilcox, 1998),  $P_k$  es un escalar asociado a la difusión de la presión,  $\underline{T}_T$  es el tensor de esfuerzos turbulento y el término  $\langle \rho_p \underline{v}' \underline{v}' \rangle$  es el tensor de esfuerzos de Reynolds que se expresa en términos de las fluctuaciones de la velocidad,  $\underline{v}'$ , durante el flujo turbulento (Wilcox, 1998) (ver Ec. (4-20)).

$$\begin{aligned} \underline{T}_T &= -\langle P_M \rangle \underline{I} + 2(\eta(\dot{\gamma}) + \eta_T) \left\langle \underline{D} \right\rangle - \langle \rho_p \underline{v}' \underline{v}' \rangle \\ &= -\langle P_M \rangle \underline{I} + (\eta(\dot{\gamma}) + \eta_T) \left( \nabla \langle \underline{v} \rangle + (\nabla \langle \underline{v} \rangle)^T \right) - \rho_p \left( 2\eta_T \left\langle \underline{D} \right\rangle - \frac{2}{3} \kappa \underline{I} \right) \end{aligned} \quad (4-20)$$

#### 4.4.2.3 Líneas de corriente

Las líneas de corriente durante un flujo en estado estacionario coinciden con las trayectorias que trazan las partículas de la pulpa mineral en su movimiento, y tienen la característica de que la tangente a ellas, en cualquier punto, indica la dirección del vector velocidad  $\underline{v}$  en dicho punto. Conociendo el campo de velocidades (descripción euleriana) se determinan las trayectorias de las partículas (descripción Lagrangiana):

$$\underline{X}(t) = \underline{X}(t_0) + \int_0^t \underline{v}(t') dt' \quad (4-21)$$

donde,  $\underline{X}(t)$  es el vector posición del elemento material,  $t_0$  es un tiempo inicial,  $\underline{v}$  es el vector velocidad y  $t'$  es una variable muda de integración.

## 5 Análisis de resultados

### 5.1 Pruebas reológicas

#### 5.1.1 Flujo cortante simple estacionario (CS)

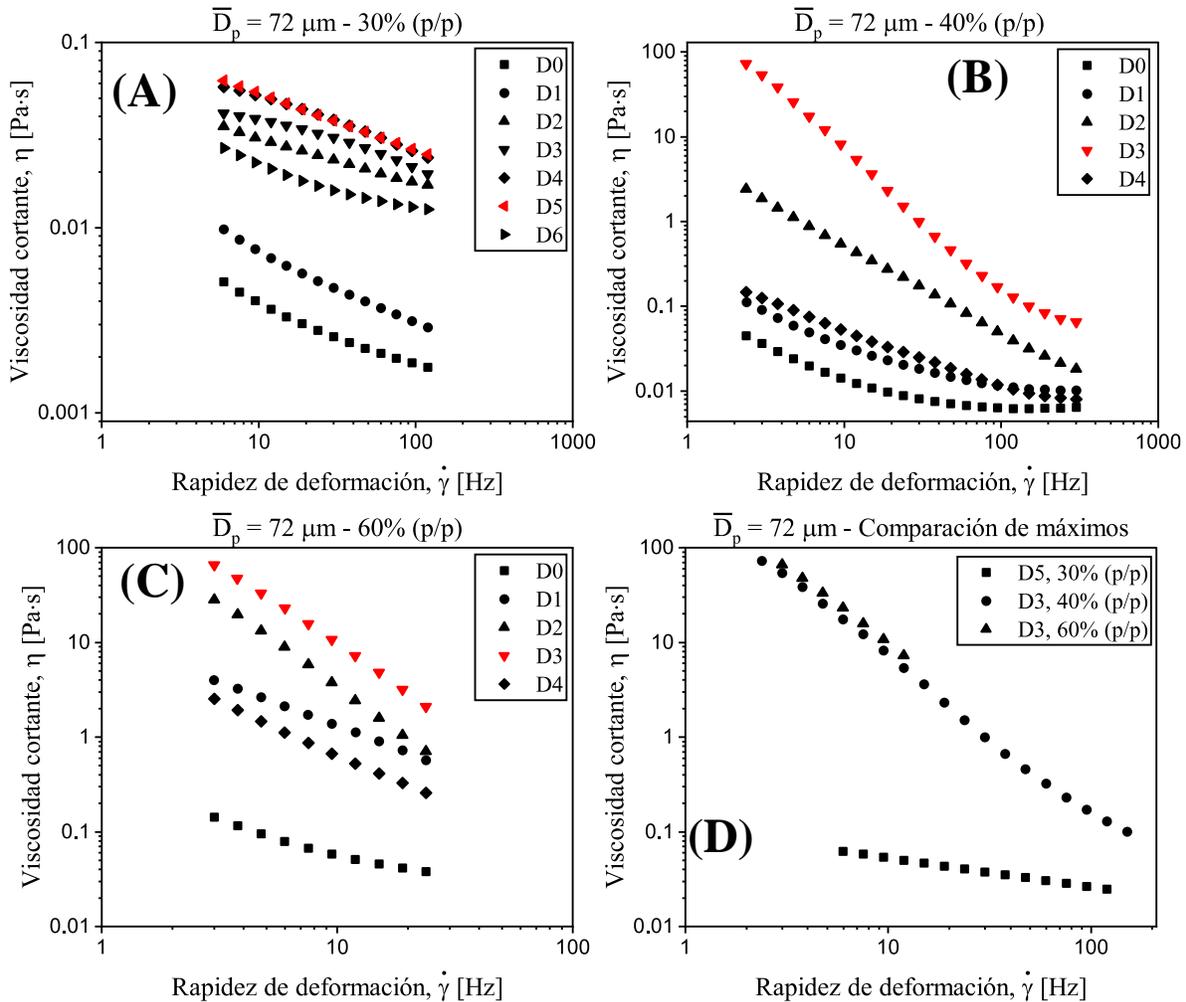
La **Figura 5-1**, muestra la prueba de CS de las pulpas minerales con un tamaño de partícula de  $\overline{D}_p = 72 \mu\text{m}$  a diferentes concentraciones de pulpa ( $\chi_p$ ) en función del tiempo de biolixiviación. Todas las pruebas de CS en esta investigación mostraron que las pulpas minerales se comportan como un fluido adelgazante al flujo ( $n < 1$ ), cómo se ha reportado anteriormente (Bhattacharya *et al.*, 1998; Núñez-Ramírez *et al.*, 2018; Núñez-Ramírez *et al.*, 2019a; Ramírez-Torres *et al.*, 2023; Sun *et al.*, 2010). Para todos los casos, a un tiempo de biolixiviación, la viscosidad cortante encuentra un máximo para posteriormente disminuir. En este sentido, para cada  $\chi_p = 30\%$ ,  $40\%$ ,  $60\%$ , (p/p) el máximo se manifiesta en los días 5, 3, 3, respectivamente. La curva de flujo para  $\chi_p = 40\%$  (véase la **Figura 5-1(A)**) exhibe un aumento en la viscosidad cortante de 4 órdenes de magnitud a bajas rapidez de deformación, lo que podría indicar la presencia de un esfuerzo a la cedencia, como se ha reportado en la literatura científica para otros sistemas de biolixiviación (Bhattacharya *et al.*, 1998; Ramírez-Torres *et al.*, 2023). Bhattacharya *et al.* (1998) descubrieron que, en pulpas minerales de laterita de níquel, el esfuerzo de cedencia se manifiesta a  $\chi_p > 20\%$ , adicionalmente, detectaron un aumento escalonado del esfuerzo a la cedencia en  $25\% \text{ (p/p)} < \chi_p < 45\% \text{ (p/p)}$ ; concluyen que el esfuerzo a la cedencia aumenta al disminuir el tamaño de partícula

relacionándolo con el área superficial del concentrado mineral  $S_0$  y otras propiedades de las partículas como la forma, tamaño, porosidad, etc. Cabe resaltar que en el estudio de Bhattacharya *et al.* (1998) las pulpas minerales no son sometidas a biolixiviación.

El efecto de la biolixiviación en la respuesta reológica de las pulpas minerales se manifiesta, principalmente, a través del *biofilm* que se forma en el mineral y en la fase acuosa, en el sentido reológico, el *biofilm* coadyuva a estructurar el sistema coloidal, es decir, aumenta los puntos de contacto en las pulpas, aumentando los parámetros materiales. De lo anterior, Portela *et al.* (2019) estudiaron la respuesta reológica de cultivos bacterianos de *Staphylococcus aureus* exhibiendo un comportamiento reológico complejo, en particular, en CS la viscosidad aumentó durante la fase de crecimiento bacteriano acompañada de la estabilización de la población bacteriana, reportando un valor máximo de viscosidad para retornar al valor inicial de viscosidad a la fase de adaptación en la fase de muerte, adicionalmente, Patrício *et al.* (2014) también observaron un aumento de la viscosidad con la cinética de crecimiento bacteriano argumentando que el aumento de viscosidad es debido a la formación de *clusters* de microorganismos los cuales fueron observados a través de microscopía óptica.

En este trabajo se controlaron varias variables (temperatura, pH, velocidad de agitación, concentración de pulpa, etc.) durante el proceso de biolixiviación en un CSTR, tales como pH, temperatura, tamaño y forma de partícula, y es pertinente concluir que el aumento de la viscosidad cortante con el tiempo de biolixiviación se debe, principalmente, a la estructuración de las pulpas minerales a causa de la formación del *biofilm*. Por lo anterior, *a priori*, las condiciones de biolixiviación a  $\chi_p = 60\%$  (p/p) posee varias ventajas: el máximo de biolixiviación se alcanza en 3 días, la viscosidad cortante es similar a la de  $\chi_p = 40\%$  (p/p)

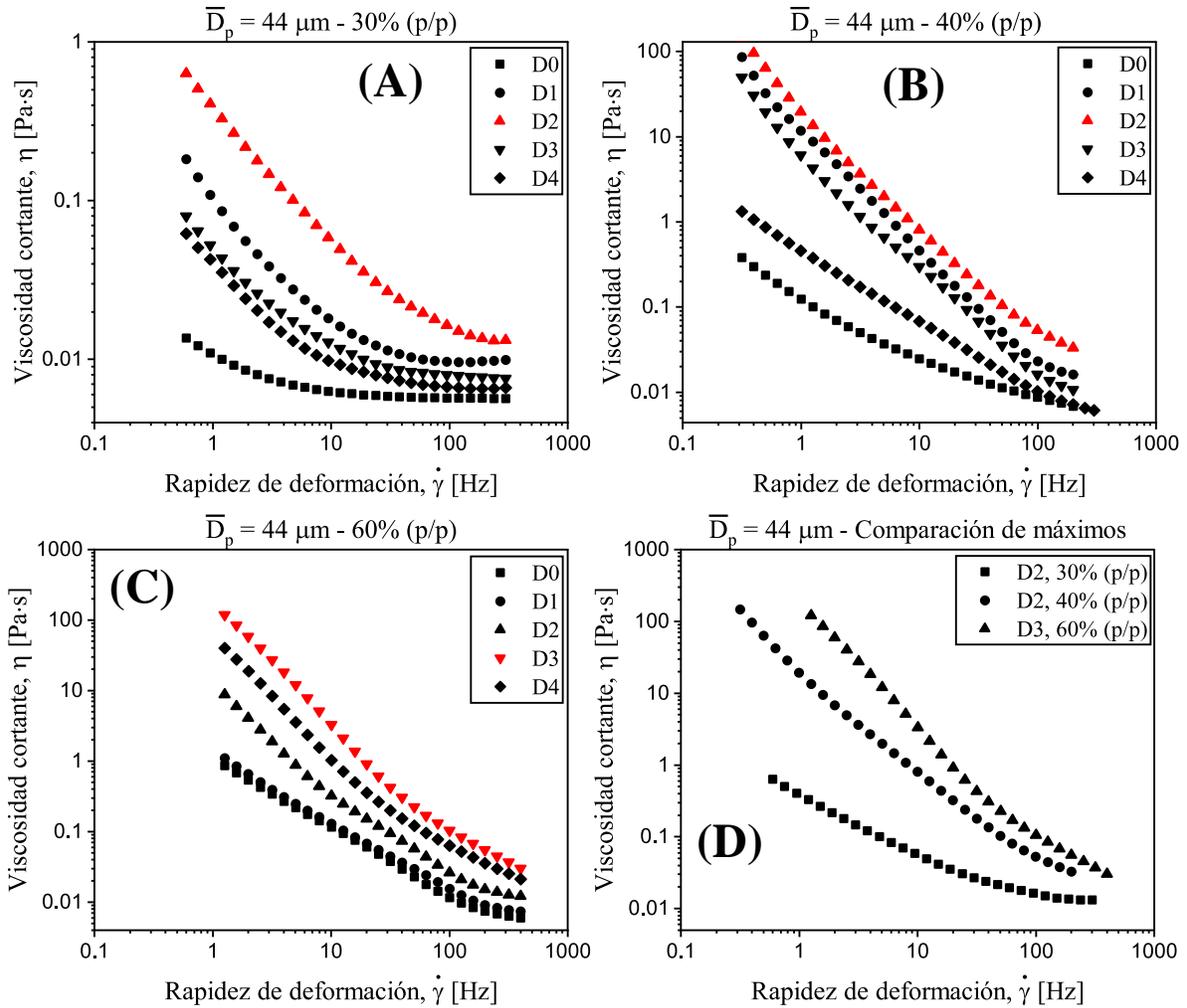
(véase la **Figura 5-1(B)**) con un consumo de potencia sería similar, sin embargo, a  $\chi_p = 60\%$  (p/p) se puede procesar una mayor cantidad de concentrado mineral.



**Figura 5-1.** Prueba de flujo cortante simple estacionario a distintas concentraciones de sólidos para la pulpa mineral con  $\bar{D}_p = 72 \mu\text{m}$ : (A) 30% (p/p), (B) 40% (p/p), (C) 60% p/p y (D) comparación de máximas respuestas.

