



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

FACULTAD DE CIENCIAS

LÍMITE COGNITIVO SUPERADO POR EL SISTEMA  
DE TRANSPORTE DE LA CDMX

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

ACTUARIA

P R E S E N T A :

ANNA KATERINA TRISCIA HERRERÍAS AGUILERA

TUTOR

DRA. BIBIANA OBREGÓN QUINTANA



CD. MX. CIUDAD UNIVERSITARIA, 2020



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*Dedicatoria ...*

# Agradecimientos

# Índice general

Introducción . . . . .	10
<b>1. Antecedentes</b>	<b>13</b>
1.1. Transporte . . . . .	14
1.1.1. Organismos Públicos. . . . .	15
1.1.2. Organismos Semipúblicos. . . . .	20
1.1.3. Organismos Privados. . . . .	23
1.2. Cognición . . . . .	24
1.3. Memoria y Transporte . . . . .	26
<b>2. Redes y sus Propiedades</b>	<b>30</b>
2.1. Antecedentes . . . . .	30
2.2. Definiciones . . . . .	34
2.3. Redes Complejas . . . . .	41
2.4. Redes de Transporte . . . . .	42
2.5. Redes Espaciales . . . . .	43
2.6. Redes Planas . . . . .	45
2.7. Multimodalidad . . . . .	46
<b>3. Metodología</b>	<b>51</b>
3.1. Datos y Programa . . . . .	52
3.2. Casos de Estudio . . . . .	53
Conclusiones . . . . .	63
Anexos . . . . .	65

# Índice de figuras

1.	Mapa de la ZMVM, que se extiende en su totalidad por la Ciudad de México (16 alcaldías), así como por parte de los estados de Hidalgo (un municipio) y Estado de México (59 municipios). [22]. . . . .	11
1.1.	Mapa del Sistema de Movilidad Integrada de la CDMX, incluye los transportes con transbordo directo e indirecto, si las estaciones cuentan con accesibilidad universal, se encuentran cerca de una terminal de autobuses foraneos y si cuentan con estacionamiento de bicicletas. En este mapa se incluyen: el STC Metro, Metrobus, Tren Ligero, Trolebus, RTP, Cablebus, Tren Suburbano y Mexibús [15] (Anexo 3). . . . .	14
1.2.	Mapa del STC Metro de la CDMX con todas las líneas y estaciones de la red, así como sus transbordos con otros sistemas de transporte. [13]. . . . .	16
1.3.	Mapa con las rutas de la Red de Transporte de Pasajeros de la CDMX [14]. . . . .	17
1.4.	Red del Trolebús de la CDMX con sus 8 líneas y rutas de norte a sur y de oriente a poniente que integran la red. [11]. . . . .	18
1.5.	Ruta y estaciones del Tren Ligero de la CDMX. [19]. . . . .	19
1.6.	Taxi Eléctrico que forma parte de la electromovilidad de la CDMX [18]. . . . .	19
1.7.	Mapa del Mexibús del Estado de México con todas las líneas y estaciones de la red [24] (Anexo 4). . . . .	20

1.8. Mapa del Metrobús de la CDMX con todas las líneas y estaciones de la red, así como sus transbordos con otros sistemas de transporte [12]. . . . .	21
1.9. Ruta del Tren Suburbano ubicado en su mayoría en el Estado de México, ya que dos de sus estaciones se encuentran dentro de la CDMX [23]. . . . .	22
1.10. Ruta del Mexicable con todas las estaciones del teleférico de Ecatepec (municipio en el Estado de México [24]. . . . .	22
1.11. Rutas y corredores del Transporte Público Concesionado, cada ruta se muestra dentro del mapa con un color diferente [17]. . . . .	23
1.12. Hexágono formado a partir de las disciplinas centrales y periféricas de la ciencia cognitiva. Muestra la conexión entre las ciencias cognitivas, según el informe Sloan de 1978, las líneas ininterrumpidas muestran fuertes lazos interdisciplinarios mientras que las líneas quebradas muestran lazos interdisciplinarios débiles [29] . . . . .	25
1.13. La memoria de trabajo que usamos para la atención y las tareas cognitivas depende de la actividad sincronizada de tres regiones del cerebro. Si el número de objetos a los que estamos prestando atención supera los cinco, el área prefrontal que experimentan los modelos no puede seguir el ritmo. Se muestran las ondas en las regiones sincronizadas con memoria de trabajo enfocada en menos de 5 objetos y memoria de trabajo sobrecargada [8] . . . . .	26
1.14. Mapas del Metro de París (izquierda)[48], Hong Kong (superior derecha) [38] y Stuttgart (inferior derecha) [47] con todas las líneas y transbordos que los componen. . . . .	27
2.1. Abstracción de Euler de los puentes de Königsberg. (Izquierda) En el siglo XVIII, la ciudad prusiana de Königsberg, construida sobre cuatro masas de tierra alrededor del río Pregel, estaba conectada por siete puentes como se muestra. (Derecha) La topología de las masas terrestres y los puentes se puede representar como una red con cuatro vértices y siete aristas [41]. . . . .	31

2.2. Representación de las amistades entre alumnos realizada a mano por el psiquiatra Jacob Moreno, donde muestra los patrones de amistad entre los niños (triángulos) y las niñas (círculos) de una escuela en la década de 1930 [41]. . . . . 32

2.3. Aparición del componente gigante en las redes aleatorias [27]. . . . 32

2.4. Cambio de la expansión de interconexiones dentro del estudio de Milgram. (Izquierda) La red se expande con interconexiones complicadas. (Derecha) Conocidos retroalimentan a su propio círculo, normalmente eliminando nuevos contactos [35]. . . . . 33

2.5. Procedimiento de reasignación aleatoria de enlaces para interpolar entre una red de anillos regular y una red aleatoria, sin alterar el número de vértices o aristas en la red de Watts y Strogatz [49]. . . . 33

2.6. La estructura de la red del WWW. Los vértices de esta representación de Internet son "subredes de clase C"(es decir grupos de computadoras con direcciones de Internet similares que generalmente están bajo la administración de una sola organización) y las conexiones entre ellas representan las rutas que toman los paquetes de datos de Internet a medida que saltan entre subredes. Las posiciones geométricas de los vértices de la imagen no tienen un significado especial; se eligen simplemente para dar un diseño agradable y no están relacionados, como por ejemplo, con la posición geográfica de los vértices. [41]. . . . . 34

2.7. La red de la izquierda es una red simple mientras que la red de la derecha es una red múltiple con rizos. Ambas redes son no dirigidas [27]. . . . . 35

2.8. Red completa y regular con  $n = 5$  [4]. . . . . 35

2.9. Vuelos directos (sin escalas) programados desde del aeropuerto de Nueva York (JFK) [42]. . . . . 36

2.10. Ejemplo de una red simple dirigida y su matriz de adyacencia. La matriz muestra que para aquellos nodos con un arco dirigido hacia ellos tiene un 1, mientras los nodos que no reciben ningún arco tienen un cero. Como la matriz únicamente cuenta con unos y ceros, la red es simple dirigida. . . . . 38

2.11. Representación espacial de dos redes que tienen la misma matriz de adyacencia. Sin embargo, pueden tener una representación espacial muy diferente [4]. . . . . 44

2.12. Representación de una cuadrilla regular como red primaria y una red bipartita como dual [3] . . . . . 44

2.13. Redes completas  $K_5$  y  $K_{3,3}$  [5] . . . . . 45

2.14. (a) Ejemplo de una red interconectada. (b) Representación de la misma red interconectada como red multicapa. Se mantienen los nombres para cada nodo de la red original. (c) Representación alternativa de la misma red interconectada de red multicapa. A diferencia del ejemplo (b) utilizan enteros consecutivos comenzando desde uno para nombrar los nodos en cada capa, por lo que también se debe incluir la identidad de la capa para especificar de manera única cada nodo [32]. . . . . 46

3.1. Listado de las estaciones con mayor afluencia en el Metro de la CDMX en tablas separadas por año desde el 2017 al 2019 muestran la cantidad de pasajeros por estación [20]. . . . . 52

3.2. Viajes realizados con propósito laboral entre semana cuya duración es mayor a hora y media. La figura de la izquierda muestra el origen del viaje, mientras que la de la derecha muestra el destino de los mismos [20]. . . . . 55

3.3. Viajes realizados con propósito de ir al hogar entre semana cuya duración es mayor a hora y media. La Figura de la izquierda muestra el origen del viaje, mientras que la de la derecha muestra el destino de los mismos [20]. . . . . 56

3.4. Línea uno o rosa del Metro de la CDMX, con todas sus estaciones y transbordos que la integran [13]. . . . . 58

---

3.5. Línea uno o rosa del Metro de la CDMX con las estaciones de la ruta seleccionada. Los transbordos en la línea se muestran como puntos blancos [13]. . . . .	60
3.6. Mapa del Sistema de Movilidad Integrada de la CDMX, incluye los transportes con transbordo directo e indirecto, si las estaciones cuentan con accesibilidad universal, se encuentran cerca de una terminal de autobuses foraneos y si cuentan con estacionamiento de bicicletas. En este mapa se incluyen: el STC Metro, Metrobus, Tren Ligero, Trolebus, RTP, Cablebus, Tren Suburbano y Mexibús [15]. .	71
3.7. Viajes realizados en el Metro de la CDMX con ningún transbordo .	73
3.8. Viajes realizados en el Metro de la CDMX con un transbordo . . .	74
3.9. Viajes realizados en el Metro de la CDMX con dos transbordos . . .	75
3.10. Viajes realizados en el Metro de la CDMX con tres transbordos . . .	75

# Lista de Tablas

3.1. Métricas de la Red del Metro de la CDMX obtenidas a través del programa Python. . . . .	54
3.2. Principales zonas de la ZMVM y el número de viajes realizados con propósito laboral, enlistadas de mayor a menor. . . . .	55
3.3. Principales zonas de la ZMVM y el número de viajes realizados con propósito de ir al hogar, enlistadas de mayor a menor. . . . .	56
3.4. Líneas con las que tiene transbordo la línea 1 o rosa y el número de transbordos que tiene cada una de las líneas involucradas. . . . .	57
3.5. Carga cognitiva asociada a un viaje en el Metro de la CDMX. . . . .	61
3.6. Análisis de la carga cognitiva en dos rutas de interés. . . . .	62

## Introducción

En 1950, el mundo contaba con 10 megaciudades (zona urbana en que la población humana supera los 10 millones) y en los últimos 30 años, este número se ha casi triplicado. La Ciudad de Nueva York (NYC, por sus siglas en inglés) alcanzó la categoría de megaciudad en 1950, siendo de las primeras megaciudades del mundo. Para 2018, en el ranking de megaciudades, la Zona Metropolitana del Valle de México (ZMVM) ocupaba el quinto lugar en la lista con casi 22 millones de habitantes, por debajo de ciudades como Tokio en Japón, Delhi en India y Shanghái en China [40].

Por lo general, el crecimiento desmesurado de estas áreas urbanas, incluye un importante desarrollo de infraestructura en movilidad, originando un aumento en el número y, por lo tanto, en el uso de los diferentes tipos de transporte. Para lograr condiciones urbanas prósperas, la movilidad juega un papel importante en toda ciudad, ya que se utiliza diariamente por millones de habitantes, su eficacia es algo esencial, pues afecta directamente el bienestar y calidad de vida de los usuarios [28].

La ZMVM al ser un polo de desarrollo, ha crecido de forma caótica y desordenada, producto de la necesidad de trabajo y vivienda [43]. Crecimiento que los habitantes han podido notar, ya que éste ha sido de manera significativa. En 2007, la ZMVM estaba conformada por 16 delegaciones del Distrito Federal (ahora alcaldías de la Ciudad de México, CDMX) y 34 municipios del Estado de México; para agosto de 2017, estaba conformada por las 16 alcaldías de la CDMX, 59 municipios del Estado de México (25 más) y uno del Estado de Hidalgo, ver Figura 1.

En México han surgido diversos trabajos de investigación en movilidad, teniendo como tema principal la infraestructura, logística, seguridad, etc., del sistema de transporte público. Este trabajo se centra en la existencia del límite cognitivo asociado a la cantidad de información que deben procesar los usuarios del transporte público y que fue planteado por Ricardo Gallotti, Mason A Porter y Marc Bathélemy, en el trabajo de investigación, *Lost in transportation: Information measures and cognitive limits in multilayer navigation* [28].

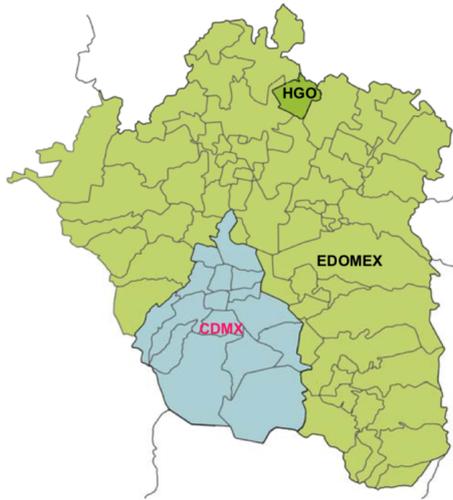


Figura 1: Mapa de la ZMVM, que se extiende en su totalidad por la Ciudad de México (16 alcaldías), así como por parte de los estados de Hidalgo (un municipio) y Estado de México (59 municipios). [22].

El transporte público puede modelarse como una red. Esto es, un conjunto de nodos unidos por un arco; los nodos (componentes, vértices, sitios y/o actores) son objetos y los arcos son relaciones de algún tipo entre cada par de nodos. En el caso del transporte público, los nodos son las estaciones, mientras que las líneas que unen estas estaciones serán los arcos. Además, la red de transporte público puede modelarse como una red multicapa, en este caso cada capa sería un tipo de transporte y la unión entre una capa y otra podrían ser las estaciones en común. Por ejemplo, la estación Tacubaya cuenta con diferentes tipos de transporte, como son el Metro, Metrobús y autobuses concesionados (camiones); siendo cada uno de estos una capa de la red y la unión entre cada capa es la estación.

Ahora bien, la información que debe de retener el usuario para hacer uso del transporte público se incrementa al utilizar conexiones entre las diferentes modalidades, es decir, el transporte visto desde una red multicapa. Mantener tanta información ocasiona dificultades para el usuario, no sólo por la complejidad y eficacia del sistema, sino por la limitada habilidad para procesar información que el ser humano posee [28].

Bajo este escenario, Galloti *et al.*, en el trabajo de investigación antes mencionado, analizaron 15 de las redes de transporte más grandes del mundo, con estos resultados determinaron que el límite de información para realizar un viaje en redes de transporte es de 8 bits; los cuales son equivalentes a cuatro objetos, en transporte

estos puntos serán el origen, destino y dos transbordos. De esta manera, concluyen que en megaciudades como NYC, París y Tokio, más del 80 % de los viajes están por encima del límite de 8 bits<sup>1</sup>. Entre las 15 redes analizadas se encuentra la red del Metro de la CDMX; por lo que, en este trabajo se incluyen otros tipos de transportes que conforman la red del transporte público de la CDMX y de esta manera, obtener una visión más completa de esta red.

Las ciudades y sus sistemas de transporte se vuelven cada vez más complejos a medida que las ciudades crecen, aquí radica la importancia de abordar este tema, pues como se dice previamente, la ZMVM ocupa el quinto lugar en el ranking de megaciudades [40]. Entonces, sería interesante determinar si la información necesaria para viajar en la red de transporte que la conforma, supera el límite mencionado.

Con base en lo anterior, la presente tesis tiene como **objetivo principal**, identificar la complejidad a la que se enfrentan los usuarios del sistema de transporte público de la CDMX, y si, en particular, dicha complejidad supera el límite cognitivo intrínseco que poseen los seres humanos (8 bits). Para lograr dicho objetivo, se toman como base los resultados y la metodología propuesta en el trabajo de Ricardo Gallotti, et al. [28].

Este trabajo está organizado de la siguiente forma: en el capítulo 1 se presentan los antecedentes del sistema de transporte en la ZMVM, la cognición humana y la relación del límite cognitivo con el sistema de transporte. El capítulo 2 se refiere al marco teórico, el cual lleva como contenido antecedentes históricos de la teoría de redes, términos básicos y métricas necesarias para entender el objeto de estudio. El capítulo 3 la metodología para la realización del trabajo, así como encuestas utilizadas y rutas analizadas. Por último, se presentan las conclusiones.

---

<sup>1</sup>Bit es la abreviación de dígitos binarios que es la unidad básica para el procesamiento de información. Ahora bien, un procesador de 8 bits tiene 256 lugares para guardar información en forma de datos binarios y transfiere 8 bits de data al mismo tiempo.

# Capítulo 1

## Antecedentes

Transportarse en áreas urbanas es altamente complejo debido a los modos involucrados, la multitud de orígenes y destinos, además de la cantidad y variedad de tráfico. El tránsito urbano es una dimensión importante de la movilidad, especialmente en áreas de alta densidad [45].

Este capítulo plantea los antecedentes del tema y se encuentra dividido en tres secciones. En la primera sección se detalla la constitución del sistema de transporte público de la Zona Metropolitana del Valle de México (ZMVM), después, una breve introducción a la cognición y su funcionamiento y por último, la relación que existe entre la cognición y el sistema de transporte.

## 1.1. Transporte

En la Ciudad de México (CDMX) y en el Estado de México, la Secretaría de Movilidad correspondiente a cada entidad, es la dependencia encargada del transporte público y movilidad, mientras que, en el Estado de Hidalgo es la Secretaría de Movilidad y Transporte. La administración del transporte público de la ZMVM se divide en tres organismos, que a continuación se presentan (Figura 1.1) [21].

