



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE ECONOMÍA

**APLICACIÓN DE REDES NEURONALES EN LA
PREDICCIÓN DEL VALOR DE LA *BITCOIN***

T E S I S

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

L ICENCIADA EN ECONOMÍA

P R E S E N T A :

MARIANA PALACIOS RODRÍGUEZ



**DIRECTOR DE TESIS:
MTRO. RAYMUNDO ILDEFONSO MOSCOSA
MORA
Cd. Mx. 2023**



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

ÍNDICE

	Página
AGRADECIMIENTOS	3
ANTECEDENTES	4
INTRODUCCIÓN	7
I. EL BITCOIN Y EL DINERO EN LA TEORÍA ECONÓMICA: SURGIMIENTO Y CARACTERÍSTICAS.....	12
1.1. Trueque como mecanismo de intercambio	12
1.2. Límites en el mecanismo de trueque indirecto.....	18
1.3. Modelo de bonos como solución al problema de trueque	21
1.4. Dinero y tasas de interés	23
1.4.1. El Significado y la Función del Dinero	26
1.4.2. Relación entre la tasa de interés y el dinero en el marco de la teoría de Fisher	28
1.4.3. Keynes: dinero y tasa de interés.....	34
1.5. El Bitcoin y sus principales características	36
1.5.1. Forma de operación de la plataforma Bitcoin	36
1.5.2. Aspectos monetarios de Bitcoin.....	40
II. ASPECTOS METODOLÓGICOS DE LAS REDES NEURONALES ARTIFICIALES	51
2.1. Modelos de series de tiempo tradicionales	52
3.2. Metodología de las redes neuronales artificiales	57
3.2.1. Neuronas genéricas	60
3.2.2. Red neuronal Hopfield.....	65
3.2.3. Neurona de memoria de corto y largo plazo (LSTM)	68
III. PRONÓSTICO DEL PRECIO DE LA <i>BITCOIN</i> MEDIANTE LA APLICACIÓN DE UNA RED NEURONAL.....	69
3.1. Definición operativa de variable	69
3.2. Resultados: pronóstico del precio de <i>Bitcoin</i> a través de la red neuronal artificial	

3.3.	Resultados: pronóstico del valor de la moneda digital a través de modelos ARIMA	
		78
3.4.	Comparativo estadístico de los modelos utilizados.....	82
CONCLUSIONES	86
RECOMENDACIONES	88
BIBLIOGRAFÍA	89
ANEXO A	93
ANEXO B	97

AGRADECIMIENTOS

Agradezco sinceramente a todas las personas que me han apoyado durante este largo y arduo camino en mi carrera. En especial, quiero dedicar este proyecto a mi querido amigo y profesor, Eduardo Castañeda, quien ha sido una guía invaluable desde el segundo semestre y un apoyo incondicional en todo momento.

No puedo dejar de mencionar a mi familia, en especial a mi madre, cuyo constante apoyo ha sido fundamental en todo mi recorrido académico. A mi hermana, por ser un pilar importante en mi vida, y a mi padre, quien siempre ha brindado lo necesario para que pudiera continuar con mis estudios.

También quiero expresar mi gratitud a mis amigos, quienes han demostrado una confiabilidad inquebrantable y me han tendido la mano cuando más lo necesitaba. Mención especial a Diego y Jesús, quienes, por casualidades de la vida, se cruzaron en mi camino durante mi carrera profesional y han sido un gran apoyo tanto en lo académico como en lo personal.

Por supuesto, no puedo olvidar a mis profesores de la carrera, en especial a mi asesor de tesis Raymundo, quien tuvo la paciencia necesaria para lograr que mi red neuronal fuera lo mejor posible y contribuyó a mejorar la parte escrita del texto. Asimismo, agradezco a mis sinodales, cuya participación fue vital para que este proyecto fuera posible.

También quiero expresar mi agradecimiento al profesor Pedro, quien desde el primer momento que me conoció, me ha brindado su apoyo incondicional y se ha mostrado siempre dispuesto a responder mis dudas y comentarios para mejorar el proyecto actual.

En verdad, sin el apoyo y la contribución de todas estas personas, este proyecto no habría sido posible. Agradezco profundamente su dedicación y respaldo, que han sido fundamentales para alcanzar este logro académico.

ANTECEDENTES

Durante las décadas de los ochenta y noventa, surgieron dos herramientas fundamentales que transformarían la forma en que la sociedad se relacionaría en el futuro: las computadoras personales y el internet. Estas tecnologías han tenido un papel crucial en los procesos de interacción, integración económica, social y política en los que los seres humanos se desenvuelven. Además, han dado lugar a nuevos modelos de producción en los que el trabajo tiende a ser desplazado en ciertas actividades industriales.

Durante la década de los noventa, las empresas tecnológicas adquirieron una gran relevancia y se convirtieron en los principales beneficiarios de la próspera dinámica económica experimentada por Estados Unidos en ese periodo. Sin embargo, tanto el crecimiento general de la economía como el del sector tecnológico fueron impulsados por el control artificial de la tasa de interés llevado a cabo por la Reserva Federal. Esta medida propició la formación de una burbuja financiera vinculada a la cotización de las empresas tecnológicas.

Según Tapscott y Alex (2018), tras la crisis del año 2008 y debido a la innovación tecnológica, surgió una moneda digital que opera fuera del marco regulatorio del dinero de curso legal. Esta moneda digital posee características únicas, como el anonimato y la divisibilidad, y se basa en la tecnología subyacente llamada blockchain o cadena de bloques. Según los autores, esta tecnología ha sido comparada con el "internet del siglo XXI" ya que permite la creación de redes distribuidas y descentralizadas, enlazando paquetes de datos y ofreciendo una seguridad casi invulnerable a ataques cibernéticos (aunque presenta el inconveniente del costo de energía) (Tapscott & Alex, 2018, p. 16).

La cadena de bloques, en el caso del *bitcoin*¹, funciona como un libro contable que registra todas las transacciones. Sin embargo, el potencial de esta tecnología trasciende el simple registro de intercambios comerciales. En el caso de *ethereum*, la segunda criptomoneda más

¹ La palabra *Bitcoin*, por otra parte, con su primera letra mayúscula se usa para referir al software y Red de minería *Bitcoin* que descifra las cadenas de bloques que crean intercambio de unidades *Bitcoin* conocida también por su abreviatura BTC" (Rodríguez, 2016).

¹ La palabra *bitcoin*, con minúsculas, se utiliza para referir a la unidad o al algoritmo que genera una secuencia alfanumérica de 33 caracteres que se crea en intercambio a través del software *Bitcoin* (Rodríguez, 2016).

importante en términos de capitalización, la cadena de bloques no solo registra transacciones, sino que también permite la implementación de contratos inteligentes o *smart contracts*. Estos contratos se caracterizan por su capacidad de cumplimiento automático, lo que permite a las organizaciones utilizarlos para llevar a cabo de manera más eficiente sus procesos logísticos.

Según Enrique Dans en su libro "La revolución *blockchain*", la cadena de bloques representa una revolución equiparable a la aparición de los ordenadores personales o el desarrollo y la popularización de internet. Según el autor, esta tecnología tiene el potencial de ser uno de los cambios más importantes y fundamentales que presenciaremos en nuestras vidas, con la capacidad de transformarlo todo (Tapscott & Alex, 2018, p. 16).

Aunque el internet, tal como se conoce hasta el día de hoy, se trata de un mecanismo de transmisión de información, la tecnología *blockchain* tendrá un impacto en la creación de una nueva red que no solo permitirá la transmisión de información, sino que también generará valor. Esta transformación conducirá a nuevas relaciones que alterarán la configuración de los bloques económicos y, por consiguiente, la estructura económica global. Estos cambios plantean la aparición de un nuevo modo de producción que se caracteriza por nuevas condiciones en la división internacional del trabajo, tanto en actividades productivas como improductivas, y un cambio drástico en las relaciones de producción tanto a nivel individual como nacional en los tres sectores económicos del Sistema Global. Además, estos cambios aumentarán las tensiones y rivalidades entre diferentes bloques de países, en el contexto del surgimiento de un orden multipolar.

Ante los cambios sociales, económicos, políticos y humanos que pueden darse ante el uso de *Bitcoin*, así como de la cadena de bloques y que se encuentra enmarcado en lo que es la cuarta revolución industrial (internet de todas las cosas, inteligencia artificial, automatización de procesos, etc.) es necesario plantearnos reflexiones prospectivas de la interacción humana a nivel económico (y también social). Derivado de la importancia de estos fenómenos resulta fundamental analizar el valor de un activo como *Bitcoin* haciendo uso de técnicas de medición (como las redes neuronales artificiales) que se van desarrollando gracias a los avances tecnológicos y el poder de cómputo, radicando en ello la importancia del presente trabajo intitulado Redes neuronales en la predicción del valor de la *Bitcoin*.

La cuarta revolución industrial se refiere a los cambios sociales, económicos, políticos y humanos que surgen como resultado de innovaciones tecnológicas como el internet de todas las cosas, la inteligencia artificial y la automatización de procesos. El internet de todas las cosas se refiere a la interconexión de dispositivos y objetos cotidianos a través de la red, permitiendo la comunicación y el intercambio de datos entre ellos. La inteligencia artificial se basa en el desarrollo de sistemas capaces de realizar tareas que requieren habilidades humanas, como el aprendizaje, el razonamiento y la toma de decisiones. La automatización de procesos implica la sustitución de tareas y actividades por sistemas y máquinas automatizadas. Estos avances tecnológicos tienen un impacto significativo en diversos aspectos de la sociedad, incluyendo la economía y la interacción humana en general. (McAfee, 2012).

INTRODUCCIÓN

Ante el crecimiento y desarrollo de la llamada economía digital que hoy se aplica a los procesos de las actividades productivas en particular a la transformación de los medios de pago, este trabajo tiene por objetivo principal el aplicar un modelo a la predicción del valor de la criptomoneda bitcoin, este modelo consiste en la aplicación de las redes neuronales que consisten en ser una herramienta que captura de mejor forma los siguientes elementos: la no linealidad, una alta volatilidad y la función a través de un sistema descentralizado, propiedades que forman parte de *bitcoin*.

El surgimiento de esta criptomoneda se da en un marco convulso para el sistema monetario y financiero, ya que es creada después de la crisis del 2009 provocada por una burbuja que se creó en el sector inmobiliario (Katarzyna, 2019), creando aires de desconfianza dentro del mercado financiero, haciendo que los inversionistas prefirieran ser cautelosos antes que arriesgados. La reacción de las autoridades gubernamentales fue emprender rescates, el incremento del gasto público y reducir las tasas de interés a prácticamente cero con el fin de incentivar la demanda agregada y permitir la salida de la crisis (Katarzyna, 2019).

Ante tal situación, a finales de 2008 y comienzos de 2009 surgió un nuevo instrumento financiero que tenía como característica no ser emitido por ninguna de las instituciones financieras conocidas, este nuevo mecanismo se llama *bitcoin* y comenzó con la emisión de una cibermoneda² de carácter privado. Al pasar los años el *bitcoin* pudo ser comprado en el mercado financiero mediante dinero fiduciario pasando su valor de 74 centavos de dólar americano por *Bitcoin* hasta llegar a 7,400 USD por *Bitcoin* en noviembre de 2017, este crecimiento fue tan rápido que se puede decir que fue exponencial (Rodríguez, 2016).

El mecanismo del *bitcoin* se basa en ser un instrumento financiero descentralizado que fue introducido a finales de 2008 y principios de 2009. A diferencia de las monedas tradicionales emitidas por instituciones financieras, el *bitcoin* es una cibermoneda de carácter privado. Su funcionamiento se apoya en una tecnología llamada *blockchain* o cadena de bloques.

² Una cibermoneda, también conocida como criptomoneda, es un tipo de moneda digital que utiliza tecnología criptográfica para asegurar y gestionar las transacciones financieras (Dr. Suresh Surana, 2023)□

La *blockchain* del *bitcoin* es un gran libro contable digital que registra todas las transacciones realizadas con esta criptomoneda. Cada transacción se agrupa en bloques y se enlaza de manera secuencial, lo que garantiza la integridad y la seguridad de la información. Además, la *blockchain* es mantenida y verificada por una red de nodos distribuidos en todo el mundo, lo que evita la necesidad de una autoridad centralizada (Rodríguez, 2016).

Ante la incertidumbre generada por el comportamiento del precio de este activo digital, el cual se caracteriza por no contar con un respaldo centralizado por parte de alguna institución privada o gubernamental, y el creciente uso de esta moneda digital, se han llevado a cabo estudios con el objetivo de pronosticar su valor. Es importante mencionar que dichos estudios se han realizado en otras instituciones, y han llegado a la conclusión de que las redes neuronales podrían ser una herramienta eficaz.

La característica principal de las Redes Neuronales Artificiales (RNA) es su capacidad de aprendizaje, lo que les permite adaptarse a condiciones variables y volátiles. Gracias a esta capacidad, las RNA pueden ajustarse a cambios en las variables, lo que las hace flexibles. Además, su estructura paralela les permite ofrecer respuestas en tiempo real, lo cual es otro punto relevante que considerar (Rodríguez, 2016).

Ahora bien, la adquisición de una divisa o un activo financiero se realiza a través del mercado financiero. En el caso de las divisas, como el *bitcoin* mencionado anteriormente, se puede comprar utilizando dinero fiduciario, como el dólar estadounidense, mediante plataformas de intercambio en línea o casas de cambio especializadas. Los compradores pueden realizar transacciones a través de estos medios, ofreciendo una cantidad específica de dinero fiduciario a cambio de una cierta cantidad de la divisa deseada, basada en el tipo de cambio vigente en ese momento.

En cuanto a los activos financieros, como acciones, bonos u otros instrumentos, la adquisición generalmente se lleva a cabo a través de intermediarios financieros, como corredores de bolsa o entidades financieras autorizadas. Los inversores pueden abrir cuentas de inversión, depositar fondos en ellas y utilizar estos fondos para comprar los activos financieros deseados. Dependiendo del tipo de activo, las transacciones pueden realizarse en bolsas de valores o mercados especializados.

Es importante destacar que el proceso de compra de una divisa o un activo financiero puede implicar diferentes etapas, incluyendo el análisis de mercado, la realización de órdenes de compra, la ejecución de las transacciones y el seguimiento de la evolución de la inversión. Los inversores deben evaluar cuidadosamente sus objetivos financieros, el nivel de riesgo y las regulaciones aplicables antes de realizar cualquier transacción en el mercado financiero.

El objetivo general de la presente investigación es aplicar la metodología de redes neuronales al análisis y predicción de los movimientos en el precio de la criptomoneda *bitcoin*. La hipótesis por contrastar plantea que el uso de las redes neuronales para pronosticar *ex ante* el valor del *bitcoin* es más preciso que los modelos tradicionales de series temporales, como los modelos autorregresivos de media móvil (ARMA) y autorregresivo integrado de media móvil (ARIMA)³. Para evaluar esta hipótesis, se llevará a cabo una comparación entre los modelos ARMA, ARIMA y el modelo de redes neuronales Red Neuronal Artificial (RNA).

La característica de la investigación es que la misma tiene un diseño longitudinal porque se enfoca en determinar la evolución de una variable y la relación que existe entre ella con el tiempo (pronóstico *ex ante* del valor de *bitcoin*, tratándose de una investigación con las siguientes características: es correlacional, porque mide el grado de relación entre el precio de la moneda digital a través del tiempo, y es exploratoria, porque se trata de un tema poco estudiado en la universidad con la herramienta de las redes neuronales artificiales.

Al ser un trabajo que enfocará herramientas novedosas al análisis de una criptomoneda que es en sí nueva dentro del mercado financiero, tiene como justificación el uso de instrumentos poco usados dentro de las predicciones de *bitcoins*, dando posibles soluciones que acerquen un poco más a la respuesta final. Cabe mencionar que el objetivo de este trabajo no es encontrar un modelo que arroje estimaciones futuras perfectas.

Mencionado lo anterior, puede favorecer este modelo a inversionistas y a investigadores futuros ya que se puede llegar a comprender un poco mejor el movimiento del valor del *bitcoin*. Otro punto clave es la importancia que ya se está dando dentro del mercado financiero a esta nueva cibermoneda, da opciones a los inversionistas que antes no se tenían,

³ Para más información ir al capítulo III

creando una demanda más fuerte, así que la predicción de este elemento financiero es cada vez de mayor utilidad.

Por otro lado, el uso de redes neuronales como herramienta principal se justifica por la naturaleza de los *bitcoins*, porque su comportamiento no lineal y sus especulaciones dentro del mercado, hacen que las redes neuronales se adapten para predecir su comportamiento. Siendo las ventajas las siguientes: conveniencia: la investigación es conveniente porque se obtendrán resultados útiles en la actualidad, relevancia financiera: los beneficiarios de esta investigación principalmente son entender de mejor manera el comportamiento de una nueva herramienta que está tomando importancia dentro del mercado financiero, utilidad metodológica: la investigación genera otro modelo que ayude a predecir el bitcoin de mejor manera.

La estructura del trabajo es la siguiente: en el primer apartado se sintetizan las ideas en torno al surgimiento del dinero como mecanismo que permite la minimización de costos en la actividad mercantil, así como la relación con la tasa de interés. En el segundo apartado se describen los hechos estilizados en torno a la forma de operación y evolución del precio de la moneda digital conocida como Bitcoin. En el tercer capítulo se detalla la metodología de las redes neuronales, los modelos ARIMA, modelo de medias móviles (MA), modelo autorregresivo (AR), ARMA las investigaciones previas a nivel nacional e internacional que se han efectuado sobre el tema. En el cuarto apartado, a través de una red neuronal se calcula el pronóstico ex ante del precio de bitcoin, así como una comparativa con el arrojado por modelos tradicionales (ARIMA, ARMA, AR, MA). Finalmente se presentan las conclusiones y recomendaciones.

Dentro del trabajo solo se va a comparar la LSTM con ARIMA, la justificación de esto es la siguiente:

- Complejidad: los modelos ARCH y GARCH son relativamente complejos y pueden requerir más experiencia técnica para implementar e interpretar en comparación con otros modelos. El enfoque del proyecto es la simplicidad y la facilidad de uso, por lo que es posible que estos modelos no sean la mejor opción.

- Rendimiento: es posible que los modelos ARCH y GARCH no siempre superen a los modelos más simples como ARIMA o LSTM, según las especificaciones del problema que se esté abordando. Es importante comparar el rendimiento de diferentes modelos en el conjunto de datos específico y el problema en cuestión antes de tomar una decisión sobre qué modelo usar.
- En cuanto a la comparación de los modelos LSTM y ARIMA, aquí hay algunos puntos potenciales de comparación:
- No linealidad: los modelos LSTM son capaces de capturar relaciones no lineales entre variables, mientras que los modelos ARIMA asumen relaciones lineales. Esto puede ser una ventaja para pronosticar problemas donde están presentes relaciones no lineales.
- Manejo de dependencias a largo plazo: los modelos LSTM están diseñados para manejar dependencias a largo plazo en datos de series temporales, lo que puede ser un desafío para los modelos ARIMA. Esto hace que los modelos LSTM sean particularmente adecuados para pronosticar problemas donde las tendencias o patrones a largo plazo son importantes.

La tesis por realizar es viable ya que se cuenta con la información necesaria para crear el modelo, así como los medios financieros y de la disponibilidad de tiempo para poderlo realizar.

I. EL BITCOIN Y EL DINERO EN LA TEORÍA ECONÓMICA: SURGIMIENTO Y CARACTERÍSTICAS

En esta primera parte se tiene como objetivo mencionar los problemas que genera un sistema de trueque, en otras palabras, los conflictos que existen en una economía sin moneda. La base de este apartado la constituye el libro de Carlo Benetti (1990). Para finalizar se dará la justificación del uso de la moneda en una economía, cabe mencionar que en esta parte tendremos como base el libro de Carl Menger (2013) titulado “El dinero”. Las dificultades que se tienen dentro del intercambio con trueque son las que justifican el uso de la moneda dentro de la teoría económica. El principal obstáculo del intercambio es la actividad de buscar a la persona que tenga lo que necesito y le falte lo que yo tengo.

En un segundo plano, surge el dilema observado por Adam Smith en su época: el desarrollo del concepto de la división del trabajo. Por ejemplo, si un hombre tiene un excedente de un bien y otro hombre carece de ese bien, se presenta un problema. El segundo hombre no tiene un producto para intercambiar y así cubrir su necesidad, lo que impide que se lleve a cabo el intercambio entre ellos (Smith, 1776).

Se considerarán dos formas de intercambio: el intercambio directo, en el cual "la provisión de mercancías de los dos agentes tiene un mayor valor de uso" (Benetti, 1990), y el trueque indirecto, que se basa en la regla de intercambio de equivalentes. En otras palabras, una vez conocidos los principales dilemas del trueque y las dos alternativas que se considerarán en este tipo de intercambio, es necesario mencionar las reglas.

1.1. Trueque como mecanismo de intercambio

De forma histórica, los primeros desarrollos económicos se dan en el modelo de producción primitivo conocido como “comunismo primitivo” en el cual las poblaciones eran nómadas lo que impedía una acumulación de riquezas al no existir la posibilidad de excedente derivado que la producción era en esencia para el autoconsumo. Siendo de propiedad colectiva los incipientes medios de producción existentes en el grupo social lo que da como resultado la nula necesidad de comercio (Engels, F., 1884).

A medida que las relaciones sociales cambian, surge el modo asiático de producción que consiste en esencia en la explotación del hombre por el hombre ante la creación de clases o grupos dominantes, en este nuevo mecanismo de producción ya surgen las ganancias derivadas de que los grupos se vuelven sedentarios lo que posibilita la aparición de actividades como la caza y el cultivo de alimentos. De forma similar, el modo esclavista tiene como base la explotación de la fuerza de trabajo y surge un Estado fuerte y un elemento muy importante que continuará en las siguientes formas de producción es la aparición de la propiedad privada que desplaza a la propiedad comunal como fundamento de las relaciones sociales (Marx, K., & Engels, F., 1848).

Ante el cambio de grupos nómadas a grupos sedentarios y la aparición de la agricultura, se dan las primeras necesidades de intercambio entre las tribus, las transacciones comerciales se remontan al surgimiento del cultivo de alimentos. El comercio permitió la expansión del orden social a través del mecanismo del trueque al ser considerado un pilar fundamental en la creación de los mercados y donde intervienen diferentes sectores de la sociedad que cuentan con las condiciones para la producción de bienes y servicios (Polanyi, K., 1944).

El trueque se originó en las plazas de los pueblos, donde se llevaba a cabo de manera armoniosa y tranquila. Ya en el año 3000 AC, en la Mesopotamia asiática, se practicaba el intercambio de barras de oro, plata y otros metales de gran valor a lo largo del tiempo. Estos metales eran intercambiados y a menudo guardados para su uso futuro. Entre los pueblos que participaban en este sistema se encontraban los Asirios y los Babilónicos. Menger (2013) describe esto de la siguiente manera:

“los hombres persiguieron durante mucho tiempo la satisfacción de sus necesidades sustancialmente en una economía tribal y familiar sin intercambios, hasta que fueron apareciendo gradualmente, favorecidos por el nacimiento de la propiedad privada, y sobre todo de la propiedad personal, múltiples formas de transacción preparatorias del auténtico intercambio de bienes, y finalmente apareció este último como resultado del desarrollo general de la civilización. Solo entonces —y ciertamente no antes de que el intercambio en forma de trueque se convirtiera en una necesidad gracias a su extensión y a su importancia para la población, o en todo caso para amplios sectores de esta— se creó la base objetiva y el supuesto previo necesario para la aparición del dinero” (Menger, 2013, pág. 81).

Una economía de trueque se caracteriza por la sincronización temporal del acto de vender y de consumir por parte de un individuo, en este tipo de sistema, debiera de existir una coincidencia temporal perfecta para poder llevar a cabo las transacciones. En caso de no presentarse esta coincidencia perfecta, un individuo puede buscar un mercado donde su mercancía sea valorada y cambiarla por aquel bien que le permita acceder a las mercancías que necesita. Esto supone una elevada complejidad ya que cada bien deberá tener asociado diversos mercados de compra y venta lo que eleva los costos de transacción (Williamson, O. E., 1985).

La primera regla asociada a este mecanismo de cambio en el mercado es la del “*quid pro quo*”, la cual se refiere a que cada agente respeta la restricción de presupuesto en cada transacción⁴. La segunda regla es “*La coincidencia recíproca de las necesidades: el trueque directo*”, se refiere a la finalidad del trueque, la cual es el aumento del grado de satisfacción que cada agente obtiene de su provisión, este intercambio solo es posible si un agente ofrece lo que la otra demanda y viceversa (Samuelson, W., & Marks, S., 2012).

Esta regla es la condición del trueque directo, como declara en su texto Adam Smith (1776). La tercera, y última regla, es la de “*Mercancías y medios de cambio*”, donde se habla de que cada mercancía tiene la propiedad de ser medio de pago, entonces toda mercancía es un medio de pago particular para cada intercambio (Samuelson, W., & Marks, S., 2012). En el trueque indirecto no se respeta la coincidencia recíproca de las necesidades, este intercambio solo es posible si se respeta el “*quid pro quo*”, si un agente compra un bien que no aumente su utilidad de provisión de bienes, solo es porque piensa cambiarla después, entonces este bien tiene una característica única, un mismo agente lo demanda y ofrece (Samuelson, W., & Marks, S., 2012).

La anterior característica es la que distingue a la moneda, pero en el intercambio indirecto no existe un bien general de intercambio aceptado por todos. Aquí solo hay bienes de intercambio particulares para cada transacción y para cada agente. Al tener estas características, dilemas y tipos de intercambio, se llegará a la pregunta de cuáles son los

⁴ No hablaremos más a fondo de esta norma debido a los objetivos que se tienen en el texto

costos que genera un intercambio de este estilo, por lo cual se tratará de dar una respuesta a través del punto de vista de Benetti (1990).

Galiani (1751) nos habla del primer inconveniente que hay en los mercados de trueque, es la organización, ya que “[...] cada agente debe de buscar la información apropiada sobre la demanda y oferta de los demás” (Benetti, 1990, pág. 27), lo que significa que Lo anterior es una respuesta vaga a la pregunta de costos, para entender mejor esta respuesta es necesario plantear la siguiente hipótesis (Benetti, 1990).

Si suponemos que existe un precio p , el cual es conocido y aceptado por todos, tanto si $p = p^*$ como si $p \neq p^*$, la unicidad de los precios elimina toda situación de arbitraje: en una economía con n mercancías tenemos, $n - 1$ en vez de $\frac{n(n-1)}{2}$, eliminando los costos de transacción y por ende permitiendo minimizar los costos del intercambio. Otra hipótesis, sobre los inconvenientes del trueque, es que los agentes no están presentes en más de un mercado al mismo tiempo.