Asimismo, la **Figura 5-2** muestra la prueba de CS de las pulpas minerales con  $\bar{D}_p = 44 \mu\text{m}$  a diferentes concentraciones de pulpa  $\chi_p = 30\%$ , 40%, 60% (p/p), en función del tiempo de biolixiviación. En comparación con la **Figura 5-1**, a todas las  $\chi_p$  de la **Figura 5-2** se detectó

una mayor viscosidad en su correspondiente día de biolixiviación lo que concuerda con lo reportado por Bhattacharya *et al.* (1998), ya que, a un menor tamaño de partícula las pulpas minerales poseen una mayor área superficial, aumentando la cantidad de puntos de contacto, y la disponibilidad de alimento para los microorganismos, y por lo tanto, la viscosidad cortante. En la mayoría de las curvas de flujo de la **Figura 5-2** se observó que a altas rapidez de deformación la viscosidad tiende hacia un valor cercano a la viscosidad del agua, lo que es típico de suspensiones coloidales acuosas de partículas rígidas (Mewis & Norman, 2012). Adicionalmente, conforme aumenta  $\chi_p$ , se observó un cambio de pendiente a altas  $\dot{\gamma}$  lo que podría ser un indicio de empaquetamiento de partículas, también conocido como transición vítrea coloidal (Mewis & Norman, 2012). Cuando  $\dot{\gamma}$  disminuye se observa un aumento de viscosidad de hasta 5 órdenes de magnitud para  $\chi_p = 30\%$  y  $40\%$ , lo que podría sugerir la presencia de un esfuerzo a la cedencia a  $\dot{\gamma}$  muy bajos. Por otro lado, los máximos de viscosidad para cada  $\chi_p = 30\%$ ,  $40\%$ ,  $60\%$  (p/p) fueron en los días 2, 2, y 3, respectivamente, menores en comparación a los reportados en la **Figura 5-1**, a excepción de  $\chi_p = 60\%$ . Nótese como los máximos de cada  $\chi_p$  exhiben pendientes de adelgazamiento distintas (véase la **Figura 5-2(D)**), de hecho, la pendiente es más pronunciada a medida que  $\chi_p$  aumenta lo que, desde un punto de vista reológico, indica que los componentes del sistema generan mayor estructura, es decir, aumento de los puntos de contacto entre sí exhibiendo mayor viscosidad y una mayor pendiente de adelgazamiento. Las mejores condiciones de biolixiviación, en términos de la respuesta reológica de la **Figura 5-2**, i.e. alcanzar la fase de crecimiento estacionario (máxima viscosidad) en un menor tiempo de biolixiviación, se manifiestan a  $\chi_p = 40\%$  que exhibe un valor de viscosidad intermedio (véase la **Figura 5-2(D)**).

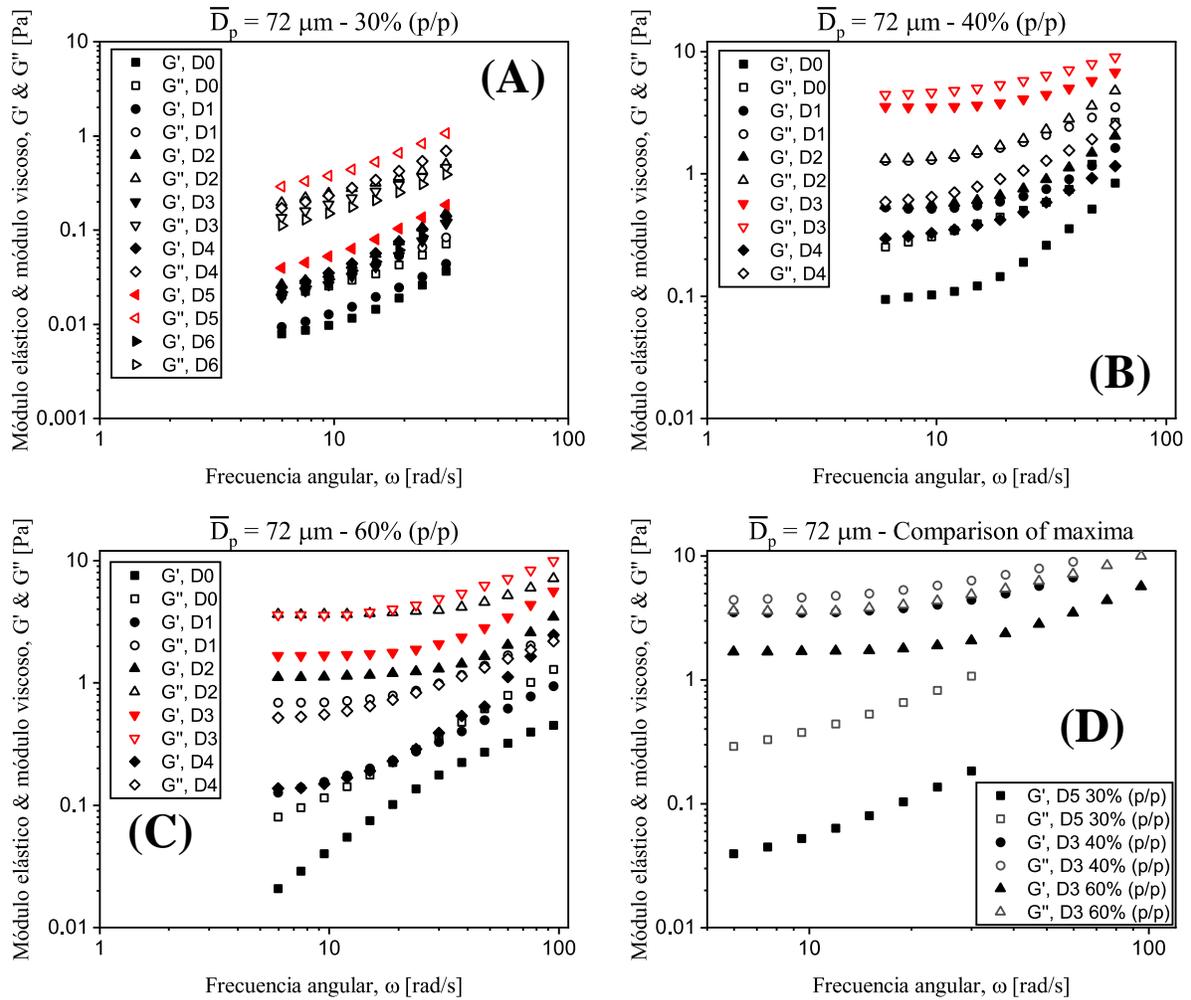


**Figura 5-2.** Prueba de flujo cortante simple estacionario a distintas concentraciones de sólidos para la pulpa mineral con  $\overline{D}_p = 44 \mu\text{m}$ : (A) 30% (p/p), (B) 40% (p/p), (C) 60% p/p y (D) comparación de las máximas respuestas.

### 5.1.2 Flujo oscilatorio de pequeña amplitud de deformación (SAOS)

La **Figura 5-3**, muestra la prueba de SAOS de las pulpas minerales con  $\overline{D}_p = 72 \mu\text{m}$  a diferentes concentraciones de pulpa ( $\chi_p$ ) en función del tiempo de biolixiviación. En todos los experimentos mostrados en este trabajo,  $G'' > G'$ , tal y como se ha reportado anteriormente (Núñez-Ramírez *et al.*, 2018; Núñez-Ramírez *et al.*, 2019a; Ramírez-Torres *et al.*, 2023). Las máximas respuestas viscoelásticas para cada  $\chi_p$  coinciden con las observadas

en la **Figura 5-1** (véase **Figura 5-3**). Para concentraciones de sólidos  $\chi_p = 40\%$  y  $60\%$  (p/p) a bajas frecuencias,  $G'$  y  $G''$  son casi paralelos y escalan con  $\sim\omega^n$ , lo cual es más evidente en la máxima respuesta viscoelástica lineal, este comportamiento se denomina como *pseudo-sólido* (Patrício *et al.*, 2014; Portela *et al.*, 2019; Ramírez-Torres *et al.*, 2023). Además, a medida que la biolixiviación continúa, la respuesta viscoelástica aumenta. Portela *et al.* (2019) y Patrício *et al.* (2014) demostraron que el exponente con la que escalan  $G'$  y  $G''$  con la frecuencia depende de la fase de crecimiento bacteriano que, para el caso de *Staphylococcus aureus*, se debe a la formación de estructuras dinámicas tipo telaraña cuyo fenómeno específico depende de la densidad celular y, por ende, del *biofilm*; algo similar ocurre en la biolixiviación de minerales. Los microorganismos se sujetan al mineral por medio de la excreción de EPS lo cual explicaría el aumento del módulo viscoso en las pulpas minerales con el tiempo de proceso y, la presencia del *biofilm* aumenta la magnitud del módulo elástico debido a que es un agente cohesivo entre los microorganismos y las partículas minerales. Por otro lado, a altas frecuencias, la mayoría de las respuestas corresponden a una respuesta viscoelástica de tipo maxwell multimodal, con al menos 3 cambios de pendiente, como era de esperarse (Núñez-Ramírez *et al.*, 2018). En contraste con la **Figura 5-1(D)**, la **Figura 5-3(D)** muestra que la máxima respuesta viscoelástica se manifiesta a  $\chi_p = 40\%$ .



**Figura 5-3.** Prueba de flujo oscilatorio de pequeña amplitud de deformación a distintas

concentraciones sólidos para la pulpa mineral  $\overline{D}_p = 72 \mu\text{m}$ : (A) 30% (p/p), (B) 40% (p/p), (C) 60%

p/p y (D) comparación de las máximas respuestas. Los símbolos vacíos representan  $G''$  y los

símbolos llenos representan  $G'$ .

La **Figura 5-4** muestra la prueba de SAOS de las pulpas minerales con  $\overline{D}_p = 44 \mu\text{m}$  a

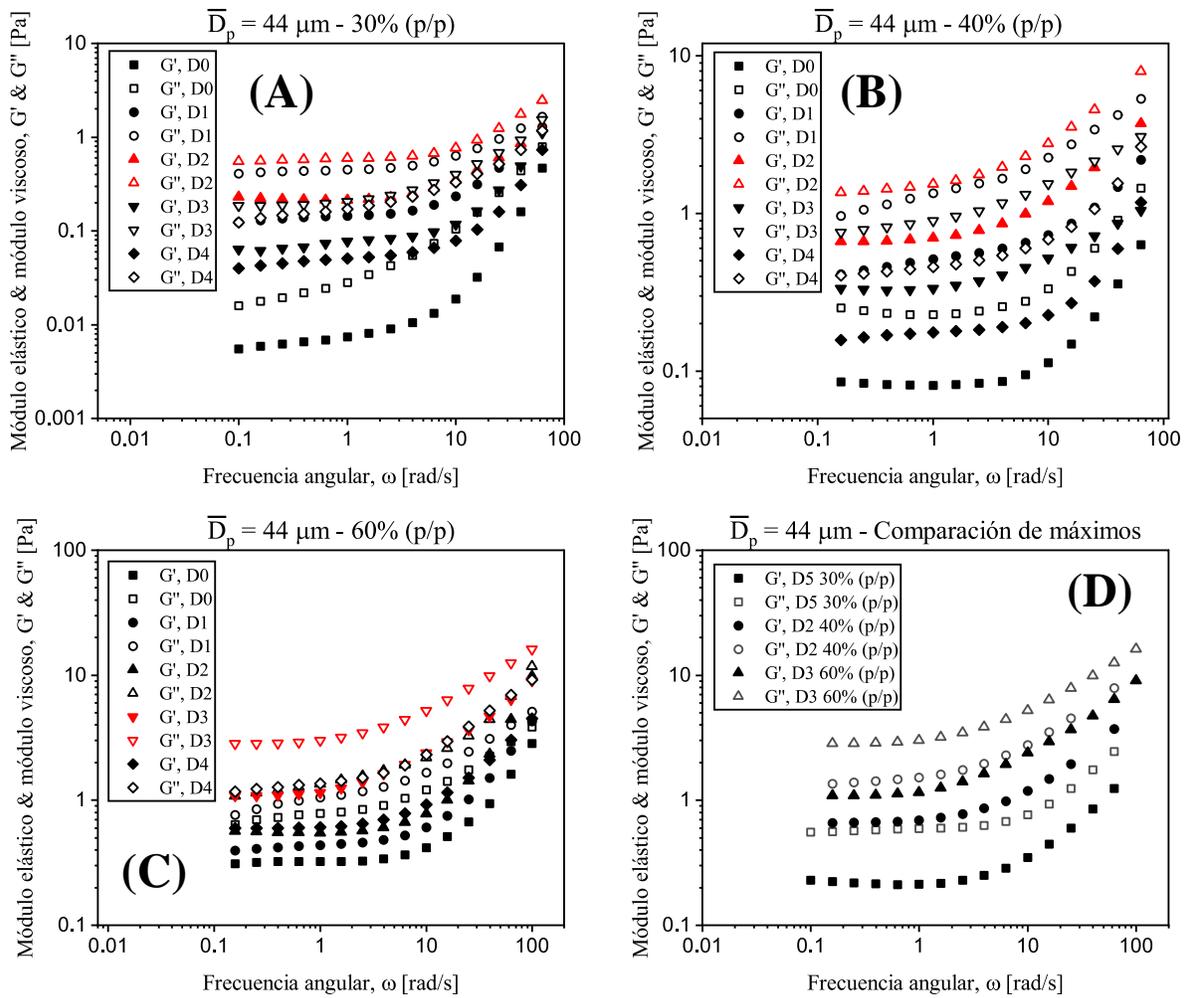
diferentes concentraciones de pulpa ( $\chi_p$ ) en función del tiempo de biolixiviación. El aumento

de la respuesta viscoelástica en comparación con la **Figura 5-3** no es tan evidente como la

observada entre las **Figura 5-1** y **Figura 5-2**. Lo anterior se debe a que la respuesta reológica

de la prueba de SAOS, al ser una prueba de flujo débil, toma en cuenta solo las interacciones

de tiempos de relajación cortos como las responsables de la sujeción del microorganismo al mineral, y las presentes entre el *biofilm* en la fase acuosa (Fabry *et al.*, 2001). Cabe resaltar que, la **Figura 5-4** también exhibe una respuesta de tipo *pseudo-sólida*. Adicionalmente, los máximos de viscoelasticidad coinciden con los reportados en la **Figura 5-2**. De las pruebas reológicas se concluye que, un menor tamaño de partícula mejora las condiciones de biolixiviación, ya que el máximo de la respuesta reológica se alcanza en menor tiempo. Esto es debido al aumento del área superficial por el menor tamaño de partícula lo que aumenta la disponibilidad del alimento para el microorganismo acidófilo. En las siguientes secciones se mostrarán otros criterios para escoger como mejores condiciones en la remoción de impurezas en las pulpas de mineral entre  $\chi_p = 40\%$  y  $60\%$  (p/p) con  $\overline{D}_p = 44 \mu\text{m}$ .



