



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

EL CICLO DE VIDA COMO SOLUCIÓN AL DESCALCE EN LOS SISTEMAS DE PENSIONES
ACTUALES

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
ACT. LUIS ENRIQUE MENDOZA DELGADO

TUTOR PRINCIPAL:
DR. FEDERICO HERNANDEZ ALVAREZ
FACTULTAD DE INGENIERÍA, UNAM

CIUDAD UNIVERSITARIA, CIUDAD DE MÉXICO, MARZO 2023



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Aceves García Ricardo

Secretario: Dr. Sánchez Lara Benito

1 er. Vocal: Dr. Hernández Álvarez Federico

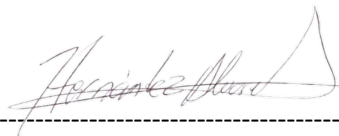
2 do. Vocal: M. en I. Rodríguez Rubio Jorge

3 er. Vocal: M. en I. Malfavón Ruiz Yonahandy

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: CIUDAD UNIVERSITARIA, CIUDAD DE MÉXICO

TUTOR DE TESIS:

Dr. Hernández Álvarez Federico

A handwritten signature in cursive script, appearing to read 'Federico Hernández Álvarez', is written above a horizontal dashed line.

FIRMA

Tabla de contenido

RESUMEN	V
INTRODUCCIÓN	VI
CAPÍTULO 1	1
ANTECEDENTES DE LOS FONDOS DE PENSIONES	1
PROBLEMÁTICA DE LOS ESQUEMAS DE PENSIONES.....	3
Sistemas de Pensiones No Fondeados (<i>Unfunded systems</i>)	4
Sistemas Fondeados de Pensiones (<i>Fully Funded Systems</i>)	5
Modelo Básico de un sistema fondeado	5
Riesgo de Fondeo (Funding Risk)	6
Inmunización del portafolio	7
JUSTIFICACIÓN Y ALCANCE.....	7
El ciclo de vida	8
Modelo de Ciclo de vida (<i>Life-cycle model</i>).....	8
Teorema (Tasa de Retención) (Simonovits, 2003).	10
CAPÍTULO 2	11
MARCO: MODELANDO EL CICLO DE VIDA.....	11
El valor futuro de los ahorros.....	11
El valor presente del consumo	12
Tasa de cambio entre Ahorro y Consumo	12
Tasa neutral de Reemplazo	14
Valor descontado de un Plan de Ciclo de Vida.....	15
La Inflación como variable para el cálculo de un Plan de Ciclo de Vida Nominal vs Real	16
Variación de tasas durante el tiempo	17
Modelos de Mortalidad (<i>Models of Human Mortality</i>).....	21
El proceso demográfico en los fondos de pensiones.....	22
Modelo de Beneficio Definido (DB).....	27
Modelo de Contribución Definida (DC)	27
La Crisis en Los Planes de Pensiones.....	28
El verdadero Significado del Riesgo en el Retiro.....	29
Una estrategia de inversión enfocada al ingreso	29
El enfoque de administración de riesgos	30

CAPÍTULO 3	32
PROPUESTA	32
Análisis demográfico – Propuesta: Modelo de pasivo teórico.....	32
Sistema de pensiones públicas bajo el método de contribución definida en México: Afores .	34
Definición de Macro individuos.	34
Método de Conglomerados (Clustering).....	35
Contribuciones para los trabajadores bajo el régimen 97 de las Afores en México.....	37
Constitución del Bono de pagos fijos en la edad de retiro consecuencia del Pasivo Teórico...	39
RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	46
Deficiencias en el modelo de Beneficio Definido.....	47
Ventajas del modelo de Contribución Definida	47
Principales deficiencias en el modelo de Contribución Definida	47
<i>Target Date Funds</i> - La reinversión de los modelos de Contribución Definida.....	49
CAPÍTULO 4	52
CONCLUSIONES	52
APÉNDICES	55
Tasa de Reemplazo.....	55
Extracto de la simulación de Monte Carlo para Vasicek del Bono M con vencimiento en 31 de diciembre de 2029	56
BIBLIOGRAFÍA.....	57

RESUMEN

El presente trabajo analiza el método de Contribución Definida (DC) como alternativa respecto del método Beneficio Definido (DB), mayormente usado en el pasado. El método DC se ha convertido en el principal esquema de pensiones en lugar de DB por la elevada carga fiscal que representa, consecuencia del aumento en el envejecimiento de la población y menores tasas de fecundidad; sin embargo, DC ha mostrado bajas Tasas de Reemplazo a la edad de retiro ocasionadas por una menor contribución de los trabajadores y la volatilidad de los mercados financieros. La presente tesis, no solo cuestiona el funcionamiento de DC, también propone como solución, un Modelo Híbrido, el cual contemple el pasivo asociado a un trabajador como en DB pero retomando el modelo de Ciclo de vida para abordar la carrera salarial con un enfoque de consumo en la edad de retiro, siendo el objetivo del fondo de pensiones, la inmunización del pasivo visto como un bono cuponado de flujos negativos que recuperen la tasa de reemplazo de un trabajador promedio, donde las inversiones deberán ser más riesgosas en edades tempranas y más líquidas cercanas a la edad de retiro, además de buscar un aumento marginal de contribución en edades tempranas.

This paper analyzes the Defined Contribution (DC) method as an alternative to the Defined Benefit (DB) method used in the past. The DC method has been the main pension scheme instead of BD due to the high tax burden it represents, because of the increase in the aging of the population and lower fertility rates. DC has shown low Replacement Rates at retirement age caused by a lower contribution of workers and volatility of the financial markets. This thesis not only questions the functioning of DC, but also proposes as a solution, to acquire a Hybrid Model, which contemplates the liability associated with a worker as in DB but using the Life Cycle model to address the salary career with a focus of consumption at retirement age and the objective of a fund manager being the immunization of liabilities seen as a coupon bond with negative flows, which recover the replacement rate of an average worker, where investments should be riskier at early ages and more liquid close to retirement age, in addition to seeking a marginal increase in contribution at early ages.

INTRODUCCIÓN

Los fondos de pensiones han tenido un dinamismo notorio en los últimos años. Este dinamismo se puede observar como consecuencia del gran cambio demográfico que enfrentamos en la actualidad, el cambio en el consumo de las personas, los nuevos paradigmas en las generaciones (en particular de aquellos nacidos a partir de los años 80), el aumento en el uso de la tecnología, con lo cual se tiene apertura de forma global a la información, entre otros factores.

El propósito de este trabajo es mostrar desde una perspectiva objetiva, el enfoque de un sistema de pensión híbrido, como la evolución de los sistemas de pensiones, teniendo como premisa básica el Riesgo de Fondeo (*Funding Risk*), entendido como la principal consecuencia que ha ocasionado la migración de los antiguos planes de pensiones a los actuales de Contribución Definida. En primer lugar es importante entender los conceptos y diferencia que existe entre los dos grandes esquemas de un fondo de pensiones: (1) Beneficio Definido y (2) Contribución Definida; posteriormente el trabajo avanza en las distintas implementaciones de estos dos modelos, su evolución natural derivado del envejecimiento de la población, el cambio en la mentalidad y consumo de los individuos hasta la intervención de los gobiernos en la emisión de planes mandatorios como en el caso de México con las Afores, las AFPs en Sudamérica y CalPers en Estados Unidos.

Se presenta un esquema conceptual acerca de cada fondo, para entender su comportamiento y el planteamiento de la función de acumulación correspondiente a los esquemas Beneficio Definido (BD) y Contribución Definida (CD). De igual forma se muestran los riesgos principales a los que están expuestos con el fin de comprender la diferencia en el problema de fondeo (*Funding Risk*) en su fase de desacumulación, proceso en el cual se comienzan a retirar los fondos para hacer uso de estos a la edad de retiro.

En la descripción del marco teórico para cada esquema, son abordados los riesgos actuariales inherentes a cada uno de los modelos (modelos o esquemas de fondos de pensiones), así también, se realiza una exploración de los riesgos financieros que experimentan los fondos de pensiones en el periodo de acumulación, entendida como la fase en la cual se aportan los recursos al fondo durante la edad laboral de cada trabajador y que son un factor determinante para los dos esquemas, BD y CD, pero con un mayor impacto en los modelos de CD.

En el contexto de Administración de Riesgos se menciona la volatilidad que generan las turbulencias económicas en el mercado financiero y su impacto en el rendimiento y recursos administrados en los fondos de pensiones. De igual forma mientras, los fondos de pensión tienen como principal medida gestionar los ahorros de los trabajadores y maximizar su tasa de remplazo, son también una herramienta fundamental en la toma de decisiones de las economías, como un gran participante institucional de los mercados financieros (denominados *buy side*), que pueden ayudar a la creación de empleos, infraestructura, capitalización de mercado y financiamiento entre otros.

Por último, derivado de la evolución que han sufrido los factores demográficos y financieros en la población actual, se muestra cuáles son los nuevos caminos que se plantean en los esquemas de pensiones híbridos o *Target Date Funds*.

Finalmente, con base en el análisis de los fondos de pensión se plantea que los esquemas híbridos son los más aplicables en el entorno actual.

CAPÍTULO 1

ANTECEDENTES DE LOS FONDOS DE PENSIONES

Los fondos de pensiones a nivel mundial enfrentan grandes desafíos desde hace varios años; los países de todo el mundo han experimentado aumentos inesperados en la esperanza de vida y las tasas de fertilidad, cambios en las reglas de contabilidad, reducciones de las contribuciones, bajos rendimientos financieros y una volatilidad anormal de los mercados financieros. Todos estos elementos han provocado una menor utilización de los sistemas “no” fondeados (Beneficio Definido) y un aumento de las tasas de dependencia en personas mayores hacia generaciones más jóvenes en muchos países. El envejecimiento de la población es un fenómeno global y muchas de las personas del grupo mayor a 65 años continuará trabajando por lo menos medio tiempo en sus 60s tardíos o 70s, derivado del problema de fondeo, intermitencia en la cotización a un sistema de pensión o porque la mayor parte de su vida laboral estuvieron en el sector.

Ahora bien, una métrica simple que nos ayuda a dimensionar el problema al que nos enfrentamos respecto del envejecimiento en la población se conoce como “**old-age dependency ratio**” el cual consiste en la razón de personas ancianas dependientes (mayores a 64 años) respecto de la población en edad de trabajo, la cual bajo los criterios del (Banco Mundial, 2022) consiste en individuos entre 15 y 64 años. Cuando mayor sea la relación, mayor la proporción de jubilados en un país determinado, ya que las personas más jóvenes fungen como un soporte económico y financiero, por lo tanto, una tasa de dependencia mayor crea una mayor carga para las generaciones más jóvenes.

En la siguiente tabla se muestra el old-age depency ratio en varios países del mundo en los últimos 20 años (Banco Mundial, 2022):

Tabla 1: Old Dependency Ratio

Country	1990	2000	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Argentina	14.80	15.74	16.27	16.42	16.58	16.75	16.95	17.15	17.34	17.52	17.71
Australia	16.54	18.45	20.77	21.33	21.89	22.42	22.97	23.51	24.03	24.57	25.14
Belgium	22.35	25.72	26.87	27.26	27.64	27.97	28.43	28.87	29.29	29.73	30.22
Brazil	7.03	8.10	10.52	10.83	11.16	11.52	11.92	12.34	12.79	13.27	13.76
Canada	16.53	18.40	21.49	22.15	22.87	23.62	24.32	25.03	25.76	26.54	27.38
Chile	9.27	11.77	14.22	14.55	14.94	15.39	15.81	16.27	16.78	17.31	17.87
China	8.56	9.96	11.55	11.88	12.30	12.85	13.58	14.42	15.34	16.22	17.02
Colombia	6.96	8.36	10.42	10.69	11.00	11.35	11.67	12.01	12.39	12.78	13.18
France	21.30	24.69	27.37	28.27	29.20	30.08	30.87	31.61	32.31	32.99	33.69
Germany	21.56	24.30	31.67	31.85	32.07	32.36	32.55	32.79	33.06	33.36	33.70
Italy	21.66	27.13	32.24	32.89	33.53	34.12	34.66	35.14	35.59	36.06	36.57
Japan	17.04	24.89	37.97	39.59	41.17	42.66	43.96	45.13	46.17	47.12	48.01
Korea	6.33	8.65	13.54	13.86	14.03	14.01	13.89	13.58	13.25	13.09	13.20
Mexico	7.61	8.49	9.77	9.89	10.05	10.24	10.44	10.66	10.91	11.17	11.45
Norway	25.27	23.56	23.30	23.84	24.36	24.80	25.29	25.70	26.07	26.45	26.87
Peru	7.03	8.01	10.28	10.59	10.94	11.34	11.57	11.87	12.23	12.65	13.10
Russian Federation	15.43	17.95	18.42	18.69	19.04	19.48	20.17	20.94	21.77	22.61	23.45
Saudi Arabia	5.11	5.11	4.25	4.20	4.19	4.25	4.35	4.48	4.63	4.76	4.87
Tanzania	5.08	4.92	4.78	4.80	4.81	4.81	4.84	4.87	4.88	4.89	4.91
Turkey	7.73	9.62	11.23	11.40	11.59	11.83	12.08	12.37	12.69	13.03	13.39
Uganda	5.21	4.76	3.80	3.78	3.77	3.76	3.77	3.78	3.80	3.81	3.82
United Arab Emirates	1.77	1.50	0.94	1.01	1.06	1.10	1.17	1.23	1.29	1.37	1.51
United Kingdom	24.12	24.42	26.18	26.80	27.38	27.88	28.26	28.55	28.78	29.01	29.30
United States	19.22	18.70	20.36	20.92	21.51	22.14	22.80	23.46	24.14	24.85	25.59
Maximo	25.27	27.13	37.97	39.59	41.17	42.66	43.96	45.13	46.17	47.12	48.01
Minimo	1.77	1.50	0.94	1.01	1.06	1.10	1.17	1.23	1.29	1.37	1.51
Promedio	13.06	14.72	17.01	17.39	17.80	18.20	18.60	18.99	19.39	19.80	20.24

Fuente: Banco Mundial Data Bank

En la tabla anterior, se puede observar que la razón de dependencia hacia poblaciones jóvenes en edad laboral (*old-age dependency ratio*) más alta se da en Japón con 48.01%, es decir casi la mitad de su población y teniendo un incremento en más del doble en los últimos 20 años. De igual forma, los países con un mayor soporte en sus generaciones jóvenes suceden en Europa, destacando que en Noruega ya se tenía una dependencia del 25.27% hace 20 años. Es importante destacar que Emiratos Árabes Unidos presenta el mejor desempeño en sus indicadores, ubicándose en 1.51% no solo manteniendo niveles bajos en los últimos 20 años, además teniendo una disminución de 15%. En el caso de Latinoamérica, la tabla muestra que México es el país con un menor *old-age dependency ratio* con 11.45%, pero el crecimiento ha sido de 50% en los últimos 20 años, lo cual es un dato alarmante. Es importante destacar, que al contar con un *old-age dependency ratio* bajo, nos encontramos en un punto adecuado para poder realizar los cambios necesarios en nuestro sistema de pensiones, particularmente para las generaciones que ya se encuentran en un esquema de contribución definida, y con esto evitar llegar elevadas tasas de dependencia como se observan en otros países, sin contar con un sistema de pensiones más robusto.

De acuerdo con (Milevsky, 2006), las principales causas que generan los aumentos en la tasa de dependencia son una tasa de fecundidad más baja y el sin precedentes aumento en la duración de la vida humana, en muchos casos más allá de los 80 años, pero contrastado con una marcada pendiente negativa en los nacimientos de nuevas personas, lo que implica que la proporción de personas mayores con respecto a los más jóvenes en cualquier país del mundo sigue aumentando.

Ahora bien, la idea de un retiro activo como un derecho es relativamente moderno en el ámbito financiero, ya que uno de los primeros planes de pensiones para las personas mayores se introdujo en 1889 en Alemania por Otto Von Bismarck, en el cual, la ley de pensiones alemana, impuesta por Bismarck en dicho año, solo se aplicaba a trabajadores mayores de 70 años, que en ese momento representaban una fracción mínima de la población, derivado de que la esperanza de vida en esa época era de 45 años (Don Ezra, 2009).

Concebidos como planes de pensiones establecidos, los principales esquemas para un fondo de pensiones son el BD y DC. El principal pilar del esquema denominado “Beneficio Definido”, puede ser explicado mediante un financiamiento Ponzi, en el cual el fondo establecido parte de una generación inicial, la cual realiza aportaciones periódicas y estas se acumulan en un “Gran Fondo común”; posteriormente se incorporan nuevos contribuidores quienes soportarán al fondo común siempre que de manera relativamente constante las tasas de natalidad y fecundidad se mantengan, además de realizar las aportaciones cotizando en el sector formal y contribuyendo de manera constante al fondo. Una vez que comiencen a retirarse las personas mayores del fondo de pensiones, los pagos que recibirán podrán ser financiados con parte de los ahorros que ellos mismos aportaron al fondo más los retornos acumulados provenientes de los activos financieros en los que fueron invertidos, pero principalmente estarán fondeados en las aportaciones continuas que se acumulan en el “gran fondo de pensiones” mientras la base de trabajadores sea lo suficientemente amplia, es decir, mientras sigan existiendo en cada periodo de jubilación nuevas personas que contribuyan al fondo y de esta manera poder solventar las generaciones salientes, de ahí su nombre de Sistemas No Fondeados. Sin embargo, con el problema actual del envejecimiento en la población y las menores tasas de fecundidad se tiene un descenso en el número de generaciones jóvenes que muestran de manera invertida el esquema “piramidal” dando paso a un *od-age dependecy* ratio mayor en el mundo y un problema importante en los planes no fondeados, teniendo una base más angosta y cada vez más dependientes en la jubilación.

PROBLEMÁTICA DE LOS ESQUEMAS DE PENSIONES

El presente trabajo aborda la problemática de proponer un modelo de pensiones híbrido, definiendo en primera instancia, los Sistemas No Fondeados y Sistemas Fondeados, contemplando las deficiencias que presentan y apoyándose en el concepto de Riesgo de Fondeo (*Funding Risk*) descrita en el marco del FRM (GARP: Global Association of Risk Professionals, 2021), como el principal riesgo al que se encuentran expuestos los fondos de pensiones, particularmente el método de Beneficio Definido, y que han llevado a evolucionar desde los Esquemas No Fondeados hasta Esquemas Fondeados, en su mayoría presentes en la actualidad.

En el Marco Conceptual se mencionan las metodologías y aproximaciones que se han tenido para los esquemas de contribución definida y Beneficio Definido para dar paso al planteamiento del

esquema de Ciclo de Vida como el componente que logra vincular la carrera salarial de un trabajador entre sus hábitos de consumo en la edad laboral y sus hábitos de consumo en la edad de retiro, como la premisa fundamental de la metodología planteada. De igual forma se describen los riesgos asociados a los recursos administrados por un fondo de pensiones, derivado de factores demográficos y financieros, para posteriormente mostrar las principales ecuaciones que modelan un esquema de *DB* o esquema no fondeado en comparación a un esquema fondeado o de *DC*, cuestionando este último esquema con nuevas aproximaciones hacia un modelo de ciclo de vida replanteando *DC* mediante un esquema híbrido.

Sistemas de Pensiones No Fondeados (*Unfunded systems*)

Los sistemas no fondeados de pensiones generalmente se denominan "*Pay-as-you-go systems*", y como fue comentado al inicio del presente trabajo, su principio es simple: Cada generación paga la pensión de las generaciones siguientes. Esto implica que la primera generación en retirarse obtiene sus pagos sin haber realizado el total de las contribuciones necesarias para lograr una pensión y así sucesivamente.

Como premisas de un sistema no fondeado de pensiones o de Beneficio Definido destacamos que deben ser mandatorios y públicos, por lo tanto, las contribuciones de las sucesivas generaciones requieren apoyo del gobierno.

De manera general el funcionamiento de un sistema de Pensiones No fondeado es el siguiente:

El futuro pensionado nace en el año 0 y a la edad de trabajo su empleador pagará cada mes una parte del total de sus ingresos a la agencia de seguridad social. El modelo más simple asume que la contribución es generalmente dividida en dos partes: a) la contribución del empleado, b) la contribución del empleador (en algunos países como México tenemos una contribución tripartita). Por lo tanto, existe un concepto denominado ingreso bruto (*gross earnings*) (v), el cual juega un rol central y es igual al total de los ingresos (w) menos la contribución del empleado expresado en términos del total de los ingresos ($v\tau_1$). Entonces la relación entre el total de los ingresos y los ingresos brutos es $w = v(1 + \tau_1)$.

El empleado en turno paga una contribución ($v\tau_2$) de sus ingresos brutos y se asume que es menor al límite estatutario determinado para la agencia de seguridad social, el cual es usualmente entre el doble o el triple del salario mínimo promedio de un país (Simonovits, 2003) (V).

Sea $(\tau_v) = \tau_1 + \tau_2$ la tasa de contribución total y donde la contribución es igual a $\tau_v v$. El salario bruto es económicamente poco relevante, desde que el empleado solo se preocupa por su salario neto, mientras que el empleador se preocupa solo por el salario total.

Al retiro un individuo es elegible para una pensión que es no-decreciente en función de sus contribuciones pasadas o equivalente para la contribución invariante de tasas de los ingresos pasados. Por lo tanto, la expresión para la pensión es:

$$b_{R+1} = h(v_L, \dots, v_R)$$

La notación anterior es aplicable para el año $T + 1$ después del retiro hasta la muerte y el individuo (pensionado) recibirá una pensión continua o en progreso, la cual es una función de la expresión anterior:

$$b_{j+1} = H(b_j), \quad j = R + 1, \dots, D - 1$$

Por lo tanto, los esquemas No Fondeados se denominen de DB, sugiriendo que no existe o al menos solo existe una relación débil entre las contribuciones y los beneficios.

