



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MEXICO
POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS

**TRANSFERENCIA RADIATIVA DE CALOR DE CAMPO CERCANO AUMENTADA
POR CAMPOS MAGNÉTICOS**

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS (FÍSICA)

PRESENTA:
ALONSO MÁRQUEZ HERNÁNDEZ

TUTOR
DR. RAÚL PATRICIO ESQUIVEL SIRVENT
INSTITUTO DE FÍSICA

COMITÉ TUTOR
DR. GIUSEPPE PIRRUCCIO, INSTITUTO DE FÍSICA
DR. ALEJANDRO REYES CORONADO, FACULTAD DE CIENCIAS

CDMX, ENERO, 2023



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

«It's the questions we can't answer that teach us the most. They teach us how to think. If you give a man an answer, all he gains is a little fact. But give him a question and he'll look for his own answers.»

Patrick Rothfuss

Índice general

1. Motivación	1
2. Antecedentes históricos	3
2.1. Teoría Clásica de Radiación Térmica	3
2.1.1. Radiación de Cuerpo Negro	4
2.2. El experimento de Hargreaves y el campo cercano	6
3. Experimentos	11
3.1. Configuración plano-plano	11
3.1.1. Placas de vidrio	11
3.1.2. Placas de zafiro	13
3.1.3. Vigas de dióxidos de silicio.	16
3.2. Configuración plano-esfera	17
3.2.1. Viga bimorfa	17
3.2.2. Enfriamiento por puntas	19
4. Radiación de campo cercano	23
4.1. Tensor de Green	23
4.2. Teorema de fluctuación-disipación	25
4.3. Densidad de energía electromagnética	27
4.3.1. Vacío	28
4.3.2. Interfaz plana	29
4.4. Transferencia radiativa de calor de campo cercano	31
4.4.1. Plano-plano	31
4.4.2. Esfera-esfera	34
4.4.3. Plano-esfera	35
4.5. Plano-Elipsoide	36
5. Respuesta magnetoplasmónica	39
5.1. Función dieléctrica	39
5.1.1. Modelo de Drude	40
5.1.2. Función dieléctrica por vibraciones en el cristal	41
5.1.3. Campo magnético externo	42
5.2. Modos de superficie y modos hiperbólicos	43
5.2.1. Modos de superficie	43

5.2.2. Modos hiperbólicos	45
5.3. Anisotropía Campo Magnético	46
5.4. Magnetoplasmones	48
6. Transferencia de calor bajo un campo magnético	53
6.1. Ecuaciones de NFRHT en un campo magnético externo.	53
6.2. Flujo de calor total y espectral	56
6.2.1. Modos de superficie e hiperbólicos	62
6.2.2. Dependencia con la temperatura	63
7. Conclusiones	65
Bibliografía	75

1 Motivación

Se ha demostrado tanto teórica como experimentalmente que la transferencia radiativa de calor entre dos cuerpos cambia dramáticamente al acercar las superficies a distancias menores a la longitud de onda térmica. Esta transferencia rebasa por varios ordenes de magnitud el límite establecido por la ley de Stefan-Boltzmann para un cuerpo negro. La teoría que describe este comportamiento a través de las corrientes y dipolos fluctuantes dentro de un material se conoce como electrodinámica fluctuante [1].

La transferencia radiativa de calor de campo cercano presenta una oportunidad de desarrollar tecnología orientada al control del flujo de calor. En los últimos años se han presentado propuestas de sistemas termofotovoltaicos de campo cercano que permitan recuperar energía de fuentes de alta temperatura (calor residual en la industria, motores de automóviles, etc) [2]. Asimismo se han propuesto moduladores que permiten encender y apagar el flujo de calor, lo cual es de gran importancia en la nanoelectrónica [3]. De igual forma, se han diseñado diodos térmicos, que más allá de su potencial para manejar el calor, sugieren la posibilidad de desarrollar análogos de los aparatos electrónicos, como transistores térmicos o memorias térmicas que permitan utilizar fotones en lugar de electrones y fuentes térmicas en lugar de corrientes eléctricas [4].

Ya que la transferencia de calor depende de los campos electromagnéticos fluctuantes en un sistema, existe una fuerte dependencia con las propiedades ópticas de los materiales y con la geometría del sistema. Esto ha hecho que se estudien diversos sistemas con intención de controlar la transferencia de calor a través de distintos mecanismos y arreglos geométricos. Como el uso de dióxido de vanadio [5], ya que presenta una transición metal-aislante al cambiar su temperatura, semiconductores con diferentes niveles de dopaje [6], modulación de las propiedades ópticas de grafeno mediante compuertas electrostáticas [7], campos eléctricos externos [1], rejillas desalineadas [8], entre otros.

Como línea de estudio, la transferencia de calor de campo cercano no se reduce al estudio de mecanismos que permitan su modulación y control. Aunque la electrodinámica fluctuante ha resultado muy útil para describir el comportamiento de la mayoría de los sistemas, podemos extender la teoría al incorporar momentos de mayor orden para los campos radiados y así entender las fluctuaciones de la transferencia de

calor [9]. Por otro lado, se han incorporado tratamientos cuánticos para explicar la transferencia de calor para distancias del orden de las constantes atómicas de red [10].

En la presente tesis se presenta el estudio de la transferencia radiativa de calor de campo cercano en presencia de un campo magnético externo. En presencia de un campo magnético la respuesta dieléctrica de los semiconductores es anisotrópica [11]. Esta anisotropía da pie a la presencia de magnetoplasmones en el sistema, los cuales, al ser modos de superficie y ser modulables mediante la magnitud del campo magnético externo representan una opción para el manejo de la transferencia de calor.

El objetivo de la tesis es:

- Estudiar la transferencia de calor de campo cercano entre una esfera de InSb y una superficie plana de SiC en presencia de un campo magnético externo

Para lograr esto, en el capítulo 2 comenzaremos revisando los antecedentes históricos de la transferencia radiativa de calor, discutiendo brevemente las hipótesis de la radiación de cuerpo negro. En el capítulo 3, presentaremos algunos experimentos donde se observa la transferencia radiativa de calor de campo cercano. Dedicaremos el capítulo 4, a describir las bases de la teoría de electrodinámica fluctuante para distintas configuraciones geométricas, así como el cálculo de la transferencia de calor para las mismas, destacando el caso de un elipsoide debido a la anisotropía geométrica del sistema. En el capítulo 5, discutiremos los modelos de función dieléctrica y la influencia de un campo magnético externo sobre estos, concluyendo con la presencia de magnetoplasmones. De forma consecuente, en el capítulo 6 describiremos el modelo desarrollado para calcular la transferencia de calor entre una esfera de InSb y una superficie plana de SiC en presencia de un campo magnético externo. Finalmente en el capítulo 7 se presentan las conclusiones de la tesis.

2 Antecedentes históricos

2.1. Teoría Clásica de Radiación Térmica

Los cuerpos con temperatura mayor a cero emiten calor y luz, las características de estos dependen de la temperatura a la que se encuentren. Por ejemplo, al calentar una barra de hierro primero comienza a resplandecer de un color rojizo y al continuar incrementando la temperatura esta cambia a una luz amarilla más intensa para después alcanzar un color azul. Esta radiación térmica fue estudiada tanto experimental como teóricamente en la segunda mitad del siglo XVIII. Científicos como Gustav Kirchoff, Josef Stefan y Ludwig Boltzmann hicieron avances importantes en este tiempo.

Una forma de entender este fenómeno es visualizar que al encontrarse a temperatura mayor que cero, los átomos y electrones que conforman la materia se encuentran sujetos a movimiento térmico aleatorio. Este movimiento provoca que los portadores de carga emitan radiación al encontrarse acelerados. La radiación electromagnética generada por estos cubre un amplio rango de frecuencias y a su vez funciona como mecanismo de transporte de energía con los alrededores.

