



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO
FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES
ZARAGOZA**

**CARRERA DE INGENIERIA QUIMICA
ESTUDIO DEL EFECTO DEL CAMPO ELÉCTRICO OSCILATORIO
EN EL FLUJO ELECTROSMÓTICO DE UN LIQUIDO
VISCOELASTICO:
MODELO DE BURGERS.**

TESIS

PARA OBTENER EL TITULO DE INGENIERO QUÍMICO

**PRESENTA:
AARON SANDOVAL RIVERA**

**JURADO DE EXAMEN
DIRECTOR DE TESIS: DR. FAUSTO CALDERAS GARCIA.
ASESOR: DR. EDTSON EMILIO HERRERA VALENCIA.
ASESOR: DR LUIS ANTONIO RAMIREZ TORRES.
SINODAL: I.Q. DOMINGA ORTIZ BAUTISTA.
SINODAL: DRA. MARIA GUADALUPE SALINAS JUAREZ.**

MÉXICO D.F.

OCTUBRE 2023





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

- Investigación realizada gracias al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) de la UNAM <<IN102823>> <<Modelado Matemático y Simulación Computacional de Fluidos Complejos con Aplicación a Bioingeniería >>. Agradezco a la DGAPA-UNAM la beca recibida.
- A la Unidad de Investigación en Bio-Ingeniería UI-FESZ-110323
- Al laboratorio de reología de fenómenos de transporte de fluidos complejos por las facilidades otorgadas para este proyecto de investigación.
- Al seminario de investigación de las líneas de investigación: Fenómenos de Transporte y Reología de Fluidos Complejos (LI-FESZ-420415) y Reología Teórica y Reometría de Fluidos Estructurados (LI-FESZ-570619) por todas las observaciones y aportaciones realizadas a este trabajo.
- A la carrera de ingeniería química de la FES Zaragoza de la Universidad Nacional Autónoma de México por la formación recibida.
- Facultad de Estudios Superiores Zaragoza agradezco mi gran universidad que me abrió las puertas al conocimiento, a un sin fin de gratas experiencias, dónde me permitió conocer a mis grandes profesores y a mis mejores amigos hoy colegas. Mi universidad donde pude adquirir grandes conocimientos para mi desarrollo profesional.

DEDICATORIAS

Este logro en primer lugar va por mi madre, quien dejo la vida para que yo pudiera estudiar, siempre me faltara vida para terminar de agradecerle todo lo que ha hecho por mí, a mi familia que siempre me apoyo en todos los sentidos, a mi padre que, aunque ya no está contigo, el tiempo que lo estuvo fue un gran padre, a mi hermanos que muchas veces fueron mi inspiración para proseguir.

En segundo lugar, a mi universidad y todos los maestros que me formaron en este ámbito profesional, gracias a ustedes soy lo que soy, y especialmente a los Doctores Fausto Calderas García, Edtson Emilio Herrera Valencia, Luis Antonio Ramírez Torres que con su conocimiento me ayudaron a hacer el presente trabajo.

A mis amigos que hice en los años en esta institución, a Alma Delia por ser mi compañera desde primer semestre hasta el último, Karla Karina mil gracias por tu risa que alumbro la oscuridad y si volviera el tiempo te diría desde hoy que no cambiaría este viento a ninguna dirección, Luis por ser un crack y por todas las clases y risas, Sandra por siempre apoyarme cuando las cosas no pintaban muy bien y su compañía, Víctor por esas platicas filosóficas que teníamos y por su amistad, Viridiana por ser la persona tan increíble que fue conmigo, que hicieron mi estancia aquí muy feliz y plena.

Y también quiero agradecerme a mí, quiero agradecerme por creer en mí. Quiero agradecerme por hacer todo este gran trabajo. Quiero agradecerme por nunca renunciar. Quiero agradecerme por tratar de hacer el bien más que el mal. Quiero agradecerme por ser yo en todo momento.

ÍNDICE

CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

1.1 Introducción

1.1.1 Definición de flujo electro-osmótico

1.1.2 Fenómenos superficiales presentes en el flujo osmótico

A) Doble capa eléctrica.

B) Carga de la superficie.

C) Hidratación.

D) Efectos electro-cinéticos.

1.2 Distribución de cargas.

1.3 Reología y flujo.

a) Fluido Newtoniano.

b) Fluidos no- newtonianos.

1.4 Aplicaciones.

1.5 Objetivos de la tesis.

1.6 Hipótesis de la tesis.

CAPITULO II: ANTECEDENTES

2.1 Modelo de Burgers en la medicina.

2.2 Modelo de Burgers en la experimentación de envejecimiento de pavimento.

2.3 Modelo de Burgers para el uso de Adhesivos.

CAPÍTULO III: MARCO TEÓRICO

3.1. Flujo electro-osmótico de un fluido newtoniano.

3.2 Modelado matemático del flujo electro-osmótico en un fluido newtoniano.

a. Análisis de proceso.

b. Balance de cantidad de movimiento.

CAPÍTULO IV: SIMULACIONES

Flujo volumétrico.

Función esfuerzo de transferencia.

Aplicación en la sangre humana con colesterol.

CAPÍTULO IV: CONCLUSIONES

BIBLIOGRAFIA.

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

1. Introducción

1.1 Definición de flujo electro-osmótico

El flujo electroosmótico se refiere al movimiento de un líquido a través de un conducto, canal o poroso debido a la aplicación de un campo eléctrico. Este fenómeno se produce cuando se aplica una diferencia de potencial eléctrico a través de un medio poroso o una superficie cargada eléctricamente, lo cual genera la migración del líquido en una dirección específica.

En esencia, el flujo electroosmótico se basa en la interacción entre las cargas eléctricas presentes en el líquido y las cargas superficiales o en la estructura porosa del medio. Si el medio o la superficie están cargados eléctricamente, las cargas del líquido se verán atraídas o repelidas, generando un movimiento neto del líquido en una dirección determinada.

1.1.2 Fenómenos superficiales presentes en el flujo osmótico

En el flujo electroosmótico, existen varios fenómenos superficiales que influyen en el movimiento del líquido. Estos fenómenos se relacionan con las propiedades de la interfaz entre el líquido y la superficie cargada eléctricamente. A continuación, te mencionaré algunos de los fenómenos superficiales más relevantes:

Doble capa eléctrica: Cuando una superficie sólida está en contacto con un líquido, se forma una estructura denominada doble capa eléctrica. Esta consiste en una capa de iones que se adsorben en la superficie sólida y una capa de contriones (iones de carga opuesta) en el líquido adyacente. La interacción entre estas capas y el campo eléctrico aplicado juega un papel importante en el flujo electroosmótico.

Carga de la superficie: La presencia de grupos funcionales cargados en la superficie del material poroso o en la interfaz sólido-líquido es crucial en el flujo electroosmótico. Estas cargas superficiales atraen o repelen a los iones del líquido y generan una distribución de cargas que contribuye al movimiento del líquido.

Hidratación: Las moléculas de agua en la cercanía de la superficie sólida adquieren una orientación específica debido a su interacción con la superficie. Esta hidratación selectiva puede afectar la movilidad de los iones y el flujo del líquido en la interfaz.

Efectos electrocinéticos: Además del flujo neto del líquido, el flujo electroosmótico puede dar lugar a otros fenómenos electrocinéticos. Estos incluyen la migración de iones en el líquido, la generación de corrientes eléctricas y la modificación de la distribución de especies químicas en la interfaz.

Estos fenómenos superficiales interactúan entre sí y con el campo eléctrico aplicado para determinar el comportamiento del flujo electroosmótico. Su comprensión es fundamental para el diseño y la optimización de sistemas y dispositivos que hacen uso de esta técnica, como la microfluídica, la electroforesis y la cromatografía electrocinética capilar.

1.2 Distribución de cargas

La distribución de cargas en el flujo osmótico se refiere a la separación de iones y moléculas cargadas dentro de una membrana semipermeable durante el proceso de ósmosis. La ósmosis es el movimiento de solvente (generalmente agua) a través de una membrana hacia una solución de mayor concentración, con el objetivo de igualar las concentraciones a ambos lados de la membrana.

Cuando se establece un gradiente de concentración entre dos soluciones separadas por una membrana semipermeable, los solutos (iones o moléculas cargadas) presentes en la solución más concentrada pueden afectar el flujo osmótico. La membrana semipermeable permite el paso del solvente (agua) pero restringe el movimiento de los solutos cargados.

1.3 Reología y flujo

a) Fluido Newtoniano

El flujo osmótico en un fluido newtoniano se refiere al comportamiento de un fluido con propiedades newtonianas cuando hay una diferencia de concentración de solutos a través de una membrana semipermeable. En un fluido newtoniano, la velocidad de flujo es directamente proporcional al gradiente de presión aplicado y a la viscosidad del fluido.

En el caso del flujo osmótico, la membrana semipermeable permite el paso selectivo del solvente, pero no de los solutos. Esto crea una diferencia de concentración de solutos a ambos lados de la membrana, lo que genera un flujo neto de solvente desde la región de baja concentración hacia la región de alta concentración.

Cuando el fluido es newtoniano, su viscosidad se mantiene constante independientemente de la velocidad de corte o el esfuerzo aplicado. Esto significa que la relación entre la tensión de corte y la velocidad de deformación es lineal y obedece a la ley de Newton de la viscosidad.

En el caso del flujo osmótico en un fluido newtoniano, la velocidad de flujo del solvente a través de la membrana será proporcional al gradiente de presión aplicado y a la viscosidad del fluido. La presencia de solutos en la solución puede afectar la viscosidad del fluido, pero si esta relación es lineal y proporcional, el comportamiento del flujo osmótico seguirá siendo newtoniano.

Es importante tener en cuenta que el comportamiento del flujo osmótico puede depender de otros factores además de la viscosidad del fluido, como el tamaño y las características de la membrana semipermeable, la diferencia de concentración de solutos y las propiedades de los solutos y el solvente.

En resumen, en un fluido newtoniano, el flujo osmótico se caracteriza por un comportamiento lineal entre la tensión de corte y la velocidad de deformación, siendo proporcional al gradiente de presión aplicado y a la viscosidad del fluido.

b) Fluidos No Newtonianos

Cuando el flujo osmótico ocurre en un fluido no newtoniano, el comportamiento del flujo y la respuesta del fluido son diferentes a los de un fluido newtoniano. En los fluidos no newtonianos, la viscosidad no se mantiene constante, sino que puede variar según la tasa de deformación, el esfuerzo aplicado o la historia del flujo.

En el contexto del flujo osmótico, un fluido no newtoniano puede exhibir diferentes fenómenos y comportamientos, como la pseudoplastia, la dilatancia o la tixotropía, que afectan la relación entre el esfuerzo de corte y la velocidad de deformación.

Por ejemplo, algunos fluidos no newtonianos pseudoplásticos, como ciertos geles o dispersiones coloidales, tienen una viscosidad que disminuye con un aumento en la velocidad de corte. En el caso del flujo osmótico, esto puede implicar que el flujo de solvente a través de la membrana aumente a medida que aumenta el gradiente de presión, ya que la viscosidad disminuye.

Por otro lado, existen fluidos no newtonianos dilatantes, cuya viscosidad aumenta con la velocidad de corte o el esfuerzo aplicado. En el contexto del flujo osmótico, esto podría significar que la viscosidad del fluido aumenta a medida que aumenta el gradiente de presión, lo que podría afectar la cantidad de flujo de solvente a través de la membrana.

Es importante tener en cuenta que el comportamiento del flujo osmótico en un fluido no newtoniano puede ser complejo y depender de las propiedades específicas del fluido, como su reología, la estructura de los solutos y la interacción con la membrana semipermeable.

En resumen, en un fluido no newtoniano, el flujo osmótico puede verse afectado por los cambios en la viscosidad del fluido con la velocidad de corte, el esfuerzo aplicado o la historia del flujo. Diferentes comportamientos reológicos, como la pseudoplastia o la dilatancia, pueden influir en la relación entre el esfuerzo de corte y la velocidad de deformación, y, por lo tanto, en la cantidad de flujo de solvente a través de la membrana semipermeable.

1.4 Aplicaciones

La reología en flujo osmótico tiene aplicaciones en diversas áreas, como la biotecnología, la farmacología y la ciencia de los alimentos. Por ejemplo, en la industria farmacéutica, se utiliza para estudiar la permeabilidad y la liberación de fármacos a través de membranas semipermeables en sistemas de administración de medicamentos. Además, en la ciencia de los alimentos, se utiliza para comprender cómo los componentes y aditivos de los alimentos interactúan con las membranas biológicas durante la digestión y la absorción.

1.5 Objetivos de la tesis

El objetivo general y los objetivos particulares de la presente investigación son mencionados a continuación:

General: Estudiar el efecto del campo eléctrico oscilatorio en el flujo electro osmótico de un líquido viscoelástico con el modelo de Burgers.

Particular-1: Calcular las funciones materiales y dinámicas del sistema como son: función viscosidad, primera y segunda diferencia de esfuerzos normales, perfil de velocidades, velocidad promedio y flujo volumétrico.

Particular 2: Proponer un conjunto de variables adimensionales con el fin de obtener los grupos adimensionales que permitan describir el sistema físico.

Particular 3: Aplicar los modelos matemáticos y algoritmos deducidos en un fluido complejo y describir su comportamiento complejo.

1.6 Hipótesis de la tesis:

Si los parámetros materiales del sistema de estudio afectan el flujo combinado electro-osmótico/gradiente de presión, entonces este, podrá ser cuantificado a través de los grupos adimensionales característicos en el sistema.

CAPÍTULO II

ANTECEDENTES

Modelo de Burgers en la medicina.

Se ha utilizado para describir el comportamiento de materiales visco elásticos, como algunos tejidos biológicos, en respuesta a fuerzas aplicadas. En contexto médico, este modelo se ha utilizado para comprender respuestas de tejidos como la piel, los músculos o incluso vasos sanguíneos a diferentes tipos de tensiones y deformaciones. En la medicina, el modelo de Burgers ha sido relevante en áreas como la biomecánica de los tejidos biológicos. En casos para analizar cómo responde un tejido muscular a la aplicación de fuerzas o cómo se comporta una arteria cuando se aplica presión.

