



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

**Cotas a parámetro de fotones oscuros usando la emisión
de muy alta energía de la Nebulosa del Cangrejo**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICA

P R E S E N T A:

Arlette Melo Galindo



**DIRECTOR DE TESIS:
PhD. José Rubén Alfaro Molina
Cd. Mx. 2024**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

MIEMBROS DEL SÍNODO:

PhD. Mariana Cano Díaz

PhD. Rodolfo Patricio Martínez y Romero

PhD. Corina Solís Rosales

PhD. Gerardo Jorge Vázquez Fonseca





Cotas a parámetros de fotones oscuros usando la emisión de muy alta energía de la Nebulosa del Cangrejo

Tesis de Licenciatura:
Arlette Melo Galindo

Tutor: José Rubén Alfaro Molina
2024



Agradecimientos

Investigación realizada gracias al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (**PAPIIT**) de la UNAM **IG101323**. Agradezco a la DGAPA-UNAM la beca recibida



Resumen

La idea de la existencia de materia oscura conformando la mayor parte del contenido de masa de nuestro universo surge como una propuesta para intentar explicar la materia faltante que se ha observado en evidencias como lentes gravitacionales y anisotropías en la temperatura del fondo cósmico de microondas (CMB). Su naturaleza continúa siendo una pregunta abierta de la física por lo que para esta hipótesis existen diversos escenarios y candidatos que son continuamente puestos a prueba. Entre estos candidatos se encuentran los fotones oscuros, que se proponen como candidatos ligeros a materia oscura fría.

Sabemos que la Nebulosa del Cangrejo emite fotones en todo el espectro electromagnético y que la energía de su emisión en rayos gamma supera los 100 TeVs. A energías de TeV, es posible buscar anomalías en el espectro de fotones que podrían indicar el efecto inducido por fotones oscuros. El objetivo principal de mi trabajo de tesis se centra en buscar este efecto, bajo la hipótesis de que, a lo largo de su recorrido hasta la Tierra, los fotones del modelo estándar podrían convertirse en fotones oscuros. Esto generaría un cambio en la cantidad de fotones registrados por los observatorios.

Para esto, utilicé una colección de mediciones del espectro de la Nebulosa del Cangrejo, reportadas por 7 observatorios de rayos gamma e hice un ajuste combinado de dos modelos espectrales distintos utilizando el método de Maximum Likelihood Estimate (MLE). El primero correspondiente a un modelo de Log-Parábola que explica las mediciones a muy altas energías y el segundo, incluyendo a la parte espectral un factor debido el posible efecto inducido por los fotones oscuros relacionado con la probabilidad de que ocurran las conversiones fotón-fotón oscuro. Posteriormente, calculé el valor de Test Statistic (TS) para hacer una comparación entre ambos modelos con la finalidad de saber cuál de los dos modelos explica mejor los datos.

Encontré que no hay evidencia del efecto de los fotones oscuros ($TS < 9$) a partir del espectro colectado y partiendo de un criterio para el valor de TS obtuve cotas a los valores de masa μ del fotón oscuro y el ángulo de mezcla χ , que es el parámetro que nos determina la probabilidad de conversión. De estas cotas obtuve una región de exclusión al espacio de parámetros (μ, χ) de la cual se puede interpretar que cualquier modelo teórico que prediga fotones oscuros con pares de valores de (μ, χ) dentro de la región de exclusión debería de estar descartado ya que no se ha observado su efecto como anomalías en el espectro.

La relevancia de este trabajo recae en el hecho de que es posible constreñir la naturaleza de

los fotones oscuros empleando datos astrofísicos para complementar búsquedas futuras. El alcance de este estudio es amplio, ya que aún hay diversos factores por considerar dentro del análisis: explorando otras fuentes galácticas como TeV halos o pulsares, considerando escenarios más complejos planteados para fotones oscuros o empleando otros métodos de ajuste más refinados.

Adicionalmente, una propuesta interesante sería considerar futuras observaciones con mejor resolución en energía como las que proporcionará CTA, o a más altas energías como las observaciones de fotones de 1 PeV por LHAASO para intentar extraer una región de exclusión más restrictiva al espacio de parámetros de fotones oscuros.





Índice de figuras

1.1. Nebulosa del Cangrejo	1
1.2. Pulsar del Cangrejo	2
2.1. Curvas de Rotación	6
2.2. Lentes gravitacionales	8
2.3. Materia oscura fría	11
2.4. CHAMPS:Candidatos con carga	12
2.5. Métodos de búsqueda	14
2.6. Luz a través de paredes	15
3.1. Conversiones fotón visible-fotón oscuro	21
3.2. Probabilidad de conversión	22
3.3. Longitud de oscilación	23
4.1. Técnicas de detección	26
4.2. Sensibilidad y resolución angular	29
4.3. Degradado (<i>smearing</i>)	30
4.4. Escalamiento de datos	31
4.5. Probabilidad promedio	34
5.1. Espectros colectados	41
5.2. Ajuste: Log-Parábola	43
5.3. Ajuste: Materia Oscura	44
5.4. Perfil de Likelihood: Log-Parabola	45
5.5. Perfil de Likelihood: Conversiones	45
5.6. Histograma de Test Statistic	46
5.7. Perfil de TS	47
5.8. Región de exclusión	48
5.9. Región de exclusión: Zechlin	49



Índice de tablas

1.1. Campañas de observación	4
4.1. Espectros reportados	28
5.1. Factor de escala	42



Índice general

Agradecimientos	I
Resumen	III
Índice de figuras	V
Índice de tablas	VII
Índice general	IX
1. Nebulosa del Cangrejo	1
1.1. Pulsar	2
1.2. Nebulosa de Viento de Pulsar (PWNe)	3
1.3. Campañas de observación	3
2. Materia Oscura	5
2.1. Evidencias	5
2.1.1. Curvas de rotación	5
2.1.2. Cúmulos de galaxias	7
2.1.3. Lentes gravitacionales	7
2.1.4. Simulaciones de N-cuerpos	8
2.1.5. Radiación de fondo de microondas (CMB)	8
2.2. Candidatos	9
2.2.1. Fotones Oscuros	13
2.3. Métodos de búsqueda	13
2.3.1. Producción de DM en aceleradores	14
2.3.2. Búsqueda directa	14
2.3.3. Búsqueda indirecta	15
3. Fotones Oscuros	17
3.1. Lagrangiano de la interacción	17
3.2. Conversiones	20
3.2.1. Efecto en el espectro	21

4. Método	25
4.1. Colección de datos	25
4.1.1. Métodos de detección	25
4.1.2. Observatorios	26
4.1.3. Escalamiento de datos	29
4.2. Modelos espectrales	32
4.2.1. Log-Parabola	32
4.2.2. Conversiones	33
4.3. Ajuste y comparación de modelos	34
4.3.1. Maximum Likelihood	34
4.3.2. Joint Maximum Likelihood	36
4.3.3. Errores	36
4.3.4. Likelihood Ratio Test	37
4.4. ¿Cómo obtener la Región de Exclusión?	39
5. Resultados y discusión	41
5.1. Espectros colectados	41
5.2. Ajuste Joint Log-Parábola	42
5.3. Ajuste incluyendo conversiones a fotones oscuros	43
5.3.1. Perfil de Likelihood	45
5.4. Perfil de TS	46
5.5. Región de Exclusión	48
6. Conclusión	51
Referencias	53
A. Derivación de las ecuaciones de movimiento considerando el acoplamiento fotón-fotón oscuro	57





1 | Nebulosa del Cangrejo

La Nebulosa del Cangrejo es un producto de un evento de supernova que continúa expandiéndose y que fue observado por primera vez en el año 1054. Se estima que la estrella progenitora que dio lugar al evento de supernova tenía una masa de entre $8 M_{\odot}$ y $10 M_{\odot}$ [1]. La nebulosa se encuentra ubicada a una distancia de 6500 años luz (2000 pc) de la Tierra en la constelación de Tauro y tiene forma elipsoidal. Los ejes mayor y menor miden 7 arcmin y 4.6 arcmin respectivamente, [2]; y está compuesta principalmente por polvo y gas. En su centro permanece girando a altas velocidades una estrella de neutrones, conocida como pulsar del Cangrejo, con un campo magnético intenso que le da energía a la nebulosa.

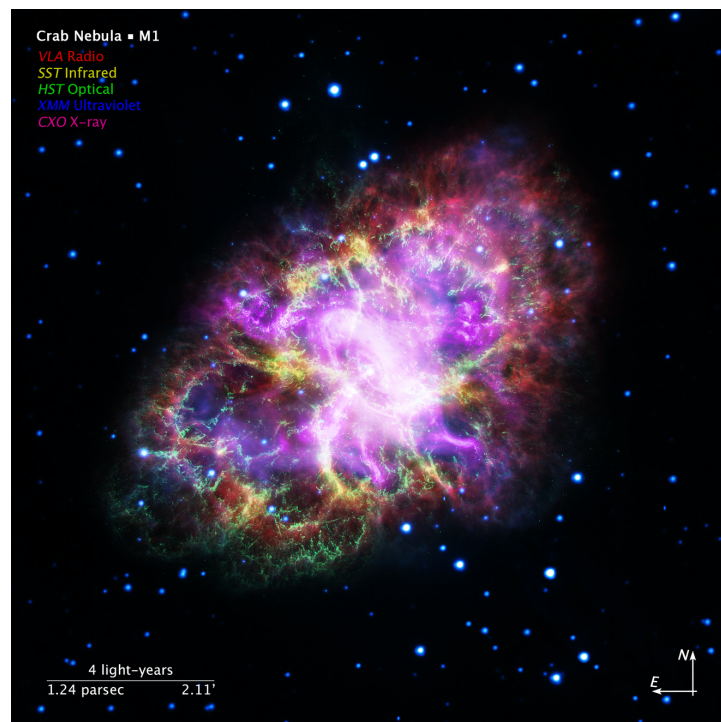


Figura 1.1: Imagen de la Nebulosa del Cangrejo generada con datos de distintos telescopios de su emisión a distintas longitudes de onda desde radio hasta rayos-X [3].

Este sistema corresponde a uno de los sistemas más ampliamente estudiados debido a que es una fuente con un flujo casi constante en el tiempo. Además, como se observa de la Figura 1.1, en la que se muestra la emisión a distintas longitudes de onda desde radio hasta rayos-

X, tanto el pulsar como la nebulosa son objetos astronómicos de gran interés debido a que su emisión abarca todo el espectro electromagnético e incluso se ha observado que alcanza energías de hasta cientos de TeVs para emisiones de rayos-gamma. Por esta razón, esta fuente es regularmente utilizada como una fuente de referencia para el diseño y calibración de detectores y telescopios destinados al estudio de rayos gamma ultraenergéticos.

1.1. Pulsar

El pulsar del Cangrejo es una estrella de neutrones fuertemente magnetizada que gira a altas velocidades con un periodo de aproximadamente 30 veces por segundo. Un pulsar es formado tras el colapso de una estrella súper masiva, donde el remanente gana energía rotacional debido a la conservación de momento angular y originando campos magnéticos muy intensos. En la superficie de la estrella de neutrones también existen campos eléctricos que arrancan electrones que son acelerados a lo largo de las líneas de campo magnético. Los electrones que son acelerados a lo largo de las líneas de campo magnético cerradas permanecen confinados dentro del cilindro de luz co-rotando con el pulsar creando una magnetosfera [4] como se muestra en la figura 1.2. En los polos magnéticos del pulsar se generan chorros de radiación electromagnética muy luminosa en dirección del eje magnético, que no necesariamente está alineado al eje de rotación del pulsar, y que son observados como pulsos desde la Tierra. Los rayos gamma asociados con la emisión pulsada alcanza energías de \sim GeVs.

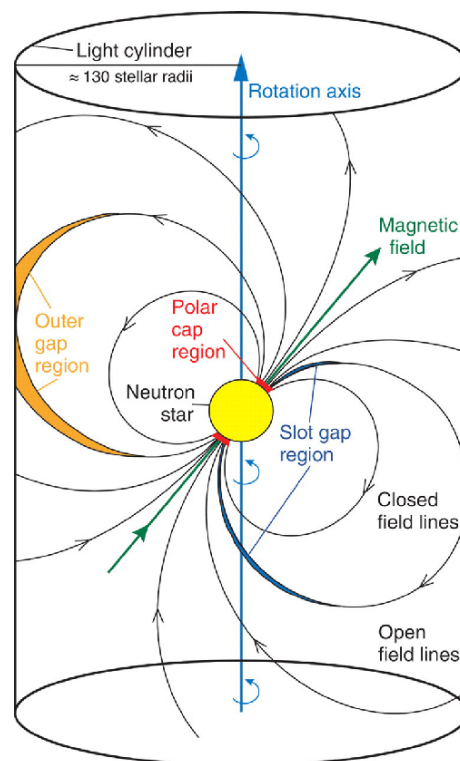


Figura 1.2: Esquema de la magnetosfera del pulsar del Cangrejo [5].

1.2. Nebulosa de Viento de Pulsar (PWNe)

El viento de pulsar esta conformado por electrones e^- y positrones e^+ que son arrancados de la superficie del pulsar y acelerados a velocidades ultra-relativistas debido al campo magnético intenso del pulsar. Las partículas aceleradas a lo largo de las líneas de campo magnético abiertas que emergen de los polos y que logran salir del cilindro de luz del pulsar son inyectadas en el medio circundante. Cuando estas partículas cargadas interactúan con el medio interestelar se forma la nebulosa o nebulosa de viento de pulsar que en el caso de la Nebulosa del Cangrejo es prácticamente indistinguible de la remanente de supernova debido a la corta edad del pulsar [6].

Las emisiones de rayos-X y de más bajas frecuencias provenientes de la nebulosa se deben principalmente a la radiación de sincrotrón mientras que la emisión de rayos-gamma se explica por los procesos de radiación de Compton inverso y sincrotrón. En particular, las emisiones a muy altas energías de rayos-gamma que van desde decenas de GeVs y que logran alcanzar los cientos de TeVs, que son las emisiones de interés en este trabajo, se explican con procesos de Compton inverso.

A pesar de que se considera que la Nebulosa tiene una emisión constante, se han observado *flares* o destellos que podrían indicar la variabilidad de su emisión [7].

1.3. Campañas de observación

Como mencioné anteriormente, la nebulosa del Cangrejo es una candela estándar en Astronomía y, en rayos gamma, su espectro ha sido medido por todos los experimentos en operación hasta la fecha. Estas campañas de observación tienen por objetivo obtener información y estudiar los mecanismos de emisión de rayos gamma y procesos de aceleración de rayos cósmicos a muy altas energías en ambos: el pulsar y la nebulosa [8].

Además, su emisión que se extiende a lo largo del todo el espectro electromagnético alcanzando muy altas energías la convierte en un excelente sujeto de estudio para la exploración de escenarios que consideran una componente del universo conformada por materia oscura mediante el estudio del efecto que tendría su existencia en el espectro de la fuente.

Las primeras observaciones significativas a muy altas energías de la emisión de rayos gamma de la Nebulosa del Cangrejo fueron obtenidas por el telescopio de imagen atmosférica (IACT) de Whipple [9]. Los datos fueron recolectados de observaciones realizadas entre diciembre de 1956 y febrero de 1988.

El observatorio de detectores de Cherenkov en agua HAWC analizó una colección de datos con una duración total de 507 días desde noviembre de 2014 a junio de 2016 [10]. Los datos de espectro recolectados fueron utilizados para comprobar la sensibilidad de los detectores de HAWC para rayos-gamma y posteriormente entre junio de 2015 y diciembre de 2017 se analizó

un segundo conjunto de datos con una duración de 837 días efectivos de observación en los que se obtuvieron detecciones de fotones de 100s de TeVs [11].

Por otro lado, el observatorio LHAASO, que comenzó a operar en abril de 2019, recolectó datos durante 136 días entre diciembre de ese año y mayo de 2020 en los que se detectaron señales de rayos-gamma provenientes de la nebulosa del Cangrejo en un rango de energía de entre 10 TeVs y superior a 100 TeVs [12].

Otros observatorios, como Fermi-LAT están más enfocados a la observación de la emisión a más bajas energías del orden de 60 -600 MeVs para estudiar la variabilidad de la emisión de la nebulosa a partir de observaciones colectadas durante un periodo de 7.4 años [7].

Adicionalmente, telescopios de rayos-X con una mejor resolución angular, como CHANDRA [13], son capaces de observar la morfología del sistema del Cangrejo con mayor precisión y estudiar la emisión en rayos-X de esta fuente, telescopios espaciales como STIS (Space Telescope Imaging Spectrograph) [14] de Hubble pueden observar la emisión de ultravioleta y telescopios como NOT (Nordic Optical Telescope) [15] la emisión óptica; con está información en conjunto es posible tener un panorama más completo de la emisión de la Nebulosa del Cangrejo.

Observatorio	Tiempo de observación	Referencia
ARGO-YBJ	1.12×10^4 horas	[16]
HAWC	837 días	[11]
HESS	7.47 horas	[17]
LHAASO	136 días	[12]
MAGIC	57 horas	[18]
Tibet AS- γ	719 días	[19]
VERITAS	115 horas	[20]

Tabla 1.1: Tiempo de observación destinados a la detección de la emisión de la Nebulosa del Cangrejo por distintos experimentos.

Finalmente, para el rango de energías desde cientos de GeVs hasta cientos de TeVs, la tabla 1.1 muestra la duración de algunas campañas de otros observatorios en rayos gamma que se encuentran en operación. La emisión en muy altas energías reportada por estos observatorios permite explorar escenarios más allá del modelo estándar en los que los rayos gamma sufren efectos de conversión o atenuación en su recorrido debido al acople con partículas hipotéticas como fotones oscuros, los cuales son candidatos para poder explicar la naturaleza de la materia oscura.





2 | Materia Oscura

La materia oscura conforma el 26 % de la composición de masa-energía del universo [21]. Su naturaleza aún permanece desconocida. Sin embargo, de diversas observaciones de su efecto gravitacional sobre distintos objetos astrofísicos, se ha concluido que hay materia faltante que no interactúa electromagnéticamente con la materia del modelo estándar, por lo que no es posible observarla a simple vista.

Por ahora, a través de búsquedas y experimentos, sólo se han podido descartar algunas de las conjeturas o hipótesis de lo que se pensaba que era la materia oscura y actualmente se sabe con certeza que, de existir la materia oscura, esta debería representar cerca del 87 % del contenido total de materia en el universo y debería estar conformada por materia no bariónica e interactuar con la materia visible únicamente débilmente además de la interacción gravitacional. Además, las partículas de materia oscura deberían de tener tiempos de vida media lo suficientemente largos, mayores a la edad del universo, para permitir la formación de estructuras [22].

2.1. Evidencias

A lo largo de la historia de la astronomía se han observado distintos fenómenos que sirven como evidencias claras que apuntan a la necesidad de considerar una componente de masa adicional a la materia bariónica en la composición del universo. A continuación se enlistan algunas de las evidencias más relevantes en el estudio de la materia oscura.

2.1.1. Curvas de rotación

Considerando una galaxia y asumiendo gravedad Newtoniana, se puede estimar la velocidad circular de un objeto o estrella que se encuentra a una distancia r igualando las fuerzas centrípeta y gravitacional. De esta estimación se esperaría que la velocidad circular de los objetos alrededor del centro de la galaxia fuera disminuyendo conforme la distancia al centro de la galaxia r aumenta. Sin embargo, como es posible notar en la Figura 2.1, lo que realmente se observa es que la velocidad permanece prácticamente constante. La masa contenida en el disco de radio r no explica por sí sola la diferencia entre la curva de rotación teórica y las observaciones y por lo tanto se asume la presencia de un halo de materia oscura.

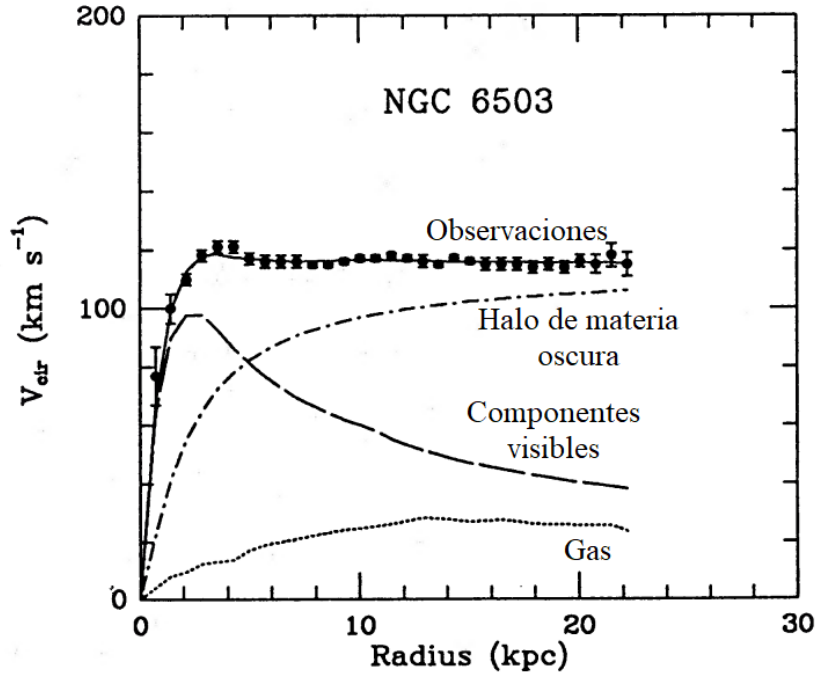


Figura 2.1: Curva de rotación de la galaxia espiral NGC 6503 en la que se muestra la comparación con la curva de rotación esperada de considerar únicamente la materia visible dentro del disco y cómo debería de ser la contribución de materia oscura [23].

Haciendo estimaciones de la masa contenida a una distancia galactocéntrica r que provoca la velocidad circular de un objeto que se encuentra a la distancia r se tiene que las contribuciones principales son la masa estelar y el gas. Considerando la contribución adicional de materia oscura se tiene:

$$M(r) = (M_{STELLAR} + M_{GAS} + M_{DM}), \quad (2.1)$$

$$M(r) = 4\pi \int \rho(r) dr, \quad (2.2)$$

donde $\rho(r)$ es el perfil de densidad.

En este caso, la velocidad circular de un objeto se obtiene de la suma en cuadratura de las velocidades debidas a las componentes mencionadas anteriormente.

$$v^2 = (v_{STELLAR}^2 + v_{GAS}^2 + v_{DM}^2). \quad (2.3)$$

A partir de estas ecuaciones, es posible estimar la forma del perfil de densidad y la masa total de materia oscura presente en la galaxia utilizando observaciones y mediciones de velocidades circulares de objetos en galaxias espirales o enanas cercanas. Este perfil de densidad

debe poder recuperar los valores observados de masa estelar y gas en la galaxia [24]. Algunos trabajos han usado distintos perfiles de materia oscura, como el perfil de Burkert [25] o Navarro-Frenk-White (NFW) [26] para reproducir las curvas de rotación observadas.

2.1.2. Cúmulos de galaxias

A partir del teorema del virial se tiene que la masa total contenida dentro de un halo es proporcional a la dispersión de velocidades de la forma:

$$M \propto \sigma_v^2. \quad (2.4)$$

A partir de mediciones de la dispersión de velocidades de las galaxias dentro del cúmulo de Coma, Zwicky obtuvo en 1933 que la razón entre masa y luminosidad es de alrededor de 400 masas solares por luminosidad solar [27]. Este valor debería poder recuperarse considerando únicamente la masa M debida a bariones (estrellas y gas) contenidos en el halo y la luminosidad L observada asociada. Estrictamente haciendo esta consideración se esperan valores para la razón de masa-luminosidad de entre 1 y 10, lo cual no coincide con lo observado por Zwicky.

