



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**ELÉCTRICA – INSTRUMENTACIÓN**

**CARACTERIZACIÓN DE ONDAS ACÚSTICAS MEDIANTE LA TÉCNICA SCHLIEREN CON  
UN FONDO COMO REFERENCIA**

**TESIS**  
**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:**  
**DOCTOR EN INGENIERÍA**

**PRESENTA:**  
**DAVID PORTA ZEPEDA**

**TUTOR**  
**Dr. PABLO LUIS RENDÓN GARRIDO, CCADET, UNAM**

**COMITÉ TUTOR**  
**Dr. NASER QURESHI, CCADET, UNAM**  
**Dra. CATALINA ELIZABETH STERN FORGACH, FACULTAD DE CIENCIAS, UNAM**

**MÉXICO, D. F. SEPTIEMBRE 2023**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dra. Stern Forgach Catalina E.

Secretario: Dr. Qureshi Naser

Vocal: Dr. Rendón Garrido Pablo Luis

1<sup>er</sup> Suplente: Dra. Medina Gómez Lucia

2<sup>do</sup> Suplente: Dr. Velasco Segura Roberto

ICAT, UNAM

**TUTOR DE TESIS:**

Dr. PABLO LUIS RENDÓN GARRIDO

-----

## Agradecimientos

La tesis de doctorado es la culminación de una etapa y el principio de una nueva. Como en toda transición es necesario mirar cómo es que se comenzó y la forma en que se culmina, reflexionar sobre lo aprendido y mostrar gratitud por el proceso.

La gratitud consiste de reconocer y apreciar los sucesos y las acciones que han ocurrido para poder valorarlos y darles el lugar que se corresponden. Por ello quiero reconocer a todos los que de una u otra manera hicieron posible la realización de la presente tesis de doctorado.

En primer lugar a las instituciones que hicieron posible este trabajo a través de su financiación: PAEP-UNAM, DGAPA-UNAM PAPIIT IN113820, CONACYT A1-S-17650 y por la beca de doctorado.

Agradezco por su apoyo incondicional a toda mi familia, muy especialmente a mi mamá Berenice Zepeda y a mi compañera de vida Melissa Galván por todo el amor que me han dado. A mi hermano Diego Porta por toda su solidaridad y alegrías que hemos pasado juntos, a mi papá Andrés Porta por sus explicaciones y motivarme en el camino de la ciencia. A mi tía Yazmí Zepeda, a mi tía Lizbeth Zepeda a mi tío Arturo Rojas, a mis primos Rodrigo Rojas y Itzel Rojas, su apoyo ha sido invaluable. A mi querido suegro Juan Galván, a Christian Mena, Dina Robles y Ana Lilia Robles por su comprensión y apoyo.

También a mis compañeros de laboratorios, en particular a Carlos Echeverría por su ayuda directa en la realización de este trabajo. A las alumnas Jessica Sánchez, Jesica González y Miranda García que al permitir que les enseñe yo he podido aprender aún más.

A los miembros del Comité Tutoral y del Sínodo por sus comentarios a lo largo del trabajo.

También a mis amigos y compañeros de la carrera Malinalli Wong, Héctor Mejía, Omar Franca, Abraham García y Gustavo García. Adicionalmente a mis amigos Eder Varela, Nicole Argaez, Pedro E. Ávila y Jesús Argumedo.

A mis profesores de todos los niveles, muy particularmente a la maestra Edna López, también a mis psicólogas Carla Ocon y Viridiana González. Estoy en este punto porque me han enseñado a crecer.

Y a todos los que de una u otra manera contribuyeron indirectamente a que yo me encuentre en este punto, Gracias.

Por último, quiero agradecer a los que me ayudaron a formarme y ya no están aquí, sepan que dejaron su huella en mí y en esta vida, estoy seguro de que estarían orgullosos de mí.

# CARACTERIZACIÓN DE ONDAS ACÚSTICAS MEDIANTE LA TÉCNICA SCHLIEREN CON UN FONDO COMO REFERENCIA

“Todo físico sabe que sabe muy poco;  
todo físico reconoce que es poco lo que entiende.  
Un físico no es un sabio, es más bien un ignorante,  
por eso investiga”

-Juan Manuel Lozano

# ÍNDICE

Resumen	1
1 Introducción	2
1.1 Guía de ondas con sección transversal rectangular	2
1.2 Retos del estudio de la propagación de ondas en ductos	6
1.3 Schlieren con un fondo como referencia (BOS)	7
1.4 Problemas del uso de BOS	8
1.5 Propuesta para la obtención de la constante de Gladstone-Dale.	9
1.6 Tubo de Choque	10
1.6.1 Teoría ideal del tubo de choque.	11
1.6.2 Caso real e Influencia de la membrana	13
1.6.3 Pulso de presión, onda de choque o Frente de choque	15
2 Desarrollo Experimental	16
2.1 Tubo de choque y la guía de ondas	16
2.2 Instrumentación óptica	18
2.3 Instrumentación acústica	20
2.3.1 Medición del retardo en el micrófono	21
2.3.2 Calibración del micrófono	22
2.3.3 Longitud de la Guía de onda	24
2.4 Instrumentación BOS	26
2.4.1 Resolución temporal y frecuencia de grabación	26
2.4.2 Resolución Espacial	28
2.4.3 Sensibilidad	29
2.4.4 Análisis de orden de magnitud	29
2.5 Instrumentación electrónica y sincronización de las señales	32
2.6 Arreglo experimental	35
3 Resultados y Análisis	37
3.1 Constante de Gladstone-Dale	38
3.2 Medidas obtenidas con el micrófono	39
3.3 Medidas obtenidas con BOS	42
3.4 Comparación de la ventana de visualización	47

3.5	Valores teóricos del tubo de choque	48
4	Conclusiones	50
5	Trabajo a Futuro	52
6	Referencias	54
	Nomenclatura	57
	Siglas y glosario de términos en inglés	59





## Resumen

El estudio de ondas de choque en el interior de una guía de onda es de interés por sus aplicaciones en varias ramas de la acústica, en particular, en ondas cuya amplitud imposibilita suponer un comportamiento lineal. La dificultad para su estudio teórico radica en que aunque es posible describir analíticamente el campo acústico dentro y fuera, cambios de geometría en medio o en los extremos dan lugar a condiciones de frontera que imposibilitan la obtención de resultados analíticos. En los estudios experimentales el problema es que los instrumentos de medición con micrófonos pueden interferir con el campo acústico en el interior de la guía, sesgando los resultados.

Para solucionar el problema descrito se propone usar la técnica *schlieren* con fondo de referencia (BOS, *Background Oriented Schlieren*) para medir la densidad de una onda de choque que se propaga en aire a lo largo de una guía de onda de sección transversal cuadrada.

La onda de choque se genera por la ruptura de una membrana en un tubo de choque. La técnica BOS, es una técnica óptica no intrusiva con la cual se puede medir el campo de índice de refracción de un gas transparente y relacionarlo con la densidad.

Para vincular el índice de refracción con la densidad se requiere de conocer el valor de una constante de proporcionalidad, la cual depende de la fuente de iluminación usada y del gas a estudiar, el problema radica en que no existe una base de datos con los valores de dicha constante para las condiciones particulares del experimento.

La solución que se encontró es utilizar simultáneamente la técnica BOS y un micrófono de sonda para medir la presión. Ambas mediciones se correlacionan mediante un sistema de sincronización que permite ubicar la onda de choque dentro de la señal de presión.

El resultado de comparar la amplitud de la presión con los valores de densidad, utilizando la ecuación de estado acústica isotérmica, da un error del 6%. También se abordan y resuelven algunos aspectos técnicos de BOS, como la evolución temporal, el tipo de iluminación, se estudia un gas confinado, por primera vez se estudia la resolución e incertidumbre de la técnica, pero principalmente se propone un nuevo método para la obtención de la constante de Gladstone-Dale (GD) particular a las condiciones del experimento.

Dentro de los resultados obtenidos con BOS se mide la densidad, se encuentra que la onda de choque tiene un frente aproximadamente plano, se mide la velocidad instantánea de la onda de choque, se determina el espesor de la onda de choque, se calcula el tiempo de apertura de la membrana y se compara con los valores medidos de la grabación los cuales difieren en un 5%.

El trabajo sienta las bases para futuros estudios en ondas de choque y para la utilización de BOS en diversos fenómenos.

# 1 Introducción

El estudio de la propagación de ondas acústicas es de gran importancia, en particular su propagación en guías de onda es de interés en muchos ámbitos, por ejemplo: en la mayoría de los instrumentos musicales de aliento (Rendón et al., 2013), los resonadores de Helmholtz (Selamet & Lee, 2003), túneles subterráneos (Sugimoto, 1992), ductos de ventilación (Shkundin et al., 1991, Shkundin et al., 1991), tuberías de transporte de fluido (Shkundin et al., 1991), chimeneas (Shkundin et al., 1991), por mencionar algunos.

La descripción analítica está limitada a casos en donde la geometría de la guía de ondas es simple y sin cambios bruscos o a ondas con amplitudes “pequeñas” que permitan una descripción lineal del comportamiento.

En este capítulo se describen las ecuaciones y el comportamiento que rigen la propagación de una onda acústica lineal en el interior de una guía de ondas, sentando las bases de teóricas. Después se abordan los retos y dificultades del estudio de la propagación de ondas acústicas en guías de ondas, se mencionan las principales técnicas utilizadas así como sus ventajas y limitaciones. Se aborda la técnica *Schlieren* con un fondo de referencia, la cual se utilizará en este trabajo, se describen sus principios, sus usos, limitaciones y retos a afrontar que definirán el objetivo del trabajo. Por último se describe la teoría y fenómenos asociados con las ondas de choque generadas por un tubo de choque.

## 1.1 Guía de ondas con sección transversal rectangular

En la presente sección se describirá el modelo de propagación de una onda acústica en un ducto. Una guía de ondas, como su nombre lo indica, es un dispositivo que guía la propagación de ondas, usualmente se generan tanto ondas estacionarias como progresivas. Las ondas progresivas se propagan en la dirección de la transmisión y las ondas estacionarias se producen debido a las paredes de la guía. Adicionalmente debido a las paredes se pueden producir reflexiones de las ondas.

Se tiene una guía de ondas de sección transversal rectangular (de lados  $a$  y  $b$ ), el medio por el que se propaga la onda es homogéneo, la fuente de sonido se encuentra en un extremo de la guía y emite una señal acústica conocida, la cual es armónica. El problema consiste en encontrar el campo acústico en su interior.

Se supone que la onda se propaga a velocidades subsónicas y con amplitudes pequeñas (Blackstock, 2000), lo suficiente para que el tiempo de respuesta del medio permita la propagación de ondas armónicas. Al principio de la guía ( $z = 0$ ) hay un pistón de superficie plana que produce el movimiento armónico y el otro extremo se encuentra abierto ( $z = L$ ). Las paredes de la guía son impermeables y rígidas por lo que en ellas el componente normal de la velocidad de las partículas es cero.

Se parte de la ecuación de onda para la presión ( $p$ ):

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2} p_{tt} = 0$$

Cuyas soluciones son:

$$p = B \cos qx \cos ry e^{i(\beta z + \omega t)}$$
$$p = C \sin qx \sin ry e^{-i(\beta z + \omega t)}$$

donde  $B$  y  $C$  son las amplitudes de la onda,  $\omega$  es la frecuencia  $\beta$ ,  $q$  y  $r$  corresponden al número de onda

A demás se cumple que

$$q^2 + r^2 + \beta^2 = \frac{\omega^2}{c_0^2}$$

Para satisfacer las condiciones de pared rígida, necesariamente la solución que contiene funciones seno debe de ser cero, quedando que  $q = \frac{m\pi}{a}$  y  $r = \frac{n\pi}{b}$  con  $m$  y  $n$  enteros. Por lo que la solución queda de la forma:

$$p = A_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{i(\omega t - \beta_{mn} z)}$$

Tal que el número de onda

$$\beta = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

Es importante notar que para los valores  $m = n = 0$  se tiene una onda viajera plana, lo cual solo puede ocurrir cuando las amplitudes no son grandes, es decir, que la respuesta del medio a la perturbación produzca que la propagación ya no se pueda considerar lineal.

También en el caso de que la longitud de onda sea mayor al tamaño de la guía, las ondas son aproximadamente planas. Similar a lo que ocurre en la propagación de ondas longitudinales planas en una barra sólida. En el caso contrario, en el que la longitud de onda es menor a las dimensiones de la sección transversal de la guía, las ondas tendrán una estructura tridimensional bien definida.

Otra cosa a resaltar es que si la frecuencia de excitación ( $f = \omega/2\pi$ ) es suficientemente chica ( $(\omega/c_0)^2 < (m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2$ ) entonces  $\beta_{mn}$  es imaginaria, lo que físicamente implica que se formará una onda evanescente, en la cual la amplitud decae rápidamente evitando que se propague más allá de lo que el amortiguamiento permita. La frecuencia límite para que la onda todavía se propague por toda la guía se le llama frecuencia de corte ( $f_c$ ) y ocurre cuando  $\beta_{mn} = 0$ .

$$f_{c\ mn} = \frac{1}{2} c_0 \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$$

La solución completa es la suma de todos los modos

$$p = \sum_{m,n} A_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{i(\omega t - \beta_{mn} z)}$$

donde los coeficientes  $A_{mn}$  se determinan por la fuente de sonido. El movimiento de la onda es forzado por la fuente, no es libre y la frecuencia depende únicamente de la fuente, no de la geometría de la guía.

Suponiendo que la fuente es armónica, entonces la presión tendrá la forma:

$$p(x, y, 0, t) = F(x, y) e^{i\omega t}$$

Para encontrar el valor de los coeficientes se debe de resolver lo siguiente:

$$F(x, y) = \sum_{m,n} A_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b}$$

que es una doble serie de Fourier y se resuelve usando la ortogonalidad de las funciones trigonométricas, el resultado queda de la siguiente forma:

$$A_{mn} = \frac{\varepsilon_m \varepsilon_n}{ab} \int_0^b \int_0^a F(x, y) \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} dx dy$$

donde  $\varepsilon_i$  es el factor de Neuman que vale 1 si  $i = 0$  y vale 2 si  $i \geq 1$ .

De esta parte se puede notar que no todos los modos se pueden propagar, para empezar la frecuencia de la fuente debe de exceder la frecuencia de corte, además, dependiendo de las propiedades de la fuente, puede ser que para algunos valores de  $m$  y  $n$  se anulen por la ortogonalidad de las funciones.

Cuando la frecuencia es tiende a infinito, la velocidad de fase se aproxima a la velocidad en un medio libre, es decir, a la velocidad del sonido.

La velocidad de fase se puede interpretar como la velocidad de la traza de un rayo que rebota de un lado a otro por las paredes de la guía de ondas, está dada por:

$$c_{mn}^{ph} = \frac{\omega}{\beta_{mn}}$$

es importante notar que cada modo tiene su propia velocidad de fase.

En términos del ángulo de incidencia ( $\theta_i$ ) la velocidad de fase se puede escribir:

$$c^{ph} = \frac{c_0}{\sin \theta_i} = \frac{c_0}{\sqrt{1 - (f_c/f)^2}}$$

la velocidad de fase depende de la frecuencia y puede verse que para frecuencias muy altas la velocidad de fase tiende a la velocidad del sonido.

Por otro lado la velocidad de grupo, definida como el componente axial de la velocidad de propagación y que puede interpretarse como la velocidad con la que se transmite la energía a través de la guía está dada por.

$$c^{gr} = \frac{d\omega}{d\beta} = c_0 \sin \theta_i = \sqrt{1 - (f_c/f)^2}$$

Se satisface que el producto de la velocidad de fase por la velocidad de grupo es el cuadrado de la velocidad del sonido.

$$c^{gr} c^{ph} = c_0^2$$

Es importante notar que en el caso en el que el ángulo de incidencia es cero, dado que la velocidad de propagación no tiene componente axial, la velocidad de grupo es cero. Al mismo tiempo, la velocidad de fase tiende a ser muy grande, debido a que el frente de onda es paralelo a la pared de la guía de ondas.

En la Figura 1-1 se muestra el campo acústico en el interior para un instante de tiempo  $t$ . El rayo incidente se representa por la línea azul segmentada, el cual llega a la pared con un ángulo incidente y rebota, repitiéndose esto mientras se propaga a lo largo de la guía. Las líneas paralelas representan los frentes de onda, las líneas sólidas representan los máximos y las líneas punteadas los mínimos. Es importante notar

que el rayo incidente es perpendicular con las líneas de los frentes de onda, también notar que en la pared cuando se refleja la onda está cambia de fase para satisfacer las condiciones de frontera.

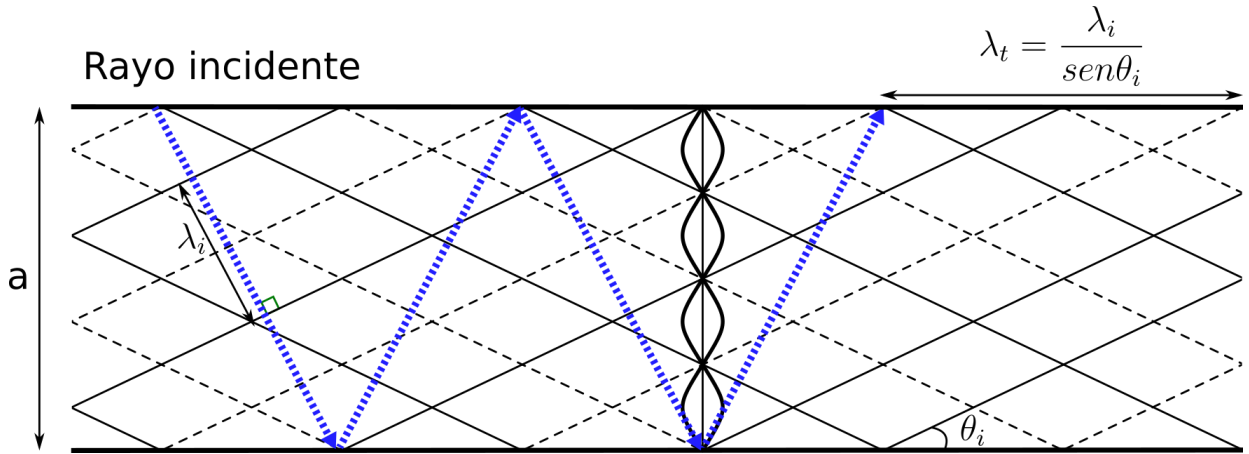


Figura 1-1.- Representación del campo acústico en el interior de la guía de ondas para un instante de tiempo y con una única longitud de onda.

El frente de onda se mueve una longitud de onda ( $\lambda_i$ ), la proyección sobre la guía de onda es una longitud de onda ( $\lambda_t$ ) aparente. La velocidad de fase es la velocidad asociada a esta longitud de onda aparente.

El frente de onda se mueve a lo largo de la guía, cuya longitud de onda  $\lambda_t$  se puede escribir como la longitud de onda de la traza dividida por un período.

Cuando la onda que se propaga llega al final de la guía de onda se encuentra con una interfaz donde las propiedades del medio en el que se propagaba inicialmente cambian abruptamente. Parte de la onda se reflejara hacia el interior de la guía de ondas y parte se transmitirá al exterior. Las propiedades de estas ondas dependerán de las propiedades de ambos medios.

En la interface se cumple que tanto la onda reflejada como la onda transmitida tienen la misma frecuencia que la onda incidente, por conservación de la energía, también se cumple que el número de onda ( $\kappa_i = \omega/c_i$ ) es el mismo para las tres ondas. Por otro lado, el ángulo de la onda reflejada es igual al ángulo de la onda incidente y el ángulo de la onda transmitida seguirá la ley de Snell acústica.

Ahora, las proporciones de las amplitudes de las ondas están dadas por los coeficientes de reflexión ( $R_a$ ) y de transmisión ( $T_a$ ):

$$R_a = \frac{A_r}{A_i} = \frac{\rho_2 c_2 \sec \theta_2 - \rho_1 c_1 \sec \theta_1}{\rho_2 c_2 \sec \theta_2 + \rho_1 c_1 \sec \theta_1} \quad ; \quad T_a = \frac{A_t}{A_i} = \frac{2 \rho_2 c_2 \sec \theta_2}{\rho_2 c_2 \sec \theta_2 + \rho_1 c_1 \sec \theta_1}$$

De estas relaciones puede notarse que si los medios son los mismos entonces el coeficiente de reflexión se anula para un ángulo de incidencia normal pero no para una incidencia oblicua. También si la impedancia ( $\rho_i c_i$ ) del segundo medio es mucho mayor que la del primer medio entonces la mayor cantidad de energía está en la onda reflejada (William C. & Mark A., 1969).

## 1.2 Retos del estudio de la propagación de ondas en ductos

En las guías de ondas acústicas es posible describir analíticamente el campo acústico dentro y fuera, pero si hay cambios de geometría en el interior o en los extremos se producen condiciones de frontera que imposibilitan la obtención de resultados analíticos. También, grandes amplitudes de onda dan paso a comportamientos que no tienen una descripción lineal. Entonces, para poder describir los campos tanto al interior como al exterior, es necesario recurrir a métodos analíticos de aproximación, a métodos numéricos y a estudios experimentales.

Los estudios experimentales se realizan con un arreglo de micrófonos, sondas de medición de impedancia acústica de entrada y recientemente con la técnica óptica *schlieren* (López-Carronero et al., 2016). Los primeros dos permiten medir los cambios de presión o las intensidades del campo acústico en varios puntos para poder reconstruir el campo acústico a partir de esta información. Sin embargo, en ambos casos, el campo acústico se ve perturbado por los instrumentos de medición. Además, no es posible realizar un arreglo de micrófonos en el interior de guías de ondas por el reducido espacio; por lo que suele colocarse micrófonos solo en la superficie, lo que obliga a realizar suposiciones teóricas para la reconstrucción del campo acústico, como suponer ondas unidimensionales con frentes planos, lo que limita su uso en acústica lineal. Con la técnica óptica de *schlieren* se puede obtener datos cualitativos de los cambios de densidad o cuantitativos de la forma de la onda, con la ventaja de que no se interfiere con el campo acústico (Settles, 2001).

Por otro lado, está la técnica óptica *schlieren* con un fondo como referencia BOS (*Background Oriented Schlieren* por sus siglas en inglés) (Meier, 1999). Con esta técnica es posible obtener datos cuantitativos del índice de refracción de un gas transparente, debidos a cambios locales en las propiedades termodinámicas del gas, como la densidad, la presión o la temperatura (Porta Zepeda, 2015).

La técnica ha sido usada para determinar cambios de densidad de diversos fenómenos como: las ondas de choque que se generan alrededor de un cono recto con un ángulo de ataque de  $0^\circ$  en un túnel de viento supersónico (Venkatakrisnan & Meier, 2004). Se han realizado estudios de flujos supersónicos (G. Meier, 2002; Goldhahn & Seume, 2007; Clem et al., 2012; Porta, 2015), de los cambios de densidad producidos por las aspas de un helicóptero (Raffel et al., 2000), Ondas de choque fuertes (Venkatakrisnan & Meier, 2004; OTA et al., 2012 ) y también de la descarga de un flujo libre con densidad diferente a la del medio de descarga (Porta Zepeda, 2015).

Lo anterior muestra la gran importancia que tiene la técnica por la gran variedad de fenómenos en los que se ha aplicado y el potencial que tiene para utilizarse en otros fenómenos como en las guías de onda acústicas.

