



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE POSGRADO EN ECONOMÍA  
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES ECONÓMICAS

**Multiplicadores fiscales y efectos *spillover* municipales en Colombia en el  
periodo 2013-2020**

**TESIS**

PARA OPTAR POR EL GRADO ACADÉMICO DE:  
**MAESTRA EN ECONOMÍA**

PRESENTA:

**Andrea Del Pilar Guerrero Jiménez**

**TUTOR PRINCIPAL**

Dr. Miguel Ángel Mendoza González  
Posgrado en Economía, UNAM

**MIEMBROS DEL JURADO**

Dr. Marcos Valdivia López  
Centro Regional de Investigaciones Multidisciplinarias, UNAM

Dr. Roldán Andrés Rosales  
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM

Dr. Luis Quintana Romero  
Facultad de Estudios Superiores Acatlán, UNAM

Dr. Alberto Villagra Piña  
Universidad Lasalle

**Ciudad Universitaria, Ciudad de México, noviembre 2023**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## Agradecimientos

A Dios porque, además de todas las bendiciones que me ha otorgado, y las que vendrán; en su infinita misericordia me permitió aplicar, cursar y terminar con éxito esta maestría. Al sacrificio de mi madre, abuelos y mi familia. A mi esposo, quien encarna un vivo testimonio del poder transformador de la educación y el esfuerzo propio.

Extiendo también mi sincera gratitud al Dr. Miguel Ángel Mendoza por sus valiosas enseñanzas y consejos en los oportunos momentos; a la excelentísima planta docente del Instituto de Investigaciones Económicas (IIEc) por todo el útil bagaje teórico y práctico concedido; así como a los miembros del jurado por sus recomendaciones.

Al Consejo Nacional de Ciencias y Tecnologías (CONACYT) actual CONAHCYT, por su apoyo durante un año lectivo a través del Programa de Becas Nacionales, enmarcado en el Programa Nacional de Posgrados de Calidad (PNPC). Al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) IN308721 con nombre “Políticas públicas de reactivación y reestructuración económica urbana en México ante impactos económicos y sociales de la COVID-19 en México” de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM).

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>5</b>
<b>2. Aspectos teóricos y revisión de literatura de la política y multiplicador fiscal</b>	<b>8</b>
2.1. Mecanismo de transmisión de la política fiscal . . . . .	8
2.2. Multiplicador fiscal . . . . .	9
2.3. Descentralización y multiplicadores fiscales locales . . . . .	13
<b>3. Metodología</b>	<b>15</b>
3.1. Método . . . . .	15
3.1.1. Especificación econométrica general de los multiplicadores fiscales municipales . . . . .	19
3.1.2. Efectos directos, indirectos y totales para la medición de los <i>spillover</i> municipales . . . . .	20
3.2. Datos . . . . .	22
3.2.1. Definición de multiplicador fiscal . . . . .	24
3.3. Análisis exploratorio de datos temporales (AEDT) . . . . .	24
3.4. Análisis exploratorio de datos espaciales (AEDE) . . . . .	28
3.4.1. Dependencia espacial global . . . . .	30
3.4.2. Dependencia espacial local . . . . .	38
<b>4. Resultados</b>	<b>45</b>
4.1. Primera especificación econométrica . . . . .	45
4.2. Segunda especificación econométrica . . . . .	47
4.3. Efectos <i>spillover</i> municipales . . . . .	50
<b>5. Discusión y conclusiones</b>	<b>53</b>
<b>6. Referencias</b>	<b>56</b>

## Índice de figuras

1.	Dinámica de las variaciones del VA y A per cápita por quintiles de ingreso per cápita . . . . .	26
2.	Índice de Moran global 2013-2020 . . . . .	31
3.	Diagrama de dispersión de Moran para tasa de crecimiento del VA y variación del A per cápita: 2013, 2018 y 2020 . . . . .	35
4.	Diagrama de dispersión de Moran para logaritmo y crecimiento del valor agregado per cápita: 2013, 2018 y 2020. . . . .	36
5.	Diagrama de dispersión de Moran para el logaritmo y variación del gasto de inversión pública per cápita: 2013, 2018 y 2020 . . . . .	37
6.	Clúster de variaciones de gasto de inversión pública y valor agregado: 2013, 2018 y 2020 . . . . .	41
7.	Clúster de variaciones y logaritmo de valor agregado real per cápita: 2013, 2018 y 2020 . . . . .	42
8.	Clúster de variaciones y logaritmo de gasto de inversión pública per cápita: 2013, 2018 y 2020 . . . . .	43

## Índice de cuadros

1.	Análisis espacial de datos temporales del valor agregado y gasto público de inversión per cápita: promedio 2013-2020 . . . . .	27
2.	Primera especificación econométrica de modelos panel espaciales: 2013-2020	45
3.	Segunda especificación econométrica de modelos panel espaciales: 2013-2020	47
4.	Efectos directos, indirectos y totales . . . . .	50

# 1. Introducción

A lo largo de la historia, y con mayor enfoque luego de la Crisis Financiera Global de 2008, los conceptos de finanzas y economía públicas han emergido como elementos prominentes en el análisis de lo público en diversas naciones alrededor del mundo. Estos conceptos fundamentales se manifiestan tanto en la gestión agregada (nivel nacional) como en los diferentes niveles de gobierno que la componen. Su relevancia radica, por un lado, en las condiciones y responsabilidades inherentes a la ejecución del gasto público y la generación de ingresos que buscan mejorar el bienestar de la sociedad; fin último de la administración pública. Por otro lado, estas nociones cobran vital importancia debido a la dinamización del debate sobre los efectos de la política fiscal y el tamaño de los multiplicadores fiscales en la economía.

En la actualidad, las finanzas públicas son punto principal en la agenda de las naciones, los niveles de gobierno que la integran y las entidades internacionales como el Fondo Monetario Internacional (FMI) y el Banco Interamericano de Desarrollo (BID). El FMI en su boletín del 16 de abril del año 2013, afirma que una buena gestión de las finanzas públicas se traduce en una posición fiscal sostenible, mayor nivel de eficiencia en la asignación de recursos y en la eficaz oferta de bienes y servicios públicos. En esta dirección, [Andrian et al. \(2020\)](#) confirman que las capacidades de respuesta de los países andinos<sup>1</sup> a eventos externos como la crisis causada por el COVID-19 dependieron de su situación fiscal inicial (entendida en términos de ingresos, gastos y deuda pública).

En los gobiernos nacionales, centrales, federales o generales de dieciséis países<sup>2</sup> de América Latina, los ingresos totales son en promedio el 18.0 %, 18.4 % y 17.9 % del Producto Interno Bruto (PIB) en las vigencias 2018, 2019 y 2020, respectivamente. De estos ingresos totales, alrededor del 15.2 % del PIB son ingresos tributarios y el 2.9 % del PIB son otros ingresos. Ahora bien, el total de gastos es el 20.9 %, 21.4 % y 24.7 % del PIB en las vigencias 2018, 2019 y 2020, respectivamente, donde el gasto corriente es el componente con mayor participación dentro del total, con alrededor del 16.6 % del PIB, seguido de los gastos de capital con un 3.2 %, también conocido como gasto de inversión ([Comisión Económica para América Latina y el Caribe \(CEPAL\), 2021](#)).

En este contexto, es notorio que los gastos sobrepasan a los ingresos en los gobiernos

---

<sup>1</sup>Estado Plurinacional de Bolivia, Colombia, Ecuador, Perú y República Bolivariana de Venezuela.

<sup>2</sup>Argentina, Brasil, Chile, Colombia, Costa Rica, Ecuador, El Salvador, Guatemala, Honduras, México, Nicaragua, Panamá, Paraguay, Perú, República Dominicana y Uruguay.

latinoamericanos, situación conocida como *déficit fiscal* cuando se contabilizan los intereses a la deuda y *déficit fiscal primario* cuando no lo hacen. Esta diferencia entre ingresos y gastos es subsanada con deuda pública, que puede ser externa o interna. De acuerdo con cifras del Banco de la República de Colombia, el gobierno nacional central (GNC) en el año 2022 tuvo un déficit fiscal de 77 mil millones de pesos colombianos (5.3 % del PIB), cifra que en el año 2019 correspondía a 26 mil millones de COP (2.5 % del PIB), desde una perspectiva temporal, el déficit fiscal de la vigencia 2022 es en términos nominales el más alto experimentado desde el año 1990; déficit que fue subsanado en un 78 % con financiamiento interno y el restante 22 % con financiamiento externo.

Desde el panorama subnacional diecisiete países de América Latina (incluyendo a Bolivia), en promedio, durante el periodo 2015-2019 tuvieron un gasto total alrededor del 6.5 % del PIB, donde el 5.0 % del PIB corresponde a gasto corriente y el restante 1.5 % a gasto de capital. Mientras que los ingresos en la misma vigencia fueron en promedio el 6.7 % del PIB, donde las transferencias representaban el 56 % y los ingresos propios el 44 % del total. En Colombia, en el año 2019, los gobiernos locales (municipios, distritos especiales y áreas no municipalizadas) tuvieron ingresos propios del 1.9 % del PIB, transferencias del 3.3 % del PIB y de otros ingresos de capital en un 0.5 % del PIB, mientras que los gastos son el 6.4 % del PIB (Radics et al., 2022). Esto pone en evidencia dos elementos importantes en diferentes niveles de análisis, en primer lugar y desde una perspectiva internacional, el poder que poseen las transferencias como estabilizador de las finanzas públicas subnacionales, y en segundo lugar, la presencia en Colombia de *déficit fiscal* a nivel subnacional.

En Colombia, para el GNC y los gobiernos subnacionales (GSN) es de extrema importancia el control de la magnitud del déficit fiscal, mayormente, luego del proceso de descentralización en el año 1991. Lo anterior porque dicho proceso permitió a los GSN incrementar su deuda para financiar los gastos corrientes, debido a la habilidad de financiar con recursos propios sus inversiones y la presencia de un mayor flujo de recursos desde el GNC. En consecuencia a este comportamiento, se tienen reglas fiscales en cada nivel de gobierno, el GNC es sometido a la Ley 1473 de 2011 reemplazada por la Ley 2155 de 2021, y el GSN a la Ley 358 de 1997 y la Ley 617 de 2000 (Ayala-García et al., 2022). De esta forma, la importancia del fisco relativo a las finanzas públicas del GNC y los GSN ha llevado a la formulación y el análisis de su relación con otras variables económicas, entre ellas, el crecimiento económico, relación que en términos de magnitud y dirección se conoce como multiplicador fiscal.

El análisis de los multiplicadores fiscales carece de investigaciones que estimen su valor en términos locales o subnacionales, especialmente en países en desarrollo, esta ausencia es aún más notoria en lo que respecta a los efectos *spillover* tanto en países desarrollados como en desarrollo. Ahora bien, entender el multiplicador fiscal implica reconocer las dos principales posiciones teóricas que la rodean, por un lado, la hipótesis *keynesiana* y, por otro, la Ley de *wagner*. La primera indica que el gasto público influye en el crecimiento económico, mientras que la segunda determina que el crecimiento económico influye en el gasto público. En Colombia, autores como [Campo y Mendoza \(2018\)](#) confirman el cumplimiento de la hipótesis *keynesiana* lo que incluye la presencia mayoritaria de agentes no ricardianos; es decir, que tienen restricciones de liquidez y una tasa de ahorro nula.

En este panorama surge la siguiente pregunta, principal móvil de esta investigación: ¿Cuál es la relación entre los cambios del gasto público de inversión y los cambios de la actividad económica en los municipios de Colombia entre 2013 y 2020? Para responderla es necesario encontrar a su vez una solución a las preguntas ¿La actividad económica de los municipios de Colombia se ha incrementado en el periodo 2013 a 2020? ¿El gasto público de inversión de los municipios de Colombia se ha incrementado en el periodo 2013 a 2020? ¿En los municipios de bajo ingreso se ha incrementado más la actividad económica? ¿En los municipios de alto ingreso se ha incrementado más la actividad económica? Como una respuesta preliminar a la pregunta principal, se confirma que a nivel municipal los aumentos en el gasto público de inversión generan aumentos en la actividad económica; esto es, el multiplicador fiscal existe y se cumple la teoría *keynesiana*.

Para dar una respuesta formal a estos interrogantes, además de la presente introducción, el documento se estructura en cuatro grandes secciones. En la segunda sección se observan los aspectos teóricos y la revisión de literatura que rodean el concepto de política fiscal y multiplicador fiscal. La tercera sección describe los modelos de datos panel espaciales, principal herramienta para alcanzar el objetivo general de cuantificar el multiplicador fiscal local del gasto de inversión y probar la existencia de efectos *spillover*; incluyendo la fuente de los datos y el análisis exploratorio de datos espaciales y temporales. La cuarta sección muestra los resultados derivados de los modelos indicados en la sección anterior y, finalmente, en la quinta sección se presenta la discusión y conclusiones que pueden ser derivadas de la investigación.

## 2. Aspectos teóricos y revisión de literatura de la política y multiplicador fiscal

El multiplicador fiscal se define como la relación entre un cambio en una variable fiscal (gasto público, impuestos, transferencias, entre otras) y el cambio en la actividad económica (Cruz, 2013). De forma general y en lo que respecta a ingresos y gastos, el gasto público se encuentra integrado por los gastos de funcionamiento, gastos de inversión y servicio de la deuda. En Colombia los gastos de funcionamiento son entendidos como los egresos en los que incurre la administración para cumplir con sus funciones, por ejemplo, el pago de nómina de la administración, compra de papelería y arrendamiento de oficinas. Por otro lado, los de inversión son recursos económicamente productivos; es decir, están vinculados a mejorar el bienestar o generar riqueza, como la adquisición de bienes perdurables o con una destinación de largo plazo (Observatorio Fiscal de la Pontificia Universidad Javeriana, 2019). Mientras que los impuestos son una variable fiscal vinculada a los ingresos de una entidad territorial, en Colombia el principal impuesto de generación de recursos municipales, es el impuesto Predial Unificado (IPU), seguido del impuesto de Industria y Comercio (ICA).

Los multiplicadores fiscales, relacionados con un aumento del déficit fiscal (aumento de gasto público o disminución de impuestos), recibieron un mayor interés luego de la Gran Depresión, al desencadenar un significativo debate sobre la capacidad de estos instrumentos de política económica para sacar a las economías de una recesión, sobre este particular Romer (2009) determina que "... una lección crucial de los años treinta es que una expansión fiscal pequeña solo tiene efectos pequeños" (p. 27). En ese marco, una revisión de la literatura existente es fundamental para comprender las teorías, metodologías y resultados alrededor de los multiplicadores fiscales, con especial énfasis en el gasto público, en el contexto nacional e internacional de los gobiernos centrales y subnacionales.

### 2.1. Mecanismo de transmisión de la política fiscal

Para dar cauce a la amplia teoría que rodea a los efectos de cambios en la política fiscal sobre las principales variables macroeconómicas, Hebus (2011) realiza un panorama teórico general, sintetizando los principales modelos y enfatizando la idea de que la teoría económica ofrece más de una interpretación a esta relación, enmarcada por las carac-

terísticas o supuestos que se realicen sobre la economía <sup>3</sup>.

Los efectos de la política fiscal pueden verse desde un enfoque neoclásico, keynesiano <sup>4</sup> o neo-keynesiano. El neoclásico promueve una política fiscal que mantenga un bajo nivel de gasto público porque su aumento conduce a cambios inversos del consumo futuro (Andrés-Rosales et al., 2021). Es decir, como los precios y salarios son flexibles, contrario al modelo keynesiano con precios y salarios rígidos, “. . . los mercados son autosuficientes y no hay lugar para las políticas económicas, que además de ser inefectivas, generan inflación” (Cruz, 2013, p. 199). Por lo tanto, en la teoría keynesiana las políticas económicas sí tienen lugar; indicando que una política fiscal expansiva aumenta el producto, el consumo y el empleo.

En el modelo fiscal microfundamentado de equilibrio general, dinámico y estocástico neokeynesiano para Colombia (FISCO), referido con más detalle en las siguientes secciones, se incluyen tanto los agentes ricardianos, que tienen acceso a los mercados financieros y de capital, como los agentes no ricardianos, que no tienen dicho acceso (sus decisiones no están influenciadas por el efecto riqueza negativo del aumento en el gasto). En esta dirección y en el marco de un modelo neo-keynesiano (DSGE) con agentes ricardianos y no ricardianos, un aumento del gasto público afecta positivamente la demanda agregada, que a su vez aumenta la demanda de trabajo en una mayor proporción que la oferta de trabajo, lo que aumenta el producto y los salarios. Este aumento de salarios genera incrementos en el consumo (no ricardianos) y al tiempo una reducción del consumo (ricardianos), pero se supone que el aumento del consumo de los tipos no ricardianos superan a los ricardianos por lo que en el agregado aumenta el consumo. En resumen y de forma indistinta a las teorías, con cierto nivel de ambigüedad, se puede concluir que una política fiscal expansiva genera cambios positivos sobre el empleo, el consumo y el producto (Rincon-Castro et al., 2014).

## 2.2. Multiplicador fiscal

Con relación al comportamiento general de los multiplicadores fiscales, sin incluir la dimensión espacial ni el concepto de multiplicador fiscal local, Castelnovo y Lim (2018) resumen los efectos de los multiplicadores durante auges, caídas, incertidumbre, entre otros escenarios, debatidos en la Reunión de Política Macroeconómica del Instituto Mel-

---

<sup>3</sup>¿Es una economía cerrada o abierta? ¿Es una economía desde el punto de vista “neoclásico” o “keynesiano”? ¿Los agentes son “ricardianos” o “no ricardianos”?

<sup>4</sup>Economía cerrada (IS-LM) y economía abierta (Mundell-Fleming)

boure del año 2018. Dentro de los diferentes escenarios observan que los multiplicadores del gasto cambian en función de la forma en que son determinados y del tipo de gasto, además, son mayores en periodos de recesión dada la subutilización de factores durante esta etapa del ciclo económico. Por otro lado, los multiplicadores fiscales tienden a ser mayores cuando los shocks positivos del gasto son acompañados de un descenso del tipo de interés real, además determinan que para que la política fiscal tenga un impacto en la vida real se deben amortiguar los niveles de incertidumbre en la economía.

En el caso colombiano, los siguientes autores han valorado los multiplicadores fiscales de gasto e impuestos desde un punto de vista nacional. Por un lado, [Restrepo-Ángel et al. \(2020\)](#) estiman los multiplicadores fiscales nacionales, puntuales y acumulados del gasto público y los impuestos usando tres metodologías; vectores autorregresivos estructurales (SVAR), proyecciones locales estándar y proyecciones locales suavizadas, durante los trimestres del periodo 2000-18. Los resultados indican que los multiplicadores del gasto son superiores a la unidad si la economía se encuentra en una fase recesiva o de bajo crecimiento. Así, los autores determinan que la estimación puntual del multiplicador del gasto público dado el SVAR es 0.33 y de 0.46 dadas las proyecciones locales suavizadas, respecto a las estimaciones acumuladas identifican que se mueven en un rango de 0.51 a 0.89 agregando las diferentes metodologías.

En este contexto, [Rincon-Castro et al. \(2017\)](#) y [Rincon-Castro et al. \(2014\)](#) desarrollan el modelo FISCO a través del cual presentan simulaciones del comportamiento de las principales variables macroeconómicas ante choques positivos y transitorios de algunos instrumentos de política fiscal, monetaria <sup>5</sup> y de renta petrolera. Dentro de los resultados, tomando en consideración la variable objeto de interés en la investigación, afirman que en Colombia el choque positivo del gasto de funcionamiento desplaza la inversión privada mientras que el gasto de inversión la aumenta, en resumen, el choque positivo del gasto de inversión aumenta el PIB, el consumo, el empleo, la inversión privada, el salario real, las tasas de cambio, las exportaciones y la tasa de interés. Los autores encuentran que ante un choque positivo del gasto de inversión de 100 puntos básicos, el multiplicador es positivo y oscila entre 0.4 y 0.5, sin importar el instrumento usado como respuesta.

