



*Universidad Nacional Autónoma  
de México*

---

---

Facultad de Contaduría y Administración

**“LA MEZCLA DE PRODUCTOS  
Y EL PUNTO DE EQUILIBRIO  
EN LA TOMA DE DECISIONES FINANCIERAS”**

Seminario de Investigación Administrativa

*Eulogio Cristerna Maldonado*

*Gonzalo Paz Ordaz*



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A quienes me estimularon de una  
manera u otra para la terminación -  
de mis estudios;

mis padres :

Gonzalo Cristerna, q.e.d.

Carmen Maldonado.

mis hermanos :

Socorro, Benjamín, Cristina,

Lourdes, Patricia y Gonzalo.

mi cuñado :

Lic. Uriel Márquez Valerio.

A quienes colaboraron en la ter-  
minación del presente trabajo :

C.P. Salvador Castañeda Ramírez.

C.P. Enrique Rivas Zivy.

Lic. Manuel G. Zorrilla Martínez.

Lourdes Orozco de Cristerna.

A mi asesor de seminario :

C.P. Gustavo Guadarrama Alejandro.

## I N D I C E

	Pág.
INTRODUCCION.....	7
<u>CAPITULO 1.- LA MEZCLA DE PRODUCTOS.....</u>	<u>9</u>
TERMINOLOGIA Y CONCEPTO DE LA MEZCLA DE PRODUCTOS..	10
IMPORTANCIA Y OBJETIVOS DE LA MEZCLA DE PRODUCTOS..	16
LA MEZCLA OPTIMA DE PRODUCTOS.....	20
<u>CAPITULO 2.- LA TECNICA DEL COSTEO DIRECTO COMO</u> <u>INSTRUMENTO PARA LA TOMA DE DECI-</u> <u>SIONES.....</u>	<u>25</u>
SIGNIFICADO DE LOS COSTOS DIRECTOS.....	26
CARACTERISTICAS E IMPORTANCIA.....	29
PLANEACION DE LOS BENEFICIOS.....	33
EL COSTEO DIRECTO EN LA TOMA DE DECISIONES.....	42
<u>CAPITULO 3.- EL PUNTO DE EQUILIBRIO.....</u>	<u>49</u>
ANTECEDENTES.....	50
CONCEPTO.....	52
IMPORTANCIA Y OBJETIVOS.....	53
COMO SE DETERMINA EL PUNTO DE EQUILIBRIO.....	55

ALGUNAS APLICACIONES DEL PUNTO DE EQUILIBRIO.....	72
¿COMO HACER FRENTE A LOS CAMBIOS EN LOS ELEMENTOS DEL PUNTO DE EQUILIBRIO ? .....	73
LA MEZCLA DE PRODUCTOS, DETERMINANTE DE LAS UTILIDA- DES.....	82
¿EN QUE SE RELACIONA EL PUNTO DE EQUILIBRIO CON LA MEZCLA DE PRODUCTOS ? .....	85
ALGUNAS CONSIDERACIONES PREVIAS AL CALCULO DEL PUNTO DE EQUILIBRIO DE LA MEZCLA DE PRODUCTOS.....	86
EJEMPLO ARITMETICO Y GRAFICO DEL P.E. DE LA MEZCLA DE PRODUCTOS.....	91
EL PUNTO DE EQUILIBRIO APLICADO A DIVERSOS ARTICULOS DE UNA MISMA EMPRESA.....	93

CAPITULO 4.- LA TOMA DE DECISIONES EN LOS PROBLEMAS

DE MEZCLA DE PRODUCTOS.....	100
GENERALIDADES SOBRE LA TOMA DE DECISIONES.....	101
LA INVESTIGACION DE OPERACIONES.....	107
LA PROGRAMACIÓN LINEAL Y LA MEZCLA DE PRODUCTOS.....	109

CAPITULO 5.- CASO PRACTICO..... 136

ANTECEDENTES Y OBJETIVOS DEL PROBLEMA.....	137
PLANTEAMIENTO.....	139
SOLUCION.....	147
COLCLUSIONES.....	152
BIBLIOGRAFIA.....	155

## I N T R O D U C C I O N

El presente trabajo tiene como objetivo fundamental, el de poner en relieve la interacción e influencia que hay entre los factores que determinan la estructura de las utilidades: Precios de Venta, Costos, Mezcla de Productos y Volumen.

Cuando una empresa ofrece al mercado un solo producto, la estructura de sus utilidades se ve afectada por las variaciones en los precios de venta, costos y volumen; pero cuando se ofrecen varios productos, que es lo más común, dicha estructura se ve afectada además por la Mezcla de Productos. Esto se debe a que no todos los productos ofrecen el mismo margen de utilidad, ni se venden en las mismas proporciones.

Hoy en día el éxito de una empresa depende en gran parte de la capacidad que tengan sus ejecutivos para enfrentarse eficazmente a las diversas alternativas y condiciones del mundo moderno. Por ello se requiere que el ejecutivo cuente con amplios conocimientos sobre la situación financiera y económica de la empresa que dirige.

Este trabajo incluye varias técnicas que pueden ayudar al ejecutivo moderno a tomar decisiones de tipo financiero, entre ellas se cuenta "El Punto de Equilibrio". Instrumento que se desarrolló a principios de este siglo y que permite medir cuan

titativamente los resultados previsibles de una decisión.

También se incluye la técnica de Programación Lineal, que busca un mejor aprovechamiento de los recursos escasos de la empresa.

Por medio de ésta última técnica se plantea el problema de seleccionar una Mezcla Optima de Productos que maximice las utilidades, tomando en cuenta ciertas restricciones y las contribuciones marginales de cada producto.

La Técnica del Punto de Equilibrio se utiliza para conocer el volumen de ventas de la Mezcla Optima de Productos, necesario para que la empresa no ponga en peligro su situación financiera.

El enfoque de "Mezcla de Productos" que se ha dado al presente trabajo, se debe a que además de ser un tema poco tratado en el ámbito administrativo es uno de los elementos que mayores repercusiones tiene sobre las utilidades.



## C A P I T U L O

### LA MEZCLA DE PRODUCTOS

#### 1.1.- TERMINOLOGIA Y CONCEPTO DE LA MEZCLA DE PRODUCTOS

A.- Terminología

B.- Concepto

#### 1.2.- IMPORTANCIA Y OBJETIVOS DE LA MEZCLA DE PRODUCTOS

A.- Importancia

B.- Objetivos a Corto y Largo Plazo

a Corto Plazo : Estabilidad de las Ventas

a Largo Plazo : Utilidad y Crecimiento de las Ventas

C.- El Estudio de la Relación Costo - Volumen - Utilidad  
como Instrumento en la Planeación de las Utilidades

#### 1.3.- LA MEZCLA OPTIMA DE PRODUCTOS

A.- Mezcla Optima Estática

B.- Mezcla Optima Dinámica

### CONCLUSIONES

## C A P I T U L O 1

### LA MEZCLA DE PRODUCTOS

#### 1.1.- TERMINOLOGIA Y CONCEPTO DE LA MEZCLA DE PRODUCTOS

##### A.- TERMINOLOGIA

Antes de analizar a fondo el significado de Mezcla de Productos, es necesario comprender primero la definición de lo que es un producto, y demás conceptos que éste término involucra.

La idea de un producto parece intuitiva, sin embargo, saber exactamente lo que abarca es un problema, ya que se puede caer en una ambigüedad en su significado. Por ejemplo, una máquina de escribir, desde el punto de vista material, es un espacio lleno de alambres, constituido por piezas de metal o plástico; para el vendedor, éste producto está compuesto por los elementos mencionados, más los servicios que ofrece como parte de la venta; para el comprador, en cambio, el producto es un medio

por el cual se satisfacen ciertas necesidades.

El ejemplo anterior tiene un enfoque de mercado, sin embargo, este concepto se puede analizar desde otras áreas del conocimiento. Por ejemplo, desde el punto de vista económico, para la empresa representa la habilitación de recursos que le permiten realizar un ciclo de desarrollo; este enfoque implica dos aspectos, el satisfacer una necesidad y el obtener a cambio de ello una utilidad - que haga posible dicho desarrollo. Ahora bien, desde el punto de vista social, el producto no es más que un mero satisfactor de necesidades, cuya variedad de estas últimas hacen que el producto satisfaga condicionalmente, de ahí que el producto sea aceptado o no en el mercado. Por último, para la empresa el producto es el vehículo de realización comercial, y el objeto por medio del cual se satisface un mercado a cambio de una corriente económica recíproca.

Philip Kotler, en su libro "Dirección de Mercadotecnia", describe al producto como un haz de particularidades materiales, de servicio y simbólicas que se espera brinden satisfacciones o beneficios al comprador.

Por otra parte, el maestro Fernández Arena, en su libro "Introducción a la Administración", define al producto como un artículo cualquiera fabricado a través de diversos procesos de transformación para ser ofrecidos al consumidor.

En términos generales se puede concluir que un producto es el medio por el cual la empresa justifica su existencia, ya que es el

centro vital de la misma que impulsa la afluencia económica que permite el crecimiento integral de la organización a cambio de cubrir una o más necesidades de un mercado.

Una vez que se tiene claro el significado de producto, es necesario distinguirlo de lo que representa para nosotros un artículo.

Philip Kotler, en su libro "Dirección de Mercadotecnia", define a un artículo como la versión específica de un producto que tiene una designación aparte en la lista del vendedor. Así, el significado de producto es más genérico que el de artículo y éste, a su vez, es la versión específica de aquel. Por ejemplo, en la Compañía Colgate Palmolive, uno de sus productos es el jabón y el artículo es el jabón palmolive; en la Compañía Wearever, sus productos serían las plumas, siendo el artículo una pluma fuente, etc.

La proliferación de productos y artículos dentro de la empresa, implica que se tomen decisiones de política de productos en tres niveles diferentes: Artículo, Línea de Productos y Mezcla de Productos.

Una Línea de Productos está formada por un grupo de los mismos que se encuentran interrelacionados entre sí por diversos factores que satisfacen una necesidad.

La Línea de Productos es descrita por Philip Kotler en su libro mencionado anteriormente, como "El grupo de productos que están estrechamente relacionados entre sí, ya sea porque satisfacen una clase de necesidad, porque se les usa conjuntamente, porque se

les venden a los mismos grupos de clientes, porque se les pone en el mercado utilizando los mismos tipos de distribuidores, o porque quedan dentro de escalas determinadas de precio".

Por otra parte, W. Stanton, en su libro "Fundamentos de Marketing.", define a la Línea de Productos, como un amplio grupo de ellos, dedicado en esencia a usos similares y que poseen características físicas razonablemente similares. Por ejemplo, la Compañía Ford Motor Company, cuenta con una línea de autos sedán, otra de guayín y otra de camiones, mismas que vienen a satisfacer una necesidad bien determinada y definida, la del transporte. Otro ejemplo de Línea de Productos se encuentra en la Compañía Gillette, en la que pese como producto principal las hojas de afeitar, y como producto de apoyo la máquina de rasurar.

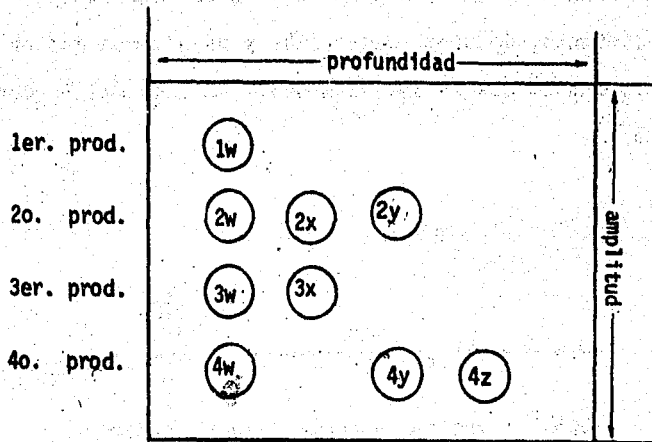
Dada la importancia que el concepto de Mezcla de Productos adquiere en el presente trabajo, se hablará del mismo en los incisos siguientes de este capítulo.

#### B.- CONCEPTO DE MEZCLA DE PRODUCTOS

Al conjunto de productos que una empresa o unidad de negocios ofrece a la venta se le denomina Mezcla de Productos, así, la Compañía Colgate Palmolive integra a su mezcla, el conjunto de jabones, pastas, detergentes y demás productos que ésta empresa ofrece al mercado.

Toda estructura de Mezcla de Productos tiene las características de amplitud y profundidad, aunque el autor Philip Kotler seña-

la además de las anteriores, la de consistencia. La amplitud de la Mezcla de Productos se mide por el número de líneas de productos - que cubre y, su profundidad por el surtido de tamaños, colores, mo- delos, precios y calidad que se ofrecen dentro de cada línea. Ver Gráfica No. 1.



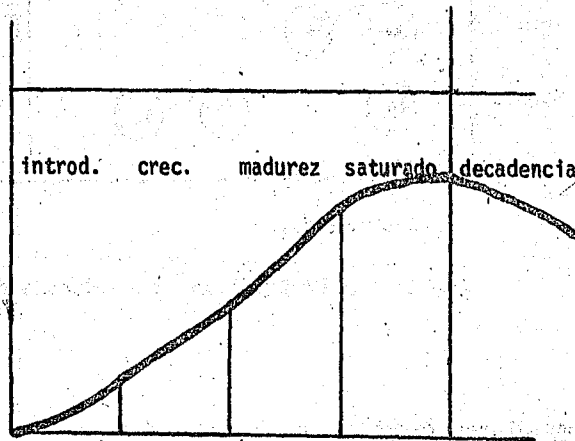
Gráfica No. 1

**Amplitud y Profundidad de la Mezcla de Pproductos**

Las decisiones relativas a la amplitud y profundidad de la Mez- cla de Productos repercuten en el interés del comprador, mismo que se ve también afectado por las decisiones que la empresa toma acer

ca de modificar, abandonar y añadir productos.

Con el transcurso del tiempo, es indudable que la Mezcla de Productos habrá de cambiar; se le aumentarán nuevos artículos y líneas, y se abandonarán otros ya viejos, esto se debe a que los productos actuales de la empresa no pueden retener indefinidamente su posición en el mercado; de lo anterior se deduce que la vida de cada producto siempre es limitada, en ella cabe distinguir cinco fases: Introducción, Crecimiento, Madurez, Saturación y Decadencia que en su totalidad conforman lo que se denomina Ciclo de Vida del Producto. Ver Gráfica No. 2.



Gráfica No. 2

Ciclo de Vida del Producto

## 1.2.- IMPORTANCIA Y OBJETIVOS DE LA MEZCLA DE PRODUCTOS

### A.- IMPORTANCIA

El conjunto de productos que una compañía ofrece al mercado, por lo general tiene, cada uno de ellos, un costo de elaboración diferente, por lo que el margen de utilidad que se obtiene de cada peso que ingresa de las ventas, varía de un producto a otro; esto obliga a evaluar en forma permanente la Combinación o Mezcla de Productos que proporcione los mayores beneficios a la compañía, de ahí la importancia que este renglón tiene en la toma de decisiones.

Esta evaluación de la Mezcla de Productos incluye diversas estrategias, mismas que sirven para establecer la Línea de Productos del fabricante o intermediario en la mercadotecnia, la mayoría de las cuales significan una expansión o una contracción en la Mezcla de Productos.

Se dice que hay expansión de la Mezcla, cuando se aumenta el número de líneas y/o la profundidad de alguna de ellas, mismas que pueden tener o no relación con las ya existentes; en cuanto a la contracción de la Mezcla, ésta se dá cuando, o bien se eliminan líneas o, lo que es más frecuente, se reduce el surtido dentro de una de ellas.

### B.- OBJETIVOS A CORTO Y LARGO PLAZO

A CORTO PLAZO : ESTABILIDAD DE LAS VENTAS



La mayoría de las empresas incrementan sus ventas de un periodo a otro como resultado de un estudio de mercado, estableciendo como objetivo básico un nivel razonable de las mismas.

Una alta variabilidad de las ventas puede ser muy costosa para la compañía, ya que por ejemplo, un exceso de demanda representa una inversión extra en instalaciones y, por el contrario, una demanda mínima podría significar el costo de mantener grandes existencias de mercancías en bodega.

Lo anterior obliga a examinar en forma constante la composición y estrategia de la Mezcla de Productos, con objeto de dar cierta estabilidad a los ingresos por ventas.

#### A LARGO PLAZO : UTILIDAD Y CRECIMIENTO DE LAS VENTAS

La utilidad de cualquier negocio se encuentra determinada por la diferencia entre los ingresos obtenidos por las ventas y los egresos incurridos en la producción o compra y distribución de los artículos, objeto de dichas ventas. De lo anterior se desprende la existencia de una unión entre la técnica del Punto de Equilibrio y la relación Ingresos - Costo - Utilidad.

Por otra parte, los ingresos constituyen el elemento vital de toda explotación, ya que su aumento o disminución decide casi siempre el éxito o fracaso de cualquier empresa, pues la labor del empresario no termina con la producción o adquisición de artículos, -

sino que también incluye su colocación en el mercado hasta hacerlos llegar al consumidor, a efecto de poder obtener en esta forma las utilidades que toda negociación mercantil espera lograr, para lo cual es indispensable vender dichos artículos a un precio superior a su costo, incluyendo el llamado costo de distribución.

### C.- EL ESTUDIO DE LA RELACION COSTO - VOLUMEN - UTILIDAD COMO INSTRUMENTO EN LA PLANEACION DE LAS UTILIDADES

La planeación de las utilidades, el control de costos y la toma de decisiones requieren de una absoluta comprensión de las características de los costos y su comportamiento en los distintos niveles de operación; aunque la tendencia de los mismos no puede pronosticarse con absoluta certeza, estos siguen, por lo general, una trayectoria lo suficientemente regular como para permitir servir de base en la planeación de las utilidades y la toma de decisiones administrativas.

El análisis de la relación Costo - Volumen - Utilidad se aplica no solo a las proyecciones de ingresos, sino a todas las áreas de toma de decisiones; así tenemos, que el análisis de ésta relación es útil en la :

- determinación de precios
- selección de canales de distribución
- decisiones que implican la alternativa

de producir o comprar

- determinación de métodos de producción alternativos
- problemas de inversiones de capital, etc.

Además, el estudio de esta relación sirve para establecer el presupuesto variable de producción y ventas, por lo que es un instrumento útil en la planeación y el control; sin embargo, estos datos no deben considerarse como instrumento de precisión, ya que se basan en ciertas condiciones supuestas que raras veces pueden realizarse por completo en la práctica. Algunas de estas suposiciones son las siguientes:

- 1.- Que la Mezcla de Ventas real sea igual a la Mezcla pronosticada. Una compañía grande y diversificada generalmente vende muchas líneas de productos con distintos márgenes de utilidad. La relación que existe entre los costos en general y las utilidades, depende de la habilidad para pronosticar el volumen de ventas para cada línea de productos con un grado de exactitud razonable.
- 2.- Que los precios de venta de los productos no varían en los distintos niveles de actividad.
- 3.- Que la capacidad productiva de la planta permanece relativamente constante.
- 4.- Que la eficiencia de la planta será igual a la pronosticada.
- 5.- Los precios de materiales y las tasas salariales no difieren

rán significativamente de los datos sobre los cuales se basan las -  
proyecciones de la relación mencionada.

6.- Que la variabilidad de costos se relacionará estrechamente al patrón de acontecimientos pronosticados. Respecto a lo anterior debe indicarse que las gráficas de equilibrio suponen que un costo variable es perfectamente variable, independientemente del nivel de actividad.

Un estudio más amplio sobre los costos y el sistema de equilibrio se presentan en el segundo y tercer capítulo, respectivamente, del presente trabajo.

### 1.3.- LA MEZCLA OPTIMA DE PRODUCTOS

Philip Kotler, en su libro Dirección de Mercadotecnia, señala al respecto lo siguiente: " Los objetivos de la empresa constituyen la base para la definición de la Mixtura Optima de Productos. Se dice que la mixtura de productos actual de la empresa es óptima si ningún ajuste lograra mejorar las posibilidades de que aquella alcanzase sus objetivos. Si el objetivo de la empresa es primordialmente, - aumentar las ventas, entonces la Mixtura de Productos es óptima si da un índice de crecimiento de las ventas al que no se podría elevar provechosamente con ningún cambio en la Mixtura de Productos. Hay muchos objetivos, y esto complica el problema de definir una Mixtura - Optima de Productos ".

A continuación se mencionan algunos puntos que nos muestran cuándo un producto, puede ser menos que óptimo:

- Capacidad productiva excesiva, sea permanente o estacional.
- Un porcentaje desproporcionadamente alto de las utilidades totales procedente de sólo algunos productos.
- Amplitud insuficiente de productos para explotar -- eficientemente los contactos de la fuerza de ventas.
- Ventas o utilidades continuamente en descenso.

#### A.- MEZCLA OPTIMA ESTATICA

El problema de la Mezcla Optima Estática de Productos puede plantearse del modo siguiente: dadas "N" posibilidades de productos, escójanse "M" de entre ellas ( cuando  $M < N$  ), de tal modo que las utilidades o algún otro objetivo se maximice, sujeto a ciertas limitaciones, tales como que, :

- Los comerciantes al por mayor y al detalle tienen que racionar el escaso espacio de sus estanterías, repartiéndolo entre un gran conjunto de productos en competencia.
- Los fabricantes de dulces tienen que decidir cuál será la mejor Mezcla de Dulces que habrán de produ-

cir y envasar.

- Las empresas que se enfrentan a escasez de equipo o de mano de obra tienen que decidir cuáles habrán de ser los productos que fabriquen.

#### B.- MEZCLA OPTIMA DINAMICA

Este problema consiste en hacer supresiones y adiciones a la Mezcla de Productos en respuesta a los cambiantes recursos y oportunidades, de modo que la mezcla siga siendo óptima al correr el tiempo. Conceptualmente, esto exige volver a resolver periódicamente el problema de la Mezcla Optima Estática de Productos, debido a que las limitaciones de problemas cambian, o se espera que cambien.

Aunque es poco el trabajo que se ha hecho acerca de este problema, las simulaciones en la computadora brindan la mayor de las esperanzas de hallar algún camino. La dirección se interesa por lo que sucederá a las utilidades, a la estabilidad de las ventas y al crecimiento de las mismas, a medida que se vaya cambiando la Mezcla de Productos. Una forma de resolver el problema sería investigar las posibles secuencias y los momentos en el tiempo de las supresiones y adiciones planeadas de productos durante algún periodo futuro. Este enfoque reclamaría supuestos acerca del comportamiento futuro de los costos, ventas y utilidades de cada uno de los productos o grupo de ellos.

La contribución de la computadora consistiría en hacer rápidos cálculos de utilidades, estabilidad de ventas y características de su crecimiento debidos a los posibles cambios en la Mezcla de Productos al correr el tiempo. Al simular las diferentes pautas de ventas y utilidades de cambios alternativos en la Mezcla de Productos, se proporcionaría a la dirección informes estimativos de los riesgos y rendimientos esperados de las diferentes estrategias de la Mezcla de Productos.