Según Sraffa (1960), cuando los precios se asocian con una tasa de ganancia uniforme sin suposiciones sobre el uso del excedente, solo se puede determinar el excedente global del productor o rama, que equivale al valor de los medios de producción utilizados. Sin embargo, la composición en términos físicos, es decir, los factores productivos en el modelo de producción de mercancías por medio de mercancías, queda indeterminada, así como también la oferta y la demanda de los productores. Para resolver estos problemas, se opta por eliminar el excedente mismo, lo que permite analizar este tipo de intercambios con la producción de subsistencia (Benetti, 1990).

Si tenemos dos productores con dos bienes, los cuales están dispuestos a intercambiar en el mercado, y el primer productor necesita el bien del segundo productor y viceversa, pueden intercambiar los bienes, pero después de ese intercambio ya habrán satisfecho sus necesidades, entonces en razón a la regla de “trueque directo” ya no podrá haber ningún intercambio, aunque un tercer agente necesite alguno de los bienes de alguno de los dos productores. “Este es el “inconveniente” del trueque al cual se refiere Smith” (Benetti, 1990, pág. 30).

La condición de “*quid pro quo*” nos lleva a la misma conclusión, los mercados estarán desequilibrados y siempre habrá una demanda neta de transacción no nula que no pueda satisfacerse, el desequilibrio es provocado por la falta de un medio de cambio adecuado por parte de al menos un agente. El motivo por el cual los clásicos hablan sobre costos dentro del intercambio a través del trueque quedó ya explicado, pero aún no acaba esta reflexión ya que falta observar este tipo de intercambio en equilibrio general (Benetti, 1990).

En el modelo de intercambio en el equilibrio general⁵, una misma mercancía puede ser ofrecida por más de un agente y un agente puede ofrecer más de una mercancía. Sin embargo, llegaría al mismo dilema que en el sistema desarrollado por los economistas clásicos, ya que llegará un punto donde los intercambios entre agentes van a ser limitados y ya no habrá la posibilidad de trueque. En este tenor, Walras incorpora el dinero en su sistema de relaciones económicas de equilibrio a través de la ecuación de oferta igual a la demanda, para hacerlo tuvo que distinguir entre el acervo monetario que no tiene utilidad por sí mismo y los servicios de ese inventario que entra como un bien en las funciones de utilidad de los consumidores y en los planes de producción de los productores, de esta manera Walras define el dinero como aquella mercancía que “permite sincronizar en el tiempo los flujos de ingresos y gastos de los consumidores, los flujos de materias primas y bienes intermedios con los de producción de los empresarios. Es decir, el dinero cubre desfases temporales psicológicos, institucionales y técnicos; tiene, por tanto, utilidad, y su demanda puede obtenerse del proceso de maximizar la utilidad de los individuos” (Walras, 1900, pág. 525).

Las ideas generales de León Walras respecto del dinero quedan resumidas en los siguientes puntos:

1. Acepta la teoría cuantitativa del dinero en el sentido de que el nivel de precios es determinado de forma exclusiva por la masa monetaria en circulación, por lo que el dinero solo tiene la función de ser una unidad de cuenta (numerario) y un medio de intercambio. A pesar de ello, el teórico francés estaba convencido que los cambios en el nivel de precios causado por el movimiento en la cantidad en circulación ya que un aumento en la cantidad de dinero provoca

⁵ En el anexo A se desarrolla un modelo de intercambio en equilibrio general con funciones tipo Cuasi Bernoulli. Si las condiciones técnicas fueran conocidas, entonces podrían desarrollarse los intercambios mediante el uso de un numerario y en caso de existir dinero actuaría como un velo tal como supone la teoría cuantitativa neoclásica donde el dinero solo tiene una función de medio de cambio.

efectos redistributivos donde los beneficios empresariales incrementan mientras que los salarios reducen su poder de compra, por el contrario, una disminución en la cantidad de dinero tiene efectos inversos. Negando por tanto la idea del dinero como un velo y proponiendo que la oferta monetaria fuera utilizada como un factor de estabilización de la economía⁶.

2. En segundo lugar, Walras era un defensor del monometalismo, es decir, el uso del oro como respaldo de la emisión monetaria.
3. Finalmente, para controlar la oferta monetaria proponía una cooperación entre los bancos centrales de todos los países que tuvieran relaciones comerciales (una unión económica) de forma que se persiguieran objetivos comunes. Lo anterior debido a que dudaba de la independencia de las autoridades monetarias respecto de los partidos políticos

Considerando la exposición previa, es relevante mencionar la secuencia de los intercambios, ya que esto nos permitirá comprender mejor las conclusiones de los clásicos (Benetti, 1990, pág. 30).

Tabla 1. Esquema de intercambios en un mercado de trueque indirecto

	a	b	c
A	1	0	-1
B	-1	1	0
C	0	0	1

Fuente: elaboración propia, tomado de Benetti (1990).

En la matriz de intercambios presentada (Tabla 1), las filas representan a los agentes A, B y C, mientras que las columnas representan las mercancías a, b y c. Los números dentro de la matriz indican las cantidades de cada mercancía que un agente está dispuesto a intercambiar. Los valores positivos indican que el agente quiere recibir esa cantidad de mercancía, mientras que los valores negativos indican que el agente está dispuesto a ofrecer esa cantidad de mercancía.

⁶ A pesar de los intentos de Walras, existe una incompatibilidad entre la teoría cuantitativa del dinero y el modelo de intercambio ya que mientras el primer marco analítico ofrece una explicación de la determinación del nivel absoluto de los precios no menciona a los precios relativos, en tanto que el modelo de intercambio de Walras permite analizar la determinación de los precios relativos no así el nivel de precios absoluto existiendo por tanto una inconsistencia lógica en la comunión de ambas teorías producto del postulado de homogeneidad. Mientras la función de demanda excedente de dinero en la perspectiva de la ley de Walras es homogénea de grado uno respecto del nivel de precios, la ecuación de la teoría cuantitativa en su versión de Cambridge no es homogénea respecto del nivel de precios, por lo que un cambio en los precios genera un cambio en la demanda excedente, pero no proporcional como lo asume la teoría cuantitativa del dinero.

Para entender las interacciones en el mercado de trueque indirecto, es importante examinar las intersecciones de filas y columnas en la matriz. Por ejemplo, en la intersección de la fila A y la columna b, el valor es 0, lo que significa que el agente A no desea intercambiar la mercancía b en ese mercado.

En el mercado de trueque indirecto, los agentes pueden hacer intercambios secuenciales para satisfacer sus necesidades. Sin embargo, en algunos casos, puede haber situaciones donde un solo agente puede determinar el resultado final debido a las condiciones específicas de la matriz. Por ejemplo, si el agente A ofrece la primera mercancía (a) en el primer y cuarto mercado, la matriz de demandas netas se anula, lo que podría conducir a situaciones particulares en el intercambio.

La matriz de intercambios proporciona una representación simplificada de las relaciones de intercambio en el mercado de trueque indirecto y puede ser útil para analizar y comprender las dinámicas entre los agentes y las mercancías involucradas.

“Cuando coexisten secuencias de intercambio que anulan la matriz de las demandas excedentes y consecuencias que no lo anulan, no hay ninguna razón para aceptar la idea según la cual los agentes, actuando de manera descentralizada, encuentran espontáneamente las primeras. Para obtener este resultado es necesario suponer que los agentes lo conciben como un objetivo, lo que contradice la hipótesis general de una economía de mercado que excluyen la atribución de objetivos colectivos a los individuos” (Benetti, 1990).

Ya que se vio la secuencia del tipo de trueque directo es necesario entender el tipo de trueque indirecto, teniendo en mente sus límites, cabe mencionar que se agregará un supuesto $p = p^*$ para un mejor entendimiento.

1.2. Límites en el mecanismo de trueque indirecto

Aquí los agentes solo pueden pagar con un bien que desea el otro agente. Pero esto no parece lógico a menos que se plantee el problema económico sobre la base del valor de uso o de la utilidad de los bienes físicos. Por esto aceptaremos el intercambio indirecto. Existen dos puntos importantes, el primero es la existencia del costo de transacción por falta de un medio de pago único, y el segundo es la falta de capacidad del intercambio indirecto sobre la anulación de todas las demandas netas.

Ahora bien, daremos ejemplos que demuestran que el intercambio indirecto no elimina los inconvenientes que generan los intercambios directos. En efecto el intercambio indirecto resuelve los problemas del intercambio en el caso particular de tres mercancías (Benetti, 1990).

Cuando se tienen más de tres mercancías por ejemplo cuatro, si se llegan a intercambiar se llegará a una matriz donde alguno de los agentes no va a estar satisfecho o en el peor de los casos ninguno, un ejemplo es la siguiente matriz:

Tabla 2. Mecanismo de trueque entre más de tres individuos.

	a	b	c	d
A	-10	0	0	10
B	0	-10	10	0
C	10	0	-10	0
D	0	10	0	-10

“A tiene una demanda de d cuyo productor D tiene una demanda de b, que ofrece B. La estrategia de A consiste en proponer un intercambio a B para conseguir b y utilizarlo como medio de pago en un intercambio posterior con D. Este tipo de transacción sólo se realiza si B tiene interés en intercambiar con A. Así es: B tiene una demanda de c que ofrece C, cuya demanda es precisamente la del bien a que ofrece A. En una transacción con A el productor B consigue a que utiliza posteriormente como medio de pago con C. Por medio del mismo razonamiento se ve que C y D tienen un interés recíproco en establecer un truque indirecto: C obtiene d que utiliza como medio de pago con A y D obtiene c que utiliza como medio de pago con B” (Benetti, 1990, pág. 35).

En otras palabras, una serie de intercambios indirectos entre los productores A, B, C y D, en los cuales utilizan bienes que no necesitan personalmente, pero que son demandados por otros productores, como medios de pago en futuras transacciones. La estrategia de cada productor es conseguir bienes que tengan valor para otros productores y luego utilizarlos como medio de pago en otros intercambios.

En otras palabras, se trata de una cadena de intercambios donde cada productor busca obtener bienes que son demandados por otros productores, creando así un sistema de trueque indirecto. Por ejemplo, A obtiene b de B y luego intercambia ese b con D, quien a su vez lo utiliza como medio de pago en una transacción con C, y así sucesivamente.

Otro ejemplo de cómo se puede obtener una matriz con más de 3 agentes es el siguiente:

Tabla 3. Trueque: posibilidades de cancelación de las demandas netas.

	a	b	c	d
A	0	-10	0	10
B	-10	0	10	0
C	10	0	0	-10
D	0	10	-10	0

Como se puede ver no se eliminan las demandas netas, se puede decir que los agentes siguen intercambiando, pero solo podrán intercambiar como anteriormente se mencionaba, así que regresan a la matriz inicial, creando un círculo vicioso donde nunca se llegará a la demanda neta. Cabe mencionar que se descartó la opción de organización centralizada⁷ por hipótesis, junto con algún comportamiento asimétrico de los agentes⁸. Lo anterior es una solución, pero no es la única y tampoco la mejor por lo que se planteará un sistema de bonos.

Asimismo, una economía de trueque se caracteriza por la sincronización temporal del acto de vender y de consumir por parte de un individuo, en este tipo de sistema, debiera de existir una coincidencia temporal perfecta para poder llevar a cabo las transacciones; en caso de no presentarse esta coincidencia perfecta, un individuo puede buscar un mercado donde su mercancía sea valorada y cambiarla por aquel bien que le permita acceder a las mercancías que necesita. Esto supone una elevada complejidad ya que cada bien deberá tener asociado diversos mercados de compra y venta lo que eleva los costos de transacción, la ventaja del uso de dinero es que en una economía donde el número de bienes sea muy grande pero finito (n mercancías) serían necesarios $(n-1)$ mercados para poder llevar a cabo las transacciones comerciales, siendo los costos asociados a cada operación comercial realizada mínimos.

⁷ “La centralización se refiere al grado en el cual el derecho para tomar decisiones y supervisar las actividades está concentrado en un punto de la estructura organizativa” (Fredrickson, J. W., 1986).

⁸ Si las imperfecciones microeconómicas conducen a rigidez de precios macroeconómicas, la consecuencia práctica general que se infiere de los microfundamentos de información asimétrica es que en una economía de mercado la regulación de la actividad económica sí puede ser efectiva (Perrotini, 2002).

1.3. Modelo de bonos como solución al problema de trueque

Ya teniendo definidas las dificultades que existen dentro de los trueques, se puede introducir un sistema de bonos dando solución a los inconvenientes del trueque.

Imaginemos que todos los agentes depositan sus ofertas en varias tiendas, una para cada mercancía, y reciben un bono, el cual equivale a los bienes entregados en la tienda, por ejemplo, si se entregaron 200 pantalones el bono equivale a eso. En otras palabras, si p_i^* es el precio expresado en una unidad de cuenta común, el bono tendrá un valor de $|z_{hi}| p_i^*$ de la oferta de i por parte del agente h , donde z_{hi} es la oferta del producto i con el precio p_i^* del agente h . La principal característica de los bonos es que son aceptados por todas las tiendas.

1) Los intercambios: ya teniendo bonos las reglas de los intercambios se van a modificar, la regla de coincidencia recíproca se elimina, se mantiene la regla de “quid pro quo” esto es con un sentido distinto, si un agente h , productor de i , que tiene una demanda de j , al salir de la tienda j tendrá la capacidad de compra de j y su bono, disminuido por $|z_{hj}| p_j^*$, pero antes como después de la transacción el valor de su provisión total sigue siendo el mismo, pero aquí se cumplirá la siguiente igualdad: $|z_{hi}| = |\tilde{z}_{hi}| = x_{hi}$, ahora la demanda neta, la demanda neta de transacción y el nivel de intercambio son iguales.

2) Sistema de las transacciones: “De ahora en adelante solo consideraremos el esquema clásico [...] en el cual cada agente ofrece una mercancía única. Los resultados serían los mismos si se tomara el sistema de equilibrio general.” (Benetti, 1990, pág. 40) La matriz de demanda neta es:

$$\begin{array}{cccc} -z_{11} p_1^* & z_{12} p_2^* & \dots & z_{1n} p_n^* \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ z_{h1} p_1^* & z_{h2} p_2^* & \dots & -z_{hn} p_n^* \end{array}$$

$$\text{Donde: } z_{hi}^+ \geq 0 \text{ y } |z_{hi}^-| > 0, \forall i, \forall h$$

El sistema de transacción es simple ya que cuando el agente consigue el bono que le corresponde, cada agente recorre como prefiere su renglón de matriz.

- 3) El bono al tener como contrapartida el valor de la oferta de un bien, va a perder valor conforme se vaya circulando dicho bono, hasta que se anule, la circulación termina cuando la suma de las cuentas expresadas en bonos se cancela mutuamente, junto con las mercancías existentes en cada tienda. Lo anterior solo se cumplirá si los precios están al nivel normal o de equilibrio. Por lo que a los p^* se equilibran los mercados entonces se cumple $p = p^*$.

Pero en sí, los bonos no solucionarían todos los problemas ya que existe un inconveniente dentro de este sistema de intercambios, el cual es que la autoridad encargada de generar bonos tendrá incentivos de dar bonos con mayor valor a sus amistades o familiares generando corrupción, provocando que no exista un equilibrio dentro del mercado dejando sin mercancías a personas que no están dentro del círculo cercano a las autoridades que emiten los bonos. Es posible, ya que los intercambios excluyen los encuentros entre agentes y a la emisión de medios de cambio en forma de bonos, y los agentes perjudicados no tienen ningún medio para oponerse, dando así la inevitable generalización del fraude.

Entonces cada agente y gerente en sí no tendrían el poder sobre la emisión del bono, más bien cada agente al mismo tiempo que ofrece, fija el valor de su crédito sobre la sociedad. Cabe mencionar, aunque los precios no tengan un límite definido los productos físicos si, así que la imposibilidad del funcionamiento del sistema es completa. La solución para Galiani:

“[...] la mejor solución es que el príncipe firmara una determinada cantidad de bonos, todos de un mismo precio y distribuyera las cantidades adecuadas a los gerentes de las tiendas, los cuales se los darían a los que entregaran mercancías, retomando de los que las extrajeran. Así se pondría remedio a la falsificación. Los gerentes podrían llevar exactamente sus cuentas; y, en fin, si fuera cierto que ninguno rechaza a los bonos por temor al fraude, es probable que con este sistema una sociedad pudiera regirse y conservarse” (Benetti, 1990, pág. 49).

Ya con esta solución se quita la posibilidad de fraude, pero queda un último problema, el más importante, sustentar el supuesto “si fuera cierto que nadie rechazara los bonos por temor al fraude” observaríamos el tema central que es el valor de la moneda.

1.4. Dinero y tasas de interés

Posterior a la aparición del sistema de producción esclavista y el surgimiento de la propiedad privada, surgen dos nuevos modos de producción: sistema feudal y el sistema capitalista. En este último sistema económico, la figura clave es el poseedor de los medios de los medios de producción, en tanto que los productos se fabrican en fábricas y talleres para ser ofertados en el mercado. A diferencia del modelo feudal donde el trabajador era propietario de los medios y mantenía al señor feudal a través de los impuestos lo que impedía las posibilidades de ahorro, en el sistema capitalista, el trabajador vende su fuerza laboral a cambio de una paga conocida como salario.

La aparición de la división del trabajo y el desarrollo de la propiedad privada, especialmente en el sistema capitalista de producción, juegan un papel fundamental al complicar las relaciones sociales y económicas entre los actores económicos. Como resultado, el trueque tiende a perder relevancia, ya que se vuelve más costoso para los individuos realizar transacciones e intercambios en el mercado. Estas condiciones son muy importantes para el surgimiento del dinero. Como expone Mises (2012)

“[...] incluso en un orden económico basado en la división del trabajo el dinero sería también innecesario si los medios de producción estuviesen socializados y el control de la producción y la distribución de los artículos acabados fuese ejercido a través de un organismo central, no permitiendo a los particulares cambiar los bienes de consumo asignados a ellos por los asignados a otros. El fenómeno del dinero presupone un orden económico basado en la división del trabajo y en el hecho de que la propiedad privada se ejerce no sólo sobre los bienes de primer orden (bienes de consumo), sino también sobre los de órdenes superiores o bienes de producción” (Mises, 2012, pág. 3).

El científico y filósofo húngaro, Michael Polanyi, establece dos razones por las cuales existe el dinero en un sistema comercial donde las ganancias se dan en términos monetarios (Polanyi, 2009)⁹:

⁹ Dado que el dinero surge de la división del trabajo y la propiedad privada, el intento socialista de eliminar las ganancias comerciales es un profundo error (de hecho, en una economía socialista o comunista el dinero no tendría ningún uso y desaparecería). Como concluye Polanyi: “no existe una alternativa extrema al sistema

- Permite armonizar los deseos de millones de consumidores: el dinero es un medio indispensable para adaptar una enorme cantidad de demandas a un nivel máximo de satisfacción.
- Las cuentas comerciales en dinero son un indicativo por el cual, los gerentes de producción se guían para dirigir sus esfuerzos a las tareas que les corresponden y sirve también como control externo de las actividades productivas.

La moneda es esencial para la existencia misma de una economía con los datos iniciales de la teoría del valor. Para que funcione una moneda dentro del mercado es necesaria una institución financiera, la cual se encargue de repartir créditos a diversos agentes de la economía. Pero aquí se parten en diferentes corrientes económicas, ya que se tienen diversos procesos para hacer efectivo el reparto usando variables que influyen a la expansión del crédito.

“La moneda no existe como objeto teórico sino en virtud de la dificultad de llevar a cabo las transacciones en ausencia de un medio de cambio, cualesquiera que sean los precios, de equilibrio o no.” (Benetti, 1990, pág. 49)

En la teoría clásica ortodoxa la banca concede créditos por fondos de ahorros, hay instrumentos de deuda, pero limitada por depósitos y nivel de reservas. La banca solo es un intermediario financiero, solo afecta a los precios, además la tasa real determina el ahorro y la inversión. Mientras que, en la teoría heterodoxa post keynesiana, la tasa de interés monetaria ya sea nominal o real, juega un papel importante al determinar las decisiones de ahorro e inversión en la economía. Se considera que la tasa de interés influye en la demanda agregada, lo que a su vez puede afectar la producción, el empleo y la inflación (Cencini, 2001).

En la teoría neoclásica, la cantidad de depósitos que tiene la banca limita la cantidad de préstamos. Se supone que el ahorro va a ser igual a la inversión, dada una tasa de interés real, la cual se mantendrá constante en el proceso inflacionario por medio del cambio de la tasa de interés nominal la cual responde a la interacción entre la demanda y oferta de

capitalista. La planificación de la producción para el consumo de la comunidad es un mito. Si bien el Estado debe continuar canalizando, corrigiendo y complementando las fuerzas de mercado, no es capaz de reemplazarlas en medida considerable” (Polanyi, 2009, pág. 157).

créditos y a la seguridad que los bancos requieren para prestar (Fisher, 1911, pág. 64). La fórmula que representa lo anterior es la siguiente:

$$1) \gamma = \frac{(D-R)}{C}$$

Donde: γ = multiplicador del crédito; C = crédito; D = depósitos; R = reservas bancarias.

En el párrafo anterior hablas de ahorro, inversión, la tasa de interés real y oferta y demanda de créditos, la formula por sí misma no conecta los conceptos, debes explicar la conexión.

Cabe mencionar que la expansión crediticia no incluye riesgos los D y R son afectadas por la base monetaria, influyendo en el nivel del C bancario, efecto que se observa en:

$$2) k = \frac{MC + PNM}{BM}$$

Donde: K = multiplicador monetario; MC = medio circulante; PNM = pasivos no monetarios; BM = base monetaria.

La base del análisis monetario neoclásico es la denominada teoría de la cantidad del dinero (TCD), desarrollada de forma mecánica por Fisher en el siglo XX. Esta teoría tiene como objetivo principal entender la variación que hay en la cantidad de dinero en circulación y como afecta de manera proporcional al nivel de precios, esta relación la podemos expresar de la siguiente manera:

$$3) MV = PT$$

Donde: M = Cantidad de dinero, se determina en el Banco Central; V = velocidad de las transacciones monetarias; P = precios promedio; T = volumen del comercio.

En esta teoría el nivel de precios varía en proporción a los cambios en la cantidad de dinero (Fisher, Teoría cuantitativa del dinero , 1911), así que el dinero es neutro al no afectar las variables reales, siendo una unidad de cuenta para las deudas y precios. El componente monetario se puede desagregar para incluir el papel que toma la banca comercial, considerando que la cantidad de dinero dentro de la economía es la base monetaria, la cual

controla el banco central y los instrumentos de deuda privada de los bancos comerciales, obtenemos:

$$4) \quad MV + M'V' = PT$$

Donde: M' = instrumentos de deuda privada; V' = velocidad de circulación.

Concluimos que, si aumenta la base monetaria, aumentarían los depósitos bancarios debido a una subida de las reservas, creando una mayor disposición de créditos con el uso de instrumentos de deuda privada, aumentando M' , bajo los supuestos anteriores, el nivel de precios subirá proporcionalmente a la mayor oferta monetaria (Polanyi, 2009)

1.4.1. El Significado y la Función del Dinero

El dinero es un concepto fundamental en la economía moderna y desempeña un papel crucial en las transacciones comerciales y en el funcionamiento de los sistemas económicos. En este capítulo, exploraremos el significado y la función del dinero, así como su evolución a lo largo de la historia. Además, respaldaremos nuestras afirmaciones con citas y referencias bibliográficas de autores destacados en el campo de la economía.

El dinero se puede definir como un medio de intercambio ampliamente aceptado en una economía para facilitar las transacciones comerciales y medir el valor de los bienes y servicios. Según Mankiw (2014), "El dinero es cualquier bien o activo que los individuos aceptan de manera generalizada a cambio de bienes y servicios o para el pago de deudas". A continuación, se presentan algunas perspectivas de reconocidos economistas sobre la definición del dinero:

- Mankiw (2014) define el dinero como "cualquier bien o activo que los individuos aceptan de manera generalizada a cambio de bienes y servicios o para el pago de deudas".
- Friedman (1969) expresa que "el dinero es cualquier objeto o registro que es generalmente aceptado como pago por bienes y servicios y el reembolso de deudas en un país o contexto socioeconómico específico".

- Keynes (1936) define el dinero como "un medio de intercambio y no un medio de almacenamiento de riqueza".
- Fisher (1911) lo describe como "un medio comúnmente aceptado para liquidar transacciones y medir el valor".

El dinero cumple varias funciones en una economía moderna. En primer lugar, actúa como un medio de intercambio, facilitando el comercio al eliminar la necesidad de intercambiar bienes y servicios directamente. Como señala Keynes (1936), "El dinero es un instrumento de intercambio y no un medio de almacenamiento de riqueza". A continuación, una explicación más detallada de las funciones del dinero:

1. Medio de intercambio:

Una de las funciones primordiales del dinero es actuar como un medio de intercambio, facilitando las transacciones comerciales. Como señala Menger (1892), "El dinero se origina y se impone gradualmente como un medio universal de intercambio en respuesta a las dificultades que surgen del trueque directo".

2. Unidad de cuenta:

El dinero también funciona como una unidad de cuenta, proporcionando una medida común del valor de los bienes y servicios. En palabras de Smith (1776), "El dinero se convierte en la medida universal para estimar el valor de todas las mercancías".

3. Reserva de valor:

Además, el dinero actúa como una reserva de valor, permitiendo a las personas almacenar riqueza y posponer el consumo futuro. Como afirma Keynes (1930), "El dinero es la forma más líquida de riqueza, la forma más líquida de inversión".

4. Medida de diferimiento de pagos:

El dinero también sirve como una medida de diferimiento de pagos, permitiendo a los individuos posponer el pago de sus deudas. Como señala Fisher (1930), "El dinero es una máquina para ahorrar tiempo y así evitar las innumerables restricciones temporales del trueque".

A lo largo de la historia, el dinero ha adoptado diversas formas y ha evolucionado para adaptarse a las necesidades de las sociedades. En las primeras etapas, se utilizaron bienes tangibles como el ganado, los metales preciosos o los granos como formas de dinero. Según

Graeber (2011), "El dinero, en sus diversas formas, ha existido en todas las sociedades humanas conocidas".

Con el tiempo, el dinero se ha vuelto más abstracto y ha adoptado la forma de monedas acuñadas, billetes de papel y, en la actualidad, dinero electrónico y transacciones digitales. Como menciona Shiller (2019), "El dinero está evolucionando constantemente, desde formas físicas de moneda hasta formas digitales más abstractas".

El dinero es un componente esencial de nuestras vidas económicas y desempeña un papel fundamental en la facilitación del comercio y la medición del valor. A través de la revisión de la definición, las funciones y la evolución histórica del dinero, hemos obtenido una comprensión más clara de su importancia en nuestras sociedades.

