



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN

MATERIA OSCURA TIPO ESCALAR Y
FERMIÓN

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADO EN TECNOLOGÍA

P R E S E N T A

INTI ERNESTO CHÁVEZ MÉNEZ

ASESOR

DR. JOSÉ HALIM MONTES DE OCA YEMHA

COASESOR

DRA. ESTELA ALEJANDRA GARCÉS GARCÍA

CUAUTITLÁN IZCALLI, EDO. MEX., 2023



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A quien creyó en mí.

*La ausencia de evidencia
no es la evidencia de ausencia.*

CARL SAGAN

Agradecimientos

Agradezco a familiares, amigos y personas especiales que me brindaron su ayuda, oídos, tiempo y cariño, durante la realización de este trabajo, así como las valiosas aportaciones de investigadores del Instituto de Física de la UNAM y el CINVESTAV. Agradezco al Dr. Marco Antonio Arroyo Ureña, pues sus cursos en software, impartidos en la BUAP y de los que me permitió ser partícipe, fueron fundamentales en el desarrollo de este proyecto.

Así mismo, agradezco a mi asesor y mi co-asesora, el Dr. Jose Halim Montes de Oca Yemha y a la Dra. Estela Alejandra Garcés García, por estar tan al pendiente de mi formación académica, personal y darme ánimos cuando era necesario.

Investigación realizada gracias al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) de la UNAM IN105322 y IA104223. Agradezco a la DGAPA-UNAM la beca recibida.

Resumen

Se presenta una breve introducción sobre las principales observaciones y argumentos astrofísicos a favor de la existencia de la *materia oscura*, para llegar a la descripción de uno de los principales parámetros observados en este fenómeno, como medida de abundancia la *densidad remanente de materia oscura* $\Omega_c h^2$. Así como una sección dedicada al *modelo estándar* para describir como este puede extenderse desde la perspectiva de las *teorías efectivas del campo* y poder explicar el fenómeno de la materia oscura.

Así mismo, se proponen candidatos a materia oscura escalar y fermiónica tipo *partícula masiva débilmente interactuante*, en modelos mono y multi-componente, estudiando interacciones del tipo $\chi\chi \rightarrow \text{SM SM}$ vía el portal de Higgs, en una región de energías entre ~ 10 a 10^3 GeV constreñida por $\Omega_c h^2$.

Se encontró una fuerte correlación entre los parámetros de masa y acoplamientos del candidato escalar, mientras que el espectro de masas del candidato fermiónico se vio fuertemente constreñido en una región de ~ 50 a 190 GeV, fueron encontradas regiones favorecidas para los acoplamientos con masas fijas.

Respecto al modelo multi-componente, estudiando a los candidatos escalar y fermiónico simultáneamente, se encontraron regiones validas en el espectro de masas y los acoplamientos de ambos candidatos, donde sus abundancias son consistentes con $\Omega_c h^2$, logrando establecer cotas para los casos de predominancia de un candidato sobre otro.

A brief introduction about the main observations and astrophysical arguments in favor of *dark matter* existence is presented, to describe the measure of abundance, the *dark matter relic density*, $\Omega_c h^2$. There is a section dedicated to the *standard model* and how it can be extended from *effective field theories* and explain the dark matter phenomenon.

In addition, scalar and fermion dark matter candidates type *weakly interacting massive particles* are proposed, from mono and multi-component models, studying interactions type $\chi\chi \rightarrow \text{SM SM}$ via Higgs portal, at an energy region at ~ 10 to 10^3 constrained by $\Omega_c h^2$.

A strong correlation between mass and coupling parameters from the scalar candidate was found, while the fermion candidate spectrum of masses was constrained at a region from ~ 50 to 190 GeV, and favored regions for couplings with fixed masses were found.

Concerning the multi-component model, studying scalar and fermionic candidates simultaneously, valid regions were found in the mass spectrum and the couplings of both candidates, where their abundances are consistent with $\Omega_c h^2$, enabling the establishment of bounds for cases where one candidate predominates over the other.

Objetivos

Objetivo general

Estudiar el comportamiento de los parámetros asociados a candidatos escalares y fermiónicos de materia oscura, tipo partículas masivas débilmente interactuantes, dentro de extensiones del modelo estándar en el marco de las teorías del campo efectivo.

Objetivos específicos

1. Desarrollar modelos teórico-computacionales para describir las interacciones de los candidatos escalares y fermiónicos de materia oscura.
2. Estudiar el comportamiento de los parámetros asociados a los modelos mono-componente, al ser constreñidos por el valor de densidad remanente de materia oscura.
3. Determinar la medida de abundancia de los candidatos multi-componentes en suma acorde a la densidad remanente, así como estudiar el comportamiento de las candidatos con parámetros fijos.

Abreviaturas

DM	Materia Oscura
BM	Materia Bariónica
CMB	Fondo Cósmico de Microondas
$\Omega_c h^2$	Densidad Remanente de Materia Oscura
SM	Modelo Estándar
BSM	Más allá del Modelo Estándar
TGG	Transformaciones Gauge Globales
TGL	Transformaciones Gauge Locales
QFT	Teoría Cuántica de Campos
QED	Electrodinámica Cuántica
EWT	Teoría Electrodébil
QCD	Cromodinámica Cuántica
SSB	Ruptura espontánea de la simetría
SDM	Materia Oscura Escalar
FDM	Materia Oscura Fermiónica

Índice

Resumen	III
Objetivos	IV
Abreviaturas	v
Introducción	1
1. Bases de la Materia Oscura	5
1.1. Evidencia de Materia Oscura	5
1.1.1. Sobre el virial y la materia invisible.	5
1.2. Constricciones cosmológicas	11
1.2.1. Densidad remanente de DM	12
1.3. Experimentos de detección	15
2. Fundamentos del Modelo Estándar	17
2.1. Teoría cuántica de campos	18
2.1.1. Teoría abeliana del campo Gauge	19
2.1.2. Teorías no abelianas del campo Gauge	22
2.1.3. Unificación electrodébil	25
2.2. Lagrangiana del Modelo Estándar	32
2.2.1. Parámetros libres	32
2.3. Extensiones del Modelo Estándar	33
2.3.1. Ejemplo de una teoría efectiva	34
2.3.2. Mas allá del Modelo Estándar (BSM)	35
3. Materia Oscura BSM	37
3.1. Modelo escalar	37
3.1.1. Modelo de John McDonald	37
3.1.2. Resultados del modelo SDM	38
3.2. Modelo fermión	41
3.2.1. Singlete de Majorana	41
3.2.2. Resultados del modelo FDM	43
3.3. DM multi-componente	48
3.3.1. Resultados del modelo SFDM	48
3.3.2. Parámetros fijos	50
3.3.3. Regiones consistentes con Planck	52

4. Herramientas computacionales	55
4.1. LanHEP	56
4.1.1. Extendiendo el Modelo Estándar	56
4.1.2. Auto-consistencia del modelo	58
4.1.3. Archivos de salida	59
4.2. MicrOMEGAs	60
4.2.1. Subprogramas para $\Omega_c h^2$	62
5. Conclusiones	65
A. Simetrías y Grupos de Gauge	68
B. Códigos de LanHep y MicrOMEGAs	72
B.1. Lagrangiana del SM en LanHep	72
B.2. Gráficas en Mathematica	78

Introducción

Materia Oscura y Cosmología

En 1846 el astrónomo francés Urbain Le Verrier propuso una solución para describir las anomalías en la órbita de Urano introduciendo la idea de un nuevo planeta, Neptuno; los cálculos de Le Verrier fueron tan precisos que ese mismo año el astrónomo alemán John Galle, observó el nuevo planeta por primera vez con apenas 1 grado de exactitud. Animado por su acierto, Le Verrier se propuso aplicar la misma lógica al problema de la precesión de la órbita de Mercurio, nombrando *Vulcano* al nuevo planeta sub-mercuriano; a pesar de sus cálculos, Vulcano nunca fue observado; ahora sabemos que el único error que cometió Le Verrier fue haber afirmado tal cosa antes de que Albert Einstein desarrollara la Teoría de Relatividad General, la cual no solamente resolvería el problema, si no que revolucionaría el entendimiento de la naturaleza.

Por su parte, en el siglo XIX, Lord Kelvin aplicó la "teoría de los gases" para describir la distribución de materia en la Vía Láctea; Henri Poincaré continuó con el trabajo de Kelvin y en 1907 mencionó por primera vez la *matière obscure* como un parámetro a considerar pues él creía que las medidas de dispersión de los gases en la galaxia no podía deberse solamente a la contribución dinámica de la "materia brillante" [1].

Para el siglo XX ya era conocido que no solamente nuestra galaxia si no otros cuerpos como nebulosas o cúmulos de galaxias, se movían de maneras extrañas, tal como en los tiempos de Le Verrier había algo que no se estaba observando y que contribuía gravitacionalmente; no fue hasta que en 1933 el astrónomo Fritz Zwicky, estudiando el cúmulo de Coma, determinó por la dinámica de esas galaxias, que había al menos 50 veces más materia gravitacional en el cúmulo de la que se podía observar, acuñando con seguridad, por primera vez, el término "Materia Oscura" a ese excedente invisible de materia [2].

Más tarde en 1964, la astrónoma Vera Rubin comenzaría la observación del mismo fenómeno que había detectado Zwicky pero en estrellas de nuestra galaxia y de otras del mismo tipo, así como en más de 80 galaxias del Cúmulo de Virgo, descubriendo que las galaxias rotaban más rápido de lo que deberían en presencia solamente de materia observable, en este punto la evidencia era contundente, algo no se estaba observando, o más bien, no se podía.

Los estudios de Rubin fueron criticados por sus contemporáneos, algunos proponían teorías que modificaban la gravitación newtoniana, MOND's (Dinámica Newtoniana Modificada), en un intento de resolver el *problema de la curva de rotación galáctica*; sin embargo, estas teorías no podían explicar fenómenos también estudiados como las Lentas Gravitacionales, donde la trayectoria de la luz es alterada por la presencia de objetos masivos o "materia invisible"¹; explicar los Halos de Rayos X, como en el Cúmulo de Bala, donde el gas que lo compone emite radiación que puede ser detectada, revelando una distribución de gas solamente explicable por la

¹Las teorías sobre MACHO's (Halos de Objetos Masivos y Compactos) intentaron aplicarse para la Materia Oscura sin éxito, aunque sus descripciones funcionan para objetos como Agujeros Negros o Estrellas de Neutrones.

presencia de Materia Oscura [3], al igual que las anisotropías térmicas del CMB, o la formación del universo a gran escala (LSS).

Fondo Cósmico de Microondas (CMB)

En el universo temprano, la Materia Bariónica (BM) estaba distribuida en un gas de núcleos y electrones, los fotones estaban confinados dentro del gas pues se dispersaban continuamente y eran incapaces de viajar trayectorias largas; conforme el universo se expandió la energía de los fotones disminuyó pues las dispersiones eran cada vez menos frecuentes, permitiendo la formación de los primeros átomos, aproximadamente 0.25 millones de años después de Big Bang, esta etapa se conoce como la Era de Recombinación.

0.37 Millones de años después del Big Bang, el universo estaba lo suficientemente frío y disperso para que los fotones se liberaran de su confinamiento al cesar las dispersiones, en un proceso de desacoplamiento, comenzando a viajar largas distancias hasta nuestros días; la luz remanente de esa "última dispersión", a una temperatura de $T_0 = 2.7255 \pm 0.0006K$, se conoce como *Fondo Cósmico de Microondas* (Cosmic Microwave Background), y permea todo el universo de manera cuasi-uniforme.

Las ligeras anisotropías térmicas del CMB se deben a las fluctuaciones primordiales en el proceso de desacoplamiento, debidas a la distribución de materia en ese momento, y gracias a las mediciones se sabe que son del orden de $\Delta T \approx 10^{-5} T_0$, lo cual es un orden de magnitud por debajo de lo esperado si solamente se considera la presencia de BM, de nueva cuenta es necesario considerar "algo más", en este caso un excedente de materia que no interactuaba con la luz y que disminuyó considerablemente las fluctuaciones de BM interactuando con ella gravitacionalmente, la Materia Oscura (DM) [4].

Analizando cómo las densidades de DM y BM afectaron el comportamiento del fluido de fotones en el CMB, es posible determinar medidas de abundancias, las Densidades Remanentes de Materia Oscura y Bariónica ($\Omega_c h^2$ y $\Omega_b h^2$, respectivamente); las últimas mediciones son del telescopio espacial Planck en 2018, que restringen estos valores en $\Omega_c h^2 = 0.1200 \pm 0.0012$ y $\Omega_b h^2 = 0.02237 \pm 0.00015$ [5]; revelando que al menos en el universo temprano había 5 veces más DM que BM.

Así mismo, estas medidas son parámetros principales del modelo cosmológico actual, Λ CDM (Lambda Cold Dark Matter), que además de explicar las etapas del universo temprano en su proceso de inflación, también considera un tipo de DM "fría" o no relativista, es decir, tras el desacoplamiento la DM se movía suficientemente lento como para permitir la evolución del universo y sus estructuras a gran escala.

Estructura a Gran Escala (LSS)

Las fluctuaciones de materia en el universo temprano también tuvieron efecto en la evolución de la distribución de materia luminosa. En escalas mayores a ~ 100 Mpc (distancia típica de separación entre galaxias) [7] la distribución de galaxias tiene un comportamiento filamentoso, influenciado por la dinámica de la interacción gravitatoria entre DM y BM de las galaxias [3]; esta distribución observada es predicha por el Λ CDM, por lo que también es considerada una evidencia a favor no solamente de la existencia de DM, sino de la auto-interacción entre DM^2 , lo cual nos lleva a un punto fundamental, ¿de qué está compuesta?.

²Es astrofísica es común considerar a la DM como un fluido gravitante que se comporta según ecuaciones hidrodinámicas.

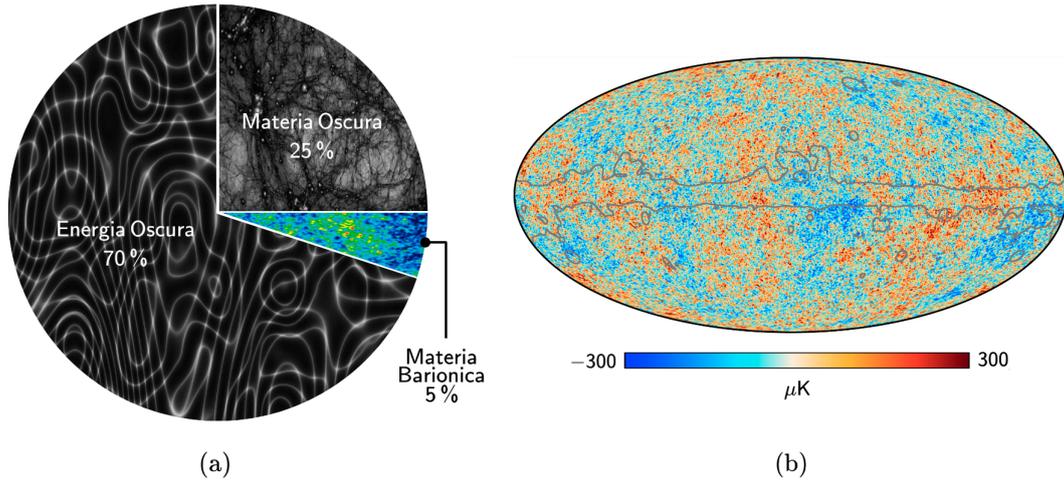


Figura 1: (a) *Panorama cósmico*, adaptación de [6], que describe la proporción del contenido energético total del universo. (b) Fondo Cósmico de Microondas obtenido por el telescopio espacial Planck en 2018 [5], cuyas anisotropías ($\sim \mu\text{K}$) son menores a lo esperado si solo hubiera BM.

¿Por qué una nueva partícula?

El *Modelo Estándar de partículas elementales* (SM) es el marco actual que describe con mayor precisión las interacciones fundamentales de la BM, a excepción de la gravedad; dado que la DM solamente interactúa gravitacionalmente con la BM y que esta última conforma apenas un 5% del contenido energético total del universo [5], como se ve en la Figura 1; es natural pensar, al menos desde la perspectiva de partículas y campos, que existe toda una gama de posibles extensiones al SM que puedan no solamente describir la BM, si no también la interacción del 25% que no estamos observando.

Como se ha mencionado, al analizar brevemente las principales teorías que intentan explicar el fenómeno de la DM en contraposición con candidatos a partículas, se encuentran fallas como:

- **MONDs**, se les dificulta explicar fenómenos como las lentes gravitacionales y la LSS, su construcción se limita a sistemas astrofísicos particulares, por lo que no puede describir la evolución del universo o fenómenos como el CMB con la precisión del ΛCDM .
- **MACHOs**, estudios sobre los halos galácticos, sobre el comportamiento de la Nube de Magallanes, revelan que la dinámica de las galaxias no puede ajustarse solamente con la presencia de estos objetos, pues representarían apenas un 8% de la DM en el halo [8].

Buscar candidatos a DM dentro de las teorías de partículas y campos resulta plausible, pues la principal característica de este enfoque es que pretende "detectar" lo que sea que es la DM, en contraste con el punto de vista astrofísico que se limita a "observar" su comportamiento; sin embargo, aun dentro de este marco, existe una enorme cantidad de modelos que contemplan candidatos a DM; de manera sucinta se pueden dividir en 2:

- **WIMPs** (Weak Interactive Massive Particles), los modelos que contemplan estos candidatos intentan encajar con la cosmología del universo temprano, pues responden a cómo la DM interactuaba en estas etapas de desarrollo; considerando uno o varios tipos de partículas de DM que interactuaban en la escala electrodébil con masas de 1 GeV a 100 TeV, se proponen canales de creación y aniquilación de DM, que tras el proceso de desacoplamiento y en tanto el universo se expandía, las interacciones entre la DM y la BM, ejemplificadas en la Figura 2, eran cada vez menos probables y la cantidad de DM se

estabilizó³, lo cual podemos medir de $\Omega_c h^2$. Estos modelos son fuertes candidatos a DM porque se pueden adaptar a las necesidades de detección, como se tratará en el siguiente capítulo.

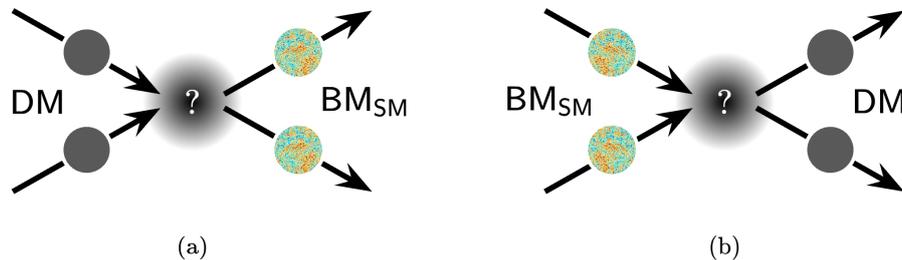


Figura 2: (a) Aniquilación de DM para dar lugar a BM del SM y (b) creación de DM a partir de BM del SM.

- **no-WIMPs**, consideran que las interacciones del sector oscuro del universo son más complejas en comparación de la pequeña porción que se observa de BM, por lo que no solamente extienden al SM, si no que algunos de ellos se encuentran en modelos que unifican las interacciones fundamentales, como los modelos con dimensiones extra; algunos directamente contemplan DM tipo partículas como los *Axiones* de QCD [9], mientras que otros proponen candidatos que surgen en teorías supersimétricas o de gran unificación, que se explicará brevemente en el capítulo 3, como los *neutrinos estériles* [10]; por otro lado desde el punto de vista astrofísico, existen candidatos teóricos más exóticos, como los *agujeros negros primordiales* o las *estrellas de bosones* [11], por mencionar algunos.

Si bien el panorama de candidatos para DM es sumamente amplio, todos ellos deben seguir ciertas cotas fenomenológicas y de detección, que determinarán la viabilidad de los candidatos, lo cuál se tratará en el siguiente capítulo.

³A este proceso se le conoce como *Freeze-out*.

1 • Bases de la Materia Oscura

1.1. Evidencia de Materia Oscura

Hasta donde sabemos la DM solamente interactúa gravitacionalmente, por lo que las primeras evidencias de su existencia son de este tipo y serán tratadas brevemente; así mismo, con la primera medición de los parámetros del CMB en 2013 por el experimento WMAP [12] fue posible calcular su abundancia como prueba de su existencia.

1.1.1. Sobre el virial y la materia invisible.

Para estudiar el fenómeno observado por Fritz Zwicky en el Cúmulo de Coma, formado por más de 1000 galaxias identificadas, es necesario encontrar la relación entre las energías cinéticas y potenciales promedio en el tiempo de un conjunto de objetos gravitantes, normalmente bajo una simetría esférica. Partiendo del producto escalar entre el momento de i cuerpos \mathbf{p}_i con posiciones \mathbf{r}_i , donde $dx/dt = \dot{x}$

$$W = \sum_i \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{r}_i, \quad \frac{dW}{dt} = \mathbf{p}_i \cdot \dot{\mathbf{r}}_i + \dot{\mathbf{p}}_i \cdot \mathbf{r}_i, \quad (1.1)$$

dado que $\mathbf{p}_i \cdot \dot{\mathbf{r}}_i = m_i \dot{\mathbf{r}}_i \cdot \dot{\mathbf{r}}_i = 2T$, donde T es la energía cinética, y la derivada temporal del momento sería $\dot{\mathbf{p}}_i = \mathbf{F}_i$ entonces

$$\frac{dW}{dt} = 2T + \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{r}_i, \quad (1.2)$$

que al integrar sobre un periodo de tiempo τ

$$\left\langle \frac{dW}{dt} \right\rangle_\tau = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \frac{dW}{dt} dt = \frac{W(\tau) - W(0)}{\tau} = 2 \langle T \rangle + \langle \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{r}_i \rangle \quad (1.3)$$

donde los paréntesis $\langle \rangle$ se refieren al promedio temporal, al evaluar un sistema en equilibrio dinámico durante suficiente tiempo, es decir $\tau \rightarrow \infty$, entonces $\frac{W(\tau) - W(0)}{\tau} \rightarrow 0$.

A $\langle \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{r}_i \rangle = \langle V \rangle$ se le llama *virial* del sistema, de modo que

$$\boxed{\langle V \rangle = -2 \langle T \rangle}, \quad (1.4)$$

es el *Teorema del virial* para un sistema de fuerzas conservativas, siempre que estas puedan expresarse como $\mathbf{F} = -\nabla V$ [2].

Mientras tanto, de la ley de la gravitación newtoniana, que describe la *fuerza* de la atracción gravitatoria entre 2 cuerpos, donde

$$|\mathbf{F}_{ij}| = -G \frac{m_i m_j}{|\mathbf{r}_{ij}|^2}, \quad (1.5)$$

con la *constante de gravitación universal* G , asumiendo una simetría esférica, se puede estudiar un cúmulo de N galaxias cada una con masa m , de modo que la masa total sería $M = Nm$; la *energía potencial gravitacional* necesaria para mantener el equilibrio dinámico del cúmulo en función de una distancia R desde el infinito, sería

$$\langle U \rangle \approx - \int_R^\infty \frac{GM^2}{R^2} dR = -\frac{GM^2}{R} , \quad (1.6)$$

así mismo, de la energía cinética del cúmulo $\langle T \rangle = \frac{M}{2} \langle v \rangle^2$, donde $\langle v \rangle^2$ es el promedio cuadrado de las velocidades de las galaxias con respecto al centro de masa del cúmulo; por el virial, se puede comparar $\langle U \rangle = \langle T \rangle$ para obtener la masa del cúmulo, tal que [13]

$$-\frac{GM^2}{R} = -M \langle v \rangle^2 \quad \therefore \quad \boxed{M = \frac{R \langle v \rangle^2}{G}} . \quad (1.7)$$

De la relación astrofísica *masa-luminosidad* que se expresa como

$$\frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^a , \quad (1.8)$$

donde L_\odot y M_\odot son la luminosidad y la masa del Sol, mientras que $1 < a < 6$, usualmente $a = 3.5$ para las estrellas en la *secuencia principal*¹ que son la gran mayoría en una galaxia típica; se puede obtener la masa del cúmulo en función de su luminosidad [14]. Eso hizo Zwicky, usando la masa en función de $\langle v \rangle^2$, encontró que la relación real de $\frac{M}{L}$ era aproximadamente 400 veces más grande que la medida a través solo de su luminosidad, a este excedente de materia invisible y fría, al no emitir radiación alguna que contribuyera a la medición de la luminosidad, le llamó "*materia oscura (fría)*"² en su artículo original de 1933 [15].

Problema de la curva de rotación galáctica

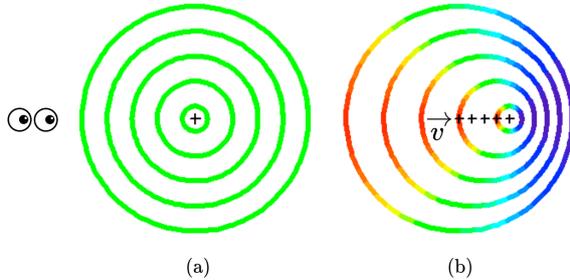


Figura 1.1: Efecto Doppler luminoso para el observador fijo, en (a) la fuente emite una longitud de onda constante, mientras que en (b) la longitud de onda varía desplazándose al rojo a razón de $\lambda_b = \lambda_a \sqrt{c + v/c - v}$ tal que $\lambda_b > \lambda_a$ [16].

Retomando la ecuación (1.7), se puede determinar el promedio cuadrado de la velocidad de rotación de un galaxia de masa m en función de la distancia, es decir [13]

$$\langle v \rangle^2 = \frac{Gm}{r} . \quad (1.9)$$

Esta expresión también se puede obtener del *potencial gravitacional* $\Phi = \frac{GM}{r}$, teniendo en cuenta que $\mathbf{F} = -\nabla\Phi$. Por otro lado, la velocidad medida por corrimiento al rojo de los cuerpos gracias al efecto Doppler luminoso, clásicamente se define como [16]

$$z = \frac{v}{c} , \quad (1.10)$$

¹Etapa de evolución estelar donde el astro consume la mayor cantidad de su combustible fusionando comúnmente núcleos de hidrógeno (protón-protón) y liberando radiación.

²*dunkle (kalte) Materie*

un ejemplo de esto se ve en la Figura 1.1.

Para un cuerpo gravitante en torno a un objeto masivo, existe una única órbita circular en función de r que asegura su estabilidad y dado que v disminuye en un factor de $1/\sqrt{r}$, se esperaría que la curva de velocidades de las galaxias tuviera un forma similar a la línea punteada correspondiente al disco galáctico de la Figura 1.2a. A este fenómeno se le denomina *caída kepleriana*, sin embargo, como se ve en la misma figura, el comportamiento de las galaxias no se ajusta a esta curva, por lo que es necesario considerar un excedente de materia en torno a la galaxia en un *halo*.

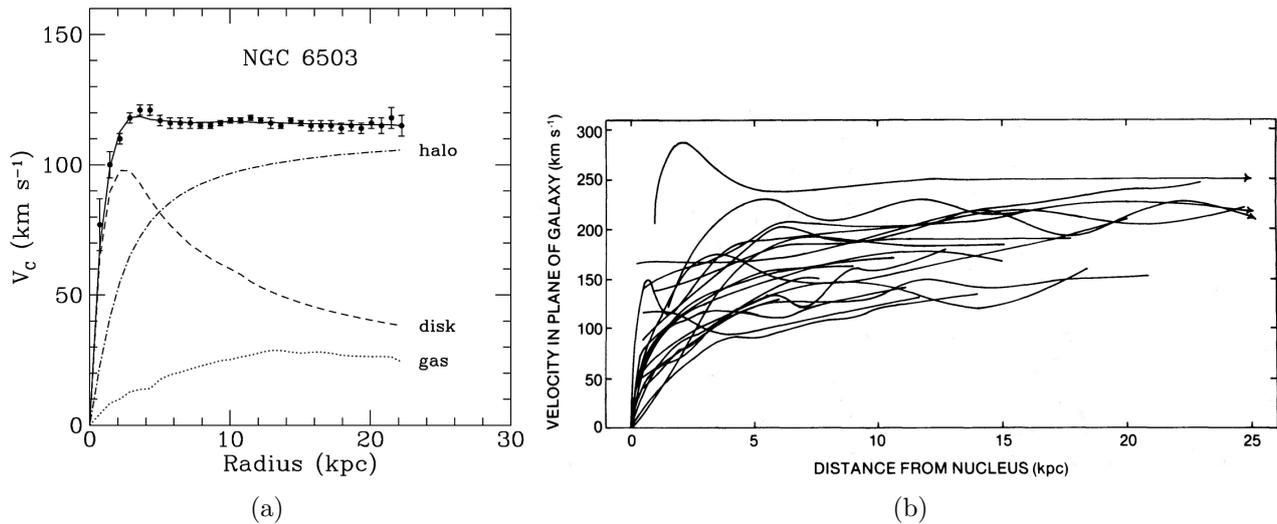


Figura 1.2: (a) Curvas de velocidad rotación de la galaxia NGC 6503 [17], donde las líneas punteadas representan las curvas predichas solo en presencia de sus componentes por separado. (b) Curvas de velocidad rotación de diferentes galaxias del trabajo de Vera Rubin [18].

Si bien los estudios de Zwicky revelaron la presencia de materia gravitante, invisible y fría alrededor de cúmulos galácticos, el trabajo de Vera Rubin permitió conocer la distribución de la DM a escala galáctica, estudiando la dinámica de las galaxias espirales en más de 80 galaxias del cúmulo de Virgo, como se ve en la Figura 1.2b. Para los tiempos de Zwicky, ya se conocía que las galaxias se movían de manera extraña solamente contando la materia visible, pero gracias a Rubin la evidencia de la presencia de DM ya era irrefutable.

Ahora se sabe que la DM no solo compone la estructura de las galaxias, como se ve en la Figura 1.3, sino que permite su formación.

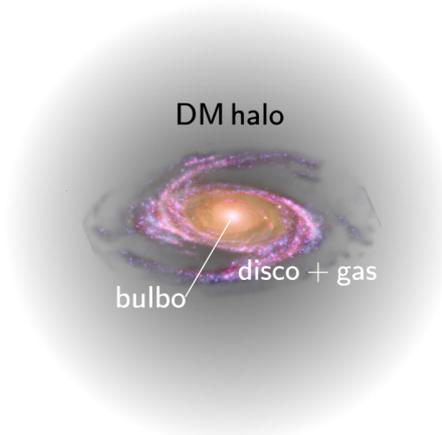


Figura 1.3: Estructura de las galaxias espirales típicas.

Halos de Rayos X

Otro fenómeno que ha servido como evidencia de la presencia de DM alrededor de objetos masivos son los *Halos de Rayos X*, el más famoso es el del Cúmulo de Bala, mostrado en la Figura 1.4, que se originó de la violenta colisión de 2 cúmulos previos.

Al estudiar el comportamiento del gas *virializado* que emite radiación por la presencia de galaxias activas, con la ecuación de Euler para un fluido dinámico con velocidad \mathbf{v} y bajo presión gravitatoria P , considerando una simetría esférica, se tiene

$$\frac{1}{\rho} \nabla P = -\nabla \Phi - \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} . \quad (1.11)$$

Si $\mathbf{v} \rightarrow 0$ para un fluido en equilibrio, el segundo término derecho desaparece, dejando la ecuación de un fluido en reposo sujeto al campo gravitatorio donde $\nabla P = -\rho \nabla \Phi$, considerando que la simetría permite reducir el problema a un grado de libertad, donde $M(r) = \rho r$, entonces

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM(r)\rho}{r^2} \Rightarrow -G \int_{\infty}^r \frac{M(r)^2}{r^3} dr = \frac{GM(r)^2}{r^2} = P , \quad (1.12)$$

mientras tanto, de la ecuación del gas ideal también se puede extraer el término para P , tal que

$$P = \rho \frac{k_B T}{m} \quad (1.13)$$

igualando (1.12) y (1.13), así como asumiendo por simplicidad que el gas se compone solo de protones con masa m_p , la masa del cúmulo en función de r puede expresarse como [3]

$$\boxed{M(r) \propto \frac{r k_B T}{m_p G}} . \quad (1.14)$$

Es de utilidad despejar la temperatura, ya que puede ser medida gracias a la emisión de rayos X, para este valor se han obtenido 2 medidas dispares, una usando la masa del cúmulo gracias al lente gravitacional que proyecta, con $r \sim 2$ Mpc³, caso que se verá a continuación, y con $T \sim 1.3 - 1.8$ keV; y otra con el telescopio espacial Chandra, especializado en la medición de rayos X, que fija esta medida en torno a $T \sim 10$ keV [19, 20], dado que $T \propto P$, la elevada temperatura medida por el telescopio puede deberse a la presencia de DM que ejerce presión gravitatoria sobre el plasma.



Figura 1.4: Cúmulo de Bala, ubicado en la constelación Carina, la distribución y temperatura del plasma circundante solo es posible debido a la presencia de DM [21].

³1Mpc $\sim 3.26 \times 10^6$ años luz $\sim 3 \times 10^{19}$ km.

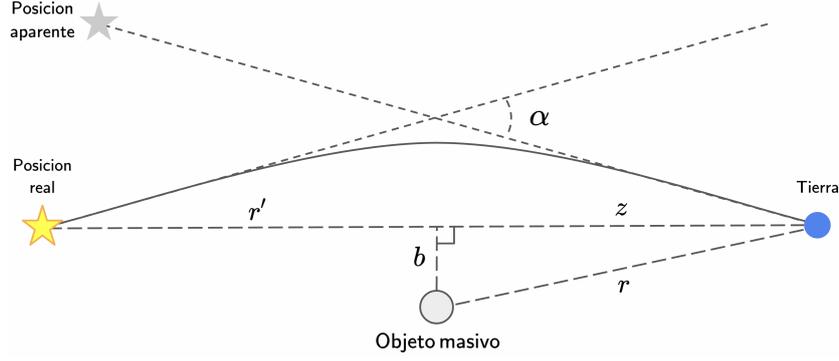


Figura 1.5: Efecto del lente gravitacional débil, donde un haz de luz proveniente de una fuente lejana viaja cerca de un objeto masivo antes de llegar a la tierra, describiendo una trayectoria geodésica característica del espacio-tiempo curvo, resultando en una distorsión aparente de la posición de la fuente de luz.

Las lentes gravitacionales

Cuando un haz de luz viaja cerca de un cuerpo masivo, su aparente trayectoria rectilínea es deflectada, como un haz de luz al atravesar un lente; a este fenómeno se le llama *lente gravitacional*, fue descrito por primera vez en 1801 por Johann Soldner. Más tarde, en 1911 Einstein llegaría a la misma descripción aplicando Relatividad General a la geometría euclídea; sin embargo, el fenómeno sería comprobado hasta 1919 por Arthur Eddington, que midió el ángulo de deflexión del sol usando de referencia un cúmulo de estrellas en la constelación de Tauro un día de eclipse.

Estas lentes pueden clasificarse según la curvatura de la luz observada, la *fuerte* se presenta cuando el cuerpo que genera la distorsión se encuentra justo entre la fuente y el observador, generando característicos *anillos de Einstein*; la *débil* como en el caso de la Figura 1.5, donde se observa una distorsión moderada en la imagen y posición de la fuente; mientras que en las *micro* se observa un aumento aparente de la luminosidad de la fuente; en cualquier caso son de utilidad para determinar tanto las masas de las fuentes de luz como la asociada al propio lente en función del ángulo de deflexión.