## CONCLUSIONES

1.- El Producto es el medio por el cual la empresa justifica su existencia, pues impulsa la afluencia económica que da lugar al desarrollo de la organización a cambio de cubrir una o más necesidades de un mercado.

2.- El significado de Producto es más genérico que el de Artículo, por lo que este es la versión específica de aquel.

3.- La Línea de Productos está formada por un grupo de los mismos que se encuentran interrelacionados entre sí por diversos factores que satisfacen una necesidad.

4.- Mezcla de Productos es el conjunto de ellos que una unidad de negocios ofrece a la venta.

5.- La determinación de la Mezcla de Productos es importante porque cada uno de ellos ofrece una utilidad marginal distinta, que obliga a revisar constantemente aquella combinación que proporcione los mayores beneficios.

6.- La Mezcla Óptima Dinámica de Productos consiste concretamente en la revisión periódica de la Mezcla Óptima Estática.



CONTENIDO

CAPITULO 2

LA TECNICA DEL COSTEO DIRECTO COMO INSTRUMENTO  
PARA LA TOMA DE DECISIONES DE LA GERENCIA

- 2.1.- SIGNIFICADO DE LOS COSTOS DIRECTOS
- 2.2.- CARACTERISTICAS E IMPORTANCIA
- 2.3.- PLANEACION DE LOS BENEFICIOS
- 2.4.- EL COSTEO DIRECTO EN LA TOMA DE DECISIONES

CONCLUSIONES

## C A P I T U L O 2

### LA TECNICA DEL COSTEO DIRECTO COMO INSTRUMENTO

#### PARA LA TOMA DE DECISIONES DE LA GERENCIA

##### 2.1.- SIGNIFICADO DE LOS COSTOS DIRECTOS

La administración y dirección de la empresa buscan siempre como meta principal el aumento de sus utilidades, objetivo que solo se logra bajo una administración inteligente de sus recursos, por lo que las decisiones que se tomen al respecto, siempre tenderán a ejercer un amplio control financiero sobre las operaciones de la compañía: así, se analizarán las tendencias, se estudiarán los informes financieros y, en general, todos los datos necesarios para tomar decisiones sobre políticas de ventas, ordenes de trabajo, calidad y precios de los productos, etc.

Dada la importancia que la Toma de Decisiones tiene en la empresa, el equipo administrativo deberá estar seguro de poseer la mejor información con la oportunidad que las necesidades exigen. Bajo el método de Costeo Directo se dispone de mejor información que la que se consigue con otros métodos convencionales de contabilidad de costos.

Con el método de Costeo Directo se obtiene por separado y para fines de estudio, todos los costos relacionados directamente con las actividades de producción y ventas, por lo que se puede determinar el costo de las mercancías fabricadas y el valor en libros de los inventarios de las mercancías terminadas. En contraste, tenemos el método del Costo por Absorción Total que integra tanto los Costos de Producción Directos como los Costos Fijos, y se utiliza para determinar el costo de producción total y el valor en libros del inventario de productos terminados.

El Costo se define como el conjunto de erogaciones necesarias para adquirir un activo, producir un bien o proporcionar un servicio.

Por Costos Directos entendemos todos aquellos en los que incurre la empresa como resultado de las actividades de producción y ventas de productos o prestación de servicios. Si no hubiera actividad en la compañía, el Costo Directo sería inexistente. A éste costo se le puede identificar fácilmente con el artículo terminado; ejemplo, tenemos el costo incurrido para la producción de artículos de piel como portafolios, carteras, carpetas, etc., que además de incluir los

materiales que lleva implícito el producto, se aumenta el de los salarios de las personas que los elaboran, el costo del embarque de los productos terminados, la luz y fuerza para la planta, las comisiones pagadas a los vendedores, etc; esto es, integra materias primas, mano de obra y gastos indirectos.

Por otro lado, como sabemos, los Costos Fijos comprenden aquellas partidas que en su magnitud tienden a permanecer constantes, independientemente de que el volumen de producción y/o ventas se modifiquen, tales costos son los que mantienen lista a la compañía para que funcione a su capacidad ordinaria; así tenemos por ejemplo, el mismo caso de la fábrica de artículos de piel, en la que para su producción se requiere inicial y permanentemente de una infraestructura que le dé cierta capacidad funcional; ejemplo, el seguro sobre equipo, depreciación del edificio, los impuestos de tenencia sobre equipo, sueldos al personal de oficina, publicidad en general, etc.

No obstante lo anterior, existen costos que por su comportamiento no se ajustan a ninguna de las formas señaladas y adoptan en un mismo periodo una trayectoria irregular, por lo que se les denomina Costos Semivariantes o Mixtos; así tenemos por ejemplo el salario de los agentes de ventas, el cual está formado por una parte fija y otra variable, ésta última en función de las ventas realizadas ( comisión ).

Existen diversos métodos con base en los cuales es posible clasificar los costos en las dos categorías mencionadas, sin embargo señalaremos sólo el de "Clasificación Directa", por ser el de aplicación

más común. Este método se basa en el examen de cada concepto del gasto con objeto de observar el comportamiento que tiene ante diferentes volúmenes de producción y ventas, para después clasificarlos conforme a sus características, en fijos y directos o variables. Ver Gráfica - No. 3.

## 2.2.- CARACTERISTICAS E IMPORTANCIA

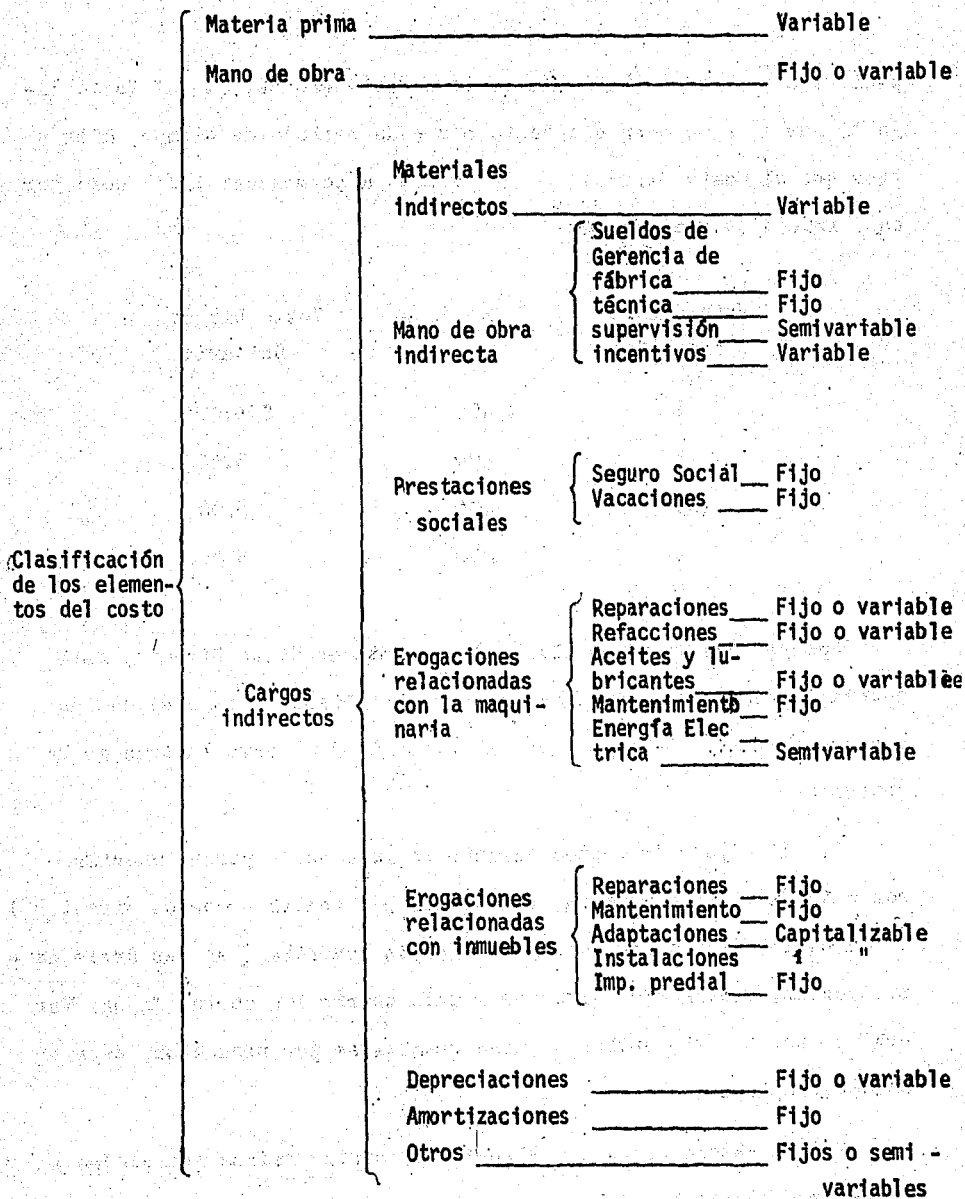
Los Costos Directos tienen las siguientes características y diferencias respecto de los Costos Fijos :

1.- El Costo Directo es inexistente si no hay producción de mercancías o de servicios; a diferencia de los Costos Fijos que tienden a permanecer iguales independientemente del nivel de producción.

2.- El Costo Directo no está en función del tiempo, es decir que el transcurso del mismo no implica que se incurra necesariamente en un Costo Directo; sin embargo los Costos Fijos sí están en función del tiempo, dado que existen independientemente a la producción.

3.- El Costo Directo tiende a ser proporcional al volumen de producción; por ejemplo, si la cantidad de producción aumenta, el Costo Directo deberá aumentar proporcionalmente. Por otro lado el Costo Fijo permanece constante, sin un cambio significativo, que solamente existe cuando se cambia la capacidad instalada de la planta.

Por lo anterior expuesto se puede concluir que, un costo se considera Directo o Fijo según su comportamiento en las actividades es-



Gráfica No. 3.

pecíficas de producción de la empresa; así tenemos, que el Costo Fijo tiende a permanecer constante por cada periodo de tiempo, mientras que el Costo Directo tiende también a permanecer igual pero por cada unidad de producción:

Unidades de producción	Costo Fijo	Costo Directo Unitario
1	\$ 400	\$ 5.00
2	400	5.00
3	400	5.00
4	400	5.00

Una vez que se tiene claro el concepto de Costo Directo, será necesario resaltar la importancia de su utilización como un método que suministra a los directivos información útil para la Toma de Decisiones.

1.- El método de Costeo Directo es importante porque muestra con cuánta utilidad marginal ( ingresos por ventas - costos directos ) están contribuyendo las actividades de la compañía ( en las áreas de producción, ventas y/o servicios ) para cubrir los costos fijos. Ver Gráfica No. 4. Este análisis puede detallarse por productos, departamentos, regiones, etc.

2.- El método de Costeo Directo suministra cifras que pueden compararse contra las del presupuesto o contra cifras de periodos an

teriores, ya que bajo su uso, el porcentaje de la relación entre los costos directos y el ingreso por ventas tiende a permanecer constante independientemente del volumen de producción.

<b>COMPANIA "X"</b>	
<b>Estado de Pérdidas y Ganancias Condensado</b>	
<b>por el año que termina el 31 de diciembre de..</b>	
Ingresos por Ventas....	\$ 902,000
- Costos Directos.....	<u>560,000</u>
Utilidad Marginal.....	342,000
- Costos Fijos.....	<u>230,000</u>
Utilidad Neta (antes de impuesto)....	<u>112,000</u>

Gráfica No. 4

#### Análisis de la Utilidad Marginal

Con referencia al primer punto, es recomendable ejercer un estricto control y vigilancia sobre la utilidad marginal pues cualquier variación de la misma repercute invariablemente en la utilidad neta; así, cuando la utilidad marginal aumenta, la utilidad neta aumenta también, ya que los costos permanecen iguales o, al menos, no cambian significativamente bajo la actual estructura funcional de la Compañía.

Por medio del análisis de la utilidad marginal se pueden:



- conocer los productos ( vendedores o regiones ) que deben ser descontinuados a causa de lo inadecuado de la utilidad marginal,
- determinar si los materiales se compraron a un precio razonable y en la cantidad y calidad requeridas,
- saber si durante el proceso de fabricación los materiales se utilizaron en forma eficiente,
- determinar el costo directo del producto terminado, etc.

Con lo anterior queda claro del porqué el método de Costeo Directo brinda información más digna de confianza para los fines de planeación y control administrativos.

### 2.3.- PLANEACION DE LOS BENEFICIOS

El precio de un producto o servicio es uno de los principales determinantes de la demanda que en el mercado tenga ese producto o servicio. El precio afectará a la posición competitiva de la compañía y a su participación en el mercado. Como resultado, el precio tiene una considerable importancia sobre las ventas de la compañía y sus beneficios.

El precio se define como el valor de un artículo o servicio representado en dinero; es decir que es la cantidad de dinero necesaria para adquirir o cambiar un producto y los servicios que le acompañan.

Por lo tanto los precios representan valores, que al establecerlos el fabricante o vendedor, está traduciendo a términos cuantitativos el valor de los productos para los consumidores.

Existen diversos objetivos de los precios, mismos que pueden clasificarse como sigue :

- Conseguir unos beneficios determinados sobre el capital o sobre las ventas netas.
- Estabilizar los precios.
- Mantener o mejorar una determinada participación en el mercado.
- Aguantar, seguir o evitar la competencia.
- Conseguir los mayores beneficios posibles.

No existe un procedimiento definido para establecer un precio en una situación comercial dada; esto se debe a la falta de información detallada sobre los costos para distintos volúmenes y la demanda a distintos precios.

W. J. Stanton, en su libro "Fundamentos de Marketing", sugiere el siguiente procedimiento para la determinación de un precio, mismo que se divide en seis pasos :

- 1.- Estimar la demanda del producto.
- 2.- Anticipar la reacción de la competencia.
- 3.- Establecer qué participación se espera en el mercado.
- 4.- Elegir la estrategia de precios que se va a utilizar para el

canzar la meta del mercado

5.- Considerar las políticas de la compañía respecto a los productos, canales y promoción.

6.- Elegir el precio específico.

Aún cuando existen muchas fórmulas para establecer precios, éstas pueden reducirse a dos enfoques básicos :

1.- El enfoque del costo.

2.- El enfoque del mercado y de la competencia.

Aunque el primero es fácil de entender y de aplicar, tiene una gran limitación : no toma en cuenta el hecho de que hay distintos tipos de costos que no tienen la misma influencia al aumentar o disminuir la producción, es decir que son difíciles de asegurar.

Haciendo uso del primer enfoque, basado en los costos directos o variables tenemos que el precio de venta de cualquier producto de la compañía deberá abarcar tanto los costos directos como los costos fijos y una cantidad extra de utilidad que compense el riesgo que se corre en la utilización del capital; así, si el capital empleado en la empresa es de \$ 130,000, y si es razonable ganar una tasa del 20% - (antes de impuesto) por interés y riesgo del empleo de éste capital, entonces deberán obtenerse por medio de los ingresos totales por ventas \$ 26,000 además de los costos directos y fijos. Ejemplo, supongamos la siguiente información :

Costo directo por unidad \$ 12

Costos fijos totales 43,000

Estimación de ventas \$ 5,000

Si al total de los costos fijos le aumentamos el total de costos directos resultante de multiplicar el número de unidades por vender, por el costo directo por unidad, tenemos que 43,000 más 60,000 nos da un total de 103,000, cantidad representativa de los costos totales y a la cual vamos a sumar los 26,000 de rendimiento deseado para obtener la recaudación total de los ingresos por ventas, o sea \$ 129,000. Si a ésta cantidad la dividimos entre el número de unidades que serán fabricadas y vendidas obtendremos el precio de venta que será necesario fijar para que nos produzca un rendimiento, antes de impuesto, del 20 % sobre el capital ( $\$ 129,000 \div 5,000 = \$ 25.8$ ). El rendimiento deseado queda demostrado en el siguiente estado de pérdidas y ganancias :

Ventas (5,000 unid. a 25.8)	\$ 129,000
Costos Directos(5,000 unid. a \$ 12 c/u)	60,000
Utilidad Marginal	69,000
Costos Fijos	43,000
Utilidad (antes de impuesto)	<u>26,000</u>

Aún con el resultado anterior, no se sabe si el precio de venta de \$ 25.8 es el que proporciona la máxima utilidad marginal total, pues se ha determinado casi en forma arbitraria el porcentaje de rendimiento que queríamos sobre el capital, sin tomar en cuenta otros factores.

externos de mucha importancia tales como el mercado, las condiciones económicas en general, la competencia y los hábitos de compra del público, etc.

Para la determinación adecuada de un precio, es necesario tomar en cuenta tanto el factor del costo como el de mercado y la competencia. Un justo equilibrio entre los dos factores anteriores sería la solución al problema mencionado.

En las gráficas 5 y 6 se analiza la utilidad marginal que resulta de diversos precios y volúmenes de venta para un producto dado de la compañía; en ellas podemos advertir también, que el precio de \$ 25.8 es el que nos proporciona la utilidad marginal máxima. Ahora bien, debido a que los costos fijos, dentro de la escala dada de producción tienden a ser constantes, éste precio de venta también nos da la máxima utilidad neta antes de impuesto. Sin embargo es necesario tomar en cuenta ciertos factores externos ya mencionados anteriormente, que nos podrían mostrar si algún otro precio, por ejemplo \$ 24.00 es el precio de venta óptimo.

Una vez que se fijaron cuidadosamente los precios de venta de cada producto de la compañía; después que se probó la demanda efectiva que dichos productos tuvieron en el mercado; y, después de que la competencia (si es que la hubo) tuvo su efecto, la administración tendrá que contestarse las siguientes preguntas :

- ¿Cuán lucrativo es el producto ?

Precio de Venta Unitario	Ventas Estimadas en Unidades	Total de Ingresos por Ventas	Costos Directos Totales	Utilidad Marginal
\$ 21	\$ 6,500	\$ 136,500	\$ 73,000	\$ 58,500
22	6,300	138,600	75,600	63,000
23	6,000	138,000	72,000	66,000
24	5,700	136,800	68,400	68,400
25.8	5,000	129,000	60,000	69,000
26	4,800	124,800	57,600	67,200
27	4,300	116,100	51,600	64,500

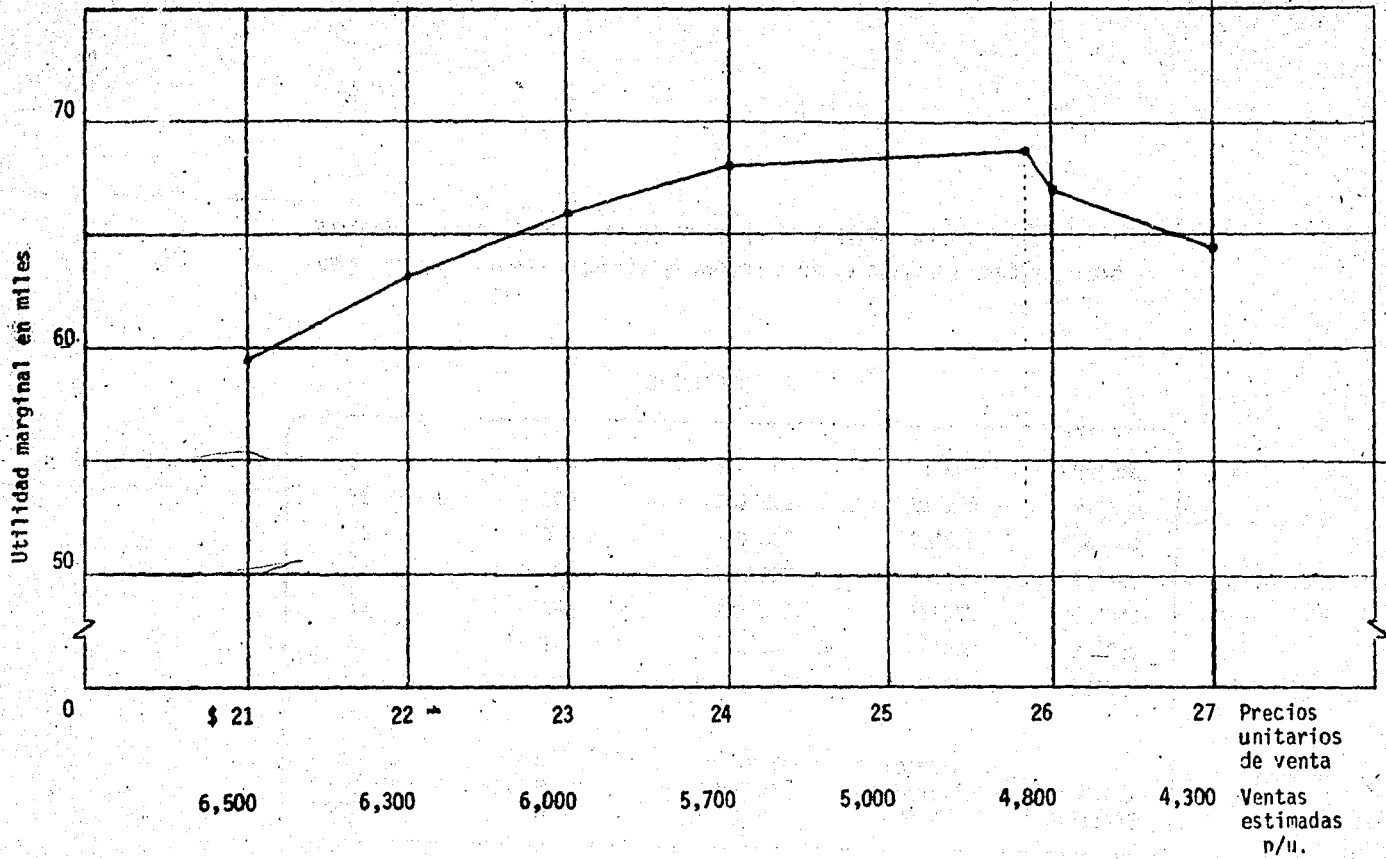
Gráfica No. 5

Análisis del volumen estimado de ventas y de la utilidad marginal para - diferentes precios de venta de un producto X determinado.

Precio de Venta Unitario	Ventas Estimadas en Unidades	Total de Ingresos por Ventas	Costos Directos Totales	Utilidad Marginal
\$ 21	\$ 6,500	\$ 135,500	\$ 73,000	\$ 58,500
22	6,300	138,600	75,600	63,000
23	6,000	138,000	72,000	66,000
24	5,700	136,800	68,400	68,400
25.8	5,000	129,000	60,000	69,000
26	4,800	124,800	57,600	67,200
27	4,300	116,100	51,600	64,500

Gráfica No. 5

Análisis del volumen estimado de ventas y de la utilidad marginal para diferentes precios de venta de un producto X determinado.



Gráfica No. 6

Análisis de la utilidad marginal para el mismo producto X a diferentes precios de venta.



- ¿Es posible aumentar la tasa de utilidad marginal?

- O, se pueden utilizar mejor nuestros esfuerzos en algún otro producto?

Un análisis de la lucratividad real de los diversos productos que la compañía ofrece en el mercado sería la manera de buscar respuesta a las interrogantes anteriores. Este análisis puede expresarse a manera de estado de resultados por producto como se aprecia en la gráfica No. 7.

