



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO

POSGRADO EN ASTROFÍSICA
ASTROFÍSICA TEÓRICA

ESTUDIO DE LA ANISOTROPÍA EN OBSERVACIONES
SINTÉTICAS DE NUBES MOLECULARES TURBULENTAS

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

DOCTOR EN CIENCIAS (ASTROFÍSICA)

PRESENTA:

M. EN C. DAVID HERNÁNDEZ PADILLA

TUTORES:

DR. JOSÉ ALEJANDRO ESQUIVEL SALAZAR
DR. PABLO FABIÁN VELÁZQUEZ BRITO

INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES

CIUDAD UNIVERSITARIA, CDMX., ENERO DE 2023



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*«No busquen a Dios en los milagros. Los milagros son violaciones de la leyes de la naturaleza.
Dios se comprende mejor en el estudio de esas leyes.»*

Baruch Spinoza

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Resumen

Posgrado en Astrofísica
Instituto de Ciencias Nucleares

Doctor en Ciencias (Astrofísica)

Estudio de la anisotropía en observaciones sintéticas de nubes moleculares turbulentas

por M. en C. David HERNÁNDEZ PADILLA

La turbulencia magnética es anisotrópica porque las direcciones de movimiento están restringidas por el campo magnético. Tal anisotropía puede ser observada en los centroides de velocidad obtenidos de observaciones espectroscópicas. En este trabajo utilizamos simulaciones magnetohidrodinámicas (MHD) para producir observaciones espectroscópicas sintéticas (datos Posición-Posición-Velocidad, PPV) y estudiamos la anisotropía en las funciones de estructura de los mapas de centroides de velocidad. Descomponemos las velocidades de las simulaciones en los modos MHD de Alfvén, rápidos y lentos y estudiamos cómo cada uno de ellos contribuye a la anisotropía observada. Encontramos que cuando el ángulo entre la línea de visión y el campo magnético medio es grande, la anisotropía observada está dominada por los modos de Alfvén, mientras que para ángulos pequeños la anisotropía no es lo suficientemente grande para utilizarse como prueba de la magnetización del medio, y está dominada por los modos lentos. Nuestros resultados coinciden con las predicciones teóricas de Kandel et al.

Con la finalidad de tener simulaciones más parecidas a las nubes moleculares, incluimos la transferencia radiativa (post-procesamiento) para estimar la emisión en varias líneas moleculares de CO, que van de un rango de ópticamente grueso a delgado (^{12}CO , ^{13}CO , C^{18}O , y C^{17}O). Los resultados para los centroides de velocidad son muy parecidos a los obtenidos para el caso ópticamente delgado, pues las observaciones sintéticas de la primera parte de este trabajo son consideradas nubes delgadas de hidrógeno neutro. En contraste con el caso ópticamente delgado, los mapas de intensidad integrada se vuelven más anisotrópicos en las líneas gruesas. Esto se debe a que la contribución de la turbulencia a gran escala se suprime por la absorción. En esta situación, las escalas estudiadas se limitan a las más pequeñas, que se sabe son más anisotrópicas. También observamos que el número de Mach puede afectar a estos resultados, ya que los casos altamente supersónicos presentan un menor grado de anisotropía.

Agradecimientos

Al llegar al final de este arduo trabajo, de esfuerzo y dedicación, quiero agradecer de todo corazón a todos los involucrados en dicho proyecto, especialmente:

A mis padres, David y María Carmen, por su apoyo incondicional y su comprensión en todo momento, y a mis hermanos Aldo y Alejandro, que de una u otra manera pusieron su granito de arena en mi formación y en este trabajo.

Gracias a José Salvador, su apoyo incondicional y quien estuvo a mi lado en los momentos más difíciles y cuya paciencia puse al límite en indeterminadas ocasiones.

A mis asesores Alejandro Esquivel y Pablo Velázquez, por guiarme a lo largo del doctorado y de esta tesis y por compartir conmigo esta experiencia académica.

Al grupo de Astroplasmas quienes me brindaron su amistad y compañerismo a lo largo del doctorado.

Gracias, al Instituto de Ciencias Nucleares y al Posgrado en Astrofísica y a todos los profesores que intervinieron en mi formación.

Agradezco a CONACyT y a los proyectos IG100422 y IN113522 de PAPIIT-UNAM por el apoyo económico durante el doctorado. De igual manera agradezco a Enrique Palacios por el mantenimiento del cluster Diable, donde se realizaron las simulaciones necesarias para este trabajo.

A todas las personas que voluntaria o involuntariamente participaron en mi formación académica y en la realización este trabajo y que no he mencionado en estas páginas, pero que están presentes en mi memoria.

Gracias infinitas a ustedes y, por supuesto, a Dios, por ponerlos en mi camino.

Índice general

Resumen	v
Agradecimientos	vii
1. Introducción	1
1.1. Turbulencia Magnetohidrodinámica	1
1.1.1. Modelos de la turbulencia: K41 y GS95	1
1.1.2. Métodos y técnicas de estudio de la turbulencia	3
Campo magnético a partir de la turbulencia	3
1.2. Nubes moleculares y su turbulencia	6
Turbulencia en MCs	8
1.3. Objetivo General	9
2. Metodología	11
2.1. Modelos MHD	11
2.1.1. Simulaciones	11
2.1.2. Descomposición de los modos MHD	12
2.2. Centroides de velocidad y la anisotropía de los mapas de los centroides de velocidad	15
2.2.1. Cubos PPV y las diferentes Líneas de visión	16
2.2.2. Centroides de Velocidad	16
2.2.3. Determinación de la anisotropía	17
2.3. Transporte Radiativo en simulaciones MHD	18
2.3.1. Código de Transporte Radiativo	18
Formalismo básico	18
Modelo del polvo	21
3. Anisotropía de los Centroides de Velocidad y la firma de los modos MHD en el ISM turbulento	23
3.1. Centroides de velocidad	23
3.2. Funciones de estructura	25
3.3. Grado de Isotropía	27
3.3.1. Consideraciones sobre el rango inercial	29
3.4. Anisotropía de la velocidad media	29
3.5. Anisotropías observables	32
3.5.1. Anisotropía en mapas de Densidad Columnar	34

3.5.2. Anisotropía en Centroides de Velocidad	34
3.6. Impacto de las Fluctuaciones de Densidad en los Centroides de Velocidad	35
3.7. Anisotropía en función del ángulo de visión	35
4. Efectos del transporte radiativo en el análisis de la anisotropía de centroides de velocidad	39
4.1. Procesamiento de datos	39
4.1.1. Escalamiento de las simulaciones	39
4.2. Parámetros moleculares	40
4.2.1. Cubo PPV	40
4.3. Líneas espectrales y corrección de línea-base	41
4.4. Intensidad integrada	42
4.5. Centroides de velocidad originales	46
4.6. Centroides de velocidad de los modos MHD	46
4.7. Grado de isotropía promedio	48
4.8. Efectos de la turbulencia en la profundidad óptica	51
5. Conclusiones	57
A. Anisotropía de centroides. Formalismo General	61
B. Ecuación de Transporte Radiativo y su integración numérica	67
B.1. Ecuación del transporte radiativo	67
B.2. Integración Numérica de la ecuación de Transporte Radiativo	68
B.2.1. Transferencia de radiación continua	68
B.2.2. Transferencia de radiación de línea	68
B.2.3. Integración Numérica	70
B.2.4. Camino de integración numérica	71
C. Temperatura de Brillo	73
Bibliografía	75

Para mis papás, hermanos y sobrino

Capítulo 1

Introducción

1.1. Turbulencia Magnetohidrodinámica

Sabemos que el estado natural del medio interestelar (ISM, por sus siglas en inglés) es turbulento dado que presenta números de Reynolds grandes.¹ Dicha turbulencia se ha observado en el ISM, y se ha notado que tiene escalas que van desde los kiloparsecs a fracciones de unidades astronómicas (Armstrong y col., 1995; Chepurnov y Lazarian, 2010), por el ensanchamiento no térmico de líneas de emisión y absorción, por ejemplo CO y HI (Stutzki y Guesten, 1990; Heyer y Brunt, 2004). Esta turbulencia es crucial para algunos procesos astrofísicos, por ejemplo los procesos de formación estelar (Mac Low y Klessen, 2004; Ballesteros-Paredes y col., 2007; McKee y Ostriker, 2007), la aceleración y propagación de los rayos cósmicos (Yan y Lazarian, 2004), la transferencia de calor (Narayan y Medvedev, 2001; Lazarian, 2006) y muchos otros fenómenos de transporte en el ISM (Elmegreen y Scalo, 2004). De igual manera sabemos que hay un campo magnético que permea el ISM. Dicho campo magnético ha sido reconocido como un ingrediente esencial en muchos procesos que se llevan a cabo en el ISM. La turbulencia y los campos magnéticos están entrelazados y su interacción es compleja (see Beresnyak y Lazarian, 2019, para más detalle).

1.1.1. Modelos de la turbulencia: K41 y GS95

La turbulencia magnetohidrodinámica (MHD) se ha estudiado por décadas (ver Biskamp, 2003). La parte hidrodinámica de la turbulencia MHD, en el caso incompresible, es la famosa teoría de turbulencia de Kolmogorov (1941). Dicha teoría dice que, desde el punto de vista estadístico, la cantidad y variación de energía cinética en la cascada de energía de un fluido a lo largo de las diferentes escalas, l , comienza desde los vórtices de grandes escalas, en donde las fuerzas externas actúan sobre el fluido, transfiriendo su energía hasta los vórtices de escalas pequeñas, donde la viscosidad del fluido disipa la energía durante un tiempo de rotación

¹El número de Reynolds (Re) está definido como el cociente de fuerzas inerciales y fuerzas viscosas, que para el ISM corresponde a $Re \sim 10^6 - 10^9$. También se define como la relación entre la tasa de rotación de los vórtices grandes $\tau_{eddy}^{-1} = V/L_f$ y la tasa de disipación viscosa $\tau_{dis}^{-1} = \eta/L_f^2$, donde V es la velocidad del flujo, L_f la escala de inyección y η es la resistividad del fluido.

del vórtice. En ausencia de compresibilidad, de campo magnético y suponiendo un fluido viscoso, la tasa de cambio de energía de la cascada hidrodinámica es $\dot{E} \sim v_l^2/\tau_{casc,l} = cte.$ ², donde v_l es la velocidad para la escala l y $\tau_{casc,l} \approx l/v_l$, el tiempo que tarda el vórtice, de tamaño l , en transferir su energía a vórtices de menor tamaño en la cascada (tiempo de “cascadeo”). De aquí se obtiene la bien conocida relación $v_l \sim l^{1/3}$. En términos del espectro de energía promediado por la dirección, esto nos da el famoso escalamiento de Kolmogorov $E(k) \sim 4\pi k^2 P(k) \sim k^{-5/3}$, donde $P(k)$ es el espectro de energía 3D.

Como se mencionó anteriormente, el ISM es turbulento y está magnetizado, entonces es de vital importancia considerar las perturbaciones Alfvénicas. Contrario a la turbulencia de Kolmogorov, en la presencia de un campo magnético dinámicamente importante, los vórtices se vuelven anisotrópicos siendo más alargados a lo largo de las líneas del campo magnético mientras que la cascada de energía se mantiene perpendicular al campo magnético local. Goldreich y Sridhar 1995 (en adelante GS95) propusieron la teoría de la turbulencia Alfvénica. El movimiento de los vórtices perpendiculares al campo, al ser incompresibles, se explica con la teoría de Kolmogorov, tomando en cuenta la escala perpendicular, entonces $v_{l\perp} \sim l_{\perp}^{1/3}$, donde l_{\perp} denota la escala de los vórtices medida perpendicularmente a la dirección del campo magnético local (ver Lazarian y Vishniac, 1999; Cho y Vishniac, 2000; Maron y Goldreich, 2001; Cho y col., 2002b; Cho y col., 2003).

Estos movimientos de mezcla inducen fluctuaciones Alfvénicas que determinan el tamaño paralelo de los vórtices magnetizados, es decir la *condición de balance crítico*. El balance crítico en GS95 es la igualdad entre el tiempo de rotación de los vórtices $\tau_{\perp} \sim l_{\perp}/v_l$ y el periodo correspondiente a la onda de Alfvén $\tau_{\parallel} \sim l_{\parallel}/v_A$, es decir $\tau_{\parallel} = \tau_{\perp}$, donde l_{\parallel} es la escala paralela del vórtice y $v_A = \mathbf{B}_0/\sqrt{4\pi\rho}$ es la velocidad de Alfvén, \mathbf{B}_0 , el campo magnético medio y ρ la densidad.

Utilizando la expresión anterior para $v_l \sim l_{\perp}^{1/3}$ y sustituyendo en $\tau_{\parallel} = \tau_{\perp}$, uno obtiene $l_{\parallel} \sim l_{\perp}^{2/3}$, que nos habla de la tendencia de los vórtices a ser cada vez más alargados a medida que la energía se traslada, en la cascada, a escalas más pequeñas.

GS95 proporciona un marco teórico para el estudio de la turbulencia MHD incompresible (las fluctuaciones Alfvénicas que son incompresibles dominan la cascada). Para el caso compresible, la turbulencia MHD se puede modelar como una superposición de los tres modos fundamentales, a saber modos de Alfvén, lentos y rápidos (Lithwick y Goldreich, 2001). Esto fue estudiado numéricamente en Cho y Lazarian (2002), Cho y Lazarian (2003) y Kowal y Lazarian (2010), donde las propiedades de estos modos fueron exploradas y cuantificadas. Se encontró que la transferencia de energía entre los modos es relativamente pequeña, lo que

²Que la tasa de transferencia de energía sea constante, esencialmente, es una hipótesis de conservación de la energía. La energía se inyecta a escalas grandes, se transfiere entre escalas en el rango inercial, y se disipa en las escalas pequeñas (escala disipativa). Si se supone que la turbulencia es estacionaria, entonces estas tres tasas (de inyección, transferencia y disipación) deben ser iguales, e independientes de la escala. Esta es la manera de justificar que $\dot{E} = cte.$

permite hablar acerca de tres cascadas independientes de los modos. La naturaleza compresible de la turbulencia MHD está contenida en los modos lentos y rápidos. La interacción entre los modos compresibles y el modo incompresible (modo de Alfvén) tiene consecuencias importantes. Por ejemplo, como ya se mencionó, la turbulencia puede inducir la formación estelar formando regiones de alta densidad mediante los modos compresibles, pero al mismo tiempo, la parte incompresible de la turbulencia puede jugar en contra del colapso gravitacional. La turbulencia compresible también juega un papel importante en la difusión y aceleración de rayos cósmicos (Yan y Lazarian, 2004; Beresnyak y col., 2011; Xu y col., 2016).

1.1.2. Métodos y técnicas de estudio de la turbulencia

Se han desarrollado varios métodos para el estudio de la turbulencia, por ejemplo, la pendiente del espectro de potencias que da información sobre la naturaleza de la cascada de turbulencia y sobre la escala de inyección, rango inercial y escala de disipación de la turbulencia, en el ISM directamente de observaciones, por ejemplo utilizando los anchos de línea en observaciones espectroscópicas (Larson, 1981; Larson, 1992; Scalo, 1984; Scalo, 1987), centroides de velocidad (von Hoerner, 1951; Münch, 1958; Kleiner y Dickman, 1985; Dickman y Kleiner, 1985; Miesch y Bally, 1994), o midiendo las fluctuaciones de la densidad electrónica usando centelleos (Narayan y Goodman, 1989; Spangler y Gwinn, 1990).

En las últimas dos décadas se han propuesto nuevas técnicas a partir de observaciones radioespectroscópicas, las cuales se encuentran ampliamente disponibles. Entre estas técnicas tenemos el Análisis de Canales de Velocidad y el Espectro de Coordenadas de Velocidad (VCA y VCS por sus siglas en inglés, respectivamente; Lazarian y Pogosyan, 2000; Lazarian y Pogosyan, 2004; Lazarian y col., 2002; Esquivel y col., 2003; Esquivel y Lazarian, 2005; Chepurnov y Lazarian, 2009) que se basan en un tratamiento analítico del mapeo de fluctuaciones de velocidad del espacio real al espacio Posición-Posición-Velocidad (PPV). La Función Correlación Espectral (SCF por sus siglas en inglés; Rosolowsky y col., 1999; Padoan y col., 2001) es una analogía empírica del VCA; el Análisis de Componentes Principales (PCA por sus siglas en inglés; Heyer y Schloerb, 1997; Brunt y Heyer, 2002) es otra técnica empírica para estudios de turbulencia.

Campo magnético a partir de la turbulencia

Tradicionalmente, los campos magnéticos se han estudiado con una serie de técnicas específicas basadas en su orientación (ver van de Hulst, 1967; Heiles, 1976; Crutcher, 2012), entre ellas, las observaciones del efecto Zeeman permiten estudiar la componente del campo magnético a lo largo de la línea de visión (LOS, por sus siglas en inglés) principalmente en el ISM difuso y denso. Consiste, a grandes rasgos, en el desdoblamiento de las líneas espectrales del elemento observado, por ejemplo HI, debido a la presencia de un campo magnético. Se han realizado varias mediciones

confiables del campo magnético en núcleos densos, nubes moleculares y filamentos con líneas HI, OH, CSS, CN y máser (por ejemplo: Fiebig y Guesten, 1989; Crutcher y col., 1993; Crutcher y col., 1996a; Crutcher y col., 1996b; Caswell y Vaile, 1995; Heiles, 1997; Crutcher, 1999; Fish y col., 2003; Falgarone y col., 2008; Crutcher, 2012; Pillai y col., 2016; Nakamura y col., 2019).

Otro método es el de Davis-Chandrasekhar-Fermi (DCF) propuesto por Davis (1951) y Chandrasekhar y Fermi (1953) quienes sugirieron que un análisis de la dispersión de las direcciones de líneas del campo magnético a escalas pequeñas, podría darnos información sobre la intensidad de dicho campo. El método DCF supone que los movimientos turbulentos del ISM darán lugar a campos magnéticos irregulares, pues en condiciones del ISM, las líneas de campo magnético están congeladas con el material. Por lo tanto, habrá una componente perturbada (o irregular) en el campo que debería mostrarse como una dispersión irregular en los ángulos de posición de la polarización, en relación con lo que se producirían con un campo magnético medio. Cuanto más fuerte sea el campo medio, más se resiste a ser doblado por la turbulencia. Suponiendo que hay un campo magnético medio, que la turbulencia es incompresible e isotrópica (estos movimiento inician la propagación de las ondas de Alfvén) y que hay equipartición entre las perturbaciones de energía turbulenta y magnética, sugirieron que se puede calcular la intensidad del campo magnético medio en el plano del cielo utilizando la magnitud de la irregularidad de las líneas de campo, esto es $B_{0,sky} \sim \sqrt{4\pi\rho} \delta v_{los} / \delta\phi$, donde ρ es la densidad del gas, δv_{los} es la dispersión de velocidad en la LOS y $\delta\phi$ es la dispersión en los ángulos de posición de la polarización.

Un problema al aplicar el método DCF es que puede haber una estructura ordenada en el $B_{0,sky}$ que no se deba a la turbulencia. El cálculo directo de $\delta\phi$ ignorando esta estructura, sobrestimaría la contribución de la turbulencia y, por lo tanto, subestimaría la intensidad del campo magnético. Una solución fue propuesta por Hildebrand y col. (2009), donde se emplea un método similar al de Falceta-Gonçalves y col. (2008), en la que calculan la correlación entre dos puntos de un ángulo de posición observados, que ellos llaman función de dispersión angular (ADF, por sus siglas en inglés). Suponiendo que el campo magnético se compone de un campo estructurado a gran escala y de un campo turbulento, que son estadísticamente independientes, observan que la contribución de la componente estructurada a la ADF aumentará de forma aproximadamente lineal para separaciones pequeñas, mientras que la contribución de la componente turbulenta será aproximadamente constante a separaciones superiores a la longitud de correlación de la turbulencia. Un posible problema es que los vórtices turbulentos de mayor escala puedan interpretarse como un campo estructurado de gran escala y sobrestimar el $B_{0,sky}$. Houde y col. (2009) propusieron nuevos refinamientos al método anterior en el cual incluyeron explícitamente la integración sobre el haz del telescopio y a lo largo de la LOS tanto de la estructura del campo magnético como de la estructura de la emisión polarizada (que puede deberse puramente a

la estructura de densidad y no a la turbulencia). Por lo tanto, esto da cuenta del mencionado problema de suavización de la estructura, lo que lleva a un $\delta\phi$ reducido.

Una aplicación de este método lo podemos encontrar en Palau y col. (2021), quienes calculan la intensidad del campo magnético de 18 muestras de núcleos densos masivos de observaciones de polarización submilimétrica. Realizaron el análisis de ADF siguiendo a Houde y col. (2009), mientras que la dispersión del ángulo de posición la estimaron a partir del valor más pequeño del ADF. Con ello, en combinación con las anchuras de las líneas y las densidades medias, obtienen las intensidades del campo magnético que van de 0.2 a 4.1 mG.

Cho y Yoo (2016) y Yoon y Cho (2019) proponen otra solución para el problema de suavización de la estructura debido a los efectos de promediado, utilizando una cantidad observable que redujera la suavización. Esta cantidad observable resultó ser el centroide de velocidad que es un tipo de promediado de la velocidad pesado por la densidad, $V_c = \int \rho v dz / \int \rho dz$.

Como se mencionó anteriormente, el método de DCF se basa en la suposición de que los movimientos turbulentos inician la propagación de las ondas de Alfvén. Sin embargo, las observaciones indican que la turbulencia en el ISM es anisotrópica y que los modos compresibles pueden ser importantes. Con esto en mente, Skalidis y Tassis (2021) desarrollan un nuevo método para estimar la intensidad del campo en el ISM que incluya los modos compresibles.

Debido a una mejor comprensión de la naturaleza de la turbulencia MHD, fue posible proponer técnicas estadísticas que también pueden trazar la dirección del campo magnético en el plano del cielo. Por ejemplo se pueden obtener mediciones de la anisotropía en las Funciones de Estructura de los Centroides de Velocidad (Lazarian y col., 2002; Esquivel y col., 2003; Esquivel y Lazarian, 2005). También es importante que además de la dirección del campo magnético medio en el plano del cielo, uno también pueda obtener información acerca del grado de magnetización del medio, es decir determinar el Número de Mach de Alfvén $M_A = V_L/V_A$, donde V_L es la velocidad a escalas grandes, en donde se inyecta la energía y V_A es la velocidad de Alfvén. Esto se logra midiendo el grado de anisotropía de los Centroides de Velocidad (Esquivel y Lazarian, 2011; Burkhart y col., 2014), o equivalentemente de mapas de canales de velocidad (Esquivel y col., 2015).

El marco teórico de las fluctuaciones de emisividad en el espacio PPV propuesta por Lazarian y Pogosyan (2000) y Lazarian y Pogosyan (2004) recientemente se ha ampliado para dar cuenta de la anisotropía en los mapas de canales de velocidad (Kandel, Lazarian y Pogosyan 2016; en adelante KLP16) y de la anisotropía en Centroides de Velocidad (Kandel, Lazarian y Pogosyan 2017; en adelante KLP17), que surgen de los modos MHD de Alfvén, lentos y rápidos. KLP16 y KLP17 son

importantes porque proveen una base teórica para el estudio de la anisotropía utilizando los Centroides de Velocidad. Por otra parte, permiten determinar la contribución de los diferentes modos MHD. Esto proporciona una visión importante en la imagen de la turbulencia magnetizada en el ISM.

1.2. Nubes moleculares y su turbulencia

En general, se considera ISM a todo aquello que está más allá de la fotosfera de las estrellas. Se pueden distinguir, entre otras, dos componentes de la materia interestelar: partículas de gas y polvo. El polvo está formado de granos de aproximadamente unos 100 nm de diámetro y representa el 1 % de la masa del ISM. Como es sabido, el hidrógeno (H) y el helio (He) son los elementos más abundantes del Universo, les siguen en abundancia el oxígeno (O), carbono (C) y nitrógeno (N). La mayor parte de la materia interestelar tiende a encontrarse en regiones separadas espacialmente y con velocidades características. A las regiones más densas se les suele llamar *nubes*. En las zonas donde hay una gran concentración de materia, por un lado los granos de polvo absorben la radiación UV y por otro proporcionan una superficie en donde se lleva a cabo la formación de moléculas de H₂. Así, a las regiones donde la mayor parte del hidrógeno se encuentra en forma molecular (H₂) se habla de *Nubes Moleculares* (MCs por sus siglas en inglés).

Hasta donde se sabe, la tasa de formación de la mayor parte de las moléculas se puede explicar principalmente con las reacciones ion-molécula³. Sin embargo, la formación de la molécula de H₂ no se puede explicar con este mecanismo, debido a que el H₂ es una molécula homopolar, es decir sin un momento dipolar permanente, por lo tanto la formación mediante colisiones de dos átomos de H ocurrirá raramente. Esto se debe a la necesidad de conservar tanto la energía como el momento; el proceso de radiación es simplemente demasiado lento para permitir que escape el exceso de energía. Por esta razón, la formación de H₂ debe ocurrir en las superficies de los granos de polvo que actúan como catalizadores de la reacción. El proceso es el siguiente: (1) colisiones de un átomo de hidrógeno con un grano de polvo; (2) acomodamiento térmico y absorción; (3) retención en la superficie del grano hasta que otro átomo de H llegue y se absorba; (4) migración del átomo de H hacia un sitio de reacción; (5) recombinación para formar H₂; y (6) eyección de la molécula H₂ recién formada, posiblemente en un estado excitado. (ver Duley, 1996, para más detalle).

³Las reacciones ion-molécula son las colisiones binarias de iones (positivos o negativos) con moléculas neutras que dan lugar a reacciones químicas, en las que se rompe al menos un enlace químico o se forma un nuevo enlace químico (Bamford y Tipper, 1976). Existen también las reacciones neutrón-neutrón, asociación radiativa, recombinación radiativa, recombinación disociativa y reacciones cambio de carga.

Las moléculas, a diferencia de los átomos aislados, son sistemas mucho más complejos. Cada molécula tiene asociada una geometría bien definida debido a la posición de equilibrio de los núcleos que la forman. De esta manera, la energía puede venir de sus diferentes movimientos internos. Una molécula puede presentar tres tipos de transiciones: *transiciones rotacionales*, que son las que involucran el movimiento rotacional de la molécula como un todo; *transiciones vibracionales*, que ocurren cuando los núcleos vibran en torno a su posición de equilibrio; y *transiciones electrónicas*, que suponen un cambio en la configuración de la nube electrónica.

Las transiciones que se excitan de manera más fácil son las rotacionales pues requieren menor energía y corresponden, por lo tanto, a menor temperatura ($E_{rot} = KT_k$). Sabemos que la temperatura típica de las MCs es de ~ 10 K, es decir suficiente para excitar la transición rotacional⁴.

Para que las moléculas emitan radiación de transiciones rotacionales deben tener un momento dipolar. Las moléculas diatómicas homonucleares, como el H_2 , carecen de momento dipolar y, por lo tanto, no emiten radiación en las transiciones puramente rotacionales. Esto hace que el H_2 a pesar de ser la molécula más abundante y la componente principal de las MCs, en general no sea observable directamente.

Después del H_2 , la molécula más abundante del universo es el CO. Dicha molécula tiene transiciones rotacionales que caen en la ventana del radio (1 mm a 15 m), y que emiten apreciablemente con temperaturas cinéticas entre 5 y 30 K (las temperaturas típicas de las MCs). La abundancia de H_2 respecto a la abundancia CO con respecto a H_2 es de $CO/H_2 \approx 1.8 \times 10^{-4}$. Es una molécula resistente con una energía de disociación de 11.2 eV. La temperatura cinética $T_k = E_{rot}/K$ de sus transiciones rotacionales de bajo número cuántico es del orden de la temperatura cinética típica de las MCs, $T_k \simeq 10$ K (por ejemplo ^{12}CO en la transición $J = 1 \rightarrow 0$, en adelante $^{12}CO(1-0)$ con $T \sim 5.5$ K y $^{12}CO(2-1)$ con $T \sim 11.1$ K). El momento dipolar eléctrico es pequeño ($\mu = 0.11$ Debye). Esto hace que el coeficiente de emisión espontánea de las transiciones rotacionales sea pequeño ($A_{10} = 7.2 \times 10^{-8} s^{-1}$) y que estas transiciones se termalicen fácilmente para las densidades típicas de las MCs.

La molécula de CO tiene variantes isotópicas, llamada *isotopólogos*⁵ con transiciones observables, algunas ópticamente delgadas, y por lo tanto muy útiles para la obtención de parámetros físicos de las MCs. El isotopólogo ^{12}CO para condiciones típicas de las MCs suele ser ópticamente grueso, solo permite observar la emisión de una parte del gas molecular (no precisamente la parte más cercana de la nube, como se demostrará más adelante). Por este motivo, utilizamos el isotopólogo ^{13}CO que, al tener una menor opacidad, en general es más sensible

⁴Las transiciones vibracionales y las transiciones electrónicas requieren temperaturas de ~ 600 K y $\sim 9 \times 10^4$ K, respectivamente, para producirse.

⁵El término *isótopo* se refiere a átomos, mientras que *isotopólogo* se refiere a las moléculas que contienen variantes isotópicas de los átomos que las componen.

a toda la columna de gas. Sin embargo, incluso el ^{13}CO puede no ser del todo adecuado para estudiar algunos aspectos específicos de las MCs, en particular la condensación más densa, para ello se pueden utilizar las moléculas C^{18}O y C^{17}O (Estalella y Anglada, 2008).

Las MCs son afectadas en gran parte por la turbulencia magnética (Larson, 1981; Mac Low y Klessen, 2004; Elmegreen y Scalo, 2004; McKee y Ostriker, 2007; Chepurnov y Lazarian, 2009). El estudio de sus propiedades, principalmente nos da información acerca de la formación estelar (Ballesteros-Paredes y col., 2007).

En los años 30s las moléculas ya se habían detectado en el espacio mediante estudios de absorción óptica (Swings y Rosenfeld, 1937). En los 60s, las moléculas OH (Weinreb y col., 1963), NH_3 (Cheung y col., 1968), H_2O (Cheung y col., 1969) y formaldehído (Snyder y col., 1969) fueron detectadas utilizando técnicas de microondas. La detección de H_2 en la parte UV del espectro (Carruthers, 1970) y del monóxido de carbono CO a 2.6 mm (Wilson y col., 1970) abrieron una nueva era de investigación de las MCs. Estudios empíricos indicaban que la abundancia de ^{12}CO respecto a H_2 podría ser de $\sim 10^{-4}$ en nubes moleculares densas.

Los isotopólogos moleculares ^{12}CO , ^{13}CO y C^{17}O se consideran como trazadores del H_2 con densidades numéricas entre 10^2 y 10^4 cm^{-3} , que corresponde a las densidades típicas de MCs autogravitantes jóvenes (Crutcher, 2012). Dado que sus líneas tienden a tener profundidades ópticas más bajas, los isotopólogos ^{13}CO y C^{17}O pueden trazar gas molecular en un amplio rango de densidades. Por otro lado, el isotopólogo ópticamente grueso ^{12}CO se utiliza para trazar regiones exteriores de menor densidad de las nubes.

Turbulencia en MCs

Lazarian y Pogosyan (2004) predijeron que la pendiente (en escala log-log) del espectro de potencias de los mapas de intensidad integrada de un medio ópticamente grueso saturaba a -3 . Muchas observaciones son consistentes con esta predicción hasta que Burkhart y col. (2013a) y Burkhart y col. (2013b) confirmaron estas predicciones utilizando simulaciones numéricas con efectos del transporte radiativo, simulando la transición $^{13}\text{CO}(2-1)$.

Burkhart y col. (2014) extendieron el método de centroides de velocidad de Esquivel y Lazarian (2005) para estimar la magnetización media con simulaciones que, entre otras características observables, tienen la emisión de líneas de la transición $^{13}\text{CO}(2-1)$. Encontraron que para la turbulencia sub-Alfvénica la emisión de CO muestra un anisotropía considerable en los mapas de centroides de velocidad de CO. En cambio, la turbulencia súper-Alfvénica permanece isotrópica.