Modelo de Burgers en la experimentación de envejecimiento de pavimento.

En la investigación del envejecimiento de pavimentos, nos ayuda a comprender el comportamiento visco elástico de los materiales asfálticos utilizados en carreteras y pavimentos.

Este modelo se basa en la combinación de un modelo elástico y un viscoso. Se aplica para analizar como los materiales asfálticos cambian con el tiempo debido a la exposición a factores como el tráfico, la temperatura y la humedad. Algunas de las aplicaciones más comunes incluyen:

- Predicción de comportamiento a largo plazo.
- Diseño de mezclas asfálticas.
- Mantenimiento y rehabilitación.
- Evaluación de la vida útil.

Modelo de Burgers para el uso de Adhesivos

Este modelo ha sido de gran utilidad para comprender como los adhesivos se deforman y responden a las fuerzas aplicadas con el tiempo. A menudo se utiliza en la industria para el diseño y evaluación de uniones adhesivas en diversas aplicaciones, como la industria, aeroespacial, automotriz y de la construcción.

Algunas aplicaciones del modelo de Burgers en adhesivos incluyen:

- Diseño de uniones adhesivas.
- Evaluación y durabilidad.
- Optimización de materiales.
- Simulación de fallos.

CAPÍTULO III

MODELO

Descripción física del problema.

La geometría considerada para este problema es mostrada por la **Fig. 2**. En esta hay simetría en la componente z , ($z: z$) el electrolito de estructura viscoelástica en un micro canal circular con una superficie hidrofóbica con uniforme zeta potencial, ψ_a , es considerado. La longitud del micro canal L , es mucho mayor que $r = R_1$ y $r = R_2$. El flujo rectilíneo isotérmico es impulsado por una fuerza electro osmótica pulsátil, este último inducido por el efecto simultáneo de la EDL formada en la interfaz entre el líquido y la superficie del micro canal y la repentina imposición de un campo eléctrico externo dependiente del tiempo, dado por:

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0 n(t) \quad (1)$$

En la Eq. (1) δ es un parámetro de perturbación pequeño, $n(t)$ es una función oscilatoria, que es una subclase de ruido de las funciones estocásticas aleatorias. Esta función representa el cambio del campo eléctrico en función del tiempo, que se puede expresar en términos de una función oscilatoria más simple:

$$n(t) = \text{Exp}(\omega_0 t) \quad (2)$$

En la Eq. (2), $\{a_1, a_2\}$ son las amplitudes de la función oscilatoria, ω es la frecuencia y t , es el tiempo de procesamiento A 2D coordenadas del sistema en geometría cilíndrica (r, z) se adopta, en el que el origen se sitúa en el extremo inferior izquierdo de la geometría capilar. Adicionalmente se hacen las siguientes suposiciones: (i) La viscosidad es proporcional con el número de enlaces, conexiones, o enmarañamiento. También, el cambio en la viscosidad se debe a la construcción y destrucción de la microestructura. (ii) La longitud de Debye, denotada con $\lambda_D = (k_B T z^2 n_\infty \epsilon^{-1})^{1/2}$, es mucho más pequeña que r_0 , i.e., $\lambda_D/r_0 \ll 1$; aquí, ϵ , k_B , T , e , z y n_∞ denota la permisividad dieléctrica del disolvente, la constante de Boltzmann, la temperatura absoluta, la carga elemental, y la valencia y la concentración del seno del fluido, respectivamente. (iii) La densidad de carga neta en the DCE también conocida como distribución de Boltzmann, que sigue siendo válido si la frecuencia del campo eléctrico externo no es muy alta (e.g., menos que 1 MHz) (**Teodoro et al. 2019, Sánchez et al. 2013**)

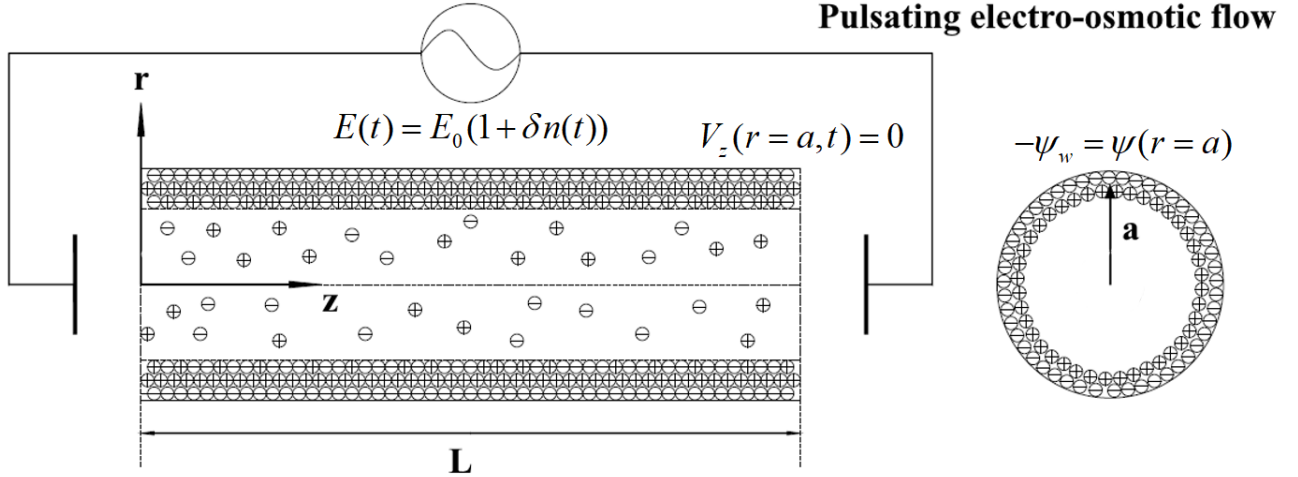


Figura 2. Muestra la distribución de cargas en la pared cuando el campo eléctrico es aplicado en dirección axial.

Ecuaciones Constitutivas.

Ecuaciones de conservación de masa y momentum.

Las ecuaciones constitutivas estas describen la física del sistema son la ecuación de balance de masa sin reacción y la ecuación de Cauchy (**Herrera-Valencia 2017; Byron et al. 1987**):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (3)$$

$$\Sigma \rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \Sigma \rho \mathbf{g} \quad (4)$$

Y la derivada material del campo de velocidad vectorial

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \quad (5)$$

En la Eq. (3), ρ es la densidad del líquido, ∇ es el operador especial nabla, \mathbf{v} es el vector de velocidad, $\partial/\partial t$ derivada parcial con respecto al tiempo, \mathbf{T} es el tensor de esfuerzo total, p es el escalar de presión, Φ_e es el escalar gravitacional, $\boldsymbol{\sigma}$ es un tensor de esfuerzo viscoelástico, $\mathbf{E}(t)$ es el campo eléctrico de entrada, and ρ_e la densidad de carga eléctrica del líquido.

Ecuación constitutiva reológica

El modelo reológico propuesto aquí es un modelo lineal de Burgers que contiene cuatro propiedades materiales asociada con el polímero-polímero y los mecanismos de relajación, respectivamente. Se puede deducir a través de una configuración mecánica paralela.

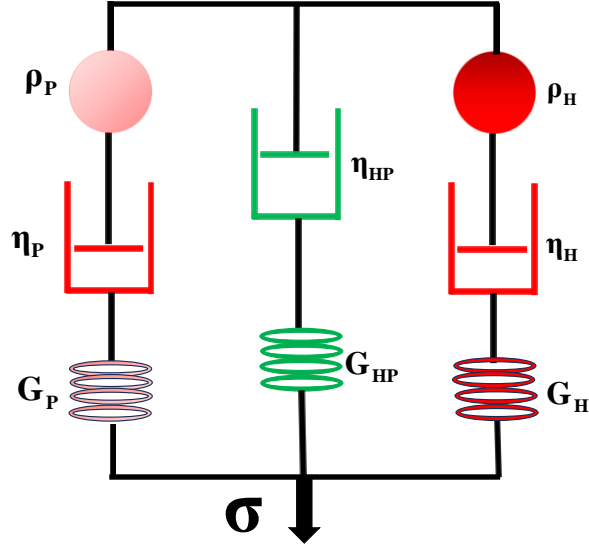


Figure 3. Muestra de distribución de cargas en la pared cuando el campo eléctrico es aplicado en dirección axial.

La expresión generalizada viene dada por la siguiente expresión matemática:

$$\sigma + \Sigma_{\lambda}^{\nabla} \sigma + \Pi_{\lambda}^{\nabla\nabla} \sigma + P_{\lambda}^{\nabla\nabla\nabla} \sigma = 2\Sigma\eta \left(\mathbf{D} + \Sigma_{\lambda_j}^{\nabla} \mathbf{D} + \Pi_{\lambda_j}^{\nabla\nabla} \mathbf{D} \right) \quad (6)$$

En la Eq. (6) en la derivada conectiva superior de Maxwell σ^{∇} es una medida de la elasticidad del sistema en grandes deformaciones. Matemáticamente está definida por la siguiente expresión:

$$\sigma^{\nabla} = \frac{D}{Dt} \sigma - \nabla \mathbf{v}^T \cdot \sigma - \sigma \cdot \nabla \mathbf{v} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \sigma - (\nabla \mathbf{v})^T \cdot \sigma - \sigma \cdot \nabla \mathbf{v} \quad (7)$$

$$\mathbf{D}^{\nabla} = \frac{D}{Dt} \mathbf{D} - \nabla \mathbf{v}^T \cdot \mathbf{D} - \mathbf{D} \cdot \nabla \mathbf{v} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \mathbf{D} - (\nabla \mathbf{v})^T \cdot \mathbf{D} - \mathbf{D} \cdot \nabla \mathbf{v} \quad (8)$$

Y la derivada material sustancial del esfuerzo cortante σ

$$\frac{D}{Dt} \sigma = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \sigma \quad (9)$$

Y para el esfuerzo cortante \mathbf{D}

$$\frac{D}{Dt} \mathbf{D} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \mathbf{D} \quad (10)$$

En la Eqs. (6) y (10) \mathbf{D} es grado de deformación, dada por las siguientes expresiones:

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} \left(\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T \right) \quad (11)$$

En el régimen de viscoelasticidad (pequeñas deformaciones), la ecuación de estado reológica se puede simplificar a la ecuación de estado reológica de Burgers:

$$\boldsymbol{\sigma} = O_\eta \left(\frac{\partial}{\partial t} \right) 2\mathbf{D} \quad (12a)$$

En la Eq. (12a) el operador lineal de la viscosidad se define como:

$$O_\eta^{\text{MM}} \left(\frac{\partial}{\partial t} \right) = \Sigma \eta \frac{1 + \Sigma_{\lambda_j} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\Sigma_G P_\lambda}{\Sigma \eta} \frac{\partial^2}{\partial t^2}}{1 + \Sigma_\lambda \frac{\partial}{\partial t} + \Pi_\lambda \frac{\partial^2}{\partial t^2} + P_\lambda \frac{\partial^2}{\partial t^2}} \quad (12b)$$

Propiedades materiales ($\lambda_H, \lambda_P, \lambda_{PH}, \varphi_H^{-1}, \varphi_P^{-1}, \varphi_{PH}^{-1}, G_H, G_P, G_{PH}$) están relacionadas con el fluido. En las Eqs. (6a) y (12b) se ha definido la siguiente combinación de parámetros de material:

$$\begin{aligned} \Sigma \eta &= \eta_H + \eta_P + \eta_{PH} = G_H \lambda_H + G_P \lambda_P + G_{HP} \lambda_{HP} \\ \Sigma_\lambda &= \lambda_H + \lambda_P + \lambda_{HP} \\ \Sigma_G &= G_H + G_P + G_{HP} \\ \Pi_\lambda &= \lambda_H \lambda_P + \lambda_P \lambda_{HP} + \lambda_H \lambda_{HP} \\ P_\lambda &= \lambda_H \lambda_P \lambda_{HP} \\ \Sigma_{\lambda_j} &= \frac{\eta_H (\lambda_P + \lambda_{HP}) + \eta_P (\lambda_H + \lambda_{HP}) + \eta_{HP} (\lambda_P + \lambda_H)}{\eta_H + \eta_P + \eta_{HP}} \\ \Pi_{\lambda_j} &= \frac{\Sigma_G P_\lambda}{\Sigma \eta} \end{aligned} \quad (12c-e)$$

Modelo matemático de FEO

Ecuación de Continuidad

Asumiendo que el líquido es incompresible, la densidad no es función de la posición y el tiempo, así que la derivada material del tiempo está dada por:

$$\frac{D\rho(\mathbf{r},t)}{Dt} = 0 \Leftrightarrow \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (13)$$

Ecuación (13) implica que la velocidad axial no depende de la coordenada z , i.e., $\partial_z v_z = 0$, y asumiendo simetría cilíndrica, $\partial_\theta v_z = 0$.

Velocidad axial, tensor gradiente espacial, viscoelástico stress tensor

En adición, el proceso es isotérmico y el fluido solo está en la dirección z , los componentes s de la velocidad son los siguientes:

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_z(r,t) \end{pmatrix} \quad (14)$$

El tensor gradiente de velocidad $\nabla \mathbf{v}$ son dados por:

$$\nabla \otimes \mathbf{v}^T = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes (0 \quad 0 \quad v_z(r,t)) = \frac{\partial v_z(r,t)}{\partial r} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (15)$$

El esfuerzo cortante \mathbf{D} puede ser calculado con la Eq. (15)

$$2\mathbf{D} = \nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T = \frac{\partial v_z(r,t)}{\partial r} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (16a)$$

El tensor de esfuerzo cortante viscoelástico $\boldsymbol{\sigma}$ está dado por:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{rr} & 0 & \sigma_{rz} \\ 0 & \sigma_{\theta\theta} & 0 \\ \sigma_{zr} & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (16b)$$

Flujo volumétrico y aumento de fluido.

El flujo volumétrico, puede ser calculado con la integral doble con respecto al radio y coordenadas polares, como e muestra en la siguiente ecuación:

$$Q(t) = \int_0^{2\pi} \int_0^a v_z(r,t) r dr d\theta \quad (17)$$

En la Eq. (17) se utilizó la condición de velocidad antideslizante en la pared.