Como se puede ver a grandes rasgos, el producto "E", exhibe un comportamiento negativo por lo que hay que pensar seriamente en retirarlo del mercado ya que representa una carga para la empresa, salvo cuando éste sea un producto de gancho o que estratégicamente de él dependan las ventas de otros productos.

El producto "B", tiene una elevada tasa de utilidad marginal. ( de 47.7%) en relación a las ventas. Esto nos sugiere su reducción, para que correlativamente se puedan reducir los precios que podrían repercutir en un aumento en el volumen de ventas que a su vez suministren una mayor utilidad.

Con el producto "C", hay que estudiar la posibilidad de aumentar la utilidad marginal, mediante la reducción de los costos variables.

Con el análisis de algunos de los productos señalados en la gráfica No. 7, se han aportado importantes razonamientos que debe -

	Productos Vendidos					
	Total	A	B	C	D	E
a. Ingresos por ventas	\$ 489,000	\$ 260,000	\$ 130,000	\$ 62,000	\$ 33,000	\$ 4,000
b. Costos directos	312,000	170,000	68,000	40,000	30,000	4,200
c. Utilidad marginal	176,800	90,000	62,000	22,000	3,000	(200)
d. Costos fijos	100,600	45,000	38,000	15,000	1,800	800
e. Utilidad neta (antes de impuesto)	76,200	45,000	24,000	7,000	1,200	(1,000)
f. Capital empleado	299,000	130,000	100,000	50,000	10,000	9,000

Tasa de utilidad marginal en relación a las ventas

( c ÷ a ) \_\_\_\_\_ 36.1 % \_\_\_\_\_ 34.6 % \_\_\_\_\_ 47.7 % \_\_\_\_\_ 35.4 % \_\_\_\_\_ 9.1 % \_\_\_\_\_ -

Tasa de utilidad neta en relación a las ventas

( e ÷ a ) \_\_\_\_\_ 15.6 % \_\_\_\_\_ 17.3 % \_\_\_\_\_ 18.4 % \_\_\_\_\_ 11.3 % \_\_\_\_\_ 3.6 % \_\_\_\_\_ -

Porcentaje en que los costos fijos son cubiertos por la utilidad marginal ( c ÷ d )

\_\_\_\_\_ 1.7 % \_\_\_\_\_ 2.0 % \_\_\_\_\_ 1.6 % \_\_\_\_\_ 1.4 % \_\_\_\_\_ 1.6 % \_\_\_\_\_ -

Tasa obtenida sobre el capital (antes de impuesto)

( e ÷ f ) \_\_\_\_\_ 25.5 % \_\_\_\_\_ 34.6 % \_\_\_\_\_ 24.0 % \_\_\_\_\_ 14.0 % \_\_\_\_\_ 12.0 % \_\_\_\_\_ -

Gráfica No. 7

Análisis de la lucratividad real para cinco productos diferentes de una compañía A.

tomar en cuenta la administración, para considerar todas las circunstancias que influyen en la toma de decisiones sobre los precios de venta.

#### 2.4- EL COSTEO DIRECTO EN LA TOMA DE DECISIONES

Los procedimientos del costeo directo nos proporcionan los medios fundamentales para tomar decisiones, con base en el análisis marginal.

Algunas de las decisiones en relación a las futuras operaciones de la compañía, son las siguientes :

- Análisis de la capacidad lucrativa por departamento.
- Expansión de la planta.
- Producir o comprar la materia prima.
- Mezcla de productos.

Dado que este último elemento es el que nos ocupa en el presente trabajo, a continuación desarrollaremos un problema de decisiones para determinar la Mezcla Optima de Productos con base en el análisis marginal.

#### PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Una compañía tiene una planta equipo con una capacidad limitada de producción para dos productos diferentes cuyo proceso es independiente uno del otro. La capacidad de producción de la planta es de 24,000 unidades anuales del producto X, y de 6,000

para el producto Z. Pero si se prefiere determinar una mezcla al azar, tenemos que por cada unidad más de producto Z, dejamos de producir cuatro unidades del producto X y viceversa. Sin embargo esta mezcla no se va a escoger en forma arbitraria, sino que tenemos que analizar la combinación óptima adecuada que nos proporcione la utilidad marginal máxima. Supongamos que tenemos una mezcla que, sin rebasar los límites de capacidad de la planta, - le determinamos los siguientes precios de venta : de \$ 25 para el producto X y de \$ 100 para el producto Z. Veamos el siguiente estado de pérdidas y ganancias :

VENTAS	PROD. X	PROD. Z	TOTAL
X (19,200 unidades, a \$ 25 c/u.)	\$ 480,000		\$ 480,000
Z (1,200 unidades, a \$100 c/u.)		\$ 120,000	120,000
Total de Ventas	480,000	120,000	600,000
Costos Variables	384,000	90,000	474,000
Utilidad Marginal	96,000	30,000	126,000
Costos Fijos			94,800
Utilidad Neta (antes de impuesto)			31,200

Aquí vemos que el producto X es el que nos proporciona la

mayor utilidad marginal; no obstante, la tasa de utilidad marginal (utilidad marginal entre (-) los ingresos por ventas) es mayor en el producto Z que en el producto X :

Producto X = 20% de tasa de utilidad marginal

Producto Z = 25% de tasa de utilidad marginal

Esto quiere decir que si las tasas de utilidad marginal fueran iguales, un mayor volumen del producto Z proporcionaría la mayor utilidad marginal.

Ahora bien, para determinar la mezcla óptima requerimos de cierta información que nos muestre diversos niveles de producción y ventas a diferentes precios unitarios por cada producto.

Suponiendo que el departamento de ventas nos proporciona la siguiente información necesaria para la determinación de la mezcla : los costos variables para los productos X y Z se muestran en la gráfica No. 8, donde además se puede analizar la utilidad marginal total para cada mezcla.

En la gráfica No. 8 podemos ver el porcentaje de un producto con respecto al otro, según las variaciones de la mezcla. Podemos ver también los diversos precios que, a diferentes demandas se estima vender por cada producto; el margen de utilidad por unidad vendida sería la diferencia entre el precio unitario y los costos variables mencionados anteriormente. Asimismo podemos ob-

PRODUCTO X

PRODUCTO Z

<u>PORCENTAJE DE LA MEZCLA.</u>	<u>UNIDADES POR VENDER</u>	<u>PRECIO POR UNIDAD</u>	<u>MARGEN DE UTILIDAD POR UNIDAD</u>	<u>UTILIDAD MARGINAL</u>	<u>PORCENTAJE DE LA MEZCLA</u>	<u>UNIDADES POR VENDER</u>	<u>PRECIO POR UNIDAD</u>	<u>MARGEN DE UTILIDAD POR UNIDAD</u>	<u>UTILIDAD MARGINAL</u>	<u>UTILIDAD MARGINAL TOTAL</u>
30%	7,200	\$ 30	\$ 10	\$ 72,000	70 %	4,200	\$ 86	\$ 11	\$ 46,200	\$ 118,200
40	9,600	29	9	86,400	60	3,600	89	14	50,400	136,800
50	12,000	28	8	96,000	50	3,000	92	17	51,000	147,000
60	14,400	27	7	100,800	40	2,400	95	20	48,000	148,800
70	16,800	26	6	100,800	30	1,800	97	22	39,600	140,400
80	19,200	25	5	96,000	20	1,200	100	25	30,000	126,000
90	21,600	24	4	86,400	10	600	110	35	21,000	107,400

Gráfica No. 8

servar la utilidad marginal para diferentes estimados de venta por cada producto, resultante de multiplicar las unidades por vender, por (x) el margen de utilidad por unidad; esto nos da como resultado la utilidad marginal total para los dos productos a diferentes mezclas, de las cuales vamos a escoger la que nos de mayor U.M.

De esta forma la administración puede tomar una decisión preliminar más lucrativa sobre la mezcla de productos. En la gráfica No. 8 vemos que la combinación que nos brinda la mayor utilidad marginal total es la que corresponde a 14,400 unidades del producto X y 2,400 del producto Z.

## CONCLUSIONES

1.- El método de costeo directo proporciona a la gerencia de la compañía un instrumento de información para una toma de decisiones eficaz.

2.- La separación de los costos nos introduce al conocimiento del análisis o costeo marginal, y al análisis del Punto de Equilibrio, proporcionando a los directivos un panorama que muestra la contribución de las ventas al pago de los gastos fijos y a la producción de una ganancia.

3.- El método de costeo directo, como el de costos absorbentes, son un método de aplicación de los costos a los ingresos para determinar la utilidad periódica; pero bajo el costeo directo, a diferencia del otro método, se distinguen en fijos y variables, para que se incorporen los últimos a la unidad producida o vendida y se apliquen contra el ingreso resultante de dicha venta.

4.- Las utilidades dependen de un adecuado equilibrio entre los precios de venta, del volumen de producción, de los costos y de la eficiencia de operación.

5.- La adecuada determinación del precio de un producto es esencial, ya que si no se hace un estudio completo se puede conducir a graves consecuencias a futuro sobre la utilidad.



6.- Los costos y los precios de venta tienden a cambiar conforme transcurre el tiempo. Esta circunstancia obliga a la administración a revalorar de vez en cuando sus decisiones sobre la mezcla de productos.

## C A P I T U L O 3

### EL PUNTO DE EQUILIBRIO

- 3.1.- ANTECEDENTES
- 3.2.- CONCEPTO
- 3.3.- IMPORTANCIA Y OBJETIVOS
- 3.4.- COMO SE DETERMINA EL PUNTO DE EQUILIBRIO
  - A. Bases para su determinación
  - B. Método Aritmético
  - C. Método Gráfico
  - D. Ejemplo Aritmético y Gráfico del Punto de Equilibrio
- 3.5.- ALGUNAS APLICACIONES DEL PUNTO DE EQUILIBRIO
- 3.6.- ¿COMO HACER FRENTE A LOS CAMBIOS EN LOS ELEMENTOS DEL PUNTO DE EQUILIBRIO?
- 3.7.- LA MEZCLA DE PRODUCTOS, DETERMINANTE DE LAS UTILIDADES
- 3.8.- ¿EN QUE SE RELACIONA EL PUNTO DE EQUILIBRIO CON LA MEZCLA DE PRODUCTOS?
- 3.9.- ALGUNAS CONSIDERACIONES PREVIAS AL CALCULO DEL PUNTO DE EQUILIBRIO DE LA MEZCLA DE PRODUCTOS
  - 3.9.1.- EJEMPLO ARITMETICO Y GRAFICO DEL P.E. DE LA MEZCLA DE PRODUCTOS
  - 3.9.2.- EL PUNTO DE EQUILIBRIO APLICADO A DIVERSOS ARTICULOS DE UNA MISMA EMPRESA

### CONCLUSIONES

### CAPITULO 3

#### EL PUNTO DE EQUILIBRIO

##### 3.1.-- ANTECEDENTES

Para comprender en forma clara la importancia de la utilización del Punto de Equilibrio como un instrumento para la toma de decisiones financieras, será necesario remontarnos a sus origenes y antecedentes más remotos.

Existen diversidad de opiniones, referentes a quién fué el autor de este método de análisis financiero. A continuación -- mencionamos algunas de esas opiniones:

En la revista The Journal of Accountancy, de agosto de 1948 Pye Malcolm, escribió un artículo titulado "Cómo se determina el Punto de Equilibrio" por simples fórmulas algebraicas, en el cual se cita que hacía cien años, un economista inglés llamado Lardner, notó que los gastos de una empresa se podían clasificar en dos grandes grupos, fijos y variables.

The New York Times del 3 de Octubre de 1948 señala lo siguiente: "La gráfica del Punto de Equilibrio es una invención del Dr. Walter Rauntenstrauch de la Universidad de Columbia".

La anterior afirmación es la que probablemente ha servido a algunos autores para citar que el Punto de Equilibrio es un tema original del autor mencionado.

Sin embargo existen otros autores, como es el caso de Roy A. Foulke quien en su libro "Prácticas y Análisis de Estados Financieros", cita en su capítulo referente al Punto de Equilibrio lo siguiente: "C.E. Knoepfel es el padre del Punto de Equilibrio, por haber sido el primero que lo descubrió y aplicó la diferencia entre gastos fijos y variables en relación con el volumen".

En el libro titulado "La Administración orientada hacia las utilidades" del autor C.E. Knoepfel, en la parte relativa a "reconocimiento" hace mención que su Gráfica de Utilidades - está basada en las gráficas que publicó Henry Hesse de Filadelfia en las ediciones del Engineering Magazine. Como se puede ver, es difícil precisar quién fué el autor original de este método, así como la fecha de su origen.

Lo cierto es que sus orígenes se encuentran en el llamado "Análisis Marginal", que establece relaciones entre los volúmenes, costo y utilidades.

El método del Punto de Equilibrio guarda estrecha relación con el estudio del costeo directo en cuanto a la separación de los costos en fijos y variables, por lo que podemos considerar que ambas técnicas parten de los mismos antecedentes.

### 3.2.- CONCEPTO

Existen diversos autores que definen al Punto de Equilibrio. Pero su esencia es la misma en todos los casos aún cuando este reciba diferentes denominaciones. Así tenemos por ejemplo que el maestro Roberto Macías P., C.P. en su libro titulado "El Análisis de los Estados Financieros y las Deficiencias en las Empresas", nos señala al respecto: En el Punto de Equilibrio Económico de una empresa los ingresos producidos por sus ventas montan una cantidad igual a los costos totales de estos, por lo tanto hasta ese punto la empresa no obtiene ni utilidad ni pérdida.

Roy A. Foulke dice en su libro "Prácticas y Análisis de Estados Financieros", lo siguiente: El Punto de Equilibrio se puede definir como el nivel de operaciones en el que no existe ni utilidad ni pérdida neta..."

Spencer A. Tucker en su libro "El Sistema del Equilibrio", lo define como "El punto o nivel de ventas en el que cesan las pérdidas y empiezan las utilidades o viceversa".

Por lo antes mencionado podemos resumir que el Punto de Equilibrio es el nivel de ventas al cual se cubren todos los costos y por lo tanto la empresa no gana ni pierde.

En realidad el Equilibrio entre pérdida y utilidad nunca se alcanza en el punto estimado, sino más bien alrededor del mismo, en una zona aproximada. La causa de esta situación radica en que se determina sobre una simple estimación o cálculo efectuado sobre bases empíricas o experiencias anteriores, que

tienden a ajustarse a lo real, pero que no están exentas de variaciones. No obstante, si constituye un área o zona a la cual hay que llegar, pues dentro de ella se obtendrá el Equilibrio estimado.

A este método se le conoce con los nombres siguientes :

- 1.- Punto de Crisis
- 2.- Punto Neutro
- 3.- Punto de Equilibrio
- 4.- Punto de Equilibrio Económico
- 5.- Punto Muerto
- 6.- Punto de Absorción
- 7.- Punto de Empate
- 8.- Punto de no Ganancias no Pérdidas
- 9.- En inglés : Break even Point

Todas estas denominaciones se refieren al mismo concepto, sin embargo, el término de Punto de Equilibrio es el que será tomado como el más indicado por su terminología que es la más conocida en nuestro medio

### 3.3.- IMPORTANCIA Y OBJETIVOS

Todo hombre de negocios, ya sea director, ejecutivo, inversionista, accionista, acreedor o cualquier persona que en una

forma u otra se encuentre relacionada con la gestión empresarial, tiene necesidad de conocer los riesgos de pérdida y las posibilidades de éxito que existen en toda empresa, por lo -- que les interesa conocer el monto de las ventas y el volumen de producción suficientes para absorber los costos operacionales y no resentir pérdidas, de ahí la importancia que tiene el cálculo del Punto de Equilibrio.

Mediante su cálculo el administrador puede conocer los diferentes costos que inciden en la producción; puede conocer la relación entre ventas y costos; puede conocer los costos fijos en sus distintas funciones, así como el remanente o ganancia.

Mediante su uso se cuenta con información valiosa para la toma de decisiones, la planeación de las utilidades y el establecimiento de las políticas financieras por seguir.

Una vez que hemos resaltado su importancia, veamos qué objetivos se persiguen con su determinación:

- Mostrar en qué forma las variaciones en el costo, volumen de producción, volumen de ventas, precios y mezcla de productos afectan las utilidades de la empresa.

- Facilitar la interpretación de estados financieros, mostrando objetivamente las variaciones de lo presupuestado contra lo real, contribuyendo de esta manera a la planeación y control de las utilidades.

- Ayudar a determinar la mezcla óptima de productos para producir y vender, en relación a sus márgenes de utilidad y su capacidad de absorción de los costos fijos.

- Ayudar a conocer la situación financiera de una o varias empresas que se desean fusionar.

- Conocer los efectos que ocasiona en una empresa la ampliación o reducción de sus operaciones, o la reorganización de la misma para que con base en ello, se tomen las medidas -- convenientes para operar con utilidad.

### 3.4.- COMO SE DETERMINA EL PUNTO DE EQUILIBRIO

#### A.- BASES PARA SU DETERMINACION.-

De aquí en adelante se utilizarán en forma convencional y para los fines del presente trabajo las siguientes abreviaturas :

PE = Punto de Equilibrio (en pesos)

CF = Costos Fijos

CV = Costos Variables

P = Porcentaje de Contribución Marginal

V = Ventas Netas

VN = Ventas Netas Necesarias para obtener  
la Utilidad Deseada

PV = Precio de Venta

CT = Costos Totales

X = Porcentaje de los Costos Variables en  
relación a las Ventas.

U = Utilidad (en pesos)



La utilidad de cualquier negocio está determinada por la diferencia entre los ingresos provenientes de las ventas y los gastos incurridos en la producción y distribución de los artículos, objeto de dichas ventas.

Estos gastos se conocen tradicionalmente con el nombre de costos de producción y gastos de operación, cuando se clasifican desde el punto funcional de la empresa, es decir, cuando se quiere saber los gastos incurridos por cada área funcional del negocio. Sin embargo esta clasificación resulta insuficiente para ejercer un control sobre los costos, respecto al comportamiento que adoptan en relación al volumen de producción y ventas; lo cual es básico para la determinación del Punto de Equilibrio. Lo anterior obliga a reclasificar estos últimos en dos grupos :

- Costos de Producción

1.- Costos fijos de producción

2.- Costos variables de producción

- Gastos de Operación

1.- Gastos fijos de operación

2.- Gastos variables de operación

Dado que esta última clasificación fué objeto de estudio en el capítulo anterior, no será necesario profundizar más sobre este tema y si en cambio nos introduciremos de lleno al es

tudio de los dos métodos por medio de los cuales se puede determinar el Punto de Equilibrio :

1.- El Método Aritmético y,

2.- El Método Gráfico

### B.- METODO ARITMETICO

El Punto de Equilibrio es el cálculo numérico de la relación que existe entre las ventas netas y los costos totales -- (CF + CV), cuando esta relación es de 1 a 1 ó sea de igualdad.

Por lo tanto tenemos :

$$V = CF + CV$$

Por lo que se deduce que :

$$PE = CF + CV$$

Como se parte de la base de que los costos variables cambian proporcionalmente a las variaciones en el volumen de ventas, los costos mencionados se pueden representar porcentualmente respecto a las ventas de la siguiente forma :

$$PE = CF + VX$$

Por lo tanto :  $PE - VX = CF$

Factor común :  $PE ( 1-X ) = CF$

$$PE = \frac{CF}{(1-X)} \dots\dots\dots \text{Fórmula 1}$$

Esta fórmula es equivalente a las siguientes :

$$PE = \frac{CF}{1 - \frac{CV}{V}}$$

$$PE = \frac{CF}{P}$$

A partir de esta fórmula del Punto de Equilibrio, se derivan otras que pueden ayudarnos a resolver las siguientes interrogantes :

1).- ¿Cuál es el volumen de ventas que se necesita para obtener las utilidades deseadas?

Partamos del siguiente razonamiento :

$$VN = PE + U$$

$$VN = CF + CV + U$$

$$VN = CF + VX + U$$

$$VN - VX = CF + U$$

$$VN(1-X) = CF + U$$

Por lo tanto :  $VN = \frac{CF + U}{1 - X}$

..... Fórmula 2

Esta fórmula es equivalente a la siguiente :

$$VN = \frac{U + CF}{P}$$

2).- ¿Qué utilidad proporciona determinado volumen de ventas?

$$U = V - CT$$

$$U = V - CF - CV$$

$$U = V - CF - VX$$

De donde :  $U = V(1-X) - CF$  ..... Fórmula 3

Esta fórmula es equivalente a las siguientes:

$$U = V(P) - CF$$

$$U = V - PE(P)$$

Los resultados de las tres fórmulas estudiadas anteriormente están dados en volumen de pesos, por lo que si se desea conocer los mismos resultados en número de unidades, bastará con dividir los mismos entre el precio de venta unitario. Quedando las fórmulas como sigue:

$$PE = \frac{CF}{1 - X}$$

PV ..... Fórmula 1

$$VN = \frac{CF + U}{1 - X}$$

PV ..... Fórmula 2

$$U = \frac{V(1-X) - CF}{PV} \dots\dots\dots \text{Fórmula 3}$$

Con lo anterior se cuenta con las herramientas necesarias para calcular el Punto de Equilibrio, pero es importante mencionar un factor que interviene en su cálculo, nos referimos a la Utilidad Marginal, misma que fué objeto de estudio en el capítulo anterior.

La Utilidad Marginal como se sabe es el resultado de disminuir de las ventas los costos variables, e indica la parte de las ventas que se destinan a cubrir los costos fijos y obtener utilidades. Ahora bien, esta relación se puede expresar en tanto por ciento, en cuyo caso se le denomina Porcentaje de Contribución Marginal y se obtiene de dividir la Utilidad Marginal entre las Ventas. Nos indica la cantidad que se destina a cubrir los costos fijos y a obtener utilidades por cada peso que ingresa de las Ventas. Este porcentaje se encuentra expresado por:  $1 - X$ ; P y  $1 - \frac{CV}{V}$ , en la fórmula del Punto de Equilibrio.

Para que se entienda bien este término, supongamos el siguiente caso: El propietario de una tienda al detalle, compra productos  $X$  a 8 pesos y los vende a un precio de 10 pesos. Sus gastos fijos ascienden a 12,000 pesos. La primera interrogante consiste en determinar cuantos productos tiene que comprar y vender para cerrar el ejercicio sin pérdidas ni ganancias.

Con los datos anteriores sabemos que sus gastos fijos equi-  
valen a 12,000 pesos y sus costos directos o variables ascien-  
den a 8 pesos por cada producto X que compre. Así mismo sabe-  
mos que por cada producto vendido obtiene 2 pesos de Utilidad -  
Marginal. Pero esta ganancia por producto no es real, a no ser  
que existan tantas ventas como "utilidades" sean necesarias pa-  
ra cubrir los 12,000 pesos de costos fijos. De tal forma que  
si se vende un solo producto X, las utilidades serán iguales a  
sus ventas netas menos sus costos totales. Es decir :

Ventas Netas	\$	10.00
menos: Costos Totales		<u>12,008.00</u>
Pérdida Neta	\$	11,998.00

Esto quiere decir, que al aumentar sus ventas, las pérdi-  
das se van reduciendo progresivamente hasta el momento en que  
sus costos son absorbidos en forma equivalente por sus ingresos.