Bajo una aproximación de la métrica de Freedman-Robertson-Walker [3], que describe un espacio-tiempo isótropo con simetría esférica, tal que, la medida de cualquier distancia es

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2\Phi}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2\Phi}{c^2}\right) d\mathbf{r}^2, \quad (1.15)$$

el ángulo de deflexión se define como [16]

$$\hat{\alpha} = \frac{2}{c^2} \int \nabla_{\perp} \Phi ds. \quad (1.16)$$

Suponiendo un sistema como el de la Figura 1.5, el potencial del sistema adoptará la forma del *potencial de Plummer* [22] que describe la dinámica de cuerpos masivos con simetría esférica, es decir

$$\Phi = -\frac{GM}{r} = -\frac{GM}{\sqrt{b^2 + z^2}}, \quad (1.17)$$

dado que [23]

$$\nabla_{\perp} \Phi = -\frac{GM\hat{\mathbf{b}}}{(b^2 + z^2)^{3/2}}, \quad (1.18)$$

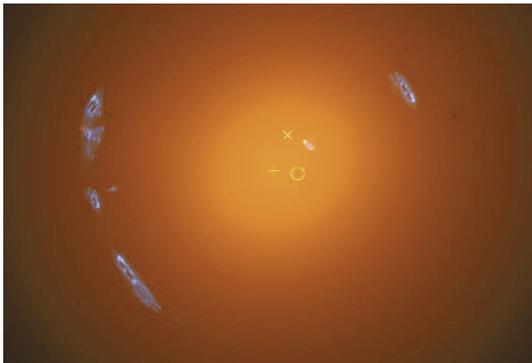


Figura 1.6: Lente gravitacional fuerte del objeto CL 0024, las manchas azules representan la masa asociada a las galaxias visibles, mientras que el halo naranja representa la masa asociada a la DM [25].

el ángulo queda como [24]

$$\hat{\alpha} = \frac{4GM}{c^2 b} ; \quad (1.19)$$

una vez más, de esta definición es posible despejar la masa del lente como

$$M = \hat{\alpha} \frac{c^2 b}{4G} . \quad (1.20)$$

La observación de lentes gravitacionales ha servido para corroborar la existencia de la DM, pues los MONDs no logran describir este fenómeno en torno a cúmulos de DM como el de la Figura 1.6, donde se presenta la deflexión de galaxias al rededor de lo que podría parecer una porción vacía de objetos masivos.

Estructura del universo a gran escala

Hasta este punto se ha tratado de mostrar la evidencia sobre la existencia de DM al rededor de galaxias y cúmulos, sin embargo, su influencia sobre la materia observable no se limita a esta escala, los cosmólogos llaman *Estructuras a Gran Escala* a aquellas más grandes que los cúmulos galácticos (~ 1000 Mpc). Los estudios han revelado que los súper-cúmulos de galaxias se agrupan en estructuras filamentosarias; esta forma está directamente relacionada con la distribución de la DM en etapas del universo temprano.

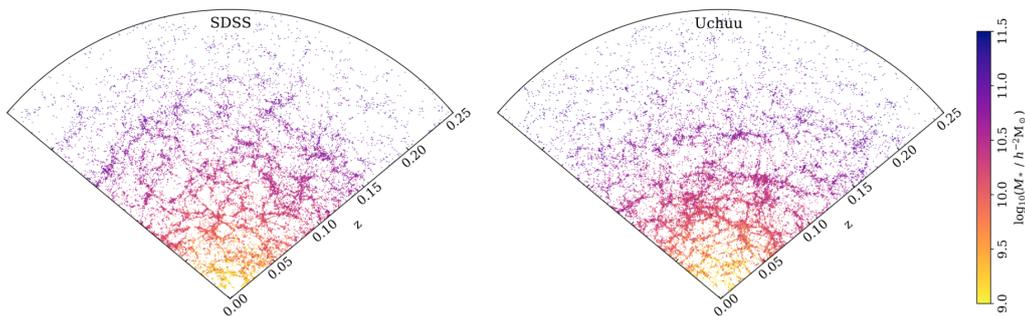


Figura 1.7: Corte del corrimiento al rojo de LSS tomado por SDSS (Sloan Digital Sky Survey) en la primera imagen, y en la segunda la simulación de n -cuerpos del mismo corte, del proyecto Uchuu, tomando en cuenta la proporción de DM bajo Λ CDM [26].

Si bien, las observaciones nos permiten conocer la distribución de la BM, al estudiar la evolución del universo mediante simulaciones numéricas e hidrodinámicas solamente considerando la BM, estas no son capaces de reproducir la distribución observada, por lo que para ser consistente con las condiciones iniciales del universo temprano es necesario considerar la presencia de CDM (Cold Dark Matter) [27, 28], lo cual indica no solamente que está distribuida

de manera cuasi-uniforme en la LSS, sino que permitió la formación temprana desde galaxias hasta estructuras cada vez más grandes y complejas, es decir, conforme el universo se enfriaba la DM moldeó la distribución actual de BM.

Si bien, las simulaciones hidrodinámicas tienen un alto grado de exactitud, conllevan un alto costo computacional, por lo que actualmente es tendencia realizar simulaciones de n -cuerpos considerando partículas de DM para estudiar la formación de halos precursores de estructuras galácticas, ejemplos de esto en: [29] y [26].

1.2. Constricciones cosmológicas

A lo largo del tiempo y gracias a las observaciones, nos hemos ido convenciendo de que la DM existe y no solamente es un error de conteo respecto de masas, velocidades y estructuras, así mismo, hemos aprendido a identificar *dónde está y cómo se comporta*. Las respuestas a estas preguntas escapan a *qué es*, aún así, nos han servido para descartar posibles candidatos.

Considerando que en medida entendemos la respuesta de estas 3 preguntas para la BM, es útil comparar la BM con la DM; extender el SM para tratar de explicar el fenómeno de la DM es un enfoque útil, porque nos puede ayudar a predecir eventos, sin embargo, para construir extensiones plausibles, es necesario considerar ciertos criterios para los candidatos, como que la DM es:

- **Masiva**, retomando todas las evidencias presentadas y teniendo en cuenta que sólo se han podido estudiar sus efectos gravitatorios; así mismo, es necesario para ser consistente con la BBN (Big-Bang Nucleosynthesis)[30].
- **Concuerda con $\Omega_c h^2$** , este criterio responde a *cuánta DM hay*; gracias a las medidas de CMB bajo el modelo Λ CDM se sabe que la DM debió de estar en equilibrio térmico con la BM durante el universo temprano, en concordancia con lo que se sabe del proceso de nucleosíntesis en la etapa de recombinación; así mismo, como medida de abundancia permite reproducir la distribución de la BM en LSS como principal parámetro observacional.
- **Fría**, o no relativista, durante el confinamiento de los fotones antes del desacoplamiento, la BM estaba sujeta a los potenciales gravitacionales de la DM, la cual tuvo que haber sido no-radiante, y del punto anterior, en equilibrio térmico, moviéndose lo suficientemente lento no solo para permitir el enfriamiento de la BM, sino que tras el desacoplamiento, sujetar y permitir la formación de estructuras a gran escala y disminuir el orden de las anisotropías del CMB; respondiendo a *cómo se mueve*.
- **Neutra**, suponer que la DM no tiene un tipo de carga conocida, permite explicar su no interacción con la BM, no solo asegurando la "estabilidad" observada de la misma, sino explicando su influencia actual sobre los sistemas astrofísicos, sin embargo, este es un criterio con el que suelen jugar algunos candidatos, por ejemplo, hay estudios que presentan límites para DM *mili-cargada*, considerando fenómenos de auto-interacción así como interacción con la BM en escalas sub-eV para candidatos a χ con $q_\chi \lesssim 10^{-5}e$ (respecto a la carga del electrón e) y $m_\chi \sim 0.1$ eV [31]; por otro lado, desde un punto de vista más conservador, hay investigaciones que si bien consideran candidatos neutros, proponen su decaimiento (sacrificando un poco su "estabilidad") a partículas cargadas, CHAMPs, que si pueden interactuar con la BM [32].
- **Débilmente interactuante**, considerar que la DM tiene auto-interacción e interacción con la BM (juntas o por separado) es un criterio necesario para darle sentido físico a los

candidatos, de otro modo no tendría mucho caso estudiar bajo física de partículas algo que no se puede detectar por ningún medio; los límites actuales de SIDM (Self-Interacting DM) corresponden a los procesos de aniquilación $\chi\chi \rightarrow \text{SM SM}$ con una sección eficaz en torno a $\sigma_{\chi\chi}/m_\chi < 0.47 \text{ cm}^2/\text{g}$ [33]; estos han sido constreñidos por mediciones de Rayos X y Lentes Gravitacionales, como en el Cúmulo de Bala por ejemplo. Mientras tanto, para la interacción DM - BM, es prudente proponer que ocurre en las cercanías de la escala electrodébil entre 10 GeV-100 TeV, previniendo la escala de energías para las masas y los acoplamientos, lo cual sirve de justificación sobre que aún no ha sido detectada. Este punto y el anterior responden a *cómo interactúa*, suponiendo que lo hace.

Los candidatos propuestos además deben de estar sujetos a constricciones astrofísicas propias de las nuevas interacciones que se propongan.

Hasta este punto se ha supuesto la *estabilidad* como una propiedad intrínseca de la DM, sin embargo, también hay cotas que fijan su tiempo de vida en torno a $\sim 200 \text{ Gyr}$ ⁴ [34], lo cual supera el tiempo de vida del universo en torno a $13.801 \pm 0.024 \text{ Gyr}$ [5], por lo que en términos prácticos la DM es muy estable.

Una lista más detallada de estas constricciones incluyendo la revisión de algunos parámetros astrofísicos y cosmológicos se encuentra en el DM "Ten point test" [35].

1.2.1. Densidad remanente de DM

Para calcular este parámetro es necesario realizar algunas consideraciones cosmológicas, se puede describir nuestro universo isotrópico bajo la métrica de Friedman-Lemaître-Robertson-Walker

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin\theta d\phi^2) \right), \quad (1.21)$$

donde el factor de escala $a(t)$ define la expansión de un universo plano, si $k = 0$, a través del parámetro de Hubble, $H \equiv \dot{a}(t)/a(t)$, así mismo, $a(T) \propto 1/T$ será de utilidad pues como se verá a continuación es conveniente describir la evolución del universo en función de la temperatura. Por otro lado, el contenido del universo puede expresarse como

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_c} = \Omega_\Lambda + \Omega_m + \Omega_r \approx 1, \quad (1.22)$$

donde ρ es la densidad energética y

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G} = 2.5 \times 10^{-3} \text{ eV}^4 \quad (1.23)$$

es la *densidad crítica* necesaria para que un universo plano se expanda [16], mientras que $\Omega_{\Lambda,m,r}$ representan la abundancia de energía oscura, materia y radiación (materia relativista como neutrinos y fotones).

La abundancia de DM puede determinarse de

$$\Omega_m = \Omega_c + \Omega_b \quad \therefore \quad \Omega_c = \Omega_m - \Omega_b + \Omega_\nu = \frac{\rho_\chi + \rho_\nu}{\rho_c}, \quad (1.24)$$

tal que Ω_ν es la abundancia de neutrinos, pues al ser prácticamente indetectables forman parte del contenido de DM, a su vez éstos también forman parte del contenido de materia radiante;

⁴1 Gyr = 10^9 años. Mediante cálculos independientes de cualquier modelo, solo usando los datos del CMB y considerando su decaimiento a partículas relativistas.

así mismo, ρ_χ y ρ_ν representan la densidad de DM y neutrinos respectivamente, ρ_χ puede expresarse en dependencia de la temperatura actual del universo T_0 como

$$\rho_\chi(T_0) = m_\chi n_\chi(T_0) = m_\chi n_\chi(T_d) \left(\frac{a(T_d)}{a(T_0)} \right)^3, \quad (1.25)$$

para m_χ como la masa de las partículas de DM, finalmente la densidad de DM depende de la temperatura del universo en el desacoplamiento T_d , pues conforme el universo se expandía $T_d > T_0$; mientras tanto, el número de partículas de DM n_χ también depende de la temperatura, por lo que será necesario utilizar la *ecuación de Boltzman* para estudiar la variación de esta cantidad conforme el universo se enfriaba al pasar el tiempo, la cuál puede escribirse como

$$\frac{d}{dt} n(t) a(t)^3 = \boxed{\dot{n}_\chi(t) + 3H(t)n_\chi(t) = -\langle\sigma_{\chi\chi}v\rangle (n(t)_\chi^2 - n_{eq}(t)^2)}, \quad (1.26)$$

el lado izquierdo describe la variación temporal de n_χ en un universo que se expande a razón de H , mientras que el lado derecho supone que el único canal de interacción que contribuía a que n_χ variara es del tipo $\chi\chi \leftrightarrow \bar{f}f$ (DM a *fermiones*), por lo que el factor $\sigma_{\chi\chi}v n_\chi^2$ describe la probabilidad de que estos eventos sucedieran, para la DM-relativista (neutrinos) $v = 1$; finalmente n_{eq} es el número de partículas de DM una vez alcanzado el equilibrio térmico, por lo que si $n_\chi = n_{eq}$ se garantiza que la única variación en la densidad de partículas sea debida a la expansión del universo [36].

Hasta este punto es evidente que la ecuación de Boltzman tiene una dependencia temporal, para llegar a $n_\chi(T)$ es necesario realizar un par de cambios de variables; en principio, la ecuación (1.26) puede reescribirse como la variación temporal de la *producción* de DM, que se define como $Y(t) \equiv n(t)/T(t)^3$, es decir

$$\dot{Y}(t) = -\langle\sigma_{\chi\chi}v\rangle T(t)^3 (Y(t)^2 - Y_{eq}(t)^2); \quad (1.27)$$

en segunda, usando $x = m_\chi/T(t)$ y suponiendo que la mayor parte del desacoplamiento de la DM ocurrió en un universo temprano dominado por radiación donde $\rho_r \gg \rho_m$, que corresponde al estado $x = 1$ donde $m_\chi = T$, la parte izquierda de la ecuación (1.27) se relaciona con el nuevo parámetro a través del H ⁵, como

$$\frac{dY(x)}{dx} = \frac{x}{H_{x=1}} \dot{Y} = -\frac{x}{H_{x=1}} \langle\sigma_{\chi\chi}v\rangle \frac{m_\chi^3}{x^3} (Y(x)^2 - Y_{eq}(x)^2). \quad (1.28)$$

Una vez eliminada la dependencia temporal en ambos extremos de 1.28, la ecuación 1.26 puede expresarse en una forma más fácil de resolver analíticamente donde

$$\frac{dY(x)}{dx} = -\frac{\langle\sigma_{\chi\chi}v\rangle m_\chi^2}{H_{x=1} x^2} Y(x)^2, \quad (1.29)$$

con $Y = Y_{eq}$, considerando que en la actualidad la variación de $n(x)$ decae más lentamente. Mientras tanto, dado que la temperatura del universo justo antes del desacoplamiento es mayor que después de este, $T_d \gg T'_d$, entonces $Y(x_d) \ll Y(x'_d)$ y la mayoría de los eventos $\chi\chi \rightarrow \bar{f}f$ sucedieron antes del desacoplamiento, solamente será necesario considerar que

$$Y(x_d) = \frac{\langle\sigma_{\chi\chi}v\rangle m_\chi^2}{H_{x=1}}. \quad (1.30)$$

⁵También puede ser útil considerar $Y(x) = n(x)x^3/m^3$.

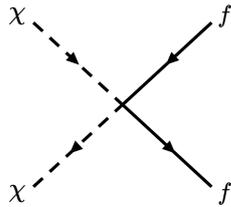


Figura 1.8: Canal $\chi\chi \rightarrow \bar{f}f$ donde un par de partículas de DM se aniquilan dando lugar a un par de fermiones del SM.

Para calcular la *sección eficaz de aniquilación termalizada* de DM $\langle\sigma_{\chi\chi}v\rangle$, es necesario considerar a los procesos de la Figura 1.8, donde la probabilidad de que la DM se aniquilara formando fermiones o materia del SM era alta, haciendo variar n_χ en el proceso hasta que se hizo cada vez menos probable después del desacoplamiento. Las cotas actuales de este valor corresponden a [33]

$$\sigma_{\chi\chi} \simeq 10^{-8} \text{ GeV}^{-2} , \quad (1.31)$$

teniendo en cuenta que $\langle\sigma_{\chi\chi}v\rangle \propto m_\chi$, las mediciones de las anisotropías del CMB sugieren que estas interacciones ocurrieron en la escala electro-débil, lo cuál se tratará con más detalle en el siguiente capítulo, por lo que también se ha podido acotar la masa de la DM en el orden de $m_\chi \gtrsim 10 \text{ GeV}$.

Finalmente, teniendo en cuenta que la relación $a(T)T$ es prácticamente constante, es decir

$$\left(\frac{a(T_d)T_d}{a(T_0)T_0}\right)^3 = \frac{1}{28} , \quad (1.32)$$

retomando la ecuación (1.25) para la densidad de n_χ en la actualidad

$$\rho_\chi(T_0) = m_\chi Y(x_d) T_d^3 \left(\frac{a(T_d)}{a(T_0)}\right)^3 = m_\chi Y(x_d) T_d^3 \left(\frac{a(T_d)T_d}{a(T_0)T_0}\right)^3 \frac{T_0^3}{T_d^3} = \frac{m_\chi Y(x_d) T_0^3}{28} ; \quad (1.33)$$

se puede calcular la abundancia actual de DM como [36]

$$\Omega_c = \frac{\rho_\chi}{\rho_c} = \frac{m_\chi Y(x_d) T_0^3}{28} \frac{8\pi G}{3H^2} , \quad h \equiv \frac{H}{100 \frac{\text{km}}{\text{s Mpc}}} \approx 0.7 \Rightarrow \boxed{\Omega_c h^2 \approx 0.12} , \quad (1.34)$$

La *densidad remanente de DM* $\Omega_c h^2$ es uno de los 6 parámetros base del modelo cosmológico actual Λ CDM, además de la densidad remanente de de BM $\Omega_b h^2$, la amplitud del espectro de potencias del CMB A_s , el índice espectral n_s , la escala angular de las oscilaciones acústicas de bariones θ_* y la profundidad óptica τ [37].

Gracias a las mediciones de Planck en 2018 han logrado constreñir $\Omega_c h^2 = 0.1200 \pm 0.0012$ [5]. Ya que Ω_ν también forma parte del contenido de DM, el procedimiento para calcular su abundancia es similar, sin embargo, esta contribuye con menos de 3% de la DM total, tal que

$$\Omega_\nu h^2 \simeq \frac{m_{\nu_i}}{93 \text{ eV}} \lesssim 0.003 , \quad (1.35)$$

es decir, es apenas el 0.0072% del contenido total del universo [33].

Las suposiciones consideradas hasta el momento corresponden a las de DM tipo WIMP, en concordancia con el proceso de enfriamiento de un universo temprano, con predominancia de DM sobre BM, enfriándose a la par de la expansión, este mecanismo se llama *Freeze-out*.

Que un candidato a DM de estas características logre cumplir con el valor observado de $\Omega_c h^2$ en función de otros parámetros cosmológicos medidos, es en principio, una coincidencia⁶, tanto que se suelen describir candidatos con mecanismos similares de interacción bajo el *paradigma* WIMP [38].

⁶Es común utilizar el término WIMP *miracle*.

1.3. Experimentos de detección

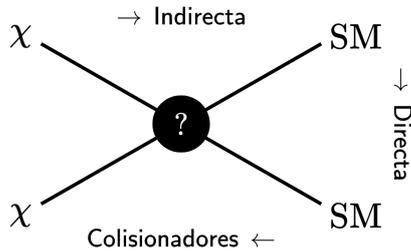


Figura 1.9: Diferentes tipos de detección de un candidato χ a DM donde las flechas describen la dirección de las interacciones.

Jugar con la interacción y estabilidad de los candidatos a DM es necesario para construir modelos de detección, en los cuales pueden estudiarse tres eventos, como se muestra en la Figura 1.9. Este trabajo pretende estudiar modelos utilizando el valor de $\Omega_c h^2$, obtenido por detección indirecta, sin embargo, otros tipos de detecciones se han estudiado en función de las interacciones DM - SM:

- **Detección indirecta** ($\chi\chi \rightarrow \text{SM SM}$); además del estudio del CMB por Planck, uno de los fenómenos que se estudian desde este enfoque es el de la detección de rayos gamma provenientes de los halos galácticos, proponiendo su origen mediante DM inestable o con auto-interacción mediante procesos de aniquilación, un ejemplo es el telescopio espacial γ -ray Fermi (FermiLAT), que se ha encargado de constreñir la fenomenología de candidatos ALPs (Axions Like Particles) o SIDM [39].

Observaciones de rayos gamma extra-galácticos como las del telescopio NuSTAR han podido establecer cotas para las masas de DM en escalas de $\sim \text{GeV}-1 \text{ TeV}$, suponiendo su decaimiento [40].

- **Detección directa** ($\chi \text{ SM} \rightarrow \chi \text{ SM}$); existe una multitud de experimentos con este enfoque, distintos tipos de elementos y materiales son empleados para estudiar la cinemática de núcleos atómicos al ser impactados por lo que podrían ser WIMPs. Aun sin resultados concluyentes sobre la naturaleza de la DM, pues parte de la dificultad de estos experimentos, radica en la infraestructura altamente especializada que permite aislar y caracterizar las señales de las partículas que llegan a la tierra; sin embargo, se han podido establecer límites de detección en regiones de masas particulares para cada experimento.

Experimentos como XENON1T que recopiló datos por casi un año ininterrumpidamente [33, 41], enfocado en la búsqueda de WIMPs del sector fermiónico, o DAMA/LIBRA que detectó señales periódicas anómalas provenientes del halo de nuestra galaxia [42]; son algunos ejemplos, aunque no son los únicos como puede verse en la figura 1.10.

- **Detección en colisionadores** ($\text{SM SM} \rightarrow \chi\chi$); los experimentos CMS y ATLAS en el CERN, son las 2 principales colaboraciones multi-propósito del LHC que estudian el fenómeno de la DM [33, 43]; analizando la conservación de momento en las colisiones inelásticas de protones pp resultando en *jets* de partículas energéticas, se puede inferir un momento transversal como suma de los momentos transferidos de todas las partículas detectadas, si este no es cero, existe un déficit de energía (*momento transversal perdido*) asociada a DM que no puede ser detectada. El estudio de este fenómeno en una escala de energía en centro de masa de 13 TeV ha permitido establecer cotas fenomenológicas para candidatos a WIMPs.

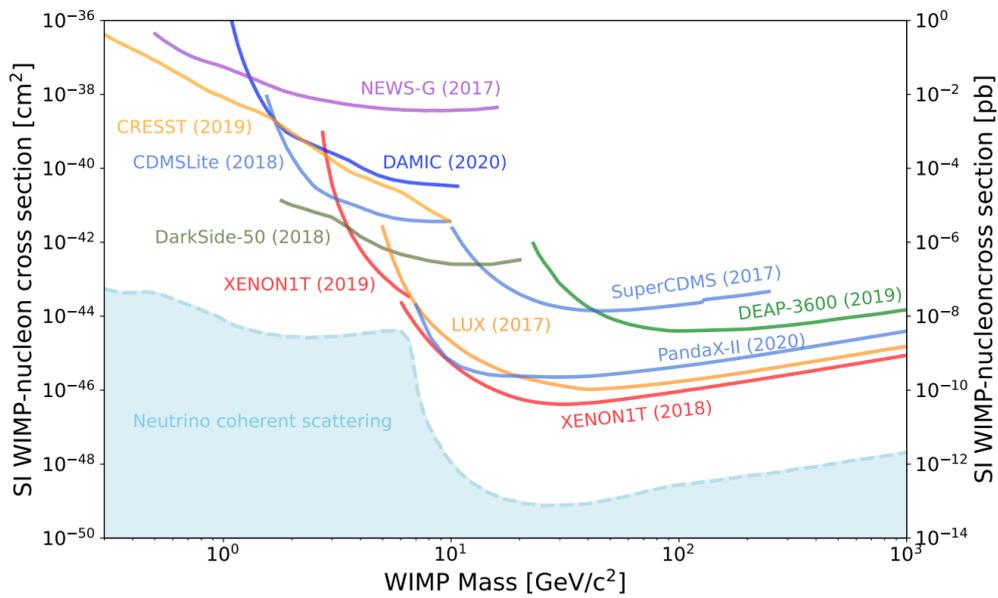


Figura 1.10: Límites superiores de la sección eficaz independiente de espín WIMP-nucleón en función de la masa de DM, en diferentes experimentos de detección directa. Para ser consistentes con los límites de los experimentos, los candidatos a DM deben de encontrarse en regiones por debajo de cada línea de exclusión; sin embargo, hay múltiples factores involucrados, como las interacciones propuestas entre DM-SM o las características del detector en cada experimento [33].

2 • Fundamentos del Modelo Estándar

Un enfoque en la física es el de la importancia de encontrar explicaciones generalizadas a una cantidad considerable de fenómenos, a modo de *navaja de Ockham*¹ [44], así logrando unificar marcos y teorías con la finalidad de encontrar respuestas cada vez más robustas. El *Modelo Estándar de partículas elementales* (SM) es una teoría cuántica de campos unificadora que describe las interacciones fundamentales del universo, como se muestran en la Figura 2.1a, a excepción de la gravedad, pues además de no ser una teoría cuantizada, su intensidad es despreciable a escalas microscópicas.

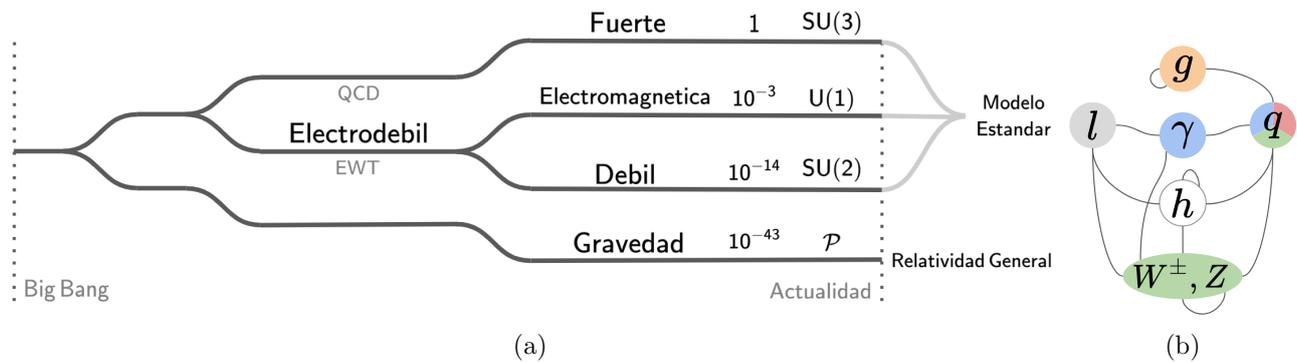


Figura 2.1: a) Evolución de las interacciones fundamentales, su intensidad normalizada y la teoría de grupo que las describe. b) Interacciones entre los campos del SM representadas mediante líneas de conexión, así como las vías de auto-interacción mediante bucles en los campos.

El SM es una teoría de Gauge basada en el grupo local $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, donde $SU(3)_C$ describe las interacciones fuertes de color entre los quarks mediadas por los 8 tipos de gluones sin masa, que corresponden a los generadores del grupo; mientras que $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ describe las interacciones electrodébiles de los fermiones mediadas por los bosones W^+ , W^- , Z y el fotón sin masa, que corresponden a los 3 y 1 generadores de los grupos respectivamente. Gracias a la medida de la desintegración del bosón Z se sabe que existen 3 generaciones de fermiones [45, 46]; mientras que el único bosón escalar en el SM es el bosón de Higgs que interactúa con todos los campos masivos. Algunas de las propiedades de estos campos y sus partículas así como los grupos que las describen se encuentran en el Cuadro 2.1. Mientras tanto los campos del SM auto-interactúan e interactúan entre si, la Figura 2.1b ilustra esta idea.

Para que un modelo sea viable en el marco de la física de partículas debe ser al menos: invariante bajo transformaciones del grupo de Poincaré, invariante bajo transformaciones locales del grupo de Gauge $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ y ser renormalizable; sin embargo, aunque el SM cumple con estas características, puede parecer una teoría *ad hoc* teniendo en cuenta que la elección del grupo de Gauge y la jerarquía de los fermiones carecen de una motivación teórica inmediata [47].

¹También llamado Principio de Parsimonia que dicta "la pluralidad no debe postularse mas allá de necesidad".

PARTÍCULAS	CAMPOS	CARGA	ESPÍN	$SU(3)_C$	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$
quarks	$Q_i = (u_L^i, d_L^i)$	$(2/3, -1/3)$	$1/2$	3	2	$1/3$
	u_R^i	$2/3$	$1/2$	3	1	$4/3$
	d_R^i	$-1/3$	$1/2$	3	1	$-2/3$
Leptones	$L_i = (\nu_L^i, e_L^i)$	$(0, -1)$	$1/2$	1	2	-1
	$l_R^i = e_R^i$	-1	$1/2$	1	1	-2
Gluones	$G_\mu^a = g^a$	0	1	8	1	0
W^\pm, Z	$W_\mu^j = (W^\pm, Z^0)$	$(\pm 1, 0)$	1	1	3	0
Fotón	$B_\mu = \gamma$	0	1	1	1	0
Higgs	$\phi = (h^+, h^0)$	0	0	1	2	1

Cuadro 2.1: Campos del SM, los índices $i, j = 1, 2, 3$ representan las tres generaciones de fermiones y los elementos del isotriplete débil del bosón W respectivamente, el índice $a = 1 \dots 8$ los ocho tipos de gluones. Así como las representaciones de los campos en bajo cada grupo de Gauge (en negritas), la última columna indica la hipercarga débil según la fórmula de Gell-Mann-Nishijima como

$$Y_W = 2(Q - T_3) \text{ [47].}$$

Así mismo, a pesar del éxito que el SM ha tenido calculando la mayoría de las propiedades de la materia bariónica, es necesario extender esta teoría, pues aún hay cuestiones que es incapaz de resolver, como la aparente jerarquía en las masas de las partículas, la masa de los neutrinos; y en conexión con la cosmología, la materia y energía oscura o una teoría cuántica de la gravedad, solo por mencionar algunas.

2.1. Teoría cuántica de campos

En QFT es importante el formalismo de Lagrange donde el campo asociado a una partícula es una función en el espacio-tiempo $\varphi = \varphi(x^\mu)$ y se busca la función lagrangiana $\mathcal{L} = \mathcal{L}(\varphi, \partial_\mu \varphi)$ que contenga la información de un sistema con uno o varios campos; ésta describe la densidad espacio-temporal de la energía del mismo, usando las ecuaciones de Euler-Lagrange, donde

$$\frac{d}{dx^\mu} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \varphi)} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi} ; \quad (2.1)$$

se pueden obtener las ecuaciones que describan la evolución del sistema. Usando unidades naturales $\hbar = c = 1$, se pueden describir lagrangianas de diferentes campos aislados y sin interacciones por ejemplo la lagrangiana de un campo escalar ϕ de espín 0, como el bosón de Higgs, puede escribirse como

$$\mathcal{L}_{KG} = 1/2 (\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - 1/2 (m_s \phi)^2 , \quad (2.2)$$

e introduciendo (2.2) en (2.1) se obtiene la *ecuación de Klein-Gordon* que describe a las partículas de espín 0 y masa m_s como

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m_s^2) \phi = 0 . \quad (2.3)$$

La lagrangiana de un campo ψ con espín $1/2$ (espinor), como los fermiones, será

$$\mathcal{L}_D = i\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu \psi - m_f \bar{\psi}\psi , \quad (2.4)$$

aplicando (2.4) sobre (2.1) se obtiene la *ecuación de Dirac* que describe partículas de spin $1/2$ con masa m_f como

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m_f)\psi = 0 .^2 \quad (2.5)$$

²Esto para el espinor adjunto $\bar{\psi}$, para ψ la ecuación queda como $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m_f)\bar{\psi} = 0$.

Mientras que la lagrangiana de un campo vectorial A^μ con espín 1, como los fotones o los bosones W^\pm y Z , se escribe como

$$\mathcal{L}_P = -1/16\pi F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + 1/8\pi m_v^2 A^\nu A_\nu, \quad (F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu), \quad (2.6)$$

usando (2.6) en (2.1) se obtiene la *ecuación de Proca* que describe partículas de espín 1 y masa m_v como

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} + m_v^2 A^\nu = 0. \quad (2.7)$$

Es interesante notar que si $m_v = 0$, como el fotón, la ecuación de Proca se reduce a las ecuaciones de Maxwell en el espacio vacío. Éstas ecuaciones puede usarse para describir a las partículas que se contemplan en el SM cuando están aisladas, el formalismo adquiere mayor rigurosidad cuando se intentan describir fenómenos mas allá de estas condiciones.

Transformaciones Gauge y simetrías

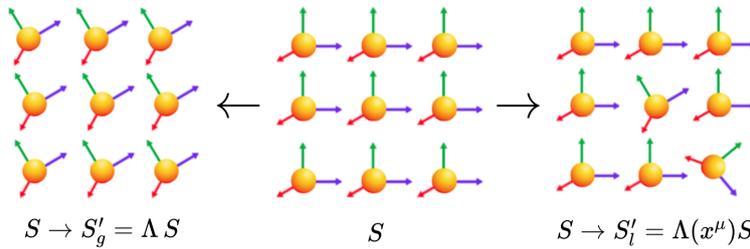


Figura 2.2: Sistema S bajo es S'_g y locales S'_l

Estudiar la transformación de un sistema bajo ciertas simetrías es uno de los pilares de la QFT, las transformaciones bajo los grupos de Gauge³ son de particular importancia; pueden clasificarse en 2 tipos *globales* y *locales*, en las primeras la variable de transformación no depende del espacio-tiempo, en las segundas la variable depende explícitamente del espacio-tiempo, ésta idea se ilustra en la Figura 2.2, considerando transformaciones Gauge arbitrarias de un campo φ como

$$\begin{aligned} \varphi &\rightarrow \varphi' = \Lambda \varphi && \text{Transformación Gauge } \textit{global} \text{ (TGG)} \\ \varphi &\rightarrow \varphi' = \Lambda(x^\mu) \varphi && \text{Transformación Gauge } \textit{locales} \text{ (TGL)} \end{aligned} \quad (2.8)$$

donde Λ representa a la variable de transformación que en los grupos de Gauge es una rotación del grupo bajo una fase, de manera general $\Lambda = e^{i\beta\theta}$, que puede o no depender del espacio-tiempo según sea el caso y donde el término β representa las cantidades físicas asociadas a cada grupo.

En QFT las simetrías locales representan cantidades físicas que son invariantes ante transformaciones en el espacio-tiempo, conservando *localidad*, mientras que al ser consistentes con la relatividad especial también conservan *causalidad*.

2.1.1. Teoría abeliana del campo Gauge

La Electrodinámica Cuántica (QED) está descrita por el grupo unitario $U(1)$ que es abeliano, es decir los elementos del grupo pueden conmutar entre si; logrando explicar la interacción entre los electrones mediada por el fotón.

