



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS
INSTITUTO DE FÍSICA

INFLACIÓN CON MATERIA OSCURA DINÁMICA

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS (FÍSICA)

PRESENTA:
Hansel Argyll Gordillo Ruiz

TUTOR PRINCIPAL
Dr. Saúl Noé Ramos Sánchez
(Instituto de Física)

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR

Dr. Eduardo Peinado Rodríguez
(Instituto de Física)

Dr. Ángel Sánchez Cecilio
(Facultad de Ciencias)

CIUDAD UNIVERSITARIA, CDMX. NOVIEMBRE 2022



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos del alumno

Hansel Argyll

Gordillo

Ruiz

9611373632

Universidad Nacional Autónoma de México

Posgrado en Ciencias Físicas

Maestría en Ciencias (Física)

415083308

2. Datos del tutor

Dr

Saúl Noé

Ramos

Sánchez

3. Datos de sinodal 1

Dra

Myriam

Mondragón

Ceballos

4. Datos de sinodal 2

Dr

Marcos Alejandro

García

García

5. Datos del sinodal 3

Dr

Sébastien Mickael Marc

Fromenteau

6. Datos del sinodal 4

Dr

Jorge Luis

Cervantes

Cota

7. Datos del trabajo escrito

Inflación con materia oscura dinámica

66 p

2022

Dedicada a Lila y a mis padres.

Agradecimientos

Quiero agradecer a Dios, a mis padres, mi hermana, mi familia y amigos por siempre estar ahí como apoyo todos los días de mi vida. Nunca me he sentido solo gracias a ustedes.

A Lila, quien nunca ha dejado de mostrarme su amor y cariño, gracias por acompañarme aun en las mayores dificultades. Sentir tu apoyo incondicional me alienta a superarme todos los días.

A mis profesores, en especial al Dr. Saúl Ramos quien, desde que lo conocí en mi servicio social, no ha dejado de apoyarme y alentarme a ser un mejor científico. Gracias por apoyarme en cada paso del desarrollo de esta tesis.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT-México), le agradezco la beca recibida con número de apoyo 777146 durante mis estudios de Maestría en Ciencias (Física), en el Posgrado en Ciencias Físicas de la UNAM.

Índice general

1	En la búsqueda de un modelo inflacionario y de materia oscura	1
2	Elementos básicos de cosmología	5
2.1	La métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker	5
2.2	Inflación	8
2.2.1	Inflación por medio de un campo escalar	8
2.2.2	Aproximación de slow-roll	9
2.3	Perturbaciones cosmológicas	11
2.4	Materia oscura	14
2.4.1	Mediciones del parámetro de densidad de materia Ω_m	15
2.4.2	Producción térmica	16
2.4.3	Producción no térmica	19
3	Materia oscura con axiones	21
3.1	Materia oscura dinámica a partir de 5 dimensiones	22
3.1.1	Orbifolio S^1/\mathbb{Z}_2	23
3.1.2	Campos escalares en 5 dimensiones	23
3.2	Milagro ALP	28
3.2.1	Hilltop axiónico	29
3.2.2	Recalentamiento	32
3.2.3	Materia oscura ALP	34
3.2.4	Milagro ALP	35
4	Materia oscura dinámica con inflación	37
4.1	El modelo	38
4.2	Parámetros inflacionarios	42
4.3	Materia oscura	46
4.4	Parámetros de materia oscura	51
5	Conclusiones	55

Bibliografía

59

Capítulo 1

En la búsqueda de un modelo inflacionario y de materia oscura

En un principio se pensaba que el Universo era estático y compuesto completamente de materia bariónica. Hoy sabemos que el Universo no solo no es estático, sino que se expande y además lo hace de manera acelerada. Hubo una época temprana en la que esta expansión se dio de manera exponencial permitiendo que se formaran las semillas que dieron lugar a la estructura del Universo como lo vemos hoy en día. Esta época es conocida como inflación [1], y permite responder algunas de las preguntas teóricas que surgen de las observaciones cosmológicas. Por otro lado, también sabemos que el Universo no solo está compuesto por materia bariónica. Se ha observado que las galaxias y cúmulos de galaxias poseen más materia que la visible, es decir, que existe un tipo de materia adicional que no interactúa electromagnéticamente. Es esta la razón por la que es llamada materia oscura [2]. La materia oscura es más abundante que la materia bariónica y por lo tanto supone un problema de mucha importancia explicar qué clase de partículas la componen. Sin embargo, no se ha podido realizar una medición directa hasta ahora, por lo que solo podemos especular cuáles son sus propiedades y dinámica. La componente restante del Universo es la energía oscura, que suponemos produce la expansión acelerada actualmente, pero no la inflación temprana. En este trabajo buscamos construir un modelo, motivado por algunas propiedades de la teoría de cuerdas, que explique simultáneamente el origen de la inflación cosmológica temprana y de la materia oscura.

El modelo cosmológico estándar, conocido como modelo Λ CDM (por las siglas en inglés de *Λ -Cold Dark Matter*), provee una descripción del Universo en el que este se encuentra en su mayoría compuesto por, de acuerdo a las mediciones del satélite Planck [3], energía oscura en un 68 % (este término correspondiente a una constante cosmológica Λ en las ecuaciones de campo de Einstein), materia oscura fría en un 27 % y un 5 % restante correspondiente a la materia bariónica, constituida de los átomos y fotones que observamos diariamente. El modelo Λ CDM provee una explicación razonable de la distribución de las galaxias a gran escala, así como de la estructura del espectro de la radiación de fondo cósmico de microondas (CMB, por las siglas en inglés de *Cosmic Microwave Background*). Nuestro Universo homogéneo e isotrópico (a grandes escalas) gobernado por las

ecuaciones de Einstein debió haber comenzado como una singularidad de densidad infinita. Estas son consideradas como las hipótesis elementales de la teoría del Big Bang. La evidencia remanente que tenemos, originada cuando el Universo tenía una edad de aproximadamente 380,000 años, es el CMB correspondiente a radiación con un espectro muy similar al de un cuerpo negro con una temperatura actual de 2.7 K.

La homogeneidad y la isotropía del Universo traen consigo problemas que no pueden explicarse con lo planteado hasta ahora. Para que exista homogeneidad, se necesita que diferentes lugares del Universo separados por distancias muy grandes lleguen al equilibrio termodinámico. Sin embargo, interacciones necesarias para que esto ocurra son imposibles debido a que la información no puede viajar con una rapidez mayor que la de la luz en el vacío, necesaria para comunicar los lugares distantes observados. A esto se le conoce como el problema del horizonte. Existe también el problema de planitud, que se refiere a las condiciones específicas de curvatura que debió tener el Universo temprano para llegar a una geometría tridimensional plana como la que observamos en el Universo actualmente. Adicionalmente, el problema del monopolo consiste en que, de acuerdo a diversas hipótesis (como las de los modelos de Gran Unificación), en las etapas de mayor temperatura del Universo, se produciría una gran cantidad de monopolos magnéticos (partículas elementales hipotéticas que poseen un solo polo magnético) que deberían estar presentes hasta el día de hoy. Una expansión acelerada a temperaturas menores provocaría que la densidad de los monopolos en el Universo disminuyera en varias escalas de magnitud, siendo muy difícil observar uno. Como una posibilidad de atender todas estas interrogantes se propuso en la década de los 1980 el proceso de inflación cosmológica, en el que se postula que cuando el Universo tenía alrededor de 10^{-34} s la densidad de energía existente produjo una expansión acelerada del crecimiento del Universo. Es interesante que, además de resolver los problemas mencionados, la inflación también puede explicar el mecanismo por el cual las inhomogeneidades primordiales surgieron para dar lugar a la formación de las estructuras a gran escala que observamos hoy en día.

Existe una inmensidad de modelos para explicar la inflación cosmológica. El modelo más sencillo de inflación consiste en agregar en la densidad Lagrangiana que describe el Universo un campo escalar homogéneo $\phi(t)$ [4]. En este caso, para que exista inflación el potencial debe ser suficientemente plano y de magnitud mayor que la energía cinética del campo; se dice entonces que el campo rueda lento a través de su potencial. Escenarios con diferentes potenciales $V(\phi)$ producen resultados consistentes con las observaciones. La diferencia entre cada uno de los modelos radica en el potencial asociado al campo, el cual contiene toda la información de la dinámica inflacionaria. Aunque hay algunos modelos que ya han sido descartados por las mediciones más recientes del CMB, todavía no se ha podido encontrar un modelo predilecto. Futuras observaciones podrían reafirmar o descartar los distintos candidatos inflacionarios. Durante la época inflacionaria, el inflatón domina el contenido del Universo. Una vez que la inflación se termina, este campo decae en otras partículas del modelo estándar. Este proceso de decaimiento eleva la temperatura del Universo, razón por la que es conocido como recalentamiento.

Aunque la inflación resuelve los problemas mencionados, no necesariamente explica las observaciones que nos llevan a pensar en la existencia de un tipo de materia adicional a la bariónica

conocida como materia oscura. Como dijimos, la materia oscura es un tipo de materia que se agrupa de manera similar a la materia bariónica pero no interactúa de manera electromagnética, por lo que solo es posible observar sus efectos gravitatorios. Todavía no ha sido detectada de manera directa en el laboratorio. Sabemos que existe la materia oscura por las evidencias en curvas de rotación de galaxias y cúmulos de galaxias, lentes gravitacionales y observaciones del CMB [5]. Todas estas evidencias nos llevan a la conclusión de la existencia de más materia que la visible.

Existen también una inmensidad de modelos de materia oscura, pero los más estudiados son los que incluyen partículas masivas débilmente interactuantes (WIMP) [6] y, más recientemente, los que incorporan partículas tipo axiÓN [7]. Es posible conjeturar que la materia oscura está compuesta por una partícula o una colección de partículas estables. La capacidad de estas partículas de ser útiles en modelos de materia oscura se encuentra en su estabilidad. Si las partículas decaen demasiado rápido en partículas del modelo estándar, entonces se producen inconsistencias con las observaciones, pues estos decaimientos dejarían huellas en el CMB y en la abundancia de elementos ligeros. Por lo tanto, se exige típicamente que las partículas de materia oscura sean totalmente estables o tengan una vida media mayor que la edad del Universo.

El modelo de materia oscura dinámica ofrece una alternativa [8, 9]. En este modelo se propone una colección de partículas en las que los estados con mayor masa también exhiben tasas de decaimiento muy grandes, lo que puede conducir a abundancias de reliquia muy pequeñas. Viceversa, las partículas de menor masa tienen tasas de decaimiento despreciables, por lo que sus abundancias en conjunto son capaces de reproducir las mediciones de la abundancia de materia oscura hoy.

Una forma natural de construir este ensamble es mediante una torre infinita de Kaluza-Klein proveniente de un campo tipo axiÓN en cinco dimensiones y la compactificación de la dimensión adicional.

Por otro lado, observamos que tanto los modelos inflacionarios como los modelos de materia oscura incorporan partículas nuevas. Una pregunta natural es, por lo tanto, si existe un escenario minimalista en el que un solo modelo sea capaz de producir inflación y materia oscura consistentemente. En particular, nos preguntamos si alguna de las partículas disponibles en el escenario de materia oscura dinámica puede adoptar el papel de un inflatón. Hasta ahora se han estudiado modelos de inflación a través de axiones, pero no un escenario inflacionario con un ensamble como el mencionado previamente.

Al día de hoy no han sido estudiados demasiados escenarios que traten de explicar ambos fenómenos simultáneamente. Un ejemplo de semejante escenario es el considerado en el llamado milagro ALP [10, 11], en el que, bajo fuertes suposiciones adicionales, un campo axiónico 4-dimensional es capaz de producir inflación y materia oscura. La propuesta de este trabajo consiste en tomar un campo axiónico 5-dimensional y un potencial tipo hilltop, y estudiar la posibilidad de que este modelo explique tanto inflación cosmológica como materia oscura.

Organización de la tesis

En el capítulo 2 analizamos los elementos básicos de cosmología con los cuales se realiza la descripción de nuestro Universo. En la primera mitad, partimos del principio cosmológico para formular una métrica adecuada a la geometría del Universo y obtenemos las ecuaciones de campo de Einstein para esta geometría. Luego, introducimos el modelo inflacionario por medio de un campo escalar estándar y la aproximación de rodamiento lento o *Slow-Roll* para simplificar nuestras ecuaciones. Describimos las pequeñas fluctuaciones que ocurrieron al principio del Universo y que formaron las semillas para dar lugar a su estructura actual. Relacionamos estas fluctuaciones con las observaciones realizadas al fondo cósmico de microondas. En la segunda mitad estudiamos las observaciones que nos llevan a considerar la existencia de la materia oscura. Mencionamos algunos modelos que pueden servir como explicación a este fenómeno y describimos la dinámica que les lleva a producir la abundancia de reliquia observada.

En el capítulo 3 estudiamos un modelo concreto de materia oscura conocido como materia oscura dinámica. Observamos cómo una dimensión adicional y un campo tipo axión de cinco dimensiones pueden llevar a un escenario de un ensamble de partículas tipo axión de cuatro dimensiones con distintas masas y, por tanto, distintas tasas de decaimiento. Mencionamos que el balance entre las abundancias y las tasas de decaimiento pueden llevar a producir la abundancia total de materia oscura observada actualmente. También estudiamos el milagro ALP, un modelo en principio estudiado como modelo inflacionario y luego estudiado como modelo de materia oscura. Concluimos que este modelo no solo es capaz de replicar las observaciones del CMB, sino que además es capaz de replicar la abundancia de materia oscura hoy en día. Por la observación anterior es llamado milagro ALP.

En el capítulo 4 analizamos un modelo de materia oscura dinámica con inflación. Suponemos un campo tipo axión de cinco dimensiones que posee un potencial tipo *hilltop*. Aunque el campo de cinco dimensiones produce una colección infinita de campos de cuatro dimensiones, trabajamos en una primera aproximación con dos de los campos resultantes. Encontramos que, bajo una rotación adecuada de los estados, uno de los campos puede servir como inflatón y otro como materia oscura. Calculamos los parámetros inflacionarios asociados al campo del inflatón y la abundancia para el campo de materia oscura. Concluimos que bajo la elección adecuada de los parámetros libres, es posible tener un escenario inflacionario y un escenario de materia oscura en el mismo modelo.

En el capítulo 5 expresamos las conclusiones finales que obtenemos a partir de nuestro modelo y comparamos los resultados teóricos con las observaciones. Se propone un trabajo para estudiar más a fondo la infinidad de estados producidos por la dimensión adicional.

Las convenciones que utilizamos son tales que $\hbar = c = 1$, donde \hbar es la constante de Planck y c la rapidez de la luz. De acuerdo a lo anterior, tenemos que la masa reducida de Planck es $M_p^2 = 1/8\pi G$. La convención de signos de la métrica que utilizamos es $(+, -, -, -)$.

Capítulo 2

Elementos básicos de cosmología

La dinámica del Universo puede ser estudiada como un único sistema físico. La evolución del mismo es usualmente descrita mediante el modelo cosmológico Λ CDM. El universo visible a gran escala parece el mismo en todas las direcciones alrededor de nosotros. Aun más, las observaciones indican que cualquier punto del Universo tiene las mismas propiedades que cualquier otro punto dado. Es decir, el universo observable es homogéneo e isotrópico a escalas grandes; esto se conoce como el *principio cosmológico*. En este principio cosmológico se basa el modelo Λ CDM.

El modelo Λ CDM supone que el Universo se conforma de cuatro componentes fundamentales: radiación, energía oscura, materia oscura fría y materia bariónica. Radiación se refiere a las partículas que alcanzan velocidades relativistas, como los fotones y los neutrinos. La constante cosmológica Λ está asociada a la energía oscura, la energía que produce la expansión del Universo hoy en día. La materia oscura fría (CDM, las siglas en inglés de Cold Dark Matter) es la componente del Universo que alcanza velocidades muy por debajo de las velocidades relativistas, de ahí el término fría. Estas velocidades bajas permiten la formación de estructura. La materia oscura fría únicamente interacciona gravitacionalmente. La materia bariónica es la componente de materia visible en el Universo, está constituida de bariones y leptones. Las mediciones indican que el Universo actualmente se encuentra constituido aproximadamente en un 68% de energía oscura, 27% de materia oscura y 5% de materia bariónica [2].

2.1 La métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker

El principio cosmológico fue utilizado en un inicio únicamente por simplicidad matemática. Sin embargo, las evidencias obtenidas del fondo cósmico de microondas (CMB) y la estructura a grandes escalas del Universo confirmaron la homogeneidad e isotropía del Universo en escalas mayores a 100 Megaparsecs, donde un Megaparsec equivale a 3.26 millones de años luz. Las observaciones anteriores nos llevan a concluir que no existe un lugar privilegiado en el Universo [12].

Bajo estas ideas, se puede encontrar una métrica adecuada para la descripción del Universo. La

métrica que describe mejor una geometría acorde al principio cosmológico es la métrica de FLRW, definida mediante el intervalo

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \text{sen}^2\theta d\phi^2 \right], \quad (2.1)$$

donde $a(t)$ es conocido como el factor de escala, que posee dimensiones de longitud, por lo que r es adimensional. ds mide la distancia entre 2 puntos del espacio-tiempo separados por dx^μ , donde $\mu = \{0, 1, 2, 3\}$. El factor de escala permite medir la tasa de crecimiento del Universo a un tiempo t . (r, θ, ϕ) son coordenadas comóviles; coordenadas que permanecen invariantes ante la expansión del Universo. K representa la curvatura del espacio, y puede tomar los siguientes valores:

$$K = \begin{cases} -1 & \text{el Universo es abierto,} \\ 0 & \text{el Universo es plano,} \\ 1 & \text{el Universo es cerrado.} \end{cases} \quad (2.2)$$

Para describir la dinámica gravitacional de nuestro Universo, utilizamos las ecuaciones de campo de Einstein,

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi GT_{\mu\nu}, \quad (2.3)$$

donde $R_{\mu\nu}$ es el tensor de Ricci, R es el escalar de Ricci, $T_{\mu\nu}$ es el tensor de energía-momento y a $G_{\mu\nu}$ se le conoce como tensor de Einstein.

Consideremos el contenido del Universo como un fluido perfecto, es decir, un fluido en el que su tensor de energía-momento está únicamente determinado por su densidad de energía y presión $T_{\mu\nu} = (\rho + P)u_\mu u_\nu - Pg_{\mu\nu}$, con ρ la densidad de energía, P la presión y u la cuadrivelocidad. La isotropía del Universo implica que el fluido se encuentra en reposo en las coordenadas comóviles, la homogeneidad del Universo implica que tanto ρ como P dependen únicamente del tiempo y entonces el tensor de energía-momento es

$$T^\mu{}_\nu = \text{diag}(\rho, -P, -P, -P). \quad (2.4)$$

Y ahora, utilizando la ecuación de conservación $\nabla_\mu T^\mu{}_\nu = 0$, donde ∇_μ es la derivada covariante respecto a la coordenada x^μ , además de las ecuaciones de campo de Einstein, obtenemos las ecuaciones:

$$H^2 \equiv \frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{K}{a^2}, \quad (2.5a)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3P), \quad (2.5b)$$

$$\dot{\rho} = -3H(\rho + P), \quad (2.5c)$$

donde a H se le conoce como parámetro de Hubble. H no es constante en el tiempo, a diferencia de la constante de Hubble H_0 que es el valor constante del parámetro de Hubble en la época actual. ρ y

P corresponden a la densidad de energía y la presión de la componente dominante del Universo. Hay un total de tres incógnitas pero únicamente dos de las tres ecuaciones anteriores son linealmente independientes. Para obtener la tercera ecuación que relacione a ρ , P y a utilizamos la ecuación de estado del fluido que domina en el Universo. En este caso supusimos un fluido perfecto como modelo del sistema, por lo que

$$P = \omega\rho, \quad (2.6)$$

con ω una constante. A partir de aquí tenemos distintas soluciones dependiendo del valor de ω . Clasificamos los valores dependiendo del componente dominante del Universo. En el caso de un universo dominado por materia, el valor es $\omega = 0$ ya que la presión producida es despreciable (polvo). En el caso de la radiación la ecuación de estado corresponde a $\omega = 1/3$. Notamos a partir de la ecuación (2.5c) que $\omega = -1$ implica $\dot{\rho} = 0$ y por lo tanto la densidad de energía no depende del tiempo para este caso, a esta componente le llamamos constante cosmológica. Podemos ver las distintas soluciones en las siguientes ecuaciones:

$$a \propto t^{\frac{2}{3}}, \quad \omega = 0 \quad \text{materia,} \quad (2.7a)$$

$$a \propto t^{\frac{1}{2}}, \quad \omega = 1/3 \quad \text{radiación,} \quad (2.7b)$$

$$a = a_0 \exp(H_0(t - t_0)), \quad \omega = -1 \quad \text{constante cosmológica,} \quad (2.7c)$$

donde t_0 es el tiempo presente, y además $a_0 \equiv a(t_0)$ y $\rho_0 \equiv \rho(t_0)$. La ecuación (2.7c) se ha obtenido de la ecuación (2.5b) para $\omega = -1$ y de imponer $a_0 = a(t_0)$.

También podemos ver la evolución de la densidad de energía, en términos de $a(t)$, para las distintas soluciones:

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{a_0}{a}\right)^3, \quad \omega = 0, \quad (2.8a)$$

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{a_0}{a}\right)^4, \quad \omega = 1/3, \quad (2.8b)$$

$$\rho = \rho_0, \quad \omega = -1. \quad (2.8c)$$

Observando las ecuaciones (2.7) podemos ver que en los tres casos el Universo se expande. Sin embargo, esta expansión no es acelerada para todos los casos. Vemos que la materia y radiación producen una expansión en la que $\ddot{a} < 0$, es decir, una expansión desacelerada; mientras que para $\omega = -1$ tenemos una expansión acelerada debido a que el factor de escala es proporcional a la exponencial de t , es decir, $\ddot{a} > 0$ para este caso.

Otra propiedad interesante que podemos observar en las ecuaciones (2.8) es que la densidad de energía decrece para el caso de la materia y la radiación, mientras que para la constante cosmológica la densidad de energía y la presión son constantes todo el tiempo. Además, de la ecuación (2.5a), vemos que el parámetro de Hubble también es constante durante la expansión acelerada.