De lo anterior se desprende lo siguiente :

Por cada peso recibido de las ventas, el 20 % ( 1 - X )  
se emplea en cubrir los 12,000 pesos de costos fijos, de donde  
tenemos que el punto de Equilibrio es igual :

$$PE = \frac{12,000}{.20} = 60,000$$

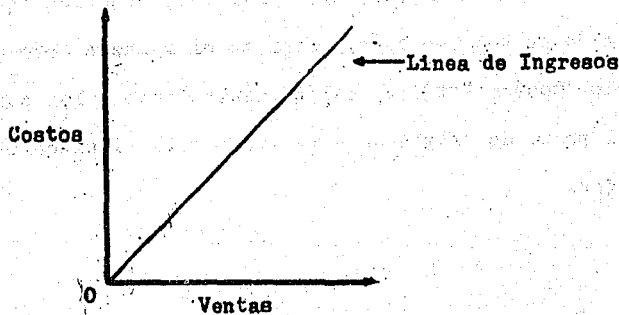
Este resultado indica el volumen de ventas necesario del  
producto X, para alcanzar el Punto de Equilibrio.

Para convertir este resultado a unidades, basta con dividir esta cantidad entre el precio de venta unitario, es decir  $60,000 \div 10 = 6,000$ .

### G.- METODO GRAFICO

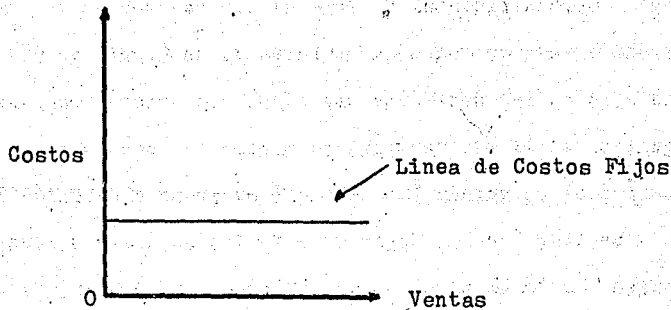
El Punto de Equilibrio gráfico se localiza en un plano de coordenadas cartesianas, integrado por un eje vertical (ordenadas) y otro horizontal (abscisas) que se unen en un punto denominado origen de coordenadas formando un ángulo de  $90^\circ$ . A estos ejes se les determina una escala de valores convenientes e iguales; en el eje vertical se marcan los costos y, en el eje horizontal se marcan las ventas ( en pesos o unidades ).

La línea de los Ingresos o Ventas se eleva a partir del origen, hasta el nivel que se quieran representar, formando un ángulo de  $45^\circ$  respecto al eje horizontal. Expresa el porcentaje de los ingresos procedentes de las ventas.



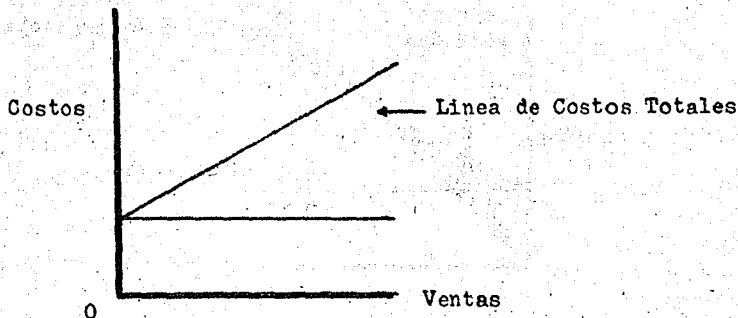
Los Costos Fijos se expresan mediante una línea paralela al eje horizontal a una altura igual a su importe. Esta línea muestra los cambios que sufren estos costos al haber variaciones en el volumen de producción.

Los Costos Fijos desempeñan un papel fundamental en el cálculo del Punto de Equilibrio, ya que sin ellos, a cualquier volumen de ventas se obtendrían utilidades, al ser absorbidos los costos variables por las ventas.

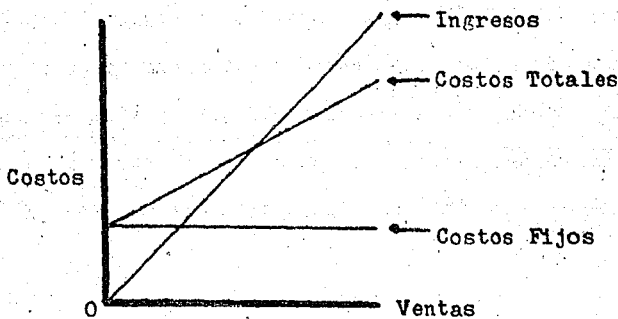


La línea de los Costos Totales parte de la intersección de la línea de los costos fijos con la del eje vertical, hasta el punto que se quieran representar. Indica los cambios que sufren los costos variables, al variar la producción, que parte siempre de un volumen cero. Como en el volumen cero de producción, los Costos Totales, son el equivalente a los costos fijos, el punto de origen de esta línea está al nivel de los costos fijos.

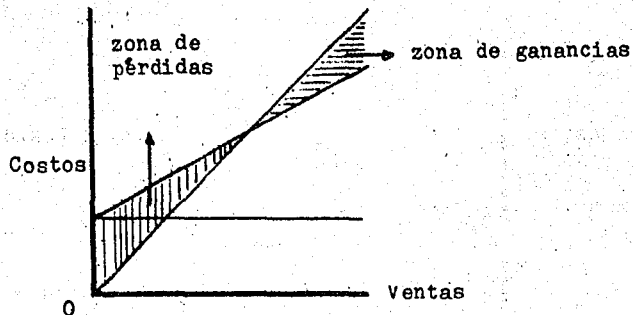




El punto donde la línea de los Ingresos es cruzada por la los Costos Totales es el Punto de Equilibrio.



Una vez trazadas las funciones anteriores, se pueden analizar las pérdidas y ganancias para cualquier volumen de producción. Así por ejemplo, en la parte inferior del Punto de Equilibrio, la línea de los ingresos está por debajo o es menor que la línea de los costos totales, lo cual indica que se sufren pérdidas. Por encima del Punto de Equilibrio, la línea de los ingresos está por encima o es superior a la línea de los costos totales lo cual demuestra que se producen ganancias. Lo anterior da lugar a la existencia de dos zonas, una de pérdidas y otra de ganancias.



Cualquier cambio que sufran las líneas, cambiará también el Punto de Equilibrio.

El uso del Método Gráfico ayuda a la mejor interpretación del Punto de Equilibrio, ya que sintetiza sus datos en un solo plano, haciendo a este último más objetivo y flexible para la administración del negocio, se puede considerar por lo tanto - como un complemento útil al Método Aritmético. Ver gráfica No. 9

#### D.- EJEMPLO ARITMETICO Y GRAFICO DEL PUNTO DE EQUILIBRIO

Supóngase los siguientes datos con que cuenta la empresa X para un ejercicio determinado:

Precio de venta unitario \$ 9.25

Utilidad deseada \$ 6,500

Costos fijos \$ 18,000

Costos variable por unidad \$ 7.40

¿Cuál es el volumen de ventas necesario para alcanzar el

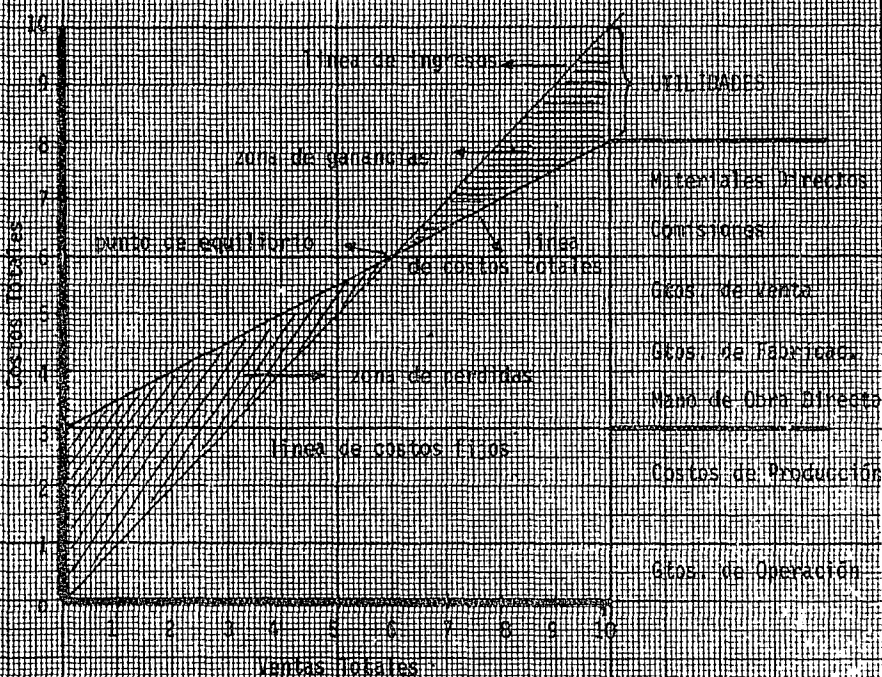


Gráfico No. 9

### Punto de Equilibrio?

Fórmula 1

Substituyendo

$$PE = \frac{CF}{1 - X}$$

$$PE = \frac{18,000}{1 - .80} = \frac{18,000}{.20} = 90,000$$

### Comprobación

Ventas Netas	90,000.00
- Costos Variables (80% de las ventas)	<u>72,000.00</u>
Utilidad Marginal	18,000.00
- Costos Fijos	<u>18,000.00</u>
Utilidad de operación	<u>0.00</u>

( Ver gráfica No.10 )

¿Cuál es el volumen de ventas necesario para alcanzar una utilidad deseada de \$ 6,500 ?

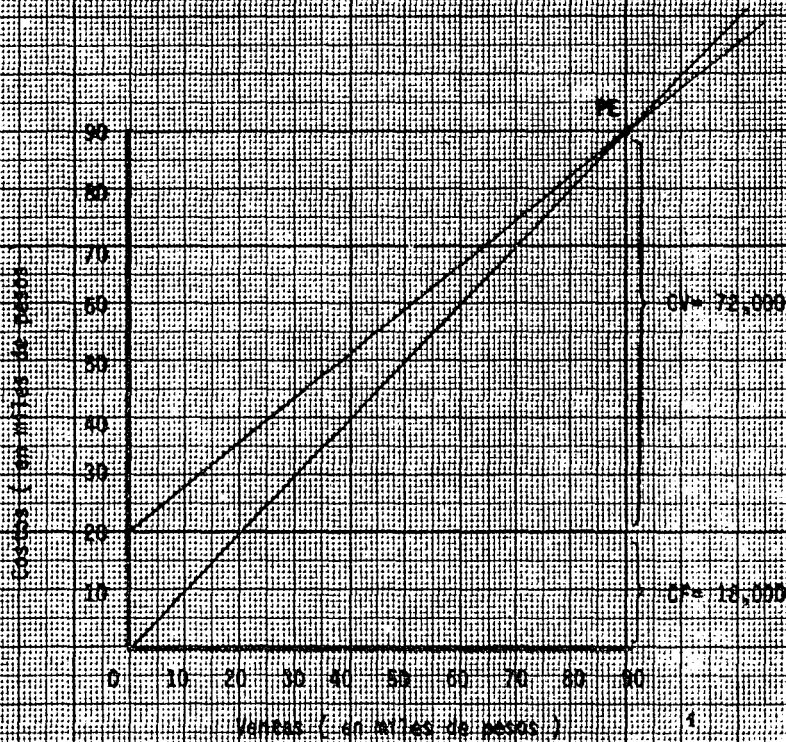
Fórmula 2

Substituyendo

$$VN = \frac{CF + U}{1 - X}$$

$$VN = \frac{18,000 + 6,500}{.20} = 122,500$$

Comprobación :



Gráfica No. 10

Ventas Netas	\$ 122,500
- Costos Variables (80% de las ventas)	<u>98,000</u>
Utilidad Marginal	24,500
- Costos Fijos	<u>18,000</u>
Utilidad de Operación \$	<u><u>6,500</u></u>

( Ver Gráfica No. 11 )

¿Cuál es la utilidad que proporciona un volumen de ventas de \$ 150,000 ?

Fórmula 3

Substituyendo

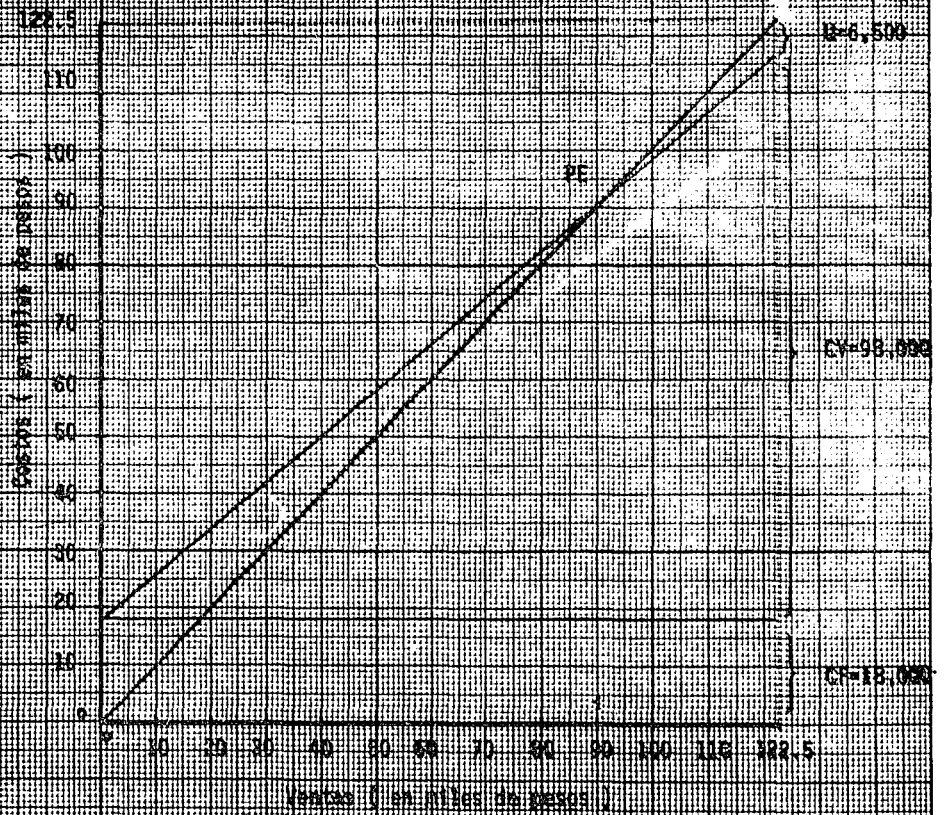
$$U = V(1-X) - CF$$

$$U = 150,000 (.20) - 18,000 = 12,000$$

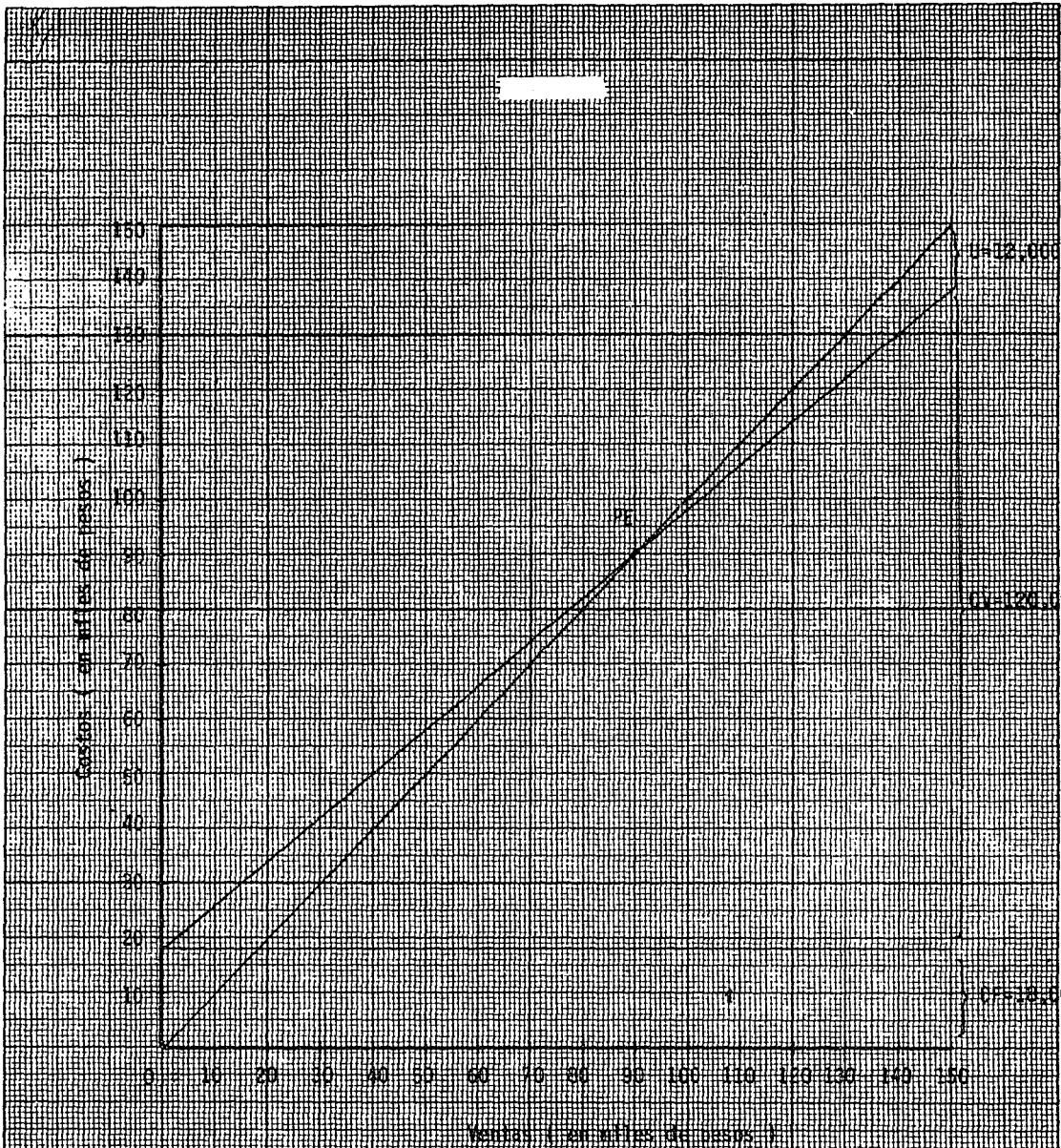
Comprobación :

Ventas Netas	\$ 150,000
- Costos Variables (80% de las ventas)	<u>120,00</u>
Utilidad Marginal	30,000
Costos Fijos	<u>18,000</u>
Utilidad de Operación	<u><u>\$ 12,000</u></u>

( Ver Gráfica No. 12 )



Gráfica No. 11



Gráfica No. 2



### 3.5.- ALGUNAS APLICACIONES DEL PUNTO DE EQUILIBRIO

Con el cálculo del Punto de Equilibrio el empresario puede contestarse las siguientes preguntas :

- ¿ A cuánto debe ascender el volumen de ventas para contrapesar el costo de una nueva máquina ?

- ¿Cuál debe ser el volumen de ventas para justificar el empleo de un nuevo vendedor ?

- ¿Cuál es la línea de productos más rentable?

- ¿ Qué productos son más rentables en la línea de productos ?

- ¿Cuál debe ser el volumen de ventas que conserve las mismas utilidades, siendo que hubo un descenso en los precios ?

- ¿ Qué ahorros en mano de obra directa y/o materiales justifica la compra de una nueva máquina ?

- ¿ Qué será más conveniente fabricar o comprar ?

- ¿ Cómo debe ser revisada la mezcla de productos para obtener un mayor beneficio del capital invertido ?

- ¿ Cómo debe cambiar la mezcla de productos y/o ventas para compensar un aumento en los salarios ?

- ¿ Cómo se fija el precio óptimo ?

- ¿Cuál es el vendedor que aporta mayores beneficios ?

- ¿ A cuánto deben ascender los precios para compensar un aumento en los costos ?

- ¿De qué forma se podrán medir las diversas funciones de la compañía ?

- ¿Cuál es el Punto de Equilibrio en horas de actividad para determinado departamento?

- ¿A qué nivel de actividad resulta rentable un centro de producción ?

- ¿Cuál es la relación entre capital empleado, ventas y utilidades ?

Estas son solo algunas interrogantes que se pueden resolver mediante el empleo del Punto de Equilibrio. No obstante - se pueden resumir a los siguientes renglones : la fijación de precios; selección de la mezcla de productos; rentabilidad de las zonas de ventas, clientes, mercado y vendedores; ampliaciones; decisiones que impliquen la opción de comprar o fabricar; rendimiento del capital empleado, etc.

La simple utilización del Punto de Equilibrio no significa que se vayan a obtener mejores utilidades, sin embargo es un instrumento que coadyuva a la adecuada planeación y control de las mismas.

### 3.6.- ¿COMO HACER FRANTE A LOS CAMBIOS EN LOS ELEMENTOS DEL PUNTO DE EQUILIBRIO ?

Hasta aquí hemos estudiado el Punto de Equilibrio como un método rígido, basado en las siguientes hipótesis :

- Los precios de venta y los costos unitarios -  
permanecen constantes.

- Se fabrica y se vende un solo producto.

En efecto, el Punto de Equilibrio es válido únicamente pa-  
ra el conjunto de condiciones que se supone que existen duran-  
te el periodo en que se emplean los datos, es por ello impor-  
tante que la Administración esté preparada para poder hacer -  
frente a cualquier cambio que sufran los elementos del Punto  
de Equilibrio.

Por ejemplo, un Punto de Equilibrio basado en un proyecto  
atrasado, puede ser en realidad un punto de pérdidas poco tiem-  
po después, al haber cambios en la productividad de la mano de  
obra, precios de venta, mezcla de productos, etc.

Es importante que el planificador de utilidades sea capaz  
de interpretar dichos cambios, ya que de la selección y adecua-  
do equilibrio de las variables de mezcla de productos, precios,  
volumen y costos van a depender las utilidades. Esta interpre-  
tación implica un continuo empleo de la técnica del Punto de  
Equilibrio, con base en la cual la dirección puede programar -  
caminos a corto y largo plazo para adoptar un rumbo potencial-  
mente rentable.

Lo más importante que tiene que hacer la Dirección este  
sentido, consiste en identificar las variables que probablen-  
te vayan a afectar al plan de utilidades, a fin de fijar un -  
procedimiento para el control y reajuste de las mismas con la

frecuencia necesaria que el plan original exija.

Aunque pueden ser muchas las variables, se pueden resumir a las siguientes:

- a).- Variaciones en los Costos Fijos.
- b).- Variaciones en los Costos Variables.
- c).- Variaciones en los Precios de Venta.
- d).- Variaciones Mixtas.