Potencial de campo dentro de la doble capa eléctrica

Seguendo la investigación de **Rojas et al. (2017)**, el flujo investigado es estable y totalmente desarrollado, las dobles capas eléctricas (EDLs) son delgadas para que no hay interferencia una con la otra. Estas condiciones simplifican la ecuación constitutiva de Nernst-Planck, el iónico y potencia eléctrico del campo ψ y distribuciones. Si un líquido está en contacto con una superficie dieléctrica, hay interacciones entre los iones y la pared, lo que lleva a una distribución espontanea de carga del fluido en la pared. La pared adquiere una carga y los contraiones en el flujo son atraídos por la pared mientras que los co-aniones son repelidos. En la Eq. (26) Φ_e es el campo eléctrico aplicado y ψ es el potencial de pared adquirido en la pared por el contacto del fluido complejo con la pared.

$$\nabla^2 \Phi_e + \nabla^2 \psi = -\frac{1}{\epsilon} \rho_E(r) \quad (18a)$$

Suponiendo la ley de la conservación de la masa en los iones positivos, la expresión obtenida es la siguiente:

$$\frac{\partial n_i^\pm}{\partial t} = -\nabla \cdot \left[-D \nabla n_i^\pm + V_i n_i^\pm \right] \quad (18b)$$

En estado estacionario, y suponiendo cambios solamente en dirección axial, y la velocidad axial $V_{i_z} = \mu_i E_z$; entonces z-potencial es definido por: $\Psi(r) = \mu_i E_z z$, entonces las funciones de iones son dada por la siguiente función:

$$n_i^\pm = n_{i0} \text{Exp} \left[\pm \left(-\frac{V_i}{D} z \right) \right] = n_{i0} \text{Exp} \left[\pm \left(-\frac{E_z}{D/\mu_i} z \right) \right] = n_{i0} \text{Exp} \left[\pm \frac{(-\Psi(r))}{k_B T/ze} \right] \quad (18c)$$

Entonces, el total de aniones y contraiones viene dado por la siguiente ecuación:

$$n_i = n_i^+ - n_i^- = n_{i0} \left(\text{Exp} \left[\frac{(-\Psi(r))}{k_B T/ze} \right] - \text{Exp} \left[-\frac{(-\Psi(r))}{k_B T/ze} \right] \right) \quad (18d)$$

Entonces

$$\rho(r) = \sum_{i=1}^{\infty} n_i e z_i = \sum_{i=1}^{\infty} n_i^+ e z_i - \sum_{i=1}^{\infty} n_i^- e z_i; n_{\infty} e z = \sum_{i=1}^{\infty} n_{i0} e z_i \quad (18e)$$

Cuando, la densidad de carga de los iones móviles puede ser expresada en términos de una función hiperbólica

$$\rho_E(r) = 2n_0 z e \text{Sinh} \left(\frac{-\Psi(r)}{k_B T/ze} \right) = -2n_0 z e \text{Sinh} \left(\frac{\Psi(r)}{k_B T/ze} \right) \quad (19)$$

Suponiendo que el campo eléctrico es muy pequeño $ze\psi(r)/k_B T \ll 1$, y tomando la si($\text{Sinh}(x) \cong x$) la Eq. (19) puede ser simplificado de la siguiente forma:

$$\rho_E(r) = -2n_0 \frac{z^2 e^2}{k_B T} \psi(r) \quad (20)$$

Si el potencial eléctrico aplicado Φ_e , satisfice la ecuación de Laplace $\nabla^2 \Phi_e = 0$ y utilizando este principio, la ecuación de Poisson-Boltzmann resulta de la sustitución de la Eq. (27b) en la Eq. (26) tomando la siguiente forma lineal simple [48]:

$$\left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + (i\alpha)^2 \right\} \psi(r) = 0 \quad (21)$$

En la Eq. (26a), la contribución de $\psi(r)$ en la dirección axial, se desprecia con respecto a la posición radial ($L/a \ll 1$), por lo que se hace la siguiente suposición: $r^{-1} \partial / \partial r \{ r \partial \psi(r) / \partial r \} \gg \partial^2 / \partial z^2 \psi(r)$.

$$(i\alpha)^2 \frac{\partial^2 \psi(r)}{\partial (ir)^2} + ir \frac{\partial \psi(r)}{\partial ir} + (i\alpha)^2 \psi(r) = 0 \quad (22)$$

En la Eq. (26b) el parámetro $\alpha^2 = 2n_0 e^2 z^2 / (\epsilon k_B T)$ es el parámetro de Debye-Hückel, relacionado con el espesor de capa de Debye, $\lambda_D = 1/\alpha$ (normalmente referido como EDL espesor). Esta aproximación es válida cuando el espesor de Debye es muy pequeño pero finito, i.e., para $a/\lambda_D \in [10^1, 10^3]$. Consecuenmente, se limita el potencial el potencial inducido para que su energía no supere la energía térmica de manera similar a lo reportado por **Rojas et al. (2017)**. La solución general de la Eq. (28b) está dada en términos de una combinación lineal de las funciones de Bessel modificada,

$$\psi(r) = C_1 I_0(\alpha r) + C_2 K_0(\alpha r) \quad (23)$$

Ecuación (23) se puede resolver sujeto al siguiente potencial z asimétrico en la pared: (i) $\psi(a) = \psi_a$ y (ii) $\psi(0) = \text{finito}$. La solución de la Eq. (23c) está dada en términos de la función modificada de Bessel:

$$C_1 = \frac{\psi_a}{I_0(\alpha a)} \quad (24)$$

$$C_2 = 0 \quad (25)$$

Finalmente, la distribución de la carga neta Eq. (29) se reduce a:

$$\rho_E(\mathbf{r}) = -\varepsilon\alpha^2\psi(\mathbf{r}) \quad (26)$$

y

$$\rho_E(\mathbf{r}) = \varepsilon\alpha^2\psi_w \left(\frac{I_0(\alpha\mathbf{r})}{I_0(\alpha a)} \right); \psi_w = -\psi_a \quad (27a,b)$$

Ecuación (27) es una medida de la distribución de densidad eléctrica en el seno del fluido en el sistema.

Grupos de variables adimensionales.

Para facilitar el análisis físico, el siguiente grupo de variables adimensionales son sugeridos: (i) Velocidad axial, (ii) función fluidez, (iii) esfuerzo cortante, (iv) coordenada radial, (iv) flujo volumétrico y (v) tiempo.

$$vz = \frac{vz}{V_{HS}}; \varphi = \Sigma_G \Sigma_\lambda \varphi; \sigma_{zr} = \frac{\sigma_{zr}}{\Sigma_G}; r = \frac{r}{a}; Q = \frac{Q}{\pi a^2 V_{HS}}; t = \Sigma_\lambda t \quad (28a-f)$$

En un régimen viscoelástico lineal las variables son las siguientes: (vi) Función transferencia, (vii) frecuencia, (viii) Parámetro betha, (ix) Parámetro alfa y (x)

$$T(\omega) = \Sigma_\lambda \Sigma_G T(\omega); O_\Phi^B(i\omega) = \Sigma_\lambda \Sigma_G O_\Phi^B(i\omega); \Sigma\eta = \frac{\Sigma\eta}{\Sigma_G \Sigma_\lambda}; \omega = \Sigma_\lambda \omega \quad (29h-k)$$

$$\beta = \beta a; \alpha = \alpha a$$

Una vez que las variables adimensionales se sustituyen en las ecuaciones constitutivas, y usando la tensión de esfuerzo electroosmotica característica, velocidad y tensión de corte característica: (i) $\sigma_E = \varepsilon\psi_w E_0/\lambda_D$, (ii) $V_{HS} = \varepsilon\psi_w E_0/\Sigma_G \Sigma_\lambda$ and (iii) $d\gamma_{HS}/dt = V_{HS}/a$, el siguiente grupo adimensional es obtenido:

$$\alpha = \alpha a = \sqrt{a^2 \frac{n_0 z^2 e^2}{\varepsilon k_B T}} \quad (31)$$

El número de Debora está dado por la siguiente expresión:

$$De = \frac{\sqrt{\rho a^2 / \Sigma_G}}{\Sigma_\lambda} \quad (32)$$

Y número oscilatorio Weissenberg:

$$We = \Sigma_\lambda \omega_0 \quad (33)$$

La viscosidad total está dada por:

$$\Sigma\eta = \eta_H + \eta_P + \eta_{PH} = G_H \lambda_H + G_P \lambda_P + G_{HP} \lambda_{HP} \quad (34)$$

$$\Pi_{\lambda} = \lambda_H \lambda_P + \lambda_P \lambda_{HP} + \lambda_H \lambda_{HP} \quad (35)$$

$$P_{\lambda} = \lambda_H \lambda_P \lambda_{HP} \quad (36)$$

$$\Sigma_{\lambda_j} = \frac{\eta_H (\lambda_P + \lambda_{HP}) + \eta_P (\lambda_H + \lambda_{HP}) + \eta_{HP} (\lambda_P + \lambda_H)}{\eta_H + \eta_P + \eta_{HP}} \quad (37)$$

$$\Pi_{\lambda_j} = \frac{P_{\lambda}}{\Sigma \eta} \quad (38)$$

Y sus respectivos multiplicadores de Lagrange para estos grupos adimensionales están dados por:

$$\lambda_H + \lambda_P + \lambda_{HP} = 1 \quad (39)$$

Y

$$G_H + G_P + G_{HP} = 1 \quad (40)$$

Estos números adimensionales describen un espacio material, donde la respuesta dinámica entre la fuerza de entrada (fuerza eléctrica) y el flujo volumétrico de salida es máxima.

De acuerdo con las restricciones Eq. (35) and Eq. (39)

$$\Pi_{\lambda} = \lambda_P + \lambda_H - \lambda_P^2 - \lambda_H^2 - \lambda_H \lambda_P \quad (41)$$

Los puntos críticos de la Eq. (41) son expresados de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi_{\lambda}}{\partial \lambda_P} &= 1 - 2\lambda_P - \lambda_H = 0 \\ \frac{\partial \Pi_{\lambda}}{\partial \lambda_H} &= 1 - 2\lambda_H - \lambda_P = 0 \end{aligned} \quad (42a,b)$$

La solución para el sistema está dada por: $\lambda_H = \lambda_P = 1/3$. El Hessiano para este sistema, puede ser expresado de la siguiente forma:

$$\det \left[H \left(\lambda_P = \frac{1}{3}, \lambda_H = \frac{1}{3} \right) \right] = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \Pi_{\lambda}}{\partial \lambda_P^2} & \frac{\partial^2 \Pi_{\lambda}}{\partial \lambda_P \partial \lambda_H} \\ \frac{\partial^2 \Pi_{\lambda}}{\partial \lambda_H \partial \lambda_P} & \frac{\partial^2 \Pi_{\lambda}}{\partial \lambda_H^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = 3 > 0 \quad (43)$$

Entonces, el sistema tiene un punto máximo en $\lambda_H = \lambda_P = 1/3$, y está dada por $\Pi_{\lambda} = 3(1/9) = 1/3$. Así también, se cumplen las siguientes desigualdades:

$$\begin{aligned}
10^{-4} = \varepsilon &= (\Sigma\eta)_{\min} < \Sigma\eta = (\Sigma\eta)_{\max} < 1 \\
10^{-4} = \varepsilon &= (\Pi_\lambda)_{\min} < \Pi_\lambda = (\Pi_\lambda)_{\max} = 1/3 \\
10^{-4} = \varepsilon &= (P_\lambda)_{\min} < P_\lambda = (P_\lambda)_{\max} = 1/9 \\
10^{-4} = \varepsilon &= (\Sigma_{\lambda_j})_{\min} < \Sigma_{\lambda_j} = (\Sigma_{\lambda_j})_{\max} = 2/3
\end{aligned}
\tag{44}$$

Teniendo en cuenta que, la máxima contribución de la viscoelasticidad, cuando el sistema muestra los mismos valores de los tiempos de relajación i.e., $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \dots + \lambda_n = 1 \Rightarrow \lambda_n = 1/n$. En particular, si las interacciones entre el disolvente y el polímero son insignificantes, el siguiente problema viene dado por las siguientes restricciones: $G_t + G_b = 1$; $\lambda_t + \lambda_b = 1$. La optimización del problema se reduce a la siguiente expresión analítica:

$$\Pi_\lambda = \lambda_t \lambda_b = \lambda_t (1 - \lambda_t)
\tag{45}$$

El punto crítico de la Eq. (45), que corresponden a dos modos (solvente y contribuciones del polímero) está dada por $\lambda_H = \lambda_P = 1/2$. El máximo valor de $\Pi_\lambda = 1/4$. Y corresponde a las siguientes desigualdades dadas por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
10^{-4} = \varepsilon &= (\Sigma\eta)_{\min} < \Sigma\eta = (\Sigma\eta)_{\max} < 1 \\
10^{-4} = \varepsilon &= (\Pi_\lambda)_{\min} < \Pi_\lambda = (\Pi_\lambda)_{\max} = 1/4
\end{aligned}
\tag{46}$$

- a) El primer número adimensional α se trata de una competencias entre los mecanismos térmicos (teorema de equiparticion) y mecanismos eléctricos.
- b) El Seguro número adimensional es el número de Deborah, el cual es una medida de inercial/seno del fluido-elastico y mecanismos viscoelásticos.

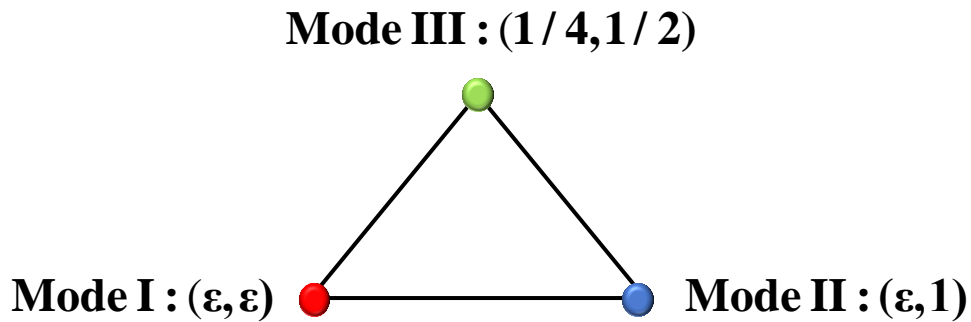


Figura 4. Muestra de distribución de cargas en la pared cuando el campo eléctrico es aplicado en dirección axial.