Se concluye, entonces, que la dinámica observada requiere de muchísima más materia de la que se puede observar a partir de la luminosidad y se considera como una evidencia de la existencia de materia oscura en cúmulos de galaxias.

Trabajos más recientes [28], en los que se estudia también el cúmulo de Coma a partir de la dispersión de velocidades, obtienen una razón de masa luminosidad de $M/L = 351 M_{\odot}/L_{\odot}$, lo cual sigue siendo consistente con la conclusión de Zwicky sobre la necesidad de considerar otra componente, como materia oscura.

2.1.3. Lentes gravitacionales

El campo gravitacional generado por una galaxia cercana o por la presencia de materia oscura que actúa como lente gravitacional puede originar que la luz proveniente de una galaxia u objeto astronómico más lejano se defleque al pasar cerca de la lente y, como consecuencia, que la imagen observada en la Tierra del objeto lejano se distorsione en arcos o anillos [29].

A partir de esta distorsión es posible reconstruir la masa total encerrada en el halo que funciona como lente y en algunos casos su perfil de densidad, por lo que las lentes gravitacionales son una herramienta útil para determinar la contribución y distribución de materia oscura en un objeto. Una evidencia de materia oscura a partir de lentes gravitacionales es el caso en el que se observa el arco de una galaxia azul que se encuentra detrás del cúmulo Abell 370 [30].

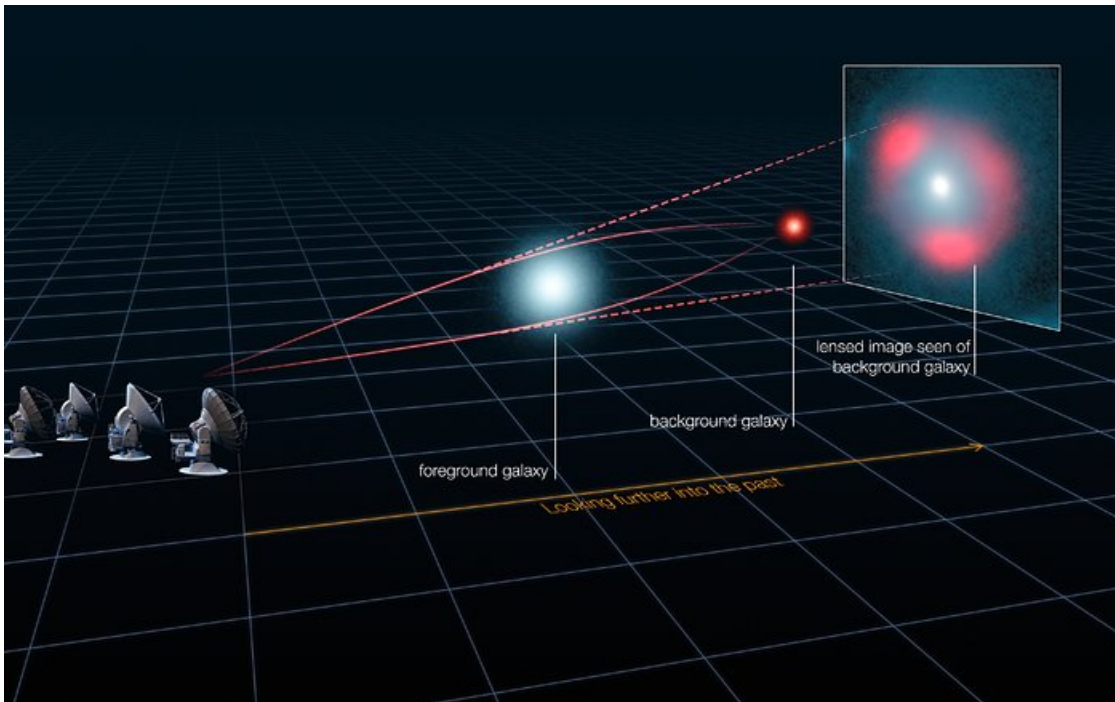


Figura 2.2: Diagrama de la distorsión de la imagen de una galaxia lejana debido a una galaxia más cercana que funge como lente gravitacional [31].

2.1.4. Simulaciones de N-cuerpos

El proceso de la formación de galaxias y cómo estas evolucionan se ha estudiado a través de simulaciones de N-cuerpos en las que se tienen, en un estado inicial, partículas de materia oscura. A estas partículas iniciales, no colisionales y que interactúan únicamente gravitacionalmente con la materia visible, se les asignan ciertas fluctuaciones en la densidad que van evolucionando en estructuras más complejas. En etapas posteriores es posible añadir otros factores como procesos astrofísicos y químicos que podrían alterar las estructuras.

Después de que el sistema evoluciona en el tiempo se hace una comparación de la configuración final simulada con lo observado para ver si es posible recuperar la estructura del universo visible a partir de estas condiciones iniciales utilizando estimados teóricos de la concentración de galaxias y cúmulos de galaxias [32]. En concreto, se utilizan funciones de correlación de dos puntos de cúmulo-cúmulo o galaxia-galaxia entre los resultados de las simulaciones de N-cuerpos y los compendios observacionales como evidencia de que las galaxias y cúmulos de galaxias están asociados a halos masivos de materia oscura [33].

2.1.5. Radiación de fondo de microondas (CMB)

Debido a la temperatura en el universo temprano, la presión de radiación no permite que la gravedad domine y que la materia bariónica caiga al potencial generado por la presencia

de materia oscura. Cuando el universo comienza a enfriarse, la materia bariónica comienza a caer al potencial hasta que la presión de radiación domina sobre la fuerza de atracción gravitacional y esta vuelve a empujar a la materia bariónica fuera del potencial produciendo oscilaciones acústicas. Sin embargo, la materia oscura no deja de caer, ya que esta no se ve afectada por la radiación al no interactuar directamente con fotones.

De esta manera, comienzan a formarse estructuras más complejas y el universo comienza a ser dominado por materia (desacople de materia bariónica de la radiación). Estas oscilaciones se ven reflejadas como variaciones pequeñas alrededor de la temperatura promedio de la radiación de fondo de microondas (CMB) del orden de $\frac{\Delta T}{T} \sim 10^{-5}$ mediante las cuáles se puede hacer un estimado de la cantidad total de materia oscura presente en el universo [34].

2.2. Candidatos

En el trabajo de Taoso et al. [35] se hace un enlistado de diez puntos que abarcan las principales características que debería tener un buen candidato a materia oscura.

Recuperando las características más fundamentales, un "buen candidato" a materia oscura debería idealmente cumplir por lo menos con los siguientes puntos:

1. Ser capaz de reproducir la densidad reliquia

La densidad reliquia asociada a materia oscura Ω_{DM} se puede derivar de las mediciones y observaciones de las anisotropías en el CMB. De aquí se deduce que la materia oscura debe de ser estable o decaer en tiempos posteriores a la edad del universo ($\tau_{DM} > t_{universo} \sim 10^{17} s$).

Además, debería de existir algún proceso o mecanismo de producción que garantice que se tiene Ω_{DM} . Estos pueden ser procesos térmicos, como el desacople del resto de especies presente en el universo, por ejemplo, el Milagro de los WIMPs [36]; o procesos no térmicos como decaimientos de partículas desacopladas e inestables a candidatos más ligeros ($X \rightarrow \chi\chi$).

2. Ser materia oscura fría (CDM) o materia oscura tibia (WDM).

Los candidatos a materia oscura se pueden dividir en materia oscura caliente (HDM), tibia (WDM) o fría (CDM) dependiendo de la velocidad v a la que se mueven las partículas. Sin embargo, observacionalmente se ha encontrado que esta debería ser fría o tibia.

A continuación se presentan algunas características básicas y problemas que surgen de considerar materia oscura de cada tipo.

a) Hot Dark Matter (HDM):

- Estas partículas alcanzan velocidades cercanas a la de la luz $v \sim c$. Un ejemplo de este tipo de candidatos, propuestos inicialmente como un candidato a materia oscura, son los neutrinos [37; 38].
- Longitud de *free streaming*¹ $\lambda_F \sim \text{Mpc}$
- Problemas:
 - La formación de estructuras ocurre de arriba hacia abajo, lo que está en contradicción con lo observado, ya que se sabe que las galaxias son más viejas que los cúmulos.
 - La densidad estimada de neutrinos $\Omega_\nu h^2$ no coincide con la densidad reliquia $\Omega_\chi h^2$, por lo cual quedan descartados como candidatos a materia oscura.

b) Warm Dark Matter (WDM):

- Este tipo de partículas tienen velocidades intermedias dentro del rango de $0 \ll v < c$. Un ejemplo son los neutrinos estériles [39] con masas en el rango de $m_{\text{WDM}} \sim \text{keV}$.
- Longitud de *free streaming*: $\lambda_F \sim \text{pc} \sim \text{kpc}$
- En simulaciones cosmológicas usando candidatos de WDM [40; 41], se observa que el número de subhalos que se forman en un halo asociado a una galaxia está en el rango de $N_{\text{subhalos}} \sim 10 - 100$, lo cual coincide con lo observado.
- Problema: El exceso de fotones con $E \sim 3.5\text{keV}$ observado mediante el stacking del espectro de cúmulos de galaxias, que se asocia a la existencia de neutrinos estériles, no se observa en otras búsquedas de otros objetos [42].

c) Cold Dark Matter (CDM):

- Las velocidades asociadas a este tipo de partículas son no relativistas ($v \ll c$). Algunos ejemplos son: ALPs, fotones oscuros.
- Longitud de *free streaming*: $\lambda_F \sim 1\text{AU}$
- Partículas de CDM pueden ser producidas por mecanismos sencillos [43].
- Coincide con la densidad reliquia estimada a partir de oscilaciones acústicas de bariones (ver sección 2.1.5).

¹La longitud de *free streaming* λ_F corresponde a la longitud que puede viajar una partícula antes de interactuar con otras partículas del medio. Esta longitud está asociada al tamaño de las estructuras que pueden formarse debido al colapso gravitacional al considerar dichas partículas.

- Problema: En simulaciones cosmológicas usando candidatos de CDM, la formación de subhalos, que es de alrededor de $N_{\text{halos}} \sim 1000$, es excesiva en comparación con observaciones [44] (ver figura 2.3).

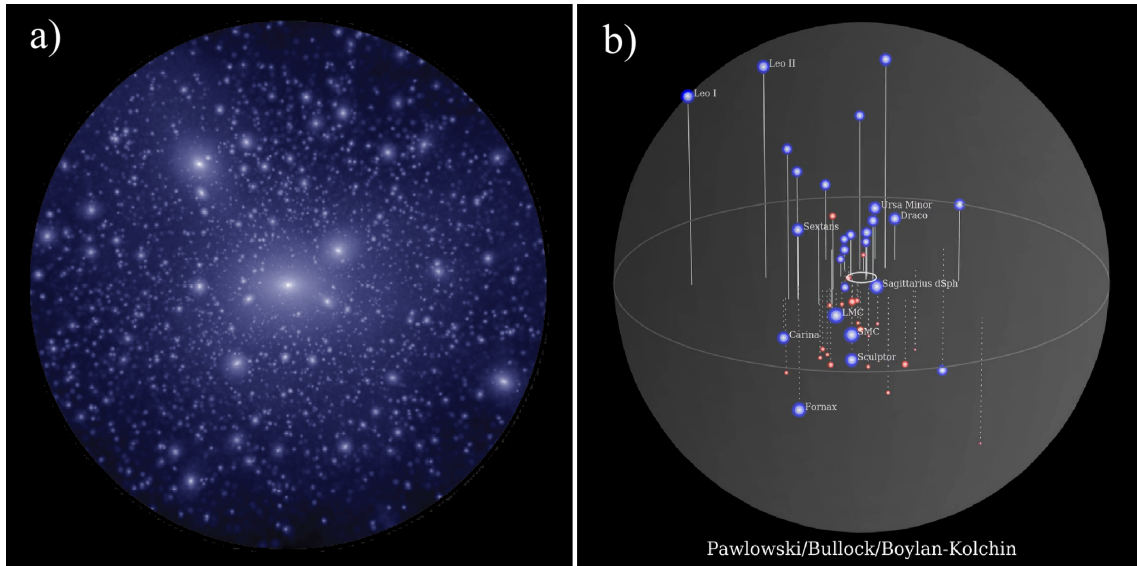


Figura 2.3: Las simulaciones de N-cuerpos estiman la observación de alrededor de 1000 galaxias satélite alrededor de la Vía Láctea como se muestra en a). Lo que en realidad se observa es una cantidad mucho menor como se muestra en b) [45]. Involucrando otros procesos, se puede disminuir el número de halos esperados.

3. Ser neutra

A diferencia de lo que se observa en evolución estelar o formación de galaxias, de tener algún tipo de carga, ya sea eléctrica, fuerte o cualquier otro tipo, las galaxias deberían tardar más tiempo en formarse y por lo tanto ser mucho más jóvenes; mientras que las estrellas deberían de vivir menos tiempo debido a que los candidatos a materia oscura representarían un canal de pérdida de energía importante.

En particular suponiendo que la galaxia está embebida en un halo de materia oscura formado por candidatos cargados eléctricamente y muy masivos como CHAMPs (X^\pm), parte de estos deberían de haber sido capturados en la Tierra durante la formación del Sistema Solar formando átomos hidrogenoides (ver figura 2.4). Estos deberían estar presentes en las moléculas de agua y sus trazas deberían ser medible usando espectroscopía [46].

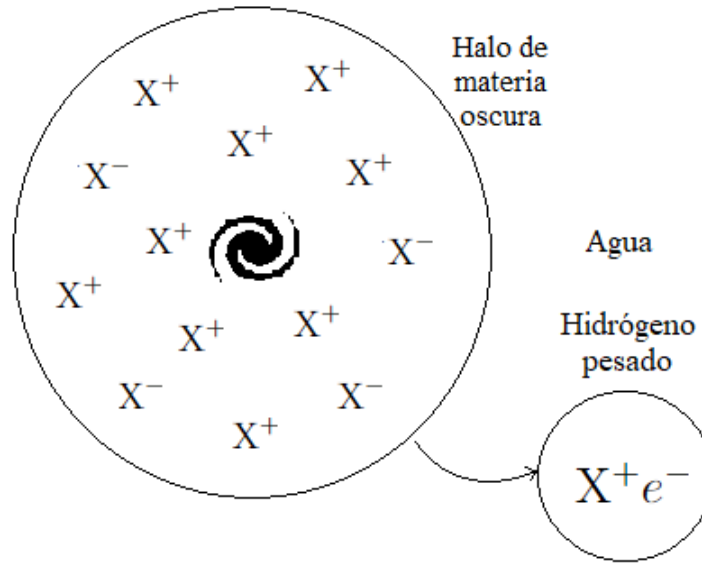


Figura 2.4: Debido al halo de materia oscura en el que está embebida la galaxia, se formarían estados ligados X^+e^- que estarían presentes en el agua y podrían detectarse mediante las excitaciones en los átomos hidrogenoides que serían de mayor energía que en el hidrógeno ya que en el átomo hidrogenoide el electrón estaría más cerca del núcleo que en el caso en el que está formada por protón y electrón.

4. Poder reproducir BBN

El modelo de la nucleosíntesis del Big Bang (BBN) indica que antes del desacople la razón de protones y neutrones se encontraba en equilibrio. Posterior al desacople de los neutrones estos comienzan a formar núcleos de ^4He . La abundancia de este elemento está directamente relacionada con la razón de protones y neutrones, con la temperatura de *freeze-out* y, por lo tanto, con la tasa de expansión del universo durante la nucleosíntesis que, de considerar nuevas especies o candidatos a materia oscura, se vería modificada. Esto permite poner cotas a la masa de los candidatos propuestos [47].

5. No cambiar la evolución estelar

Debe ser posible establecer cotas a la energía radiada y a la masa de los candidatos para que estos sean consistentes con las observaciones de los tiempos de vida estelares, y con que no se observen efectos de sus mecanismos de producción como el calentamiento excesivo de la estrellas debido a canales de pérdida de energía que originaría su explosión o el colapso a agujeros negros al alcanzar una masa crítica debido al *pull* gravitacional.

6. No ser colisional

Una solución propuesta para reducir la cantidad de halos estimados mediante simulaciones de N-cuerpos para CDM es proponer candidatos autointeractuantes con una sección eficaz de autointeracción por unidad de masa del candidato de $\sigma_{SI}/m_{DM} \sim 0.5 - 5 \text{cm}^2 \text{g}^{-1}$ [48].

Sin embargo, para que un candidato a materia oscura sea consistente con los perfiles de densidad de materia oscura de distintos cúmulos de galaxias estudiados y con los arcos observados debido a lentes gravitacionales, este debe ser no colisional. Esto quiere decir que únicamente debería interactuar gravitacionalmente con partículas del modelo estándar y no ser autointeractuante o que su autointeracción sea mínima.

7. Búsquedas experimentales

Debe existir algún proceso no gravitacional que permita diseñar un experimento para encontrar evidencias de la existencia del candidato. El cómo y dónde se pueden realizar búsquedas de materia oscura se discutirá más adelante en la sección 2.3.

2.2.1. Fotones Oscuros

Los candidatos de interés en este trabajo de tesis, son los fotones oscuros. Estos candidatos se clasifican como materia oscura fría que aparece en teorías que consideran la existencia de un sector oculto adicional al sector del modelo estándar. Aunque recibe este nombre debido a que su principal interacción dentro de este sector oculto es de forma electromagnética, similar al fotón en el modelo estándar, el fotón oscuro se propone como candidato masivo con masas que van desde 10^{-12} eV hasta 1 GeV. Los fotones oscuros, aunque en principio no interactúan directamente con partículas del modelo estándar, en los modelos en los que se proponen como candidatos, se sugiere un acoplamiento a los fotones del modelo estándar a través de la transición entre estados de masa de forma similar a como ocurre con la mezcla de neutrinos [49]. Este acoplamiento se revisará con más detalle en el capítulo 3.

2.3. Métodos de búsqueda

En diferentes escenarios se puede pensar en experimentos que permitirían describir o acotar propiedades de la materia oscura, adicionalmente a la interacción gravitacional. Estos métodos se pueden clasificar en tres métodos principales: Búsqueda indirecta, búsqueda directa y producción en aceleradores.

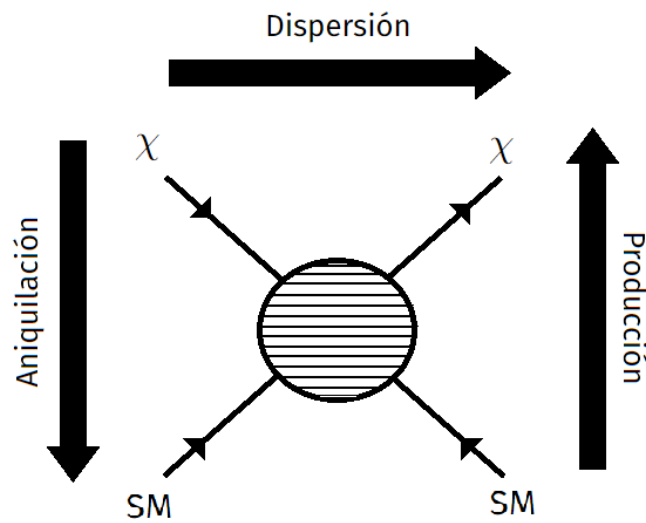


Figura 2.5: Búsqueda directa: Aniquilación, Búsqueda indirecta: Dispersión y Producción en aceleradores

2.3.1. Producción de DM en aceleradores

En aceleradores de partículas como el LHC que opera a energías desde GeV hasta 14 TeV se estudian los productos de los eventos de colisión de núcleos en los que se observa la energía final en comparación con la energía inicial del evento que por conservación de energía, la energía final faltante podría indicar la presencia de partículas de materia oscura χ .

Este tipo de búsqueda está particularmente orientada a la búsqueda de partículas masivas débilmente interactuantes (WIMPs) como evidencias de supersimetría (SUSY).

2.3.2. Búsqueda directa

El método de búsqueda directa se basa en la detección de señales inducidas por la interacción de partículas de materia oscura con materia visible en la Tierra [21]. Este tipo de búsqueda se hace bajo la premisa de que nuestra galaxia está inmersa en una halo de materia oscura y por lo tanto se realizan experimentos en los que se intentan detectar firmas experimentales de la materia oscura a través de la dispersión de WIMP-núcleo en ambientes controlados. Por lo general, este tipo de experimento se realizan bajo tierra para minimizar la cantidad de ruido en la señal como los experimentos XENONnT [50], donde se hacen observaciones del retroceso nuclear provocado por los WIMPs en tanques con xenón líquido.

2.3.3. Búsqueda indirecta

En los métodos de búsqueda indirecta consiste en la detección de partículas estables del modelo estándar como señales de los subproductos de procesos como aniquilación o decaimiento de materia oscura a fotones de alta energía y otras partículas. Por lo general, estas búsquedas se realizan en sitios con un gran contenido de materia oscura como galaxias y cúmulos de galaxias.

Otro tipo de método de búsqueda indirecta se basa en encontrar anomalías en el flujo de fotones que llegan a la Tierra debido las interacciones de estos con materia oscura a lo largo de su trayecto hasta los observatorios en Tierra. Un ejemplo de este tipo de búsqueda son los experimentos de luz a través de paredes, que es el método en el que se basa la propuesta de búsqueda para fotones oscuros debido a las conversiones entre los estados de masa de fotón y fotón oscuro de este trabajo de tesis.

Luz a través de paredes (LSW)

Los experimentos de luz a través de paredes son un método de búsqueda empleado para candidatos ligeros ($m_\chi < keV$) a CDM. La figura 2.6 es un esquema de como se realizan estas búsquedas mediante un láser que se hace incidir sobre una pared opaca y un fotosensor colocado al otro extremo para detectar el posible paso de fotones que atravesaron la pared.

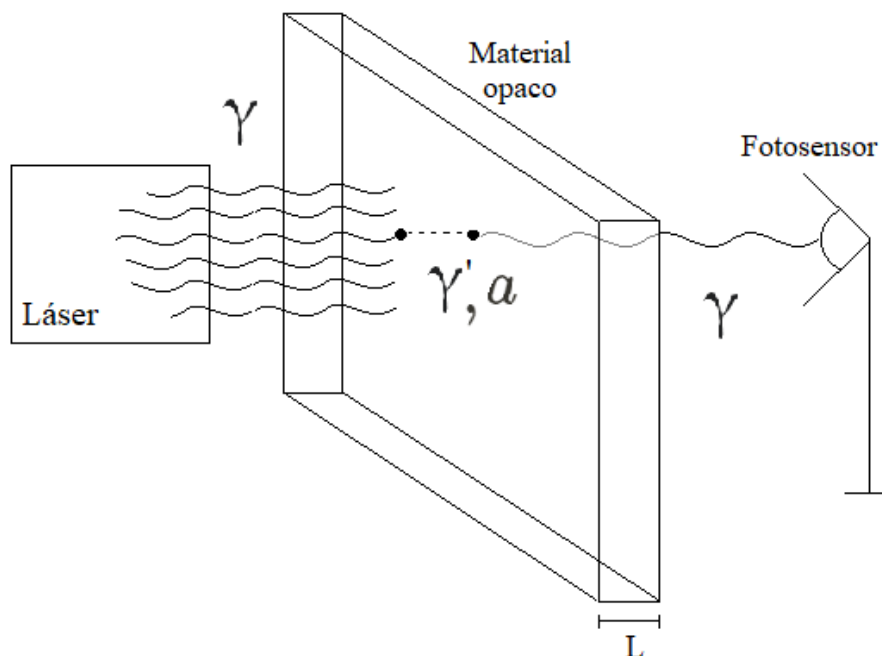


Figura 2.6: Diagrama general de los experimentos de luz a través de paredes para la detección de materia oscura.