1.4.2. Relación entre la tasa de interés y el dinero en el marco de la teoría de Fisher

La relación del ingreso y el interés es de suma importancia dentro de la teoría de Fisher, ya que determina las decisiones Inter temporales de satisfacción material de los individuos. El ingreso es determinado por la tasa de interés, si lo anterior es cierto habrá cambios dentro de las decisiones Inter temporales de los individuos para satisfacer sus necesidades, además el nivel de vida será determinado por el ingreso monetario, la diferencia cuantificable del ingreso monetario y el ingreso real es el ahorro (Fisher, 1930). Entonces la decisión de gastar o invertir será un problema Inter temporal que involucra a la tasa de interés, para obtener el beneficio Inter temporal tendremos como resultado:

$$5) (Y_m - Y_r)(1 + r) = \Delta CF$$

$$6) h(1 + r) = \Delta CF$$

Donde: Y_m es el ingreso monetario, Y_r el ingreso real, h el ahorro presente y CF es el consumo futuro. Cabe mencionar que no se están considerando las tasas de interés iguales a cero o negativas.

$$7) r = \frac{\Delta CF}{\Delta CP} - 1 \rightarrow \text{siempre } \left(\frac{\Delta CF}{\Delta CP}\right) > 1$$

Donde: r es la tasa de interés, ΔCP cambio en el consumo presente, ΔCF cambio en el consumo futuro.

Con la anterior expresión, se representa la dependencia de la tasa de interés con respecto a la relación que hay en el consumo presente y el cambio en el consumo futuro. Ya que no se

consideran tasas de interés iguales a 0 o negativas, el postergar consumo presente implica aumentar el consumo futuro (Fisher, 1930).

El nivel de impaciencia dependerá de la tasa de interés y el nivel de la distribución de la corriente de ingreso en el tiempo (Fisher, La teoría del interés , 1930). Si el agente tiene un ingreso bajo va a preferir el consumo por beneficios básicos o presente, mientras que si el ingreso es creciente el consumo será en su mayoría futuro, estos dos elementos son clave para la tasa de interés real (Fisher, 1930).

Se debe aclarar que la tasa de interés real lo que realmente mide son los bienes del mercado, en otras palabras, (a la manera austriaca del capital) lo que conocemos como “*la productividad marginal física de los factores del proceso indirecto de producción*” (Camacho, 2011), algo importante que se debe mencionar es que este tipo de tasa es una magnitud observable que varía con respecto al cálculo individual de cada productor o consumidor (León, 2002).

Ahora bien, dentro de la teoría de Fisher, la tasa de interés real se obtiene al postergar el consumo presente, o el costo futuro de haber gastado más en el presente, por lo tanto, este elemento es clave para la decisión Inter temporal. Cabe mencionar que la tasa de interés monetaria cobrada y pagada es afectada en términos de bienes por la variación en el patrón monetario, resultando en una tasa de interés real diferente (Fisher, 1930).

Ambas tasas van a ser iguales cuando el poder de compra del dinero en términos de costo de vida sea constante (Fisher, 1930). Si lo anterior se cumple, la mayor proporción de bienes que un individuo podrá consumir en el futuro será representada por la tasa monetaria, si no se cumple el supuesto, la tasa monetaria no será un reflejo fiel.

$$8) r_r = \frac{1 + r}{1 + \pi} - 1$$

Donde: r_r = interés real, π = variación del patrón monetario, expresando la inflación de bienes y servicios.

$$9) r_r < r \rightarrow \text{inflación} > 0$$

$r_r > r \rightarrow$ *rendimiento de la tasa de interés monetaria permitirá aumentar el consumo*

Un punto clave es el supuesto de certidumbre dentro del modelo, ya que el nivel de ingreso futuro de los individuos es constante, por lo que la única manera de modificar el nivel de ingreso es otorgando y recibiendo préstamos (Fisher, 1930). Se concluye que se llega al equilibrio teniendo individuos que prestan y a otros que se endeudan, ambos llevaran a los individuos la máxima utilidad posible a través del intercambio. Tasa de impaciencia τ_{it} , para dos periodos:

$$10) \tau_{it} = f_i(y_{it} + x_{it}, y_{it+1} + x_{it+1})^{10}$$

Donde: $i = 1, 2, \dots$, y = ingreso; x = variación sobre el ingreso por prestar o pedir prestado.

Para m periodos:

$$11) \tau_{it} = r_t \rightarrow \tau_{it+m-1} = r_{t+m-1}$$

Al obtener que para m no hay un periodo subsecuente de referencia para una decisión de consumo inter temporal en el mercado, ya que se requiere que todos los préstamos sean pagados para que haya equilibrio:

$$12) x_{1t} + x_{2t} + \dots + x_{nt} = 0$$

⋮

$$13) x_{1t+m} + x_{2t+m} + \dots + x_{nt+m} = 0$$

Como todos los parámetros C_i para todo $i = 1, \dots, n$ son iguales a cero entonces los vectores son linealmente independientes. Si al menos uno es diferente de cero entonces son dependientes. Para entender mejor la matriz anterior es pertinente incluir un ejemplo:

$$14) P_1E_1 + P_2E_2 + \dots + P_nE_n = 0$$

Donde los precios pueden ser iguales o mayores a cero, entonces en el equilibrio la demanda neta de cada mercancía es igual a cero (Harris, 1985). Siguiendo con la resolución sobre la tasa de interés en un mercado de competencia perfecta, se incluirá una condición importante, el valor presente de los préstamos:

$$15) r_t = \frac{x_{it+1}}{x_{it}} - 1 \Rightarrow x_{it} = \frac{x_{it+1}}{1 + r_t}$$

Entonces la condición de mercado para m periodos es:

$$16) x_{1t} + \frac{x_{1t+1}}{1 + r_t} + \frac{x_{1t+2}}{(1 + r_t)(1 + r_{t+1})} + \dots + \frac{x_{1t+m}}{(1 + r_t)(1 + r_{t+1}) \dots (1 + r_{t+m+1})} = 0$$

¹⁰ Esta expresión corresponde a la senda de los flujos de ingresos (Benetti, 1990).

“El tipo de interés del mercado refleja la tasa común de preferencia del ingreso presente respecto al ingreso futuro, por ello la tasa de mercado queda determinada por la oferta y la demanda del ingreso presente y futuro” (Fisher, 1930)

Se puede suponer que los ingresos de los individuos pueden venir de diferentes fuentes (dividendos, alquileres, etc.), ya que tienen diferentes grados de utilidad, se presenta un cambio de la función de la tasa de impaciencia, quedaría de la siguiente manera:

$$17) \tau_{it} = f_i(\tilde{y}_{it} + x_{it}, \tilde{y}_{it+1} + x_{it+1})$$

Donde: \tilde{y}_{it} indica que el ingreso no es constante

$\Delta t_i \rightarrow \Delta \tau_{it} \therefore$ si t de mercado aumenta en el corto plazo, "y" cae en el largo plazo

Al tener diferentes tipos de ingreso también existen variaciones en la tasa de interés de mercado afectando la valuación de los flujos de ingreso. Diferentes opciones de rendimiento deben de satisfacer las siguientes ecuaciones:

$$18) \vartheta_1(\tilde{y}_{1t}, \tilde{y}_{1t+1}, \dots, \tilde{y}_{1t+m}) = 0$$

$$\vdots$$

$$19) \vartheta_n(\tilde{y}_{nt}, \tilde{y}_{nt+1}, \dots, \tilde{y}_{nt+m}) = 0$$

La tasa de mercado se determina eligiendo la que ofrece la mejor oportunidad de inversión, una oportunidad de inversión es aquella que se tiene al cambiar entre fuentes de flujos de ingreso futuro. *“Dos son los principios que regulan la oportunidad de inversión: la disponibilidad de un gran conjunto de opciones para invertir y la preferencia por el máximo valor actual de los ingresos que generan dichas fuentes” (Fisher, La teoría del interés , 1930, pág. 162).*

La tasa de interés de mercado es la referencia de la diferencia que existe entre el valor presente de los diversos flujos de las diferentes opciones de inversión. Pero existen diferentes flujos con diferente tasa interna de retorno, y usando esta última se puede hacer una comparación mejor.

“La tasa de ganancia neta es aquella que iguala la inversión con los flujos de ingresos futuros” (Fisher, 1930)

Si se define a r_{gj} como tasa de ganancia neta para cada opción de inversión:

$$20) r_{g1} = r_{g2} = \dots = r_{gj} = r$$

“Sabido que la tasa de interés real es la referencia en la decisión inter temporal de consumo e ingreso, el ahorro y la inversión son las variables que determinarán el nivel de la tasa de interés real” (Lua, 2018)

Si existe riesgo no existe un valor actual seguro, entonces solo habrá una tasa esperada. Para llegar al equilibrio se necesita que se pague lo que se recibe, pero con el riesgo casi nunca hay equilibrio por falta de pago.

La banca comercial es el intermediario financiero que determina la tasa de interés del mercado usando la oferta y demanda del dinero como determinante. Si la base monetaria aumenta, los depósitos en la banca comercial igual, junto con el multiplicador del crédito, con una tasa de interés constante los precios subirían, aumentando el beneficio de las empresas, por lo que los préstamos para aumentar este último van a subir, renovando su deuda bancaria aumentando los precios y el beneficio neto, teniendo como resultado:

$$21) \Delta r_t = f(\sum(\pi_{t-i}))$$

Donde: π_{t-i} = *inflación en periodos pasados*

El cambio de la tasa de interés está determinado por la inflación acumulada en periodos pasados. Un aumento en la tasa de interés general que los bancos tengan mayor ganancia dada la cantidad de base monetaria en la economía, este efecto es momentáneo, ya que la tasa de interés en algún momento será mayor que la inflación terminando el efecto.

Por último, es importante mencionar La relación entre el dinero y la tasa de interés es un tema central en la economía y ha sido estudiado por diferentes teorías económicas. A continuación, se presentan algunas perspectivas de destacados economistas sobre esta relación:

Teoría cuantitativa del dinero y tasa de interés:

La teoría cuantitativa del dinero establece una relación directa entre la cantidad de dinero en circulación y los niveles de precios en una economía. Según esta teoría, si la oferta de dinero aumenta, los precios tenderán a subir, y viceversa.

Milton Friedman (1969) en su obra "*The Optimum Quantity of Money and Other Essays*" aborda la relación entre el dinero y la inflación, argumentando que un aumento en la oferta de dinero sin un crecimiento equivalente en la producción puede llevar a una inflación sostenida.

Enfoque post keynesiano y la preferencia por la liquidez:

Desde la perspectiva post keynesiana, la tasa de interés es un factor importante que influye en la demanda de dinero y en las decisiones de los agentes económicos sobre su tenencia. La preferencia por la liquidez, teorizada por John Maynard Keynes, sugiere que la gente prefiere mantener sus activos en forma líquida para afrontar posibles contingencias.

Lavoie (2014) en su libro "*Post-Keynesian Economics: New Foundations*" explora las ideas post keynesianas sobre la tasa de interés, destacando cómo la preferencia por la liquidez afecta la demanda de dinero y cómo esto puede tener implicaciones en la inversión y el empleo.

Teoría de la preferencia temporal y tasa de interés:

La teoría de la preferencia temporal, relacionada con la teoría neoclásica, sostiene que la tasa de interés refleja la preferencia de las personas por el consumo presente frente al consumo futuro. Una tasa de interés más alta implicaría una mayor preferencia por el consumo presente y viceversa.

Irving Fisher (1930) en su libro "*The Theory of Interest*" presenta una explicación de la teoría de la preferencia temporal y cómo influye en la determinación de la tasa de interés.

Es importante tener en cuenta que estas citas y referencias bibliográficas son solo una muestra de la amplia literatura que aborda la relación entre el dinero y la tasa de interés desde diferentes enfoques teóricos. La economía es un campo en constante evolución, y existen diversas interpretaciones y debates sobre este tema en particular.

1.4.3. Keynes: dinero y tasa de interés

El dinero bancario es el reconocimiento de una deuda privada que se puede utilizar para liquidar transacciones. Si el Estado o el banco central aceptan que el dinero bancario es una deuda privada para liquidar operaciones se convierte en dinero como tal. Así que los bancos comerciales tienen un papel importante en la oferta del dinero (Hicks, J. R., 1936).

Los bancos crean depósitos a través de dos formas: Primero crean derechos a favor de los individuos, definiendo su posición pasiva, estos recursos se pueden usar para prestarse. Segunda los bancos compran activos generando un derecho en contra de sí mismos o hacia un prestatario, la banca puede generar préstamos sin fondos reales en el momento y sin que los depósitos sean una restricción. Se puede llegar a que el crédito genere sus propios depósitos, es dinero creado ex nihilo (Hicks, J. R., 1936).

Para Keynes el dinero tiene características especiales que lo diferencian de otras mercancías, en primer lugar, su rendimiento es nulo, el costo de almacenamiento es súper bajo y por último su prima de liquidez es mucha. Por otra parte, Keynes nos habla del significado de la tasa de interés, él considera que es la parte excedente de la suma de dinero contratada para el futuro (Hicks, J. R., 1936).

La tasa de interés depende de dos factores: oferta monetaria y la preferencia por la liquidez, el último concepto se refiere a la preferencia de los agentes por guardar su dinero de manera líquida o invertirlos o alguna otra forma, por lo anterior la tasa de interés no es la recompensa por ahorrar, sino es el precio por ahorrar el dinero en efectivo (Hicks, J. R., 1936). La demanda dinero y la tasa de interés se componen por tres motivos:

- a) Motivo transacción: necesidad de efectivo para el consumo personal.
- b) Motivo precaución: el deseo de seguridad respecto al futuro.
- c) Motivo especulación: liquidez para obtener ganancias por saber más sobre el futuro que el mercado (FUENTE).

Los anteriores motivos se pueden expresar de la siguiente manera:

$$M = L1 \left(\begin{matrix} Y \\ \varpi \\ + \end{matrix} \right) + L2 \left(\begin{matrix} r \\ \varpi \\ - \end{matrix} \right)$$

Donde: M: preferencia liquidez; L1: liquidez que depende del nivel de ingresos; L2: liquidez que depende de la tasa de interés. En conclusión, la demanda de dinero varía inversamente con los cambios en la tasa de interés.

La demanda de dinero por especulación depende de la tasa de interés, esto es explicado por la incertidumbre que envuelve el futuro de la tasa de interés. La tasa de largo plazo es determinada en el mercado de capitales, por lo que depende más de la incertidumbre, la tasa de corto plazo la determina el banco central junto con la tasa de descuento. Cabe mencionar que la tasa de largo plazo es importante porque actúa sobre las preferencias de la liquidez de los individuos por el motivo especulación, aun así, la de corto plazo puede llegar a influir en la estructura de las tasas de interés (Hicks, J. R., 1936).

La tasa de interés no afecta directamente las decisiones de los individuos, pero serán influidas por el efecto que tiene la tasa de interés en el valor de los títulos y las deudas a diferentes plazos, llevando a la expectativa de la tasa de interés. La demanda por especulación necesita un mercado de inversión, sino solo habría precaución. Con todo esto es importante decir que en el mercado de inversión actual ha separado las empresas en dos partes, propiedad y dirección de esta, por lo que este mercado suele ser más inestable, sin embargo, este tipo de estrategia hace que aumente el nivel de inversión hacia el sector productivo (Hicks, J. R., 1936).

1.5. El Bitcoin y sus principales características

El surgimiento del dinero virtual proviene del denominado movimiento ciberpunk, el cual temía un futuro donde el poder del gobierno hubiese aumentado y por ende limitado las libertades personales y públicas de los individuos. Ante este escenario distópico, los creadores de monedas virtuales ven en el uso de sistemas digitales como una forma de escapar de este control gubernamental y proteger la privacidad y libertad individual (Vigna, P., & Casey, M. J., 2016).

Las monedas virtuales son aquellos activos que permiten realizar pagos o transferencia de valores en forma de algoritmos computacionales y que se caracterizan por ser emitidas de forma privada escapando de un regulador. El primer activo de este tipo fue *bitcoin* y que no solo supone una revolución en el ámbito monetario sino también tecnológico ante la aparición de un esquema de descentralización de operaciones como es la cadena de bloques o *blockchain* la cual es la que le confiere el anonimato y la seguridad. En este capítulo se realiza una revisión de la forma en que opera *bitcoin* (Vigna, P., & Casey, M. J., 2016).

1.5.1. Forma de operación de la plataforma Bitcoin

El software “*Bitcoin*”¹¹ apareció por primera vez el 31 de octubre del 2008, siendo el creador Satoshi Nakamoto, en esta primera aparición se dio el mensaje que se estaba desarrollando un nuevo sistema electrónico de intercambios de criptomonedas sin intermediarios. *Bitcoin* comenzó a funcionar el 11 de febrero de 2009 con la publicación de un enlace al programa el cual descifraba los algoritmos generadores de *bitcoins*¹², ese mismo día se minó el primer lote de esta criptomoneda.

¹¹ La palabra *Bitcoin*, por otra parte, con su primera letra mayúscula se usa para referir al software y Red de minería *Bitcoin* que descifra las cadenas de bloques que crean intercambio de unidades *Bitcoin* conocida también por su abreviatura BTC” (Rodríguez, 2016).

¹² La palabra *bitcoin*, con minúsculas, se utiliza para referir a la unidad o al algoritmo que genera una secuencia alfanumérica de 33 caracteres que se crea en intercambio a través del software *Bitcoin* (Rodríguez, 2016).

Antes de profundizar en el *bitcoin*, es necesario hablar sobre el cómo se ha logrado un sistema descentralizado, a partir del uso del funcionamiento P2P¹³: “[...] una comparación a las excavaciones que tendrán que hacerse en una mina para poder encontrar oro, de forma análoga el ordenador utiliza su capacidad de procesamiento para descifrar un problema matemático” (Rodríguez, 2016). Por lo tanto, el que tenga la computadora con mayor capacidad de procesamiento tendrá mayores probabilidades de descifrar el problema. Entonces ya se puede llegar a una definición más específica del *Bitcoin*, es una secuencia alfanumérica de 33 caracteres obtenida desde el software minero, este tiene como propósito descifrar problemas matemáticos, creando una secuencia que resulta en un *bitcoin* (Rodríguez, 2016).

Como ya es bien conocido, no hay ninguna autoridad regulatoria que supervise ni legisle el sistema *Bitcoin*. Es la tecnología de código abierto llamada Peer to Peer (punto a punto o P2P) la que permite esta libertad radical de los usuarios al momento de realizar transacciones y emisiones de *bitcoin* a través de la red. Por su naturaleza misma, la P2P no permite que nadie controle el protocolo de *Bitcoin* ni limite el ingreso al sistema, cualquiera puede ingresar (Antonopoulos, A. M., 2014).

Generando algunas inseguridades, por lo que se tienen dos elementos de seguridad, el primero es la cadena de bloques que se comparte y consulta con todas las máquinas mineras que lo validan. En otras palabras, se tiene a esta cadena de bloques para generar un registro dinámico de las transacciones, gracias al código abierto P2P es posible generar dicho registro, además este ayuda a que las transacciones sean de manera transparente, por lo que se conocen los diferentes caminos que se tomaron de las distintas transacciones que se hicieron entre los usuarios anónimos que se encuentran dentro del mercado (Antonopoulos, A. M., 2014).

El segundo candado de seguridad es el sistema de cifrado de clave pública. Estos sistemas criptográficos funcionan con dos claves complementarias, en la primera se realiza el cifrado y en la segunda se descifra el mensaje, teniendo una pública y la otra privada. Teniendo una clave pública no afecta la seguridad de la otra clave privada, debido a que es imposible a

¹³ P2P se refiere al sistema Peer to Peer, el cual es un registro de información distribuido tipo “par a par” en donde los diferentes participantes no tienen por qué confiar los unos en los otros, puesto que hay un protocolo de consenso que garantiza la seguridad y la veracidad de las transacciones (Gómez, 2016).

través de la primera clave obtener la segunda. Por lo tanto, la cadena de bloques se basa en el registro público y compartido de transacciones, dicho de otro modo, el cambio de direcciones de *Bitcoin* que se incluye en la cadena de bloques dentro de la red. Como todas las transacciones confirmadas son públicas, las nuevas transacciones se verifican asegurando que el cargo se hace a la cuenta que realizó el pago (Nakamoto, 2008).

La *Bitcoin* tiene una pieza secreta conocida como “llave privada” la cual se asigna a cada dirección *Bitcoin*. Esta “llave” se utiliza para firmar cada operación como una prueba matemática de su propietario. En consecuencia, todas las transacciones son realizadas por los usuarios y confirmadas por la red mediante la minería (Nakamoto, 2008). El uso de la minería dentro del mercado de la *Bitcoin* es fundamental, “La minería es descifrar un problema matemático para que se genere un *bitcoin*, requiere para su funcionamiento de la red *Bitcoin*, que es un acuerdo distribuido entre todos los equipos que participan en el proceso, para confirmar a un paquete de cifrado y que será verificado por la red” (Rodríguez, 2016).

Está prohibido incluir nuevos bloques consecutivamente en la cadena, además de que ninguna persona puede controlar lo que está incluido en la cadena de bloques o reemplazar partes de ella para revertir sus gastos, el software y la red lo impiden. Se recomienda tener esto en mente para entender de mejor manera el funcionamiento de este. Con respecto a lo anterior se cree pertinente añadir un esquema el cual interpreta el funcionamiento de la red en 8 pasos:

Figura 1. Funcionamiento de la red *Bitcoin*



Fuente: elaboración propia con información de Narayanan (2016)

La validación de la propiedad y las transacciones, se basan en acertijos de búsqueda cuya dificultad se ajusta regularmente (Narayanan et al., 2016). Durante 2018, la potencia de computación requerida en promedio para resolver un rompecabezas de *bitcoin* aumentó más de 4 veces, en consecuencia, hubo un mayor consumo de electricidad (De Vries, 2018). Una vez resuelto el acertijo la operación se agrega a la cadena de bloques, y se concreta la transferencia (Figura 1). Finalmente, dentro del software *Bitcoin* se limita cada bloque a un número específico de unidades *bitcoin*, éste se reduce a la mitad cada 210,000 bloques. De esta manera la producción de nuevos *bitcoins* se reduce continuamente y se cree que el último *bitcoin* será minado por el año 2140 (Hayes, 2021).

Entre las ventajas del uso de este tipo de monedas (Rodríguez, 2016):

1. Al no estar limitada por una autoridad regulatoria la información fluye libremente, se limita por los propios individuos, además al no tener alguna institución central, se da el libre flujo de información
2. Como no existe un intermediario, tampoco es necesario algún mecanismo de compensación, reduciendo los costos y el tiempo transacción electrónica
3. Como se tiene un número limitado de unidades no provoca inflación, cumpliendo con los objetivos de una política monetaria tradicional: la estabilidad de precios y la protección del poder adquisitivo de los agentes
4. Al ser anónimo el uso de la moneda no pone en riesgo la información de los usuarios, además gracias a esto el riesgo de fraude se evita, ya que al no tener la necesidad de uso de alguna identidad el fraude es innecesario
5. Al ser públicas todas las cuentas públicas y las transacciones se cuenta con alto grado de transparencia.

En tanto que algunas de las desventajas que presenta el uso de este tipo de monedas digitales son:

1. Como no está regulada se tiene un alto riesgo de uso dentro de mercados ilegales
2. Como su valor depende del número de usuarios activos e intercambios que se hagan con esta moneda, existe una alta incertidumbre sobre su futuro, generando alta volatilidad en su cotización

3. Al tener un número limitado se vuelve una moneda que genera deflación, esto podría provocar una depresión en la economía (Rodríguez, 2016)

1.5.2. Aspectos monetarios de Bitcoin

El término "moneda" tiene diferentes interpretaciones y definiciones dependiendo del contexto y la perspectiva en la que se utilice. Si bien algunas personas consideran al Bitcoin como una moneda, otras argumentan que no cumple con todas las características tradicionales asociadas con las monedas emitidas por gobiernos y bancos centrales. A continuación, se presentan algunas razones, basadas en el punto de vista de Antonopoulos, A. M. (2014) por las cuales algunas personas no consideran al Bitcoin una moneda en el sentido tradicional:

1. No es emitido por una autoridad central: Las monedas tradicionales, como el dólar estadounidense o el euro, son emitidas y reguladas por gobiernos y bancos centrales que tienen autoridad sobre su oferta y valor. En cambio, el Bitcoin es descentralizado y no está controlado por ninguna entidad central.
2. No es un medio de pago generalizado: Aunque cada vez más comercios aceptan Bitcoin como forma de pago, todavía no se ha generalizado ampliamente como un medio de intercambio en la economía cotidiana.
3. Volatilidad extrema: Las monedas tradicionales tienden a tener una volatilidad relativamente baja en comparación con el Bitcoin y otras criptomonedas. La volatilidad de precios del Bitcoin ha sido significativa, lo que dificulta su uso como una reserva de valor estable.
4. No es una unidad de cuenta comúnmente utilizada: En muchos lugares, los precios de bienes y servicios se expresan en la moneda local, como dólares o euros. Aunque algunos lugares pueden mostrar los precios en Bitcoin, no es una unidad de cuenta comúnmente adoptada a nivel global.

En lugar de considerarlo una moneda en el sentido tradicional, se puede referir al Bitcoin y otras criptomonedas como "activos digitales", "criptoactivos" o "criptomoneda". Estos términos resaltan su naturaleza digital y su potencial como activos para inversión y transferencia de valor, aunque no necesariamente cumplen con todas las funciones de una moneda fiduciaria emitida por un gobierno. Es importante tener en cuenta que la percepción y el estatus del *Bitcoin* y las criptomonedas pueden variar según el país y la legislación vigente (Antonopoulos, A. M., 2014).

De esta manera se clasifica el *bitcoin*, según Cecchetti (2016), como un activo financiero, ya que cumple con todas las características de uno:

- Valor económico: Los activos financieros tienen un valor económico medible, lo que significa que tienen un precio en el mercado en función de la oferta y la demanda.
- Negociabilidad: Los activos financieros son generalmente líquidos y se pueden comprar o vender en los mercados financieros con relativa facilidad. Esta negociabilidad permite a los inversores ajustar sus carteras según sea necesario.
- Representación de propiedad: Poseer un activo financiero suele implicar la propiedad de una porción de un recurso o entidad subyacente. Por ejemplo, poseer una acción significa que eres propietario de una parte de la empresa emisora de esa acción.
- Rentabilidad: Los activos financieros pueden generar ingresos o rendimientos para sus propietarios. Estos ingresos pueden provenir de dividendos en acciones, intereses en bonos o ganancias de capital por apreciación del precio.
- Riesgo: La inversión en activos financieros implica un grado de riesgo, que varía según el tipo de activo. Algunos activos financieros, como las acciones, pueden ser más volátiles que otros, como los bonos del gobierno.
- Plazo: Los activos financieros pueden tener diferentes horizontes temporales. Algunos, como los bonos a corto plazo, vencen en un período relativamente corto, mientras que otros, como las acciones, pueden mantenerse a largo plazo.
- Regulación: Muchos activos financieros están sujetos a regulaciones gubernamentales que rigen su emisión, comercio y contabilidad. Estas regulaciones varían según el país y el tipo de activo.
- Diversificación: Los inversores pueden utilizar activos financieros para diversificar sus carteras y reducir el riesgo al poseer una variedad de activos con diferentes características y comportamientos.
- Rentabilidad esperada: Los inversores consideran la rentabilidad esperada de un activo financiero al tomar decisiones de inversión. La rentabilidad esperada depende de factores como el rendimiento histórico y las perspectivas futuras del activo.

