UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
Ingeniería en Sistemas – Optimación financiera

Construcción de Portafolios de Inversión a partir de Medidas Regulatorias de Riesgo en México

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
Iván Alcalá Paz

TUTOR PRINCIPAL
Elio Agustín, Martínez, Miranda, Doctor del Programa de Maestría y Doctorado en el Departamento en Ingeniería de Sistemas

MÉXICO, CD. MX. MAYO 2023

Agradecimientos

Agradezco a:

Índice general

Introducción

El nombre del juego “Portafolios de Inversión”. En matemáticas la mayoría de los problemas se pueden clasificar en dos tipos: los problemas directos e inversos.

Los problemas directos son aquellos donde se conoce la ecuación a resolver y sus parámetros. Además, las condiciones iníciales o restricción sobre las variables que componen la ecuación y se procede de forma directa a resolver con la finalidad de resolver alguna situación. Los problemas inversos parten de la solución de una ecuación e información complementaria y la finalidad de este tipo de problemas es recobrar la ecuación y la información que caracteriza la ecuación que no se haya obtenido de la solución inicial. De forma que la solución original corresponda efectivamente a la ecuación encontrada.

La optimización de portafolios es un problema directo. Es decir, se conoce el conjunto de ecuaciones, las restricciones de las variables o condiciones iníciales y el propósito de resolver las ecuaciones sujetas a condiciones de restricción es maximizar o minimizar el rendimiento-riesgos. El objetivo general es buscar maximizar el rendimiento de un portafolio de inversiones de acciones de empresas mexicanas, minimizando el riesgo a partir del principio de media-varianza de Markowitz (1952) y contrastarlo con una optimización haciendo uso de las medidas regulatorias de riesgo de mercado vigentes a abril del 2022, aplicables a todas las instituciones financieras reguladas y que tiene operaciones en México (Regulaciones[1], 2022).

La hipótesis, es contrastar los modelos de tipo valor en riesgo que las regulaciones mexicanas asignan al tipo de negocio dependiendo la institución y que tienden a sobre valorar la exposición al riesgo de mercado de las instituciones financieras que operan sólo activos del mercado de capitales. Contra un modelo más sencillo, como es la teoría clásica de portafolios expuesta por Markowitz (1952), que se podría adaptar a los modelos de valor en riesgo para las instituciones. Resultando en portafolios más óptimos y con un cumplimentó pleno de la regulación.

En la teoría clásica de portafolios expuesta por Harry Markowitz (en adelante Markowitz) en 1952 se explica la relación de la media y la varianza como el rendimiento y el riesgo asociado a un activo financiero del mercado de capitales o acción. Aunado a ello, aquí se dar las herramientas necesarias para que en contribución al campo de

[1]Se considera la regulación para Bancos, Casas de Bolsa, Fondos de Inversión y prestadores de servicios de inversión, Seguros, Afianzadoras y Fondos especialisados para el retiro.

conococimiento cualquier institución financiera pueda construir su propio portafolio de inversión, usando las métricas de su conveniencia y las que según su regulación le exige y poder contrastar los resultados. En palabras de Ortiz-Ramírez (2019), en la actualidad el dinero y la inversión juega un papel importante en la economía. Por lo que las instituciones que deciden invertir su dinero o el de sus clientes y tengan acceso a las siguientes opciones:

1. Mantener su dinero por su propia cuenta (chequera o cuentas de inversión a la vista), lo cual lo lleva a incurrir en dos costo; de oportunidad y poder adquisitivo (por aumentos de inflación).

2. Llevar sus fondos a una intitución financiera donde crecerán (invertir en otras instituciones prestadoras de servicios de inversión).

3. Tiene la opción de invertir su dinero en el mercado de valores de forma directa.

Se prefiera el punto 3 sobre los otros dos, ya que las comisiones son menores al operar directamente en el mercado de valores y la gestión es más activa. Pero conlleva varios requisitos regulatorios (véase anexos A, B, C y D).

Los riesgos a los que se expone la institución al invertir su dinero en el mercado de valores son: riesgo de mercado (fluctuaciones en los precios), riesgo de crédito emisor (quiebra de la compañía emisora), riesgo operativo (ingresar mal las operaciones o confirmar operaciones erróneas), riesgo tecnológico (que los sistemas fallen o sus conexiones a internet con las plataformas de operación fallen) y riesgo de concentración (que la compañía invierta más en un solo emisor). Aún más, las instituciones se encuentran reguladas por normas que los limitan en cuanto a su giro, la disponibilidad de su dinero o liquidez, régimen de inversión (de acuerdo con su perfil de riesgo) y algo importante límites de exposición al riesgo de mercado.

El riesgo de mercado como veremos en el capítulo 1 (véase sección 1.3), es medido por el valor en riesgo VaR y se encuentra sujeto a límites de operación (véase anexos A, B, C y D). Estos límites de operación, al ser rebasados obligan la institución a tomar los siguientes posibles caminos para rectificar sus límites y mantenerse en cumplimiento regulatorio.

1. Des hacer las operaciones y resarcir las perdidas asociadas.

2. Incrementar sus límites, lo que lleva a pasar la nueva propuesta de incremento de límites a los comités de riesgos, auditoria y los respectivos consejos de administración.

3. Mantener la exposición y el respectivo exceso. Reportando al regulador de forma diaria los motivos por los que se va mantener la posición y el exceso en el que se incurre.

Entonces no es una tarea sencilla mantener operaciones que no van con el régimen de inversión de acuerdo al giro de la institución y al apetito de los inversionistas y clientes. Si una institución, desea tener operaciones en el mercado de capitales debe cumplir con varias normas antes de tener la autorización para poder operar esos vehículos de inversión. Enlistemos algunas normas relevantes.

1. Un sistema capas de capturar, confirmar, liquidar y valorar los activos vehículos de inversión de forma diaria.

2. áreas especializadas capaces de revisar, confirmar, registrar las operaciones, administrar y seguir los riesgos asociados.

3. Tener planes de acción en caso de exceder límites de operación. Y tener los modelos necesarios para medir cuantificar y dar seguimiento diario a los riesgos.

4. Modelos tipo valor en riesgo VaR para cuantificar su riesgo de exposición de mercado.

Esto último nos hace pensar, no importa el modelo que se use para optimizar un portafolio de inversión en institución. Al final, debe cuantificar sus riesgos de acuerdo con los modelos que la regulación exige.

Ahora bien, Markowitz (1952) dio modelos para optimizar un portafolio de riesgo y que este tuviera el mínimo riesgo. Pero este riesgo está dado por una métrica conocida como varianza (véase capítulo 2), que esta distante de parecerse a un modelo de tipo valor en riesgo (véase capítulo 1, sección 1.3). Por lo que a lo largo de los años, se han realizado esfuerzo por usar medidas de riesgo diferentes para optimizar portafolios de inversión y se comparan sus resultados con la métrica de riesgo ÒvarianzaÓ. Algunos trabajos relevantes son: Hogan (1974) optimizo portafolios de inversión usando la semivarianza. Nantell (1979) realizó una comparación analítica entre los portafolios optimizados usando la varianza y la semivarianza propuesta por Hogan (1974). Lewis (1990) uso la semivarianza para optimizar y medir el desempeño de los portafolios. Konno (1991) optimizo portafolio usando la desviación media absoluta, que ya se considera una medida alternativa de riesgo más sofisticada. Estrada (2008) hizo una aproximación heurística de la distribución de los rendimientos y utilizo el método de media-semivarianza para optimizar portafolios. De Jesus (2009) propuso un modelo combinado de varianza y semivarianza para optimizar portafolios de inversión. Por último, Ortiz-Ramírez (2019) realizo un comparativo entre medidas alternativas de riesgo no hecho antes para activos vehículos de inversión en México usando la semivarianza y la desviación media absoluta. Otros autores reconocen a la teoría de juegos como una herramienta para optimizar portafolios de inversión (Bassetti, 1991). Todos los trabajos concluyen que el método expuesto por Markowitz (1952), es muy efectivo.

Como observamos en la literatura, hay bastantes alternativas de optimización pero ninguna ha considerado optimizar una cartera de inversión sujeta a las medidas solicitadas por la regulación y a las cuales cada institución se debe sujetar para cuantificar sus riesgos y en caso de excesos hasta modificar sus portafolios. Nos vamos a enfocar en comparar un portafolio de inversión optimizado usando el método de media-varianza propuesto por Markowitz (1952), contra un portafolio de inversión optimizado usando modelos de tipo valor en riesgo plasmado en las normas vigentes en México al 06/04/2022 y que aplica a todas las instituciones financieras reguladas que operan en México. Los resultados esperados son: notar que los modelos de tipo valor en riesgo si pueden ser usados para la optimización de sus portafolios en las intituciones que operan o planean operar instrumentos vehículos de inversión del mercado de capitales siempre que se selecciones el modelo adecuado.

En México hay cuatro entidades encargadas en regular las operaciones y realizar un monitoreo a las empresas que se dedican a dar servicios financieros con autonomía técnica y facultades ejecutivas sobre el sistema financiero mexicano. Todos son órganos descentralizados de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público. La Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV), es la encargada de supervisar y regular a los prestadores de servicios financieros, intermediarios financieros, operadoras de fondos mutuos de inversión, casas de bolsa e instituciones de crédito. La Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, se encarga de supervisar las operaciones de los sectores asegurador y afianzador. La Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro, es la encargada de regular el sistema de ahorro para el retiro de los trabajadores. El Banco de México, es el órgano encargado de la autorización y sancionar a intermediarios financieros y autoriza todos los intrumentos vehículos de inversión que operan los intermediarios financieros.

Para ser consistentes con el trabajo de Markowitz (1952), se van a considerar sólo inversiones en instrumentos vehículos de inversión del mercado de capitales listados para su operación en México (para mayor detalle véase el capítulo 1) . Y sólo se va considerar el riesgo de mercado y las normas vigentes al 06/04/2022 que aplican a este riesgo para cada institución financiera regulada en México.

Los capítulos se encuentran en el siguiente orden de exposición.

Capítulo 1, encontramos los conceptos e importancia de los riesgos en las finanzas. Las medidas para cuantificar los riesgos y la definición del riesgo de mercado. Adicional, encontramos la historia de las normas en la regulación en términos de riesgo de mercado y un cuadro resumen de las normas vigentes al 06/04/2022 que aplican entidad regulatoria. Así como, los modelos de valor en riesgo y los parámetros que vamos usar para optimizar un portafolio de inversión.

Capítulo 2, expone toda la teoría necesaria para entender cómo se construye un portafolio óptimo de inversión de acuerdo con el método de media-varianza de Markowitz (1952) y los supuestos que se deben cumplir para poder aplicar el método.

capítulo 3, veremos un breve resumen de cómo opera el mercado de valores en México y la selección de activos vehículos de inversión del mercado de capitales de México. Considerando la liquidez, bursatilidad y nivel de capitalización. Basado en el trabajo de Ortiz-Ramírez (2019).

Capítulo 4, se encuentra enfocado en aplicar el método de media-varianza de Markowitz (1952) para optimizar un portafolio de inversión, (método expuesto en el capítulo 2) sobre los activos seleccionados en el capítulo 3. Y se va optimizar el portafolio con los mismos activos seleccionados en el capítulo 3, usando la herramienta matemática Mathlab ®en su versión $R2022b$ y usando el modulo Optimization Toolbox™, corriendo un modelo de valor en riesgo histórico sujeto a la regulación vigente al 06/04/2022 que aplican a todas las instituciones financieras reguladas en México (con los parámetros expuestos en el capítulo 1).

Capítulo 5, resume y contrasta los resultados obtenidos del capítulo 4 haciendo una comparación entre los portafolios de inversión encontrados usando dos medidas de riesgo diferentes para optimizar. Se entregan conclusiones y algunos comentarios a manera de recomendación, que auxilian a las instituciones o interesados en cambiar sus modelos de valor en riesgo y que sigan cumpliendo con la regulación que le corresponde y que está vigente al 06/04/2022 que aplican a todas las instituciones financieras reguladas en México.

Anexos A, B, C y D, tiene un extracto de las normas vigente al 06/04/2022 que aplican a todas las instituciones financieras reguladas en México en temas de riesgo de mercado y como cuantificarlo.

Anexo E, contiene el código usado para obtener un portafolio optimo de los modelos de valor en riesgo y que se ejecuto en el programa matemático Mathlab ®en su versión $R2022b$ y usando el modulo Optimization Toolbox™.

Capítulo 1

Conceptos de riesgos y medidas regulatorias en México

Este capítulo expone los conceptos para entender que es una medida coherente de riesgo, que es el riesgo de mercado, las medidas de riesgo que usaremos para la construcción de portafolios de inversión.

En la teoría de probabilidad se entiende por medir un riesgo como la posibilidad de determinar la ocurrencia o no ocurrencia de un evento riesgoso. Para entender mas este trabajo y facilitar la lectura, no se usara notación formal de probabilidad (solo si es necesario). Y los conjuntos sobre los cuales se determinan o actúan las funciones para medir el riesgo, no serán conjuntos abstractos si no portafolios de inversión (conjuntos de activos del mercado financiero).

1.1. Concepto de riesgo en las finanzas

La administración de riesgos en las finanzas de acuerdo con los autores Carol (2008), Glasserman (1999) y Hull (2018), es de suma importancia y ha mostrado una evolución aunque es un tanto nueva en el sector financiero. Iniciamos con el riesgo como una medida reactiva a los peores acontecimientos de las instituciones financieras. Es decir, después de que algunos bancos; instituciones gubernamentales y fondos de inversión quebraran en los años 90, se decidió incluir en las regulaciones métodos para cuantificar los riesgos asociados a las exposiciones que tienen las instituciones en sus inversiones en los mercados. Durante el mismo periodo, se adoptaron principios de sanas prácticas y se decidió quitar a las aéreas de operaciones de mercado las tareas de confirmaciones, registros contables y liquidación de sus propias operaciones, actividades que sucedían hasta la quiebra de uno de los bancos más antiguos de Inglaterra por un operador que manipulaba sus propios registros. Dando paso al inicio del manejo de los riesgos operativos de las compañías y una nueva cultura de riesgo. Durante la primera década del 2000, vimos como los bancos de inversión en norte América adoptaron un modelo de crédito más agresivo que el modelo tradicional de colocar créditos y mantenerlos. En su afán de obtener utilidades de corto plazo se saturó el mercado con bonos sujetos a cartera de crédito o títulos bursátiles de carteras de crédito para colocar más créditos, mismos que se volvían a empaquetar en estos títulos de obligaciones bursátiles y se volvían a vender. Estos títulos no estaban valuados de forma correcta, ya que con el ciclo de colocar-vender se dejo de prestar atención a la calidad del crédito y los mismos administradores no sabían cómo valorar sus activos ni la exposición a la que estaban expuestos al comprar este tipo de activos, esta burbuja llevo a la crisis de 2008 conocida como la crisis financiera o Subprime (nombre que recibieron estos instrumentos empaquetados de créditos). Este fue el parte aguas para la administración de riesgos en la finanzas, a partir de aquí la regulación pidió tener un área independiente, especializada y capaz de administrar todos los riesgos a los que se encuentra expuesta la institución. Ya en la actualidad estas unidades especializadas acompañan a las áreas de negocio en las tomas de decisiones, manejando el apetito de riesgo de acuerdo a las metas y siempre en busca de permear en toda la institución una mejor cultura del riesgo.

1.2. Medidas coherentes de riesgo

En esta sección encontramos los conceptos generales de la teoría de riesgos financieros que se pueden encontrar en libros de texto de riesgos financieros y artículos especializados en medidas de riesgos financieros (véase Carol (2008), Jorion (2001), Ortiz-Ramírez (2019) y Venegas (2005)).

Definición 1.2.1. Una función ρ es una medida coherente de riesgos si cumple las siguientes propiedades:

1. Monotonía. Si A y B son dos portafolios tales que $A \leq B$, entonces
$$\rho(A) \geq \rho(B). \tag{1.1}$$
Es decir, si el portafolio A siempre tiene peores resultados que el portafolio B, el portafolio A tiene un riesgo mayor al portafolio B.

2. Traslación. Si A es un portafolio y $\alpha \in \mathbb{R}$ (un número real), entonces
$$\rho(A + \alpha) = \rho(A) - \alpha. \tag{1.2}$$
Lo que significa que si un inversionista con un portafolio A incrementa o disminuye su inversión en α cantidad de dinero o valores libres de riesgo de corto plazo (considerados casi como dinero) su riesgos disminuye o aumenta respectivamente en la cantidad α.

3. Homogeneidad. Si $\alpha \geq 0$ y A un portafolio, se tiene que
$$\rho(\alpha A) = \alpha\rho(A). \tag{1.3}$$

Esta propiedad establece que el tamaño de un portafolio impacta en el riesgo. Ya que no es lo mismo invertir en un solo título de un activo vehículo de inversión que invertir en n títulos del mismo activo vehículo de inversión.

4. Subaditividad. Si A y B son dos portafolios, se tiene que

$$\rho(A+B) \leq \rho(A) + \rho(B). \tag{1.4}$$

Lo que significa que para cuales quiera dos portafolios, el riesgo del portafolio conjunto (suma de portafolios) es menor o igual a la suma de riesgos de los portafolios individuales (propiedad de diversificación).

Ahora, de la definición 1.2.1 se pueden demostrar más propiedades útiles de las medidas coherentes de riesgos y que desmostraremos a continuación.

Teorema 1.2.1. *Una función coherente de riesgos ρ cumple lo siguiente*

1. *La función ρ es convexa.*
2. *Para todo $\alpha \in \mathbb{R}$ y A un portafolio,*
   - $\rho(\alpha) = -\alpha$.
   - $\rho(A + \rho(A + \rho(A)))) = \rho(A)$.
   - *Si $\alpha > 0$, entonces $\rho(A+\alpha) \leq \rho(A) + \alpha$, mientras que si $\alpha < 0$ tenemos que $\rho(A+\alpha) \geq \rho(A) + \alpha$.*
   - *Si $\alpha > 0$, entonces $\rho(A+\alpha) \leq \rho(A) \leq \rho(A-\alpha)$.*

Demostración. Sean A, B dos portafolios de inversión, ρ una medida de riesgos y $\alpha \in \mathbb{R}$.

1. Considemos $\alpha \in [0,1]$. Una función f es convexa si y solo si

$$f(\alpha A + (1-\alpha)B) \leq \alpha f(A) + (1-\alpha) f(B). \tag{1.5}$$

Usemos las propiedades de la función ρ de las ecuaciones 1.3 y 1.4.

$$\rho(\alpha A + (1-\alpha)B) \leq \rho(\alpha A) + \rho((1-\alpha)B) = \alpha\rho(A) + (1-\alpha)\rho(B).$$

La primer desigualdad en la ecuación anterior es por la propiedad de subaditividad, expuesta en la definición 1.2.1, en particular la ecuación 1.4. Después usando la propiedad de homogeneidad de la definición antes citada y expuesta en la ecuación 1.3, ya que $\alpha \in [0,1]$ por definición, desmuestra que la función f es convexa.

Nótese que de la propiedad de convexidad de la función f, se sigue que la función f es continua. Ya que pequeños cambios en los portafolios de inversión llevan a pequeños cambios en la función f (véase Venegas (2005)).

2. Sea $\alpha \in \mathbb{R}$, ρ una medida de riesgos y A un portafolio.

   - $0 = \rho(0) = \rho(\alpha - \alpha)$ utilizando la definición 1.2.1 en particular la ecuación 1.2, tenemos que $0 = \rho(\alpha - \alpha) = \rho(\alpha) + \alpha$. Despejando obtenemos $\rho(\alpha) = -\alpha$.
   - Nuevamente utilizando la definición 1.2.1 en particular la ecuación 1.2, tenemos que

   $$\rho(A + \rho(A + \rho(A)))) = \rho(A) - \rho(A + \rho(A)) = \rho(A) - \rho(A) + \rho(A) = \rho(A).$$

   - Considere $\alpha > 0$ y utilizando la propiedad de traslacion de la definición 1.2.1 vista en la ecuación 1.2, tenemos que $\rho(A + \alpha) = \rho(A) - \alpha \leq \rho(A) + \alpha$. Ahora, sea $\alpha < 0$, utilizando las propiedades antes citadas y lo demostrado anteriormente, $\rho(A + \alpha) = \rho(A) - \alpha \geq \rho(A) + \alpha$. Esta última desigualdad se debe a que, restar un número negativo lo hace positivo.
   - De las propiedades usadas en la desmostración del punto anterior para $\alpha > 0$, tenemos que

   $$\rho(A + \alpha) = \rho(A) - \alpha \leq \rho(A) \leq \rho(A) + \alpha = \rho(A) - (-\alpha) = \rho(A - \alpha).$$

   Este último resultado nos indica que un depósito de vehículos de inversión libres de riesgo o considerados efectivo (bonos gubernamentales de muy corto plazo, reportos a un día, dinero físico en cuentas de cheques con disposición inmediata) disminuyen el riesgo de un portafolio y un retiro de estos mismos vehículos de inversion aumentan el riesgo. En palabras de Venegas (2005), un depósito en un banco reduce el riesgo y un adeudo lo incrementa.

$\square$

1.3. Riesgo de mercado

Ya hablamos sobre riesgos en las finanzas y cuáles deberían ser los supuestos que debe cumplir de una funcíon para ser una medida coherente de riesgos en particular para riesgo de mercado, Ahora, definamos que es el riesgo de mercado de acuerdo con Carol (2008). El riesgo de mercado y su administración varia entre tipos de negocios, es decir, la forma de percibir y administrar el riesgo de mercado difiere entre empresas no financieras, aseguradoras, bancos, fondos mutuos de inversión y fondos de inversión especializados para el retiro. Ya que cada institución tiene su propia regulación en materia de riesgos de mercado, así como sus propios perfiles de riesgo, apetitos al riesgo, horizontes de inversión, necesidades de liquidez y en algunos casos un régimen de inversión estricto. En los anexos A, B, C y D, se trata a detalle las regulación vigente, al momento de realizar la investigación, en temas de riesgos de mercado en México. De donde la CNBV[1] regula las operaciones de bancos, casas de bolsa, fondos mutuos de inversión y prestadores de servicios financieros; CNSF[2] regula las operaciones de las aseguradoras y afianzadoras; CONSAR[3] regula las sociedades operadoras de los fondos especializados para el retiro AFORES; y Banxico[4] que entre muchas de sus actividades de regulación verifica la correcta operación con instrumentos de derivados financieros. Como observamos en los anexos A, B y D, las intituciones reguladoras en México obligan a las instituciones financieras a administrar, medir y reportar de manera periódica su riesgo de mercado y la mayoría de las instituciones bajo estas regulaciones utiliza el VaR (medida que será detallada adelante en este capítulo).