De acuerdo con (Simonovits, 2003), la medida más simple de eficiencia en los sistemas No Fondeados es llamada "Factor interno de retorno ρ ", la cual se usa como factor de descuento para las contribuciones esperadas y sus beneficios (activos y pasivos), pero donde el salario total es reemplazado por el salario bruto.

$$\tau_v \sum_{i=L}^R l_i v_i \rho^{-i} = \sum_{j=R+1}^D l_j v_j \rho^{-j}$$

Es importante destacar que un sistema de pensiones no Fondeado es el que presenta por obvias razones un riesgo mayor de fondeo.

Sistemas Fondeados de Pensiones (*Fully Funded Systems*)

Los sistemas de Pensiones Fondeados o "Sistemas con reservas de capital", son muy cercanos a una aproximación que combina un seguro de vida y una anualidad.

Modelo Básico de un sistema fondeado

Un sistema mandatorio fondeado de pensiones paga una anualidad de vida entera para cada miembro (o superviviente) del capital acumulado en su cuenta individual. En un sistema mandatorio se pueden personalizar las características de las contribuciones de las pensiones como "porcentaje de los ingresos que son invariantes al tiempo", τ_w , las cuales aplican entre ciertos intervalos (bandas). En retorno el pensionado a la edad j recibe el beneficio de pensión $b_j, j = R + 1, \dots, D$.

De manera general cuando el trabajador se retira, cesa de trabajar y reclama los beneficios acumulados inmediatamente. Por lo tanto, reformulando la desigualdad de presupuesto Inter temporal como la igualdad del valor presente en la vida de las contribuciones y sus beneficios tenemos:

$$\tau_w \sum_{i=L}^R l_i w_i r^{-i} = \sum_{j=R+1}^D l_j b_j r^{-j}$$

En esencia, de acuerdo con (Simonovits, 2003) existen tres tipos de sistemas fondeados:

- i. Fondos manejados por el gobierno
- ii. Sistemas de pensiones ocupacionales manejados por empresas privadas

- iii. Planes personales de retiro (cuentas individuales), las cuales son manejados por fondos de pensiones privados.

De acuerdo con el Banco Mundial, (Simonovits, 2003), independientemente de que representen los mayores costos, los trabajadores prefieren los esquemas ocupacionales.

Cabe mencionar que, a diferencia del sistema no fondeado, un *Fully Funded* tiene un riesgo de fondeo mínimo.

Retomando, los esquemas no fondeados parecen no tener problemas, siempre y cuando se mantengan las características iniciales de los mismos; tasas de fecundidad, número constante de ingresos de nuevos trabajadores y condiciones estables de mercado; sin embargo, se ha mencionado que no está sucediendo este efecto, en cambio estamos experimentando aumentos considerables en la esperanza de vida respecto de trabajadores activos, tasas más bajas de fecundidad, en mercados emergentes gran población empleada en sector informal, periodos de volatilidad importante en los mercados financieros y tasas de contribución relativamente constantes lo que ha ocasionado invertir el “Esquema Piramidal” que fue planteado además de presionar cada vez más la carga pasiva sobre los activos de los fondos administrados.

En una población con un notable aumento en la esperanza de vida y visto ahora con un enfoque de seguros, existe una mayor probabilidad de aumento en la siniestralidad de los participantes del fondo (jubilaciones), por lo que resulta menos viable asumir el riesgo potencial derivado del incremento en dicha siniestralidad entendido como el Riesgo de Fondeo (*Funding Risk*), lo que disminuye cada vez más el apetito de las corporaciones y gobiernos por los esquemas de “Pensiones No Fondeados” o esquemas de Beneficio Definido, lo que ha llevado a esquemas híbridos o fondeados (Contribución Definida) en los cuales una parte del riesgo es trasladado al contribuidor y donde el ahorro acumulado en el periodo productivo servirá para afrontar la jubilación y de esa manera brindar una mayor certidumbre en la continuación de los esquemas de pensiones.

Riesgo de Fondeo (*Funding Risk*)

En términos generales (GARP: Global Association of Risk Professionals, 2021), el Riesgo de Fondeo (*Funding Risk*) es el riesgo de que el valor de los activos no será suficiente para cubrir los pasivos asociados a un fondo; en el contexto del trabajo por fondo se refiere a un Fondo de Pensiones.

La variable relevante denominada “Superávit” o Surplus, S se define como la diferencia entre el valor de los activos A y los pasivos L . Por lo tanto, el cambio entre activos y pasivos es la diferencia en el superávit de tal forma que:

$$\Delta S = \Delta A - \Delta L$$

Normalizado la ecuación anterior por el valor inicial de los activos se tiene:

$$R_s = \frac{\Delta S}{A} = \frac{\Delta A}{A} - \frac{\Delta L}{L} \frac{L}{A} = R_{activos} - R_{pasivos} \frac{L}{A}$$

Donde $R_{pasivos}$ es la tasa de retorno sobre los pasivos

Si bien el valor de los activos se puede medir de forma diaria con el proceso denominado “*Mark to Market, (MTM)*” o marcando a mercado, los pasivos son más difíciles de evaluar. Para los fondos de pensión, esto representa obligaciones por beneficios acumulados, que miden el valor presente de los beneficios de pensión correspondiente a los empleados y que son descontados a una tasa de interés determinada. Cuando los pasivos consisten principalmente en pagos nominales, su valor en general se comportará como una posición corta en un bono a largo plazo. Por lo tanto, las reducciones en las tasas de interés, si bien son beneficiosas para el mercado de capital por el lado de los activos, pueden aumentar aún más el valor de los pasivos, lo que afecta negativamente el superávit. Si los pasivos están indexados a la inflación, se comportan como bonos protegidos contra la inflación; este último punto será la premisa que se toma para una correcta valuación del esquema de pasivos en los ejemplos del presente trabajo.

Una vez que se han definido los marcos generales para los Sistemas Pensiones Fondeados y No Fondeados, la manera más adecuada de mitigar los efectos negativos que impactan el movimiento de los pasivos es mediante técnicas de inmunización de portafolios.

Inmunización del portafolio

La posición mínima de riesgo en un portafolio de pensiones corresponde a un portafolio inmunizado, donde la duración¹ de los activos coincida con la de los pasivos. En la realidad es poco probable lograr una inmunización total derivado de que el vencimiento de los pasivos en la mayoría de los casos supera la duración de los activos dado que:

$$D \leq M$$

Donde $D = Duracion$, $M = Vencimiento$

Ahora bien, debido a que no es factible o posible cubrir de forma total los pasivos con los activos del fondo de pensiones, el intento de inmunización conlleva a un costo de oportunidad si otras clases de activo incluidas dentro de los activos del fondo genera un mayor retorno en el fondo durante el tiempo.

Por lo tanto, el riesgo de fondeo (*Funding Risk*) representa el verdadero riesgo de largo plazo para el manejador o administrador del fondo y uno de los más importantes en cuanto a la evaluación, mejora y evolución de los dos principales esquemas de pensiones; Beneficio Definido y Contribución definida. Por lo tanto, si el superávit S del fondo es negativo, es necesario proveer contribuciones adicionales, con el fin de mitigar el riesgo de fondeo, denominado “*Surplus at Risk*” (*SaR*).

JUSTIFICACIÓN Y ALCANCE

Históricamente la evolución de los fondos de pensiones ha estado ligada principalmente a la mitigación del riesgo de fondeo, sin embargo, el origen primordial de contar con sistema de pensión radica en el hecho de que los individuos puedan conservar sus hábitos de consumo a lo largo del resto de su vida, incluso si ya no forma parte de la población económicamente activa (BANXICO,

¹ La duración en este contexto se entiende como el riesgo en el valor del activo/pasivo en función del movimiento en las tasas de interés ante cambios expresados en puntos base (.01%)

2022)². Por tal motivo es importante considerar los factores demográficos, económicos y financieros que intervienen, para proponer la mejor alternativa y hacer frente al Riesgo de Fondo, siendo el propósito de este trabajo, abordarlo desde el enfoque económico del Ciclo de Vida de los individuos.

El ciclo de vida

Para entender mejor la evolución que han tenido los sistemas de pensiones y principalmente el funcionamiento de dichos esquemas, se utilizó el concepto económico denominado “Ciclo de Vida” el cual se refiere, a un enfoque en el cual, las decisiones de consumo y ahorro dependen de la edad de quien toma dichas decisiones (individuo).

Desde el enfoque de empleo en un individuo, su vida puede ser dividida en tres etapas:

- i. Niñez
- ii. Edad laboral
- iii. Vejez

Cabe mencionar que solo en la segunda etapa, el individuo trabaja a cambio de un salario y puede generar de forma directa un consumo, además de ser considerada la etapa en la que se puede tomar una mayor decisión de inversión; mientras que en la vejez es cuando comienza la etapa de desacumulación o uso de los recursos en el fondo de pensiones y comienza a ser un factor determinante en el aumento del Riesgo de Fondo para el administrador de este.

Modelo de Ciclo de vida (*Life-cycle model*)

De acuerdo con (Simonovits, 2003), el modelo más simple de Ciclo de Vida se puede describir de la siguiente forma:

Se asume que el individuo nace al inicio del año 0, entra a la fuerza laboral al inicio del año L , se retira al final del año R , y muere al final del año D , por lo tanto:

$$0 < L < R < D$$

Ahora bien, una vez definidos los intervalos de tiempo en el ciclo de vida podemos introducir los años de trabajo como:

$$T = R - L + 1$$

Los ingresos individuales (salario) al año i se denotan por w_i y sus consumos al año j se denota por c_j . Por simplicidad “ingresos”, corresponden a ingresos totales, es decir, costos salariales totales.

De igual forma por simplicidad, también se asume que un recién nacido solicita un préstamo al nacer para financiar su infancia. En la primera parte de su etapa activa reembolsa los préstamos, y en la segunda parte acumula capital que será utilizado en la jubilación. Cabe mencionar que se puede tomar la aproximación antes mencionada para la niñez o ignorar la etapa de la niñez y reemplazar el consumo individual con el consumo familiar.

² Personas de 15 y más años que tuvieron vínculo con la actividad económica o que lo buscaron en la semana de referencia del levantamiento de la encuesta. La tasa de participación laboral se refiere al porcentaje de la población de 15 años y más que se encuentra dentro de la PEA.

Los supuestos adicionales en el modelo de Ciclo de Vida es inflación cero e inexistencia en el margen entre la tasa prestamista y prestatario. Es importante destacar que mas adelante el trabajo presenta el enfoque de inflación como un componente medular en el consumo y acumulación de ingresos al fondo de pensiones.

Asumiremos que los factores de crecimiento y tasa de interés son invariantes en edad y tiempo para comenzar el modelo y posteriormente complementarlo mediante un enfoque de simulación. Para los flujos distribuidos en el tiempo, el Valor Presente es el agregador temporal. Sea $\{c_j\}_{j=0}^D$ el camino de consumo, r el factor de interés usado para descontar los flujos, entonces el valor presente del camino de consumo descontado a la edad de nacimiento es:

$$PV = \sum_{j=0}^D c_j r^{-j}$$

Bajo los supuestos antes mencionados, el periodo $D + 1$ de la separación anual en las condiciones de balance ($a_k \cong a_{k-1} + w_k - c_k$) puede ser unificado en un presupuesto restrictivo Inter temporal, donde el valor presente del camino de los ingresos es igual al camino de consumo:

$$\sum_{j=0}^D w_j r^{-j} = \sum_{j=0}^D c_j r^{-j}$$

Ahora bien, si asumimos la tasa de interés $r = 1$, crecimiento nulo, es decir, $w_L = \dots = w_R$ y $c_0 = \dots = c_D$. La razón de consumo respecto de ingresos totales es igual a la razón en años de servicio respecto de la longitud de vida:

$$c_0 = w_L \frac{T}{D + 1}$$

El resultado “trivial” antes descrito es muy importante ya que de hecho revela una verdad desagradable y que es una de las principales tesis planteadas en el presente trabajo: ***Mientras más larga la vida de una persona y más temprano su retiro, menor es la relación de consumo respecto del total de su salario (ingresos totales).*** Por lo tanto, la relación de consumo total respecto de salarios muestra cuanto puede retener un trabajador para su consumo del total de sus ingresos.

Ahora asumiremos que ingreso y consumo anual de los individuos incrementa respecto de los factores invariables de edad Ω y crecimiento γ , respectivamente. Los caminos de ingreso y consumo en términos de sus valores son:

$$w_i = w_L \Omega^{i-L}, \quad i = L + 1, \dots, R,$$

$$c_j = c_0 \gamma^j, \quad j = 1, \dots, D$$

Considerando la suma de la serie geométrica con $n + 1$ terminos:

$$l_n(x) = \sum_{i=0}^n x^i = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}$$

Por lo tanto, sustituyendo los caminos de consumo e ingresos en términos de sus valores iniciales y sus factores de crecimiento en la igualdad de consumo y salarios se obtiene la versión cuantificada del consumo suavizado, denominado Tasa de Retención.

Teorema (Tasa de Retención) (Simonovits, 2003).

Bajo los supuestos de crecimiento exponencial, la siguiente relación se mantiene entre los parámetros de los caminos de consumo e ingreso:

$$c_0 = w_L \frac{I_{T-1}(\Omega/r)}{r^L I_D(\gamma/r)}$$

CAPÍTULO 2

MARCO: MODELANDO EL CICLO DE VIDA

Una vez que ha sido descrito el modelo de ciclo de vida, el presente trabajo busca justificar la evolución de los dos esquemas generales en función de tres perspectivas:

- Ahorros a partir del ingreso
- Consumo
- Tasa de interés

Planteamos el siguiente ejemplo:

Se asume que un individuo promedio se incorpora a la fuerza laboral a la edad de 25 años. Como supuestos se espera que reciba un pago fijo y predecible y una edad de retiro a los 65 años, adicionalmente se considera que no tiene asociado un programa de pensiones y tendrá que generar ahorro por los próximos 40 años para su retiro con el objetivo de tener una vida “digna” durante su vejez. Adicionalmente asumimos que la esperanza de vida es de 15 años, por lo que la persona tendrá una muerte a la edad de 80 años³.

Retomando que el valor presente del camino de los ingresos es igual al camino de consumo:

$$\sum_{j=0}^D w_j r^{-j} = \sum_{j=0}^D c_j r^{-j}$$

Procederemos a dividir la igualdad en sus partes:

El valor futuro de los ahorros

Sea $i = 1, 2, \dots, N$ el número de años que el individuo estará trabajando, donde N es igual a la edad de retiro y sea S el ahorro anual en función de W la tasa constante de ingreso o salario mientras se encuentra en edad laboral. Para que el ahorro genere un rendimiento, deberán acumularse fondos a una tasa efectiva anual de inversión denotada por R . Por lo tanto, a la edad de retiro se tiene una acumulación del futuro de los ahorros:

$$FV(S, R, N) = \sum_{i=1}^N S(1 + R)^{(N-i)}$$

Por simplicidad, recordemos que una suma geométrica finita es igual a:

$$1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}$$

³ Ejemplo planteado con la edad de retiro vigente en México al 2022, 65 años

Además de que S es aculado “hasta” la edad de retiro (previo), por lo tanto $S(1 + R)^{(N-1)} = S$ cuando $i = N$.

Sustituyendo x por $1 + R$:

$$FV(S, R, N) = S \frac{(1 + R)^N - 1}{R}$$

El valor presente del consumo

Se puede tomar la misma aproximación para el valor presente del consumo $\sum_{j=0}^D c_j r^{-j}$, utilizando el concepto de suma geométrica:

$$PV(C, R, D) = \sum_{i=1}^D \frac{C}{(1 + R)^j} = C \frac{1 - (1 + R)^{-D}}{R}$$

Con base en el ejercicio anterior, si todo el dinero es invertido en una cuenta de ahorro o invertido a una tasa de $R\%$ por año (o cualquier otra periodicidad) y se pretende gastar \$1 por año para el periodo de D años con D la edad de muerte; se debe tener al menos $PV(1, R, D)$ a la edad de retiro y si se inicia con menos de $PV(1, R, D)$, entonces el gasto del consumo de \$1 por año, conducirá a la ruina financiera en algún momento antes de D años.

Ahora bien, suponemos que se ingresa a la edad de jubilación con una suma global de X pesos el cual es invertido en una cuenta que gana una tasa anual efectiva de $R\%$. Al final del primer año de retiro se consumirá \$1 del portafolio:

$$[\text{Saldo al final del Perido 1}] = X(1 + R) - 1$$

Y generalizado:

$$[\text{Saldo al final del Perido } D] = X(1 + R)^D - \sum_{j=1}^D (1 + R)^{(D-j)}$$

Tasa de cambio entre Ahorro y Consumo

Una vez definido el valor presente del consumo en edad de retiro y el saldo invertido para afrontar dicho consumo podemos resolver la relación deseada que existe entre consumo e ingresos:

$$FV(S, R, N) = PV(C, R, D),$$

$$C = S \frac{FV(S, R, N)}{PV(C, R, D)}$$

Ahora bien, sea α la tasa de cambio entre el valor futuro y presente entonces:

$$\alpha = \frac{FV(S, R, N)}{PV(C, R, D)} = \frac{(1 + R)^N - 1}{1 - (1 + R)^{-D}}$$

y donde $0 < \alpha < \infty$

El valor de α puede incrementar mientras R o N incrementa y decrecer mientras D incrementa. De igual forma cuando $N = D$ y $R = 0$, $\alpha = 1$.

Es importante destacar que los esquemas de pensiones mandatarios fundamentan el ahorro a través de impuestos sobre la nómina y el consumo (beneficios de pensión) es el propósito del estudio planteado.

La siguiente tabla muestra el detalle de la tasa de remplazo por cada \$1 invertido de forma anual durante 30 años vs el consumo durante la edad de retiro, asumiendo una tasa de interés R constante en ambos periodos:

Tabla 2: Pagos de jubilación vs tasa de interés. Tabla calculada con ejemplo de persona de 40 años y edad de retiro 65 años

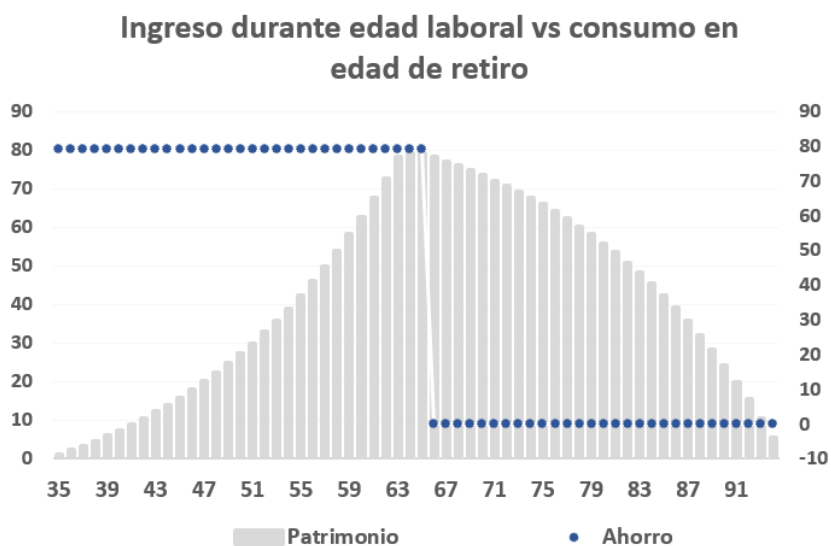
Tasa de interés (R%)	Numero de años D, durante los cuales se requieren pagos para jubilación					
	15	20	25	30	35	40
0%	2.000	1.500	1.200	1.000	0.857	0.750
1%	2.509	1.928	1.579	1.348	1.183	1.059
2%	3.157	2.481	2.078	1.811	1.623	1.483
3%	3.985	3.198	2.732	2.427	2.214	2.058
4%	5.044	4.127	3.590	3.243	3.005	2.834
5%	6.401	5.331	4.714	4.322	4.058	3.872
6%	8.140	6.893	6.184	5.743	5.453	5.254
7%	10.371	8.916	8.106	7.612	7.296	7.085
8%	13.235	11.538	10.612	10.063	9.720	9.500
10%	21.627	19.321	18.122	17.449	17.056	16.821
12%	35.433	32.309	30.770	29.960	29.519	29.275
14%	58.088	53.870	51.912	50.950	50.465	50.216

Fuente: Cálculos realizados a partir de \$1 invertido durante 30 años considerando la Tasa de cambio entre Ahorro y Consumo variando la tasa de interés (R%) entre 0 y 14%.

Por ejemplo, para una tasa de interés $R = 6\%$ y considerando que se plantea tener ingresos en el retiro hasta por 30 años o $D = 30$, corresponde una tasa de remplazo de 5.743 o aproximadamente 6 a 1, lo que implica que por cada \$1 invertido a una tasa constante de 6% durante 30 años, se esperaría obtener un ingreso para consumo de 6 pesos durante el retiro por los 30 años.

