



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS

SISTEMA UNIVERSIDAD ABIERTA Y EDUCACIÓN A DISTANCIA

**Dificultades frecuentes para resolver operaciones algebraicas
en la Educación Media Superior**

T E S I S

Que para obtener el título de
Licenciada en Pedagogía

P R E S E N T A

Adriana Barrita Soriano

DIRECTORA DE TESIS

Dra. en C. Zaira Navarrete Cazales



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2022



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

La presente Tesis fue realizada en el marco del “Seminario de investigación para elaboración de trabajos recepcionales”, que forma parte del **Programa de Actividades del Proyecto de Investigación UNAM-PAPIIT IT400421** “Estudio del mejoramiento en los índices de titulación de la Facultad de Filosofía y Letras de la UNAM, mediante la creación de una plataforma integral-digital, la formación didáctico-tecnológica de profesores y su vinculación con los estudiantes”. En este sentido, hago expreso mi agradecimiento por todo el apoyo institucional recibido en mi condición de participante del citado Seminario.

Agradecimientos

Mis profusos agradecimientos a la Dra. Zaira Navarrete Cazales, por su noble voluntad para guiarme en el desarrollo de esta tesis, por compartir sus conocimientos y enriquecerlos en cada una de sus asesorías, por su acompañamiento en todo momento, que fue fundamental para poder iniciarla y concluirla.

Mis eternas gracias a mi esposo José Carlos Torres Castillo, por impulsarme para retomar mis estudios y apuntalar cada instante de mi trayecto, que significa más de lo que podría expresar con palabras. Por ser mi ejemplo de la constancia y el esfuerzo, de que hay metas que pueden alcanzarse, por enseñarme este otro lado de la felicidad.

Gracias a mi compañera de estudios Alma Rocío Romo Navarro, por apoyarme para la aplicación de mi instrumento de investigación, por la información que este implicó que fue esencial para el desarrollo de esta tesis.

Gracias a cada asesor y asesora de asignatura, por su enseñanza, por su guía y retroalimentación, que son aprendizajes fundamentales con los que transité y concluí mi formación académica.

Gracias cordiales a mis sinodales, Mtra. Giselle Gómez Gastinel, Lic. Juan Miguel Bautista Granados, Dr. Marco Aurelio Navarro Leal y Dr. Francisco Ernesto Ramas Arauz, por aceptarme para revisar mi trabajo de titulación, por sus aportes académicos en los cuales está su enseñanza, porque la enriquecieron significativamente.

Agradezco a la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) mi *alma mater*, a la Facultad de Filosofía y Letras (FFyL), por ofrecer la oportunidad de realizar este grado universitario, por mi formación y desarrollo académico.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	6
CAPÍTULO I. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	9
I.1. Planteamiento del problema	9
I.2. Preguntas y objetivos de investigación	20
I.3. Estudios previos relacionados con la temática	22
I.4. Justificación	32
CAPÍTULO II. MARCO CONTEXTUAL DE LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR EN MÉXICO	39
II.1. Fundamento de la Educación Media Superior	39
II.2. Modelo Educativo de la Educación Media Superior	42
II.3. Plan de Estudios de Referencia para el Bachillerato General	44
II.3.1. Mapa Curricular del Bachillerato General	47
II.3.1.1. El Campo Disciplinar de Matemáticas y las Operaciones Algebraicas.	48
III. MARCO TEÓRICO Y APORTES PEDAGÓGICOS QUE FAVORECEN EL APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA	52
III.1. El Aprendizaje	52
III.1.1. Teoría del Desarrollo Cognitivo de Jean Piaget	53
III.1.2. Teoría Sociocultural de Lev Vygotsky	56
III.1.3. Teoría de Aprendizaje Significativo de David Ausubel	57
III.2. La Pedagogía	59
III.2.1 Modelo Pedagógico Tradicional	60
III.2.2. Modelo Pedagógico Experiencial o Naturalista	61
III.2.3. Modelo Pedagógico Conductista	62
III.2.4 Perspectiva Pedagógica Cognitiva o Constructivista	63
III.2.5. Modelo Pedagógico Social	65
III.3. La Didáctica	67

III.3.1. Didáctica de las Matemáticas	74
III.3.2. Didáctica del Álgebra	80
CAPÍTULO IV. MARCO METODOLÓGICO Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	83
IV.1. Metodología	83
IV.2. Identificación del Ámbito de Estudio	84
IV.3. Recolección de la Información y Análisis de los Resultados	85
IV.4. Recomendaciones	102
CONCLUSIONES	105
REFERENCIAS	110
ANEXOS	120
Anexo 1. Instrumento 1. Cuestionario para los estudiantes de la EPO 69.	120
Anexo 2. Instrumento 2. Guía de preguntas para la investigación de vídeos en internet	123
Anexo 3. Índice de diagramas, gráficas, imágenes, y tablas.	124
Anexo 4. Tabla de abreviaturas	126

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de investigación, versa sobre la dificultad que enfrentan muchos de los estudiantes de Educación Media Superior, para resolver acertadamente operaciones algebraicas -expresiones que en lugar de números se encuentran letras que pueden representar todo tipo de valor, contienen uno o más signos para su operación, como el de suma, de resta, de multiplicación, de división, de exponente y de raíz-. En dicha situación, algunos de los estudiantes suelen ver vídeos -en internet- relacionados con la enseñanza del álgebra, con el fin de “aclarar” sus dudas y poder desarrollarlas correctamente.

Las matemáticas son una ciencia cercana a la vida cotidiana, lo que significa que se usan en la vida diaria, como por ejemplo, para calcular gastos, administrar un salario, comprar suministros y mucho más; están presentes en todos los niveles de educación básica y media superior, también en muchas carreras de educación superior, y no es posible avanzar en estos niveles si no se aprueba esta materia. La historia demuestra que las matemáticas han dado un enorme apoyo al progreso y a la transformación de la humanidad, esto al ser parte de importantes descubrimientos y experimentos que han cambiado la historia del ser humano, como se menciona en el siguiente párrafo:

El desarrollo de la ciencia y la técnica han provocado un gran impulso al desarrollo de ciertas ramas de las matemáticas y ha generado nuevas áreas de investigación matemática y al mismo tiempo sin las matemáticas no serían posibles los avances científicos y tecnológicos que sustenta la sociedad de la información, lo que contribuye al bienestar de sus ciudadanos. La relación ciencia-tecnología-matemática-sociedad es indispensable e indisoluble para el desarrollo de la humanidad, contribuye de manera significativa en la solución de problemas (Camero y Martínez, 2016: 105).

Según Camero *et al.*, (2016), se puede decir que las matemáticas –que incluyen la aritmética, el *álgebra*, la geometría, la trigonometría, la estadística y probabilidad, etc.- son una parte de la ciencia, y se asocian al desarrollo económico, tecnológico, cultural e incluso político de los países. Por lo cual, se puede encontrar una respuesta por la que, en México, la enseñanza de las matemáticas se realiza desde la Educación Básica (EB) y hasta en la

Educación Superior (ES). En este sentido, Vázquez (2002), nos dice que “en los últimos decenios hemos visto la matematización llegar a otras disciplinas, como la economía [...] ramas de la química, la biología, la medicina, y hasta las ciencias sociales” (2). De manera que “las escuelas organizan el currículo de matemáticas mediante contenidos temáticos: aritmética, geometría, álgebra, y otros” (Rico, 2007: 54).

El álgebra y las matemáticas, en general, siempre han sido fundamentales para la educación y para la vida. Sierra (2010) afirma que “[...] todas las matemáticas y en general las ciencias están llenas del álgebra, se podría decir que el álgebra es el idioma de las matemáticas y, por tanto, de las ciencias” (8). Por lo que, el conocimiento del lenguaje algebraico es para el estudiante “una herramienta indispensable [...], es decir, si [los estudiantes] no manejan el álgebra, tampoco podrán adquirir unas competencias necesarias para el análisis, estadística, geometría, además de en otras áreas como en ciencias, economía, [...]” (Sierra, 2010: 2).

El estudio del álgebra, crea capacidades, habilidades y competencias ante las situaciones más diversas –los conocimientos potencian la capacidad de la comprensión, la interpretación, y así resolver problemas y tomar decisiones de las situaciones cotidianas-. A través de este, el ser humano busca reducir situaciones problema a expresiones simbólicas concisas que expliquen de manera general el funcionamiento del contexto. Para Villarreal (2013), su estudio demuestra ser “una plataforma de conocimientos, habilidades, destrezas, requeridas y necesarias para el desarrollo de cualquiera de las áreas del conocimiento general, [principalmente para] la adquisición de conocimientos para su posterior aplicación, tanto de la geometría analítica, la trigonometría, cálculo diferencial e integral, así como para la probabilidad y estadística” (6).

En este sentido, el propósito de esta investigación es, por un lado, indagar sobre las dificultades más frecuentes que presentan algunos alumnos para resolver operaciones algebraicas en la Educación Media Superior (EMS), por otro lado, presentar aportes pedagógicos que favorezca la consolidación de preceptos y habilidades, con los que el profesor ha de responder para lograr el propósito de la enseñanza: ayudar al estudiante a aprender y comprender el álgebra, en el sentido de que desarrolle capacidades, habilidades

y aptitudes, con las que pueda resolver las situaciones más diversas que se le presenten.

En México “la Educación Media Superior comprende los niveles de bachillerato, de profesional técnico bachiller y los equivalentes a este [...]” (DOF, 2019:18). Con este referente, anuncio que este trabajo de investigación, se centra en la rama de Bachillerato General -o Preparatoria-, de manera que el ámbito de estudio se desarrolla en la Escuela Preparatoria Oficial No. 69 (EPO 69) -de sostenimiento público-, ubicada en la Calle Lic. Durán Castro S/N, Colonia Lomas de San Juan Ixhuatepec, Tlalnepantla de Baz, Estado de México; el cual está organizado en cuatro capítulos, los cuales se describen a continuación.

En el capítulo uno, se encuentra el planteamiento del problema, las preguntas y objetivos que guían el trabajo de investigación. Se aluden algunos estudios previos relacionados con la temática, para conocer sobre las dificultades más frecuentes que presentan los alumnos, y a qué factores se tribuyen; se menciona sobre la importancia del aprendizaje del álgebra y algunas de sus concepciones dadas a esta rama. En el capítulo dos, se realiza una contextualización de la Educación Media Superior -su fundamentación, ubicación en el Sistema educativo Nacional (SEN), los subsistemas y ramas-. Se presenta el Modelo Educativo, el Programa de Estudios de Referencia del Marco Curricular Común (MCC) y el Mapa Curricular definido para el Bachillerato General (BG) este último para el rastreo de las operaciones algebraicas.

En el capítulo tres, se presentan aportes pedagógicos: modelos, estrategias y métodos con los cuales se favorezca el aprendizaje de los estudiantes de manera significativa. Para ello, se sirve de la pedagogía, de la didáctica general, de la didáctica de la matemática y del álgebra, de la Teoría del Desarrollo Cognitivo de J. Piaget, de la Teoría Sociocultural de L. Vygotsky, y de la Teoría de Aprendizaje Significativo de D. Ausubel. En el capítulo cuatro, se presenta la metodología implementada en la investigación con enfoque cuantitativo. Los resultados se representan con estadística descriptiva. Se presenta el análisis por cada resultado obtenido, y se contrasta la hipótesis; se concluye con recomendaciones para potenciar el aprendizaje del alumno, en el sentido que desarrolle capacidades, habilidades y aptitudes, para resolver las situaciones más diversas que se le presenten.

CAPÍTULO I. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

En este capítulo se presenta el planteamiento del problema, las preguntas y objetivos que guían este trabajo de investigación. Se aluden algunos de los estudios previos relacionados con la temática, para conocer sobre las dificultades más frecuentes que presentan los alumnos, y a qué factores se tribuyen. Para Hernández, Fernández y Baptista (2014), “la perspectiva teórica proporciona una visión sobre dónde se sitúa el planteamiento propuesto dentro del campo de conocimiento” (60); para concluir se presenta la justificación para realizar este trabajo de investigación.

I.1. Planteamiento del problema

La necesidad de comprender y utilizar las matemáticas en la vida diaria, así como en el mundo laboral, es cada vez más importante, dado que son una herramienta indispensable en la vida cotidiana. En cuanto al álgebra, Palarea (1999) afirma que sigue creciendo el interés por investigar las dificultades que se presentan en el aprendizaje, esto tanto de parte de varios investigadores como por los propios docentes; quienes coinciden en que los estudiantes del nivel medio superior tienen dificultad para comprender y desarrollar ejercicios que involucran el lenguaje algebraico; debido a que demuestran falta de dominio en el aprendizaje y la comprensión de este. En esta línea, Castro (2012) menciona que, “el aprendizaje del álgebra se hace difícil a la mayoría de los estudiantes. [...] afirmación con la que están de acuerdo las comunidades de profesores y de investigadores en educación matemática” (76).

El álgebra es una de las aplicaciones de las matemáticas, que emplea números, letras y signos para hacer referencia múltiples operaciones de un modo más general, es decir, el álgebra estudia la cantidad considerada del modo más general posible, para ello utiliza letras. Se considera una de las áreas fundamentales de las matemáticas, puesto que estudios algebraicos han obtenido numerosas aplicaciones que se han convertido en estrategias útiles para la resolución de problemas. En la enseñanza-aprendizaje del álgebra los estudiantes aprenden a sustituir letras por números, lo que implica que realicen una interpretación del lenguaje algebraico; para esto, se requiere de una comprensión y entrenamiento especial para entender y adquirir los conocimientos requeridos.

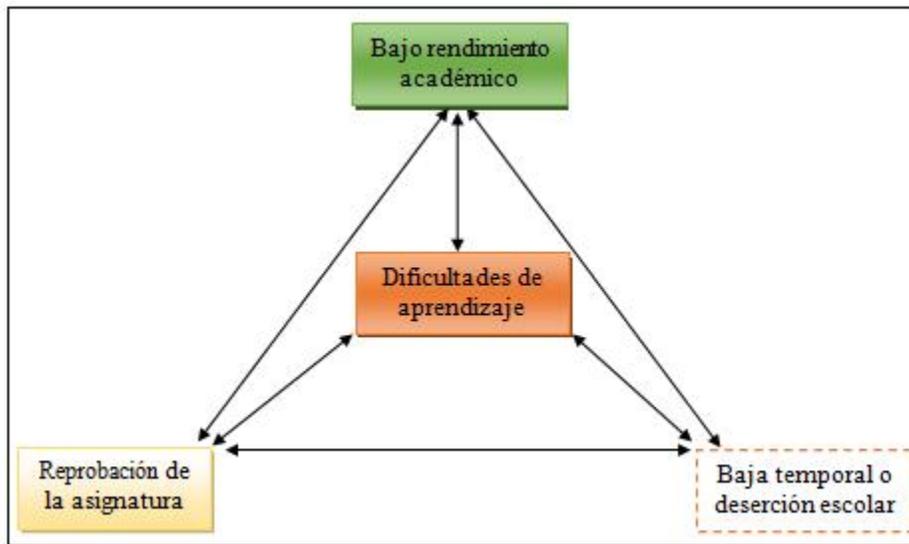
En la Educación Media Superior (EMS), algunos estudiantes se encuentran con asignaturas que les son más difíciles de aprender, por ejemplo, las matemáticas, cuya razón posible sea que tienen deficiencia en los conocimientos elementales de esta disciplina, de ahí que no logran una adecuada vinculación de sus conocimientos previos con los nuevos aprendizajes -como el álgebra-. Por lo que, es común que cuando se introduce la enseñanza del álgebra, muchos de los estudiantes tienen dificultades para apropiarse de sus contenidos, causándoles dificultad para poder desarrollar o resolver operaciones algebraicas correctamente, debido a que poseen conocimientos insuficientes, es decir, no están preparados para encontrarse con nuevos símbolos por descifrar.

Ormrod (2005) nos dice que las “dificultades de aprendizaje [...] suelen reflejar unos procesos cognitivos inapropiados o ineficaces” (208). De manera que al ser las matemáticas un área de conocimiento acumulativo -puesto que su enseñanza está desde la educación básica (preescolar, primaria y secundaria)-, en la adquisición deficiente de los aprendizajes, genera en los estudiantes un cúmulo de conocimientos insuficientes, que les impide comprender y aprender el álgebra. En esta situación, algunos de los estudiantes de EMS normalmente ven vídeos -en internet- con relación a la enseñanza del álgebra, los cuales les permiten “aclarar” sus dudas, es decir, los utilizan como una herramienta que incrementa sus conocimientos, para poder resolver las operaciones algebraicas.

La situación anterior, demuestra que en la escuela no logran apropiarse de los conocimientos requeridos del álgebra. Esto puede significar, la reprobación o la deserción escolar; son conceptos de un ciclo de dificultades de aprendizaje, este presentado en el diagrama 1. Por otro lado, podrían avanzar al siguiente nivel educativo, pero lo harán con un cúmulo de conocimientos inadecuados, por lo que se dificultará su ingreso, por ejemplo, para la Educación Superior (ES). En las universidades de sostenimiento público o autónomas, realizan un examen de admisión, con el cual evalúan los conocimientos de diferentes campos disciplinares¹, como el de matemáticas -el cual incluye el álgebra-, aunado a ello, en la carrera que el aspirante elija, puede encontrarse con dicha rama.

¹ Las competencias disciplinares básicas que conforman el marco curricular común del Sistema Nacional de Bachillerato, son: “Matemáticas, Ciencias experimentales, Ciencias sociales, Humanidades y Comunicación” (SEP, 2017: 49).

Diagrama 1. Ciclo de dificultades de aprendizaje



Fuente: Elaboración propia.

El bajo rendimiento académico de los estudiantes en el campo disciplinar de las matemáticas, es uno de los problemas del Sistema Educativo Nacional (SEN) en México. Esto se menciona con base en los resultados de las evaluaciones del Programa Internacional de Evaluación de los Alumnos (PISA), que realiza la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). “Según estas evidencias, los niños y los jóvenes mexicanos no dominan las competencias de matemáticas, lectura y ciencias naturales; el porcentaje de alumnos que se clasifica en la categoría de dominio insuficiente se coloca entre los más altos de los países que participan en las pruebas” (De Ibarrola, 2012: 20). PISA “[...] es una encuesta trienal para alumnos de 15 años que evalúa hasta qué punto [en la escuela] han adquirido los conocimientos y habilidades [...]. [...]; se enfoca en las áreas escolares centrales de lectura, matemáticas y ciencias” (OCDE, 2021a: 1). En esta evaluación, la OCDE, considera que:

[...] el énfasis de la evaluación está puesto en el dominio de los procesos, el entendimiento de los conceptos y la habilidad de actuar o funcionar en varias situaciones dentro de cada dominio. [PISA] ha sido concebido como un recurso para ofrecer información abundante y detallada que permita a los países miembros [como lo es México] adoptar las decisiones y políticas públicas necesarias para mejorar los niveles educativos (OCDE, 2007: 3).

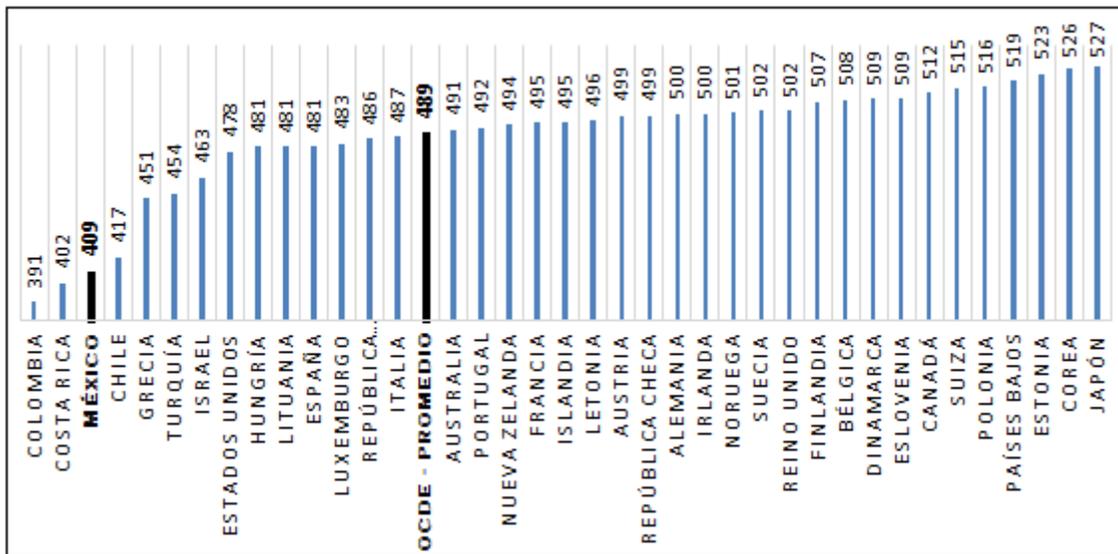
Con relación a la evaluación de los conocimientos en matemáticas, en el siguiente párrafo se menciona sobre ello:

El rendimiento matemático para PISA [consiste en medir] la competencia matemática de un joven de 15 años para formular, emplear e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos para describir, predecir y explicar fenómenos [...]. [Para la OCDE] la puntuación media es la medida. Un estudiante con conocimientos matemáticos reconoce el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo para poder hacer juicios y tomar decisiones bien fundamentados, que necesitan los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos, (OCDE, 2021b).

De manera que esta evaluación se lleva a cabo en el momento en que los estudiantes “llegan al final de la etapa de enseñanza obligatoria, hacia los 15 años. [Es decir que] se trata de una población que se encuentra a punto de iniciar la educación post-secundaria [y en el caso en México, el siguiente nivel educativo es la EMS]” (OCDE, 2007: 3). Dicha evaluación consiste en medir la efectividad de los países al preparar a los alumnos para el desarrollo de capacidades y habilidades para usar las matemáticas en los ámbitos de su vida personal, profesional y social. Asimismo, la OCDE compara los resultados obtenidos por los países participantes, analizando cómo los sistemas educativos pueden mejorar su desempeño. Por ejemplo, evalúa “el razonamiento matemático, el uso de conceptos, procedimientos, hechos y herramientas matemáticas” (OCDE, 2020: 47); para conocer la absorción de los aprendizajes en el aula por parte del alumno y si será capaz de aplicarlos fuera de la escuela.

Los resultados del desempeño en lectura, matemáticas y ciencias se presentan gráficamente en el sitio web de dicho organismo. A modo de comparación, se utiliza como referencia el puntaje promedio de la OCDE, es decir, “la puntuación media es la medida”. Los últimos resultados de PISA, al momento de realizar este trabajo de investigación, son del año 2018, los correspondientes a la evaluación del desempeño en matemáticas se presentan en la gráfica 1; en la cual, en el extremo inferior izquierdo, se sitúa al país con la puntuación más baja y en el extremo derecho al país por encima del promedio de OCDE.

Gráfica 1. Resultados PISA 2018. Matemáticas



Fuente: OCDE (2021b).

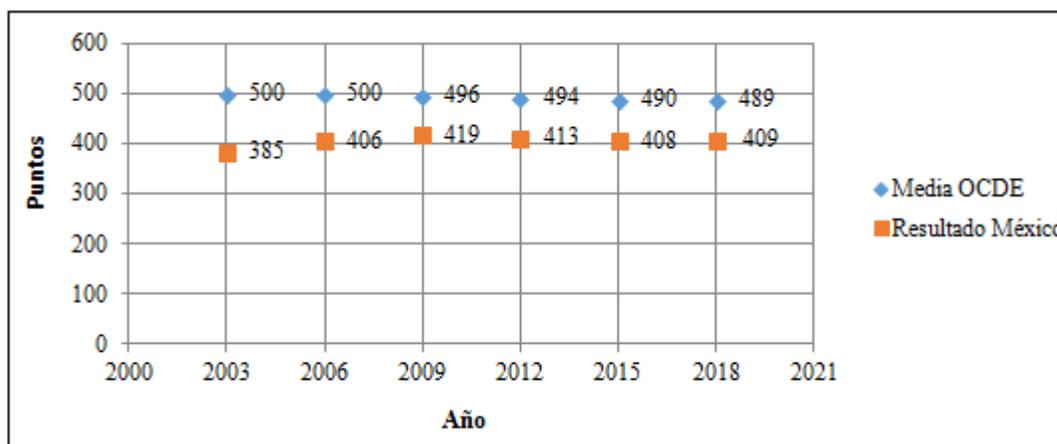
En estos resultados de PISA 2018, México obtuvo 80 puntos debajo del promedio OCDE, ocupa el trigésimo sexto lugar de un total de 38 países participantes, un lugar poco favorable. Por lo que se puede decir que el conocimiento de los estudiantes es deficiente, y sin los conocimientos requeridos, el examinado difícilmente puede tener un buen desempeño; lo que puede significar que en la escuela no se apropian de los conocimientos requeridos. Con la evaluación de PISA se analiza la efectividad de los países al preparar a los estudiantes para el desarrollo de capacidades y habilidades para usar las matemáticas en todos los aspectos de su vida. En el siguiente párrafo se presenta un breve análisis del desempeño de México en la referida evaluación:

En PISA 2018, los estudiantes mexicanos obtuvieron un puntaje bajo del promedio OCDE en lectura, matemáticas y ciencias. En México, solo el 1% de los estudiantes obtuvo un desempeño en los niveles de competencia más altos (nivel 5 o 6) en al menos un área (Promedio OCDE: 16%), y el 35% de los estudiantes no obtuvo un nivel mínimo de competencia (Nivel 2) en las 3 áreas (promedio OCDE: 13%), (Salinas, De Moraes y Schwabe, 2019: 1).

De acuerdo a lo referido por Salinas *et al.*, (2019), los resultados de la evaluación de

matemáticas son desfavorables para México, situación que se confirma con la información de la gráfica 2, en la que se presenta el historial de resultados de las evaluaciones de competencia de matemáticas -que considera: el contenido, los procesos y la situación- desde que comenzó a participar en el año 2003. En esta, se observa que en el año 2009 logró su puntaje más alto, no obstante, el resultado son 77 puntos por debajo del promedio OCDE.

Gráfica 2. Historial de resultados PISA 2003-2018. Matemáticas



Fuente: Osuna (2020).

Con base en los resultados de las evaluaciones PISA, es posible conocer en dónde los estudiantes de Educación Media Superior han acumulado conocimientos insuficientes de matemáticas, que les impide apropiarse de los nuevos aprendizajes para saber resolver operaciones algebraicas. Esta condición de los alumnos afecta su desempeño en las asignaturas de matemáticas, desde el ingreso y durante su tránsito en este nivel educativo, que podría derivar en deserción escolar, lo cual es otro de los problemas del SEN.

En este sentido, Vidales (2009), señala que la reprobación es uno de los factores que está estrechamente relacionado con la deserción o abandono escolar. Un ejemplo de esto, son los datos obtenidos de la Dirección General de Planeación, Programación y Estadística Educativa (DGPPYEE), sobre la matrícula de la EMS del ciclo escolar 2020-2021, y su comportamiento al concluir. En la tabla 1 se presenta la cantidad de alumnos matriculados, la cual fue de 4, 985,005 y de acuerdo a la gráfica 3, egresó el 67.5% de un 91.1%.

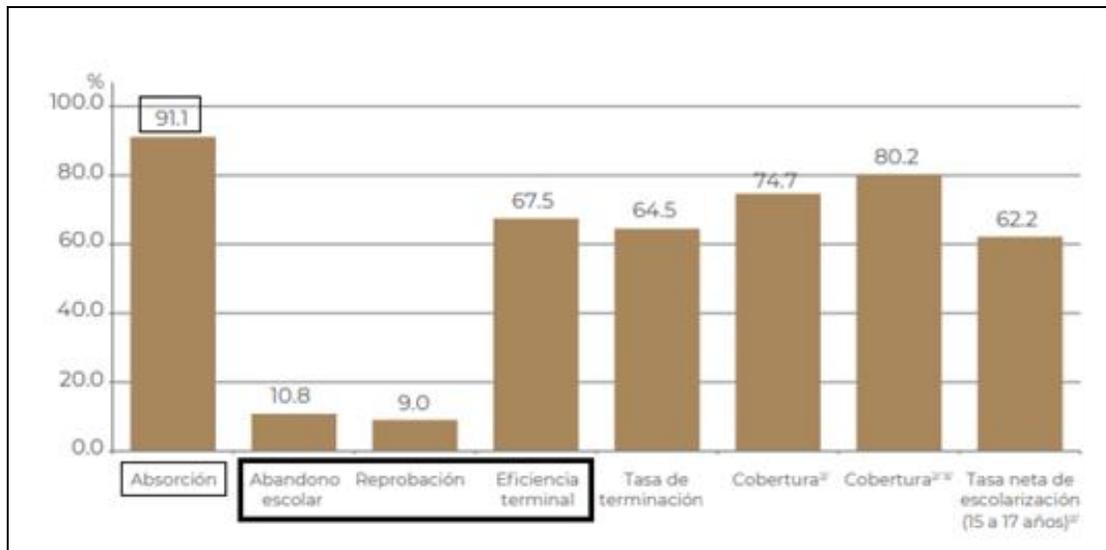
Tabla 1. Matrícula de la EMS, ciclo escolar 2020-2021

Tipo, servicio y sostenimiento	Modalidad escolarizada				
	Alumnos			Docentes	Escuelas
	Total	Mujeres	Hombres		
Educación media superior	4,985,005	2,562,983	2,422,022	408,267	20,943
Bachillerato general	3,093,775	1,636,229	1,457,546	216,766	16,546
Bachillerato tecnológico	1,838,568	896,323	942,245	183,666	3,840
Profesional técnico	52,662	30,431	22,231	7,835	557

Fuente: DGPPYEE (2021).

En esta gráfica 3, se observa el porcentaje de *abandono escolar* y *reprobación* del ciclo señalado, cuya información respectiva, se vierte en el indicador de *eficiencia terminal*. En cuanto al indicador de *reprobación*, es relevante mencionar que envuelve diversos factores, entre ellos la “alta reprobación en Matemáticas I” que menciona en su estudio Vidales (2009), que sea alude en el capítulo uno. Dichos indicadores, constituyen el comportamiento de la EMS. En la tabla 2 se presenta un glosario de los conceptos referidos.

Gráfica 3. Indicadores de la EMS. Ciclo escolar 2020-2021



Fuente: DGPPYEE (2021).

Tabla 2. Glosario de términos

Concepto	Descripción
Abandono escolar	Número de alumnos que dejan la Escuela en el ciclo escolar, por cada 100 alumnos que se matricularon al inicio de cursos de ese

	mismo nivel educativo.
Reprobación	Número de alumnos que no lograron adquirir los conocimientos o requisitos establecidos para aprobar un grado escolar, por cada 100 alumnos matriculados al final del ciclo escolar.
Eficiencia terminal	Número de alumnos que egresan de un determinado nivel educativo en un ciclo escolar, por cada 100 alumnos inscritos en la cohorte escolar inicial del mismo nivel.

Fuente: DGPPYEE (2021).

Con base en los resultados de PISA y los datos obtenidos de la DGPPYEE, se puede decir que los estudiantes portan conocimientos de matemáticas insuficientes al ingresar a la EMS, que les impide comprender y aprender los nuevos aprendizajes: álgebra. En este sentido, se puede decir que la falta de apropiación del conocimiento de matemáticas, se presenta en el trayecto de la educación básica (preescolar, primaria y secundaria). Lo que puede ser un indicio en dónde los estudiantes tuvieron un atraso en el aprendizaje de las matemáticas.

Como resultado de lo anterior, en la EMS, les impide apropiarse de los nuevos aprendizajes del álgebra; puesto que no logran comprender las operaciones algebraicas para resolverlas acertadamente, lo que puede conducirlos a un bajo desempeño escolar o en la reprobación de asignaturas de matemáticas, es decir, los estudiantes difícilmente puede tener éxito la EMS sin los conocimientos requeridos. Aunado a esta circunstancia de los estudiantes, la transición de los conocimientos aritméticos al lenguaje algebraico es complejo, si bien es cierto que van de la mano, “existen matices, ya que la aritmética es la ciencia de los objetos concretos [...]. En cambio, el álgebra es, en esencia, la doctrina de las operaciones matemáticas analizadas desde un punto de vista abstracto y genérico [...]” (Sierra, 2010: 1).

Para la OCDE (2007) “los estudiantes deben matematizar o conceptualizar las situaciones” (12), esto es, que el estudiante tenga la habilidad de utilizar un orden lógico para la resolución de distintos problemas cotidianos, a través de pasos o procesos ordenados, como por ejemplo, la referida en la tabla 3.

