



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
POSGRADO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE MATERIALES
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN MATERIALES

IMPACTO DE DEFECTOS EN LA MAGNETIZACIÓN DE BULTOS SUPERCONDUCTORES $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE MATERIALES

PRESENTA:

SANTIAGO GUIJOSA GUADARRAMA

TUTOR PRINCIPAL

DRA. ELIZABETH CHAVIRA MARTÍNEZ
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN MATERIALES

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR

DR. FREDERIC TRILAUD
INSTITUTO DE INGENIERÍA
DR. JOSÉ IGNACIO JIMÉNEZ MIER Y TERÁN
INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD.MX, AGOSTO, 2023



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

Al Consejo Nacional de Humanidades Ciencia y Tecnología (CONAHCyT-México) le agradezco el apoyo económico recibido y la oportunidad de cursar un posgrado reconocido internacionalmente. En especial, agradezco al pueblo mexicano por financiar mi beca con su trabajo.

Al Instituto de Investigaciones en Materiales, al Instituto de Ingeniería, al Posgrado en Ciencia e Ingeniería de Materiales y a la Dirección General de Estudios de Posgrado (DGEP-UNAM) les agradezco el espacio para llevar a cabo mi investigación, al igual que el financiamiento complementario para llevar a cabo la estancia de investigación en el laboratorio GREEN (Grupo de investigación en energía eléctrica de Nancy) de la Universidad de Lorraine, en Francia.

Mi más profunda gratitud a mis asesores de tesis Dra. Elizabeth Chavira, Dr. Frederic Trillaud y Dr. José Jiménez, cuya guía, experiencia e interés fueron invaluable a lo largo del proyecto de investigación. Me brindaron comentarios valiosos, aliento y apoyo, y sus conocimientos me ayudaron a dar forma y refinar mis ideas. Agradezco al Dr. Frederic Trillaud por haberme invitado a este proyecto de modelado de defectos en bultos superconductores, valoro mucho su generosidad para compartir sus conocimientos en la área de superconductividad y de métodos numéricos. En particular, quiero agradecerle por proporcionarme el código preliminar de *Gmsh/GetDP*, el cual permitió entregar este trabajo que abarca la ciencia de los materiales y el modelado de superconductores de alta temperatura.

A mis amigos y colegas del laboratorio GREEN, aprendí mucho durante mi estancia de investigación, les agradezco la oportunidad de trabajar en su laboratorio y la calidez del ambiente de trabajo. Especialmente, agradezco al Dr. Kévin Berger por enseñarme las técnicas de magnetización de bultos superconductores y brindarme el apoyo para asistir a la escuela de elementos finitos en Francia. Asimismo, agradezco el apoyo del Dr. Julien Fontchastagner en el modelo numérico realizado.

Personalmente, agradezco a mi familia por el infinito apoyo y cariño que me han otorgado. Mamá, gracias por conocerme mejor que nadie, contigo cada momento es cálido. Papá, gracias por tu cariño y sabiduría, me has enseñado a ver el mundo con diferentes miradas. Yeya, eres mi ejemplo a seguir, tu curiosidad, sabiduría y amor no tienen límite. A mi científico favorito, mi carnal, mi hermano; te agradezco tu existencia, eres lo más importante para mí. Finalmente, agradezco a mis amigos por ser mis compañeros de vida, siempre me recuerdan lo bonito que es vivir.

Resumen

Los superconductores de alta temperatura (SAT) pueden atrapar flujo magnético en su interior al ser magnetizados a temperaturas bajas, actuando como un imán permanente de altos campos magnéticos. Aunque se han mejorado las técnicas de fabricación de estos materiales, contienen defectos macroscópicos como poros que limitan el campo atrapado, y consecuentemente, su desempeño en aplicaciones prácticas. En este estudio, se empleó un modelo de Elemento Finito tridimensional para investigar cómo la porosidad afecta la distribución y magnitud del campo atrapado en un bulto superconductor $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$, y cómo influye en la inducción de corrientes superconductoras durante la magnetización del superconductor mediante un pulso electromagnético. El modelo se basa en la formulación $\mathbf{H}\text{-}\phi$ de las ecuaciones de Maxwell, y es un sistema altamente no lineal, lo que induce cierta complejidad numérica y aumenta los tiempos de cómputo drásticamente. Los resultados muestran un impacto de la porosidad en las pérdidas eléctricas, la densidad de corriente y la distribución y magnitud del campo magnético atrapado.

Abstract

High-temperature superconducting (HTS) bulks can trap magnetic flux when magnetized at low temperatures. Hence, once magnetized, they seemingly act as permanent magnets. Although the fabrication of these materials has improved over the years, they still contain macroscopic defects that may limit the trapped field, and therefore their performance in practical applications. In this study, a three-dimensional finite element model was developed to investigate how defects, such as pores, impact the magnitude and distribution of the trapped magnetic field in a $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ bulk, and how they affect the induced superconducting current when the bulk is magnetized under pulsed-field magnetization. The model is based on the $\mathbf{H}\text{-}\phi$ formulation of the Maxwell's equations. It uses a Finite Element solver to solve the partial differential equations. The problem is highly nonlinear, inducing some numerical complexity and increasing computation times. The simulation results demonstrate the impact of porosity on electrical losses, current density, and the distribution and magnitude of the trapped magnetic field.

Índice general

1. Introducción	7
1.1. Antecedentes	8
1.2. Objetivo General	9
1.3. Objetivos Específicos	10
1.4. Hipótesis	10
2. Fundamentos de Superconductividad	11
2.1. Introducción a la superconductividad	11
2.1.1. Efecto Meissner	12
2.1.2. Teoría de London	12
2.1.3. Teoría de Ginzburg-Landau	13
2.1.4. Superconductores Tipo-I y Tipo-II	14
2.1.5. Superconductores de Alta Temperatura	14
2.2. Estado Mixto: Vórtices Magnéticos	16
2.2.1. Dinámica de Vórtices Magnéticos	16
2.2.1.1. Relajación Magnética	17
2.2.2. Fijación de vórtices magnéticos	17
2.3. Comportamiento de la densidad de corriente crítica J_c	18
2.3.1. Modelo de Bean: J_c constante	18
2.3.2. Relación de Kim: $J_c(B)$	18
2.4. Ley de potencias $E-J$	18
3. Magnetización de superconductores YBCO	20
3.1. Corrientes inducidas y campo atrapado	20
3.2. Magnetización de campo-pulsado	22
3.3. Magnetización y mediciones experimentales	23
3.4. Aplicaciones de bultos SAT	25
4. Fabricación y defectos de bultos YBCO	27
4.1. Técnicas de fusión con semilla	27
4.1.1. Crecimiento por infiltración con semilla (TSIG)	29
4.1.2. Apoyo con amortiguador	30
4.1.3. Método multi-Semilla	30
4.2. Defectos derivados de la fabricación	31
4.2.1. Inclusiones de fase Y-211	31
4.2.2. Grietas	31
4.2.3. Fronteras de Grano	32
4.2.4. Porosidad	32

5. Modelo de la magnetización de un superconductor YBCO	34
5.1. Método de elementos finitos	34
5.2. Modelo físico	35
5.3. Modelo de Elementos Finitos	36
5.3.1. Definición espacial	36
5.3.2. Formulación variacional	36
5.3.3. Discretización de campos locales	37
5.3.4. Discretización temporal	38
5.3.5. Solución por técnicas iterativas	38
5.3.6. Esquema completo de solución no-lineal	40
5.4. Casos de simulación y parámetros utilizados	40
6. Resultados y discusión	42
6.1. Evolución temporal: magnetización en el caso ideal	42
6.1.1. Inducción de corriente eléctrica	42
6.1.2. Campo magnético atrapado	43
6.2. Impacto de la porosidad	46
6.2.1. Inducción de corriente eléctrica	46
6.2.2. Campo magnético atrapado	47
6.2.3. Pérdidas eléctricas	52
7. Conclusión	53
7.1. Perspectivas y futuros trabajos	54
Referencias	55

Nomenclatura

Símbolo	Cantidad
α	Constante auxiliar de modelo de Kim
B_0	Constante auxiliar del campo magnético
B_a	Densidad de flujo magnético aplicado
B_p	Campo máximo de penetración
B_Z	Campo atrapado
E_c	Campo eléctrico crítico
H_c	Campo magnético crítico
J_c	Densidad de corriente crítica
J_{c0}	Densidad de corriente crítica al campo local cero
γ	Factor de relajación en Newton-Raphson
κ	Parámetro de Ginzburg-Landau
λ	Distancia de penetración
n	Exponente de ley de potencias
μ_0	Permeabilidad del vacío
Φ_0	Flujo cuantizado
ρ	Resistividad eléctrica
T_c	Temperatura crítica superconductor
T_g	Temperatura de crecimiento de granos
T_{iso}	Temperatura isotérmica
T_o	Temperatura de operación
T_p	Temperatura peritética
ξ	Longitud de coherencia superconductor
Abreviación	Significado
BA	Buffer Aid
BCS	Teoría Bardeen-Cooper-Schrieffer
FC	field cooling
MRI	Imagenología de resonancia magnética
PFM	Pulsed Field Magnetisation
ReBCO	ReBa ₂ Cu ₃ O ₇ Re=Elemento de tierras raras
SAT	Superconductor de alta temperatura
TSIG	Top Seeded Infiltration Growth
TSMG	Top Seeded Melt Growth
Y-123	YBa ₂ Cu ₃ O ₇
Y-211	Y ₂ BaCuO ₅
YBCO	YBa ₂ Cu ₃ O ₇
ZFC	Zero field cooling

Índice de figuras

2.1.	Superficie de parámetros críticos de dos superconductores.	11
2.2.	Expulsión de campo magnético del interior de un superconductor, también llamado efecto Meissner	12
2.3.	(a) Expulsión de campo externo por corrientes inducidas (b) Corriente de apantallamiento J_s que circula por una capa superficial de ancho λ_L en un cilindro superconductor.	13
2.4.	Transición de fase de los tipos de superconductores	14
2.5.	Comportamiento de superconductor tipo-II ante un campo magnético externo	15
2.6.	Configuraciones de fabricación de SAT.	16
2.7.	Red de Abrikosov en V_3Si a 2.3 K para campos externos de (a) 1 T (b) 2 T (c) 3 T (d) 4 T	16
2.8.	(a) Esquema de red de vórtices magnéticos (b) Esquema de un solo vórtice magnético	17
2.9.	Mediciones y ajustes de $J_c(B)$ en un bulto YBCO producido por el método TSIG a 77 K.	19
2.10.	Ley de potencias E-J para diferentes valores del parámetro n y estado crítico para $n \rightarrow \infty$	19
3.1.	Esquema de circulación de corrientes inducidas y campo atrapado.	20
3.2.	Campo magnético atrapado en un bulto SAT de YBCO después de ser magnetizado	21
3.3.	Esquema de magnetización por un pulso magnético aplicado de un bulto SAT.	22
3.4.	Medición de campo atrapado en la superficie en un bulto YBCO para diferentes magnitudes de campo externo	23
3.5.	Bultos YBCO proporcionados por GREEN. (a) 31 mm de diámetro 16.84 mm espesor (b) 47.1mm de diámetro y 17.8 mm espesor.	24
3.6.	Campo atrapado B_z medido en la superficie de las muestras con un sensor magnético en función del campo máximo aplicado B_a para dos bultos YBCO diferentes a 77 K. Se aplicaron varios pulsos de igual magnitud en ciertas ocasiones, lo que aumenta el campo atrapado.	24
3.7.	Distribución del campo atrapado medido en la superficie de los bultos SAT con un sensor magnético (a) $B_a = 2.45$ T y (b) $B_a = 2.1$ T	25
3.8.	Distribución del campo atrapado medido en la superficie de los bultos SAT (a) y (b). Se muestra un "mapeo" de los valores del campo atrapado y encima una visualización 3D de su distribución.	25
3.9.	Ejemplos de aplicaciones de bultos SAT.	26

4.1. (a) Bulto SAT final (b) crecimiento de fronteras de grano (c) corte transversal del bulto (d) vista transversal de crecimiento de fronteras de grano	28
4.2. Tipos de perfiles de tratamiento térmico en el horno. (a) Isotérmico (b) Sub-enfriado. En los dos perfiles se llevan decenas de horas o hasta días.	29
4.3. Esquema de resumen de técnicas de crecimiento por fusión	30
4.4. Bulto YBCO fabricado por multi-semilla	31
4.5. Inclusiones de la fase Re-211 en un bulto SAT.	32
4.6. Poros de diferente tamaño	33
4.7. Magnificación de zona porosa en un bulto SAT	33
5.1. Ejemplo de una malla de elementos triangulares en 2D creada en <i>Gmsh</i>	35
5.2. Discretización de cantidades locales: potenciales se calculan en nodos, circulaciones en bordes y flujos en caras.	35
5.3. (a) Definición espacial del problema en 3D (b) Geometría y malla implementada en <i>Gmsh</i> , solo se muestra la frontera del aire para mejor visualización.	37
5.4. Diagrama de flujo de la solución no-lineal.	39
5.5. Representación de magnetización por un pulso electromagnético en dirección z	41
6.1. Esquema del pulso magnético aplicado y tiempos característicos de simulación.	42
6.2. Norma del vector de densidad de corriente $ J $ para un corte vertical central del bulto YBCO para tiempos (a) 0.55 ms (b) 5 ms (c) 20 ms (d) 0.1 s. Al tiempo t_1 las corrientes inducidas circulan por la superficie, penetrando el cuerpo del SAT hasta t_2 . Finalmente, se retira el campo externo y las corrientes superconductoras persisten en t_4	43
6.3. Norma del vector de densidad de flujo magnético $ B $ para un corte vertical central del bulto YBCO para tiempos (a) 0.55 ms (b) 5 ms (c) 20 ms (d) 0.1 s. El campo penetra parcialmente al material desde su superficie y hasta el centro para t_1 a t_2 . Se retira el campo externo y las corrientes inducidas cambian su dirección, generando campo magnético en el interior del bulto para tiempos t_3 - t_4	44
6.4. Esquema de medición sobre una línea a 1 mm de la superficie del SAT.	45
6.5. Distribución radial del campo atrapado $ B_z $ a 1 mm encima de la superficie del SAT para tiempos $t_1 = 0.55$ ms, $t_1 = 5$ ms, $t_1 = 20$ ms, $t_1 = 0.1$ s.	45
6.6. Implementación de poros en la malla como espacios huecos, definiendo un nuevo volumen físico no-superconductor.	46
6.7. Norma del vector de densidad de corriente $ J $ en un corte vertical central del superconductor para: (a) Caso ideal (b) 5% V_p (c) 15% V_p (d) 30% V_p . Se señalan las perturbaciones en simetría y homogeneidad de la circulación eléctrica en comparación al caso ideal. Mientras aumenta la porosidad, mayor impacto en la distribución de corriente eléctrica.	47

6.8. Norma del vector de densidad de flujo magnético atrapado $ \mathbf{B}_z $ en un corte vertical central del SAT para: (a) Caso ideal (b) 5 % V_p (c) 15 % V_p (d) 30 % V_p . Se señalan las perturbaciones en comparación al caso ideal; mientras mayor porosidad mayor impacto en la homogeneidad y simetría del campo atrapado.	48
6.9. Norma del vector de densidad de flujo magnético atrapado $ \mathbf{B}_z $ en un corte horizontal central del SAT para: (a) Caso ideal (b) 5 % V_p (c) 15 % V_p (d) 30 % V_p . Se señalan las perturbaciones en comparación al caso ideal; mientras mayor porosidad mayor impacto en la homogeneidad y simetría del campo atrapado.	49
6.10. Norma del vector de densidad de flujo magnético atrapado $ \mathbf{B}_z $ en la superficie del SAT para: (a) Caso ideal (b) 5 % V_p (c) 15 % V_p (d) 30 % V_p . Se observa que la distribución del campo magnético en la superficie es afectada mientras aumenta la porosidad.	50
6.11. Distribución radial del campo atrapado $ \mathbf{B}_z $ a 1 mm encima de la superficie del SAT para caso ideal y con defectos porosos.	51
6.12. Acercamiento del campo magnético atrapado alrededor del valor máximo.	51
6.13. Pérdidas eléctricas por efecto Joule $Q = \rho J^2$. Mientras aumenta la porosidad, aumentan las pérdidas eléctricas.	52

Capítulo 1

Introducción

La superconductividad es un estado que poseen ciertos elementos y compuestos a temperaturas criogénicas, caracterizado por la ausencia de resistencia eléctrica. Por lo tanto, la circulación de corriente eléctrica por el material superconductor no generará pérdidas eléctricas en teoría. Sin embargo, este estado superconductor está limitado principalmente por su temperatura crítica (T_c), por encima de la cual el material deja de ser superconductor y vuelve a un estado conductor convencional.

Los superconductores de alta temperatura (SAT) son materiales que exhiben temperaturas críticas mayores a 77 K, lo que los hace más accesibles para aplicaciones prácticas. Estos materiales permiten aprovechar las propiedades superconductoras a temperaturas más accesibles experimentalmente. Los SAT pueden actuar como imanes permanentes (IP); atrapan flujo magnético en su interior hasta diez veces mayor en magnitud que imanes comunes (del orden de varios Tesla), a temperaturas bajas.

Estos materiales muestran gran potencial para atender la necesidad de mejorar la eficiencia en cuanto a generación de energía y de su distribución, al igual que en sistemas que contienen imanes permanentes. Para entender los retos asociados a las aplicaciones de estos materiales, es necesario estudiar su comportamiento bajo condiciones externas cercanas a las posibles condiciones de operación, experimentalmente y a través de modelados. La simulación y el modelado de superconductores es importante y útil para visualizar y predecir los límites tecnológicos que los SAT presentan, con objeto de diseñar y mejorar los dispositivos que los contienen.

En la actualidad, la fabricación de SAT por métodos derivados de solidificación peritética y crecimiento con semilla ha sido utilizada con el objetivo de mejorar sus propiedades y generar un monocristal superconductor. Sin embargo, los SAT en bulto contienen defectos macroscópicos (como poros) que podrían limitar su capacidad de atrapar campo magnético.

Este trabajo se enfoca en modelar el comportamiento magnético de un bulto superconductor $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ durante su magnetización, con el objetivo de comprender el impacto que tienen los defectos macroscópicos en aplicaciones donde los superconductores en bulto podrían reemplazar imanes permanentes.

1.1. Antecedentes

El científico holandés Kamerlingh Onnes descubre la superconductividad en 1911 al trabajar con Mercurio a temperaturas criogénicas y medir su resistencia eléctrica. Onnes realiza numerosos experimentos y mediciones para caracterizar este nuevo fenómeno. Posteriormente, los hermanos London proponen la primer teoría fenomenológica de los superconductores enfocada a su comportamiento magnético, culminando en las ecuaciones de London [1]. Más tarde se presentan dos teorías que explican el fenómeno a mayor profundidad: la teoría macroscópica de Ginzburg-Landau [2] y la teoría microscópica por Bardeen-Cooper-Schrieffer o teoría BCS [3]. Derivado de la teoría de Ginzburg-Landau, A. Abrikosov explica la penetración parcial de flujo magnético en superconductores tipo-II en forma de una red de vórtices magnéticos [4].

Más adelante, investigaciones centradas en la magnetización de superconductores tipo-II, dirigidas principalmente por Anderson, Kim y Bean [5–11], proponen nuevos modelos empíricos que muestran la dependencia térmica y magnética de la densidad de corriente crítica del superconductor. En 1986, Bednorz y Müller descubren un nuevo tipo de materiales superconductores: las cerámicas de alta temperatura [12, 13], y se les otorga el premio nobel. Entre estos materiales se encuentran las cerámicas (RE)BCO, como lo es el $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ cuya temperatura crítica es de 92 K.

La temperatura crítica T_c de las cerámicas (RE)BCO permite su implementación en aplicaciones con nitrógeno líquido (77 K) u otros líquidos criogénicos accesibles. Particularmente, y a partir de la penetración parcial de flujo magnético explicada por Abrikosov, se realizan investigaciones en torno a la capacidad de los SAT para atrapar flujo magnético [14]. Esto propone que los SAT en bulto pueden actuar como poderosos imanes permanentes al ser magnetizados a temperaturas bajas. Consecuentemente, comienzan a estudiarse y perfeccionarse técnicas de fabricación que mejoren sus propiedades superconductoras [15]. Las técnicas de síntesis utilizadas en la actualidad se derivan de la solidificación peritética y del crecimiento por semilla [15] con objeto de producir un monocristal superconductor con la forma deseada.

Con la meta de entender, mejorar y predecir las aplicaciones de los materiales durante su magnetización en dispositivos y máquinas [16–18], la simulación y el modelado numérico han cobrado gran importancia. Existen modelos analíticos [19] que describen algunas configuraciones físicas, sin embargo, no son efectivos para el modelo de sistemas reales con geometrías complejas. Por lo tanto, diversos métodos numéricos han sido utilizados para describir el comportamiento de los superconductores. El modelado térmico-electromagnético a partir del análisis de elementos finitos (MEF) ha mostrado grandes e importantes resultados en la simulación de los SAT, implementando comportamientos altamente no lineales y adaptando geometrías bidimensionales y tridimensionales para dispositivos reales que contengan superconductores [20, 21].

En [22–29] se puede encontrar un comparativo de las diversas formulaciones y de los métodos numéricos, mostrando al método de elementos finitos como la mejor alternativa (para casos prácticos), ya que permite trabajar con geometrías de las más sencillas a las más complejas, guardando una formulación matemática genérica [29–32]. En cuanto a la simulación de la magnetización de SAT se encuentran relevantes las siguientes formulaciones de las ecuaciones de Maxwell:

- formulaciones en potenciales A - V [33–35]
- formulaciones en potenciales T - A [36]
- las formulaciones en campo H [25, 37–39]

y los modelos del comportamiento electromagnético de los SAT:

- Estado crítico [33, 40, 41]
- La ley de potencia y modelo de Kim-Anderson [22, 41–44]
- Modelo de Jirsa [41]

La combinación de las formulaciones y del modelo de comportamiento electromagnético del material ha sido ampliamente utilizada para estimar las pérdidas en sistemas superconductores, así como el estudio de la magnetización de SAT [43, 45, 46]. Existen tres métodos principales de magnetización de bultos SAT: *Field-Cooled* (FC), *Zero Field-Cooled* (ZFC) y *Pulsed Field Magnetisation* (PFM). En [22, 47–49] pueden encontrarse modelos numéricos y procedimientos experimentales para cada método de magnetización. El método PFM muestra gran potencial para magnetizar superconductores rápidamente e *in situ*, aunque el campo atrapado es menor en general.

Finalmente, se han realizado modelos que toman en cuenta propiedades mecánicas del bulto en su magnetización [50], y otras investigaciones indican que éstos presentan defectos macroscópicos (poros, grietas, fronteras de grano) derivados de su fabricación y procesamiento [15, 49, 51–55]. En particular, estudios recientes [55, 56] indican que la porosidad limita el campo atrapado en un SAT, y a la fecha no existen modelos numéricos que tomen en cuenta la presencia de estos defectos macroscópicos. Por lo tanto, es de interés incluir dichos defectos en los modelos computacionales con objeto de predecir su impacto en la magnetización del material y su capacidad de actuar como un imán permanente.

1.2. Objetivo General

Modelar la magnetización de un bulto superconductor $YBa_2Cu_3O_7$ con defectos macroscópicos, y estimar el impacto que éstos ocasionan en el campo magnético atrapado, a través del uso y modificación de un solucionador de elementos finitos desarrollado en las herramientas numéricas libres *Gmsh* y *GetDP* [57, 58].