El fotosensor no debería de ser capaz de medir ninguna señal de los fotones que son emitidos por el láser debido a que la pared impide el paso. Sin embargo, si ocurrieran oscilaciones de fotones a partículas de materia oscura como ALPs (a) o fotones oscuros (γ'), entonces el fotosensor si podría ser capaz de medir un flujo de fotones con cierto factor de atenuación.

Este tipo de búsqueda se puede extrapolar para el caso de fuentes como la nebulosa del Cangrejo. En particular, considerando el caso de una pared con ancho cero para el caso más sencillo en el que no se consideran otros factores como el medio de propagación o la presencia de campos magnéticos.

Dado que aún no se tiene certeza de la naturaleza de la materia oscura, es necesario utilizar los distintos métodos de búsqueda de forma complementaria. Actualmente es posible extender estas búsquedas a nuevos escenarios, en particular de señales de fotones oscuros, a partir de observaciones de fuentes con emisión de fotones con energías a escalas de TeV e incluso PeV.





3 | Fotonos Oscuros

Los fotonos oscuros aparecen en sectores ocultos que surgen a partir de extensiones del Modelo Estándar (SM). La interacción más simple que puede ser planteada dentro del sector oculto es la de una interacción tipo $U(1)$, similar a la interacción electromagnética del SM. El bosón de norma del sector oculto se conoce como fotón oscuro $A^{\mu'}$. Un portal entre ambos sectores, que puede ser escalar o vectorial, permite la mezcla o interacción entre ambos estados y el efecto de este portal en el sector visible dependerá de las características del fotón oscuro.

Ya que existen mecanismos de producción del fotón oscuro que logran reproducir la densidad reliquia de materia oscura en el universo, el fotón oscuro, que deja la materia estelar sin cambios, no tiene ningún tipo de carga bajo el sector visible y no representa un canal de disipación adicional, puede ser considerado como un buen candidato a materia oscura fría que vale la pena estudiar para encontrar posibles detecciones a través de distintos tipos de búsquedas o en su defecto, para encontrar límites a las características que estos deberían tener.

En este capítulo revisaré brevemente cómo se describe la interacción entre fotón visible y fotón oscuro y cuales deberían ser los efectos en los flujos de fotonos reportados para una fuente emisora de rayos gamma.

3.1. Lagrangiano de la interacción

Siguiendo [49], la descripción más general del lagrangiano de interacción, sin hacer alguna asunción acerca del mecanismo de producción de los fotonos oscuros o algún otro tipo de interacción adicional a la de $U(1)_D$; esta está dada por:

$$\mathcal{L}_0 = -\frac{1}{4}F_{(b)}^{\mu\nu}F_{(b)\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{(a)}^{\mu\nu}F_{(a)\mu\nu} - \frac{1}{2}\varepsilon F_{(b)}^{\mu\nu}F_{(a)\mu\nu}, \quad (3.1)$$

donde $F_{(b)}^{\mu\nu}$ es el tensor de Faraday que corresponde al tensor de intensidad de campo para la interacción electromagnética $U(1)$ del SM del campo de norma A^μ correspondiente al fotón visible, $F_{(a)}^{\mu\nu}$ el tensor de intensidad de campo para la interacción electromagnética $U(1)_D$ del sector oculto del campo de norma $A^{\mu'}$ correspondiente al fotón oscuro y ε es la constante de mezcla cinética que modula la interacción entre fotón visible y fotón oscuro .

El término de interacción dentro del lagrangiano puede ser expresado en términos de las cargas y corrientes asociadas al sector visible ($e, J_{(b)}$) y al sector oculto ($e', J_{(a)}$) de la siguiente forma:

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = eJ_{(b)\mu}A^\mu + e'J_{(a)\mu}A^{\mu'} + \dots \quad (3.2)$$

Los escenarios posibles para explicar la naturaleza del fotón oscuro se pueden clasificar en dos: el fotón oscuro no masivo ($\mu = 0$) y el fotón oscuro masivo ($\mu \neq 0$). El caso particular del fotón oscuro no masivo involucra un término de carga y por lo tanto de corriente dentro del sector oculto que interacciona dentro del propio sector oculto con el término de A^μ , sin embargo no hay una interacción directa del fotón oscuro con la corriente dentro del modelo estándar[49]. Únicamente ocurre una interacción dentro del modelo estándar como el acoplamiento con fermiones del SM que queda fuera del alcance del presente análisis.

Para el caso del fotón oscuro masivo, sí ocurren conversiones de fotón a fotón oscuro y viceversa ($A^\mu \rightarrow A^{\mu'}$). Por esta razón, en este trabajo, al igual que en la mayoría de trabajos sobre fotones oscuros, nos concentraremos en el caso en el que este portal entre los sectores visible y oculto, surge a partir de la mezcla entre estados de masa también conocido como *kinetic mixing*.

El fotón oscuro puede adquirir masa vía la ruptura espontánea de la simetría $U(1)_D$ a través de un mecanismo de "Higgs oscuro"¹ o invocando otro mecanismo para el cuál no necesariamente debe de ocurrir un rompimiento de la simetría, conocido como mecanismo de Stueckelberg². Cuando el fotón oscuro adquiere masa, aparece un término adicional en el lagrangiano de la forma [49; 52]:

$$\mathcal{L}_{A^{\mu'}} = \frac{1}{2}\mu^2 A^{\mu'} A_{\mu'}, \quad (3.3)$$

en términos de la masa μ del fotón oscuro. El lagrangiano de interacción \mathcal{L}_{int} , una vez que aparecen los términos de masa, se expresa de la siguiente forma:

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -\frac{e\varepsilon}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}J_{(b)\mu}A^{\mu'} + \dots \quad (3.4)$$

El lagrangiano de interacción completo, incluyendo el término de masa, puede ser expresado de la siguiente manera:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^T \kappa F + \frac{1}{2}\Lambda^T M \Lambda, \quad (3.5)$$

¹Este mecanismo se trata de un mecanismo distinto al del Higgs del modelo estándar en el que su bosón asociado sólo interacciona dentro del sector oculto.

²Invocando el mecanismo de Stueckelberg aparecen exactamente los mismos términos de autoacoplo en masa que en el caso de Higgs, pero no surgen partículas adicionales que contribuyan a la densidad de masa total asociada a materia oscura [51].

donde F es el vector asociado a los campos $F_{(b)\mu\nu}$ y $F_{(a)\mu\nu}$, Λ corresponde a una representación vectorial de los estados de propagación³ A_μ y \tilde{A}_μ , κ es una matriz simétrica en términos de ε conocida como matriz de mezcla cinética y M es la matriz de masa en términos de la masa μ del fotón oscuro.

Hallando las ecuaciones de movimiento⁴, dado el lagrangiano de la ecuación 3.5, se tiene que para un vector de estado inicial $(A^\mu, A^{\mu'})$:

$$\left[(\omega^2 + \partial_z^2) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \tilde{M} \right] \begin{pmatrix} A \\ A' \end{pmatrix} = 0, \quad (3.6)$$

donde \tilde{M} surge de la diagonalización de la matriz de mezcla cinética mediante un cambio de base y está en términos de la masa del fotón oscuro μ y del término de mezcla cinética ε de la forma [52]:

$$\tilde{M} = \begin{pmatrix} \varepsilon^2 \mu^2 & -\varepsilon \mu^2 \\ -\varepsilon \mu^2 & \mu^2 \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

Esto resulta en una solución con dos estados de propagación distintos $V_1(z, t)$ y $V_2(z, t)$ en los que ambos tienen un término exponencial dependiente de la frecuencia, que es proporcional a la energía del fotón E , la dirección de propagación z y la evolución temporal t .

Partiendo de un estado inicial puro de fotones visibles para un tiempo $t, z = 0$ de la forma

$$A(0, 0) = A_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.8)$$

y observando su evolución temporal se obtiene que para $z, t \neq 0$, el estado después de que el fotón ha recorrido una distancia D_L :

$$A(z = D_L, t) = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Comparando entrada a entrada los estados inicial y evolucionado; para conocer la probabilidad de que los fotones iniciales A_0 se hayan convertido en fotones oscuros se obtiene:

$$P_{A \rightarrow A'}(z) = \frac{|A_2(z, t)|^2}{|A_0|^2} = 1 - \frac{|A_1(z, t)|^2}{|A_0|^2}. \quad (3.10)$$

³Los estados de propagación son aquellos que cumplen la ecuación de movimiento. Por otro lado, los estados físicos son aquellos que están descritos en el Lagrangiano. Al seleccionar la norma de Lorentz, que es invariante ante transformaciones, los estados físicos coinciden con los estados de propagación por lo que podemos utilizar ambos términos de manera indistinguible.

⁴La derivación de la ecuación de movimiento se puede encontrar en el Apéndice A.

Hasta ahora hemos considerado el término cinético de mezcla ε para la transición entre estados de masa, sin embargo, este término se relaciona con un término efectivo de ángulo de mezcla χ que modula este acoplamiento entre fotón visible y fotón oscuro. Algunos trabajos utilizan ambos términos de forma intercambiada como en [53].

La probabilidad de conversión de fotón γ a fotón oscuro γ' está dada por:

$$P_{\gamma \rightarrow \gamma'}(\chi; \mu) = \sin^2(2\chi) \sin^2\left(\frac{\mu^2}{4E} D_L\right). \quad (3.11)$$

Matemáticamente, al igual que para χ no hay ninguna restricción para el valor de ε . Sin embargo, existe la restricción física de que para valores de $\varepsilon > 1$ el acoplamiento a fotones oscuros sería tal que ya deberíamos de haberlos detectado [49].

3.2. Conversiones

Dada la función de probabilidad en la ecuación 3.11, es posible estudiar el efecto que tendría la existencia de fotones oscuros y su acoplamiento al fotón del SM en el espectro diferencial de energía de alguna fuente galáctica, como lo es la Nebulosa del Cangrejo.

Como se discute en el Capítulo 1, el flujo de fotones provenientes de la Nebulosa del Cangrejo es medido por distintos observatorios que reportan su espectro para muy altas energías. Sin embargo, en el caso de considerar que un porcentaje de la población inicial de fotones visibles provenientes de la nebulosa oscilaran a fotones oscuros y viceversa, es importante considerar un factor de atenuación al espectro observado por los telescopios y detectores terrestres (ver figura 3.1).

Al tratarse de un efecto probabilístico, este factor de atenuación estará asociado directamente a la probabilidad de supervivencia, es decir, la probabilidad de que el fotón inicial llegue a la Tierra en forma de fotón visible.

La expresión que describiría la forma del espectro observado considerando este factor sería la siguiente:

$$\left. \frac{dN}{dE} \right|_{\text{obs}} = \left(1 - P_{\gamma \rightarrow \gamma'}(\chi; \mu)\right) \cdot \left. \frac{dN}{dE} \right|_{\text{int}}, \quad (3.12)$$

donde $\left. \frac{dN}{dE} \right|_{\text{int}}$ se refiere al espectro intrínseco de la fuente y que involucra a todos los procesos que ocurren dentro de esta. Sin embargo, no es posible conocer con certeza todos los mecanismos y procesos que se llevan a cabo dentro de la fuente, por lo que es necesario encontrar otra forma de describir esta parte espectral. Para describir la emisión reportada a

muy altas energías típicamente se utiliza un modelo de Log-Parábola del que se hablará más detalladamente en el capítulo 4.

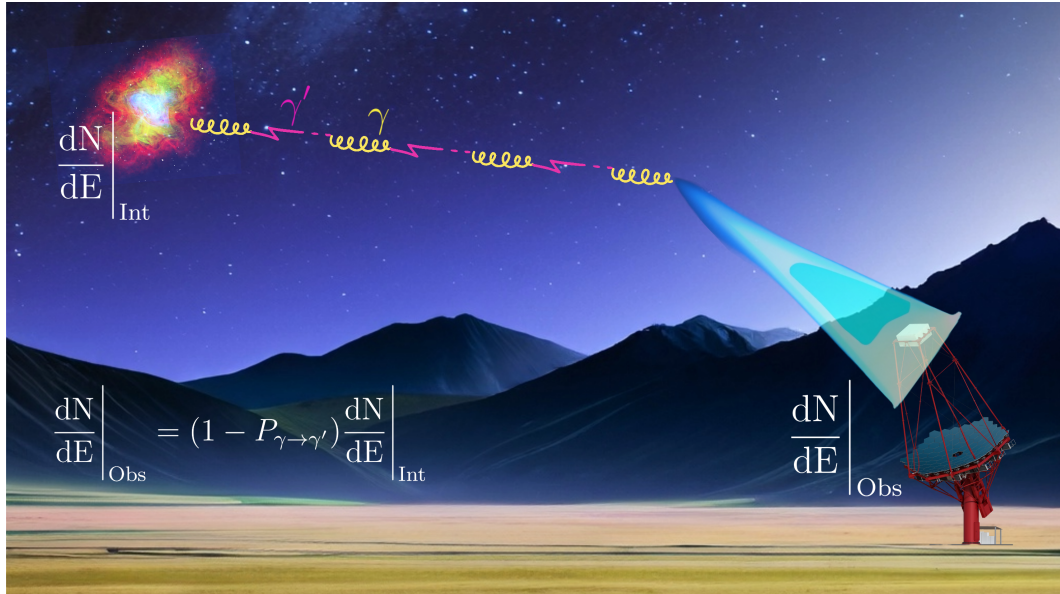


Figura 3.1: Si se tiene una fuente lejana emitiendo en rayos gamma a una distancia lumínica D_L de la Tierra y estamos midiendo su flujo desde un observatorio en la Tierra y suponemos que la mezcla o acoplamiento fotón-fotón oscuro sí ocurre, entonces se esperaría observar oscilaciones entre ambas partículas y los efectos de estas deberían de verse reflejados en el flujo medido por el observatorio. Créditos de la imagen: Sergio Hernández Cadena.

Y expresando explícitamente la probabilidad en la ecuación 3.11 se tiene:

$$\frac{dN}{dE} \Big|_{\text{Obs}} = \left[1 - \left(\sin^2(2\chi) \sin^2 \left(\frac{\mu^2}{4E} D_L \right) \right) \right] \cdot \frac{dN}{dE} \Big|_{\text{Int}}, \quad (3.13)$$

donde χ es el ángulo de mezcla del acoplamiento entre fotón visible y fotón oscuro, μ es la masa del fotón oscuro, E es la energía del fotón inicial y D_L es la distancia de la Tierra a la Nebulosa del Cangrejo.

3.2.1. Efecto en el espectro

Ahora, exploraré si es posible observar estas conversiones para fotones provenientes de la Nebulosa del Cangrejo con energías dentro del rango de 100 GeVs a cientos de TeVs.

De la gráfica de la izquierda de la figura 3.2 es posible observar que la probabilidad de que ocurra la conversión en el rango de energías considerado no es despreciable ya que una probabilidad de $P_{\gamma \rightarrow \gamma'} > 10^{-4}$ representa cambios en el espectro medibles por los observatorios

destinados al estudio de rayos gamma de muy altas energías.

Por otro lado, en la malla de probabilidad de la derecha de la figura 3.2 se explora la probabilidad de conversión para un fotón con una energía de 1 TeV en función de la masa del fotón oscuro y la constante de acoplamiento, obteniendo que para el rango elegido de μ y χ , las regiones sombreadas con un tono oscuro de azul corresponden a probabilidades considerables que van desde 10^{-4} hasta 1.

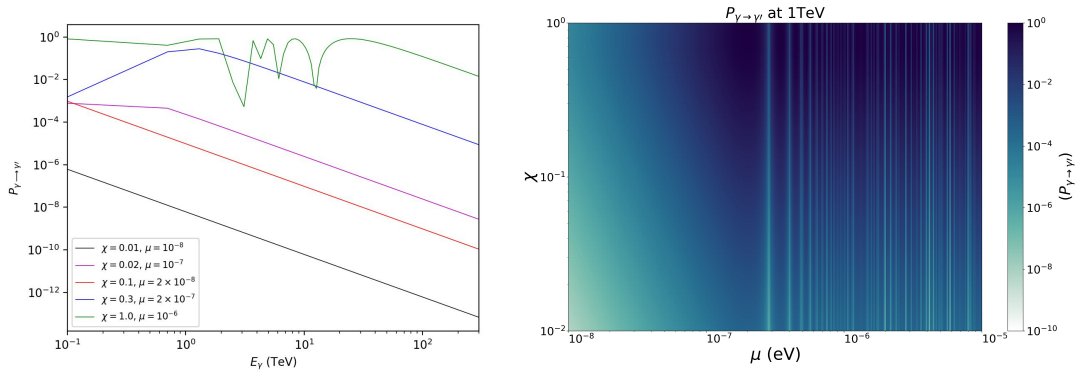


Figura 3.2: Gráficas de la probabilidad de conversión. En la figura de la izquierda en función de la energía para 5 candidatos con distintos valores de masa y ángulo de mezcla. En la figura de la derecha se tiene una malla de los valores de probabilidad de conversión para el espacio de parámetros de masa del fotón oscuro y ángulo de mezcla para una energía de 1 TeV.

Además, en la malla de probabilidad se observan franjas verticales que representan un cambio drástico en la probabilidad dependiente de la masa del fotón oscuro. Esto se debe a la dependencia de μ dentro del término sinusoidal de la función de probabilidad. Es importante destacar que hay parámetros adicionales que entran en juego dentro de esta componente; estos parámetros son la distancia lumínica D_L y la energía del fotón inicial E , por lo que es importante explorar distintos valores de μ y E , ya que esto nos podría permitir restringir el espacio de parámetros.

Por lo tanto, el argumento de la función sinusoidal alcanza a tomar varias veces valores múltiples de π . Por el contrario, tenemos que no se observan franjas horizontales y en su lugar se observa una especie de degradado suave que se debe a que los valores que toma χ no cubren un rango de valores lo suficientemente grandes para que el efecto de la componente $\sin^2(2\chi)$ dentro de la función de probabilidad sea observable para este caso en particular.

Típicamente, estas oscilaciones entre fotón visible y fotón oscuro están caracterizadas por la longitud de oscilación que corresponde a la longitud que viajan los fotones entre cada oscilación.

$$L_{\text{osc}} = \frac{4\pi E}{\mu^2} \simeq 8 \left(\frac{E}{1\text{TeV}} \right) \left(\frac{\mu}{10^{-7}\text{eV}} \right)^{-2} \text{ kpc.} \quad (3.14)$$

De la relación entre la longitud de oscilación y la energía del fotón emitido, se tiene que a energías más bajas se obtienen longitudes L_{osc} por debajo de la distancia lumínica D_L a la que se encuentra la Nebulosa del Cangrejo, mientras que para masas más grandes es que se obtienen longitudes menores. Esto podría indicar que sería interesante explorar estos rangos de energía del fotón visible y de masas para los fotones oscuros que se muestran en la figura 3.3 para buscar un efecto en el espectro de la fuente. Sin embargo, también es importante explorar distintos valores de μ y E porque eso es lo que nos permite restringir el espacio de parámetros.

Esto quiere decir, que el efecto observable en el espectro, al hacer la consideración de la oscilación de fotón visible a fotón oscuro, no necesariamente va a depender del ángulo de mezcla, si no que es importante tomar en cuenta el juego entre los distintos parámetros del modelo. El propósito de este trabajo es precisamente poder actualizar las cotas que se obtienen en [54] para el espacio de parámetros de fotones oscuros en concreto estudiando su efecto en una fuente ampliamente estudiada como la Nebulosa del Cangrejo.

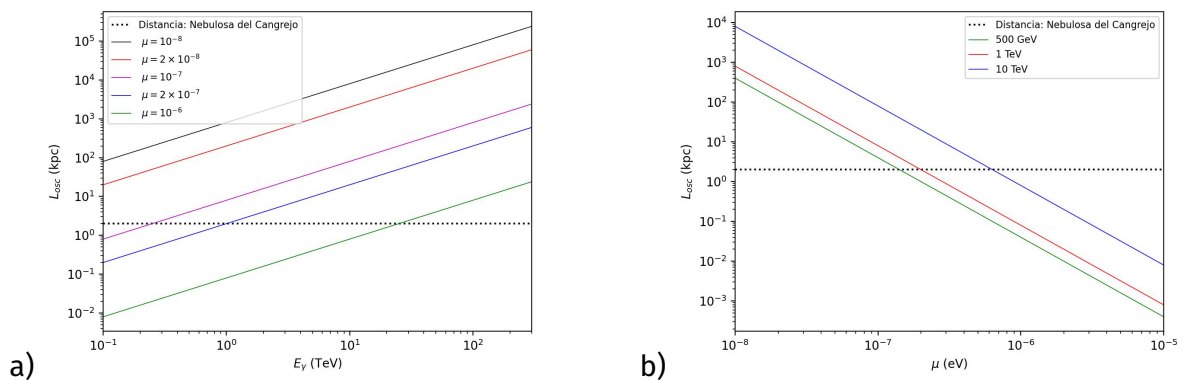


Figura 3.3: a) Gráfica de Longitud de oscilación en función de la energía del fotón inicial para candidatos de masas distintas. b) Gráfica de Longitud de oscilación en función de la masa del fotón oscuro para fotones visibles iniciales de distintas energías.

Adicional a que los fotones oscuros son consistentes con los criterios mínimos que deben cumplir un buen candidato a materia oscura, para fotones de muy alta energía se tiene un espacio de parámetros para fotones oscuros que es posible explorar utilizando el espectro reportado en fuentes de rayos gamma. Este trabajo se enfocará en un análisis para establecer cotas a este espacio de parámetros a partir de las mediciones más recientes para espectro de la Nebulosa del Cangrejo.



4 | Método

De asumir la existencia de fotones oscuros como posibles componentes de la materia oscura presente en el Universo, una forma de probar su existencia es mediante la observación de los efectos entre el acoplamiento de fotones oscuros y rayos gamma en el espectro de objetos como la Nebulosa del Cangrejo. En este capítulo se presenta una descripción detallada del método que se siguió para llegar a los productos finales de la tesis. Desde las características principales de los observatorios, de los cuáles se tomaron datos para hacer el análisis conjunto, hasta una explicación de las herramientas estadísticas empleadas para hacer el ajuste de modelos al espectro de la Nebulosa del Cangrejo y encontrar la región de valores excluidos de masa y ángulo de mezcla para fotones oscuros.

4.1. Colección de datos

La actualización y extensión de la muestra de datos del espectro diferencial de energía para estudiar posibles efectos inducidos por conversiones entre fotones oscuros y rayos gamma, respecto a otros trabajos como el de Zechlin et. al [54] tiene como motivación el hecho de que en años más recientes se han diseñado y puesto en marcha nuevos experimentos destinados a estudiar rayos gamma de más altas energías hasta alcanzar detecciones en el rango de cientos de TeVs. Con esta nueva información es interesante estudiar la obtención de regiones de exclusión más restrictivas para el espacio de parámetros de fotones oscuros. La nueva muestra de datos comprende observaciones realizadas en períodos más recientes por siete distintos observatorios de rayos gamma que detectan emisión de rayos gamma ultraenergéticos provenientes de la Nebulosa del Cangrejo. A continuación se presentan de manera breve las diferentes técnicas de detección de rayos gamma, así como las características principales de cada observatorio considerado para este análisis.