Bertram y col. (2015) hicieron un análisis estadístico de dos puntos de centroides de velocidad utilizando las moléculas de ^{12}CO y ^{13}CO en la transición $\mathcal{J} = 1 \rightarrow$

0. Informaron sobre las consecuencias significativas de cambiar la profundidad óptica mientras analizaban las estructuras de los incrementos de los centroides de velocidad. Sus variaciones de la pendiente del espectro de potencias se ajustan bastante bien con los resultados teóricamente predichos por Lazarian y Pogosyan (2004).

Recientemente, Xu y Hu (2021) estudiaron la anisotropía de la rotación de Faraday y de las funciones de estructura de los centroides de velocidad del campo magnético medio, utilizando simulaciones supersónicas y sub-Alfvénicas. Generaron observaciones sintéticas con líneas de emisión de ^{12}CO y C^{18}O calculando el transporte radiativo en sus simulaciones. Encontraron que la anisotropía obtenida con el trazador de baja densidad ^{12}CO tiene una dependencia consistente con $\mathcal{M}_A^{-4/3}$ (que es una medida del grado de isotropía). La anisotropía medida con el trazador de alta densidad C^{18}O es baja y tiene una débil dependencia con \mathcal{M}_A .

Hu y col. (2021), ampliaron el estudio del Análisis de Función de Estructura (SFA, por sus siglas en inglés, descrito en Xu y Hu 2021) para medir la orientación y el \mathcal{M}_A del campo magnético 3D. Siguiendo el estudio de KLP16, confirmaron que la anisotropía observada en las estructuras de intensidad en el espacio PPV están reguladas por el ancho del canal de velocidad, el ángulo de visión γ (entre la LOS y el campo magnético 3D), y por el número de Mach de Alfvén.

1.3. **Objetivo General**

Realizamos un estudio de como cambia la anisotropía y cómo contribuyen los diferentes modos MHD como función del ángulo γ , ángulo entre el campo magnético y la LOS, variando γ .

Este trabajo se divide en dos partes. Por un lado realizaremos un estudio de cómo cambia la anisotropía en 24 observaciones sintéticas, isotérmicas, ópticamente delgadas de simulaciones MHD (supondremos que se trata de nubes difusas de HI a 21cm que corresponde a un medio neutro frío el cual suponemos isotérmico) y cómo contribuyen a la velocidad los diferentes modos MHD al cambio de anisotropía (modos correspondientes a las ondas de Alfvén, lentas y rápidas) en función del ángulo de visión γ , que corresponde al ángulo entre el campo magnético medio proyectado en el plano del cielo y la LOS. Esto nos dará una idea del margen de error en la anisotropía que se puede esperar del análisis de observaciones, en las cuales no sabemos, a priori, la dirección del campo magnético respecto a la LOS. Estudiaremos el grado de isotropía por separado de cada uno de los modos MHD y cómo depende dicha anisotropía de los parámetros de las simulaciones. Finalmente, compararemos nuestros resultados con las predicciones analíticas propuestas por KLP16 y KLP17.

Por otro lado, en la segunda parte de este trabajo, realizaremos el transporte radiativo para nuestros modelos, pero ahora escalamos nuestros datos a unidades reales (pues los datos originales se encuentran en unidades de código)

con la finalidad de simular efectos de absorción. Esto lo hacemos mediante post-procesamiento utilizando un código que resuelve el transporte radiativo. Con esto estudiaremos como es que dicha absorción afecta a la medida de la turbulencia (grado de isotropía)

En el capítulo 2 describimos las simulaciones MHD, introducimos los conceptos teóricos y describimos los códigos necesarios para esta tesis; en el capítulo 3 mostramos los resultados obtenidos en el artículo Hernández-Padilla y col. (2020) donde estudiamos la anisotropía de los centroides de velocidad para diferentes ángulos de visión γ para los modos MHD por separado; en el capítulo 4 extendemos el trabajo del artículo Hernández-Padilla y col. (2020) incluyendo como post-procesamiento el transporte radiativo para cuatro isotopólogos del CO y realizamos un estudio de la anisotropía de los centroides de velocidad para los distintos ángulos de visión; por último en el capítulo 5 mostramos las conclusiones obtenidas en este trabajo.

Capítulo 2

Metodología

En este capítulo describimos las simulaciones MHD que hemos utilizado para realizar este trabajo e introducimos los conceptos teóricos sobre centroides de velocidad y cómo calculamos su anisotropía. Así mismo, describimos el código que empleamos para resolver la ecuación de transporte radiativo. Con este código generamos imágenes sintéticas de nubes moleculares, con el fin de realizar el estudio de turbulencia en un caso más realista.

2.1. Modelos MHD

2.1.1. Simulaciones

Utilizamos una malla de simulaciones MHD compresibles, isotérmicas¹ y con turbulencia completamente desarrollada². Suponemos que las simulaciones con una simplificación de un medio de una sola fase, como un medio frío (CNM), el cual puede ser molecular o neutro, pero que no se mezclan, esto es una limitación de nuestro modelos. La malla es similar a la utilizada en Esquivel y col. (2015) pero ahora todos los modelos tienen la misma resolución (512^3 celdas). Las simulaciones se obtienen con un método híbrido esencialmente no oscilatorio (ENO, por sus siglas en inglés)³ que resuelve las ecuaciones de la MHD ideal, a saber (ver Cho y Lazarian, 2002)

¹Los modelos son isotérmicos con la finalidad de, al tener la turbulencia completamente desarrollada, en el espectro de potencias el rango inercial sea significativo, pues al incluir enfriamiento este disminuye.

²Al inicio de la simulación, el espectro de potencias es una delta de Dirac localizada en el número de onda de inyección. Conforme el código evoluciona se van desarrollando todas las longitudes de onda hasta que se establece el espectro de potencias completo, es decir cuando se tienen las escalas de inyección, las escalas inerciales y las escalas de disipación, en este momento se dice que la turbulencia se encuentra completamente desarrollada.

³El método ENO híbrido de segundo orden consiste en combinar dos esquemas del tipo ENO. Este tipo de métodos utiliza un número cambiante de celdas para hacer una reconstrucción de variables, necesaria para calcular los flujos numéricos a segundo y tercer orden, dependiendo de la suavidad local de la solución.

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) &= 0, \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} + \frac{1}{\rho} \nabla (c_s^2 \rho) - (\nabla \times \mathbf{B}) \times \frac{\mathbf{B}}{4\pi\rho} &= \mathbf{f}, \\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) &= 0,\end{aligned}$$

con $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ y una ecuación de estado isotérmica. Aquí \mathbf{f} es el forzamiento aleatorio a gran escala, ρ es la densidad, c_s es la velocidad del sonido, \mathbf{v} es la velocidad y \mathbf{B} es el campo magnético.

El forzamiento es puramente incompresible y es impuesto en el espacio de Fourier a un número de onda centrado en $k = 2.5$ (que corresponde a una escala de un $1/2.5$ del dominio computacional). El campo magnético está compuesto por una componente uniforme \mathbf{B}_0 y una parte fluctuante \mathbf{b} . Las simulaciones comienzan con un medio uniforme de densidad constante $\rho_0 = 1$ y un campo magnético uniforme alineado con el eje x ($\mathbf{B}_0 = B_0 \hat{\mathbf{x}}$ e inicialmente $\mathbf{b} = 0$). Además tiene condiciones a la frontera periódicas.

Las simulaciones evolucionan hasta alcanzar el estado estacionario, donde la velocidad rms⁴ es del orden de la unidad (en unidades de la velocidad del sonido, ver el Cuadro 2.1). Cada modelo se puede caracterizar por dos parámetros: el número de Mach sónico, $\mathcal{M}_s = \langle V_L/c_s \rangle$, y el número de Mach de Alfvén, $\mathcal{M}_A = \langle V_L/v_A \rangle$, donde $V_L = v_{\text{rms}}$ es la velocidad en la escala de inyección, $c_s = \sqrt{P/\rho}$ es la velocidad del sonido, $v_A = |\mathbf{B}|/\sqrt{4\pi\rho}$ es la velocidad de Alfvén y el símbolo $\langle \dots \rangle$ representa el promedio sobre todo el dominio. Para especificar los parámetros anteriores fijamos el valor inicial de la velocidad de Alfvén $v_A = |\mathbf{B}_0|/\sqrt{4\pi\rho_0}$ y la velocidad del sonido, c_s .

Cuando las simulaciones alcanzan el estado estacionario, las fluctuaciones del campo magnético pueden ser del orden del campo uniforme, pero el campo medio permanece alineado en la dirección original (a lo largo del eje x). Los modelos se recopilan en el Cuadro 2.1, donde se muestran las condiciones iniciales y los número de Mach resultantes. Los parámetros cubren un amplio rango de regímenes de turbulencia subsónicos y supersónicos, junto con sub-Alfvénicos y súper-Alfvénicos. En el Cuadro 2.1 también incluimos el parámetro $\beta = P_{\text{gas}}/P_{\text{mag}}$ del plasma que también cubre los regímenes en el que los campos magnéticos son dinámicamente dominantes ($\beta \ll 1$) o no lo son ($\beta \gg 1$).

2.1.2. Descomposición de los modos MHD

En un plasma compresible y magnetizado hay tres tipos de ondas (o modos) de propagación, a saber las ondas MHD de Alfvén, lentas y rápidas. Ya que cada una de

⁴La media cuadrática de la velocidad de un gas (velocidad rms, por sus siglas en inglés) es una medida de la velocidad de las partículas de un gas, la cual es la magnitud conveniente para resolver problemas mediante la teoría cinética de gases. Se expresa mediante la fórmula: $v_{\text{rms}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$, donde v son los campos de velocidades para las componentes x , y y z .

CUADRO 2.1: Malla de simulaciones MHD.

Modelo ^a	$v_{A,0}$	$P_{\text{gas},0}$	v_{rms}	\mathcal{M}_A^b	\mathcal{M}_s^c	β^d	$\langle \rho u_A^2 \rangle$ (%)	$\langle \rho u_s^2 \rangle$ (%)	$\langle \rho u_f^2 \rangle$ (%)
M1	0.1	0.01	~ 0.79	~ 7.90	~ 7.90	2	~ 43.4	~ 41.1	~ 15.5
M2	0.1	0.10	~ 0.78	~ 7.80	~ 2.47	20	~ 42.7	~ 46.9	~ 10.4
M3	0.1	1.00	~ 0.77	~ 7.71	~ 0.77	200	~ 48.0	~ 48.4	~ 3.6
M4	0.1	2.00	~ 0.75	~ 7.49	~ 0.53	400	~ 48.8	~ 47.9	~ 3.3
M5	0.5	0.01	~ 0.72	~ 1.43	~ 7.16	0.08	~ 40.8	~ 44.5	~ 14.7
M6	0.5	0.10	~ 0.69	~ 1.37	~ 2.17	0.8	~ 42.8	~ 44.9	~ 12.3
M7	0.5	1.00	~ 0.67	~ 1.34	~ 0.67	8	~ 42.8	~ 53.8	~ 3.4
M8	0.5	2.00	~ 0.66	~ 1.32	~ 0.47	16	~ 42.1	~ 55.5	~ 2.5
M9	1.0	0.01	~ 0.75	~ 0.75	~ 7.54	0.02	~ 45.5	~ 44.5	~ 10.0
M10	1.0	0.10	~ 0.72	~ 0.72	~ 2.28	0.2	~ 47.5	~ 43.6	~ 8.9
M11	1.0	1.00	~ 0.76	~ 0.76	~ 0.76	2	~ 39.5	~ 55.2	~ 5.3
M12	1.0	2.00	~ 0.77	~ 0.77	~ 0.54	4	~ 38.1	~ 58.4	~ 3.4
M13	2.0	0.01	~ 0.76	~ 0.38	~ 7.62	0.005	~ 52.2	~ 45.9	~ 1.9
M14	2.0	0.10	~ 0.77	~ 0.39	~ 2.45	0.05	~ 58.8	~ 38.7	~ 2.5
M15	2.0	1.00	~ 0.84	~ 0.42	~ 0.84	0.5	~ 62.6	~ 33.9	~ 3.4
M16	2.0	2.00	~ 0.83	~ 0.42	~ 0.59	1	~ 61.3	~ 34.7	~ 4.0
M17	3.0	0.01	~ 0.80	~ 0.27	~ 8.05	0.0022	~ 63.6	~ 35.5	~ 0.9
M18	3.0	0.10	~ 0.81	~ 0.27	~ 2.57	0.022	~ 64.0	~ 34.6	~ 1.4
M19	3.0	1.00	~ 0.84	~ 0.28	~ 0.84	0.22	~ 64.9	~ 30.5	~ 4.6
M20	3.0	2.00	~ 0.82	~ 0.27	~ 0.58	0.44	~ 62.1	~ 30.7	~ 7.2
M21	5.0	0.01	~ 0.86	~ 0.17	~ 8.61	0.0008	~ 67.5	~ 31.6	~ 0.9
M22	5.0	0.10	~ 0.85	~ 0.17	~ 2.70	0.008	~ 68.5	~ 30.6	~ 0.9
M23	5.0	1.00	~ 0.83	~ 0.17	~ 0.83	0.08	~ 58.5	~ 28.8	~ 13.5
M24	5.0	2.00	~ 0.81	~ 0.16	~ 0.57	0.16	~ 47.7	~ 20.2	~ 32.1

^a Todos los modelos tiene una resolución de 512³^b $\mathcal{M}_A = v_{rms}/v_A$ donde v_{rms} esta en unidades de c_s y v_A en unidades de $B/\sqrt{\rho}$ ^c $\mathcal{M}_s = v_{rms}/c_s$ ^d $\beta = P_{\text{gas}}/P_{\text{mag}} = 2 (\mathcal{M}_A^2/\mathcal{M}_s^2)$ donde P_{gas} está en unidades de $B^2/2$.

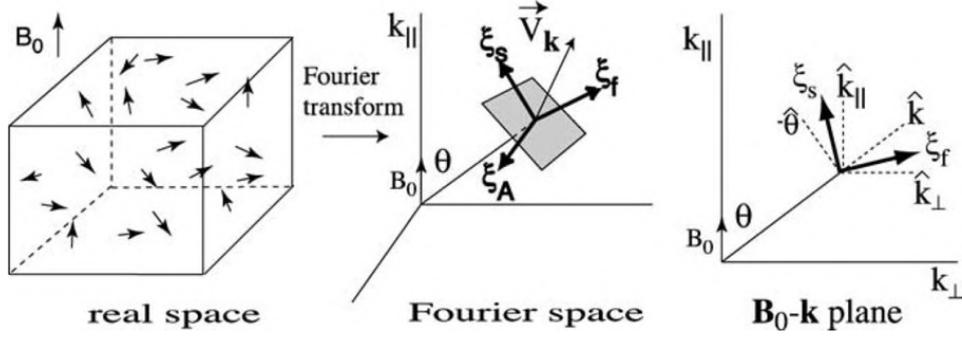


FIGURA 2.1: Método de descomposición de los modos MHD. Cho y Lazarian (2003) separan los modos de Alfvén, lentos y rápidos en el espacio de Fourier proyectando la componente de la velocidad de Fourier \vec{V}_k en los vectores unitarios ξ_A , ξ_s y ξ_f , respectivamente. Note que $\xi_A = -\hat{\varphi}$. La base ξ_s y la base ξ_f se encuentra en el plano definido por B_0 y k . La base lenta ξ_s se encuentra entre $-\hat{\theta}$ y \hat{k}_{\parallel} . La base rápida ξ_f se encuentra entre \hat{k} y \hat{k}_{\perp} (figura de Cho y Lazarian, 2003).

ellas tiene una diferente anisotropía, seguimos el procedimiento de Cho y Lazarian (2002) y Cho y Lazarian (2003) para descomponer el campo de velocidad original en cada uno de los modos MHD (ver Apéndice B en Hernández Padilla, 2018). La descomposición se obtiene proyectando la amplitud de Fourier de la velocidad, \vec{V}_k , sobre la dirección de los vectores de desplazamiento de los modos de Alfvén, lentos y rápidos $\hat{\xi}_A$, $\hat{\xi}_s$, $\hat{\xi}_f$, respectivamente. Los vectores de desplazamiento se definen como

$$\hat{\xi}_A = -\hat{\varphi} = \hat{k}_{\perp} \times \hat{k}_{\parallel}, \quad (2.1)$$

$$\hat{\xi}_s \propto (-1 + \alpha - \sqrt{D}) k_{\parallel} \hat{k}_{\parallel} + (1 + \alpha - \sqrt{D}) k_{\perp} \hat{k}_{\perp}, \quad (2.2)$$

y

$$\hat{\xi}_f \propto (-1 + \alpha + \sqrt{D}) k_{\parallel} \hat{k}_{\parallel} + (1 + \alpha + \sqrt{D}) k_{\perp} \hat{k}_{\perp}, \quad (2.3)$$

donde \hat{k}_{\parallel} y \hat{k}_{\perp} son los componentes de k (la dirección de la velocidad en el espacio de Fourier), que son paralelos y perpendicular a $\mathbf{B}_{\text{ext}} = \mathbf{B}_0$, respectivamente; $\alpha = c_s^2/v_A^2$; $D = (1-\alpha)^2 - 4\alpha \cos^2 \theta$; donde θ es el ángulo entre k y \mathbf{B}_{ext} y $\hat{\varphi}$ la coordenada azimutal en el espacio de Fourier⁵ (ver Figura 2.1). La proyección de Fourier de cada modo se transforma de vuelta al espacio real para obtener el campo de velocidad correspondiente. Entonces, para cada campo de velocidad u tenemos tres campos de velocidades (cada uno con componentes x , y y z), u_A , u_s y u_f (para los modos de Alfvén, lentos y rápidos, respectivamente).

En las últimas tres columnas del Cuadro 2.1 mostramos el porcentaje de energía cinética contenido en cada modo respecto a la energía cinética original total $\langle \rho u^2 \rangle / 2$. Podemos ver que la mayoría de la energía cinética está contenida en los modos de Alfvén (en promedio 52% considerando todos los modelos). Teniendo en cuenta

⁵Para más detalle sobre la descomposición de los modos MHD, ver el Apéndice A de Cho y Lazarian (2003)

solo los modelos sub-Alfvénicos, el promedio es de 56 %, mientras que para los modelos súper-Alfvénicos el promedio baja a ~ 43 %. Los modos lentos contienen globalmente el ~ 40.8 % de la energía cinética, siendo más fuerte para la turbulencia súper-Alfvénica (47.9 %) y más débil en modelos sub-Alfvénicos (37.3 %). El modo rápido es el más débil de los tres modos, con solo 6.9 % de la energía cinética total. Podemos ver un ascenso en la intensidad de los modos rápidos con el número de Mach sónico para modelos con $v_A \leq 1$. Todas estas tendencias son consistentes con los resultados de Kowal y Lazarian (2010) donde utilizaron una extensión del método de descomposición de modo que hace uso de wavelets para obtener una medida local de los coeficientes α y D en la descomposición. Para $v_{A,0} \geq 2$ vemos una tendencia opuesta en los modos rápidos, cuya fuerza se vuelve más débil cuando \mathcal{M}_s es más grande.

Los porcentajes descritos arriba los obtuvimos utilizando el campo de velocidades 3D entero, sin tomar en cuenta la dirección del campo magnético. Sin embargo, es importante notar que la magnitud de la velocidad en cada modo varía significativamente respecto a la dirección del campo magnético (por lo tanto también la anisotropía). En nuestras simulaciones la componente x del campo de velocidad es paralela al campo magnético medio, mientras que las componentes y y z son perpendiculares a \mathbf{B}_0 . Esto finalmente se reflejaría en los centroides observados, que solo mapean la velocidad proyectada a lo largo de la línea de visión (LOS, por sus siglas en inglés) determinada.

2.2. Centroides de velocidad y la anisotropía de los mapas de los centroides de velocidad

Como mencionamos anteriormente, la turbulencia MHD anisotrópica (y dependiente de la escala) descrita en el modelo GS95 solo debe interpretarse dentro del campo magnético local para cada vórtice turbulento (Lazarian y Vishniac, 1999). Sin embargo, en las observaciones la anisotropía local resultante no se puede estudiar directamente, pues no tenemos acceso a la distribución 3D del material emisor. Por ejemplo, en observaciones espectroscópicas se obtiene la distribución del material emisor respecto a la velocidad, en una determinada posición (o conjunto de posiciones) en el plano del cielo. Dado que a una determinada velocidad uno puede tener una contribución de cualquier posición a lo largo de la LOS, la anisotropía medida correspondería a un campo magnético *global*. En Esquivel y Lazarian (2011) y Burkhart y col. (2014) se estudió la anisotropía en centroides de velocidad en ese marco de referencia global, encontrando que la anisotropía es mayormente *independiente de la escala* dentro del rango inercial.

Recientemente, en KLP16, se extendió el marco teórico de VCA para analizar las estadísticas de los centroides de velocidad desde una perspectiva analítica. Esta descripción teórica permitió un seguimiento natural para abordar la anisotropía desde una perspectiva analítica también en KLP17.

Con esto en mente, en este trabajo revisamos los estudios previos (Esquivel y Lazarian, 2011; Burkhart y col., 2014) de la anisotropía en observaciones sintéticas para comparar con las predicciones analíticas de KLP17. También nos interesamos en explorar la contribución de la anisotropía observada de cada uno de los modos MHD.

2.2.1. Cubos PPV y las diferentes Líneas de visión

A diferencia del trabajo realizado en Hernández Padilla (2018), donde utilizamos los resultados de las simulaciones MHD (cubos PPP) y únicamente dos LOS (paralela y perpendicular al campo magnético medio), lo que hacemos ahora es tomar los resultados de las simulaciones MHD y generamos observaciones sintéticas en el formato de cubos de datos PPV. Estos cubos PPV se pueden tratar de la misma manera que las observaciones reales (obteniendo por ejemplo, mapas 2D de intensidad integrada y los centroides de velocidad), considerando una variedad de LOS. Gracias a la condición de frontera periódica de nuestros cubos PPP, podemos rotar los datos de las simulaciones por un ángulo γ respecto al eje y , sin perder información, donde tomamos la LOS en la dirección del eje x del cubo rotado. De esta manera, γ corresponde al ángulo entre la LOS y el campo magnético medio.

2.2.2. Centroides de Velocidad

De los cubos PPV rotados, calculamos la intensidad integrada en el plano PP (que es proporcional a la densidad columnar en el caso de que el medio sea ópticamente delgado y con emisividad proporcional a la densidad, por ejemplo HI) de la siguiente manera

$$I_\gamma(\mathbf{X}) = \int \rho_{s,\gamma}(\mathbf{X}, v_{\text{los}}) dv_{\text{los}}, \quad (2.4)$$

donde $\rho_{s,\gamma}$ es la densidad de los emisores dispuestos en el espacio PPV, obtenida para un ángulo γ , mientras que \mathbf{X} es la posición en el plano del cielo y v_{los} es la proyección de la velocidad en la LOS.

Como en observaciones reales, de los cubos PPV podemos obtener los centroides de velocidad como el primer momento de la línea espectral, es decir

$$C_\gamma(\mathbf{X}) = \frac{1}{I_\gamma(\mathbf{X})} \int \rho_{s,\gamma}(\mathbf{X}, v_{\text{los}}) v_{\text{los}} dv_{\text{los}}. \quad (2.5)$$

Esta es la definición común de centroides de velocidad, que a menudo hemos denominado como *centroides normalizados*, para distinguirlo de los *centroides no normalizados*, lo cuales no están divididos por la densidad columnar (Esquivel y Lazarian, 2005). La normalización disminuye el impacto de las fluctuaciones de densidad en los mapas observados, pero es algo difícil de incluir en el estudio analítico de las estadísticas. Por lo tanto, la descripción del estudio de anisotropía

de KLP16 y KLP17 se formuló en términos de centroides no normalizados. Además, KLP16 y KLP17 despreciaron los efectos de las fluctuaciones de densidad mientras se construyen los centroides. Esto es equivalente a calcular los centroides con una densidad constante en la ec. (2.5), en otras palabras se considera la velocidad media en la LOS⁶:

$$V_\gamma(\mathbf{X}) = \frac{1}{N_{\text{los}}} \int \mathbf{u}(\mathbf{x}) \cdot \hat{\mathbf{e}}_{\text{los}} d\ell_{\text{los}}, \quad (2.6)$$

donde N_{los} es el número de puntos (celdas computacionales) a lo largo de la LOS, $\hat{\mathbf{e}}_{\text{los}}$ es la dirección y ℓ_{los} la distancia también en la dirección de la LOS. Para medir el impacto de las fluctuaciones de densidad en nuestro trabajo, también construimos mapas de velocidad media en la LOS a partir de las simulaciones, produciendo datos PPV con densidad constante.

2.2.3. Determinación de la anisotropía

La anisotropía es fácil de caracterizar si observamos las funciones de estructura o las funciones de correlación. La función de estructura de segundo orden de la velocidad, la que utilizamos en este trabajo, es proporcional a la energía cinética del fluido (Henshaw y col., 2020). Obtenemos la función de estructura (2D) para todos los mapas 2D, los cuales hemos normalizado de manera que tengan un rango entre 0 y 1. Por ejemplo, la función de estructura de la intensidad integrada se calcula como

$$\text{SF}_{I_\gamma}(\mathbf{R}) = \frac{\langle [I_\gamma(\mathbf{X}) - I_\gamma(\mathbf{X} + \mathbf{R})]^2 \rangle}{\text{máx} \{ \langle [I_\gamma(\mathbf{X}) - I_\gamma(\mathbf{X} + \mathbf{R})]^2 \rangle \}}, \quad (2.7)$$

y la función de estructura de los centroides de velocidad, se calcula como:

$$\text{SF}_{C_\gamma}(\mathbf{R}) = \frac{\langle [C_\gamma(\mathbf{X}) - C_\gamma(\mathbf{X} + \mathbf{R})]^2 \rangle}{\text{máx} \{ \langle [C_\gamma(\mathbf{X}) - C_\gamma(\mathbf{X} + \mathbf{R})]^2 \rangle \}}, \quad (2.8)$$

donde $\langle \dots \rangle$ denota el promedio sobre todo el plano del cielo (\mathbf{X}), y la distancia \mathbf{R} es un vector bidimensional en el plano del cielo (para turbulencia isotrópica la función de estructura solo depende de la magnitud de \mathbf{R} y no de su dirección).

Con la finalidad de cuantificar la anisotropía en los mapas 2D de las funciones de estructura definimos (ver Esquivel y Lazarian, 2011) un *grado de isotropía*:

$$\mathbb{I}(\ell) = \frac{\text{SF}(\ell \hat{\mathbf{e}}_{\parallel})}{\text{SF}(\ell \hat{\mathbf{e}}_{\perp})}, \quad (2.9)$$

donde ℓ es la magnitud de la separación, que se toma en dos direcciones ortogonales, $\hat{\mathbf{e}}_{\parallel}$ a lo largo de la dirección en la que se alargan los contornos (que es paralela al campo magnético en el plano del cielo) y $\hat{\mathbf{e}}_{\perp}$, correspondiente a la dirección perpendicular al campo magnético en el plano del cielo.

El grado de isotropía será igual a uno si las funciones de estructura son isotrópicas, menor a uno si los contornos están elongados en la dirección del campo

⁶La velocidad media en la LOS no se puede obtener de observaciones reales; se utilizan los centroides de velocidad (un promedio ponderado por la densidad) como representación para ellos.

magnético y mayor a uno si su elongación es perpendicular al campo. Debemos notar que el grado de isotropía es diferente de la *medida de alineación* (alignment measure) utilizado en los estudios de alineación de granos de polvo y adoptado en el contexto de la técnica de gradientes de velocidad (González-Casanova y Lazarian, 2017; Yuen y col., 2018), en la cual, se ajusta una elipse a un isocontorno de la función de correlación y la relación entre sus semi-ejes mayor y menor constituyen la medida.

2.3. Transporte Radiativo en simulaciones MHD

Ahora, para tener simulaciones MHD más realistas, parecidas a observaciones de nubes moleculares, realizamos el transporte radiativo con el fin de introducir opacidad y observar el comportamiento de la anisotropía. Para ello, emplearemos un código computacional, que resuelve el transporte radiativo. En nuestro caso nos enfocaremos en las líneas espectrales de algunos isótopos del monóxido de carbono. En esta sección describimos el formalismo utilizado en el código, así como las condiciones iniciales y el escalamiento de nuestras simulaciones necesarios para resolver el transporte.

2.3.1. Código de Transporte Radiativo

Python Radiative Transfer Emission (Tritsis y col., 2018, en adelante PyRaTE) es un código que resuelve el transporte radiativo para simulaciones vía post-procesamiento, es decir en lugar de realizar los cálculos simultáneamente con la simulación, los realizamos como una subrutina aparte. Es un código paralelizado y completamente escrito en Python. Maneja varias geometrías (esféricas, cilíndricas y cartesianas) y todos los ángulos de proyección. Se enfoca principalmente en resolver problemas relacionados con la formación estelar y nubes moleculares. Para nuestro trabajo, realizamos una traducción de código PyRaTE de Python a Fortran, debido a la lentitud de código original, ya que Python no es del todo eficiente para trabajar con loops y para resolver la ecuación de transporte en coordenadas cartesianas requiere al menos 4 loops anidados (3 para las coordenadas espaciales x , y , z y uno para el barrido en frecuencias con el cual se generan los canales de velocidad) pero manteniendo todas las características del código original.

Formalismo básico

Si un rayo de luz pasa a través de materia, como nubes moleculares, se puede agregar o sustraer energía de dicho rayo debido a los procesos de emisión o absorción, lo que genera que la intensidad del rayo no se mantenga constante en general. Estos efectos de emisión y absorción se pueden incorporar a una ecuación que proporciona una variación de la intensidad a lo largo del haz de luz. Dicha ecuación se llama *ecuación de transporte radiativo* (dependiente del tiempo pero no

relativista) y se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I_\nu}{\partial t} + \frac{\partial I_\nu}{\partial s} = -\kappa_\nu I_\nu + \epsilon_\nu, \quad (2.10)$$

donde s es la longitud a lo largo de la LOS en la dirección considerada, κ_ν es el coeficiente de extinción y el coeficiente de emisión ϵ_ν que es la suma de la emisividad intrínseca del medio y la radiación dispersada en la LOS en todas las demás direcciones. Con la definición de función fuente $S_\nu = \epsilon_\nu / \kappa_\nu$, la forma independiente del tiempo de la ecuación 2.10 se puede escribir como:

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\kappa_\nu (I_\nu - S_\nu). \quad (2.11)$$

Se pueden obtener dos soluciones simples a esta ecuación integrando del punto i al $i + 1$ y:

1. *Considerando solo la emisión*, es decir haciendo el coeficiente de absorción igual a cero, $\kappa_\nu = 0$:

$$\frac{dI_\nu}{ds} = \epsilon_\nu, \quad (2.12)$$

que tiene una solución tal que

$$I_{i+1} = I_i + \int_i^{i+1} \epsilon_\nu(s') ds, \quad (2.13)$$

es decir que el aumento del brillo es igual al coeficiente de emisión integrado a lo largo de la LOS.

2. *Considerando solo la absorción*, es decir $\epsilon_\nu = 0$:

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\kappa_\nu I_\nu, \quad (2.14)$$

con solución

$$I_{i+1} = I_i \exp \left\{ - \int_i^{i+1} \kappa_\nu(s') ds \right\}, \quad (2.15)$$

lo que significa que el brillo decrece a lo largo del rayo por la exponencial del coeficiente de absorción integrado a lo largo de la LOS.