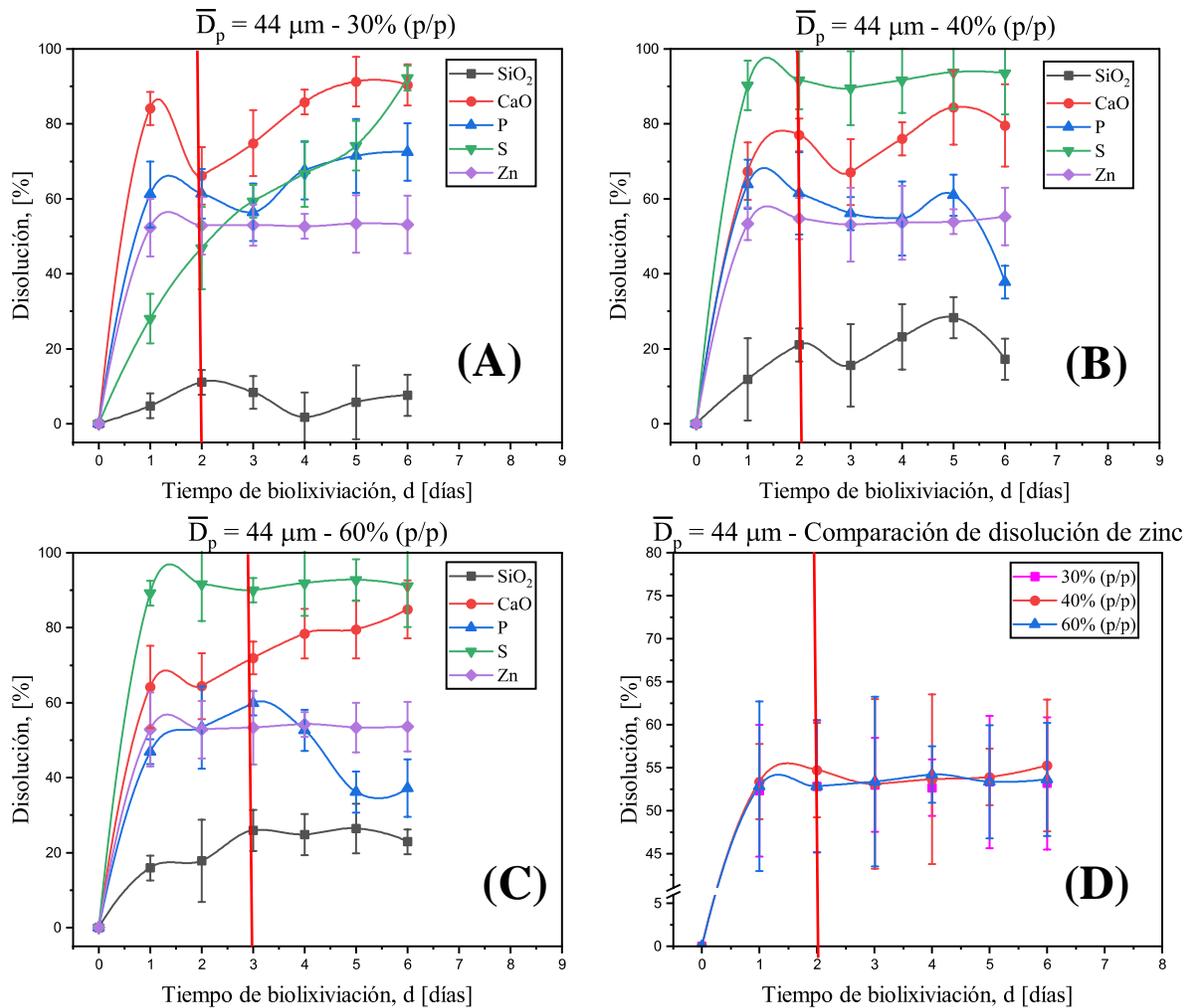
**Figura 5-4.** Prueba de flujo oscilatorio de pequeña amplitud de deformación a distintas concentraciones de sólidos para la pulpa mineral  $\bar{D}_p = 44 \mu\text{m}$ : (A) 30% (p/p), (B) 40% (p/p), (C) 60% p/p y (D) comparación de las máximas respuestas. Los símbolos vacíos representan  $G''$  y los símbolos llenos  $G'$ .

## 5.2 Cinética de disolución de elementos

En la **Figura 5-5** se puede observar la cinética de disolución de elementos durante la biolixiviación de las pulpas minerales con  $\bar{D}_p = 44 \mu\text{m}$ . La pulpa mineral con  $\chi_p = 40\%$  (p/p) alcanza una considerable disolución de las principales impurezas (P,  $\text{SiO}_2$ , Zn, CaO y S) en el primer día de biolixiviación; pasados 6 días, las disoluciones de las impurezas oscilan para

$\chi_p = 30\%$  y  $60\%$  (p/p), donde se observó un comportamiento similar. Ciftci *et al.* (2018) mencionan que, en la biolixiviación de metales sulfurados, las fuerzas de Van der Waals y los puentes de hidrógeno son los principales tipos de interacciones que participan en la disolución de metales. Estas interacciones explicarían el cambio en la respuesta reológica de las pulpas minerales a lo largo del tiempo de biolixiviación, en específico, los cambios de pendiente de adelgazamiento y el efecto oscilante de la concentración de algunos elementos, ya que estos se liberan del concentrado mineral o regresan a la fase sólida. Por otro lado, Barrett *et al.* (1993) estudiaron el efecto del catión  $\text{Fe}^{3+}$  en la biooxidación de mezclas de arsenopirita-pirita, llegando a la conclusión de que una alta concentración del catión, junto con la acción de un consorcio bacteriano compuesto por *Bacillus*, *Pseudomonas*, *Bacillus cereus*, *Achromobacter*, *Bacillus cereus* y *Alcaligenes faecalis*, actúan como limpiadores de la superficie catalítica (pirita), aumentando la oxidación de  $\text{As}^{3+}$  a  $\text{As}^{5+}$  en la arsenopirita (Barrett *et al.*, 1993). En otras palabras, el catión  $\text{Fe}^{3+}$  posee un efecto positivo indirecto en la eficiencia de la biooxidación. Adicionalmente, Jiang *et al.* (2019) demostraron que el efecto conjunto de  $\text{Fe}^{3+}$  y  $\text{Ag}^+$  en la biolixiviación en columnas de jales mineros de Cu con *Acidithiobacillus thiooxidans* aumenta la eficiencia del proceso. Además, identificaron que la oxidación de  $\text{Fe}^{2+}$  proporciona la energía necesaria para el crecimiento del microorganismo, mientras que el  $\text{Fe}^{3+}$  actúa como el principal agente para la oxidación del Cu en el mineral sulfurado. Un efecto similar se puede esperar en la biolixiviación de minerales de hierro; la concentración de  $\text{Fe}^{2+}$  disminuye debido a la reproducción de los microorganismos, aumentando la concentración de  $\text{Fe}^{3+}$ , alcanzando un punto máximo en el tiempo de la máxima respuesta reológica durante la biolixiviación. El comportamiento oscilante en la disolución de algunos elementos también puede atribuirse a que, en el primer

día de biolixiviación, la concentración de  $\text{Fe}^{3+}$  aumenta rápidamente y luego se mantiene constante debido al fallecimiento de los microorganismos y a la falta de oxidación del  $\text{Fe}^{2+}$  lo que cambia el balance de cargas electrostáticas en el sistema; nótese que en la **Figura 5-5** estos efectos se generan entre los días 2 y 3. Relacionando los resultados de la **Figura 5-5** con los experimentos reológicos de las **Figura 5-2** y **Figura 5-4** se observó que en el día de la máxima respuesta reológica para las pulpas con  $\chi_p = 40\%$  (p/p) la disolución de elementos tales como  $\text{SiO}_2$ , Zn, CaO y S alcanzan el máximo para posteriormente mantenerse o disminuir. Para  $\chi_p = 60\%$  (p/p) se observó lo anterior al día 3 de biolixiviación. Dado que el zinc es una impureza especialmente perjudicial para el ambiente si se combina con oxígeno, y es dañino para algunos tipos subprocesos de refinación metálica (Leiva *et al.*, 2022), se realizó una comparación de la disolución de zinc (véase **Figura 5-5(D)**) para los distintos valores de  $\chi_p$ ; se observó que al día 2, las pulpas minerales con  $\chi_p = 40\%$  (p/p) muestran el valor máximo promedio de disolución de zinc, en general, para cualquier  $\chi_p$  la disolución de zinc es mayor al 50%.



**Figura 5-5.** Cinética de disolución de elementos a cada día de biolixiviación de todas las concentraciones de sólidos para la pulpa mineral con  $\overline{D}_p = 44 \mu\text{m}$ : (A) 30% (p/p), (B) 40% (p/p), (C) 60% p/p y (D) comparación de las disoluciones de zinc. La línea horizontal roja indica el día de la máxima respuesta reológica.

### 5.3 Hidrodinámica del biorreactor de agitación continua (CSTR)

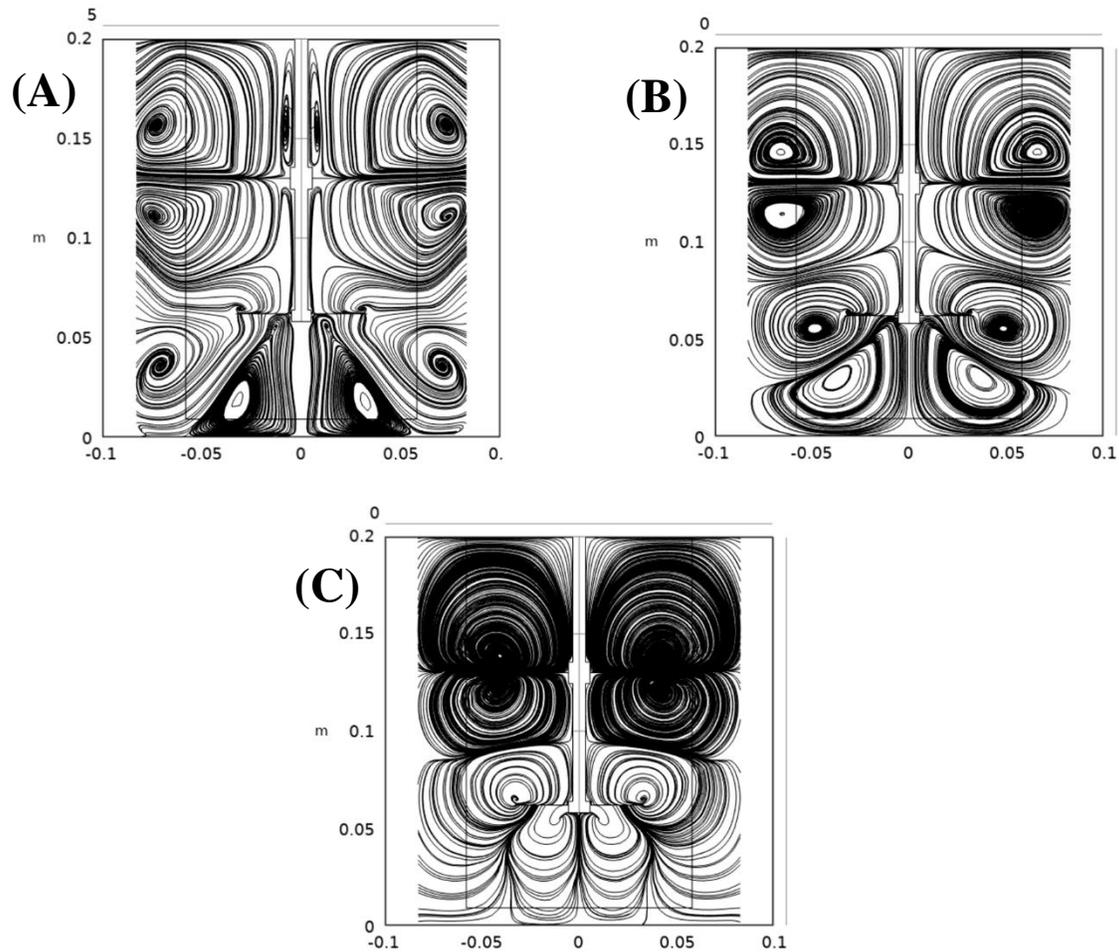
Las simulaciones numéricas de la hidrodinámica del biorreactor son de utilidad para conocer la velocidad de agitación en la que se manifiesten las mejores características para un buen mezclado (homogeneidad). Dado que las pulpas minerales son opacas, los métodos experimentales basados en trazadores para obtener las líneas de corriente y otras propiedades

hidrodinámicas del tanque de agitación no resultan útiles. Además, debido a la complejidad de la respuesta reológica de las pulpas minerales, como se describió anteriormente, el uso de fluidos modelo, como el propuesto en el estudio de Núñez-Ramírez *et al.* (2012), resulta complicado. Sin embargo, técnicas como la velocimetría de imagen de partículas (del inglés Particle Image Velocimetry, PIV) y la velocimetría de efecto Doppler pueden ser alternativas para obtener las líneas de corriente y los campos de velocidades de las pulpas minerales (Scharnowski & Kähler, 2020), aunque no directamente para el campo de viscosidades. El propósito de la siguiente sección es proponer un análisis cualitativo del comportamiento de las propiedades hidrodinámicas del CSTR de la biolixiviación de las pulpas minerales para establecer las mejores condiciones de mezclado.