4.1.1. Métodos de detección

Existen principalmente dos métodos de detección a altas energías empleados para las observaciones de la Nebulosa del Cangrejo y rayos gamma en general, ver figura 4.1. El primero consiste en la detección de radiación Cherenkov que es producida por partículas cargadas que viajan a velocidades superiores a la de la luz en el aire que a su vez son producidas por la interacción de rayos gamma con moléculas de la atmósfera. Los instrumentos de detección

empleados en esta técnica son los telescopios de Cherenkov en aire que utilizan fotomultiplicadores que responden a la llegada de estos fotones.

El segundo método básicamente consiste en el registro del paso de las partículas cargadas, provenientes de cascadas atmosféricas, que llegan al nivel terrestre. Esta detección se hace principalmente con detectores de Cherenkov en agua, que utilizan tubos fotomultiplicadores para la detección de radiación Cherenkov que producen las partículas cargadas en el agua, o con cámaras de placas resistivas (RCP) con los cuáles es posible hacer una reconstrucción de la energía del rayo gamma que inició la cascada atmosférica.

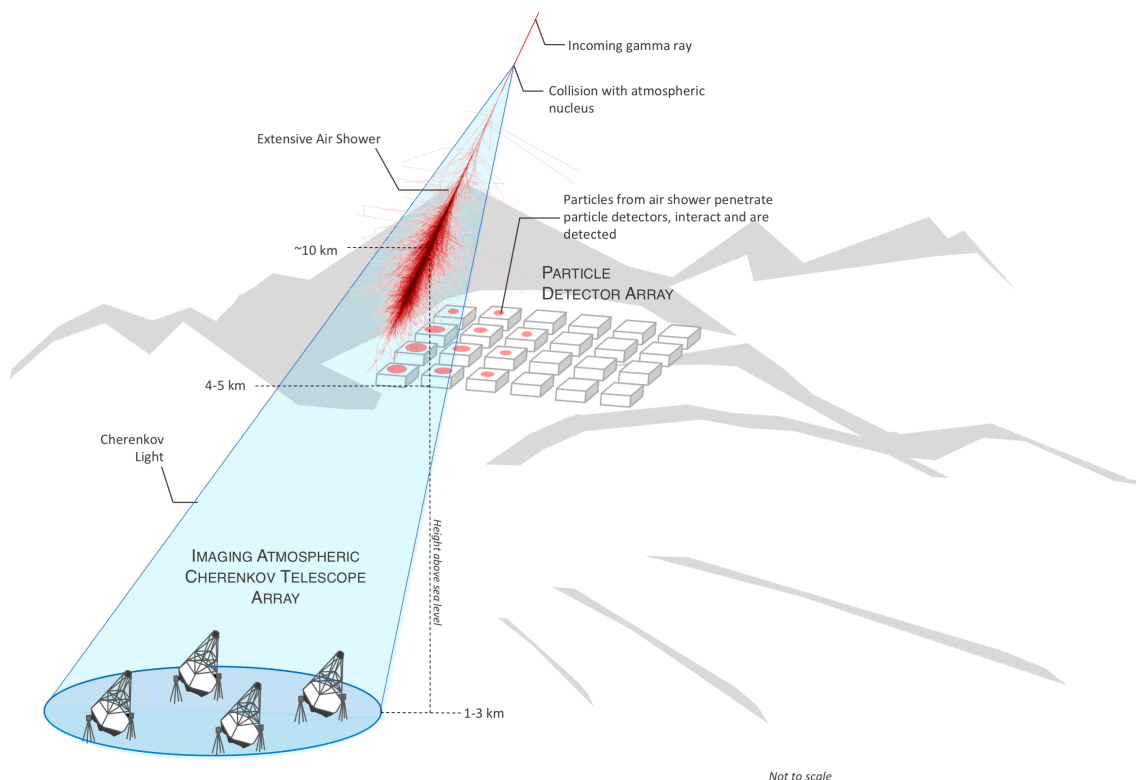


Figura 4.1: Técnicas de detección de rayos gamma.

4.1.2. Observatorios

ARGO-YBJ

El experimento ARGO-YBJ (Astrophysical Radiation with Ground-based Observatory at Yang-Bajing) está ubicado a 4300 metros sobre el nivel del mar en el laboratorio YangBajing en Tibet, China. El principal objetivo de este experimento es el estudio de rayos cósmicos, en particular, rayos gamma ultra-energéticos. Sus observaciones cubren un rango de energías de entre 10 GeV y 500 TeV. El detector está principalmente conformado por (RPCs) y cuenta con un ángulo de apertura $\psi_{70} \sim 0.3^\circ$ para eventos inducidos por rayos gammas que activan más de 600 pads [55].

HAWC

El observatorio de rayos gamma HAWC (High Altitude Water Cherenkov) está localizado en el Parque Nacional Pico de Orizaba, México a una altitud de 4100 m sobre el nivel del mar. Funciona a partir del uso de 300 detectores de Cherenkov en agua y es sensible a observaciones de energías que alcanzan hasta cientos de TeV y tiene una resolución angular de 0.1° para energías superiores a 10 TeV [56].

HESS

HESS (High Energy Stereoscopic System) es un observatorio que opera en la región de Khomas en Namibia, que utiliza un arreglo de telescopios Cherenkov para el estudio de rayos gamma de muy alta energía a partir de la detección de la luz Cherenkov emitida por partículas cargadas producidas en la atmósfera. Las observaciones cubren un rango de energías desde 20 MeV hasta 100 TeV y cuenta con un área de detección de $100,000 \text{ m}^2$. A partir de la segunda fase del proyecto, alcanza una resolución angular de 0.08° a un ángulo cenital de 20° [57].

LHAASO

El observatorio LHAASO (The Large High Altitude Air Shower Observatory) es un observatorio multifuncional que se encuentra en la prefectura autónoma tibetana de Garzê en Sichuan, China. Cuenta con tres métodos distintos de detección para un estudio completo de rayos cósmicos, en particular, de rayos gamma que superen energías de 30 TeV. Además de contar con un arreglo de detectores electromagnéticos de partículas y detectores de muones (KM2A) con una resolución angular de $0.5^\circ - 0.8^\circ$ a 20 TeV y $0.24^\circ - 0.3^\circ$ a 100 TeV [12], LHAASO dispone de 18 telescopios Cherenkov (WFCTA), con una resolución angular mejor a 0.2° para energías superiores a 6 TeV [58], y un arreglo extenso de detectores Cherenkov de agua (WCDA) que cubren un área de $78,000 \text{ m}^2$ además de un arreglo de 66 detectores térmicos de electrón-neutrón (ENDA) [59].

MAGIC

MAGIC (Major Atmospheric Gamma-ray Imaging Cherenkov Telescope) es un sistema de telescopios Cherenkov de 17 m de diámetro que forma parte del Observatorio del Roque de los Muchachos en La Palma, Islas Canarias, a 2200 m sobre el nivel del mar. MAGIC fue diseñado con la finalidad de detectar y estudiar rayos gamma de bajas energías a partir de la emisión de radiación Cherenkov producida en la atmósfera aunque utilizando métodos más recientes es capaz obtener observaciones de energías superiores a 10 TeV. La resolución angular de los telescopios de MAGIC es de 0.07° a 250 GeV y alcanza una resolución de 0.04° a energías del orden de TeV [60].

Tibet AS- γ Experiment

Al igual que el experimento ARGO-YBJ, el experimento Tibet AS- γ se encuentra a 4300 metros sobre el nivel del mar en el laboratorio YangBajing en Tibet, China. La construcción de este experimento tiene como objetivo la detección de eventos de cascadas atmosféricas y está conformado por un arreglo de 697 contadores centelleadores colocados a una distancia de separación entre sí de 7.5 m y 36 contadores con un espaciado de 15 m. Además de los centelleadores, se ha implementado un detector de muones conformado por 64 detectores de Cherenkov en agua, colocado debajo del arreglo de cascadas atmosféricas, para trabajar en paralelo en la detección de fotones con una resolución angular de 0.5° para 10 TeV y 0.2° para fotones de 100 TeV [19].

VERITAS

VERITAS (Very Energetic Radiation Imaging Telescope Array System) es un instrumento de detección de rayos gamma ubicado en el observatorio Fred Lawrence Whipple (FLWO) en Arizona, Estados Unidos para el estudio de rayos gamma por arriba de los 100 GeV. VERITAS está compuesto por cuatro telescopios Cherenkov con una resolución angular de 0.13° a 200 GeV 0.08° a 1 TeV [61].

Para este trabajo se consideran las observaciones más recientes de la nebulosa del Cangrejo de los 7 observatorios presentados previamente como se muestra en la sección 1.1. La tabla 4.1 resume los valores de los parámetros de los modelos de espectro diferencial ajustados para los datos colectados por los diferentes experimentos presentados en esta sección. Para los observatorios HAWC, HESS, MAGIC y VERITAS el espectro es descrito por un modelo de Log-Parábola mientras que ARGO-YBJ, LHAASO y Tibet un modelo espectral de Ley de potencias.

Observatorio	ϕ_0 (TeV cm ² s) ⁻¹	α	β	E' [TeV]
ARGO-YBJ	$(5.2 \pm 0.2) \times 10^{-12}$	2.63 ± 0.05	-	2
HAWC	$(2.35 \pm 0.04) \times 10^{-13}$	2.79 ± 0.02	0.10 ± 0.01	7
HESS	$(1.79 \pm 0.03) \times 10^{-10}$	2.10 ± 0.04	0.24 ± 0.01	0.521
LHAASO	$(1.13 \pm 0.05) \times 10^{-14}$	3.09 ± 0.06	-	20
MAGIC	$(2.95 \pm 0.27) \times 10^{-11}$	2.48 ± 0.03	0.23 ± 0.01	1
Tibet AS- γ	$(1.49 \pm 0.09) \times 10^{-15}$	2.91 ± 0.04	-	40
VERITAS	$(3.75 \pm 0.03) \times 10^{-11}$	2.467 ± 0.006	0.16 ± 0.01	1

Tabla 4.1: Parámetros de normalización ϕ_0 e índices espectrales α y β del mejor ajuste al modelo espectral (Log-Parábola o Ley de potencias) a una energía pivote E' , reportados por los 7 distintos observatorios para los datos del espectro de la Nebulosa del Cangrejo. Estos parámetros fueron tomados de: ARGO-YBJ [16], HAWC [11], HESS [17], LHAASO [12], MAGIC [18], Tibet AS γ [19], VERITAS [20].

4.1.3. Escalamiento de datos

Los experimentos realizan campañas de observación de una fuente que transita en su campo de visión. A partir de los datos recolectados en estos períodos de observación, los observatorios estiman el flujo de la fuente a lo largo de este tránsito. Para hacer estos cálculos es necesario considerar la sensibilidad y la función de dispersión de punto (PSF) del observatorio en cuestión.

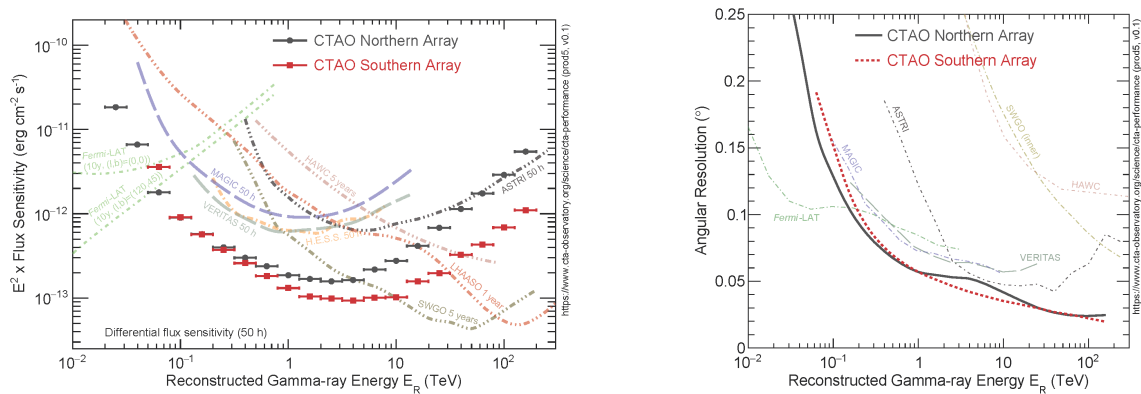


Figura 4.2: Para la detección de la emisión de la fuente cada experimento necesitará más o menos horas de observación dependiendo de la sensibilidad y resolución angular de sus instrumentos. En estas gráficas se muestran la sensibilidad y resolución angular de distintos observatorios en función del rango de energía en el que operan. [62]

Dado que cada experimento tiene características diferentes, como la resolución angular, los flujos reportados por los experimentos son también diferentes e incluyen efectos asociados a los instrumentos empleados y al funcionamiento de cada observatorio.

El análisis realizado para este trabajo de tesis se centra en realizar un análisis conjunto de los valores de flujo reportado para la nebulosa del Cangrejo, por lo que es necesario considerar un factor de escalamiento en los datos para reducir los efectos individuales de cada experimento.

Un ejemplo de esto tiene que ver con la resolución angular, ya que un observatorio reportará como fuente puntual una región de emisión, que para otro experimento con una mejor resolución angular podrá resolver como fuente extendida. En este caso en concreto es necesario considerar un degradado o *smearing* como se muestra en la figura 4.3, cuando se trabaja directamente con los datos, para escalar los valores de flujo como se hace para trabajos como [54].

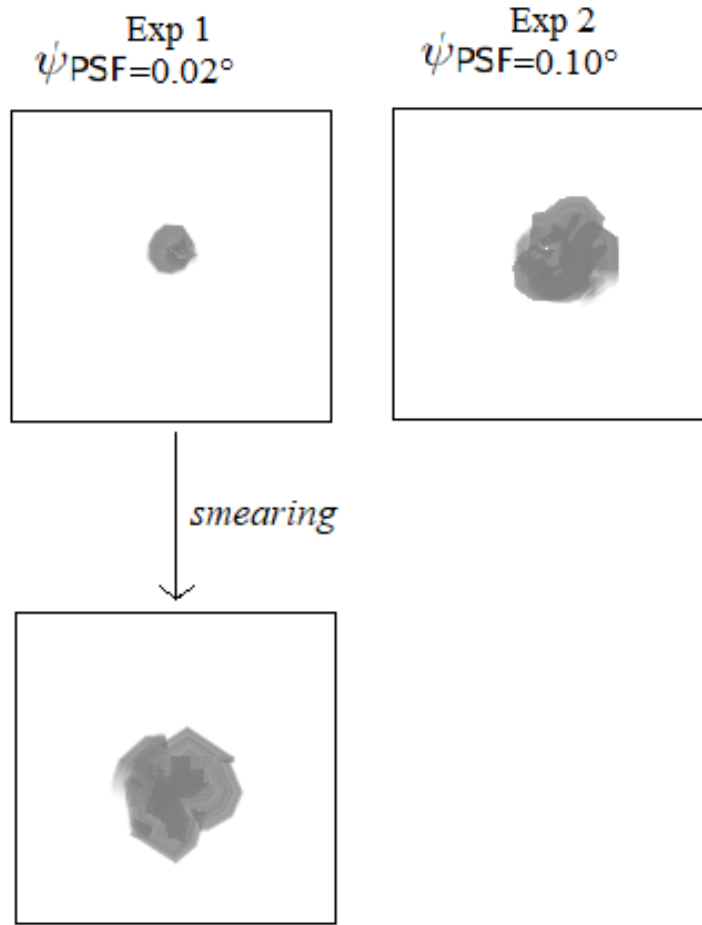


Figura 4.3: Diagrama del degradado o suavizado que se aplica para poder utilizar datos de distintos observatorios con distinta resolución angular.

Para poder hacer este escalamiento, se debe tomar en cuenta que si todos los experimentos que consideramos para realizar una colección de datos tuvieran la misma resolución, a una energía pivote E' ¹ todos deberían de medir el mismo flujo $\Phi_{E'}$. La realidad es que cada observatorio tiene una resolución angular distinta y en general no se observa $\Phi_{E'}^{\text{exp1}} = \Phi_{E'}^{\text{exp2}}$.

Entonces, el escalamiento de los valores de flujo se hace respecto a las mediciones de uno de los experimentos (ver Figura 4.4). Supongamos que usamos el experimento 1 (exp_1) como referencia. De esta forma al comparar con un segundo experimento (exp_2) se tiene:

$$\frac{dN^{\text{exp1}}}{dE}(E = E') = \Phi_{E'}^{\text{exp1}} \quad (4.1)$$

$$\frac{dN^{\text{exp2}}}{dE}(E = E') = \Phi_{E'}^{\text{exp2}} \quad (4.2)$$

¹Experimentalmente, se estima que la energía pivote sea la energía a la cual se obtiene mayor significancia para un espectro dado.

Y se busca encontrar un factor de escala s tal que se cumpla la siguiente relación para cada uno de los experimentos, donde $i = 1, 2, \dots, n$, con n el número de experimentos usados.

$$\Phi_{E'}^{\text{exp}_i} = s_i \times \Phi_{E'}^{\text{exp}_1} \quad (4.3)$$

Notemos que para el (exp_1), el factor de escala es $s = 1.0$.

Al momento de elegir el experimento respecto al cual se escalarán los datos del resto de los observatorios es importante considerar que no todos los observatorios cubren el mismo rango de energías por lo que lo ideal sería escalar respecto a los datos de un observatorio que abarque el mayor rango de energía y tomar una energía pivote en la que coincidan mediciones de todos los observatorios.

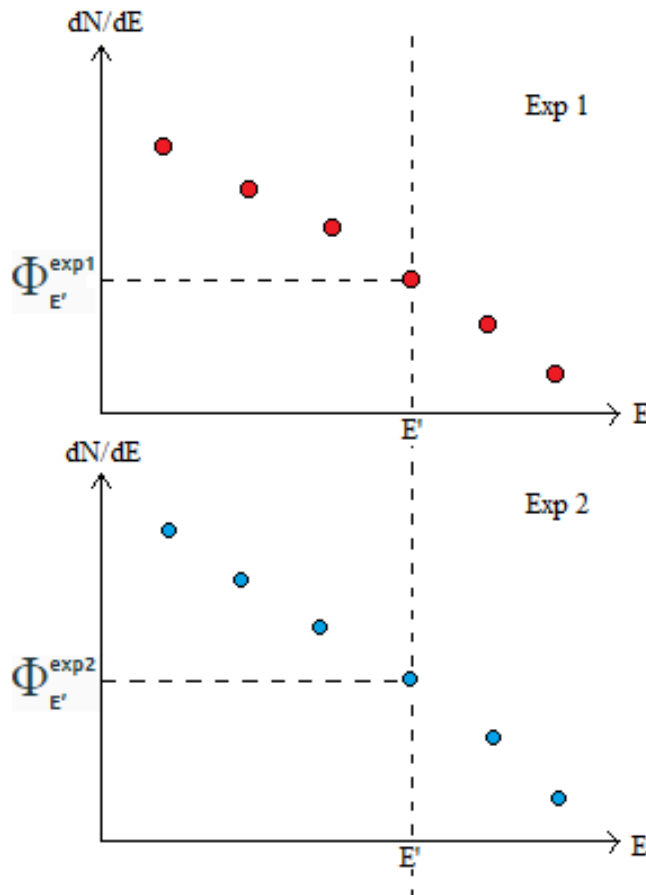


Figura 4.4: Espectro diferencial de energía para dos experimentos distintos y el flujo observado a la energía pivote E'

Para el escalamiento, se asume que el flujo reportado por cada experimento está descrito por un modelo M . Este modelo M puede tener otros parámetros además de la normalización espectral ϕ_0 . Ahora, si únicamente se escalaran los datos tomando la normalización con los

parámetros maximizados α y β obtenidos a partir de un mejor ajuste para cada experimento individualmente, de forma que el factor de escala estuviera dado por:

$$s_{\text{exp}} = \frac{\log_{10} \Phi_0|_{\text{exp}}(\alpha_{\text{exp}}, \beta_{\text{exp}})}{\log_{10} \Phi_0|_{\text{exp}_1}(\alpha_{\text{exp}_1}, \beta_{\text{exp}_1})} \quad (4.4)$$

entonces, todavía se estaría arrastrando los efectos de un bias experimental. Es decir, los efectos sistemáticos de cada experimento aún se verían reflejados en los datos de cada experimento.

Para poder darle una solución a este problema y reducir este bias, se debería considerar la normalización de cada experimento, pero fijando los índices espectrales a los obtenidos mediante un mejor ajuste para el experimento de referencia (exp_1), ya que estamos normalizando respecto a los datos de este experimento. Entonces se debería de obtener para los experimentos restantes un nuevo parámetro de normalización con α_{exp_1} y β_{exp_1} fijos al momento de hacer el ajuste para obtener el parámetro faltante de normalización. Entonces, el factor de escala se debería obtener de la siguiente manera:

$$s_{\text{exp}} = \frac{\Phi'_0|_{\text{exp}}(\alpha_{\text{exp}_1}, \beta_{\text{exp}_1})}{\Phi_0|_{\text{exp}_1}(\alpha_{\text{exp}_1}, \beta_{\text{exp}_1})} \quad (4.5)$$

El escalamiento de los datos es necesario en el caso de este trabajo en particular debido a la imposibilidad de acceder directamente a los mapas de eventos de los experimentos utilizados, y solo se tiene acceso flujos reportados o publicados oficialmente.

4.2. Modelos espectrales

4.2.1. Log-Parabola

En trabajos anteriores se había considerado que el espectro de la Nebulosa del Cangrejo era bien descrito por un modelo de ley de potencias, sin embargo, a energías $E > 10$ TeV, observaciones más recientes muestran que el flujo de rayos gamma es mejor descrito por un modelo tipo Log-Parabola, dado por:

$$\frac{dN}{dE} = \Phi_0 \left(\frac{E}{E'} \right)^{-\alpha - \beta \ln \left(\frac{E}{E'} \right)}, \quad (4.6)$$

donde ϕ_0 es la normalización del espectro, E' es la energía pivote determinada por cada observatorio, E es la energía del fotón proveniente de la fuente, α es el índice espectral y β es el índice de curvatura.

Un modelo de ley de potencias es un caso particular de Log-Parabola en el que el paráme-

tro de curvatura $\beta = 0$. Físicamente, este modelo puede sugerir, a través del valor del índice espectral α , que los datos del ajuste que siguen esta distribución pudieron haber sido producidos por algún mecanismo en particular.

Esto proporcionaría información acerca de la fuente o de los procesos térmicos o no térmicos que ocurren en el sistema. Sin embargo, se utiliza un modelo espectral de Log-Parabola en lugar de un modelo de ley de potencias debido a que el primero se ajusta mejor a los flujos reportados a energías superiores a 10 TeVs, [63]; a pesar de que la elección de este modelo no representa una implicación física adicional al considerar el parámetro de curvatura β .