- **Liquidez:** La liquidez se refiere a la facilidad con la que un activo financiero puede convertirse en efectivo sin afectar significativamente su precio de mercado. Algunos activos financieros son más líquidos que otros.

El término "medio de pago", según Antonopoulos, A. M. (2014), se utiliza para describir un instrumento o método que se utiliza comúnmente para liquidar transacciones comerciales y pagar bienes y servicios. Aunque el Bitcoin se ha promocionado como una forma de dinero digital, existen varias razones por las cuales no se considera ampliamente un medio de pago efectivo en la economía cotidiana:

- **Volatilidad del valor:** El valor del Bitcoin es altamente volátil. Su precio puede experimentar fluctuaciones significativas en un corto período de tiempo. Esto significa que su poder adquisitivo puede variar enormemente en cuestión de días o incluso horas. Esta volatilidad hace que sea difícil para las personas y las empresas utilizar el Bitcoin como una unidad estable de cuenta.
- **Adopción limitada:** Aunque ha habido una creciente adopción de Bitcoin en algunos sectores y regiones, sigue siendo una forma de pago relativamente poco utilizada en comparación con las monedas tradicionales. No todas las tiendas o empresas aceptan Bitcoin como método de pago, lo que limita su utilidad.
- **Escalabilidad y velocidad de las transacciones:** La red de Bitcoin tiene limitaciones en términos de escalabilidad y velocidad de procesamiento de transacciones. Esto significa que a veces las transacciones pueden ser lentas y costosas, lo que no es adecuado para pagos cotidianos o micro transacciones.
- **Falta de aceptación universal:** Aunque la aceptación de Bitcoin está creciendo, todavía no se acepta en todos los lugares ni en todos los países. Para que una forma de dinero sea considerada un medio de pago efectivo, debe ser ampliamente aceptada y utilizada.
- **Regulación y cumplimiento normativo:** En muchos países, la regulación en torno a las criptomonedas, incluido el Bitcoin, está en constante evolución. Esto puede generar incertidumbre y dificultar su uso en ciertas jurisdicciones.
- **Dicho esto, es importante destacar que el Bitcoin todavía se utiliza en algunas transacciones, especialmente en línea y en actividades de inversión y especulación.**

Además, su tecnología subyacente, la cadena de bloques (blockchain), ha demostrado ser valiosa en diversas aplicaciones fuera de las criptomonedas.

En resumen, aunque el Bitcoin es considerado por algunos como una forma de dinero, sus características actuales, incluida su volatilidad y su limitada adopción en la economía real, hacen que no sea ampliamente considerado como un medio de pago efectivo en la actualidad.

La emisión de *bitcoin* se encuentra limitada a los 21 millones de unidades, a medida que pasa el tiempo el minado de esta criptomoneda se va ralentizando con lo cual se reduce el número de unidades que es posible obtener de cada bloque minado, de esta forma la producción o emisión de criptomoneda cumple en cierta forma con la ley de rendimientos marginales decrecientes. Si aceptamos la premisa que la cantidad de dinero es la causante de la inflación, entonces el mantener una oferta de *bitcoin* limitada tiene como consecuencia que se geste un entorno deflacionario ante la imposibilidad de incrementar la oferta de *bitcoins* de forma descontrolada o discrecional por estar sujeta a la resolución de problemas computacionales.

A este sistema se le conoce como economía *bitcoin* y se refiere al modelo económico deflacionario¹⁴. Cabe mencionar que dentro de este sistema aplica la ley de oferta y demanda como en cualquier otra economía (Rodríguez, 2016). Es necesario describir lo que significa tanto la deflación como el modelo económico deflacionario, empecemos con la deflación, en pocas palabras “La deflación ocurre cuando las caídas de precios son tan generalizadas y sostenidas que hacen que un índice de precios de base amplia, como el Índice de Precios al Consumidor (IPC), se caiga durante más de un trimestre” (Elwell, 2010).

Si cae el nivel de precios y el país se encuentra en una situación débil esto podría ocasionar una baja de estos junto con la actividad económica, las crisis financieras suelen ser deflacionarias ya que al existir incertidumbre dentro del mercado aumenta la demanda de liquidez (efectivo) por parte de las instituciones financieras y bancos, provocando que los créditos sean limitados junto con el gasto respaldado por el crédito. “La ralentización del gasto corriente ejercerá una presión a la baja sobre nivel de precio actual. Si los precios actuales comienzan a caer, los hogares y las empresas pueden esperar el nivel de precios

¹⁴ Se abordará más a fondo en el siguiente apartado.

futuro también caerá” (Elwell, 2010). Al tener esta situación, donde se espera que los precios en el futuro caigan, es probable que se pospongan las compras actuales a futuras, donde los precios serán más bajos.

La economía podría llegar en última instancia a un punto donde el nivel de precios actual haya caído lo suficiente comparándolo con el nivel de precios futuro, esperando que se impulse el gasto actual, para lograr lo anterior se tendría que bajar la actividad económica, generando grandes costos y altas tasas de desempleo. Ya entendiendo la deflación de una manera general se puede llegar a la definición del modelo deflacionario de una mejor manera, este al contar con muchas variables e historia se realizó un apartado para explicar dicho modelo de una manera apropiada. En lo que se refiere a la ley de la oferta y demanda es necesario explicar en primera instancia la ley de demanda la cual Mankiw explica diciendo: “si todo se mantiene constante, la cantidad demandada de un bien disminuye cuando el precio del bien aumenta” (Mankiw, 2012).

El *bitcoin* no es valioso por sí solo, más bien lo que le confiere valor es su utilidad, escasez y su valor cambiario. Cabe mencionar en este momento la teoría de Mises, en la que habló sobre el precio del dinero y su función de valor actual, la cual nos indica que su valor actual está en función de los precios pasados, es decir su capacidad adquisitiva del día anterior; estos precios “son determinados por la demanda de dinero ese día” (Mises, 2012), esta teoría de una manera indirecta, indica que el Estado no puede determinar el valor del dinero. Dichos pensamientos dan lugar a la idea principal del *bitcoin*, ya que como habíamos mencionado anteriormente el valor del *bitcoin* no es determinado por alguna institución, sino que está dado por el mismo mercado, justo como lo indica Mises.

Sin embargo, al no tener alguna institución reguladora como respaldo de su valor, el *bitcoin* es una criptomoneda con alta volatilidad, además depende mucho de las noticias legales y de confianza que se realicen en ese momento. Un buen ejemplo de esta inestabilidad en su cotización ocurrió en 2013 cuando el New York Times dio a conocer que el vicegobernador del Banco Popular de China habló sobre que era imposible que el Banco Central de China reconociera al *bitcoin* como instrumento financiero legítimo en un futuro próximo (Economista, 2013), la gente al tener la libertad de adoptar su perspectiva a largo plazo dentro del Mercado de *Bitcoin*, la población de este país detuvo su demanda de dicha moneda

bajando el precio el “15 de agosto de 2013 a 109.5 dólares por *bitcoin*” (Rodríguez, 2016), cuando en noviembre del mismo año su precio era de 942 dólares por *bitcoin*.

Al ser la primera criptomoneda que es gestionada por los usuarios, donde ni si quiera los programadores tienen el poder de hacer un cambio, (se requeriría la acción conjunta de muchos usuarios,) se cree que existe un sistema seguro debido a esta característica, por lo que el *bitcoin* se considera como alternativa de pago electrónico. A través de una casa de bolsa de *bitcoins* como la ya extinta casa de bolsa japonesa MtGox la cual a causa de un acto de piratería que le costó 744 mil *bitcoins* (350 millones de dólares) se vio obligado a cerrar y pedirle su liquidación al tribunal (Universal, 2014).

Como se mencionó previamente, al encontrarse limitada la oferta de *bitcoin*, ocasiona que se vuelva una criptomoneda que genera deflación, esto podría provocar una depresión en la economía, gracias a esta característica se debe de dar la explicación del modelo deflacionario.

“La deflación, lo opuesto a la inflación, es una situación de caída de los precios generales. No debe confundirse con la desinflación, que se refiere a una tasa de inflación decreciente que, no obstante, sigue siendo positiva.” (Humphrey, 2004).

Dentro de la teoría neoclásica encontramos el análisis de la deflación a partir de los periodos post guerra o durante alguna de las guerras mundiales, esto ocasiono un contexto donde los gobiernos querían regresar a la paridad oro de antes de la guerra. Para lograr lo anterior los precios del oro, de los bienes y divisas tuvieron que bajar, cabe mencionar que estos subieron de una manera más o menos uniforme. Para conseguir estas caídas de precios se requirieron contracciones del stock de dinero y, por lo tanto, del nivel de gasto nominal agregado, provocando una caída dentro del gasto y entonces la producción, generando una baja del nivel de trabajo, ya que, al tener una baja dentro de la demanda de productos por las restricciones ya mencionadas, se verá reflejado más en los costos que en los precios por ser el primer elemento afectado.

Entonces una reducción en el gasto llevaría los precios de los productos por debajo de los costos, y los productores tendrían que comprar sus operaciones. Ya cuando esto pasara la actividad real volvería a su equilibrio, sin embargo, las pérdidas de ingreso y empleo ya sucedieron.

Los clásicos analizaron estos fenómenos con un marco conceptual consistente en la teoría cuantitativa del dinero y el supuesto de precios rígidos de productos y / o factores. La teoría cuantitativa ubicó la fuente de deflación en shocks monetarios contractivos. Y el supuesto de precios rígidos explicó los efectos temporales adversos sobre la producción y el empleo de los choques. Juntos, estos dos pilares del modelo clásico reconciliaron la no neutralidad a corto plazo con la neutralidad a largo plazo del dinero. (Humphrey, 2004)

De esta manera se puede entender mejor el motivo por el cual una posible deflación dentro del mercado del *bitcoin* no es una buena opción, claro esto es un punto de vista dentro de un modelo clásico, el cual toma en consideración que existe una moneda controlada por una autoridad monetaria, pero de esta manera se entiende mejor el motivo por el cual es un elemento negativo. La deflación causa no solo consecuencias negativas, también según Friedman si existe una deflación controlada y predecible puede provocar una reducción dentro de la tasa de interés nominal (efecto Fisher¹⁵), entonces si baja la tasa de interés nominal el costo de tener dinero disminuirá. Esta percepción se le conoce como regla de Friedman.

Además de tener estos dos puntos de vista, donde se pueden tener ventajas con la deflación o costos, existen diferentes explicaciones acerca de su origen, ya que la deflación dentro de las economías suele llegar de sorpresa sin ningún control sobre esta, en otras palabras, no se ha podido entender del todo dicho fenómeno económico. Por ejemplo, Mankiw nos habla sobre la deflación como “[...] la reducción en los precios resulta cuando algún acontecimiento, como una contracción monetaria, reduce la demanda general de bienes y servicios en la economía. Esta disminución en la demanda agregada puede conducir a una reducción en los ingresos y a un creciente desempleo. En otras palabras, la deflación a menudo es un síntoma de problemas económicos más profundos” (Mankiw, 2012).

Dado lo anterior se puede concluir que el modelo deflacionario puede ser visto de distintas formas y por ende ser explicado por diferentes variables, además de que la deflación dependiendo de su nivel afecta de cierto modo o de otro, por lo que si el *bitcoin* llegase a presentar problemas deflacionarios estos podrían provocar una baja del costo de tener *bitcoins*, pero si la deflación no es controlada se podrá perder valor de la criptomoneda. Lo

¹⁵ Efecto Fisher: “Ajuste, en una relación de uno a uno, de la tasa de interés nominal con la tasa de inflación.”

anterior es si nos basamos en lo estudiado hasta ahora, con monedas que sí están controladas por alguna autoridad monetaria, entonces, en este trabajo no se podrá dar una simple respuesta a lo que pasaría si existiese deflación dentro del *bitcoin*, pero se pudo dar lo que podría pasar si esta fuese una moneda regulada, aunque de igual forma no se pretende descartar esta hipótesis, ya que podría de igual manera el *bitcoin* tener este comportamiento.

A pesar de los temores existentes en torno a la posibilidad de divisas de carácter privado y digital, lo cierto es que la aparición de *Bitcoin* se puede enmarcar en un movimiento intelectual que surge desde el siglo XIX y que toma fuerza a raíz de la publicación del libro *La desnacionalización del dinero* de Friedrich Hayek en el año 1976 y que da sustento teórico e institucional a un modelo de emisión privada de moneda y por ende un mercado competitivo de dinero.

Antes de continuar es necesario introducir un elemento clave dentro de este movimiento, el cual es: el dinero electrónico, también conocido como dinero digital o dinero virtual, se refiere a una forma de moneda que existe en forma electrónica o digital en lugar de física, como billetes y monedas. A diferencia del efectivo tradicional, el dinero electrónico no tiene una representación física tangible, y su valor se almacena y transfiere electrónicamente. Aquí hay una explicación más detallada de lo que es el dinero electrónico:

1. Representación digital: El dinero electrónico se representa como registros digitales en sistemas informáticos, bases de datos o en cuentas electrónicas en instituciones financieras. Estos registros indican cuánto dinero tiene una persona o entidad en particular.
2. Transacciones electrónicas: Las transacciones que involucran dinero electrónico se realizan mediante sistemas electrónicos, como transferencias bancarias electrónicas, tarjetas de débito y crédito, aplicaciones de pago móvil y criptomonedas. Estas transacciones se llevan a cabo a través de redes de computadoras y no requieren la entrega física de dinero.
3. Almacenamiento en cuentas digitales: Las personas pueden almacenar su dinero electrónico en cuentas bancarias en línea, billeteras electrónicas (*e-wallets*) o en cuentas de servicios de pago en línea. Estas cuentas pueden ser accesibles a través de dispositivos electrónicos, como computadoras, teléfonos inteligentes o tabletas.

4. Facilidad de transferencia: El dinero electrónico se puede transferir de una cuenta a otra de manera rápida y conveniente a través de servicios en línea o aplicaciones móviles. Esto facilita la realización de pagos, compras en línea y transferencias de fondos a nivel local e internacional.
5. Seguridad: Las transacciones de dinero electrónico suelen estar protegidas por medidas de seguridad como autenticación de usuario, cifrado y verificación de identidad. Esto puede hacer que las transacciones electrónicas sean más seguras que el manejo de efectivo físico.
6. Amplia aceptación: El dinero electrónico es ampliamente aceptado en la economía moderna, ya que se utiliza para pagar bienes y servicios en línea, en tiendas físicas, para pagar facturas y para realizar una variedad de transacciones financieras.
7. Rastreabilidad: Las transacciones de dinero electrónico suelen ser rastreables, lo que significa que se puede realizar un seguimiento de quién realizó la transacción y cuándo. Esto puede ser útil para fines de contabilidad, seguridad y cumplimiento normativo.
8. Monedas digitales: Además del dinero electrónico tradicional, como las monedas emitidas por gobiernos y los depósitos bancarios electrónicos, existen monedas digitales descentralizadas, como Bitcoin y otras criptomonedas, que también se consideran formas de dinero electrónico y tienen características únicas.

En resumen, el dinero electrónico es una forma de moneda digital que existe en registros electrónicos y se utiliza para llevar a cabo transacciones electrónicas en lugar de utilizar efectivo físico. Su conveniencia y versatilidad lo han convertido en una parte fundamental de la economía digital moderna (Cecchetti, S., & Schoenholtz, K., 2016).

En la década de los setenta e inspirado por la publicación de Hayek, Benjamin Klein desarrolla un modelo microeconómico de competencia *fiat* y que establece condiciones de estabilidad monetaria, el mismo se presenta a continuación¹⁶:

Expresando la ganancia real de las instituciones bancarias privadas por la siguiente ecuación:

¹⁶ Para una exposición más amplia del modelo véase Klein **Fuente especificada no válida.** y White **Fuente especificada no válida.**

$$\frac{\pi}{P_j} = (i_j - i_{Mj}) \left(\frac{M}{P}\right)_j + gM_j \left(\frac{M}{P}\right)_j - gP_j^* \left(\frac{M}{P}\right)_j$$

Estableciendo la condición de primer orden para establecer la tasa de ganancia única y finita que maximice las ganancias bancarias:

$$\frac{d\left(\frac{\pi}{P_j}\right)}{dgM_j} = \left(\frac{M}{P}\right)_j (dU + 1 - V)$$

Donde:

$$\left(\frac{i_j - i_{Mj}}{dgM_j}\right) = U$$

$$\left(\frac{dgP_j^*}{dgM_j}\right) = V$$

Donde U se refiere a la disminución en el costo de oportunidad de mantener dinero respecto de bonos como resultado de expectativas de inflación no anticipada, mientras que V es el grado en que se ajustan las expectativas inflacionarias de los individuos.

La función de expectativas inflacionarias suponiendo que V se determina de forma exógena queda expresada de la siguiente manera:

$$gP_j^* = U + VgM_j$$

En este sentido, para que una institución bancaria privada tenga incentivos a emitir dinero hasta el “infinito”, será aquella condición en donde el costo de oportunidad de mantener dinero en relación con bonos por parte de los agentes económicos sea constante e igual a cero, ya que de esta forma la ganancia marginal del banco siempre sería positiva. Sin embargo, esto implicaría que el ajuste de expectativas fuera menor a 1 lo cual no es real. “Por lo tanto la situación de “hiperinflación” deja de ser una alternativa maximizadora de ingresos cuando se toma en cuenta el hecho de que el crecimiento de la emisión monetaria

reduce la confianza de los clientes en la marca-capital” (Arteaga, 2013, pág. 143). La función de maximización de la ganancia viene dada por:

$$0 = \left(\frac{M}{P}\right)_j (U + 1 - V)$$

$$U + 1 - V = 0$$

$$U = V + 1$$

Si $V < 1$ debido a la operación de un esquema de expectativas imperfectas, entonces $U < 0$, siendo las condiciones necesarias para el equilibrio monetario en un modelo de competencia fiat.

II. ASPECTOS METODOLÓGICOS DE LAS REDES NEURONALES ARTIFICIALES

En este trabajo se van a utilizar tanto series de tiempo como redes neuronales, por ende, se deben de describir y sobre todo entender el motivo por el cual se utilizarán algunos de los modelos. Una serie temporal es el conjunto de datos organizados cronológicamente. Se define como: $x(t)$, $t = 0, 1, 2, \dots$. Donde t denota el tiempo transcurrido, y $x(t)$ es considerada como una variable aleatoria. El análisis de una serie de tiempo consiste en usar diferentes métodos para obtener información estadísticamente relevante y comprender sobre las relaciones subyacentes con el objetivo de extrapolar o interpolar los datos y así predecir el comportamiento de la serie en momentos no observados.¹⁷

Dentro de las series de tiempo existen dos modelos que son los más populares al modelar series temporales lineales, estos son autorregresivo (AR) y de medias móviles (MA). “Combinando ambos ha surgido la familia de modelos basados en el principio de Box-Jenkins, ampliamente conocidos como los modelos de Box-Jenkins, entre ellos: el modelo autorregresivo de promedio móvil (ARMA), el autorregresivo integrado de promedio móvil (ARIMA), el autorregresivo de promedio móvil fraccionalmente integrado (AR-FIMA) y el autorregresivo integrado de promedio móvil estacionario (SARIMA)” (González, 2019).

La predicción del *bitcoin* puede ser planteada como un modelo de series temporales, teniendo como variable aleatoria el precio del *bitcoin* a lo largo del tiempo, el punto sería extrapolar y de esa manera poder obtener una predicción. Dentro de algunos trabajos se han utilizado modelos ARIMA como Azari (Azari, 2019) o Sutiksno (Sutiksno, 2018), se tienen resultados diferentes como un MSE (Mean Squared Error) de 295,797 hasta 16,000. Dentro de las conclusiones del uso del modelo ARIMA para la predicción del *bitcoin* se indica que, al tener alzas y bajas muy drásticas dentro de la serie, el modelo ARIMA se puede usar en subperiodos, es decir, “[...] dividiendo el período de tiempo en varios períodos en los que, el conjunto de datos tiene una tendencia única” (Azari, 2019).

¹⁷ En el anexo B se muestran los elementos relevantes de las ecuaciones en diferencia que dan sustento al análisis de series temporales.

2.1. Modelos de series de tiempo tradicionales

Una serie temporal es el conjunto de datos organizados cronológicamente. Se define como: $x(t)$, $t = 0, 1, 2, \dots$. Donde t denota el tiempo transcurrido, y $x(t)$ es considerada como una variable aleatoria. El análisis de una serie de tiempo consiste en usar diferentes métodos para obtener información estadísticamente relevante y comprender sobre las relaciones subyacentes con el objetivo de extrapolar o interpolar los datos y así predecir el comportamiento de la serie en momentos no observados. Dentro de las series de tiempo existen dos modelos que son los más populares al modelar series temporales lineales, estos son autorregresivos (AR) y de medias móviles (MA).

Es posible combinar un proceso de promedio móvil con una ecuación de diferencia lineal para obtener un modelo de media móvil autorregresiva (ARMA). Walter Enders (2015), profesor de la universidad de Alabama, considera el orden p de una ecuación diferencial como:

$$y_t = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i y_{t-i} + x_t \quad (1)$$

Ahora si $\{x_t\}$ en el proceso MA (q) dado por la ecuación (1) sea:

$$y_t = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i y_{t-i} + \sum_{i=0}^q \beta_i \varepsilon_{t-i} \quad (1.1)$$

Seguimos la convención de normalizar unidades para que β_0 sea siempre igual a la unidad. Si las raíces características de la ecuación (1.1) están todas en el círculo unitario, $\{y_t\}$ el cual se denomina modelo ARMA para y_t . La parte autorregresiva del modelo es la ecuación en diferencia dada por la parte homogénea de la ecuación (1) y la parte de la media móvil es la secuencia $\{x_t\}$. Si la parte homogénea de la ecuación en diferencias contiene p rezagos y el modelo para x_t contiene q rezagos, el modelo se llama ARMA (p, q).

Si $q = 0$, el proceso es llamado proceso autorregresivo puro denotado por AR (p), y si $p = 0$, el proceso es de promedio móvil puro denotado por MA (q). En un modelo ARMA, es perfectamente permitido que p y/o q sean infinitos. Es más común considerar solo modelos en el que todas las raíces características de (1.1) estén dentro del círculo unitario. Sin embargo, si una o más raíces características de (1.1) sean mayores o igual a la unidad, la

secuencia $\{y_t\}$ sería un proceso integrado y (1.1) se denomina un modelo autorregresivo integrado de promedios móviles (ARIMA).

Tratar (1.1) como una ecuación en diferencias sugiere que podemos resolver para y_t en términos de la secuencia $\{\varepsilon_t\}$. La solución de un modelo ARMA (p, q) que expresa y_t en términos de la secuencia $\{\varepsilon_t\}$ es la representación de la media móvil de y_t . El procedimiento es diferente del discutido previamente, para el modelo AR (1) $y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$, se demostró que la representación de la media móvil es

$$y_t = \frac{a_0}{(1 - a_1)} + \sum_{i=0}^{\infty} a_1^i \varepsilon_{t-i}$$

En general un modelo ARMA(p, q) se describe la ecuación (1.1) usando operadores de retraso

$$\left(1 - \sum_{i=1}^p a_i L^i\right) y_t = a_0 + \sum_{i=0}^q \beta_i \varepsilon_{t-i}$$

De esta manera la solución particular de y_t sería

$$y_t = \frac{(a_0 + \sum_{i=0}^q \beta_i \varepsilon_{t-i})}{(1 - \sum_{i=1}^p a_i L^i)} \quad (1.2)$$

Ya no se necesita ampliar (1.2) para obtener el coeficiente específico para cada elemento en $\{\varepsilon_t\}$. El punto importante por reconocer es que la expansión producirá un proceso MA (∞). De esta forma, hay que ver si tal expansión es convergente de modo que la ecuación en diferencias estocásticas dada por (1.2) sea estable. La condición de estabilidad es que las raíces del polinomio $(1 - \sum a_i L^i)$ debe encontrarse fuera del círculo unitario. También se muestra que, si y_t es una ecuación lineal estocástica con diferencia, la condición de estabilidad es una condición necesaria para que la serie de tiempo $\{y_t\}$ sea estacionaria.

Para empezar el tema de estacionariedad para el modelo ARMA general (p, q), hay que considerar las restricciones necesarias para asegurar que un modelo ARMA (2, 1) sea estacionario. Dado que la magnitud del término de intersección no afecta las condiciones de estabilidad (o estacionariedad), se establece que $a_0 = 0$ entonces

$$y_t = a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} \quad (1.3)$$

Sabemos que la solución homogénea debe ser cero. Como tal, solo es necesario encontrar la solución particular. Usando el método de coeficientes indeterminados, podemos escribir la solución como

$$y_t = \sum_{i=0}^{\infty} c_i \varepsilon_{t-i} \quad (1.4)$$

Para que (1.4) sea una solución de (1.3), los diversos c_i deben satisfacer

$$\begin{aligned} c_0 \varepsilon_t + c_1 \varepsilon_{t-1} + c_2 \varepsilon_{t-2} + c_3 \varepsilon_{t-3} + \dots \\ = a_1 (c_0 \varepsilon_{t-1} + c_1 \varepsilon_{t-2} + c_2 \varepsilon_{t-3} + c_3 \varepsilon_{t-4} + \dots) \\ + a_2 (c_0 \varepsilon_{t-2} + c_1 \varepsilon_{t-3} + c_2 \varepsilon_{t-4} + c_3 \varepsilon_{t-5} + \dots) + \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} \end{aligned}$$

Para hacer coincidir los coeficientes en los términos que contienen $\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots$, es necesario establecer

$$\begin{aligned} c_0 &= 1 \\ c_1 &= a_1 c_0 + \beta_1 \rightarrow c_1 = a_1 + \beta_1 \\ c_i &= a_1 c_{i-1} + a_2 c_{i-2} \quad \text{para todo } i \geq 2 \end{aligned}$$

El punto clave es que, para todo $i \geq 2$, ya que los coeficientes satisfacen la ecuación en diferencia $c_i = a_1 c_{i-1} + a_2 c_{i-2}$. Si las raíces características de (1.4) están dentro del círculo unitario, $\{c_i\}$ debe constituir una secuencia convergente. Por ejemplo, reconsidere el caso en el que $a_1 = 1.6$ y $a_2 = -0.9$, y sea $\beta_1 = 0.5$. Walter Enders (2015) muestra que los coeficientes que satisfacen (1.4) son 1, 2.1, 2.46, 2.046, 1.06, -0.146, etc.