### 5.3.1 Líneas de corriente para las distintas concentraciones de pulpas minerales

En la **Figura 5-6** se muestran las líneas de corriente a distintas  $\chi_p$  durante la máxima respuesta reológica (véanse las **Figura 5-1** y **Figura 5-2**), y a una velocidad de agitación constante. Para  $\chi_p = 30\%$  y  $40\%$ , (p/p) se observó que la topología de las líneas de corriente permanece igual a partir de una velocidad de agitación crítica, la cual fue 200 rpm y 600 rpm, respectivamente, mientras que a  $\chi_p = 60\%$  (p/p) la forma de las líneas de corriente cambia conforme  $N$  aumenta (ver **Figura A1** y **Figura A3** del **Apéndice A**). Lo anterior se debe a la alta viscosidad y al gran efecto de adelgazamiento que experimentan las pulpas minerales a altas concentraciones. Las **Figura 5-6(A)** y **5-6(B)** mostraron 8 zonas de recirculación, 4 por debajo del impulsor *Maxflo*, 2 por arriba y 2 por debajo del impulsor *Rushton*; los vórtices creados por el impulsor *Maxflo* son elipsoides con eje mayor y eje menor parecidos (paso aproximadamente cuadrado) mientras que los vórtices generados por el impulsor *Rushton* tiene un eje mayor predominante en dirección radial; como se ha reportado (Ramírez-Torres

*et al.*, 2023). Nótese que las zonas de recirculación de la **Figura 5-6(B)** se encuentran mejor distribuidas en el tanque de agitación en comparación con la **Figura 5-6(A)**, sin embargo, 4 zonas de recirculación se observaron en la base del tanque de agitación de la **Figura 5-6(A)** lo que puede disminuir el efecto de la precipitación de las pulpas, que se traduce como una ventaja. Asimismo, la **Figura 5-6(C)** exhibe 6 zonas de recirculación, 2 por arriba del impulsor *Maxflo* y 4 generadas por el impulsor *Rushton* de las cuales 2 están por arriba y 2 por debajo. Cabe resaltar que no observó ninguna zona de recirculación en la base del tanque de agitación lo cual no es deseable ya que promueve el estancamiento de las partículas sólidas de la pulpa. Las líneas de corriente de la **Figura 5-6(C)** pueden ser mejoradas si se aumenta la velocidad de agitación, sin embargo, se llegará al régimen turbulento lo cual no es deseable para este tipo de procesos (Bobadilla-Fazzini & Poblete-Castro, 2021). Para mejorar la distribución de las líneas de corriente para las pulpas minerales con  $\chi_p = 60\%$ , dado que son en extremo adelgazantes y altamente viscosos, se recomienda usar un impulsor de tipo ancla o del tipo helicoidal (Brito-De la Fuente *et al.*, 1997b).



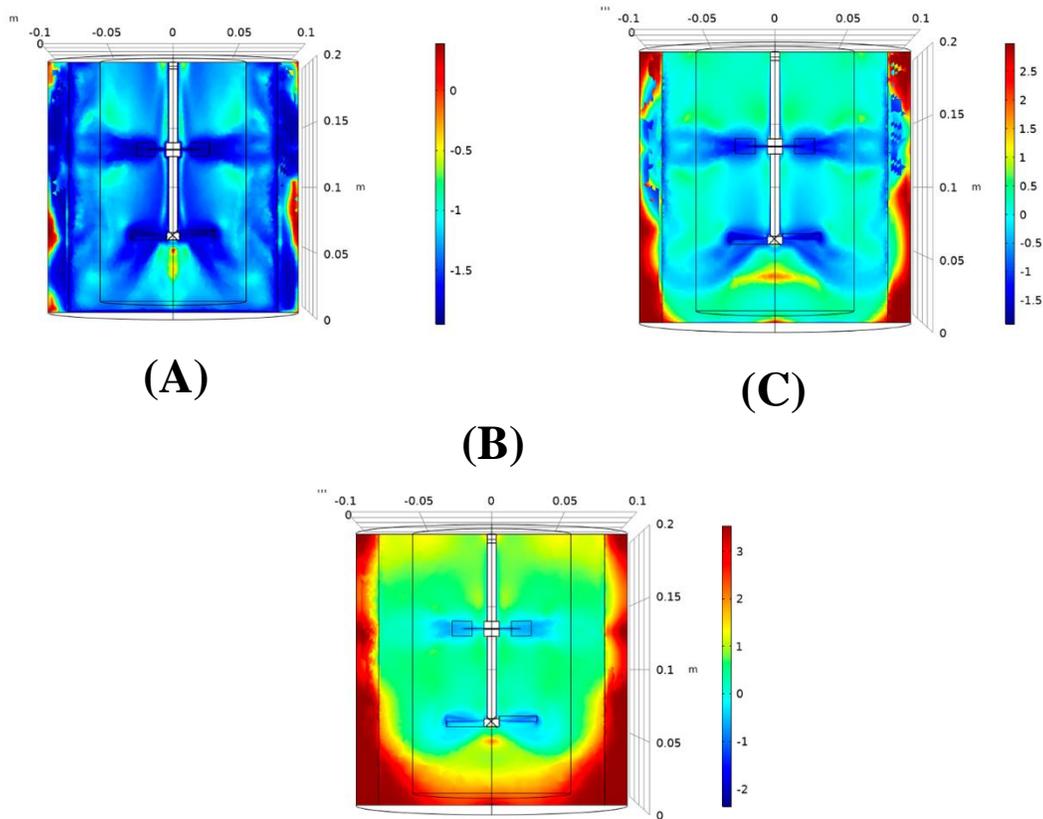
**Figura 5-6.** Líneas de corriente de las pulpas minerales en el plano XY a la máxima respuesta reológica y a una velocidad de agitación dada. (A) 30% (p/p), N = 200 rpm, (B) 40% (p/p), N = 600 rpm, (C) 60% (p/p), N = 800 rpm.

### 5.3.2 Mapas de viscosidad aparente para las distintas concentraciones de pulpas minerales

En la **Figura 5-7** se exhibe el mapa de viscosidad en el plano XY del biorreactor para todas las concentraciones de pulpa mineral a una velocidad de agitación constante; en las escalas de colores, el valor mínimo corresponde a  $\log(\eta_{\infty})$  y el valor máximo corresponde a  $\log(\eta_0)$  de la máxima respuesta reológica para cada  $\chi_p$  (ver la **Tabla A1** del apéndice). Desde

una interpretación reológica, un valor de viscosidad aparente cercano a  $\log(\eta_{\infty})$  implica una completa orientación de las pulpas minerales al flujo impuesto por los impulsores en el CSTR con su correspondiente desestructuración completa (mínimo valor de puntos de contacto intermoleculares en las pulpas), asimismo, cuando la viscosidad aparente se acerca a  $\log(\eta_0)$ , las pulpas minerales resisten la fuerza que genera el flujo y no se orientan al flujo (no disminuye la cantidad de puntos de contacto), esto sucede en zonas donde la rapidez de deformación es muy baja que, en el contexto de los tanques de agitación, equivale a zonas donde la velocidad del fluido es baja (Márquez-Baños *et al.*, 2019; Ramírez-Torres *et al.*, 2023). Con base en lo anterior, se propone una velocidad de agitación de tal manera que en el mapa de viscosidad aparente se minimicen zonas con  $\log(\eta_0)$  y  $\log(\eta_{\infty})$ , ya que una dominante desestructuración de las pulpas no es aconsejable pues puede dañar el *biofilm* o a la membrana celular de los microorganismos (Chéron *et al.*, 2020), y zonas cuya estructura se encuentre intacta implica una baja velocidad de flujo y la precipitación de las partículas minerales en el tanque (Zwietering, 1958). En la **Figura 5-7(A)** se observó que a 300 rpm las zonas con  $\log(\eta_0)$  son nulas a excepción de la parte baja del impulsor *Maxflo*; a mayores velocidades de agitación,  $\log(\eta_{\infty})$  domina (ver **Figura A4** del apéndice). El efecto anterior es más evidente en la **Figura 5-7(B)**, donde, la velocidad de agitación propuesta fue de 700 rpm, nótese que en las esquinas entre la base del tanque y la mampara existen zonas de  $\log(\eta_0)$  lo que indica un estancamiento de las pulpas minerales, por lo que aumentar la velocidad de agitación resolvería el problema (ver **Figura A4** del apéndice), sin embargo, podría llegarse al régimen de flujo turbulento, lo cual es indeseable. En la **Figura 5-7(C)** se observa un mapa de viscosidad aparente heterogéneo a pesar de la alta velocidad de agitación (1000 rpm), lo anterior se debió a la alta viscosidad que poseen las pulpas con  $\chi_p = 60\%$  y

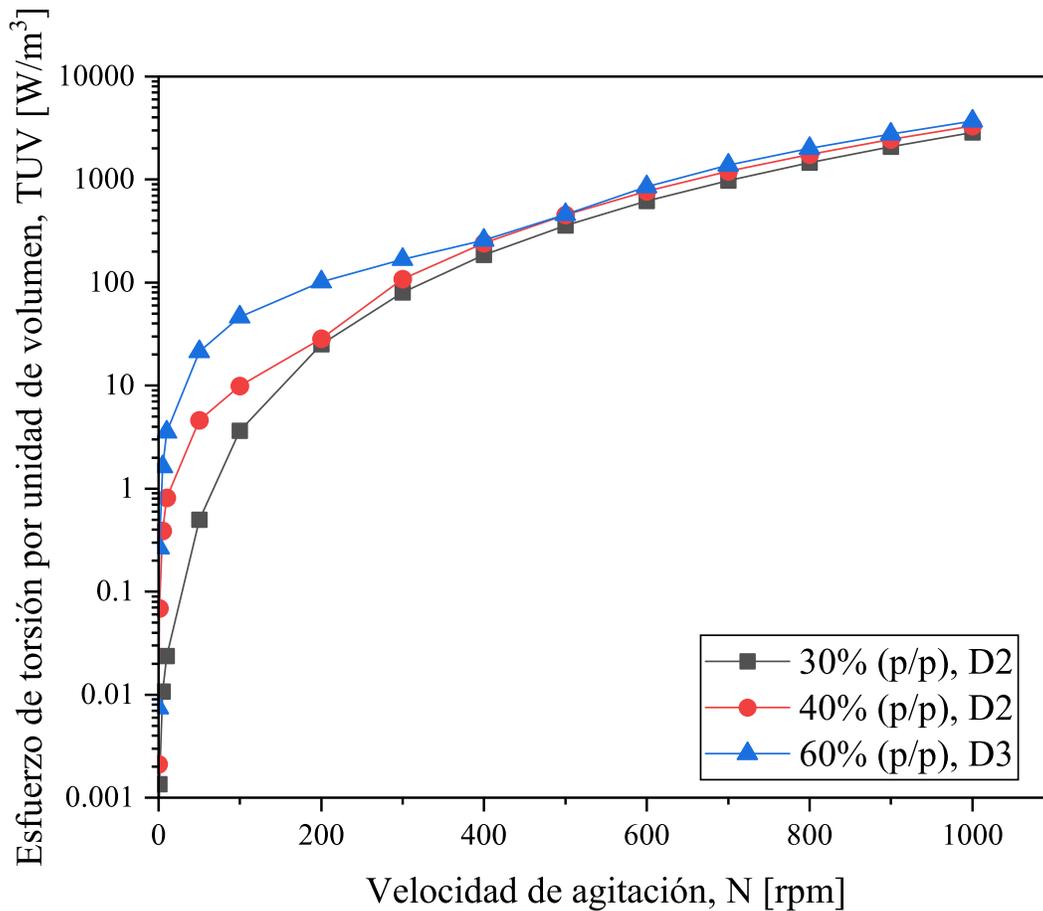
al pronunciado efecto de adelgazamiento, en este caso la configuración de impulsores propuesta en este trabajo no es apropiada, por lo que se recomienda el uso de un impulsor de tipo ancla o de cinta helicoidal (Brito-De la Fuente *et al.*, 1997b).



**Figura 5-7.** Mapas de viscosidad aparente generados en el plano XY para las pulpas minerales a distintas concentraciones y a una velocidad de agitación constante. (A) 30% (p/p),  $N = 300$  rpm, (B) 40% (p/p),  $N = 700$  rpm, (C) 60% (p/p),  $N = 1000$  rpm.

La **Figura 5-8** muestra el par fuerza aplicado por el sistema impulsor por unidad de volumen (TUV) (Ramírez-Torres *et al.*, 2023) a la máxima respuesta reológica para cada  $\chi_p$ . A medida que la concentración de la pulpa mineral aumenta, el consumo de potencia aumenta. Nótese que, la diferencia de consumo energético entre concentraciones es de  $\approx 13\%$ , además, los consumos de potencia a altas  $N$  son casi paralelos. Tomando en cuenta el hecho de que a  $\chi_p$

= 60% (p/p) no se logran condiciones adecuadas de un buen mezclado con el sistema impulsor propuesto en este trabajo, y que el máximo de viscosidad y viscoelasticidad se logran en un mayor tiempo, es recomendable realizar el proceso de biolixiviación a una  $\chi_p=$  40% (p/p) a una  $N = 700$  rpm, lo cual es una mejora del proceso de biolixiviación en un CSTR de 10 L.



**Figura 5-8.** Esfuerzo de torsión generado por el sistema impulsor por unidad de volumen en función de la velocidad de agitación a diferentes concentraciones de pulpa mineral.

## 6 Conclusiones

Las pruebas de flujo cortante simple estacionario mostraron que todas las muestras de pulpa mineral fueron adelgazantes al flujo ( $n < 1$ ) y el modelo de Carreau describió estadísticamente bien la respuesta a bajas concentraciones de pulpa mineral. En todas las pruebas de flujo oscilatorio de pequeña amplitud de deformación (SAOS), en el rango de frecuencias estudiadas, el módulo viscoso domina sobre el módulo elástico; a altas frecuencias se tiene un comportamiento de tipo Maxwell multimodal con al menos 3 cambios de pendiente y a bajas frecuencias se mostró un comportamiento tipo *pseudo-sólido* el cual, a 30% de concentración de pulpa mineral, se usó el modelo de Winter-Chambon (Ramírez-Torres *et al.*, 2023). Adicionalmente, se observó que a mayor concentración de pulpa mineral se manifestó una mayor viscosidad cortante y viscoelasticidad, y un posible esfuerzo a la cedencia. Con respecto al tiempo de biolixiviación, el máximo de la respuesta reológica se asoció indirectamente con la concentración de EPS en el sistema y con la estructuración del *biofilm*, siendo menor a medida que  $\overline{D_p}$  disminuye y  $\chi_p$  aumenta, a excepción de  $\chi_p = 60\%$  (p/p) con  $\overline{D_p} = 44 \mu\text{m}$ , donde se detectó un efecto contrario.