Agregando a la discusión los conceptos de interdependencia fiscal y multiplicado-

---

<sup>5</sup>Tasas de tributación, gasto de funcionamiento, gasto de inversión y tasa de interés de política monetaria. De manera adicional, analizan las simulaciones para los gastos y tasa de tributación bajo dos escenarios de respuesta, en función del financiamiento del choque: (a) financiamiento con impuestos y (b) financiamiento con gasto.

res fiscales locales en el plano internacional. Arif et al. (2019) investigan si las cuatro provincias de Pakistán durante el periodo 1981 a 2018, al hacer sus elecciones de gasto, consideran las políticas de provincias vecinas; diferenciando su efecto para el gasto total y los gastos en educación, salud y ley-orden. Siguiendo un modelo de rezago espacial dentro de un marco de regresión aparentemente no relacionado con cuatro diferentes especificaciones de la matriz de pesos espaciales <sup>6</sup>, encuentran que, en todos los tipos de gasto, excepto para el gasto en educación, existe interdependencia espacial; confirmando que las elecciones de una provincia consideran las decisiones de provincias vecinas. Por último, los resultados indican que los efectos *spillover*, entendidos bajo la premisa de que modificaciones en el gasto público de una provincia generan efectos que influyen en el bienestar de los ciudadanos de una provincia vecina, son más pronunciados en áreas urbanas respecto al resto del país.

Fernandes (2020) analiza los impactos directos e indirectos del gasto de gobierno federal, en diferentes escenarios, sobre el crecimiento económico de las regiones de Brasil usando un modelo de equilibrio general computable (MEGC). El autor realiza una extensa revisión de literatura del multiplicador del gasto del gobierno nacional y local; mostrando la necesidad de entender los multiplicadores locales. En esta dirección, el autor indica que analizar la magnitud del multiplicador fiscal a nivel local es una herramienta necesaria para entender de mejor manera los efectos de la política de desarrollo regional. Confirma que el multiplicador local del gasto de gobierno es mayor en áreas pobres y sensibles a una apertura comercial, es menor cuando hay un alto grado de penetración de importaciones, entre otras.

Debuque-Gonzales (2021) estima usando un modelo de datos panel con variables instrumentales (IV) los multiplicadores fiscales locales y efectos *spillover* en dieciséis regiones filipinas durante el periodo 2009-16. La autora enuncia la escasa literatura sobre multiplicadores fiscales en economías en desarrollo y la aún más ausente literatura de multiplicadores fiscales locales y de efectos indirectos (*spillover*). Los resultados de la investigación indican que un aumento en un peso filipino (PHP, código oficial de la divisa según ISO 4217) del gasto total local (sin incluir servicio a la deuda) incrementa el producto regional en un rango de 0.7-1.3 PHP; por su parte, los efectos indirectos se mueven en un rango de 1.8-2 PHP. De lo anterior, sorprende, además de la significatividad de los efectos indirectos, su superioridad en magnitud respecto a los multiplicadores fiscales

---

<sup>6</sup>Especificación dicotómica (1, si tiene frontera en común), continúa (Continuidad geográfica, distancia), de ingreso (ingreso per cápita) y población.

locales, elemento sobre el que se basa la autora para indicar que los hacedores de política pueden usar con éxito la política fiscal para estimular las regiones con menor crecimiento, si aprovechan las redes comerciales regionales <sup>7</sup>.

La identificación de los efectos *spillover* y la aplicación de metodologías de econometría espacial son uno de los grandes intereses que dirigen esta investigación. En este contexto, autores como [Andrés-Rosales et al. \(2021\)](#) distinguen los efectos *spillover* espaciales de cambios en el crecimiento económico y las transferencias desde las cuentas presupuestales públicas 28 – 33 <sup>8</sup> sobre el crecimiento económico de los treinta y dos estados mexicanos, durante el primer trimestre de 1999 hasta el último trimestre de 2019 usando un SpVAR. Los autores categorizan los efectos *spillover* en dos: *push-out*, impacto que genera un estado sobre sus vecinos, y *push-in*, impacto que recibe un estado de sus vecinos.

Dadas las ventajas que tiene la metodología para el desarrollo de análisis impulso-respuesta, los autores encuentran que, en promedio, las modificaciones en el crecimiento económico de una entidad aumentan el crecimiento económico de sus vecinos en 1.67%; mientras que los beneficios recibidos son en promedio del 2.45%. Lo anterior pone en evidencia que los efectos *push-in* son más grandes que los *push-out*, en esencia por el rol que juegan los tamaños de mercado sobre el crecimiento regional. Ahora bien, si se observa el comportamiento de modificaciones en las transferencias sobre el crecimiento, se encuentra que no hay influencia; es decir, “. . . el gasto de gobierno no es suficiente para impulsar el crecimiento económico en los 32 estados del país, lo cual se explica por el menor peso del gasto de inversión en la estructura del gasto público mexicano” ([Andrés-Rosales et al., 2021](#), p. 671).

[Guo et al. \(2016\)](#) calculan el efecto de corto plazo del gasto público local en la producción a nivel de condado en China en el periodo anual 2001-09 usando un modelo de regresión por mínimos cuadrados con variable instrumental en dos etapas. Los autores identifican, mediante una variable dummy en la primera etapa, los condados en condiciones de pobreza (NPC), condados que tienen mayores beneficios respecto a las transferencias desde el gobierno central, y los relacionan con el gasto público del condado.

---

<sup>7</sup>La autora calcula las vecindades de las regiones a través de las relaciones de comercio que experimenten. En específico, la región a la que envía el mayor porcentaje de sus productos básicos se consolida como el “top regional trade partner”.

<sup>8</sup>Cuenta 28, transferencias sin destinación específica y cuenta 33, transferencias con destinación específica.

Con la anterior especificación encuentran que el gasto público es más sensible para los NPC ante modificaciones de las transferencias, comparados con los no NPC. Además, los resultados sugieren que un aumento en un yuan renminbi (CNY, código oficial de la divisa según ISO 4217) del gasto de gobierno local genera un aumento del 0.6 CNY en el PIB a nivel condado.

### 2.3. Descentralización y multiplicadores fiscales locales

La descentralización se entiende como la transferencia del poder, responsabilidad y decisión del gobierno central hacia los demás niveles de gobierno, conocidos como entes descentralizados, con el fin de aumentar la eficiencia y eficacia en las funciones del gobierno (Górmez-Celi, 2021). En el caso colombiano, la descentralización tuvo su mayor avance posterior a la Constitución Política de 1991, quien además de delegar responsabilidades incluía los recursos para asumirlas. En este contexto y luego de una serie de reformas, en el año 2001 se consolidó el Sistema General de Participaciones (SGP) <sup>9</sup> instrumento a través del cual el gobierno central transfiere recursos a los gobiernos subnacionales <sup>10</sup> para la prestación de servicios de educación (58.5% del total de recursos del SGP), salud (25.4%), propósito general (11.6%) y agua potable y saneamiento básico (5.4%) (Bonet-Morón et al., 2018).

Una vez se es consciente de la responsabilidad de los GSN en la prestación de servicios a la población, es imprescindible definir el concepto de multiplicador fiscal a nivel local. Al respecto, los multiplicadores fiscales locales son definidos como la relación entre los cambios de variables fiscales y cambios en la actividad económica en menores niveles de agregación territorial, contenidos en entidades más grandes como países que pueden o no estar dentro de un organismo de cooperación internacional, por ejemplo, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (Auerbach et al., 2020).

Ahora bien, dentro de las estimaciones de multiplicadores fiscales locales para Colombia se tienen investigaciones como las de Rodríguez-Chacón (2020) quien analiza los multiplicadores departamentales de las regalías sobre el producto y el empleo en el periodo 2012-18, usando la comparación entre Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) y MCO con variable instrumental en dos etapas siguiendo la metodología de Auerbach et al. (2020). Encuentra que por cada peso que se invierte usando el Sistema General de

---

<sup>9</sup>Creado por medio del Acto Legislativo 1 de 2001 y reglamentado por la Ley 715 de 2001

<sup>10</sup>La distribución de recursos se asigna atendiendo a los criterios definidos en el Decreto 1082 de 2015 como pobreza, eficiencia fiscal, entre otros.

Regalías (SGR), el PIB aumenta en 0.85 pesos. Sin embargo, su efecto se tarda alrededor de tres años para que se logre el punto máximo del multiplicador y empieza a disminuir, consolidándose entonces como un efecto transitorio.

Por otro lado, [Campo y Mendoza \(2018\)](#) identifican la relación que existe entre el gasto público y el crecimiento económico en veinticuatro departamentos de Colombia en el periodo 1984 a 2012 por medio de un modelo de datos panel cointegrado. Los resultados de las pruebas de causalidad y cointegración muestran que se cumple el enfoque keynesiano y estas dos variables tienen una relación de largo plazo; es decir, aumentos en el gasto público generan aumentos en el producto regional.

Los autores, como parte de las conclusiones, encuentran que "... a nivel del panel regional, un incremento del 1% en el gasto público genera incrementos del PIB en 0.175%, en el largo plazo" ([Campo y Mendoza, 2018](#), p.102). Sin embargo, estos efectos son heterogéneos entre departamentos, así, el aumento del gasto público tiene un mayor efecto sobre el producto en los departamentos de Santander (0.394%), Córdoba (0.337%) y La Guajira (0.303%) comparado con departamentos como Quindío (0.034%) o Bogotá (0.084%). Se debe precisar que los autores revelan la necesidad del análisis de los efectos *spillover* al introducir los efectos vecindad, elemento importante en las regiones colombianas.

Es entonces notoria la necesidad de incluir al espacio como una dimensión en el análisis de un fenómeno, especialmente del análisis del gasto público a través de los multiplicadores fiscales. En relación con esto, en Colombia se han hecho esfuerzos para analizar la economía desde un punto de vista espacial, por ejemplo, [Haddad et al. \(2009\)](#) generaron y aplicaron un modelo espacial de equilibrio general computable (MEGC) denominado Modelo del Centro de Estudios de Economía Regional (CEER) donde encuentran que Colombia padece de un "trampa espacial" en el sentido de que las regiones del país dependen en algún grado del centro (Bogotá D.C.) dada su "... capacidad para internalizar los efectos multiplicadores de toda la economía" ([Haddad et al., 2009](#), p. 4).

Condensando lo dicho, en Colombia se cumple a nivel agregado y subnacional el enfoque keynesiano en la relación de la variable de política fiscal, gasto público, y la actividad económica. Determinando entonces que los individuos en Colombia tienen restricciones de liquidez y tasas de ahorro nulas, por lo que es preciso encontrar el valor del multiplicador fiscal local valorado como el efecto en pesos colombianos de la actividad económica (COP, código oficial de la divisa en la norma internacional ISO 4217) de un aumento en un COP del gasto público.

## 3. Metodología

### 3.1. Método

Existen numerosas aproximaciones empíricas para estimar los efectos de las políticas fiscales, pero pueden compilarse en tres grandes categorías: (a). Series de tiempo o datos panel agregados por países, (b). Modelos neo-keynesianos de equilibrio general, dinámicos y estocásticos y (c). Datos panel o corte transversal de entidades geográficas subnacionales (Ramey, 2019). Con relación a los datos panel, Debuque-Gonzales (2021) confirma las ventajas que otorgan sobre otras metodologías econométricas como los SVAR, al mejorar la especificación de la estimación del modelo, en función del aumento de observaciones. Ahora bien, tomando esta heterogeneidad en los métodos a la luz de la econometría espacial, es relevante indicar que la principal diferencia entre el MEGC y los datos de panel espaciales es que el primero es un modelo económico utilizado para simular la economía en su conjunto, mientras que los segundos son datos empíricos utilizados para analizar la variación en las variables económicas a lo largo del tiempo y en diferentes lugares geográficos.

El método con el que se estimarán los multiplicadores fiscales para los municipios de Colombia en el periodo 2013 a 2020 será un modelo de datos panel espacial; siguiendo el sistema de ecuaciones y proceso de selección planteado por Quintana y Mendoza (2022). Los modelos de datos panel espaciales son resultado de la incorporación de la *interdependencia* y *heterogeneidad espacial* a los datos panel clásicos, en este contexto, es necesario enunciar los supuestos de un dato panel clásico mostrando su transformación al integrar estos dos efectos espaciales.

Los modelos de datos panel clásicos, descritos de forma general por la expresión  $y_{i,t} = \beta_i X_{i,t} + v_{i,t}$  con  $v_{i,t} = \mu_i + u_{i,t}$ , deben cumplir con tener varianza homocedástica  $E[u_{i,t}^2 | x_{i,t}] = 0$ , normalidad  $E[u_{i,t}] = 0$  y no tener autocorrelación serial o contemporánea  $E[u_{i,t}, u_{j,s}] = 0$  con  $t \neq s$  e  $i \neq j$ . Si bien el último supuesto simplifica los modelos al suponer independencia estadística, en “. . . contextos espaciales esta simplificación parece forzada” (LeSage y Pace, 2009, p. 2). Es forzada porque es poco probable pensar que el individuo  $i$ , en un contexto espacial, no tenga interacciones con el individuo cercano  $j$ , de hecho, de acuerdo con Anselin (1996) la dependencia espacial es la regla y no la excepción.

Ahora bien, es innato el hecho de que los individuos no son homogéneos y tildan de considerables diferencias, por lo que existe heterogeneidad espacial. Al respecto, Asuad-

Sanén (2014) pone en evidencia que el espacio como dimensión influye en la actividad económica debido a la desigual distribución de los recursos naturales y los factores, los cuales permiten que la concentración de la población y la actividad económica solo se dé en ciertas regiones y ciudades, generándoles un mayor crecimiento económico. De ahí que el crecimiento y el desarrollo económico sean desiguales en el espacio.

Por lo anterior, en los modelos de panel de datos espaciales se incluyen los dos efectos espaciales que se deben considerar cuando se da una mayor importancia a la localización en el análisis de un fenómeno. Para incorporar al mismo tiempo la *interdependencia espacial* y *heterogeneidad espacial* se tienen las siguientes especificaciones, con elementos de sección cruzada  $i = 1, \dots, N$ , elementos de series de tiempo  $t = 1, \dots, T$  y variables exógenas  $k = 1, \dots, K$ .

Halleck Vega y Elhorst (2015) muestran un relevante diagrama de las diferentes especificaciones de modelos econométricos espaciales. El modelo especificado en forma matricial por la ecuación 1 se conoce como *modelo panel de rezago espacial con efectos fijos o aleatorios* (SAR), el de la ecuación 2 como *modelo panel con error espacial con efectos fijos o aleatorios* (SEM), el de la ecuación 3 como *modelo panel mixto de rezago y error espacial con efectos fijos o aleatorios* (SARAR) y el de la ecuación 4 como *modelo panel durbin con efectos fijos o aleatorios* (SDM).

Los efectos fijos o aleatorios están asociados con la forma de estimación y supuestos sobre  $\mu$ . De acuerdo con Wooldridge (2010)  $\mu$  es el efecto inobservable, conocido también como componente inobservable, variable latente y heterogeneidad inobservable. Cuando se asigna el subíndice para cada individuo  $i$ , entonces  $\mu_i$  es conocido como efecto individual o heterogeneidad individual.

En esta dirección, los efectos fijos implican que  $\mu_i$  es vista como un parámetro que debe ser estimado y se permite algún grado de correlación entre las variables exógenas y el efecto inobservable; por lo que existe una constante diferente e invariante en el tiempo para cada individuo. Este método utiliza la transformación *within* para remover  $\mu_i$  antes de la estimación a través de los siguientes pasos. En primer lugar, se calcula el promedio de la especificación general del modelo  $y_{i,t} = \beta_i X_{i,t} + \mu_i + u_{i,t}$  en el tiempo  $\bar{y}_i = \beta_i \bar{X}_i + \mu_i + \bar{u}_i$  con  $t = 1, \dots, T$ . Posteriormente, se calculan sus diferencias:  $y_{i,t} - \bar{y}_i = \beta_i (X_{i,t} - \bar{X}_i) + u_{i,t} - \bar{u}_i$  equivalente a  $\ddot{y}_{i,t} = \beta_i \ddot{X}_{i,t} + \ddot{u}_{i,t}$  donde  $\ddot{y}_{i,t} = y_{i,t} - \bar{y}_i$ . Finalmente, esta última expresión es estimada por mínimos cuadrados ordinarios para encontrar la estimación de los  $\beta_i$  (Wooldridge, 2015).

Por otro lado, los efectos aleatorios implican que  $\mu_i$  es vista como una variable

aleatoria con media ( $\mu$ ) y varianza constante ( $\sigma_\mu^2$ ); en específico, se asume que las variables exógenas no están correlacionadas con el efecto inobservable. Dando como resultado un valor para cada  $i$  en términos de una constante agregada. Al respecto, el método de estimación es similar; sin embargo, debido a la existencia del efecto inobservable, cuando se calcula el promedio en el tiempo y se diferencia de la especificación original, solo se está sustrayendo una fracción ( $\theta^*$ ) del promedio del tiempo, en este caso se estima utilizando mínimos cuadrados generalizados factibles (Wooldridge, 2015; Wooldridge, 2010).

Con el ánimo de simplificar la notación y observar matemáticamente los modelos espaciales, se deben considerar las siguientes matrices:  $Y = (y_{i,t})_{NT,1}$ ,  $X = (x_{i,t,k})_{NT,K}$ ,  $\beta = (\beta_k)_{K,1}$ ,  $\theta = (\theta_k)_{K,1}$ ,  $u = (u_{i,t})_{NT,1}$ ,  $\epsilon = (\epsilon_{i,t})_{NT,1}$ , siendo  $I$  una matriz identidad y  $O$  una matriz de unos, se tiene que,  $\mu = (O_{T,1} \otimes I_{N,N}) (\mu_i)_{N,1}$ .

$$\begin{aligned} Y &= \mu + \rho(I_T \otimes W_N)Y + X\beta + u \\ u &= \epsilon \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} Y &= \mu + X\beta + u \\ u &= \lambda(I_T \otimes W_N)u + \epsilon \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} Y &= \mu + \rho(I_T \otimes W_N)Y + X\beta + u \\ u &= \lambda(I_T \otimes W_N)u + \epsilon \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} Y &= \mu + \rho(I_T \otimes W_N)Y + X\beta + (I_T \otimes W_N)X\theta + u \\ u &= \epsilon \end{aligned} \tag{4}$$

Donde las innovaciones independientes se distribuyen como una normal con media cero y varianza constante  $\epsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma^2 I_N)$ .  $W_N$  es la matriz de pesos espaciales con tamaño  $(N, N)$ .  $I_T$  es una matriz identidad de tamaño  $(T, T)$ , por lo que  $I_T \otimes W_N$  “. . . mide la dependencia espacial entre los  $i$  – sitios, para cada  $t$  en el periodo de análisis definido en  $T$ ” (Quintana y Mendoza, 2022, p. 156). Así, el coeficiente  $\rho$  mide la dependencia espacial, mientras que el coeficiente  $\lambda$  son los choques aleatorios por las innovaciones independientes, el coeficiente  $\theta$  es el efecto del cambio en las exógenas de los vecinos sobre la endógena del municipio  $i$  y  $\beta$  es el efecto del cambio en las exógenas del municipio  $i$  sobre sí mismo. Por último, la *heterogeneidad* está dada por  $\mu_i$  que puede ser un efecto fijo o aleatorio.