De Carol (2008), CNBV op. Cit. (2022) y Jorion (2001), obtenemos la siguiente definición.

Definición 1.3.1. Se define el riesgo de mercado como la perdida potencial del valor de los activos vehículos de inversión de una canasta o portafolio de inversión, derivado de los movimientos en el valor de los mismos activos vehículos de inversión en condiciones normales de mercado y dado un horizonte de tiempo y un nivel de confianza. Más aun las operaciones pueden ser activas o pasivas y los factores de riesgo considerados para su computo son: tipos de cambio, tasas de interés, índices de precios, acciones, metales preciosos y otros activos considerados materias primas comerciadas como activos financieros y sus derivados.

Ahora que sabemos que es el riesgo de mercado y cuales son sus componentes, la pregunta a resolver es ¿Cómo medir el riesgo de mercado? Existen diversos modelos en la literatura y en la practica para cuantificar o medir el riesgo de mercado. Algunas consideras estándar y otras alternativas. En esta sección veremos la forma estándar utilizada de forma cotidiana entre instituciones financieras y que esta dentro del agregado de los acuerdos de Basilea I y que de acuerdo con el cuadro 1.1 "Resumen de los eventos más importantes en materia de riesgos" se plasmado por primera vez en 1996 por J. P. Morgan en su documento RiskMetrics. Y todas las intituciones a nivel mundial que se integren a los acuerdos de Basilea deben cumplir. Considerando Carol (2008), CNBV op. Cit. (2022), Glasserman (1999) y Jorion (2001), obtenemos la siguiente definción.

Definición 1.3.2. El valor en riesgo en adelante VaR, mide la perdida esperada dado un horizonte de tiempo[5] en condiciones normales de mercado, dado un nivel de confianza[6].

[1]Comisión Nacional Bancaria y de Valores.

[2]Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.

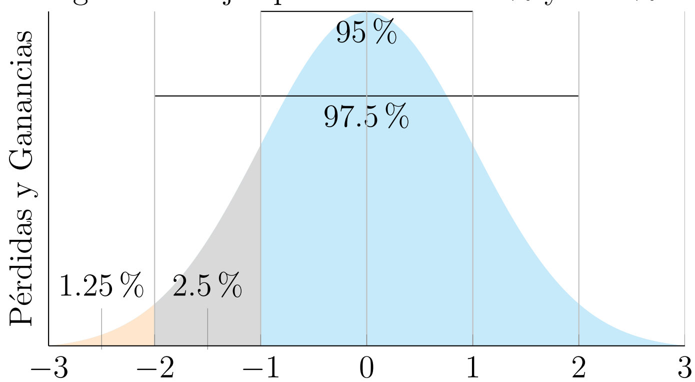
[3]Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro.

[4]Banco de México.

[5]El horizonte de tiempo, es a cuánto tiempo se hace la predicción y pueder ser a 1 día, 1 semana, 1 mes, 1 año, etc.

[6]En estadística se define el nivel de confianza como la probabilidad de que el parámetro o cifra a estimar se encuentre en el intervalo de confianza.

Figura 1.1: Ejemplo de VaR al 95 % y 97.5 %



Fuente: Elaboración Propia

El VaR como vemos es una medida de las posibles pérdidas ante cambios en las condiciones de los mercados que se puede utilizar para todos los instrumentos vehículos de inversión o portafolios y que considera todos los factores de riesgo de mercado. Suponiendo que la distribución de pérdidas y ganancias de un instrumento vehículo de inversión o portafolio sigue una distribución normal estándar, el VaR se vería como en la siguiente gráfica.

De la gráfica anterior la cola del lado derecho de la distribución representa las ganancias y la cola del lado izquierdo las pérdidas. Vamos marcado en color naranja el VaR para un nivel de confianza del 97.5 % y en color morado el VaR para un nivel de confianza del 95 % para algún horizonte de tiempo.

Para entender la definición 1.3.2, procedamos con un par de ejemplo sencillo.

Ejemplo 1.3.1. Supongamos que una institutción financiera tiene portafolio de inversión con un VaR semanal a un nivel de confianza del 95 % de 10 millones de pesos, esto implica que en condiciones normales de mercado existe un 5 % de probabilidad de que el portafolio de inversión pierda más de 10 millones de pesos durante la siguiente semana.

Ejemplo 1.3.2. Suponga que un fondo mutuo de inversión tiene un VaR diario con un nivel de confianza de 97.5 % del 5 % del valor del portafolio de inversión, lo que significa que en condiciones normales de mercado existe una probabilidad del 2.5 % de tener perdidas mayores al 5 % del valor del portafolio de inversión.

Se muestra a continución una de las propiedades adicionales del VaR como medida de riesgo.

Propiedades 1.3.1. *El VaR calculado en un horizonte de tiempo de un día con algún nivel de confianza "X", $VaR(1, X)$, se puede llevar a cualquier horizonte de tiempo "T" e inversamente el VaR calculado a cualquier horizonte de tiempo "T" con el mismo nivel de confianza "X", $VaR(T, X)$, se puede llevar al $VaR(1, X)$, que es el*

VaR con el horizonte de tiempo de un día con nivel de confianza "X". Mediante las fórmulas:

$$VaR(T,X) = VaR(1,X) * \sqrt{T},$$
$$VaR(1,X) = VaR(T,X)/\sqrt{T}.$$

La propiedad 1.3.1, aplica a todas las medidas de riesgo que tengan algún horizonte de tiempo definido "t" y se desean expresar en un horizonte de tiempo diferente "T" (puede ser mayor o menor el horizonte de tiempo y aplica igual a la varianza y desviación estándar).

A continuación se dará una breve definición de los modelos para estimar el VaR de acuerdo con Carol (2008) y Jorion (2001). No se dará mayor detalle de los cálculos del modelo de simulación Montecarlo, ya que escapan del alcance de este trabajo de investigación y para fines del mismo, se utilizará un modelo de simulación histórico.

Definición 1.3.3. Los tipos de simulación que se utilizan para calcular el VaR dependen del nivel de confianza "X", el horizonte de tiempo "T" y son:

- Historica: Este modelo de simulación utiliza los "n" datos más recientes de cada uno de los factores de riesgo para la generación de los escenarios. Supone que la historia reciente se puede repetir. Con base de los "n" factores de riesgo se estiman Δ, el cambio en el precio del activo, y se revalúa "$n-1$" escenarios. Después se resta al escenario simulado el valor del portafolio con los factores de riesgo del día (precios originales al día).

- Paramétrico: Este modelo depende del valor promedio de los rendimientos históricos de los activos y de la desviación estándar de los rendimientos y supone que el comportamiento de los rendimientos sigue alguna función de distribución de probabilidad en general se considera la distribución normal. El cálculo esta dato por las ecuaciones:
$$\mu_p + \sigma_p U. \tag{1.6}$$
Donde $\mu_p = \sum \Delta_i \mu_i$ valor esperado o media del portafolio, $\sigma_p^2 = \sum\sum \varrho_{ij}\Delta_i\sigma_i\Delta_j\sigma_j$ varianza del portafolio[7], U es el punto de la distribución que tiene probabilidad "X" de ser excedida, Δ es el cambio en el precio del activo y ϱ es el índice de correlación.

- Montecarlo: Este método de simulación supone que los factores de riesgo siguen una distribución normal multivariable y de forma esquemática sigue el algoritmo:

    1. Valuar el portafolio con los factores de riesgo del día.

[7]Los conceptos de media y varianza serán explicados de forma más detallada en las próximas secciones de este capítulo.

2. Se simulan cambios Δ en los factores de riesgo considerando la histoia y que los factores de riesgo siguen una distribución normal multivariable, así como la media, varianza y correlación de los factores.
3. Se aplican los cambios Δ a los factores de riesgo del día, generando un nuevo conjunto de factores de riesgo.
4. Valuar el portafolio con el conjunto de factores de riesgo obtenidos en el paso 3.
5. Se resta el valor obtenido del portafolio del paso 4 con el valor del paso 1 con el fin de obtener la perdida o ganacia.
6. Se repiten los pasos en orden del $2-5$, hasta tener una cantidad grande de perdidas y ganancias.
7. Se ordenan de menor a mayor los valor obtenidos en el paso 6 y se calcula un percentil de acuerdo con el nivel de confianza y la cantidad de escenarios simulados.

Ahora, definamos: el cambio en los precios Δ; "n"; el horizonte de tiempo y nivel de confianza, que usaremos para los cálculos del modelo de simulación histórico sobre los activos vehículos de inversión conocidos como acciones o mercado de capitales.

Definición 1.3.4. El factor de riesgo de mercado asociado a un vehículos de inversión del mercado de capitales en adelante acción es el precio en si mismo y sus cambios Δ se definen como:

$$\Delta_{t,i} = \ln\left(\frac{P_{t,i}}{P_{t,i-1}}\right). \tag{1.7}$$

Donde $\Delta_{t,i}$ es el rendimiento "i" del factor de riesgo "t" y $P_{t,i}$ es el precio de la acción "t" en el escenario "i". Y "ln" es la función logaritmo natural.

Definición 1.3.5. De acuerdo con la definición 1.3.3 del VaR histórico, se contruyen los "$n-1$" de cada una de las acciones, con base en los rendimientos históricos de la ecuación 1.7 y el escenario base a la fecha de valuación de acuerdo con la siguiente expresión:

$$SP_{t,i} = P_{0,i} * e^{(\Delta_{t,i})}. \tag{1.8}$$

Donde $SP_{t,i}$ es el escenario simulado "i" del factor de riesgo "t" y $P_{0,i}$ es el precio de la acción "t" en el escenario base al día de valuación. Y "e" la función exponencial.

Definición 1.3.6. Se van a utilizar para simular escenarios, 1 año de historia de acciones locales del año 2019[8] que pertenecen al índice X (253 días), lo que resulta en

[8]Se escogió este periodo de datos, ya que es la historia más reciente disponible y que no entra en conflicto con la definición 1.3.2, que nos indica que el modelo VaR funciona de forma correcta en condiciones normales de mercado. Desde marzo del 2020 y hasta septiembre del 2022 seguimos viendo movimientos atípicos en el mercado por la pandemia, guerra, inflación y otros movimientos que no obedecen a condiciones normales de mercado.

$n = 252$ (252 rendimientos), un horizonte de tiempo de 1 día y un nivel de confianza del 95 %.

La definición 1.3.6, cumple por completo con todas las regulaciones vigentes al momento de realizar el trabajo de investigación de los anexos A, B, C y D en materia de riesgos de mercado.

De acuerdo con la gráfica 1.1 el nivel de confianza de 97.5 %, nos lleva analizar el 1.25 % de los escenarios de la cola de lado izquierdo (lado de pérdidas) de la distribución de las pérdidas y ganancias. Esto ya que al considerar pérdidas y ganancias ordenadas tenemos dos colas en la distrbución que representan el 2.5 % de la distribución total. Pero considerando una distribución simétrica la cola que solo contiene a las pérdidas es el 1.25 % o $\frac{2.5\,\%}{2}$.

1.4. Medidas Regulatorias de Riesgo de Mercado en México

En esta sección encontramos un poco de historia sobre como regulación y los principales conceptos del riesgo de mercado en la misma. Con el fin de entender cuáles son los principios que emplea la regulación Mexicana en la actualidad.

Como es sabido desde los años $70 - 80$ con la publicación de los artículos Merton (1973a) y Merton (1973b) para valuar el precio de opciones financieras y otros tipos de derivados financieros, hubo un crecimiento exponencial en los mercados OTC (Over the Counter) que consisten en operar entre instituciones de forma directa sin la necesidad de un mercado o intermediarios. Y de acuerdo con Glasserman (1999), las intituciones hasta mediados los años 90 no tenían una gestión de riesgos adecuada para la complejidad de sus operaciones, mas aun no contaban con una solida cultura de riesgos. Lo que llevo a quiebras, fraudes y perdidas que resultaron en grandes cambios regulatorios para medir y mejorar la gestión de riesgos.

El siguiente cuadro 1.1 “Resumen de los eventos más importantes en materia de riesgos”, resume los eventos más importantes en materia de riesgos en particular de riesgo de mercado.

Cuadro 1.1: Resumen de los eventos más importantes en materia de riesgos

Año	Evento
1988	Acuerdos de Basilea (Basilea I), reformas bancarias enfocadas en riesgo de crédito
1994	Tesorería del condado de Orange County tiene perdidas por operaciones con derivados
1995	Barings Bank quiebra por malos manejos de operaciones con derivados en Asia
1996	J.P. Morgan publica su metodología de valor en riesgo (RiskMetrics)
1997	Inclusión del riesgo de mercado en los acuerdos de Basilea I
1998	Quiebra del fondo de cobertura Long Term Capital Management
2004	Acuerdos de Basilea II (Riesgo Operacional)
2009	México se integra a los Acuerdos de Basilea
2010	Acuerdos de Basilea III (Riesgo de Liquidez)

Fuente: Elaboración propia con datos de CNBV op. Cit. (2022) y Glasserman (1999).

Con la inclusión de México en 2009 por el Ex gobernador del Banco de México Agustín Carstens, las regulaciones locales han buscado adaptar los acuerdos del comité de Basillea. Logran así que México se encuentre a la vanguardia en temas de regulación internacional hasta el año en curso 2022. En temas de riesgo de mercado y de acuerdo con los anexos A, B, C y D. Los reguladores están de acuerdo con usar modelos tipo valor en riesgo, VaR, para cuantificar la exposición al riesgo de mercado. También, coinciden en dar a las instituciones financieras la libertad de escoger el tipo de modelo de VaR (véase la definición 1.3.3) con el que gestionara su exposición al riesgo de mercado. En el caso particular de la CONSAR[9], se deben calcular todos los modelos de VaR de la defición 1.3.3.La periodicidad para cuantificar y reportar[10] el riesgo de mercado es diaria, con la excepción de la CNSF[11] que exige reportar al menos trimestralmente. Además, el horizonte, el nivel de confianza y el periodo de historia para simular no tienen restricción. Pero la CNBV[12] en su normativa aplicable a los fondos de inversión (véase anexoA, sección A.3), estipula que los fondo mutuo de inversión deben usar un nivel de confianza del 95 %, en un horizonte de un día y con un mínimo de datos para el modelo de simulación de VaR que elijan de al menos un año o 252 datos mínimo. Dichos modelos, parámetros, límites y detalles se deben plasmar en los manuales de riesgos y deben ser aprobados o ratificados al menos una vez al año.

Las normas aplicables a todas las instituciones en materia de modelos de riesgo de mercado nos dan la razón por la que escogimos el modelo y los parámetros del VaR

[9] Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro.

[10] Todos los reguladores coinciden que las áreas a las que se les debe enviar un reporte de exposición, límites y consumo detallado al riesgos de mercado son: Tesorería, Normatividad, Auditoria, Riesgos, Comité de riesgos, Consejo de administración, Dirección General y Contabilidad.

[11] Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.

[12] Comisión Nacional Bancaria y de Valores

de la definición 1.3.6 para el desarrollo de este trabajo. Y que cumple con todas las normas aplicables vistas en el párrafo anterior y se detallan en los anexos A, B, C y D.

Ya hicimos un resumen de cuales las medidas de riesgo de mercado que esperan las autoridades regulatorias en México de las instituciones financieras y nos preguntamos ¿Hay modelos diferentes al VaR en la regulación?

De acuerdo con Carol (2008) y Jorion (2001), el VaR es motivo de discusión, ya que existen varios ejemplos académicos donde la propiedad de la definición 1.2.1 descrita por la ecuación 1.4, la subadivitidad no se cumple. Adicional, en los ejemplos vistos en el parrafo anterior el VaR no es un gran indicador para cuantificar que tanto riesgo hay en la cola de las perdidas. Motivos por los cuales algunos órganos reguladores en México como la CONSAR [13] han buscado medidas alternativas al VaR, que sean medidas coherentes de riesgo y que permitan cuantificar de forma correcta la cola de perdidas. Existe una medida conocida como VaR condicional en adelante CVaR, también llamada ES o Expected Shortfall (se detallara la definición y el modelo en la sección 1.5) por sus siglas en ingles, y que se define como el promedio de los escenarios en la cola de perdida que exceden el VaR. Es decir, el CVaR se enfoca en la cola de la distribución de pérdidas que exceden el VaR y cumple con las propiedades de la definición 1.2.1 y la propiedad 1.3.1 y de acuerdo con el anexo C las sociedades especializadas en operaciones del ahorro para el retiro deben cumplir de los modelos de VaR de la definición 1.3.3.

1.5. Medidas alternativas de Riesgo de Mercado en México

De acuerdo con el cuadro 1.1 "Resumen de los eventos más importantes en materia de riesgos", no fue hasta los años 90 cuando se empezó a tener un interés internacional por administrar, cuantificar y regular el riesgo de mercado usando el VaR. Lo que nos lleva a preguntar ¿Hay medidas alternativas al VaR?. Para responder la pregunta, en esta sección, veremos las medidas alternativas al VaR para poder estimar el riesgo de mercado en la regulación Mexicana.

Los principales artículos que hablan sobre la administración del riesgo de mercado por tipo de institución (véase los anexos A, B, C y D) coinciden que deben tener modelos tipo valor en riesgo VaR para llevar su gestión. Pero el anexo C de CONSAR nos indica que además del cálculo del VaR, hay que calcular dos modelos adicional: el Expected Shorfall o valor en riesgo condicional CVaR y, en el caso de los fondos especializados para el retiro que tiene la autorización de CONSAR y cumplen con los 31 puntos de Banxico para operar instrumentos financieros derivados, deben calcular el diferencial de CVaR.

[13] Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro.

CONSAR no específica cómo debe ser calculado el CVaR, al igual que da la libertad de calcular el VaR con los parámetros que más se ajusten al perfil y apetito de cada institución siempre con apego al régimen de inversión autorizado. En cuanto al diferencial de CVaR, evidentemente depende del cálculo del CVaR y es una la diferencia del CVaR calculado para el portafolio sin derivados y se resta el CVaR del portafolio de derivados. Ahora veremos la definición del CVaR de acuerdo con Carol (2008), Hull (2018) y Jorion (2001). Es evidente que la definición del CVaR está relacionada con el modelo de VaR (véase la definición 1.3.2).

Definición 1.5.1. El valor en riesgo condicional en adelante CVaR, mide la perdida esperada que excede al VaR dado un horizonte de tiempo T y un nivel de confianza X. Es decir, es el promedio de las pérdidas que exceden al $VaR(T,X)$[14].

$$CVaR_{VaR(T,X)} = \mathbb{E}\left[DP_T | DP_T > VaR(T,X)\right]. \tag{1.9}$$

Donde DP_T es la distribución de pérdidas y ganancias ordenadas de menor a mayor, dado un horizonte de tiempo T, y el $VaR(T,X)$ como en la propiedad 1.3.1 y $\mathbb{E}[\cdot]$ es la función conocida como la esperanza matemática que nos indica la media o el valor promedio de una distribución.

Se desprende de la definición 1.5.1 que el CVaR cumple con todas las propiedades de una medida coherente de riesgos de acuerdo con la definición 1.2.1 y el teorema 1.2.1. Ya que, el CVaR es una esperanza[15] o promedio. Por otro lado, el diferencial de CVaR no es de importancia para nuestro trabajo de investigación. Los portafolios de este trabajo solo contienen acciones en directo y nada de operaciones con derivados financieros. Ahora, veamos algunos ejemplos para entender el CVaR.

Ejemplo 1.5.1. Supongamos una inversión de 1 millón en el activo A y 500 mil en el activo B con una volatilidad diaria de $3\,\%$ y $5\,\%$ respectivamente. y un coeficiente de correlacion de 0.75, con un nivel de confianza del $95\,\%$. Calcule el VaR y CVaR. El valor del portafolio es de 1.5 millones y los pesos de los activos son: $W_A = 1/1.5 = 66\,\%$ y $W_B = 0.5/1.5 = 34\,\%$. La volatilidad del portafolio es:

$$\begin{aligned}\sigma_p &= \sqrt{(\sigma_A W_A)^2 + (\sigma_B W_B)^2 + 2\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B W_A W_B} \\ &= \sqrt{(3\,\% * 66\,\%)^2 + (5\,\% * 34\,\%)^2 + 2 * 0.75 * 3\,\% * 66\,\% * 5\,\% * 34\,\%} = 3.44\,\%.\end{aligned}$$

El valor de la función normal estándar inversa para el $95\,\%$ de confianza es igual $N^{-1}(95\,\%) = 1.64$. Por lo tanto el VaR expresado en valor absoluto resultante es:

$$\begin{aligned}VaR_p &= VM * N^{-1}(\alpha) * \sigma_p \\ &= 1.5 * 1.64 * 3.44\,\% = 0.085.\end{aligned}$$

[14] Véase la definición 1.3.2.

[15] En la teoría de probabilidad la función esperanza o la esperanza matemática se calcula como el promedio ponderado de las probabilidades de los eventos por sus valores (o el promedio aritmético simple) y cumple la propiedad de linealidad que en este trabajo conocemos como la subaditividad.