Uno de los resultados importantes que se encontraron en el s.XVII, es la ley de Stefan-Boltzmann para la energía emitida por una superficie a temperatura T . Este resultado fue encontrado de manera independiente por Josef Stefan y Ludwig Boltzmann. En 1897, Stefan propuso una ley empírica basada en las mediciones de la radiación emitida por alambres de platino a distintas temperaturas. Mientras que en 1884, usando argumentos termodinámicos Boltzmann derivó la misma ecuación. La cual dice que la energía radiada por unidad de superficie y tiempo, $u(t)$ es proporcional a la temperatura del cuerpo a la cuarta potencia [12]

$$u(T) = \sigma e T^4, \quad (2.1)$$

donde sigma es la constante de Stefan $\sigma = 5.6703 \times 10^8 W m^{-2} K^{-4}$, T es la temperatura del cuerpo y e es su emisividad, una propiedad de los materiales que toma valores entre 0 y 1.

Por otro lado, Kirchoff encontró una relación conveniente para un material en equilibrio termodinámico donde estipula que la emisividad es igual a la absorptividad. Esto podemos verlo al imaginar un cuerpo sobre el que incide luz sin cambiar su

temperatura, de tal forma que toda la luz que absorbe vuelve a ser emitida.

Un cuerpo de particular interés es el cuerpo negro, llamado así porque absorbe toda la luz que incide sobre él (notemos que como consecuencia de la relación encontrada por Kirchoff también emite toda la luz que incide sobre él al estar en equilibrio termodinámico). Aunque hubo varios intentos para describir la radiación de cuerpo negro, no fue hasta 1900 cuando Max Planck obtuvo la distribución espectral para la radiación del cuerpo negro.

2.1.1. Radiación de Cuerpo Negro

Con el fin de describir la radiación de cuerpo negro se propusieron distintos modelos para describir el problema, uno de estos fue la propuesta de Lord Rayleigh en junio de 1900. En esta, mostró que aplicando el teorema de equipartición de la energía a vibraciones electromagnéticas confinadas en una cavidad, y utilizando el resultado de Jean para las mismas, se obtenía una densidad de energía espectral

$$\rho_T = \frac{8\pi k}{\lambda^4} T, \quad (2.2)$$

sin embargo, esta densidad de energía presentaba varios problemas. En particular, solo ajustaba correctamente para longitudes de onda larga, mientras que para longitudes de onda cortas, diverge (Fig 2.1). Esto presenta un problema, ya que al integrar sobre todas las longitudes de onda, la energía total del sistema total diverge siempre y cuando $T \neq 0$. 2.1

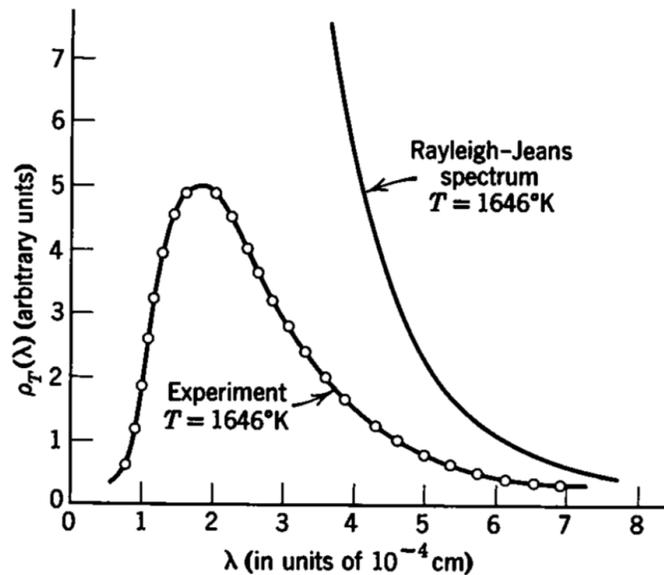


Figura 2.1: Densidad de energía propuesta por Rayleigh-Jeans contra datos experimentales. Tomada de [12].

En octubre de 1900, Planck presentó una distribución alternativa utilizando únicamente argumentos termodinámicos, en la que concluye que la densidad de energía debe ser de la forma

$$\rho(\nu, T) = \frac{A\nu^3}{\exp(B\nu/T) - 1}, \quad (2.3)$$

donde A y B son constantes. Por un lado, a pesar de ajustar correctamente con los experimentos, esta resultaba ser una ley empírica ya que carecía de una justificación teórica rigurosa. Con la intención de formalizar este resultado, Planck recurrió a la descripción probabilística de Boltzmann. Para esto consideró que las vibraciones electromagnéticas confinadas en la cavidad podían tener únicamente energías, $\varepsilon = nh\nu$ donde n debía ser un número entero. Al repetir el calculo para la energía promedio

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_0^{\infty} nh\nu e^{-nh\nu/kT}}{\sum_0^{\infty} e^{-nh\nu/kT}} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (2.4)$$

se obtiene la conocida distribución de Planck para un cuerpo negro

$$\rho(\nu, T) = \frac{8h\pi\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (2.5)$$

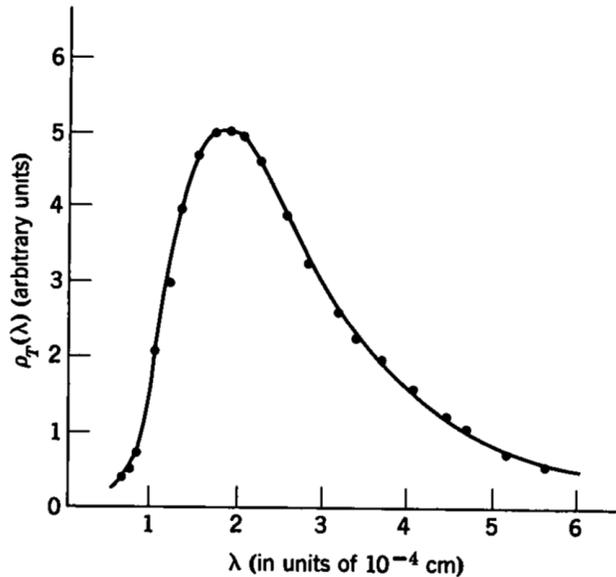


Figura 2.2: Densidad de energía propuesta por Planck contra datos experimentales. Los puntos representan los datos experimentales y la línea sólida la distribución. Tomada de [12].

El primer resultado importante de esta distribución es que ajusta los datos experimentales de muy buena manera (Fig 2.2). Otro resultado importante de esta distribución es que podemos recuperar la ley de Stefan-Boltzmann. Para esto, primero calculemos la tasa de emisión por área, $B(\nu, T)$ que podemos obtener al multiplicar

la densidad espectral que encontramos por $c/4\pi$ ya que la velocidad de la radiación es la velocidad de la luz y ésta está emitida en todas direcciones, de tal forma que [13]

$$B(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (2.6)$$

Finalmente para encontrar la energía emitida por un cuerpo negro tendríamos entonces que integrar la densidad espectral sobre todas las frecuencias y sobre el ángulo sólido, de tal forma que

$$u(T) = \int_0^\infty d\nu \int d\Omega B(\nu, T) = \sigma T^4. \quad (2.7)$$

De igual manera, utilizando la distribución de Planck podemos recuperar la ley de desplazamiento de Wien, al buscar un máximo para la función en la longitud de onda. Recuperando la relación inversamente proporcional entre λ_{max} y T

$$\lambda_{max} = \frac{B}{T} \quad (2.8)$$

donde $B = 2.8977e^{-3}m \cdot K$ y se puede encontrar al resolver la ecuación que se obtiene de derivar e igualar a cero la distribución.

Ahora considerando que un cuerpo negro absorbe y emite toda la radiación que incide sobre él, entonces la transferencia de calor entre dos cuerpos negros representa el límite superior para la energía transferida entre dos cuerpos a temperaturas diferentes a través de radiación.

Consideremos dos cuerpos negros a temperaturas T_1 y T_2 de tal forma que $T_1 > T_2$, entonces, tomando en cuenta que la radiación emitida por el cuerpo de mayor temperatura será absorbida por el cuerpo de menor temperatura entonces

$$\Phi = \sigma(T_1^4 - T_2^4). \quad (2.9)$$

Como podemos observar, la transferencia de calor depende de la diferencia de temperatura entre los cuerpos, sin considerar la geometría de los mismos, ni la separación entre ellos.