Es posible agregar en la ecuación 5 las cuatro anteriores especificaciones, de esta forma, al imponer restricciones sobre los valores de  $\rho$ ,  $\lambda$  y  $\theta$  se obtienen todas las anteriores (ver cuadro 2).

$$\begin{aligned}
Y &= \mu + \rho(I_T \otimes W_N)Y + X\beta + (I_T \otimes W_N)X\theta + u \\
u &= \lambda(I_T \otimes W_N)u + \epsilon
\end{aligned} \tag{5}$$

Ahora bien, para poder analizar los efectos esperados de las especificaciones de los modelos, aludiendo a las interpretaciones de cada coeficiente, es necesario escribirlas en términos de la solución particular, dada en cada caso por:

Solución particular para el modelo 1.

$$\begin{aligned}
Y &= \mu + \rho(I_T \otimes W_N)Y + X\beta + u \\
Y - \rho(I_T \otimes W_N)Y &= \mu + X\beta + u \\
(I_{NT} - \rho(I_T \otimes W_N))Y &= \mu_i + X\beta + u \\
Y &= (I_{NT} - \rho(I_T \otimes W_N))^{-1}(\mu_i + X\beta + \epsilon)
\end{aligned} \tag{6}$$

Solución particular para el modelo 2.

$$\begin{aligned}
Y &= \mu + X\beta + u \\
u &= \lambda(I_T \otimes W_N)u + \epsilon \\
u - \lambda(I_T \otimes W_N)u_{i,t} &= \epsilon \\
(I_{NT} - \lambda(I_T \otimes W_N))u &= \epsilon \\
u &= (I_{NT} - \lambda(I_T \otimes W_N))^{-1}\epsilon \\
Y &= \mu + X\beta + (I_{NT} - \lambda(I_T \otimes W_N))^{-1}\epsilon
\end{aligned} \tag{7}$$

Solución particular para el modelo 3, 4 y general (ecuación 5), respectivamente.

$$Y = (I_{NT} - \rho(I_T \otimes W_N))^{-1}(\mu + X\beta + (I_{NT} - \lambda(I_T \otimes W_N))^{-1}\epsilon) \tag{8}$$

$$Y = (I_{NT} - \rho(I_T \otimes W_N))^{-1}(\mu + (I_{NT}\beta + (I_T \otimes W_N)\theta)X + \epsilon) \tag{9}$$

$$Y = (I_{NT} - \rho(I_T \otimes W_N))^{-1}(\mu + (I_{NT}\beta + (I_T \otimes W_N)\theta)X + (I_{NT} - \lambda(I_T \otimes W_N))^{-1}\epsilon) \tag{10}$$

Para el modelo 1, sí  $\rho \neq 0$ ,  $\rho \in [-1, 1]$ ,  $\beta \neq 0$  y  $\mu \neq 0$  entonces existe un equilibrio espacial y las variables exógenas tienen un impacto sobre la variable endógena con dependencia y heterogeneidad espacial. En el modelo 2, sí  $\lambda \neq 0$ ,  $\lambda \in [-1, 1]$ ,  $\beta \neq 0$  y  $\mu \neq 0$  entonces existe un equilibrio espacial y las variables exógenas tienen un impacto sobre la variable endógena con heterogeneidad espacial y los choques aleatorios por las innovaciones independientes  $\epsilon_{i,t}$  afectan la variable endógena. En el modelo 3, sí  $\rho \neq 0$ ,  $\rho \in [-1, 1]$ ,  $\lambda \neq 0$ ,  $\lambda \in [-1, 1]$ ,  $\beta \neq 0$  y  $\mu \neq 0$  entonces existe un equilibrio espacial

y las variables exógenas tienen un impacto sobre la variable endógena con dependencia y heterogeneidad espacial, y los choques aleatorios por las innovaciones independientes  $\epsilon_{i,t}$  afectan la variable endógena. Por su parte, en el modelo 4, sí  $\theta \neq 0$ ,  $\beta \neq 0$ ,  $\rho \neq 0$  y  $\rho \in [-1, 1]$  entonces existe un equilibrio espacial y las variables exógenas tienen un impacto sobre la variable endógena con dependencia y heterogeneidad espacial, y los choques en las exógenas de los vecinos afectan la variable endógena.

### 3.1.1. Especificación econométrica general de los multiplicadores fiscales municipales

Considerando los modelos de panel espaciales y las indicaciones planteadas por autores como Barro y Redlick (2011), Ramey (2019), Guo et al. (2016), Debuque-Gonzales (2021) y Auerbach et al. (2020); la especificación que direcciona esta investigación es la planteada por la ecuación 5, donde  $y_{i,t}$  representa el valor agregado real per cápita y  $x_{i,t}$  es el gasto público de inversión real per cápita. El valor agregado per cápita corresponde al VA a precios constantes de cada municipio sobre el total de población en el mismo municipio. Dentro de la especificación se tiene una variable exógena principal y dos variables exógenas de control. La variable exógena principal corresponde a la variación del gasto de inversión pública real per cápita como proporción de  $y_{i,t-1}$  (ver ecuación 12), mientras que las dos exógenas de control serán el logaritmo natural del valor agregado real per cápita en el periodo  $t - 1$  y el logaritmo natural del gasto real per cápita en el periodo  $t - 1$ . Se reitera que se evaluarán los diferentes modelos con restricciones para su comparación y posterior decisión, restricciones que serán asociadas, por un lado, a los parámetros  $\lambda$ ,  $\rho$  y  $\theta$  para validar los diferentes modelos de datos panel espaciales, por otro lado, sobre  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  y  $\beta_3$  para dar lugar a las dos especificaciones planteadas (ver cuadros 2 y 3, respectivamente). La especificación general (ver ecuación 5) tomando en consideración los anteriores elementos será la siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{y_{i,t} - y_{i,t-1}}{y_{i,t-1}} &= \mu_i + \rho(I_T \otimes W_N) \frac{y_{i,t} - y_{i,t-1}}{y_{i,t-1}} + \beta_1 \frac{x_{i,t} - x_{i,t-1}}{y_{i,t-1}} + \beta_2 \ln(y_{i,t-1}) \\ &+ \beta_3 \ln(x_{i,t-1}) + \theta_1(I_T \otimes W_N) \frac{x_{i,t} - x_{i,t-1}}{y_{i,t-1}} + \theta_2(I_T \otimes W_N) \ln(y_{i,t-1}) \\ &+ \theta_3(I_T \otimes W_N) \ln(x_{i,t-1}) + u_{i,t} \end{aligned} \quad (11)$$

$$u_{i,t} = \lambda(I_T \otimes W_N)u_{i,t} + \epsilon_{i,t}$$

El valor del multiplicador fiscal local o municipal directo será el coeficiente estimado  $\beta_1$ ; es decir, este coeficiente mide el efecto de un cambio en el gasto de inversión pública

sobre el crecimiento económico municipal. Los coeficientes serán estimados utilizando el método de Máxima Verosimilitud y el proceso para escoger el modelo definitivo sobre el cual se realizarán las conclusiones, será el asociado a la teoría y los resultados de la aplicación de la prueba *Hausman*.

A modo de aclaración, la prueba estadística común en los modelos panel clásicos, denominada *pooling* tiene como hipótesis nula  $H_0 : \mu_1 = 0, \dots, \mu_i = 0$  y como alternativa  $H_1 : \mu_1 \neq 0, \dots, \mu_i \neq 0$ , en otras palabras, se verifica usando un estadístico  $\chi^2(i)$  que exista *heterogeneidad espacial*, donde  $i$  son los grados de libertad definidos por la cantidad de efectos individuales. Sin embargo, nuestra los modelos de panel espaciales derivan precisamente de la existencia de *heterogeneidad espacial*.

Ahora bien, la prueba estadística de *Hausman* verifica la consistencia del modelo panel con efectos aleatorios; comparando los resultados del modelo de efectos aleatorios (EA) con los resultados del modelo de efectos fijos (EF). La hipótesis nula corresponde a  $H_0 : \text{estimador de EA es consistente respecto al estimado por EF}$  y la hipótesis alternativa a  $H_1 : \text{estimador de EF es consistente respecto al estimado por EA}$ .

### 3.1.2. Efectos directos, indirectos y totales para la medición de los *spillover* municipales

Al incorporar información espacial en el análisis, los cambios en las variables exógenas sobre la variable endógena pueden ser directos, indirectos y totales. Estos tres efectos solo pueden ser observables en modelos donde se vincule la *dependencia espacial* de la variable endógena, al incluir interacciones entre individuos, como el modelo SAR y el modelo SDM (Quintana y Mendoza, 2022). En esta dirección y de acuerdo con LeSage y Pace (2009) los modelos SEM (ver modelo 2) dado que no integran rezagos espaciales de la variable endógena o no incluyen la *dependencia espacial*, los  $\beta$  estimados pueden interpretarse bajo la perspectiva de una regresión por MCO, en razón de lo anterior, este modelo no permite que surjan impactos indirectos.

Para observar estos tres efectos se parte entonces del modelo SDM definido por la ecuación 4; usando su solución particular planteada por la ecuación 9:

$$Y = \underbrace{(I_{NT} - \rho(I_T \otimes W_N))^{-1}}_{V(Z)} (\mu + (I_{NT}\beta + (I_T \otimes W_N)\theta)X + \epsilon) \text{ con } Z = I_T \otimes W_N$$

Expandiéndolo para cada una de las  $k$  variables exógenas se tiene:

$$Y = V(Z)\mu + \sum_{k=1}^K \underbrace{V(Z)(I_{NT}\beta_k + (I_T \otimes W_N)\theta_k)}_{S_k(Z)} X_k + V(Z)\epsilon$$

En forma extensiva para cada individuo  $i$  en el periodo  $t$ , el anterior modelo puede definirse como:

$$\begin{bmatrix} y_{1,1} \\ \vdots \\ y_{N,1} \\ \vdots \\ y_{1,T} \\ \vdots \\ y_{N,T} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^K \begin{bmatrix} S_k(Z)_{11,11} & \cdots & S_k(Z)_{11,N1} & \cdots & S_k(Z)_{11,1T} & \cdots & S_k(Z)_{11,NT} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ S_k(Z)_{N1,11} & \cdots & S_k(Z)_{N1,N1} & \cdots & S_k(Z)_{N1,1T} & \cdots & S_k(Z)_{N1,NT} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ S_k(Z)_{1T,11} & \cdots & S_k(Z)_{1T,N1} & \cdots & S_k(Z)_{1T,1T} & \cdots & S_k(Z)_{1T,NT} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ S_k(Z)_{NT,11} & \cdots & S_k(Z)_{NT,N1} & \cdots & S_k(Z)_{NT,1T} & \cdots & S_k(Z)_{NT,NT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1,1} \\ \vdots \\ x_{N,1} \\ \vdots \\ x_{1,T} \\ \vdots \\ x_{N,T} \end{bmatrix} + V(Z)\mu + V(Z)\epsilon$$

El efecto directo, en un contexto de datos panel, se representa por la derivada parcial  $\frac{\partial y_{i,t}}{\partial x_{i,t}}$  y el efecto indirecto por  $\frac{\partial y_{i,t}}{\partial x_{j,t}}$  con  $i \neq j$ . El directo pretende entonces medir los efectos del cambio en la variable exógena del individuo  $i$  en el tiempo  $t$  sobre la variable endógena del individuo  $i$  en el tiempo  $t$ ; es decir, sobre sí mismo; incluyendo los efectos *feedback loops*<sup>11</sup> representando el escenario donde "... la observación  $i$  afecta la observación  $j$  y la observación  $j$  también afecta la observación  $i$ " (LeSage y Pace, 2009, p. 35). Mientras que el indirecto o *spillover* mide el efecto del cambio en la variable exógena del individuo  $j$  en el tiempo  $t$  sobre la endógena del individuo  $i$  en el tiempo  $t$ , esto es, sobre los demás individuos. Por su parte, el efecto total corresponde a la sumatoria de los anteriores efectos. Estos comportamientos pueden condensarse en el siguiente arreglo matricial:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial y_{1,1}}{\partial x_{1,1}} & \cdots & \frac{\partial y_{1,1}}{\partial x_{N,1}} & \cdots & \frac{\partial y_{1,1}}{\partial x_{1,T}} & \cdots & \frac{\partial y_{1,1}}{\partial x_{N,T}} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial y_{N,1}}{\partial x_{1,1}} & \cdots & \frac{\partial y_{N,1}}{\partial x_{N,1}} & \cdots & \frac{\partial y_{N,1}}{\partial x_{1,T}} & \cdots & \frac{\partial y_{N,1}}{\partial x_{N,T}} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial y_{1,T}}{\partial x_{1,1}} & \cdots & \frac{\partial y_{1,T}}{\partial x_{N,1}} & \cdots & \frac{\partial y_{1,T}}{\partial x_{1,T}} & \cdots & \frac{\partial y_{1,T}}{\partial x_{N,T}} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial y_{N,T}}{\partial x_{1,1}} & \cdots & \frac{\partial y_{N,T}}{\partial x_{N,1}} & \cdots & \frac{\partial y_{N,T}}{\partial x_{1,T}} & \cdots & \frac{\partial y_{N,T}}{\partial x_{N,T}} \end{bmatrix}$$

La matriz de derivadas parciales será entonces para la variable  $k$ , la matriz  $S_k(Z)$ , donde la diagonal principal son los efectos directos equivalentes a los elementos en las

<sup>11</sup>La magnitud de estos efectos dependen de: (1) La posición de las regiones en el espacio, (2) El grado de conectividad entre regiones medida por la matriz  $W$ , (3) El parámetro  $\rho$  midiendo la fuerza de la *dependencia espacial* y (4) Los parámetros  $\beta$  y  $\theta$ .

posiciones  $(it, it)$ , los elementos fuera de la diagonal principal son los efectos indirectos, en concreto, los elementos de  $S_k(Z)$  en las posiciones  $(it, jt)$  con  $i \neq j$ . Es preciso anotar que  $S_k(Z)$  es de tamaño  $(NT, NT)$  por lo que los impactos difieren entre individuos y tiempo, es así como la literatura sugiere una medida que resuma los diversos impactos, como lo muestra [Quintana y Mendoza \(2022\)](#):

$$\begin{aligned}\overline{M}(k)_{directo} &= NT^{-1}tr(S_k(Z)) \\ \overline{M}(k)_{total} &= NT^{-1}O'(S_k(Z)O) \\ \overline{M}(k)_{indirecto} &= \overline{M}(k)_{total} - \overline{M}(k)_{directo}\end{aligned}$$

Donde  $O_{NT,1}$  es una matriz de unos de tamaño  $(NT, 1)$ , por lo que  $S_k(Z)O$  es un vector columna conformado por la suma por fila de la matriz  $S_k(Z)$ . Se debe distinguir que si sumamos filas se encuentra el impacto total hacia la endógena de una observación  $i$  en el periodo  $t$  ante cambios en la misma cantidad de la  $k$  variable exógena en los  $N$  individuos en los  $T$  periodos, mientras que si se suma por columnas se encuentra el impacto total sobre la endógena de los  $N$  individuos en los  $T$  periodos de cambios de la  $k$  variable exógena del individuo  $i$  en el periodo  $t$ . En esta dirección, el resultado de  $\overline{M}(k)_{directo}$ ,  $\overline{M}(k)_{total}$  y  $\overline{M}(k)_{indirecto}$  es un escalar que retrata los efectos promedio en cada caso.

### 3.2. Datos

En Colombia, el Formulario Único Territorial (FUT), hasta el año 2020, fue la herramienta empleada para la recolección de la información fiscal y demás información oficial básica de departamentos, distritos y municipios; usada por el gobierno nacional para el monitoreo, seguimiento, evaluación y control de estas entidades territoriales<sup>12</sup>. El Departamento Nacional de Planeación (DNP) a través del Sistema de Información del FUT (SISFUT) consolida los datos del FUT, abiertos al público, para todas las entidades territoriales en las vigencias de 2012 hasta 2020, información registrada por cada entidad territorial en el Consolidador de Hacienda e Información Financiera Pública (CHIP). En este contexto, el gasto público de inversión se tomará como la sumatoria de los gastos de inversión realizados por cada municipio en los sectores de su competencia, identificándolo en la fase de ejecución del ciclo presupuestal como pago; es decir, el momento donde se extingue la obligación<sup>13</sup>.

---

<sup>12</sup>Decreto 3402 de 2007.

<sup>13</sup>Si bien en la Plataforma de Información fiscal Subnacional de América Latina y el Caribe del BID se puede encontrar información de las finanzas públicas de departamentos y municipios en el periodo 2000-

Es conveniente recordar que los municipios son el nivel de gobierno subnacional de interés en este documento. En el caso colombiano, la única cifra disponible para medir la actividad económica municipal en el tiempo es el valor agregado, calculado por el Departamento Administrativo Nacional de Estadísticas (DANE) desde el año 2011 hasta 2021. Dentro de este marco de disponibilidad de datos para las variables de gasto público de inversión y valor agregado, es posible integrar una base de datos tipo panel corto desbalanceado para el periodo 2012-2020. La condición de desbalance es consecuencia de los datos faltantes del gasto; haciendo necesario un proceso de limpieza de datos que incluyó la identificación de outliers y la imputación de datos faltantes. Se encontraron en total 95 casos con alguna de las anteriores condiciones, 38 tenían problemas de escala (cifras registradas en miles en lugar de millones o viceversa), 4 casos con datos faltantes (imputación con tasa de crecimiento inversa), 21 casos con ausencia total de información para cualquiera de las 9 vigencias al consolidarse como Áreas No Municipalizadas (ANM)<sup>14</sup> por lo que no reportan al CHIP, y finalmente 32 casos de municipios que reportan al FUT, pero no lo hicieron durante todos los trimestres (se imputa el dato del último trimestre registrado en la vigencia).

Por lo tanto, se tiene un dato panel corto balanceado con 9.909 observaciones correspondientes al análisis de 1,101 municipios durante 9 años, con información de gasto de inversión pública en millones de precios constantes de 2015 (deflactada con IPC promedio anual) e información de valor agregado en millones de pesos constante de 2015 (deflactada con deflactor del PIB del departamento al que pertenezca). Además, se calculan los valores per cápita (miles de pesos constantes por persona) de las dos variables al dividir las por la población total municipal, tomada de las proyecciones y retroproyecciones municipales del DANE con base en el Censo Nacional de Población y Vivienda (CNPV) del año 2018. Es preciso resaltar que la cartografía utilizada para el análisis proviene de “Colombia en mapas”, plataforma donde se dispone y centraliza la información geográfica de todas las instituciones y entidades del país que generan datos del territorio.

---

2021 corresponden a ejecuciones presupuestales en la fase de obligación total, sin embargo, es de interés de la investigación ver el efecto del gasto efectivamente realizado. <https://subnacional.iadb.org/by-topic>

<sup>14</sup>La división político-administrativa de Colombia está dividida en 1101 municipios y 21 ANM. Debido a la ausencia de información para estas ANM se decide eliminarlas de la base de datos.

### 3.2.1. Definición de multiplicador fiscal

Ahora bien, dado el objeto de estudio, el área geográfica de análisis y la disponibilidad de información, los multiplicadores fiscales locales son identificados (ver [Debuque-Gonzales \(2021\)](#), [Guo et al. \(2016\)](#), entre otros) como el efecto de un cambio en el gasto de inversión pública sobre el valor agregado municipal.

En la práctica, de acuerdo con [Ramey \(2019\)](#), los multiplicadores son hallados con un factor de conversión *ad hoc*; es decir, se especifican modelos logarítmicos donde los coeficientes estimados son elasticidades y se convierten a multiplicadores por medio de estos factores de conversión (generalmente, el promedio del cociente entre el valor agregado y el gasto total durante las vigencias analizadas).

Dicha metodología, siguiendo a la autora, genera resultados sesgados al hacerlos más contra cíclicos de lo que en realidad son. Este problema se puede evitar utilizando las transformaciones planteadas por [Barro y Redlick \(2011\)](#) sobre las variables endógena como exógena, descritas en las ecuaciones 13 y 12, variables que serán usadas en el análisis exploratorio de datos temporales y espaciales (junto a los logaritmos del valor agregado y el gasto de inversión pública reales per cápita en ánimo de comparación) y la estadística inferencial.