Ahora, el calculamos el CVaR como sigue:

$$
\begin{aligned}
CVaR_p &= VM * \sigma_p * \frac{e^{-N^{-1}(\alpha)/2}}{(1-\alpha)\sqrt{2\pi}} \\
&= 1.5 * 3.44\,\% * \frac{e^{-1.64/2}}{(1-0.95)\sqrt{2\pi}} = 0.18.
\end{aligned}
$$

Este ejemplo sólo aplica para el modelo de estimación de VaR paramétrico de la definición 1.3.3.

Ejemplo 1.5.2. Considere el cuadro 1.2 "Resumen de los escenarios de pérdidas y ganancias", que muestra las perdidas y ganancias ordenadas del peor escenario de pérdida al mejor escenario, para un VaR con un nivel de confianza del 99 % con 500 escenarios en un horizonte de tiempo a un día.

Cuadro 1.2: Resumen de los escenarios de pérdidas y ganancias

Escenario	Pérdidas en Millones
198	-205
94	-203
19	-201
499	-199
397	-196
299	-191
204	-190
⋮	⋮

Fuente: Elaboración propia

Usando el cuadro 1.2 "Resumen de los escenarios de pérdidas y ganancias", que contiene 500 escenarios ordenados y el nivel de confianza del 99 %, tenemos que el VaR es igual al escenario 397[16] que representa una perdida de 196 millones. Por lo tanto el CVaR es:

$$
CVaR = \frac{(-205)+(-203)+(-201)+(-199)+(-196)}{5} = 200.8.
$$

Este ejemplo aplica para los modelos de simulación histórico y MonteCarlo de la definición 1.3.3.

El cuadro 1.3 "Resumen de las regulaciones", presenta un resumen de los puntos que deben cumplir cada una de las entidades financieras en temas de riesgos de mercado. Según la regulación vigente al 06/04/2022 (véase anexos A, B, C y D).

[16] Se obtiene el escenario usando la formula $(1-X)*500 = (1-0.99)*500 = 5$, es decir, el VaR es el quinto peor escenario.

Cuadro 1.3: Resumen de las regulaciones

Normas/*Institución*	Bancos	Casas de Bolsa	Fondos de inversión	Seg. y Afi.	Siefores
Modelos tipo VaR	Si	Si	Si	Si	Si
Tipo de simulación	Elección interna	Elección interna	Historica	Elección interna	Todas
Horizonte	Elección interna	Elección interna	1 día	Elección interna	Mixto
Nivel de confianza	Elección interna	Elección interna	95 %	Elección interna	Mixto
Periodicidad de reporte	Diaria	Diaria	Diaria	Trimestral mínimo	Diaria
Modelos alternativos	No	No	No	No	Si

Fuente: Elaboración propia con datos de los anexos A, B, C y D

De acuerdo con el cuadro 1.3 "Resumen de las regulaciones", vemos una gestión en temas de riesgo de mercado más tranquila para las instituciones de seguros y fianzas. En contraste, vemos una gestión muy estricta para los fondos de pensión especializados en el retiro (Siefore). Ya que debe calcular todos los tipos de VaR por simulación[17], tiene horizontes de elección mixta[18], tiene niveles de confianza mixtos[19] y debe tener modelos alternativos de VaR[20].

En este capítulo repasamos la importancia de los riesgos en las finanzas, vimos algo de historia relacionada con las medidas de riesgo y su definición, también las definiciones de riesgo de mercado y como es que es el riesgo mercado puede ser cuantificado mediante herramientas estadísticas en particular el valor en riesgo VaR. En los anexos A, B, C y D, se presentó un extracto de las normas aplicables a todas las entidades que ofrecen servicios financieras regulados en México (véase cuadro 1.3 "Resumen de las regulaciones"), los modelos y la manera en que se debe cuantificar de forma periódica la exposición al riesgo de mercado (usando modelos tipo VaR). Además, en la definición 1.3.6 se considera un modelo específico de VaR para medir el riesgo de mercado que cumple con las normas aplicables en los anexos (véase los anexos A, B, C y D) para las entidades que ofrecen servicios financieros regulados en México. El modelo de VaR será usado más adelante para cuantificar y comparar el riesgo de un portafolio de inversión bajo la teoría moderna de portafolios de Markowitz.

[17] Los tres modelos de la definición 1.3.3.

[18] Hay horizontes de elección interna y otros de cumplimiento regulatorio.

[19] Hay niveles de confianza de elección interna y otros de cumplimiento regulatorio.

[20] Debe presentar métricas alternativas como el CVaR (véase definición 1.5.1) y un VaR de distribuciones de valores extremos (VaR con colas más pesadas en el extremo de perdida por lo regular usando distribuciones de probabilidad Pareto generalizadas).

Capítulo 2

Teoría de portafolios de inversión

Este capítulo introduce los conceptos necesarios para entender la teoría moderna de portafolios de inversión y los procedimientos para construir un portafolio de inversión óptimo. Todo el contenido de este capítulo será aplicado más adelante a las acciones que cotizan en las dos bolsas de México[1].

2.1. Portafolios de inversión de Markowitz

Introducida en 1952 (véase Markowitz (1970)), la teoría moderna de portafolio revoluciono la manera en que los operadores de fondos de inversión relacionaban el rendimiento esperado del mercado o de un activo con el riesgo asociado (enfoque de media-varianza). Markowitz fue un pionero al usar la volatilidad "σ" del rendimiento de los activos (véase la definición 1.3.4 y el ejemplo 1.5.1 para entender las formulas de rendimiento y volatilidad respectivamente) como una medida de riesgo para el activo y la beta "β" como la forma de "interacción"del activo con el mercado (riesgo sistémico). De acuerdo con Lasa (2005), Mao (1970), Markowitz (1970) y Ortiz-Ramírez (2019), se pueden resumir los supuestos de la teoría de portafolios de Markowitz en la siguiente definición.

Definición 2.1.1. Un portafolio de inversiíon se basa en las propiedades de mercado usando el método o enfoque de media (rendimiento esperado o promedio) y varianza de la historia de los activos y los supuestos de un mercado que debe cumplir son:

1. Todos los participantes del mercado tienen acceso a la misma información. Es decir, toda la información es gratis, disponible y es consumida por todos los participantes.
2. Todos los participantes tiene las mismas expectativas del mercado. Es decir, el rendimiento esperado u observado por todos es el mismo.

[1] La Bolsa Institucional de Valores en adelante BIVA y la Bolsa Mexicana de Valores en adelante BMV.

3. Todos los participantes de mercado toman sus decisiones usando el enfoque media-varianza de los retornos de los activos. Es decir, todos los participantes usan el valor medio y la varianza de los rendimientos de los activos para comprar o vender.

4. No hay costos de transacción, no hay impuestos o cualquier otro costo.

5. Todas las inversiones se puede hacer sin importar el tamaño. Todos los activos son divisibles o se pueden comprar y vender lotes grandes o fracciones de mismo activo.

6. Todos pueden prestar y pedir prestado a la misma tasa (tasa libre de riesgo).

7. Las operaciones y decisiones de individuos no afectan el mercado. Es decir, las decisiones de un individuo en el mercado no cambia el precio de los activos. Y nadie tiene información privilegiada.

Es evidente que varios de los principios del modelo de Markowitz no se cumple. Por ejemplo: la información privilegiada existe, hay información no publica disponible sólo para quien está dispuesto a pagar; los costos de transacción e impuestos exiten de lo contrario no se podría pagar a los operadores y los intermediarios financieros no existirían; no todos los participantes tiene la misma expectativa, ya que algunos intermediarios financieros publican la expectativa de rendimiento de algunos activos y por lo regular son diferentes; no todos los participantes pueden prestar o pedir prestad a la misma tasa libre de riesgo, ya que el nivel crediticio de las contrapartes si impacta en las tasas de prestamos.

Vamos a profundizar en el punto 3 de la definición 2.1.1 en la siguiente sección, ya que este punto es el más relevante para este trabajo de invetigación y para la construcción de portafolios de inversión.

2.2. Enfoque de media-varianza de Markowitz

De acuerdo con Lasa (2005), Mao (1970) y Ortiz-Ramírez (2019), el enfoque media-varianza propuesto por Markowitz (véase Markowitz (1970)), es la parte cuantitativa con la que es posible medir si un activo es mejor que otro para conformar un portafolio de inversión con medidas estadísticas (cuyas definiciones se exponen adelante en esta sección y que se pueden encontrar en cualquier libro de estadística[2] y son bien conocidas en el ámbito y usadas financiero). A continuación exponemos los principales puntos que conforman el enfoque de media-varianza y que son necesarios para la contrucción de un portafolio óptimo de inversión.

Definición 2.2.1. El enfoque media-varianza se define como:

[2]Véase Mood (1974), capítulo II y IV.

1. Se debe establecer un periodo de la inversión en todo momento. (Ventanas de inversión de ejemplo: 1 mes, 3 meses, 6 meses, 1 año, etc. Siempre referido a un periodo estrictamente.)

2. La expectativa del rendimiento para el periodo determinado se expresa como la media "μ" de los rendimientos del activo (promedio de los rendimientos) y el riesgo como la varianza "σ^2" o desviación estándar "σ" de los rendimientos (raíz cuadrada de la varianza) de los activos para el periodo determinado.

3. Existe una cantidad finita de activos "n" de elección, los suficientes para construir un portafolio de inversión con más de un activo y a todos los activos se les pueden calcular las medidas estadísticas mencionadas en el punto anterior. Adicional, se puede calcular la covarianza entre los activos.

4. Las activos son divisibles, es decir, una activo se puede fraccionar para su compra/venta.

Ahora, definamos los indicadores estadísticos que se refiere la definición 2.2.1, considerando los rendimientos calculados como en la definición 1.3.4.

Definición 2.2.2. Se define la media "μ" (promedio o valor esperado), varianza "σ^2" y desviación estándar "σ" (volatilidad), covarianza, correlación, la beta "β" de los rendimientos (véase definición 1.3.4) históricos de un activo y el coeficiente de variación como:

1. El valor esperado o media de los renidmientos históricos de un activo se define como:
$$\mu_t = \sum_{i=1}^{n} \frac{\Delta_{t,i}}{n}. \tag{2.1}$$
Con $\Delta_{t,i}$ como en la definición 1.3.4.

2. La varianza o dispersión y desviación estándar "σ" (volatilidad) de los renidmientos históricos de un activo se define como:
$$\sigma_t^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(\Delta_{t,i} - \mu_t)^2}{n-1}. \tag{2.2}$$
Donde μ_t es como en la ecuación 2.1 y $\Delta_{t,i}$ como en la definición 1.3.4. Por último la desviación estándar $\sigma_t = \sqrt{\sigma_t^2}$ en adelante volatilidad, es decir, la volatilidad es la raíz de la varianza.

3. La covarianza de los renidmientos históricos para dos activos se define como:
$$\sigma(X_j, X_k) = \sum_{i=1}^{n} \frac{(\Delta_{j,i} - \mu_j)(\Delta_{k,i} - \mu_k)}{n-1} = \sigma_{j,k}. \tag{2.3}$$

Donde μ_j y μ_k es como en la ecuación 2.1 para X_j y X_k respectivamente. $\Delta_{j,i}$ y $\Delta_{k,i}$ los renidmientos históricos de X_j y X_k respectivamente. Y $\Delta_{t,i}$ como en la definición 1.3.4. En particular $\sigma_{i,i} = COV(X_i, X_i) = \sigma_i^2$, es decir, la covarianza del mismo activo es la varianza. La covarianza es simétrica, es decir, $\sigma_{j,k} = \sigma_{k,j}$. Ahora, la covarianza de 3 activos X_1, X_2 y X_3 se define como:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{1,2} & \sigma_{1,3} \\ \sigma_{2,1} & \sigma_2^2 & \sigma_{2,3} \\ \sigma_{3,1} & \sigma_{3,2} & \sigma_3^2 \end{pmatrix}. \tag{2.4}$$

La matriz Σ de $3x3$ (3 filas y 3 columnas) representa la covarianza entre 3 activos y esta puede extenderse a "n" activos lo que resultaria en una matriz de nxn.

4. El coeficiente de correlación o la correlación nos ayuda a medir si exite una relación lineal entre activos y se define como:

$$\varrho(X_j, X_k) = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{(\Delta_{j,i}-\mu_j)(\Delta_{k,i}-\mu_k)}{n-1}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{(\Delta_{j,i}-\mu_j)^2}{n-1}}. \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{(\Delta_{k,i}-\mu_k)^2}{n-1}}.} = \varrho_{j,k}. \tag{2.5}$$

Este indicador al igual que la covarianza es simetrico y solo toma valores en el conjunto $[-1, 1]$. Al igual que la covarianza, calular la correlación para más de un activo resulta en una matriz de nxn y la correlación de un activo individual es igual a 1, es decir, $\varrho_{i,i} = \varrho(X_i, X_i) = 1$.

5. La beta de los renidmientos históricos para dos activos se define como:

$$\beta = \frac{\sigma(X_j, X_k)}{\sigma(X_j)^2} = \frac{\sigma_{j,k}}{\sigma_j^2} = \varrho_{j,k}\frac{\sigma_k}{\sigma_j}. \tag{2.6}$$

La beta β de un activo individual es 1, la diferencia con la covarianza y la correlación es que la β no es simétrica. Igual que con la covarianza y la correlación la β de "n" activos nos lleva a una matriz de nxn. Por lo regular y en particular para este trabajo la β siempre es calculada respecto al mercado. En el caso de este trabajo de investigación, será calculada contra el indice de precios y cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores.

6. Dada la media de la ecuación 2.1 y su respectiva desviación estándar en la ecuación 2.2. Se define el coeficiente de variación CV como:

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} \tag{2.7}$$

Por ser un cociente este no posee unidades y para facilitar su lectura lo expresaremos en porcentaje.

Ahora, que sabemos como calcular la varianza y covarianza, la varianza de los renidmientos históricos de dos activos es:

$$\sigma_{1,2}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2\sigma_{1,2}. \tag{2.8}$$

Donde σ_1^2, σ_2^2 son la varianza definida en la ecuación 2.2 y $\sigma_{1,2}$ es la covarianza definida en la ecuación 2.3.

Las fórmulas de la definición 2.2.2, funcionan en todos los activos de manera individual y se puede extender a múltiples activos a la vez, siempre que los activos estén equiponderados o sus pesos sean los mismos. A continuación, extendemos las definiciones de media, varianza y volatilidad de la definición 2.2.2 para multiples activos no equiponderados. Esto, ya para construir y optimizar los portafolios de inversión necesitamos de los indicadores estadísticos en su forma no equiponderada.

Definición 2.2.3. Sean $\mu_{1,0}, \mu_{2,0}, \ldots, \mu_{n,0}$ la media de los rendimientos (véase la la ecuación 1.8) de los activos $X_1, X_2, \ldots, X_n$ a un día $t = 0$ como en la ecuación 2.1 y los pesos asociados a los activos $W_1, W_2, \ldots, W_n$, tales que $\sum_{i=1}^n W_i = 1$. Es decir, la suma de los pesos es el 100 % de cualquier monto de inversión. Definimos para un portafolio de inversión, la media o promedio, la volatilidad o desviación estándar, la varianza, la covarianza y la correlacion.

1. La media o promedio en adelante rendimiento esperado de un portafolio de inversión a un día $t = 0$ es:

$$\mu_{p,0} = \sum_{i=1}^{n} \mu_{i,0} W_i{}^3. \tag{2.9}$$

Donde $\mu_{i,0}$ es como en la definición 2.2.2 y calculado como en la ecuación 2.1.

2. La varianza de los rendimientos a un día $t = 0$ es:

$$\sigma_{p,0}^2 = \sum_{i=1}^{n} \sigma_{i,0}^2 W_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sigma_{i,j} W_i W_j{}^4. \tag{2.10}$$

Donde σ_i^2 es la varianza y $\sigma_{i,j}$ es la covarianza de la definición 2.2.2 y calculado como en la ecuación 2.2 y 2.3 respectivamente. La segunda suma sólo aplica para $i \neq j$.

3. La desviación estándar en adelante volatilidad de un portafolio de inversión a un dia $t = 0$ es:

$$\sigma_{p,0} = \sqrt{\sigma_{p,0}^2}. \tag{2.11}$$

Con $\sigma_{p,0}^2$ calculado como en la ecuación 2.10.

[3] El rendimiento del portafolio a un día $t = 0$, se cálcula usando $\Delta_{i,0}$ (como en la ecuación 1.8) en vez de $\mu_{i,0}$ y se expresa como $r_p = \sum_{i=1}^n \Delta_{i,0} W_i$.

[4] De acuerdo con la definición 2.2.2, esta ecuación se puede reescribir usando el índice de correlación en sustitución de la covarianza como sigue: $\sigma_{p,0}^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{i=1}^n \varrho_{i,j} \sigma_i \sigma_j W_i W_j$.

La definición 2.2.3 es la herramienta cuantitativa a la que se refiere la definición 2.2.1 para construir portafolios de inversión usando el rendimientos esperados y volatilidades. En la siguiente sección, veremos el proceso de construcción paso a paso de un portafolio óptimo[5] de inversión.

2.3. Construcción de un portafolio de inversión usando el enfoque de media-varianza de Markowitz

En esta sección veremos cómo construir un portafolio de varianza mínima de Markowitz, con base en el enfoque de media-varianza (véase la sección 2.2) para concluir en todos los portafolios que componen la frontera eficiente de Markowitz. Adicional, vamos a introducir lenguaje de matrices para reducir la notación en futuros capítulos. La mayor parte del trabajo de algebra de matrices fue extraído de un libro de algebra lineal (véase Lang (1987) capítulo 1 y 2).

Toda esta sección se basa en los trabajos de investigación Lasa (2005), Mao (1970), Markowitz (1970) y Ortiz-Ramírez (2019). La finalidad del proceso de construcción de portafolios de varianza mínima de Markowitz es obtener el peso que se va invertir en el activo financiero (para fines de este trabajo de investigación en acciones de las bolsas del mercado de México) "i", es decir, W_i (véase la sección 2.2). Estos pesos pueden ser números positivos o negativos y de acuerdo con el enfoque de Lasa (2005), estos pueden ser preferentemente positivos ya que el mercado Mexicano tiene ciertas restricciones para poder tener pesos negativos. Que el peso de una acción sea negativo, significa que estamos realizando una venta en corto[6] o que tenemos un pasivo, es decir, debemos las acciones por las cuales se debe estar pagando un comisión y se debió dejar algún monto en garantía que suele ser 2 a 1, es decir, por cada peso que se le debe por la venta en corto a la casa de bolsa se deben dejar 2 pesos. Esto evidentemente modificaría el peso de un activo negativo. Por otro lado para términos académicos no consideraremos una restricción de este tipo pero es importante resaltar que sucede con los pesos negativos en la realidad.

Definición 2.3.1. Sean A y B matrices cuadras de dimensión[7] nxn (filas x columnas) como en la ecuación 2.4, es decir, las entradas de la matriz A son varianzas y covarianzas de n activos y la matriz B tiene volatilidades y correlaciones de los mismos n activos. Sea w un vector de valores de dimensión $1xn$ (1 fila x n columnas) tal

[5]En términos de la teoría de portafolios descrita en el artículo de Markowitz (véase Markowitz (1970)), significa maximizar el rendimiento esperado descrito en la ecuación 2.9 y minimizar la volatilidad de los rendimientos descrita en la ecuación 2.11.

[6]De acuerdo con las disposiciones generales aplicables a las casa de bolsa (véase CNBV op. Cit. (2022)), el artículo 63 nos indica textualmente que: "Una venta en corto es aquella venta de valores cuya liquidación por parte del vendedor se efectuara con valores obtenidos en préstamo que se encuentren disponibles a la fecha de la liquidación".

[7]La dimensión de una matriz refiere a las filas y columnas que componen el arreglo donde al menos un valor en la fila o columna es distinto de cero.

que la suma del valor de las entradas de w es 1, w es el vector de pesos como en la definición 2.2.3 y r el vector de $1xn$ de los rendimientos de los activos calculado como en la ecuación 1.7. Entonces de la definición 2.2.3 podemos definir en términos de matrices y vectores; el rendimiento del portafolio de inversión en un día, la media de los rendimientos, varianza de los rendimientos y volatilidad de los rendimientos como sigue:

1. El rendimiento del portafolio a un día R_p, se define como:

$$R_p = w^t r = \begin{pmatrix} W_1, & W_2, & \cdots, & W_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta_{1,0} \\ \Delta_{2,0} \\ \vdots \\ \Delta_{n,0} \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{n} \Delta_{i,0} W_i. \tag{2.12}$$

   Donde w^t [8] es el vector transpuesto w.

2. La media de los rendimientos del portafolio o rendimiento esperado μ_p al día $t = 0$, se define como en la ecuación 2.12 sutituyendo el vector r por el vector de promedio o medias de los rendimientos μ.

3. La varianza del portafolio σ_p^2 se cálcula usando una matriz de nxn, que contiene en la diagonal la varianza de los rendimientos de los n activos, la covarianza en las entradas de la matriz diferentes a la diagonal al tiempo 0 y se multiplica por la izquierda por el vector traspuesto w o w^t y por la derecha por el vector w como sigue:

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 = w^t A w &= \begin{pmatrix} W_1 & W_2 & \cdots & W_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{1,2} & \sigma_{1,3} & \cdots & \sigma_{1,n} \\ \sigma_{2,1} & \sigma_2^2 & \sigma_{2,3} & \cdots & \sigma_{2,n} \\ \sigma_{3,1} & \sigma_{3,2} & \sigma_3^2 & \cdots & \sigma_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \sigma_{n,1} & \sigma_{n,2} & \sigma_{n,3} & \cdots & \sigma_n^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \vdots \\ W_n \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} W_1 & W_2 & \cdots & W_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1^2 W_1 + \sigma_{1,2} W_2 + \sigma_{1,3} W_3 + \cdots + \sigma_{1,n} W_n \\ \sigma_{2,1} W_1 + \sigma_2^2 W_2 + \sigma_{2,3} W_3 + \cdots + \sigma_{2,n} W_n \\ \sigma_{3,1} W_1 + \sigma_{3,2} W_2 + \sigma_3^2 W_3 + \cdots + \sigma_{3,n} W_n \\ \vdots \\ \sigma_{n,1} W_1 + \sigma_{n,2} W_2 + \sigma_{n,3} W_3 + \cdots + \sigma_n^2 W_n \end{pmatrix} \\ &= \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 W_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sigma_{i,j} W_i W_j. \end{aligned} \tag{2.13}$$

[8] La función "t" es conocida como transposición y cambia las filas por columnas de un arreglo matricial. Por ejemplo, una matriz A de n filas y m columnas (nxm) se convierte en la matriz A^t con m filas y n columnas (mxn).