2.2. El experimento de Hargreaves y el campo cercano

En 1969, Hargreaves [14] reportó el primer experimento a temperatura ambiente en el cual estudiaba la transferencia de calor radiativa entre dos placas a distancias micrométricas. El arreglo experimental (Fig 2.3) consiste en una cámara al vacío, que contenía dos discos de cromo que fungían como el emisor y receptor. Estos estaban sostenidos por tres tubos piezoeléctricos que permitían controlar la separación entre

ellos, así como el paralelismo. La temperatura individual se medía utilizando termistores, mientras que la diferencia entre temperatura se medía utilizando un termopar. Ya que el emisor se calentaba de forma resistiva, el flujo de calor se estimaba como el calor adicional que se le debía introducir al sistema para mantener constante la temperatura del emisor al variar la distancia de separación entre $1 - 8\mu m$.

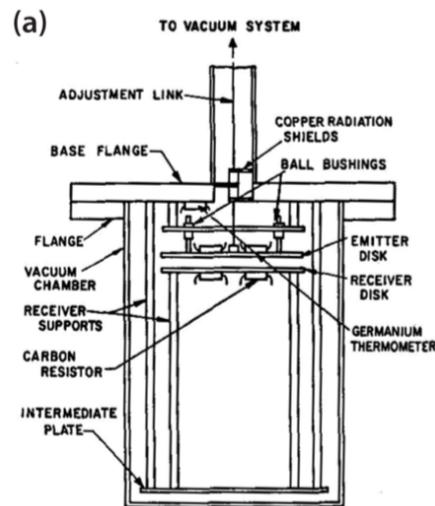


Figura 2.3: Arreglo experimental utilizado por Hargreaves para medir la transferencia de calor entre dos placas paralelas de Cr. Tomado de [14].

Al realizar el experimento, Hargreaves observó dos cosas. Primero, que la transferencia de calor entre las placas paralelas mostraba una dependencia con la distancia de separación entre estas, como se puede observar en la figura [2.4]. Segundo, que el calor transferido superaba el límite establecido por ley de Stefan-Boltzmann.

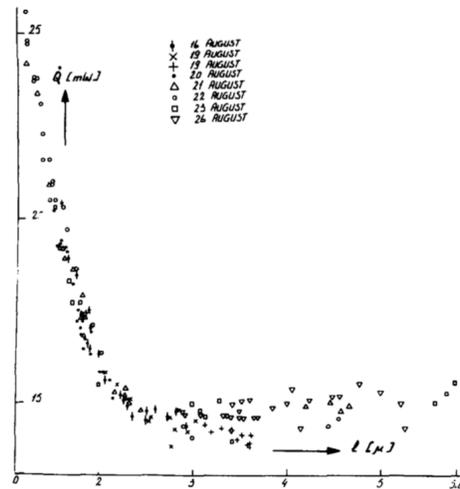


Fig. 1.

Figura 2.4: Transferencia de calor entre dos placas paralelas como función de la distancia de separación entre estas. El eje y representa la transferencia de calor por unidad de tiempo en miliWatts mientras que el eje x corresponde a la distancia de separación en micrómetros. Tomado de [14].

Lo anterior no implica que la distribución de Planck sea incorrecta, sin embargo es necesario considerar las hipótesis de su deducción para entender porque no describe adecuadamente la transferencia de calor para dos cuerpos que se encuentran a distancias micrométricas o menores. Recordemos que, al deducir la distribución, Planck considera vibraciones electromagnéticas que se propagan en el espacio, no obstante en el exterior de una superficie existen modos electromagnéticos que decaen exponencialmente en el vacío, los cuales llamamos modos evanescentes.

De esta forma podemos identificar dos regímenes para el campo electromagnético radiado por una superficie. El campo lejano, que corresponde a aquel dado por los modos que se propagan libremente en el vacío y el campo cercano, aquel dominado por los modos que decaen exponencialmente al alejarse de la superficie.

Análogamente, podemos identificar estos dos regímenes al estudiar la transferencia de calor entre dos cuerpos (Fig 2.5), notando que para dos cuerpos que se encuentran lo suficientemente cercanos la radiación de cuerpo negro descrita por Planck resulta insuficiente, ya que los modos evanescentes del sistema dominan la transferencia de calor. [15]

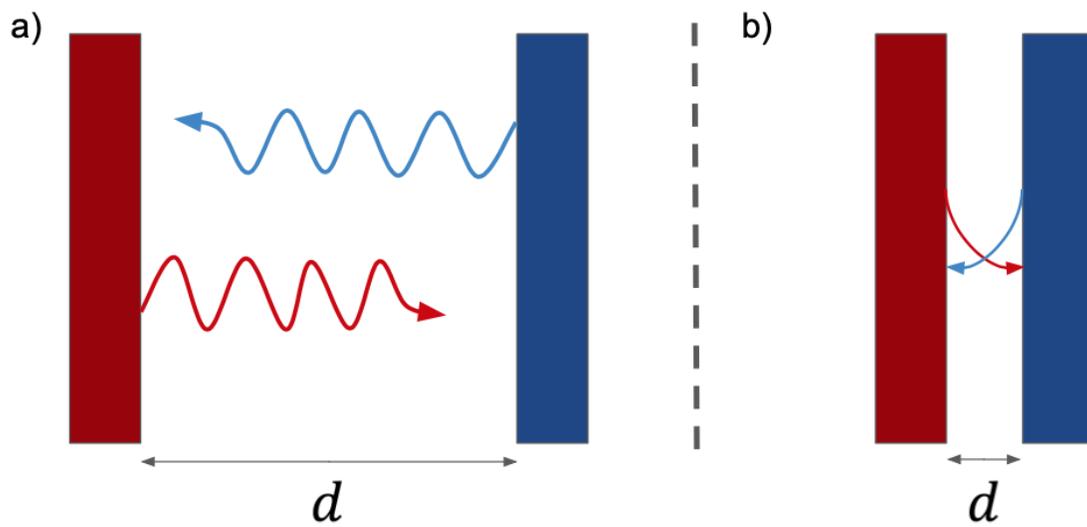


Figura 2.5: Transferencia de calor entre dos placas paralelas como función de la distancia de separación entre estas.

En el siguiente capítulo, presentaremos brevemente una serie de experimentos posteriores en donde se mide la transferencia radiativa de calor por campo cercano para distintos materiales, temperaturas y configuraciones geométricas.

3 Experimentos

La transferencia de calor por campo cercano se estudió de forma teórica durante mucho tiempo sin poder realizar comparaciones ni confirmaciones experimentales debido a la complejidad de los arreglos y las mediciones. Como se mencionó en el capítulo anterior en 1969 Hargreaves presentó mediciones de transferencia de calor a temperatura ambiente para dos placas de cromo a distancias de $1\mu m$. Sin embargo, en este trabajo no presentó ninguna comparación con la teoría. En las siguientes secciones se presenta una serie de experimentos relacionados con transferencia de calor por campo cercano en distintos materiales, distintas configuraciones geométricas y distintos rangos de temperatura. La teoría que describe la radiación de campo cercano la discutiremos en el capítulo 4.

3.1. Configuración plano-plano

El diseño de arreglos experimentales que permitan medir la transferencia de calor por campo cercano entre dos planos paralelos presenta 3 principales obstáculos:

- Medir y mantener una separación constante y lo suficientemente pequeña para observar los efectos del campo cercano
- Minimizar y mantener el ángulo entre los dos planos (de forma ideal 0°)
- Asegurar la limpieza de la superficie

A través del tiempo se han hecho diferentes propuestas experimentales con el fin de proponer una solución a cada una de estas situaciones.

3.1.1. Placas de vidrio

Una de estas corresponde al experimento reportado por Hu et al. en 2008 [16], en el cual mide la transferencia de calor entre dos placas de vidrio a temperatura ambiente. En este experimento se aprovecha que la resonancia del fonón-polaritón de superficie del vidrio está bien alineada con el máximo de la radiación térmica en este rango de temperaturas, de tal forma que podemos esperar un mayor aumento en la transferencia aún para distancias de separación no tan cortas. De acuerdo a la teoría, para una separación del orden de $1\mu m$, el coeficiente de transferencia de calor será

50 % mayor al límite del cuerpo negro, por lo que esta distancia resulta suficiente para apreciar el fenómeno.