### 1.3 Schlieren con un fondo como referencia (BOS)

La técnica de *schlieren* con un fondo como referencia (BOS) consiste en tomar un par de fotografías: la primera es de un patrón conocido y la segunda es del mismo patrón pero entre la cámara y el patrón se coloca el objeto de estudio también llamado objeto *schlieren*. El objeto de estudio es transparente y presenta gradientes de índice de refracción, debidos a cambios locales en la densidad, lo que provoca un desplazamiento aparente del patrón, ver Figura 1-2. La técnica consiste en medir estos desplazamientos aparentes por medio de algoritmos numéricos (Porta, 2015).

El diseño experimental consiste de una fuente de luz, seguida de un fondo con un patrón conocido. Luego se coloca el fenómeno de estudio y al final una cámara con la que se graban las imágenes.

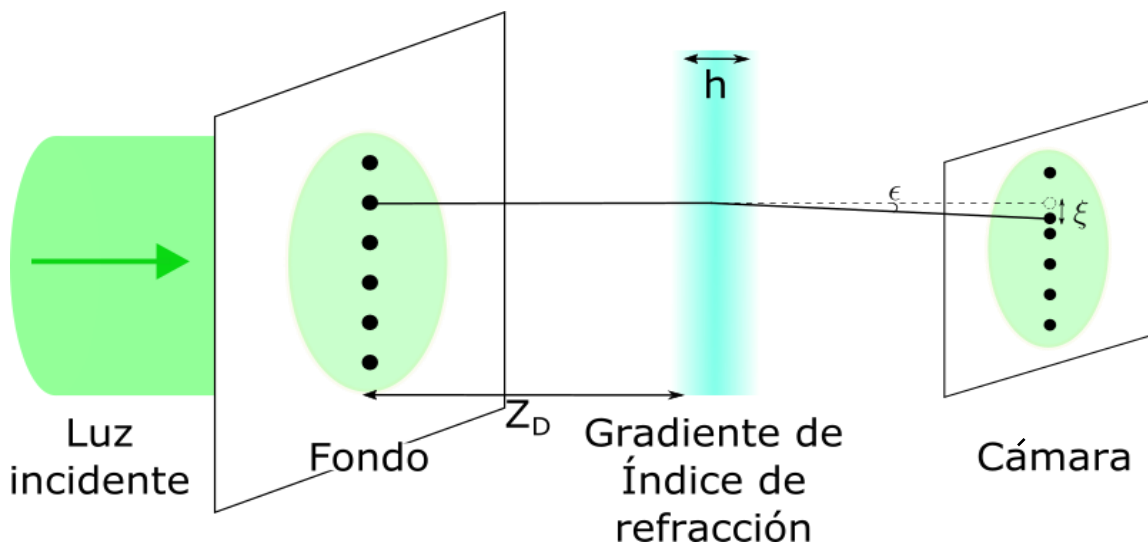


Figura 1-2.- Arreglo experimental del *schlieren* con un fondo como referencia (BOS). Se puede ver el desplazamiento aparente de los puntos del patrón de fondo debido al cambio en el índice de refracción. El parámetro  $h$  es el espesor del fenómeno y  $Z_D$  es la distancia del fondo al objeto *schlieren*.

Una vez obtenido el campo de desplazamientos, para obtener la densidad ( $\rho$ ) se requiere resolver la siguiente ecuación de Poisson (ecuación 1). La deducción completa de las ecuaciones se puede consultar en el trabajo de Porta (2015).

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \rho}{\partial y^2} = \frac{n_0}{k M_{ag} Z_D h} \left[ \frac{\partial \xi_x}{\partial x} + \frac{\partial \xi_y}{\partial y} \right] \quad (1)$$

El término fuente está compuesto por la derivada del campo vectorial de desplazamientos ( $\xi$ ) multiplicada por parámetros del arreglo experimental: la magnificación ( $M_{ag}$ ), el espesor del fenómeno estudiado ( $h$ ) y la distancia entre el patrón de fondo y el objeto estudiado ( $Z_D$ ), el índice de refracción del medio que rodea al fenómeno ( $n_0$ ) y la constante de Gladstone-Dale ( $k$ ). Al ser una ecuación de segundo orden se requiere de condiciones de frontera, las cuales se fijan con base en el problema físico.

Es importante tener en cuenta que en la deducción de las ecuaciones que modelan el BOS se hacen algunas suposiciones que limitan el intervalo de aplicación de la técnica. Dichas suposiciones son: ángulos pequeños de desviación de la luz (del orden de  $0.06^\circ$ ), válido para la mayoría de los gases cuyo índice de refracción es muy parecido a la unidad ( $n \approx 1$ ); el ángulo con el que incide la luz es pequeño, es decir, rayos paralelos; el cambio en la densidad en la dirección  $x$  se supone que es independiente al cambio en la densidad en la dirección  $y$ ; las desviaciones de los rayos en la dirección de propagación ( $z$ ) son muy pequeñas en comparación con las de las otras direcciones; que los cambios en el índice de refracción son del mismo orden de magnitud en todas las direcciones y que la luz se mueve en línea recta dentro del gradiente de densidad (Porta 2013, Settles 2001, Goldstein 1996).

## 1.4 Problemas del uso de BOS

La técnica óptica BOS mide el índice de refracción de gases transparentes. En general en el estudio de los fluidos no es de interés el índice de refracción, lo que se desea es medir la densidad del fluido. La densidad ( $\rho$ ) y el índice de refracción ( $n$ ) de un gas están relacionadas mediante la ecuación de Gladstone-Dale (GD) (Gladstone & Dale, 1863):

$$n - 1 = k\rho \quad (2)$$

donde  $k$  es la constante de GD. Esta constante depende del material, de las condiciones en que se encuentre este y de la luz utilizada (Menkirch, 1981), como se ve en la ecuación 3:

$$k = \left( \frac{e^2}{2\pi c^2 m_e M_m} \right) \left[ \frac{N_A p_0}{RT_0} \right] \sum \left( \frac{f_i \lambda_i^2 \lambda}{\lambda^2 - \lambda_i^2} \right) \quad (3)$$

donde  $i$  es el índice de los diferentes osciladores armónicos del material inducidos por el campo eléctrico de la luz incidente,  $m_e$  es la masa del electrón,  $f_i$  es la constante de restitución del oscilador asociado a la vibración de las moléculas,  $\lambda_i$  es la longitud de onda correspondiente a la frecuencia de resonancia de las moléculas del medio,  $\lambda$  la longitud de onda de la luz incidente,  $M_m$  es la masa molar del medio,  $c$  la velocidad de la luz en el vacío,  $e$  es la carga eléctrica del electrón,  $N_A$  el número de Avogadro,  $R$  la constante universal de los gases,  $p_0$  y  $T_0$  son la presión y la temperatura del gas en condiciones estándar (NIST, 2018), lo que se encuentra entre paréntesis se le conoce como constante Loschmidt que indica el número de átomos y moléculas de un gas ideal por unidad de volumen.

Una de las principales limitaciones para la aplicación de esta técnica es que no existen muchas bases de datos reportadas con valores de la constante de GD y las que existen difieren a las condiciones particulares del laboratorio, debido a las condiciones atmosféricas y por la longitud de onda utilizada.

Dicho problema es descrito por Aguayo et al. (2016). En su trabajo usan BOS para medir los índices de refracción y densidades de gases conocidos y los comparan con valores reportados en tablas. En sus resultados obtienen un error del 0.005% en el valor del índice de refracción, sin embargo, para la densidad



el error crece al 6.95% como consecuencia de hacer uso de una constante de GD inadecuada. Con esto se muestra que la técnica BOS es muy precisa en medir el índice de refracción pero que para determinar la densidad es fundamental tener la constante de GD adecuada o se tendrá un sesgo en la medición.

En la literatura hay pocos intentos para obtener la constante de GD. En el trabajo de Kotchourko et al. (2014) se intenta obtenerla usando un chorro libre de hidrógeno, se mide con dos técnicas simultáneamente: con BOS y con la técnica "*sampling probe method*". Teóricamente se usa una función que describe el cambio de la concentración del chorro con la distancia. En sus resultados se obtienen unos valores cuyo error varía entre el 7.3% y el 12.3%. El autor asocia el error a discrepancias con el modelo de concentración usado y a la presencia de inestabilidades de Kelvin-Helmholtz en el chorro.

Otro intento es el realizado por Vasudeva et al. (2005). Los autores estudian un flujo libre de aire caliente y para calibrar usan una placa de plástico (*perspex*) sobre una mesa giratoria. El problema es que actualmente el uso de BOS y la ecuación de GD se limitan exclusivamente a gases, debido a las aproximaciones que se hacen para construir la técnica, por lo que sus resultados no son válidos al intentar calibrar usando un medio sólido.

En el trabajo realizado por Venkatakrishnan y Meier (2004), ellos estudian la onda de choque formada por un cono colocado en un túnel de viento supersónico. Al comparar sus resultados con tablas concluyen que obtienen "buenos resultados", pero no dan ningún porcentaje de error.

El objetivo de este trabajo es el de instrumentar la técnica BOS para medir cuantitativamente la densidad y presión producidos por un pulso de presión acústico que se propaga en el interior de una guía de ondas.

Para ello es necesario determinar el valor de la Constante de GD del aire en las condiciones específicas del laboratorio y de la fuente de luz a utilizar. Esto permitirá realizar futuros experimento usando BOS con valores de densidad y de presión en lugar de solo el índice de refracción.

## **1.5 Propuesta para la obtención de la constante de Gladstone-Dale.**

La propuesta para determinar la constante de GD es la de medir el índice de refracción de la guía de ondas con el gas en reposo en su interior. La medición del índice de refracción se hará usando BOS y simultáneamente medir la presión y la temperatura del gas. El caso de estudio es más simple ya que el gas de estudio es el mismo que el circundante, es decir aire.

Para determinar la constante de GD específica no importa si se realiza en reposo o con el gas en movimiento, ya que el valor del índice de refracción es el mismo.

Posteriormente se compararán los resultados de la onda de choque al medir el índice de refracción usando BOS y al medir la presión con un micrófono de sonda. Para realizar la comparación se deducirá una ecuación que relacione ambas variables.

El índice de refracción ( $n$ ) y la densidad ( $\rho$ ) de un gas transparente están relacionadas por la ecuación de GD:

$$n - 1 = k\rho \quad (2)$$

La propuesta es la de combinar la ecuación de GD (ecuación 2) con la ecuación de estado de los gases ideales (ecuación 4):

$$P = \rho R_s T \quad (4)$$

con  $P$  la presión,  $T$  la temperatura y  $R_s$  la constante específica de los gases. Al juntar ambas ecuaciones y despejar a la constante de GD se obtiene la ecuación:

$$k = \frac{R_s T}{P} (n - 1) \quad (5)$$

No tener la constante de GD adecuada producirá un sesgo en las medidas haciendo que todos los valores se sobreestimen o se subestimen, de aquí es la importancia de medirla.

## 1.6 Tubo de Choque

Para generar cambios de presión que sean detectables por la técnica BOS se usaron ondas de choque. Hay varias formas de generar una onda de choque: por tubo de choque, por una explosión, por una chispa eléctrica o con un pistón. Se optó por la primera, usar un tubo de choque.

Un tubo de choque es un dispositivo para producir ondas de choque en condiciones controladas. Consta de tres partes: la primera es la cámara de alta presión (*driver*) que almacena aire a presión, una cámara de baja presión (*driven*) que está conectada al tubo por el cual se propagará el pulso de presión y la tercera es una membrana que separa a las dos anteriores.

Para generar la onda de choque se aumenta la diferencia de presión entre las dos cámaras hasta el valor deseado y luego se revienta la membrana, lo que libera súbitamente la presión. La membrana puede romperse de forma externa, por ejemplo con un pistón, o se puede esperar a que la membrana ceda por sí sola a causa de la diferencia de presión. En este último caso, la intensidad de la onda de choque depende del material y de su grosor, estos factores limitan la diferencia de presión que se puede alcanzar.

La diferencia de presiones se puede generar al inyectar aire y aumentar la presión en la cámara de alta presión o disminuir la presión con una bomba de vacío en la sección de baja presión. El gas que se quiere estudiar se encuentra en la sección de baja presión. Cuando se rompe la membrana el gas de la cámara de alta presión se propaga hacia el final del tubo. A la división entre los gases que se encontraban en

ambas secciones se le llama superficie de contacto (*contact surface*) o frente frío (*cold front*) (Davis & Curchack, 1969).

El pulso de presión ya formado se propaga a velocidades superiores a la velocidad del sonido y en su recorrido comprime, calienta y acelera el gas (Davis & Curchack, 1969). Tiempo después de la propagación de la onda de choque, pasa el flujo de gas que estaba en el interior de la cámara de alta presión. La frontera entre este flujo y el fluido que se encuentra por detrás de la onda de choque se le llama superficie de contacto.

En el momento de la ruptura de la membrana se generan una serie de ondas de expansión (*expansion fan*) que se propagan en dirección contraria a la de la onda de choque principal, es decir, se propagan hacia la sección de alta presión. Estas ondas llegan al extremo del tubo, chocan y se reflejan en dirección de la salida del tubo de choque. Si la cámara de presión no es lo suficientemente larga las ondas de expansión ya reflejadas pueden llegar a alcanzar o incluso rebasar la superficie de contacto y la onda de choque, lo que cambia las propiedades del gas por el que se propaga la onda de choque (Davis & Curchack, 1969).

### 1.6.1 Teoría ideal del tubo de choque.

Para tratar de explicar el fenómeno del onda de choque generada por el tubo de choque el modelo existente, y que se describe a continuación, considera que al principio el gas está estático, el flujo es unidimensional, el proceso es adiabático por lo que se considera que el fluido es invíscido, la ruptura de la membrana es de forma instantánea y se abre completamente, no hay ondas reflejadas de la expansión, el gas se considera un gas ideal y la sección transversal permanece constante.

Para el estudio, el modelo divide el fenómeno en cuatro regiones principales. En cada una de estas regiones se definen sus propiedades termodinámicas y se asegura de que exista continuidad entre las propiedades de cada una de las fronteras.

Se usan los siguientes subíndices para especificar la región de la que se habla, como se muestra en la Figura 1-3. Los subíndices 4 y 1 son las condiciones iniciales del gas en las secciones de alta y baja presión respectivamente, el 2 se refiere a las condiciones del gas por detrás de la onda de choque, el número 3 se refiere a las condiciones atrás de la superficie de contacto.

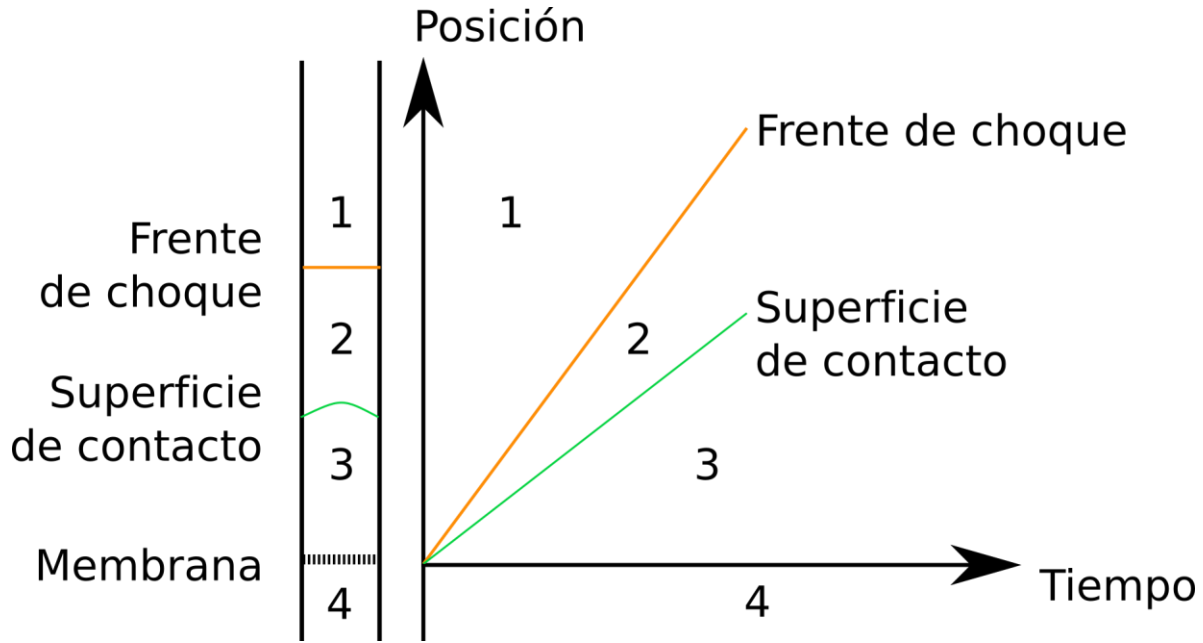


Figura 1-3.- Representación cualitativa del frente de choque propagándose por el tubo de choque. Izquierda representación del tubo de choque, derecha gráfica de posición contra tiempo de la evolución del frente de choque y la superficie de contacto.

Se parte de las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía en cada una de las regiones (Davis & Curchack, 1969). El sistema de coordenadas se encuentra montado sobre la onda de choque, por lo que el sistema de coordenadas es:

$$\begin{aligned} v_1 &= u_s \\ v_2 &= u_s - u_2 \end{aligned}$$

Donde  $u_s$  es la velocidad de la onda de choque,  $v_1$  es la velocidad en la región 1 y la velocidad  $u_2$  es la velocidad de las partículas del gas en la región entre la onda de choque y superficie de contacto. La igualdad se da ya que desde la perspectiva de la onda de choque la velocidad ( $u_1$ ) de las partículas en la región (presión baja) es cero.

Con esto las expresiones que definen lo que pasa en las regiones antes de que se rompa la membrana en función de las presiones ( $P$ ) son:

$$\frac{P_4}{P_1} = \frac{2\gamma_1 M_s^2 + 1 - \gamma_1}{(\gamma_1 + 1) \left( 1 - \frac{c_1 \gamma_4 - 1}{c_4 \gamma_1 + 1} \left( M_s - \frac{1}{M_s} \right) \right)^{\frac{2\gamma_4}{\gamma_4 - 1}}} \quad (6)$$

Donde  $\gamma$  es el cociente de los calores específicos del gas ( $c_p/c_v$ ),  $M_s$  es el número de Mach de la onda de choque,  $c$  es la velocidad del sonido. El subíndice especifica cada uno de los medios con los que se trabaja, si se tiene el mismo gas en la cámara de alta presión y en la cámara de baja presión entonces  $c_1 = c_4$  y

$\gamma_1 = \gamma_4$ . Se supone que el flujo a través de las ondas de expansión es isentrópico. Se puede ver que al incrementar la diferencia de presiones se produce un número de Mach mayor.

Cuando ya se rompió la membrana y el frente de choque se está propagando, las ecuaciones que describen lo que pasa en las regiones entre el frente de onda y la superficie de contacto (regiones 1 y 2) son:

$$\begin{aligned}\frac{P_2}{P_1} &= \frac{2\gamma M_s^2 - \gamma_1 + 1}{\gamma_1 + 1} \\ \frac{T_2}{T_1} &= \frac{(2\gamma_1 M_s^2 - \gamma_1 + 1)[(\gamma_1 - 1)M_s^2 + 2]}{M^2(\gamma_1 + 1)^2} \\ \frac{\rho_2}{\rho_1} &= \frac{(\gamma_1 + 1)M_s^2}{(\gamma_1 - 1)M_s^2 + 2} \\ \frac{u_2}{c_1} &= \frac{2(M_s^2 - 1)}{(\gamma_1 + 1)M_s}\end{aligned}\tag{7}$$

La superficie de contacto se considera isentrópica y debe de cumplir con las condiciones de continuidad (Davis & Curchack, 1969):

$$\begin{aligned}u_3 &= u_2 \\ P_3 &= P_2\end{aligned}$$

### 1.6.2 Caso real e Influencia de la membrana

La membrana no se rompe instantáneamente, lo que genera una serie de ondas de compresión. Las ondas al juntarse coalescen formando el frente de choque (*shock front*) (Pakdaman et al., 2016).

La mayoría de las veces, la membrana se rompe del centro hacia los extremos, por lo que al principio la onda de choque empieza como un jet que va incrementando su tamaño hasta llenar el tubo. Algo a resaltar es que debido al proceso intrínseco de la ruptura de la membrana, la onda de choque no es completamente repetible.

Se ha observado que la velocidad de la onda de choque no es constante, al principio se acelera hasta alcanzar una velocidad máxima, es aquí cuando el frente de choque ya se encuentra formado. Después, la velocidad empieza a decrecer monótonamente debido a la viscosidad (IKUI et al., 1969). En un caso real la velocidad de propagación es menor a la predicha debido a que no se considera ni la viscosidad ni la transferencia de calor y esta discrepancia se hace más grande con la distancia (IKUI et al., 1969).

En estudios (Hartunian, 1961; Kiefer & Manson, 1981) realizados con guías de onda con números de Mach mucho mayores a la unidad ( $M_s \gg 1$ ), se ha mostrado que el frente de onda se encuentra curvado en los extremos por la capa límite que se produce con las fronteras. La curvatura y la inclinación del frente de onda deben de tenerse en cuenta, ya que puede causar la difracción de los rayos de luz y, por lo tanto, afectar la interpretación de los resultados (Lin & Fyfe, 1961).

Sin embargo, también se ha observado que para ondas de choques que se propagan por guías de onda con números de Mach cercanos a la unidad ( $M_s \sim 1$ ) la curvatura del frente de choque es despreciable y después de una cierta distancia de propagación, estas superficies pueden considerarse planas (Kahali et al., 2020). En estos casos la distancia necesaria para que el choque se vuelva plano depende del tipo de membrana utilizada y se conoce como distancia de formación de choque ( $x_s$ ), se ha encontrado (Takefumi Ikui, 1969) que es una función de los siguientes parámetros:

$$x_s = \tau_{op} c f_p(p_{14}) \quad (8)$$

donde  $c$  es la velocidad del sonido,  $f_p$  es una función que depende de la razón de presiones iniciales ( $p_{14}$ ) y  $\tau_{op}$  es el tiempo de apertura de la membrana, que a su vez, depende de las características de la membrana, esto es, la densidad, el grosor y el límite elástico, así como el diámetro hidráulico. Experimentalmente se ha encontrado que la onda de se forma a una distancia de entre 5 y 40 diámetros (Kobayashi & Adachi, 2004; Pakdaman et al., 2016).

Una vez que la onda de choque se encuentra completamente formada, se puede estimar su espesor utilizando la teoría del choque débil, teniendo en cuenta que el choque descrito anteriormente no se forma instantáneamente, sino que se produce por la confluencia de una serie de ondas de compresión. El espesor del choque ( $\delta$ ), está dado por:

$$\delta = \frac{8c\mu}{(\gamma + 1)\Delta p} \left( \frac{3}{4} + \frac{\gamma - 1}{Pr} \right) \quad (9)$$

donde  $\mu$  es la viscosidad dinámica del medio,  $\gamma$  es la relación de calores específicos,  $Pr$  es el número de Prandtl y  $\Delta p$  es el diferencial de presión a lo largo de la onda de choque (Vanco & Pierce, 1998).

Se estima que la onda de choque típicamente tiene un grosor de unos pocos caminos libres medios del material en el que se propaga, en un caso ideal, el gas comprimido alcanza sus valores de equilibrio en la presión, densidad y temperatura en esta distancia. En la realidad, a la onda de choque le precede una región extendida en la que se pueden producir fenómenos como relajación de la energía molecular vibratoria, disociación, ionización y otros efectos (Davis & Curchack, 1969).