La ecuación (2.8c), correspondiente a una expansión acelerada del Universo, describe dos épocas distintas; por un lado, la expansión acelerada en la etapa temprana del Universo conocida como inflación, y por otro lado, la expansión que observamos hoy en día debido a la energía oscura. Esta

expansión acelerada se considera una buena descripción de la constante cosmológica y de la energía oscura.

2.2 Inflación

Mediante la inflación cosmológica es posible resolver los problemas de planitud, el problema del horizonte y explicar las pequeñas anisotropías que observamos en el Universo a gran escala. La inflación cosmológica es una etapa temprana de expansión acelerada del Universo. Esta etapa ocurrió aproximadamente entre los primeros 10^{-36} y 10^{-32} segundos después de la singularidad del Big Bang; durante este corto período de tiempo, el Universo se expandió aproximadamente 10^{26} veces su tamaño original.

Existen distintas teorías que pueden describir una etapa inflacionaria, la más conocida es la inflación a través de un campo escalar. Este modelo puede ser revisado a detalle en [13, 1] por ejemplo.

2.2.1 Inflación por medio de un campo escalar

El modelo más sencillo de inflación puede ser provisto por la teoría cuántica de campos. Se propone un campo escalar homogéneo e isotrópico, mínimamente acoplado a la gravedad, conocido como inflatón. Bajo estas suposiciones, la acción del campo y la gravedad está dada por

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{M_p^2}{2} R + \mathcal{L} \right] = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{M_p^2}{2} R + \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right], \quad (2.9)$$

con g el determinante de la métrica del espacio-tiempo de FLRW $g_{\mu\nu}$ (definida mediante (2.1)), \mathcal{L} la densidad lagrangiana del inflatón, $V(\phi)$ el potencial del inflatón y la llamada masa de Planck reducida $M_p^2 = 1/8\pi G$. Entonces, nuestra ecuación de movimiento es

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{\partial V}{\partial \phi} = 0. \quad (2.10)$$

Ahora podemos calcular la densidad de energía y la presión del inflatón con ayuda del tensor de energía-momento del sistema. Por lo que la densidad de energía y la presión del inflatón son

$$\rho = T^0_0 = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi), \quad (2.11a)$$

$$P = -T^i_i = \frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi). \quad (2.11b)$$

Algo que notamos de inmediato es el hecho de que cuando el potencial domina sobre la energía cinética, entonces $P \approx -V(\phi) \approx -\rho$, es decir, obtenemos la ecuación de estado asociada a una

expansión acelerada ($\omega = -1$). A este proceso de expansión acelerada se le conoce como inflación. Por otro lado, la ecuación (2.5a) en un universo plano ($K = 0$) ahora tiene la forma

$$H^2 = \frac{1}{3M_p^2} \left(\frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi) \right). \quad (2.12)$$

2.2.2 Aproximación de slow-roll

Como se mencionó anteriormente, incluyendo un campo escalar homogéneo podemos tener un escenario de inflación cuando su potencial domine sobre el término cinético en la densidad de energía y la presión. Este modelo se conoce como aproximación de rodamiento lento o slow-roll [13] debido a que, como veremos más adelante, el potencial debe tener una inclinación pequeña y casi constante, por lo que el campo rueda lento mientras se mueve por el potencial. En términos más precisos, la aproximación de slow-roll se obtiene cuando se satisface

$$\frac{\dot{\phi}^2}{2} \ll V(\phi), \quad (2.13a)$$

$$\ddot{\phi} \ll 3H\dot{\phi}. \quad (2.13b)$$

Bajo esta aproximación, la ecuación de movimiento (2.10) ahora tiene la forma

$$3H\dot{\phi} + \frac{\partial V}{\partial \phi} \approx 0. \quad (2.14)$$

Además, la ecuación de estado del sistema y las ecuaciones de Friedmann (2.5c)-(2.5a) son

$$P \approx -\rho, \quad (2.15a)$$

$$\dot{\rho} \approx 0, \quad (2.15b)$$

$$H^2 \approx \frac{1}{3M_p^2} V(\phi). \quad (2.15c)$$

Para parametrizar el desarrollo de inflación en la aproximación de slow-roll se introducen los llamados parámetros de slow-roll. Definimos nuestro primer parámetro de slow-roll,

$$\epsilon \equiv \frac{M_p^2}{2} \frac{V_\phi^2}{V^2}, \quad \epsilon \ll 1, \quad (2.16)$$

y definimos nuestro segundo parámetro como

$$\eta \equiv M_p^2 \frac{V_{\phi\phi}}{V}, \quad |\eta| \ll 1, \quad (2.17)$$

donde $V = V(\phi)$, $V_\phi = \partial V / \partial \phi$ y $V_{\phi\phi} = \partial^2 V / \partial \phi^2$. Bajo las condiciones $\epsilon, |\eta| \ll 1$ tendremos inflación del tipo slow-roll. Podemos observar entonces que nuestros parámetros de slow-roll describen cómo

debe comportarse el potencial de la teoría para que podamos tener inflación; el potencial debe tener una inclinación pequeña (de la condición (2.16)) y casi constante (de la condición (2.17)) para que pueda ser válido en nuestro modelo, de ahí el nombre de “rodamiento lento” de la partícula sobre el potencial.

Podemos definir el número N de veces en que el factor de escala crece exponencialmente desde el inicio de inflación hasta la conclusión del período inflacionario, que corresponde al momento en que cualquiera de nuestros parámetros de slow-roll alcanza el valor de 1,

$$N \equiv \ln \left(\frac{a_f}{a_i} \right) = \int_{t_i}^{t_f} H dt = \int_{\phi_i}^{\phi_f} H \frac{d\phi}{\dot{\phi}} \approx - \int_{\phi_i}^{\phi_f} 3H^2 \frac{d\phi}{V_\phi} \approx \frac{1}{M_p^2} \int_{\phi_f}^{\phi_i} \frac{V}{V_\phi} d\phi, \quad (2.18)$$

con t_i y t_f el tiempo al inicio y final de inflación respectivamente y $\phi_i = \phi(t_i)$, $\phi_f = \phi(t_f)$. A N se le conoce como el número de e-folds. La inflación puede resolver el problema del horizonte si el Universo se expande exponencialmente por más de 60 e-folds [14]. En particular nos interesan modelos inflacionarios a partir de campos pseudoescalares tipo axi3n. Entre estos se encuentran los modelos de inflación natural y hilltop.

Inflación natural

En los modelos de física de partículas, la planitud del potencial debe ser protegida contra las correcciones radiativas que pueden surgir por la auto-interacción del campo inflacionario o de las correcciones radiativas de sus acoplamientos a los campos de materia, responsables de recalentar el Universo después de inflación. Para el caso del campo de Higgs en el modelo estándar, la supersimetría puede proveer una protección natural contra las correcciones radiativas. En algunos casos, por ejemplo en inflación híbrida [15] la supersimetría juega un papel más crucial: si el potencial es exactamente plano en el límite antes del rompimiento de la supersimetría, la ruptura puede proveer una pequeña inclinación del potencial inflacionario, lo cual lleva a un espectro correcto de las perturbaciones.

Otra posible simetría que puede proteger la planitud del potencial inflacionario es una simetría axiónica (de desplazamiento), en el caso de que el inflatón sea un axi3n pseudo-escalar. Los bosones Pseudo-Nambu-Goldstone (PNGBs) como el axi3n aparecen en muchos modelos de físicas de partículas: surgen cuando una simetría global es espontáneamente rota [16]. Sirven entonces como candidatos a inflación: suponemos que una simetría global es espontáneamente rota a la escala f , con una simetría explícitamente rota a una menor escala Λ ; estas dos escalas caracterizan completamente el modelo y están constreñidas por los requerimientos de una inflación exitosa en el sentido de producir un número adecuado de e-folds, suficiente recalentamiento y una adecuada amplitud y espectro de perturbaciones cosmológicas..

En este caso, el potencial del inflatón surge debido a la ruptura de una simetría axiónica global $\phi \rightarrow \phi + \text{constante}$, y es por lo tanto controlada por esta: por ejemplo, los acoplamientos del inflatón a materia no afectan el potencial inflacionario si respetan la simetría axiónica. Este mecanismo, conocido como inflación natural, fue originalmente propuesto en [7]. El rompimiento de la simetría

axiónica lleva al potencial inflacionario

$$V = \Lambda^4 [1 + \cos(\phi/f)] , \quad (2.19)$$

donde f es llamada constante de decaimiento y está relacionada con la escala en la que la simetría global se rompe, Λ por otro lado determina la escala inflacionaria. Se puede observar el potencial en la figura 2.1a. Para inflación, los ingredientes importantes son la altura Λ y el ancho F del potencial. La inflación ocurre mientras ϕ está cerca de un máximo de V , donde la condición de planitud $\epsilon \ll 1$ se satisface. La segunda condición de slow-roll cerca del máximo, $|\eta| \approx M_p^2/2f^2 \ll 1$, impone una restricción a la escala del axión.

Inflación tipo hilltop

En los potenciales del tipo hilltop, al igual que en inflación natural, la inflación ocurre cerca del máximo del potencial [17]. Si tomamos un potencial cuártico, como por ejemplo

$$V = V_0 - \lambda\phi^4 , \quad (2.20)$$

podemos notar en la figura 2.1b que el potencial es bastante plano cerca del máximo, lo que permite que se cumplan las condiciones de slow-roll. También podemos calcular $\epsilon = 8(M_p\lambda\phi^3)^2/(V_0 - \lambda\phi^4)^2$, mientras que $|\eta| = 12M_p^2\lambda\phi^2/(V_0 - \lambda\phi^4)$.

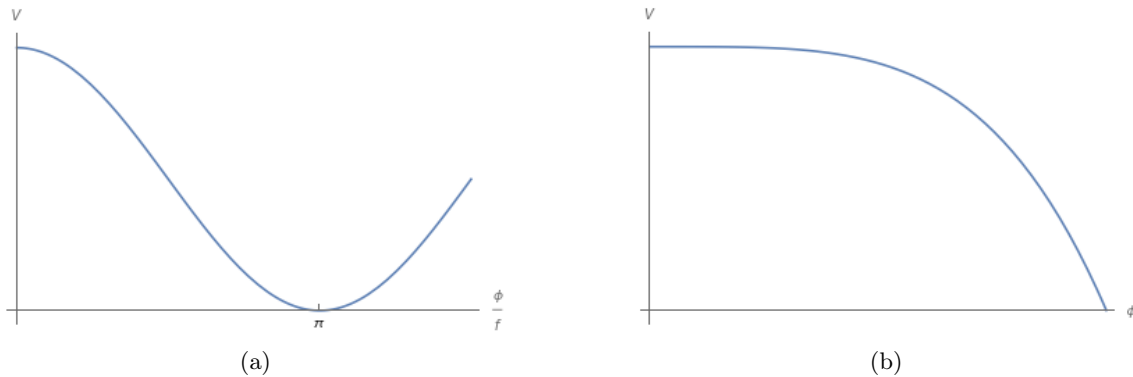


Figura 2.1: Gráficas del potencial de los modelos (a) inflación natural (b) inflación del tipo hilltop.

2.3 Perturbaciones cosmológicas

Para que la teoría sea consistente con el modelo estándar cosmológico es necesario que después de la inflación ocurra una etapa de recalentamiento. Durante inflación, la densidad de partículas debe disminuir hasta $n \propto a^{-3} \rightarrow 0$. Al final de la inflación, la densidad de energía del vacío almacenada

en el campo del inflatón debe ser transferida en forma de radiación, por medio del decaimiento del inflatón.

Inhomogeneidades en la densidad que surgieron durante las etapas tempranas del Universo fueron amplificadas por los efectos gravitatorios. Esto dio origen a las galaxias, cúmulos de galaxias, y todo lo que observamos a gran escala. Aunque el Universo a gran escala sea bastante homogéneo, estas imperfecciones dieron origen a las inhomogeneidades que observamos a menor escala en el Universo.

Podemos explicar las “semillas” que dan lugar a estas inhomogeneidades que conforman la estructura del Universo si consideramos fluctuaciones cuánticas que provienen desde el período de inflación. Estas oscilan dentro del horizonte de Hubble, que determina la distancia máxima en que dos partículas pueden comunicarse a un tiempo determinado, y eventualmente salen del horizonte debido a que el factor de escala crece mucho más rápido que el horizonte de Hubble durante inflación. Una vez que la longitud de onda de las fluctuaciones son más grandes que el horizonte de Hubble, entonces los modos se vuelven constantes (se congelan) y pueden tratarse como perturbaciones clásicas. Finalmente, después de la inflación, el factor de escala crece más rápido que el horizonte de Hubble, por lo que estas fluctuaciones entran nuevamente al horizonte, en la época dominada por la radiación o la materia. Estas perturbaciones entonces dan lugar a perturbaciones en la materia, que eventualmente comenzarán a crecer.

El análisis de esta sección fue realizado mediante el apoyo de las referencias [4, 18] principalmente, así como de [19, 20, 13, 14].

La perturbación de curvatura comóvil \mathcal{R} es una cantidad invariante de norma y es obtenida de la perturbación de curvatura (dependiente de la elección de norma) y la perturbación del inflatón $\delta\phi$ en esa norma. El espectro de potencias de \mathcal{R} puede ser escrito como

$$P_{\mathcal{R}} = \frac{9}{4\pi^2} \frac{H^6}{V_\phi^2}, \quad (2.21)$$

donde hemos utilizado la aproximación (2.14). Si ahora utilizamos la ecuación (2.15c) para sustituir H^6 en la ecuación anterior, obtenemos

$$P_{\mathcal{R}} \approx \frac{1}{M_p^6} \frac{V^3}{12\pi^2 V_\phi^2} = \frac{1}{M_p^4} \left(\frac{V}{24\pi^2 \epsilon} \right), \quad (2.22)$$

donde hemos utilizado la definición (2.16) en la última igualdad. Recordando también que $P_{\mathcal{R}}$ está siendo evaluado en el horizonte $k = aH$.

Diferentes escalas salen del horizonte a tiempos diferentes (las escalas grandes que observamos hoy dejan el horizonte antes que las escalas pequeñas). La dependencia del espectro de potencias respecto al factor de escala es parametrizada por el índice espectral n_s [4]; suponemos una regla de potencias

$$P_{\mathcal{R}}(k) = A_s \frac{k^{n_s-1}}{k_0}, \quad (2.23)$$

donde A_s se le conoce como la amplitud de las perturbaciones escalares y k_0 es una escala pivote. De manera equivalente

$$n_s \equiv \frac{d \ln P_{\mathcal{R}}}{d \ln k} + 1, \quad (2.24)$$

y procedemos a calcularlo, para ello usamos que $d \ln k = d \ln(aH) = d \ln(a) + d \ln(H)$ recordando que durante la inflación $H = \text{cte}$ y por lo tanto $d \ln k = d \ln a = (H/\dot{\phi})d\phi = -(1/M_p^2)(V/V_\phi)d\phi$, donde hemos utilizado las ecuaciones (2.14) y (2.15c) en la última igualdad. Por lo que, utilizando el análisis anterior y la ecuación (2.22), calculamos

$$n_s - 1 = -M_p^2 \frac{V_\phi}{V} \frac{d \ln P_{\mathcal{R}}}{d\phi} = -M_p^2 \frac{V_\phi}{V} \left(3 \frac{V_\phi}{V} - 2 \frac{V_{\phi\phi}}{V_\phi} \right) = 2\eta - 6\epsilon. \quad (2.25)$$

La dependencia de $P_{\mathcal{R}}$ respecto a la escala es pequeña debido a que $\epsilon, |\eta| \ll 1$ durante inflación, pero no es cero.

Durante inflación también se producen fluctuaciones tensoriales, estas se propagan como ondas gravitacionales. Podemos parametrizar la dependencia del espectro de potencias de las perturbaciones tensoriales P_T respecto al factor de escala mediante la definición [4]

$$n_T \equiv \frac{d \ln P_T}{d \ln k}. \quad (2.26)$$

Calculamos P_T en términos del potencial V mediante la ecuación (2.15c),

$$P_T \approx \frac{2}{3\pi^2} \frac{V}{M_p^4}. \quad (2.27)$$

Finalmente, calculamos n_T en términos de los parámetros de slow-roll

$$n_T = -M_p^2 \frac{V_\phi}{V} \frac{d \ln P_T}{d\phi} = -M_p^2 \frac{V_\phi^2}{V^2} = -2\epsilon, \quad (2.28)$$

por lo que las perturbaciones tensoriales son también casi independientes de la escala durante la inflación.

Podemos también definir el cociente tensor-a-escalar

$$r \equiv \frac{P_T}{P_R} = 16\epsilon. \quad (2.29)$$

De estas tres cantidades que caracterizan el modelo que elijamos, solo podemos comparar tres con las observaciones reales provenientes del satélite Planck [3]. Para el valor del índice espectral escalar las observaciones indican que $n_s = 0.9665 \pm 0.0038$, mientras que el cociente tensor-a-escalar está acotado por $r < 0.106$, por último tenemos la amplitud de las perturbaciones escalares $A_s = 2.10058 \times 10^{-9} \pm 0.030 \times 10^{-9}$, con una escala pivote de $k = 0.05 \text{ Mpc}^{-1}$, valores conseguidos por la colaboración Planck¹. No es posible tener una medida del índice espectral tensorial n_T todavía

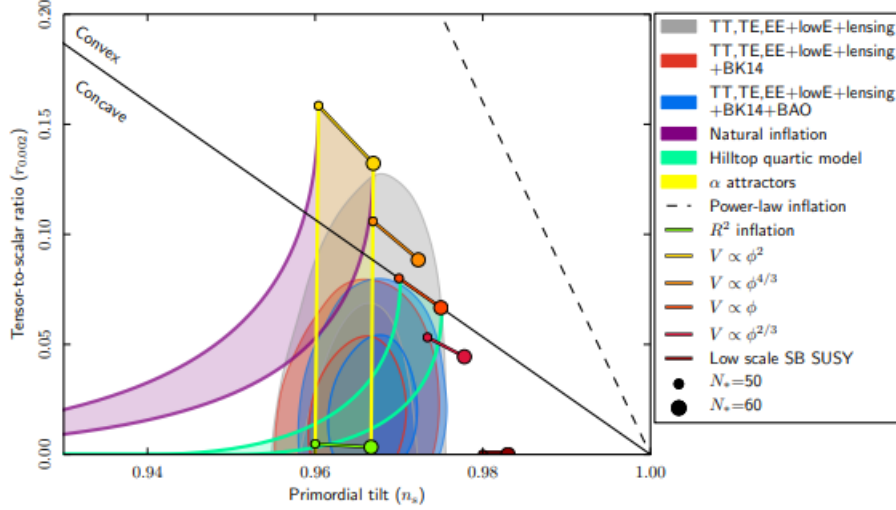


Figura 2.2: Distintos modelos inflacionarios comparados con los contornos de r y n_s de 68% y 95% de confianza respectivamente dados por Planck [3]. Gráfica tomada de [21].

porque las ondas gravitacionales serían muy pequeñas como para ser detectadas con la tecnología existente.

Para inflación natural se encuentra una expresión de $n_s \approx 1 - M_p^2/f^2$. Contrastando con los valores experimentales nos restringe a un valor de $f > 5M_p$, para lo cual es válido preguntarse si podemos hacer una descripción correcta de la teoría debido a que aparecen los efectos de gravedad cuántica en una escala tan grande.

Para el caso del potencial hilltop $n_s \approx 1 - 3/N$, que al tomar el valor de $N = 60$ e-folds, necesario para explicar la planitud del Universo hoy en día, se obtiene un valor de $n_s = 0.95$. Este es un valor por debajo de los valores aceptables. Uno puede obtener un valor de $n_s \approx 0.96$ si tomamos valores de $N > 75$.

En la figura 2.2 se pueden observar distintos modelos inflacionarios contrastados con las mediciones realizadas por el satélite Planck, sin tomar en cuenta la posible conexión con la materia oscura.

2.4 Materia oscura

En 1933 el físico suizo Fritz Zwicky proporcionó las primeras pruebas de la existencia de la materia oscura. Zwicky estimó que la materia presente en el cúmulo de galaxias Coma era mayor a la asociada

¹Estas medidas fueron tomadas de la tabla 2 y 4 de las últimas observaciones realizadas por el satélite Planck [3] para el caso TT,TE,EE+lowE+lensing+BAO, correspondiente a la última columna de ambas tablas.

al brillo total del cúmulo [22]. La velocidad orbital de las galaxias debía ser más lenta si se tomaba en cuenta únicamente las galaxias visibles del cúmulo. Por lo que concluyó que debía haber un tipo de materia no visible con suficiente masa para proporcionar la gravedad que produciría las velocidades tan altas en los bordes del cúmulo. A este tipo de materia no visible se le llamó materia oscura. Hoy en día se han encontrado más evidencias de la existencia de materia oscura, como las curvas de rotación galáctica, las mediciones del cúmulo Bala, evidencias mediante lentes gravitacionales y observaciones del CMB [5] (formación de estructura).

Muchos candidatos han sido propuestos para explicar la materia oscura. Los neutrinos, por ejemplo, tienen una masa muy pequeña y no interactúan electromagnéticamente. Esto los hace atractivos como candidatos a materia oscura, sin embargo, estos tendrían una contribución muy pequeña a la densidad de energía de la materia oscura total $\Omega_\nu < 0.0072$. Los objetos astrofísicos masivos de halo compacto (MACHOs por las siglas en inglés de *massive astrophysical compact halo object*), materia bariónica que emite muy poca radiación. También se han propuesto muchos candidatos más allá del modelo estándar, entre ellos se encuentran los axiones, partículas tipo axión y los WIMPs (partículas masivas débilmente interactuantes).

Los axiones y las partículas tipo axión suponen candidatos a materia oscura, están asociados a campos escalares y pseudo-escalares muy ligeros. Los acoplamientos que estas partículas presentan con el modelo estándar, genéricamente se da a través de derivadas de los bosones de norma [23].