#### VARIACIONES EN LOS COSTOS FIJOS

En el siguiente estado comparativo de resultados se puede observar un aumento en los Costos Fijos de una empresa X

( en miles )

<u>CONCEPTO</u>	<u>PRIMERO</u>	<u>SEGUNDO</u>	<u>VARIACION</u>
Ventas Netas	\$ 800	800	-
Costos Variables	500	500	-
Utilidad Marginal	300	300	-
Costos Fijos	150	165	+ 15
Utilidad de Operación	150	135	-
Punto de Equilibrio	400	440	+ 40

Esto significa que un aumento en los costos fijos siempre trae aparejado una disminución de la utilidad y un aumento en

el Punto de Equilibrio. Ahora bien, ¿Qué se debe hacer para ob tener los mismos \$ 150,000 de utilidad del primer caso? Basta con aumentar las ventas en \$ 40,000, que es la diferencia entre los dos Puntos de Equilibrio.

Comprobación:

Ventas Netas	\$ 840
Costos Variables (62.5% de las ventas)	<u>525</u>
Utilidad Marginal	315
Costos Fijos	<u>165</u>
Utilidad de Operación	<u>150</u>

VARIACIONES EN LOS COSTOS VARIABLES

Aunque los cambios en los Costos Variables o Directos son proporcionales al volumen de producción y ventas, estos pueden variar por otras causas sin que las ventas se alteren, tal es el caso de un aumento en el precio de los materiales directos.

Veamos el siguiente estado comparativo de resultados de la misma empresa X:

( en miles )

<u>CONCEPTO</u>	<u>PRIMERO</u>	<u>SEGUNDO</u>	<u>VARIACION</u>
Ventas Netas	\$ 800	800	-
Costos Variables	500	550	+ 50
Utilidad Marginal	300	250	-
Costos Fijos	150	150	-
Utilidad de la Operación	150	100	-
Punto de Equilibrio	400	480	+ 80

En el ejemplo anterior se observan las variaciones en tres elementos: Utilidad Marginal, Utilidad de Operación y el Punto de Equilibrio.

Si se desea conocer el monto de las ventas necesarias para persistir en la utilidad de \$ 150,000, no obstante el aumento en los costos variables, se tiene que utilizar la fórmula No. 2 que estudiamos anteriormente:

Fórmula 2

$$VN = \frac{CF + U}{1 - X} =$$

Substituyendo:

$$VN = \frac{150 + 150}{.3125} = 960$$

Comprobación:

Ventas Netas	\$ 960
Costos Variables (68.75% de las ventas)	<u>660</u>
Utilidad Marginal	300
Costos Fijos	<u>150</u>
Utilidad de Operación	<u>150</u>

#### VARIACIONES EN LOS PRECIOS DE VENTA

Este caso afecta directamente al volumen de ventas, veamos:

( en miles )

<u>CONCEPTO</u>	<u>PRIMERA</u>	<u>SEGUNDA</u>	<u>VARIACIONES</u>
Ventas Netas	\$ 800	860	+ 60
Costos Variables	500	500	-
Utilidad Marginal	300	360	-
Costos Fijos	150	150	-
Utilidad de Operación	150	210	-
Punto de Equilibrio	400	358	- 42

En este ejemplo no cambiaron los costos variables, no obstante el aumento en el precio de venta, lo cual explica el in-

cremento en las utilidades. Sin embargo podría ocurrir un cambio correlativo del precio de venta por variación en los costos variables.

### VARIACIONES MIXTAS

#### 1.- Modificaciones en las Ventas y los Costos Variables.

Se puede dar el caso en que a un aumento en los costos variables corresponda un incremento proporcional en las ventas.-

Ejemplo :

( en miles )

<u>CONCEPTO</u>	<u>PRIMERO</u>	<u>SEGUNDO</u>	<u>VARIACIONES</u>
Ventas Netas	\$ 800	1200	+ 400
Costos Variables	500	750	+ 250
Utilidad Marginal	300	450	-
Costos Fijos	150	150	-
Utilidad de Operación	150	300	-
Punto de Equilibrio	400	400	-

De lo anterior, se deduce lo siguiente : Cuando un aumento en los costos variables corresponde uno de igual proporción en las ventas, el Punto de Equilibrio permanece constante.



## 2.- Costos Fijos y Variables.

Un cambio simultaneo en los costos mencionados, es determinante para el Punto de Equilibrio. Dichas variaciones pueden ser en el mismo sentido o en sentido contrario.

- En el mismo sentido :

( en miles )

<u>CONCEPTO</u>	<u>PRIMERO</u>	<u>SEGUNDO</u>	<u>VARIACIONES</u>
Ventas Netas	\$ 800	800	-
Costos Variables	500	550	+ 50
Utilidad Marginal	300	250	-
Costos Fijos	150	200	+ 50
Utilidad de Operación	150	50	-
Punto de Equilibrio	400	640	+240

- En sentido contrario :

( en miles )

<u>CONCEPTO</u>	<u>PRIMERO</u>	<u>SEGUNDO</u>	<u>VARIACIONES</u>
Ventas Netas	\$ 800	800	-
Costos Variables	500	550	+ 50
Utilidad Marginal	300	250	-
Costos Fijos	150	100	- 50
Utilidad de Operación	150	150	-
Punto de Equilibrio	400	320	- 80

De los ejemplos anteriores se deduce lo siguiente: cuando los cambios en los costos variables y en los costos fijos son directamente proporcionales, además de variar la utilidad marginal y la de operación, el Punto de Equilibrio cambia considerablemente. En cambio, cuando los costos mencionados varían en forma inversamente proporcional, se modifica la utilidad marginal, la utilidad de operación permanece constante, pero la variación en el Punto de Equilibrio no es significativa.

Aunque los casos anteriores solo representan algunos ejemplos de variaciones en los elementos del Punto de Equilibrio, se ha demostrado su importancia como un instrumento flexible, susceptible de adaptarse a cualquier cambio a que se ven sujetas las empresas modernas.

En los incisos siguientes se estudiará la importancia del Punto de Equilibrio en las decisiones de mezcla de productos,

con objeto de resaltar la influencia que este último elemento tiene en la obtención de utilidades.

### 3.7.- LA MEZCLA DE PRODUCTOS, DETERMINANTE DE LAS UTILIDADES

El análisis de las utilidades y el examen del comportamiento de los componentes de los costos y de los ingresos que los motivan resulta decisivo para la dirección de cualquier negocio.

Las variaciones en las utilidades se producen básicamente de dos modos :

- por cambios en los ingresos o,
- por cambios en los costos.

Si solamente se vende un producto, los cambios en los ingresos y costos se verán afectados, unos y otros, por otros dos factores:

- precio de venta y
- volumen.

Ahora bien, si se vende más de un producto ( que es lo más común ), las utilidades se verán afectadas también por la Mezcla de Productos. Es evidente que no todos los productos proporcionan los mismos márgenes de utilidad ni tampoco son vendidos en las mismas proporciones. De lo anterior se desprende que, los cambios en las utilidades son el resultado de la interacción e influencia recíproca entre todos estos factores. -

Por lo tanto podemos afirmar que los cambios en los precios de venta repercuten en la Mezcla de Productos y ésta a su vez provoca cambios en los costos y así sucesivamente en un ciclo interminable.

En el siguiente ejemplo se puede apreciar la influencia que tiene la Mezcla de Productos en la obtención de utilidades de la empresa.

Supongamos que una empresa X cuenta con los siguientes datos por producto para un ejercicio determinado :

<u>CONCEPTO</u>	<u>PROD. A</u>	<u>PROD. B</u>	<u>PROD. C</u>	<u>PROD. D</u>
Precio de Venta (A) \$	13.00	10.00	15.00	11.00
- Costos Variables	<u>12.00</u>	<u>6.00</u>	<u>13.00</u>	<u>9.50</u>
Utilidad Marginal (B)	1.00	4.00	2.00	1.50

Veamos ahora las repercusiones del cambio de la Mezcla de Productos, en los siguientes ejemplos, basados en los datos anteriores :

1er. caso de la Mezcla :

<u>CONCEPTO</u>	<u>A</u>	<u>B</u>	<u>C</u>	<u>D</u>	<u>TOTAL</u>
Unidades Vendidas (C)	45,000	7,000	30,000	15,000	97,000
Ingresos Obtenidos ( A X C )	585,000	70,000	450,000	165,000	1,270,000
Utilidad Marginal ( B X C )	45,000	28,000	60,000	22,500	155,500
- Costos Fijos.....					<u>200,000</u>
Pérdidas Netas .....					<u>( 44,500 )</u>

2º. caso de la Mezcla (revisada)

<u>CONCEPTO</u>	<u>A</u>	<u>B</u>	<u>C</u>	<u>D</u>	<u>TOTAL</u>
Unidades Vendidas ( D )	7,000	45,000	15,000	30,000	97,000
Ingresos Obtenidos ( A X D )	91,000	450,000	225,000	330,000	1,096,000
Utilidad Marginal ( B X D )	7,000	180,000	30,000	45,000	262,000
- Costos Fijos .....					<u>200,000</u>
Utilidades Netas .....					<u>62,000</u>

En los ejemplos anteriores se puede apreciar que en la 2a. Mezcla, ya revisada, se obtuvieron utilidades, no obstante el mismo número de unidades vendidas y con un volumen de ventas menor. Por lo anterior se deduce lo siguiente: "las utilidades dependen de la aportación o utilidad marginal y no del mayor o menor volumen de ventas". En efecto, el incrementar el volumen de ventas no implica que se obtengan mayores utilidades debido a que aumentarían los costos en la misma <sup>1</sup>proporción que las ventas.

Sin embargo en la actualidad muchos administradores se preocupan por alcanzar cada vez más mayores volúmenes de ventas, fijándose únicamente en los ingresos que se van a obtener de las ventas y descuidando la diferencia entre estos y los costos.

Existen casos excepcionales de productos que aportan un porcentaje marginal mínimo, pero que sin embargo se conservan dentro de la Mezcla de Productos, por considerarse como elementos determinantes en el sostenimiento del mercado potencial para las demás ventas de la compañía.

### 3.8.- ¿EN QUE SE RELACIONA EL PUNTO DE EQUILIBRIO CON LA MEZCLA DE PRODUCTOS ?

En la parte final del segundo capítulo se estudió la forma en que se determina la Mezcla Óptima de Productos mediante el uso del análisis marginal, que relaciona los elementos de costo, volumen y utilidad.

Corresponde ahora determinar el Punto de Equilibrio de la Mezcla Óptima de Productos con objeto de conocer qué volumen de ventas es necesario para que la empresa no ponga en peligro su situación financiera.

Con el Punto de Equilibrio se puede conocer el volumen de ventas necesario para obtener una Utilidad determinada sobre la Mezcla de Productos y viceversa.

Con el empleo del Punto de Equilibrio se pueden medir las repercusiones que otros factores (tales como la compra de activos, creación de nuevos departamentos, aumento de las ventas para determinado producto, etc.) tengan sobre la Mezcla de Productos. De esta manera nos encontramos en posibilidades de a-

plicar medidas correctivas tendientes a mantener inalterable el plan de ventas original.

También se puede hacer uso del Punto de Equilibrio para comparar la rentabilidad de una Mezcla respecto a otra u otras que se proponen implantar.

### 3.9.- ALGUNAS CONSIDERACIONES PREVIAS AL CALCULO DEL PUNTO DE EQUILIBRIO DE LA MEZCLA DE PRODUCTOS.

Como sabemos, las utilidades dependen de un adecuado equilibrio entre los Costos, Precios de Venta, Volumen y Mezcla de Productos.

Todo este proceso se inicia a partir de una adecuada asignación de Costos, que constituye la base de la planificación de utilidades y del análisis del Punto de Equilibrio. Con base en ellos, la administración fija los Precios de Venta de cada producto, elemento que determinará por sí solo la demanda de los mismos. El precio es por lo tanto el determinante fundamental del Volumen de Ventas. Ahora bien, la variedad de productos fabricados aunado con el volumen vendido de cada uno de ellos es lo que conforma la Mezcla de Productos.

#### COSTOS FIJOS

En el proceso de asignación de costos, es posible que los costos fijos, se puedan identificar o no con las instalaciones

que los producen, todo depende que los productos requieran para su elaboración de instalaciones distintas para cada uno o instalaciones comunes para todos. En ambos casos, para calcular el Punto de Equilibrio de la Mezcla de Productos, se requiere que los costos fijos se calculen a su nivel total ( pool ).

#### FIJACION DE PRECIOS EN LAS EMPRESAS INDUSTRIALES

Aunque la Mezcla de Productos adquiere particular importancia en las industrias de transformación - conversión, es conveniente aclarar que su uso es tan importante en este tipo de industrias como lo es también en el comercio e inclusive en los organismos de servicios. Lo anterior se deduce porque todos estos organismos, por razón de su actividad, están sujetos a costos fijos y costos variables, separación fundamental e indispensable para poder calcular el Punto de Equilibrio y analizar la Mezcla de Productos.

El problema de la Mezcla de Productos es decisivo y vital para las industrias de fabricación - conversión en contraste - con las industrias de montaje o con las compañías que elaboran un solo producto, ya que las empresas de conversión muy probablemente usarán instalaciones iguales al producir sus artículos y por lo tanto tendrán costos fijos conjuntos.

En este tipo de industrias se emplean diversas materias

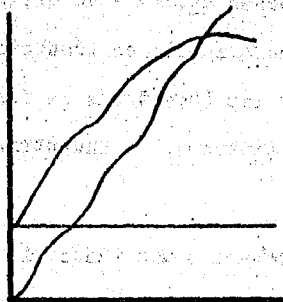


primas y se someten a proceso a través de diversas máquinas e instalaciones hasta transformarlas en productos terminados, - así tenemos por ejemplo a las industrias de fundición, las industrias fabricantes de pinturas, la industria textil, la papelería, etc.

Cuando un cliente compra a una industria de este tipo, en realidad lo que se le está comprando es el empleo y tiempo de sus instalaciones y no sus materias primas, por lo tanto, la principal mercancía en las industrias de transformación es la utilización de sus instalaciones. Es por ello importante que al fijar el precio de los productos, se separen los costos de los materiales de los costos de transformación, con objeto de valorar convenientemente las aportaciones de la conversión.

#### ANÁLISIS DEL EQUILIBRIO Y LA MEZCLA DE PRODUCTOS

Uno de los problemas importantes en el análisis del Equilibrio es saber cómo calcular la Mezcla de Productos, sobre todo en aquellas compañías que fabrican un gran número de ellos. Cada producto ofrece márgenes distintos de aportación, se producen en volúmenes diferentes y con distintos costos. A consecuencia de ello, ni la línea de los costos, ni la de los ingresos serán rectas y el Punto de Equilibrio sería indefinible:



Quando en una gráfica de Punto de Equilibrio las líneas de los costos e ingresos son rectas, quiere decir que los costos directos y los precios de venta permanecen constantes por unidad. Es evidente que la presencia de la Mezcla de Productos que está en constante cambio invalida estos supuestos y se produciría una Gráfica de Equilibrio semejante a la de la ilustración anterior.

Esto se resuelve mediante dos enfoques básicos que al respecto considera el Maestro Spencer A. Tucker en su libro "El Sistema del Equilibrio". Así tenemos

1.- CAMBIANDO LA UNIDAD DE MEDIDA.- Con frecuencia el Equilibrio se expresa en pesos de ventas. Entonces, se trata de sustituir esta unidad de medida por otra que elimine esas variaciones, con objeto de conseguir la intersección de las -- dos líneas rectas y lograr el Punto de Equilibrio, mismo que

tendría un valor más significativo.

La unidad escogida para reemplazar a los pesos de ventas, como medida de volumen, puede ser las horas - máquina o de actividad fabril. De esta manera el Punto de Equilibrio habrá de formularse en cantidad de horas o de un porcentaje de capacidad. Esto implica una conversión del presupuesto de ventas a horas-máquina.

## 2.- UTILIZANDO UN PORCENTAJE DE CONTRIBUCION MARGINAL COMPUUESTO.

Un método alternativo igualmente eficaz consiste en cambiar los valores que no guardan proporción a valores lineales. - Esto se consigue mediante un "bloque" o "paquete" de Mezcla de Productos. Esta técnica resulta tener su máximo valor en el caso de las decisiones sobre combinaciones de productos y también para someter a prueba todas las repercusiones futuras de las decisiones propuestas por la dirección de la empresa. Este método utiliza el porcentaje de contribución compuesto de todos los productos de la mezcla. Supongamos los siguientes datos con que cuenta la empresa X para un ejercicio determinado:

PRODUCTOS	P	PORCENTAJE DE PRODUCTOS EN LAS VENTAS PLANIFICADAS
A	0,30	50%
B	0,20	30%
C	0,10	20%

Se multiplican los porcentajes de cada productos, con objeto de ponderar el P (porcentaje de contribución marginal). - de la siguiente forma :

$$0.30 \times 50\% = 0.15$$

$$0.20 \times 30\% = 0.06$$

$$0.10 \times 20\% = 0.02$$

---


$$0.23$$

Este resultado es el porcentaje de contribución marginal compuesto de todos los productos que integran la mezcla. De esta manera estamos en posibilidades de calcular el Punto de Equilibrio de la Mezcla de Productos.

### 3.9.1.- EJEMPLO ARITMETICO Y GRAFICO DEL P.E. DE LA MEZCLA DE PRODUCTOS.

Una compañía fabrica tres productos, cada uno de los cuales tiene un P. y volúmenes distintos, tal como se puede ver a continuación :

PRODUCTO	P	PORCENTAJE DE PRODUCTOS EN LAS VENTAS PLANIFICADAS
A	0.33	50%
B	0.17	30%
C	0.10	20%

Los gastos fijos ascienden a \$ 500,000

- Calcúlese el Punto de Equilibrio
- Calcúlese las utilidades a un nivel de ventas de -----  
\$ 4,000,000.00.
- Calcúlese el nivel de ventas necesario para obtener una  
utilidad de \$ 480,000.

#### SOLUCIONES

- Primero ponderamos los P, para obtener un porcentaje de  
utilidad marginal compuesto :

PRODUCTO	P. ponderado para cada producto
A	$0.33 \times 50\% = 0.165$
B	$0.10 \times 30\% = 0.051$
C	$0.10 \times 20\% = 0.020$
	P. compuesto .... <u>0.236</u>

Aplicamos la fórmula No. 1 :

$$PE = \frac{CF}{1 - X}$$

Substituyendo :

$$PE = \frac{500,000}{0.236} = 2,118,644.00$$

Ver Gráfica No.13

b).- Las utilidades pueden calcularse por medio de la fórmula No. 3:

Fórmula 3

Substituyendo:

$$U = V(1-X) - CF$$

$$U = 4,000,000.00 (0.236) - 500,000 \\ = 444,000$$

o

$$U = V - PE (P)$$

$$U = 4,000,000.00 - 2,188,644.00 \\ (0.236) \\ = 444,000$$

c).- El nivel de ventas necesario, lo podemos obtener mediante la fórmula No. 2 que se vió al principio del presente capítulo.

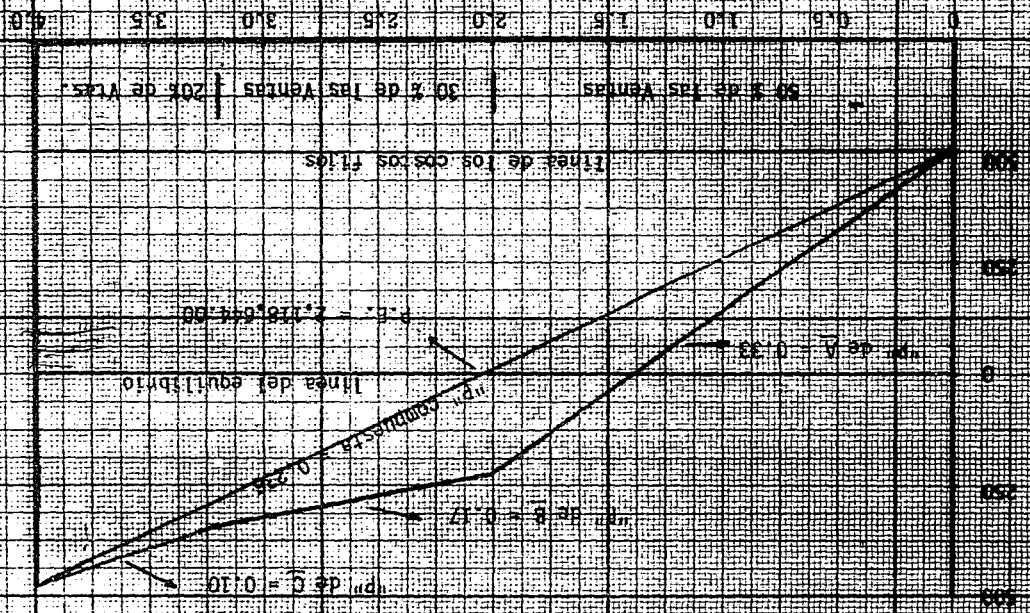
Fórmula No. 2

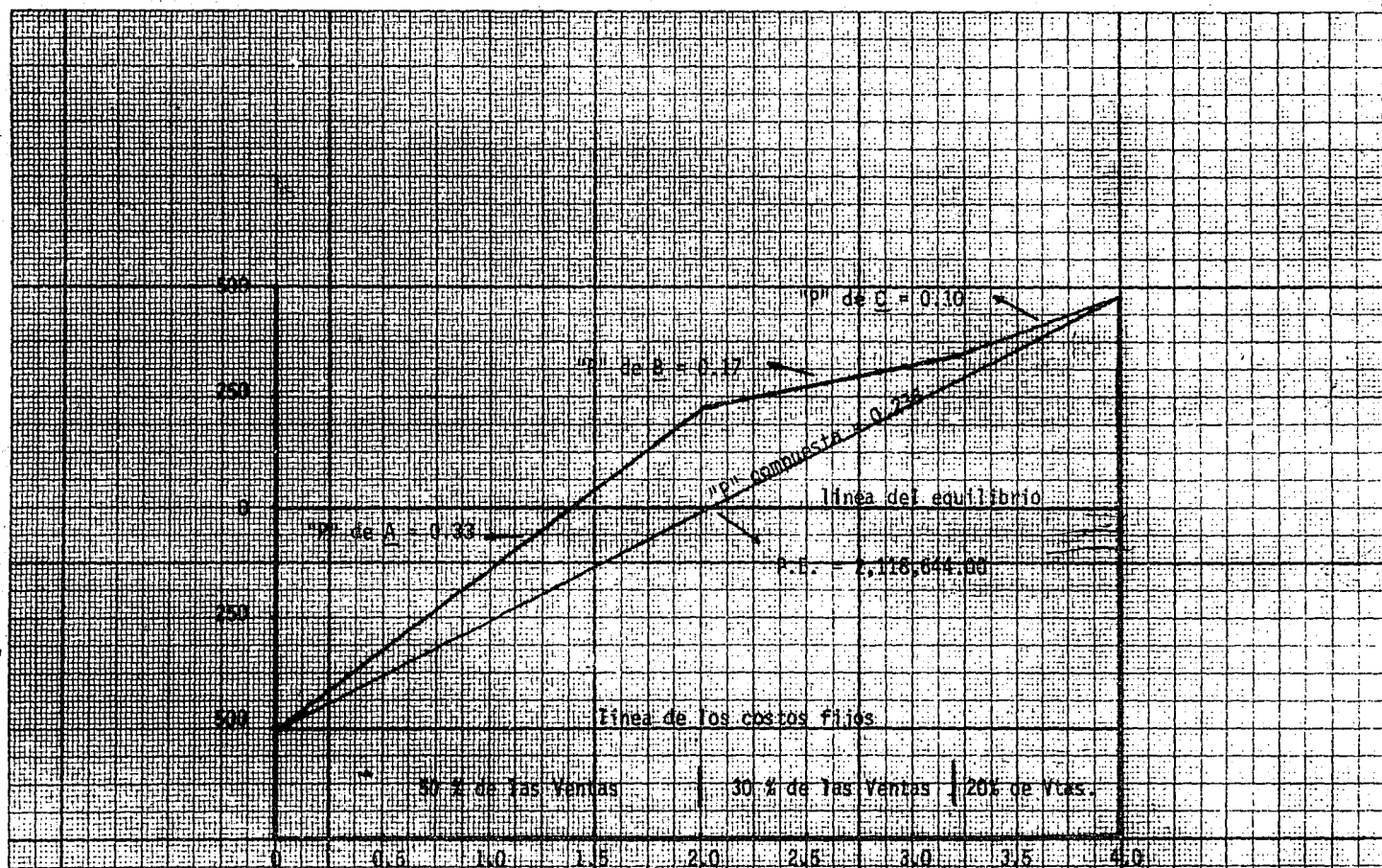
$$VN = \frac{CF - U}{1 - X}$$

$$VN = \frac{500,000 + 480,000}{0.236} \\ = 4,152,542$$

### 3.9.2.- EL PUNTO DE EQUILIBRIO APLICADO A DIVERSOS ARTICULOS DE UNA MISMA EMPRESA.

Dado que las empresas comerciales o industriales manejan gran cantidad de artículos, el estudio del Punto de Equilibrio se hace más complicado, toda vez que es necesario distribuir -





Gráfica No. 13

13



los gastos fijos entre los diferentes artículos, a fin de determinar los Puntos de Equilibrio para cada uno de ellos. El análisis del P.E. por artículo es importante debido a que permite descubrir lo costeable o incosteable de algún artículo; esto sirve de base para tomar decisiones en cuanto a la posibilidad de eliminar la operación de los artículos incosteables o, en su defecto incrementar aquellos que proporcionan mayores beneficios a la empresa, conformando así la Mezcla de Productos de la misma.