La ecuación de transferencia puede tomar una forma más sencilla si hacemos un simple cambio de variable de s a τ_ν llamada profundidad óptica y definida por

$$d\tau_\nu = \kappa_\nu ds \quad o \quad \tau_\nu = \int_i^{i+1} \kappa_\nu(s') ds,$$

obteniendo una de las soluciones de la ecuación de transporte radiativo, eq. 2.11, suponiendo que la función fuente es constante dentro de cierta región:

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu} + S_\nu(1 - e^{-\tau_\nu}) \quad (2.16)$$

Se dice que un medio es **ópticamente delgado** o transparente, cuando la profundidad óptica $\tau_\nu \ll 1$, es decir el término de atenuación es aproximadamente uno ($e^{-\tau_\nu} \simeq 1$), mientras que el otro término se puede aproximar hasta primer orden por $1 - e^{-\tau_\nu} \simeq \tau_\nu$. En esta aproximación la ecuación queda

$$I_{i+1} \simeq I_i + S_\nu \tau_\nu = I_i + \int_i^{i+1} \epsilon_\nu ds.$$

Por otro lado un medio es **ópticamente grueso** u opaco, cuando $\tau_\nu \gg 1$. El término de atenuación se hace cero ($e^{-\tau_\nu} \simeq 0$), con lo que se pierde la información sobre la intensidad de fondo, y se observa un intensidad igual a la función fuente

$$I_\nu \simeq S_\nu.$$

La ecuación, que resuelve el código numérico que utilizamos (ver Apéndice B), es una ecuación de transporte no relativista e independiente del tiempo, que integra entre los i y $i + 1$, y es la siguiente

$$I_{i+1} = \frac{[e^{-\tau_{i+1}^C} - p] I_i + pS_i^L + qS_{i+1}^L + S^k}{1 + q}, \quad (2.17)$$

(Yorke, 1986) donde las contribuciones de la línea (molecular) por un lado y el continuo de la emisión del polvo, por el otro (que se denotan por los superíndices L y C , respectivamente), se consideran de manera separada. En la ec. 2.17, I es la intensidad radiativa, S^L es la función fuente para la línea de emisión y τ^C es la profundidad óptica para la emisión del continuo, las cantidades q , p y S^k están definidas de la siguiente manera:

$$q = \frac{\tau_{i+1}^L}{1 + e^{-\tau_{i+1}^L}}, \quad (2.18)$$

$$p = q(e^{-\tau_{i+1}^L - \tau_{i+1}^C}), \quad (2.19)$$

$$S^k = e^{-\tau_{i+1}^C} \int_i^{i+1} \kappa^C S^C \exp \left\{ \int_i^s \kappa^C(s') ds' \right\} ds, \quad (2.20)$$

donde S^C es la función fuente para la emisión continua del polvo y τ_{i+1}^L es la profundidad óptica de la línea

$$\tau_{i+1}^L = \int_i^{i+1} \kappa^L(s) ds. \quad (2.21)$$

En las ecs. 2.20 y 2.21, s es la distancia a lo largo de la LOS, κ^C es el coeficiente de extinción del continuo y κ^L es el coeficiente de extinción de la línea,

$$\kappa^L = n_m B_{mn} \frac{h\nu_0}{4\pi} \left[1 - \frac{n_n g_m}{n_m g_n} \right] \varphi(\nu), \quad (2.22)$$

donde los g 's son los pesos estadísticos, B es el coeficiente de absorción de Einstein, ν_0 la frecuencia de la línea en reposo, h la constante de Planck, n son las densidades de población de los niveles superior e inferior (denotado por los subíndices n y m , respectivamente), y $\varphi(\nu)$ la función perfil de línea normalizada, tal que $\int \varphi(\nu) d\nu = 1$. (El procedimiento para deducir las ecuaciones anteriores y la integración numérica que utiliza el código, se muestran en el Apéndice B.)

Modelo del polvo

Adoptamos el modelo de polvo de Preibisch y col. (1993), el cual es apropiado para las condiciones de MCs densas y a menudo consta de tres componentes de granos de polvo, a saber: granos de carbono amorfo, granos de silicato y granos de silicato recubiertos de hielo sucio (es decir una mezcla H_2O , de hielo de NH_3 e inclusiones de carbono amorfo). En el cuadro (2.2) se presentan el número de granos por gramo de gas N_d , temperatura de sublimación T_d , radio r_d , suponiendo que todos los componentes son esféricos.

CUADRO 2.2: Datos de los granos de polvo.

Especie de grano	$\log N_d$ [gr^{-1}]	r_d [nm]	T_d [K]
carbono amorfo	14.170	10	2000
silicato	1	50	1500
silicato sucio	12.001	60	125

El coeficiente de extinción, κ_d^C [cm^{-1}], para la emisión del polvo, está dado por la ecuación:

$$\kappa_d^C = \sum_{d=1}^3 n_d Q_d^{ext} \pi r_d^2. \quad (2.23)$$

donde n_d es la densidad numérica de cada componente de grano de polvo, la cual es determinada para la temperatura y densidad de cada punto de la malla, Q^{ext} es el factor de extinción, el cual se obtiene del albedo $\alpha = Q^{sca}/Q^{ext}$ (donde Q^{sca} es el factor de eficiencia para la dispersión). Estos dos últimos valores, se encuentran almacenado en el código.

La cantidad total de carbono amorfo se mantiene constante⁷ aumentando la densidad numérica de granos de carbono amorfo a temperaturas por encima

⁷Se mantiene constante pues no estamos evolucionando el polvo, se trata de solo un ingrediente para calcular el coeficiente de absorción para encontrar la opacidad de las simulaciones.

de 125K. Para cada grano de silicato sucio destruido, es decir que supere su temperatura de sublimación, se agrega un grano de silicato.

Cada componente del polvo contribuye a la función fuente y ésta se calcula como la suma de la emisión térmica, pesada por el albedo y la contribución de la dispersión.

Capítulo 3

Anisotropía de los Centroides de Velocidad y la firma de los modos MHD en el ISM turbulento

Introducción

En este capítulo mostramos los resultados obtenidos del estudio de la anisotropía de los centroides de velocidad y cómo contribuyen los modos MHD. La información contenida aquí es la parte de resultados y discusión del artículo Hernández-Padilla y col. (2020). En el trabajo realizado en Hernández Padilla (2018), nos limitamos a estudiar la anisotropía de los centroides de velocidad para las LOS paralela y perpendicular ($\gamma = 0^\circ$ y $\gamma = 90^\circ$, respectivamente) al campo magnético medio. Ahora, en este capítulo aprovechamos la condición de frontera periódica de los cubos de datos para rotarlos a diferentes ángulos de visión, a saber 0° , 10° , 20° , 22.5° , 30° , 40° , 45° , 50° , 60° , 67.5° , 70° , 80° y 90° . Posteriormente los separamos en sus diferentes modos MHD, obteniendo los mapas de centroides de velocidad y de ellos, los mapas de funciones de estructura. Finalmente, calculamos el grado de isotropía para cada modelo y sus diferentes ángulos de visión. A continuación mostramos los resultados obtenidos.

3.1. Centroides de velocidad

Con la finalidad de estudiar las contribuciones individuales de la anisotropía, en general, utilizamos los campos de velocidad correspondientes a los modos MHD de Alfvén, lentos y rápidos. Con cada uno de estos campos de velocidad construimos cubos de datos PPV y con ellos mapas de velocidad media en la LOS y centroides de velocidad. Utilizaremos la siguiente notación para los modos MHD: “A”, “s” y “f” para los modos MHD: de Alfvén, lentos y rápidos, respectivamente (por ejemplo, $V_{A,\gamma}$ es la velocidad media en la LOS para el modo de Alfvén integrado a lo largo de la LOS a un ángulo γ con respecto a la dirección del campo magnético medio).

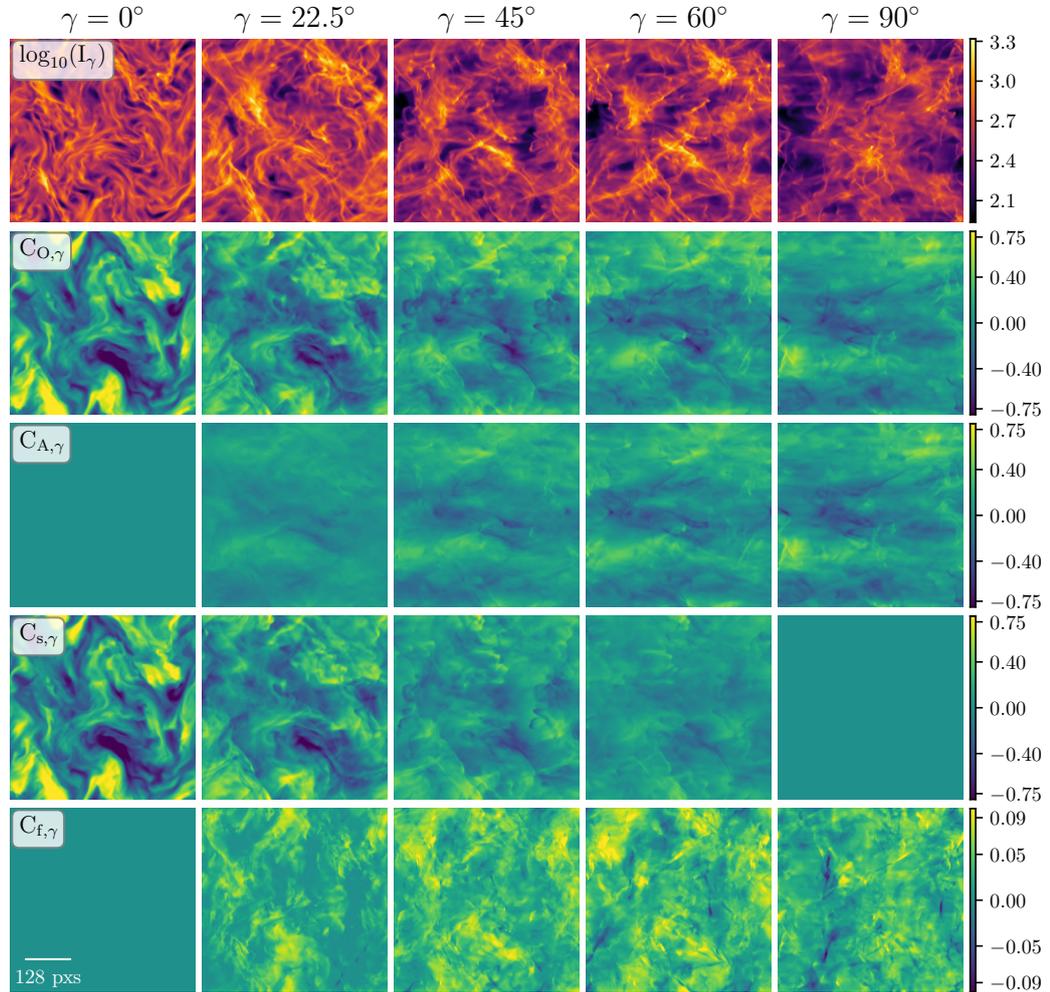


FIGURA 3.1: Mapas 2D del modelo M13 ($\mathcal{M}_A \sim 0.4$ y $\mathcal{M}_s \sim 7.6$). Por columnas de izquierda a derecha son los mapas obtenidos con $\gamma = 0^\circ, 22.5^\circ, 40^\circ, 60^\circ, 90^\circ$. Por filas de arriba a abajo representan la intensidad integrada (proporcional a la densidad columnar, primera fila), los centroides obtenidos con la velocidad original (segunda fila), los centroides con la velocidad del modo de Alfvén (tercera fila), con la velocidad del modo lento (cuarta fila) y con la velocidad el modo rápido (quinta fila). Nótese que todos los mapas de centroides, excepto aquellos para los modos MHD rápidos (última fila), tienen el mismo rango de valores (como está indicado en las barra de color de la derecha). Los modos rápidos son considerablemente más pequeños en magnitud, por este motivo están graficados con un rango diferente.

En la Figura 3.1 mostramos algunos ejemplos de los mapas 2D que obtuvimos para una de las simulaciones (modelo M13, $\mathcal{M}_A \sim 0.4$ y $\mathcal{M}_s \sim 7.6$). Ordenado por filas, de arriba hacia abajo, mostramos la intensidad integrada (densidad columnar), centroides con el campo de velocidad original y los centroides con las velocidades MHD de Alfvén, lentos y rápidos, respectivamente. Las columnas muestran la variación en el ángulo de visión γ , de 0° (LOS \parallel a \mathbf{B}_0) a 90° (LOS \perp a \mathbf{B}_0).

De las figuras, podemos ver que las estructuras observadas en líneas de visión paralelas al campo magnético (columna izquierda) son casi isotrópicas. En las siguientes columnas las estructuras se vuelven más anisotrópicas y se alinean en la dirección del campo magnético medio proyectado en el plano del cielo (es decir, horizontalmente). De los mapas en la figura vemos que los modos de Alfvén dominan la contribución de los centroides cuando la LOS es perpendicular al campo magnético medio. Esto se debe a que los modos de Alfvén son ondas transversales que viajan en la dirección del campo magnético, entonces producen un desplazamiento del plasma en dirección perpendicular y la velocidad del plasma es pequeña a lo largo de una LOS paralela al campo medio. Ahora bien, cuando la LOS es paralela al campo medio, los modos lentos tienen una mayor contribución.

3.2. Funciones de estructura

Como mencionamos anteriormente, la anisotropía es más fácil de caracterizar si observamos las funciones de estructura de los centroides de velocidad.

En la Figura 3.2 mostramos las funciones de estructura en mapas de color 2D para todos los mapas de centroides (ver ec. 2.8) mostrados en la Figura 3.1 (para el modelo M13, $\mathcal{M}_A \sim 0.4$ y $\mathcal{M}_s \sim 7.6$). Podemos observar en la primera fila de la figura (intensidades integradas) que las funciones de estructura, hasta el contorno naranja, son casi isotrópicas, es decir las funciones de estructura se presentan casi circulares. De esta manera, la dirección de alineación no es paralela ni perpendicular al campo magnético. Ahora bien, poniendo atención a las filas 2 y 3, uno puede ver claramente, hasta el contorno naranja, cómo los centroides se vuelven cada vez más anisotrópicos a medida que el ángulo entre la LOS y el campo magnético medio cambia de 0° a 90° , alineándose en la dirección del campo magnético medio (i.e., horizontalmente). El modelo que hemos elegido para esta figura es de alta magnetización, por tanto la anisotropía es bastante evidente y esta tendencia se observa en todos los centroides de este modelo. Podemos ver que para $\gamma = 90^\circ$, la función de estructura de los centroides originales es casi idéntica a la de los centroides de los modos de Alfvén (para $\gamma = 90^\circ$). Notamos algo parecido con los centroides de los modos lentos para $\gamma = 0^\circ$. Para ángulos intermedios, la función de estructura de los centroides originales (segunda fila) es una combinación de los dos (los modos de Alfvén y lentos, con una muy pobre contribución de los modos rápidos) esto es, que se asemejan más a los centroides de los modos lentos para valores bajos de γ y a los modos de Alfvén para valores mayores de γ . Los

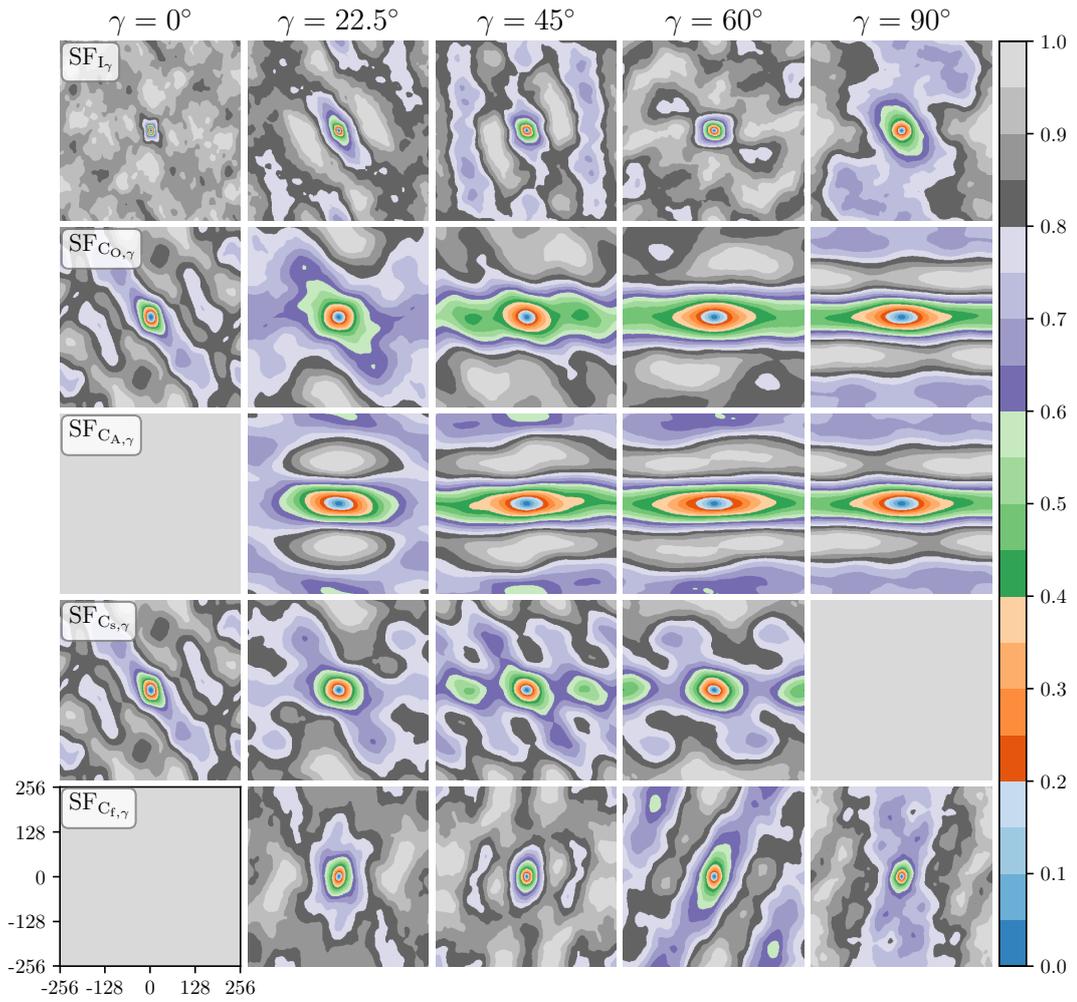


FIGURA 3.2: Función de estructura de los mapas mostrados en la Figura 3.1 (M13, $\mathcal{M}_A \sim 0.4$ y $\mathcal{M}_s \sim 7.6$). Los mapas tienen el mismo arreglo de la Figura 3.1, con el correspondiente mapa indicado en los mapas de la primera columna. La barra de colores denota la función de estructura normalizada y se aplica a toda la malla de figuras.

isocontornos fuera del contorno naranja se deben a las escalas mayores, del rango inercial hacia las escalas de inyección.

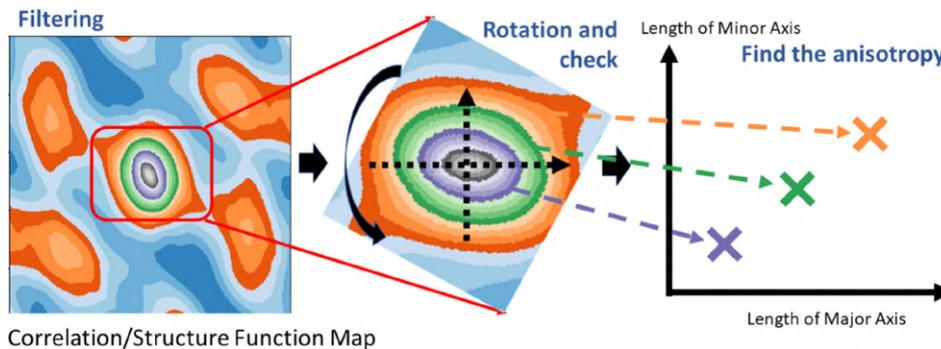


FIGURA 3.3: Ilustración de cómo se detecta la dirección de la anisotropía donde Yuen y col. (2018) utilizan el algoritmo de rotación-detección. A la izquierda: primero localizan la región que tiene contornos elípticos y ponen el centro de rotación en el origen de las elipses. Centro: lentamente rotan los contornos hasta identificar los ejes mayor y menor, guardándose las longitudes de los ejes de los diferentes contornos. Por ejemplo, las flechas discontinuas en color negro muestran los ejes mayor y menor de la estructura elíptica de color gris. A la derecha: Los ejes dan la información necesaria (dirección, longitud de anisotropía) para el estudio del campo magnético.

Un problema que es exclusivo de las simulaciones numéricas, es el limitado rango inercial disponible para medir la anisotropía. Las escalas más pequeñas ($\lesssim 10$ celdas) están dominadas por la difusión numérica y no deben tomarse en cuenta en el este estudio. También deben evitarse las escalas más grandes, ya que están dominadas por la escala de forzamiento. El forzado de la turbulencia en nuestros modelos está a una escala de ~ 204 celdas ($k = 2.5$). Por lo tanto, restringimos nuestro análisis a escalas entre 10 y 102 celdas (una quinta parte de todo el dominio). Sin embargo, como hemos visto en la Figura 3.2, incluso a escalas intermedias, los contornos a menudo se desalinean, es decir, el semieje mayor del isocontorno no se alinea horizontalmente. Esta distorsión no es física sino el resultado del forzamiento, aunado al no tener suficiente rango inercial. En otras palabras, es el efecto de que la cascada turbulenta no se ha desacoplado completamente del forzamiento a dicha escala.

Este problema se abordó en Yuen y col. (2018), donde se realizó una rotación de los mapas 2D (función de correlación en su caso, función de estructura en el nuestro) para alinear los isocontornos horizontalmente (ver Figura 3.3) y así compensar la distorsión. Nosotros utilizamos un procedimiento similar al descrito por ellos, pero la medida de anisotropía se toma como un cociente de valores de la función de estructura y no un ajuste a elipses (ver ecuación 2.9).

3.3. Grado de Isotropía

En la Figura 3.4 mostramos ejemplos del grado de isotropía para algunos modelos. En esta figura, la magnetización crece de izquierda a derecha. Los paneles

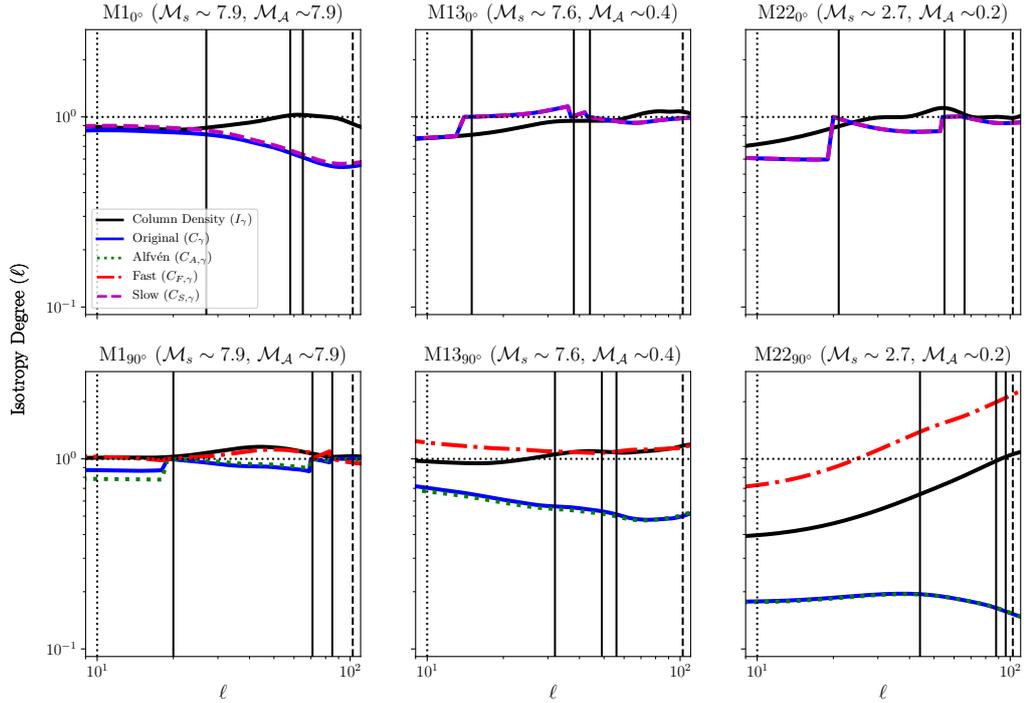


FIGURA 3.4: Grado de Isotropía para algunos modelos seleccionados (indicado en la parte de arriba de cada gráfica) como función de la escala ℓ . Las gráficas en la fila superior se obtuvieron con los PPVs a un ángulo de $\gamma = 0^\circ$ (LOS \parallel a \mathbf{B}_0) y los de la fila inferior con $\gamma = 90^\circ$ (LOS \perp a \mathbf{B}_0). Las diferentes líneas corresponden a los centroides con la velocidad original (C_γ), con las velocidades de los modos de Alfvén ($C_{A,\gamma}$), de los modos rápidos ($C_{f,\gamma}$) y de los modos lentos ($C_{s,\gamma}$), como se indica en la leyenda del panel de arriba a la izquierda. Las líneas verticales punteadas y las líneas discontinuas son los rangos donde se calculó la isotropía promedio, es decir el rango inercial: la línea punteada en el extremo inferior (10 celdas) y la línea discontinua en el extremo superior (a 1/5 de la caja computacional, 102 celdas). Las líneas continuas verticales son las escalas utilizadas para rotar la función de estructura con el fin de corregir las distorsiones a gran escala (en los isocontornos con valores de 0.24, 0.59 y 0.65).

de la fila superior están orientados paralelamente al campo magnético medio ($\gamma = 0^\circ$) y los de la fila inferior son observados perpendicular al campo ($\gamma = 90^\circ$). Entonces, de la figura es evidente que las funciones de estructura son casi isotrópicas si la LOS está alineada con el campo magnético medio (fila superior). Por otro lado, las funciones de estructura son cada vez más anisotrópicas para una mayor magnetización, cuando la LOS es perpendicular a campo magnético promedio. Es evidente que el grado de isotropía depende ligeramente de la escala (ℓ). También, para $\gamma = 0^\circ$, vemos que la anisotropía en los centroides originales (es decir, con el campo de velocidades completo, líneas azules) coincide con los centroides obtenidos con la velocidad de los modos lentos (línea discontinua, magenta), mientras que, para $\gamma = 90^\circ$ la anisotropía vista en los centroides originales coincide con la obtenida con el campo de velocidades de los modos de Alfvén (línea punteada, verde).

3.3.1. Consideraciones sobre el rango inercial

Por último, para calcular el grado de isotropía promedio, consideramos todas las escalas dentro del rango inercial. Como el rango inercial es difícil de determinar exactamente a partir de las simulaciones, y dado que varía ligeramente de un modo a otro, consideramos un rango entre 10 y 102 celdas (una quinta parte del dominio computacional). Para cada ángulo γ en cada modelo, tomamos los mapas 2D de funciones de estructura de los centroides de velocidad (por ejemplo, la segunda fila desde la parte superior de la Figura 3.2) y calculamos la orientación de los isocontornos en tres valores: 0.24, 0.59 y 0.65. Luego rotamos todos los mapas de función de estructura para alinear el isocontorno 0.24 con el eje horizontal y calculamos el grado de isotropía de $\ell = 10$ celdas a $\ell_{0.24}$ (la escala en la que el contorno 0.24 corta el eje horizontal). Repetimos este procedimiento con los siguientes dos contornos, obteniendo el grado de isotropía para $\ell_{0.24}$ a $\ell_{0.59}$ y de $\ell_{0.59}$ a $\ell_{0.65}$. Finalmente obtenemos el grado de isotropía promedio (que se mostrará en la Figura 3.5) en este rango de escalas. Restringimos el cálculo del grado de isotropía hasta la escala de 102 celdas o $\ell_{0.65}$.

3.4. Anisotropía de la velocidad media

El marco teórico propuesto por KLP16 y KLP17 está basado en el tensor de estructura/correlación de cada una de las velocidades de los modos MHD (ver Apéndice A) y en una expansión en armónicos esféricos de sus espectros de potencia. Debemos notar que la mayor parte de sus predicciones consideran solo la velocidad. Es decir, despreciaron el tensor de estructura de densidad porque las expresiones para los centroides se vuelven bastante complicadas. En otras palabras, sus predicciones son estrictamente aplicables a la anisotropía de mapas de velocidad media (ver ec. 2.6). Sin embargo, como señalamos anteriormente, estos mapas no se pueden obtener a partir de observaciones, pero pueden obtenerse de

las simulaciones. Por lo tanto, pueden utilizarse para estimar la importancia de incluir las fluctuaciones de densidad.

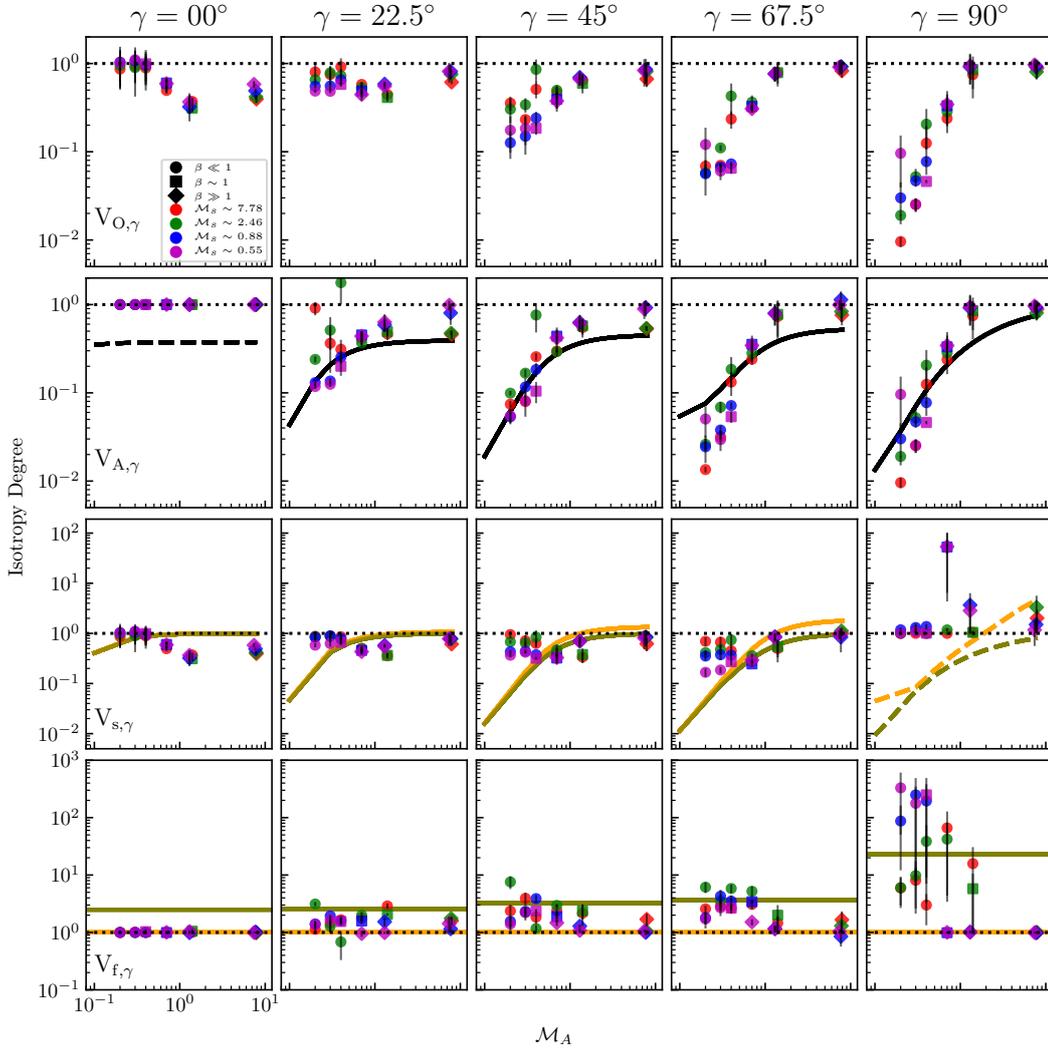


FIGURA 3.5: Isotropía promedio de las funciones de estructura de la velocidad media vs. el número de Mach de Alfvén para todos los modelos. En las filas de arriba hacia abajo mostramos los resultados para el campo de velocidades original, de los modos de Alfvén, los modos lentos y los modos rápidos (indicado en la esquina inferior izquierda de cada panel). En las columnas de izquierda a derecha variamos el ángulo de visión: 0° (LOS \parallel a \mathbf{B}_0), 22.5° , 45° , 60° y 90° (LOS \perp a \mathbf{B}_0). La forma de los símbolos separa los modelos con β grande (mayormente hidrodinámicos, diamantes), β intermedio ($\beta \sim 1$, cuadrados) y β bajo (dominados magnéticamente, círculos). El color de los símbolos agrupa los modelos con \mathcal{M}_s similar, como se encuentra etiquetado en la leyenda en el panel superior izquierdo. Incluimos también las predicciones analíticas de KLP17 (ver Apéndice A) para los modos de Alfvén (línea negra), y los modos lentos y rápidos (para β alto en color naranja y β bajo en verde). Las predicciones analíticas de los modos de Alfvén a $\gamma = 0^\circ$ se muestran con líneas discontinuas pues solo son un límite teórico a una intensidad cero de la señal. Lo anterior, también para las predicciones analíticas de los modos lentos a $\gamma = 90^\circ$, que también se muestran como líneas discontinuas.