La siguiente grafica muestra el "Patrimonio" del trabajador durante los 30 años y su consumo originado a partir de la tasa de reemplazo 6 a 1 durante la edad de retiro:

Tabla 3: Ingreso (Acumulación) vs Consumo en edad de retiro (Desacumulación)



Fuente: gráfico construido a partir de los datos de la Tabla 2, considerando el “Patrimonio” del trabajador durante los 30 años y el consumo originado a partir de la tasa de reemplazo 6 a 1 durante la edad de retiro

Tasa neutral de Reemplazo

Hasta este punto del análisis planteado se ha obtenido una tasa de reemplazo neutral, la cual representaría que el trabajador conservará su mismo nivel de consumo (mismo nivel de vida previo al retiro), entendido como $W - S$, donde S corresponde al monto invertido a lo largo de la vida del trabajador.

Ahora bien, si planteamos que el consumo deseado C , se expresa como $C = W - S$ tenemos que:

$$W - S = S\alpha \leftrightarrow S = \frac{W}{1 + \alpha}$$

Donde α corresponde a la tasa de cambio entre ahorro/consumo, de tal manera que el dato óptimo S tal que $W - S$ es igual al consumo C es αS , por lo tanto, hasta este punto del modelo de ciclo de vida depende únicamente de la tasa R .

Considerando el salario mínimo en México vigente al 1º de enero 2021 de \$141.70, asumiendo 12 meses de 30 días, tenemos que un trabajador que percibe el salario mínimo gana al año, \$51,012. Ahora bien, tomando la tabla correspondiente a la tasa de reemplazo expresada en años, la intersección correspondiente a 30 años de trabajo (ahorro) y 30 años hasta la edad de muerte, $N = D = 30$, y $R = 8\%$, la tasa de cambio entre ahorro/consumo, $\alpha = 10.063$, lo que implica $S = \$4,611$, a partir de la ecuación para la tasa neutral de reemplazo.

Dado que $\alpha S = 10.063 \times 4611 = \$46,401$, lo cual representa que ahorrando \$4,611 cada año se obtiene un ingreso neto de \$46,401. Tomando como base el resultado anterior, el valor futuro de $S = \$4,611$, $FV(4611, 0.08, 30) \approx \$522,348$, y el valor presente del ingreso para el retiro, $PV(46401, 0.08, 30) = \$522,361 \approx \$522,348$ en el retiro. Por lo tanto, podemos concluir que ahorrando

$\frac{\$4,611}{\$51,012} = 9.04\%$ del salario total, conducirá a obtener el mismo estilo de vida en el retiro, en el caso que se pueda obtener una tasa constante de 8% durante 60 años.

Ahora bien, si en lugar de ganar una tasa de rendimiento $R = 8\%$, se obtuviera una tasa $R = 5\%$, entonces la tasa equivalente de reemplazo $\alpha = 4.322$ y el monto requerido de ahorro para conseguir el mismo nivel de vida en la edad de retiro es $\frac{\$51,012}{(1+4.322)} = \$9,585$ por año; lo que implica un salario neto anual de $\$51,012 - \$9,585 = \$41,426$. Por lo tanto haciendo el ejercicio de manera similar, $FV(9585,0.05,30) \approx \$636,824$, lo que es equivalente a $PV(41426,0.05,30) = \$636,819 \approx \$636,824$. En este caso, ahorrando $\frac{\$9,585}{\$51,012} = 18.8\%$ del salario bruto se puede generar un flujo de retiro neto que es equivalente al estilo de vida actual.

Como conclusión para el concepto de tasa neutral de reemplazo, podemos destacar que mientras se obtenga una tasa de rendimiento constante (o relativamente estable como más adelante se mostrará) se puede obtener un reemplazo en cuanto al estilo de vida del trabajador equivalente en el retiro al que se tiene en la fase de acumulación o etapa laboral. Dicha tasa de reemplazo está en función no solo de las tasas constantes, sino también de la carrera salarial del trabajador y el objetivo deseado en la edad de retiro. Tomando el ejemplo de $R = 8\%$, con un ahorro del 9% anual de salario bruto del trabajador y una aportación constante durante 30 años, podría disfrutar de un reemplazo equivalente al 91%, ahora bien, si el trabajador está dispuesto a recibir una tasa menor del 91% de su último salario, necesitaría de un porcentaje de aportación (ahorro) menor al 9% de forma anual. Es importante destacar que, en un esquema de retiro, el ideal está en función de que el objetivo debería tender a un menor uso de la capacidad de endeudamiento del individuo, por lo tanto, el salario percibido en función del ahorro acumulado durante la edad de retiro estaría sobre una tasa de reemplazo menor.

Valor descontado de un Plan de Ciclo de Vida

Cuando unimos los dos esquemas planteados hasta el momento, el consumo y el ahorro generado en una misma ecuación entonces la suma total del valor descontado de las dos etapas en un ciclo de vida obtiene como resultado el Valor descontado de un Plan de Ciclo de Vida, *DVLP*:

$$DVLP(R, S, C, D) := \sum_{i=1}^{N+D} \frac{S_i - C_i}{(1 + R)^i}$$

Donde $S_i = 0 \cap C_i > 0$ en la edad de retiro, es decir cuando se gastan los recursos que fueron ahorrados para generar consumo durante la edad de retiro, mientras que $S_i > 0 \cap C_i = 0$, durante los años de trabajo cuando se genera el ahorro que será utilizado en la jubilación; con $i = 1, 2, \dots, N + D$.

Con base en la ecuación de Valor Presente de un Ciclo de Vida, si el valor descontado de los ahorros es igual al valor descontado del consumo futuro, entonces el plan de pensiones es factible, ya que existe una tasa neutral de reemplazo. Por lo tanto, si *DVLP* es negativo entonces el plan no es sustentable y se tienen que replantear las siguientes alternativas:

- El ahorro debe incrementarse
- El consumo futuro debe disminuirse
- La tasa de interés R debe incrementarse

En la realidad el resultado de un plan de pensiones es una mezcla de las tres alternativas planteadas.

La Inflación como variable para el cálculo de un Plan de Ciclo de Vida Nominal vs Real

Hasta el momento hemos asumido que el salario W es constante en el tiempo y que la aportación destinada al ahorro para el consumo C futuro es un porcentaje de este salario. En la vida cotidiana, el salario W en el Ciclo de vida no es constante por diferentes factores, lo cual implica que la “Carrera Salarial” se encuentra en función de las mejoras en el salario de los trabajadores, el periodo que se queda sin trabajo, las disminuciones en las aportaciones y principalmente por el efecto de la Inflación que encarece todos los bienes y servicios, pero también tiene un incremento en los salarios durante el tiempo. Ahora bien, se plantea una mejora al modelo en el cual los salarios crecen de forma anual en función de la inflación para demostrar empíricamente que en la generalidad las ecuaciones planteadas mediante el Ciclo de Vida permanecen en su generalidad constantes.

Para tener una distinción entre el salario constante o nominal S_i , se usará la notación S_i^π el cual corresponderá al salario deflactado o eliminando el efecto de la inflación anualizada. Ahora bien para el planteamiento del efecto de la inflación se tomará en función de un año base, por ejemplo, 2015, entonces se realizará una conversión ajustada por inflación con base en 2015; de tal manera que si ahorramos \$100 en el año 2020, es decir, $S_5 = 100$ nominal con una inflación de 5% constante cada uno de los cinco años entre 2015 y 2020 el valor real del ahorro en el último año es $S_5^\pi = 100/(1.05)^5 = \78.35 , lo que representa el mismo resultado si lo expresamos en sentido inverso, en el cual si $S_i^\pi=78.35$ y con una inflación de $\pi = 5\%$ en cada año, al final del periodo, $S_5=100$.

Considerando el efecto de inflación, entonces, si una persona entra a la fuerza laboral con un salario W_0 al inicio del periodo $i = 0$, y si el salario incrementa cada año a una inflación constante denotada por π , entonces el valor nominal del salario al inicio del periodo i debería ser:

$$W_i = W_0(1 + \pi)^i$$

Como resultado, al tener un ahorro S^π real o después de inflación durante cada uno de los N años de trabajo; el valor nominal expresado en pesos (o cualquier otra moneda) que será acumulado puede ser expresado de la siguiente manera (Milevsky, 2006):

$$S^\pi(1 + \pi)(1 + R)^{N-1} + S^\pi(1 + \pi)^2(1 + R)^{N-2} + \dots + S^\pi(1 + \pi)^n(1 + R)^N$$

Donde R corresponde a la tasa de inversión nominal ganada en cada año. La tasa anterior claramente puede reformularse en un componente real y uno nominal:

$$R = (1 + R^\pi)(1 - \pi) - 1$$

Con R la tasa nominal tal que, $R^\pi \leq R$.

Por lo tanto, unificando cada uno de los componentes descritos hasta el momento; el ahorro, S , durante la etapa laboral del trabajo puede ser expresada como:

$$FV^\pi(S, R, N) = S^\pi(1 + R^\pi)^N \sum_{i=1}^N \frac{(1 + \pi)^i}{((1 + R^\pi)(1 + \pi))^i}$$

De modo tal que al considerarlo de nuevo como una suma geométrica (Milevsky, 2006):

$$FV^\pi(S, R, N) = S^\pi \frac{(1 + R^\pi)^N - 1}{R^\pi}$$

Del mismo modo valor presente correspondiente al consumo futuro (en la edad de retiro), C se expresa de la misma forma en función de la inflación, π :

$$PV^\pi(C, R, D) = \sum_{j=1}^N \frac{C^\pi (1 + \pi)^j}{((1 + R^\pi)(1 + \pi))^j}$$

Y su correspondiente suma geométrica (Milevsky, 2006):

$$PV^\pi(C, R, D) = C^\pi \frac{(1 - (1 + R^\pi)^N)}{R^\pi}$$

Es importante destacar que en realidad pese a que los bancos centrales tienen objetivos de inflación, esta puede variar año con año.

Variación de tasas durante el tiempo

Hasta el momento se ha planteado que la tasa R es constante, sin embargo, del mismo modo que el salario no es constante debido a varios factores, la inflación puede tener variaciones anuales; la tasa de interés R nominal que será obtenida de sobre el ahorro de los recursos acumulados durante la vida laboral del trabajador varía en el tiempo, es decir se asume que R no es constante.

Bajo el supuesto de que R no es constante, la ecuación de Valor descontado de un Plan de Ciclo de Vida, $DVLP$ presenta la siguiente variación:

$$DVLP = \frac{\sum_{i=1}^{N+D} (S_i - C_i)}{\prod_{j=1}^i (1 + R_j)}$$

La ecuación anterior obtiene un reemplazo para cada tasa R_j correspondiente a cada periodo $(1 + R)^{-i}$ para el consumo C_i y ahorro, S_i ; por lo tanto, dependiendo de la más reciente secuencia de valores para R_j los la ecuación para $DVLP$, correspondiente a la diferencia entre el valor presente del consumo futuro menos el ahorro generado durante la vida laboral puede ser positiva o negativa. De hecho, si los valores de las tasas de interés, R_j se consideran **estocásticas** (aleatorias), entonces, los valores para $DVLP$ serán también **estocásticos** (Steele, 2001).

Modelos para Tasas de Interés

El contexto para entender el funcionamiento de las tasas de interés en las cotizaciones de mercado, estas se agrupan en una estructura de tasas denominada (*Term structure*). En términos generales las tasas de interés, spot (actuales cotizadas en el mercado / implícitas) son determinadas por las expectativas y la volatilidad de las tasas de corto plazo además de la prima asociada a las tasas de interés, mientras que las tasas forward (tasas futuras) son calculadas a partir de las estimaciones sobre las implícitas.

En el presente trabajo, tal y como sucede un fondo de pensiones real, el supuesto acerca del proceso de las tasas de interés en el corto plazo está inferidas por el mercado de precios.

Expectativas de tasas de interés

Las expectativas implican incertidumbre; de tal forma que un inversionista puede esperar que la tasa de un año sea 10%, pero sabiendo que existe una gran probabilidad de que en su lugar sea 8% o 12% por ejemplo, sin embargo, en lugar de asumir que todo pronóstico es certero asumiremos el concepto de volatilidad alrededor de las expectativas, como un mejor pronóstico de las tasas futuras.

Deseo de adaptarse a la Estructura Intertemporal de Tasas de Interés

El deseo de apegarse a los precios de mercado es la principal razón en decidir entre usar un modelo Libre de arbitraje (*arbitraje-free*) o un modelo paramétrico (*equilibrium models*) (GARP: Global Association of Risk Professionals, 2021).

En el presente trabajo se aborda un modelo libre de arbitraje que toma como referencia las cotizaciones que se encuentran disponibles en el mercado financiero, debido a que con el uso de esta técnica estaremos capturando el razonamiento económico y financiero de los participantes de mercado en las cotizaciones de las tasas disponibles.

El argumento para ajustar los modelos con los precios de mercado es que una gran cantidad de información sobre el comportamiento futuro de las tasas de interés se incorpora a los precios de mercado y, por lo tanto, un modelo ajustado a esos precios captura ese comportamiento de las tasas de interés (GARP: Global Association of Risk Professionals, 2021).

Modelo de Vasicek: Modelo de reversión a la media

Si asumimos que la economía tiende a un equilibrio en factores fundamentales, tales como, la productividad, la política monetaria de largo plazo, entre otros; las tasas de corto plazo estarán caracterizadas por un componente denominado **Reversión a la Media**. Por lo tanto, cuando la tasa de corto plazo se encuentra por encima de la tasa de largo plazo o equilibrio (*Long-run equilibrium value*), el *drift (cambio)* es negativo, con el fin de disminuir la tasa hacia el objetivo de largo plazo. Ahora bien, cuando la tasa se encuentra por debajo de su precio en equilibrio, el cambio (*drift*) es positivo, en busca de subir la tasa hacia su nivel objetivo. Adicionalmente para tener un supuesto razonable sobre las tasas de corto plazo, la reversión a la media permite que el modelo capture varios componentes de la estructura de comportamiento en un sentido intuitivo económico (GARP: Global Association of Risk Professionals, 2021).

La dinámica neutral al riesgo del modelo de Vasicek consiste en la siguiente ecuación:

$$dr = k(\theta - r)dt + \sigma dw$$

Donde r corresponde a la tasa de interés expresada en tiempo continuo, θ corresponde al valor de largo plazo o tendencia central de la tasa de corto plazo en un proceso neutral al riesgo y k corresponde a la constante que denota la velocidad que tiene el proceso en reversión a la media; σ corresponde a la tasa de corto plazo con variación en el tiempo dt , σdw representa el cambio (*drift*) en la volatilidad. Es importante destacar que mientras mayor sea la distancia entre r y θ , mayor es el cambio esperado en la tasa de corto plazo en búsqueda de la tasa objetivo, θ .

De igual forma, el proceso descrito en el Modelo de Vasicek al considerarse neutral al riesgo, el cambio en las tasas de interés combina tanto las expectativas de tasas como la prima por riesgo asociada a estas.

Por completos y usando notación en tiempo continuo, el valor esperado de la tasa en un modelo de Vasicek después de T años es:

$$r_0 e^{-kT} + \theta(1 - e^{-kT})$$

Lo que implica que la expectativa es el promedio ponderado de la tasa de corto plazo actual y el valor correspondiente a la tasa de largo plazo, en la cual el peso de la tasa de corto plazo decae exponencialmente a la velocidad determinada por el parámetro de reversión a la media.

En el presente trabajo se usaron tasas expresadas en tiempo discreto, posteriormente fueron transformadas a tasas continuas, se aplicó el modelo de Vasicek y los resultados obtenidos fueron expresados nuevamente en tiempo discreto.

Como ejemplo (previo a la construcción del portafolio de referencia sobre el marco de un fondo de pensiones) se utiliza la tasa de rendimiento correspondiente a Bonos M, los cuales son una de las principales referencias de deuda en México y que constituyen los puntos de rendimiento para 1, 5, 10 y 20 años de la estructura Intertemporal de tasas de interés correspondiente a Cetes (Certificados de la Tesorería de la Federación). Con las tasas antes mencionadas se construyen diferentes rendimientos para el modelo de Vasicek y de esta manera se determina el impacto que se tiene el cambio de niveles en las tasas y su efecto en el proceso de acumulación (inversión) y en el de consumo (a la edad de retiro). Es importante destacar que los Bonos M son tal vez el vehículo más común de deuda gubernamental utilizado en México, los cuales corresponden a Bonos de tasa Fija con cupones semestrales correspondientes a 182 días, mientras que su valor nominal es de \$100 en moneda local:

Tabla 4: Bonos M (tasa nominal y cupones semestrales) emitidos por el gobierno mexicano

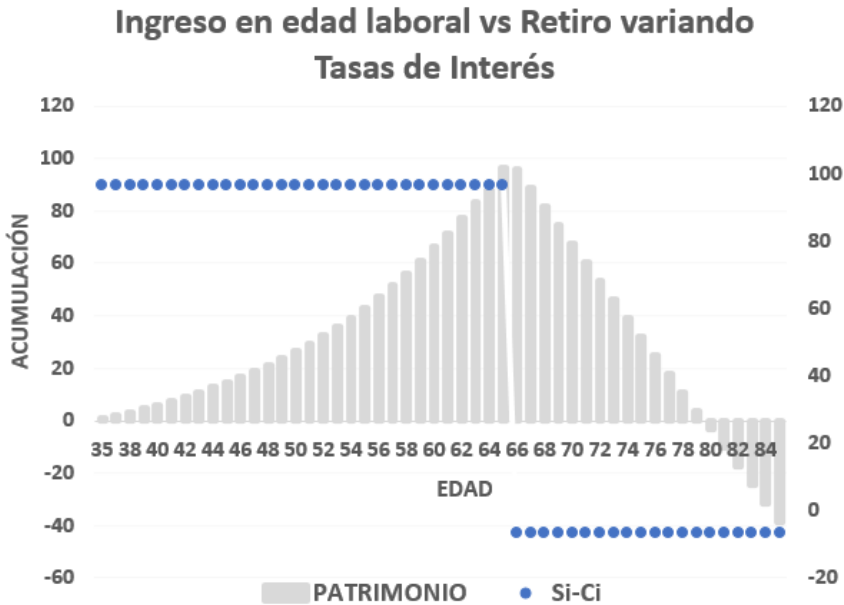


Instrumento	Descripción	Vencimiento	Plazo	Precio Limpio	Precio Sucio	Cupón Vigente %
M	BONOS M	05/09/24	1098	104.827118	108.738229	8.00
M	BONOS M	05/03/26	1644	96.796626	99.607737	5.75
M	BONOS M	29/05/31	3555	105.351227	107.181088	7.75
M	BONOS M	18/11/38	6285	109.948581	111.955525	8.50
M	BONOS M	07/11/47	9561	104.989898	106.878787	8.00

Fuente: Banco de México, niveles de bonos gubernamentales “Bonos M” en septiembre 2021

En el mercado financiero mexicano la referencia de 10 años para Bonos de tasa fija nominal en septiembre 2021 es el bono M denominado, *M_BONOS_290531* ya que la diferencia en años es aproximadamente 10 años, por lo que a partir del vencimiento de este bono se ocupará el siguiente bono con 10 años por vencer para la estimación de tasas y el ultimo bono se será extrapolado para contemplar la última referencia de 10 años en nuestro ejemplo. Ahora bien, dado que el modelo de Vasicek como cualquier otro modelo de tasas neutral al riesgo corresponde a un modelo binomial y el proceso de generación está basado en arboles binomiales a cada valor en el tiempo, utilizaremos una aproximación de dicho enfoque mediante simulación de Monte Carlo con 10,000 simulaciones para la determinación de los caminos aleatorios (estocásticos) de las tasas de interés y un modelo de optimización dinámica para encontrar los coeficientes de dicho modelo, además de tomar como la tasa esperada, el valor promedio para cada una de las 10,000 simulaciones en el año correspondiente:

Tabla 5: Ingreso Laboral vs retiro con variación de tasas calculadas bajo el modelo de Vasicek



Fuente: Calculo de Ingreso Laboral vs retiro considerando simulación de Monte Carlo para estimación del método de Vasicek

Tomando como referencia la figura anterior y valor esperado del Bono Gubernamental de 10 años durante los próximos 50 años, un trabajador de 35 años que comienza a acumular \$1 a dicha edad por los próximos 30 años es decir con una edad de retiro a los 65 años acumularía \$96.45, bajo el cambio de las tasas en el tiempo (estocásticas) considerando un modelo de valuación de tasas neutral al riesgo en el cual se tiene inferencia a partir de las cotizaciones del mercado; por lo tanto la tasa esperada al cierre del 2021 bajo el modelo propuesto sería de 6.95%, asumiendo que la cotización real al cierre de operaciones del día 3 de septiembre del 2021 fue de 6.93%, al cierre de 2022 de 7.1% mientras que a la edad de retiro el modelo predice un tasa esperada de 5.06%. Cabe mencionar que las tasas mostradas son anuales y bajo la variación de tasas esperamos un factor de

acumulación $\prod_{j=1}^i (1 + R_j)$ ⁴. Ahora bien, bajo el enfoque estocástico de tasas el trabajador obtendría una tasa de reemplazo de \$6.63 anuales para mantener su nivel de consumo y en el cual se puede observar en la figura anterior, que a partir de los 80 años el flujo de salida (lo destinado al consumo) tiene un valor negativo al haber agotado los recursos ahorrados durante la edad de trabajo, por lo que si el trabajador sobrevive después de los 80 años no tendría dinero para mantener su nivel de consumo. El siguiente capítulo abordará un componente adicional que también conlleva el uso de una variable aleatoria y de la cual depende el nivel de acumulación, la probabilidad de muerte y en función de esta la esperanza de vida.

Modelos de Mortalidad (*Models of Human Mortality*)

Como fue planeado al final del capítulo anterior, tanto la contribución del trabajador cuando se encuentra en la edad laboral, como los pagos recibidos en forma de anualidad desde la edad de retiro R , necesarios para conservar el nivel de consumo, están sujetos entre otros factores a la mortalidad asociada del individuo.