Donde para la segunda suma $i \neq j$ y la volatilidad es $\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2}$. También se puede calcular la varianza usando la matriz B que contiene el coeficiente de correlación en lugar de la covarianza resultando en la siguiente ecuación.

$$\sigma_p^2 = w^t B w = \sum_{i=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} \varrho_{i,j}\sigma_i\sigma_j W_i W_j. \tag{2.14}$$

Donde $\varrho_{i,j} = 1$ cuando $i = j$.

Vimos como funcionan las operaciones de matrices para calcular la media y la varianza de los rendimientos de varios activos al mismo tiempo. Ahora, definamos el problema de optimización de Markowitz basado en el enfoque de media-varianza de la definición X. Una forma sencilla de resolver el problema lo encontramos en los artículos Lasa (2005) y Ortiz-Ramírez (2019) que maximizan el rendimiento del portafolio, minimizando un medio de la varianza utilizando operadores de Lagrange[9].

Definición 2.3.2. Definimos el problema de varianza mínima para encontrar el peso de los n activo dentro del portafolio sujeto a que la suma a que el peso total de los activos sea el 100 %, es decir, el total del monto invertido como sigue:

$$\begin{aligned} &Min\frac{1}{2}\sigma_p \\ &s.a.\sum_{i=1}^{n} W_i = 1. \end{aligned} \tag{2.15}$$

Donde Min es la función mínimo, σ_p es la varianza del portafolio y s.a. significa "sujeto a"; es la restricción de la función.

La notación usada en la definición es muy común en los problemas de optimización lineal, optimización combinatoria e investigación de operaciones (véase Morales (2018)). En la siguiente definición, veremos el proceso de construcción de un portafolio eficiente de acuerdo al enfoque de media-varianza de Markowitz basado en Lasa (2005), Markowitz (1970) y Ortiz-Ramírez (2019). Haciendo uso de la notación encontrada en la definición 2.3.1.

Definición 2.3.3. Sea r_p, w los vectores de $1xn$ de los rendimientos y pesos[10] respectivamente de n activos. También Σ es la matriz de nxn de varianzas y covarianza de n activos diferentes. Definimos al vector v como un vector canónico[11] de dimensión

[9] Un operador de Lagrange de acuerdo con Marsden (1991) capítulo 4, es un número que se obtiene cuando se desea resolver un problema de máximos sujeto a condiciones o restricciones. Es decir, que un multiplicador no ayuda a resolver problemas de extremos condicionados.

[10] El proceso se va encargar de definir el valor de las entradas de este vector, al iniciar el proceso por fines académicos y de programación, supondremos el mismo peso para los n activos. Pero no olvidemos que desconocemos el valor de las entradas del vector w.

[11] De acuerdo con Lang (1987) un vector canónico o básico, es un vector tal que solo tiene un uno en una entrada y todas las entradas restantes son ceros.

$1xn + 1$ y con el valor 1 en la entrada $n + 1$. Definamos el proceso de construcción como sigue:

1. Se agrega una dimensión más a la matriz Σ obteniendo una matriz de $n+1xn+1$.

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{1,2} & \sigma_{1,3} & \cdots & \sigma_{1,n} & 1 \\ \sigma_{2,1} & \sigma_2^2 & \sigma_{2,3} & \cdots & \sigma_{2,n} & 1 \\ \sigma_{3,1} & \sigma_{3,2} & \sigma_3^2 & \cdots & \sigma_{3,n} & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \\ \sigma_{n,1} & \sigma_{n,2} & \sigma_{n,3} & \cdots & \sigma_n^2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix}. \tag{2.16}$$

2. Procedemos a invertirla[12] la matriz de la ecuación 2.16 y la matriz resultante la multiplicamos por el vector v. Como sigue.

$$w^* = \Sigma^{-1} v = \Sigma^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{2.17}$$

   El resultado de este paso es el vector w^*, de dimensión $1xn + 1$, las primeras n entradas suman 1 (son los pesos) y son los valores con los que se llena el vector w para la elección de n activos. La entrada adicional del vector w^* es un valor residual. Procedemos a calcular el rendimiento y la varianza como en la definición 2.3.1 para ese portafolio con el vector obtenido w.

3. Para verificar que este vector w es óptimo dado el rendimiento obtenido en el paso anterior. Vamos hacer uso de multiplicadores de Lagrange y la solución resulta en un vector w^*[13] que tiene los pesos que maximizan el rendimiento y minimizan la varianza usando el rendimiento y varianza del paso anterior. Para modelar el problema de optimización, tomaremos la matriz 2.16 y el vector v. Hacemos cero la varianza σ_n^2 en la matriz 2.16 para definir la nueva matriz Σ_L, cambiamos la entrada n-ésima del vector v de cero por el rendimiento r_p (calculado en el paso

[12] La matriz inversa A^{-1} de una matriz A, se caracteriza por cumplir que el producto de las matrices tiene como resultado la matriz identidad $\mathbb{I}$, es decir, $AA^{-1} = \mathbb{I}$. Donde la matriz identidad $\mathbb{I}$, es tal que sólo contiene unos en la diagonal y ceros en todas su otras entradas. Para obtener la matriz inversa se realiza una serie de operaciones de sumas restas y multiplicaciones entre las filas de la matriz original. Para mayor detalle de cómo invertir una matriz véase Lang (1987), capítulo IV. Actualmente cualquier software de cómputo y Excel hace este tipo de operaciones matriciales sin complicaciones.

[13] De acuerdo con las notas de optimización de investigación de operaciones (Morales, 2018), el asterisco se asigna a una variable o conjunto de variables una vez que la solución del problema alcanzo el valor optimo.

anterior) para definir el nuevo vector v_L.

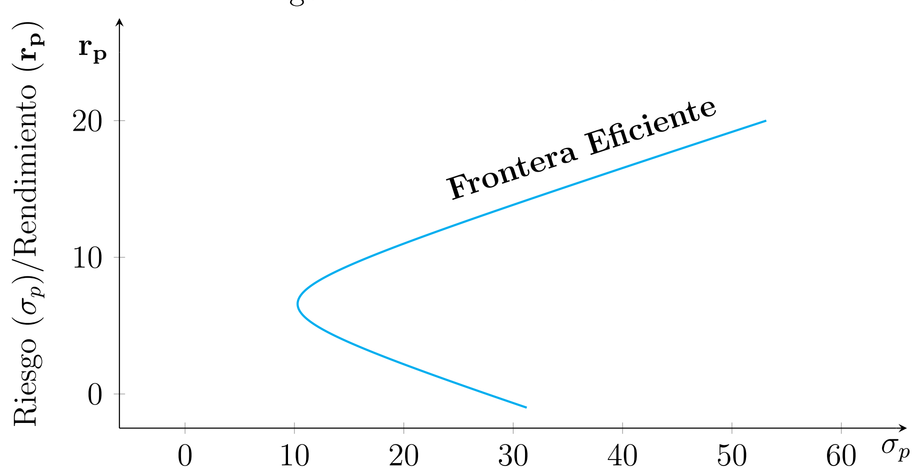
$$\Sigma_L = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{1,2} & \sigma_{1,3} & \cdots & \sigma_{1,n} & 1 \\ \sigma_{2,1} & \sigma_2^2 & \sigma_{2,3} & \cdots & \sigma_{2,n} & 1 \\ \sigma_{3,1} & \sigma_{3,2} & \sigma_3^2 & \cdots & \sigma_{3,n} & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \\ \sigma_{n,1} & \sigma_{n,2} & \sigma_{n,3} & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix}; v_L = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ r_p \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{2.18}$$

Invertimos la matriz Σ_L y la multiplicamos con el vector v_L y obtenemos el vector w^*.

4. Repetimos los pasos anteriores del proceso dependiendo cuantos portafolios queramos simular[14].

Según el proceso de construcción de un portafolio eficiente de la definición 2.3.3, resulta en diversas combinaciones de portafolios y que se localizan en la frontera eficiente. Para que un portafolio este en la frontera eficiente debe cumplir ciertos lineamientos (véase Lasa (2005), Markowitz (1970) y Ortiz-Ramírez (2019), en resumen debe tener mínima varianza y máximo rendimiento esperado (enfoque de media-varianza de la definición 2.2.1). Y la frontera eficiente de portafolios se ve como en la figura 2.1 “Frontera eficiente”. En el cápitulo 4 construiremos la frontera eficiente para el respectivo portafolio eficente de las compañías elegidas en el cápitulo 3.

Figura 2.1: Frontera Eficiente



Fuente: Elaboración Propia

De acuerdo con Markowitz (1970), definamos el concepto de frontera eficiente.

[14]Si se desea profundizar en el proceso véase Lasa (2005), Markowitz (1970) y Ortiz-Ramírez (2019).

Definición 2.3.4. La frontera eficiente se define como: el conjunto de portafolios conformados por todas las posibles combinaciones de peso, rendimiento-riesgo de los activos seleccionados según el perfil[15] de riesgo de cada inversionista. Cada perfil de riesgo genera una frontera diferente y un portafolio óptimo de mínimo riesgo diferente.

De acuerdo con De Jesús (2009), Estrada (2008), Hogan (1974), Konno (1991), Lewis (1990) y Ortiz-Ramírez (2019). Al igual que con los perfiles de riesgo, cada métrica de riesgo (varianza, semivarianza, desviación absoluta y desviación media absoluta.) genera fronteras eficientes diferentes para portafolios con los mismos activos.

[15]Se denomina perfil de riesgo, a la aversión que tiene el inversionista al riesgo. Ya que en la relación riesgo-rendimiento, una inversión poco riesgosa paga un rendimiento bajo. De la misma forma, una inversión con un rendimiento alto tiene un alto riesgo. Los perfiles de riesgo conocidos son: conservador, medio y alto. No hay limitación en la creación de portafolios, solo hay que adaptarse al perfil del inversionista.

Capítulo 3

Selección de activos de inversión

En el capítulo 1 repasamos; la definición, historia y ejemplos del valor en riesgo VaR (véase definición 1.3.2), la definición del modelo histórico que usar para optimizar los portafolio de inversión (véase definición 1.3.6) y que mejor ajusta a los requerimientos normativos expuestos en los anexos A, B, C y D y la ventana de datos que usaremos. En el capítulo 2; se expuso el principio de media-varianza de Markowitz (véase definición 2.2.1) y el proceso de construcción de portafolios óptimos de inversión basado en el principio de media-varianza (véase definición 2.3.3). Además, se hablo de las dos bolsas de valores que operan en México. Ahora, en este capítulo vamos a elegir las acciones de mercado mexicano a las cuales le vamos aplicar el proceso de media-varianza de Markowitz. En el siguiente capítulo aplicaremos el proceso de optimización a las acciones elegidas en este capítulo.

3.1. Mercado de Capitales en México

En Mexico existen dos bolsas estandarizadas para la operación de capitales. La BMV y BIVA. El 25 de julio de 2018, BIVA inicio operaciones[1] por lo que desde entonces en México hay dos bolsas para operar capitales. Ambos bolsas tienen sus índices de referencia. El índice de referencia de BIVA es el FTSE BIVA[2] y para la BMV el índice de referencia es el S&P/BMV IPC[3] en adelante IPC, también conocido como MEXBOL. La BMV es la que mayor volumen de operación tiene con 85.76 %[4] de ambas bolsas. Por lo que se tomaran los capitales que componen al IPC para el ejercicio de optimización de portafolio. De acuerdo con la metodología de Standar & Poor's (véase S & P op. Cit. (2022)) para la modelación del IPC se toman las empresas

[1] De acuerdo con el portal oficial de BIVA https://www.biva.mx>nosotros.

[2] Operado por la compañía inglesa FTSE (Financial Time Stock Exchange).

[3] El índice de precios y cotizaciones (IPC) es operado por la compañía Standar & Poor's, para ver el detalle de la construcción del índice véase S & P op. Cit. (2022).

[4] De acuerdo con el análisis de desempeño bursátil del día 30 de septiembre del 2022, para mayor detalle véase Bolsa Mexicana op.Cit. (2022).

que tienen la mayor capitalización (total de acciones en circulación) y con los niveles más altos de operación y liquidez o bursatilidad para componer el índice sobre todo el mercado de capitales en México. No se va indagar más en la historia del mercado de capitales en México, no aporta información relevante.

Ahora, de la definición del modelo de VaR (véase definición 1.3.2) tenemos que este estadístico funciona adecuadamente en condiciones normales de mercado y en línea con la definición 1.3.6, tomaremos los datos del 31 de diciembre de 2018 al de 02 de enero de 2020 (253 días hábiles de operación y que componen un año). Ya que durante 2020 y hasta septiembre de 2022 seguimos viendo comportamientos atípicos del mercado por: la pandemia, la guerra por los energéticos entre Rusia-OPEP y otras materias primas (en la pandemia se detuvo la minería lo que detuvo la extracción de tierras raras para chips y otros micro componentes), sin olvidar la guerra Rusa-Ucraniana que trajo una gran inflación al mercado y un sistema de alza en las tasas de referencia en todo el mundo. Por lo que 2019 es el año más reciente que aun tiene comportamientos normales en el mercado.

De acuerdo con el proveedor de precios Thomsom Router, las emisoras que componen el IPC al cierre de diciembre de 2018 las encontramos en cuadro 3.1 "Distribución de emisoras en la Bolsa Mexicana de Valores".

Cuadro 3.1: Distribución de emisoras en la Bolsa Mexicana de Valores

Compañía	Peso en el índice
Arca Continental, S.A.B. de C.V.	1.6 %
Alfa, S.A.	2.7 %
Alpek, S.A.B. de C.V.	0.4 %
Alsea S.A.	1.0 %
América Móvil, S.A.B. de C.V.	13.2 %
Grupo Aeroportuario del Sureste, S.A.B. de C.V.	2.6 %
Banco del Bajío, S.A.	1.0 %
Grupo Bimbo, S.A.B.	2.6 %
Banco Santander México, S.A. de C.V.	1.8 %
Cemex, S.A.	5.8 %
Becle, S.A. de C.V.	0.5 %
Grupo Elektra, S.A.B. de C.V.	2.1 %
Fomento Económico Mexicano, S.A.B. de C.V.	11.9 %
Grupo Aeroportuario del Pacífico, S.A.B. de C.V.	2.3 %
Grupo Cementos de Chihuahua, S.A.B. de C.V.	0.6 %
Gentera, S.A.B. de C.V.	0.5 %
Grupo Financiero Inbursa, S.A.B. de C.V.	2.3 %
Grupo Financiero Banorte, S.A.B. de C.V.	11.3 %
Grupo México, S.A.B. de C.V.	6.0 %

Compañía	Peso en el índice
Grupo México Transportes, S.A.B. de C.V.	0.6 %
Gruma, S.A.B.	1.8 %
Infraestructura Energética Nova, S.A.B. de C.V.	1.4 %
Kimberly Clark de México, S.A.B. de C.V. A	1.7 %
Coca-Cola Femsa, S.A.B. de C.V.	2.3 %
Genomma Lab Internacional, S.A. de C.V.	0.3 %
Grupo Lala, S.A.B. de C.V.	0.5 %
El Puerto de Liverpool, S.A.B. de C.V.	0.9 %
Megacable Holdings, S.A.B. de C.V.	0.9 %
Mexichem, S.A.B. de C.V.	1.9 %
Grupo Aeroportuario del Centro Norte, S.A.B. de C.V.	1.3 %
Industrias Peñoles, S.A.B. de C.V.	1.2 %
Promotora y Operadora de Infraestructura, S.A.B. de C.V.	1.6 %
Regional, S.A. de C.V.	0.3 %
Grupo Televisa, S.A.B.	3.9 %
Walmart de México, S.A.B. de C.V.	9.0 %

Fuente: Elaboración propia con datos de Thomson Reuters.

Se van a considerar los capitales de la composición del IPC expuesta en el cuadro 3.1 "Distribución de emisoras en la Bolsa Mexicana de Valores", para todo el periodo datos por la capitalización y bursatilidad. Se va excluir de la muestra Coca-Cola Femsa por tener un Split 8 a 1 lo cual reduce el precio 8 veces el día 11 de abril de 2019 que va afectar los cálculos de la media-varianza sobre sus rendimientos y Mexichem por tener cambio de nombre en su emisora a ORBIA el 05 de septiembre de 2019 que reduce la cantidad de datos de la muestra original. El horizonte de inversión a considerar será de 1 año, la media y varianza serán considerando 252 rendimientos observados de 253 días de precios de cierre hábiles de operación.

El cuadro 3.2 "Series de tiempo de las Compañías", presenta un fragmento de la historia de cierre de precios diarios obtenidos de Thomson Router para las emisoras de del cuadro 3.1 "Distribución de emisoras en la Bolsa Mexicana de Valores".

Cuadro 3.2: Series de tiempo de las Compañías

Fecha/*Emisora*	AC *	⋯	WALMEX *
20181231	109.77	⋯	49.97
20190102	109.14	⋯	49.72
20190103	109.91	⋯	48.75
20190104	110.67	⋯	49.66

Fecha/*Emisora*	AC *	···	WALMEX *
⋮	⋮	···	⋮
20191226	101.31	···	55.32
20191227	101.94	···	55.64
20191230	102.63	···	54.18
20191231	99.98	···	54.15
20200102	101.93	···	55.12

Fuente: Elaboración propia con datos de Thomson Reuters.

De acuerdo con artículo Ortiz-Ramírez (2019), la mejor forma de seleccionar capitales y de manera razonable es calculando la media y varianza de los capitales y posteriormente ordenarlos para sacar los que tiene el mejor desempeño de acuerdo con el principio de Markowitz de media-varianza. Por último, para los cálculos posteriores se van a realizar utilizando precios de cierre de los capitales que fueron extraídos del mismo proveedor de precios Thomsom Routers. En el cuadro 3.3 “Rendimientos de las series de tiempo”, presentamos un fragmento de las series de los rendimientos logarítmicos de la historia presentada en el cuadro 3.2 “Series de tiempo de las Compañías”, calculados como en la definición 1.3.4 que generando 252 escenarios y que coinciden para el cálculo de VaR (véase definición 1.3.6) y de los cuales se obtendrá la media-varianza (véase definición 2.2.2).

Cuadro 3.3: Rendimientos de las series de tiempo

Escenario/*Emisora*	AC *	···	WALMEX *
1	-0.005755	···	-0.005015
2	0.007030	···	-0.019702
3	0.006890	···	0.018494
4	0.007382	···	0.003618
⋮	⋮	···	⋮
248	-0.002366	···	-0.000722
249	0.006199	···	0.005767
250	0.006745	···	-0.026590
251	-0.026160	···	-0.000553
252	0.019316	···	0.017754

Fuente: Elaboración propia con datos de Thomson Reuters.

3.2. Selección de Capitales

En la sección anterior se definió que se va tomar el portafolio que compone el IPC al cierre de diciembre de 2018 por la liquidez de las emisoras y su capitalización. Para los cálculos se a considerar un total de 253 datos o días hábiles de operación (1 año) para cada emisora y se van a excluir dos de las 33 emisoras que componen dicho índice, resultando en 31 emisoras elegibles.

De acuerdo Ortiz-Ramírez (2019), la mejor forma de seleccionar a las emisoras que van a componer el portafolio óptimo de inversión es calculando su rendimiento esperado, volatilidad y anualizarlos. En el cuadro 3.4 “Métricas de las Emisoras”, vemos el rendimiento esperado (promedio de 252 rendimientos) que se anualizo multiplicando por 252[5], la volatilidad se anualizo usando la propiedad 1.3.1 y se muestra el VaR histórico calculado como en las definiciones 1.3.3 y 1.3.4 con horizonte de un día y un nivel de confianza del 95 % como en la definición 1.3.6.

Cuadro 3.4: Métricas de las Emisoras

Clave de Pizarra	Rendimiento Esperado (Media)	Volatilidad
AC *	-7.41 %	17.33 %
ALFA A	-36.93 %	28.70 %
ALPEK A	-13.70 %	23.18 %
ALSEA *	0.64 %	26.47 %
AMX L	9.29 %	23.02 %
ASUR B	19.63 %	23.28 %
BBAJIO O	-17.53 %	22.63 %
BIMBO A	-10.18 %	24.96 %
BSMX B	8.56 %	26.80 %
CEMEX CPO	-28.17 %	32.40 %
CUERVO *	28.84 %	22.43 %
ELEKTRA *	37.68 %	18.30 %
FEMSA UBD	7.29 %	16.09 %
GAP B	35.35 %	26.68 %
GCC *	0.55 %	19.56 %
GENTERA *	32.50 %	34.21 %
GFINBUR O	-13.89 %	28.14 %
GFNORTE O	13.53 %	31.49 %
GMEXICO B	28.86 %	30.54 %
GMXT *	-0.90 %	25.52 %
GRUMA B	-12.61 %	19.13 %

[5] No se considero un periodo de 360 o 365 para anualizar los datos, ya que los días hábiles de operación para el mercado Mexicano del periodo que va del 31 de diciembre de 2018 al 02 de enero del 2020 son 253 días hábiles, obteniendo 252 rendimientos observados.