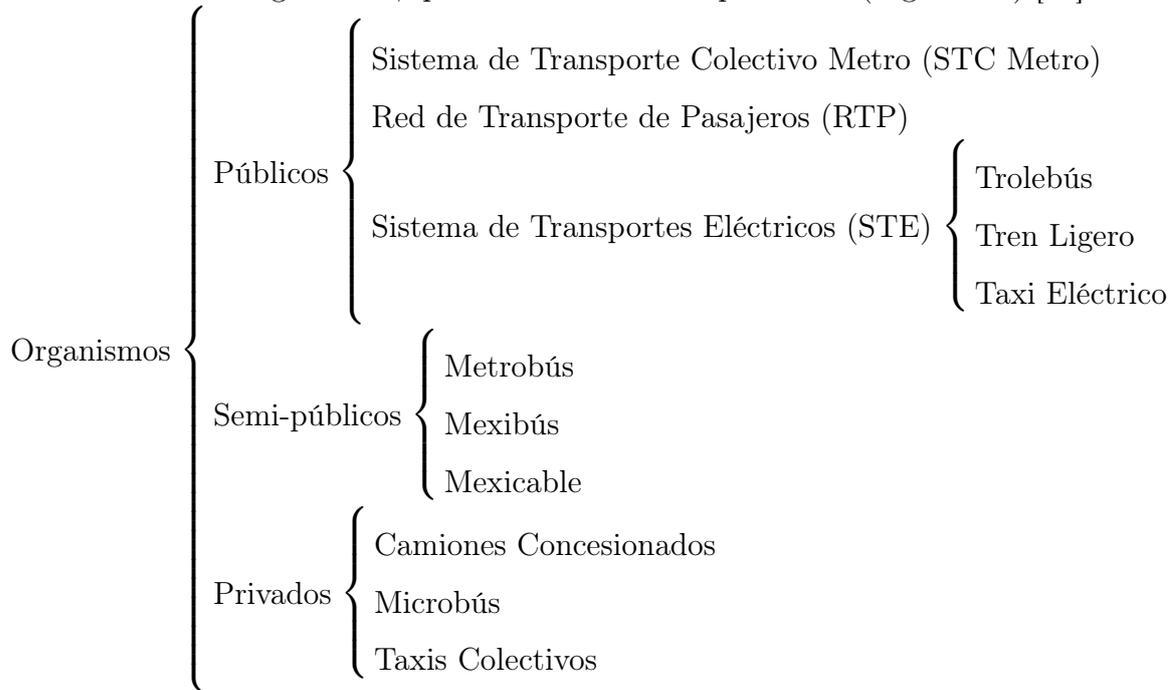


Figura 1.1: Mapa del Sistema de Movilidad Integrada de la CDMX, incluye los transportes con transbordo directo e indirecto, si las estaciones cuentan con accesibilidad universal, se encuentran cerca de una terminal de autobuses foraneos y si cuentan con estacionamiento de bicicletas. En este mapa se incluyen: el STC Metro, Metrobus, Tren Ligero, Trolebus, RTP, Cablebus, Tren Suburbano y Mexibús [15] (Anexo 3).

### 1.1.1. Organismos Públicos.

Los organismos públicos son aquellos descentralizados, como son: el Sistema de Transporte Colectivo (STC) Metro, Red de Transporte de Pasajeros (RTP) y el Sistema de Transportes Eléctricos (STE).

#### Sistema de Transporte Colectivo STC Metro.

El STC Metro, también conocido como tren metropolitano, es el transporte urbano masivo por excelencia en las grandes metrópolis. Su recorrido se ideó para circular en vías subterráneas, para evitar entorpecer la circulación en la superficie. Sin embargo, se necesita de una inversión mayor en infraestructura, ya que, las estaciones deben contar con elevadores y escaleras eléctricas hasta y desde el nivel subterráneo.

Por su diseño y capacidad, el STC Metro es el centro de la red del transporte público en la ZMVM, concentrándose en las delegaciones centrales de la CDMX. Las primeras líneas fueron construidas entre 1967 y 1970, dándole continuidad en los siguientes años. La actual red (Figura 1.2) cuenta con 12 líneas integradas por 226 kilómetros de vía y 195 estaciones, de las cuales 44 son estaciones de correspondencia y 127 de paso, asimismo existen 12 estaciones terminales con correspondencia y 12 estaciones terminales sin correspondencia. Por su tipo, existen 115 estaciones subterráneas, 55 superficiales y 25 elevadas. Las líneas A y B están confinadas a los habitantes de los municipios conurbados con terminales en el Estado de México, haciendo a los habitantes de este estado depender de otros tipos de transportes (privados) para llegar a estas líneas. La red transporta en promedio 4.9 millones de usuarios, habiéndose registrado 5.6 millones de usuarios en el día de mayor afluencia [22].



Figura 1.2: Mapa del STC Metro de la CDMX con todas las líneas y estaciones de la red, así como sus transbordos con otros sistemas de transporte. [13].

**Red de Transporte de Pasajeros (RTP).**

Ante la necesidad de satisfacer el interés general en el transporte público, la Administración Pública de la Ciudad de México estimó pertinente la creación de una red de transporte público de pasajeros en autobuses para las zonas periféricas de la ciudad, con la finalidad de atender preferentemente a las clases populares, así como de articular su conexión con otros sistemas de transporte (Figura 1.3). La RTP se creó oficialmente en enero del 2000 [16].



Figura 1.3: Mapa con las rutas de la Red de Transporte de Pasajeros de la CDMX [14].

## Sistema de Transportes Eléctricos STE.

### Trolebús

El Trolebús es un autobús eléctrico que toma corriente a través de un pantógrafo y circula sobre un riel exclusivo a nivel superficial optimizando su funcionamiento. Fue ideado para enfrentar la demanda de transporte en las zonas consolidadas, principalmente en el centro de las ciudades, donde se centra la mayor parte de las actividades económicas. Cuenta con 8 líneas de servicio con una longitud de operación de 203.64 kilómetros dentro de la CDMX y transporta más de 170 mil pasajeros diarios (Figura 1.4) [11].



Figura 1.4: Red del Trolebús de la CDMX con sus 8 líneas y rutas de norte a sur y de oriente a poniente que integran la red. [11].

### Tren Ligero.

El Tren Ligero es un sistema de transporte masivo de tracción eléctrica, el cual utiliza un carril exclusivo para circular al nivel del terreno, por lo tanto es frecuente el cruce con vialidades. Su única línea se encuentra al sur de la CDMX entre Taxqueña y Xochimilco, otorgando un servicio de transporte no contaminante a la población de las alcaldías Coyoacán, Tlalpan y Xochimilco. Fue inaugurado en 1986 y brinda servicio a través de 16 estaciones y dos terminales (Figura 1.5), mediante 20 trenes dobles acoplados con doble cabina de mando con capacidad máxima de 374 pasajeros por unidad. Cuenta con una línea de 13,04 kilómetros [19].



Figura 1.5: Ruta y estaciones del Tren Ligero de la CDMX. [19].

### Taxi Eléctrico.

Las taxis forman parte del modelo de movilidad de transporte sustentable a favor del medio ambiente y en beneficio de todos los habitantes de la CDMX. Además de ser una opción ecológica, es cómoda y segura. Brindan servicio a través de unidades eléctricas, con capacidad para cuatro pasajeros más el operador. Estos tienen una autonomía de 175 kilómetros para el recorrido de la ciudad, además cuentan con varios puntos de recarga (Figura 1.6). De esta manera, se promueve un servicio profesional de calidad, para una movilidad de vanguardia [18].



Figura 1.6: Taxi Eléctrico que forma parte de la electromovilidad de la CDMX [18].

### 1.1.2. Organismos Semipúblicos.

Los organismos semipúblicos son administrados por el gobierno y, a diferencia de los organismos públicos, la inversión proviene del sector privado. Dentro de este organismo, la ZMVM cuenta con: un tren suburbano, un teleférico y dos redes de autobuses de tránsito rápido (*Bus Rapid Transit* o BRT por sus siglas en inglés) una en la CDMX y otra en el Estado de México.

#### Metrobús/Mexibús.

El Metrobús, es un modo de transporte BRT que combina estaciones, vehículos, servicios y alta tecnología en un sistema integral con una identidad positiva. Es una adaptación tecnológica en vez de una innovación tecnológica, se compone de dos o tres vagones para tener mayor capacidad de pasajeros y provee una mejor movilidad con base en la planeación urbana. Su construcción implica menores costos, ya que su implantación es relativamente fácil. El primer corredor se planeó como un servicio complementario al STC Metro y fue puesto en operación en 2005. Cuenta con siete líneas y se contempla ampliar el sistema con tres líneas más (Figura 1.8). Mientras tanto, el Mexibús inaugurado en 2010, se diseñó como un servicio alimentador de los municipios del Estado de México con los modos masivos que sirven a la CDMX. Cuenta con tres líneas de servicio y 97 estaciones en una longitud de operación mayor a los 50 kilómetros, con las cuales busca proporcionar un servicio que una las zonas del Estado de México con la CDMX (Figura 3.2).

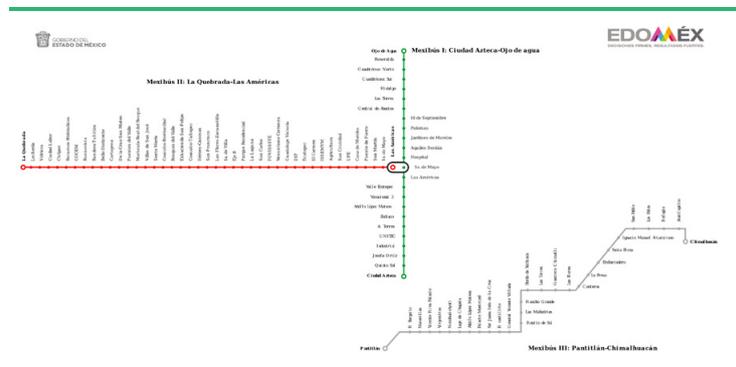


Figura 1.7: Mapa del Mexibús del Estado de México con todas las líneas y estaciones de la red [24] (Anexo 4).

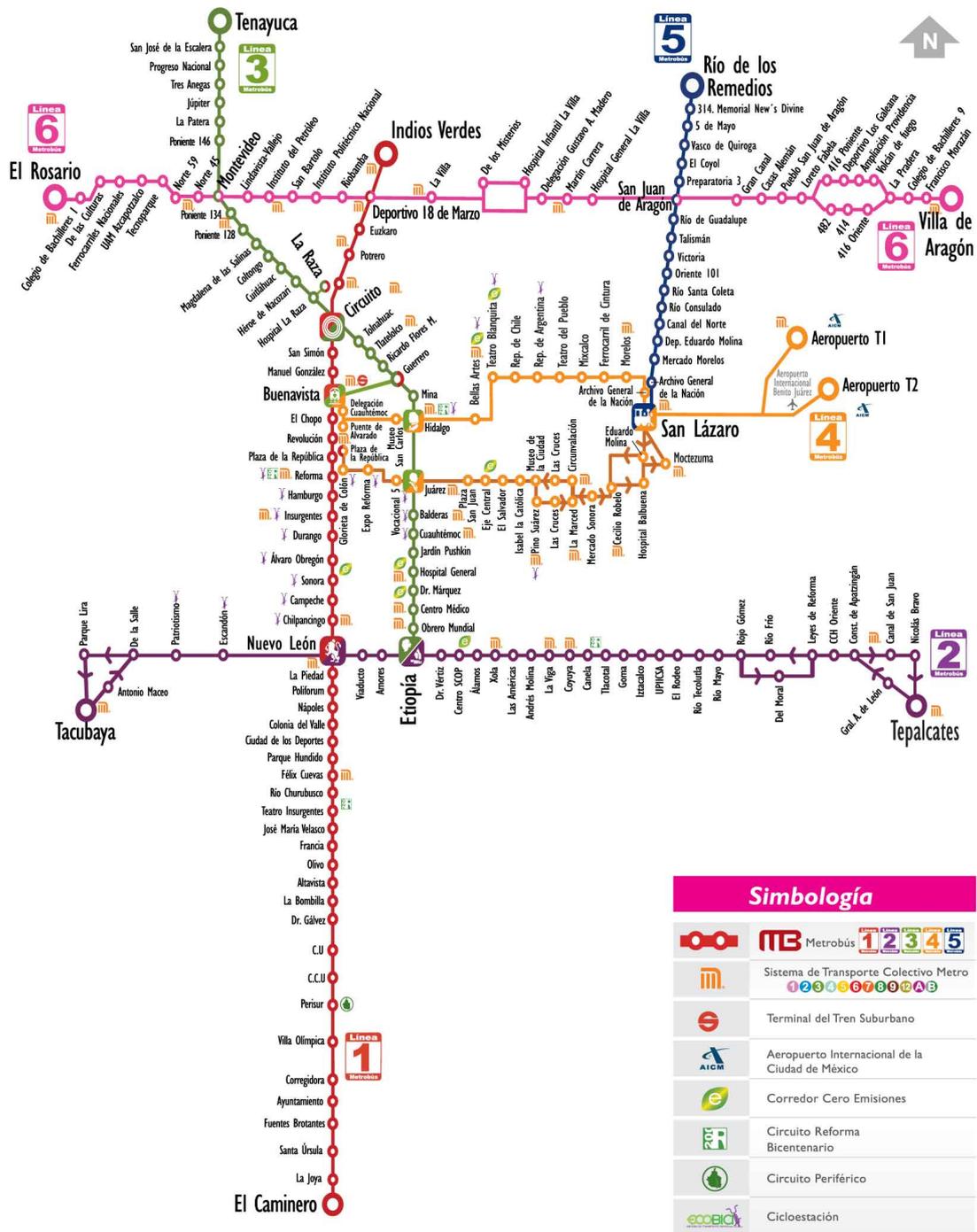


Figura 1.8: Mapa del Metrobús de la CDMX con todas las líneas y estaciones de la red, así como sus transbordos con otros sistemas de transporte [12].

### Tren Suburbano.

El Tren Suburbano, inaugurado en junio de 2008, es la opción más adecuada para recorrer grandes distancias a un precio accesible, de manera cómoda, segura y responsable con el medio ambiente. Utiliza la infraestructura férrea existente de la antigua ruta México-Querétaro. Representa un esfuerzo conjunto entre los Gobiernos de la CDMX, el Estado de México y el sector privado. Cuenta únicamente con una línea y es el medio de transporte entre municipios del Estado de México y la CDMX (Figura 1.9), sin embargo, no existen interconexiones apropiadas con los diferentes sistemas de transporte de la CDMX.



Figura 1.9: Ruta del Tren Suburbano ubicado en su mayoría en el Estado de México, ya que dos de sus estaciones se encuentran dentro de la CDMX [23].



Figura 1.10: Ruta del Mexicable con todas las estaciones del teleférico de Ecatepec (municipio en el Estado de México [24].

### Mexicable.

Es un sistema de teleféricos que funciona como un sistema de transporte masivo que conecta zonas de difícil acceso para el transporte colectivo convencional con sistemas de transporte existentes. La primer línea fue inaugurada en 2016 y consta de siete estaciones posicionadas a lo largo de 4.9 kilómetros. Inicia en la vía Morelos, cruza la autopista México - Pachuca y se adentra en la colonia Hank

González, finalizando en la región de La Cañada (Figura 1.10).

### 1.1.3. Organismos Privados.

El Organismo Privado hace referencia a las concesiones otorgadas a personas morales que se encuentran dentro de programas que regulan el transporte público concesionado. Por su funcionamiento técnico y legal, es la modalidad más complicada del transporte público. Proporciona una transportación masiva, riesgosa y en muchas ocasiones poco comfortable. A pesar de estar dentro de una regulación, los datos obtenidos de reportes que hacen los concesionados ante la Secretaría de Movilidad, tienen un 70% de confiabilidad respecto a la operación real de las rutas/corredores, debido a desfases en la actualización de datos, errores en la captación de información y omisiones de los concesionados [17].

Los concesionarios de transporte de baja capacidad conforman el modo de transporte con mayor cobertura y más utilizado en la ZMVM. En la CDMX la Secretaría de Movilidad (SEMOVI) inició programas de regulación de este servicio, como capacitación a choferes, sustitución de vehículos, etc. Por su parte, en el Estado de México, la Secretaría de Movilidad también inició programas de regulación del transporte concesionado, sólo otorgando concesiones a personas morales. Como se puede observar en la Figura 1.11, la mayor parte de las rutas no están 100% reguladas (color rojo); mientras que, sólo 20 de las rutas que realizan los concesionarios cuentan con las regulaciones establecidas [17].

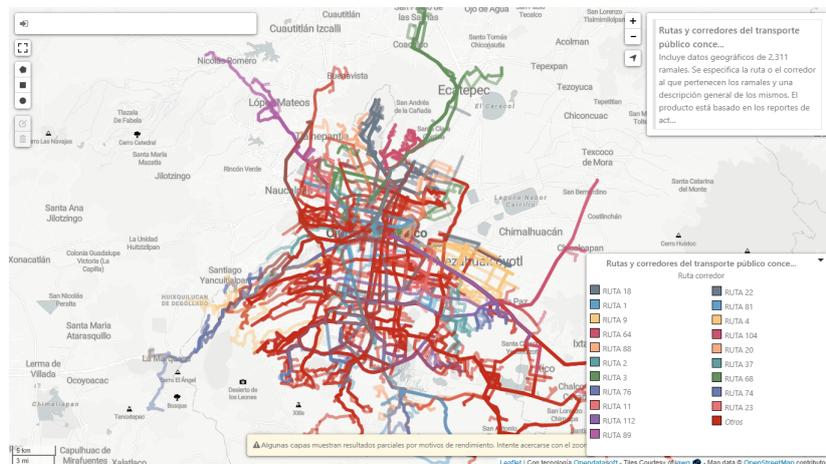


Figura 1.11: Rutas y corredores del Transporte Público Concesionado, cada ruta se muestra dentro del mapa con un color diferente [17].