1.3. Objetivos Específicos

- Modelar la presencia de defectos porosos en el bulto superconductor $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$.
- Modelar la inducción de corriente eléctrica en el bulto de $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ al ser magnetizado por un campo magnético pulsado.
- Estimar el campo magnético atrapado y su distribución en el bulto $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ durante su magnetización.
- Estimar las pérdidas eléctricas en el bulto superconductor $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ durante su magnetización.
- Analizar el impacto en la magnetización causado por poros en la estructura del material, tomando como referencia un bulto ideal.

1.4. Hipótesis

El bulto superconductor $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ atrapa flujo magnético en su interior por medio de corrientes persistentes superconductoras, después de ser magnetizado por un pulso magnético. La presencia de defectos macroscópicos, como poros, causa un impacto en la circulación de dichas corrientes, provocando que la distribución del campo magnético sea afectada y que la magnitud de este campo atrapado sea menor en comparación del caso sin porosidad.

Capítulo 2

Fundamentos de Superconductividad

2.1. Introducción a la superconductividad

Los superconductores son materiales que poseen la capacidad de conducir corriente eléctrica directa sin la presencia de resistencia y de pérdidas eléctricas. Este fenómeno, llamado superconductividad, está caracterizado por presentarse a temperaturas criogénicas; si el material alcanza una temperatura crítica T_c , la resistencia eléctrica vuelve a presentarse. De forma similar y dependiendo de su procesamiento, los materiales superconductores se caracterizan también por tener dos parámetros críticos adicionales, que son un campo magnético crítico B_c y una densidad de corriente crítica J_c . La Fig 2.1 muestra la relación entre esos tres parámetros críticos. La pérdida del estado superconductor se relaciona con un aumento en la energía del material, elevando su temperatura y causando su transición al estado resistivo o normal [59]. Consecuentemente, el estado superconductor de un material es altamente inestable y es importante proteger el superconductor de disipación local o global de energía.

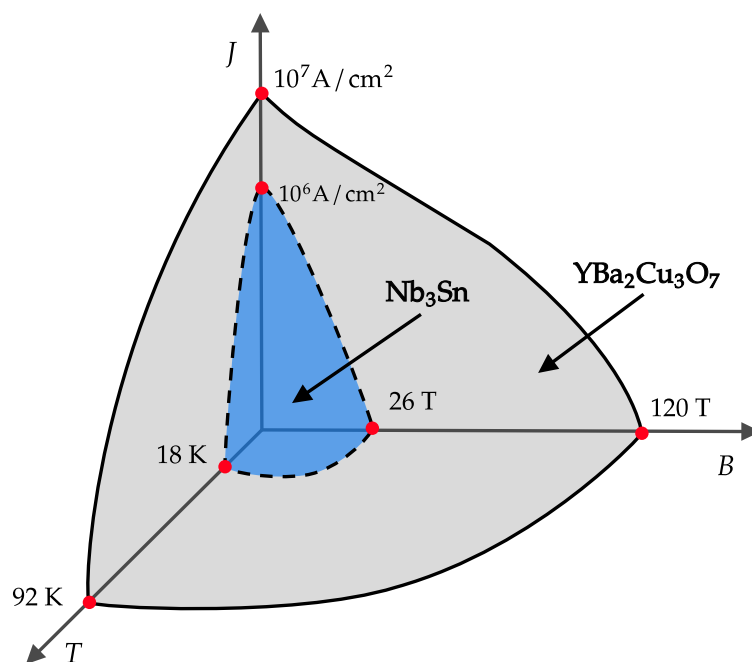


Figura 2.1: Superficie de parámetros críticos de dos superconductores.

2.1.1. Efecto Meissner

El efecto *Meissner* (también llamado diamagnetismo perfecto) en los superconductores, es la repulsión de un campo magnético aplicado cuando el material está debajo de T_c . Esto es logrado gracias a corrientes eléctricas de apantallamiento que circulan en la superficie del superconductor en la presencia de un campo externo, impidiendo la penetración del mismo. Sin embargo, si se supera cierto campo magnético crítico H_c , el material perderá el estado superconductor. Los primeros en explicar este fenómeno fueron los hermanos London, en 1935.

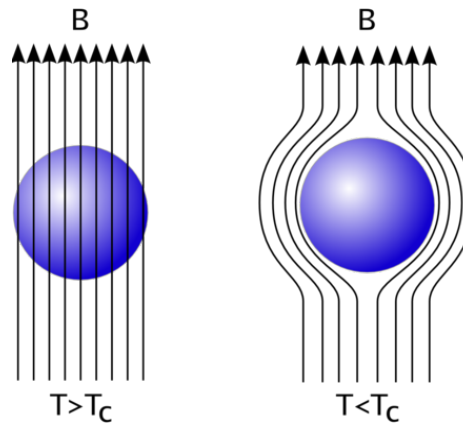


Figura 2.2: Expulsión de campo magnético del interior de un superconductor, también llamado efecto Meissner [60].

2.1.2. Teoría de London

Los hermanos London proponen la primera teoría para explicar el efecto Meissner. Esta se basa en la necesidad de encontrar un análogo a la ley de Ohm de conductores normales, dado que la resistencia es nula. Suponiendo que los electrones de un superconductor se comportan como electrones libres bajo un campo eléctrico, se obtiene la primera ecuación de London [1]:

$$\frac{\partial \mathbf{J}_s}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} \mathbf{E} \quad (2.1)$$

Esta ecuación describe a un conductor perfecto; si no hay variación temporal de la corriente eléctrica en el superconductor, el campo eléctrico es nulo. La segunda ecuación de London explica el efecto Meissner, analizando las propiedades de inducción por ley de Faraday [1]:

$$\nabla \times \mathbf{J}_s = -\frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} \mathbf{B} \quad (2.2)$$

El parámetro λ_L se refiere a la profundidad de penetración del campo aplicado y la distancia de circulación de \mathbf{J}_s en el superconductor. Esta ecuación y su solución (2.3-2.4) indican que las corrientes de apantallamiento \mathbf{J}_s circularán en la superficie (considerando un cilindro) para eliminar el campo magnético aplicado B_0 que decae exponencialmente dentro del material [61], como se muestra en la Fig 2.3.

$$J_s = -\frac{B_0}{\mu_0 \lambda_L} \exp\left(-\frac{r}{\lambda_L}\right) \quad (2.3)$$

$$B = B_0 \exp\left(-\frac{r}{\lambda_L}\right) \quad (2.4)$$

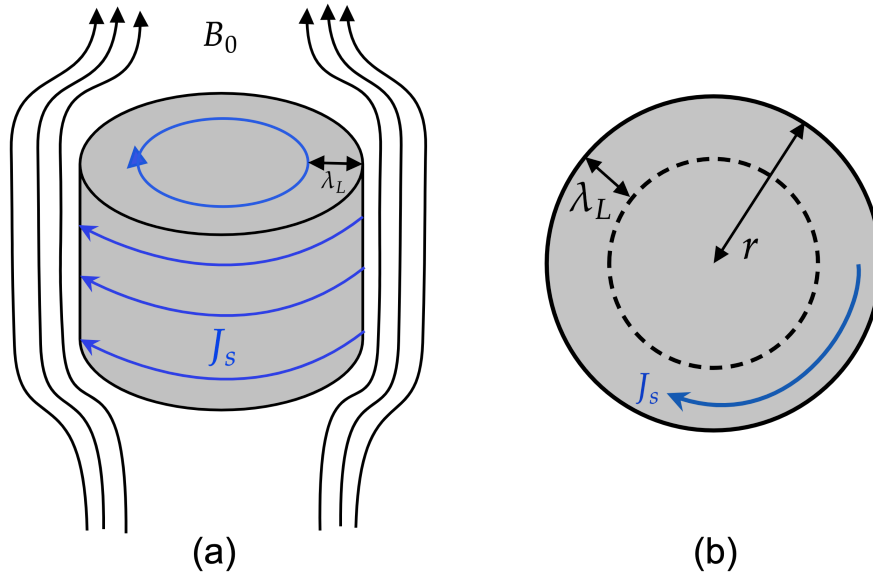


Figura 2.3: (a) Expulsión de campo externo por corrientes inducidas (b) Corriente de apantallamiento J_s que circula por una capa superficial de ancho λ_L en un cilindro superconductor.

2.1.3. Teoría de Ginzburg-Landau

La teoría de Ginzburg-Landau desarrolla una descripción cuántica de la superconductividad, con base en las transiciones de fase propuestas por Landau y a modo de explicar con más detalle el comportamiento electrónico. Esta teoría encuentra dos parámetros clave que describen a los superconductores, κ y ξ :

$$\kappa = \frac{\lambda_L}{\xi} \quad (2.5)$$

ξ es la distancia de coherencia y κ es una constante adimensional conocida como el parámetro de Ginzburg-Landau. ξ representa la distancia donde la densidad del estado superconductor cambia con la posición. De acuerdo al valor de κ , es posible categorizar a dos tipos de superconductores [61].

2.1.4. Superconductores Tipo-I y Tipo-II

Los superconductores pueden clasificarse como Tipo-I y Tipo-II, de acuerdo al valor del parámetro de Ginzburg-Landau κ :

$$\text{Tipo-I: } 0 < \kappa < \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (2.6)$$

$$\text{Tipo-II: } \kappa > \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (2.7)$$

El comportamiento físico que los diferencia es la transición del estado normal al superconductor. Los superconductores tipo-I son aquellos que experimentan una transición inmediata o abrupta al pasar al estado resistivo, mientras que los superconductores tipo-II presentan otro estado llamado estado mixto (ver Fig. 2.4).

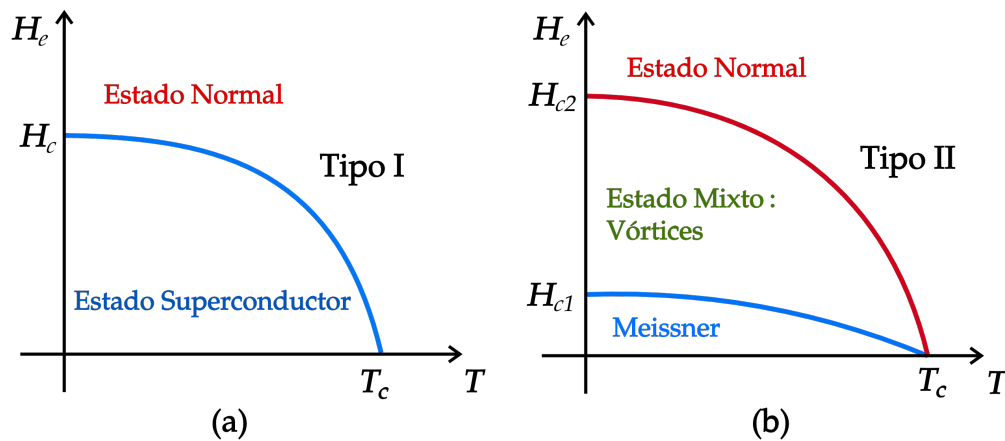


Figura 2.4: Transición de fase de los tipos de superconductores [62]: (a) Los superconductores tipo I presentan una transición abrupta mientras que los tipo II (b) experimentan un estado intermedio de penetración parcial de flujo magnético.

Los superconductores tipo-II presentan una fase más por la cual el flujo magnético externo penetra de manera cuantizada en su cuerpo. Así, para campos pequeños presentan el efecto Meissner, y para campos mayores, se observa una penetración cuantizada de flujos magnéticos en el material, resultando en una red de vórtices de súper-corrientes, también llamados *fluxones* o redes de Abrikosov [63]. Consecuentemente, un tipo-II exhibe la presencia de dos campos magnéticos críticos. Para campos $H < H_{c1}$, se experimenta el efecto Meissner (ver Fig 2.5), para campos $H_{c1} < H < H_{c2}$, el estado mixto y de vórtices magnéticos, y finalmente, para campos $H > H_{c2}$ (donde $H_{c2} \gg H_{c1}$) colapsa el estado superconductor [61].

2.1.5. Superconductores de Alta Temperatura

Los superconductores de alta temperatura (SAT) son un tipo de superconductores tipo-II. Estos son capaces de mantener el estado superconductor a temperaturas

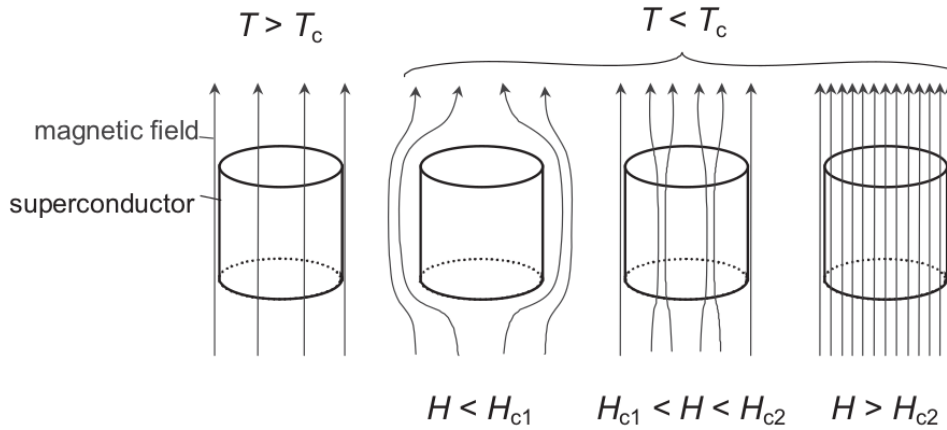


Figura 2.5: Comportamiento de superconductor tipo-II ante un campo magnético externo [62].

entre 90 y 120 K y generalmente son materiales cerámicos. Los SAT con mayores aplicaciones prácticas se conocen como (RE)BCO, cuya nomenclatura representa compuestos de la forma $\text{ReBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ donde Re indica elementos que generalmente son tierras raras, como La, Sm o Gd. El compuesto más utilizado a la fecha es el $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ (también llamado YBCO o Y-123) dado que puede enfriarse con nitrógeno líquido (77 K). En el Cuadro 1 se muestran parámetros y características físicas principales de los superconductores. Dependiendo de la aplicación requerida, los SAT se fabrican en diferentes formas y configuraciones. Entre éstas se encuentran cables, cintas y bultos (Fig. 2.6).

Cuadro 1: Parámetros y características básicas de algunos superconductores [49].

Category	Material	Critical temperature T_c (K)	Critical field H_c (T)	Coherence length ξ_0 (nm)	Penetration depth λ_0 (nm)
Type-I superconductors	Al	1.2	0.01	1600	16
	In	3.4	0.03	400	25
	Sn	3.7	0.03	300	28
	Pb	7.2	0.08	110	37
	Nb	9.3	0.2	38	85
Type-II conventional superconductors	NbTi	10	11	6	300
	V_3Ga	15	23	3	90
	NbN	15.7	15	6.5	200
	V_3Si	16	20	3	60
	Nb_3Sn	18	26	4	50
	Nb_3Al	17.5	32.4	4	
	Nb_3Ge	23.2	38	3	90
	LaBCO	30	65	1.5	
Type-II non-conventional high-temperature superconductors	$\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ (Y-123)	92	120	$\xi_{a-b}: 2 \xi_c: 0.4$	150 800
	$\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$ (Bi-2223)	110	100	1.4	200
	TlBCCO	125	33	$\xi_{a-b}: 8 \xi_c: 280$	220
	MgB_2	39	40	$\xi_{a-b}: 4-12 \xi_c: 1.6-3.6$	85-180
	H_2S	$T_c: 200$ K (under a pressure of 150 GPa)			
LaH_{10}	$T_c: 250$ K (under a pressure of 170 GPa)				

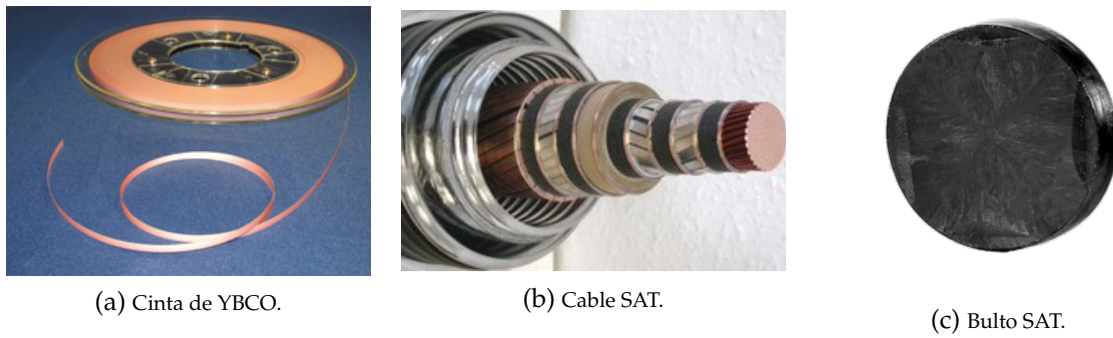


Figura 2.6: Configuraciones de fabricación de SAT.

2.2. Estado Mixto: Vórtices Magnéticos

En la Sección 2.1.4 se mencionó que los superconductores tipo-II presentan un estado mixto entre H_{c1} y H_{c2} , en el cual el flujo magnético penetra parcialmente al superconductor en forma de vórtices magnéticos o líneas de flujo. Los vórtices interactúan entre ellos de manera repulsiva, distribuyéndose en el material como una red denominada red de Abrikosov (ver Fig. 2.7).

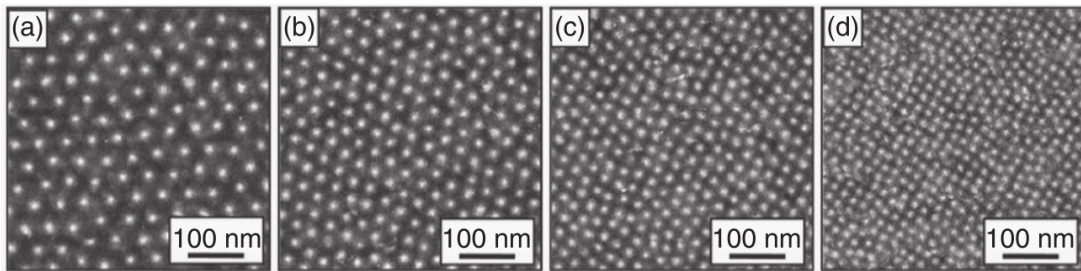


Figura 2.7: Red de Abrikosov en V_3Si a 2.3 K para campos externos de (a) 1 T (b) 2 T (c) 3 T (d) 4 T [18].

Cada vórtice tiene un flujo magnético cuantizado ($\Phi_0 = 2.1 \times 10^{-15} \text{ T m}^2$), compuesto por un núcleo normal conductor de radio ξ (distancia de coherencia [2]) y una región donde circula la súper-corriente (ver Fig. 2.8). En esta región, el campo magnético y las súper-corrientes del material decaen a una profundidad de penetración de campo λ [1], determinando la distribución de campo magnético local del material [62]. El número de vórtices por unidad de área m , incrementa cuando se aumenta el campo magnético aplicado ($H_a < H_{c2}$), por lo que la densidad de flujo magnético interno promedio es $B = m\Phi_0$.

2.2.1. Dinámica de Vórtices Magnéticos

La dinámica de vórtices determina los parámetros críticos de los superconductores tipo-II y su potencial de magnetización. Cuando se aplica un campo externo ($H_a > H_{c1}$) se ejerce una Fuerza de Lorentz en la red de vórtices, dada por $\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B}$. Ésta trasladará los núcleos magnéticos con una velocidad \mathbf{v} hacia las

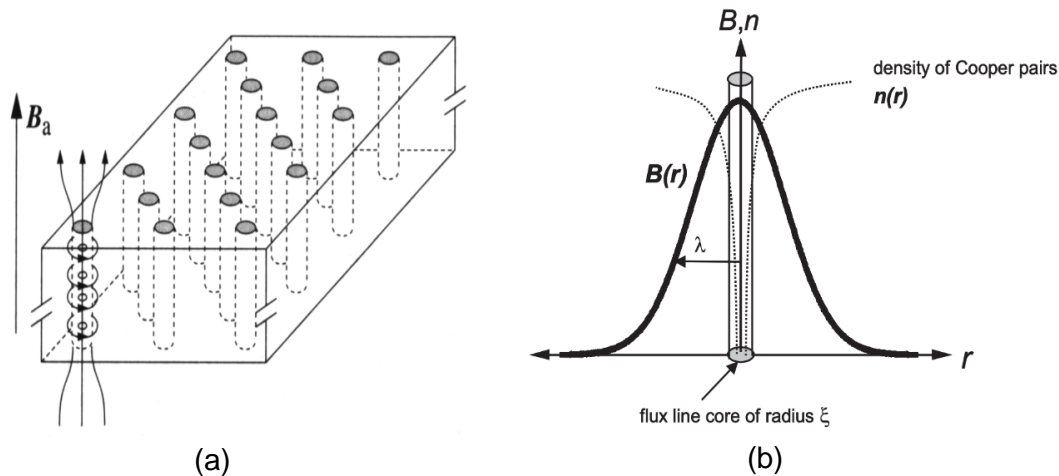


Figura 2.8: (a) Esquema de red de vórtices magnéticos (b) Esquema de un solo vórtice magnético [62].

zonas normales del material, perdiendo el flujo atrapado. Por lo tanto, en las zonas resistivas se produce un campo eléctrico paralelo a \mathbf{J} de magnitud $\mathbf{E} = \mathbf{v} \times \mathbf{B}$, provocando pérdidas eléctricas ($Q = EJ$) y disipación energética [64].

2.2.1.1. Relajación Magnética

Otro fenómeno asociado al movimiento de vórtices magnéticos es el decaimiento del campo atrapado de un superconductor tipo-II después de ser magnetizado. También conocido como *flux creep* [47], los vórtices pueden cambiar su posición por activación térmica derivada de la fuerza de Lorentz. Esto resulta en un decaimiento temporal logarítmico del campo atrapado y depende de la energía de fijación de vórtices magnéticos $U_p(J)$. Por lo tanto, es necesario fijar los vórtices en el material, introduciendo defectos en la estructura para evitar su movimiento.

2.2.2. Fijación de vórtices magnéticos

A modo de fijar los vórtices en el material, deben existir defectos de tamaño similar a la longitud de coherencia ξ (nanométrico) para reducir localmente su energía, y anclarlos en el sitio o defecto. Si los vórtices están anclados, la densidad de corriente crítica J_c será más homogénea en el material, mejorando su habilidad para atrapar campo y evitar disipación de energía [49, 62]. Consecuentemente, es de interés desarrollar técnicas de fabricación que presenten defectos que funcionen como sitios de anclaje. Si los vórtices son fijados en el material, al retirar el campo externo, existe cierto gradiente de campo magnético, y por tanto, $J \neq 0$ [22, 47].

2.3. Comportamiento de la densidad de corriente crítica J_c

Como se mencionó en las secciones anteriores, la distribución y magnitud del campo atrapado en el bulto depende directamente de la corriente crítica J_c . La corriente crítica se ve afectada por el movimiento de vórtices magnéticos en el material, que a su vez depende de la magnitud del campo aplicado. Por lo tanto, se mostrará que $J_c = J_c(B)$.

