



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO**
FACULTAD DE ARQUITETURA
PROGRAMA ÚNICO DE ESPECIALIDADES EN
ARQUITECTURA
ESPECIALIZACIÓN EN DISEÑO DE CUBIERTAS LIGERAS

**PROYECTO DE DISEÑO PARA LA CUBIERTA DE LA
EXPLANADA DE LA CAPILLA LONGRORD**

TRABAJO TERMINAL

QUE PARA OBTENER EL:
TÍTULO DE ESPECIALISTA
EN:
DISEÑO DE CUBIERTAS LIGERAS

PRESENTA:
RAMÓN JESÚS FONTANELLI ZAPATA



DIRECTOR DEL TRABAJO TERMINAL
ARQ. EDCL MARCOS JAVIER ONTIVEROS HERNÁNDEZ

SINODALES TITULARES
DR. ARQ. JUAN GERARDO OLIVA SALINAS
DR. ARQ. AGUSTÍN HERNÁNDEZ HERNÁNDEZ

SINODALES SUPLENTE
ARQ. JOSÉ LUIS RINCÓN MEDINA
M. EN ARQ. NATALIA BOO FONTENLA

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX. 2023



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNAM – Dirección General de Bibliotecas

Tesis Digitales

Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©

PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos:

A Dios por todo lo que me ha dado.

A mi madre por su cariño y apoyo incondicional durante toda mi vida.

A mi padre, por su ejemplo y su compromiso con mi bienestar.

Al Arq. EDCL Marcos Javier Ontiveros Hernández quien me motivó a cursar esta especialidad y me brindó su apoyo invaluable desde su comienzo, hasta su terminación.

A mis sinodales por su valiosa colaboración en la realización del presente trabajo.

A todos mis profesores de la Especialidad por compartir conmigo y con mis compañeros sus conocimientos y su experiencia profesional.



Proyecto de Diseño para la Cubierta de la Explanada de la Capilla Longford

Objetivo

Diseñar una cubierta de 10 m x 20 m, sobre la explanada de acceso a una capilla, que sustituya a una cubierta previa, mejorando la habitabilidad brindando protección de la luz solar directa y de la lluvia y dando una mayor funcionalidad al espacio; minimizando la cantidad de apoyos mediante una estructura exenta a la capilla actual, con un diseño que combine con el estilo arquitectónico de esta.

Introducción

Al sur de la Ciudad de México, en el kilómetro 5 de la carretera al Ajusco, se encuentra el Colegio Irlandés O'Farrill.

El colegio cuenta con un lugar para eventos especiales el cual contiene un salón, una capilla, jardines y estacionamiento.

Los propietarios, de origen irlandés, provienen de un poblado llamado Longford, en Irlanda y aprecian mucho sus orígenes y las expresiones artísticas relacionadas con la edad media, razón por la cual nombraron a este lugar para eventos El Castillo Longford.

Las fachadas principal y lateral del salón de eventos tiene una decoración que nos recuerda un castillo irlandés y la capilla tiene en la fachada tres arcos apuntados que nos evocan la arquitectura gótica.

La capilla, con una planta de 10 m x 4 m y una altura máxima de 7 m, sólo tiene espacio en su interior para el altar y los ministros celebrantes, por lo que los asistentes permanecen frente a ella, en la explanada.



Fig.1, Capilla Longford



Fig. 2: Detalle del daño en la cubierta actual

La cubierta actual está construida de herrería y recubierta de paneles de policarbonato celular. Esta herrería presenta corrosión y los paneles de policarbonato celular están sucios, con filtraciones, probablemente intemperados y cerca del término de su vida útil.

Dado lo anterior, se prevé el reemplazo de la cubierta y el presente trabajo es una propuesta para ello.

A continuación, se muestra, encerrada en rojo, el área que ocupa la capilla con su cubierta en una vista aérea de Google Earth.



Fig. 3; Vista de Google Earth de la capilla.
Visto 30 sept 2021

Además del deterioro, la cubierta actual presenta varios inconvenientes:

- El policarbonato celular transparente no impide el paso de la luz solar, lo que provoca incomodidad a los asistentes que permanecen expuestos a ella.
- El policarbonato celular, al permitir el paso de la luz solar, hace que se eleve la temperatura en el interior produciendo más incomodidad a los asistentes.

- Cuando no hay celebraciones religiosas, este espacio se usa como estacionamiento, por lo que, los múltiples postes que soportan la cubierta, estorban a las maniobras de los vehículos.

Alcances

Planteamiento de alternativas, análisis y determinación de la mejor opción y desarrollo del proyecto.

Índice de Contenido

Capítulo 1 Antecedentes	8
1.1 Introducción a las estructuras laminares	8
1.2 Estado del Arte de las Estructuras Textiles	11
1.2.1 Cubierta del Patio Central del Palacio de Minería	11
1.2.2 Pabellón Campbell Park	12
1.3 Análisis FODA	13
1.4 Conclusiones del capítulo 1	14
Capítulo 2. Propuesta de Diseño Arquitectónico	15
2.1 Propuesta previa; Cascarón de Concreto	15
2.2 Propuesta final: Cubierta Textil	16
2.3 Generación de la Forma	16
2.3.1 Bóveda parabólico-hiperbólica	16
2.4 Diseño de la cubierta	21
2.4.1 Bordes	24
2.5 Renders	26
2.6 Conclusiones del capítulo 2	27
Capítulo 3. Análisis Mecánico	28
3.1 Método utilizado	28
3.2 Materiales considerados; Membrana	28
3.3 Acciones sobre la cubierta	28
3.3.1 Pre esfuerzo	29
3.3.2 Peso propio	32
3.3.3 Carga de viento	33
3.4 Conclusiones del capítulo 3	38

Capítulo 4.- Propuesta Constructiva	39
4.1 Estructura portante	39
4.1.1 Fuerzas sobre los Arcos de borde	39
4.1.2 Flexión transversal sobre los segmentos de arcos de borde	43
4.1.3 Tracción sobre los Tirantes	44
4.2 Retenidas	47
4.2.1 Apoyos de los tirantes (retenidas)	47
4.2.2 Soporte de los arcos de borde	50
4.3 Propuesta de cimentación	51
4.3.1 Zapatas aisladas	51
4.3.2 Montea del proyecto	52
4.3.3 Articulación de los arcos de borde	55
4.4 Estructura de membrana	57
4.4.1 Tracción sobre las relingas	57
4.4.2 Placas de sujeción de la membrana	60
4.5 Patrones de la membrana	60
4.6 Arco de borde, detalle constructivo	62
4.7 Conclusiones del capítulo 4	64
Capítulo 5.- Conclusiones finales	64
Lista de Figuras	65
Referencias bibliográficas	67
Bibliografía	67

Capítulo 1 Antecedentes

1.1 Introducción a las estructuras laminares

Tomamos como punto de partida el año de 1931, con el trabajo del investigador alemán Adolf Pücher, quien demuestra que es posible encontrar superficies con una forma tal que permita equilibrar las cargas que actúan sobre ellas mediante esfuerzos directos tangenciales a la superficie en cada punto sobre el que están actuando las cargas. A este trabajo se le conoce como Teoría de la Membrana.

En esta teoría, propone que es posible crear estructuras laminares con formas geométricas tales que los esfuerzos en cualquier punto de ellas sean tangenciales a su superficie, con lo cual se evita la formación de momentos de flexión.

Si bien la Teoría de la Membrana demuestra que este tipo de superficies son posibles, no propone un método para obtenerlas.

Ya a principios del siglo XX, Antoni Gaudí intuyó esto y buscó la manera de encontrar estas formas mediante métodos experimentales. Lo hizo colgando cadenas con pesas en algunos puntos, asumiendo que las fuerzas existentes estaban siempre en direcciones tangenciales a la superficie de las curvas; si no fuera así, los momentos de flexión que se producirían cambiarían la forma de la cadena.



Fig. 4; Cadenas colgantes de Gaudí



Fig. 5; Tela congelada

Algo similar hizo el ingeniero suizo Hainz Isler a finales de la década de 1950 quien mojaba telas y las colgaba para que se congelaran durante la noche y al día siguiente, ya con la rigidez del hielo, poder voltearlas y estudiar la forma que habían tomado, bajo la misma hipótesis de Gaudí de que las formas óptimas para trabajar a tracción, también lo serían a compresión.

Otro método interesante para encontrar estas formas fue el del alemán Frei Otto quien,

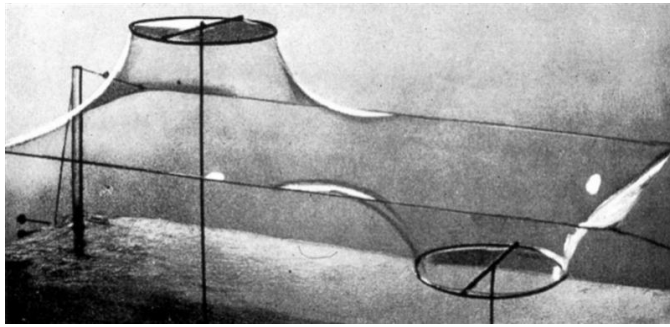


Fig. 6; Experimento con pompas de jabón.

usando hilos y alambres, definía los bordes de las estructuras laminares y, al mojarlas con agua jabonosa, se formaban pompas de jabón que tomaban la forma de la superficie en la que las fuerzas superficiales estaban en equilibrio.

Una de las características de las pompas de jabón es que, al alejar los bordes unos de otros, la pompa de jabón que se formó entre ellos se va a estirar,

tratando de seguir en contacto con los bordes, y al estirarse, va a estar sujeta únicamente a fuerzas de tracción.

Una de las formas que encontró Frei Otto fue el paraboloide hiperbólico, forma que tomaba la pompa de jabón cuando se tenía un cuadrilátero, inicialmente plano y después, dos de sus bordes giraban, saliéndose del plano inicial.



Fig. 7 Pabellón en el Federal Garden, Kessel, Alemania. 1955.

En la figura 7, podemos ver una cubierta textil hecha por Frei Otto en 1955 para el pabellón de música en la Exposición Federal de los Jardines, en Kassel, Alemania.

Los bordes pueden ser rígidos o flexibles y su forma es la que va a definir la superficie que va a formar la pompa de jabón como se ve en estas fotos a continuación tomadas el 1 de marzo de 2017 en el vestíbulo de la Facultad de Arquitectura de la UNAM.



Fig. 8. Superficie mínima con bordes flexibles



Fig. 9 Superficie mínima con bordes rígidos.

Actualmente existen telas muy flexibles, como la lycra, que pueden presentar grandes deformaciones ante esfuerzos pequeños sin romperse y pueden, de cierta forma, sustituir a las pompas de jabón en algunos experimentos.



Fig. 10, Paraboloide hiperbólico con lycra.

Frei Otto aplicó sus investigaciones al desarrollo de cubiertas textiles en las que, a semejanza de las pompas de jabón, las membranas están sujetas a fuerzas de tracción pura. Esta tracción va a hacer que la membrana textil adquiera una resistencia a la deformación similar a la rigidez ($E \cdot I$) (rigidez = módulo elástico * segundo momento de área) que se opone a la deformación en los elementos sujetos a flexión.

Las superficies encontradas por Gaudí, Isler y Frei Otto son sólo algunos ejemplos de una cantidad infinita de posibles superficies que cumplen con los criterios de la teoría de la membrana. El problema es la falta de un método sistemático para encontrar dichas superficies, se requiere de mucho ingenio para encontrar la manera de obtenerlas.

Sin embargo, el empleo generalizado de las computadoras ha propiciado el uso de métodos, como el de elemento finito, inicialmente desarrollado por Richard Courant en 1943, que ha servido de base para la creación de numerosos programas de diseño para obtener las superficies que sean capaces de transmitir las cargas sin momentos de flexión y, además, que distribuyan de manera óptima la transmisión de esfuerzos hacia los bordes minimizando los esfuerzos y con ello la tensión a la que se someten los materiales.

El uso de programas especializados ofrece posibilidades infinitas de diseño de cubiertas que son capaces de resistir las cargas por su forma y no mediante su rigidez a la flexión, dada por el producto EI , dónde E es el módulo de elasticidad del material utilizado e I es el momento de inercia de la sección transversal de la cubierta, permitiendo así que el espesor de las cubiertas sea tan pequeño que sólo produzca el momento de inercia suficiente para garantizar la estabilidad de la cubierta y no para soportar la carga de la misma, la cual es transmitida mediante esfuerzos directos a los apoyos.

1.2 Estado del Arte de las Estructuras Textiles

1.2.1 Cubierta del Patio Central del Palacio de Minería

Proyectista: Laboratorio de Estructuras de la Facultad de Arquitectura, UNAM

Año: 2002

Cliente: UNAM

Ubicación: Av. Tacuba, Centro Histórico, CDMX, México.

Arquitecto: Dr. Arq. Juan Gerardo Oliva Salinas

Materiales: Estructura portante en acero. Membrana de Fibra de poliéster recubierta con PVC.



Fig. 11: Cubierta del patio central del Palacio de Minería.

Este proyecto fue desarrollado en el año 2002 por el Dr. Arq. Juan Gerardo Oliva al frente del equipo del Laboratorio de Estructuras Ligeras de la Facultad de Arquitectura de la UNAM.

La cubierta está formada por paraboloides hiperbólicos.

En el año 2002, el diseño y patronaje de la cubierta se realizaron manualmente, sólo con ayuda de programas de dibujo y este trabajo llevó varios meses.



Fig. 12: Vista de uno de los postes principales. Velaria
Palacio de Minería



Fig. 13: Velaria del Palacio de Minería,
vista exterior.

Importancia de este proyecto.

Este es un claro ejemplo de cómo un elemento de arquitectura textil puede cubrir un espacio conectado con un edificio de valor histórico que no debe ser intervenido.

Además, se ve la simplicidad en su construcción en comparación con una estructura que resiste por rigidez y no por forma y, una clara invitación a utilizar una cubierta textil como solución al problema objeto de este trabajo.

1.2.2 Pabellón Campbell Park

Despacho proyectista: Base Structures

Año: 2012

Cliente: The Park Trust, Milton Keynes

Ubicación: Milton Keynes, UK

Arquitecto: Kevin Hemmings

Constructor: Miletree Construction

Materiales: Estructura portante en acero. Membrana Fibra de poliéster recubierta con PVC.

Localizado en el centro de la ciudad de Milton Keynes, UK, se ubica el Campbell Park que, a imagen del Central Park en NYC, se había convertido en un punto central de entretenimiento y recreación, así como del desarrollo continuo que crecía en su periferia.

Lo anterior, generó la necesidad de un pabellón de eventos para dar albergue a festivales y eventos importantes de la ciudad, así como representaciones musicales y teatrales.

Para satisfacer estas necesidades, The Parks Trust realizó una serie de adecuaciones, entre ellas la colocación de un pabellón para eventos.

El diseño es una estructura en acero de 16 m de largo, autónoma, la cual soporta una cubierta de membrana de poliéster recubierta con PVC desmontable para evitar vandalismo cuando no hay eventos. La estructura portante está diseñada para soportar la carga de equipo de iluminación y audio necesarios para los eventos.



Fig. 14 Pabellón Campbell Park



Fig. 15: Pabellón Campbell park,
vista lateral



Fig. 16; Evento en el Pabellón
Campbell Park

Importancia del proyecto

Esta cubierta, en forma de bóveda, ofrece una posibilidad muy interesante para cubrir una explanada similar a la que se presenta en la capilla Longford, lo que puede servir de inspiración para la creación de la forma, aunque claramente en este proyecto la membrana no realiza un trabajo estructural, siendo la estructura portante la responsable de mantener la forma de la cubierta.

1.3 Análisis FODA

El análisis FODA es un concepto perteneciente a la planeación estratégica y tiene por objetivo evaluar las fortalezas, oportunidades, debilidades y amenazas relacionadas con el proyecto a diseñar.

Las fortalezas y las debilidades están relacionadas con las características intrínsecas del proyecto, mientras que las oportunidades y las amenazas dependen principalmente de factores externos al proyecto.

Fortalezas

El proyecto ofrece una solución más durable y de más calidad que la previa.
El costo del proyecto es razonablemente bajo.

Oportunidades

El proyecto responde a una necesidad real de un cliente.
El cliente cuenta con los recursos económicos para su ejecución en caso de aprobarlo.

Debilidades

Ésta cubierta es más cara que la cubierta instalada actualmente, lo cual puede hacer que el cliente se incline por volver a colocar una cubierta de menor calidad y más barata.

Amenazas.

El cliente probablemente solicitará propuestas a firmas de arquitectos con más renombre y experiencia, lo que los pondrá en una posición ventajosa.

1.4 Conclusiones del capítulo 1

El análisis de los antecedentes nos permite ubicar nuestro proyecto dentro de del contexto de las estructuras laminares y con ello tener presente las diferentes técnicas para encontrar la forma de una cubierta y escoger la que más nos conviene, así como encontrar la forma que más nos gusta para diseñar la estructura portante.

La revisión de dos proyectos relevantes nos permite ver ejemplos reales de estas formas.

Finalmente, el análisis FODA nos permite evaluar la factibilidad del proyecto.

Capítulo 2. Propuesta de Diseño Arquitectónico

2.1 Propuesta previa; Cascarón de Concreto

La primera propuesta que se generó para este proyecto consiste en colocar un paraguas parabólico-hiperbólico invertido, de concreto armado, en el centro de la explanada.

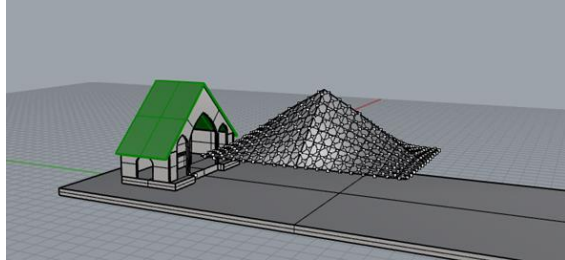


Fig. 17 Primera propuesta fase 1

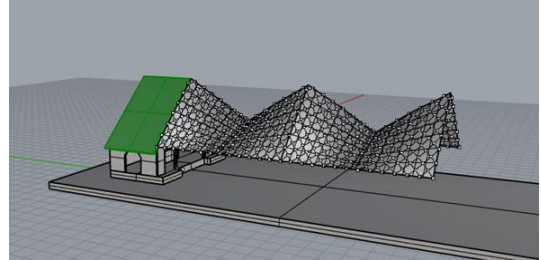


Fig. 18: Primera propuesta fase 2

y complementarlo con otros dos medios paraguas en sus extremos para cubrir totalmente la planta. Todo esto soportado por tres marcos tubulares de acero.

Con el objetivo de ofrecer una mejor protección lateral del sol y de la lluvia, se prolongaron los paraguas lateralmente hasta casi el nivel de terreno, lo que, además, cubre los perfiles de acero.

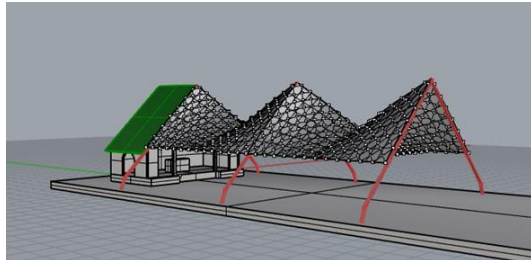


Fig. 19: Primera propuesta fase 3

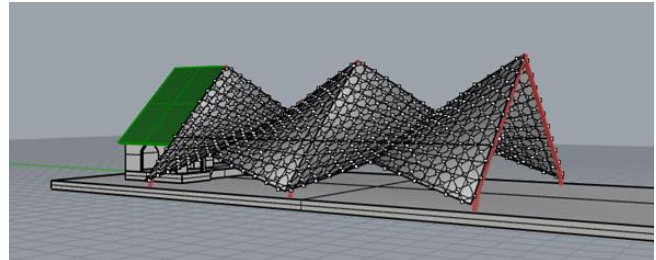


Fig. 20: Primera propuesta fase 4

y finalmente se adornó con un frontón y, se propusieron vitrales en los espacios laterales y en el frontón mismo, así como una cruz en la parte superior del acceso principal.