Para verificar que la secuencia $\{y_t\}$ generada por (1.4) es estacionaria, se toma la expectativa de (1.4) para formar un nuevo proceso definido por: $E y_t = E y_{t-i} = 0$ para todo t e i . Por tanto, la media es finita y el tiempo invariante. Dado que se supone que la secuencia $\{\varepsilon_t\}$ es un proceso de ruido blanco, la varianza de y_t es constante e independiente del tiempo; es decir

$$\begin{aligned} \text{var}(y_t) &= E[(c_0 \varepsilon_t + c_1 \varepsilon_{t-1} + c_2 \varepsilon_{t-2} + c_3 \varepsilon_{t-3} + \dots)^2] \\ &= \sigma^2 \sum_{i=0}^{\infty} c_i^2 \end{aligned}$$

Por tanto, $\text{var}(y_t) = \text{var}(y_{t-s})$ para todos t y s . Finalmente, la covarianza entre y_t e y_{t-s} es

$$\begin{aligned} \text{cov}(y_t, y_{t-1}) &= E[(\varepsilon_t + c_1 \varepsilon_{t-1} + c_2 \varepsilon_{t-2} + \dots)(\varepsilon_{t-1} + c_1 \varepsilon_{t-2} + c_2 \varepsilon_{t-3} + c_3 \varepsilon_{t-4} + \dots)] \\ &= \sigma^2 (c_1 + c_2 c_1 + c_3 c_2 + \dots) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} cov(y_t, y_{t-2}) &= E[(\varepsilon_t + c_1\varepsilon_{t-1} + c_2\varepsilon_{t-2} + \dots)(\varepsilon_{t-2} + c_1\varepsilon_{t-3} + c_2\varepsilon_{t-4} + c_3\varepsilon_{t-5} + \dots)] \\ &= \sigma^2(c_2 + c_3c_1 + c_4\varepsilon_2 + \dots) \end{aligned}$$

Entonces

$$cov(y_t, y_{t-s}) = \sigma^2(c_s + c_{s+1}c_1 + c_{s+2}c_2 + \dots) \quad (1.5)$$

Por tanto, $cov(y_t, y_{t-s})$ es constante e independiente de t . Por el contrario, si las raíces características de la ecuación (1.3) no se encuentran dentro del círculo unitario, la secuencia $\{c_i\}$ no será convergente. Como tal, la secuencia $\{y_t\}$ no puede ser convergente. No es demasiado difícil generalizar estos resultados a toda la clase de ARMA (p, q) modelos. Si se consideran las condiciones que garantizan la estacionariedad de una MA pura (∞), al restringir apropiadamente los parámetros β_i , de todos los procesos MA (q) de orden finito pueden obtenerse como casos especiales.

Considerando el siguiente proceso:

$$x_t = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i \varepsilon_{t-i}$$

Donde $\{\varepsilon_t\}$ = un proceso de ruido blanco con varianza σ^2 . Ya hemos determinado que $\{x_t\}$ no es un proceso de ruido blanco. El problema es si $\{x_t\}$ es la covarianza estacionaria. Dadas las condiciones a, b y c, surgen las siguientes cuestiones:

1. ¿La media es finita e independiente del tiempo? Se toma el valor esperado de x_t y recuerde que la expectativa de una suma es la suma de las expectativas individuales.

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} E(x_t) &= E(\varepsilon_t + \beta_1\varepsilon_{t-1} + \beta_2\varepsilon_{t-2} + \dots) \\ &= E\varepsilon_t + \beta_1E\varepsilon_{t-1} + \beta_2E\varepsilon_{t-2} + \dots = 0 \end{aligned}$$

Se repite el procedimiento con x_{t-s}

$$E(x_{t-s}) = E(\varepsilon_{t-s} + \beta_1\varepsilon_{t-s-1} + \beta_2\varepsilon_{t-s-2} + \dots) = 0$$

Así, todos los elementos de la secuencia $\{x_t\}$ tienen la misma media finita ($\mu = 0$).

2. ¿Es la varianza finita e independiente del tiempo?

Se define la varianza del proceso x_t de la siguiente manera:

$$var(x_t) = E[(\varepsilon_t + \beta_1\varepsilon_{t-1} + \beta_2\varepsilon_{t-2} + \dots)^2]$$

Dado que $\{\varepsilon_t\}$ es un proceso de ruido blanco, todos los términos $E\varepsilon_t\varepsilon_{t-s} = 0$ para $s \neq 0$. Por lo tanto,

$$\begin{aligned} \text{var}(x_t) &= E(\varepsilon_t)^2 + (\beta_1)^2 E(\varepsilon_{t-1})^2 + (\beta_2)^2 E(\varepsilon_{t-2})^2 + \dots \\ &= \sigma^2 [1 + (\beta_1)^2 + (\beta_2)^2 + \dots] \end{aligned}$$

Siempre que $\sum (\beta_i)^2$ sea finito, se deduce que $\text{var}(x_t)$ es finito. Así, que $\sum (\beta_i)^2$ sea finito es una condición necesaria para que $\{x_t\}$ sea estacionario. Para determinar si $\text{var}(x_t) = \text{var}(x_{t-s})$

$$\begin{aligned} \text{var}(x_{t-s}) &= E[(\varepsilon_{t-s} + \beta_1\varepsilon_{t-s-1} + \beta_2\varepsilon_{t-s-2} + \dots)^2] \\ &= \sigma^2 [1 + (\beta_1)^2 + (\beta_2)^2 + \dots] \end{aligned}$$

Por lo tanto, $\text{var}(x_t) = \text{var}(x_{t-s})$ para todos los t y $t-s$.

3. ¿Todas las auto covarianzas son finitas e independientes en el tiempo?

Usando $E(x_t x_{t-s})$ como

$$E[x_t x_{t-s}] = E[(\varepsilon_t + \beta_1\varepsilon_{t-1} + \beta_2\varepsilon_{t-2} + \dots)(\varepsilon_{t-s} + \beta_1\varepsilon_{t-s-1} + \beta_2\varepsilon_{t-s-2} + \dots)]$$

Realizando la multiplicación y observando que $E(\varepsilon_t \varepsilon_{t-s}) = 0$ para $s \neq 0$, obtenemos

$$E(x_t x_{t-s}) = \sigma^2 (\beta_s + \beta_1\beta_{s+1} + \beta_2\beta_{s+2} + \dots)$$

Restringir la suma $\beta_s + \beta_1\beta_{s+1} + \beta_2\beta_{s+2} + \dots$ a que sea finita significa que $E(x_t x_{t-s})$ es finita. Dada esta segunda restricción, está claro que la covarianza entre x_t y x_{t-s} solo depende del número de períodos que separan las variables, pero no del subíndice de tiempo t . En resumen, las condiciones necesarias y suficientes para que cualquier proceso MA tenga covarianza estacionaria son que las sumas $\sum (\beta_i)^2$ y $(\beta_s + \beta_1\beta_{s+1} + \beta_2\beta_{s+2} + \dots)$ sean finitas. Para un proceso de orden infinito, estas condiciones deben cumplirse para toda $s \geq 0$.

Por último, veremos el problema de autocorrelación en esta clase de funciones. Las autocovarianzas y autocorrelaciones del tipo que se encuentra en (1.5) sirven como herramientas útiles en el enfoque de Box-Jenkins (1976) para identificar y estimar modelos de series de tiempo. Para el modelo AR (1), $y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$, (2.14) muestra

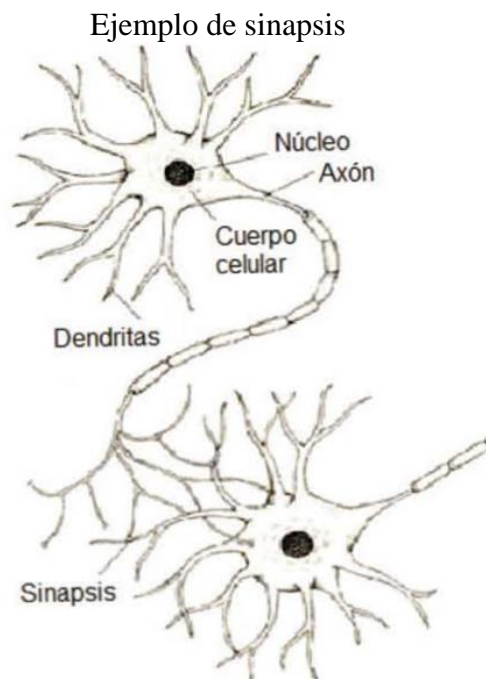
$$\begin{aligned} \gamma_0 &= \sigma^2 / [1 - (a_1)^2] \\ \gamma_s &= (a_1)^s / [1 - (a_1)^2] \end{aligned}$$

Al formar las autocorrelaciones dividiendo cada γ_s por γ_0 , encontramos que $\rho_0 = 1$, $\rho_1 = a_1$, $\rho_2 = (a_1)^2$, ..., $\rho_s = (a_1)^s$. Para un proceso AR (1), una condición necesaria para la estacionariedad es para $|a_1| < 1$. Por lo tanto, la gráfica de ρ_s contra s , llamada autocorrelación función (ACF) o correlograma: debe converger a cero geométricamente si la serie es estacionaria. Si a_1 es positivo, la convergencia será directa, y si a_1 es negativo, las autocorrelaciones seguirán una trayectoria oscilatoria amortiguada alrededor de cero.

3.2. Metodología de las redes neuronales artificiales

La red neuronal se conforma por células nerviosas llamadas neuronas, su especialidad es la excitabilidad eléctrica. Son capaces de recibir estímulos y conducir impulsos nerviosos por medio de conexiones con otras neuronas.

La célula se conforma de ramificaciones finas y cortas, en la parte inicial de su estructura, se conocen como dendritas. Cabe mencionar que las neuronas tienen una ramificación larga llamada axón, la cual es la línea de transmisión de salida de la neurona, puede permitir ramificaciones colaterales. Las neuronas están interconectadas, y las conexiones que se generan dado este motivo se conocen como sinapsis, del griego $\acute{\upsilon}\nu\alpha\psi\iota\varsigma$ [sýnapsis], ‘unión’, ‘enlace’ (Etimologías, 2021):

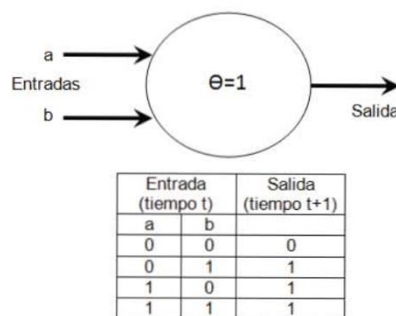


Fuente: Etimologías, 2021

Al saber el funcionamiento de las neuronas, se intenta reproducir sus funciones de manera artificial. Este objetivo es principalmente motivado porque las neuronas cumplen con el procesamiento principal, además de almacenar, transmitir y procesar la información. (Reyes, 2011). La teoría de funciones recursivas general nos habla de que los datos pueden ser almacenados, comunicados a las unidades de información del modelo y transformados. En esta teoría toda función puede ser reducida a la composición de algunas funciones pequeñas y primitivas. En base a esta teoría se generaron diversos modelos:

Warren McCulloch y Walter Pitts escribieron un trabajo sobre los cómputos generados por neuronas de dos estados. De esta forma generaron uno de los primeros trabajos sobre la comprensión del funcionamiento del sistema nervioso con base en elementos de cómputo. Su modelo es un dispositivo binario. “Cada neurona tiene un umbral fijo y suma linealmente entradas de sinapsis excitadoras con pesos idénticos, que reflejan el estado de las células presinápticas. A continuación, se mostrará un esquema de una neurona de dos entradas bajo el modelo propuesto por McCulloch y Pitts, este modelo realiza una disyunción lógica entre las entradas a y b con un umbral $\theta = 1$.” (Reyes, 2011). Cuando se suman las entradas y se compara con θ dando como resultado de salida una tabla de verdad. Si el umbral tuviera un valor de dos, se podría realizar la conjunción lógica.

Por otra parte, Bruce Knight analizó un modelo integrador de solo una neurona en 1972 (M. Oubbati, 2009), basado en la neurofisiología del cangrejo herradura *limulus*. El modelo considera $u(t)$ como el potencial de membrana y $s(t)$ como un estímulo bajo la relación:



$$\frac{du}{dt} = s(t) \text{ cuando } (s(t) > 0)$$

Cuando u alcanza el criterio del umbral θ se dispara un impulso nervioso, el sistema reajusta u a su valor inicial tras realizar el pico de disparo. Suponiendo que un pico fue disparado en el instante t_1 , se puede representar por la siguiente integral:

$$u = \int_{t_0}^{t_1} s(t)dt,$$

Y si el siguiente disparo se realiza en el instante t_2 , se define la relación entre el umbral θ y u :

$$u = \int_{t_1}^{t_2} s(t)dt,$$

Suponiendo que $s(t) = s$, donde s es una constante, entonces la solución de la ecuación 1.3 es simple considerando $\Delta t = t_2 - t_1$ como una función de s y de θ como sigue:

$$\theta = s(t_2 - t_1) = s\Delta t$$

La frecuencia de disparo instantáneo está definida por el inverso del tiempo entre disparos:

$$f = \frac{1}{\Delta t},$$

Entonces la relación lineal entre magnitud del estímulo s y el umbral θ queda definida por:

$$f = \frac{s}{\theta}$$

Un segundo modelo integrado más complejo, considera una caída de potencial de membrana (γu) con la ecuación diferencial:

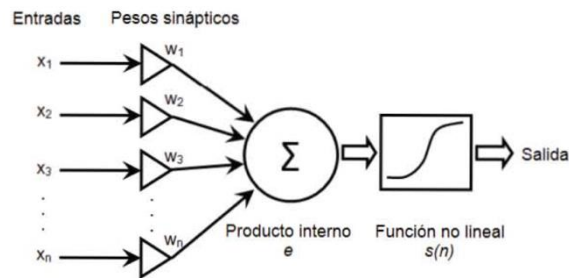
$$\frac{du}{dt} = -\gamma u + s(t)$$

Esto complica un poco la relación final entre frecuencia instantánea de disparo y la magnitud del estímulo s , que para una entrada constante se tiene:

$$f = \frac{-\gamma}{\ln \left(1 - \frac{\gamma\theta}{s}\right)}$$

3.2.1. Neuronas genéricas

Las neuronas genéricas funcionan en dos etapas; la primera etapa realiza la combinación lineal independiente de las entradas con sus contribuciones sinápticas individuales (peso). En la segunda etapa, se usa el resultado de la combinación lineal como entrada de una función no lineal que resulta en la actividad final de la neurona. La neurona genérica conectivista no dispara potenciales de acción. Tiene una salida que es un nivel de actividad continuamente guardado. A continuación, se muestra el esquema de dicho modelo:



Si se tiene como supuesto que se tiene una neurona con n entradas, cada una con una actividad x_n . Las entradas cuentan con un peso de conexión sináptico w_i , mide el grado de acoplamiento entre la neurona i y la neurona que se analiza. Los pesos de conexión se suponen como únicos. Lo anterior se usa para crear la combinación lineal e , que es la primera etapa de la neurona. Para calcularlo se usa el producto interno de las actividades presinápticas y de los pesos de conexiones sinápticas:

$$e = (w \cdot x) = \sum_{i=1}^n w_i x_i$$

Donde: w y x : Vectores con los valores de los pesos de conexión w_i y x_i en cada entrada respectivamente. La función no lineal $s()$ de la segunda etapa se aplica a e para obtener la respuesta final de la neurona:

$$y = s(e) = s(w \cdot x)$$

La variable y representa la actividad neuronal con un número. La función acota el intervalo dinámico de la neurona ya que las neuronas reales están limitadas desde una frecuencia de disparo nula hasta una frecuencia máxima f_{max} que suele ser de algunos cientos de

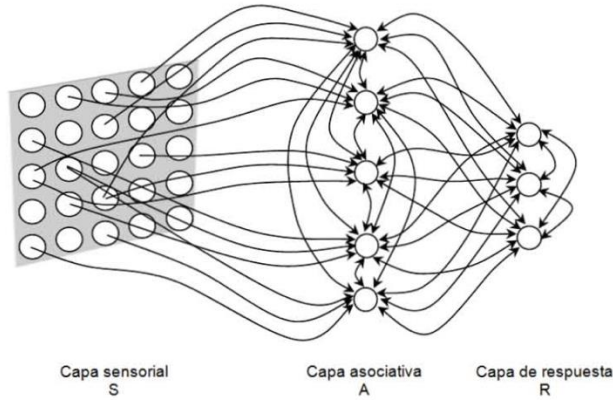
potenciales de acción por segundo. La función $s()$ difiere de modelo a modelo, sin embargo, están diseñadas para restringir la salida dentro de un intervalo limitado.

El perceptrón fue la primera red neuronal significativa en la comunidad científica. Frank Rosenblatt en 1958 (Rosenblatt, 1958) propuso la idea del perceptrón. Se planteaba que la capacidad de estas redes neuronales era enorme, pero era igual de grande el problema de crear dispositivos útiles basados en ellos. Al ser criticada la idea del perceptrón por Minsky y Papert, hubo un bajo interés en la década de los 70's, pero en el campo de la psicología siguieron las investigaciones.

La arquitectura que tomó Rosenblatt involucra varias neuronas genéricas conectivistas. Su respuesta solo puede ser 1 o 0 en el fin de la función no lineal, de acuerdo con el umbral θ . El perceptrón se compone por una capa sensorial denominada retina, que se conecta con una segunda capa llamada asociación. Las conexiones entre estas capas pueden ser aleatorias o localizadas.

Cada neurona de la capa asociativa se conecta únicamente con un subconjunto de las neuronas de la capa sensorial, se puede decir que está parcialmente conectada. Por lo que cada neurona de la capa asociativa está calculando una función diferente de la imagen de la retina. La mayoría de las redes tienden a asumir una conectividad total.

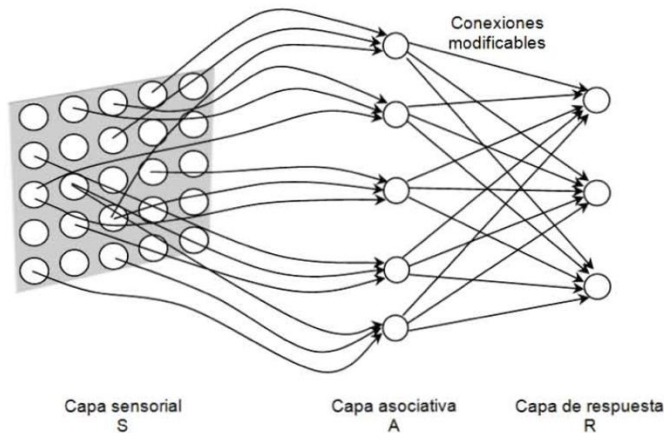
La capa asociativa está asimismo conectada a una tercera capa, la capa de respuesta (capa R). Las neuronas de la capa A se conectan con las de R y al revés, estas son las conexiones modificables. La activación de una sola neurona de la capa R para un patrón de entrada era el objetivo del perceptrón. Al tener como supuesto la necesidad de tener una neurona encendida como máximo en la capa R, se usó un conjunto de conexiones inhibitorias (las cuales impiden la activación de otras neuronas) entre ellas.



Fuente: Rosenblatt, 1958

La simplificación común del perceptrón excluye las conexiones de inhibición y la realimentación de cada neurona:

Modelo simplificado del perceptrón



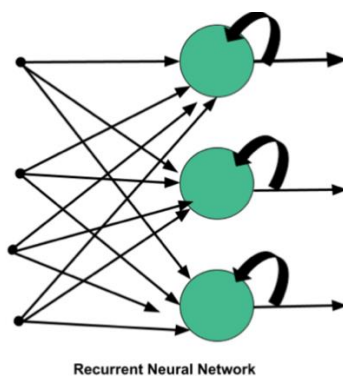
Fuente: Rosenblatt, 1958

El entrenamiento del perceptrón se lleva a cabo por la modificación de los valores de los pesos de conexiones entre las capas A y R. Frecuentemente se emplea una regla de entrenamiento Hebbiana (Reyes, 2011).

Al estar linealmente separados por un perceptrón los conjuntos de patrones, los pesos de las conexiones entre las capas A y R deben de ser encontrados. Por lo que es necesario describir el algoritmo de aprendizaje del perceptrón. “Un algoritmo de entrenamiento es un método adaptable por el cual una red neuronal puede ser arreglada para mostrar un comportamiento deseado. Esto se realiza presentando algunos ejemplos de entradas y salidas que mapea la

red.” (Reyes, 2011). Para mejorar el modelo se puede ejecutar la red, hasta que aprenda a realizar la respuesta deseada.

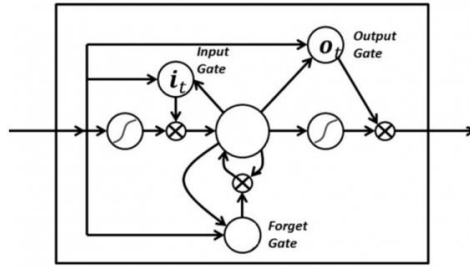
En la construcción de algoritmos de entrenamiento se manejan dos tipos de metodologías: Redes neuronales recurrentes (*Recurrent Neural Networks*) y Memoria corto plazo (*Long Short-Term Memory*). Ambas metodologías permiten la construcción de este tipo de modelos que permiten analizar series de tiempo como pueden ser las económicas y series de lenguaje o imágenes. Las redes neuronales recurrentes (RNN) tienen como característica ser una de las mejores redes por ser las únicas con memoria interna, fueron creadas en la década de los 80 (Lucia, 2021). A continuación, muestro un diagrama del funcionamiento de este tipo de redes neuronales:



Fuente: Lucia, 2021

Dentro de las RNN se puede observar que el conjunto de información de entrada se introduce en cada una de las capas de la red. En esta fase se realiza el computo de forma recursiva de tal manera que cada capa aprende de sí misma, en otras palabras, se crea un bucle. Para que este bucle se pueda generar es necesaria la memoria interna, por eso su importancia. Por último, es importante resaltar que este tipo de redes usan aprendizaje supervisado.

El segundo conjunto de redes neuronales corresponde a las denominadas Memoria de memoria a corto plazo (LSTM). Estas surgen en la época de los 90's (Lucia, 2021). Las redes de memoria a corto plazo son una extensión de las redes neuronales recurrentes, que básicamente amplían la memoria. Por lo tanto, es muy adecuado para aprender de experiencias importantes que tienen retrasos muy prolongados en el medio. (Lucia, 2021). Cabe mencionar que a este tipo de funcionamiento se le conoce como aprendizaje supervisado.



Fuente: Lucia, 2021

Alguna de las características por lo que las redes neuronales artificiales son atractivas para la predicción de series:

- a) Aprendizaje: Una red neuronal puede modificar su comportamiento en base al entorno. Se autoajustan las redes sin ser necesaria algún tipo de salida deseada, para obtener una respuesta consistente
- b) Generalización: Si la red es entrenada, la respuesta puede ser insensible a variaciones menores, lo que puede generar interferencia de ruido o distorsiones en sus entradas.
- c) Paralelismo masivo: La información se procesa de una manera paralela masiva.
- d) Tolerancia a las fallas: Cuando las conexiones de la red se crean, entrega un comportamiento robusto, solo las respuestas pueden ser degradadas si alguno de sus elementos de proceso es dañado o alterado
- e) Establecen relaciones no lineales entre datos: Las redes pueden generar relaciones de dos conjuntos de datos, sin que necesariamente sean lineales, estacionalidad o formas Gaussianas

La regla de Hebb se usa para el aprendizaje supervisado en la etapa del entrenamiento del perceptrón. Se basa en la observación biológica de las conexiones de las neuronas. Si el sistema produce la respuesta correcta, no modifica ningún parámetro entre las conexiones de las capas A y R, que son las únicas modificables. Pero si el modelo entrega una respuesta incorrecta, se suma un valor a , que son los pesos que se activaron para producir la respuesta incorrecta.

Lo anterior expresado matemáticamente sería de la siguiente forma:

$$w_{k+1} = w_k$$

Donde: w_k producto de los pesos de la k -ésima prueba.

Si la clasificación fue incorrecta para toda neurona correspondiente a la clase que debió reconocerse:

$$w_{k+1} = w_k + a,$$

Y para toda neurona que se activó:

$$w_{k+1} = w_k - a,$$

Dónde: a es un valor constante, se le suele asignar un valor unitario. Al ya llegar a este punto se concluye que en el aprendizaje Hebbiano se aprende a partir del error.

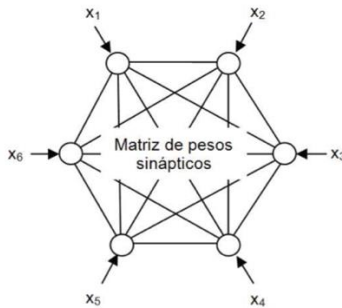
3.2.2. Red neuronal Hopfield

En 1982 John Hopfield propuso una red neuronal asíncrono. Su idea consistió en interconectar neuronas de tipo genéricas conectivistas. En este modelo se supone que las unidades individuales *ceteris paribus* hasta que se actualizan por uno seleccionado, esta selección es aleatoria. En este modelo hay n neuronas totalmente conectadas. Es simétrica, ya que los pesos w_{ij} para la conexión entre la unidad i y j son iguales a los pesos w_{ji} de la conexión de la unidad j a la i . Se puede ver lo anterior como una conexión bidireccional simple entre ambas unidades. “La ausencia de una conexión de cada unidad a ella misma impide la realimentación a su propio valor de estado” (Reyes, 2011). Esta red usa el aprendizaje asociativo, por la interrelación entre patrones de entrada y salida que usa. Los pesos usados en una red neuronal Hopfield, se pueden representar con una matriz W :

$$W = \begin{bmatrix} 0 & w_{12} & \dots & w_{1N} \\ w_{21} & 0 & \dots & w_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & w_{3N} \\ w_{N1} & w_{N2} & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Si la matriz no contiene la diagonal de ceros, la dinámica de la red no necesariamente conduce a un estado estable. En otras palabras, es necesaria “la simetría de la matriz de pesos y la diagonal cero para obtener la convergencia a un estado estable de una red totalmente conectada asíncrona” (Reyes, 2011). La entrada de esta red es un vector x cuyos elementos son únicamente $\{0,1\}$ al igual que los elementos del vector de salida e .