Tabla 3. Secuencia para resolver un problema matemático

Matematización horizontal

- Identificar matemáticas relevantes en un contexto general.
- Plantear interrogantes.
- Enunciar problemas.
- Representar el problema de un modo diferente.
- Comprender la relación entre lenguaje natural, lenguaje simbólico y formal.
- Encontrar regularidades, relaciones y patrones.
- Reconocer isomorfismos con problemas ya conocidos.
- Traducir el problema a un modelo matemático.
- Utilizar herramientas y recursos adecuados.

Matematización vertical

- Usar diferentes representaciones.
- Usar el lenguaje simbólico, formal y técnico y sus operaciones.
- Refinar y ajustar los modelos matemáticos; combinar e integrar modelos para argumentar y generalizar.

Validación y reflexión

- Entender la extensión y límites de los conceptos matemáticos.
- Reflexionar sobre los argumentos matemáticos, explicar y justificar los resultados.
- Comunicar el proceso y la solución.
- Criticar el modelo y sus límites.

Fuente: Rico (2007: 51-52).

Aunado a lo anterior, para la OCDE (2007), al menos las siguientes seis dimensiones son clave para proporcionar estructura y apoyo para el razonamiento algebraico:

- comprender la cantidad, los sistemas numéricos y sus propiedades algebraicas;
- valorar el poder de la abstracción y la representación simbólica;

- ver estructuras matemáticas y sus regularidades;
- reconocer relaciones funcionales entre cantidades
- utilizar modelos matemáticos (por ejemplo, los que se utilizan en las ciencias físicas, biológicas, sociales, económicas y del comportamiento).

Como previamente se ha mencionado, el objetivo de la OCDE (2007) es evaluar si el estudiante será capaz de aplicar fuera de la escuela los conocimientos matemáticos -en los cuales incluye el álgebra-, es decir, si tiene la capacidad de utilizar estos conocimientos en los ámbitos de su vida personal, laboral y social, para argumentar, comunicar, resolver problemas o tomar decisiones; como se menciona en el siguiente párrafo:

La evaluación de competencias no se dirige a la verificación de contenidos; no pone la atención en el hecho de que ciertos datos o conocimientos hayan sido adquiridos. Se trata de una evaluación que busca identificar la existencia de ciertas capacidades, habilidades y aptitudes que, en conjunto, permiten a la persona resolver problemas y situaciones de la vida. [...]. La clave del concepto de competencia, tal como se utiliza para el PISA [...] está en valorar la capacidad del estudiante para poner en práctica sus habilidades y conocimientos en diferentes circunstancias de la vida (OCDE: 2007: 6-7).

Por lo anterior expuesto, se considera importante adquirir en la escuela los conocimientos requeridos en tiempo y forma, cuyo espacio es privilegiado para “desarrollar la mente de los educandos, [...], de producir cambios mentales orientados a que cada persona aprenda por sí mismo [...] que lo aprendido sea significativo y transformador del actuar humano” (Echavarría, 2003: 3). De manera que el rol del profesor es fundamental, puesto que de él parten las tareas que permiten en el alumno establecer relaciones, producir significado; es quien debe iniciar las intervenciones para explorar situaciones en el aula para la construcción del conocimiento. Aunado a que es quien domina los contenidos de la temática, debe estar abierto a conocimientos pedagógicos y recursos tecnológicos que repercutan en los métodos de enseñanza, por lo que será necesario diversificar las clases, buscando una mejor comprensión de todos los estudiantes, es decir, facilitar el aprendizaje.

Sin embargo, Palarea (1999) refiere que en algunas instituciones del nivel medio superior, los profesores utilizan métodos, técnicas y estrategias tradicionales, sin formación y sin proyectos innovadores en los métodos enseñanza, lo que afecta negativamente en el aprendizaje de los estudiantes, por lo que la mayoría de ellos egresan con un bajo nivel de conocimientos, principalmente en matemáticas y arrastran estas deficiencias a la Educación Superior, a estos señalamientos que realiza, se pueden añadir los que se mencionan en el siguiente párrafo:

Las instituciones educativas² tienen organizadas sus tareas en una forma diametralmente opuesta. [...] mantiene roles fijos, espacios y tiempos rígidamente determinados; es rutinaria y memorística, no es polémica ni creativa ni emprendedora; [...]; se desentiende, salvo casos excepcionales, del saber hacer y del ser; le impone al aprendiz qué debe saber, cuándo y cómo lo debe aprender [...] (Lanail, 2006: 1).

El dominio de la temática es fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje, pero no es suficiente, pues muchas veces el docente utiliza tecnicismos o asume que es lógico, por tanto, el alumno ya aprendió lo que se le ha enseñado; en cambio, los estudiantes, pueden tener conocimientos previos inapropiados, tienen formas diferentes de aprender, provienen de distintos contextos, etc. En este sentido, uno de los propósitos de esta investigación, es presentar aportes pedagógicos, que favorezca la consolidación de preceptos y habilidades, con las que el profesor ha de responder para alcanzar el propósito de la enseñanza: ayudar al estudiante a aprender y comprender el álgebra, es decir, facilitar el aprendizaje; en el sentido de que desarrolle capacidades, habilidades y aptitudes, con las que pueda resolver las situaciones más diversas que se le planteen.

Hipótesis

Algunos de los estudiantes de la Escuela Preparatoria Oficial No. 69, tienen dificultades para resolver operaciones algebraicas correctamente (expresiones que en lugar de números se encuentran letras que pueden representar toda clase de valor, incluyen uno o varios

² El artículo "La escuela que necesitamos", está dirigido a las instituciones que atienden adolescentes -etapa que va de los 12-13 a los 17-18 años de edad-. De manera que la autora, abarca a la educación secundaria y a la EMS, ya que la edad promedio en que esta última se estudia es de 15 a 18 años de edad.

signos de operación de, suma, resta, multiplicación, división, exponentes y de raíz), porque no cuentan con los conocimientos apropiados de las matemáticas, lo cual les impiden apropiarse de los nuevos contenidos del álgebra. En este sentido, una herramienta didáctica tecnológica como los vídeos (que enseñan a resolver operaciones algebraicas) podría apoyarles en su aprendizaje.

I.2. Preguntas y objetivos de investigación

Preguntas

1. De acuerdo con investigaciones previas, ¿a qué factores se atribuyen las dificultades de los estudiantes para resolver operaciones algebraicas?, ¿las habilidades y competencias que debe desarrollar el estudiante en el aprendizaje de las operaciones algebraicas indicadas en las asignaturas de matemáticas, que forman parte del Plan de Estudios del BG, permiten lograr el aprendizaje esperado en los alumnos? (*cf.* Capítulo I y II).
2. ¿Cómo puede intervenir la pedagogía en el proceso de enseñanza para que los estudiantes de la Escuela Preparatoria Oficial No. 69 de la rama de BG, logren los conocimientos requeridos para resolver operaciones algébricas? (*cf.* Capítulo III).
3. ¿Cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes de la Escuela Preparatoria Oficial No. 69, para solucionar operaciones algebraicas, y cómo resuelve esas dificultades?, ¿los videos, como herramienta didáctica tecnológica, pueden apoyar en el logro de aprendizajes para resolver operaciones algebraicas? (*cf.* Capítulo IV).

Objetivos

- Analizar, en investigaciones previas, los factores que entrañan las dificultades de los estudiantes para resolver operaciones algebraicas, si la asignatura de matemáticas ocupa un lugar relevante en el Plan de Estudios del BG, si se mencionan los conocimientos y habilidades a adquirir en la enseñanza-aprendizaje de esta rama de las matemáticas. Comprobar si las habilidades y competencias que debe desarrollar el estudiante en el aprendizaje de las operaciones algebraicas indicadas en las asignaturas de matemáticas, que forman parte del Plan de Estudios del BG, permiten lograr el aprendizaje esperado en los alumnos (*cf.* Capítulo I y II).

- Presentar aportes de modelos pedagógicos (de la didáctica general, didáctica de la matemática y del álgebra, de la Teoría del Desarrollo Cognitivo, de J. Piaget, de la Teoría Sociocultural, de L. Vygotsky y de la Teoría de Aprendizaje Significativo, de D. Ausubel) para que los alumnos de la EPO 69 logren los conocimientos requeridos para resolver operaciones algébricas (*cf.* Capítulo III).
- Indagar si los estudiantes de la Escuela Preparatoria Oficial No. 69, tienen dificultades para resolver operaciones algebraicas, y cómo resuelven esas dificultades; comprobar si los videos, como herramienta didáctica tecnológica, pueden apoyar en el logro de aprendizajes para resolver operaciones algebraicas (*cf.* Capítulo IV).

Metodología

Este trabajo de investigación se realizó en dos etapas, la primera de tipo bibliográfica documental (ver tabla 6). En la cual se incluyó la revisión de la fundamentación de la EMS, su ubicación en el Sistema Educativo Nacional (SEN), el Modelo Educativo, los Planes de Estudio de Referencia del Marco Curricular Común (MCC) y el Mapa Curricular establecido para el Bachillerato General. Se aluden estudios previos relacionados con el problema planteado para conocer cómo se ha abordado y a qué factores se atribuye la dificultad de los estudiantes para resolver operaciones algebraicas correctamente. Se alude sobre la importancia del conocimiento del álgebra y algunas de sus concepciones dadas. Aunado a ello, debido a que el objetivo de este estudio también es contribuir con aportes pedagógicos, se presentan modelos pedagógicos, contribuciones de la didáctica general, de la matemática y del álgebra, de la Teoría del Desarrollo Cognitivo de J. Piaget, de la Teoría Sociocultural de L. Vygotsky y de la Teoría de Aprendizaje Significativo de D. Ausubel.

En cuanto a la segunda etapa, en la metodología se utilizó el enfoque cuantitativo. La recuperación de la información se llevó a cabo por medio de dos instrumentos de investigación, el primero, un cuestionario de once preguntas cerradas dirigido a los alumnos de la Escuela Preparatoria Oficial No. 69, el segundo, una guía de cinco preguntas, para investigar cinco vídeos en internet relacionados con la enseñanza del álgebra. Todos los resultados del estudio, se representan con estadística descriptiva (gráficas de pastel, gráficas de barras y una tabla). El análisis se realizó por cada resultado obtenido en cada pregunta

del cuestionario y de la investigación de los cinco vídeos en internet; con los cuales se contrasta la hipótesis. Dicha etapa, se presenta en el capítulo cuatro, el cual concluye con algunas recomendaciones, que se derivan de la investigación llevada a cabo, la cual contribuyó significativamente para poder realizarlas.

I.3. Estudios previos relacionados con la temática

Esta búsqueda de la generalización, la construcción de la simbología algebraica, derivó en la evolución de varias ramas de las matemáticas, de manera que el desarrollo del lenguaje simbólico, además de representar una forma de comunicar el habla, los hechos y las situaciones problemáticas, permite escribir a través de símbolos sobre cantidades y formas. Serres (2011), nos dice, que casi en su mayoría, los integrantes de la comunidad en educación matemática consideran útil el conocimiento del álgebra debido a las siguientes cuatro razones:

a) es una parte necesaria del conocimiento general de miembros de una sociedad democrática y educada. *b)* es un prerrequisito para futuros estudios de matemáticas, ciertos cursos de una educación superior y muchos campos de empleo, *c)* es un componente crucial de la alfabetización matemática, en el cual se basa un futuro tecnológico y el progreso económico de la nación. *d)* es un camino eficiente para resolver ciertos tipos de problemas, *e)* promueve la actividad intelectual de generalización, pensamiento organizado y razonamiento deductivo (Serres, 2011: 125).

Sin embargo, el uso de esta simbología carente de comprensión, se convierte en un instrumento que dificulta el proceso de aprendizaje. Por lo que cuando se introduce la enseñanza del álgebra en la educación básica -preescolar, primaria y secundaria-, no se profundiza en este aprendizaje, debido a que los alumnos tienen muchas dificultades para apropiarse de sus contenidos, de manera que en este nivel educativo se asume que la apropiación de este conocimiento ocurrirá en el trayecto de su formación educativa; como se menciona en el siguiente párrafo:

El aprendizaje del álgebra se ha relegado a la escolaridad media [...]. Numerosos

estudios en el área han resaltado las enormes dificultades que demuestran los adolescentes cuando comienzan el aprendizaje del álgebra [y las cuales] las han explicado como dificultades en su razonamiento, o se han remitido a enfatizar la falta de pensamiento abstracto o formal entre estos estudiantes. (Brizuela y Blanton, 2014: 40-41).

Lo referido forma parte de los varios factores por los cuales los estudiantes de la EMS presentan dificultades para resolver operaciones algebraicas, pues no cuentan con los conocimientos previos adecuados, de manera que también es posible saber en dónde inician con la acumulación de conocimientos insuficientes del lenguaje algebraico, que les impide apropiarse de los nuevos aprendizajes. Algunos otros de los factores a los cuales se atribuyen estas dificultades se mencionan en este párrafo:

Las dificultades y obstáculos inherentes al objeto son debidas, en gran parte, a la naturaleza misma del álgebra, su lenguaje, los elementos que lo componen, las reglas que lo rigen. [...] las dificultades debidas al sujeto están relacionadas con la complejidad que supone la abstracción y la generalización, acciones que desempeñan un papel destacado en el álgebra, haciéndose hincapié en la componente abstracta de estas acciones como una de las razones que originan las dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje de esta materia. La investigación sugiere que las dificultades y obstáculos en el aprendizaje del álgebra pueden ser clasificadas en tres tipos: aquellas que son intrínsecas al objeto, [...] inherentes al propio sujeto y [...], involuntaria quizá, de las técnicas de enseñanza, (Castro, 2012: 76).

En este mismo sentido, Castro (2012) realiza una tipificación de las dificultades relacionadas con el aprendizaje del álgebra, esta se presenta en la tabla 4, y la cual se suma a los distintos factores que impiden que los estudiantes de EMS se apropien del conocimiento del álgebra, es decir para que logren comprender y aprender y puedan resolver operaciones con lenguaje algebraico.

Tabla 4. Tipificación de dificultades del aprendizaje del álgebra.

Tipo	Característica
Cognitivo	Achacable al sujeto, la generalización y la utilización de símbolos suponen dificultad.
Psicológico	Solamente oír la palabra álgebra ya asusta a los estudiantes.
Social	La sociedad tiene catalogada el álgebra entre las ramas más complejas de las matemáticas.
Pedagógico	Desmotivación de los estudiantes que hace su formación más compleja.
Didáctico	Métodos de enseñanza del álgebra anticuados.

Fuente: Castro (2012).

Una de las concepciones dadas al álgebra es que es una rama de las matemáticas que trabaja con la generalización y la abstracción para representar cantidades a través de símbolos. Molina (2015) afirma que diversos investigadores se han preocupado por identificar una concepción de álgebra, y menciona a Usiskin (1988), Bednarz, Kieran y Lee (1996), Kaput (1999), Drijvers y Hendrikus (2003), Kaput, Carraher y Blanton (2008) y Drijvers, Goddijn y Kindt (2011). Por su parte, referido autor formula cinco concepciones para definir el álgebra, estas presentadas en la tabla 5.

Tabla 5. Concepciones del álgebra

Concepción	Definición
Aritmética generalizada y estudio de patrones.	Distingue dos componentes, la generalización como raíz del álgebra y de la exploración, identificación y expresión de regularidades y patrones como actividades algebraicas.
Funciones.	El álgebra incluye el estudio de relaciones entre variables y, por tanto, de funciones y gráficos. Interviene el simbolismo algebraico, las letras representan variables con el significado de cantidades cambiantes.
Resolución de	El álgebra es una herramienta potente para la resolución de

problemas.	problemas, en especial los que pueden ser formulados en términos de ecuaciones e inecuaciones. Estos problemas no tienen por qué provenir de las matemáticas en sí mismas; a menudo proceden de otras áreas como la física, economía, vida profesional, etc.
Estudio de estructuras.	Las letras se utilizan en expresiones algebraicas como un objeto arbitrario en una estructura, no siendo necesaria su vinculación a números o cantidades como referentes.
Lenguaje algebraico.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ El álgebra como un medio de expresión de ideas matemáticas o sistema de representación. ▪ El álgebra dispone de un lenguaje propio estandarizado con un conjunto de símbolos, signos y reglas para su uso. ▪ Este lenguaje expresa acciones en, y relaciones entre, cantidades u otro tipo de números. ▪ Es un lenguaje compacto e inequívoco, lo que hace que sea altamente aplicable en otras áreas.

Fuente: Molina (2015: 1-4).

De acuerdo con Molina (2015), Drijvers y Hendrikus clasifican el álgebra en cuatro enfoques:

- El álgebra como un medio para resolver problemas.
- El álgebra es el estudio de las funciones, es decir, relaciones entre variables.
- El álgebra se centra en la generalización de relaciones y el estudio de patrones y estructuras.
- El álgebra se centra en el lenguaje, como un medio de expresión de ideas matemáticas o como un sistema de representación.

Como se mencionó anteriormente, el conocimiento del álgebra es necesario porque tiene muchas aplicaciones, que han demostrado su utilidad como método de resolución de problemas, para el desarrollo del ser humano, y porque apuntala el aprendizaje posterior de las distintas ramas de las matemáticas. Sin embargo, como lo refiere Palarea (1999), las

dificultades de aprendizaje de álgebra han sido analizadas y, se comprueba que la enseñanza escolar no permea en los estudiantes, sobre ello, se menciona en el siguiente párrafo:

Los profesores constatan que los alumnos no llegan a obtener un conocimiento algebraico satisfactorio a pesar del empeño puesto en su enseñanza. La toma de conciencia de esta situación ha generado gran cantidad de trabajos de investigación, los cuales tratan de detallar, lo más ampliamente posible, la problemática del aprendizaje del álgebra, las causas que dan origen a la misma y cómo encontrar soluciones que palien dicha problemática. (Castro, 2012: 76).

Las dificultades y factores que interfieren en el aprendizaje del álgebra en el ámbito escolar son múltiples, pero quizá el más relevante es la falta de entendimiento y comprensión de esta rama de las matemáticas, es decir, los estudiantes presentan dificultad en los procesos de “asimilación y acomodación”³, por ejemplo, los conocimientos aritméticos que poseen no logran vincularlos adecuadamente con el lenguaje algebraico. En el siguiente párrafo se menciona una posible explicación sobre la dificultad de los estudiantes para el aprendizaje de dicha rama:

La transición de la aritmética al álgebra es un paso crucial para llegar a ideas más complejas y abstractas dentro de las matemáticas escolares. Sin embargo, los resultados de la investigación en didáctica del álgebra registran que la mayoría de las dificultades que enfrentan los estudiantes al iniciarse en el estudio del álgebra se debe a que, por mucho tiempo, esta ha sido vista como una mera extensión del cálculo numérico al cálculo literal [...]. Por otro lado, [...] autores como Booth (1984), Kieran (1980), Kieran y Filloy (1989), Mason *et al.*, (1985), Filloy y Rojano (1985) y Ursini (1990b) señalan que los estudiantes suelen usar métodos aritméticos en lugar de métodos algebraicos para resolver problemas de enunciado y tienen dificultades para comprender y manejar conceptos propios del álgebra [...]. Estos estudios evidenciaron, además, que un bagaje predominantemente aritmético puede

³ La persona que se enfrenta con un problema matemático, intenta asimilarlo a su estructura mental existente, lo que significa que intentará resolverlo con el conocimiento que tiene, y esto es el resultado de la asimilación. Reconstruye el modelo cognitivo existente y lo extiende para acomodarse a la nueva situación.

resultar un obstáculo para el aprendizaje del álgebra [...]. (Butto y Rojano, 2010: 56).

En este sentido, las dificultades con las que se encuentran los estudiantes en el proceso de transición de la aritmética al álgebra están relacionadas con el uso de letras, símbolos y paréntesis; algunos no manejan el significado de los símbolos que han aprendido formalmente porque, además de desconocer el significado de las fórmulas y conceptos, inventan significados que sustituyen a los auténticos; y algunos otros utilizan el álgebra como una máquina de cálculo y no como una herramienta para comprender generalizaciones y argumentar en matemáticas.

En un estudio realizado por Vega (1995), titulado: “El uso del lenguaje algebraico en alumnos de bachillerato”, lo llevó a cabo en una Preparatoria del Estado de Morelos, partió de los antecedentes sobre “la problemática de los procesos de la enseñanza, sobre todo del aprendizaje de las matemáticas, y en especial del álgebra” (27). En su investigación tuvo el indicador sobre “los perfiles de competencia algebraica de los alumnos de nivel medio superior” (Vega, 1995: 28), de manera que en su instrumento de investigación hubo “preguntas dirigidas hacia el análisis de las estrategias para resolverlas” (Vega, 1995: 29).

Dentro de la investigación del referido autor, se considera que realiza un señalamiento relevante con respecto a la población que ingresa al bachillerato, a saber, “proviene de distintas secundarias” (Vega, 1995: 29), el cual lo utiliza “para realizar una tipificación apropiada del nivel de competencia algebraica de los alumnos de bachillerato” (Vega, 1995: 29). Este señalamiento podría ser un indicio para el eficaz aprendizaje del lenguaje algebraico, puesto que la escuela sabida que los estudiantes proceden de distintas instituciones educativas, podría regularizarlos antes de iniciar con la enseñanza-aprendizaje de nuevos contenidos, a fin de que logren una adecuada “asimilación y acomodación” de los nuevos aprendizajes en tiempo y forma.

Las conclusiones son alarmantes, pues “de acuerdo con los resultados obtenidos, ningún alumno [...] [es] competente en el uso del lenguaje algebraico, de ser capaz de enfrentar con éxito cualquier situación que requiera del álgebra, ya que no hubo quien

contestara todas las preguntas en forma correcta. Puede decirse que los conocimientos y habilidades obtenidos [...] en su trayectoria en el primer año del bachillerato, influyen para alcanzar el bajo nivel de competencia algebraica” (Vega, 1995: 44).

En estas conclusiones es importante enfatizar, que a partir del primer grado escolar es fundamental que los estudiantes adquieran conocimientos de matemáticas apropiados. Por lo tanto, se reitera lo dicho en el párrafo anterior, cuando los estudiantes están matriculados, la escuela puede considerar regularizarlos en los conocimientos que portan antes de iniciar con los nuevos aprendizajes; para ello es conveniente analizar los resultados de diagnósticos, encuestas, estadísticas, etc., a modo de saber que los contenidos a enseñar sean los apropiados, y tengan éxito no solo en dicho grado sino en su trayecto de EMS.

El fracaso escolar está estrechamente relacionado con el factor de reprobación escolar, y este en sí mismo tiene diversas vertientes, entre estas la falta de apropiación de los conocimientos requeridos. En una investigación realizada por Vidales (2009), en una Preparatoria de Zacatecas, titulada: “El fracaso escolar en la educación media superior. El caso del Bachillerato de una Universidad Mexicana”, considera los indicadores de reprobación y deserción. En lo concerniente al indicador de reprobación, refiere que “Matemáticas I registra la mayor reprobación en casi todas las generaciones que han cursado el bachillerato con el plan curricular de 1993 [...], alcanzando en algunas de ellas porcentajes que se colocan por encima de un 35%, casi [...] como las que se registraban en el plan curricular de 1971” (Vidales, 2009: 329).

En dicho estudio, el autor señala que la asignatura de Matemáticas I tuvo el mayor índice de reprobación, no obstante, el autor no menciona que la asignatura de matemáticas I abarca distintos temas -como se verá en el Plan de Estudios del Bachillerato General que se presenta en el capítulo II-, para saber en qué rama de las matemáticas el estudiante presentó conocimientos deficientes. Por otro lado, en este punto, se vuelve a confirmar que los alumnos en el momento en que ingresan a la EMS portan un cúmulo de conocimientos inapropiados de matemáticas que les impide adquirir los nuevos aprendizajes para tener un desempeño aprobatorio en la asignatura de matemáticas –que abarca varias de sus ramas-.

Vidales (2009), atribuye la reprobación de referida asignatura a la falta de recursos

de apoyo para el proceso de enseñanza-aprendizaje, en sus palabras, a “la escasa introducción de mejoras pedagógicas o didácticas a los programas docentes de área y de asignatura [...]” (332), de manera que se puede decir, que los resultados evidenciaron que los estudiantes demostraron falta de la apropiación de los conocimientos requeridos. Vidales (2009) concluye con un señalamiento hacia el profesor, -derivado de una indagación realizada entre los estudiantes y los profesores, con relación a los factores que consideran, entrañan la reprobación- a saber, “el profesor no se está desempeñando adecuadamente, ni como modelo de persona ni como un profesional de la enseñanza, ni como director científico del proceso de enseñanza aprendizaje debido a su carencia de formación psicopedagógica” (330).

En otro estudio, realizado por Meléndez (2016) titulado “Dificultades del uso algebraico de la variable en el nivel medio superior”, la llevó a cabo en un CECyT. A los estudiantes les realizó un diagnóstico de conocimientos a través de la resolución de distintos planteamientos algebraicos, en el que evaluó: “variable como incógnita, número general y relación funcional” (30). En el análisis de los resultados halló que “el 50% de los estudiantes no lograron contestar un solo reactivo correctamente”. Asimismo, señala que “en los planes de estudio no se hace mención alguna sobre los diferentes usos que se le puede dar a una variable, ni se incluye como contenido que se tenga que trabajar [...]” (Meléndez, 2016: 123).

El autor pone acento en la falta de precisión en los planes de estudio como en los contenidos que se utilizan para la enseñanza del lenguaje algebraico; de manera que se puede decir, que la escuela no ha tomado acción alguna, como por ejemplo, averiguar si los métodos que emplea son suficientes para satisfacer los conocimientos requeridos en el estudiante. En lo concerniente a los planes de estudio, habrá que tomar en cuenta que en estos se precisan las competencias y conocimientos que el estudiante debe adquirir, pero no la metodología a emplear para la enseñanza-aprendizaje. Por otra parte, el autor no señala que la institución educativa, debe autoevaluarse para saber si las estrategias y métodos de enseñanza están posibilitando aprendizajes significativos en los alumnos.

Los distintos estudios realizados han constatado que en los estudiantes prevalecen

los conocimientos inadecuados de matemáticas, los cuales les impiden resolver operaciones algebraicas acertadamente. Esta circunstancia, deriva en el alto índice de reprobación en la asignatura de Matemáticas I o en la deserción escolar que refiere en su estudio Vidales (2009). Por lo que, la escuela tendría que hacer frente a esta situación de los educandos y facilitar el aprendizaje a través de métodos y técnicas de enseñanza, por ejemplo, poner al alcance del estudiantado una herramienta didáctica (vídeos), a la cual tengan acceso para consultarla las veces que lo necesiten, pues la escuela es quien “tiene a su cargo la tarea de propiciar la adquisición de conocimientos, habilidades y actitudes por parte de los estudiantes [...] principalmente los considerados como básicos, [...]” (Meléndez, 2016: 1). Siguiendo en esta línea se puede añadir lo mencionado en el siguiente párrafo:

Las TIC [como por ejemplo los vídeos] ofrecen una oportunidad de innovar en el ámbito formativo, generando nuevas formas de acceso que se traducen en el establecimiento de cambios en el sistema educativo, favoreciendo la inclusión de las poblaciones vulnerables, y de todos los integrantes de la nación, ofreciendo medios modernos para la atención de las necesidades de la ciudadanía, tomando en cuenta su época y su contexto. De esta manera [...] se puede observar una vinculación entre la innovación, la inclusión y las TIC (Navarrete, López y Manzanilla, 2021: 357).

Las herramientas didácticas (como por ejemplo, los vídeos) contribuyen significativamente al proceso de enseñanza-aprendizaje. Se recomienda esta herramienta didáctica porque con la aceleración del desarrollo tecnológico, el avance de los medios multimedia ha alcanzado un nivel sin precedentes. Si bien es cierto que esta herramienta no resuelve los problemas educativos como tampoco reemplaza el rol del docente, complementa y asiste en la didáctica del proceso de enseñanza-aprendizaje; la cual podría implementarse en las instituciones educativas con la posibilidad de: “c) acceso a las TIC, d) infraestructura y e) conectividad” (Manzanilla, Navarrete y Ocaña, 2021: 183); debido a que no toda escuela cuenta con el “financiamiento para dotar las aulas de medios con equipos de cómputo, servidores y conexión a internet” (Manzanilla, Navarrete y Ocaña, 2021: 186); esto también puede ocurrir en el caso del estudiante, que en su contexto se carezcan de recursos tecnológicos o que no cuente con la posibilidad de acceder a ellos.

Las instituciones con acceso a los referidos recursos, podrían considerar que el vídeo es útil como herramienta didáctica que ayuda a facilitar el aprendizaje, a través de interacción visual y auditiva, aunado a que la información tendría una secuencia y coherencia; con lo cual el estudiante logre adquirir los conocimientos requeridos, que los impulse a continuar aprendiendo con éxito. Puesto que los estudiantes están utilizando este recurso tecnológico como una herramienta para incrementar su aprendizaje, y por ende para avanzar en la etapa educativa en la que se encuentran, en otras palabras, “los alumnos hacen uso de la tecnología con mucha frecuencia, por lo que se ha convertido en la compañera intelectual del aprendiz para facilitar el pensamiento de alto nivel, por lo tanto, es importante y casi necesario que este recurso virtual [el vídeo] sea tomado en cuenta para fines didácticos” (García y González, 2015: 6).

Debido a lo antes expuesto, se puede decir que los diversos recursos tecnológicos disponibles -como por ejemplo, los vídeos- pueden servir como materiales didácticos más atractivos para los estudiantes acostumbrados a estos, además de tener posibilidades de hacer más accesible la enseñanza; por lo que este estudio pone especial énfasis en el vídeo como una herramienta didáctica, el cual es una novedad tecnológica relativamente nueva, que se ha convertido en una herramienta útil para incrementar el conocimiento, no obstante, aún hay poca exploración para este uso.

La creación de la referida herramienta didáctica (vídeos) debe planificarse para que tenga una organización, secuencia y coherencia de la información, por lo que la escuela debe tomar en cuenta para su diseño, los conocimientos del profesor y del pedagogo, para que se logre una enseñanza eficaz. Por ejemplo, hay que analizar desde dónde el estudiante necesita regularizar sus conocimientos matemáticos, conocer si el educando ha desarrollado una habilidad mecánica que le permite resolver el problema sin saber cómo explicarlo o por qué se llega a tal resultado o por qué el problema se resuelve de cierta manera. Con esta herramienta didáctica (vídeos), la escuela debe asegurarse de que el estudiante se apropie del conocimiento matemático, que los aprendizajes permeen en él, pues del dominio de los conocimientos adquiridos desde el primer semestre, depende su éxito en la transición de la EMS, aunado a ello, los aprendizajes le serán de utilidad en lo subsecuente.

I.4. Justificación

El álgebra tiene muchas aplicaciones en los ámbitos de la vida personal, profesional y social, pero al igual que otras de las ramas de las matemáticas, su estudio ha presentado dificultades. Debido a que existe una gran población de la EMS enfrentando el problema planteado, fueron dos razones que me llevaron a investigar este tema, una es, analizar las posibles causas de la dificultad que presentan muchos estudiantes para resolver las operaciones algebraicas, es decir, conocer en dónde los estudiantes tuvieron un atraso en el aprendizaje de las matemáticas y acumularon conocimientos insuficientes de los conceptos de álgebra, que les impide apropiarse de los nuevos contenidos del lenguaje algebraico, asimismo saber cómo resuelven estas dificultades; y la otra es, contribuir a la solución de este problema con aportes pedagógicos.

El álgebra es parte de las matemáticas, y la comprensión de parte de los estudiantes, debe ser una de las metas a alcanzar en la enseñanza de dicha disciplina. Sin embargo, “entre los procesos críticos y difíciles por los que pasan los estudiantes, está la transición del conocimiento de aritmética al aprendizaje del álgebra; si este proceso se da en forma adecuada permite apoyar el paso del estadio de operaciones concretas al del pensamiento formal” (García *et al.*, 2015: 1). Obtener el conocimiento de dicha rama en la escuela es necesario, porque ayuda a los estudiantes a pensar de manera crítica, sistemática, lógica, analítica; porque es el lugar privilegiado para la enseñanza y el aprendizaje, de manera que al profesor le corresponde ayudar al estudiante a aprender, a través de métodos posibilitadores correctos de enseñanza.