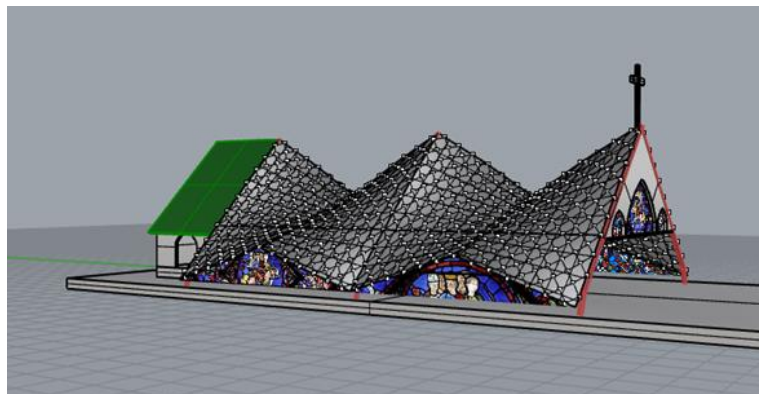


Fig. 21: Primera propuesta fase 5

Esta propuesta se desechó ya que representa una construcción costosa que rebasa las necesidades del cliente. Además, quita importancia a la capilla original que debe conservarse como el centro de atención del desarrollo.

2.2 Propuesta final: Cubierta Textil

Esta propuesta consiste en crear una bóveda mediante una membrana textil que cubra la explanada.

Se propone utilizar la membrana textil como parte integral de la estructura, quedando ésta sometida a fuerzas de tracción, a diferencia del ejemplo del pabellón de Campbell Park, dónde la estructura es una armadura espacial auto-portante y en que la membrana es sólo un recubrimiento.

Una cubierta formada por una membrana que realice un trabajo estructural debe tener la forma de una superficie que cumpla con las condiciones de la teoría de la membrana de Pucher, entre ellas, ser una superficie mínima y transmitir los esfuerzos en forma tangencial a su superficie.

Para encontrar esta forma, las posibilidades son:

- Buscar la forma experimentalmente como lo hicieron Frei Otto e Isler.
- Buscar la forma digitalmente mediante algún programa especializado, como sería el Mpanel o Formfinder.
- Utilizar una forma conocida por ser una superficie mínima, como es el paraboloides hiperbólico.

Para este proyecto tomé la tercera opción; Usar un paraboloides hiperbólico. Esto garantiza que estoy utilizando una superficie que cumple con las condiciones de la teoría de la membrana.

2.3 Generación de la Forma

2.3.1 Bóveda parabólico-hiperbólica

2.3.1.1 Parámetros geométricos

Un paraboloides hiperbólico (PH) se forma mediante dos parábolas que se trasladan una sobre otra, razón por la cual se le puede considerar como una superficie de translación.

Para poder generar el PH tenemos que definir estas dos parábolas.

La primera parábola es la que corresponde al largo de la bóveda que queremos diseñar y debe corresponder con el largo del área que se quiere cubrir.

Esta parábola se obtuvo por ensayo y error y, para hacer este proceso más fácil, se hizo una definición en Grasshopper que dibuje una parábola teniendo como parámetro de entrada el coeficiente del término cuadrático en la ecuación:

$$z = a x^2$$

Así, moviendo el “slider”, se ajustó la parábola al tamaño deseado, y esto se logró con un valor de $a = 0.014$, quedando la ecuación:

$$z = 0.014 x^2$$

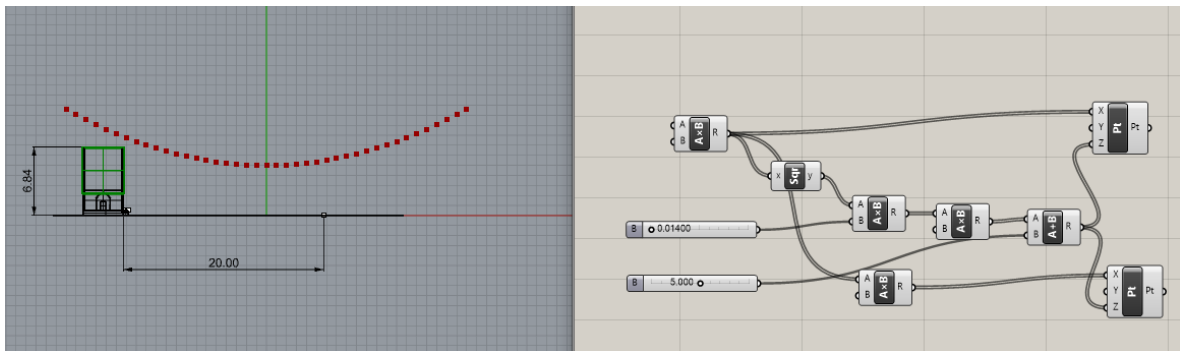


Fig.22: Elección de la parábola longitudinal

Descripción de la definición Grasshopper: la componente de multiplicación de la esquina superior izquierda tiene por objeto crear una lista de 21 números enteros a partir del cero. Estos números representan las coordenadas x de los puntos que se van a generar correspondientes a la mitad derecha de la parábola. Para los puntos de la mitad izquierda, estos valores de x se multiplican por -1 . Los valores de x de esta lista se elevan al cuadrado y esto se multiplica por el coeficiente dado por el primer “slider” para generar el valor de Z . El siguiente módulo de multiplicación es para multiplicar por 1 el valor de z , por lo que queda igual. Si se multiplica por -1 se puede invertir la parábola, lo que no se hizo en este caso. El segundo “slider” es la altura del vértice sobre el plano de planta, se encontró que colocándolo a 5 m la parábola pasa sin problema sobre el techo de la capilla.

La segunda parábola corresponde al ancho de la bóveda que queremos crear y también al ancho de la planta que queremos cubrir.

Para obtener esta segunda parábola se utilizó la misma definición Grasshopper como base y sólo se multiplica el valor de z por -1 para voltearla hacia abajo.

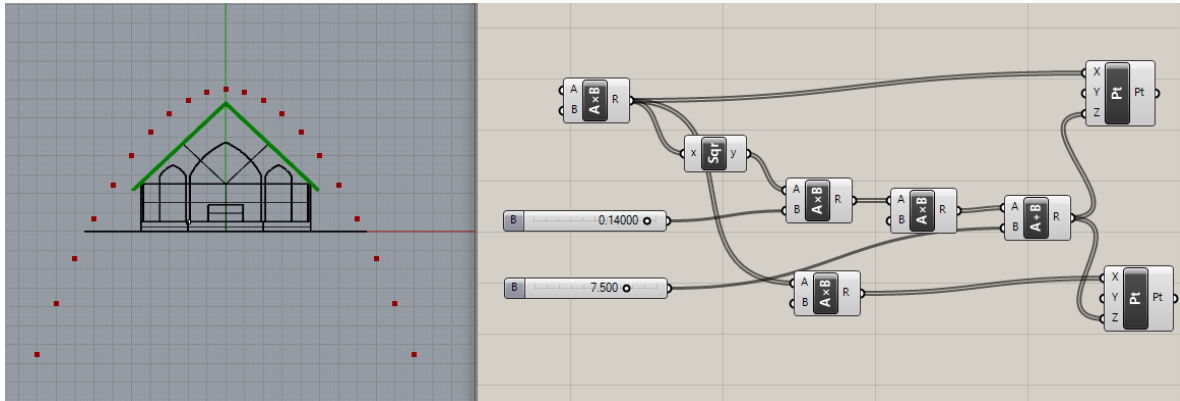


Fig. 23: Elección de la parábola transversal

Se encontró que con un valor del coeficiente de 0.14, la curvatura de la parábola forma un arco que cubre perfectamente bien la capilla, por lo que se selecciona este valor como coeficiente, quedando la ecuación de la parábola:

$$z = -0.14 y^2$$

Combinando estas dos parábolas, la ecuación del paraboloides hiperbólico es:

$$Z = 0.014 x^2 - 0.14 y^2$$

Para obtener el PH gráficamente a partir de estas dos parábolas, en Rhinoceros, se colocan ambas parábolas con sus vértices en un mismo punto y luego se copia una de ellas para cada punto de la otra. El resultado es una nube de puntos que pertenecen al paraboloides hiperbólico.

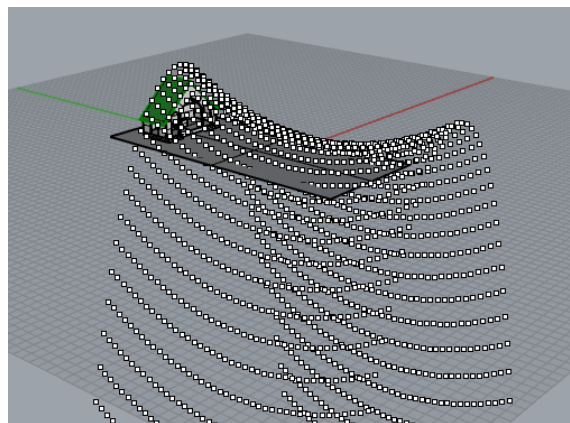


Fig. 24: Nube de puntos del paraboloides hiperbólico

Otro parámetro importante que podemos definir es el ángulo ω que hay entre los ejes principales del PH.

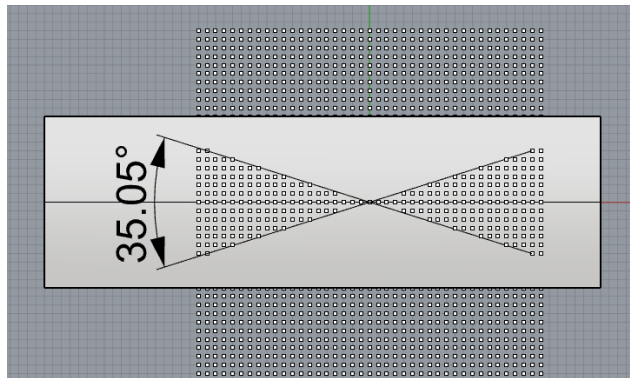


Fig. 25: Ejes principales del paraboloides hiperbólico, vista superior.

Para obtener el valor del ángulo ω entre los ejes principales, vamos a intersectar al PH con un plano horizontal que pase por el su vértice.

Tomamos dos puntos en lados opuestos respecto al vértice y los unimos formando una recta que va a estar sobre la intersección. Hacemos lo mismo para otro par de puntos simétricos.

Con esto obtenemos dos rectas que corresponden a los ejes principales del PH.

Rhino nos da el ángulo entre estas dos rectas que es de 35.05° .

$$\omega = 35.05^\circ$$

Este resultado podemos comprobarlo haciendo $z=0$ en la ecuación del PH, lo que equivale a intersectarlo con el plano principal.

Para poder establecer una correlación entre objetos geométricos y objetos algebraicos, es necesario tener un sistema de coordenadas y colocarlo en el espacio en el que se encuentra nuestro objeto geométrico, que es el paraboloides hiperbólico. En este caso, la ecuación del PH que obtuvimos corresponde a un sistema de coordenadas cartesiano en el que los tres ejes coordenados son ortogonales entre sí, y en el que las parábolas están sobre planos verticales paralelos a los planos que contienen a los ejes coordenados.

Sin embargo, este sistema de coordenadas no es el único posible, podemos crear tantos sistemas de coordenadas como se nos antoje y en cada uno, nuestro paraboloides hiperbólico va a estar representado por una ecuación diferente.

Nos interesa de forma especial otro sistema de coordenadas en el cual los ejes "x" y "y" se encuentran exactamente sobre los ejes principales del paraboloides hiperbólico, intersectándose en el vértice, y el eje z va a ser normal en este punto al plano generado por los ejes "x" y "y".

En este caso, ya no sería un sistema de coordenadas ortogonales porque los ejes "x" y "y" ya no son ortogonales, están formando un ángulo de 35.05° .

En este sistema de coordenadas, un paraboloides hiperbólico está representado por la ecuación:

$$z = kxy$$

donde a k se le conoce como constante de alabeamiento del paraboloides hiperbólico, de modo que un paraboloides hiperbólico está definido sólo por el valor de una constante.

Obviamente sabiendo que estamos en un sistema de coordenadas donde los ejes "x" y "y" forman un ángulo ω y que los ejes principales del PH coinciden con los ejes coordenados.

Ahora vamos a analizar esta ecuación. Si asignamos a la variable "x" un valor constante:

$$x = x_0$$

esta expresión representa gráficamente un plano vertical en el cual todos los puntos tienen el mismo valor de "x", quedando sólo "y" y "z" variables.

Si sustituimos este valor de "x" en la ecuación del PH tenemos:

$$z = (kx_0) y$$

la cual es la ecuación de una recta de pendiente (kx_0) y que se encuentra sobre el plano $x = x_0$. Esto indica que la intersección del PH con el plano $x = x_0$ es una recta.

Si variamos el valor del parámetro x_0 desde menos infinito hasta infinito, tenemos que nuestro paraboloide hiperbólico estaría formado por una sucesión de rectas cuya pendiente va variando.

A las superficies formadas por un conjunto de rectas se les conoce como *superficies regladas*. Por lo tanto, podemos decir que un paraboloide hiperbólico es una superficie reglada, y podemos obtener las rectas usando el sistema de coordenadas adecuado.

Una vez que tenemos el sistema de coordenadas adecuado, lo único que necesitamos es el valor de la constante k.

Por lo tanto, para nuestro caso particular de la cubierta de la capilla, el siguiente paso es obtener el valor de la constante de alabeamiento k.

A partir de la ecuación del PH como superficie reglada obtenemos que:

$$k = z/xy$$

para cualquier punto del PH.

Escogemos un punto, el punto en el extremo derecho del PH al centro.

Proyectamos este punto en planta y, como los ejes de coordenadas coinciden con los ejes principales, trazamos paralelas a los ejes principales que pasen por este punto. Medimos la longitud de esta paralela entre el punto proyectado en planta y su intersección con el eje principal correspondiente.

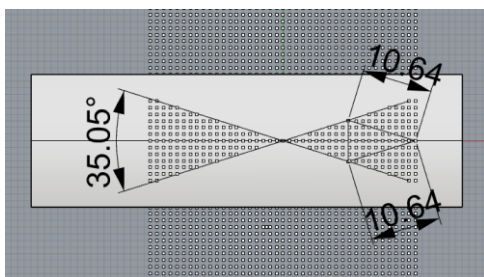


Fig. 26: Coordenadas x' , y' , de un punto sobre el borde

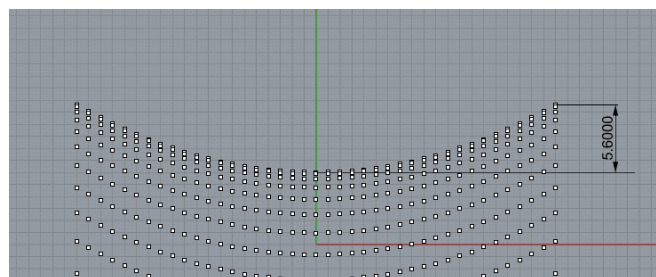


Fig.27: Coordenada z' de un punto sobre el borde

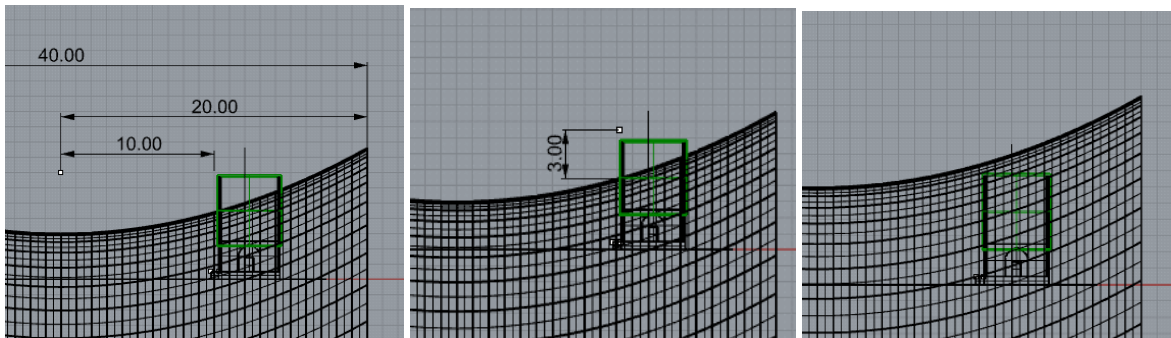


Fig. 29, Ajuste de la posición del paraboloid hiperbólico sobre la capilla, secuencia.

Ahora se desplaza el PH hacia arriba para que libere la altura de la capilla. Se hace una prueba alzando el PH 3 m.

Con esto libra bien el techo de la capilla. Haciendo un acercamiento en perspectiva se tiene:

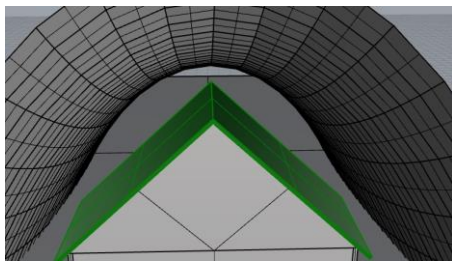


Fig. 30; Vista perspectiva posterior

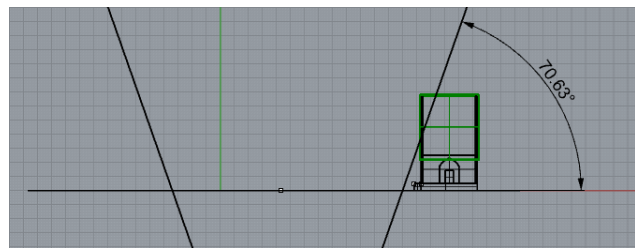


Fig. 31; Ángulo de los Planos de corte en ambos extremos

Y comprobamos que sí libra bien el techo de la capilla, no sólo hacia arriba, sino que también hacia los lados. Así, voy a dejar este desplazamiento de 3 m.

Un paraboloid hiperbólico es una superficie infinita, por lo que, lo que hemos dibujado hasta este momento es sólo una parte de él, sin embargo, esta parte es todavía más grande que lo que necesitamos para cubrir el espacio deseado, por lo que tenemos que recortar. Vamos a cortarla en el sentido transversal mediante planos inclinados de 70.63° .

Ahora se colocan los dos planos de corte inclinados:

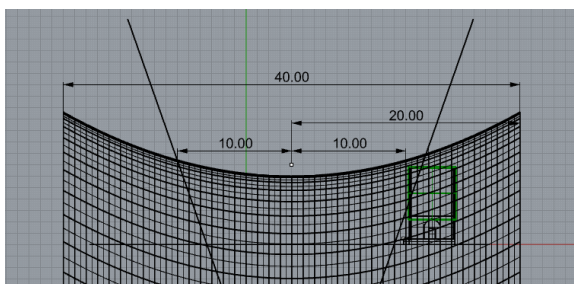


Fig. 32; Paraboloid hiperbólico y planos de corte, vista lateral.

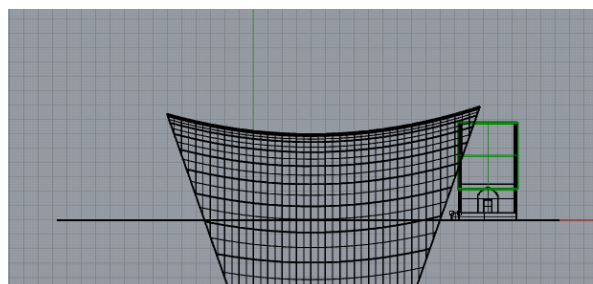


Fig. 33; paraboloid hiperbólico con cortes en sus extremos.

Si pudiéramos los dos planos de corte simétricos con respecto al vértice del PH, la proyección en planta de la cubierta sería de 21.94 m porque este cubre parte de la capilla. Así, el plano izquierdo se corre 1.94 m hacia la derecha para dar la longitud requerida de la planta. Esta pequeña asimetría va a hacer que el arco izquierdo sea un poco más bajo que el derecho, lo cual va a dar un toque de dinamismo al diseño.

Se procede a hacer los cortes.