### 1.6.3 Pulso de presión, onda de choque o Frente de choque

Con la finalidad de aclarar algunos términos que se usan comúnmente en la literatura especializada y que pueden llegar a confundirse entre sí, en esta sección se dan las definiciones y diferencia entre cada uno de los siguientes términos: pulso de presión, onda de choque (*shock wave*), choque (*shock*) y frente de choque (*shock front*).

Una onda de choque (*shock wave*) o simplemente choque (*shock*) se produce cuando un pulso de presión crea diferencias infinitesimales en la densidad y en la presión, en lugar de crear diferencias finitas, hay discontinuidades en las propiedades del flujo, la velocidad de propagación del pulso es mayor a la velocidad local del sonido y el proceso no es isentrópico (Saad, 1993).

El nombre de “onda de choque” puede resultar confuso ya que para su descripción no se suele utilizar la ecuación de onda, tampoco tiene las propiedades características con las que se le suele asociar a las ondas periódicas como son frecuencia y longitud de onda, por lo que algunos autores prefieren llamarlo como pulso de presión o simplemente choque. Sin embargo, si cumple con la definición de onda ya que es una perturbación en del medio que transporta energía de un punto a otro con velocidad finita. La confusión en el término se da porque no es periódica.

La onda de choque se propaga por un medio que se encuentra en reposo y al atravesarlo lo perturba, por lo que se crean tres regiones: la perturbada, la onda de choque y la región sin perturbar. Al límite entre la región que comprende a la onda de choque y la región sin perturbar se le conoce como frente de choque (*shock front*) (Davis & Curchack, 1969).

Gran parte de la confusión entre onda de choque y frente de choque surge de la definición misma de onda de choque. La onda de choque se describe, en la mayoría de los modelos teóricos, como algo infinitesimalmente pequeño o incluso algo unidimensional, por lo que la onda de choque y su frontera serían la misma cosa. Pero hay que considerar que la definición surge de los modelos teóricos para tratar de explicar el comportamiento de la onda de choque y que en la realidad la onda de choque tiene un tamaño físico.

Esta confusión también se da por la mala interpretación que se le suele dar a las fotografías de *schlieren* y *shadowgraph* de las ondas de choque, las cuales históricamente han sido la manera típica de verlas. En estas imágenes se ven las ondas de choque como líneas que delimitan muy bien dos regiones, por lo que es fácil pensar en la onda de choque como una frontera física, sin embargo, en este razonamiento no se toma en cuenta lo que significa físicamente tomar una fotografía con las técnicas de *schlieren* o *shadowgraph*. Con dichas técnicas ópticas lo que se obtiene es la primera y segunda derivada espacial de la densidad respectivamente, es decir, lo que muestran son los cambios de densidad o donde estos cambios son más grandes, mas no la densidad del fenómeno (Porta, 2015). Entonces en las fotografías de *schlieren* y *shadowgraph* lo que se ve como la onda de choque no es una frontera como tal, más bien en *schlieren* se ve la primera derivada, donde la densidad cambia más, mientras que en *shadowgraph* es la segunda derivada, en donde se producen los segundos cambio de densidad.

## 2 Desarrollo Experimental

Para llevar a cabo la técnica BOS se requiere de los siguientes elementos: la cámara para tomar las imágenes, el patrón de fondo, el fenómeno de estudio, la iluminación y el algoritmo. En las siguientes secciones se describen a detalle cada uno de ellos así como el proceso que se tuvo que hacer para construir el experimento y la instrumentación a su alrededor, necesaria para poder realizar la técnica y obtener las mediciones.

### 2.1 Tubo de choque y la guía de ondas

Para producir un pulso de presión que fuera lo suficientemente intenso como para ser detectado por la técnica BOS, se utilizó un tubo de choque. A continuación se describe la construcción.

El tubo de choque ( Figura 2-1 ) consta de dos bridas de fierro conectadas a tubos roscados de 2 cm de diámetro interior. Pegada y presionada entre las bridas se encuentra la membrana la cuál es de papel bond de  $0.10 \pm 0.005$  mm de espesor. Las bridas se presionan con cuatro tornillos.

La cámara de presión alta es el tubo con longitud de 18 cm. En el extremo hay un tapón al cual se le hizo una perforación con una broca y se le machueló cuerda  $\frac{1}{4}$ " NPT para poder colocarle un conector rápido (racor rápido roscado), por donde se conectaría una manguera conectada a su vez a una compresora.

La presión suministrada se mide con un manómetro que tiene un intervalo de medición de 0 a 100 psi con una mínima escala de 2 psi. La presión es suministrada por un compresor conectado por una manguera larga de 0.40 cm de diámetro interior a la cámara de presión con el racor rápido. La cámara de presión baja es el otro extremo del tubo de choque el cual se encuentra a presión atmosférica y mide 33.6 cm de largo, es por aquí por donde sale el flujo de aire y la onda de choque.

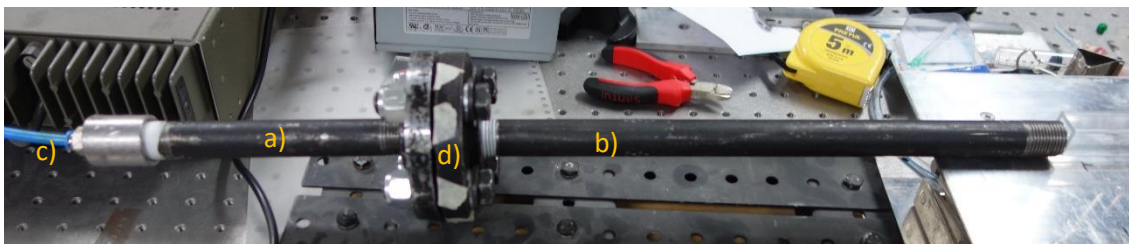


Figura 2-1.- Tubo de choque, a) cámara de presión, b) cámara de baja presión, c) entrada de aire, d) bridas.

Por la parte óptica se requiere que la guía de ondas sea de paredes paralelas transparentes, por lo cual se diseñó un acoplador que pasara suavemente de una sección transversal circular a una cuadrada. Este se fabricó con una impresora 3D (Figura 2-2).



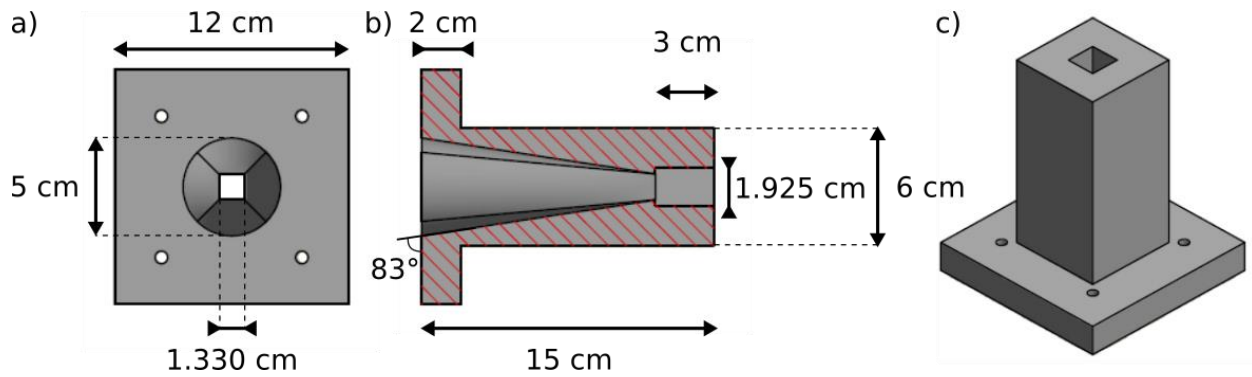


Figura 2-2.- Medidas del acoplador a) vista inferior, b) vista de perfil con un corte transversal a la mitad, c) vista isométrica.

La guía de ondas se hizo con tubos de acrílico transparente con sección transversal cuadrada de 1.330 cm de lado interno y con una longitud de 180 cm. Adicionalmente se requiere que la guía de onda tenga una longitud grande, en el siguiente apartado se explica esto en detalle. Así que para conectar cada una de las secciones de tubo de 180 cm se diseñaron e imprimieron con una impresora 3D acopladores para unir los tubos. Los acopladores son prismas cuadrangulares de  $3.5 \pm 0.05$  cm de base por  $5 \pm 0.05$  cm de longitud y en el medio tiene un hueco cuadrado de 1.925 cm (Figura 2-3) por el que pasa y se une el tubo de acrílico. El final de la guía de ondas se deja abierto.

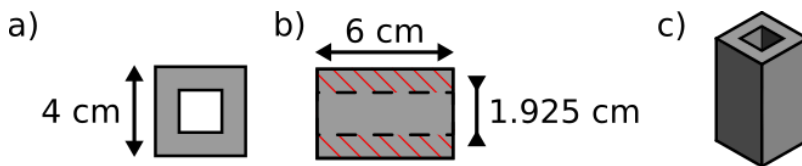


Figura 2-3.- Cople para los tubos de acrílico de sección transversal cuadrada a) vista inferior, b) vista de perfil con un corte a la mitad, c) vista isométrica.

El resultado final del cople se puede ver en la Figura 2-4.

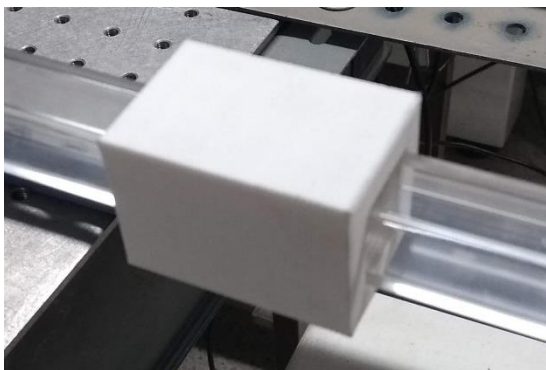


Figura 2-4.- Cople para los tubos de acrílico.

## 2.2 Instrumentación óptica

La técnica BOS requiere que se ilumine el objeto de estudio (onda de choque) para que se grabe en la cámara rápida (Miro M310). Esto requiere que las paredes de la guía de onda sean transparentes, planas y paralelas para que la luz no se desvíe.

Para grabar el fenómeno con la cámara se requiere que el tiempo de exposición sea lo más corto posible, ya que de lo contrario el fenómeno se verá barrido. Aunado a que el fenómeno se mueve a una velocidad que es mayor a la velocidad del sonido en el aire (343m/s). Se necesita que durante el tiempo de exposición le llegue luz suficiente al sensor de la cámara para capturar que el fenómeno y que no se vea oscuro.

Es importante considerar como funciona el sensor de la cámara. Es un sensor CMOS cuyas dimensiones son 2.56 x 1.60 cm con una resolución máxima de 1280 x 800 pix y cada píxel tiene un tamaño de 20  $\mu\text{m}$  (Phantom, 2011). La sensibilidad de este tipo de sensores no es la misma para todas las longitudes de onda, en particular es más sensible a los colores verdes (Phantom, 2016).

Existen varias fuentes de iluminación con la potencia necesaria, como los focos de halógeno, los láseres y leds principalmente. Los dos últimos tienen la ventaja de que existen en longitudes de onda cercanas a las de máxima sensibilidad del sensor de la cámara.

Los láseres tienen la desventaja de que al ser luz coherente se produce difracción y en la imagen se forma un patrón de puntos conocido como *speckle*, que pueden interferir con la técnica BOS y agregan ruido a las imágenes. Otro factor a considerar es el precio, los láseres de alta potencia son más caros que los leds de alta potencia. Considerando todo lo anterior es que se optó por usar un led verde de alta potencia.

Como se muestra en la ecuación 3 la constante de GD está en función de una única longitud de onda y no es claro cómo se puede considerar la contribución de más longitudes de onda o de un intervalo continuo de longitudes de onda. Esto no representa un impedimento, ya que una de las ventajas de obtener el valor de la constante de GD, es que el valor obtenido ya considera a la luz utilizada, por lo que se puede usar cualquier fuente de iluminación.

El led usado es un solo led que mide 4.63 x 2.60 cm (“CBT-120 Product Datasheet”, 2011). La ventaja de que sea un solo led es que al formarse la imagen se verá un solo led, en caso contrario se verían cada uno de los leds y sería necesario dispersar la luz, lo que disminuiría su intensidad.

Al utilizar un led se presentan varias dificultades que hay que resolver. La primera es la fuente de alimentación que requiere proporcionar 18 A con 4.3 V. Otra es que el led presenta un ángulo de apertura bastante grande ( $>60^\circ$ ) por lo que se pierde mucha luz y los rayos no son paralelos. Además el led es una fuente extendida de iluminación (Figura 2-5), es decir, no es una fuente puntual por lo que producirá una imagen de sí misma y todavía no es claro cómo afecta esto a la técnica BOS, por lo que es necesario concentrar y colimar y la luz del led.

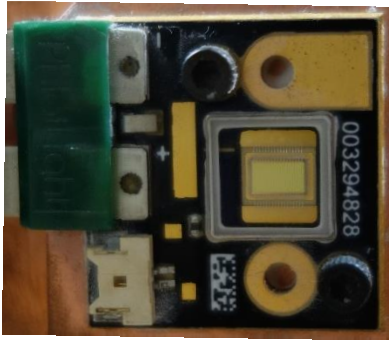


Figura 2-5.- Fotografía del led de alta potencia CBT-120.

Para concentrar y colimar la luz del led, buscando obtener la mayor intensidad de luz al final, se probaron diferentes configuraciones con las lentes disponibles en el laboratorio. El resultado al que se llegó se muestra en la Figura 2-6. Primero, pegado al led se puso el sistema de lentes de un proyector (LCD Proyector Power Zoom) que tiene la ventaja de que su primera lente tiene un diámetro mayor al de las lentes convencionales, en conjunto la lente equivalente tiene una distancia focal respecto al final de la lente de 13.5 cm, todo esto contribuye a captar más luz del led. Con esto se logra que la imagen del led se forme a 61.8 cm y que mida 2.8 x 1.5 cm.

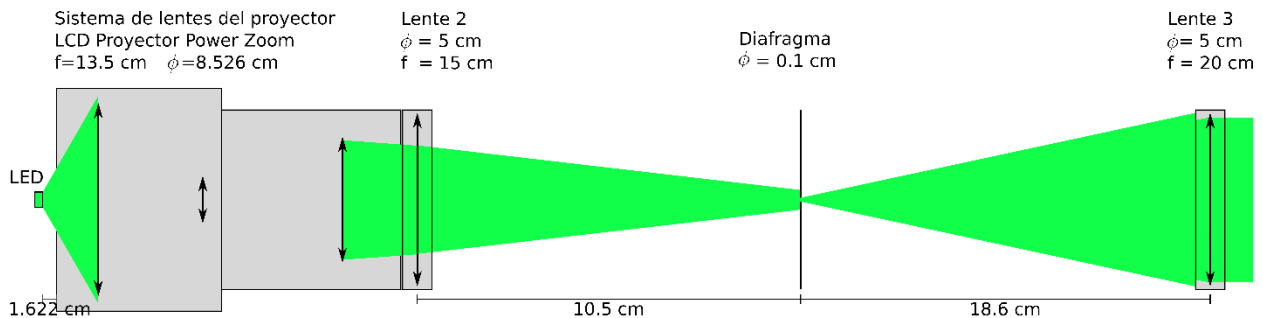


Figura 2-6.- Arreglo óptico para colimar y concertar la mayor cantidad de luz proveniente del led.

Para concentrar aún más la luz que sale del sistema de lentes del proyector, pegada a ella, se colocó una lente con distancia focal de 15 cm que concentra la luz a una menor distancia y de un tamaño menor que el sistema de lentes del proyector. Con esto se consigue que la imagen se forme a 10.5 cm y que mida 0.6 x 0.4 cm. Esta lente es clave para perder menos luz del led ya que permite concentrar una mayor cantidad de luz en un área más pequeña.

En el punto donde se forma la imagen se coloca un diafragma con la apertura más chica posible (0.1 cm). Esta es la razón de que sea necesario concentrar la luz en un área lo más pequeña posible ya que de esta forma se pierde menos luz por el diafragma.

Ahora se puede considerar que la luz proviene de una fuente puntual. Por último se coloca una lente de 20 cm de distancia focal para colimar la luz. El arreglo experimental descrito es la mejor configuración lograda que permite captar la mayor cantidad de luz y colimar.

La mayor pérdida de luz se da a causa de la luz que sale del led y no entra en la primera lente. En segundo lugar se encuentra la luz que se queda en el diafragma y en tercer lugar la luz que no entra en la segunda lente por sobrepasar el diámetro. En este tipo de arreglos ópticos existe una competencia entre el tamaño de la imagen que se forma en el diafragma y el ángulo con el que se abre la luz después del diafragma, ya que se puede disminuir el tamaño de la imagen formada en el diafragma pero a costa de aumentar el ángulo con el que se abre la luz, por lo que una mayor cantidad de rayos de luz no entrarán en la segunda lente. El arreglo mostrado en la Figura 2-6 es en el que se pierde una menor cantidad de luz.

Para que la luz no se desvíe al atravesar la guía de ondas se requiere que sea de paredes planas y paralelas además de transparentes. En un principio se utilizaron secciones de tubo de acrílico de sección transversal cuadrada, sin embargo, se observó que el tubo no es completamente liso y se veían las estrías que se forman intrínsecamente por el proceso de fabricación del tubo.

Para evitar el problema de que el tubo no es completamente liso, a una sección del tubo se le hizo una ventana de visualización de 5 cm. El proceso fue el siguiente: utilizando una fresadora al tubo de acrílico se le rebajaron por completo ambas caras hasta llegar al ras del bore interior del tubo, esto se puede ver en la Figura 2-7. Después se remplazaron estas secciones al pegar dos trozos de placa de acrílico cortadas a la misma medida.

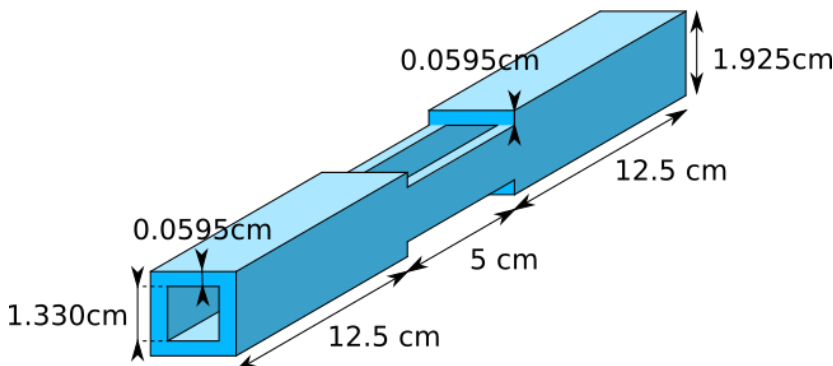


Figura 2-7.- Cortes al tubo de acrílico para la ventana de visualización.

## 2.3 Instrumentación acústica

Se busca medir la presión del pulso, para lo cual se utilizaron dos micrófonos de sonda (modelo 4170 y 4182 de Brüel & Kjær). Este tipo de micrófonos están diseñados para medir en cavidades pequeñas y alcanzar lugares que los micrófonos convencionales no alcanzarían (Figura 2-8).



Figura 2-8.- Micrófonos de sonda, izquierda micrófono 4170 y a la derecha el micrófono 4182.

Para medir los micrófonos usan un capacitor como transductor, lo que hace que tengan altas impedancias eléctricas a la salida, por lo que no se les puede conectar directamente a los instrumentos de medición, en todos los casos es necesario que tengan un preamplificador con alta impedancia eléctrica de entrada (Centro Español de Metrología, 2010).

Los micrófonos se componen de un tubo delgado que conduce al transductor capacitivo el cual está conectado a un preamplificador. El condensador y el preamplificador son alimentados por una fuente (Brüel & Kjær 2807) que también sirve como amplificador para la señal de salida.

El pequeño conducto con forma de tubo de la sonda hace que el micrófono tenga una alta impedancia acústica, de  $4 \times 10^8 \text{ Kg/m}^4\text{s}$  para el micrófono 4170 (Brüel & Kjaer, 1974) y de  $8 \times 10^8 \text{ Kg/m}^4\text{s}$  para el micrófono 4182 (Brüel & Kjaer, 2016).

Tanto la longitud del conducto como la alta impedancia acústica en la sonda tienen como consecuencia que la presión que detecta el micrófono llegue con un retardo y una atenuación en la magnitud. En principio la atenuación se considera en el momento de calibrar el micrófono. El retardo en la señal para el micrófono 4182 es de 0.183 ms con un tubo de longitud efectiva de 6.3 cm, para el micrófono 4170 que tiene una longitud de 17.0 cm no se conoce este dato (Gert Nyrup gert, comunicación personal, 2019).

El tubo de la sonda y el tubo acoplador de impedancia, que se encuentra en la cavidad del micrófono, están diseñados para reducir los reflejos y amortiguar las ondas superficiales, por lo que no son factores a considerar.

A la guía de ondas se le hizo un pequeño agujero del tamaño de la punta del micrófono para poder introducirlo. El micrófono se coloca de forma tal que quede al ras del interior de la guía y se selló con plastilina para evitar fugas.

La señal de salida del amplificador se graba con un osciloscopio (Siglent SDS 2304X) a 1 GSa/s (muestras por segundo).

### 2.3.1 Medición del retardo en el micrófono

Como se dijo en la sección anterior, se conoce el retardo temporal en la señal del micrófono 1482 con un tubo de 6.3 cm de longitud (0.183 ms), sin embargo, al medir con este micrófono, el pulso de presión

resulta ser muy grande y satura el micrófono, por lo que no se puede medir toda la señal. Por el contrario con el micrófono 4170 se mide bien la señal de presión, pero se desconoce el retardo con el que mide.

Por lo anterior, se midió el retraso temporal que tiene el micrófono 4170 sabiendo el retardo del micrófono 1482. Se pusieron simultáneamente ambos micrófonos en el interior de la guía de onda, uno enfrente del otro y se midió al mismo tiempo la señal de un pulso de 10 ondas sinusoidales con una frecuencia de 1000 Hz.

El pulso es generado con un generador de funciones (Stanford Research Systems DS345) y reproducido con una bocina (DS18 pro PRO-DR450). La señal que se graba con los dos micrófonos tiene la misma frecuencia, pero debido a que cada micrófono tiene diferentes características habrá un desfase entre las señales y tendrán amplitudes diferentes. De esta forma el retraso del micrófono 4170 se obtiene primero normalizando las señales para que tengan la misma amplitud y luego se calcula el ángulo de desfase aplicando el producto punto a ambas señales.

El desfase entre ambas señales resultó ser de 0.581 ms, por lo que el retardo total del micrófono 4170 es de 0.764 ms.

### 2.3.2 Calibración del micrófono

Se desea medir la presión del pulso, respecto a la presión atmosférica. Para esto es necesario convertir la diferencia de potencial eléctrico que se mide con el micrófono en una señal con valores de presión.

En el manual del micrófono viene la sensibilidad, la cual es de 1.33 mV/Pa a una frecuencia de 250 Hz, adicionalmente provee la curva respuesta (Figura 2-9) donde se indica la sensibilidad como función de la frecuencia, se expresa en decibeles y la referencia es a 0 dB a la frecuencia de 250 Hz.