El arreglo experimental consiste en dos superficies planas de vidrio con una planaridad mejor que $0.5\mu m$. Para mantener una distancia constante entre las placas se depositaron microesferas de poliestireno entre las dos placas, de tal forma que funcionaran como espaciadores. Se eligió el poliestireno debido a su baja conductividad térmica, la cual contribuye menos de $\frac{1}{4500}$ del flujo de calor comparado con la radiación de campo cercano por esfera. Usando una suspensión líquida se depositaron alrededor de 80 microesferas sobre la placa que se usara como receptor. Encima de este se coloca la placa emisora con un panel de calentamiento encima. Debajo de la placa receptora se coloca una placa de cobre que funciona como un esparcidor de calor, encima de un sensor de flujo de calor que se encuentra sobre un baño térmico. Con el fin de asegurar que solo se mida la transferencia de calor todo el arreglo se coloca en una cámara de vacío. En la figura 3.1 podemos observar un esquema del arreglo experimental descrito.

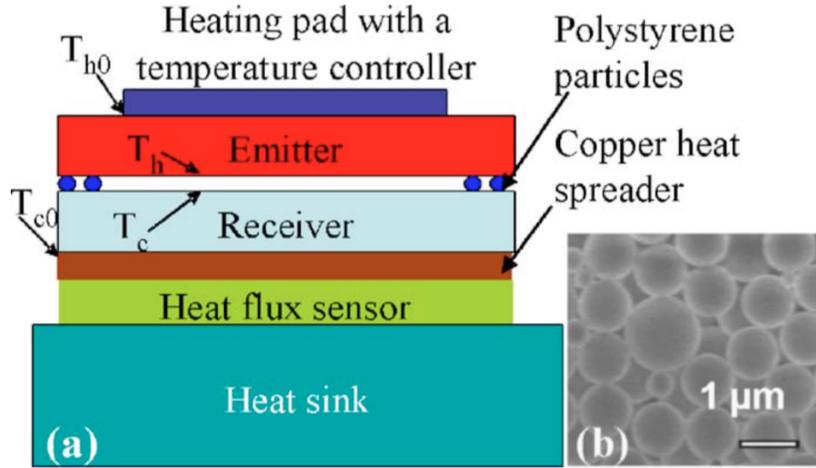


Figura 3.1: a) Esquema del arreglo experimental. b) Imagen de microscopía electrónica de las partículas de poliestireno. Tomado de [16]

En el experimento podemos medir la temperatura de la superficie superior de la placa emisora (T_{h0}) y temperatura de la superficie inferior de la placa receptora (T_{c0}), sin embargo, la transferencia de calor es un fenómeno de superficie, por lo cual estamos interesados en la temperatura de la superficie inferior de la placa emisora (T_h) y la superficie superior de la placa receptora (T_c). Podemos calcular estas resolviendo el problema de conducción de calor de 1D, llegando a

$$T_h = T_{h0} - \frac{q_r d_v}{\kappa_v}, \quad T_c = T_{c0} + \frac{q_r d_v}{\kappa_v}, \quad (3.1)$$

donde d_v y κ_v corresponden al ancho y a la conductividad térmica del vidrio, respectivamente. Mientras que q_r corresponde al flujo de calor medido por el calor. Con esto ya tenemos la información suficiente para comparar los datos experimentales con las predicciones teóricas para este sistema, como se observa en la figura [3.2](#).

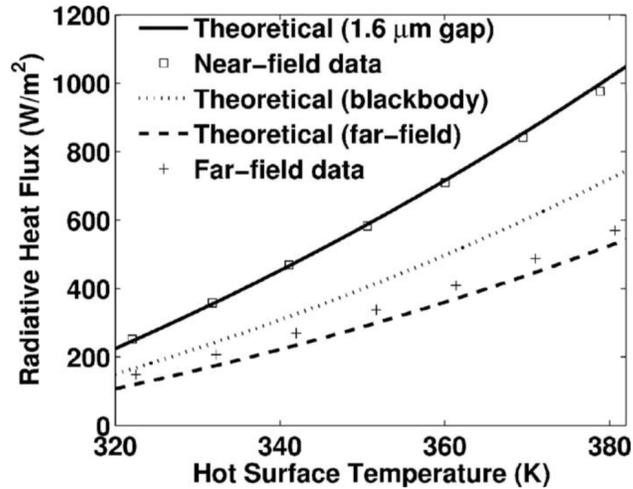


Figura 3.2: Flujo de calor radiativo medido entre las dos placas a distintas temperaturas, se usa de referencia la temperatura de la placa caliente (T_h).

Como podemos observar la transferencia de calor debido al campo cercano supera el límite del cuerpo negro, según lo esperado por la teoría. Sin embargo es importante notar que debido que el diámetro de las microesferas varía de una a otra, la distancia de separación resulta un parámetro con un grado de error, así como la condición de paralelismo entre las placas debido a las mismas variaciones en el diámetros de las microesferas, además al utilizar este tipo de espaciadores, el experimento solo puede realizarse para una distancia de separación por cada preparación.

3.1.2. Placas de zafiro

Posteriormente, en 2011, Ottens et al [\[17\]](#), propusieron un arreglo experimental que permitía controlar tanto la distancia de separación entre dos placas, así como el paralelismo entre estas. El arreglo consiste en una placa, que llamaremos placa fría, la cual se encuentra en un baño térmico dentro de una cámara de vacío. La segunda placa, la placa caliente, se encuentra separada del baño térmico mediante un espaciador Macor, de igual manera esta placa cuenta con un calentador unido a una anillo de cobre en la parte superior. La corriente y el voltaje de este calentador nos da la potencia necesaria para mantener una diferencia de temperaturas entre ambas placas. Esta diferencia de temperaturas se mide con un termómetro de diodos de silicio. Ambas placas tienen en sus esquinas una capa de $200nm$ de cobre, las cuales sirven como capacitores que permiten medir la distancia de cada una de las esquinas y así detectar posibles desalineaciones de las placas.

Para controlar la distancia se utiliza un soporte de espejo cinético que permite modificar la altura, y la inclinación de la placa caliente mediante tres tornillos de ajuste. Cada uno de estos tornillos se mueve usando un motor de pasos, que desplaza $35nm$ a la placa caliente por paso. En la figura 3.3 podemos observar un esquema del arreglo experimental donde se indica cada uno de los componentes descritos anteriormente.

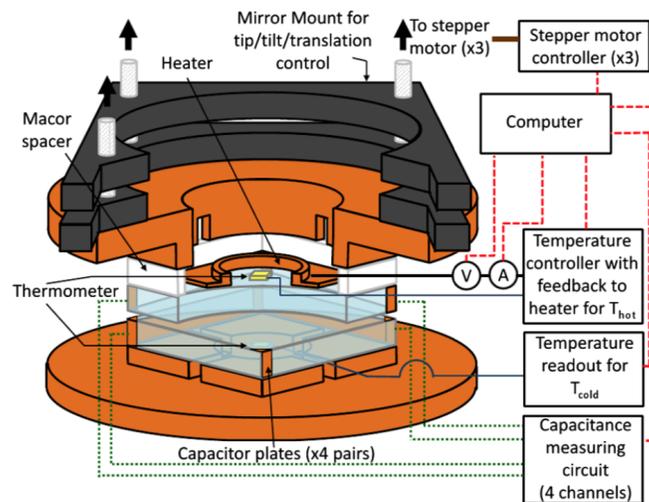


Figura 3.3: Esquema del arreglo experimental para dos placas de zafiro. Tomado de [17].

Finalmente, ya que se conoce la potencia, el área de las placas y la diferencia de temperaturas, se puede calcular el coeficiente de transferencia de calor para cada distancia. En la figura 3.4 podemos observar las curvas del coeficiente de transferencia de calor como función de la distancia para cuatro diferencias de temperatura.