4.2.2. Conversiones

Como discutí en el capítulo 3, el efecto observable del posible acoplamiento entre fotones oscuros y rayos gamma debería poder observarse en el espectro de fuentes que emiten en la región de rayos gamma ultraenergéticos. El flujo medido por los observatorios es reportado en función de bins de energía.

Por lo tanto, es necesario que al momento de proponer un modelo para ajustar a los datos de espectro diferencial de energía se considere que estos valores están en función de una energía promedio. Entonces, para el modelo en el que se consideran conversiones a fotones oscuros se toma la probabilidad promedio de que ocurran estas conversiones. Recuperando la probabilidad de conversión como el complemento de la probabilidad de supervivencia de la ecuación 3.11, el promedio es descrito por la siguiente ecuación:

$$\bar{P}_{\gamma \rightarrow \gamma'}(\bar{E}, \Delta E) = \frac{1}{\Delta E} \cdot \int_{\Delta E(\bar{E})} P_{\gamma \rightarrow \gamma'}(E, D_L) dE, \quad (4.7)$$

donde ΔE corresponde al ancho de cada uno de los bins que están separados equidistantes en \log_{10} y D_L a la distancia de la Tierra a la fuente estudiada. Al considerar este promedio de la probabilidad de conversión, el espectro esperado incluyendo el efecto de las conversiones a fotones oscuros está dado por:

$$\boxed{\left. \frac{dN}{dE} \right|_{\gamma \rightarrow \gamma'} = \left[\phi_0 \left(\frac{E}{E_{\text{pivote}}} \right)^{-\alpha - \beta \ln \left(\frac{E}{E_{\text{pivote}}} \right)} \right] \cdot (1 - \bar{P}_{\gamma \rightarrow \gamma'}(\bar{E}, \Delta E))}. \quad (4.8)$$

De la figura 4.5 es posible apreciar que el considerar una probabilidad para un promedio en energía implica que no necesariamente deberían de ser apreciables las oscilaciones en los espectros observados de la nebulosa, sino que podría apreciarse como una disminución general en el flujo.

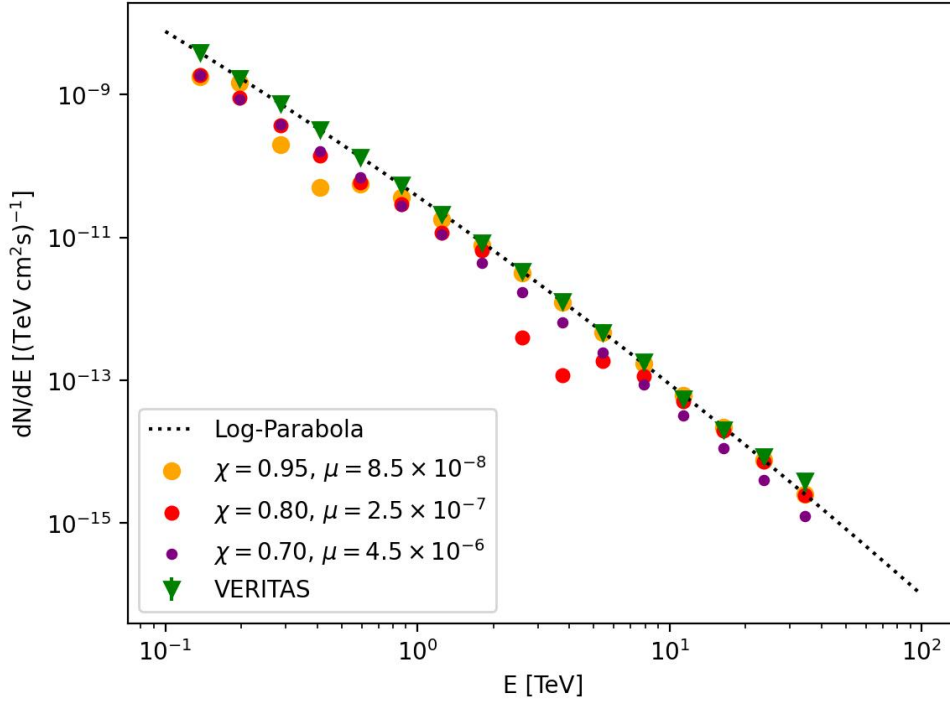


Figura 4.5: Puntos de flujo calculados para los bins de energía que utiliza VERITAS para el modelo en el que se consideran oscilaciones a fotones oscuros, tomando el valor promedio de la función de probabilidad de conversión en comparación con los datos de espectro diferencial de energía observados utilizando distintos valores de ángulo de mezcla χ y masa del fotón oscuro μ .

4.3. Ajuste y comparación de modelos

Una vez definidos los dos modelos espectrales que se busca estudiar, el siguiente paso es definir las herramientas para obtener el mejor ajuste de ambos modelos a los datos reportados por los distintos observatorios y para hacer una comparación de los resultados de los ajustes para poder inferir conclusiones sobre ambas hipótesis.

4.3.1. Maximum Likelihood

A partir del método de Maximum Likelihood, lo que se busca es obtener los parámetros $\hat{\theta} = (\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_k)$ del modelo por ajustar que maximicen la probabilidad de que los datos \mathbf{x} puedan producirse a partir de un modelo con estos parámetros $\vec{\theta}$. Entonces, buscamos maximizar:

$$\mathcal{L}(\vec{\theta}) = p(\mathbf{x}; \vec{\theta}), \quad (4.9)$$

que es la probabilidad de que $\vec{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_k)$ tomen ciertos valores dado que se ha observado

cierto conjunto de datos que siguen la función de probabilidad $p(x)$.

Asumiendo que las n observaciones que se realizaron para la variable x son independientes entre sí, tomamos el producto de todas las probabilidades:

$$\mathcal{L}(\vec{\theta}) = \prod_{i=1}^n p(x_i | \vec{\theta}). \quad (4.10)$$

La ecuación de likelihood se construye a partir de una distribución de probabilidad. En este caso particular estaríamos utilizando una distribución gaussiana. Esto es porque los datos registrados por los observatorios corresponden a valores promedio de energía. Entonces, se hace la consideración de que los errores de los datos de fondo alrededor del valor promedio siguen una distribución de forma simétrica gaussiana (sin considerar otros errores sistemáticos). Entonces considerando una distribución de probabilidad $p(x)$

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\lambda)^2}{2\sigma^2}}, \quad (4.11)$$

donde λ corresponde al valor estimado del modelo con parámetros $\vec{\theta}$ que se quiere probar y σ es un parámetro asociado a los errores de flujo, se tiene que la función de likelihood que se utilizará se construye de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\lambda, \sigma^2) &= \prod_{i=1}^n p(x_i; \lambda, \sigma^2) \\ &= \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{\frac{n}{2}} \prod_{i=1}^n e^{-\frac{(x_i-\lambda)^2}{2\sigma^2}} \\ &= \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{\frac{n}{2}} e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i-\lambda)^2}{2\sigma^2}} \end{aligned} \quad (4.12)$$

Notemos que es posible utilizar el logaritmo de la función al momento de maximizar debido a que la función logaritmo es estrictamente creciente por lo que tiene un máximo global único de forma que si la función $p(x)$ alcanza un máximo en $x_{\text{máx}}$ entonces $\ln(p(x))$ alcanza su máximo también en $x_{\text{máx}}$. Entonces, es indistinto maximizar cualquiera de las dos funciones ya que la estimación de parámetros no cambia para la función de log-likelihood:

$$\ln(\mathcal{L}(\lambda, \sigma^2)) = \ln\left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{\frac{n}{2}} + \ln\left(e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i-\lambda)^2}{2\sigma^2}}\right) \quad (4.13)$$

$$= -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \ln(2\pi\sigma^2) - \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \lambda)^2}{2\sigma^2} \quad (4.14)$$

$$= -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{(x_i - \lambda)^2}{\sigma^2} + \ln(2\pi\sigma^2) \right). \quad (4.15)$$

Los parámetros a estimar dependerán del modelo que se propone para ajustar a los datos de espectro diferencial de energía medidos por los observatorios y se puede asumir que el valor del parámetro σ toma los valores de los errores de las observaciones, por lo que deja de ser un parámetro libre [64]. En el caso particular de este trabajo es necesario construir la función de likelihood para cada modelo espectral. Para el modelo de log-parabola, el parámetro λ correspondería al valor que tomaría la ecuación 4.6 con los valores de $\hat{\theta} = (\hat{\phi}_0, \hat{\alpha}, \hat{\beta})$ que maximizan la función de log-likelihood ($\ln(\mathcal{L}(\vec{\theta}))$), mientras que para el modelo que incluye oscilaciones a fotones oscuros, λ tomaría los valores de la ecuación 4.8 evaluada en los parámetros $\hat{\theta} = (\hat{\phi}_0, \hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\chi})$.

4.3.2. Joint Maximum Likelihood

Para el caso en el que se requiere hacer un análisis conjunto utilizando distintos grupos de datos con una cantidad diferente de observaciones para cada experimento, entonces es posible hacer el ajuste del modelo a partir del método de Joint maximum likelihood en el que se realiza una multiplicación de cada una de las funciones de likelihood asociada a cada experimento en la que los parámetros del modelo a estimar de cada función individual de likelihood son los mismos. Entonces, por la propiedad multiplicativa del logaritmo, podemos obtener una expresión para log-joint-likelihood en la forma de una suma sobre las funciones individuales de log-likelihood para cada set de datos.

$$\ln \mathcal{L}_{\text{joint}} = \sum_{\text{exp}} \ln \mathcal{L}_{\text{exp}}(\vec{\theta}). \quad (4.16)$$

Mediante esta expresión se hace el cálculo de las dos funciones a maximizar, una por cada modelo, tomando en cuenta las observaciones de los 7 distintos experimentos.

4.3.3. Errores

En el caso de tener una muestra lo suficientemente grande en la que los errores son gaussianos, es posible calcular los errores para los parámetros $\vec{\theta}$ estimados a partir de la matriz de covarianza $V_{ij} = \text{cov}[\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_j]$ usando la relación siguiente de la matriz inversa:

$$(V^{-1})_{ij} = -\frac{\partial^2 \ln \mathcal{L}(\vec{\theta})}{\partial \theta_i \partial \theta_j} = I(\vec{\theta}), \quad (4.17)$$

donde $I(\vec{\theta})$ es la matriz de información de Fisher que es igual al negativo de la matriz Hessiana de la función de log-likelihood $H(\vec{\theta})$ [65]. Sin embargo, al hacer la maximización de la función para estimar los parámetros encontramos que era más eficiente minimizar el negativo de la función log-likelihood ($-\ln \mathcal{L}(\vec{\theta})$). Entonces se tiene:

$$(V^{-1})_{ij} = -I(\vec{\theta}) = H(\vec{\theta}), \quad (4.18)$$

que nos permite tener una expresión de la matriz de covarianza para los parámetros de la función minimizada en términos de la matriz Hessiana [64],

$$\text{cov}[\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_j] = H(\hat{\theta})^{-1}, \quad (4.19)$$

que es más sencillo obtener a partir de funciones de minimización de python, de forma que los errores estadísticos asociados a los parámetros estimados pueden obtenerse usando:

$$\sigma_{\hat{\theta}}^2 = \text{diag}(H(\hat{\theta})^{-1}). \quad (4.20)$$

Los errores calculados no fueron utilizados para la delimitación de la región de exclusión del espacio de parámetros de fotones oscuros. Únicamente fueron calculados para confirmar que los valores de los parámetros obtenidos fueron congruentes con los reportados por cada observatorio.

4.3.4. Likelihood Ratio Test

El cálculo de la función de Joint maximum likelihood se hace para ambos modelos espectrales y se encuentran los parámetros que maximizan estas dos funciones. Posteriormente se hace una comparación de ambos modelos a través del cociente de ambas funciones. A la herramienta utilizada para la prueba de hipótesis se le conoce como Likelihood ratio test (LRT) y consiste en tomar la razón entre las funciones de likelihood (o joint likelihood) de dos hipótesis. En este caso se tiene una hipótesis nula H_0 considerando un modelo espectral de log-parábola y una hipótesis alternativa H_1 en la que adicionalmente se consideran las oscilaciones de fotón-fotón oscuro:

1. $H_0 : \theta_0 = \phi_0, \alpha, \beta$
2. $H_1 : \theta_1 = \phi_0, \alpha, \beta, \chi$

Para que sea válido utilizar un método de comparación de modelos como el de LRT, es necesario que el perfil de la función de likelihood, tanto del modelo de la hipótesis nula como el de la hipótesis alternativa, siga una distribución parabólica con un máximo bien definido. Adicionalmente, es importante que los modelos de ambas hipótesis sean anidados. Esto quiere decir que debería ser posible recuperar el modelo de la hipótesis nula a partir de la hipótesis alternativa igualando a cero alguno de sus parámetros.

Véase de la ecuación 4.8 que, al considerar $\chi = 0$ implicaría que las oscilaciones de fotón a fotón oscuro no suceden y se recuperaría el modelo espectral original de Log-parábola. También podría estudiarse el caso en el que el parámetro de masa del fotón oscuro es $\mu = 0$,

que correspondería al caso no masivo de fotón oscuro, brevemente comentado en la sección 3.2, en el que no ocurre un acoplamiento. Sin embargo este estudio queda fuera del alcance de esta tesis.

Suponiendo que se cumplen las condiciones mencionadas anteriormente, para estas dos hipótesis, H_0 y H_1 , la razón de verosimilitud o likelihood ratio está definida como:

$$\lambda(\mathbf{x}) = \frac{\mathcal{L}(\hat{\theta}_0|\mathbf{x})}{\mathcal{L}(\hat{\theta}_1|\mathbf{x})}, \quad (4.21)$$

donde $\hat{\theta}_0$ y $\hat{\theta}_1$ corresponden a los parámetros que maximizan la función de likelihood de las hipótesis H_0 y H_1 respectivamente [66].

Test Statistic

Test Statistic (TS), es precisamente un valor que toma en cuenta el valor de LRT para poder hacer conclusiones acerca de las hipótesis propuestas estableciendo una relación entre el valor de TS y el nivel de confianza elegido con el que se quiere aceptar o refutar una hipótesis alternativa.

$$TS = -2 \ln \left(\frac{\mathcal{L}_0(\phi_0, \alpha, \beta)}{\mathcal{L}_1(\phi'_0, \alpha', \beta', \chi')} \right). \quad (4.22)$$

Utilizando las propiedades del logaritmo natural, es posible encontrar una expresión computacionalmente más simple:

$$TS = -2[\ln(\mathcal{L}_0(\phi_0, \alpha, \beta)) - \ln(\mathcal{L}_1(\phi'_0, \alpha', \beta', \chi'))]. \quad (4.23)$$

Es así, que se puede encontrar un valor máximo de TS :

$$TS_{\max} = -2 \left[\ln(\mathcal{L}_0(\hat{\phi}_0, \hat{\alpha}, \hat{\beta})) - \ln(\mathcal{L}_1(\tilde{\phi}_0, \tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\chi})) \right]. \quad (4.24)$$

Donde $\hat{\phi}_0, \hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son los parámetros que maximizan la función de likelihood \mathcal{L}_0 para la hipótesis nula, y $\tilde{\phi}_0, \tilde{\alpha}, \tilde{\beta}$ y $\tilde{\chi}$ son los parámetros que maximizan la función de likelihood de la hipótesis alternativa que considera materia oscura.

Entonces, el valor de Test Statistic para cierto valor de ángulo de mezcla χ está dado por:

$$TS(\chi) = 2 \left[\ln(\mathcal{L}_1(\phi''_0, \alpha'', \beta'', \chi)) - \ln(\mathcal{L}_0(\hat{\phi}_0, \hat{\alpha}, \hat{\beta})) \right]. \quad (4.25)$$

Un valor de TS mayor o igual a 25 implicaría que hubo una detección (significancia de 5σ),

es decir, que la hipótesis alternativa que involucra materia oscura logra explicar los datos de mejor manera que la hipótesis nula con una confianza del 99.99995 %.

Un valor de TS entre 9 y 25 indicaría evidencia (3σ o confianza de 99.73 %), esto significaría que aunque no hay una diferencia importante entre el ajuste ambos modelos, los datos continúan siendo consistentes con H_0 ya que podrían existir fluctuaciones que pudieran explicar los datos.

Un valor de TS menor a 9 implicaría que la hipótesis nula H_0 explica mejor los datos, mientras que si se obtiene valores muy negativos de TS (mayores a 25 en valor absoluto), esto refutaría a un nivel de confianza de 5σ la hipótesis alternativa.

4.4. ¿Cómo obtener la Región de Exclusión?

Una vez calculado el valor máximo de TS , se hace una variación en masa y χ para la hipótesis alternativa y se calcula una nueva función de likelihood fijando a estos valores de masa y χ para explorar distintos candidatos. Específicamente en el rango de interés que es para masas de entre 10^{-8} eV y 10^{-5} eV y para valores de χ entre 0.01 y 1.0. De esta forma, únicamente se están estimando los parámetros que la hipótesis alternativa comparte con la hipótesis nula y se obtiene un valor distinto de likelihood para cada par de datos (μ, χ) . Se hace un cálculo de TS para cada uno de los valores de la nueva función de likelihood y, en el caso de no obtener una detección para la hipótesis alternativa, se establece un criterio en el incremento en TS para poder convertir estos cálculos de TS en límites de exclusión en el espacio de parámetros. Estos límites dependerán del nivel de confianza (C.L.) que se elija y estarán directamente relacionados al incremento en TS .

El incremento en TS , ΔTS , nos dice qué tanto cambia el valor de TS al cambiar el valor de ángulo de mezcla respecto al valor de TS máximo para el modelo que incluye conversiones y sirve como criterio para elegir las cotas al parámetro χ . El incremento ΔTS como función de χ está dado por:

$$\Delta TS = TS_{\max} - TS(\chi). \quad (4.26)$$

Para un nivel de confianza (C.L.) de 95 % se utiliza el criterio de un incremento de $\Delta TS = 2.71$ mientras que para un C.L. de 68 %, el criterio de exclusión es $\Delta TS = 1.0$.

Por cada valor de masa se obtiene un perfil de ΔTS en el que se busca para qué valor de ángulo de mezcla se obtiene un ΔTS igual a 2.7 y 1.0. A partir de este par de valores de masa y ángulo de mezcla χ se obtiene un punto que delimitará la zona de valores permitidos del espacio de parámetros de fotones oscuros.



5 | Resultados y discusión

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos tanto del ajuste de cada modelo individualmente a los datos colectados como el análisis en conjunto de ambos y una discusión respecto al método empleado. Finalmente se presenta el producto final de este trabajo que consiste en la región de exclusión del espacio de parámetros para fotones oscuros que nos indica los valores descartados dentro de cierto rango para valores de masa y ángulo de mezcla usando el flujo reportado de la nebulosa del Cangrejo.

5.1. Espectros colectados

En la figura 5.1 se presenta el espectro de la Nebulosa del Cangrejo de la muestra generada a partir de los datos colectados de los 7 observatorios presentados en el capítulo 4 considerando las campañas de observación más recientes encontradas al momento y en un rango de energías amplio que va desde 65 GeV hasta poco más de 300 TeV.

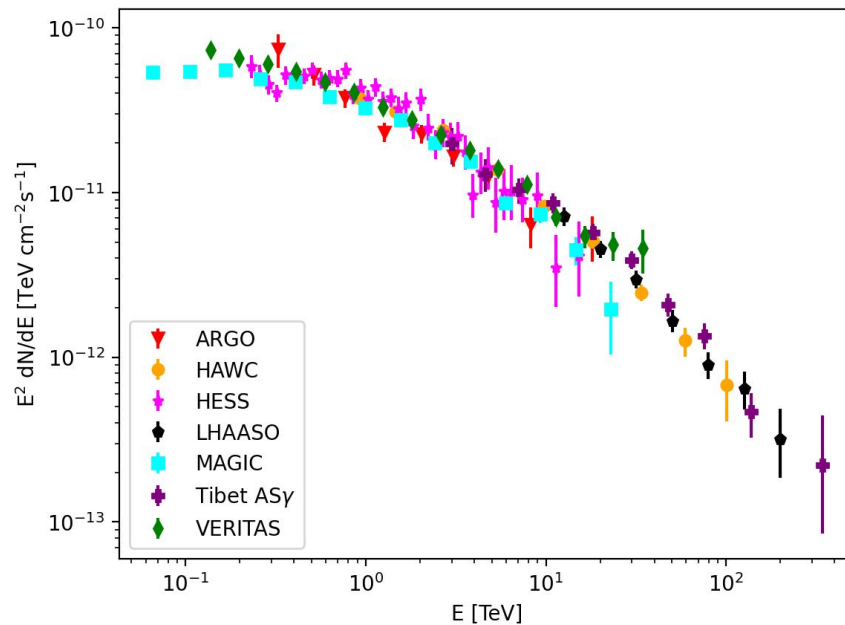


Figura 5.1: Gráfica de los datos colectados del espectro diferencial de energía de 7 diferentes observatorios: ARGON-YBJ [16], HAWC [11], HESS [17], LHAASO [12], MAGIC [18], Tibet AS γ [19], VERITAS [20].

Previo a hacer el ajuste de los dos distintos modelos espectrales se realizó el escalamiento de los datos para hacer el ajuste combinado tomando el índice espectral α y de curvatura β calculados para VERITAS como fijos para calcular el factor de escala de cada observatorio:

$$s_{\text{exp}} = \frac{\log_{10} \Phi_0 |_{\text{exp}}(\alpha_{\text{VERITAS}}, \beta_{\text{VERITAS}})}{\log_{10} \Phi_0 |_{\text{VERITAS}}(\alpha_{\text{VERITAS}}, \beta_{\text{VERITAS}})}. \quad (5.1)$$

Usando la ecuación 5.1 se obtuvieron los factores de escala mostrados en la tabla 5.1. Podemos observar que los valores de escalamiento son muy cercanos a uno. Esto se debe a que para los observatorios en cuestión, a energías de decenas de TeVs y superiores, la resolución angular es similar (ver figura 4.2).

Observatorio	Factor de escala
ARGO-YBJ	0.9942
HAWC	0.9986
HESS	0.9986
LHAASO	0.9954
MAGIC	0.9925
TIBET AS- γ	0.9994
VERITAS	1.0

Tabla 5.1: Factor de escala de cada observatorio obtenido mediante el ajuste de Maximum Likelihood tomando como referencia las observaciones reportadas por VERITAS.

5.2. Ajuste Joint Log-Parábola

Tomando todos los datos, pero diferenciándolos entre cada observatorio para calcular la función de likelihood individual y utilizando los factores de escala que fueron calculados previamente (tabla 5.1) fuera de la función de likelihood; realicé un ajuste conjunto del modelo espectral asumiendo un modelo tipo log-parábola, obteniendo un factor de normalización $\log_{10}(\phi_0) = -13.418$ (3) ($\phi_0 = 3.821$ (26) $\times 10^{-14}$), índice espectral $\alpha = 2.894$ (2) e índice de curvatura $\beta = 0.082$ (1) para una energía pivote de $E' = 13$ TeV. La gráfica de este ajuste se puede ver en la figura 5.2 en la que se muestran los puntos de flujo de la colección completa y el ajuste por ML representado por la línea punteada.

Los valores obtenidos de la normalización del flujo ϕ_0 difieren de los presentados en la tabla 4.1 debido a que para el ajuste de este trabajo se está tomando una energía pivote de 13 TeV, mientras que para cada observatorio se toma una energía pivote distinta dependiendo del rango de operación.