Variable exógena:

$$\frac{A_{i,t} - A_{i,t-1}}{VA_{i,t-1}} \quad \text{con } i = 1, \dots, 1, 101 \text{ y } t = 2013, \dots, 2020 \quad (12)$$

Variable endógena:

$$\frac{VA_{i,t} - VA_{i,t-1}}{VA_{i,t-1}} \quad \text{con } i = 1, \dots, 1, 101 \text{ y } t = 2013, \dots, 2020 \quad (13)$$

Donde  $VA_{i,t}$  es el valor agregado per cápita real del municipio  $i$  para el periodo  $t$ , y  $A_{i,t}$  es el gasto de inversión pública per cápita real del municipio  $i$  para el periodo  $t$ . Estas especificaciones serán referidas como variaciones, quienes al multiplicarlas por cien, es posible, para el caso de la variable endógena interpretarla como la tasa de crecimiento del valor agregado real per cápita, y para el caso de la exógena principal, el porcentaje que representa la variación del gasto en inversión per cápita con respecto al valor agregado per cápita.

### 3.3. Análisis exploratorio de datos temporales (AEDT)

Analizar los datos desde un punto de vista temporal es una condición necesaria para encontrar dinámicas en el tiempo que pueden no ser observables por simple inspección. En

la Figura 1 se muestran en dos paneles las dinámicas temporales en términos porcentuales de las variaciones de VA y A per cápita por quintiles de valor agregado real per cápita en el año 2020. Así, la Figura 1a plasma el crecimiento promedio del valor agregado real per cápita por cada quintil (VA, variable endógena) y la Figura 1b las variaciones promedio del gasto público de inversión real per cápita como porcentaje del valor agregado por cada quintil (A, variable exógena).

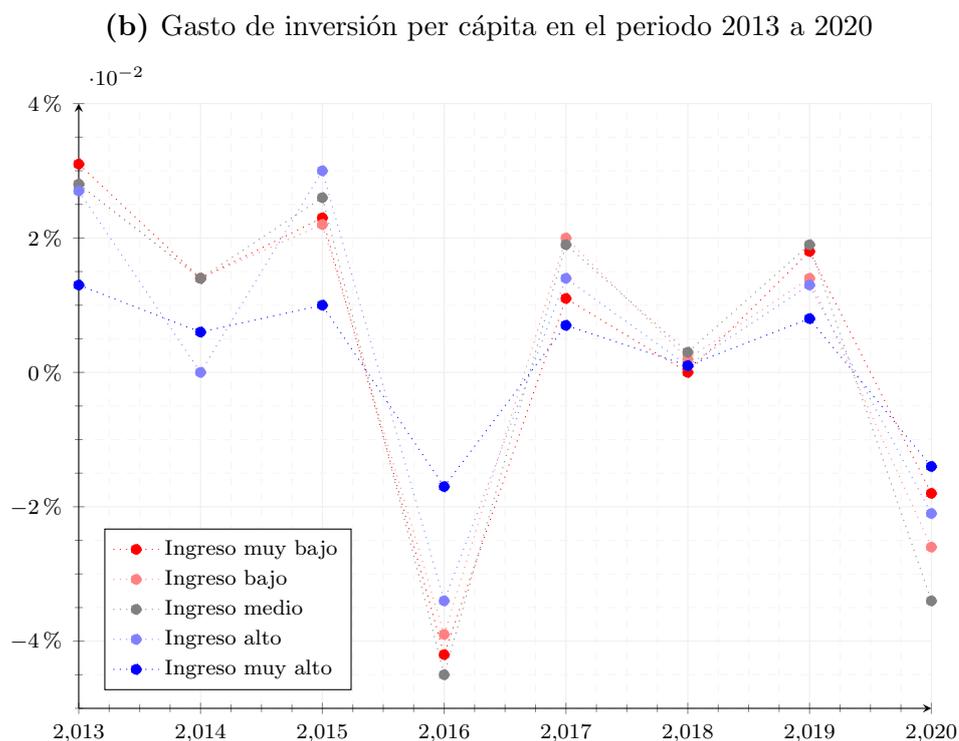
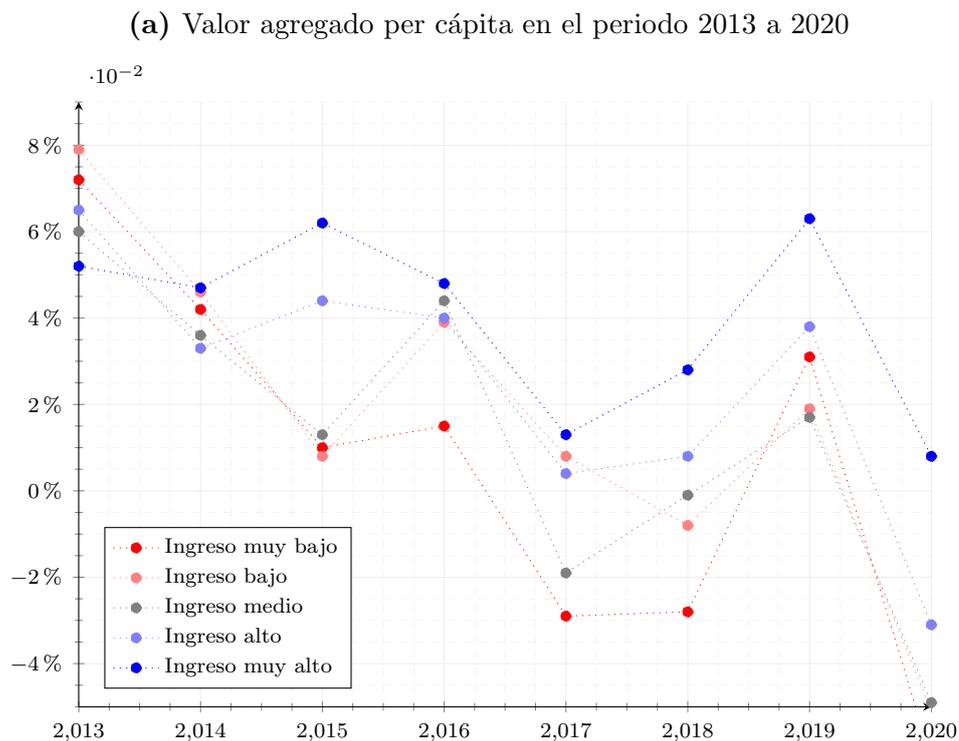
Los resultados sugieren, de forma agregada, una tendencia decreciente en el periodo 2013-2020; es decir, las tasas de crecimiento de la actividad económica municipal son cada vez menores y las variaciones del gasto pierden participación en el valor agregado. También indican que la relación entre las tasas de crecimiento de la actividad económica municipal y las variaciones del gasto como participación del valor agregado es positiva.

La tasa de crecimiento del valor agregado muestra que los municipios con valores muy altos de VA en el año 2020 tuvieron un comportamiento superior a los demás grupos, en otras palabras, los municipios con mejores condiciones de VA per cápita de 2020 han tenido tasas de crecimiento más altas que el resto de municipios del país en el tiempo, excepto en el año 2013. Con relación a la variación del A real per cápita, los municipios que están en muy altos niveles de ingreso respecto al resto del país son quienes tienen una menor participación de las variaciones del gasto en el valor agregado.

Lo anterior sugiere que municipios ricos crecen económicamente a mayores tasas per cápita, pero crecen con menores tasas de gasto de inversión real per cápita como proporción del valor agregado en el tiempo respecto al resto de municipios.

En la vigencia del año 2020, donde las políticas de confinamiento tomaron lugar en el país como respuesta al incremento de contagios de COVID-19, se observa una mayor contracción de la actividad económica, no así de las variaciones del gasto como porcentaje del valor agregado. La actividad económica se encuentra alrededor del límite de crecimientos negativos del 4% en todos los grupos, excepto en el grupo de valor agregado muy alto. Es preciso señalar que la caída de las variaciones del A como proporción del VA toma para todos los grupos cifras negativas o de decrecimiento durante la pandemia, cifras que se encuentran alrededor del 2%. La anterior observación es importante en la medida que durante el año 2020 los gastos de inversión se redujeron, aunque en menor proporción que la actividad económica.

**Figura 1:** Dinámica de las variaciones del VA y A per cápita por quintiles de ingreso per cápita



*Notas.* Elaboración propia. Los quintiles son calculados con el VA per cápita a precios constantes del año 2020.

El año 2016 resalta como un punto extremo en la dinámica de las variaciones del gasto de inversión pública por persona como proporción del valor agregado en los municipios. De forma general, durante este periodo Colombia experimentó una de las mayores

contracciones en la cotización del barril de petróleo, por lo que se dejaron de recibir recursos y el GNC decidió recortar su presupuesto, lo que podría haber desatado una posible reducción en los gastos de inversión pública por persona de los municipios.

Para cerrar esta sección de análisis temporal, en el Cuadro 1 se muestra por grupo de ingreso el promedio para todas las vigencias de las tasas de crecimiento del VA y las variaciones del A per cápita como proporción de la actividad económica. De forma general, se observa que a medida que nos movemos hacia el grupo de valor agregado más alto; es decir, desde el grupo muy bajo hasta el grupo muy alto, hay una clara tendencia a tener mayores tasas de crecimiento económico y al tiempo menores variaciones del A per cápita como porcentaje del valor agregado. De forma proporcional, la tasa de crecimiento promedio de VA del grupo muy alto (municipios más ricos en términos de VA por persona) son alrededor de 6 veces las tasas de crecimiento promedio de VA del grupo muy bajo (municipios más pobres en términos de VA por persona), mientras que las variaciones promedio del A como porcentaje del VA en el grupo muy bajo son alrededor de 5 veces las del grupo muy alto.

Lo anterior muestra evidencia de que las condiciones de valor agregado y gasto público de inversión son diferenciales entre municipios; es decir, es posible visibilizar *heterogeneidad espacial*.

**Cuadro 1:** Análisis espacial de datos temporales del valor agregado y gasto público de inversión per cápita: promedio 2013-2020

<i>Grupo de ingresos por persona</i>	<i>Tasa de crecimiento VA</i>	<i>Variación de A en VA (%)</i>
Muy bajo	0.65 %	0.46 %
Bajo	1.74 %	0.43 %
Medio	1.26 %	0.37 %
Alto	2.50 %	0.35 %
Muy alto	4.00 %	0.16 %

*Notas.* Elaboración propia. Los grupos de ingresos por persona corresponden a los quintiles calculados con el VA per cápita a precios constantes del año 2020.

En este contexto, para el grupo muy bajo, las variaciones del VA per cápita fueron en promedio de 0.0065, que en términos porcentuales corresponde a un incremento del 0.65 % del VA por persona promedio. Mientras que las variaciones del A per cápita como proporción del VA equivalen a 0.005; es decir, en promedio las diferencias del gasto son el 0.5 % del VA per cápita promedio en las anteriores vigencias; mostrando entonces mayores

variaciones del VA. Ahora bien, observando las diferencias para cada grupo de la tasa de crecimiento promedio del VA y las variaciones promedio del A como porcentaje del VA, se tiene que cuando nos movemos desde el grupo muy bajo hacia el grupo muy alto, las diferencias son más profundas, indicando una mayor brecha entre la tasa de crecimiento del VA per cápita y la variación del A per cápita como porcentaje del VA.

### 3.4. Análisis exploratorio de datos espaciales (AEDE)

Cuando se otorga un papel relevante a la localización en el análisis de un fenómeno, el AEDE es un proceso elemental para descubrir y describir los efectos de dependencia y heterogeneidad espacial. Uno de los instrumentos más usados es el Índice de Moran (IM) que mide la dependencia espacial o autocorrelación espacial de los municipios para cada variable en cada vigencia, entendida como el "... grado de dependencia, asociación o correlación entre el valor de una observación de una entidad espacial y los valores de las observaciones vecinas de la misma variable" (Grekousis, 2020, p. 208), en otras palabras y en forma general, "... refleja una situación donde los valores observados en un lugar o región dependen de los valores de las observaciones vecinas en lugares cercanos" (LeSage y Pace, 2009, p. 2). La dependencia espacial de los municipios de Colombia se puede ver desde una perspectiva global y local, la primera hace referencia a encontrar estos grados de dependencia tomando como área de estudio todo el territorio sin distinción de municipios, mientras que la local se refiere a encontrar los grados de dependencia tomando como área de estudio cada municipio.

Atendiendo a las definiciones, la identificación de los vecinos o lugares cercanos para cada municipio  $i$  es un factor necesario. La matriz que representa en términos numéricos las relaciones de vecindad o proximidad entre municipios se conoce como *matriz de pesos espaciales* y alude a la Ley de Tobler al establecer que "todas las cosas están relacionadas entre sí, pero las cosas más próximas en el espacio tienen una relación mayor que las distantes".

Esta matriz puede estimarse utilizando varias metodologías y definiciones de vecindad, pero como se indicó, el análisis se realiza en los 1,101 municipios<sup>15</sup>, dentro de los cuales se tiene a la isla de Providencia y Santa Catalina (que se considera municipio). Dicho municipio está separado geográficamente por el mar caribe del resto del país y, por

---

<sup>15</sup>De acuerdo con cifras del Departamento Administrativo Nacional de Estadísticas (DANE), para el año 2020, el país tiene en total 1.121 entidades territoriales en el nivel intermedio de la división político-administrativa del país conformadas por 1,101 municipios, 1 isla y 19 ANM.

ejemplo, dada la estructura de una matriz de pesos espaciales tipo *queen*, que responde a la conexión física de los polígonos, no tendría vecinos. De forma similar a la Isla de Providencia y Santa Catalina, el municipio de Taraira está ubicado en el departamento de Vaupés donde el 50% son ANM, haciéndolo también un municipio sin vecinos.

Usando los resultados de la primera metodología para estimar matrices de pesos espaciales, la matriz tipo *queen* calcula las relaciones de los 1,101 municipios y encuentra 6.446 relaciones entre ellos diferentes de cero, con un promedio de 5.9; es decir, cada uno de los municipios (representado por un polígono) tiene en promedio 5.9 polígonos con los que comparte toda la frontera, parte de la frontera o un único punto (vértice). Por otro lado, la matriz de los *k vecinos más cercanos* identifica las relaciones entre municipios, indicándole que, sin distinción, cada uno de los municipios tenga 5 vecinos; incluyendo el municipio de Providencia y Santa Catalina, así como el municipio de Taraira. Los resultados muestran que el número de relaciones diferentes de cero son 5.505, equivalentes a los cinco vecinos de cada uno de los 1,101 municipios incluidos en el análisis.

Tomando como punto de referencia las cuatro principales ciudades en Colombia y los resultados de la matriz de pesos espaciales derivada de la metodología de los *k vecinos más cercano*, se encuentra que Bogotá D.C., perteneciente a la Región Andina ubicada en el centro del país, tiene como vecinos más cercanos a los municipios de Fusagasugá, Une, Chipaque, Pasca y Sibaté. La ciudad de Medellín, perteneciente a la Región Andina ubicada en el centro-occidente del país, tiene como vecinos a los municipios de Envigado, Sabaneta, Itagüí, La estrella y Bello. La ciudad de Cali, perteneciente a la Región Pacífica ubicada al sur-occidente del país, tiene como vecinos más cercanos a los municipios de Yumbo, Jamundí, Villa Rica, Puerto Tejada y Candelaria. Para la ciudad de Cartagena de Indias, perteneciente a la Región Caribe al noroccidente del país, se tienen a los municipios Turbaná, Turbaco, Santa Rosa, Clemencia y Villanueva. Por último, la ciudad de Barranquilla, perteneciente a la Región Caribe al noroccidente del país, tiene a los municipios de Puerto Colombia, Galapa, Tubará, Soledad y Malambo.

Es preciso hacer notar, por ejemplo, que en el caso de Bogotá D.C. los vecinos no son necesariamente aquellos que tiene una relación económica o proceso de conmutación interregional fuerte, como los municipios de Cajicá, Chía y Soacha (municipios con altos valores de valor agregado, cercanos geográficamente a la mancha urbana de la ciudad, ubicada en la *zona norte*). Lo anterior debido a que los vecinos son calculados tomando en cuenta el centroide del municipio analizado y su distancia respecto al centroide de los demás vecinos, por lo que los vecinos más cercanos serán los cinco municipios con la

menor distancia entre centroides. Al respecto, la extensión geográfica alargada de Bogotá posiciona el centroide en una zona alejada de su mancha urbana, caso contrario a Medellín, Cali y Barranquilla, con extensiones territoriales menos alargadas y muy cercanas a sus vecinos.

Debido a las especificidades geográficas de los municipios en Colombia y la necesidad de poseer al menos un vecino para cada municipio, los posteriores cálculos se efectuarán usando la información de la matriz de pesos espaciales generada por la metodología de los *k* vecinos más cercanos, con un *k* igual a cinco, cercano al promedio de vecinos de la matriz tipo *queen*.

### 3.4.1. Dependencia espacial global

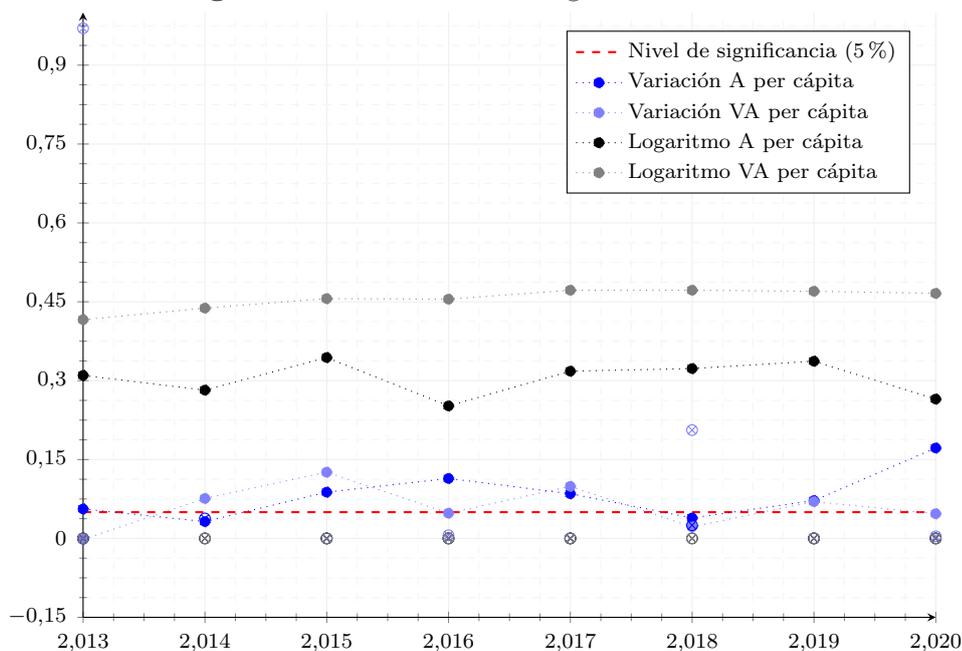
Los resultados del IM Global están contenidos en el intervalo cerrado  $[-1, 1]$  donde menos uno implica un patrón perfectamente disperso, cero implica aleatoriedad (no dependencia espacial) y uno implica una agrupación perfecta. El índice, al estar en un marco de estadística inferencial, se analiza dentro del contexto de hipótesis nula: la variable se distribuye en forma aleatoria; es decir, no hay dependencia espacial.

En este contexto, la interpretación del resultado del IM depende del *p-valor* y de la puntuación *Z* (diferencia medida en desviaciones estándar del IM y el valor esperado del índice). Si el *p-valor* indica que no es estadísticamente significativo (mayor al nivel de significancia empleado), no se rechaza la hipótesis nula y el patrón espacial de las variables es resultado de procesos aleatorios.