Lo anterior fue correlacionado con las cinéticas de disolución de los componentes donde el máximo de la respuesta reológica de la pulpa mineral con  $\overline{D_p} = 44 \mu\text{m}$  coincide con el máximo de disolución de elementos tales como como  $\text{SiO}_2$ , Zn, CaO y S. En todas las concentraciones de pulpa se mostro una disolución de zinc  $> 50\%$ .

Finalmente, la hidrodinámica del biorreactor, en función de la respuesta reológica de las pulpas minerales, mostró que a  $\chi_p = 40\%$  (p/p) se logran buenas condiciones de mezclado a una velocidad de agitación de los impulsores de  $N = 700 \text{ rpm}$ , siendo esta concentración la que menor tiempo de máxima respuesta reológica mostró y máxima disolución de impurezas

de SiO<sub>2</sub>, P y Zn.

Las ventajas que tiene el análisis realizado en este trabajo, en comparación con un diseño experimental (véase el **Apéndice A2**), radican en el ahorro de costos y tiempo en la experimentación. Un diseño factorial completo para la biolixiviación implicaría la realización de numerosos experimentos sin la posibilidad de realizar un escalamiento directamente; este trabajo ofrece un enfoque innovador para mejorar el proceso de biolixiviación, ya que involucra una menor cantidad de experimentos, lo que se traduce en un menor costo y relativamente sencillos de llevar a cabo.

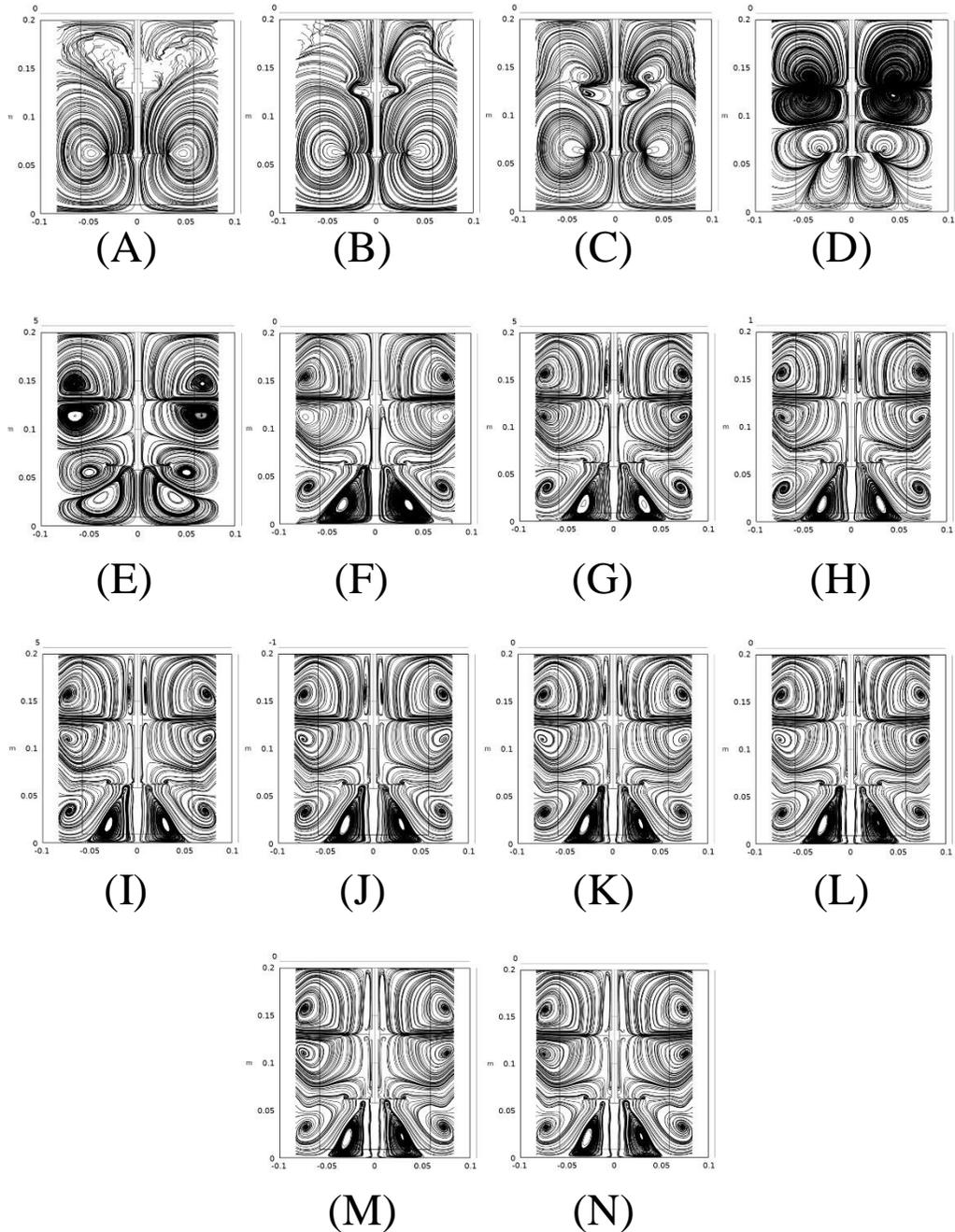
### **Trabajo a futuro**

- Elaborar una correlación para el cálculo del número de potencia adimensional  $N_p$  en función de  $\overline{D_p}$  y  $\chi_p$ , del sistema estudiado, tanto en régimen laminar como en régimen turbulento, con el fin de escalar el proceso de biolixiviación a nivel industrial.
- Obtener, tanto experimental como numéricamente, la constante de Metzner-Otto,  $k_s$ , en función de la respuesta reológica de sistemas coloidales, como las pulpas minerales, para distintas configuraciones duales de impulsores, como *Rushton* y *Maxflo*, así como otros tipos de impulsores, tanto en régimen laminar como en régimen turbulento.
- Indagar el efecto tanto en el consumo de potencia como en las características hidrodinámicas de un tanque CSTR con suspensiones coloidales, variando el ángulo de inclinación del sistema impulsor y la distancia que separa los impulsores, tanto en régimen laminar como en régimen turbulento.

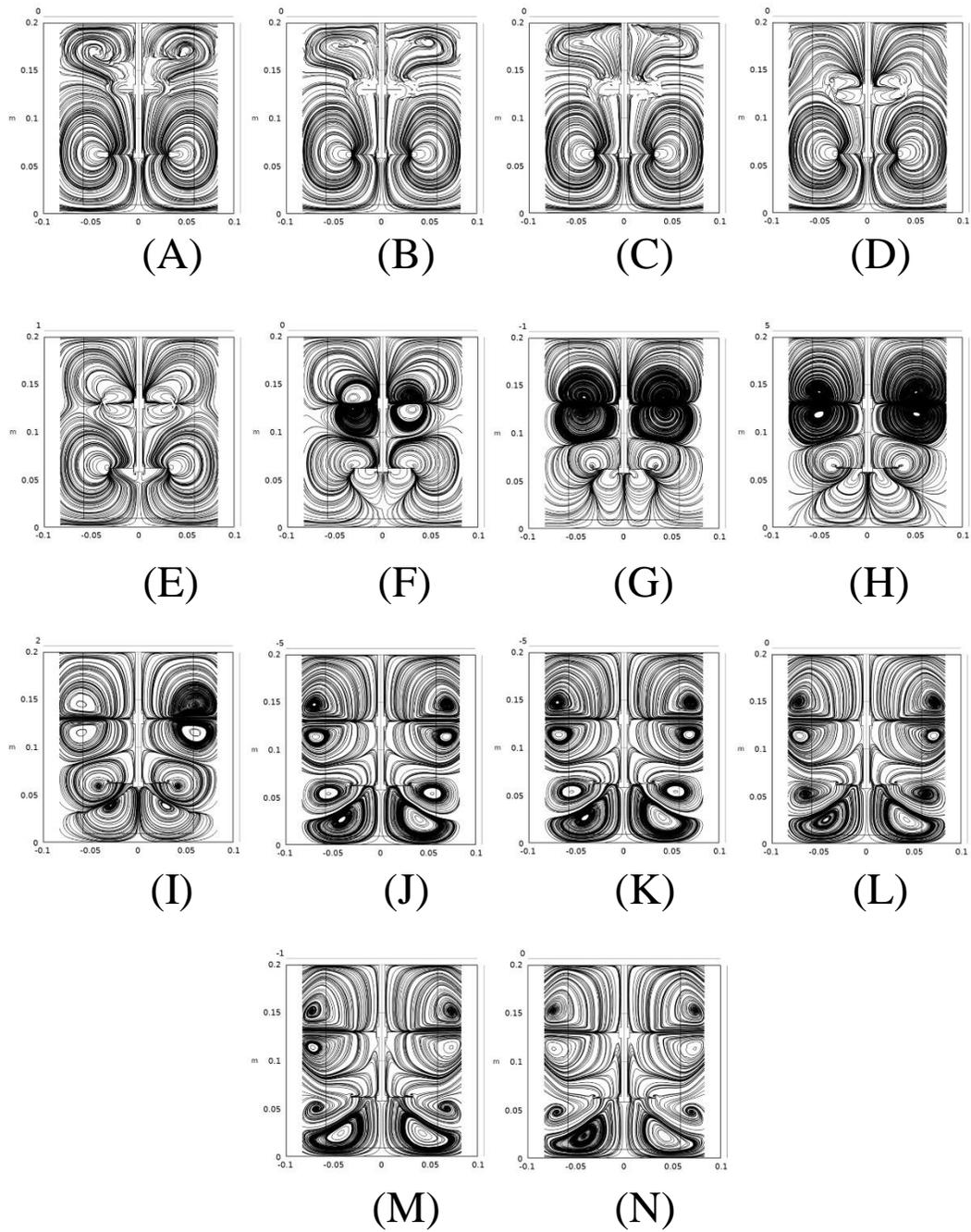
- En la medida de lo posible, simular un tanque de agitación CSTR trifásico (sólido-líquido (newtoniano generalizado y viscoelástico) – gas de suspensiones coloidales como las pulpas minerales con un sistema dual de impulsores.
- Simular la hidrodinámica de las pulpas minerales en el tanque CSTR usando una ecuación constitutiva viscoelástica no lineal.
- Obtener experimentalmente las líneas de corriente y los campos de velocidad del sistema utilizado mediante técnicas tales como PIV o velocimetría de efecto Doppler.
- Caracterizar y modelar reológicamente distintas sepas de cultivos bacterianos, y proponer una ecuación constitutiva reológica.

## Apéndice A

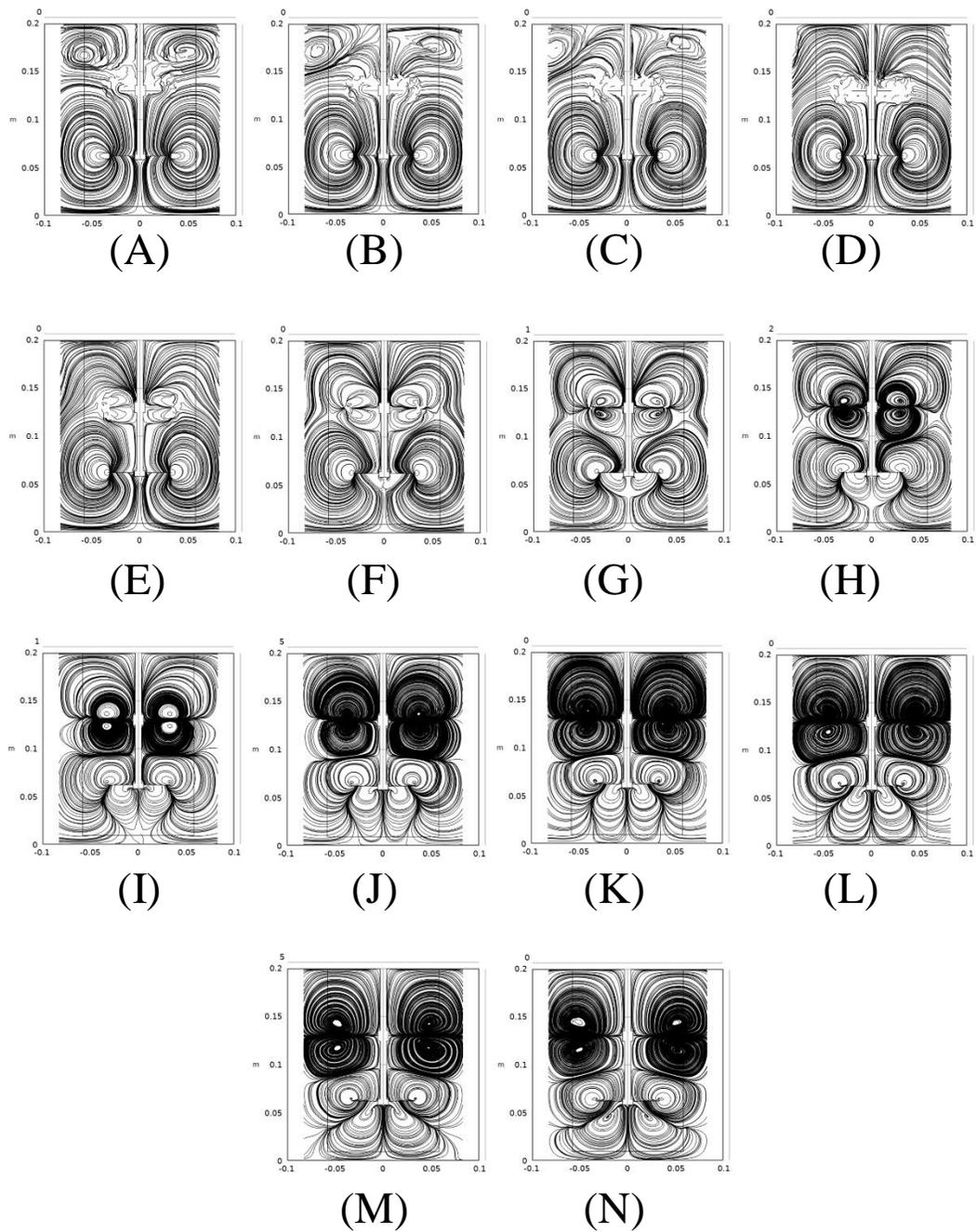
### Líneas de corriente en función de la velocidad de agitación para las tres $\chi_p$



**Figura A1.** Líneas de corriente para las pulpas minerales con  $\chi_p = 30\%$  (p/p) en el plano XY a la máxima respuesta reológica en función de la velocidad de agitación  $N$  (rpm). (A) 1, (B) 5, (C) 10, (D) 50, (E) 100, (F) 200, (G) 300, (H) 400, (I) 500, (J) 600, (K) 700, (L) 800, (M) 900, (N) 1000. El diámetro de partícula fue de  $44 \mu\text{m}$ .