Clave de Pizarra	Rendimiento Esperado (Media)	Volatilidad
IENOVA *	18.05 %	27.11 %
KIMBER A	20.05 %	26.39 %
LIVEPOL C-1	-26.27 %	24.53 %
MEGA CPO	-12.90 %	25.15 %
OMA B	41.81 %	25.35 %
PE&OLES *	-14.95 %	36.05 %
PINFRA *	4.52 %	21.63 %
R A	19.44 %	24.45 %
TLEVISA CPO	-8.92 %	34.11 %
WALMEX *	9.81 %	23.75 %

Fuente: Elaboración propia con datos de Thomson Reuters.

En el capítulo anterior, se expuso el modelo de Markowitz que ofrece una metodología sencilla para construir un portafolio óptimo de acuerdo con el horizonte de tiempo de inversión, el rendimiento esperado y el riesgo. Cuantos más activos, mayor es la diversificación que encontramos y mientras menos relacionados se encuentren las empresas obtenemos una buena aproximación de búsqueda para el perfil de riesgo de un inversionista. Una desventaja del modelo y en el que diversos autores siguen sin estar de acuerdo es ¿Cuál es el mínimo de activos requeridos para optimizar una portafolio? En la literatura no es un tema relevante[6] pero diversos autores mencionan que 10 activos (véase De Jesús (2009), Estrada (2008), Fabozzi (2012) y Gomero (2014).), mientras que otros mencionan que 15 activos es adecuado (véase Konno (1991), Lewis, (1990), Medina (2003) y Ortiz-Ramírez (2019).).

Se va a considerar un mínimo de 15 activos para realizar el ejercicio de optimización. En el cuadro 3.5 "Compañías Elegibles", se muestran las 15 empresas ordenas por mayor rendimiento esperado (media) anualizado y menor volatilidad anualizada.

Cuadro 3.5: Compañías Elegibles

Posición	Compañía	Media	Volatilidad
1	OMA B	41.81 %	25.35 %
2	ELEKTRA *	37.68 %	18.30 %
3	GAP B	35.35 %	26.68 %
4	GENTERA *	32.50 %	34.21 %
5	GMEXICO B	28.86 %	30.54 %
6	CUERVO *	28.84 %	22.43 %
7	KIMBER A	20.05 %	26.39 %

[6]No es relevante, ya que no existe un autor o investigación para definir estrictamente un mínimo o máximo de activos requeridos y que el modelo funcione correctamente.

Posición	Compañía	Media	Volatilidad
8	ASUR B	19.63 %	23.28 %
9	R A	19.44 %	24.45 %
10	IENOVA *	18.05 %	27.11 %
11	GFNORTE O	13.53 %	31.49 %
12	WALMEX *	9.81 %	23.75 %
13	AMX L	9.29 %	23.02 %
14	BSMX B	8.56 %	26.80 %
15	FEMSA UBD	7.29 %	16.09 %

Fuente: Elaboración propia con datos de Thomson Reuters.

En el siguiente capítulo, se va aplicar la definición 2.3.3 a las empresas del cuadro 3.5 “Compañías Elegibles”. Dicho proceso resulta en el peso de cada activo dentro del portafolio óptimo de acuerdo con el enfoque de media-varianza de Markowitz y se va comparar con la optimización de un portafolio cambiando la varianza por la medida regulatoria de valor en riesgo VaR.

En adelante, vamos a expresar todos los datos de rendimiento y riesgo (volatilidad y VaR) de forma anualizada. El método para anualizar un rendimiento es multiplicar el rendimiento de un día o el promedio “R” (en el caso del rendimiento esperado) de rendimientos por 252 (que representan los días hábiles de operación en un año), es decir, $R * 252$. Para el riesgo vamos a transformar la varianza por la desviación estándar o volatilidad[7] (véase definición 2.2.2) y la multiplicamos por la raíz de 252 (véase la propiedad 1.3.1), es decir, $\sigma * \sqrt{252}$.

[7]En finanzas, es común encontrar en reportes y artículos el rendimiento y riesgo expresado de forma anualizada y en el caso del riesgo la volatilidad (desviación estandar) en vez de la varianza (véase definición 2.2.2).

Capítulo 4

Problemas de optimización de portafolios de inversión

En este capítulo vamos aplicar el método de media-varianza de Markowitz (véase capítulo 2, definición 2.3.3) sobre los 15 activos que fueron seleccionados en el capítulo anterior (véase capítulo 3, el cuadro 3.5 “Compañías Elegibles”), así como un portafolio óptimo usando el VaR (véase capítulo 1, definición 1.3.6). En la primera sección de este capítulo, vamos a obtener el portafolio óptimo usando la media y varianza. En la segunda sección de este capítulo, vamos a obtener el portafolio óptimo calculado con la media y la métrica de riesgo regulatorio VaR. En la última sección de este capítulo, veremos un cuadro comparativo de los pesos, riesgos y rendimiento.

4.1. Optimización del portafolio de inversión con el enfoque de media-varianza

En esta sección vamos aplicar el método de media-varianza de Markowitz que se encuentra en la definición 2.3.3, a los activos del cuadro 3.5 “Compañías Elegibles”. Iniciamos calculando la matriz de varianzas y covarianzas de los 252 rendimientos obtenidos de los 253 días hábiles de operación que comprenden del 31 de diciembre de 2018 al 02 de enero del 2020.

$$\Sigma_p = \begin{pmatrix} 0.000255 & 0.000031 & 0.000167 & \cdots & 0.000057 & 0.000036 \\ 0.000031 & 0.000133 & 0.000020 & \cdots & -0.000013 & -0.000006 \\ 0.000167 & 0.000020 & 0.000282 & \cdots & 0.000069 & 0.000038 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0.000074 & 0.000006 & 0.000068 & \cdots & 0.000047 & 0.000058 \\ 0.000057 & -0.000013 & 0.000069 & \cdots & 0.000285 & 0.000028 \\ 0.000036 & -0.000006 & 0.000038 & \cdots & 0.000028 & 0.000103 \end{pmatrix}. \tag{4.1}$$

De acuerdo con la definición 2.3.3 agregamos una fila y una columna más a la matriz de la ecuación 4.1[1].

$$\Sigma_{p+1} = \begin{pmatrix} 0.000255 & 0.000031 & 0.000167 & \cdots & 0.000036 & 1.000000 \\ 0.000031 & 0.000133 & 0.000020 & \cdots & -0.000006 & 1.000000 \\ 0.000167 & 0.000020 & 0.000282 & \cdots & 0.000038 & 1.000000 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0.000057 & -0.000013 & 0.000069 & \cdots & 0.000028 & 1.000000 \\ 0.000036 & -0.000006 & 0.000038 & \cdots & 0.000103 & 1.000000 \\ 1.000000 & 1.000000 & 1.000000 & \cdots & 1.000000 & 0.000000 \end{pmatrix}. \tag{4.2}$$

Invertimos la matriz de la ecuación 4.2 para después multiplicarla por un vector canónico[2] de $1x16$. Como sigue.

$$\Sigma_{p+1}^{-1} = \begin{pmatrix} 7583.283951 & \cdots & -0.004876 \\ -1219.556761 & \cdots & 0.283535 \\ -3225.097333 & \cdots & -0.040163 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -81.725924 & \cdots & 0.071110 \\ -21.795276 & \cdots & 0.260351 \\ -0.004876 & \cdots & -0.000038 \end{pmatrix}; v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{4.3}$$

El resultando de multiplicar la matriz Σ_{p+1}^{-1} y el vector v_1 de la ecuación 4.3, es un vector de $1x16$ que en sus primeras 15 entradas nos da el peso de cada activo. En el cuadro 4.1 "Peso de las Compañías en el portafolio", vemos el peso obtenido de multiplicar los elementos de la ecuación 4.3 de mayor a menor peso respectivamente.

Cuadro 4.1: Peso de las Compañías en el portafolio

Posición	Compañía	Peso
1	ELEKTRA *	28.86 %
2	FEMSA UBD	26.00 %
3	CUERVO *	11.90 %
4	WALMEX *	8.13 %
5	ASUR B	6.78 %
6	BSMX B	6.77 %
7	IENOVA *	4.97 %
8	R A	4.41 %
9	KIMBER A	2.88 %

[1] La matriz Q tiene una dimensión de 15X15 y con el agregado será una matriz de 16x16.
[2] Este vector canónico tiene ceros en sus primeras 15 entradas y uno en la entrada 16.

Posiciń	Compañía	Peso
10	GFNORTE O	2.20 %
11	GMEXICO B	1.80 %
12	AMX L	0.13 %
13	GENTERA *	-0.09 %
14	OMA B	-0.44 %
15	GAP B	-4.33 %

Fuente: Elaboración propia.

Usando el peso expuesto en el cuadro 4.1 "Peso de las Compañías en el portafolio", el rendimiento esperado del cuadro 3.5 "Compañías Elegibles" y la matriz de varianzas y covarianzas 4.1. Calculamos el rendimiento y la varianza del portafolio.

$$r_p = 20.22\,\% \qquad \sigma_p = 9.76\,\% \tag{4.4}$$

Procedemos según la definición 2.3.3 a verificar que el conjunto de pesos del cuadro 4.1 "Peso de las Compañías en el portafolio", es el óptimo con el rendimiento y volatilidad dados en la ecuación 4.4.

De acuerdo con la definición 2.3.3, vamos agregar una fila y una columna más a la matriz de la ecuación 4.2 antes de la fila y columna que contienen valores "1". Esta nueva fila y columna contendrá el rendimiento esperado de la respectiva compañía mostrados en el cuadro 3.5 "Compañías Elegibles", como se muestra en la siguiente ecuación.

$$\Sigma_{p+2} = \begin{pmatrix} 0.000255 & 0.000031 & \cdots & 0.418091 & 1.000000 \\ 0.000031 & 0.000133 & \cdots & 0.376752 & 1.000000 \\ 0.000167 & 0.000020 & \cdots & 0.353548 & 1.000000 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0.000057 & -0.000013 & \cdots & 0.085575 & 1.000000 \\ 0.000036 & -0.000006 & \cdots & 0.072900 & 1.000000 \\ 0.418091 & 0.376752 & \cdots & 0.000000 & 0.000000 \\ 1.000000 & 1.000000 & \cdots & 0.000000 & 0.000000 \end{pmatrix}. \tag{4.5}$$

Ahora, vamos a invertir la matriz de la ecuación 4.5 y a multiplicarla por un vector canónico. Como se muestra en la siguiente ecuación.

$$\Sigma_{p+2}^{-1} = \begin{pmatrix} 6020.077680 & \cdots & -0.264632 \\ -2507.405840 & \cdots & 0.06723604 \\ -3659.775820 & \cdots & -0.115344 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1640.577810 & \cdots & 0.535958 \\ 1.280089 & \cdots & 0.000213 \\ -0.264632 & \cdots & -0.000081 \end{pmatrix} ; u_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{4.6}$$

El producto de la matriz y el vector de la ecuación 4.6, resulta en un vector de pesos que cumple con tener el rendimiento esperado más alto y la mínima varianza. Los pesos finales de los activos en orden de descendente, se muestran en el cuadro 4.2 "Peso de las Compañías en el portafolio óptimo".

Cuadro 4.2: Peso de las Compañías en el portafolio óptimo

Posición	Compañía	Peso
1	ELEKTRA *	28.74 %
2	FEMSA UBD	26.15 %
3	CUERVO *	11.84 %
4	WALMEX *	8.20 %
5	ASUR B	6.88 %
6	BSMX B	6.83 %
7	IENOVA *	5.00 %
8	R A	4.42 %
9	KIMBER A	2.90 %
10	GFNORTE O	2.19 %
11	GMEXICO B	1.73 %
12	AMX L	0.19 %
13	GENTERA *	-0.11 %
14	OMA B	-0.58 %
15	GAP B	-4.37 %

Fuente: Elaboración propia.

Procedemos a calcular el rendimiento esperado y la volatilidad para el conjunto de pesos del cuadro 4.2 "Peso de las Compañías en el portafolio óptimo", usando los datos del cuadro 3.5 "Compañías Elegibles" y la matriz de varianzas y covarianzas 4.1. Calculamos el rendimiento y la varianza del portafolio óptimo.

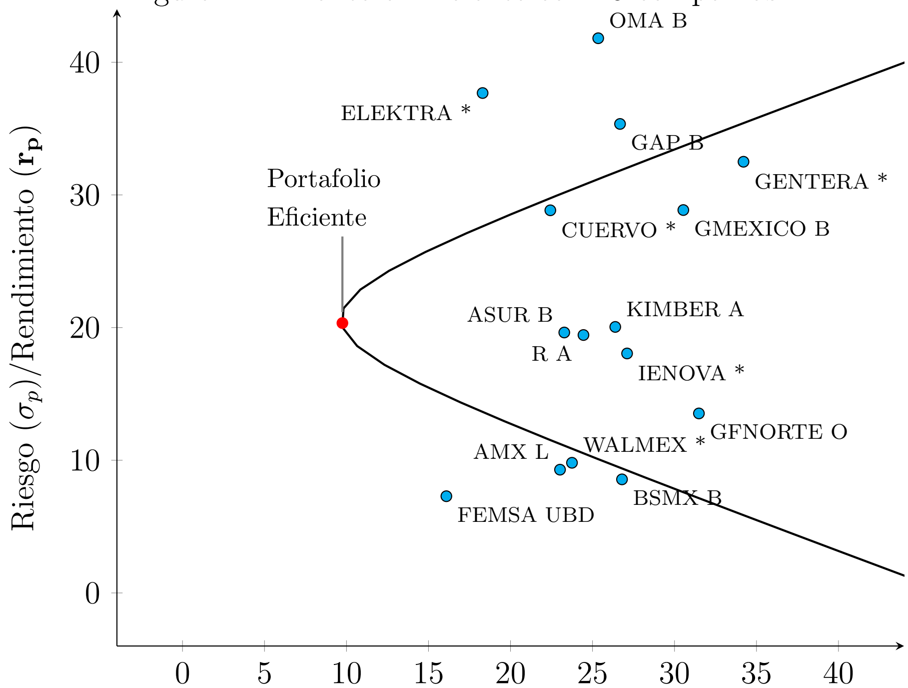
$$\mu = 20.34\,\% \qquad \sigma = 9.75\,\% \tag{4.7}$$

Es evidente que el rendimiento esperado μ en la ecuación 4.7 es mayor a μ_p de la ecuación 4.4 y que la σ volatilidad es menor respectivamente a σ_p.

Ahora, la figura 4.1 "Frontera Eficiente con 15 compañías". Se obtuvo con los datos de la media-volatilidad de las 15 compañías plasmadas en el cuadro 3.5 "Compañías Elegibles", la frontera eficiente construida con diversas combinaciones de pesos simulados como los plasmados en el cuadro 4.2 "Peso de las Compañías en el portafolio óptimo", el dato del portafolio eficiente con media-volatilidad dados en la ecuación

4.7. La gráfica tiene el rendimiento esperado de las compañías en el eje vertical o "Y" contra la volatilidad de las compañías en el eje horizontal o "X".

Figura 4.1: Frontera Eficiente con 15 compañías



Fuente: Elaboración Propia

4.2. Optimización del portafolio de inversión con la métrica de riesgos regulatorio VaR

En la sección 4.1 encontramos el portafolio óptimo de acuerdo con el principio de media-varianza de Markowitz siguiendo las definiciones 2.2.1 y 2.3.3. El propósito de esta sección es encontrar un portafolio óptimo usando la media (véase definición 2.2.2) y el valor en riesgo VaR (véase las definiciones 1.3.3, 1.3.4, 1.3.5 y 1.3.6).

Iniciamos calculando el VaR individual para las 15 compañías seleccionadas y que se muestran en el cuadro 3.5 "Compañías Elegibles", de acuerdo con las definiciones 1.3.3, 1.3.4, 1.3.5 y 1.3.6. Usando los rendimientos calculados como en la definición 1.3.4 y que se muestra un fragmento en el cuadro 3.2 "Series de tiempo de las Compañías". Ahora, siguiendo con la definición 1.3.3 multiplicamos el ultimo precio de cierre[3] de

[3] El último precio de cierre de cada una de las 15 compañías del cuadro 3.2 "Series de tiempo de las Compañías", es el del día 02 de enero de 2020 como se muestran en el cuadro 4.3 "Simulación Histórica".

las 15 compañías por el factor e^{Δ_i} como en la definición 1.3.5, con Δ_i el respectivo rendimiento como se muestran un fragmento de los precios en el cuadro 3.2 “Series de tiempo de las Compañías”. En el cuadro 4.3 “Simulación Histórica”, veremos un fragmento de los escenarios de la simulación histórica obtenidos de las operaciones descritas anteriormente de acuerdo con las definiciones 1.3.3, 1.3.4 y 1.3.5.

Cuadro 4.3: Simulación Histórica

Escenario/*Emisora*	OMA B	···	FEMSA UBD
Último Precio	142.26	···	181.49
1	149.61	···	183.72
2	140.80	···	183.73
3	144.20	···	182.07
⋮	⋮	···	⋮
249	141.64	···	181.58
250	139.90	···	181.86
251	142.95	···	180.88
252	142.69	···	184.35

Fuente: Elaboración propia.

Para tener el VaR, restamos el último precio de cierre a cada unos de los escenarios simulados y obtenemos las pérdidas y ganancias para cada compañía. En el cuadro 4.4 “P & G Simulación Histórica”, vemos un fragmento de las perdidas y ganancias para cada una de las 15 compañías.

Cuadro 4.4: P & G Simulación Histórica

Escenario/*Emisora*	OMA B	···	FEMSA UBD
1	7.35	···	2.23
2	-1.45	···	2.24
3	1.94	···	0.58
⋮	⋮	···	⋮
249	-0.61	···	0.09
250	-2.35	···	0.37
251	0.69	···	-0.61
252	0.43	···	2.86

Fuente: Elaboración propia.

Después, sacamos el percentil al 95 % de confianza sobre las pérdidas y ganancias del cuadro 4.4 "P & G Simulación Histórica", de acuerdo con los parámetros de la definición 1.3.5. En el cuadro 4.5 "Media-VaR", vemos el promedio de los rendimientos o media anualizado como en la sección 4.1 y el VaR dividido entre el último precio y anualizado[4] usando la propiedad 1.3.1 de las 15 compañías de forma individual, obtenidos ejecutando los pasos antes descritos y con los parámetros de la definición 1.3.5.

Cuadro 4.5: Media-VaR

Posición	Compañía	Media	VaR
1	Grupo Aeroportuario del Centro Norte	41.81 %	49.22 %
2	Grupo Elektra	37.68 %	20.69 %
3	Grupo Aeroportuario del Pacífico	35.35 %	44.07 %
4	Gentera	32.50 %	63.33 %
5	Grupo México	28.86 %	56.98 %
6	Becle	28.84 %	39.51 %
7	Kimberly Clark de México	20.05 %	49.82 %
8	Grupo Aeroportuario del Sureste	19.63 %	41.69 %
9	Regional	19.44 %	46.18 %
10	Infraestructura Energética Nova	18.05 %	55.97 %
11	Grupo Financiero Banorte	13.53 %	61.32 %
12	Walmart de México	9.81 %	45.45 %
13	América Móvil	9.29 %	35.93 %
14	Banco Santander México	8.56 %	44.27 %
15	Fomento Económico Mexicano	7.29 %	29.69 %

Fuente: Elaboración propia.

Para obtener el VaR del portafolio, vamos a usar los pesos obtenidos en la sección 4.1 y que se muestran en el cuadro 4.2 "Peso de las Compañías en el portafolio óptimo". Para el VaR total, el proceso inicia usando los datos del cuadro 4.4 "P & G Simulación Histórica" y multiplicar cada uno de los escenarios por el peso respectivo de la compañía obtenidos del cuadro 4.2 "Peso de las Compañías en el portafolio óptimo". Después, se suma por escenario las pérdidas y ganancias ponderadas por los pesos de cada compañía, obteniendo un vector de pérdidas y ganancias totales. En el cuadro 4.6 "Escenario Total", vemos un fragmento de la suma ponderar por escenario de las 15 compañías para los 252 escenarios de VaR de simulación histórica.

[4]Para ser congruentes con las métricas presentadas en la sección 4.1 vamos a multiplicar el VaR por $\sqrt{252}$ y dividimos entre el último precio para presentar el VaR en porcentaje anualizado.

Cuadro 4.6: Escenario Total

Escenario	Suma ponderada por escenario
1	37.62
2	-16.64
3	48.95
4	42.97
⋮	⋮
249	-8.42
250	-10.89
251	-0.63
252	25.01

Fuente: Elaboración propia.

Al vector de pérdidas y ganancias ponderadas totales de los 252 escenarios del cuadro 4.6 "Escenario Total", le sacamos el percentil al 95 % de confianza. Resultando en el VaR anualizado (véase propiedad 1.3.1) del portafolio (véase definición 1.3.5).

$$\mu = 20.34\,\% \qquad VaR = 15.14\,\% \tag{4.8}$$

Ahora, para optimizar el VaR del portafolio. Vamos a utilizar las herramientas que ofrece el paquete de programación matemática "Mathlab®" en el modulo de optimización "Optimization Toolbox™". El código usado se encuentra en el anexo E y de acuerdo con MATHLAB (2022) las funciones de optimización usadas para minimizar son referentes a un problema de programación lineal (para mayor detalle véase Morales (2018)), ya que las variables no tiene exponentes o pontencias. El paquete de programación matemática "Mathlab®", en vez de usar directamente el VaR para optimizar el portafolio tiene funciones programadas que minimizan el CVaR y de acuerdo con la definición 1.5.1, se minimiza el VaR, ya que el CVaR depende directamente del VaR. Aplicando el código del anexo E, sobre las variables definidas como rendimiento esperado (véase ecuación 4.7), peso de los activos (véase cuadro 4.2 "Peso de las Compañías en el portafolio óptimo"), la matriz de escenarios de pérdidas y ganacias (véase cuadro 4.4) y los parámetros para el cálculo del VaR (véase definición 1.3.6). El resultado es el siguiente rendimiento esperado y VaR anualizados.

$$\mu = 15.69\,\% \qquad VaR = 11.32\,\% \tag{4.9}$$

Los pesos de los activos que el código del anexo E entrega y que minimizan el VaR los encontramos en el cuadro 4.7 "Pesos de Compañías en el portafolio óptimo de mínimo VaR".