El análisis de esta sección está basado principalmente en [2, 23, 24], con el apoyo de [22, 25, 26] como complemento.

2.4.1 Mediciones del parámetro de densidad de materia Ω_m

La constante de Hubble está parametrizada por un número adimensional h definido mediante $H_0 = 100h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, cuyo valor medido por Planck [3] es $h = 0.6766 \pm 0.0042$. Las anisotropías en el CMB proveen una medida del parámetro de densidad $\Omega_m h^2$. La sensibilidad del CMB a la densidad de materia se debe tanto al efecto de la materia en la expansión temprana del Universo, así como a que la materia oscura domina los pozos de potencial que también dejan su huella en las anisotropías del CMB. El equipo de Planck [3] reportó $\Omega_m h^2 = 0.1431 \pm 0.0025$. Por lo tanto, las observaciones del CMB son consistentes con una densidad de materia se aproxima al 30 % de la densidad crítica.

La relación distancia-corrimiento al rojo en el Universo tardío, probado por velas estándar y reglas, restringen los valores de Ω_m . Cuando son combinadas con el CMB, la restricción se vuelve muy pequeña, $\Omega_m = 0.311 \pm 0.006$.

La estructura a gran escala provee dos maneras de estudiar los pozos de potencial gravitacional y por tanto la cantidad de materia: velocidades de galaxias y lentes gravitacionales. Las velocidades son analizadas a través de la distorsión característica que imprimen en la estadística de las galaxias. Los lentes gravitacionales son detectados a través de la estadística de la forma de las galaxias. La ligera discrepancia entre este número y aquellos dados por el CMB es útil de apuntar.

Finalmente, otra manera de medir la densidad de masa total es tomar observaciones sensibles a Ω_b/Ω_m y usar el valor de Ω_b , determinado ya sea a través de *big bang nucleosíntesis* (BBN) o del

CMB, para inferir la densidad de materia [2]. Cúmulos masivos de galaxias son quizás el objetivo más prometedor, ya que la mayoría de la materia bariónica en un cúmulo de galaxia es en la forma de gas caliente, la cual es observable a través de rayos X térmicos o el llamado efecto Sunyaev–Zeldovich (SZ). Este cociente es $\Omega_b/\Omega_m = (0.089 \pm 0.012)h^{-3/2}$. Ya que los bariones hacen un total del 5 % de la densidad crítica, la densidad de materia total es inferida nuevamente de aproximadamente 30 % de la densidad crítica total.

Concluimos que hay un acuerdo entre la gran variedad de pruebas de que la densidad de materia total en el Universo es alrededor de 30 % de la densidad crítica total, con un 80 % siendo en forma de materia oscura no bariónica.

La abundancia de bariones Ω_b , es menor que la abundancia de materia total. Las mediciones actuales de elementos ligeros combinadas con los cálculos de BBN, restringen la contribución de materia ordinaria no relativista a un límite superior de 5 % de la densidad crítica. La densidad de materia total es significativamente mayor, por lo que podemos concluir que la materia del Universo no está constituida principalmente por protones y neutrones. El valor reportado por Planck [3] de la abundancia de materia oscura es $\Omega_{DM}h^2 = 0.11933 \pm 0.00091$.

2.4.2 Producción térmica

Definimos producción térmica de las reliquias de materia oscura como el mecanismo por el cual son producidas de partículas que se encuentran en equilibrio térmico de tal manera que su espectro de energía resultante es la misma que las partículas en equilibrio térmico (hasta cierta normalización). Las reliquias de materia oscura subsecuentemente se desacoplan del equilibrio térmico o pueden ya estar desacopladas, por ejemplo cuando son producidas por dispersión o decaimiento térmico de partículas.

Reliquias térmicas calientes

En este caso las partículas de reliquia de materia oscura estuvieron en equilibrio térmico a una época temprana, y finalmente se desacoplaron a una temperatura T_{dec} que es más grande que su masa m_X . Ya que son todavía relativistas cuando son producidas, son llamadas reliquias térmicas calientes [25]. El espectro de energía se congela cuando son desacopladas así que la distribución es la misma como estaban cuando estaban en equilibrio térmico; el número de densidad solo está corrido al rojo después del congelamiento. En este caso, la abundancia comóvil solo depende de los grados de libertad de entropía g_{*S} al tiempo de desacople. Se obtiene

$$Y_X \equiv \frac{n_X}{s} \Big|_{T_{\text{dec}}} = \frac{45\zeta(3)}{2\pi^4} \frac{g_{\text{eff}}}{g_{*S}(T_{\text{dec}})}, \quad (2.30)$$

donde Y_X se define como el cociente entre la densidad de número y la entropía, $\zeta(3) \approx 1.202$ y $g_{\text{eff}} = g$ (bosón) y $g_{\text{eff}} = 3g/4$ (fermión), con g denotando los grados de libertad del campo X .

Un ejemplo claro de reliquia térmica caliente son los neutrinos ligeros que se desacoplan a $T_{\text{dec}} \approx 1 \text{ MeV}$ cuando $g_{*S} = 10.75$. Su densidad de reliquia a día de hoy está dada por

$$\Omega_\nu h^2 = \frac{\Sigma m_\nu}{91.5 \text{ eV}} \quad (2.31)$$

suponiendo que ahora son casi no relativista.

Reliquias térmicas frías: WIMPs

La historia general de un WIMP “X” comienza en épocas muy tempranas (a muy altas temperaturas), cuando X se encontraba en equilibrio con el plasma primordial, pero experimentó un *freeze-out* conforme la tasa de interacción decayó por debajo de la tasa de expansión H [2]. Por lo que debemos resolver la ecuación de Boltzmann para esta partícula, determinando la época de *freeze-out* y su abundancia de reliquia.

En el escenario WIMP, dos partículas pesadas X se aniquilan produciendo dos partículas muy ligeras Ψ que son parte del modelo estándar. Las partículas ligeras se suponen muy acopladas al plasma primordial, así que se encuentran en completo equilibrio, con $n_\Psi = n_\Psi^{(0)}$. La densidad de número n_s para un potencial químico nulo $\mu_s = 0$ la indicamos como $n_s^{(0)}$. Debemos encontrar entonces la abundancia de la partícula pesada n_X mediante la ecuación de Boltzmann [2], que toma la forma

$$a^{-3} \frac{d(n_X a^3)}{dt} = \langle \sigma v \rangle \left\{ \left(n_X^{(0)} \right)^2 - (n_X^2) \right\}. \quad (2.32)$$

Recordemos que $T \propto \frac{1}{a}$, por lo que podemos escribir la ecuación anterior como

$$\frac{dY}{dt} = T^3 \langle \sigma v \rangle \{ Y_{\text{eq}}^2 - Y^2 \}, \quad (2.33)$$

donde hemos realizado el cambio de variable $Y \equiv n_X / T^3$, y además $Y_{\text{eq}} \equiv n_X^0 / T^3$. Podemos introducir una nueva variable temporal

$$x \equiv \frac{m_X}{T}. \quad (2.34)$$

Para temperaturas muy altas $x \ll 1$, para lo cual las reacciones ocurrirán demasiado rápido y por lo tanto $Y \approx Y_{\text{eq}}$. Para cambiar de variable t a x , necesitamos el Jacobiano $dx/dt = Hx$. Para WIMPs con masas de GeV o mayores, la producción de materia oscura ocurre en la época de radiación, donde la densidad de energía escala como T^4 , así que $H = H(m_X)/x^2$. De donde escribimos la ecuación de evolución

$$\frac{dY}{dx} = -\frac{\lambda}{x^2} \{ Y^2 - Y_{\text{eq}}^2 \}, \quad (2.35)$$

donde el cociente de la tasa de aniquilación sobre la tasa de expansión se definió como

$$\lambda \equiv \frac{m_X^3 \langle \sigma v \rangle}{H(m_X)}. \quad (2.36)$$

La ecuación (2.35) es una forma de la ecuación de Riccati, para la cual en general no hay soluciones analíticas. Para este caso, sin embargo, podemos hacer uso de nuestro conocimiento sobre el proceso de freeze-out para llegar a una expresión analítica para la abundancia $Y_\infty \equiv Y(x = \infty)$. Mucho después de la época de freeze-out, Y será mucho más grande que Y_{eq} , esto debido a que las partículas X no serán capaces de aniquilarse lo suficientemente rápido para mantener el equilibrio (ya que la materia oscura es no relativista y Y_{eq} está suprimida exponencialmente). Entonces a tiempos posteriores,

$$\frac{dY}{dx} = -\lambda \frac{Y^2}{x^2} \quad (x \gg 1). \quad (2.37)$$

Integrando desde la época del desacople x_f hasta tiempos muy grandes $x \rightarrow \infty$, obtenemos

$$\frac{1}{Y_\infty} - \frac{1}{Y_f} = \frac{\lambda}{x_f}. \quad (2.38)$$

Típicamente Y_f es mucho mayor que Y_∞ , por lo que podemos estimar

$$Y_\infty \approx \frac{x_f}{\lambda}. \quad (2.39)$$

Esto lleva a la abundancia de X en términos de la temperatura de congelamiento, que aun no hemos determinado. Una estimación del orden de magnitud [2] lleva a $x_f \approx 20$. Necesitamos una consideración más para determinar la abundancia a día de hoy de estas reliquias de partículas pesadas. Después del freeze-out, la densidad de energía de la partícula pesada decae simplemente como a^{-3} . Por lo que su densidad de energía hoy (en $a_0 = 1$) es igual a $m_X(a_1/a_0)^3$ multiplicado por su densidad de número en a_1 , donde a_1 corresponde a tiempos suficientemente grandes que Y ha alcanzado su valor asintótico, Y_∞ . La densidad de número en ese tiempo es $Y_\infty T_1^3$, por lo que

$$\rho_{X,0} = m_X Y_\infty T_0^3 \left(\frac{a_1 T_1}{a_0 T_0} \right)^3 \approx \frac{m_X Y_\infty T_0^3}{30}. \quad (2.40)$$

La segunda igualdad no es trivial. Se esperaría que aT permanezca constante durante la evolución del Universo. Así que el cociente $a_1 T_1 / a_0 T_0$ tendría el valor de uno. Conforme el Universo se expande, los fotones son calentados por la aniquilación del zoológico de partículas con masas entre 1 MeV y m_X , que supondremos que son más grandes que 100 GeV, así que T no decae simplemente como a^{-1} . Como resultado se puede estimar el valor del cociente anterior [2], dando un valor de $(a_1 T_1 / a_0 T_0)^3 = 1/30$. Finalmente, podemos obtener la fracción de densidad crítica que contribuye hoy la partícula X , para ello dividimos entre ρ_{cr}

$$\Omega_X = \frac{x_f m_X T_0^3}{\lambda 30 \rho_{\text{cr}}} = \frac{H(m_X) x_f T_0^3}{30 m_X^2 \langle \sigma v \rangle \rho_{\text{cr}}}. \quad (2.41)$$

Necesitamos calcular la tasa de expansión cuando la temperatura era igual a la masa de X , es decir, $H(m_X)$. Para ello necesitamos la densidad de energía cuando la temperatura era m_X . La densidad

de energía en la era de radiación está dada por

$$\rho \equiv g_* \frac{\pi^2}{30} T^4, \quad (2.42)$$

donde g_* es el número efectivo de grados de libertad relativista, y es función de la temperatura. Sustituyendo en (2.41)

$$\Omega_X = \left[\frac{4\pi^3 G g_*(m_X)}{45} \right]^{1/2} \frac{x_f}{T_0^3} 30 \langle \sigma v \rangle \rho_{\text{cr}}. \quad (2.43)$$

Vemos que Ω_X no depende explícitamente de la masa de la partícula X . Así que es la sección eficaz principalmente la que determina la abundancia de reliquia. Veamos ahora el orden de magnitud que es necesario para tener la materia oscura de hoy en día $\Omega_X h^2 \approx 0.1$. A las temperaturas de interés para producción de materia oscura, $T \sim 100$ GeV, $g_*(m_X)$ incluye contribuciones sobre todas las partículas del modelo estándar así que es del orden de 100. Normalizando g_* y x_f a sus valores aproximados tenemos que

$$\Omega_X h^2 = 0.1 \left(\frac{x_f}{20} \right) \left(\frac{g_*(m_X)}{100} \right)^{1/2} \frac{2 \times 10^{-26} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}}{\langle \sigma v \rangle}. \quad (2.44)$$

Se necesita que la sección eficaz $\langle \sigma v \rangle$ sea del orden de la interacción débil $\langle \sigma v \rangle \sim 10^{-26} \text{ cm}^3/\text{s}$. A este hecho se le conoce como el milagro WIMP, pues predice que las únicas interacciones que podría tener X para producir la abundancia de materia oscura hoy en día son la gravitatoria y la débil, precisamente las únicas interacciones posibles de la materia oscura.

2.4.3 Producción no térmica

Producción por desalineación

El mecanismo de desalineación supone que los campos en el Universo temprano poseen un estado inicial arbitrario (como se esperaría viniendo de fluctuaciones cuánticas durante inflación) que está fijado por la expansión del Universo; campos con masa m evolucionan en escalas de tiempo $t \sim m^{-1}$. Después de estas escalas, los campos intentan minimizar el valor del potencial, y por lo tanto oscilan alrededor del mínimo. Si no hay suficiente amortiguamiento por decaimiento, estas oscilaciones se pueden comportar como materia oscura fría ya que su densidad de energía está relacionada con el factor de escala de la expansión del Universo a como $\rho \propto a^{-3}$.

Tomemos el caso de un campo escalar real con el Lagrangiano

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi^2 + \mathcal{L}_I, \quad (2.45)$$

donde \mathcal{L}_I engloba las interacciones del campo escalar consigo mismo y con el resto de partículas del baño primordial [26]. Después de inflación, ocurre un período de recalentamiento, seguido por un

período de expansión dominado por radiación. La ecuación de movimiento para ϕ en el Universo en expansión es

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + m_\phi^2\phi = 0. \quad (2.46)$$

En general, la masa recibe correcciones térmicas de \mathcal{L}_I que pueden ser cruciales, por lo que tenemos en realidad $m_\phi = m_\phi(t)$.

La solución de esta ecuación puede ser separada en dos regímenes. En una primera época $3H \gg m_\phi$, así que ϕ es un oscilador sobreamortiguado y su valor es congelado, $\dot{\phi} = 0$. A un tiempo después, t_1 , caracterizado por $3H(t_1) = m_\phi(t_1) \equiv m_1$, el amortiguamiento pasa a estar por debajo de la oscilación crítica y el campo puede rodar abajo por el potencial y comenzar a oscilar. Durante esta época, el término de masa es el término dominante en la ecuación (2.46) y la solución puede ser encontrada en la aproximación WKB,

$$\phi \simeq \phi_1 \left(\frac{m_1 a_1^3}{m_\phi a^3} \right) \cos \left(\int_{t_1}^t m_\phi dt \right), \quad (2.47)$$

donde $\phi_1 \sim \phi_i$ ya que hasta el tiempo t_1 el valor del campo está congelado. Hemos obtenido una solución en la que no hemos supuesto una forma particular de H , por lo que es válida para la época de radiación, materia y energía oscura, así como las transiciones entre estas épocas.

La solución corresponde a oscilaciones rápidas con una amplitud de decaimiento lenta. Llamemos a la amplitud $\mathcal{A}(t) = \phi_1 (m_1 a_1^3 / m_\phi a^3)^{1/2}$ y la fase $\alpha(t) = \int^t m_\phi(t) dt$. La densidad de energía del campo escalar es

$$\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}m_\phi^2\phi^2 = \frac{1}{2}m_\phi^2\mathcal{A}^2 + \dots, \quad (2.48)$$

donde los puntos indican los términos de derivadas de \mathcal{A} , que suponemos son mucho más pequeños que m_ϕ ($m_\phi \gg H$ en este régimen). Consideremos la presión,

$$P_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - \frac{1}{2}m_\phi^2\phi^2 = -\frac{1}{2}m_\phi^2\mathcal{A}\cos(2\alpha) - \mathcal{A}\dot{m}_\phi\sin(2\alpha) + \dot{\mathcal{A}}^2\cos^2(\alpha). \quad (2.49)$$

A tiempos $t \gg t_1$ las oscilaciones en la presión ocurren a escalas de tiempo $1/m_\phi$ mucho más rápidas que la evolución cosmológica. Podemos promediar sobre estas oscilaciones, dando

$$\langle P_\phi \rangle = \langle \dot{\mathcal{A}}^2 \cos^2(\alpha) \rangle = \frac{1}{2}\dot{\mathcal{A}}^2. \quad (2.50)$$

Como se mencionó anteriormente $\dot{\mathcal{A}} \ll m_\phi \mathcal{A}$. Por lo que, hasta orden $\dot{\mathcal{A}}/(\mathcal{A}m)$, la ecuación de estado es

$$\omega = \frac{\langle P \rangle}{\langle \rho \rangle} \approx 0, \quad (2.51)$$

que es precisamente la ecuación de estado para materia no relativista.

Capítulo 3

Materia oscura con axiones

Los candidatos a materia oscura generalmente se basan en una o más partículas estables, en el modelo de materia oscura dinámica, se propone un marco en el que la materia oscura del Universo comprende un ensamble de campos interactuantes con una variedad de diferentes masas, mezclas y abundancias [8]. En lugar de imponer estabilidad de cada campo individualmente, se asegura la viabilidad fenomenológica de este escenario requiriendo que los estados con mayor masa y decaimientos en el modelo estándar tengan correspondientes abundancias de reliquia pequeñas, y viceversa. Es decir, la estabilidad está balanceada contra la abundancia.

Aunque puede ser difícil construir un ensamble de estados con las tasas de decaimiento y abundancias requeridas, hay un ejemplo particular en que este balance ocurre de manera natural: una torre infinita de estados de Kaluza-Klein (KK) viviendo en el bulto de grandes dimensiones espaciotemporales extra.

Muchas propuestas teóricas de física más allá del modelo estándar dan lugar a candidatos apropiados de materia oscura. Sin embargo, muchos de estos modelos consisten de una sola partícula (o una colección pequeña de partículas) que son estables en tiempos cosmológicos como resultado de una simetría discreta. La capacidad de estas partículas de servir como modelos de materia oscura se encuentra en su estabilidad. Cualquier partícula que decae demasiado rápido en partículas del modelo estándar tiene inconsistencias con las predicciones de las abundancias de elementos ligeros de BBN. Estos decaimientos también dejarían huellas en el CMB. Por estas razones, la estabilidad es uno de los requerimientos usuales para el éxito de un candidato a materia oscura.

Puede haber una excepción a este argumento, una partícula candidata a materia oscura no necesita ser estable si su abundancia en el tiempo de su decaimiento es suficientemente pequeña. Una abundancia pequeña asegura que los efectos de su decaimiento serán mínimos, y que las restricciones dadas por BBN y el CMB serán satisfechas.

En el modelo de materia oscura dinámica, la estabilidad no es un requerimiento absoluto, ya que se encuentra balanceada contra la abundancia. Esto lleva a un escenario muy dinámico en el que las cantidades cosmológicas como Ω_{CDM} experimenta dependencias temporales no triviales más allá de las asociadas con la expansión del Universo. Esta es la razón de referirnos a este escenario

como “materia oscura dinámica”.

Las teorías con dimensiones extra no solo proveen naturalmente de ensambles en los que se puede balancear la tasa de decaimiento contra la abundancia, sino que además lo hace en una manera que es intrínseca de su construcción. Si el modelo estándar está restringido a una brana flotando en un espacio de mayor dimensión, se sigue de inmediato que cada campo propagándose en el bulto de este espacio es neutro bajo todas las simetrías del modelo estándar. Como consecuencia, los campos del bulto pueden tener solo interacciones gravitacionales con la física de la brana, y por lo tanto parecerá como candidato de materia oscura desde la perspectiva de un observador en la brana. Además, desde la perspectiva de un observador cuatro-dimensional, estos campos del bulto parecerán como una torre infinita de modos individuales de Kaluza-Klein. Este será el ensamble de materia oscura.

Este escenario parecería tener un problema fenomenológico: en ausencia de simetrías adicionales, una torre de Kaluza-Klein de estados generalmente será inestable. La inestabilidad de la torre por lo tanto parece poner un problema serio para ser consistente con BBN, y puede también alterar los fondos de rayos X y de rayos gamma.

Afortunadamente, existen dos características de las torres de Kaluza-Klein que pueden permitir que el escenario sea fenomenológicamente viable. Conforme uno va más arriba y más arriba en una torre genérica de KK, la tasa de decaimiento de los estados de KK generalmente incrementa con la masa de KK. La abundancia cosmológica de dichos estados también decrece conforme aumenta la masa de KK. Esto es cierto si suponemos particularmente que estos estados son producidos cosmológicamente por desalineación, que resulta la producción apropiada para estos escenarios. Como resultado, es posible que los estados con decaimientos antes o durante BBN tengan una abundancia tan pequeña que los efectos destructivos de sus decaimiento son insignificantes, mientras que al mismo tiempo una fracción significativa de la torre sobrevive al día presente y por lo tanto contribuye a la abundancia de materia oscura observada hoy en día. La materia oscura sobreviviente no consistiría de uno o dos estados, sino de una fracción significativa de una torre interactuante de Kaluza-Klein. Por estas características, las teorías con dimensiones extra proveen un escenario ideal para el modelo de materia oscura dinámico. El análisis descrito en este capítulo sobre materia oscura dinámica está basado en los artículos originales de Dienes [8, 9], así como de los trabajos de tesis [23, 24].

3.1 Materia oscura dinámica a partir de 5 dimensiones

Como se mencionó anteriormente, los modelos con dimensiones extra proveen un escenario en el que las tasas de decaimiento son naturalmente balanceadas con la abundancia de materia oscura. Estas dimensiones adicionales deben permanecer ocultas para que no sea posible detectarlas en experimentos de bajas energías. Kaluza-Klein pensó en que las dimensiones adicionales pueden estar ocultas ya que se encuentran compactificadas. La compactificación debe ser lo suficientemente pequeña para que no sea posible detectar las dimensiones adicionales por observadores de cuatro dimensiones. Al espacio extendido se le conoce como bulto. Los campos del modelo estándar se

encuentran confinados en una frontera cuatro-dimensional llamada brana.