Para entender mejor el concepto de mortalidad en pensiones y seguros se hace referencia a las “Tablas de Mortalidad”, las cuales pueden ser descritas como un vector de colección de números que transforma la edad de un grupo x a una probabilidad de muerte q_x , durante el próximo año. Por ejemplo q_{35} es la probabilidad de morir antes del cumpleaños número 36, asumiendo que el individuo se encuentra con vida en su cumpleaños 35. Por definición, $0 \leq q_x \leq 1$ y $q_N = 1$ para N lo suficientemente grande, por ejemplo, una edad de 110 años. Cabe mencionar que en las tablas de mortalidad las probabilidades (números) empiezan muy bajos mientras eres joven e incrementan con la edad, pero tienden a estar “planos” en edades cercanas a 100; posteriormente tienden a brincar a $q_n = 1$ en la última entrada de la tabla de mortalidad. De igual forma existen diferencias entre la mortalidad asociada para hombres y mujeres de las cuales las últimas presentan tasas uniformes de mortalidad menores que los hombres.

La probabilidad condicional de sobrevivir en el año x es igual a $1 - q_x = p_x$.

Probabilidad condicional de supervivencia

Si un individuo tiene actualmente una edad x , entonces la probabilidad de sobrevivir n años más, se define como:

$$({}_n p_x) = \prod_{i=0}^{n-1} (1 - q_{x+i})$$

Es importante destacar que si la edad se fija a x entonces la probabilidad $({}_n p_x)$ declinará mientras n incremente, ya que las probabilidades a más edades de sobrevivir disminuyen. Por ejemplo, la probabilidad de vivir $n = 30$ más años es mucho más alta cuando la edad de un individuo es 20, $({}_{30} p_{20})$ que cuando $x = 70$ o $({}_{30} p_{70})$; en el primer de los casos la probabilidad es cercana al 100%, mientras que en el segundo caso la probabilidad es cercana a 0, con $n \leq N$.

Variable Aleatoria de vida restante (*Remaining Lifetime Random Variable*)

Denotamos T_x como variable aleatoria (*v.a.*) indizada a la edad x , la cual representa la vida restante de un individuo que se encuentra en la edad x . La *v.a.* T_x tiene una densidad de probabilidad (PDF)

⁴ La tabla generada a partir del modelo de Vasicek se encuentra en el Apéndice Tasa de Reemplazo.

definida por $f_x(t)$ cuando T_x es continua y por $\Pr [T_x = x_i]$ cuando es discreta. Por lo tanto $x + x_i$ son las edades en las que las personas están “permitidas” morir. Por ejemplo, si consideramos que la edad de retiro en México es a los 65 años, una persona promedio podría morir después de x_i , con $i = 1, 2, 3$ años, por lo tanto, $x_1 = 10, x_2 = 20, x_3 = 25$. En este caso $T_{65} = \{10, 20, 25\}$.

Si la función $F_x(t)$ consiste en la probabilidad condicional de morir antes de la edad $x + t$. Esta probabilidad debe ser igual a 1 cuando suma a $({}_n p_x)$, la probabilidad condicional de sobrevivir t más años:

$$({}_n p_x) := 1 - F_x(t) = \Pr [T_x \geq t]$$

Por lo tanto, la función de distribución acumulativa (CDF), la cual es la probabilidad restante menor igual al valor T_x , será:

$$F_x(t) := 1 - ({}_n p_x) = \Pr [T_x < t]$$

De tal forma que retomando cuando la v.a. T_x es discreta (el caso de estudio del presente trabajo):

$$F_x(n) = \sum_{i=1}^n \Pr [T_x = x_i]$$

Es importante destacar que el valor esperado de vida restante de la v.a. es igual al promedio de vida restante ponderado por las probabilidades.

El proceso demográfico en los fondos de pensiones

El análisis demográfico es una de las principales bases para el análisis macro del sistema de pensiones.

Se comienza a ejemplificar el proceso demográfico mediante el enfoque trivial:

Si todas las personas mueren a la misma edad ($D + 1$), si todas las personas se retiran también a la misma edad ($R + 1$) y si el número anual de nacimientos es constante, entonces la proporción de niños en la población es $L/(D + 1)$, la proporción de trabajadores es $(R - L + 1)/(D + 1)$ y la proporción de pensiones es $(D - R)/(D + 1)$. En el caso trivial, el individuo (longitudinal) y sociedad (cross-sectional) proporcionalmente son idénticos.

Para no ser tan restrictivos mediante el caso trivial, se abordará la noción “Estacionaria” o “Poblaciones Estables”. En el primer caso el tamaño de cada cohorte es invariante al tiempo, mientras que en el segundo caso solo las proporciones son invariantes al tiempo.

Sea $n_{x,t}$ el número de personas en edad k en el tiempo t . Asumimos que el número de nacimientos incrementa a una tasa $v - 1$ y las tasas de mortalidad (supervivencia) son invariantes al tiempo. Retomando que q_x es la probabilidad de que alguien muera a la edad x y l_x la probabilidad de que alguien sobreviva hasta la edad x . Por definición tenemos las siguientes ecuaciones (Simonovits, 2003):

$$n_{0,t} = v n_{0,t-1}$$

El tamaño de las cohortes:

$$n_{x,t} = l_x n_{0,t-x}, \quad \text{con } x = 1, 2, \dots, D$$

El número de las x – *edades* pueden ser expresadas en términos de los nuevos nacimientos:

$$n_{x,t} = n_{0,t} l_x v^{-x}$$

Donde la serie $\{n_{k,t}\}_{x=0}^D$ forma (la mitad) del “árbol de la vida”.

Para población estacionaria, $v = 1$; para alguien estable, v es arbitraria.

Teorema 7.1. Población estable (Simonovits, 2003).

(a) Cada periodo, el número de personas con edad x es igual a v – veces del periodo previo: $n_{x,t} = v n_{x,t-1}$.

(b) A mayor factor de crecimiento en la población, mayor la proporción de personas jóvenes en la misma.

El teorema de Población Estable nos da como consecuencia tres posibilidades:

- i. La no existencia del riesgo de muerte.
- ii. La no existencia de tasas de crecimiento. Este efecto se da cuando el número de nacimientos es constante pero la probabilidad de supervivencia es menor a 1.
- iii. Crecimiento y supervivencia constante. Consecuencia de las dos primeras posibilidades.

Para evaluar la situación demográfica de un sistema de pensiones, utilizaremos **la Tasa de Dependencia Demográfica de la Vejez** (*old-age dependency*), definida como la relación (razón) entre el tamaño de la población anciana y el de la población en edad de trabajar (Simonovits, 2003):

$$\pi_t^* = \frac{\sum_{j=R+1}^D n_{j,t}}{\sum_{i=L}^R n_{i,t}}$$

Ahora bien, tenemos también, la Tasa de Dependencia Demográfica Total, definida como la razón entre el tamaño de la población joven y anciana respecto el de la población en edad de trabajar (Simonovits, 2003):

$$\pi_t^* = \frac{\sum_{j=0}^{L-1} n_{j,t} + \sum_{j=R+1}^D n_{j,t}}{\sum_{i=L}^R n_{i,t}}$$

Teorema 7.2.

Para población estable, el factor de crecimiento de la población se determina como la única raíz positiva de la función polinomial de grado k_2 :

$$\sum_{k=K_1}^{K_2} f_k l_k v^{-k} = 1$$

La raíz es mayor que 1 si y solo si el número de nacimientos por persona es mayor a 1:

$$\sum_{k=K_1}^{K_2} f_k l_k > 1, \text{ con } f_k \text{ igual a la tasa de fecundidad}$$

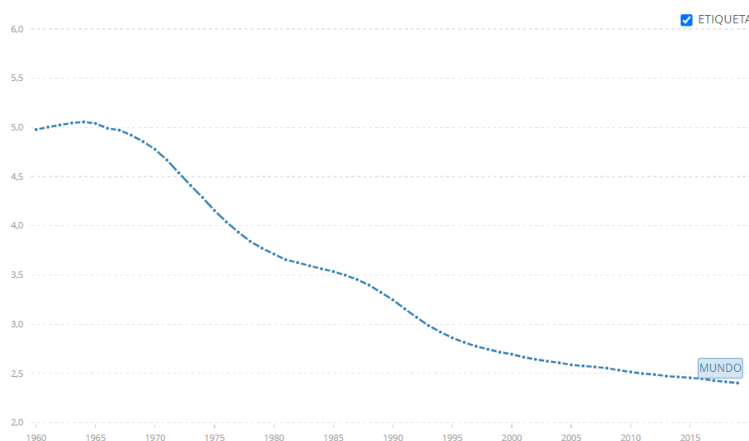
Población Actual

Considerando los fundamentos para una población estable y que serían el principal enfoque para que los planes de pensiones fueran sustentables, es importante destacar que en la actualidad la

población mundial se comporta muy lejos de lo que se considera una Población Estable. Por ejemplo, las tasas de fecundidad específicas de cada cohorte cambian de forma abrupta, por ejemplo, después de la Segunda Guerra Mundial respecto de las tasas posteriores al año 2000 y de forma contraria las tasas de mortalidad en general disminuyen, consecuencia de los avances tecnológicos y médicos entre otros factores; por lo tanto, se tiene una gran fluctuación y en general una disminución en el total de las tasas de fertilidad, $TFR = \sum_{k=K_1}^{K_2} f_k$. Cabe mencionar que la Tasa de Fertilidad Total, TFR corresponde al total de nacimientos por cada mujer (Banco Mundial, 2021).

Con datos del banco mundial se puede apreciar como la TFR ha tenido una pendiente negativa prolongada desde 1965 (Banco Mundial, 2021):

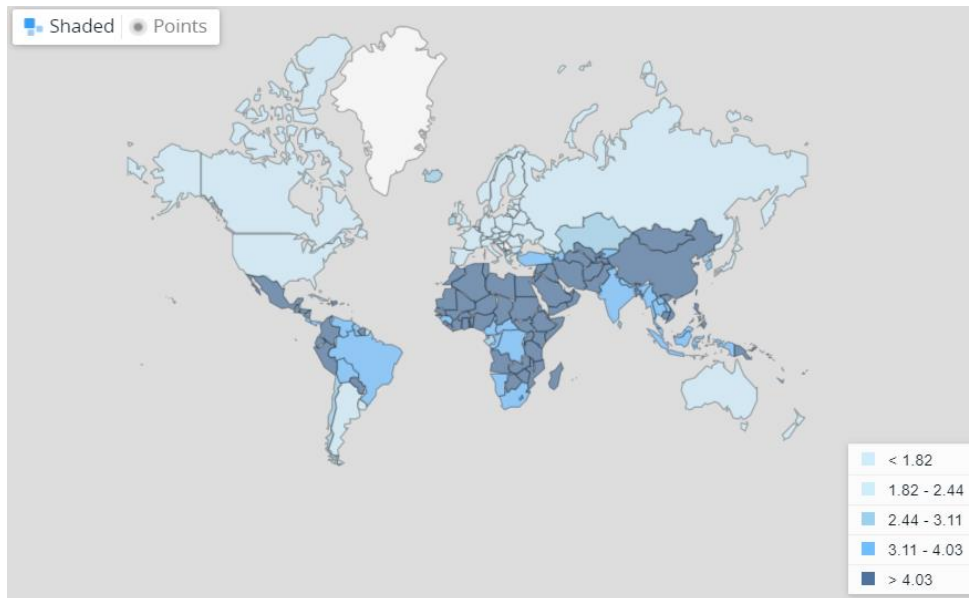
Tabla 6: Tasa de Fertilidad Total (TFR) publicada por el Banco Mundial



Fuente: Banco Mundial, Data Bank

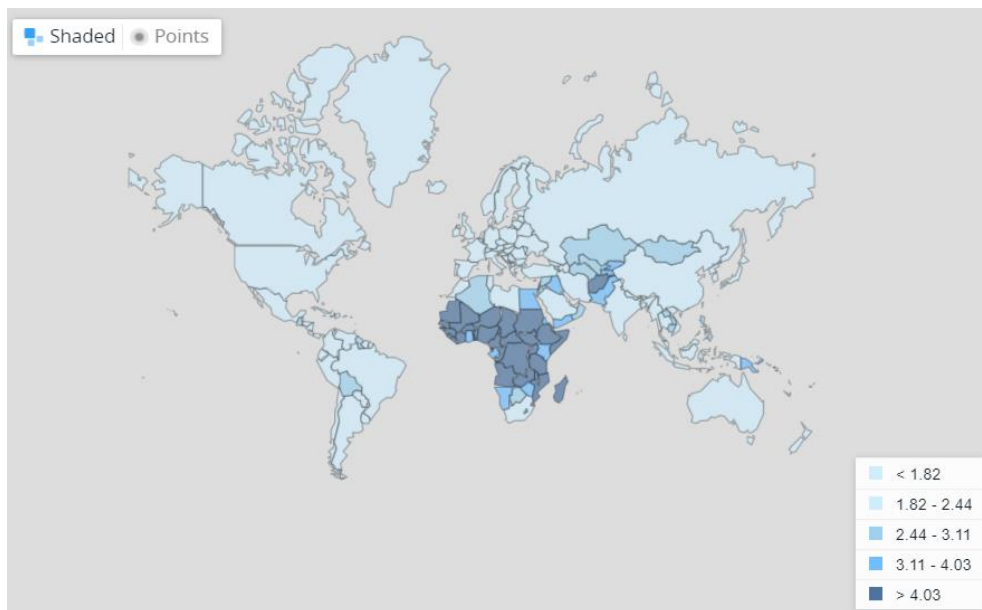
Ahora bien, si vemos la distribución de la Tasas de Fertilidad por país, vemos que la mayor parte de la población mundial tiene una tasa menor a 1.82 a 2019, un cambio notorio respecto de 1965, en donde se observaba una TFR superior a 4.03 en un gran número de países incluyendo México:

Tabla 7: Tasa de Fertilidad Mundial por país en 1965



Fuente: Banco Mundial, Data Bank

Tabla 8: Tasa de Fertilidad Mundial por país en 2019

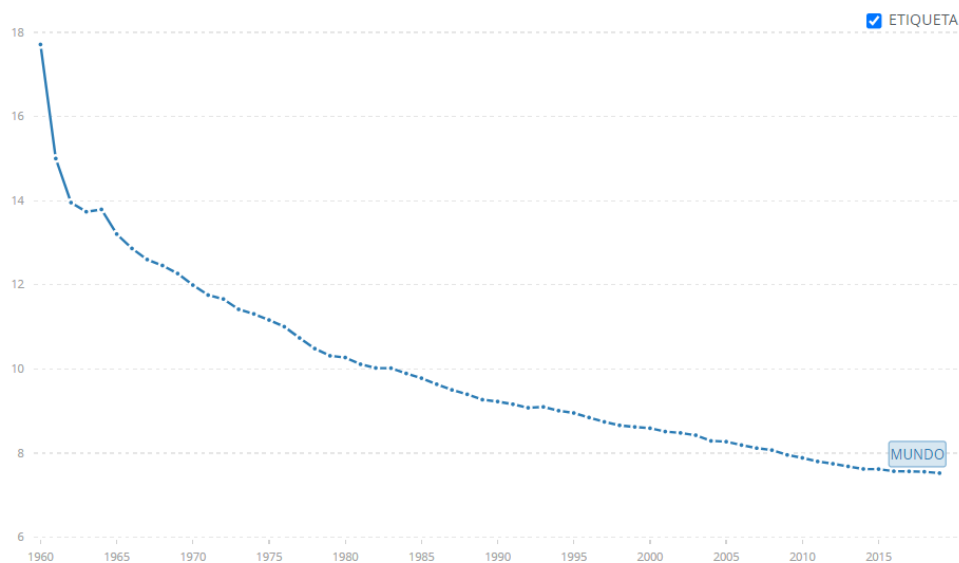


Fuente: Banco Mundial, Data Bank

La tasa de mortalidad mundial ha mostrado también un descenso abrupto y constante, pasando de niveles cercanos a 18% en 1960 hasta niveles por debajo del 8% en 2019. De igual forma esta disminución ha traído como consecuencia un aumento importante en la esperanza de vida, en la

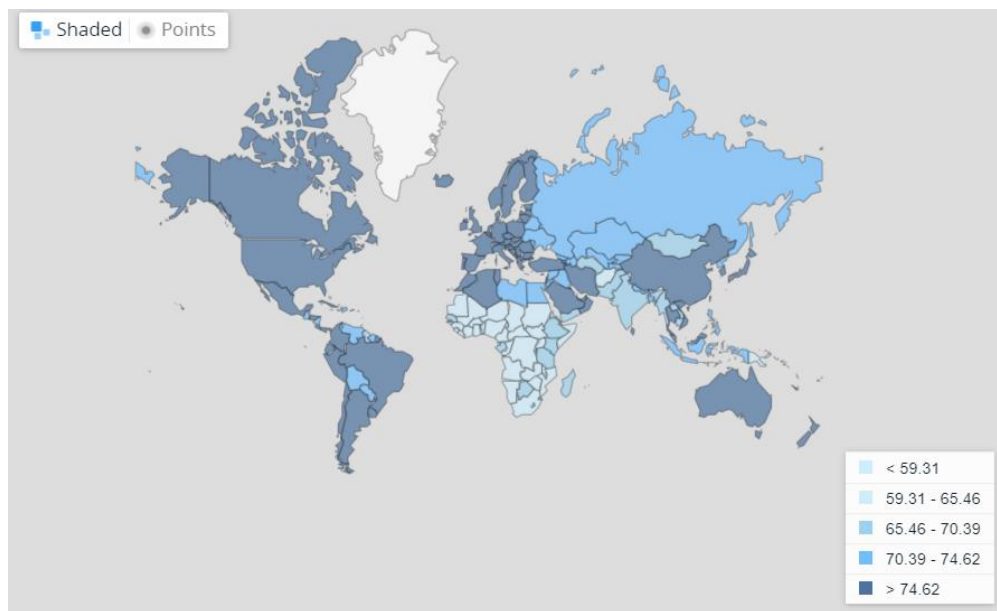
cual la mayor parte de América, Europa, Oceanía, China y algunos países del continente africano superan los 74.62 años promedio (Banco Mundial, 2021):

Tabla 9: Tasa de Mortalidad Mundial 1960-2019 publicada por el Banco Mundial



Fuente: Banco Mundial, Data Bank

Tabla 10: Esperanza de Vida Mundial por país en 2019



Fuente: Banco Mundial, Data Bank

Hasta este punto del presente trabajo se ha construido el Modelo de Ciclo de vida para contrastar el efecto del ahorro durante la edad laboral y el consumo en la edad de retiro, además del concepto de Tasa Neutral de Reemplazo. En un inicio como premisa se planteó el concepto de *Funding Risk*,

además de introducirse los esquemas para fondos de pensiones, a) No Fondeados, b) Fondeados y c) Mixtos; asimismo se abordó el enfoque colectivo del individuo durante el ciclo de vida mediante el enfoque demográfico y el estudio del comportamiento y los principales cambios en la población a lo largo de los años. Se han definido las variables aleatorias que intervienen en el concepto de ciclo de vida como aproximación en un fondo de pensiones, tales como las tasas de interés, el efecto de la inflación, la probabilidad de muerte y su impacto en la esperanza de vida; por lo tanto, si unificamos todos los conceptos antes descritos hasta el momento se puede plantear los dos principales esquemas de pensiones mundialmente utilizados: Beneficio Definido y Contribución Definida.

Modelo de Beneficio Definido (DB)

El modelo de Beneficio Definido DC , está enfocado en los ingresos reales de jubilación y ofrece una garantía de estos. La ecuación más general para definir el modelo de Beneficio Definido se plantea como el ingreso que será obtenido a la edad de retiro o un retorno sobre las contribuciones realizadas durante la trayectoria laboral de los trabajadores:

$$\text{Ingreso DB (Beneficio definido)} = \alpha T \beta \int_0^T e^{-\beta(T-s)} w(s) ds$$

De una manera más simple la ecuación anterior puede expresarse como:

$$\text{Ingreso DB (Beneficio definido)} = \alpha T \omega(T)$$

Donde α corresponde es la tasa acumulada por beneficio de pensión y $\omega(T)$ la función de salario ponderado definido por:

$$\omega(T) = \beta \int_0^T e^{-\beta(T-s)} w(s) ds$$

$\omega(T)$ permite flexibilidad a la empresa que administra el fondo de pensión en ligar al salario promedio del trabajador.

Además,

$c(s) = \text{Tasa de contribución de salario}$

$w(s) = \text{Salario del trabajador}$

$g(s) = \text{Tasa de Retorno}$

$T = \text{Edad de retiro}$

$s = \text{tiempo}$

Cuanto mayor sea el valor de β , que es determinado por la empresa, más peso se le da a los salarios recientes o finales frente a la trayectoria general de los salarios (Milevsky, 2006).

Modelo de Contribución Definida (DC)

El modelo DC , modela como el ingreso que será obtenido a la edad de retiro o un retorno sobre las contribuciones realizadas durante la trayectoria laboral de los trabajadores (más adelante conocidos como afiliados), teniendo como única garantía explícita la contribución $c(s)$ al fondo de pensiones

tal que, si la tasa de retorno $g(s)$ es alta, el monto acumulado en la contribución aumentará implicando una pensión mayor.