Cuadro 4.7: Pesos de Compañías en el portafolio óptimo de mínimo VaR

Posición	Compañía	Peso
1	AMX L	40.00 %
2	BSMX B	18.79 %
3	GENTERA *	12.11 %
4	CUERVO *	11.23 %
5	WALMEX *	5.21 %
6	FEMSA UBD	4.33 %
7	OMA B	3.43 %
8	R A	3.38 %
9	KIMBER A	1.07 %
10	IENOVA *	0.98 %
11	ELEKTRA *	0.61 %
12	ASUR B	0.48 %
13	GMEXICO B	-0.35 %
14	GFNORTE O	-0.49 %
15	GAP B	-0.79 %

Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo con el código del anexo E, se realizaron $200,000$ simulaciones[5] para encontrar los pesos del cuadro 4.7 “Pesos de Compañías en el portafolio óptimo de mínimo VaR”. La volatilidad anualizada para el portafolio con los pesos del cuadro 4.7 “Pesos de Compañías en el portafolio óptimo de mínimo VaR”, óptimo de mínimo VaR (véase ecuación 4.10). Es mayor que la volatilidad de la ecuación 4.7, que presenta el portafolio óptimo con los pesos del cuadro 4.2 “Peso de las Compañías en el portafolio óptimo” y que fue calculado usando el principio de media-varianza de Markowitz (véase sección 2.3).

$$\mu = 15.69\,\% \qquad \sigma = 14.70\,\% \tag{4.10}$$

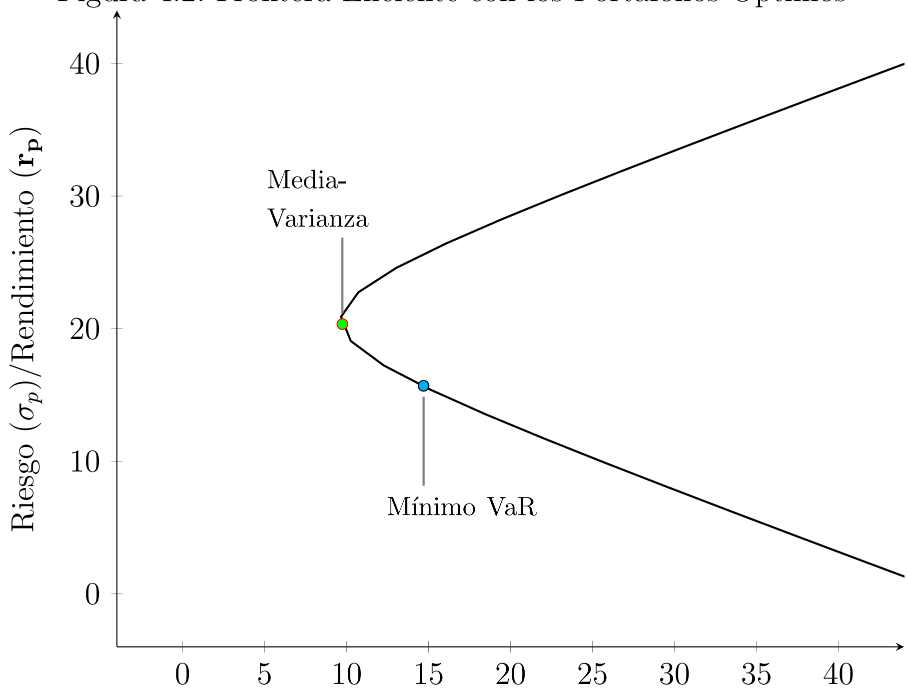
En la siguiente gráfica, vamos a ubicar los portafolios optimizados[6] usando el método de media-varianza de Markowitz (en adelante nombramos este portafolio como media-varianza) y el VaR (en adelante nombramos este portafolio como VaR) dentro de la frontera eficiente. Los parámetros de la gráfica 4.2 “Frontera Eficiente con los

[5]No se va profundizar en el tema del número de las simulaciones realizadas, ya que escapa del alcance del trabajo y no aporta datos relevantes.

[6]El portafolio óptimo de media-varianza fue construido en la sección 4.1 y el portafolio de mínimo VaR fue construido en la sección 4.2.

Portafolios Óptimos”, son el rendimiento esperado (eje vertical) y la volatilidad (eje horizontal). Todos los datos presentados se encuentran anualizados[7].

Figura 4.2: Frontera Eficiente con los Portafolios Óptimos

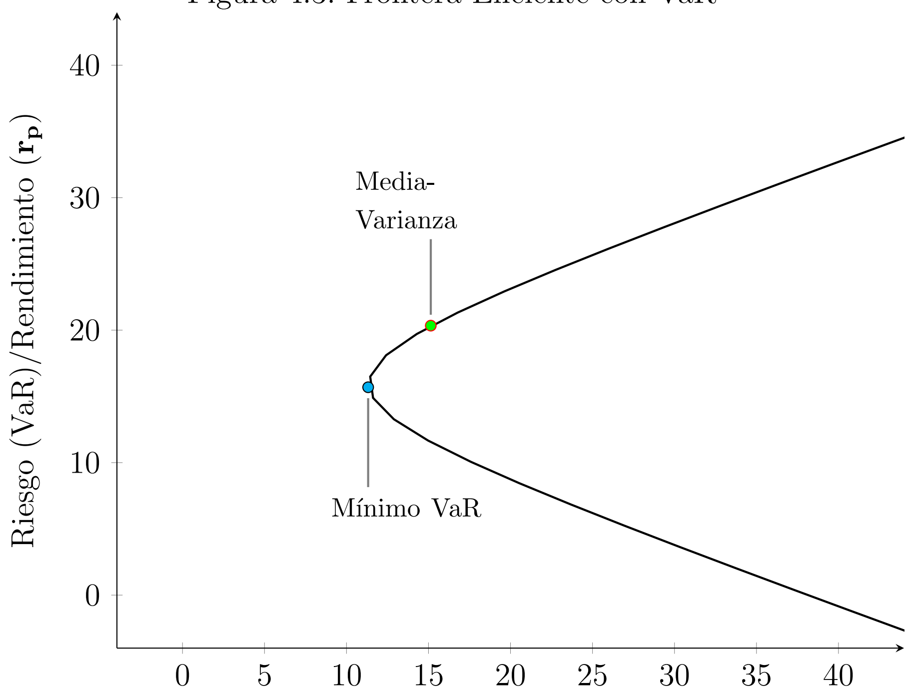


Fuente: Elaboración Propia

[7]Recordemos el método para anualizar, para un rendimiento es multiplicarlo por 252 (que representan los días hábiles de operación en un año), para el riesgo (volatilidad y VaR) hay que multiplicar por la raíz de 252 (véase la propiedad 1.3.1).

Ahora, vamos a graficar los portafolios óptimos media-varianza y VaR usando el rendimiento esperado (eje vertical) y el VaR (eje horizontal). Todos los datos presentados se encuentran anualizados. La gráfica 4.3 “Frontera Eficiente con VaR”, muestra la frontera eficiente generada usando el portafolio VaR como el portafolio óptimo de mínimo VaR, el portafolio de VaR y el portafolio media-varianza.

Figura 4.3: Frontera Eficiente con VaR



Fuente: Elaboración Propia

Se ha generado la teoría y los datos necesarios para poder realizar un comparativo y análisis para los portafolios, métricas de riesgo y rendimiento. Esta tarea se va realizar en el siguiente capítulo.

Capítulo 5

Observaciones

En este capítulo vamos resumir, comparar, analizar y entregar una conclusión de los datos de los portafolios construidos en el capítulo 4. Los datos a comparar y analizar son haciendo uso de los portafolios optimizados con: el principio de media-varianza de Markowitz (véase capítulo 2, secciones 2.2 y 2.3) y el valor en riesgo histórico VaR (véase capítulo 1, sección 1.3), que cumple con las normas y parámetros establecidos por las entidades regulatorias en México (véase los anexos A, B, C y D).

5.1. Resumen de los resultados

Inciamos enlistando en orden de aparición los resultados más relevantes del capítulo 4.

1. Se optimizo un portafolio en términos del rendimiento-riesgo por dos métodos (véase la selección de activos del capítulo 3 sección 3.2).

2. Las métricas usadas para cuantificar y optimizar el rendimiento-riesgo de los portafolios fueron: el redimiento esperado(promedio)-varianza (véase definición 2.2.2) y el valor en riesgo VaR (véase capítulo 1, sección 1.3).

3. Los métodos de optimización fueron: enfoque de media-varianza de Markowitz (véase capítulo 2 sección 2.3 y capítulo 4 en la sección 4.1) y el mínimo VaR (véase capitulo 1, sección 1.3 y capítulo 4 sección 4.2).

4. Los datos obtenidos: el peso de los activos, rendimiento y riesgo (varianza y VaR) de cada portafolio según el método empleado en su optimización (media-varianza y mínimo VaR).

Ahora, el cuadro 5.1 “Resumen de métricas”, muestra el rendimiento, volatilidad y VaR respectivamente de los portafolios del enfoque media-varianza y mínimo VaR (véase ecuaciones 4.7, 4.8, 4.9 y 4.10) encontrados en el capítulo 4 en las secciones 4.1 y 4.2 respectivamente.

Cuadro 5.1: Resumen de métricas

Portafolio	Rendimiento Esperado	Volatilidad	VaR
Media-varianza	20.34 %	9.75 %	15.14 %
Mínimo VaR	15.69 %	14.70 %	11.32 %

Fuente: Elaboración propia.

Ahora, en el cuadro 5.2 “Pesos de las Compañías en los portafolios”. Se muestra el peso asignado para cada compañía de los portafolios del enfoque media-varianza y mínimo VaR en orden alfabético (véase cuadros 4.2 “Peso de las Compañías en el portafolio óptimo” y 4.7 “Pesos de Compañías en el portafolio óptimo de mínimo VaR”).

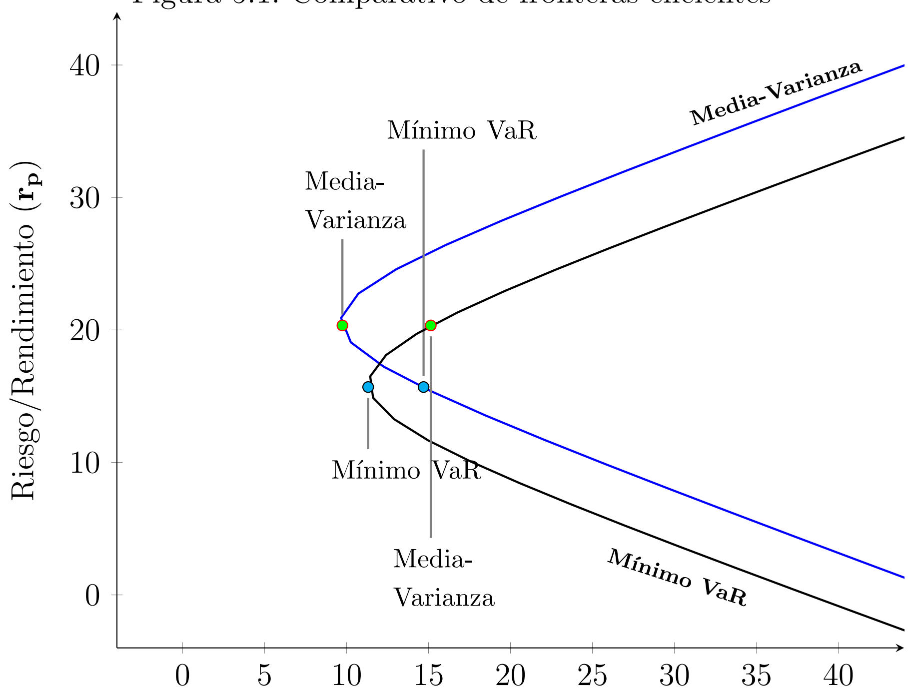
Cuadro 5.2: Pesos de las Compañías en los portafolios

Compañía	Media-varianza	Mínimo VaR
AMX L	0.19 %	40.00 %
ASUR B	6.88 %	0.48 %
BSMX B	6.83 %	18.79 %
CUERVO *	11.84 %	11.23 %
ELEKTRA *	28.74 %	0.61 %
FEMSA UBD	26.15 %	4.33 %
GAP B	-4.37 %	-0.79 %
GENTERA *	-0.11 %	12.11 %
GFNORTE O	2.19 %	-0.49 %
GMEXICO B	1.73 %	-0.35 %
IENOVA *	5.00 %	0.98 %
KIMBER A	2.90 %	1.07 %
OMA B	-0.58 %	3.43 %
R A	4.42 %	3.38 %
WALMEX *	8.20 %	5.21 %

Fuente: Elaboración propia.

Por último, en la gráfica 5.1 “Comparativo de fronteras eficientes”, vamos a contrastar las dos fronteras eficientes generadas para cada unos de los portafolios por los métodos méncionados en el punto 3 de la lista al inicio de esta sección (línea azul portafolio media-varianza, línea negro portafolio mínimo VaR). Ya que las medias de riesgo están anualizadas y expresadas en porcentaje podemos realizar el comparativo, tomando en el eje horizontal el riesgo (volatilidad y VaR) y en el eje horizontal el rendimiento de los portafolios respectivamente.

Figura 5.1: Comparativo de fronteras eficientes



Fuente: Elaboración Propia

5.2. Análisis de los resultados

De acuerdo con Markowitz (1970), una portafolio óptimo también es dominante si para cualquier otro portafolio en la frontera eficiente este tiene un rendimiento alto y un riesgo menor. Para cuantificar si un portafolio es dominante sobre otro existe una medida estadística conocida como el coeficiente de variación (véase definición 2.2.2, ecuación 2.7). La interpretación del coeficiente de variación CV para un portafolio de inversión es: como se compensa el rendimiento por unidad de riesgo, según la exposición de un portafolio. Este coeficiente varía entre 0 y 1, mientras más se acerca al 0 tenemos un mejor desempeño en el portafolio (un rendimiento mayor a su riesgo) y más cerca a 1 un mal desempeño en el portafolio (un riesgo mayor o igual a su rendimiento) y cuando es mayor a 1 podemos esperar un terrible desempeño. Del cuadro 5.1 “Resumen de métricas”, vemos que el portafolio optimizado con el método de media-varianza muestra un mejor desempeño que el portafolio de mínimo VaR (ya sea con la volatilidad o VaR como riesgo asociado al portafolio). Ahora, aplicamos la ecuación 2.7 sobre los datos del cuadro 5.1 “Resumen de métricas”. En el cuadro 5.3

"Resumen del coeficiente de variación", se muestra en la primer fila el coeficiente de variación usando la desviación estándar como el riesgo y en la segunda fila el coeficiente de variación usando VaR expresado en porcentaje. Ambas columnas fueron divididas por el respectivo rendimiento esperado del cuadro 5.1 "Resumen de métricas".

Cuadro 5.3: Resumen del coeficiente de variación

Portafolio	Volatilidad	VaR
Media-varianza	47.94 %	74.43 %
Mínimo VaR	93.69 %	72.15 %

Fuente: Elaboración propia.

Del cuadro 5.3 "Resumen del coeficiente de variación", es evidente que el portafolio obtenido por el método de media-varianza tiene el mejor desempeño y es más dominante para dicho método. Por otro lado, del cuadro 5.1 "Resumen de métricas", observamos que el portafolio del método de media-varianza tiene un rendimiento mayor por 4.65 % sobre el portafolio del método de VaR mínimo con un incremento en su VaR del 3.82 %, es decir, un incremento del 83 % de unidad de riesgo por cada unidad de rendimiento adicional. De la gráfica 5.1 "Comparativo de fronteras eficientes", tenemos que la frontera eficiente del portafolio del método de media-varianza tiene un mayor potencial de inversión sobre la frontera eficiente de método de VaR mínimo que muestra un riesgo mayor respecto al nivel de rendimiento. Ya que se observa un tope estimado de rendimiento en la gráfica de 30 % para el método de VaR mínimo y 40 % para el portafolio del método de media-varianza.

Adicional, vemos un tema de concentración en la elección de las compañías del cuadro 5.2 "Pesos de las Compañías en los portafolios". Por una lado el portafolio del método de mínimo VaR concentra el 82.13 % en 4 compañías, mientras que el portafolio de media-varianza concentra 81.81 % en 5 compañías. Esta diferencia en la diversificación, influye directamente en la disminución del riesgo. Por último, el portafolio de inversión generado por el método de media-varianza es mejor y más económico en el sentido de gasto de recursos, programación y cálculo para su implementación.

5.3. Recomendaciones

Para portafolios compuestos sólo por activos vehículos de inversión en el mercado de capitales y fondos mutuos de inversión, si se optimiza usando el VaR se va perder mucho potencial del posible rendimiento esperado. Si se trata de cualquier otra institución financiera, se puede aplicar directamente el método de media-varianza de Markowitz con el detalle de asumir un VaR más alto. Una posible solución y que beneficia a los fondos mutuos de inversión, es calcular un VaR paramétrico en lugar de un VaR histórico. Con el mismo nivel de confianza y horizonte que marca la regulación (véase anexo A, sección A.3) y que se plasmo en la definición 1.3.6. De igual forma, usando un año de historia en los datos para calcular el VaR.

De acuerdo con la ecuación 1.6 de la definición 1.3.3, el VaR paramétrico se calcula usando la media y volatilidad de los rendimientos de los activos (aquí se usa el año de historia) y se multiplica por la distribución de probabilidad normal estándar[1] valuada en el punto que corresponde a $(1-\alpha)$ con α el nivel de confianza del VaR ($\alpha = 95\,\%$ según la defininción 1.3.6). El cuadro 5.4 "VaR Paramétrico", nos muestra un VaR paramétrico optimizado por el método de media-varianza (mínima volatilidad) para los portafolios de los métodos de media-varianza y VaR mínimo. Usando los parámetros de definición 1.3.6, los datos del cuadro 5.1 "Resumen de métricasz un valor de la distribución normal estándar valuada en $5\,\%$ (-1.64). Los datos están expresados en porcentaje de forma absoluta y anualizada.

Cuadro 5.4: VaR Paramétrico

Portafolio	Rendimiento	VaR paramétrico
Media-varianza	20.34 %	4.30 %
Mínimo VaR	15.69 %	8.89 %

Fuente: Elaboración propia.

Esto nos lleva tomar en gran consideración el método de media-varianza para optimizar el portafolio, de tomar el portafolio de mínima varianza en automático nos garantiza tener un VaR mínimo, ya que el VaR paramétrico depende del rendimiento (que deseamos maximizar) y la volatilidad (minimizada al optimizar por el método de media-varianza). Por lo visto en el cuadro 5.4 "VaR Paramétrico", es evidente que tendriamos un portafolio con un VaR menor y un rendimiento esperado mayor.

El modelo paramétrico tiene un mejor desempeño que el modelo histórico, considerando los parámetros de la definición 1.3.3 y para los instrumentos vehículos de inversión del mercado de capitales. Se puede mejorar aún más la estimación de la volatilidad, si lo que se desea es tener un modelo que reacciones y se adapte rápido a los movimientos del mercado, usando modelos GARCH y volatilidad ponderadas por peso (mayor peso a las observaciones más recientes) o con decaimiento exponencial. Una excelente alternativa para las instituciones que operan o planean operar sólo en instrumentos vehículos de inversión del mercado de capitales.

[1]De acuerdo con, la distribución normal estándar es la que tiene por esperanza 0 y varianza 1. Su gráfica es conocida como la campana de Gauss centrada en el origen o el 0.

Conclusiones

El propósito de la sección es exponer los resultados obtenidos y contrastarlos con la hipótesis y ver si el objetivo de la investigación se cumple. Además, dar una conclusión, las posibles futuras líneas de investigación y algunas recomendaciones.

Recapitulando, los anexos contienen los modelos que la regulación vigente exige para cuantificar el riesgo de mercado (véase capítulo 1) y son la guía para el modelo de valor en riesgo VaR (véase definición 1.3.6) que se aplicó en la optimización de portafolios (véase capítulo 4) y que cumple con todas las disposiciones vigentes para todas las entidades financieras reguladas. En el capítulo 2, se detalló el proceso clásico conocido como el enfoque de media-varianza de Markowitz para optimizar portafolios de inversión con mínima varianza. En el capítulo 3, se realizó la sección de activos vehículos de inversión del mercado de capitales mexicano. Por último, en los capítulos 4 y 5 se realizó la optimización de portafolios de mínima varianza, mínimo VaR y se comparan sus fronteras eficientes y métricas (rendimiento esperado μ, varianza σ según la defínción 2.2.2 y VaR de acuerdo con la definición 1.3.6) respectivamente.

Vemos que la regulación exige en general y en mayor medida usar modelos de riesgo de mercado tipo valor en riesgo VaR (véase anexos A, B, C, D y definición 1.3.6) de tipo simulación histórica (véase definición 1.3.6) en algunos casos con parámetros muy precisos sobre el nivel de confianza y el horizonte de tiempo (en general 1 día) para cuantificar y gestionar la exposición de las instituciones a activos vehículos de inversión (en particular para el mercado de capitales de México). Razón por la que, se escogió un modelo de simulación histórico (véase definición 1.3.6) para cumplir al mismo tiempo con todas las características que exigen las regulaciones aplicables a instituciones en México vigentes de los anexos (véase anexos A, B, C y D).