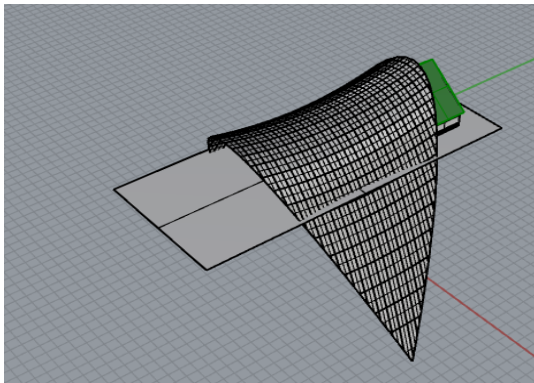


Fig. 34; Perspectiva del paraboloides hiperbólico cortado y su intersección con el plano del terreno.

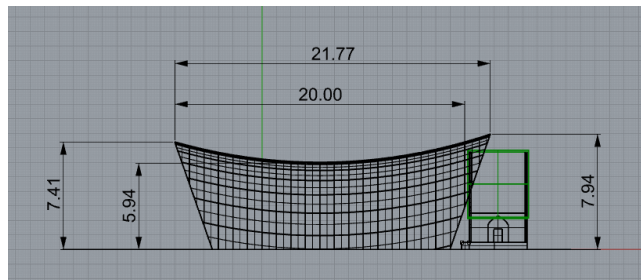


Fig. 35; El paraboloides hiperbólico después de cortarse con el plano del terreno.

Ahora se corta de nuevo el PH con el mismo comando “trim” en su intersección con el plano del terreno.

Se observa que la altura central de la cubierta es ahora de 5.94 m.

En la vista de planta se puede notar que el ancho de la cubierta, en su parte más angosta es de 13.07 m con lo que alcanza a cubrir perfectamente el área solicitada.

Con esto, los bordes laterales del paraboloides hiperbólico quedarían fijos al terreno como un borde rígido. Con esto la cubierta formaría una bóveda totalmente cerrada a los lados, provocando una sensación de estar en un túnel y no bajo una cubierta.

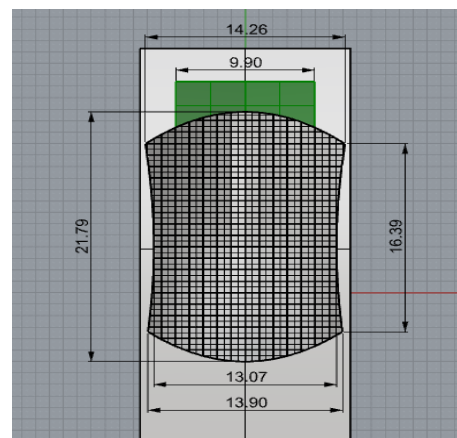


Fig. 36; vista de planta de la cubierta cortada y el terreno.

Para evitar esto, en lugar de cortar el PH con el plano del terreno, necesitamos cortarlo con una superficie curva, que permita que las esquinas toquen el terreno, pero los bordes laterales se separen del piso.

Escogí como superficie de corte otro PH, esta vez uno ortogonal, o sea que sus ejes principales forman un ángulo de 90°. Ahora se coloca el PH de corte junto con el PH que formará la cubierta y, con el comando “trim” se hace el corte.

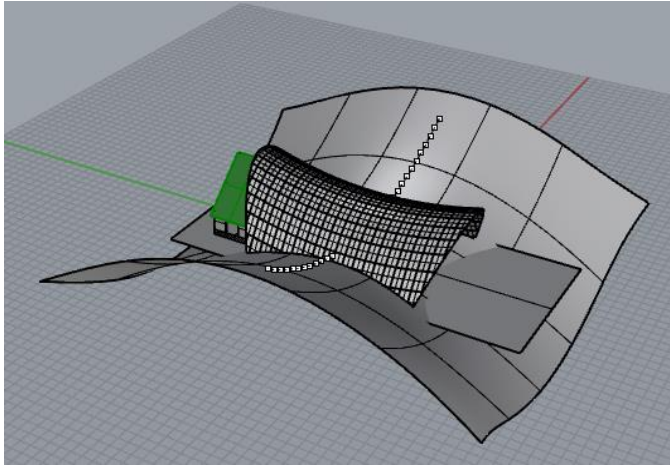


Fig. 37; Intersección de la para formar las relingas.

Se forman bordes curvos con una flecha de 1.76 m y con un claro de 16.83 m. La membrana va a ejercer un esfuerzo sobre este borde curvo y se requiere de un elemento estructural que tome ese esfuerzo y lo transmita al terreno. Ese elemento estructural es un cable llamado relinga. La razón entre la flecha y el claro es de 0.1045 por lo que cumple con la regla de que la flecha debe ser aproximadamente un 10% del claro para que la fuerza de tracción en la relinga no sea excesiva.

En la siguiente vista de planta podemos ver que, después del corte para formar las relingas, el ancho de la cubierta se reduce un poco, pero, aun así, en su parte más angosta es todavía más grande que el ancho del área a cubrir.

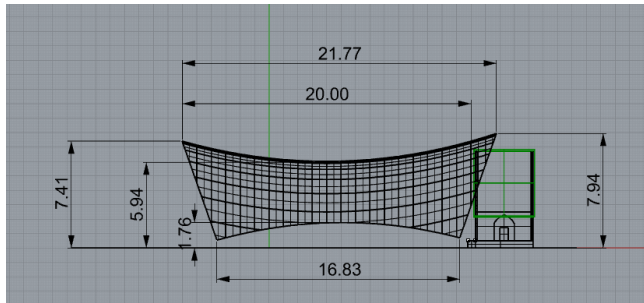


Fig. 38; Cubierta después de recortar la curva de las relingas; vista lateral.

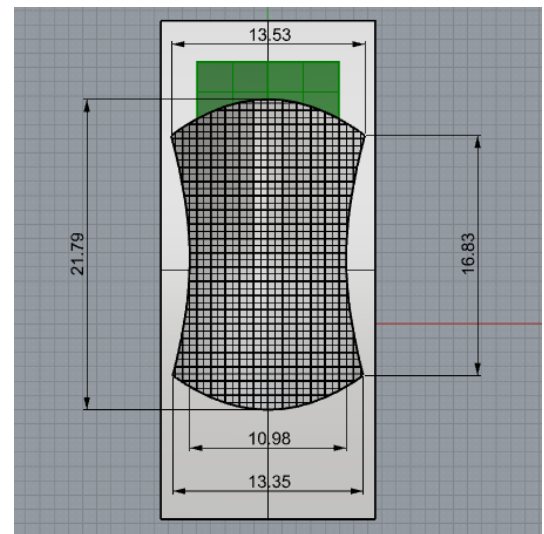


Fig. 39; vista de planta de la cubierta con su forma final.

2.4.1 Bordes

Todos los puntos en un paraboloides hiperbólico están sujetos a fuerzas en varias direcciones, provenientes de los puntos adyacentes, las cuales los mantienen en equilibrio.

Cuando cortamos un PH, los puntos que están sobre el borde van a seguir recibiendo las fuerzas de los puntos adyacentes hacia el lado en que aún hay PH, pero hacia el otro lado del

corte, ya no hay más puntos del PH que ejerzan fuerzas sobre ellos. Esto produce un desequilibrio que hace que el PH colapse.

Para que un PH cortado se mantenga, es necesario colocar un elemento en el borde que ejerza sobre estos puntos las fuerzas que antes ejercía la porción de PH que se quitó. Estos elementos pueden ser rígidos, conocidos como “bordes rígidos” o bien flexibles, conocidos como “relingas”.

Los bordes de un PH cortado normalmente se ven sujetos a fuerzas con componentes ortogonales en dichos bordes. Un elemento rígido, sujeto a fuerzas ortogonales a su eje, va a sufrir momentos de flexión que puede soportar gracias a su rigidez, esto es, el producto del momento de inercia de su sección transversal (I) por el módulo elástico del material (E). En el caso de elementos flexibles como son los cables, estos sólo pueden soportar fuerzas tangenciales a su eje. Esto obliga a que los bordes tengan la forma del polígono funicular de las fuerzas que actúan sobre ellos. Sabemos que el polígono funicular asociado a un grupo de fuerzas no es único, su forma va depender de la fuerza axial que se aplique. A mayor fuerza axial se podrá tener una menor curvatura. Se tiene como regla general que, en las relingas, la flecha debe ser un 10% de la longitud de la cuerda, con lo cual las fuerzas axiales van a estar en un rango aceptable, sin embargo, una flecha del 10% reduce de manera importante el área a cubrir.

En el caso de nuestra cubierta, no queremos que el área a cubrir se reduzca en el extremo que la conecta con la capilla por lo que ahí debemos usar un borde rígido. En el extremo opuesto no hay problema, pero por simetría se va a usar también un borde rígido.

Para dibujar los bordes rígidos, en la vista de planta se traza una curva que pase por varios puntos sobre el borde y luego con el comando “pipe” se crea un tubo de .1 m de diámetro. Se ponen los bordes en un “layer” especial.

En los lados de la cubierta, se realiza algo similar generando el cable que sirve de relinga.

Así queda el PH con sus estructuras de borde:

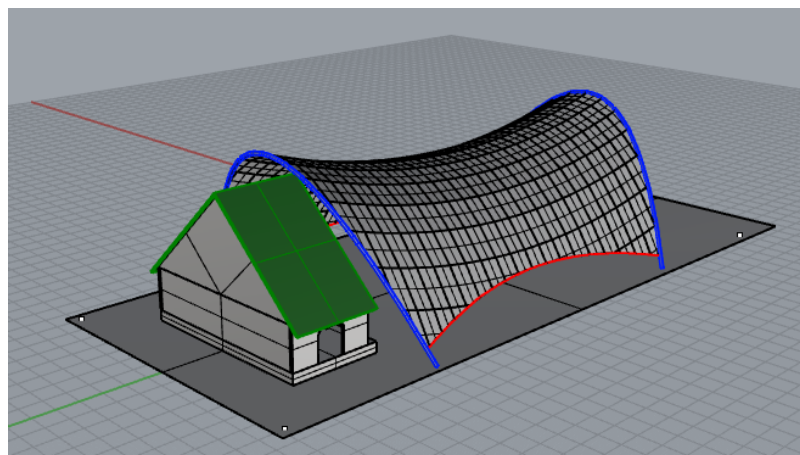


Fig. 40; Perspectiva de la cubierta sobre la explanada, mostrando la capilla y parte de la estructura portante.

2.5 Renders

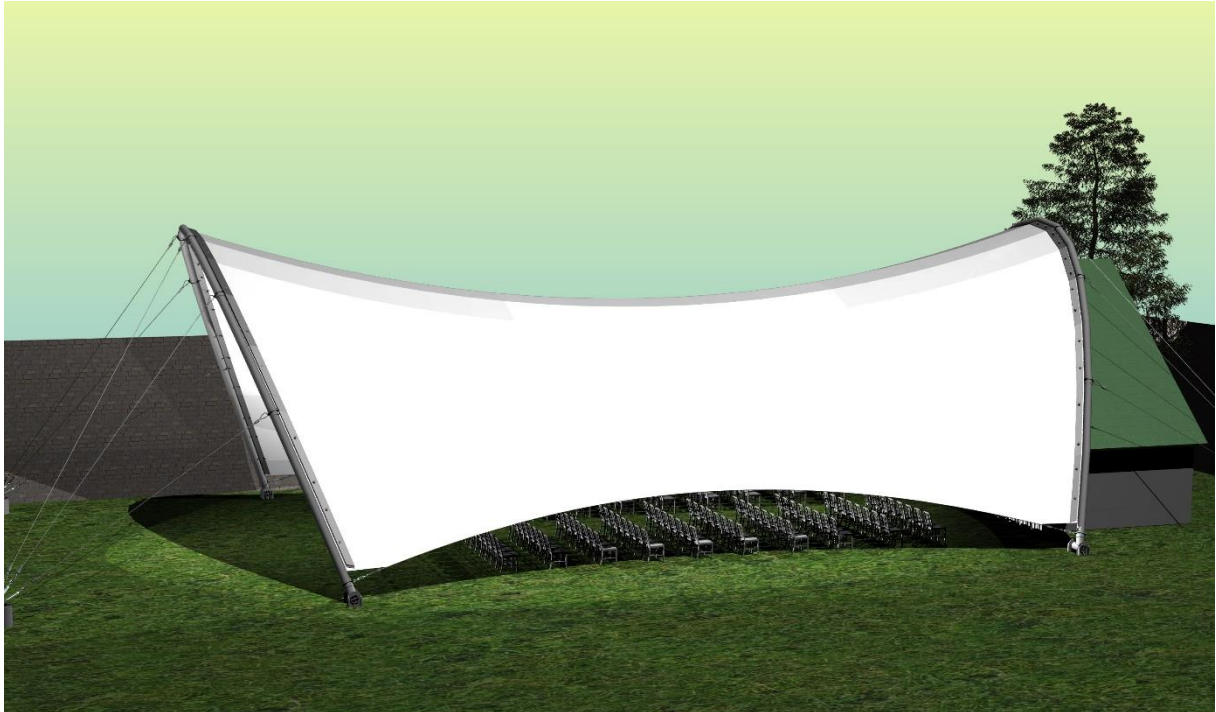


Fig. 41.-Vista exterior



Fig. 42.- Vista interior

2.6 Conclusiones del capítulo 2

El espacio de la explanada de acceso a la capilla pareciera pedir la solución más simple; una bóveda de cañón. Sin embargo, esta, debido a su curvatura simple, no puede realizarse como un elemento de arquitectura textil que necesita una doble curvatura inversa. Si en lugar de correr nuestra sección transversal parabólica sobre una recta, la corremos sobre otra parábola abierta en sentido contrario, vamos a generar una superficie de doble curvatura inversa, y esa superficie resulta ser un paraboloides hiperbólico.

Ya tenemos la forma, sólo resta definir los parámetros del PH y sus bordes, lo que se hizo a lo largo del capítulo.

Capítulo 3. Análisis Mecánico

3.1 Método utilizado

El método de estática gráfica, basado en el concepto de polígono funicular, permite establecer una relación entre la forma y las fuerzas de una forma muy intuitiva. Desarrollado a mediados del siglo XIX, fue usado por Gaudí, Guastavino, Frei Otto y Hans Isler entre otros, para diseñar sus estructuras. Sin embargo, tiene la desventaja de ser muy laborioso ya que requiere la ejecución de innumerables trazos y, además, cualquier cambio implica mover todo, y hay que volver a empezar.

Con el uso de las computadoras digitales, desde principios del siglo XXI se ha empleado este modelo de una forma muy eficiente, como base para el desarrollo de programas de generación de forma y, entre los más recientes están Kangaroo y Rhino Vault. Este último utilizado por el Block Research Group de la Universidad Politécnica Estatal de Zurich.

Para el caso particular en que la forma es un paraboloides hiperbólico, se puede extrapolar de una forma muy simple e intuitiva el concepto bidimensional de polígono funicular a tres dimensiones, y el uso del programa Grasshopper reduce notablemente el trabajo de trazos iterativos.

El uso de un programa comercial de generación de forma, aunque facilita el trabajo, no permite ver de una forma tan intuitiva la relación entre las fuerzas y la forma como se logra con el método original de estática gráfica con el apoyo de Grasshopper, razones por las cuales preferí esta combinación para el cálculo mecánico.

3.2 Materiales considerados; Membrana

Para el presente proyecto se propone el uso de una membrana marca Serge Ferrari, modelo Flexlight Advanced 902-S2.

Sus características principales son:

Ancho del rollo: 267 cm

Peso: 950 g/m²

Resistencia a la ruptura (urdido/trama):

- 420/400 daN/5cm
- 82.40 / 78.48 kg/cm
- 8240 / 7848 Kg/m

3.3 Acciones sobre la cubierta

Se van a analizar las siguientes acciones sobre la cubierta:

- Pre esfuerzo
- Peso propio
- Viento

3.3.1 Pre esfuerzo

Tensinet sugiere someter la membrana a un pre esfuerzo mínimo de 1.3% del esfuerzo de ruptura de la membrana, tanto en dirección del urdido como de trama (wrap/weft).

Lo anterior con el objeto de evitar que la membrana se arrugue y de darle estabilidad ante acciones accidentales, similar a la rigidez que tendría una estructura que resiste por rigidez (EI), pero en este caso debido al pre esfuerzo.

En el caso de una membrana genérica, se recomienda que el pre esfuerzo mínimo esté en un rango de 0.7 KN/m (71.35 Kg/m) a 2 KN/m (203.87 Kg/m).

Para la membrana que vamos a utilizar, el pre esfuerzo mínimo es de 107.12 kg/m / 102.02 kg/m (urdido/trama).

Sin embargo, por razones que se verán más adelante, vamos a tomar como valor mínimo para el pre esfuerzo en sentido de la trama de 70 kg/m.

Cabe mencionar que la membrana se va a diseñar de modo que el urdido esté a lo largo de la cubierta, mientras que la trama quede a lo ancho.

3.3.1.1 Pre esfuerzo en la dirección de la trama

Tomamos una franja de membrana de 1 m de ancho.

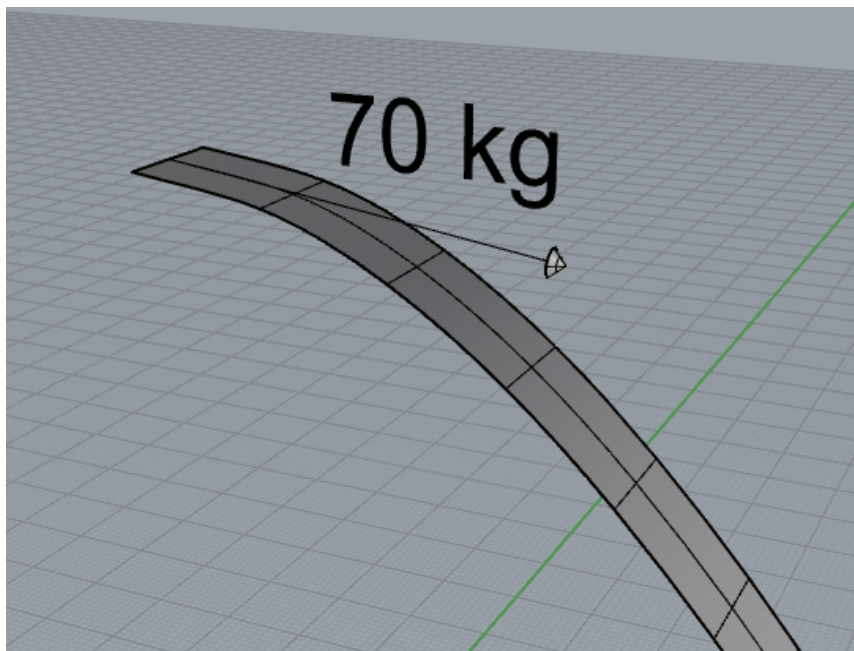


Fig. 43; Franja de 1 m de ancho de paraboloides hiperbólicos en sentido transversal

Si le aplicamos una fuerza de 70 kgf como se muestra en la figura, al dividir esta fuerza entre el ancho de la franja, tendremos un esfuerzo de **70 Kg/m, que es el pre esfuerzo deseado.**

El eje de la franja es una parábola cuya ecuación es:

$$Z = -0.14 y^2$$

Y su derivada es:

$$Z' = -0.28y$$

De modo que la pendiente de la parábola aumentará -0.28 por cada metro que avanzamos en la dirección de Y.

Una de las condiciones para que una curva sea el polígono funicular de un grupo de fuerzas es que la pendiente de las fuerzas en las direcciones horizontal y vertical sea la misma pendiente de la curva. Así:

$$f_z / f_y = -0.28$$

Donde f_z es la componente vertical de la fuerza y f_y es la componente horizontal de la fuerza.

De modo que:

$$f_z = -0.28 f_y$$

La fuerza resultante (suma de vectores por el teorema de Pitágoras) es:

$$f_R^2 = f_z^2 + f_y^2$$

Donde $f_R = 70$ Kgf, o sea la fuerza que deseamos.