Para efectuar el prorrateo de los gastos fijos entre los diferentes artículos es necesario considerar el volumen de ventas planificadas, así como el porcentaje de contribución marginal por cada artículo. Para esto aplicamos la siguiente fórmula:

$$a' = \frac{a}{V (PC)} = V' (P)$$

En donde :

$a'$  = Gastos fijos por cada artículo

$a$  = Gastos fijos totales

$V$  = Ventas Netas Totales

$PC$  = Porcentaje de contribución marginal compuesto

$V'$  = Ventas Netas por cada artículo

$P$  = Porcentaje de contribución marginal por artículo

Siguiendo el mismo ejemplo planteado en el inciso anterior,

y suponiendo que el volumen de ventas total de la compañía ascienden a \$ 3,000,000, tenemos:

PRODUCTO	PORCENTAJE DE PRODUCTOS EN LAS VENTAS PLANIFICADAS	VENTAS PLANIFICADAS
A	50%	1,500,000
B	30%	900,000
C	20%	600,000
	100%	3,000,000

Aplicando la fórmula para obtener los gastos fijos por artículo, tenemos:

PRODUCTO	FORMULA
A	$(1,500,000 \times .33) = 349,576.26$
B	$\frac{500,000}{3,000,000 (.236)} (900,000 \times .17) = 108,050.84$
C	$(600,000 \times .10) = 42,372.88$
	Gastos Fijos Totales ..... <u>499,999.98</u>

Una vez que se cuenta con las cifras correspondientes a los gastos fijos por artículo, es posible obtener el Punto de Equilibrio por cada uno de ellos:

PRODUCTO	APLICACION DE LA FORMULA P. E.	=	
A	$\frac{349,576.26}{.33}$	=	1,059,321.9
B	$\frac{108,050.84}{.17}$	=	635,593.0
C	$\frac{42,372.88}{.10}$	=	423,728.80
			<hr/>
			2,118,643.10

Este valor queda comprobado con el punto de Equilibrio obtenido anteriormente.

## CONCLUSIONES

1.- El método del Punto de Equilibrio es un instrumento útil a la administración de la empresa ya que muestra la forma en que están estructuradas sus utilidades, tal como existían y como se verán en el futuro.

2.- El método gráfico, complemento del método aritmético del Sistema del Equilibrio, se caracteriza por su flexibilidad para la planificación de las utilidades.

3.- La finalidad de la utilización del Punto de Equilibrio no se basa únicamente en el hecho de determinar en qué punto - los ingresos se igualan a los gastos, razón por la cual la empresa llega a equilibrarse, sino que además proporciona los medios para poder lograr aumentar las utilidades o bien mantener las constantes.

4.- El empleo del método del Punto de Equilibrio evita el tratar de adivinar, ya que se utiliza como instrumento en la toma de decisiones por los directivos de la empresa.

5.- Los datos del Costo, Volumen y Utilidad nos introducen al estudio del análisis marginal que proporcionará a los directivos de la empresa un panorama que muestra las ganancias - a que puede aspirar la empresa, así como las utilidades obtenidas por encima del Punto de Equilibrio y las utilidades con - las que cada venta contribuye al pago de los gastos fijos y a la producción de una ganancia.

6.- El Punto de Equilibrio nos proporciona la información necesaria para valorar los posibles riesgos así como el potencial con que la empresa cuenta para hacerles frente y sus alternativas o caminos a seguir.

7.- El cálculo del Punto de Equilibrio de la Mezcla de Productos es fundamental para planificar y controlar las utilidades

## C A P I T U L O 4

### LA TOMA DE DECISIONES EN LOS PROBLEMAS DE MEZCLA DE PRODUCTOS

#### 4.1.- GENERALIDADES SOBRE LA TOMA DE DECISIONES

A.- Notas Históricas

B.- Fases del Proceso Racional de Toma de Decisiones

C.- Algunos Criterios de Clasificación de la Toma de  
Decisiones

#### 4.2.- LA INVESTIGACION DE OPERACIONES

#### 4.3.- LA PROGRAMACION LINEAL Y LA MEZCLA DE PRODUCTOS

A.- Antecedentes e Importancia de la Programación Li  
neal

B.- Definición

C.- Requerimientos de un Problema de Programación Li  
neal

D.- Método de Programación Lineal

E.- Algunas Ventajas y Desventajas en el Uso de la  
Programación Lineal

#### CONCLUSIONES

## C A P I T U L O 4

### LA TOMA DE DECISIONES EN LOS PROBLEMAS DE MEZCLA DE PRODUCTOS

#### 4.1.- GENERALIDADES SOBRE LA TOMA DE DECISIONES

##### A.- NOTAS HISTORICAS

La Teoría de las Decisiones es una técnica usada para seleccionar el mejor curso de acción, cuando la información con que se cuenta tiene el carácter de probable.

La Teoría de las Decisiones tuvo su origen de tres corrientes principales : la teoría de las preferencias y de la utilidad, la teoría de las probabilidades y la teoría de la inferencia estadística.

Los economistas del siglo XIX utilizaron los conceptos de utilidad, valor, preferencias, curvas de indiferencia, - las cuales pueden ser atribuidas a Adam Smith. Jevons en-

su libro titulado "The Theory of Political Economy", publicado en 1871, señala el uso de la utilidad cardinal, es decir, el uso de las escalas de preferencias. En 1901, en su libro titulado "Principles of Economics", Marshall desarrolla el concepto de la utilidad ordinal, o sea, órdenes de preferencias por medio del análisis de las curvas de indiferencia.

Fermat, matemático francés, comparte con Pascal el descubrimiento de la teoría de las probabilidades, misma que ha tenido un desarrollo continuo, hasta formar en nuestros días una teoría integrada, con múltiples aplicaciones.

James Bernoulli fué el primero que señaló explícitamente las leyes de adición y multiplicación de probabilidades, y el primero que proporcionó una fórmula general para los experimentos binomiales.

J.M. Keynes, en su libro titulado "Theory of Probability", publicado en 1921, señala a las probabilidades como grados de creencia.

Ramsey y De Finetti presentaron el concepto de la probabilidad subjetiva, según la cual cada persona debe formular sus propias probabilidades de acuerdo con su inclinación para aceptar apuestas imaginarias.

En 1925, R.A. Fisher desarrolló los principios que apoyan al problema de la estimación y sus métodos; desarrolló también una gran cantidad de tests estadísticos estándares. La relación de este conocimiento con la teoría de las probabilidades



es la siguiente : la teoría de las probabilidades proporciona los medios para describir la situación estudiada, gracias a un conjunto de modelos posibles; mientras que la inferencia estadística tiene por objeto examinar los datos disponibles y decidir cuales de esos modelos son razonables y cuales no lo son.

#### B.- FASES DEL PROCESO RACIONAL DE TOMA DE DECISIONES

Así como cada uno de nosotros tomamos decisiones que afectan nuestras propias actividades, de la misma manera un gerente, director o administrador en general está orientado a tomar decisiones que influirán en las actividades de otros.

Una decisión se define como un curso de acción conscientemente escogido entre las alternativas disponibles con el propósito de lograr un resultado deseado.

Todo proceso de Toma de Decisiones implica las siguientes etapas :

##### 1.- DIAGNOSTICO DEL PROBLEMA

Esta fase se origina a partir de cierta información que sugiere la necesidad de aplicar una acción correctiva. Por ejemplo, un aumento en los costos de ventas; la elevación de los costos unitarios de fabricación, etc. Esta etapa se define por lo tanto, como un proceso lógico de canalización de información que tiene por objeto encontrar una solución adecuada.

da al problema identificado. Comprende pues, las causas que originan al problema, el conocimiento de los objetivos pre-determinados y conocimiento del medio ambiente.

## 2.- SELECCION DE LAS ALTERNATIVAS MAS ADECUADAS

Esta fase se relaciona con la creatividad e inventiva del humano y consiste principalmente en hallar el mayor número de alternativas factibles y analizar sus posibles consecuencias.

Existen varias disciplinas que pueden ayudar al gerente o administrador a resolver este tipo de problemas. Tal es el caso de la Investigación de Operaciones que integra entre otras técnicas, a la teoría de los juegos, la teoría de las probabilidades y la Programación Lineal.

## 3.- ANALISIS Y COMPARACION DE LAS ALTERNATIVAS

Esta fase implica que los resultados de cada una de las estrategias se comparen en función de los objetivos preestablecidos, con objeto de evaluar cada una de las alternativas, y así estar en posibilidades de escoger aquella que cumpla con los objetivos deseados. La manera más fácil de valorar adecuadamente los resultados, es atribuyendo un valor monetario a los efectos puramente financieros de cada estrategia.

#### 4.- SELECCION DE LA ALTERNATIVA MAS CONVENIENTE

Es el paso esencial y más importante de la Toma de Decisiones y consiste en escoger entre las alternativas evaluadas, aquella que se considere óptima. Puede haber varias alternativas satisfactorias pero solo una de ellas se considera óptima.

#### C.- ALGUNOS CRITERIOS DE CLASIFICACION DE LA TOMA DE DECISIONES

Una vez que hemos visto las diferentes etapas que implica el proceso de Toma de Decisiones, es importante señalar algunos criterios de clasificación para esta misma teoría.

Una de las clasificaciones que con mayor frecuencia se utiliza para la Teoría de las Decisiones es aquella que la divide en dos campos principales : la Toma de Decisiones Individuales y la Toma de Decisiones en Grupo. La primera de ellas se basa en la idea de que todos los seres humanos tomamos decisiones que afectan nuestras propias actividades.

Las Decisiones por Grupos, como su nombre lo indica, son tomadas en cooperación de varios individuos y tienden a ser más equilibradas, toda vez que toman en cuenta las interacciones de diferentes puntos de vista.

En grandes empresas, donde se afronta grandes problemas,

las decisiones emergen de una serie de juntas en las cuales - los ejecutivos, conjuntamente, enfocan los problemas. Estas juntas de grupo pueden ser llamadas comités, consejos, contin~~g~~gentes o simplemente juntas de asesoría.

Las decisiones varían en cuanto a su complejidad e importancia, ya sea que en un principio sean tomadas por personas o por grupos. La complejidad de una decisión crece conforme aumenta el número de variables a considerar o al grado de incertidumbre a que está sujeta. La importancia de una decisión se incrementa en la medida en que otras decisiones dependen de ésta, o cuando las consecuencias financieras son más críticas.

Un segundo criterio para clasificar al contenido de la Teoría de las Decisiones es aquel que la subdivide en tres -- campos, mismos que están en función del conocimiento que se -- tenga de los resultados específicos de cada estrategia o al-- ternativa. Así tenemos:

#### 1.- DECISIONES QUE SE TOMAN EN CONDICIONES DE INCERTIDUMBRE

Como su nombre lo indica, se desconoce la probabilidad de ocurrencia de los resultados específicos de cada estrategia. - Tal es el caso, por ejemplo, de la demanda a largo plazo de un nuevo bien o servicio por parte de los consumidores.

#### 2.- DECISIONES QUE SE TOMAN EN CONDICIONES DE RIESGO

Estos casos se presentan cuando se pueden asignar probabilidades de ocurrencia a los resultados específicos de cada curso de acción, mediante la determinación de la frecuencia con que estos sucedieron en el pasado. Tal es el caso, por ejemplo, de la frecuencia con que determinados artículos son rechazados en la operación de control de calidad.

### 3.- DECISIONES QUE SE TOMAN EN CONDICIONES DE CERTIDUMBRE

La Toma de Decisiones en condiciones de certidumbre es cuando se conocen con absoluta certeza los resultados específicos de cada curso de acción. Tal es el caso, por ejemplo, de los problemas de Mezcla de Productos, en donde es posible conocer los resultados de cada una de las estrategias específicas.

Dado que este tipo de problemas llevan implícito una serie de variables, se han buscado métodos matemáticos que complementen y ayuden al criterio del decisor a resolver este tipo de problemas. Así tenemos, la Investigación de Operaciones y específicamente la Programación Lineal, como una de las técnicas que han alcanzado un amplio campo de aplicación en nuestros días.

#### 4.2.- LA INVESTIGACION DE OPERACIONES

La Investigación de Operaciones se define como una disciplina que integra diversas técnicas cuantitativas que sirven para tomar decisiones sobre asuntos diversos de la empresa.

Aunque la Investigación de Operaciones se desarrolló ampliamente en las organizaciones militares estadounidenses - que tuvieron como escenario la segunda guerra mundial, se considera que sus orígenes se remontan a muchos años atrás, con anterioridad a la revolución industrial.

La inclusión de esta disciplina a los problemas de la industria se encuentra a principios de la década de los 50, cuando aparecieron en el mercado las computadoras electrónicas; de esta manera la industria empezó a absorber algunos analistas de Investigación de Operaciones que gradualmente abandonaron el ejército.

Los límites de la Investigación de Operaciones no están aún bien definidos debido a que sus aplicaciones rompen continuamente con las estructuras previamente establecidas, sin embargo, esta disciplina es un buen ejemplo de la naturaleza dinámica e integral de la administración en la práctica moderna.

Una de las técnicas cuantitativas más importantes de la Investigación de Operaciones es, sin duda, la Programación Lineal. Esta técnica encuentra cada vez mejores respuestas a los problemas de asignación de recursos. Tal es el caso de los problemas de Mezcla de Productos.

#### 4.3.- LA PROGRAMACION LINEAL Y LA MEZCLA DE PRODUCTOS

##### A.- ANTECEDENTES E IMPORTANCIA DE LA PROGRAMACION LINEAL

El desarrollo actual de la Programación Lineal para los negocios y la industria se atribuye al Dr. George D. Dantzing, quien durante 1947 se ocupó de un proyecto para la Fuerza Aérea de los Estados Unidos; cuya esencia se basa en las interrelaciones entre las actividades de una gran organización como un modelo de Programación Lineal.

Esta técnica es usada en situaciones en donde existen varias alternativas que determinan, una vez interrelacionadas, una maximización de las utilidades o una minimización en los costos o, satisfacer cualquier otro criterio de eficiencia. Esto quiere decir que, mediante su uso podemos calcular la Mezcla Optima de Productos que maximice las utilidades o minimize los costos; de ahí la importancia que esta técnica de Investigación de Operaciones adquiere en la solución de problemas de tipo económico y financiero.

Los ejecutivos siempre se están enfrentando a limitaciones o restricciones de recursos financieros, materiales, técnicos o humanos, de tal forma que la Programación Lineal es una técnica que sirve para determinar el aprovechamiento óptimo de estos recursos, es por lo tanto, un método que sirve para encontrar la solución óptima a un problema que se caracteriza por tener un gran número de soluciones factibles que sa-

tisfacen las condiciones o requisitos del problema. La de terminación de una solución especial, depende del objetivo deseado.

Una solución que satisface los requisitos del problema, así como el objetivo deseado, se le dá el nombre de solución óptima

#### B.- DEFINICION

Se utiliza el término "Programación", para hacer referencia a la utilización de ciertas técnicas matemáticas que llevan a un resultado óptimo, empleando los recursos limitados de la empresa. Así mismo, se utiliza el adjetivo "Lineal" para describir la relación existente entre dos o más variables que son directamente proporcionales. Por ejemplo, a un aumento en el número de horas de trabajo directo, corresponde el mismo porcentaje de aumento en el resultado. - La relación matemática entre estas dos variables será, por lo tanto, lineal.

Robert J. Thierauf y A. Grosse en su libro : Toma de Decisiones por medio de Investigación de Operaciones, define a la Programación Lineal como " la técnica matemática para determinar la mejor asignación de los recursos limitados de la empresa ".

Por otra parte J. Ronald Frazer, en su libro : La Pro-



gramación Lineal Aplicada, la define como "Un instrumento de la Investigación de Operaciones, diseñado como auxiliar en la elección entre diferentes alternativas cuando las limitaciones de recursos impiden elegir simultáneamente todas las alternativas."

### C.- REQUERIMIENTOS DE UN PROBLEMA DE PROGRAMACION LINEAL

Todo problema de asignación de recursos se puede resolver mediante la técnica de Programación Lineal cuando sus elementos satisfacen ciertas condiciones necesarias para su empleo. Tal es el caso de los problemas de Mezcla de Productos en los que, :

1.- Es necesario definir claramente una función objetivo en forma matemática, misma que represente la situación real lo más aproximadamente posible, con objeto de que el resultado sea de utilidad.

2.- Debe haber varios cursos alternativos de acción. Esto es, diversas combinaciones de las variables que intervienen para la manufactura de dos o más productos de la empresa.

3.- El conjunto de restricciones o variables se deben expresar como ecuaciones o desigualdades lineales, es decir, como ecuaciones simultaneas de primer grado con dos incógnitas.

4.- Las restricciones o variables del problema deben interrelacionarse a través de formulaciones matemáticas.

5.- Existe un límite en el suministro de recursos. Por ejemplo, si una fábrica produce más de un producto, tendrá que fabricar menores cantidades de los demás productos ( costo de oportunidad \*).

Estos requerimientos quedan ejemplificados en los siguientes incisos.

#### D.- METODO DE PROGRAMACION LINEAL

La resolución de los problemas de Mezcla de Productos mediante la aplicación de la Programación Lineal, se puede resolver a través de varios métodos entre los que se cuentan el método gráfico y el método simplex.

#### METODO GRAFICO

Este método es el más sencillo y además el más objetivo, dado que permite visualizar gráficamente el problema. Sin embargo solo puede usarse para un máximo de tres productos, debido a que es imposible dibujar un plano con más de tres dimensiones.

\* Es el costo que implica escoger de entre varias alternativas de acción, solo una de ellas.

## PROCEDIMIENTO

### PASO 1.- PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Supóngase que una empresa "X" desea conocer la proporción que debe fabricar de los productos A y B, a fin de maximizar sus utilidades.

El problema consiste básicamente en determinar la cantidad que debe producirse de cada uno de estos productos a fin de maximizar las utilidades, dadas las limitaciones en tiempo de las máquinas 1, 2 y 3, tal y como se puede observar en la siguiente tabla :

Tipo de Máquina	horas requeridas prod. A	prod.B	horas disponibles este mes
1	3.0	2.0	1500
2	1.0	3.0	1200
3	2.0	1.0	900
* Contribución P/U	\$ 13.00	\$ 11.00	

\*Precio de Venta menos Costos Directo por Unidad

Este cuadro indica los requerimientos de tiempo para cada producto según el tipo de máquina, así como el total de tiempo disponible para cada una de ellas en un mes determinado. La contribución por unidad del producto A es igual a \$ 13,00, --

mientras que la del producto B es de \$ 11.00

**PASO 2.- REPRESENTAR LA FUNCION OBJETIVO**

Esta representación se hace mediante un modelo matemático que maximice la función, de la siguiente manera :

$$\text{Maximizar } Z = 13A + 11B$$

Esta función muestra la relación de lo producido con la contribución por unidad.

**PASO 3.- EXPRESAR ALGEBRAICAMENTE CADA UNA DE LAS RESTRICCIONES A QUE QUEDA SUJETA LA FUNCION OBJETIVO.**

Estas restricciones estan dadas por las horas disponibles para cada máquina y las horas requeridas para cada producto, - mismas que se encuentran en la tabla expuesta en el paso No. 1.

$$3A + 2B = 1500$$

$$A + 3B = 1200$$

$$2A + B = 900$$

Donde A es igual a la cantidad total de productos "A" - que se deben producir. Y,

B es igual a la cantidad total de productos "B" - que se deben producir

Estas restricciones indican los tiempos requeridos en cada máquina para la elaboración de cada uno de los artículos. - Así, la ecuación  $3A + 2B = 1500$ , significa que el producto A requiere de 3 horas de la máquina 1 para su elaboración, mientras que el producto B requiere de solo 2 horas por unidad. -- Por otra parte, las horas utilizadas de la máquina 1 en la elaboración de ambos productos no debe exceder de 1500 horas. El mismo criterio se puede aplicar a las otras dos ecuaciones.

PASO 4.- CALCULAR LOS PUNTOS EXTREMOS DE CADA UNA DE LAS ECUACIONES ANTERIORES.