3.1.1 Orbifolio S^1/\mathbb{Z}_2

Sean M una variedad y G un grupo discreto que actúa sobre M . Se puede identificar el espacio cociente $\Gamma \equiv M/G$. A este espacio cociente Γ se le conoce como orbifolio. Un punto en el espacio cociente corresponde a una órbita de puntos en M que consiste en un punto y todas sus imágenes bajo la acción del grupo G . Los puntos fijos son puntos que están relacionados con ellos mismos por la identificación, es decir son invariantes bajo la acción del grupo G .

El dominio fundamental de un orbifolio se define como el subconjunto del espacio en el que se satisface lo siguiente:

1. No hay identificación de dos puntos dentro del dominio fundamental.
2. Cualquier punto en el espacio está en el dominio fundamental o está identificado como un punto en el dominio fundamental.

Uno de los ejemplos más sencillos de orbifolios es S^1/\mathbb{Z}_2 . Este orbifolio puede ser visto como un círculo de radio R . La identificación asociada a S^1 implica que los puntos satisfacen

$$y \sim y + 2\pi R, \quad (3.1)$$

donde $y \in R^1$. Mientras que la acción del grupo \mathbb{Z}_2 es una reflexión con respecto al origen. Esto implica que

$$y \sim -y, \quad (3.2)$$

donde y es la coordenada circular, $y \in S^1$. La identificación (3.2) convierte al orbifolio S^1 en el orbifolio S^1/\mathbb{Z}_2 . La acción de \mathbb{Z}_2 transforma el círculo en un intervalo $[0, \pi R]$. El dominio fundamental del orbifolio, puede ser tomado como el segmento $[0, \pi R]$ con dos puntos fijos, en $y = 0$ y también en $y = \pi R$. Las superficies 4D en estos extremos son llamadas branas, mientras que el espacio 5D sin tomar en cuenta estos puntos fijos es llamado bulto. La identificación de los puntos de S^1/\mathbb{Z}_2 se puede observar en la figura 3.1.

3.1.2 Campos escalares en 5 dimensiones

Por simplicidad, consideramos que el espacio-tiempo toma la forma $\mathcal{M}_4 \times S^1/\mathbb{Z}_2$, donde \mathcal{M}_4 es el espacio-tiempo cuatro-dimensional de Minkowski usual, y S^1/\mathbb{Z}_2 es el orbifolio estudiado en la sección anterior. Tomamos $z^M \equiv (x^\mu, y)$ para identificar las coordenadas del espacio-tiempo. Suponemos que el modelo estándar está restringido a la brana en el punto fijo $y = 0$.

En este escenario, todos los campos que se propagan en el bulto son necesariamente singuletes con respecto a todas las fuerzas de norma del modelo estándar. Como resultado, estos campos pueden tener como máximo interacciones muy suprimidas (por ejemplo, gravitacionales) con los campos del

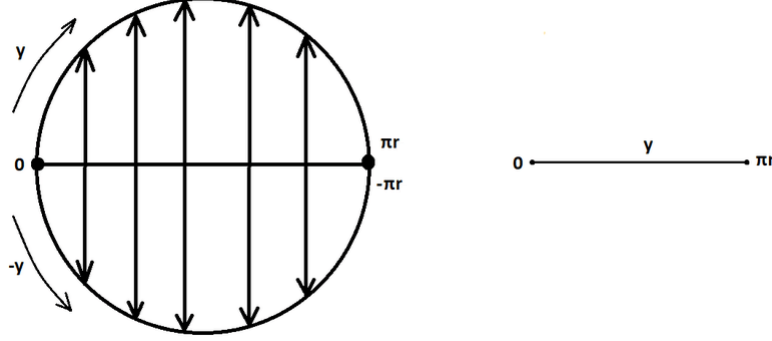


Figura 3.1: orbifoldo S^1/\mathbb{Z}_2 . Acción del grupo \mathbb{Z}_2 sobre el espacio S^1 . Los puntos fijos son 0 y πr .

modelo estándar, y por lo tanto, pueden ser candidatos de materia oscura. Estos campos pueden incluir el gravitón, axión por ejemplo. El caso más simple es considerar un campo en el bulto que es cinco-dimensional y escalar Φ , pero no hacemos más suposiciones sobre sus propiedades.

Omitiendo la parte gravitatoria de la acción, y con ψ_i generalmente denotando los campos del modelo estándar, vemos que en este escenario tenemos una acción que tiene la forma

$$S = \int d^4x dy [\mathcal{L}_{\text{bulk}}(\Phi) + \delta(y)\mathcal{L}_{\text{brane}}(\psi_i, \Phi)] . \quad (3.3)$$

En general, suponemos que la acción del bulto cinco-dimensional está dada por

$$\mathcal{L}_{\text{bulk}} = \frac{1}{2}\partial_M\Phi^*\partial^M\Phi - \frac{1}{2}M^2|\Phi|^2 \quad (3.4)$$

donde ∂_M denota una derivada cinco-dimensional y donde M es una masa de bulto sin especificar. Se puede considerar $M = 0$, pero para quedarnos con el caso más general, tomaremos M distinto de cero.

La acción de la brana consistirá generalmente de dos partes, una asociada al lagrangiano del modelo estándar \mathcal{L}_{SM} y otra parte asociada a las interacciones del campo Φ con los campos del modelo estándar \mathcal{L}_{int} ,

$$\mathcal{L}_{\text{brane}} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \mathcal{L}_{\text{int}} . \quad (3.5)$$

En general, hay dos tipos de interacciones que nos interesan. La primera clase de interacciones son las asociadas a los acoplamientos entre Φ y los campos del modelo estándar, y serán las responsables de permitir los decaimientos de Φ en los estados del modelo estándar. Hay otra clase asociada a las interacciones de Φ consigo mismo, este término de interacción también aparece en \mathcal{L}_{int} : este es un término de “masa de brana”, i.e.,

$$\mathcal{L}_{\text{int}} \supset -\frac{1}{2}m^2|\Phi|^2 . \quad (3.6)$$

Este término de masa de la brana puede surgir como un operador efectivo debido a dinámica perturbativa o no-perturbativa totalmente restringida a la brana. Este término de masa no debe ser confundido con el término asociado a la masa del bulto (3.4); este término, en cambio, tiene su origen en la física dentro de la misma brana, y parece parte de $\mathcal{L}_{\text{brane}}$ en lugar de $\mathcal{L}_{\text{bulk}}$.

Bajo la simetría \mathbb{Z}_2 , el campo $\Phi(x^\mu, y)$ tiene la propiedad [24]

$$\Phi(x^\mu, -y) = P\Phi(x^\mu, y), \quad (3.7)$$

donde $P = \pm 1$. Además el campo $\Phi(x^\mu, y)$ debe cumplir la condición de frontera en el círculo, i.e., una traslación periódica a lo largo de la coordenada y tal que $y \rightarrow y + 2\pi R$,

$$\Phi(x^\mu, y + 2\pi R) = \Phi(x^\mu, y), \quad (3.8)$$

por lo que podemos descomponer al campo Φ en modos de Fourier para el círculo como

$$\Phi(x^\mu, y) = \sum_{k=0}^{\infty} \phi_k(x^\mu) e^{iky/R}. \quad (3.9)$$

Si tomamos el caso positivo $P = 1$, entonces tenemos que la descomposición toma la forma

$$\Phi(x^\mu, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \sum_{k=0}^{\infty} r_k \phi_k(x^\mu) \cos\left(\frac{ky}{R}\right), \quad (3.10)$$

donde los factores de normalización están dados por

$$r_k \equiv \begin{cases} 1 & \text{para } k = 0 \\ \sqrt{2} & \text{para } k > 0 \end{cases} \quad (3.11)$$

tal que aseguramos que cada modo ϕ_k tiene un término canónicamente normalizado en la teoría cuatro-dimensional resultante.

Hemos llegado a una conclusión importante, un campo escalar Φ de cinco dimensiones propagándose en $\mathcal{M}^4 \times S^1/\mathbb{Z}_2$, se descompone en un número infinito de campos cuatro-dimensionales ϕ_k en el espacio de Minkowski. Esta es la descomposición de Kaluza-Klein.

Podemos reescribir la acción (3.3) en términos de los campos ϕ_k dados por (3.10),

$$S = \int d^4x dy \left(\frac{1}{2} \partial_M \Phi^* \partial^M \Phi - \frac{1}{2} M^2 |\Phi|^2 - \frac{1}{2} \delta(y) m^2 \Phi^2 \right) = \int d^4x \left(\frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \partial_\mu \phi_k^* \partial^\mu \phi_k - \frac{1}{2} \sum_{k,l=0}^{\infty} \mathcal{M}_{kl}^2 \phi_k \phi_l^* \right), \quad (3.12)$$

donde la matriz de masa \mathcal{M} de Kaluza-Klein está dada por

$$\mathcal{M}_{kl}^2 = \left(\frac{kl}{R^2} + M^2 \right) \delta_{kl} + r_k r_l m^2. \quad (3.13)$$

vemos que este término sería diagonal si no fuera por el término asociado a la masa de brana m . Expclicítamente tenemos que

$$\mathcal{M}^2 = \begin{pmatrix} M^2 + m^2 & \sqrt{2}m^2 & \sqrt{2}m^2 & \sqrt{2}m^2 & \dots \\ \sqrt{2}m^2 & \frac{1}{R^2} + M^2 + 2m^2 & 2m^2 & 2m^2 & \dots \\ \sqrt{2}m^2 & 2m^2 & \frac{4}{R^2} + M^2 + 2m^2 & 2m^2 & \dots \\ \sqrt{2}m^2 & 2m^2 & 2m^2 & \frac{9}{R^2} + M^2 + 2m^2 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

Esto implica que la los eigenestados KK de masa ϕ_λ necesariamente difieren de los eigenestados KK de momento ϕ_k , es decir, hay una mezcla no-trivial que es inducida como resultado de la masa de KK. Es posible caracterizar el grado de la mezcla mediante el parámetro adimensional

$$y \equiv \frac{1}{mR}. \quad (3.15)$$

Para $y \gg 1$ la matriz de masa es esencialmente diagonal; esto es lo que ocurre trivialmente, por ejemplo en el caso cuatro-dimensional $R \rightarrow 0$ en el que los modos excitados KK se desacoplan. Como contraste, en el caso opuesto $y \ll 1$, la mezcla es máxima para todos los eigenestados.

La ecuación de movimiento asociada a los estados ϕ_k está dada por

$$\ddot{\phi}_k + (3H(t) + \Gamma_k)\dot{\phi}_k + \sum_{k'=0}^{\infty} \mathcal{M}_{kk'}^2 \phi_{k'} = 0, \quad (3.16)$$

donde Γ_k está asociada a las desintegraciones del k -ésimo campo. Cuando la matriz \mathcal{M} es no-diagonal, la solución del campo ϕ_k incluye todos los campos en la suma infinita. Una manera conveniente de lidiar con este problema es cambiar de base, de los estados de momento a los estados de masa. Para obtener la matriz diagonal D^2 a partir de la matriz \mathcal{M} , necesitamos una matriz U unitaria tal que

$$D^2 = U\mathcal{M}^2U^\dagger. \quad (3.17)$$

Los nuevos estados $\hat{\phi}$ son estados de masa dados por

$$\hat{\phi}_\lambda = \sum_{k=0}^{\infty} U_{\lambda k} \phi_k. \quad (3.18)$$

Podemos calcular la matriz U se calcula de los valores propios de la matriz \mathcal{M}^2 , λ , que satisfacen la ecuación característica

$$\det(\mathcal{M}^2 - \lambda I) = 0. \quad (3.19)$$

Los eigenvalores λ resultan ser las soluciones a la ecuación trascendental

$$\pi m^2 R \cot\left(\pi R \sqrt{\lambda^2 - M^2}\right) = \sqrt{\lambda^2 - M^2}. \quad (3.20)$$

Si m fuera cero (i.e., masa de la brana nula), las soluciones a esta ecuación serían los eigenvalores esperados

$$\lambda^2 = M^2 + \frac{n^2}{R^2}, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad (3.21)$$

y más generalmente esto permanece siendo aproximadamente cierto cuando $m \ll 1/R$, i.e., cuando $y \gg 1$. Lo que es quizás sorprendente, sin embargo, es que la presencia de una masa de brana nula no resulta en un mayor desplazamiento en este espectro de la torre de KK (como sí lo hace el término de la masa del bulto), pero en su lugar distorsiona los eigenestados de masa más bajos en la torre que aproximadamente siguen el espectro

$$\lambda_n^2 = M^2 + \frac{(n + \frac{1}{2})^2}{R^2} \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (3.22)$$

Así que, para valores generales de y , las soluciones λ_n de la ecuación (3.20) tienden a seguir el espectro de la ecuación (3.22) para $n \ll \pi/y^2$, mientras que siguen el espectro en la ecuación (3.21) y realizan una transición suave entre los dos espectros para valores intermedios $n \approx \pi/y^2$.

Por cada eigenvalor de masa λ , podemos obtener el correspondiente eigenestado de masa $|\phi_\lambda\rangle$. Llegando al resultado

$$|\phi_\lambda\rangle = A_\lambda \sum_{k=0}^{\infty} \frac{r_k \tilde{\lambda}^2}{\tilde{\lambda}^2 - k^2 y^2} |\phi_k\rangle, \quad (3.23)$$

donde se ha definido los valores adimensionales

$$\tilde{\lambda} \equiv \sqrt{\lambda^2 - M^2}/m, \quad (3.24)$$

y donde

$$A_\lambda \equiv \frac{\sqrt{2}}{\tilde{\lambda}} \frac{1}{\sqrt{1 + \pi^2/y^2 + \tilde{\lambda}^2}}. \quad (3.25)$$

Dado estos resultados, es sencillo convertir entre la base de eigenestados de masa $|\phi_\lambda\rangle$ y la base de momento de KK $|\phi_k\rangle$. Dos elementos de matriz entre estas dos bases serán de particular interés para nosotros. El primero envuelve los modos cero de KK $\phi_{k=0}$, para el cual tenemos los elementos de matriz

$$\langle \phi_\lambda | \phi_{k=0} \rangle = A_\lambda. \quad (3.26)$$

Sin embargo, el segundo concierne a la proyección del campo del bulto cinco-dimensional $\Phi(y)$ en la brana del modelo estándar en $y = 0$, i.e.,

$$\phi' \equiv \Phi(y)|_{y=0} = \sum_{k=0}^{\infty} r_k \phi_k. \quad (3.27)$$

Para este campo, tenemos los elementos de matriz

$$\langle \phi_\lambda | \phi' \rangle = A_\lambda \sum_{k=0}^{\infty} \frac{r_k^2 \tilde{\lambda}^2}{\tilde{\lambda}^2 - k^2 y^2} = \frac{\pi \tilde{\lambda}^2}{y} \cot \left(\frac{\pi \tilde{\lambda}}{y} \right) A_\lambda = \tilde{\lambda}^2 A_\lambda, \quad (3.28)$$

donde hemos utilizado la ecuación (3.20) en la última igualdad.

Siguiendo lo expuesto en los trabajos de Dienes [8, 9], así como en [23], se puede inferir que este modelo de campos pseudoescalares de 4 dimensiones producen la abundancia de materia oscura fría observada en el Universo hoy en día. La posibilidad de que este modelo funcione como materia oscura recae principalmente en dos de sus características. La primera de estas características concierne a la convergencia de la suma infinita de eigen-valores de la matriz de masa [23]. La segunda de estas es el ajuste adecuado de los parámetros libres de la teoría: m_a , la masa del campo cinco-dimensional; f_a , la constante de desintegración asociada al campo de cinco dimensiones; y θ , el ángulo de desalineación cuyo valor es adimensional. Considerando campos con masas lo suficientemente grandes de tal manera que sus tiempos de vida media sean menores a la edad del Universo, entonces tendremos un escenario dinámico de una colección de partículas que reproducen la abundancia de materia oscura al día de hoy $\Omega_{DM} h^2 = 0.11933 \pm 0.00091$.

3.2 Milagro ALP

Las observaciones de las anisotropías de la radiación cósmica de fondo mostraron, como discutimos en el capítulo anterior, que el Universo experimentó una época de expansión exponencial llamada inflación en las primeras etapas de la evolución, además de indicarnos que nuestro Universo hoy en día está dominado por materia oscura y energía oscura.

El inflatón y la materia oscura tienen algo en común; ambos son eléctricamente neutros y ocuparon una fracción significativa del Universo en diferentes tiempos. La unificación de inflatón y materia oscura han sido discutidas en la literatura, donde el recalentamiento es incompleto, y los inflatones sobrantes llegaron a ser materia oscura a tiempos más lejanos [11].

En [10] proponen un escenario en el que inflación y materia oscura son descritas por una sola partícula tipo axión (ALP). En una clase de inflación con axiones de tipo hilltop, las masas efectivas en el máximo y en el mínimo del potencial tienen igual magnitud pero signos opuestos, por lo que el inflatón ALP es ligero durante inflación y durante el vacío verdadero. Después de inflación, la mayoría de los ALPs decae y se evaporan en plasma a través del acoplamiento con fotones, y los sobrantes actúan como materia oscura.

Para predecir correctamente inflación, el potencial del inflatón necesita ser suficientemente plano, y tal planitud puede obtenerse naturalmente si el inflatón es un axión. Esto es debido a que el axión posee una simetría de desplazamiento, lo que mantiene al potencial plano a nivel perturbativo. Mientras que el potencial del axión es generado por varios efectos no perturbativos, se mantiene bajo control si la simetría discreta de desplazamiento permanece intacta, es decir, si el potencial es periódico. Por supuesto que un potencial periódico no garantiza necesariamente una inflación

de tipo slow-roll exitosa; debe ser suficientemente plano sobre un cierto rango de la evolución del campo.

La inflación natural es la inflación más simple con axiones, donde el potencial del inflatón consiste de una sola función coseno (ver e.g. la ecuación (2.19)). Sin embargo, como vimos en la sección 2.3, se necesita una constante de decaimiento cinco veces más grande que la masa reducida de Planck, para la cual necesitaríamos una teoría de gravedad cuántica para una descripción correcta de este modelo.

3.2.1 Hilltop axiónico

Una extensión simple de inflación natural es la inflación multi-natural [27], donde el potencial axiónico consiste de múltiples funciones sinusoidales con diferente altura y período. En particular, un modelo inflacionario de axiones con potencial tipo hilltop fue primero estudiado en este contexto.

En la inflación de axión tipo hilltop, el potencial del inflatón consiste de dos funciones sinusoidales [10]:

$$V(\phi) = \Lambda^4 \left(\cos \left(\frac{\phi}{f} + \theta \right) - \frac{k}{n^2} \cos \left(\frac{n\phi}{f} \right) \right) + \text{cte}, \quad (3.29)$$

donde $n > 1$ es un número racional, k es un coeficiente numérico, θ es una fase relativa, f es la constante de decaimiento y Λ determina la escala inflacionaria. En un primer acercamiento podemos tomar $\theta = 0$ y $k = 1$. Entonces, la inflación ocurre en la vecindad del origen donde la curvatura, o la masa efectiva, es mucho más pequeña que el parámetro de Hubble. Si n es un entero impar, la masa del axión en máximo y mínimo del potencial es igual en magnitud pero tiene signo opuesto. En otras palabras, cerca del máximo y del mínimo el potencial es plano (ver figura 3.2). Esta característica del potencial es en parte debido a la simetría de desplazamiento discreta no rota, que requiere un potencial axiónico periódico. Como resultado, el inflatón no tiene masa en el mínimo del potencial. Si añadimos una fase θ distinta de cero para intentar obtener un índice espectral consistente con las observaciones, entonces se produce una masa pequeña m_ϕ cerca del mínimo. La relación entre la masa del axión y la constante de decaimiento f es entonces fijada por la normalización de Planck de las perturbaciones de curvatura y el índice espectral. Debido a que el inflatón permanece ligero en el vacío presente, pudo haber vivido lo suficiente en una escala de tiempo cosmológica y contribuir a la materia oscura.

Si n es un entero impar, entonces el potencial satisface

$$V(\phi + \pi f) = -V(\phi) + \text{cte}, \quad (3.30)$$

donde el término constante no depende de ϕ . Esto implica un inflatón sin masa tanto para el máximo ($\phi = 0$) como para el mínimo ($\phi = \pi f$) del potencial. Se puede observar el potencial con $n = 3$ en la figura 3.2.

El potencial cerca del origen se aproxima a

$$V \simeq V_0 - \lambda \phi^4 + \dots, \quad (3.31)$$

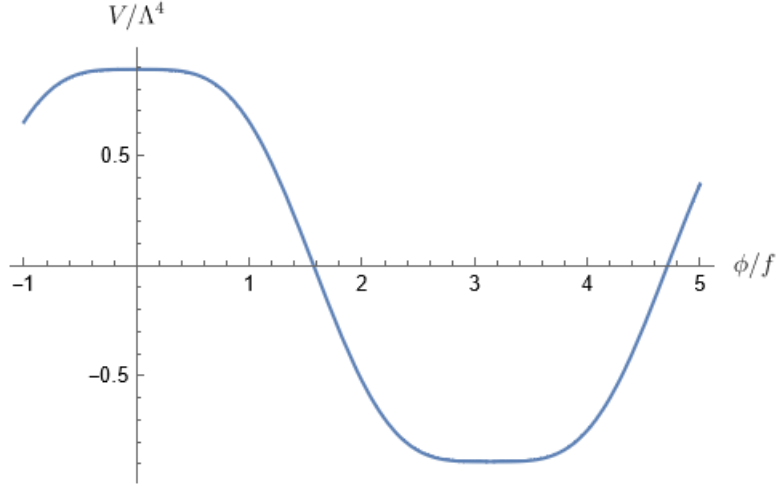


Figura 3.2: El potencial de axión tipo hilltop (3.29) para valores de $k = 1$, $\theta = 0$, $n = 3$.

donde se ha definido

$$V_0 \equiv V(0) - V(\pi f) = 2 \frac{n^2 - 1}{n^2} \Lambda^4, \quad (3.32)$$

$$\lambda \equiv \frac{n^2 - 1}{4!} \left(\frac{\Lambda}{f} \right)^4. \quad (3.33)$$

Por lo tanto, la inflación de axión tipo hilltop con $\theta = 0$ es equivalente a la inflación tipo hilltop con potencial cuártico discutida en 2.2.2, al menos mientras nos interese únicamente la dinámica durante inflación.