2.3.1. Modelo de Bean: J_c constante

El modelo crítico de Bean [6, 9] explica la magnetización de superconductores tipo II asumiendo que la densidad de corriente crítica J_c no depende del campo magnético y que en cada zona penetrada por el campo la corriente inducida es $J=J_c$, mientras que en zonas donde no ha penetrado el campo, $J=0$. Por lo tanto, asume una transición abrupta entre zonas con corrientes inducidas y zonas "normales" (ver Fig. 2.10). Este modelo es práctico para estimar el campo máximo de penetración en un bulto SAT y entender su magnetización para aplicaciones prácticas.

2.3.2. Relación de Kim: $J_c(B)$

En realidad y a diferencia del modelo de Bean, se ha encontrado que la J_c depende del campo magnético local. Kim y Anderson [7, 8] presentaron una expresión empírica para la dependencia $J_c(B)$:

$$J_c(B) = \frac{J_{c0}}{\left(1 + \frac{B}{B_0}\right)^\alpha} \quad (2.8)$$

donde J_c es la densidad de corriente crítica local, J_{c0} es la densidad de corriente crítica cuando el campo magnético local es nulo, B es la magnitud campo local, B_0 y α son parámetros que caracterizan al material (ver Fig. 2.9). En algunos superconductores tipo II se ha encontrado un efecto de *cola de pescado* (Fig. 2.9) en el cual se presenta un segundo pico en la densidad de corriente J_c , para el cual Jirsa *et. al* [65, 66] propone un ajuste exponencial más detallado.

2.4. Ley de potencias E - J

Las investigaciones del fenómeno de *flux creep* (ver Sección 2.2.1.1) resultan en una dependencia altamente no lineal entre el campo eléctrico y la densidad de corriente [47]. La ley de potencias E - J relaciona estas cantidades físicas de manera que reproduce el comportamiento experimental de los superconductores tipo-II, incluyendo una dependencia con la fijación de vórtices magnéticos [47]:

$$E = E_c \left(\frac{|J|}{J_c(B)} \right)^n \quad (2.9)$$

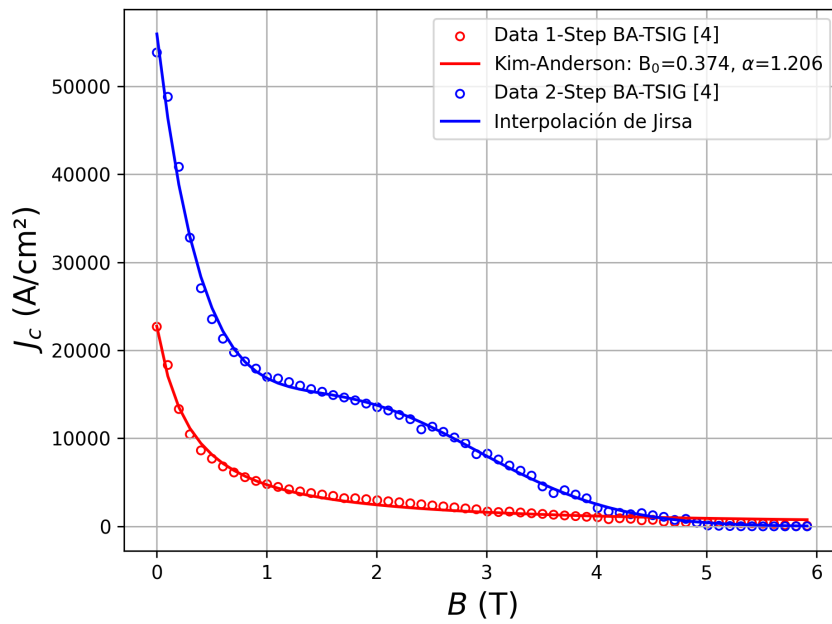


Figura 2.9: Mediciones y ajustes de la dependencia de la densidad de corriente crítica y el campo magnético $J_c(B)$ en un bulto YBCO producido por el método TSIG a 77 K. Datos recuperados de [67].

donde E_c es el campo eléctrico característico de la J_c y n es un parámetro que depende de la energía de fijación de vórtices magnéticos (U_p) y la temperatura, que caracteriza la suavidad de cambio al estado normal. Para materiales SAT varía entre $n=5$ y $n=50$. Se puede observar en la Fig. 2.10 que si $n=1$ se obtiene la ley de Ohm y para $n \rightarrow \infty$ se aproxima el modelo de Bean.

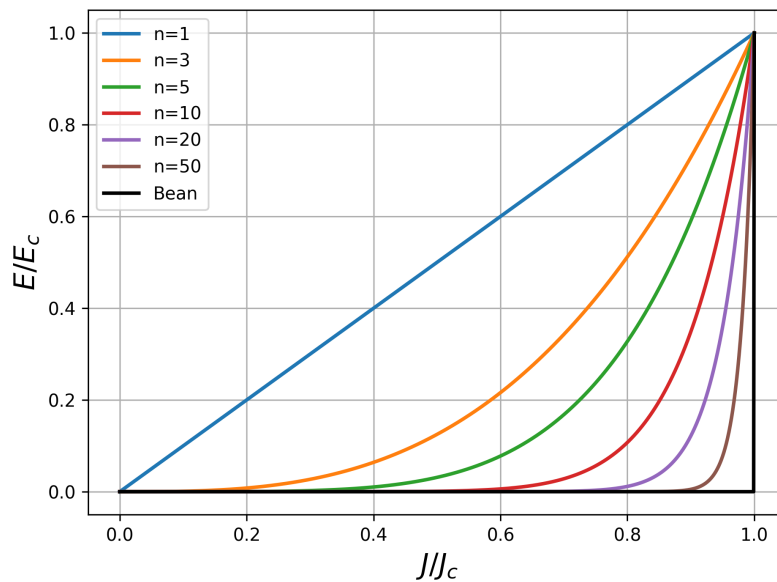


Figura 2.10: Ley de potencias E-J para diferentes valores del parámetro n y estado crítico para $n \rightarrow \infty$.

Capítulo 3

Magnetización de superconductores YBCO

3.1. Corrientes inducidas y campo atrapado

De acuerdo a la Sección 2.1.2, los superconductores expulsan el campo magnético externo de su interior en el estado Meissner por medio de corrientes de apantallamiento J_s que circulan desde la superficie. En el caso de un SAT en el estado mixto, hay una penetración local y cuantizada del campo externo, y estas corrientes J_s penetrarán el material y circularán sin resistencia eléctrica mientras no rebasen el valor de la J_c o H_{c2} .

De manera macroscópica, se puede presentar la magnetización de un SAT cilíndrico de la siguiente manera, considere el esquema de magnetización que se presenta en la Figura 3.1. Se supone que $\mathbf{B}_a = B_a \vec{k}$ y $T < T_c$. En tiempo $t_0 - t_1$ el campo externo llega a su máximo B_m gradualmente y las corrientes de apantallamiento J_{s1} circulan para expulsar el campo externo (2.2). En tiempo $t_1 - t_2$, se retira el campo externo gradualmente y las corrientes J_s cambian de dirección (J_{s2}) desde las orillas para cancelar el campo interno inducido por J_{s1} , ya que $B_a < B_{s1}$. En $t > t_2$ con $B_a = 0$, persisten las corrientes $J_s = J_{s1} + J_{s2}$ gracias a la fijación de vórtices magnéticos ($\nabla \times \mathbf{B} \neq 0$), atrapando flujo magnético (B_t) en su interior.

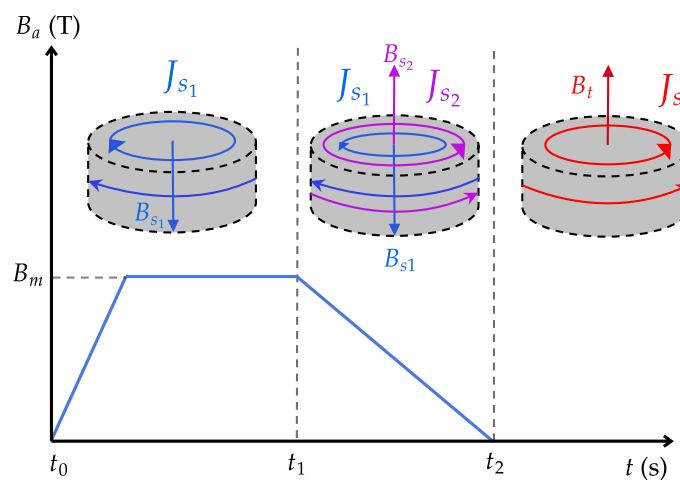


Figura 3.1: Esquema de circulación de corrientes inducidas y campo atrapado.

El máximo flujo magnético atrapado B_p en un bulto SAT con forma cilíndrica depende del producto de la J_c y su radio. Existen fórmulas analíticas que aproximan el campo máximo atrapado en un SAT ideal, dadas sus dimensiones y su valor de J_c [22]:

$$B_p = k\mu_0 J_c a \quad (3.1)$$

$$k = \frac{w}{2a} \ln \left(\frac{a}{w} + \sqrt{1 + \frac{a^2}{w^2}} \right) \quad (3.2)$$

donde B_p es el campo máximo de penetración, k es un factor de corrección, J_c es la densidad de corriente crítica, a es el radio de la muestra y w su espesor. Por ejemplo, para un SAT de $a = 3$ cm, $t = 2$ cm y $J_c = 1 \times 10^8$ A/m², $B_p \approx 1.5$ T. En la Figura 3.2 se muestra un ejemplo de medición experimental del campo atrapado en un bulto SAT de YBCO con forma cilíndrica [68].

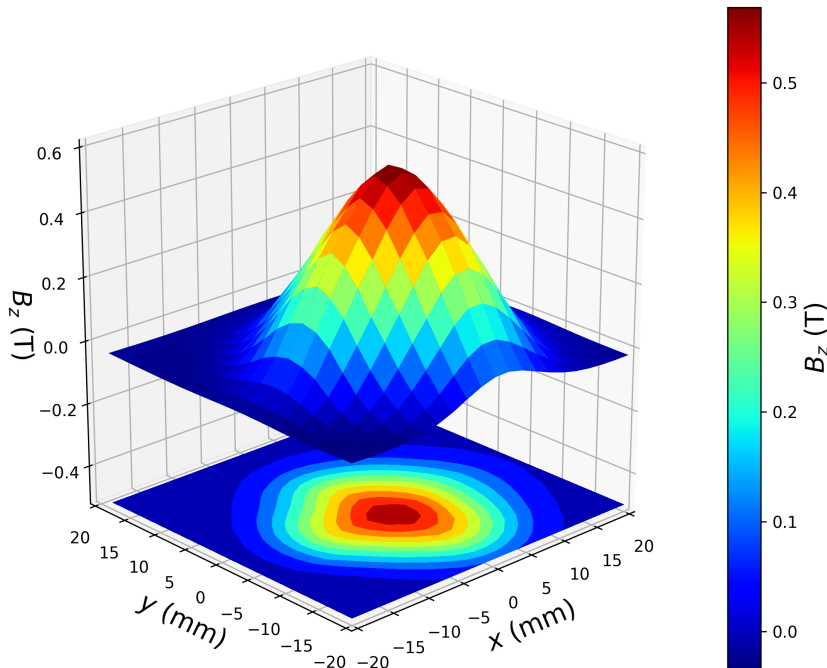


Figura 3.2: Medición experimental de campo magnético atrapado en un bulto SAT de YBCO después de ser magnetizado [68].

Dependiendo del valor máximo del campo externo, se pueden obtener diferentes distribuciones de campo atrapado en el superconductor. En general, el campo aplicado debe ser el doble que B_p para que éste penetre hasta el centro del material y el campo máximo atrapado se encuentre en su centro. Existen tres procedimientos principales para magnetizar los SAT: *zero field cooling* (ZFC), *field cooling* (FC) y *pulsed field magnetisation* (PFM).

3.2. Magnetización de campo-pulsado

En la magnetización por campo magnético pulsado o PFM, se enfría el SAT debajo de la temperatura crítica T_c y se aplica un pulso magnético al descargar la energía de un capacitor como corriente eléctrica en una bobina, que toma un tiempo τ ($\tau \approx 10$ ms) en alcanzar el valor máximo B_m , según la siguiente expresión:

$$\mathbf{B}_a(t) = B_m \left(\frac{t}{\tau} \right) \exp \left(1 - \frac{t}{\tau} \right) \vec{k} \quad (3.3)$$

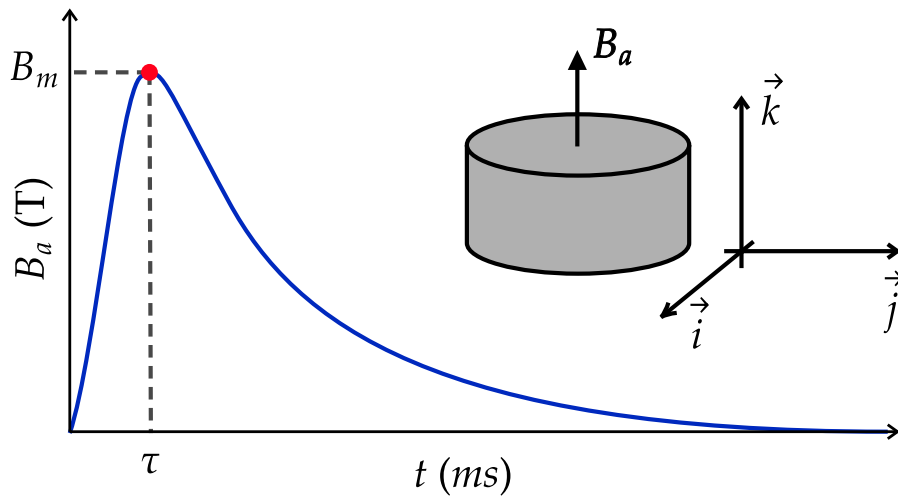


Figura 3.3: Esquema de magnetización por un pulso magnético aplicado de un bulto SAT.

Esta técnica es útil para magnetizar SAT rápidamente evitando sobre-calentamiento en comparación con otras técnicas, y en el lugar donde será utilizado, como máquinas eléctricas. Sin embargo, se han encontrado importantes retos que deben tomarse en cuenta para su utilización, como la constante de tiempo τ adecuada, el campo máximo, el uso de varios pulsos y las propiedades térmicas del material [44, 69]. A continuación se muestran (Fig. 3.4) algunas mediciones del campo atrapado en un bulto YBCO al ser magnetizado por un pulso de diferentes magnitudes, proporcionadas por Jakub [68]. Se observa que para campos mayores, el campo atrapado se concentra en el centro del superconductor y en campos menores se restringe a los bordes, dado que la magnitud del campo externo no es suficientemente grande comparado con B_p .

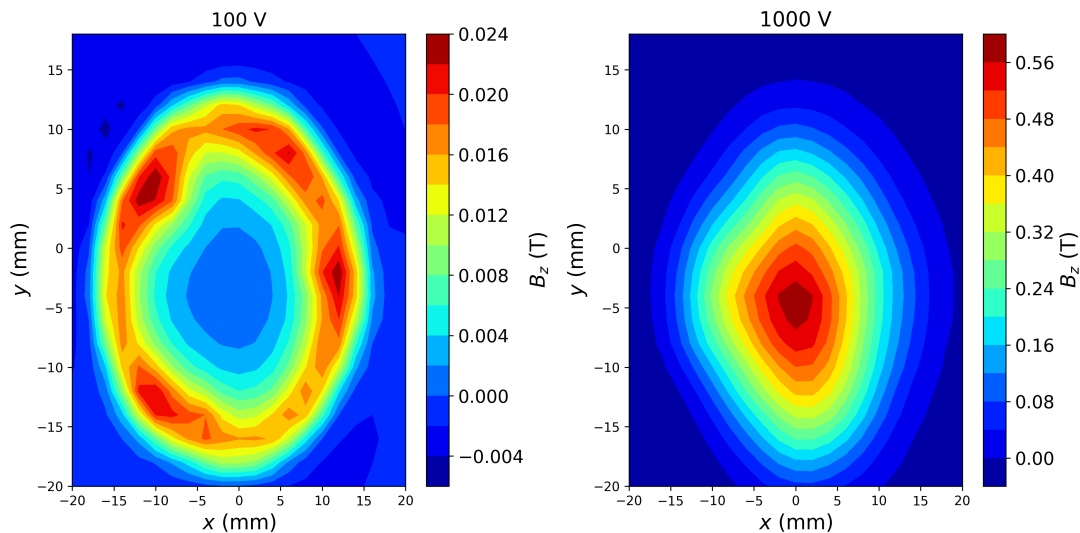


Figura 3.4: Medición de campo atrapado en la superficie en un bulto YBCO para diferentes magnitudes de campo externo [68]. El campo externo es proporcional al voltaje de descarga, en este caso 100 V y 1000 V.

3.3. Magnetización y mediciones experimentales

Para familiarizarnos con este tipo de sistema de magnetización, llevé a cabo una estancia de investigación en el laboratorio GREEN (Grupo de investigación en energía eléctrica de Nancy) de la Universidad de Lorraine, Francia, donde utilizamos un banco capacitor que descarga su energía en una bobina, controlando el campo máximo aplicado. Posteriormente, realizamos mediciones experimentales del campo atrapado utilizando un sensor magnético en la superficie de la muestra. Esto permitió relacionar la teoría con la práctica, y conocer a detalle los parámetros físicos que deben ser utilizados en el modelo. Se magnetizaron dos muestras de YBCO (fabricadas por la empresa ATZ [70]) mediante la aplicación de un pulso magnético y se midió el campo magnético atrapado en las mismas. Ambos SAT tienen la misma densidad de corriente crítica $J_c = 70 \text{ A/mm}^2$ y fueron fabricados por TSMG (ver Fig. 3.5). Utilizando la ecuación (Ec. 3.1), podemos estimar que $B_p = 0.61 \text{ T}$ para el bulto (a) y $B_p = 0.855 \text{ T}$ para el bulto (b).

Se enfriaron los SAT utilizando nitrógeno líquido ($T_0 = 77 \text{ K}$) y se aplicó el pulso magnético utilizando dos bobinas diferentes (diferentes τ) para cada uno. Una vez que fue aplicado el pulso, magnetizando la muestra, se midió el campo atrapado en su superficie por medio de un sensor magnético. Se repitió este proceso para diferentes magnitudes de campo aplicado, y en algunos casos se aplicó el mismo pulso a la muestra ya magnetizada, lo cual muestra un incremento de campo atrapado para cada pulso consecutivo aplicado como se muestra en la Fig. 3.8. Para el bulto (a), se realizaron mediciones en ambas superficies. En la Fig. 3.7 se muestra una medición representativa de cada bulto magnetizado, para (a) $B_a = 2.45 \text{ T}$ y (b) $B_a = 2.1 \text{ T}$. En la Fig. 3.8 se muestran las mediciones en un mapeo tridimensional



Figura 3.5: Bultos YBCO proporcionados por GREEN. (a) 31 mm de diámetro 16.84 mm espesor (b) 47.1mm de diámetro y 17.8 mm espesor.

que muestra mejor la distribución del campo atrapado. No se discutirán otros aspectos específicos del equipo utilizado ya que no es de interés en este trabajo.

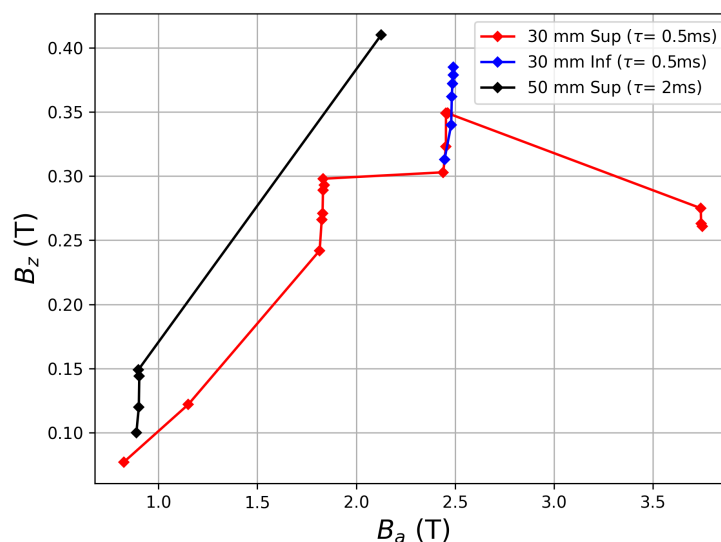


Figura 3.6: Campo atrapado B_z medido en la superficie de las muestras con un sensor magnético en función del campo máximo aplicado B_a para dos bultos YBCO diferentes a 77 K. Se aplicaron varios pulsos de igual magnitud en ciertas ocasiones, lo que aumenta el campo atrapado.

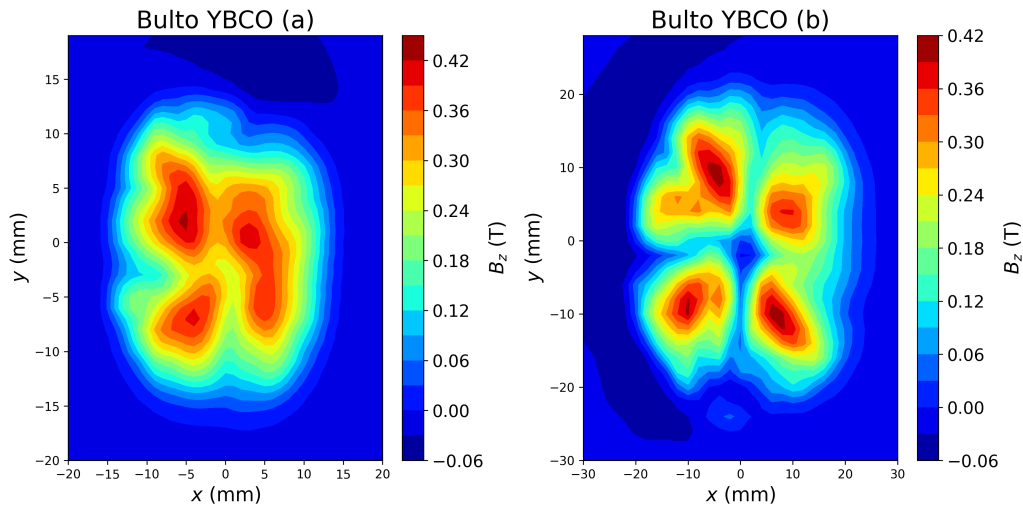


Figura 3.7: Distribución del campo atrapado medido en la superficie de los bultos SAT con un sensor magnético (a) $B_a = 2.45$ T y (b) $B_a = 2.1$ T .