³Un mayor formalismo sobre los grupos de Gauge se trata en el Apéndice A

Comenzando con un modelo simple que describa la interacción de una partícula aislada de espín $1/2$ como el electrón, se puede analizar cómo se comporta bajo transformaciones la ecuación (2.4), considerando una TGG bajo el grupo $U(1)$ donde

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{i\theta\mathbf{I}}\psi , \quad (2.9)$$

se tiene que

$$\mathcal{L}'_D = i\bar{\psi}'\gamma^\mu\partial_\mu\psi' - m\bar{\psi}'\psi' , \quad (2.10)$$

donde γ^μ , $\mu = 0, 1, 2, 3$, son las *matrices de Dirac* 4×4 , que satisfacen la relación de anti-conmutación $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}\mathbf{I}$ así como $g^{\mu\nu}$ es el *tensor métrico*, y se definen como

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_1 \\ -\sigma_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_2 \\ -\sigma_2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_3 \\ -\sigma_3 & 0 \end{pmatrix} , \quad (2.11)$$

y la propiedad donde $\bar{\psi}' = \psi'^\dagger\gamma^0 = (e^{i\theta}\psi)^\dagger\gamma^0 = e^{-i\theta}\bar{\psi}$, al sustituir en la ecuación (2.10) como

$$\mathcal{L}'_D = i(e^{-i\theta})\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu(e^{i\theta})\psi - m(e^{-i\theta})\bar{\psi}(e^{i\theta})\psi , \quad (2.12)$$

es fácil notar que al reducir términos, finalmente $\mathcal{L}'_D = \mathcal{L}_D$, por lo que la lagrangiana de Dirac es invariante ante TGG. Sin embargo, al tratar de encontrar simetrías locales, exigiendo que $\theta \rightarrow \alpha = \alpha(x^\mu)$, la TGL es

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{i\alpha\mathbf{I}}\psi , \quad (2.13)$$

reconsiderando que $\bar{\psi}' = e^{-i\alpha}\bar{\psi}$, sustituyendo sobre (2.10), se obtiene

$$\mathcal{L}'_D = i(e^{-i\alpha}\bar{\psi})\gamma^\mu\partial_\mu(e^{i\alpha}\psi) - m(e^{-i\alpha})\bar{\psi}(e^{i\alpha})\psi , \quad (2.14)$$

al considerar la dependencia espacio-temporal de la fase el término de la derivada queda como

$$\partial_\mu(e^{i\alpha}\psi) = i\partial_\mu\alpha e^{i\alpha}\psi + e^{i\alpha}\partial_\mu\psi , \quad (2.15)$$

y sustituyendo en (2.10)

$$\mathcal{L}'_D = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi - \bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\alpha\psi \quad \therefore \quad \mathcal{L}'_D = \mathcal{L}_D - \bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\alpha\psi \neq \mathcal{L}_D , \quad (2.16)$$

de modo que \mathcal{L}_D no es invariante bajo TGL. Para asegurar la invariancia Gauge, será necesario introducir un nuevo campo redefiniendo la fase, tal que $\alpha(x^\mu) = -q\chi(x^\mu)$, donde q es la carga eléctrica de la partícula, cantidad física asociada al grupo $U(1)$; teniendo en cuenta que \mathcal{L}'_D solo difiere un término proveniente de la derivada espacio-temporal, es conveniente aplicar una transformación a la derivada con un término extra capaz de anular el término indeseado, tal que

$$\partial_\mu \rightarrow \partial'_\mu = D_\mu \equiv \partial_\mu + iqA_\mu , \quad (2.17)$$

este término es conocido como *derivada covariante*, introduciendo un campo vectorial A_μ y aplicando sobre (2.10), la nueva lagrangiana puede escribirse como

$$\mathcal{L}_{D'} = i\bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi . \quad (2.18)$$

De modo que las transformaciones serán

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{-iq\chi\mathbf{I}}\psi \quad , \quad A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu\chi , \quad (2.19)$$

considerando que el término indeseado proviene de la derivada, es suficiente corroborar la invariancia Gauge de la derivada covariante, es decir

$$D_\mu\psi \rightarrow D'_\mu\psi' = e^{-iq\chi}D_\mu\psi ; \quad (2.20)$$

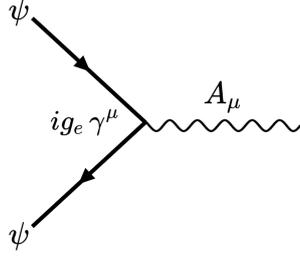


Figura 2.3: Vértice fundamental de QED, donde el término de acoplamiento entre los campos ψ y A_μ es $ig'\gamma^\mu$.

de las definiciones anteriores

$$\begin{aligned} D'_\mu \psi' &= (\partial_\mu + iqA'_\mu) (e^{-iq\chi}\psi) \\ &= -iq\partial_\mu \chi e^{-iq\chi}\psi + e^{-iq\chi}\partial_\mu \psi + iq(A_\mu + \partial_\mu \chi) e^{-iq\chi} \\ &= e^{-iq\chi} (\partial_\mu + iqA_\mu) \psi = e^{-iq\chi} D_\mu \psi , \end{aligned} \quad (2.21)$$

al ser $D_\mu \psi$ invariante Gauge, la invariancia local de la lagrangiana está asegurada, tal que

$$\mathcal{L}'_{D'} = i\bar{\psi}'\gamma^\mu D'_\mu \psi' - m\bar{\psi}'\psi' = i(e^{iq\chi}\bar{\psi})\gamma^\mu (e^{-iq\chi}D_\mu \psi) - m\bar{\psi}\psi = \mathcal{L}_{D'} . \quad (2.22)$$

Gracias a la derivada covariante, la lagrangiana de una partícula libre con espín $1/2$ es invariante bajo TGG y más aún bajo TGL del grupo $U(1)$, tal que

$$\mathcal{L}_{D'} = \bar{\psi} (i\cancel{D}_\mu - m) \psi = \bar{\psi} (i\cancel{\partial}_\mu - m) \psi - q\bar{\psi}\gamma^\mu \psi A_\mu , \quad (2.23)$$

donde el último término, describe la interacción entre el campo de la partícula espinor y el campo A_μ , en QED la carga eléctrica q corresponde a la carga del electrón e y es proporcional a la *constante de acoplamiento mínimo* de la interacción electromagnética, también conocida como *constante de estructura fina* que se define como

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c 4\pi \epsilon_0} \approx \frac{1}{137} , \quad (2.24)$$

mas adelante la carga eléctrica estará relacionada con la *hipercarga*, bajo la simetría electrodébil de $U(1)_Y$.

El grupo $U(1)$ describe la interacción electromagnética, sin embargo, $\mathcal{L}_{D'}$ no describe por completo este marco, pues no contempla un término cinético para el campo Gauge A_μ , el cuál está descrito por la ecuación de Proca (2.6), en QED describe al bosón Gauge mediador de la interacción electromagnética, el fotón γ con $m_\nu = 0$, de manera que la lagrangiana de la interacción puede escribirse como [48]

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = (\bar{\psi}(i\cancel{\partial}_\mu - m)\psi - q\bar{\psi}\gamma^\mu \psi A_\mu) - 1/16\pi F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} . \quad (2.25)$$

Si el primer término es invariante bajo TGL, es suficiente corroborar que el segundo también lo es, es decir

$$\begin{aligned} F'^{\mu\nu} F'_{\mu\nu} &= (\partial^\mu A'^\nu - \partial^\nu A'^\mu)(\partial_\mu A'_\nu - \partial_\nu A'_\mu) \\ &= [\partial^\mu (A^\nu + \partial^\nu \chi) - \partial^\nu (A^\mu + \partial^\mu \chi)] [\partial_\mu (A_\nu + \partial_\nu \chi) - \partial_\nu (A_\mu + \partial_\mu \chi)] \\ &= F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} . \end{aligned} \quad (2.26)$$

En términos de diagramas de Feynman \mathcal{L}_{QED} describe el vértice fundamental de QED de la Figura 2.3.

2.1.2. Teorías no abelianas del campo Gauge

Teoría de Yang-Mills

Los campos de Yang-Mills son aquellos descritos por los grupos especiales unitarios $SU(n)$ que son no abelianos, es decir sus elementos no conmutan entre si, para el SM son importantes el grupo débil $SU(2)$ y el de color $SU(3)$.

En el caso de $SU(2)$, los elementos que representan al grupo son las *matrices de Pauli*

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (2.27)$$

cuya relación de conmutación es $[\sigma_i, \sigma_j] = 2i\epsilon_{ijk}\sigma_k$, donde ϵ_{ijk} es el *tensor anti-simétrico de Levi-Civitas* que cumple con $\epsilon_{ijk}\epsilon^{ilm} = \delta_j^l\delta_k^m - \delta_j^m\delta_k^l$ y δ_a^b la *delta de Kronecker*.

Si bien, bajo $U(1)$ los campos eran singletes, bajo $SU(2)$ se representan mediante dobletes y singletes según las *representaciones quirales para espinores* que distinguen entre campos izquierdos L y derechos R , es decir

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_L \\ \Psi_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_L \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \Psi_R \end{pmatrix} = \Psi_L + \Psi_R, \quad (2.28)$$

usando los *operadores de paridad* $P_{L,R} = 1/2(\mathbf{I} \mp \gamma^5)$ donde γ^5 se define como

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.29)$$

que cumple con $[\gamma^\mu, \gamma^5] = 0$, $(\gamma^5)^2 = 1$ y $\gamma^{5\dagger} = \gamma^5$; $P_{L,R}^2 = P_{L,R}$ por ser un operador de Casimir y además $P_L + P_R = 1$, de manera que los campos espinores pueden escribirse como

$$\begin{aligned} \Psi_{L,R}(x) &= P_{L,R}\Psi(x) = 1/2(\mathbf{I} \mp \gamma^5)\Psi(x), \\ \bar{\Psi}_{L,R}(x) &= \bar{\Psi}(x)P_{R,L} = \bar{\Psi}(x)1/2(\mathbf{I} \pm \gamma^5). \end{aligned} \quad (2.30)$$

De esta forma los campos para los leptones pueden escribirse como dobletes izquierdos y singletes derechos [48], es decir

$$\Psi_L = \begin{pmatrix} \nu_L^e \\ e_L^i \end{pmatrix}, \quad \bar{\Psi}_L = (\bar{\nu}_L^e \quad \bar{e}_L^i), \quad \Psi_R = e_R^i, \quad \bar{\Psi}_R = \bar{e}_R^i \quad (2.31)$$

los singletes derechos corren en el índice de leptones cargados $i = (e, \mu, \tau)$, pues nunca se han observado neutrinos con quiralidad derecha o anti-neutrinos izquierdos.

Como en el caso de la ecuación (2.4), se puede escribir una lagrangiana para los campos izquierdos y derechos como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{L,R} &= i\bar{\Psi}\gamma^\mu\partial_\mu\Psi - m\bar{\Psi}\Psi \\ &= i(\bar{\Psi}_L\gamma^\mu\partial_\mu\Psi_L + \bar{\Psi}_R\gamma^\mu\partial_\mu\Psi_R) - m(\bar{\Psi}_L\Psi_R + \bar{\Psi}_R\Psi_L), \end{aligned} \quad (2.32)$$

para verificar si es invariante bajo TGL del grupo $SU(2)$, los campos se transforman como

$$\begin{aligned} \Psi_L &\rightarrow \Psi'_L = e^{igT_i\omega_i}\Psi_L, & \bar{\Psi}_L &\rightarrow \bar{\Psi}'_L = \bar{\Psi}_L e^{-igT_i\omega_i} \\ \psi_R^l &\rightarrow \psi'^l_R = \psi_R^l, & \bar{\psi}_R^l &\rightarrow \bar{\psi}'^l_R = \bar{\psi}_R^l \end{aligned} \quad (2.33)$$

introduciendo a g como la constante de acoplamiento, $T_i = 1/2\sigma_i$ y el campo $\omega_i = \omega_i(x)$ acorde a cada una de las matrices de Pauli, que sustituyendo sobre la ecuación (2.32) queda un término de la forma

$$\partial_\mu e^{igT_i\omega_i}\Psi_L = igT_i e^{igT_i\omega_i}\partial_\mu\omega_i\Psi_L + e^{igT_i\omega_i}\partial_\mu\Psi_L, \quad (2.34)$$

donde el primer sumando es el que difiere de la ecuación (2.32), provocando que no sea invariante bajo TGL, es decir

$$\mathcal{L}_{L,R} \rightarrow \mathcal{L}'_{L,R} = \mathcal{L}_{L,R} - igT_i \bar{\Psi}_L \gamma^\mu \partial_\mu \omega_i \Psi_L. \quad (2.35)$$

Para escribir una lagrangiana invariante bajo TGL, será necesario definir la derivada covariante como en el caso de (2.17), tal que

$$\partial_\mu \rightarrow \partial'_\mu = D_\mu \equiv \partial_\mu + igT_i W_\mu^i, \quad (2.36)$$

que introduce un nuevo campo vectorial $W_\mu^i = W_\mu^i(x)$ que se transforma como [49]

$$W_\mu^i \rightarrow W'^i_\mu = W_\mu^i - \partial_\mu \omega_i - g\epsilon_{ijk} \omega_j W_\mu^k; \quad (2.37)$$

la transformación de este campo es más complicada debido a las propiedades no abelianas del grupo, mientras que el término que lleva a la derivada covariante se transforma como

$$D_\mu \Psi_L \rightarrow D'_\mu \Psi'_L = e^{igT_i \omega_i} D_\mu \Psi_L, \quad (2.38)$$

por lo que para verificar la invariancia local de la lagrangiana es suficiente corroborar la invariancia de la derivada, es decir

$$\begin{aligned} D'_\mu \Psi'_L &= (\partial_\mu + igT_i W'^i_\mu) e^{igT_i \omega_i} \Psi_L \\ &= \partial_\mu e^{igT_i \omega_i} \Psi_L + igT_i (W_\mu^i - \partial_\mu \omega_i - g\epsilon_{ijk} \omega_j W_\mu^k) e^{igT_i \omega_i} \Psi_L \\ &= e^{igT_i \omega_i} \partial_\mu \Psi_L + igT_i W_\mu^i e^{igT_i \omega_i} \Psi_L - ig^2 T_i \epsilon_{ijk} \omega_j W_\mu^k e^{igT_i \omega_i} \Psi_L \\ &= e^{igT_i \omega_i} D_\mu \Psi_L, \end{aligned} \quad (2.39)$$

de modo que la invariancia bajo TGL está asegurada para el primer término de la lagrangiana (2.32), sin embargo, el término que acompaña a la masa no es invariante local Gauge, como se puede ver

$$\bar{\Psi}'_L \Psi'_R + \bar{\Psi}'_R \Psi'_L = \bar{\Psi}'_L \psi'^l_R + \bar{\psi}'^l_R \Psi'_L = \bar{\Psi}_L e^{-igT_i \omega_i} \psi_R^l - \bar{\psi}_R^l \Psi_L e^{-igT_i \omega_i}, \quad (2.40)$$

por lo que será necesario suponer, de momento, no masivos a los leptones.

Al definir la derivada covariante para este grupo se ha logrado escribir la lagrangiana de los leptones izquierdos y derechos, invariante Gauge local bajo el grupo $SU(2)$, sin embargo, de nueva cuenta, también es necesario agregar un nuevo término que describa la cinética del nuevo campo W_i^μ , es decir

$$\mathcal{L}_W = i\bar{\Psi} \gamma^\mu \partial_\mu \Psi - igT_i (\bar{\Psi}_L \gamma^\mu \Psi_L + \bar{\psi}_R^l \gamma^\mu \psi_R^l) W_\mu^i - 1/16\pi W_i^{\mu\nu} W_{\mu\nu}^i \quad (2.41)$$

donde $W_i^{\mu\nu} = \partial^\mu W_i^\nu - \partial^\nu W_i^\mu - g\epsilon^{ijk} W_i^\mu W_j^\nu$ y para verificar si el último término es invariante Gauge local es suficiente

$$\begin{aligned} W_i^{\mu\nu} W_{\mu\nu}^i &= (\partial^\mu W_i^\nu - \partial^\nu W_i^\mu - g\epsilon^{ijk} W_i^\mu W_j^\nu) \\ &\quad (\partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i - g\epsilon_{ijk} W_\mu^j W_\nu^k) = W_i^{\mu\nu} W_{\mu\nu}^i \end{aligned} \quad (2.42)$$

de modo que \mathcal{L}_W intenta describir la interacción débil mediada por el campo Gauge W_i^μ representando el isotriplete débil que se define desde la derivada covariante como

$$T_i W_i^\mu = \frac{\sigma_i}{2} W_i^\mu = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W_3^\mu & W_1^\mu - iW_2^\mu \\ W_1^\mu + iW_2^\mu & W_3^\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}W_\mu^0 & \frac{1}{\sqrt{2}}W_\mu^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}W_\mu^- & -\frac{1}{2}W_\mu^0 \end{pmatrix}, \quad (2.43)$$

que contiene a los campos W^+ , W^0 , W^- los cuales transmiten la interacción débil considerando [49]

$$W_{i\mu}^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_{1\mu} \mp iW_{2\mu}) \quad \text{y} \quad W_{0\mu} = W_{3\mu} \quad . \quad (2.44)$$

Mientras tanto, el segundo término de (2.41) corresponde a los vértices fundamentales de la teoría débil, como se muestra en la Figura 2.4, donde g es la constante de *acoplamiento débil*, cuyo valor se obtiene aproximando la constante de acoplamiento fuerte $g_s \rightarrow 1$ en escalas de energías cercanas a 1 GeV, es decir

$$\frac{g}{g_s} \sim 10^{-6} \quad , \quad (2.45)$$

mas adelante se definirá en función del *ángulo de Weinberg*.

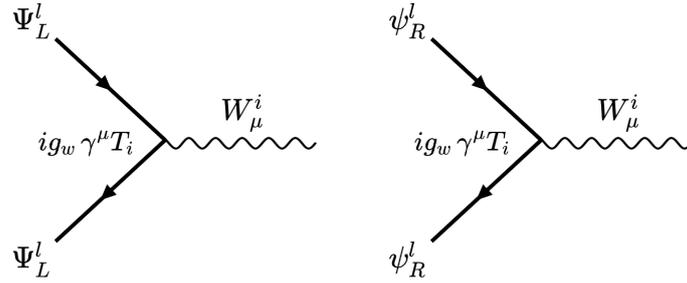


Figura 2.4: Vértices fundamentales de WT, donde el término de acoplamiento entre los campos leptónicos izquierdos y derecho con W_i^μ es $ig\gamma^\mu T_i$.

Aunque la masa de los bosones mediadores de la interacción, es un parámetro de la teoría medido experimentalmente, hasta este punto su valor carece de un principio teórico inmediato. Mientras que, debido a la presencia de corrientes cargadas, se buscó una teoría que la unificara con la QED.

Teoría QCD

El grupo $SU(3)$ describe las interacciones de color entre los quarks, los elementos que lo representan son las *matrices de Gell-Mann* $t_a = \lambda_i/2$, que cumplen con las relaciones de conmutación $[t_a, t_b] = if_{abc}t_c$ para $a, b, c = 1, \dots, 8$ y donde f_{abc} es un tensor anti-simétrico que representa las *constantes de estructura del grupo*. En esta teoría los campos que describen a los quarks se representan mediante tripletes de color como

$$\Psi^q = \begin{pmatrix} q_{red} \\ q_{green} \\ q_{blue} \end{pmatrix} \quad , \quad (2.46)$$

para las cargas de color; de modo que una lagrangiana para describir estos campos puede escribirse también a partir de la ecuación (2.4), es decir

$$\mathcal{L}_q = \bar{\Psi}^q (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \Psi^q \quad , \quad (2.47)$$

la cual no es invariante bajo TGL del grupo, donde

$$\Psi^q \rightarrow \Psi'^q = e^{i\zeta_a t_a} \Psi^q \quad , \quad \bar{\Psi}^q \rightarrow \bar{\Psi}'^q = e^{-i\zeta_a t_a} \bar{\Psi}^q \quad , \quad (2.48)$$

si $\zeta_a = \zeta_a(x)$, una vez más, el término que difiere de la lagrangiana original proviene de la derivada donde

$$\partial_\mu e^{i\zeta_a t_a} \Psi^q = it_a e^{i\zeta_a t_a} \partial_\mu \zeta_a \Psi^q + e^{i\zeta_a t_a} \partial_\mu \Psi^q \quad , \quad (2.49)$$

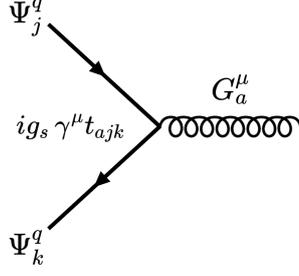


Figura 2.5: Vértice fundamental de QCD entre campos de quarks y el gluón, el término de acoplamiento $ig_s\gamma^\mu t_{ajk}$ corresponde al tercer término de la ecuación (2.56).

tal que la lagrangiana se transforma como

$$\mathcal{L}'_q = \mathcal{L}_q + \bar{\Psi}^q \gamma^\mu t_a \partial_\mu \zeta_a \Psi^q . \quad (2.50)$$

Se puede escribir una lagrangiana invariante Gauge local al introducir una derivada covariante apropiada de la forma

$$\partial_\mu \rightarrow \partial'_\mu = D_{jk}^\mu = \delta_{jk} \partial^\mu + ig_s t_{ajk} G_a^\mu , \quad (2.51)$$

donde g_s es la constante de acoplamiento fuerte y G_a^μ es el campo Gauge de los gluones y los índices de color son $j, k = r, g, b$, que se transforma como

$$G_a^\mu \rightarrow G'^\mu_a = G_a^\mu - \partial^\mu \zeta_a - g f_{abc} \zeta_b G_c^\mu \quad (2.52)$$

y cuyo tensor se expresa así

$$G_a^{\mu\nu} = \partial^\mu G_a^\nu - \partial^\nu G_a^\mu - g_s f_{abc} G_a^\mu G_c^\nu , \quad (2.53)$$

mientras que la derivada covariante se transforma de la manera

$$D'^\mu_{jk} \Psi'^q = e^{i\zeta_a t_a} D_{jk}^\mu \Psi^q , \quad (2.54)$$

Transformando la ecuación (2.49), la invariancia Gauge local de (2.47) está asegurada y se corrobora mediante

$$\begin{aligned} D'^\mu_{jk} \Psi'^q &= (\delta_{jk} \partial^\mu + ig_s t_{ajk} G'^\mu_a) e^{i\zeta_a t_a} \Psi^q \\ &= [\delta_{jk} \partial^\mu + ig_s t_{ajk} (G_a^\mu - \partial^\mu \zeta_a - g_s f_{abc} \zeta_b G_c^\mu)] e^{i\zeta_a t_a} \Psi^q \\ &= e^{i\zeta_a t_a} (\delta_{jk} \partial^\mu + ig_s t_{ajk} G_a^\mu) \Psi^q = e^{i\zeta_a t_a} D_{jk}^\mu \Psi^q ; \end{aligned} \quad (2.55)$$

así la lagrangiana de QCD puede escribirse añadiendo un término cinético para el campo gluónico, y contiene el término del vértice fundamental, figura (2.5), preservando la simetría local de carga de color bajo $SU(3)_C$ como

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \bar{\Psi}^q (i \not{\partial}_\mu - m) \Psi^q - ig_s (\bar{\Psi}^q \gamma^\mu t_{ajk} \Psi^q) G_a^\mu - 1/16\pi G_a^{\mu\nu} G_{\mu\nu}^a . \quad (2.56)$$

2.1.3. Unificación electrodébil

En tanto \mathcal{L}_W y \mathcal{L}_{QED} se mantienen invariantes Gauge locales bajo sus respectivos grupos, también se preservan simetrías locales como cantidades conservadas, los números cuánticos de *isoespín* e *hipercarga* débiles bajo $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$, respectivamente, los cuales se relacionan entre si mediante la *fórmula de Gell-Mann-Nijishima* para la carga eléctrica que se expresa como

$$Q^e = T_3 + 1/2Y , \quad (2.57)$$

donde el isoespín T_3 es el tercer componente de T_i , recuperando la carga de cada campo usando los datos del Cuadro 2.1, análogamente es fácil corroborar los datos del Cuadro 2.2 para los leptones L y quarks Q .

CAMPOS	Q^e	T_3	$1/2Y$
$L = (\nu_L^i \ e_L^i)$	$(0, -1)$	$(1/2, -1/2)$	$-1/2$
$Q = (u_L^i \ d_L^i)$	$(0, -1)$	$(1/2, -1/2)$	$-1/2$
e_R^i	-1	0	-1
$u_R^i, \ d_R^i$	$2/3, -1/3$	0	$2/3, -1/3$

Cuadro 2.2: Números cuánticos electrodébiles de los leptones y quarks, el índice i representa las 3 generaciones de fermiones.

Recuperando las transformaciones Gauge locales independientes de cada grupo y aplicando la teoría de Yang-Mills para QED, como

$$\begin{array}{ll}
 \text{SU(2)}_L & \text{U(1)}_Y \\
 \Psi'_L = e^{igT_i\omega_i}\Psi_L, \ \psi'^l_R = \psi^l_R & \Psi'_L = e^{ig^{1/2}Y\chi_i}\Psi_L, \ \psi'^l_R = e^{ig^{1/2}Y\chi_i}\psi^l_R \\
 D_\mu = \partial_\mu + igT_iW_\mu^i & D'_\mu = \partial_\mu + ig^{1/2}YB_\mu \\
 W_\mu'^i = W_\mu^i + \partial_\mu\omega_i + g\epsilon_{ijk}\omega_jW_\mu^k & W_\mu'^i = W_\mu^i \\
 B'_\mu = B_\mu & B'_\mu = B_\mu + \partial_\mu\chi_i
 \end{array}, \quad (2.58)$$

donde $B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$, que redefine al campo vectorial A_μ introducido bajo el grupo $U(1)$; se puede definir una derivada covariante apropiada para el grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, es decir

$$D_\mu = i\partial_\mu - gT_iW_\mu^i - g^{1/2}YB_\mu, \quad (2.59)$$

que por añadidura, es invariante Gauge local, y terminará por ser la derivada covariante del SM. Así mismo, una lagrangiana bajo este grupo puede escribirse como

$$\mathcal{L}_{EW} = i\bar{\Psi}\gamma^\mu\partial_\mu\Psi - 1/16\pi W_i^{\mu\nu}W_{\mu\nu}^i - 1/16\pi B^{\mu\nu}B_{\mu\nu}. \quad (2.60)$$

Si bien $1/\sqrt{2}(W_{1\mu} \mp iW_{2\mu})$ representa los mediadores de corrientes cargadas débiles, $W_{3\mu}$ es un campo neutro bajo $SU(2)_L$ tal como lo es B_μ en $U(1)_Y$; para unificar la teorías los campos neutros deberían poder escribirse como combinaciones lineales de los campos Z_μ y A_μ neutros, mediadores bajo $SU(2)$ y $U(1)$, respectivamente, es decir

$$\begin{pmatrix} W_{3\mu} \\ B_\mu \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos\theta_W & \sin\theta_W \\ -\sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix}}_{\mathbf{R}(\theta_W)} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_\mu \cos\theta_W + A_\mu \sin\theta_W \\ -Z_\mu \sin\theta_W + A_\mu \cos\theta_W \end{pmatrix}, \quad (2.61)$$

donde la matriz $\mathbf{R}(\theta_W)$ representa una rotación infinitesimal del grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ y θ_W es el *ángulo de mezcla electrodébil* o *ángulo de Weinberg* que se define como en la Figura 2.6. Sin embargo, esta teoría no puede explicar la masa de los leptones, como se vio en la ecuación

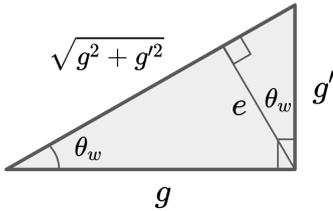


Figura 2.6: Definición del ángulo de Weinberg θ_W y de la constante de acoplamiento débil g , así como su relación con la carga eléctrica fundamental e .

(2.40), así como el término de masa para los campos vectoriales electrodébiles, al estar definidos como las mezclas de campos neutros uno masivo y otro no, el modelo no es capaz de mantener no masivo al fotón. Los fermiones y los bosones vectoriales adquieren masa a través de un bosón escalar mediante el *mecanismo de Higgs*.

Mecanismo de Higgs

Considerando un campo escalar complejo que se representa mediante un doblete bajo $SU(2)_L$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix}, \quad (2.62)$$

la lagrangiana que describe este campo será

$$\mathcal{L} = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - 1/2 V(\Phi), \quad V(\Phi^\dagger \Phi) = \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - 1/2 \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad (2.63)$$

analizando el mínimo del potencial $V(\Phi^\dagger \Phi)$, donde

$$\frac{\partial V}{\partial (\Phi^\dagger \Phi)} = \mu^2 - \lambda \Phi^\dagger \Phi = 0, \quad (2.64)$$

se le puede asignar un mínimo si los campos que lo componen adquieren un VEV (valor de expectación del vacío) v , es decir [50]

$$\langle \phi_{1,2,4} \rangle = 0, \quad \langle \phi_3 \rangle = \langle \phi \rangle = \pm \frac{\mu^2}{\sqrt{\lambda}} = \pm v. \quad (2.65)$$

El potencial de la lagrangiana (2.63) describe un sistema con un mínimo estable para $\Phi = 0$, que respeta la simetría donde $\Phi = -\Phi$, y corresponde al caso trivial donde $\mu^2 > 0$, sin embargo, para obtener los estados reales del campo del caso no trivial $\mu^2 < 0$, se tendrá que recurrir a la *ruptura espontánea de la simetría* (SSB) donde $\phi = \pm v$, así el estado físico del campo puede expresarse como una perturbación del estado mínimo de energía del potencial (VEV) como $v + h(x)$, es decir

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix}, \quad (2.66)$$

para un valor del VEV de [33]

$$v \approx 246 \text{ GeV}; \quad (2.67)$$

la *lagrangiana de Higgs* describe este campo perturbado con auto-interacción tras la SSB como

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - \underbrace{\frac{\mu^2}{2} \phi^\dagger \phi + \frac{\lambda}{4} (\phi^\dagger \phi)^2}_{V(\phi)} \quad (2.68)$$

donde la derivada covariante es la invariante bajo $SU(2) \otimes U(1)_Y$ como en la ecuación (2.59), es decir

$$D_\mu \phi = \left(\partial_\mu + ig \frac{\tau_i}{2} W_\mu^i + ig' \frac{Y}{2} B_\mu \right) \phi, \quad (2.69)$$

de modo que la ecuación (2.68) describe un campo escalar bajo el potencial $V(\phi)$, representado en la Figura 2.7, obsérvese que h^+ corresponde al estado trivial del sistema donde $\phi = -\phi$, el cuál es inestable, mientras que v es un número infinito de estados degenerados estables [50].

El campo real que perturba el v es el *bosón de Higgs* cuyo término de masa puede extraerse del potencial de (2.68) considerando que $\mu^2 = \lambda v^2$, tal que

$$V(\phi) = \frac{\mu^2}{2} \phi^\dagger \phi - \frac{\lambda}{4} (\phi^\dagger \phi)^2 = \frac{\lambda v^4}{4} + \lambda v^2 h^2 + \lambda v h^3 + \frac{\lambda h^4}{4}, \quad (2.70)$$

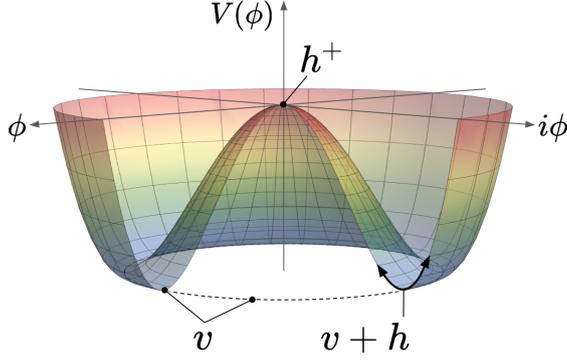


Figura 2.7: Potencial de Higgs.

donde el tercer y cuarto término se relacionan con la auto-interacción del campo de Higgs; al comparar el segundo término con el término de masa de la lagrangiana de Klein-Gordon (2.2), es decir

$$\frac{1}{2}m^2h^2 = \lambda v^2h^2, \quad (2.71)$$

la masa masa del bosón de Higgs puede expresarse como [33]

$$m_h = v\sqrt{2\lambda} = 125.25 \pm 0.17 \text{ GeV} . \quad (2.72)$$

Los campos con $\langle \phi_{1,2,4} \rangle = 0$, al no adquirir un término de masa a través del VEV, corresponden a 3 *bosones de Goldstone* no masivos resultado de la SSB, lo cual es conveniente pues el mecanismo de Higgs provee el método para romper la simetría del grupo electrodébil del SM como se ve en el Cuadro 2.3.

Este mecanismo dota de masa a los campos de Gauge que interactúan con el VEV dentro de la derivada covariante, quienes al mismo tiempo "absorben" los grados de libertad de los bosones Goldstone y terminan por describir a los bosones de Gauge masivos W^+ , W^- y Z , mientras que el fotón y los gluones al no interactuar con el VEV permanecerán no masivos.

	ANTES DE SSB	DESPUÉS DE SSB
Grupos	$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$	$SU(3)_C \otimes U(1)_{\text{QED}}$
Campos sin masa	$G_\mu^a, W_\mu^i, B_\mu, \Phi$	G_μ^a, A_μ
Acoplamientos	g_s, g, g'	g_s, g, α

Cuadro 2.3: SSB electrodébil, los campos asociados a cada grupo y sus respectivas constantes de acoplamiento.

Masa de los bosones de Gauge

La derivada covariante aplicada al campo de (2.66), con $Y_\phi = 1$, en su forma matricial puede escribirse como

$$D_\mu\phi = \left[\begin{pmatrix} \partial_\mu & 0 \\ 0 & \partial_\mu \end{pmatrix} + ig \begin{pmatrix} \frac{1}{2}W_\mu^3 & \frac{1}{\sqrt{2}}W_\mu^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}W_\mu^- & -\frac{1}{2}W_\mu^3 \end{pmatrix} + \frac{ig'}{2} \begin{pmatrix} B_\mu & 0 \\ 0 & B_\mu \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix} \\ = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\partial_\mu - \frac{i}{2}(gW_\mu^3 - g'B_\mu)(v+h) \right] \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix}, \quad (2.73)$$

sustituyendo (2.73) en (2.68), se pueden extraer los términos de masa para los campos W_μ^i

y B_μ , es decir

$$\begin{aligned} (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) &= \\ \frac{1}{2} \left[-\frac{ig}{2} W_\mu^+ (v+h) \quad \partial_\mu + \frac{i}{2} (gW_\mu^3 - g'B_\mu) (v+h) \right] &\left[\partial_\mu - \frac{ig}{2} W_\mu^+ (v+h) \right. \\ &= \frac{1}{2} (\partial_\mu h)^2 + \frac{(v+h)^2}{8} \left[g^2 W_\mu^+ W^{+\mu} + (gW_\mu^3 - g'B_\mu)^2 \right] , \end{aligned} \quad (2.74)$$

si bien $(v+h)^2 = v^2 + h^2 + 2vh$, solamente el primer elemento del trinomio está asociado al término de masa, mientras que los demás representan términos de acoplamiento entre el campo de Higgs y el W_μ^\pm , de modo que asociando el término de masa de un campo vectorial al término obtenido de la derivada covariante, tal que [33]

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m_W^2 W_\mu^\pm W^{\pm\mu} &= \frac{1}{8} v^2 g^2 W_\mu^\pm W^{\pm\mu} \\ m_W &= \frac{vg}{2} = 80.377 \pm 0.012 \text{ GeV} . \end{aligned} \quad (2.75)$$

Por otro lado, del trinomio para

$$(gW_\mu^3 - g'B_\mu)^2 = g^2 W_\mu^3 W^{3\mu} + g'^2 B_\mu B^\mu - 2gg' W_\mu^3 B^\mu , \quad (2.76)$$

se podrían extraer los términos de masa de los campos W_μ^3 y B_μ ; sin embargo, el tercer elemento del trinomio es una mezcla de ambos campos lo cual no tiene sentido físico, además, si el campo B_μ interactúa con el campo de Higgs tendría masa, lo cual no es posible pues esta asociado al mediador de QED, el fotón, el cual no tiene masa. Para librar los inconvenientes de este término, será necesario diagonalizar la representación matricial de este término, es decir para

$$(gW_\mu^3 - g'B_\mu)^2 = (W_\mu^3 \quad B_\mu) U^\dagger \underbrace{\begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}} U \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} , \quad (2.77)$$

donde $U^\dagger U = \mathbf{I}$ y recordando que para cualquier matriz $U^\dagger \mathbf{A} U = \mathbf{diag}[\mathbf{A}]$, es necesario encontrar una matriz diagonal \mathbf{A} equivalente al binomio, lo cual es un problema de eigenvalores donde

$$\mathbf{A}x = \lambda x , \quad (2.78)$$

de $|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}| = 0$ se obtienen los eigenvalores $\lambda_1 = g^2 + g'^2$ y $\lambda_2 = 0$ que al sustituir y simplificar sobre (2.78)

$$\begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g^2 + g'^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} ; \quad (2.79)$$

mientras que al redefinir los campos en función de (2.61), siendo U la matriz $\mathbf{R}(\theta_W)$, el binomio podrá expresarse como

$$(gW_\mu^3 - g'B_\mu)^2 = (Z_\mu \quad A_\mu) \begin{pmatrix} g^2 + g'^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = Z_\mu Z^\mu (g^2 + g'^2) , \quad (2.80)$$

ahora este término se expresa solamente en función de un campo neutro masivo, considerando que

$$\cos^2 \theta_W = \frac{g^2}{g^2 + g'^2} \quad (2.81)$$

del respectivo termino en (2.73); de manera análoga a m_W , la masa del campo Z_μ será

$$m_Z = \frac{vg}{2} \frac{1}{\cos \theta_W} = \frac{m_W}{\cos \theta_W} = 91.1876 \pm 0.0021 \text{ GeV} , \quad (2.82)$$

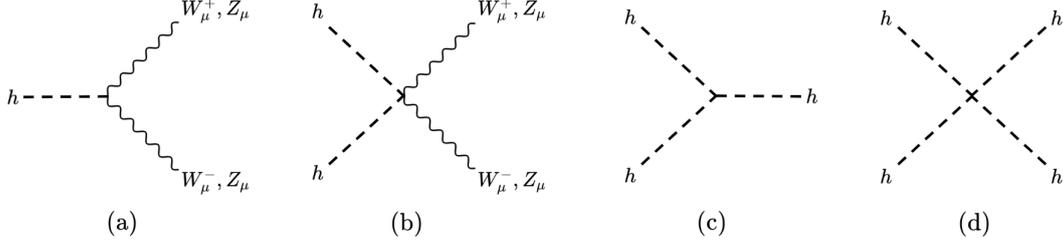


Figura 2.8: Interacciones introducidas tras la SSB del grupo electrodébil por el campo de Higgs, (a) y (b) surgen de la derivada covariante, (c) y (d) son auto-interacciones del Higgs descritas en el término del potencial.

mientras que para el campo del fotón $m_A = 0$ al no interactuar con el campo de Higgs [33].