Modelo de red neuronal de Hopfield de seis neuronas



Fuente: Reyes (2011)

Al ser una red asociativa se tienen todos los elementos de cómputo evaluando sus entradas y computando sus salidas simultáneamente. Debido a lo anterior “[...] la memoria asociativa se puede describir con métodos algebraicos lineales simples” (Reyes, 2011). La excitación de la salida de las unidades de salida es calculada usando multiplicación del vector x por la matriz W y evaluando la función de la señal $s()$ en cada nodo:

$$s(e_i) = \begin{cases} 1, & \text{si } (w \cdot x) > \theta, \\ 0, & \text{si } (w \cdot x) \leq \theta. \end{cases}$$

Dado lo anterior, se necesita explicar la memoria asociativa bidireccional BAM, de hecho, la red propuesta por Hopfield es un caso especial de la BAM.

La Memoria asociativa es el almacenamiento y recuperación de información por asociación con otras informaciones y además permite recuperar información a partir de conocimiento parcial de su contenido, sin saber su localización de almacenamiento exacta (Anderson, 1995). La memoria asociativa es literalmente el asociar dos patrones, existen dos tipos:

- a) Las memorias hetero asociativas: establecen correspondencia entre pares de vectores x e y . De esta forma si un vector x' aleatorio se acerca a un vector x , su correspondencia será $f(x') = y$. Se correlaciona cada entrada con el vector y asociado al vector x más próximo a la entrada.

- b) En una memoria auto asociativa, se iguala cualquier vector x a sí mismo x . Para cualquier vector x' que este más próximo a x , la correspondencia será $f(x') = x$.

La BAM se compone de dos capas, las cuales se envían información una a la otra. La capa de entrada tiene unidades receptoras de la red, envían el resultado de su cálculo a la capa de salida. La salida de la primera capa se conecta bidireccionalmente a la segunda capa, la bidirección se usa para que la segunda capa regrese a la primera el resultado.

Dentro de este proceso surge la cuestión sobre el punto donde esta realimentación alcanza un estado donde no cambia después de algunas iteraciones, a esta red se le conoce como red de resonancia, o memoria asociativa bidireccional (BAM). “La red se mapea en W tomando la expresión de vector renglón X_0 de dimensión n a un vector renglón Y_0 de dimensión k . Donde la matriz W de dimensión $n \times k$ se denomina matriz de pesos, de tal forma que el cálculo del mapeo en el primer paso” (Reyes, 2011) se puede escribir como:

$$Y_0 = X_0 W$$

En el paso de realimentación Y_0 es tratado como la entrada y el nuevo cálculo es:

$$X_1^T = W Y_0^T$$

Solo faltaría responder si después de m iteraciones se encuentra un punto (X, Y) fijo, que es el caso de:

$$Y = X W X^T = W Y^T$$

Se concluye que la BAM es una generalización de una memoria asociativa unidireccional. Se deduce que “[...] para condicionar a la BAM a converger al par de vectores (X, Y) como un punto fijo, la regla de entrenamiento de Hebb se puede usar para calcular una matriz W adecuada” (Reyes, 2011). Cabe mencionar que la regla de aprendizaje de Hebb trabaja mejor si los vectores X_1, \dots, X_r y Y_1, \dots, Y_r son pares ortogonales dentro de sus respectivos grupos. Como la regla de Hebb las matrices producidas son simétricas, se puede usar la BAM para construir redes auto asociativas. Para definir una matriz W para el vector X de forma auto asociativa:

$$X = X W \text{ y } X^T = W X^T$$

3.2.3. Neuron de memoria de corto y largo plazo (LSTM¹⁸)

El LSTM contiene unidades especiales llamadas bloques de memoria en la capa oculta recurrente. Los bloques de memoria contienen celdas de memoria con auto-conexiones que almacenan el estado temporal de la red, además de unidades multiplicativas especiales llamadas puertas, las que sirven para controlar el flujo de información. Cada bloque de memoria en la arquitectura original contenía una puerta de entrada y una puerta de salida. La puerta de entrada controla el flujo de activaciones de entrada en la celda de memoria y la puerta de salida controla el flujo de salida de las activaciones de la celda hacia el resto de la red.

Posteriormente, se agregó la puerta del olvido al bloque de memoria. Esto solucionó una debilidad de los modelos LSTM que les impedía procesar flujos de entrada continuos que no están segmentados en subsecuencias. La puerta de olvido escala el estado interno de la celda antes de agregarlo como entrada a la celda, a través de la conexión auto-recurrente, por lo tanto, olvida o restablece adaptativamente la memoria de la celda. Además, la arquitectura LSTM moderna contiene conexiones de mirilla desde sus celdas internas a las puertas en la misma celda para aprender la sincronización precisa de las salidas. Por esta serie de características, además de su sencillez a la hora de programar, se tomó como base en el modelo de la red neuronal el tipo LSTM.

¹⁸ Long Short – Term memory

III. PRONÓSTICO DEL PRECIO DE LA *BITCOIN* MEDIANTE LA APLICACIÓN DE UNA RED NEURONAL

Los economistas en general y los agentes inversores en particular tienen la necesidad de ocupar herramientas que les permitan anticipar el futuro de las variables que sean de interés y con ello generar información que les conceda una ventaja al momento de realizar un análisis o tomar decisiones de inversión. En el caso de las monedas digitales como *Bitcoin*, desde su aparición han sido vistas como activos financieros en los cuales se puede invertir y obtener un rendimiento, y en años recientes con el elevado precio de la criptomoneda se han hecho esfuerzos por pronosticar de forma más exacta el valor a futuro de esta.

En este apartado se realiza el cálculo del precio de *Bitcoin* a través de una red neuronal y comparar el pronóstico *ex ante*¹⁹ arrojado por esta herramienta junto con el que darían modelos de series temporales tradicionales. El primer subapartado de este capítulo se concentra en definir de forma estadística el precio de *Bitcoin* del 18 de julio de 2010 al 25 de abril de 2022, mientras que en el segundo apartado se presentan los resultados de la modelación efectuada.

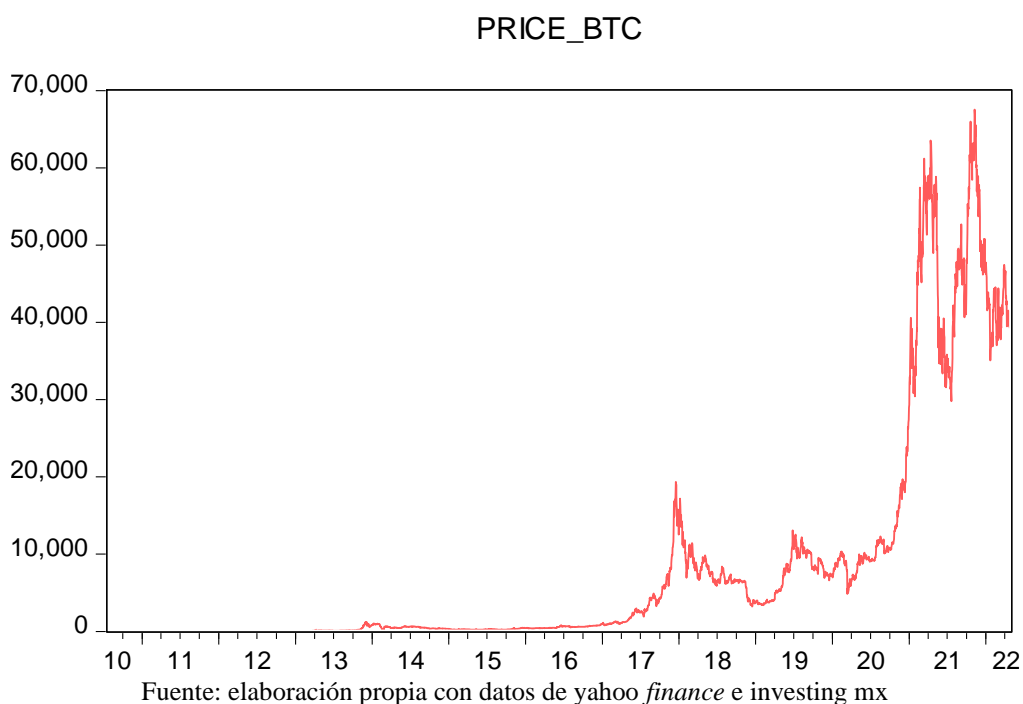
3.1. Definición operativa de variable

La serie que será modelada es el precio de la moneda digital *Bitcoin* expresado en dólares por unidad, la frecuencia de los datos que serán utilizados es diaria y el comienzo del periodo es del 18 de julio de 2010 hasta el 25 de abril de 2022, los datos fueron obtenidos de la plataforma *Investing México* y la descarga fue realizada de forma gratuita.

¹⁹ Hay que distinguir entre los pronósticos que se realizan. De acuerdo con Pindyck y Rubinfeld (2001) se puede comenzar el mismo al final del periodo de estimación y extenderlo hasta el presente, quizá comparando los resultados con los datos disponibles. Esto se llama pronóstico *ex post* o *backcast* y a menudo se realiza para probar la precisión de pronóstico de un modelo. Un pronóstico que se hace comenzando la simulación en el año actual y extendiéndola hacia el futuro se llama pronóstico *ex ante* (también se denomina *nowcast* si es de corto plazo y *forecast* si se hace a largo plazo). El pronóstico realizado en el presente trabajo es una estimación *ex ante*, ya que, si bien se contrasta el cálculo con los precios del 26 de abril al 2 de mayo, las dos modelaciones realizadas (ARIMA y Red Neuronal) se hicieron previo a la existencia de esa información.

La gráfica que se muestra a continuación permite observar el crecimiento exponencial que ha tenido el precio de *Bitcoin* durante el periodo de estudio que se ha elegido, en este tenor, son reconocibles tres periodos de elevada expansión el primero de ellos a finales de 2017 cuando esta divisa digital alcanzó un valor superior a los 20 mil dólares estadounidenses. En este año es importante mencionar que se dio un suceso interesante que pudo afectar el desempeño de *Bitcoin* ya que en el mes de mayo de 2017 un grupo organizado en Reino Unido secuestró algunas bases de datos de institutos de salud de aquel país aprovechando las vulnerabilidades del software desarrollado por Microsoft (Windows) y para liberar las bases de datos solicitaron el pago en unidades de *bitcoin*, con lo cual se daba un primer evento donde algunos terroristas solicitaban el pago en divisas digitales y no en dólares como comúnmente sucede.

Gráfica 1. Precio de Bitcoin, jul 2010-abr 2022.



El segundo boom se da pocos meses después en el año 2019, cuando se aprovecharon condiciones de incertidumbre a nivel internacional a raíz de la disputa comercial entre China y Estados Unidos y que provocaron la ralentización de la economía a nivel internacional. Asimismo, es importante mencionar que a finales de este año se da el comienzo de la emergencia sanitaria primeramente en China a raíz de la aparición de una nueva enfermedad (Covid-19).

A finales de 2020 y todo el año 2021 el *Bitcoin* tomó un fuerte impulso a raíz de que los inversores incrementaron la demanda ante el temor que se desencadenó a nivel mundial por la crisis económica y sanitaria y que los inversores buscaron refugios seguros como el oro y las criptomonedas, esto se tradujo en un incremento acelerado en el precio de la moneda digital alcanzando niveles de más de 60 mil dólares, producto de la mayor confianza y las posibilidades de obtención de un rendimiento elevado a corto plazo (se aprovechó también que durante la pandemia la mayoría de las transacciones se hicieron de forma digital por lo que el comercio electrónico pudo impactar de forma positiva la evolución en el precio de las monedas digitales así como de los medios de pago electrónicos tradicionales).

Finalmente, en 2022 se da una reducción fuerte en el precio de *Bitcoin* ubicándose en niveles que rondan entre 40 y 50 mil dólares, esto debido al inicio del conflicto militar entre Ucrania y Rusia. Cabe recordar que estos dos países junto a Venezuela y China constituyeron en 2020 las cuatro naciones que mayor aceptación tenían de criptomonedas a nivel internacional mientras que en 2021 Ucrania seguía manteniéndose dentro de las primeras cuatro economías del mundo que aceptaban las monedas digitales como medio de pago “no oficial”²⁰²¹. Asimismo, a nivel mundial Ucrania y Rusia son los países que tienen un mayor número de usuarios de criptomonedas como porcentaje de la población total ubicándose en 12 y 13 por ciento de la población²² de cada una de estas naciones, debido a que son dos de los principales mercados, era de esperar el comportamiento de *Bitcoin* a la baja durante el primer trimestre del año 2022. Incluso en Rusia, la población ya contempla a las criptomonedas como el quinto vehículo de inversión más popular de Rusia con una ponderación del 17 %, por delante del oro (16 %), así como de las acciones y participaciones (10 %).

La siguiente ilustración muestra los diez países principales en nuestro Índice global de adopción de criptomonedas del mes de junio de 2019 al mes de junio de 2020²³, junto con sus clasificaciones en cada uno de los cuatro componentes individuales que conforman las clasificaciones²⁴.

²⁰ <https://ag-pssg-sharedservices-ex.objectstore.gov.bc.ca/ag-pssg-cc-exh-prod-bkt-ex/258%20-%20002%20Appendix%20B%20-%202020-Geography-of-Crypto%201.pdf>

²¹ <https://go.chainalysis.com/2021-geography-of-crypto.html>

²² <https://triple-a.io/crypto-ownership/>

²³ Esta publicación se encuentra disponible de forma gratuita mientras que la de 2021 se necesita pagar por ella.

²⁴ Los componentes del índice son:

Ilustración 1. Ranking de intensidad de uso de criptomonedas, 2020.

Country	Score	Rank	Rank of individual weighted metrics feeding into index			
			On-chain value received	On-chain retail value received	Number of on-chain deposits	P2P exchange trade volume
Ukraine	1	1	4	4	7	11
Russia	0.931	2	7	8	5	9
Venezuela	0.799	3	19	14	15	2
China	0.672	4	1	1	95	53
Kenya	0.645	5	37	11	57	1
United States of America	0.627	6	5	6	39	16
South Africa	0.526	7	12	9	41	10
Nigeria	0.459	8	14	7	112	3
Colombia	0.444	9	25	18	61	4
Vietnam	0.443	10	2	2	44	81

Fuente: <https://ag-pssg-sharedservices-ex.objectstore.gov.bc.ca/ag-pssg-cc-exh-prod-bkt-ex/258%20-%20002%20Appendix%20B%20-%202020-Geography-of-Crypto%201.pdf>

En cuanto a las medidas estadísticas básicas se tiene que durante el periodo de estudio el precio de *Bitcoin* en promedio fue de 7816.51 dólares, siendo un activo bastante atractivo ya que supera el precio de la onza de oro el cual ronda los 1700 dólares. El precio máximo ronda los 68 mil dólares, asimismo, la distribución de los datos no corresponde a los parámetros de

Valor de la criptomoneda recibida en la cadena, ponderado por la paridad de poder adquisitivo (PPP) per cápita. El objetivo de esta métrica es clasificar a cada país según la actividad total de transferencias, ponderando aquellos países en los que esa cantidad es más significativa en función de la riqueza de la persona media y el valor del dinero. Se calcula la métrica estimando el total de criptodivisas recibidas por ese país, y ponderando el valor en la cadena en función del PIB per cápita en PPA, que es una medida de la riqueza del país por residente. Cuanto mayor sea la relación entre el valor recibido en la cadena de bloques y el PIB per cápita en PPA per cápita, mayor será la calificación. lo que significa que, si dos países tienen el mismo valor de criptomoneda recibido, el país con el PIB per cápita más bajo se situaría por delante.

Valor minorista transferido en la cadena, ponderado por la PPA per cápita. El objetivo de esta métrica es medir la actividad de los usuarios individuales y no profesionales, basándose en la cantidad riqueza de la persona media. Se aproxima la actividad de la criptodivisa de los individuos midiendo la cantidad de criptodivisa que se mueve en las transacciones minoristas, que son aquellas transacciones por valor inferior a 10.000 USD en criptodivisas. A continuación, se jerarquiza cada país según esta métrica, siendo ponderada para favorecer a los países con una PPA per cápita más baja.

Número de depósitos de criptodivisas en la cadena, ponderado por el número de usuarios de Internet. El objetivo de esta métrica es clasificar a los países según el número de transacciones de criptodivisas realizadas por sus residentes, tomando la proporción de depósitos de criptodivisas en la cadena y el número total de usuarios de Internet del país. Cuanto mayor sea la ratio, más alto será el ranking, lo que significa que, si dos países tienen el mismo número de depósitos, el país con menos usuarios de Internet estaría mejor clasificado.

Volumen de comercio de intercambio entre pares (P2P), ponderado por la PPA per cápita y número de usuarios de Internet. A diferencia de las métricas anteriores, el volumen de comercio P2P no se expresa en *blockchains*, pero aun así constituye un porcentaje significativo de toda la actividad de la criptomoneda, especialmente en desarrollo. Se clasifican los países por su volumen de comercio P2P siendo ponderados para favorecer a los países con menor PPA per cápita y menos usuarios de Internet, con el objetivo de destacar los países en los que más residentes están poniendo una mayor parte de su riqueza total en las transacciones de criptodivisas P2P.

normalidad ya que el estadístico Jarque Bera es superior a 5 y la probabilidad del mismo es de 0%. Finalmente, las medidas de desviación estándar y varianza indican que se trata de un activo altamente volátil y cuya distribución es asimétrica.

Cuadro 1. Estadísticos básicos correspondientes al precio de Bitcoin, jul 2010- abr 2022.

Medidas estadísticas	PRECIO_BTC
Media	7816.5140
Mediana	643.7500
Máximo	67527.9000
Mínimo	0.1000
Desviación Estándar	14468.5300
Asimetría	2.3273
Curtosis	7.3905
Jarque-Bera	7335.3470
Probabilidad	0.0000
Suma	33611011
Varianza	2.09E+08
Observaciones	4300

Fuente: elaboración propia con datos de yahoo finance e investing mx

Gráfica 2. Logaritmo del precio de bitcoin



Fuente: elaboración propia con datos de yahoo finance e investing mx

Para facilitar el uso de la serie, se realiza una transformación monótona de la misma a través de la aplicación del logaritmo natural, de esta forma se suaviza el comportamiento del precio de *bitcoin* durante el periodo de estudio considerado. Al suavizar la serie y acotar los valores,

es posible reducir la intermitencia dados los elevados puntos mencionados anteriormente. La anterior gráfica muestra el comportamiento del precio de la criptomoneda al aplicarle la transformación. Se observa que la tendencia de la serie es creciente caracterizándose la misma a través de un comportamiento marginal decreciente ya que a medida que avanza el tiempo el incremento en el precio va perdiendo celeridad. Una vez realizada la transformación logarítmica se procede a aplicar las pruebas de raíces unitarias (ADF, PP y KPSS) para evaluar si la misma es estacionaria o carece de ello, esto es importante ya que, en los modelos de series de tiempo, cuando la serie analizada no tiene un comportamiento estacionario o ruido blanco puede llevar a la construcción de modelos cuyos resultados sean espurios.

Cuadro 2. Prueba de raíces unitarias: Bitcoin en niveles

Prueba estadística (LBTC)		Valor del estadístico	Probabilidad
ADF	Intercepto	-2.739877	0.0674
	Tendencia e intercepto	-2.737375	0.2214
	Ninguno	1.652002	0.9765
PP	Intercepto	-2.687491	0.0762
	Tendencia e intercepto	-2.740361	0.2202
	Ninguno	1.574586	0.9722
KPSS	Intercepto	7.285028	0.0000
	Tendencia e intercepto	0.907477	
	Ninguno		

Fuente: elaboración propia con datos de *yahoo finance e investing mx*

Las pruebas de raíz unitaria aplicadas a la serie del logaritmo de *Bitcoin*, indican que la misma no exhibe un comportamiento estacionario cuando se trabaja en niveles ya que tanto la prueba Dickey Fuller Aumentada, la Phillips Perron indican que la probabilidad del estadístico es superior a 5% de nivel de significancia lo que indica que se rechaza la hipótesis alternativa de estacionariedad, mientras que los valores de la prueba KPSS indican que al ser la probabilidad menor a 5% se rechaza la hipótesis nula que establece la serie es estacionaria, por lo que las tres pruebas permiten concluir la falta de estacionariedad. Ante la presencia de raíz unitaria, se necesita transformar la serie aplicando una primera diferencia, lo cual refleja los rendimientos de la moneda digital al tratarse de la diferencia de una serie de tiempo en términos logaritmos, los resultados de las pruebas son los siguientes:

Cuadro 3. Prueba de raíces unitarias: Bitcoin primera diferencia

Prueba estadística (D.LBTC)		Valor del estadístico	Prob
ADF	Intercepto	-32.71235	0.0000 (***)
	Tendencia e intercepto	-32.78141	0.0000 (***)
	Ninguno	-32.50377	0.0000 (***)
PP	Intercepto	-66.36587	0.0001 (***)
	Tendencia e intercepto	-66.43272	0.0000 (***)
	Ninguno	-66.11876	0.0001 (***)
KPSS	Intercepto	0.391059	0.9996 (***)
	Tendencia e intercepto	0.070967	0.9997 (***)
	Ninguno		

Fuente: elaboración propia con datos de *yahoo finance e investing mx*

En este caso, los diferentes *pruebas* realizados indican que la primera diferencia de la serie logarítmica del precio de *Bitcoin* es estacionaria o ruido blanco tanto al 10%, como al 5% y al 1% de nivel de significancia estadística. De esta forma ya es posible realizar modelos de series de tiempo con una serie que presenta estacionariedad y por ende evitar la presencia de regresiones espurias.

3.2. Resultados: pronóstico del precio de *Bitcoin* a través de la red neuronal artificial

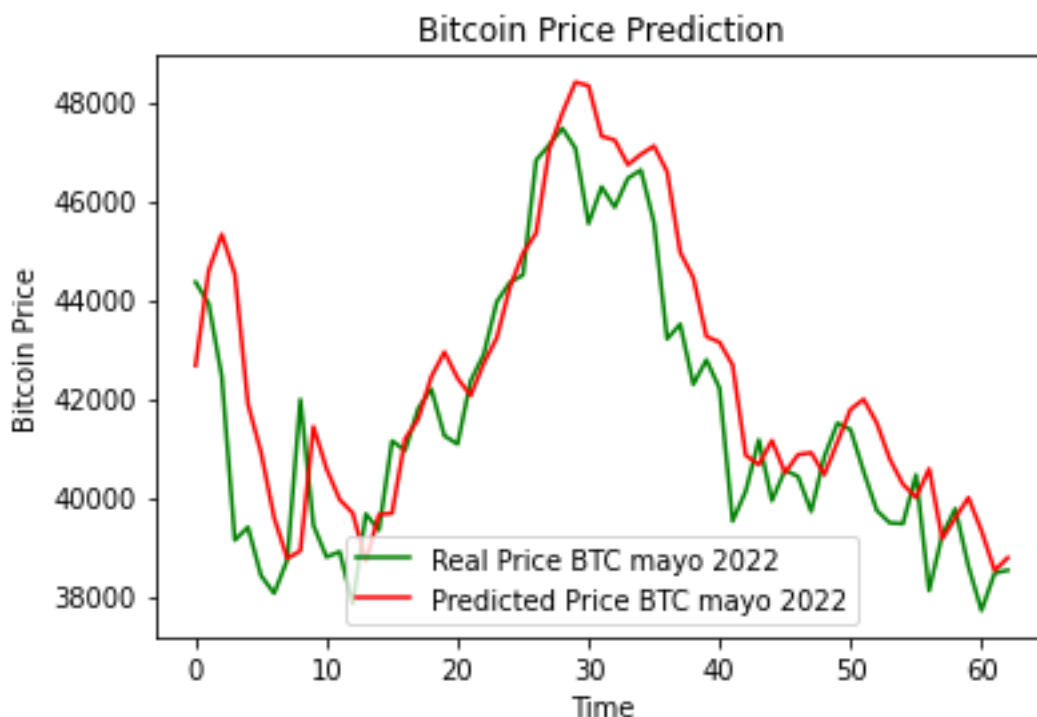
Para la realización de la red neuronal, la información utilizada corresponde al precio de la criptomoneda *Bitcoin* en el periodo 2010 al mes de abril de 2022. La evaluación del modelo se realizará del 26 de abril de 2022 al 2 de mayo del mismo año, comparando el precio pronosticado con el observado.

El primer paso en la ejecución de la red neuronal fue la normalización debido a que el modelo se basa en RNN con capas LSTM y que utiliza la función de activación sigmoide para transformar los vectores de entrada en vectores que tienen un valor en un rango de [0,1]. Por lo tanto, se usa la normalización para escalar características del modelo dado que el denominador siempre será mayor que el nominador, el valor de salida siempre será un número entre 0 y 1.

El segundo paso fue la transformación de datos para la realización de la red neuronal ya que se hace una suposición con respecto a la cantidad de períodos de tiempo que el modelo necesita retroceder en el tiempo para conocer el período de tiempo actual. Dado que en general hay 7 días en una semana, el período de tiempo parece una suposición razonable para que nuestro modelo RNN aprenda de los precios de *Bitcoin* en el pasado. Por lo tanto, por precio, X_{train} contendrá los precios de *Bitcoin* de los últimos 60 días y Y_{train} será el precio de *Bitcoin* de ese día y esto se mantiene para todos los períodos de tiempo.

Una vez que se entrena el modelo de precios, se usa en combinación con los datos de prueba para generar las predicciones de precios de *Bitcoin* para el periodo de 26 de abril al 2 de mayo de 2022 y luego se compara con los precios reales de *Bitcoin* informados en el mismo período de tiempo. Como se observa, la red neuronal basada en múltiples capas LSTM pudo predecir adecuadamente las tendencias al alza y a la baja porque vemos que la línea roja correspondiente a los precios de *Bitcoin* pronosticados sigue el mismo patrón que la línea verde que corresponde a los precios reales de *Bitcoin*.

Gráfica 3. Pronóstico vs precio real de *Bitcoin*: análisis de red neuronal



Fuente: elaboración propia

Por tanto, se puede concluir que el pronóstico *ex ante* arrojado por la red neuronal es bastante acertado y permite visualizar las bondades de esta herramienta dentro de la economía. A continuación, se muestran los intervalos de confianza del cálculo realizado para el precio de *Bitcoin* del 26 de abril al 2 de mayo, así como la desviación de la estimación futura respecto al precio observado para esta divisa digital en el periodo antes mencionado. Los resultados se muestran en el siguiente cuadro.