Aunado a lo anterior, el conocimiento del lenguaje algebraico, también es útil para “formular, emplear e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos para describir, predecir y explicar fenómenos” (OCDE, 2021b). Y porque el álgebra apuntala el aprendizaje posterior de las distintas ramas de las matemáticas, de manera que sin el conocimiento requerido difícilmente el estudiante podrá tener éxito en el trayecto de su EMS, y en los subsecuentes niveles educativos.

Como conclusión de este capítulo, y con base en los estudios analizados, se puede decir que muchos de los estudiantes de la EMS, no están preparados cuando se encuentran

con muchos símbolos nuevos por descifrar. En su ingreso al referido nivel educativo, portan un cúmulo de conocimientos insuficientes en matemáticas que les dificulta aprender apropiadamente el lenguaje algebraico, y por ende no logran realizar operaciones algebraicas acertadamente. Por último, se encuentran las fuentes documentales analizadas que permitieron dar respuesta a tres de las preguntas de investigación.

En el siguiente capítulo, se presenta la contextualización de la Educación Media Superior, y se incluye el Mapa Curricular del Bachillerato General para señalar la ubicación del tema de operaciones algebraicas, en donde muchos de los estudiantes de la EMS tienen dificultades para resolverlas correctamente.

Tabla 6. Fuentes documentales utilizadas

No.	Tipo de documento	Autor (es)	Título	Año	Objetivo al que responde
1	Tesis	Barría Bobadilla, Alejandra Elizabeth; y Chavarría Lara, Magnole Ivón.	<i>Dificultades que presentan los estudiantes de primer año de enseñanza media en la resolución de problemas que involucren ecuaciones de primer grado.</i>	2010	1
2	Artículo	Brizuela, Bárbara M.; y Blanton, María.	“El desarrollo del pensamiento algebraico en niños de escolaridad primaria”.	2014	1 y 2
3	Artículo	Butto Zarzar, Cristianne; y Rojano Ceballos, Teresa.	“Pensamiento algebraico temprano”.	2010	2
4	Artículo	Camero Reinante, Yamila; Martínez Casanova, Lourdes; y Pérez Payrol, Virginia Bárbara.	“El desarrollo de la Matemática y su relación con la tecnología y la sociedad”.	2016	2

5	Artículo	Castañeda González, Alejandro; y Álvarez Tostado Uribe, Ma. De Jesús.	“La reprobación en Matemáticas. Dos experiencias”.	2004	1 y 2
6	Artículo	Castro Martínez, Encarnación.	“Dificultades en el aprendizaje del álgebra escolar”.	2012	1
7	Bibliográfica	Dirección General de Planeación, Programación y Estadística Educativa (DGPPYEE).	<i>Estadística de educación media superior.</i>	2021	1 y 2
8	Bibliográfica	Dirección General de Bachillerato (DGB).	<i>Matemáticas I, Matemáticas II, Matemáticas III y Matemáticas IV</i>	2018	2
9	Bibliográfica	Diario Oficial de la Federación (DOF).	<i>Acuerdo número 444 por el que se establecen las competencias que constituyen el marco curricular común del Sistema Nacional de Bachillerato.</i>	2008	2
10	Bibliográfica	Diario Oficial de la Federación (DOF).	“Artículo 3° de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos”.	2019	2
11	Bibliográfica	Dueñas García, José Luis.	<i>Fracaso escolar en matemáticas en el nivel medio superior. Un estudio desde el aula.</i>	2013	1 y 2
12	Artículo	Giraldo Huertas, Juan José.	“Del paso de la aritmética al álgebra para un psicólogo cognitivo: más investigación y menos temas”.	2006	3

13	Bibliográfica	Godino, Juan D.; y Font, Vicenç.	<i>Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros.</i>	2003	3
14	Tesis	González Trujillo, Erika Sofia.	<i>Del Lenguaje natural al Lenguaje algebraico. El significado de la variable. Una propuesta didáctica basada en el planteamiento y resolución de problemas.</i>	2012	2 y 3
15	Bibliográfica	Hernández Sampieri, Roberto; Fernández Collado, Carlos; y Baptista Lucio, Pilar.	<i>Metodología de la investigación.</i>	2014	1
16	Artículo	De Ibarrola Nicolín, María.	“Los grandes problemas del sistema educativo mexicano”.	2012	2
17	Bibliográfica	Ley General de Educación.	<i>Nueva Ley publicada en el Diario Oficial de la Federación el 30 de septiembre de 2019.</i>	2019	2
18	Tesis	Meléndez Juárez, Arturo Emmanuel.	<i>Dificultades del uso algebraico de la variable en el nivel medio superior.</i>	2016	1 y 2
19	Artículo	Molina, Marta.	“Concepciones del álgebra escolar”.	2015	2
20	Artículo	Moreno Chandler, Luis Roberto.	“Dificultades de aprendizaje en matemática”.	2021	2
21	Artículo	Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE).	“El programa PISA de la OCDE. Qué es y para qué sirve”.	2007	1
22	Hemerográfica	Organización para la Cooperación y	<i>Resultados PISA 2018.</i>	2021a	1

		el Desarrollo Económicos (OCDE).			
23	Hemerográfica	Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE).	<i>Rendimiento en matemáticas (PISA).</i>	2021b	2
24	Artículo	Meavilla Seguí, Vicente; y Oller Marcén, Antonio M.	“Entre la aritmética y el álgebra. Un análisis histórico de los 'problemas de grifos’”.	2014	1 y 2
25	Artículo	Olfos Ayarza, Raimundo; Soto Soto, Daniela; y Silva Crocci Héctor.	“Renovación de la enseñanza del álgebra elemental: un aporte desde la didáctica”.	2017	2 y 3
26	Bibliográfica	Ormrod, Jeanne Ellis.	“Implicaciones educativas generales de las teorías cognitivas”	2005	2
27	Artículo	Orrantia, Josetxu.	“Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas”	2021	1 y 3
28	Bibliográfica	Orton, Anthony.	“Influye el lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas”.	1990	2 y 3
29	Artículo	Osuna Lever, Cecilia.	“El logro del aprendizaje en matemáticas: asignatura pendiente en la agenda de las políticas educativas en México, para la educación media superior”.	2020	2 y 3
30	Artículo	Palarea Medina, María de las Mercedes.	“La adquisición del lenguaje algebraico: Reflexión de una investigación”.	1999	3
31	Artículo	Rabino, Adriana; Cuello Patricia; y de Munno, Mario.	“Aprehender Álgebra utilizando contextos Significativos”.	2004	3

32	Artículo	Revière, Ángel.	“Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva cognitiva”.	1990	1 y 2
33	Hemerográfica	Salinas, Daniel; De Moraes, Camila; y Schwabe, Markus.	<i>Programa para la Evaluación Internacional de alumnos (PISA) PISA 2018-Resultados.</i>	2019	2
34	Bibliográfica	Subsecretaría de Educación Media Superior (SEMS).	<i>Nuevo Currículo de la Educación Media Superior.</i>	2008	2
35	Bibliográfica	Subsecretaría de Educación Media Superior (SEMS).	<i>Seminario de Revisión del Marco Curricular.</i>	2021	2
36	Bibliográfica	Secretaría de Educación Pública (SEP).	<i>Sistema Nacional de Bachillerato (SNB).</i>	2014	2
37	Bibliográfica	Secretaría de Educación Pública (SEP).	<i>Dirección General de Bachillerato (DGB).</i>	2015	2
38	Bibliográfica	Secretaría de Educación Pública (SEP).	<i>Planes de estudio de referencia del componente básico del Marco Curricular Común de la Educación Media Superior.</i>	2017	2
39	Bibliográfica	Secretaría de Educación Pública (SEP).	<i>Boletín No. 181 Presenta SEP el Programa Sectorial de Educación 2020-2024.</i>	2020	2
40	Artículo	Serres Voisin, Yolanda.	“Iniciación del aprendizaje del álgebra y sus consecuencias para la enseñanza”.	2011	1 y 2
41	Artículo	Sierra Tortosa, Guillermo.	“Didáctica del Álgebra”.	2011	3
42	Artículo	Torres Boy, África Nahely; y Nicasio Tovar,	“Análisis del rezago matemático en alumnos de nivel medio superior”.	2017	1 y 2

		Diego.			
43	Artículo	Vega Villanueva, Enrique.	“El uso del lenguaje algebraico en alumnos de bachillerato”.	1995	2 y 3
44	Artículo	Vidales, Saúl.	“El fracaso escolar en la educación media superior. El caso del bachillerato de una Universidad Mexicana”.	2009	1 y 2
45	Tesis	Villarreal Peña, Alejandro.	<i>Factores que provocan la reprobación en la materia de Matemáticas I en el Bachillerato Bilingüe de la Preparatoria No. 9 de la UANL.</i>	2013	1 y 2

Fuente: Elaboración propia.

CAPÍTULO II. MARCO CONTEXTUAL DE LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR EN MÉXICO

En este capítulo se presenta la contextualización de la EMS. Inicia con el fundamento y su ubicación en el SEN, se mencionan las diferentes ramas y subsistemas de este nivel educativo. Se aluden las competencias, habilidades y fines que persigue esta educación. Se presenta, el Modelo Educativo, el Programa de Estudios de Referencia del Marco Curricular Común (MCC) de la EMS y el Mapa Curricular definido para el BG -basado en el Programa de Estudios del MCC-, este último para el rastreo del tema de operaciones algebraicas, en el cual muchos estudiantes de EMS presentan dificultades para resolverlas.

II.1. Fundamento de la Educación Media Superior

El SEN comprende los niveles Básico (Preescolar, Primaria y Secundaria), Medio Superior y Superior, en la modalidad escolarizada, no escolarizada y mixta. La Educación Media Superior, “se ubica en el nivel intermedio del sistema educativo nacional, [...] y es requisito para cursar la educación superior. También se utilizan los conceptos de Preparatoria o Bachillerato para denominar este nivel educativo [...]” (Vidales, 2009: 322). La Educación en México, se sustenta en el Artículo 3º de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, que decreta:

Toda persona tiene derecho a la educación. El Estado -Federación, Estados, Ciudad de México y Municipios- impartirá y garantizará la educación inicial, preescolar, primaria, secundaria, media superior y superior. La educación inicial, preescolar, primaria y secundaria, conforman la educación básica; esta y la media superior serán obligatorias, la educación superior lo será en términos de la fracción X⁴ [...] (DOF, 2019).

De manera que la EMS se fundamenta en dicho artículo. El 09 de febrero del año 2012 se decretó su obligatoriedad en el Diario Oficial de la Federación (DOF), y “[...] se

⁴ “La obligatoriedad de la educación superior corresponde al Estado. Las autoridades federales y locales establecerán políticas para fomentar la inclusión, permanencia y continuidad, en términos que la ley señale. Asimismo, proporcionarán medios de acceso a este tipo educativo para las personas que cumplan con los requisitos dispuestos por las instituciones públicas” (DOF, 2019).

Tabla 7. Niveles de la EMS

I. Bachillerato General	V. Profesional técnico bachiller
II. Bachillerato Tecnológico	VI. Telebachillerato comunitario
III. Bachillerato Intercultural	VII. Educación media superior a distancia
IV. Bachillerato Artístico	VIII. Tecnólogo.

Fuente: DOF (2019: 18).

La Subsecretaría de Educación Media Superior

En el año 2005 se creó la Subsecretaría de Educación Media superior (SEMS) para desarrollar normas y políticas relativas a la planificación, organización y evaluación académica y administrativa de la EMS, en sus diferentes tipos y modalidades: escolarizada, no escolarizada y mixta. Lo cual abarca tanto el ámbito federal como el estatal, ofreciendo opciones de desarrollo educativo en función del entorno económico, político, social, cultural y tecnológico del país. La SEMS es una dependencia adscrita a la Secretaría de Educación Pública (SEP).

La SEP, a través de la SEMS “propuso adecuar los programas de las asignaturas del componente de formación básica del BG y del Bachillerato Tecnológico en todos los campos disciplinares que conforman el currículo de la EMS” (SEP, 2017: 10). Esto con la implementación de un Marco Curricular Común (MCC) para la EMS, en el cual considera que “los contenidos de las asignaturas [...] propician y orientan el desarrollo de competencias, habilidades y destrezas [...] que deben desarrollar para responder a los desafíos del presente” (SEP, 2017: 11). De manera que en conjunto con las distintas secretarías de educación de los estados del país, y de casi todas las universidades autónomas, implementaron una política de largo plazo para mejorar la calidad de la educación, y en este marco surge la Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS)⁵, cuyo propósito principal es de promover el desarrollo de competencias.

Sistema Nacional de Bachillerato

La RIEMS, en el año 2008, promovió la educación por competencias y la integración de más de 30 subsistemas, a través del establecimiento del MCC para la EMS. Por lo que, el 13 de

⁵ La RIEMS se puso en marcha en el año 2008, con el objetivo de contribuir a la resolución de los principales problemas de la EMS, asimismo, para saber responder a las demandas mundiales.

marzo de 2017, en convenio con el Sistema Nacional de Bachillerato (SNB), promovió este nuevo modelo educativo, de manera que puso en marcha dos pruebas piloto, la primera en agosto de 2017, y la segunda en enero de 2018 y en el mes de agosto de este año, el Nuevo Currículo de la Educación Media Superior quedó implementado.

A través del SNB se acredita la medida en la cual los planteles y subsistemas de la EMS realizan y establecen los cambios prescritos en la RIEMS, dentro de estos: la adopción del Marco Curricular Común, el cual “[...] tiene como base las competencias genéricas, disciplinares (básicas y extendidas) y profesionales que deben desarrollar los alumnos, y está orientado a dotar a la Educación Media Superior de una identidad que responda a sus necesidades presentes y futuras” (DOF, 2019).

II.2. Modelo Educativo de la Educación Media Superior

El objetivo del Modelo Educativo de la EMS, es formar personas con los conocimientos y habilidades mínimas necesarias que les permitan desarrollarse en la educación superior o en el trabajo, que adquieran actitudes y valores que repercutan positivamente en su entorno y en la sociedad. La EMS se caracteriza porque implementa mayor diversidad y especialización en los tipos de enseñanza, y elección dentro de los propios contenidos.

De acuerdo con la SEP (2017), todas las modalidades y subsistemas comparten el mismo MCC para la organización de sus planes y programas de estudios; está basado en un modelo de competencias profesionales, las cuales se entienden como la capacitación real para resolver determinados problemas, además de los conocimientos, destrezas y aptitudes, asimismo comprende una serie de desempeños terminales. En el diagrama 2 se presenta su constitución. Las competencias genéricas, disciplinares y profesionales se constituyen de acuerdo con los aspectos descritos en la tabla 8.

Diagrama 2. MCC de la Educación Media Superior



Fuente: SEP (2017: 47).

Tabla 8. Competencias del Modelo Educativo de la EMS

Genéricas	Disciplinares	Profesionales
<ul style="list-style-type: none"> • Clave. Aplicables en contextos personales, sociales, académicos y laborales amplios. • Transversales. Relevantes a todas las disciplinas académicas, así como actividades extracurriculares y procesos escolares de apoyo a los estudiantes. • Transferibles. Refuerzan la capacidad de adquirir otras competencias, ya sea genérica o disciplinar. 	<p>Básicas: conocimientos, habilidades y actitudes asociadas con las disciplinas en las que se ha organizado el saber y que todo bachiller debe adquirir, y se organizan en los siguientes cinco campos disciplinares:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Matemáticas</i> 2. <i>Ciencias experimentales</i> 3. <i>Ciencias sociales</i> 4. <i>Humanidades</i> 5. <i>Comunicación</i> <ul style="list-style-type: none"> • Extendidas: de mayor amplitud o profundidad que las básicas. 	<p>Básicas: proporcionan a los jóvenes formación elemental para el trabajo.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Extendidas: preparan a los jóvenes con una calificación de nivel técnico para incorporarse al ejercicio profesional.

Fuente: SEP (2017: 48-49).

II.3. Plan de Estudios de Referencia para el Bachillerato General

Para la SEP (2017), las competencias se desarrollan a partir de la integración de conocimientos, habilidades y actitudes; de manera que los estudiantes deben tener una base de conocimientos sólida y clara, por lo que el proceso de enseñanza-aprendizaje debe brindar oportunidades para desarrollar lo pertinente. Y considera que el plan de estudios refuerza la organización disciplinar del conocimiento. En la imagen 2 se presentan 27 programas de estudios de referencia para el BG, de los cinco campos disciplinares.

Imagen 2. Programa de Estudios de Referencia para el BG.

Campo disciplinar	Programas de estudio Bachillerato General	Programas de estudio Bachillerato Tecnológico
Comunicación	Taller de lectura y redacción I Taller de lectura y redacción II Informática I Informática II	Tecnología de la información y la comunicación Lectura, expresión oral y escrita I Lectura, expresión oral y escrita II
Matemáticas	Matemáticas I Matemáticas II Matemáticas III Matemáticas IV	Álgebra Geometría y trigonometría Geometría analítica Cálculo diferencial Cálculo Integral Probabilidad y estadística
Ciencias Experimentales	Química I Química 2 Biología 1 Biología 2 Física 1 Física 2 Geografía Ecología y medio ambiente	Química I Química 2 Biología Física 1 Física 2 Ecología
Ciencias Sociales	Metodología de la investigación Introducción a las ciencias sociales Historia de México I Historia de México II Estructura socioeconómica de México Historia universal contemporánea	Ciencia, tecnología, sociedad y valores
Humanidades	Ética y valores I Ética y valores II Literatura 1 Literatura 2 Filosofía	Lógica Ética Temas de filosofía

Fuente: SEMS (2017).

Las asignaturas contenidas en los campos disciplinares, se consideran de formación básica para los estudiantes del BG. En el campo disciplinar de matemáticas, se agrupa las asignaturas de: *álgebra*, aritmética, cálculo, trigonometría y estadística. Para la SEP (2017), en los conocimientos, habilidades y actitudes asociadas a las disciplinas, está organizado el saber que todo bachiller debe adquirir, el cual se describe en los conceptos de la tabla 9.

Tabla 9. Conceptos que articulan los campos disciplinares de EMS

<ul style="list-style-type: none"> • <i>Aprendizajes clave</i>. Los conocimientos y las competencias del MCC a los que tienen derecho todas las y los estudiantes de Educación Media Superior en nuestro país. • <i>Eje del campo disciplinar</i>. Organiza y articula los conceptos, habilidades, valores y actitudes de los campos disciplinares y es el referente para favorecer la transversalidad interdisciplinar. • <i>Componente de los ejes</i>. Genera y/o, integra los contenidos centrales y responde a formas de organización específica de cada campo o disciplina. • <i>Contenido central</i>. Corresponde al aprendizaje clave. Es el contenido de mayor jerarquía en el programa de estudio. 	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Contenido específico</i>. Corresponde a los contenidos centrales y por su especificidad, establecen el alcance y profundidad de su abordaje. • <i>Aprendizaje esperado</i>. Descriptores del proceso de aprendizaje e indicadores del desempeño que deben lograr las y los estudiantes para cada uno de los contenidos específicos. • <i>Producto esperado</i>. Corresponden a los aprendizajes esperados y a los contenidos específicos, son la evidencia del logro de los aprendizajes esperados.
---	--

Fuente: SEP (2017: 61).

Delimitación del contexto: Bachillerato General

La SEMS (2013) manifiesta que en el año de 1969 se creó el Bachillerato Tecnológico, Agropecuario, Industrial y del Mar, y de estos se derivan el BG y el bachillerato tecnológico, considerados como dos grandes vertientes de la EMS. Para el año 1993 comenzó a trabajar con la estructura de la Dirección General del Bachillerato (DGB) cuya existencia se formalizó en el Diario Oficial de la Federación (DOF) el 26 de marzo de 1994.

La DGB, es una unidad administrativa de la SEMS, coordina los aspectos pedagógicos y técnicos del Bachillerato General con las instituciones que imparten este nivel educativo en nuestro país, en la modalidad escolarizada, no escolarizada y mixta; estas instituciones se presentan en la tabla 10.

Tabla 10. Instituciones de Bachillerato General

Los Bachilleratos de las Universidades Autónomas.
Los Colegios de Bachilleres.
Los Bachilleratos Estatales.
Las Preparatorias Federales por Cooperación.
Los Centros de Estudios de Bachillerato.
Los Bachilleratos de Arte.
Los Bachilleratos Militares del Ejército.
El Bachillerato de la Heroica Escuela Naval Militar.
La Preparatoria Abierta.
La Preparatoria del Distrito Federal.
Los Bachilleratos Federalizados.
Los Bachilleratos Propedéuticos que ofrecen instituciones particulares.
El Telebachillerato.

Fuente: DGB (2018).

La DGB (2018), señala que uno de sus objetivos es preparar al estudiante para la continuación en estudios superiores, a través de los conocimientos recibidos de las diferentes disciplinas, como por ejemplo, las matemáticas; como parte de la reforma curricular del año 2017 para el BG, dicho organismo surgió como una alternativa para responder a las problemáticas educativas existentes, sin perder la correspondencia con el Programa Sectorial⁶, del cual se extraen los siguientes puntos clave:

⁶ “El programa tiene el objetivo de garantizar el derecho de la población a una educación equitativa, inclusiva, intercultural, integral y de excelencia; además de revalorizar a las maestras y maestros como agentes fundamentales del proceso educativo, con pleno respeto a sus derechos” (SEP, 2020).

- Impulsar la reforma del currículo de las distintas modalidades, con programas académicos que incluyan componentes comunes que coadyuven a la articulación y flexibilidad del sistema y promuevan una educación integral.
- Adoptar enfoques de enseñanza centrados en el aprendizaje y promover el diseño de materiales didácticos y el uso intensivo de las tecnologías de la información y la comunicación en la impartición de los programas educativos.
- Impulsar la formación y actualización de profesores mediante programas que incorporen en sus contenidos los avances de las humanidades, la ciencia, la tecnología y las innovaciones pedagógicas y didácticas.
- Los nuevos planes y programas de estudio se actualicen periódicamente e incluyan esquemas flexibles, sistemas de tutorías para la atención individual y en grupo de los estudiantes.
- Programas de asesoría y orientación diferenciada para los alumnos con bajos niveles de aprovechamiento y en riesgo de abandonar sus estudios.
- Se promoverá el uso intensivo de las tecnologías de la información y la comunicación en la impartición de los programas educativos, en la renovación de los materiales didácticos y en la realización de talleres y prácticas de laboratorio.

Con los referidos puntos, entre otros, la DGB, considera que el Bachillerato General está en condiciones de facilitar la formación de calidad sustentada en el desarrollo del conocimiento y sus aplicaciones, y convertir a la escuela en el lugar privilegiado para la enseñanza-aprendizaje.

II.3.1. Mapa Curricular del Bachillerato General

Como se ha referido, “la relación ciencia-tecnología-matemática-sociedad [...], contribuye de manera significativa en la solución de problemas” (Camero *et al.*, 2016: 105). De ahí que “las matemáticas, como parte de la cultura, constituyen una de las piezas más significativas de la acción civilizatoria. [...], y una herramienta imprescindible para la comprensión y el estudio de las ciencias, las humanidades y las tecnologías” (SEP, 2017: 67). Por lo que en el Mapa Curricular del BG ocupan un lugar relevante, presentado en la imagen 3, el cual toma de referencia al Marco Curricular Común de la EMS.

Imagen 3. Mapa curricular del BG, y la asignatura de matemáticas

Mapa curricular del Bachillerato General											
CAMPO DISCIPLINAR	PRIMER SEMESTRE	SEGUNDO SEMESTRE		TERCER SEMESTRE		CUARTO SEMESTRE		QUINTO SEMESTRE		SEXTO SEMESTRE	
	ASIGNATURA	ASIGNATURA	H	ASIGNATURA	H	ASIGNATURA	H	ASIGNATURA	H	ASIGNATURA	H
MATEMÁTICAS	MATEMÁTICAS I	MATEMÁTICAS II	5	MATEMÁTICAS III	5	MATEMÁTICAS IV	5	MATEMÁTICAS VI	5	MATEMÁTICAS V	5
CIENCIAS EXPERIMENTALES	QUÍMICA I	QUÍMICA II	5	BIOLOGÍA I	4	BIOLOGÍA II	4	GEOGRAFÍA	3	ECOLOGÍA Y MEDIO AMBIENTE	3
				FÍSICA I	5	FÍSICA II	5				
CIENCIAS SOCIALES	METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	INTRODUCCIÓN A LAS CIENCIAS SOCIALES	3	HISTORIA DE MÉXICO I	5	HISTORIA DE MÉXICO II	5	ESTRUCTURA SOCIOECONÓMICA DE MÉXICO	3	HISTORIA UNIVERSAL CONTEMPORÁNEA	3
								ECONOMÍA I	3	ECONOMÍA II	3
COMUNICACIÓN	TALLER DE LECTURA Y REDACCIÓN I	TALLER DE LECTURA Y REDACCIÓN II	4	INGLÉS III	3	INGLÉS IV	3	INGLÉS V	3	INGLÉS VI	3
	INGLÉS I	3	INGLÉS II								
HUMANIDADES	ÉTICA I	ÉTICA II	3	LITERATURA I	3	LITERATURA II	3	INTRODUCCIÓN DE LA FILOSOFÍA	4	FILOSOFÍA	4
COMONENTE DE FORMACIÓN PARA EL TRABAJO				FORMACIÓN PARA EL TRABAJO	4	FORMACIÓN PARA EL TRABAJO	4	FORMACIÓN PARA EL TRABAJO	4	FORMACIÓN PARA EL TRABAJO	4
		26	26	30	30	34	34				
** PARAESCOLARES		4	4	5	5	4	4	5	5		

[#] COMPONENTE DE FORMACIÓN PARA EL TRABAJO: Tecnologías de la Información y la Comunicación
^{**} PARAESCOLARES: Actividades Físicas, Deportivas y Recreativas.
 Actividades Artísticas y Culturales
 Salud Integral del Adolescente.

Fuente: EPO 69 (2021).

II.3.1.1. El Campo Disciplinar de Matemáticas y las Operaciones Algebraicas.

Los estudios en la Escuela Preparatoria Oficial No. 69, tienen un período de duración de tres años, se dividen en tres grados: primero, segundo y tercero, los cuales se constituyen por dos semestres respectivamente. De acuerdo al Mapa Curricular presentado en la imagen 3, se observa que los estudiantes cursan asignaturas de matemáticas durante los tres años escolares o los seis semestres. En el primer semestre, se cursa la asignatura de Matemáticas I, en la cual es la referida en el estudio de por Vidales (2009) con el mayor índice de reprobación.

En el contenido de la asignatura de Matemáticas I que se presenta en la imagen 4, se estudia el tema de operaciones algebraicas, entre otros temas, en el cual algunos estudiantes no logran apropiarse de sus contenidos, por lo que presentan dificultades para resolverlas correctamente, y debido a esta situación, algunos de los estudiantes suelen ver vídeos -en

internet- relacionados con la enseñanza del álgebra, con el fin de “aclarar” sus dudas y poder desarrollarlas acertadamente.

Imagen 4. Temas de la asignatura de matemáticas I.



DATOS DE LA ASIGNATURA

TIEMPO ASIGNADO: **80 HRS**
CRÉDITOS: **10**

CAMPO DISCIPLINAR: **MATEMÁTICAS**
COMPONENTE: **BÁSICO**

CONTENIDO
Bloque I. Números y operaciones aritméticas.
Bloque II. Razones y proporciones.
Bloque III. Sucesiones y series.
Bloque IV. Modelos de probabilidad y estadística.
Bloque V. Operaciones algebraicas.
Bloque VI. Ecuaciones lineales.
Bloque VII. Ecuaciones cuadráticas.

Fuente: DGB (2018).

En la imagen 5 se presenta el propósito y el tiempo asignado para la enseñanza-

aprendizaje para las operaciones algebraicas. La imagen 6 muestra las competencias y habilidades que los estudiantes deben desarrollar para comprender cómo realizar operaciones algebraicas correctamente.

Imagen 5. Propósito del las operaciones algebraicas.

Bloque <input type="text" value="V"/>	
Nombre del Bloque Operaciones algebraicas.	Horas Asignadas 20
Propósito del Bloque Aplica el álgebra en su vida valorando su importancia para dar solución a problemas relacionados con fenómenos cotidianos.	
Interdisciplinariedad Química I. Taller de Lectura y Redacción I. Informática I. Ética I.	Ejes Transversales Eje transversal Social. Eje transversal Ambiental. Eje transversal de Salud. Eje transversal de Habilidades Lectoras.

Fuente: DGB (2018).

Imagen 6. Conocimientos y habilidades de las operaciones algebraicas

Conocimientos	Habilidades	Actitudes	Aprendizajes esperados
Lenguaje algebraico. Leyes de los exponentes y radicales. Operaciones con polinomios. Productos notables. Factorización. Fracciones algebraicas.	Utiliza operaciones algebraicas para resolver problemas de la vida cotidiana. Reconoce el lenguaje algebraico así como las leyes de los exponentes y radicales en la resolución de problemas. Identifica los procedimientos para resolver problemas algebraicos. Explica la solución de problemas algebraicos.	Afronta retos asumiendo la frustración como parte de un proceso. Expresa libremente sus ideas, mostrando respeto por las demás opiniones. Se relaciona con sus semejantes de forma colaborativa mostrando disposición al trabajo metódico y organizado. Maneja y regula sus emociones reconociendo sus fortalezas y áreas de oportunidad.	Utiliza el lenguaje algebraico para representar situaciones reales e hipotéticas siendo perseverante en la búsqueda de soluciones. Propone procesos de solución identificando posibles errores. Aplica el álgebra en su vida cotidiana favoreciendo su pensamiento crítico.

Fuente: DGB (2018).

De acuerdo al Modelo Educativo de la EMS, la enseñanza de las competencias disciplinares básicas de matemáticas persigue el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico y crítico de los estudiantes para que puedan argumentar y estructurar mejor sus ideas y razonamientos. La enseñanza tiene como objetivo el traslado del estudiante de un estado de interés para resolver algún problema hacia un estado de acomodación del aprendizaje con el que pueda resolver ese problema. En su estudio, el estudiante debe familiarizarse con el lenguaje algebraico y desarrollar la capacidad para hacer generalizaciones, y actividades matemáticas que requieran abstracción.

Por lo tanto, la escuela debe ser la que proporcione al estudiante en el momento oportuno las estrategias, métodos y modelos específicos que el estudiante necesita para adquirir los conocimientos apropiados, con los que reflexione, comprenda y resuelva operaciones algebraicas, y tenga éxito desde el momento en que ingresa al BG. En este sentido, en el próximo capítulo se presentan aportes pedagógicos con la intención de contribuir en el proceso de la enseñanza-aprendizaje de las operaciones algebraicas.

III. MARCO TEÓRICO Y APORTES PEDAGÓGICOS QUE FAVORECEN EL APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA

En este capítulo se presentan aportes pedagógicos (modelos pedagógicos, estrategias y métodos didácticos para el proceso de enseñanza-aprendizaje, por lo que se sirve de la pedagogía, de la didáctica general, didáctica de la matemática y del álgebra, de la Teoría del Desarrollo Cognitivo de J. Piaget, de la Teoría Sociocultural de L. Vygotsky y de la Teoría de Aprendizaje Significativo de D. Ausubel), con la intención de favorecer la consolidación de preceptos y habilidades con las que el profesor ha de responder para alcanzar los propósitos de la enseñanza: ayudar al estudiante a aprender, en el sentido de que desarrolle capacidades, habilidades y aptitudes, con las que pueda resolver las situaciones más diversas que se le planteen.

III.1. El Aprendizaje

El aprendizaje implica observar el comportamiento del sujeto en la adquisición de los conocimientos, y cambios en el ser humano. Es una alteración que puede manifestarse en situaciones de aprendizaje verbal o de acción conductual; es relativamente permanente, puesto que tiende a surgir, permanecer y alterarse en la mente del sujeto conforme transcurre la vida. Es también el resultado de la práctica, lo cual implica que lo aprendido es indispensable llevarlo a la práctica en la vida real, con el fin de medir su eficiencia, su aplicación, su utilidad y su trascendencia, con lo cual se configura su grado de significancia de quien aprende.

El aprendizaje forma parte de lo teórico y práctico que debe utilizar el profesor en la actividad educativa, con el fin de observar el comportamiento del alumno en la adquisición de los conocimientos y modos de comportamiento. Este es universal y ha dado origen a diversas teorías a lo largo del tiempo. Las teorías de aprendizaje son paradigmas que permiten reflejar el comportamiento del sujeto que aprende, y tienen como objetivo explicar el origen del saber, como por ejemplo, la Teoría del Desarrollo Cognitivo de J. Piaget, la Teoría Sociocultural de L. Vygotsky y la Teoría de Aprendizaje Significativo de D. Ausubel, de las cuales, a continuación se describen los aportes más relevantes de cada una de ellas.