De manera formal la ecuación genérica en tiempo continuo para redefinir el ingreso futuro que será obtenido mediante un método de contribución definida es el siguiente (Milevsky, 2006):

$$\text{Ingreso DC (Contribucion definida)} = \frac{\int_0^T c(s)e^{g(s)(T-s)}w(s)}{\bar{a}_x}$$

Donde:

$c(s)$ = Tasa de contribución de salario

$w(s)$ = Salario del trabajador

$g(s)$ = Tasa de Retorno

T = Edad de retiro

s = tiempo

De modo tal que la ecuación anterior, define “la pensión esperada” bajo un método de contribución definida después de T años (Edad de retiro) de cotización en un plan de pensiones, traído a valor presente por un factor de anualidad \bar{a}_x que convierte la suma de todas las contribuciones en un flujo de pagos periódicos, correspondiente a la Pensión y que bajo el modelo de Ciclo de Vida corresponde al flujo que será utilizado para consumo C , tratando de garantizar una Tasa de Reemplazo α respecto de la edad laboral.

La Crisis en Los Planes de Pensiones

Para plantear porqué el Modelo de Contribución Definida no termina de solventar las deficiencias de Beneficio Definido, (Merton, 2014) comenta, “Nuestra aproximación del ahorro está equivocada: Necesitamos pensar en función del ingreso mensual no del patrimonio neto”.

El planteamiento realizado (Merton, 2014), ***nos acerca en mayor medida al esquema de un ciclo de vida, no a un patrimonio neto que deberá constituirse a lo largo del tiempo***; si bien este último punto es el objetivo, la manera en que la mayoría de los individuos puedan considerar el ahorro como un punto realmente importante radica en el hecho de que se concienticen sobre el ingreso mensual y el consumo que tendrán en la edad de retiro.

En su artículo Merton indica que en la década del año 2000, existió el mayor éxodo de sistemas de Beneficio Definido hacia el modelo de Contribución Definida, donde básicamente se transfería el riesgo de las compañías asociadas por los pasivos de los trabajadores (*liabilities*) hacia este último, es decir ahora el riesgo de tener una tasa de reemplazo óptima dependerá del trabajador y el dinero será administrado por los fondos de pensiones (en el caso de EU privados) y de los cuales menciona, en muchos de los casos no tienen los conocimientos necesarios en materia de inversiones. Merton plantea que lo más peligroso de los esquemas de Contribución Definida es moverse lejos del ingreso para el retiro y enfocarse en el retorno de las inversiones y de esta manera las Decisiones de inversión está ligadas al valor de los fondos, los retornos que los distintos fondos ofrecen en comparación a los demás y la volatilidad asociada a dichos retornos, todo enfocado como un mecanismo de competencia en materia de administradores de fondos para el retiro. Por lo tanto,

aún permanece el mismo cuestionamiento en los trabajadores, ¿se obtendrá el ingreso necesario para afrontar el retiro y tener una vida cómoda?

Con en el nuevo enfoque Merton menciona que claramente el riesgo asociado al retorno esperado es la principal variable en la decisión de inversión y no está asociado directamente a los objetivos de los trabajadores en la edad de retiro o medido en unidades que sean comparables a unidades de retiro; ***en nuestro enfoque del esquema del Modelo de Ciclo de vida estas unidades corresponderían a la tasa de reemplazo en función del rendimiento asociado.***

El verdadero Significado del Riesgo en el Retiro

El “origen” de la reciente crisis de pensiones en el modelo de Contribución Definida, reside en el hecho de que las decisiones de inversión están hechas con una mala interpretación de vista al riesgo. Por ejemplo, cuando la maximización de la riqueza es el objetivo de la acumulación para el retiro, normalmente se puede decir que la inversión en “tasas de gobierno” como cetes o bonos M, pueden ser considerados como activos Libres de Riesgo. Pero cuando recordamos nuestro análisis con Vasicek, nos damos cuenta de que incluso la tasa histórica del bono de referencia de 10 años presenta una gran volatilidad y por lo tanto cuando medimos dicha volatilidad en la implicación que tendrá en el retiro (cuánto recibirá anualmente si la inversión se convierte en una cadena de pagos), se puede ver claramente que la referencia del Bono M de 10 años o incluso un Cete⁵ es un instrumento riesgoso. Por lo que podemos mencionar lo siguiente:

El problema de Riesgo	¿Qué está pasando?	Enfoque Adoptado
El paso hacia la administración de planes de pensión de Contribución Definida ha incrementado la probabilidad de una crisis de pensiones en el futuro a medida que las personas comienzan a retirarse.	Los fondos de pensiones son invertidos para maximizar la ganancia de capital a la edad de retiro (un objetivo impuesto por los reguladores). Pero el objetivo de la mayoría de los trabajadores es tener un nivel adecuado de tasa de reemplazo. El desajuste entre los objetivos descritos implica que los activos “libres de riesgo” pueden ser muy riesgosos en cuanto a ingresos futuros en la edad de retiro.	Las nuevas prácticas de inversión y la regulación necesitan cambiar a dar prioridad al ingreso en la edad de retiro en lugar de las ganancias de capital. De igual forma la comunicación necesita ser más clara para que los ahorradores tengan un mayor entendimiento hacia el objetivo del ingreso futuro y no a los rendimientos de las inversiones (el objetivo de la presente tesis).

Una estrategia de inversión enfocada al ingreso

Básicamente el entorno de inversión podría mantenerse con un enfoque general de teoría de portafolios, con una mezcla de portafolios riesgosos (capitales) y activos libres de riesgo (deuda soberana) buscando optimizar las decisiones de inversión, pero con diferencias notables:

- I. **El riesgo debe ser definido desde una perspectiva de ingreso**
- II. **Los activos libres de riesgo deben ser anualidades diferidas indexadas a la inflación**

⁵ Los Bonos M son cadenas de Cetes con pagos periódicos en cupones de seis meses.

El tipo de inversión planteada, mejor conocida como “*Liability-driven Investment strategy*” bien puede ser considerada una estrategia de inmunización y es equivalente a la protección que se tenía por parte de una aseguradora a un fondo de pensiones bajo un esquema de beneficio definido. Lo que realmente significa, en términos prácticos, en ***cambiar de un enfoque de retiro basado en acumular ganancias, hacia uno que garantice un ingreso de retiro para la edad de jubilación de los trabajadores, en un esquema de contribución definida.***

El enfoque de administración de riesgos

Tomando como referencia el enfoque de Administración de Riesgos, una forma sintética de plasmar cada una de las problemáticas descritas y que tienen impacto en el ahorro de los trabajadores y posteriormente en su retiro pueden ser descritas en los siguientes diez puntos (diBartolomeo, 2012):

- I. El Riesgo enfocado hacia el futuro no hacia el pasado.
El riesgo debe considerarse en la edad de retiro, cambiar el enfoque al ingreso futuro en lugar de solo ver la volatilidad del rendimiento actual.
- II. No se puede ignorar lo mejor de lo que conocemos actualmente.
En el mayor de los casos nuestro portafolio actual es el mejor estimador de la composición de nuestro portafolio para el futuro previsible.
- III. ¿Cuál es el horizonte de tiempo para el Riesgo?
Con base en el punto anterior, es necesario construir un portafolio con un horizonte de inversión futuro, pensando en el ingreso a la edad de retiro.
- IV. El 100% de nuestro portafolio tiene Riesgo incluso aunque no podamos verlo.
Retomando el enfoque de la inversión libre de riesgo, aun esta puede ser muy riesgosa sino cumple con las expectativas de ingreso futuro.
- V. Los *Hedge Funds*⁶, Derivados y el Riesgo trascienden en el tiempo.
Un valor de mercado cercano a cero hará que la posición de futuros parezca intrascendente cuando en realidad aumenta el riesgo de la cartera. Como se indicó anteriormente, las evaluaciones de riesgo para un fondo de pensiones deben incorporar el 100% de los activos del fondo, incluidas las alternativas no líquidas, incluyendo derivados y *Hedge Funds*.
- VI. El riesgo asociado al Manejo Activo del fondo de pensiones.
A menos que hagamos la suposición de que un fondo de pensiones tiene un “Tasa de éxito” del 100% en la contratación de administradores de activos; evaluar el riesgo de los manejadores activos requieren una medida más amplia que incorpora tanto la dispersión de los rendimientos alrededor de su media como el potencial de que la media sea negativa

⁶ Un *Hedge Fund* es un fondo de inversiones alternativas sujeto a una menor regulación que una sociedad de inversión o *ETFs*, los cuales generalmente solo aceptan grandes inversionistas denominados Wealth Magement. Cabe mencionar que la inversión en *Hedge Funds* no aplica en los esquemas generales mexicanos.

en el futuro (la posibilidad de rendimientos futuros negativos sobre una referencia o *benchmark*).

- VII. Los fondos de Pensión pagan los recursos con Efectivo (Cash) no con Activos invertidos, por lo tanto, la liquidez importa.
El riesgo del portafolio es una función, no solo de las ponderaciones del mismo, sino también del valor monetario del portafolio, ya que cuanto más grandes son las posiciones, mayores serán los costos esperados de liquidación.
- VIII. Los fondos de Pensiones no pagan los recursos con dinero relativo a un portafolio de referencia o *Benchmark*.

Los riesgos generales del fondo de pensiones deben considerarse de una manera relativa al Pasivo, donde el punto de referencia no es la política interna (*Benchmark*), sino un índice de “bonos personalizados” que replica la estructura de flujo de efectivo de las obligaciones de pensiones.

- IX. Existen riesgos de Fondeo y Garantías financieras.
Es poco probable encontrar un plan de pensiones cuya política de inversión sobre gestión de riesgos reconozca la acumulación de riesgo específico del emisor en caso de falta de financiación.
- X. No solo debes medir el Riesgo, ¡se tiene que manejar el Riesgo!
En la medida en que las políticas del fondo especifiquen un nivel mínimo de fondeo (**funding Risk**), podemos formular limitaciones de riesgo de tal manera que la probabilidad de que el primer paso de violar el piso de fondeo esté en un nivel aceptablemente bajo. Debe tomar una postura activa de riesgo y eliminar la perspectiva pasiva de las áreas de administración del riesgo.

CAPÍTULO 3

PROPUESTA

Debido a que los individuos no viven para siempre el modelo que más se adapta a la carrera salarial de un trabajador en un esquema de DC es el enfoque de Ciclo de Vida, de igual forma los trabajadores de un fondo DC tienen ciclos de vida finitos. Además, los activos en los cuales se tienen invertidos los recursos de los trabajadores sufren la volatilidad de los efectos macroeconómicos. El modelo de **Target Date Fund**, es el modelo planteado como solución al problema actual que enfrenta el envejecimiento de la población, la disminución en las tasas de fecundidad y sobre todo la crisis que atraviesan los sistemas de Beneficio Definido y las áreas de oportunidad inmersas en el modelo tradicional de Contribución Definida.

Por lo tanto, el modelo propuesto en el presente trabajo como una solución a las deficiencias actuales del modelo de Contribución Definida y la extinción del modelo de Beneficio definido se concibe como un modelo híbrido, tomando lo mejor de ambos esquemas y contemplando los siguientes pasos en su desarrollo e implementación:

1. **Análisis Demográfico** – Propuesta: Modelo de Pasivo Teórico mediante el enfoque de ciclo de vida.
2. **Definición de Macro individuos**: Es más fácil trabajar con individuos “promedio” que representen las características de la población que con millones de individuos.
3. **Contribuciones** para los trabajadores bajo el régimen 97 de las Afores en México.
4. **Constitución de un Bono de pagos fijos** en la edad de retiro consecuencia del Pasivo Teórico
5. **Enfoque de Asset Allocation para inmunización del Pasivo Teórico** considerando el enfoque de *Target Date Funds*.

Análisis demográfico – Propuesta: Modelo de pasivo teórico

La manera más apropiada para el entorno cambiante, bajas tasas de contribución, alta volatilidad en los mercados financieros, cambios macroeconómicos, incluidas crisis financieras y ahora la más reciente crisis ocasionada por la pandemia del COVID19, se ha propuesto un modelo de gestión bajo el esquema de ciclos de vida o *Target Date Funds*, el cual se fundamenta principalmente en:

1. El objetivo es maximizar la pensión esperada a un nivel de riesgo aceptable, alineando los intereses del fondo y el ahorrador.
2. Suavizar la transición del perfil de riesgo de las inversiones a lo largo del tiempo.
3. El nuevo modelo implica que el riesgo asociado con rendimientos inferiores de inversión es diferente en las distintas temporalidades de la trayectoria o ciclo de inversión

4. La trayectoria de inversión (ciclo de vida) contemplará la interacción entre tiempo, riesgo, retorno y asignación de activos en función de maximizar la pensión esperada del trabajador

Como se ha mencionado el modelo propuesto parte del fundamente de Contribución Definida, como el ingreso que será obtenido a la edad de retiro o un retorno sobre las contribuciones realizadas durante la trayectoria laboral de los afiliados, teniendo como única garantía explícita la contribución $c(s)$ al fondo correspondiente a cada subcuenta de ahorro (CONSAR, 2022), tal que, si la tasa de retorno $g(s)$ es alta, el monto acumulado en la contribución a la subcuenta aumentará implicando una pensión mayor.

Retomando la ecuación genérica en tiempo continuo para denotar el ingreso futuro que será obtenido mediante un método de contribución definida tenemos:

$$\text{Ingreso DC (Contribucion definida)} = \frac{\int_0^T c(s)e^{g(s)(T-s)}w(s)}{\bar{a}_x}$$

Donde:

$c(s)$ = Tasa de contribución de salario

$w(s)$ = Salario del trabajador

$g(s)$ = Tasa de Retorno

T = Edad de retiro

s = tiempo

De modo tal que la ecuación anterior, define “la pensión esperada” bajo un método de contribución definida después de T años (*Edad de retiro*) de cotización en un plan de pensiones, traído a valor presente por un factor de anualidad \bar{a}_x que convierte la suma de todas las contribuciones en un flujo de pagos periódicos o Pensión.

Una vez planteados las variables dentro del esquema continuo obtenemos una aproximación “discreta” del monto acumulado de las contribuciones a la edad de retiro, considerando efectos netos en el retorno y Cuota Social (en el esquema Mexicano de las Afores), el modelo se transforma a la siguiente ecuación:

$$M_{T,p,i} = \sum_{t=1}^T (M_{t-1} + C_t) * (1 + R_t^{Pi})$$

Sistema de pensiones públicas bajo el método de contribución definida en México: Afores

En tiempo discreto la ecuación para el modelo de Contribución Definida aplicado al entorno mexicano, comprenden los siguientes conceptos:

Las Afores son Administradoras de Fondos Para el Retiro, las cuales constituyen empresas privadas que manejan vehículos destinados a invertir los recursos de los trabajadores bajo el esquema de contribución definida. Dichos vehículos se denominan Siefores (Sociedades de Inversión de fondos para el retiro) y son el equivalente de un Fondo Mutuo (*Mutual Fund*)⁷ que administra los recursos de los trabajadores afiliados con seguridad social y los invierte de manera discrecional en función de un horizonte de inversión correspondiente a la edad de trabajador con el objetivo de acumular los rendimientos sobre los activos financieros bajo un marco o Régimen de Inversión y siguiente un Benchmark o portafolio de referencia.

El principal ahorro que lleva las Afores y a sus vehículos *Siefores* proviene de las aportaciones obligatorias destinadas al ahorro para el retiro y que son proporcionadas de la siguiente forma (CONSAR, 2022):

- i. El trabajador aporta 1.125%
- ii. El gobierno Federal aporta 0.225% + Cuota Social (CONSAR, 2022)
- iii. La empresa aporta el 5.150%

Definición de Macro individuos.

Tomando como base la población de afiliados en Afore Azteca⁸, la ecuación en tiempo discreto de un fondo de contribución definida y el planteamiento mediante ciclos de vida en búsqueda de la optimización de las tasas de reemplazo a partir de dichas contribuciones y la tasa de rendimiento como una variable estocástica; se determinaron como indispensables las siguientes variables demográficas en el planteamiento del modelo para la obtención del pasivo teórico de Afore Azteca:

- a) Edad
- b) Salario
- c) Densidad de cotización
- d) Sexo
- e) Régimen
- f) Longevidad
- g) Supervivencia vs muerte

Con base en las variables planteadas, el salario, densidad de cotización, longevidad y como consecuencia la expectativa de supervivencia, son variables contingentes; de modo tal que a partir de la base de datos de afiliados en Afore Azteca se planteó una agrupación mediante conglomerados (*Clustering*) como una herramienta en la formación de conjuntos de individuos que compartirán

⁷ Fondos Mutuos: Son un vehículo popular para inversionistas pequeños en las cuales se tienen acciones sobre un determinado fondo, las cuales determinan una participación de este. Los fondos pueden variar su objetivo referencia y duración de los activos que lo componen.

⁸ Se eligió Afore Azteca por tener la distribución de población con una mayor correlación a la población general mexicana

características similares, adicionales a su Edad, Sexo y Régimen de cotización al sistema de pensiones, formando de esta manera el sujeto “Promedio”.

Método de Conglomerados (Clustering)

El propósito del análisis de conglomerados es colocar objetos en grupos o conglomerados sugeridos por los datos, de modo que los objetos en un conglomerado dado tienden a ser similares entre sí en algún sentido, y los objetos en diferentes conglomerados tienden a ser distintos. Otra aplicación del método de conglomerados es usar dicho análisis para resumir datos en lugar de encontrar conglomerados "naturales" o "reales".

Mediante el uso de conglomerados se plantea la obtención de “sujetos tipo” al dividir su población en grupos determinados por el salario y las generaciones planteadas en la regulación Consar (10 generaciones para cada fondo o siefore fragmentados en grupos de generaciones de 5 años o quinquenales); asimismo mediante ordenaciones jerárquicas se plantearon agrupaciones de individuos que compartían características similares formando conglomerados, para que de esta forma se pudieran resumir los datos iniciales de análisis y posteriormente generalizarlos al resto de la población.

En la formación de los grupos homogéneos se determinaron Conglomerados jerárquicos debido a que este tipo de *clusters* son organizados de tal manera que cada grupo puede estar completamente contenido dentro de otro; de esta manera y como ejemplo se puede mencionar que existen distintos grupos de personas con salarios similares, pero todos incluidos en la generación quinquenal correspondiente. Cabe mencionar que se utilizó la *distancia euclidiana* como medida de distancia entre cada individuo en la formación de conglomerados.

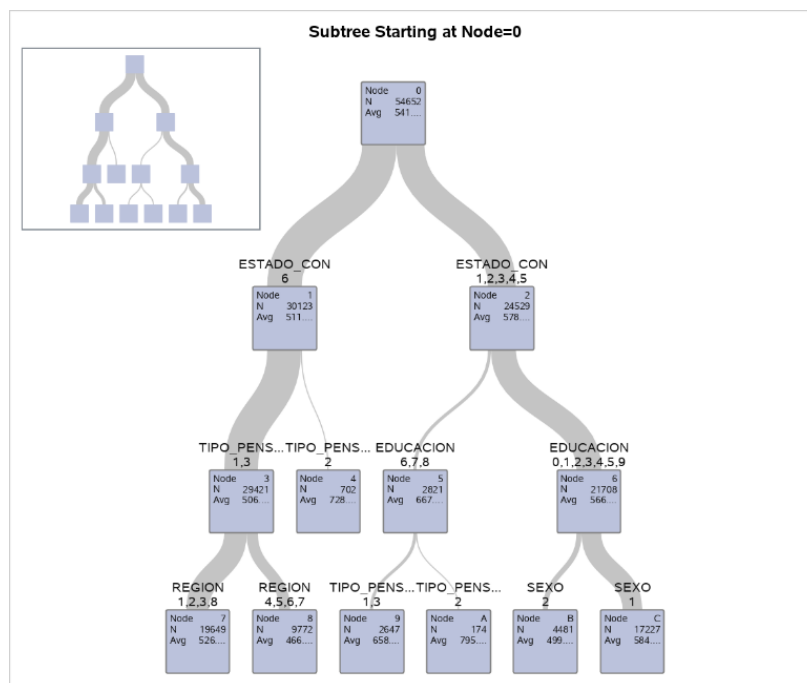
Ahora bien, para “ayudar” en la generación de grupos, se utilizó una discriminación en función de distintas características que otorguen la mejor selección de los afiliados en la formación de los grupos por edad mediante Arboles de decisión y de esta manera se pudieron crear conjuntos de datos de salida que contienen los resultados de agrupamiento jerárquico como una estructura de árbol.