Despejando F_y y sustituyendo los valores anteriores tenemos que:

$$f_y = \mathbf{67.41 \text{ kgf}}$$

$$f_z = \mathbf{-18.87 \text{ kgf}}$$

En este polígono funicular, la fuerza en y se conserva al avanzar en la dirección y , pero la fuerza en z se incrementa en una cantidad igual por cada unidad que se avance. Así, para $y=5$ que es la distancia a la que está el borde lateral del paraboloide,

$$f_y = 67.41 \text{ kgf}$$

$$f_z = -94.35 \text{ kgf}$$

por lo que el pre esfuerzo en el borde será de:

$$f_{Rb} = \mathbf{115.96 \text{ kgf/m}}$$

3.3.1.2 Pre esfuerzo en la dirección del urdido

Una condición de equilibrio en el paraboloides hiperbólico es que las fuerzas verticales ejercidas por las parábolas abiertas hacia abajo en cada punto sean iguales y en sentido contrario a las ejercidas por las parábolas abiertas hacia arriba.

Al igual que en el caso anterior, vamos a tomar una franja de 1m de ancho, pero ahora en la dirección longitudinal de la cubierta.

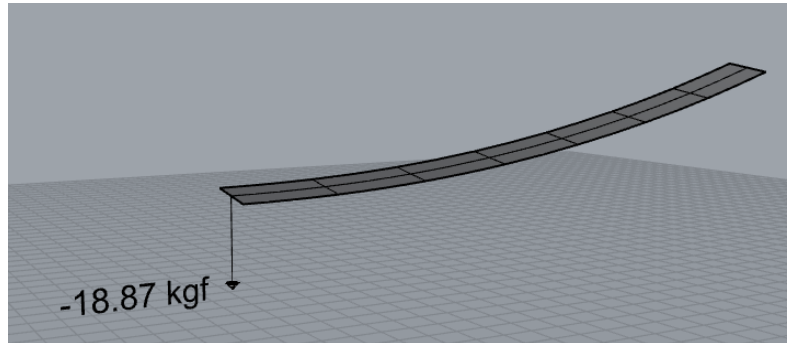


Fig. 44; Franja de 1 m de ancho de paraboloides hiperbólico en sentido longitudinal.

La ecuación de la parábola en esta dirección es:

$$Z = 0.014 x^2$$

Y su derivada es:

$$Z = 0.028 x$$

Por lo que:

$$f_z / f_x = -0.028$$

pero tenemos que la fuerza vertical hacia arriba, debe ser igual a la fuerza vertical hacia abajo de las parábolas del otro sistema, o sea:

$$f_z = -18.87 \text{ kgf}$$

de donde despejamos: $f_x = 673.93 \text{ kgf}$

Sumando vectorialmente $f_x + f_z$ en $x=1$ obtenemos que la resultante es $f_r = 674.19 \text{ kgf}$

En $x = 10$, f_z será 10 veces mayor, mientras que F_x se conserva, por lo que la resultante es:

$$f_{xb} = 699.85 \text{ kgf/m}$$

La tangente que formará esta resultante con la horizontal es de: $188.87 / 673.93 = 0.28$ y el ángulo que le corresponde es de: $\tan^{-1} 0.28 = 15.64^\circ$.

Observamos que el pre esfuerzo es muy grande, mucho más que el pre esfuerzo en la dirección transversal, pero aún está más de 10 veces menor que el límite de la membrana por lo que es aceptable.

El pre esfuerzo en la dirección longitudinal es mucho mayor que el pre esfuerzo en la dirección transversal. Esto se debe a que el paraboloide hiperbólico no es ortogonal. Mientras menor sea el ángulo entre los ejes del paraboloide, mayor será la diferencia entre el pre esfuerzo en ambas direcciones. Esta es la razón por la que comenzamos calculando el pre esfuerzo en la dirección transversal, cerca del vértice y, ahí, le asignamos el menor valor posible 70 kgf/m.

3.3.2 Peso propio

La membrana Flexlight Advanced 902-s2 tiene un peso de 950 g/m_2 .

Si tomamos una franja de 1m de ancho, entonces tendremos una densidad lineal de 950 g/m. Por ser una carga vertical hacia abajo, esta no puede ser tomada por la parábola que tiene forma abierta hacia abajo, ya que debería trabajar a compresión y las membranas arquitectónicas no trabajan a compresión. Así, sólo las parábolas con forma funicular hacia arriba van a tomar esta carga.

La ecuación de la parábola abierta hacia arriba es:

$$Z = 0.014 x^2$$

Y su derivada es

$$Z' = 0.028 x$$

La razón entre sus fuerzas vertical y horizontal es, por lo tanto:

$$f_z / f_x = -0.028$$

y sabemos que $f_z = 0.950 \text{ kgf}$

obtenemos que $f_x = 33.93 \text{ kgf}$

La resultante de ambas fuerzas en $x = 1$ será $f_x(1) = 33.93 \text{ kgf}$

En el extremo de membrana, en $x = 10$, la componente vertical será $f_z(10) = 9.5 \text{ kgf}$, dando una resultante en el borde de $F_{zb} = 35.23 \text{ kgf}$ que, aplicada a una franja de 1 m de ancho, produce un esfuerzo de

35.23 kgf/m.

Este esfuerzo hay que sumarlo a los 699.85 kgf/m correspondientes al pre esfuerzo para calcular el arco de borde.

3.3.3 Carga de viento

Todas las construcciones están sujetas a la acción del viento, el cual va a ejercer una carga denominada accidental sobre ellas.

Las construcciones se pueden clasificar según su importancia en Clase A y en Clase B. Las construcciones Clase A son aquellas que son fundamentales para la seguridad nacional y de la población, como serían hospitales, bases militares, refugios, etc., las cuales, en caso de desastre, su funcionamiento adecuado es básico.

Las construcciones clase B son el resto de las construcciones para uso habitacional, comercial, industrial etc.

Las construcciones también pueden clasificarse según su respuesta a la acción del viento en: Tipo 1, tipo 2, tipo 3 y tipo 4.

Construcciones Tipo 1.- Comprende las estructuras poco sensibles a las ráfagas y a los efectos dinámicos del viento. Incluye las construcciones cerradas techadas con sistemas de cubierta rígidos; es decir, que sean capaces de resistir las cargas debidas al viento sin que varíe esencialmente su geometría. Se excluyen las construcciones en que la relación entre altura y dimensión menor en planta es mayor que 5 o cuyo período natural de vibración excede de 1 segundo. Se excluyen también las cubiertas flexibles, como las de tipo colgante, a menos que por la adopción de una geometría adecuada, la aplicación de pre esfuerzo u otra medida, se logre limitar la respuesta estructural dinámica.

Nuestra cubierta corresponde a Tipo 1, ya que por su geometría adecuada y la aplicación de pre esfuerzo logra una rigidez que la hace capaz de resistir las cargas debidas al viento sin que varíe esencialmente su geometría, además de que su relación altura-planta es menor que 5.

Los otros tres tipos, son estructuras que por su forma son más sensibles a ráfagas de viento de corta duración que, por no corresponder a nuestra estructura, no vamos a analizar.

MÉTODOS SIMPLIFICADO Y ESTÁTICO PARA DISEÑO POR VIENTO

Para el cálculo de empujes y/o succiones sobre las construcciones del Tipo 1 debidas a la presión del viento, se podrá emplear el método estático basado en aplicar las presiones de diseño que se definen a continuación sobre las superficies expuestas a las acciones del viento.

El método simplificado podrá aplicarse para estructuras con altura no mayor de 15 m, con planta rectangular o formada por una combinación de rectángulos, tal que la relación entre una altura y la dimensión menor en planta sea menor que 4.

El método simplificado que se propone en las Normas Técnicas Complementarias (NTC) del Reglamento de Construcciones para la CDMX, se basa en la ecuación de Bernoulli, y propone la obtención de los valores de la presión de diseño, la cual va a actuar sobre las superficies expuestas y que se define como sigue:

$$p_z = 0.47 C_p V_D^2 \quad \text{Valor en Pa}$$

$$(p_z = 0.048 C_p V_D^2) \quad \text{Valor en Kg/m}^2$$

Dónde:

p_z .- Presión de diseño.

C_p .- coeficiente local de presión, que depende de la forma de la estructura

V_D .- velocidad de diseño en m/s a la altura z , definida en la sección

3.3.3.1 Velocidad de Diseño

Para obtener la presión de diseño, primero debemos obtener la velocidad de diseño.

Esta se define como:

$$V_D = F_{TR} F_\alpha V_R$$

Dónde:

F_{TR} .- Factor que depende de la topografía y rugosidad del terreno

F_α .- Factor que depende de la altura de la construcción

V_R .- Velocidad de regional

La siguiente tabla ofrece los valores de velocidad regional para diferentes zonas de la CDMX

Importancia de la construcción	A	B	Temporal
Periodo de retorno, años	200	50	10
Zona I: Alcaldías de Azcapotzalco, y G. A. Madero	28	25	19
Zona II: Alcaldías de Miguel Hidalgo, Cuauhtémoc, Venustiano Carranza, Benito Juárez, Coyoacán, Iztacalco, e Iztapalapa	33	30	23
Zona III: Alcaldías de Cuajimalpa, Álvaro Obregón, Magdalena Contreras, Tlalpan, Milpa Alta, Tláhuac, y Xochimilco	39	35	27

Para cada zona ofrece tres valores de velocidad regional, dependiendo de la importancia de la construcción, incluyendo construcciones temporales cuando éstas tengan una duración de más de una estación del año.

A cada grupo de tres velocidades correspondientes a cada tipo de construcción se les asigna un período de retorno en años. El período de retorno es el recíproco de la probabilidad de que, en un año, el viento rebase esta velocidad.

Así, la probabilidad de que un viento rebase los 35 m/s en un año en la delegación Tlalpan es de $P=1/50 = 0.02$

La probabilidad de que un evento con un período de retorno de 50 años ocurra en un intervalo de n años está dado por la fórmula estadística:

$$P_n = 1 - (1 - p)^n$$

Dónde:

n = Intervalo en años en el cual se evalúa la probabilidad.

P_n = Probabilidad de que el evento suceda en el intervalo.

$P = 1/T$, probabilidad de que el evento suceda en un año.

T = período de retorno en años

Si yo espero que mi construcción tenga una vida útil de 15 años, me puede interesar la probabilidad de que el evento ocurra en ese intervalo.

Así, la probabilidad de que, en un intervalo de 15 años, el viento rebase los 35 m/s es: 0.26.

Podemos definir el valor del riesgo como el producto del costo de reposición de una construcción por la probabilidad de que un evento catastrófico la destruya.

Si el costo de la construcción que soporta vientos de 35 m/s es C , entonces el valor del riesgo de que se destruya y se tenga que volver a construir es:

$$R = P_n C = 0.26C$$

Si, para reducir el riesgo, decido hacer una construcción que soporta vientos con un período de retorno de 200 años, esto va a incrementar el costo de construcción. Si el incremento en el costo de la construcción es mayor que el costo del riesgo de construirla para un período de retorno de 50 años, es más rentable hacerla para 50 años y pagar un seguro que hacerla para 200 años.

Aunque el valor del riesgo R es bajo, la NTC obliga a que las construcciones tipo A se hagan para resistir eventos con un período de retorno de 200 años, aunque financieramente no sea tan rentable, incluyendo el valor del riesgo, que hacerlos para 50 años.

Así, la norma obliga a que las construcciones tipo B, como es la que estamos diseñando, debe hacerse para soportar eventos con período de retorno de 50 años.

Por lo tanto, la velocidad regional aplicable a la alcaldía Tlalpan será la de

$$V_R = 35 \text{ m/s}$$

La NTC establece que:

$$F\alpha = 1.0; \text{ si } z \leq 10 \text{ m}$$

Que es nuestro caso.

3.3.3.1.1 Clasificación del terreno por su rugosidad

- R1 Escasas o nulas obstrucciones al flujo de viento, como en campo abierto
- R2 Terreno plano u ondulado con pocas obstrucciones

- R3 Zona típica urbana y suburbana. El sitio está rodeado predominantemente por construcciones de mediana y baja altura o por áreas arboladas y no se cumplen las condiciones del Tipo R4.
- R4 Zona de gran densidad de edificios altos. Por lo menos la mitad de las edificaciones que se encuentran en un radio de 500 m alrededor de la estructura en estudio tiene una altura superior a 20 m.

Valores de F_{TR} dependiendo de la rugosidad del terreno y su topografía.

	Rugosidad de terrenos en alrededores		
	Terreno tipo R2	Terreno tipo R3	Terreno tipo R4
T1 Base protegida de promontorios y faldas de serranías del lado de sotavento	0.80	0.70	0.66
T2 Valles cerrados	0.90	0.79	0.74
T3 Terreno prácticamente plano, campo abierto, ausencia de cambios Topográficos importantes, con pendientes menores de 5 % (normal)	1.00	0.88	0.82
T4 Terrenos inclinados con pendientes entre 5 y 10 %	1.10	0.97	0.90
T5 Cimas de promontorios, colinas o montañas, terrenos con pendientes mayores de 10 %, cañadas o valles cerrados	1.20	1.06	0.98

para la ubicación de nuestro terreno, consideramos que es tipo R3, T4 por lo que le corresponde un valor de:

$$F_{TR} = 0.97$$

Con lo cual vamos a tener como velocidad de diseño:

$$V_D = 33.95 \text{ m/s (122.22 km/h)}$$

3.3.3.2 Presión de Diseño

Teníamos las expresiones:

$$p_z = 0.47 C_p V_D^2 \quad \text{Valor en Pa}$$

$$(p_z = 0.048 C_p V_D^2) \quad \text{Valor en Kg/m}^2$$

Dónde:

C_p .- coeficiente local de presión, que depende de la forma de la estructura

V_D .- velocidad de diseño en m/s a la altura z, definida en la sección

Con las que ahora podemos obtener la Presión de diseño P_z aplicable a nuestro proyecto como:

$$p_z = 541.72 C_p \text{ (Pa)}$$

$$p_z = 55.32 C_p \text{ (kgf/m}^2\text{)}$$

3.3.3.3 Coeficientes de presión

Para techos curvos, la NTC distingue tres zonas:

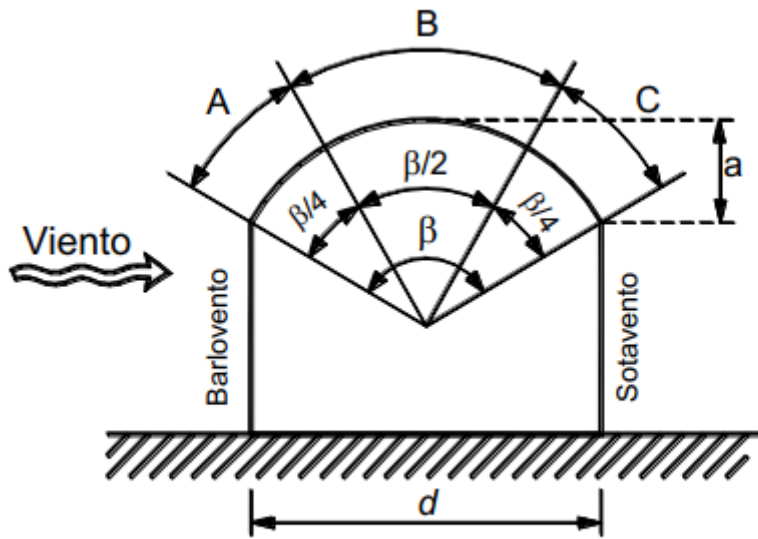


Figura 3.3.1 Cubiertas en arco

Fig. 45; Coeficientes de presión para cubiertas en arco.

Con coeficientes de presión para cada zona como se muestran en la tabla siguiente.

Tabla 3.3.2 Coeficientes de presión C_p para cubiertas en arco

Tipo de cubierta	$r = a/d$	Zona		
		A	B	C
En estructura elevada	$0 < r < 0.2$	-0.9	$-0.7 - r$	-0.5
	$0.2 \leq r \leq 0.3$	$(1.5r - 0.3)^*$	$-0.7 - r$	-0.5
	$0.3 < r \leq 0.6$	$2.75r - 0.68$	$-0.7 - r$	-0.5
Apoyada en el terreno	$0 < r \leq 0.6$	$1.42r$	$-0.7 - r$	-0.5

*Cuando $0.2 \leq r \leq 0.3$, se deberá revisar también con el coeficiente alterno $(6r - 2.1)$

Tabla 1; Coeficientes de presión para cubiertas en arco. NTC del RC para la CDMX, Capítulo de Viento, Dic. 2017.

En nuestro caso, la cubierta está apoyada en el terreno y podemos considerar que el ángulo varía 180° , por lo que:

Zona A, de 0 a 45° del lado de barlovento

Zona B, de 45 a 135° en la parte superior

Zona C, de 135 a 180° en el lado de sotavento

Para nuestra cubierta tenemos que $r = 0.458$, por lo que los coeficientes para cada zona son:

$$C_{pA} = 0.65$$
$$C_{pB} = -1.158$$
$$C_{pC} = -0.5$$

Con lo que, las presiones de diseño son:

$$P_{zA} = 35.96 \text{ kg/m}^2$$
$$P_{zB} = -64.06 \text{ kg/m}^2$$
$$P_{zC} = -27.60 \text{ kg/m}^2$$

Las áreas del paraboloides hiperbólico correspondientes a las tres zonas son:

$$\text{Área zona A} = 73.29 \text{ m}^2$$
$$\text{Área zona B} = 218.82 \text{ m}^2$$
$$\text{Área zona C} = 73.29 \text{ m}^2$$

La succión total sobre el lado de barlovento es:

$$F_b = 73.29 * 35.96 - (218.82/2) * 64.06 = -4096.00 \text{ kgf}$$

La succión total sobre el lado de sotavento es:

$$F_s = -73.29 * 35.96 - (218.82/2) * 64.06 = -9031.60 \text{ kgf}$$

Como el viento puede soplar de cualquiera de los dos lados, vamos a tomar el valor más grande.

La presión promedio de succión será entonces:

$$P_{zb} = -49.43 \text{ kgf / m}^2$$

Sólo nos resta transmitir estos esfuerzos a los bordes.

3.4 Conclusiones del capítulo 3

En este capítulo hicimos un análisis de las principales acciones que afectan a nuestra estructura como son: Pre-tensado, peso propio y viento.

El cálculo de las fuerzas que actúan sobre la membrana se hizo mediante un método gráfico, el cual consiste originalmente en un algoritmo que permite obtener, a partir de un grupo de fuerzas coplanarias, el polígono funicular que mejor se adapta a una curva dada en el mismo plano. Este método, descrito en detalle por el Arq. Juan Antonio Tonda en su libro "Cascares de Concreto", 1987., es un método iterativo que requiere realizar varias veces los mismos pasos, variando la posición de un punto de referencia llamado *polo*, y el proceso que se repite es gráfico y laborioso. Debido a esto, se hizo una modificación del método usando diseño paramétrico con el software Grasshopper, el cual no existía en el año en que el profesor Tonda publicó su libro, así, se rempazan todas las iteraciones con un ajuste a dos parámetros mediante "Sliders", y Grasshopper dibuja el polígono funicular correspondiente a los valores de los parámetros elegidos en el espacio de Rhinoceros.

Así, basta con ver la forma del polígono funicular en Rhino y jugar con los “sliders” hasta que tenga la forma y posición deseada.

Esta herramienta permitió ahorrar mucho tiempo evitando muchos diagramas.

Capítulo 4.- Propuesta Constructiva

4.1 Estructura portante

4.1.1 Fuerzas sobre los Arcos de borde

A continuación, podemos ver un esquema del arco de borde junto con el tirante que lo sostiene.

El arco de borde está en un plano que forma un ángulo de 70.6° respecto a la planta. En su parte superior se conecta un tirante que forma un ángulo de 60.7° respecto a la planta y en la parte superior se muestra una recta que muestra el Ángulo en que la generatriz parabólica llega al arco.

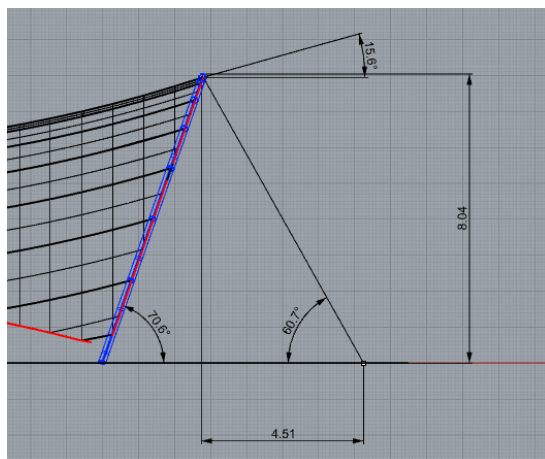


Fig. 46; Ángulos del plano del arco de borde y de los tirantes.