III.1.1. Teoría del Desarrollo Cognitivo de Jean Piaget

Jean Piaget -(1896-1980) psicólogo suizo-; desarrolló su Teoría del Desarrollo Cognitivo debido al interés por conocer cómo ocurre el desarrollo cognitivo en el ser humano, se centró en comprender cómo el sujeto logra pasar de un nivel de conocimiento más elemental o básico a un conocimiento más abstracto o complejo. El desarrollo cognitivo se puede comprender como se menciona en el siguiente párrafo:

Se entiende por desarrollo cognitivo al conjunto de transformaciones que se producen en las características y capacidades del pensamiento en el transcurso de la vida, especialmente durante el período de desarrollo, y por el cual aumentan los conocimientos y habilidades para percibir, pensar, comprender y manejarse en la realidad (Rafael, 2007: 1).

Piaget describió que el desarrollo del conocimiento está intrínsecamente relacionado con la adaptación del sujeto al medio, surge de la construcción del sujeto interactuando espontáneamente con el entorno, es decir, predomina la construcción realizada por parte del sujeto. Descubrió que las estructuras intelectuales se construyen progresivamente, pasan por cuatro estadios o períodos, y van mejorando a medida que se pasa de uno a otro, a estas facetas las denominó: sensorio-motriz, preoperatoria, operaciones concretas y operaciones formales, las características de cada estadio se aluden en la tabla 11.

Tabla 11. Estadios del desarrollo cognitivo (Piaget)

Estadio	Característica
Sensorio- motriz (0-2 años).	Desarrollo de los reflejos existentes en el mundo exterior, y hacia la estructura de esquemas que posibilita la identificación entre el “yo” y los objetos. La construcción del conocimiento inicia con el ejercicio de reflejos innatos. En lo subsecuente sucede el desarrollo de los esquemas por el ejercicio y la coordinación, → el descubrimiento de procesos mentales, → el desarrollo de una conducta intencional, → la exploración de nuevos medios con dirección a la formación de una representación mental de la realidad.

Operaciones concretas (2-12 años de edad).	<p>Desarrollo de la inteligencia representativa, en dos etapas:</p> <p>1ª etapa. <i>Preoperatoria</i> (2-7 años de edad). Surge la función simbólica: pensamientos de objetos no presentes: la inteligencia o el razonamiento es de tipo intuitivo y el sujeto es capaz de utilizar diversos esquemas representativos como el lenguaje, el juego simbólico, la imaginación y el dibujo. Surge el desarrollo del lenguaje, lo que posibilita el aumento cognitivo, y varias tendencias en el contenido del pensamiento: animismo, realismo y lo artificial.</p> <p>2ª etapa. <i>Operaciones concretas</i> (7-12 años de edad). Se suscita el desarrollo de esquemas operatorios, razonan sobre las transformaciones, no se guían por apariencias perceptivas. El pensamiento es reversible, pero concreto, capaz de clasificar, seriar, entender la noción del número, de establecer relaciones cooperativas y considerar el punto de vista de otros. Se comienza a construir una moral autónoma.</p>
Operaciones formales (12 años en adelante)	Desarrollo de la inteligencia formal. En esta etapa convergen las operaciones y las capacidades anteriores. El pensamiento formal es reversible, interno y organizado. Las operaciones conciben el conocimiento científico. Se caracteriza por la elaboración de hipótesis y el razonamiento sobre las proposiciones sin tener los objetos presentes.

Fuente: Saldarriaga (2016).

De acuerdo con lo referido en la teoría del desarrollo cognitivo, a partir de los 12 años de edad en adelante el cerebro del sujeto está potencialmente capacitado para las funciones cognitivas abstractas, puesto que están afianzadas las nociones de conservación⁷, existe la capacidad para resolver problemas manejando diversas variables, habrá

⁷ “La noción de conservación no solamente representa un atributo crucial en sí mismo, sino que es justamente el concepto que [...] señala una importante fase en el desarrollo cognitivo del niño: el paso desde el pensamiento prelógico al lógico. La capacidad de conservar revela la habilidad para reconocer que ciertas propiedades como número, longitud, sustancia; permanecen invariables aun cuando sobre ellas se realicen cambios en su forma, color o posición” (Molina y Escalante, 2000: 70).

reversibilidad del pensamiento y se podrá acceder al razonamiento hipotético deductivo. Este conjunto de características, forman parte del estadio de las operaciones formales. Desde esta perspectiva se vinculan al proceso de la construcción de los conocimientos las siguientes dos funciones, consideradas como esenciales:

- **Adaptación**, se concreta por intermedio de la asimilación, proceso que consiste en incorporar conocimientos nuevos a partir de los esquemas de conocimiento preexistentes del sujeto.
- **Organización**, permite una acomodación mental a todos los conocimientos (se enlazan y entretajan los conocimientos previos con los nuevos), esto es, estructurar en un todo los previos y los nuevos esquemas de conocimiento.

La teoría del desarrollo cognitivo de Piaget, permite comprender el proceso del desarrollo humano en cuanto al aprendizaje. En la adolescencia, cuya “etapa que va de los 12-13 a los 17-18 años” (Lanail, 2006: 1), es considerada una de las más complejas del ser humano. En dicha etapa “no se producen cambios radicales en las funciones intelectuales, sino que la capacidad para entender problemas complejos se desarrolla gradualmente [...] Piaget determinó que la adolescencia es el inicio de la etapa del pensamiento de las operaciones formales, que puede definirse como el pensamiento que implica una lógica deductiva” (Londoño, 2011: 22).

En promedio es de los 15 a 18 años de edad en que se estudia la EMS, y la vida escolar del estudiante se ve afectada por diferentes momentos, que determinan su vida educativa y afectiva, esta segunda, también puede interpretarse como la búsqueda de adquirir conocimientos, ya que como dijo Piaget (2005), “la afectividad es el motor, la causa primera del acto de conocer; es el mecanismo que origina la acción y el pensamiento, lo cual implica afirmar que todo acto de deseo es un acto de conocimiento y viceversa” (8).

Pérez (2017) nos dice que, Piaget no solo se refiere a una afectividad emocional entre personas, sino también al entusiasmo o interés de un estudiante al hacer un trabajo o estudiar un tema en particular, sin sentirse obligado o presionado; por ejemplo, cuando los estudiantes se interesan por algunos de los temas vistos en el aula. Piaget (2005) nos dice

que “los sentimientos de éxito o de fracaso generan en el alumno una facilitación o una inhibición en el aprendizaje de las matemáticas. Pero la estructura de las operaciones no se modifica [...] cometerá errores, pero no inventará por ello nuevas reglas de la suma; comprenderá más rápido que otro, pero la operación es siempre la misma” (22).

Por lo tanto, se puede decir que en el proceso de resolución de operaciones matemáticas, se generan cambios en el estado de ánimo del estudiante, que pueden ser positivos o negativos de acuerdo a sus resultados. En cuanto al estudiante que no logra resolver la actividad matemática, no inhibe la necesidad de conocimientos, pues busca vídeos para “aclarar” sus dudas y por ende para incrementar sus aprendizajes, por lo que se pueden utilizar distintos métodos y estrategias de aprendizaje con un mismo objetivo: enseñar al estudiante a aprender.

III.1.2. Teoría Sociocultural de Lev Vygotsky

La Teoría Sociocultural, parte de la concepción de un sujeto interactivo que elabora su conocimiento sobre el medio que lo rodea a través de un proceso mediado por el otro, “que podría denominarse constructivismo sociocultural” (Arce, Conejo y Muñoz, 2019: 30). El conocimiento tiene su génesis en las relaciones sociales, siendo producido en la intersubjetividad y marcado por condiciones culturales, sociales e históricas. Lev Vygotsky -(1896-1934) psicólogo ruso-; considera que el niño nace en un medio social, y es en donde comienza a establecer las primeras relaciones con el lenguaje, a través de la interacción con los demás. En las interacciones cotidianas, la mediación -intervención necesaria entre dos cosas para establecer una relación- con el adulto ocurre espontáneamente en el proceso del uso del lenguaje, en el contexto de situaciones inmediatas.

Para Arce, Conejo y Muñoz, (2019), Vygotsky considera que el lenguaje ayuda y facilita a la función mental, pudiendo transformar su funcionamiento, permite al sujeto resolver operaciones cada vez más complejas. El pensamiento y el lenguaje están asociados a la necesidad de intercambio durante la constitución del sujeto. El aprendizaje juega un papel fundamental en el desarrollo del conocimiento; todos y cada uno de los procesos de enseñanza-aprendizaje surgen de la relación entre el que enseña y el que aprende. De acuerdo a lo mencionado en el siguiente párrafo:

Vygotsky destaca el lenguaje como un instrumento primordial, estableciéndose una relación entre el pensamiento (el desarrollo cognitivo y la reflexión) y el lenguaje. El lenguaje es el medio por el cual llega el pensamiento a la mente, y por el cual el pensamiento se articula y expresa hacia el exterior. [...] la de zona de desarrollo próximo [...] es la distancia entre el nivel de desarrollo real del alumno (aquello que el alumno ya sabe y es capaz de desarrollar de forma independiente y autónoma) y el nivel de desarrollo potencial (aquello que el alumno podría llegar a saber y a saber hacer con la ayuda del profesor o de otros alumnos). Vygotsky defendía que los procesos de enseñanza-aprendizaje deben situarse dentro de esta zona de desarrollo próximo, y no sobre aquello que el alumno ya sabe y es capaz de hacer, o sobre aquello que está demasiado alejado de sus conocimientos actuales. En esos casos no se produce un avance real, y ese nivel de desarrollo potencial no llega a convertirse en un nivel de desarrollo real del estudiante (Arce *et al.*, 2019: 31).

Por lo que se puede decir, que para Vygotsky, el ser humano se transforma a por medio del lenguaje, esto es, en la interacción con otros sujetos se construyen modos de pensar, a través de la apropiación de saberes de la sociedad en la que se inserta. En la relación entre el hombre, existen elementos que orientan la actividad humana, son instrumentos de mediación, los cuales son utilizados por él, ampliando las posibilidades de transformar la naturaleza; siendo así un objeto social.

III.1.3. Teoría de Aprendizaje Significativo de David Ausubel

La concepción de la enseñanza y el aprendizaje de Ausubel -(1918-2008) psicólogo y pedagogo, estadounidense-; sigue la línea opuesta a la de los conductistas⁸. Para este teórico, aprender significativamente es ampliar y reconfigurar ideas que ya existen en la estructura mental, con ello relacionarse y acceder a nuevos contenidos. Pensada para el contexto escolar, la teoría de Ausubel, toma en cuenta la historia del sujeto y enfatiza el papel de los profesores en la propuesta de situaciones que favorezcan el aprendizaje. Hay quienes atribuyen el fracaso escolar solamente a la falta de voluntad por aprender del

⁸ Para Flórez (2005), el enfoque conductual es esencialmente un método para establecer y controlar objetivos de instrucción formulados con precisión y cuidadosamente reforzados. Esto es, para ser eficientes, el docente debe traducir el contenido en función de las habilidades de los estudiantes, las conductas que deban exhibir, para demostrar que se produce el aprendizaje.

alumno, olvidando que el profesor es el profesional capacitado para crear momentos con potencial para viabilizar la construcción del conocimiento, a través de una metodología adecuada.

Según esta teoría, hay dos condiciones para que ocurra un aprendizaje significativo, la primera, el contenido a enseñar debe ser potencialmente revelador, y la segunda, el estudiante debe estar dispuesto a relacionar el material de manera consistente y no arbitraria. Es decir, en la teoría de aprendizaje significativo de Ausubel es que, si el estudiante logra vincular a su estructura de conocimientos que posee con la nueva información, se suscita el aprendizaje significativo, como se expone en el siguiente párrafo:

[...] el aprendizaje significativo se caracteriza por la interacción entre el nuevo conocimiento y el conocimiento previo. En ese proceso, que es no literal y no arbitrario, el nuevo conocimiento adquiere significados para el aprendiz y el conocimiento previo queda más rico, más diferenciado, más elaborado en relación con los significados ya presentes y, sobre todo, más estable. [Por esta razón] el aprendiz no es un receptor pasivo; muy al contrario. Debe hacer uso de los significados que ya internalizó, para poder captar los significados de los materiales educativos. En ese proceso, al mismo tiempo que está progresivamente diferenciando su estructura cognitiva, está también haciendo reconciliación integradora para poder identificar semejanzas y diferencias y reorganizar su conocimiento. O sea, el aprendiz construye su conocimiento, produce su conocimiento (Moreira, 2005: 85, 86).

El hecho de que los conocimientos previos sean la variable fundamental para el aprendizaje significativo, tal como lo concibe Ausubel, no garantiza que sea una variable facilitadora para la adquisición de conocimientos escolares. Puesto que los significados de los conocimientos previos podrían estar anclados en conocimientos y concepciones derivadas, por ejemplo, del sentido común. Por esta razón, los nuevos contenidos de aprendizaje deben ser potencialmente significativos, ya que la atribución de significados depende del sujeto. El contenido potencialmente significativo, es el material capaz de relacionarse de manera apropiada y relevante, con el conocimiento previo del estudiante. Es

a través de esta interacción del conocimiento previo con el conocimiento nuevo, que se modifica y enriquece la estructura cognitiva previa, y se establece significado al conocimiento.

III.2. La Pedagogía

La Pedagogía se deriva de los cambios económicos, sociales y culturales en Europa y América provocados por el progreso tecnológico y los movimientos revolucionarios del siglo XIX, los cuales constituyeron el motor básico para su formación en el transcurrir del tiempo, como se menciona en el siguiente párrafo:

[...] la raíz etimológica de la palabra Pedagogía proviene del griego *paidós*= niño y *agogía*= conducción, lo equivale a *conducción del niño*. [...]. A fines del siglo XVIII y comienzos del XIX, cuando en la Ilustración europea, desde Francia, Alemania e Inglaterra, con Rousseau, Herbart, Pestalozzi, Fröbel, entre otros, plantearon el interés “ilustrado” por el progreso humano, retoman el significante griego de Pedagogía con otros significados que ya estaban anclados en las mismas raíces señaladas; por un lado, con la palabra *paidós* (niño) comienza a expandirse el significado de lo humano, de todas las etapas de la vida humana, y no solo de la niñez. El verbo *agogía* (conducción), también deja de ser el significado base de la “guía” física/psíquica, para pasar a significar “conducción”, “apoyo”, “personal” y “vivencial” (Navarrete, 2018: 53-54).

Con la llegada de la Revolución Industrial, la tecnología avanzaba rápidamente y aceleraba la variabilidad del trabajo profesional, lo que requería una adaptación constante a las nuevas necesidades de la sociedad y a la capacidad de desarrollar las habilidades existentes. Los gobiernos vieron en el método pedagógico tradicional una oportunidad de transmitir tanto la educación como los valores que consideraban adecuados a un gran número de personas simultáneamente, esta necesidad de desarrollo profesional propició la creación de numerosas escuelas, y esto facilitó la expansión de una educación universal.

La pedagogía se preocupa por el estudio de los ideales de la educación y los procesos que involucran técnicas para mejorar, perfeccionar y estimular las capacidades.

Por lo que, se puede decir que el objeto de estudio de la pedagogía es la educación, el objeto remite a la educación y sus métodos. De manera que, la pedagogía es la ciencia a través de la cual el pedagogo investiga, estudia, elabora y aplica por medio de didácticas, metodologías, técnicas y estrategias y contenidos de enseñanza-aprendizaje relacionados con las necesidades del ser humano en un contexto dado. Esto a través de una adecuada programación y planificación, con miras a formar principios adecuados y aplicables al individuo, para que estimule y mejore sus facultades.

Asimismo, como señala Navarrete (2018), “el estudio de la educación se caracteriza por ser primordialmente interdisciplinar, ya que la investigación de los fenómenos sociales (en este caso la educación) [...] requiere del concurso de diversas disciplinas que permitan, con sus respectivos enfoques y herramientas teórico-metodológicas, un análisis más global y consistente de los problemas” (56). Debido a que “[...] la educación ha representado para la humanidad un problema central dentro sus grandes preocupaciones sociales” (55).

Modelos pedagógicos

Para Flórez (2005) un *modelo* es una representación de un conjunto de relaciones que describen un fenómeno o una teoría. Un *modelo* pedagógico es la representación de relaciones dominantes en la teoría pedagógica; un paradigma que puede coexistir con otros paradigmas, y sirve para organizar la búsqueda de nuevos conocimientos en el campo de la pedagogía.

III.2.1 Modelo Pedagógico Tradicional

Este modelo se remonta en la Alta Edad Media (inicia en el siglo V y concluye entre el siglo IX y X), y predominó en las escuelas en la primera mitad del siglo XX. En el paradigma tradicional, “[...] el método y el contenido de la enseñanza en cierta forma se confunden con la imitación del buen ejemplo y del ideal propuesto como un patrón, cuya encarnación más próxima se manifiesta el maestro. Academicista, verbalista, que dicta sus clases bajo un régimen de disciplina con unos estudiantes que son básicamente receptores” (Flórez, 2005: 176-177). Por lo que se puede decir que este modelo pedagógico tradicional se caracteriza por una marcada diferencia en los roles: profesor y alumno.

En el proceso de enseñanza aprendizaje, el profesor es quien transmite la enseñanza,

de manera que debe generar particulares estrategias didácticas y presentar los conocimientos al alumno; es el foco del proceso educativo y debe ser el experto en la materia, y los estudiantes son receptores pasivos de información, es decir la función de los alumnos es intentar comprender y memorizar la información, adquirir los conocimientos a través de la práctica y la repetición. Algunas ventajas y desventajas que pueden mencionarse de este método son:

Ventajas

- Permite la transmisión de conocimientos a un gran número de personas al mismo tiempo.
- Genera autodisciplina y favorece el desarrollo del esfuerzo personal.
- Es la forma más efectiva de transmitir datos puros como fechas y datos numéricos.
- No requiere un proceso de adaptación a la enseñanza ni por parte del alumno ni del profesor.
- Favorece los procesos de memoria.

Desventajas

- Se enfoca únicamente en la memorización de la información y no tanto en la comprensión de la misma.
- La memorización de datos no suele ser ventajosa para el desarrollo de las habilidades necesarias para enfrentarse al mundo real.
- No se estimula la curiosidad y la creatividad de los alumnos.
- Fomenta la comparación y la competencia entre los estudiantes, en lugar de la colaboración y la cooperación.
- Se ha demostrado que la mayoría de los conocimientos adquiridos a través de este método acaban olvidándose con el tiempo.

III.2.2. Modelo Pedagógico Experiencial o Naturalista

El principal precursor de este modelo es Jean-Jacques Rousseau (1712-1778), posterior en el siglo XX surge Iván Illich (1926-2002) y Alexander S. Neill (1883-1973). En contraste con el modelo tradicional, ahora la función del profesor es ayudar al alumno en su desenvolvimiento espontáneo, respetar su sensibilidad, curiosidad exploratoria, creatividad

y comunicabilidad natural. El modelo Experiencial o Naturalista sostiene que el contenido más importante del desarrollo del niño es lo que procede del interior, por consiguiente, el centro eje de la educación es el del niño. Para ello, “el maestro debe liberarse, [...] y ser solo un auxiliar [...] de la expresión libre, original y espontánea de los niños” (Flórez, 2005: 180).

Este modelo surge como reacción al modelo tradicional, en el cual se consideraba a los alumnos receptores pasivos de información. Por lo que ahora, la tarea fundamental del profesor es ayudar al alumno a desarrollar sus capacidades, habilidades y cualidades internas. La educación es responsabilidad del estudiante, que elige por sí mismo lo que quiere aprender con base a sus intereses naturales, valores y conocimientos previos. Algunas ventajas y desventajas que pueden encontrarse en este modelo son las siguientes:

Ventajas

- Los niños pueden elegir lo que quieren saber.
- Incrementa la espontaneidad del alumno, la capacidad de autorregulación y el compromiso consigo mismo.
- Mejor educación emocional, y el alumno esté más preparado para los desafíos.

Desventajas

- Como modelo educativo tan abierto, los niños que salen de este tipo de escuelas, generalmente no tienen los conocimientos básicos del currículo nacional.
- Carencia de profesores para llevar a cabo este modelo educativo.

III.2.3. Modelo Pedagógico Conductista

El modelo pedagógico conductista intenta establecer un conjunto de objetivos de aprendizaje observables y medibles, que los estudiantes deben alcanzar en un período de tiempo determinado mediante el uso de refuerzos y diferentes tipos de estímulos. Este modelo “se desarrolló paralelamente con la creciente racionalización y planeación económica de los recursos en la fase superior del capitalismo, bajo la mira del moldeamiento meticuloso de la conducta productiva de los individuos” (Flórez, 2005: 182).

Se basa en las investigaciones de Pavlov y Skinner, creadores de una corriente en

psicología conocida como conductismo, quienes argumentaban que era imposible medir los procesos mentales humanos y que era necesario medir el comportamiento observable. En este sentido, el modelo conductual es mucho más individualizado, a diferencia del modelo tradicional, donde un solo profesor es responsable de un gran número de alumnos. Algunas características del rol del profesor consisten en lo siguiente:

- Prefiere la enseñanza individual.
- Estudia las habilidades previas de los estudiantes.
- Enseña la metodología a seguir.
- Gestiona los refuerzos cuando se haya alcanzado uno de los objetivos.
- Comprueba si se ha producido aprendizaje.
- Se centra en el alumno y en los objetivos de aprendizaje que debe alcanzar.
- Estimula para que el estudiante participe activamente en su educación, ya que aprende haciendo.
- Hace hincapié en la repetición y la práctica para dominar el aprendizaje requerido.

De manera que, en el modelo conductista, la “[...] función [del profesor] se reduce a verificar el programa, a constituirse en un controlador que refuerza la conducta esperada y autoriza el paso siguiente a la nueva conducta o aprendizaje previsto [...]. Los objetivos instruccionales son los que guían la enseñanza, los que indican lo que debe hacer el aprendiz [...]” (Flórez, 2005: 184).

III.2.4 Perspectiva Pedagógica Cognitiva o Constructivista

Este modelo pedagógico, a diferencia del tradicional, considera que cada aprendiz tiene que “construir” su propio conocimiento. “A diferencia de los pedagogos conductistas, los constructivistas empeñan su enseñanza en lograr que los alumnos aprendan a pensar, se autoenriquezcan en su interioridad con estructuras, esquemas y operaciones mentales internas que les permitan pensar, resolver, y decidir con éxito situaciones académicas y vivenciales” (Flórez, 2005: 192).

En esta perspectiva pedagógica se pueden encontrar al menos cuatro corrientes del enfoque constructivista:

1) La meta educativa es permitir que cada individuo acceda, progresiva y secuencialmente, en la etapa superior de su desarrollo intelectual, de acuerdo con sus necesidades y condiciones particulares. En esta corriente de pensamiento se encuentra a Dewey, Piaget y Kolhberg, en cuanto a la función de proceso de enseñanza-aprendizaje se puede destacar lo siguiente:

- a) El profesor debe crear un ambiente de experiencias estimulantes para facilitar el acceso del educando en las estructuras cognoscitivas de la etapa inmediata superior.
 - i) El contenido de estas experiencias es secundario, ya que lo esencial es contribuir al afianzamiento y desarrollo de su capacidad de pensar y de reflexionar.

2) En la enseñanza del contenido, priorizar los conceptos y estructuras fundamentales de las ciencias, donde se encuentra material altamente complejo, brinda a los estudiantes mejores oportunidades para liberar su inteligencia como aprendiz de ciencia.

- a) Según Flórez (2005), para Bruner, cualquier contenido científico puede ser entendido por los estudiantes siempre y cuando sea bien enseñado y traducido a su lenguaje, es decir, facilitarle la comprensión de los conceptos estructurales básicos y los métodos de estudios de cada ciencia. A través del aprendizaje por descubrimiento, los estudiantes experimentan y consultan bibliografías existentes, analizan nueva información e infieren con su propio conocimiento al utilizar la lógica del método científico.
- b) Para Flórez (2005), Ausubel considera que el estudiante forjará aprendizajes significativos debido a los aportes de su experiencia personal previa, por lo que el profesor facilita esto haciendo preguntas y cuestionando sus conocimientos existentes, vinculando el tema de su experiencia y saber anterior, ofreciendo oportunidades para ensayar y aplicar el nuevo concepto, y asegurando que los estudiantes articulen adecuadamente el problema y las soluciones propuestas.

3) La orientación de la enseñanza y el currículo están dirigidos a desarrollar ciertas

habilidades cognitivas, y se considera más importantes que el contenido (científico o no) en que se desarrollan.

- a) Flórez (2005), nos dice que Taba, propone que la enseñanza debe dirigirse a propiciar en los alumnos el pensamiento inductivo, a través de que el profesor realice preguntas desafiantes formuladas en el momento oportuno.

4) La corriente social-cognitiva, que basa el éxito de la enseñanza en la interacción y la comunicación de los alumnos, así como en el debate grupal y la crítica argumentativa, para lograr resultados y soluciones cognitivas, éticas y colectivas a problemas reales de la comunidad a través de la interacción teórica-práctica.

Debido a que a menudo no existe una sola forma de resolver un problema o completar una tarea, desde el paradigma constructivista se fomenta el aprendizaje por descubrimiento. Para que un proceso de enseñanza sea efectivo, lo que se denomina aprendizaje significativo; los estudiantes deben creer que lo que aprenden puede ser útil en la vida real. Por lo tanto, el profesor debe adaptar los objetivos de aprendizaje a las características de sus alumnos, no tiene que responder todas las preguntas que plantea el aprendizaje, sino que debe proporcionar a los alumnos las herramientas necesarias para que las descubran por sí mismos.

III.2.5. Modelo Pedagógico Social

Este modelo se basa en maximizar el desarrollo de las habilidades e intereses de los estudiantes, no solo estudia los contenidos científicos o técnicos, sino que promueve la adquisición de valores y actitudes que favorecen una mejor convivencia en sociedad. Este enfoque se caracteriza por un énfasis en el trabajo en equipo, ya que se cree que un grupo siempre puede resolver problemas más grandes que un solo individuo. Asimismo, según la teoría del aprendizaje significativo, las enseñanzas deben aplicarse al mundo real.

Por lo tanto, el profesor debe presentar desafíos y problemas a los estudiantes para que puedan trabajar en colaboración y, los resuelvan mientras mejoran sus habilidades sociales. Algunos de los precursores más destacados de este modelo son Vigotsky, Makarenko, Freinet, Freire. En la enseñanza, según este modelo, se deben cumplir al menos los siguientes requisitos:

a) los retos y problemas a estudiar son tomados de la realidad [...] la búsqueda de su solución ofrece la motivación intrínseca que requieren los estudiantes; b) el tratamiento y búsqueda de la *situación problémica* se trabaja de manera integral, [...] con la comunidad involucrada, en su contexto natural, mediante una práctica contextualizada; c) aprovechamiento de la oportunidad de observar a los compañeros en acción, no para imitarlos ni criticarlos, sino para revelar los procesos ideológicos implícitos, sus presupuestos, concepciones y marcos de referencia, generalmente ocultos, pero que les permiten pensar de determinada manera; d) lo que se evalúa es el potencial de aprendizaje que se vuelve real debido a la enseñanza, a la interacción del alumno con aquellos que son más expertos que él. (Flórez, 2005: 197-198).

Como se puede apreciar, los modelos pedagógicos son los diferentes enfoques de enseñanza que los profesores pueden implementar en el aula. El que utilicen llevará a cabo una serie de acciones que se centrarán en distintas partes del proceso de aprendizaje. Debido a que existen diferentes estilos de aprendizaje y cada estudiante es único, es necesario que estén capacitados con distintos paradigmas pedagógicos, para saber responder a las diferentes situaciones que se presenten.

Las teorías de aprendizaje, permiten comprender el desarrollo cognitivo del ser humano, por lo que la pedagogía se apoya en estas para crear modelos pedagógicos, es decir, es necesario tomarlas en cuenta al momento de planear métodos y programas de estudio, pues en estos se deben considerar las estrategias adecuadas para el proceso de enseñanza-aprendizaje. El modelo de Piaget de los estadios del desarrollo cognitivo nos da una guía de que existen distintos niveles de función cognitiva, que los estadios varían de una cultura a otra, y de la capacidad de aprendizaje óptima en un período dado del desarrollo.

En cuanto a la teoría de Vygotsky, el ser humano construye sus conocimientos a través de la interacción con otros sujetos, de manera que los contenidos que se enseñan a los alumnos deben ser inseparables de la realidad del entorno social en que se inserta. Por su parte, Ausubel nos dice que si el estudiante logra vincular a su estructura de

conocimientos que posee con la nueva información, se suscita el aprendizaje significativo, al modificarse y enriquecerse la estructura cognitiva previa, lo que da significado al conocimiento, para dicho teórico el conocimiento se organiza en estructuras jerárquicas.

Considerar las teorías de aprendizaje en los vídeos, orientan su diseño para estimular las habilidades cognitivas del educando y encuentre sentido y significado al contenido a aprender, por lo que debe ser específico, tener secuencia y coherencia de información; asimismo sirven como guía, teniendo en cuenta que existen múltiples estilos de aprendizaje, que la edad cronológica de los estadios varía o por ejemplo, si los estudiantes provienen de diferentes contextos, los conocimientos previos son diferentes entre los mismos alumnos.

Como se mencionó previamente, la pedagogía utiliza diferentes teorías de aprendizaje, como las de los teóricos previamente referidos, en las que desarrollaron diferentes ideas y prácticas, lo que significa, una forma consciente para orientar, construir o facilitar el aprendizaje. Así mismo, también se sirve de otras ciencias como la didáctica, de la cual Pérez (2014) menciona que necesita apoyarse en las teorías de aprendizaje, por ser considerada como ciencia, arte y praxis, de la cual a continuación se alude lo más relevante.

III.3. La Didáctica

El término de Didáctica, se utilizó por primera vez en Alemania a principios del siglo XVII, se entendía como un arte de enseñar, se enfatizaba su importancia como la *praxis*. “La definición literal de Didáctica, en su doble raíz *docere*: enseñar y *discere*: aprender, se corresponde con la evolución de dos vocablos esenciales, dado que a la vez las actividades de enseñar y aprender, reclaman la interacción entre los agentes que las realizan” (Medina y Salvador, 2009: 6).

Juan Amós Comenio⁹ (1592-1670), en su gran obra titulada Didáctica Magna, destacó su importancia de las habilidades prácticas del maestro en el proceso de enseñanza. Esta gran obra fue dividida en tres secciones: “Didáctica General”, “Didáctica Especial” y “Organización Escolar”. Una obra fundamental para la pedagogía, puesto que estudia

⁹ Comenio, es considerado el “padre de la pedagogía moderna y fundador de la didáctica” (Runge, 2012: 94).

cuestiones generales relativas a las actitudes docentes en todas las materias, trata cuestiones específicas relacionadas con la enseñanza de una determinada materia o grupo de materias, se ocupa del estudio de los objetivos y contenidos de la educación (aprendizaje y enseñanza).

Para Medina *et al.*, (2009), “la didáctica es una disciplina de naturaleza-pedagógica, orientada por las finalidades educativas y comprometida con el logro de la mejora de todos los seres humanos, mediante la comprensión y transformación permanente de los procesos socio-comunicativos, la adaptación y desarrollo apropiado del proceso de enseñanza-aprendizaje” (7). Con base en ello, se puede decir que la didáctica es una teoría de la enseñanza eficaz porque, como disciplina, busca los métodos y técnicas de enseñanza para generar el proceso formativo en los distintos contextos, asimismo responde preguntas como ¿para qué?, ¿a quiénes?, ¿qué?, y ¿cómo?, entre otras cuestiones para que el proceso de enseñanza-aprendizaje pueda llevarse a cabo, es decir contribuye al desarrollo metodológico del profesor.