Para calibrar el micrófono a las condiciones del experimento se requiere usar un calibrador (Bruel & Kjaer 4230). El calibrador es una cavidad resonante que opera a una frecuencia de 1000 Hz. Tiene la característica de generar un campo de presión que tiene la misma magnitud y fase en cualquier punto del campo. Esto lo consigue ya que sus dimensiones son pequeñas en comparación con la longitud de onda generada.

Debido a que el calibrador produce una onda de 1000 Hz en lugar de 250 Hz, la frecuencia a la que se calibró originalmente el micrófono, es necesario hacer una corrección. Se sabe por el manual (Baüel & Kjaer, 1969) que a 1000 Hz el calibrador produce un campo acústico de 96.3 dB:

$$96.3dB = 20 \log_{10} \left( \frac{V_{RMS}}{V_r} \right)$$

en donde  $V_{RMS}$  es el valor RMS (*Root mean square*) del voltaje que sale del micrófono al medir el campo acústico generado por el calibrador y  $V_r$  es el voltaje de referencia a la frecuencia de 1000 Hz que equivale a  $20 \times 10^{-6}$  Pa, mismo que se desea determinar.

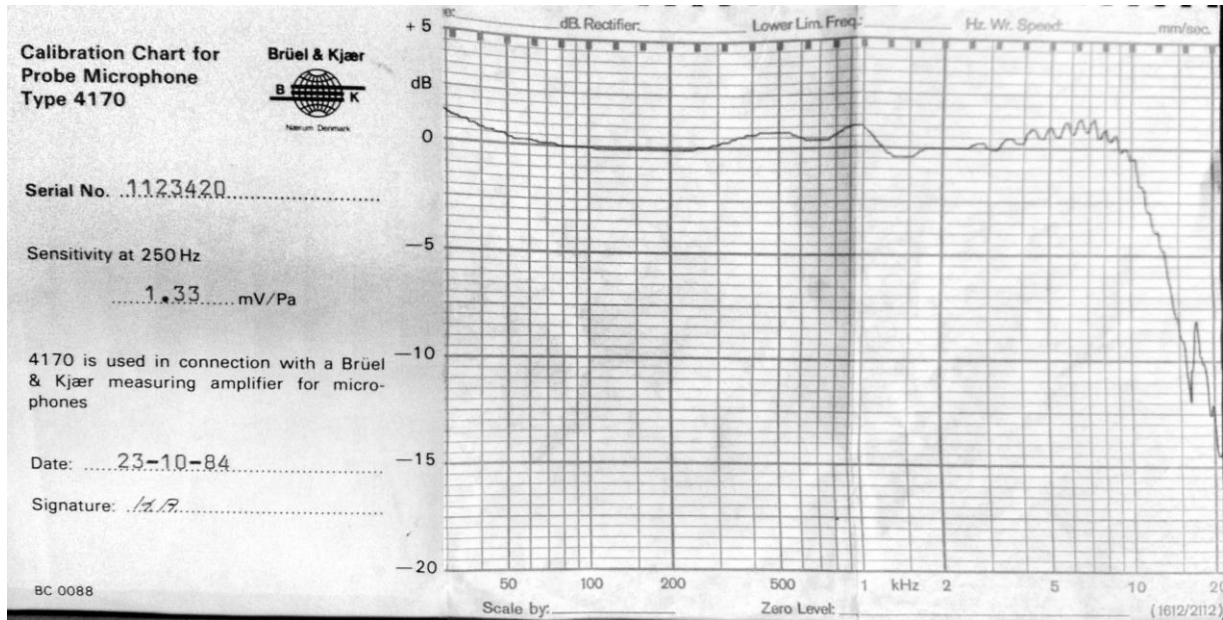


Figura 2-9.- Curva de respuesta del micrófono 4170.

Despejando de la ecuación anterior se obtiene que:

$$V_r = \frac{V_{RMS}}{10^{96.3/20}} \rightarrow 20 \mu Pa$$

Considerando que  $V_{RMS} = 0.0044$  V, entonces  $V_r = 6.73 \times 10^{-8}$  V por lo que la sensibilidad del micrófono a 1000 Hz es de 3.36 mV/Pa. Con este dato y con la curva de calibración, se utiliza la sensibilidad relativa en dB a la máxima frecuencia reportada (30,000 Hz) en el manual. Lo anterior se hace ya que se estudia un pulso. En los pulsos hay cambios súbitos y la mejor forma de representarlos es con las altas frecuencias. Entonces para obtener la sensibilidad a esta frecuencia se sabe que:

$$-17.5 dB = 20 \log_{10} \left( \frac{V_x}{V_r} \right)$$

Aquí  $V_x$  es el voltaje medido con el micrófono de la onda de choque,  $V_r$  es el voltaje de referencia que se calculó y el valor de -17.5 dB se obtiene de la gráfica de calibración del manual del micrófono (Figura 2-9). Lo que se busca ahora es obtener la relación entre ambos voltajes:

$$V_x = 10^{-17.5/20} V_r$$

También es necesario determinar la presión acústica en las condiciones de medida ( $p_{cm}$ ) mediante la relación (Centro Español de Metrología, 2010):

$$p_{cm} = p_{ref} 10^{\frac{SPL_{cm}}{20}}$$

El valor de la  $SPL_{cm}$  (sound pressure levels) según el fabricante es de  $96.6 \pm 0.3$  dB a  $23 \pm 3^\circ C$  usando un tubo de 1" de longitud y a una presión de referencia ( $p_{ref}$ ) es de  $2 \times 10^{-5}$  Pa (Brüel & Kjær, 1969). La presión de referencia corresponde a un nivel de presión sonora de 0 dB.

Con esto se calcula la sensibilidad del micrófono en V/Pa y se establece una relación de proporcionalidad entre la diferencia de potencial eléctrica y la presión.

$$P(t) = \frac{p_{cm}}{V_{RMS}} V(t)$$

### 2.3.3 Longitud de la Guía de onda

La onda de choque se produce cuando se rompe la membrana, la cual se propaga a lo largo del tubo de choque, pasa por el acoplador de sección transversal circular a sección cuadrada e ingresa en la guía de onda. El otro extremo de la guía de ondas se encuentra abierto y el pulso al llegar aquí se encuentra con la presión atmosférica, debido a la diferencia entre la impedancia acústica en el interior y en el exterior de la guía parte del pulso sale y parte se refleja. La parte del pulso que se refleja realizará el recorrido inverso hasta el interior del tubo de choque y de nuevo se refleja, el proceso seguirá hasta que ya no tenga energía para reflejarse en los extremos.

El objetivo es medir solo un pulso de presión y no la superposición del pulso con alguno de los reflejos. La duración del pulso es del orden de  $10^{-2}$  s ( $\Delta t$ ) y suponiendo que el pulso se mueve a la velocidad del sonido ( $c=343$  m/s) se concluye que el puerto de medición debe de estar a una distancia del orden de 3 m ( $d = c\Delta t$ ) del final de la guía de ondas para evitar captar los reflejos.

Para ver la forma en que cambia la señal se hicieron pruebas con un pulso producido por el generador de funciones y una bocina, se utilizó un solo pulso senoidal con una frecuencia de 1000 Hz con una amplitud de 5 V, se grabó con el osciloscopio a 14Khz.

En la Figura 2-10 se muestra el arreglo experimental con las posiciones del micrófono y en la Figura 2-11 se pueden ver los resultados.

La primera prueba (línea azul) se realizó colocando el micrófono a 150 cm de la fuente y a 19 cm del extremo de la guía de ondas; en comparación puede verse que la onda es más ancha y el inicio del reflejo de la señal se da casi cuando termina el primero, el tercer reflejo se da a aproximadamente 0.05 s después. La segunda prueba (línea naranja) se realizó poniendo el micrófono ahora a 20 cm de la fuente y alejándolo del final de la guía de ondas 151 cm; en este caso la primera señal es más intensa al estar más cerca de la fuente, también es más estrecha, sin embargo el primer y segundo reflejos se ven casi a la misma distancia que en la primera prueba. El último caso (línea amarilla) se realizó igual con el micrófono colocado a 20 cm de la fuente pero ahora se agregó otra sección de tubo con lo que el micrófono quedó a una distancia de 331 cm de la salida del guía de ondas; en este caso el principio concuerda con lo que se ven en el segundo caso pero ahora el primer reflejo se da hasta donde se daba el tercer reflejo en el primer y segundo caso, dando tiempo suficiente para asegurar que no haya interferencia por el reflejo y el tercer reflejo ya no se alcanza a ver en el periodo de medición.



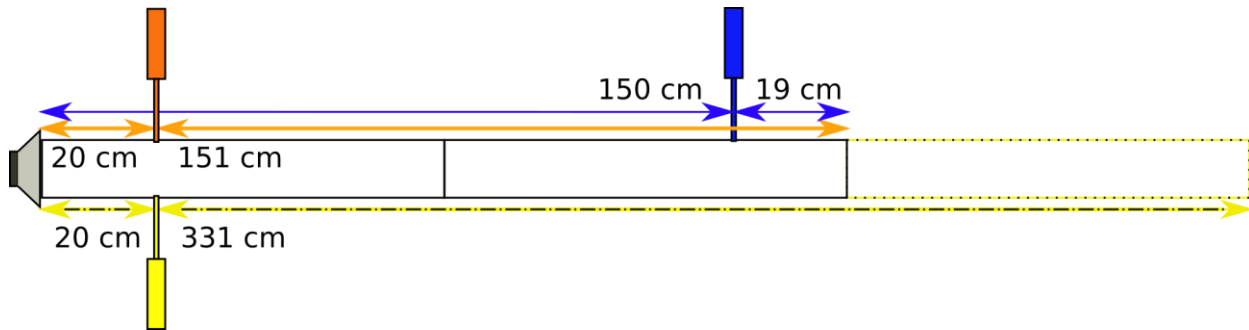


Figura 2-10.- Arreglo experimental, para observar los diferentes comportamientos de las ondas reflejadas en el interior de la guía de ondas. Se muestran las posiciones en la que se puso el micrófono, el color corresponde con el de la gráfica y en línea punteada se muestra la sección extra de guía de la guía de onda que se le agregó para la tercera prueba.

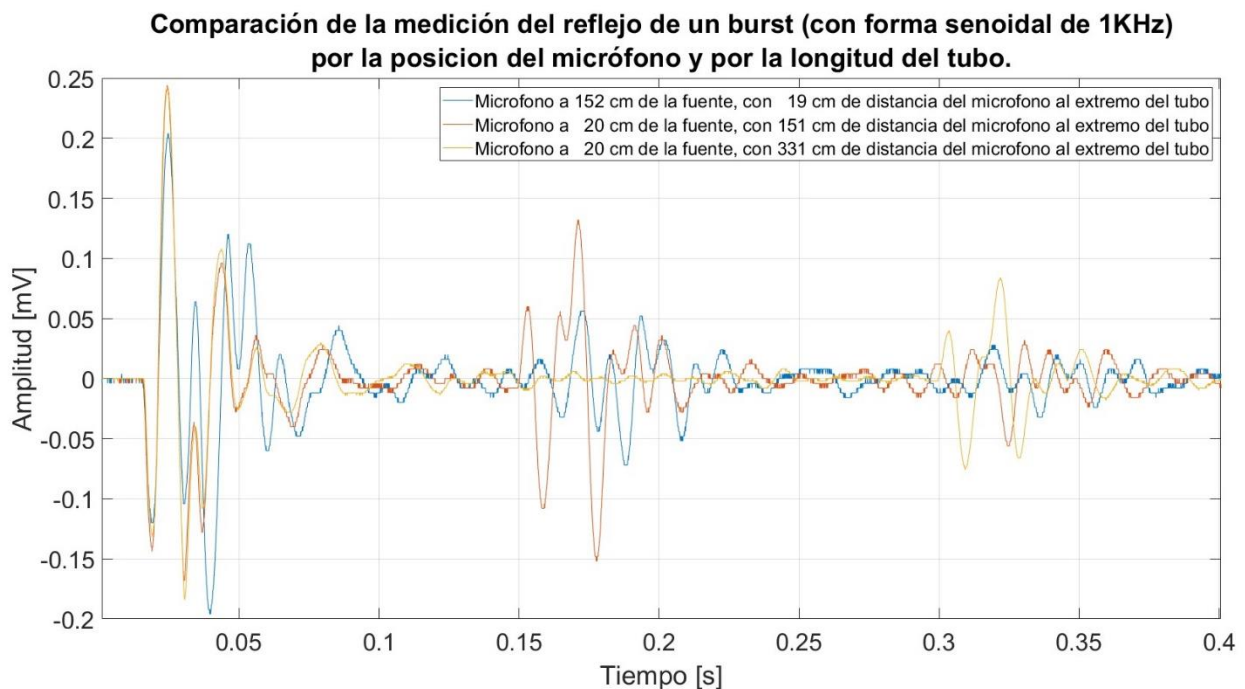


Figura 2-11.- Gráfica de la señal sinodal grabada en diferentes posiciones respecto de la entrada y con diferentes longitudes de la guía de ondas.

El montaje acústico final se puede apreciar en la Figura 2-12, la guía de onda tiene una longitud total de 4408 cm, el micrófono se ubica a 40.6 cm respecto del acoplador, a esta distancia se estima que la onda de choque se encuentra completamente formada. La ventana de visualización se encuentra en la misma posición que el micrófono.

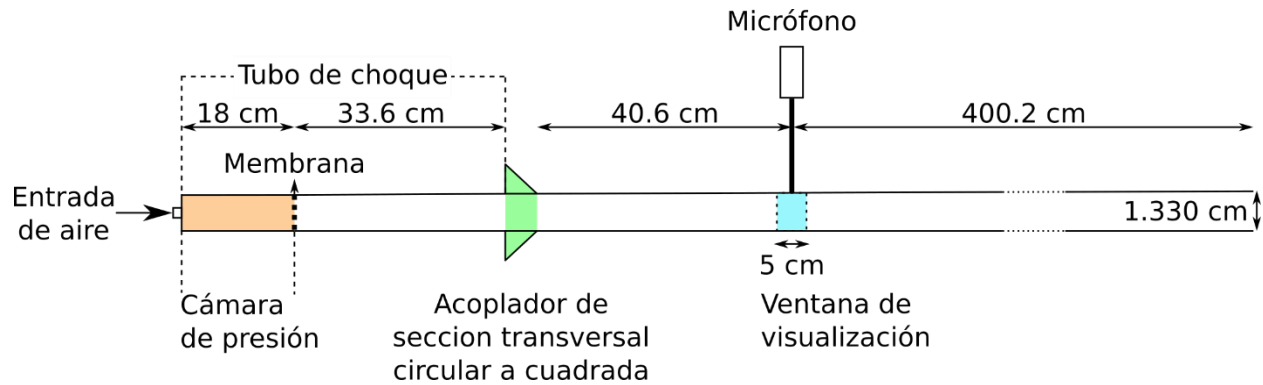


Figura 2-12.- Arreglo experimental acústico.

## 2.4 Instrumentación BOS

En esta sección se describen las características técnicas y detalles de la técnica BOS que permiten implementar la técnica para observar una onda de choque que se propaga en el interior de la guía de ondas. Se abordan características de la grabación como la resolución espacial y temporal, la frecuencia de grabación, el tiempo de exposición, así como la sensibilidad de la técnica.

### 2.4.1 Resolución temporal y frecuencia de grabación

La resolución temporal de la técnica depende del tiempo que el sensor estará grabando información, esto es, el tiempo de exposición de la cámara. Si es muy largo, en comparación con la velocidad del fenómeno, entonces el fenómeno se verá “barrido” y se perderá resolución espacial del fenómeno. Por lo que lo mejor es tener tiempos de exposición cortos, sin embargo, hay que tener en cuenta que entre más corto sea el tiempo de exposición, mayor será la cantidad de luz necesaria para obtener una imagen con buen contraste.

Por otro lado, para estudiar la evolución temporal del fenómeno de estudio es necesario considerar la velocidad con la que se propaga y ajustar la frecuencia de grabación de la cámara para que el fenómeno aparezca en varios cuadros.

El fenómeno se graba con una cámara rápida Phantom Miro M310 y con una lente macro de 100 mm (Canon EF de 100mm f/2.8 Macro). Debido a la velocidad de transferencia de los datos, la velocidad de grabación está ligada con la resolución, de forma tal que, si se aumenta la velocidad de grabación la resolución de la imagen disminuirá de acuerdo con los parámetros establecidos por la cámara. Lo anterior se puede ver en las dos primeras columnas de la Tabla 2-1. Dada la lente que se está usando en la Figura 2-13 se muestran fotografías de la guía de onda tomadas con cada una de las resoluciones que permite la cámara. Se midieron las distancias reales de lo que se alcanzan a ver en la cámara con cada una de las resoluciones que se permiten y los datos se pueden ver en la tercera columna de la Tabla 2-1.

Se quiere que la onda de choque aparezca en la mayor cantidad posible de cuadros. Para saber cuántas veces aparecerá el fenómeno se realiza una regla de tres suponiendo que el pulso de presión se mueve a la velocidad del sonido: Sí en 1 segundo el pulso recorre 343 m entonces en el tiempo entre un par de cuadros (inverso de la frecuencia de grabación) se puede saber la distancia que recorrerá el pulso, luego se divide esta distancia entre la distancia en horizontal que se ve en la escena y así obtengo el número de veces que aparecería la onda de choque, esto se muestra en la última columna de la Tabla 2-1.

Tabla 2-1.- Forma en la que varía la resolución espacial de la cámara con la velocidad de grabación y el número de veces que se alcanzaría a ver el pulso de presión.

Frecuencia de grabación [fps]	Resolución [pix]	Distancia horizontal [m]	Veces que aparecería la onda de choque
220,000	120 x 64	0.012	8
120,000	128 x 128	0.012	4
77,000	256 x 128	0.024	5
35,000	320 x 240	0.030	3
25,000	384 x 288	0.036	3
18,000	512 x 320	0.049	3

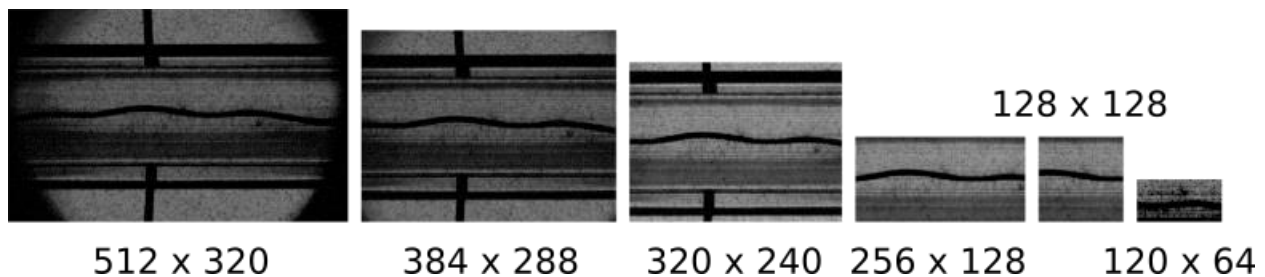


Figura 2-13.- Fotografía de la guía de ondas con cada una de las resoluciones (en píxeles) que permite la cámara.

De lo anterior se ve que la frecuencia de grabación determina el número de cuadros en los que aparecerá la onda de choque, pero también la distancia en la que se verá, lo cual define la evolución temporal del fenómeno que se verá. Por ejemplo: a 220,000fps aparecerá la onda de choque en 8 cuadros diferentes pero en una distancia de 0.012 m en 0.0015 s por lo que la onda evolucionará muy poco en comparación con una frecuencia de grabación de 18,000 fps en la cual la onda aparecerá en 3 cuadros durante un tiempo de 0.019 s.

Por otro lado el tiempo de grabación de la cámara también depende de la velocidad de grabación, el intervalo oscila entre 2.3 y 12 segundos.

## 2.4.2 Resolución Espacial

La resolución espacial depende del tamaño relativo de la imagen respecto a su tamaño original, es decir, la magnificación ( $M_{ag}$ ). Esta se define como la relación entre el tamaño de la imagen en relación con el tamaño del objeto.

Para calcularla se toma una fotografía a una escala de referencia, luego se mide la cantidad de píxeles que abarcan la referencia y se multiplica por el tamaño físico del píxel, después se divide entre el tamaño real de la referencia y el resultado es la magnificación.

$$M_{ag} = \frac{\# \text{ de píxeles de la referencia}}{\text{tamaño real de la referencia}} \times \text{tamaño del píxel} \quad (10)$$

La imagen en este caso son los puntos del patrón de fondo o mejor dicho la sombra de los puntos. El patrón se ilumina de frente a la cámara proyectando la sombra del patrón sobre esta.

Para aumentar la resolución espacial de la técnica se requiere que los puntos en el patrón de fondo sean chicos, con lo cual habrá más puntos con un desplazamiento aparente por unidad de área. El patrón que se utilizó consiste de un acetato transparente (HP Premium InkJet Transparency Film C3834A) que trae incrustados puntos con él, los cuales son del orden de decenas de micras. Otros intentos, como imprimirlos o depositar gotas de pintura en aerosol producen puntos más grandes.

La resolución depende del ángulo más pequeño de desviación de la luz que causa un cambio detectable en la posición aparente del patrón. La mínima unidad que se puede detectar por el sensor es un píxel y por lo tanto, la mínima unidad con información física. Entonces, la resolución depende del tamaño del píxel y de la separación entre ellos, dato que no es reportado por los fabricantes, así que se utiliza solo el tamaño del píxel como unidad.

A demás, la técnica depende del algoritmo de detección que se utilice. Por ejemplo, los algoritmos de correlación cruzada (usados en PIV) con la finalidad de incrementar la precisión del algoritmo al detectar desplazamientos, hacen la suposición de que las partículas retratadas tienen una distribución de intensidades Gaussiana y consideran la información de los píxeles vecinos para hacer una interpolación y encontrar el centro de la distribución gaussiana, logrando tener una precisión subpíxel. Por lo que se estima que la resolución puede ser menor al tamaño de un píxel.

Por otro lado, con el algoritmo de correlación cruzada no es posible realizar el proceso píxel por píxel, para detectar el desplazamiento de las partículas, se requiere de tener una región de píxeles en la cual el cambio de intensidad tenga una distribución estadística significativa de las intensidades (Raffel et al., 2008). Se divide la imagen en imágenes más pequeñas, llamadas áreas de interrogación, entre las cuales se realiza la correlación cruzada. El resultado es un vector de desplazamiento que representa todo lo que pasa dentro de esa área de interrogación, por lo que la resolución espacial después de realizar el proceso de correlación cruzada disminuye en función del tamaño del área de interrogación usada.

Para mitigar el efecto de la pérdida de resolución espacial por las áreas de interrogación, los programas hacen que las áreas de interrogación se traslapen (*overlap*), lo que aumenta el número de vectores resultantes a costa de un mayor tiempo de cómputo. Sin embargo, el vector resultante aún representa lo que pasa en toda el área de interrogación, por lo que la incertidumbre está relacionada con este tamaño.