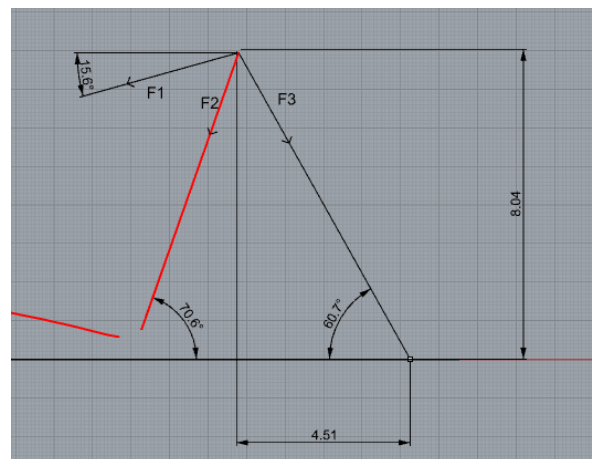


Fig. 47; Dirección de las fuerzas sobre el arco de borde y los tirantes.

Podemos hacer ahora un esquema en donde se muestran las fuerzas que están actuando sobre el arco de borde.

F1 es la fuerza que ejerce una franja parabólica de 1 m de ancho sobre el borde y tiene dos componentes colineales, la fuerza debida al pre-esfuerzo y la fuerza debida al peso propio de la membrana.

$$\mathbf{F1} = 699.85 \text{ kgf} + 33.94 \text{ kgf} = \mathbf{733.79 \text{ kgf}}$$

F2 y F3 son incógnitas.

Si descomponemos las fuerzas en sus componentes horizontales y verticales, y sabiendo que, como el sistema está en equilibrio, la suma en ambas direcciones debe ser cero, podemos formar un sistema de dos ecuaciones simultáneas.

$$F1x + F2x + F3x = 0$$

$$F1z + F2z + F3z = 0$$

Las expresiones para cada una de estas componentes son:

$$F1x = 733.79 \cos 15.64^\circ = 706.62 \text{ kgf}$$

$$F1z = 733.79 \sin 15.64^\circ = 197.82 \text{ kgf}$$

$$F2x = F2 \cos 70^\circ = 0.342 F2 \text{ kgf}$$

$$F2z = F2 \sin 70^\circ = 0.94 F2 \text{ kgf}$$

$$F3x = F3 \cos 60.7^\circ = 0.49 F3 \text{ kgf}$$

$$F3z = F3 \sin 60.7^\circ = 0.872 F3 \text{ kgf}$$

Sustituyendo estos valores en el sistema de ecuaciones tenemos:

$$706.62 + 0.343F2 + 0.490 F3 = 0$$

$$197.82 + 0.940F2 + 0.872 F3 = 0$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones, tenemos que.

$$|F2| = 3219.61 \text{ kgf}$$

$$|F3| = 3695.81 \text{ kgf}$$

Todas las parábolas abiertas hacia arriba son iguales, pero el plano en que está el arco va a recortar algunas, dejándolas un poco más cortas por lo que la fuerza con la que van a "jalar" el arco será un poco menor que F1. Por simplicidad en los cálculos, vamos a suponer que todas ejercen la misma fuerza F1, lo que, además, nos va a dar un margen extra de seguridad.

Así, en cada metro de arco, la membrana, junto con el tirante van a ejercer una fuerza de compresión sobre el arco de magnitud $F2 = 3219.61 \text{ kgf}$.

Como F2 está actuando en el mismo plano en que está el arco, vamos a trabajar sobre este plano.

Dibujamos la curva del arco y, si usamos método de estática gráfica (*Ref. Juan Antonio Tonda, Cascarones de concreto, 1987, ISBN 968-840-364-4, cap. II Funiculares y arcos*), debemos encontrar el polígono funicular que, a partir de las fuerzas aplicadas, se adapte a la curva.

Como se comentó anteriormente, vamos a sustituir el método de estática gráfica tradicional por una definición Grasshopper, lo que facilita mucho el trabajo.

En una columna, la carga crítica **Pc**, es aquella con la que la columna pasa de un estado de equilibrio estable a uno de equilibrio inestable, condición bajo la cual, cualquier pequeña desviación de la vertical la va a hacer fallar.

La carga crítica para una columna está definida por la ecuación de Euler (Gere, Goodno; Mecánica de Materiales; 8va ed., cap. 11, pag. 882) :

$$P_c = \pi^2 EI / L^2$$

Dónde:

- Pc .- carga crítica
- E .- Módulo elástico del material
- I.- Momento de inercia de la sección transversal (segundo momento de área)
- L.- longitud de la columna

El valor de Pc va a ser la carga que le vamos a aplicar a la columna multiplicada por un factor de seguridad de 1.5.

De esta ecuación podemos despejar el valor de I que se requiere.

$$I = P_c L^2 / \pi^2 E$$

Como la carga varía a lo largo de nuestra columna, vamos a hacer una tabla por tramos.

Longitud (cm)	carga (kgf)	carga crítica (kgf)	I (cm ⁴)
177	18844	28266	44
303	16181	24271	110.72
433	13758	20637	192.23
545	11725	17587	259.58
646	10315	15472	320.84

Tabla 3; Carga crítica y momento de inercia requerido en cada tramo.

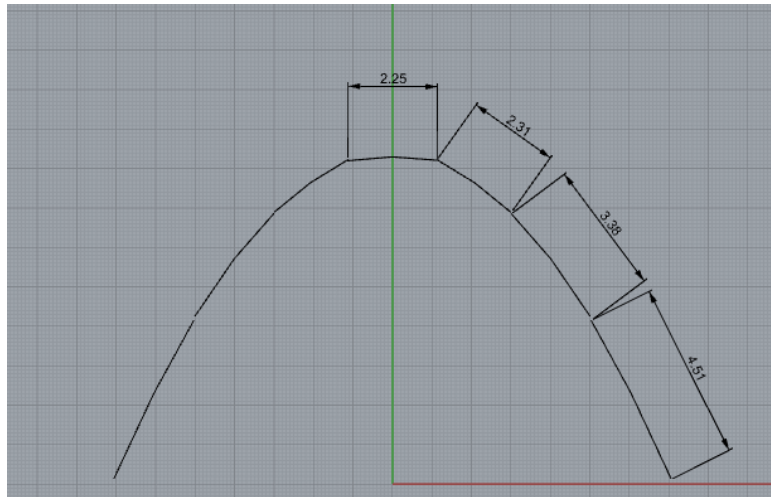
Como vamos a usar el mismo momento de inercia para todo el arco, vamos a utilizar el mayor, por seguridad, que es I=320.84 cm⁴

Buscamos en el Manual de Construcción en Acero de IMCA y encontramos que hay un perfil **OC de 4.5" de diámetro con 0.33"** de pared (114 mm, 8.6 mm) el cual tiene un momento de inercia de **377.52 cm⁴** y un peso de 22.32 kg/m.

Este perfil es adecuado para el arco de borde con respecto a la carga axial.

4.1.2 Flexión transversal sobre los segmentos de arcos de borde

Falta analizar el momento flexionante que se produce al tener una carga transversal uniformemente distribuida producida por la tracción de la membrana, apoyada en tirantes separados por una distancia.



El arco va a estar sujeto a una carga distribuida transversal de $w=699.85 \text{ kgf/m}$ y va a estar apoyada por los tirantes. Podemos usar como modelo una viga simplemente apoyada, tomando los tirantes como apoyos.

En el esquema se muestra la longitud entre los segmentos del borde separados por los tirantes.

Fig.49; Longitud de los tramos del borde rígido-

Vamos a calcular el segmento más largo que es en donde se acentúa el efecto de la flexión.

y cuyo momento de flexión en el centro es:

$$M = WL^2/8 = (6.99 \text{ kgf/cm}) * (451 \text{ cm})^2 / 8 = 177,721.6 \text{ kgf} * \text{cm}$$

El máximo esfuerzo al que va a estar sometido el material está dado por la expresión:

$$\sigma = M / S = 177,721.6 / 66.04 = \mathbf{2,691.1 \text{ kgf/cm}^2}$$

Dónde $S=66.04$ es el módulo de sección del perfil que habíamos elegido en el punto anterior y cuyo valor se obtiene en las tablas del IMCA.

Podemos ver que el esfuerzo es superior al esfuerzo de fluencia del acero A36 que es de $\mathbf{2549.29 \text{ kgf / cm}^2}$ por lo tanto este perfil **no** es adecuado para hacer el arco de borde.

En el manual de acero IMCA buscamos un perfil de mayor valor de S y encontramos que el perfil OC de $4.5'' \times 0.37$ tiene un valor de $S=71.94$. Usando este valor, tenemos que:

$$\sigma = M / S = 177,721.6 / 71.94 = \mathbf{2,470.41 \text{ kgf/cm}^2}$$

Observamos que el esfuerzo máximo al centro del segmento ya es inferior al esfuerzo de fluencia del acero utilizado, por lo que se podría usar este perfil.

Su momento de inercia es de $I=410.83 \text{ cm}^4$, superior al del perfil anterior, por lo que podemos reemplazarlo sin problema.

Su peso es de 24.61 kg/m

En la misma tabla podemos observar que el perfil de $6'' \times 0.18''$ Tiene un momento de inercia de 561.91 cm^4 y un módulo de sección de 73.91 , ambos superiores a los de perfil anterior, pero sólo pesa 17 kg/m , por lo que este resulta más eficiente con respecto al peso y como consecuencia al costo. El máximo esfuerzo, en el punto central del segmento es:

$$\sigma = M / S = 177,721.6 / 73.91 = \mathbf{2,404.56 \text{ kgf/cm}^2}$$

Con este perfil, tenemos un factor de seguridad del 6% solamente.

Si utilizamos el perfil de $7'' \times 0.18''$, este tiene un momento de inercia de 903.22 cm^4 y un módulo de sección de 101.76 cm^3 , con lo cual el esfuerzo máximo es:

$$\sigma = M / S = 177,721.6 / 101.76 = \mathbf{1746.48 \text{ kgf/cm}^2}$$

Con este perfil tenemos un factor de seguridad del 68% y sólo pesa 20.38 kg/m .

Vamos a utilizar este perfil.

Los otros tramos son más cortos, por lo que su momento de flexión será menor y como consecuencia estarán sujetos a un menor esfuerzo.

4.1.3 Tracción sobre los Tirantes

Tirante 1

Utilizamos el esfuerzo $|F3| = 3695.81 \text{ kgf/m}$ que obtuvimos anteriormente como resultado del sistema de ecuaciones, aplicado al tramo superior de 2.25 m de longitud por lo que la fuerza total ejercida sobre este tramo es de $8,315.57 \text{ kgf}$, la cual se reparte entre los dos cables en sus extremos quedando $4,157.78 \text{ kgf}$ en cada cable.

El tramo 2 tiene una longitud de 2.31 m , lo que produce una carga de $8,37.32 \text{ kgf}$ que al repartirlo entre los dos cables de sus extremos da una fuerza de 4268.66 kgf .

El tirante 1 estará soportando así la fuerza que ejerce sobre el primero y el segundo tramo siendo:

$$\mathbf{4157.78 \text{ kgf} + 4268.66 \text{ kgf} = 8426.44 \text{ kgf.}}$$

Tirante 2

Mediante un procedimiento análogo, calculamos la fuerza sobre el tirante 2:

$$\mathbf{4268.66 \text{ kgf} + 6245.41 \text{ kgf} = 10,514.07 \text{ kgf}}$$

Tirante 3


Análogamente, para el tirante 3 será:


$$6245.41\text{kgf} + 8334.05\text{ kgf} = 14,579.46\text{ kgf}$$


Tabla de cables Barracuda:


BOA[®]
negro
bright

BARRACUDA[®]
galvanizado
galvanized

6x19S


6x21F


6x25F


6x26WS


Diámetro		Peso Aproximado		Resistencia a la Ruptura					
Diameter		Approximate Weight		Minimum Breaking Force					
Pulgadas	Milímetros	lb / ft	kg / m	Arado Mejorado / IPS		Arado Extra Mejorado / EIP		Arado Extra Extra Mejorado / EEIP	
Inch	mm			lb	Ton*	lb	Ton*	lb	Ton*
1/4	6.35	0.12	0.18	5,890	2.7	6,790	3.1	-	-
5/16	7.94	0.18	0.27	9,150	4.1	10,540	4.8	-	-
3/8	9.53	0.26	0.39	13,120	6.0	15,100	6.9	16,590	7.5
7/16	11.1	0.35	0.50	17,780	8.1	20,380	9.2	22,380	10.2
1/2	13	0.46	0.68	23,000	10.4	26,600	12.1	29,200	13.2
9/16	14.5	0.59	0.88	29,000	13.2	33,600	15.2	37,000	16.8
5/8	16	0.72	1.07	35,800	16.2	41,200	18.7	45,400	20.6
3/4	19	1.04	1.55	51,200	23.2	58,800	26.7	64,800	29.4
7/8	22	1.42	2.11	69,200	31.4	79,600	36.1	87,600	39.7
1	26	1.85	2.75	89,800	40.7	103,400	46.9	113,800	51.6
1-1/8	29	2.34	3.48	113,000	51.3	130,000	59.0	143,000	64.9
1-1/4	32	2.89	4.30	138,800	63.0	159,800	72.5	175,800	79.8
1-3/8	35	3.50	5.21	167,000	75.7	192,000	87.1	-	-
1-1/2	38	4.16	6.19	197,800	89.7	228,000	103.0	-	-
1-5/8	42	4.88	7.26	230,000	104.0	264,000	120.0	-	-
1-3/4	45	5.67	8.44	266,000	121.0	306,000	139.0	-	-
1-7/8	48	6.50	9.67	304,000	138.0	348,000	158.0	-	-
2	52	7.39	11.0	344,000	156.0	396,000	180.0	-	-

De acuerdo a la tabla de cables barracuda mostrada anteriormente, un cable de **9/16**, Extra Mejorado nos funciona bien.

En cada tirante se va a colocar un tensor para poder darle la tracción adecuada.

TENSOR DE ACERO QUIJADA/QUIJADA TB0927 1
Código: 14TENSOR250CH



DETALLES	MAS INFORMACIÓN	OFERTA			
Código	Número	Diámetro del perno (D) pulg - mm	Long. (L) pulg - mm	Long. (A) pulg. - mm	Capacidad de carga Kg
14TENSOR250CH	TB0927	1.1/2 - 38.1	18 - 455	21 - 545	9707.5

Fig.50; Tensor de acero disponible comercialmente.

A continuación, se muestra una imagen de los cables con los tensores.

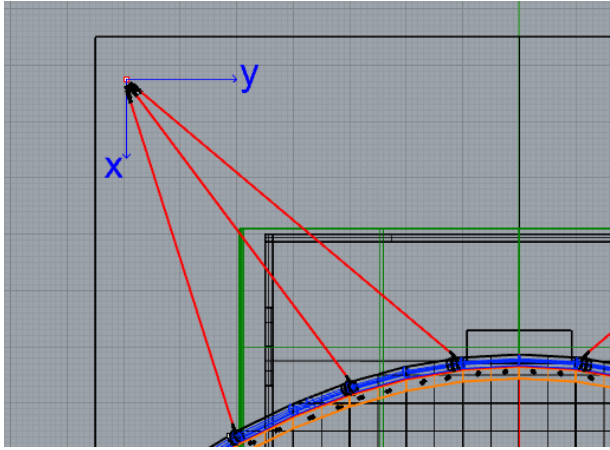


Fig. 51; Vista de planta de la dirección de los tirantes.

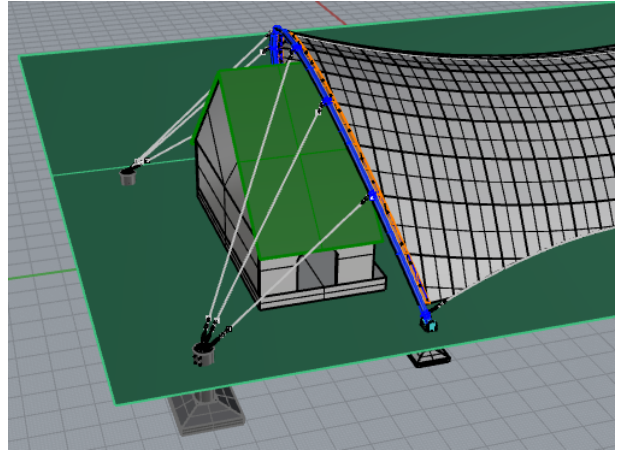


Fig. 52; Tirantes colocados en el borde rígido

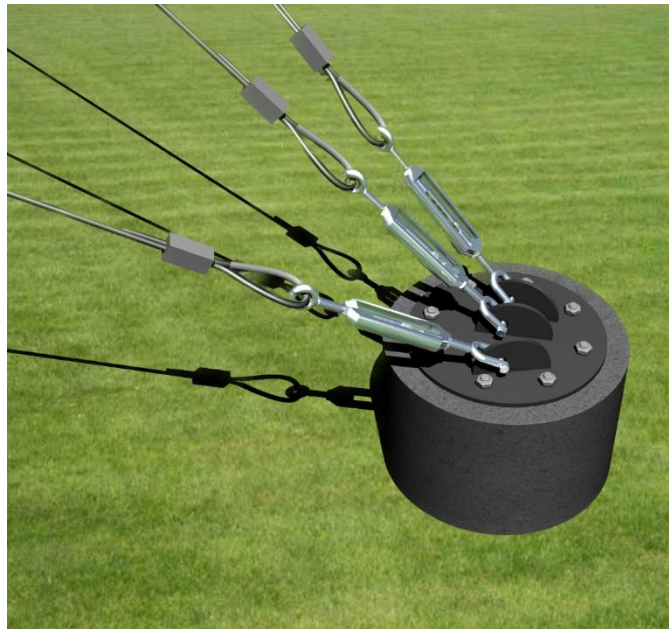


Fig. 53; detalle de los tensores

4.2 Retenidas

4.2.1 Apoyos de los tirantes (retenidas)

Para poder obtener más fácilmente las fuerzas que actúan sobre los puntos de apoyo en la cimentación, es conveniente colocar un sistema de coordenadas en nuestro espacio de construcción.

Colocamos el origen en el punto del terreno en donde se apoyan los tirantes, con los ejes X y Y como se muestran y el eje Z ortogonal a ambos hacia arriba.

Comenzamos con el tirante 3.

Si formamos un triángulo como es ve en el dibujo, y llamamos **a** al ángulo que el tirante forma con el plano de planta, por el teorema de Pitágoras, la hipotenusa será $c = 7.51$, por lo que:

$$\text{Sen } a = 0.52$$

$$\text{Cos } a = 0.85$$

La fuerza del tirante tendrá una componente vertical:

$$T_{1z} = 14,579.46 \text{ sen } a = 7523 \text{ kgf}$$

Y una componente sobre el plano de

$$T_{1p} = 14,579.46 \text{ cos } a = 12480 \text{ kgf}$$

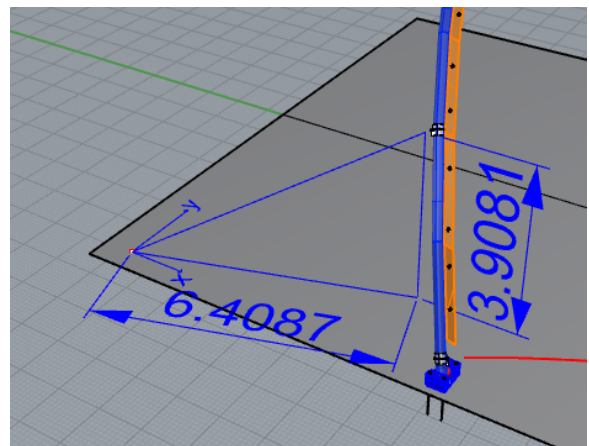


Fig.54; Ángulo vertical del tirante 3

Ahora vamos a descomponer la componente sobre el plano en sus componentes x y y.

Podemos ver que el ángulo **b** que forma respecto al eje x es de 17.4° .