Este cálculo se efectúa reduciendo a cero cada una de las incógnitas de la ecuación. Así tenemos :

$$\text{Ecuación } 3A + 2B = 1500$$

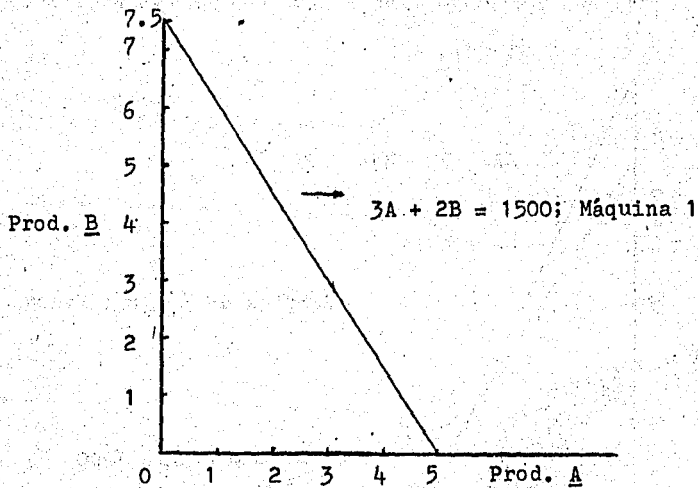
$$\text{cuando } A = 0, \text{ entonces } B = 750$$

$$\text{cuando } B = 0, \text{ entonces } A = 500$$

Los valores resultantes representan los puntos extremos de la recta de esta ecuación y significan que, si todo el tiempo disponible de la máquina 1 se emplea para fabricar el producto B, y no se fabrica ninguna unidad del producto A, entonces pueden fabricarse 750 unidades del producto B, etc.

Una vez que contamos con los puntos extremos de la recta

de esta ecuación, se está en posibilidades de trazarla.



(valores en cientos)

Gráfica de la ecuación  $3A + 2B = 1500$

Los valores de las demás ecuaciones quedan de la siguiente manera:

$$\text{Ecuación } A + 3B = 1200$$

$$A = 0; B = 400$$

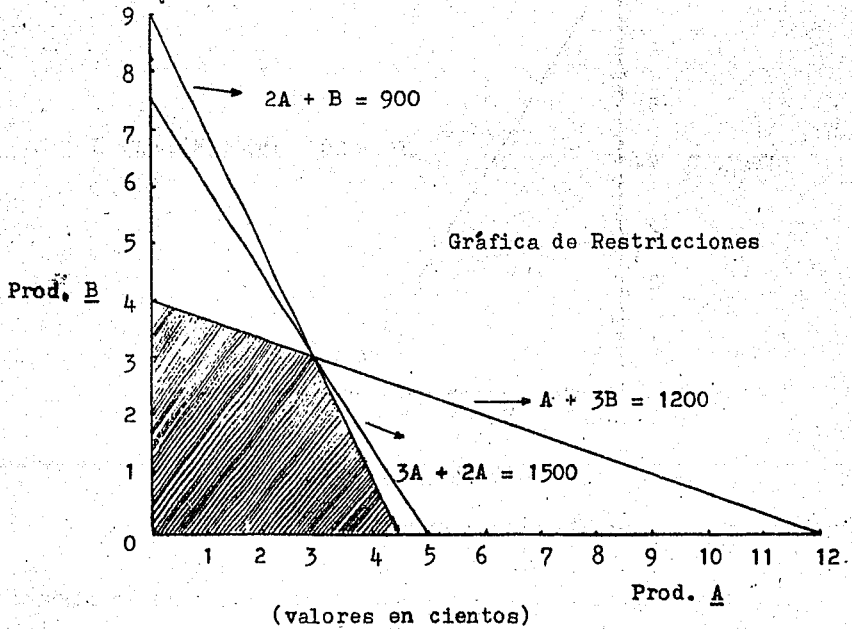
$$B = 0; A = 1200$$

$$\text{Ecuación } 2A + B = 900$$

$$A = 0; B = 900$$

$$B = 0; A = 450$$

PASO 5.- CON LOS VALORES RESULTANTES, GRAFICAR EN EL PLANO DE LAS COORDENADAS, CADA UNA DE LAS RECTAS QUE REPRESENTAN.



El trazo de las rectas en el plano de coordenadas da lugar a una área, que se denomina área de solución factible --- (porción rayada), en la cual pueden existir muchas soluciones, pero solo una de ellas es la óptima, es decir la que proporciona los mayores beneficios. La solución óptima está dada por el punto que se encuentra en la área de solución factible más lejano al origen.

Cuando la Mezcla de Productos A y B dé por resultado una solución que quede fuera del área rayada, esto significa que no se tiene una solución factible, basada en las restricciones dadas.

#### PASO 6.- TRAZAR LA FUNCION OBJETIVO

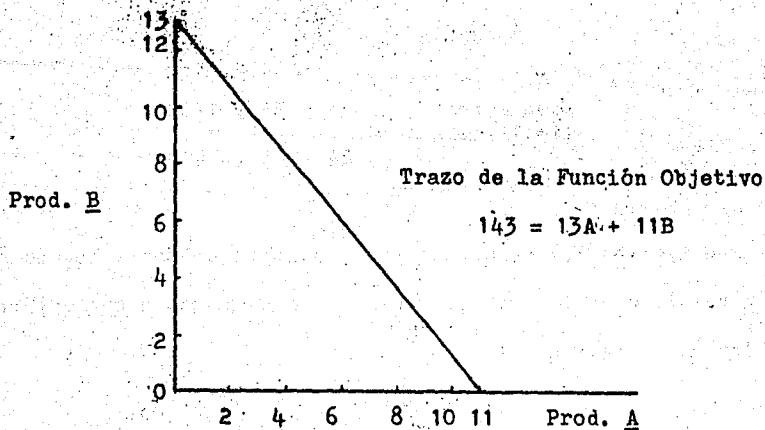
Que se expresa como :  $Z = 13A + 11B$

Para trazar esta recta, se le da un valor mínimo arbitrario a Z, con objeto de calcular los puntos extremos de la ecuación. Esto se logra multiplicando las contribuciones de ambos productos.

$$\text{Ecuación } 143 = 13A + 11B$$

$$A = 0; B = 13$$

$$B = 0; A = 11$$





Una vez trazada la recta de función objetivo en el plano de coordenadas, se hace llegar una línea paralela a esta, que toque el punto más lejano del origen dentro del área de solución factible. Esto es con objeto de determinar con precisión el punto que contiene la Mezcla Optima de los Productos A y B. En este caso, corresponden 300 artículos del producto A y 300 del B. Ver gráfica No. 14.

Dado que en los problemas de la vida real los valores adquieren mayor complejidad, es difícil poder leer con precisión en una gráfica, las cantidades que de cada producto se deben fabricar. Esto obliga a calcular (para fines de comprobación) el mismo resultado mediante el uso de las ecuaciones simultáneas de primer grado con dos incógnitas. En tal caso, se efectúa esta operación con las dos ecuaciones de las rectas que delimitan el área de solución factible, esto es, las ecuaciones  $A + 3B = 1200$  y  $2A + B = 900$ .

#### Solución

Ecuaciones  
simultáneas

$$A + 3B = 1200$$

$$2A + B = 900$$

Se igualan los valores de "A", multiplicando la 1.ª ecuación por 2, y la 2.ª por 1, y cambiando de signo a cualquiera de las dos ecuaciones :

$$(2) \quad 2A + 6B = 2400$$

$$(1) \quad \underline{2A - B = -900}$$

$$5B = 1500$$

$$B = \frac{1500}{5}$$

$$B = 300$$

Se sustituye este nuevo valor en cualquiera de las dos ecuaciones:

$$2A + 300 = 900$$

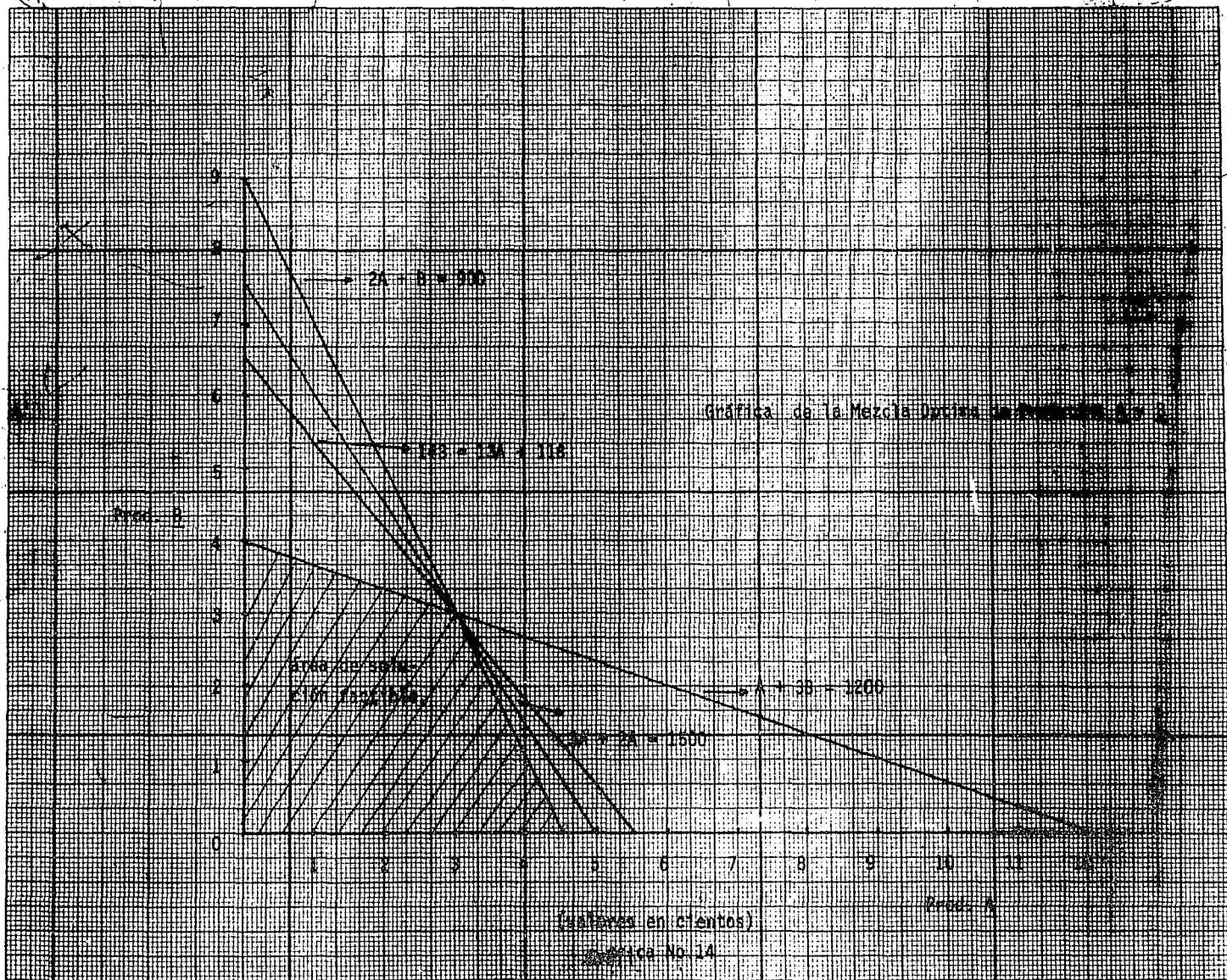
$$2A = 900 - 300$$

$$2A = 600$$

$$A = \frac{600}{2}$$

$$A = 300$$

PASO 7.- SUSTITUIR LOS VALORES OBTENIDOS PARA CADA INCÓGNITA EN LA ECUACION DE FUNCION OBJETIVO :



$$\begin{aligned}
 \text{Maximizar } Z &= 13A + 11B \\
 &= 13(300) + 11(300) \\
 &= 3900 + 3300 \\
 &= \$ 7,200.00
 \end{aligned}$$

Este resultado representa la máxima utilidad que se obtiene a partir de la Mezcla de Optima de los Productos A y B, dadas las limitaciones en tiempo de las máquinas 1, 2 y 3.

#### METODO SIMPLEX

Como en la realidad, el número de productos que ofrecen las empresas es muy numeroso, el método gráfico resulta inadecuado, ya que dificulta la solución de este tipo de problemas y además, se pierde la visualización objetiva de los mismos, en cuyo caso es más recomendable utilizar el método simplex.

El método simplex se define como un algoritmo o conjunto de operaciones matemáticas que se efectúan en forma iterativa o repetitiva hasta llegar a la solución óptima. Esto significa que la última solución produce una contribución tan grande o mayor que la solución previa, lo que da la seguridad de haber encontrado finalmente la respuesta correcta. Técnicamente, el método simplex utiliza el álgebra de matrices. Se parte de -- una matriz de identidad que se transforma posteriormente en la inversa de una matriz.

Con objeto de resaltar la importancia de este método y su

relación con el anterior, se presenta el mismo ejemplo precedente, para lo cual partimos del siguiente razonamiento :

$$\text{Se trata de maximizar } Z = 13A + 11B$$

Esta función objetivo, como se sabe, muestra la relación de lo que se necesita fabricar de cada producto, con la contribución (precio unitario de venta - costo directo) por unidad, - para cada uno de ellos.

A su vez, esta función objetivo se encuentra sujeta a las siguientes restricciones expresadas en forma de inecuaciones o desigualdades :

$$3A + 2B \leq 1500$$

$$A + 3B \leq 1200$$

$$2A + B \leq 900$$

Cada una de estas restricciones indican que la empresa puede producir cualquier Mezcla de Productos que sea "menor o igual" que las horas disponibles expresadas para cada máquina.

A fin de estar en posibilidades de utilizar el método simplex, es necesario convertir estas desigualdades, en ecuaciones para las máquinas, lo que puede hacer añadiendo una variable de holgura para cada máquina, o sea, añadir a cada desigualdad una variable que absorba la holgura o tiempo que no se usa en cada máquina. Así tenemos:

$S_1$  = Tiempo no utilizado de la máquina 1

$S_2$  = Tiempo no utilizado de la máquina 2

$S_3$  = Tiempo no utilizado de la máquina 3

Donde  $S_i$  es igual a la cantidad total de tiempo disponible de la máquina 1 o sea 1500 horas, menos el número de horas empleadas para la producción de los artículos A y B :

$$S_1 = 1500 - 3(0) - 2(0) = 1500 \text{ horas no utilizadas en la máquina 1}$$

$$S_2 = 1200 - 1(0) - 3(0) = 1200 \text{ horas no utilizadas en la máquina 2}$$

$$S_3 = 900 - 2(0) - 1(0) = 900 \text{ horas no utilizadas en la máquina 3}$$

Como no hay ganancia ni pérdida que se aplique al tiempo no utilizado de cada máquina, la función objetivo se expresa en forma tal, que incluya las variables con contribuciones de cero ganancias :

$$\text{Maximizar } Z = 13A + 11B + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3$$

Como el método simplex requiere que cualquier incógnita que aparezca en una ecuación aparezca en todas (aunque con coeficiente de "cero" para no afectar a las demás), las restricciones de la función objetivo quedan expresadas de la siguiente forma :

$$1500 \text{ horas} = 3A + 2B + S_1 + 0S_2 + 0S_3$$

$$1200 \text{ horas} = 1A + 3B + 0S_1 + S_2 + 0S_3$$

$$900 \text{ horas} = 2A + 1B + 0S_1 + 0S_2 + S_3$$

En donde la variable que afecta a cada ecuación se expresa con coeficiente 1.

Con objeto de facilitar el manejo de las ecuaciones del problema, los datos concluyentes del razonamiento anterior que den expresarse en forma tabular como sigue:

TABLA SIMPLEX I

$C_J$	MEZCLA DE PRODUCTOS	CANTIDAD	\$ 13 A	\$ 11 B	\$ 0 $S_1$	\$ 0 $S_2$	\$ 0 $S_3$
\$ 0	$S_1$	1 500	*1 { 3 1 2	2	*2 { 1 0 0	0	0
\$ 0	$S_2$	1 200		3		1	0
\$ 0	$S_3$	900		1		0	1
	$Z_J$	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0
	$C_J - Z_J$		\$ 13	\$ 11	\$ 0	\$ 0	\$ 0

\*1 matriz de cuerno

\*2 matriz de identidad

La columna  $C_J$ , indica la contribución por unidad de las

variables de holgura. En este caso, cero. En la segunda columna de "Mezcla de Productos", se encuentran las variables de la solución. En la columna de "Cantidad" se expresa el tiempo no usado de cada máquina. La matriz de cuerpo integra los coeficientes que indican las horas que se requieren para fabricar cualquiera de los dos productos, en cada una de las máquinas. La matriz de identidad representa los coeficientes de las variables de holgura que se añadieron a las desigualdades originales para convertirlas en ecuaciones, así, el número 1 que se encuentra en el primer renglón, columna  $S_1$ , indica que, para que quede disponible una hora de  $S_1$ , es necesario prescindir de una de las 1500 horas de la primera máquina. El cero en la columna  $S_2$ , primer renglón indica que, si queda una hora disponible de la máquina 2, no tiene ningún efecto en  $S_1$ . La lógica utilizada anteriormente es aplicable a los demás elementos de la matriz de identidad. " $Z_j$ " representa la contribución neta que resulta de añadir una unidad de cualquier producto a la fabricación; como en la tabla simplex I, si se agrega una unidad más del producto  $A$  a la solución, la contribución a la misma es de \$ 13.00.

Una vez que se ha construido el cuadro inicial simplex, estamos en posibilidades de efectuar las operaciones iterativas que nos llevan a la solución óptima del problema.



## PROCEDIMIENTO

PASO 1.- Escoger entre la matriz de cuerpo, la columna cuyo producto aporte la mayor contribución por unidad, misma que se denominará Columna Óptima. A su vez, todos los elementos que la componen se les denominará Elementos de Intersección.

En el problema que se ha venido analizando, la columna óptima corresponde al producto A, y los elementos de intersección a cada uno de los renglones son 3, 1 y 2 respectivamente.

PASO 2.- Determinar cual de las variables de holgura debe remplazarse. Es decir que la columna óptima indica que el producto A debe añadirse en primer término a la Mezcla de Productos, por lo que se debe remplazar cualquiera de los renglones  $S_1$ ,  $S_2$  o  $S_3$ , mismo que se llamará renglón remplazado.

Para determinar el renglón remplazado, se divide cada número de la columna de "Cantidad" entre su correspondiente elemento de intersección. De los resultados anteriores se escoge aquel que tenga menor valor :

$$\text{Renglón } S_1 = \frac{1500}{3} = 500$$

$$\text{Renglón } S_2 = \frac{1200}{1} = 1200$$

$$\text{Renglón } S_3 = \frac{900}{2} = 450$$

Los resultados anteriores indican que el renglón  $S$  es el que se debe reemplazar, ya que es el que tiene menor valor.

PASO 3.- Determinar los valores del nuevo renglón  $A$ , o renglón reemplazante.

Este nuevo renglón  $A$ , que sustituye al renglón reemplazado  $S_3$ , se calcula dividiendo cada valor del renglón reemplazado ( $S_3$ ) entre el elemento de intersección del mismo

Resultados del nuevo renglón $A$	Columna a la que corresponden
$900/2 = 450$	Cantidad
$2/2 = 1$	A
$1/2 = 0.5$	B
$0/2 = 0$	$S_1$
$0/2 = 0$	$S_2$
$1/2 = 0.5$	$S_3$

PASO 4.- Calcular los nuevos valores para los renglones restantes :  $S_1$  y  $S_2$ .

Estos cálculos se efectúan mediante la siguiente fórmula :

elemento  
 del renglón antiguo -  $\left( \begin{array}{l} \text{elemento de} \\ \text{intersección X} \\ \text{del renglón} \\ \text{antiguo.} \end{array} \begin{array}{l} \text{elemento corres-} \\ \text{pondiente en el} \\ \text{renglón reempla-} \\ \text{zante.} \end{array} \right) = \begin{array}{l} \text{nuevo} \\ \text{elemento} \\ \text{del renglón} \end{array}$

Según la fórmula anterior, los nuevos valores para los renglones  $S_1$  y  $S_2$ , del caso que se ha venido analizando son los siguientes:

$$\text{Renglón } S_1 = 1500 - (3 \times 450) = 150$$

$$3 - (3 \times 1) = 0$$

$$2 - (3 \times .5) = .5$$

$$1 - (3 \times 0) = 1$$

$$0 - (3 \times 0) = 0$$

$$0 - (3 \times .5) = -1.5$$

$$\text{Renglón } S_2 = 1200 - (1 \times 450) = 750$$

$$1 - (1 \times 1) = 0$$

$$3 - (1 \times .5) = 2.5$$

$$0 - (1 \times 0) = 1$$

$$0 - (1 \times .5) = -.5$$

El procedimiento para calcular los dos últimos renglones " $Z_j$ " y " $C_j - Z_j$ " ya se explicó anteriormente. Los cálculos para el renglón  $Z_j$  son los siguientes:

$$Z_J \text{ de contribuci3n total} = 0(150) + 0(750) + 13(450) \\ = \$ 5,850$$

$$Z_J \text{ de A} = 0(0) + 0(0) + 13(1) = \$ 13$$

$$Z_J \text{ de B} = 0(.5) + 0(2.5) = 13(.5) = \$ 6.5$$

$$Z_J \text{ de S} = 0(1) + 0(0) = 13(0) = \$ 0$$

$$Z_J \text{ de S} = 0(0) + 0(1) + 13(0) = \$ 0$$

$$Z_J \text{ de S} = 0(-1.5) + 0(-.5) + 13(.5) = \$ 6.5$$

Los c3lculos para el rengl3n  $C_J - Z_J$  son los siguientes :

$$\text{Columna A} = \$ 13 - \$ 13 = \$ 0$$

$$B = \$ 11 - \$ 6.5 = \$ 4.5$$

$$S = \$ 0 - \$ 0 = \$ 0$$

$$S = \$ 0 - \$ 0 = \$ 0$$

$$S = \$ 0 - \$ 6.5 = \$ -6.5$$

Estos nuevos valores quedan expresados tabularmente como sigue:

T A B L A S I M P L E X I I

Iteración 1

$C_J$	Mezcla de Productos	Cantidad	\$13 A	\$11 B	\$0 $S_1$	\$0 $S_2$	\$0 $S_3$
\$0	$S_1$	150	0	.5	1	0	-1.5
\$0	$S_2$	750	0	2.5	0	1	-.5
\$13	A	450	1	.5	0	0	.5
	$Z_J$	\$5,850	\$13	\$6.5	\$0	\$0	\$6.5
	$C_J - Z_J$		\$0	\$4.5	\$0	\$0	\$-6.5

Ahora, la contribución total es de 5,850 pesos comparada con 0 pesos en el primer cuadro. La presencia de 4.5 pesos - en el último renglón de la columna A, significa que la empresa tiene a su disposición una mejor contribución general y, - por lo tanto, es necesario completar un tercer cuadro.

El mismo procedimiento de cálculo empleado anteriormente, se utiliza para la elaboración de los cuadros subsecuentes, hasta que se llega al resultado óptimo. A continuación se presenta el tercero y último cuadro simplex relativo al problema que se ha venido analizando.