Para Díaz (1998), la didáctica es una disciplina que históricamente se ha diseñado para resolver problemas en la enseñanza en el aula, a través de la cual se puede dar respuesta a los problemas que enfrenta la educación en un momento social determinado, y en este sentido, es una “disciplina sustantiva del campo de la educación, cuya tarea consiste en establecer elementos que permitan debatir los supuestos subyacentes en los procesos de formación, que son promovidos en el sistema educativo, los cuales dan un sentido a la educación desde la formación y aplicabilidad en el ámbito laboral” (Muñoz, 2020: 370)

El aprendizaje debe ser una adaptación constante a nuevas situaciones, es decir, el aprendizaje debe manifestarse al saber resolver nuevos problemas, lo que podría conseguirse con apoyo en la didáctica. Se puede decir que los problemas que aborda la didáctica se refieren a los objetivos, contenidos y métodos de enseñanza, tiene como objetivo asegurar el proceso de enseñanza-aprendizaje en todas las situaciones de enseñanza y formación de manera holística y exploratoria. De manera que en el campo de la didáctica se requiere de un marco epistemológico dentro del cual se analicen los principales procesos y espacios desde los que la ciencia y el arte de enseñar han construido.

La didáctica se considera como una disciplina autónoma que construye teorías y modelos propios con el fin de ampliar la comprensión, el análisis y la mejor explicación de su objeto de estudio para lograr la formación intelectual y actitudinal de los estudiantes. Por lo que como pedagogía aplicada, nos dice Medina *et al.*, (2009) que la didáctica requiere del esfuerzo para una reflexión integral, como el desarrollo de modelos teóricos y prácticos que permitan la mejor explicación en la enseñanza-aprendizaje.

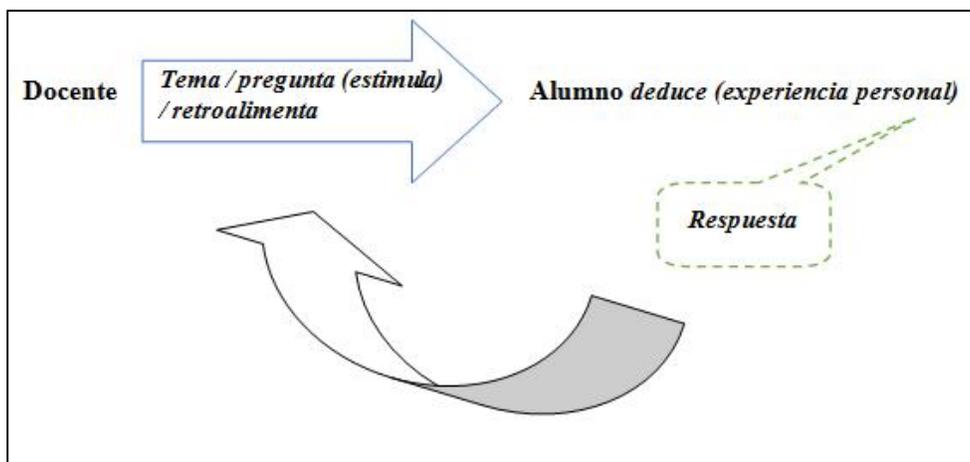
Modelos didácticos

Un modelo para Medina *et al.*, (2009), es la reflexión anticipatoria surgida de la capacidad de simbolizar y representar las tareas de enseñanza y que los educadores deben realizar para demostrar y comprender la amplitud de la práctica educativa. Esto es, el poder del conocimiento formalizado y la toma de decisiones transformadoras dispuestos a aceptar. Para Flórez (2005), “un modelo es la representación del conjunto de relaciones que describen un fenómeno o una teoría. Un modelo pedagógico es la representación de las relaciones que predominan en una teoría pedagógica, [...] un paradigma que puede coexistir con otros [...] sirve para organizar la búsqueda de nuevos conocimientos en el campo de la pedagogía” (175). En este sentido, los modelos didácticos, proponen un plan de acciones, técnicas y medios que sean significativos para el aprendizaje. A lo largo del tiempo se han utilizado diversos modelos didácticos para orientar la enseñanza-aprendizaje, como por ejemplo los que se aluden a continuación.

Modelo socrático

Vinculado a Sócrates y su método de la mayéutica, que consiste en el análisis de respuestas sucesivas en la búsqueda de la verdad, estimulando el pensamiento a partir de lo que no se sabe. Así, el diálogo comienza con la definición de un objetivo y la solicitud de esfuerzo en la definición del objeto de discusión, es decir, “el diálogo establece una dinámica de preguntas y respuestas, ajustadas al tema de estudio y a las experiencias más profundas de los estudiantes, quienes han de reconstruir hechos y mejorar las explicaciones a las cuestiones formuladas. Se produce una intensa interacción entre educador y estudiantes, con una continua acomodación entre ambos” (Mayorga y Madrid, 2010: 96). Este modelo se ilustra en el diagrama 3.

Diagrama 3. Aprendizaje con el modelo socrático



Fuente: Elaboración propia.

Modelo activo-situado

Cada alumno es protagonista de su proyecto y realidad que asume como importante. Los estudiantes predominan como verdaderos protagonistas del aprendizaje. El profesor abre el camino para que el alumno investigue los contenidos y descubra la mejor manera de aprenderlos. Para Mayorga *et al.*, (2010), en el modelo de Stern y Huber, se “caracteriza al estudiante como un ser autónomo y responsable, que adopta las decisiones y tareas que mejor respondan a su condición vital, y aprovecha los escenarios formativos en los que participa, especialmente las experiencias personales y escolares, así como las actuaciones extraescolares” (97). Dicho modelo se ilustra en la imagen 7.

Imagen 7. Aprendizaje con el modelo activo-situado

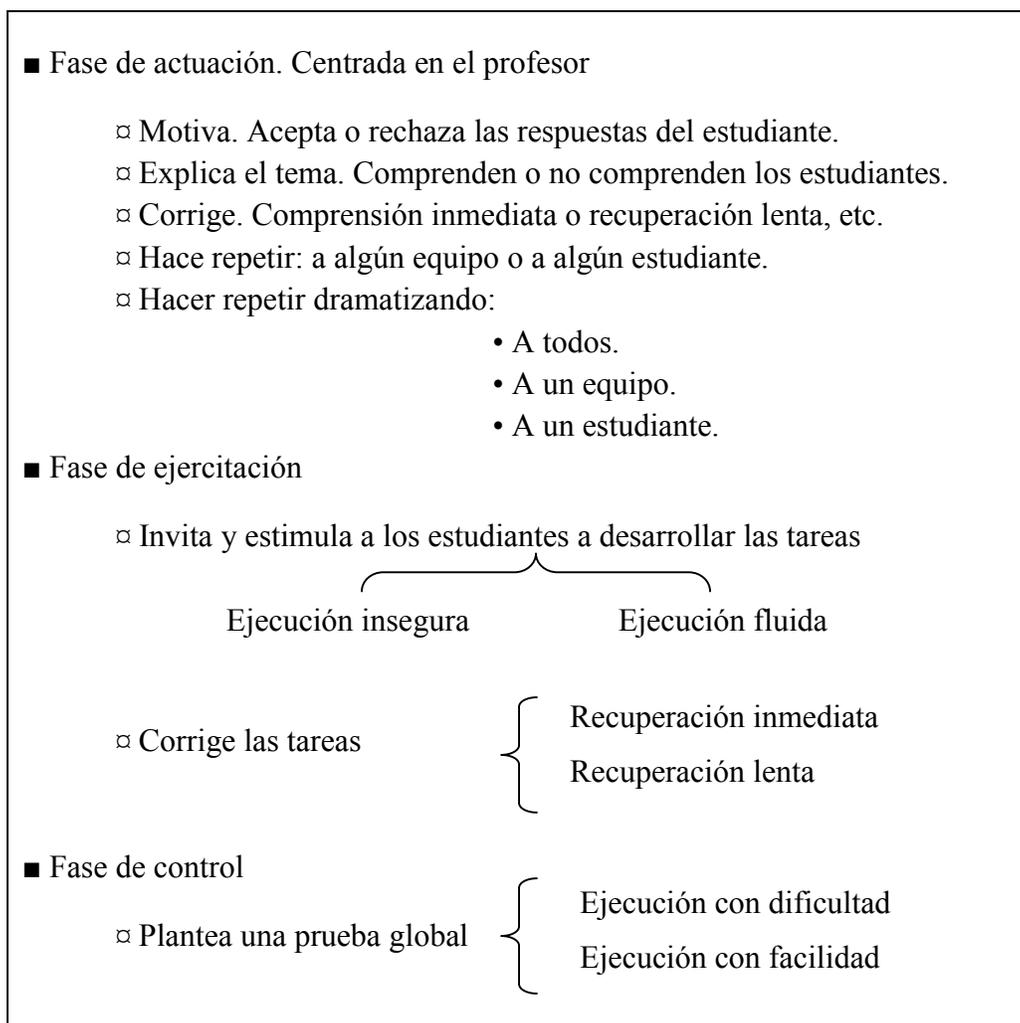


Fuente: Mayorga *et al.*, (2010).

Modelo comunicativo-interactivo

Este modelo de Titone y Cazden, de acuerdo con Medina *et al.*, (2009), contribuye a comprender y profundizar en el actuar del profesor, y en tres fases atiende al conjunto de decisiones que realiza, con las que se pretende descubrir la acción de profesor en el aula. En el modelo de Cazden, la comunicación en la clase debe tener incidencia en los siguientes puntos: 1) El análisis de las estructuras de participación. 2) El estudio comprensivo de la lección. 3) El proceso y planteamiento de las demandas de los estudiantes. 4) Las preguntas del profesorado y las respuestas de los estudiantes. Por su parte, el modelo de Titone pretende descubrir cómo se comportan los docentes cuando se comunican en el aula, en este distingue tres fases con relación al proceder del docente, estas se presentan en el esquema 1.

Esquema 1. Aprendizaje con el modelo comunicativo-interactivo



Fuente: Medina *et al.*, (2009).

Modelo contextual-ecológico

Este modelo se vincula a un proceso de análisis de tareas y construcción dialéctica, “cuya visión es que el papel de las escuelas y de las comunidades educativas sea el de ofrecer un ecosistema cultural emancipador, que reconozca la visión de los agentes y, que aplique modelos totalizadores innovadores, conscientes de su compromiso transformador” (Mayorga *et al.*, 2010: 98). La vida en el aula y la interrelación entre los participantes, es la base de la comunicación y se ha de partir de los valores, relaciones y modos de intercambio entre la totalidad de los participantes, procurando interpretar en su globalidad las acciones y reacciones, así como su incidencia en la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje.

El conocimiento se puede ir construyendo y complementando a partir de los aportes que los alumnos puedan hacer desde su punto de vista, puesto que las realidades son diversas y el conocimiento se ve influenciado por esta, perdiendo significación y coherencia en algunas, ganando en otras, o complementándose, renovándose etc., lo cual le da un carácter más dinámico al conocimiento. Este paradigma toma en cuenta las demandas, características socioeconómicas y socioculturales del entorno para entender o dar significado a las conductas de los estudiantes, así como también es necesario saber cuáles son las expectativas, motivaciones y el contexto familiar, que también están influenciadas por el entorno, y repercute en la relación entre el comportamiento y el entorno.

Modelo colaborativo

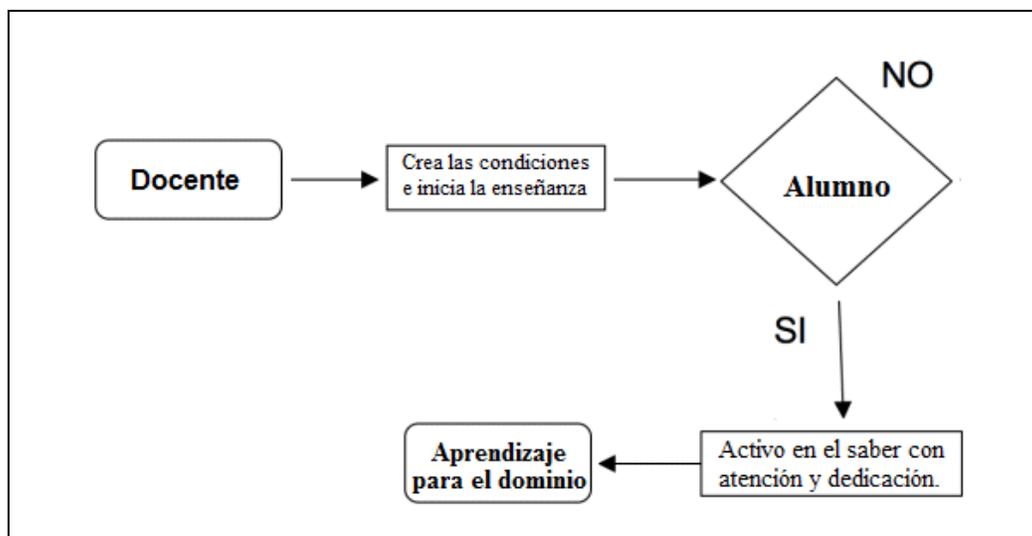
Este modelo amplía las posibilidades de los anteriores y coloca al profesorado ante un gran compromiso de acción, mejora integral de sí mismo, de la comunidad; es la representación de la actividad de enseñanza como una práctica colegiada, interactiva y tomada en equipo, como función compartida, en la que el docente y los estudiantes son agentes corresponsables y protagonistas de la acción transformadora. La colaboración se apoya en la experiencia compartida del proceso de enseñanza-aprendizaje, diseñado y desarrollado como un espacio de compromiso, coreflexión entre el profesor con los estudiantes, como de estos últimos entre sí.

El proceso colaborativo y su implicación en el contexto ecológico se basa en el discurso compartido, la presencia de un liderazgo participativo, la cultura cooperativa envolvente y el sistema de relaciones empático-colaborativas que se han de desarrollar, con apoyo en las tareas y actividades de naturaleza seriamente compartida, generadoras de saber-hacer e indagadoras-transformadoras. La enseñanza promueve esta visión al aplicar métodos, tareas y diseño de medios acordes con ella, además de valorar las acciones docentes como la práctica transformadora y el discurso como la base de los procesos interculturales.

Aprendizaje para el dominio

Para Medina *et al.*, (2009), el modelo de Carroll, nos dice que “el aprendizaje es en función del aprovechamiento real y profundo que cada persona hace del uso del tiempo. Así, el tiempo activo es el empleo óptimo que se realiza de la tarea, si la atención y dedicación es total se logrará con menor tiempo real el desempeño de la tarea y un adecuado uso de su capacidad” (63). De acuerdo con Bloom, “el aprendizaje para el dominio es en función de las características de cada estudiante, la enseñanza-presentación del saber, la información-refuerzo y los resultados alcanzados [...]” (Medina *et al.*, 2009: 63). Dicho modelo se ilustra en el diagrama 4.

Diagrama 4. Aprendizaje para el dominio



Fuente: Elaboración propia.

Los modelos didácticos facilitan el aprendizaje, permiten la conexión entre la teoría y la práctica; son construcciones teóricas que permiten un acercamiento más sistemático al objeto de estudio y, por tanto, a su comprensión. En este sentido, la inserción de modelos didácticos en la EMS potencia el aprendizaje de los estudiantes sobre los contenidos relacionados con el álgebra y estimula el interés por el conocimiento.

III.3.1. Didáctica de las Matemáticas

La didáctica de la matemática tiene como objeto de estudio los hechos de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, y es una de las ramas de la didáctica general. En su desarrollo, se ha aplicado la visión del constructivismo social de Vygotsky, que muestra que en el proceso de enseñanza-aprendizaje se debe considerar natural que los estudiantes presenten dificultades y errores, y que pueden aprender de esos errores.

En la concepción platónica de la didáctica de la matemática con respecto al proceso de enseñanza-aprendizaje, se tiene que “construir un currículo donde el estudiante adquiere primero las estructuras fundamentales de las matemáticas de forma axiomática, sin tomar en cuenta sus aplicaciones a otras ciencias, tan solo aplicarlas a problemas internos de las matemáticas” (Monsalve, 2019: 38). Por su parte, la concepción constructivista, concibe la necesidad de aplicar axiomas matemáticos tanto a los problemas externos e internos de las matemáticas, para aumentar la adquisición de conocimiento matemático, para comprender los problemas de la naturaleza y la sociedad.

Cuando se trata de la construcción de conocimientos, habrá que mencionar que la escuela, además de que es el espacio de aprendizajes, es también un escenario de desarrollo personal y social, por lo que el pensamiento y el aprendizaje en el desarrollo cognoscitivo del estudiante en la matemática, debe ser entendido como una forma de interacción social. Por ejemplo, los primeros conocimientos formales matemáticos se obtienen de la interacción docente-alumno. El desarrollo cognitivo del estudiante significa la disponibilidad de competencias, habilidades y destrezas, que están directamente relacionadas con la adquisición de conocimientos numéricos.

En cuanto al desarrollo cognitivo del estudiante en matemáticas, ocurre cuando es capaz de dominar varios sistemas de representación, lo que le permite crear y modificar

estos sistemas de representación, desarrollando habilidades para explorar e implementar dominios cognitivos abstractos más profundos. Desde la perspectiva de la investigación en psicología del aprendizaje, el acceso al conocimiento surge a través de dos vías: perceptivo-motriz y el simbólico-reconstrutivo. La primera tiene implicaciones en diversos procesos para el aprendizaje posterior de matemáticas; la percepción y la acción se basan en el proceso de hacer, tocar, mover y ver.

La vía simbólico-reconstructiva permite a los estudiantes utilizar símbolos matemáticos y reconstruir el significado de sus objetos, significados y representaciones mentales. Lo que requiere comprensión de los procedimientos y la apropiación del significado de los símbolos utilizados. Rafael (2007), nos dice que para Vigotsky, es a través de las interacciones sociales, que se transmiten las herramientas que posee cada cultura, la cuales moldean la mente. La cultura proporciona las herramientas simbólicas necesarias para construir la conciencia y las funciones mentales superiores. Vygotsky se refería esencialmente a los símbolos lingüísticos, pero se puede reflexionar en otro tipo de herramientas de representación como acciones, iconos y símbolos, de acuerdo a lo mencionado en este párrafo:

[...] las herramientas técnicas y psicológicas [...] las primeras sirven para modificar los objetos o dominar el ambiente; las segundas, para organizar o controlar el pensamiento y la conducta [...]. Los números, las palabras y otros sistemas de símbolos, son ejemplo de herramientas psicológicas [...] los sistemas lógicos, las normas y convenciones sociales, los conceptos teóricos, los mapas, los géneros literarios y los dibujos. Algunos ejemplos de herramientas técnicas son el papel y lápiz, transportadores geométricos, máquinas, reglas y martillos, (Rafael, 2007: 22-23).

Con base en lo referido, se puede decir que las herramientas psicológicas se dirigen al control interno del proceso, y las técnicas están dirigidas a la naturaleza y su control, que producen efectos en el objeto que son controlados a nivel perceptivo-motor. Para los procesos de construcción de significados y de comprensión es necesaria una integración de

las herramientas técnicas y psicológicas, lo que conlleva una reconstrucción interna de la práctica externa y los procesos de internalización.

En el desarrollo cognoscitivo del estudiante en la matemática tiene como una característica fundamental el pensamiento operacional formal. Según Stassen (2006) sucede cuando el pensamiento ya no está limitado a experiencias personales, “el adolescente puede considerar los conceptos lógicos y las posibilidades que no se pueden observar” (472). Una forma de comprender el pensamiento formal o abstracto (resolver problemas y razonar operaciones específicas, sin que el objeto este presente) y el pensamiento concreto (recordar el programa de estudios escolar), este puede ser cuando los niños pueden aprender a multiplicar números reales como 3×5 , mientras que los adolescentes pueden aprender a multiplicar expresiones algebraicas, como por ejemplo $3x^2(-6x^3 + 2x^2)$.

Para la UNESCO (2008), la calidad de la educación está guiada por la propuesta de construcción del conocimiento, observando el desarrollo cognitivo a través de un ambiente de aprendizaje que influya en la creatividad. Para este organismo, la realización de ejercicios y actividades de los estudiantes en el desarrollo cognitivo de las matemáticas, les proporcionará las destrezas, habilidades y competencias para enfrentarse a diversas situaciones de la vida cotidiana, tal como lo refiere la OCDE. A continuación, se presentan algunos rasgos característicos de las matemáticas para la práctica o actividad para esta preparación cognitiva.

Resolver problemas y modelizar

Para las ciencias matemáticas, los problemas son sobre objetos y estructuras que requieren explicación y demostración, que pueden resolverse aplicando métodos matemáticos, para obtener un resultado determinado. Estos problemas pueden ser de cálculo, geométricos, algebraicos, algorítmicos, etc. En el diccionario de la Real Academia Española (RAE) los problemas matemáticos tienen dos definiciones: “problema determinado, que no puede tener sino una solución [hallar el centro y radio de circunferencia], o más de una en número limitado, y problema indeterminado [encontrar otra forma de obtener el resultado], que tiene un número ilimitado de soluciones” (RAE, 2019). En el siguiente párrafo se menciona otra concepción dada a un problema matemático:

Una situación enfrentada por un individuo o un grupo que presenta una oportunidad de poner en juego los esquemas de conocimiento, exige una solución que aún no se tiene para la cual no se conocen medios o caminos evidentes y en la que se deben hallar interrelaciones expresas y tácitas entre un grupo de factores o variables, lo que implica la reflexión cualitativa, el cuestionamiento de las propias ideas, la construcción de nuevas relaciones, esquemas y modelos mentales, es decir, la elaboración de nuevas explicaciones que constituyen la solución al problema que significa reorganización cognitiva, involucramiento personal y desarrollo de nuevos conceptos y relaciones generando motivación e interés cognitivo (García y Rentería, 2013, p. 299).

Se puede decir que los problemas planteados en la mente de los estudiantes, no deben ser cerrados y alejados de su entorno, de manera que los planteamientos matemáticos deben ser acordes a las edades de los estudiantes, y a sus necesidades propias. El estudiante debe comprender lo que se pregunta, abstraer el problema (encontrar una expresión matemática que permita representar el problema y resolverlo) y comprender qué significa el resultado que se obtiene. La modelización puede definirse como un “proceso analógico que inicia con el planteamiento de una situación problemática [sic] real [...] simplificar, estructurar e idealizar al acotar sus condiciones de resolución, y termina con la elaboración de una formalización [...] en un contexto teórico determinado” (García *et al.*, 2013: 301). Para Godino, Batanero y Font (2003), algunos conocimientos matemáticos permiten modelar y resolver problemas de otros campos no necesariamente de origen matemático y que proporcionan la base intuitiva para elaborar nuevos conocimientos matemáticos.

Razonamiento matemático

Para el aprendizaje de las matemáticas, es necesario tener la capacidad de ayudar en el razonamiento matemático, poder enseñar a los estudiantes a aprender a dirigir sus indagaciones, al aplicar conceptos matemáticos diseñados para demostrar algo, o utilizar números para explicar la realidad del entorno; aunado a lo referido en el siguiente párrafo:

El razonamiento matemático, con lleva a un razonamiento formal de manera consciente, permitiendo la solución de problemas y generar las conclusiones

pertinentes [...]. El conocimiento matemático es una de las disciplinas que permite fortalecer la capacidad de razonamiento, en cuanto a; abstracción, toma de decisiones, análisis, síntesis, predecir, sistematizar y resolver problemas de orden lógico o heurístico, que permite una formación básica a nivel cultural para el desenvolvimiento cotidiano (Salvatierra, Gallarday, Ocaña-Fernández, y Palacios, 2019: 166-167).

Para Godino *et al.*, (2003), experimentar y comprender las nociones, propiedades y relaciones matemáticas a partir de actividades reales es un paso previo a la formalización y una condición necesaria para la correcta interpretación y uso de todas las posibilidades contenidas en la formalización.

Lenguaje y comunicación

Las matemáticas poseen un lenguaje, esto es, un conjunto de conocimientos con características propias y una determinada estructura y organización interna. La estructura interna enfatiza que la matemática, como disciplina científica, está organizada en diferentes partes, pero tiene la finalidad de propiciar conocimientos amplios y significativos para la vida real. La naturaleza relacional es la característica que indica que dentro de la naturaleza de la matemática, el aprendizaje es más constructivo que deductivo, es decir, el conocimiento matemático se construye a partir de objetos, con “la amplia utilización de diferentes sistemas de notación simbólica (números, letras, tablas, gráficos, etc.)” (Godino *et al.*, 2003:28).

La exactitud y aproximación

Esta característica nos dice que la realidad puede ser considerada a través de la dualidad de precisión y aproximación. A partir de esto, se puede entender que las matemáticas, nos permiten comprender la realidad de manera aproximada, porque los modelos matemáticos nunca son exactos, sino cercanos a la realidad, como se menciona en el siguiente párrafo:

Por un lado, la matemática es una ‘ciencia exacta’, los resultados de una operación, una transformación son unívocos. Por otro, al comparar la modelización matemática de un cierto hecho de la realidad, siempre es aproximada, porque el modelo nunca

es exacto a la realidad. Si bien algunos aspectos de esta dualidad aparecen ya en las primeras experiencias matemáticas de los alumnos, otros lo hacen más tarde. (Godino *et al.*, 2003: 30).

Para llevar a cabo este proceso, el profesor debe formular planteamientos nuevos y que representen interés, pero que los conocimientos previos del estudiante sean insuficientes para resolverlos, de modo que con el método que previamente había utilizado, no pueda explicar y resolver de manera efectiva los nuevos problemas. Esto conducirá a una adaptación del conocimiento previo y la reorganización del conocimiento del estudiante, dando la oportunidad de construir un conocimiento nuevo.

El profesor representa el elemento fundamental de la didáctica matemática, al ser el responsable de organizar la interacción entre los estudiantes, que el contenido matemático los guíe a través de la capacidad de aprender a aprender, esto es, “la habilidad para iniciar el aprendizaje y persistir en él, para organizar su propio aprendizaje y gestionar el tiempo y la información eficazmente, ya sea individualmente o en grupos” (Cabrera, Vizcaíno, Díaz, López, López y Puerto, 2020: 622). En este sentido, el conjunto de relaciones que se establecen entre alumnos y profesor y que están rodeadas por las intenciones de aprendizaje, tales como organizar-dirigir situaciones de aprendizaje, gestionar el avance del aprendizaje, involucrarlos en su aprendizaje, trabajar en equipo, utilizar nuevas tecnologías, adquieren el nombre de situaciones didácticas o estrategias de aprendizaje, es decir ayudan al estudiante al desarrollo de la capacidad de aprender a aprender.

Dado que en la didáctica de la matemática, el aprendizaje es adaptarse constantemente a las distintas situaciones; el profesor debe ser capaz de recontextualizar el conocimiento de las matemáticas para presentarle a los estudiantes nuevas situaciones que lo motiven a aplicar sus conocimientos previos en nuevos problemas que incrementen sus conocimientos de esta disciplina, es decir, que con los conocimientos que poseen no resuelvan el problema, sino que logren resolverlo vinculando ambos tipos de conocimientos. Para Moreira (2005) “el aprendizaje significativo se caracteriza por la interacción entre el nuevo conocimiento y el conocimiento previo” (85).

III.3.2. Didáctica del Álgebra

Para Arcavi (1994), antes de la aplicación de las reglas algebraicas en el aula, el profesor debe centrarse en fomentar la búsqueda de los significados de los símbolos y el sentido de su uso, estimular la paciencia requerida para el aprendizaje general y, particularmente orientada a la capacidad de aceptar comprensiones parciales. Esquinas (2009), señala que en el proceso de la enseñanza-aprendizaje del álgebra, se deben considerarse como esencial los puntos presentados en la tabla 12.

Tabla 12. Principios elementales en la enseñanza del álgebra

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">▪ Determinado grado de automatización de las operaciones básicas en un estadio (este primer principio es un prerrequisito).▪ No introducir nuevas ideas o técnicas algebraicas demasiado rápido.▪ No introducir nuevas ideas o técnicas algebraicas demasiado específicas que no sirvan para el desarrollo algebraico futuro.▪ Asegurar que los aspectos diferentes de una idea, técnica o símbolo algebraico estén claramente distinguidos.▪ No introducir la notación formal antes de que una idea o técnica algebraica haya sido asimilada por los alumnos.▪ Evitar la complejidad notacional innecesaria.▪ Favorecer la comprensión algebraica en términos de lenguajes.▪ No introducir técnicas formales demasiado pronto. |
|--|

Fuente: Esquinas (2009: 159).

Modelo de Polya

Para Polya (1965), “el resolver problemas es una cuestión de habilidad práctica, como, por ejemplo, el nadar. La habilidad práctica se adquiere mediante la imitación y la práctica” (27). El modelo del autor consiste en una serie de cuatro pasos, a través de los cuales espera que los estudiantes encuentren la respuesta correcta al problema, pero también pretende que sean capaces de aplicar los conocimientos y habilidades de pensamiento necesarios para resolver el problema. Estas fases se describen en el siguiente párrafo:

1. *Comprender el problema.* A través de preguntas como: ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál y cómo es la condición? El estudiante debe contextualizar el problema. Esta etapa es de las más complicadas por superar, un joven con conocimientos insuficientes busca expresar procedimientos antes de verificar si pueden llevarse a cabo en la naturaleza que enmarca el problema.

2. *Concebir un plan.* Implica la búsqueda de estrategias para la solución de un problema, planteándose las siguientes preguntas: ¿Se ha encontrado con un problema semejante? ¿O ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente? ¿Conoce un problema relacionado con este? ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil? ¿Podría usted utilizarlo? ¿Podría utilizar su resultado? ¿Podría emplear su método? ¿Le haría a usted falta introducir algún elemento auxiliar a fin de poder utilizarlo? ¿Podría enunciar el problema en otra forma? ¿Podría plantearlo en forma diferente nuevamente? ¿Podría imaginarse un problema análogo un tanto más accesible? ¿Un problema más general? ¿Un problema más particular? ¿Un problema análogo? ¿Puede resolver una parte del problema? ¿En qué medida la incógnita queda ahora determinada? ¿En qué forma puede variar? ¿Puede usted deducir algún elemento útil de los datos? ¿Puede pensar en algunos otros datos apropiados para determinar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita o los datos, o ambos si es necesario, de tal forma que la nueva incógnita y los nuevos datos estén más cercanos entre sí? ¿Ha empleado todos los datos? ¿Ha empleado toda la condición? ¿Ha considerado usted todas las nociones esenciales concernientes al problema?

3. *Ejecución del plan.* Siempre que el plan sea claro, debe ejecutarse y observarse los resultados. Muchas veces es necesario alternar entre la concepción y la ejecución del plan para lograr resultados favorables.

4. *Verificar los pasos del razonamiento.* Esto permitirá verificar si se siguieron los pasos adecuados para la resolución, asimismo plantearse la siguiente interrogante: ¿puede verificar el resultado? (Polya, 1965: 29-35).

La didáctica del álgebra debe buscar el aprendizaje significativo, por lo que el conocimiento conceptual es fundamental al inicio de la enseñanza, el ritmo de introducción

debe ser el adecuado y las distintas actividades facilitar la construcción del conocimiento del estudiante. Por ejemplo, generalización a partir de la aritmética, uso de problemas contextualizados. Como punto de partida, el conocimiento informal del alumno y los recursos didácticos-tecnológicos pueden utilizarse para garantizar una construcción significativa del aprendizaje.

El principal elemento en la didáctica es el saber didáctico tanto del profesor como del estudiante, porque forman actitudes y enseñan las estrategias de aprendizaje más adecuadas para aprender a lo largo de la vida. En el proceso de enseñanza-aprendizaje “no hay docencia sin *discencia*, las dos se explican y sus sujetos [profesor y alumno], a pesar de las diferencias que los connotan, no se reducen a la condición de objeto, uno del otro. Quien enseña aprende al enseñar y quien aprende enseña al aprender” (Freire, 1997: 25).

Con base en lo referido en este capítulo, se puede concluir que una pedagogía adecuada para los estudiantes de Bachillerato General que utilizan un Plan de Estudio, abarca una cuidadosa planeación de los diversos elementos de la enseñanza y el aprendizaje, para enfrentar los retos que presente el proceso educativo. Para ello la pedagogía se sirve de otras disciplinas como la didáctica, asimismo de las teorías de aprendizaje. En el siguiente y último capítulo se presenta la metodología del estudio llevada a cabo en la Escuela Preparatoria Oficial No. 69.

CAPÍTULO IV. MARCO METODOLÓGICO Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

El presente capítulo contiene la metodología de la investigación, la cual fue con el enfoque cuantitativo. El ámbito de estudio se desarrolló en la Escuela Preparatoria Oficial No. 69. Los resultados obtenidos se representan con la estadística descriptiva: gráficas de pastel, de barras y una tabla. El análisis se realiza por cada resultado obtenido, y se contrasta la hipótesis. Se concluye el capítulo con algunas recomendaciones derivadas de la investigación llevada a cabo, la cual contribuyó significativamente para poder realizarlas.