### 2.4.3 Sensibilidad

La sensibilidad es la capacidad de un sistema, para poder detectar o no un fenómeno. La sensibilidad en la técnica BOS es la facultad para detectar cambios en el patrón debidos a cambios en la densidad. Rigurosamente se define como el cambio que produce la entrada en la salida, en este caso es el cociente del cambio de la posición aparente ( $\xi$ ) de los puntos en el patrón con el ángulo desviación de la luz ( $\epsilon$ ) que atraviesa el fenómeno de estudio, lo que se escribe de la siguiente forma:

$$\frac{d\xi}{d\epsilon} = \frac{d}{d\epsilon}(M_{ag}Z_D\epsilon) = M_{ag}Z_D \quad (11)$$

Es decir, para una configuración dada del arreglo experimental, la sensibilidad es constante. Esto es muy conveniente ya que indica un comportamiento lineal que asegura que el sistema no se sature y una conversión constante de desplazamientos a índice de refracción.

De la ecuación 11 se ve que un arreglo experimental en el que haya una distancia ( $Z_D$ ) grande entre el patrón de fondo y el objeto de estudio resulta en una mayor sensibilidad. Sin embargo, entra en juego otro factor que es el enfoque de la cámara. Existe controversia en la literatura respecto de que es más conveniente enfocar: al fenómeno, al patrón de fondo o a ambos.

Lo que se encuentra comúnmente en la literatura es que se necesita enfocar tanto al patrón de fondo como al objeto al mismo tiempo. Esto se consigue con una profundidad de campo grande, para lo cual se debe usar una apertura pequeña del obturador y reducir la distancia ( $Z_D$ ) entre el patrón de fondo y el objeto de estudio. Lo anterior limita la sensibilidad de la técnica a las características de la óptica de la cámara.

### 2.4.4 Análisis de orden de magnitud

Como parte de la planeación del experimento se realizó un análisis de orden de magnitud para corroborar que se cuenta con la resolución suficiente para medir el índice de refracción y especificar las cifras significativas. En la Tabla 2-2 se muestran los órdenes de magnitud de los parámetros involucrados y sus incertidumbres.

Se sabe que los desplazamientos aparentes de los puntos son del orden de píxeles o menos, para el análisis se opta por el caso más grande. Este desplazamiento se escaló a las unidades de distancia correspondientes dadas por la magnificación de la imagen.

Tabla 2-2.- Orden de magnitud e incertidumbres de los parámetros utilizados, los parámetros sin incertidumbre se consideran como constantes.

Variable	Símbolo	Orden de Magnitud	Orden de Magnitud de la incertidumbre
Índice de refracción del aire	$n_0$	$10^0$	$10^{-7}$
retroactividad ( <i>refractivity</i> ) del aire	$n_0 - 1$	$10^{-4}$	$10^{-7}$
Magnificación	$M_{ag}$	$10^{-1}$	$10^{-4}$
Separación entre el patrón y el objeto schlieren	$Z_D$	$10^{-1} m$	$10^{-3} m$
Espesor del objeto schlieren	$h$	$10^{-2} m$	$10^{-5} m$
Desplazamiento en el gradiente de índice de refracción	$\partial y$	$10^{-4} m$	
Desplazamiento aparente del patrón	$\xi_y$	$10^{-5} m$	$10^{-5} m$
Cambio del índice de refracción	$\partial n$	$10^{-4}$	$10^{-6}$
Constante de Gladstone-Dale	$k$	$10^{-4} m^3/kg$	

El gradiente indica cómo es el cambio en el índice de refracción ( $\partial n$ ) respecto a un cambio espacial ( $\partial y$ ). El cambio espacial depende del algoritmo para detectar los cambios. En algoritmos de correlación cruzada esta distancia corresponde a la longitud del área de interrogación, la cual es del orden de  $10^1$  píxeles; en algoritmos de flujo óptico la distancia corresponde al tamaño de la diferencia entre píxeles vecinos, por lo que es del orden de  $10^0$  píxeles.

Para calcular el orden de magnitud en el cambio del índice de refracción resulta más conveniente usar la ecuación (12) en lugar de usar la ecuación de Poisson.

$$n_y = \frac{\partial n}{\partial y} = \frac{n_0}{M_{ag} Z_D h} \xi_y \quad (12)$$

Esta ecuación sale en el proceso de deducción de la ecuación de Poisson de la técnica BOS y es el paso previo. Usar esta ecuación tiene la ventaja de que se trabaja con los primeros cambios en lugar de los segundo, además es razonable suponer que el orden de magnitud de los cambios es el mismo en cualquier dirección.

Para el análisis es importante recordar que lo que se desea es encontrar el de orden de magnitud, no un valor exacto. Para este análisis, si se tiene una suma de dos cantidades y el orden de magnitud de la primera es mayor que el de la segunda, entonces predomina el término mayor, pero si ambas cantidades tienen el mismo orden de magnitud entonces el resultado de la suma tendrá el mismo orden de magnitud. Por último el orden de magnitud del producto es el producto de los órdenes de magnitudes (Bejand, 2008).

Para calcular el orden de magnitud de la incertidumbre en el índice de refracción se utiliza la fórmula de propagación de incertidumbre:

$$\Delta n_y = \sqrt{\left(\frac{\partial n_y}{\partial M_{ag}}\right)^2 (\Delta M_{ag})^2 + \left(\frac{\partial n_y}{\partial Z_D}\right)^2 (\Delta Z_D)^2 + \left(\frac{\partial n_y}{\partial h}\right)^2 (\Delta h)^2 + \left(\frac{\partial n_y}{\partial \xi}\right)^2 (\Delta \xi)^2} \quad (13)$$

El resultado es que las variaciones en  $\Delta n_y$  son del orden de  $O(10^{-2})$ . Ahora sustituyendo este valor y el valor de los órdenes de magnitud de  $\partial y$  se llega a que  $\Delta(\partial n)$  es del orden de  $O(10^{-6})$ , que es un resultado muy bueno que garantiza que se tiene la resolución para medir el índice de refracción con esta cantidad de decimales.

Es importante resaltar que el término dominante en la incertidumbre de la ecuación 13 es el correspondiente al desplazamiento aparente ( $\xi$ ) de los puntos del patrón. La forma de reducir la contribución de este término es aumentar la magnificación ( $M_{ag}$ ) al aumentar la distancia ( $Z_D$ ) del patrón al fenómeno o disminuir la incertidumbre en la medición de los desplazamientos aparentes ( $\xi$ ). Para esto último sería necesario utilizar algoritmos de detección subpíxel con su incertidumbre correspondiente, en cuyo caso la incertidumbre de  $\partial n$  sería de orden  $O(10^{-7})$  y los términos que más aportarían a la incertidumbre serían ahora los correspondientes a la medida del desplazamiento aparente ( $\xi$ ) y el de la distancia del fenómeno al fondo ( $Z_D$ ), con lo cual se estaría llegando prácticamente al límite de la incertidumbre sin modificar el arreglo.

De la misma forma como se encontró la incertidumbre en el índice de refracción se encuentra la incertidumbre de la constante de GD. Para esto se requiere el dato adicional de la densidad del aire ( $\rho_0$ ), la cual se calculó mediante la ecuación de la CIPM-2007 (Picard et al., 2008 y México, s/f) que es una ecuación creada por el Comité Internacional de Pesas y Medidas y es ampliamente usada. En dicha ecuación la incertidumbre es del orden de  $O(10^{-4})$ . Considerando la precisión subpíxel, el resultado es que la incertidumbre en la constante de GD ( $\Delta k$ ) es del orden de  $O(10^{-7})$ .

Finalmente al usar la técnica BOS para medir la densidad, es necesario pasar de índice de refracción a densidad usando la ecuación 2, el resultado es que la variación tiene un de orden de magnitud de  $O(10^{-3})$ .

Los cálculos anteriores son importantes porque garantizan que las medidas realizadas tendrán la resolución suficiente.

## 2.5 Instrumentación electrónica y sincronización de las señales

Para cumplir con el objetivo es necesario correlacionar la medición de la presión realizada con el micrófono, con la medición de BOS en el instante de tiempo en el que se observa la onda de choque en la cámara, por lo cual fue necesario diseñar un sistema de sincronización de las señales.

Antes de analizar las señales es necesario saber cómo funciona la cámara rápida. La cámara desde que se prende graba de manera continua en una memoria temporal (*buffer*), que se sobrescribe cuando está llena. Para que se conserve la memoria temporal es necesario indicarle mediante el programa (PCC) que guarde la información. Al presionar el botón para guardar la información, la cámara guarda instantes antes e instantes después del momento en el que se apriete el botón, gracias a la memoria temporal. Esto permite tener un mayor control de los fenómenos que ocurren muy rápido y que sobrepasan el tiempo de respuesta. Posteriormente esa información puede ser guardada definitivamente en la computadora.

La cámara tiene varios puertos de salida, en particular tiene uno en el que se puede ver la señal de grabación, la cual es una señal TTL (*Transistor-Transistor logic*) que cuando está en bajo (0 V) el obturador (electrónico) de la cámara está abierto y cuando está en alto (5V) el obturador está cerrado (Echeverría Arjonilla, 2015).

La cámara tiene otra salida la cual puede usarse como disparador (*trigger*) externo para indicarle el momento en el que comience a grabar. Es importante considerar que desde que se prende la cámara, esta comienza a grabar y cuando se activa el botón para guardar la memoria temporal no se sabe en qué momento del ciclo de grabación se encuentre la cámara, por ejemplo, puede ser que en este momento la señal de grabación se encuentre con el obturador cerrado o a la mitad de uno abierto, entonces la cámara comenzará a guardar a partir del próximo ciclo de obturador abierto que aparezca. Lo anterior agrega un tiempo de retardo que hay que considerar.

Por otro lado, la señal del micrófono se graba con el osciloscopio. Para sincronizar el osciloscopio y la cámara rápida se utiliza una señal externa. Esta señal se produce con otro micrófono, llamado micrófono disparador el cual se coloca al principio de la guía de ondas.

Tanto el disparador de la cámara como el del osciloscopio se activan cuando ocurre una caída de potencial eléctrico de un cierto nivel. La señal del micrófono disparador es muy pequeña, ruidosa y fluctúa con valores positivos y negativos por lo que se tuvo que hacer un circuito eléctrico para acondicionar la señal a las necesidades.

El circuito de sincronización (Figura 2-14) consta de dos partes, la primera es un amplificador de audio el cual recibe la señal del micrófono disparador y la amplifica. La segunda parte consiste de un comparador de Schmitt que recibe la señal del amplificador y cuando esta excede un valor umbral dispara un pulso cuya pendiente de subida dispara la cámara y el osciloscopio. Los niveles del umbral y del valor de la amplitud son ajustables.



La ventaja del comparador de Schmitt es que tiene una respuesta rápida y al estar conectado en una retroalimentación negativa, genera una histéresis que impide que las fluctuaciones que se den por encima del valor umbral vuelvan a generar otro pulso. Todo esto permite disparar el pulso y mantenerlo dentro de un margen de error de la señal entrante. Este circuito es especialmente útil en señales con muchas fluctuaciones, como las de audio (R. E. Simpson, 1987).

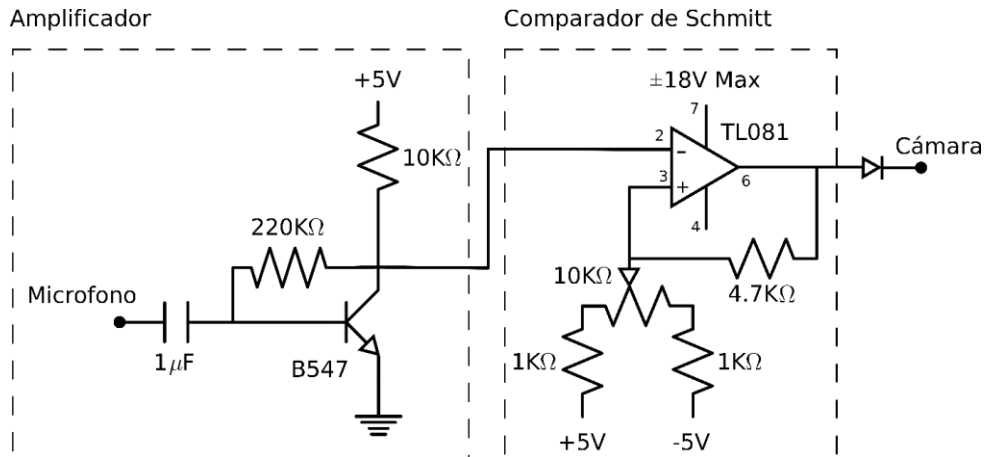


Figura 2-14.- Circuito para acondicionar la señal proveniente del micrófono disparador y activa la cámara y el osciloscopio.

En la Figura 2-15 se puede ver una gráfica con las señales involucradas en el circuito disparador. Puede verse que la señal del micrófono disparador (morado) y como es dos órdenes de magnitud menor a lo que sale después de ser tratada por amplificador (naranja). También se ve la señal de salida (azul) con la cual se activa la cámara.

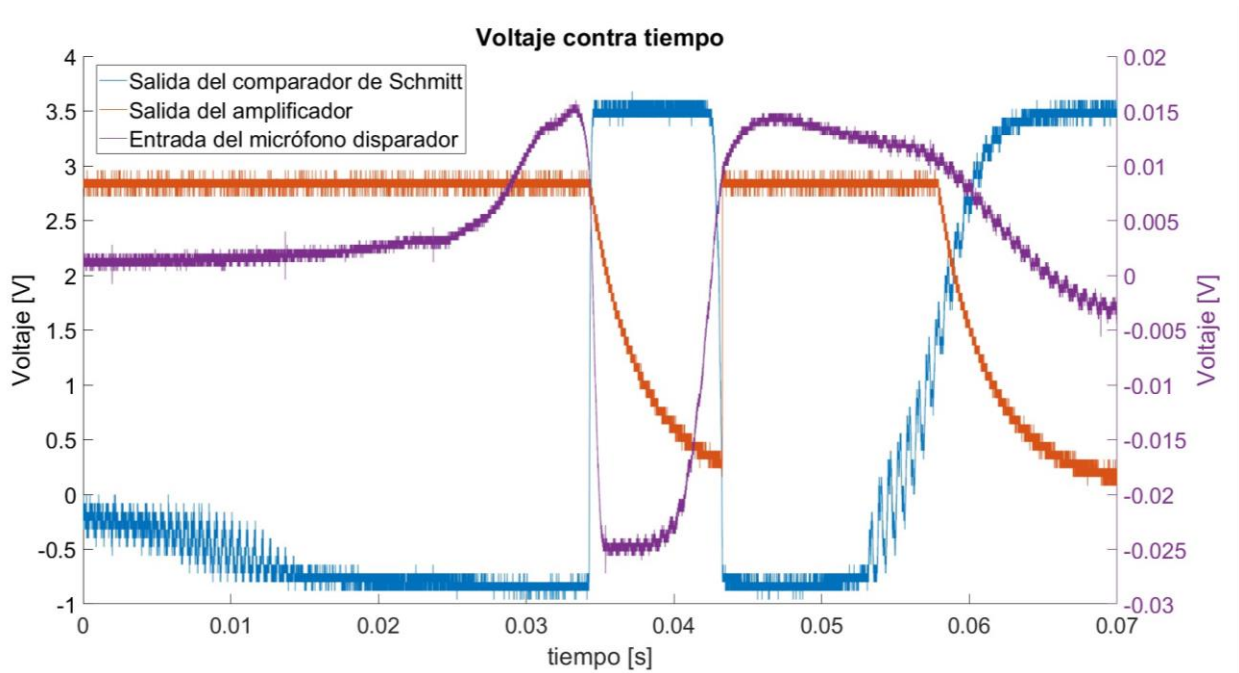


Figura 2-15.- Gráfica en la que se pueden ven las señales del micrófono disparador, la salida del amplificador y la salida del comparador de Schmitt.

El funcionamiento del sistema de sincronización y disparo se describe a continuación, también se muestra en el diagrama de bloques de la Figura 2-16. En el momento que se rompe la membrana se genera un sonido, el micrófono disparador capta este sonido y lo transforma en una señal eléctrica, la cual es acondicionada por el circuito de sincronización y saca un pulso. La subida del pulso, a la salida del circuito, activa al osciloscopio y a la cámara para que comiencen a guardar los datos.

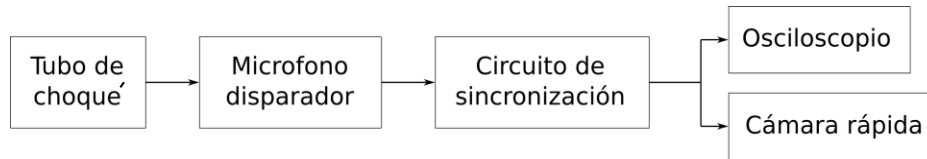


Figura 2-16.- Diagrama de bloques del sistema de sincronización y disparo.

La señal de audio del micrófono tiene un retraso, como ya se explicó antes, la señal pasa por el amplificador de audio y entra al osciloscopio, el cual se programa para que comience a grabar un cierto tiempo antes de la señal del disparador. En el osciloscopio también se registra la señal de grabación de la cámara rápida y el pulso del circuito para conocer el momento del ciclo de grabación de la cámara en el que cae el disparador y poder conocer cuando comienza a grabar la cámara. En la Figura 2-17 se puede ver el diagrama de tiempos, que muestra los momentos en los cuales se comienza a grabar en el osciloscopio, en la cámara rápida y el retraso del micrófono.

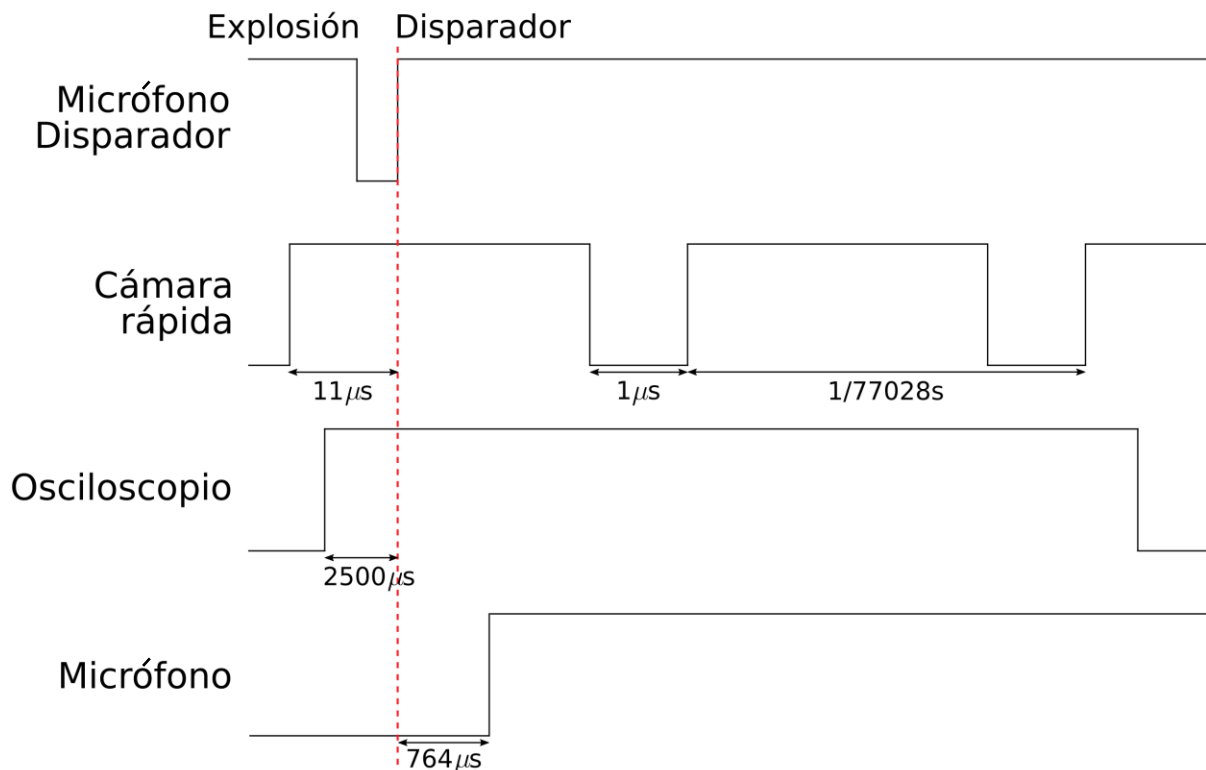


Figura 2-17.- Diagrama de tiempos de las señales involucradas en la sincronización.

El diagrama de tiempos es muy importante, ya que permite tener un punto en común a partir del cual es posible ubicar y sumar todos los retardos a fin de ubicar con buena precisión el momento en el que aparece la onda de choque en ambos instrumentos de medición lo cual permite correlacionar la información que aporta cada una de ellas.

## 2.6 Arreglo experimental

Por las consideraciones descritas en las secciones anteriores, el arreglo experimental final se muestra en la Figura 2-18. Se inyecta aire a presión en la cámara de presión del tubo de choque, luego se conecta con la guía de ondas por medio del acoplador de sección transversal circular a cuadrada. Al principio de la guía está el micrófono disparador, que se activa al detectar el sonido emitido por la ruptura de la membrana del tubo de choque. Esta señal es enviada al circuito que manda la señal para que comiencen a grabar la cámara y el osciloscopio. Más adelante en la guía de onda se encuentra el micrófono con el que se mide la presión el cual está conectado a su amplificador y este a su vez se conecta al osciloscopio. Perpendicularmente al micrófono se encuentra el arreglo de BOS: el led que ilumina al patrón de fondo, proyecta su sombra que pasa a través de la guía de ondas y llega a la cámara.

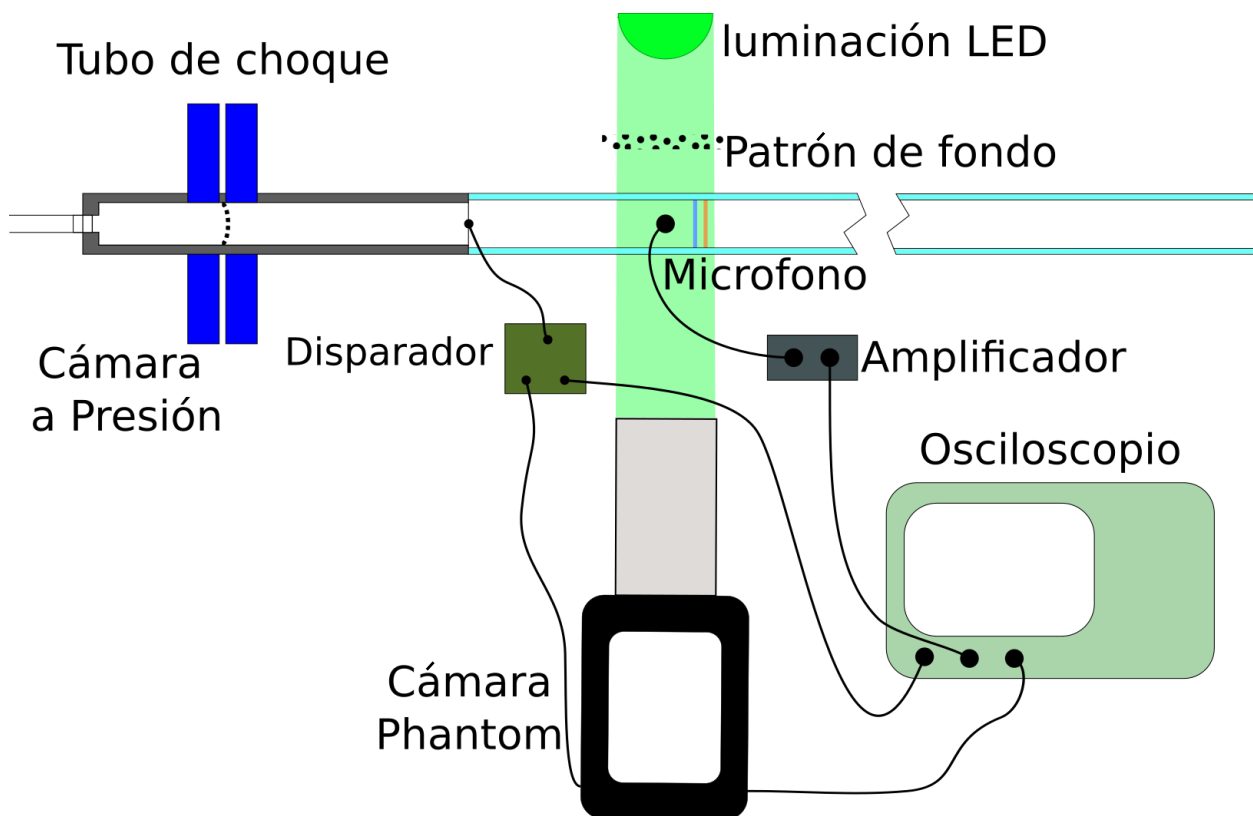


Figura 2-18.- Arreglo experimental de BOS, vista aérea.