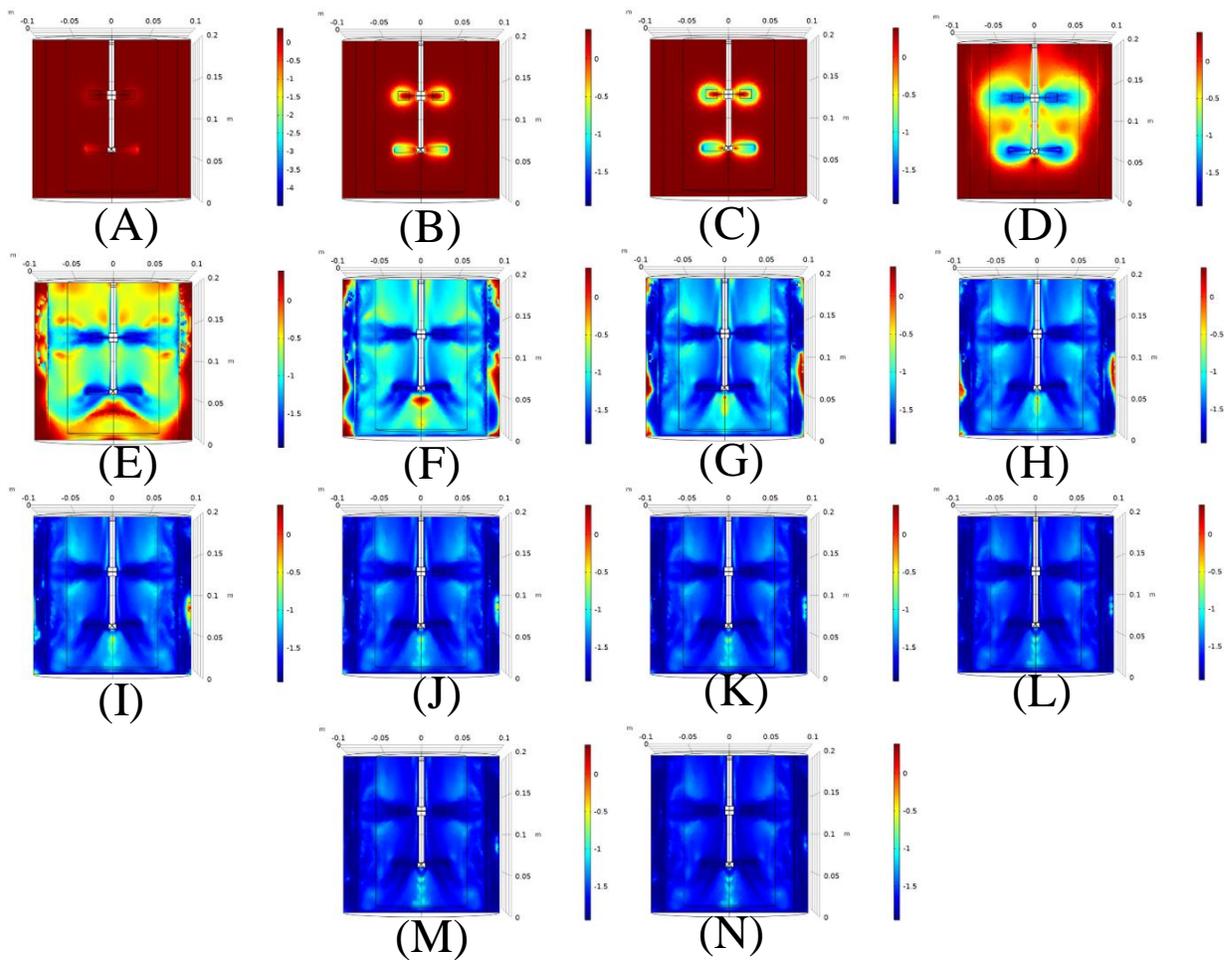


**Figura A2.** Líneas de corriente para las pulpas minerales con  $\chi_p = 40\%$  (p/p) en el plano XY a la máxima respuesta reológica en función de la velocidad de agitación N (rpm). (A) 1, (B) 5, (C) 10, (D) 50, (E) 100, (F) 200, (G) 300, (H) 400, (I) 500, (J) 600, (K) 700, (L) 800, (M) 900, (N) 1000. El diámetro de partícula fue de  $44 \mu\text{m}$ .

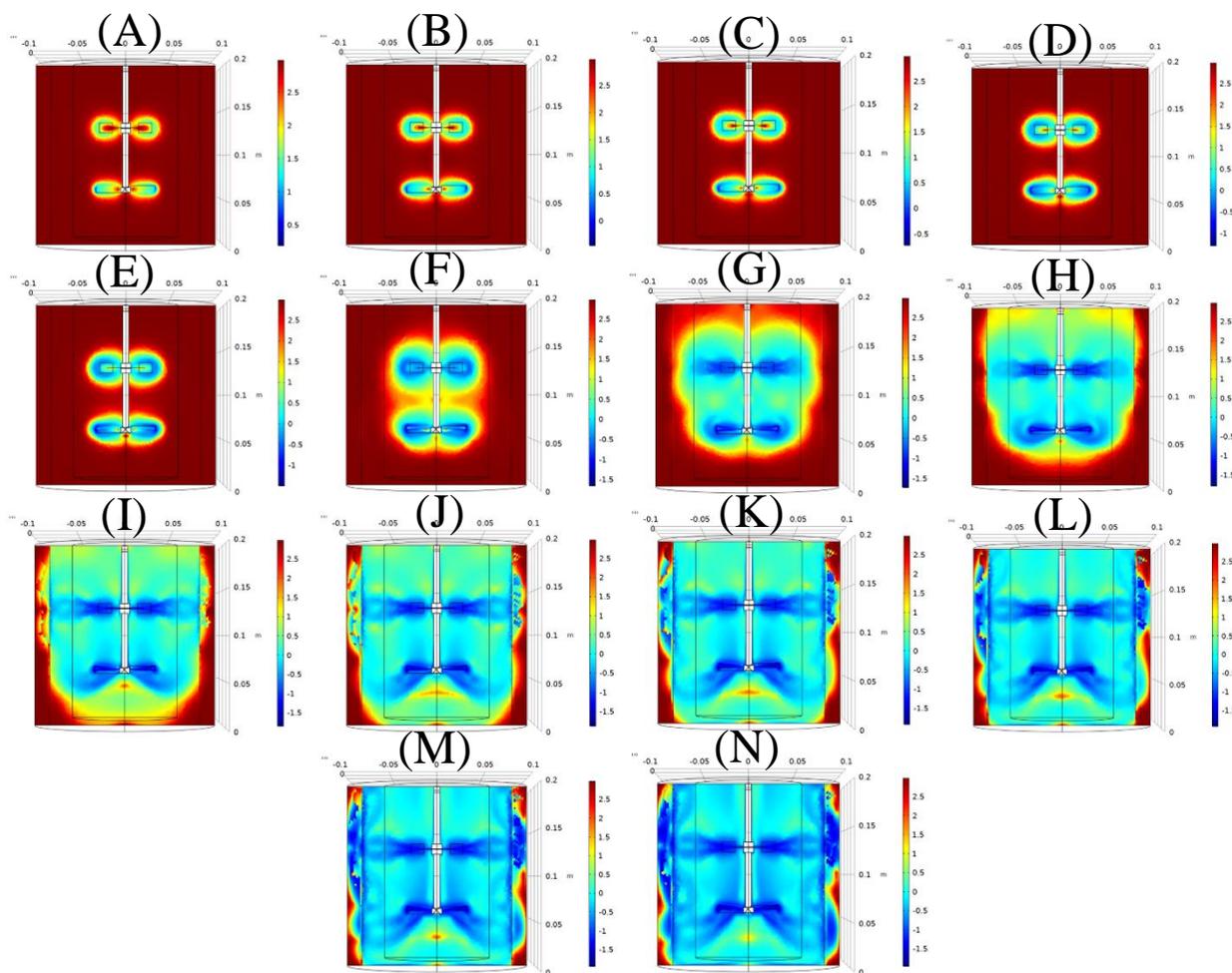


**Figura A3.** Líneas de corriente para las pulpas minerales con  $\chi_p = 40\%$  (p/p) en el plano XY a la máxima respuesta reológica en función de la velocidad de agitación N (rpm). (A) 1, (B) 5, (C) 10, (D) 50, (E) 100, (F) 200, (G) 300, (H) 400, (I) 500, (J) 600, (K) 700, (L) 800, (M) 900, (N) 1000. El diámetro de partícula fue de  $44 \mu\text{m}$ .

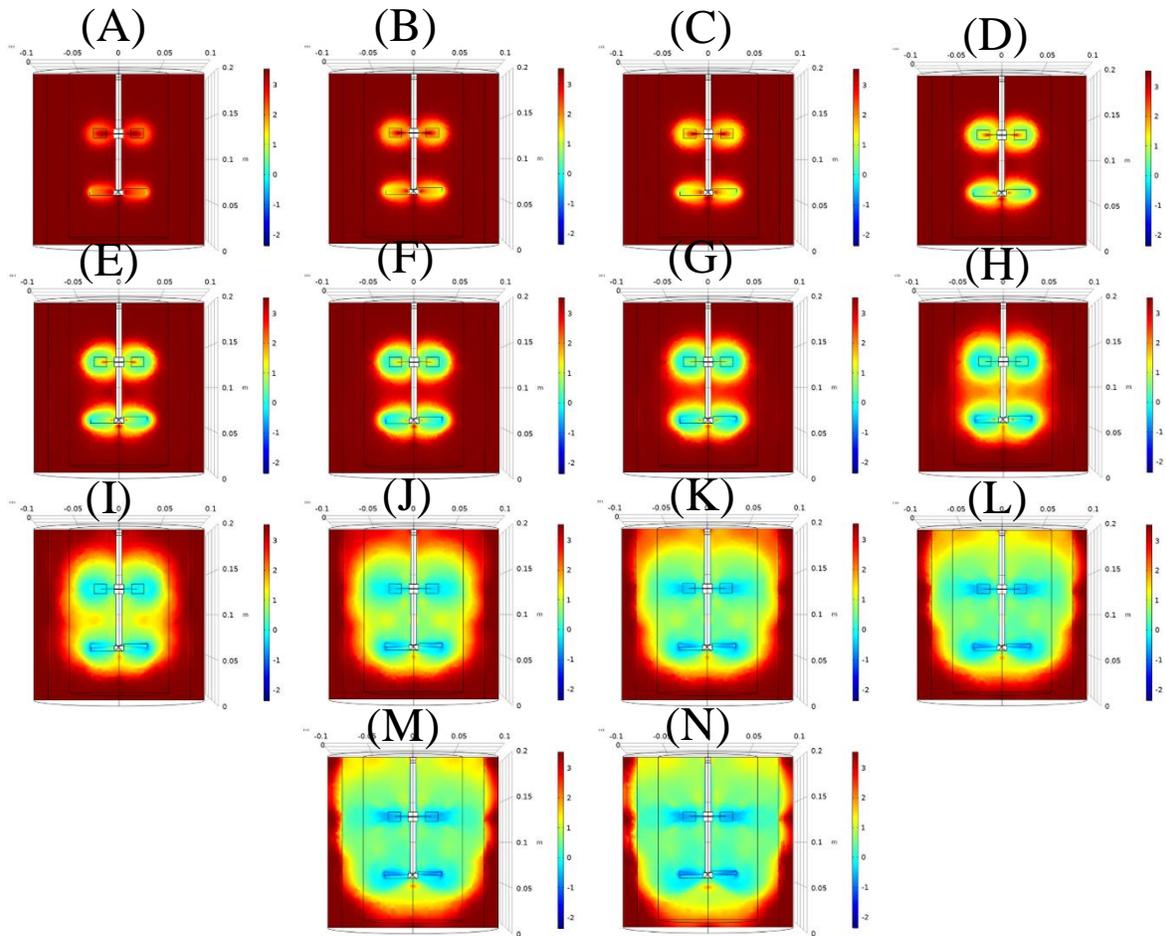
## Mapas de viscosidad aparente para las tres $\chi_p$



**Figura A4.** Mapas de viscosidad aparente generados en el plano XY para las pulpas minerales a  $\chi_p = 30\%$  (p/p) en función de la velocidad de agitación N (rpm). (A) 1, (B) 5, (C) 10, (D) 50, (E) 100, (F) 200, (G) 300, (H) 400, (I) 500, (J) 600, (K) 700, (L) 800, (M) 900, (N) 1000. El diámetro de partícula fue de 44  $\mu\text{m}$ .



**Figura A5.** Mapas de viscosidad aparente generados en el plano XY para las pulpas minerales a  $\chi_p = 40\%$  (p/p) en función de la velocidad de agitación N (rpm). (A) 1, (B) 5, (C) 10, (D) 50, (E) 100, (F) 200, (G) 300, (H) 400, (I) 500, (J) 600, (K) 700, (L) 800, (M) 900, (N) 1000. El diámetro de partícula fue de  $44 \mu\text{m}$ .



**Figura A6.** Mapas de viscosidad aparente generados en el plano XY para las pulpas minerales a  $\chi_p = 60\%$  (p/p) en función de la velocidad de agitación N (rpm). (A) 1, (B) 5, (C) 10, (D) 50, (E) 100, (F) 200, (G) 300, (H) 400, (I) 500, (J) 600, (K) 700, (L) 800, (M) 900, (N) 1000. El diámetro de partícula fue de  $44 \mu\text{m}$ .