En la Figura 3.5 mostramos el grado de isotropía promedio para los mapas de velocidad media en la LOS, para todos los modelos, a cinco diferentes ángulos de visión γ y como función del número de Mach de Alfvén. Cada símbolo mostrado en la figura indica el grado de isotropía promedio de las funciones de estructura, calculado como se describió en la Sección 3.1. Cada columna en la figura corresponde a un ángulo entre la LOS y el campo magnético medio (indicado en el título de cada columna). Cada fila corresponde al grado de isotropía resultante de los diferentes mapas 2D. De arriba hacia abajo tenemos: velocidad media ($V_{O,\gamma}$, original), velocidad media obtenida con los modos de Alfvén ($V_{A,\gamma}$), velocidad media de los modos lentos ($V_{s,\gamma}$) y velocidad media de los modos rápidos ($V_{f,\gamma}$). Además, agrupamos los modelos con similar \mathcal{M}_s (mismo $P_{gas,0}$ ver Cuadro 2.1) por color y denotamos el régimen de β con diferentes formas de los símbolos, como se muestra en la leyenda en el panel superior izquierdo. También incluimos en la figura las predicciones analíticas para la anisotropía de KLP17 para los modos de Alfvén (línea negra gruesa) y para los modos lentos y rápidos (para β alto en color naranja y para β bajo en color verde). Las barras de error corresponden a la variabilidad con la escala (tomando el mínimo y máximo del grado de isotropía en el rango de escala utilizado para el promediado).

Lo primero que podemos notar es un incremento gradual en la anisotropía de la velocidad media a lo largo de la LOS respecto al ángulo de visión (ver la primera fila en la Figura 3.5). Además, la anisotropía es más pronunciada para las simulaciones más magnetizadas (\mathcal{M}_A pequeño), resultado que es consistente con las conclusiones reportadas en Esquivel y Lazarian (2011) y Burkhart y col. (2014). Si sumamos los campos de velocidades resultantes del procedimiento de la descomposición (de los tres modos MHD) se recupera el campo de velocidades original, lo que es natural ya que la anisotropía resultante podría ser una combinación de las anisotropías en cada uno de los modos MHD. Esto se puede confirmar notando que la fila superior de la Figura 3.5 es una combinación de las tres filas de abajo. Sin embargo es importante observar que los diferentes modos tienen diferentes anisotropías y diferente dependencia con el ángulo de visión. Por ejemplo, podemos ver que para pequeños ángulos de visión ($\gamma \lesssim 30^\circ$) la anisotropía de la velocidad media está dominada por los modos lentos. De igual manera, para grandes ángulos de visión ($\gamma \gtrsim 60^\circ$) la anisotropía de la velocidad media original está dominada por los modos de Alfvén.

También podemos ver que el cálculo de las anisotropías en los mapas de velocidad media a lo largo de la LOS se ajustan bastante bien con las predicciones analíticas en KLP17.

Las anisotropías de los modos de Alfvén respecto al \mathcal{M}_A se ajustan bastante bien con las predicciones analíticas. Note que el límite teórico de anisotropía es distinto de cero a $\gamma \rightarrow 0^\circ$, pero dicho límite se produce cuando desaparece la intensidad de la señal y no se puede medir en ninguna simulación o datos reales, en los que siempre

dominará la contribución del ruido numérico o experimental. Ocurre una situación similar para los modos lentos en el límite de $\gamma \rightarrow 90^\circ$. A este ángulo de visión la función de estructura de los modos lentos desaparece para alto y bajo β s (KLP17), pero curiosamente el cociente de los momentos es finito (i.e., se acercan a cero con la misma rapidez), lo que produce un anisotropía finita. No se puede esperar medir esta anisotropía de manera realista.

Vemos que los modos lentos son menos anisotrópicos que los modos de Alfvén, y la anisotropía en nuestros modelos refleja este hecho, con alguna desviación sistemática a mayor magnetización, donde la anisotropía medida es más pequeña que la predicción. Debemos notar también que la gráfica para $\gamma = 90^\circ$ es muy ruidosa para los modos rápidos y lentos, ya que la mayor parte de la velocidad del método de descomposición se asigna a los modos de Alfvén.

Los modos rápidos tienen un espectro de energía isotrópico, por lo que su anisotropía solo podría deberse al tensor de estructura. En el caso de alto β el tensor de estructura también es isotrópico, por lo tanto, la predicción es un grado de isotropía de 1. Para bajo β , la anisotropía no depende de la magnetización sino solo del ángulo de visión. La correspondencia entre la predicción y la medida de la isotropía no es perfecta, pero sí observamos un aumento en el grado de isotropía alineado de manera contraria con el campo magnético medio, i.e., > 1) al aumentar γ para los modelos con $\beta < 1$. La pequeña amplitud de los modos rápidos (en todos los ángulos) hace que su señal sea difícil de captar ya que típicamente están contenidos en solo unos pocos canales centrados en la velocidad cero. Por lo tanto, son más susceptibles a ser afectados por el ruido y/o las fluctuaciones de densidad.

3.5. Anisotropías observables

En esta sección presentamos los resultados obtenidos de las simulaciones organizadas en arreglos PPV. Estos pueden estar relacionados con observaciones en las que tanto la densidad como la velocidad contribuyen a la emisión en cada canal de velocidad. Esta anisotropía se ha estudiado previamente en Esquivel y Lazarian (2011) y Burkhart y col. (2014), pero el fundamento teórico desarrollado en KLP16 y KLP17 nos permite tener una idea de las contribuciones de los diferentes modos MHD (ver Apéndice A). Desafortunadamente, no es posible distinguir las contribuciones de cada uno de los modos directamente de las observaciones, pero al construir los centroides con su campo de velocidad asociado, podemos comenzar a buscar señales de los modos compresibles en la turbulencia del ISM, así como estimar cuánto afectan las fluctuaciones de densidad que son ignoradas en las predicciones analíticas.

En la Figura 3.6 presentamos los resultados en un arreglo similar como en la Figura 3.5 de la sección previa, pero ahora incluimos una fila adicional en la parte superior con los resultados de la intensidad integrada (por ejemplo, densidad columnar).

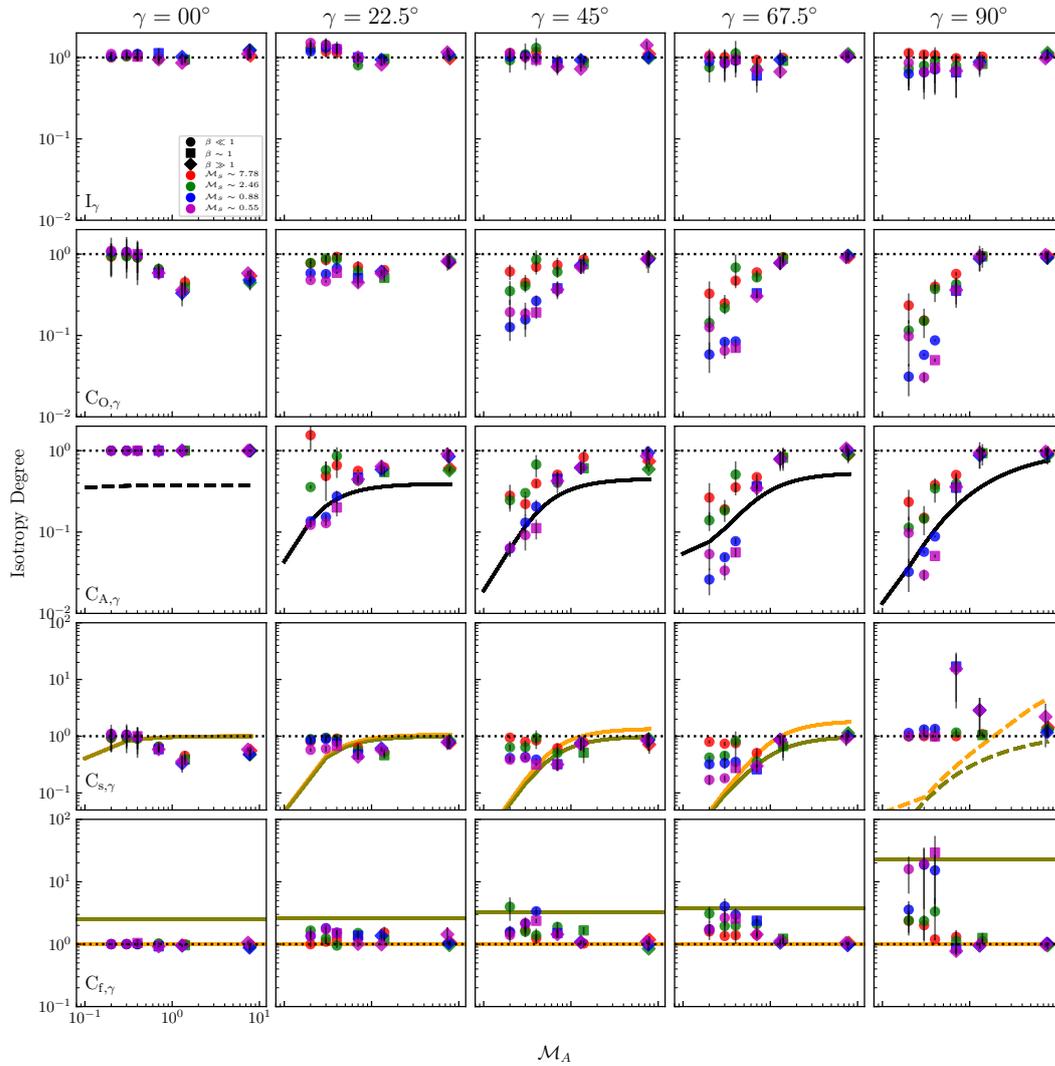


FIGURA 3.6: Igual que la Figura 3.5 pero agregando la primera fila correspondiente a intensidad integrada y en orden descendente: centroides de velocidad obtenidos con la velocidad original, con la velocidad de los modos de Alfvén, con la velocidad de los modos lentos y con la velocidad de los modos rápidos. Las predicciones analíticas (líneas negra, naranja y verde) son las mismas como las presentadas en la Figura 3.5.

3.5.1. Anisotropía en mapas de Densidad Columnar

Con una simple inspección de la Figura 3.6, se puede ver que los mapas de densidad columnar (intensidad integrada) son cualitativamente diferentes a los mapas de centroides de velocidad, con una anisotropía que no es evidente a primera vista y una estructura más rica a pequeña escala (ver, por ejemplo, Figura 3.1). Es bien sabido que estas estructuras a pequeña escala se traducen en un espectro de potencia menos inclinado cuando crece el número de Mach sónico (Beresnyak y col., 2005; Kim y Ryu, 2005; Kowal y col., 2007).

La anisotropía de la función de estructura en los mapas de intensidad integrada (ver Figura 3.2) también es diferente de la anisotropía que se observa en los centroides de velocidad. Para ángulos de visión pequeños ($\gamma \lesssim 45^\circ$) las funciones de estructura de la densidad columnar son básicamente isotrópicas en el rango inercial (para separaciones entre 10 y 102 celdas). Para ángulos de visión más grandes, las funciones de estructura son ligeramente anisotrópicas, con los contornos de estructura alineados con el campo magnético medio. Sin embargo, el grado de isotropía en su mayoría es independiente de \mathcal{M}_A y solo depende ligeramente de \mathcal{M}_s . También vemos evidencia de dependencia con la escala (barras de error grandes) en los mapas de densidad columnar a grandes ángulos de visión.

3.5.2. Anisotropía en Centroides de Velocidad

Tras examinar los mapas de centroides de velocidad en la Figura 3.1 y de los resultados con los mapas de velocidad media, uno esperaría un cambio gradual de un mayor grado de isotropía, a un ángulo de $\gamma = 0^\circ$, a un mapa más anisotrópico para $\gamma = 90^\circ$. Naturalmente, como se ha visto previamente con la velocidad media en la LOS, para el caso de los centroides de velocidad (ver Figura 3.6), el mapa obtenido con la velocidad original (segunda fila hacia abajo) es una combinación de los tres modos MHD (tres filas inferiores). De los tres modos MHD podemos ver que los modos rápidos tienen la amplitud más pequeña (por lo tanto la huella más pequeña en los centroides observados), mientras que los modos de Alfvén dominan para valores grandes de γ y los modos lentos para valores pequeños de γ .

Esto se puede confirmar con la anisotropía promedio que mostramos en la Figura 3.6, donde la anisotropía de los centroides obtenida de la velocidad en los modos lentos traza los centroides originales (con el campo de velocidad completo) para valores pequeños del ángulo de visión ($\gamma \lesssim 30^\circ$). Al mismo tiempo, para ángulos de visión grandes ($\gamma \gtrsim 60^\circ$) la anisotropía de los centroides de los modos de Alfvén domina la de los centroides originales.

Estos resultados están de acuerdo con Esquivel y Lazarian (2011) y Burkhart y col. (2014), la anisotropía de los centroides de velocidad aumenta con el nivel de magnetización (pequeños \mathcal{M}_A) e incrementa también con γ , teniendo un nivel máximo de anisotropía cuando la LOS es perpendicular al campo magnético medio ($\gamma = 90^\circ$).

El grado de isotropía calculado para los centroides de velocidad en la Figura 3.6 es notablemente similar al de los mapas de velocidad media (Figura 3.5). Vemos un claro aumento en la anisotropía con el ángulo de visión γ . También, visto en los mapas de velocidad media, la isotropía de centroides a pequeños ángulos de visión ($\gamma \lesssim 30^\circ$) se parecen a la de los modos lentos, mientras que para ángulos de visión más grandes ($\gamma \gtrsim 60^\circ$) se parece a la anisotropía de los modos de Alfvén.

Con excepción de los modos de Alfvén a $\gamma = 0^\circ$ y los modos lentos a $\gamma = 90^\circ$ la isotropía está también de acuerdo con las predicciones analíticas (KLP17): la anisotropía de los modos de Alfvén aumenta con el ángulo de visión y disminuye con \mathcal{M}_A . En los modos lentos se observa un comportamiento similar, pero con la anisotropía más pequeña y una desviación sistemática a una magnetización más alta (\mathcal{M}_A más pequeños). Debemos tener en cuenta que para una magnetización tan alta, la energía está dominada por el modo de Alfvén (ver Cuadro 2.1) y el resto de los modos MHD se limitan a un pequeño número de canales de velocidad y, por lo tanto, se vuelven más propensos a verse afectados por el ruido estadístico.

También, vale la pena señalar que la anisotropía en los centroides de velocidad es mayormente independiente de la escala (las barras de error en la Figura 3.6 son pequeñas), lo que también concuerda con los hallazgos anteriores.

3.6. Impacto de las Fluctuaciones de Densidad en los Centroides de Velocidad

Como se mencionó anteriormente, los resultados obtenidos en términos de los centroides de velocidad muestran las mismas tendencias generales vistas ya con las velocidades medias en la LOS. Una cosa a tener en cuenta al comparar los resultados de las Figuras 3.5 y 3.6 es que al añadir las fluctuaciones de densidad se genera una mayor dispersión del grado de isotropía promedio. Esto tiende a separar los datos con respecto al número de Mach sónico, produciendo una anisotropía ligeramente más pronunciada en los modelos subsónicos y una menos pronunciada a medida que aumenta el número de Mach sónico. Esto se debe a la formación de choques en turbulencia supersónica.

3.7. Anisotropía en función del ángulo de visión

Dado que estamos interesados en la dependencia de la anisotropía de los diferentes modos MHD (número de Mach de Alfvén), los paneles de las Figuras 3.5 y 3.6 están graficados respecto del \mathcal{M}_A para los ángulos de visión seleccionados.

Ahora veamos los mismos resultados, agrupados en columnas por \mathcal{M}_A similar, en función del ángulo de visión, con los símbolos coloreados por \mathcal{M}_s . El grado de isotropía para la velocidad media en la LOS lo podemos encontrar en la Figura 3.7 y para la intensidad integrada y los diversos centroides de velocidad en la Figura

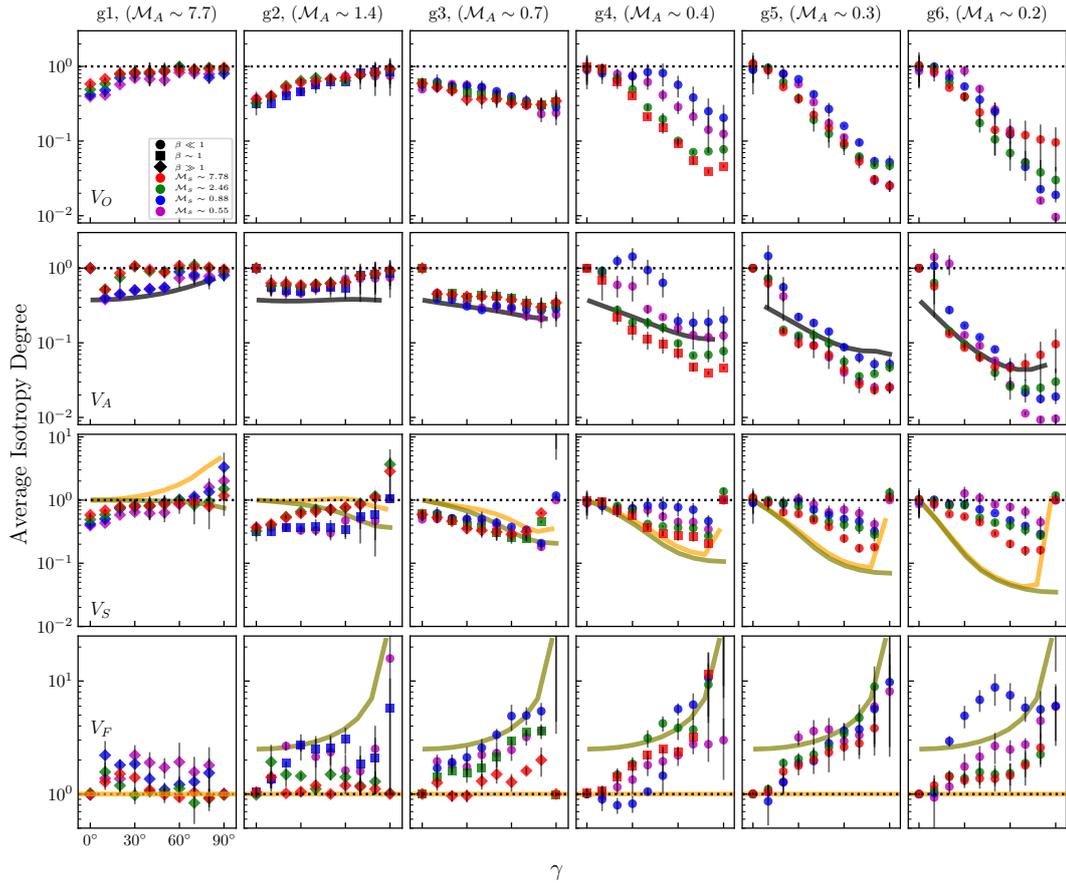


FIGURA 3.7: Grado de isotropía promedio de las funciones de estructura de la velocidad media (Eq. 2.6) como función del ángulo de visión γ . En las filas de arriba hacia abajo se muestran mapas de la velocidad media con el campo de velocidad original, velocidad media asociada con los modos de Alfvén, velocidad media de los modos lentos y velocidad media de los modos rápidos. Agrupamos por columnas los modelos basándonos en su magnetización, de altamente súper Alfvénico (a la izquierda), a subAlfvénico (a la derecha). El \mathcal{M}_A se indica en el título de cada columna.

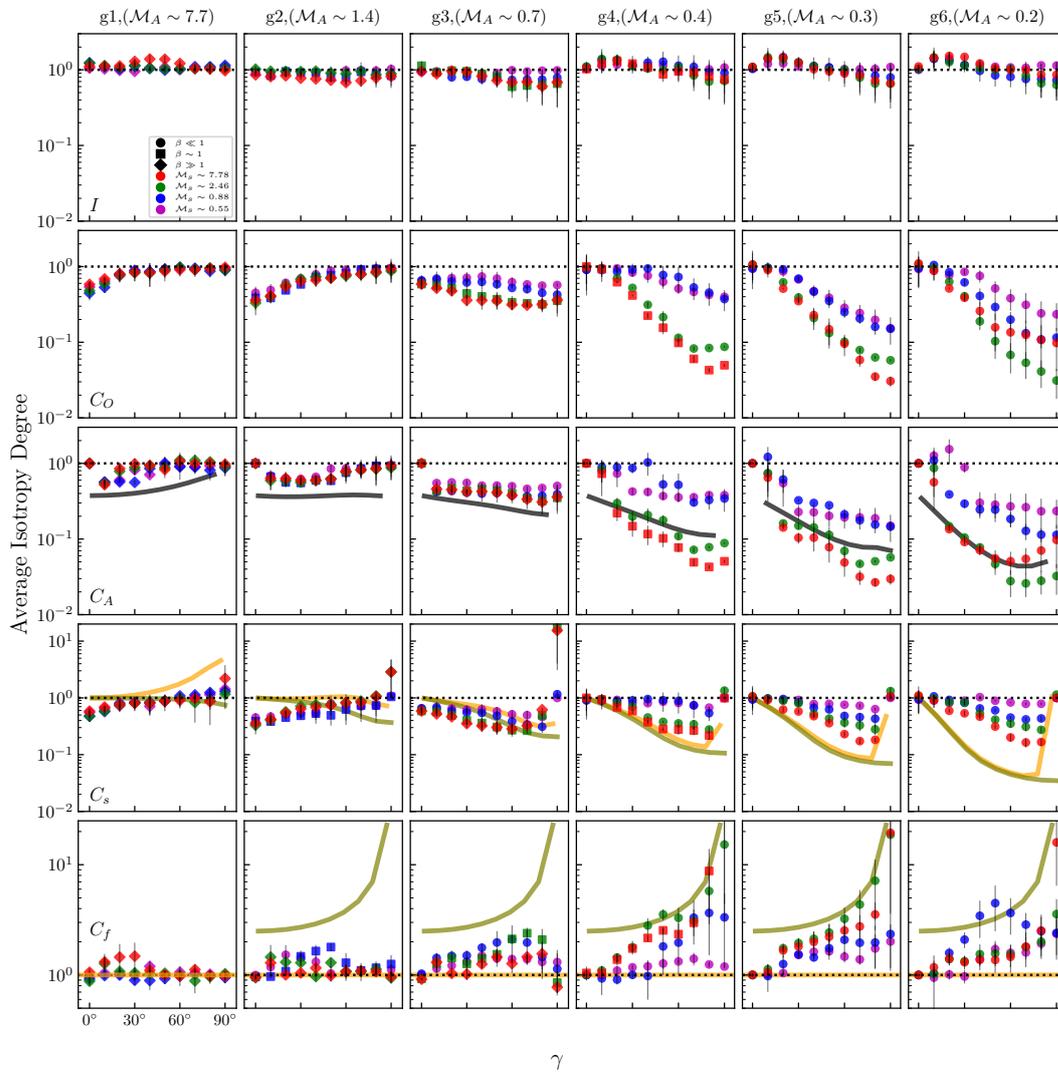


FIGURA 3.8: Grado de isotropía promedio como función del ángulo de visión γ . La primera fila presenta los resultados de la intensidad integrada. Las subsecuentes filas (hacia abajo) muestran los resultados para los diferentes centroides de velocidad, comenzando con el campo de velocidad original, después con los modos de Alfvén, lentos y rápidos, respectivamente. El arreglo de las columnas es el mismo de la Figura 3.7. También incluimos las predicciones analíticas de KLP17 para los modos de Alfvén (línea negra) y los modos lentos y rápidos (para alto β en color naranja y para bajo β en color verde).

3.8. De manera similar a los resultados presentados anteriormente, incluimos las predicciones de KLP17.

En las observaciones sintéticas, los modelos con la magnetización más baja son esencialmente isotrópicos. Sin embargo, la teoría no predice una anisotropía perfecta para los modos de Alfvén. La razón es que a un \mathcal{M}_A alto, el espectro de energía está isotropizado, pero el tensor de estructura permanece anisotrópico. Los modos lentos con alto β muestran un grado de isotropía < 1 para \mathcal{M}_A pequeño y > 1 para \mathcal{M}_A grande. Esto puede atribuirse a que el tensor de estructura y el espectro de energía son de naturaleza diferente (KLP16, KLP17). El momento cuadrupolar debido al tensor de estructura solo es positivo (suponiendo un espectro de energía isotrópico), mientras que el momento cuadrupolar debido al espectro de energía (suponiendo un tensor isotrópico) solo es negativo. Para \mathcal{M}_A bajo, el espectro de energía domina el grado de isotropía, mientras que para \mathcal{M}_A alto lo domina el tensor de estructura. Los modos rápidos tienen un espectro de energía isotrópico, por lo que la anisotropía se debe únicamente al tensor de estructura. El tensor de estructura para los modos rápidos de alto β es isotrópico por lo que el grado de isotropía es siempre ~ 1 . Para los modos rápidos de β bajo, el grado de isotropía depende solo del ángulo de visión.

La anisotropía observada en los centroides de velocidad (Figura 3.8) es muy similar al de la velocidad media en la LOS (Figura 3.7). La diferencia notable es una separación pequeña pero más clara con el número de Mach sónico.

Capítulo 4

Efectos del transporte radiativo en el análisis de la anisotropía de centroides de velocidad

Introducción

En este capítulo extendemos el trabajo realizado en Hernández-Padilla y col. (2020), ya que hemos estudiado la anisotropía de los centroides de velocidad y los mapas de intensidad integrada con observaciones sintéticas, incluyendo, como post-procesamiento, el transporte radiativo. La finalidad es calcular la emisión en diferentes líneas moleculares del monóxido de carbono, CO, que va de ópticamente gruesa a ópticamente delgada (^{12}CO , ^{13}CO , C^{18}O , y C^{17}O , respectivamente). Utilizamos los mismos modelos para los diferentes ángulos del Capítulo 3. Para realizar el transporte radiativo hacemos uso de una transcripción del código PyRaTE a Fortran, descrito en la Sección 2.3. Para realizar esta tarea es necesario primero escalar nuestros modelos; suponiendo condiciones típicas en nubes moleculares (como se describe en Estalella y Anglada, 2008). Una vez realizado el transporte radiativo seguimos el mismo procedimiento de Hernández-Padilla y col. (2020) para encontrar los centroides de velocidad, las funciones de estructura y el grado de isotropía de los modelos para compararlos con las predicciones analíticas. A continuación se muestran los resultados obtenidos.

4.1. Procesamiento de datos

4.1.1. Escalamiento de las simulaciones

Los cubos de datos con los que hemos estado trabajando en el Capítulo 3 tienen un escalamiento de unidades de código (superíndice *cod*), es decir, la densidad $\rho^{cod} \approx 1$ y la velocidad del sonido $v^{cod} \propto c_s$. Lo anterior nos da la libertad de escalar los datos a nuestra conveniencia.

Con esta libertad, y para realizar el transporte radiativo, es necesario modelar nuestros cubos de datos como si se tratara de nubes moleculares. Entonces escalamos los modelos a unidades físicas *cgs* de la siguiente manera:

CUADRO 4.1: Factores de escalamiento para una MC típica.

Densidad de partículas	n	275 cm^{-3}
Tamaño de la caja	L	5 pc
Temperatura	T	10 K
Velocidad del sonido	c_s	$\sim 0.2 \text{ km s}^{-1}$
Resolución espectral	Δv	0.012 km s^{-1}

1. Ya que queremos que nuestros cubos de densidad tengan la densidad numérica, n , típica de una nube molecular, elegimos $n = 275 \text{ cm}^{-3}$. Posteriormente, transformamos la n a densidad volumétrica, es decir $\rho^{sc} = n\mu_{\text{H}_2}m_p$ (con $\mu_{\text{H}_2} = 2.36$, donde se considera que el 98% son núcleos de hidrógeno (ver Ossenkopf, 2002) y m_p la masa del protón). De esta manera tenemos:

$$\rho^{cgs} = \rho^{cod} \times \rho^{sc},$$

donde ρ^{cod} es el cubo de datos de la densidad. Si ahora, consideramos que los lados de nuestro cubo son de $L = 5 \text{ pc}$, entonces la masa contenida en nuestro cubo de densidad es $M \sim 1711 M_{\odot}$.

2. Los cubos de velocidad v_i^{cod} (donde $i = x, y$ o z) los multiplicamos por la velocidad del sonido, obteniendo v_i^{cgs} :

$$v_i^{cgs} = v_i^{cod} \times c_s,$$

donde $c_s = (\gamma_T RT/\mu_{\text{H}_2})^{1/2}$, con $\gamma_T = 1$, pues nuestros modelos son isotérmicos, R la constante de los gases y

3. Elegimos para la temperatura $T = 10\text{K}$ (ver Cuadro 4.1).

4.2. Parámetros moleculares

Realizamos el transporte radiativo para la transición rotacional $\mathcal{J} = 1 \rightarrow 0$ de las moléculas: ^{12}CO , ^{13}CO , C^{18}O y C^{17}O . En el Cuadro 4.2 se muestran las abundancias relativas al H_2 , (que corresponden a las abundancias en la vecindad solar, Estalella y Anglada, 2008), la frecuencia en el centro de la línea ν_0 , y el coeficiente de emisión espontánea de Einstein A_{10} para cada uno de los trazadores. Esto últimos valores se obtienen de la base de datos [Leiden Atomic and Molecular Database](#).

4.2.1. Cubo PPV

Una vez realizado el transporte radiativo, el código nos da un cubo de datos Posición-Posición-Velocidad (PPV), el cual en el eje de la velocidad, el material emisor tiene velocidades entre -0.6 y 0.6 km s^{-1} . Para asegurarnos de tomar

CUADRO 4.2: Parámetros físicos de las variable isotópicas del $^{12}\text{CO}(1-0)$

Molécula (\mathcal{X})	$\text{H}_2/\mathcal{X}^{\text{a}}$	ν_0 [GHz] ^b	A_{10} [s^{-1}] ^b
^{12}CO	$\sim 5.6 \times 10^3$	115.27	7.20×10^{-8}
^{13}CO	$\sim 5.0 \times 10^5$	110.20	6.29×10^{-8}
C^{18}O	$\sim 2.7 \times 10^6$	109.78	6.26×10^{-8}
C^{17}O	$\sim 1.5 \times 10^7$	112.36	6.69×10^{-8}

^a Estalella y Anglada (2008)

^b [Leiden Atomic and Molecular Database](#).

en cuenta todo el material, consideramos una resolución espectral de $\Delta v = 0.012 \text{ km s}^{-1}$ (100 canales de velocidad, ver Cuadro 4.1). Las unidades del cubo PPV son:

$$[\text{PPV}] = \text{erg cm}^{-1} \text{s}^{-1},$$

que corresponden al flujo de energía en unidades de número de onda k , que es como el código realiza el transporte radiativo.