De acuerdo con **Baños et al. (2020)**, las restricciones típicas empleadas en el sistema electro osmótico pulsátil son las siguientes: Para evitar posibles calentamientos Joule e inestabilidades electrocinéticas debido al campo eléctrico aplicado, la amplitud del campo eléctrico $E_z(t)$ debe ser restringida a $E_0 < 100$ V/nm (**Morgan & Green 2006**); por lo tanto $E_0 \sim 10^3$ V/m tiene que ser considerada. La densidad de la sangre es $\rho \sim 10^3$ kg/m³. La longitud del micro canal $L \sim 10^{-2}$ m y su altura ($= 5-100$) μ m, tal que $\alpha \sim O(10^{-3})$. Para la simetría (z:z) solución de electrolito, la valencia $z = 1$, número de concentración del seno del fluido $n_\infty = 10^3$ N_AM con el número de Avogadro $N_A = 6.022 \times 10^{23}$ 1/mol and M es la concentración molar del electrolito. La permitividad dieléctrica $\epsilon_r \sim O(10^2)$, la constante Boltzmann $k_B = 1.38 \times 10^{-23}$ J K⁻¹, la carga elemental $e = 1.602 \times 10^{-19}$ C, y la temperatura absoluta $T = 298$ K. La frecuencia asume valores de $\omega \sim 400$ Hz hasta 360 kHz, y la longitud de Debye de es considerada $\lambda_D \sim 15$ hasta 300 nm . Los materias parámetros de la simulación son dados en la siguiente Tabla 1 y ellos fueron tomados de Soltero et al. 1999.

Tabla1. Propiedades materiales de sangre con colesterol alto

Propiedad Material	Tiempo de relajación	Módulos de corte elástico	Fluidez a baja tasa de corte	Tiempo de Retardo
Sangre (wt. %)	λ [s]	G_0 [Pa]	$\varphi_0 = 1/\eta_0$ [Pa ⁻¹ s ⁻¹]	λ_J [Pa ⁻¹ s ⁻¹]
Bajo	0.12	41.5	0.0275	19.8
Intermedio	0.33	176.0	0.0061	15.0
Alto	0.38	138.0	0.0050	12.6

Las ecuaciones adimensionales para velocidad axial, flujo volumétrico, aumento de flujo, función fluidez pulsátil, distribución electrolítica y la función oscilatoria pulsátil vienen dadas por las siguientes ecuaciones:

Ecuaciones de grupos adimensionales

Continuidad

Suponiendo flujo rectilíneo uniforme, incompresible, viscoelástico, líquido electrolítico condiciones isotérmicas, y los mecanismos gravitaciones son pequeños en comparación con otras fuerzas, la ecuación de continuidad es dada por la siguiente

$$\frac{\partial v_z(r,t)}{\partial z} = 0 \quad (47)$$

Ecuación (42) implica que no hay flujo extensional en el Sistema. La ecuación de balance de momentum puede ser escrita de la siguiente forma analítica:

$$De^2 \frac{\partial v_z(r,t)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{rz}) + \alpha^2 \frac{I_0(\alpha r)}{I_0(\alpha a)} E(t) \quad (48)$$

En la Eq. (48), E(t) es un mecanismo eléctrico puede ser representados en la siguiente forma periódica, i.e.

$$E(t) = \text{Re}\{\text{Exp}(iWet)\} \quad (49)$$

Los componentes de la ecuación constitutiva reológica de estado son dados de la siguiente manera:

$$\sigma_{rz}(r,t) = \frac{1}{O_\phi^{MM}\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)} \frac{\partial v_z(r,t)}{\partial r} \quad (50)$$

De la Eq. (50), el operador fluidez de Burger puede ser expresando de la siguiente manera:

$$O_\phi^{MM}\left(\frac{\partial}{\partial t}\right) = \frac{\frac{\partial v_z(r,t)}{\partial r}}{\sigma_{rz}} = \frac{1}{\Sigma\eta} \frac{1 + \frac{\partial}{\partial t} + De_G^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2}}{1 + \frac{De_G^2}{\Sigma\eta} \frac{\partial}{\partial t}} \quad (51)$$

Una vez la última ecuación es sustituida en la componente z, de la ecuación de momentum, se obtiene la siguiente ecuación diferencial parcial:

$$v_z(r,t) = \frac{O_\phi^{MM}\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)}{\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} + i^2 De^2 O_\phi^{MM}\left(\frac{\partial}{\partial t}\right) \frac{\partial}{\partial t}} \alpha^2 \frac{I_0(\alpha r)}{I_0(\alpha)} E(t) \quad (52)$$

Ecuación (52) puede ser resuelta con la Transformada de Fourier y la función transferencia se puede obtener a partir de esta aproximación. Suponiendo condiciones de no deslizamiento, $v_z(r=1,t) = 0$ y la función de la velocidad axial debe estar delimitado por el centro de la geometría cilíndrica, se obtiene la siguiente expresión para la velocidad axial:

$$T(r,\alpha,\beta,\omega) = \frac{v_z(r,\omega)}{E(\omega)} = \text{Re}[T(r,\alpha,\beta,\omega)] + i\text{Im}[T(r,\alpha,\beta,\omega)] \quad (53)$$

Donde la función de transferencia local está dada por la siguiente expresión:

$$T(r, \alpha, \beta, \omega) = O_{\phi}^{MM}(i\omega) \frac{\alpha^2}{(i\beta)^2 + i^2(i\alpha)^2} \left(\frac{I_0(\alpha r)}{I_0(\alpha)} - \frac{I_0(\beta r)}{I_0(\beta)} \right) \quad (54)$$

Cuando el parámetro β depende del número de Deborah De y la complancia compleja

$$\beta = i\omega De \sqrt{J_{MM}^*(i\omega)} \quad (55)$$

Y complancia compleja está dado en términos del operador fluidez

$$J_{MM}^*(i\omega) = \frac{O_{\phi}^{MM}(i\omega)}{i\omega} = \frac{1}{\Sigma\eta} \frac{1}{i\omega} \frac{1 + (i\omega) + De_G^2(i\omega)^2}{1 + \frac{De_G^2(i\omega)}{\Sigma\eta}} \quad (56)$$

Integrando Eqs. (53-57) sobre el área de sección trasversal, se encuentra el flujo volumétrico:

$$Q(\omega) = 2 \int_0^1 v_z(r, \omega) r dr = T_F(\beta, \alpha, \omega) E(\omega) \quad (57)$$

La función transferencia en la Eq. (57) tiene la siguiente forma analítica:

$$T_F(\beta, \alpha, \omega) = 2 \int_0^1 T(r, \beta, \alpha, \omega) r dr = \frac{Q(\omega)}{E(\omega)} = \text{Re}[T_F(\beta, \alpha, \omega)] + i \text{Im}[T_F(\beta, \alpha, \omega)] \quad (58)$$

Cuando la función transferencia en el flujo puede ser expresada en términos de un promedio la función espacial de transferencia puede ser expresada de la siguiente manera:

$$T_F(\alpha, \beta, \omega) = O_{\phi}^{MM}(i\omega) \frac{2\alpha^2}{(i\beta)^2 + i^2(i\alpha)^2} \left(\frac{I_1(\alpha)/\alpha}{I_0(\alpha)} - \frac{I_1(\beta)/\beta}{I_0(\beta)} \right) E(i\omega) \quad (59)$$

Ecuación (59) es la función transferencia del fluido del sistema, donde la variable de entrada es el campo eléctrico y la salida es el caudal volumétrico. Teniendo en cuenta que, Eq. (59) contiene información sobre el campo termoeléctrico y los mecanismos reológicos de inicio.

Función transferencia de esfuerzo cortante en la pared

El esfuerzo cortante en la pared puede ser calculado con la Eq. (43)

$$\sigma_w = -\sigma_{rz}|_{r=1} = -\frac{1}{O_{\phi}^{MM}(i\omega)} \left. \frac{\partial v_z(r, \omega)}{\partial r} \right|_{r=1} = T_S(\alpha, \beta, \omega) E(\omega) \quad (60)$$

Sustituyendo el perfil de velocidades complejo, Sustituyendo el complejo perfil de velocidades, Eq. (39) en Eq. (46), la compleja función de transferencia es obtenida:

$$\begin{aligned}
T_s(\alpha, \beta, \omega) = T(r=1, \alpha, \beta, \omega) &= \frac{\sigma_w}{E(\omega)} = \text{Re}[T_s(\alpha, \beta, \omega)] + i\text{Im}[T_s(\alpha, \beta, \omega)] \\
&= \frac{(i\alpha)^2}{(i\beta)^2 + i^2(i\alpha)^2} \left(\alpha \frac{I_1(\alpha)}{I_0(\alpha)} - \beta \frac{I_0(\beta)}{I_0(\beta)} \right)
\end{aligned}$$

(61)

Ecuación (61) relaciona la interacción entre la fuerza del campo eléctrico con la tensión en la pared viscoelástica. La norma de ambas funciones de transferencia está dada por:

$$|T_x(\alpha, \beta, \omega)| = \sqrt{(\text{Re}[T_x(\alpha, \beta, \omega)])^2 + (\text{Im}[T_x(\alpha, \beta, \omega)])^2}; X = \{F, S\} \quad (62)$$

CAPÍTULO IV

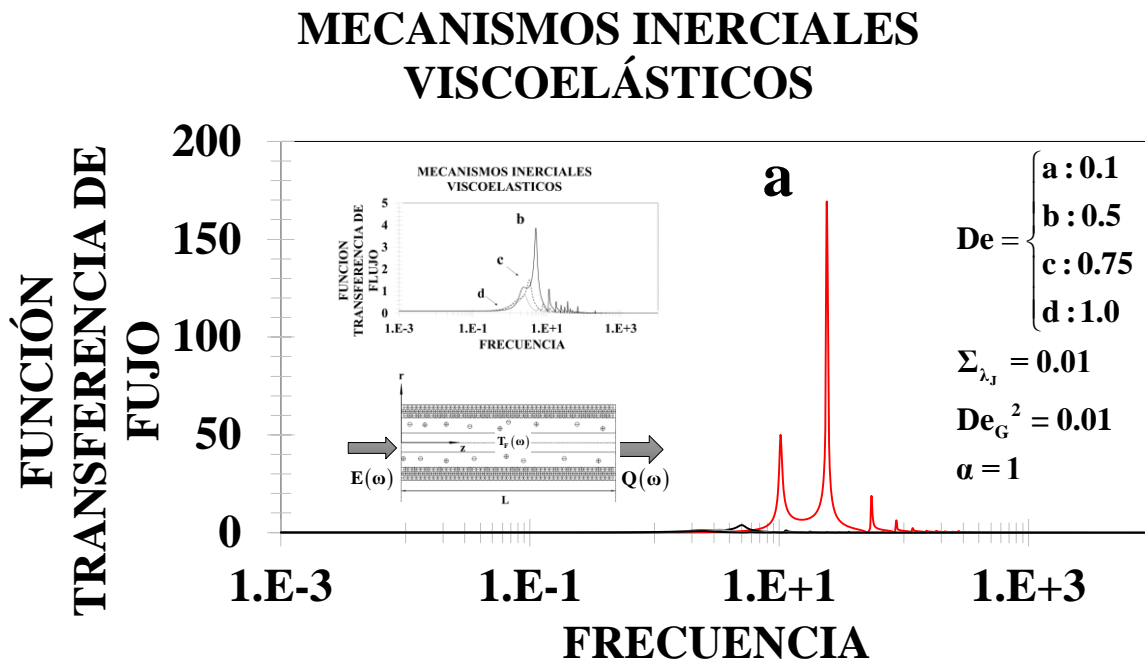
SIMULACIONES

Resultados

En esta sección, se muestran los resultados de la investigación. Los resultados están basados en perturbaciones regulares de orden cero, primero y segundo orden respectivamente.

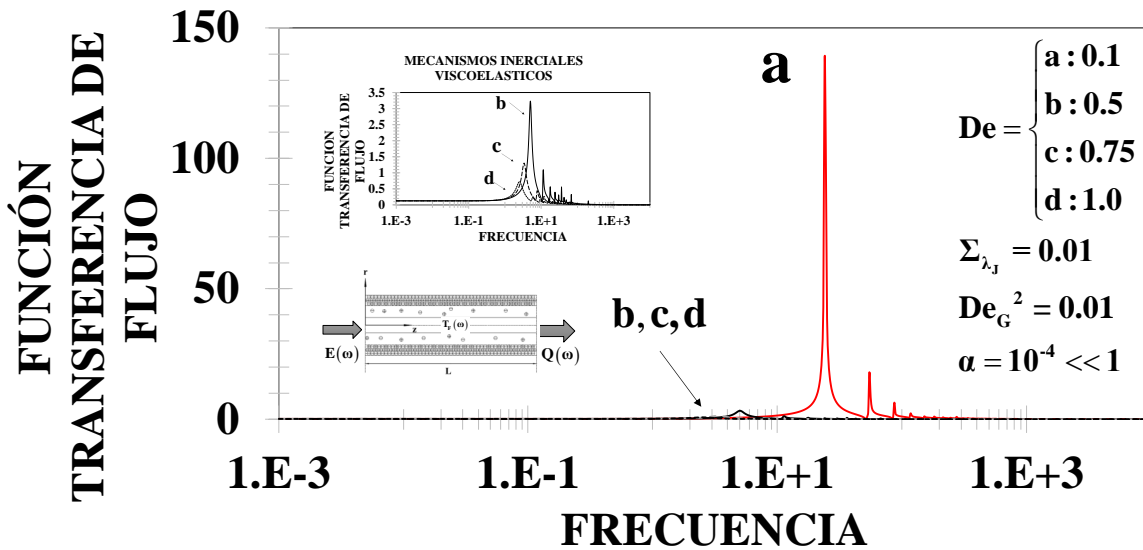
Mecanismos viscoelásticos inerciales.
Flujo volumétrico.