Si el *p-valor* indica que es estadísticamente significativo (menor al nivel de significancia empleado) y la puntuación *Z* es positiva ( $IM > E[IM]$ ), se rechaza la hipótesis nula y se afirma que hay municipios con valores altos (bajos) rodeados de municipios con valores altos (bajos); es decir, hay una tendencia hacia la agrupación o clustering. Si el *p-valor* indica que es estadísticamente significativo (menor al nivel de significancia empleado) y la puntuación *Z* es negativa ( $IM < E[IM]$ ) se rechaza la hipótesis nula y hay municipios con valores altos (bajos) rodeados de municipios con valores bajos (altos); por lo que, hay una tendencia hacia la dispersión.

En la Figura 2 se muestra el IM Global y el *p-valor* asociado para el logaritmo del gasto de inversión pública y valor agregado real per cápita, así como las variables exógena y endógena definidas en la ecuación 12 y ecuación 13, respectivamente (referidas también como variaciones).

**Figura 2:** Índice de Moran global 2013-2020



*Notas.* Elaboración propia. Gráfico de puntos con X (*p-valor*) y gráfico de líneas (IM Global).

Analizando los valores del índice para las variaciones, en cada vigencia (excepto en el año 2013 y 2018) la puntuación  $Z$  es positiva y el *p-valor* se encuentra dentro del área de significatividad. En este contexto y respecto a la variación de  $A$  como proporción del  $VA$ , hay evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula; afirmando la presencia de dependencia espacial positiva en las vigencias 2014-17 y 2019-20; es decir, hay una tendencia hacia la agrupación o clustering. De forma paralela, para el crecimiento del  $VA$  se tiene evidencia de una tendencia hacia la agrupación para todas las vigencias, excepto en las dos enunciadas.

Comparando los índices en las vigencias 2014 y 2020 para la variación del  $A$  como proporción del  $VA$  se encuentra una mayor dependencia espacial positiva; pasando de un IM en el año 2014 equivalente a 0.032 hacia un IM igual a 0.171 en el año 2020, mostrando la fuerza del índice en esta última vigencia. Caso contrario a la variación del  $VA$  quien en el año 2014 tuvo un índice de 0.076 y disminuyó en el año 2020 a 0.047.

Con relación a los logaritmos se observa la mayor tendencia hacia la agrupación del  $VA$  respecto al  $A$ , los índices son los más altos en magnitud y en todas las vigencias significativos, con un nivel de confianza del 95%. Tomando las vigencias de 2013 y 2020, se observa que las variaciones del logaritmo del  $VA$  han tenido un mayor proceso de agrupación respecto del  $A$ , quien parece tener un comportamiento contrario al posicionarse el IM en el año 2020 cerca al límite del 0.25, iniciando en el 2013 en 0.309.

En resumen, el IM global confirma que el patrón espacial de las variables no es disperso, sino que tiende a la agrupación —presencia de municipios con valores altos (bajos) rodeados de municipios con valores altos (bajos)—, con marcadas diferencias en el comportamiento y magnitud entre las variaciones y los logaritmos, siendo estas últimas más agrupadas que las primeras. De forma complementaria al índice, los diagramas de dispersión del IM global permiten identificar el tipo de dependencia espacial presentada en los diferentes municipios, al segmentarlos en cuatro cuadrantes dependiendo de su posición respecto al promedio de la variable de todos los municipios  $\bar{x}$  y el promedio del promedio de todos los vecinos  $\bar{W}$ . El sistema de ecuaciones conformado por las ecuaciones 14, 15 y 16 representa las variables decisorias en el proceso de clasificación de las entidades territoriales.

Donde  $x_i$  es el valor del logaritmo o variaciones en el municipio  $i$  y  $x_{wi}$  es el valor del logaritmo o variaciones de los vecinos del municipio  $i$ . Las reglas de decisión para la asignación de un municipio en cada cuadrante se definen como: **Cuadrante I Alto-Alto:**  $x_i > \bar{x}$  &  $\bar{w}_i > \bar{W}$ , **Cuadrante II Alto-Bajo:**  $x_i < \bar{x}$  &  $\bar{w}_i > \bar{W}$ , **Cuadrante III Bajo-Bajo:**  $x_i < \bar{x}$  &  $\bar{w}_i < \bar{W}$  y **Cuadrante IV Bajo-Alto:**  $x_i > \bar{x}$  &  $\bar{w}_i < \bar{W}$ .

$$\text{Promedio de todos los municipios: } \bar{x} = \frac{1}{1,101} * \sum_{i=1}^{1,101} x_i \quad (14)$$

$$\text{Promedio de los cinco vecinos de cada } i: \bar{w}_i = \frac{1}{5} * \sum_{w=1}^5 x_{wi} \quad (15)$$

$$\forall i = 1, \dots, 1,101$$

$$\text{Promedio del promedio de todos los vecinos: } \bar{W} = \frac{1}{1,101} * \sum_{i=1}^{1,101} \bar{w}_i \quad (16)$$

Es importante precisar que el AEDE se desarrolla sobre una estructura de datos de corte transversal, por lo que se consideraran en el análisis las vigencias 2013, 2018 y 2020 con el fin de comparar los resultados en el tiempo. La Figura 3, 4 y 5 plasman el diagrama de dispersión comparando variaciones solamente o variaciones y logaritmos con el fin de establecer comportamientos en los datos.

En la Figura 3 se muestra un panel de dos filas por tres columnas. Por fila se plasman las variaciones del VA y A per cápita como proporción del VA, y por columna se ubican las vigencias 2013, 2018 y 2020, respectivamente. Cada uno de los diagramas muestra en color rojo la línea de regresión, cuya pendiente corresponde al IM global. Por su parte, los puntos azules pueden considerarse de acuerdo con Anselin (1996) como "... atípicos en el sentido de que no siguen el mismo proceso de dependencia espacial que el grueso

de las otras observaciones” (p. 117). En general, estos puntos influyentes o atípicos son especialmente importantes si se encuentran agrupados espacialmente.

Para las variaciones en los años 2018 y 2020 se observa una recta de regresión más inelástica, lo que corresponde con un IM mayor. Los gráficos también muestran una concentración relativa de los puntos en el cuadrante I y III, justificando la presencia de autocorrelación o dependencia positiva. Ahora bien, los municipios influyentes que en el 2013 se encuentran en el cuadrante *alto-alto* no son los mismos entre vigencias, por lo que migran entre cuadrantes. Si se analiza el panel por columnas, en ninguna vigencia, los municipios que tienen variaciones del A per cápita como proporción del VA superiores al promedio de todos los municipios y tienen vecinos con promedios superiores al promedio de todos los vecinos, poseen un crecimiento económico por persona superior al promedio de todos los municipios y tienen vecinos con promedios superiores al promedio de todos los vecinos.

Al observar los resultados de la tasa de crecimiento del valor agregado per cápita por departamento al que pertenece el municipio influyente, se encuentra que en el cuadrante *bajo-bajo* durante el año 2013 la mayoría de municipios hacen parte del departamento del Chocó y en el año 2020 de La Guajira. Respecto a la variación del A per cápita como proporción del VA, en el mismo cuadrante, durante el año 2013 pertenecen al departamento del Meta y Córdoba, mientras que en el año 2020, se concentran en el departamento de Boyacá y Santander.

En suma, no existe una relación empírica que indique que un municipio influyente al tener una mejor posición relativa al resto de municipios de A per cápita como proporción del VA per cápita tenga mejores condiciones respecto a los demás municipios en tasas de crecimiento de VA per cápita o viceversa.

Por otro lado, en la Figura 4 se muestra la información en logaritmo y variación del VA per cápita. Nuevamente, se resalta la mayor tendencia hacia la agrupación de los municipios y la ausencia de los mismos puntos influyentes por cuadrante al comparar logaritmo con variación. Esto último indicaría que los municipios con una tasa de crecimiento de VA per cápita alta no son quienes tienen un mayor valor de VA per cápita; confirmando que los municipios más ricos en términos per cápita no son quienes crecen más en términos per cápita.

Estudiando únicamente el logaritmo, se encuentran municipios influyentes que pertenecen en las tres vigencias al mismo cuadrante. Este es el caso de municipios ubicados en el cuadrante *alto-alto* como Puerto Gaitán, municipio petrolero por excelencia ubicado en el departamento del Meta, además de municipios cercanos a la zona de influencia de Bogotá D.C. y pertenecientes al departamento de Cundinamarca como Tenjo y Cota. Para el cuadrante *alto-bajo* resaltan los casos de Cumaribo en el Vichada y Uribia en el departamento de La Guajira. Al observar por departamento al que pertenecen los municipios influyentes, en el cuadrante *alto-alto* se encuentra que la mayoría en los periodos analizados son de Cundinamarca, Meta y Casanare. Y en el cuadrante *bajo-bajo* son del departamento del Chocó y Nariño.

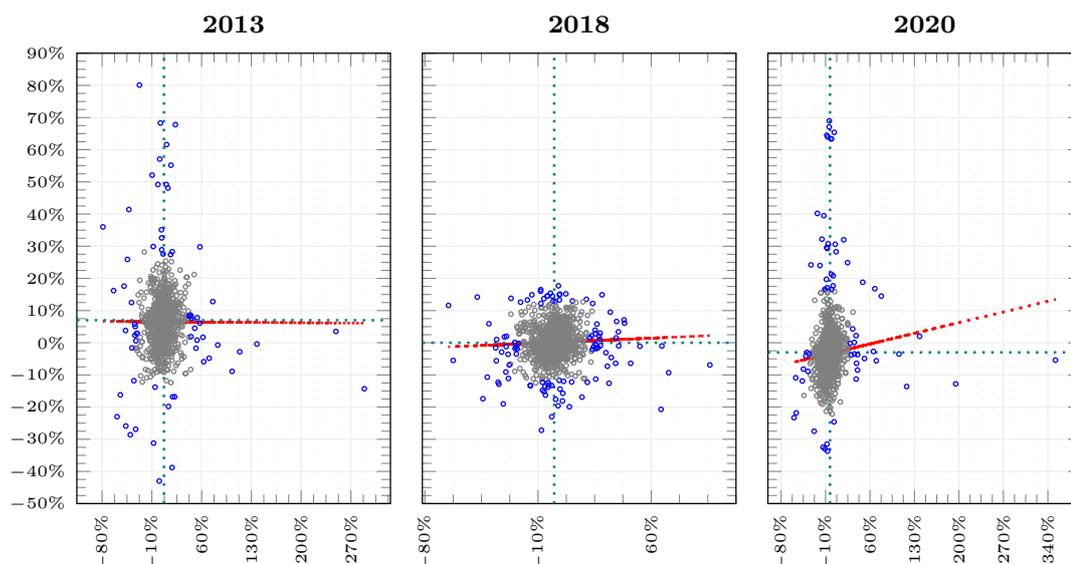
En la Figura 5 se muestra la información en logaritmo y variación del A per cápita como proporción del VA. Se encuentra que la tendencia hacia la agrupación es mayor, dada la mayor pendiente de la recta de regresión. Al comparar los resultados del logaritmo entre las tres vigencias se observa que pocos municipios influyentes son constantes al ubicarse entre cuadrantes, comportamiento contrario al del logaritmo del VA per cápita. Por ejemplo, en el año 2020 el municipio de Tabio en Cundinamarca se encuentra en el cuadrante *alto-alto* del logaritmo del VA per cápita, y para la misma vigencia se encuentra en el cuadrante *bajo-bajo* respecto al logaritmo del A per cápita.

Tratando de identificar comportamientos por vigencia y dado que no son los mismos municipios influyentes dentro de cada panel en el logaritmo y la variación, es posible inferir que los municipios con variaciones del A per cápita superiores al promedio de los municipios y vecinos con promedios superiores al promedio de todos los vecinos no son quienes tienen un nivel de A per cápita superior al promedio de los municipios y tienen vecinos con promedios superiores al promedio de todos los vecinos.

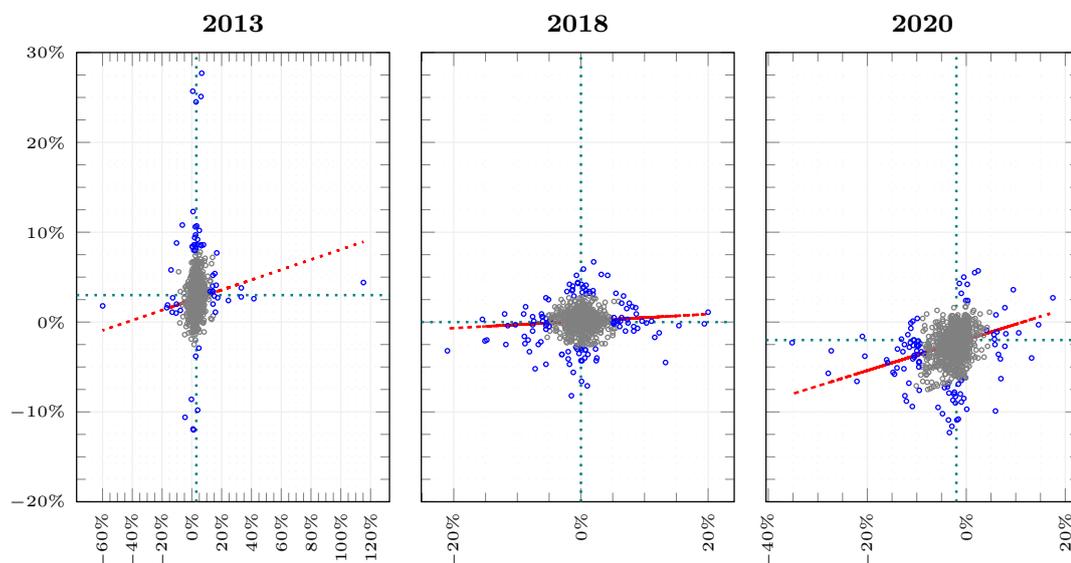
A modo de conclusión, los resultados del análisis de dependencia espacial global confirman la tendencia del VA y A en términos per cápita (en logaritmos y variaciones) hacia la agrupación o clustering, insistiendo en la tenencia de municipios con valores altos (bajos) de gasto y valor agregado per cápita rodeados de municipios con valores altos (bajos) de gasto y valor agregado per cápita. Además, el comportamiento en los diagramas de dispersión parece indicar que mayores crecimientos de gasto per cápita como proporción del VA no implican un mayor crecimiento del VA o viceversa, este comportamiento es aplicable para el logaritmo del valor agregado y el gasto. Lo cual sugiere que los municipios más ricos no necesariamente tienen mayores tasas de gasto de inversión pública y tampoco crecen económicamente a tasas más altas.

**Figura 3:** Diagrama de dispersión de Moran para tasa de crecimiento del VA y variación del A per cápita: 2013, 2018 y 2020

(a) Tasa de crecimiento de valor agregado per cápita



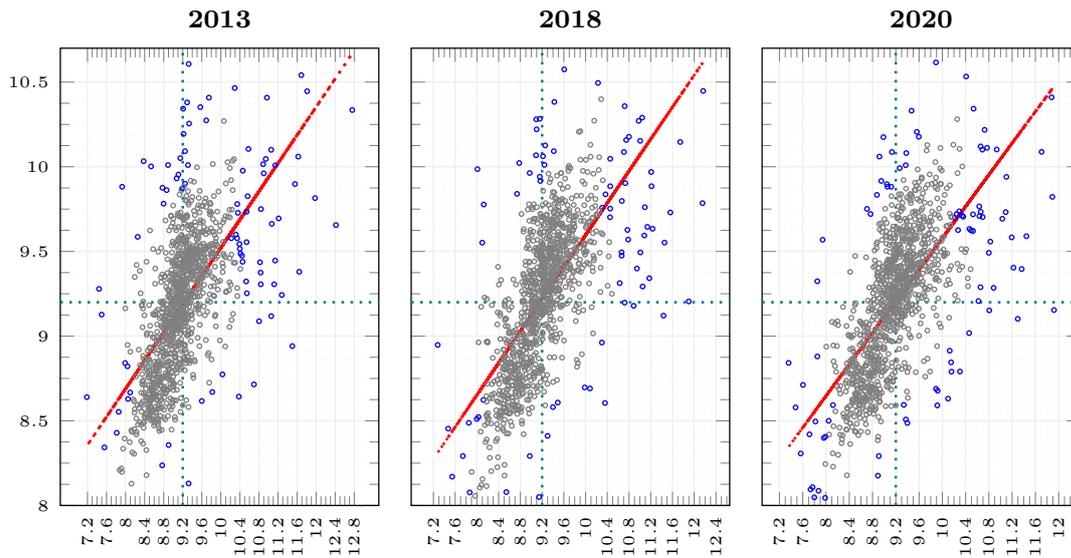
(b) Variación del gasto de inversión pública per cápita como proporción del valor agregado per cápita



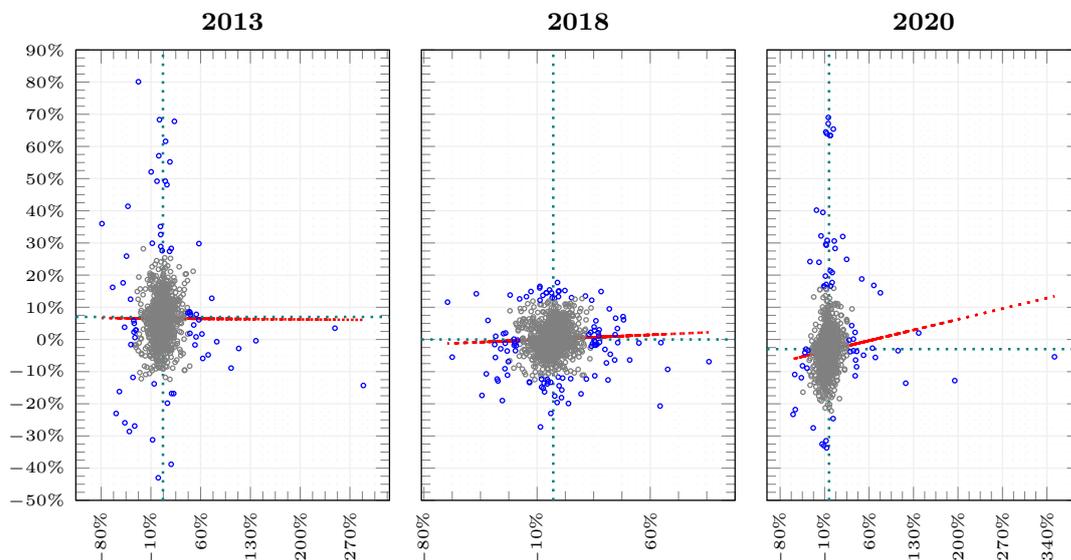
*Notas.* Elaboración propia. El eje de las abscisas corresponde a la variación ( $x_i$ ) y el eje de las ordenadas al rezago espacial de la variable en cuestión ( $\bar{w}_i$ ).

**Figura 4:** Diagrama de dispersión de Moran para logaritmo y crecimiento del valor agregado per cápita: 2013, 2018 y 2020.