IV.1. Metodología

La investigación metodológica para Bisquerra (1989), es una “indagación sobre aspectos teóricos y aplicados de medición, recogida de datos, análisis de datos, estadística, [...]” (68). Hernández *et al.*, (2014) nos dice que el enfoque cuantitativo de una investigación, parte de una idea que va acotándose intencionalmente [...], de la cual se derivan objetivos y preguntas de investigación, se revisa la literatura y se construye un marco teórico, se establece la hipótesis; se traza un “diseño, [el cual] se refiere al plan o estrategia concebida para obtener la información que se desea con el fin de responder al planteamiento del problema” (128), se analizan los resultados obtenidos utilizando métodos estadísticos, y se extraen conclusiones respecto de la hipótesis.

Para la recolección de la información, se utilizaron dos instrumentos de investigación. El primero, un cuestionario con once preguntas cerradas para saber la cantidad de estudiantes que tiene dificultades con las operaciones algebraicas y si suelen ver vídeos relacionados con la enseñanza del álgebra para “aclarar” dudas; el segundo, una guía de cinco preguntas, para investigar cinco vídeos en internet la cantidad de vistas y comentarios con relación a la enseñanza en la escuela. Los resultados obtenidos se representan con estadística descriptiva: gráficas de pastel, de barras y una tabla. Se analiza cada resultado obtenido de cada pregunta del cuestionario, así como el resultado de la investigación de internet; y se contrasta la hipótesis.

IV.2. Identificación del Ámbito de Estudio

El ámbito de estudio se desarrolló en la Escuela Preparatoria Oficial No. 69 (EPO 69) -de sostenimiento público-, ubicada en la calle de Lic. Durán Castro s/n, colonia Lomas de San Juan Ixhuatepec, Tlalnepantla de Baz, Estado de México, México (ver imagen 8). Corresponde a la rama de Bachillerato General de la EMS. El período de estudio es de tres años, en modalidad escolarizada, en los turnos matutino y vespertino. El turno matutino en el que se realizó el estudio, lo constituye tres grados escolares: primero, segundo y tercero.

Imagen 8. Ubicación de la EPO 69



Fuente: Google maps

La población de la EPO 69 en el ciclo escolar 2021-2022 es de 302 alumnos -en el momento de realizar esta investigación-, distribuidos en los tres grados escolares, cada grado escolar se conforma por tres grupos de entre 30 a 35 estudiantes. El período de este estudio fue del 09 al 21 de febrero de 2022, y se invitó a todo el estudiantado para responder el cuestionario, cuya participación fue voluntaria. De la referida población se tomó la muestra de 108 estudiantes; para Hernández *et al.*, (2014), “la muestra es, [...] un subgrupo de la población. [...] un subconjunto de elementos que pertenecen a ese conjunto definido en sus características al que llamamos población” (175).

La muestra es probabilística¹⁰, en cuanto a sus dos procedimientos, “el primero [...]

¹⁰ Para Hernández, Fernández y Baptista (2014), las muestras probabilísticas tienen muchas ventajas; quizá la principal sea que puede medirse el tamaño del error en nuestras predicciones.

calcular un tamaño de muestra que sea representativo de la población. El segundo [...] todos tengan la misma posibilidad de ser elegidos” (Hernández *et al.*, 2014: 180). La muestra representativa¹¹ para 302 estudiantes, con un nivel de confianza de 95% y con un margen de error de 5%, debe de ser de 170 elementos. Sin embargo, en este estudio la muestra es de 108 estudiantes, de manera que el margen de error es de 7.6%, con un nivel de confianza de 92.4%. Por otro lado, “cuando las muestras están constituidas por 100 o más elementos tienden a presentar distribuciones normales y esto sirve para el propósito de hacer estadística inferencial (generalizar de la muestra al universo)” (Hernández *et al.*, 2014: 189).

IV.3. Recolección de la Información y Análisis de los Resultados

Cuestionario de 11 preguntas cerradas dirigido a los estudiantes de la EPO 69.

1. ¿Qué grado cursas?

El total de alumnos que voluntariamente respondieron el cuestionario es de 108, y corresponden a los tres grados escolares, esta muestra representa el 35.76% de la población de 302 estudiantes. Al considerar que existen tres grupos por grado escolar, los cuales se conforman de entre 30 a 35 estudiantes, se obtuvieron los siguientes resultados:

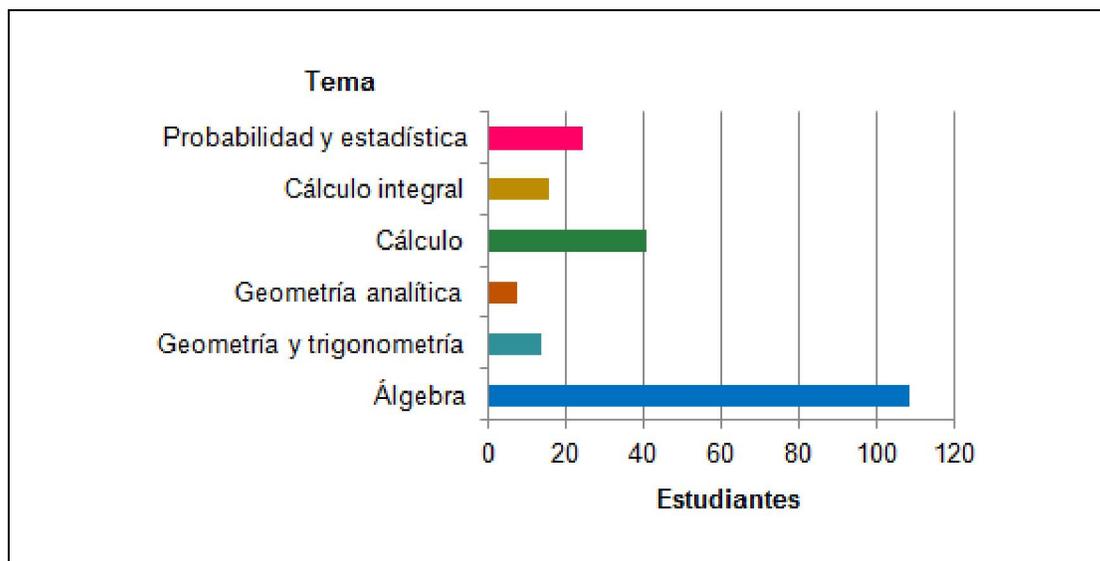
El 14.81% corresponde al primer grado, el 82.41% al segundo grado, y el 2.78% al tercer grado.

El resultado de esta pregunta, posibilita identificar a los estudiantes que han cursado el primer año de Bachillerato y tener la certeza que han aprobado la asignatura de Matemáticas I, la cual incluye el tema de operaciones algebraicas, que de acuerdo al Mapa Curricular del BG, la cursan en el momento en que ingresan, es decir, en el primer semestre. Los resultados muestran que el 82% de los estudiantes se encuentra cursando el segundo grado, por lo que ha transcurrido poco tiempo de haber estudiado dicho tema.

¹¹ calcular el tamaño de la muestra consiste en encontrar una muestra que sea representativa del universo o población con cierta posibilidad de error. Para esto, Hernández, Fernández y Baptista (2014) recomienda utilizar un software, en este estudio se utilizaron dos diferentes, Questionpro y Surveymonkey, y en ambos se obtuvieron los mismos resultados.

2. ¿Cuál de estos temas has cursado?

Gráfica 4. Temas de matemáticas cursados

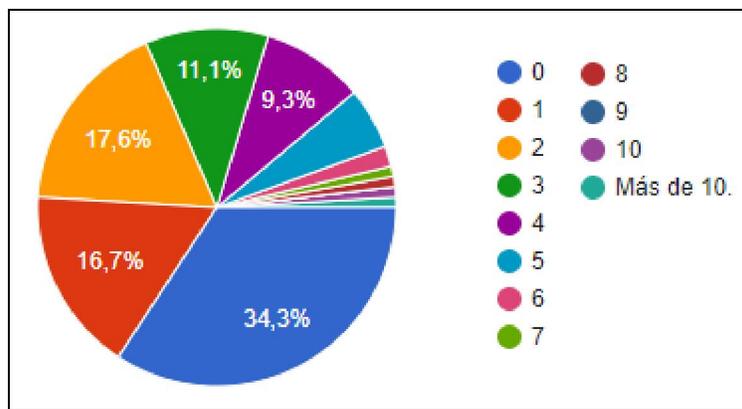


Fuente: Elaboración propia.

El resultado obtenido es que el 100% de la muestra ha cursado el tema de álgebra y, por lo tanto, se obtendrán respuestas en las subsecuentes preguntas del cuestionario, así como para dar respuesta parcial a la pregunta de investigación número tres: ¿Cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes de la Escuela Preparatoria Oficial No. 69, para solucionar operaciones algebraicas, y cómo resuelven esas dificultades?

3. ¿Cuántas horas a la semana tienes de clases de matemáticas con el Profesor en el aula?

Gráfica 5. Cantidad de horas de clase en el aula

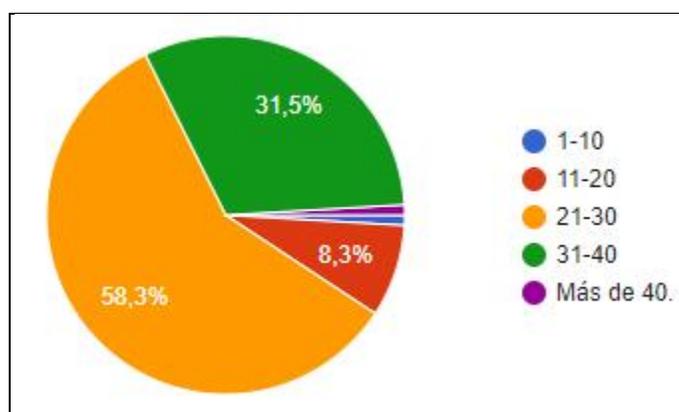


Fuente: Elaboración propia.

Con este resultado, en que el 34% responde que no tienen horas de clase de matemáticas con el profesor en el aula, lo que podría ser un factor a analizar si la cantidad de horas influye para que los estudiantes obtengan los conocimientos de álgebra en tiempo y forma. No obstante, habrá que tomar en cuenta que debido a la contingencia sanitaria¹² la población de la EPO 69 concluyó el ciclo escolar 2019-2020¹³ de forma virtual y del mismo modo inició el ciclo subsecuente.

4. ¿De cuántos alumnos consta tu grupo?

Gráfica 6. Cantidad de alumnos en el aula



Fuente: Elaboración propia.

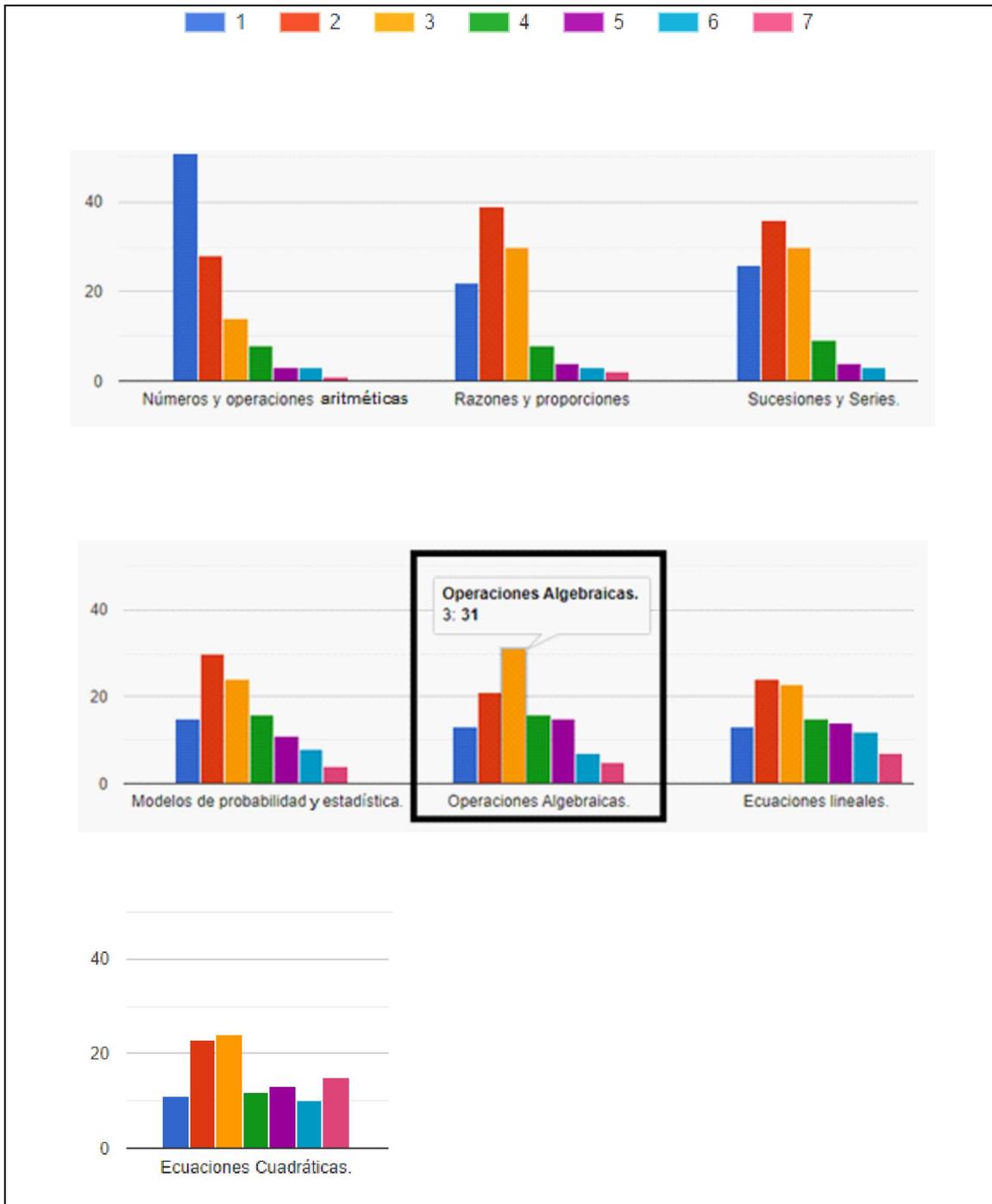
En estos resultados, el 58.3% de los alumnos considera que el promedio de alumnos en el aula, es entre 21 a 30; por otro lado, al igual que en el análisis anterior, el factor de la cantidad de estudiantes en el aula, podría analizarse para conocer si influye para que los estudiantes se apropien del conocimiento del lenguaje algebraico, por lo que se deja abierto a nuevas investigaciones, si la cantidad de alumnos y las horas que pasan con el profesor en el aula, influye para que obtengan los conocimientos requeridos del álgebra.

¹² En su página web de la Secretaría de Salud Federal (SSF), refiere que el SARS-COV2, apareció en China [...] y provoca una enfermedad llamada COVID-19, enfermedad que se convirtió en pandemia, de manera que afecta a todo el mundo.

¹³ Debido a la contingencia sanitaria por el virus SARS-Cov2 (COVID-19), en México se tomaron medidas de confinamiento en el mes de marzo de 2020, lo que alteró el proceso de enseñanza-aprendizaje.

5. De los siguientes temas de la asignatura de matemáticas del primer semestre, cuál consideras el más difícil. Enumera del 1 al 7 considerando: el número 1 como más fácil y el número 7 como más difícil.

Gráfica 7. Dificultad por temas de Matemáticas.



Fuente: Elaboración propia.

Tabla 13. Interpretación del índice de dificultad en operaciones algebraicas.

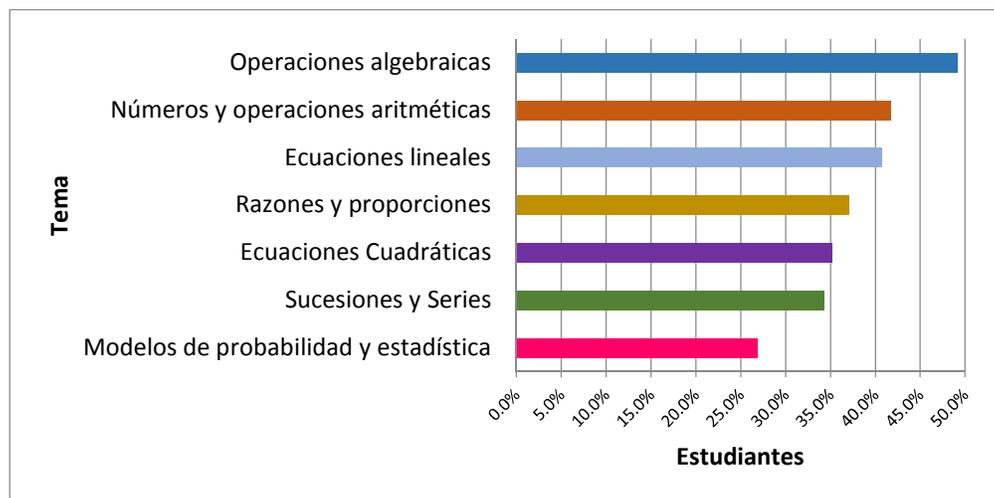
Grado de dificultad		No. De Estudiantes	% que representa
Fácil	1	13	12%
	2	21	19%
Moderado difícil	3	31	29%
	4	16	15%
Difícil	5	15	14%
	6	7	6%
Más difícil	7	5	5%
<i>Totales</i>		<i>108</i>	<i>100%</i>

Fuente: Elaboración propia.

Con este resultado y, de acuerdo a la interpretación de la tabla 14, se puede conocer el porcentaje de estudiantes que presenta dificultad con las *operaciones algebraicas*. En esta, el 44% se ubica en dificultad moderada, un 20% en difícil y un 5% en más difícil, es decir, el 69% cree tener dificultad en esta rama de las matemáticas. Por otro lado, con estos resultados, se puede indagar si suelen ver videos para “aclarar” sus dudas -de manera que logran avanzar en su etapa educativa-; que de acuerdo a los resultados de la pregunta 2, el 100% ya cursó el tema de operaciones algebraicas.

6. Marca los temas de la asignatura de matemáticas de primer semestre, en los cuales hayas visto videos de YouTube, para aclarar dudas.

Gráfica 8. Vídeos vistos por tema.

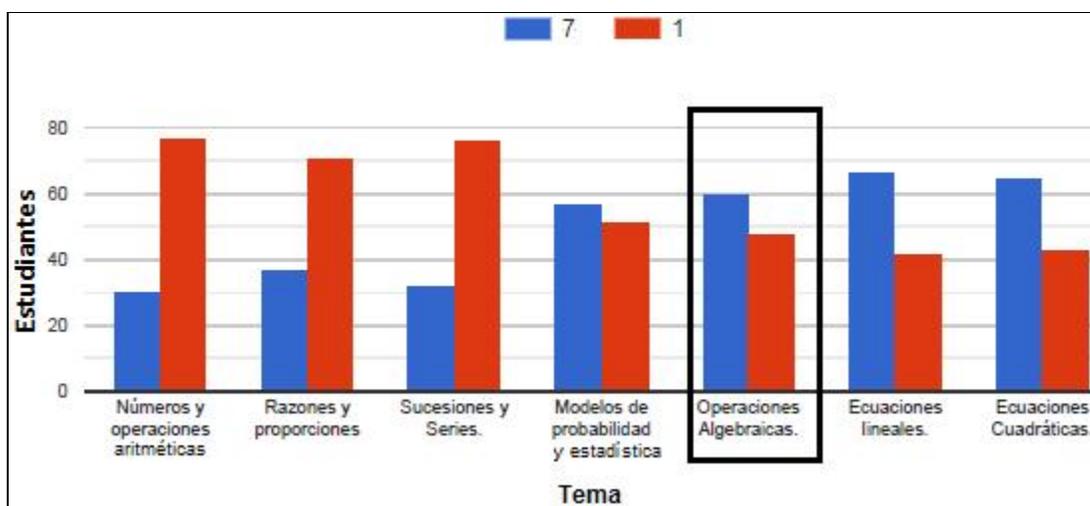


Fuente: Elaboración propia.

Los resultados de esta pregunta, muestran que los estudiantes suelen ver vídeos de los distintos temas de matemáticas que se cursan en el primer año de bachillerato, no solo del tema de operaciones algebraicas, con los cuales “aclaran” sus dudas, es decir, buscan incrementar sus conocimientos fuera del aula.

7. De los siguientes temas de primer semestre, ¿en cuál has requerido ver más vídeos de YouTube? Anota el número 7 donde hayas visto más vídeos y el número 1 donde hayas visto menos vídeos.

Gráfica 9. Vídeos más vistos para “aclarar” dudas.

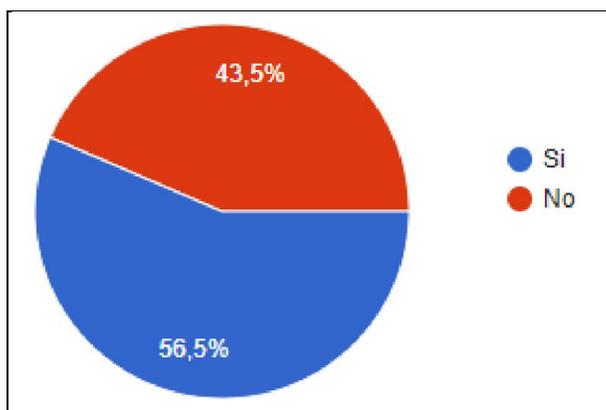


Fuente: Elaboración propia.

Con estos resultados se puede saber en qué tema en particular tienen mayor dificultad, puesto que reiteran la visualización, aunado a ello, se puede apreciar que la dificultad aumenta en los temas subsecuentes al de operaciones algebraicas; por lo que es importante que los estudiantes obtengan los conocimientos de manera oportuna y tengan éxito desde el momento en que ingresan al BG. Porque denota que no logran apropiarse de los conocimientos matemáticos en la escuela; asimismo los resultados complementan el análisis de la pregunta 6 y 7, en la que se analiza que los estudiantes buscan recursos tecnológicos para incrementar su aprendizaje de las distintas ramas.

8. ¿Consideras que sin la ayuda de los vídeos, hubiera sido muy difícil aclarar tu duda o resolver tu tarea?

Gráfica 10. Consideran esencial ver vídeos para “aclarar” dudas.

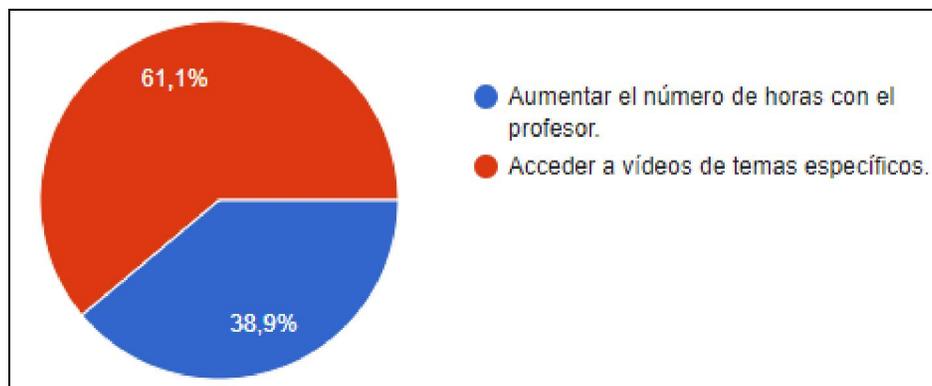


Fuente: Elaboración propia.

Estos resultados muestran que el 56.5% de los estudiantes consideran esencial ver vídeos para “aclarar” dudas -por ende para avanzar en su etapa educativa-. De ahí la importancia de que la institución educativa proporcione la herramienta didáctica para que adquieran los conocimientos en tiempo y forma. Por lo que la escuela en conjunto con el profesor y el pedagogo son quienes tendrían que diseñar el contenido de la herramienta didáctica, para que lleve la misma secuencia, y el estudiante vincule y refuerce los contenidos vistos en el aula.

9. En tu opinión, ¿sería recomendable aumentar el número de horas de clases del Profesor en el aula o tener el acceso a vídeos de temas específicos, para aclarar tus dudas?

Gráfica 11. Requieren de más horas con el Profesor en el aula

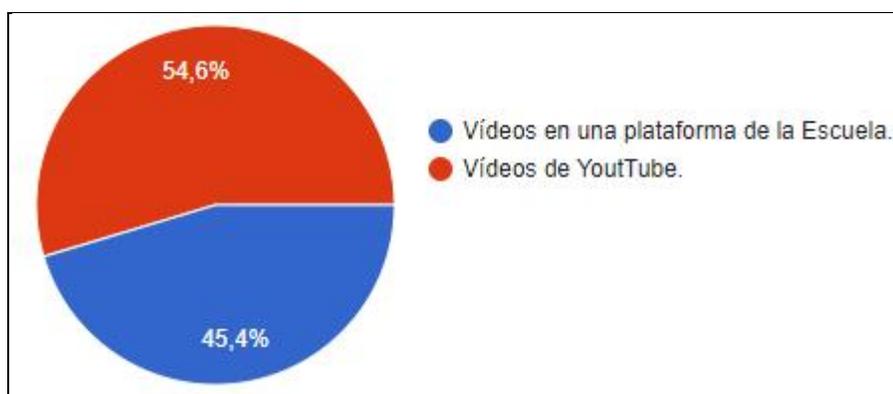


Fuente: Elaboración propia.

Este resultado muestra que el 38.9% de los estudiantes considera que con el incremento de horas con el profesor en el aula podrían obtener los conocimientos requeridos, y el 61.1% considera que el vídeo sobre un tema específico es suficiente para solventar las dificultades que presentan. Por lo que la escuela tendría que analizar el introducir una herramienta didáctica (vídeos) en el proceso de enseñanza-aprendizaje, es decir, que el profesor la utilice como un recurso de apoyo y no como su sustitución, pues su acompañamiento es fundamental.

10. En tu opinión, ¿sería mejor contar con estos vídeos en una plataforma de tu escuela o es suficiente con los vídeos de YouTube?

Gráfica 12. Prefieren vídeos de internet.

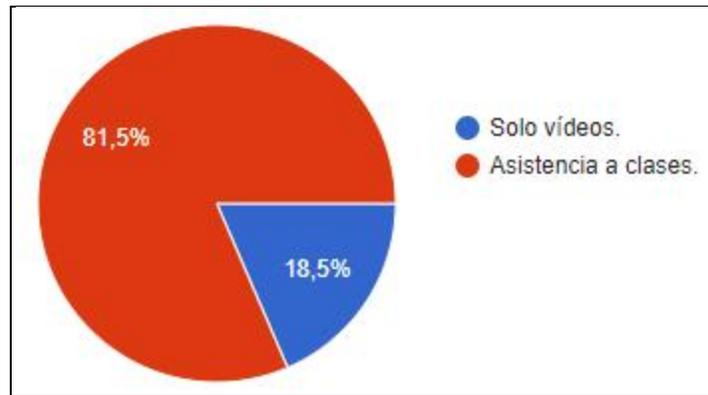


Fuente: Elaboración propia.

En los resultados, se observa que el 54.6% prefiere los vídeos de internet, por ello, es fundamental que la institución realice una investigación y el análisis con respecto a los resultados de la gráfica 10, para que los contenidos tengan secuencia y coherencia con lo previamente visto en el aula. Con la herramienta didáctica (vídeos) el estudiante reiterará sus aprendizajes como se observa la estadística de la gráfica 9, lo que contribuye para que se suscite un aprendizaje significativo.

11. ¿Consideras suficiente si la escuela contara con los vídeos de todos los temas de matemáticas para el aprendizaje en primer semestre o siempre se requiere de la asistencia en el aula para clases con el Profesor?

Gráfica 13. Prefieren asistir a clases, y no solo ver vídeos



Fuente: Elaboración propia.

Con estos resultados, se puede decir que los estudiantes necesitan de una herramienta didáctica (por ejemplo, los vídeos) que complemente el proceso de enseñanza-aprendizaje, no la sustitución del profesor en el aula, porque su rol es fundamental, puesto que de él parten: las tareas que permiten en el alumno establecer relaciones que susciten un aprendizaje significativo, así como las intervenciones para explorar las situaciones en el aula para la construcción del conocimiento.

Como previamente se ha mencionado, la institución educativa debe proporcionar la herramienta didáctica tecnológica -en cuyo diseño debe tomar en cuenta el conocimiento del profesor y del pedagogo, para que se estimulen las habilidades cognitivas del educando y encuentre sentido como significado al contenido a aprender-, puesto que debe estar preparada y actualizada con diferentes estrategias de aprendizaje para recibir a los estudiantes frutos de esta sociedad globalizada. Asimismo, el uso del video en el espacio pedagógico puede ser un instrumento capaz de promover discusiones y la construcción de nuevos conocimientos, pudiendo convertirse en un material didáctico de gran valor en la enseñanza del álgebra.

En cuanto a los resultados de la investigación de cinco vídeos en internet relacionados con la enseñanza del álgebra, se presentan en la tabla 14 y en la gráfica 15 se realiza el análisis de los mismos.

Tabla 14. Resultados de la investigación de cinco vídeos en internet.