(a)



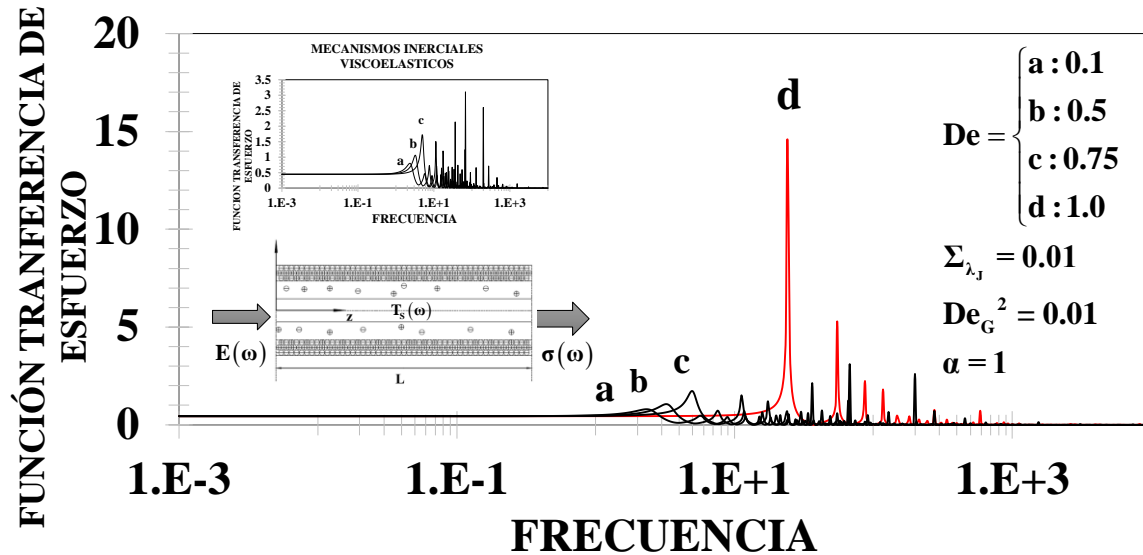
(b)

MECANISMOS INERCIALES VISCOELÁSTICOS



Función esfuerzo de transferencia

MECANISMOS INERCIALES VISCOELÁSTICOS

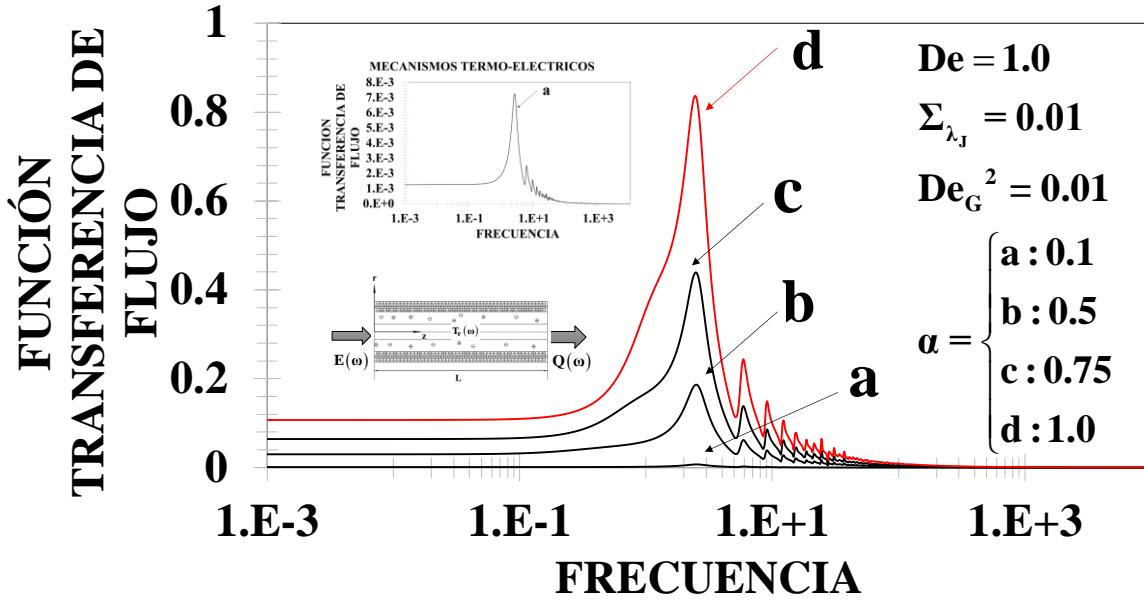


(c)

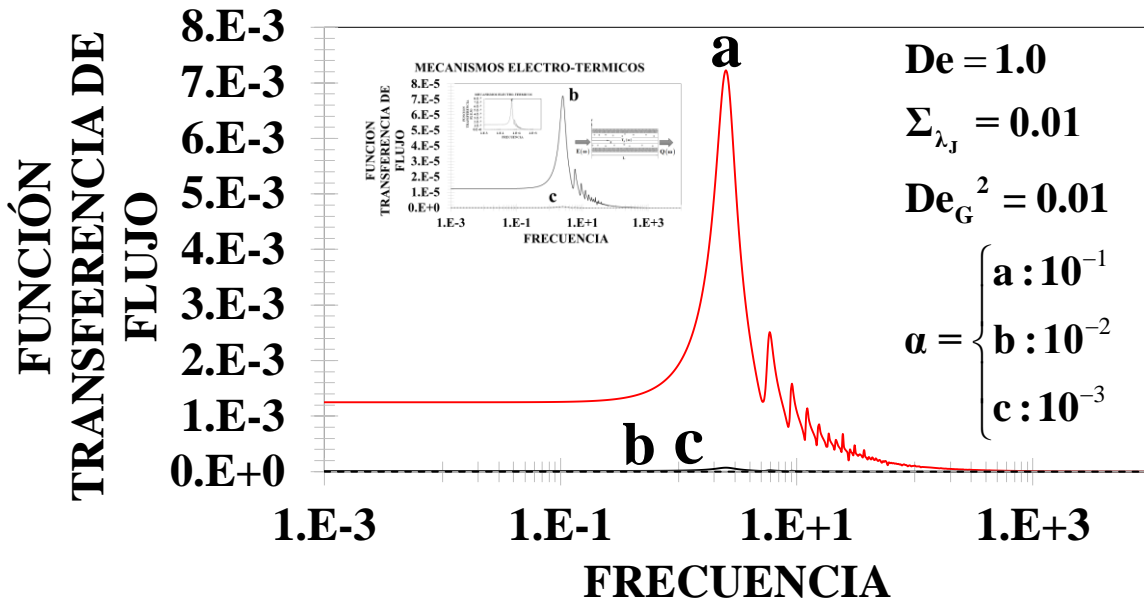
Figura 6. (a) distribución de carga eléctrica vs distribución de carga eléctrica vs coordenada radial y (b) flujo mejorado vs esfuerzo de la pared en función del número adimensional α . Los efectos de los números adimensionales α Se ocupa de la energía en el sistema para alcanzar el pico máximo.

Mecanismos termoeléctricos.

MECANISMOS TERMO-ELECTRICOS



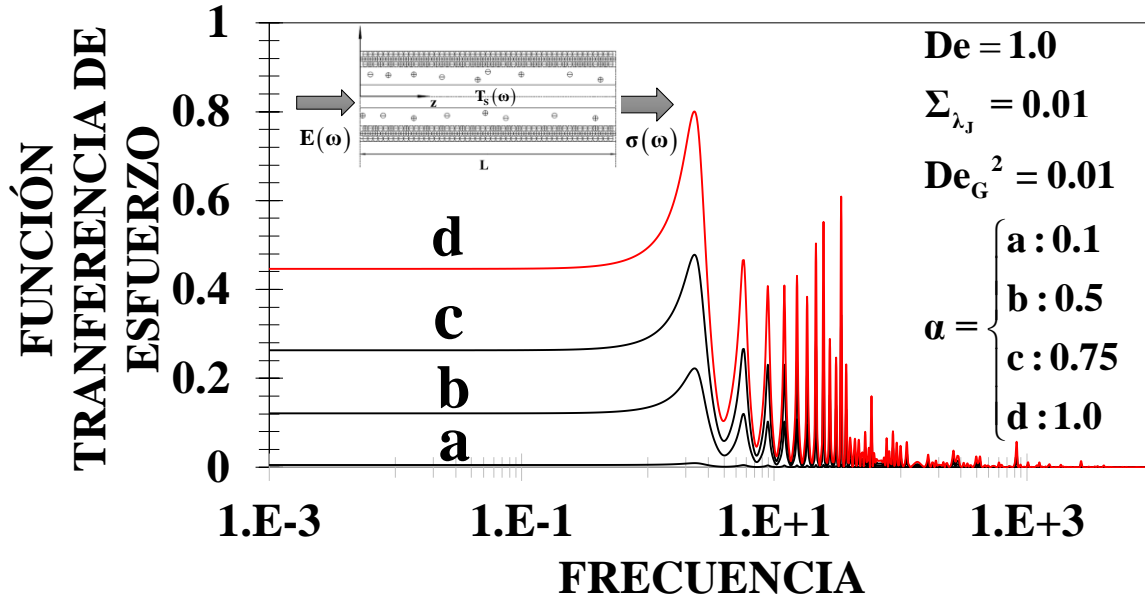
MECANISMOS TERMO-ELECTRICOS



(a)

(b)

MECANISMOS ELECTRO-TERMICOS

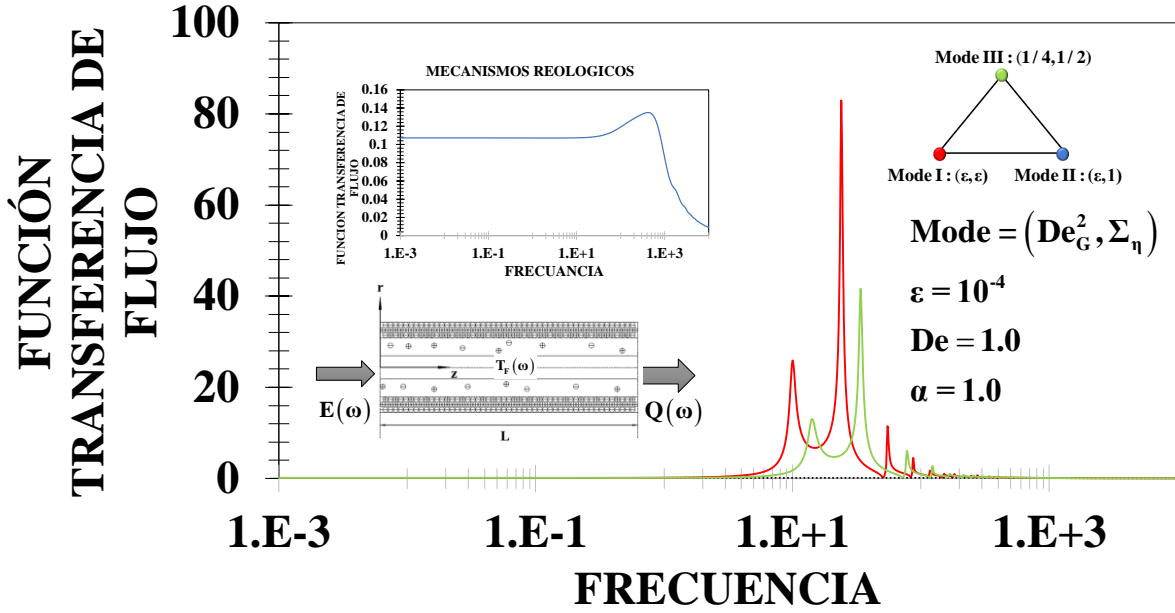


(c)

Figura 6. (a) distribución de carga eléctrica vs distribución de carga eléctrica vs coordenada radial and (b) flujo mejorado vs esfuerzo de la pared en función del número adimensional α . El efecto del grupo dimensional se ocupa de la energía del sistema para alcanzar el pico máximo.