Posteriormente convertimos nuestro cubo PPV de unidades de flujo a unidades de temperatura de brillo empleando (ver Apéndice C):

$$T_B(v) = \frac{c^2}{8\pi k \nu^2} \left(\frac{\text{PPV}}{c} \right) \left(\frac{\nu_0}{c} \right), \quad [\text{K}]. \quad (4.1)$$

4.3. Líneas espectrales y corrección de línea-base

De los cubos de datos PPV, que resultan de la transferencia radiativa, observamos que las líneas espectrales van desde una forma casi Gaussiana para el caso ópticamente delgado (isótopo C^{17}O), hasta líneas notablemente saturadas para el caso ópticamente grueso (isótopo ^{12}CO).

En la Figura 4.1 mostramos ejemplos de las líneas espectrales de los diferentes trazadores moleculares para el modelo M13 (supersónico y fuertemente magnetizado). En el panel izquierdo se muestran las líneas espectrales promedio en el plano del cielo y en el panel derecho se muestran las líneas espectrales a través de una región de alta velocidad (considerando los cubos originales), ambos paneles con una LOS de $\gamma = 45^\circ$. Podemos observar claramente, en el panel derecho, que la emisión de ^{12}CO (correspondiente a la línea roja, discontinua y sólida) se encuentra saturada, mientras que las demás líneas progresivamente se vuelven más Gaussianas, para el resto de los trazadores, siendo C^{17}O el trazador más delgado (correspondiente a la línea azul, discontinua y sólida).

Ya que la turbulencia es más o menos homogénea, las líneas espectrales promedio (Figura 4.1, panel izquierdo) son simétricas cerca de la velocidad media de 0 km s^{-1} . Sin embargo, esto no es cierto para la línea de visión a la región de alta velocidad, como se ve en el panel de la derecha en la misma figura.

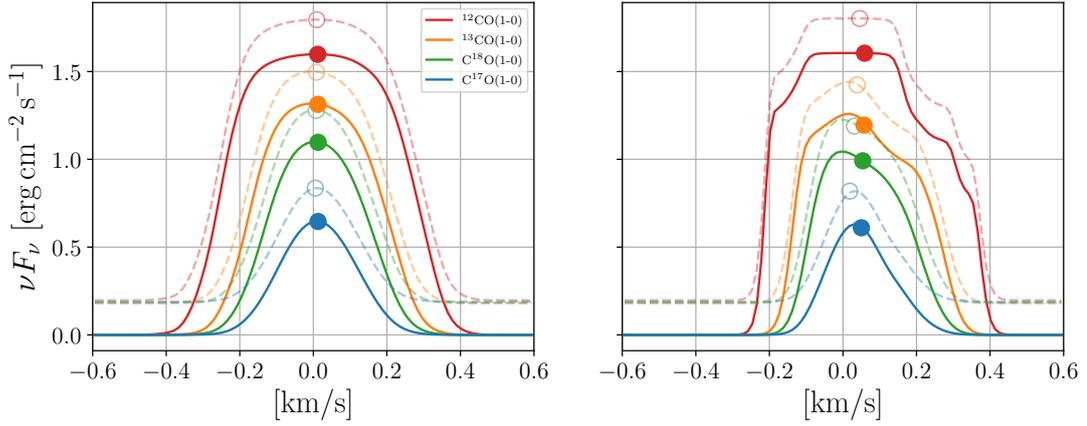


FIGURA 4.1: Líneas espectrales del modelo M13 ($\mathcal{M}_A \sim 0.38$ y $\mathcal{M}_s \sim 7.62$) para una LOS a $\gamma = 45^\circ$ de las variaciones isotópicas del monóxido de carbono, a saber: ^{12}CO (línea roja), ^{13}CO (línea naranja), C^{18}O (línea verde), y C^{17}O (línea azul). El panel de la izquierda muestra las líneas espectrales promedio de todo el PPV en el plano del cielo. El panel de la derecha muestra las líneas espectrales en una región de alta velocidad del cubo PPV. En ambos paneles, las líneas espectrales continuas están corregidas por la línea-base, mientras que las líneas espectrales discontinuas no tienen dicha corrección. Los círculos (llenos y vacíos) sobre cada línea espectral muestran la posición del centroide de velocidad.

Las líneas espectrales que resultan directamente del post-procesamiento del transporte radiativo se muestran como líneas discontinuas y el centroide de velocidad se representa con círculos vacíos, sobre dichas líneas, para cada trazador. En el panel de la izquierda (ver Figura 4.1), notamos que los centroides para las líneas espectrales promedio coinciden bastante bien con la velocidad media ($v \sim 0 \text{ km s}^{-1}$). Para una línea de visión arbitraria es claro que los centroides están afectados por el continuo (ejemplificado en el panel de la derecha de la misma figura).

La *corrección de línea-base* es una técnica observacional de pre-procesamiento que es utilizada comúnmente para separar la señal espectroscópica válida y eliminar los efectos de fondo o el ruido (Liland y col., 2011), cuando se trata de datos observacionales. Sin embargo, en ocasiones se pasa por alto cuando se trabaja con simulaciones. Este ejemplo muestra la necesidad de tenerla en cuenta adecuadamente también cuando se trabaja con datos sintéticos, lo que hicimos para todos los modelos. Los resultados, una vez realizada la corrección de línea-base se incluyen en la Figura 4.1, representado por las líneas sólidas y los círculos llenos.

4.4. Intensidad integrada

En la Figura 4.2, mostramos la intensidad integrada (que es proporcional a la densidad columnar en el límite ópticamente delgado) para el modelo M13 ($\mathcal{M}_A \sim 0.38$ y $\mathcal{M}_s \sim 7.62$). Cada columna muestra las diferentes LOS donde γ es el ángulo formado entre la LOS y la dirección del campo magnético medio. Entonces,

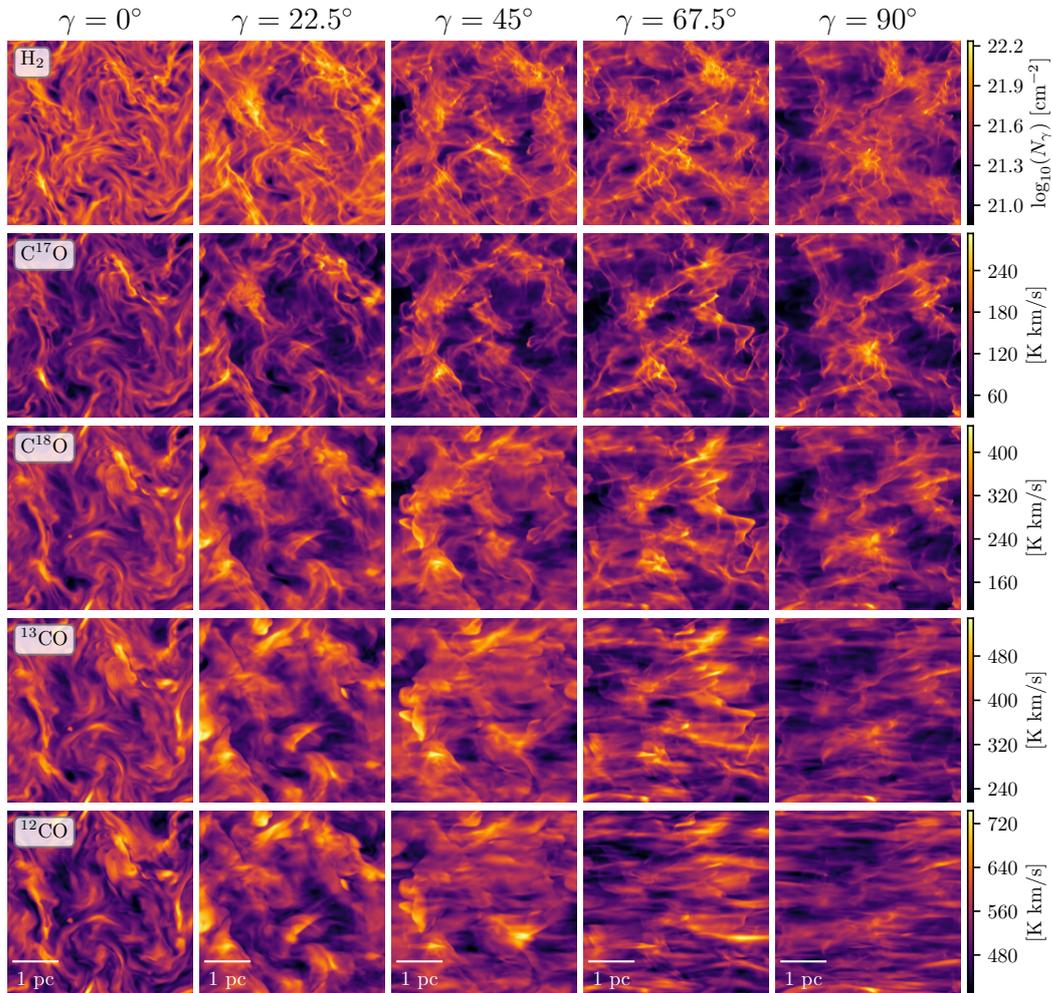


FIGURA 4.2: Mapas de la intensidad integrada del modelo M13 ($\mathcal{M}_A \sim 0.38$ y $\mathcal{M}_s \sim 7.62$), con dimensiones $L = 5$ pc, densidad numérica $n = 275 \text{ cm}^{-3}$ (masa $M \sim 2 \times 10^3 M_\odot$) y temperatura de $T = 10$ K. Por filas, de arriba hacia abajo (incrementando el espesor óptico): Densidad columnar de la molécula de H_2 y de los isótopos C^{17}O , C^{18}O , ^{13}CO y ^{12}CO como se indica en la leyenda en la esquina superior izquierda. Por columnas, de izquierda a derecha los mapas obtenidos con $\gamma = 0^\circ, 22.5^\circ, 45^\circ, 67.5^\circ$ y 90° , respectivamente, donde γ es el ángulo entre la LOS y el campo magnético medio proyectado en el plano del cielo, $B\hat{x}$.

de izquierda a derecha, tenemos los mapas en los cuales la LOS cambia de paralelo al campo magnético medio ($\gamma = 0^\circ$) a perpendicular a este ($\gamma = 90^\circ$). Por filas tenemos, de arriba hacia abajo, la densidad columnar de H_2 , y la emisión integrada: $C^{17}O$, $C^{18}O$, ^{13}CO , y ^{12}CO , respectivamente.

Si ponemos atención en la primera fila de la Figura 4.2, se muestra la densidad columnar de H_2 , que fue calculada suponiendo que es ópticamente delgada (es decir, no se realizó el transporte radiativo). Las estructuras en la proyección 2D muestran diferencias respecto del ángulo de visión γ (indicado en la parte superior de cada columna). Aunque las estructuras tienen diferentes morfologías que se pueden identificar a simple vista, no se observa un alineamiento claro con el campo magnético medio en el plano del cielo para los mapas de H_2 .

Se nota un comportamiento muy similar para las líneas ópticamente delgadas de $C^{17}O$ y $C^{18}O$ (filas 2 y 3 hacia abajo), es decir se observa una morfología distinta e isotrópica para pequeños ángulos de visión ($\gamma \leq 22.5^\circ$). Al mismo tiempo, para valores grandes de γ la intensidad integrada se vuelve más “grumosa” y, en algunos casos, comienza a mostrar indicios de alineación con el campo magnético medio (algunas estructuras parecidas a filamentos horizontales); este mismo comportamiento se encontró en Hernández-Padilla y col. (2020, ver también Capítulo 3).

Ahora bien, de la segunda a la quinta filas (donde se incrementa el espesor óptico de arriba hacia abajo) y para $\gamma \geq 45^\circ$ (en las columnas), vemos que, para los isótopos $C^{17}O$ y $C^{18}O$ las estructuras siguen similares en ambos casos (y notablemente parecidas a las estructuras de H_2). Sin embargo, en las últimas dos filas (para los trazadores ^{13}CO y ^{12}CO) observamos claramente una alineación de estructuras en la dirección del campo magnético medio en el plano del cielo, para ángulos de visión grandes.

Este cambio se debe a que, según el modelo GS95, los movimientos a pequeña escala están más alineados con el campo magnético medio, ya que el cociente entre la energía cinética y la energía magnética es más pequeña que en las escalas más grandes. Por lo tanto, para los trazadores ópticamente más gruesos, en los que solo se puede sondear hasta una “profundidad limitada”¹ se espera que los mapas resultantes reflejen la mayor alineación asociada con las escalas pequeñas.

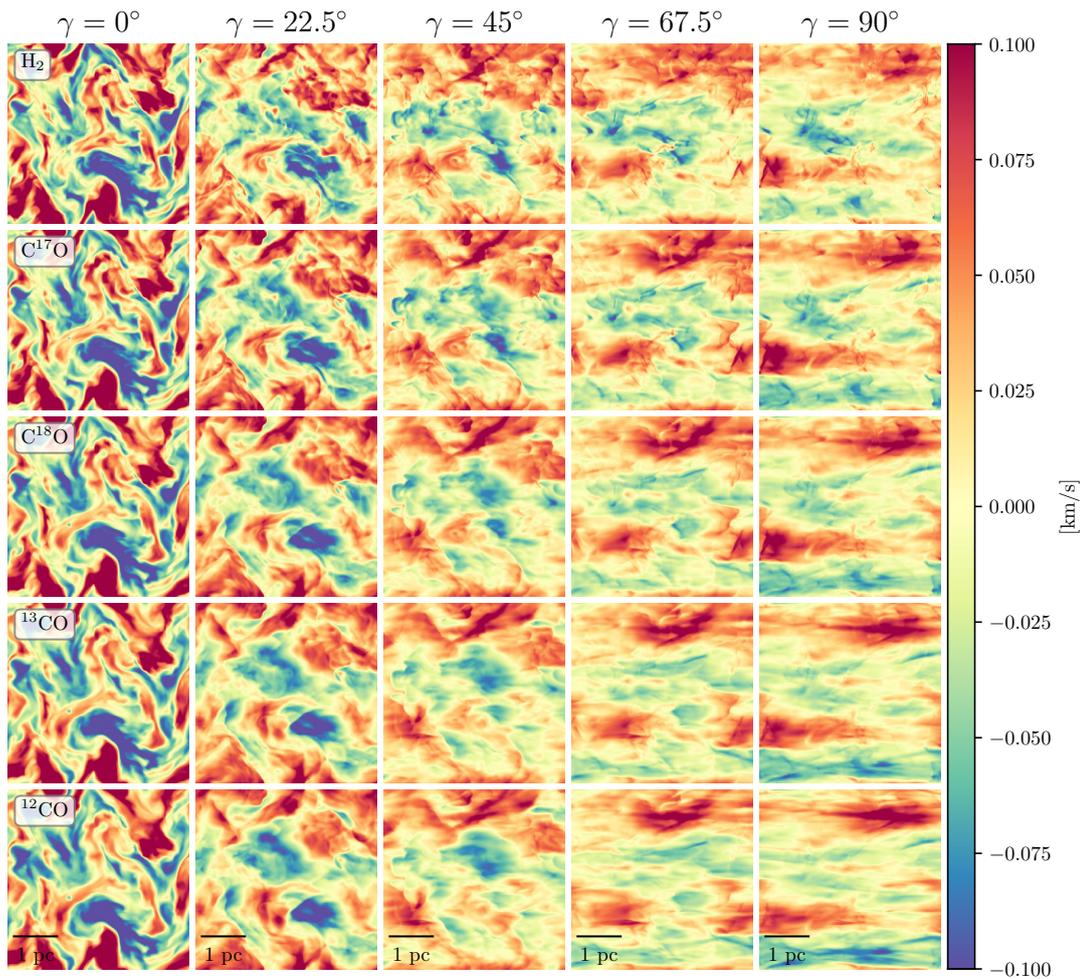


FIGURA 4.3: Mapas 2D de centroides de velocidad del modelo M13 ($\mathcal{M}_A \sim 0.38$ y $\mathcal{M}_s \sim 7.62$). La gráfica tiene el mismo arreglo como la Figura 4.2. La barra de color indica la velocidad en unidades de km s^{-1} .

4.5. Centroides de velocidad originales

Como vimos en la Sección 2.2, podemos obtener los centroides de velocidad de los cubos de datos PPV utilizando la ec. 2.5, como se hace en observaciones reales.

La Figura 4.3 muestra los centroides de velocidad del modelo M13 para los diferentes trazadores por filas y ángulos γ por columna (como en la Figura 4.2). La barra de color es la misma para todos los gráficos, la cual muestra velocidades que van de -0.1 a 0.1 km s^{-1} .

Comencemos poniendo atención en la primera fila, que corresponde a la molécula de H_2 . Podemos ver que, los centroides de velocidad no se alinean en ninguna dirección cuando la LOS es paralela al campo magnético medio. Sin embargo, para $\gamma \geq 45^\circ$, los centroides de velocidad se van alineando en la dirección del campo magnético medio, pero no tan notoriamente como para los casos ópticamente gruesos. Este comportamiento se observó en el Capítulo 3.

Las siguientes cuatro filas corresponden a los isótopos de CO, donde se incrementa el grosor óptico de la segunda fila a la quinta fila. Similar a la molécula de H_2 , no observamos una dirección preferencial de alineación si la LOS es paralela al campo magnético medio. Sin embargo, para ángulos $\gamma \geq 45^\circ$, observamos algunas estructuras en los mapas de centroides de velocidad alineadas en la dirección horizontal. La alineación se hace mucho más evidente cuando los trazadores son más gruesos (cuarta y quinta filas) y el gas trazado es menos denso.

En general, vemos que los centroides de velocidad son menos sensibles al ángulo de visión γ , comparado con los mapas de intensidad integrada. Al mismo tiempo, resultan menos afectados por los efectos de transferencia radiativa. Esto se cuantificó en el Capítulo 3.

4.6. Centroides de velocidad de los modos MHD

En esta sección presentamos los resultados de los cubos de datos obtenidos con los diferentes modos MHD. Como mencionamos anteriormente, calculamos los centroides de velocidad para todos los modos y todas las LOS (ángulos de visión, γ).

En la Figura 4.4, mostramos los centroides de velocidad para los modos MHD, Alfvén (primera y segunda filas), lentos (tercera y cuarta filas), y rápidos (quinta y sexta filas). Las columnas representan las diferentes LOS (de paralelo a perpendicular al campo magnético medio en el plano del cielo), como las dos figuras anteriores. Las filas impares corresponden a los casos ópticamente delgados (C^{17}O), y las filas pares son los caso ópticamente gruesos (^{12}CO) como se indica en la esquina superior izquierda de los paneles de la primera columna.

¹Es cierto que en general podemos decir que al observar con una molécula gruesa, podemos ver hasta cierta región en el nube, es decir un cascarón de la nube, no siempre sucede de esta manera, pues la opacidad depende directamente de la frecuencia y por lo tanto de la velocidad del material. Entonces en particular no es cierto que vemos un cascarón de la nube, sino que depende de la velocidad y es posible observar más hacia adentro de la nube (o hacia afuera).

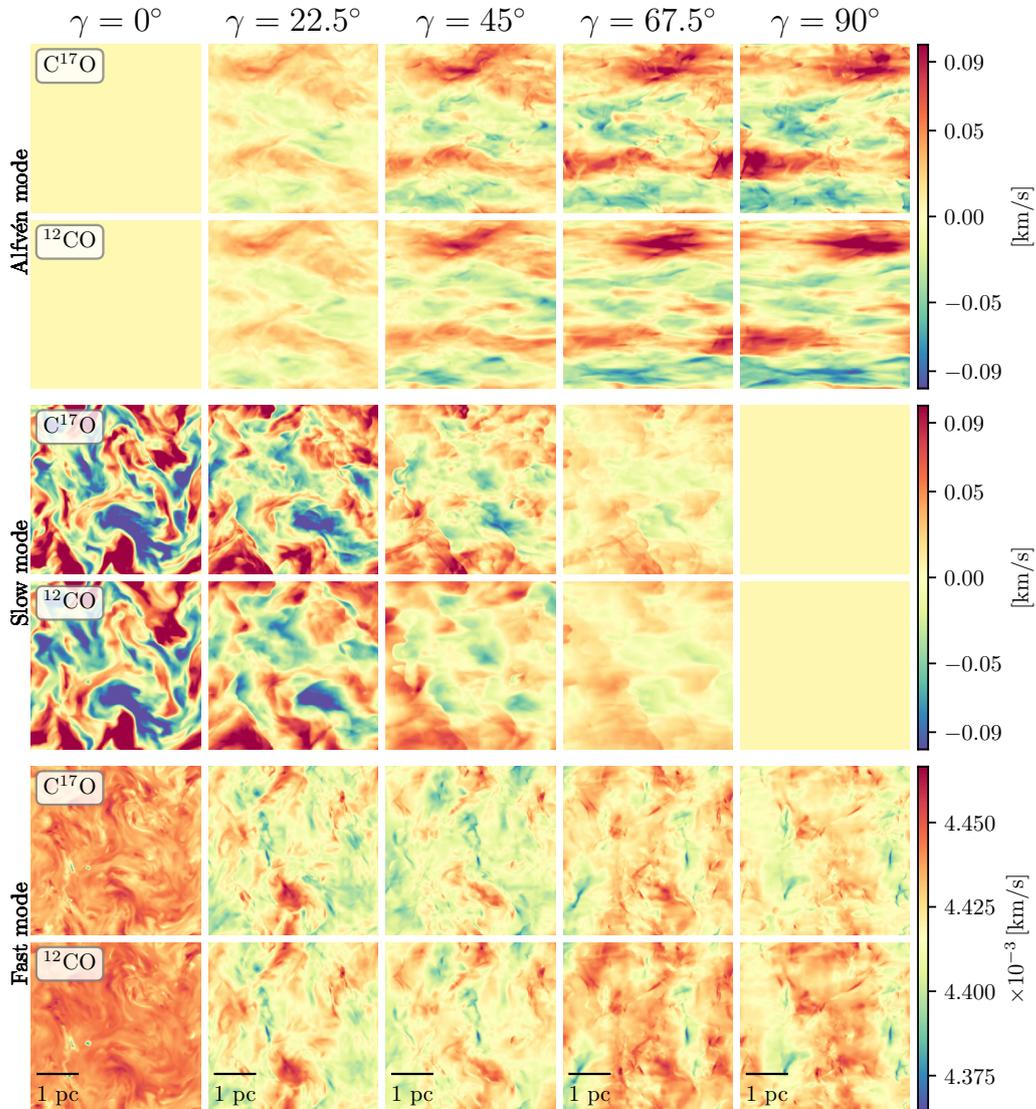


FIGURA 4.4: Mapas 2D de centroides de velocidad de los modos MHD de Alfvén (filas 1 y 2), lentos (filas 3 y 4) y rápidos (filas 5 y 6) para el modelo M13 ($\mathcal{M}_A \sim 0.38$ y $\mathcal{M}_s \sim 7.62$). De arriba hacia abajo, las filas impares son ópticamente delgadas (isótopo $C^{17}O$) y las filas pares corresponden $\tau \gg 1$ (isótopo ^{12}CO), como se indica en la esquina superior izquierda de los paneles de la primera columna. Las columnas son las distintas LOS, como en la Figura 4.3. Las barras de color indican la velocidad en unidades de km s^{-1} .

Notamos que los modos de Alfvén dominan la contribución en los centroides cuando la LOS es perpendicular al campo magnético medio ($\gamma = 90^\circ$, ya que las ondas de Alfvén son transversales). Por el contrario, se tiene una contribución significativa de los modos lentos cuando la LOS es paralela al campo medio (por lo tanto, son isotrópicos). Los modos rápidos tiene un rango de velocidad más pequeño que los otros modos (ver la escala de la barra de color) y no contribuyen significativamente. En los modos de Alfvén, podemos ver el mismo comportamiento que los centroides originales, esto es una alineación de las estructuras para ángulos $\gamma \gtrsim 45^\circ$ la cual es más pronunciada para trazadores ópticamente gruesos. De igual manera, la amplitud de los modos de Alfvén incrementan con γ , mientras que para los modos lentos disminuye con el ángulo γ (como se encontró anteriormente, en el Capítulo 3, para un medio ópticamente delgado).

4.7. Grado de isotropía promedio

Con el fin de comparar los diferentes modelos y ángulos de visión calculamos, para cada caso, el grado de isotropía de la función de estructura de los mapas 2D como se definió en la ec. 2.9 y el promedio sobre el rango inercial (desde 10 celdas hasta $1/5$ del dominio de la caja computacional).

El grado de isotropía promedio de la intensidad integrada de todos los modelos se muestra en la Figura 4.5. En los diferentes paneles de la figura, cada símbolo corresponde a un modelo en un ángulo de visión, los resultados están graficados como función del número de Mach de Alfvén, \mathcal{M}_A . En filas, de arriba hacia abajo, graficamos la molécula de H_2 y los diferentes trazadores de CO de ópticamente delgado a grueso (ver la etiqueta dentro de cada panel de la primera fila en la esquina inferior izquierda). En columnas, de izquierda a derecha, exploramos los diferentes ángulos de visión, desde la LOS paralela a \mathbf{B}_0 ($\gamma = 0^\circ$) hasta la LOS perpendicular a \mathbf{B}_0 ($\gamma = 90^\circ$). Los modelos también se distinguen por el valor de $\beta = 2(\mathcal{M}_A^2/\mathcal{M}_s^2)$, están denotados con la forma de los símbolos, y por el número de Mach sónico representado por los distintos colores (ver la leyenda en el panel superior izquierdo). La línea horizontal punteada indica el grado de isotropía igual a la unidad (es decir, cuando los isocontornos de las funciones de estructura tienen una forma circular y por lo tanto considerados isotrópicos). En la Figura 4.5 podemos ver que, independientemente del trazador, para ángulos de visión pequeños ($\gamma \leq 22.5^\circ$) las funciones de estructura son isotrópicos. Para $\gamma = 45^\circ$ comenzamos a ver evidencia de anisotropía. Sin embargo, esta anisotropía es muy pequeña y no muestra cambios significativos en los diferentes trazadores. Es solo hasta las dos últimas columnas donde los modelos con $\mathcal{M}_A \lesssim 1$ claramente se vuelven anisotrópicos. Además, como se pudo anticipar por la estructura filamentaria observada en la Figura 4.2, la anisotropía aumenta con la profundidad óptica de los trazadores (hacia abajo en las filas).

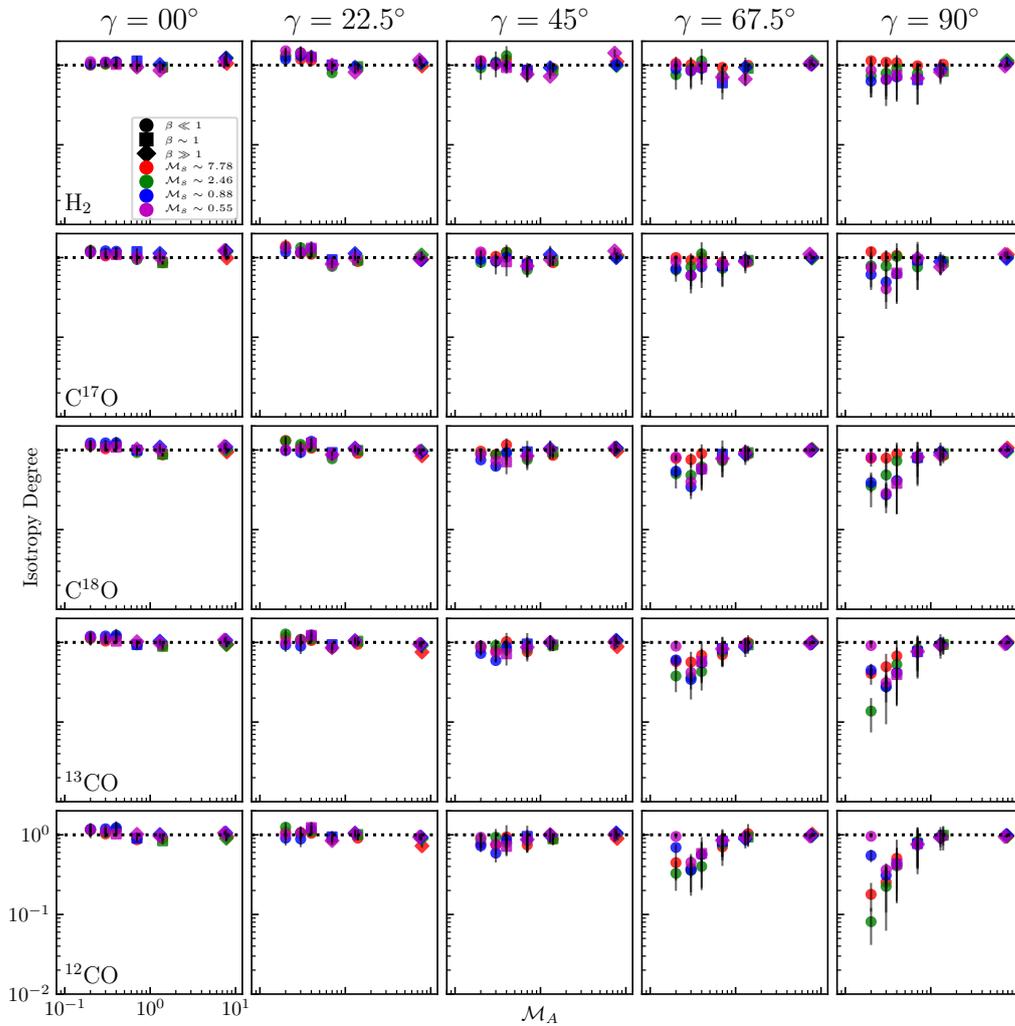


FIGURA 4.5: Grado de isotropía promedio de la intensidad integrada vs. número de Mach Alfvénico para todos los modelos. Filas: de arriba hacia abajo mostramos los diferentes trazadores, del ópticamente delgado al grueso (como en las Figuras 4.2 y 4.3). Columnas: de izquierda a derecha tenemos las diferentes orientaciones de la LOS, con ángulos de visión γ de 0° , 22.5° , 45° , 67.5° y 90° . Cada punto representa un modelo (ver Tabla 2.1). La forma de los símbolos agrupan los modelos con β bajo (dominados magnéticamente, círculos), β intermedio (cuadrados) y β alto (mayormente hidrodinámicos, diamantes). El color de los símbolos representa el número de Mach sónico, M_s , como se indica en la leyenda del panel superior izquierdo.