En resumen, los principales resultados de la investigación son haciendo uso de este modelo de valor en riesgo de simulación histórica y mediante los resultados presentados en capítulo 4. En particular, los portafolios de mínimo riesgo para los modelos de VaR y el enfoque de media-varianza de Markowitz (véase definición 2.2.1), encontramos que el riesgo en el portafolio de VaR es más bajo. Perdiendo rentabilidad (oportunidad de mejores inversiones y rendimiento esperado) frente al enfoque de media-varianza de Markowitz que con la mínima varianza presenta un mejor rendimiento (véase gráfica 5.1 “Comparativo de fronteras eficientes”). Resultado que afirman la hipótesis (véase introducción). Para reafirmar aún más, los resultados con la hipótesis, haciendo un comparativo de las métricas de desempeño presentadas en el cuadro 5.3 “Resumen del coeficiente de variación". Observamos que, el modelo de VaR presenta un mayor riesgo según el coeficiente de variación (véase definición 2.2.2 y cuadro 5.3 "Resumen del coeficiente de variación"). Esto nos indica que el modelo de VaR subvalora el riesgo. Que el modelo de VaR subvalore el riesgo, es porque el modelo concentra más el peso en pocos activos (a mayor peso, mayor concentración y mayor riesgo), perdiendo el efecto de diversificación del riesgo (véase definición 2.2.1). Por lo que el modelo especifico de simulación histórico (véase definición 1.3.3) que cumple con todas las regulaciones de los anexos A, B, C y D. Tiende a concentrar riesgo y por tanto a sobrevalorar la exposición cuando se usa para optimizar. Por otro lado, el método de enfoque de media-varianza de Markowitz presenta un mejor desempeño en sus estadísticos (véase cuadro 5.1 "Resumen de métricas") y comparando su frontera eficiente (véase gráfica 5.1 "Comparativo de fronteras eficientes") con la optimización usando el VaR, sigue mostrando tener portafolios dominantes (con mejor desempeño por arriba del portafolio de mínima varianza y VaR). El enfoque de media-varianza de Markowitz, depende de minimizar la volatilidad del portafolio final, diversificando de mejor forma (ponderando los pesos entre más activos y evitando concentrar el riesgo, efecto de diversificación) que el modelo de simulación histórica de VaR (que no diversifica tan efectivamente los activos). Reafirmando la hipótesis planteada (véase introducción), el modelo VaR no estima de forma correcta el riesgo y al usarlo para optimizar un portafolio de inversión, el riesgo asociado que presenta está por debajo de lo que en realidad aparenta, es decir, la exposición y el riesgo asociado al portafolio no es adecuado. Alcanzando así el objetivo de la investigación. Podemos decir que se atendió correctamente el objetivo de la investigación (véase introducción).

Los modelos presentados en las instituciones financieras sujetas a regulaciones sirven para hacer una optimización de portafolios de inversión y cumplir con requisitos regulatorios para instituciones financieras reguladas. Por lo que la decisión de usarlos no es opcional, al menos no el valor de riesgos VaR (para la gestión del riesgo de mercado). Pero se pueden mejorar y decidir por mantener modelos de optimización separados de los modelos de gestión regulatoria. Es decir, monitorear, reportar y dar seguimiento al riesgo de mercado según lo indican las normas aplicables (modelos tipo valor en riesgo, que corresponda según el tipo de institución de acuerdo con los anexos A, B, C y D) y gestionar los cambios, optimizaciones de los portafolios de inversión con el enfoque de media y varianza de Markowitz. El trabajo incrementa para la gestión de los fondos administrados e invertidos en vehículos de inversión para el mercado capitales, ya que habría que hacer las dos corridas de optimización presentadas, contrastarlas y verificar que no se rompen o rebasan límites de gestión de cara a los reguladores. Lo recomendado sería, realizar de forma programada en algunas ventanas de tiempo (semanal, quincenal o mensual) un análisis a manera de backtesting como el realizado en este trabajo de investigación donde se puedan comparar las fronteras eficientes y los coeficientes de variación, identificando cualquier resultado o desviación no deseado.

En temas para futuras líneas de investigación y recomendaciones (para recomendaciones adicionales véase 5 sección 5.3), sobre regulación flexible o de modelos internos avanzados para una gestión del riesgo de mercado más a la medida de las instituciones a las que aplique. Ya que según la hipótesis (véase introducción), los modelos restrictivos restan dinamismo al mercado y expone más a los participantes de tener portafolios de inversión menos eficientes (poco diversificados), con un riesgo aparentemente bajo y con un rendimiento esperado también bajo pero que dependiendo el horizonte de tiempo y las condiciones del mercado se esté subvalorando la exposición al riesgo de mercado que se cree tener[2].

La apertura de la regulación a modelos internos, en el caso particular de fondos especializados en este tipo de activos vehículos de inversión del mercado de capitales. Traería consigo nuevas formas de gestionar y cuantificar la exposición al riesgo de mercado y como se menciona en el capítulo 5 sección 5.3, un modelo paramétrico sería el indicado para aplicar el enfoque de media-varianza de Markowitz. Cumpliendo así, con tener un modelo de tipo valor en riesgo VaR para la gestión de riesgo de mercado y optimizando portafolios de inversión con exposiciones bajas y rendimientos esperados más altos[3].

[2]Siempre considerando que el tipo de vehículo de inversión expuesto es para riesgo alto por lo que el perfil de riesgo de la institución, cliente o persona física debe estar en este rango.

[3]Se expone en el capítulo 5, que el portafolio optimizado con el VaR tiene rendimientos esperados más bajos que el portafolio optimizado con el enfoque de media-varianza de Markowitz. El riesgo es aparentemente menor en el portafolio optimizado con el VaR que el portafolio optimizado con el enfoque de media-varianza de Markowitz, pero la métrica de desempeño del coeficiente de variación nos indica que el portafolio optimizado con el enfoque de media-varianza de Markowitz es dominante o mejor y su gráfica de fronteras eficientes reafirmando los resultados.

Apéndice A

CNBV

El propósito del apartado es resumir lo artículos de las regulaciones vigentes aplicables a las instituciones bancarias, casa de bolsa y fondos mutuos de inversión en materia de riesgos de mercado. Enfocándonos en particular en los artículos que hablan de los modelos para medir, gestionar y reportar el riesgo de mercado. Los artículos aquí plasmados fueron extraídos de CNBV op. Cit. (2022)[1] que son la ultimas circulares vigentes al día 6 de abril del año 2022 para bancos, casas de bolsa y fondos mutuos de inversión respectivamente.

Las normas emitidas por la CNBV si difieren en su composición y contenido dependiendo del tipo de negocio. A continuación veremos el resumen de las normas emitidas por la CNBV por tipo de negocio, particularmente las que hablan de la gestión y administración del riesgo de mercado.

A.1. Bancos

Sección Segunda. **De los órganos y unidades administrativas responsables de la Administración Integral de Riesgos**

Apartado B. **De la unidad para la Administración Integral de Riesgos**

...

Artículo 74.- La unidad para la Administración Integral de Riesgos, para el cumplimiento de su objeto, desempeñará las funciones siguientes:

...

IV. Proporcionar al comité de riesgos la información relativa a:

...

d) La evolución histórica de los riesgos asumidos por la Institución

[1] Todo el apéndice contiene referencias textuales de las circulares de la CNBV.

. . .

(161) La información que se genere con motivo de la medición del riesgo de mercado y liquidez, así como para el riesgo de crédito por las operaciones con instrumentos financieros, incluyendo los derivados, deberá proporcionarse diariamente al director general de la Institución, al responsable de la función de auditoría interna y a los responsables de las Unidades de Negocio respectivas y, cuando las Instituciones estén expuestas a situaciones de alta volatilidad financiera derivada de sus circunstancias internas o de las condiciones generales del mercado, esta información deberá proporcionarse incluso durante el transcurso del día, conforme sea requerido por los funcionarios referidos.

. . .

Sección Cuarta. **De la administración por tipo de riesgo**

. . .

Apartado A. **De los riesgos cuantificables discrecionales**

. . .

(274)Artículo 82.- Las Instituciones en la administración del riesgo de mercado, por lo que hace a instrumentos financieros negociables, instrumentos financieros para cobrar o vender, operaciones de reporto, otras operaciones con valores y los instrumentos derivados clasificados como de negociación, así como los de cobertura para las posiciones primarias mencionadas en este artículo, como mínimo deberán:

I. Analizar, evaluar y dar seguimiento a todas las posiciones sujetas a riesgo de mercado antes mencionadas, utilizando para tal efecto modelos de valor en riesgo que tengan la capacidad de medir la pérdida potencial en dichas posiciones, asociada a movimientos de precios, tasas de interés o tipos de cambio, con un nivel de probabilidad dado y sobre un período específico.

A.2. Casas de Bolsa

Capítulo Tercero. **De la administración integral de riesgos**

Sección Primera. **Del objeto y las definiciones**

Artículo 122.- Los riesgos a que se encuentran expuestas las casas de bolsa, así como sus subsidiarias financieras, podrán clasificarse en los tipos siguientes:

I. Riesgos cuantificables, que son aquéllos para los cuales es posible conformar bases estadísticas que permitan medir sus pérdidas potenciales, y dentro de éstos, se encuentran los siguientes:

a) Riesgos discrecionales, que son aquellos resultantes de la toma de una posición de riesgo, tales como el:

. . .

3. Riesgo de mercado, que se define como la pérdida potencial ante cambios en los factores de riesgo que inciden sobre la valuación o sobre los resultados esperados de sus operaciones, tales como tasas de interés, tipos de cambio, índices de precios, entre otros.

. . .

Sección Segunda. **De los órganos y unidades administrativas responsables de la administración integral de riesgos**

. . .

Apartado B. **De la unidad para la administración integral de riesgos**

Artículo 130.- La unidad para la administración integral de riesgos, para el cumplimiento de su objeto, desempeñará las funciones siguientes:

. . .

IV. Proporcionar al comité de riesgos la información relativa a:

a) La exposición tratándose de riesgos discrecionales, así como la incidencia e impacto en el caso de los riesgos no discrecionales, considerando el riesgo consolidado de la casa de bolsa desglosado por unidad de negocio o factor de riesgo, causa u origen de éstos. Los informes sobre la exposición de riesgo deberán incluir análisis de sensibilidad y pruebas bajo diferentes escenarios, incluyendo los extremos.

. . .

La información que se genere con motivo de la medición del riesgo de mercado, deberá proporcionarse diariamente al director general de la casa de bolsa y a los responsables de las unidades de negocio respectivas.

. . .

Apartado C. **De la auditoría interna de riesgos**

. . .

Sección Cuarta. **De la administración por tipo de riesgo**

Artículo 135.- Las casas de bolsa deberán llevar a cabo la administración por tipo de riesgo de acuerdo con la clasificación establecida en el artículo 122 de las presentes disposiciones y en términos de lo que se establece a continuación.

Apartado A. **De los riesgos cuantificables discrecionales**

. . .

Artículo 138.- Las casas de bolsa en la administración del riesgo de mercado, por lo que hace a títulos para negociar, títulos disponibles para la venta, operaciones de reporto, otras operaciones con valores y los instrumentos derivados clasificados como de negociación así como los de cobertura para las posiciones primarias mencionadas en este artículo, como mínimo deberán:

I. Analizar, evaluar y dar seguimiento a todas las posiciones sujetas a riesgo de mercado antes mencionadas, utilizando para tal efecto modelos de valor en riesgo que tengan la capacidad de medir la pérdida potencial en dichas posiciones, asociada a movimientos de precios, tasas de interés o tipos de cambio, con un nivel de probabilidad dado y sobre un periodo específico.

...

IV. Comparar las exposiciones de riesgo de mercado estimadas con los resultados efectivamente observados. En caso de que los resultados proyectados y los observados difieran significativamente, se deberán realizar las correcciones necesarias.

V. Contar con la información histórica de los factores de riesgo necesaria para el cálculo del riesgo de mercado.

A.3. Fondos de Inversión

Capítulo Segundo. **De los órganos y personas responsables de la Administración integral de riesgos**

...

Sección Primera. **De las funciones de la Administración integral de riesgos**

Artículo 123.- El responsable de llevar a cabo la Administración integral de riesgos deberá identificar, medir, vigilar e informar los riesgos cuantificables que enfrentan los fondos de inversión de renta variable y en instrumentos de deuda a los que presten servicios de administración de activos las sociedades operadoras de fondos de inversión.

...

V. Proporcionar al consejo de administración de la sociedad operadora de fondos de inversión, la información relativa a:

a) La exposición a los riesgos discrecionales, así como la incidencia e impacto en el caso de los riesgos no discrecionales, de los fondos de inversión, desglosados por fondo de inversión y por tipo de activo, Factor de riesgo, causa u origen de estos. Los informes sobre la exposición de riesgo, deberán incluir análisis de sensibilidad y pruebas bajo diferentes escenarios, incluyendo los extremos. En este último caso deberán incluirse escenarios donde los supuestos fundamentales y los parámetros utilizados se colapsen, así como los planes de contingencia que consideren la capacidad de respuesta de la sociedad operadora de fondos de inversión ante dichas condiciones.

...

La información que se genere con motivo de la medición del riesgo de mercado, deberá proporcionarse diariamente al director general y a los responsables de las Unidades de negocio respectivas de la sociedad operadora de fondos de inversión.

...

Capítulo Cuarto. **De la administración por tipo de riesgo**

...

Sección Primera. **De los riesgos cuantificables discrecionales**

Artículo 131.- Las sociedades operadoras de fondos de inversión en la administración de los riesgos de crédito, liquidez y mercado a que se encuentren expuestos los fondos de inversión cuyos activos administren, como mínimo, deberán:

...

Las sociedades operadoras de fondos de inversión en la administración de los riesgos de crédito, liquidez y mercado a que se encuentren expuestos los fondos de inversión cuyos activos administren, como mínimo, deberán:

...

IV. Desarrollar sistemas que permitan estimar las pérdidas potenciales bajo distintos escenarios, incluyendo escenarios extremos, relativos:

...

c) A los movimientos de precios, tasas de interés, tipos de cambio e índices de precios, entre otros, utilizando al efecto modelos de valor en riesgo. Para los efectos del párrafo anterior, se entenderá por valor en riesgo a la minusvalía que puedan tener los activos netos de un fondo de inversión, con un nivel de confianza y en un periodo determinado, el cual se deberá calcular diariamente utilizando el modelo que se estime más conveniente, pero que en todo caso considere:

1. Un nivel de confianza del noventa y cinco por ciento.
2. Un período de muestra de un año como mínimo.
3. Un horizonte temporal para el que se estime la minusvalía de un día.

Apéndice B

CNSF

El propósito del apartado es resumir lo artículos de las regulaciones vigentes aplicables a las compañías de seguros y fianzas en materia de riesgos de mercado. Enfocándonos en particular en los artículos que hablan de los modelos para medir, gestionar y reportar el riesgo de mercado. Los artículos aquí plasmados fueron extraídos de CNSF op. Cit. (2022)[1] que es la última circular vigente al día 6 de abril del año 2022.

B.1. Afianzadora y Aseguradoras

En la "CIRCULAR ÚNICA DE SEGUROS Y FIANZAS", los capítulos que hablan de la gestión y administración del riesgo de mercado son los capítulos 3 y 8. A continución veremos un resumen de los artículos más relevantes de los capítulos 3 y 8.

Capítulo 3. **Del Gobierno Corporativo**

...

3.2. **De la Administración Integral de Riesgos**

3.2.1. Como parte del sistema de gobierno corporativo cuya instrumentación y seguimiento es responsabilidad del consejo de administración, las Instituciones y Sociedades Mutualistas deberán establecer un sistema de administración integral de riesgos, eficaz y permanente.

...

3.2.5. El Área de Administración de Riesgos, para el desarrollo de su objeto, desempeñará las siguientes funciones:

...

VII. Informar al consejo de administración y al director general, así como a las áreas involucradas, sobre la exposición al riesgo asumida por la Institución

[1] Todo el apéndice contiene referencias textuales de esta circular.

o Sociedad Mutualista y sus posibles implicaciones en el cálculo del RCS, así como sobre el nivel de observancia de los límites de tolerancia al riesgo aprobados por el consejo de administración. Asimismo, deberá documentar las causas que, en su caso, originen desviaciones respecto a dichos límites y formular las recomendaciones necesarias para ajustar la exposición al riesgo.

Para tal efecto, el funcionario encargado del Área de Administración de Riesgos deberá presentar, al menos trimestralmente, un informe al consejo de administración que contenga, como mínimo:

a) La exposición al riesgo global, por área de operación y por tipo de riesgo;
b) El grado de cumplimiento de los límites, objetivos, políticas y procedimientos en materia de administración integral de riesgos;

. . .

3.2.10. El Manual de Administración de Riesgos a que se refiere la fracción II de la Disposición 3.2.3, deberá documentar el funcionamiento del sistema de administración integral de riesgos de la Institución o Sociedad Mutualista, y contemplará, cuando menos, los siguientes aspectos:

. . .

IV. La definición de los procesos y procedimientos necesarios para identificar, vigilar, administrar, medir, controlar, mitigar, dar seguimiento e informar los riesgos a que pueda estar expuesta la Institución o Sociedad Mutualista. Dichos procesos y procedimientos deberán considerar, al menos, lo siguiente:

. . .

b) Para el riesgo de mercado:

. . .

8) Los procedimientos de evaluación y seguimiento a todas las posiciones sujetas a riesgo de mercado, utilizando para tal efecto modelos del tipo Valor en Riesgo que tengan la capacidad de medir la pérdida potencial en dichas posiciones, asociada a movimientos de precios, tasas de interés o tipos de cambio, con un nivel de probabilidad dado y sobre un período específico;
9) Las normas cuantitativas y cualitativas para la elaboración y uso de los modelos del tipo Valor en Riesgo;
10) Las políticas y normas para la diversificación del riesgo de mercado de sus posiciones;

. . .

13) La forma y periodicidad con la que se deberá informar la exposición al riesgo de mercado al consejo de administración, y

. . .

Capítulo 8. **De las Inversiones y otros Activos**

8.1. **De la Política de Inversión de las Instituciones**

. . .

8.1.3. La política de inversión de las Instituciones deberá apegarse a lo señalado en los artículos 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254 y 255 de la LISF, así como a lo previsto en el presente Título, y considerar de manera explícita lo siguiente:

. . .

IV. Los mecanismos de administración de los riesgos ligados a las inversiones:

a) Para el riesgo de mercado, los mecanismos específicos que la Institución utilizará para prevenir las pérdidas potenciales derivadas de cambios en los factores de riesgo que influyan en el valor de los activos, tales como tasas de interés, tipos de cambio, índices de precios, entre otros, que arroje el modelo de tipo Valor en Riesgo de la Institución u otro modelo equivalente;

. . .

8.2. De los Activos e Inversiones de las Instituciones y Sociedades Mutualistas

8.2.3. Con sujeción a lo previsto en las Disposiciones 8.2.1 y 8.2.2, las Instituciones podrán cubrir su Base de Inversión con los siguientes activos, valores o instrumentos negociados en el mercado financiero mexicano:

. . .

VI. Valores de renta variable listados en la Bolsa Mexicana de Valores;

. . .

Apéndice C

CONSAR

El propósito del apartado es resumir lo artículos de las regulaciones vigentes aplicables a las sociedades de inversión especializadas en fodos para el retiro (SIEFORE) en materia de riesgos de mercado. Enfocándonos en particular en los artículos que hablan de los modelos para medir, gestionar y reportar el riesgo de mercado. Los artículos aquí plasmados fueron extraídos de CONSAR op. Cit. (2022)[1] que es la última circular vigente al día 6 de abril del año 2022, conocida como la circular única financiera.

C.1. SIEFORES

En las "DISPOSICIONES DE CARÁCTER GENERAL EN MATERIA FINANCIERA DE LOS SISTEMAS DE AHORRO PARA EL RETIRO", los capítulos que hablan de la gestión y administración del riesgo de mercado son los capítulos 2 y 3. A continución veremos un resumen de los artículos más relevantes de los capítulos 2 y 3.

CAPÍTULO II. **DE LA UNIDAD DE ADMINISTRACIÓN INTEGRAL DE RIESGOS**

Artículo 12.- La UAIR entregará diariamente al director general de la Administradora, al Contralor Normativo y al Responsable del área de Inversiones, un informe ejecutivo sobre el comportamiento de los Riesgos Financieros de las Sociedades de Inversión que opere la Administradora. El director general de la Administradora, podrá determinar una periodicidad distinta a la prevista en el presente párrafo para recibir dicho informe, dejando esta decisión asentada en las Actas Pormenorizadas del Comité de Riesgos Financieros.

...

Artículo 14.- El Sistema Integral Automatizado deberá permitir a la UAIR realizar las siguientes actividades:

...

[1] Todo el apéndice contiene referencias textuales de esta circular.

VI. Calcular el Valor en Riesgo de mercado, a través de distintas metodologías, de la cartera de inversión completa, así como dichas medidas aplicadas a subcarteras definidas por el Comité de Riesgos Financieros y a los Activos Objeto de Inversión específicos;

. . .

XIII. Calcular el Valor en Riesgo Condicional y Diferencial de Valor en Riesgo Condicional bajo escenarios de estrés aplicados a la cartera de inversión del Activo Administrado por la Sociedad de Inversión usando las fechas previstas en el Anexo A de las presentes Disposiciones;

. . .

CAPÍTULO III. **DEL MANUAL DE POLÍTICAS Y PROCEDIMIENTOS PARA LA ADMINISTRACIÓN DEL RIESGO FINANCIERO**

. . .

Artículo 16.- El Manual de Políticas y Procedimientos para la Administración del Riesgo Financiero deberá contener lo siguiente:

. . .

XXV. La metodología para calcular el Valor en Riesgo, el Valor en Riesgo Condicional, y el Diferencial del Valor en Riesgo Condicional aplicando las fechas previstas en el Anexo A de las presentes Disposiciones;

Apéndice D

BANXICO

El propósito del apartado es resumir lo artículos de las regulaciones vigentes aplicables a las compañías financieras que tiene la autorización para operar algún derivado financiero en materia de riesgos de mercado. Enfocándonos en particular en los artículos que hablan de los modelos para medir, gestionar y reportar el riesgo de mercado. Los artículos aquí plasmados fueron extraídos de Banxico op. Cit. (2022)[1] que es la última circular vigente al día 6 de abril del año 2022, conocida como los "31 puntos de Banxico[2]".