Vídeo No. 1	“Aprende álgebra desde cero”.
Información del contenido	<ul style="list-style-type: none"> - qué es el álgebra 0:15 - sumas y restas de monomios 1:55 - sumas y restas de polinomios 8:33 - multiplicaciones de monomios 13:52 - multiplicaciones de polinomios 19:14 - productos notables 30:15 - descomposición de polinomios 36:15 - división de polinomios; método estándar 45:15 - división de polinomios; método de ruffini 54:45 - sumas y restas de fracciones algebraicas 1:03:50 - multiplicaciones de fracciones algebraicas 1:19:50 - división de fracciones algebraicas 1:24:16 - simplificación de fracciones algebraicas 1:28:16 - ecuaciones de primer grado 1:34:46 - ecuaciones de segundo grado 1:43:31 - ecuaciones de grado tres 1:50:07 - sistemas de ecuaciones lineales 1:58:50 - sistemas de ecuaciones no lineales 2:08:52
Fecha de publicación	01 de mayo de 2020
Duración	2:22:27
Cantidad de vistas	2,015,671
Comentarios con relación a la enseñanza en la escuela.	<p>“Los profesores de YouTube enseñan mejor que los profesores de la Escuela [...] y son más [...] didácticos”.</p> <p>“Es increíble como aprendí más en dos horas de video que en 2 años de vida estudiantil [...]”.</p> <p>“En 2 horas aprendí más matemáticas que en toda la secundaria”.</p>
Vídeo No. 2.	Aprende álgebra desde cero y fácil

Información del contenido	<p>Observación: Al explicar el “factor literal”, omití señalar el exponente por olvido (aproximadamente 4:58) junto a la letra, ejemplo: para la expresión $2x^2$, el factor literal es x^2, para la expresión $-5m^3$, el factor literal será m^3, es decir letra (o letras) con sus respectivos exponentes.</p> <p>0:30 introducción</p> <p>1:46 término algebraico</p> <p>8:05 reducción de términos semejantes</p> <p>13:52 valoración (evaluación) de expresión algebraica</p> <p>20:30 recomendación de aplicación</p> <p>21:41 multiplicación de expresiones algebraicas</p> <p>31:28 recomendación del libro La importancia del Álgebra</p>
Fecha de publicación	07 de julio de 2019
Duración:	32:44
Cantidad de vistas	1,729,391
Comentarios con relación a la enseñanza en la escuela.	<p>“En media hora aprendí más que en un parcial entero de mi primer año de preparatoria, excelente video”.</p> <p>“Me estoy preparando para examen de admisión de la universidad y mis profes de matemáticas de la preparatoria nunca les entendía [...]”.</p> <p>“Mañana haré mi examen de Admisión a la Universidad [...]”.</p> <p>“Ya soy licenciada, y lo único que me preguntó es, ¿dónde estaba esta explicación cuando estudiaba la secundaria? ¡Excelente profesor!”</p>
Vídeo No. 3	Curso de Inicio para Bachillerato-Expresiones algebraicas 1.
Información del contenido	Sin información
Fecha de publicación	25 de agosto de 2020

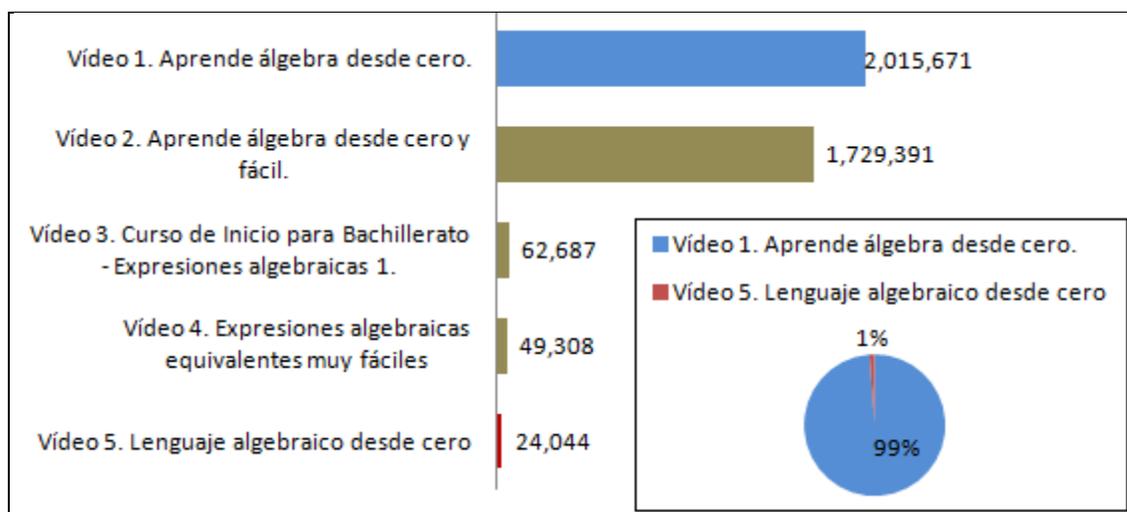
Duración	27:39
Cantidad de vistas	62,687
Comentarios con relación a la enseñanza en la escuela.	<p>“[...] me servirá para repasar álgebra para cuando entre a preparatoria”.</p> <p>“[...] esta clase me está ayudando mucho”.</p> <p>“[...] gracias a usted comprendo y razono mejor los enunciados con problemas en álgebra [...]”.</p>
Vídeo No. 4	Expresiones algebraicas equivalentes muy fáciles.
Información del contenido	Sin información
Fecha de publicación	04 de junio de 2020
Duración	20:13
Cantidad de vistas	49,308
Comentarios con relación a la enseñanza en la escuela.	<p>“Excelente explicación, mi maestro tarda 2 horas en explicar algo así”.</p> <p>“Me funciona mucho, ahora le entiendo a la tarea”</p> <p>“Tengo un examen de esto en 15 min y quería saber más”</p>
Vídeo No. 5	Lenguaje algebraico desde cero
Información del contenido	<ul style="list-style-type: none"> - un número cualquiera 1:07 - dos números cualesquiera 1:35 - la mitad de un número 1:51 - el doble de un número 2:14 - el triple de un número 2:47 - el cuadrado de un número 3:02 - el cubo de un número 3:22 - la quinta parte de un número 3:40 - el quíntuplo de un número 4:13 - la suma de dos números 4:38 - el cociente de dos números 5:06 - la resta de dos números 5:32

	<ul style="list-style-type: none"> - el producto de dos números 5:53 - el doble de un número menos su quinta parte 6:16 - dos números consecutivos 6:49 - la suma de tres números consecutivos 7:33 - un número par 8:22 - un número impar 9:14 - dos números pares consecutivos 10:16 - dos números impares consecutivos 11:45 - un número más su mitad 13:21 - un número menos su cuarta parte 13:55 - el triple de un número menos su décima parte 15:03 - la cuarta parte de la mitad de un número 15:43 - un número treinta unidades menor que otro 16:55 - el opuesto de un número 17:22 - el inverso de un número 18:15 - el valor absoluto de un número 18:50 - ella es cinco años menor que él 19:26 - Juan es diez años más joven que Ana 20:17 - mamá tiene el doble que mi edad menos cinco años 20:54 - el veinte por ciento de un número 22:24 - la suma de un número con su consecutivo al cuadrado 23:32 - número de patas que hay en un rebaño de ovejas 24:50 - diferencia de dos números impares consecutivos 25:32 - la suma de un número con su consecutivo al cuadrado 27:38 - el doble de la edad que tenía Juan hace cinco años si su edad actual es x 28:26 - al sumar cuatro al doble de un número se obtiene catorce 30:16 - la diferencia entre el triple de un número y su mitad es veinte 31:35 - un número mayor que otro 32:29
--	---

	<ul style="list-style-type: none"> - un número menor que otro 32:46 - un número mayor o igual que otro 33:00 - un número menor o igual que otro 33:23 - la suma de dos números es once y su diferencia es uno 33:51
Fecha de publicación	06 de septiembre de 2020
Duración	36:26
Cantidad de vistas	24,044
Comentarios con relación a la enseñanza en la escuela.	<p>“Ojalá te hubiera encontrado hace dos días, no entregue ese trabajo porque se me hacía difícil [...]”.</p> <p>“[...] me va a ayudar mucho para mí examen de la universidad”.</p> <p>“[...] gracias a usted comprendo y razono mejor los enunciados con problemas en álgebra. [...]”.</p>

Fuente: YouTube (2021).

Gráfica 14. Visualizaciones de 5 vídeos, tema: álgebra



Fuente: Elaboración propia.

En los resultados del análisis de los vídeos se halla: a) entre los vídeos 1 y 2 *versus* el número 5, existe un contraste significativo de “visualizaciones” y aparentemente los títulos son similares; b) los autores de los vídeos 1 y 2 respectivamente presentan una lista

de los temas contenidos—ver tabla 14-. El desarrollo del vídeo 1 es amplio (duración 2:22:27) en contraste con el vídeo 5, el autor realiza un listado profuso, pero el desarrollo es breve (duración 36:26); *c*) en la lista de los temas del vídeo 1, 2 y 5, se encuentra el número de minutos en que se desarrolla un tema en específico; *d*) en los videos 3 y 4 los autores no presentan una lista del contenido.

Por otro lado, en el contraste del vídeo 1 (vistas 2,015, 671) con el vídeo 4 (vistas 49,308), las vistas del segundo representan un 2.45% con respecto al primero, aunado de que no contiene un listado de temas, lo que podría ser una explicación del porqué la diferencia de “visualizaciones”; sin embargo estas representan un 51.24% más con respecto al vídeo 5 (vistas 24,044) el cual presenta los temas contenidos. En otro sentido, el vídeo 2 (duración 32:44; vistas 1,729, 391) *versus* vídeo 3 (duración 27:39; vistas 62,687) contienen *casi* elementos similares: un tema en específico y la duración del desarrollo, no obstante, la cantidad de visitas es significativa puesto que entre ellos existe una brecha de un 96.38%.

Con base en los resultados del vídeo 1, sobre la duración (2:22:27), cantidad de "visualizaciones" (2,015,671), se puede decir que la audiencia necesita saber desde la concepción del álgebra para que comprenda el desarrollo del tema -como previamente se ha mencionado-, pero en este se alude de forma insuficiente en el inicio del vídeo de manera que probablemente los vídeos de internet, contribuyen con algunos conocimientos para solventar la dificultad de un momento dado, pero queda como un tema para futuras investigaciones, si los vídeos de internet, suscitan un aprendizaje mecánico o significativo, y en qué porcentaje se suscita uno u otro.

Los vídeos de internet pueden considerarse como una herramienta que incrementa el aprendizaje de los estudiantes; como se analizó, con ellos han aclarado dudas de las dificultades presentadas con las operaciones algebraicas, y han avanzado en su etapa educativa, no obstante, a sus autores les hace falta contar con conocimientos pedagógicos, de la didáctica, como de las teorías de aprendizaje; por ejemplo, están dirigidos a todo público, y no a una población en específico, el contenido no llevan una secuencia de la información o esta está incompleta, por ejemplo ninguno explica los conceptos básicos del

álgebra, que existe una jerarquía para resolver las operaciones algebraicas, utilizan tecnicismos, etc. Es decir, les hace falta una didáctica sistemática de enseñanza.

Para Díaz (1998), la didáctica es una disciplina que históricamente se ha diseñado para resolver problemas en la enseñanza en el aula, a través de la cual se puede dar respuesta a los problemas que enfrenta la educación en un momento social determinado. Por su parte, Flórez (2005) señala que el interés de los pedagogos clásicos y modernos ha sido encontrar respuestas a preguntas como ¿qué tipo de hombre interesa formar?, ¿con qué técnicas y métodos?, a través, ¿de qué contenidos, entrenamiento o experiencias?, ¿a qué ritmo debe adelantarse el proceso de formación?, ¿quién dirige el proceso, el maestro o el estudiante?

En este sentido, en una sociedad marcada por las innovaciones tecnológicas, es necesario que las instituciones educativas presten atención al uso de los recursos tecnológicos en el proceso de aprendizaje. Los diversos recursos disponibles en las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), pueden servir como materiales didácticos más atractivos, además de tener la posibilidad de hacer más accesible la enseñanza, como por ejemplo, los vídeos, como se menciona en el siguiente párrafo:

La inclusión permanente de recursos audiovisuales, de manera sistematizada, planificada, incorporada a la estructura docente y orientada al cumplimiento de objetivos de aprendizaje específicos, resulta de gran potencia en el proceso de enseñanza-aprendizaje y en el mantenimiento del interés por el conocimiento. Sin embargo, cuando una disciplina involucra aspectos axiológicos y componentes teóricos y técnicos complejos, se hace necesaria la conjunción de múltiples estrategias que centren su función en el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo [...] (Díaz y Noriega, 2009: 43).

Los estudiantes encontraron en la tecnología una herramienta que les aclara cómo resolver cierto tipo de operación algebraica, no obstante, habrá que analizar si el educando ha desarrollado un aprendizaje significativo o una habilidad mecánica que le permite

resolver ejercicios sin saber explicar por qué se alcanzó tal resultado o por qué el problema se resuelve de cierta manera. Por lo que la herramienta didáctica debe ser diseñada por la escuela, el profesor y el pedagogo, por ejemplo, debe contener algoritmos, procedimientos, fórmulas, como métodos de solución de problemas algebraicos, así como una explicación teórica de los algoritmos, la información debe tener una secuencia y coherencia.

Con la metodología de la investigación y los resultados del estudio, se contrasta la hipótesis: algunos de los estudiantes de la Escuela Preparatoria Oficial No. 69, tienen dificultades para resolver operaciones algebraicas correctamente (expresiones que en lugar de números se encuentran letras que pueden representar toda clase de valor, incluyen uno o varios signos de operación de, suma, resta, multiplicación, división, exponentes y de raíz), porque no cuentan con los conocimientos apropiados de las matemáticas, lo cual les impiden apropiarse de los nuevos contenidos del álgebra. En este sentido, una herramienta didáctica tecnológica como los vídeos (que enseñan a resolver operaciones algebraicas) podría apoyarles en su aprendizaje.

Con base en el análisis de los resultados se acepta la hipótesis. Los estudiantes no cuentan con los conocimientos suficientes de matemáticas para apropiarse adecuadamente de los conocimientos de álgebra para resolver operaciones algebraicas correctamente, de manera que recurren a vídeos en internet para “aclarar” sus dudas, como se observa en las gráficas 8 y 9. Por otro lado, en la tabla 13, los estudiantes se ubicaron en un rango de moderado y de mayor dificultad para resolver operaciones algebraicas, por lo que se puede decir que, encontraron en la herramienta tecnológica apoyo para incrementar sus aprendizajes, y con ello a avanzar en su etapa educativa.

Aunado a los aportes pedagógicos presentados en el capítulo tres, a manera de conclusión de éste capítulo, se hacen las siguientes recomendaciones que favorezca el aseguramiento de preceptos y habilidades con las que el profesor ha de responder para lograr el propósito de la enseñanza-aprendizaje: ayudar al educando a aprender, es decir, facilitar el aprendizaje. Las cuales se apoyan en toda la investigación realizada, que contribuyó significativamente para poder realizarlas.

IV.4. Recomendaciones

El estudiante, para comprender el lenguaje algebraico, se debe procurar una enseñanza con un ritmo de introducción adecuado y, de distintas actividades que faciliten la construcción del conocimiento, de manera que una herramienta didáctica (vídeos) es de utilidad, a la cual debe tener acceso para que la consulte las veces que lo necesite. No obstante, no toda institución educativa tiene la posibilidad de: “*c*) acceso a las TIC, *d*) infraestructura y *e*) conectividad” (Navarrete *et al.*, 2021: 183); y, probablemente tampoco en el contexto del estudiante se tenga acceso a los diferentes recursos tecnológicos.

De manera que en esta circunstancia, el profesor debe ser capaz de recontextualizar los conocimientos matemáticos, presentar nuevas situaciones para que apliquen los aprendizajes adquiridos, y de esta manera los estudiantes podrían mejorar la capacidad de aprendizaje matemático. De ahí que a la escuela le corresponde facilitar el aprendizaje. Como se mencionó, al tener la posibilidad de proveer al alumno los vídeos, para que logre la comprensión de los contenidos a aprender, y por ende adquiera los conocimientos requeridos en tiempo y forma, es necesario:

➤ Reenfocar los estilos cognitivos y de aprendizaje. De acuerdo con los resultados de la investigación, los estudiantes han encontrado en las TIC un método de aprendizaje (por ejemplo, los vídeos), que tal parece, les facilita la construcción y consolidación del aprendizaje del álgebra. Por lo que si el estudiante muestra un nuevo estilo de cómo aprender o un nuevo método de enseñanza, la escuela debe investigar, analizar, modificar el proceso de enseñanza-aprendizaje, con el objetivo de facilitar el aprendizaje. De manera que, toda institución educativa podría servirse de la tecnología, para que el estudiante refuerce sus aprendizajes o incluso regularizarse, y logre apropiarse de los conocimientos requeridos.

➤ Proporcionar la información de manera oportuna. La escuela “tiene a su cargo la tarea de propiciar la adquisición de conocimientos, habilidades y actitudes por parte de los estudiantes [...] principalmente los considerados como básicos, [...]” (Meléndez, 2016: 1). Las instituciones educativas realizan diferentes evaluaciones de conocimientos, de manera que los resultados, podrían derivar en cuestionarios, test, estadísticas, etc., y analizar las

circunstancias en que se encuentra el estudiantado. Así, al tener activos los indicadores de bajo rendimiento, reprobación, dificultad para vincular los nuevos aprendizajes, etc., ponga al alcance la herramienta didáctica (vídeos) para una población en específico, por lo que “es importante que los contenidos más básicos [...] se repitan de forma reiterada, con distinto grado de profundidad, hasta alcanzar su consecución mediante un aprendizaje continuado” (Medina y Salvador, 2009: 306); puesto que la ejercitación reiterada resulta ser una técnica para el aprendizaje.

➤ Facilitar el aprendizaje. La institución educativa, cree o añada a su sitio web una herramienta didáctica cuyo contenido tenga una secuencia adecuada, que contenga vídeos de las distintas asignaturas con el contenido pertinente, de manera que sea útil para que los estudiantes obtengan los conocimientos requeridos, por lo que esta herramienta didáctica debe tener acceso libre a los estudiantes, y la consulten las veces necesarias. Esto tendría que realizarlo posterior a la investigación, estadísticas y análisis correspondientes, aunado a esto, podría considerar lo mencionado en el siguiente párrafo:

Los contenidos deberán ser trabajados de una forma integrada, y vinculados siempre con las competencias básicas, sin olvidar la especial relevancia que tienen los procedimientos para la adquisición de los conocimientos escolares. Se ha de subrayar, asimismo, la importancia que adquiere el carácter recurrente de los contenidos. Estos, no obstante, deben concretarse con claridad, diferenciando entre contenidos más básicos o fundamentales y aquellos que se proponen para ampliar o profundizar en determinados conocimientos, habilidades o actitudes (Medina *et al.*, 2009: 306).

En este sentido, la escuela debe ir más allá de lo que el alumno ha encontrado en los vídeos de internet, es decir, considerar medios de acción ordenada, sistemática y adecuada que permitan alcanzar los objetivos propuestos, organizar experiencias de aprendizaje y facilitar el desarrollo del pensamiento lógico.

La didáctica, como pedagogía aplicada, orienta el proceso de enseñanza y de aprendizaje, se caracteriza porque encamina al desarrollo del pensamiento lógico, donde se involucra una serie de actividades lógicamente secuenciadas y que dinamizan la práctica

pedagógica. La herramienta didáctica (vídeos) que se recomienda, debe verse como parte del proceso de enseñanza-aprendizaje, y no como la sustitución del profesor en el aula, pues como previamente se mencionó, de él parten las tareas que permiten en el alumno establecer relaciones que susciten el aprendizaje significativo.

No obstante, el profesor debe analizar su estilo de enseñanza e iniciar las intervenciones pedagógicas necesarias, con el fin de explorar situaciones en el aula para la construcción del conocimiento, y propiciar que el estudiante sea: activo, protagonista, controle su aprendizaje, capaz de identificar, comparar y relacionar. Esta forma activa será el detonante para la asimilación y acomodación de los conocimientos, pues de la relación de estos dos procesos referidos en la teoría del desarrollo cognitivo de Piaget resultará el aprendizaje significativo de la teoría de Ausubel.

CONCLUSIONES

Cuando se habla del proceso de aprendizaje, es necesario que se trate como el resultado de un proceso educativo, pensado en las personas a las que va destinado. Así, el espacio, el lenguaje y los recursos utilizados en este proceso deben facilitar el aprendizaje de los estudiantes, de tal manera que los impulse a continuar aprendiendo. Asimismo, “es importante considerar que [...] entre los procesos críticos y difíciles por los que pasan los estudiantes, está la transición del conocimiento de aritmética al aprendizaje del álgebra; [sin embargo] si este proceso se da en forma adecuada, permite [que los estudiantes obtengan en la escuela los conocimientos requeridos]” (García *et al.*, 2015: 1). Para esto, se recomienda servirse de aportes pedagógicos -como por ejemplo, los presentados en el capítulo tres- para crear estrategias didácticas que propicien la movilización de saberes y la apropiación de los conocimientos del álgebra, entre otros.

En el sentido del uso del vídeo como herramienta didáctica, las TIC han cobrado un papel importante en la sociedad, y de estas emergen diversas alternativas para el acceso y fortalecimientos de la educación. De acuerdo con Najjar (2016), “entre las consideraciones que tienen las TIC se halla el uso y la aplicabilidad en cada uno de los procesos, y [es factible] ver la transformación que pueden generar como herramientas mediadoras en los procesos de aprendizaje y no solo como la instrumentalización” (13). Sin embargo, se toma en cuenta que no toda institución educativa tiene la posibilidad de ofrecer a los estudiantes herramientas didácticas tecnológicas, por lo que, “si los temas y procesos matemáticos se presentan a los alumnos de manera lúdica y agradable, la creatividad y el conocimiento, para resolver las situaciones presentadas, le permitirán fortalecer su aprendizaje de manera significativa” (García *et al.*, 2015: 7).

Este estudio tuvo en cuenta la perspectiva de los estudiantes, debido a que a través de la aplicación del cuestionario se averiguó que los estudiantes tienen dificultad para resolver operaciones algebraicas; sin haber sido evaluados a través de un examen en el que resolvieran operaciones algebraicas, asimismo se indagó sobre la herramienta tecnológica (vídeos) que utilizan para incrementar sus conocimientos, y por ende para avanzar en su educación media superior en tiempo y forma. Con el trabajo de investigación realizado, se

considera que se respondieron las preguntas de investigación y se alcanzaron los objetivos, a saber:

Pregunta 1. De acuerdo con investigaciones previas, ¿a qué factores se atribuyen las dificultades de los estudiantes para resolver operaciones algebraicas?, ¿las habilidades y competencias que debe desarrollar el estudiante en el aprendizaje de las operaciones algebraicas indicadas en las asignaturas de matemáticas, que forman parte del Plan de Estudios del BG, permiten lograr el aprendizaje esperado en los alumnos? (*cf.* Capítulo I y II).

Objetivo. Analizar, en investigaciones previas, los factores que entrañan las dificultades de los estudiantes para resolver operaciones algebraicas, si la asignatura de matemáticas ocupa un lugar relevante en el Plan de Estudios del BG, si se mencionan los conocimientos y habilidades a adquirir en la enseñanza-aprendizaje de esta rama de las matemáticas. Comprobar si las habilidades y competencias que debe desarrollar el estudiante en el aprendizaje de las operaciones algebraicas indicadas en las asignaturas de matemáticas, que forman parte del Plan de Estudios del BG, permiten lograr el aprendizaje esperado en los alumnos (*cf.* Capítulo I y II).

Se presentaron y analizaron algunas investigaciones previas en el contexto del problema planteado, se puso especial énfasis en los factores que entrañan las dificultades que presentan los estudiantes para resolver operaciones algebraicas. Se realizó un análisis del Modelo Educativo para la EMS, de los Programas de Estudios de referencia y del Mapa Curricular establecido para el BG. En este último se rastreó la ubicación del tema de las operaciones algebraicas en el cual los estudiantes de la Escuela Preparatoria No. 69 tuvieron dificultades para resolverlas, y se presentaron y analizaron los conocimientos y habilidades que el alumno debe adquirir en su estudio.

Pregunta 2. ¿Cómo puede intervenir la pedagogía en el proceso de enseñanza para que los estudiantes de la Escuela Preparatoria Oficial No. 69 de la rama de BG, logren los conocimientos requeridos para resolver operaciones algébricas? (*cf.* Capítulo III).

Objetivo. Presentar aportes de modelos pedagógicos (de la didáctica general,

didáctica de la matemática y del álgebra, de la Teoría del Desarrollo Cognitivo, de J. Piaget, de la Teoría Sociocultural, de L. Vygotsky y de la Teoría de Aprendizaje Significativo, de D. Ausubel) para que los alumnos de la EPO 69 logren los conocimientos requeridos para resolver operaciones algébricas (*cf.* Capítulo III).

Se presentaron aportes pedagógicos, con la intención de favorecer la consolidación de preceptos y habilidades con las que el profesor ha de responder para lograr los propósitos de la enseñanza: ayudar al alumno a aprender. Para poder realizarlos, este estudio se sirvió de modelos pedagógicos, de la didáctica general, didáctica de la matemática y del álgebra, de la Teoría del Desarrollo Cognitivo de J. Piaget, de la Teoría Sociocultural de L. Vygotsky, de la Teoría de Aprendizaje Significativo de D. Ausubel.

Pregunta 3. ¿Cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes de la Escuela Preparatoria Oficial No. 69, para solucionar operaciones algebraicas, y cómo resuelven esas dificultades?, ¿los videos, como herramienta didáctica tecnológica, pueden apoyar en el logro de aprendizajes para resolver operaciones algebraicas? (*cf.* Capítulo IV).

Objetivo. Indagar si los estudiantes de la Escuela Preparatoria Oficial No. 69, tienen dificultades para resolver operaciones algebraicas, y cómo resuelven esas dificultades; comprobar si los videos, como herramienta didáctica tecnológica, pueden apoyar en el logro de aprendizajes para resolver operaciones algebraicas (*cf.* Capítulo IV).

Se presentó la metodología del estudio, en la cual a través del cuestionario aplicado, se averiguó que los estudiantes tienen dificultades para resolver operaciones algebraicas, asimismo se comprobó que utilizan los vídeos para “aclarar” sus dudas, esto con base en los resultados de las gráficas 9, 10 y 11. De manera que esta herramienta tecnológica que utilizan les apoya para incrementar sus conocimientos, por lo que logran realizar las operaciones algebraicas, y por ende avanzan en su etapa educativa.

Este trabajo de investigación *Dificultades frecuentes para resolver operaciones algebraicas en la Educación Media Superior*, se considera que aporta al campo de la Educación y a la Pedagogía. En el primero, porque se expuso que los estudiantes no logran apropiarse de los conocimientos requeridos del álgebra en la escuela, y buscan recursos

tecnológicos para incrementar su aprendizaje, de manera que la institución educativa debe asegurarse de alcanzar el objetivo asignado, como lo que refiere Meléndez (2016) “propiciar la adquisición de conocimientos, habilidades y actitudes por parte de los estudiantes, los considerados como básicos” (1). Por ejemplo, en la investigación de los vídeos relacionados con la enseñanza del álgebra se hallaron comentarios como los siguientes:

- [...] aprendí más en dos horas de vídeo que en 2 años de vida estudiantil [...].
- En 2 horas aprendí más matemáticas que en toda la secundaria.
- Me estoy preparando para examen de admisión de la universidad y mis profesores de matemáticas de la preparatoria nunca les entendía [...].
- En media hora aprendí más que en un parcial entero de mi primer año de preparatoria [...].
- Los profesores de YouTube enseñan mejor que los profesores de la escuela [...] y son más [...] didácticos.
- [...] hace dos días, no entregue ese trabajo porque se me hacía difícil [...] (YouTube, 2022)

De manera que la escuela debe reflexionar sobre cómo guiar y facilitar el aprendizaje en los estudiantes, qué deben aprender, por qué es importante aprender, hacia dónde se dirigen los alumnos y cómo debe desarrollarse el aprendizaje. En este sentido, la institución educativa, el profesor y el pedagogo, deben apoyar los esfuerzos de los estudiantes, hacer preguntas que beneficien su pensamiento, planificar la enseñanza basada en las dificultades que presentan y, hacer que los estudiantes se den cuenta de que el esfuerzo es parte de la superación de las dificultades en matemáticas.

En cuanto a la contribución de este trabajo a la pedagogía, se considera que se promueve tomar en la cuenta la perspectiva del estudiante, para la creación de estrategias, técnicas y métodos que faciliten el aprendizaje significativo. Se recopilaron evidencias sobre cómo piensan los estudiantes y el método que utilizan para incrementar sus conocimientos. Lo que se puede usar para planificar y dar un paso más en la enseñanza. En el análisis del estudio, se pudieron encontrar respuestas del uso del internet que los

estudiantes también le dan y, en particular, sobre la búsqueda de los vídeos, como apoyo didáctico para elevar el nivel de aprendizaje, vista esta como una herramienta más, y como se pudo demostrar, el educando la utiliza de manera cotidiana como método para aclarar sus dudas; inclusive como se pudo ver en la estadística de la gráfica 12, los estudiantes prefieren ver más vídeos de los temas y menos clases en el aula.

Este estudio podría abrir un campo amplio acerca de la posibilidad de reducir los tiempos del profesor frente al grupo e introducir la herramienta didáctica que aquí se plantea (videos), pero ello es tema de un estudio posterior.

REFERENCIAS

- ABREU, José; y Bracho, Javier. (2018). “¿Cómo enseñar matemáticas?”. *Una propuesta para mejorar la educación matemática*. Recuperado el 6 de diciembre de 2020 de <http://motivos.matem.unam.mx/vol1/num1/mated.html>
- ARCAVI, Abraham. (1994). “El sentido de los símbolos: creación de sentido informal en la matemática formal”. *Para el aprendizaje de las matemáticas*. Recuperado el 14 de octubre de 2021 de <https://ciaem-iacme.org/wp-content/uploads/2022/04/EL-SENTIDO-DE-LOS-SIMBOLOS-Espanol-Final.pdf>
- ARCE SÁNCHEZ, Matías; Conejo Garrote, Laura; y Muñoz Escolano, José María. (2019). “Lev Vygotsky y el constructivismo sociocultural”. *Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas*. Recuperado el 18 de enero de 2022 de <https://www.sintesis.com/data/indices/9788491712657.pdf>
- BARRÍA BOBADILLA, Alejandra Elizabeth; y Chavarría Lara, Magnole Ivón. (2010). *Dificultades Que Presentan Los Estudiantes De Primer Año De Enseñanza Media En La Resolución De Problemas Que Involucren Ecuaciones De Primer Grado*. Chile. Universidad del Bío-Bío.
- BISQUERRA ALZINA, Rafael. (1989) “Clasificación de los métodos de investigación”. *Métodos de investigación educativa*. Recuperado el 12 de octubre de 2021 de https://www.academia.edu/34814025/Bisquerra_-_M%C3%A9todos_de_investigaci%C3%B3n_educativa?fbclid=IwAR2NzoZYDSVIJg_LoOYKcEvkmt1YL0kbRBatPy-5Ngp5DdpaOR0k5OKfmaU
- BRIZUELA, Bárbara M.; y Blanton, María. (2014). “El desarrollo del pensamiento algebraico en niños de escolaridad primaria”. *Revista de Psicología (UNLP)*. Recuperado el 14 de octubre de 2021 de <https://revistas.unlp.edu.ar/revpsi/article/view/1872>
- BUTTO ZARZAR, Cristianne; y Rojano Ceballos, Teresa. (2010). “Pensamiento algebraico temprano”. *Educación Matemática*. Recuperado el 12 de octubre de 2021 de <https://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v22n3/v22n3a4.pdf>
- CABERO ALMENARA, Julio. (2004). La transformación de los escenarios educativos como consecuencia de la aplicación de las TICs: estrategias educativas. Recuperado del 23 de julio de 2021 de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=1448496>
- CABRERA MACÍAS, Yolanda; Vizcaíno Escobar, Annia Esther; Díaz Quiñones, José Aurelio; López González, Ernesto; López Cabrera, Ernesto y Puerto Becerra, Anaily. (2020). “Habilidades de aprender a aprender en los estudiantes de medicina desde la percepción de los profesores”. *MediSur*, 18(4), 621-630. Recuperado en 30 de agosto de 2022 de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1727-897X2020000400621&lng=es&tlng=es.
- CAMERO REINANTE, Yamila; Martínez Casanova, Lourdes; y Pérez Payrol, Virginia Bárbara. (2016). “El desarrollo de la Matemática y su relación con la tecnología y la sociedad. Caso típico”. *Revista Universidad y Sociedad*. Recuperado el 13 de diciembre de 2021 de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2218-36202016000100015&lng=es&tlng=es.
- CONTRERAS ORÉ, Fabio Abraham. (2016). “El aprendizaje significativo y su relación con otras estrategias”. *Horizonte de la Ciencia*. Recuperado el 23 de julio de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5612845>

- CASTAÑEDA GONZÁLEZ, Alejandro; y Álvarez Tostado Uribe, Ma. De Jesús. (2004). “La reprobación en Matemáticas. Dos experiencias”. *Tiempo de Educar* Recuperado el 06 de noviembre de 2020 de <https://www.redalyc.org/pdf/311/31100906.pdf>
- CASTRO MARTÍNEZ, Encarnación. (2012). *Dificultades en el aprendizaje del álgebra escolar*. Recuperado el 18 de septiembre de 2021 de <http://funes.uniandes.edu.co/11199/2/Castro2012 Dificultades.pdf>
- DE IBARROLA NICOLÍN, María. (2012). “Los grandes problemas del sistema educativo mexicano”. *Perfiles educativos*. Recuperado el 13 de diciembre de https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-26982012000500003&lng=es&tlng=es
- DEL ÁNGEL HERNÁNDEZ, Enriqueta. (2001). *El laboratorio de matemáticas como estrategia de aprendizaje*. Recuperado el 16 de marzo de 2021 de <https://www.uaeh.edu.mx/scige/boletin/actopan/n7/e3.html>
- DEWEY, John. (1995). *Democracia y educación*. (Luzuriaga, Lorenzo. Trad.). Recuperado el 26 de octubre de 2021 de <https://circulosemiotico.files.wordpress.com/2012/10/dewey-john-democracia-y-educacion.pdf> (Obra original publicada en 1916).
- DÍAZ BARRIGA, Ángel. (1998). “La investigación en el campo de la didáctica”. *Perfiles educativos*. Recuperado el 15 de enero de 2022 de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=13208002>
- DÍAZ BARRIGA, Ángel. (2009). “Las estrategias didácticas en el desempeño profesor”. *Construcción social de una cultura digital educativa*. Recuperado el 14 de septiembre de 2021 de <https://books.google.com.mx/books?id=7X-IDwAAQBAJ&lpg=PA764&ots=gWd1wUWsuO&dq=la%20did%C3%A1ctica%20es%20una%20disciplina%20sustantiva%20del%20campo%20de%20la%20educaci%C3%B3n%20su%20tarea%20es%20establecer%20elementos%20que%20permitan&pg=PA762#v=onepage&q=la%20did%C3%A1ctica%20es%20una%20disciplina%20sustantiva%20del%20campo%20de%20la%20educaci%C3%B3n,%20su%20tarea%20es%20establecer%20elementos%20que%20permitan&f=false>
- DÍAZ BARRIGA ARCEO, Frida; y Hernández Rojas, Gerardo (1999). *Estrategias de enseñanza para la promoción de aprendizajes significativos*. México. McGraw-Hill
- DÍAZ TREMARIAS, Marisela; y Noriega Velásquez, Teresa. (2009). “Utilización de videos didácticos como innovación en la enseñanza de la toxicología”. *Educación Médica Superior*, 23(3) Recuperado en 31 de agosto de 2022, de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0864-21412009000300004&lng=es&tlng=es.
- Diario Oficial de la Federación (DOF). (2008). *Acuerdo número 444 por el que se establecen las competencias que constituyen el marco curricular común del Sistema Nacional de Bachillerato*. Recuperado el 23 de septiembre de 2021 de https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/752/Acuerdo_444_Marco_curricular_comun_del_SNB.pdf
- Diario Oficial de la Federación (DOF). (2012). *DECRETO por el que se declara reformado el párrafo primero; el inciso c) de la fracción II y la fracción V del artículo 3o., y la fracción I del artículo 31 de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos.* Recuperado el 23 de septiembre de 2021 de https://www.dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5233070&fecha=09/02/2012#gsc.tab=0