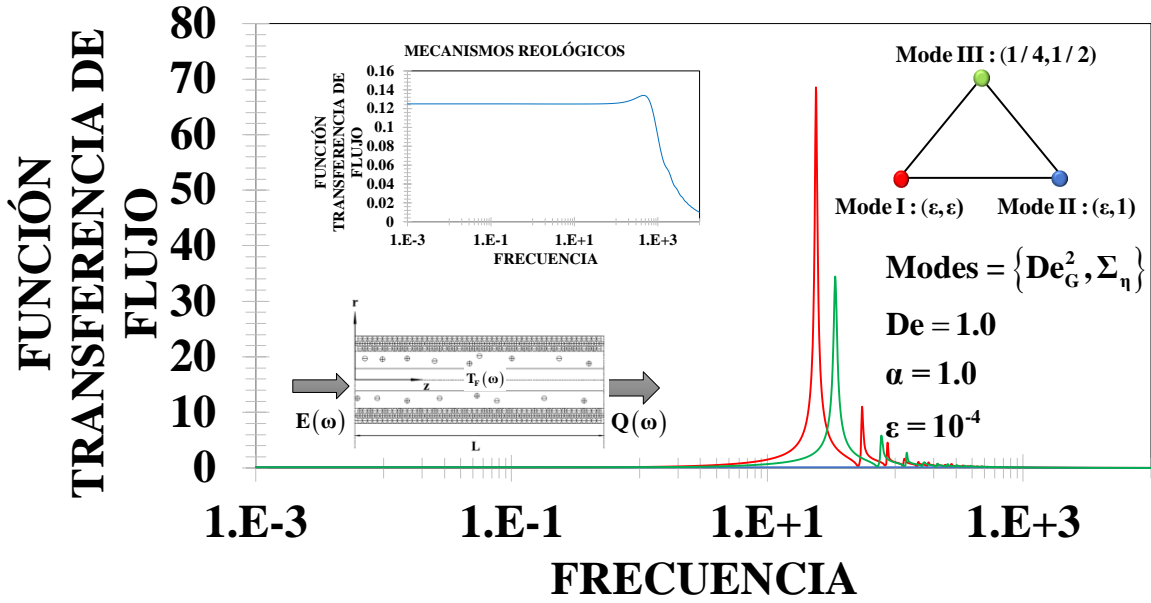
Mecanismos reológicos

MECANISMOS REOLÓGICOS



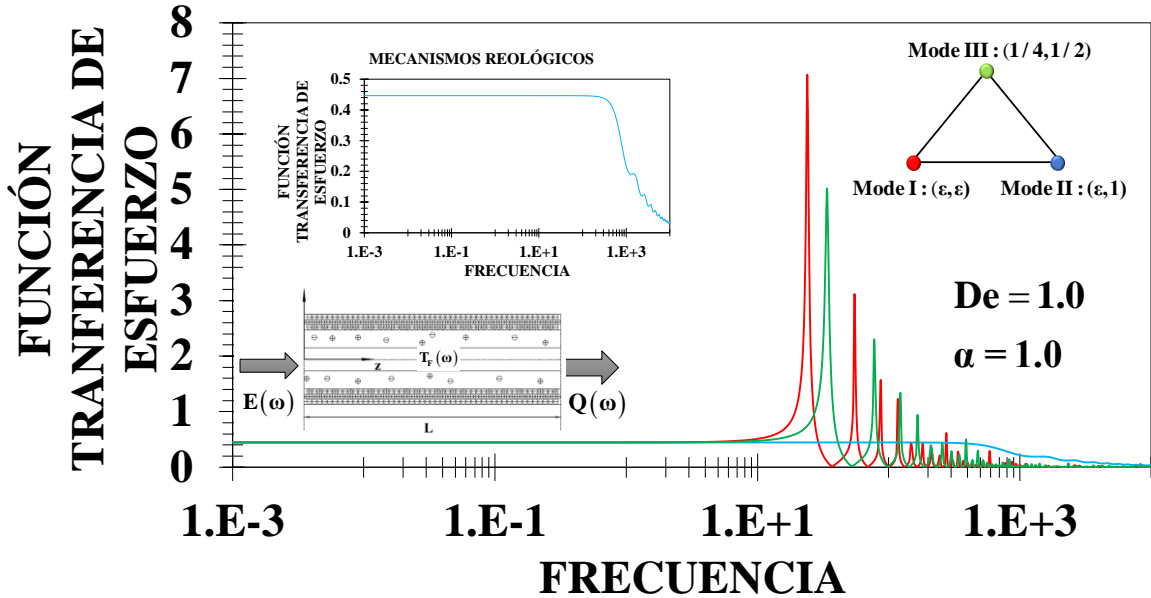
(a)

MECANISMOS REOLÓGICOS



(b)

MECANISMOS REOLÓGICOS

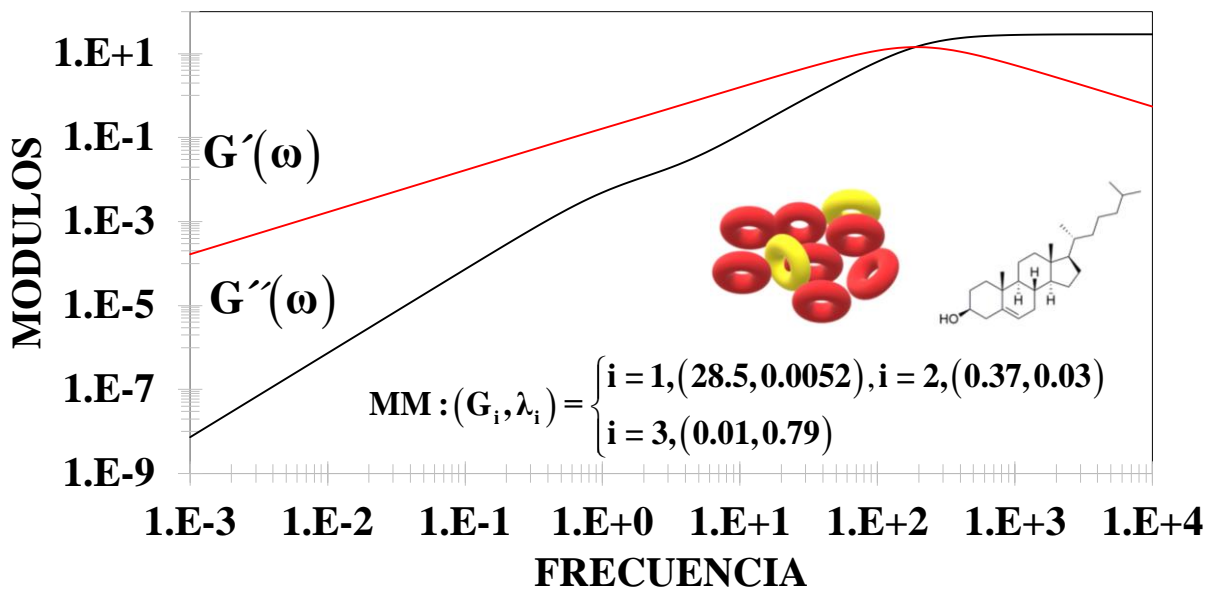


(c)

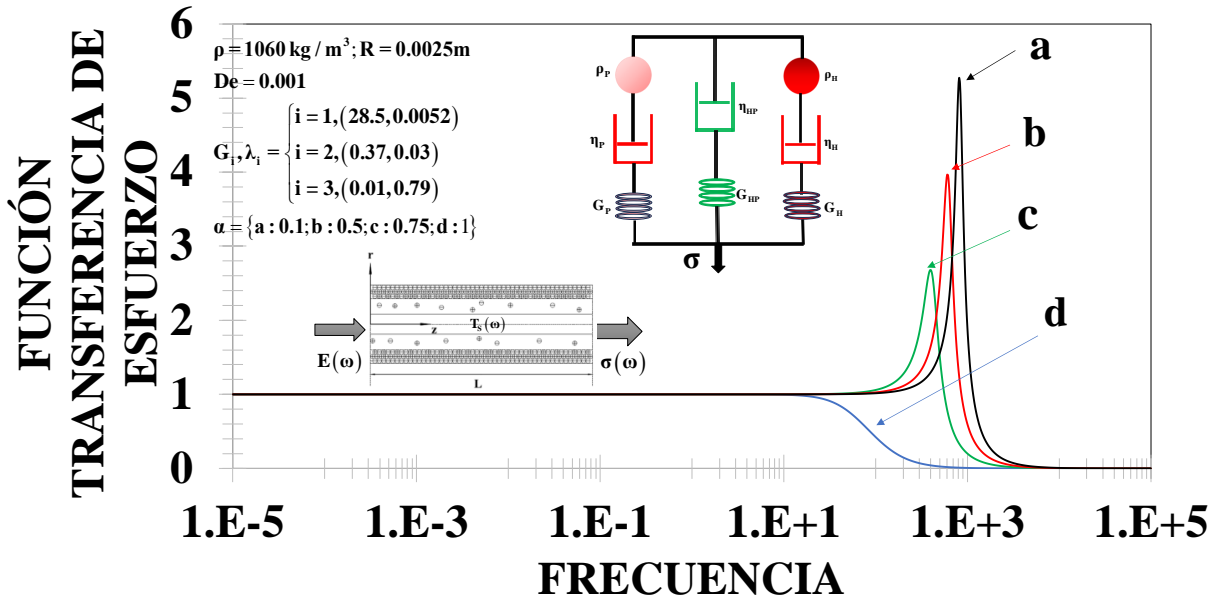
Figura 6. (a) distribución de cargas eléctricas vs coordenada radial y (b) flujo mejorado vs wall stress as a función del número adimensional número α . Los efectos del número adimensional α toma la energía del sistema para alcanzar el pico máximo.

Aplicación en la sangre humana con colesterol

COLESTEROL CON SANGRE HUMANA

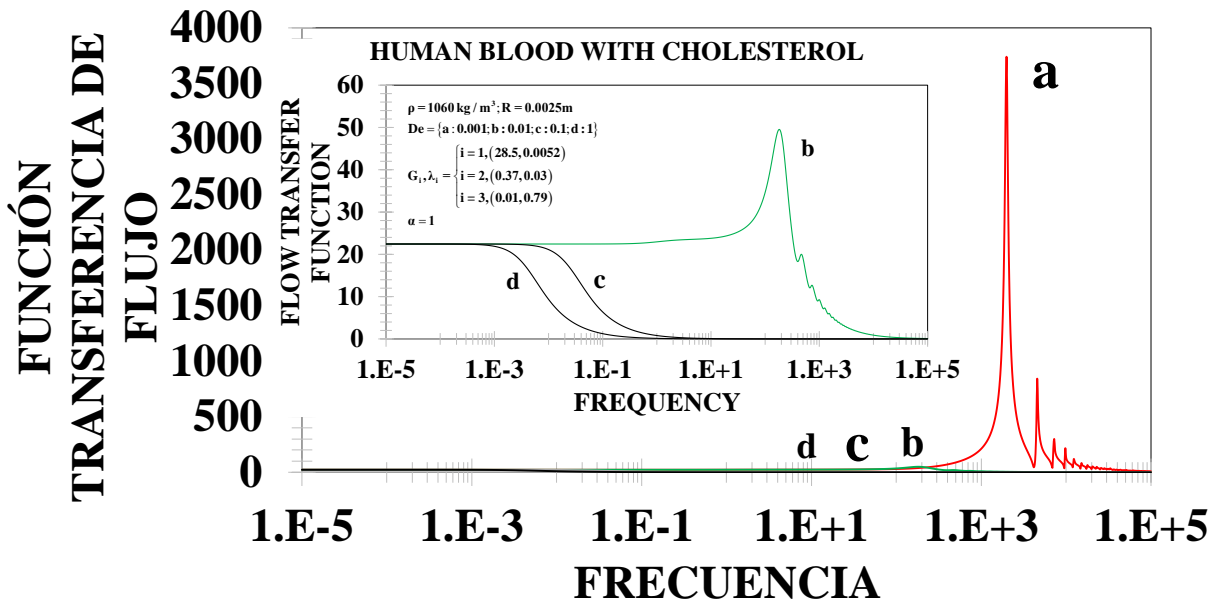


MECANISMOS DE RELAJACIÓN



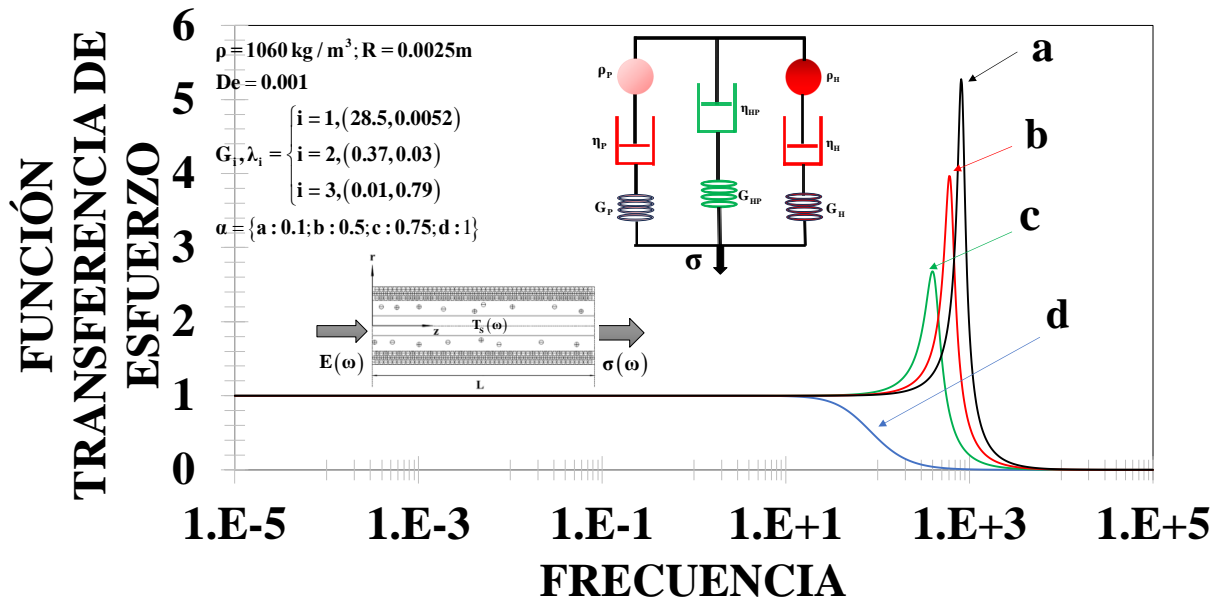
(a)

EFFECTOS DEBORAH



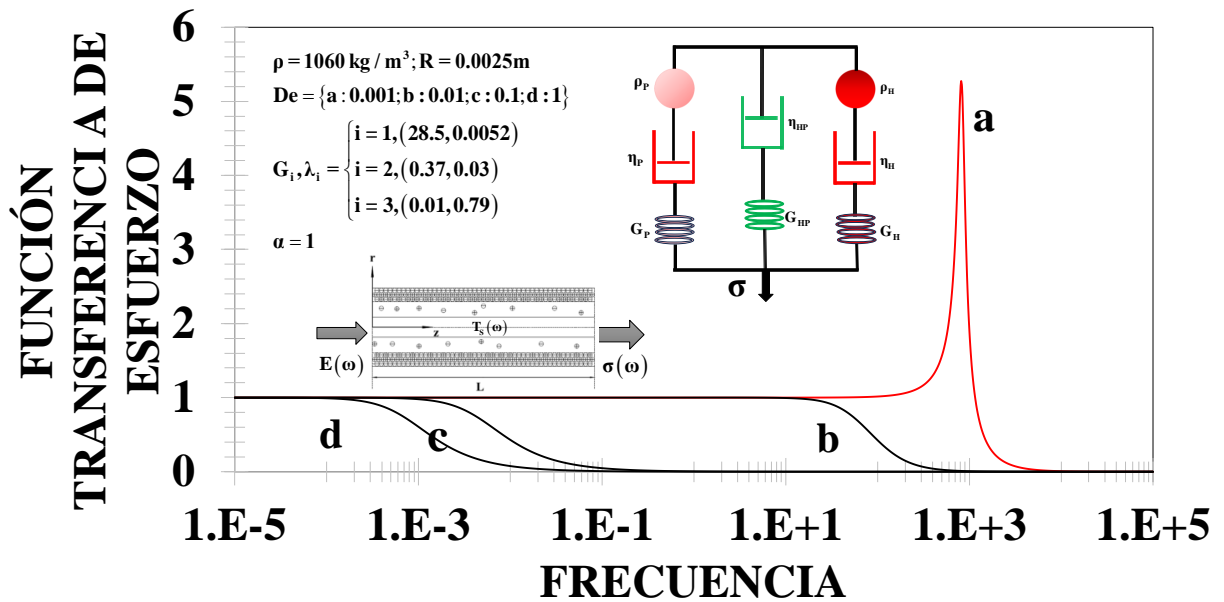
(b)