## 1.2. Cognición

Entender la mente y su funcionamiento se remonta, al menos, a la época de los antiguos griegos, cuando filósofos como Platón y Aristóteles intentaron explicar la naturaleza del conocimiento humano. Éste fue el principal objetivo hasta el siglo XIX cuando se desarrolló la psicología experimental; sin embargo, en pocas décadas la psicología experimental se vio dominada por el conductismo, visión que negaba la existencia de la mente por ser muy intangible, indemostrable y vagamente mística. El conductismo dominó la escena psicológica hasta la aparición de un nuevo movimiento, cuyo objetivo era crear una teoría que sustituyese a la teoría conductista, en la cual, el objeto de análisis fuera el estudio de la mente humana y los mecanismos psicológicos implicados en su actividad.

A principios de 1950, el paisaje intelectual comenzó a cambiar drásticamente con la aparición de la llamada revolución cognitiva. George A. Miller, psicólogo de la escuela conductista, fue el primero de muchos investigadores en desafiar los principios científicos de la psicología experimental. En 1956, se publicaron gran variedad de artículos que dieron progreso a diferentes áreas, como son: la cibernética, la inteligencia artificial, la lingüística y la simulación de procesos cognitivos a través del uso de la computadora [37]. Entre estas publicaciones, *The Magical Number Seven Plus or Minus Two* [36], Miller describe algunos límites de nuestra capacidad humana para procesar información.

Para 1960, surgía el nacimiento de una nueva ciencia interdisciplinaria que daba paso a cerrar la brecha entre el cerebro y la mente. De este manera, nació la ciencia cognitiva, donde disciplinas como psicología, lingüística y computación serían las disciplinas centrales, mientras que neurociencia, filosofía y antropología las periféricas. Así pues, en 1978, se define a la ciencia cognitiva como una ciencia interdisciplinaria que involucra las seis disciplinas antes mencionadas. Los seis campos están concentrados en un hexágono en el que se muestran las conexiones entre ellas; las líneas punteadas representan enlaces débiles, mientras que las continuas enlaces fuertes (Figura 1.12). En ese mismo año, cada línea en la imagen representaba un área de investigación bien definida que involucraba las herramien-

tas de las dos disciplinas en cuestión. Con el paso de los años y de investigaciones en cada disciplina, la distribución de la imagen se ha ido modificando. Si se desea conocer más del tema se sugiere ver *Psychology in Cognitive Science: 1978 - 2038*) [29].

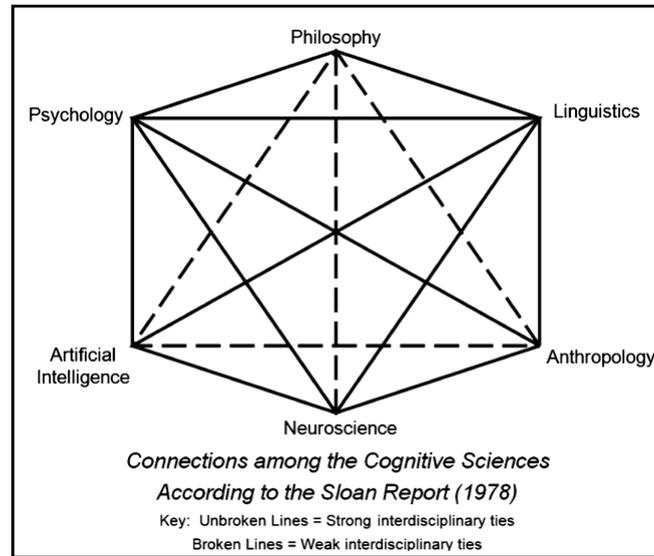


Figura 1.12: Hexágono formado a partir de las disciplinas centrales y periféricas de la ciencia cognitiva. Muestra la conexión entre las ciencias cognitivas, según el informe Sloan de 1978, las líneas ininterrumpidas muestran fuertes lazos interdisciplinarios mientras que las líneas quebradas muestran lazos interdisciplinarios débiles [29]

Como se mencionó en párrafos anteriores, en 1956, el renombrado psicólogo cognitivo George Miller publicó uno de los artículos más citados en el campo. Donde argumentó que aunque el cerebro puede almacenar toda una vida de conocimiento en sus billones de conexiones, el número de elementos que los humanos pueden mantener activamente en su consciencia consciente a la vez está limitado, en promedio, a siete [8]. Sin importar el tipo de elementos registrados, sólo siete de ellos permanecen en la memoria de trabajo ya que la retención en esta es efímera y limitada.

Se han propuesto varios modelos que estudian la categorización y el funcionamiento de información en diferentes partes del cerebro <sup>1</sup> [39]. A partir de estos

<sup>1</sup>Particularmente en la corteza prefrontal, corteza parietal, tálamo, regiones del medial temporal y el cerebelo.

estudios, se determinó que la memoria de trabajo sólo retiene información relevante de la actividad que se está realizando. Desde la época de Miller, los neurocientíficos y psicólogos han profundizado en el estudio de la memoria de trabajo y sus estrictas limitaciones. Como conclusión, llegaron a que el número de elementos que se pueden retener está determinado por el interés de cada individuo y que el límite realmente está más cerca de cuatro o cinco elementos que de siete. Además, cualquier intento de exceder ese límite causa que la información se degrade (Figura 1.13). [8].

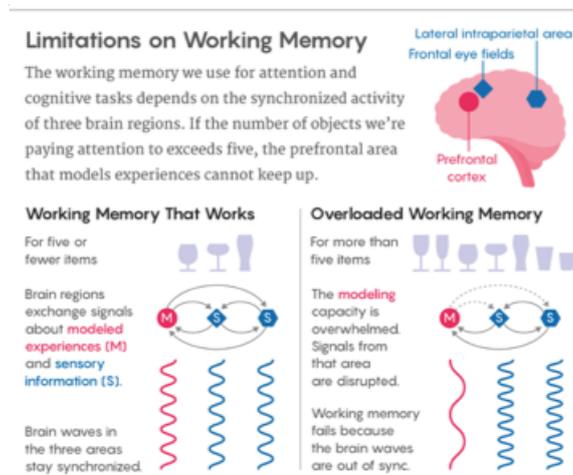


Figura 1.13: La memoria de trabajo que usamos para la atención y las tareas cognitivas depende de la actividad sincronizada de tres regiones del cerebro. Si el número de objetos a los que estamos prestando atención supera los cinco, el área prefrontal que experimentan los modelos no puede seguir el ritmo. Se muestran las ondas en las regiones sincronizadas con memoria de trabajo enfocada en menos de 5 objetos y memoria de trabajo sobrecargada [8]

### 1.3. Memoria y Transporte

Viajar por primera vez en un sistema de transporte desconocido, donde el único apoyo es un mapa, puede tomar más tiempo del que se piensa pues se deben comparar diferentes caminos hasta encontrar la ruta óptima entre el origen y el destino. A diferencia de la esquematización de rutas conocidas, en este escenario, el viajero no necesita visualizar toda la ruta simultáneamente; es suficiente con identificar y tener presente las estaciones con conexión en un mapa. Ahora bien, como se menciona en la sección 1.2 de este capítulo, los seres humanos pueden

retener entre cuatro o cinco elementos en su memoria de trabajo. Esto implica que, una persona puede retener fácilmente las ubicaciones clave para viajes con no más de dos conexiones. En el caso del sistema de transporte serán, origen, destino y puntos de conexión o transbordo, los cuales corresponden exactamente a cuatro puntos diferentes.

Por otra parte, las estrategias de búsqueda visuales juegan un rol importante para obtener la ruta óptima en redes de transporte, pues el tiempo necesario para encontrarla se va incrementado en relación a la complejidad del mapa; debido a que el movimiento ocular pasa del seguimiento lineal ordenado a una búsqueda desorganizada y sin un enfoque claro dentro del mapa [1]. Una transición parecida fue observada en la búsqueda de objetos escondidos con un gran número de distracciones, ya que se pasa de una búsqueda direccionada a una isotrópica. Por ejemplo, el famoso juego *¿Dónde está Wally?* [9]. En redes de transporte, estudios recientes basados en estrategias de búsqueda visuales, mostraron una transición en las estrategias de búsqueda entre las redes de transporte de Stuttgart en Alemania y Hong Kong en China, catalogadas como simples, y la de París en Francia, considerada como una de las más complicadas (Figura 1.14).

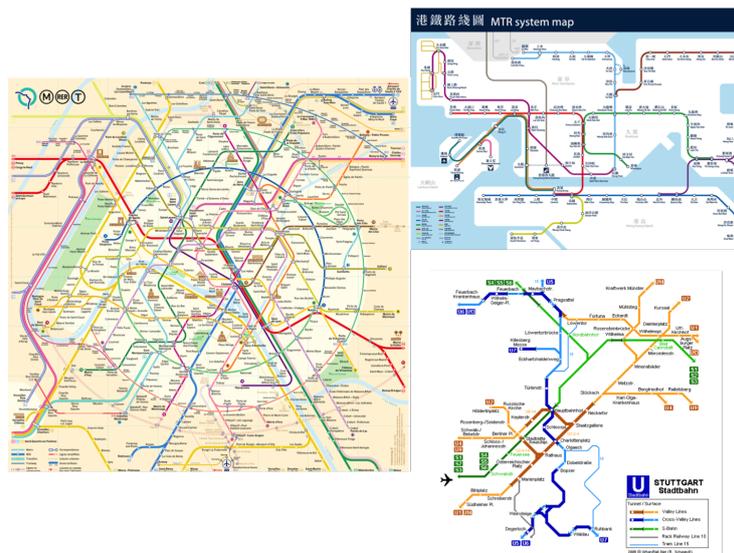


Figura 1.14: Mapas del Metro de París (izquierda)[48], Hong Kong (superior derecha) [38] y Stuttgart (inferior derecha) [47] con todas las líneas y transbordos que los componen.

Con respecto a la capacidad de retención que tienen las personas; se realizaron análisis comparativos donde se buscaba obtener información sobre el manejo de mapas mentales como una capacidad limitada del hipocampo<sup>2</sup>. En estos análisis se compararon las imágenes de resonancias magnéticas (IRM) entre personas con bastante experiencia realizando viajes en las calles de Londres, es decir, taxistas<sup>3</sup> y personas cuya profesión variaba. El resultado de los IRM mostró diferencias significativas (en relación al tamaño) en la parte posterior del hipocampo, para aquellas personas que no tenían la profesión de taxista. Así pues, el volumen del hipocampo está correlacionado con la cantidad de tiempo empleado como taxista. Estos datos concuerdan con la idea de que el hipocampo posterior almacena una representación espacial del medio ambiente. Por lo anterior, cabe mencionar que sólo un extenso entrenamiento en memoria espacial podía desplazar este límite, ya que se deben de crear cambios morfológicos en esta parte del cerebro [34].

Con base en lo anterior, Galloti *et al.* aplican la perspectiva de procesamiento de la información propuesta por Miller para cuantificar la dificultad de navegar en redes de transporte urbano [28]. Además, utilizan la medida de búsqueda de la información asociada a un viaje que va de una ruta a otra propuesta por M. Rosvall, A. Trusina, P. Minnhagen y K. Sneppen, en la investigación titulada *Networks and cities: An information perspective* [46]. En la mayoría de las redes, muchas rutas diferentes conectan un par de nodos, y por lo general, se busca la ruta más rápida disponible (que no es necesariamente única) donde se minimiza el tiempo total de llegada al destino. Sin embargo, tiende a ser más natural para la mayoría de las personas considerar una ruta más simple, es decir, la que tenga el número mínimo de conexiones sin importar que realmente sea la opción más rápida.

En particular, cuando la multimodalidad es crucial para llegar al destino y el sistema de transporte tiene demasiadas interconexiones, la búsqueda de una ruta

---

<sup>2</sup>El hipocampo y la corteza temporal se han reconocido como las estructuras más importantes en los procesos amnésicos. El hipocampo se ha relacionado con la memoria reciente (minutos, horas o pocos días) y la corteza temporal, con el almacenamiento de información remota (días, meses o años). Es necesario señalar que aunque el lóbulo temporal tiene importantes implicaciones en los fenómenos de memoria, no se puede subestimar la participación de otras estructuras, como el cerebelo, la corteza entorrinal y otras áreas corticales

<sup>3</sup>Los requisitos para realizar esa profesión en dicha ciudad son sumamente estrictos [34].

es ineficiente. Esto sucede porque las interconexiones juegan dos roles importantes en dicha búsqueda, son tanto objetivos como distractores. En la búsqueda de una ruta, es clave identificar los posibles puntos de transbordo y dicho proceso, de acuerdo a las estrategias de búsqueda visuales, consume demasiado tiempo. Conforme a la estrategia de búsqueda de objetos ocultos mencionada previamente, se puede representar la dificultad de búsqueda usando la cantidad de distractores, los cuales en el sentido de los mapas son las interconexiones.

De esta manera, Galloti *et al.* determinan que, el límite de conexiones para los sistemas de transporte multimodales es de aproximadamente 250 conexiones y representa el peor de los escenarios para los viajes más complejos en las grandes redes metropolitanas. A este límite le llaman  $\tau$ . Como dato curioso, este número  $\tau$  tiene una interpretación y magnitud similar al *número de Dunbar* [25]; obtenido en la década de 1990, tras la investigación del antropólogo, psicólogo y especialista en comportamiento primate, Robin Dunbar, que al comparar datos de diferentes especies de primates extrajo una función en la cual relaciona el tamaño grupal y el volumen cerebral. Utilizó esta función para predecir el tamaño máximo de un grupo de personas en donde obtuvo el resultado de 147.8, misma que el académico redondeó a 150 [25].

# Capítulo 2

## Redes y sus Propiedades

En este capítulo se presentan los antecedentes históricos de la teoría de redes así como definiciones, modelos y métricas para familiarizarse con la terminología y entender el presente trabajo sobre redes de transporte.

### 2.1. Antecedentes

El primer antecedente de la teoría de redes se remonta a 1736, con el trabajo de Leonhard Euler, en el cual se plantea la abstracción al problema de los puentes de Königsberg <sup>1</sup> en Prusia, del siglo XVIII. Esta ciudad, fue construida en cuatro islas a orillas del río Pregel. En aquella época el único acceso a la isla del centro era a través de siete puentes. Euler hizo la abstracción del problema como una gráfica representando las partes de tierra con puntos y los puentes por líneas, ver Figura 2.1, dicha abstracción gráfica la publicó en el artículo *Solutio Problematis ad Geometriam Situs Pertinentis* [41].

---

<sup>1</sup>La ciudad en la actualidad es conocida como Kaliningrado y se encuentra ubicada en Rusia.

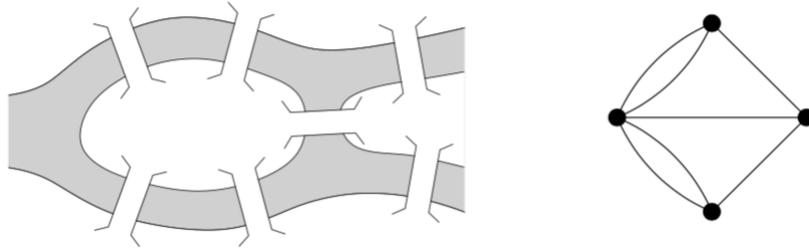


Figura 2.1: Abstracción de Euler de los puentes de Königsberg. (Izquierda) En el siglo XVIII, la ciudad prusiana de Königsberg, construida sobre cuatro masas de tierra alrededor del río Pregel, estaba conectada por siete puentes como se muestra. (Derecha) La topología de las masas terrestres y los puentes se puede representar como una red con cuatro vértices y siete aristas [41].

Con la abstracción de Euler, se puede decir que la teoría de redes es una visión simple del mundo, su esencia es realmente muy sencilla, consiste en sólo dos partes llamadas nodos y arcos; los nodos son las islas y los arcos los puentes.

Con el paso de los años, los científicos desarrollaron una gran variedad de herramientas para el estudio de redes. Por mucho tiempo, los estudios se concentraron en la topología y la teoría de gráficas; fue hasta el advenimiento de las computadoras que se pudo trabajar con redes de gran tamaño, ya que permitió el desarrollo de las herramientas para modelarlas y analizarlas. Por tal motivo los avances de esta teoría no pudieron ser significativos como en otras ciencias [41].

El antecedente fundamental de la teoría de redes tuvo lugar entre 1930 y 1933, en el ámbito social, cuando Jacob Moreno utilizó una herramienta gráfica y fundamental para el análisis de los grupos sociales y la dinámica de las distintas relaciones entre los sujetos que los conforman; el *sociograma* (Figura 2.2 [41]).

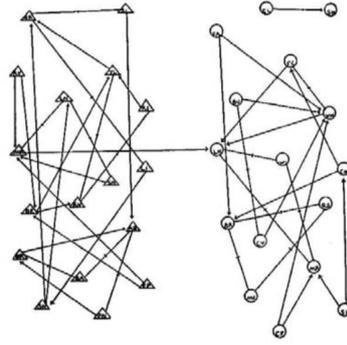


Figura 2.2: Representación de las amistades entre alumnos realizada a mano por el psiquiatra Jacob Moreno, donde muestra los patrones de amistad entre los niños (triángulos) y las niñas (círculos) de una escuela en la década de 1930 [41].

Durante la década de 1950, Paul Erdős y Alfréd Rényi presentaron el modelo de redes aleatorias, en el que consideraron la probabilidad con la que se conectaban los nodos en un sistema; sin embargo, su aportación más importante para el análisis de redes fue en 1959, el *componente gigante*, identificándolo como el grupo con más nodos y arcos conectados entre sí dentro de la red (Figura 2.3). Esta aportación les permite determinar el comportamiento de la red con sólo estudiar cómo se comporta dicho componente.