Así, la componente en x será:

$$T_{1x} = 12480 \text{ kgf cos } b = 11,908.9 \text{ kgf}$$

y la componente y será:

$$T_{1y} = 12480 \text{ kgf sen } b = 3732.02 \text{ kgf}$$

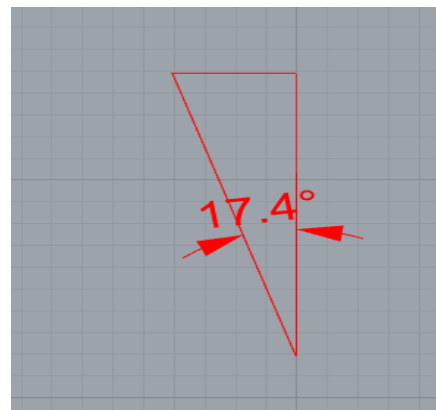


Fig. 55; Ángulo en planta del tirante 3.

Con lo cual ya tenemos la tracción sobre el tirante T3 descompuesto en sus componentes en la dirección de los ejes coordenados.

Ahora hacemos lo mismo para los otros dos tirantes.

Tirante 2

$$\text{Sen } a = 0.694$$

$$\text{Cos } a = 0.7198$$

Así:

$$T2z = 10,514.07 \text{ kgf sen } a = 7296.76 \text{ kgf}$$

$$T2p = 10,514.07 \text{ kgf cos } a = 7568.49 \text{ kgf}$$

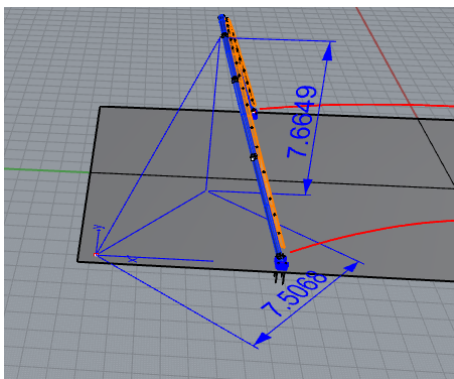


Fig. 56; Ángulo vertical del segundo tirante

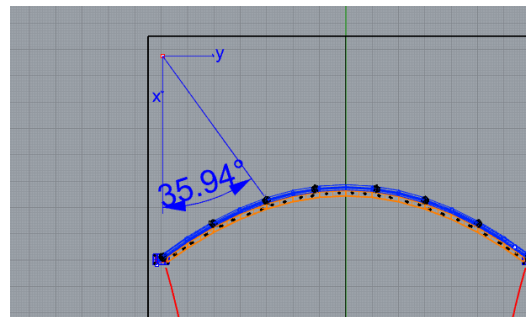


Fig. 57; Ángulo en planta del tirante 2.

Ahora, descomponiendo la componente en el plano:

$$T2x = 7568.49 \text{ kgf cos } 35.9^\circ = 6130.79 \text{ kgf}$$

$$T2y = 7568.49 \text{ kgf sen } 35.9^\circ = 4437.95 \text{ kgf}$$

Tirante 1

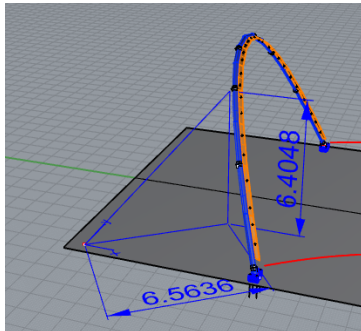


Fig. 58, Ángulo vertical del tirante 1



Fig. 59; Ángulo en planta del tirante 1

$$\text{Sen } a = 0.723 ; \text{Cos } a = 0.690$$

$$T_{3z} = 8426.44 \text{ sen } a = 6092.31 \text{ kgf}$$

$$T_{3p} = 8426.44 \text{ cos } a = 5814.24 \text{ kgf}$$

$$T_{3x} = 5814.24 \text{ cos } 49.6^\circ = 3768.32 \text{ kgf}$$

$$T_{3y} = 5814.24 \text{ sen } 49.6^\circ = 4427.77 \text{ kgf}$$

Podemos resumir la descomposición de los tres tirantes en una tabla:

Tirante	Tx	Ty	Tz	T _R
1	11,908.90	3732.02	7523	14572
2	6130.79	4437.95	7296.76	10513
3	3768.32	4427.77	6092.31	8421.5
suma	21,808.01	12,597.74	20,912.07	32735.41

Tabla 4; Tracción sobre los tirantes.

La suma de las componentes nos indica las fuerzas que van a estar actuando sobre cada punto de apoyo de los tirantes.

En el caso de la componente vertical, con una densidad del concreto de 2240 kg/m^3 , se necesita un muerto de 9.33 m^3 . Puede ser un cubo de 2.1 m de lado.

Para contener las componentes horizontales, se pueden colocar traveses de liga entre los dados de apoyo, sin embargo, dado que el terreno es de roca volcánica, sólo se van a colocar

trabes de liga que trabajen a tracción para contener las componentes horizontales. Las fuerzas horizontales de compresión las va a tomar el terreno.

4.2.2 Soporte de los arcos de borde

Mediante un procedimiento similar al anterior podemos descomponer la fuerza que llega a los apoyos de los arcos de borde en sus componentes a lo largo de los ejes x, y, z. Por el teorema de Pitágoras podemos determinar la longitud de la hipotenusa como 1.75 m. Si llamamos a al ángulo entre el arco y el plano de planta, tenemos que:

$$\text{Sen } a = 0.857$$

$$\text{Cos } a = 0.514$$

Por lo tanto, si la fuerza que ejerce el arco sobre el apoyo es de **18,846.41 kgf**, entonces la componente vertical de esta fuerza será:

$$F_z = 18846.41 \text{ sen } a = 16151.37 \text{ kgf}$$

Y la componente horizontal será:

$$F_h = 18846.41 \text{ cos } a = 9687.05 \text{ kgf}$$

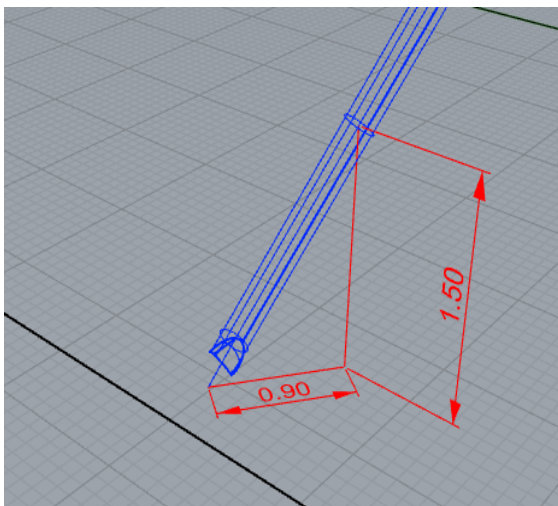


Fig. 60.- Ángulo vertical en el extremo de los arcos de borde

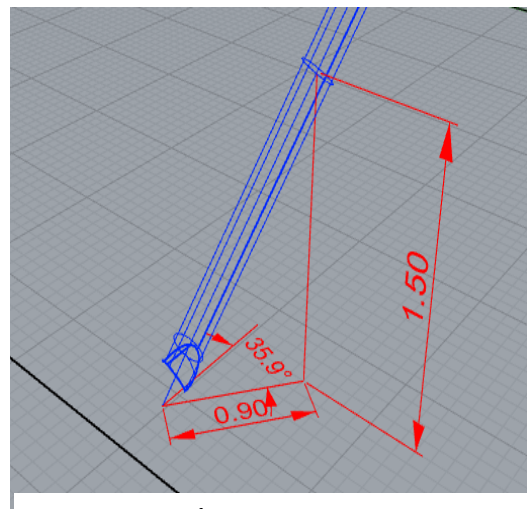


Fig.61.- Ángulo en planta del extremo del arco de borde.

La componente horizontal forma un ángulo de 35.9° respecto al eje y que habíamos definido, por lo tanto, las componentes x y y serán:

$$F_x = 9687.05 \text{ sen } 35.9^\circ = 5680.22 \text{ kgf}$$

$$F_y = 9687.05 \text{ cos } 35.9^\circ = 7846.91 \text{ kgf}$$

A la componente en x se le van a sumar 13,392.31 kgf que es la tracción de la relinga. En este lugar, la cimentación va a tener una Zapata aislada que soporte un empuje vertical de **16151.37 kgf**.

Sobre esta zapata se va a colocar un dado que sujete la articulación del arco y además conecte con dos traveses de liga que reciben los empujes horizontales de 5680.22 kgf en la dirección x y 7846.91 kgf en la dirección y.

4.3 Propuesta de cimentación

4.3.1 Zapatas aisladas

A continuación, se muestra, de una forma esquemática, la estructura portante sobre la cimentación.

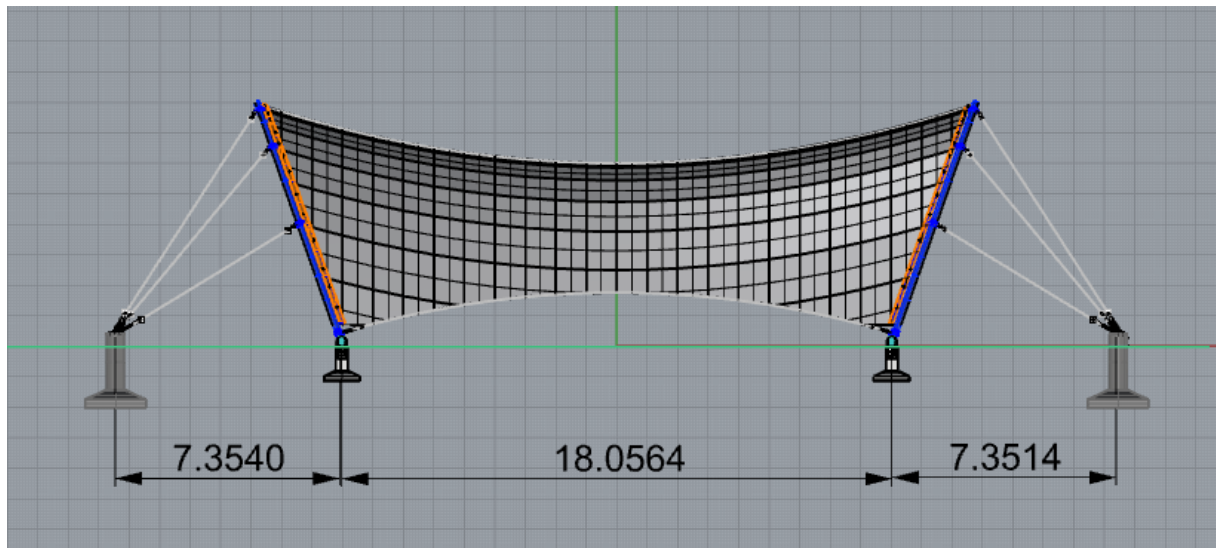


Fig. 62.- Longitud de la cimentación.

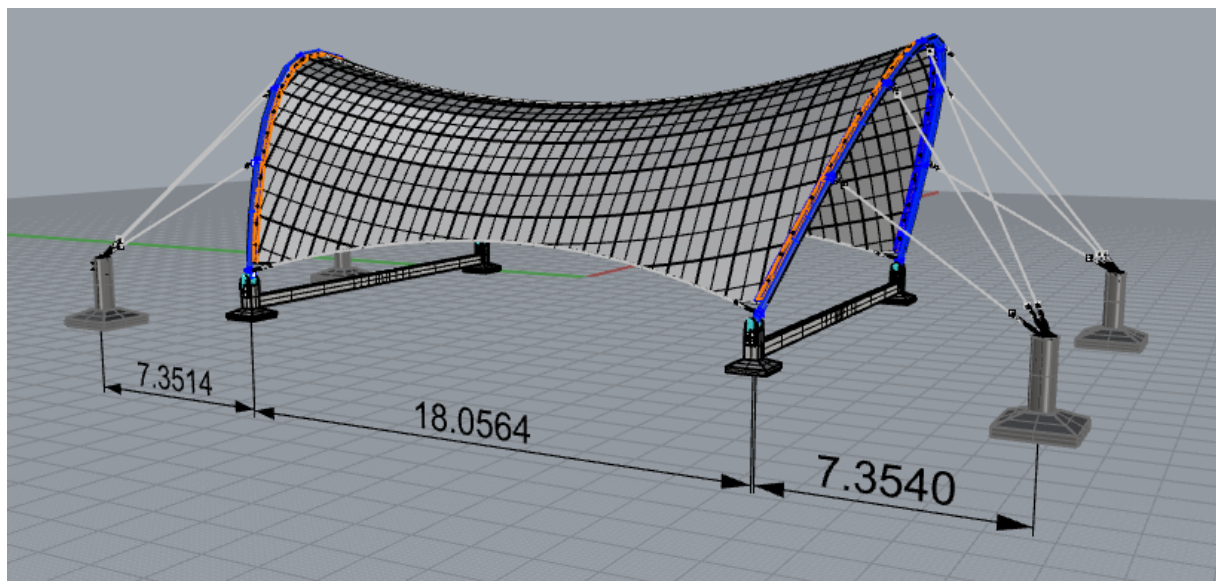
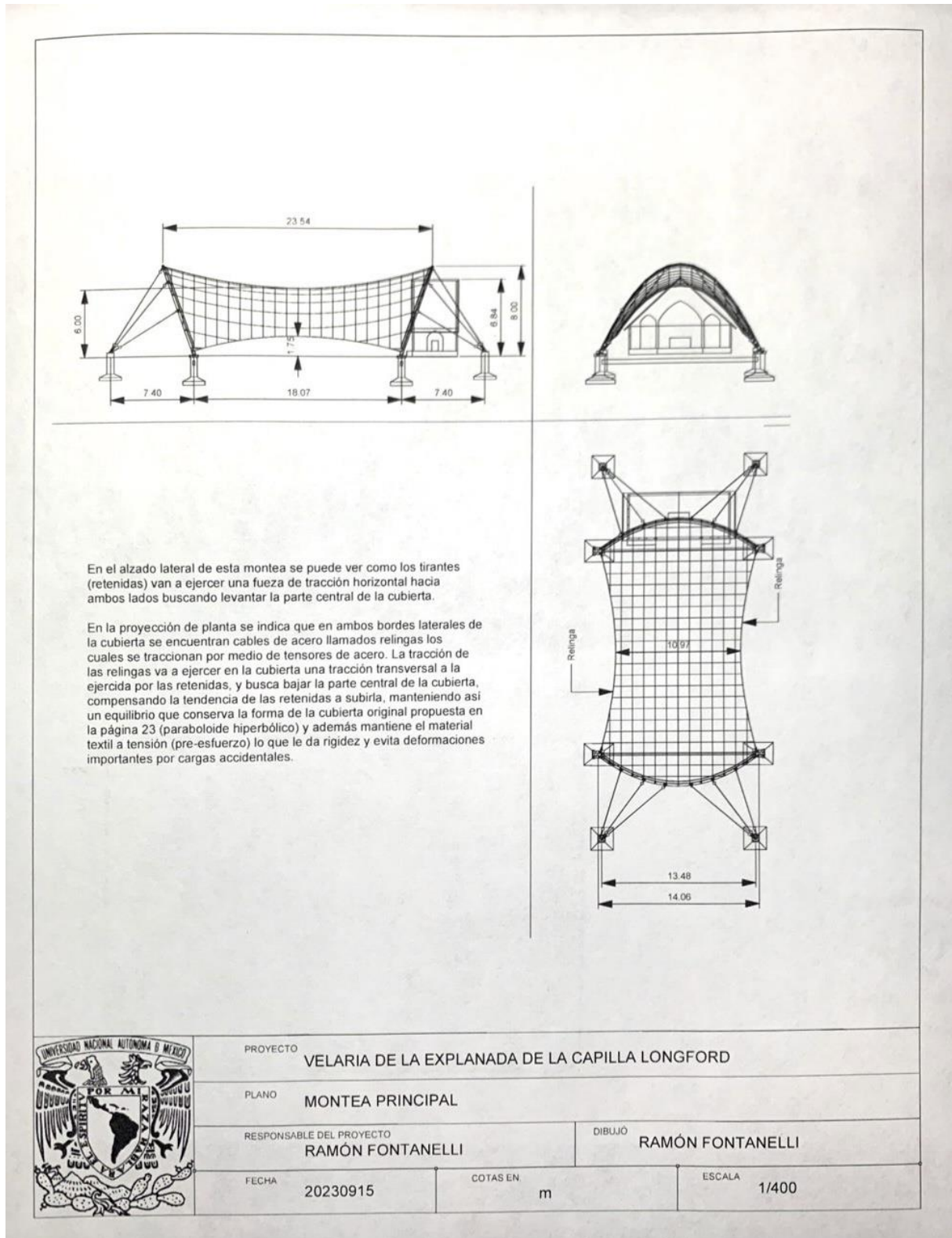
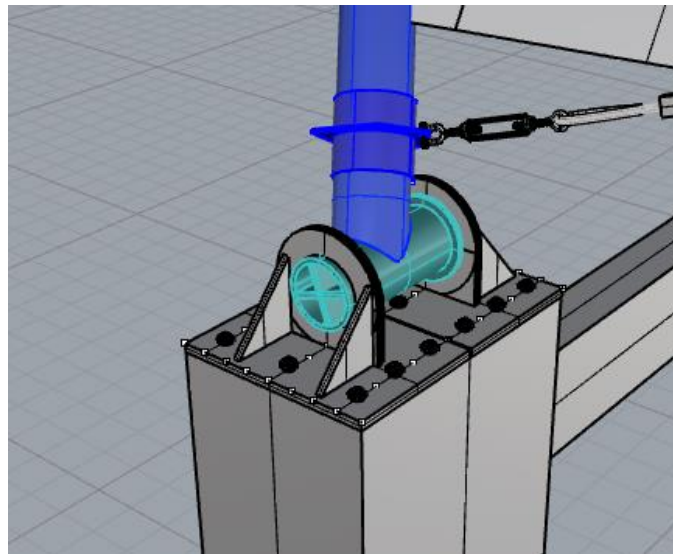


Fig. 63.- Perspectiva de la cimentación con la estructura

4.3.2 Montea del proyecto

A continuación, se ilustra el efecto de los tirantes (retenidas) sobre la forma de la cubierta utilizando medio de una montea.





del borde rígido

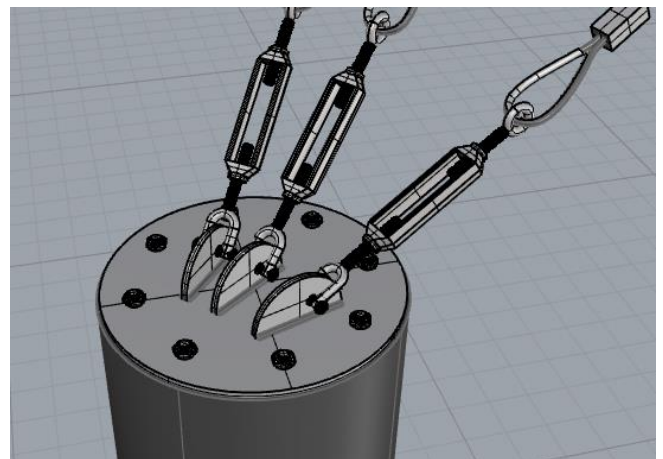
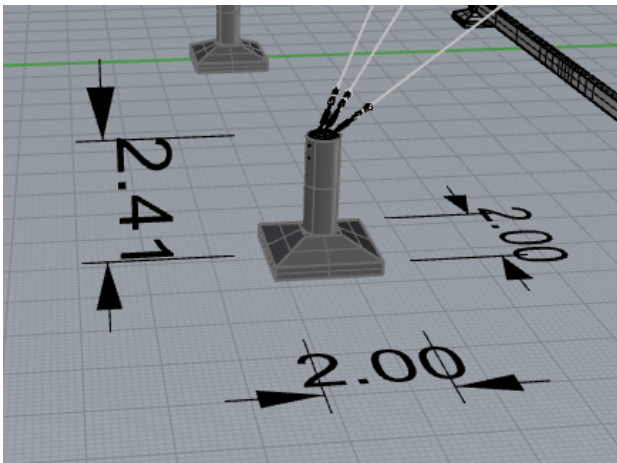


Fig. 65.- Dado con apoyo para los tirantes.