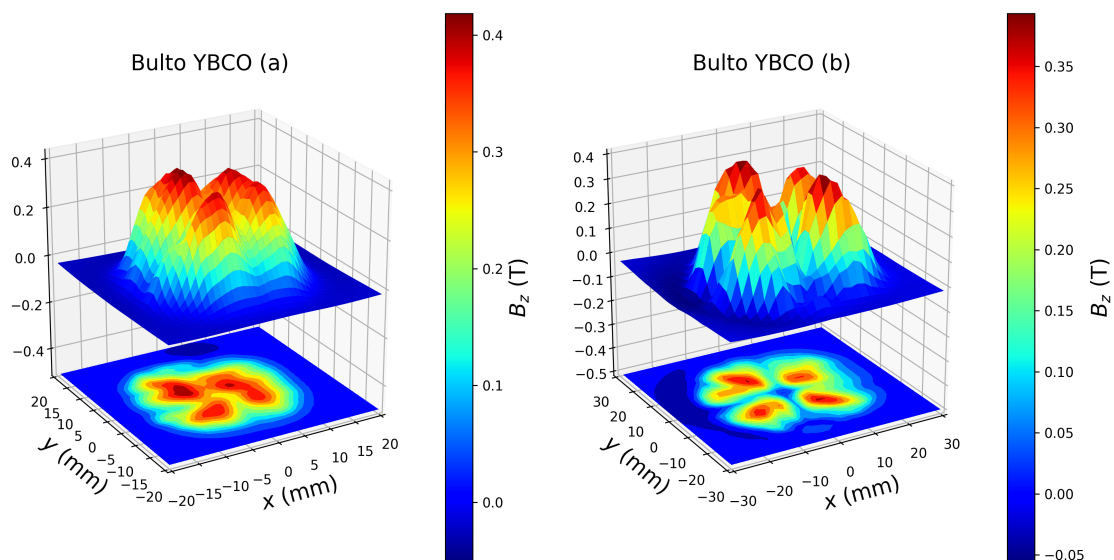


Figura 3.8: Distribución del campo atrapado medido en la superficie de los bultos SAT (a) y (b). Se muestra un "mapeo" de los valores del campo atrapado y encima una visualización 3D de su distribución.

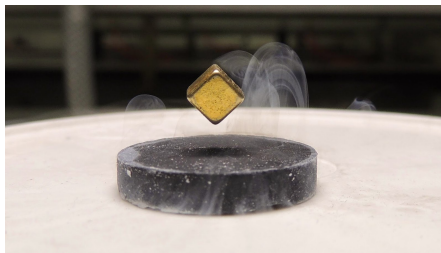
Se puede observar que la distribución del campo no es homogénea. Esto sugiere que defectos macroscópicos, como la porosidad, limitan la circulación de corriente eléctrica. Consecuentemente, es importante analizar el impacto de dichos defectos en la magnetización de estos materiales para su uso práctico.

3.4. Aplicaciones de bultos SAT

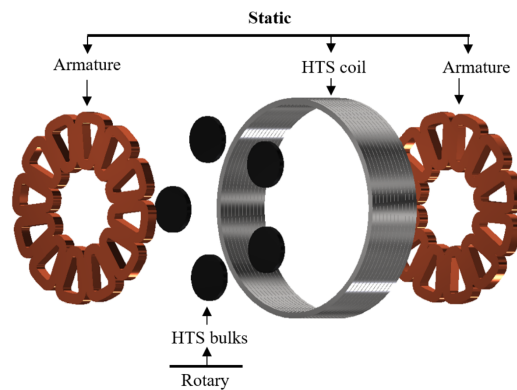
Como se ha mencionado, los SAT en bulto pueden actuar como imanes cuasi-permanentes al ser magnetizados. En particular, se ha logrado magnetizar un superconductor ReBCO con un campo atrapado de 17.6 T a 29 K [71], esto es hasta

diez veces mayor que los imanes permanentes convencionales. Además, los SAT como ICA no necesitan una fuente continua de energía como electroimanes y pueden ser activados o desactivados al elevar su temperatura [16]. En general existen tres aplicaciones principales de los SAT [17, 18, 22]:

- **Aplicaciones de blindaje magnético:** aprovechan las propiedades diamagnéticas de los superconductores tipo-II y protegen dispositivos sensibles a campos magnéticos externos.
- **Aplicaciones de fijación de campo:** aprovechan la fijación de flujo externo en el superconductor y su propiedad histerética. Se utiliza en levitación magnética, baleros magnéticos y almacenamiento de energía (ver Fig.3.9), generalmente para evitar fricción.
- **Aplicaciones de campo atrapado:** aprovechan la capacidad del SAT para atrapar altos campos magnéticos en su interior. Se utilizan en generadores y motores eléctricos, separación magnética de compuestos y sustancias, imagenología de resonancia magnética y sistemas de entrega interna de medicina (ver Fig.3.9).



(a) Ejemplo de un imán levitando encima de un bulto SAT.



(b) Motor eléctrico superconductor creado por el laboratorio GREEN [52].

Figura 3.9: Ejemplos de aplicaciones de bultos SAT.

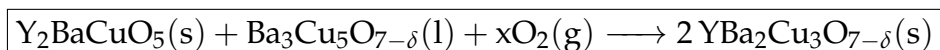
El desempeño de estos materiales en dichas aplicaciones se verá afectado por la presencia de defectos macroscópicos. Como se muestra en la Fig. 3.8, el campo atrapado no es homogéneo, lo que indica que la circulación de corrientes inducidas tampoco lo son. Gran porcentaje de los bultos SAT fabricados muestran fallas y defectos que impiden su utilización, afectando su desempeño mecánico, térmico y electromagnético [49]. Es importante mejorar su fabricación al considerar la presencia de grietas, fronteras de grano y porosidad en el material para determinar sus límites en dispositivos y aplicaciones.

Capítulo 4

Fabricación y defectos de bultos YBCO

4.1. Técnicas de fusión con semilla

La fabricación de SAT se basaba en técnicas de sinterización básicas para materiales cerámicos. Sin embargo, éstos mostraban valores bajos de J_c que no podrían ser utilizados en casos prácticos [72]. Las técnicas de procesamiento por fusión, basadas en solidificación peritética, se han mostrado eficaces para fabricar SAT que puedan ser utilizados como imanes permanentes (IP). Estas técnicas se basan en la siguiente reacción peritética:



La temperatura peritética a la que ocurre esta reacción depende del material en uso, para YBCO, $T_p \approx 1015$ °C. Actualmente, el método más utilizado basado en esta reacción es el *crecimiento por fusión con semilla* (TSMG en inglés). Se utiliza una semilla, que se refiere a un monocristal con estructura cristalográfica compatible con la del material superconductor. Esta semilla es utilizada para iniciar el crecimiento de granos y controlar su orientación. El bulto producto (ver Fig. 4.1) tiene orientación cristalográfica controlada y cuatro fronteras de grano claras que se extienden desde el centro.

En la actualidad han surgido diferentes métodos basados en el TSMG y en conjunto son los más utilizados y eficaces para fabricar SAT. Por lo tanto, este trabajo se concentrará en los métodos TSGM y derivados. El proceso de TSMG puede ser resumido en cuatro etapas: mezcla de polvos, moldeado y “siembra”, proceso de fusión y oxigenación [49].

Los polvos precursores son mezclados con la composición deseada por algunas horas. En el caso de YBCO, generalmente se utiliza una composición de:

- 70 %p Y-123
- 30 %p Y-211
- 0.1 %p Pt o CeO₂

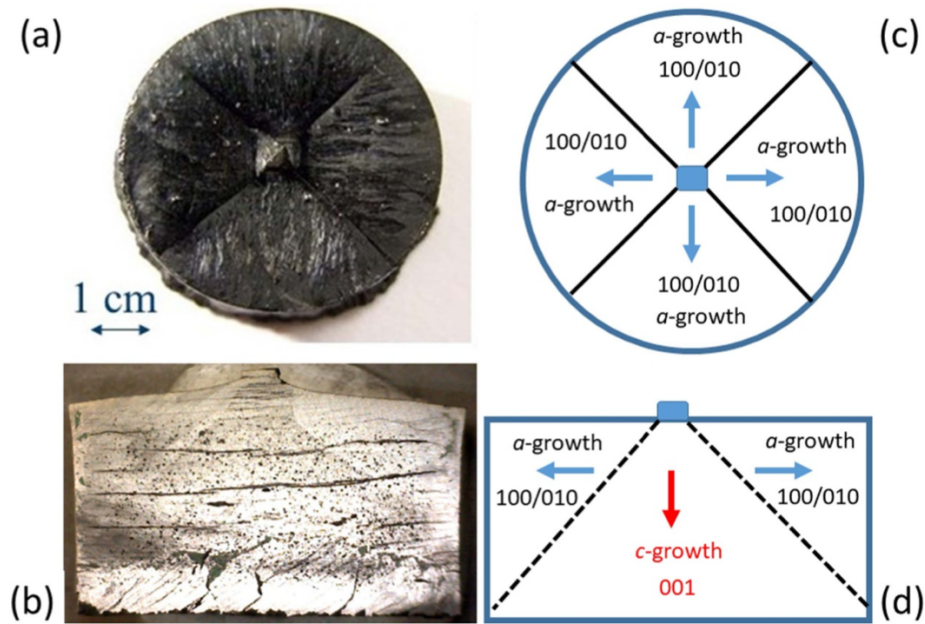


Figura 4.1: (a) Bulto SAT final (b) crecimiento de fronteras de grano (c) corte transversal del bulto (d) vista transversal de crecimiento de fronteras de grano [49].

Donde el Y-123 es la fase superconductora y Y-211 es una fase no superconductora. En el producto, esto resulta en una matriz Y-123 con nanopartículas de Y-211 distribuidas discretamente. Las partículas de Y-211 actúan como centros de fijación de vórtices en el material y añadir Pt o CeO₂ ha mostrado disminuir el tamaño de partícula de las inclusiones Y-211, mejorando el desempeño del material [73].

Se moldean los polvos, generalmente con forma de cilindros de 20-40 mm de diámetro usando presiones de 2-5 toneladas. Una vez que se tiene el cilindro, se coloca la semilla en el centro superior del bulto. La semilla debe cumplir con las siguientes características para este método de síntesis:

- Temperatura de fusión mayor que el Y-123.
- Estructura cristalográfica similar al Y-123.
- Estabilidad de fase cristalina con la fusión.

Después se coloca el bulto con semilla en un horno para su fusión. Se emplea un tratamiento térmico como se muestra en la Fig. 4.2. Primero, se calienta la muestra a una temperatura mayor a la temperatura peritética del material, $T_p(\text{Y-123}) = 1040^\circ\text{C}$, sin alcanzar el punto de fusión de la semilla, para evitar su fusión en la muestra. Después se enfría la muestra a una temperatura ligeramente mayor que la T_p . Finalmente se enfría la muestra lentamente ($0.2\text{--}0.8^\circ\text{C h}^{-1}$) debajo de T_p , donde comienza el crecimiento de la matriz Y-123 con inclusiones Y-211 [15, 49].

Existen dos variantes principales en el tratamiento térmico: tratamiento isotérmico y sub-enfriamiento controlado [49]. El tratamiento isotérmico implica enfriar

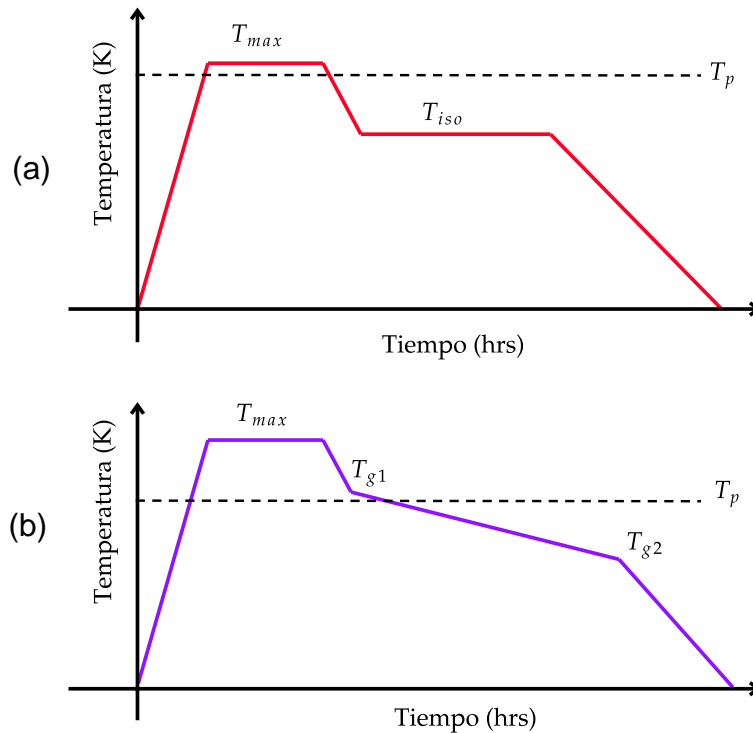


Figura 4.2: Tipos de perfiles de tratamiento térmico en el horno. (a) Isotérmico (b) Sub-enfriado. En los dos perfiles se llevan decenas de horas o hasta días.

el sistema desde la T_{max} hasta una temperatura ligeramente menor que T_p , se mantiene a esta temperatura T_{iso} por 100-150 horas para habilitar el crecimiento de granos y convertir la muestra en lo que llaman un grano único [49]. En el tratamiento de sub-enfriamiento controlado, la muestra se enfría lentamente desde una temperatura (T_{g1}) similar a T_p hasta otra T_{g2} , a una tasa de aproximadamente $0.2-0.5\text{ }^{\circ}\text{C h}^{-1}$.

Finalmente, la muestra es oxigenada (generalmente por varios días) para ajustar la estequiometría de la muestra tal que $\delta=0.02-0.07$. La oxigenación es un tratamiento crucial después de la fusión para transformar la estructura cristalográfica tetragonal a ortorrómbica. Un contenido de oxígeno δ entre 6.4 y 7 define la fase ortorrómbica, con valor máximo de temperatura crítica T_c en 6.95. Una vez que la muestra es oxigenada, puede ser pulida y magnetizada.

4.1.1. Crecimiento por infiltración con semilla (TSIG)

En el método de *crecimiento por infiltración con semilla* (TSIG en inglés), se coloca la semilla cristalográfica encima del cuerpo verde y es puesto en contacto con un contenedor de la fase líquida. Este contenedor es una fase líquida rica en cobre con BaCuO_2 y CuO , la cual infiltrará el cuerpo verde poroso de la fase Y-211 durante la fusión, a una temperatura T_p menor del compuesto, reaccionando para formar la fase Y-123. La nucleación heterogénea ocurre en la semilla mientras la muestra es

enfriada desde T_p , culminando en un grano único. A diferencia de otros métodos por fusión, no hay una etapa de oxigenación, resultando en un bulto significativamente menos poroso [49, 67, 74].

4.1.2. Apoyo con amortiguador

En el pasado, la tasa de éxito para producir superconductores por TSMG se limitaba a un 30 %-40 %, de modo que se introdujo un nuevo método en el cual se coloca un soporte entre la semilla y el cuerpo verde, llamado *amortiguador* o *buffer* en inglés. Esta plataforma minimiza o evita la difusión de la semilla en el cuerpo final, conservando la homogeneidad de la muestra. Estas técnicas se denominan BA-TSMG o BA-TSIG (Buffer Aided) y resulta ser mucho más útil para TSIG, dado que el líquido puede alcanzar la semilla fácilmente durante el tratamiento térmico. Por lo tanto, se ha desarrollado un método de dos etapas BA-TSIG que aumenta el éxito de producción hasta un 95 % y aumenta la J_c hasta cinco veces [75]. Asimismo, se ha implementado el amortiguador para procesos por multi-semilla.

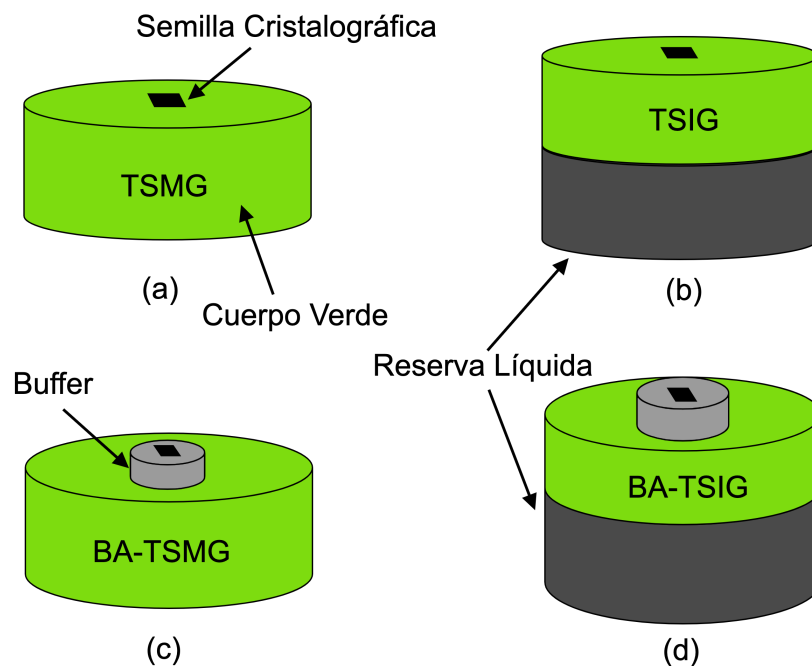


Figura 4.3: Esquema de resumen de técnicas de crecimiento por fusión [49].

4.1.3. Método multi-Semilla

En general, el método TSMG es lento e ineficaz para producir bultos superconductores de mayor tamaño. El método de multi-semilla utiliza dos o más semillas para acelerar el crecimiento de granos. Se ha observado que las fases no-superconductoras se acumulan en las fronteras de grano, de modo que la alineación y ubicación de las semillas impacta fuertemente en las propiedades finales del bulto. Generalmente, se colocan con alineación de 0° - 0° o 45° - 45° en el plano ab (para dos semillas).



Figura 4.4: Bulto YBCO fabricado por multi-semilla [76].

4.2. Defectos derivados de la fabricación

Cada etapa del proceso de crecimiento afecta la microestructura y las propiedades finales. Por ejemplo, durante el tratamiento térmico por sub-enfriamiento se encuentra una heterogeneidad de alineación, mientras que en el tratamiento isotérmico el bulto resulta menos denso y con mayor porosidad. A continuación se mencionan los defectos principales que resultan de la fabricación por métodos de fusión con semilla. Es importante enfatizar que en este trabajo se estudian los defectos macroscópicos, no defectos relacionados con fijación de vórtices magnéticos (orden de ξ), aunque se explicará la importancia de las inclusiones Y-211.

4.2.1. Inclusiones de fase Y-211

La presencia de sitios de fijación de vórtices (Sección 2.2.2) se asocia a defectos en la matriz superconductora de nanopartículas de la fase Y-211 (ver Fig. 4.5). Entre los tipos de defectos que logran hacer esto, se encuentran poros, dislocaciones, fronteras de grano, defectos de columna y fallas de apilamiento. La presencia de la fase Y-211 forma naturalmente defectos de fijación ya que su tamaño es del orden de ξ , a modo que es importante controlar el tamaño de esta fase para incrementar la J_c .

4.2.2. Grietas

Grietas horizontales son otro tipo de defectos macroscópicos que se presentan en la fusión. Éstas generalmente se producen horizontalmente en el plano ab mientras se oxigena y enfría la muestra, al pasar de la fase tetragonal a la ortorrómbica. No se ha encontrado información suficiente [56] que indique que estos defectos impacten considerablemente el campo atrapado, aunque podrían afectar sus propiedades mecánicas. En las Fig. 4.1 y Fig. 4.6 se pueden apreciar algunas de estas grietas.

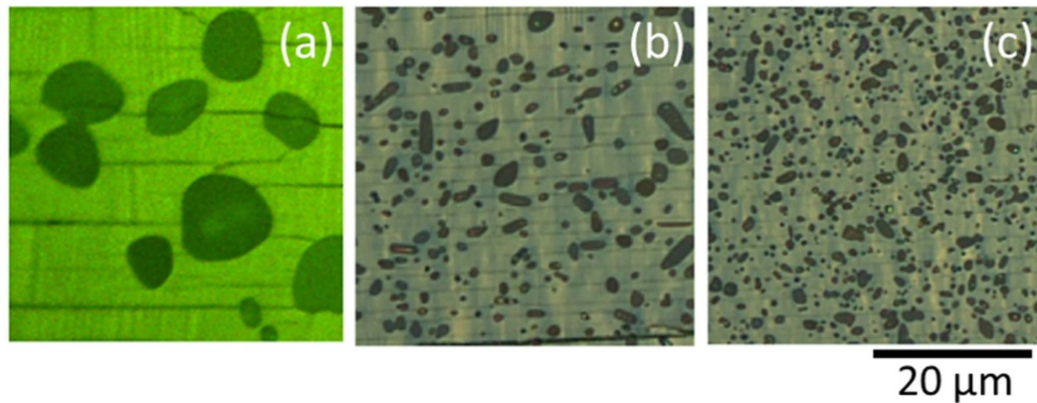


Figura 4.5: Inclusiones de la fase Re-211 en un bulto SAT [49]. Dependiendo de la composición de los polvos precursores, el tamaño de las inclusiones se ve reducido (misma escala en la imagen).

4.2.3. Fronteras de Grano

Aunque las técnicas de fusión con semilla intentan evitar las fronteras de grano al producir un grano único, frecuentemente se encuentran fronteras de grano que afectan las propiedades de los SAT, especialmente en fabricación por multi-semilla. Las fronteras de grano también forman zonas que afectan la homogeneidad de la distribución de J_c , ya que son regiones con alta anisotropía y diferente densidad de granos que en el resto del material. Se han realizado investigaciones [52, 54] que indican un impacto térmico mayor en estas regiones, al magnetizar el bulto, al igual que distribuciones no uniformes de campo atrapado. En las figuras Fig. 4.1 y Fig. 4.4 se muestran claramente las fronteras de grano.

4.2.4. Porosidad

Los superconductores fabricados por técnicas de fusión y derivados muestran una fracción alta de porosidad (espacio vacío), generalmente en el rango de 15 %-30 % en volumen. La generación de poros ocurre al compactar los polvos precursores y durante el tratamiento térmico. Al compactar los polvos a presiones altas, se crean cavidades, resultando en poros de 1-10 μm libres de fase Y-211. Durante la fusión se generan otro tipo de poros que varían de tamaño de 50-250 μm . Estos poros se consideran huecos o espacios vacíos, producidos mientras el oxígeno gaseoso avanza por el material durante el calentamiento. En la Fig. 4.6 y Fig. 4.7 se muestran los dos tipos de poros mencionados.

Investigaciones recientes [56] han determinado que la cantidad de poros y su tamaño afecta la J_c y reduce el campo atrapado. Además, es posible que afecte la distribución de flujo magnético y propiedades mecánicas [55, 78].

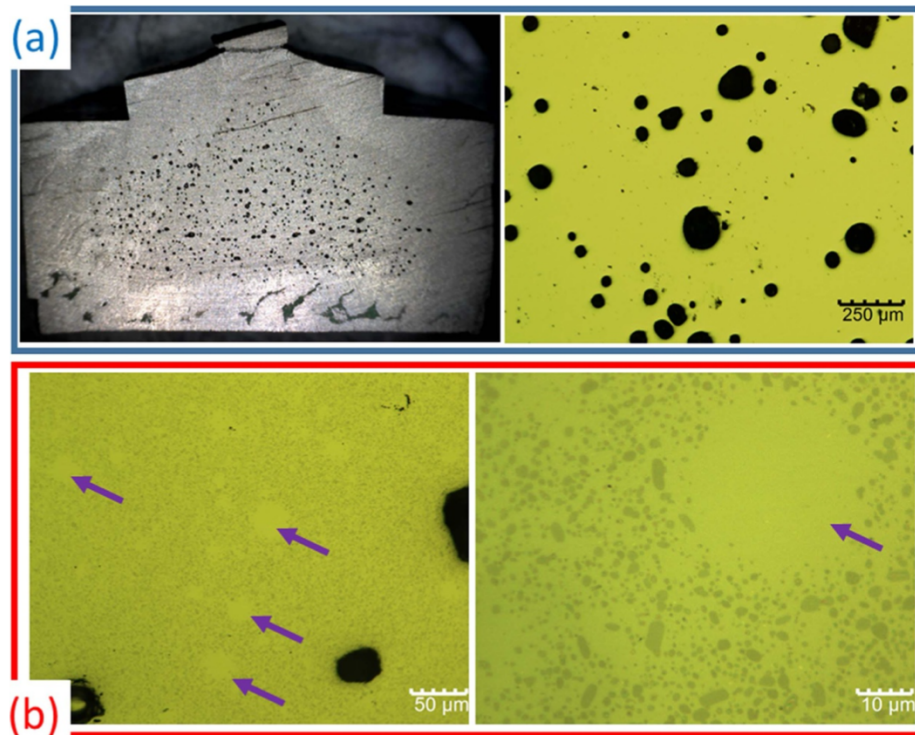


Figura 4.6: Poros de diferente tamaño [49]. (a) Corte transversal de un bulto fabricado por TSMG, se observan como puntos negros los poros y a la izquierda se muestra un acercamiento a los poros con microscopio óptico. (b) Izquierda: poros pequeños producidos por compactación de polvos. (b) Derecha: Acercamiento a poros por compactación de polvos.