Las variables que resultaron ser las más representativas en la agrupación de los salarios y en la determinación de la carrera salarial son las siguientes:

- Educación
- Sexo
- Tipo de pensión
- Región
- Estado civil

Utilizando una relación numérica de las variables observadas se muestran los siguientes resultados en la formación de grupos:

Tabla 11: Árbol de decisión formado con variables propuestas



Fuente: Calculo en SAS, con datos históricos de variables para los afiliados en Afore Azteca

Tabla 12: Variables propuestas: Categoría vs Valor

Categoría	Valor
0	Ninguno
1	Preescolar
2	Primaria
3	Secundaria
4	Preparatoria o bachillerato
5	Normal
6	Carrera técnica
7	Profesional
8	Maestría
9	Doctorado

Categoría	Valor
1	Región Noroeste
2	Región Noreste
3	Región Occidente
4	Región Oriente
5	Región Centronorte
6	Región Centrosur
7	Región Suroeste
8	Región Sureste

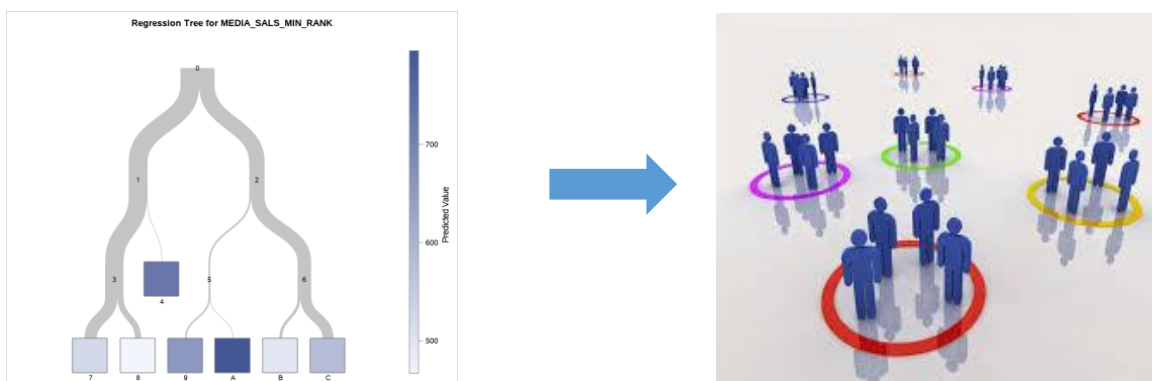
Categoría	Valor
1	IMSS
2	ISSSTE
3	Otras
4	No recibe

Categoría	Valor
1	Hombre
2	Mujer

Categoría	Valor
1	Vive con su pareja en unión libre
2	Está separado(a)
3	Está divorciado(a)
4	Está viudo(a)
5	Está casado(a)
6	Está soltero(a)

Fuente: Diccionario de datos, clasificación de Afore Azteca

Tabla 13: Proceso de formación de conglomerados



Fuente: Esquema descriptivo en la generación de Conglomerados (*Clustering*)

Contribuciones para los trabajadores bajo el régimen 97 de las Afores en México.

Debido a que en el ciclo del afiliado dentro de una afore en su edad laboral puede sufrir cambios en función de distintos factores se contempló el siguiente diagrama entre las dos fechas principales dentro del análisis; *Afiliación* y *Jubilación*; donde el primer concepto corresponde cuando el individuo ingresa a un plan de pensiones bajo el esquema de Afore (Contribución definida) mediante una subcuenta de aportaciones; mientras que el periodo de *Jubilación* corresponde a partir de la edad de retiro tal y como se ha mencionado en el presente trabajo. Para tener un mayor detalle en cuanto al proceso que se tiene actualmente para la administración, manejo e inversión de los recursos de los trabajadores afiliados al seguro social (IMSS o ISSSTE) se tienen los siguientes conceptos:

- i. *Población económicamente activa PEA*: Consiste en el sector de la población que se encuentra en edad laboral y que se encuentra disponible o en busca de trabajo (desocupado) y los que actualmente están laborando en alguna institución en la que realicen aportaciones a la subcuenta de ahorro destinada al fondo de contribución definida (ocupados).
- ii. *Afores y Siefores*: De igual forma existen al momento del presente estudio 10 Afores o Administradoras de fondo para el retiro, las cuales son empresas privadas que administran *Siefores* o Sociedades de inversión de fondos para el retiro denominadas “Sociedades Bursátiles” y que son las encargadas de la administración e inversión de los recursos obtenidos de las contribuciones de los trabajadores. Los recursos son invertidos en mercados bursátiles locales y extranjeros además de invertirse en proyectos de inversión en mercados de capital privado⁹.

⁹ El capital privado (Private Equity) es un tipo de inversión alternativa generalmente utilizada en grandes inversionistas e instituciones sobre el cual se adquieren acciones que no son públicas a cambio de la inversión en el fondo y sobre el cual se cobran comisiones de administración y sobre los rendimientos otorgados.

- iii. *Aportaciones Monetarias*: Los recursos (aportaciones monetarias) provienen de las cuotas por concepto de Retiro, Cesantía en Edad Avanzada y Vejez (RCV) y de aportaciones voluntarias, que son abonadas ya sea por el mismo trabajador, por el patrón o por el gobierno federal (según corresponda). Cabe mencionar que los trabajadores también reciben aportaciones en la subcuenta de Vivienda, sin embargo, estos recursos no son administrados por las AFORE, son administrados por el INFONAVIT (CONSAR, 2022).

Tabla 14: Detalle de aportaciones bajo la Ley del SAR (Sistemas de ahorro para el retiro) en México

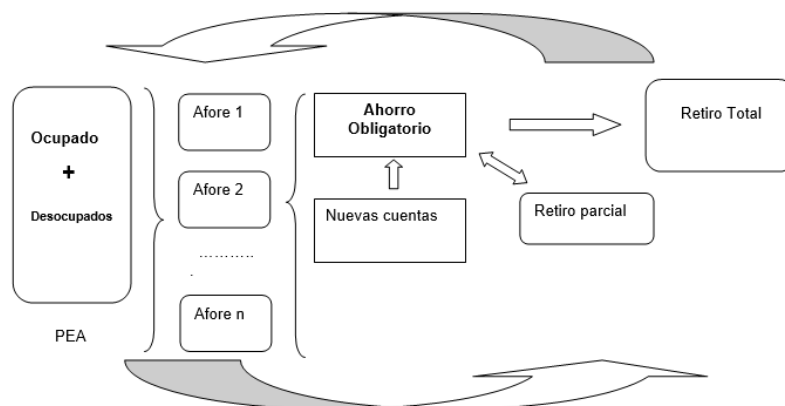
Subcuenta	Ramo	¿Quién(es) aportan?	Porcentaje total de aportación
Subcuenta del Retiro, Cesantía en Edad Avanzada y Vejez (RCV)	Cesantía en Edad Avanzada y Vejez	<ul style="list-style-type: none"> • Patrón + 3.150% • Trabajador + 1.125% • Gobierno Federal + 0.225% 	6.5% del salario base de cotización
	Retiro	<ul style="list-style-type: none"> • Patrón + 2% • 6.5% 	
	Cuota Social	Gobierno Federal	Depende del salario del trabajador y es adicional al 6.5% de RCV
Subcuenta de Aportaciones Voluntarias	Aportaciones Voluntarias	Pueden aportar patrón y trabajador	Voluntario
Subcuenta de Vivienda	Vivienda (Lo administra el INFONAVIT)	Patrón	5% del salario base de cotización

Fuente: Portal de la Consar

- iv. Ahorro obligatorio: El ahorro que se toma de los descuentos salariales por parte del empleador y que son destinados a la subcuenta del trabajador, incluyendo cuota social
- v. Traspaso entre administradoras (Afores): El trabajador afiliado al esquema de contribución definida al final es un “cliente” que puede elegir cambiar sus recursos a otra administradora (Afore)
- vi. Retiros parciales: Existen distintos retiros que pueden realizarse a lo largo de la vida del trabajador con ciertos lineamientos (CONSAR, 2022), algunos de estos son retiro por desempleo e invalidez.
- vii. Retiro por jubilación (Retiro Total): El retiro que se realiza cuando se alcanza la edad de retiro, actualmente en 65 años
- viii. Ahorros complementarios (corto y largo plazo): También denominado Aportaciones voluntarias y son aquellas que el trabajador puede hacer para complementar su ahorro obligatorio y obtener una mayor contribución a la edad de retiro (largo plazo) y aquellas disponibles en algunas administradoras que funcionan como un fondo de inversión con horizontes de retiro como por ejemplo cada 6 meses.

Por lo tanto, podríamos resumir el enfoque considerando el siguiente diagrama:

Tabla 15: Proceso operativo Afores



Constitución del Bono de pagos fijos en la edad de retiro consecuencia del Pasivo Teórico

Una vez que fue analizada la población y formados los grupos homogéneos por edad, la variable con mayor relevancia dentro del modelo de contribución definida es la *densidad de cotización*. Motivo por el cual se procedió a realizar el análisis bajo tres distintos esquemas:

- Individuos Activos¹⁰ no sujetos a pensión
- Individuos Activos sujetos a pensión
- Individuos No Activos

El proceso realizado fue el siguiente:

1. Se obtiene las aportaciones históricas de los afiliados activos de la fecha de cálculo, para determinar el salario anual
2. Obtenemos la suma del saldo total bajo los conceptos de RCV (retiro, cesantía y vejes) y Cuota Social (CS) por afiliado activo
3. Se calcula la suma del saldo total por solo los conceptos de RCV (retiro, cesantía y vejes) y Cuota Social (CS) por afiliado activo del último año

¹⁰ Los sujetos denominados activos son los que realizaron contribuciones al menos el último año contado hasta la fecha de análisis (julio 2019)

Tabla 16: Distribución Poblacional Afore Azteca por edad

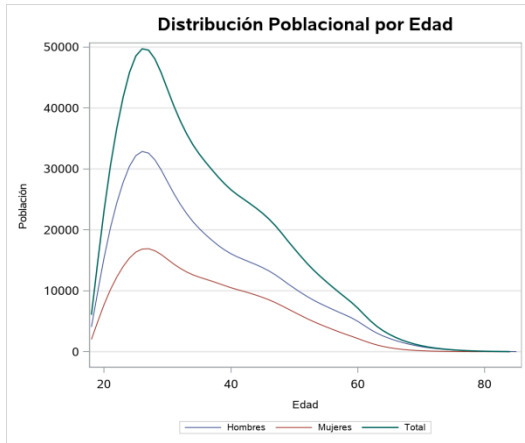


Tabla 17: Saldo Promedio por edad en Afore Azteca

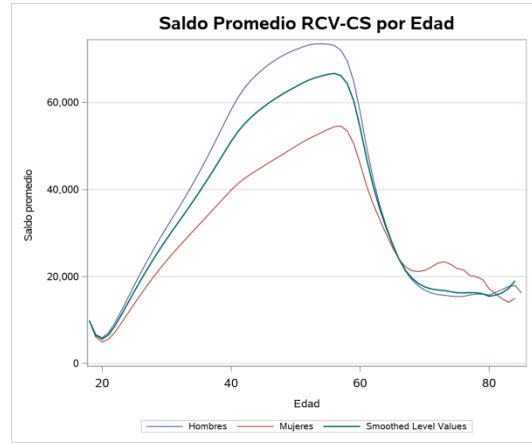
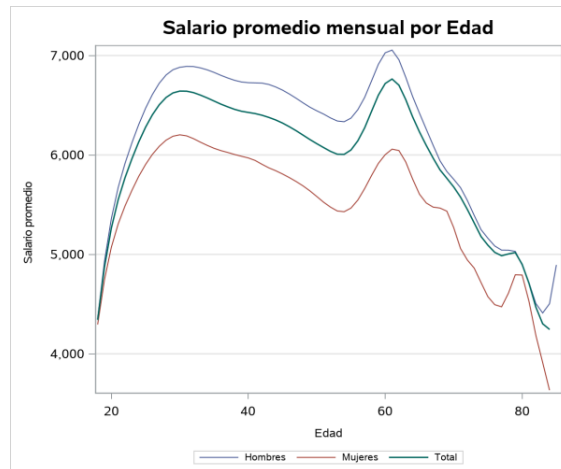


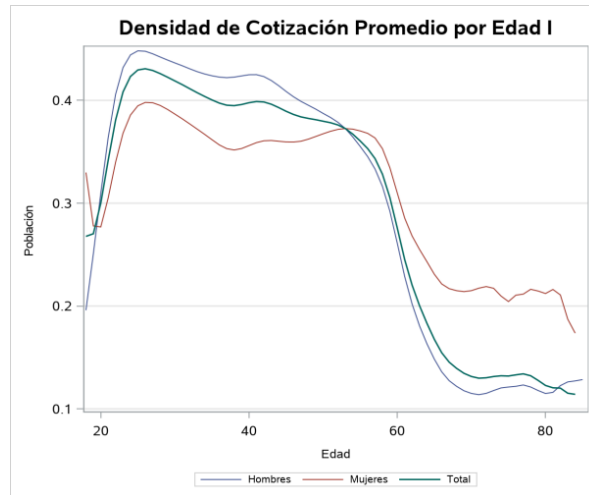
Tabla 18: Salario promedio Mensual por edad en Afore Azteca



Fuente: Cálculos realizados en SAS a partir de la información obtenida de las bases de datos de Afore Azteca

- Se realizó la estimación de la densidad de cotización teniendo como “nodo” inicial los individuos más cercanos a la edad de retiro. La densidad de cotización de los grupos de edades para cada individuo se obtuvo con base en la optimización de las semanas cotizadas desde edad de afiliación y la mediana de su salario a lo largo de la carrera laboral:

Tabla 19: Densidad de cotización promedio por Edad en Afore Azteca



Fuente: Cálculos realizados en SAS a partir de la información obtenida de las bases de datos de Afore Azteca

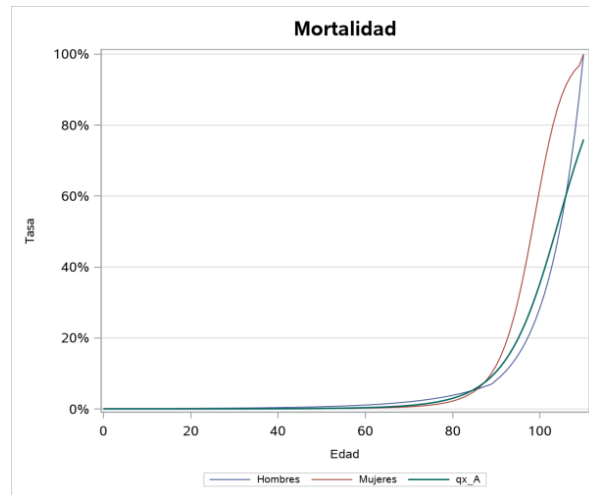
5. A partir de los nodos superiores (65 años y más), se trazaron de forma retrospectiva cada una de las densidades de población hasta las personas más jóvenes dentro de Afore Azteca.
 - a. Cabe mencionar que a los resultados se les aplicó un suavizamiento mediante la metodología del filtro de *Hodrick-Prescott* (Rutovitz, 2014).
 - b. El filtro HP (*Hodrick-Prescott*) separa una serie de tiempo y_t en un componente de tendencia T_t y un componente cíclico C_t de manera que $y_t = T_t + C_t$. Es equivalente a una *spline* cúbica más suave:

$$\sum_{t=1}^m C_t^2 + \lambda \sum_{t=2}^{m-1} ((T_{t+1} - T_t) - (T_t - T_{t-1}))^2$$

Donde m es el número de la muestra y λ ese parámetro de suavizamiento

- c. La esperanza de vida se tomó en función de la tabla de mortalidad publicada en el ANEXO 5.3.3-a de la Circular Única de Seguros

Tabla 20: Mortalidad de Afiliados en Afore Azteca



Fuente: Cálculos realizados en SAS a partir de la información obtenida de las bases de datos de Afore Azteca

6. Con base en las tasas medias de rendimiento históricas y la mediana de los salarios se estimaron las contribuciones hasta la edad de retiro (considerando la ecuación en tiempo discreto de un modelo de contribución definida)
7. Una vez que bajo el modelo descrito cada individuo (nodo) alcanzó la edad de retiro se proyectaron los pagos futuros en función de la esperanza de vida, densidad de cotización (encontrada considerando optimización) y monto acumulado:
 - a. Se realizarán pagos periódicos en función de una anualidad contingente una vez que se alcance la edad de retiro siempre que los individuos alcancen las semanas mínimas de cotización en función de su densidad de contribución
 - b. Se devolverá el monto acumulado para aquellos activos / inactivos que no alcancen el número mínimo de semanas de cotización

$$\sum_{t=0}^m M_{T,p,i} - C_i$$

Sujeto a:

$$\left\{ \begin{array}{ll} C_{i,j} & \text{si } t \geq 65 \text{ y sujetos a pensión} \\ C_{i,j} = M_{T,p,i} & \text{si } t \geq 65 \text{ y no sujetos a pensión} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{array} \right.$$

Con base en la proyección de pagos futuros en función de la edad actual considerando clientes activos y no activos se obtuvieron las siguientes distribuciones. Es importante destacar que solo

aquellos clientes que con base en el régimen actual de la ley del SAR alcanzan las semanas mínimas de cotización se consideran en **activos- pensión**; el resto tendrá salidas de flujos cuando alcen la edad de retiro, pero no podrán disponer de pagos periódicos por concepto de anualidad (pensión):

Tabla 21: Retiros 18-65 años (activos - no pensión)

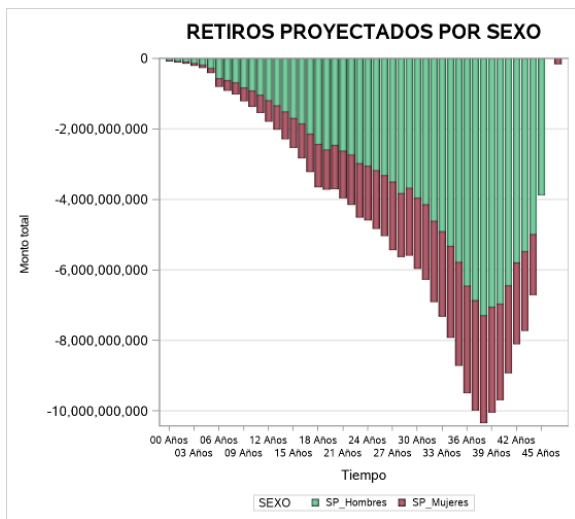


Tabla 22: Retiros 18-65 años (activos- pensión)

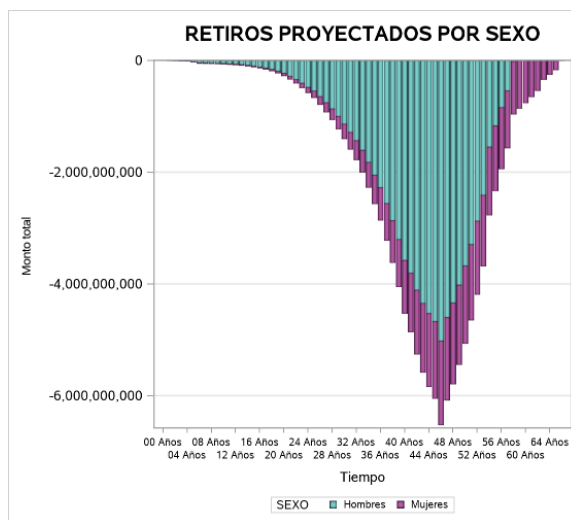
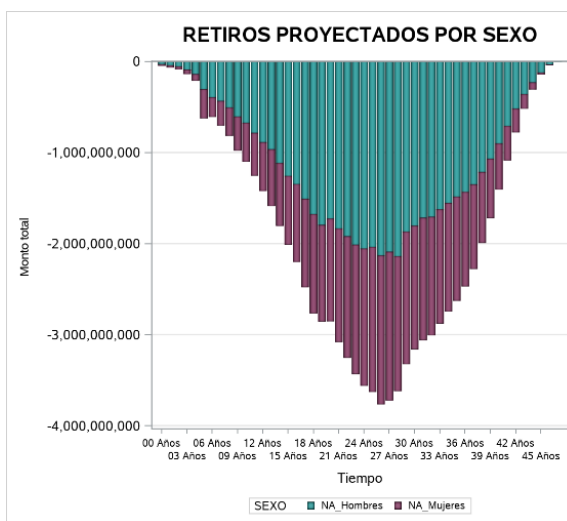


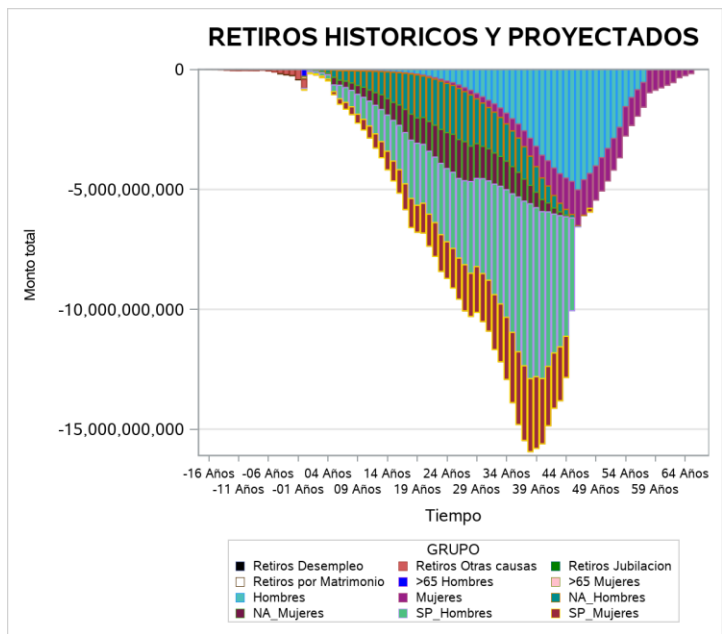
Tabla 23: Retiros 18-65 (inactivos)



Fuente: Cálculos realizados en SAS a partir de la información obtenida de las bases de datos de Afore Azteca

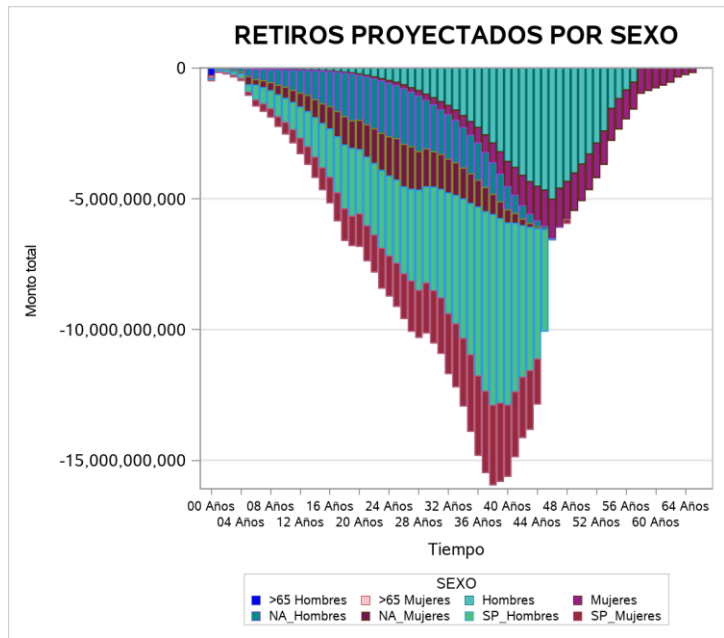
Ahora bien, realizando la superposición de todas las distribuciones de retiros obtenidas se construye la Distribución Total de Retiros Proyectados:

Tabla 24: Retiros totales proyectados



Fuente: Unificación de todos los retiros descritos en entre la ilustración 21-23 considerando también datos históricos de Afore Azteca

Tabla 25: Total, retiros proyectados (por tipo de retiro)



Fuente: Unificación de todos los retiros descritos en entre la ilustración 21-23 considerando también datos históricos de Afore Azteca, catalogados por la variable sexo

En el punto anterior se ha podido modelar el “Bono Teórico” planteado, mediante el modelo de “Ciclo de Vida” y tomando en consideración el concepto de inflación que ha sido abordado en la presente tesis. Ahora bien, para inmunizar los flujos futuros que serán pagados es necesario utilizar un Curva de Tasas¹¹ y teniendo en consideración que uno de los principales riesgos consiste en el riesgo sobre inflación que, el proceso es traer a valor presente los flujos proyectados bajo la Curva Real gubernamental mexicana, conocida como la curva de *Udibonos*, los cuales son instrumentos de tasa fija ligados a la inflación del país mediante la UDI (BANXICO, 1995).