T A B L A S I M P L E X , I I I

Iteración 2

$C_j$	Mezcla de Productos	Cantidad	\$13 A	\$11 B	\$0 $S_1$	\$0 $S_2$	\$0 $S_3$
\$0	$S_1$	0	0	0	1	-.2	-1.4
\$11	B	300	0	1	0	.4	-.2
\$13	A	300	1	0	0	-.2	.6
	$Z_j$	\$7,200	\$13	\$11	\$0	\$1.4	\$5.6
	$C_j - Z_j$		\$0	\$0	\$0	\$-1.4	\$-5.6

Este cuadro indica la imposibilidad de hacer más mejoras en la contribución, pues la máxima que se puede obtener es de 7,200 pesos. La Mezcla Óptima de Productos es de 300 unidades de cada uno de los productos A y B, que deben producirse sin que sobren ningún tiempo no usado.

Los métodos previamente analizados se relacionan con la maximización de utilidades. También existen problemas de minimización de costos que pueden ser resueltos por el método simplex.

El procedimiento empleado para este tipo de problemas es exactamente el mismo que el utilizado en los modelos de maximización. Sin embargo, la variable que ha de introducirse será

la que muestre la cifra negativa más grande, o la que reduzca más el costo. Se llega a un resultado óptimo cuando la introducción de cualquier nueva variable resulte con un costo nulo o positivo.

Con lo antes expuesto, la Programación Lineal resulta ser un importante instrumento en la solución de problemas de tipo económico y financiero relativos a la adecuada asignación de recursos en general de la empresa. Lo anterior, no quiere decir que este instrumento resulte ser una panacea, que garantice siempre los buenos resultados en la práctica, sino por el contrario, se puede considerar como un útil instrumento que so lo complementa la adecuada Toma de Decisiones basada en el buen criterio de los ejecutivos que la toman.

A continuación se exponen algunas ventajas y desventajas de este método.

## F.- ALGUNAS VENTAJAS Y DESVENTAJAS EN EL USO DE LA PROGRAMACION LINEAL

### VENTAJAS

1.- Por medio del uso de la Programación Lineal, se puede hacer un mejor uso de los factores productivos y de los recursos en general de la empresa.

2.- Las decisiones que se toman son más objetivas.

3.- La técnica de Programación Lineal se ajusta a las con

diciones y necesidades existentes, mediante la utilización de restricciones o limitantes.

4.- Permite obtener la Mezcla Optima de Productos que ofrezca la mayor contribución, tomando en cuenta ciertas limitaciones y requerimientos que condicionen el resultado del problema.

#### DESVENTAJAS

1.- Cuando en el planteamiento de un problema de Programación Lineal, la función objetivo y las restricciones no se aplican en forma lineal, el resultado que se obtenga de su cálculo es incorrecto.

2.- Los datos que se utilizan en un problema de Programación Lineal pueden cambiar constantemente, por lo que es necesario mantener los datos al corriente a fin de que se pueda hacer uso de ellos cuando se necesiten.

3.- En la medida en que los datos del problema se apeguen a la realidad, tanto más confiables serán.

4.- Se considera que la Programación Lineal se encuentra en una etapa inicial de desarrollo, por lo que quedan aún muchas variaciones por descubrir.



## CONCLUSIONES

1.- La Programación Lineal es uno de los instrumentos usados en la resolución de problemas económicos, y es aplicable a un vasto campo de problemas en los negocios y la industria.

2.- La Programación Lineal es un instrumento de la Investigación de Operaciones, diseñado como auxiliar en la elección entre diferentes alternativas cuando las limitaciones de recursos impiden elegir simultáneamente todas las alternativas.

3.- El método simplex es un método algebraico que sirve para resolver problemas de Programación Lineal. Se inicia con una matriz en la que solamente se producen variables de holgura que forman una matriz de identidad; a continuación se introducen sistemáticamente nuevas variables, una por una, hasta llegar a la solución óptima.

4.- Una solución óptima se logra cuando se establece una función objetivo que se debe maximizar en la cual las variables se valúan de acuerdo a la diferencia entre precio y costo directo o variable, garantizando de esta manera la maximización de utilidades.

5.- Un ejecutivo puede elegir la combinación óptima de varios productos que deberá fabricar durante el periodo subsecuente.

## C A P I T U L O 5

### C A S O P R A C T I C O

5.1.- ANTECEDENTES Y OBJETIVOS DEL PROBLEMA

5.2.- PLANTEAMIENTO

5.3.- SOLUCION

5.4.- CONCLUSIONES

## CAPÍTULO 5

### CASO PRACTICO

#### 5.1.- ANTECEDENTES Y OBJETIVOS DEL PROBLEMA.

"La Industrial, S. A.", pequeña empresa fabricante de cosméticos ofrece al mercado tres diferentes tipos de productos : S-1000, S-2000 y S-3000, estos dos últimos son de reciente introducción al mercado.

Para la fabricación de los tres productos anteriores, se utilizan las mismas instalaciones fabriles, por lo que cada uno de ellos sigue un proceso similar, aunque con un tiempo de elaboración diferente, uno del otro.

La capacidad practica trimestral de la planta (por cada - producto), al 90% de eficiencia es como sigue:

Producto	* Unidades que se pueden producir cada trimestre	Tiempo del proceso por unidad
S-1000	6,336	0.25 hrs.
S-2000	1,056	1.5 hrs.
S-3000	1,584	1.0 hrs.

\* Obtenido de dividir las 1584 horas disponibles de la planta cada trimestre, entre el tiempo que lleva la elaboración de cada producto.

Dado que la relación que existe entre la fabricación de un solo producto, y el tiempo que se utiliza para producirlo, es constante, el nivel de eficiencia o productividad permanece igual, independientemente del volumen y/o mezcla de producción.

Ya que la administración de la empresa estaba acostumbrada a llevar el control sobre un solo producto, de pronto se tuvo que enfrentar ante una situación más compleja como lo es el de administrar la producción y venta de varios productos, cada uno de los cuales tiene una aportación marginal distinta.

Lo anterior obliga a la administración de la empresa a revisar la actual Mezcla de Productos, por lo que se requiere ponderar tanto los factores de contribución marginal por producto, como los recursos disponibles y capacidad instalada, a fin de poder determinar aquella combinación de los mismos que proporcione la mayor utilidad.

## 5.2.- PLANTEAMIENTO

Con base en los estados financieros correspondientes al mes de febrero de 1976, que fueron proporcionados por el departamento de contabilidad, la administración realizó un análisis detallado sobre los elementos del costo, volumen y utilidad - por producto, mismos que se pueden apreciar en las gráficas que se encuentran en las páginas siguientes.

Con la información anterior de la empresa, pudimos apreciar una utilidad de \$ 867, que representa el 6.5 % de las ventas, y cuyo Punto de Equilibrio de la Mezcla de Productos S-1000, S-2000 y S-3000 asciende a \$ 10,836.54, distribuidos de la siguiente manera:

PRODUCTO	PUNTO DE EQUILIBRIO	
	Pesos	Unidades
S-1000	\$8726.03	1,296
S-2000	1095.85	146
S-3000	1014.66	203
<u>TOTAL</u>	<u>10836.54</u>	<u>2,150</u>

Lo que quiere decir, que al nivel de ventas de \$10,836.54, se pone en peligro la situación financiera de la empresa.

" LA INDUSTRIAL, S.A. "

<sup>1</sup>Análisis del Volumen de Ventas, Costo y Utilidad por Producto.

PRODUCTO	VENTAS				COSTOS VARIABLES			CONTRIB. A GASTOS FIJOS Y UTIL.		
	Precio de Venta	Unidades Vendidas	en Pesos	Mezcla de Ventas	Unitarios	en Pesos	%	Por Unidad	en Pesos	%
S-1000	\$6.25	1,720	\$ 10,750	80.0 %	\$ 4.25	\$ 7,310	68	\$ 2.00	\$ 3,440	32
S-2000	7.50	180	1,350	8.37	4.50	810	60	3.00	540	40
S-3000	5.00	250	1,250	11.63	2.50	625	50	2.50	625	50
TOTAL		2,150	13,350	100.00		8,745			4,605	

Nota: Los costos fijos ascienden a \$ 3,738.00

1.- El volumen real de ventas corresponde al periodo del 1° de Enero al 31 de Marzo de 1976

Gráfica No. 15

"LA INDUSTRIAL, S.A."

Estado Convencional de Pérdidas y Ganancias  
que va del 1° de Enero al 31 de Marzo, 76.

Ventas _____	\$ 13,350.00
Mano de Obra Directa_ \$ 2,001.50	
Materiales Directos____ 4,120.00	
Gastos de Fabricación____ 2,544.60	
Gastos de Operación____ 3,816.90	
Costos Totales _____	12,483.00
UTILIDAD NETA _____	\$ <u>867.00</u>



" LA INDUSTRIAL; S.A."

Análisis del Costo Primo; del 1° de Enero al 31 de Marzo de 1976.

CONCEPTO	TOTAL	Producto		
		S-1000	S-2000	S-3000
Materia Prima.	\$ 4,120.00	\$ 2,678.00	\$ 535.60	\$ 906.40
Mano de Obra Directa	2,001.50	1,300.98	260.20	440.32
TOTAL	6,121.50	3,978.98	795.80	1,346.72
Porcentajes:	100 %	65 %	13 %	22 %

Gráfica No. 17

" LA INDUSTRIAL, S.A. "

Gastos de Fabricación

Total Ejercido del 1° de Enero al 31 de Marzo de 1976.

CONCEPTO	TOTAL	C. Fijos	C. Variables
- Renta del Local	\$ 850.00	\$ 850.00	
- Electricidad	403.00		\$ 403.00
- Mantenimiento	200.00		200.00
- Seguros	150.00	150.00	
- Depreciación	110.00	110.00	
- Salarios a empleados de fábrica	430.00	115.20	314.80
- Tiempo Extra	270.00	270.00	
- Impuestos	131.60		131.60
<b>TOTAL.....</b>	<b>\$ 2544.60</b>	<b>\$ 1495.20</b>	<b>\$ 1049.40</b>

Gráfica No. 18

**" LA INDUSTRIAL, S.A. "**

**Gastos de Operación**

Total Ejercido del 1° de Enero al 31 de Marzo de 1976.

CONCEPTO	TOTAL	C. Fijos	C. Variables
Gastos de Administración:			
- Sueldos de Oficina y Empleados	\$ 1050.00	\$ 1050.00	
- Teléfono	240.00	240.00	
- Art. de Oficina	520.00	120.00	\$ 400.00
Gastos de Ventas:			
- Sueldos	832.80	832.80	
- Comisiones	700.00		700.00
- Empaques y Fletes	256.90		256.90
- Otros	217.20		217.20
<b>TOTAL.....</b>	<b>\$ 3816.90</b>	<b>\$ 2242.80</b>	<b>\$ 1574.10</b>

Gráfica No. 19

## RESUMEN DE COSTOS

Concepto	Fijos	Variables	Total
Gastos de Fabricación	\$ 1495.20	\$ 1049.40	\$ 2544.60
Gastos de Venta	832.80	1174.10	2006.90
Gastos de Administración	1410.00	400.00	1810.00
Total Gastos de Fab y Admón	3738.00	2623.50	6361.50
Costo Primo	-	6121.50	6121.50
<b>TOTAL</b>	<b>3738.00</b>	<b>8745.00</b>	<b>12483.00</b>

Gráfica No. 20

RESUMEN DE COSTOS

Concepto	Fijos	Variables	Total
Gastos de Fabricación	\$ 1495.20	\$ 1049.40	\$ 2544.60
Gastos de Venta	832.80	1174.10	2006.90
Gastos de Administración	1410.00	400.00	1810.00
<u>Total Gastos de Fab y Admón</u>	<u>3738.00</u>	<u>2623.50</u>	<u>6361.50</u>
Costo Primo	-	6121.50	6121.50
<b>TOTAL</b>	<b>3738.00</b>	<b>8745.00</b>	<b>12483.00</b>

Gráfica No. 20

\* Prornateo de los Costos Fijos en cada Producto.

	S-1000	S-2000	S-3000
TOTAL de Costos Fijos: \$ 3738.00	\$ 2792.33	\$ 438.34	\$ 507.33

\* Obtenido a partir de la fórmula siguiente :

$$a' = \frac{a}{V \times PC} (V' \times P) \dots \dots \dots \text{de donde :}$$

- a' = Costos fijos por producto
- a = Gastos fijos totales
- V = Ventas netas totales
- PC = Porcentaje de contribución marginal compuesto
- V' = Ventas por producto
- P = Porcentaje de contribución marginal por producto

Gráfica No. 21

También se tiene que, por cada peso que ingresa de las ventas, se destinan \$ 0.34, para cubrir los costos fijos y la utilidad

La administrador de la empresa desea saber, si es posible aumentar las utilidades, sin necesidad de modificar la capacidad instalada y/o el número de unidades vendidas, ya que por lo pronto no se considera conveniente hacer ninguna inversión, por lo que se decide modificar la Mezcla de Productos actual, tomando en cuenta la contribución que aporta cada producto para cubrir los costos fijos y la utilidad y las limitaciones que actualmente existen en la compañía, en cuanto a recursos materiales y financieros.

Tomando como base que el próximo trimestre solo se van a demandar 1200 horas disponibles de la planta, tenemos lo siguiente:

Los compromisos de ventas del producto S-2000 requieren de un mínimo de 1500 unidades, ya que se considera que los otros dos productos tienen un mercado abierto.

Se dispone de 1000 Kilogramos de materia prima para la fabricación de los tres productos anteriores, requiriendo cada uno de ellos las siguientes proporciones:

El producto S-1000 requiere de 0.15 Kg. por unidad

El producto S-2000 requiere de 2.00 Kg. por unidad

El producto S-3000 requiere de 0.25 Kg. por unidad

Una solución alternativa a éste planteamiento es la utilización del método simplex en su forma de maximización.

**PLANTEAMIENTO DE LA FUNCION OBJETIVO Y LAS RESTRICCIONES :**

S-1000 = Unidades a producir del producto "S-1000"

S-2000 = Unidades a producir del producto "S-2000"

S-3000 = Unidades a producir del producto "S-3000"

**FUNCION OBJETIVO :**

$$\text{Maximizar } Z = 2S-1000 + 3S-2000 + 2.5S-3000$$

**RESTRICCIONES :**

$$0.25S-1000 + 1.5S-2000 + S-3000 \leq 1200 \text{ horas.}$$

$$S-1000 \leq 1500 \text{ unidades.}$$

$$0.15S-1000 + 2.0S-2000 + 0.25S-3000 \leq 1000 \text{ kilogramos}$$

**PRESENTACION DE LAS VARIABLES DE HOLGURA**

$$0.25S-1000 + 1.5S-2000 + S-3000 + S_1 + 0S_2 + 0S_3$$

$$S-1000 + 0S_1 + S_2 + 0S_3$$

$$0.15S-1000 + 2S-2000 + 0.25S-3000 + 0S_1 + 0S_2 + S_3$$



TABLA SIMPLEX IV

$C_j$	Mezcla de Productos	Cantidad	\$2 S-1000	\$3 S-2000	\$2.5 S-3000	\$0 $S_1$	\$0 $S_2$	\$0 $S_3$
\$2.5	S-3000	300	0	0	1	1.2307	-0.1692	-0.9230
\$2	S-1000	1,500	1	0	0	0	1	0
\$3	S-2000	350	0	1	0	-0.1538	-0.0538	0.6153
	$Z_j$	\$ 4,800	\$2	\$3	\$2.5	2.6153	-0.5846	-0.4615
	$C_j - Z_j$		\$0	\$0	\$0	2.6153	-0.5846	-0.4615

En los resultados anteriores, se puede apreciar que las "utilidades totales" (contribución global a gastos fijos y la utilidad), representadas por el renglón " $Z_j$ " y la columna de "Cantidad", se aumentaron hasta llegar a su punto máximo en el cual se cumplen con todas las restricciones.

VERIFICACION DE LAS RESTRICCIONES CON LOS RESULTADOS OBTENIDOS :

VALOR DE LAS VARIABLES :

S-1000 + 1500 unidades

S-2000 + 350 unidades

S-3000 + 300 unidades

RESTRICCION 1 :

SOLUCION MEDIANTE EL METODO SIMPLEX :

TABLA SIMPLEX I

$C_j$	Mezcla de Productos	Cantidad	\$2 S-1000	\$3 S-2000	\$2.5 S-3000	\$0 $S_1$	\$0 $S_2$	\$0 $S_3$
\$0	$S_1$	1,200	0.25	1.5	1	1	0	0
\$0	$S_2$	1,500	1	0	0	0	1	0
\$0	$S_3$	1,000	0.15	2	0.25	0	0	1
	$Z_j$	\$0	\$0	\$0	\$0	\$0	\$0	\$0
	$C_j - Z_j$		\$2	\$3	\$2.5	\$0	\$0	\$0

TABLA SIMPLEX II

$C_j$	Mezcla de Productos	Cantidad	\$2 S-1000	\$3 S-2000	\$2.5 S-3000	\$0 $S_1$	\$0 $S_2$	\$0 $S_3$
\$0	$S_1$	450	0.1375	0	0.8125	1	0	-0.75
\$0	$S_2$	1,500	1	0	0	0	1	0
\$3	S-2000	500	0.075	1	0.125	0	0	0.5
	$Z_j$	\$ 1,500	\$0.225	\$3	\$0.375	0	0	1.5
	$C_j - Z_j$		\$1.775	\$0	\$2.125	0	0	1.5

TABLA SIMPLEX III

$C_j$	Mezcla de Productos	Cantidad	\$2 S-1000	\$3 S-2000	\$2.5 S-3000	\$0 $S_1$	\$0 $S_2$	\$0 $S_3$
\$2.5	S-3000	553.846	0.1692	0	1	1.2307	0	-0.9230
\$0	$S_2$	1,500	1	0	0	0	1	0
\$3	S-2000	430.769	0.05384	1	0	-0.1538	0	0.6153
	$Z_j$	\$ 2676.922	\$0.5846	\$3	\$2.5	2.6153	0	-0.46
	$C_j - Z_j$		\$1.4154	\$0	\$ 0	2.6153	0	-0.46

$$0.25S-1000 + 1.5S-2000 + S-3000 \leq 1200$$

Substituyendo :

$$0.25 (1500) + 1.5 (350) + 300 \leq 1200 \text{ horas}$$

$$375 + 525 + 300 = 1200 \text{ horas}$$

$$1200 = 1200 \text{ horas}$$

### RESTRICCION 2

$$S-1000 \leq 1500 \text{ unidades}$$

Substituyendo :

$$1500 = 1500 \text{ unidades}$$

### RESTRICCION 3

$$0.15S-1000 + 2S-2000 + 0.25S-3000 \leq 1000 \text{ kilogramos}$$

Substituyendo :

$$0.15 (1500) + 2 (350) + 0.25 (300) \leq 1000 \text{ kilogramos}$$

$$225 + 700 + 75 = 1000 \text{ kilogramos}$$

$$1000 = 1000 \text{ kilogramos}$$

SUBSTITUCION DE VALORES EN LA FUNCION OBJETIVO :

$$\text{Maximizar } Z = 2 \text{ S-1000} + 3 \text{ S-2000} + 2.5 \text{ S-3000}$$

Substituyendo :

$$Z = 2 (1500) + 3 (350) + 2.5 (300)$$

$$Z = 3000 + 1050 + 750$$

$$Z = \$ 4,800.00$$

#### 5.4.- CONCLUSIONES

1.- La Mezcla Optima de Productos es la siguiente :

	Unidades	% de la Mezcla
para el producto S-1000	1,500	69.8%
S-2000	350	16.3
S-3000	300	13.9

2.- Este nivel de ventas para cada producto se puede considerar en el presupuesto correspondiente al periodo que va del 1ro. de abril al 30 de junio de 1976, Ver Gráfica No. 22.

3.- La contribución global a los costos fijos y a la utilidad ascendió, en la nueva Mezcla de Productos, a razón de un 4.2 % respecto al total ejercido en el primer trimestre de 1976, lo que repercutió en un aumento de las utilidades en un 22.5 % (las utilidades aumentan de \$ 867 a \$ 1062).

"LA INDUSTRIAL; S.A."

1 Análisis del Volumen de Ventas, Costo y Utilidad por Producto.

PRODUCTO	VENTAS				COSTOS VARIABLES			CONTRIB. A GASTOS FIJOS Y UTIL.		
	Precio de Venta	Unidades Vendidas	en Pesos	Mezcla de Ventas	Unitarios	en Pesos	%	Por Unidad	en Pesos	%
S-1000	\$ 6.25	1,500	\$ 9,375.00	69.77%	\$ 4.25	\$ 6,375.00	68	\$ 2.00	\$ 3,000	32
S-2000	7.50	350	2,625.00	16.28	4.50	1,575.00	60	3.00	1,050	40
S-3000	5.00	300	1,500.00	13.95	2.50	750.00	50	2.50	750	50
TOTAL		2,150	13,500.00	100.00%		8,700.00			4,800	

NOTA : Los costos fijos ascienden a \$ 3,738.00

- 1.- El volumen de ventas corresponde a datos presupuestados para el periodo que va del 1° de Abril al 30 de Junio de 1976.

4.- Las utilidades aumentan con la nueva Mezcla, no obstante que se trata del mismo número de unidades que en el mes de febrero.

5.- Por cada peso que ingresa de las ventas, se destinan \$ 0.35 a cubrir los costos fijos y la utilidad.

La administración de la empresa desea conocer el Punto de Equilibrio en unidades y en pesos por cada producto, con objeto de establecer un mejor control sobre las ventas de cada uno de ellos. La obtención del costo fijo por producto, necesario para el cálculo de éste elemento se puede obtener mediante el prorratio de los costos fijos totales, mediante la fórmula expresada en la gráfica No.

PRODUCTO	PUNTO DE EQUILIBRIO	
	Pesos	Unidades
S-1000	\$ 7,300.78	1168
S-2000	2,044.23	273
S-3000	1,168.12	234
Total Mezcla	10,513.13	

6.- El Punto de Equilibrio de la nueva Mezcla de Productos se redujo a \$ 323.41, respecto de la anterior.

BIBLIOGRAFIA:

- KOTLER, Philip. Dirección de Mercadotecnia; Planeación, Dirección y Control. Edit. Diana. México, 1969.
- STANTON, William J. Fundamentos de Marketing. Edit. 2ed. New York Mr. Graw Hill. México, 1967.
- WOOLSEY, Samuel M. Técnicas de Costeo Directo. Editora Técnica. México, 1972
- TUCKER, Spencer A. El Sistema del Equilibrio, Instrumento para la Planificación de Utilidades. Edit. Herrero Hermanos, S. A. México, 1976.
- ESPINOSA, Enrique S., C. P. El Punto Neutro: Instrumento en la Planeación de Utilidades y en la Toma de Decisiones.
- ESCA-IPN., Aplicación de los métodos de análisis a casos específicos. Edit. Trillas, México, 1976.
- RHEAULT, Jean Paul. Introducción a la Teoría de las Decisiones. Edit. Limusa, México, 1973.
- THIERAUF, Robert J. Toma de Decisiones por medio de Investigación de Operaciones. Edit. Limusa. México, 1974.

TESIS :

- MARQUINA, Figueroa Ma. de los Angeles. Algunas Técnicas de Investigación de Operaciones aplicadas a la Mercadotecnia. UNAM. 1066. 1972.