El valor del inflatón al final de inflación ϕ_f está dado por

$$\phi_f \simeq \frac{2}{n^2} \frac{f^2}{M_p} \ll \phi_{\min}, \quad (3.34)$$

donde $\phi_{\min} = \pi f$ es el valor del potencial en el mínimo. Sustituyendo el potencial (3.31) en las ecuaciones de la inflación del tipo slow-roll, obtenemos

$$n_s \simeq 1 - \frac{3}{N_*}, \quad (3.35)$$

mientras que el cociente tensor-a-escalar r es casi despreciable ($r \ll 0.106$) debido a la planitud del potencial. El número de e-folds N_* está evaluado en la salida del horizonte. Como vimos anteriormente (3.35) tiene el problema de producir un índice espectral escalar de $n_s = 0.95$ para 60 e-folds, lo cual se aleja del valor observado.

El número de e-folds se fija una vez que es dada la escala de inflación y la historia térmica después de inflación. El potencial es cuártico alrededor del mínimo y por lo tanto, la densidad de energía del inflatón decrece como radiación después de inflación (permitiendo recalentamiento).

The e-folding number is fixed once the inflation scale and thermal history after inflation are given. In the model at hand, the inflaton potential is quartic around the potential minimum, and so, the inflaton energy density decreases like radiation after inflation. In this case, the e-folding number is given by

El índice espectral escalar puede incrementarse introduciendo una fase muy pequeña θ . Para una fase suficientemente pequeña podemos hacer la expansión alrededor del origen,

$$V \simeq V_0 - \lambda\phi^4 - \Lambda^4\theta\frac{\phi}{f} + \dots \quad (3.36)$$

Podemos estimar la masa del inflatón inducida por la fase relativa θ . En el límite $\theta = 0$, la masa del inflatón era nula, pero una masa pequeña es generada por una fase distinta de cero θ . La masa del inflatón en el mínimo $\phi = \phi_{\min}$ es

$$m_\phi^2 \equiv V''(\phi_{\min}) \simeq \left(\left(\frac{9(n^2 - 1)}{2} \right)^{\frac{1}{6}} \theta^{\frac{1}{3}} \frac{\Lambda^2}{f} \right)^2, \quad (3.37)$$

donde hemos aproximado $|\theta| \ll 1$. La masa del inflatón en el máximo es igual a m_ϕ^2 pero con signo opuesto. La inflación ocurre en la vecindad del máximo del potencial.

Es posible resolver numéricamente la dinámica del inflatón [10] para evaluar el índice espectral, el acoplamiento cuártico, la masa del inflatón y la escala de inflación. En la figura 3.3 se muestra el índice espectral como función de θ . Como se puede observar, hay dos soluciones de θ distintas de cero que producen resultados consistentes con las observaciones de n_s . Estas soluciones corresponden a $\phi_* > 0$ y $\phi_* < 0$, donde ϕ_* es el valor del inflatón evaluado a la salida del horizonte de las escalas cosmológicas. La fase θ mayor (menor) corresponde a un valor de $\phi_* < 0$ ($\phi_* > 0$), los cuales nos referiremos como solución 1 (2) en lo sucesivo.

Se obtienen los resultados

$$H_* \simeq \begin{cases} 2.2 \text{ eV} \left(\frac{m_\phi}{\text{1eV}} \right)^{1.007} & \text{para la solución 1,} \\ 3.1 \text{ eV} \left(\frac{m_\phi}{\text{1eV}} \right)^{1.0011} & \text{para la solución 2,} \end{cases} \quad (3.38)$$

$$\lambda \simeq \begin{cases} 6.3 \times 10^{-12} \left(\frac{m_\phi}{\text{1eV}} \right)^{-0.044} & \text{para la solución 1,} \\ 9.3 \times 10^{-13} \left(\frac{m_\phi}{\text{1eV}} \right)^{-0.061} & \text{para la solución 2.} \end{cases} \quad (3.39)$$

Estos resultados muestran que la masa del inflatón en el mínimo del potencial está directamente relacionada con el parámetro de Hubble a la salida del horizonte de las escalas del CMB. Podemos también expresar f como función de la masa m_ϕ ,

$$f \simeq \begin{cases} 4.0 \times 10^7 \left(\frac{n}{3} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{m_\phi}{\text{1GeV}} \right)^{0.51} & \text{para la solución 1,} \\ 7.7 \times 10^7 \left(\frac{n}{3} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{m_\phi}{\text{1GeV}} \right)^{0.52} & \text{para la solución 2.} \end{cases} \quad (3.40)$$

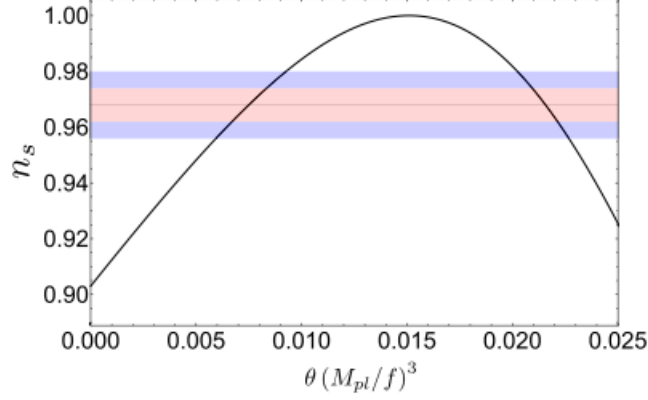


Figura 3.3: El índice espectral n_s como función de la fase θ para $f/M_{pl} = 10^{-11}$. Las observaciones del satélite Planck son representadas en las bandas roja (1σ) y azul (2σ). Gráfico tomado de la figura 3 de [10].

La relación anterior está fijada por la normalización de Planck de la perturbación de curvatura y el índice espectral, y es por lo tanto una predicción robusta de este escenario. En contraste con el axión de QCD, la constante de decaimiento se vuelve más grande conforme la masa del ALP es más pesada.

3.2.2 Recalentamiento

El inflatón (axión) puede tener acoplamiento a las partículas del modelo estándar como los fotones o leptones. Tal axión acoplado a fotones es llamado un ALP y ha sido buscado por varios experimentos. Como veremos, el recalentamiento después de inflación puede ser logrado por medio del acoplamiento con fotones. El acoplamiento a fotones está dado por

$$\mathcal{L} = c_\gamma \frac{\alpha}{4\pi} \frac{\phi}{f} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \equiv \frac{1}{4} g_{\phi\gamma\gamma} \phi F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}, \quad (3.41)$$

donde $F_{\mu\nu}$ y $\tilde{F}^{\mu\nu}$ es el campo electromagnético y su dual, respectivamente, c_γ es un factor numérico dependiente del modelo, y α es la constante de estructura fina. En la segunda igualdad se ha definido

$$g_{\phi\gamma\gamma} \equiv c_\gamma \frac{\alpha}{4\pi} \frac{1}{f}. \quad (3.42)$$

Después de inflación, el inflatón oscila alrededor del mínimo del potencial $\phi_{\min} = \pi f$. Ya que la curvatura del potencial se anula en $\phi = \phi_{\min}$, entonces el potencial puede ser aproximado como un potencial cuártico alrededor de ϕ_{\min} ,

$$V(\phi) \simeq \lambda(\phi - \phi_{\min})^4. \quad (3.43)$$

Entonces, la densidad de energía decae como $a(t)^{-4}$ como radiación, donde $a(t)$ es el factor de escala. La curvatura del potencial, $V''(\phi)$, depende del valor del campo. Ahora se define a la masa efectiva por $V''(\phi)$,

$$m_{\text{eff}}^2(t) \equiv V''(\phi_{\text{amp}}) = 12\lambda\phi_{\text{amp}}^2, \quad (3.44)$$

donde ϕ_{amp} denota la amplitud de oscilación alrededor de ϕ_{min} . La masa efectiva decrece entonces como $a(t)^{-1}$. Si el inflatón tiene un acoplamiento a fotones dado por (3.41), entonces la tasa de decaimiento perturbativa está dada por

$$\Gamma_0(\phi \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{\alpha^2 c_\gamma^2 m_{\text{eff}}^3}{64\pi^3 f^2}, \quad (3.45)$$

que decrece más rápido que el parámetro de Hubble. Por lo tanto, aún cuando el ALP decayera con la tasa dada por la ecuación anterior, no podría completar el recalentamiento.

Tomando en cuenta los efectos térmicos, es posible resolver las siguientes ecuaciones,

$$\begin{cases} \dot{\rho}_\phi + 4H\rho_\phi = -\Gamma_{\text{tot}}\rho_\phi \\ \dot{\rho}_r + 4H\rho_r = \Gamma_{\text{tot}}\rho_\phi \end{cases} \quad (3.46)$$

donde ρ_ϕ y ρ_r denotan las densidades de energía del inflatón y radiación, respectivamente, y Γ_{tot} es la tasa de decaimiento total (el decaimiento del inflatón en fotones y la disipación de su energía por el proceso de dispersión $\phi + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$). Si la tasa de decaimiento total se vuelve mucho más grande que H_{inf} , el proceso de disipación es muy efectivo, y casi toda la energía del inflatón es inmediatamente convertida en plasma, i.e., ocurre recalentamiento instantáneo. La temperatura de recalentamiento en este caso es estimada como

$$T_R \simeq \begin{cases} 3.9 \times 10^4 \text{ GeV} \left(\frac{g_*(T_R)}{106.75} \right)^{-1/4} \left(\frac{m_\phi}{1 \text{ eV}} \right)^{0.50} & \text{para la solución 1,} \\ 4.7 \times 10^4 \text{ GeV} \left(\frac{g_*(T_R)}{106.75} \right)^{-1/4} \left(\frac{m_\phi}{1 \text{ eV}} \right)^{0.51} & \text{para la solución 2,} \end{cases} \quad (3.47)$$

donde $g_*(T)$ son los grados de libertad relativista que contribuyen a la densidad de energía. Para parametrizar la eficiencia del recalentamiento instantáneo debido al proceso de disipación, definamos un cociente de las densidades de energía después del recalentamiento instantáneo

$$\xi \equiv \left. \frac{\rho_\phi}{\rho_\phi + \rho_R} \right|_{\text{después del recalentamiento instantáneo}} \quad (3.48)$$

Por ejemplo, se obtienen valores de $\xi \simeq 0.02$, para $g_{\phi\gamma\gamma} \simeq 7 \times 10^{-11} \text{ GeV}^{-1}$. De modo que es posible el recalentamiento instantáneo por disipación para los parámetros que satisfacen los límites existentes del acoplamiento ALP-fotón. Se pueden encontrar más detalles del espacio de parámetros en [10].

3.2.3 Materia oscura ALP

Hasta ahora, durante el recalentamiento hemos ignorado la masa del ALP; el inflatón ALP oscila en un potencial cuártico y su densidad de energía disminuye como radiación. Sin embargo, la masa del ALP se vuelve relevante cuando la amplitud de oscilación se vuelve suficientemente pequeña. La transición del potencial cuártico al cuadrático ocurre cuando la amplitud se vuelve comparable a $\phi_c = m_\phi/\sqrt{2\lambda}$. Después la densidad de energía del ALP se comporta como materia no-relativista y contribuye a la materia oscura fría.

La abundancia del ALP y la temperatura de transición están relacionadas como

$$\frac{\rho_\phi}{s} = \frac{3T_c}{4} \frac{\xi}{1-\xi} \left(\frac{g_{*s}(T_R)}{g_{*s}(T_c)} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (3.49)$$

Suponiendo que el condensado ALP contribuye a la densidad de materia oscura observada, podemos expresar T_c en términos de ξ como

$$T_c \simeq 0.6\xi^{-1} \left(\frac{g_{*s}(T_R)}{g_{*s}(T_c)} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\Omega_\phi h^2}{0.12} \right) \text{ eV}, \quad (3.50)$$

lo que implica que la materia oscura estará formada entre la igualdad de materia-radiación y BBN a menos que ξ sea extremadamente pequeña. Ω_ϕ es el parámetro de densidad de la materia oscura ALP, y la densidad de materia oscura observada es $\Omega_{\text{DM}} h^2 \simeq 0.12$.

Después del recalentamiento instantáneo, la amplitud de oscilación del condensado de ALP se vuelve más pequeña por un factor de $\xi^{\frac{1}{4}}$. La amplitud de oscilación es escrita como $\phi_{\text{amp}} = \xi^{\frac{1}{4}} x f$, donde x es un factor numérico. Después del recalentamiento, la densidad de energía del condensado ALP decrece como $a(t)^{-4}$ hasta que ϕ_{amp} se vuelve más pequeña que ϕ_c . Por lo que la abundancia está dada por

$$\frac{\rho_\phi}{s} \simeq \frac{3}{4} \xi^{\frac{3}{4}} \frac{m_\phi T_R}{\sqrt{2\lambda} f x}. \quad (3.51)$$

Igualando esto con la densidad de materia oscura, obtenemos

$$m_\phi \simeq 0.07 x^{-1} \left(\frac{\xi}{0.01} \right)^{-\frac{3}{4}} \left(\frac{\Omega_\phi h^2}{0.12} \right) \text{ eV}, \quad (3.52)$$

$$\gtrsim 0.04 x^{-1} \left(\frac{106.75}{g_{*s}(T_R)} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{g_{*s}(T_c)}{3.909} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{\Omega_\phi h^2}{0.12} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{1+z_c}{5 \times 10^5} \right)^{\frac{3}{4}} \text{ eV}, \quad (3.53)$$

donde se ha utilizado la ecuación (3.47) y la solución 1 de la ecuación (3.40). Para la solución 2, los coeficientes numéricos 0.07 y 0.04 deben ser reemplazados con 0.04 y 0.03, respectivamente. Por lo que, la masa del ALP debe ser más pesada que ~ 0.01 eV para explicar tanto la materia oscura como la inflación.

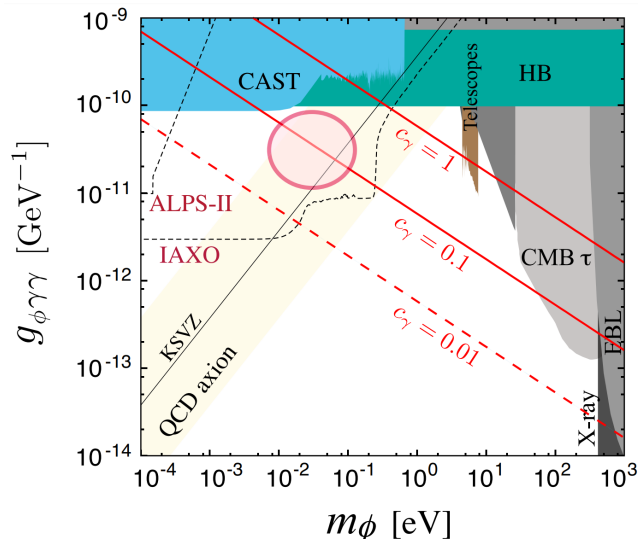


Figura 3.4: La relación predicha entre la masa del inflatón m_ϕ y el acoplamiento con los fotones $g_{\phi\gamma\gamma}$ para $c_\gamma = 0.01, 0.1$ y 1 se muestra como líneas rojas. Se compara con varios experimentos y observaciones astrofísicas y cosmológicas. El círculo representa la región donde se encuentra el milagro ALP. Imagen tomada de la figura 5 del artículo [10].

3.2.4 Milagro ALP

En la inflación de axión tipo hilltop, la relación entre la masa m_ϕ y f es fijada por la normalización de Planck de la perturbación de curvatura y el índice espectral escalar dada por la ecuación (3.40). Introduciendo un acoplamiento a los fotones y mostrando que el recalentamiento es posible para ciertos parámetros, se puede encontrar una cota inferior para $g_{\phi\gamma\gamma}$ de $10^{-11} \text{ GeV}^{-1}$ lo cual es equivalente a una cierta cota superior de m_ϕ (hasta un factor dependiente del modelo c_γ). Por otro lado, la masa del ALP está acotada por abajo como se muestra en la ecuación (3.52) para explicar la densidad de materia oscura observada y satisfacer las observaciones actuales del espectro de potencias de materia. Existe por tanto una región de los parámetros que satisface todos los requerimientos

$$m_\phi = \mathcal{O}(0.01) \text{ eV}, \quad (3.54)$$

$$g_{\phi\gamma\gamma} = \mathcal{O}(10^{-11}) \text{ GeV}^{-1}. \quad (3.55)$$

La región de parámetros que cumplen con las cotas impuestas por las observaciones es mostrada en la figura 3.4. Esta coincidencia es llamada milagro ALP [10].

Capítulo 4

Materia oscura dinámica con inflación

En las secciones anteriores discutimos dos de los grandes problemas de la física actual. Por un lado encontrar un modelo que sirva como modelo inflacionario y por lo tanto resuelva los problemas de planitud, del horizonte, del monopolo magnético, así como explicar las pequeñas inhomogeneidades que se observan en el Universo a gran escala. Por otro lado, responder a la pregunta del origen de la materia oscura, que suponemos que existe por las distintas observaciones de las galaxias y cúmulos de galaxias, así como la evidencia remanente en el CMB.

La inflación cosmológica es el escenario más sencillo para dar una explicación a los problemas del horizonte y de planitud. Las fluctuaciones cuánticas producidas durante inflación son las semillas que dieron lugar a la estructura del Universo que observamos hoy en día. Existen muchos modelos inflacionarios, pero estamos particularmente interesados en aquellos en los que la inflación es producida por un campo (pseudo-) escalar conocido como inflatón, cuyo potencial es suficientemente plano durante un intervalo de tiempo considerable, produciendo una expansión acelerada y rápida del Universo. Las observaciones del CMB, como hemos discutido anteriormente, descartan o favorecen los distintos modelos inflacionarios propuestos hasta ahora. Las mediciones del índice espectral escalar, el cociente de perturbaciones tensoriales a escalares y la amplitud de las fluctuaciones primordiales escalares nos permiten comparar los resultados teóricos de los distintos modelos con los resultados observacionales.

Por lo general suponemos que el inflatón no está relacionado directamente con la materia oscura. Sin embargo, es posible tener inflación y materia oscura si se produce la expansión acelerada en una época del Universo y a tiempos posteriores el modelo se comporta como materia oscura de tal forma que se obtengan el parámetro de densidad de materia observado a día de hoy.

En este trabajo, proponemos un modelo inflacionario basado en materia oscura dinámica (modelo propuesto en los trabajos [8, 9]) con un potencial tipo hilltop [11, 10] en cinco dimensiones. Como observamos en el capítulo anterior, la compactificación de la dimensión extra produce una torre infinita de campos de cuatro dimensiones, cada uno con una masa distinta, lo que permite que las tasas de decaimiento sean también distintas. Como una primera aproximación, nos quedaremos con dos de los infinitos campos, ya que podemos considerar que uno de ellos se comporta como el inflatón

y el resto decaen como materia oscura.

En el modelo propuesto, consideramos que el campo que se comporta como materia oscura no es dinámico durante inflación, por lo que posee un valor fijo a lo largo de toda la época inflacionaria. Además, supondremos que este valor es pequeño puesto que la densidad de energía del inflatón debe dominar durante esta época. Una vez que la inflación termina, el inflatón decae principalmente en fotones durante el proceso que se conoce como recalentamiento. El segundo campo entonces se vuelve dinámico y es posible que produzca la densidad de materia oscura observada hoy en día.

Bajo restricciones adecuadas de los parámetros libres, restricciones que provienen de las observaciones, este modelo es capaz de producir no solo un escenario inflacionario consistente sino que además reproduce la abundancia de materia oscura.