La membrana usada en la guía de ondas es una hoja de papel bond con un espesor de  $0.10 \pm 0.005$  mm, el papel se recorta para que cubra por completo el diámetro del tubo y se pega con cinta adhesiva, después se atornillan las bridas para asegurar que no se escape el aire.

Para asegurar que el acetato, en el que está el patrón, de fondo se mantenga estirado y evitar que se mueva por corrientes de aire, se sujeta con un clips de mariposa a un vidrio de escáner, el cuál es rígido transparente y delgado. Dicho vidrio está en una base que lo mantiene vertical.

Las distancias en el arreglo de BOS son las siguientes: la distancia ( $Z_D$ ) del patrón al objeto schlieren es de  $0.02460 \pm 0.00001$  m y  $0.45 \pm 0.005$  m del objeto schlieren a la lente de la cámara, ambos medidos desde el borde de la guía de ondas.

Medir en una guía de ondas en lugar de medir campo libre tiene la ventaja de que el pulso de presión pierde menos intensidad con la distancia. Además para la técnica BOS usar una guía de ondas es muy útil ya que asegura el espesor de la región de estudio. Hay resultados que indican que de no tenerse una buena medida del espesor se pueden tener resultados erróneos (Porta Zepeda, 2015). También al tener una intensidad más alta por la guía de ondas da lugar a que el desplazamiento aparente en los puntos del patrón de referencia sea mayor lo que facilita su detección.

El diámetro hidráulico es de 1.330 cm por lo que la onda de choque ya se encuentra formada en la ventana de visualización, de acuerdo con la ecuación 8.

### 3 Resultados y Análisis

Se realizaron las grabaciones simultáneas del video con la cámara rápida y de las señales de audio con el osciloscopio. En la Tabla 3-1 se muestran los parámetros de grabación.

La onda de choque aparece solo en tres cuadros y el análisis se hace en el segundo cuadro, que es el cuadro en el que la onda de choque está más cerca del micrófono y más al centro de la imagen por lo que se eliminan errores asociados al borde. El micrófono no está al centro de la foto, se encuentra 0.47 cm recorrido hacia el lado izquierdo respecto al centro.

Tabla 3-1.- Parámetros de medición del osciloscopio u la cámara rápida.

	Osciloscopio	Cámara
Frecuencia de grabación	1 GM/s $1 \times 10^{-3} \mu s$	35,000 fps 28.57 $\mu s$
Tiempo total de grabación	7000 $\mu s$	1449.93 $\mu s$
<i>Sample &amp; hold</i> / Tiempo de exposición	<1ns	1 $\mu s$
Tamaño de la región de visualización		0.031m

Es importante entender que es lo que arroja cada una de las mediciones y tener presente los parámetros de medición. Con la técnica BOS se obtiene el campo escalar del índice de refracción de toda la región de visualización, esto es, el índice de refracción espacial en tres “instantes” de tiempo, cuya duración es dada por el tiempo de exposición de la cámara. Por otro lado, con el micrófono se obtiene el valor de la presión en un “punto” fijo del espacio, pero con él es posible obtener la evolución temporal por un intervalo de tiempo.

Con la primera medida se obtiene la distribución espacial en un instante de tiempo mientras que la otra da la evolución temporal en un punto fijo del espacio; cada una brinda información diferente del mismo fenómeno y es necesario unir ambas.

Aunque el proceso de ruptura de la membrana es diferente en todos los casos, se observa que consistentemente se revienta alrededor de la presión de 234,422 Pa (34 psi) y la forma de la membrana rota es muy similar. En la Figura 3-1 se muestra un ejemplo de una membrana después de la ruptura.

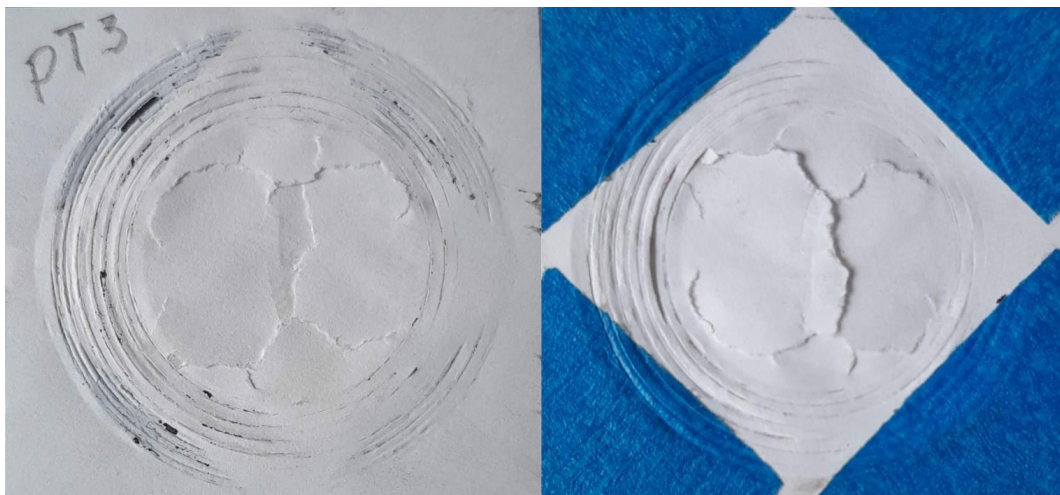


Figura 3-1.- Membrana de papel después de la ruptura.

### 3.1 Constante de Gladstone-Dale

Las mediciones se realizaron con una presión atmosférica de 77,627 Pa (*Red Universitaria de Observatorios Atmosféricos de la Universidad Nacional Autónoma de México*, 2019), con una humedad relativa de 45% y una temperatura de 22.3 °C (295.45 K). La constante específica del aire ( $R_s$ ) considerando la humedad es 283.39 J/KgK, el índice de refracción ( $n_0$ ) del aire es 1.0002279 y la densidad del aire ( $\rho_0$ ) es 0.9101 Kg/m<sup>3</sup> (Picard et al., 2008 y México, s/f). La presión al interior de la cámara de alta presión del tubo de choque es de 234422 ± 6894.76 Pa.

Usando la técnica BOS para medir el índice de refracción del aire en reposo a través del ducto y utilizando la ecuación 5

$$k = \frac{RT}{P}(n - 1) \quad (5)$$

se calculó la constante de GD, el resultado es de 2.985x10<sup>-4</sup> m<sup>3</sup>/Kg. El valor es mayor al reportado en tablas (Merzkirch, 1987), pero coincide en orden de magnitud. Este resultado es congruente con la ecuación 3 en donde se ve que la constante de GD es una suma de factores que involucran longitudes de onda y al tener en el experimento un intervalo grande de longitudes de ondas, es de esperarse que el valor crezca por la suma de la contribución del espectro de luz usado. A lo anterior hay que agregar que se está considerando aire con humedad, lo que también tiene aumentar el valor de la constante de GD. Cabe mencionar que la constante de GD con las condiciones más parecidas a la reportada en este trabajo corresponde al aire seco a 14.85°C, a una atmósfera y con una longitud de onda de 509.7 nm.

### 3.2 Medidas obtenidas con el micrófono

Se analizaron tres repeticiones del experimento, en la Figura 3-3 se muestra la gráfica de la presión contra el tiempo en un intervalo de tiempo de 0.7 s. Se muestran dos señales tomadas simultáneamente: en azul corresponde al micrófono 4182 ubicado en la región de visualización y en naranja la señal grabada con el micrófono 4170 colocado a una distancia de 0.578 m del primer micrófono. La presión de ruptura fue de 241,317 Pa (35 psi) a una temperatura de 20.1 °C, 30% de humedad y 775,000 Pa de presión atmosférica.

En la Figura 3-2, al igual que en la Figura 3-3, se ven las señales de presión contra tiempo tomadas simultáneamente. En la Figura 3-3 se muestra un intervalo de tiempo de 0.7 s mientras que en la Figura 3-2 se ve un intervalo de tiempo de 0.07 s. En este caso la presión de ruptura fue de 275,790 Pa (40 psi) a una temperatura de 19.6°C, 30% de humedad y 775,000 Pa de presión atmosférica, de acuerdo a esto el número de Mach de la onda es de 1.3.

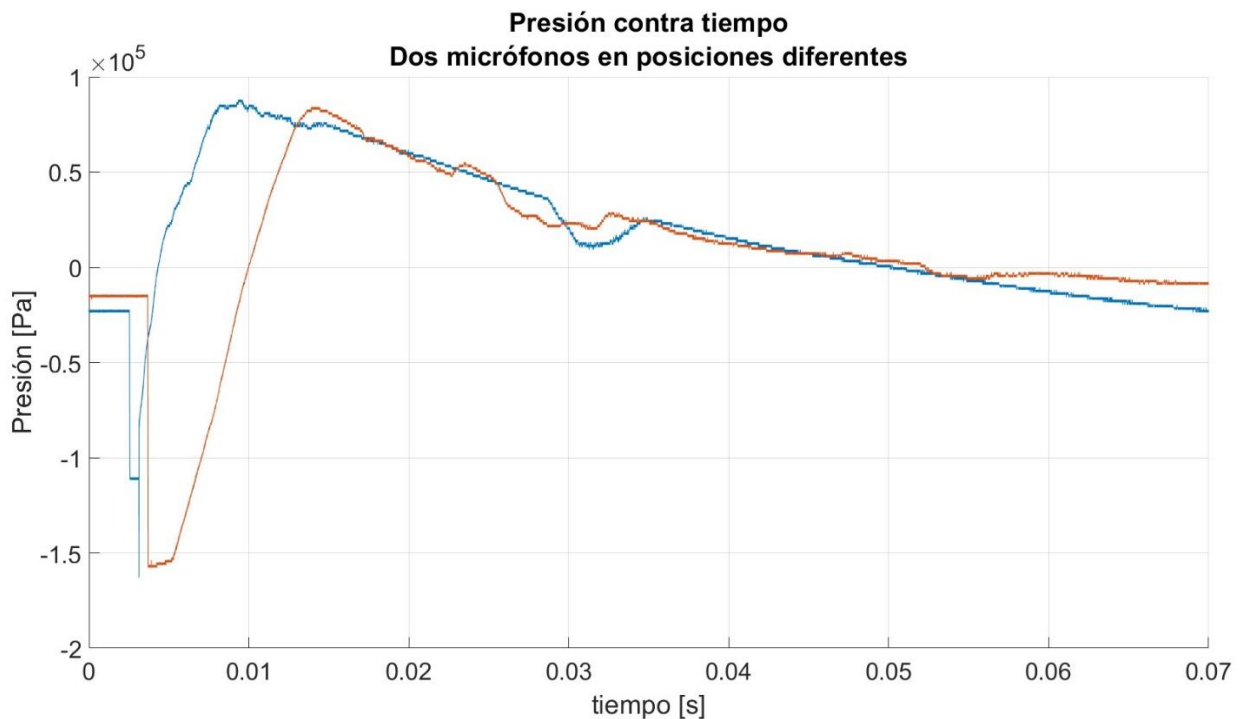


Figura 3-2.- Gráfica de presión contra tiempo en el interior del tubo de choque, en un intervalo de tiempo de 0.07 s. Se muestran dos señales tomadas simultáneamente: en azul corresponde al micrófono 4182 ubicado en la región de visualización y en naranja la señal grabada con el micrófono 4170 colocado a una distancia de 0.578 m del primer micrófono.

El comportamiento de la presión se puede dividir en cuatro regiones: en la región I se puede ver una caída abrupta de la presión. Le sigue la región II, en donde se forma una especie de meseta corta en donde el valor prácticamente no cambia. En la región III hay una subida de presión hasta un valor por encima de la presión en reposo que del mismo orden que en la primera región. Por último en la región IV hay una caída más lenta que cae por debajo de la presión en reposo y eventualmente vuelve a subir hasta que alcanza la presión atmosférica. Los resultados son congruentes con los obtenidos en la literatura por IKUI et al. (1969), Damazo & Shepherd (2017) y Sánchez Barrera (2019).

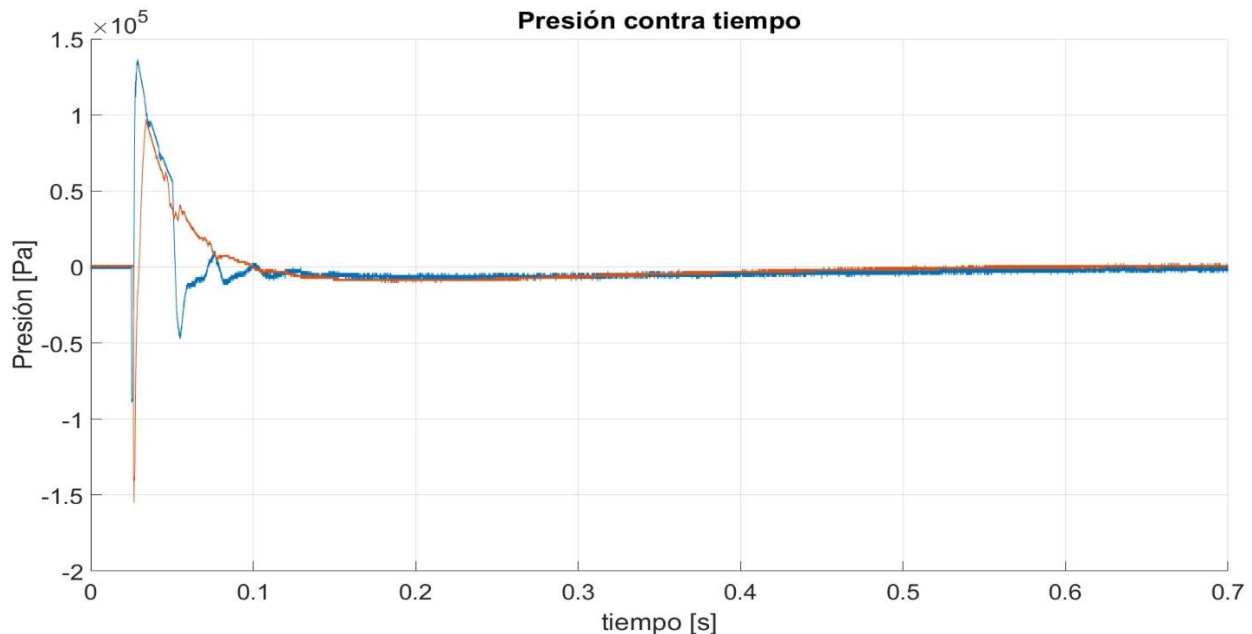


Figura 3-3.- Gráfica de presión contra tiempo en el interior del tubo de choque, en un intervalo de tiempo de 0.7 s. Se muestran dos señales tomadas simultáneamente: en azul corresponde al micrófono 4182 ubicado en la región de visualización y en naranja la señal grabada con el micrófono 4170 colocado a una distancia de 0.578 m del primer micrófono.

Al comparar ambas señales en las regiones I y III (en la caída y en la subida de la presión) se puede ver que ambas llegan a un mínimo y un máximo del mismo orden de magnitud. En la región I la presión registrada por el micrófono que se encuentra más cerca del tubo de choque (azul) en la caída inicial se detiene, mientras que en el micrófono que se encuentra más retirado (naranja) el descenso inicial es más grande y largo. En la región II la meseta registrada por el primer micrófono (azul) dura menos tiempo y el valor de la presión es prácticamente constante, por otro lado el segundo micrófono (naranja) registra una meseta mucho más larga y con un crecimiento en su valor. En la región III la subida registrada por el primer micrófono es abrupta y luego cambia la tasa de crecimiento. Por el contrario en el segundo micrófono la tasa de crecimiento es prácticamente constante pero menor en magnitud. En la región IV es interesante notar que sobre el descenso monótono de la presión se presenta una concavidad con un mínimo local que vuelve a subir al valor de descenso original, y esto se presenta en ambas señales. También es importante mencionar que la caída brusca que aparece en la región IV (alrededor de los 0.03 s) en el primer micrófono no siempre aparece y el descenso es monótono.

De comparar ambas señales se puede ver la evolución de la presión en la guía de ondas, los cambios de presión son menos bruscos lo que indica que el tamaño del pulso va aumentando con la distancia. La caída inicial es más grande con la distancia, esto podría deberse a que la onda de choque no esté completamente formada y la caída adicional que se ve al final de la primera caída sean las ondas de compresión adicionales, aunque esto es congruente con lo que se encuentra con otro tipo de membranas que se rompen con una diferencia de presiones menores serían necesarios más estudios al respecto. Por último se ve que después de suficiente tiempo la presión regresa a sus valores de reposo.



Gracias a que todas las señales se encuentran sincronizadas, como se puede ver en el diagrama de tiempos de la Figura 2-17, se puede saber con precisión el momento en el que aparece la onda de choque en la cámara respecto a lo que se graba con el osciloscopio, lo que permite una mejor interpretación de ambas medidas. En la Figura 3-4 se encuentra resaltada con una línea roja el momento en el que aparece la onda de choque por primera vez en la cámara rápida. La sincronización de los tiempos se hizo respecto al disparador y los valores usados son los siguientes: el osciloscopio tiene un retraso real de 2500 ms; en la cámara rápida la señal del disparador cae cuando faltan 1.98 ms para que comience el próximo ciclo de grabación (grabando a 77028 fps y con 1  $\mu$ s de tiempo de exposición) y la onda de choque apareció por primera vez en el cuadro -9 lo que equivale a -16.8 ms. Por último el retraso en el micrófono 4182 que es de 183 ms.

Cabe resaltar que el cuadro tiene un valor negativo respecto al momento en el que el micrófono disparador le indica a la cámara rápida que comience a guardar la grabación y es debido a la memoria temporal de la cámara que graba de manera continua.

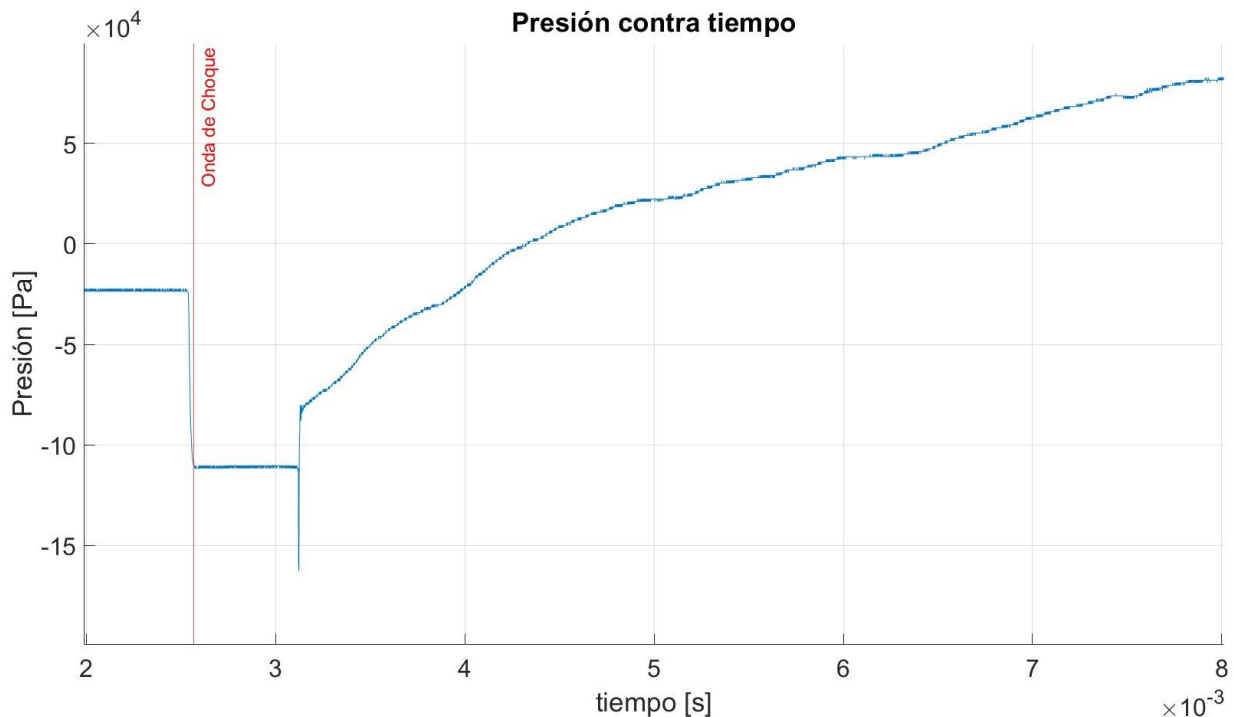


Figura 3-4 Gráfica de presión contra tiempo en el interior del tubo de choque, en un intervalo de tiempo de 8 ms. Se encuentra señalizada la posición en la que aparece por primera vez la onda de choque en la cámara rápida.

En la Figura 3-5 se ven la medición de presión en un intervalo de tiempo de 12 ms y con ellas es en donde se realiza la comparación con los resultados de BOS. Hay que notar que se trata de experimentos diferentes con diferentes presiones de ruptura.

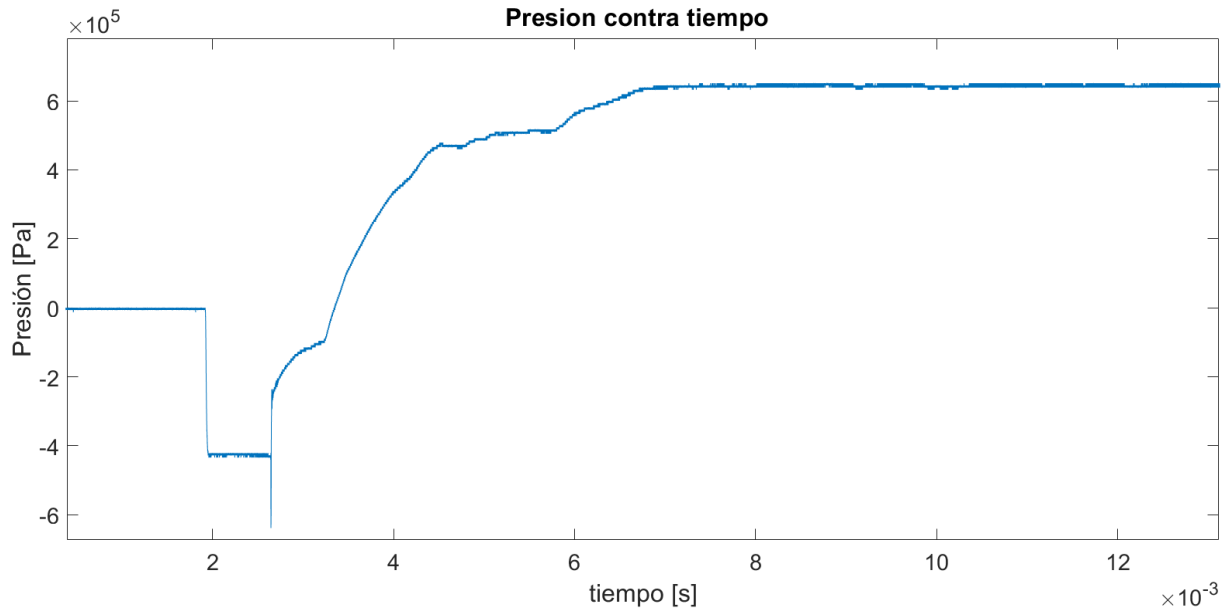


Figura 3-5.- Gráfica de presión contra tiempo en el interior del tubo de choque, en un intervalo de tiempo de 12 ms.