MECANISMOS DE RELAJACIÓN



(a)

EFFECTOS DEBORAH:



(b)

Los resultados encontrados se resumen de la siguiente manera:

- a) La diferencia entre la perturbación local y no local fue mínima como se pudo observar en la simulación.
- b) Este mínimo es observado en la ecuación constitutiva reológica que contiene un tiempo de relajación de Maxwell el cual depende de la deformación cortante a través de la segunda invariante del tensor rapidez de deformación.
- c) físicamente, este mínimo puede ser interpretado como una consecuencia de la evolución estructural asociada a los mecanismos de alta y baja relajación.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES

Conclusiones

Se han obtenido soluciones analíticas en micro canales de flujo electro osmótico de fluidos viscoelásticos que obedecen un modelo general exponencial reológico. Este modelo combina una generalización no lineal del modelo de Burgers con una ecuación exponencial estructurada para tener en cuenta el cambio de estructura por el efecto del flujo. El modelo exponencial está propuesto para considerar la construcción y destrucción del fluido. Se propone el modelo de estructura exponencial para considerar la construcción y destrucción de la microestructura del fluido por efecto del flujo. Se supusieron condiciones de frontera simétricas con potenciales zeta iguales en las paredes. En las ecuaciones de momento se incluyó una ecuación no lineal de Poisson-Boltzmann que gobierna el campo eléctrico de doble capa. Algunos de los más importantes resultados se pueden resumir de la siguiente manera:

- La física y reológica pueden ser representada por nueve grupos adimensionales por los diferentes mecanismos asociados con los: (i) infinitos-viscoelásticos (De_{∞}), (ii) estructural (De_{λ}), (iii) Helmholtz-Smoluckowsky (De_{HS}), (iv) cinético-estructural (De_{β}), (v) adelgazamiento y engrosamiento por corte (φ_r), (vi) tixotropico y anti-tixotropico (φ_r , $De_G = (De_{HS}De_{\beta})^{1/2}$), (vii) mecanismos de tensión de fluencia (De_G), (viii) inicio/compliance ($Re_{\omega 0}$, De_{λ} , $De_G = (De_{HS}De_{\beta})^{-1/2}$ y (ix) concentración micelar del peso (φ_r , $De = (De_{HS}De_{\beta})^{-1/2}$), (x) termoeléctricos (α), (xi) dispersión (β) mecanismos.
- Para deformaciones pequeñas, el Sistema está representado por dos funciones analíticas de transferencia $\{T_F(\omega), T_S(\omega)\}$ asociadas con las interacciones entre la fuerza del campo eléctrico accionado y las correspondientes salidas volumétricas y de esfuerzo inercial.
- En el régimen viscoelástico, los mecanismos termoeléctricos los mecanismos eléctrico-térmicos se acoplan a las fuerzas reológicas de cumplimiento, dispersión y arranque.
- A pequeños regímenes viscoelásticos y eléctricos, la función transferencia depende de los mecanismos de inicio de flujo, reología a través del operador fluidez de Burger y el cuadrado del número alpha α .
- Para resolver las ecuaciones acopladas analíticas en el régimen no lineal, se propuso un esquema de perturbación regular de orden cero y primer orden.
- El efecto del campo eléctrico pulsátil es mejorar el caudal volumétrico en función de las condiciones del material. La condición mínima para tener el comportamiento de resonancia es que el fluido experimente transiciones por efecto de la fuerza impulsada normalizada (mecanismos de adelgazamiento por corte).
- El mecanismo de espesamiento por cizallamiento muestra el efecto contrario., Hay una reducción drástica de la fluidez como consecuencia de esto el flujo volumétrico decrece.
- Los mecanismos eléctricos están asociados con la energía requerida para alcanzar el pico de resonancia. Cuando los mecanismos del campo eléctrico son menores, el Sistema necesita más energía para alcanzar el máximo. Por el contrario cuando las fuerzas eléctricas dominan sobre los mecanismos térmicos, el Sistema requiere de menos energía para alcanzar el pico máximo.
- La perturbación de primer orden muestra un comportamiento no monótono de máximo a mínimo asociado a la transición de la estructura por efecto del flujo. El

mínimo mostrado en las simulaciones puede estar asociado con las inestabilidades de la estructura e indica un mayor requerimiento de energía para hacer fluir el fluido.

- La tixotropía y la energía para alcanzar el pico de resonancia están asociadas a la tixotropía y la energía para alcanzar el pico de resonancia.
- En caso de una alta viscosidad, el sistema es dominado por en caso de una alta viscosidad, el Sistema esta dominado por el inverso del número de Debora geométrico ($\sigma_y = De_G^{-1}$). Este número adimensional, describe la transición de fluido a sólido por efecto de mecanismos estructurales y de altas tasas de corte, y está relacionada con dos números clásicos (Papanatasiou (Pa) y Bingham (Bi)).
- Cuando los fluidos se vuelven más sólidos por efectos de la elasticidad, concentración En los mecanismos de rendimiento, el aumento máximo del flujo pasa de una curva ancha y suave a una cúspide estrecha y un aumento mínimo característico del flujo que indica un mayor requerimiento energético.

Lista de abreviaturas

DCE

Doble capa eléctrica

FEO

Flujo electro-osmótico.

Nomenclatura

a

Radio capilar [μm]

$\{a_1, a_2\}$

Amplitud del campo eléctrico [1]

e

Carga elemental [C]

f_e

Función de distribución de electrolitos [1]

f_p

Función oscilatoria pulsátil [1]

G_0

Modulo elástico de corte [Pa]

I_0

Primera función de Bessel modificada de orden cero [1]

$I(\%)$

Flujo mejorado [1]

k_B

Constante de Boltzmann [J K^{-1}]

K

Constante de esfuerzo normalizada [Pa^{-1}]

K_1, K_2

Constante cinética [Pas^{-2}]

K_0

Segunda función de Bessel modificad de orden cero [1]

L

Longitud del Micro canal L [m]

n_0

Concentración iónica [m^{-3}]

$n(t)$

Función oscilatoria [1]

N_1

Primer diferencia de esfuerzo normal [Pa]

M

concentración molar [mol/m^3]

N_A

Número de Avogadro

p

Presión [Pa]

Q

Flujo volumétrico [m^3/s]

r

Coordenada radial [m]

$S(r,t)$

Función estructural [Pas^{-1}]

t

Tiempo [s]

T

Temperatura Absoluta [K]

$T_F(\omega)$

Función trasferencia de flujo [1/Pas]

$T_S(\omega)$

Función transferencia de esfuerzo [1/Pas]

V_{HS}

Velocidad de Helmholtz-Smoluchowski [m/s]

v_H

Velocidad homogénea [m/s]

v_p

Velocidad particular [m/s]

W

Ancho del micro canal [m]

x

Dirección axial [m]

y

Coordenada transversal [m]

Z

Valencia de los iones [1]

Tensores y vectores

D

Tensor de tasa de deformación [s^{-1}]

E

Campo eléctrico aplicado externo [V m^{-1}]

E_0

Amplitud de campo eléctrico [V m^{-1}]

I

Unidad tensor [1]

T	Tensor de esfuerzo total [Pa]
v	Vector velocidad [m s ⁻¹]
σ	Tensor de esfuerzo viscoelastico [Pa]
Tensor operations	
⊗	Producto Diádico [1]
∇	Operador Convectivo Superior de Maxwell[s ⁻¹]
Letras griegas	
α	Parámetro de Debye-Hückel [1/m]
β	Inverso de longitud característica [1/Pa s ⁻¹]
β ₀	Amplitud del inverso de longitud característica [1/Pa s ⁻¹]
δ	Parámetro de perturbación [1]
Δ	Delta [1]
λ	Tiempo estructural [s]
Φ	Función estructura [1]
Φ _e	Campo eléctrico aplicado [V]
ε _r	Permitividad dieléctrica [C/mV]
ψ	Z-potencial de campo [V]
ψ _w	Z-potencial de campo [V]
η	Función viscosidad [Pas]
ω	Frecuencia [kHz]
φ ₀	Fluidez a baja velocidad de corte [Pa ⁻¹ s ⁻¹]
φ _∞	Fluidez a alta velocidad de corte [Pa ⁻¹ s ⁻¹]
φ _r	Fluidez reducida [1]
θ	Parámetro de bandas de corte [s]
ψ ₁	Primer coeficiente de tensión normal [Pa s ²]
ψ ₂	Segundo coeficiente de tensión normal [Pa s ²]
φ	Potencia eléctrico en dirección de corriente impuesta [V]
κ	Parámetro de Debye-Hückel [m ⁻¹]
λ ₀	Tiempo de relajación de Maxwell a baja velocidad de corte [s]
λ _D	Espesor de la capa de Debye [nm]
ρ	Densidad micelar [kg/m ⁻³]
ρ _e	Densidad de carga eléctrica [C/m ³]
σ _w	Tensión en la pared [Pa]
σ _{zr}	rz- componente de tensor de corte [Pa]
σ _{zz}	zz- componente de tensor de corte [Pa]
σ _{rr}	rr- componente de tensor de corte [Pa]
σ _{θθ}	θθ-componente de tensor de corte [Pa]

Derivadas y operadores matemáticos.

$\partial/\partial t$	Primera derivada parcial con respecto al tiempo [s ⁻¹]
$\partial^2/\partial t^2$	Segunda derivada parcial con respecto al tiempo [s ⁻²]
∇	Operador especial Nabla [m ⁻¹]
D/Dt	Derivada material con respecto al tiempo [s ⁻¹]

$O_{\eta}^{MM}(\partial_t)$	Operador Viscosidad [Pas]
$O_{\phi}^{MM}(\partial_t)$	Operador fluidez [1/Pas]
$d\gamma/dt$	Escalar de esfuerzo de corte [s^{-1}]
Funciones	
Exp	Función exponencial [1]
Grupos adimensionales	
α	Mecanismos eléctricos y térmicos [1]
$Re_{\omega 0}$	Reynolds-vibrátil [1]
De_{λ}	Deborah estructural [1]
De_{∞}	Infinito- Deborah [1]
De_{HS}	Hemholtz-Smoluckosky Deborah [1]
De_{β}	β -Deborah [1]
De_G	Deborah geométrico [1]
σ_y	Rendimiento de esfuerzo [1]
Otros símbolos	
\diamond	Promedio [1]
Π_D	Segunda invariante del tensor de deformación cortante [1]
Constantes materiales	
$E_0 = 100$	Amplitud eléctrica [V/nm]
$\rho \sim 10^{-3}$	Densidad micelar [kg/m^{-3}]
$L \sim 10^{-2}$	Longitud del micro canal [m]
$a = 5-100$	Altura [μm]
$\alpha \sim O(10^{-3})$	parámetro Alpha
$N_A = 6.022 \times 10^{23}$	Numero de Avogadro [1/mol]
$z = 1$	Valencia [1]
$\epsilon_r \sim O(10^2)$	Permitividad dieléctrica [1]
$k_B = 1.38 \times 10^{-23}$	Constante de Boltzmann [$J K^{-1}$]
$e = 1.602 \times 10^{-19} C$	Carga elemental [C]
$T = 298 K$	Temperatura absoluta [K]
$\omega \sim 400-360$	Frecuencia [Hz, kHz]
$\lambda_D \sim 15 \text{ to } 300$	Longitud de Debye [nm]
$R = 0.0821$	Constante del gas [Litro atm/mol K]

BIBLIOGRAFIA

- Abou-Dakka M, Herrera-Valencia EE, Rey AD (2012) Linear oscillatory dynamics of flexoelectric membranes embedded in viscoelastic media with applications to outer hair cells. *J Non-Newton Fluid Mech* 185-186:1-17. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2012.07.007>
- Afonso AM, Alves MA, Pinho FT (2009) Analytical solution of mixed electro-osmotic/pressure driven flows of viscoelastic fluids in microchannels. *J. Non-Newton Fluid Mech* 159: 50-63. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2009.01.006>
- Afonso AM, Alves MA, Pinho FT (2013) Analytical solution of two fluid electro-osmotic flows of viscoelastic fluids. *J Coll Interface Sc* 395: 277-286. <https://doi.org/10.1016/j.jcis.2012.12.013>
- Ali N, Hussain S, Ullah K (2020) Theoretical analysis of two-lawyered electro-osmotic peristaltic flow of FENE-P fluid in an axisymmetric tube. *Phys Fluids* 32: 023105. <https://doi.org/10.1063/1.5132863>
- Arulanandam S, Li D (2000) Liquid transport in rectangular microchannels by electro-osmotic pumping. *Colloids Surf A* 161: 29-102. [https://doi.org/10.1016/S0927-7757\(99\)00328-3](https://doi.org/10.1016/S0927-7757(99)00328-3)
- Baños R, Arcos J, Bautista O, Méndez F (2021) Steric and slippage effects on mass transport by using an oscillatory electroosmotic flow of power-law fluids. *Micromachines* 12:1-30. <https://doi.org/10.3390/mi12050539>
- Berli CLA, Olivares ML (2008) Electrokinetic flow of non-Newtonian fluids in microchannels. *J Colloid Interface Sci* 320: 582-589. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jcis.2007.12.032>
- Burgreen D, Nakache FR (1964) Electrokinetic flow in ultrafine capillary slits. *J Phys Chem* 68: 1084-1091. <https://doi.org/10.1021/j100787a019>
- Byron Bird R, Armstrong RC, Hassager O (1987) Dynamics of polymeric liquids, Vol.1, Fluid Mechanics, Second Edition, John Wiley & Sons, Inc. <https://doi.org/10.1063/1.2994924>
- Castillo H, Wilson H (2018) Elastic instabilities in pressure-driven channel flow of thixotropic viscoelasto-plastic fluids. *J Non-Newton Fluid Mech* 261:10-24. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2018.07.009>
- Chakraborty S (2005) Dynamics of capillary flow of blood into a microfluidic channel. *Lab chip* 5: 421-430. <https://doi.org/10.1039/b414566f>