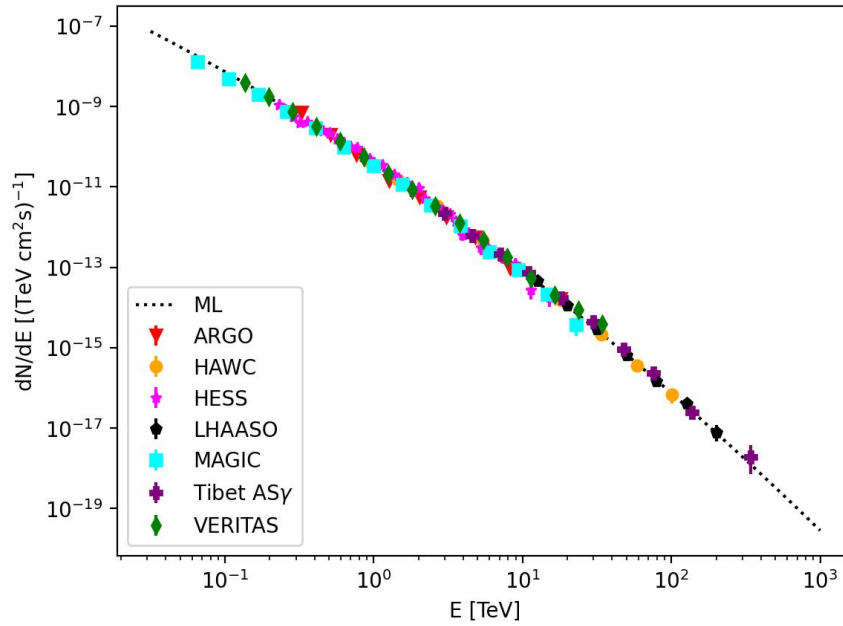


Figura 5.2: Ajuste de la colección de observaciones del espectro diferencial de energía de la Nebulosa del Cangrejo a un modelo de Log-Parábola.

Por otro lado, los valores de los índices de curvatura β difieren debido a que en el caso de los observatorios que ajustan un modelo de log-parabola, a pesar de que logran distinguir una caída en el espectro, no cuentan con observaciones suficientes a energías en el rango de cientos de TeVs. Al mismo tiempo, Tibet AS- γ y LHAASO, que sí cuentan con observaciones a estas energías, reportan en sus trabajos un ajuste de un modelo de ley de potencias. Sin embargo esto no implica que el ajuste global considerando altas energías no se ajuste a un modelo espectral de log-parabola, sino que estos dos observatorios sólo están ajustando en un rango a partir de decenas de TeVs.

Para el caso del índice espectral α , se observa una mejor coincidencia con el valor obtenido por HAWC, esto se debe a que su rango de energías es más amplio, y de los observatorios que utilizan un modelo espectral de log-parabola, únicamente HAWC alcanza los cientos de TeV donde la curvatura es más pronunciada y esto tiene como resultado que el índice espectral α incremente para compensar este cambio.

5.3. Ajuste incluyendo conversiones a fotones oscuros

Usando el método de Joint-Maximum Likelihood descrito en la sección 4.3.2, encontré el mejor ajuste para los parámetros de la hipótesis alternativa, para 5 valores diferentes de masa de fotones oscuros. La figura 5.3 muestra los resultados obtenidos de este ajuste y su comparación con los flujos (escalados) reportados por los observatorios. Se pueden observar diferentes efectos para los diferentes candidatos considerados dependiendo de diversos factores, en-

tre ellos, el valor de la masa del fotón oscuro. A continuación explico cualitativamente estos resultados.

Es posible observar que para un candidato con una masa de 2.27×10^{-6} eV y ángulo de mezcla $\chi = 0.84$, en el rango de energías cercanas a 10 TeV y superiores, se observa un efecto más evidente de oscilaciones en el espectro que para más bajas energías, menores a 10 TeV. Para una masa de 8.48×10^{-8} eV y ángulo de mezcla $\chi = 0.95$ el efecto de las oscilaciones es más pronunciado para las energías más bajas $E \sim$ TeV y para altas energía este efecto es prácticamente indistinguible del modelo espectral de log-parabola. Por otro lado, para una masa de 4.39×10^{-7} eV y un ángulo de mezcla de 1.74, el efecto generado es el de una disminución en el espectro diferencial de energía para todo el rango de energías reportado, pero que es más pronunciado tanto a altas como a bajas energías.

En general, se puede observar que para los distintos candidatos, el efecto de considerar conversiones a fotones oscuros se observa como una disminución en la magnitud del espectro diferencial, independientemente de las oscilaciones. Hay que recalcar que existen pares de valores de masa y ángulo de mezcla para los cuales el efecto producido por las oscilaciones es casi imperceptible y el ajuste se asemeja al de log-parabola.

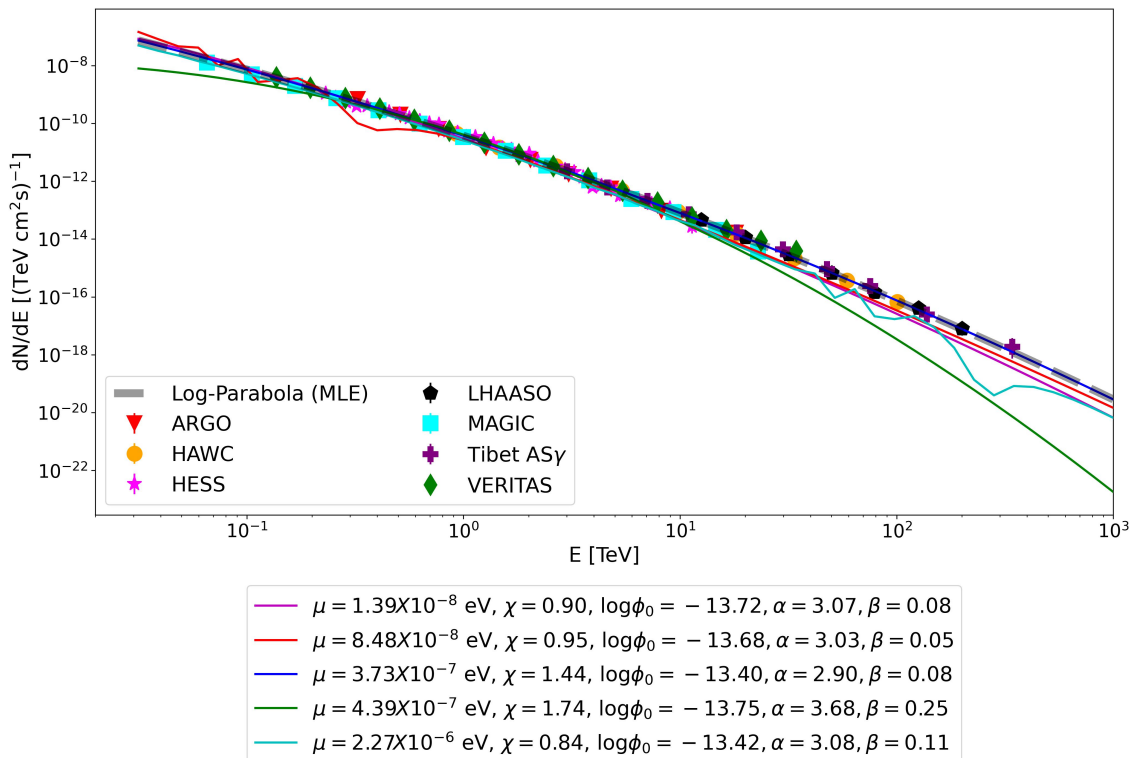


Figura 5.3: Ajuste de la colección de observaciones del espectro diferencial de energía de la Nebulosa del Cangrejo a un modelo de que considera la conversión de fotones visibles a fotones oscuro y viceversa mostrando también los valores de los parámetros obtenidos del ajuste para la parte espectral de Log-Parabola.

5.3.1. Perfil de Likelihood

El perfil de likelihood nos permite tener un panorama de como se comporta la función de likelihood para un parámetro de un modelo con múltiples parámetros. Esto se hace variando el parámetro de interés y fijando los parámetros restantes a su valor estimado mediante el método de likelihood [67].

Por este motivo, se obtuvieron los perfiles de likelihood, del modelo de log-parabola, para los parámetros $\log(\phi_0)$, α y β que se muestran en la figura 5.4. Para el modelo espectral que considera fotones oscuros, se obtuvieron perfiles de likelihood para los parámetros $\log(\phi_0)$, α y β idénticos al caso sin incluir conversiones. En ambos casos se obtienen perfiles lo suficientemente bien comportados, esto es, que sea un perfil parabólico con un máximo global bien definido como se menciona en la sección 4.3.4. De lo contrario, se podría asumir que existen irregularidades en el modelo y por lo tanto la metodología para calcular un intervalo de confianza a partir de LRT no sería válida [68].

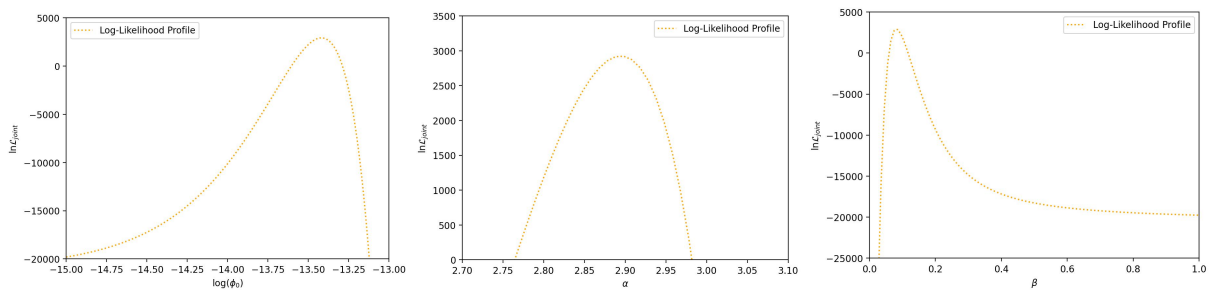


Figura 5.4: Perfil de Likelihood para el modelo de Log-Parabola para los parámetros $\log(\phi_0)$, α y β respectivamente. En cada caso, se mantienen los otros dos parámetros fijos al valor correspondiente que maximiza la función de Log-Likelihood del ajuste de los datos al modelo de Log-Parabola.

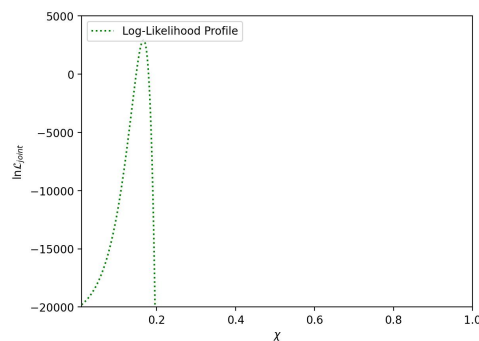


Figura 5.5: Perfil de Likelihood para el modelo que incluye conversiones para el parámetro χ fijando el resto de los parámetros del modelo a los valores obtenidos mediante ML.

Al igual que los perfiles correspondientes a los parámetros del modelo sin incluir conversio-

nes, el perfil de likelihood, figura 5.5, del parámetro χ también sigue una distribución parabólica, indicando que es válido utilizar los criterios de incremento en TS para encontrar límites de exclusión de este parámetro.

5.4. Perfil de TS

La figura 5.6 muestra el registro de los valores de TS obtenidos para cada par de valores de masa y ángulo de mezcla (μ, χ) usados en el análisis. De acuerdo a la convención para los valores de TS , no se observa alguna detección o evidencia de conversiones a fotones oscuros. Además, el obtener valores negativos de TS (< 1000) nos indica una refutación de la hipótesis que incluye conversiones, por lo que para estos casos una hipótesis adicional a la de log-parabola no es necesaria para lograr explicar los flujos reportados. Particularmente los valores de TS de entre -3000 y -1500 representan a aquellos conjuntos de parámetros específicos ϕ_0 , α , β y χ para los que el modelo que incluye conversiones no logra explicar bien los datos de espectro de la nebulosa del Cangrejo. Sin embargo, es necesario recordar que los datos usados en el análisis solo son valores publicados del flujo de la nebulosa del Cangrejo sin trabajar directamente con los mapas de cada observatorio. Esto supone que no sea posible acceder a los errores sistemáticos asociados a la función de respuesta de cada observatorio y únicamente se tome en cuenta el error estadístico.

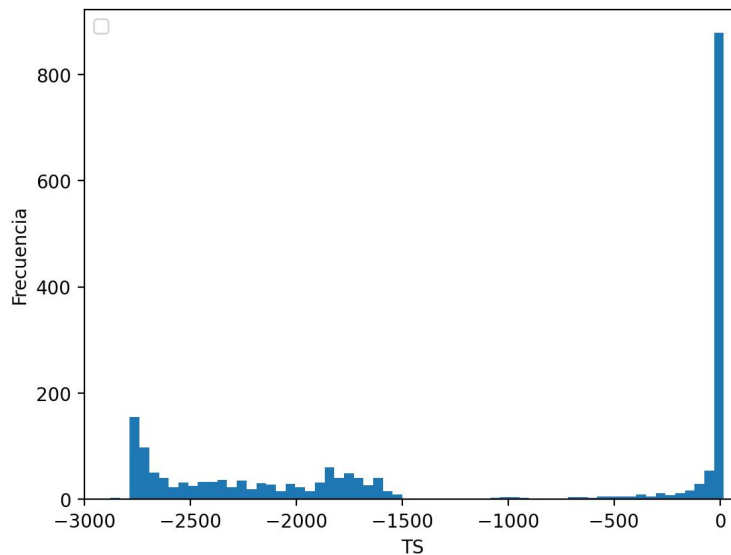


Figura 5.6: Histograma de TS obtenido para cada uno de los puntos de la malla de datos de masa y ángulo de mezcla.

Por otro lado, los histogramas de la figura 5.7, particularmente los que corresponden a los parámetros $\log\phi_0$ y α (paneles superior y medio de lado izquierdo), podemos ver 2 picos. El primero de ellos se encuentra centrado alrededor del valor obtenido del parámetro para el mejor ajuste de log-parabola sin considerar la hipótesis alternativa. El otro pico corresponde

a los conjuntos de parámetros con un TS extremadamente negativo. Los paneles de la derecha en la figura 5.7 muestran las gráficas de dispersión de los parámetros de log-parábola en función del ángulo de mezcla χ .

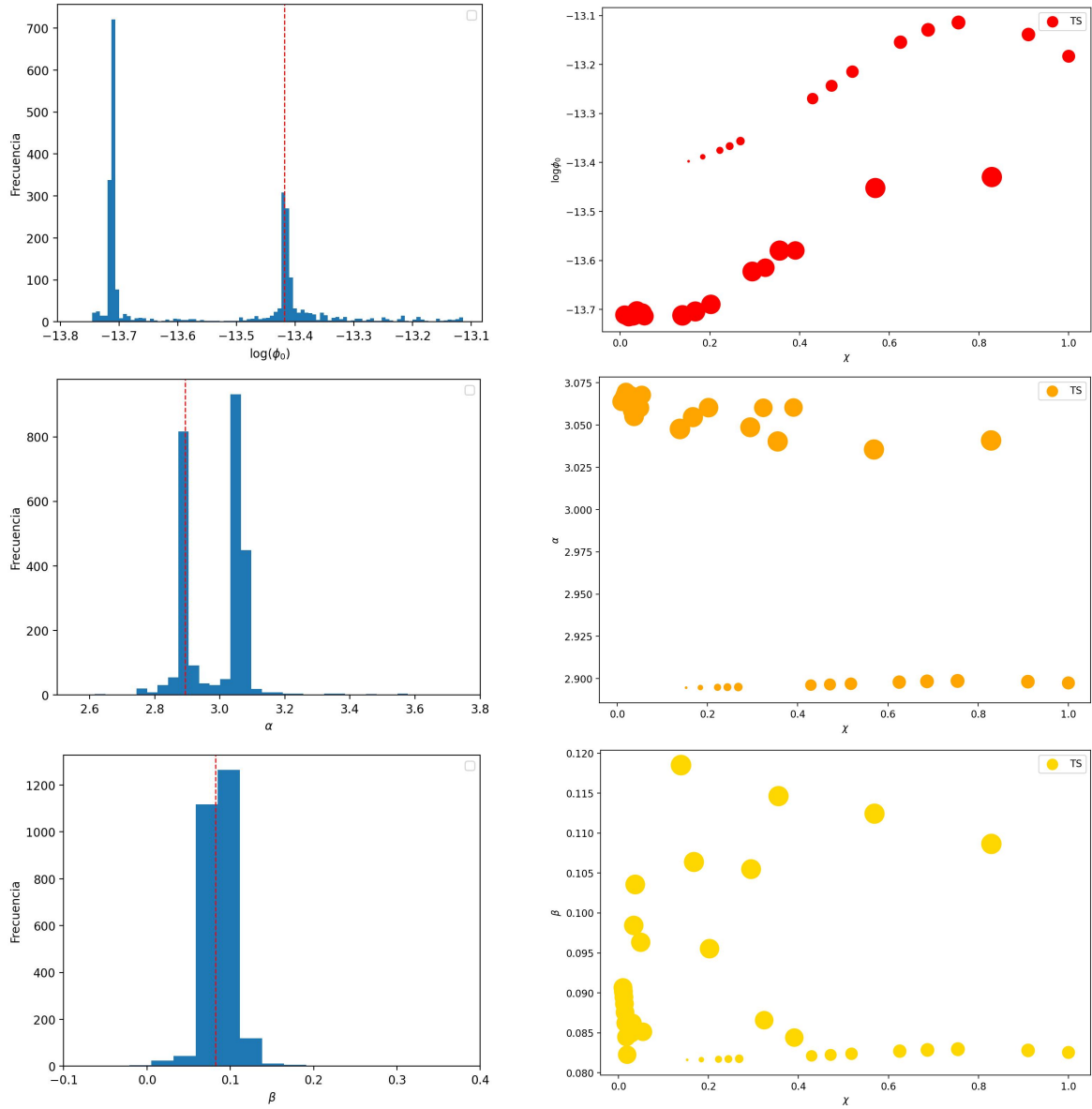


Figura 5.7: Los histogramas mostrados muestran los valores obtenidos de los parámetros del modelo espectral para el ajuste del modelo que considera conversiones para todos los pares de valores de masa y ángulo de mezcla explorados. La línea roja punteada indica el valor obtenido del ajuste del modelo de log parábola. En las gráficas de dispersión de puntos de la derecha se muestra la relación del valor de TS , proporcional al tamaño del marcador, con la variación en el valor de ángulo de mezcla que a su vez modifica los valores de $\log(\phi_0)$, α y β . Estas gráficas se realizaron contemplando una masa de fotón oscuro de $\mu = 10^{-5} eV$.

El tamaño del marcador es proporcional al valor de TS para cada punto. Esto permite obser-

var para que pares de valores con el ángulo de mezcla χ se obtiene un TS que corresponda a los casos de $TS < 1000$. Esto puede deberse a que para algunos valores de μ y χ que se alejan más a la tendencia que sigue la función de log parábola y en el efecto de las oscilaciones es mayor, ver figura 5.3, y el modelo log-parábola tiene que compensar la caída a altas energías incrementando el valor de α y β o disminuyendo globalmente el valor de la normalización.

5.5. Región de Exclusión

Con la motivación de trabajos en los que se exploran los valores permitidos para masa y ángulo de mezcla para fotones oscuros como el de Zechlin et al. en 2008, [54]; en el que se ajusta un modelo espectral de ley de potencias por el método de mínimos cuadrados; se decidió ampliar y actualizar la muestra de datos del espectro de la Nebulosa del Cangrejo explorando la posibilidad de ampliar también la región de valores excluidos del espacio de parámetros de fotones oscuros utilizando las observaciones más recientes a muy altas energías ($E > 100$ TeV). Lo que se obtuvo cuantitativamente, a partir de los criterios de ΔTS para dos niveles de confianza distintos (68 % CL y 95 % CL), fue una ampliación en la región de exclusión para masas más pequeñas en el rango $10^{-8} - 10^{-7}$ eV, ver figura 5.8.

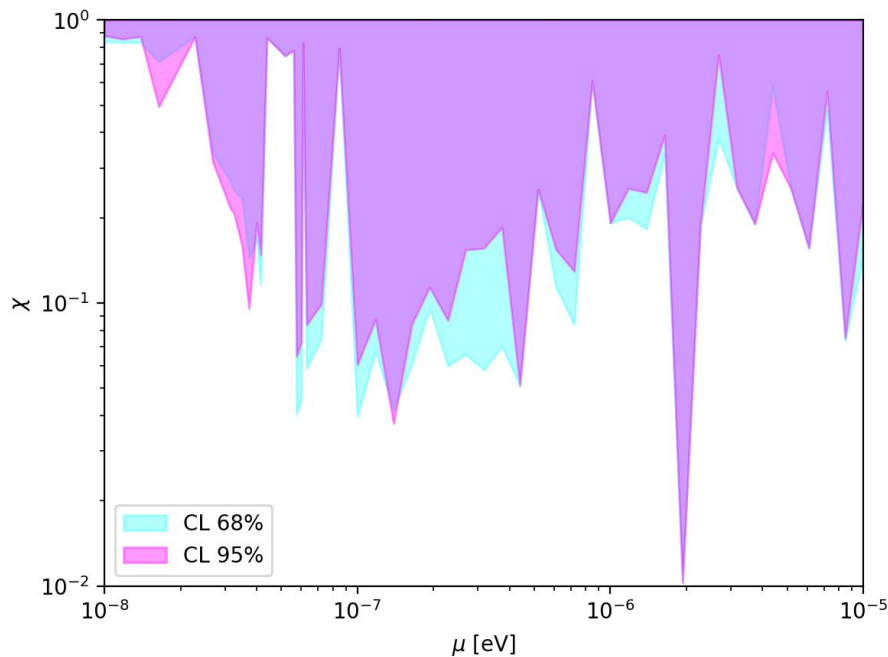


Figura 5.8: Región de exclusión obtenida para el espacio de parámetros de fotones oscuros a dos distintos niveles de confianza utilizando la colección de datos actualizada.

En la figura 5.8 se pueden observar varios picos en todo el rango de la región de exclusión que pueden deberse a que el modelo considerado para incluir el acoplamiento de fotones oscuros a fotones visibles incluye términos no lineales. Ambos parámetros, μ y χ tienen una

dependencia sinusoidal dentro de la función de probabilidad de supervivencia de los fotones provenientes de la nebulosa.

Agregando a lo anterior, a pesar de que se obtuvieron perfiles de likelihood para los parámetros del modelo que incluye conversiones consistentes con los requerimientos mínimos para validar la utilización del método de LRT para la comparación de ambos modelos (ver figura 5.5), también es cierto que obtuve perfiles de incremento de TS que no siguen una distribución tipo χ^2 y para algunos pares de valores de μ y χ no hay un mínimo bien definido, no se alcanza el criterio de $\Delta TS = 2.71$ o el cálculo de TS no converge. Por esta razón, sería necesario explorar otros métodos de comparación de modelos, [69; 70], para estudiar las posibles conversiones entre fotones y fotones oscuros.