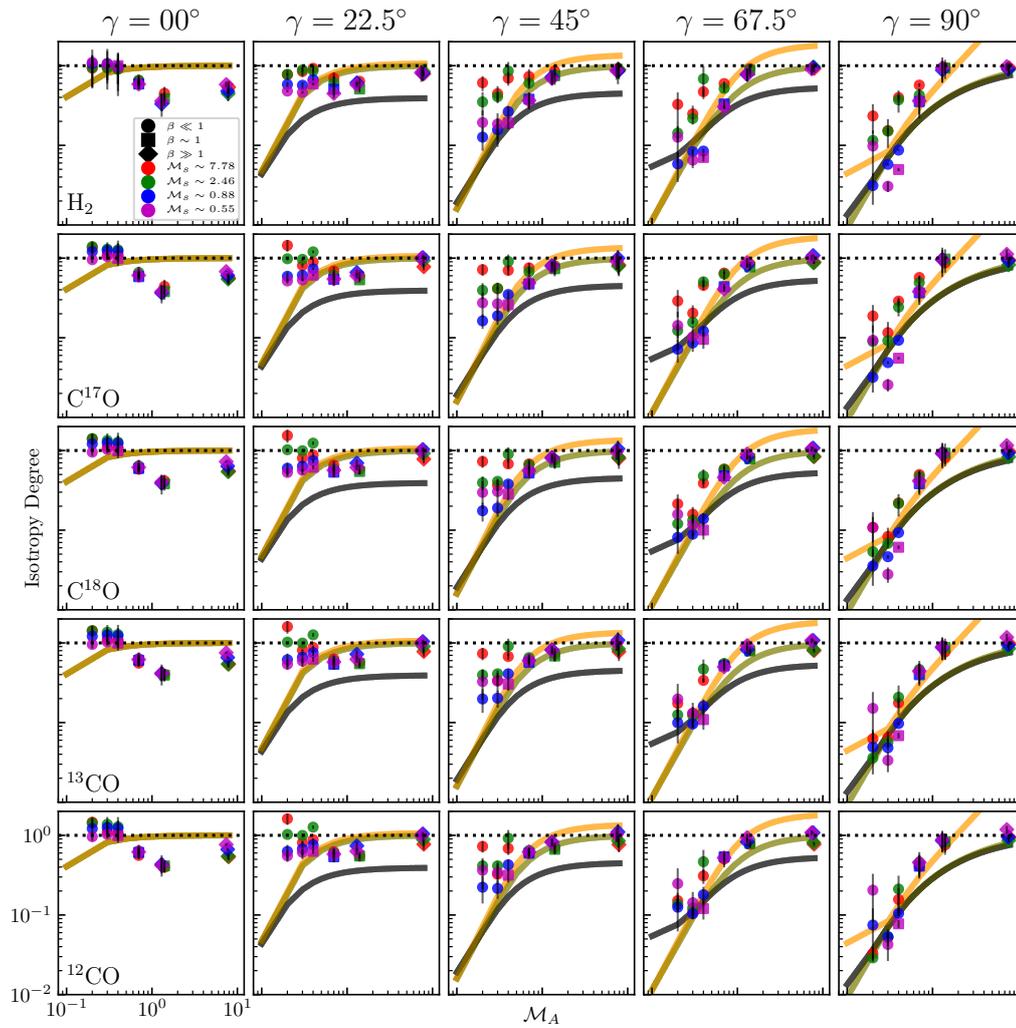


FIGURA 4.6: Grado de isotropía promedio de los Centroides de Velocidad Originales vs. número de Mach de Alfvén, con el mismo orden como la Figura 4.5. Incluimos las predicciones analíticas de Kandel y col. (2017) para los modos de Alfvén (línea negra) y los modos lentos (línea naranja para alto β y línea verde para bajo β).

En la Figura 4.6, mostramos el grado de isotropía promedio de los mapas de centroides de velocidad (obtenidos con los campos de velocidad original) con el mismo arreglo como en la figura anterior. De manera similar que los mapas de intensidad integrada (Figura 4.5) el grado de isotropía cambia para cualquier trazador desde casi isotrópico, para el ángulo de visión más pequeño, hasta anisotrópico cuando el ángulo de visión es más grande. Comparado con los mapas de intensidad integrada, los centroides son más anisotrópicos, y dicha anisotropía no varía significativamente para los diferentes isótopos de CO. Los centroides de velocidad están más concentrados en las alas de la línea espectral, donde es menos afectado por la absorción.

Incluimos, además, las predicciones analíticas de KLP17 para los diferentes modos MHD, la línea negra corresponde a la predicción analítica de los modos de Alfvén, mientras que las líneas naranja y verde corresponde a los modos lentos para alto y bajo β , respectivamente. La comparación entre las predicciones (ópticamente delgado) y los modelos, son razonables (como se reportó en Hernández-Padilla y col., 2020), al mismo tiempo se tienen cambios poco significativos en los diferentes trazadores.

4.8. Efectos de la turbulencia en la profundidad óptica

La anisotropía de la turbulencia dentro de cierto volumen está determinada por la anisotropía de los vórtices presentes en dicho volumen, la cual depende del tamaño (Cho y col., 2002a). Los efectos de la absorción disminuyen la extensión de la LOS del volumen. Los vórtices más grandes, según la teoría de la turbulencia MHD (Goldreich y Sridhar, 1995; Beresnyak y Lazarian, 2019), son menos anisotrópicos. La presencia de dichos vórtices, oculta el mayor grado de anisotropía de los vórtices pequeños.

Una de las características importantes, que encontramos en el análisis anterior, es que los mapas de intensidad integrada son más anisotrópicos comparado con las líneas más opacas de los mapas del primer momento de la intensidad (centroides de velocidad). Hemos atribuido este comportamiento a la profundidad obtenida por el trazador ópticamente grueso que, al no poder atravesar toda la nube, genera una mayor anisotropía debido a que, en su mayoría, estamos observando escalas pequeñas de estructura. Los trazadores ópticamente delgados pueden atravesar la nube completa, incluyendo los vórtices grandes que son de naturaleza casi isotrópica. De esta manera, se elimina gran parte de la anisotropía observada.

Para una dirección dada (ángulo de visión γ), la anisotropía en el espacio real está determinada por la magnetización (número de Mach de Alfvén); sin embargo, el número de Mach sónico puede tener un papel importante en la anisotropía del

CUADRO 4.3: Profundidades ópticas promedio para nuestra malla de modelos MHD. Las primeras tres columnas muestran el nombre del modelo, el número de Mach de Alfvén y el número de Mach sónico, respectivamente. De la columna 4 a 11 se muestran las profundidades ópticas para los distintos trazadores, del ópticamente grueso al delgado. Las columnas están agrupadas de dos en dos para cada trazador. La primera columna de cada isótopo es el promedio de τ a $\pm\sigma_v$ del centro de la línea ($\langle v_0 \pm \sigma_v \rangle \sim \pm 0.08$ km/s), mientras que la segunda columna de cada uno de los isótopos es el valor promedio de τ en el canal central del PPV ($\langle v_0 \rangle \sim 0.006$ km/s)

Modelo	\mathcal{M}_A	\mathcal{M}_s	^{12}CO		^{13}CO		C^{18}O		C^{17}O	
			$\langle \tau \rangle_{v_0 \pm \sigma_v}$	$\langle \tau \rangle_{v_0}$	$\langle \tau \rangle_{v_0 \pm \sigma_v}$	$\langle \tau \rangle_{v_0}$	$\langle \tau \rangle_{v_0 \pm \sigma_v}$	$\langle \tau \rangle_{v_0}$	$\langle \tau \rangle_{v_0 \pm \sigma_v}$	$\langle \tau \rangle_{v_0}$
M1	~ 7.90	~ 7.90	~ 38.76	~ 44.41	~ 7.77	~ 9.007	~ 0.077	~ 0.089	~ 0.014	~ 0.016
M2	~ 7.80	~ 2.47	~ 39.93	~ 46.13	~ 8.34	~ 9.767	~ 0.079	~ 0.092	~ 0.015	~ 0.017
M3	~ 7.71	~ 0.77	~ 40.69	~ 48.00	~ 8.09	~ 9.539	~ 0.081	~ 0.096	~ 0.015	~ 0.018
M4	~ 7.49	~ 0.53	~ 41.85	~ 49.26	~ 8.16	~ 9.678	~ 0.084	~ 0.098	~ 0.015	~ 0.018
M5	~ 1.43	~ 7.16	~ 42.94	~ 50.21	~ 9.60	~ 11.25	~ 0.086	~ 0.100	~ 0.016	~ 0.018
M6	~ 1.37	~ 2.17	~ 44.08	~ 50.97	~ 10.1	~ 11.79	~ 0.088	~ 0.102	~ 0.016	~ 0.019
M7	~ 1.34	~ 0.67	~ 43.74	~ 51.09	~ 10.1	~ 11.85	~ 0.088	~ 0.102	~ 0.016	~ 0.019
M8	~ 1.32	~ 0.47	~ 43.98	~ 51.68	~ 10.1	~ 11.82	~ 0.088	~ 0.103	~ 0.016	~ 0.019
M9	~ 0.75	~ 7.54	~ 41.09	~ 48.33	~ 9.88	~ 11.59	~ 0.082	~ 0.097	~ 0.015	~ 0.018
M10	~ 0.72	~ 2.28	~ 41.58	~ 48.32	~ 9.85	~ 11.68	~ 0.083	~ 0.096	~ 0.015	~ 0.018
M11	~ 0.76	~ 0.76	~ 39.05	~ 44.82	~ 9.69	~ 11.41	~ 0.078	~ 0.089	~ 0.014	~ 0.016
M12	~ 0.77	~ 0.54	~ 37.69	~ 44.50	~ 9.76	~ 11.54	~ 0.076	~ 0.089	~ 0.014	~ 0.016
M13	~ 0.38	~ 7.62	~ 40.81	~ 46.66	~ 10.4	~ 12.05	~ 0.081	~ 0.093	~ 0.015	~ 0.017
M14	~ 0.39	~ 2.45	~ 43.33	~ 49.30	~ 11.3	~ 13.17	~ 0.086	~ 0.098	~ 0.016	~ 0.018
M15	~ 0.42	~ 0.84	~ 40.75	~ 47.25	~ 9.73	~ 11.39	~ 0.081	~ 0.094	~ 0.015	~ 0.017
M16	~ 0.42	~ 0.59	~ 40.85	~ 47.12	~ 9.44	~ 10.88	~ 0.082	~ 0.094	~ 0.015	~ 0.017
M17	~ 0.27	~ 8.05	~ 41.75	~ 47.82	~ 9.85	~ 11.75	~ 0.084	~ 0.095	~ 0.015	~ 0.018
M18	~ 0.27	~ 2.57	~ 42.87	~ 49.04	~ 10.6	~ 12.67	~ 0.086	~ 0.098	~ 0.016	~ 0.018
M19	~ 0.28	~ 0.84	~ 40.11	~ 46.80	~ 9.06	~ 10.57	~ 0.080	~ 0.093	~ 0.015	~ 0.017
M20	~ 0.27	~ 0.58	~ 40.06	~ 47.03	~ 8.56	~ 9.981	~ 0.081	~ 0.094	~ 0.015	~ 0.017
M21	~ 0.17	~ 8.61	~ 42.12	~ 48.47	~ 9.61	~ 11.38	~ 0.084	~ 0.097	~ 0.016	~ 0.018
M22	~ 0.17	~ 2.70	~ 41.22	~ 47.02	~ 8.70	~ 9.976	~ 0.082	~ 0.094	~ 0.015	~ 0.017
M23	~ 0.17	~ 0.83	~ 40.85	~ 47.16	~ 8.55	~ 10.03	~ 0.081	~ 0.094	~ 0.015	~ 0.017
M24	~ 0.16	~ 0.57	~ 43.64	~ 50.63	~ 8.05	~ 9.429	~ 0.087	~ 0.101	~ 0.016	~ 0.019

PPV resultante. Como medida del tamaño de las escalas estudiadas por las líneas moleculares, consideramos la distancia recorrida dentro de la nube hasta que se alcanza una profundidad óptica de 1. Si repetimos esto en cada posición del cielo, nos quedamos con una “superficie” límite de $\tau = 1$. En el caso de una velocidad uniforme y constante en la LOS, la superficie resultante será un plano alineado perpendicularmente con la LOS. Sin embargo, en un medio turbulento, la superficie está muy ondulada debido a las fluctuaciones de velocidad y densidad.

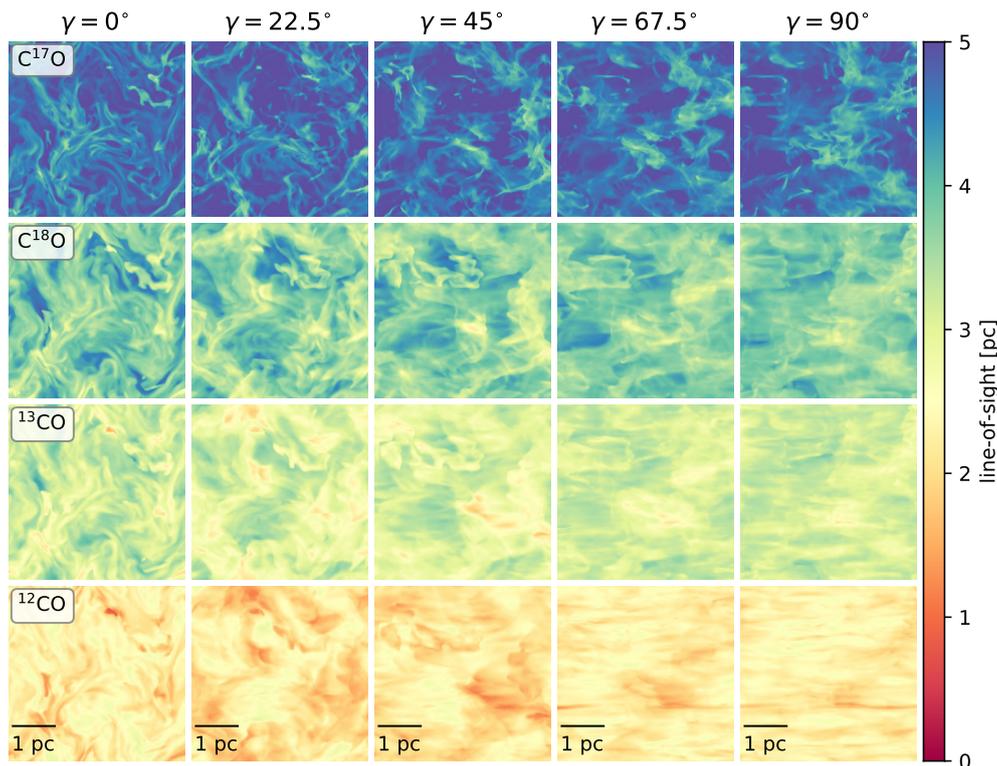


FIGURA 4.7: Distancia hasta donde $\tau \sim 1$ en $\pm\sigma_v$ del canal central del modelo M13 (magnetizado y supersónico, $\mathcal{M}_A \sim 0.38$ y $\mathcal{M}_s \sim 7.62$). En las filas, de arriba hacia abajo, se muestran los trazadores del ópticamente delgado (primera fila) al ópticamente grueso (última fila). En las columnas, de izquierda a derecha, se muestran las LOS (como en la Figura 4.2). La barra de colores muestra la distancia a lo largo de la LOS en parsec.

En las Figuras 4.7 y 4.8, mostramos la distancia hasta donde se alcanza una profundidad óptica de 1 dentro de la nube, para los trazadores ordenados del ópticamente delgado (primera filas arriba) hasta el ópticamente grueso (última fila abajo). Ya que la profundidad óptica depende de la velocidad en la LOS, presentamos dos casos: la Figura 4.7 muestra la distancia promedio dentro del rango de velocidades $v_0 \pm \sigma_v$ y en la Figura 4.8, presentamos la distancia considerando solamente la opacidad en el centro de la línea, v_0 . Los valores promedio de la profundidad óptica se encuentran listados en el Cuadro 4.3 para estos dos casos y para todos los modelos. En las figuras presentamos los resultados obtenidos para

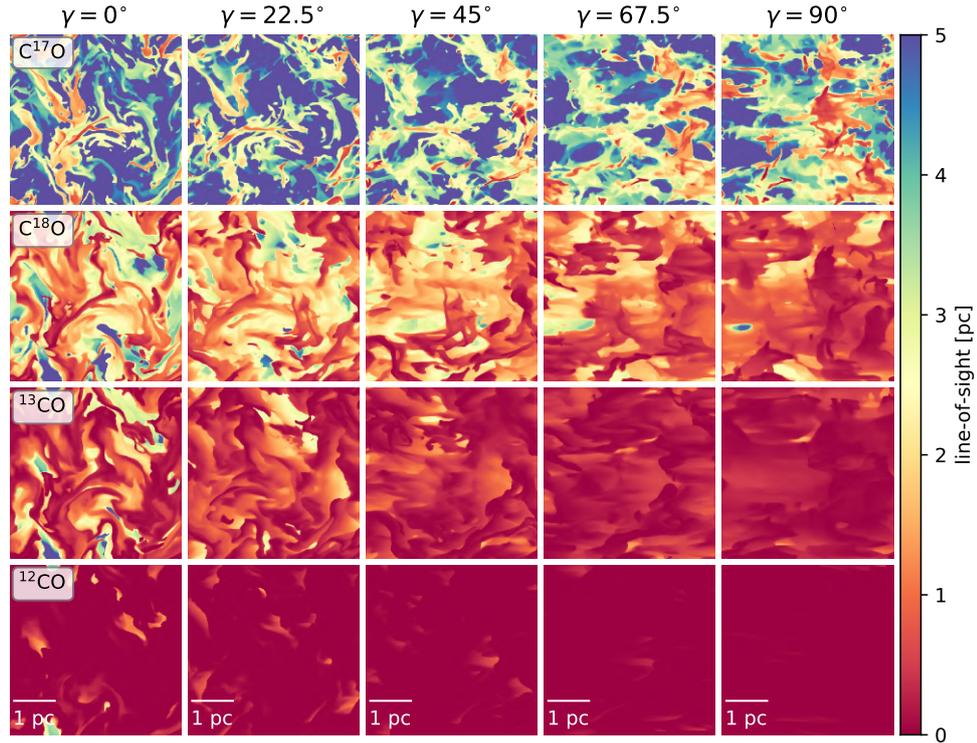


FIGURA 4.8: Distancia hasta donde $\tau \sim 1$ en el centro de la línea (v_0) del modelo M13 (magnetizado y supersónico, $\mathcal{M}_A \sim 0.38$ y $\mathcal{M}_s \sim 7.62$) con el mismo arreglo como en la Figura 4.7.

los distintos ángulos de visión, como se indica en la parte superior de cada columna.

Podemos ver en las Figuras 4.7 y 4.8 que incluso para la línea más delgada ($C^{17}O$), la distancia hasta donde se puede observar es prácticamente la extensión de la nube completa. Si consideramos la distancia promedio con velocidades entre $\pm\sigma_v$ (ver Fig. 4.7), la distancia en algunos lugares es entre $\sim 80\%$ y 100% de la nube, dando como resultado una baja anisotropía en los mapas. Si ahora solo consideramos la opacidad en el centro de la línea (ver Fig. 4.8), notamos que la superficie donde $\tau = 1$ tiene muchas estructuras, con regiones donde podemos ver a través de toda la nube y lugares donde no va más allá de 1 pc (aproximadamente, el 20% de la nube), pero la anisotropía permanece en un nivel bajo. La razón por la cual la superficie a $\tau = 1$ tiene muchas estructuras se debe a las fluctuaciones de densidad, producidas por choques, pues se trata de un modelo supersónico. Observamos la distancias obtenidas para los diferentes isótopos de CO (filas hacia abajo en ambas figuras) hasta llegar a la correspondiente a la línea ópticamente gruesa (^{12}CO), donde observamos que dicha distancia es muy pequeña y nunca logra pasar el 50% del espesor de la nube, si consideramos velocidades entre $\pm\sigma_v$ (ver última fila de la Fig. 4.7). Esta distancia está limitada a no más del 20% del espesor de la nube en el centro de la línea (ver última fila de la Fig. 4.8). Estos resultados muestran un comportamiento claramente anisotrópico para una LOS perpendicular al campo magnético medio (el cual podemos observar en la Figura

4.5).

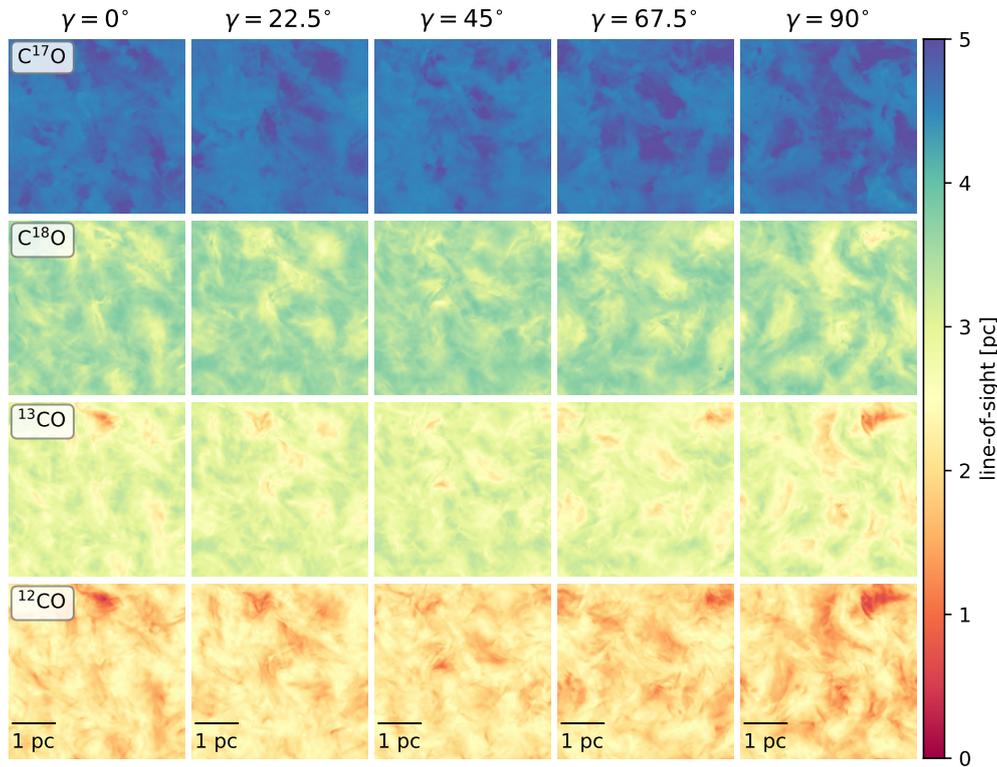


FIGURA 4.9: Distancia hasta donde $\tau = 1$ a $\pm\sigma$ del canal central del modelo M4 (un modelo hidrodinámico y subsónico, $\mathcal{M}_A \sim 7.49$ y $\mathcal{M}_s \sim 0.53$) con el mismo arreglo como en la Figura 4.7.

Para ilustrar la profundidad hasta donde $\tau = 1$ en un modelo con número de Mach sónico bajo, repetimos el ejercicio anterior para el modelo M4, un modelo hidrodinámico y subsónico ($\mathcal{M}_A \sim 7.49$ y $\mathcal{M}_s \sim 0.53$) en las Figuras 4.9 y 4.10. Vemos en este modelo que, debido a la baja magnetización, todas las superficies $\tau = 1$ son considerablemente más suaves y no se observa una anisotropía clara.

Para representar el comportamiento de todos los modelos, mostramos en la Figura 4.11 el valor máximo de la profundidad óptica, $\max(\tau_{v_0 \pm \sigma_v})$, para todos los isótopos del CO. Los puntos y triángulos, en la figura, representan la LOS paralela y perpendicular al campo magnético medio en el plano del cielo, respectivamente. El color de los puntos representa los diferentes trazadores etiquetados, con el color correspondiente, al lado izquierdo de la figura. Podemos ver de la Figura 4.11 que hay muy poca dispersión para la turbulencia subsónica ($\mathcal{M}_s \leq 1$) cuando la opacidad es baja. Naturalmente, las fluctuaciones de densidad se vuelven más importantes a medida que aumentamos el número de Mach sónico, lo que se traduce en una dispersión significativa y, en general, en una opacidad máxima considerablemente mayor, lo que a su vez da lugar a una pérdida de anisotropía debido a la mezcla de escalas.

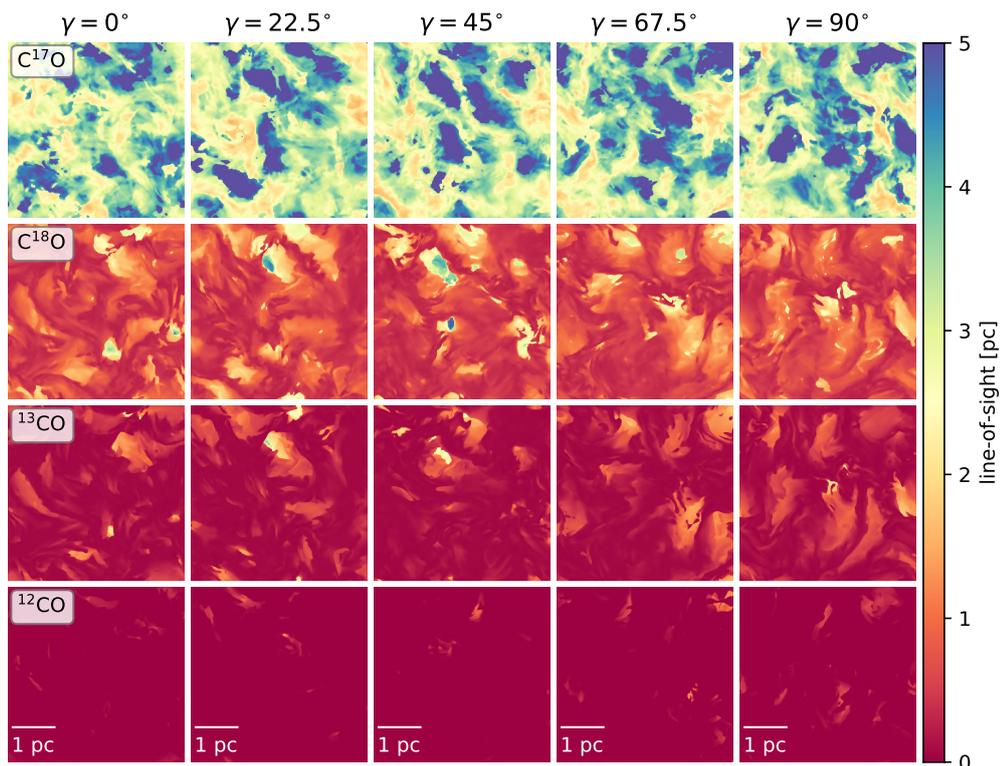


FIGURA 4.10: Distancia hasta donde $\tau = 1$ en el centro de la línea del modelo M4 (un modelo hidrodinámico y subsónico, $\mathcal{M}_A \sim 7.49$ y $\mathcal{M}_s \sim 0.53$) con el mismo arreglo como en la Figura 4.8.

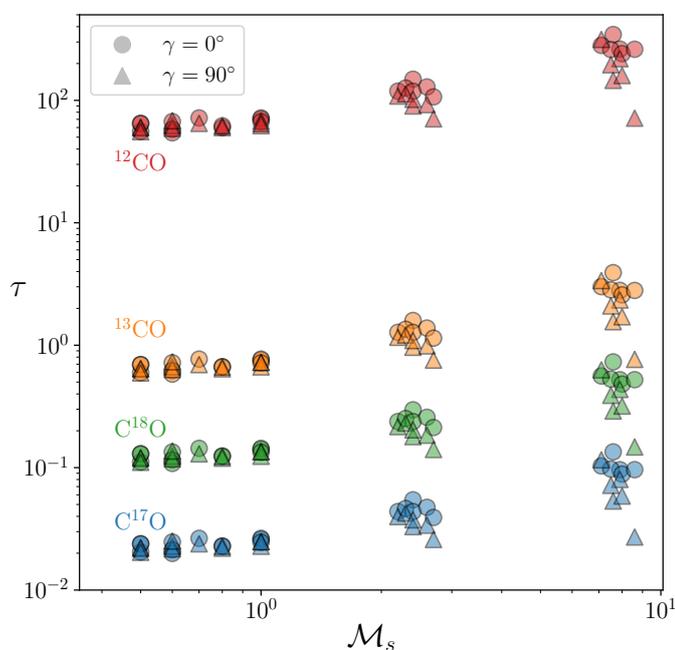


FIGURA 4.11: Profundidad óptica máxima a $\pm\sigma$ de la velocidad central, $\max(\tau_{v_0 \pm \sigma_v})$ vs. número de Mach sónico. Los diferentes colores representan los isótopos del CO (ver etiquetas a las izquierda). Los círculos representan los modelos en la LOS paralela al campo magnético medio, mientras que los triángulos son los modelos en la LOS perpendicular al campo medio.

Capítulo 5

Conclusiones

Estudiamos la anisotropía de la función de estructura de mapas de intensidad integrada, velocidad media en la LOS y de los centroides de velocidad en observaciones sintéticas, obtenidas con una malla de simulaciones MHD de turbulencia isotérmica completamente desarrollada, siguiendo la metodología presentada en los artículos Esquivel y Lazarian (2011) y Burkhart y col. (2014). Recientemente, la descripción analítica de las fluctuaciones de emisión en los canales PPV iniciada en Lazarian y Pogosyan (2000) se ha ampliado para estudiar la anisotropía en los canales de velocidad (KLP16) y en los centroides de velocidad (KLP17). En esas referencias se proporcionan predicciones de la anisotropía que surgen de los diferentes modos MHD, a saber los modos de Alfvén, lentos y rápidos. Comprender las contribuciones de los diferentes modos MHD en la turbulencia interestelar, es de particular importancia porque a menudo se pasa por alto el papel de la compresibilidad en la turbulencia del ISM.

Utilizamos el procedimiento de Cho y Lazarian (2002) y Cho y Lazarian (2003) para descomponer el campo de velocidades de las simulaciones y obtener los correspondiente campos de velocidades para cada uno de los tres modos MHD (Alfvén, lentos y rápidos). Con estos campos resultantes obtuvimos mapas 2D de centroides para analizar la anisotropía de la función de estructura.

Encontramos que, de acuerdo con resultados anteriores, la función de estructura de los centroides de velocidad es anisotrópica y se alinea con la dirección de campo magnético medio en el plano del cielo. Tal anisotropía aumenta con la magnitud del campo proyectado en el plano del cielo. Por lo tanto, los modelos con un campo magnético mayor y ángulo de visión pequeño (ángulo entre el campo medio y la línea de visión, γ) no se distinguen de los modelos con una magnetización más baja y un ángulo de visión mayor.

Después de descomponer la velocidad en los tres modos MHD, calculamos la energía cinética asociada con los modos de Alfvén, lentos y rápidos. Encontramos que la energía cinética total está dominado por los modos de Alfvén y lentos, y que los modos rápidos tienen solo una pequeña contribución de $\lesssim 15\%$ (con la

excepción de un modelo que tiene hasta 32 %, ver Cuadro 2.1).

Las predicciones analíticas en KLP16 y KLP17 se obtuvieron considerando el tensor de estructura y los espectros de potencia de los diferentes modos de velocidad, pero suponiendo que las fluctuaciones de densidad son pequeñas. Entonces, como primer paso estudiamos la anisotropía en los mapas de velocidad media de la LOS, que se compara directamente con las predicciones teóricas, pero que no se pueden obtener a partir de observaciones. Los resultados concuerdan razonablemente bien con las predicciones analíticas realizadas en KLP17, ajustándose notablemente a las predicciones del grado de anisotropía promedio para los distintos modos MHD. La anisotropía de la velocidad para ángulos de visión grandes ($\gamma \gtrsim 45^\circ$) es dominada por el modo de Alfvén, mientras que para ángulos más pequeños, el modo lento contribuye más a la anisotropía de la velocidad (ver Figura 3.5).

También estudiamos los mapas de intensidad integrada (densidad columnar) y los mapas de centroides de velocidad para estimar la importancia las fluctuaciones de densidad en la anisotropía de los centroides de velocidad (de lo cual no hay una descripción analítica completa, ver Figura 3.6). Los mapas de intensidad integrada muestran algo de anisotropía, pero es significativamente menor que la observada en velocidad. Tal anisotropía de densidad también aumenta con el ángulo de visión, pero no tiene una dependencia apreciable del número de Mach de Alfvén y solo una dependencia menor con el número de Mach sónico (ver primera fila de la Figura 3.6).

Nuestros resultados para los centroides de velocidad son muy similares a los obtenidos con los mapas de intensidad integrada en las diferentes LOS, lo que confirma que las fluctuaciones de densidad no cambian los resultados cualitativamente. La anisotropía de los centroides, sin embargo, tiene una dependencia ligeramente mayor con el número de Mach sónico, que disminuye (pero no desaparece) en los mapas de velocidad media (ver filas 2 a 5 de la Figura 3.6). Este estudio se encuentra actualmente publicado en Hernández-Padilla y col. (2020).

Con la finalidad de acercarnos más a las observaciones reales, a partir de nuestras simulaciones obtenemos la emisión de las líneas moleculares de las diferentes variaciones isotópicas de CO que van de ópticamente delgadas hasta ópticamente gruesas (a saber: ^{12}CO , ^{13}CO , C^{18}O y C^{17}O , respectivamente), realizando el transporte radiativo como post-procesamiento. Para esto, implementamos una versión en Fortran del código PyRaTE (Tritsis y col., 2018), que resuelve la ecuación la transferencia radiativa de manera numérica con el procedimiento descrito en Yorke (1986, para más detalle ver Sección 2.3 y el apéndice A).