### 3.3 Medidas obtenidas con BOS

Las imágenes obtenidas con la cámara rápida se procesaron con un programa propio para resolver la ecuación de Poisson (ecuación 1), las condiciones de frontera usadas son de Dirichlet en la parte superior e inferior con el valor del índice de refracción del aire en reposo, lo fija a que la densidad en la parte superior e inferior de la guía sea la densidad del aire en reposo. En los laterales se usaron condiciones de frontera de Neumann homogéneas (Porta, 2015) lo que permite que exista un cambio en el índice de refracción. Se usa el valor de la constante de GD aquí obtenida.

$$n(x, 0) = n(x, a) = n_{aire} \quad ; \quad \frac{\partial \rho(y, 0)}{\partial x} = \frac{\partial \rho(y, L)}{\partial x} = 0$$

Es complicado establecer condiciones de frontera ya que se desconoce el valor de la densidad en la onda de choque, sin embargo, se ha observado que cambiarlas no afecta significativamente el comportamiento de la solución numérica. Las condiciones en la parte superior e inferior son válidas salvo en la posición de la onda de choque.

Los resultados de los tres cuadros en los que se ve la onda de choque se muestran en la Figura 3-6, entre cada gráfica hay un lapso de tiempo de 28.57  $\mu$ s y el tiempo de exposición es de 1  $\mu$ s. Lo que se ve es el campo escalar de índice de refracción de la onda de choque, la cual se propaga de derecha a izquierda. A partir de las gráficas se calcula la velocidad instantánea de la onda de choque al pasar por la ventana de visualización, el resultado es de 417.61 m/s o un número de Mach de 1.2, aunque la velocidad puede cambiar a lo largo de la guía de ondas como se mencionó en la introducción. La velocidad se calculó identificando en las imágenes la posición de la región con menor índice de refracción.

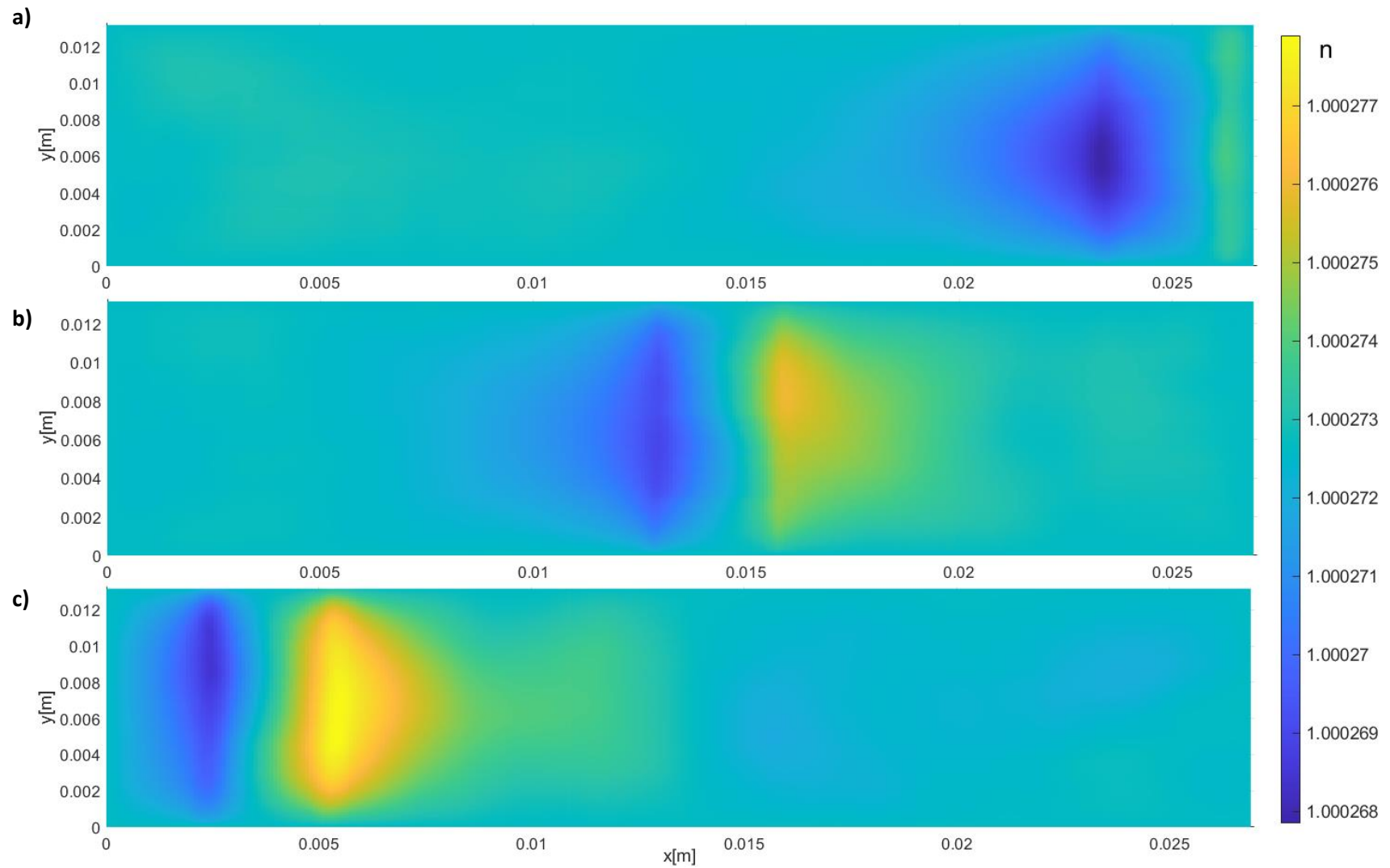


Figura 3-6.- Gráficas del campo escalar de índice de refracción. El pulso de presión se propaga de derecha a izquierda. Entre cada gráfica hay 28.57  $\mu$ s.

Como se puede ver en la Figura 3-6, la forma del frente de onda es aproximadamente plano, como se esperaría y aunque podría existir una curvatura del frente de choque, como el número Mach es muy parecido a la unidad, el frente de onda se mantiene plano.

En el primer cuadro Figura 3-6 a) apenas va apareciendo la onda de choque por lo que solo se alcanza a ver una parte, los resultados de las orillas no son muy confiables debido a que en esta parte el algoritmo comete errores y porque las condiciones de frontera no son correctas, ya que se desconoce en un principio el valor de la densidad. En el segundo cuadro Figura 3-6 b) se ve la onda completa y cerca del centro del cuadro, puede verse que primero hay una región de bajo índice de refracción seguido de una región de alto índice de refracción. En el tercer cuadro Figura 3-6 c) se ve más o menos lo mismo con la onda desplazada. El valor máximo de índice de refracción medido fue de 1.0002779 y el valor mínimo fue de 1.0002678.

Hay una caída en la intensidad de los choques cerca de las paredes interiores del conducto. Este comportamiento no es sorprendente y puede deberse a la disipación termoviscosa por la formación de la capa límite en la proximidad de las paredes interiores del conducto (Chester, 1964; Hartunian, 1961). Aunque también podría deberse a los efectos de las condiciones de frontera impuestas.

Al comparar la Figura 3-6 b) y c) se puede ver que en la onda de choque pasa algo interesante: en el primer cuadro, la región de baja densidad es más ancha arriba y la región de alta densidad es más ancha en la parte de abajo. Mientras que en el segundo cuadro es al revés, la región de baja densidad es más ancha arriba y la región de alta densidad es más ancha en la parte de abajo. Similar a lo que pudiera verse en una onda armónica que se propaga en una guía de ondas con un modo de propagación  $P_{12}$  en una sección rectangular:

$$P_{lm} = A_{lm} \text{sen}(k_{xl}x) \text{sen}(k_{ym}y) e^{(\omega t - k_z z)i}$$

con  $P$  la presión  $A_{lm}$  la amplitud,  $k$  el número de onda y  $\omega$  la frecuencia (Kinsler et al., 1995). La comparación puede verse en la Figura 3-7. El resultado puede sugerir que existir una asimetría, la cual podría deberse a la forma en que se rompe la membrana o al acoplador de sección transversal circular a cuadrado. También es interesante ver que entre las regiones de alto y bajo índice de refracción no se forma una línea recta, más bien parece seguir la misma forma del modo de oscilación, es decir, una función seno.

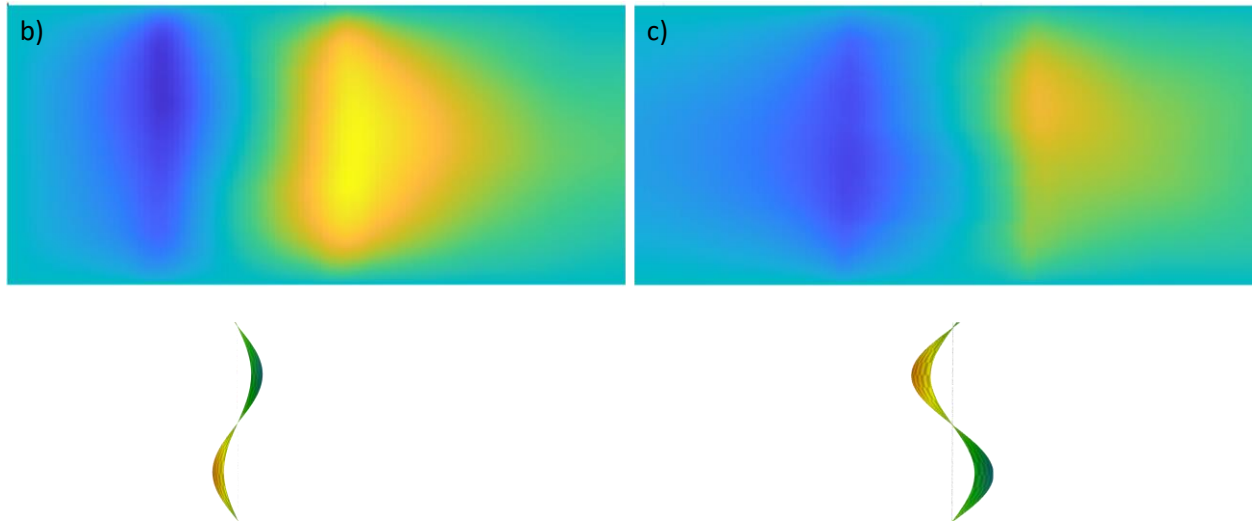


Figura 3-7.- (Arriba) Comparación entre el campo de índice de refracción de la onda de choque cuadros b) y c). (Abajo) representación gráfica del nodo con una función similar al modo de propagación de una onda armónica.

En la Figura 3-8 se muestra un corte horizontal en el centro de la guía de onda mostrada en Figura 3-6 b). En la gráfica se convirtieron los valores de índice de refracción a valores de densidad usando la ecuación de GD (ecuación 2). De la gráfica puede definirse el espesor de la onda de choque, como la diferencia entre el mínimo y el máximo, la cual es de  $0.00643 \pm 0.00604$  m y la diferencia de densidades es de  $0.029 \text{ Kg/m}^3$ .

La incertidumbre en la posición se debe a que al realizar la medición de los desplazamientos se utilizó un área de interrogación de  $32 \times 32$  pix con un solapamiento en las áreas de interrogación de  $33$  pix, es decir, se encuentra el vector de desplazamiento en una región de  $32 \times 32$  pix, luego se recorre esta región  $1$  pix y se encuentra el siguiente vector de desplazamiento. El solapamiento permite tener una curva más suave y como las medidas son independientes no se altera la medición. Sin embargo, cuando se calculan distancias no se puede tener menor resolución a la del área de interrogación usada.

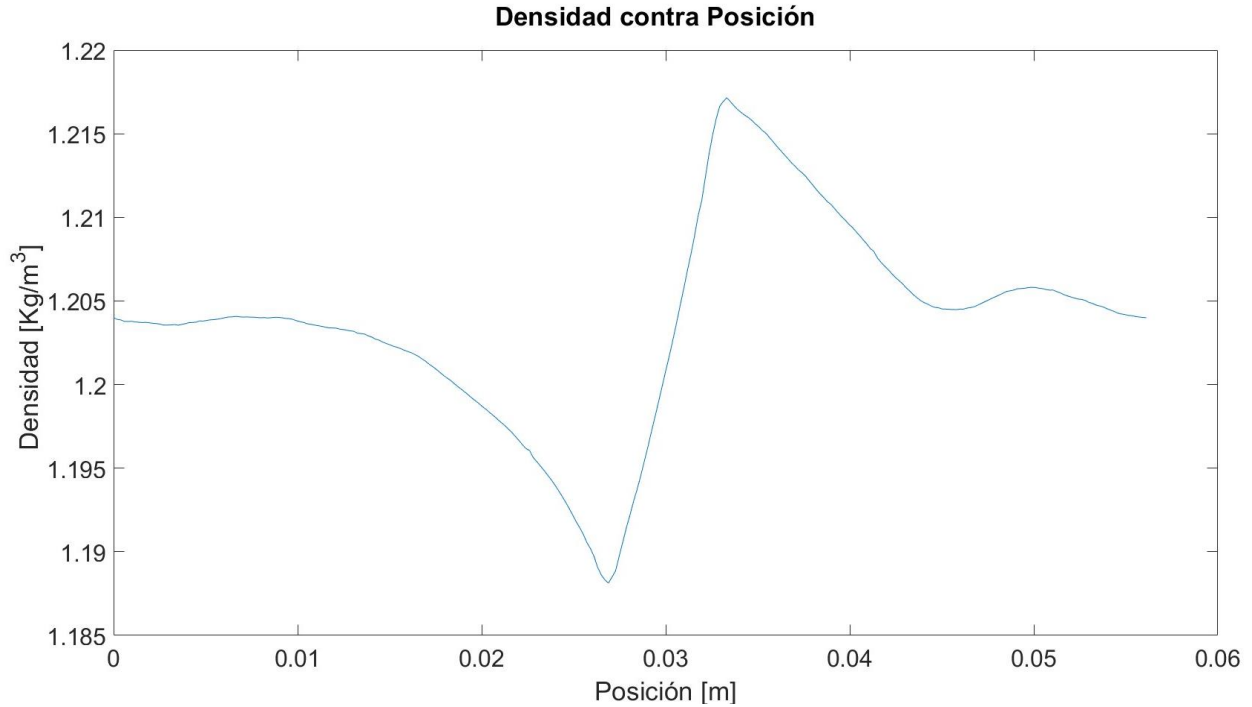


Figura 3-8.- Densidad contra posición de la onda de choque a la mitad de la guía de ondas para el segundo cuadro.

Otra observación importante es la asimetría en la Figura 3-8, puede verse como la primera caída de la densidad es curva que concuerda con una exponencial ( $R^2=0.9991$ ), mientras la siguiente caída es prácticamente una línea recta con una pendiente  $-2.729 \times 10^{-4} \pm 0.007 \times 10^{-4} \text{ Kg/m}^2$  y con un coeficiente de correlación de 0.9996.

La caída de presión tan pronunciada en la gráfica de la Figura 3-5 es donde se ubica la onda de choque, esta caída tarda  $6 \times 10^{-6} \text{ s}$ , la presión pasa de un valor de  $-8675 \text{ Pa}$  a uno mínimo de  $-5550 \text{ Pa}$ , por lo que la amplitud es de aproximadamente  $3125 \text{ Pa}$ . Lo cual es suficientemente grande como para considerar que los efectos no lineales afectan en la propagación. Los resultados se comparan con los obtenidos con BOS para densidad en la Figura 3-8, en esta parte la diferencia entre el valor máximo y mínimo tienen un valor de  $0.027864 \text{ Kg/m}^3$ . Para la comparación se usa la ecuación de estado acústica de procesos politrópicos e isentrópicos.

$$(p - p_0) = c_0^2(\rho - \rho_0)$$

el resultado da una presión de  $3306 \text{ Pa}$ , lo que representa una diferencia del 6% respecto con del valor medido con el micrófono. Este error en sí ya es un buen resultado y podría atribuirse a la ecuación que se está usando para calcularlo ya que no se están considerando los efectos de la temperatura.

### 3.4 Comparación de la ventana de visualización

Un resultado directo a la técnica BOS es la mejora en la imagen tomada al tener la ventana de visualización, como se ve en la Figura 3-9, no solo se dejan de ver las estrías propias de la guía de ondas, además se define mucho mejor el patrón y aumenta el contraste.

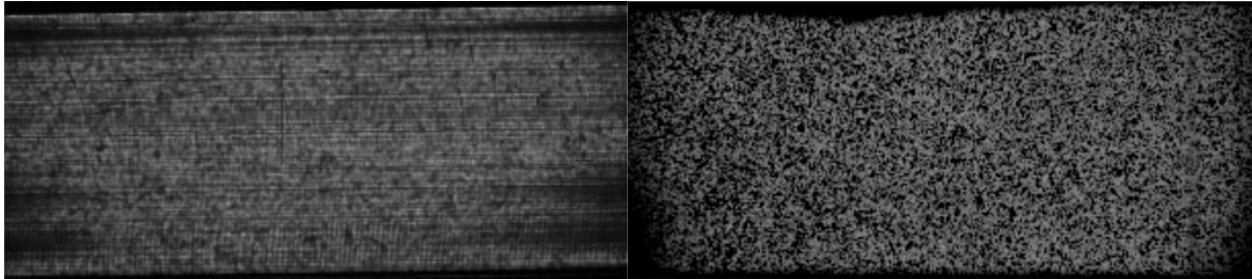
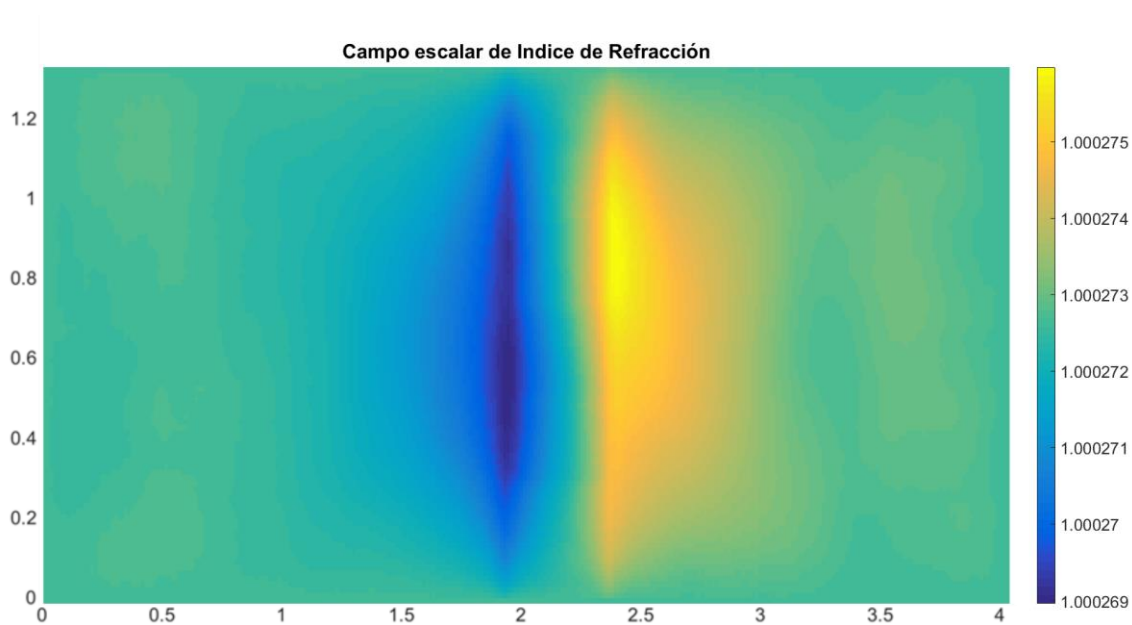


Figura 3-9.- Comparación entre la ventana de visualización (derecha) y el tubo solo (izquierda).

De hecho es como si se tuvieran dos patrones de fondo uno en el patrón original y otro debido a las estrías del tubo. Al mejorar la imagen tomada a su vez mejora los resultados de BOS, lo principal es que reduce el ruido, define mejor la región donde se encuentra el pulso de presión y permite observar lo que pasa a en sus inmediaciones, esta comparación, se ve en la Figura 3-10.



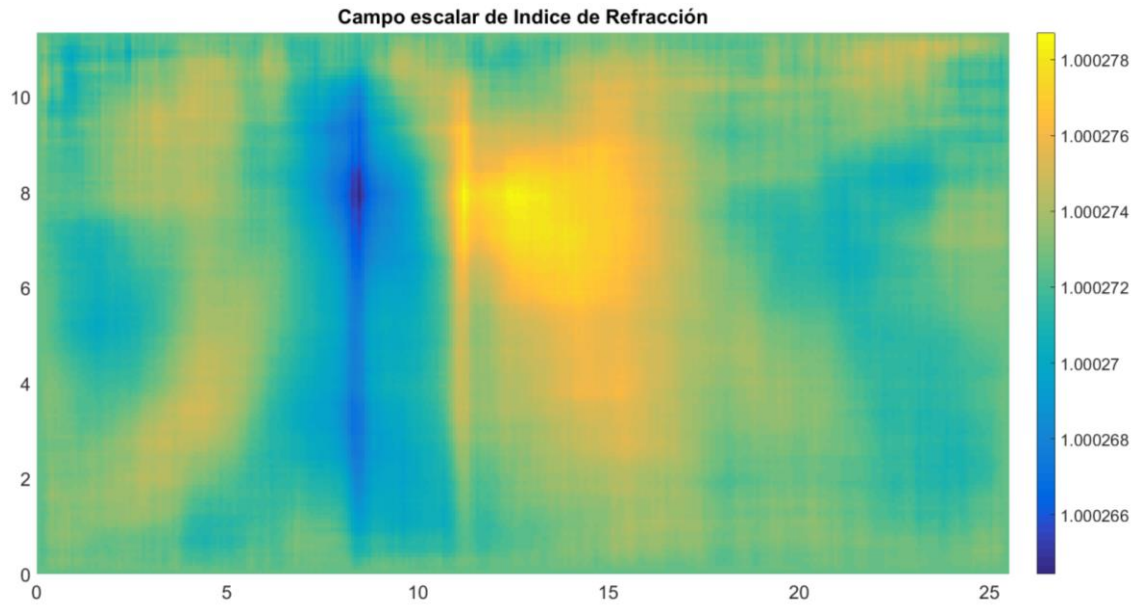


Figura 3-10.- Comparación del campo escalar del índice de refracción con la ventana de visualización (arriba) y el tubo solo (abajo).