Por su parte, los gluones tampoco interactúan con el campo de Higgs, permaneciendo no masivos, si bien podría agregarse el término del campo gluónico a la derivada covariante, no hay manera de que el doblete de Higgs bajo $SU(2)$ interactúe con las matrices de Gell-Mann.

De esta manera, la ecuación (2.68) puede escribirse en función de los campos físicos como [49]

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = \frac{1}{2}(\partial_\mu h)^2 + \frac{(v+h)^2}{8} [g^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + Z_\mu Z^\mu (g^2 + g'^2)] - V(v+h/2) , \quad (2.83)$$

que introduce las interacciones entre los bosones de Gauge y el de Higgs como se ve en la Figura 2.8.

Masa de los fermiones

Considerando que el término de masa en la ecuación (2.32) donde

$$m (\bar{\Psi}_L \Psi_R + \bar{\Psi}_R \Psi_L) , \quad (2.84)$$

no es invariante bajo TGL del grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, será necesario recurrir a la SSB donde los fermiones adquirirán masa vía los *acoplamientos de Yukawa* para leptones y_l y quarks y_q , en el caso de los leptones la lagrangiana será

$$\mathcal{L}_{Y_l} = y_l (\bar{\psi}_R^l \phi^\dagger \Psi_L^l + \bar{\Psi}_L^l \phi \psi_R^l) , \quad (2.85)$$

que en forma matricial se expresa como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Y_l} &= y_l \left[\bar{e}_R^i \left(0 \quad \frac{v+h}{\sqrt{2}} \right) \begin{pmatrix} \nu_L^e \\ e_L^i \end{pmatrix} + (\bar{\nu}_L^e \quad \bar{e}_L^i) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} e_R^i \right] + h.c. \\ &= y_l \left[\frac{v}{\sqrt{2}} (\bar{e}_R e_L + \bar{e}_L e_R)_i + \frac{h}{\sqrt{2}} (\bar{e}_R e_L + \bar{e}_L e_R)_i \right] + h.c. \\ &= y_e \frac{v+h}{\sqrt{2}} \bar{e}_i e_i + h.c. ; \quad (2.86) \end{aligned}$$

el término de masa para cada uno de los sabores de leptones cargados puede extraerse del primer término dentro del paréntesis cuadrado, al compararla con (3.17), es decir

$$m_{e^i} = \frac{y_{e^i} v}{\sqrt{2}} , \quad e^i = e, \mu, \tau , \quad (2.87)$$

mientras que $m_\nu = 0$ para los neutrinos al no interactuar con el campo de Higgs, tras la SSB estas partículas son no masivas en el SM, sin embargo, por medidas observadas de oscilaciones de neutrinos solares [51, 52], se sabe que poseen una masa ínfima pero no nula.

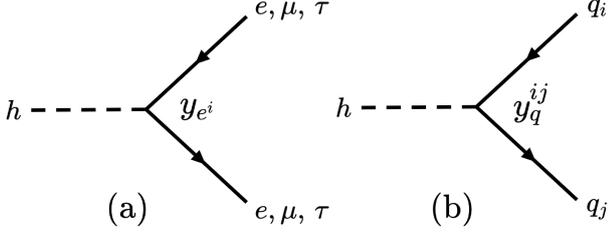


Figura 2.9: Vértices introducidos a partir de la \mathcal{L}_{Y_l} de los leptones cargados (a) y \mathcal{L}_{Y_q} (b) para los quarks, así como sus respectivos acoplamientos de Yukawa y_{e^i} y y_q^{ij} .

Así (2.86) introduce las interacciones de la Figura 2.9.

Por otro lado, los quarks también tienen representación bajo $SU(2)$, tal que

$$\Psi_L^q = \begin{pmatrix} u_L^j \\ d_L^j \end{pmatrix}_k, u_R^i, d_R^i; i, j = (r, g, b), \quad (2.88)$$

para las familias de quarks $k = (1, 2, 3)$, de modo que el término de la lagrangiana será

$$\mathcal{L}_{Y_q} = y_u (\bar{u}_R \phi^\dagger \Psi_L^q + \bar{\Psi}_L^q \phi u_R) + y_d (\bar{d}_R \phi^\dagger \Psi_L^q + \bar{\Psi}_L^q \phi d_R); \quad (2.89)$$

sin embargo, solo será posible extraer los términos de masa si realizamos una transformación bajo $SU(2)$ al doblete de Higgs como

$$\tilde{\phi} = i(\tau_2 \phi)^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v+h \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.90)$$

que al aplicar sobre el primer término de (2.89), que contribuye con la masa del u , quedará

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Y_q} &= \tilde{y}_q^{ij} \left[\bar{u}_R^i \begin{pmatrix} \frac{v+h}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_L^j \\ d_L^j \end{pmatrix} + (\bar{u}_L^j \quad \bar{d}_L^j) \begin{pmatrix} \frac{v+h}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix} u_R^i \right] \\ &+ y_q^{ij} \left[\bar{d}_R^i \begin{pmatrix} 0 & \frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_L^j \\ d_L^j \end{pmatrix} + (\bar{u}_L^j \quad \bar{d}_L^j) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} d_R^i \right] + h.c. \\ &= \frac{v+h}{\sqrt{2}} \left[\tilde{y}_q^{ij} (\bar{u}_R^i u_L^j + \bar{u}_L^j u_R^i) + y_q^{ij} (\bar{d}_R^i d_L^j + \bar{d}_L^j d_R^i) \right] + h.c. \\ &= \tilde{y}_q^{ij} \frac{v+h}{\sqrt{2}} \bar{u}_i u_j + y_q^{ij} \frac{v+h}{\sqrt{2}} \bar{d}_i d_j + h.c.; \quad (2.91) \end{aligned}$$

así los términos de masa para los quarks se expresan como

$$M_{ijk}^u = \left(\frac{v}{\sqrt{2}} \tilde{y}_q^{ij} \right)_k, \quad M_{ijk}^d = \left(\frac{v}{\sqrt{2}} y_q^{ij} \right)_k, \quad (2.92)$$

donde el índice k para cada sabor de quark será

$$\left\{ \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_{k=1}, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_{k=2}, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_{k=3} \right\}_L^{ij}, \quad \{u, d, c, s, t, b\}_R^{ij}, \quad (2.93)$$

para los dobletes y singletes de isospín débil respectivamente; además, el acoplamiento con el Higgs introduce las interacciones de la Figura 2.9b.

Una consecuencia de la interacción con el campo de Higgs, es que tanto para para extraer el término de masa como para mantener la corriente neutra, solo los términos con la misma carga de color podrán contribuir con el término de masa, por lo que la lagrangiana (2.56) puede reescribirse como [49]

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \bar{\Psi}_i^q (i \not{D}_{ij}^\mu - M_i \delta_{ij}) \Psi_j^q - \frac{1}{16\pi} G_\mu^a \nu G_a^{\mu\nu}. \quad (2.94)$$

2.2. Lagrangiana del Modelo Estándar

Una vez establecida la mecánica de cada uno de los campos que describen a las partículas que componen al SM, a partir de sus respectivas lagrangianas, verificando su invariancia ante transformaciones locales, es posible describir bajo una sola densidad lagrangiana todas las interacciones entre estos campos, de manera sucinta puede expresarse como

$$\mathcal{L}_{\text{SM}} = \mathcal{L}_{\text{Gauge}} + \mathcal{L}_{\text{fermiones}} + \mathcal{L}_{\text{Higgs}} + \mathcal{L}_{\text{Yukawa}} , \quad (2.95)$$

donde $\mathcal{L}_{\text{Gauge}}$ contiene la cinética de todos los campos vectoriales bajo una simetría Gauge, $\mathcal{L}_{\text{fermiones}}$ describe la cinética de los campos de leptones y quarks con quiralidad izquierda y derecha, $\mathcal{L}_{\text{Higgs}}$ contiene la interacción del campo de Higgs y los bosones Gauge masivos, mientras que $\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}$ describe cómo los fermiones cargados adquieren masa interactuando con el campo de Higgs [50].

Considerando las constantes de acoplamiento de los grupos antes de la SSB como g' para $U(1)$, g para $SU(2)$ y g_s para $SU(3)$, la lagrangiana explícita con los campos contraídos puede escribirse tal que

$$\mathcal{L}_{\text{SM}} = \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} \quad \rightarrow \text{Gauge} \quad (2.96)$$

$$+ \bar{L}\gamma^\mu D_\mu L + \bar{R}\gamma^\mu D_\mu R + \bar{Q}\gamma^\mu g_s t_a Q G_\mu^a \quad \rightarrow \text{Fermiones} \quad (2.97)$$

$$+ \frac{1}{2}(D_\mu\phi)^\dagger(D^\mu\phi) - \mu^2\phi^\dagger\phi - \lambda(\phi^\dagger\phi)^2 \quad \rightarrow \text{Higgs} \quad (2.98)$$

$$+ y_F(\bar{R}\phi^\dagger L + \bar{L}\phi R) + h.c. \quad \rightarrow \text{Yukawa} \quad (2.99)$$

la cual es simétrica bajo TGG y TGL del grupo $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ ⁴, que tras la SSB se reduce al grupo $SU(3)_C \otimes U(1)_{\text{QED}}$.

Así mismo, L y R en (2.97) corresponden a los campos de fermiones izquierdos y derechos, mientras que Q al campo de los quarks con interacción fuerte mediante los Gluones; la derivada covariante dentro del término de los campos R solo contempla el término asociado al acoplamiento débil g' pues estos campos no tienen representación de dobletes bajo $SU(2)_L$; por otra parte, a cada campo fermiónico L, R en (2.99) se le puede asociar un acoplamiento de Yukawa y_F , finalmente, la descripción también aplica para los campos de las antipartículas contenidos en los términos hermiticos conjugados $h.c.$

2.2.1. Parámetros libres

Es conveniente identificar los parámetros de los que depende el modelo, los cuales han sido contorneados por varios experimentos como se muestra en [33]; estos están condensados en el Cuadro 2.4, donde se enlistan las masas, que también pueden expresarse en función de v y de los acoplamientos de Yukawa; los acoplamientos del grupo, donde g puede expresarse en términos de $g_2 = g_1/\tan\theta_W$ y los ángulos de mezcla, donde $\theta_{12,23,13}$ corresponden a los parámetros de la matriz CKM de mezcla para los quarks; y el valor del v que también puede expresarse en función del acoplamiento λ y la masa del Higgs [53].

⁴El símbolo \otimes representa el producto tensorial (producto directo entre representaciones irreducibles) entre los sub-grupos del SM, $U(1)$, $SU(2)$ y $SU(3)$.

MASAS [GeV]			ACOPLAMIENTOS	ÁNGULOS
$m_W \approx 80.4$	$m_e \approx 5.1 \cdot 10^{-4}$	$m_u \approx 2.16 \cdot 10^{-3}$	$g' = g_1 \approx 1/127$	$\theta_W \approx 0.231$
$m_Z \approx 91.2$	$m_\mu \approx 1.05 \cdot 10^{-1}$	$m_d \approx 4.67 \cdot 10^{-3}$	$g = g_2$	$\theta_{12} \approx 0.227$
$m_h \approx 125.2$	$m_\tau \approx 1.776$	$m_s \approx 9.34 \cdot 10^{-2}$	$g_s = g_3 \approx 0.11$	$\theta_{23} \approx 0.042$
$v \approx 246$		$m_c \approx 1.27$		$\theta_{13} \approx 0.0037$
		$m_b \approx 4.18$		
		$m_t \approx 172.7$		

Cuadro 2.4: Parámetros libres del SM.

Si bien los parámetros del Cuadro 2.4, no son precisamente libres, pues algunos dependen entre sí, para efectos de extender el modelo, lo cual generará nuevos parámetros, en generales de utilidad un número limitado de parámetros que describan en su totalidad los observables de la teoría.

2.3. Extensiones del Modelo Estándar

Aunque el SM ha explicar con precisión una gran cantidad de fenómenos, en suma de los conceptos que se han introducido a lo largo del tiempo, desde la QFT y la búsqueda de simetrías, resulta ser un modelo *ad hoc* con la fenomenología, ya que aún existen cuestiones que escapan de este marco tales como:

- La razón de la estructura interna del grupo $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$ pues su elección para describir la fenomenología es arbitraria,
- el por qué de la jerarquía de las masas de los fermiones [47] y la suficiencia del mecanismo de Higgs para describir esas masas en función solamente del campo de Higgs y del v ,
- la incompatibilidad del SM con la fenomenología de la masa de los neutrinos y en general con la naturaleza de los neutrinos, recordando que el SM no contempla a los neutrinos derechos [54];
- la aparente arbitrariedad respecto a los parámetros de la matriz CKM,
- si son realmente independientes los parámetros libres del SM [55].

Estas incógnitas por del lado más cercano a la física del SM; sin embargo, hay cuestiones mas allá de el, como:

- La divergencia de la constante de acoplamiento fuerte en las escalas de gran unificación [56][57],
- la asimetría entre materia y antimateria (violación CP),
- la falta de una descripción cuántica viable para la gravedad [48],
- y la más importante para este trabajo, la naturaleza de la energía y materia oscura.

2.3.1. Ejemplo de una teoría efectiva

Desde el enfoque de las *teorías efectivas* en la física de partículas y campos puede ser suficiente extender la lagrangiana del SM para dar solución a las cuestiones problemáticas de la sección anterior, es decir

$$\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L}_{SM} + \mathcal{L}_{\chi} + \mathcal{L}_{SM,\chi} , \quad (2.100)$$

donde una lagrangiana efectiva se describe en función de una lagrangiana que contiene uno o varios campos nuevos, así como términos que conecten los campos del SM con los nuevos.

Una de las maneras más simples de extender el SM es introduciendo un nuevo campo escalar, en principio puede extenderse con un campo de cualquier tipo de espín, usando las ecuaciones correspondientes a cada tipo de espín; sin embargo, se tomará un campo escalar por simplicidad como ejemplo.

Partiendo de la lagrangiana de Klein-Gordon, ecuación (2.2), se puede escribir una lagrangiana para un campo escalar real χ sin auto-interacciones y masa m como

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_{\mu}\chi)^2 - \frac{1}{2}m_c^2\chi^2 , \quad (2.101)$$

esta lagrangiana solo tiene un parámetro libre, la masa del campo m_c ; si se requiere que el campo auto-interactúe es necesario introducir un término correspondiente de *interacción cuártica*, proveniente de la *teoría ϕ^4* [58], es decir

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_{\mu}\chi)^2 - \frac{1}{2}m_c^2\chi^2 - \frac{\eta}{4}\chi^4 . \quad (2.102)$$

Si se pretende extender el sector escalar del SM, introduciendo nuevas interacciones efectivas a través del nuevo campo χ , la lagrangiana de este modelo tendrá la forma de (2.100), donde \mathcal{L}_{χ} será (2.102) y para definir $\mathcal{L}_{SM,\chi}$, será necesario delimitar la naturaleza de la interacción entre los campos del SM y χ ; es conveniente introducir un portal de Higgs, asegurando que tenga una vía de interacción con casi todos los campos del SM a *nivel árbol*⁵ y procurando que el nuevo campo tenga un término de masa asociado al v , tal que

$$\mathcal{L}_{SM,\chi} = \lambda_c\chi^2\phi^{\dagger}\phi = \frac{\lambda_c}{2}v^2\chi^2 + \lambda_cv\chi^2h + \frac{\lambda_c}{2}\chi^2h^2 , \quad (2.103)$$

donde el primer término está asociado a la masa del campo χ y el segundo y tercer términos son de interacción, así como λ_c es el término de acoplamiento entre los campos, redefiniendo el parámetro de masa como $M_c^2 = \frac{1}{2}(m_c^2 - \lambda_cv^2)$, (2.100) puede escribirse como

$$\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L}_{SM} + \frac{1}{2}(\partial_{\mu}\chi)^2 - M_c^2\chi^2 - \underbrace{\frac{\eta}{4}\chi^4}_a + \underbrace{\lambda_cv\chi^2h}_b + \underbrace{\frac{\lambda_c}{2}\chi^2h^2}_c , \quad (2.104)$$

que contiene todas las interacciones del SM y del SM con el nuevo campo χ como se muestra en la Figura 2.10. Este formalismo se puede extender para un campo escalar complejo y usando este método se pueden describir términos de acoplamientos efectivos para campos de distinto espín.

⁵Diagramas como los presentados en este trabajo, donde no hay términos perturbativos, es decir, diagramas cerrados dentro de diagramas o "loops".

$$\mathcal{L}_{eff} = \left[\text{SM diagrams} \right]_{SM} + \left[\text{diagram 'a'} \right]_{\chi} + \left[\text{diagrams 'b' and 'c'} \right]_{SM, \chi}$$

Figura 2.10: Diagramas introducidos en la lagrangiana efectiva bajo una extensión del SM mediante un campo escalar real χ que interactúa con el campo de Higgs.

2.3.2. Mas allá del Modelo Estándar (BSM)

El ejemplo anterior no es la única forma de buscar física *mas allá del SM*, existe una amplia gama de teorías y modelos que pretenden responder la mayor cantidad de los problemas previamente expuestos, algunos ejemplos son:

- *Teorías efectivas del campo* (EFT), como la presentada en este trabajo.
- Búsqueda de *simetrías especiales*, estudiando simetrías discretas de grupos como S_3 , un ejemplo aplicado a detección indirecta de DM en un doblete escalar, puede verse en la referencia [59]; o simetrías continuas como $SU(N)$ en ejemplos como en la referencia [60], que propone un modelo con bariones oscuros que se formarían en el plasma primigenio. Usualmente en modelos de este tipo, las representaciones de los campos son *multiplettes* que contemplan varios campos del SM.
- *Modelos súper-simétricos* (SUSYs), que asigna a cada partícula del SM una *súper* compañera de modo que cada fermión tiene un súper-bosón asociado y viceversa [61], la mínima extensión SUSY del SM es el MSSM (Minimal Supersymmetric Standard Model) cuya SSB ocurre bajo 2 dobletes de Higgs (2HDM); cuyos campos se ilustran en el Cuadro 2.5.

SUPERMULTIPLÉTES	SM+2HDM	SUSY	ESPÍN	MSSM _{CAMPOS}
Leptones / Sleptones	l_L, e_R	\tilde{l}_L, \tilde{e}_R	$1/2, 0$	\hat{L}, \hat{E}^c
quarks / Squarks	q_L, u_R, d_R	$\tilde{q}_L, \tilde{u}_R, \tilde{d}_R$	$1/2, 0$	$\hat{Q}, \hat{U}^c, \hat{D}^c$
bosón Gauge / Gaugino	W^i, B	\tilde{W}^i, \tilde{B}	$1, 1/2$	\hat{V}, \hat{V}'
Gluon / Gluino	G^a	\tilde{G}^a	$1, 1/2$	\hat{V}_8
Higgs / Higgsino	ϕ_u, ϕ_d	$\tilde{\phi}_u, \tilde{\phi}_d$	$0, 1/2$	\hat{H}_u, \hat{H}_d

Cuadro 2.5: Campos del MSSM [33]

- *Teorías de gran unificación* (GUTs), que hacen uso de simetrías especiales o con SUSY, en las que se encuentra embebido el grupo del SM, estudian la evolución del universo temprano junto a las constantes de acoplamiento de las interacciones fundamentales en la *escala de la gran unificación* ($\sim 10^{16}$ GeV), fenómeno que se muestra en la Figura 2.11. Ejemplos como en la referencia [62], donde se propone un modelo bajo $SU(5)$ donde la DM transmuta con la BM en el universo primigenio; o también grupos como el $SO(10)$, como en la referencia [63], donde se estudian anomalías de sabor como consecuencia de que los candidatos a DM añadidos permitirían la Gran Unificación de las interacciones.

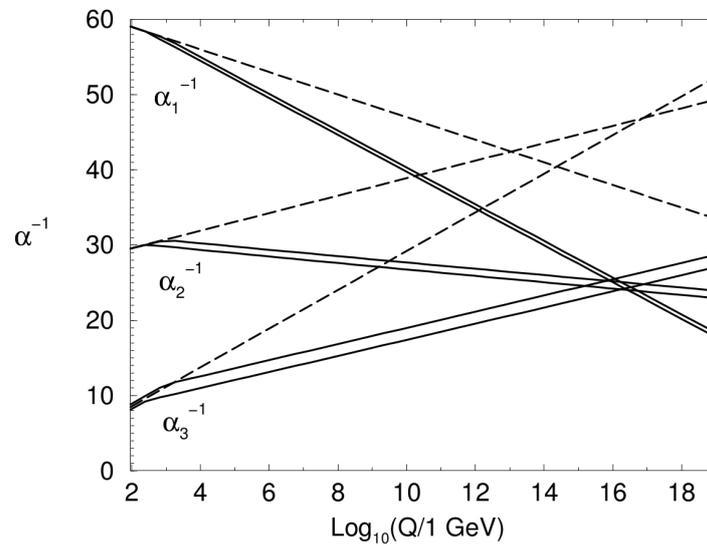


Figura 2.11: Renormalización de las constantes de acoplamiento de los grupos del SM ($g = \alpha$ para esta gráfica) en función de la energía, en líneas punteadas sin SUSY y con SUSY en líneas sólidas. Es interesante notar que en SM sin SUSY las líneas de α_1 y α_2 se acoplan antes que α_3 , lo cual ha permitido la unificación electrodébil, el modelo con SUSY intenta estudiar la posibilidad de la unificación electrodébil-color en escalas de energía del universo temprano ($\sim 10^{15-16}$ GeV). [64].

3 • Materia Oscura BSM

3.1. Modelo escalar

Como en el ejemplo propuesto en la sección 2.3.1 del capítulo anterior, una de las formas más simples de extender el SM dentro de una teoría efectiva es proponiendo un campo escalar para describir a candidatos tipo bosón escalar, que cumplan con las condiciones mencionadas en el capítulo 1.2 y considerando a $\Omega_c h^2$ como el principal parámetro para reproducir en los modelos de este trabajo.

Más allá de su formulación simple, los campos escalares han sido considerado fuertes candidatos a DM, como DM escalar (SDM), pues como se menciona en [65] y [66], el modelo Λ CDM está basado en la teoría de gravitación de Einstein, y para ser unificado con el SM es necesario tanto la generalización de la teoría de Einstein como teorías BSM que en general necesitan uno a varios campos escalares que contribuyen gravitacionalmente.

3.1.1. Modelo de John McDonald

La principal motivación para extender el sector escalar fue el modelo propuesto en 1994 por John McDonald, que postula un singlete escalar $S = (s_1 + is_2)$ imponiendo una simetría global $U(1)$, que interactúa con la materia del SM mediante el portal de Higgs, tal que [67]

$$\mathcal{L}_{S,H} = \partial^\mu S^* \partial_\mu S - m_s^2 S^* S - \lambda_s S^* S H^\dagger H, \quad (3.1)$$

donde el campo del Higgs se representa como un doblete [50]

$$H = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{SSB}} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

mientras que m_s^2 es el término asociado a la masa del campo que al redefinir de manera efectiva como $m_s^2 = \mu^2 - 1/2 \lambda_s v^2$, al sustituir sobre la ecuación (3.1) como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{S,h} &= \partial^\mu S^* \partial_\mu S - \mu_s^2 S^* S - \lambda_s S^* S \left(\frac{v+h}{\sqrt{2}} \right)^2 \\ &= \partial^\mu S^* \partial_\mu S - \mu_s^2 S^* S - 1/2 \lambda_s S^* S v^2 - \lambda_s v S^* S h - 1/2 \lambda_s S^* S h^2 \\ &= \partial^\mu S^* \partial_\mu S - m_s^2 S^* S - \lambda_s v S^* S h - 1/2 \lambda_s S^* S h^2, \end{aligned} \quad (3.3)$$

donde el tercer y cuarto término corresponden a los diagramas de 3 y 4 patas respectivamente como en la Figura 3.1.

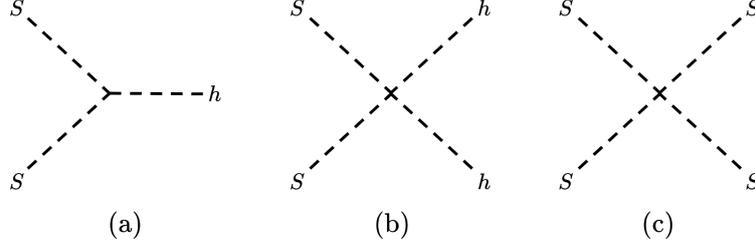


Figura 3.1: Diagramas de interacción entre el candidato S de DM y el bosón de Higgs, cuyos términos de acoplamiento corresponden a (a) $\lambda_s v$ (b) $\lambda_s/2$ y (c) $\eta/4$ para la auto-interacción.

Mas tarde en 2002, sería agregado un término de interacción cuártica para describir la auto-interacción de DM, por el mismo autor [68], como

$$\mathcal{L}_{S,H} = \partial^\mu S^* \partial_\mu S - m_s^2 S^* S - \lambda_s S^* S H^\dagger H - \frac{\eta}{4} (S^* S)^2, \quad (3.4)$$

cuyo vértice se muestra en la Figura 3.1(c).

Gracias a la simetría global $U(1)$ la estabilidad del candidato está asegurada, al transformar globalmente (3.4) bajo una fase $e^{i\theta}$, los términos de acoplamiento impares que representan canales de decaimiento de DM tipo $S \rightarrow h h$ ¹, incluso $h \rightarrow SS$, lo cual nunca se ha observado; estos términos no serán invariantes bajo TGG de $U(1)$ y podrán descartarse; es decir, si

$$S \rightarrow e^{i\theta} S \Rightarrow \mathcal{L}_{S,H} \propto a S H^\dagger H + b S^* H^\dagger H + c S^* S H + d S^* S H^\dagger + \dots = 0 \quad (3.5)$$

3.1.2. Resultados del modelo SDM

El espacio de parámetros de este modelo, además de los del SM, se constituye por la masa efectiva del candidato S m_s y el acoplamiento con el campo de Higgs λ_s , los cuales contribuyen al cálculo de $\Omega_c h^2$; estos parámetros fueron estudiados y permitieron acotar el espacio de parámetros en función de diversos valores de $\Omega_c h^2$, pues la primera medición de este parámetro fue determinado por WMAP [12] en 2013, usando el valor actual obtenido por Plank [5] en 2018 como $\Omega_c h^2 = 0.120 \pm 0.001$ los candidatos que reproducen este valor al resolver la ecuación de Boltzman se muestran en la Figura 3.2b, en comparación con el comportamiento esperado por McDonald en su primer artículo, Figura 3.2a.

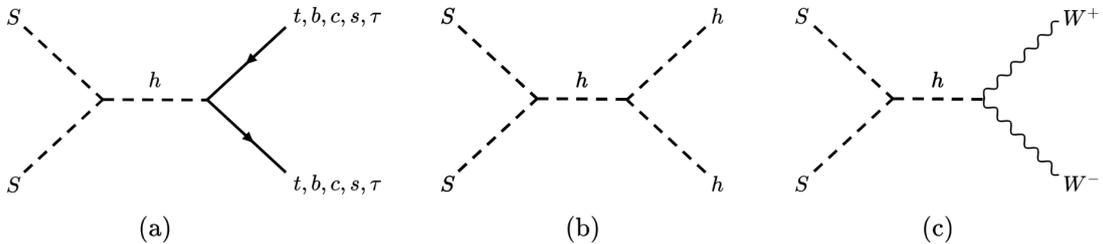


Figura 3.3: Canales que contribuyen al cálculo de $\Omega_c h^2$ en el Modelo de John McDonald.

¹Estos canales de decaimiento contradicen el mecanismo de Freeze-out, dado que el candidato es un WIMP no debería decaer a materia observable al menos en etapas posteriores al desacoplamiento.

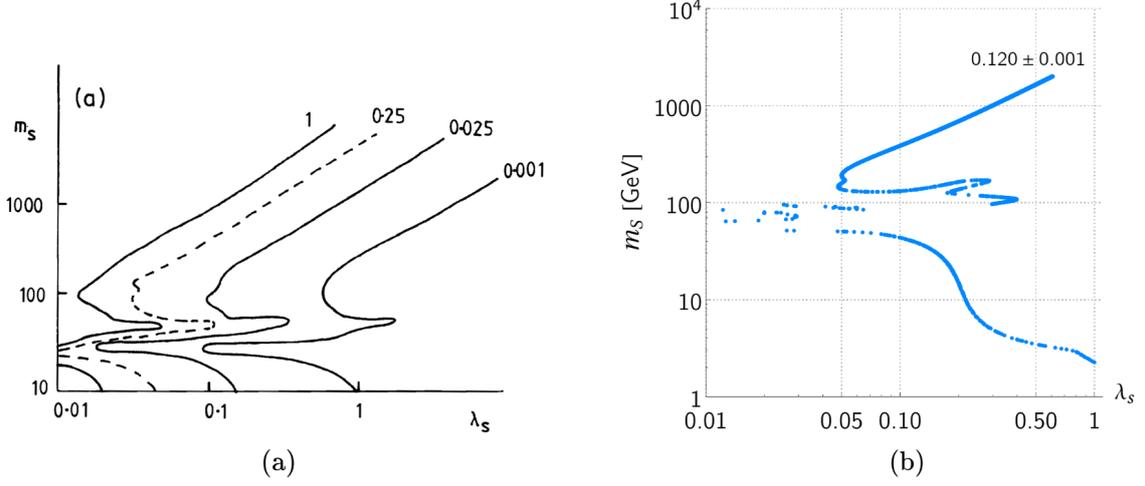


Figura 3.2: (a) Modelo de John McDonald (1994) con auto-interacción, considerando diferentes curvas para el valor de $\Omega_c h^2$ y fijando la masa del bosón de Higgs en 100 GeV [67]. (b) Modelo de John McDonald considerando la medición de Planck (2018) para $\Omega_c h^2$ y masa del bosón de Higgs de 125 GeV [33].

λ_s	m_s [GeV]	%	$SS \rightarrow \square\square$	λ_s	m_s [GeV]	%	$SS \rightarrow \square\square$		
1.00	2.3	63	$c\bar{c}$	0.39	109.1	73	$b\bar{b}$		
		33	$\tau\bar{\tau}$			12	hh		
		4	$s\bar{s}$			9	$\tau\bar{\tau}$		
0.80	2.9	50	$c\bar{c}$			6	$c\bar{c}$		
		45	$\tau\bar{\tau}$			0.17	126.9	92	hh
		3	$s\bar{s}$					6	$b\bar{b}$
1	$b\bar{b}$	0.28	171.0	90	$t\bar{t}$				
0.20	6.6			80	$b\bar{b}$	6	hh		
				12	$\tau\bar{\tau}$	3	$b\bar{b}$		
		8	$c\bar{c}$	0.04	148.1	100	hh		
0.02	72.0	82	$b\bar{b}$			0.05	171.0	96	hh
		10	$\tau\bar{\tau}$	4	$t\bar{t}$				
		6	$c\bar{c}$	0.05	189.7	77	hh		
1	W^+W^-	23	$t\bar{t}$						
0.30	97.0	84	$b\bar{b}$	0.60	2000	98	hh		
		10	$\tau\bar{\tau}$			2	$t\bar{t}$		
		6	$c\bar{c}$						

Cuadro 3.1: Puntos de inflexión de la curva de candidatos de la Figura 3.2b, así como los canales que contribuyen al cálculo de $\Omega_c h^2$ en mas de un 1%, usando MicrOMEGAs.

De la comparación entre lo esperado por McDonald y los datos actuales es interesante notar que en ambos casos el parámetro para la masa de los candidatos se ajusta bien a lo esperado para energías elevadas; sin embargo, hay diferencias notorias en los intervalos de masas entre $10 \lesssim m_S \lesssim 100$ GeV y $0.01 \lesssim \lambda_s \lesssim 0.5$, es posible que considerando fenómenos perturbativos de auto-interacción la cantidad de candidatos en esta región sea mayor.

Así mismo, al hacer interactuar a los candidatos con el SM vía un portal de Higgs, adquieren un término de masa, que debería de encontrarse dentro de un rango cercano al valor de v ; sin embargo, para estudiar el comportamiento de un espacio de parámetros más amplio el límite de energía se fijó en 2 TeV, un intervalo prudente para el estudio fenomenológico podría

corresponder a $1 \text{ TeV} \sim 4v$; si bien, el término asociado al v contribuye a la masa efectiva, como se ve en la ecuación (3.3), bajo EFT no es necesario que los candidatos propuestos se encuentren dentro de un rango cercano a v , pues este modelo no contempla el mecanismo por el cual los candidatos adquieren masa, como se verá más adelante.

Por otro lado, la mayor parte de los candidatos consistentes con $\Omega_c h^2$, se encuentran por debajo de un valor máximo aproximado entorno a $\lambda_s \sim 0.6$, como se ve en la Figura 3.4a, encontrando una cota para el acoplamiento; mientras que el espacio de la masa, Figura 3.4b, está favorecido para candidatos más masivos.

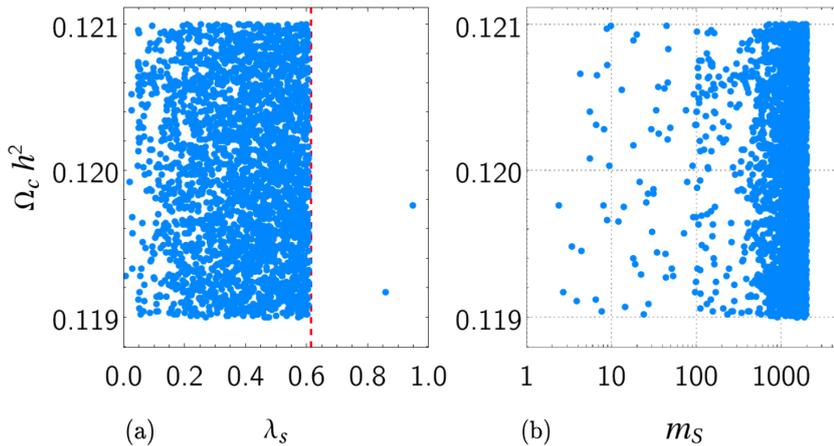


Figura 3.4: Espacio de candidatos que reproducen $\Omega_c h^2$, (a) bajo una cota mínima entorno al límite de la línea punteada roja de $\lambda_s \sim 0.6$ y (b) respecto a la masa.