Cuadro 4. Bitcoin: pronóstico efectuado mediante el modelo RNN

Pronóstico valor de <i>Bitcoin</i> RNN					
Fecha	Límite inferior	Pronóstico	Límite superior	Precio observado	Desv del pronóstico
26.04.2022	39,847.33	40,279.80	40,712.28	38,117.46	5.37%
27.04.2022	38,736.02	39,168.44	39,600.86	39,241.12	-0.19%
28.04.2022	39,148.23	39,580.61	40,012.98	39,773.83	-0.49%
29.04.2022	39,564.36	39,996.69	40,429.01	38,609.82	3.47%
30.04.2022	38,893.93	39,326.20	39,758.47	37,714.88	4.10%
01.05.2022	38,090.78	38,523.00	38,955.23	38,469.09	0.14%
02.05.2022	38,349.06	38,781.23	39,213.40	38,529.33	0.65%

Nota: el cálculo de los límites inferior y superior se realizó con un nivel de confianza de 95%

Fuente: elaboración propia con base en los resultados de la RNN modelada en Google Colab

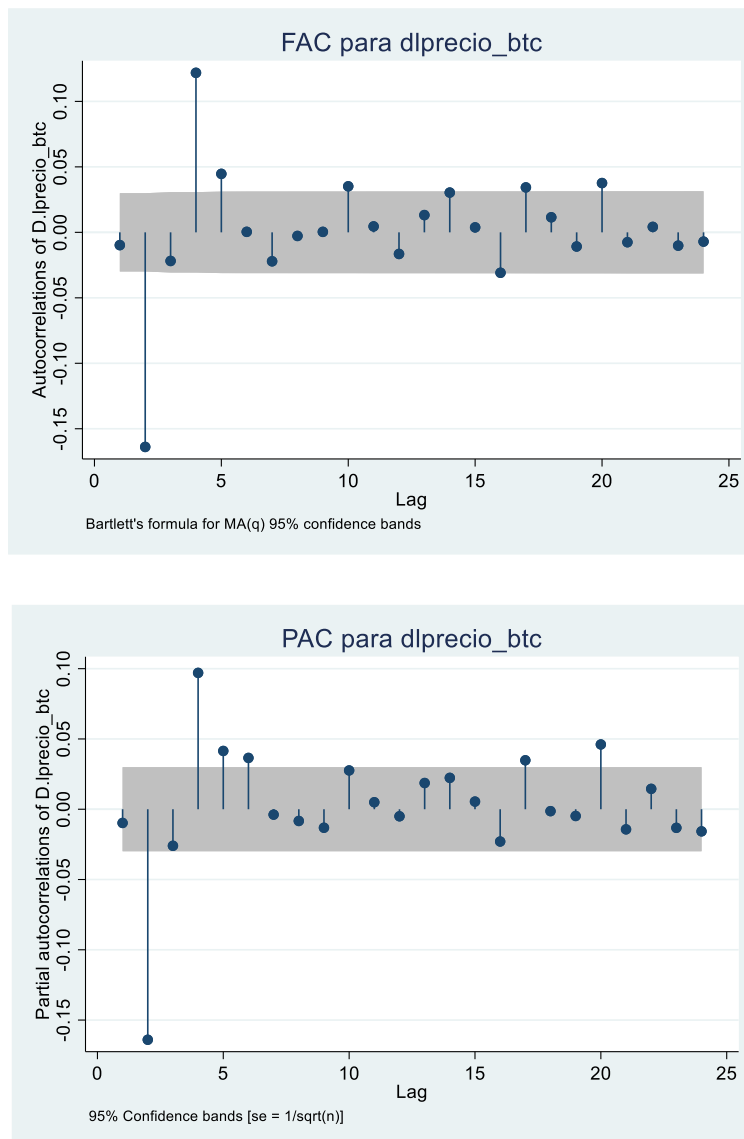
Los resultados indican que, en el periodo pronosticado, la red neuronal presenta una desviación promedio cercana al 2% respecto de los precios de *Bitcoin* observados del 26 de abril al 2 de mayo de 2022 (si se prefiere se puede interpretar que el *forecast ex ante* realizado acierta al valor observado en un 98%). Asimismo, es visible que conforme la red neuronal realiza el proceso o etapas de aprendizaje, la desviación tiende a ser menor y rápidamente corrige cuando se presenta un choque que altere la dinámica de corto plazo de la serie lo cual es importante ya que entonces el rápido reacomodo de esta metodología implica que el error no continúa escalando en el tiempo, sino que se adapta a las nuevas condiciones reflejadas por el vector de información.

Una vez hecho esto, se realiza la construcción a través de un proceso de serie de tiempo tradicional: ARIMA que permita una comparativa con la red neuronal.

3.3. Resultados: pronóstico del valor de la moneda digital a través de modelos ARIMA

Una vez definida la estacionariedad de la serie de tiempo y concluir que se necesita de una primera diferencia para que el logaritmo del precio de *bitcoin* se torne ruido blanco, entonces se dice que el orden de integración del conjunto de datos temporales a analizar es I(1) por lo que la estructura del modelo ARIMA es la siguiente (p, 1, q), para determinar el orden del autorregresivo, así como del proceso media móvil es necesario observar el correlograma de la primera diferencia. Las gráficas se muestran a continuación.

Gráfica 4. Función de autocorrelación y correlación parcial.



Fuente: elaborado con STATA 15

La metodología Box Jenkins indica que el proceso de media móvil está definido por la función de autocorrelación mientras que el proceso autorregresivo por la columna de correlación parcial. En este caso, las funciones de correlación y correlación parcial se extinguen de forma similar por lo que puede concluirse la existencia de procesos autorregresivos de orden 2,4 y 5 así como media móvil de 2,4 y 5, los modelos ARIMA posibles son los siguientes: ARIMA (2,1,2), ARIMA (2,1,4), ARIMA (2,1,5), ARIMA (4,1,2), ARIMA (4,1,4), ARIMA (4,1,5), ARIMA (5,1,2), ARIMA (5,1,4) y ARIMA (5,1,5). Dado que se proponen nueve modelos se usarán los criterios de información para definir cuál es el mejor.

Cuadro 5. Selección del modelo ARIMA: criterios de información

Modelo propuesto	AIC	BIC
ARIMA (2,1,4)	-11456.21	-11430.74
ARIMA (4,1,2)	-11455.81	-11430.35
ARIMA (2,1,2)	-11436.26	-11410.8
ARIMA (2,1,5)	-11417.58	-11392.11
ARIMA (5,1,2)	-11396.67	-11371.21
ARIMA (5,1,4)	-11369.16	-11343.7
ARIMA (4,1,5)	-11367.47	-11342.01
ARIMA (4,1,4)	-11359.62	-11334.16
ARIMA (5,1,5)	-11310.2	-11284.73

Fuente: elaboración propia con base en resultados de STATA

De acuerdo con los criterios de información AIC y BIC, el mejor de los modelos ARIMA es el que tiene un orden autorregresivo de orden 2 y un proceso de media móvil de orden 4, así como un orden integración uno. Los resultados del modelo son los siguientes:

En primer lugar, se observa que todos los procesos autorregresivos y de media móvil considerados son estadísticamente significativos por lo que es posible rechazar la hipótesis nula que los valores de estos parámetros son iguales a cero. Asimismo, la constante del modelo es significativa por lo que estamos ante la presencia de un modelo que cumple con los criterios de significancia estadística a nivel individual y global.

Lo anterior se confirma al realizar la prueba de Durbin Watson el cual arroja un valor de 2.03 no se puede realizar el test LM debido a que se trata de una estimación ARIMA), mientras que el test de heteroscedastidad ARCH arroja una probabilidad de 45.98% que es superior al nivel de significancia estadística por lo que se rechaza la hipótesis alternativa que establece que los errores tienen una varianza no estable.

Una vez analizada la robustez del modelo, este permitirá estimar el valor de *bitcoin* para los siguientes siete días a partir del 26 de abril de 2022 al 2 de mayo del presente año. Los resultados de este pronóstico *ex ante* se presentan en el siguiente cuadro:

Cuadro 7. Bitcoin: pronóstico efectuado mediante el modelo ARIMA.

Pronóstico valor de <i>Bitcoin</i> ARIMA (2,1,4)					
Fecha	Límite inferior	Pronóstico	Límite superior	Precio observado	Desv del pronóstico
26.04.2022	38,837.02	39,269.49	39,701.96	38,117.46	2.93%
27.04.2022	38,944.70	39,377.12	39,809.54	39,241.12	0.35%
28.04.2022	39,056.52	39,488.89	39,921.26	39,773.83	-0.72%
29.04.2022	39,144.00	39,576.32	40,008.64	38,609.82	2.44%
30.04.2022	39,263.72	39,695.99	40,128.26	37,714.88	4.99%
01.05.2022	39,387.53	39,819.75	40,251.97	38,469.09	3.39%
02.05.2022	39,506.88	39,939.05	40,371.22	38,529.33	3.53%

Nota: el cálculo de los límites inferior y superior se realizó con un nivel de confianza de 95%

Fuente: elaboración propia con base en los resultados obtenidos con STATA 15

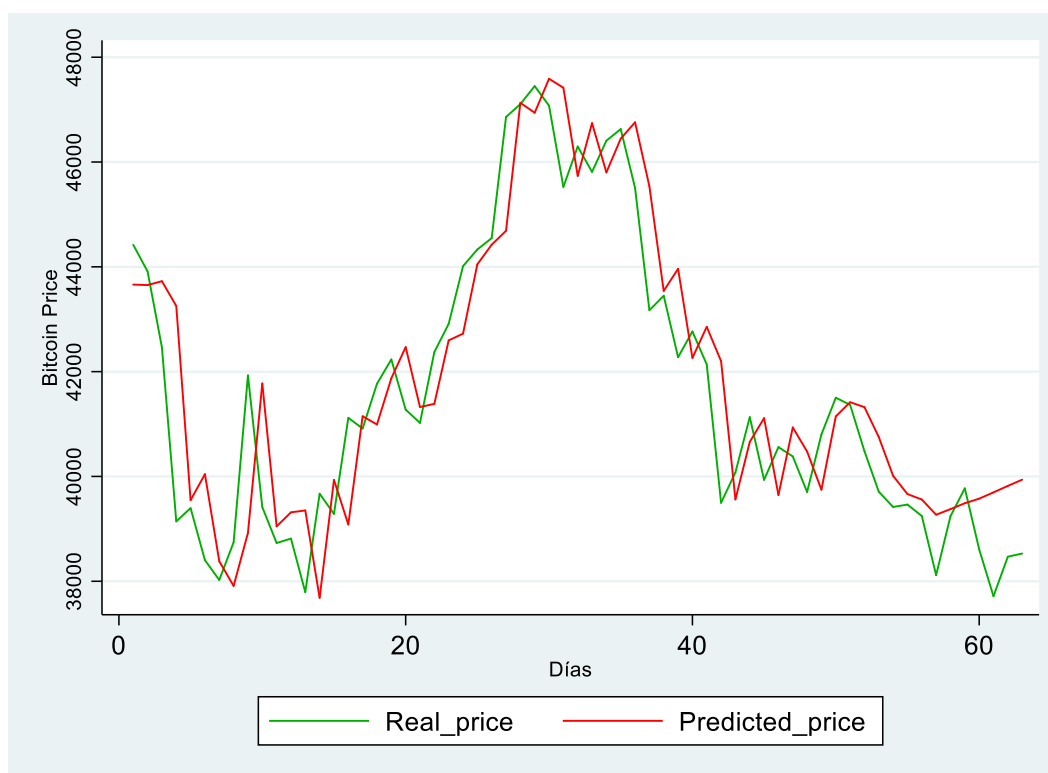
Como puede observarse el modelo ARIMA identificado mediante la metodología de Box Jenkins nos arroja que, en la siguiente semana, el precio de *Bitcoin* continuará al alza alcanzando un valor cercano a los 40 mil dólares, esto a pesar de las tensiones existentes a nivel mundial ante el escenario inflacionista que sufren las economías en la actualidad y los riesgos de que el conflicto militar en Europa se extienda por más tiempo que debilite la recuperación económica post pandemia. En promedio la desviación que registra la estimación *ex ante* calculada mediante el modelo ARIMA es de 2.4% que, si bien es bajo, es ligeramente superior al registrado mediante el modelo RNN (que fue de 2%).

Asimismo, el proceso de ajuste es inferior al que se da mediante la red neuronal ya que la desviación del dato estimado a futuro si bien se reduce a medida que pasa el tiempo, no se ajusta adecuadamente a los cambios observados en el conjunto de información y tiende a

acumular el error lo que reduce la capacidad predictiva del modelo como se ve en el cuadro 7. Esto último es una ventaja de los modelos de redes neuronales ya que como se mostró en el cuadro 4 que existía una mayor respuesta a los choques de la serie dando como resultado una mejor estimación.

El gráfico del modelo ARIMA efectuado indica que el ajuste del pronóstico *ex ante* realizado mediante este modelo es inferior al elaborado con la red neuronal, esto puede ser debido a la mejor identificación que realiza esta herramienta en contraste con la red neuronal que necesita restringirse a un esquema de normalización de datos, sin embargo, para analizar de forma correcta que modelo es más útil es necesario efectuar algunos cálculos estadísticos como los que se menciona en el siguiente apartado.

Gráfica 5. Pronóstico vs precio real de Bitcoin: análisis ARIMA



Fuente: elaborado con STATA 15

3.4. Comparativo estadístico de los modelos utilizados

Una de las medidas para poder contrastar la utilidad de un modelo a la hora de hacer pronósticos es esperar que llegue el plazo y, por tanto, observar que tanto se acercó la

estimación realizada al dato real de la variable analizada. Sin embargo, si el pronóstico es de largo plazo entonces este tipo de evaluación del modelo no es del todo ideal por lo que se recurre a medidas estadísticas que permitan analizar los residuales y sobre ellos elegir aquella técnica que presente los menores errores. Para el cálculo de tales medidas se utilizó la información correspondiente del 26 de abril al 02 de mayo del 2022 ya que el pronóstico *ex ante* se realizó una semana posterior a la fecha final del periodo contemplado en el conjunto de información.

A continuación, se presentan los resultados del error medio (ME), error medio absoluto (MAE), error cuadrático medio (MSE), raíz del error cuadrático medio (RMSE), el error porcentual medio (MPE%) y el error porcentual absoluto medio (MAPE%) para los modelos estimados

Siendo las más relevantes el RMSE que representa a la raíz cuadrada de la distancia cuadrada promedio entre el valor real y el valor pronosticado, indicando el ajuste absoluto del modelo a los datos, cuán cerca están los puntos de datos observados de los valores predichos del modelo. Al ser la raíz cuadrada de una varianza, RMSE se puede interpretar como la desviación estándar de la varianza inexplicada, y tiene la propiedad útil de estar en las mismas unidades que la variable de respuesta, los valores más bajos de RMSE indican un mejor ajuste. RMSE es una buena medida de la precisión con que el modelo predice la respuesta, y es el criterio más importante para ajustar si el propósito principal del modelo es la predicción. Mientras que MAPE% también conocido como desviación promedio absoluta porcentual (MAPD), mide la exactitud de un método para la construcción ajustada de valores de serie de tiempo en estadísticas, e indica en que porcentaje se desvían los resultados pronosticados del valor real observado de un conjunto de datos.

En el caso del modelo ARIMA estimado, el cual es una herramienta de series temporales tradicional, se tienen los siguientes resultados: el error medio es negativo por lo que la estimación *ex ante* realizada está por encima del valor real cuando ocurre esto se dice que esta sobreestimado, en tanto que la raíz del error cuadrático medio contabiliza un total de 1201.043 es una desviación tomada en términos de las unidades en que esta la variable de interés, en este caso en promedio el valor calculado para el precio de *Bitcoin* se desvía en aproximadamente 1201 dólares del precio observado en la realidad para la divisa.

Finalmente, el MAPE es de 2.72% e indica que, en promedio, los valores pronosticados se desvían cerca del 3 por ciento del dato observado. Lo anterior es importante, porque entonces se está ante la presencia de un modelo ARIMA con una buena bondad de ajuste ya que si se toma en cuenta que regularmente la significancia estadística es del 5% (nivel de confianza de 95%), la desviación calculada indicada por el MAPE mostraría que los pronósticos *ex ante* realizados con el modelo ARIMA caerían dentro de las bandas de confianza. Los resultados de los indicadores estadísticos de bondad de ajuste se muestran en el siguiente cuadro.

Cuadro 8. Estadísticos de bondad de ajuste del pronóstico ARIMA

Modelo	ME	MAE	MSE	RMSE	MPE %	MAPE%
ARIMA	-958.726	1040.136	1442482.170	1201.034	-2.51%	2.72%

Fuente: elaboración propia con base en los resultados del modelo estimado mediante STATA 15

Haciendo el mismo análisis para el pronóstico *ex ante* realizado a través de una herramienta moderna como las redes neuronales, arrojaron los siguientes resultados: el error medio es negativo, por tanto, por lo que el cálculo realizado se encuentra sobreestimado tal como ocurre con el modelo ARIMA. En tanto que la raíz del error cuadrático medio contabiliza un total de 1152.91 el cual es una desviación tomada en términos de las unidades en que se encuentra la variable de interés, en este caso en promedio el valor calculado para el precio de *Bitcoin* se desvía aproximadamente 1153 dólares del precio observado en la realidad para la divisa, siendo ligeramente inferior al estimado por el modelo ARIMA.

Para concluir el MAPE es de 2.14% e indica que, en promedio, los valores pronosticados se desvían poco más de 2 por ciento del dato observado. Lo anterior es importante, porque entonces se está ante la presencia de un modelo RNN con una buena bondad de ajuste ya que si se toma en cuenta que regularmente la significancia estadística es del 5% (nivel de confianza de 95%), la desviación calculada indicada por el MAPE mostraría que los pronósticos *ex ante* realizados con el modelo RNN caerían dentro de las bandas de confianza al 95%, asimismo, el indicador antes mencionado (MAPE%) es inferior al calculado para el modelo de series de tiempo tradicional (ARIMA) por lo que la red neuronal mide con mayor exactitud el precio futuro de *Bitcoin*. Los resultados de los estadísticos de bondad de ajuste se muestran en el siguiente cuadro.

Cuadro 9. Estadísticos de bondad de ajuste del pronóstico Red neuronal

Modelo	ME	MAE	MSE	RMSE	MPE %	MAPE%
Red neuronal	-742.920	818.892	1329209.201	1152.913	-1.95%	2.14%

Fuente: elaboración propia con base en los resultados del modelo estimado mediante Python (COLAB).

Por tanto, se puede concluir que, si bien ambas metodologías seleccionadas tienen un buen ajuste en sus pronósticos *ex ante*, la red neuronal tiene mayor exactitud que el modelo ARIMA (lo que se visualiza con la menor proporción en el MAPE%, así como en el RMSE)²⁵. Lo anterior induce a pensar que el hecho de que en las redes neuronales se involucre un proceso de aprendizaje, esta metodología minimice de mejor manera los errores y por ende se alcance un mejor resultado lo que da muestra de la potencia de este método en el estudio de la economía.

²⁵ En cuanto a la robustez estadística de los modelos, la ilustración 2 correspondiente al ARIMA el correlograma de los residuos indica que no hay presencia de correlación en ellos por lo que el modelo es válido estadísticamente, mientras, la prueba de normalidad sobre los errores da un indicador de probabilidad de 0% por lo que se concluye que no se cumple este supuesto (las pruebas de asimetría y curtosis, de Shapiro Wilk y Shapiro Francia igual dan una probabilidad de 0%). Sin embargo, al tratarse de una serie de alta volatilidad y que proviene del sector financiero, este comportamiento se justifica ya que como explica Mandelbrot el comportamiento de estas series se ubica entre la distribución normal y la de Cauchy. Por contraste, al realizar la prueba de normalidad con la red neuronal, los residuos se distribuyen de manera normal (la probabilidad asociada a JB es de 5.1%, mientras que la prueba de asimetría y curtosis es de 7.56%, la de Shapiro Wilk de 27.2% y de Shapiro Francia de 8.4%).

CONCLUSIONES

La hipótesis rectora de la investigación consiste en que los métodos computacionales basados en las redes neuronales, al ser utilizados en la estimación futura en el valor de alguna variable respondían de mejor manera que los modelos tradicionales de series temporales univariadas. En este tenor, esta hipótesis se cumple ya que la red neuronal modelada para predecir el precio de la moneda digital *Bitcoin* arroja resultados que poseen un mayor grado de exactitud que los calculados mediante el modelo ARIMA efectuado mediante la metodología Box Jenkins, si bien ambos modelos son buenos existen ventajas de las redes neuronales en particular el proceso de aprendizaje.

El origen de dinero es un tema de debate en la actualidad, existiendo dos posturas: la primera de ellas que lo define como un producto de la inventiva del ser humano y por ende con un origen centralizado y por ende elegido por un conjunto de personas (o una institución); y la segunda postura que lo conceptualiza como producto de la acción no intencionada del hombre y que surge de las interrelaciones que se producen en el mercado y que hacen necesario el surgimiento de una mercancía que disminuya los costos de transacción, siendo por tanto, un orden espontáneo (que sustenta la posibilidad de emisión privada de moneda).

Las interrelaciones humanas han ido evolucionando y con ello incrementándose la complejidad de estas, lo que ha obligado a una modificación en el mecanismo de intercambio, en este sentido se tiene en primer lugar el proceso de trueque en el cual las mercancías son cambiadas por otras mercancías. El trueque se enfrenta a dificultades en su operación ya que conforme la población es más complicada que se logre la doble coincidencia de los deseos y por ende que comiencen a surgir “submercados” donde el productor del individuo A se cambia por el de B para que así A pueda acceder al producto C que era el que necesitaba. La creciente complejidad del proceso de mercado, así como el surgimiento de la propiedad privada y de las relaciones de producción sustentadas en la división social del trabajo crean las condiciones para que la minimización de los costos de transacción se dé mediante el dinero.

En el año 2009 surge una nueva forma de pago electrónico, que se definió como moneda digital y cuyo emisor es una entidad privada: *Bitcoin*. Si bien surge hasta el siglo XXI ante

la incertidumbre habida en el mundo producto de la crisis *subprime*, lo cierto es que la creación de dinero que no sea emitido por el Banco Central tiene sustento en la teoría económica desde el siglo XIX con la *free banking school* y sobre todo a partir de la década de los setenta y los ochenta del siglo XX con las aportaciones teóricas realizadas por Friedrich Hayek en torno a la desnacionalización de la moneda y ante los movimientos tecnológicos que veían en este elemento (tecnología) la posibilidad de escapar de la coerción institucional.

Con la aparición de las primeras computadoras en la década de los cuarenta y ante el mayor poder de cálculo que fueron adquirieron, surgieron los primeros modelos de redes neuronales los cuales fueron ideados por McCulloch y Pitts quienes se basaron en las ideas expresadas en 1933 por el psicólogo Edward Thorndike, así como los desarrollados por el psicólogo Frank Rosenblatt quien diseñó el algoritmo de aprendizaje del perceptrón haciendo uso del conexionismo en el entrenamiento de su red y no del enfoque simbólico. Rosenblatt se inspiró en el modelo de aprendizaje hebbiano, propuesto por Donald Hebb en el año 1949 y por Friedrich Hayek en las primeras décadas del siglo XX y sobre todo en 1952, ambos autores sitúan el aprendizaje a nivel sináptico.

Esta nueva herramienta a resultado fundamental no solo en el análisis de series temporales sino sobre todo en el denominado *deep learning* ya que proporcionan uno de los mecanismos mediante los cuales hay un aprendizaje en las máquinas, a través de las neuronas o elementos de procesamiento los cuales se conectan entre sí para formar redes neuronales artificiales. Mediante la manipulación de las conexiones entre las neuronas de la red se consigue que la red neuronal tenga el comportamiento deseado. Motivo por el cual se ha extendido su uso no solo en las ciencias naturales como la química, la biología o la medicina sino también a las ciencias sociales como la economía.

Se realizaron dos modelaciones con el fin de pronosticar el precio de *Bitcoin* para una semana que abarca del 26 de abril al 2 de mayo de 2022, la primera de ellas fue un modelo basado en el análisis de series de tiempo estándar como son los modelos ARIMA efectuados mediante la metodología Box Jenkins y el segundo fue la aplicación de los algoritmos de redes neuronales. Los resultados de las modelaciones efectuadas arrojan una estimación futura *ex ante* con buena bondad de ajuste, sin embargo, la red neuronal se comporta de forma más exacta que el modelo autorregresivo de media móvil integrado tal como se puede observar a

través de los estadísticos: raíz del error cuadrático medio (RMSE) y el error porcentual absoluto medio (MAPE%), en ambos casos la desviación de la estimación futura del precio de *Bitcoin* respecto del observado es menor para la red neuronal (mientras el modelo ARIMA tiene un RMSE de aproximadamente de 1200 dólares la red neuronal es de 1150 dólares y el error se desvía porcentualmente en el caso del modelo tradicional en 2.72% y con el modelo computacional en 2.14%). Un elemento importante es que mientras que la red neuronal rápidamente reconoce los choques y los integra en el proceso de aprendizaje mediante el cual minimiza la desviación del error, el modelo ARIMA tiende a responder de forma lenta por lo que los errores tienden a agregarse a lo largo del tiempo, de esto se concluye que la RNN ofrece mejores resultados para pronosticar variables económicas y financieras.

RECOMENDACIONES

La primera de las recomendaciones gira en torno al ámbito académico, es necesario que en las universidades mexicanas como la facultad de economía no solo se modifiquen los temarios de las materias de econometría introduciendo las redes neuronales en los mismos, sino que también se abran cursos en torno al uso no solo de las redes neuronales sino también del *Deep learning* y *Machine Learning* que generen herramientas a los estudiantes para que los mismos puedan enfrentarse a la investigación científica y al mercado laboral.

Finalmente, la segunda recomendación, gira en torno al análisis de la política económica ya que la adopción de las monedas digitales como *Bitcoin* requiere de un marco regulatorio adecuado ante los diversos servicios que ofrecen algunas de las criptomonedas (contratos inteligentes, el “coloreado” de divisas digitales, etc.) así como ante la sensibilidad de las mismas ante los cambios políticos y económicos mundiales tal como ocurrió durante la invasión rusa a Ucrania donde el precio de *Bitcoin* se desplomo a sabiendas de que ambas naciones son de los principales usuarios de este tipo de activos.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Ossama Abdel-Hamid y col. (2014). «Convolutional neural networks for speech recognition». En: IEEE/ACM Transactions on audio, speech, and language processing 22.10, págs. 1533-1545.
- [2] Mark A Aizerman. (1964) «Theoretical foundations of the potential function method in pattern recognition learning». En: Automation and remote control 25, págs. 821-837.
- [3] Elli Androulaki y col. (2013). «Evaluating user privacy in *bitcoin*». En: International Conference on Financial Cryptography and Data Security. Springer, págs. 34-51.
- [4] Fernando Arteaga. (2013). El debate sobre el control de la emisión de dinero a través de la historia. Entre el monopolio estatal y la libre competencia privada. México. Tesis de licenciatura, Facultad de Economía UNAM.
- [5] Amin Azari. (2018) «*Bitcoin* Price Prediction: An ARIMA Approach». En: KTH Royal Institute of Technology.
- [6] Nashirah Abu Bakar y Sofian Rosbi. (2017). «Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA) Model for Forecasting Cryptocurrency Exchange Rate in High Volatility Environment: A New Insight of *Bitcoin* Transaction». En: International Journal of Advanced Engineering Research and Science 4.11.
- [7] Aurelio F Bariviera y col. (2017). «Some stylized facts of the *Bitcoin* market». En: Physica A: Statistical Mechanics and its Applications 484, págs. 82-90.
- [8] Ole Barndorff-Nielsen(1977) «Exponentially decreasing distributions for the logarithm of particle size». En: Proc. R. Soc. Lond. A 353.1674, págs. 401-419.
- [9] Jan Beran (2017). Statistics for long-memory processes. Vol. 1. ISBN: 978-0412049019. Routledge.
- [10] Binance. <https://www.binance.com>. Accedido: 2019-01-03.
- [11] Binance API. <https://support.binance.com/hc/en-us/articles/115000840592-Binance-API-Beta>. Accedido: 2019-01-03.
- [12] *Bitcoin* Cash. <https://www.bitcoincash.org/>. Accedido: 2019-01-28.