4.1 El modelo

Inspirados en los trabajos de [8, 9] de materia oscura dinámica, así como el escenario de inflación y materia oscura de [11, 10], proponemos un campo tipo axión de cinco dimensiones Φ cuya acción está dada por

$$S = \int d^4x \int_0^{2\pi R} dy \left[\frac{1}{2} \partial_M \Phi \partial^M \Phi + \delta(y) (\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{\text{int}} - V(\Phi)) \right], \quad (4.1)$$

donde ∂_M denota una derivada parcial cinco-dimensional y se ha dividido los términos localizados de brana del lagrangiano en tres partes. La primera parte, \mathcal{L}_0 contiene los términos que envuelven los campos de brana solos (los campos del modelo estándar y los campos adicionales). El segundo, \mathcal{L}_{int} , contiene los acoplamientos entre los campos de brana y el campo axiónico cinco-dimensional. La interacción de las partículas tipo acción con la materia se da a través de las derivadas de los bosones de norma. En este trabajo, consideraremos únicamente la interacción del axión con el campo electromagnético de la forma

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -\frac{1}{4} g_{\Phi\gamma\gamma} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}, \quad (4.2)$$

donde $F_{\mu\nu}$ es el tensor de esfuerzo electromagnético y $\tilde{F}_{\mu\nu}$ su tensor dual. Esta interacción entre el campo axiónico y el campo electromagnético permite la desintegración del axión en dos fotones. El tercer término $V(\Phi)$ es el potencial del tipo hilltop [11] para el campo de cinco dimensiones Φ ,

$$V(\Phi) = \Lambda^4 \left[\cos \left(\frac{\Phi}{f_\Phi^{3/2}} + \theta \right) - \frac{\kappa}{n^2} \cos \left(\frac{\Phi}{f_\Phi^{3/2}} n \right) \right], \quad (4.3)$$

donde $n > 1$ es un número racional, κ es un coeficiente numérico, θ es una fase relativa, f_Φ es la constante de decaimiento, y Λ determina la escala de inflación. $f_\Phi^{3/2}$ tiene las mismas unidades del campo: [distancia^{-3/2}] o equivalentemente [masa^{3/2}], f_Φ tiene unidades de masa. Al igual que en los trabajos originales de materia oscura dinámica [8, 9] supondremos la compactificación más sencilla posible de la dimensión espacial extra. El espacio-tiempo entonces tendrá la forma $\mathcal{M}_4 \times S^1/\mathbb{Z}_2$ y las

coordenadas estarán dadas por $x^M = (x^\mu, y)$, donde \mathcal{M}_4 se refiere al espacio-tiempo de Minkowski y el orbifolio S^1/\mathbb{Z}_2 tiene la identificación $y \rightarrow y + 2\pi R$ y $y \rightarrow -y$ debido a la acción de S^1 y \mathbb{Z}_2 respectivamente. Consideraremos que los campos del modelo estándar se encuentran confinados en el subespacio del punto fijo del orbifolio $y = 0$ y solo el campo axiónico se propaga en todo el espacio-tiempo de cinco dimensiones. La descomposición en los modos de Fourier para el campo escalar de cinco dimensiones Φ nos lleva a la expresión

$$\Phi(x^\mu, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \sum_{m=0}^{\infty} \phi_m(x^\mu) \cos\left(\frac{my}{R}\right). \quad (4.4)$$

Mediante un proceso análogo al visto en la sección 3.1.2, es decir utilizando la expresión anterior del campo Φ , usando la ortogonalidad de las funciones de coseno, e integrando sobre la dimensión adicional, podemos obtener una acción cuatro-dimensional de la forma

$$S = \int d^4x \left(\frac{1}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \partial^\mu \phi_m \partial_\mu \phi_m - \frac{1}{2} \sum_{m,m'=0}^{\infty} \frac{m m'}{R^2} \phi_m \phi_{m'} \delta_{m m'} - \frac{g_{a\gamma\gamma}}{4} \sum_{m=0}^{\infty} \phi_m F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} - \Lambda^4 \left[\cos\left(\frac{\sum_{m=0}^{\infty} \phi_m}{f} + \theta\right) - \frac{\kappa}{n^2} \cos\left(\frac{n \sum_{m=0}^{\infty} \phi_m}{f}\right) \right] \right), \quad (4.5)$$

donde $g_{\phi\gamma\gamma} = g_{\Phi\gamma\gamma}/\sqrt{2\pi R}$ y $f = \sqrt{2\pi R} f_\Phi^{3/2}$. Es posible trabajar únicamente sobre dos campos si realizamos algunas suposiciones. Podemos suponer que los campos adicionales se comportan también como materia oscura y además fueron dinámicamente desacoplados, por lo que su dinámica podemos asociarla a uno solo de los infinitos campos. El segundo campo supondremos que es el asociado al inflatón, que durante la época inflacionaria domina la densidad de energía del Universo hasta la época de recalentamiento. El potencial para estos dos campos tendrá la expresión

$$V = \frac{1}{2R^2} \phi_1^2 + \Lambda^4 \left[\cos\left(\frac{1}{f}[\phi_0 + \phi_1] + \theta\right) - \frac{\kappa}{n^2} \cos\left(\frac{n}{f}[\phi_0 + \phi_1]\right) \right]. \quad (4.6)$$

En la figura 4.1 podemos observar que hay una dirección particular del potencial que se asemeja al potencial tipo hilltop discutido en la sección 3.2.4. Como ya vimos anteriormente, el potencial tipo hilltop puede servir como modelo inflacionario y también como modelo de materia oscura, por lo que es importante encontrar la dirección para la cual tenemos este potencial. Podemos ahora realizar un cambio de variable particular que nos permita trabajar con un campo con potencial hilltop y otro campo que se comporte como materia oscura. El cambio de variable necesario es una rotación,

$$\begin{pmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \end{pmatrix} = R(\varphi) \begin{pmatrix} \phi'_0 \\ \phi'_1 \end{pmatrix}, \quad (4.7)$$

donde φ es el ángulo de rotación, $R(\varphi)$ está dada por la matriz de rotación

$$R(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \text{sen } \varphi \\ -\text{sen } \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}. \quad (4.8)$$

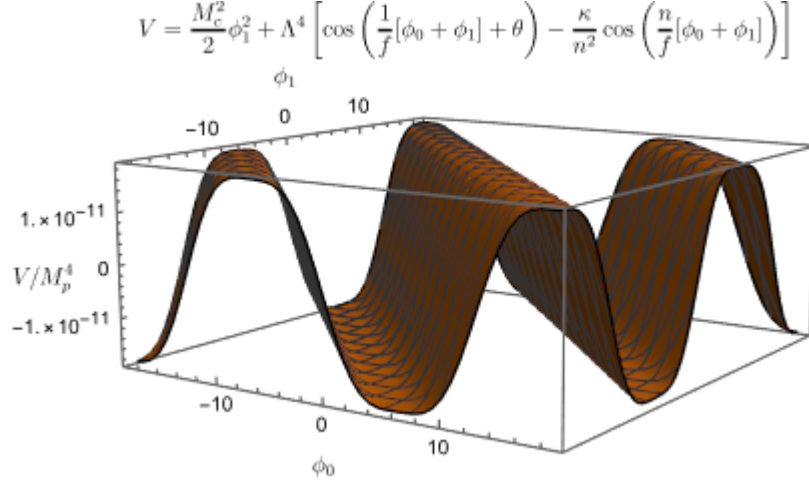


Figura 4.1: Potencial asociado a los dos campos ϕ_0 y ϕ_1 , se puede observar que existe una dirección particular para la cual hay un potencial tipo hilltop.

Podemos entonces escribir el potencial en términos de los nuevos campos ϕ'_0 y ϕ'_1

$$V = \frac{1}{2R^2} (-\phi'_0 \sin \varphi + \phi'_1 \cos \varphi)^2 + \Lambda^4 \left[\cos \left(\frac{1}{f} [\phi'_0 (\cos \varphi - \sin \varphi) + \phi'_1 (\cos \varphi + \sin \varphi)] + \theta \right) - \frac{\kappa}{n^2} \cos \left(\frac{n}{f} [\phi'_0 (\cos \varphi - \sin \varphi) + \phi'_1 (\cos \varphi + \sin \varphi)] \right) \right] + \text{const.} \quad (4.9)$$

Finalmente nos queda elegir una φ adecuada tal que podamos obtener un potencial tipo hilltop para uno de los campos. En particular, tomemos $\cos \varphi - \sin \varphi = 0$, por lo que $\varphi = \pi/4 + 2\pi l$, donde $l \in \mathbb{Z}$. De este modo nuestro potencial toma la forma

$$V = \frac{1}{4R^2} (\phi_1 - \phi_0)^2 + \Lambda^4 \left[\cos \left(\frac{\sqrt{2}}{f} \phi_1 + \theta \right) - \frac{\kappa}{n^2} \cos \left(\frac{\sqrt{2}n}{f} \phi_1 \right) \right] + \text{const}, \quad (4.10)$$

Donde hemos renombrado $\phi'_i \rightarrow \phi_i$ por comodidad. De forma que el potencial tipo hilltop será función únicamente del campo ϕ_1 , por lo tanto este será nuestro inflatón. La densidad de energía del campo ϕ_0 se diluirá en densidad de materia oscura. Es posible obtener la masa asociada a cada campo si calculamos la segunda derivada evaluada en el mínimo $m_i^2 = V''(\phi_{i\text{mín}})$. En el caso del campo ϕ_0 , la masa es únicamente proporcional al inverso del radio de compactificación. En el caso del inflatón, ϕ_1 , la fase θ añade un término no nulo al inverso del radio de compactificación, por lo que este término evita que las masas de ambos campos sean iguales. Podemos calcular esta masa, tomando en cuenta que si n es impar, entonces $V''(\phi_{1\text{mín}}) = V''(\phi_{1\text{máx}})$, de modo que

$$\phi_{1\text{máx}} \simeq - \left(\frac{3f^3 \theta}{\sqrt{2}n^2 - 1} \right)^{1/3}, \quad (4.11)$$

donde hemos supuesto que $\Lambda^4 \gg R^{-2}$. Las masas de los campos son

$$m_{\phi_0}^2 = 1/2R^2 \quad (4.12a)$$

$$m_{\phi_1}^2 \simeq 1/2R^2 + [6\theta^2(n^2 - 1)]^{1/3} \Lambda^4/f^2. \quad (4.12b)$$

Es importante considerar que para tener inflación de tipo hilltop, el término entre corchetes en el potencial (4.10) debe dominar sobre el término cuadrático, por lo que el valor de la escala de compactificación $M_c = 1/R$ debe ser pequeño en comparación con el término asociado a Λ .

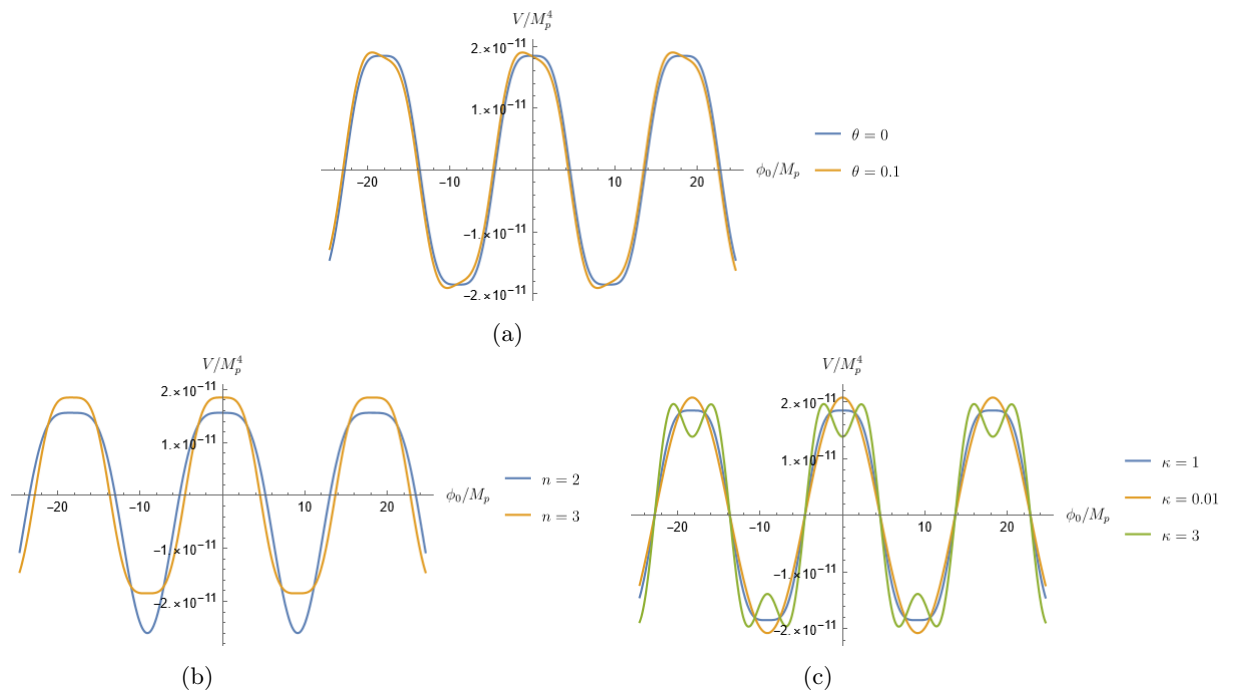


Figura 4.2: Potencial (4.10) variando (a) el parámetro θ (b) el parámetro n y (c) el parámetro κ

La fase θ produce una ligera inclinación sobre el potencial (ver figura 4.2a), debido a que necesitamos que este sea suficientemente plano para producir inflación, este término también debe de ser pequeño. Debido a esta contribución en la inclinación del potencial en el mínimo y el máximo, esta fase contribuye a la masa asociada al inflatón en estos puntos como vimos en la ecuación (4.12), la cual depende únicamente del término cuadrático en (4.10) cuando la fase θ es nula. A pesar de que necesitamos que esta fase sea lo suficientemente pequeña, como veremos más adelante, una fase distinta de cero nos permite obtener un valor más consistente de n_s con las observaciones.

Si el término n es impar, entonces tendremos un potencial plano tanto en la máxima como en el mínimo. Si n es par tendremos únicamente planitud en el máximo. Esto lo podemos observar en la figura 4.2b. Para tener una contribución igual a la masa total del inflatón tanto en el máximo como en el mínimo, tomaremos n impar con el valor particular de $n = 3$ en lo subsiguiente.

Las desviaciones de κ de la unidad, producen una curvatura significativa en la cima y en el fondo del potencial. Si este valor es mayor que la unidad, entonces observamos mínimos locales en los máximos y máximos locales en los mínimos. Si este valor es menor que uno, entonces los máximos y mínimos dejan de ser planos (ver figura 4.2b). Para tener un potencial lo suficientemente plano que pueda producir inflación, utilizaremos el valor de $\kappa = 1$ a lo largo de este trabajo.

Observando la forma en que cambia el potencial (4.10) cuando se varían ciertos parámetros y considerando que tenemos un total de cinco, nos es útil dejar fijos algunos de estos. Como discutimos anteriormente, variar algunos de estos producen que se pierda la planitud en el máximo, donde necesitamos esta característica para tener inflación del tipo slow-roll. Por simplicidad y para acercarse a un potencial plano en el máximo, fijaremos los parámetros $n = 3$ y $\kappa = 1$. El estudio anterior también nos permite descartar valores grandes de M_c y θ que produzcan contribuciones significativas en el potencial.

4.2 Parámetros inflacionarios

Podemos calcular los parámetros de slow roll asociados al potencial (4.10). Para ello simplemente evaluamos las ecuaciones (2.16) y (2.17) para nuestro potencial y obtenemos

$$\epsilon = \frac{2n^2 \left(-2\sqrt{2}\kappa\Lambda^4 \sin\left(\frac{\sqrt{2}n\phi'_1}{f}\right) + fM_c^2 n(\phi'_0 - \phi'_1) + 2\sqrt{2}\Lambda^4 n \sin\left(\frac{\sqrt{2}\phi'_1}{f} + \theta\right) \right)^2}{f^2 \left(n^2 \left(4\Lambda^4 \cos\left(\frac{\sqrt{2}\phi'_1}{f} + \theta\right) + M_c^2(\phi'_0 - \phi'_1)^2 \right) - 4\kappa\Lambda^4 \cos\left(\frac{\sqrt{2}n\phi'_1}{f}\right) \right)^2}, \quad (4.13)$$

$$\eta = \frac{\frac{M_c^2}{2} - \frac{2\Lambda^4 \left(\cos\left(\frac{\sqrt{2}\phi'_1}{f} + \theta\right) - \kappa \cos\left(\frac{\sqrt{2}n\phi'_1}{f}\right) \right)}{f^2}}{\Lambda^4 \left(\cos\left(\frac{\sqrt{2}\phi'_1}{f} + \theta\right) - \frac{\kappa \cos\left(\frac{\sqrt{2}n\phi'_1}{f}\right)}{n^2} \right) + \frac{1}{4}M_c^2(\phi'_0 - \phi'_1)^2}. \quad (4.14)$$

Notamos a partir de la figura 4.3 que los parámetros ϵ y η cumplirán las condiciones de slow-roll puesto que el potencial es bastante plano cerca del máximo. Particularmente el parámetro ϵ será bastante menor que la unidad puesto que la derivada es muy cercana a cero a lo largo de toda la cima (ver figura 4.3). El parámetro η es mayor que ϵ , por lo que su contribución al índice espectral escalar n_s (2.25) es más importante.

Debido a que $\epsilon \ll 1$ a lo largo de toda la cima del potencial, entonces el cociente tensor-a-escalar r dado por la ecuación (2.29) será bastante pequeño, por lo que tendremos consistencia con el valor observado de r por Planck independientemente de los valores de Λ y f que tomemos.

Por lo anterior, resulta más importante considerar la amplitud de las perturbaciones escalares A_s como restricción de los parámetros del potencial. En particular, tendrá una relación más significativa con el parámetro Λ , puesto que está asociado a la amplitud del potencial.

Teniendo los parámetros de slow-roll, seguimos el procedimiento estándar para calcular los parámetros inflacionarios n_s , r y A_s . Calculamos el momento en que termina la inflación ϕ_f , este punto

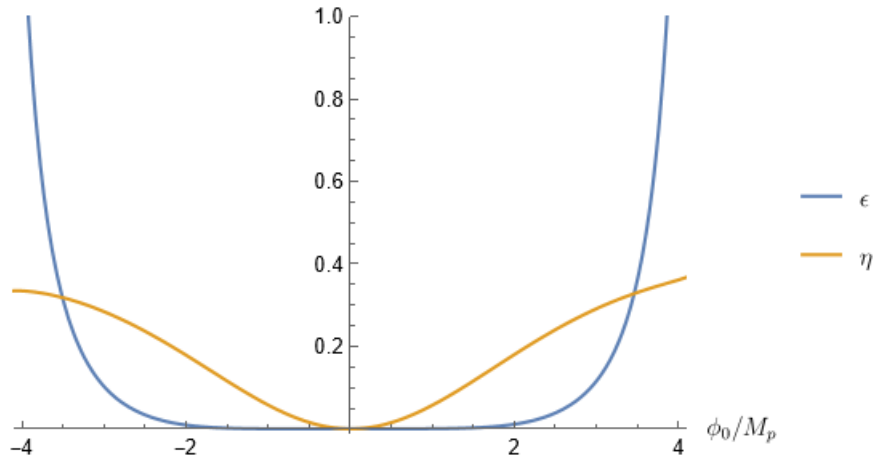


Figura 4.3: Parámetros de slow-roll asociados al potencial (4.10)

se alcanza cuando los parámetros de slow-roll llegan a valores cercanos a 1. Tomaremos el final de inflación cuando el parámetro ϵ alcanza el valor de uno (ver figura 4.3). Fijamos el número de e-folds entre 50 y 70, valores necesarios para explicar el problema del horizonte. Con el valor de N fijo y la expresión de N dada por la ecuación (2.18), obtenemos el valor del inflatón ϕ_1 al principio de inflación ϕ_i . Es en este punto donde calculamos los parámetros n_s , r y A_s dados por las ecuaciones (2.25), (2.29), (2.22).

Es importante notar que cuando tomamos el valor de $\theta = 0$ obtenemos valores pequeños de n_s (ver figura 4.4) en comparación con el valor de $n_s = 0.9665 \pm 0.0038$ obtenido por Planck [3]. Por lo que es importante considerar esta fase como distinta de cero para acercarnos más a los valores observados.

Una vez calculados estos parámetros inflacionarios, podemos comparar sus valores con las observaciones de Planck. Podemos notar que existen valores consistentes con los observados en la figura 4.5. En particular se muestran los resultados de n_s y r para valores de $f = 1 \times 10^{19} \text{ GeV} = 4.11 M_p$, $\Lambda = 4 \times 10^{16} \text{ GeV} = 0.00214 M_p$, $M_c = 1 \times 10^4 \text{ GeV} = 4.11 \times 10^{-15} M_p$, $\theta = 0.015$, $\langle \phi_0 \rangle = 4.9 \times 10^{16} = 0.0201 M_p$, donde $\langle \phi_0 \rangle$ es el valor esperado de vacío de ϕ_0 , en este valor se encuentra congelado el campo de materia oscura durante inflación.

Realizamos un barrido sobre los parámetros Λ y θ , pues son los que se encuentran mayormente relacionados con A_s y n_s correspondientemente. Realizando este barrido, encontramos una región para la cual existen valores que pueden servir como modelo inflacionario. La figura 4.6 nos indica que el potencial 4.10 puede producir inflación con valores inflacionarios cercanos a los reportados por las observaciones. Para esta gráfica se ha tomado como valores de e-folds entre los 50 y 63, valores adecuados para resolver el problema del horizonte.

En esta aproximación, consideramos temperaturas que se encuentran por debajo de la escala electrodébil, $T < T_{EW}$, por lo que no consideramos acoplamientos asociados a los bosones de norma

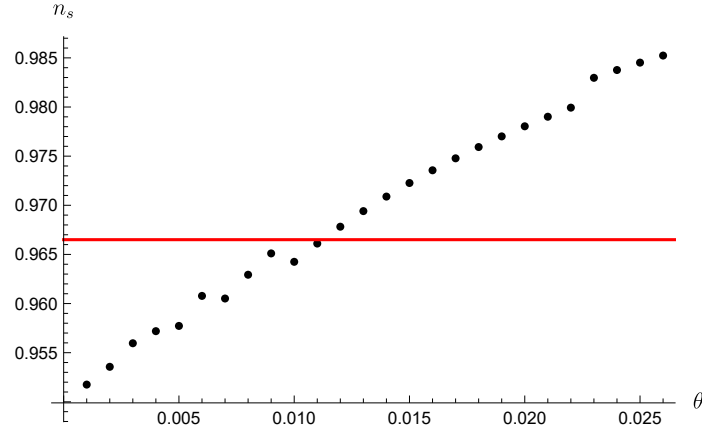


Figura 4.4: Índice espectral escalar como función de la fase θ para $f = 4.11 M_p$, $\Lambda = 0.00214 M_p$, $M_c = 4.11 \times 10^{-5} M_p$. La línea roja representa el valor reportado por Planck [3], $n_s = 0.9665 \pm 0.0038$.

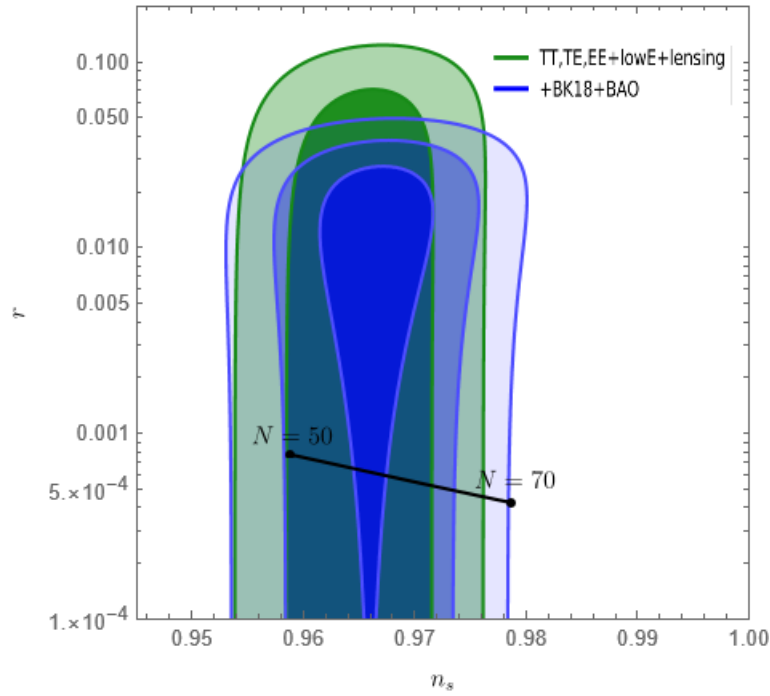


Figura 4.5: Se muestran en negro los valores de n_s y r calculados del potencial (4.10) contrastados con las restricciones observacionales de Planck en combinación con oscilación acústica de bariones (BAO), lentes gravitacionales y datos de BICEP/Keck. Los contornos verdes corresponden a las regiones de 1σ y 2σ basadas en los datos de Planck del CMB [3] (TT,TE,EE+lowE+ lensing) . Los contornos azules indican las regiones de 1σ , 2σ y 3σ resultante de combinar los datos previos con BICEP/Keck 18 (BK18) y BAO [28].