- Chakraborty S (2007) Electroosmotically driven capillary transport of typical no-Newtonian biofluids in rectangular microchannels. *Anal Chim Acta* 605: 175-184. <https://doi.org/10.1016/j.aca.2007.10.049>
- Chakraborty S, Srivastava AK (2007) Generalized model for time periodic electroosmotic flows with overlapping electrical double layers. *Langmuir* 23: 12421-12428. <https://doi.org/10.1021/la702109c>
- Das S, Chakraborty S (2006) Analytical solutions for velocity, temperature and concentration distribution in electroosmotic microchannel flows of a non-Newtonian bio-fluid. *Anal Chim Acta* 559: 15-24. <https://doi.org/10.1016/j.aca.2005.11.046>
- De Andrade Lima LRP, Rey AD (2005) Pulsatile flow of discotic mesophases. *Chem Eng Sci* 60: 6622-6636. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2005.05.042>
- De Andrade Lima LRP, Rey AD (2006) Pulsatile flows of Leslie-Ericksen liquid crystals. *J Non-Newton Fluid Mech* 135: 32-45. <https://doi.org/10.1016/J.JNNFM.2005.12.008>
- de Sousa Mendes PR (2007) Dimensionless no-Newtonian fluid mechanics. *J Non-Newton Fluid Mech* 147: 109-116. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2007.07.010>
- de Souza Mendes PR (2011) Thixotropic elasto-viscoplastic model for structure fluids. *Soft Matter* 7: 2471. <https://doi.org/10.1039/C0SM01021A>
- Dhinakaran S, Afonso AM, Alves MA, Pinho FT (2010) Steady viscoelastic flow fluid flow between parallel plates under electro-osmotic forces: Phan-Thien-Tanner model. *J Colloid Interface Sci* 344: 513-520. <https://doi.org/10.1016/j.jcis.2010.01.025>
- Dutta P, Beskok A (2001) Analytical solution of combined electroosmotic/pressure driven flows in two-dimensional straight channels: finite Debye layer effects. *Ana Chem* 73: 1979-1986. <https://doi.org/10.1021/ac001182i>
- Ferrás LL, Afonso AM, Alves MA, Nóbrega JM, Pinho FT (2016) Electro-osmotic and pressure-driven flow of viscoelastic fluids in microchannels: analytical and semi-analytical solutions. *Phys Fluids* 28: 093102. <https://doi.org/10.1063/1.4962357>
- Ferrás LL, Morgado ML, Rebelo M, McKinley GH, Afonso AM (2019) A generalised Phan-Thien-Tanner model. *J Nonnewton Fluid Mech* 269: 88-99. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2019.06.001>
- Hayat T, Afzal S, Hendi A (2011) Exact solution of electroosmotic flow in generalized Burger's fluid. *Appl Math Mech* 32: 1119. <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2016.11.014>
- Herrera EE, Calderas F, Chávez AE, Manero O (2010) Study on the pulsating flow of a worm-like micellar solution. *J Non-Newton. Fluid Mech* 165: 174-183. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2009.11.001>

- Herrera EE, Calderas F, Chavez AE, Manero O, Mena B (2009) Effect of random longitudinal vibration on the Poiseuille flow of a complex liquid. *Rheol Acta* 48: 779-800. <https://doi.org/10.1007/s00397-009-0372-x>
- Herrera-Valencia EE, Calderas F, Medina-Torres L, Pérez Camacho M, Moreno L, Manero O (2017) On the pulsating flow behavior of a biological fluid: human blood. *Rheol Acta* 56: 387-407. <https://doi.org/10.1007/s00397-017-0994-3>
- Herrera-Valencia EE, Rey AD (2014) Actuation of flexoelectric membranes in viscoelastic fluids with applications to outer hair cells. *Phil Trans Soc A* 372: 20130369. <https://doi.org/10.1098/rsta.2013.0369>
- Herrera-Valencia EE, Rey AD (2018) Electrorheological model based on liquid crystals membranes with applications to outer hair cells. *Fluids* 3: 35. <https://doi.org/10.3390/fluids3020035>
- Herrera-Valencia EE, Sánchez-Villavicencio ML, Medina-Torres L, Nuñez Ramírez DM, Hernandez Abad VJ, Calderas F, Manero O (2019) New simple analytical method for flow enhancement predictions of pulsatile flow of a structured fluid. *Phys Fluids* 31: 063104-1/17. <https://doi.org/10.1063/1.5097867>
- Wolfram I, Research, Mathematica, Wolfram Research, Inc., Champaign, Illinois 2016.
- Jendrejack RM, Dimalanta ET, Schwartz DC, Graham MD, de Pablo JJ (2013) DNA dynamics in a microchannel. *Phys Rev Letter* 91: 038102. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.91.038102>
- Jiang Y, Qi H, Xu H, Jiang X (2017) Transient electroosmotic slip flow of fractional Oldroyd-B fluids. *Microfluid Nanofluid* 2: 7. <https://doi.org/10.1007/s10404-016-1843-x>
- Levine S, Marriot JR, Neale G, Epstein N (1975) Theory of electrokinetic flow in fine cylindrical capillaries at high zeta-potentials. *J Colloid Interface Sci* 52: 136. [https://doi.org/10.1016/0021-9797\(75\)90310-0](https://doi.org/10.1016/0021-9797(75)90310-0)
- Mahapatra B, Bandopadhyay A (2020) Electroosmosis of a viscoelastic fluid over non-uniformly charged surfaces: Effect of fluid relaxation and retardation times. *Phys Fluids* 32: 032005. <https://doi.org/10.1063/5.0003457>
- Mahapatra B, Bandopadhyay A (2021) Numerical analysis of combined electroosmotic-pressure driven flow of a viscoelastic over high zeta potential modulated surfaces. *Phys Fluids* 33: 012001. <https://doi.org/10.1063/5.0033088>
- Matus-Rivas OM, Rey AD (2016) Molecular dynamics on the self-assembly of mesogenic graphene precursors. *Carbon* 110: 189-199. <https://doi.org/10.1016/j.carbon.2016.09.014>

- Matus-Rivas OM, Rey AD (2017) Molecular dynamics of dilute binary chromonic liquid crystal mixtures. *Mol Syst Des Eng* 2: 223-234. <https://doi.org/10.1021/ja102468g>
- Matus-Rivas OM, Rey AD (2019a) Molecular dynamics study of the effect of L-Alanine dopants on diluted chromonic solutions. *J Phys Chem B* 123: 8995-9010. <https://doi.org/10.1021/acs.jpccb.9b0611>
- Matus-Rivas OM, Rey AD (2019b) Effects of sodium and magnesium cations on the aggregation of chromonic solutions using molecular dynamics. *J Phys Chem B* 123: 1718-1732. <https://doi.org/10.1021/acs.jpccb.8b12130>
- Mederos G, Arcos J, Bautista O, Méndez F (2020) Hydrodynamics rheological impact of an oscillatory electroosmotic flow on a mass transfer process in a microcapillary with a reversible wall reaction. *Phys Fluids* 32: 122003. <https://doi.org/10.1063/5.0027818>
- Medina I, Toledo M, Méndez F, Bautista O (2018) Pulsatile electroosmotic flow in a microchannel with asymmetric wall zeta potentials and its effect on mass transport enhancement and mixing. *Chem Eng Sci* 184: 259-272. <https://doi.org/10.1039/C7ME00019G>
- Peralta M, Arcos JC, Méndez F, Bautista O (2020) Mass transfer through a concentric-annulus microchannel driven by an oscillatory electroosmotic flow of a Maxwell fluid. *J Non-Newton Fluid Mech* 279:104281. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2020.104281>
- Ribau AM, Ferrás LL, Morgado ML, Rebelo M, Alves MA, Pinho FT, Afonso AM (2021) A study on mixed electro-osmotic/pressure-driven microchannels flows of a generalised Phan-Thien Tanner. *J Eng Math* 127: 7. <https://doi.org/10.1007/s10665-020-10071-6>
- Rojas G, Arcos J, Peralta F., Méndez F, Bautista O (2019) Pulsatile electroosmotic flow in a microcapillary with the slip boundary condition. *Colloids Surf. A Physicochem* 513: 57-65. <https://doi.org/10.1016/j.colsurfa.2016.10.064>
- Sadek SH, Pinho FT (2019) Electro-osmotic oscillatory Flow of viscoelastic fluids in a microchannel, *J Non-Newton Fluid Mech* 266: 46-58. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2019.01.007>
- Sánchez S, Arcos J, Bautista O, Méndez F (2013) Joule heating effect on a purely electroosmotic flow of non-Newtonian fluids in a slit microchannel. *J. Non-Newton Fluid Mech* 192: 1-9. . <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2012.09.014>
- Sánchez S, Arcos JM Baustista O, Méndez F (2013) Joule heating effect on a purely electroosmotic flow of non-Newtonian fluids in a slit microchannel. *J Nonnewton Fluid Mech* 192: 1-9. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2012.09.014>
- Soltero JFA, Bautista F, Puig JE, Manero O (1999) Rheology of Cetyltrimethylamonium p-Toluenesulfonate-Water System. 3. Non-linear Viscoelasticity. *Langmuir* 15, 1604-1612. <https://doi.org/10.1021/la971299a>

- Stone HA, Stroock AD, Ajdari A (2004) Engineering flows in small devices: microfluidics toward a Lab-on-a-Chip. *Annu Rev Fluid Mech* 36: 381-411. <https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.36.050802.122124>
- Teodoro C, Bautista O, Méndez F (2019) Mass transport and separation of species in an oscillating electro-osmotic flow caused by distinct periodic electric fields. *Phys Scr* 94(11): 1-12. <https://doi.org/10.1088/1402-4896/ab2a9a>
- Thomas A, Narayanan R (2001) Physics of oscillatory flow and its effect on the mass transfer and separation of species. *Phys Fluids* 13: 859-866. <https://doi.org/10.1063/1.1351549>
- Vargas C, Bautista O, Méndez F (2019) Effect of temperature-dependent properties on electroosmotic mobility at arbitrary zeta potentials. *Appl Math Model* 68: 616-628. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2018.11.050>
- Wang C, Wong TN, Yang C, Ooi KT (2007) Characterization of electro-osmotic flow in rectangular microchannels. *Int J Heat Mass Transf* 50: 3115-3121. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2006.11.035>
- Yang C, Li D (1997) Electrokinetic effect on pressure-driven liquid flows in rectangular microchannels. *J Colloid Interface Sci* 194: 95-107. <https://doi.org/10.1006/jcis.1997.5091>
- Yang X, Qi H, Jiang X (2018) Numerical analysis for electroosmotic flow of fractional Maxwell fluids. *Appl Math Lett* 78: 1-8. <https://doi.org/10.1016/j.aml.2019.106179>
- Zhang W, Mao J, Jia Z, Yang X, Zhang P, Su X, Zhou C, Bao D, Zeng W (2021) Design of a salt-tolerant Gemini viscoelastic surfactant and the study of construction of wormlike micelle structure in high-salinity aqueous environment. *Colloids Surf. A Physicochem* 631: 1-14. <https://doi.org/10.1016/j.colsurfa.2021.127653>

Figure captions

Figure 1. Flow chart of the paper's organization.

Figure 2. Shows the charge distribution at the wall when the applied electric field is applied in the axial direction.

Figure 3. (a) Shows the fluidity function vs wall shear stress as a function of the shear thinning mechanisms in the system. (b) Shows the flow enhancement vs wall stress for the same material conditions given in (a).

Figure 4. Shows the flow enhancement vs wall stress as a function of the shear thickening mechanisms through the dimensionless number $\varphi_r > 1$. It is clear that the shear thickening mechanisms is to decrease the volumetric flow rate by effect of the applied electrical field. The α number shift the anti-resonance flow by effect of the thermal fluctuations and the driven force, which deals with the energy in the system to reach the maximum peak.

Figure 5. (a) the fluidity function vs wall shear stress as a function of the thixotropic mechanisms through the dimensionless number De_G . The effect of this number is associated with the critical wall stress to undergo transitions from higher to lower structures states, by effect of the elastic, kinetic and structural mechanisms. (b) flow enhancement vs wall stress for the same material conditions given in (a). The system is shifted to low and high wall stress depend on the numerical value of De_G .

Figure 6. (a) electrical charge distribution vs radial coordinate and (b) flow enhancement vs wall stress as a function of the dimensionless number α . The effect of the dimensionless number α deals with the energy in the system to reach the maximum peak.

Figure 7. Shows the fluidity enhancement vs wall stress as a function of the weight percent concentration. The material properties used in the simulation are given in Table 1. The other parameters employed in the simulation are: $\alpha = 0.1$ and $\delta = 0.1$.

Figure 8. (a) Shows the fluidity and (b) flow enhancement vs Bingham number as a function of the electrical forces and thermal fluctuations through dimensionless number α . The thermal fluctuations induce the transition from the liquid to solid structure state.

Figure 9. Shows the transfer functions vs frequency as a function of the α which, it is a measure of the electric-thermic mechanisms in the linear system.

Figure 10 (b). Muestra el flujo volumetrico vs time for the shear thinning mechanisms. In (b) the same simulations with different shear thinning forces. The effect of the shear thinning mechanisms is to shift el flujo volumetrico to low and high values by effect of the destruction in the number of links, bond or entanglement is the system.

Figure 11. Flow enhancement vs wall stress to first in the regular perturbation

Figure 12. (a) Shows the flow enhancement vs wall stress as a function of the wall stress. (b) Show the floe enhancement vs wall stress vs micellar weight concentration. The other numerical values employed in the simulation are: (i) $\delta = 0.01$ and (ii) $\alpha = 0.1$. (b) Shows the flow enhancement vs wall stress as a function of the weight concentration. The numerical value of the material parameters used in the simulation are given in Table 1.