Encontramos que la anisotropía de los centroides de velocidad de los diferentes trazadores de CO es notablemente similar a los resultados del caso ópticamente delgado del Capítulo 3, es decir, que los isocontornos de las función de estructura de los centroides de velocidad se alinean con la dirección del campo magnético medio proyectado en el plano del cielo, con un mayor grado de elongación para los modelos con mayor magnetización. Solo se notan pequeñas diferencias, con una mayor anisotropía para las líneas ópticamente gruesas.

De igual manera que en el Capítulo 3, descomponemos el campo de velocidades en las diferentes contribuciones de los modos MHD (modos de Alfvén, lentos y rápidos). Encontramos que los resultados se mantienen iguales (o muy similares) para las líneas ópticamente delgadas. Los modos rápidos tienen una contribución muy marginal en todos los modelos; los modos de Alfvén dominan donde la LOS tiene un ángulo grande ($\gamma \gtrsim 45^\circ$) con el campo magnético medio; y los modos lentos dominan para ángulos de visión pequeños (ver Figura 4.4). En general, la anisotropía observada puede ser la anisotropía del modo de Alfvén.

A diferencia de los resultados que obtuvimos para las líneas ópticamente delgadas, encontramos que para los trazadores ópticamente gruesos (como el ^{12}CO , y en menor grado en el ^{13}CO), los mapas de intensidad integrada se vuelven notablemente anisotrópicos y sus isocontornos se alinean con el campo magnético medio proyectado en el plano del cielo (ver filas 4 y 5 de las Figuras 4.2 y 4.5). Atribuimos este resultado a la limitada profundidad que alcanzamos en la nube debido a la opacidad, limitando la emisión del material a escalas pequeñas que son más anisotrópicas (GS95).

Un resultado notable de este trabajo, es que el grado de anisotropía medido en los centroides de velocidad no tiene cambios considerables en los trazadores dentro del amplio rango de opacidades que tomamos en cuenta (ver Figura 4.6). Esto significa que los estudios anteriores de anisotropía de centroides de velocidad realizados con diferentes trazadores no requieren de correcciones adicionales. Pero, la anisotropía de la intensidad integrada sí requiere un análisis más cuidadoso (ver Figura 4.5).

Por último, mostramos cómo la intensidad de la turbulencia (número de Mach sónico) modifica la distancia hasta dónde podemos observar dentro de la nube para las líneas ópticamente gruesas y, por lo tanto, su anisotropía resultante. Los número de Mach sónico más altos crean regiones de alta densidad y también abren canales de baja densidad que dan lugar a una superficie $\tau = 1$ muy ondulada, lo que reduce la anisotropía al mezclarse varias escalas (ver Figuras 4.7 y 4.8). Por el contrario, para números de Mach sónico bajos, el contraste de densidad disminuye, dando lugar a

una superficie $\tau = 1$ más suave y a una menor mezcla de escalas, preservando mejor la anisotropía (ver Figuras 4.9 y 4.10). El estudio de la anisotropía añadiendo ahora el transporte radiativo a nuestro modelos, se encuentra enviado a la revista ApJ y esta en proceso de arbitraje.

Apéndice A

Anisotropía de centroides. Formalismo General

Recientemente KLP17 extendieron el formalismo realizado para el análisis de la anisotropía en canales de velocidad (VCA, ver KLP16) al estudio de la anisotropía de centroides, donde obtienen los centroides no normalizados de la forma $C(\mathbf{X}) = \epsilon \int u(\mathbf{x})\rho(\mathbf{x})d\mathbf{z}$ con ϵ el coeficiente de emisividad. Viene de hacer una expansión lineal de la ecuación de transporte radiativo para para un medio ópticamente delgado. Con estos centroides obtienen la función de correlación utilizando la teoría desarrollada en Lazarian y Pogosyan (2000) y Lazarian y Pogosyan (2004), donde la principal suposición es que los campos de densidad y velocidad no se encuentran correlacionados.

Con lo anterior, consideran la velocidad en el espacio de Fourier para un campo de velocidad ($\mathbf{u}(\mathbf{k}) = a_k \hat{\xi}(\hat{\mathbf{k}}, \hat{\lambda})$, donde a_k es la amplitud aleatoria de un modo y $\hat{\xi}$ la dirección de desplazamiento del plasma y $\hat{\lambda}$ la dirección media del campo magnético). Con esta se calcula el tensor de correlación de velocidad como

$$\langle u_i(\mathbf{x}_1)u_j(\mathbf{x}_1 + \mathbf{r}) \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3\mathbf{k} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \mathcal{A}(k, \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\lambda}) (\hat{\xi}_k \otimes \hat{\xi}_k^*)_{ij}, \quad (\text{A.1})$$

donde $\mathcal{A}(k, \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\lambda})$ es el espectro de potencias. Integrando a lo largo de la LOS (eje z) se obtiene

$$\int dz \langle u_i u_j \rangle = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2\mathbf{K} e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{R}} \mathcal{A}(K, \hat{\mathbf{K}} \cdot \hat{\lambda}) (\hat{\xi}_K \otimes \hat{\xi}_K^*)_{ij}. \quad (\text{A.2})$$

Mientras que la función de estructura de centroides a densidad constante para un medio ópticamente delgado es

$$\mathcal{D}(R) \propto \int dz (\mathcal{D}_z(R, z) - \mathcal{D}_z(0, z)). \quad (\text{A.3})$$

Ha de notarse que en este apéndice la función de estructura de centroide se denota como $\mathcal{D}(R)$, en concordancia con el texto de KLP17, mientras que en el resto de este trabajo se denota como SF_C . Descomponiendo el espectro de potencias 2D (ec. A.2) en series de armónicos circulares, expresan la función de estructura de los centroides

como

$$\mathcal{D}(\mathbf{R}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\mathbf{K} K^{-2-\nu} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n e^{in\phi} (\mathbf{J}_n(0) \delta_{n0} + \mathbf{J}_n(kR)) \sum_{p=-\infty}^{\infty} \hat{A}_p e^{-i(n-p)\psi} (\hat{\xi}_K \otimes \hat{\xi}_K^*)_{zz}. \quad (\text{A.4})$$

Para la última expresión se ha realizado una expansión para ondas planas de $e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}}$ en términos de funciones de Bessel (\mathbf{J}_n)¹ y el espectro de potencia 2D ($\mathcal{A}(K, \hat{\mathbf{K}} \cdot \hat{\Lambda})$) en series de armónicos², donde $\cos \psi = \hat{\mathbf{K}} \cdot \hat{\Lambda}$ y ν es el índice espectral de la velocidad. Para estudiar la anisotropía de la función de estructura se expande la función de estructura en series de armónicos circulares (2D), esto es

$$\mathcal{D}(R, \phi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathcal{D}_n(R) e^{in\phi}, \quad (\text{A.5})$$

donde ϕ es el ángulo polar entre la separación \mathbf{R} y el eje x y $\mathcal{D}_n(R)$ es el momento multipolar de la función de estructura del centroide, dado por

$$\mathcal{D}_n(R) = C_n(\nu) \sum_{p=-\infty}^{\infty} \hat{A}_p \mathcal{W}_{n-p} R^{1+\nu}, \quad (\text{A.6})$$

donde suponen que la función de estructura 3D del centroide es proporcional a r^ν (es decir, $d(\mathbf{r}) \propto r^\nu$) y que $R \ll Z_{tot}$ (Z_{tot} es el tamaño de la nube); \mathcal{W}_p es la función de peso espectral, que es la integral del tensor de estructura de un modo específico sobre el ángulo ψ

$$\mathcal{W}_p = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\psi e^{-ip\psi} (\hat{\xi}_K \otimes \hat{\xi}_K^*)_{zz}; \quad (\text{A.7})$$

y

$$C_n(\nu) = i^n \int dK k^{-2-\nu} (\mathbf{J}_n(0) \delta_{n0} - \mathbf{J}_n(K)). \quad (\text{A.8})$$

De esta forma el grado de isotropía se puede escribir como

$$ID = \frac{\mathcal{D}(R, \phi = 0)}{\mathcal{D}(R, \phi = \pi/2)} \quad (\text{A.9})$$

Las ecuaciones (A.5 y A.6) son las principales ecuaciones que se utilizan para obtener la función de estructura del centroide para cada modo MHD.

Como se vio anteriormente, se puede representar la turbulencia MHD como una superposición de la interacción de los modos de Alfvén, lentos y rápidos. La primera consideración teórica de esto, fue dada en GS95 la cual fue extendida y probada numéricamente por Cho y Lazarian (2002) y Cho y Lazarian (2003). Cho

¹ $e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}} = e^{iKR \cos \zeta_R} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n \mathbf{J}_n(KR) e^{in\zeta_R}$ donde $\cos \zeta_R = \hat{\mathbf{K}} \cdot \hat{\mathbf{R}}$.

² $\mathcal{A}(K, \hat{\mathbf{K}} \cdot \hat{\Lambda}) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} K^{-2-\nu} \hat{A}_p e^{ip\zeta_\Lambda}$ donde $\cos \zeta_\Lambda = \hat{\mathbf{K}} \cdot \hat{\Lambda}$.

y Lazarian (2002) estudiaron los nodos MHD y encontraron un acoplamiento débil, lo cual permite su estudio con una cascada independiente para cada modo.

Modo de Alfvén

Para el modo de Alfvén (incompresible) la función de correlación se obtiene empleando la condición de desplazamiento de este modo en un plasma ortogonal al vector de onda y a la dirección del campo magnético, se tiene (ver KLP16)

$$(\hat{\xi}_{\mathbf{k}} \otimes \hat{\xi}_{\mathbf{k}}^*)_{ij} = (\delta_{ij} - \hat{k}_i \hat{k}_j) - \frac{(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\lambda})^2 \hat{k}_i \hat{k}_j + \hat{\lambda}_i \hat{\lambda}_j - (\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\lambda})(\hat{k}_i \hat{\lambda}_j + \hat{k}_j \hat{\lambda}_i)}{1 - (\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\lambda})^2}. \quad (\text{A.10})$$

De Lazarian y Pogosyan (2012), la primera parte del tensor de arriba lo refieren como *tipo E*, mientras que la segunda parte la refieren como *tipo F*. Ambas partes son libres de divergencia y por lo tanto el campo de velocidad en los modos de Alfvén es puramente solenoidal. Para un espectro de potencias isotrópico \mathcal{A} , la parte *E* da un tensor de correlación isotrópico, mientras que la parte *F* aún da lugar a anisotropía. Haciendo uso de la ecuación (A.10), se obtiene

$$(\hat{\xi}_{\mathbf{K}} \otimes \hat{\xi}_{\mathbf{K}}^*)_{zz} = 1 - \frac{\hat{\lambda}_z \hat{\lambda}_z}{1 - (\hat{\mathbf{K}} \cdot \hat{\Lambda})^2} = \sin^2 \gamma \frac{\sin^2 \psi}{1 - \sin^2 \gamma \cos^2 \psi}, \quad (\text{A.11})$$

donde $\cos \gamma = \hat{r} \cdot \hat{\lambda}$ (\hat{r} , el vector de separación unitario 3D), es decir el ángulo entre la LOS y el eje de simetría, y $0 \leq \gamma \leq \pi/2$. Si $\gamma = 0$ la ecuación (A.11) desaparece, lo cual es de esperarse, pues los movimientos son perpendiculares al campo magnético. Haciendo uso de las ecuaciones (A.6) y (A.11) el momento multipolar de la función de estructura del centroide para el modo de Alfvén se puede escribir como

$$\mathcal{D}_n(R) = C_n(2/3) \sum_{p=-\infty}^{\infty} \hat{\mathcal{A}}_p \mathcal{W}_{n-p}^A R^{5/3}, \quad (\text{A.12})$$

donde $\hat{\mathcal{A}}_p$ es el coeficiente de expansión armónica bidimensional del espectro de potencias dado por (sugerido en Cho y Lazarian, 2002)

$$\hat{\mathcal{A}}_p = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\psi e^{-ip\psi} \exp \left[-\mathcal{M}_A^{-4/3} \frac{|\cos \psi| \sin \gamma}{(1 - \cos^2 \psi \sin^2 \gamma)^{2/3}} \right], \quad (\text{A.13})$$

y el peso espectral \mathcal{W}_{n-p}^A definido por

$$\mathcal{W}_{n-p}^A = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\psi e^{-i(n-p)\psi} \frac{\sin^2 \gamma \sin^2 \psi}{(1 - \sin^2 \gamma \cos^2 \psi)}; \quad (\text{A.14})$$

con una solución analítica

$$\mathcal{W}_{n-p}^A = \delta_{p,n} - \cos \gamma \left(\frac{1 - \cos \gamma}{\sin \gamma} \right)^{|n-p|}. \quad (\text{A.15})$$

Con este resultado se puede calcular el grado de isotropía (ec. A.9), y se obtiene que los modos de Alfvén son más isotrópicos con el incremento de \mathcal{M}_A como se observa en la Figura A.1.

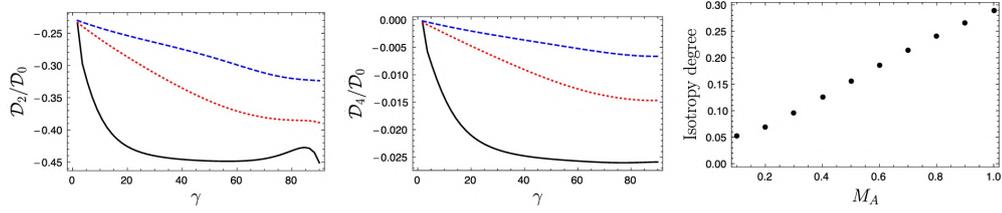


FIGURA A.1: Modo de Alfvén. Panel izquierdo y central: cociente de los componentes cuadrupolar y monopolar y el cociente de los componentes octopolar y monopolar para diferentes γ . La línea sólida es para $\mathcal{M}_A = 0.1$, la línea punteada para $\mathcal{M}_A = 0.4$ y la línea rayada para $\mathcal{M}_A = 0.7$. El panel derecho: grado de isotropía para varios \mathcal{M}_A en $\gamma = \pi/2$. (Figura tomada de KLP17).

Modo lento

El espectro de potencias de este modo es muy parecido al de Alfvén. El modo lento con alto β es puramente del tipo F y por lo tanto la correlación está dada por (ver KLP16)

$$(\hat{\xi}_{\mathbf{k}} \otimes \hat{\xi}_{\mathbf{k}}^*)_{ij} = \frac{(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\lambda})^2 \hat{k}_i \hat{k}_j + \hat{\lambda}_i \hat{\lambda}_j - (\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\lambda})(\hat{k}_i \hat{\lambda}_j + \hat{k}_j \hat{\lambda}_i)}{1 - (\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\lambda})^2}. \quad (\text{A.16})$$

Que se puede escribir como

$$(\hat{\xi}_{\mathbf{k}} \otimes \hat{\xi}_{\mathbf{k}}^*)_{zz} = \frac{\hat{\lambda}_z \hat{\lambda}_z}{1 - (\hat{\mathbf{K}} \cdot \hat{\Lambda})^2} = \frac{\cos^2 \gamma}{1 - \sin^2 \gamma \cos^2 \psi}. \quad (\text{A.17})$$

Usando las ecuaciones (A.6) y (A.17), se pueden obtener los momentos multipolares del centroide de la función de estructura como

$$\mathcal{D}_n(R) = C_n(2/3) \sum_{p=-\infty}^{\infty} \hat{\mathcal{A}}_p \mathcal{W}_{n-p}^S R^{5/3}, \quad (\text{A.18})$$

donde la función de peso espectral \mathcal{W}_p^S esta dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{n-p}^S &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\psi e^{-i(n-p)\psi} \frac{\cos^2 \gamma}{(1 - \sin^2 \gamma \cos^2 \psi)} \\ &= \cos \gamma \left(\frac{1 - \cos \gamma}{\sin \gamma} \right)^{|n-p|}. \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

Se puede observar que si $\gamma = \pi/2$, \mathcal{W}_{n-p}^S desaparece para todo $n - p$ y, por lo tanto, también desaparece la función de estructura. Para el caso opuesto, cuando $\gamma = 0$, \mathcal{W}_{n-p}^S desaparece para todo $n - p$ diferentes de cero e igual a 1 para $n = p$, pero $\hat{\mathcal{A}}_p = 0$ para $p > 0$; por lo tanto no hay anisotropía.

El modo lento para bajo β se puede identificar como fluctuaciones de densidad para propagándose en la dirección de \mathbf{B} , y para este modo si la LOS es perpendicular al campo su función de correlación es de la forma $\langle u_i u_j \rangle \propto \hat{\lambda}_i \hat{\lambda}_j$ y por lo tanto, se puede mostrar que

$$\mathcal{D}_n(R) = C_n(2/3) \cos^2 \gamma \hat{\mathcal{A}}_n R^{5/3} \quad (\text{A.20})$$

Los modos lentos en plasmas de altos y bajos valore de β son altamente anisotrópicos para \mathcal{M}_A pequeño y son más isotrópicos cuando aumenta \mathcal{M}_A , para $0 < \gamma < \pi/2$.

Modo rápido

Los modos rápidos a alto β son modos puramente compresibles con la estructura del tensor de velocidad dada por

$$(\hat{\xi}_{\mathbf{k}} \otimes \hat{\xi}_{\mathbf{k}}^*)_{ij} = \hat{k}_j \hat{k}_i. \quad (\text{A.21})$$

El espectro de potencias de los modos rápidos es isotrópico, y por lo tanto el tensor de correlación de velocidad lo es. Por otro lado, el modo rápido para bajo β es anisotrópico con la anisotropía dentro de la definición del tensor (ver KLP16)

$$(\hat{\xi}_{\mathbf{k}} \otimes \hat{\xi}_{\mathbf{k}}^*)_{ij} = \frac{\hat{k}_i \hat{k}_j - (\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\lambda})(\hat{k}_i \hat{\lambda}_j + \hat{k}_j \hat{\lambda}_i) + (\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\lambda})^2 \hat{\lambda}_i \hat{\lambda}_j}{1 - (\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\lambda})^2}. \quad (\text{A.22})$$

Haciendo uso de esta última ecuación se obtiene

$$(\hat{\xi}_{\mathbf{K}} \otimes \hat{\xi}_{\mathbf{K}}^*)_{zz} = \frac{(\sin \gamma \cos \gamma)^2 \cos^2 \psi}{1 - \sin^2 \gamma \cos^2 \psi}. \quad (\text{A.23})$$

Como los modos rápidos tienen un espectro de potencias isotrópico, de modo que solo $\hat{\mathcal{A}}_0$ es distinto de cero, se tiene

$$\mathcal{D}_n(R) = C_n(1/2) \mathcal{A}_0 \mathcal{W}_n^F R^{3/2}, \quad (\text{A.24})$$

donde la función de peso espectral, \mathcal{W}_n^F , está dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_n^F &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\psi e^{-in\psi} \frac{(\sin \gamma \cos \gamma)^2 \cos^2 \psi}{1 - \sin^2 \gamma \cos^2 \psi} \\ &= -\cos^2 \gamma \delta_{n0} + \cos \gamma \left(\frac{1 - \cos \gamma}{\sin \gamma} \right)^{|n|}. \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

Se puede observar que esta función se anula cuando $\gamma = 0$ y cuando $\gamma = \pi/2$.

Ha de notarse que si $C_n(1/2) > 0$, el momento multipolar del modo rápido es positivo, lo cual es distinto del modo de Alfvén. KLP17 encontraron que esto se debe al hecho de que la anisotropía del modo rápido proviene de la estructura de su tensor de anisotropía y no de su espectro de potencias.

Apéndice B

Ecuación de Transporte Radiativo y su integración numérica

En este apéndice se muestra cómo se obtiene la solución numérica de las ecuaciones de transferencia radiativa para la línea y el continuo, basándonos en el procedimiento utilizado por Yorke (1986).

B.1. Ecuación del transporte radiativo

La ecuación de transferencia radiativa (no relativista, independiente del tiempo), se puede escribir como

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\kappa_\nu^e (I_\nu - S_\nu) \quad (\text{B.1})$$

donde s es la longitud a lo largo de la LOS en la dirección considerada, κ_ν^e es el coeficiente de extinción y S_ν la función fuente definida como $S_\nu = \epsilon_\nu / \kappa_\nu^e$ donde ϵ_ν es la suma de la emisividad intrínseca del medio y la radiación dispersada en la LOS desde todas las demás direcciones.

La solución formal de la ec. B.1 (integrando del punto a al b) es

$$I_\nu^b = I_\nu^a \exp \left\{ - \int_a^b \kappa_\nu^e ds + \int_a^b S_\nu \exp \left\{ - \int_a^b \kappa_\nu^e ds' \right\} \kappa_\nu^e ds \right\}. \quad (\text{B.2})$$

Esta solución debe ser aplicada en todas las direcciones y en cada uno de los puntos del espacio. La dificultad de usar esta solución formal para problemas físicos vienen cuando o S_ν o κ_ν dependen de la intensidad de radiación I_ν . En este caso la ec. (B.2) se deberá resolver iterativamente junto con las ecuaciones para S_ν y κ_ν .

B.2. Integración Numérica de la ecuación de Transporte Radiativo

B.2.1. Transferencia de radiación continua

Considerando la solución formal (ec. B.2), podemos definir la profundidad óptica $\tau(s)$ tal que $d\tau = \kappa^e ds$:

$$\tau = \int_a^s \kappa^e ds', \quad (\text{B.3})$$

donde la integración se realiza del punto a a una distancia s a lo largo de la LOS \hat{s} . Suponiendo que la función fuente varía linealmente como función de τ de a a b podemos escribir

$$S(\tau) = S_a + (S_b - S_a) \frac{\tau}{\tau_b}, \quad (\text{B.4})$$

donde $\tau_b = \tau(b)$. Con este enfoque, encontramos la siguiente solución

$$I_b = e^{-\tau_b} I_a + \left[\frac{1}{\tau_b} (1 - e^{-\tau_b}) - e^{-\tau_b} \right] S_a + \left[1 - \frac{1}{\tau_b} (1 - e^{-\tau_b}) \right] S_b. \quad (\text{B.5})$$

A menudo en cálculos numéricos es útil tener especial cuidado en los límites $\tau_b \gg 1$ y $\tau_b \ll 1$ con el fin de evitar calcular $e^{-\tau_b}$ o evitar restar dos números muy parecidos, así para $\tau_b \ll 1$:

$$I_b = \left(1 - \tau_b + \frac{\tau_b}{2} \right) I_a + \left(\frac{\tau_b}{2} - \frac{\tau_b}{3} + \frac{\tau_b}{8} \right) S_a + \left(\frac{\tau_b}{2} - \frac{\tau_b}{6} + \frac{\tau_b}{24} \right) S_b \quad (\text{B.6})$$

mientras que, para $\tau_b \gg 1$

$$I_b = \left(\frac{1}{\tau_b} \right) S_a + \left(1 - \frac{1}{\tau_b} \right) S_b. \quad (\text{B.7})$$

B.2.2. Transferencia de radiación de línea

Las ecuaciones B.5, B.6 y B.7 no son del todo apropiadas para resolverlas numéricamente cuando los procesos de absorción y de emisión están dominados por pocas transiciones atómicas o moleculares. Consideremos, por ejemplo, una sola transición a frecuencia ν_0 , ensanchado por $\Delta\nu_{th}$ debido al movimiento térmico del gas. Las propiedades de absorción y emisión para la frecuencia ν en el marco de reposo del observador dependen, por lo tanto, de la componente de velocidad $\hat{s} \cdot v$ a lo largo de la LOS. Supongamos ahora que en el punto a la frecuencia desplazada Doppler $\nu' = (1 - \hat{s} \cdot v/c)\nu$ en el marco de reposo del átomo está en el extremo rojo del centro de la línea y en el punto b está en el extremo azul, de modo que la contribución de esta transición es insignificante tanto para a como para b . En este caso, las ecs. B.5, B.6 y B.7 no incluirán el efecto de la transición en una posición intermedia entre a y b . Para este caso extremo de cambios grandes de velocidad de un punto a otro de la malla computacional se puede aplicar la aproximación

de Sobolev¹ para calcular la contribución de la línea. Sin embargo, para muchas aplicaciones astrofísicas, los gradientes de velocidad no son ni muy grandes ni muy pequeños. Incluso en el caso de grandes gradientes de velocidad, siempre hay direcciones en las que la velocidad proyectada cambia lentamente. Por lo tanto, necesitamos resolver la ecuación de transferencia de radiación de línea para velocidades arbitrarias.

Debido al desplazamiento Doppler, tanto el coeficiente de absorción como el término fuente de la ec. (B.1) dependen en gran medida de la dirección. Consideremos las contribuciones de la línea y del continuo (isotrópico) por separado, entonces podemos escribir la ec. (B.1) como

$$\frac{dI}{ds} = \kappa^C(S^C - I) + \kappa^L(S^L - I), \quad (\text{B.8})$$

donde utilizamos el superíndice C para denotar las cantidades del continuo y el superíndice L para las cantidades de la línea. Denotamos los niveles de transición inferior y superior con los subíndices 1 y 2, respectivamente. Por lo tanto, expresamos el coeficiente de absorción de la línea κ^L y el término fuente $\epsilon_\nu = \kappa^L S^L$ por

$$\kappa^L = \frac{h\nu_0}{c} n_1 B_{12} \left[1 - \frac{n_2 g_1}{n_1 g_2} \right] \phi(\nu') \quad (\text{B.9})$$

$$\kappa^L S^L = n_2 A_{21} h\nu_0 \phi(\nu'), \quad (\text{B.10})$$

donde $\phi(\nu')$ es el perfil de línea, normalizado tal que $\int \phi(x) dx = 1$. Si suponemos que nuestros modelos están en equilibrio termodinámico local (LTE, por sus siglas en inglés) podemos obtener la población de los niveles energéticos mediante la ley de Boltzmann:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} \exp \left[-\frac{h\nu_0}{kT} \right], \quad (\text{B.11})$$

donde n_1 y n_2 son los niveles de población, g_1 y g_2 son los pesos estadísticos para los niveles 1 y 2, respectivamente.

Si definimos \hat{I} y \hat{S} como

$$\hat{I} = e^{\tau^C} I, \quad (\text{B.12})$$

$$\hat{S} = e^{\tau^C} S^L, \quad (\text{B.13})$$

¹La aproximación de Sobolev es una manera de aproximar la solución de la ecuación de transferencia radiativa en condiciones específicamente complicadas, es decir dentro de un gas que tiene un gradiente de velocidad muy alto. La aproximación de Sobolev supone que las variaciones locales del gradiente de velocidad son insignificantes en comparación con las variaciones a lo largo de grandes longitudes. La longitud de Sobolev es una distancia calculada por debajo de la cual se supone que los gradientes se pueden ignorar.

donde $\tau^c = \int_a^s \kappa^C ds'$, podemos reescribir la ec. (B.8) en la forma:

$$\frac{d\hat{I}}{ds} = -\kappa^L \hat{I} + \kappa^L \hat{S} + \kappa^C S^C e^{\tau^C}. \quad (\text{B.14})$$

De la integración de la ec. (B.14), teniendo cuidado de no perder la parte lineal y haciendo ciertas suposiciones sobre la distribución del gas entre a y b , obtenemos

$$I_b = \frac{[e^{-\tau_b^C} - p] I_a + p S_a^L + q S_b^L + S^k}{1 + q} \quad (\text{B.15})$$

donde $I_a = B_\nu(T_{bgr})$ y las cantidades p , q , S^k y τ_b^L están dadas por

$$q = \frac{\tau_b^L}{1 + e^{-\tau_b^L}}, \quad (\text{B.16})$$

$$p = q(e^{-\tau_b^L - \tau_b^C}), \quad (\text{B.17})$$

$$S^k = e^{-\tau_b^C} \int_a^b \kappa^C S^C \exp \left\{ \int_a^s \kappa^C ds' \right\} ds, \quad (\text{B.18})$$

$$\tau_b^L = \int_a^b \kappa^L ds. \quad (\text{B.19})$$

Note que la ec. (B.19) involucra la integración de una función que depende de las densidades de población n_1 y n_2 de los dos niveles y sobre la frecuencia desplazada Doppler ν' , todos los cuales varían entre a y b . Los pesos estadísticos g_1 y g_2 y los coeficientes de Einstein A_{21} , B_{12} no varían de un punto a otro de la grid computacional.

B.2.3. Integración Numérica

Con el fin de integrar numéricamente la ec. (B.19) utilizamos valores medios para n_1 y n_2 tal que solo la función del perfil de línea permanece en la integral:

$$\tau_b^L = \left(\bar{n}_1 - \bar{n}_2 \frac{g_1}{g_2} \right) B_{12} \frac{h\nu_0}{c} \int_a^b \phi(\nu') ds. \quad (\text{B.20})$$

La integral de la función del perfil de línea se puede escribir como

$$\int_a^b \phi(\nu') ds = \frac{(s_b - s_a)}{(v_b \mu_b - v_a \mu_a)} \frac{c}{\nu} (P_a - P_b) \quad (\text{B.21})$$

donde $v_a \mu_a$ y $v_b \mu_b$ son los componentes de la velocidad a lo largo de la LOS (μ es el coseno del ángulo entre \hat{s} y \vec{v}). Los valores de $P_a = P(y_a)$ y $P_b = P(y_b)$ se pueden encontrar de la siguiente manera. Definimos la frecuencia adimensional y como

$$y = \frac{(\nu' - \nu_0)}{\Delta\nu_{th}} = \frac{\nu}{\Delta\nu_{th}} \left(1 - \frac{v\mu}{c} \right) - \frac{\nu_0}{\Delta\nu_{th}}, \quad (\text{B.22})$$

y la integral adimensional del perfil $P(y)$ como

$$P(y) = \int_0^y \phi(\nu_0 + y\Delta\nu_{th})\Delta\nu_{th}dy. \quad (\text{B.23})$$

Note que en el caso de un perfil gaussiano

$$\phi(\nu') = \frac{\exp\left\{-\frac{(\nu'-\nu_0)^2}{\Delta\nu_{th}^2}\right\}}{\Delta\nu_{th}\sqrt{\pi}}, \quad (\text{B.24})$$

podríamos integrar la ec. (B.23) directamente para obtener

$$P(y) = \frac{1}{2} \operatorname{erf}(y) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^y e^{-t^2} dt. \quad (\text{B.25})$$

Combinando las ecs. (B.20) y (B.21) encontramos que

$$\tau_b^L = \left(\bar{n}_1 - \bar{n}_2 \frac{g_1}{g_2}\right) B_{12} h \frac{(s_b - s_a)}{(v_b \mu_b - v_a \mu_a)} (P_a - P_b), \quad (\text{B.26})$$

donde supusimos que $\nu_0/\nu \sim 1$ válido para $v \ll c$. Esta suposición simplifica la discusión, pero no es estrictamente necesaria.

Para los valores medios de \bar{n}_1 y \bar{n}_2 uno debería pesar las contribuciones de a y b con un algoritmo que tome en cuenta los intervalos de frecuencia desplazada Doppler relativa del centro de línea en los puntos de la malla. Tal algoritmo debería también depender de la forma específica de $\phi(\nu')$. Sugerimos utilizar la integral del perfil $P(y)$. Definiendo $P_m = P([y_a + y_b]/2)$ podemos escribir para \bar{n}_1 y \bar{n}_2

$$\bar{n} = \frac{(P_m - P_a)n_a + (P_b - P_m)n_b}{(P_b - P_a)}. \quad (\text{B.27})$$

Para la integración de la ec. (B.18) de S^k sugerimos el enfoque (B.4), sustituyendo S^C y τ^C por S y τ . Por lo tanto, se obtendrán coeficientes similares para S_a^C y S_b^C como aparecen en las ecs. (B.5), (B.6) y (B.7). Esto tiene la ventaja de que el formalismo presentado aquí, para la transferencia de líneas, corresponde exactamente con el caso del continuo en el límite $\tau_b^C \rightarrow 0$.

B.2.4. Camino de integración numérica

Es importante destacar “el camino” que sigue el código para realizar la integración numérica de la ecuación de transporte radiativo.