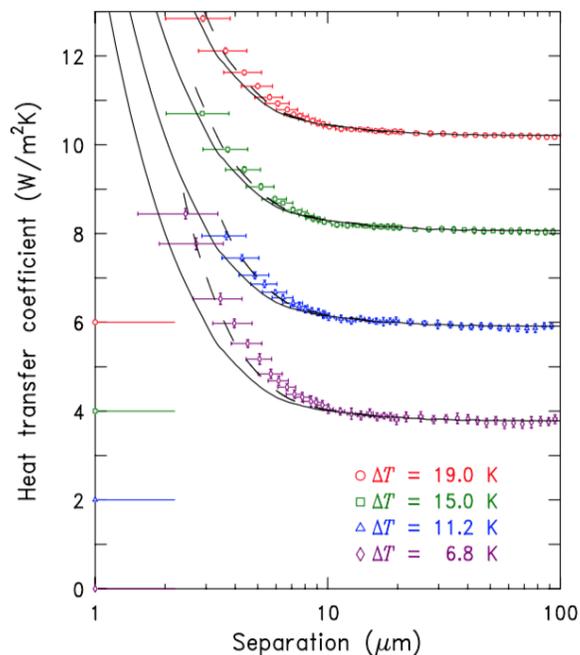


Figura 3.4: Coeficiente de transferencia de calor contra distancia. Se muestran diferentes curvas para varias diferencias de temperatura. Tomado de [17].

Como podemos observar, los datos experimentales ajustan bien con las predicciones teóricas. Sin embargo, es importante aclarar un par de discrepancias. Primero, recordemos que los datos no corresponden únicamente a la transferencia de calor por campo cercano, estos también incluyen otras interacciones como la conducción térmica entre el espaciador y la placa, o la radiación del baño térmico, no obstante ya que la transferencia de calor por campo cercano es el único de estos fenómenos que depende de la distancia de separación entonces podemos introducir un *offset* constante a los datos que representen estas otras interacciones. En este caso se aplicó un *offset* de $2 \text{ W/m}^2\text{K}$ respecto a la curva anterior. Los ceros se encuentran indicados por las horizontales trazada sobre el eje y.

La otra observación importante es que, a pesar de que los datos coinciden con la predicción teórica dentro del rango de error, todas las curvas muestran el mismo comportamiento, la transferencia de calor parece exceder a la predicción teórica. Por este motivo se compararon los datos con la predicción teórica para dos placas convexas con un radio de curvatura de 1 km , que corresponderían a desviaciones de 500 nm de la planaridad de las placas, estas curvas se encuentran representadas por las líneas discontinuas en la figura 3.4. Se midieron estas desviaciones posteriormente encontrando un desplazamiento central de $170 \pm 30 \text{ nm}$, por lo que se atribuye esta discrepancia a la convexidad de las placas.

3.1.3. Vigas de dióxidos de silicio.

Hasta ahora hemos discutido únicamente experimentos dónde la distancia de separación es micrométrica y además los componentes del sistema son macroscópicos. En 2014, St-Gelais presentó un experimento donde midió la transferencia de calor en nanoestructuras integradas, utilizando dos nanovigas paralelas cuya distancia de separación podía ser modificada electrostáticamente [18].

Se utilizó dióxido de silicio (SiO_2) para construir las vigas con la intención de usar las resonancias del fonon-polariton de superficie en 495 y 1160cm^{-1} para aumentar la transferencia de calor por campo cercano. Además se utilizaron resistores de platino (Pt) como calentadores resistivos y como termómetros para medir la transferencia de calor entre las dos vigas.

El arreglo experimental consiste en una maquina electromecánica (MEMS, por sus siglas en inglés) que se encuentra integrada monolíticamente. Al aplicar un voltaje de actuación, el campo eléctrico entre dos capacitores actuantes induce una fuerza de atracción que desplaza una de las vigas. La otra viga permanece fija a lo largo del experimento y se calienta a través del resistor de platino. En la figura 3.5 podemos observar un esquema del arreglo experimental, así como un esquema del desplazamiento al encender el actuador.

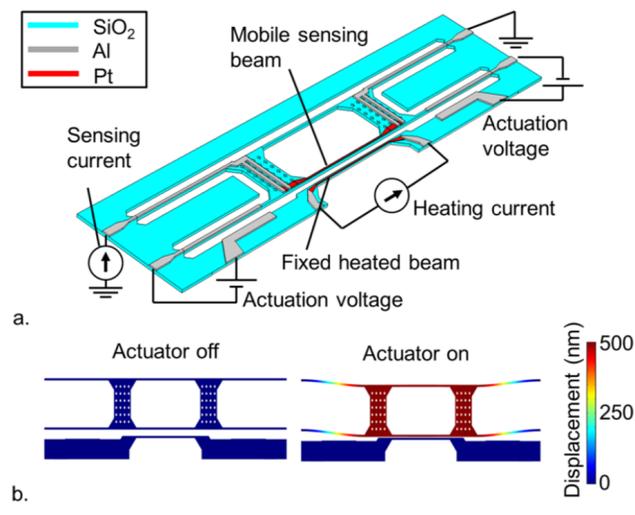


Figura 3.5: a) Esquema del arreglo experimental. b) Imagen de microscopía electrónica de las partículas de poliestireno. Tomado de [18].

Este arreglo permite un control preciso del desplazamiento en un rango de 500nm con una precisión de $\pm 10\text{nm}$. Es importante recalcar que pese a que existe una alta precisión del desplazamiento del MEMS, la distancia inicial no se conoce con la misma certeza. Ya que aunque por diseño es de 740nm , el estrés interno del material la modifica significativamente al soltarlo. Ya que el desplazamiento máximo es de 500nm esto implica que la distancia mínima achievable es de $200 - 250\text{nm}$. En la figura 3.6

podemos observar la comparación de los datos medidos para potencia de transferencia de calor con la predicción teórica.

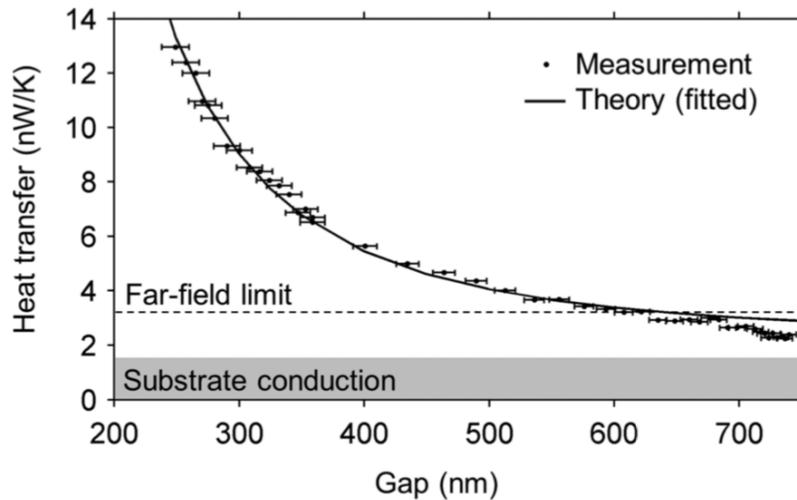


Figura 3.6: a) Esquema del arreglo experimental. b) Imagen de microscopía electrónica de las partículas de poliestireno. Tomado de [\[18\]](#)

Una vez más la predicción teórica ajusta de forma adecuada con los datos experimentales, sin embargo, se hicieron dos correcciones para que esto sucediera. Se hizo un desplazamiento en la horizontal debido a la incertidumbre en la distancia inicial de separación. A su vez se realizó un ajuste en la vertical que toma en cuenta la conducción de calor espuria debido al sustrato.

3.2. Configuración plano-esfera

Otra alternativa para estudiar la transferencia de calor por campo cercano, es utilizar geometrías alternativas. Una de estas que resulta atractiva ya que permite evitar los problemas asociados al paralelismo de las placas. En la siguiente sección discutiremos dos experimentos donde se estudia la transferencia de calor entre una nanoesfera y una superficie plana.

3.2.1. Viga bimorfa

En 2009, Rousseau et al, realizaron un experimento utilizando una placa plana y una esfera pegada a una viga bimaterial [\[19\]](#). Las vigas bimaterial al estar compuestas por dos materiales con diferente coeficiente de expansión térmica, al cambiar su temperatura doblan la viga, generando una deformación en la viga. Utilizando técnicas de interferometría es posible medir esta deformación y de esta forma conocer el calor cedido a la viga.