8. Con la tasa real de bonos gubernamentales se obtuvo el valor presente y Duración de los flujos proyectados (retiros) tanto totales y parciales, incluidos aquellos que son sujetos para obtener renta vitalicia (pensión) como aquellos que no alcanzan pensión.
9. Como último paso en la construcción del bono teórico se calculó la Duración del Bono Teórico con el objetivo de construir un portafolio que pueda inmunizar el riesgo asociado a la variación de las tasas de interés correspondiente a las tasas reales:

Tabla 26: Resultados de inmunización del portafolio

Tipo	Monto	VP_FLUJOS	DURACION_PASIVO
No activos	- 88,038,128,026.98	- 25,995,624,608.07	15.35
Activos sin pensión	-205,305,990,326.75		
Activos con pensión	-120,094,629,107.70		
Mayores a 65 (activos y no activos)	- 370,233,533.83		
Total			
	- 413,808,980,995.26		
Saldo Actual Total			
	- 71,108,409,402.91		
Registros totales			
	3,120,040		

Fuente: Cálculos realizados en SAS que muestran los flujos descritos en la Ilustración 24, descontados a valor presente considerando la curva de Udibonos además del cálculo de la duración de los pasivos.

¹¹ Una Curva de Tasas de Interés, es la ordenación de distintas tasas de interés en diversos plazos conocidos como nodos. Para el presente trabajo se utilizó la curva de Udibonos publicada por (Valmer, Grupo BMV, 2022)

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Las reformas a los planes de pensiones (transitar de modelos de beneficio definido hacia contribución definida) en las últimas décadas han tenido principalmente tres objetivos clave (Gregorio Impravido, 2010):

- I. Mejorar las características actuariales del sistema de pensiones de manera que también aumente su equidad intergeneracional.
- II. Reducir el beneficio definido (BD) y aumentar el componente de contribución definida (CD) en el financiamiento de los ingresos para el retiro con los objetivos (entre otros) de (a) diversificar los mecanismos de financiamiento de las pensiones, (b) fortalecer el componente de suavización del consumo del sistema, y (c) aumentar la rentabilidad ajustada al riesgo de las contribuciones a las pensiones.
- III. Incrementar el nivel de financiamiento en el sistema como un medio para incrementar el valor de la garantía detrás de la promesa de pensión y para promover el ahorro nacional.

En Estados Unidos, “el sistema” es cada vez más un sistema de *CD*, en lugar de un sistema de *DB*. Australia es probablemente el país que se encuentra más avanzado en el camino hacia la *CD*, y entre las principales economías desarrolladas, Japón parece ser la más comprometida con la retención de la *DB* (Don Ezra, 2009).

La existencia de reformas sistémicas a los planes de pensiones ha introducido segundos pilares obligatorios en muchos países de América Latina y Europa del Este en las últimas tres décadas. Todas estas reformas han compartido la siguiente característica: todavía se requiere que los trabajadores individuales participen, pero el estado esencialmente ha reducido su papel como agente de financiamiento y como proveedor de servicios de pensiones. En el segundo pilar, los participantes deben comprar servicios de una variedad de proveedores del sector público o privado, todos operando en competencia entre sí. En otras palabras, las reformas han creado un cuasi mercado de servicios de pensiones. En el caso mexicano este cuasi mercado corresponde al mercado de las Afores, mientras que en algunos otros países de América Latina corresponde a las AFPs.

Un mercado que funcione bien para las pensiones de *CD* (Contribución Definida) obligatorias requiere que los consumidores reaccionen a los parámetros de precios relevantes, como las tasas administrativas y las tasas brutas de rendimiento. De acuerdo con (Gregorio Impravido, 2010), existen fuertes evidencias que indican un comportamiento distinto para que el mercado de Contribución Definida funcione de una mejor manera. En Argentina, por ejemplo, alrededor del 80% de los nuevos miembros fueron asignados a empresas de pensiones por la agencia supervisora de pensiones en 2006. En México, el 74% de los nuevos miembros en 2006 fueron asignados automáticamente a una administradora de fondos de pensiones (*AFORE*). De manera similar, en Chile, el regulador había asignado automáticamente alrededor del 70% de los 8,63 millones de personas registradas en abril de 2007 (Gregorio Impravido, 2010).

Los modelos de contribución descritos en la presente tesis muestran aciertos, sin embargo, es importante destacar las deficiencias de ambos esquemas:

Deficiencias en el modelo de Beneficio Definido

Como se definió en el apartado demográfico, la población actual se encuentra muy lejos de cumplir con el enfoque de ser una Población Estacionaria, además de tener un notable incremento en la longevidad de los individuos que la componen, lo que implica un aumento importante en la Esperanza de vida, un descenso notable en la probabilidad de muerte y tasas de fertilidad cada vez más bajas en la mayor parte del mundo, lo que a su vez también implica un *old-age dependency ratio* mayor. De igual forma la presión inflacionaria sobre el consumo tanto en edad de trabajo, pero principalmente en la edad de retiro obliga a buscar una mayor tasa de rendimiento, que durante entornos volátiles de los mercados financieros tiene un impacto directo en las tasas; por lo que, en conjunto, cada uno de los problemas mencionados presiona el enfoque de los Planes Fondeados y concretamente los esquemas de pensiones conocidos como Beneficio Definido. Por otro lado, la inconsistencia en las cotizaciones de los trabajadores, lo que implica una menor contribución al fondo de retiro a lo largo de la carrera salarial impacta la tasa de contribución de salarial no ser constante teniendo a su vez un impacto adicional al fondo de pensiones, dando como resultado un problema notable de fondeo que implica niveles cada vez más altos de *SaR (Surplus at Risk)* que vuelven a los tradicionales planes de Pensiones de Beneficio Definido cada vez más insolventes para hacer frente a las obligaciones de una población que actualmente se encuentra más envejecida, problema que es claro en los planes privados, teniendo como consecuencia cada vez menos recursos para hacer frente en el mediano plazo, mientras que para los planes mandatorios esta problemática representa un pasivo cada vez más grande para hacer frente a la población afiliada a los sistemas de seguridad social y tener como consecuencia que realizar pagos cada vez mayores con un menor financiamiento de recursos aportados al fondo mediante el esquema piramidal, mostrando la mayor debilidad del Beneficio Definido en su concepto de “Esquema No Fondeado” y tener un alta dependencia a la distribución demográfica en la que existe un menor número de personas que aporten recursos al fondo y no puedan sustentar dicho esquema.

Ventajas del modelo de Contribución Definida

Como modelo “complementario” el modelo de Contribución Definida tiene su mayor fortaleza en ser un esquema fondeado; en este sentido los recursos que se acumulen serán aquellos que serán utilizados para el pago de una pensión en la edad de retiro y dependerán principalmente de la tasa de contribución $c(s)$ del trabajador, el tiempo que se acumulen los recursos y la tasa de rendimiento asociada $g(s)$ para que los recursos administrados puedan tener un mayor crecimiento cuando se alcance la edad de retiro; por lo tanto la dependencia entre estos factores será el enfoque primordial que pueda diferenciar la tasa de reemplazo y la principal liga hacia el modelo de Ciclo de vida como el esquema más factible para considerarse como sustentable.

Principales deficiencias en el modelo de Contribución Definida

El modelo de Contribución Definida posee varias deficiencias, sin embargo, el desempeño de los esquemas vigentes en todo el mundo y particularmente en el entorno latinoamericano ha enmarcado tres problemas fundamentales para los jubilados bajo este esquema:

- i. La pensión otorgada es un porcentaje muy bajo del último salario recibido
- ii. Los rendimientos derivados de los recursos administrados no son suficientes para cumplir con las expectativas de consumo en la edad de retiro
- iii. La pensión garantizada es un derecho “universal”.

Con base en el planteamiento del modelo de Ciclo de Vida y los datos demográficos obtenidos por parte del Banco Mundial, podemos contrastar los problemas planteados:

- i. La pensión depende de los ingresos acumulados durante la edad laboral del trabajador, teniendo en consideración la tasa de reemplazo deseada, por lo tanto, si se desea una tasa neutral de reemplazo o superior se debe tener un porcentaje mayor de ahorro, como se muestra en la Tabla 2, de igual forma mientras se comience el ahorro en una edad temprana, la tasa de reemplazo también será mayor. Otro punto importante es que la tasa de reemplazo no debe considerar “grandes” pasivos financieros porque solo consiste en una tasa de consumo en una edad no productiva posterior al retiro.
- ii. Los rendimientos se acumulan y capitalizan en el tiempo sobre una base determinada, por lo tanto, mientras más tiempo se inviertan la capitalización será mayor. De igual forma el principal objetivo del administrador de activos es buscar mitigar las fluctuaciones de los rendimientos en el largo plazo como puede observarse en la Tabla 5.
- iii. La mayor utopía radica en el hecho de una pensión como derecho universal, ya que el principal desafío es un envejecimiento acelerado de la población, bajas tasas de fecundidad, un *old-dependency ratio* cada vez mayor, factores que tienen implicaciones negativas en el SaR (surplus at risk) y que en caso de mantener los sistemas No fondeados o de Beneficio Definido representarían cargas fiscales enormes para los gobiernos actuales.

Los puntos anteriores pueden resumirse en que la contribución y el número de años son los principales actores para una mayor o menor tasa de reemplazo, los rendimientos generaran un mayor crecimiento de los activos durante un horizonte de tiempo más largo y ante una población cada vez más longeva y una menor natalidad, es casi imposible que el esquema piramidal (Beneficio Definido) se pueda sostener.

Sin embargo, el hecho de que el Modelo de Contribución Definida sea la mejor aproximación para un fondo de pensiones dadas las condiciones demográficas actuales, no exime de que pueda ser perfectible, ya que un inicio y de manera muy conservadora el Modelo de Contribución Definida solo plantea el enfoque de una mayor contribución para tener una mayor tasa de reemplazo, sin embargo, bajo el enfoque del modelo de Ciclo de Vida, el modelo de Contribución Definida puede tener mejoras sustanciales. Para el caso de nuestro país se pueden plantearon desafíos en los siguientes puntos (OCDE, 2016):

- El proceso de transición del sistema “antiguo” al “nuevo”
- El nivel de las contribuciones obligatorias
- La red de protección social a la vejez (pensiones sociales)
- La fragmentación del sistema de pensiones.

Si bien en el estudio antes mencionado se abordan temas específicos para el caso Mexicano; el nivel de contribuciones y el proceso de transición del sistema “antiguo” al “nuevo”, entendido como la migración de sistemas de Beneficio Definido o No fondeados hacia sistemas de Contribución Definida o Fondeados, son los principales factores que enfrentan los planes de pensiones en todo

el mundo, por lo que un Modelo Híbrido entre los dos sistemas propone la mejor solución al problema, este hecho lo plantea (Merton, 2014).

Target Date Funds - La reinversión de los modelos de Contribución Definida

En el presente trabajo hemos abordado la mejora que supone un modelo de Contribución Definida vs Beneficio definido, principalmente en el Riesgo de Fondo, atacando los problemas de envejecimiento de la población, cambio en las tasas de cotización, además de la disminución en las tasas de fecundidad. Por lo que en términos generales el modelo de Contribución Definida abordado puede ser ejemplificado en su punto más simple de la siguiente forma:

$$\text{Contribuciones} + \text{Retorno sobre las inversiones} = \text{Beneficios}$$

Abordando la problemática de los riesgos asociados a los fondos de pensiones y primordialmente mediante el enfoque de Merton, la necesidad de que el objetivo del fondo de Contribución Definida deba ser enfocado en proveer un ingreso para el retiro, lo que puede expresarse de mejor manera como “Un nivel de reemplazo de Ingresos Objetivo” tal y como lo plantea el modelo de ciclo de vida abordado ampliamente en la primera mitad del presente trabajo.

Por lo tanto, si recuperamos los enfoques planteados con el modelo de ciclo de vida, los riesgos asociados a los planes de pensiones, la volatilidad en las inversiones, cotizaciones, expectativas de vida e inflación, se puede plantear **un modelo de reinversión para los planes de Contribución Definida considerando los siguientes puntos:**

- I. **Estar preparado para variaciones en las tasas de contribución (ahorro):** Mayores tasas de contribución producen mayores tasas de retiro.
- II. **Estar preparado para variaciones en la edad de Retiro:** Una jubilación anticipada significaría un período más corto durante el cual se realizan contribuciones al plan; también significa un período más corto para que esas contribuciones crezcan con los rendimientos de la inversión además implica un período más largo durante el cual el plan realiza distribuciones. Todos estos tres factores conducen a menores tasas de reemplazo de ingresos. Retírese más tarde, considerando los tres factores antes mencionados conducen a tasas de reemplazo de ingresos más altas (Don Ezra, 2009).
- III. **Estar preparado para ajustarse a las expectativas:** Si las tasas de ahorro y la fecha de jubilación no se pueden cambiar, el impacto de la experiencia de inversión se sentirá en el nivel de beneficio proporcionado por el plan. Si esto no satisface las expectativas del afiliado al fondo, se deberán realizar aportaciones adicionales al mismo.
- IV. **Los fondos deben manejar un programa de inversiones:** Se tiene que estimar el impacto de los retornos sobre las inversiones de los ahorros de los trabajadores afiliados al plan de pensiones.

Ahora bien, los participantes son individuos. Ninguna opción predeterminada se ajustará nunca a todas sus diferentes circunstancias, objetivos y actitudes, aunque puede enfocarse a un participante promedio. Eso significa que los Fondos de Pensiones deben definir las características que creen representar al participante promedio, diseñar el valor predeterminado en consecuencia y publicar

las características para que aquellos participantes que quieran hacer algo diferente puedan ajustar su exposición al valor predeterminado para reflejar en mejor medida sus condiciones particulares.

El principal enfoque de reingeniería en los fondos de Contribución Definida en el mundo que contempla el modelo de Ciclo de Vida se denomina **“Targed Date (Fecha objetivo)”**, también llamado *Target Retirement* o simplemente **“Ciclo de Vida (Life Cycle)”**. Su característica principal es que la asignación de activos (*Asset allocation*) sigue una ruta específica conocida como **“Glide Path”**, con una mayor exposición a Renta Variable lo que implica mayor riesgo al inicio, y disminuyendo de una manera predeterminada a medida que el participante se acerca a la fecha objetivo para la jubilación o *Target Date* (Don Ezra, 2009). Con este enfoque el individuo en una edad temprana podrá acceder a un mayor riesgo en el manejo de sus contribuciones que a su vez implicará un mayor rendimiento sobre dichas contribuciones y posteriormente dicho riesgo disminuirá a lo largo de la ruta o *Glide Path* con el fin de concluir con un portafolio que garantice una protección inflacionaria, además de activos más líquidos que permitan convertir en mayor medida los recursos administrados a la edad de retiro o *Target Date* y pagar los recursos en efectivo y no con *activos de inversión*; lo cual al no ser factible involucren problemas de liquidez para el administrador del fondo.

En términos generales, el modelo de *Target Date Fund* o *Ciclo de vida* está sustentado en un modelo del Premio Nobel (Modigliani, 1985) en el cual, el objetivo general **“es que la riqueza total de un individuo no es solo sus activos financieros, sino también su potencial de ingresos futuros, que los economistas llaman capital humano. No es líquido y no es un activo que la persona pueda cobrar, pero tiene un valor para la persona, por lo que es una especie de activo, el cual funciona para los individuos como un Bono de Reta Fija en vez de una acción o renta variable”**.

De hecho, en cualquier momento dado, un individuo puede pensar en su riqueza total como una combinación de su capital humano (*ganancias futuras*) y su capital financiero (*activos invertidos*); lo que esto significa para un plan de ahorro de jubilación equiparar el capital humano con las contribuciones futuras que aún no se han realizado al plan, lo que formará parte de los beneficios finales (Modigliani, 1985). El modelo planteado recupera las características descritas en el modelo de “Ciclo de Vida” para modelar una ruta o *Glide Path* sobre las inversiones y retornos generados por las contribuciones del trabajador con el objetivo de realizar los pagos a la edad de retiro modelados como un Bono de Tasa fija a favor del trabajador, por ejemplo, como si se tratase de un Bono M gubernamental.

Por lo tanto el planteamiento del enfoque *Target Date* en función del modelo de *Ciclo de Vida* genera un especie de ***Pasivo Teórico*** muy parecido al enfoque de Beneficio Definido, que realizará pagos al trabajador en forma de cupones fijos como un Bono de mercado de Renta Fija en la edad de retiro y que tiene como resultado la **“Reinvención del Modelo de Contribución Definida”** con una estrategia de inversión enfocada en el ingreso y no solo en el retorno como los fondos tradicionales de Contribución Definida.

Siguiendo los puntos de (Simonovits, 2003) y (OCDE, 2016), además del concepto que un plan de pensiones híbrido recupera las mejores características de los modelos Fondeados y No fondeados, como se propuso en el presente trabajo, podemos resumir tres pilares propuestos en los sistemas de pensiones:

- i. El pilar mandatorio público, generalmente no fondeado
- ii. El pilar mandatorio privado, el cual es fondeado y típicamente paga una anualidad de vida entera.
- iii. El pilar voluntario privado, el cual es también fondeado, pero no proporciona una anualidad de vida.

De acuerdo con las directrices del Banco Mundial (Simonovits, 2003), el sistema óptimo de pensiones debe ser basado en los tres pilares. El primer pilar deberá pagar un beneficio relativamente modesto o una tasa plana (*Flat-rate*), el segundo pilar debe proveer el grueso de los beneficios con las cuentas individuales manejadas por fondos privados competentes, mientras que el tercer pilar deberá satisfacer las necesidades de beneficios adicionales para trabajadores más previsores. La noción básica del modelo mixto se fundamenta en que un seguro es eficiente si está cimentado en varias partes, incluida una reserva para afrontar las salidas; esta última característica expresada como la Inmunización del portafolio.

CAPÍTULO 4

CONCLUSIONES

Derivado de la evolución que han sufrido los factores demográficos y financieros, principalmente el envejecimiento de la población y el impacto de la inflación en los salarios de los trabajadores durante su etapa laboral y en el retiro, además de las bajas tasas de contribución en los sistemas de pensiones demostró que los Sistemas No Fondeados, mayormente conocidos como sistemas de pensiones de Beneficio Definido ha sido cada vez menos sostenibles para la carga de las poblaciones jóvenes o en edad laboral considerando indicadores como el *old-dependency ratio* o *SaR (surplus at Risk)*; principalmente porque existe un gran número de retiros al tener cada vez una esperanza de vida mayor y una menor tasa de fecundidad en las últimas décadas.