El diseño estructural de la cimentación queda fuera de los alcances del presente análisis, cuyo enfoque es el diseño de la cubierta, por lo que la cimentación mostrada es solamente de carácter ilustrativo.

Los tres cables van sujetos a una placa de acero que se atornilla a pernos que están soldados al armado del dado.

A continuación, se muestran los detalles constructivos de la placa de sujeción de los cables:

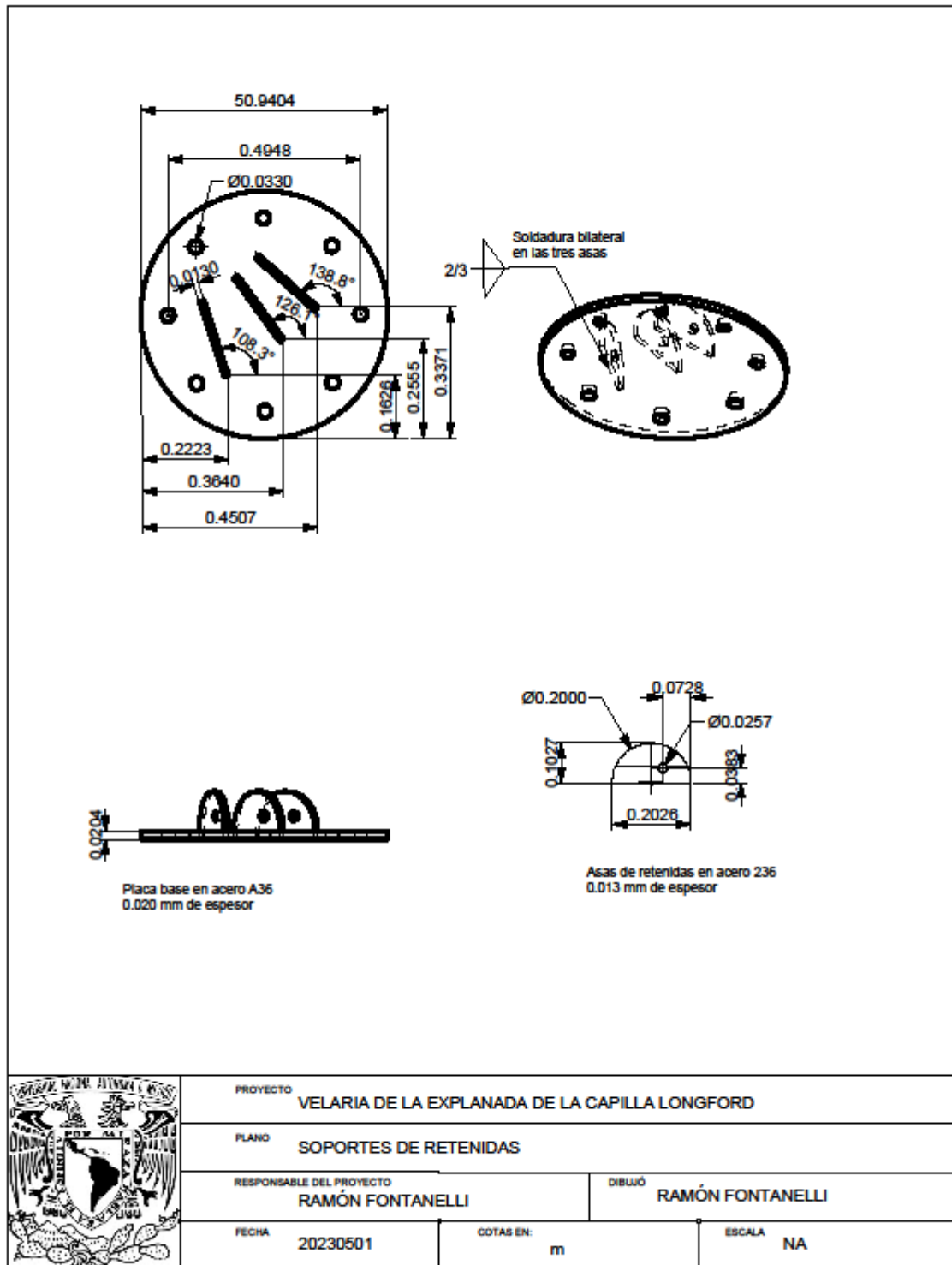


Fig. 66.- Placa de sujeción, detalle de fabricación

4.3.3 Articulación de los arcos de borde

Para conectar los arcos de borde con la cimentación, se propone una articulación que permita una rotación de 180°, la cual, además de evitar la creación de momentos alrededor de este eje, facilita las maniobras de montaje, pudiendo colocarse el arco sobre el piso y luego girarse sobre esta articulación para levantarse.

Una vista esquemática del diseño de esta articulación es la siguiente:

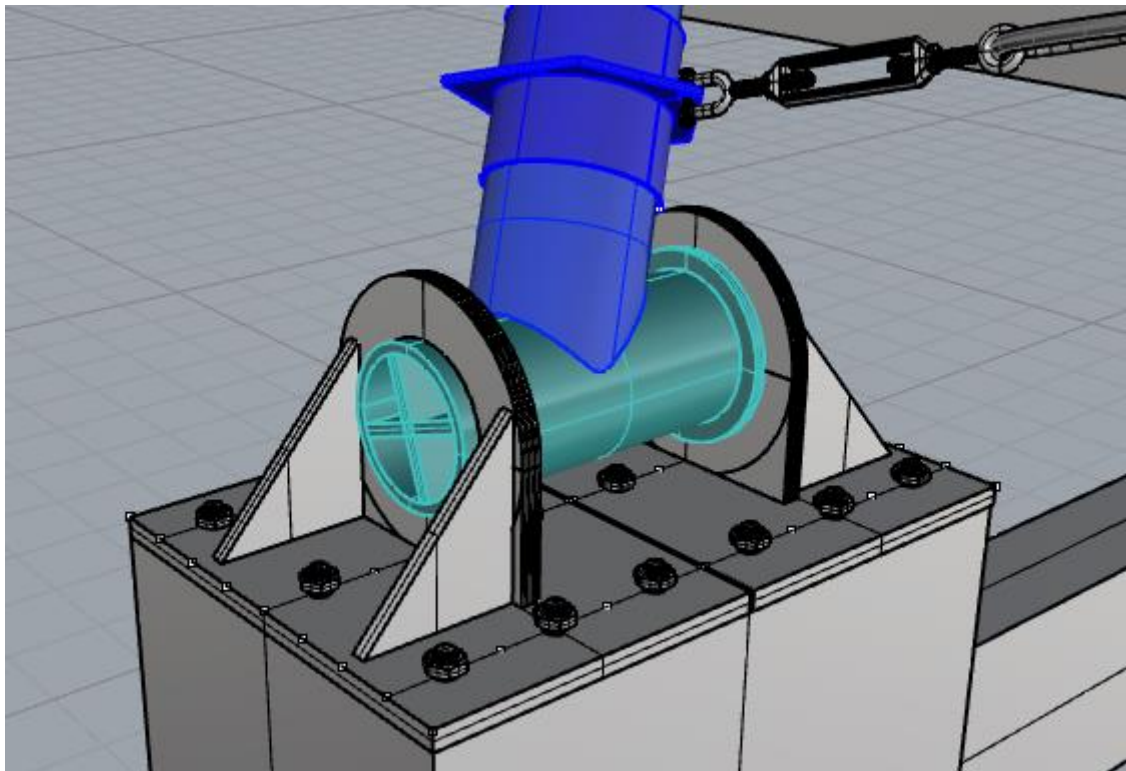


Fig. 67.- Conexión articulada entre el dado y el arco de borde.

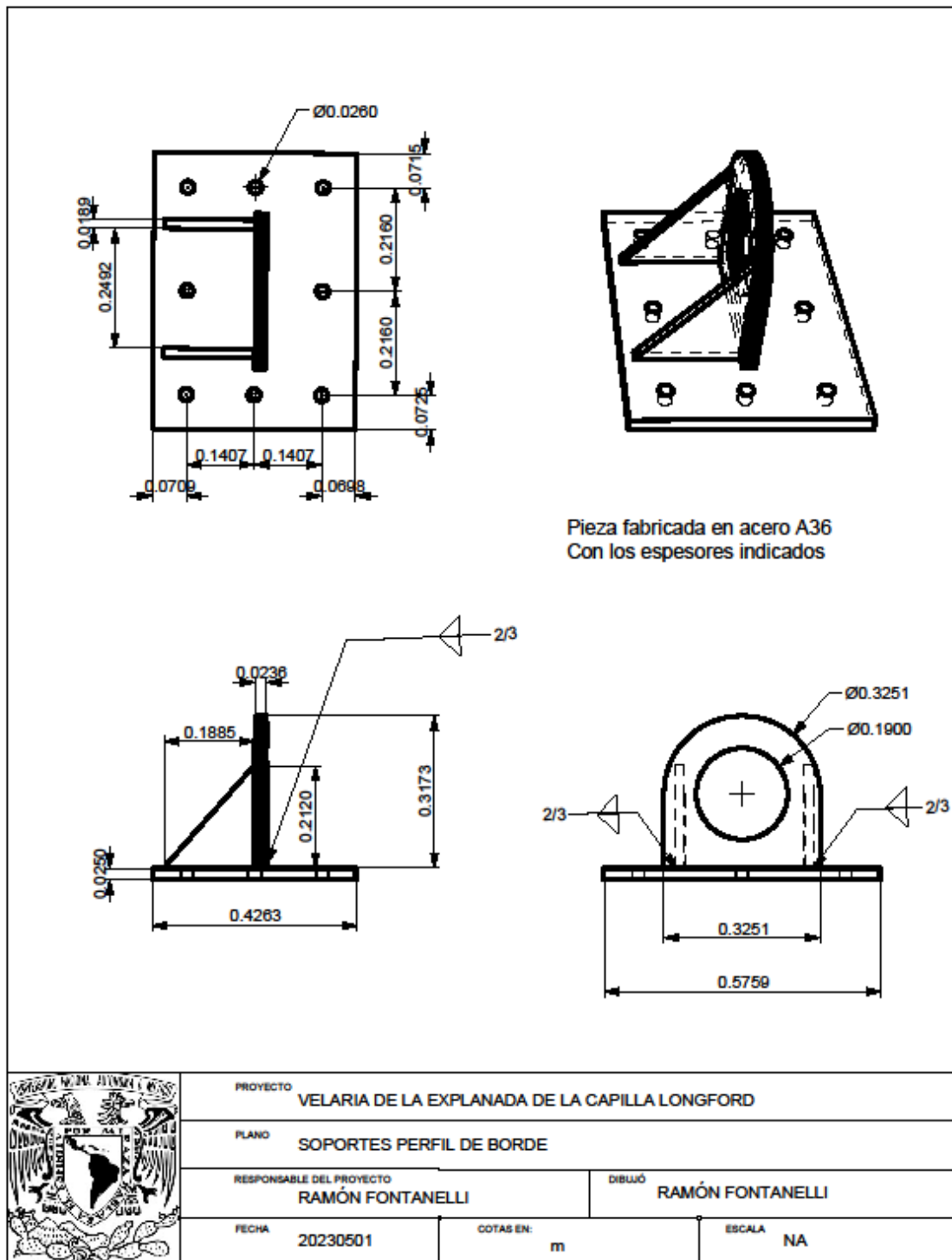


Fig. 68.- Diseño de la articulación, detalle de fabricación

4.4 Estructura de membrana

4.4.1 Tracción sobre las relingas

Un paraboloides hiperbólico, generado como superficie de traslación, está formado por dos sistemas de generatrices parabólicas.

Uno de ellos, abierto hacia arriba, trabaja mecánicamente como funicular de las fuerzas verticales actuando hacia abajo. Si se le aplican fuerzas verticales hacia arriba, al no poder trabajar a compresión, se va a doblar.

El otro, abierto hacia abajo, también va a trabajar como funicular, pero de fuerzas verticales actuando hacia arriba. No puede soportar cargas verticales hacia abajo ya que, al no soportar la compresión, se doblaría.

De esta forma, de las fuerzas verticales que actúan sobre el paraboloides hiperbólico, el primero de estos sistemas de parábolas va a soportar las fuerzas dirigidas hacia arriba, mientras que el otro va a soportar las fuerzas dirigidas hacia abajo.

Por lo tanto, la succión del viento, que es una fuerza vertical hacia arriba será totalmente tomada por el sistema de parábolas abiertas hacia abajo.

Si aplicamos la presión de succión de $P_{z_b} = -49.43 \text{ kgf / m}^2$ a una tira parabólica de 1 metro de ancho, estaremos aplicando un esfuerzo lineal de -49.43 kgf/m . En $y = 1$, esto corresponde a una fuerza vertical de -49.43 kgf .

La ecuación de la parábola es: $z = -0.14 y^2$ y su derivada es $z' = -0.28 y$

En $y = 1$, la pendiente de la parábola es -0.28 . Sabemos, por el método de mecánica gráfica, que la pendiente de las fuerzas debe ser la misma que la del intervalo, por lo que:

$$F_z / F_y = -0.28.$$

Así, el valor de F_y en ese punto es: $F_y = F_z / -0.28 = 176.55 \text{ kgf}$

De modo que la resultante de ambas fuerzas es:

$F_r = (49.43^2 + 176.55^2)^{1/2} = 183.34 \text{ kgf}$ que, al estar actuando sobre una franja de 1 m de ancho, produce un esfuerzo de:

$$w(1) = 183.34 \text{ kgf / m}$$

Nos interesa el valor del esfuerzo en $y=5$. por el método de

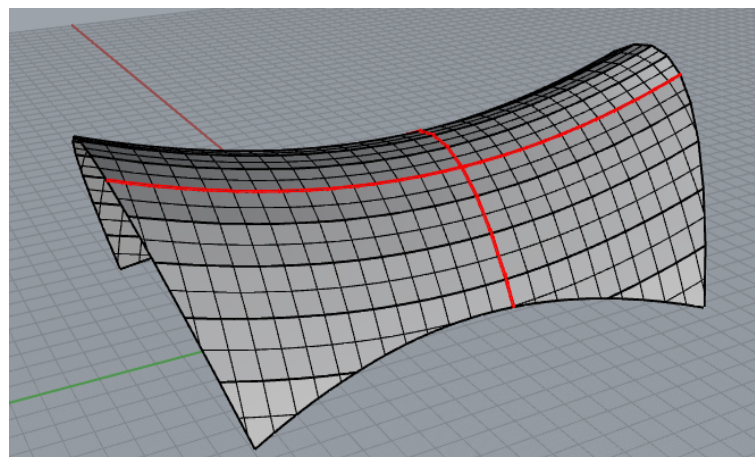


Fig.69.- Dos sistemas de parábolas de la cubierta.

mecánica gráfica obtenemos que la fuerza vertical es:

$$F_y(5) = 49.43 * 5 = 247.15 \text{ kgf}$$

Que es la fuerza vertical en $y=5$. El método de mecánica gráfica nos indica que la fuerza horizontal es la misma, por lo que la resultante será:

$$w(5) = 303.73 \text{ kgf / m}$$

Este es el esfuerzo lineal aplicado a la relinga circular en cada lado de la cubierta.

A este esfuerzo tenemos que agregarle el esfuerzo producido por el pre-esfuerzo de la membrana que es de $f_{Rb} = 115.96 \text{ kgf/m}$ lo que nos da un total de:

$$w = 419.69 \text{ kgf / m}$$

La tracción sobre la relinga está dada por la expresión:

$$T_R = w * r$$

Por lo que sólo necesitamos el radio de curvatura de la relinga.

Si esta cubre un claro de 18.3 m y tiene una flecha de 1.34 m, entonces con la fórmula:

$$r = (a^2 + f^2) / 2f$$

Dónde:

- a = mitad del claro
- f = flecha

Así:

$$r = 31.91 \text{ m}$$


Por lo que la tracción sobre la relinga será de:


$$T_R = 13,392.31 \text{ kgf}$$


De acuerdo con la tabla de cables Barracuda,


BOA®
negro
bright

BARRACUDA®
galvanizado
galvanized

6x19S


6x21F


6x25F


6x26WS


Diámetro		Peso Aproximado		Resistencia a la Ruptura					
Diameter		Approximate Weight		Minimum Breaking Force					
Pulgadas Inch	Milímetros mm	lb / ft	kg / m	Arado Mejorado / IPS		Arado Extra Mejorado / EIP		Arado Extra Extra Mejorado / EEIP	
				lb	Ton*	lb	Ton*	lb	Ton*
1/4	6.35	0.12	0.18	5,890	2.7	6,790	3.1	-	-
5/16	7.94	0.18	0.27	9,150	4.1	10,540	4.8	-	-
3/8	9.53	0.26	0.39	13,120	6.0	15,100	6.9	16,590	7.5
7/16	11.1	0.35	0.50	17,780	8.1	20,380	9.2	22,380	10.2
1/2	13	0.46	0.68	23,000	10.4	26,600	12.1	29,200	13.2
9/16	14.5	0.59	0.88	29,000	13.2	33,600	15.2	37,000	16.8
5/8	16	0.72	1.07	35,800	16.2	41,200	18.7	45,400	20.6
3/4	19	1.04	1.55	51,200	23.2	58,800	26.7	64,800	29.4
7/8	22	1.42	2.11	69,200	31.4	79,600	36.1	87,600	39.7
1	26	1.85	2.75	89,800	40.7	103,400	46.9	113,800	51.6
1-1/8	29	2.34	3.48	113,000	51.3	130,000	59.0	143,000	64.9
1-1/4	32	2.89	4.30	138,800	63.0	159,800	72.5	175,800	79.8
1-3/8	35	3.50	5.21	167,000	75.7	192,000	87.1	-	-
1-1/2	38	4.16	6.19	197,800	89.7	228,000	103.0	-	-
1-5/8	42	4.88	7.26	230,000	104.0	264,000	120.0	-	-
1-3/4	45	5.67	8.44	266,000	121.0	306,000	139.0	-	-
1-7/8	48	6.50	9.67	304,000	138.0	348,000	158.0	-	-
2	52	7.39	11.0	344,000	156.0	396,000	180.0	-	-

Tabla 5, Resistencia a la ruptura de cables.

El cable de 9/16 de Arado Extra Mejorado nos funciona bien.

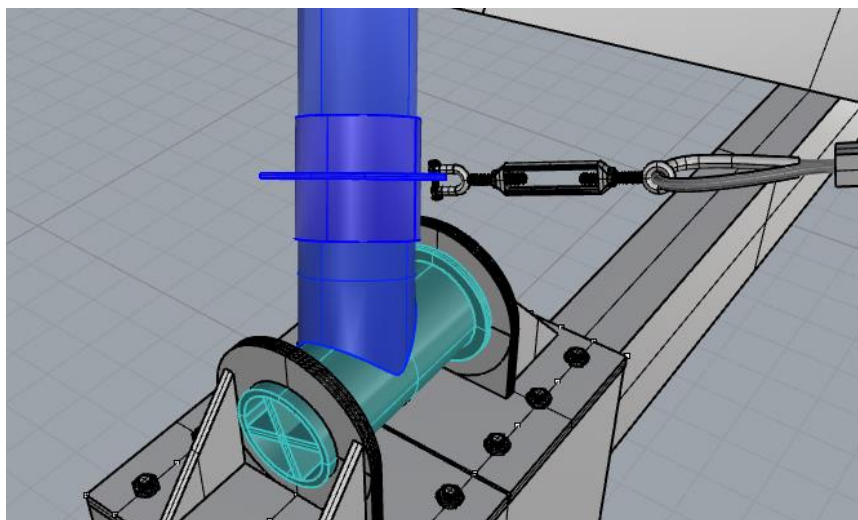


Fig. 70.- conector que une el tensor de la relinga al arco de borde.

4.4.2 Placas de sujeción de la membrana

Para sujetar la membrana a los arcos de borde se van a colocar placas de 20 cm de ancho a todo lo largo del arco, soldadas a él.

El borde de la membrana va a tener pliegue para colocar un cable en su interior y este borde va atornillado a las placas del arco, con una contra placa del otro lado, de manera que la membrana se sujeta por fricción a las placas soldadas. El cable, que queda entre el arco y la contra placa sirve para que se atore la membrana en caso de que la fricción no sea suficiente.