- [13] Volker Blanz y col. (1996) «Comparison of view-based object recognition algorithms using realistic 3D models». En: International Conference on Artificial Neural Networks. Springer, págs. 251-256.
- [14] *Blockchain Explorer*. <https://www.blockchain.com/explorer>. Accedido: 2018-11-22.
- [15] Tim Bollerslev. (1986) «Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity». En: Journal of econometrics 31.3, págs. 307-327.
- [16] Bernhard E Boser, Isabelle M Guyon y Vladimir N Vapnik. (1992). «A training algorithm for optimal margin classifiers». En: Proceedings of the fifth annual workshop on Computational learning theory. ACM, págs. 144-152.
- [17] Elie Bouri y col. (2017). «On the hedge and safe haven properties of *Bitcoin*: Is it really more than a diversifier?» En: Finance Research Letters 20, págs. 192-198.
- [18] George EP Box y col. (2015). Time series analysis: forecasting and control. ISBN: 978-0470272848. John Wiley & Sons.
- [19] Jerry Brito y Andrea Castillo. *Bitcoin: A primer for policymakers*. Vol. 1. Mercatus Center at George Mason University, 2013.
- [20] Cardano. <https://www.cardano.org/>. Accedido: 2019-01-28.
- [21] Kyunghyun Cho y col. «Learning phrase representations using RNN encoderdecoder for statistical machine translation». En: arXiv preprint arXiv:1406.1078 (2014).
- [22] Gómez Rodríguez, Cristina, (2016). *Bitcoin: Problemas Reales*, en Téllez Carvajal, Evelyn y CARVAJAL, Moisés (Coords), Derecho y TIC. Vertientes Actuales. México, Instituto de Investigaciones Jurídicas UNAM, págs 265 a 297.
- [23] González, F. (s.f.). Análisis predictivo en Bitcoin utilizando técnicas de aprendizaje profundo. CDMX: Universidad de la República.
- [24] Harris, L. (1985). Teoría monetaria. FCE.
- [25] Hayes, Adam. What Happens to *Bitcoin* After All 21 Million Are Mined? (2021). Disponible en: <https://www.investopedia.com/tech/what-happens-bitcoin-after-21-million-mined/>.

- [26] Katarzyna, Ciupa, Cryptocurrencies: Opportunities, Risks and Challenges for Anti-corruption Compliance Systems, en OECD Conference on Global Anti-corruption and Integrity Forum, Paris, 2019, págs 20 a 21.
- [27] Héctor Lomelí & Beatriz Pellicer. (2001). Métodos dinámicos en economía. Otra búsqueda del tiempo perdido. Instituto Tecnológico Autónomo de México (ITAM), pp. 420.
- [28] Menger, C., Rodríguez, J. A. A., & Infantino. (2013). El dinero. España: Unión Editorial.
- [29] Mises, Ludwig. (2012). La teoría del dinero y del crédito. Unión Editorial. Pp. 554.
- [30] Arsenio Pecha. (2012). Optimización estática y dinámica en economía. Universidad Nacional de Colombia, pp. 393.
- [31] Pindyck, Robert & Daniel Rubinfeld. (2001). Econometría: modelos y pronósticos. Cuarta edición. Editorial McGraw Hill, México.
- [32] Ignacio Perrotini H. (2002). La economía de la información asimétrica: microfundamentos de competencia imperfecta. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- [33] Smith, A. (1994). Riqueza de las naciones (1776). Madrid: Alianza, 37, 67-72.
- [34] Tapscott, Dan & Alex Tapscott. (2018). La revolución *blockchain*. Editorial Paidós. pp. 445.
- [35] Walras, L. (1900). Elements of Pure Economics or The Theory of Social Wealth. Lausanne: F. Rouge.
- [36] Engels, F. (1884). El origen de la familia, la propiedad privada y el Estado.
- [37] Marx, K., & Engels, F. (1848). El Manifiesto Comunista.
- [38] Polanyi, K. (1944). La gran transformación: los orígenes políticos y económicos de nuestro tiempo.
- [39] Williamson, O. E. (1985). The Economic Institutions of Capitalism: Firms, Markets, Relational Contracting.
- [40] McAfee, A., Brynjolfsson, E., Davenport, T. H., Patil, D. J., & Barton, D. (2012). Big data: the management revolution. Harvard business review, 90(10), 60-68.

- [41] Galiani, F. (1751). Della moneta. History of Economic Thought Books.
- [42] Sraffa, P. (1960). Production of commodities by means of commodities (Vol. 1). Cambridge: Cambridge University Press.
- [43] Cencini Alvaro (2001). *Monetary Macroeconomics*. Routledge.
- [44] Friedman, M. (1969). The Optimum Quantity of Money and Other Essays. Aldine Transaction.
- [45] Lavoie, M. (2014). Post-Keynesian Economics: New Foundations. Edward Elgar Publishing.
- [46] Fisher, I. (1930). The Theory of Interest. Macmillan.
- [47] Hicks, J. R. (1936). Keynes' Theory of Employment, Interest and Money. The Economic Journal, 46(182), 238-253.
- [48] Vigna, P., & Casey, M. J. (2016). The Age of Cryptocurrency: How Bitcoin and Digital Money Are Challenging the Global Economic Order. St. Martin's Press.
- [49] Antonopoulos, A. M. (2014). Mastering Bitcoin: Unlocking Digital Cryptocurrencies. O'Reilly Media.
- [50] Antonopoulos, A. M. (2014). Mastering Bitcoin: unlocking digital cryptocurrencies. " O'Reilly Media, Inc."
- [51] Fredrickson, J. W. (1986). The strategic decision process and organizational structure. Academy of management review, 11(2), 280-297.
- [52] Cecchetti, S., & Schoenholtz, K. (2016). *Money, Banking and Financial Markets*. Nombre de la editorial.
- [53] Antonopoulos, A. M. (2014). *Mastering Bitcoin: Unlocking Digital Cryptocurrencies*. Nombre de la editorial.

ANEXO A

En este modelo lineal, se plantea un sistema de intercambio comercial donde el dinero no es utilizado y, por el contrario, la riqueza de los individuos corresponde al valor de la dotación que poseen siendo expresado este en términos de los precios o mejor dicho precios relativos al tomar una mercancía como numerario.

Un mercado competitivo \mathcal{M} es un sistema que consta de los siguientes elementos:

- Un número natural m llamado el número de tipos de mercancías existentes en el mercado ($m \in \mathbb{N}$).
- Un número natural N llamado el número de familias que integran el mercado.
- Para cada $v \in \bar{N} = \{1, 2, 3, \dots, N\}$ una función de utilidad $U^v: \mathbb{R}_+^m \rightarrow \mathbb{R}$ llamada la función de utilidad de la familia v
- Para cada $v \in \bar{N}$, un vector $\omega^v \in \mathbb{R}_+^m$ llamado el vector de recursos iniciales (dotación) de la familia v .

La función de utilidad de las familias que integran el mercado se conoce como “Cuasi-Bernoulli” y queda definida de la siguiente forma:

Sean $a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_m$ reales positivos tales que $\sum_{i=1}^m a_i = 1$ y que representan la proporción del gasto en cada una de las mercancías que adquieren las familias en el mercado; la función de utilidad “Cuasi-Bernoulli” es la aplicación $U: \mathbb{R}_+^m \rightarrow \mathbb{R}$ explicitada del siguiente modo:

$$U = \sum_{i=1}^m a_i \ln(x_i)$$

La teoría del equilibrio general tiene como objetivo analizar el proceso de formación de los precios (en particular los precios relativos) en los diferentes mercados, los cuales permiten que los mismos se vacíen. Un sistema de precios es un vector $P = (p_1, p_2, \dots, p_m) \in \mathbb{R}_{++}^m$. Asimismo, sean P y \bar{P} que pertenecen al subconjunto de los reales estrictamente positivos, son equivalentes ($P \sim \bar{P}$) si existe un parámetro $\theta > 0, \theta \in \mathbb{R}$ tal que $\bar{P} = \theta P$.

Dado el vector de recursos iniciales y el vector de precios, el ingreso de las familias que componen el mercado queda definido de la siguiente manera:

$$P_1\omega_1^v + \dots + P_m\omega_m^v = \sum_{i=1}^m p_i\omega_i^v = I^v$$

El problema del consumidor en la teoría microeconómica queda definido como

$$\text{Max } U^v(X) \quad \text{s. a.} \quad \sum_{i=1}^m p_i x_i^v = \sum_{i=1}^m p_i \omega_i^v$$

Económicamente la solución de este problema arroja la canasta de consumo óptima del individuo que permite alcanzar el mayor nivel de satisfacción dado el ingreso de que se dispone. Matemáticamente ese problema consiste en encontrar un escalar λ (conocido como multiplicador de Lagrange y también como “precio sombra”) que permita igualar el vector gradiente de la función de utilidad y el vector gradiente de la restricción, a saber:

$$\nabla u(x) = \lambda \nabla g(x)$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x_1}, \frac{\partial u}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial u}{\partial x_m} \right) = \lambda (p_1, p_2, \dots, p_m)$$

Dada la función de utilidad “Cuasi.Bernoulli”, la solución del problema del consumidor queda de la siguiente forma:

$$\left(\frac{a_1}{x_1}, \frac{a_2}{x_2}, \dots, \frac{a_m}{x_m} \right) = \lambda (p_1, p_2, \dots, p_m)$$

$$\frac{a_1}{x_1} = \lambda p_1, \dots, \frac{a_m}{x_m} = \lambda p_m$$

Despejando:

$$a_1 = \lambda p_1 x_1, \dots, a_m = \lambda p_m x_m$$

Sumando los m factores correspondientes a las demandas de cada una de las mercancías:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{i=1}^m \lambda p_i x_i$$

$$1 = \lambda \sum_{i=1}^m p_i x_i$$

$$1 = \lambda I$$

$$\lambda = \frac{1}{I}$$

Sustituyendo esta última expresión sobre cada uno de los factores obtenidos de la igualación de los gradientes, se arrojan los siguientes resultados que corresponden con la demanda óptima de cada una de las mercancías que forman parte del mercado:

$$x_1^v = \frac{a_1 I}{p_1}, \dots, x_m^v = \frac{a_m I}{p_m}$$

Por tanto, en un mercado competitivo \mathcal{M} en el cual las funciones de utilidad son tipo “Cuasi-Bernoulli”, el problema del consumidor v tiene por solución el vector conocido como la demanda de la familia v :

$$\bar{x}^v = (\bar{x}_1^v, \dots, \bar{x}_m^v)$$

Donde: $\bar{x}_i^v = \frac{a_i^v I^v}{p_i}$

Al vector de recursos iniciales (dotación) se le conoce también como la oferta de la familia v

$$\omega^v = (\omega_1^v, \dots, \omega_m^v)$$

Donde:

- x_i^v es llamado la demanda del bien i -ésimo que es efectuada por la familia v
- ω_i^v es llamado la oferta del tipo de mercancía i que realiza la familia v

En cuanto en la economía en su conjunto se tiene que el vector de oferta total de la mercancía i -ésima queda definido como:

$$\omega_i = \sum_{v=1}^N \omega_i^v$$

Mientras que la demanda total se define de la siguiente manera: dado $P \in \mathbb{R}_{++}^m$, el vector de demanda total de la mercancía i -ésima es:

$$\bar{x}_i(P) = \sum_{v=1}^N \bar{x}_i^v(P)$$

Dada la oferta y la demanda de mercancías, el equilibrio económico se define como el vector de precios $P^* = (p_1^*, \dots, p_m^*) \in \mathbb{R}_{++}^m$ bajo el cual se cumple la siguiente condición (la oferta es igual a la demanda):

$$\omega = \bar{x}(P^*)$$

Supongamos la existencia de un vector $P^* \gg \bar{0}$ que es un equilibrio competitivo para el mercado \mathcal{M} , entonces para cada $j = 1, 2, \dots, m$ se tiene:

$$\omega_j = \bar{x}_j(P^*) = \sum_{v=1}^N \bar{x}_i^v(P) = \sum_{v=1}^N \frac{a_j^v I^v(p^*)}{p_j}$$

A partir de esta condición continua el siguiente desarrollo matemático sobre la existencia del equilibrio competitivo:

$$\begin{aligned} \sum_{v=1}^N \frac{a_j^v I^v(p^*)}{p_j} &= \frac{1}{p_j} \sum_{v=1}^N a_j^v I^v(p^*) \\ \omega_j &= \frac{1}{p_j} \sum_{v=1}^N a_j^v I^v(p^*) \end{aligned}$$

Para todo $j = 1, 2, 3, \dots, m$:

$$\begin{aligned} p_j &= \frac{1}{\omega_j} \sum_{v=1}^N a_j^v I^v(p^*) \\ p_j &= \frac{1}{\omega_j} \sum_{v=1}^N a_j^v I^v(P^* \times \omega^v) = \frac{1}{\omega_j} \sum_{v=1}^N \left[a_j^v \sum_{i=1}^m p_i^*(\omega_i^v) \right] = \frac{1}{\omega_j} \sum_{v=1}^N \sum_{i=1}^m a_j^v p_i^*(\omega_i^v) \\ &= \sum_{i=1}^m \sum_{v=1}^N \frac{a_j^v p_i^*(\omega_i^v)}{\omega_j} = \sum_{i=1}^m p_i^* \sum_{v=1}^N \frac{a_j^v(\omega_i^v)}{\omega_j} \end{aligned}$$

Definiendo la matriz M_{ij} como:

$$M_{ij} = \sum_{v=1}^N \frac{a_j^v(\omega_i^v)}{\omega_j}$$

Entonces:

$$p_j^* = \sum_{i=1}^m p_i^* M_{ij}$$

Teorema:

Sea \mathcal{M} un mercado competitivo en el cual todas las funciones de utilidad son “Cuasi-Bernoulli” y donde $\omega \gg \bar{0}$, entonces $P^* \gg \bar{0}$ es un equilibrio competitivo si y solo si $\forall j = 1, 2, \dots, m$ se cumple la siguiente condición:

$$p_j^* = \sum_{i=1}^m p_i^* M_{ij}$$

Teorema de existencia y unicidad de equilibrios:

Sea \mathcal{M} un mercado competitivo en el cual todas las funciones de utilidad son “Cuasi-Bernoulli” y donde $\omega \gg \bar{0}$, entonces:

- \exists al menos un equilibrio competitivo $P^* \gg \bar{0}$
- Si P^{**} es otro equilibrio competitivo, entonces $P^{**} \sim P^*$

Prueba:

Dada la matriz $M_{ij} = M$, se calcula la siguiente matriz y su determinante:

$$(I - M) > 0; \det(I - M) = 0$$

$$(I - M)^*(I - M) = \det(I - M)I = \bar{0}$$

Donde $(I - M)^*$ es la matriz que se obtiene de transponer la matriz de cofactores calculada a partir de $(I - M)$

$$P^*(I - M) = P^*I - P^*M = \bar{0}$$

$$P^* = P^*M$$

Adicionalmente se tiene el siguiente resultado: $M\omega = \omega$

Prueba:

$$\sum_{j=1}^m M_{ij}\omega_j = \sum_{j=1}^m \sum_{v=1}^N \frac{a_j^v(\omega_i^v)}{\omega_j} \omega_j$$
$$\sum_{j=1}^m \sum_{v=1}^N a_j^v(\omega_i^v) = \sum_{j=1}^m a_j^v \sum_{v=1}^N \omega_i^v = \omega_i$$

Teorema de cálculo de equilibrios:

Sea \mathcal{M} un mercado competitivo en el cual todas las funciones de utilidad son “Cuasi-Bernoulli” y donde $\omega \gg \bar{0}$, entonces:

$$(I - M)^* > \bar{0}$$

Donde cada uno de los renglones la matriz constituye un equilibrio competitivo.

ANEXO B

La síntesis que a continuación se presenta, se basa en los libros *Métodos dinámicos en economía*. Otra búsqueda del tiempo perdido de Héctor Lomelí y de Beatriz Pellicer y de *Optimización estática y dinámica en economía* de Arsenio Pecha.

Cuando el tiempo es una variable que se encuentra expresada de manera discreta, entonces una función que depende de esta variable $X: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^n$ es simplemente una sucesión de vectores X_0, X_1, \dots , en este caso si el vector está relacionado con el previo por medio de una función, esta adquiere la siguiente forma general:

$$X_{t+1} = f(X_t)$$

Donde $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ es un campo vectorial. La imagen de la función antes definida es un subconjunto de \mathbb{R}^n , al cual se le denomina conjunto de estados y proporciona una forma de pasar al siguiente periodo. Esta situación es bastante común en economía, pues en muchos modelos el valor de las variables en un momento dado depende sólo del valor de las variables en el periodo anterior. Teniendo esto en cuenta, un sistema dinámico discreto puede definirse de la siguiente manera:

Un sistema discreto de orden uno es una ecuación de la forma $X_{t+1} = f(X_t, t)$. Donde la variable t no aparece explícitamente, se dice que el sistema es autónomo. Mientras que el sistema es de orden m si es de la forma:

$$X_{t+m} = f(X_{t+m-1}, X_{t+m-2}, \dots, X_t, t)$$

Es decir, el estado de la variable depende, no sólo del estado en el periodo anterior sino de los estados en los m periodos anteriores. Si la función f es lineal se dice que el sistema discreto tiene esta propiedad.

Ahora se denota por Δ al operador diferencia definido $\Delta X_t = X_{t+1} - X_t$. Si se aplica tal operador consecutivamente m veces, tenemos la diferencia de orden m dada por:

$$\Delta^m X_t = \Delta(\Delta(\dots(\Delta X_t)))$$

Asociada a un sistema dinámico discreto de orden m se tiene una ecuación en diferencias de orden m si la imagen de X está contenida o es un subconjunto de los números reales \mathbb{R}^n , por lo que en realidad se tiene un sistema de n ecuaciones en diferencias, siendo del tipo:

$$\Delta^m X_t = g(X_{t+m-1}, X_{t+m-2}, \dots, X_t, t)$$

Dado un sistema dinámico de estas características y que sea lineal puede ser reescrito mediante un proceso de iteración hacia el pasado, en este caso dada la ecuación de primer orden $X_{t+1} = f(X_t)$ y estableciendo un valor inicial X_0 , se puede determinar el valor siguiente mediante el proceso de iteración donde f^t representa la composición t veces de la función f :

$$X_1 = f(X_0)$$

$$X_2 = f(X_1) = f(f(X_0)) = f^2(X_0)$$

⋮

$$X_t = f(X_{t-1}) = f(f(\dots(f(X_0)))) = f^t(X_0)$$

Un sistema o ecuación está en equilibrio cuando sus variables de estado no cambian de valor a través del tiempo, por esto el concepto de equilibrio no es aplicable a algunos sistemas no autónomos, aquellos en los que la influencia explícitamente del tiempo no permita que sus variables permanezcan estáticas. El vector de variables de estado X_t del sistema autónomo:

$$X_{t+1} = F(X_t, t)$$

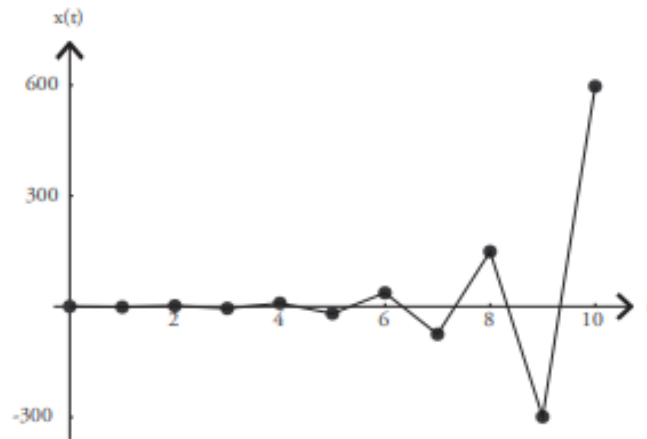
Está en equilibrio si $X_{t+1} = X_t = \bar{X}$ para todo $t = 0, 1, 2, \dots$. Los valores de las variables de estado X_t no cambian en el tiempo por lo que ese valor es fijo e igual a \bar{X} , siendo esta la razón para que se hable de equilibrio o de estado estable de la ecuación o sistema. Los puntos de equilibrio se clasifican en inestables, Lyapunovmente estables, asintóticamente estables y exponencialmente estables.

Suponiendo la existencia del punto fijo \bar{X} que da solución al sistema dinámico discreto dado por la función $X_{t+1} = f(X_t)$ y satisface la siguiente condición: para todo $\theta > 0$ existe un punto X_1 y un número natural n_0 tales que $\|x_0 - \bar{x}\| < \theta$ y

$$\|x_t - \bar{x}\| \geq \theta$$

Para todo $t \geq n_0$, es decir, los puntos cercanos al punto fijo se alejan y por tanto se dice que el equilibrio es inestable.

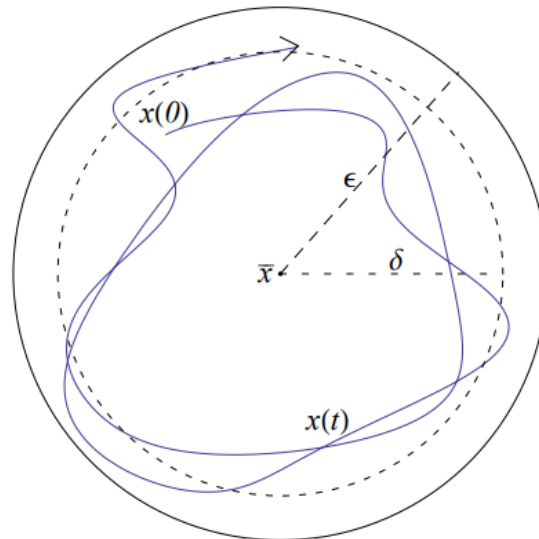
Ilustración 3. Punto de equilibrio inestable en sistemas discretos



Fuente: Lomelí y Pellicer (2001), pag. 139

Se dice que un punto de equilibrio o fijo \bar{x} es Lyapunovmente estable si para cada $\theta > 0$, existe un $\delta > 0$ tal que si $\|x_0 - \bar{x}\| < \delta$ y por ende para todo t se cumple que $\|x_t - \bar{x}\| < \theta$. Esto significa que, si la variable de estado inicialmente está cerca del punto de equilibrio, a través del tiempo la variable no se alejaría, esto es, los valores sucesivos de la variable de estado seguirán cerca del equilibrio, aunque esa sucesión no converja al punto de equilibrio.

Ilustración 4. Punto de equilibrio Lyapunovmente estable en sistemas discretos



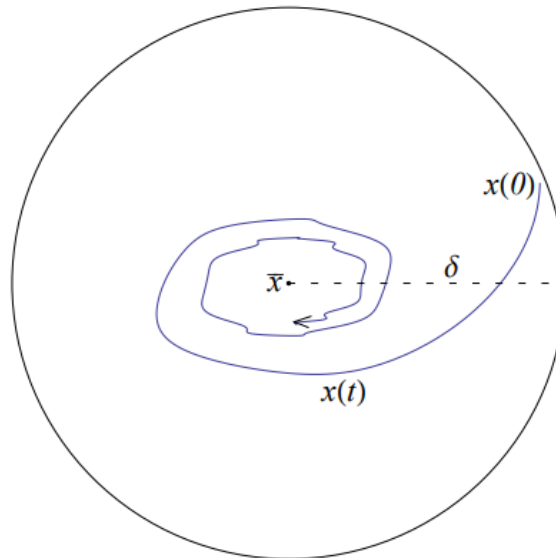
Fuente: Pecha (2012), pag. 227

El punto fijo \bar{X} es asintóticamente estable syss es estable y existe un $\delta > 0$ tal que si $\|x_0 - \bar{x}\| < \delta$, entonces:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_t - \bar{x}\| = 0$$

Si el valor inicial de las variables de estado está en una vecindad del punto de equilibrio, entonces los valores de la variable de estado convergerán al punto de equilibrio.

Ilustración 5. Punto de equilibrio estable en sistemas dinámicos discretos



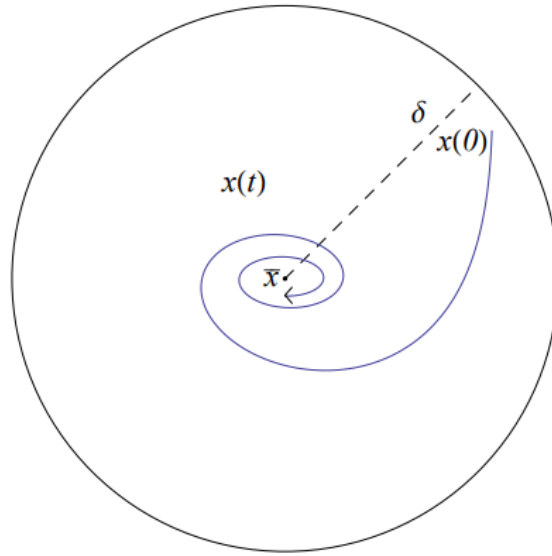
Fuente: Pecha (2012), pag. 227

El punto de equilibrio \bar{X} es exponencialmente estbale syss existen tres escalares $0 < \alpha < 1$, $\beta > 0$ y $\theta > 0$ tales que $\|x_0 - \bar{x}\| < \theta$, entonces:

$$\|x_t - \bar{x}\| \leq \|x_0 - \bar{x}\| \alpha^{\beta t}$$

La estabilidad exponencial exige, además de la convergencia, una velocidad exponencial de convergencia. En este sentido es el tipo de estabilidad más fuerte: un punto exponencialmente estable es asintóticamente estable y un punto asintóticamente estable es lyapunovmente estable. Un sistema dinámico tiene un punto de equilibrio lyapunovmente estable si las trayectorias que parten cerca del punto de equilibrio no se alejan del equilibrio; el punto es asintóticamente estable si se acercan al equilibrio, y es exponencialmente estable si se acercan en forma exponencial (muy rápido) al equilibrio.

Ilustración 6. Punto fijo exponencialmente estable en sistemas discretos.



Fuente: Pecha (2012), pag. 228