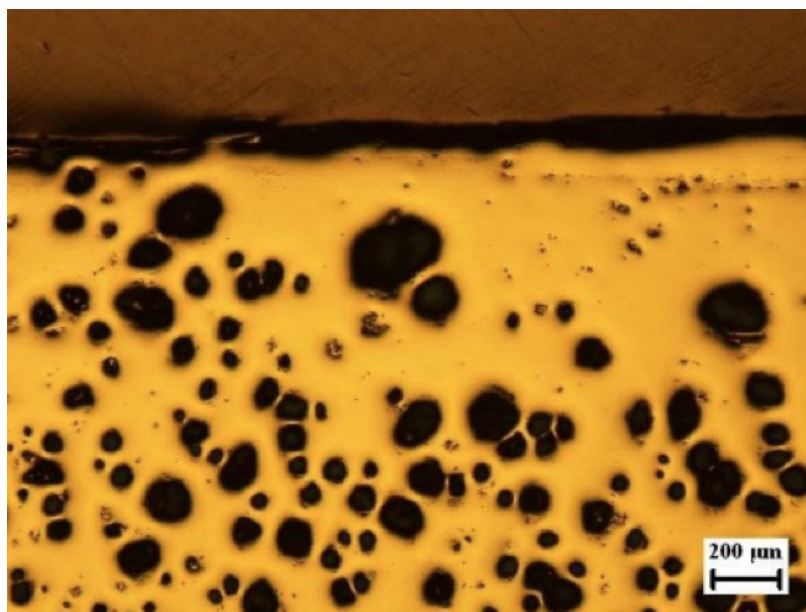


Figura 4.7: Magnificación de una zona porosa de un bulto SAT fabricado por TSMG. [77].

Capítulo 5

Modelo de la magnetización de un superconductor YBCO

Como se mencionó en la Sec. 1 y Sec. 1.1, el método numérico de elemento finito es útil para modelar sistemas y dispositivos con geometrías complejas. En particular, ha sido un método ampliamente utilizado para modelar el comportamiento de SAT y su magnetización [20, 22, 25, 27, 29] con gran precisión.

5.1. Método de elementos finitos

El esquema numérico del método de elementos finitos (MEF) está compuesto por un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales (EDP) que describen el fenómeno electromagnético, un método de discretización y un solucionador de elementos finitos. Onelab [79] es una herramienta de libre acceso basada en el método de elementos finitos, que contiene un solucionador de elementos finitos (*GetDP*) [58] y un generador de malla (*Gmsh*) [57].

El MEF resuelve un problema a través de la discretización espacio-temporal del sistema, resultando en la construcción de una malla de elementos finitos, como lo muestra la Fig 5.1. Los elementos finitos pueden ser nodos y bordes, que en conjunto forman superficies y volúmenes, hechos de formas elementales (triángulos, cuadrados, etc). Esta malla es equivalente al dominio numérico de la solución, donde se establecen las condiciones de frontera y la formulación a resolver. Dependiendo de la naturaleza del problema, se trabaja específicamente sobre un tipo de elemento: problemas de circulación en bordes, gradientes en nodos y flujo en caras o superficies, como se muestra en la Fig. 5.2. El MEF se resume en:

- 1. Identificar las EDP y las condiciones iniciales.
- 2. Definir el espacio o geometría y las condiciones de frontera.
- 3. Transformar las EDP en su forma variacional.
- 4. Discretización espacio-temporal del sistema de EDP.
- 5. Obtener el sistema de ecuaciones en su forma matricial $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.
- 6. Resolver el sistema por métodos directos o iterativos.
- 7. Post-procesamiento: procesamiento y análisis de resultados.

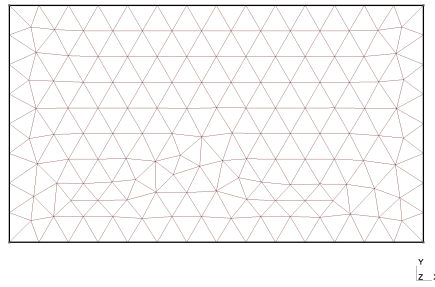


Figura 5.1: Ejemplo de una malla de elementos triangulares en 2D creada en *Gmsh*.

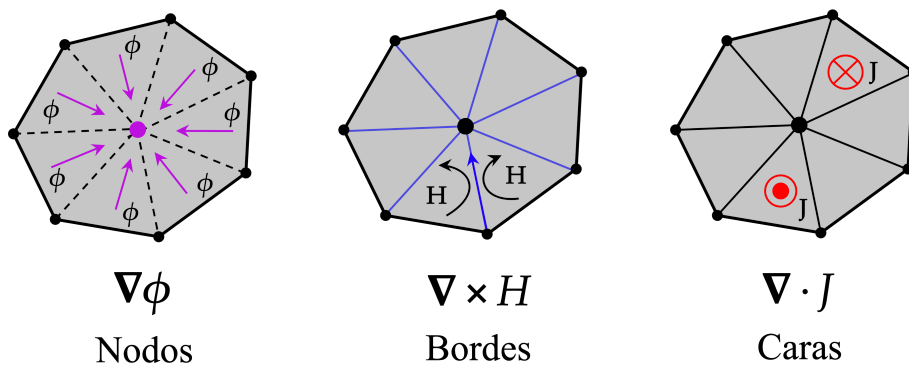


Figura 5.2: Discretización de cantidades locales: potenciales se calculan en nodos, circulaciones en bordes y flujos en caras.

5.2. Modelo físico

Se estudiará la magnetización de una pastilla superconductora de YBCO y su capacidad de atrapar flujo magnético a temperaturas bajas al ser expuesto a un campo magnético externo $B_a(t)$ bajo PFM. Las ecuaciones diferenciales que describen el problema son las ecuaciones de Maxwell en la aproximación magnetodinámica. Si existe un cambio temporal en el campo aplicado, entonces por ley de Lenz, se inducirán corrientes de apantallamiento:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} \quad (5.1)$$

usando ley de Ohm $E=\rho J$:

$$\nabla \times \mathbf{E} = \nabla \times (\rho \mathbf{J}) \quad (5.2)$$

usando ley de Ámpere $\mathbf{J}=\nabla \times \mathbf{H}$ y despreciando corrientes de desplazamiento ($\mathbf{J} \gg \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$):

$$\nabla \times \mathbf{E} = \nabla \times (\rho \nabla \times \mathbf{H}) \quad (5.3)$$

sustituyendo en la ecuación (5.1):

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times (\rho \nabla \times \mathbf{H}) \quad (5.4)$$

finalmente, usando la ley constitutiva para el SAT $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$:

$$\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \nabla \times (\rho(\mathbf{J}) \nabla \times \mathbf{H}) = 0 \quad (5.5)$$

donde μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío. Esta formulación de las ecuaciones de Maxwell se conoce como la formulación- \mathbf{H} y se enfoca en la circulación y continuidad de campos magnéticos. En la formulación, se incluye una función no lineal de la resistividad ρ derivada de (2.9), característica de los SAT (Sec. 2.4):

$$\rho(J) = \frac{E_c}{J_c} \left(\frac{|\mathbf{J}|}{J_c} \right)^{n-1} \quad (5.6)$$

donde J_c se modela por medio de la ecuación (2.8) de Kim de la Sec. 2.3.2:

$$J_c(B) = \frac{J_{c0}}{\left(1 + \frac{B}{B_0}\right)^\alpha} \quad (5.7)$$

5.3. Modelo de Elementos Finitos

5.3.1. Definición espacial

El sistema será representado por un dominio total Ω que contiene al dominio superconductor Ω_s dentro de otra región Ω_a (puede considerarse como aire). La frontera Γ del dominio está compuesta por dos fronteras complementarias: Γ_s y Γ_a , ver Fig. 5.3. En Γ_a se define la condición de frontera natural $\mathbf{E} \times \mathbf{n} = 0$. Para resolver el campo magnético en Ω , se aplican las condiciones de frontera tal que $\mathbf{H}|_{\Gamma_a} = \mathbf{H}_a$. En la Fig. 5.3 se muestra la geometría y malla tridimensional del problema creada en *Gmsh*.

5.3.2. Formulación variacional

El MEF expresa el conjunto de EDP en su formulación variacional, por lo tanto es necesario desarrollar la ecuación (5.5) en su forma variacional:

$$(\mu_0 \partial_t \mathbf{H}, \hat{H})_\Omega + (\nabla \times (\rho \nabla \times \mathbf{H}), \hat{H})_\Omega = 0 \quad (5.8)$$

en esta notación, siendo G cualquier variable, $(G, \hat{G})_\Omega$ indica una integral volumétrica del producto punto de las variables G y \hat{G} . La función \hat{H} señalada en rojo representa la función prueba del dominio numérico Ω (ver Sec 5.1). Se desarrolla esta expresión para aplicar las condiciones de frontera en cada dominio. Por eso,

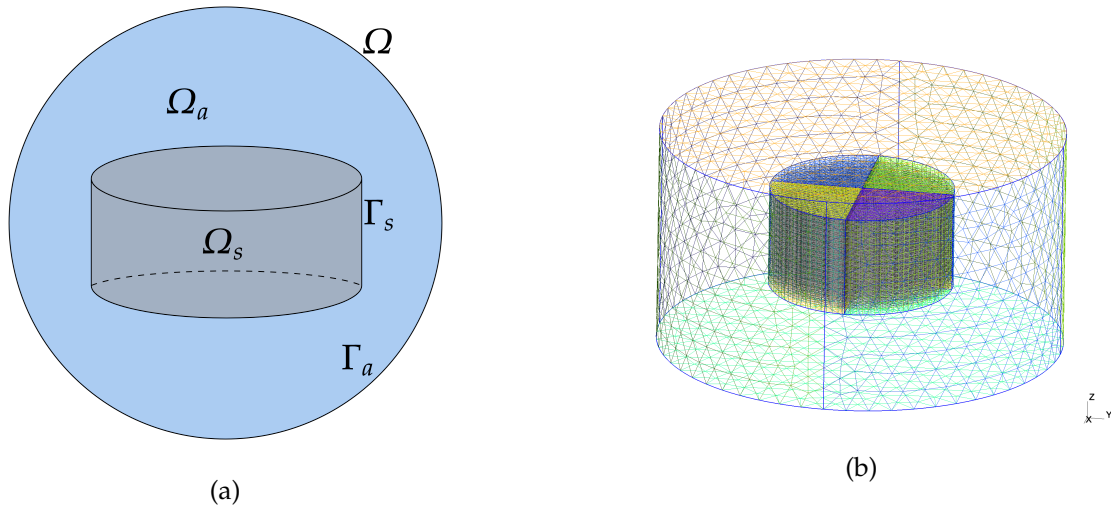


Figura 5.3: (a) Definición espacial del problema en 3D (b) Geometría y malla implementada en *Gmsh*, solo se muestra la frontera del aire para mejor visualización.

se utiliza la identidad de Green al segundo término de la Ec. 5.8 resultando en lo siguiente:

$$(\nabla \times (\rho \nabla \times \mathbf{H}), \hat{\mathbf{H}})_{\Omega} = (\rho \nabla \times \mathbf{H}, \nabla \times \hat{\mathbf{H}})_{\Omega} - \langle (\rho \nabla \times \mathbf{H}) \times \mathbf{n}, \hat{\mathbf{H}} \rangle_{\Gamma_a} \quad (5.9)$$

pero $\rho \nabla \times \mathbf{H} = \rho \mathbf{J} = \mathbf{E}$ por ley de Ohm, aplicando la condición natural sobre el campo eléctrico a la frontera:

$$\langle \mathbf{E} \times \mathbf{n}, \hat{\mathbf{H}} \rangle_{\Gamma_a} = 0 \quad (5.10)$$

Finalmente, se llega a una versión desarrollada de la Ec. 5.8 que se implementó en *GetDP*:

$$\boxed{(\mu_0 \partial_t \mathbf{H}, \hat{\mathbf{H}})_{\Omega} + (\rho \nabla \times \mathbf{H}, \nabla \times \hat{\mathbf{H}})_{\Omega_s} = 0} \quad (5.11)$$

5.3.3. Discretización de campos locales

El problema de inducción presentado en la formulación anterior será discretizado en términos del campo magnético \mathbf{H} . En el solucionador de elementos finitos *GetDP*, es necesario indicar cómo se discretizan las variables en los dominios [29] (malla), ver Fig. 5.2. Se trata de una formulación de circulación en el SAT, por lo que se debe discretizar a \mathbf{H} en función de elementos de bordes en Ω_s . En el aire no hay inducción de corrientes, por lo que $\nabla \times \mathbf{H} = 0$. Por lo tanto, podemos expresar al campo $\mathbf{H} = \nabla \Phi$ en función de elementos nodales en Ω_a como:

$$\boxed{\mathbf{H} = \sum_{b \in \Omega_s} \psi_b \mathbf{h}_b + \sum_{n \in \Omega_a} \phi_n \nabla \Phi_n} \quad (5.12)$$

donde \mathbf{h}_b es la función vectorial de elementos de borde b y ϕ_n es la función de elementos nodales n . Las incógnitas del problema son los coeficientes ψ_b y ϕ_n y

satisfacen las condiciones de frontera esenciales $\mathbf{H} \times \mathbf{n}|_{\Gamma_s} = 0$. Esta variante de la formulación- \mathbf{H} se conoce como formulación $\mathbf{H}-\phi$ y facilita el cálculo en el dominio del aire al no lidiar con la resistividad. Las funciones prueba \hat{H} también pertenecen a este mismo espacio discretizado [29].

5.3.4. Discretización temporal

Una vez que se discretizan las variables en el espacio, es necesario discretizar el problema temporalmente para resolverlo numéricamente porque estamos en un problema variante en el tiempo. En este trabajo se utiliza la discretización temporal por el método de Euler implícito, que aproxima la derivada de \mathbf{H} como:

$$\boxed{\left. \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right|_{t_{i+1}} \approx \frac{\mathbf{H}(t_{i+1}) - \mathbf{H}(t_i)}{t_{i+1} - t_i}} \quad (5.13)$$

donde t_i es un instante de tiempo y $t_{i+1} - t_i = \Delta t$.

5.3.5. Solución por técnicas iterativas

Con la discretización espacio-temporal del problema obtenemos un sistema de ecuaciones no-lineales (por la dependencia de $\rho(J)$) en la forma $A(\mathbf{x})\mathbf{x} = \mathbf{b}$, donde \mathbf{x} representa el vector de incógnitas para cada instante t_i , en nuestro caso $\mathbf{x} = \mathbf{H}$. Como este sistema es no-lineal, no se pueden implementar técnicas de solución lineales que involucren calcular la inversa de la matriz, por lo que se utilizará un método iterativo. En este trabajo se implementa el método de Newton-Raphson, que aproxima el sistema no-lineal como un sistema lineal a partir de su desarrollo en series de Taylor de primer orden. Si se supone un sistema $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ y se busca la solución $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = 0$, se puede escribir lo siguiente en la vecindad de un punto \mathbf{x}_0 :

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}_0) - \left. \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_0} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \approx 0 \quad (5.14)$$

Se define la matriz jacobiana como:

$$\mathbf{j}(\mathbf{x}_0) = \left. \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_0} \quad (5.15)$$

entonces:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) \approx \mathbf{F}(\mathbf{x}_0) - \mathbf{j}(\mathbf{x}_0)(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) = 0 \quad (5.16)$$

reemplazando la solución inicial \mathbf{x}_0 por el valor conocido de la iteración anterior \mathbf{x}_k :

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}_k) - \mathbf{j}(\mathbf{x}_k)(\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k) = 0 \quad (5.17)$$

en este caso, $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = A(\mathbf{x})\mathbf{x} = \mathbf{b}$:

$$\boxed{A(\mathbf{x}_k)\mathbf{x}_k - \mathbf{j}(\mathbf{x}_k)(\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k) = \mathbf{b}} \quad (5.18)$$

se resuelve este sistema para x_{k+1} iterativamente hasta que el error $\epsilon_k = |\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k|$ sea menor a la tolerancia deseada ϵ . Esto implica calcular la inversa de la matriz jacobiana, lo cual es complicado y tiene un costo computacional elevado, por lo que es preferible insertar su expresión analítica si es posible [29], como fue hecho en este trabajo. Es importante considerar una buena solución inicial y un criterio de convergencia razonable, por ello se implementan comúnmente parámetros de relajación γ que mejoran la convergencia:

$$x_{k+1} = x_k + \gamma_k \Delta x_k \quad (5.19)$$

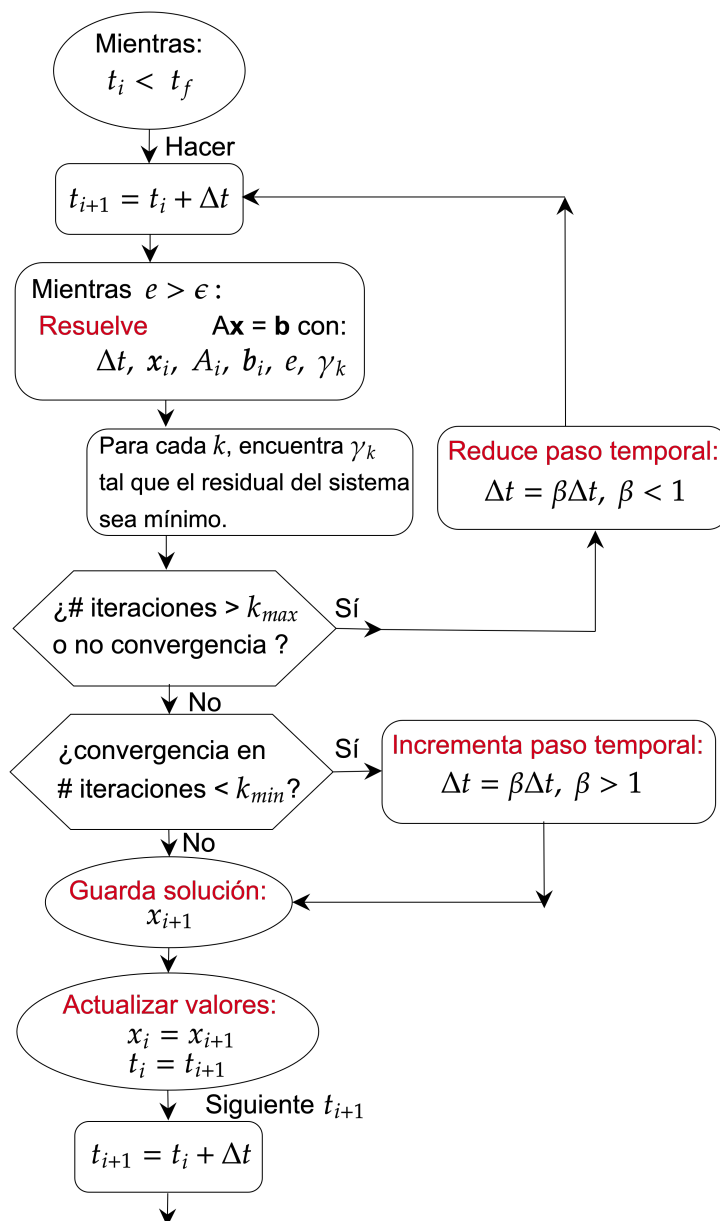


Figura 5.4: Diagrama de flujo de la solución no-lineal.

5.3.6. Esquema completo de solución no-lineal

El esquema completo de solución implica resolver el sistema de ecuaciones no-lineales para cada instante t_i . En este trabajo se implementa una versión de solución desarrollada por [29] en *GetDP*. El solucionador contiene un método que adapta el paso del tiempo Δt con un parámetro β para mejorar la convergencia y se detalla en la Fig. 5.4. En este caso, el índice i corresponde a la discretización temporal del método de Euler, mientras que el índice k corresponde a la iteración de Newton-Raphson que resuelve el sistema de ecuaciones. El factor de relajación γ es utilizado para estabilizar ($\gamma < 1$) o acelerar ($\gamma > 1$) la convergencia de computación, y su valor se adapta para optimizar cada iteración k . La convergencia está garantizada cuando $\epsilon_k < e$, donde ϵ_k está definido por la "potencia electromagnética" P [29]:

$$P_{k-1} = (\mu_0 \partial_t \mathbf{H}_{k-1}, \hat{\mathbf{H}}_{k-1})_{\Omega} + (\rho \nabla \times \mathbf{H}_{k-1}, \nabla \times \hat{\mathbf{H}}_{k-1})_{\Omega} \quad (5.20)$$

$$\epsilon_k = \left| \frac{P_k - P_{k-1}}{P_{k-1}} \right| \quad (5.21)$$

5.4. Casos de simulación y parámetros utilizados

El SAT considerado en las simulaciones tiene propiedades de un bulto superconductor $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$, considerando propiedades electromagnéticas isotrópicas y homogéneas. Se consideran porosidades características de TSIG (4%) y TSMG (15-30%), se toman parámetros físicos similares a aquellos utilizados en las mediciones experimentales de la Sec. 3.3. Primero, se estudia la evolución temporal del sistema y su mecanismo de captura de campo magnético. Después, se realiza una comparación entre el modelo ideal (sin defectos) y cuatro casos del modelo con defectos porosos. Se utiliza el software libre *GetDP* para resolver las EDP y el software *Gmsh* para la creación de la malla y geometría, al igual que para la visualización de resultados.

Los defectos incluidos en el modelo se consideran como huecos o espacio vacío en cuyos interiores no se realizan cálculos numéricos. Los poros fueron introducidos aleatoriamente en el volumen del superconductor (dado el volumen poroso V_p) al retirar elementos volumétricos de la malla, correspondientes a elementos volumétricos prismáticos. El tamaño de los poros es constante y es equivalente al tamaño de la malla del superconductor. Se escogió el tamaño de 1 mm^3 para cada poro dado que el solucionador diverge para valores de micrómetros, siendo 1 mm el tamaño mínimo para asegurar la convergencia. Aún así, este caso de estudio mostrará si el impacto es suficiente para considerar tamaños menores.

Como se muestra en la Fig. 5.5, el bulto superconductor será magnetizado por un pulso electromagnético en dirección \mathbf{z} (ver Sec. 3.2) con $\tau = 5 \text{ ms}$ y $B_m = 2.45 \text{ T}$. La duración de la simulación será de 20τ , donde la variación del campo atrapado es mínima o nula. Se utiliza la formulación variacional de campo $\mathbf{H}-\phi$, dada por la ecuación (5.11) y las ecuaciones constitutivas para J_c de Kim (2.8) y para ρ por la ley de potencias (5.6). Se discretizan los campos locales y el tiempo de acuerdo a

las Secciones 5.3.3 y 5.3.4, respectivamente. Finalmente, se implementa el esquema completo de solución dado por el algoritmo (Sec. 5.3.6) Fig. 5.4. En la el Cuadro 5.1 se muestran los parámetros utilizados.