(a) Logaritmo natural de valor agregado per cápita



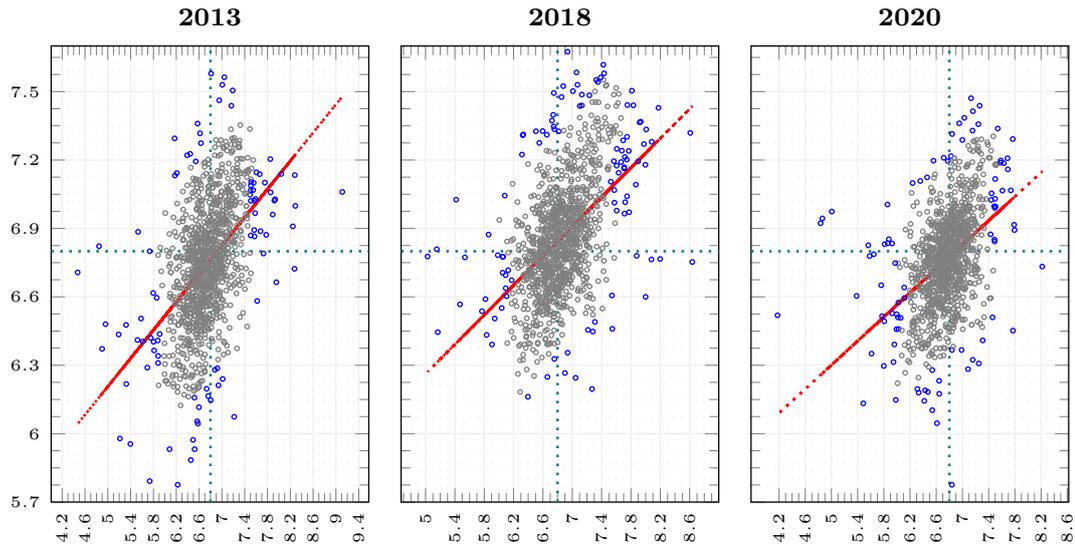
(b) Tasa de crecimiento de valor agregado per cápita



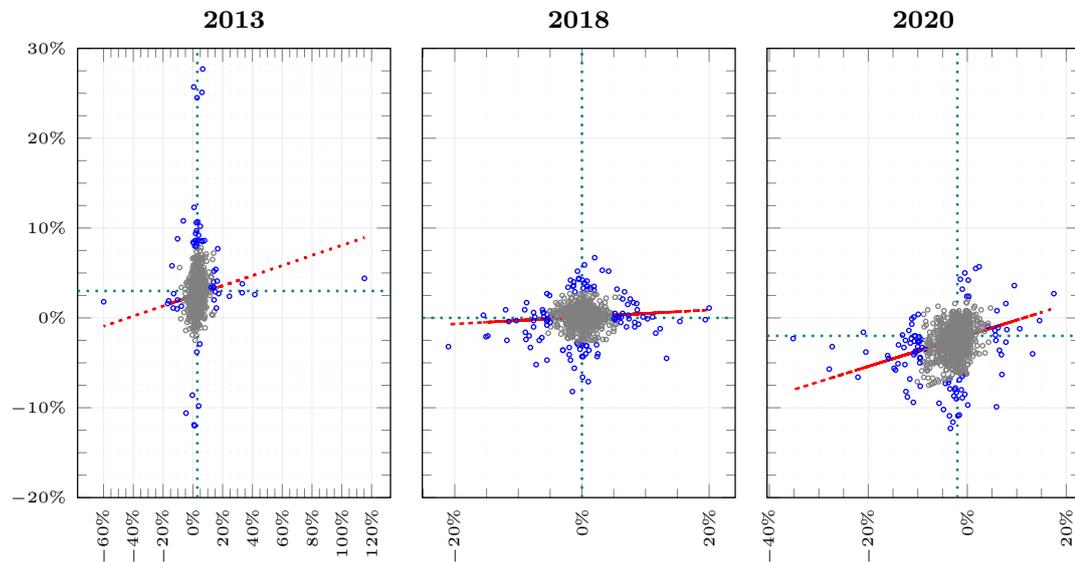
*Notas.* Elaboración propia. El eje de las abscisas corresponde al logaritmo/variación ( $x_i$ ) y el eje de las ordenadas al rezago espacial de la variable en cuestión ( $\bar{w}_i$ ).

**Figura 5:** Diagrama de dispersión de Moran para el logaritmo y variación del gasto de inversión pública per cápita: 2013, 2018 y 2020

(a) Logaritmo natural del gasto real per cápita



(b) Variación del gasto de inversión pública per cápita como proporción del valor agregado



*Notas.* Elaboración propia. El eje de las abscisas corresponde al logaritmo/variación ( $x_i$ ) y el eje de las ordenadas al rezago espacial de la variable en cuestión ( $\bar{w}_i$ ).

### 3.4.2. Dependencia espacial local

El Análisis de Asociación Espacial Local (LISA, por sus siglas en inglés) de Morán (IM local) es una descomposición del IM global<sup>16</sup>, lo que permite elaborar un ejercicio con mayor grado de particularidad, en cuanto se puede desarrollar inferencia respecto a la existencia y tipo de autocorrelación espacial para cada uno de los 1,101 municipios.

El IM local es entonces útil para identificar si existe una agrupación de valores altos o bajos, además de observar valores atípicos espaciales. De forma paralela al índice global, en el local, cuando hay evidencia para rechazar la hipótesis nula, existen dos interpretaciones dependiendo del valor de la puntuación Z, si el valor es negativo se confirma que existe autocorrelación espacial negativa y si es muy bajo ( $< -2.60$ ) es un indicador de la presencia de *outliers* espaciales.

En las figuras 6, 7 y 8 se muestra de forma espacial el tipo de dependencia espacial en los municipios de Colombia, para cada una de las cuatro variables de análisis en las tres vigencias identificadas. Antes de proseguir a enunciar los resultados, el nivel de significancia para determinar que en un municipio se puede rechazar la hipótesis nula de no dependencia espacial es del 5 %, por lo que existen municipios que son significativos al 95 y 99 % de confianza. En este contexto, también se identifican municipios no significativos, en otras palabras municipios para quienes no existe evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula, por lo que su patrón espacial es resultado de procesos aleatorios.

En la Figura 6 se muestran los resultados para las variaciones del gasto y valor agregado per cápita como proporción del VA. Observando la cantidad de municipios significativos entre vigencias para la tasa de crecimiento del VA, se tiene que en promedio hay 136 municipios con evidencia estadística para determinar el tipo de dependencia espacial, alrededor del 12.4 % del total de municipios analizados. De este total, en promedio durante las tres vigencias, el 21.7 % pertenecen al clúster *alto-alto* identificado con el color rojo oscuro, el 34.1 % pertenecen al clúster *bajo-bajo* identificado con el color azul oscuro, el 24.9 % pertenecen al grupo *bajo-alto* identificado con el color azul claro y el 19.3 % pertenecen al grupo *alto-bajo* identificado con el color rojo claro. Lo anterior indica que la mayoría de patrones espaciales que forma las variaciones del VA per cápita son del tipo *bajo-bajo* definido como municipios con bajas tasas de crecimiento económico per cápita rodeados de municipios con bajas tasas de crecimiento económico per cápita.

---

<sup>16</sup>De acuerdo con Anselin (1995) "...la suma del indicador LISA para todas las observaciones es proporcional al indicador global de asociación espacial" (p. 94).

Replicando el ejercicio para las variaciones de gasto como proporción del VA se encuentra que en promedio para las tres vigencias el 13.1 % del total de municipios son significativos a un nivel de confianza del 5 %. De este total, en promedio, el 32.2 % pertenecen al clúster *alto-alto*, el 31.5 % pertenecen al clúster *bajo-bajo*, el 17.8 % pertenecen al grupo *bajo-alto* y el 18.6 % pertenecen al grupo *alto-bajo*. En este escenario, tan solo por un 1 % la mayoría de municipios pertenecen a patrones espaciales *alto-alto*, respecto al patrón *bajo-bajo*.

Para observar el comportamiento de los patrones espaciales con mayor simplicidad, se agrega como una capa adicional en la Figura 6 la división político-administrativa de los departamentos. Además de los hallazgos encontrados con los diagramas de dispersión del IM global, esta figura se agrega como evidencia empírica para determinar que no necesariamente los municipios con mayores variaciones en el A per cápita como proporción del VA son quienes tienen mayores tasas de crecimiento del VA per cápita y viceversa.

Con el ánimo de condensar el análisis, se explorarán los resultados de los casos de mayor interés y se tomará de forma superflua los cuatro departamentos a los que pertenecen las cuatro principales ciudades del país. En forma de aclaración, las cuatro principales ciudades son, en orden jerárquico; considerando su participación dentro del VA nacional en el año 2021: Bogotá D.C. (ubicada dentro del departamento de Cundinamarca), Medellín (ubicada dentro del departamento de Antioquia), Cali (ubicada dentro del departamento del Valle del Cauca) y Barranquilla (ubicada dentro del departamento del Atlántico).

En La Guajira se observan dos clústeres *bajo-bajo* y un *alto-bajo* durante la vigencia 2013. El primero está conformado por el municipio de Albania y Manaure, municipios con valores de variaciones de VA per cápita bajos y con vecinos con variaciones promedio por debajo del promedio de vecinos, por su parte el *alto-bajo* lo integran Riohacha, Maicao y Uribia. Es importante mencionar que esta zona es fuertemente influenciada por la presencia y actividades de la mina de Carbón el Cerrejón (ubicada en los municipios de Albania, Barrancas y Hatonuevo) y el Puerto Bolívar (ubicado en Uribia). Durante la vigencia de 2020, la dependencia espacial cambia, y se consolida como un clúster *bajo-bajo*; mostrando una desmejora en las condiciones del departamento.

Por otro lado, el departamento del Chocó, al occidente del país, resalta por tener los cuatro tipos de dependencia espacial en las tasas de crecimiento de la actividad económica per cápita en el año 2013 y los considerables cambios que ha presentado en el tiempo. En el año 2013 el clúster *alto-alto* está conformado por los municipios de Quibdó, El Carmen, Lloró y Río Quito, mientras que en el resto del departamento prima la agrupación *bajo-bajo*. Por otro lado, en el año 2013 en el departamento del Casanare se observa un clúster *alto-alto* con el municipio de Paz de Ariporo, que en el año 2018 se convierte en un municipio con una dependencia espacial del tipo *bajo-bajo*, y en el año 2020 no es significativa.

Por último, en el departamento de Cundinamarca la ciudad de Bogotá D.C. no es significativa en alguna vigencia, pero los municipios que forman parte del Área Metropolitana sí son significativos y forman dos clústeres *bajo-bajo* que cambian entre vigencias. Tampoco se muestra significatividad en la dependencia espacial de las principales ciudades. Con relación a las variaciones del A per cápita como proporción del VA se encuentra que los departamentos de La Guajira, Chocó, Guaviare, Bolívar, Cesar, Arauca y Vaupés son quienes tiene presencia de dependencia espacial del tipo *alto-alto* en las tres vigencias, departamentos donde han sido constantes las falencias económicas.

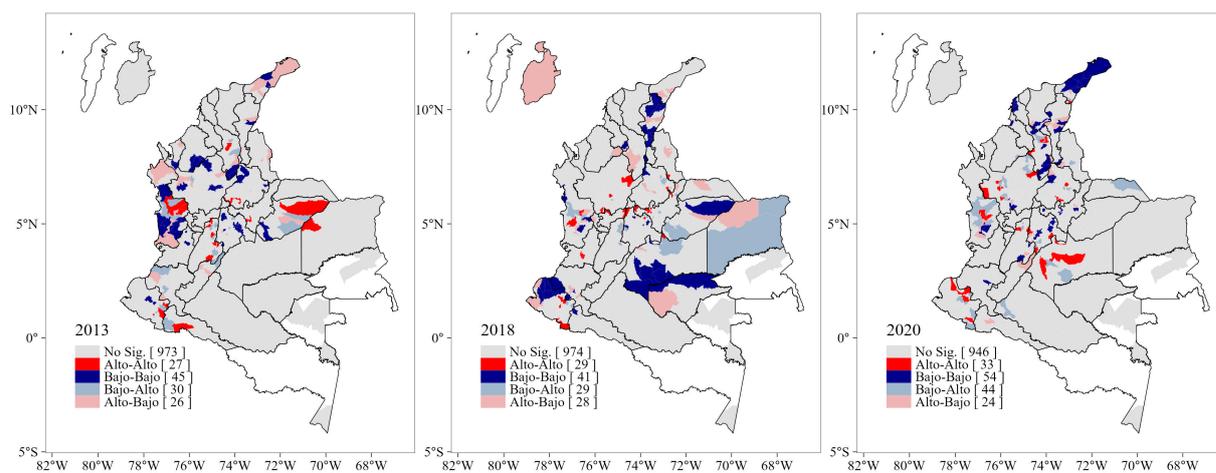
Una vez se han comparado las tasas de crecimiento de la actividad económica y las variaciones del A per cápita como proporción del VA, en las siguientes figuras se observarán de forma adicional los logaritmos de las variables en términos per cápita, sin incluir las variaciones. En la Figura 7 se muestra el tipo de dependencia espacial para el logaritmo y la variación del VA por persona. En promedio, para las tres vigencias el 32.7% del total de municipios son significativos, a un nivel de confianza del 5%. De este total, en promedio, el 34.3% pertenecen al clúster *alto-alto*, el 55.9% pertenecen al clúster *bajo-bajo*, el 6.2% pertenecen al grupo *bajo-alto* y el 3.6% pertenecen al grupo *alto-bajo*.

El logaritmo muestra entonces una tendencia a la concentración visible y constante en las tres vigencias (verificada con el IM global más alto), en general se observa la presencia de clústeres tipo *alto-alto* en la zona central del país (Casanare, Meta, Cundinamarca, Santander, Antioquia y Valle del Cauca) y en la periferia la presencia de clústeres del tipo *bajo-bajo* (Putumayo, Caquetá, Nariño, Córdoba, Chocó y La Guajira).

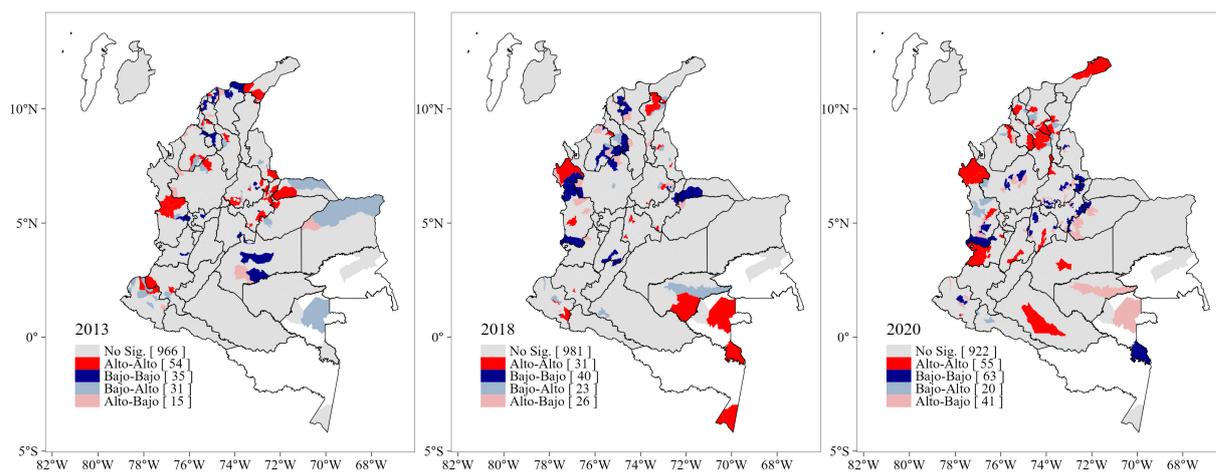
Finalmente, en la Figura 8 se muestra el tipo de dependencia espacial para el logaritmo y la variación del A por persona como proporción del VA. En promedio, para las tres vigencias el 24.9% del total de municipios son significativos, a un nivel de confianza del 5%. De este total, en promedio, el 45.1% pertenecen al clúster *alto-alto*, el 37.6%

**Figura 6:** Clúster de variaciones de gasto de inversión pública y valor agregado: 2013, 2018 y 2020

(a) Tasa de crecimiento de la actividad económica real per cápita



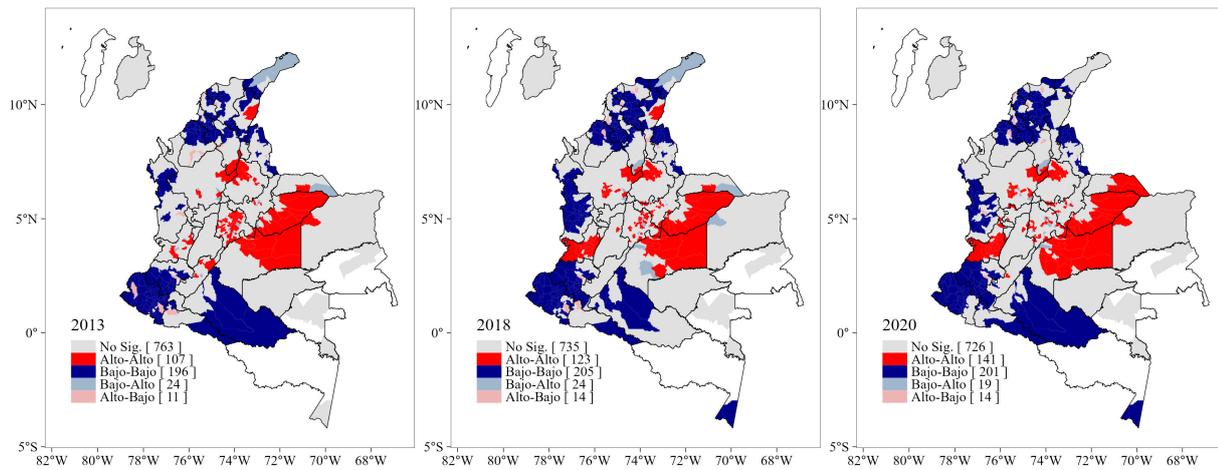
(b) Variación del gasto de inversión pública real per cápita como proporción del VA real per cápita



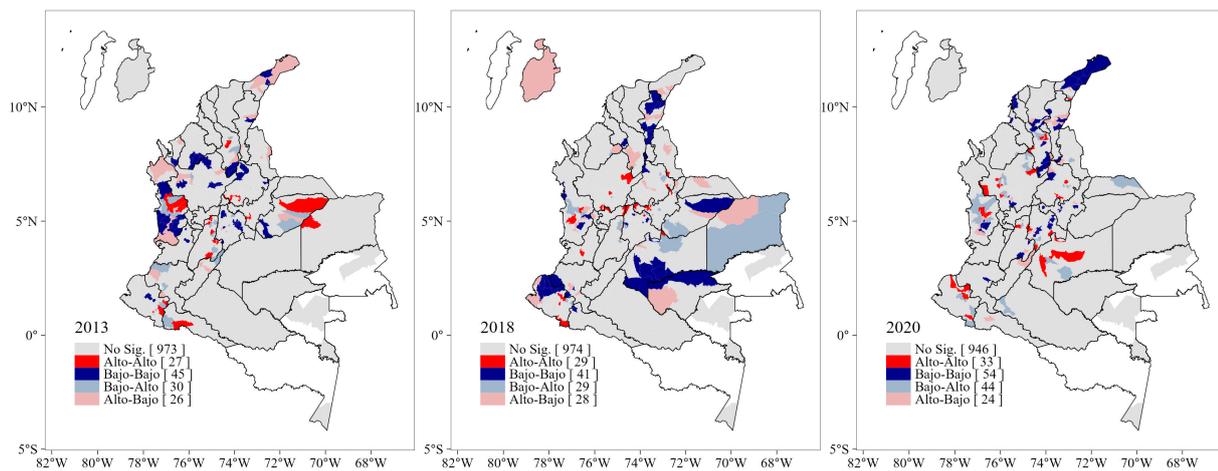
Notas. Elaboración propia usando el paquete *rgeoda* en R.