Para realizar el experimento se utilizó un arreglo basado en un microscopio de fuerza atómica, donde la punta consistía de la viga bimaterial con una punta esférica acoplada. Bajo el microscopio se colocó un plano con un calentador, de tal forma que al acerca la punta, la viga se deforme y utilizando interferometría podamos calcular indirectamente el calor transferido. Sin embargo, un inconveniente de utilizar técnicas ópticas es que parte del haz que utilizamos para medir, se absorbe y tenemos un término adicional a la transferencia de calor. Por lo mismo, se debe mantener constante este flujo de calor, por lo cual se usó un láser estabilizado térmicamente. Para acercar la punta a la superficie se utilizó un desplazador piezoeléctrico que permite desplazamientos de $7nm$. En la figura [3.7](#) podemos observar un esquema que muestra la viga, la esfera y la placa.

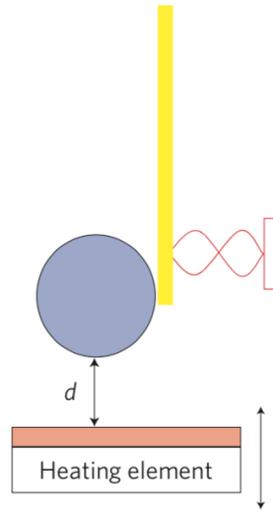


Figura 3.7: Esquema del arreglo experimental, la barra dorada representa la viga bimaterial sobre la cual incide el láser para realizar la interferometría. El experimento se realiza en una cámara de vacío para evitar conducción de calor por el aire. Tomado de [19](#)

El factor de proporcionalidad entre el flujo de calor y la deformación de la viga se denota por H . Ya que la deformación presentó un error menor a $0.1nm$, en lugar de usar el valor de calibración de H ($2.3nWnm^{-1}$) se tomó este como un parámetro por ajustar, obteniendo que la mejor calibración correspondía a $H = 2.162 \pm 0.005nWnm^{-1}$ de esta forma la comparación entre los datos experimentales y la teoría se ve como en la figura [3.8](#).

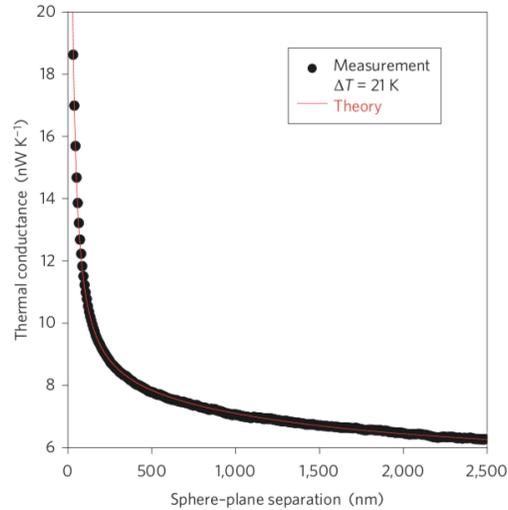


Figura 3.8: Conductancia térmica entre una esfera de $40 \mu m$ y una placa plana. Tomado de [19]

Al igual que en los experimentos anteriores, se desplazaron los datos experimentales debido a la presencia de fuentes de calor diferentes a la radiación cercana. Sin embargo, una vez más se logró observar la transferencia de calor debido al campo cercano y a su vez se logró verificar que puede ser aumentada de manera significativa a distancias nanométricas.

3.2.2. Enfriamiento por puntas

Para finalizar este capítulo discutiremos el experimento realizado por Guha et al, en este presentan una posible aplicación de la transferencia de calor por campo cercano [20]. Se utiliza una membrana de SiO_2 como punto caliente para mostrar la capacidad de refrigeración (sin contacto) de una punta conectada a un baño térmico.

El arreglo consiste de una superficie de $100 \times 50 \mu m$ de SiO_2 suspendida mediante varillas delgadas a un sustrato de silicio. En uno de los lados se coloca un resistor de níquel conectado a un par de contactos de aluminio. Por otro lado se conecta una punta de tungsteno con $30 \mu m$ de diámetro revestida por una capa de SiO_2 . Al igual que en los experimentos anteriores, este experimento se realizó en el vacío para evitar conducción por aire, en la figura [3.9] se muestra una fotografía tomada mediante microscopía de electrones del arreglo experimental.

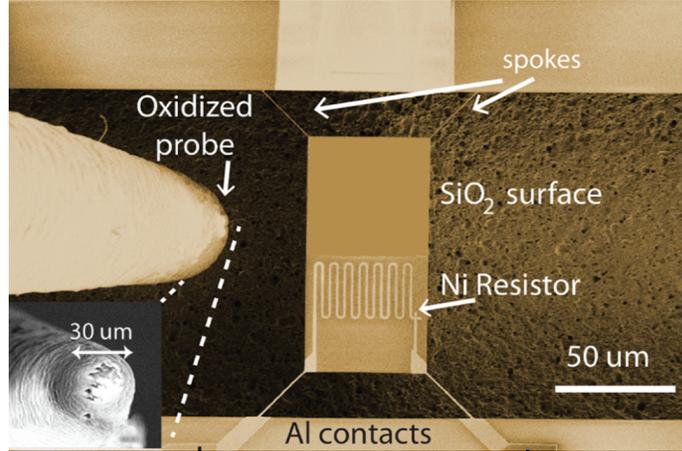


Figura 3.9: Vista superior de una imagen por microscopía de electrones del arreglo experimental, se pueden distinguir los diferentes componentes como la superficie de SiO₂, la punta de tungsteno y el resistor de níquel. En el inset se muestra el diámetro de la punta. Tomado de [20].

Para calentar la membrana, relativa a la punta de tungsteno, se utilizan termistores de níquel hasta llegar a una temperatura inicial T_0 . Después utilizando midiendo la resistencia del níquel se monitorea el cambio en la temperatura de la membrana. Al acercar la punta hacia la membrana, la resistencia del alambre de níquel cambia ya que parte del calor ahora se encuentra transfiriéndose por el campo cercano. La punta se acercó a la membrana en pasos de 350nm usando piezoactuadores. En la figura 3.10 podemos observar la transferencia de calor por campo cercano calculada a partir de estas medidas. Para distancias menores a $3\mu\text{m}$ podemos notar con claridad el comportamiento típico de aumento en la transferencia de calor.

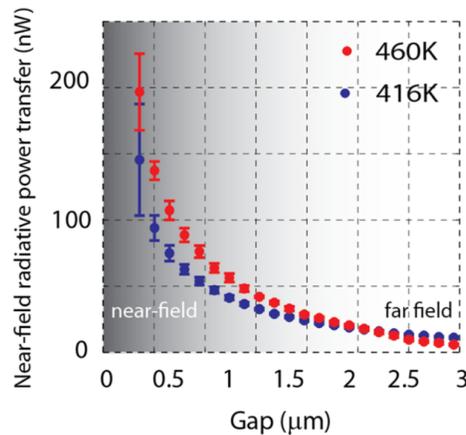


Figura 3.10: Vista superior de una imagen por microscopía de electrones del arreglo experimental, se pueden distinguir los diferentes componentes como la superficie de SiO₂, la punta de tungsteno y el resistor de níquel. En el inset se muestra el diámetro de la punta. Tomado de [20]

Por último, podemos graficar la diferencia de temperaturas de la membrana como

función de la distancia. En la gráfica 3.11 se muestra la eficiencia de enfriamiento para dos tipos de puntas, una plana y otra esférica. Las curvas sólidas representan la predicción teórica mientras que los puntos corresponden a las mediciones del experimento. A pesar de solo tener un enfriamiento de $\approx 1.5K$ este valor únicamente se encuentra restringido por la geometría del sistema y por la separación mínima que se pudo lograr en este experimento. Sin embargo, de acuerdo a la predicción teórica este sistema podría alcanzar un enfriamiento de $30K$ a $10nm$ para una punta esférica mientras que para una punta plana el efecto de campo cercano es aún mayor y casi permite alcanzar el equilibrio térmico.