Un estudio previo donde se obtienen cotas a parámetros de fotones oscuros es el que se muestra en [54]; donde los autores Zechlin et al. utilizan flujos reportados de la nebulosa del Cangrejo hasta energías de TeVs y utilizan el método de χ^2 para el ajuste del modelo a los datos y un modelo espectral de ley de potencias, que típicamente se utiliza para la emisión de la nebulosa a más bajas energías [7]. A partir de un ejercicio de replicación de los resultados en [54] pero utilizando el método de Maximum Likelihood para el ajuste y cambiando la hipótesis espectral por un modelo espectral de log-parabola que se ajusta mejor a los datos de espectro en el rango de TeVs, se obtuvo la región de exclusión de la figura 5.9.

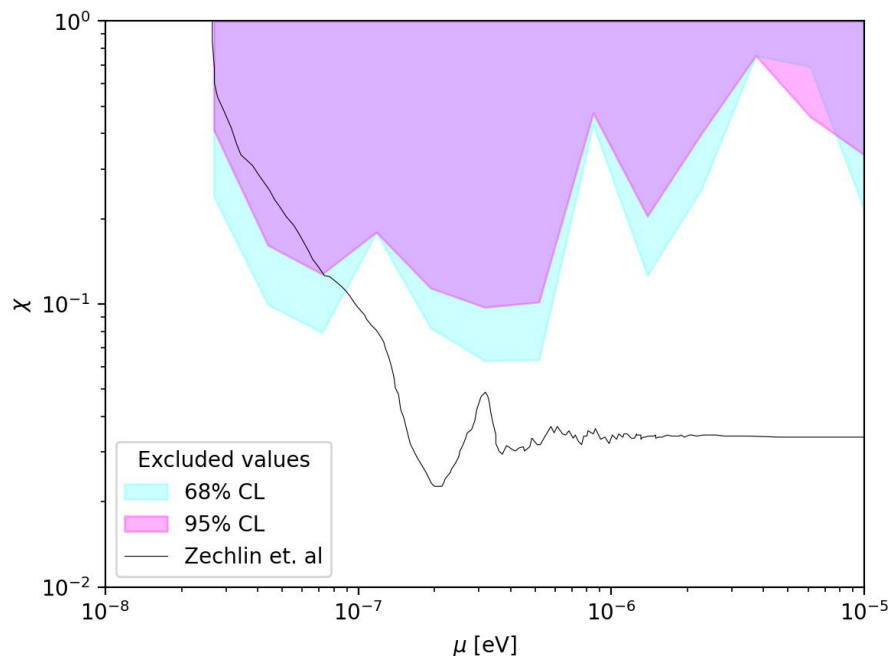


Figura 5.9: Región de exclusión del espacio de parámetro de fotones oscuros obtenida a partir de los datos de 4 distintos observatorios: HEGRA, HESS, MAGIC, Whipple, utilizados por Zechlin et al. en [54] y la comparación con lo obtenido en ese trabajo.

En la figura 5.9 se puede observar una gran diferencia entre ambas regiones que pudieran ser atribuidas al hecho de que en el trabajo de Zechlin et al. se ignoran las mediciones del espectro superiores a 10 TeV pertenecientes a los puntos de flujo reportados por HESS, [71]; con la justificación de que estas mediciones no coincidían con el modelo de ley de potencias utilizado, que ahora se sabe que no replica adecuadamente el espectro observado de la nebulosa del Cangrejo cuando se incluye la emisión a muy altas energías [11]. Estos puntos que se eliminaron arbitrariamente pudieran ser cruciales para el análisis conjunto, resultando en una región de exclusión menos restrictiva cuando se utiliza un conjunto de datos más extenso.

Junto con la reciente detección reportada por la colaboración de LHAASO en [72], de fotones de rayos gamma provenientes de la nebulosa del Cangrejo que alcanzan energías de 1.1 PeVs, ha resurgido la incógnita sobre la energía máxima que se conocía de los fotones emitidos por esta fuente. Esto vuelve aún más interesante el extender este estudio, incluyendo nuevos métodos de ajuste combinado complementando con la nueva información del espectro que redefine la escala de lo que se conoce como la emisión de muy altas energías de la nebulosa del Cangrejo.





6 | Conclusión

En este trabajo se realizó una comparación entre el modelo espectral que describe la emisión en rayos gamma a TeV de la Nebulosa del Cangrejo, y un modelo que considera el posible efecto en el flujo de fotones generado por el acoplamiento entre fotones y fotones oscuros.

A partir del ajuste combinado al espectro colectado de la nebulosa, no se encontró una detección del candidato a materia oscura. A partir de este resultado y utilizando el criterio de Test Statistic fue posible traducir los valores de TS a límites de exclusión sobre los valores de μ y χ en un rango de $\mu \in (10^{-8} - 10^{-5})$ eV y $\chi \in (0.01, 1)$.

Considerando estos límites, se obtuvo una gráfica para la región de exclusión en la que se observan diversos picos a lo largo de todo el rango que no son posibles de suavizar únicamente de considerar una malla más refinada para los valores de masa. Además, en los perfiles de ΔTS para candidatos con distintas masas no se encuentra un único mínimo para la mayoría de los casos, por lo que no se cumplen las hipótesis necesarias para utilizar este método de comparación de modelos y los límites de exclusión podrían estar sesgados. Esto apunta en dirección a la necesidad de mejorar el análisis primeramente cambiando el método de minimización. Un Método de Monte Carlo basado en cadenas de Markov (MCMC), por ejemplo, podría permitir trabajar mejor con los términos sinusoidales de la función de probabilidad de supervivencia del modelo espectral propuesto y de esta forma sería posible suavizar la región de exclusión.

Otro punto a considerar es que en este análisis se consideró un factor de escala s , proporcional a la función de respuesta del instrumento y PSF, que toma en cuenta las fluctuaciones entre distintos datasets. Sin embargo, sería importante considerar la inclusión de un factor f dentro de la función de likelihood que tome en cuenta las fluctuaciones de los errores de punto a punto dentro de cada set de datos del espectro de la nebulosa.

Adicionalmente, es posible refinar el estudio profundizando en el estudio del modelo intrínseco de la fuente, considerando directamente los procesos que ocurren en la fuente en lugar de considerar un modelo Log-parábola únicamente a partir del ajuste a las observaciones, así como agregar términos de atenuación faltantes como los relacionados con la densidad de electrones en el medio de propagación de los fotones o con el campo magnético.

Lo que se concluyó de este trabajo, fue que a pesar de obtener únicamente valores de $TS < 9$ para la hipótesis alternativa que incluye el efecto inducido por los fotones oscuros, lo que

nos dice que no hay una detección a partir de la colección de datos de espectro, fue posible encontrar cotas al espacio de parámetros de los fotones oscuros. Es decir, pude restringir los valores de masa del fotón oscuro y los valores del parámetro de ángulo de mezcla utilizando observaciones de rayos gamma a energías de TeV.

Una segunda conclusión es que los puntos del espectro en el rango de TeV tiene una relevancia importante en el acotamiento de los parámetros pues influye directamente en el ajuste tanto del modelo espectral de Log-parábola, como para el modelo que incluye conversiones a fotones oscuros ya que modifican considerablemente la región de exclusión del espacio de parámetros. A estas energías es posible obtener más información en comparación con trabajos anteriores en los que se descartan las mediciones que alcanzan este rango.

De mi trabajo también se concluyó que las fuentes galácticas son objetos astrofísicos viables para realizar el análisis del efecto de fotones oscuros como búsqueda indirecta de materia oscura fría. Lo que permitirá complementar las búsquedas realizadas en laboratorios para este tipo de candidatos.

Esto nos permite descartar algunos de los candidatos posibles a materia oscura y abrir la puerta a nuevos análisis para encontrar una región de exclusión más restrictiva y más completa extendiendo la muestra utilizando las mediciones más recientes de LHAASO que alcanzan energías de 1 PeV y las mediciones que serán obtenidas por observatorios en construcción como CTA y posiblemente extender también el rango de masas considerado.

Como trabajo a futuro se propone el refinamiento del análisis modificando el método de ajuste, haciendo un estudio más profundo del modelo intrínseco de la fuente, utilizando mediciones más recientes y utilizando otras fuentes galácticas que se encuentren a una distancia del orden de \sim kpc de la Tierra.





Referencias

- [1] K. Nomoto, W.M. Sparks, R.A. Fesen, T.R. Gull, S. Miyaji and D. Sugimoto, *The Crab Nebula's progenitor*, **Nature** **299** (1982) 803.
- [2] R. Bühler and R. Blandford, *The surprising crab pulsar and its nebula: a review*, *Reports on Progress in Physics* **77** (2014) 066901.
- [3] NASA, ESA, G. Dubner, A. Loll, T. Temim, F. Seward et al., *Multiwavelength crab nebula*, 2017.
- [4] E. Amato and B. Olmi, *The crab pulsar and nebula as seen in gamma-rays*, *Universe* **7** (2021) .
- [5] E. Aliu, H. Anderhub, L.A. Antonelli, P. Antoranz, M. Backes, C. Baixeras et al., *Observation of pulsed gamma-rays above 25 GeV from the crab pulsar with MAGIC*, *Science* **322** (2008) 1221.
- [6] J. Gelfand, Z. Wadiasingh, O. Kargaltsev, S. Safi-Harb, S. Straal, D. Castro et al., *Mev emission from pulsar wind nebulae: Understanding extreme particle acceleration in highly relativistic outflows*, .
- [7] M. Arakawa, M. Hayashida, D. Khangulyan and Y. Uchiyama, *Detection of small flares from the crab nebula with fermi-lat*, *The Astrophysical Journal* **897** (2020) 33.
- [8] J. Albert, E. Aliu, H. Anderhub, P. Antoranz, A. Armada, C. Baixeras et al., *Vhe γ -ray observation of the crab nebula and its pulsar with the magic telescope*, *The Astrophysical Journal* **674**, (2008) 1037.
- [9] T.C. Weekes, M.F. Cawley, D.J. Fegan, K.G. Gibbs, A.M. Hillas, P.W. Kowk et al., *Observation of TeV Gamma Rays from the Crab Nebula Using the Atmospheric Cerenkov Imaging Technique*, **Astrophysical Journal** **342** (1989) 379.
- [10] A.U. Abeysekara, A. Albert, R. Alfaro, C. Alvarez, J.D. Álvarez, R. Arceo et al., *Observation of the crab nebula with the HAWC gamma-ray observatory*, *The Astrophysical Journal* **843** (2017) 39.
- [11] A.U. Abeysekara, A. Albert, R. Alfaro, C. Alvarez, J.D. Álvarez, J.R.A. Camacho et al., *Measurement of the crab nebula spectrum past 100 tev with hawc*, *The Astrophysical Journal* **881** (2019) 134.
- [12] F. Aharonian, Q. An, Axikegu, L.X. Bai, Y.X. Bai, Y.W. Bao et al., *Observation of the Crab Nebula with LHAASO-KM2A - a performance study*, *Chinese Physics C* **45** (2021) 025002 [2010.06205].
- [13] N. Aeronautics and S.A. NAS8-03060, *Chandra X-ray Observatory*, 2020.
- [14] S.T.S. Institute, *Space telescope imaging spectrograph*, 2023.
- [15] *Nordic optical telescope*, 2005.
- [16] B. Bartoli, P. Bernardini, X.J. Bi, P. Branchini, A. Budano, P. Camarri et al., *Crab nebula: Five-year observation with argo-ybj*, *The Astrophysical Journal* **798** (2015) 119.
- [17] C. van Eldik, M. Holler, D. Berge, D. Zaborov, J.-P. Lenain, V. Marandon et al., *Observations of the Crab Nebula with H.E.S.S. phase II* , in *Proceedings of The 34th International Cosmic Ray Conference — PoS(ICRC2015)*, vol. 236, p. 847, 2016, DOI.
- [18] J. Aleksić, S. Ansoldi, L. Antonelli, P. Antoranz, A. Babic, P. Bangale et al., *Measurement of the crab nebula spectrum over three decades in energy with the magic telescopes*, *Journal of High Energy Astrophysics* **5-6** (2015) 30.
- [19] TIBET AS γ COLLABORATION collaboration, *First detection of photons with energy beyond 100 tev from an astrophysical source*, *Phys. Rev. Lett.* **123** (2019) 051101.

- [20] K. Meagher and VERITAS Collaboration, *Six years of VERITAS observations of the Crab Nebula*, in *34th International Cosmic Ray Conference (ICRC2015)*, vol. 34 of *International Cosmic Ray Conference*, p. 792, July, 2015, DOI [1508.06442].
- [21] J. Billard, M. Boulay, S. Cebrián, L. Covi, G. Fiorillo, A. Green et al., *Direct detection of dark matter—APPEC committee report*, *Reports on Progress in Physics* **85** (2022) 056201.
- [22] S. Profumo, *An Introduction to Particle Dark Matter*, World Scientific (2017), 10.1142/Q0001.
- [23] K.G. Begeman, A.H. Broeils and R.H. Sanders, *Extended rotation curves of spiral galaxies: dark haloes and modified dynamics.*, **Monthly Notices of the RAS** **249** (1991) 523.
- [24] E.V. Karukes and P. Salucci, *The universal rotation curve of dwarf disc galaxies*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **465** (2016) 4703.
- [25] A. Burkert, *The structure of dark matter halos in dwarf galaxies*, *The Astrophysical Journal* **447** (1995) L25.
- [26] J.F. Navarro, C.S. Frenk and S.D.M. White, *A universal density profile from hierarchical clustering*, *The Astrophysical Journal* **490** (1997) 493.
- [27] H. Andernach and F. Zwicky, *English and spanish translation of zwicky's (1933) the redshift of extragalactic nebulae*, 2017.
- [28] E.L. Lokas and G.A. Mamon, *Dark matter distribution in the Coma cluster from galaxy kinematics: breaking the mass-anisotropy degeneracy*, **Monthly Notices of the RAS** **343** (2003) 401 [astro-ph/0302461].
- [29] G. Bertone, *Particle dark matter: Observations, models and searches*, *Particle Dark Matter: Observations, Models and Searches* (2010) .
- [30] J. Bezecourt, J.P. Kneib, G. Soucail and T.M.D. Ebbels, *Lensed galaxies in abell 370 i. modeling the number counts and redshift distribution of background sources*, 1999.
- [31] Y.H.e.a. ALMA (ESO/NRAO/NAOJ), L. Calçada (ESO), *eso1313b*, 2013.
- [32] J. Chacón, J.A. Vázquez and R. Gabbasov, *Dark matter with n-body numerical simulations*, *Revista Mexicana de Física E* **17** (2020) 241.
- [33] X. Yang, H.J. Mo, F.C. van den Bosch and Y.P. Jing, *The two-point correlation of galaxy groups: probing the clustering of dark matter haloes*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **357** (2005) 608.
- [34] W. Hu and S. Dodelson, *Cosmic microwave background anisotropies*, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* **40** (2002) 171.
- [35] M. Taoso, G. Bertone and A. Masiero, *Dark matter candidates: a ten-point test*, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2008** (2008) 022.
- [36] L. Roszkowski, E.M. Sessolo and S. Trojanowski, *WIMP dark matter candidates and searches—current status and future prospects*, *Reports on Progress in Physics* **81** (2018) 066201.
- [37] J.R. Primack and M.A.K. Gross, *Hot dark matter in cosmology*, 2000.
- [38] D.J. Buettner and P.D. Morley, *Why not neutrinos as the dark matter? a critical review, katrin and new research directions*, 2022.
- [39] S. Dodelson and L.M. Widrow, *Sterile neutrinos as dark matter*, *Phys. Rev. Lett.* **72** (1994) 17.
- [40] P. Bode, J.P. Ostriker and N. Turok, *Halo formation in warm dark matter models*, *The Astrophysical Journal* **556** (2001) 93.
- [41] V. Avila-Reese, P. Colín, O. Valenzuela, E. D'Onghia and C. Firmani, *Formation and structure of halos in a warm dark matter cosmology*, *The Astrophysical Journal* **559** (2001) 516.
- [42] S. Bhargava, P.A. Giles, A.K. Romer, T. Jeltema, J. Mayers, A. Bermeo et al., *The XMM Cluster Survey: new evidence for the 3.5-keV feature in clusters is inconsistent with a dark matter origin*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **497** (2020) 656
[<https://academic.oup.com/mnras/article-pdf/497/1/656/3353162>]
- [43] K. Kaneta, H.-S. Lee, J. Lee and J. Yi, *Misalignment mechanism for a mass-varying vector boson*, 2023.
- [44] B. Moore, S. Ghigna, F. Governato, G. Lake,

- T. Quinn, J. Stadel et al., *Dark matter substructure within galactic halos*, *The Astrophysical Journal* **524** (1999) L19.
- [45] J.S. Bullock and M. Boylan-Kolchin, *Small-scale challenges to the λ cdm paradigm*, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* **55** (2017) 343 [<https://doi.org/10.1146/annurev-astro-091916-055313>]
- [46] P. Verkerk, G. Grynberg, B. Pichard, M. Spiro, S. Zylberajch, M.E. Goldberg et al., *Search for superheavy hydrogen in sea water*, *Phys. Rev. Lett.* **68** (1992) 1116.
- [47] K. Jedamzik and M. Pospelov, *Big bang nucleosynthesis and particle dark matter*, *New Journal of Physics* **11** (2009) 105028.
- [48] N. Yoshida, V. Springel, S.D.M. White and G. Tormen, *Weakly self-interacting dark matter and the structure of dark halos*, *The Astrophysical Journal* **544** (2000) L87.
- [49] M. Fabbrichesi, E. Gabrielli and G. Lanfranchi, *The Physics of the Dark Photon*, Springer International Publishing (2021), 10.1007/978-3-030-62519-1.
- [50] E. Aprile, K. Abe, F. Agostini, S.A. Maouloud, L. Althueser, B. Andrieu et al., *First dark matter search with nuclear recoils from the XENONnT experiment*, *Physical Review Letters* **131** (2023) .
- [51] B. KÖRS and P. NATH, *How stueckelberg extends the standard model and the mssm*, in *PASCOS 2004*, World Scientific Publishing Company, Aug., 2005, DOI.
- [52] M. Ahlers, H. Gies, J. Jaeckel, J. Redondo and A. Ringwald, *Light from the hidden sector: Experimental signatures of paraphotons*, *Physical Review D* **76** (2007) .
- [53] H. An, M. Pospelov and J. Pradler, *New stellar constraints on dark photons*, *Physics Letters B* **725** (2013) 190.
- [54] H.-S. Zechlin, D. Horns and J. Redondo, *New Constraints on Hidden Photons using Very High Energy Gamma-Rays from the Crab Nebula*, in *American Institute of Physics Conference Series*, F.A. Aharonian, W. Hofmann and F. Rieger, eds., vol. 1085 of *American Institute of Physics Conference Series*, pp. 727–730, Dec., 2008, DOI [0810.5501].
- [55] G.D. Sciascio and E. Rossi, *Study of the angular resolution of the argo-ybj detector*, 2003.
- [56] S. Westerhoff, *Hawc: A next-generation all-sky gamma-ray telescope*, *Advances in Space Research* **53** (2014) 1492.
- [57] C.C. Lu, *Improving the h.e.s.s. angular resolution using the disp method*, 2013.
- [58] L. collaboration, *Performance of lhaaso-wcda and observation of crab nebula as a standard candle*, 2021.
- [59] X.-H. Ma, Y.-J. Bi, Z. Cao, M.-J. Chen, S.-Z. Chen, Y.-D. Cheng et al., *Chapter 1 lhaaso instruments and detector technology **, *Chinese Physics C* **46** (2022) 030001.
- [60] J. Aleksić, S. Ansoldi, L.A. Antonelli, P. Antoranz, A. Babic, P. Bangale et al., *The major upgrade of the MAGIC telescopes, Part II: A performance study using observations of the Crab Nebula*, *Astroparticle Physics* **72** (2016) 76 [1409.5594].
- [61] G.M. Holder and Jamie, “Home.”
- [62] W. Hofmann and R. Zanin, *The cherenkov telescope array*, 2023.
- [63] F. Hueyotl, C. Alvarez, R. Arceo and K.S. Caballero, *On the spectral energy distribution of HAWC's sources*, in *Proceedings of 35th International Cosmic Ray Conference — PoS(ICRC2017)*, vol. 301, p. 694, 2017, DOI.
- [64] G. Cowan, *Statistical Data Analysis*, Oxford science publications, Clarendon Press (1998).
- [65] C. Pruneau, *Data Analysis Techniques for Physical Scientists*, Cambridge University Press (2017).
- [66] G. Casella and R. Berger, *Statistical Inference*, Duxbury advanced series, Duxbury Thomson Learning (2002).
- [67] Y. Pawitan, *In All Likelihood: Statistical Modelling and Inference Using Likelihood*, Oxford science publications, OUP Oxford (2001).
- [68] J. Conrad, *Statistical issues in astrophysical searches for particle dark matter*, *Astroparticle Physics* **62** (2015) 165.

- [69] Y.-F. Liang, C. Zhang, Z.-Q. Xia, L. Feng, Q. Yuan and Y.-Z. Fan, *Constraints on axion-like particle properties with TeV gamma-ray observations of Galactic sources*, **Journal of Cosmology as Astroparticle Physics** **2019** (2019) 042 [1804.07186].
- [70] A. Abramowski, F. Acero, F. Aharonian, F. Ait Benkhali, A.G. Akhperjanian, E. Angüner et al., *Constraints on axion-like particles with H.E.S.S. from the irregularity of the PKS 2155-304 energy spectrum*, **Physical Review D** **88** (2013) 102003 [1311.3148].
- [71] T.H.E.S.S. Collaboration, *H.e.s.s. icrc 2007 contributions*, 2007.
- [72] Lhaaso Collaboration, Z. Cao, F. Aharonian, Q. An, Axikegu, L.X. Bai et al., *Peta-electron volt gamma-ray emission from the Crab Nebula*, **Science** **373** (2021) 425 [2111.06545].





A | Derivación de las ecuaciones de movimiento considerando el acoplamiento fotón-fotón oscuro

Comenzando con el Lagrangiano general considerando dos grupos de norma $U(1)$ y $U(1)_D$:

$$\mathcal{L}_0 = \underbrace{-\frac{1}{4}F_{(b)}^{\mu\nu}F_{(b)\mu\nu}}_{\text{SM}} - \underbrace{\frac{1}{4}F_{(a)}^{\mu\nu}F_{(a)\mu\nu}}_{\text{Sector oculto}} - \underbrace{\frac{1}{2}\varepsilon F_{(b)}^{\mu\nu}F_{(a)\mu\nu}}_{\text{Término de mezcla}}, \quad (\text{A.1})$$

donde $F_{(a)}^{\mu\nu}$ y $F_{(b)}^{\mu\nu}$ son los tensores de intensidad de campo A'^{μ} (fotón oscuro) y A^{μ} (fotón visible) respectivamente.

Siguiendo el desarrollo de Ahlers et al. [52], invocando algún mecanismo mediante el cual los fotones oscuros adquieren masa (Stueckelberg o Higgs) aparece un nuevo término de masa en el Lagrangiano:

$$\mathcal{L}_\mu = \frac{1}{2}\mu^2 A'^{\mu}A'_{\mu}, \quad (\text{A.2})$$

donde μ corresponde a la masa del fotón oscuro, de forma que la representación matricial del lagrangiano completo es:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_\mu = \mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^T \kappa F + \frac{1}{2}\Lambda^T M \Lambda, \quad (\text{A.3})$$

donde F es el vector asociado a los campos $F_{(b)\mu\nu}$ y $F_{(a)\mu\nu}$, y Λ corresponde a una representación vectorial de los estados de propagación A_μ y \tilde{A}_μ , κ es la matriz de mezcla cinética y M es la matriz de masa donde κ y M toman la siguiente forma:

$$\kappa = \begin{pmatrix} 1 & \chi \\ \chi & 1 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.4}) \quad M = \begin{pmatrix} m_1^2 & m_1 m_2 \\ m_1 m_2 & m_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mu^2 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.5})$$

considerando m_1 como la masa del fotón visible y $m_2 = \mu$ la masa del fotón oscuro.