Mientras tanto, el término de acoplamiento cuártico no contribuye de manera determinante con el cálculo de $\Omega_c h^2$, como se ve en la Figura 3.5, pues el espacio favorecido corresponde a los valores máximos de energía como es de esperarse si la mayoría de los candidatos se encuentran en esas escalas. Sucede algo similar con la masa respecto a este acoplamiento, pues al tratarse de un candidato escalar estéril, es decir, proviene de una simetría que en principio no ha sido rota como

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \times U(1)_{\text{Global}} \rightarrow SU(3)_C \otimes U(1)_{\text{QED}} \times U(1)_{\text{Global}} , \quad (3.6)$$

al haber impuesto una masa efectiva, Figura 3.5, la auto-interacción del campo no pudo haber contribuido a la masa del candidato, y por consiguiente η tampoco a la contribución directa de $\Omega_c h^2$.

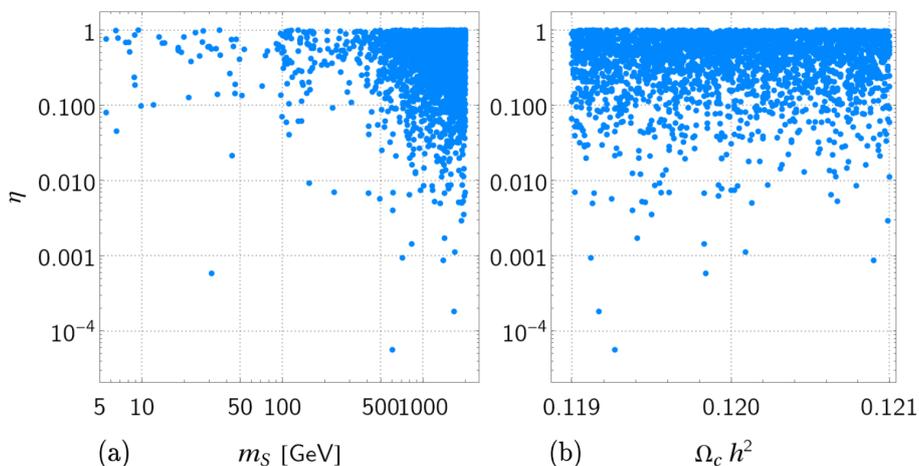


Figura 3.5: Espacios del acoplamiento η , respecto a la masa del candidato escalar constreñida por $\Omega_c h^2$ y (b) respecto a $\Omega_c h^2$.

Retomando los datos de la Figura 3.4, el estudio de $\Omega_c h^2$ en función de la masa de los candidatos es importante al buscar regiones excluidas en el espectro de masas de los modelos DM mono-componente, como éste; así mismo, no solo es de utilidad estudiar los sectores de

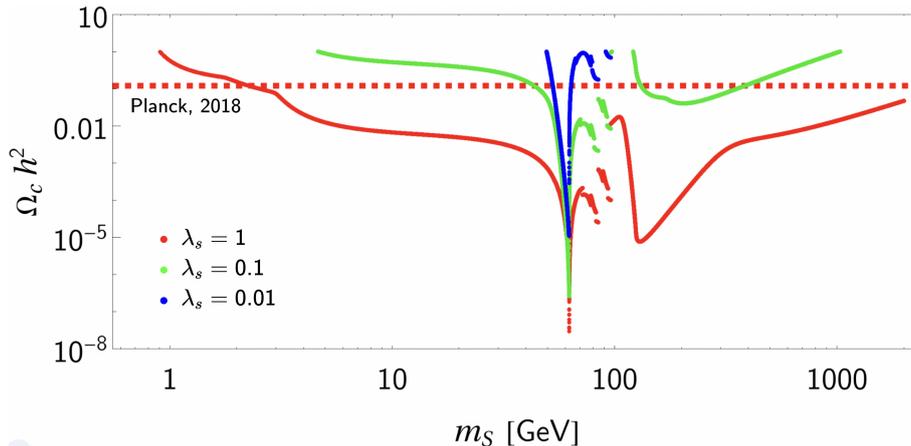


Figura 3.6: Regiones de masa respecto al valor de $\Omega_c h^2$ a valores fijos del acoplamiento del candidato S en el portal de Higgs, la medida de Planck (2018) aparece como la línea punteada roja.

energía que reproducen $\Omega_c h^2$, sino en general, el comportamiento de éste más allá de su medida permitida, para encontrar ajustes en regiones más amplias del espacio de parámetros²; este análisis se muestra en la Figura 3.6, donde pueden observarse tendencias en el comportamiento de $\Omega_c h^2$, mientras que la intersección entre las regiones de candidatos y la línea del valor permitido por Planck, concuerdan con los espacios de candidatos antes presentados.

En resumen, el modelo se ajusta a la fenomenología con una sensibilidad particular en los sectores elevados de energía tanto para la masa como para los acoplamientos, estudiando el portal de Higgs se encontró que los acoplamientos $0 < \lambda_s \lesssim 0.6$ y la mayor parte de candidatos se encontraron en masas por arriba de los 100 GeV hasta saturar el espectro de masas. En el Cuadro 3.1 se concentran algunos candidatos obtenidos en regiones destacables de la Figura 3.4.

3.2. Modelo fermión

Los candidatos a DM con espín $\frac{1}{2}$, DM fermionica (FDM), provenientes de teorías BSM también son ampliamente estudiados, pues en modelos SUSY surgen de manera natural campos neutros que pueden ser buenos candidatos para DM [47].

Como es habitual intentar solucionar varios problemas bajo un mismo formalismo, dado que el SM tiene algunas inconsistencias en la descripción de los fermiones, como su jerarquía, paridad o la masa de los neutrinos por mencionar algunos; candidatos como los *neutrinos estériles* [70], o los *neutrinos de Majorana* en experimentos como el decaimiento $0\nu\beta\beta$ [71], son de interés en el campo, pues además de su relación con el problema de la DM permitirían solucionar una o varias de estas inconsistencias.

3.2.1. Singlete de Majorana

La principal motivación de este modelo es relacionar la formulación de los neutrinos de Majorana con el problema de la DM, pues el SM solo contempla neutrinos izquierdos sin masa, mientras que los derechos nunca se han observado. El caso de neutrinos masivos fue estudiado

²Si bien en el campo de las altas energías se proponen candidatos a WIMPs, en "bajas energías" se proponen WISPs (Weakly Interacting Sub-eV Particles) los más famosos son los Axiones o ALPs (Axion-Like Particles); sin embargo, su estudio corresponde a mecanismos no Freeze-out [69].

por Ettore Majorana en 1937 [72], partiendo de la teoría de Dirac; sin embargo, sería descartada por sus contemporáneos pues se consideraban a los neutrinos no masivos.

Sería hasta 20 años después, que retomaron el formalismo tras los primeros descubrimientos sobre la violación CP en relación con la descripción del neutrino, y retomado otros 20 años después por el auge de las GUTs [73]. Este formalismo adquirió una mayor importancia en nuestro siglo tras el descubrimiento de las *oscilaciones de neutrinos solares*, realizado por Takaaki Kajita y Artur McDonald en los experimentos Super-Kamiokande y SNO respectivamente [35, 51, 52], ganando el premio nobel en 2015; este fenómeno, predicho desde 1967 por Bruno Pontecorvo, implica el cambio de sabor de los neutrinos provenientes del sol en su camino rumbo a la tierra, y no sería posible si los neutrinos fueran no masivos.

Por otro lado, el estudio de los fermiones de Majorana como candidatos de DM, es importante en la detección directa [74, 75, 76], donde se analiza, por ejemplo, la dispersión entre WIMPs y núcleos de elementos particulares como xenon, argón o germanio.

Retomando el formalismo para los fermiones de Dirac visto brevemente en el capítulo anterior, las soluciones a la ecuación (2.5) son espinores de Dirac y puede definirse en función de sus proyecciones quirales derecha e izquierda como

$$\Psi^D = \Psi_L + \Psi_R \quad (3.7)$$

mientras que un espinor de Majorana cumple con la *condición de Majorana*

$$\psi = \psi^c = \mathcal{C}\bar{\psi}^T \quad (3.8)$$

recordando que $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$, en la *base de Majorana* donde los espinores son reales y las matrices gamma son imaginarias, es decir

$$\gamma^0 = \mathcal{C} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_2 \\ \sigma_2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^1 = \begin{pmatrix} i\sigma_3 & 0 \\ 0 & i\sigma_3 \end{pmatrix}, \quad \gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_2 \\ -\sigma_2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^3 = \begin{pmatrix} i\sigma_1 & 0 \\ 0 & i\sigma_1 \end{pmatrix}, \quad (3.9)$$

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} -\sigma_2 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{pmatrix}, \quad (3.10)$$

puede comprobarse que al someter (3.7) a la condición (3.8), se tiene

$$(\Psi_L)^c = (\Psi^c)_R = (\Psi_R)^c = (\Psi^c)_L \quad \therefore \quad \Psi_L^c = \Psi_L = \Psi_R^c = \Psi_R, \quad (3.11)$$

de manera que un campo de Majorana puede escribirse como

$$\Psi^M = \Psi_L + \Psi_L^c = \Psi_R + \Psi_R^c = \Psi + \mathcal{C}\bar{\Psi}^T \quad (3.12)$$

lo cual implica que el campo con la carga conjugada es exactamente el mismo que el campo original, por lo que la corriente cargada de los campos de Majorana es siempre cero, siendo invariante ante transformaciones de Carga-Paridad-Tiempo (CPT) donde las partículas derechas son iguales a las antipartículas izquierdas, como se ilustra en la Figura 3.7, es decir, las soluciones de la ecuación de Dirac para partículas y antipartículas son las mismas.

Así mismo, un singlete de Majorana como candidato de DM que se transforma como

$$f \rightarrow \mathcal{C}\bar{f}^T = f^c, \quad (3.13)$$

puede escribirse, por ejemplo, en función de un campo izquierdo, donde

$$f = f_L + f_L^c, \quad (3.14)$$

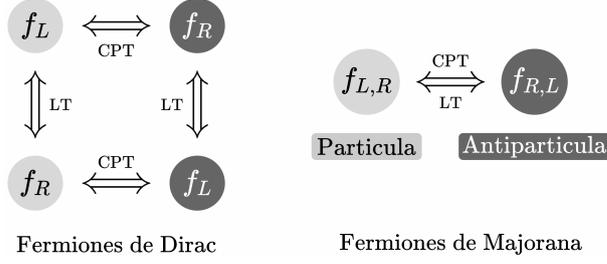


Figura 3.7: fermiones de Dirac y Majorana bajo transformaciones de simetría CPT y transformaciones de Lorentz (LT) que intercambian la proyección quiral.

y la lagrangiana de este campo libre de interacciones sería

$$\mathcal{L}_f = i\bar{f}_L\gamma^\mu\partial_\mu f_L + i\bar{f}_L^c\gamma^\mu\partial_\mu f_L^c - m(\bar{f}_L^c f_L + \bar{f}_L f_L^c) . \quad (3.15)$$

Para conectar este nuevo campo con el SM, será necesario agregar un término de interacción efectiva con el campo de Higgs, es decir

$$\mathcal{L}_f \propto \frac{1}{\Lambda}\bar{f}(c_s + c_p\gamma^5)f H^\dagger H = \frac{1}{2\Lambda}\bar{f}(c_s + c_p\gamma^5)f(v^2 + 2vh + h^2) , \quad (3.16)$$

donde Λ [GeV], representa la escala de energía de la interacción y deja adimensionales las constantes escalares c_s y pseudo-escalares c_p ; introduce un portal de Higgs, Figura 3.8, y un término de masa en función del acoplamiento escalar efectivo y el VEV como

$$m_f \propto \frac{c_s v^2}{\Lambda} ; \quad (3.17)$$

se considera que los términos asociados a c_p no contribuyen a la masa del candidato pues introducen términos de masa imaginarios, lo cual no tiene interpretación física.

Tal que, la lagrangiana para este candidato de DM puede escribirse de la forma

$$\mathcal{L}_f = i\bar{f}\gamma^\mu\partial_\mu f - m_f\bar{f}f + \frac{1}{\Lambda}\bar{f}(c_s + c_p\gamma^5)f H^\dagger H , \quad (3.18)$$

y el espacio de parámetros que contribuye al cálculo de $\Omega_c h^2$ será

$$\{m_f, c_s\} \rightarrow \Omega_c h^2 .$$

3.2.2. Resultados del modelo FDM

Analizando el comportamiento de los acoplamientos c_s y c_p respecto de la masa m_f en el portal de Higgs, el espacio de parámetros exhibe áreas de energías favorecidas en el cálculo, los resultados de este se muestran en la Figura 3.11.

Si bien el espectro de masas se limitó a 2 TeV, los candidatos que logran reproducir $\Omega_c h^2$ solo se encuentran en el rango de $\sim 50 - 190$ GeV, como se puede ver en la Figura 3.10a; así mismo, el acoplamiento escalar tiende a tomar valores cercanos a 1; sin embargo, hay un área excluida desde los 120 GeV en adelante para la masa y con una tendencia de los valores de

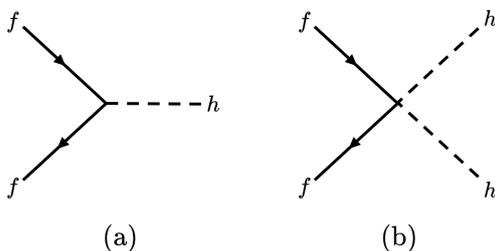


Figura 3.8: Diagramas de interacción entre el candidato f de DM y el bosón de Higgs, cuyos términos de acoplamiento son (a) $(c_s + c_p\gamma^5)v$ y (b) $(c_s + c_p\gamma^5)$.

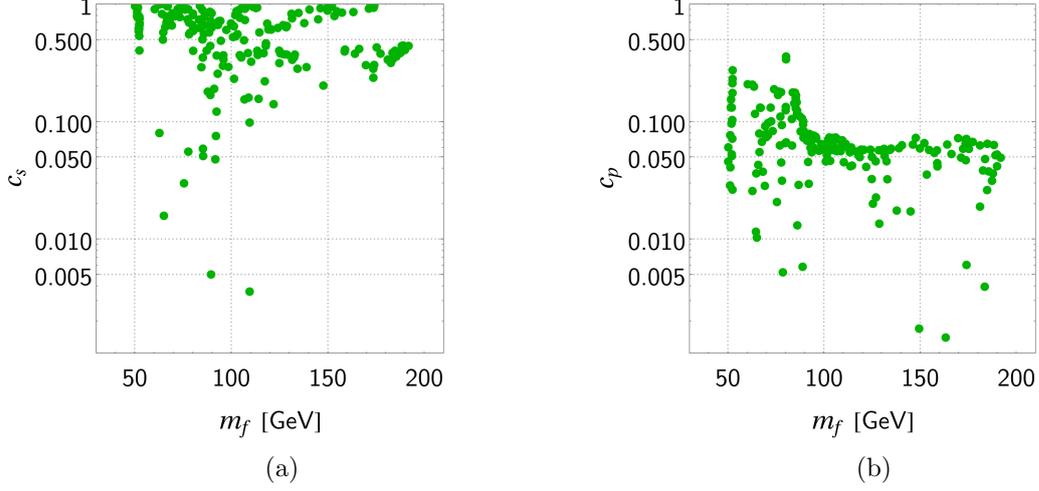


Figura 3.9: Masa de los candidatos f respecto a los acoplamientos escalares y pseudo-escalares respectivamente, constreñidos por $\Omega_c h^2$

acoplamiento desde 0.5, lo cual indica una correlación entre c_s y m_f , desde la ecuación (3.17); la dependencia de estos parámetros no es lineal, además, los candidatos están demasiado dispersos como para buscar un ajuste.

Por otro lado, la correlación entre los parámetros de la masa y el acoplamiento pseudo-escalar exhiben un límite de $0.3 \lesssim c_p$ para los valores de acoplamientos que reproducen $\Omega_c h^2$, mientras que la mayor cantidad de candidatos se encuentran en un área correspondiente al rango de masas entre $70 \lesssim m_f \lesssim 150$ GeV; si bien, estos parámetros no tienen un relación explícita, y no contribuyan directamente al cálculo de $\Omega_c h^2$, es evidente que existe una región favorecida para los candidatos.

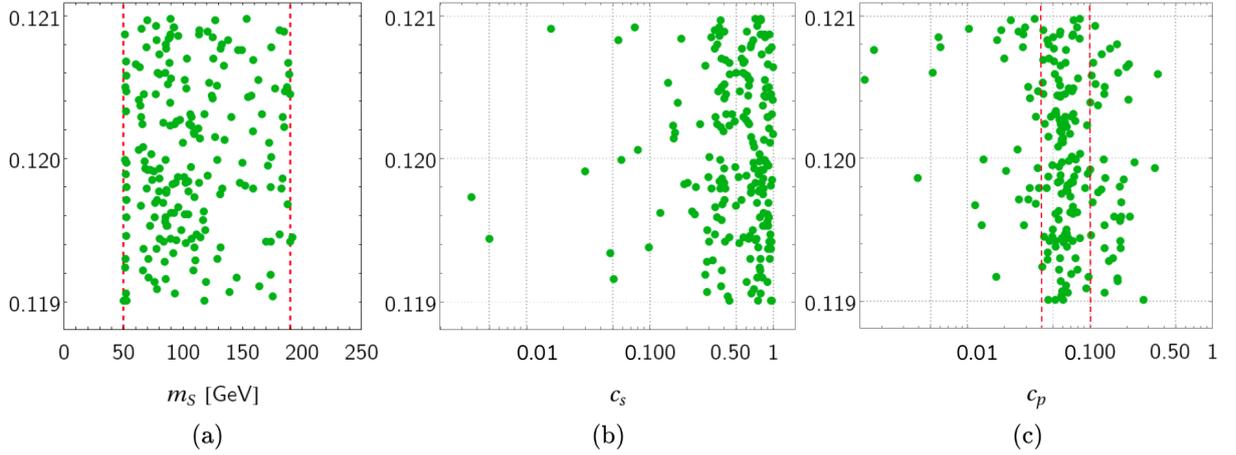


Figura 3.10: Espacios de parámetros de los candidatos fermiónicos constreñidos a $\Omega_c h^2$

Para el espacio del acoplamientos escalares acordes a $\Omega_c h^2$, los candidatos tienden a tomar valores cercanos a 1, Figura 3.10b; sin embargo, no sucede lo mismo para los acoplamientos pseudo-escalares, pues la mayoría de los candidatos se encontraron en el rango de $0.04 \lesssim c_p \lesssim 0.8$. Estudiar el comportamiento y la correlación entre estos acoplamientos es interesante pues en un modelo bajo simetrías especiales, como en el SM y BSM, están relacionados a acoplamientos "tipo Yukawa", mientras que en la detección directa la $\sigma_{\chi-N}$ (sección eficaz WIMP-Nucleon) está directamente relacionada con la intensidad de estos acoplamientos.

En el estudio de la regiones c_s y c_p se usó un código particular para distintas masas fijas

m_f , a excepción del límite superior entorno a ~ 190 GeV que se fijó en 185 GeV dado que la distribución dada en la figura 3.11 y 3.10a no es uniforme en los límites, este procedimiento permitió optimizar recursos computacionales; sin embargo, MicrOMEGAS requería un tiempo de cómputo inviable para calcular los acoplamientos por debajo de los 100 GeV, por lo que el análisis se realizó a partir de esta energía.

De los parámetros de la Figura 3.11, se puede observar que la correlación entre los acoplamientos tienen comportamientos particulares para cada una de las masas fijas, en el primer caso de 100 GeV, el espacio exhibe 3 regiones que podrían ajustarse a polinomios de 1° y 2° orden, similares a una reflexión. Cada una de las secciones corresponden a regiones donde predominan canales $f\bar{f} \rightarrow W^+W^-, ZZ, hh$, que contribuyen al cálculo de $\Omega_c h^2$, como se observa en el Cuadro 3.2.

Conforme aumenta el valor de la masa de 125 a 175 GeV, las pendientes de las regiones con $m_f = 100$ GeV tienden a cero para después cambiar a pendientes negativas; así mismo, en estas mismas escalas de energía, el espacio entre los sectores que corresponden a la predominancia del canal $f\bar{f} \rightarrow hh$, que aparecen en la región de $0.4 \lesssim m_f \lesssim 0.6$ para $m_f = 125$ GeV, aumenta proporcionalmente a la masa, de manera que el espacio de candidatos favorece los canales a hh y $t\bar{t}$ en el límite máximo de masa permitida.

Algo distinto sucede en la escala de energías cercanas al límite de los candidatos, $m_f = 185$ GeV, pues presenta una región que puede aproximarse a una curva cerrada a trozos, así como una curva aislada, observando la evolución del espacio de parámetros esta última puede explicarse como el sector de puntos remanentes tras la unión de las pendientes que se presentaban en las figuras que le anteceden en una sola curva, en espacios con masas inferiores.

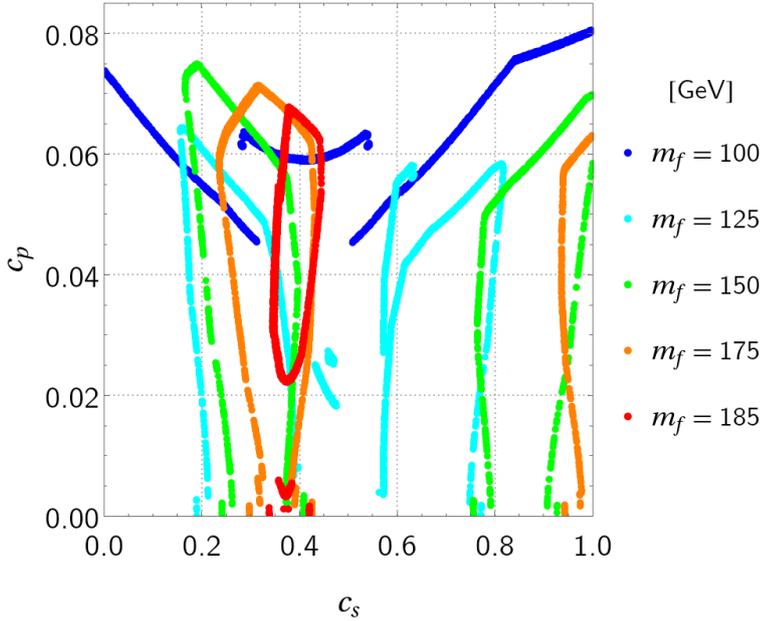


Figura 3.11: Espacios de acoplamientos c_s y c_p de los candidatos f con masas fijas constreñidos a $\Omega_c h^2$.

Así como en el caso del modelo de McDonald, es también de utilidad estudiar el comportamiento de $\Omega_c h^2$ respecto a la masa del candidato, mas allá de la medida permitida, como se muestra en la Figura 3.12. MicrOMEGAs encontró regiones fuera del valor de $\Omega_c h^2$ que pueden ajustarse con facilidad; sin embargo, solo son destacables las regiones dentro del valor permitido, las cuales concuerdan con las regiones obtenidas en las Figuras 3.10.

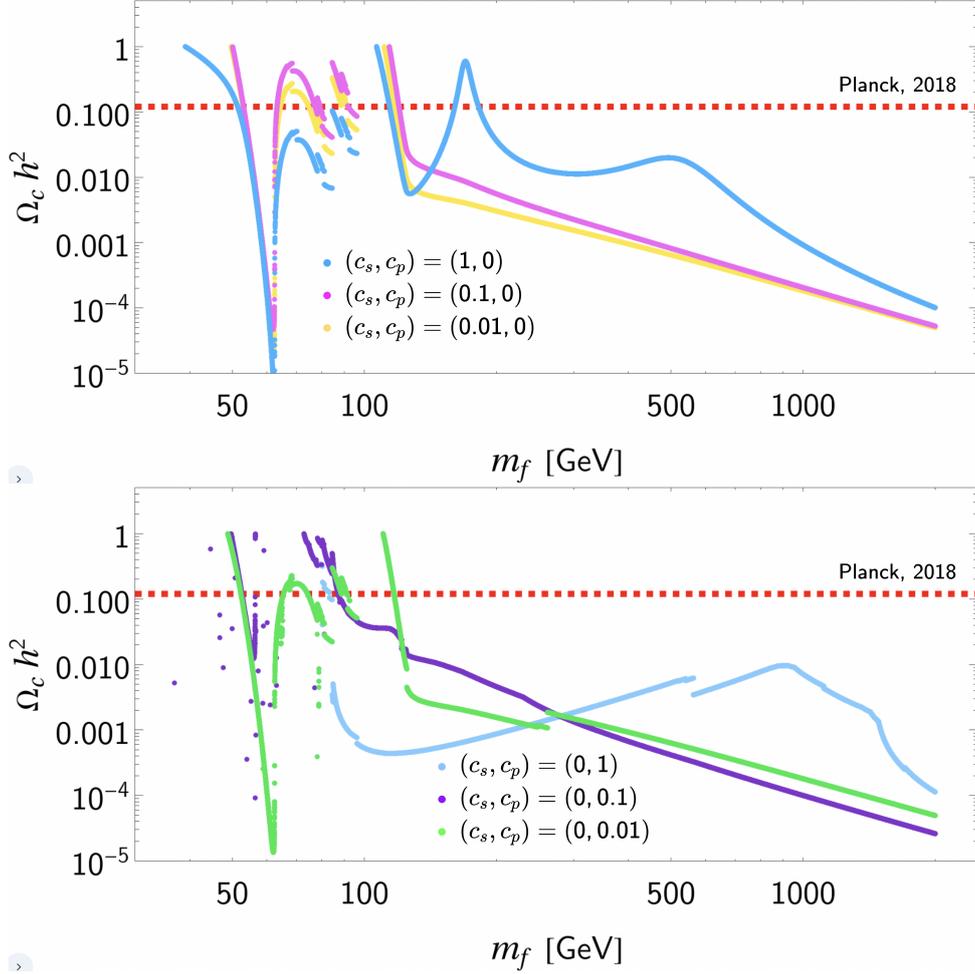


Figura 3.12: Regiones de masa respecto al valor de $\Omega_c h^2$ a valores fijos del acoplamiento (a) escalar y (b) pseudo-escalar del candidato f en el portal de Higgs, la medida de Planck (2018) aparece como la línea punteada roja.

m_s [GeV]	c_s	c_p	%	$f \bar{f} \rightarrow \square \square$
100	0.001-1	0.3-0.08	75 ± 2	$W^+ W^-$
			25 ± 2	$Z Z$
125	0.156	0.063	55	$W^+ W^-$
			27	$Z Z$
			18	$h h$
	0.387	0.007	100	$h h$
	0.431	0.250	70	$h h$
			20	$W^+ W^-$
			10	$Z Z$
	0.572	0.004	100	$h h$
	0.814	0.088	59	$W^+ W^-$
			31	$Z Z$
			10	$h h$
150 , 175		\vdots		$W^+ W^-, Z Z, h h$
185	0.346	0.032	97	$t \bar{t}$
			1	$W^+ W^-$
	0.357	0.051	70	$t \bar{t}$
			19	$W^+ W^-$
			11	$Z Z$
	0.444	0.058	32	$W^+ W^-$
			26	$h h$
			23	$t \bar{t}$
			19	$Z Z$
	0.372	0.003	50	$h h$
			49	$t \bar{t}$

Cuadro 3.2: Puntos destacables en las regiones de candidatos de las figuras de 3.11 para masa fijas, así como los canales que contribuyen al cálculo de $\Omega_c h^2$ en mas de un 1% usando MicrOMEGAs.

3.3. DM multi-componente

La motivación de construir un modelo con candidatos a DM de distinto espín, surge por la necesidad de estudiar sus parámetros en ínter-dependencia, y en conjunto, cómo estos reproducen el valor de $\Omega_c h^2$.

Por otro lado, no hay necesidad teórica de considerar a la DM exclusivamente como mono-componente, recordando que esta compone más del 25 % del contenido energético del universo, postular su simpleza, si bien sirve para constreñir las teorías con la fenomenología, reduciendo el número de parámetros libres que la describen, no es una regla para desarrollar modelos; el estudio multi-componente permite comparar, por ejemplo, la compleja naturaleza de la BM, e intentar describir a la DM en función de una naturaleza e interacciones similares a las ya conocidas [77, 49].

Así mismo, estudiar modelos con varios candidatos a DM de manera independiente puede ser de utilidad para constreñir sus parámetros asociados bajo teorías con simetrías especiales o SUSY, un ejemplo es el caso del *neutralino* y el *axino* del MSSM+DM bajo GmSUGRA (Super Gravedad Generalizada) analizado en [78]. Por otro lado DM multi-componente también es de utilidad al estudiar la fenomenología de la distribución de la DM en los halos galácticos y cúmulos, donde se estudia DM bajo auto-interacción en experimentos como DAMA/LIBRA [79].

Explorando el espacio de parámetros de los modelos anteriores, se puede proponer una lagrangiana para la interacción de 2 candidatos a DM, uno escalar (SDM) y uno tipo fermión de Majorana (FDM) en un modelo conjunto (SFDM) como

$$\mathcal{L}_{\text{SFDM}} = \partial_\mu S^* \partial^\mu S + \mu^2 S^* S + \bar{f}(i\partial_\mu \gamma^\mu + m_f)f + \left(\lambda_s S^* S + \frac{1}{\Lambda} \bar{f}(c_s + c_p \gamma^5)f \right) H^\dagger H, \quad (3.19)$$

donde el tercer término representa la interacción del sector oscuro con el SM vía el portal de Higgs, la estabilidad de los candidatos está asegurada imponiendo nuevamente una simetría global $U(1)$; el espacio de parámetros que contribuye al cálculo de $\Omega_c h^2$ corresponde a

$$\{m_s, \lambda_s, m_f, \Lambda, c_s\},$$

de nueva cuenta c_p no contribuye al término de masa del candidato a FDM y por ende tampoco a $\Omega_c h^2$. A diferencia de los casos anteriores, la abundancia de cada candidato tiene como límite máximo la abundancia de la de $\Omega_c h^2$, es decir

$$\Omega_c \approx \Omega_S + \Omega_f, \quad (3.20)$$

por lo que no será suficiente realizar un estudio de las regiones de energía favorecida en el espacio de parámetros, también un barrido de las regiones que en suma pueden reproducir el valor de $\Omega_c h^2$.

3.3.1. Resultados del modelo SFDM

Al estudiar las regiones que se aproximan por el límite inferior de $\Omega_c h^2$, se pueden encontrar regiones similares a las de los modelos anteriores. Realizando una búsqueda de regiones excluidas en el espacio de parámetros, con la finalidad de optimizar el modelo computacionalmente, en principio se realizó una búsqueda con todos los parámetros aleatorios, acotados en un límite superior, de 1000 GeV para las masas y el parámetro Λ y hasta 1 para los acoplamientos.

De la figura 3.13 solo se puede considerar la viabilidad de los candidatos por debajo de la línea roja, pues representa el límite del valor observado de $\Omega_c h^2$, así mismo, considerando

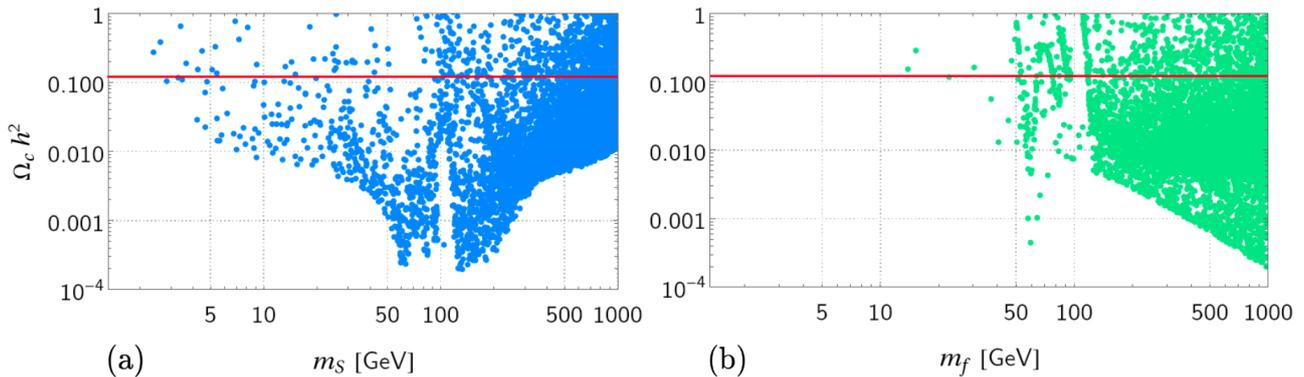


Figura 3.13: Espectro de masas de los candidatos de (a) SDM y (b) FDM respecto al valor de $\Omega_c h^2$, línea roja.

la cuenta de cada uno de los candidatos por separado como se muestra en la figura 3.14, se puede observar que en la escala de 100 a 1000 GeV, existen regiones favorecidas para ambos candidatos; si bien los candidatos de SDM están más dispersos en el espacio de parámetros, coinciden con las regiones de energía estudiadas en el modelo de John McDonald; mientras tanto, para la FDM las regiones que reproducen $\Omega_c h^2$ corresponden a las encontradas en el modelo del Singlete de Majorana.

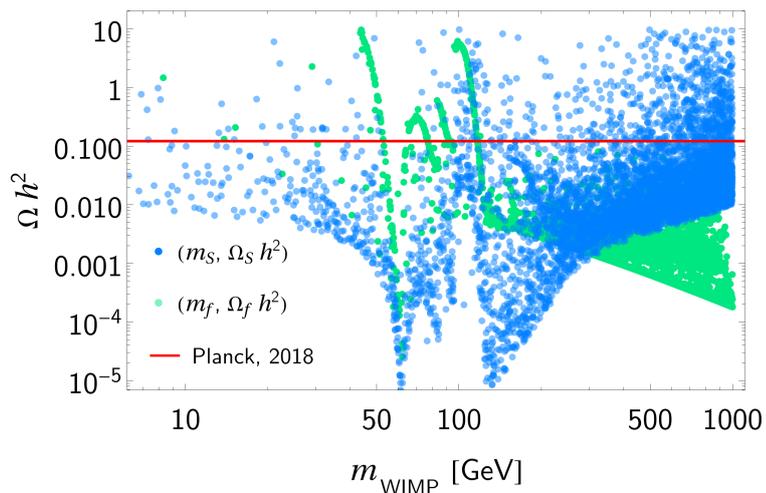


Figura 3.14: Espectro de masas de los candidatos de SDM y FDM respecto a cada una de sus abundancias.

De la Figura 3.14, también puede observarse que cerca de los ~ 300 GeV en el espectro de masas, la abundancia de candidatos SDM aumenta en comparación de con los candidatos FDM, que disminuyen su abundancia tras este umbral; es decir, en ésta región, es más abundante la SDM conforme disminuye la abundancia de FDM en al menos 2 órdenes de magnitud.

Por otro lado en el espacio de los acoplamientos, en el caso de la SDM, como se muestra en el figura 3.15, en el rango de $0.04 \lesssim \lambda_s \lesssim 0.30$ hay una región favorecida por el valor de $\Omega_c h^2$, así como una clara tendencia en el espacio de parámetros.

Así mismo, los parámetros de escala de energía Λ y el acoplamiento c_s asociados al caso de FDM, presentaron la misma tendencia al ser proporcionales, siendo que la mayor cantidad de candidatos en la región de $\Omega_c h^2$ se encuentran cercanos a 1 TeV, como se muestra en la figura 3.16, aproximadamente en la región de $50 \lesssim \Lambda \lesssim 1000$ GeV para Λ y de $0.2 \lesssim c_s \lesssim 1$.

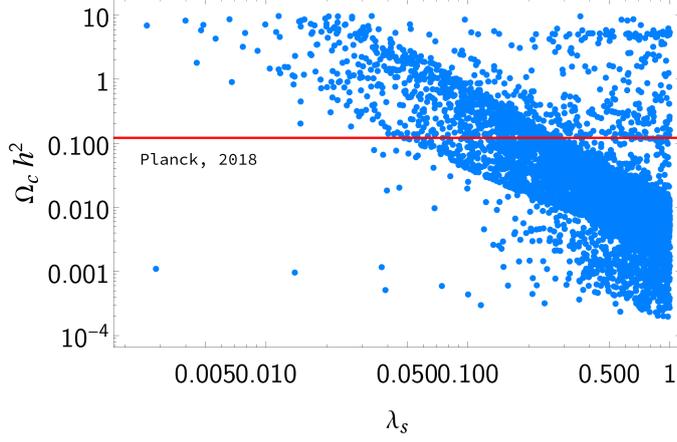


Figura 3.15: Valores del acoplamiento λ_s para distintos valores de $\Omega_c h^2$.