## Parámetros del modelado reológico

La **Tabla A1** muestra los parámetros reológicos del modelo constitutivo de Carreau para las tres densidades de pulpa mineral en el día de biolixiviación donde se detectó la máxima respuesta reológica, además, se muestra la  $R^2$  (de Pearson) junto con el valor P para conocer la bondad de ajuste del modelo con los datos experimentales reológicos. Si el valor de P del parámetro reológico es  $< 0.05$ , este tendrá un efecto importante en la viscosidad cortante del modelo, recíprocamente, si el valor de  $P > 0.05$ , el parámetro no tendrá un efecto significativo en la curva de viscosidad.

Densidad de pulpa [%(p/p)]	Parámetro reológico				$R^2$
	$\eta_0$ [Pa s]	$\eta_\infty$ [Pa s]	$\lambda$ [s]	$n_c$ [-]	
30	2.43	0.0112	6.87	0.053	0.9996
40	968	0.0084	93.7	0.068	0.7723
60	3420	0.001019	99.8	0.116	0.8237
Valor-P*					
30	0.4108	<0.05	0.4608	<0.05	
40	0.9972	<0.05	<0.05	<0.05	
60	<0.05	0.9815	<0.05	<0.05	

**Tabla A1.** Parámetros materiales del modelo de Carreau al día de la máxima respuesta reológica para las tres concentraciones de pulpa mineral, la  $R^2$  ajustada de Pearson y el valor-P de cada factor.

\*Usando el estadístico t de Student con una prueba de significancia del 95%.

## Propuesta de un diseño factorial para la biolixiviación de concentrados minerales

Un diseño de experimentos (diseño factorial completo (Clockwork, 2020; Walpole *et al.*, 2012)) con los factores planteados en este trabajo implicaría al menos  $4^4 = 256$  experimentos, es decir, 4 niveles y 4 factores (ver **Tabla A2**); siempre y cuando otros factores, tales como temperatura y pH, se mantengan constantes. Para disminuir la cantidad de experimentos, se puede implementar un diseño factorial fraccionado, considerando solamente un valor bajo y alto de los niveles en los cuales se evalúan los parámetros de operación, lo que resultaría en  $2^4 = 16$  experimentos.

<b>Parámetros de operación</b>	<b>Niveles a los cuales se evalúan los parámetros de operación</b>
Velocidad de agitación del impulsor	342, 600, 800, 1000 rpm
Tamaño de partícula (Malla Tyler)	125, 90, 72, 44 $\mu\text{m}$
Concentración de pulpa mineral	30, 40, 50, 60 % (p/p)
Tiempo de biolixiviación	1, 2, 3, 4 días
<b>Variables de salida</b>	
Disolución de elementos (principalmente Zinc)	
Viscosidad cortante	
Viscoelasticidad lineal	
Consumo de potencia del sistema impulsor	

**Tabla A2.** Factores propuestos para realizar un diseño de experimentos (diseño factorial completo).

## Lista de símbolos, abreviaturas y letras griegas

### Símbolos

$C$	[m] Distancia de la base del sistema impulsor al fondo del biorreactor
$C_0$	[mol/m <sup>3</sup> ] Concentración de la impureza al día 0 de biolixiviación.
$C_{fi}$	[mol/m <sup>3</sup> ] Concentración de la impureza al final del <i>i-ésimo</i> día de biolixiviación
$C_{\varepsilon 1}$	[-] Constante del modelo de turbulencia $\kappa - \varepsilon$
$C_{\varepsilon 2}$	[-] Constante del modelo de turbulencia $\kappa - \varepsilon$
$C_{\mu}$	[-] Constante del modelo de turbulencia $\kappa - \varepsilon$
$D$	[m] Diámetro característico en la correlación de Metzner-Otto
$\underline{\underline{D}}$	[s <sup>-1</sup> ] Tensor de rapidez de deformación
$dS$	[m <sup>2</sup> ] Diferencial de área superficial del sistema impulsor
$D_a$	[m] Diámetro de impulsor
$D_L$	[m] Diámetro del eje impulsor
$\overline{D}_p$	[ $\mu$ m] Diámetro de partícula promedio
$g$	[m/s] Magnitud del vector de aceleración gravitatoria
$\underline{g}$	[m/s <sup>2</sup> ] Vector de aceleración gravitatoria
$G_0$	[Pa] Módulo de corte

$G'$	[Pa] Módulo de almacenamiento o módulo elástico
$G''$	[Pa] Módulo de disceptación o módulo
$H$	[m] Altura del líquido en el biorreactor
$\underline{I}$	[-] Tensor identidad
$k_s$	[-] Constante de Metzner-Otto
$L$	[m] Longitud del eje impulsor
$M_I$	[N·m] Par fuerza del sistema impulsor
$n$	[-] Índice de flujo de la ley de potencia
$N$	[rpm] Velocidad de agitación del sistema impulsor
$N_{js}$	[rpm] Velocidad de agitación crítica para la suspensión de sólidos
$N_p$	[-] Número de potencia adimensional
$n_c$	[-] Índice de flujo de el modelo de Carreau
$P$	[W] Consumo de potencia del sistema impulsor
pH	[-] Grado de acidez o alcalinidad de una sustancia o una solución
$P_k$	[Pa/s] Difusión de presión
$P_M$	[Pa] Presión mecánica
$\underline{r}$	[m] Vector posición que proviene del origen ubicado en el centro de la base del eje impulsor hacia cualquier punto del sistema impulsor

$Re_{eff}$	[-] Número de Reynolds efectivo
$S_0$	[m <sup>2</sup> ] Área superficial del concentrado mineral
$T$	[m] Diámetro del biorreactor
$\underline{\underline{T}}$	[Pa] Tensor de esfuerzos totales
$t'$	[s] Variable muda de integración de la Ec. (4-21)
$t_0$	[s] Tiempo inicial de la línea de corriente
$\underline{\underline{T}}_T$	[Pa] Tensor de esfuerzos totales promediado
$\langle \underline{v} \rangle$	[m/s] Vector velocidad promediado en el regimen turbulento
$\underline{v}$	[m/s] Vector velocidad
$\underline{v}'$	[m/s] Vector fluctuación de velocidad en RANS
$W_B$	[m] Anchura de la mampara del tanque de agitación
$X_V$	[-] Fracción volumétrica de los sólidos de concentrado mineral
$\underline{X}(t)$	[m] Vector posición del elemento material
$\hat{z}$	[-] Vector normal a la superficie del sistema impulsor

### Abreviaciones

CAD	Dibujo asistido por computadora
CFD	Dinámica de fluidos computacional
CS	Flujo cortante simple estacionario

CSTR	Reactor de agitación continua
EPS	Exopolisacáridos
FTIR	Espectroscopía Infrarroja de Fourier
ICP-OES	Espectroscopía de Emisión Atómica con Plasma de Acoplamiento Inductivo
rpm	Revoluciones por minuto
RANS	<i>Reynolds-Averaged Navier-Stokes</i>
SAOS	Flujo oscilatorio de pequeña amplitud de deformación
SEM	Microscopía electrónica de barrido
TUV	[W/m <sup>3</sup> ] Par fuerza por unidad de volumen de trabajo del biorreactor
vvm	[-] Volumen de trabajo por minuto (de aire)
<b>Letras griegas</b>	
$\gamma_0$	[-] Amplitud de deformación de la prueba de SAOS
$\dot{\gamma}$	[s <sup>-1</sup> ] Rapidez de deformación
$\dot{\gamma}_{av}$	[s <sup>-1</sup> ] Rapidez de deformación promedio de la correlación de Metzner-Otto
$\varepsilon$	[W] Energía cinética turbulenta disipada
$\eta_0$	[Pa·s] Viscosidad a bajas rapidez de deformación
$\eta(\dot{\gamma})$	[Pa·s] Función viscosidad cortante

$\eta_{\infty}$	[Pa·s] Viscosidad a altas rapidez de deformación
$\eta_{app}$	[Pa·s] Viscosidad aparente
$\eta_T$	[Pa·s] Viscosidad turbulenta
$\lambda$	[s] Tiempo característico de adelgazamiento
$\lambda_0$	[s] Tiempo de relajación principal (Maxwell)
$\lambda_c$	[s] Tiempo de relajación de corte
$\rho_L$	[kg/m <sup>3</sup> ] Densidad de la fase líquida acuosa
$\rho_p$	[kg/m <sup>3</sup> ] Densidad de la pulpa mineral
$\rho_s$	[ton/kg] Densidad del concentrado mineral
$\sigma_{\epsilon}$	[-] Constante del modelo de turbulencia $\kappa - \epsilon$
$\sigma_{\kappa}$	[-] Constante del modelo de turbulencia $\kappa - \epsilon$
$\kappa$	[W] Energía cinética turbulenta
$\underline{\underline{\sigma}}$	[Pa] Tensor de esfuerzos viscoelásticos
$\chi_p$	[-] Concentración de la pulpa mineral (% (p/p))
$\omega$	[s <sup>-1</sup> ] Frecuencia angular
$\underline{\underline{\Omega}}$	[rad/s] Vector de velocidad angular

## Operadores

$\nabla \cdot$   $[m^{-1}]$  Divergencia

$:$   $[-]$  Doble producto punto o doble contracción

$\nabla$   $[m^{-1}]$  Gradiente

$\log()$   $[-]$  Logaritmo base 10

$()^T$   $[-]$  Transpuesta de una matriz

$\Pi_{\underline{\underline{2D}}}$   $[-]$  Segundo invariante de dos veces el tensor de rapidez de deformación

## Referencias

- Akcil, A., Erust, C., Gahan, C. S., Ozgun, M., Sahin, M., & Tuncuk, A. (2015). Precious metal recovery from waste printed circuit boards using cyanide and non-cyanide lixivants - A review. *Waste management*, 45, 258-271. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.wasman.2015.01.017>
- Arias, V. A., Avilés, P. A., Surichaqui, M. A., Malpartida, C. A., & Molina, I. (2023). Biooxidación de minerales sulfurados argentíferos como pretratamiento para la recuperación de plata. *Rev. Inst. investig. Fac. Minas Metal. Cienc. Geogr.*, 26(52), e26409. <https://doi.org/https://doi.org/10.15381/iigeo.v26i52.26409>
- Barnes, H. A., Hutton, J. F., & Walters, K. (1989). *An introduction to rheology*. Elsevier.
- Barrett, J., Ewart, D. K., Hughes, M. N., & Poole, R. K. (1993). Chemical and biological pathways in the bacterial oxidation of arsenopyrite. *Federation of European Microbiological Societies*, 11, 57-62. <https://doi.org/https://doi.org/10.1111/j.1574-6976.1993.tb00267.x>
- Besta, P., Janovská, K., Samolejová, A., Beránková, A., Vozňáková, I., & Hendrych, M. (2013). The cycle and effect of Zinc in the blast-furnace process. *Metalurgija*, 52(2). <https://hrcak.srce.hr/92536>
- Bhattacharya, I. N., Panda, D., & Bandopadhyay, P. (1998). Rheological behavior of nickel laterite suspensions. *International Journal of Mineral Processing*, 53, 251-263. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0301-7516\(98\)00003-9](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0301-7516(98)00003-9)
- Bobadilla-Fazzini, R. A., & Poblete-Castro, I. (2021). Biofilm Formation Is Crucial for Efficient Copper Bioleaching From Bornite Under Mesophilic Conditions: Unveiling the Lifestyle and Catalytic Role of Sulfur-Oxidizing Bacteria. *Frontiers in Microbiology*, 12, 1-10. <https://doi.org/https://doi.org/10.3389/fmicb.2021.761997>

- Brito-de la Fuente, E., Choplin, L., & Tanguy, A. P. (1997a). Mixing with helical ribbon Impellers: Effect of Highly Shear Thinning Behavior and Impeller Geometry. *Transactions of the Institution of Chemical Engineers*, 75.
- Brito-De la Fuente, E., Choplin, L., & Tanguy, P. A. (1997b). Mixing with Helical Ribbon Impellers: Effect of Highly Shear Thinning Behavior and Impeller Geometry. *Chemical Engineering Research and Design*, 75(1), 45-52. <https://doi.org/https://doi.org/10.1205/026387697523381>
- Chéron, J., Loubière, C., Delaunay, S., & Guezennec, A. (2020). CFD numerical simulation of particle suspension and hidromechanical stress in various designs of multi-stage bioleaching reactors. *Hydrometallurgy*, 197, 1-12. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.hydromet.2020.105490>
- Chhabra, R., & Madivala, G. B. (2019). *Coulson and Richardson's Chemical Engineering Volume 2A: Particulate Systems and Particle Technology*. Butterworth-Heinemann.
- Ciftci, H., Atik, S., & Gurbuz, F. (2018). Biocatalytic and chemical leaching of a low-grade nickel laterite ore. *Metallurgical Research & Technology*, 115(3), 1-8. <https://doi.org/https://doi.org/10.1051/metal/2018006>
- COMSOL. (2017). *CFD Module User's guide*. COMSOL Multiphysics.
- Coulson, J. M., Richardson, J. F., Backhurst, J. R., & Harker, J. H. (1999a). *Chemical Engineering Volume 1: Fluid Flow, Heat Transfer and Mass Transfer*. Butterworth-Heinemann.
- Coulson, J. M., Richardson, J. F., Backhurst, J. R., & Harker, J. H. (1999b). *Coulson and Richardson's Chemical Engineering Volume 1: Fluid Flow, Heat Transfer and Mass Transfer*. Butterworth-Heinemann.