**Figura 7:** Clúster de variaciones y logaritmo de valor agregado real per cápita: 2013, 2018 y 2020

(a) Logaritmo natural del valor agregado real per cápita



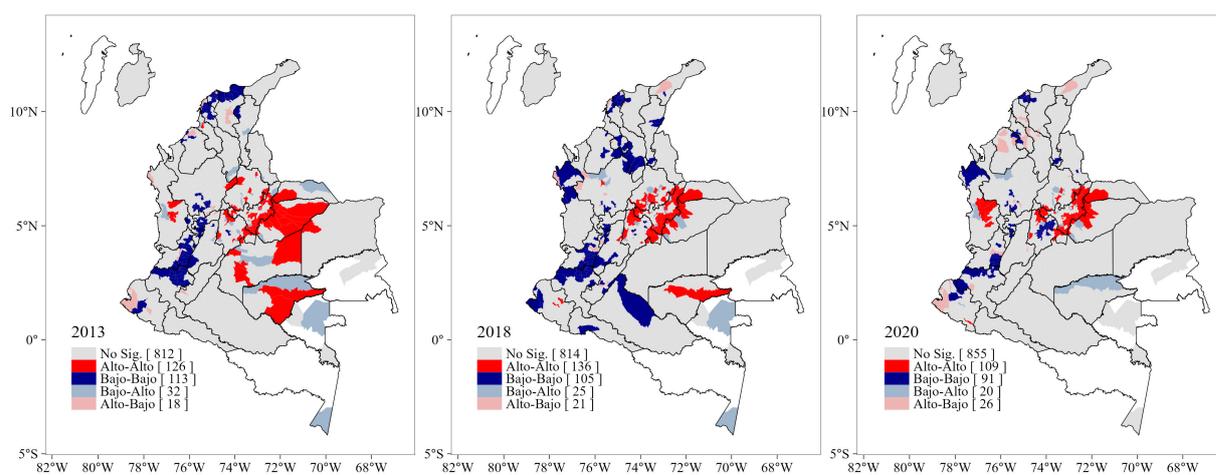
(b) Tasa de crecimiento de la actividad económica real per cápita



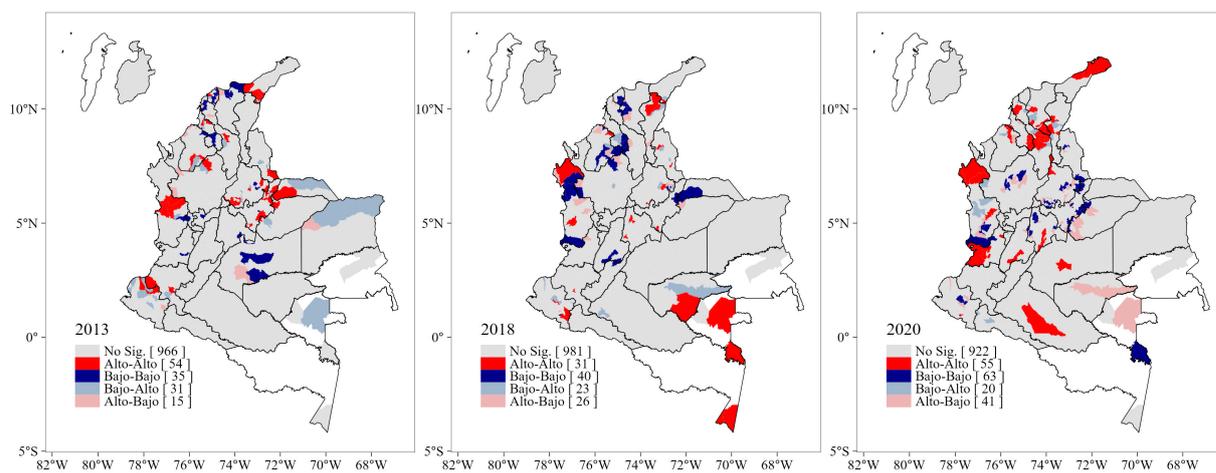
*Notas.* Elaboración propia usando el paquete *rgeoda* en R.

**Figura 8:** Clúster de variaciones y logaritmo de gasto de inversión pública per cápita: 2013, 2018 y 2020

(a) Logaritmo natural del gasto de inversión pública real per cápita



(b) Tasa de crecimiento de la actividad económica real per cápita



Notas. Elaboración propia usando el paquete *rgeoda* en R.

pertenecen al clúster *bajo-bajo*, el 9.3% pertenecen al grupo *bajo-alto* y el 8.0% pertenecen al grupo *alto-bajo*. De forma paralela al logaritmo del VA, es más visible y constante la dependencia espacial del logaritmo del A per cápita. Este parece concentrarse en los departamentos del Casanare, Meta, Boyacá, Cundinamarca, y en las últimas vigencias se agrega el departamento del Chocó.

En resumen, con el AEDE se ha encontrado que parece no existir, al menos de forma empírica, una relación directa entre el tipo de dependencia espacial entre las variaciones del VA y del A per cápita como proporción del VA. Esto implica que los municipios con valores altos de variaciones de VA per cápita, rodeados de municipios con promedio superior al promedio de todos los municipios, no necesariamente son quienes tienen valores altos de variaciones de A per cápita y que están también rodeados de municipios con promedio superior al promedio de todos los municipios.

Este comportamiento tampoco parece, de forma parcial, ser aplicable para las relaciones del logaritmo del VA per cápita y la variación de VA por persona. Por otro lado, si es notoria la presencia y consistencia de clústeres *alto-alto* en la zona central del país en cuanto a logaritmos del VA y A per cápita se refiere. A modo de conclusión, el análisis de datos espaciales permite, además de encontrar las dinámicas en el espacio de las dos variables analizadas enunciadas con directa anterioridad, encontrar y ser consciente de elementos sensibles como: 1. Las cuatro principales ciudades no tienen marcada esta dinámica de autocorrelación espacial en ambas variaciones, como se esperaría respecto a la evidencia empírica, que puede responder a la forma en que se determinó la matriz de pesos espaciales y 2. Si se observan los logaritmos es notoria la concentración del VA en la zona central del país, al igual que en el gasto, no así con las variaciones.

## 4. Resultados

### 4.1. Primera especificación econométrica

En el cuadro 2 se integran los resultados para la primera especificación econométrica definida en la ecuación 11, especificación con restricciones iguales a  $\beta_1 = \theta_1 \neq 0$ ,  $\beta_2 = \theta_2 = 0$  y  $\beta_3 = \theta_3 = 0$ , esto es, se determina el multiplicador del valor agregado en función del multiplicador del gasto de inversión. Además del modelo POOL, los resultados se muestran para los cuatro tipos de modelos espaciales; es decir, el modelo SAR, SEM, SARAR y SDM. En esta dirección, por columna se tiene el tipo de modelo espacial al que se hace referencia; incluyendo sus restricciones, además del tipo de efectos que se usan para estimar los parámetros desconocidos. Por fila se muestra el intercepto y las variables exógenas incluidas, mientras que en la última y penúltima fila se muestra el resultado de la aplicación de la prueba de *Hausman* con el fin de conocer la consistencia de los resultados derivados de los EF y EA.

**Cuadro 2:** Primera especificación econométrica de modelos panel espaciales: 2013-2020

	POOL	SAR		SEM		SARAR		SDM	
	$\rho = \theta = \lambda = 0$	$\rho \neq 0$		$\lambda \neq 0$		$\rho = \lambda \neq 0$		$\rho = \theta \neq 0$	
	...	EF	EA	EF	EA	EF	EA	EF	EA
$\beta_0$	0.020 †	...	0.017 †	...	0.020 †	...	0.010 †	...	0.016 †
$\beta_1$	0.220 †	0.180 †	0.207 †	0.173 †	0.202 †	0.168 †	0.192 †	0.132 †	0.161 †
$\rho$	...	0.137 †	0.131 †	...	...	0.486 †	0.471 †	0.132 †	0.126 †
$\theta_1$	...	...	...	...	...	...	...	0.236 †	0.232 †
$\lambda$	...	...	...	0.134 †	0.128 †	-0.453 †	-0.439 †	...	...
<i>Hausman</i>		$H_0$ : Estimador EA es consistente respecto al estimado por EF							
<i>p-valor</i>		0.011		0.009		0.008		0.030	

*Notas.* Elaboración propia. (†) significativo al 0.1 %, (‡) significativo al 1 %, (\*) significativo al 5 % y (•) significativo al 10 %.

El modelo POOL indica, con un 99 % de confianza, que en promedio un aumento en un 1 peso colombiano (COP, código oficial de la divisa según ISO 4217) del gasto de inversión pública por persona en el municipio  $i$  aumenta el valor agregado por persona en 0.220 pesos en el mismo municipio; es decir, 22 centavos. Además, suponiendo *ceteris paribus*, esto es, manteniendo las variables exógenas constantes, el valor agregado por persona aumenta 0.02 pesos.

En los modelos espaciales, el  $p$ -valor de la prueba de *Hausman* es en promedio del 0.014, valor inferior al nivel de significancia del 5%; dando evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula  $H_0$ , por lo tanto, se afirma la consistencia de los resultados del modelo de EF respecto a los EA. En esta dirección, los resultados del modelo SAR muestran que un aumento de 1 COP del gasto de inversión pública por persona en el municipio  $i$  aumenta el valor agregado por persona en 0.18 pesos en el mismo municipio. El parámetro  $\rho$  establece que un aumento en 1 COP en el valor agregado por persona del municipio  $i$  genera aumentos de 0.13 pesos en el valor agregado por persona de sus vecinos.

Los resultados del modelo SEM, con un 99% de confianza, determinan que un aumento en 1 COP en el gasto de inversión pública por persona del municipio  $i$  aumenta el valor agregado per cápita en 0.173 pesos en el mismo municipio. Mientras que un aumento en 1 COP en las innovaciones independientes ( $\epsilon$ ) del municipio  $i$  aumentan las innovaciones independientes en 0.134 pesos de sus vecinos.

En el modelo SARAR tomando los resultados del modelo de EF, con un nivel de confianza del 99%, se tiene que un aumento en 1 COP del gasto de inversión pública por persona del municipio  $i$  aumenta el valor agregado por persona en 0.168 pesos en el mismo municipio. Además, un aumento en 1 COP del valor agregado por persona en el municipio  $i$  aumenta el valor agregado por persona de sus vecinos en 0.486 pesos. Mientras que un aumento en 1 COP en las innovaciones independientes del municipio  $i$  disminuyen las innovaciones independientes en 0.453 pesos de sus vecinos.

Por último, tomando los resultados del SDM se encuentra que un aumento en 1 COP del gasto de inversión pública per cápita en el municipio  $i$  genera aumentos en el valor agregado por persona en 0.132 pesos en el mismo municipio, esto es, 13 centavos. El valor del parámetro  $\rho$  confirma la existencia de dependencia espacial positiva, como en el modelo SARAR y SAR, en la medida que un aumento en el valor agregado por persona del municipio  $i$  en 1 COP genera un aumento de 0.13 pesos en el valor agregado por persona de sus vecinos. Ahora bien, la dirección positiva del parámetro  $\theta$  confirma que un aumento en 1 COP del gasto de inversión pública por persona de los vecinos del municipio  $i$ , genera un aumento de 0.236 pesos del valor agregado por persona del municipio  $i$ .

A modo de resumen se presenta, por un lado, la consistencia en todos los casos de los resultados generados por los modelos con EF. Por otro lado, es preciso hacer notar que el valor de los parámetros  $\rho$ ,  $\theta$  y  $\lambda$  son estadísticamente significativos con un nivel de significancia del 0.1%; es decir, existe evidencia estadística para confirmar que en la

relación del gasto público de inversión por persona y el valor agregado por persona a nivel municipal los efectos espaciales son relevantes.

## 4.2. Segunda especificación econométrica

En el cuadro 3 se condensan los resultados para la segunda especificación econométrica definida en la ecuación 11, especificación que no posee restricciones para las variables exógenas incluidas, esto es, se incluye la variable exógena principal y las dos exógenas de control. En esta dirección, por columna se tiene el tipo de modelo espacial al que se hace referencia; incluyendo sus restricciones, además del tipo de efectos que se usan para estimar los parámetros desconocidos. Por fila se muestra el intercepto y las variables exógenas incluidas, mientras que en la última y penúltima fila se muestra el resultado de la aplicación de la prueba de *Hausman* con el fin de conocer la consistencia de los resultados derivados de los EF y EA.

**Cuadro 3:** Segunda especificación econométrica de modelos panel espaciales: 2013-2020

	<b>POOL</b> $\rho = \theta = \lambda = 0$	<b>SAR</b> $\rho \neq 0$		<b>SEM</b> $\lambda \neq 0$		<b>SARAR</b> $\rho = \lambda \neq 0$		<b>SDM</b> $\rho = \theta \neq 0$	
	...	<b>EF</b>	<b>EA</b>	<b>EF</b>	<b>EA</b>	<b>EF</b>	<b>EA</b>	<b>EF</b>	<b>EA</b>
$\beta_0$	0.328 †	...	0.315 †	...	0.328 †	...	0.334 †	...	0.258 †
$\beta_1$	0.217 †	0.118 ‡	0.208 †	0.111 ‡	0.202 †	0.107 ‡	0.169 †	0.099 ‡	0.166 †
$\beta_2$	-0.039 †	-0.468 †	-0.039 †	0.473 †	-0.040 †	-0.474 †	-0.041 †	-0.473 †	-0.043 †
$\beta_3$	0.007 •	0.020 ‡	0.009 *	0.017 *	0.009 *	0.015 *	0.011 ‡	0.018 *	0.013 ‡
$\rho$	...	0.137 †	0.130 †	...	...	-0.050	-0.414 †	0.114 †	0.130 †
$\theta_1$	...	...	...	...	...	...	...	0.103	0.169 *
$\theta_2$	...	...	...	...	...	...	...	0.065 †	0.022 †
$\theta_3$	...	...	...	...	...	...	...	0.002	-0.021 ‡
$\lambda$	...	...	...	0.114 †	0.134 †	0.162 †	0.463 †	...	...
<i>Hausman</i>		$H_0$ : Estimador EA es consistente respecto al estimado por EF							
<i>p-valor</i>		0.000		0.000		0.000		0.000	

*Notas.* Elaboración propia. (†) significativo al 0.1 %, (‡) significativo al 1 %, (\*) significativo al 5 % y (•) significativo al 10 %.

Los resultados son segregados, además del modelo POOL, por los cuatro tipos de modelos espaciales; es decir, el modelo SAR, SEM, SARAR y SDM. De forma similar a la primera especificación econométrica, en la prueba de *Hausman* los *p-valores* son inferiores al nivel de significancia del 5 % lo que indica el rechazo de la hipótesis nula y la consistencia

de los resultados vinculados con los EF en comparación con los derivados de los EA.

El modelo POOL muestra que las variables son significativas, con un nivel de confianza de al menos el 90%. Los resultados sugieren que un aumento en el municipio  $i$  de 1 COP en el gasto de inversión pública por persona aumenta el valor agregado por persona del mismo municipio en 0.217 pesos; es decir, 21 centavos. Mientras que un aumento en el municipio  $i$  de 1% del valor agregado por persona en el periodo  $t - 1$  genera una reducción del valor agregado por persona en 0.039 pesos del mismo municipio en el periodo  $t$ , lo que confirma que los municipios más ricos no son necesariamente quienes crecen a mayores tasas de crecimiento económico por persona. Además, un aumento en un 1% del gasto de inversión pública por persona en el periodo  $t - 1$  para el municipio  $i$  genera un aumento en 0.007 pesos del valor agregado por persona.

Los resultados en el modelo SAR muestran que, con un nivel de confianza de al menos el 99.9%, un aumento en 1 COP del gasto de inversión pública por persona del municipio  $i$  aumenta el valor agregado por persona en 0.118 pesos en el mismo municipio. De forma similar al modelo POOL, un aumento en el municipio  $i$  de 1% del valor agregado por persona en el periodo  $t - 1$  genera una reducción del valor agregado por persona en 0.468 pesos del mismo municipio en el periodo  $t$ . Además, un aumento en un 1% del gasto de inversión pública por persona en el periodo  $t - 1$  para el municipio  $i$  genera un aumento en 0.020 pesos del valor agregado por persona. El resultado de la estimación de  $\rho$  indica que existe dependencia espacial positiva, porque en promedio un aumento en el valor agregado por persona del municipio  $i$  en 1 COP genera un aumento de 0.137 pesos en el valor agregado por persona de sus vecinos.

Ahora bien, el modelo SEM confirma, con un nivel de confianza de al menos el 95%, que un aumento en 1 COP del gasto de inversión pública por persona del municipio  $i$  genera aumentos en el valor agregado por persona en 0.111 pesos en el mismo municipio. En comparación con los modelos POOL y SAR se encuentra que un aumento en el municipio  $i$  de 1% del valor agregado por persona en el periodo  $t - 1$  genera un aumento del valor agregado por persona en 0.473 pesos del mismo municipio en el periodo  $t$ . Mientras que un aumento en un 1% del gasto de inversión pública por persona en el periodo  $t - 1$  para el municipio  $i$  genera un aumento en 0.017 pesos del valor agregado por persona. Los resultados de este modelo espacial también confirman que un aumento en 1 COP en las innovaciones independientes del municipio  $i$  aumenta las innovaciones independientes en 0.114 pesos de sus vecinos, valores similares a la anterior especificación.

Los modelos con mayores interacciones, y, por lo tanto, con mayores interpretaciones

son el modelo SARAR y SDM. Lo primero que resalta en los resultados de estos modelos dadas las estimaciones otorgadas por el modelo con EF, es la no significatividad de la dependencia espacial ( $\rho$ ) en el SARAR y de los parámetros  $\theta_1$  y  $\theta_3$  en el SDM. En el primero (SARAR) se tiene que, con un nivel de confianza de al menos el 95 %, un aumento en 1 COP del gasto de inversión pública por persona del municipio  $i$  genera aumentos en el valor agregado por persona en 0.107 pesos en el mismo municipio. Además, se encuentra que un aumento en el municipio  $i$  de 1 % del valor agregado por persona en el periodo  $t - 1$  genera una reducción del valor agregado por persona en 0.474 pesos del mismo municipio en el periodo  $t$ . Mientras que un aumento en un 1 % del gasto de inversión pública por persona en el periodo  $t - 1$  para el municipio  $i$  genera un aumento en 0.015 pesos del valor agregado por persona, y un aumento en 1 COP en las innovaciones independientes del municipio  $i$  aumenta las innovaciones independientes en 0.162 pesos de sus vecinos.

Por su parte, los resultados del modelo SDM determinan, con un nivel de confianza de al menos el 95 %, que un aumento en 1 COP del gasto de inversión pública por persona del municipio  $i$  genera aumentos en el valor agregado por persona en 0.099 pesos en el mismo municipio, el menor valor estimado en todos los modelos analizados tanto de primera como de segunda especificación econométrica. Ahora bien, un aumento en el municipio  $i$  de 1 % del valor agregado por persona en el periodo  $t - 1$  genera una reducción del valor agregado por persona en 0.473 pesos del mismo municipio en el periodo  $t$ , valor similar al encontrado en el modelo SEM pero con signo contrario. Mientras que un aumento en un 1 % del gasto de inversión pública por persona en el periodo  $t - 1$  para el municipio  $i$  genera un aumento en 0.018 pesos del valor agregado por persona. El coeficiente estimado de  $\rho$  muestra que un aumento en 1 COP en el valor agregado por persona del municipio  $i$  genera incrementos en el valor agregado por persona de sus vecinos en 0.114 pesos. Además, se encuentra que un aumento en un 1 % del valor agregado por persona en el periodo  $t - 1$  en los vecinos del municipio  $i$  genera un aumento de 0.065 pesos en el valor agregado por persona del municipio  $i$  en el periodo  $t$ .

En síntesis y de forma paralela a la primera especificación se presenta, por un lado, la consistencia en todos los casos de los resultados generados por los modelos con EF. Por otro lado, es preciso hacer notar que el valor del parámetro  $\rho$  es estadísticamente significativo con un nivel de significancia del 0.1 % (excepto en el modelo SARAR), y si bien no es así con la mayoría de los parámetros  $\theta$ , se puede afirmar que, existe evidencia estadística para determinar que en la relación del gasto público de inversión por persona y el valor agregado por persona a nivel municipal, los efectos espaciales son relevantes.

### 4.3. Efectos *spillover* municipales

En el cuadro 4 se muestran los resultados de los efectos directos, indirectos y totales para la primera y segunda especificación econométrica definida en la ecuación 11 con y sin restricciones, respectivamente. Los resultados son diferenciados por los tres tipos de modelos espaciales donde existe un componente espacial para la variable endógena y exógenas; es decir, el modelo SAR, SARAR y SDM, además del tipo de efectos con el que se estimaron. Se ponen todos los resultados posibles con el ánimo de compararlos.