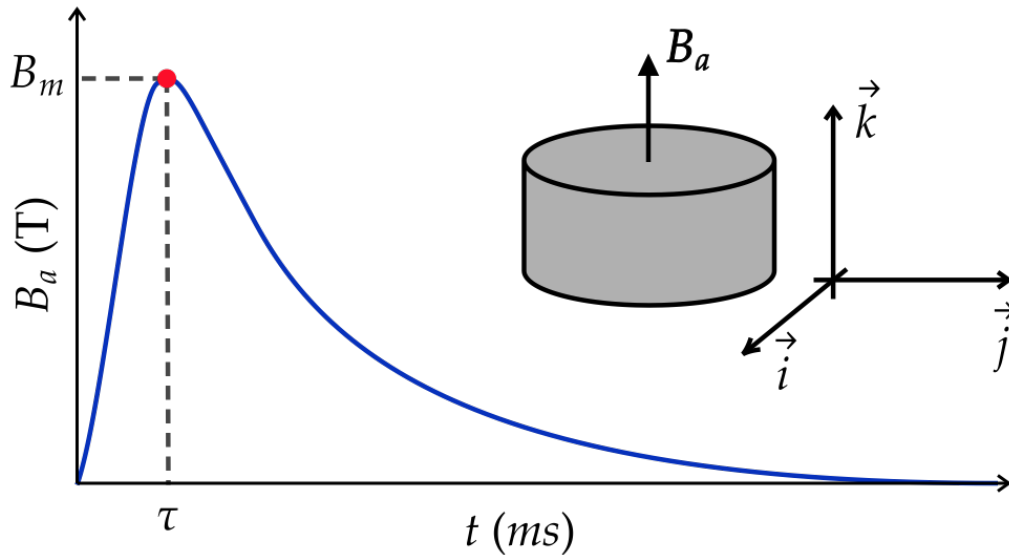


Figura 5.5: Representación de magnetización por un pulso electromagnético en dirección z.

CUADRO 5.1: Parámetros físicos utilizados en las simulaciones.

Parámetro	Cantidad	Valor
R	Radio del bulto	1.55 cm
h	Altura del bulto	1.648 cm
E_c	Campo eléctrico crítico	$1 \mu\text{V}/\text{cm}$
J_{c0}	Densidad de corriente crítica	$70 \text{ A}/\text{mm}^2$
n	Exponente de ley de potencias	15
B_0	Constante auxiliar del campo magnético	0.374 T
B_m	Densidad de flujo magnético máximo aplicado	2.45 T
α	Parámetro auxiliar de Kim	0.7
τ	Constante temporal del pulso aplicado	5ms
t_f	Tiempo final de simulación	$20\tau \text{ s}$
D_p	Tamaño del poro	1 mm^3
V_p	Porcentaje del volumen poroso	5, 15, 30 %

Capítulo 6

Resultados y discusión

6.1. Evolución temporal: magnetización en el caso ideal

Con objeto de visualizar la inducción de corrientes y la captura de flujo magnético en el SAT temporalmente, se analiza el caso ideal (sin poros). Se toman cuatro tiempos característicos t_1, t_2, t_3 y t_4 como se muestra en la Fig. 6.1, y cuyos valores de campo se indican en el Cuadro 6.1.

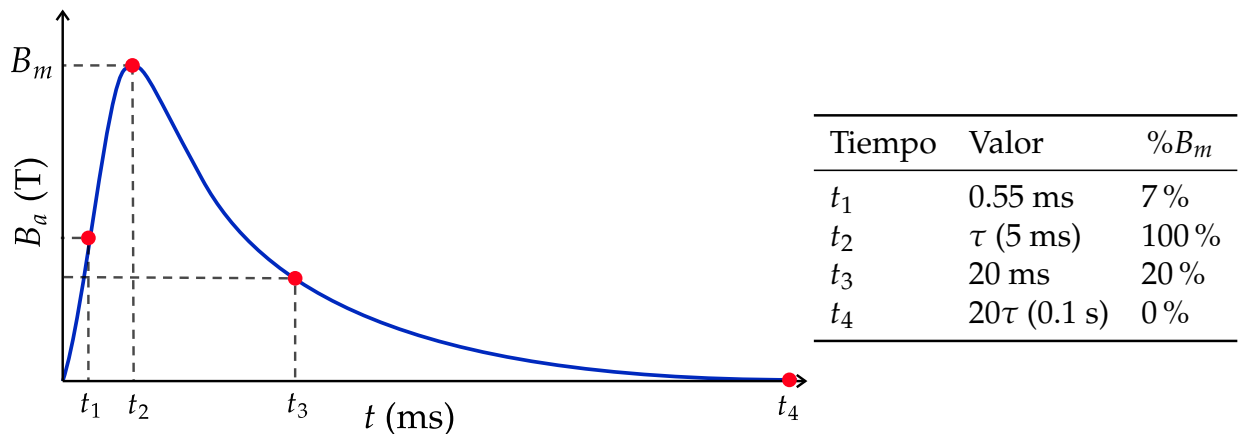


Figura 6.1: Esquema del pulso magnético aplicado y tiempos característicos de simulación.

6.1.1. Inducción de corriente eléctrica

La Fig. 6.2 muestra la norma de la densidad de corriente crítica $|J|$ en el superconductor, para cada tiempo característico. En tiempo t_1 , mientras aumenta el campo externo, la corriente eléctrica inducida comienza a circular en el superconductor desde sus bordes y hacia el centro, cancelando el campo externo en su interior. En este tiempo, la corriente inducida rebasa el valor de la corriente crítica J_c (7×10^7 A/m²), perdiendo el estado superconductor localmente y causando pérdidas eléctricas. En el tiempo t_2 , se alcanza la magnitud máxima del campo externo y la densidad de corriente J circula hasta el centro del superconductor dado que el valor actual del campo externo es mucho mayor al campo de penetración máximo B_p (≈ 0.61 T). En tiempo t_3 , el campo externo se reduce a un 20 % y las corrientes eléctricas remanentes cambian su dirección (ver Sec. 3.1) con magnitud mayor a J_c

cancelando las primeras corrientes inducidas en sentido opuesto. Al final del pulso en tiempo t_4 , el campo externo es nulo y circulan únicamente las corrientes persistentes, cuyo cambio es mínimo o casi nulo, generando el flujo magnético atrapado (siempre y cuando se mantenga debajo de T_c). Se puede observar una degradación en la corriente eléctrica entre $t_3 - t_4$, causada por la disminución del campo externo y efectos de relajación del campo atrapado (ver. 2.2.1.1).

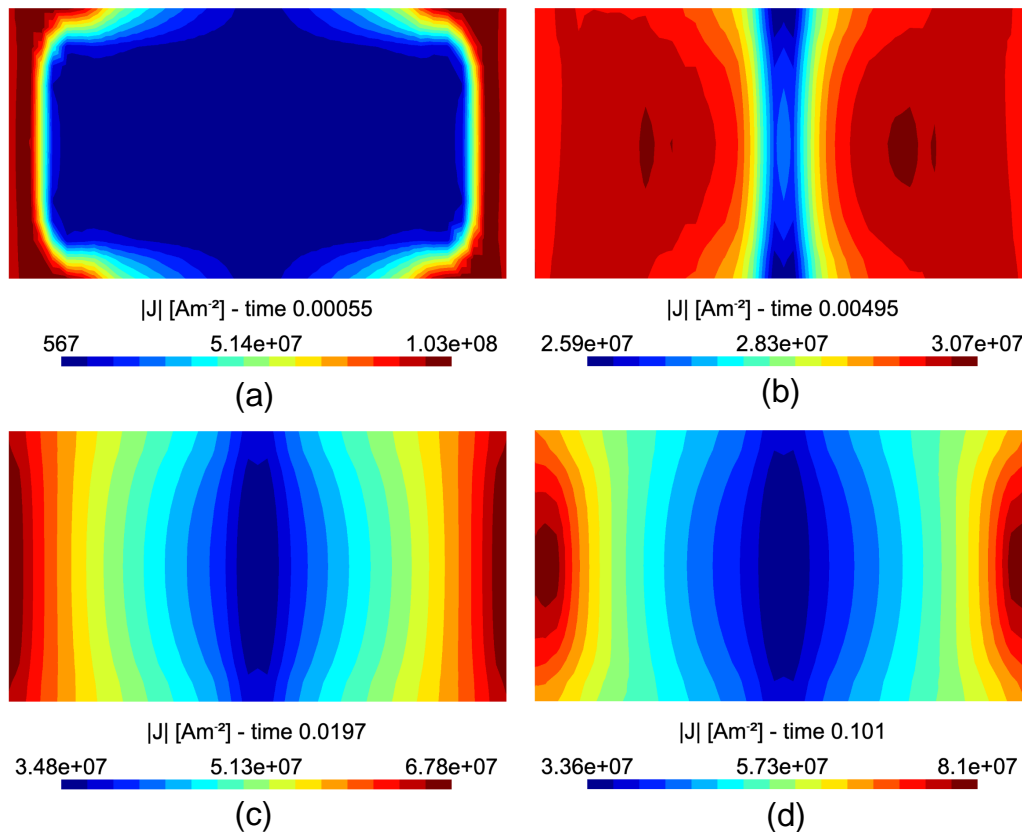


Figura 6.2: Norma del vector de densidad de corriente $|J|$ para un corte vertical central del bulbo YBCO para tiempos (a) 0.55 ms (b) 5 ms (c) 20 ms (d) 0.1 s. Al tiempo t_1 las corrientes inducidas circulan por la superficie, penetrando el cuerpo del SAT hasta t_2 . Finalmente, se retira el campo externo y las corrientes superconductoras persisten en t_4 .

6.1.2. Campo magnético atrapado

La Fig. 6.3 muestra la evolución temporal del campo magnético en el SAT. En tiempo t_1 , las corrientes de apantallamiento impiden la penetración total del campo externo al interior del SAT al circular desde los bordes. Entre $t_1 - t_2$ el campo magnético externo penetra hasta el centro del SAT y las corrientes comienzan a cambiar de dirección para mantener su estado inicial. En tiempo t_2 , las corrientes circulan hasta el centro del SAT y el campo externo ya ha penetrado por completo el cuerpo del superconductor. En este punto, existen corrientes inducidas que circulan por las orillas del material y generan un campo magnético en la misma

dirección que el campo externo (no toda la corriente inducida tiene la misma dirección ver Fig. 3.1). Esto explica por qué se supera el valor local del campo máximo externo. Al tiempo t_3 , el campo externo se reduce a un 20 % y las corrientes persistentes generan flujo magnético en su interior. Finalmente, en tiempo t_4 , existe una degradación del campo atrapado producido por la disminución de la magnitud de las corrientes inducidas. Dado que las corrientes persistentes circulan de manera azimutal en el SAT, la dirección del campo atrapado será en z .

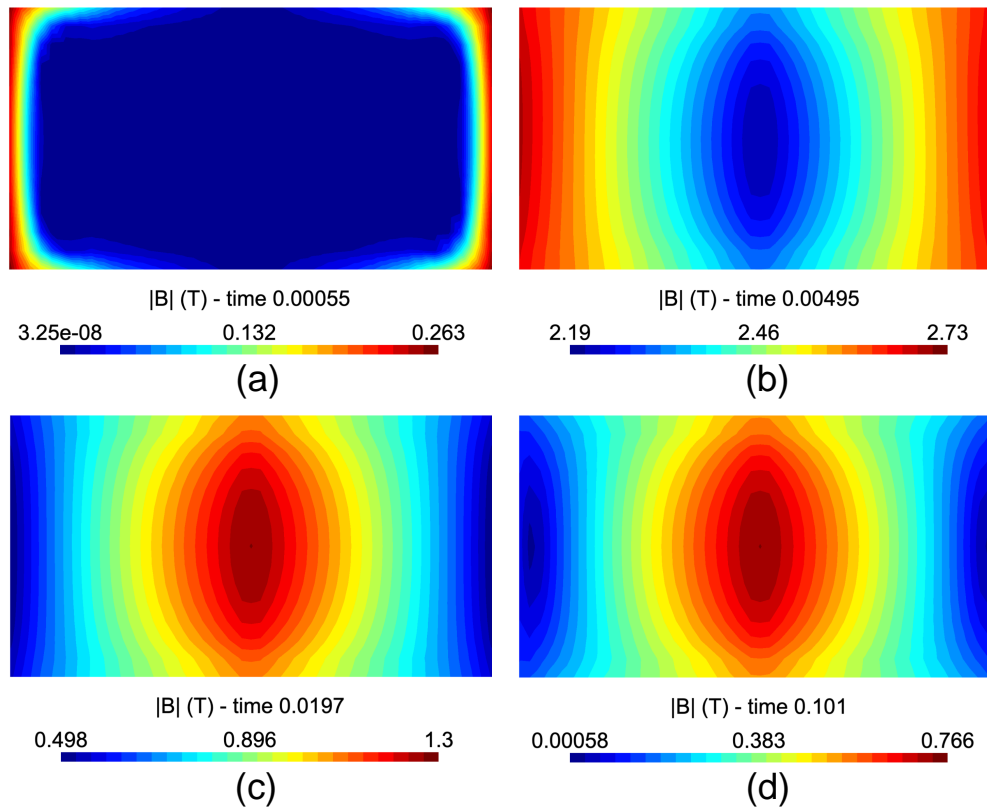


Figura 6.3: Norma del vector de densidad de flujo magnético $|\mathbf{B}|$ para un corte vertical central del bulto YBCO para tiempos (a) 0.55 ms (b) 5 ms (c) 20 ms (d) 0.1 s. El campo penetra parcialmente al material desde su superficie y hasta el centro para t_1 a t_2 . Se retira el campo externo y las corrientes inducidas cambian su dirección, generando campo magnético en el interior del bulto para tiempos t_3 - t_4 .

La Fig. 6.5 muestra la distribución del campo magnético sobre el diámetro del SAT a 1 mm arriba de su superficie (ver Fig. 6.4), para cada tiempo característico. El campo magnético externo para tiempo t_1 penetra los bordes del SAT y se mantiene nulo en el centro por las corrientes de apantallamiento. En tiempo t_2 el campo externo penetra por completo y alcanza su máximo valor. En tiempo t_3 disminuye el campo externo hasta un 20 % y el campo atrapado se degrada hasta el tiempo final t_4 . En este tiempo, la distribución de \mathbf{B}_z atrapado tiene una forma simétrica, con su máximo en el centro del SAT.

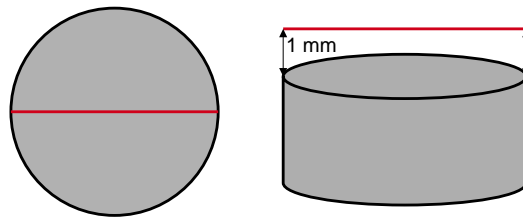


Figura 6.4: Esquema de medición sobre una línea a 1 mm de la superficie del SAT.

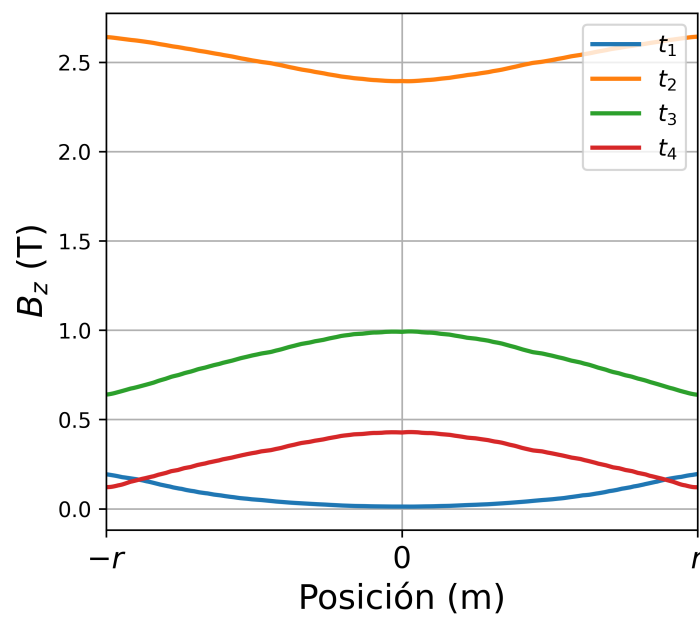


Figura 6.5: Distribución radial del campo atrapado $|B_z|$ a 1 mm encima de la superficie del SAT para tiempos $t_1 = 0.55$ ms, $t_1 = 5$ ms, $t_1 = 20$ ms, $t_1 = 0.1$ s.

6.2. Impacto de la porosidad

A continuación se muestran los resultados para los diferentes volúmenes de porosidad 5 %, 15 % y 30 %. El valor de 5 % es representativo del método de fabricación TSIG, mientras que 15 %-30 % es el rango representativo de TSMG. Los resultados son comparados con el caso ideal para el tiempo final t_4 . La Fig. 6.6 muestra la implementación de poros como elementos de la malla, siendo éstos espacios huecos.

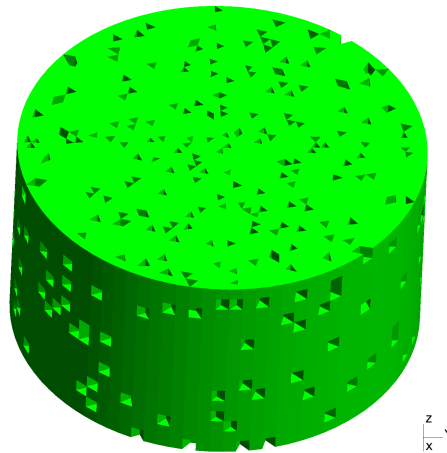


Figura 6.6: Implementación de poros en la malla como espacios huecos, definiendo un nuevo volumen físico no-superconductor.

6.2.1. Inducción de corriente eléctrica

La Fig. 6.7 muestra la norma de la densidad de corriente $|J|$ por un corte vertical al centro del SAT para los cuatro casos. La circulación de corriente eléctrica en el caso ideal es simétrica y circula por los bordes del SAT con mayor magnitud. En el caso poroso, se observa que la corriente pierde simetría, aunque circula por los bordes. La densidad de corriente eléctrica pierde simetría en los casos con porosidad (indicado con flechas) y mientras ésta aumenta, también la magnitud máxima de la densidad de corriente eléctrica. Esto sugiere que al existir espacio vacío en el superconductor (poros), se densifica el transporte de corriente eléctrica alrededor de los mismos, causando mayores pérdidas eléctricas y reduciendo el campo atrapado.

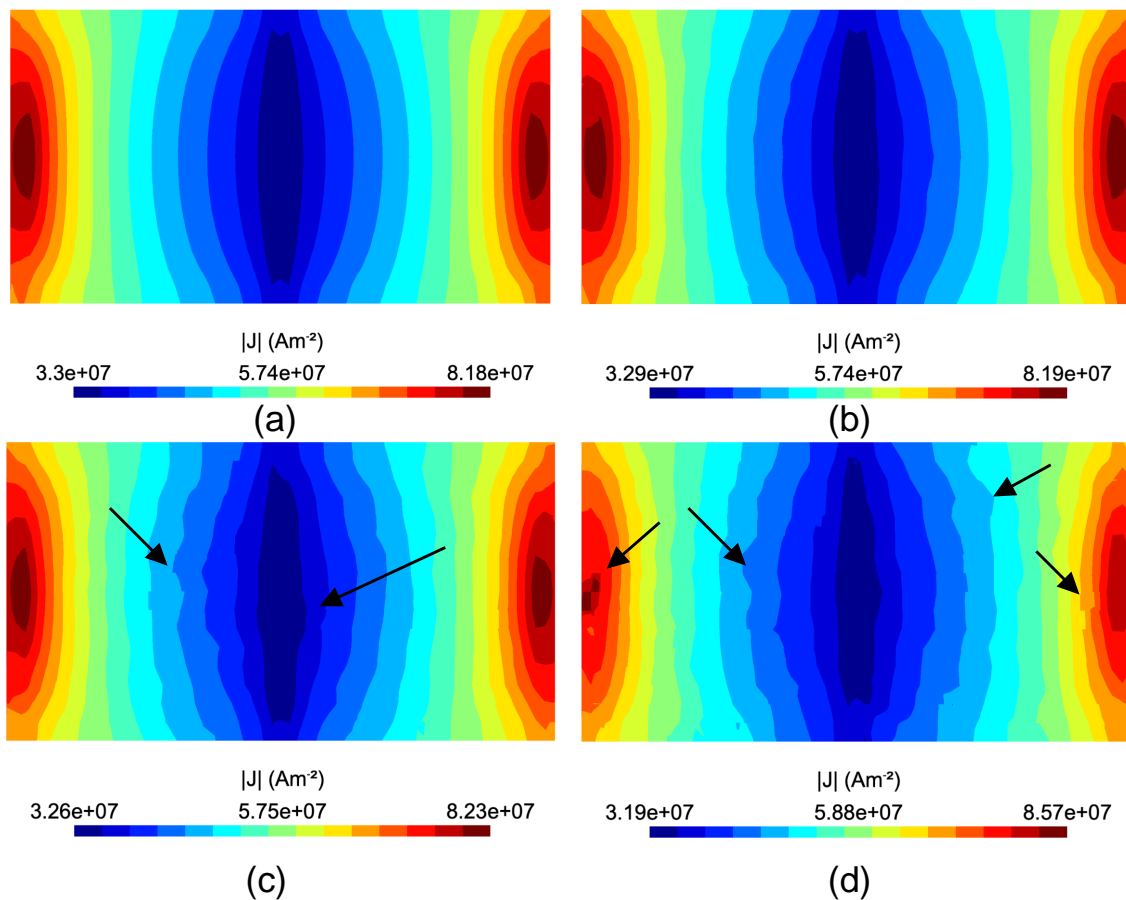


Figura 6.7: Norma del vector de densidad de corriente $|J|$ en un corte vertical central del superconductor para: (a) Caso ideal (b) 5% V_p (c) 15% V_p (d) 30% V_p . Se señalan las perturbaciones en simetría y homogeneidad de la circulación eléctrica en comparación al caso ideal. Mientras aumenta la porosidad, mayor impacto en la distribución de corriente eléctrica.

6.2.2. Campo magnético atrapado

La Fig. 6.8 muestra la norma del campo magnético $|B|$ por un corte vertical al centro del SAT. Las corrientes persistentes circulan al borde del superconductor y generan el campo atrapado con mayor magnitud en su centro y en dirección z . Se observa que el campo atrapado en los casos porosos es asimétrico e inhomogéneo a diferencia del caso ideal. La Fig. 6.9 muestra un corte horizontal por el centro del superconductor. Se observa la misma asimetría que en los resultados anteriores para casos porosos, y mientras aumenta el número de poros, la distorsión del campo atrapado es mayor. Esto implica que el campo atrapado en la superficie superior del superconductor será asimétrica también. La Fig. 6.10 muestra la superficie superior del SAT, y se observa la inhomogeneidad del campo atrapado para casos porosos. En comparación con las mediciones realizadas (Fig 3.8), se observan valores similares de campo atrapado, aunque su distribución en la superficie del SAT indica que la porosidad no es el único defecto macroscópico que impacta en la magnetización.