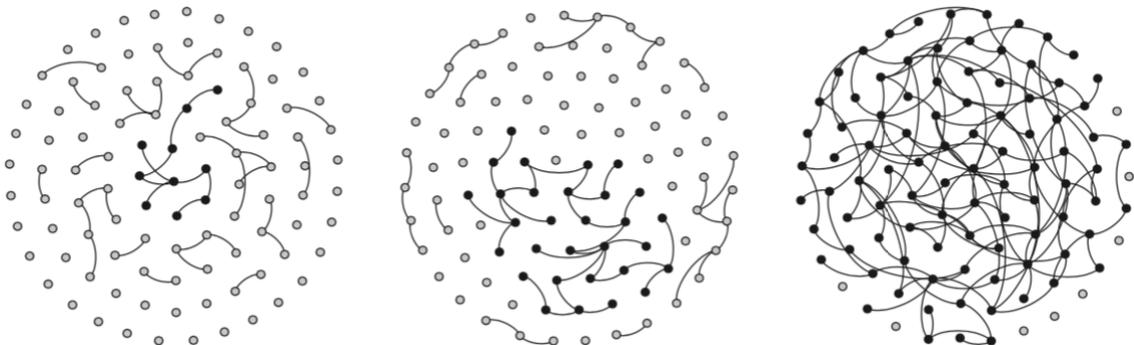


Figura 2.3: Aparición del componente gigante en las redes aleatorias [27].

Dentro de este tipo de redes se encuentran las redes sociales, que fueron motivo de estudio para Stanley Milgram en la década de 1960. Milgram a través de un experimento concluyó que es posible conectar a dos personas seleccionadas al azar por medio de seis individuos. A este experimento se le conoce como mundo pequeño o seis grados de separación y representa la relación que existe entre la distancia que separa un nodo y el número de nodos dentro del sistema (Figura 2.4). En 1998,

Duncan J. Watts y Steven H. Strogatz retoman la propiedad de mundo pequeño al desarrollar un modelo que muestra cómo esta propiedad puede coexistir con otras características generalmente observadas en las redes sociales (Figura 2.5).



Figura 2.4: Cambio de la expansión de interconexiones dentro del estudio de Milgram. (Izquierda) La red se expande con interconexiones complicadas. (Derecha) Conocidos retroalimentan a su propio círculo, normalmente eliminando nuevos contactos [35].

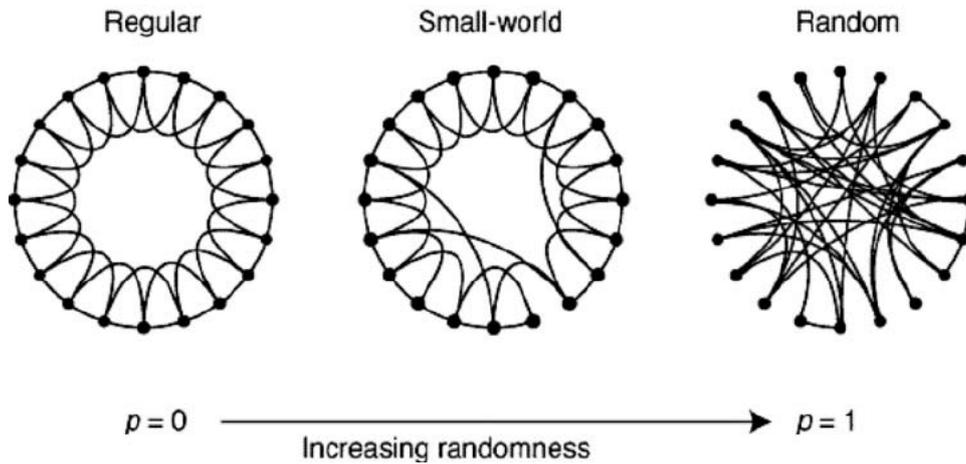


Figura 2.5: Procedimiento de reasignación aleatoria de enlaces para interpolar entre una red de anillos regular y una red aleatoria, sin alterar el número de vértices o aristas en la red de Watts y Strogatz [49].

Un año más tarde, Albert-László Barabási y Réka Albert desarrollaron el modelo de redes de libre escala, en el que un nodo posee mayor cantidad de enlaces que el resto, dándole a este nodo un grado de conectividad mucho mayor que al promedio [41]. En nuestro entorno, muchas redes presentan una estructura de redes de libre escala; por ejemplo, la red de aeropuertos, sistemas biológicos o tecnológicos, como la World Wide Web (Figura 2.6).

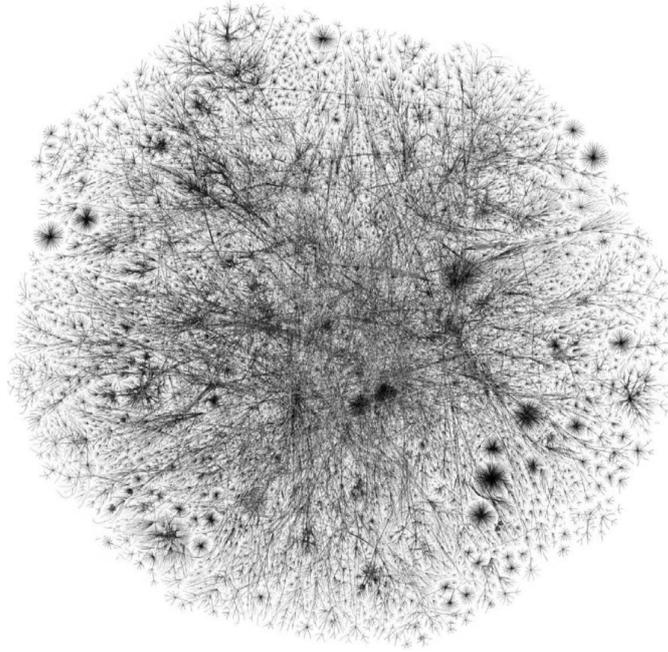


Figura 2.6: La estructura de la red del WWW. Los vértices de esta representación de Internet son "subredes de clase C" (es decir grupos de computadoras con direcciones de Internet similares que generalmente están bajo la administración de una sola organización) y las conexiones entre ellas representan las rutas que toman los paquetes de datos de Internet a medida que saltan entre subredes. Las posiciones geométricas de los vértices de la imagen no tienen un significado especial; se eligen simplemente para dar un diseño agradable y no están relacionados, como por ejemplo, con la posición geográfica de los vértices. [41].

## 2.2. Definiciones

Una red  $\mathfrak{R}$ , está definida por un par de conjuntos  $\{V, L\}$ . El conjunto  $V$  con  $N$  nodos o vértices y  $L$  con  $E$  arcos o aristas o enlaces. Si existe un arco entre cada par de nodos, la pareja ordenada  $(i, j)$ ,  $i \in V$  y  $j \in L$ , une el nodo  $i$  con el nodo  $j$ , los cuales son *adyacentes* o *conectados*. Es común llamar a los nodos conectados *vecinos*. Una *red completa* es aquella en la que todas las posibles parejas ordenadas están unidas por un arco. Para una red con  $N$  nodos el número máximo de arcos es  $\binom{N}{2}$ . Si la red tiene a lo más un arco entre cada par de nodos es *red simple*, si tiene más de un arco entre cada par de nodos y rizados (un enlace que inicia y termina en el mismo nodo) es *red múltiple* (Figura 2.7) [41].

Existen varias maneras de representar matemáticamente una red. La forma tradicional de representación es la *matriz de adyacencia*. Sea una red simple con  $n$  nodos y  $m$  arcos puede representarse por su matriz de adyacencia  $A$  tal que:

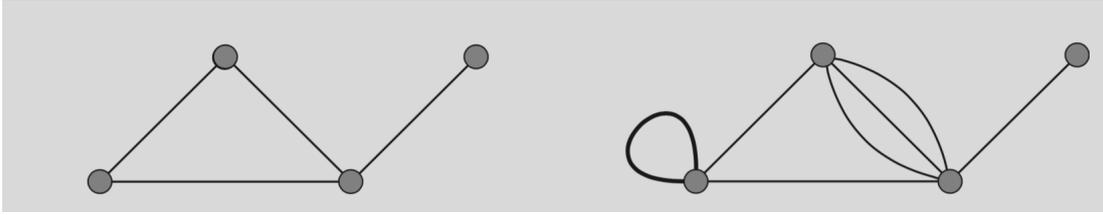


Figura 2.7: La red de la izquierda es una red simple mientras que la red de la derecha es una red múltiple con rizos. Ambas redes son no dirigidas [27].

$$A_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si existe un arco entre los nodos } i \text{ y } j \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Dos características que se pueden observar en la matriz de adyacencia, es que al ser una red simple, la diagonal de la matriz es 0 y que al ser no dirigida es simétrica, *i.e.*,  $A_{ij} = A_{ji}$  [41], ya que hay un arco entre cada pareja ordenada  $(i, j)$  y  $(j, i)$  con  $i \neq j$ . En este tipo de matrices es muy sencillo identificar el *grado* de un nodo, pues éste es el número de arcos que tiene. Está dado por:

$$k_i = \sum_{j=1}^n A_{ij}. \quad (2.1)$$

Las *redes regulares* son aquellas en las que todos sus nodos tienen el mismo grado y se denotan por  $K_n$ . Por ejemplo, si  $n = 5$  tendremos una red regular con cinco nodos y cada nodo tendrá cuatro arcos (Figura 2.8).



Figura 2.8: Red completa y regular con  $n = 5$  [4].

Por lo tanto, su matriz de adyacencia  $A$  es la siguiente:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

El primer indicador de una red, es el *grado promedio*  $\langle k \rangle$ , donde

$$\langle k \rangle = \frac{2a}{n}. \quad (2.2)$$

indica el grado promedio de los nodos de la red [5].

El grado permite saber la importancia de un nodo en la red. Aquellos nodos que tengan inusualmente mayor importancia o mayor grado se les llama *hubs*. Un ejemplo simple, es donde un hub es un aeropuerto importante o grande, por lo tanto, todos los vuelos de diferentes aeropuertos pequeños llegan a este para hacer conexión a destinos con mayor importancia. El aeropuerto John F Kennedy (JFK) en la Ciudad de Nueva York (NYC) es un hub (Figura 2.9 [42]).

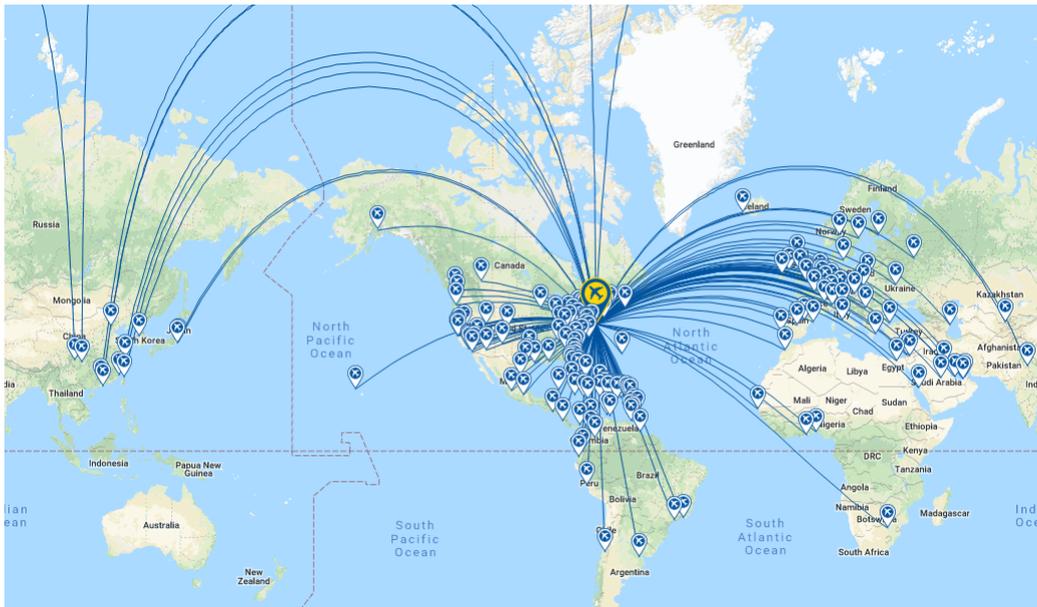


Figura 2.9: Vuelos directos (sin escalas) programados desde del aeropuerto de Nueva York (JFK) [42].

Una *red dirigida* es una red donde cada arco tiene una determinada dirección de un nodo a otro, la cual está dada por una flecha. El grado en este tipo de redes no es tan trivial ya que, en una red dirigida cada nodo tiene dos grados. El *grado interior*, que son los arcos que entran al nodo y el *grado exterior*, que son los arcos que salen del nodo. La matriz de adyacencia analizada previamente es de una red simple no dirigida, que denota como  $A_{ij} = 1$ , la existencia de un arco en la pareja ordenada  $(i, j)$ ; el grado interior y grado exterior se pueden definir como:

$$k_i^{in} = \sum_{j=1}^n A_{ij} \quad , \quad k_j^{out} = \sum_{i=1}^n A_{ij}. \quad (2.3)$$

El número total de arcos en una red dirigida es el total de arcos salientes o entrantes a los nodos, es decir,

$$m = \sum_{j=1}^n k_j^{out} = \sum_{i=1}^n k_i^{in} = \sum_{ij} A_{ij}, \quad (2.4)$$

por lo tanto, el promedio del grado interior y del grado exterior son iguales:

$$c_{in} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n k_i^{in} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n k_j^{out} = c_{out}. \quad (2.5)$$

Sea  $c$ , tal que al combinar las ecuaciones (2.4) y (2.5) se tiene que

$$c = \frac{a}{n}. \quad (2.6)$$

Cabe mencionar que, el grado promedio para su equivalente en una red no dirigida difiere por el factor 2 [41].

La matriz de adyacencia de una red dirigida será:

$$A_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si existe un arco del nodo } i \text{ que apunta al nodo } j \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Como resultado, la matriz puede ser asimétrica y al sumar las columnas se obtendrá el grado interior y al sumar los renglones el grado exterior del nodo (Figura 2.10).

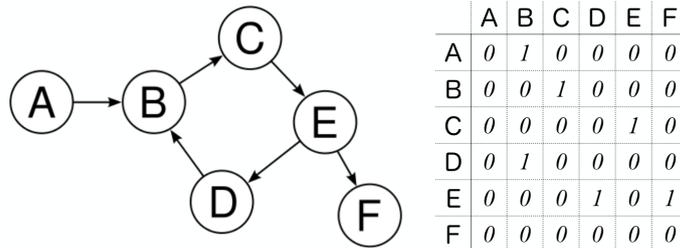


Figura 2.10: Ejemplo de una red simple dirigida y su matriz de adyacencia. La matriz muestra que para aquellos nodos con un arco dirigido hacia ellos tiene un 1, mientras los nodos que no reciben ningún arco tienen un cero. Como la matriz únicamente cuenta con unos y ceros, la red es simple dirigida.

La ausencia de flechas en una red no siempre significa que la red no tiene dirección, depende del tema que se esté hablando, se puede interpretar como una red dirigida con ambas direcciones entre cada par de nodos; sin embargo, por simplicidad de la red se omiten las flechas. A los arcos de la red se les puede agregar un costo entre cada nodo y puede representar tiempo, dinero, productos, etc.

Una *ruta* es una secuencia alternada y ordenada de nodos y arcos que no repite nodos. En las redes con dirección la ruta debe cruzar en la dirección marcada por el arco en cuestión; mientras que, las redes sin dirección se pueden cruzar en cualquier sentido. La *longitud* de una ruta es el número de arcos que la forman.

Por lo general, existen muchas alternativas para ir de un nodo a otro, es de mayor interés la *ruta más corta* de la red denotada como  $d_{ij}$ . De esta manera,  $d_{ij}$  es la ruta más corta del nodo  $i$  hasta cualquier otro nodo  $j$ . El *diámetro* es la longitud de la ruta más larga de entre todas las rutas más cortas entre todo par de nodos [5]. De esta manera, el diámetro es:

$$\langle d \rangle = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i \neq j} d_{ij}, \quad (2.7)$$

y la eficiencia,  $\varepsilon_{ij}$ , mide el intercambio de información entre los nodos  $i$  y  $j$ , se define como inversamente proporcional a la ruta más corta.

Es decir,

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{d_{ij}} \quad \forall_{i,j}, \quad (2.8)$$

por lo que, cuando

$$\nexists d(i,j) \Rightarrow d_{ij} = +\infty,$$

y, consistentemente,  $\varepsilon_{ij}=0$ .

Dado lo anterior, la eficiencia de  $\mathfrak{R}$  está dado por [33],

$$E(\mathfrak{R}) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i \neq j \in \mathfrak{R}} \frac{1}{d_{ij}}, \quad (2.9)$$

La propiedad de mundo pequeño indica que hay una pequeña distancia entre cada par de nodos, también conocida como seis grados de separación. Watts y Strogatz probaron, en 1998, que esta propiedad estaba relacionada con la distancia media, donde para una red en la que  $N$  es el número de nodos, esta distancia es  $\ln(N)$  para redes de mundo pequeño [49]. La *conectividad* de una pareja ordenada es la medida que indica sobre qué tan conectada se encuentra ésta pareja ordenada. Es decir, si sólo existe una ruta entre la pareja ordenada  $(i, j)$  esta pareja presenta una conectividad menor que aquella pareja ordenada que tiene muchas rutas [4].

El *coeficiente de transitividad*, también conocido como *clustering*, mide la probabilidad de que los dos nodos vecinos de un nodo en específico estén unidos [41]. En otras palabras, es la probabilidad de que se formen triángulos o ciclos con longitud *tres*.

Para el nodo  $i$ , con grado  $k_i$ , se define esta propiedad como:

$$C_i = \frac{2L_i}{k_i(k_i-1)}. \quad (2.10)$$

Donde  $L_i$  es el número de arcos entre los vecinos del nodo  $i$ .

Para obtener el clustering de la red, se utiliza el clustering promedio  $\langle C \rangle$  donde:

$$\langle C \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_i, \quad (2.11)$$

donde  $C_i$  es el clustering del nodo  $i$ .