D.1. 31 Puntos de Banxico

13. **SANCIONES**

...

I. **REQUERIMIENTOS DE ADMINISTRACIÓN**

1.- La Dirección General deberá establecer y el Consejo de Administración o el Consejo Directivo, según corresponda, deberá aprobar específicamente:

...

b) Las tolerancias máximas de riesgo de mercado, de crédito y otros riesgos consideradas como aceptables para la Entidad en el mercado, y

...

2.- La Dirección General deberá designar y el Consejo de Administración o el Consejo Directivo, según corresponda, deberá aprobar un área de riesgos, diferente de las áreas tomadoras de riesgo, dependiente directamente de la Dirección General o del comité de riesgos, cuyo propósito será:

[1] Todo el apéndice contiene referencias textuales de esta circular.

[2] La circular aplica solamente para instituciones que están autorizadas por el Banco de México para operar derivados y ninguna otra.

a) Medir, evaluar y dar seguimiento a los riesgos de mercado, de crédito (contraparte), de liquidez y operativos provenientes de estos instrumentos;

. . .

3.- La Dirección General y un comité designado por el Consejo de Administración o el Consejo Directivo, según corresponda, deberán estar involucrados, en forma sistemática y oportuna, en el seguimiento de la administración de riesgos de mercado, de crédito, de liquidez y otros que consideren relevantes del mercado. Asimismo, deberán establecer un programa de revisión de los objetivos, metas y procedimientos de operación y control, así como de los niveles de tolerancia de riesgo por lo menos con periodicidad semestral y cada vez que las condiciones del mercado lo ameriten.

Apéndice E

Código para optimizar el VaR

El propósito del apartado es mostrar el código de programación en el paquete Mathlab ®en su versión $R2022b$ y que fue utilizado en el capítulo 4, para optimizar el portafolio de inversión expuesto en el capítulo 3. Usando el modulo Optimization Toolbox™para minimizar el valor en riesgo VaR. Los datos cargados en el sistema fueron extraidos de Thomson Router, para mayor detalle véase el capitulo 3.

E.1. Código de Optimization Toolbox™

```
%HISTORIAS POR ACTIVOS
OMA_B=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$A$2:$A$254')
ELEKTRA_*=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$B$2:$B$254')
GAP_B=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$C$2:$C$254')
GENTERA_*=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$D$2:$D$254')
GMEXICO_B=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$E$2:$E$254')
CUERVO_*=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$F$2:$F$254')
KIMBER_A=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$G$2:$G$254')
ASUR_B=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$H$2:$H$254')
R_A=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$I$2:$I$254')
IENOVA_*=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$J$2:$J$254')
GFNORTE_O=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$K$2:$K$254')
WALMEX_*=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$L$2:$L$254')
AMX_L=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$M$2:$M$254')
BSMX_B=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$N$2:$N$254')
FEMSA_UBD=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$O$2:$O$254')
%RENDIMIENTOS LOGARITMICOS
rend_OMA_B=diff(log(OMA_B))
rend_ELEKTRA_=diff(log(ELEKTRA_))
rend_GAP_B=diff(log(GAP_B))
rend_GENTERA_=diff(log(GENTERA_))
rend_GMEXICO_B=diff(log(GMEXICO_B))
rend_CUERVO_=diff(log(CUERVO_))
rend_KIMBER_A=diff(log(KIMBER_A))
rend_ASUR_B=diff(log(ASUR_B))
rend_R_A=diff(log(R_A))
rend_IENOVA_=diff(log(IENOVA_))
rend_GFNORTE_O=diff(log(GFNORTE_O))
rend_WALMEX_=diff(log(WALMEX_))
rend_AMX_L=diff(log(AMX_L))
rend_BSMX_B=diff(log(BSMX_B))
```

```
rend_FEMSA_UBD=diff(log(FEMSA_UBD))
%Ultimo Precio de Cierre
Last_OMA_B=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$A$254')
Last_ELEKTRA_*=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$B$254')
Last_GAP_B=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$C$254')
Last_GENTERA_*=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$D$254')
Last_GMEXICO_B=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$E$254')
Last_CUERVO_*=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$F$254')
Last_KIMBER_A=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$G$254')
Last_ASUR_B=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$H$254')
Last_R_A=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$I$254')
Last_IENOVA_*=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$J$254')
Last_GFNORTE_O=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$K$254')
Last_WALMEX_*=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$L$254')
Last_AMX_L=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$M$254')
Last_BSMX_B=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$N$254')
Last_FEMSA_UBD=xlsread('Mexbol_Hist_Port.xlsx','Hoja1','$O$254')
precios_cierre=(Last_OMA_B,Last_ELEKTRA_,Last_GAP_B,Last_GENTERA_,...
Last_GMEXICO_B,Last_CUERVO_*,Last_KIMBER_A,Last_ASUR_B,Last_R_A,...
Last_IENOVA_,Last_GFNORTE_O,Last_WALMEX_,Last_AMX_L,...
Last_BSMX_B,Last_FEMSA_UBD)
%Escenarios Simulados P&L
simul_OMA_B=Last_OMA_B*exp(rend_OMA_B)
simul_ELEKTRA_=Last_ELEKTRA_exp(rend_ELEKTRA_)
simul_GAP_B=Last_GAP_B*exp(rend_GAP_B)
simul_GENTERA_=Last_GENTERA_exp(rend_GENTERA_)
simul_GMEXICO_B=Last_GMEXICO_B*exp(rend_GMEXICO_B)
simul_CUERVO_=Last_CUERVO_exp(rend_CUERVO_)
simul_KIMBER_A=Last_KIMBER_A*exp(rend_KIMBER_A)
simul_ASUR_B=Last_ASUR_B*exp(rend_ASUR_B)
simul_R_A=Last_R_A*exp(rend_R_A)
simul_IENOVA_=Last_IENOVA_exp(rend_IENOVA_)
simul_GFNORTE_O=Last_GFNORTE_O*exp(rend_GFNORTE_O)
simul_WALMEX_=Last_WALMEX_exp(rend_WALMEX_)
simul_AMX_L=Last_AMX_L*exp(rend_AMX_L)
simul_BSMX_B=Last_BSMX_B*exp(rend_BSMX_B)
simul_FEMSA_UBD=Last_FEMSA_UBD*exp(rend_FEMSA_UBD)
%Escenarios P&L
pl_OMA_B=simul_OMA_B-Last_OMA_B
pl_ELEKTRA_=simul_ELEKTRA_-Last_ELEKTRA_*
pl_GAP_B=simul_GAP_B-Last_GAP_B
pl_GENTERA_=simul_GENTERA_-Last_GENTERA_*
pl_GMEXICO_B=simul_GMEXICO_B-Last_GMEXICO_B
pl_CUERVO_=simul_CUERVO_-Last_CUERVO_*
pl_KIMBER_A=simul_KIMBER_A-Last_KIMBER_A
pl_ASUR_B=simul_ASUR_B-Last_ASUR_B
pl_R_A=simul_R_A-Last_R_A
pl_IENOVA_=simul_IENOVA_-Last_IENOVA_*
pl_GFNORTE_O=simul_GFNORTE_O-Last_GFNORTE_O
pl_WALMEX_=simul_WALMEX_-Last_WALMEX_*
pl_AMX_L=simul_AMX_L-Last_AMX_L
pl_BSMX_B=simul_BSMX_B-Last_BSMX_B
pl_FEMSA_UBD=simul_FEMSA_UBD-Last_FEMSA_UBD
%VaR al 95% o p=5%
VaR_OMA_B= prctile(pl_OMA_B,(1-0.95))
VaR_ELEKTRA_= prctile(simul_ELEKTRA_,(1-0.95))
VaR_GAP_B= prctile(simul_GAP_B,(1-0.95))
VaR_GENTERA_= prctile(simul_GENTERA_,(1-0.95))
VaR_GMEXICO_B= prctile(simul_GMEXICO_B,(1-0.95))
VaR_CUERVO_= prctile(simul_CUERVO_,(1-0.95))
VaR_KIMBER_A= prctile(simul_KIMBER_A,(1-0.95))
VaR_ASUR_B= prctile(simul_ASUR_B,(1-0.95))
VaR_R_A= prctile(simul_R_A,(1-0.95))
VaR_IENOVA_= prctile(simul_IENOVA_,(1-0.95))
```

```
VaR_GFNORTE_O= prctile(simul_GFNORTE_O,(1-0.95))
VaR_WALMEX_= prctile(simul_WALMEX_,(1-0.95))
VaR_AMX_L= prctile(simul_AMX_L,(1-0.95))
VaR_BSMX_B= prctile(simul_BSMX_B,(1-0.95))
VaR_FEMSA_UBD= prctile(simul_FEMSA_UBD,(1-0.95))
%VaR anual en pocentaje
VaR_anual_OMA_B=abs(VaR_OMA_B/Last_OMA_B)*sqrt(252)
VaR_anual_ELEKTRA_=abs(VaR_ELEKTRA_/Last_ELEKTRA_*)*sqrt(252)
VaR_anual_GAP_B=abs(VaR_GAP_B/Last_GAP_B)*sqrt(252)
VaR_anual_GENTERA_=abs(VaR_GENTERA_/Last_GENTERA_*)*sqrt(252)
VaR_anual_GMEXICO_B=abs(VaR_GMEXICO_B/Last_GMEXICO_B)*sqrt(252)
VaR_anual_CUERVO_=abs(VaR_CUERVO_/Last_CUERVO_*)*sqrt(252)
VaR_anual_KIMBER_A=abs(VaR_KIMBER_A/Last_KIMBER_A)*sqrt(252)
VaR_anual_ASUR_B=abs(VaR_ASUR_B/Last_ASUR_B)*sqrt(252)
VaR_anual_R_A=abs(VaR_R_A/Last_R_A)*sqrt(252)
VaR_anual_IENOVA_=abs(VaR_IENOVA_/Last_IENOVA_*)*sqrt(252)
VaR_anual_GFNORTE_O=abs(VaR_GFNORTE_O/Last_GFNORTE_O)*sqrt(252)
VaR_anual_WALMEX_=abs(VaR_WALMEX_/Last_WALMEX_*)*sqrt(252)
VaR_anual_AMX_L=abs(VaR_AMX_L/Last_AMX_L)*sqrt(252)
VaR_anual_BSMX_B=abs(VaR_BSMX_B/Last_BSMX_B)*sqrt(252)
VaR_anual_FEMSA_UBD=abs(VaR_FEMSA_UBD/Last_FEMSA_UBD)*sqrt(252)
%Matriz de Escenarios de PL
pl_escenarios=(pl_OMA_B,pl_ELEKTRA_,pl_GAP_B,pl_GENTERA_,pl_GMEXICO_B, ...
    pl_CUERVO_,pl_KIMBER_A,pl_ASUR_B,pl_R_A,pl_IENOVA_,pl_GFNORTE_O, ...
    pl_WALMEX_*,pl_AMX_L,pl_BSMX_B,pl_FEMSA_UBD)
%Vector de pesos
w_portafolio_optimo_media_varianza=[0.2874,0.2615,0.1184,0.0820, ...
    0.0688,0.0683,0.05,0.0442,0.0290,0.0219,0.0173,0.0019,-0.0011, ...
    -0.0058,-0.0437]
rend_portafolio_optimo_mark=[0.4181,0.3768,0.3535,0.325,0.2886,...
    0.2884,0.2005,0.1963,0.1944,0.1805,0.1353,0.0981,0.0929,...
    0.0856,0.0729]
rend_total_port_optimo=rend_portafolio_optimo_mark
*w_portafolio_optimo_media_varianza'
%Arreglo de tabla a matriz
matriz_escenarios=table2array(pl_escenarios)
%Escenario Total (Escenarios*vector de pesos traspuestos)
esc_total_pl=matriz_escenarios*w_portafolio_optimo_media_varianza'
%VaR Total anualizado
VaR_total_anual=(prctile(esc_total_pl,(1-0.95)) ...
    /(precios_cierre*w_portafolio_optimo_media_varianza'))*sqrt(252)
%Optimizacion del CVaR
p = PortfolioCVaR('matriz_escenarios',Assets(1:15));
p = simulateNormalScenariosByData(p, Data(:,1:15), 200000 ,'missingdata',true);
p = setProbabilityLevel(p, 0.95);
p = setDefaultConstraints(p);
disp(p)
% Pesos del portafoli optimo rendimiento-risgo
pwgt = estimateFrontierByReturn(p,rend_total_port_optimo)
```

Bibliografía

[1] Álvares García, R.D.; G. A. Ortega Oliveros; A. M. Sánchez Ospina y M. Herrera Madrid: *Evolución de la teoría económica de las finanzas: Una breve revisión* Semestre Económico, 7(4), 105-127, 2004.

[2] Banda Ortiz, H.; L. M. González García y D. Gómez Hernández: *Una aproximación de la teoría de portafolio a las siefores en México.* Pensamiento y Gestión, 28-55, 2014.

[3] Banco de México: *Circular 3/2012.* URL: https://www.banxico.org.mx/comisiones/v–marco-normativo-aplicable.html, fecha de consulta 06/04/2022.

[4] Bassetti A. y C. Torricelli: *Optimal portfolio selection as a bargaining game.* Dynamic Games in Economic Analysis. Lecture Notes in Control and Information Sciences, Springer, Berlin, Heidelberg, vol. 157, 249-259, Berlin, 1991.

[5] Bolsa Mexicana: *Desempeño Bursátil.* Documentos y Publicaciones Bolsa Mexicana de Valores, Sala de Prensa, https://www.bmv.com.mx/docs-pub/SALA_PRENSA/CTEN_NOTI/DB.pdf, fecha de consulta 30/09/2022.

[6] Carol A.: *Market Risk Analysis.* John Wiley & Sons Ltd., Volume IV, Value-at-Risk Models, 2008.

[7] CNBV: *Disposiciones de Carácter General Aplicables a las Instituciones de Crédito.* URL: https://www.cnbv.gob.mx/Paginas/NORMATIVIDAD.aspx, fecha de consulta 06/04/2022.

[8] CNBV: *Disposiciones de Carácter General Aplicables a las Casas de Bolsa.* URL: https://www.cnbv.gob.mx/Paginas/NORMATIVIDAD.aspx, fecha de consulta 06/04/2022.

[9] CNBV: *Disposiciones de Carácter General Aplicables a los Fondos de Inversión y a las Personas que les Prestan Servicios.* URL: https://www.cnbv.gob.mx/Paginas/NORMATIVIDAD.aspx, fecha de consulta 06/04/2022.

[10] CNBV: *GLOSARIO DE TERMINOS PORTAFOLIO DE INFORMACION.* URL: https://portafolioinfdoctos.cnbv.gob.mx/Documentacion, /minfo/00_DOC_R1.pdf, fecha de consulta 06/04/2022.

[11] CNSF: *CIRCULAR ÚNICA DE SEGUROS Y FIANZAS.* URL: https://lisfcusf.cnsf.gob.mx/CUSF/CUSF3_2, 24 CUSF.pdf, fecha de consulta 06/04/2022.

[12] CONSAR: *DISPOSICIONES DE CARÁCTER GENERAL EN MATERIA FINANCIERA DE LOS SISTEMAS DE AHORRO PARA EL RETIRO.* URL: https://www.gob.mx/consar/documentos/normativa-normatividad-emitida-por-la-consar-circulares-consar-23509, fecha de consulta 06/04/2022.

[13] De Jesús Uribe, L. M.; M. A. Martínez Damián y G. Ramírez Valverde: *Método de semivarianza y varianza para la selección de un portafolio óptimo.* Colegio de Postgraduados Campus Montecillo, 103-113, 2009.

[14] Estrada, J.: *Mean-Semivariance Optimization: A Heuristic Approach.* Journal of Applied Finance (Formerly Financial Practice and Education), 18(1), Estados Unidos de América, 2008.

[15] Fabozzi, F.; P. N. Kolm; D. Pachamanova y S. Focardi: *Robust Portfolio Optimization and Management.* John Wiley & Sons, Inc., Estados Unidos de América, 2012.

[16] Black, F., y M. Scholes: *The Pricing of Options and Corporative Liabilities.* Journal of Political Economy, 81(3), 637-654, 1973.

[17] García del Hoyo, J. J., Basultos Santos, J.: *Historia de la Probabilidad y la Estadística.* Servicio de Publicaciones de la Universidad de Huelva, 2021.

[18] García Gómez, E. A.: *Selección de portafolios eficientes de inversión a través de carteras colectivas.* Tesis de Maestría, Colombia, 2012.

[19] Glasserman,P.: *Value at Risk (A).* Columbia Business School, 1999.

[20] Gomero Gonzales, N. A.: *Portafolios de activos financieros.* Revista de la Facultad de Ciencias Contables, 135-146, 2014.

[21] Hincapié Cifuentes, M. A.: *Diseño de una metodología de optimización para los indicadores de costo, duración y vida media de un portafolio de deuda.* Master Thesis, Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, 2011.

[22] Hogan, W. W. y J. M. Warren: *Toward the development of an equilibrium capital market model based on semivariance.* Journal of Financial and Quantitative analysis, 1-11, 1974.

[23] Hull, J. C.: *Risk Management and Financial Institutions.* Wiley Finance Series, Fifth Edition, 2018.

[24] Jin, H., Markowitz, H. y X. Yu Zhou: *A note on semivariance.* Mathematical Finance, 16, 53-61. doi:10.1111/j.1467-9965.2006.00260.x., 2006.

[25] Jorion, P.: *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk.* McGraw-Hill, New York, NY, 2001.

[26] Konno, H. y Yamazaki, H.: *Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and Its Applications to Tokyo Stock Market.* Management Science, 37(5), 519-531. Retrieved from http://www.jstor.org/stable/2632458., 1991.

[27] Lang, S.: *Linear Algebra.* Undergraduate Text in Mathematics, Springer, Third Edition, DOI 10.1007/978-1-4757-1949-9,1987.

[28] Lasa Crespo A. J.: *Construcción de una "Frontera Eficiente"de Activos Financieros en México.* Denaurius Revista de Economía y Administración, Número 10, 131, 2005.

[29] Lewis, A.: *Semivariance and the Performance of Portfolios with Options.* MFinancial Analysts Journal, 46(4), 67-76. Retrieved from http://www.jstor.org/stable/4479350., 1990.

[30] Marsden, J. E., Tromba, A. J.: *Calculo Vectorial.* W. H. Freeman and Company, New York, Third edition, ISBN: 0-201-62935-6, 1988. Versión en español: Addison-Wesley Iberoamerica, S.A., Wilmington Delaware E.U.A., 1991.

[31] Mao, J. C. T.: *Survey of Capital Budgeting: Theory and Practice.* The Journal of Finance, 25(2), 349-360. doi:10.2307/2325481., 1970.

[32] Markowitz, H.: *Portfolio Selection.* The Journal of Finance, 7(1), 77-91.doi:10.2307/2975974., 1970.

[33] MATHLAB®: *Optimization Toolbox™User's Guide.* MathWorks®, *R*2022*b*, fecha de consulta 15/08/2022.

[34] Medina, L. Á.: *Aplicación de la teoría del portafolio en el mercado accionario colombiano.* Cuadernos de economía, 129-168, 2003.

[35] Merton, R. C.: *Theory of Rational Option Pricing.* Bell Journal of Economics, 4(1), 141-183. doi:10.2307/3003143., 1973a.

[36] Merton, R. C.: *An Intertemporal Capital Asset Pricing Model.* Econometrica, 41(5), (Sep., 1973), 867-887. doi:10.2307/1913811., 1973b.

[37] Mood, A.: *Introduction to the Theory of Statistics*. McGraw-Hill series in probability and statistics, 1974.

[38] Morales, J. C.: *Apuntes de Investigación de Operaciones I*. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, 2018.

[39] Nantell, T., y B. Price: *An Analytical Comparison of Variance and Semivariance Capital Market Theoriesl*. The Journal of Financial and Quantitative Analysis, 14(2), 221-242. doi:10.2307/2330500., 1979.

[40] Ortiz-Ramírez, A., Leyva Sosa, L. F. y Martínez Palacios, M. T. V.: *Portafolios de inversión con medidas alternativas de riesgo: semivarianza y desviación media absoluta*. PANORAMA ECONÓMICO, vol. XV, núm. 29, 139-171, julio-diciembre de 2019.

[41] Pachamanova, D. &.: *Simulation and optimization in Finance*. John Wiley & Sons, 2010.

[42] Plá, S.: *Modelos multicriterio para la selección de portafolios en la bolsa de Madrid*. Alcoy, 2000.

[43] Quirk, P. James and R. Saposnik: *Admissibility and Measurable Utility Functions*. A, The Review of Economic Studies, 29(2), 140-146. Retrieved from http://www.jstor.org/stable/2295819.,1962.

[44] Sharpe, W.: *A Simplified Model for Portfolio Analysis*. Management Science, 277-293. Retrieved from http://www.jstor.org/stable/2627407., 1963.

[45] Sharpe, W.: *Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Condition Risk*. The Journal of Finance, 425-442, (s.f.).

[46] Swalm, R. O.: *Utility Theory-Insights into Risk Taking*. Harvard Business Review, 12 (november-december), 1966.

[47] S & P, D. J.: *S&P/BMV Indices Metodología*. S&P Dow Jones Indices: Metodología de los Índices, Versión en español en https://www.spglobal.com/spdji/es/documents/methodologies/methodology-sp-bmv-indices-spanish.pdf, fecha de consulta 30/09/2022.

[48] Urbina, J.: *Estimación del riesgo en portafolios de inversión*. Tesis de Maestría. México, 2015.

[49] Venegas-Martínez, F. y A. Rodríguez Nava: *Consistencia entre minimización de varianza y maximización de utilidad en la evaluación de derivados*. Contaduría y Administración, 229, 9-30, 2009.

[50] Venegas-Martínez, F.: *Administración Coherente de Riesgos con Futuros del MexDer*. Premio Nacional de Derivados MexDer-Asigna, 2005.