- Fabry, B., Geoffrey, N., Butler, J. P., Glogauer, M., Navajas, D., & Fredberg, J. J. (2001). Scaling the Microrheology of Living Cells. *Physical Review Letters*, 87(14). <https://doi.org/https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.87.148102>
- Fang, F., Zhong, H., Jiang, F., Li, Z., Chen, Y., & Zhan, X. (2014). Influence of surfactants on bioleaching of arsenic-containing gold concentrate. *Journal of Central South University*, 21, 3963-3969. <https://doi.org/https://doi.org/10.1007/s11771-014-2384-7>
- Farrokhpay, S. (2012). The importance of rheology in mineral flotation: A review. *Minerals Engineering*, 36-38, 272-278. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2012.05.009>
- Grenville, R. K., Mak, A. T. C., & Brown, D. A. R. (2015). Suspension of solid particles in vessels agitated by axial flow impellers. *Chemical Engineering Research and Design*, 100, 282-291. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.cherd.2015.05.026>
- Clockwork, I. (2020). *Tutorial Diseño de Experimentos Factorial (DOE) MiniTab 19* [Youtube Video]. YouTube.
- Jiang, L., Wei, D., Liu, W., Liu, K., & Zhang, H. (2019). Effects of Fe<sup>3+</sup> and Ag<sup>+</sup> on Column Bioleaching of a Low-grade Sulfide Copper Ore. *International Journal of Electrochemical Science*, 14, 6303 – 6314. <https://doi.org/https://doi.org/10.20964/2019.07.43>
- Jorjani, E., & Sabzkoohi, H. A. (2022). Gold leaching from ores using biogenic lixivants-A review. *Current Research in Biotechnology* 4, 10-20. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.crbiot.2021.12.003>

- Joshi, J. B., Nere, N. K., Rane, C. V., Murthy, B. N., Mathpati, C. S., Patwardhan, A. W., & Ranade, V. V. (2011a). CFD Simulation of Stirred Tanks: Comparison of Turbulence Models (Part II: Axial Flow Impellers, Multiple Impellers and Multiphase Dispersions). *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 89. <https://doi.org/https://doi.org/10.1002/cjce.20465>
- Joshi, J. B., Nere, N. K., Rane, C. V., Murthy, B. N., Mathpati, C. S., Patwardhan, A. W., & Ranade, V. V. (2011b). CFD Simulations of stirred tanks: Comparison of turbulence models. Part I: Radial Flow impellers. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 89(1).
- Kara, I. T., Kremser, K., Wagland, S. T., & Coulon, F. (2023). Bioleaching metal-bearing wastes and by-products for recovery: a review. *Environmental Chemistry Letters*, 21, 3329–3350. <https://doi.org/https://doi.org/10.1007/s10311-023-01611-4>
- Leiva, C. A., Gálvez, M. E., Fuentes, G. E., Acuña, C. A., & Alcota, J. A. (2022). Effects of Various Precipitants on Iron Removal from a Zinc Concentrate Pressure Leaching Solution. *MDPI: Minerals*, 12(84). <https://doi.org/https://doi.org/10.3390/min12010084>
- Lu, L. (2015). *Iron Ore: Mineralogy, Processing and Environmental Sustainability*. Elsevier.
- Macosko, C. W. (1994). *Rheology: Principles, Measurements and Applications*. Wiley-VCH.
- Mahmoud, A., Cézac, P., Hoadley, A. F. A., Contamine, F., & D'Hugues, P. (2017). A review of sulfide minerals assisted leaching in stirred tank reactors. *International Biodeterioration & Biodegradation*, 119, 118-146. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ibiod.2016.09.015>

- Márquez-Baños, V. E., De la Concha-Gómez, A. D., Valencia-López, J. J., & Ramírez-Muñoz, J. (2019). Shear rate and direct numerical calculation of the Metzner-Otto constant for a pitched blade turbine. *Journal of Food Engineering*, 257, 10-18. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2019.03.021>
- McCabe, W. L., Smith, J. C., & Harriott, P. (2004). *Unit Operations of Chemical Engineering*. McGraw-Hill.
- Metzner, A. B., & Otto, R. E. (1957). Agitation of Non-Newtonian Fluids *AIChE Journal*, 3(1), 3-10. <https://doi.org/https://doi.org/10.1002/aic.690030103>
- Metzner, A. B., & Taylor, J. S. (1960). Flow patterns in agitated vessels. *AIChE Journal*, 6, 109-114. <https://doi.org/https://doi.org/10.1002/aic.690060121>
- Mewis, J., & Norman, J. W. (2012). *Colloidal suspension rheology*. Cambridge University Press. <https://doi.org/https://doi.org/10.1017/CBO9780511977978>
- Mewis, W., & Wagner, N. J. (2012). *Colloidal suspension rheology*. Cambridge University Press. <https://doi.org/https://doi.org/10.1017/CBO9780511977978>
- Mustafa, S., Luo, L., Zheng, B.-T., Wei, C.-X., & Christophe, N. (2021). Effect of Lead and Zinc Impurities in Ironmaking and the Corresponding Removal Methods: A Review. *MDPI: Metals*, 11(407), 1-19. <https://doi.org/https://doi.org/10.3390/met11030407>
- Nguyen, T. H., Won, S., Ha, M.-G., Nguyen, D. D., & Kang, H. Y. (2021). Bioleaching for environmental remediation of toxic metals and metalloids: A review on soils, sediments, and mine tailings *Chemosphere*, 282, 131108. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.chemosphere.2021.131108>
- Núñez-Ramírez, D. M., Medina-Torres, L., Calderas, F., Lara, R. H., Medrano Roldán, H., & Manero, O. (2018). Bioleaching process for silver recovery: Structural and

rheological studies. *Minerals Engineering*, 121, 122-128.  
<https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2018.03.019>

Núñez-Ramírez, D. M., Medina-Torres, L., Calderas, F., René, H. L., Medrano-Roldán, H., & Manero, O. (2018). Bioleaching process for silver recovery: Structural and rheological studies. *Minerals Engineering*, 121, 122-128.  
<https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2018.03.019>

Núñez-Ramírez, D. M., Ramírez-Torres, L. A., Medina-Torres, L., Calderas, F., González Lozano, M. A., Ponce Peña, P., Fierros Romero, G., & Manero, O. (2019a). A rheological study of the bioleaching process of an iron ore for the elimination of gangue minerals. *Minerals Engineering*, 144, 1-10.  
<https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2019.106023>

Núñez-Ramírez, D. M., Ramírez-Torres, L. A., Medina-Torres, L., Calderas, F., González Lozano, M. A., Ponce Peña, P., Fierros Romero, G., & Manero, O. (2019b). A rheological study of the bioleaching process of an iron ore for the elimination of gangue minerals. *Minerals Engineering*, 144, 1-10.  
<https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2019.106023>

Núñez-Ramírez, D. M., Valencia-López, J. J., Calderas, F., Solís-Soto, A., López-Miranda, J., Medrano-Roldán, H., & Medina-Torres, L. (2012). Mixing Analysis for a Fermentation Broth of the Fungus *Beauveria bassiana* under Different Hydrodynamic Conditions in a Bioreactor. *Chemical Engineering & Technology*, 35(11), 1954-1961.

Núñez-Ramírez, D. M., Valencia-López, J. J., Calderas, F., Solís-Soto, A., López-Miranda, J., Medrano-Roldán, H., & Medina-Torres, L. (2012). Mixing Analysis for a Fermentation Broth of the Fungus *Beauveria bassiana* under Different Hydrodynamic

- Conditions in a Bioreactor. *Chemical Engineering & Technology*, 35(11).  
<https://doi.org/https://doi.org/10.1002/ceat.201200130>
- Ountaksinkul, K., Sripinun, S., Bumphenkiattikul, P., Buphacharoen, S., Vongachariya, A., Jantharasuk, A., Praserttham, P., & Assabumrungrat, S. (2021). Characterization of single-phase flow hydrodynamics in a Berty reactor using computational fluid dynamics (CFD). *Reaction Chemistry & Engineering*, 7, 361-375.  
<https://doi.org/https://doi.org/10.1039/D1RE00390A>
- Patrício, P., Almeida, P. L., Portela, R., Sobral, R. G., Grilo, I. R., Cidade, T., & Leal, C. R. (2014). Living bacteria rheology: population growth, aggregation patterns and cooperative behavior under different shear flows. *Physical Review E*, 90(2), 022720.  
<https://doi.org/https://doi.org/10.1103/PhysRevE.90.022720>
- Portela, R., Franco, J. M., Almeida, P. L., Patrício, P., Sobral, R. G., & Leal, C. R. (2019). *Rheology of living cells* 6th IEEE Portuguese Meeting on Bioengineering, ENBENG 2019 - Proceedings, Lisbon.
- Ramírez-Torres, L. A. (2016). *Caracterización y modelado reológico de cultivos productores de exopolisacáridos empleados para biolixiviación de minerales* Universidad Nacional Autónoma de México]. Instituto de Investigaciones en Materiales.
- Ramírez-Torres, L. A. (2019a). *Caracterización reológica de pulpas con concentrados de hierro procesados por biolixiviación para la eliminación de impurezas* Universidad Nacional Autónoma de México]. Ciudad de México.
- Ramírez-Torres, L. A. (2019b). *Caracterización reológica de pulpas con concentrados de hierro procesados por biolixiviación para la eliminación de impurezas* Universidad Nacional Autónoma de México]. Instituto de Investigaciones en Materiales.

- Ramírez-Torres, L. A., Medina-Torres, L., Calderas, F., Núñez-Ramírez, D. M., & Manero, O. (2023). Rheology and Hydrodynamics of Iron Ore Mineral Pulps during a Bioleaching Process in a Continuous Stirred-Tank Reactor. *Chemical Engineering & Technology*, 46(4), 670-680. <https://doi.org/https://doi.org/10.1002/ceat.202200438>
- Roberto, F. F., & Schippers, A. (2022). Progress in bioleaching: part B, applications of microbial processes by the mineral industries. *Applied Microbiology and Biotechnology*, 106, 5913-5928. <https://doi.org/https://doi.org/10.1007/s00253-022-12085-9>
- Rodríguez, Y., Ballester, A., Blázquez, M. L., González, F., & Muñoz, J. A. (2001). La biolixiviación al comienzo del siglo XXI. *Revista de Metalurgia*, 37, 616-627.
- Rouchalova, D., Rouchalova, K., Janakova, S., Cablik, V., & Janstova, S. (2020). Bioleaching of Iron, Copper, Lead, and Zinc from the Sludge Mining Sediment at Different Particle Sizes, pH and Pulp Density Using *Acidithiobacillus ferrooxidans*. *Minerals*, 10(1013), 1-26. <https://doi.org/https://doi.org/10.3390/min10111013>
- Scharnowski, S., & Kähler, C. J. (2020). Particle image velocimetry - Classical operating rules from today's perspective. *Optics and Lasers in Engineering*, 135, 106185. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.optlaseng.2020.106185>
- Schippers, A. (2004). Biogeochemistry of metal sulfide oxidation in mining environments, sediments, and soils. *Geological Society of America*, 379, 49-62. <https://doi.org/https://doi.org/10.1130/0-8137-2379-5.49>
- Shi, F. N., & Napier-Muhn, T. J. (2002). Effects of slurry rheology on industrial grinding performance. *International Journal of Mineral Processing*, 65(3-4), 125-140. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0301-7516\(01\)00060-6](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0301-7516(01)00060-6)
- Skelland, A. H. P. (1983). *Handbook of Fluids in Motion*. Ann Arbor Science.

- Sofrá, F., & Boger, D. V. (2002). Environmental rheology for waste minimisation in the minerals industry. *Chemical Engineering Journal*, 86, 319-330.
- Stelmach, J., Kuncewicz, C., Adrian, L., Jirout, T., & Rieger, F. (2021). Change in Mixing Power of a Two-PBT Impeller When Emptying a Tank. *MDPI: Processes*, 9(2), 341. <https://doi.org/https://doi.org/10.3390/pr9020341>
- Sun, L., Zhang, X., Tan, W., Zhu, M., Liu, R., & Li, C. (2010). Rheology of pyrite slurry and its dispersant for the biooxidation process. *Hydrometallurgy*, 104, 178-185. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.hydromet.2010.06.003>
- Tan, Y., Yang, H., Tian, G., Yu, X., Hu, J., Wang, X., & Cheng, J. (2023). Research Progress and Trends in Iron Metal Purification Processes. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 62, 4817-4830. <https://doi.org/https://doi.org/10.1021/acs.iecr.3c00132>
- Vera, M., Schippers, A., Hedrich, S., & Wolfgang, S. (2022). Progress in bioleaching: fundamentals and mechanisms of microbial metal sulfide oxidation - part A. *Applied Microbiology and Biotechnology*, 106, 6933-6952. <https://doi.org/https://doi.org/10.1007/s00253-022-12168-7>
- Walpole, R. E., Myers, R. H., Myers, S. L., & Ye, K. (2012). *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias* (9th. Edition ed.). Pearson.
- Wassmer, K. H., & Hungenberg, K. D. (2005). A unified Model for the Mixing of Non-Newtonian Fluids in the Laminar, Transition, and Turbulent Region. *Macromolecular Materials and Engineering*, 290, 294-301. <https://doi.org/https://doi.org/10.1002/mame.200400328>
- Whitworth, A. J., Vaughan, J., Southam, G., van der Ent, A., Nkrumah, P. N., Ma, X., & Parbhakar-Fox, A. (2022). Review on metal extraction technologies suitable for

- critical metal recovery from mining and processing wastes. *Minerals Engineering*, 182, 107537. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2022.107537>
- Wilcox, D. C. (1998). *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries. <https://doi.org/9781928729082>
- Wills, B., A., & Finch, J. (2015). *Wills' mineral processing technology: an introduction to the practical aspects of ore treatment and mineral recovery*. Butterworth-Heinemann.
- Winter, H. H., & Mours, M. (1997). Rheology of Polymers Near Liquid-Solid Transitions. *Advances in Polymer Science*, 134, 170-234. [https://doi.org/https://doi.org/10.1007/3-540-68449-2\\_3](https://doi.org/https://doi.org/10.1007/3-540-68449-2_3)
- Yang, L., Zhao, D., Yang, J., Wang, W., Chen, P., Zhang, S., & Yan, L. (2019). *Acidithiobacillus thiooxidans* and its potential application. *Applied Microbiology and Biotechnology*, 109(19), 7819-7833. <https://doi.org/https://doi.org/10.1007/s00792-018-1024-9>
- Zheng, C., Guo, J., Wang, C., Chen, Y., Zheng, H., Yan, Z., & Chen, Q. (2019). Experimental study and simulation of a three-phase flow stirred bioreactor. *Chinese Journal of Chemical Engineering*, 27(3), 649-659. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.cjche.2018.06.010>
- Zheng, C., Huang, Y., Guo, J., Cai, R., Zheng, H., Lin, C., & Chen, Q. (2018). Investigation of cleaner sulfide mineral oxidation technology: Simulation and evaluation of stirred bioreactors for gold-bioleaching process. *Journal of Cleaner Production*, 192, 364-375. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2018.04.172>
- Zwietering, T. E. (1958). Suspending of solid particles in liquid by agitators. *Chemical Engineering Science*, 8, 244-253. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0009-2509\(58\)85031-9](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0009-2509(58)85031-9)