## 2.3. Redes Complejas

Las redes se pueden clasificar en:

Modelos Matemáticos  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Redes Regulares} \\ \text{Redes Aleatorias} \end{array} \right.$

Modelos Reales  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Redes Mundo Pequeño} \\ \text{Redes Libre Escala} \end{array} \right.$

Las redes se pueden clasificar de la siguiente forma:

Modelos Matemáticos de Redes		
Modelo	Características	Ejemplo
Regulares	Modelo matemático que puede servir como inicio en un estudio. Todos los nodos tienen el mismo grado, su clustering es <i>uno</i> y no cumplen con la propiedad de mundo pequeño.	Aunque la representación real no es común, podría representar un grupo de personas donde todas se conocen entre ellas.
Aleatorias	Se crean a partir de la elección uniformemente aleatoria dentro de un grupo de redes simples con exactamente $n$ nodos y $a$ arcos. En ellas cada par de nodos está conectado con probabilidad $\rho \in [0, 1]$ . En redes grandes esta probabilidad $P(K)$ tiende a una Poisson. A diferencia de las redes regulares, estas redes presentan la propiedad de mundo pequeño y en cambio su clustering es muy bajo.	Se pueden utilizar como un caso nulo para cualquier red real.

<b>Modelos Matemáticos de Redes</b>		
<b>Modelo</b>	<b>Características</b>	<b>Ejemplo</b>
Mundo Pequeño	Cumple con la propiedad de mundo pequeño, a pesar de que la mayoría de los nodos no están conectados entre ellos, además, estos pueden ser alcanzados desde cualquier otro en un pequeño número de movimientos. Su distancia media es aproximadamente $\ln(N)$ .	Redes sociales.
Libre Escala	Tienen pocos hubs, y la mayoría de los nodos de bajo grado. La distancia media es demasiado pequeña, $\ln(\ln(N))$ , por lo tanto, esta es menor al tamaño de la red. El grado promedio sigue una ley potencia, es decir, la distribución de grado sigue, en términos generales, una línea recta [41].	Redes biológicas y tecnológicas.

## 2.4. Redes de Transporte

Más allá de los trabajos realizados en geografía cuantitativa o teoría de gráficas, los físicos empezaron a trabajar intensamente en las redes desde 1998. La comunidad de física estadística, con el primer artículo de investigación sobre redes de mundo pequeño de Watts y Strogatz, se dio cuenta de que las herramientas utilizadas para el análisis empírico y modelado, podrían ser útiles en otros campos, incluso lejos de los objetos tradicionales de estudio para la física. Su trabajo desencadenó una gran cantidad de análisis de todas las redes posibles disponibles en ese momento. En particular, los sistemas complejos pueden ser modelados y a su vez analizados mediante redes complejas [4]. Es importante señalar que estas cumplen con las características, propiedades y modelos mencionados previamente.

Los diferentes estudios que se realizaron sobre redes complejas, ignoraron por mucho tiempo el espacio, considerando que estas redes existían en un mundo paralelo sin métricas. Muchas redes que están presentes en el día a día de cada uno de nosotros tiene un lugar en el espacio, por ejemplo: las redes de transporte y movilidad, telecomunicaciones, redes sociales, etc. De esta manera, el espacio para este tipo de redes es relevante, por lo tanto, la matriz de adyacencia no es suficiente para plasmar las características de la red en el plano y se necesita una lista con la posición de los nodos [4].

En este capítulo se hablará sobre las redes de transporte y cómo se analizan en el espacio.

## 2.5. Redes Espaciales

Las *redes espaciales* son aquellas donde sus nodos están físicamente en el espacio y tienen una métrica. Por espacio, entiéndase el espacio bidimensional y por métrica, la *distancia Euclidiana*, es decir, el número de nodos que son vecinos de  $i$  pero no de  $j$  o viceversa. En términos de la matriz de adyacencia, la distancia Euclidiana entre dos nodos es:

$$d_{E(i,j)} = \sum_k (A_{ik} - A_{jk})^2, \quad (2.12)$$

Esta definición implica que, la probabilidad de encontrar un arco entre dos nodos disminuirá con la distancia [5]. Por lo anterior, la representación en el plano mencionada en capítulos anteriores no es suficiente para la representación de las redes espaciales, ya que la misma red puede tener diferentes formas en el plano (Figura 2.11); si lo que se busca es representar las características de las redes en el espacio, éste se debe tomar en cuenta [4].

Una consecuencia importante que surge de tomar en cuenta el espacio, es que de manera natural, existe un costo asociado a la longitud de los arcos. Este costo tiene un efecto importante en la estructura de las redes espaciales, se denota como  $w$  y es cualquier cantidad (dinero, tiempo, peso, etc.) asociada a la pareja ordenada  $(i, j)$ .

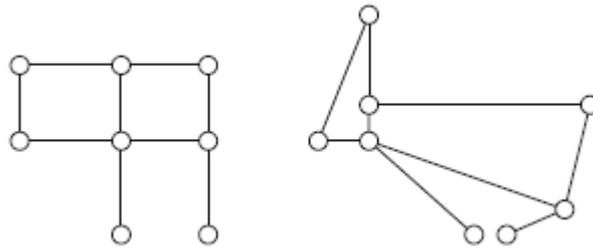


Figura 2.11: Representación espacial de dos redes que tienen la misma matriz de adyacencia. Sin embargo, pueden tener una representación espacial muy diferente [4].

Para los sistemas de transporte se pueden utilizar las *redes bipartitas*. Las redes bipartitas son aquellas en donde existen dos columnas de nodos, en una columna están los nodos que representan los nodos originales y en la otra el grupo a los cuales pertenecen [41]. La representación más sencilla de las redes de transporte como redes bipartitas es donde los nodos representan las estaciones y los arcos las conexiones físicas [4]. En la Figura 2.12 hay dos tipos de redes representando una rejilla cuadrada. En este ejemplo, la red primaria (izquierda) tiene  $N = 8$  rutas; cada ruta tiene  $k = \frac{N}{2} = 4$  y el número total de conexiones  $K_{tot} = k^2 = 16$ , ya que, cada línea será una ruta y las rutas se conectarán si estas líneas se cruzan. En la red bipartita o dual (derecha), las cuatro rutas del lado izquierdo (A,B,C,D) y las del lado derecho (E,F,G,H) de la red bipartita  $K_{4,4}$  tiene un diámetro igual a dos, por lo tanto, a lo más se necesitarán dos vueltas para conectar cualquier par de rutas [3].

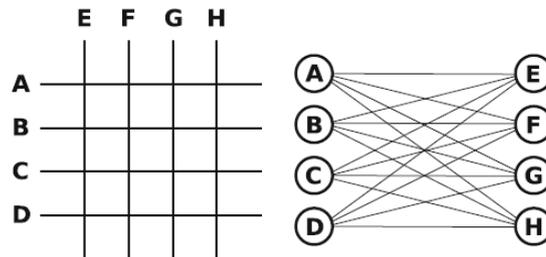


Figura 2.12: Representación de una cuadrilla regular como red primaria y una red bipartita como dual [3]

## 2.6. Redes Planas

Las *redes planas* son aquellas que se pueden dibujar en el plano bidimensional de tal manera que sus arcos no se crucen entre sí. No obstante, la representación en el plano de algunas redes planas tiene intersecciones; razón por la cual, no es sencillo demostrar que una red es plana. Sin embargo, el teorema de Kuratowsky<sup>2</sup> establece que una red finita es plana si y sólo si éstas no contienen una subred (*i.e.*  $\mathfrak{R}' = \{V', L'\} \subseteq \mathfrak{R}$  si  $V' \in V$  y  $L' \in L$ ) homeomorfa a las redes  $K_5$  o  $K_{3,3}$  como se muestra en la Figura 2.13 [5].

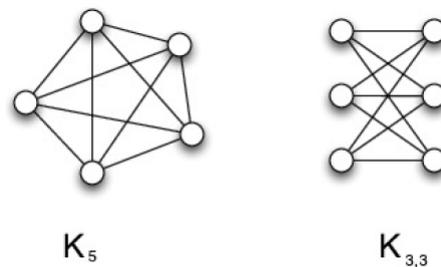


Figura 2.13: Redes completas  $K_5$  y  $K_{3,3}$  [5]

Varias características de las redes planas se pueden comprobar a través de la fórmula de Euler. Euler demostró que una red plana finita satisface que  $N - E + F = 2$ ; donde  $N$  es el número de nodos,  $E$  el número de arcos y  $F$  el número de caras en la red, además, prueba que las redes planas están limitadas por un grado promedio  $\langle k \rangle \leq 6$  [5].

<sup>2</sup>Matemático Polaco (1896 - 1980)

## 2.7. Multimodalidad

A medida que las ciudades se expanden, sus redes de transporte también lo hacen, con interconexiones crecientes entre los diferentes modos de transporte. En las grandes ciudades, se puede elegir el modo de transporte para viajar de un punto a otro, y este viaje puede incluir varios modos diferentes [3]. La multimodalidad se refiere al uso de por lo menos dos modos de transporte; estos pueden ser: aéreo, marítimo, terrestre, ferroviario, entre otros. A nivel urbano, el enfoque de sistema multicapa parece ser la estructura más conveniente para estudiar los sistemas de transporte público. En ella, cada capa representa un medio de transporte y las conexiones entre cada una de ellas están representadas por enlaces entre capas [32],[6].

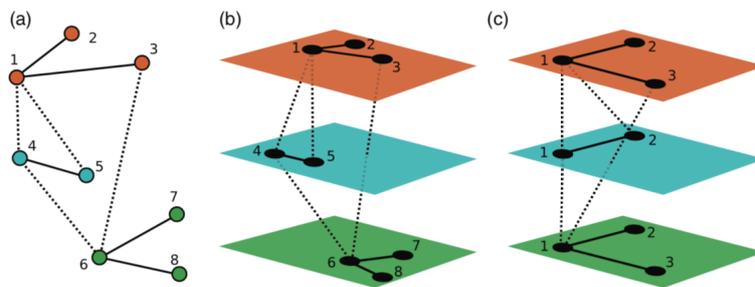


Figura 2.14: (a) Ejemplo de una red interconectada. (b) Representación de la misma red interconectada como red multicapa. Se mantienen los nombres para cada nodo de la red original. (c) Representación alternativa de la misma red interconectada de red multicapa. A diferencia del ejemplo (b) utilizan enteros consecutivos comenzando desde uno para nombrar los nodos en cada capa, por lo que también se debe incluir la identidad de la capa para especificar de manera única cada nodo [32].

Este crecimiento implica sistemas de transporte tan enredados y complejos que la información, que debe de retener el usuario del sistema para hacer uso del transporte público, se incrementa al utilizar las interconexiones. Por lo anterior, Galloti *et al.* miden esta complejidad basándose en la entropía de la información, a través de la cual, determinan si la información necesaria para viajar en la red multicapa que conforma los sistemas de transporte público, supera el límite cognitivo humano de 8 bits y que corresponde al viaje más complejo que se puede almacenar en la memoria de trabajo visual. Al usar este límite, estiman la complejidad de las redes multicapa para tres megaciudades (Nueva York, París y Tokio) donde

muestran que la mayoría de los viajes multimodales lo exceden. [28].

Es normal que, al viajar por primera vez en un medio de transporte se pidan indicaciones para llegar al destino. Por lo general, las instrucciones suelen ser una secuencia de pasos, los cuales son analizados como una red bipartita; donde, los nodos representan estaciones y los arcos una conexión directa entre ellas. La ruta más corta en esta red, corresponde a la ruta con el menor número de transbordos.

Galloti *et al.* consideran un viaje desde un nodo de origen  $i$  en la ruta  $s$  a un nodo de destino  $j$  en la ruta  $t$ , ya que, la cantidad de información puede depender en gran medida de los nodos inicial y final. Este viaje se encuentra representado en el espacio real, y entre todas las rutas más cortas posibles eligen la más sencilla, denotada por  $p_{(i,s;j,t)}$ , y puede variar de la ruta más rápida. Es importante mencionar que, no toman en cuenta los tiempos de transbordo y de espera, además el usuario tiende a buscar un ahorro económico, lo cual influenciará fuertemente su decisión.

La información total necesaria para determinar la entropía es:

$$S(i, s; j, t) = -\log_2 \left( \frac{1}{k'_s} \prod_{n \in p_{(i,s;j,t)}} \frac{1}{k'_n - 1} \right), \quad (2.13)$$

donde  $p_{(i,s;j,t)}$  es la secuencia de rutas necesarias para conectar  $i$  en la ruta  $s$  y a  $j$  en la ruta  $t$ . El término  $k'_s$  es el número de rutas conectadas a  $s$  donde a lo largo de la ruta se tiene la opción de elegir entre  $k'_n - 1$  rutas [28]. La idea detrás de la ecuación 2.13 es que, al seguir las instrucciones a lo largo del mapa, para llegar a un destino, las conexiones que se deben de excluir representan información que tiene que ser procesada y, por lo tanto, almacenada temporalmente en la memoria de trabajo [2]. De este modo, Galloti *et al.* construyen la medida de entropía de la ecuación 2.13 en este capítulo, como una aproximación de la carga cognitiva acumulada asociada a un viaje (análoga a la experimentada durante una tarea [44]); la cual utilizan para construir una media única para una ruta, donde promedian  $S(i, s; j, t)$  sobre todos los nodos  $i \in s$  y  $j \in t$ , la cual denotan entre

$\langle \rangle$ :

$$\bar{S}(s, t) = \langle S(i, s; j, t) \rangle. \quad (2.14)$$

Además, esta medida les ayuda a describir la complejidad de un viaje, ya que permite la extracción de un límite superior empírico a la información que se puede procesar para realizar viajes dentro de un mapa. Identifican que los valores obtenidos para  $\bar{S}(s, t)$  en una red, tienden a incrementar en relación con el número  $C$  de conexiones en una ruta más corta, así como el grado promedio  $\langle k \rangle$  de los nodos en la red bipartita. Si bien, agregar rutas nuevas puede ser útil para acortar las rutas más cortas, resulta contraproducente, ya que las nuevas conexiones además de incrementar la información que se debe de procesar, aumentan el grado promedio de la red.

Para estimar la máxima información que una persona puede procesar para navegar en un sistema de transporte, consideran las 15 redes del metro con el mayor número de estaciones del mundo. Para cada red, toman las rutas más cortas con dos conexiones  $C = 2$ ; es decir, rutas que usan tres líneas diferentes. Comienza en una ruta origen  $s$ , se conecta a una ruta intermedia  $r$ , y por último a una ruta destino  $t$ . Como se menciona en la sección 1.2, la memoria de trabajo visual tiene un límite de cuatro objetos; de modo que este límite sólo permite tener presente las rutas con dos transbordos (las otras dos estaciones serán el origen y destino).

Para los viajes con dos transbordos definen a  $S_{max}$  como el límite cognitivo para estos viajes en el transporte público, cualquier viaje por encima de este valor desafía las capacidades cognitivas del ser humano y se vuelve extremadamente difícil encontrar una ruta más corta. Por lo anterior,  $\bar{S}(s, t) \leq S_{max}$  para poder viajar con éxito en una red sin ayuda de herramientas tecnológicas. Para las rutas con dos transbordos, a través de una distribución acumulativa de entropías  $\bar{S}(s, t|C = 2)$  determinan que, el Metro de la ciudad de Nueva York es el sistema metropolitano más grande y complejo del mundo, pues posee un valor máximo  $S_{max} \approx 8.1 \approx \log_2(274)$  bits. Mientras que, el sistema de transporte de París alcanza un valor similar si se toman en cuenta el tren ligero y tranvía como se muestra en el mapa oficial del Metro de París (Figura 1.14 lado izquierdo). Viajar

en redes tan grandes no es algo trivial, como se menciona en la sección 1.3 se ha observado una transición en el comportamiento del movimiento ocular cuando los sistemas tienen demasiadas conexiones [7].

Es importante mencionar que el límite aquí mencionado es el límite superior para un individuo que llega a una red por primera vez y tiene que encontrar su ruta en ella. Por consiguiente, no se toman en cuenta otros factores como la capacitación o la información espacial, pues conocer bien una ciudad, el mapa del metro y usar información espacial para descartar algunas líneas, reducirá la dificultad en la búsqueda de una ruta.

Para una ruta desde la ruta  $s$  por medio de la ruta  $r$  para llegar a la ruta  $t$ , obtienen:

$$\bar{S}(s, t | C = 2) = \log_2[k'_s(k'_r - 1)] \approx \log_2\langle k \rangle^2 = \log_2\left(\sum_{i=1}^N \frac{k_i}{2}\right), \quad (2.15)$$

donde  $\langle k \rangle$  denota el grado promedio y la última igualdad en la ecuación 2.15, proviene de la relación para el grado total de una cuadrilla regular, tal que:  $\sum_{i=1}^N k_i = \langle k \rangle N = 2\langle k \rangle^2$ . Por lo tanto, la cantidad para comprender  $S_{max}$  es el número total de conexiones no dirigidas  $K_{tot} = \sum_{i=1}^N \frac{k_i}{2}$  en la red bipartita, que a su vez, es aproximadamente el cuadrado del grado promedio de una red; esto se debe a que, la red real del transporte público no es una cuadrilla perfectamente regular. Dado lo anterior, el factor principal para comprender la entropía de la información de estos sistemas, es el grado total, el cual en las redes bipartitas está relacionado con el número total de conexiones en una red.