**Cuadro 4:** Efectos directos, indirectos y totales

		Primera especificación			Segunda especificación			
		Directo	Indirecto	Total	Directo	Indirecto	Total	
EF	SAR	$\beta_1$	0.180 †	0.028 †	0.208 †	0.118 †	0.012 ‡	0.130 †
		$\beta_2$	...	...	...	-0.469 †	-0.047 †	-0.516 †
		$\beta_3$	...	...	...	0.020 ‡	0.002 ‡	0.022 ‡
	SARAR	$\beta_1$	0.176 †	0.150 †	0.327 †	0.107 ‡	-0.005	0.102 ‡
		$\beta_2$	...	...	...	-0.474 †	0.022	-0.451 †
		$\beta_3$	...	...	...	0.016 ‡	-0.001	0.015 ‡
	SDM	$\beta_1$	0.132 †	0.020 †	0.152 †	0.099 †	0.012 *	0.111 †
		$\beta_2$	...	...	...	-0.474 †	-0.060 †	-0.534 †
		$\beta_3$	...	...	...	0.018 *	0.002 *	0.020 *
$\theta_1$		0.237 †	0.035 †	0.272 †	0.103	0.013	0.116	
$\theta_2$		...	...	...	0.065 *	0.008 *	0.073 *	
$\theta_3$		...	...	...	0.002	0.000	0.002	
EA	SAR	$\beta_1$	0.208 †	0.031 †	0.238 †	0.208 †	0.030 †	0.239 †
		$\beta_2$	...	...	...	-0.039 †	-0.006 †	-0.044 †
		$\beta_3$	...	...	...	0.009 *	0.001 •	0.009 *
	SARAR	$\beta_1$	0.201 †	0.162 †	0.363 †	0.173 †	-0.054 †	0.120 †
		$\beta_2$	...	...	...	-0.042 †	0.013 †	-0.030 †
		$\beta_3$	...	...	...	0.011 ‡	-0.004 ‡	0.008 ‡
	SDM	$\beta_1$	0.162 †	0.023 †	0.184 †	0.167 †	0.024 †	0.191 †
		$\beta_2$	...	...	...	-0.043 †	-0.006 †	-0.049 †
		$\beta_3$	...	...	...	0.013 *	0.002 *	0.015 *
$\theta_1$		0.232 †	0.033 †	0.265 †	0.170 *	0.025 *	0.195 *	
$\theta_2$		...	...	...	0.023 †	0.003 ‡	0.026 †	
$\theta_3$		...	...	...	-0.022 ‡	-0.003 *	-0.025 ‡	

*Notas.* Elaboración propia. (†) significativo al 0.1 %, (‡) significativo al 1 %, (\*) significativo al 5 % y (•) significativo al 10 %.

Tomando únicamente en consideración los resultados de los EF, con las pruebas de *Hausman* indicadas en los dos anteriores apartados, se encuentra que en el modelo SAR para la primera especificación, con un nivel de confianza del 99.9 %, el cambio en 1 COP del gasto de inversión pública por persona de un municipio incrementa el valor agregado en promedio en un 0.180 sobre sí mismo, a su vez este aumento en 1 COP genera un aumento promedio (efecto spillover) de 0.028 pesos sobre el valor agregado de los demás municipios en los que se propaga el efecto; consolidando un efecto total promedio de 0.208 pesos, correspondientes a casi 21 centavos. Al comparar los resultados de la segunda especificación se mantiene el hecho de que el efecto directo es mayor al indirecto, aunque el efecto total respecto a las variaciones del gasto de inversión pública como proporción del valor agregado es menor.

Sin embargo, esta segunda especificación permite observar los efectos directos, indirectos y totales, asociados a cambios en los rezagos del logaritmo del valor agregado por persona y gasto de inversión pública por persona, de esta forma, se encuentra que con un nivel de confianza de por lo menos el 99.9 %, un aumento en 1 % en el valor agregado por persona en el periodo  $t - 1$  en un municipio, genera una disminución promedio del valor agregado por persona de 0.469 pesos en el mismo municipio. A su vez, este aumento en 1 % genera una disminución promedio (efecto spillover) de 0.047 pesos sobre el valor agregado de los demás municipios en los que se propaga el efecto; consolidando un efecto total promedio negativo de 0.516 pesos, correspondientes a casi 52 centavos. Esto parece indicar que los municipios más ricos, además de crecer a menores tasas, generan que los demás municipios también tengan menores niveles de crecimiento económico por persona.

Si se observa el comportamiento del rezago del gasto de inversión pública por persona, se encuentra que, de forma paralela al rezago del VA, el efecto directo es mayor que el indirecto, y el total es sustancialmente más bajo que el calculado para las dos anteriores variables en el modelo SAR.

Ahora bien, observando los resultados del modelo SARAR se pone de nuevo en evidencia la supremacía de los efectos directos respecto a los indirectos, efectos que en magnitud son inferiores a los presentados en el modelo SAR. Por su parte, el SDM, reitera el comportamiento de los efectos, en cuanto son mayores los directos que los indirectos. En este modelo solamente los efectos asociados a la variación del gasto de inversión pública como proporción del VA, el rezago del gasto de inversión pública por persona y el efecto de cambios en el rezago del VA por persona sobre el municipio  $i$  son significativos al menos a un 95 % de confianza.

En resumen, para los municipios en Colombia durante el periodo 2013-2020, los efectos de los cambios del gasto de inversión pública por persona como proporción del VA por persona son en mayor medida observados en el municipio donde se efectúa el cambio, sin embargo, es importante indicar que los efectos de estos cambios también se asocian a los demás municipios; es decir, existe en Colombia evidencia para determinar que el gasto de inversión pública por persona afecta espacialmente al valor agregado por persona.

## 5. Discusión y conclusiones

Los resultados de esta investigación demostraron en Colombia la importancia de incluir en el análisis de los multiplicadores fiscales la perspectiva subnacional, la interacción espacial y la significatividad de los efectos *spillover*. Es además una primera aproximación para mostrar, como menciona [Debuque-Gonzales \(2021\)](#), que el análisis de los multiplicadores fiscales locales es una herramienta útil para investigar las condiciones que ayudan a impulsar la actividad económica a nivel local.

La respuesta a las preguntas iniciales de ¿Cuál es la relación entre el gasto público de inversión y la actividad económica en los municipios de Colombia entre 2013 y 2020? ¿La actividad económica de los municipios de Colombia se ha incrementado en 2013-20? ¿El gasto público de inversión de los municipios de Colombia se ha incrementado en 2013-20? ¿En los municipios de bajo ingreso se ha incrementado más la actividad económica? ¿En los municipios de alto ingreso se ha incrementado más la actividad económica? Pueden enmarcarse en los resultados otorgados por el análisis exploratorio de datos temporales y análisis exploratorio de datos espaciales, AEDT y AEDE, respectivamente.

El AEDT mostró una tendencia decreciente de las dos principales variables de análisis en el periodo 2013-2020; es decir, las tasas de crecimiento de la actividad económica municipal fueron cada vez menores y las variaciones del gasto perdieron participación en el valor agregado. Fue también evidencia para indicar que en Colombia, durante el periodo 2013 a 2020, los municipios ricos crecen económicamente a mayores tasas per cápita, pero crecen con menores tasas de gasto de inversión real per cápita como proporción del valor agregado en el tiempo, respecto al resto de municipios.

Por su parte, el AEDE considerando el índice de Moran global, confirma que existen una tendencia hacia la agrupación o *clustering*; es decir, municipios con mayores (menores) tasas de crecimiento del valor agregado per cápita están rodeados de municipios con altas (bajas) tasas de crecimiento de valor agregado per cápita; así como, municipios con mayores (menores) participaciones gasto de inversión pública como proporción del valor agregado per cápita están rodeados de municipios con altas (bajas) participaciones gasto de inversión pública como proporción del valor agregado per cápita. Por otro lado, los resultados del índice de Moran local muestran que los municipios con valores altos de variaciones de valor agregado per cápita rodeados de municipios con promedio superior al promedio de todos los municipios, no necesariamente son quienes tienen valores altos de variaciones de A per cápita y que están también rodeados de municipios con promedio

superior al promedio de todos los municipios.

Ahora bien, la relación entre las tasas de crecimiento de la actividad económica municipal y las variaciones del gasto como participación del valor agregado es positiva. Lo anterior es comprobado con las estimaciones del multiplicador fiscal local para los municipios en Colombia en el periodo analizado. Tomando en consideración los resultados del modelo SDM en la primera especificación, debido a que el parámetro  $\beta_1$  es significativo y positivo, se encuentra que un aumento en el gasto público de inversión real por persona en 1 COP en el municipio  $i$  genera un aumento de 0.132 pesos en el mismo municipio  $i$  (valor que es cercano al 0.145 promedio de todas las estimaciones realizadas). Es entonces el multiplicador fiscal local inferior a la unidad, lo que induce a pensar que el gasto público de inversión es insuficiente para dinamizar con mayor ímpetu al crecimiento económico local.

De forma complementaria al multiplicador fiscal local, se tiene un valor significativo y positivo de autocorrelación espacial, lo que confirma que los aumentos del valor agregado del municipio  $i$  generan que el crecimiento económico de sus vecinos también crezca, a su vez, este aumento en la actividad económica de sus vecinos se traduce en un aumento de su propia actividad económica; confirmando de esta manera la existencia de *feedback loops*. En otras palabras, lo anterior está enmarcado en los dos tipos de efectos descritos por [Andrés-Rosales et al. \(2021\)](#), por un lado, los efectos *push-out* y, por otro, *push-in*. Lo primeros se interpretan usando el parámetro  $\rho$  y los segundos a través de  $\theta_1$ . Esto es, un aumento en 1 COP en el municipio  $i$  aumenta la actividad económica de sus vecinos en 0.132 pesos promedio, al tiempo ese aumento en 0.132 pesos promedio en sus vecinos desata un aumento en su propio valor agregado de 0.236 pesos.

los resultados también confirmaron la significatividad en los efectos *spillover* y directos, al determinar que un aumento en 1 COP en el gasto de inversión real por persona genera en un municipio un aumento sobre su valor agregado de 0.132 pesos promedio, mientras que el efecto de ese aumento en 1 COP sobre los demás municipios es de 0.020 pesos promedio de valor agregado, valores que de forma agregada son 0.152 pesos. Tomando los *feedback loops* promedio, se puede interpretar que el aumento en 1 COP en el valor agregado real per cápita de los municipios diferentes a  $i$  genera al municipio  $i$  en promedio 0.237 pesos de valor agregado y a los demás municipios 0.035 pesos de valor agregado (0.272 pesos en total), teniendo un efecto total en la economía local de 0.424 pesos. Este último resultado es comparable tanto en dirección como en magnitud con lo encontrado por [Restrepo-Ángel et al. \(2020\)](#), [Rincon-Castro et al. \(2014\)](#) y [Rincon-Castro](#)

et al. (2017).

Lo anterior implica que, en términos promedio, para los municipios en Colombia a lo largo del período bajo análisis, un aumento en el gasto de inversión pública real por persona tiene repercusiones sobre su crecimiento económico y sobre el crecimiento económico de los demás municipios, y este efecto envuelve crecimientos implícitos sobre el municipio o municipios que generaron el cambio. Es importante hacer notar que los multiplicadores fiscales son explicados mayoritariamente por los efectos directos; sin embargo, no se puede restar importancia a la significatividad de los efectos indirectos.

Este comportamiento tiene elevada relevancia para identificar que en la economía local la interdependencia espacial y la heterogeneidad espacial son elementos que no pueden tratarse como homogéneos, sino que deben verse sus particularidades para ser vinculadas al análisis del gasto público de inversión en los niveles subnacionales.

Por último, se identifican dos importantes puntos de mejora para futuras investigaciones, por un lado, se debe reconocer la identificación de la fuente de financiación del gasto de inversión pública, con el fin de incluir dentro del análisis si los multiplicadores pueden cambiar debido a la fuente de su financiación, por ejemplo, con recursos del GNC por medio de la figura de transferencias o de recursos propios. Aun cuando la respuesta pueda ser en algún sentido obvia, debido a la importancia que tienen las transferencias para desvanecer estos desbalances fiscales verticales. Por otro lado, sería esclarecedor realizar un análisis identificando los vecinos con otra especificación de la matriz de pesos espaciales, que responda a dinámicas de valor agregado o variables similares, para describir las relaciones de conmutación o cercanía a la mancha urbana de cada municipio; por ejemplo, incluir los resultados del Sistema de Ciudades aunque se tengan pocos municipios involucrados.

## 6. Referencias

- Andrian, L., M., D., y Hirs, J. (2020). *Las finanzas públicas y la crisis por COVID-19 en los países andinos*. Banco Interamericano de Desarrollo.
- Andrés-Rosales, R., Quintana-Romero, L., de Jesús-Almonte, L., y de la Cruz del Río-Rama, M. (2021). Spatial spillovers of economic growth and public spending in Mexico: Evidence from a SpVAR model, 1999–2019. *Economic Analysis and Policy*, 71:660–673. <https://doi.org/10.1016/j.eap.2021.07.004>.
- Anselin, L. (1995). Local Indicators of Spatial Association—LISA. *Geographical Analysis*, 27(2):93–115. <https://doi.org/10.1111/j.1538-4632.1995.tb00338.x>.
- Anselin, L. (1996). The Moran scatterplot as an ESDA tool to assess local instability in spatial association. En *Spatial analytical perspectives on GIS*, páginas 111–125. Routledge.
- Arif, U., Khan, F. N., y Arif, A. (2019). Budget spillovers and spatial interdependence at the sub-national level: evidence from Pakistan. *Pakistan Economic and Social Review*, 57(2):117–141.
- Asuad-Sanén, N. E. (2014). Pensamiento económico y espacio. *México: Facultad de Economía de la Universidad Nacional Autónoma de México (FE-UNAM)*.
- Auerbach, A., Gorodnichenko, Y., y Murphy, D. (2020). Local Fiscal Multipliers and Fiscal Spillovers in the USA. *IMF Econ. Rev.*, 68(1):195–229. <https://doi.org/10.1057/s41308-019-00102-3>.
- Ayala-García, J., Melo-Becerra, L. A., y Granger-Castaño, C. (2022). Dinámica de las reglas fiscales subnacionales y la nacional. Reporte técnico, Banco de la República de Colombia. <https://doi.org/10.32468/dtseru.305>.
- Barro, R. J. y Redlick, C. J. (2011). Macroeconomic Effects From Government Purchases and Taxes. *The Quarterly Journal of Economics*, 126(1):51–102.
- Bonet-Morón, J., Pérez-Valbuena, G. J., y Ricciulli-Marín, D. (2018). ¿Hay pereza fiscal territorial en Colombia? *Revista de Economía del Rosario*, 21(2):247–307. <https://doi.org/10.12804/revistas.urosario.edu.co/economia/a.7196>.
- Campo, J. y Mendoza, H. (2018). Gasto público y crecimiento económico: un análisis regional para Colombia, 1984-2012. *Lecturas de economía*, 0(88):77–108. <https://doi.org/10.17533/udea.le.n88a03>.
- Castelnuovo, E. y Lim, G. C. (2018). What Do We Know about the Macroeconomic

- Effects of Fiscal Policy? A Brief Survey of the Literature on Fiscal Multipliers. CESifo Working Paper 7366, Center for Economic Studies and ifo Institute (CESifo), Munich.
- Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL) (2021). *Panorama Fiscal de América Latina y el Caribe, 2021*. Número LC/PUB.2021/5-P. CEPAL, Santiago.
- Cruz, J. A. C. (2013). Los multiplicadores fiscales: una revisión de la literatura empírica. *Revista de Economía Mundial*, (34):175–209.
- Debuque-Gonzales, M. (2021). Local fiscal multipliers and spillover effects: Evidence from Philippine regions. *Economic Systems*, 45(2):100764. <https://doi.org/10.1016/j.ecosys.2020.100764>.
- Fernandes, R. P. (2020). *Government spending multiplier and regional economic growth: a general equilibrium analysis*. PhD thesis, Faculdade de Economia. Administracao e Contabilidade, Universidade de Sao Paulo. <https://doi.org/10.11606/D.12.2020.tde-07042021-225639>.
- Grekousis, G. (2020). Spatial autocorrelation. En *Spatial Analysis Methods and Practice: Describe – Explore – Explain through GIS*, página 207–274. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/9781108614528.005>.
- Guo, Q., Liu, C., y Ma, G. (2016). How large is the local fiscal multiplier? Evidence from Chinese counties. *Journal of Comparative Economics*, 44(2):343–352. <https://doi.org/10.1016/j.jce.2015.06.002>.
- Górmez-Celi, J. F. (2021). Descentralización y apertura económica en Colombia 1990-2020. *El Ágora U.S.B.*, 21:299 – 321. <https://doi.org/10.21500/16578031.5572> .
- Haddad, E., Bonet, J., Hewings, G., y Perobelli, F. (2009). Spatial aspects of trade liberalization in Colombia: A general equilibrium approach. *Papers in Regional Science*, 88(4):699–732. <https://doi.org/10.1111/j.1435-5957.2009.00268.x>.
- Halleck Vega, S. y Elhorst, J. P. (2015). THE SLX MODEL. *Journal of Regional Science*, 55(3):339–363. <https://doi.org/10.1111/jors.12188>.
- Hebous, S. (2011). The effects of discretionary fiscal policy on macroeconomic aggregates: A reappraisal. *Journal of Economic Surveys*, 25(4):674–707. <https://doi.org/10.1111/j.1467-6419.2010.00659.x>.
- LeSage, J. y Pace, R. (2009). *Introduction to Spatial Econometrics*. Chapman and Hall/CRC. <https://doi.org/10.1201/9781420064254>.
- Observatorio Fiscal de la Pontificia Universidad Javeriana (2019). Guía ciudadana a las finanzas públicas territoriales.
- Quintana, L. y Mendoza, M. Á. (2022). Econometría espacial aplicada utilizando R.

- Radics, A., Vázquez, F., Pérez Benítez, N., y Ruelas, I. (2022). Panorama de las relaciones fiscales entre niveles de gobierno de países de América Latina y el Caribe. Reporte técnico, Banco Interamericano de Desarrollo. <https://doi.org/10.18235/0004201>.
- Ramey, V. A. (2019). Ten Years after the Financial Crisis: What Have We Learned from the Renaissance in Fiscal Research? *Journal of Economic Perspectives*, 33(2):89–114. <https://doi.org/10.1257/jep.33.2.89>.
- Restrepo-Ángel, S., Rincón-Castro, H., y Ospina-Tejeiro, J. J. (2020). Multiplicadores de los impuestos y del gasto público en Colombia: aproximaciones SVAR y proyecciones locales. Reporte técnico, Banco de la República de Colombia. <https://doi.org/10.32468/be.1114>.
- Rincon-Castro, H., Rodriguez Guzman, D., Toro-Córdoba, J. H., y Téllez, S. (2014). FISCO: Modelo Fiscal para Colombia. Borradores de economía, Banco de la Republica de Colombia.
- Rincon-Castro, H., Rodriguez Guzman, D., Toro-Córdoba, J. H., y Téllez, S. (2017). FISCO: modelo fiscal para Colombia. *Ensayos sobre Política Económica*, 35(83):161–187. <https://doi.org/10.1016/j.espe.2017.04.001>.
- Rodríguez-Chacón, J. D. (2020). Multiplicadores locales de las regalías en Colombia 2012–2018. *Repositorio institucional Universidad Nacional de Colombia*.
- Romer, C. D. (2009). Lecciones de la Gran Depresión para la recuperación económica en 2009. *Revista de economía institucional*, 11(21):25–35.
- Wooldridge, J. (2015). *Introductory Econometrics: A Modern Approach*. Cengage Learning.
- Wooldridge, J. M. (2010). *Econometric analysis of cross section and panel data*. MIT press.