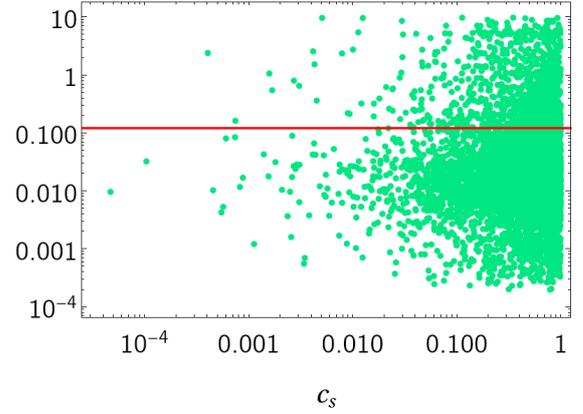
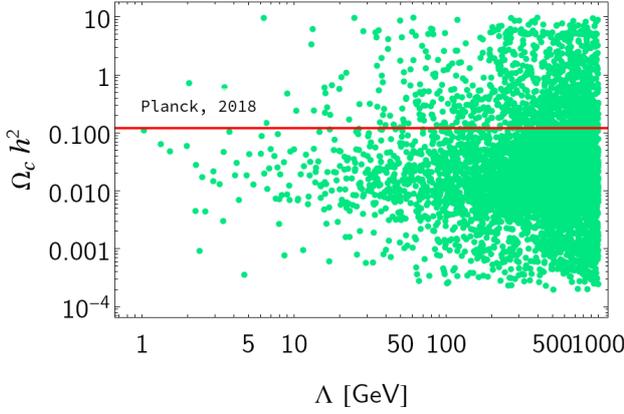


Figura 3.16: Espacio de la escala de energía Λ y el acoplamiento escalar c_s respecto a $\Omega_c h^2$.

3.3.2. Parámetros fijos

Para poder estudiar la viabilidad de los candidatos, que en suma logren reproducir $\Omega_c h^2$, será necesario fijar los parámetros del modelo en casos particulares. Al estudiar el espectro de masas será necesario fijar los parámetros relacionados a estas, en el caso de la SDM, solo el parámetro λ_s hace variar a la masa, tal como se muestra en la figura 3.17.

Este parámetro describe regiones de candidatos viables en todo el espectro de masas de la SDM; sin embargo, hay una mayor cantidad de candidatos por debajo del límite de $\Omega_c h^2$ que corresponden a λ_s altos; es decir, la abundancia de los candidatos es inversamente proporcional a este acoplamiento, tal que, el valor máximo de $\Omega_c h^2$ suele saturarse entorno a valores mínimos de λ_s .

Si bien, la masa de la FDM no tiene relación con el acoplamiento λ_s , su masa está relacionada con la masa de la SDM en función de (3.20); así mismo, puede observarse que fijar este parámetro no perturba significativamente el espectro de masas de la FDM, tanto que los puntos de los candidatos a distintas λ_s se superponen.

Mientras tanto, las masas del sector fermiónico solo dependen directamente de 2 parámetros, Λ y c_s , al fijar el primero solo se encuentran sectores de masa favorecidos por arriba de los 50 GeV para la FDM, mientras que la SDM mantiene sectores permitidos a lo largo de todo el espectro, como se ve en las figuras 3.18 y 3.19.

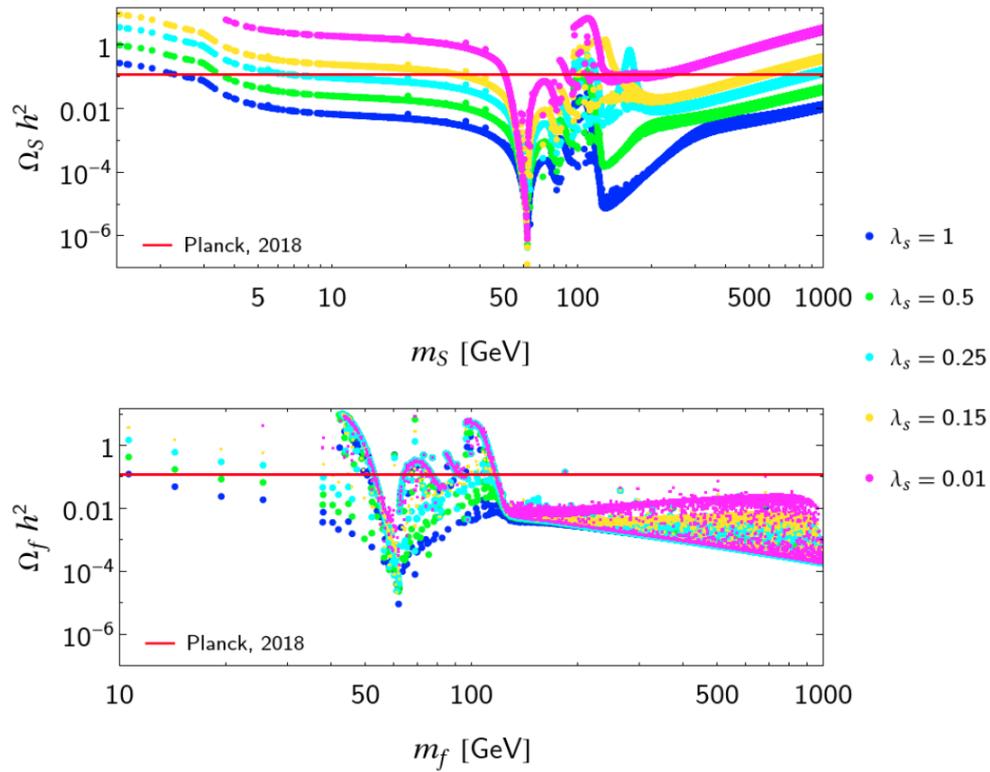


Figura 3.17: Espectro de masas respecto a la abundancia de los candidatos de SDM (arriba) y FDM (abajo), con valores fijos del acoplamiento λ_s .

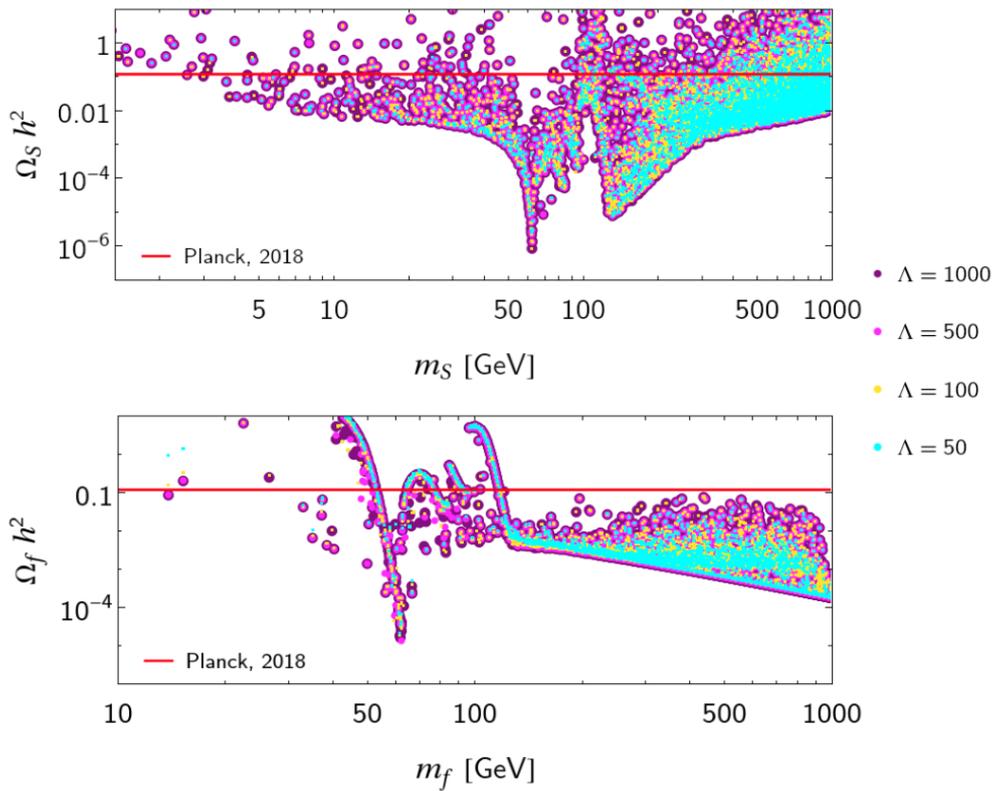


Figura 3.18: Espectro de masas respecto a la abundancia de los candidatos de SDM (arriba) y FDM (abajo) con valores fijos de la escala de energía Λ .

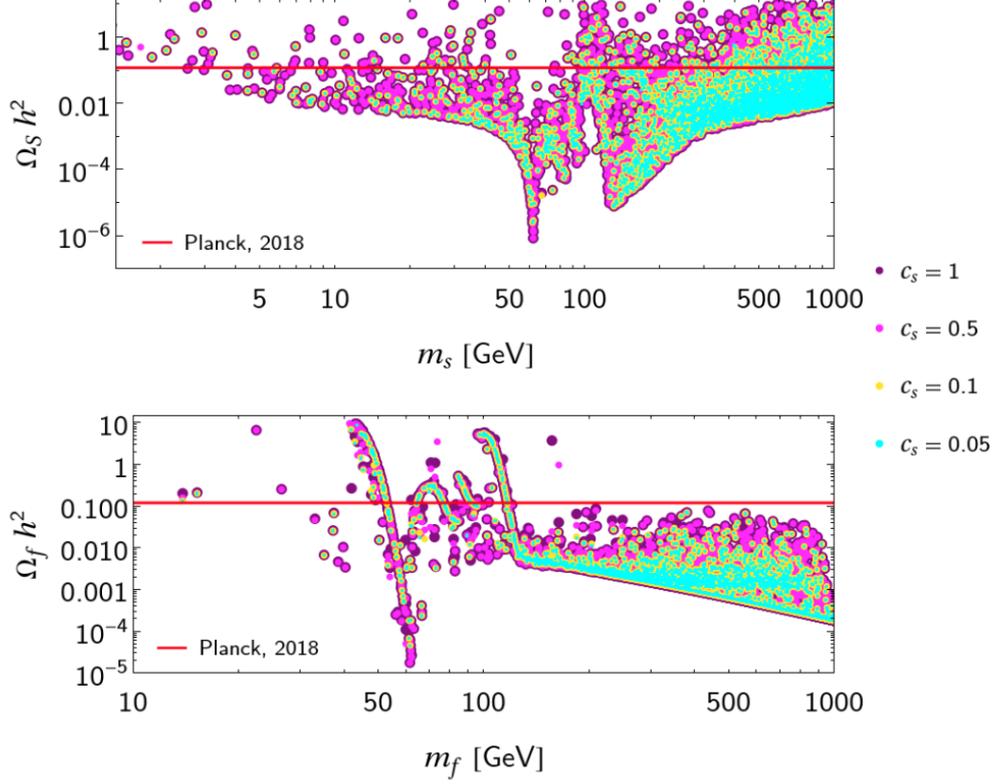


Figura 3.19: Espectro de masas respecto a la abundancia de los candidatos de SDM (arriba) y FDM (abajo) con valores fijos del acoplamiento escalar c_s .

Es notable que los espacios de las Figuras 3.18 y 3.19, no solo tengan en mismo comportamiento, sino que las regiones son prácticamente las mismas, evidenciado por el hecho de que en cada figura, las regiones encontradas en cada parámetro fijo se superponen. Con esto, se puede entender que en éste modelo, los parámetros relacionados al candidato de FDM describen regiones validas en todo el espectro de masas; sin embargo, están fuertemente localizadas y se ven poco o nada perturbadas por la variación de los parámetros asociados, o que en general, la variación de estos parámetros no afecte la medida de abundancia, para cada región del espectro.

3.3.3. Regiones consistentes con Planck

En la sección anterior se realizó un estudio del espacio de parámetros, variando la aleatoriedad de los mismos para buscar regiones validas; sin embargo, un estudio particular de las regiones consistentes con $\Omega_c h^2$ es necesario; aunque demandante computacionalmente, se lograron obtener algunas regiones de candidatos.

En sector escalar del modelo, dependiente de los parámetros de m_s y λ_s , se encontraron regiones con una cantidad considerable de candidatos por arriba de los ~ 50 GeV y una región de acoplamientos entre $0.05 \lesssim \lambda_s \lesssim 0.3$, lo cual es consistente con las regiones estudiadas previamente, esto se observa en la Figura 3.20c. Si bien, la abundancia de la mayor parte de los candidatos están muy cerca del valor de $\Omega_c h^2$, como se muestra en las Figuras 3.20a y 3.20b, estos datos deben de ser contrastados con el espacio de parámetros del la FDM, pues ambos candidatos deben cumplir con la condición de la ecuación (3.20).

Por otro lado, en el sector fermiónico del modelo, es más clara la tendencia hacia los candidatos con abundancias menores al las del sector escalar; sin embargo, las regiones más pobladas del espacio de parámetros, como puede verse en la Figura 3.21a, corresponden a masas entre $100 \lesssim m_f \lesssim 1000$ GeV. Por su parte, tanto la escala de energía como el acoplamiento escalar,

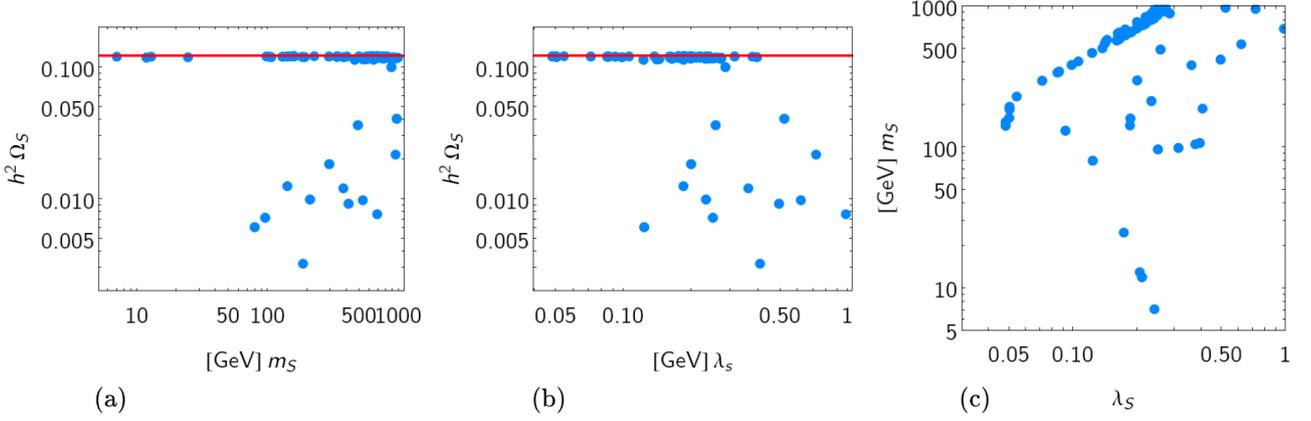


Figura 3.20: (a) Espectro de masas y (b) acoplamiento de la SDM respecto a su abundancia, el límite de Planck es la línea roja. (c) Espacio de las masas y los acoplamiento de la SDM.

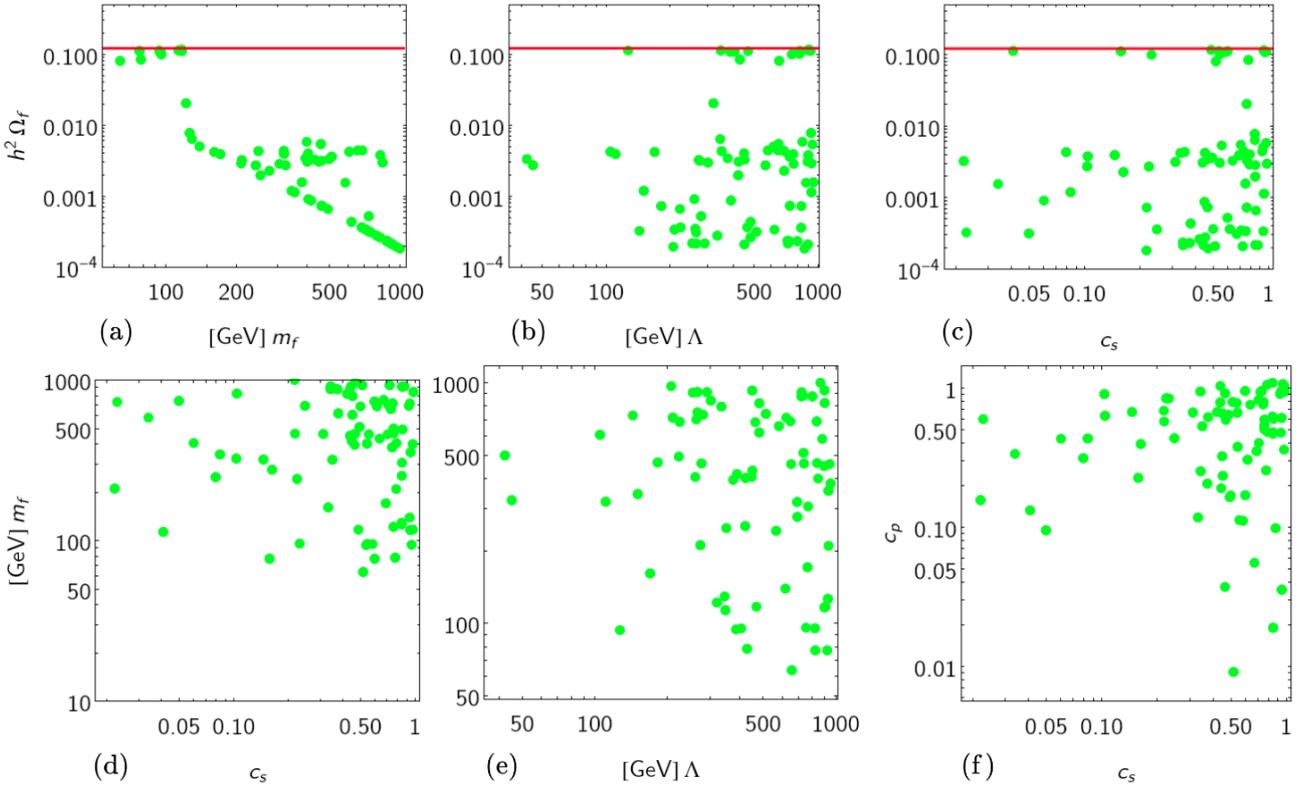


Figura 3.21: (a) Espectro de masas y (b) escala de energía y (c) acoplamiento escalar del la FDM respecto a su abundancia, el límite de Planck es la línea roja. (d) Espacio de las masas y acoplamiento escalares, (e) escala de energía y (f) espacio de acoplamiento escalares y pseudo-escalares.

Figuras 3.21b y 3.21c respectivamente, continúan con el mismo comportamiento, con tendencias hacia el límite de energías estudiado, hacia 1000 GeV para Λ y hacia 1 para c_s ; la mayor parte de los candidatos en estos espacios presentan abundancias $\Omega_f h^2 < 0.01$.

La única tendencia que presentan los parámetros de masa y acoplamiento en la FDM, es la de acercarse a sus valores máximos como se ve en la Figura 3.21d, no hay regiones en la masa por debajo de $m_f > 50$ GeV. Por su parte, el espacio del parámetro Λ respecto a la masa de los candidatos está demasiado disperso para asegurar que hay una tendencia, Figura 3.21e; de manera similar el espacio de los acoplamiento c_s y c_p solo presenta una tendencia hacia el

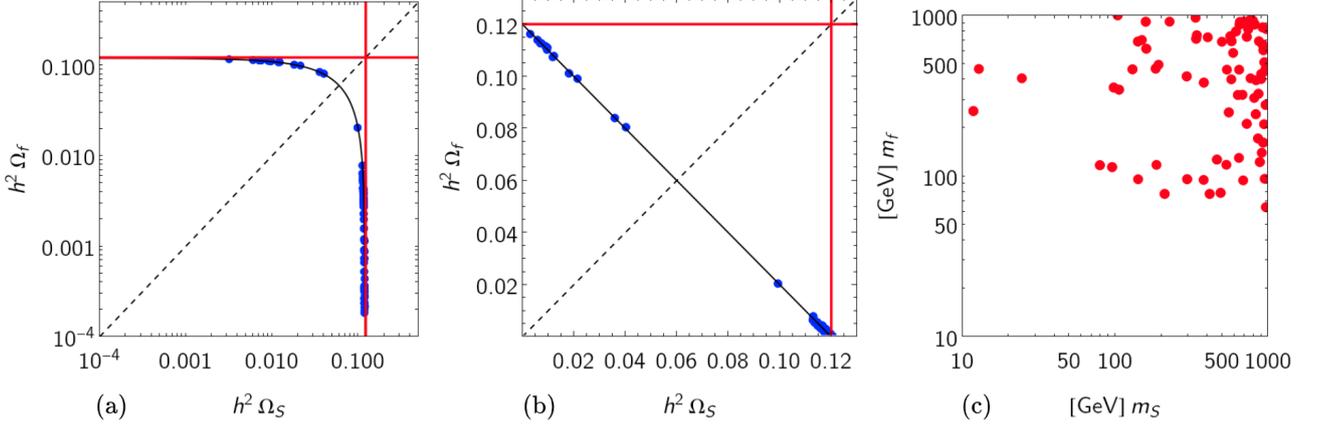


Figura 3.22: Espacios de las abundancias de los candidatos en (a) escala logarítmica y (b) escala lineal, en ambos casos la línea roja representa $\Omega_c h^2$, la línea sólida representa un ajuste polinómico de los puntos como $0.120006 - 0.99983x$; la intersección entre la línea sólida y la línea punteada representa la región donde $\Omega_S h^2 = \Omega_f h^2 \approx 1/2 \Omega_c h^2$. (c) Espectro de masas de los los candidatos a SDM y FDM.

límite estudiado, como se observa en la Figura 3.21f.

El espacio de las abundancias de los candidatos, presenta tendencias más claras, desde las Figuras 3.22a y b, pues aunque los candidatos tienden a acercarse al valor de $\Omega_c h^2$, puede observarse que esta regiones corresponden a SDM y FDM con configuraciones como las del Cuadro 3.14.

ABUNDANCIAS	PARÁMETROS $m[\text{GeV}]$
$\Omega_S h^2 \sim \Omega_c h^2$	$m_s > 100, \lambda_s < 0.3$
$\Omega_f h^2 \lesssim 10^{-1} \Omega_c h^2$	$m_f > 100$
$\Omega_f h^2 \sim \Omega_c h^2$	$m_s > 100, \lambda_s > 0.3$
$\Omega_S h^2 \lesssim 10^{-1} \Omega_c h^2$	$m_f < 100$

Cuadro 3.3: Casos de abundancia en el modelo DM multi-componente

Es notable que cuando la SDM es más abundante, sus acoplamientos están por debajo de 0.3 y la masa de la FDM está por arriba de los 100 GeV; mientras que cuando la FDM es más abundante, la SDM se encuentra en el mismo rango de masas, aunque sus acoplamientos están por arriba de 0.3 y la masa de la FDM está por debajo de los 100 GeV. Las regiones de masas permitidas en todas las regiones de abundancia se representan en la Figura 3.22c, donde se observa que cumplen con lo observado previamente, la mayor cantidad de candidatos de SDM se encuentran por arriba de los 100 GeV, mientras que los candidatos de FDM se distribuyen hasta los 50 GeV.

Gracias al ajuste de las Figuras 3.22a y b, puede observarse que debería haber una región permitida donde los candidatos tengan la misma abundancia, es decir $\Omega_S h^2 = \Omega_f h^2 \approx 0.06$ por lo que un estudio de los valores que toman los parámetros en esta región deberá ser implementado.

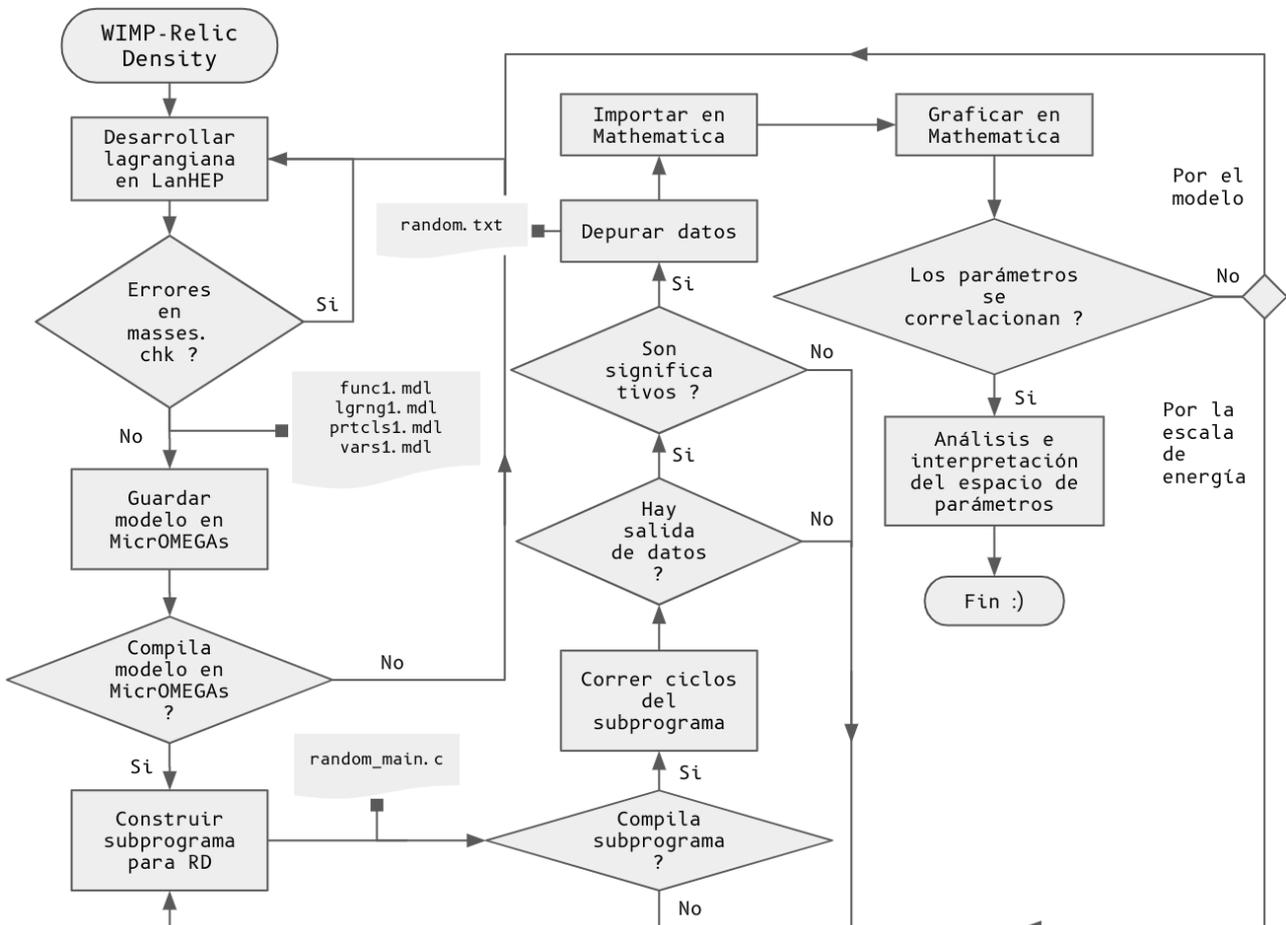
4 • Herramientas computacionales

En este trabajo fue esencial el aprendizaje, desarrollo e implementación de software especializado en física BSM, usando LanHEP [80] para realizar las extensiones del SM, mediante el formalismo lagrangiano programado en lenguaje C, que permite construir tanto modelos efectivos como nuevos modelos BSM a modo de

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \mathcal{L}_{\text{eff}} ; \quad (4.1)$$

este programa se encarga de generar las reglas de Feynman del modelo en función de un lista de parámetros, las cuales pueden ser exportadas en programas como MicrOMEGAs [81] que se especializa en el cálculo de las propiedades y constricciones de detección de la DM, así como la herramienta que se utilizó principalmente en este trabajo, resolver la ecuación de Boltzman para obtener la $\Omega_c h^2$ de los distintos candidatos.

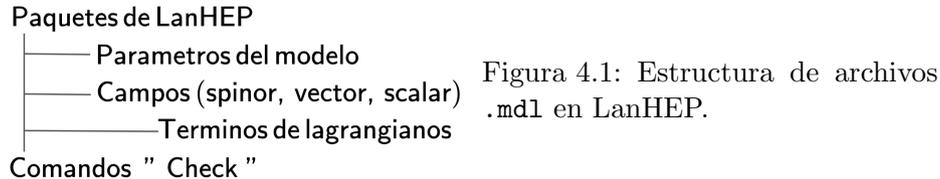
El flujo de trabajo puede describirse como en el siguiente diagrama:



4.1. LanHEP

4.1.1. Extendiendo el Modelo Estándar

Es su última versión, LanHEP 4.0.0, este programa tiene precargado el SM por defecto en un archivo con extensión `stand.mdl`, ver apéndice B.1, cuya estructura más básica es la siguiente:



Así que, para realizar una extensión al SM efectiva como (4.1) será suficiente declarar los nuevos parámetros como masas, acoplamientos y ángulos de mezcla o el v electrodébil; así mismo, los parámetros del SM del cuadro 2.4 se encuentran en esta parte del código; después será necesario declarar los campos nuevos bajo la clasificación asignada a cada tipo de espín, `spinor`, `vector`, `scalar`, lo que requiere el nombre del parámetro, masa asociada y código del PDG (Particle Data Group) [33], que en el caso de los campos nuevos deberá adquirir un valor arbitrario cualquiera. Una vez declarados los campos sigue la formulación lagrangiana del modelo, primero describiendo los términos cinéticos y después los de interacción; por último, los comandos `CheckHerm` y `CheckMasses` permiten compilar el modelo para los hermíticos conjugados del mismo, y alertar si las masas del modelo son las mismas que las declaradas para cada campo, respectivamente.

Sector escalar

La extensión del SM mediante el modelo de John McDonald con auto-interacción de la DM escalar que corresponde a la lagrangiana

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \partial^\mu S^* \partial_\mu S - m_s^2 S^* S - \lambda_s S^* S H^\dagger H - \frac{\eta}{4} (S^* S)^2, \quad (4.2)$$

puede escribirse como:

```

1  [style=mdl]
2  parameter  Msdm = 500, ls = 0.1, eta = 0.1.
3  parameter  v   = 2*MW/EE*SW.
4  parameter  mudm = Msdm**2/2-(ls*v**2)/2.
5  scalar  '~S'/'~S':('Scalar DM', pdg 10000012 , mass Msdm).
6  let Dsdm^mu = deriv^mu*'~S'.
7  let hh = { 0, (v+H)/Sqrt2 },
8      HH = { 0, (v+H)/Sqrt2 }.
9  lterm    Dsdm**2/2.
10 lterm    -mudm*'~S'**2-ls*'~S'**2*hh*HH-eta*'~S'**4.

```

En las líneas 1-3 se definen los parámetros de la masa de la DM, el acoplamiento asociado al portal del Higgs y el acoplamiento de auto-interacción de la DM, también se redefine el v del SM, así como el parámetro asociado a la masa del candidato. En la línea 4, se define el nuevo campo de DM escalar `'~S'`, la sintaxis de `~` indica que una vez exportado el modelo a MicrOMEGAs, este pueda asociar el campo a un candidato a DM, se le asigna al campo un

código de PDG arbitrario que no está ocupado por ningún otro campo del SM; en las líneas 5-7 se definen algunos parámetros que deberán ser sustituidos en los términos lagrangianos como la derivada del nuevo campo y el doblete de Higgs. Por último, la línea 8 corresponde al término cinético de la lagrangiana y en la línea 9 se encuentran los términos de masa e interacción. De manera que los parámetros del modelo se expresan como

$$\{m_s, \lambda_s, \eta\} \rightarrow \{M_{sdm}, l_s, \eta\} , \quad (4.3)$$

tal que los parámetros libres que contribuyen al cálculo de $\Omega_c h^2$, m_s y λ_s , también son libres dentro del código, es decir, es suficiente una redefinición de su valor numérico para ejecutar el cálculo.

Sector fermiónico

La lagrangiana efectiva que extiende al SM mediante un campo singlete fermiónico de Majorana puede escribirse como

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{SM} + i\bar{f}\gamma^\mu\partial_\mu f - m_f\bar{f}f + \frac{1}{\Lambda}\bar{f}(c_s + c_p\gamma^5)f H^\dagger H , \quad (4.4)$$

y puede declararse como:

```

1 parameter v = 2*MW/EE*SW, Mf = 500, cs = 0.1, cp = 0.1, lambdas = 1
2
3 spinor '~f'/'~f' : ('Fermion_DM', mass Mf ,pdg 1000012).
4 let PR=(1+g5)/2.
5 lterm anti('~f')*(i*gamma*PR*deriv)*'~f'.
6 let hh = { 0, (v+H)/Sqrt2 },
7     HH = { 0, (v+H)/Sqrt2 }.
8 lterm -Mf/v**2*anti('~f')*'~f'*hh*HH.
9 lterm 1/lambdas('~f')*(cs+cp*g5)*'~f'*H.

```

Como es usual, en la línea 1 se declaran los parámetros del modelo, seguido del nuevo campo fermionico en la línea 2, es importante notar que la notación f/f implica que la partícula asociada al campo es su misma anti-partícula, después en la línea 3 se redefine el proyector quiral derecho $P_R = \mathbf{I} + \gamma^5/2$, y de las líneas 4-8 se definen los términos de interacción, primero en la línea 4 se describe el término cinético asociado a un campo de Majorana en función del proyector quiral derecho; si bien la línea 7 describe el término de masa del campo, está escrito como

$$\mathcal{L}_{m_f} = -\frac{m_f}{v^2}\bar{f}f H^\dagger H , \quad (4.5)$$

pues el acoplamiento escalar con el campo de Higgs es quien contribuye con la masa del campo mediante la relación $m_f = c_s v^2$, por lo que en la ecuación (4.5) se sustituye en función del parámetro libre de la masa y del v electrodébil que es fijo en el modelo, mientras tanto, al desarrollar este término, se llega a la expresión que describe la interacción del portal de Higgs el cual es necesario introducir de manera efectiva como

$$\mathcal{L}_{ffH} = \frac{1}{\Lambda}\bar{f}(c_s + c_p\gamma^5)fh , \quad (4.6)$$

el cuál permitirá estudiar el comportamiento de los acoplamientos escalar y pseudo-escalar. De manera que los parámetros del modelo se expresan como

$$\{m_f, c_s, c_p, \Lambda\} \rightarrow \{M_f, c_s, c_p\} , \quad (4.7)$$

donde los parámetros de m_f y c_s son los que contribuyen al cálculo de $\Omega_c h^2$. A pesar de que se estudió el comportamiento de todos los parámetros del modelo, estos nos son precisamente parámetros libres, dado que tanto m_f y c_s son intercambiables.

DM Multi-componente

El modelo efectivo con dos candidatos a DM uno escalar y otro fermión, puede describirse mediante una lagrangiana de la siguiente forma

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \partial_\mu S^* \partial^\mu S + \mu S^* S + \lambda_s S^* S H^\dagger H + \bar{f}(i\gamma^\mu P_R \partial_\mu + m_f) f + \frac{1}{\Lambda} \bar{f}(c_s + c_p \gamma^5) f H^\dagger H, \quad (4.8)$$

que puede declararse como:

```

1 parameter Msdm = 750, ls = 0.1.
2 parameter v = 2*MW/EE*SW.
3 scalar '~S'/'~S':('ScalarDM', pdg 10000012, mass Msdm).
4 let Dsdm^mu = deriv^mu*'~S'.
5 parameter mudm=Msdm**2/2-(ls*v**2)/2.
6 let qq = { 0, (v+H)/Sqrt2 },
7      QQ = { 0, (v+H)/Sqrt2 }.
8 lterm Dsdm**2/2.
9 lterm -mudm*'~S'**2.
10 lterm -ls*'~S'**2*QQ*qq.
11 let PR=(1+g5)/2.
12 parameter Mfdm = 500, cs = 0.1, cp = 0.1, lambdas = 1.
13 spinor '~~f'/'~~f':('Fermion_DM', mass Mfdm, pdg 1000012).
14 lterm anti('~~f')*(i*gamma*PR*deriv)*'~~f'.
15 let hh = { 0, (v+H)/Sqrt2 },
16      HH = { 0, (v+H)/Sqrt2 }.
17 lterm -Mfdm/v**2*anti('~~f')*'~~f'*hh*HH.
18 lterm (1/lambdas)*anti('~~f')*(cs+cp*g5)*'~~f'*H.