### 3.5 Valores teóricos del tubo de choque

La teoría del tubo de choque describe los valores de las variables termodinámicas que se tendrán en las diferentes regiones del tubo de choque. De la ecuación 6 se puede obtener el número de Mach en función de las presiones en la cámara de alta presión del tubo de choque y la presión atmosférica y el resultado es de  $1.26422 \pm 0.00784$ , mientras que el valor medido con BOS es de  $1.2 \pm 0.04$ , lo cual representa un error relativo porcentual del 5.08% respecto al valor teórico.

Usando el valor experimental del número de Mach, un valor del cociente de calores específicos ( $\gamma$ ) de 1.402 en las ecuaciones 7, se calculan los valores teóricos que habrá en la región 2, esto es, en la región detrás de la onda de choque, los resultados se muestran en la Tabla 3-2.

Tabla 3-2.- Valores teóricos de las variables termodinámicas en la región 2 del tubo de choque.

Magnitudes físicas	Valor	Incertidumbre porcentual
Presión ( $P_2$ )	117,499.2 Pa	7.40
Temperatura ( $T_2$ )	25.2 °C	23.01
Densidad ( $\rho_2$ )	1.61 Kg/m <sup>3</sup>	10.08
velocidad ( $u_2$ )	104.7 m/s	22.38

La incertidumbre que más pesa se debe principalmente a la incertidumbre que se tiene al medir la posición de la onda de choque en la imagen.

Comparando con los valores medidos se puede ver de la gráfica de la Figura 3-3 que la presión no tiene un valor fijo sino que fluctúa y el máximo valor alcanzado no llega al máximo valor predicho. La densidad



pareciera que si se mantiene en un valor fijo aunque también podría deberse a que el BOS no tiene la sensibilidad para detectar los cambios tan pequeños que se producirían en esta región.

Se calculó el espesor de la onda de choque para un choque débil de acuerdo con la ecuación 9 y utilizando los valores de 0.707 para el número de Prandtl y  $13.35 \times 10^{-9}$  Pa s para la viscosidad dinámica, ambos del aire. El valor resultante es de  $1.76 \times 10^{-7}$  m. Este valor es más grande que el valor teórico esperado ( $10^{-8}$  m), pero considerando que no se trata de una onda de choque débil es un buen valor.

Se grabó la ruptura de la membrana a 77,028 fps y se hicieron tres repeticiones. El tiempo desde que comienza a abrirse hasta que aparece la primera grieta es de 3 a 4 cuadros (51.93 a 64.91  $\mu$ s) y el tiempo hasta que la membrana en estar completamente abierta oscila entre 16 y 21 cuadros (207.72 a 272.63 ms).

Con estas comparaciones se puede ver que a pesar de que los valores teóricos son aproximaciones y que no representan con fidelidad el fenómeno entero, son buenas aproximaciones.

## 4 Conclusiones

Se obtuvo el valor de la constante de Gladstone-Dale el cuál es de  $2.985 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{Kg}$ , dicho valor es específico para las condiciones de laboratorio y para la luz utilizada, la cual abarca un intervalo y no es necesario utilizar una única longitud de onda.

El método que aquí se presenta para la obtención de la constante de Gladstone-Dale, a pesar de ser relativamente simple, no ha sido utilizado antes y el valor obtenido es congruente con los valores más próximos reportados en la bibliografía. También da una buena concordancia entre los valores medidos con BOS y con el micrófono al usar la ecuación de estado acústica isentrópica.

La obtención de la constante de Gladstone-Dale permite utilizar la técnica BOS y relacionar las mediciones del índice de refracción con valores de presión y densidad para futuros experimentos y evita tener un sesgo en estas medidas.

Se instrumentó la técnica BOS para realizar mediciones de índice de refracción y densidad para un tubo de choque, a la par que se colocaban micrófonos para medir la presión. Esto es especialmente útil porque el uso de micrófonos en estos dominios puede ser problemático, ya que el campo acústico interactuará con los propios micrófonos, alterando el campo. El método BOS demuestra ser una técnica no intrusiva capaz de representar con precisión la estructura fina de una onda de choque en dos dimensiones, al tiempo que proporciona imágenes en diferentes momentos y posiciones lo que permite el cálculo de la velocidad del choque.

Es posible usar solo las gráficas resultado de BOS para obtener directamente valores numéricos para los campos de densidad y presión proporcionando retratos cuantitativos bidimensionales de estos campos dentro de la ventana de observación. Estos mapas bidimensionales no se pueden obtener utilizando transductores o micrófonos piezoeléctricos. Sin embargo, es posible recuperar de la imagen BOS una señal de tiempo como la que podría producir uno de estos sensores.

También se realizó un sistema de sincronización entre los sistemas involucrados, estos son: un disparador acústico para iniciar a grabar las mediciones del osciloscopio y la cámara rápida. Con el osciloscopio se registró el disparo de inicio, la señales del micrófono de sonda, el momento en el que cae la señal de disparo dentro del cuadro de la cámara rápida.

Al comparar los dos micrófonos de sonda fue posible obtener el retardo del micrófono 4170, que es de 0.764 ms.

Con la constante de Gladstone-Dale se obtuvo el valor de la densidad de una onda de choque, producido por un tubo de choque, al mismo tiempo se realizaron mediciones de presión con un micrófono de sonda. Gracias a la sincronización hecha para los diferentes sistemas involucrados fue posible correlacionar ambas mediciones.

Con las imágenes de BOS se midió el número de Mach de la onda de choque y más aún se pudo ver su estructura real, siendo esta una región de baja densidad precedida de una de alta densidad y no una frontera infinitesimal como se define en la teoría. Con las imágenes se pudo definir un espesor para la onda de choque.

Usando las ecuaciones de la teoría ideal de un tubo de choque y las mediciones obtenidos se calculan las variables termodinámicas atrás de la onda de choque. Los resultados concuerdan razonablemente con las mediciones.

Se estimó por primera vez los órdenes de magnitud de la incertidumbre de la técnica BOS, comprobando que son adecuados para las mediciones realizadas. También se mencionan la forma en que se podrían mejorar.

El arreglo óptico con el que se ilumina al BOS es el óptimo y permite aprovechar la mayor cantidad de luz proveniente del led.

Se combina la instrumentación electrónica, óptica y acústica para obtener mediciones que se pueden correlacionar entre sí, lo que permite obtener resultados inéditos.

## 5 Trabajo a Futuro

Se cumplió el objetivo de estudiar la onda de choque producida por el tubo de choque y se encontró el valor específico de la constante de GD. Con los resultados se abren las posibilidades para realizar numerosos estudios con el BOS, a continuación se mencionan.

Estudiar los efectos en la técnica BOS y con la onda de choque al disminuir aún más el tiempo de exposición del fenómeno a la cámara. Actualmente se usa el mínimo tiempo de exposición que permite la cámara rápida, sin embargo, es posible reducir la cantidad de luz al pulsar el LED, esto ya se ha hecho (Echeverría Arjonilla, 2015). Con estos resultados se podría verificar la influencia del tiempo de exposición en la técnica BOS y estudiar cómo afecta en los resultados por tener un barrido del fenómeno.

Se plantea estudiar el límite de sensibilidad de BOS. Esto se hará con diferentes acumulaciones de aire en la cámara de presión y diferentes grosores de papel. De esta forma se podrá encontrar experimentalmente la cota inferior del mínimo cambio de índice de refracción y de en densidad necesario para el BOS.

Conociendo el límite de la sensibilidad se verá la viabilidad de realizar un tubo de Kundt para estudiar las ondas estacionarias que se generen en el interior de la guía de ondas usando como fuente acústica bocinas o piezoeléctricos, así como la frecuencia óptima para el estudio.

Variar las condiciones de frontera de la guía de ondas, pasar de una guía abierta en uno de sus extremos a una cerrada y ver las repercusiones en el campo acústico.

Comparar la forma, geometría y propiedades físicas, de la onda de choque a la salida de la guía de onda usando diferentes formas a la salida, como acoplar una sección que crezca linealmente, un pabellón exponencial o el tubo solo por decir algunos. Con esto se podría estudiar lo que pasa con instrumentos de aliento como con una trompeta.

Estudiar los efectos que presentan las ondas como reflexión, transmisión, difracción e interferencia constructiva de las ondas de choque. Para esto se pretende modificar la geometría de una sección de la guía de onda para poder observar estos fenómenos, para esto se basará en los trabajos de HEILIG & IGRA (2001) y (Echavería et al., 2014).

Grabar el momento de la ruptura de la membrana para estudiar la forma en la que se genera la onda de choque y las ondas expansivas que la conforman así como la longitud a la que se forma. Usando estos datos relacionar el tiempo de apertura con la forma de la ruptura y la forma de la onda de choque.

Tratar de realizar la técnica BOS con una guía de ondas de sección transversal circular.

Estudiar un flujo supersónico contenido entre dos paredes planas y transparentes para asegurar el grosor del fenómeno. También estudiar la interacción del flujo con diferentes objetos.

Investigar el proceso de coalescencia de las ondas formadas en la ruptura de la membrana para estudiar el proceso de formación de la onda de choque y para lo cual se medirá simultáneamente con BOS y con el micrófono en diferentes posiciones después de la ruptura de la membrana.

Se midió el espesor de la onda de choque como la distancia entre la región de máxima y mínima densidad. Podría definirse el espesor como la distancia a la cual la densidad cambie un valor determinado (por ejemplo: 0.95) respecto del valor de la densidad del gas en reposo.

## 6 Referencias

- A. Aguayo Ortiz, H. Cardoso Sakamoto, C. Echeverría Arjonilla, D. Porta Zepeda, C. S. F. and G. M. G. (2016). Calibration of a Background Oriented Schlieren (BOS). En *Environmental Science and Engineering* (Números 978-3-319-27965-7, pp. 103–114). <https://doi.org/10.1007/978-3-319-27965-7>
- Baüel & Kjaer. (1969). *Portable Acoustic Calibrator 4230*.
- Bejand, A. (2008). Convection heat transfer. En *Nature* (3rd ed., Vol. 83, Número 1). Wiley.
- Blackstock, D. T. (2000). *Fundamentals of Physical Acoustics*. Wiley-Interscience.
- CBT-120 Product Datasheet. (2011). En *Luminus Devices, Inc.* (pp. 1–12).
- Centro Español de Metrología. (2010). *Procedimiento Ac- 002 Para La Calibración Secundaria De Micrófonos*. 1–44.
- Chester, W. (1964). Resonant oscillations in closed tubes. *Journal of Fluid Mechanics*, 18(1), 44–64. <https://doi.org/10.1017/S0022112064000040>
- Clem, M. M., Zaman, K. B. M. Q., Fagan, A. F., & Glenn, N. (2012). Background Oriented Schlieren Applied to Study Shock Spacing in a Screeching Circular Jet. *50th AIAA Aerospace Sciences Meeting, January*, 1–12. <https://doi.org/10.2514/6.2012-403>
- Damazo, J., & Shepherd, J. E. (2017). Observations on the normal reflection of gaseous detonations. *Shock Waves*, 27(5), 795–810. <https://doi.org/10.1007/s00193-017-0736-6>
- Davis, H. J., & Curchack, H. D. (1969). *Shock tube techniques and instrumentation*.
- Echavería, C., Porta, D., Velasco-Segura Roberto, V. T., Rendón, P. L., Antonio, P.-L., & E., S. C. (2014). *Visualization of shock waves emitted from a trumpet bell and their interaction with several objects*.
- Echeverría Arjonilla, C. (2015). *Implementación De La Técnica Velocimetría Por Sombras De Partículas (Psv) Para El Estudio De Las Interfaces De Un Flujo Supersónico* (p. 51).
- Gladstone, J. H., & Dale, T. D. (1863). XIV. Researches on the refraction, dispersion, and sensitiveness of liquids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 153, 317–343. <https://doi.org/10.1098/rstl.1863.0014>
- Goldhahn, E., & Seume, J. (2007). The background oriented schlieren technique: Sensitivity, accuracy, resolution and application to a three-dimensional density field. *Experiments in Fluids*, 43(2–3), 241–249. <https://doi.org/10.1007/s00348-007-0331-1>
- Hartunian, R. A. (1961). Shock curvature due to boundary-layer effects in a shock tube. *Physics of Fluids*, 4(9), 1059–1063. <https://doi.org/10.1063/1.1706450>
- HEILIG, W., & IGRA, O. (2001). Shock Waves in Channels. En *Handbook of Shock Waves* (Vol. 2). Academic Press. <https://doi.org/10.1016/b978-012086430-0/50026-9>
- IKUI, T., MATSUO, K., & NAGAI, M. (1969). Investigations of the Aerodynamic Characteristics of the Shock Tubes : (Part 1, The Effects of Tube Diameter on the Tube Performance). *Bulletin of JSME*, 12(52), 783–792. <https://doi.org/10.1299/jsme1958.12.783>
- Kahali, S., Townsend, M., Nguyen, M. M., Kim, J., Alay, E., Skotak, M., & Chandra, N. (2020). The evolution of secondary flow phenomena and their effect on primary shock conditions in shock tubes: Experimentation and numerical model. *PLoS ONE*, 15(1), 1–18. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0227125>
- Kiefer, J. H., & Manson, A. C. (1981). Refractive index change and curvature in shock waves by angled beam refraction. *Review of Scientific Instruments*, 52(9), 1392–1396. <https://doi.org/10.1063/1.1136779>
- Kinsler, L., Frey, A., Coppens, A., & Sanders, J. (1995). *Fundamentos de Acústica* (1st ed.). Limusa.
- Kobayashi, S., & Adachi, T. (2004). Visualization of shock-wave formation processes during shock reflection at obstacles with multiple steps. *Experiments in Fluids*, 36(2), 294–298. <https://doi.org/10.1007/s00348-003-0722-x>
- Kotchourko, N., Kuznetsov, M., Kotchourko, A., Grune, J., Lelyakin, A., & Jordan, T. (2014). Concentration

- measurements in a round hydrogen jet using Background Oriented Schlieren (BOS) technique. *International Journal of Hydrogen Energy*, 39(11), 6201–6209. <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2013.10.152>
- Lin, S. C., & Fyfe, W. I. (1961). Low-density shock tube for chemical kinetics studies. *Physics of Fluids*, 4(2), 238–249. <https://doi.org/10.1063/1.1724434>
- López-Carronero, A., Campbell, D. M., Rendón, P. L., & Kemp, J. (2016). Validation of brass wind instrument radiation models in relation to their physical accuracy using an optical schlieren imaging setup. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 144:4(2016), EL310–EL314. <https://doi.org/10.1121/2.0000386>
- Meier, G. (2002). Computerized background-oriented schlieren. *Experiments in Fluids*, 33(1), 181–187. <https://doi.org/10.1007/s00348-002-0450-7>
- Meier, G. E. A. (1999). *Hintergrund-Schlierenverfahren Deutsche Patentanmeldung* (Patent Núm. DE 19942856 A1).
- Menkirch, W. (1981). Density Sensitive Flow Visualization. En E. R. J. Marton L, Marton C (Ed.), *Methods of Experimental Physics, Volume 18, Part A* (pp. 345–403).
- Merzkirch, W. (1987). Flow Visualization. En *Application of Thermo-Fluidic Measurement Techniques: An Introduction* (2a ed.). Academic Press. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-809731-1.00002-2>
- México, G. de. (s/f). *Cálculo de la densidad del aire utilizando la formula del CIPM-20071*. Recuperado el 28 de mayo de 2021, de <https://www.cenam.mx/publicaciones/cdensidad.aspx>
- NIST. (2018). *Loschmidt constant*. <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?eqn0>
- OTA, M., LEOPOLD, F., AGUSINSKI, F., & MAENO, K. (2012). A Comparison of Measurement Results for Supersonic Flow Field by Colored-Grid Background Oriented Schlieren(CGBOS)andColored Background Oriented Schlieren (CBOS) Technique. *The Proceedings of the Fluids engineering conference, 2012*, 199–200. <https://doi.org/10.1299/jsmfed.2012.199>
- Pakdaman, S. A., Garcia, M., Teh, E., Lincoln, D., Trivedi, M., Alves, M., & Johansen, C. (2016). Diaphragm opening effects on shock wave formation and acceleration in a rectangular cross section channel. *Shock Waves*, 26(6), 799–813. <https://doi.org/10.1007/s00193-016-0628-1>
- Phantom. (2011). *PIV High Speed Camera Phantom M310*.
- Phantom. (2016, agosto 12). *OLPF FAQ*. <https://phantomhighspeed-service.force.com/PhantomCommunity/s/article/OLPF-FAQ>
- Picard, A., Davis, R. S., Gläser, M., & Fujii, K. (2008). Revised formula for the density of moist air (CIPM-2007). *Metrologia*, 45(2), 149–155. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/45/2/004>
- Porta Zepeda, D. (2015). *Estudio De Las Interfaces De Un Jet Supersónico axisimétrico Usando Schlieren Con Un Fondo Como Referencia*. UNAM.
- Raffel, M., Richard, H., & Meier, G. E. A. (2000). On the applicability of background oriented optical tomography for large scale aerodynamic investigations. *Experiments in Fluids*, 28(5), 477–481. <https://doi.org/10.1007/s003480050408>
- Raffel, M., Willert, C., Wereley, S., & Kompenhans, J. (2008). Particle Image Velocimetry: A Practical Guide. En *AIAA Journal* (2nd ed., Vol. 46, Número 11). Springer. <https://doi.org/10.2514/1.37533>
- Red Universitaria de Observatorios Atmosféricos de la Universidad Nacional Autónoma de México*. (2019). <https://www.ruoa.unam.mx/index.php?page=estaciones&id=1>
- Rendón, P. L., Ezeta, R., & Pérez-López, A. (2013). Nonlinear sound propagation in trumpets. *Acta Acustica united with Acustica*, 99(4), 607–614. <https://doi.org/10.3813/AAA.918640>
- Saad, M. (1993). *Compressible fluid flow* (2a ed.). Prentice Hall.
- Sánchez Barrera, M. I. (2019). *Diseño e Implementación de un Tubo de Choque para el Estudio de Ondas de Choque*. UNAM.
- Selamet, A., & Lee, I. (2003). Helmholtz resonator with extended neck. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 113(4), 1975–1985. <https://doi.org/10.1121/1.1558379>

- Settles, G. S. (2001). *Schlieren and Shadowgraph Techniques*. Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-56640-0>
- Shkundin, S. Z., Lashin, V. V., & Likhachev, A. V. (1991). Acoustic phase method of measuring the gas flow velocity in a cylindrical air duct. *Measurement Techniques*, 34(11), 1155–1158. <https://doi.org/10.1007/BF00979699>
- Simpson, P., & Taylor, R. J. (1971). Characteristic rotor speed variations of a dielectric motor with a low-conductivity liquid. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 4(12), 1893–1897. <https://doi.org/10.1088/0022-3727/4/12/310>
- Simpson, R. E. (1987). *Introductory electronics for scientists and engineers*. Allyn and Bacon.
- Sugimoto, N. (1992). Propagation of nonlinear acoustic waves in a tunnel with an array of Helmholtz resonators. *Journal of Fluid Mechanics*, 244(1), 55. <https://doi.org/10.1017/S0022112092002969>
- Takefumi Ikui, K. M. (1969). Investigations of the Aerodynamic Characteristics of the shock Tubes (Part 1). *Chemical Pharmaceutical Bulletin*, 12(52), 774.
- Vanco, L., & Pierce, A. D. (1998). Acoustics: An Introduction to Its Physical Principles and Applications. *En Computer Music Journal* (Vol. 22, Número 2). <https://doi.org/10.2307/3680971>
- Vasudeva, G., Honnery, D. R., & Soria, J. (2005). Non-Intrusive measurement of a density field using the Background Oriented Schlieren(BOS) method. *Fourth Australian Conference on Laser Diagnostic in Fluid Mechanics and Combustion, December*, 137–140.
- Venkatakrisnan, L., & Meier, G. E. A. (2004). Density measurements using the Background Oriented Schlieren technique. *Experiments in Fluids*, 37(2), 237–247. <https://doi.org/10.1007/s00348-004-0807-1>
- William C., E., & Mark A., H. (1969). *Physics of Waves* (1a ed.). McGraw-HillKogakusha.



## Nomenclatura

$c$	Velocidad de la luz en el vacío.
$e$	Carga eléctrica del electrón.
$f_i$	Constante de restitución del oscilador asociado a la vibración de las moléculas.
$h$	Espesor del fenómeno de estudio.
$k$	Constante de Gladstone-Dale.
$M_{ag}$	Magnificación óptica.
$M_m$	Masa molar del medio.
$M_s$	Número de Mach de la onda de choque.
$m_e$	Masa del electrón.
$N_A$	Número de Avogadro.
$n$	Índice de refracción.
$p_0$	Presión en condiciones estándar.
$p_{cm}$	Presión acústica en las condiciones de medida.
$p_{ref}$	Presión de referencia.
$P$	Presión.
$R$	Constante universal de los gases.
$R_s$	Constante específica de los gases.
$T_0$	Temperatura en condiciones estándar.
$T_0$	Temperatura en condiciones estándar.
$u$	Velocidad de las partículas del gas en la región entre la onda de choque y superficie de contacto.
$u_s$	Velocidad de la onda de choque.
$v_i$	Velocidad en la región i.
$V_r$	Voltaje de referencia a 1000 Hz.
$V_x$	Voltaje medido con el micrófono.
$V_{RMS}$	Voltaje cuadrático medio.
$Z_D$	Distancia entre el patrón de fondo y el objeto estudiado.
$\epsilon$	Ángulo desviación de la luz.
$\gamma$	Cociente de los calores específicos del gas ( $c_p/c_v$ ).
$\lambda$	Longitud de onda de la luz incidente.

$\lambda_i$	Longitud de onda correspondiente a la frecuencia de resonancia de las moléculas del medio.
$\xi$	Campo vectorial de desplazamientos.
$\rho$	Densidad.

## Siglas y glosario de términos en inglés

BOS	Schlieren con un fondo como referencia ( <i>Background Oriented Schlieren</i> ).
CMOS	Semiconductor complementario de óxido metálico ( <i>Complementary metal-oxide-semiconductor</i> ).
GD	Gladstone-Dale.
PIV	Velocimetría por imágenes de partículas ( <i>Particle Image Velocimetry</i> ).
RMS	Valor cuadrático medio ( <i>Root mean square</i> )
$SPL_{cm}$	Nivel de presión sonora ( <i>Sound Pressure Level</i> )
TTL	<i>Transistor-Transistor logic</i>
<i>driver</i>	Cámara de alta presión.
<i>driven</i>	Cámara de baja presión.
<i>contact surface</i> o <i>cold front</i>	Superficie de contacto o frente frío.
<i>expansion fan</i>	Ondas de expansión por la ruptura de la membrana.
<i>shock wave</i> o <i>shock</i>	Onda de choque.
<i>shock front</i>	Frente de choque.
<i>trigger</i>	Disparador.
CCD	Dispositivo de carga acoplada ( <i>Charge-Coupled Device</i> ).
FFT	Transformada rápida de Fourier ( <i>Fast Fourier Transform</i> ).
PSV	Velocimetría por sombras de partículas ( <i>Particle Shadow Velocimetry</i> ).
SOR	Método numérico de sobre-relajación sucesiva ( <i>Successive Over Relaxation</i> ).