Dicho lo anterior, la ecuación 2.15 permite obtener un límite  $\tau$  para el número de conexiones entre rutas ( $S = \log_2(\tau)$ ); también corresponde al número de distractores que se excluirán para los viajes más complejos <sup>3</sup> ( $C_{(s,t)} = 2$ ). Este proceso de exclusión, exige una integración progresiva de la información, provocando una sobrecarga cognitiva. En la red metropolitana más grande del mundo (NYC), el

---

<sup>3</sup>El cambio en las estrategias de búsqueda visuales es la evidencia de que existe este límite cognitivo [1] [9].

valor  $\tau \approx 250$  representa el peor de los casos. De este modo, el valor de  $\tau$  tiene un orden de magnitud similar al número de Dunbar [28]. Aunque  $\tau$  representa el límite superior, permite demostrar la existencia de una gran diferencia entre la cantidad de información que un humano puede procesar  $K_{tot} \leq 250$  y la cantidad real de información en redes de transporte multimodal en grandes ciudades ( $K_{tot} \gtrsim 1800$ [28]).

Como se mencionó al inicio del capítulo, el enfoque de sistema multicapa parece ser la estructura más conveniente para estudiar los sistemas de transporte público. De manera que, después de haber estimado el límite cognitivo para las 15 redes del metro más grandes del mundo, consideran el efecto de incluir otros medios de transporte. Para lograrlo, se debe obtener la entropía de la información para las rutas más cortas en cada capa que conforma el sistema. Después de aplicar este proceso a más del 80% de los viajes en la red de transporte multimodal de Nueva York, París y Tokio, se requiere mayor información para realizar una ruta entre las diferentes capas para la ruta más complicada en la red del metro más grande. El número de conexiones que actúan como distractores es tan grande que tiene un impacto crucial en la búsqueda de ruta, pues el tiempo de búsqueda es aproximadamente 30 segundos [7]. Por lo tanto, se necesita más trabajo para alcanzar un diseño eficiente y óptimo desde la perspectiva del usuario[28].

No se debe de perder la idea de que el cálculo obtenido por Galloti *et al.* corresponde al peor de los casos en donde no se tiene información adicional sobre la ruta. En general, se tiene la ubicación del destino; lo cual permite descartar algunas rutas y reducir el grado en algunos nodos. Sin embargo, los ambientes construidos por los humanos han excedido estos límites. De hecho, el crecimiento de los sistemas de transporte ha dado lugar a redes tan enredadas entre sí y tan complicadas que una representación visual en un mapa se vuelve demasiado compleja y, en última instancia, inútil.

# Capítulo 3

## Metodología

A pesar de la amplia disponibilidad de información sobre el transporte público de la Ciudad de México, es extremadamente difícil tener una imagen de la red completa pues se encuentra formado por diferentes organismos. Sin embargo, de aquellos transportes que se encuentran administrados por el Gobierno de la Ciudad de México existe un mapa de movilidad integrada (Figura 1.1).

Este trabajo se llevó a cabo con la información obtenida a través de diferentes fuentes del gobierno de la Ciudad de México ([22], [16], [11], [19], [12] y [23]), la Encuesta Origen y Destino en Hogares de la Zona Metropolitana del Valle de México 2017 (EOD) del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) [10] y las herramientas interactivas vinculadas a la encuesta antes mencionada, creadas por el Instituto de Ingeniería de la UNAM; en específico por el Grupo de Investigación en Ingeniería de Transporte y Logística [30]. Las cuales se encuentran disponibles para todo el público.

Dado lo anterior, para la selección de rutas, se tomó en cuenta el propósito del viaje, origen y destino del viaje, así como el haber utilizado como mínimo dos transportes. A continuación se detallan las etapas en las que se llevó a cabo la investigación.

### 3.1. Datos y Programa

Los datos utilizados para el análisis de la red de transporte corresponden al 2019. Debido a que existen diferentes tipos de transporte la cantidad de información es muy extensa y en algunos casos no es clara ni suficiente, cabe señalar que el análisis se realizó únicamente para el Metro. La información se recabó de las páginas del gobierno de la Ciudad de México; con ella, se elaboró una base de datos de: número de estaciones y las conexiones directas entre ellas.

No se observó una diferencia significativa en la red del sistema de transporte de la EOD 2017, pese a que la información que se utilizó para elaborar la base de datos es del 2019. Lo anterior se atribuye a que el metro no ha tenido variaciones, y como se observa en la Figura 3.1 las estaciones con mayor afluencia en el Metro (entre 2017 y 2019) no tuvieron una variación importante en cuanto al número de usuarios. El único cambio que se observó corresponde a la segunda estación con mayor afluencia, en el 2019 cambió de Indios Verdes a Cuatro Caminos por una mínima diferencia de usuarios entre estas. Por lo tanto, se puede decir que la base origen/destino de los usuarios no tuvo un cambio significativo que afecte esta investigación.

Metro 2017			Metro 2018			Metro 2019		
A	Pantitlán	494,744	A	Pantitlán	497,465	A	Pantitlán	553,541
3	Indios Verdes	483,401	3	Indios Verdes	485,156	2	Cuatro Caminos	475,389
2	Cuatro Caminos	466,424	2	Cuatro Caminos	478,143	3	Indios Verdes	475,115
5	Pantitlán	440,524	5	Pantitlán	466,152	5	Pantitlán	454,863
8	Constitución de 1917	209,550	8	Constitución de 1917	297,821	8	Constitución de 1917	102,677
9	Pantitlán	181,002	9	Pantitlán	98,146	9	Pantitlán	301,165

Figura 3.1: Listado de las estaciones con mayor afluencia en el Metro de la CDMX en tablas separadas por año desde el 2017 al 2019 muestran la cantidad de pasajeros por estación [20].

Después de consolidar la información en una base de datos y determinar que no existen cambios significativos en el diseño de las redes del Metro (entre 2017 y 2019), se utilizó el lenguaje de programación *python* a través de la paquetería *networkX* para realizar el programa que permitió calcular algunas métricas, que ya fueron mencionadas en la sección 2.2. *Python* no sólo es útil para manipular redes, sino que proporciona funciones y algoritmos para analizarlas pues contiene una

serie de paqueterías que sirven para leer y manipular datos, como por ejemplo, *pandas*, *numpy*, *itertools*, *matplotlib*, *math*, entre otras.

El siguiente paso de la investigación, fue programar en *python* (ver Anexo 1) la medida de entropía descrita en la sección 2.7 para cierto número de viajes, con el objetivo de calcular la aproximación de la carga cognitiva acumulada, asociada a un viaje en el Metro de la CDMX.

Es importante destacar que, el análisis de la medida antes mencionada, se realizó únicamente para los viaje en el Metro de la CDMX., pues éste es el tipo de transporte regulado que transporta la mayor cantidad de pasajeros en la CDMX (130 millones de pasajeros transportados para diciembre de 2019 [31]).

## 3.2. Casos de Estudio

Los casos seleccionados para esta investigación parten de la suposición de que los usuarios utilizan al menos un transporte concesionado (u otro modo de transporte) antes o después del Metro. En estos viajes se consideraron algunas de las estaciones con mayor afluencia promedio en día laborable para el Metro, tomando en cuenta que los demás transportes (concesionados y no concesionados) llegan directamente a estas estaciones.

A continuación, se muestran las características que se tomaron en cuenta para los viajes analizados:

- Zona de mayor afluencia (estaciones).
- Propósito (trabajar e ir al hogar).
- Días de la semana (Lunes a Viernes)
- Duración del viaje (1.5 horas o más)

La información para los viajes seleccionados se obtuvo de la EOD 2017 [10] a través de la herramienta para búsquedas de propósito de viaje, duración del viaje, sexo del viajero y origen y destino del viaje [30]. Con estas fuentes se determinaron

los viajes a analizar de acuerdo con las características antes mencionadas. Posteriormente a este análisis, se calculó la carga cognitiva acumulada asociada a cada uno de los viajes seleccionados, y por último, se llevó a cabo el cálculo de la aproximación de la carga cognitiva acumulada asociada a un viaje.

A continuación, se mostrarán los resultados obtenidos al analizar la red del Metro, desde una perspectiva que permite visualizar numéricamente algunas propiedades y características de la red. Posteriormente, se presenta el análisis y explicación de las rutas que llamaron la atención para esta investigación con la finalidad de que al explicarlas resulten de interés general.

En la siguiente tabla se muestran algunas de las métricas que se explicaron en el capítulo 2, únicamente para la red del Metro; ya que, en esta red están basados los casos de estudio.

Característica/Métrica	Resultados
Nodos	163
Arcos	183
Tipo de red	No dirigida
Grado Promedio	2.2454
Diámetro	35
Densidad	0.013861
Distancia media	11.7283

Tabla 3.1: Métricas de la Red del Metro de la CDMX obtenidas a través del programa Python.

Para obtener la información necesaria y realizar el cálculo de la carga cognitiva asociada a cada viaje, se tomaron en cuenta las características mencionadas en la sección 3.2 *Casos de Estudio*, y se establecieron en la Herramienta de la Encuesta Origen Destino (EOD) en Hogares de la Zona Metropolitana del Valle de México 2017.

A continuación, se muestran los resultados obtenidos de la herramienta antes mencionada para los viajes que tienen como propósito ir al trabajo. En la Figura 3.2, se puede observar que la periferia de la ZMVM (verde intenso) es el origen de estos viajes, mientras que, los destinos se encuentran concentrados en la zona centro de la CDMX (rojo intenso); principalmente, en las zonas de Chapultepec-Polanco, Centro Histórico, Buenavista-Reforma, Condesa y Del Valle [30].

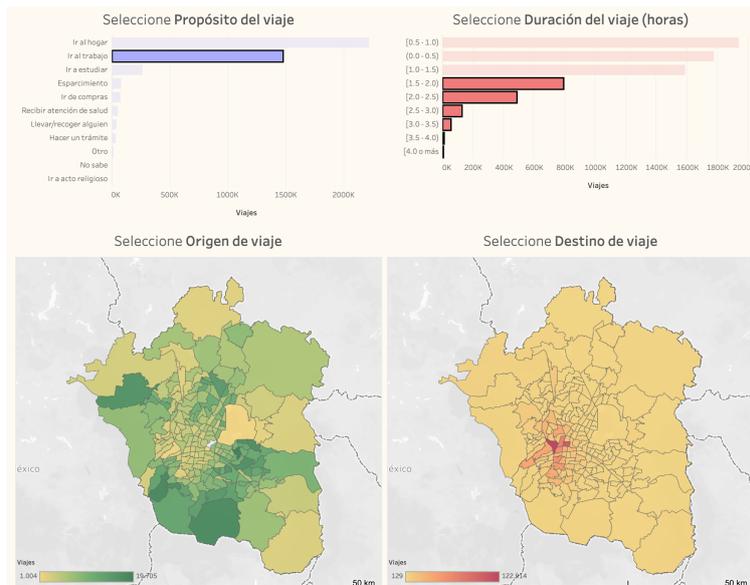


Figura 3.2: Viajes realizados con propósito laboral entre semana cuya duración es mayor a hora y media. La figura de la izquierda muestra el origen del viaje, mientras que la de la derecha muestra el destino de los mismos [20].

La tabla 3.2, muestra el número de viajes con destino a la CDMX por zona, la mayoría de éstos, como se puede observar, se ubican en las zonas de Chapultepec-Polanco y Centro Histórico.

Zona	No. de Viajes
Chapultepec-Polanco	122,914
Centro Histórico	104,961
Buenavista-Reforma	66,680
Condesa	56,329
Del Valle	56,192

Tabla 3.2: Principales zonas de la ZMVM y el número de viajes realizados con propósito laboral, enlistadas de mayor a menor.

Por otro lado, los viajes cuyo propósito es ir al hogar, se originan principalmente en la zona centro de la CDMX (verde intenso), mientras que sus destinos se encuentran distribuidos en la periferia de la ZMVM (rojo intenso). El inicio de estos viajes se concentra en cuatro zonas de la CDMX, las cuales son: Centro Histórico, Chapultepec-Polanco, Ciudad Universitaria, Buenavista-Reforma y Del Valle, como se muestra en la Figura 3.3.

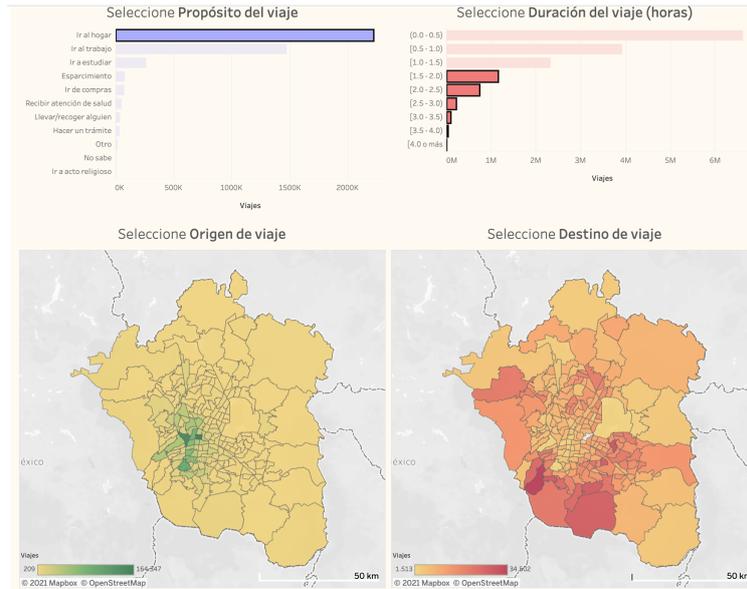


Figura 3.3: Viajes realizados con propósito de ir al hogar entre semana cuya duración es mayor a hora y media. La Figura de la izquierda muestra el origen del viaje, mientras que la de la derecha muestra el destino de los mismos [20].

Ahora bien, la tabla 3.3 muestra el número de viajes para ir al hogar en las cinco zonas más importantes de la CDMX.

Zona	No. de Viajes
Centro Histórico	164,347
Chapultepec-Polanco	150,854
Ciudad Universitaria	97,649
Buenavista-Reforma	87,481
Del Valle	72,485

Tabla 3.3: Principales zonas de la ZMVM y el número de viajes realizados con propósito de ir al hogar, enlistadas de mayor a menor.

Al realizar un comparativo entre las tablas 3.2 y 3.3 se puede observar que, las zonas identificadas en la Herramienta de la EOD 2017 para ambos viajes, difieren en una zona: Ciudad Universitaria. Lo anterior, debido a que, en la zona de Ciudad Universitaria existe una gran posibilidad de que los usuarios que van al hogar (propósito de los viajes) partiendo de este origen (Ciudad Universitaria), no son únicamente trabajadores, sino también estudiantes.

Es importante mencionar que posiblemente los usuarios que viajan de la periferia de la ZMVM a la zona centro de la CDMX, utilizan al menos un medio de transporte previo al Metro. Esto se debe, a que el Metro de la CDMX esta mejor

conectado en el centro de la ciudad.

Para continuar explicando el cálculo de la carga cognitiva, a continuación se muestra la fórmula propuesta por Galloti *et. al.*, para medir la carga cognitiva en un viaje:

$$S(i, s; j, t) = -\log_2 \left( \frac{1}{k'_s} \prod_{n \in p(i, s; j, t)} \frac{1}{k'_n - 1} \right), \quad (3.1)$$

donde:

- $K_s$  es el número de transbordos o líneas que interceptan la línea de la estación  $i$  en la línea  $s$ .
- $K_n$  es el número de transbordos o líneas que interceptan la ruta elegida desde la estación  $i$  en la línea  $s$  hasta la estación  $j$  en línea  $t$ .

Con base en la formula Galloti *et. al.*, cada línea dentro de la red del sistema de transporte cuenta con una carga cognitiva propia, la cual depende del número de líneas que la intercepten. Por ejemplo, para el Metro (red de transporte en la cual se basa esta tesis), la línea uno (rosa), por su estructura, es la que mayor carga cognitiva posee, pues esta conectada con nueve líneas diferentes (líneas que también cuentan con su propia carga cognitiva) y 10 transbordos.

Línea	Color	No. de Transbordos
5	Amarilla	7
9	Café	7
A	Morada	3
B	Bicolor	5
4	Turquesa	6
2	Azul	6
8	Verde Bandera	6
3	Verde	7
7	Naranja	4
9	Café	7

Tabla 3.4: Líneas con las que tiene transbordo la línea 1 o rosa y el número de transbordos que tiene cada una de las líneas involucradas.



Figura 3.4: Línea uno o rosa del Metro de la CDMX, con todas sus estaciones y transbordos que la integran [13].

Por lo tanto, si la ruta elegida involucra la línea uno (Figura 3.4), su carga cognitiva ya es mayor, incluso si el origen y el destino se encuentran en la misma línea uno. Como ejemplo para determinar la carga cognitiva de un viaje dentro de esta línea, se consideró, como caso de interés, el viaje que tiene como propósito ir al trabajo con origen en Valle de Chalco y destino en Chapultepec-Polanco (viaje elegido a través de la herramienta EOD 2017). Para descubrir la ruta que los usuarios de este viaje emplean, se entrevistó a los diferentes usuarios; los cuales comentaron, en su mayoría, que toman un camión concesionado para llegar a la CDMX con destino a la estación del Metro Zaragoza. Asimismo, señalan que existen dos tipos de rutas ejecutadas por estos camiones: ruta directa (con destino la estación del Metro Zaragoza) y ruta con paradas continuas. Es importante destacar, que esta investigación solamente toma en cuenta el STC Metro, por lo que, la estación de Metro Zaragoza se consideró como origen del viaje, sin importar el tipo de camión elegido por los usuarios para llegar hasta este punto. Ahora bien en lo que se refiere al destino, los usuarios mencionaron que para llegar a Polanco, tienen tres opciones:

- Llegar hasta la estación Tacubaya, transbordar a la línea siete (naranja) y descender en la estación Polanco.
- Llegar hasta la estación Tacubaya, caminar unos minutos, tomar un camión concesionado cuya ruta es Anillo Periférico hasta la calle de Horacio en Polanco.
- Descender en la estación Chapultepec y tomar un camión concesionado cuya

ruta es toda la calle de Horacio hasta Anillo Periférico.