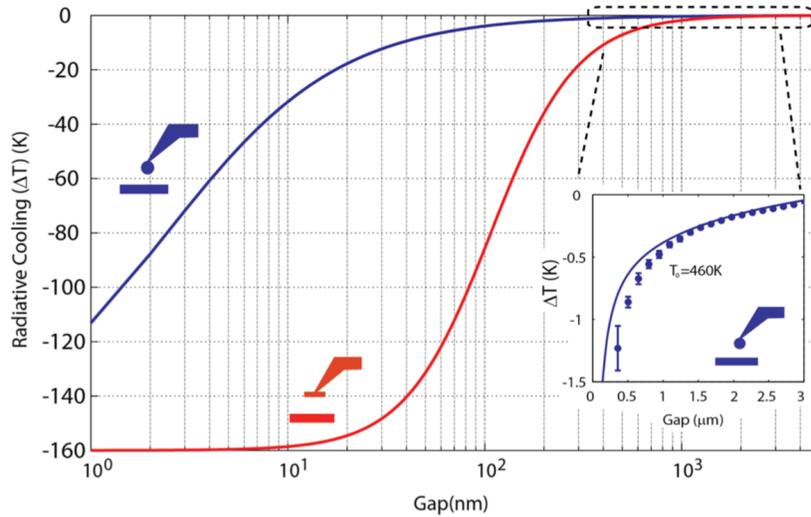


Figura 3.11: Reducción de temperatura como función de la distancia de separación. Se muestran las curvas teóricas para dos distintos tipos de punta. El inset muestra la comparación con los datos experimentales obtenidos. Tomado de [20].

4 Radiación de campo cercano

Para entender lo que sucede al acercar dos cuerpos a distancias menores a la longitud de onda térmica correspondiente y la razón por la cual la transferencia de calor entre estas rebasa el límite establecido por la ley de Stefan-Boltzmann es necesario utilizar un modelo que describa la radiación emitida por un cuerpo en equilibrio termodinámico a temperatura T tanto en el campo lejano, como en el campo cercano.

Si entendemos un cuerpo a temperatura T como un medio con corrientes eléctricas aleatorias que radían, entonces podemos describir las propiedades estadísticas del campo si conocemos dos cosas. Primero, las propiedades estadísticas de las corrientes, y segundo, la radiación de un elemento de volumen bajo una interfaz. En las siguientes dos secciones se presentan los métodos bajo los cuales obtendremos esta información. Para entender las propiedades estadísticas de las corrientes usaremos las ecuaciones de Maxwell y el teorema de fluctuación-disipación, mientras que para encontrar la radiación de un elemento de volumen utilizaremos el tensor de Green del sistema. Este formalismo se conoce como electrodinámica fluctuante.

4.1. Tensor de Green

La importancia del tensor de Green radica en que relaciona la corriente eléctrica (\vec{j}) y magnética (\vec{m}) dentro de un material con los campos eléctricos y magnéticos afuera del mismo. Satisfaciendo las siguientes ecuaciones [21]

$$E(\vec{r}, \omega) = i\mu_0\omega \int \overleftrightarrow{G}^E(\vec{r}, \vec{r}_b, \omega) \cdot \vec{j}(\vec{r}_b, \omega) d^3\vec{r}_b, \quad (4.1)$$

$$H(\vec{r}, \omega) = \int \overleftrightarrow{G}^H(\vec{r}, \vec{r}_b, \omega) \cdot \vec{M}(\vec{r}_b, \omega) d^3\vec{r}_b. \quad (4.2)$$

donde la integral $d^3\vec{r}_b$ es sobre todo el cuerpo térmico que nos interesa estudiar.

De igual forma podemos obtener el campo magnético a partir de las corrientes eléctricas, si utilizamos la función de Green adecuada, esto es

$$H(\vec{r}, \omega) = \int \overleftrightarrow{G}^{HE}(\vec{r}, \vec{r}_b, \omega) \cdot \vec{j}(\vec{r}_b, \omega) d^3\vec{r}_b. \quad (4.3)$$

Es importante resaltar que las funciones de Green no son independientes unas de otras y se encuentran relacionadas por

$$\frac{\omega^2}{c^2} \overleftrightarrow{G}^H(\vec{r}, \vec{r}_b, \omega) = \nabla_r \times \overleftrightarrow{G}^E(\vec{r}, \vec{r}_b, \omega) \times \nabla_r. \quad (4.4)$$

En general, las funciones de Green tienen representaciones integrales que contienen tanto la geometría del sistema, como la dependencia del material (función dieléctrica, susceptibilidad magnética). Por ejemplo, en el vacío el tensor de Green está dado por la expresión

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mu_0 \omega^2 \overleftrightarrow{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{p}, \quad (4.5)$$

de esta forma, lo podemos entender como el tensor de respuesta lineal entre un campo y sus fuentes.

Al resolver la ecuación anterior, obtenemos que de forma explícita el tensor tiene la forma

$$\overleftrightarrow{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \frac{k e^{ikR}}{4\pi} \left[\left(\frac{1}{kR} + \frac{i}{(kR)^2} - \frac{1}{(kR)^3} \right) \overleftrightarrow{I} + (\mathbf{u}_r \mathbf{u}_r) \left(\frac{3}{(kR)^3} - \frac{3i}{(kR)^2} - \frac{1}{kR} \right) \right]. \quad (4.6)$$

Otro ejemplo es el de una interfaz plana, para estudiarlo conviene utilizar la representación de Sipe, y descomponer el problema en ondas s y p. De esta forma el tensor de Green que relaciona las corrientes abajo de la interfaz (r' en el medio 2) con el campo arriba (r en el medio 1) (Fig. 4.1 a), tiene la forma

$$\overleftrightarrow{G}^{EE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \frac{i}{2} \int \frac{d^2 k_{\parallel}}{4\pi} \frac{1}{k_{2,\perp}} \left[\hat{s} t_{21}^s \hat{s} + \hat{p}_1^+ t t_{21}^p \hat{p}_2^+ \right] e^{ik_{\parallel} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')} e^{ik_{1,\perp} z - ik_{2,\perp} z'} \quad (4.7)$$

y

$$\overleftrightarrow{G}^{HE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \frac{k_0 n_1}{2} \int \frac{d^2 k_{\parallel}}{4\pi} \frac{1}{k_{2,\perp}} \left[\hat{p}_1^+ t t_{21}^s \hat{s} + \hat{s} t_{21}^p \hat{p}_2^+ \right] e^{ik_{\parallel} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')} e^{ik_{1,\perp} z - ik_{2,\perp} z'}, \quad (4.8)$$

donde k_{\parallel} corresponde al vector de onda contenido dentro del plano incidente, mientras que $k_{n,\perp}$ corresponde al vector de onda perpendicular a la superficie en el medio n y se encuentran relacionados a través de la expresión $\varepsilon_n \mu_n k_0^2 = k_n^{\perp 2} + k_{\parallel}^2$ con $k_0 = \omega/c$. Los coeficientes de transmisión están dados por

$$t_{21}^p = \frac{2n_1 n_2 k_{2,\perp}}{\varepsilon_1 k_{2,\perp} + \varepsilon_2 k_{1,\perp}}; \quad t_{21}^s = \frac{2k_{2,\perp}}{k_{1,\perp} + k_{2,\perp}}. \quad (4.9)$$

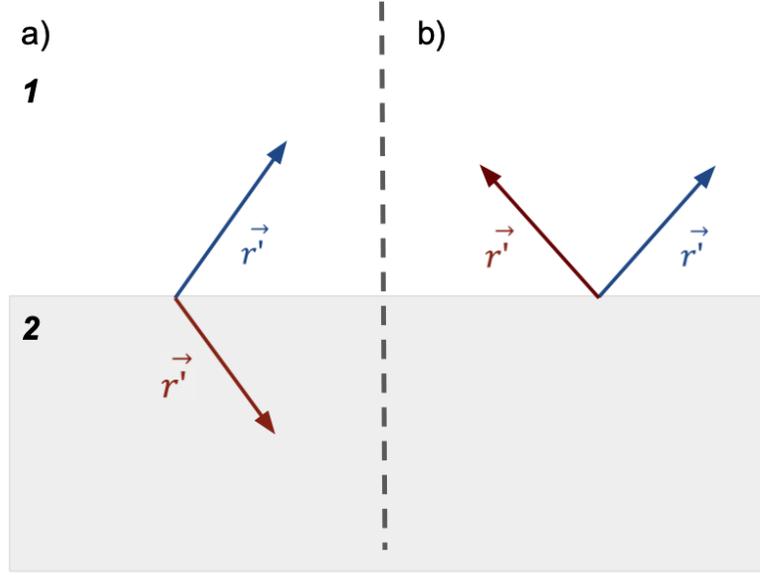


Figura 4.1: a) Esquema de una interfaz plana para el tensor de Green que relaciona las corrientes en el medio 1 con el campo en el medio 1. b) Esquema de una interfaz plana para el tensor de Green que relaciona las corrientes en el medio 2 con el campo en el medio 1.