```

Los parámetros asociados a cada campo se declaran en las líneas 1 y 12 y los términos de lagrangiana tanto del sector escalar y fermiónico oscuros son como en los casos anteriores, es importante notar que en el caso de la SDM el campo se denota como ' $\sim S$ ' mientras que la FDM como ' $\sim\sim f$ ' dado que son dos sectores oscuros distintos, lo cual será interpretado por MicrOMEGAs para encontrar sus respectivas abundancias.

Así que el conjunto de parámetros del modelo pueden expresarse como

$$\{m_S, \lambda_s, m_f, \Lambda, c_s, c_p\} \rightarrow \{Msdm, ls, Mfdm, lambdas, cs, cp\}. \quad (4.9)$$

El único parámetro que no contribuye al cálculo de $\Omega_c h^2$ es el acoplamiento pseudo-escalar c_p de los vértices tipo $\bar{f}fh$ y $\bar{f}fhh$.

4.1.2. Auto-consistencia del modelo

En este nivel del trabajo la única evidencia de que el modelo es auto-consistente proviene del comando `CheckMasses`; el cual, al ser declarado al final del código y este tras ser ejecutado, genera un archivo de salida `masses.chk` cuya principal salida, si el modelo ha reproducido correctamente las masas declaradas se ve de la siguiente forma en el caso escalar:

```

1  -----
2  Mass term for particle Z :
3  (+1/CW**2*MW**2) = +91.187000**2
4  This particles was declared with mass MZ = 91.187000
5
6  -----
7  Mass term for particle 'Z.f' :
8  (+1/CW**2*MW**2) = +91.187000**2
9  This particles was declared with mass MZ = 91.187000
10
11 -----
12 Mass term for particle '~S' :
13 (+2*mudm+1*ls*v**2) = +500.000000**2
14 This particles was declared with mass MS = 500.000000

```

La señal de que el SM no ha sido alterado, es el término correcto de la masa del bosón Z ; así mismo, el modelo también indica que el término de masa para el candidato S a DM en el modelo corresponde a la masa declarada como para partícula en el campo. El archivo de salida en el caso fermiónico es similar, solo que de no presentarse errores solamente aparece el "check" de la masa del bosón Z . Las salida del modelo de DM multi-componente es exactamente la misma que la presentada.

4.1.3. Archivos de salida

LanHEP tiene la posibilidad de generar diferentes archivos de salida; para el trabajo solo aquellos con extensión `.mdl` y `.tex` fueron requeridos, los primeros son los que contienen la información del modelo y serán exportados a MicrOMEGAs, mientras que los segundos pueden compilarse en cualquier entorno \LaTeX , para visualizar la información del modelo en tablas, sin embargo, esta extensión también es de utilidad en programas como FeynCalc o FeynArts. En el cuadro 4.1 se muestra el contenido general de cada uno de los archivos generados por LanHEP.

<code>func1.mdl</code>	<code>lgrng1.mdl</code>	<code>lgrng1.mdl</code>	<code>vars1.mdl</code>
↓	↓	↓	↓
Relaciones entre los parámetros	Reglas de Feynman	Partículas y sus propiedades	Valor numérico de las variables del modelo

Cuadro 4.1: Archivos del los modelos con extensión `.mdl` generados en LanHEP

Por su parte la salida `.tex` solamente genera los archivos tipo `lgrng1.tex`, `lgrng1.tex` y `vars1.tex`, las salidas que contribuyen a la extensión son las de los diagramas de Feynman asociados a los nuevos campos como se muestra en el Cuadro 4.2 de los archivos `lgrng1.tex`:

Fields in the vertex	Variational derivative of Lagrangian by fields
$H \quad \tilde{S} \quad \tilde{S}$	$-2\lambda_s \cdot v$
$H \quad H \quad \tilde{S} \quad \tilde{S}$	$-2\lambda_s$
$\tilde{S} \quad \tilde{S} \quad \tilde{S} \quad \tilde{S}$	-24η
$\tilde{f}_a \quad \tilde{f}_b \quad H$	$-2\frac{1}{v} (m_f \cdot \delta_{ab} - c_s \cdot v \cdot \delta_{ab} - c_p \cdot v \cdot \gamma_{ab}^5)$
$\tilde{f}_a \quad \tilde{f}_b \quad H \quad H$	$-2\frac{m_f}{v^2} \cdot \delta_{ab}$

Cuadro 4.2: Reglas de Feynman generadas por LanHEP de los modelo con extensiones al SM con campos escalar y fermion.

En el caso de DM multi-componente, las salidas son similares, dado que el modelo no describe vértices del tipo $SS\bar{f}f$ para asegurar la estabilidad de los candidatos; así mismo, en el caso de la interacción del sector escalar del tipo $SSSS$ no contribuye al cálculo de por lo que puede ser omitida.

4.2. MicrOMEGAs

Este programa calcula por defecto las abundancias y parámetros de detección directa e indirecta, para uno o dos candidatos a la vez, una vez siendo importados sus respectivos modelos desde LanHEP; un ejemplo de la salida por defecto utilizando el modelo de DM multi-componente y fijando los parámetros del modelo en valores convenientes como se mostró en el capítulo anterior, en

$$\{m_s, \lambda_s, m_f, \Lambda, c_s, c_p\} = \{927, 0.25, 398, 400, 0.1, 0\} \quad (4.10)$$

el acoplamiento pseudo-escalar del canal fermiónico no contribuye al cálculo de $\Omega_c h^2$, por lo que se evaluó en cero por facilidad; así asegurando que este juego de parámetros encuentre un valor razonable de abundancia entorno a $\Omega_c h^2$.

La salida de MicrOMEGAs es la siguiente:

```

1  Dark matter candidate is '~S' with spin=0/2 mass=9.27E+02
2  Dark matter candidate is '~~f' with spin=1/2 mass=3.98E+02
3
4  === MASSES OF HIGGS AND ODD PARTICLES: ===
5  Higgs masses and widths
6      H      125.00  2.73E-03
7  Masses of odd sector Particles:
8  ~~f      : Mfdm      = 398.000 || ~S          : Msdm      = 927.000 ||
9
10 ===== Calculation of relic density =====
11 Omega_1h^2=1.16E-01      Omega_2h^2=2.86E-03
12
13 ===== Indirect detection =====
14      Channel          vcs [cm^3/s]
15 =====
16      annihilation cross section 1.99E-26 cm^3/s
17      contribution of processes
18      ~S,~S -> H H          7.19E-01
19      ~S,~S -> ~~f ~~f      2.07E-01
20      ~S,~S -> t T          7.32E-02

```

```

21 Photon flux for angle of sight f=0.10[rad]
22 and spherical region described by cone with angle 0.10[rad]
23 Photon flux = 1.07E-15[cm^2 s GeV]^{-1} for E=199.0[GeV]
24 Positron flux = 2.35E-14[cm^2 sr s GeV]^{-1} for E=199.0[GeV]
25 Antiproton flux = 7.89E-13[cm^2 sr s GeV]^{-1} for E=199.0[GeV]
26
27 ===== Calculation of CDM-nucleons amplitudes =====
28 ~S[~S]-nucleon micrOMEGAs amplitudes
29 proton: SI 2.422E-09 [2.422E-09] SD 0.000E+00 [0.000E+00]
30 neutron: SI 2.446E-09 [2.446E-09] SD 0.000E+00 [0.000E+00]
31 ~S[~S]-nucleon cross sections[pb]:
32 proton SI 2.560E-09 [2.560E-09] SD 0.000E+00 [0.000E+00]
33 neutron SI 2.611E-09 [2.611E-09] SD 0.000E+00 [0.000E+00]
34 ~f[~f]-nucleon micrOMEGAs amplitudes
35 proton: SI 1.211E-07 [1.211E-07] SD 0.000E+00 [0.000E+00]
36 neutron: SI 1.223E-07 [1.223E-07] SD 0.000E+00 [0.000E+00]
37 ~f[~f]-nucleon cross sections[pb]:
38 proton SI 6.383E-06 [6.383E-06] SD 0.000E+00 [0.000E+00]
39 neutron SI 6.511E-06 [6.511E-06] SD 0.000E+00 [0.000E+00]
40
41 ===== Direct detection exclusion:=====
42 Excluded by XENON1T_2018 100.0%
43 W+ : total width=2.093691E+00
44 and Branchings:
45 1.111266E-01 W+ -> n1,E1
46 1.111263E-01 W+ -> n2,E2
47 1.110450E-01 W+ -> n3,E3
48 3.170933E-01 W+ -> u,D
49 1.627406E-02 W+ -> D,c
50 1.628225E-02 W+ -> u,S
51 3.165162E-01 W+ -> c,S
52 4.075294E-06 W+ -> u,B
53 5.321916E-04 W+ -> c,B

```

En la línea 1 y 2 se declaran los candidatos a DM en el modelo, su espín y sus masas, en las líneas 11 y 12 se encuentran los valores encontrados de sus respectivas abundancias resolviendo la ecuación de Boltzman, en este ejemplo, el programa logró calcular la abundancia del sector escalar $\Omega_S h^2$ y del sector fermionico $\Omega_f h^2$, resultando que para este arreglo de datos

$$\Omega_c h^2 = \Omega_S h^2 + \Omega_f h^2 = 0.11600 + 0.00286 = 0.11886 \sim 0.12 , \quad (4.11)$$

es decir, con este arreglo de parámetros el universo podría componerse aproximadamente en un 23% de SDM y un 2% de FDM.

De las líneas 13 a la 25 se calculan algunos parámetros útiles en la detección indirecta, donde son de interés los eventos de auto-interacción o aniquilación tipo $DM DM \rightarrow \gamma\gamma$ entre los candidatos del tipo ALPs o SIDM del medio intergaláctico, como se mencionó en el capítulo 2. En las líneas 27-39 se calculan los valores de Sección Eficaz Independiente y Dependiente de Espín $\sigma_{SI,SD}$ (SI y SD) entre la DM y nucleones, en SD se toma en cuenta el Espín del detector, estos son parámetros importantes en la Detección Directa, pues el valor medido de la *Energía de Retroceso* de un nucleon al interactuar con la DM, depende de estos valores. Mientras tanto, la línea 42 indica que las interacciones de los candidatos del modelo están excluidas por el límite del experimento XENON1T; es decir, no es posible detectar este tipo de DM mediante

este experimento, sin embargo, puede que en escalas de energía superiores medidas por otros experimentos la exclusión sea menor.

Finalmente de la línea 43 a la 53 se miden los anchos de decaimiento de eventos de aniquilación, que pueden ser detectados en los colisionadores; en este ejemplo, los procesos del tipo $DM DM \rightarrow W^+ W^-$ pueden ser detectados mediante el decaimiento del boson W a fermiones como $W^+ \rightarrow \bar{l}l, \bar{q}q$, al reconstruir la señal de los *jets* de estos últimos.

En el caso de la DM mono-componente, MicrOMEGAs también puede calcular la contribución de los canales tipo $DM DM \rightarrow SM SM$; como ejemplo, el modelo de McDonald, fijando los parámetros convenientemente en

$$\{m_s, \lambda_s\} = \{189.7, 0.05\} , \quad (4.12)$$

la salida del programa es la siguiente:

```

1  Dark matter candidate is '~S' with spin=0/2 mass=1.90E+02
2
3  === MASSES OF HIGGS AND ODD PARTICLES: ===
4  Higgs masses and widths
5      H      125.00  2.73E-03
6
7  Masses of odd sector Particles:
8  ~S      : Msdm      = 189.700 ||
9
10 ===== Calculation of relic density =====
11 Xf=2.35e+01 Omega=1.20e-01
12 # Channels which contribute to 1/(omega) more than 1%.
13 # Relative contributions in % are displayed
14     77% ~S ~S ->H H
15     23% ~S ~S ->t T

```

Donde puede observarse que los canales que contribuyen en más de un 1% al cálculo de $\Omega_c h^2$ son el del bosón de Higgs en eventos tipo $SS \rightarrow hh$ en un 77% y el quark Top en eventos $SS \rightarrow \bar{t}t$ vía el portal de Higgs en un 23%. Así mismo, este arreglo de parámetros aseguró un valor razonable para $\Omega_c h^2$, justo el valor medio medido por Planck.

4.2.1. Subprogramas para $\Omega_c h^2$

Hasta este momento se han fijado los parámetros del modelo para encontrar valores coherentes de la abundancia de DM; sin embargo, para poder estudiar el espectro de masas, o el espacio de valores de acoplamientos permitidos por $\Omega_c h^2$, será necesario ejecutar un subprograma que nos permita calcular varios parámetros a la vez. Como ejemplo se usará el subprograma del modelo de McDonald, que puede declararse desde el lenguaje C como:

```

1  #define MASSES_INFO
2  #define OMEGA
3
4  #include "../include/micromegas.h"
5  #include "../include/micromegas_aux.h"
6  #include "lib/pmodel.h"
7
8  int main()
9  { int err;

```

```

10     char cdmName[10];
11     int spin2, charge3, cdim;
12     ForceUG=0; /* to Force Unitary Gauge assign 1 */
13     double r1, r2;
14     double Mdm, ldm;
15     int i,j;
16     r1 = 11;      // mass DM value
17     r2 = 11;      // lambda_s DM value
18
19     err = assignVal( "Msdm", r1);
20     err = assignVal( "lsdm", r2);
21
22     for (j=0; j<100000; j++)
23     {
24         r1 = ((double)rand()/((double)RAND_MAX)*1+0.0001;
25         r2 = ((double)rand()/((double)RAND_MAX)*2000+0.0001;
26
27         err = assignVal("Msdm", r1);
28         err = assignVal("lsdm",r2);
29
30         err=sortOddParticles(cdmName);
31         if(err)
32         {printf("Can't calculate %s\n",cdmName); return 1;}
33         qNumbers(cdmName, &spin2, &charge3, &cdim);
34
35         Mdm = findValW("Msdm");
36         ldm = findValW("lsdm");
37
38         #ifdef OMEGA
39         {
40             int fast=1;
41             double Beps=1.E-5, cut=0.01;
42             double Omega, Xf;
43             Omega=darkOmega(&Xf,fast,Beps,&err);
44             if( Omega >= 0 && Omega <= 1)
45             {printf("%.4e\t %.4e\t %.4e\n",Mdm,ldm,Omega);}
46         }
47         #endif
48     }
49     return 0;
50 }

```

Este programa sirve para explorar el espectro de masas y los acoplamientos, que en combinación calcularán un valor de abundancia para el candidato escalar de este modelo, lo que se ejecuta es asignar un valor aleatorio en un ciclo `for` a los parámetros de masa y acoplamiento (líneas 24 y 25), que logren reproducir el valor de abundancia en un ciclo `if` dentro de un rango de 0 a 1 (línea 44); para esto son importados algunos paquetes adicionales como los que definen el cálculo de la abundancia. Finalmente la salida de texto será un archivo con una lista de datos, en este caso, de 3 columnas que contendrá el espacio de candidatos con su masa, acoplamiento y abundancia, los cuales podrán ser tratados y graficados.

Este procedimiento es de utilidad para encontrar las regiones del espectro de masas que logran reproducir el valor de $\Omega_c h^2$, una vez encontradas estas regiones, este mismo subprogra-

ma puede ser modificado para encontrar candidatos aleatorios con los límites de las regiones favorecidas, es decir, las líneas 24 y 25 que calculan los valores aleatorios de los parámetros, se definen de manera general como:

$$r_i = \left(\frac{r}{r_{\max}} \right) l_{\text{sup}} + l_{\text{inf}} , \quad (4.13)$$

donde r es un número aleatorio, r_{\max} es el número aleatorio máximo que puede calcular la computadora, l_{sup} es la cota superior de la región de valores favorecidos para el parámetro y l_{inf} es la cota inferior. La fracción entre paréntesis solo puede tomar valores de 0 a 1, en el primer caso $r_i = l_{\text{inf}}$ mientras que en el segundo $r_i = l_{\text{sup}} + l_{\text{inf}}$; de esta manera cubriendo toda la región intermedia entre las cotas de espacio de interés.

Mientras tanto, para que los valores de r_i se encuentren en regiones permitidas por $\Omega_c h^2$, será necesario modificar la línea 44, para que los valores de abundancia correspondan al rango de error reportado por Planck, tal que:

```
1 | if ( Omega >= 0.119 && Omega <= 0.121)
```

Es importante considerar que la cantidad de candidatos encontrados cada vez que se ejecuta el programa es proporcional al número de veces que se repite el ciclo `for` de la línea 22, resultados significativos han sido obtenidos por arriba de los 10^5 ciclos; sin embargo, estos también son directamente proporcionales a los recursos computacionales requeridos, e inversamente proporcionales al número de parámetros del modelo, entre más grande sea el espacio de parámetros menos candidatos podrán calcularse en un tiempo de computo viable, un par de días, por ejemplo.

Cuando el modelo estudiado tiene una multitud de parámetros como en el caso de la DM multi-componente, es necesario fijar uno o varios parámetros del ciclo, de lo contrario puede resultar computacionalmente demandante, además de que los tiempos de cálculo aumentan en función del número de ciclos; así mismo, fijar parámetros también permite controlar el estudio de las regiones favorecidas; para fijar un parámetro es suficiente comentar la línea correspondiente al r_i de ese parámetro. De modo que el estudio del espacio de parámetros puede realizarse en función de los valores permitidos por $\Omega_c h^2$ y una elección conveniente de parámetros fijos.

Representación de datos

Para este trabajo se optó por el software `Wolfram Mathematica` para la representación gráfica del espacio de parámetros; éste es un programa de lenguaje simbólico con el que se pueden manejar los datos y su interpretación de manera amigable, pues estos corresponden a una lista de datos de varias columnas, donde cada punto en el espacio de parámetros tiene n-dimensiones por n-columnas de la lista, donde n es el número de parámetros que se consideran del modelo en el cálculo. `Mathematica` es capaz de realizar representaciones de estos datos en varias dimensiones y realizar arreglos entre los conjuntos de datos como depuración o interpolación de distinto tipo y grado. Puede consultarse un código esquemático con el formato utilizado en este trabajo en el apéndice B.

5 • Conclusiones

Desde una breve introducción sobre cómo nos hemos convencido sobre la existencia de la DM, pasando por la incapacidad del SM para describir este fenómeno, se llegaron a estudiar algunos modelos para describir uno de los principales parámetros observables, la Densidad Remanente de DM $\Omega_c h^2$, en función de candidatos escalares y fermiónicos tanto mono como multi-componente en extensiones efectivas del SM, así como las regiones favorecidas de los parámetros asociados a los candidatos de DM, en concordancia con $\Omega_c h^2$.

DM escalar

El estudio del modelo de John McDonald que propone un singlete escalar complejo como candidato a partícula de DM que interactúa con el SM mediante el portal de Higgs, considerando o no un término de auto-interacción en el sector oscuro, bajo el valor actual de $\Omega_c h^2$, demostró tener una fuerte correlación entre los parámetros de masa y acoplamientos con el bosón de Higgs. Así mismo, encontrar las regiones favorecidas por el valor de $\Omega_c h^2$ en el espectro de masas permitió acotar el modelo en una escala de energía entre ~ 10 GeV a 1 TeV. Contrastar los resultados con los obtenidos por McDonald en su artículo original es de interés pues no solamente demuestra la viabilidad de un campo escalar como candidato de DM, sino también, permitió encontrar regiones de energía favorecidas y tendencias en las altas energías, cercanas a 1 TeV, en eventos que involucran quarks pesados como $SS \rightarrow \bar{b}b, \bar{t}t$ así como bosones como $SS \rightarrow W^+W^-, hh$ en donde se pueden encontrar candidatos que cumplan con el valor de $\Omega_c h^2$.

DM fermiónica

En principio, estudiar modelos que contemplen FDM resulta acorde con trabajos que intentan explicar la física de los neutrinos en el universo, si bien, el SM solamente contempla fermiones de Dirac, el estudio de los neutrinos masivos de Majorana es importante por la multitud de teorías que intentan resolver las irregularidades del SM con neutrinos de este tipo. Considerando un singlete fermiónico de Majorana bajo SU(2) sin auto-interacción, que interactúa con el SM mediante el portal de Higgs, el método de trabajo fue el mismo que en el caso de la SDM; sin embargo, desde el principio hubo dificultades en encontrar la escala de energías acorde a $\Omega_c h^2$ en el espectro de masas, pero, gracias a esto se logró concluir que al menos en el sector de energías estudiadas por el modelo la FDM solo es válida en la región de ~ 50 A 190 GeV, en un rango de la escala electrodébil, a pesar de que el estudio se realizó en la escala de ~ 10 GeV a 1 TeV en la masas. Así mismo, se encontraron regiones favorecidas en el espacio de los acoplamientos con masas fijas de la región mencionada, considerando que estos espacios de parámetros son de importancia en modelos asociados a experimentos de detección.

DM multi-componente

Una característica de los modelos con varios candidatos de DM, que dificulta su estudio al menos desde teorías de campo efectivo, es la cantidad considerable de parámetros que intervie-

nen en los cálculos, el caso que se estudió no fue la excepción; con un total de 8 parámetros libres, el estudio de regiones particulares fue computacionalmente demandante; sin embargo, se lograron encontrar algunas regiones de interés para los dos candidatos propuestos en simultáneo, así como sus respectivas abundancias, consistentes con el valor de $\Omega_c h^2$.

La estructura del modelo sucedió como en los casos anteriores, dentro de una lagrangiana efectiva, que describe la interacción de ambos campos de DM con el SM mediante el portal de Higgs; lo cual, permitió estudiar los parámetros en conjunto.

El espectro de masas con valores de acoplamientos de 0 a 1, mostró un comportamiento similar al de los casos donde los candidatos se encontraban por separado; sin embargo, el espacio de parámetros de este modelo reveló que la variación de los parámetros del candidato a FDM, a excepción de la masa, no hacía variar considerablemente las regiones encontradas. Por otro lado, las regiones encontradas en el espectro de masas del candidato a SDM, tampoco variaban considerablemente.

Fue notable encontrar una correlación entre las masas de los candidatos y las abundancias, de lado de la SDM, si bien la masa se encuentra por arriba de los 100 GeV en todos los casos, con acoplamientos bajos, su abundancia aumenta, y disminuye con acoplamientos elevados; del lado de la FDM, su abundancia aumenta cuando la masa se encuentra por debajo de los 100 GeV, y dado que no se encontraron candidatos por debajo de los ~ 50 GeV, tanto en el modelo mono como multi-componente, se pueden inferir las cotas para la misma.

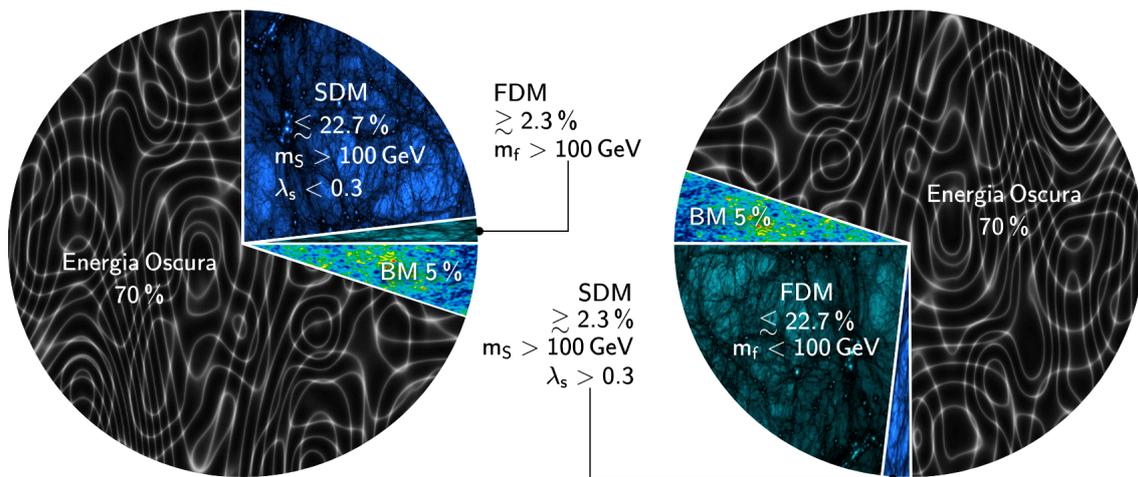


Figura 5.1: Pay C3smico, mostrando la proporci3n de los componentes del universo en el modelo multi-componente, para el caso cuando la SDM es m3s abundante (izquierda) y cuando la FDM es m3s abundante (derecha).

Oportunidades y perspectivas

Una de las principales cuestiones que ser3a necesario abordar en investigaciones futuras corresponde al c3lculo de $\Omega_c h^2$ en MicrOMEGAs pues el m3todo que utiliza para resolver la ecuaci3n de Boltzman flaquea en la escala electrod3bil entorno a 40-120 GeV y por ende se ve entorpecida la b3squeda de candidatos en esa regi3n en todos los modelo. El problema se hizo evidente al calcular los valores que adquirir3a el espacio de par3metros del modelo de FDM pues el espectro de masas permitido cae justo en esta escala, por los que computacionalmente fue demandante y fue necesario fijar par3metros para un estudio detallado de los acoplamientos.

Esta cuesti3n fue heredada por el modelo multi-componente que al tener una cantidad considerable de par3metros, no fue posible establecer un conjunto de valores en los par3metros fijos v3lidos, para calcular las correlaciones entre los par3metros del modelo de manera clara.

Si bien durante este trabajo se estudiaron los parámetros asociados a los eventos de tipo detección indirecta $\chi\chi \rightarrow SM SM$, un estudio más formal de los modelos debería poder contrastar el espacio de parámetros obtenido en cada uno, con los límites de los experimentos de detección directa, o mediciones de eventos esperados en colisionadores; por lo que un estudio de los límites de los distintos tipos de detección deberá ser implementado.

Gracias a las valiosas aportaciones y críticas de investigadores de la FES Cuautitlán, el Instituto de Física de la UNAM, la BUAP y el CINVESTAV, a lo largo de varias reuniones y congresos, el desarrollo y estudio de estos modelos continuará con la esperanza de ver cada vez menos oscura a la DM.

A • Simetrías y Grupos de Gauge

En física una *simetría* expresa la invariancia de alguna medida o parámetro bajo un cierto cambio o *transformación*, la imagen en un espejo preserva una simetría especular pues mantiene invariante la imagen, solo transforma su dirección; una función cualquiera que describa una señal como la de la figura A.1 por ejemplo, preserva una simetría de rotación al notar que si giramos la imagen 180° la función tendrá la misma forma que la original, más aún se trata de una función impar donde $f(x) = -f(x)$.

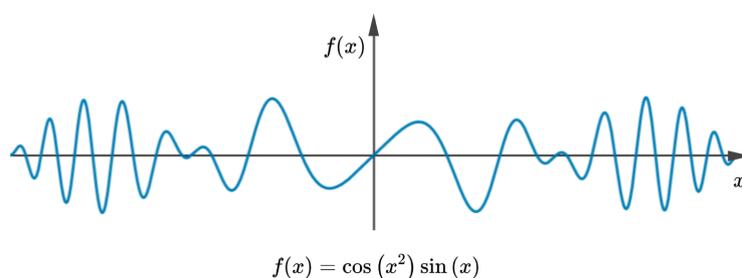


Figura A.1: Función impar con simetría rotación y paridad donde $x \rightarrow -x$.

Teorema de Noether

Las simetrías físicas se miden con respecto a un marco de referencia y las cantidades conservadas son aquellas que se preservan al pasar de un marco a otro; en 1916 la matemática Emmy Noether se dio cuenta de este discreto pero fundamental concepto, formulando el teorema que lleva su nombre:

A cada transformación continua del lagrangiano le corresponde una cantidad conservada¹,

es decir, dado que la existencia de una simetría implica una transformación, cada que se da una de estas, en el sistema estudiado se está conservando alguna cantidad o magnitud; este teorema puede ser descrito como sigue

$$Q = \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \right)^T Gq, \quad (\text{A.1})$$

donde Q es la cantidad conservada del sistema descrito por el lagrangiano y G es *generador de la simetría*.

Un ejemplo sencillo es el caso del oscilador armónico bidimensional, cuyo lagrangiano puede escribirse como

$$\mathcal{L} = \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - \frac{k}{2}(x^2 + y^2), \quad (\text{A.2})$$

¹Retomando el formalismo lagrangiano donde la función *lagrangiana* expresa la diferencia entre energía cinética y potencial de un sistema, $\mathcal{L} = T - V$ en coordenadas generalizadas $\mathcal{L}(q, \dot{q})$.

y al aplicar (A.2) en (A.1) obtendremos los siguiente

$$Q = \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}} \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{y}} \right) G \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = (m\dot{x} \quad m\dot{y}) \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x m \dot{x} - y m \dot{y} = L_z, \quad (\text{A.3})$$

por lo que en este sistema se conserva el momento angular en el eje z. Al buscar simetrías relacionadas con el plano bidimensional G toma la forma de la representación del grupo $SO(2)$ el *grupo especial ortogonal de orden 2* que describe todas las rotaciones del plano euclídeo.

De manera general se puede concluir que:

Teorema de Noether \Rightarrow Simetría \leftrightarrow Ley de conservación ,

esto puede verse en el cuadro A.1.

Simetría	\leftrightarrow	Ley de Conservación
Transformación temporal	\leftrightarrow	Energía
Transformación espacial	\leftrightarrow	Momento
Rotación	\leftrightarrow	Momento angular
Transformación Gauge	\leftrightarrow	Carga

Cuadro A.1: Simetrías y leyes de conservación asociadas [82].

Grupos de Lie

En el caso anterior nos encontramos ante una simetría bajo el grupo $SO(2)$, sin embargo, naturalmente no es el único que denota simetrías y cantidades conservadas. De manera sucinta, los sistemas fundamentales en física presentan simetrías bajo los *Grupos de Lie*, que pueden describirse como un conjunto de elementos con una operación interna entre ellos y que cumplen con la existencia de ciertas propiedades:

- *asociatividad*: si $\{a, b\} \in A$ entonces $a * b \in A$.
- *elemento neutro*: $e \in A$ donde $a * e = a$.
- *elemento inverso*: donde $a^{-1} \in A$ tal que $a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$.

Entre estos grupos se encuentran aquellos que describen las interacciones fundamentales de la naturaleza, como se resume en el cuadro A.2.

Interacción	Grupo	
Electromagnética	$U(1)$: Unitario de orden 1
Débil	$SU(2)$: Especial unitario de orden 2
Fuerte	$SU(3)$: Especial unitario de orden 3
Gravedad	$O(3, 1) \in GL(\mathbb{R}^4)$: Ortonormal generalizado (Lorentz)

Cuadro A.2: Interacciones fundamentales y los Grupos de Lie que las describen.

El grupo del SM corresponde al producto de los grupos $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, donde cada subíndice indica la cantidad conservada en cada grupo al suceder una transformación Gauge, *carga de color*, *isospín* e *hipercarga* respectivamente. Cada uno de estos grupos tendrán su propio generador de simetría, es decir una *representación irreductible* del grupo.

Grupos $U(n)$

Este grupo representa las rotaciones unitarias en el plano complejo y puede describirse como

$$U(n) = \{Z_{n \times n} \in \mathbb{C} : ZZ^* = \mathbf{I}_{n \times n}\}, \quad (\text{A.4})$$

o el conjunto de matrices de orden $n \times n$ pertenecientes al plano complejo cuyo producto sea la identidad. Un número complejo puede representarse como

$$Z = a + ib = \cos \theta + i \sin \theta = e^{i\theta}, \quad (\text{A.5})$$

tal que el producto entre $ZZ^* = e^{i\theta}e^{-i\theta} = e^0 = 1$, lo cual también puede verse mediante su representación matricial donde

$$Z = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad (\text{A.6})$$

tal que $ZZ^* = \mathbf{I}_{2 \times 2}$, variando el orden de la representación matricial en los elementos de los grupos unitarios obtendremos la matriz identidad como representación irreducible, que en el caso del grupo $U(1)$ sera la matriz identidad $\mathbf{I}_{1 \times 1}$.

Grupos $SU(n)$

El caso de los grupos especiales unitarios no es tan diferente, estos pueden describirse como

$$SU(n) = \{A_{n \times n} \in \mathbb{C} : |A| = 1, A = A^\dagger, \text{Tr } A = 0\}, \quad (\text{A.7})$$

o como el conjunto de matrices hermíticas $n \times n$ en el plano complejo cuyas determinantes sean 1 y su traza sea 0. Para construir las representaciones irreducibles de estos grupos será necesario tener en cuenta sus características, en el caso de $SU(2)$ requerimos matrices 2×2 hermíticas, es decir

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^\dagger = \begin{pmatrix} a^* & c^* \\ b^* & d^* \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

para que A pueda ser hermítica será necesario que $c = b^*$ y que $b = c^*$ lo cual se logra si $b, c \in \mathbb{C}$ mientras es suficiente que $a, d \in \mathbb{R}$ mas aún $d = -a$ para asegurar que su traza sea 0, tal que

$$A = \begin{pmatrix} a & e - if \\ e + if & -a \end{pmatrix} = e \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{\sigma_1} + f \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}}_{\sigma_2} + a \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}}_{\sigma_3}, \quad (\text{A.9})$$

dado que los coeficientes a, e y f son los parámetros libres de un elemento genérico del grupo, las matrices $\sigma_i : i = 1, 2, 3$ son las representaciones irreducibles del mismo, conocidas como las *matrices de Pauli*. De esto último podemos observar que el número de generadores depende del número de parámetros libres en cualquier elemento del grupo.

El procedimiento para encontrar las representaciones irreducibles del grupo $SU(3)$ es similar, tomando en cuenta la descripción del grupo en (A.7) un elemento genérico del grupo puede escribirse como

$$A = \begin{pmatrix} d + l & e - if & g - ih \\ e + if & -d + l & j - ik \\ g + ih & j + ik & -2l \end{pmatrix} \quad (\text{A.10})$$

8 parámetros libres son necesarios para describir un elemento del grupo por lo cual existirán 8 representaciones irreducibles del mismo, es decir

$$\begin{aligned}
A &= e \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + f \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + g \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
&+ h \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} + j \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} + l \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.11}) \\
A &= e\lambda_1 + f\lambda_2 + d\lambda_3 + g\lambda_4 + h\lambda_5 + j\lambda_6 + k\lambda_7 + l\lambda_8 .
\end{aligned}$$

Por la estructura de los grupos $SU(n)$ esperamos que $\text{Tr}(\sigma_i\sigma_j) = \text{Tr}\lambda_i\lambda_j = 2\delta_{ij}$, sin embargo esto no sucede para las matrices de (A.11), por lo que será necesario realizar un re-escalamiento de la forma

$$A = \frac{e}{2}\lambda_1 + \frac{f}{2}\lambda_2 + \frac{d}{2}\lambda_3 + \frac{g}{2}\lambda_4 + \frac{h}{2}\lambda_5 + \frac{j}{2}\lambda_6 + \frac{k}{2}\lambda_7 + \frac{l}{2\sqrt{3}}\lambda_8 , \quad (\text{A.12})$$

asegurando la propiedad anterior, $\lambda_i : i = 1, \dots, 8$ se conocen como las *matrices de Gell-Mann*. En QFT es común utilizar como representación irreducible la relación $T_i = \lambda_i/2$.