58A| Derivación de las ecuaciones de movimiento considerando el acoplamiento fotón-fotón oscuro

Haciendo el cambio de base:

$$A'^{\mu} \rightarrow \tilde{A}'^{\mu} - \chi A^{\mu}, \quad (\text{A.6})$$

mediante el cual la física del sector visible no se verá afectada, el término de masa se ve modificado de la siguiente manera:

$$\mathcal{L}_{\mu} = \frac{1}{2}\mu^2(\tilde{A}'^{\mu}\tilde{A}'_{\mu} - 2\chi\tilde{A}'^{\mu}A_{\mu} + \chi^2A^{\mu}A_{\mu}), \quad (\text{A.7})$$

donde podemos destacar que aparece un nuevo término de mezcla entre fotón oscuro \tilde{A}'^{μ} y fotón visible A^{μ} .

Por otro lado, sabemos que $F_{(b)\mu\nu} = \partial_{\mu}A_{\nu} - \partial_{\nu}A_{\mu}$, $F_{(a)\mu\nu} = \partial_{\mu}A'_{\nu} - \partial_{\nu}A'_{\mu}$. Entonces, haciendo el cambio de base de la ec. A.6:

$$F_{(a)\mu\nu} \rightarrow \partial_{\mu}(\tilde{A}'^{\nu} - \chi A^{\nu}) - \partial_{\nu}(\tilde{A}'^{\mu} - \chi A^{\mu}) = \partial_{\mu}\tilde{A}'^{\nu} - \chi\partial_{\mu}A^{\nu} - \partial_{\nu}\tilde{A}'^{\mu} + \chi\partial_{\nu}A^{\mu} \quad (\text{A.8})$$

$$= \underbrace{(\partial_{\mu}\tilde{A}'^{\nu} - \partial_{\nu}\tilde{A}'^{\mu})}_{\tilde{F}_{(a)\mu\nu}} - \chi(\partial_{\mu}A^{\nu} - \partial_{\nu}A^{\mu}) = \tilde{F}_{(a)\mu\nu} - \chi F_{(b)\mu\nu}. \quad (\text{A.9})$$

Notemos que eligiendo un cambio de base adecuado, el término de interacción entre sector visible y sector oculto en \mathcal{L}_0 desaparece.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 &= -\frac{1}{4}F_{(b)}^{\mu\nu}F_{(b)\mu\nu} - \frac{1}{4}(\tilde{F}_{(a)}^{\mu\nu} - \chi F_{(b)}^{\mu\nu})(\tilde{F}_{(a)\mu\nu} - \chi F_{(b)\mu\nu}) - \frac{1}{2}\chi F_{(b)}^{\mu\nu}(\tilde{F}_{(a)\mu\nu} - \chi F_{(b)\mu\nu}) \\ &= -\frac{1}{4}(F_{(b)}^{\mu\nu}F_{(b)\mu\nu} + \tilde{F}_{(a)}^{\mu\nu}\tilde{F}_{(a)\mu\nu} - 2\chi F_{(b)}^{\mu\nu}\tilde{F}_{(a)\mu\nu} + \chi^2 F_{(b)}^{\mu\nu}F_{(b)\mu\nu}) - \frac{1}{2}(\chi F_{(b)}^{\mu\nu}\tilde{F}_{(a)\mu\nu} - \chi^2 F_{(b)}^{\mu\nu}F_{(b)\mu\nu}) \\ &= \underbrace{-\frac{1}{4}F_{(b)}^{\mu\nu}F_{(b)\mu\nu}}_{\text{Término cinético de SM}} - \underbrace{\frac{1}{4}\tilde{F}_{(a)}^{\mu\nu}\tilde{F}_{(a)\mu\nu}}_{\text{Término cinético del sector oculto en la nueva base}} + \underbrace{\frac{1}{4}\chi^2 F_{(b)}^{\mu\nu}F_{(b)\mu\nu}}_{\text{Corrección de carga en sector visible}}. \end{aligned}$$

Entonces:

$$\mathcal{L}_0 = -\frac{1}{4}(1 - \chi^2)F_{(b)}^{\mu\nu}F_{(b)\mu\nu} - \frac{1}{4}\tilde{F}_{(a)}^{\mu\nu}\tilde{F}_{(a)\mu\nu}. \quad (\text{A.10})$$

El Lagrangiano completo tras hacer el cambio de base queda de la siguiente forma:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}(1 - \chi^2)F_{(b)}^{\mu\nu}F_{(b)\mu\nu} - \frac{1}{4}\tilde{F}_{(a)}^{\mu\nu}\tilde{F}_{(a)\mu\nu} + \frac{\mu^2}{2}(\tilde{A}'^{\mu}\tilde{A}'_{\mu} - 2\chi\tilde{A}'^{\mu}A_{\mu} + \chi^2A^{\mu}A_{\mu}). \quad (\text{A.11})$$

La nueva representación matricial para el Lagrangiano es:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}\tilde{F}^T \tilde{\kappa} \tilde{F} + \frac{1}{2}\tilde{\Lambda}^T \tilde{M} \tilde{\Lambda}, \quad (\text{A.12})$$

donde ahora las representaciones vectoriales de campo y de estados de propagación son $\tilde{F}^T = (F_{(b)}^{\mu\nu}, \tilde{F}_{(a)}^{\mu\nu})$ y $\tilde{\Lambda}^T = (A^\mu, \tilde{A}'^\mu)$ respectivamente, y las matrices $\tilde{\kappa}$ y \tilde{M} se ven de la siguiente forma:

$$\tilde{\kappa} = \begin{pmatrix} 1 - \chi^2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.13})$$

$$\tilde{M} = \begin{pmatrix} \chi^2 \mu^2 & -\chi \mu^2 \\ -\chi \mu^2 & \mu^2 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.14})$$

A continuación, usando la variación de acción, la ecuación de Euler-Lagrange en términos de un campo A_μ :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi_\mu} - \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \Phi_\nu)} \right) = 0, \quad (\text{A.15})$$

es posible encontrar las ecuaciones de movimiento a partir del Lagrangiano. Para la primera ecuación $(\tilde{A}'_\mu, \partial_\mu \tilde{A}'^\nu)$, comenzamos derivando el Lagrangiano respecto a \tilde{A}'_μ ,

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \tilde{A}'_\mu} = \frac{\partial}{\partial \tilde{A}'_\mu} (\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_\mu) = \frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial \tilde{A}'_\mu} + \frac{\partial \mathcal{L}_\mu}{\partial \tilde{A}'_\mu} \quad (\text{A.16})$$

$$= \frac{\mu^2}{2} \frac{\partial}{\partial \tilde{A}'_\mu} (\tilde{A}'^\alpha \tilde{A}'_\alpha - 2\chi \tilde{A}'^\alpha A_\alpha + \chi^2 A^\alpha A_\alpha) \quad (\text{A.17})$$

$$= \frac{\mu^2}{2} \left[\frac{\partial}{\partial \tilde{A}'_\mu} (\tilde{A}'^\alpha \tilde{A}'_\alpha) - 2\chi A_\alpha \frac{\partial}{\partial \tilde{A}'_\mu} \tilde{A}'^\alpha \right] \quad (\text{A.18})$$

$$= \frac{\mu^2}{2} \left[\frac{\partial}{\partial \tilde{A}'_\mu} (\eta^{\alpha\beta} \tilde{A}'_\beta \tilde{A}'_\alpha) - 2\chi A_\alpha \eta^{\alpha\beta} \frac{\partial \tilde{A}'_\beta}{\partial \tilde{A}'_\mu} \right] \quad (\text{A.19})$$

$$= \frac{\mu^2}{2} \left[\eta^{\alpha\beta} \left(\tilde{A}'_\beta \frac{\partial \tilde{A}'_\alpha}{\partial \tilde{A}'_\mu} + \tilde{A}'_\alpha \frac{\partial \tilde{A}'_\beta}{\partial \tilde{A}'_\mu} \right) - 2\chi \eta^{\alpha\beta} A_\alpha \delta_\beta^\mu \right] \quad (\text{A.20})$$

$$= \frac{\mu^2}{2} \left[\eta^{\alpha\beta} \left(\tilde{A}'_\beta \delta_\alpha^\mu + \tilde{A}'_\alpha \delta_\beta^\mu \right) - 2\chi \eta^{\alpha\beta} A_\alpha \delta_\beta^\mu \right]. \quad (\text{A.21})$$

Dado que el tensor métrico es simétrico de forma que $\eta^{\alpha\beta} = \eta^{\beta\alpha}$:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \tilde{A}'_\mu} = \frac{\mu^2}{2} \left[\eta^{\alpha\beta} \tilde{A}'_\beta \delta_\alpha^\mu + \eta^{\beta\alpha} \tilde{A}'_\alpha \delta_\beta^\mu - 2\chi \eta^{\alpha\beta} A_\alpha \delta_\beta^\mu \right] \quad (\text{A.22})$$

$$= \frac{\mu^2}{2} \left[\tilde{A}'^\mu + \tilde{A}'^\mu - 2\chi A^\mu \right] = \mu^2 \left[\tilde{A}'^\mu - \chi A^\mu \right]. \quad (\text{A.23})$$

Ahora, derivando el Lagrangiano respecto a $\partial_\mu \tilde{A}'_\nu$:

60A| Derivación de las ecuaciones de movimiento considerando el acoplamiento fotón-fotón oscuro

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \tilde{A}'_\nu)} = \frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial(\partial_\mu \tilde{A}'_\nu)} + \frac{\partial \mathcal{L}_\mu}{\partial(\partial_\mu \tilde{A}'_\nu)} \quad (\text{A.24})$$

$$= -\frac{1}{4}(1 - \chi^2) \frac{\partial}{\partial(\partial_\mu \tilde{A}'_\nu)} (\cancel{F^{(b)\alpha\beta}} F^{(b)\alpha\beta}) - \frac{1}{4} \frac{\partial}{\partial(\partial_\mu \tilde{A}'_\nu)} (\tilde{F}^{\alpha\beta} \tilde{F}_{(a)\alpha\beta}) \quad (\text{A.25})$$

$$= -\frac{1}{4} \frac{\partial}{\partial(\partial_\mu \tilde{A}'_\nu)} (\eta^{\alpha\gamma} \eta^{\beta\delta} \tilde{F}_{(a)\gamma\delta} \tilde{F}_{(a)\alpha\beta}) \quad (\text{A.26})$$

$$= -\frac{1}{4} \eta^{\alpha\gamma} \eta^{\beta\delta} \left(\tilde{F}_{(a)\gamma\delta} \frac{\partial}{\partial(\partial_\mu \tilde{A}'_\nu)} (\partial_\alpha \tilde{A}'_\beta - \partial_\beta \tilde{A}'_\alpha) + \tilde{F}_{(a)\alpha\beta} \frac{\partial}{\partial(\partial_\mu \tilde{A}'_\nu)} (\partial_\gamma \tilde{A}'_\delta - \partial_\delta \tilde{A}'_\gamma) \right) \quad (\text{A.27})$$

$$= -\frac{1}{4} \eta^{\alpha\gamma} \eta^{\beta\delta} \left(\tilde{F}_{(a)\gamma\delta} (\delta_\alpha^\mu \delta_\beta^\nu - \delta_\alpha^\nu \delta_\beta^\mu) + \tilde{F}_{(a)\alpha\beta} (\delta_\gamma^\mu \delta_\delta^\nu - \delta_\gamma^\nu \delta_\delta^\mu) \right). \quad (\text{A.28})$$

Usando que el tensor métrico es simétrico, y por lo tanto $\eta^{\alpha\gamma} \eta^{\beta\delta} = \eta^{\gamma\alpha} \eta^{\delta\beta}$:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \tilde{A}'_\nu)} = -\frac{1}{4} \left(\eta^{\alpha\gamma} \eta^{\beta\delta} \tilde{F}_{(a)\gamma\delta} (\delta_\alpha^\mu \delta_\beta^\nu - \delta_\alpha^\nu \delta_\beta^\mu) + \eta^{\gamma\alpha} \eta^{\delta\beta} \tilde{F}_{(a)\alpha\beta} (\delta_\gamma^\mu \delta_\delta^\nu - \delta_\gamma^\nu \delta_\delta^\mu) \right) \quad (\text{A.29})$$

$$= -\frac{1}{4} \left(\tilde{F}_{(a)}^{\alpha\beta} (\delta_\alpha^\mu \delta_\beta^\nu - \delta_\alpha^\nu \delta_\beta^\mu) + \tilde{F}_{(a)}^{\gamma\delta} (\delta_\gamma^\mu \delta_\delta^\nu - \delta_\gamma^\nu \delta_\delta^\mu) \right) \quad (\text{A.30})$$

$$= -\frac{1}{4} \left(\tilde{F}_{(a)}^{\mu\nu} - \tilde{F}_{(a)}^{\nu\mu} + \tilde{F}_{(a)}^{\mu\nu} - \tilde{F}_{(a)}^{\nu\mu} \right). \quad (\text{A.31})$$

Ahora, considerando que el tensor de intensidad de campo de \tilde{A}'^μ de la interacción $U(1)_D$ del sector oculto tiene la misma forma que en el sector visible y por lo tanto, al igual que el tensor de Faraday, es antisimétrico ($\tilde{F}_{(a)}^{\mu\nu} = -\tilde{F}_{(a)}^{\nu\mu}$):

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \tilde{A}'_\nu)} = -\tilde{F}_{(a)}^{\mu\nu}. \quad (\text{A.32})$$

A partir de las ecuaciones A.23 y A.32, la primera ecuación de Euler-Lagrange queda descrita de la siguiente forma:

$$\mu^2 (\tilde{A}'^\mu - \chi A^\mu) - \partial_\mu (-\tilde{F}_{(a)}^{\mu\nu}) = 0, \quad (\text{A.33})$$

que puede reescribirse de la siguiente forma:

$$\boxed{\partial_\mu \partial_\nu \tilde{A}'^\mu - \partial_\mu \partial^\mu \tilde{A}'^\nu = \mu^2 (\tilde{A}'^\mu - \chi A^\mu)}. \quad (\text{A.34})$$

Análogamente, continuando con la segunda ecuación de Euler-Lagrange ($A_\mu, \partial_\mu A_\nu$), derivando primero respecto a A_μ :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\mu} = \frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial A_\mu} + \frac{\partial \mathcal{L}_\mu}{\partial A_\mu} = \frac{\mu^2}{2} \frac{\partial}{\partial A_\mu} (\cancel{\tilde{A}^{\prime\alpha} \tilde{A}'_\alpha} - 2\chi \tilde{A}^{\prime\alpha} A_\alpha + \chi^2 A^\alpha A_\alpha) \quad (\text{A.35})$$

$$= \frac{\mu^2}{2} \left[-2\chi \tilde{A}^{\prime\alpha} \frac{\partial A_\alpha}{\partial A_\mu} + \chi^2 \left(A^\alpha \frac{\partial A_\alpha}{\partial A_\mu} + A_\alpha \frac{\partial A^\alpha}{\partial A_\mu} \right) \right] \quad (\text{A.36})$$

$$= \frac{\mu^2}{2} \left[-2\chi \tilde{A}^{\prime\alpha} \delta_\alpha^\mu + \chi^2 \left(A^\alpha \delta_\alpha^\mu + \eta^{\alpha\beta} \frac{\partial A_\beta}{\partial A_\mu} \right) \right] \quad (\text{A.37})$$

$$= \frac{\mu^2}{2} [-2\chi \tilde{A}^{\prime\mu} + \chi^2 (A^\mu + A^\beta \delta_\beta^\mu)] \quad (\text{A.38})$$

$$= \frac{\mu^2}{2} [2\chi^2 A^\mu - 2\chi \tilde{A}^{\prime\mu}] \quad (\text{A.39})$$

$$= \mu^2 \chi (\chi A^\mu - \tilde{A}^{\prime\mu}). \quad (\text{A.40})$$

Ahora, derivando respecto a $\partial_\mu A_\nu$:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu A_\nu)} = \frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial(\partial_\mu A_\nu)} + \frac{\partial \mathcal{L}_\mu}{\partial(\partial_\mu A_\nu)} \quad (\text{A.41})$$

$$= -\frac{1}{4} (1 - \chi^2) \frac{\partial}{\partial(\partial_\mu A_\nu)} F^{(b)\alpha\beta} F_{(b)\alpha\beta} - \frac{1}{4} \frac{\partial}{\partial(\partial_\mu A_\nu)} \cancel{\tilde{F}^{(a)\alpha\beta} \tilde{F}_{(a)\alpha\beta}} \quad (\text{A.42})$$

$$= -\frac{1}{4} (1 - \chi^2) \frac{\partial}{\partial(\partial_\mu A_\nu)} \eta^{\alpha\gamma} \eta^{\beta\delta} F_{(b)\gamma\delta} F_{(b)\alpha\beta} \quad (\text{A.43})$$

$$= -\frac{1}{4} (1 - \chi^2) \eta^{\alpha\gamma} \eta^{\beta\delta} \left(F_{(b)\gamma\delta} \frac{\partial F_{(b)\alpha\beta}}{\partial(\partial_\mu A_\nu)} + F_{(b)\alpha\beta} \frac{\partial F_{(b)\gamma\delta}}{\partial(\partial_\mu A_\nu)} \right) \quad (\text{A.44})$$

$$= -\frac{1}{4} (1 - \chi^2) \eta^{\alpha\gamma} \eta^{\beta\delta} \left(F_{(b)\gamma\delta} \frac{\partial(\partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha)}{\partial(\partial_\mu A_\nu)} + F_{(b)\alpha\beta} \frac{\partial(\partial_\gamma A_\delta - \partial_\delta A_\gamma)}{\partial(\partial_\mu A_\nu)} \right) \quad (\text{A.45})$$

$$= -\frac{1}{4} (1 - \chi^2) (\eta^{\alpha\gamma} \eta^{\beta\delta} F_{(b)\gamma\delta} (\delta_\alpha^\mu \delta_\beta^\nu - \delta_\alpha^\nu \delta_\beta^\mu) + \eta^{\gamma\alpha} \eta^{\delta\beta} F_{(b)\alpha\beta} (\delta_\gamma^\mu \delta_\delta^\nu - \delta_\gamma^\nu \delta_\delta^\mu)) \quad (\text{A.46})$$

$$= -\frac{1}{4} (1 - \chi^2) (F_{(b)}^{\mu\nu} - F_{(b)}^{\nu\mu} + F_{(b)}^{\mu\nu} - F_{(b)}^{\nu\mu}). \quad (\text{A.47})$$

Considerando que el tensor de Faraday es antisimétrico, es decir $F_{(b)}^{\mu\nu} = -F_{(b)}^{\nu\mu}$:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu A_\nu)} = -(1 - \chi^2) F_{(b)}^{\mu\nu}. \quad (\text{A.48})$$

A partir de las ecuaciones A.40 y A.48, la segunda ecuación de Euler-Lagrange queda escrita de la siguiente forma:

$$\chi \mu^2 (\chi A^\mu - \tilde{A}^{\prime\mu}) - \partial_\mu [-(1 - \chi^2) F_{(b)}^{\mu\nu}] = 0, \quad (\text{A.49})$$

que, haciendo una renormalización multiplicativa en el término del corrección en el sector visible $e^2 \rightarrow \frac{e^2}{1-\chi^2}$ [52], puede reescribirse de la siguiente forma:

62A| Derivación de las ecuaciones de movimiento considerando el acoplamiento fotón-fotón oscuro

$$\partial_\mu \partial^\nu A^\mu - \partial_\mu \partial^\mu A^\nu = \chi \mu^2 (\chi A^\mu - \tilde{A}'^\mu). \quad (\text{A.50})$$

Ahora haciendo una selección de norma de Lorentz tanto para el sector visible como para el sector oculto, tenemos que $\partial_\mu A^\mu$ y $\partial_\mu \tilde{A}'^\mu = 0$. Entonces:

$$\partial_\mu \partial^\nu A^\mu = \partial^\nu \partial_\mu A^\mu = 0, \quad (\text{A.51})$$

$$\partial_\mu \partial^\nu \tilde{A}'^\mu = \partial^\nu \partial_\mu \tilde{A}'^\mu = 0. \quad (\text{A.52})$$

Haciendo esta selección de norma, las ecuaciones de Euler-Lagrange se reescriben como:

$$1. -\partial_\mu \partial^\mu A^\nu = \chi \mu^2 (\chi A^\mu - \tilde{A}'^\mu), \quad (\text{A.53})$$

$$2. -\partial_\mu \partial^\mu \tilde{A}'^\nu = \mu^2 (\tilde{A}'^\mu - \chi A^\mu). \quad (\text{A.54})$$

Ahora, en cuanto a los términos $\partial_\mu \partial^\mu A^\nu$ y $\partial_\mu \partial^\mu \tilde{A}'^\nu$, podemos recordar que el operador d'Alembertiano en el espacio de Minkowski, con coordenadas (t, x, y, z) y considerando $c = 1$, toma la forma:

$$\square = \partial^\mu \partial_\mu = \eta^{\mu\nu} \partial_\nu \partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \partial_t^2 - \nabla^2, \quad (\text{A.55})$$

por lo que, aplicando el operador d'Alembertiano a los estados A^ν y \tilde{A}'^ν , las ecuaciones de movimiento son:

$$1. -\partial_t^2 A^\nu + \nabla^2 A^\nu - \chi \mu^2 (\chi A^\mu - \tilde{A}'^\mu) = 0, \quad (\text{A.56})$$

$$2. -\partial_t^2 \tilde{A}'^\nu + \nabla^2 \tilde{A}'^\nu - \mu^2 (\tilde{A}'^\mu - \chi A^\mu) = 0. \quad (\text{A.57})$$

Considerando que la dirección de propagación de los estados A^μ y \tilde{A}'^μ es en la dirección de \hat{z} y, además, considerando la transformada de Fourier $\partial_t = -i\omega$ ($\implies \partial_t^2 = -\omega^2$), entonces las ecuaciones de movimiento son las siguientes:

$$1. \omega^2 A^\nu + \partial_z^2 A^\nu - \chi \mu^2 (\chi A^\mu - \tilde{A}'^\mu) = 0, \quad (\text{A.58})$$

$$2. \omega^2 \tilde{A}'^\nu + \partial_z^2 \tilde{A}'^\nu - \mu^2 (\tilde{A}'^\mu - \chi A^\mu) = 0. \quad (\text{A.59})$$

A| Derivación de las ecuaciones de movimiento considerando el acoplamiento fotón-fotón oscuro 63

Finalmente, para obtener la expresión final de las ecuaciones de movimiento del capítulo 3, tomando la representación matricial de las ecuaciones A.58 y A.59:

$$\left[(\omega^2 + \partial_z^2)\mathbb{I} - \tilde{M} \right] \begin{pmatrix} A^\mu \\ \tilde{A}'^\mu \end{pmatrix} = 0, \quad (\text{A.60})$$

donde \mathbb{I} es la matriz identidad y \tilde{M} es la matriz de masa descrita en la ecuación A.14.