- Diario Oficial de la Federación (DOF). (2019). *Se reforman, adicionan y derogan diversas disposiciones de los artículos 3º, 31 y 73 de la constitución política de los estados unidos mexicanos, en materia educativa*. Recuperado el 04 de noviembre de 2021 de https://www.dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5560457&fecha=15/05/2019&print=true
- Dirección General de Bachillerato (DGB). (2018). “Matemáticas I, Matemáticas II, Matemáticas III y Matemáticas IV”. *Programas de Estudio del Bachillerato General*. Consultado el 14 de octubre de 2021 de <https://www.dgb.sep.gob.mx/informacion-academica/programas-de-estudio.php>
- Dirección General de Planeación, Programación y Estadística Educativa (DGPPYEE) (2020). “Estadística de educación media superior”. *Principales cifras del Sistema Educativo Nacional 2020-2021*. Recuperado el 11 de febrero de 2022 de https://www.planeacion.sep.gob.mx/Doc/estadistica_e_indicadores/principales_cifras/principales_cifras_2020_2021_bolsillo.pdf
- DUEÑAS GARCÍA, José Luis. (2013). *Fracaso escolar en matemáticas en el nivel medio superior. Un estudio desde el aula*. México. Universidad de Guadalajara, Centro Universitario de Ciencias Sociales y Humanidades.
- ECHAVARRIA GRAJALES, Carlos Valerio. (2003). *La escuela: un escenario de formación y socialización para la construcción de identidad moral*. Recuperado el 8 de septiembre de 2022 de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1692-715X2003000200006
- ESCALANTE, Gregorio; y Molina S., Yajaira. (2000). “Nociones de conservación en niños merideños”. *Educere: Revista Venezolana de Educación*. Recuperado el 13 de febrero de 2022 de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=35630912>
- Escuela Preparatoria Oficial No. 69 (EPO 69). (2021). *Mapa Curricular del Bachillerato General*.
- ESQUINAS SANCHO, Ana María. (2009). *Dificultades de aprendizaje del lenguaje algebraico: del símbolo a la formalización algebraica: aplicación a la práctica profesor*. Recuperado el 6 de septiembre de 2021 de <https://eprints.ucm.es/id/eprint/8283/1/T30670.pdf>
- FLÓREZ OCHOA, Rafael. (2005). “Modelos pedagógicos y enseñanza de las ciencias”. *Pedagogía del conocimiento*. Recuperado el 26 de noviembre de 2021 de https://www.unipamplona.edu.co/unipamplona/portaIIG/home_9/recursos/general/12022015/pedagogia_del_conocimiento.pdf
- FREIRE, Paulo. (1997). “No hay docencia sin *discencia*”. *Pedagogía de la Autonomía. Saberes necesarios para la práctica educativa*. (Siglo XXI Editores, Trad.). México: Siglo XXI Editores. (Obra original publicada en 1966).
- GARCÍA GARCÍA, José Joaquín; y Rentería Rodríguez, Edilma. (2013). -“Resolver problemas y modelizar: un modelo de interacción”. *Magis, Revista Internacional de Investigación en Educación*. Recuperado el 02 de marzo de 2021 de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=281028437003>
- GARCÍA MORENO, Martha Daniela; y González Hernández Dimna Silvia (2015). La tierra del aprendizaje de la aritmética y el álgebra. Recuperado el 12 de septiembre de 2022 de <https://www.virtualeduca.red/documentos/23/Ponencia%20tecnolog%C3%ADa%201.pdf>

- GIRALDO HUERTAS, Juan José. (2006). *Del paso de la aritmética al álgebra para un psicólogo cognitivo: más investigación y menos temas*. Recuperado el 8 de mayo de 2021 de <https://www.imbiomed.com.mx/articulo.php?id=72369>.
- GODINO, Juan D.; y Font, Vicenç. (2003). *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros*. Recuperado el 2 de marzo de 2021 de https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/7_Algebra.pdf
- GODINO, Juan D.; Batanero, Carmen y Font, Vicenç. (2003). “Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas”. *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Recuperado el 2 de marzo de 2021 de https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1_Fundamentos.pdf
- GÓMEZ MARTÍNEZ, Gabriel. (2021). *Curso de Inicio para Bachillerato - Expresiones algebraicas I*. Recuperado el 16 de enero de 2022 de <https://www.youtube.com/watch?v=98vB7w3PZpg>
- GONZÁLEZ TRUJILLO, Erika Sofía. (2012). *Del Lenguaje natural al Lenguaje algebraico. El significado de la variable. Una propuesta didáctica basada en el Planteamiento y Resolución de problemas*. Recuperado el 18 de agosto de <https://core.ac.uk/download/pdf/11057394.pdf>. Recuperado 12 de abril de 2021.
- HERNÁNDEZ MÉNDEZ, Griselda. (2011) *Práctica profesor más allá de cuatro paredes, pizarrón y mesabancos*. México: Arana.
- HERNÁNDEZ SAMPIERI, Roberto; Fernández Collado, Carlos; y Baptista Lucio, Pilar. (2014). *Metodología de la investigación*. (6ª ed.). México: McGraw-Hill.
- IBARRA MERCADO, Gustavo Adolfo. (2016). “La estrategia didáctica en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas”. *Didáctica de las matemáticas*. Recuperado el 10 abril de 2021 de <http://www.revistas.unam.mx/index.php/eutopia/article/view/56435>
- IVIC, Ivan. (1999) “Lev Semionovich Vygotsky (1896-1934)”. *Perspectivas: revista trimestral de educación comparada (París, UNESCO: Oficina Internacional de Educación)*. Recuperado el 26 de noviembre de 2021 de <http://www.ibe.unesco.org/sites/default/files/vygotskys.PDF>
- LANAIL, Francisca. (2006). “La Escuela que necesitamos”. *Revista Iberoamericana de Educación*. Recuperado el 07 de abril de 2021 de <https://rieoei.org/historico/jano/opinion21.htm>
- Ley General de Educación (LGE). (2019). *Nueva Ley publicada en el Diario Oficial de la Federación el 30 de septiembre de 2019*. Recuperado el 04 de noviembre de 2021 de <https://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/pdf/LGE.pdf>
- LONDOÑO DE LA CUEVA, Martha Feliza (2011). *Evaluación de un Programa para el Desarrollo del Pensamiento Formal en los Alumnos del Décimo Año de Educación Básica, Sección Vespertina, del Instituto Tecnológico 'Tena' Provincia de Napo*. Recuperado el 28 de agosto de 2022 de <https://dspace.utpl.edu.ec/bitstream/123456789/5936/1/INFORME%20de%20la%20INVESTIGACI%C3%93N%20-%20Martha%20Londo%C3%B1o-PDF.pdf>
- LOZANO, María Dolores. (2005) “Enseñanza del álgebra elemental: un enfoque alternativo, de Sonia Ursini, Fortino Escareño, Delia Montes y María Trigueros”. En *Educación Matemática*. Recuperado el 06 de agosto de 2021 de <http://funes.uniandes.edu.co/13103/1/Dolores2005Ense%C3%B1anza.pdf>
- MANZANILLA GRANADOS, Héctor Manuel; Navarrete Cazales, Zaira; y Ocaña Pérez, Lorena. (2021). “Alfabetización digital en México: una revisión histórico-

- comparativa de políticas y programas”. RECIE. *Revista Electrónica Científica de Investigación Educativa*, 5(2), 183-197. <https://doi.org/10.33010/recie.v5i2.1348>
- MARCHESI ULLASTRES, Álvaro; Coll Salvador, César; y Palacios González, Jesús. (1994). *Desarrollo psicológico y educación*. Madrid: Alianza.
- MORENO CHANDLER, Luis Roberto. (2011). Dificultades de aprendizaje en matemática. XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Recuperado el 08 de octubre de 2021 de https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/2901/1199
- MAYORGA FERNÁNDEZ, María José; y Madrid Vivar, Dolores. (2010). *Modelos didácticos y Estrategias de enseñanza en el Espacio Europeo de Educación Superior*. Recuperado el 15 enero de 2022 de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3221568>
- MEAVILLA SEGUÍ, Vicente; y Oller Marcén, Antonio M. (2014). “Entre la aritmética y el álgebra. Un análisis histórico de los 'problemas de grifos’”. *Educación Matemática*. Recuperado el 28 de noviembre de 2021 de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40531694005>
- MEDINA REVILLA, Antonio; y Salvador Mata, Francisco. (2009). “Enfoques, teorías y modelos de la Didáctica”. *Didáctica General*. Recuperado del 15 de enero de 2022 de <https://ceum-morelos.edu.mx/libros/didacticageneral.pdf>
- MELÉNDEZ JUÁREZ, Arturo Emmanuel. (2016). *Dificultades del uso algebraico de la variable en el nivel medio superior*. Recuperado el 14 de noviembre de 2022 de <https://repositorio.cinvestav.mx/bitstream/handle/cinvestav/938/SSIT0014077.pdf?sequence=1>
- MOLINA, Marta. (2015). *Concepciones del álgebra escolar*. Recuperado el 12 de abril de 2021 de http://funes.uniandes.edu.co/7652/1/Concepciones_algebra_2015.pdf
- MONSALVE MARÍN, Juan Camilo. (2019). *Estrategias didácticas para el desarrollo de la inteligencia lógico matemática en los estudiantes del grado quinto de la Institución Educativa Llanos de Cordoba*. Recuperado el 03 de febrero de 2022 de <https://repositorio.uco.edu.co/bitstream/handle/20.500.13064/200/Trabajo%20de%20grado.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- MOREIRA, Marco Antonio. (2005). Aprendizaje significativo crítico (Critical meaningful learning). En *Indivisa. Boletín de Estudios e Investigación*. Recuperado el 22 de enero de 2022 de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=77100606>
- MORA, Castor David. (2003). Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Recuperado el 09 de diciembre de 2020 de http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0798-97922003000200002&lng=es&tlng=es
- MUÑOZ GÓMEZ, Liliana Paola. (2020). Reseña del libro Pensar la didáctica de Ángel Díaz Barriga (2009). Recuperado el 17 de febrero de 2021 de <https://doi.org/10.22395/csye.v9n17a19>
- NAJAR SÁNCHEZ, Olga. (2016). Tecnologías de la información y la comunicación aplicadas a la educación. Recuperado el 24 de septiembre de 2021 de <https://doi.org/10.19053/22160159.5215>
- NAVARRETE CAZALES, Zaira. (2018). *El pedagogo universitario en México: Una identidad im-posible*. México: Plaza y Valdés Editores / Programa de Análisis Político de Discurso e Investigación. 181 pp. Recuperado el 16 de noviembre de

- 2021 de:
https://www.researchgate.net/publication/332098770_El_pedagogo_universitario_en_Mexico_Una_identidad_im-possible
- NAVARRETE CAZALES, Zaira; López Hernández, Paola Andrea; y Manzanilla Granados, Héctor Manuel (2021). “Innovación, inclusión y TIC. Un estudio comparativo de su inserción en los Programas Sectoriales de Educación en México”. En Monkman, K., Navarrete, Z., y Ornelas, C. (Coords.) (2021). *Innovación e inclusión en educación: Políticas y estrategias de implementación*. México: Plaza y Valdés Editores pp. 353-370.
https://www.researchgate.net/publication/356981220_Innovacion_inclusion_y_TIC_Un_estudio_comparativo_de_su_insercion_en_los_Programas_Sectoriales_de_Educacion_en_Mexico
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO). (2008) *Estudios internacionales sobre la calidad de la educación: la planificación de su diseño y la gestión de su impacto*. Recuperado el 23 de julio de 2021 de https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000147093_spa
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). (2007). *El programa PISA de la OCDE. Qué es y para qué sirve*. Recuperado el 03 de diciembre de 2021 de <https://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). (2020). *PISA 2018 results are students ready to thrive in an interconnected world? (Volume VI)*. Recuperado el 27 de agosto de 2022 de <https://www.oecd.org/publications/pisa-2018-results-volume-vi-d5f68679-en.htm>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). (2021a). *Resultados PISA 2018*. Recuperado el 03 de diciembre de 2021 de https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_MEX_Spanish.pdf
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). (2021b). *Rendimiento en matemáticas (PISA)*. Recuperado el 03 de diciembre de 2021 de <https://data.oecd.org/pisa/mathematics-performance-pisa.htm>
- OLFOS AYARZA, Raimundo; Soto Soto, Daniela; y Silva Crocci Héctor. (2007). "Renovación de la enseñanza del algebra elemental: un aporte desde la didáctica". *Estudios Pedagógicos XXXIII*. Recuperado el 23 de agosto de 2021 de http://revistas.uach.cl/pdf/estped/v33n2/art05_.pdf
- ORMROD, Jeanne Ellis. (2005). “Implicaciones educativas generales de las teorías cognitivas”. En *Aprendizaje Humano*. (A. Escudero y M. Olmos Trad.). Madrid: Pearson Educación, S.A. (Obra original publicada en 2003).
- ORRANTIA, Josetxu. (2006). “Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas”. *Revista Psicopedagógica*. Recuperado el 10 de abril de 2021 de http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-84862006000200010
- ORTÍZ GRANJA, Dorys. (2015). “El constructivismo como teoría y método de enseñanza”. *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación*. Recuperado el 10 de abril de 2021 de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5973095>
- ORTON, Anthony. (1990). “Influye el lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas”. En *Didáctica de las matemáticas*. Recuperado el 25 de noviembre de 2021 de <https://books.google.com.mx/books?id=DWBH5HdniK4C&lpg=PA170&dq=el%20C3%A1lgebra%20es%20una%20fuente%20de%20confusi%C3%B3n%20considerable>

%20y%20de%20actitudes%20negativas%20en%20los%20alumnos&pg=PA170#v=onepage&q=el%20%3%A1lgebra%20es%20una%20fuente%20de%20confusi%C3%B3n%20considerable%20y%20de%20actitudes%20negativas%20en%20los%20alumnos&f=false

- OSUNA Lever, Cecilia. (2020). "El logro del aprendizaje en matemáticas: asignatura pendiente en la agenda de las políticas educativas en México, para la educación media superior". En *Revista on line de Política e Gestão Educacional*. Recuperado el 24 de noviembre de 2021 de <https://www.redalyc.org/journal/6377/637766276005/html/>
- PALAREA MEDINA, María de las Mercedes. (1999). "La adquisición del lenguaje algebraico: Reflexión de una investigación". *Revista de didáctica de las matemáticas*. Recuperado el 12 de abril de 2021 de <https://riull.ull.es/xmlui/handle/915/21205>.
- PASCUAL, Juan. (2020a). Aprende álgebra desde cero. Recuperado el 16 de enero de 2022 de <https://www.youtube.com/watch?v=FboTr4foiJE>
- PASCUAL, Juan. (2020b). Lenguaje algebraico desde cero. Recuperado el 16 de enero de 2022 de https://www.youtube.com/watch?v=36WMwGVJ7_Q
- PÉREZ HERNÁNDEZ, Jeannet. (2017). "El desarrollo afectivo según Jean Piaget". *Revista Vinculando*. Recuperado el 21 de agosto de 2022, de https://vinculando.org/psicologia_psicoterapia/desarrollo-afectivo-jean-piaget.html
- PÉREZ MONJAS, Sara María. (2014). *Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*. Recuperado el 10 abril de 2021 de <https://uvadoc.uva.es/handle/10324/8351>
- PIAGET, Jean. (2005). "Introducción". *Inteligencia y Afectividad*. (Dorin, María Sol. Trad.). Buenos Aires: Primera Clase Impresores. (Obra original publicada en 1954).
- PIERRELUS, Jefferson. (2004). "Educar en la era planetaria". *Sinéctica, Revista Electrónica de Educación*. Recuperado el 20 de octubre de 2021 de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=99815918011>
- POLYA, George. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. (Zugazogoitia, Julián. Trad.). México: Trillas. 215 pp. (Obra original publicada en 1945).
- QUESTIONPRO (2022). *Software para encuestas*. Recuperado el 24 de octubre de 2022 de <https://www.questionpro.com/es/calculadora-de-muestra.html>
- RABINO, Adriana; Cuello, Patricia; y De Munno, Mario. (2004). *Aprehender Álgebra utilizando contextos Significativos*. Recuperado el 12 de mayo de 2021 de <http://funes.uniandes.edu.co/23141/1/Rabino2004Aprehender.pdf>
- RAFAEL LINARES, Aurélia. (2007). *Desarrollo cognitivo: Las Teorías de Piaget y de Vygotsky*. Recuperado el 25 de octubre de 2021 de http://www.paidopsiquiatria.cat/files/teorias_desarrollo_cognitivo_0.pdf
- Real Academia Española (RAE). (2019). *Diccionario de la lengua española*. Recuperado el 02 de marzo de 2021 de <http://www.rae.es>
- REVIÉRE, Ángel. (1990). "Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva cognitiva". *Desarrollo psicológico y educación*. Recuperado el 10 de abril de 2021 de http://www.udg.mx/search-results?as_q=Problemas+y+dificultades+en+el+aprendizaje+de+las+matem%C3%A1ticas%3A+una+perspectiva+cognitiva&x=0&y=0
- RICO ROMERO, Luis. (2007). "La competencia matemática en PISA". Recuperado el 27 de agosto de 2022 de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2238336.pdf>

- RUNGE PEÑA, Andrés Klaus. (2012). “El pensamiento pedagógico y didáctico de Juan Amós Comenio: su papel en la pansofía triádica”. En *Pedagogía y Saberes*. Recuperado el 5 de agosto de 2021 de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=614064871008>
- S.A. (2019). *Aprende álgebra desde cero y fácil*. Recuperado el 16 de enero de 2022 de https://www.youtube.com/watch?v=FYegJky6_7Q
- S.A. (2020) *Expresiones algebraicas equivalentes muy fáciles*. Recuperado el 16 de enero del 2022 de <https://www.youtube.com/watch?v=2hAX24-xnrI>
- SALDARRIAGA ZAMBRANO, Pedro J.; Bravo Cedeño, Guadalupe del R.; y Loo Rivadeneira Marlene R. (2016). “La teoría constructivista de Jean Piaget y su significación para la pedagogía contemporánea”. *Revista Científica Dominio de las Ciencias*. Recuperado el 13 de diciembre de 2021 de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5802932>
- SALINAS, Daniel; De Moraes, Camila; y Schwabe, Markus. (2019). *Programa para la Evaluación Internacional de alumnos (PISA) PISA 2018-Resultados*. Recuperado el 03 de diciembre de 2021 de https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_MEX_Spanish.pdf
- SALVATIERRA MELGAR, Ángel; Gallarday Morales, Santiago Aquiles; Ocaña-Fernández Yolvi; y Palacios Garay de Rodríguez, Jessica Paola. (2019). “Caracterización de las habilidades del razonamiento matemático en niños con TDAH”. En *Propósitos y Representaciones*. Recuperado el 13 de julio de 2021 de <http://www.scielo.org.pe/pdf/pyr/v7n1/a08v7n1.pdf>
- Secretaría de Educación Pública (SEP). (2014). *Sistema Nacional de Bachillerato (SNB)*. Consultado el 12 de abril de 2022 de <https://www.gob.mx/sep/acciones-y-programas/sistema-nacional-de-bachillerato-snb?state=published>
- Secretaría de Educación Pública (SEP). (2015). *Dirección General de Bachillerato (SEMS)*. Consultado el 12 de abril de 2022 de <https://www.gob.mx/sep/en/acciones-y-programas/direccion-general-de-bachillerato-sems>
- Secretaría de Educación Pública (SEP). (2017). *Planes de estudio de referencia del Marco Curricular Común de la Educación Media Superior*. Recuperado el 23 de julio de 2020 de <http://sems.gob.mx/work/models/sems/Resource/12491/4/images/libro.pdf>
- Secretaría de Educación Pública (SEP). (2020). *Boletín No. 181 Presenta SEP el Programa Sectorial de Educación 2020-2024*. Recuperado el 16 de febrero de 2022 de <https://www.gob.mx/sep/es/articulos/boletin-no-181-presenta-sep-el-programa-sectorial-de-educacion-2020-2024?idiom=es>
- Secretaría de Salud Federal (SSF). (2020). “Información general sobre el Coronavirus (COVID-19)”. *Portal de Gobierno de México*. Recuperado el 08 de febrero de 2022 de <https://www.gob.mx/salud>
- SERNA CABRERA, Elsa Rosa. (2011). *Los métodos y técnicas de enseñanza del constructivismo como medios para el desarrollo del pensamiento lógico*. Recuperado el 10 de abril de 2021 de <https://repositorio.uasb.edu.ec/bitstream/10644/3032/1/T1107-MGE-Serna-Los%20metodos.pdf>
- SERRES VOISIN, Yolanda. (2011). “Iniciación del aprendizaje del álgebra y sus consecuencias para la enseñanza”. *Sapiens. Revista Universitaria de Investigación*.

- Recuperado el 20 de diciembre de 2021 de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=41030367007> 20 de diciembre de 2021.
- SESSA, Carmen. (2005). *Iniciación al estudio didáctico del Álgebra*. Buenos Aires. Libros del Zorzal.
- SIERRA TORTOSA, Guillermo. (2010). *Didáctica del Álgebra*. Recuperado el 13 de mayo de 2021 de https://archivos.csif.es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/pdf/Numero_26/GUILLERMO_SIERRA_TORTOSA.pdf.
- SOCAS ROBAYNA, Martín Manuel. (2011). “La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria”. *Revista de didáctica de las matemáticas*. Recuperado el 12 de abril de 2021 de <http://www.sinewton.org/numeros/numeros/77/Apertura.pdf>.
- Subsecretaría de Educación Media Superior (SEMS). (2008). *Nuevo Currículo de la Educación Media Superior*. Recuperado el 23 de julio de 2020 de <http://sems.gob.mx/curriculoems>
- Subsecretaría de Educación Media Superior (SEMS). (2013). *Antecedentes*. Recuperado el 23 de julio de 2020 de https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/es_mx/sems/antecedentes_dgb
- Subsecretaría de Educación Media Superior (SEMS). (2021). Seminario de Revisión del Marco Curricular. Recuperado el 14 de marzo de 2022 de <http://revisionmarcocurricular.cosfac.sems.gob.mx/>
- SURVEYMONKEY (2022). *Calculadora del tamaño de muestra*. Recuperado el 24 de octubre de 2022 de <https://es.surveymonkey.com/mp/sample-size-calculator/>
- STASSEN BERGER, Kathleen. (2006). “La adolescencia: el desarrollo cognitivo”. *Psicología del Desarrollo. Infancia y adolescencia*. Recuperado el 18 de diciembre de 2021 de https://books.google.com.mx/books?redir_esc=y&hl=es&id=sGB87-HX-HQC&q=conceptos+1%C3%B3gicos#v=snippet&q=conceptos%201%C3%B3gicos&f=false
- TORRES BOY, África Nahely; y Nicasio Tovar, Diego. (2017). “Análisis del rezago matemático en alumnos de nivel medio superior”. *Revista de Divulgación Científica*. Recuperado el 6 de diciembre de 2020 de <http://www.jovenesenlaciencia.ugto.mx/index.php/jovenesenlaciencia/article/download/1766/pdf1>
- VÁZQUEZ SUÁREZ, Juan Luis. (2002). Matemáticas, ciencia y tecnología: una relación profunda y duradera. Recuperado el 8 de septiembre de 2022 de https://repositorio.uam.es/bitstream/handle/10486/680588/EM_11_3.pdf?sequence=1
- VEGA VILLANUEVA, Enrique. (1995). “El uso del lenguaje algebraico en alumnos de bachillerato”. En *Educación Matemática*. Recuperado el 18 de febrero de 2022 de <http://funes.uniandes.edu.co/9882/>
- VIDALES, Saúl. (2009). “El fracaso escolar en la educación media superior. El caso del bachillerato de una Universidad Mexicana”. *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*. Recuperado el 13 de diciembre de 2021 de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=55114094017>
- VILLARREAL PEÑA, Alejandro. (2013). *Factores que provocan la reprobación en la materia de matemáticas I en el bachillerato bilingüe de la Preparatoria no. 9 de la*

UANL. Recuperado el 17 de septiembre de 2021 de <https://cd.dgb.uanl.mx/handle/201504211/5692>

ZAMORANO VARGAS, Alicia; y Deulofeu Piquet, Jordi. (2015). *La práctica de la enseñanza de las matemáticas a través de las situaciones de contingencia*. Recuperado el 26 de septiembre de 2021 de <https://ddd.uab.cat/record/131631>

ZETINA ESQUIVEL, Erick Ivanovic; y Piñón Rodríguez, Patricia Dolores. (2017). “El método socrático en los programas educativos actuales: una propuesta de Martha C. Nussbaum”. *La Colmena* 91. Recuperado el 23 de agosto de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5658798>

ANEXOS

Anexo 1. Instrumento 1. Cuestionario para los estudiantes de la EPO 69.

Cuestionario de 11 preguntas cerradas

Campo Disciplinar de Matemáticas

1. ¿Qué grado cursas?
 - Primero
 - Segundo
 - Tercero

2. ¿Cuál de estas asignaturas has cursado?
 - Álgebra
 - Geometría y trigonometría
 - Geometría analítica
 - Cálculo
 - Cálculo integral
 - Probabilidad y estadística

3. ¿Cuántas horas a la semana tienes de clases de matemáticas con el Profesor en el aula?
 - 0
 - 1
 - 2
 - 3
 - 4
 - 5
 - 6
 - 7
 - 8
 - 9
 - 10
 - Más de 10.

4. ¿De cuántos alumnos consta tu grupo?

- 1-10
- 11-20
- 21-30
- 31-40
- Más de 40.

5. De los siguientes temas de la asignatura de matemáticas del primer semestre, cuál consideras el más difícil, enumera del 1 al 7 considerando: el número 1 como más fácil y el número 7 como más difícil.

- Números y operaciones básicas
- Razones y proporciones
- Sucesiones y Series
- Modelos de probabilidad estadística
- Operaciones Algebraicas
- Ecuaciones lineales
- Ecuaciones Cuadráticas

6. Marca los temas de la asignatura de matemáticas de primer semestre, en los cuales hayas visto vídeos de YouTube, para ayudarte a realizar tareas o aclarar dudas.

- Números y operaciones básicas
- Razones y proporciones
- Sucesiones y Series
- Modelos de probabilidad estadística
- Operaciones Algebraicas
- Ecuaciones lineales
- Ecuaciones Cuadráticas

7. De los siguientes temas del primer semestre, ¿en cuál has requerido ver más vídeos de YouTube? Anota el número 7 donde hayas visto más vídeos y el número 1 donde

hayas visto menos vídeos.

- Números y operaciones básicas
- Razones y proporciones
- Sucesiones y Series
- Modelos de probabilidad estadística
- Operaciones Algebraicas
- Ecuaciones lineales
- Ecuaciones Cuadráticas

8. ¿Consideras que sin la ayuda de los vídeos, hubiera sido muy difícil aclarar tu duda o resolver tu tarea?

Si No

9. ¿En tu opinión sería recomendable aumentar el número de horas de clases del Profesor en el aula o tener el acceso a vídeos, para ayudarte a resolver tus tareas o aclarar tus dudas?

- Aumentar el número de horas con el profesor.
- Acceder a vídeos de temas específicos.

10. En tu opinión, ¿sería mejor contar con estos vídeos en una plataforma de tu escuela o es suficiente con los vídeos de YouTube?

- Vídeos en una plataforma de la escuela.
- Vídeos de YouTube.

11. ¿Consideras suficiente si la escuela contara con los vídeos de todos los temas de matemáticas para el aprendizaje en primer semestre o siempre se requiere de la asistencia en el aula para las clases con el Profesor?

- Solo vídeos
- Asistencia a clases

Fuente: Elaboración propia.

Anexo 2. Instrumento 2. Guía de preguntas para la investigación de vídeos en internet

1. ¿Tema del vídeo relacionado con la enseñanza del álgebra?
2. ¿Fecha de publicación?
3. ¿Duración?
4. ¿Cantidad de visitas?
5. ¿Comentarios en alusión a la enseñanza en el aula?

Fuente: Elaboración propia.

Anexo 3. Índice de diagramas, gráficas, imágenes, y tablas.

Diagrama 1. Ciclo de dificultades de aprendizaje	11
Diagrama 2. MCC de la Educación Media Superior	43
Diagrama 3. Aprendizaje con el modelo socrático	70
Diagrama 4. Aprendizaje para el dominio	73
Gráfica 1. Resultados PISA 2018. Matemáticas	13
Gráfica 2. Historial de resultados PISA 2003-2018. Matemáticas	14
Gráfica 3. Indicadores de la EMS. Ciclo escolar 2020-2021	15
Gráfica 4. Temas de matemáticas cursados	86
Gráfica 5. Cantidad de horas de clase en el aula	86
Gráfica 6. Cantidad de alumnos en el aula	87
Gráfica 7. Dificultad por temas de Matemáticas.	88
Gráfica 8. Vídeos vistos por tema.	89
Gráfica 9. Vídeos más vistos para “aclarar” dudas.	90
Gráfica 10. Consideran esencial ver vídeos para “aclarar” dudas.	91
Gráfica 11. Requieren de más horas con el Profesor en el aula	91
Gráfica 12. Prefieren vídeos de internet.	92
Gráfica 13. Prefieren asistir a clases, y no solo ver vídeos	93
Gráfica 14. Visualizaciones de 5 vídeos, tema: álgebra	98
Imagen 1. Subsistemas de la Educación Media Superior.	40
Imagen 2. Programa de Estudios de Referencia para el BG.	44
Imagen 3. Mapa curricular del BG, y la asignatura de matemáticas	48
Imagen 4. Temas de la asignatura de matemáticas I.	49
Imagen 5. Propósito del las operaciones algebraicas.	50
Imagen 6. Conocimientos y habilidades de las operaciones algebraicas	50
Imagen 7. Aprendizaje con el modelo activo-situado	70
Imagen 8. Ubicación de la EPO 69	84
Tabla 1. Matrícula de la EMS, ciclo escolar 2020-2021	15
Tabla 2. Glosario de términos	15
Tabla 3. Secuencia para resolver un problema matemático	17
Tabla 4. Tipificación de dificultades del aprendizaje del álgebra.	24
Tabla 5. Concepciones del álgebra	24
Tabla 6. Fuentes documentales utilizadas	33
Tabla 7. Niveles de la EMS	41
Tabla 8. Competencias del Modelo Educativo de la EMS	43
Tabla 9. Conceptos que articulan los campos disciplinares de EMS	45
Tabla 10. Instituciones de Bachillerato General	46

Tabla 11. Estadios del desarrollo cognitivo (Piaget)	53
Tabla 12. Principios elementales en la enseñanza del álgebra	80
Tabla 13. Interpretación del índice de dificultad en operaciones algebraicas.	89
Tabla 14. Resultados de la investigación de cinco vídeos en internet.	94

Anexo 4. Tabla de abreviaturas

BG	Bachillerato General.
DGB	Dirección General del Bachillerato.
DGPPYEE	Dirección General de Planeación, Programación y Estadística Educativa.
DOF	Diario Oficial de la Federación.
EMS	Educación Media Superior.
EPO 69	Escuela Preparatoria Oficial No. 69.
EB	Educación Básica.
ES	Educación Superior.
LGE	Ley General de Educación.
MCC	Mapa Curricular Común.
OCDE	Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico.
PISA	Programa Internacional de Evaluación de los Alumnos.
RAE	Real Academia Española.
RIEMS	Reforma Integral de la Educación Media Superior.
SEMS	Subsecretaría de Educación Media Superior.
SEN	Sistema Educativo Nacional.
SEP	Secretaría de Educación Pública.
SNB	Sistema Nacional de Bachillerato.
SSF	Secretaría de Salud Federal.
TIC	Tecnologías de la Información y la Comunicación.