Es importante notar que por cada generador de simetría en el grupo de cada una de las interacciones fundamentales existe un mediador, el fotón mediador de la interacción electromagnética corresponde a la única representación del grupo $U(1)$, los bosones W^+, W^- y Z permiten la interacción débil descrita por las 3 representaciones del grupo $SU(2)$, mientras que los 8 tipos de gluones intermediarios de la interacción fuerte están descritos por las 8 representaciones del grupo $SU(3)$.

Grupo de Lorentz

Aunque en este trabajo no fueron requeridas de manera explícita, las simetrías bajo el grupo de Lorentz, un subgrupo del G . de *Poincarè*, corresponden al conjunto transformaciones de Lorentz en el *espacio-tiempo de Minkowski*, es decir que satisfacen la relación $\Lambda^T\eta\Lambda = \eta$, donde η es el tensor métrico con $\text{Tr}(-1, 1, 1, 1)$ y

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \Lambda_{00} & \Lambda_{10} & \Lambda_{20} & \Lambda_{30} \\ \Lambda_{01} & \Lambda_{11} & \Lambda_{21} & \Lambda_{31} \\ \Lambda_{02} & \Lambda_{12} & \Lambda_{22} & \Lambda_{32} \\ \Lambda_{03} & \Lambda_{13} & \Lambda_{23} & \Lambda_{33} \end{pmatrix} , \quad (\text{A.13})$$

es decir

$$O(3, 1) = \{\Lambda_{ij} \in GL(\mathbb{R}^4) : \Lambda^T\eta\Lambda = \eta\} . \quad (\text{A.14})$$

Dentro de este grupo, destaca el *subgrupo de Lorentz propio*, que puede describirse como

$$SO^+(3, 1) : \{\Lambda \in O(3, 1) : |\Lambda| = 1\} , \quad (\text{A.15})$$

pues corresponde al caso donde $\Lambda_{00} > 1$, conformado por todos los elementos con determinante 1 que excluyen la inversión temporal y espacial; en QFT si se cumplen estas 2 últimas transformaciones implica que la teoría preserva una *simetría CPT* (Carga-Paridad-Temporal), es decir, los resultados son los mismos sin importar el sentido de las cargas o las direcciones en el espacio-tiempo.

Aunque este grupo no describe los fenómenos gravitatorios, si describe la naturaleza del espacio-tiempo, materia de la *Relatividad Especial*, mientras que la *Relatividad General* describe como la gravedad modifica el espacio-tiempo, a través de ecuaciones de campo.

B • Códigos de LanHep y MicrOMEGAs

B.1. Lagrangiana del SM en LanHep

```
1  %%%% Standard Model template %%%%
2  %%% Corrected by J.H. Montes de Oca Y. and I.E. Chavez Menez %%%
3  % Unitary and t'Hooft-Feynman gauges.
4
5  keys gauge_fixing=Feynman.
6
7  do_if gauge_fixing==Feynman.
8  model 'SM'/1.
9  do_else_if gauge_fixing==unitary.
10 model 'SM'/1.
11 do_else.
12 write('Error: the key "gauge" should be either "Feynman" or "unitary
    ".').
13 quit.
14 end_if.
15
16 option ReduceGamma5=0.
17 let g5=gamma5.
18 use sm_tex.
19
20 prtcproperty pdg:(n1=12, n2=14, n3=16, e1=11, e2=13, e3=15).
21
22 parameter EE = 0.31333 :
23     'Electromagnetic coupling constant (<->1/128)',
24     GG = 1.117 :
25     'Strong coupling constant (Z point) (PDG-94)',
26     SW = 0.4740 :
27     'sin of the Weinberg angle (PDG-94,"on-shell")',
28     s12 = 0.221 :
29     'Parameter of C-K-M matrix (PDG-94)',
30     s23 = 0.040 :
31     'Parameter of C-K-M matrix (PDG-94)',
32     s13 = 0.0035 :
33     'Parameter of C-K-M matrix (PDG-94)'.
34
35 parameter CW = sqrt(1-SW**2) : 'cos of the Weinberg angle'.
36
37 parameter c12 = sqrt(1-s12**2) :
38     'parameter of C-K-M matrix',
```

```

39     c23 = sqrt(1-s23**2) :
40     'parameter of C-K-M matrix',
41     c13 = sqrt(1-s13**2) :
42     'parameter of C-K-M matrix'.
43
44 parameter Vud = c12*c13      : 'C-K-M matrix element',
45            Vus = s12*c13      : 'C-K-M matrix element',
46            Vub = s13          : 'C-K-M matrix element',
47            Vcd = (-s12*c23-c12*s23*s13) :
48            'C-K-M matrix element',
49            Vcs = (c12*c23-s12*s23*s13)  :
50            'C-K-M matrix element',
51            Vcb = s23*c13          :
52            'C-K-M matrix element',
53            Vtd = (s12*s23-c12*c23*s13)   :
54            'C-K-M matrix element',
55            Vts = (-c12*s23-s12*c23*s13)  :
56            'C-K-M matrix element',
57            Vtb = c23*c13          :
58            'C-K-M matrix element'.
59
60 OrthMatrix( { {Vud,Vus,Vub}, {Vcd,Vcs,Vcb}, {Vtd,Vts,Vtb}} ).
61
62 do_if gauge_fixing==Feynman.
63
64 vector A/A: (photon, gauge),
65          Z/Z: ('Z boson', mass MZ=91.187, width wZ=2.502, gauge),
66          G/G: (gluon, color c8, gauge),
67          'W+'/'W-': ('W boson', mass MW = MZ*CW, width wW = 2.094,
68                    gauge).
69
70 do_else.
71
72 vector A/A: (photon, gauge),
73          Z/Z: ('Z boson', mass MZ = 91.187, width wZ = 2.502),
74          G/G: (gluon, color c8, gauge),
75          'W+'/'W-': ('W boson', mass MW = MZ*CW, width wW=2.094).
76
77 end_if.
78
79 spinor n1/n1:(neutrino), e1:(electron, mass Me= 0.00051099907),
80        n2/n2:('mu-neutrino'), e2:(muon, mass Mm = 0.1057),
81        n3/n3:('tau-neutrino'), e3:('tau-lepton', mass Mt= 1.777).
82
83 spinor u:('u-quark', color c3, mass Mu = 0.003),
84        d:('d-quark', color c3, mass Md = 0.006),
85        c:('c-quark', color c3, mass Mc = 0.829),
86        s:('s-quark', color c3, mass Ms = 0.200),
87        t:('t-quark', color c3, mass Mtop = 170, width wtop = 1.442),
88        b:('b-quark', color c3, mass Mb = 3.01 ).
89
90 scalar H/H:(Higgs, mass MH = 125, width wH = auto).

```

```

90
91 let l1={n1,e1}.
92 let l2={n2,e2}.
93 let l3={n3,e3}.
94
95 let q1={u,d}, Q1={U,D}, q1a={u,Vud*d+Vus*s+Vub*b}, Q1a={U,Vud*D+Vus*S+
    Vub*B}.
96 let q2={c,s}, Q2={C,S}, q2a={c,Vcd*d+Vcs*s+Vcb*b}, Q2a={C,Vcd*D+Vcs*S+
    Vcb*B}.
97 let q3={t,b}, Q3={T,B}, q3a={t,Vtd*d+Vts*s+Vtb*b}, Q3a={T,Vtd*D+Vts*S+
    Vtb*B}.
98
99 let B1= -SW*Z+CW*A, W3=CW*Z+SW*A, W1=('W+'+'W-')/Sqrt2,
100 W2 = i*('W+'-'W-')/Sqrt2.
101
102 do_if gauge_fixing==Feynman.
103
104 let gh1 = ('W+.c'+'W-.c')/Sqrt2, gh2= i*('W+.c'-'W-.c')/Sqrt2,
105 gh3= CW*'Z.c'+SW*'A.c', gh={gh1,gh2,gh3}.
106
107 let Gh1 = ('W+.C'+'W-.C')/Sqrt2, Gh2=i*('W+.C'-'W-.C')/Sqrt2,
108 Gh3= CW*'Z.C'+SW*'A.C', Gh={Gh1,Gh2,Gh3}.
109
110 end_if.
111
112 let WW1 = {W1, W2 , W3}, WW = {'W+',W3,'W-'}.
113
114 let g=EE/SW, g1=EE/CW.
115
116 %%% Self-interaction of gauge bosons
117
118 lterm -F**2/4 where
119 F=deriv^mu*B1^nu-deriv^nu*B1^mu.
120
121 lterm -F**2/4 where
122 F=deriv^mu*G^nu^a-deriv^nu*G^mu^a+i*GG*f_SU3^a^b^c*G^mu^b*G^nu^c.
123
124 lterm -F**2/4 where
125 F=deriv^mu*WW1^nu^a-deriv^nu*WW1^mu^a -g*eps^a^b^c*WW1^mu^b*WW1^nu^c.
126
127 %%% left fermion interaction with gauge fields
128
129 lterm anti(psi)*gamma*(1-g5)/2*(i*deriv-g*taupm*WW/2-Y*g1*B1)*psi
130 where
131 psi=l1, Y=-1/2;
132 psi=l2, Y=-1/2;
133 psi=l3, Y=-1/2;
134 psi=q1a, Y= 1/6;
135 psi=q2a, Y= 1/6;
136 psi=q3a, Y= 1/6.
137
138 %%% right fermion interaction with gauge fields

```

```

139
140 lterm      anti(psi)*gamma*(1+g5)/2*(i*deriv - Y*g1*B1)*psi
141 where
142 psi=e1,Y= -1;
143 psi=e2,Y= -1;
144 psi=e3,Y= -1;
145 psi=u, Y=  2/3;
146 psi=c, Y=  2/3;
147 psi=t, Y=  2/3;
148 psi=d, Y= -1/3;
149 psi=s, Y= -1/3;
150 psi=b, Y= -1/3.
151
152 %%% quark-gluon interaction
153
154 lterm  GG*anti(psi)*lambda*gamma*G*psi where
155 psi=q1; psi=q2; psi=q3.
156
157 %%% Scalar doublet
158
159 do_if gauge_fixing==Feynman.
160
161 let pp = { -i*'W+.f', (vev(2*MW/EE*SW)+H+i*'Z.f')/Sqrt2 },
162 PP = {  i*'W-.f', (vev(2*MW/EE*SW)+H-i*'Z.f')/Sqrt2 }.
163
164 do_else.
165
166 let pp = { 0, (vev(2*MW/EE*SW)+H)/Sqrt2 },
167 PP = { 0, (vev(2*MW/EE*SW)+H)/Sqrt2 }.
168
169 end_if.
170
171 lterm  -M/MW/Sqrt2*g*(anti(pl)*(1+g5)/2*pr*pp + anti(pr)*(1-g5)/2*pl*
      PP )
172 where
173 M=Vud*Md, pl=q1a, pr=d;           % 0 stands for Md
174 M=Vus*Ms, pl=q1a, pr=s;
175 M=Vub*Mb, pl=q1a, pr=b;
176 M=Vcd*Md, pl=q2a, pr=d;
177 M=Vcs*Ms, pl=q2a, pr=s;
178 M=Vcb*Mb, pl=q2a, pr=b;
179 M=Vtd*Md, pl=q3a, pr=d;
180 M=Vts*Ms, pl=q3a, pr=s;
181 M=Vtb*Mb, pl=q3a, pr=b.
182
183 lterm  -M/MW/Sqrt2*g*(anti(pl)*(1+g5)/2*i*tau2*pr*PP
184 + anti(pr)*(1-g5)/2*i*pl*tau2*pp )
185 where
186 M=Mu , pl=q1a, pr=u;
187 M=Mc , pl=q2a, pr=c;
188 M=Mtop,pl=q3a, pr=t.
189

```

```

190 lterm -M/MW/Sqrt2*g*(anti(pl)*(1+g5)/2*pr*pp + anti(pr)*(1-g5)/2*pl*
      PP )
191 where
192 M=Me, pl=l1, pr=e1;
193 M=Mm, pl=l2, pr=e2;
194 M=Mt, pl=l3, pr=e3.
195
196 %%% Scalar terms
197
198 lterm -2*lambda*(pp*PP-v**2/2)**2 where
199 lambda=(g*MH/MW)**2/16, v=2*MW*SW/EE.
200
201 let Dpp^mu^a = (deriv^mu+i*g1/2*B1^mu)*pp^a +
202 i*g/2*taupm^a^b^c*WW^mu^c*pp^b.
203
204 let DPP^mu^a = (deriv^mu-i*g1/2*B1^mu)*PP^a
205 -i*g/2*taupm^a^b^c{'W-'^mu,W3^mu,'W+'^mu}^c*PP^b.
206
207 lterm DPP*Dpp.
208 lterm -i*GG*f_SU3*ccghost(G)*G^mu*deriv^mu*ghost(G).
209 lterm -1/2*(deriv*G)**2.
210
211 do_if gauge_fixing==Feynman.
212
213 lterm g*eps*deriv*Gh*gh*WW1.
214 lterm -1/2*(deriv*A)**2.
215 lterm -1/2*(2*(deriv*'W+'*MW*'W+.f')*(deriv*'W-'*MW*'W-.f') +
216 (deriv*Z+MW/CW*'Z.f')**2).
217
218 lterm -MW*EE/2/SW*((H+i*'Z.f')*( 'W-.C'*'W+.c' + 'W+.C'*'W-.c' )
219 +H*'Z.C'*'Z.c'/CW**2-2*i*'Z.f'*'W+.C'*'W-.c').
220
221 lterm i*EE*MW/2/CW/SW*(
222 'W+.f'*( 'W-.C'*'Z.c'*(1-2*SW**2)+'W-.c'*'Z.C'
223 +2*CW*SW*'W-.C'*'A.c') -
224 'W-.f'*( 'W+.C'*'Z.c'*(1-2*SW**2)+'W+.c'*'Z.C'
225 +2*CW*SW*'W+.C'*'A.c')).
226 end_if.
227
228 SetAngle(1-SW**2=CW**2).
229 SetEM(A,EE).
230 CheckMasses.
231 CheckHerm.

```


B.2. Gráficas en Mathematica

```
In[1]:= SetDirectory[NotebookDirectory[]]
```

```
Out[1]= /home/ernesto/Documentos/micromegas_5.3.35/SF_DM
```

Under a global U(1)

symmetry

$$L = \partial_\mu S^* \partial^\mu S + \mu S^* S + \lambda_s S^* S H^\dagger H + \bar{f} \left(i \gamma^\mu P_R \partial_\mu + m_f \right) f + \frac{1}{\Lambda} \bar{f} \left(c_s + c_p \gamma^5 \right) f H^\dagger H$$

$$\{m_S, \lambda_s\} \rightarrow \Omega_S h^2 \quad \text{and} \quad \{m_f, \Lambda, c_s\} \rightarrow \Omega_f h^2, \quad \text{considering that} \quad \Omega_c h^2 = \Omega_S h^2 + \Omega_f h^2$$

```
In[2]:= a = Import["c_test222.txt", "Table"];
```

```
Lgplanck = LineLegend[{Red}, {"Planck, 2018"}],
```

```
LabelStyle -> {FontFamily -> "Latin Modern Sans", FontSize -> 15}];
```

```
Lgsfdm = PointLegend[{RGBColor[0, 0.5, 1], RGBColor[0, 0.9, 0.5]},
```

```
{"SDM", "FDM"}, LabelStyle -> {FontFamily -> "Latin Modern Sans", FontSize -> 16}];
```

```
In[5]:= ps = ListPlot[a[[All, {1, 9}]], PlotTheme -> "Classic", ImageSize -> 500, Frame -> True,
```

```
LabelStyle -> {FontFamily -> "Latin Modern Sans", FontSize -> 20},
```

```
FrameLabel -> {"m_WIMP [GeV]", "\Omega_c h^2"}, PlotRange -> {{0, 1200}, {0.0001, 15}},
```

```
PlotStyle -> {PointSize[Medium], Directive[RGBColor[0, 0.5, 1]]},
```

```
ScalingFunctions -> {"Log", "Log"}];
```

```
pf = ListPlot[a[[All, {3, 9}]], PlotTheme -> "Classic", ImageSize -> 500, Frame -> True,
```

```
LabelStyle -> {FontFamily -> "Latin Modern Sans", FontSize -> 20},
```

```
FrameLabel -> {"m_WIMP [GeV]", "\Omega_c h^2"}, PlotRange -> {{0, 1200}, {0.0001, 15}},
```

```
PlotStyle -> {PointSize[Medium], Directive[RGBColor[0, 0.9, 0.5]]},
```

```
ScalingFunctions -> {"Log", "Log"}];
```

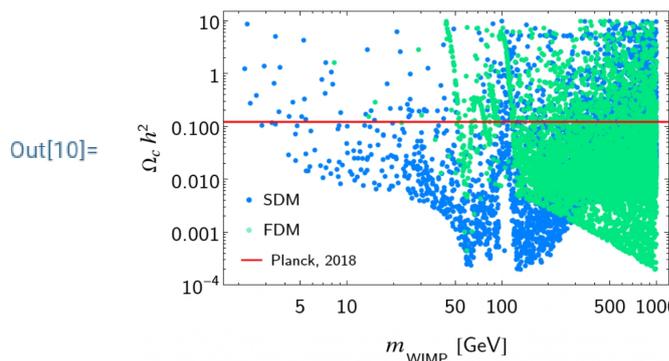
```
planck = ListLinePlot[{{{-100, -2.1}, {1000, -2.1}},
```

```
PlotStyle -> {Directive[RGBColor[1, 0, 0]}, Thickness[Large]}];
```

```
plot = Show[ps, pf, planck];
```

```
mass = Legended[Show[plot], Placed[Lgplanck, {0.17, 0.1}]];
```

```
Lgnds = Legended[Show[mass], Placed[Lgsfdm, {0.11, 0.25}]]
```



Referencias

- [1] Gianfranco Bertone y Dan Hooper. “A history of dark matter”. 2016. URL: <http://arxiv.org/abs/1605.04909>.
- [2] Debasish Majumdar. *Dark Matter: An Introduction*. Boca Ratón, FL, Estados Unidos de América: CRC Press, 2014. ISBN: 9781466572119.
- [3] Stefano Profumo. *Introduction to particle dark matter, an*. Londres, Inglaterra: World Scientific Europe, 2017. ISBN: 9781786340016.
- [4] Anne M. Green. “Dark matter on astrophysics/cosmology”. 2021. URL: <http://arxiv.org/abs/2109.05854>.
- [5] Planck Collaboration et al. “Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters”. 2018. URL: <http://arxiv.org/abs/1807.06209>.
- [6] *The cosmic budget of “ordinary” matter*. en. 2018. URL: <https://sci.esa.int/s/8a6GjKA>.
- [7] Mikhail M. Ivanov. “Effective field theory for large scale structure”. 2022. URL: <http://arxiv.org/abs/2212.08488>.
- [8] P. Tisserand y L. et al. (The EROS-2 collaboration) Le Guillou. “Limits on the macho content of the galactic halo from the EROS-2 survey of the Magellanic clouds”. En: *Astronomy and astrophysics* 469.2 (2007), págs. 387-404. ISSN: 0004-6361. DOI: 10.1051/0004-6361:20066017. URL: <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361:20066017>.
- [9] Steven Weinberg. “A New Light Boson?” En: *Phys. Rev. Lett.* 40 (4 ene. de 1978), págs. 223-226. DOI: 10.1103/PhysRevLett.40.223. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.40.223>.
- [10] Basudeb Dasgupta y Joachim Kopp. “Sterile neutrinos”. en. En: *Physics reports* 928 (2021), págs. 1-63. ISSN: 0370-1573. DOI: 10.1016/j.physrep.2021.06.002. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.physrep.2021.06.002>.
- [11] J. L. Feng y S. et al. Ritz. “Planning the future of U.s. particle physics (Snowmass 2013): Chapter 4: Cosmic Frontier”. 2014. URL: <http://arxiv.org/abs/1401.6085>.
- [12] *What is the Universe Made Of?* URL: https://wmap.gsfc.nasa.gov/universe/uni_matter.html.
- [13] Douglas Cline. *Variational principles in classical mechanics*. en. University of Rochester Rochester, NY 14627: University of Rochester River Campus Libraries, 2017. ISBN: 9780998837260.
- [14] Martin Harwit. *Astrophysical Concepts*. en. 4.^a ed. Nueva York, NY, Estados Unidos de América: Springer, 2006. ISBN: 9780387329437.
- [15] Heinz Andernach y Fritz Zwicky. *English and Spanish Translation of Zwicky’s (1933) The Redshift of Extragalactic Nebulae*. 2017. arXiv: 1711.01693 [astro-ph.IM].

- [16] *Fundamental Astronomy*. en. Berlin, Germany: Springer, 2018. ISBN: 9783662530443.
- [17] K. G. Begeman, A. H. Broeils y R. H. Sanders. “Extended rotation curves of spiral galaxies : dark haloes and modified dynamics.” En: 249 (abr. de 1991), pág. 523. DOI: 10.1093/mnras/249.3.523.
- [18] V. C. Rubin, Jr. Ford W. K. y N. Thonnard. “Rotational properties of 21 SC galaxies with a large range of luminosities and radii, from NGC 4605 (R=4kpc) to UGC 2885 (R=122kpc).” En: 238 (jun. de 1980), págs. 471-487. DOI: 10.1086/158003.
- [19] Douglas Clowe et al. “A Direct Empirical Proof of the Existence of Dark Matter”. En: *The Astrophysical Journal* 648.2 (ago. de 2006), págs. L109-L113. DOI: 10.1086/508162. URL: <https://doi.org/10.10862F508162>.
- [20] Gianfranco Bertone, Dan Hooper y Joseph Silk. “Particle dark matter: evidence, candidates and constraints”. en. En: *Physics reports* 405.5–6 (2005), págs. 279-390. ISSN: 0370-1573. DOI: 10.1016/j.physrep.2004.08.031. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.physrep.2004.08.031>.
- [21] Maxim Markevitch. *Constraints on physics of gas and dark matter from cluster mergers*. URL: https://cxc.harvard.edu/symposium_2005/proceedings/files/markevitch_maxim.pdf.
- [22] James Binney y Scott Tremaine. *Galactic dynamics: Second edition*. en. 2.^a ed. Princeton, NJ, Estados Unidos de América: Princeton University Press, 2008. ISBN: 9780691130279.
- [23] Peter Schneider, Christopher Kochanek y Joachim Wambsganss. *Gravitational Lensing: Strong, weak and micro: Saas-fee advanced course 33*. en. Ed. por Georges Meylan, Philippe Jetzer y Pierre North. Berlín, Alemania: Springer, 2010. ISBN: 9783642067778.
- [24] Jonathan Pritchard. *Gravitational lensing*. URL: <https://lweb.cfa.harvard.edu/~dfabricant/huchra/ay202/lectures/lecture12.pdf>.
- [25] J. Anthony Tyson, Greg P. Kochanski y Ian P. Dell’Antonio. “Detailed mass map of CL 0024+1654 from strong Lensing”. En: *The astrophysical journal* 498.2 (1998), págs. L107-L110. ISSN: 0004-637X. DOI: 10.1086/311314. URL: <http://dx.doi.org/10.1086/311314>.
- [26] C. A. Dong-Páez et al. *The Uchuu-SDSS galaxy lightcones: a clustering, RSD and BAO study*. 2022. arXiv: 2208.00540 [astro-ph.CO].
- [27] M. Davis et al. “The evolution of large-scale structure in a universe dominated by cold dark matter”. En: 292 (mayo de 1985), págs. 371-394. DOI: 10.1086/163168.
- [28] A. G. Doroshkevich, A. A. Klypin y M. U. Khlopov. “Large-scale structure of the Universe in unstable dark matter models”. En: *Monthly notices of the Royal Astronomical Society* 239.3 (1989), págs. 923-938. ISSN: 0035-8711. DOI: 10.1093/mnras/239.3.923. URL: <http://dx.doi.org/10.1093/mnras/239.3.923>.
- [29] Jaan Einasto et al. *Evolution of matter and galaxy clustering in cosmological hydrodynamical simulations*. 2023. arXiv: 2304.09035 [astro-ph.CO].
- [30] F. Nicastro et al. “Observations of the missing baryons in the warm-hot intergalactic medium”. en. En: *Nature* 558.7710 (2018), págs. 406-409. ISSN: 0028-0836. DOI: 10.1038/s41586-018-0204-1. URL: <http://dx.doi.org/10.1038/s41586-018-0204-1>.
- [31] S. N. Gninenko, N. V. Krasnikov y A. Rubbia. “New limit on millicharged particles from reactor neutrino experiments and the PVLAS anomaly”. En: *Physical Review D* 75.7 (abr. de 2007). DOI: 10.1103/physrevd.75.075014. URL: <https://doi.org/10.11032Fphysrevd.75.075014>.

- [32] F.J Sánchez-Salcedo, E Martínez-Gómez y J Magaña. “On the fraction of dark matter in charged massive particles (CHAMPs)”. En: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2010.02 (feb. de 2010), págs. 031-031. DOI: 10.1088/1475-7516/2010/02/031. URL: <https://doi.org/10.10882F1475-75162F20102F022F031>.
- [33] R. L. Workman. “Particle Data Group”. En: *Prog.Theor.Exp.Phys* 2022 (2022).
- [34] Benjamin Audren et al. “Strongest model-independent bound on the lifetime of Dark Matter”. En: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2014.12 (dic. de 2014), págs. 028-028. DOI: 10.1088/1475-7516/2014/12/028. URL: <https://doi.org/10.10882F1475-75162F20142F122F028>.
- [35] Marco Taoso, Gianfranco Bertone y Antonio Masiero. “Dark Matter candidates: A ten-point test”. 2007. URL: <http://arxiv.org/abs/0711.4996>.
- [36] Martin Bauer y Tilman Plehn. *Yet Another Introduction to Dark Matter: The Particle Physics Approach*. Vol. 959. Lecture Notes in Physics. Springer, 2019. DOI: 10.1007/978-3-030-16234-4. arXiv: 1705.01987 [hep-ph].
- [37] and N. Aghanim y et.al. Y. Akrami. “iPlanck/i2018 results”. En: *Astronomy & Astrophysics* 641 (sep. de 2020), A1. DOI: 10.1051/0004-6361/201833880. URL: <https://doi.org/10.1051%2F0004-6361%2F201833880>.
- [38] Flip Tanedo. “Defense Against the Dark Arts Notes on dark matter and particle physics Flip Tanedo”. En: URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:15584524>.
- [39] Fiorenza Donato. “Indirect searches for dark matter”. En: *Phys. Dark Univ.* 4 (2014). Ed. por Frank Avignone y Wick Haxton, págs. 41-43. DOI: 10.1016/j.dark.2014.06.001.
- [40] Shin’ichiro Ando y Koji Ishiwata. “Constraints on decaying dark matter from the extragalactic gamma-ray background”. En: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2015.05 (mayo de 2015), págs. 024-024. ISSN: 1475-7516. DOI: 10.1088/1475-7516/2015/05/024. URL: <http://dx.doi.org/10.1088/1475-7516/2015/05/024>.
- [41] E. Aprile et al. “Dark Matter Search Results from a One Ton-Year Exposure of XENON1T”. En: *Physical Review Letters* 121.11 (sep. de 2018). DOI: 10.1103/physrevlett.121.111302. URL: <https://doi.org/10.11032Fphysrevlett.121.111302>.
- [42] R. Bernabei et al. *The dark matter: DAMA/LIBRA and its perspectives*. 2021. arXiv: 2110.04734 [hep-ph].
- [43] Nicolò Trevisani. “Collider Searches for Dark Matter (ATLAS + CMS)”. En: *Universe* 4.11 (nov. de 2018), pág. 131. ISSN: 2218-1997. DOI: 10.3390/universe4110131. URL: <http://dx.doi.org/10.3390/universe4110131>.
- [44] Robert. Audi. *The Cambridge dictionary of philosophy, second edition*. URL: https://ia600206.us.archive.org/25/items/RobertiAudi_The.Cambridge.Dictionary.of.Philosophy/Robert.Audi_The.Cambridge.Dictionary.of.Philosophy.pdf.
- [45] M. Acciarri et al. “Determination of the number of light neutrino species from single photon production at LEP”. En: *Phys. Lett. B* 431 (1998), págs. 199-208. DOI: 10.1016/S0370-2693(98)00519-X.
- [46] *Precision measurement of the Z invisible width with the CMS experiment in pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV*. Inf. téc. Geneva: CERN, 2021. URL: <https://cds.cern.ch/record/2775364>.
- [47] G. J. Besjes. “Pushing SUSY’s boundaries : Searches and prospects for strongly-produced supersymmetry at the LHC with the ATLAS detector”. En: 2015.

- [48] Abdul Wahab Mohamed El Kaffas. “Constraining the Two Higgs Doublet Model with CP-Violation”. Other thesis. Mayo de 2008.
- [49] Vernon D. Barger y Roger J. N. Phillips. *Collider Physics*. Filadelfia, PA, Estados Unidos de América: Westview Press, 1996. ISBN: 9780201149456.
- [50] Kien Nguyen. “The Higgs Mechanism”. 2019. URL: https://www.theorie.physik.uni-muenchen.de/lsfrey/teaching/archiv/sose_09/rng/higgs_mechanism.pdf.
- [51] Art McDonald. “The Sudbury Neutrino Observatory: observation of flavor change for solar neutrinos”. En: *International Conference on History of the Neutrino: 1930-2018*. 2019.
- [52] Takaaki Kajita. “Discovery of Atmospheric Neutrino Oscillations”. En: *Int. J. Mod. Phys. A* 31.27 (2016), pág. 1630047. DOI: 10.1142/S0217751X16300477.
- [53] Mark Thomson. *Modern Particle Physics*. en. Cambridge, Inglaterra: Cambridge University Press, 2013. ISBN: 9781107034266.
- [54] de Gouvea A. “Current Situation in the Neutrino (and Charged-Lepton) Sector”. En: (2010). DOI: 10.5170/CERN-2010-003.10. URL: <https://cds.cern.ch/record/1976687>.
- [55] W. N. Cottingham y D. A. Greenwood. *An introduction to the standard model of particle physics*. 2.^a ed. Cambridge, Inglaterra: Cambridge University Press, 2012. ISBN: 9780511791406. DOI: 10.1017/cbo9780511791406. URL: <http://dx.doi.org/10.1017/cbo9780511791406>.
- [56] Michael E. Peskin. *An introduction to quantum field theory an introduction to quantum field theory*. Londres, Inglaterra: CRC Press, 2019. ISBN: 9780367320560.
- [57] Agostino Devastato et al. “Unification of Coupling Constants, Dimension six Operators and the Spectral Action”. En: *International Journal of Modern Physics A* 30 (oct. de 2014). DOI: 10.1142/S0217751X15500335.
- [58] Kevin Cahill For. *Masses and the Higgs Mechanism*. URL: <http://quantum.phys.unm.edu/523-18/masses.pdf>.
- [59] C. Espinoza y M. Mondragón. “Prospects of Indirect Detection for the Heavy S3 Dark Doublet”. En: (ago. de 2020). arXiv: 2008.11792 [hep-ph].
- [60] Yann Gouttenoire, Eric Kuflik y Di Liu. “Heavy Baryon Dark Matter from $SU(N)$ Confinement: Bubble Wall Velocity and Boundary Effects”. En: (oct. de 2023). arXiv: 2311.00029 [hep-ph].
- [61] A. Djouadi, S. Rosier-Lees y et al. “The minimal supersymmetric standard model: Group summary report”. 1999. URL: <http://arxiv.org/abs/hep-ph/9901246>.
- [62] Shi-Hao Chen. “SU(5) Grand Unified Model and Dark Matter”. En: (dic. de 2009). arXiv: 0912.2427 [physics.gen-ph].
- [63] Purushottam Sahu et al. “Flavour anomalies and dark matter assisted unification in SO(10) GUT”. En: *Journal of High Energy Physics* 2022.11 (nov. de 2022). ISSN: 1029-8479. DOI: 10.1007/jhep11(2022)029. URL: [http://dx.doi.org/10.1007/JHEP11\(2022\)029](http://dx.doi.org/10.1007/JHEP11(2022)029).
- [64] J. Iliopoulos. *Beyond the standard model*. URL: <https://cds.cern.ch/record/1143385/files/p139.pdf>.
- [65] Y M Cho e Y Y Keum. “Dilatonic dark matter and unified cosmology: a new paradigm”. En: *Classical and Quantum Gravity* 15.4 (abr. de 1998), pág. 907. DOI: 10.1088/0264-9381/15/4/013. URL: <https://dx.doi.org/10.1088/0264-9381/15/4/013>.

- [66] F Siddhartha Guzmán y Tonatiuh Matos. “Scalar fields as dark matter in spiral galaxies”. En: *Classical and Quantum Gravity* 17.1 (dic. de 2018), págs. L9-L16. DOI: 10.1088/0264-9381/17/1/102. URL: <https://doi.org/10.1088%2F0264-9381%2F17%2F1%2F102>.
- [67] J. McDonald. “Gauge singlet scalars as cold dark matter”. en. En: *Physical review D: Particles and fields* 50.6 (1994), págs. 3637-3649. ISSN: 0556-2821. DOI: 10.1103/physrevd.50.3637. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/physrevd.50.3637>.
- [68] John McDonald. “Thermally Generated Gauge Singlet Scalars as Self-Interacting Dark Matter”. En: *Physical Review Letters* 88.9 (feb. de 2002). DOI: 10.1103/physrevlett.88.091304. URL: <https://doi.org/10.1103%2Fphysrevlett.88.091304>.
- [69] Dieter Horns et al. *WISP Dark Matter eXperiment and Prospects for Broadband Dark Matter Searches in the $1\ \mu\text{eV}$ – $10\ \text{meV}$ Mass Range*. 2014. arXiv: 1410.6302 [hep-ex].
- [70] Avnish y Kirtiman Ghosh. “Radiative Neutrino Mass with Electroweak Scale Majorana Dark Matter in Scotogenic Model”. En: (feb. de 2023). arXiv: 2302.03634 [hep-ph].
- [71] Itaru Shimizu. “Search for Majorana neutrinos”. En: (mar. de 2023). arXiv: 2303.05127 [hep-ex].
- [72] Ettore Majorana. “Teoria simmetrica dell’elettrone e del positrone”. En: *Nuovo Cim.* 14 (1937), págs. 171-184. DOI: 10.1007/BF02961314.
- [73] Philip D. Mannheim. “Introduction to majorana masses”. en. En: *International journal of theoretical physics* 23.7 (1984), págs. 643-674. ISSN: 0020-7748. DOI: 10.1007/bf02214135. URL: <http://dx.doi.org/10.1007/bf02214135>.
- [74] Eugenio Del Nobile. *The theory of direct dark matter detection the theory of direct dark matter detection: A guide to computations*. 1.^a ed. Cham, Suiza: Springer Nature, 2022. ISBN: 9783030952273.
- [75] Gonzalo Herrera, Alejandro Ibarra y Satoshi Shirai. “Enhanced prospects for direct detection of inelastic dark matter from a non-galactic diffuse component”. En: (ene. de 2023). arXiv: 2301.00870 [hep-ph].
- [76] J. Aalbers et al. “A next-generation liquid xenon observatory for dark matter and neutrino physics”. En: *J. Phys. G* 50.1 (2023), pág. 013001. DOI: 10.1088/1361-6471/ac841a. arXiv: 2203.02309 [physics.ins-det].
- [77] Lotty Ackerman et al. “Dark matter and dark radiation”. En: *Dark Matter in Astrophysics and Particle Physics*. WORLD SCIENTIFIC, 2009. ISBN: 9789814293785.
- [78] Wenxing Zhang et al. “Investigating the GmSUGRA in the MSSM through the long-lived bino NLSP at the HL-LHC”. En: (abr. de 2023). arXiv: 2304.01082 [hep-ph].
- [79] Kathryn M. Zurek. “Multi-Component Dark Matter”. 2008. URL: <http://arxiv.org/abs/0811.4429>.
- [80] URL: <https://theory.sinp.msu.ru/~semenov/lanhep.html>.
- [81] *micrOMEGAs—Relic Density Direct and Indirect rates Calculations in SUSY and other Models of new Physics*. URL: <https://lapth.cnrs.fr/micromegas/>.
- [82] David Griffiths. *Introduction to elementary particles*. 2.^a ed. Weinheim, Alemania: Wiley-VCH Verlag, 2011. ISBN: 9783527834631.