El código resuelve la ecuación de transporte radiativo considerando que la interacción de la radiación con la materia, que en este caso puede ser una nube molecular, ocurre en la región de 0 hasta L , es decir de derecha a izquierda como se muestra en la Figura B.1. Antes de entrar a esta región, la intensidad es I_a . Luego de atravesar la nube, la intensidad que recibe el observador es I_b , la cual es la I_a entrante

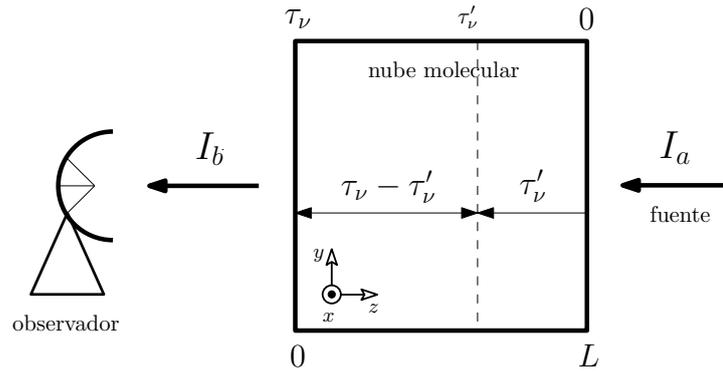


FIGURA B.1: Representación del sentido de integración numérica (de derecha a izquierda) de la ecuación de transporte radiativo. La caja al centro simula la región donde hay interacción de radiación-materia, que es donde se realiza el transporte radiativo.

pero atenuada por $e^{-\tau_\nu}$ más la superposición de la emisión de todas las capas de la nube $S_\nu(\tau')$, siendo cada una atenuada por $\exp -(\tau_\nu - \tau'_\nu)$. La profundidad óptica τ' aumentará en el sentido de la propagación de la radiación (de derecha a izquierda), y será máxima cerca del observador.

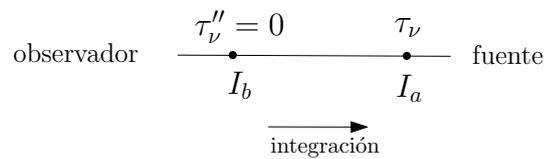


FIGURA B.2: Representación del camino de integración numérica para encontrar la distancias hasta donde la profundidad óptica se vuelve ópticamente gruesa.

Por otro lado, para determinar la distancia en la cual la profundidad óptica se vuelve gruesa hay que encontrar dónde se cumple que $\tau''_\nu = \tau_\nu - \tau'_\nu \simeq 1$ (como se muestra en la Figura B.1). La condición anterior es equivalente a resolver el transporte radiativo en sentido contrario al de la integración, es decir de izquierda a derecha en la Figura B.1, suponiendo ahora que $\tau''_\nu = 0$ en el borde de la región más cercana al observador, como se muestra en la Figura B.2.

Apéndice C

Temperatura de Brillo

Realizamos el transporte radiativo para nuestras simulaciones obteniendo cubos PPV para cada una de las variables isotópicas del monóxido de carbono. Los cubos PPV que resultan del código tiene unidades de:

$$[\text{PPV}] = \text{erg cm}^{-1} \text{s}^{-1}$$

que corresponda al flujo de energía en unidades del número de onda k (unidad en la que el código realiza el transporte). Es más conveniente tener nuestro PPV en unidades de frecuencia ν . Para lograr esto, realizamos la siguiente conversión:

$$F_k dk = F_\nu d\nu, \quad \text{entonces} \quad F_\nu = F_k \left| \frac{dk}{d\nu} \right|$$

como $k = \nu/c$, entonces tenemos $dk/d\nu = 1/c$, por lo que la relación anterior queda como:

$$F_\nu = \frac{F_k}{c} = \frac{\text{PPV}}{c} \quad [\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{Hz}^{-1}] \quad (\text{C.1})$$

Con la finalidad de comparar la densidad columnar de las simulaciones originales, las cuales suponemos que son observaciones de Hidrógeno neutro (HI), con las simulaciones de las cuatro variables isotópicas del ^{12}CO , hacemos lo siguiente. Sabemos que el flujo neto se obtiene integrando $dF_\nu = I_\nu \cos \theta d\Omega$ sobre todos los ángulos solidos (Ω):

$$F_\nu = \int I_\nu \cos \theta d\Omega = 4\pi I_\nu. \quad (\text{C.2})$$

De esta manera obtenemos una relación entre la intensidad, I_ν y el flujo, F_ν (es decir el PPV/ c). Ahora, utilizando la aproximación de Rayleigh-Jeans (pues estamos trabajando con frecuencias en la región del radio), tenemos

$$I_\nu \sim \frac{2k\nu^2}{c^2} T_B(\nu), \quad (\text{C.3})$$

donde T_B es la temperatura de brillo pues estamos suponiendo que nuestros modelos están en equilibrio termodinámico. Despejando T_B de la ec.(C.3) y sustituyendo I_ν de la ec.(C.2) tenemos que la temperatura de brillo en términos del

PPV es

$$T_B(\nu) = \frac{c^2}{2k\nu^2} \left(\frac{F_\nu}{4\pi} \right) = \frac{c^2}{8\pi k\nu^2} \left(\frac{\text{PPV}}{c} \right), \quad (\text{C.4})$$

con unidades de temperatura [K].

Para convertir la temperatura de brillo de la ec.(C.4) en unidades de velocidad tomamos

$$T_B(\nu) d\nu = T_B(v) dv, \quad T_B(v) = T_B(\nu) \left| \frac{d\nu}{dv} \right| \quad (\text{C.5})$$

La ecuación que nos relaciona la frecuencia y la velocidad es el desplazamiento Doppler: $\Delta\nu/\nu_0 = -v/c$. Obteniendo el diferencial de ν y de v , esto queda como $dv = -c/\nu_0 d\nu$. Por lo tanto,

$$T_B(v) = T_B(\nu) \left| \frac{d\nu}{dv} \right| = \frac{c^2}{8\pi k\nu^2} \left(\frac{\text{PPV}}{c} \right) \left| -\frac{\nu_0}{c} \right|. \quad (\text{C.6})$$

Finalmente, para obtener un mapa de temperaturas (también llamado superficie de brillo), integramos el cubo PPV a lo largo del eje de velocidades, esto es

$$\frac{\mathcal{W}}{[\text{K km s}^{-1}]} = \int T_B(v) \frac{dv}{[\text{km s}^{-1}]}, \quad (\text{C.7})$$

donde dv representa la resolución espectral impuesta en nuestras observaciones sintéticas.

Bibliografía

- Armstrong, J. W. y col. (abr. de 1995). «Electron density power spectrum in the local interstellar medium». En: ApJ 443, págs. 209-221. DOI: 10.1086/175515.
- Ballesteros-Paredes, J. y col. (2007). «Molecular Cloud Turbulence and Star Formation». En: Protostars and Planets V. Ed. por B. Reipurth y col., págs. 63-80.
- «Chapter 6 Ion-Molecule Reactions» (1976). En: Selected Elementary Reactions. Ed. por C.H. Bamford y C.F.H. Tipper. Vol. 18. Comprehensive Chemical Kinetics. Elsevier, págs. 293-428. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0069-8040\(08\)70126-2](https://doi.org/10.1016/S0069-8040(08)70126-2). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0069804008701262>.
- Beresnyak, A. y col. (mayo de 2005). «Density Scaling and Anisotropy in Supersonic Magnetohydrodynamic Turbulence». En: ApJL 624, págs. L93-L96. DOI: 10.1086/430702. eprint: [astro-ph/0502547](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0502547).
- Beresnyak, A. y col. (feb. de 2011). «Numerical Study of Cosmic Ray Diffusion in Magnetohydrodynamic Turbulence». En: ApJ 728.1, 60, pág. 60. DOI: 10.1088/0004-637X/728/1/60. arXiv: 1002.2646 [astro-ph.GA].
- Beresnyak, Andrey y Alexander Lazarian (2019). Turbulence in Magnetohydrodynamics. De Gruyter Studies in Mathematical Physics, Berlin/Boston, 2019.
- Bertram, Erik y col. (feb. de 2015). «Centroid velocity statistics of molecular clouds». En: MNRAS 446.4, págs. 3777-3787. DOI: 10.1093/mnras/stu2372. arXiv: 1410.6508 [astro-ph.SR].
- Biskamp, Dieter (2003). Magnetohydrodynamic Turbulence. Cambridge University Press.
- Brunt, C. M. y M. H. Heyer (feb. de 2002). «Interstellar Turbulence. II. Energy Spectra of Molecular Regions in the Outer Galaxy». En: ApJ 566, págs. 289-301. DOI: 10.1086/338032. eprint: [arXiv:astro-ph/0110155](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0110155).
- Burkhart, B. y col. (ago. de 2014). «Measuring the Alfvénic Nature of the Interstellar Medium: Velocity Anisotropy Revisited». En: ApJ 790, 130, pág. 130. DOI: 10.1088/0004-637X/790/2/130. arXiv: 1408.4858.
- Burkhart, Blakesley y col. (jul. de 2013a). «The Effects of Radiative Transfer on the Probability Distribution Functions of Molecular Magnetohydrodynamic Turbulence». En: ApJ 771.2, 122, pág. 122. DOI: 10.1088/0004-637X/771/2/122. arXiv: 1304.3131 [astro-ph.GA].

- Burkhart, Blakesley y col. (jul. de 2013b). «The Turbulence Power Spectrum in Optically Thick Interstellar Clouds». En: *ApJ* 771.2, 123, pág. 123. DOI: 10.1088/0004-637X/771/2/123. arXiv: 1305.3619 [astro-ph.GA].
- Carruthers, George R. (ago. de 1970). «Rocket Observation of Interstellar Molecular Hydrogen». En: *ApJL* 161, pág. L81. DOI: 10.1086/180575.
- Caswell, J. L. y R. A. Vaile (mar. de 1995). «Excited-state OH masers at 6.035 GHz». En: *MNRAS* 273.2, págs. 328-346. DOI: 10.1093/mnras/273.2.328.
- Chandrasekhar, S. y E. Fermi (jul. de 1953). «Magnetic Fields in Spiral Arms.» En: *ApJ* 118, pág. 113. DOI: 10.1086/145731.
- Chepurnov, A. y A. Lazarian (mar. de 2009). «Turbulence Spectra from Doppler-Broadened Spectral Lines: Tests of the Velocity Channel Analysis and Velocity Coordinate Spectrum Techniques». En: *ApJ* 693, págs. 1074-1083. DOI: 10.1088/0004-637X/693/2/1074. eprint: arXiv:astro-ph/0611463.
- (feb. de 2010). «Extending the Big Power Law in the Sky with Turbulence Spectra from Wisconsin H α Mapper Data». En: *ApJ* 710, págs. 853-858. DOI: 10.1088/0004-637X/710/1/853. arXiv: 0905.4413 [astro-ph.GA].
- Cheung, A. C. y col. (dic. de 1968). «Detection of NH₃ Molecules in the Interstellar Medium by Their Microwave Emission». En: *PhRvL* 21.25, págs. 1701-1705. DOI: 10.1103/PhysRevLett.21.1701.
- (feb. de 1969). «Detection of Water in Interstellar Regions by its Microwave Radiation». En: *Nature* 221.5181, págs. 626-628. DOI: 10.1038/221626a0.
- Cho, J. y A. Lazarian (jun. de 2002). «Compressible Sub-Alfvénic MHD Turbulence in Low- β Plasmas». En: *Physical Review Letters* 88.24, págs. 245001-+. DOI: 10.1103/PhysRevLett.88.245001. eprint: arXiv:astro-ph/0205282.
- (oct. de 2003). «Compressible magnetohydrodynamic turbulence: mode coupling, scaling relations, anisotropy, viscosity-damped regime and astrophysical implications». En: *MNRAS* 345, págs. 325-339. DOI: 10.1046/j.1365-8711.2003.06941.x. eprint: arXiv:astro-ph/0301062.
- Cho, J. y col. (ene. de 2002a). «Simulations of Magnetohydrodynamic Turbulence in a Strongly Magnetized Medium». En: *ApJ* 564, págs. 291-301. DOI: 10.1086/324186. eprint: arXiv:astro-ph/0105235.
- (2003). «MHD Turbulence: Scaling Laws and Astrophysical Implications». En: *Turbulence and Magnetic Fields in Astrophysics*. Ed. por E. Falgarone y T. Passot. Vol. 614. Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag, págs. 56-98.
- Cho, Jungyeon y Ethan T. Vishniac (jul. de 2000). «The Generation of Magnetic Fields through Driven Turbulence». En: *ApJ* 538.1, págs. 217-225. DOI: 10.1086/309127. arXiv: astro-ph/0003404 [astro-ph].
- Cho, Jungyeon y Hyunju Yoo (abr. de 2016). «A Technique for Constraining the Driving Scale of Turbulence and a Modified Chandrasekhar-Fermi Method». En: *ApJ* 821.1, 21, pág. 21. DOI: 10.3847/0004-637X/821/1/21. arXiv: 1603.08537 [astro-ph.GA].

- Cho, Jungyeon y col. (feb. de 2002b). «New Regime of Magnetohydrodynamic Turbulence: Cascade below the Viscous Cutoff». En: ApJL 566.1, págs. L49-L52. DOI: 10.1086/339453. arXiv: astro-ph/0112195 [astro-ph].
- Crutcher, R. M. y col. (abr. de 1993). «OH Zeeman Observations of Dark Clouds». En: ApJ 407, pág. 175. DOI: 10.1086/172503.
- Crutcher, Richard M. (ago. de 1999). «Magnetic Fields in Molecular Clouds: Observations Confront Theory». En: ApJ 520.2, págs. 706-713. DOI: 10.1086/307483.
- (sep. de 2012). «Magnetic Fields in Molecular Clouds». En: ARA&A 50, págs. 29-63. DOI: 10.1146/annurev-astro-081811-125514.
- Crutcher, Richard M. y col. (ene. de 1996a). «CN Zeeman Observations of Molecular Cloud Cores». En: ApJ 456, pág. 217. DOI: 10.1086/176642.
- Crutcher, Richard M. y col. (mayo de 1996b). «H i Zeeman Measurements of the Magnetic Field in Sagittarius B2». En: ApJL 462, pág. L79. DOI: 10.1086/310031.
- Davis, Leverett (mar. de 1951). «The Strength of Interstellar Magnetic Fields». En: Physical Review 81.5, págs. 890-891. DOI: 10.1103/PhysRev.81.890.2.
- Dickman, R. L. y S. C. Kleiner (ago. de 1985). «Largescale Structure of the Taurus Molecular Complex - Part Three - Methods for Turbulence». En: ApJ 295, págs. 479-+. DOI: 10.1086/163391.
- Duley, W. W. (mar. de 1996). «The formation of H₂ by H-atom reaction with grain surfaces». En: MNRAS 279.2, págs. 591-594. DOI: 10.1093/mnras/279.2.591.
- Elmegreen, B. G. y J. Scalo (sep. de 2004). «Interstellar Turbulence I: Observations and Processes». En: ARA&A 42, págs. 211-273. DOI: 10.1146/annurev.astro.41.011802.094859. eprint: arXiv:astro-ph/0404451.
- Esquivel, A. y A. Lazarian (sep. de 2005). «Velocity Centroids as Tracers of the Turbulent Velocity Statistics». En: ApJ 631, págs. 320-350. DOI: 10.1086/432458. eprint: arXiv:astro-ph/0401603.
- (oct. de 2011). «Velocity Anisotropy as a Diagnostic of the Magnetization of the Interstellar Medium and Molecular Clouds». En: ApJ 740, 117, pág. 117. DOI: 10.1088/0004-637X/740/2/117. arXiv: 1108.0693 [astro-ph.GA].
- Esquivel, A. y col. (jun. de 2003). «Velocity statistics from spectral line data: effects of density-velocity correlations, magnetic field and shear». En: MNRAS 342, págs. 325-336. DOI: 10.1046/j.1365-8711.2003.06551.x. eprint: arXiv:astro-ph/0210159.
- Esquivel, A. y col. (nov. de 2015). «Studying the Interstellar Magnetic Field from Anisotropies in Velocity Channels». En: ApJ 814, 77, pág. 77. DOI: 10.1088/0004-637X/814/1/77.
- Estalella, Robert y Guillem Anglada (2008). Introducción a la Física del Medio Interestelar. Publicacions i Edicions de la Universitat de Barcelona.
- Falceta-Gonçalves, D. y col. (mayo de 2008). «Studies of Regular and Random Magnetic Fields in the ISM: Statistics of Polarization Vectors and the

- Chandrasekhar-Fermi Technique». En: ApJ 679, págs. 537-551. DOI: 10.1086/587479. arXiv: 0801.0279.
- Falgarone, E. y col. (ago. de 2008). «CN Zeeman measurements in star formation regions». En: A&A 487.1, págs. 247-252. DOI: 10.1051/0004-6361:200809577.
- Fiebig, D. y R. Guesten (abr. de 1989). «Strong magnetic fields in interstellar H₂O maser clumps.» En: A&A 214, págs. 333-338.
- Fish, Vincent L. y col. (oct. de 2003). «Interstellar Hydroxyl Masers in the Galaxy. II. Zeeman Pairs and the Galactic Magnetic Field». En: ApJ 596.1, págs. 328-343. DOI: 10.1086/377081. arXiv: astro-ph/0307156 [astro-ph].
- Goldreich, P. y S. Sridhar (ene. de 1995). «Toward a theory of interstellar turbulence. 2: Strong alfvénic turbulence». En: ApJ 438, págs. 763-775. DOI: 10.1086/175121.
- González-Casanova, Diego F. y A. Lazarian (ene. de 2017). «Velocity Gradients as a Tracer for Magnetic Fields». En: ApJ 835.1, 41, pág. 41. DOI: 10.3847/1538-4357/835/1/41. arXiv: 1608.06867 [astro-ph.GA].
- Heiles, C. (ene. de 1976). «The interstellar magnetic field». En: ARA&A 14, págs. 1-22. DOI: 10.1146/annurev.aa.14.090176.000245.
- Heiles, Carl (jul. de 1997). «A Holistic View of the Magnetic Field in the Eridanus/Orion Region». En: ApJS 111.1, págs. 245-288. DOI: 10.1086/313010.
- Henshaw, Jonathan D. y col. (jul. de 2020). «Ubiquitous velocity fluctuations throughout the molecular interstellar medium». En: Nature Astronomy 4, págs. 1064-1071. DOI: 10.1038/s41550-020-1126-z. arXiv: 2007.01877 [astro-ph.GA].
- Hernández-Padilla, D. y col. (sep. de 2020). «Anisotropy of Velocity Centroids and the Signature of Different MHD Modes in the Turbulent ISM». En: ApJ 901.1, 11, pág. 11. DOI: 10.3847/1538-4357/abad9e. arXiv: 2008.05393 [astro-ph.GA].
- Hernández Padilla, David (2018). «Anisotropía de centroides de velocidad y el impacto de los diferentes modos MHD en el medio interestelar turbulento.» Tesis doct. URL: <http://pbidi.unam.mx:8080/login?url=http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=cat02029a&AN=tes.TES01000769401&lang=es&site=eds-live>.
- Heyer, M. H. y F. P. Schloerb (ene. de 1997). «Application of Principal Component Analysis to Large-Scale Spectral Line Imaging Studies of the Interstellar Medium». En: ApJ 475, págs. 173-+. DOI: 10.1086/303514.
- Heyer, Mark H. y Christopher M. Brunt (nov. de 2004). «The Universality of Turbulence in Galactic Molecular Clouds». En: ApJL 615.1, págs. L45-L48. DOI: 10.1086/425978. arXiv: astro-ph/0409420 [astro-ph].
- Hildebrand, Roger H. y col. (mayo de 2009). «Dispersion of Magnetic Fields in Molecular Clouds. I». En: ApJ 696.1, págs. 567-573. DOI: 10.1088/0004-637X/696/1/567. arXiv: 0811.0813 [astro-ph].

- Houde, Martin y col. (dic. de 2009). «Dispersion of Magnetic Fields in Molecular Clouds. II.» En: *ApJ* 706.2, págs. 1504-1516. DOI: 10.1088/0004-637X/706/2/1504. arXiv: 0909.5227 [astro-ph.GA].
- Hu, Yue y col. (abr. de 2021). «Anisotropies in Compressible MHD Turbulence: Probing Magnetic Fields and Measuring Magnetization». En: *ApJ* 911.1, 37, pág. 37. DOI: 10.3847/1538-4357/abea18. arXiv: 2012.06039 [astro-ph.GA].
- Kandel, D. y col. (sep. de 2016). «Extending velocity channel analysis for studying turbulence anisotropies». En: *MNRAS* 461, págs. 1227-1259. DOI: 10.1093/mnras/stw1296. arXiv: 1604.06102.
- (ene. de 2017). «Study of velocity centroids based on the theory of fluctuations in position-position-velocity space». En: *MNRAS* 464, págs. 3617-3635. DOI: 10.1093/mnras/stw2512. arXiv: 1607.04316.
- Kim, J. y D. Ryu (sep. de 2005). «Density Power Spectrum of Compressible Hydrodynamic Turbulent Flows». En: *ApJL* 630, págs. L45-L48. DOI: 10.1086/491600. eprint: arXiv:astro-ph/0507591.
- Kleiner, S. C. y R. L. Dickman (ago. de 1985). «Large-scale structure of the Taurus molecular complex. II - Analysis of velocity fluctuations and turbulence. III - Methods for turbulence». En: *ApJ* 295, págs. 466-484. DOI: 10.1086/163390.
- Kolmogorov, A. (1941). «The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds' Numbers». En: *Akademiia Nauk SSSR Doklady* 30, págs. 301-305.
- Kowal, G. y A. Lazarian (sep. de 2010). «Velocity Field of Compressible Magnetohydrodynamic Turbulence: Wavelet Decomposition and Mode Scalings». En: *ApJ* 720, págs. 742-756. DOI: 10.1088/0004-637X/720/1/742.
- Kowal, G. y col. (mar. de 2007). «Density Fluctuations in MHD Turbulence: Spectra, Intermittency, and Topology». En: *ApJ* 658, págs. 423-445. DOI: 10.1086/511515. eprint: arXiv:astro-ph/0608051.
- Larson, R. B. (mar. de 1981). «Turbulence and star formation in molecular clouds». En: *MNRAS* 194, págs. 809-826.
- (jun. de 1992). «Towards understanding the stellar initial mass function». En: *MNRAS* 256, págs. 641-646.
- Lazarian, A. (jul. de 2006). «Enhancement and Suppression of Heat Transfer by MHD Turbulence». En: *ApJL* 645, págs. L25-L28. DOI: 10.1086/505796. eprint: arXiv:astro-ph/0608045.
- Lazarian, A. y D. Pogosyan (jul. de 2000). «Velocity Modification of H I Power Spectrum». En: *ApJ* 537, págs. 720-748. DOI: 10.1086/309040. eprint: arXiv:astro-ph/9901241.
- (dic. de 2004). «Velocity Modification of the Power Spectrum from an Absorbing Medium». En: *ApJ* 616, págs. 943-965. DOI: 10.1086/422462. eprint: arXiv:astro-ph/0405461.

- Lazarian, A. y D. Pogosyan (mar. de 2012). «Statistical Description of Synchrotron Intensity Fluctuations: Studies of Astrophysical Magnetic Turbulence». En: ApJ 747, 5, pág. 5. DOI: 10.1088/0004-637X/747/1/5. arXiv: 1105.4617.
- Lazarian, A. y E. T. Vishniac (jun. de 1999). «Reconnection in a Weakly Stochastic Field». En: ApJ 517, págs. 700-718. DOI: 10.1086/307233. eprint: arXiv: astro-ph/9811037.
- Lazarian, A. y col. (dic. de 2002). «Quest for H I Turbulence Statistics: New Techniques». En: Seeing Through the Dust: The Detection of HI and the Exploration of the ISM in Galaxies. Ed. por A. R. Taylor y col. Vol. 276. Astronomical Society of the Pacific Conference Series, págs. 182-+.
- Liland, Kristian Hovde y col. (2011). «Customized baseline correction». En: Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems 109.1, págs. 51-56. ISSN: 0169-7439. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.chemolab.2011.07.005>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169743911001535>.
- Lithwick, Y. y P. Goldreich (nov. de 2001). «Compressible Magnetohydrodynamic Turbulence in Interstellar Plasmas». En: ApJ 562, págs. 279-296. DOI: 10.1086/323470. eprint: arXiv:astro-ph/0106425.
- Mac Low, M.-M. y R. S. Klessen (ene. de 2004). «Control of star formation by supersonic turbulence». En: Reviews of Modern Physics 76, págs. 125-194. eprint: arXiv:astro-ph/0301093.
- Maron, J. y P. Goldreich (jun. de 2001). «Simulations of Incompressible Magnetohydrodynamic Turbulence». En: ApJ 554, págs. 1175-1196. DOI: 10.1086/321413. eprint: arXiv:astro-ph/0012491.
- McKee, C. F. y E. C. Ostriker (sep. de 2007). «Theory of Star Formation». En: ARA&A 45, págs. 565-687. DOI: 10.1146/annurev.astro.45.051806.110602. arXiv: 0707.3514.
- Miesch, M. S. y J. Bally (jul. de 1994). «Statistical analysis of turbulence in molecular clouds». En: ApJ 429, págs. 645-671. DOI: 10.1086/174352.
- Münch, G. (jul. de 1958). «Internal Motions in the Orion Nebula». En: Reviews of Modern Physics 30, págs. 1035-1041.
- Nakamura, Fumitaka y col. (dic. de 2019). «First clear detection of the CCS Zeeman splitting toward the pre-stellar core, Taurus Molecular Cloud 1». En: PASJ 71.6, 117, pág. 117. DOI: 10.1093/pasj/psz102. arXiv: 1908.07708 [astro-ph.SR].
- Narayan, R. y J. Goodman (jun. de 1989). «The shape of a scatter-broadened image. I - Numerical simulations and physical principles.» En: MNRAS 238, págs. 963-1028.
- Narayan, R. y M. V. Medvedev (dic. de 2001). «Thermal Conduction in Clusters of Galaxies». En: ApJL 562, págs. L129-L132. DOI: 10.1086/338325. eprint: arXiv:astro-ph/0110567.

- Ossenkopf, V. (ago. de 2002). «Molecular line emission from turbulent clouds». En: *A&A* 391, págs. 295-315. DOI: 10.1051/0004-6361:20020812.
- Padoan, P. y col. (feb. de 2001). «The Effects of Noise and Sampling on the Spectral Correlation Function». En: *ApJ* 547, págs. 862-871. DOI: 10.1086/318378. eprint: arXiv:astro-ph/0010344.
- Palau, Aina y col. (mayo de 2021). «Does the Magnetic Field Suppress Fragmentation in Massive Dense Cores?». En: *ApJ* 912.2, 159, pág. 159. DOI: 10.3847/1538-4357/abee1e. arXiv:2010.12099 [astro-ph.GA].
- Pillai, T. y col. (jun. de 2016). «CN Zeeman and dust polarization in a high-mass cold clump». En: *A&A* 591, A19, A19. DOI: 10.1051/0004-6361/201527803. arXiv:1604.07433 [astro-ph.GA].
- Preibisch, Th. y col. (nov. de 1993). «The influence of ice-coated grains on protostellar spectra.» En: *A&A* 279, págs. 577-588.
- Rosolowsky, E. W. y col. (oct. de 1999). «The Spectral Correlation Function: A New Tool for Analyzing Spectral Line Maps». En: *ApJ* 524, págs. 887-894. DOI: 10.1086/307863. eprint: arXiv:astro-ph/9903454.
- Scalo, J. M. (feb. de 1984). «Turbulent velocity structure in interstellar clouds». En: *ApJ* 277, págs. 556-561. DOI: 10.1086/161726.
- (1987). «Theoretical approaches to interstellar turbulence». En: *Interstellar Processes*. Ed. por D. J. Hollenbach y H. A. Thronson Jr. Vol. 134. Astrophysics and Space Science Library, págs. 349-392.
- Skalidis, Raphael y Konstantinos Tassis (mar. de 2021). «High-accuracy estimation of magnetic field strength in the interstellar medium from dust polarization». En: *A&A* 647, A186, A186. DOI: 10.1051/0004-6361/202039779. arXiv:2010.15141 [astro-ph.GA].
- Snyder, Lewis E. y col. (mar. de 1969). «Microwave Detection of Interstellar Formaldehyde». En: *PhRvL* 22.13, págs. 679-681. DOI: 10.1103/PhysRevLett.22.679.
- Spangler, S. R. y C. R. Gwinn (abr. de 1990). «Evidence for an inner scale to the density turbulence in the interstellar medium». En: *ApJL* 353, págs. L29-L32. DOI: 10.1086/185700.
- Stutzki, J. y R. Guesten (jun. de 1990). «High Spatial Resolution Isotopic CO and CS Observations of M17 SW: The Clumpy Structure of the Molecular Cloud Core». En: *ApJ* 356, pág. 513. DOI: 10.1086/168859.
- Swings, P. y L. Rosenfeld (nov. de 1937). «Considerations Regarding Interstellar Molecules». En: *ApJ* 86, págs. 483-486. DOI: 10.1086/143880.
- Tritsis, A. y col. (ago. de 2018). «Python Radiative Transfer Emission code (PYRATE): non-local thermodynamic equilibrium spectral lines simulations». En: *MNRAS* 478.2, págs. 2056-2064. DOI: 10.1093/mnras/sty1152. arXiv:1805.09340 [astro-ph.GA].
- van de Hulst, H. C. (ene. de 1967). «Observing the Galactic Magnetic Field». En: *ARA&A* 5, pág. 167. DOI: 10.1146/annurev.aa.05.090167.001123.

- von Hoerner, S. (1951). «Eine Methode zur Untersuchung der Turbulenz der interstellaren Materie. Mit 10 Textabbildungen». En: Zeitschrift für Astrophysik 30, págs. 17-+.
- Weinreb, S. y col. (nov. de 1963). «Radio Observations of OH in the Interstellar Medium». En: Nature 200.4909, págs. 829-831. DOI: 10.1038/200829a0.
- Wilson, R. W. y col. (jul. de 1970). «Carbon Monoxide in the Orion Nebula». En: ApJL 161, pág. L43. DOI: 10.1086/180567.
- Xu, Siyao y Yue Hu (abr. de 2021). «Measuring Magnetization with Rotation Measures and Velocity Centroids in Supersonic MHD Turbulence». En: ApJ 910.2, 88, pág. 88. DOI: 10.3847/1538-4357/abe403. arXiv: 2102.05647 [astro-ph.GA].
- Xu, Siyao y col. (ago. de 2016). «Damping of Magnetohydrodynamic Turbulence in Partially Ionized Plasma: Implications for Cosmic Ray Propagation». En: ApJ 826.2, 166, pág. 166. DOI: 10.3847/0004-637X/826/2/166. arXiv: 1506.05585 [astro-ph.HE].
- Yan, H. y A. Lazarian (oct. de 2004). «Cosmic-Ray Scattering and Streaming in Compressible Magnetohydrodynamic Turbulence». En: ApJ 614, págs. 757-769. DOI: 10.1086/423733. eprint: arXiv:astro-ph/0408172.
- Yoon, Heesun y Jungyeon Cho (ago. de 2019). «Effects of Turbulence Driving and Sonic Mach Number on the Davis-Chandrasekhar-Fermi Method». En: ApJ 880.2, 137, pág. 137. DOI: 10.3847/1538-4357/ab2762.
- Yorke, H. W. (ene. de 1986). «Numerical Solution of the Equation of Radiation Transfer». En: NATO Advanced Study Institute (ASI) Series C. Ed. por Karl-Heinz A. Winkler y Michael L. Norman. Vol. 188. NATO Advanced Study Institute (ASI) Series C, pág. 141.
- Yuen, Ka Ho y col. (sep. de 2018). «Statistical Tracing of Magnetic Fields: Comparing and Improving the Techniques». En: ApJ 865.1, 54, pág. 54. DOI: 10.3847/1538-4357/aada88. arXiv: 1804.02732 [astro-ph.GA].