La mayoría de los usuarios considera la tercera opción la más adecuada, ya que prefieren descender en la estación Chapultepec que realizar el transbordo en la estación Tacubaya. Lo anterior porque la estación Tacubaya, en ese horario es demasiado concurrida y les toma mucho tiempo poder subir a un vagón del Metro, pues son pocos los usuarios que descienden del vagón que llega; además la propia estación ya cuenta con personas esperando y el transbordo es largo. Como se puede observar, en la Figura 3.4, la estación Tacubaya es transbordo de dos líneas: la nueve (café) y la siete (naranja) por lo que la afluencia de usuarios, es mayor que en Chapultepec.

Dado lo anterior, la estación Chapultepec se consideró como el destino. Por lo que, la ruta que se analizará tiene como origen la estación Zaragoza y como destino la estación Chapultepec. Ambas estaciones en la línea uno (rosa).

La ruta esta constituida por:

- 16 nodos:
  1. Zaragoza.
  2. Gómez Farías.
  3. Boulevard Pto. Aéreo.
  4. Balbuena.
  5. Moctezuma.
  6. San Lázaro.
  7. Candelaria.
  8. Merced.
  9. Pino Suárez.
  10. Isabel la Católica.
  11. Salto del Agua.
  12. Balderas.
  13. Cuauhtémoc.

14. Insurgentes.
  15. Sevilla.
  16. Chapultepec.
- Cinco líneas que interceptan la ruta:
    1. Línea Bicolor (B) estación San Lázaro.
    2. Línea Turquesa (4) estación Candelaria.
    3. Línea Azul (2) estación Pino Suárez.
    4. Línea Verde Bandera (8) estación Salto del Agua.
    5. Línea Verde (3) estación Balderas.

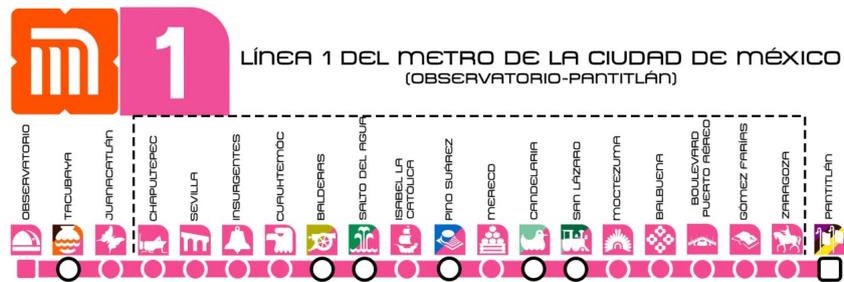


Figura 3.5: Línea uno o rosa del Metro de la CDMX con las estaciones de la ruta seleccionada. Los transbordos en la línea se muestran como puntos blancos [13].

Como se mencionó previamente, la línea uno cuenta con 10 transbordos, mientras que la ruta seleccionada con cinco (Figura 3.5); al ingresar esta información dentro de la ecuación 2.13, se obtiene como resultado una carga cognitiva de 15.29921 bits. Es importante recordar que esta investigación es limitada, ya que no considera la ruta completa que tienen que hacer los usuarios desde su lugar de partida hasta el destino.

De igual forma, se seleccionaron algunos casos de interés, para los cuales se realizaron entrevistas <sup>1</sup> y así conocer las rutas que los usuarios del Metro utilizan para llegar a su destino.

<sup>1</sup>Entrevistas realizadas por la autora a 120 personas.

A continuación, la tabla 3.5, muestra los casos de interés con la carga cognitiva asociada al viaje realizado únicamente utilizando el Metro:

Origen	Destino	Nodos	Transbordos	Carga Cognitiva
Tizayuca	Centro Histórico	5	1	14.10656
Tláhuac	4 caminos	30	2	20.17695
La Paz	Universidad	27	2	20.01345
Ciudad Azteca	El Rosario	26	2	10.81378

Tabla 3.5: Carga cognitiva asociada a un viaje en el Metro de la CDMX.

Se analizarán los viajes de La Paz - Universidad y Ciudad Azteca - El Rosario, pues ambos cuentan con el mismo número de transbordos y el número estaciones tiene una diferencia de más o menos uno; sin embargo, la carga cognitiva entre ambas tiene una diferencia del 54%.

Dado que cada línea tiene su propia carga cognitiva, a continuación se muestran los transbordos de las líneas en donde se encuentran la estación La Paz y la estación Ciudad Azteca, así como los transbordos de las rutas de los viajes seleccionados:

#### 1. La Paz - Universidad

- La estación La Paz se encuentra en la línea A.

$K_s$ : Número de transbordos en la línea A:

- Línea uno (rosa).
- Línea cinco (amarilla).
- Línea nueve (café).

$K_n$ : Número de transbordos en la ruta:

- Línea uno (rosa).
- Línea dos (azul)
- Línea tres (verde)
- Línea cuatro (turquesa)
- Línea cinco (amarilla).
- Línea ocho (verde bandera)
- Línea nueve (café).
- Línea doce (caqui)

## 2. Ciudad Azteca - El Rosario

- La estación Ciudad Azteca se encuentra en la línea B.

$K_s$ : Número de líneas que tienen intersección con la línea B:

- Línea uno (rosa).
- Línea tres (verde)
- Línea cuatro (turquesa)
- Línea cinco (amarilla).
- Línea ocho (verde bandera).

$K_n$ : Número de transbordos en la ruta:

- Línea tres (verde)
- Línea cuatro (turquesa)
- Línea cinco (amarilla).
- Línea seis (rojo)

Por lo tanto:

Estación	Línea	No. de transbordos en la línea	No. de líneas en la ruta
La Paz	A	3	8
Ciudad Azteca	B	5	4

Tabla 3.6: Análisis de la carga cognitiva en dos rutas de interés.

Como se puede ver en el tabla anterior, el número de líneas que cruza la ruta entre La Paz - Universidad es el doble de la que cruza Ciudad Azteca - El Rosario por lo que la carga cognitiva que tiene la ruta La Paz - Universidad tiene una carga cognitiva mayor.

Dentro de esta investigación, se realizó el cálculo del valor promedio de la carga cognitiva para diferentes viajes, el cual se refiere al valor aproximado de la ecuación 2.14 para el Metro de la CDMX y es equivalente a 11.4117bits (ver Anexo 5). El promedio de la carga cognitiva a la que se hace referencia en los resultados de esta investigación, no considera el transporte que necesitan los usuarios para llegar a la estación del Metro, ni tampoco aquel que les es necesario tomar desde alguna estación del Metro hasta su destino final. Por lo que, sería interesante realizar una investigación futura que incluya dentro del análisis otros tipos de transportes.

## Conclusiones

El límite cognitivo de los humanos, que se puede almacenar en la memoria de trabajo visual, está dentro de los cuatro objetos, los cuales son equivalentes a 8 bits y corresponden a la información almacenada para el viaje más complejo dentro de una red de transporte, como se menciona en la introducción del presente trabajo.

Al considerar este límite cognitivo en conjunto con los resultados de esta tesis, se llega a la conclusión de que, encontrar la ruta más corta en el Sistema de Transporte Colectivo (STC) Metro, desafía las capacidades cognitivas del ser humano y resulta extremadamente complejo. Este resultado expone que las rutas con mayor número de cruces con otras líneas tienden a tener una carga cognitiva mayor, sin importar la cantidad de transbordos que realice el usuario; es decir, el número de transbordos no es el único factor en la carga cognitiva, siempre que estos sean menor o igual a dos. Ahora bien, dentro de las entrevistas realizadas, se pudo identificar que los usuarios prefieren mantenerse en la misma línea, sin importar el número de estaciones, el tiempo empleado en los trayectos y por supuesto, sin estar conscientes de la carga cognitiva empleada en sus trayectos, todo esto en vez de realizar algún transbordo que agilizaría el tiempo para llegar a su destino.

Los sistemas de transporte por si solos, se han vuelto tan complicados que reunirlos en un sólo mapa sería una representación visual demasiado compleja e incluso inútil; por lo tanto, esta visión tradicional para trasladarnos de un lugar a otro debe ser revisada sustancialmente. Además, las herramientas proporcionadas por empresas y agencias de transporte, que ayudan a los usuarios de estos sistemas a navegar en ellos, pronto serán necesarias en todas las grandes ciudades.

Si bien, para la carga cognitiva determinada en este trabajo se tomó en cuenta únicamente los viajes realizados en el Metro, sería interesante realizar una investigación futura en donde se analice el sistema completo de transporte de la CDMX, sobre todo porque los usuarios utilizan varios transportes en sus traslados. Sin embargo, resultaría prácticamente imposible incluir todos los modos de transpor-

te de la CDMX; ya que, los transportes privados, como camiones concesionados, microbuses y taxis colectivos, realmente no cuentan con una organización formal. Cabe mencionar que, aunque no fue considerado para los fines de este trabajo, la carga cognitiva también se puede ver afectada por otros factores, tales como las emociones y sentimientos de cada usuario.

Finalmente, este trabajo podría extenderse considerando sistemas de transporte utilizados en trayectos largos, es decir, viajes de una ciudad a otra dentro del mismo país o entre países. Este aspecto sería interesante dado que hoy en día, los viajes en avión entre países pueden ser mucho más económicos haciendo dos o tres escalas, sólo que los usuarios deben trasladarse hacia y desde los aeropuertos en más de algún tipo de transporte.

# Anexo 1

## Código

```
import pandas as pd
import networkx as nx
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math

data = pd.read_csv('/Users/apple/Documents/Tesis/Programas/metro.csv')
arcos-metro = data.values.tolist()

rutal = /Users/apple/Documents/Tesis/Programas/metrol.csv"
archivol = open(rutal,'r')

rutat = /Users/apple/Documents/Tesis/Programas/metrot.csv"
archivot = open(rutat,'r')

rutatr = /Users/apple/Documents/Tesis/Programas/transbordosl.csv"
archivotr = open(rutatr,'r')

M = nx.Graph(name = 'Metro')
M.add-edges-from(arcos-metro)

atr-ml = dict()

for linea in archivol:
    palabra=linea.replace(",").rstrip().split(',')
    palabra[0]
    if palabra[0] not in atr-ml:
        atr-ml[palabra[0]] = palabra[1]
    else:
        atr-ml[palabra[0]] =
        atr-ml.get(palabra[0],")+','+palabra[1]
    atr-mt = dict()

for transporte in archivot:
    palabra = transporte.replace(",").rstrip().split(',')
    palabra[0]
    if palabra[0] not in atr-mt:
```

```

atr-mt[palabra[0]] = palabra[1]
else:
atr-mt[palabra[0]] = atr-mt.get(palabra[0], '') + ',' + palabra[1]
transbordos = dict()
for linea in archivotr:
palabra = linea.replace(",").rstrip().split(',')
palabra[0]
if palabra[0] not in transbordos:
transbordos[palabra[0]] = palabra[1]
else:
transbordos[palabra[0]] = transbordos.get(palabra[0], '') + ',' + palabra[1]
for n in M.nodes():
M.nodes[n]['Línea'] = atr-ml[n]
for n in M.nodes():
M.nodes[n]['Tipo Transporte'] = 'Metro'
from itertools import islice
def k-shortest-paths(G, source, target, k, weight=None):
return list(islice(nx.shortest-simple-paths(G, source, target, weight=weight), k))
x = []
for path in k-shortest-paths(M, 'Const. 1917', 'Bellas Artes', 4):
x.append(path)
y = []
for j in range(4):
ruta = []
for i in x[j]:
ruta.append(list(M.nodes[i].values())[0])
linea = []
for item in ruta:
linea.append(item.split(','))
trans = []
for i in range(len(linea)-2):
if any(item in linea[i] for item in linea[i+2]):

```

```

trans.append(0)
else:
trans.append(1)
y.append(sum(trans))–número de transbordos en cada ruta x[j]
rmsct = (min(y))–menor número de transbordos en la ruta mas corta y simple
#rmsc = (x[min(y)]) –estaciones que forman parte de la ruta mas corta y simple
print(y, rmsct) –lista con el numero de trans de cada ruta x[j] y menor número de
transbordos
print(len(trans))–número de estaciones en la ruta
print(x[2])
print(len(x[rmsct]))
def transbordoss(M,origen, fin,rutas):
nodes-l1 = [x for x,y in M.nodes(data=True) if '1' in y['Línea']]
nodes-l2 = [x for x,y in M.nodes(data=True) if '2' in y['Línea']]
nodes-l3 = [x for x,y in M.nodes(data=True) if '3' in y['Línea']]
nodes-l4 = [x for x,y in M.nodes(data=True) if '4' in y['Línea']]
nodes-l5 = [x for x,y in M.nodes(data=True) if '5' in y['Línea']]
nodes-l6 = [x for x,y in M.nodes(data=True) if '6' in y['Línea']]
nodes-l7 = [x for x,y in M.nodes(data=True) if '7' in y['Línea']]
nodes-l8 = [x for x,y in M.nodes(data=True) if '8' in y['Línea']]
nodes-l9 = [x for x,y in M.nodes(data=True) if '9' in y['Línea']]
nodes-lA = [x for x,y in M.nodes(data=True) if 'A' in y['Línea']]
nodes-lB = [x for x,y in M.nodes(data=True) if 'B' in y['Línea']]
nodes-l12 = [x for x,y in M.nodes(data=True) if 'doce' in y['Línea']]
lineasm=[nodes-l1,nodes-l2,nodes-l3,nodes-l4,nodes-l5,nodes-l6,nodes-l7,nodes-l8,nodes-
l9,nodes-lA,nodes-lB,nodes-l12]
x=[]
for path in k-shortest-paths(M, origen, fin,rutas):
x.append(path)
y=[]
for j in range(rutas):
ruta = []

```

```

for i in x[j]:
ruta.append(list(M.nodes[i].values())[0])
linea = []
for item in ruta:
linea.append(item.split(','))
trans = []
for i in range(len(linea)-2):
if any(item in linea[i] for item in linea[i+2]) :
trans.append(0)
else:
trans.append(1)
y.append(sum(trans)) –número de transbordos en cada ruta x[j]
rmsct = (min(y)) –menor número de transbordos en la ruta mas corta y simple
rmsc = (x[min(y)]) –estaciones que forman parte de la ruta mas corta y simple
h=[]
for i in lineasm:
if origen in i:
h=i
ks = list(set(transbordos) and set(h)) –número de líneas conectadas a la línea h
ks-f = 1/len(ks)
print(ks)
print(len(ks))
print(ks-f)
print(y, rmsct, rmsc)
print(len(rmsc))
k1 = len(set(transbordos) and set(nodes-l1)) + 1
k2 = len(set(transbordos) and set(nodes-l2)) + 1
k3 = len(set(transbordos) and set(nodes-l3))
k4 = len(set(transbordos) and set(nodes-l4))
k5 = len(set(transbordos) and set(nodes-l5)) + 1
k6 = len(set(transbordos) and set(nodes-l6))
k7 = len(set(transbordos) and set(nodes-l7)) + 1

```

```

k8 = len(set(transbordos) and set(nodes-l8)) + 2
k9 = len(set(transbordos) and set(nodes-l9)) + 3
kb = len(set(transbordos) and set(nodes-lB))
kd = len(set(transbordos) and set(nodes-lD))
kn = ((1/(kd-1)) * (1/(k9-1)) * (1/(k1-1)) * (1/(k2-1))) -producto de la rutas a
elegir
-print(k1, k2, k3, k4, k5, k7,k8) -número de transbordos en cada ruta que tienen
en común la línea X
print(kn) -valor del producto del cociente de las rutas a elegir con n distinto de t
S = -(math.log((1/5) * kn,X)) -valor de S para una ruta
print(S)

```

## Anexo 2

### Entropía de la Información

En general la entropía por sus orígenes viene del griego  $\epsilon\nu\tau\rho\omicron\pi\eta$  (entropé) cuyo significado es cambio o giro [26].

El concepto de entropía de la información fue introducido en 1948 por Claude Shannon en su artículo *A Mathematical Theory of Communication*. En el contexto de esta tesis vamos a definir a la entropía como la cantidad de factores que intervienen entre el principio y el fin del viaje; ya que, estos factores pueden intervenir en el proceso de recordar la información para realizar un viaje. De manera coloquial, la entropía de la información es todo aquello que distrae a la persona entre el origen y el final del viaje.

## Anexo 3

# Mapa del Sistema de Transporte Regulado e Integrado de la CDMX.



Figura 3.6: Mapa del Sistema de Movilidad Integrada de la CDMX, incluye los transportes con transbordo directo e indirecto, si las estaciones cuentan con accesibilidad universal, se encuentran cerca de una terminal de autobuses foraneos y si cuentan con estacionamiento de bicicletas. En este mapa se incluyen: el STC Metro, Metrobus, Tren Ligero, Trolebus, RTP, Cablebus, Tren Suburbano y Mexibús [15].