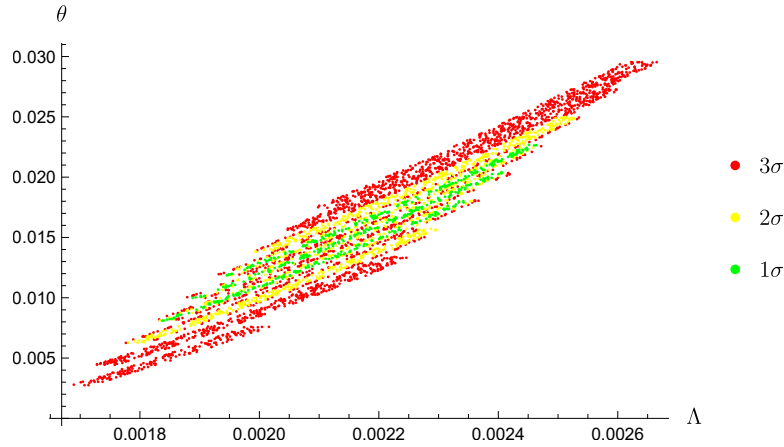


Figura 4.6: Se muestran los valores de Λ y θ que resultan consistentes con las observaciones de Planck [3], $n_s = 0.9665 \pm 0.0038$ y $A_s = 2.10058 \times 10^{-9} \pm 0.030 \times 10^{-9}$ a 1σ , 2σ , 3σ en color verde, amarillo y rojo respectivamente.

$SU(2)_L$ y $U(1)_Y$.

Al terminar la inflación cosmológica, la densidad de energía del Universo está compuesta por una combinación de la energía cinética y de la energía potencial del campo del inflatón, con la densidad de energía dada por el modo de momento cero del campo [29]. Por lo tanto, el Universo al final de inflación se encuentra en un estado frío, de baja entropía con pocos grados de libertad, todo lo contrario al Universo presente caliente y de alta entropía. Después de inflación el universo dominado por el inflatón debió descongelarse y convertirse en un universo de alta entropía dominado por radiación. Este proceso por el que la densidad de energía del inflatón es convertida en radiación es conocido como recalentamiento.

Una cantidad interesante de calcular es la temperatura de recalentamiento, usualmente denotada como T_{RH} . La temperatura de recalentamiento se calcula suponiendo un cambio instantáneo de la densidad de energía del campo del inflatón en radiación cuando la tasa de decaimiento de la energía del inflatón, Γ_1 , es igual a H , la tasa de expansión del Universo.

La temperatura de recalentamiento se calcula de manera sencilla [1]. Después de terminar inflación el campo inflacionario oscila coherentemente cerca del mínimo del potencial. Promediando sobre muchas oscilaciones, la densidad de energía del estado coherente de oscilación decae como materia. Suponiendo que son relativistas también, la densidad de energía es $\rho_R(T) = (\pi^2/30)g_*T$, donde g_* es el número de grados de libertad relativistas, del orden de 10^2 para el modelo estándar. La temperatura de recalentamiento es entonces [30]

$$T_{RH} = \left(\frac{90}{8\pi^3 g_*} \right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{\Gamma_1 M_{\text{p}}} \quad (4.15)$$

La temperatura de recalentamiento corresponde a la temperatura por debajo de la cual el Universo

se expande como un universo dominado por radiación. T_{RH} no se refiere a la temperatura máxima del Universo durante recalentamiento. La temperatura máxima es, de hecho, mucho más grande que T_{RH} [29].

4.3 Materia oscura

En la sección anterior encontramos que el campo ϕ_1 rodando lentamente por el potencial (4.10) hasta alcanzar el mínimo puede producir la expansión acelerada necesaria para explicar la inflación cosmológica. En esta sección, como resultado de nuestra publicación [31], mostraremos que no solo es posible obtener un escenario inflacionario, sino además es posible encontrar una región de parámetros para la cual además tenemos un escenario de materia oscura producido por ϕ_0 .

La ecuación de movimiento asociada a cada campo está dada por

$$\ddot{\phi}_i + (3H + \Gamma_i) \dot{\phi}_i + \frac{\partial V}{\partial \phi_i} = 0, \quad i = 1, 2. \quad (4.16)$$

A partir de las componentes del tensor de energía momento, que suponemos que corresponden a la de un fluido perfecto por ser un campo escalar homogéneo, podemos calcular la densidad de energía y la presión para cada uno de los campos,

$$\rho_{\phi_i} = \frac{1}{2} \dot{\phi}_i^2 + V; \quad (4.17a)$$

$$P_{\phi_i} = \frac{1}{2} \dot{\phi}_i^2 - V. \quad (4.17b)$$

La ecuación (4.16) es similar a la ecuación de un oscilador armónico amortiguado, donde el parámetro de Hubble actúa como un factor de amortiguamiento. Además, el decaimiento del campo ϕ_i produce también un amortiguamiento en la ecuación de movimiento por medio de su tasa de decaimiento Γ . Usando la ecuación de estado $\omega = P/\rho$ e incluyendo el decaimiento de ϕ_i , la evolución temporal de la densidad de energía estará dada por la ecuación de conservación $\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$, que tiene la forma

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (3H + \Gamma) (\omega + 1) \rho = 0. \quad (4.18)$$

Tomemos ahora un tiempo de referencia t_{osc} , la solución a la ecuación anterior estará dada por

$$\rho(t) = \rho(t_{osc}) \left(\frac{a(t_{osc})}{a(t)} \right)^{3(\omega+1)} e^{-\Gamma(\omega+1)(t-t_{osc})}. \quad (4.19)$$

Podemos observar de esta solución que la densidad de energía se diluirá como materia o como radiación dependiendo del valor de ω , que corresponde a $\rho \propto a^{-3}$ y $\rho \propto a^{-4}$ respectivamente. El valor de ω depende de la potencia de ϕ_i en el potencial $V(\phi_i)$. Supongamos ahora que las oscilaciones de ϕ_i son mucho más rápidas en comparación con la escala de expansión, por lo que podemos

calcular el promedio sobre las oscilaciones. Promediando sobre las ecuaciones (4.17) y considerando la ecuación de estado $\omega = \langle P \rangle / \langle \rho \rangle$, tenemos

$$\omega + 1 = \frac{\langle \dot{\phi}_i^2 \rangle}{\langle \rho \rangle}. \quad (4.20)$$

Desarrollando los promedios sobre un intervalo de tiempo que va de t_{\min} a t_{\max} y recordando que $\dot{\phi} = \pm \sqrt{\rho - V(\phi)}$,

$$\omega + 1 = \frac{\int_{\phi_{\min}}^{\phi_{\max}} d\phi [2(\rho - V)]^{1/2}}{\langle \rho \rangle \int_{\phi_{\min}}^{\phi_{\max}} d\phi [2(\rho - V)]^{-1/2}}, \quad (4.21)$$

donde $\phi_i(t_{\max}) \equiv \phi_{\max}$ y $\phi_i(t_{\min}) \equiv \phi_{\min}$. En las escalas de tiempo en las que la densidad de energía es aproximadamente constante, tenemos que $\rho \approx V(\phi_{\max}) = V_{\max}$, por lo que

$$\omega + 1 = \frac{2 \int_{\phi_{\min}}^{\phi_{\max}} d\phi (1 - V/V_{\max})^{1/2}}{\int_{\phi_{\min}}^{\phi_{\max}} d\phi (1 - V/V_{\max})^{-1/2}}. \quad (4.22)$$

Observamos entonces que dependiendo del valor de la potencia de ϕ_i en el potencial $V(\phi_i)$ la densidad de energía tendrá diferente evolución temporal. Los casos particulares de mayor relevancia son los potenciales cuadráticos y cuárticos,

$$V \propto \phi_i^2 \Rightarrow \omega + 1 = 1, \quad (4.23a)$$

$$V \propto \phi_i^4 \Rightarrow \omega + 1 = 4/3, \quad (4.23b)$$

que llevan a un comportamiento como materia o radiación en su densidad de energía respectivamente.

Se establece una distinción en el comportamiento del campo del axión dependiendo de si este presenta o no oscilaciones. El umbral de oscilación del campo ocurre a un tiempo crítico definido a través de

$$(3H(t_{\text{osc}}) + \Gamma_{\phi_i})^2 = 4m^2(t_H(t_{\text{osc}})) \quad (4.24)$$

donde se ha especificado explícitamente la dependencia temporal de la masa del axión. La ecuación de Friedmann para el momento en que ha terminado inflación está dada por

$$H^2(t_{\text{osc}}) = \frac{1}{3M_p^2} \rho_{\text{tot}}(t_{\text{osc}}), \quad (4.25)$$

donde ρ_{tot} se refiere a la densidad total del Universo en el momento de terminar inflación, es decir, la densidad del campo inflacionario $\rho_1(t)$, la densidad del campo de materia oscura $\rho_0(t)$ y la densidad de radiación $\rho_r(t)$, por lo que

$$\rho_{\text{tot}}(t) = \rho_0(t) + \rho_1(t) + \rho_r(t). \quad (4.26)$$

Durante esta etapa, la densidad de radiación es despreciable,

$$\rho_r(t_{\text{osc}}) = 0. \quad (4.27)$$

y la componente que domina el Universo al tiempo de oscilación es el inflatón ϕ_1 , ya que la contribución que tiene el campo de materia oscura ϕ_0 en este momento es mucho menor que la contribución del inflatón, i.e. $\rho_1(t_{\text{osc}}) \gg \rho_0(t_{\text{osc}})$ por lo que la densidad de energía total está dada por $\rho_{\text{tot}}(t_{\text{osc}}) \simeq \rho_1(t_{\text{osc}})$. El valor inicial del campo en el que permanece constante hasta llegar al tiempo del comienzo de oscilación puede ser parametrizado por $\phi_i(t_{\text{osc}}) \simeq \theta_i f$ donde θ_i es un valor adimensional relacionado con el valor esperado del vacío. Las densidades de energía asociadas estarán dadas por

$$\rho_0(t_{\text{osc}}) \simeq \theta_0^2 f^2 / 2R^2; \quad (4.28a)$$

$$\rho_1(t_{\text{osc}}) \simeq \Lambda^4 (\kappa n^2 - 1) \theta_1^4 / 3!. \quad (4.28b)$$

Durante las oscilaciones, la dinámica del campo del inflatón ocurre cerca del mínimo, donde el potencial toma la forma aproximada

$$V(\phi_1) \simeq m^2 \phi_1^2 + \lambda \phi_1^4. \quad (4.29)$$

Es importante mencionar que existe una contribución no despreciable de un término cúbico debido a la fase distinta de cero, esto se puede inferir de la necesidad de romper la paridad en el mínimo que se observa en la figura 4.2a. En este trabajo tomaremos la aproximación (4.29), pero se puede observar las consecuencias de no despreciar este término cúbico en [31]. Vamos a suponer también que $\Lambda^4 \gg \frac{f^2}{R^2}$, por lo que la contribución dominante es del potencial hilltop. Durante esta época domina el término cuártico en el potencial (4.29), como vimos anteriormente en las ecuaciones (4.23), esto nos lleva a una ecuación de estado de radiación, por lo que el parámetro de Hubble estará dado por

$$H(t \simeq t_{\text{osc}}) \simeq \frac{1}{2t_{\text{osc}}} \simeq \frac{1}{\sqrt{3}m_p} \sqrt{\rho_1(t_{\text{osc}})}, \quad (4.30)$$

de donde podemos calcular el tiempo de oscilación del inflatón de las condiciones iniciales descritas previamente.

$$t_{\text{osc}} \simeq \frac{\sqrt{3}M_p}{2\sqrt{\rho_1(t_{\text{osc}})}} = \frac{M_p}{2\sqrt{2}\Lambda^2\theta_1^2\sqrt{\kappa n^2 - 1}}. \quad (4.31)$$

Definimos también el tiempo de transición t_{tr} como el momento en el que el potencial pasa de comportarse como un potencial cuártico a uno cuadrático, y por lo tanto el inflatón pasa de tener una ecuación de estado de radiación a una de materia. Es decir,

$$t_{\text{tr}} : V \propto a_1^4 \rightarrow V \propto a_1^2. \quad (4.32)$$

La condición para que el comportamiento del campo de materia oscura ϕ_0 sea oscilatorio es

$$3H(t_3) + \Gamma_0 = 4m_{a_0}^2, \quad (4.33)$$

donde t_3 es el tiempo de oscilación asociado al campo ϕ_0 . Como tenemos que el campo ϕ_1 pasa de comportarse como radiación a materia al tiempo t_{tr} , entonces la solución de la densidad de energía (4.19) tendrá la forma

$$\rho_1(t) = \begin{cases} \rho_1(t_{\text{osc}})e^{-\Gamma_1(t-t_{\text{osc}})}a_{\text{osc}}^4 a^{-4}(t), & t_{\text{osc}} \lesssim t \lesssim t_{\text{tr}}, \\ \rho_1(t_{\text{tr}})e^{-\Gamma_1(t-t_{\text{tr}})}a_{\text{tr}}^3 a^{-3}(t), & t_{\text{tr}} \lesssim t. \end{cases} \quad (4.34)$$

Por otro lado, la densidad de energía de la radiación evolucionará siguiendo la ecuación

$$\dot{\rho}_r(t) + 4H\rho_r(t) = \Gamma_0\rho_0(t) + \Gamma_1\rho_1(t). \quad (4.35)$$

Podemos reescribir la ecuación anterior (4.34) con la expresión que tenemos de $\rho_1(t)$, para ello nos apoyamos de la función de Heaviside Θ y recordamos también que $H \propto 1/2t$ cuando domina la radiación (es decir, antes del tiempo de transición de ϕ_1), y va como $H \propto 2/3t$ después del tiempo de transición, por lo que se sigue

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_r(t) + \left(\frac{2}{t} + \Theta(t-t_{\text{tr}})\left(\frac{8}{3t} - \frac{2}{t}\right)\right)\rho_r(t) &= \Gamma_0\rho_0 + \Gamma_1\left(\rho_1(t_{\text{osc}})e^{-\Gamma_1(t-t_{\text{osc}})}\left(\frac{a_{\text{osc}}}{a(t)}\right)^4\right. \\ &+ \left.\Theta(t-t_{\text{tr}})\left(\rho_1(t_{\text{tr}})e^{-\Gamma_1(t-t_{\text{tr}})}\left(\frac{a_{\text{tr}}}{a(t)}\right)^3 - \rho_1(t_{\text{osc}})e^{-\Gamma_1(t-t_{\text{osc}})}\left(\frac{a_{\text{osc}}}{a(t)}\right)^4\right)\right). \end{aligned} \quad (4.36)$$

Dividimos entonces la solución a la ecuación anterior en casos, primero estudiamos a tiempos $t_{\text{osc}} \lesssim t \lesssim t_{\text{tr}}$, por lo que el Universo es dominado ϕ_1 que se comporta como radiación, entonces el parámetro de Hubble es $1/2t$ y el factor de escala $\propto t^{1/2}$, llegando a la ecuación

$$\dot{\rho}_r + \frac{2\rho_r}{t} = \Gamma_0\rho_0 + \Gamma_1\rho_1(t_{\text{osc}})e^{-\Gamma_1(t-t_{\text{osc}})}\left(\frac{t_{\text{osc}}}{t}\right)^2, \quad (4.37)$$

Multiplicando por t^2 e integrando desde t_{osc} hasta t , así como recordando que tenemos que $\rho_r(t_{\text{osc}}) \simeq 0$ y que para tiempos cercanos al tiempo de oscilación $t \simeq t_{\text{osc}}$ por lo que $e^{-\Gamma_1(t-t_{\text{osc}})} \simeq 1$, llegamos a la ecuación

$$\rho_r(t) \simeq \frac{\Gamma_0\rho_0}{3t^2}(t^3 - t_{\text{osc}}^3) + \frac{\Gamma_1\rho_1(t_{\text{osc}})t_{\text{osc}}^2}{t}\left(1 - \frac{t_{\text{osc}}}{t}\right). \quad (4.38)$$

Que en términos del factor de escala, donde $t \propto a^2$, llegamos a que

$$\rho_r(a) \simeq \frac{\Gamma_0\rho_0 t_{\text{osc}}}{3}\left(\left(\frac{a}{a_{\text{osc}}}\right)^2 - \left(\frac{a_{\text{osc}}}{a}\right)^4\right) + \Gamma_1\rho_1(t_{\text{osc}})t_{\text{osc}}\left(\frac{a_{\text{osc}}}{a}\right)^2\left(1 - \left(\frac{a_{\text{osc}}}{a}\right)^2\right), \quad (4.39)$$

Ahora tomamos el caso para tiempos posteriores al tiempo de transición $t_{\text{tr}} \lesssim t \lesssim t_{\text{th}}$, por lo que la ecuación (4.36) se reduce a

$$\dot{\rho}_r + 4H\rho_r = \Gamma_0 \rho_0 + \Gamma_1 \rho_1(t_{\text{tr}}) e^{-\Gamma_1(t-t_{\text{tr}})} \left(\frac{a_{\text{tr}}}{a(t)} \right)^3. \quad (4.40)$$

En este caso el Universo sigue siendo dominado por ϕ_1 pero el parámetro de Hubble evoluciona como $2/3t$ y el factor de escala como $\propto t^{2/3}$, por lo que obtenemos la expresión

$$\dot{\rho}_r + \frac{8\rho_r}{3t} = \Gamma_0 \rho_0 + \Gamma_1 \rho_1(t_{\text{tr}}) e^{-\Gamma_1(t-t_{\text{tr}})} \left(\frac{t_{\text{tr}}}{t} \right)^2, \quad (4.41)$$

Ahora multiplicamos por $t^{8/3}$ e integramos esta vez del tiempo de transición t_{tr} a t , llegando a $t \simeq t_{\text{tr}}$: $e^{-\Gamma_1(t-t_{\text{tr}})} \simeq 1$

$$\rho_r(t) \simeq \left(\frac{t_{\text{tr}}}{t} \right)^{8/3} \rho_r(t_{\text{tr}}) + \frac{3\Gamma_0 \rho_0 t_{\text{tr}}}{11} \left(\frac{t}{t_{\text{tr}}} - \left(\frac{t_{\text{tr}}}{t} \right)^{8/3} \right) + \frac{3\Gamma_1 \rho_1(t_{\text{tr}}) e^{\Gamma_1 t_{\text{tr}}} t_{\text{tr}}^2}{5t} \left(1 - \left(\frac{t_{\text{tr}}}{t} \right)^{5/3} \right). \quad (4.42)$$

En términos del factor de escala, recordando que en este momento ϕ_1 sigue dominando el Universo pero ahora evoluciona como materia, por lo que $t \propto a^{3/2}$,

$$\rho_r(a) \simeq \left(\frac{a_{\text{tr}}}{a} \right)^4 \rho_r(t_{\text{tr}}) + \frac{3\Gamma_0 \rho_0 t_{\text{tr}}}{11} \left(\left(\frac{a}{a_{\text{tr}}} \right)^{3/2} - \left(\frac{a_{\text{tr}}}{a} \right)^4 \right) + \frac{3\Gamma_1 \rho_1(t_{\text{tr}}) e^{\Gamma_1 t_{\text{tr}}} t_{\text{tr}}}{5} \left(\frac{a_{\text{tr}}}{a} \right)^{3/2} \left(1 - \left(\frac{a_{\text{tr}}}{a} \right)^{5/2} \right), \quad (4.43)$$

donde $\rho_1(t_{\text{tr}})$ y $\rho_r(t_{\text{tr}})$ están dados por

$$\rho_1(t_{\text{tr}}) = \rho_1(t_{\text{osc}}) e^{-\Gamma_1(t_{\text{tr}}-t_{\text{osc}})} \left(\frac{a_{\text{osc}}}{a_{\text{tr}}} \right)^4, \quad (4.44a)$$

$$\rho_r(t_{\text{tr}}) = \frac{\Gamma_0 \rho_0 t_{\text{osc}}}{3} \left(\left(\frac{a_{\text{tr}}}{a_{\text{osc}}} \right)^2 - \left(\frac{a_{\text{osc}}}{a_{\text{tr}}} \right)^4 \right) + \Gamma_1 \rho_1(t_{\text{osc}}) t_{\text{osc}} \left(\frac{a_{\text{osc}}}{a_{\text{tr}}} \right)^2 \left(1 - \left(\frac{a_{\text{osc}}}{a_{\text{tr}}} \right)^2 \right) \quad (4.44b)$$

donde se ha evaluado la ecuación (4.34) y la ecuación (4.39) al tiempo de transición t_{tr} . Tenemos entonces que la evolución completa de ρ_r estará dada por

$$\begin{aligned} \rho_r(t) = & \frac{t_{\text{tr}}^{2/3} t_{\text{osc}}^2}{t^{8/3}} \rho_1(t_{\text{osc}}) \left(1 - \exp[-g_{a\gamma\gamma}^2 m_{a_1}^3 (t_{\text{tr}} - t_{\text{osc}})/64\pi] \right) \\ & + \frac{t_{\text{osc}}^{5/2} \exp[g_{a\gamma\gamma}^2 m_{a_1}^3 t_{\text{osc}}/64\pi]}{t_{\text{tr}}^{1/2} t^{8/3} (g_{a\gamma\gamma}^2 m_{a_1}^3/64\pi)^{2/3}} \rho_1(t_{\text{osc}}) \left[\Gamma_{5/3}(t_{\text{osc}} g_{a\gamma\gamma}^2 m_{a_1}^3/64\pi) - \Gamma(5/3) \right], \end{aligned} \quad (4.45)$$

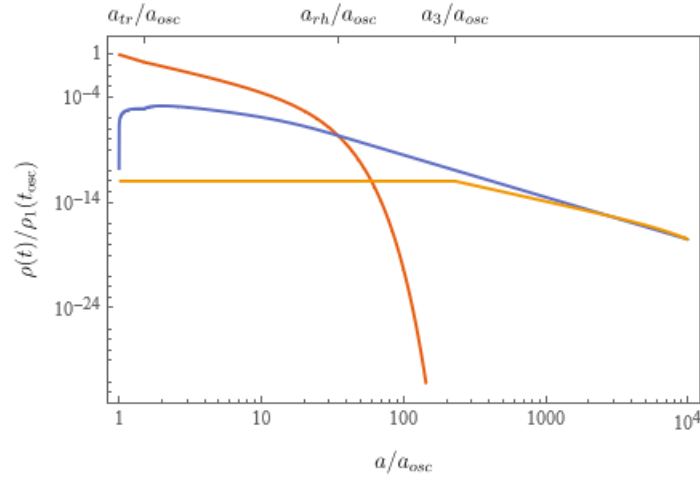


Figura 4.7: Evolución de las distintas densidades que componen el Universo temprano. Se muestra la evolución de ρ_1 , ρ_0 y ρ_r en color naranja, amarillo y azul respectivamente.