Otro factor relevante son las bajas tasas de contribución de la población, que en nuestro país se encuentra por debajo del 7%, además de la discontinuidad en la contribución de los individuos desde edades tempranas y a lo largo de su carrera salarial. Es importante destacar que otro factor relevante ha sido la volatilidad de los mercados financieros en los que se invierten los recursos de los trabajadores, además de la creciente inflación que ha tenido los puntos más elevados en los últimos 20 años al cierre del año 2021 consecuencia de la pandemia por COVID y teniendo nuestro país en 7.12% a inicios del 2022. De igual forma el Banco Mundial indica que la desaceleración coincidirá con la ampliación de la divergencia entre las tasas de crecimiento de las economías avanzadas y las economías emergentes. Se espera que, en las economías desarrolladas, el crecimiento disminuya del 5% en 2021 al 3.8 % en 2022 y al 2.3 % en 2023. En las economías emergentes y en desarrollo, en cambio, se espera que el crecimiento caiga del 6.3 % en 2021 al 4.6 % en 2022 y al 4,4 % en 2023 (Banco Mundial, 2022). Ahora bien, si el panorama económico actual no es alentador hasta posiblemente después del 2023, la dinámica demográfica continua avanzando y la población mundial continua envejeciendo, teniendo altas razones de dependencia sobre las generaciones jóvenes en la mayoría de los países desarrollados y emergentes, destacando Japón con 48%, Alemania con 34%, Italia 37, Estados Unidos 26% como algunos desarrollados, sin embargo en emergentes si bien las tasas son más bajas el crecimiento ha sido exponencial en los últimos 30 años teniendo tasas en Turquía de 14%, México del 11.5%, 18% en Chile, 14% en Brasil y 13.2% en Colombia al cierre del 2020, cuando dichas naciones (a excepción de Chile) no experimentaban tasas de dependencia superiores al 8% hace 30 años; lo que nos indica que nos encontramos en el camino hacia tasas de dependencia cada vez más altas y experimentando Tasas mundiales de *Fertilidad Total (TFR)* inferiores al 1.8%, mostrando un gran descenso desde 1965. En suma, todos los factores mencionados han puesto una carga demasiado fuerte sobre los planes tradicionales de Contribución Definida y principalmente a los planes mandatorios como en el caso de México, con el objetivo primordial de que el plan dependiera de las contribuciones del trabajador y no del esquema “piramidal” ni la dependencia sobre las generaciones jóvenes que se ha visto mermada por el envejecimiento global de la población.

Ahora bien, durante los primeros cambios o reformas que llevaron a colocar a los planes de Contribución Definida a ser considerados como la respuesta al fracaso de los planes de Beneficio Definido, se ha mostrado que la baja contribución de los trabajadores, poca continuidad en las contribuciones durante la carrera salarial y buscando solo la maximización del Beneficio neto no ha

sido suficiente para alcanzar tasas altas de reemplazo a la edad de retiro o un “*Tasa Neutral*” entre el ahorro y consumo en la edad retiro que sumado al efecto de la inflación sobre el ingreso y ahorro han mermado los recursos administrados por los fondos de pensiones. De igual forma, como lo describe Merton, otro problema es que los planes tradicionales de Contribución Definida se encuentran lejos del ingreso para el retiro y se enfocan solo en el retorno de las inversiones y de esta manera las decisiones de inversión está ligadas al valor de los fondos, los retornos que los distintos fondos ofrecen en comparación a los demás así como la volatilidad asociada a dichos retornos, pero enfocado solo a un mecanismo de competencia en materia de administradores de fondos de pensiones; por lo que de nueva cuenta si bien los planes de Contribución Definida resuelven el problema del Fondo para las instituciones y los planes mandatorios, no terminan de resolver por completo el problema del trabajador en la edad de retiro.

Con base en los puntos abordados a lo largo del presente estudio, la solución es tomar lo mejor de ambos mundos, es decir lo mejor de los planes de Beneficio Definido y Contribución Definida, lo cual se puede lograr replanando los Sistemas de Pensiones bajo el concepto de *Ciclo de Vida*, en el cual el individuo podrá “*fondear*” su pensión como sucede en el caso de Contribución Definida, pero no basado en un enfoque solo de administración de activos y búsqueda de rendimientos, sino teniendo el objetivo de alcanzar una *Tasa Neutral* de retiro que ayude en mayor medida a tener una tasa de consumo alta en la edad de retiro respecto de la edad laboral. Este enfoque se logra diseñando un modelo de “*Pasivos Teórico*” similar al Pasivo asociado en un plan de Beneficio Definido pero constituyéndolo como un bono que pagará flujos negativos y de los que es necesario inmunizar con el portafolio de activos (*contribuciones del cliente+ rendimientos*) mediante el enfoque de *Duración*, para garantizar un *SaR (Surplus at Risk)* estable que pueda estar a favor del ciclo de vida de los clientes y no solo en la búsqueda de rendimientos sin considerar el enfoque de consumo.

Es inevitable pensar que aún existen desafíos por afrontar en cuanto a la obtención de una *Tasa Neutral de Reemplazo*, pero los sistemas de *Ciclos de Vida* o *Target Date Funds* como también se conocen globalmente, son la mejor solución que se ha desarrollado hasta el momento; al contemplar el enfoque de *Ciclo de vida* desde el punto de vista del *consumo e ingreso*, planteando *tasas de reemplazo* con un enfoque de cada individuo y administración de activos para obtención de mayores rendimientos y contemplando un mayor enfoque de riesgos para identificar los factores demográficos, financieros y económicos que puedan afectar los recursos en la edad de retiro y hacer frente a las salidas crecientes de efectivo correspondientes al “*bono*” constituido mediante el “*Pasivo Teórico*”.

De igual forma es importante que los individuos y las empresas puedan adoptar el nuevo enfoque de Ciclo de Vida en lugar del típico *Asset Management* de un Fondo mutuo tradicional, considerando la inmunización del portafolio ligada a un Pasivo Teórico con enfoque de consumo futuro en la edad de retiro. De igual forma es importante que la perspectiva de los individuos o trabajadores comprenda el nuevo enfoque de Ciclos de Vida, ya que no existe Empresa (fondo) o Gobierno para el caso de los planes mandatorios que pueda hacer frente al actual pasivo de trabajadores en edad de retiro bajo el esquema de Beneficio Definido ya de querer mantenerlo sería insostenible en el mediano plazo, dando lugar a incumplimientos masivos o déficits enormes derivado de la carga hacia los fondos de pensiones y gobiernos, razón por la cual la mejor solución es la adopción de un nuevo sistema híbrido que contemple lo mejor de los planes de Beneficio y Contribución Definida planteado en el presente estudio y retomando el caso de México, recientemente adquirido bajo el

esquema de *Target Date Funds* en la más reciente reforma sobre los planes de pensiones. Es importante fomentar el entendimiento de que mientras más joven y constante sea la contribución, mayor será flujo acumulado para la edad de retiro y que en edades tempranas esa contribución puede ser realmente baja. De igual forma se debe buscar llegar con el menor número de carga pasiva sobre los ingresos del trabajador en la edad de Retiro para que la pensión sea destinada exclusivamente al enfoque de consumo neutral durante la vejez.

Ahora bien, existen individuos de la población cuyos ingresos no son suficientes para poder incrementar o mantener una contribución en los niveles deseados, sin embargo para esos individuos algunos planes mandatorios (México es un ejemplo) existe el denominado bono poblacional y la disminución en el plazo de cotización (semanas de cotización) que ayudan a financiar la pensiones de aquellos con menores ingresos con que el resto de participantes de los fondos de pensiones con mayores ingresos; siendo estos últimos sobre los que se debe incrementar su contribución para obtener una tasa de reemplazo muy cercana o igual a la *Tasa Neutral*.

Por último es importante destacar que los recursos administrados por los fondos de pensiones, ya sea mandatorios o privados, generan un enfoque circular de financiamiento e infraestructura de forma local y extranjera; ya que los activos administrados por los fondos de Pensiones son una de las mayores fuentes de financiamiento que contribuyen no solo al crecimiento del patrimonio de los trabajadores sino también a la generación de empleos, financiamiento de la deuda pública además de brindar liquidez a los mercados financieros; con la inversión de los recursos en dichos mercados, la generación de infraestructura vial, pública y privada mediante los fondos de capital y adquisición de la deuda gubernamental del país por ejemplo al cierre de 2014 el sistema de pensiones en México representó activos equivalentes al 14.1% del PIB (OCDE, 2016) además al cierre de 2021, la deuda emitida en México ascendió a \$9,038,738 millones de pesos expresada en valor nominal, de los cuales el 81% se financia con Residentes en el país (locales o extranjeros con matriz local), el 32% o \$2,398,760.51 millones de pesos es financiado por las *Siefores* con los recursos administrados de los trabajadores (BANXICO, 2022).

APÉNDICES

Tasa de Reemplazo – $DVLP R_i$

EDAD	t	AÑO	TASA ESP CONT	TASA ESP DISC SMP	DTM	TASA ESP	ACUM	ACUM DISC	si-c	TASA EQUI
35	1	2021	5.49%	5.64%	2799	6.95%	1.0695	1.0695	1.0695	6.95%
37	2	2022	5.68%	5.84%	2707	7.10%	1.1454	2.2148	2.2148	7.02%
38	3	2023	5.88%	6.05%	2342	7.17%	1.2276	3.4424	3.4424	7.07%
39	4	2024	5.99%	6.17%	1977	7.11%	1.3148	4.7572	4.7572	7.08%
40	5	2025	6.05%	6.24%	1611	6.97%	1.4064	6.1636	6.1636	7.06%
41	6	2026	6.09%	6.28%	1246	6.79%	1.5019	7.6655	7.6655	7.01%
42	7	2027	6.11%	6.30%	881	6.60%	1.6010	9.2664	9.2664	6.95%
43	8	2028	6.12%	6.31%	516	6.40%	1.7035	10.9699	10.9699	6.89%
44	9	2029	6.13%	6.32%	150	6.21%	1.8093	12.7792	12.7792	6.81%
45	10	2030	6.13%	6.32%	-215	6.02%	1.9183	14.6975	14.6975	6.73%
46	11	2031	6.13%	6.32%	-580	5.86%	2.0306	16.7281	16.7281	6.65%
47	12	2032	4.75%	4.86%	6257	7.48%	2.1826	18.9106	18.9106	6.72%
48	13	2033	4.86%	4.98%	6165	7.62%	2.3490	21.2596	21.2596	6.79%
49	14	2034	4.97%	5.10%	5800	7.66%	2.5289	23.7885	23.7885	6.85%
50	15	2035	5.03%	5.16%	5435	7.56%	2.7201	26.5086	26.5086	6.90%
51	16	2036	5.05%	5.18%	5069	7.40%	2.9212	29.4298	29.4298	6.93%
52	17	2037	5.07%	5.20%	4704	7.21%	3.1319	32.5617	32.5617	6.95%
53	18	2038	5.07%	5.20%	4339	7.02%	3.3516	35.9133	35.9133	6.95%
54	19	2039	5.07%	5.21%	3974	6.82%	3.5804	39.4937	39.4937	6.94%
55	20	2040	5.08%	5.21%	3608	6.64%	3.8180	43.3117	43.3117	6.93%
56	21	2041	5.08%	5.21%	3243	6.45%	4.0644	47.3761	47.3761	6.91%
57	22	2042	5.08%	5.21%	2878	6.28%	4.3196	51.6957	51.6957	6.88%
58	23	2043	5.08%	5.21%	2513	6.11%	4.5833	56.2790	56.2790	6.84%
59	24	2044	5.08%	5.21%	2147	5.94%	4.8556	61.1346	61.1346	6.81%
60	25	2045	5.08%	5.21%	1782	5.78%	5.1364	66.2710	66.2710	6.76%
61	26	2046	5.08%	5.21%	1417	5.63%	5.4255	71.6965	71.6965	6.72%
62	27	2047	5.08%	5.21%	1052	5.48%	5.7228	77.4193	77.4193	6.67%
63	28	2048	5.08%	5.21%	686	5.34%	6.0282	83.4474	83.4474	6.63%
64	29	2049	5.08%	5.21%	321	5.20%	6.3415	89.7889	89.7889	6.58%
65	30	2050	5.08%	5.21%	-44	5.06%	6.6627	96.4516	96.4516	6.53%
66	31	2051	5.08%	5.21%	-409	4.93%	6.9914	-6.6627	89.7889	6.47%
67	32	2052	5.08%	5.21%	-775	4.82%	7.3284	-6.6627	83.1263	6.42%
68	33	2053	4.75%	4.86%	6257	7.48%	7.8770	-6.6627	76.4636	6.45%
69	34	2054	4.86%	4.98%	6165	7.62%	8.4776	-6.6627	69.8010	6.49%
70	35	2055	4.97%	5.10%	5800	7.66%	9.1270	-6.6627	63.1383	6.52%
71	36	2056	5.03%	5.16%	5435	7.56%	9.8168	-6.6627	56.4756	6.55%
72	37	2057	5.05%	5.18%	5069	7.40%	10.5429	-6.6627	49.8130	6.57%
73	38	2058	5.07%	5.20%	4704	7.21%	11.3030	-6.6627	43.1503	6.59%
74	39	2059	5.07%	5.20%	4339	7.02%	12.0963	-6.6627	36.4877	6.60%
75	40	2060	5.07%	5.21%	3974	6.83%	12.9218	-6.6627	29.8250	6.61%
76	41	2061	5.08%	5.21%	3608	6.64%	13.7795	-6.6627	23.1624	6.61%
77	42	2062	5.08%	5.21%	3243	6.45%	14.6688	-6.6627	16.4997	6.60%
78	43	2063	5.08%	5.21%	2878	6.28%	15.5896	-6.6627	9.8371	6.60%
79	44	2064	5.08%	5.21%	2513	6.11%	16.5415	-6.6627	3.1744	6.58%
80	45	2065	5.08%	5.21%	2147	5.94%	17.5243	-6.6627	-3.4882	6.57%
81	46	2066	5.08%	5.21%	1782	5.78%	18.5376	-6.6627	-10.1509	6.55%
82	47	2067	5.08%	5.21%	1417	5.63%	19.5809	-6.6627	-16.8135	6.53%
83	48	2068	5.08%	5.21%	1052	5.48%	20.6539	-6.6627	-23.4762	6.51%

t = Tiempo transcurrido

TASA ESP CONT = Tasa esperada en tiempo continuo

TASA ESP DISC SMP = Tasa simple esperada en tiempo discreta

DTM = Plazo al vencimiento

TASA ESP = Tasa esperada

ACUM = Tasa esperada acumulada

ACUM DISC = Tas esperada acumulada en tiempo discreto

$s_i - c_i$ = Ahorro menos consumo en el tiempo i

TASA EQUI = Tasa equivalente al plazo a vencimiento

Extracto de la simulación de Monte Carlo para Vasicek del Bono M con vencimiento en 31 de diciembre de 2029

FECHA	INSTRUMENTO	YLD	DTM	FECHA	INSTRUMENTO	YLD	DTM
01-07-16	M_BONOS_290531	6.14%	4,717	25-07-18	M_BONOS_290531	7.74%	3,963
04-07-16	M_BONOS_290531	6.17%	4,714	26-07-18	M_BONOS_290531	7.72%	3,962
05-07-16	M_BONOS_290531	6.13%	4,713	27-07-18	M_BONOS_290531	7.76%	3,961
06-07-16	M_BONOS_290531	6.13%	4,712	30-07-18	M_BONOS_290531	7.77%	3,958
07-07-16	M_BONOS_290531	6.17%	4,711	31-07-18	M_BONOS_290531	7.76%	3,957
08-07-16	M_BONOS_290531	6.07%	4,710	01-08-18	M_BONOS_290531	7.78%	3,956
11-07-16	M_BONOS_290531	6.12%	4,707	02-08-18	M_BONOS_290531	7.74%	3,955
12-07-16	M_BONOS_290531	6.15%	4,706	03-08-18	M_BONOS_290531	7.71%	3,954
13-07-16	M_BONOS_290531	6.18%	4,705	06-08-18	M_BONOS_290531	7.70%	3,951
14-07-16	M_BONOS_290531	6.20%	4,704	07-08-18	M_BONOS_290531	7.73%	3,950
15-07-16	M_BONOS_290531	6.29%	4,703	08-08-18	M_BONOS_290531	7.70%	3,949
18-07-16	M_BONOS_290531	6.27%	4,700	09-08-18	M_BONOS_290531	7.72%	3,948
19-07-16	M_BONOS_290531	6.20%	4,699	10-08-18	M_BONOS_290531	7.78%	3,947
20-07-16	M_BONOS_290531	6.22%	4,698	13-08-18	M_BONOS_290531	7.82%	3,944
21-07-16	M_BONOS_290531	6.18%	4,697	14-08-18	M_BONOS_290531	7.84%	3,943
22-07-16	M_BONOS_290531	6.13%	4,696	15-08-18	M_BONOS_290531	7.92%	3,942
25-07-16	M_BONOS_290531	6.15%	4,693	16-08-18	M_BONOS_290531	7.92%	3,941
26-07-16	M_BONOS_290531	6.14%	4,692	17-08-18	M_BONOS_290531	7.90%	3,940
27-07-16	M_BONOS_290531	6.14%	4,691	20-08-18	M_BONOS_290531	7.88%	3,937
28-07-16	M_BONOS_290531	6.14%	4,690	21-08-18	M_BONOS_290531	7.84%	3,936
29-07-16	M_BONOS_290531	6.15%	4,689	22-08-18	M_BONOS_290531	7.81%	3,935
01-08-16	M_BONOS_290531	6.19%	4,686	23-08-18	M_BONOS_290531	7.82%	3,934
02-08-16	M_BONOS_290531	6.22%	4,685	24-08-18	M_BONOS_290531	7.84%	3,933
03-08-16	M_BONOS_290531	6.26%	4,684	27-08-18	M_BONOS_290531	7.81%	3,930
04-08-16	M_BONOS_290531	6.26%	4,683	28-08-18	M_BONOS_290531	7.86%	3,929
05-08-16	M_BONOS_290531	6.19%	4,682	29-08-18	M_BONOS_290531	7.89%	3,928
08-08-16	M_BONOS_290531	6.15%	4,679	30-08-18	M_BONOS_290531	7.92%	3,927
09-08-16	M_BONOS_290531	6.16%	4,678	31-08-18	M_BONOS_290531	7.92%	3,926
10-08-16	M_BONOS_290531	6.15%	4,677	03-09-18	M_BONOS_290531	7.94%	3,923
11-08-16	M_BONOS_290531	6.08%	4,676	04-09-18	M_BONOS_290531	8.03%	3,922
12-08-16	M_BONOS_290531	6.08%	4,675	05-09-18	M_BONOS_290531	8.04%	3,921
15-08-16	M_BONOS_290531	6.07%	4,672	06-09-18	M_BONOS_290531	8.01%	3,920
16-08-16	M_BONOS_290531	6.01%	4,671	07-09-18	M_BONOS_290531	8.05%	3,919
17-08-16	M_BONOS_290531	6.00%	4,670	10-09-18	M_BONOS_290531	8.07%	3,916
18-08-16	M_BONOS_290531	5.99%	4,669				

YLD = Tasa de Rendimiento al vencimiento

DTM = Plazo al vencimiento en días

BIBLIOGRAFÍA

- Banco Mundial. (2021). *Tasa de Fertilidad, total (nacimientos por cada mujer)*. Obtenido de <https://datos.bancomundial.org/indicador/SP.DYN.TFRT.IN>
- Banco Mundial. (2021). *Tasa de Mortalidad en un año (por cada 1,000 personas)*.
- Banco Mundial. (2022). El crecimiento mundial se desacelerará hasta el 2023, lo que contribuirá al riesgo de un "aterrizaje brusco" en las economías en desarrollo. Washington.
- Banco Mundial. (2022). *Old-age dependency ratio*. Obtenido de <https://databank.worldbank.org/source/health-nutrition-and-population-statistics/Series/SP.POP.DPND.OL#>
- BANXICO. (1995). *Decreto por el que se establecen las obligaciones que podrán denominarse en Unidades de Inversión y reforma y adiciona diversas disposiciones del Código Fiscal de la Federación y de la Ley del Impuesto sobre la Renta*. Obtenido de <https://www.banxico.org.mx/marco-normativo/marco-juridico/idades-de-inversion/udis-decreto-banco-mexico.html>
- BANXICO. (2022). *banxico.org.mx*. Obtenido de Algunos Conceptos sobre el Mercado Laboral: <https://www.banxico.org.mx/TablasWeb/informes-trimestrales/abril-junio-2021/1AD68A04-F466-4F14-83E4-3D3F83C7B0FE.html>
- BANXICO. (2022). *Sistema de Información Económica*. Obtenido de <https://www.banxico.org.mx/SielInternet/consultarDirectorioInternetAction.do?accion=consultarCuadroAnalitico&idCuadro=CA138§or=7&locale=es>
- CONSAR. (2022). *Subcuenta de Vivienda*. Obtenido de <https://www.gob.mx/consar/articulos/subcuenta-de-vivienda>
- CONSAR. (2022). *Subcuentas y Aportaciones IMSS*. Obtenido de <https://www.gob.mx/consar/articulos/subcuentas-y-aportaciones-imss>
- diBartolomeo, D. (2012). The Ten Fundamentals of Pension Fund Risk Management. (pág. 6). San Diego: Northfield Research.
- Don Ezra, B. C. (2009). *The retirement Plan Solution*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- GARP: Global Association of Risk Professionals. (2021). *FRM EXAM PART II*. New York: Pearson Education, Inc.
- Gregorio Impravido, E. L.-H. (2010). *New Policies for Mandatory Defined Contribution Pensions*. Washington DC: The International Bank for Reconstruction and Development / The World Bank.
- Merton, R. C. (2014). The Crisis in Retirement Planning. *Harvard Business Review*, 10.
- Milevsky, M. A. (2006). *The Calculus of Retirement Income, Financial Models for Pension Annuities and Life Insurance*. New York: Cambridge University Press.

Modigliani, F. (1985). Pioneering analyses of saving and of financial markets. *The Royal Swedish Academy of Sciences*.

OCDE. (2016). *OECD Reviews of Pension Systems: Mexico*.

Rutovitz, D. (2014). Pattern Recognition. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*.

Simonovits, A. (2003). *Modeling Pension Systems*. New York: Palgrave Macmillan.

Steele, J. M. (2001). *Stochastic Calculus and Financial Applications*. New York: Springer-Verlag New York, Inc.

Valmer, Grupo BMV. (2022). *Valmer*. Obtenido de <https://valmer.com.mx/>