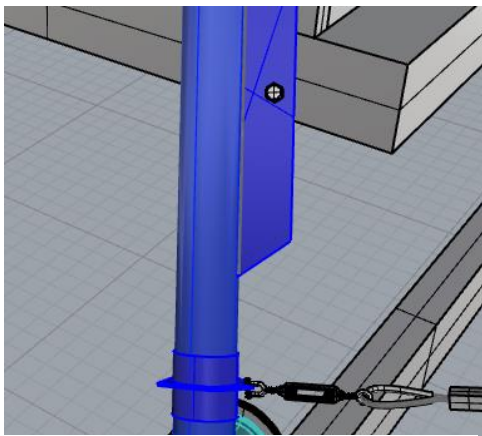


Fig. 71.- Detalle de la placa de borde interna que sujeta la membrana.

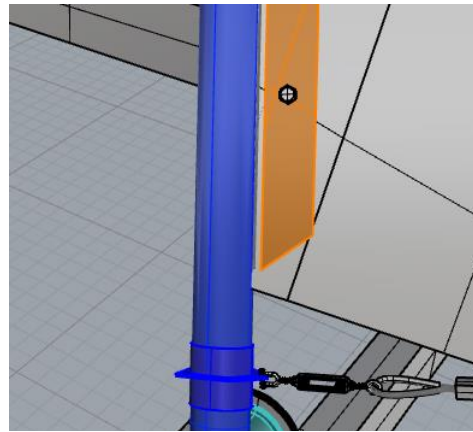


Fig. 72.- Detalle de la placa de borde externa que sujeta la membrana.

En la imagen de arriba se observa la placa soldada al arco en la cara interna de la membrana.

En esta imagen se muestra el lado externo de la membrana con la contra placa atornillada y hay un cable de retención en un pliegue del borde de la membrana, entre la contra placa y el arco, con lo que se evita que la membrana se corra,

4.5 Patrones de la membrana

Para el diseño de los patrones se utilizó el software Mpanel con el apoyo del Arq. Marcos Ontiveros.

Este diseño no contempla el borde de traslape para la vulcanización de los paneles, que normalmente es de 4 cm, dejando este detalle a cargo del constructor de la cubierta.

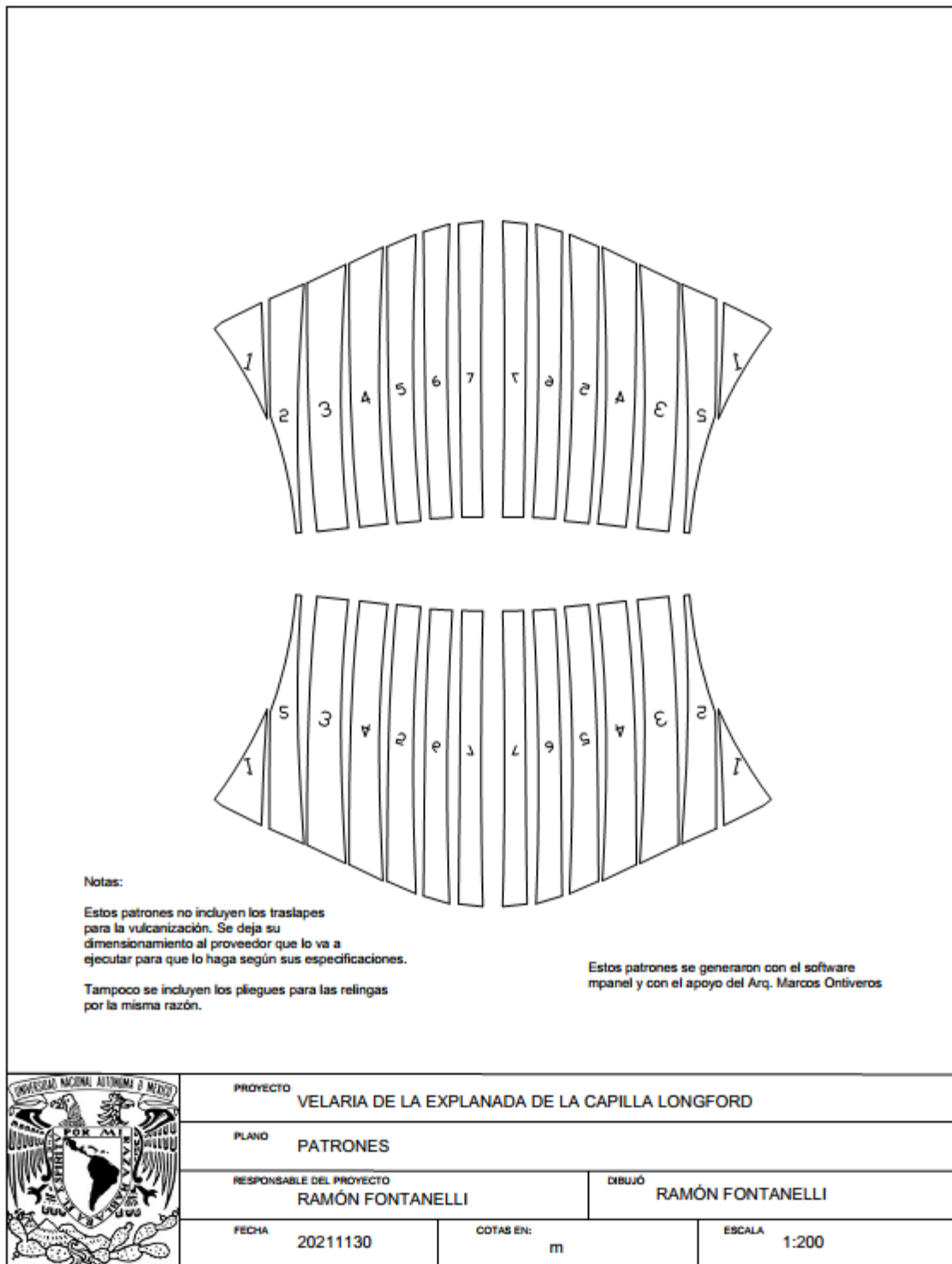


Fig. 73.- Patrones

4.6 Arco de borde, detalle constructivo

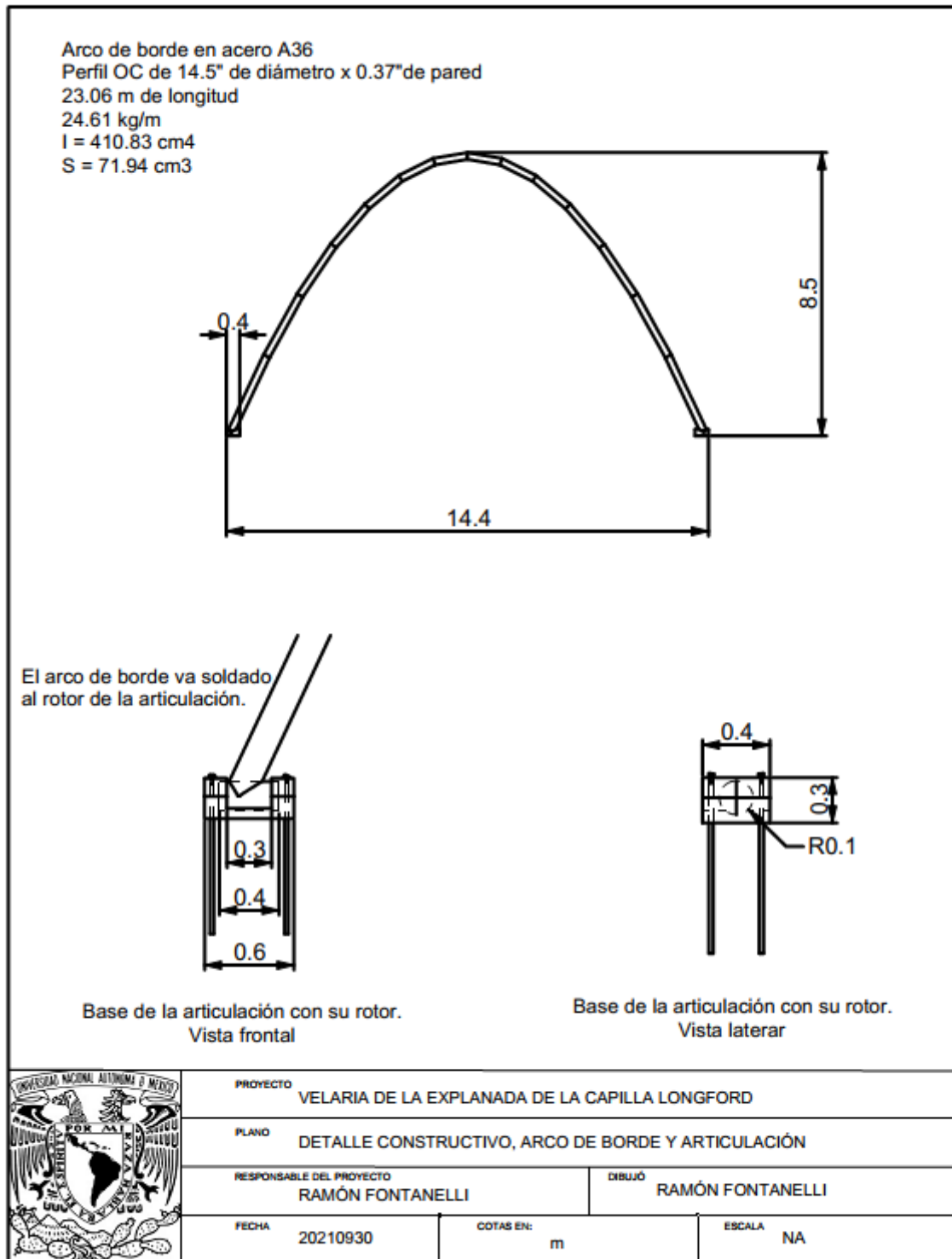


Fig. 74.- Arco de borde

Maqueta

Se construyó una maqueta de la cubierta escala 1:100 con dos finalidades:

1. Ver físicamente la forma de la cubierta
2. Comprobar que los paneles forman la cubierta con la forma esperada

Debido a esto último, no se utilizó lycra para formar la cubierta, ya que, al colocar la lycra sobre los bordes y relingas, esta hubiera tomado la forma de la superficie mínima correspondiente a estos bordes, como se hace en las maquetas con fines puramente visuales, y no necesariamente la diseñada en el proyecto con en MPanel. Por ello, para hacer la cubierta se imprimieron en papel los paneles del diseño, escala 1:100, se unieron y se vio que la forma concuerda con los bordes perfectamente bien, comprobando que los patrones diseñados realmente forman la superficie esperada.

A continuación, se muestran algunas fotografías de la maqueta:





4.7 Conclusiones del capítulo 4

A partir de la propuesta arquitectónica del capítulo 2 y del análisis de las acciones que se ejercen sobre la estructura del capítulo 3, se elaboró una propuesta constructiva en donde se definen los principales materiales que se van a utilizar, así como los esfuerzos a los que van a estar sometidos y el diseño de algunos elementos clave, como son las articulaciones, sin entrar en los detalles mecánicos de estas.

En el caso de la propuesta de cimentación sólo se marcan los elementos que la constituyen y las fuerzas a la que están sometidos, pero no se entró en el detalle de los materiales y el armado de los elementos ya que está fuera de los alcances, no sólo del presente trabajo, sino también de los objetivos de la especialización.

Capítulo 5.- Conclusiones finales

El presente trabajo partió, como sucede normalmente en los proyectos, de una necesidad concreta de un cliente; cubrir un espacio, bajo ciertas características, para hacerlo útil para sus propósitos particulares.

Siento que la estructura proyectada cumple plenamente el requerimiento anterior de satisfacción del cliente.

Un dicho afirma que “el que proyecta, se proyecta” y creo que esto también aquí se cumplió ya que mis características y preferencias personales influyeron en todo el proceso, desde la

búsqueda de la forma, en la que, preferí utilizar una forma clásica como es el paraboloides hiperbólico y no alguna superficie mínima propuesta por algún software de “form finding”.

Igualmente, en el análisis mecánico, preferí hacer los cálculos por métodos clásicos, lo cual reconozco que para mí ofrece un cierto atractivo, ya que, además de ser más didáctico, es muy gratificante saber utilizar la teoría que hay detrás de los cálculos y no sólo depender de un software que es cómo una caja negra, a la cual le metemos datos y nos da resultados, sin saber qué es lo que está pasando ahí dentro. Reconozco la facilidad que ofrecen estas herramientas y estoy seguro que en la práctica las utilizaré, con la confianza de haberlo hecho, al menos una vez, manualmente.

Finalmente, la propuesta constructiva fue una invitación a buscar la manera de convertir las ideas desarrolladas, en elementos constructivos concretos. No se quedó en formas geométricas y esquemas vectoriales, sino que llegó a detalles de articulaciones y apoyos.

Desde el punto de vista académico, representó un repaso de lo visto a lo largo de toda la especialización y una forma muy interesante de su aplicación en la práctica.

Lista de Figuras

- Fig. 1.- Fachada principal de la capilla Longford. Fotografía tomada en febrero de 2019.
- Fig. 2.- Detalle del deterioro de la cubierta actual de la explanada. Feb. 2019
- Fig. 3.- Vista de Google Earth de la capilla. Google Earth, 30 sept 2021.
- Fig.4.- Cadenas colgantes de Gaudí. Pinterest, The Wall Street Journal. Visto febrero 2022.
- Fig. 5.- Tela congelada. http://www.researchgate.net/publication/312602124_Forces_Frozen. Consultado Sep. 15 2021.
- Fig. 6.- Experimento con pompas de jabón. <https://pin.it/6AMCBx>; consultado 1 oct. 2021.
- Fig. 7.- Pabellón en el Federal Garden Exhibition, 1955, Kessel, Alemania. Pinterest, <https://pin.it/4fk0AKR>, consultado 1 oct.2021.
- Fig. 8. Superficie mínima con bordes flexibles. Fotografía tomada el 1 de marzo de 2017 en el vestíbulo de la facultad de arquitectura, UNAM.
- Fig. 9.- Superficie mínima con bordes rígidos. Fotografía tomada el 1 de marzo de 2017 en el vestíbulo de la facultad de arquitectura, UNAM.
- Fig. 10.- Paraboloides hiperbólico con lycra. Foto tomada el 17 de mayo de 2017 durante el propeo de la Especialización en Diseño de Cubiertas Ligeras
- Fig. 11.- Cubierta del patio central del Palacio de Minería. Tomada el 13 de mayo de 2017.
- Fig. 12.- Velaria Palacio de Minería. Vista de uno de los postes principales.
- Fig. 13.- Velaria del Palacio de Minería, vista exterior.
- Fig. 14.- Pabellón Campbell Park. <https://basestructures.com> consultado febrero 2022.
- Fig. 15.- Pabellón Campbell park, vista lateral. <https://basestructures.com> consultado febrero 2022.
- Fig. 16.- Evento en el Pabellón Campbell Park. <https://basestructures.com> consultado febrero 2022.
- Fig. 17.- Primera propuesta de diseño; fase 1.
- Fig. 18.- Primera propuesta de diseño; fase 2.
- Fig. 19.- Primera propuesta de diseño; fase 3.

- Fig. 20.- Primera propuesta de diseño; fase 4.
Fig. 21.- Primera propuesta de diseño; fase 5.
Fig. 22.- Obtención de la Forma de la cubierta. Elección de la parábola longitudinal.
Fig. 23.- Obtención de la Forma de la cubierta. Elección de la parábola transversal.
Fig. 24.- Nube de puntos del paraboloides hiperbólico.
Fig. 25.- Ejes principales del paraboloides hiperbólico, vista superior.
Fig. 26.- Coordenadas x' , y' , de un punto sobre el borde.
Fig. 27.- Coordenada z' de un punto sobre el borde.
Fig. 28.- Vista de la capilla junto con los puntos del paraboloides hiperbólico.
Fig. 29.- Ajuste de la posición del paraboloides hiperbólico sobre la capilla, secuencia.
Fig. 30.- Perspectiva de la membrana y la capilla. Vista perspectiva posterior.
Fig. 31.- Ángulo de los Planos de corte en ambos extremos del paraboloides hiperbólico.
Fig. 32.- Paraboloides hiperbólico y planos de corte, vista lateral.
Fig. 33.- paraboloides hiperbólico con cortes en sus extremos.
- Fig. 34.- Perspectiva del paraboloides hiperbólico cortado y su intersección con el plano del terreno.
Fig. 35.- El paraboloides hiperbólico después de cortarse con el plano del terreno.
Fig. 36.- vista de la planta de la cubierta cortada y el terreno.
Fig. 37.- Intersección de la cubierta con un paraboloides hiperbólico equilátero para formar las relingas.
Fig. 38.- Cubierta después de recortar la curva de las relingas; vista lateral.
Fig. 39.- Vista de planta de la cubierta con su forma final.
Fig. 40; Perspectiva de la cubierta sobre la explanada, mostrando la capilla y parte de la estructura portante.
Fig. 41.- Render vista exterior.
Fig. 42.- Render vista interior.
Fig. 43.- Franja de 1 m de ancho de paraboloides hiperbólico en sentido transversal.
Fig. 44.- Franja de 1 m de ancho de paraboloides hiperbólico en sentido longitudinal.
Fig. 45.- Coeficientes de presión para cubiertas en arco. Tomada de las Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para la CDMX, Capítulo de viento. Dic. 2017.
Fig. 46.- Ángulos del plano del arco de borde y de los tirantes.
Fig. 47.- Dirección de las fuerzas sobre el arco de borde y los tirantes.
Fig. 48.- Polígono funicular de las fuerzas actuantes sobre el borde.
Fig. 49.- Longitud de los tramos del borde rígido.
Fig. 50.- Tensor de acero disponible comercialmente.
Fig. 51.- Tirantes colocados en el borde rígido.
Fig. 52.- Vista de planta de la dirección de los tirantes.
Fig. 53.- detalle de los tensores.
Fig.54.- Ángulo vertical del tirante 3.
Fig. 55.- Ángulo en planta del tirante 3.
Fig. 56.- Ángulo vertical del segundo tirante.
Fig. 57.- Ángulo en planta del tirante 2.
Fig. 58.- Ángulo vertical del tirante 1.
Fig. 59.- Ángulo en planta del tirante 1.
Fig. 60.- Ángulo vertical en el extremo de los arcos de borde.

- Fig.61.- Ángulo en planta del extremo del arco de borde.
Fig. 62.- Longitud de la cimentación.
Fig. 63.- Perspectiva de la cimentación con la estructura.
Fig. 64.- Detalle de la articulación del borde rígido.
Fig. 65.- Dado con **apoyo para los tirantes**.
Fig. 66.- Placa de sujeción, detalle de fabricación.
Fig. 67.- Placa de sujeción, detalle de montaje.
Fig. 68.- Conexión articulada entre el dado y el arco de borde.
Fig. 69.- Diseño de la articulación, detalle de fabricación.
Fig. 70.- Dos sistemas de parábolas de la cubierta.
Fig. 71.- conector que une el tensor de la relinga al arco de borde.
Fig.72.- Detalle de la placa de borde que sujeta la membrana. Vista interior.
Fig. 73.- Detalle de la placa de borde que sujeta la membrana. Vista exterior.
Fig. 74.- Patrones.
Fig. 75.- Arco de borde.

Referencias bibliográficas

- Bals, M., Dencher, M. (2004). *European Design Guide for Tensile Surface Structures, (TensiNet) Ch. 7, Design Loading Conditions.*
- Tonda, J. A. (1987). *Cascarones de Concreto*. México: Universidad Autónoma Metropolitana.

Bibliografía

- Beer, F., Johnston, R., Mazurek, D. F., Eisenberg, E. R. (2011). *Estática*. México: McGraw Hill.
- Gere, J., Goodino, B. J. (2016). *Mecánica de Materiales*. (8a ed.). México: Cengage Learning.
- Meli Piralla, R. (2017). *Diseño Estructural*. (2ª ed.). México: Limusa.
- Timoshenko, S., Young, D. H. (1945). *Theory of Structures*. United States: McGraw Hill.