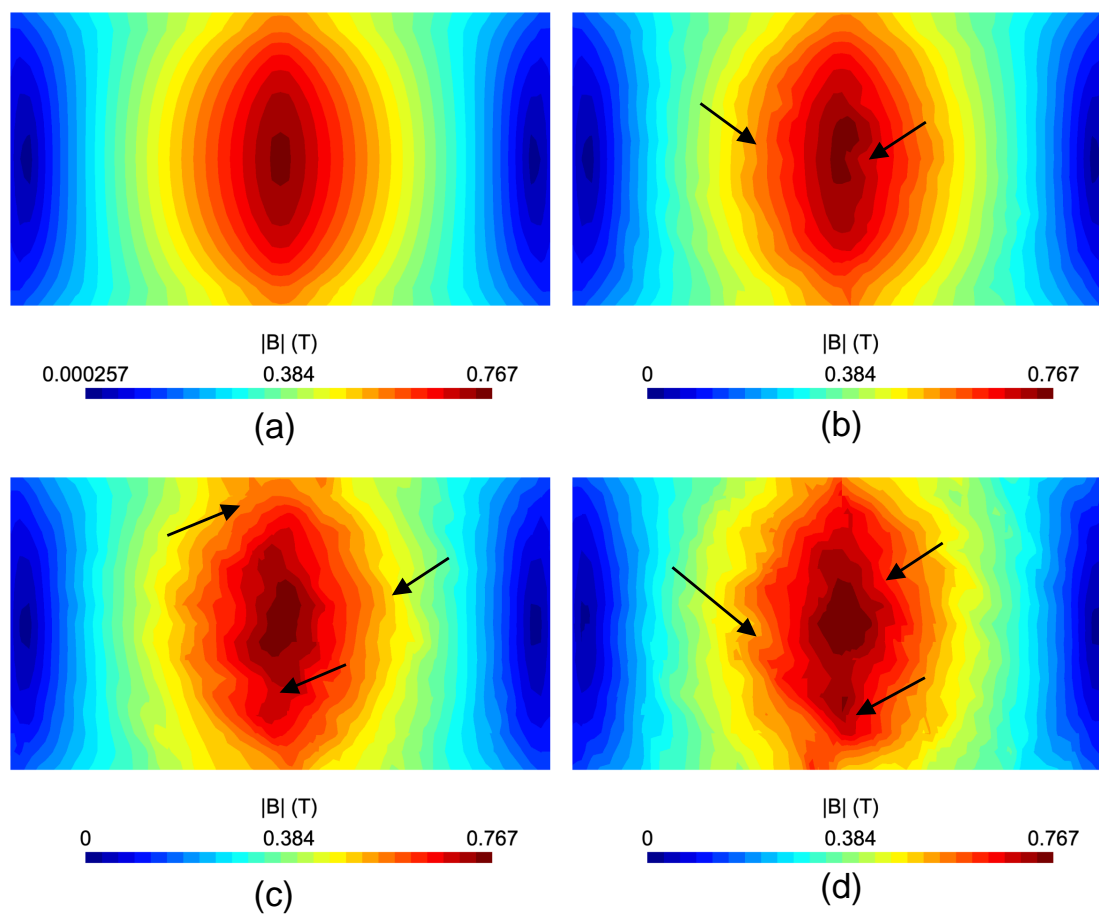


Figura 6.8: Norma del vector de densidad de flujo magnético atrapado $|B_z|$ en un corte vertical central del SAT para: (a) Caso ideal (b) 5% V_p (c) 15% V_p (d) 30% V_p . Se señalan las perturbaciones en comparación al caso ideal; mientras mayor porosidad mayor impacto en la homogeneidad y simetría del campo atrapado.

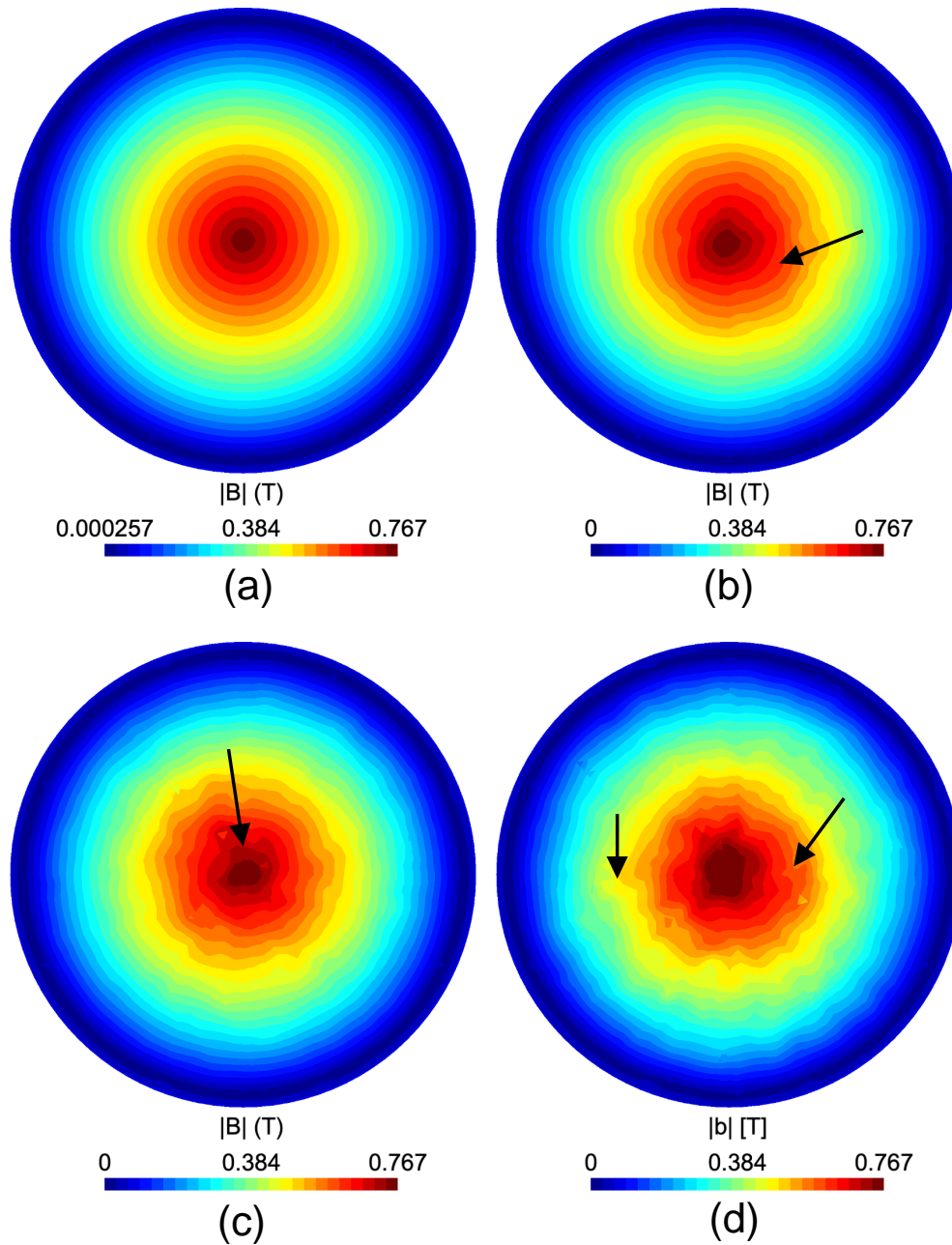


Figura 6.9: Norma del vector de densidad de flujo magnético atrapado $|B_z|$ en un corte horizontal central del SAT para: (a) Caso ideal (b) 5% V_p (c) 15% V_p (d) 30% V_p . Se señalan las perturbaciones en comparación al caso ideal; mientras mayor porosidad mayor impacto en la homogeneidad y simetría del campo atrapado.

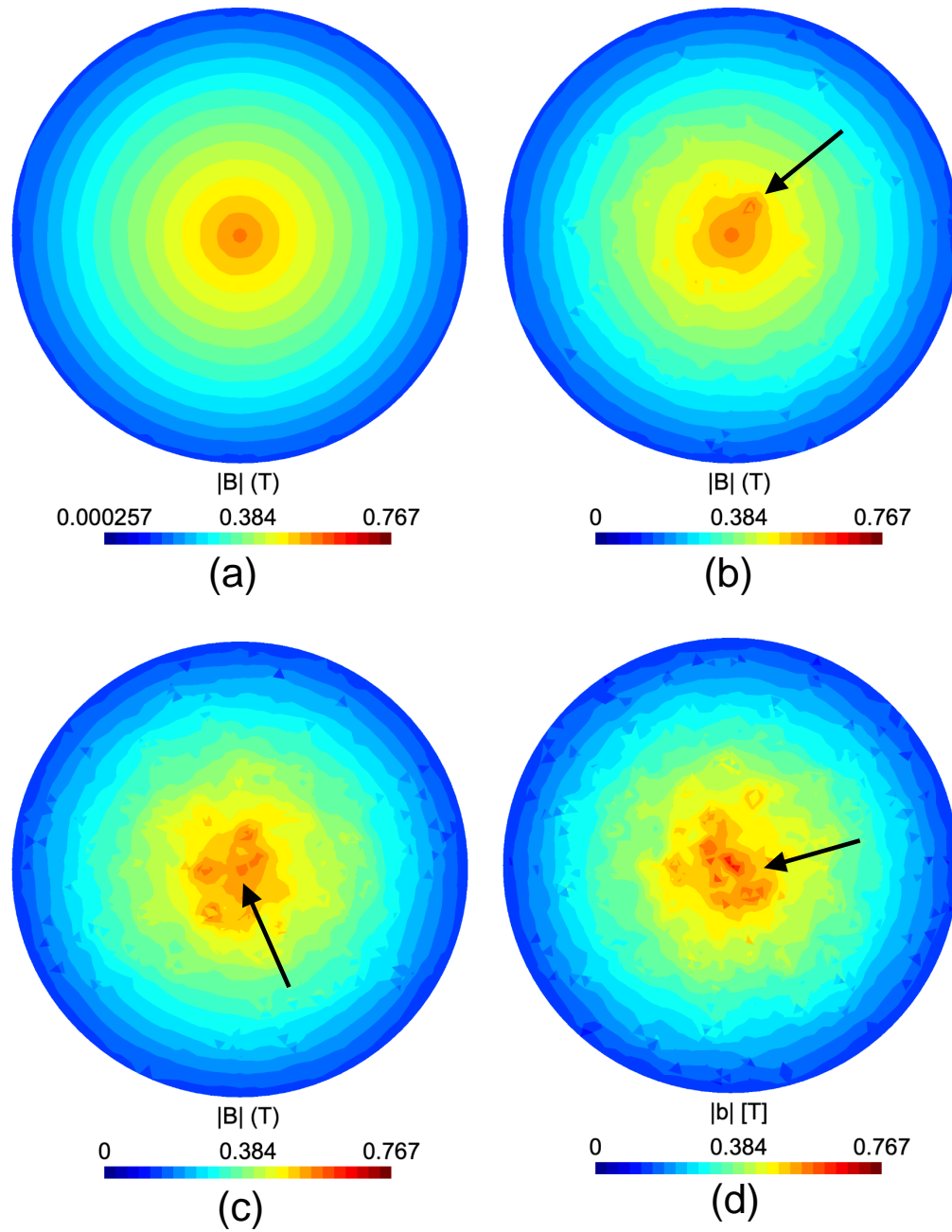


Figura 6.10: Norma del vector de densidad de flujo magnético atrapado $|B_z|$ en la superficie del SAT para: (a) Caso ideal (b) 5% V_p (c) 15% V_p (d) 30% V_p . Se observa que la distribución del campo magnético en la superficie es afectada mientras aumenta la porosidad.

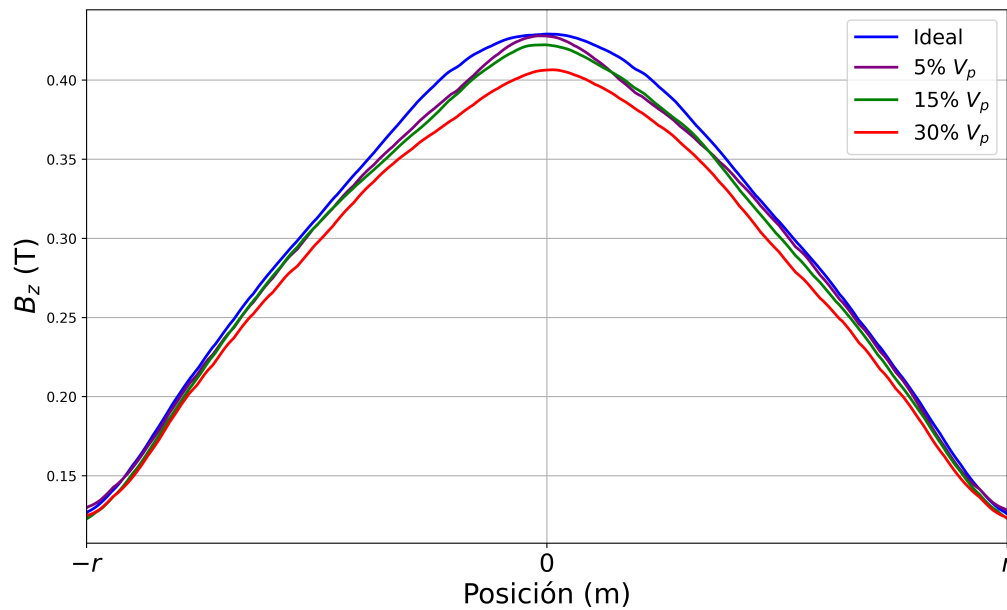


Figura 6.11: Distribución radial del campo atrapado $|B_z|$ a 1 mm encima de la superficie del SAT para caso ideal y con defectos porosos.

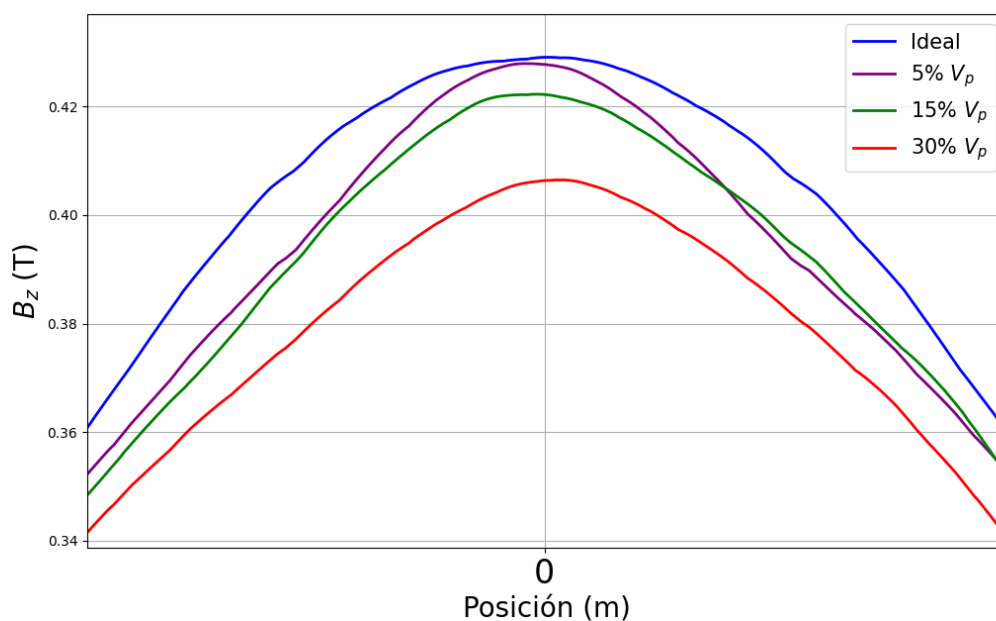


Figura 6.12: Acercamiento del campo magnético atrapado alrededor del valor máximo.

Con objeto de analizar el impacto en el campo atrapado, se grafica la distribución del campo atrapado sobre el diámetro del bulto YBCO a 1 mm arriba de su superficie como se muestra en la Fig 6.4. La Fig. 6.11 muestra este resultado para cada caso de porosidad. Mientras aumenta el volumen poroso, el campo atrapado disminuye su valor máximo en comparación al caso ideal. Asimismo, a un acercamiento como se muestra en la Fig. 6.12, podemos observar que se pierde la simetría

de la distribución y se observan valles o zonas convexas en las curvas con porosidad. Por lo tanto, el campo atrapado se ve afectado mientras más porosidad esté presente en el SAT.

6.2.3. Pérdidas eléctricas

Otra perspectiva útil de análisis son las pérdidas eléctricas por efecto Joule $Q = \rho J^2$. Como se mencionó antes, mientras más porosidad exista, mayor aumento en la magnitud de densidad de corriente existirá por la redirección de corrientes alrededor de zonas porosas. Esto causará mayores pérdidas eléctricas al superar el valor de J_c y perdiendo localmente el estado superconductor. Como se mostró en la evolución temporal de corrientes eléctricas, el mayor aumento de energía disipada debería ser durante los primeros instantes del pulso, cuando las corrientes inducidas intentan mantener el estado superconductor. La Fig. 6.13 muestra las pérdidas eléctricas en el tiempo para cada caso. Es posible observar que la porosidad causa mayores pérdidas eléctricas, y por lo tanto, menor campo atrapado.

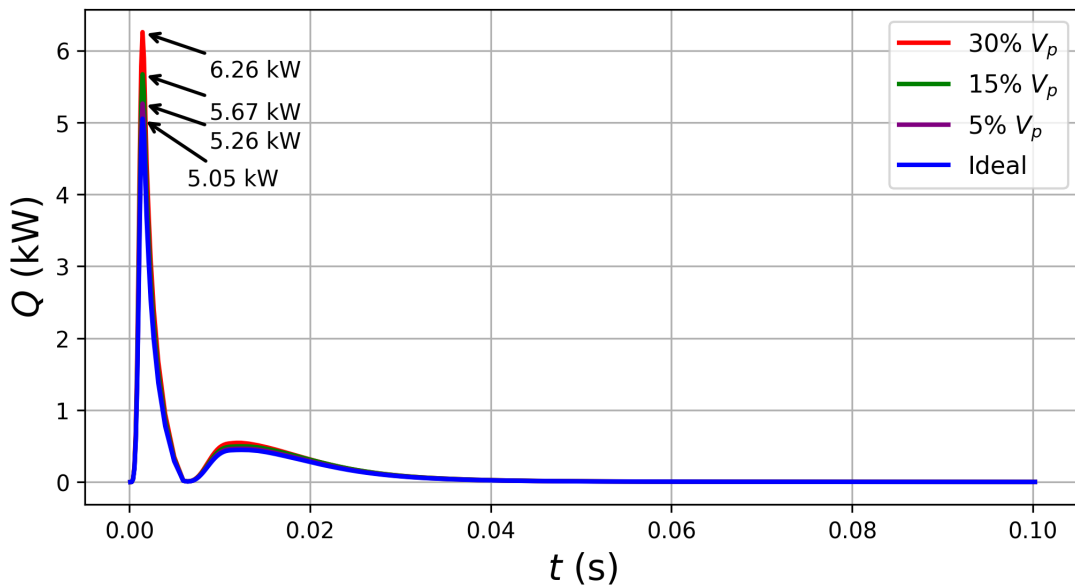


Figura 6.13: Pérdidas eléctricas por efecto Joule $Q = \rho J^2$. Mientras aumenta la porosidad, aumentan las pérdidas eléctricas.

Capítulo 7

Conclusión

En este proyecto de investigación se llevó a cabo la construcción de un modelo computacional tridimensional para analizar la magnetización de un bulto superconductor YBCO. Para ello, se utilizó el método numérico de elementos finitos a través de dos software libres, *Gmsh* y *GetDP*. El modelo desarrollado consideró la presencia de defectos porosos macroscópicos en el bulto, y se investigó su influencia en la inducción de corriente eléctrica, el campo atrapado y las pérdidas eléctricas. Para lograr esto, se definieron las características fundamentales que describen el comportamiento de los superconductores YBCO, y se estudiaron los procesos de fabricación de estos materiales y su relación con la formación de defectos macroscópicos. En el modelo numérico se emplearon técnicas numéricas iterativas con el fin de resolver los sistemas matriciales no lineales que surgieron de la discretización de las variables en la malla, utilizando la formulación de las ecuaciones de Maxwell en la formulación $\mathbf{H}-\phi$. Estas técnicas permitieron obtener soluciones aproximadas para el problema planteado y analizar el comportamiento magnético del bulto superconductor YBCO en presencia de los defectos porosos.

Los resultados muestran que al aplicar un campo magnético externo variable en el tiempo a un bulto superconductor YBCO, se induce una densidad de corriente eléctrica que circulará para conservar su estado inicial, produciendo así un campo magnético en dirección opuesta. Estas corrientes eléctricas rebasan la densidad de corriente crítica J_c localmente, generando pérdidas eléctricas por efecto Joule. Cuando el campo externo se reduce, se inducen corrientes eléctricas en sentido opuesto para eliminar el primer campo inducido. En la ausencia de campo externo, estas corrientes son persistentes dado que circulan sin resistencia eléctrica ($T < T_c$), generando el flujo magnético atrapado en el interior del bulto YBCO con la misma dirección del campo aplicado.

En comparación con la hipótesis del trabajo, se confirma que cuando existen poros, la presencia de zonas no-superconductoras afecta la inducción de corriente eléctrica. Esto conduce a una redistribución o concentración de la corriente alrededor de los poros, aumentando su magnitud a medida que aumenta el volumen de porosidad. Como resultado, las pérdidas eléctricas también aumentan debido a la pérdida local del estado superconductor. Estos efectos tienen un impacto en el campo atrapado, ya que cuanto mayor sea la porosidad, menor será la magnitud del campo atrapado y su distribución en el bulto será asimétrica e inhomogénea.

En comparación a las mediciones experimentales, se observan valores similares de campo atrapado para los casos de simulación. Asimismo, se pueden notar similitudes en la asimetría del campo atrapado. Sin embargo, es claro que la porosidad no es el único defecto macroscópico que impacta la magnetización de bultos YBCO.

7.1. Perspectivas y futuros trabajos

Incluir la presencia de poros en el modelo no fue una tarea sencilla, se tomaron varias alternativas y se estudió su impacto en el modelo. En general se notó una gran sensibilidad del solucionador con respecto a la malla: muchas alternativas mostraron afectar la calidad de la malla y los tiempos de cómputo, sin converger a una solución, especialmente para tamaños micrométricos de porosidad. Finalmente, el método utilizado para modificar los elementos de la malla directamente mostró excelente convergencia y tiempos de computación, con un aumento del tamaño del poro. Consecuentemente, es importante realizar una malla adecuada al problema para asegurar la convergencia.

En futuros trabajos, un primer paso es la verificación de la continuidad del campo magnético a través de los poros garantizando la divergencia libre de la densidad de flujo magnético en el dominio completo. Posteriormente, se debe evaluar el aumento de temperatura en el bulto relacionado a las pérdidas eléctricas. Por el momento, se consideró que el impacto fue despreciable. Asimismo, el comportamiento mecánico y defectos como fronteras de grano y grietas se pueden tomar en cuenta para identificar el impacto que tienen en la magnetización de bultos YBCO. Adicionalmente, dado que la inclusión de defectos es complicada en el modelo y afecta directamente la convergencia del solucionador, se podrán considerar métodos numéricos alternativos para asegurar la convergencia y la calidad de los resultados en tiempos de computación menores. Finalmente, es importante poder validar el modelo desarrollado comparando sus resultados con mediciones experimentales. Por eso, se deben identificar los defectos en bultos ampliamente caracterizados.