## Anexo 5

### Análisis de 120 viajes obtenidos a través de entrevistas a usuarios del Metro de la CDMX.

Figura 3.7: Viajes realizados en el Metro de la CDMX con ningún transbordo

	Origen	Destino	# Estaciones	# Transbordos	Carga Cognitiva	Línea origen	Ks	Kn	Lineas en la ruta
1	Const. 1917	Bellas Artes	18	0	15.10656	8	8	5	12,4,9,2,1
2	Fray Servando	Martín Carrera	8	0	9.12928	4	6	3	1,8,5
3	Indios Verdes	Universidad	21	0	17.69153	3	7	7	6,5,8,2,1,9,12
4	Pantitlán	Observatorio	20	0	25.23585	1	8	9	5,9,8,4,2,8,3,7,9
5	Tasqueña	Cuatro Caminos	24	0	19.98431	2	7	7	12,9,8,2,8,3,7
6	Santa Anita	Martín Carrera	10	0	15.10656	4	6	5	8,9,2,8,5
7	Pantitlán	Politecnico	13	0	16.69153	5	6	6	1,9,8,4,3,6
8	El Rosario	Martín Carrera	11	0	9.22882	6	4	3	4,3,5
9	El Rosario	Barranca del Muerto	14	0	12.10656	7	5	4	12,9,1,2
10	Garibaldi/Lagunilla	Const. 1917	19	0	17.10656	8	8	6	12,4,9,2,1,8
11	Pantitlán	Tacubaya	12	0	18.42849	9	8	8	1,5,4,8,2,3
12	Ciudad Azteca	Buenavista	21	0	15.16546	8	5	5	5,1,4,8,3
13	Tlahuac	Mixcoac	20	0	9.97728	12	4	3	8,2,3
14	Buenavista	San Lázaro	7	0	10.03617	8	5	3	3,8,4
15	Balbuena	Chapultepec	13	0	15.29921	1	8	5	8,4,2,8,3
16	Constituyentes	Barranca del Muerto	6	0	9.52160	7	5	3	1,9,12
17	Niños Heroes	Universidad	12	0	7.19967	3	7	2	9,12
18	Autobuses del Norte	Terminal Aérea	9	0	9.49185	5	6	3	3,4,8
19	La Raza	Terminal Aérea	8	0	9.49185	5	6	3	3,4,8
20	La Raza	Terminal Aérea	8	0	9.45121	3	7	3	5,4,8
21	Universidad	Balderas	13	0	7.19967	3	7	2	12,9
22	Universidad	Etiopia	9	0	4.39232	3	7	1	12
23	Barranca del Muerto	Polanco	8	0	9.52160	7	5	3	12,9,1

Figura 3.8: Viajes realizados en el Metro de la CDMX con un transbordo

	Origen	Destino	# Estaciones	# Transbordos	Carga Cognitiva	Línea origen	Ks	Kn	Líneas en la ruta
24	Pantitlán	Polanco	15	1	23.23585	9	8	8	1,5,4,2,8,3,7,1
25	Const. 1917	Nativitas	9	1	7.16993	8	8	2	12,2
26	Tlahuac	La Raza	29	1	20.17695	12	4	7	8,2,3,9,1,2,B
27	Ciudad Azteca	Pino Suarez	18	1	9.45121	B	5	3	5,1,4
28	Ciudad Azteca	Autobuses del Norte	19	1	9.22882	B	5	3	5,4,3
29	El Rosario	Insurgentes	14	1	12.10656	7	5	4	6,2,1,9
30	La Raza	El Rosario	9	1	8.75489	5	6	3	3,6,7
31	La Raza	El Rosario	9	1	8.71425	3	7	3	5,6,7
32	El Rosario	La Raza	9	1	8.90689	6	4	3	7,5,3
33	El Rosario	La Raza	9	1	8.81378	7	5	3	6,5,3
34	Pantitlán	Observatorio	13	1	23.23585	9	8	8	1,5,4,8,2,3,7,1
35	Tlahuac	4 caminos	35	1	23.20670	12	4	8	8,2,8,9,1,8,3,7
36	Hangares	Balbuena	6	1	8.61471	5	6	2	1,9
37	Centro Médico	Chapultepec	6	1	10.39232	9	8	3	3,1,7
38	Chapultepec	Centro Médico	6	1	7.80735	1	8	2	9,7
39	Ciudad Azteca	Misterios	17	1	6.96578	B	5	2	5,4
40	Pantitlán	Nezahualcoyotl	8	1	10.19967	5	6	2	1,9,B
41	Pantitlán	Allende	11	1	18.65088	1	8	6	1,5,4,8,2,1
42	Tacubaya	Cuatro Caminos	8	1	10.39232	9	8	3	1,7,2
43	Tacubaya	Cuatro Caminos	8	1	10.39232	1	8	3	9,7,2
44	Tacubaya	Cuatro Caminos	8	1	10.52160	7	5	3	1,9,2
45	Const. 1917	Villa de Cortés	10	1	7.16993	8	8	2	12,2
46	Indios Verdes	El Rosario	10	1	6.71425	3	7	2	6,5
47	Ciudad Azteca	Jamaica	18	1	9.77314	B	5	3	5,1,4
48	Martín Carrera	Tlatelolco	6	1	9.22882	6	4	3	4,3,5
49	Chapultepec	San Antonio Abad	9	1	10.97728	1	8	3	2,8,3
50	Nativitas	Pantitlan	11	1	10.74399	2	7	3	8,9,4
51	Cuatro Caminos	Sevilla	11	1	10.42206	2	7	3	7,9,1
52	Boulevard Pto. Aereo	Lagunilla	7	1	7.32193	1	8	2	4,8
53	Chapultepec	Hospital General	7	1	5.58496	1	8	1	3
54	Ciudad Azteca	Eduardo Molina	14	1	4.32193	B	5	1	5
55	Coyuya	Tlahuac	17	1	4.58496	8	8	1	12
56	Indios Verdes	Valle Gómez	6	1	6.71425	3	7	2	6,5
57	Merced	Tasqueña	12	1	12.78463	1	8	4	2,8,9,12
58	Mixcoac	Coyuya	14	1	11.97728	12	4	4	3,2,8,7
59	Lindavista	Camarones	10	1	6.32193	6	4	2	5,7
60	Mixcoac	Tasqueña	9	1	9.07682	7	5	3	12,3,2
61	Cuatro Caminos	Tezozómoc	8	1	6.39232	2	7	2	7,6
62	Obrera	Tacubaya	7	1	10.97728	8	8	3	2,9,3
63	Tepito	Martín Carrera	6	1	6.96578	B	5	3	4,5
64	Indios Verdes	Zocalo	5	1	14.10656	3	7	5	6,5,B,2,8
65	Cuatro Caminos	Eugenia	17	1	13.00703	2	7	4	7,3,1,9
66	Martín Carrera	Moctezuma	5	1	13.29921	4	6	5	6,5,B,1,B
67	Bellas Artes	Ciudad Azteca	19	1	15.03617	8	8	5	2,B,4,5,1
68	Observatorio	Jamaica	8	1	15.78463	1	8	5	9,7,3,2,8
69	Pantitlán	San Cosme	15	1	15.84353	9	8	5	1,5,4,8,2
70	Pantitlán	San Lázaro	7	1	10.12928	1	8	3	5,9,b
71	Aculco	Balderas	11	1	13.52160	8	8	4	4,8,2,1
72	Balderas	Fray Servando	6	1	13.32896	3	7	4	1,8,2,4
73	Tasqueña	Etiopía	9	1	6.97728	2	7	2	12,3
74	Mixcoac	Sevilla	7	1	9.52160	7	5	3	12,9,1
75	Barranca del Muerto	Lázaro Cárdenas	9	1	12.10656	7	5	4	12,9,1,3
76	Barranca del Muerto	Cuñtahuac	11	1	12.10656	7	5	4	12,9,1,2

Figura 3.9: Viajes realizados en el Metro de la CDMX con dos transbordos

	Origen	Destino	# Estaciones	# Transbordos	Carga Cognitiva	Línea origen	Ks	Kn	Lineas en la ruta
77	Politécnico	Polanco	14	2	8.75489	5	6	3	6,2,7
78	Ciudad Azteca	Bondojito	16	2	6.96578	B	5	2	5,4
79	Tasqueña	Juarez	14	2	12.59199	2	7	4	12,3,9,1
80	Const. 1917	La Raza	21	2	16.42849	8	8	6	12,4,9,1,B,5
81	Boulevard Pto. Aereo	Chilpancingo	10	2	18.10656	1	8	6	B,4,9,8,2,3
82	Boulevard Pto. Aereo	Chilpancingo	11	2	17.45764	1	8	6	B,4,9,8,2,3
83	Barranca del Muerto	Politécnico	21	2	16.01345	7	5	6	12,9,1,2,6,5
84	El Rosario	Tlatelolco	14	2	11.07682	7	5	4	6,2,3,B
85	Ciudad Azteca	El Rosario	26	2	10.81378	B	5	4	5,4,3,6
86	La Paz	Universidad	27	2	20.01345	9	8	7	1,5,4,8,2,3,12
87	Misterios	Tacubaya	17	2	12.56224	5	6	4	3,B,2,1
88	Observatorio	Eugenia	7	2	10.39232	1	8	3	9,3,7
89	Terminal Aérea	Basílica	9	2	8.49185	5	6	3	8,4,6
90	Terminal Aérea	Basílica	11	2	11.07682	5	6	4	B,4,3,6
91	Tlahuac	4 caminos	30	2	20.17695	12	4	7	8,2,3,7,9,1,2
92	Universidad	Tasqueña	11	2	6.16993	3	7	2	12,2
93	politécnico	Normal	10	2	10.75489	6	4	4	6,3,B,2
94	Tacubaya	Parque de los Venados	9	2	11.97728	9	8	4	1,7,3,12
95	Parque de los Venados	Tacubaya	8	2	6.58496	12	4	2	3,7
96	Pantitlán	Deportivo Oceanía	6	2	10.12928	9	8	3	1,5,B
97	Viveros	Xola	10	2	6.97728	3	7	2	12,2
98	Tasqueña	Etiopía	9	2	6.97728	2	7	2	12,3
99	Sn. Antonio	Xola	10	2	15.91392	7	5	5	9,1,3,2,8
100	Sn. Antonio	Xola	12	2	9.07682	7	5	3	12,3,2
101	Indios Verdes	Bondojito	8	2	9.03617	3	7	3	6,5,4
102	Portales	Universidad	10	2	6.97728	2	7	2	12,3
103	Barranca del Muerto	Universidad	10	2	6.49185	7	5	2	12,3
104	Camarones	Politecnico	10	2	6.22882	7	5	2	6,5
105	Autobuses del Norte	Basílica	5	2	6.75489	5	6	2	6,3
106	Chapultepec	Revolución	8	2	8.16993	1	8	2	3,2
107	Coyuya	Puebla	9	2	8.12928	8	8	2	4,9
108	División del Norte	Const. 1917	10	2	9.78463	3	7	3	12,2,8
109	Xola	Polanco	11	2	15.81438	2	7	5	9,8,3,1,7
110	General Anaya	Mixcoac	10	2	6.97728	2	7	2	12,3
111	Cuatro Caminos	Ferrería	10	2	6.39232	2	7	2	7,6
112	Cuatro Caminos	Chilpancingo	10	2	10.42206	2	7	3	7,1,9
113	Canal del Norte	Moctezuma	4	2	7.39232	4	6	2	B,1
114	Misterios	Tacuba	12	2	9.75489	5	6	3	2,3,B
115	Mixcoac	Candelaria	11	2	17.10656	12	4	6	7,9,3,8,2,4

Figura 3.10: Viajes realizados en el Metro de la CDMX con tres transbordos

	Origen	Destino	# Estaciones	# Transbordos	Carga Cognitiva	Línea origen	Ks	Kn	Lineas en la ruta
116	Barranca del Muerto	Politécnico	19	3	20.59842	7	5	8	12,3,9,1,2,B,5,6
117	Camarones	Tlatelolco	11	3	8.81378	7	5	3	6,5,3
118	Insurgentes Sur	Coyuya	12	3	15.10656	12	4	5	3,9,2,8,4
119	Politécnico	San Juan de Letrán	9	3	14.14720	5	6	5	6,3,B,2,8
120	Mixcoac	Merced	12	3	17.49888	7	5	6	12,9,3,8,2,1

# Bibliografía

- [1] *How Do People Read Metro Maps? An Eye Tracking Study*, 2014.
- [2] Alan Baddeley. Working memory: Looking back and looking forward. *Nature Reviews. Neuroscience*, 4(11):829–839, 2003.
- [3] Marc Barthélemy. *The Structure and Dynamics of Cities*. Cambridge University Press, 2016.
- [4] Marc Barthélemy. *Morphogenesis of Spatial Networks*. Springer, 2018.
- [5] Marc Barthélemy. *Spatial Networks*. Springer, 2018.
- [6] Stefano Boccaletti, Ginestra Bianconi, Regino Herrero, C. I. del Genio, Jesus Gómez-Gardeñes, Miguel Romance, Irene Sendiña-Nadal, Zhen Wang, and Massimiliano Zanin. The structure and dynamics of multilayer networks. *Physics Reports*, 544:1–122, 2014.
- [7] Michael Burch, Kuno Kurzhals, and Daniel Weiskopf. Visual task solution strategies in public transport maps. *CEUR Workshop Proceedings*, 1241, 2014.
- [8] Jordana Cepelewicz. Overtaxed working memory knocks the brain out of sync. *Quanta Magazine*, 2018.
- [9] HF Credidio, EN Teixeira, SD Reis, AA Moreira, and Andrade JS Jr. Statistical patterns of visual search for hidden objects. *Scientific Reports*, 2(1):920, 2012.
- [10] El Grupo de Investigación en Ingeniería de Transporte y Logística. Estudio de origen-destino en la zmvm 2017, 2019-08-26.
- [11] Gobierno de la Ciudad de México. Líneas de trolebús - ste cdmx, 2019-08-17.

- [12] Gobierno de la Ciudad de México. Mapa completo del sistema metrobús - cdmx, 2019-08-17.
- [13] Gobierno de la Ciudad de México. Mapa de la red del metro - cdmx, 2019-08-17.
- [14] Gobierno de la Ciudad de México. Mapa de rutas de rtp - cdmx, 2019-08-17.
- [15] Gobierno de la Ciudad de México. Mapa del metrobus - cdmx, 2019-08-17.
- [16] Gobierno de la Ciudad de México. Rtp - red de transporte de pasajeros, 2019-08-17.
- [17] Gobierno de la Ciudad de México. Rutas y corredores del transporte público concesionado - cdmx, 2019-08-17.
- [18] Gobierno de la Ciudad de México. Taxi eléctrico - ste cdmx, 2019-08-17.
- [19] Gobierno de la Ciudad de México. Tren ligero - ste cdmx, 2019-08-17.
- [20] Gobierno de la Ciudad de México. Cifras de operación del metro - cdmx, 2020-12-11.
- [21] Instituto de Políticas para el Transporte y el Desarrollo. Transporte público masivo en la zona metropolitana del valle de México: Proyecciones de demanda y soluciones al 2024, 2014.
- [22] Sistema de Transporte Colectivo. Plan maestro del metro 2018-2030.
- [23] Gobierno del Estado de México. Mapa de ruta de tren suburbano - estado de México, 2019-08-17.
- [24] Gobierno del Estado de México. Mexibús - wikipedia, 2019-08-17.
- [25] Robin IM Dunbar. Neocortex size as a constraint on group size in primates. *Journal of Human Evolution*, 22(6):469–493, 1992.
- [26] Real Academia Española. Diccionario de la lengua española, 2021-08-19.
- [27] Ernesto Estrada and Philip A. Knight. *A First Course in Network Theory*. Oxford University Press, USA, 2015.

- [28] Riccardo Gallotti, Mason A. Porter, and Marc Barthelemy. Lost in transportation: Information measures and cognitive limits in multilayer navigation. *Science Advances*, 2(2):e1500445, 2016.
- [29] Dedre Gentner. Psychology in cognitive science: 1978–2038. *Topics in Cognitive Science*, 2(3):328–344, 2010.
- [30] Miranda M. Guzmán A., Lozano A. Herramienta para búsquedas de propósito de viaje, duración del viaje, sexo del viajero y origen y destino del viaje, 2019-09-16.
- [31] INEGI. Transporte urbano - inegi, 2021-06-26.
- [32] Mikko Kivelä, Alex Arenas, Marc Barthelemy, James P. Gleeson, Yamir Moreno, and Mason A. Porter. Multilayer networks. *Journal of Complex Networks*, 2(3):203–271, 2014.
- [33] Vito Latora and Massimo Marchiori. Efficient behavior of small-world networks. *Physical Review Letters*, 87(19):198701, 2001.
- [34] Eleanor A. Maguire, Hugo J. Spiers, Catriona D. Good, Tom Hartley, Richard S.J. Frackowiak, and Neil Burgess. Navigation expertise and the human hippocampus: A structural brain imaging analysis. *Hippocampus*, 13(2):250–259, 2003.
- [35] Stanley Milgram. The small world problem. *Psychology Today*, 1(1):60–67, 1967.
- [36] G.A. Miller. *The Magical Number Seven, Plus or Minus Two: Some Limits on Our Capacity for Processing Information*. Bobbs-Merrill Reprint Series in the Social Sciences, P241. 1956.
- [37] George A. Miller. The cognitive revolution: A historical perspective. *Trends in Cognitive Sciences*, 7(3):141–144, 2003.
- [38] MTR. Transportation map - hong kong, 2019-08-22.
- [39] Lynn Nadel and Oliver Hardt. Update on memory systems and processes. *Neuropsychopharmacology*, 36(1):251, 2011.

- [40] United Nations. 2018 revision of world urbanization prospects, 2019-08-06.
- [41] Mark Newman. *Networks*. Oxford University Press, 2018.
- [42] Center of Aviation. Airport insight: New york john f. kennedy international airport, 2019-08-23.
- [43] ONU-Hábitat. Reporte nacional de movilidad urbana en méxico 2014-2015.
- [44] Fred Paas, Juhani E. Tuovinen, Huib Tabbers, and Pascal W. M. Van Gerven. Cognitive load measurement as a means to advance cognitive load theory. *Educational Psychologist*, 38(1):63–71, 2003.
- [45] Jean-Paul Rodrigue, Claude Comtois, and Brian Slack. *The Geography of Transport Systems*. Routledge, 2016.
- [46] Martin Rosvall, Ala Trusina, Petter Minnhagen, and Kim Sneppen. Networks and cities: An information perspective. *Physical Review Letters*, 94(2):028701, 2005.
- [47] Orange Smile. Metro subway map - stuttgart, germany, 2019-08-22.
- [48] Teeter totter tam. Paris metro map, 2019-08-22.
- [49] D.J. Watts and S.H. Strogatz. Collective dynamics of 'small-world' networks. *Nature*, 393(6684):440–442, 1998.