Donde la evolución de ρ_0 estará dada por

$$\rho_0(t) = \rho_0(t_{\text{osc}}) \left(\frac{t_3}{t} \right)^{3/2} \exp[-g_{a\gamma\gamma}^2 m_{a_0}^3 (t_3 - t)/64\pi], \quad (4.46)$$

ya que su densidad de energía evoluciona como materia.

4.4 Parámetros de materia oscura

Con base en las expresiones vistas en la sección anterior, podemos comenzar a comparar con los resultados observacionales. Lo primero que podemos observar es la manera en que evoluciona la densidad de materia de cada una de estas componentes. En la figura 4.7 se muestra la evolución de la densidad de energía de ϕ_1 , ϕ_0 y ϕ_r . Se observa que en un principio domina la densidad de energía del inflatón ϕ_1 , luego domina la densidad de energía de radiación y por último la materia oscura ϕ_0 . Se observa que conforme disminuye la densidad de energía del inflatón, aumenta la densidad de energía de radiación hasta que esta llega a ser la componente mayor en el Universo. Una vez que esto ocurre, comienza a decaer más rápido que la materia oscura, permitiendo que ocurra una época dominada por materia.

Podemos restringir los valores de la constante de acoplamiento $g_{a\gamma\gamma}$ y el valor esperado de vacío $\langle\phi_0\rangle$, para los cuales tendríamos un tiempo de igualdad de materia y radiación de $t_{eq} = 96\,886.9$ años, valor señalado por [1]. También la abundancia de materia oscura observada a día de hoy sirve como restricción a nuestro modelo, en este caso el valor reportado por Planck [3] es de $\Omega_{DM} = 0.26158$. En la gráfica 4.8 se muestran los contornos que producen un mismo tiempo de igualdad de materia

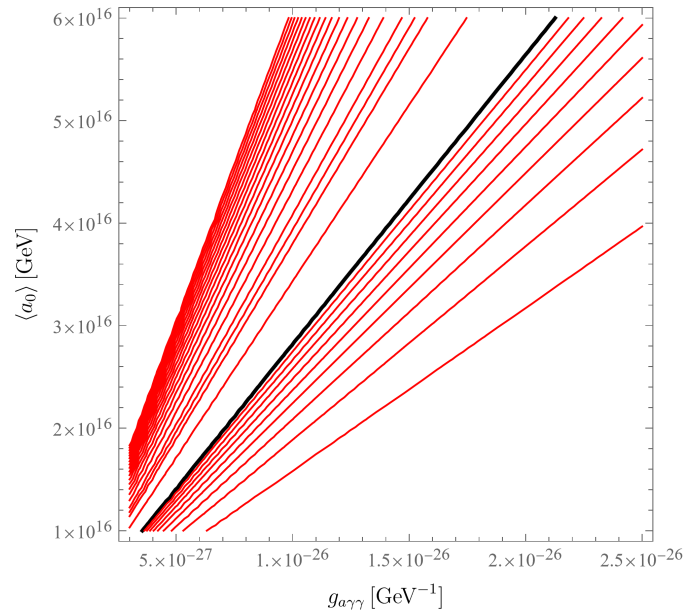


Figura 4.8: Se muestran los contornos que producen un mismo tiempo de igualdad de materia y radiación. En color negro se señala la curva que representa el tiempo de igualdad dado por [1] de $t_{eq} = 96\,886.9$ años.

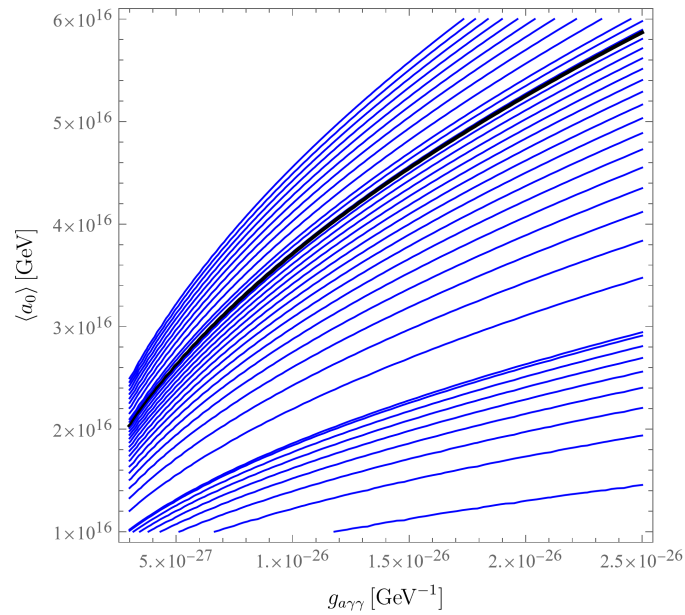


Figura 4.9: Se muestran los contornos que producen una misma abundancia de materia oscura. En color negro se señala la curva que representa la abundancia dado por [3] de $\Omega_{DM} = 0.26158$.

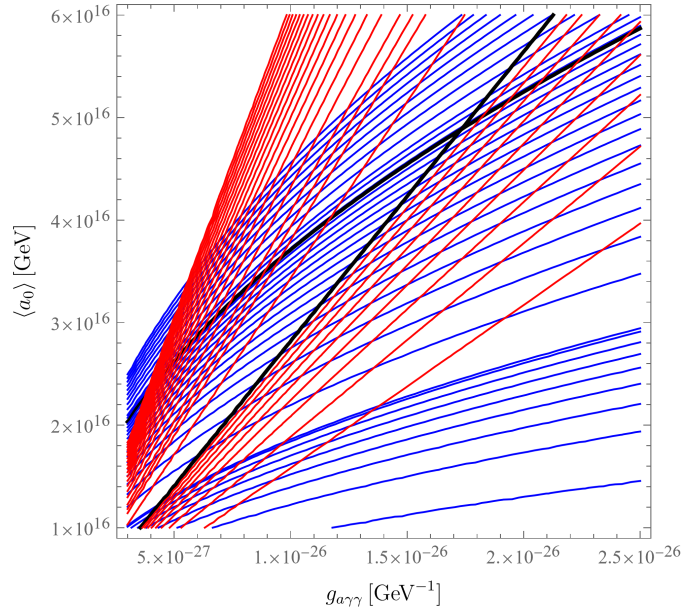


Figura 4.10: Se muestran los contornos que producen una misma abundancia y un mismo tiempo de equilibrio. El cruce de estas curvas señala los parámetros que cumplen con ambas restricciones de las observaciones ($t_{eq} = 96\,886.9$ años y $\Omega_{DM} = 0.26158$).

y radiación, podemos ver que existe una curva de color negro que señala los valores adecuados de parámetros para producir el tiempo de igualdad de $t_{eq} = 96\,886.9$ años. Por otro lado, la figura 4.9 representa los valores para los cuales se produce una misma abundancia, en una curva color negro vemos que existen valores que producen una $\Omega_{DM} = 0.26158$.

De estas dos gráficas podemos observar dos curvas que representan los valores que producen el tiempo de igualdad y abundancia adecuados. Es importante entonces sobreponer ambas curvas para encontrar el punto en el que ambos parámetros cumplen con ambas restricciones. Esto lo podemos observar en la figura 4.10.

Finalmente podemos calcular explícitamente estos valores que cumplen ambas restricciones:

$$\Omega(g_{a\gamma\gamma} = 4.26 \times 10^{-8} M_p, \langle\phi_0\rangle = 0.0201 M_p) = 0.26158 \quad (4.47)$$

$$t_{eq}(g_{a\gamma\gamma} = 4.26 \times 10^{-8} M_p, \langle\phi_0\rangle = 0.0201 M_p) = 96\,886.9 \text{ años.} \quad (4.48)$$

El resultado más importante es que hemos encontrado que un escenario de cinco dimensiones como el propuesto en [8] bajo un potencial [11] produce inflación y materia oscura. Para ello hemos tenido que quedarnos con únicamente dos de los campos de la torre infinita producida por la compactificación de la quinta dimensión adicional. Además de encontrar parámetros para los cuales podemos tener ambos escenarios. Estos parámetros son $g_{a\gamma\gamma} = 4.26 \times 10^{-8} M_p$, $\langle\phi_0\rangle = 0.0201 M_p$, $f = 4.11 M_p$, $\Lambda = 0.00214 M_p$, $M_c = 4.11 \times 10^{-5} M_p$, $\theta = 0.015$. Para estos parámetros en el

potencial (4.10) tendremos un escenario de inflación y de materia oscura.

Capítulo 5

Conclusiones

Esta tesis se basó en el análisis teórico de dos modelos cosmológicos en principio no relacionados. Por un lado, estudiamos la materia oscura dinámica [8, 9], un modelo de materia oscura en el que suponemos que existe una quinta dimensión adicional compactificada en el orbifoldo S^1/\mathbb{Z}_2 y un campo tipo axión cinco-dimensional que produce una colección de partículas con distintas masas jerarquizadas. Este ordenamiento en las masas permite que tengamos un ensamble de partículas con distintas tasas de decaimiento. Al balancear las tasas de decaimiento con las abundancias para cada una de estas partículas, podemos obtener una abundancia total comparable con las mediciones actuales de materia oscura. Por lo tanto, llegamos a la conclusión de que es posible tener un escenario dinámico de una colección de partículas que funcionan como modelo de materia oscura. Por otro lado, estudiamos un modelo inflacionario de axión con un potencial tipo hilltop que puede servir también como modelo de materia oscura; esta posibilidad fue llamada milagro ALP [11, 10]. Observamos que, bajo la suposición de recalentamiento instantáneo, y tomando una cierta región de parámetros del potencial, es posible no solo tener inflación, sino además un modelo de materia oscura que reproduce la abundancia observada. Finalmente, estudiamos un potencial axiónico tipo hilltop cinco dimensional como en el modelo de materia oscura dinámica, encontramos que en este escenario también es posible reproducir inflación y materia oscura.

En la sección 3.1 analizamos el modelo de materia oscura dinámica propuesto por Dienes. Este modelo se construye a partir de una quinta dimensión espacial adicional a las cuatro dimensiones espacio-temporales usuales. Debido a que no se tienen indicios de posibles dimensiones adicionales que pudieran observarse en experimentos de altas energías, suponemos que esta dimensión extra está compactificada, en particular suponemos que está compactificada en el orbifoldo S^1/\mathbb{Z}_2 . La descomposición de un campo axiónico cinco-dimensional en este escenario en sus modos de Fourier lleva a una torre infinita de campos de cuatro dimensiones con distintas masas. Cada una de estas partículas axiónicas también posee distintas tasas de decaimiento, lo que permite balancear cada una con sus respectivas abundancias. La abundancia total de materia oscura estará dada por la suma de cada una de las abundancias de los campos de la torre. Bajo el ajuste adecuado de los parámetros libres de este modelo, es posible reproducir la abundancia total de materia oscura observada hoy en

día $\Omega_{DM} = 0.26158$.

En la sección 3.2 comprobamos el milagro ALP. Bajo un potencial axiónico tipo hilltop, encontramos que es posible reproducir la inflación cosmológica. Este potencial se asemeja a un polinomio cuártico cerca del máximo, donde suponemos que ocurre inflación. Se obtuvo una expresión para el valor del campo al final de inflación (3.34), así como una expresión aproximada del índice espectral escalar (3.35). Debido a que el potencial (3.29) es bastante plano cerca del máximo se encontró que el cociente tensor-a-escalar r es despreciable, lo que concuerda con las mediciones de r realizadas hasta ahora. Observamos que agregar un término de fase al potencial (3.29) permite acercarnos más al valor reportado por Planck [3] del índice espectral escalar $n_s = 0.9665 \pm 0.0038$. Se encontró que es posible también reproducir materia oscura si suponemos que los parámetros libres del potencial se encuentran en una región adecuada (ver figura 3.4).

Inspirados en los trabajos mencionados previamente, propusimos un escenario de cinco dimensiones con un campo tipo axión bajo un potencial tipo hilltop. Suponemos que esta dimensión adicional también está compactificada en el orbifoldo S^1/\mathbb{Z}_2 . En este caso el axión puede propagarse en la dimensión extra compactificada de radio R , mientras que los campos del modelo estándar están confinados en la brana localizada en $y = x^5 = 0$. Para este trabajo hemos supuesto únicamente el acoplamiento del campo con el campo electromagnético, lo que produce el decaimiento del campo en fotones.

Mediante la descomposición en modos de Fourier del campo cinco-dimensional, vimos que también es posible obtener una torre infinita de campos cuatro-dimensionales que comparten la misma constante de acoplamiento $g_{\phi\gamma\gamma}$ pero poseen masas diferentes. En particular, trabajamos únicamente con dos de los campos del ensamble como una primera aproximación, con la suposición de que los demás campos seguirán la misma dinámica del campo de materia oscura. Observando el potencial 4.6, encontramos una dirección particular para la cual el potencial es del tipo hilltop. Realizamos un cambio de variable específico (una rotación en el espacio de campos) que nos permitió obtener la dirección en la cual el potencial es tipo hilltop. Esto nos condujo a la expresión del potencial (4.10) que describe a un campo axiónico con una masa proporcional al inverso del radio de compactificación y otro campo cuya masa es únicamente modificada con respecto al otro campo por el término de hilltop.

Estudiamos el potencial (4.10) variando los parámetros libres para encontrar de qué manera cambia la dinámica de los campos. Encontramos que se necesita que la escala de compactificación $1/R$ sea pequeña en comparación con la amplitud Λ puesto que esto permite que el potencial sea plano cerca del máximo y exista un rodamiento lento del inflatón. Por la misma condición anterior tomamos $\kappa = 1$, pues se mantiene la planitud en los máximos y mínimos. Por simplicidad, para tener unas masas iguales en el máximo y mínimo del inflatón, consideramos $n = 3$. Vimos que el término θ en cambio producen una ligera inclinación sobre el potencial.

Calculamos los parámetros inflacionarios y vimos que en efecto este modelo puede producir inflación, con unos valores bastantes cercanos a los observados por Planck [3]. Vimos que el parámetro ϵ es demasiado pequeño cerca del máximo por lo que la contribución a n_s es mayormente debida a η , y como consecuencia adicional de lo anterior, la razón tensor-a-escalar r es despreciable. Esto último

no nos permite constreñir el modelo mediante estas mediciones, por lo que en su lugar, calculamos la amplitud de las perturbaciones escalares A_s . Vimos que tener una fase $\theta \neq 0$ permite que el índice espectral escalar se acerque al valor $n_s = 0.9665 \pm 0.0038$, mientras que la variación en Λ modifica principalmente la amplitud de perturbaciones A_s .

Encontramos que, con los parámetros $f = 4.11 M_p$, $\Lambda = 0.00214 M_p$, $M_c = 4.11 \times 10^{-5} M_p$, $\theta = 0.015$, se produce inflación con unos valores muy cercanos a los reportados por las mediciones del CMB, como puede observarse en la figura 4.5. No solo encontramos que estos valores se acercan a las mediciones de Planck, sino que además hay una región de parámetros de θ y Λ que es plenamente compatible con las observaciones, ver figura 4.6.

Los campos tienen ecuaciones de movimiento de osciladores armónicos amortiguados, y además encontramos que el campo del inflatón pasa de evolucionar como radiación cerca del mínimo, a tener una dinámica de materia. Mediante un análisis de la dinámica de la densidad de energía de la radiación, del inflatón ϕ_1 y del campo de materia oscura ϕ_0 , encontramos la evolución temporal de la densidad de energía de la radiación (4.45) y de la materia oscura (4.46). Mediante cálculos computacionales encontramos los valores que producen una abundancia de $\Omega_{DM} = 0.26158$ y un tiempo de igualdad entre materia y radiación de $t_{eq} = 96\,886.9$ años. Estos valores, representados en la figura 4.10 son $g_{a\gamma\gamma} = 4.26 \times 10^{-8} M_p$, $\langle\phi_0\rangle = 0.0201 M_p$. Por lo tanto, con estos parámetros, tenemos la abundancia de materia oscura deseada. Hemos encontrado entonces un modelo capaz de replicar las observaciones de inflación y de materia oscura.

Existen muchas maneras de ampliar este trabajo, quizás la manera natural de continuar en esta dirección sería ampliar el número de campos en el potencial (4.10). En lugar de dos campos podríamos trabajar con tres de ellos, hasta intentar estudiar la infinidad de campos producida en la torre de modos de Kaluza-Klein (4.4). También podríamos estudiar si este modelo explícito es compatible con un escenario proveniente de compactificaciones en teoría de cuerdas, en donde en particular surgen dimensiones y campos axiónicos adicionales de forma natural. Adicionalmente, sería interesante investigar otros escenarios cosmológicos que surgen de las compactificaciones de las dimensiones extra en cuerdas.

Bibliografía

- [1] E. W. Kolb and M. S. Turner (eds.), *The early universe*, 1988.
- [2] S. Dodelson and F. Schmidt, *Modern cosmology*, Elsevier Science, 2020.
- [3] Planck, N. Aghanim et al., (2018), 1807.06209.
- [4] A. Riotto, ICTP Lect. Notes Ser. **14** (2003), 317–413, [hep-ph/0210162].
- [5] L. Bergstrom, *Annalen Phys.* **524** (2012), 479–496, [1205.4882].
- [6] L. Roszkowski, E. M. Sessolo, and S. Trojanowski, *Rept. Prog. Phys.* **81** (2018), no. 6, 066201, [1707.06277].
- [7] K. Freese, J. A. Frieman, and A. V. Olinto, *Phys. Rev. Lett.* **65** (1990), 3233–3236.
- [8] K. R. Dienes and B. Thomas, *Phys. Rev. D* **85** (2012), 083523, [1106.4546].
- [9] K. R. Dienes and B. Thomas, *Phys. Rev. D* **85** (2012), 083524, [1107.0721].
- [10] R. Daido, F. Takahashi, and W. Yin, *JCAP* **05** (2017), 044, [1702.03284].
- [11] R. Daido, F. Takahashi, and W. Yin, *JHEP* **02** (2018), 104, [1710.11107].
- [12] H. A. Gordillo Ruiz, *Cosmología de extensiones de la relatividad general*, Agosto 2020.
- [13] S. Weinberg, *Cosmology*, Cosmology, OUP Oxford, 2008.
- [14] S. Dodelson, *Modern Cosmology*, Academic Press, Amsterdam, 2003.
- [15] A. D. Linde, *Phys. Rev. D* **49** (1994), 748–754, [astro-ph/9307002].
- [16] F. C. Adams, J. R. Bond, K. Freese, J. A. Frieman, and A. V. Olinto, *Phys. Rev. D* **47** (1993), 426–455, [hep-ph/9207245].
- [17] L. Boubekur and D. H. Lyth, *JCAP* **07** (2005), 010, [hep-ph/0502047].

-
- [18] M. Postma, *Inflation*, NIKHEF, 2009.
- [19] N. Bretón, J. Cervantes-Cota, and M. Salgad, *Lecture Notes in Physics* (2004).
- [20] A. Challinor, *Part iii. cosmology*, University of Cambridge, 2009.
- [21] I. Antoniadis, A. Karam, A. Lykkas, T. Pappas, and K. Tamvakis, *PoS CORFU2019* (2020), 073, [1912.12757].
- [22] K. Garrett and G. Duda, *Adv. Astron.* **2011** (2011), 968283, [1006.2483].
- [23] C. Morales Mena, *Restricciones cosmológicas en axiones de materia oscura dinámica*, Octubre 2021.
- [24] J. A. Cortés Asencio, *Materia oscura dinámica*, Diciembre 2021.
- [25] H. Baer, K.-Y. Choi, J. E. Kim, and L. Roszkowski, *Phys. Rept.* **555** (2015), 1–60, [1407.0017].
- [26] P. Arias, D. Cadamuro, M. Goodsell, J. Jaeckel, J. Redondo, and A. Ringwald, *JCAP* **06** (2012), 013, [1201.5902].
- [27] M. Czerny and F. Takahashi, *Phys. Lett. B* **733** (2014), 241–246, [1401.5212].
- [28] BICEP, Keck, P. A. R. Ade et al., *Phys. Rev. Lett.* **127** (2021), no. 15, 151301, [2110.00483].
- [29] D. J. H. Chung, E. W. Kolb, and A. Riotto, *Phys. Rev. D* **60** (1999), 063504, [hep-ph/9809453].
- [30] K. D. Lozanov, (2019), 1907.04402.
- [31] H. Gordillo-Ruiz, C. Morales-Mena, and S. Ramos-Sánchez, *En preparación*, 2022.