Finalmente, este trabajo muestra que la porosidad impacta en la magnitud del campo atrapado, su distribución y en las pérdidas eléctricas, por lo que es necesario controlar y reducir la porosidad en los métodos de fabricación. En este aspecto, el método TSIG se muestra como una buena alternativa para reducir el volumen poroso gracias al proceso de infiltración. Adicionalmente, se han desarrollado técnicas que reducen la porosidad de bultos SAT utilizando una atmósfera pura en oxígeno gaseoso durante la fusión, reduciendo la porosidad hasta un 4% [80]. Otras investigaciones se han enfocado en rellenar los poros utilizando otro polvo precursor superconductor o añadiendo una segunda fase al material para reducir el tamaño de los mismos [73].

Referencias

- [1] Fritz London and Heinz London. The electromagnetic equations of the superconductor. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A-Mathematical and Physical Sciences*, **149**(866):71–88, 1935.
- [2] M Cyrot. Ginzburg-landau theory for superconductors. *Reports on Progress in Physics*, **36**(2):103, 1973.
- [3] J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer. Theory of superconductivity. *Phys. Rev.*, **108**:1175–1204, Dec 1957. doi: 10.1103/PhysRev.108.1175. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.108.1175>.
- [4] A.A. Abrikosov. The magnetic properties of superconducting alloys. *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, **2**(3):199–208, 1957. ISSN 0022-3697. doi: [https://doi.org/10.1016/0022-3697\(57\)90083-5](https://doi.org/10.1016/0022-3697(57)90083-5). URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022369757900835>.
- [5] Philip W Anderson. Theory of flux creep in hard superconductors. *Physical Review Letters*, **9**(7):309, 1962.
- [6] Co Po Bean. Magnetization of hard superconductors. *Physical review letters*, **8**(6):250, 1962.
- [7] YB Kim, CF Hempstead, and AR Strnad. Critical persistent currents in hard superconductors. *Physical Review Letters*, **9**(7):306, 1962.
- [8] YoB Kim, CF Hempstead, and AR Strnad. Magnetization and critical supercurrents. *Physical Review*, **129**(2):528, 1963.
- [9] Charles P Bean. Magnetization of high-field superconductors. *Reviews of modern physics*, **36**(1):31, 1964.
- [10] D-X Chen and Ronald B Goldfarb. Kim model for magnetization of type-II superconductors. *Journal of Applied Physics*, **66**(6):2489–2500, 1989.
- [11] Z. Koziol/, J. J. M. Franse, P. F. de Châtel, and A. A. Menovsky. Magnetization of a superconductor: Results from the critical-state model. *Phys. Rev. B*, **50**:15978–15992, Dec 1994. doi: 10.1103/PhysRevB.50.15978. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.50.15978>.
- [12] J George Bednorz and K Alex Müller. Possible high T_c superconductivity in the Ba-La-Cu-O system. *Zeitschrift für Physik B Condensed Matter*, **64**(2):189–193, 1986.

- [13] J Georg Bednorz and K Alex Müller. Perovskite-type oxides—the new approach to high-T_c superconductivity. *Reviews of Modern Physics*, **60**(3):585, 1988.
- [14] K. Nagashima, T. Higuchi, J. Sok, S.I. Yoo, H. Fujimoto, and M. Murakami. The trapped field of YBCO bulk superconducting magnets. *Cryogenics*, **37**(10):577–581, 1997. ISSN 0011-2275. doi: [https://doi.org/10.1016/S0011-2275\(97\)00058-1](https://doi.org/10.1016/S0011-2275(97)00058-1). URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0011227597000581>. Low Temperature Engineering and Cryogenics Conference 1996.
- [15] Wai Lo, D. A. Cardwell, C. D. Dewhurst, and S-L. Dung. Fabrication of large grain YBCO by seeded peritectic solidification. *Journal of Materials Research*, **11**(4):786–794, 1996. doi: 10.1557/JMR.1996.0095.
- [16] John H Durrell, Mark D Ainslie, Difan Zhou, Philippe Vanderbemden, Tom Bradshaw, Susannah Speller, Mykhaylo Filipenko, and David A Cardwell. Bulk superconductors: A roadmap to applications. *Superconductor Science and Technology*, **31**(10):103501, 2018.
- [17] Shigehiro Nishijima, Steven Eckroad, Adela Marian, Kyeongdal Choi, Woo Seok Kim, Motoaki Terai, Zigang Deng, Jun Zheng, Jiasu Wang, Katsuya Umemoto, et al. Superconductivity and the environment: A roadmap. *Superconductor Science and Technology*, **26**(11):113001, 2013.
- [18] Ziad Melhem. *High temperature superconductors (HTS) for energy applications*. Elsevier, 2011.
- [19] G. P. Mikitik, Y. Mawatari, A. T. S. Wan, and F. Sirois. Analytical Methods and Formulas for Modeling High Temperature Superconductors. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **23**(2):8001920–8001920, April 2013. doi: 10.1109/TASC.2013.2245504. URL <http://dx.doi.org/10.1109/TASC.2013.2245504>.
- [20] Modelling of High Temperature Superconductors (HTS). HTS Modeling Workgroup, 2019. Disponible en: <http://www.htsmodelling.com/>, Visitado por última vez 2020-02-10.
- [21] Frédéric Sirois and Francesco Grilli. Potential and limits of numerical modelling for supporting the development of HTS devices. *Superconductor Science and Technology*, **28**(4):043002, mar 2015. doi: 10.1088/0953-2048/28/4/043002.
- [22] Mark Ainslie and Hiroyuki Fujishiro. *Numerical Modelling of Bulk Superconductor Magnetisation*. 2053-2563. IOP Publishing, 2019. ISBN 978-0-7503-1332-2. doi: 10.1088/978-0-7503-1332-2. URL <https://dx.doi.org/10.1088/978-0-7503-1332-2>.
- [23] Antonio Morandi. 2D electromagnetic modelling of superconductors. *Superconductor Science and Technology*, **25**(10):104003, 2012.
- [24] AM Campbell. An introduction to numerical methods in superconductors. *Journal of superconductivity and novel magnetism*, **24**(1-2):27–33, 2011.

- [25] Francesco Grilli, Svetlomir Stavrev, Yann Le Floch, Marta Costa-Bouzo, Emmanuel Vinot, Iszabela Klutsch, Gerard Meunier, Pascal Tixador, and Bertrand Dutoit. Finite-element method modeling of superconductors: From 2-D to 3-D. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **15**(1):17–25, 2005.
- [26] F. Grilli. Numerical Modeling of HTS Applications. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **26**(3):1–8, April 2016. doi: 10.1109/TASC.2016.2520083. URL <http://dx.doi.org/10.1109/TASC.2016.2520083>.
- [27] K. Berger, L. Queval, A. Kameni, L. Alloui, B. Ramdane, F. Trillaud, L. M. Hell, G. Meunier, P. Masson, and J. Leveque. Benchmark on the 3D numerical modeling of a superconducting bulk. 2016.
- [28] Svetlomir Stavrev, Francesco Grilli, Bertrand Dutoit, Nadia Nibbio, Emmanuel Vinot, Iszabela Klutsch, Gerard Meunier, Pascal Tixador, Yifeng Yang, and Elena Martinez. Comparison of numerical methods for modeling of superconductors. *IEEE transactions on magnetics*, **38**(2):849–852, 2002.
- [29] Julien Dular, Christophe Geuzaine, and Benoît Vanderheyden. Finite-Element Formulations for Systems With High-Temperature Superconductors. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **30**(3):1–13, 2019.
- [30] P. Dular. Dual magnetodynamic finite element formulations with natural definitions of global quantities for electric circuit coupling. pages 367–377, 2001.
- [31] Patrick Dular. The benefits of nodal and edge elements coupling for discretizing global constraints in dual magnetodynamic formulations. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, **168**:165–178, 07 2004. doi: 10.1016/j.cam.2003.06.009.
- [32] Alain Bossavit. Whitney forms: A class of finite elements for three-dimensional computations in electromagnetism. *Physical Science, Measurement and Instrumentation, Management and Education - Reviews, IEE Proceedings A*, **135**:493 – 500, 12 1988. doi: 10.1049/ip-a-1:19880077.
- [33] David Ruiz-Alonso, Tim A Coombs, and Archie M Campbell. Numerical analysis of high-temperature superconductors with the critical-state model. *IEEE transactions on applied superconductivity*, **14**(4):2053–2063, 2004.
- [34] Gregory P Lousberg, Marcel Ausloos, Christophe Geuzaine, Patrick Dular, Philippe Vanderbemden, and Benoit Vanderheyden. Numerical simulation of the magnetization of high-temperature superconductors: a 3D finite element method using a single time-step iteration. *Superconductor Science and Technology*, **22**(5):055005, mar 2009. doi: 10.1088/0953-2048/22/5/055005.
- [35] D Ruiz-Alonso, T Coombs, and A M Campbell. Computer modelling of high-temperature superconductors using anA–Vformulation. *Superconductor Science and Technology*, **17**(5):S305–S310, apr 2004. doi: 10.1088/0953-2048/17/5/042.

- [36] Huiming Zhang, Min Zhang, and Weijia Yuan. An efficient 3D finite element method model based on the T–A formulation for superconducting coated conductors. *Superconductor Science and Technology*, **30**(2):024005, dec 2016. doi: 10.1088/1361-6668/30/2/024005. URL <https://doi.org/10.1088/1361-6668/30/2/024005>.
- [37] Patrick Dular, Christophe Geuzaine, and Willy Legros. A natural method for coupling magnetodynamic h-formulations and circuit equations. *IEEE transactions on magnetics*, **35**(3):1626–1629, 1999.
- [38] Z Hong, AM Campbell, and TA Coombs. Computer modeling of magnetisation in high temperature bulk superconductors. *IEEE Transactions on applied superconductivity*, **17**(2):3761–3764, 2007.
- [39] Shengnan Zou. *Magnetization of high temperature superconducting trapped-field magnets*, volume **19**. KIT Scientific Publishing, 2017.
- [40] C. Navau, N. Del-Valle, and A. Sanchez. Macroscopic Modeling of Magnetization and Levitation of Hard Type-II Superconductors: The Critical-State Model. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **23**(1):8201023–8201023, Feb 2013. doi: 10.1109/TASC.2012.2232916. URL <http://doi.org/10.1109/TASC.2012.2232916>.
- [41] Motoki Shinden, Sora Namba, Tatsuya Hirano, Hiroyuki Fujishiro, Tomoyuki Naito, and Mark D Ainslie. Numerical simulation of a hybrid trapped field magnet lens (HTFML) magnetized by pulsed fields. *Journal of Physics: Conference Series*, **1590**(1):012048, jul 2020. doi: 10.1088/1742-6596/1590/1/012048. URL <https://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/1590/1/012048>.
- [42] Frederic Trillaud, Kévin Berger, Bruno Douine, and Jean Lévêque. Comparison between modeling and experimental results of magnetic flux trapped in YBCO bulks. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **26**(3):1–5, 2016.
- [43] K. Berger, J. Leveque, D. Netter, B. Douine, and A. Rezzoug. Influence of Temperature and/or Field Dependences of the $E - J$ Power Law on Trapped Magnetic Field in Bulk YBaCuO. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **17**(2):3028–3031, June 2007. ISSN 2378-7074. doi: 10.1109/TASC.2007.902095.
- [44] Shengnan Zou, Victor M. R. Zermeño, and Francesco Grilli. Influence of Parameters on the Simulation of HTS Bulks Magnetized by Pulsed Field Magnetization. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **26**(4):1–5, 2016. doi: 10.1109/TASC.2016.2535379.
- [45] F. Grilli, E. Pardo, A. Stenvall, D. N. Nguyen, W. Yuan, and F. Gömöry. Computation of Losses in HTS Under the Action of Varying Magnetic Fields and Currents. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **24**(1):78–110, 2014.
- [46] A Stenvall and Timo Tarhasaari. Programming finite element method based hysteresis loss computation software using non-linear superconductor resistivity and T-formulation. *Superconductor Science and Technology*, **23**:075010, 06 2010. doi: 10.1088/0953-2048/23/7/075010.

- [47] Y. Yeshurun, A. P. Malozemoff, and A. Shaulov. Magnetic relaxation in high-temperature superconductors. *Rev. Mod. Phys.*, **68**:911–949, Jul 1996. doi: 10.1103/RevModPhys.68.911. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.68.911>.
- [48] S.L Li, H.H Wen, and Z.X Zhao. Modeling and simulation on the magnetization in field-cooling and zero-field-cooling processes. *Physica C: Superconductivity*, **316**(3):293–299, 1999. ISSN 0921-4534. doi: [https://doi.org/10.1016/S0921-4534\(99\)00262-2](https://doi.org/10.1016/S0921-4534(99)00262-2). URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921453499002622>.
- [49] Devendra K Namburi, Yunhua Shi, and David A Cardwell. The processing and properties of bulk (RE)BCO high temperature superconductors: current status and future perspectives. *Superconductor Science and Technology*, **34**(5): 053002, mar 2021. doi: 10.1088/1361-6668/abde88. URL <https://dx.doi.org/10.1088/1361-6668/abde88>.
- [50] Ze Jing. Coupled multiphysics modeling of the thermal-magnetic-mechanical instability behavior in bulk superconductors during pulsed field magnetization. *Superconductor Science and Technology*, **35**(5):054006, apr 2022. doi: 10.1088/1361-6668/ac5be8. URL <https://dx.doi.org/10.1088/1361-6668/ac5be8>.
- [51] J Zou, M D Ainslie, D Hu, W Zhai, N Devendra Kumar, J H Durrell, Y-H Shi, and D A Cardwell. Numerical simulation and analysis of single grain YBCO processed from graded precursor powders. *Superconductor Science and Technology*, **28**(3):035016, feb 2015. doi: 10.1088/0953-2048/28/3/035016. URL <https://dx.doi.org/10.1088/0953-2048/28/3/035016>.
- [52] Rémi Dorget, Quentin Nouailhetas, Alexandre Colle, Kévin Berger, Kimiaki Sudo, Sabrina Ayat, Jean Lévêque, Michael Rudolf Koblishka, Naomichi Sakai, Tetsuo Oka, and Bruno Douine. Review on the use of superconducting bulks for magnetic screening in electrical machines for aircraft applications. *Materials*, **14**(11), June 2021. ISSN 1996-1944. doi: 10.3390/ma14112847. Funding Information: This research was founded by the international project SUPERFOAM ANR-17-CE05-0030 and DFG-Ko2323-10, the FROST project ANR-19-ASMA-0001, the AID, the Carnot ICEEL and the Carnot EnergICs. Publisher Copyright: © 2021 by the authors. Licensee MDPI, Basel, Switzerland.
- [53] Y. Shi, Michael Gough, Anthony Dennis, John Durrell, and David Cardwell. Distribution of the superconducting critical current density within a Gd-Ba-Cu-O single grain. *Superconductor Science and Technology*, **33**, 01 2020. doi: 10.1088/1361-6668/ab6dc2.
- [54] Tetsuo Oka, Hiroyuki Ota, Tatsuya Shimoda, Jun Ogawa, Satoshi Fukui, Takao Sato, Kazuya Yokoyama, Akira Murakami, and Marco Langer. Preferential Magnetic Flux Invasion and Heat Generation Owing to Macrostructure in HTS Bulk Magnets in Pulse Field Magnetization Processes. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **25**(3):1–4, 2015. doi: 10.1109/TASC.2014.2373653.

- [55] Aylin Yildiz Tunali, Kemal Kocabaş, and Gönül Bilgeç Akyüz. Dependence of the Structural, Electrical and Magnetic Properties of YBa₂Cu₃O₇ Bulk Superconductor on the Ag Doping. *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism*, **25**, 07 2012. doi: 10.1007/s10948-012-1482-8.
- [56] Josef Baumann, Yunhua Shi, Dian Weerakonda, John H. Durrell, and David A. Cardwell. Understanding the porosity and its effects on the superconducting properties of YBCO single grains. *Journal of the European Ceramic Society*, 2022. ISSN 0955-2219. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2022.11.039>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0955221922009141>.
- [57] Christophe Geuzaine y Jean-François Remacle. Gmsh, 2020. Disponible en: <http://gmsh.info/>, Visitado por última vez 2020-02-10.
- [58] Patrick Dular y Christophe Geuzaine. GetDP, 2019. Disponible en: <http://getdp.info/>, Visitado por última vez 2020-02-10.
- [59] H. Ibach and H. Lüth. *Solid-State Physics: An Introduction to Principles of Materials Science ; with 100 Problems*. Advanced texts in physics. Springer, 2003. ISBN 9783540438700. URL <https://books.google.com.mx/books?id=PIEfweaKyK8C>.
- [60] Wikipedia. Efecto Meissner — Wikipedia, the free encyclopedia. <http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Efecto%20Meissner&oldid=140731794>, 2023. [Online; accessed 28-February-2023].
- [61] C.P. Poole, H.A. Farach, and R.J. Creswick. *Superconductivity*. Academic Press, 1995. ISBN 9780125614566. URL https://books.google.fr/books?id=Fc_0ygAACAAJ.
- [62] Gernot Krabbes. *High temperature superconductor bulk materials: fundamentals, processing, properties control, application aspects*. Wiley-VCH, 2006.
- [63] A. Abrikosov. The magnetic properties of superconducting alloys. *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, **2**(3):199–208, April 1957. doi: 10.1016/0022-3697(57)90083-5.
- [64] P. W. ANDERSON and Y. B. KIM. Hard Superconductivity: Theory of the Motion of Abrikosov Flux Lines. *Rev. Mod. Phys.*, **36**:39–43, Jan 1964. doi: 10.1103/RevModPhys.36.39. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.36.39>.
- [65] M. Jirsa, Ladislav Pust, D. Dlouhy, and Michael Koblishka. Fishtail shape in the magnetic hysteresis loop for superconductors: Interplay between different pinning mechanisms. *Physical Review B*, **55**:3276–3284, 02 1997. doi: 10.1103/PhysRevB.55.3276.
- [66] M. Jirsa, M.R. Koblishka, T. Higuchi, M. Muralidhar, and M. Murakami. Comparison of different approaches to modelling the fishtail shape in RE-123 bulk superconductors. *Physica C: Superconductivity*, **338**(3):235–245, 2000. ISSN

- 0921-4534. doi: [https://doi.org/10.1016/S0921-4534\(00\)00247-1](https://doi.org/10.1016/S0921-4534(00)00247-1). URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921453400002471>.
- [67] Devendra Kumar Namburi, Keita Takahashi, T Hirano, T Kamada, H Fujishiro, Y. Shi, David Cardwell, J Durrell, and Mark Ainslie. Pulsed-field magnetisation of Y-Ba-Cu-O bulk superconductors fabricated by the infiltration growth technique. *Superconductor Science and Technology*, **33**:115012, 11 2020. doi: 10.1088/1361-6668/abb590.
- [68] Jakub KAPEK. *Tesis: Modélisations 2D et 3D, conception et réalisation d'un inducteur pour aimanter un ensemble de pastilles supraconductrices*. PhD thesis, Université de Lorraine, GREEN Laboratory, 2023. URL <https://www.theses.fr/s287621>.
- [69] Mark D. Ainslie, Jan Srpcic, Difan Zhou, Hiroyuki Fujishiro, Keita Takahashi, David A. Cardwell, and John H. Durrell. Toward Optimization of Multi-Pulse, Pulsed Field Magnetization of Bulk High-Temperature Superconductors. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **28**(4):1–7, 2018. doi: 10.1109/TASC.2017.2788924.
- [70] Adelwitz Technologiezentrum GmbH (ATZ). ATZ, 2023. Disponible en: <https://atz-gmbh.com>, Visitado por última vez 2023-02-4.
- [71] John Durrell, Anthony Dennis, J. Jaroszynski, Mark Ainslie, Kysen Palmer, Y. Shi, Archie Campbell, John Hull, Mike Strasik, Eric Hellstrom, and David Cardwell. A Trapped Field of 17.6T in Melt-Processed, Bulk Gd-Ba-Cu-O Reinforced with Shrink-Fit Steel. *Superconductor Science and Technology*, **27**:082001, 06 2014. doi: 10.1088/0953-2048/27/8/082001.
- [72] Zhou Lian, Zhang Pingxiang, Ji Ping, Wang Keguang, Wang Jingrong, and Wu Xiaozu. The properties of YBCO superconductors prepared by a new approach: the 'powder melting process'. *Superconductor Science and Technology*, **3**(10):490, oct 1990. doi: 10.1088/0953-2048/3/10/002. URL <https://dx.doi.org/10.1088/0953-2048/3/10/002>.
- [73] M Matsui, N Sakai, S Nariki, S J Seo, and M Murakami. Effects of Pt and CeO₂ addition on the growth of Nd₄Ba₂Cu₂O₁₀ particles. *Superconductor Science and Technology*, **13**(6):660, jun 2000. doi: 10.1088/0953-2048/13/6/306. URL <https://dx.doi.org/10.1088/0953-2048/13/6/306>.
- [74] Devendra Kumar Namburi, Y. Shi, Kysen Palmer, Anthony Dennis, John Durrell, and David Cardwell. Control of Y-211 content in bulk YBCO superconductors fabricated by a buffer-aided, top seeded infiltration and growth melt process. *Superconductor Science and Technology*, **29**, 03 2016. doi: 10.1088/0953-2048/29/3/034007.
- [75] Devendra Kumar Namburi, Y. Shi, Kysen Palmer, Anthony Dennis, John Durrell, and David Cardwell. A novel, two-step top seeded infiltration and growth process for the fabrication of single grain, bulk (RE)BCO superconductors. 07 2016. doi: 10.17863/CAM.972.

- [76] Tian wei Tang, Dong jie Wu, Xing da Wu, and Ke-Xi Xu. A simple multi-seeding approach to growth of large YBCO bulk with a diameter above 53 mm, journal = *Physica C: Superconductivity and its Applications*. **519**:159–163, 2015. ISSN 0921-4534. doi: <https://doi.org/10.1016/j.physc.2015.10.009>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921453415003160>.
- [77] Yi-Seul;Kim Hong. Direct fabrication of a large grain YBCO bulk superconductor without intermediate grinding step. URL <https://koreascience.kr/article/JAK0201932365651337.page>.
- [78] Akira Murakami, Hiroshi Miyata, Ryota Hashimoto, Kazumune Katagiri, and Akifumi Iwamoto. Evaluations of Mechanical Properties in Dy123 Single-Grain Bulk Superconductors With Low Porosity. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **19**(3):2995–2998, 2009. doi: 10.1109/TASC.2009.2019241.
- [79] Onelab. Onelab: Open numerical engineering laboratory, 2022. Disponible en: <http:https://onelab.info/>, Visitado por última vez 2022-09-11.
- [80] A. Murakami, H. Miyata, R. Hashimoto, K. Katagiri, and A. Iwamoto. Oxygen annealing effect on mechanical properties of Dy123 bulks melt-processed in air. *Physica C: Superconductivity*, **468**(15):1395–1398, 2008. ISSN 0921-4534. doi: <https://doi.org/10.1016/j.physc.2008.05.119>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921453408002712>. Proceedings of the 20th International Symposium on Superconductivity (ISS 2007).