De igual manera se puede calcular la función de Green para el caso en el que ambos puntos se encuentran arriba de la interfaz (Fig. 4.1b). En este caso las expresiones son muy similares, las ecuaciones dependen de los coeficientes de reflexión y están dadas por

$$\overleftrightarrow{G}^{EE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \frac{i}{2} \int \frac{d^2 k_{\parallel}}{4\pi} \frac{1}{k_{1,\perp}} \left[\hat{s} r_{21}^s \hat{s} + \hat{p}_1^+ r_{21}^p \hat{p}_2^+ \right] e^{i\mathbf{k}_{\parallel} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')} e^{ik_{1,\perp}(z+z')} \quad (4.10)$$

y

$$\overleftrightarrow{G}^{HE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \frac{k_0 n_1}{2} \int \frac{d^2 k_{\parallel}}{4\pi} \frac{1}{k_{2,\perp}} \left[\hat{p}_1^+ r_{21}^s \hat{s} - \hat{s} r_{21}^p \hat{p}_2^+ \right] e^{i\mathbf{k}_{\parallel} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')} e^{ik_{1,\perp}(z+z')}, \quad (4.11)$$

donde los coeficientes de reflexión están dados por

$$r_{12}^p = \frac{-\varepsilon_1 k_{2,\perp} + \varepsilon_2 k_{1,\perp}}{\varepsilon_1 k_{2,\perp} + \varepsilon_2 k_{1,\perp}}; \quad r_{12}^s = \frac{k_{1,\perp} - k_{2,\perp}}{k_{1,\perp} + k_{2,\perp}}. \quad (4.12)$$

4.2. Teorema de fluctuación-disipación

Para entender la dependencia estadística del campo eléctrico y magnético debido a las corrientes en el material es necesario introducir una idea general del teorema de fluctuación disipación. Para esto consideremos un sistema cuántico dado por un hamiltoniano H_0 , donde entonces su matriz de densidad tiene la forma [\[22\]](#)

$$\rho = e^{-\beta H_0} / \text{tr}(e^{-\beta H_0}), \quad (4.13)$$

donde k_B es la constante de Boltzmann y T es la temperatura. Ahora, imaginemos que perturbamos el sistema con un hamiltoniano de la forma

$$H_{ext} = - \int d^3\vec{r} \sum_j A_j(\vec{r}, t) f_j(\vec{r}, t), \quad (4.14)$$

donde f_j son las fuerzas externas y A_j las variables dinámicas del sistema en cuestión. Haciendo teoría de perturbaciones, podemos encontrar la respuesta lineal de A_i a f_j está dada por

$$\delta \langle A_i(\vec{r}, t) \rangle = \sum_j \int d^3\vec{r}' \int dt' \chi_{ij}(\vec{r}, \vec{r}', t - t') f_j(\vec{r}', t'), \quad (4.15)$$

donde $\chi_{ij}(\vec{r}, \vec{r}', t - t')$ es el tensor de susceptibilidad.

El teorema de fluctuación disipación establece una relación entre la correlación simetrizada de A_i y A_j , $(S_{ij}(\vec{r}, \vec{r}', \omega))$ y el tensor de susceptibilidad, esta es

$$S_{ij}(\vec{r}, \vec{r}', \omega) = \hbar \coth(\beta\omega\hbar/2) \chi''_{ij}(\vec{r}, \vec{r}', \omega), \quad (4.16)$$

donde

$$\frac{\delta \langle A_i(\vec{r}, \omega) \rangle}{\delta \langle f_j(\vec{r}', \omega) \rangle} = \chi''_{ij}(\vec{r}, \vec{r}', \omega). \quad (4.17)$$

Además podemos observar que dependiendo de la paridad de A_i y A_j ante simetría temporal, podemos especificar quién es χ''_{ij} . Cuando la paridad coincide $\chi''_{ij} = \text{Im}\chi_{ij}$. En otro caso, $\chi''_{ij} = -i\text{Re}\chi_{ij}$.

Ahora, nos encontramos interesados en describir las fluctuaciones electromagnéticas, por lo que, en este caso, consideraremos a la polarización externa $\vec{P}(\vec{r}, t)$ y la magnetización externa $\vec{M}(\vec{r}, t)$ serán las fuerzas sobre el sistema, por lo que el hamiltoniano externo sería de la forma

$$H_{ext} = - \int \vec{P}(\vec{r}, t) \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) + \vec{M}(\vec{r}, t) \cdot \vec{H}(\vec{r}, t) d^3r. \quad (4.18)$$

Ya que tenemos dos fuentes externas y dos observables del sistema tenemos un total de 4 posibles funciones de respuesta. Sin embargo, ya que queremos describir el flujo de energía podemos concentrarnos únicamente en dos de estas,

$$\chi_{ijEE}(\vec{r}, \vec{r}', \omega) = \delta \langle E_i(\vec{r}, \omega) \rangle / \delta P_j(\vec{r}', \omega), \quad (4.19)$$

$$\chi_{ijHH}(\vec{r}, \vec{r}', \omega) = \delta \langle H_i(\vec{r}, \omega) \rangle / \delta M_j(\vec{r}', \omega), \quad (4.20)$$

para las cuales, las funciones de correlación simetrizadas correspondientes son

$$\mathcal{E}_{ij}(\vec{r}, \vec{r}', t - t') = \frac{1}{2} \langle E_i(\vec{r}, t), E_j(\vec{r}', t') \rangle, \quad (4.21)$$

$$\mathcal{H}_{ij}(\vec{r}, \vec{r}', t - t') = \frac{1}{2} \langle H_i(\vec{r}, t), H_j(\vec{r}', t') \rangle. \quad (4.22)$$

Asímismo, notemos que como estamos calculando la correlación entre mismas observables, entonces tienen la misma paridad y podemos escribirlas como

$$\mathcal{E}_{ij}(\vec{r}, \vec{r}', \omega) = \hbar \coth(\beta\omega\hbar/2) \text{Im} \chi_{ijEE}(\vec{r}, \vec{r}', \omega), \quad (4.23)$$

y

$$\mathcal{H}_{ij}(\vec{r}, \vec{r}', \omega) = \hbar \coth(\beta\omega\hbar/2) \text{Im} \chi_{ijHH}(\vec{r}, \vec{r}', \omega). \quad (4.24)$$

Finalmente si tomamos en cuenta la relación entre las funciones respuesta χ y el tensor de Green podemos reescribir

$$\mathcal{E}_{ij}(\vec{r}, \vec{r}', \omega) = \frac{\hbar\omega}{\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1} \frac{\mu_0\omega}{2\pi} \text{Im} G_{ij}^E(\vec{r}, \vec{r}', \omega), \quad (4.25)$$

$$\mathcal{H}_{ij}(\vec{r}, \vec{r}', \omega) = \frac{\hbar\omega}{\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1} \frac{\varepsilon_0\omega}{2\pi} \text{Im} G_{ij}^H(\vec{r}, \vec{r}', \omega), \quad (4.26)$$

donde utilizamos que

$$\frac{\hbar\omega}{2} \coth(\hbar\omega/2k_B T) = \hbar\omega \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1} \right]. \quad (4.27)$$

4.3. Densidad de energía electromagnética

Con lo discutido en las dos secciones anteriores ya contamos con las herramientas necesarias para proponer una ecuación para la densidad de energía electromagnética. Partamos de la estadística. Podemos escribir la energía electromagnética como el producto de la densidad de estados por la energía promedio de un estado a temperatura T , esto es [\[23\]](#)

$$U(\omega) = \rho(\omega) \frac{\hbar\omega}{\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1}. \quad (4.28)$$

De igual manera, podemos extender esta definición a una densidad local de energía si tomamos en cuenta la densidad local de estados del sistema, de tal forma que

$$U(\vec{r}, \omega) = \rho(\vec{r}, \omega) \frac{\hbar\omega}{\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1}. \quad (4.29)$$

Por otro lado, recordemos que la densidad de energía electromagnética es la suma de la energía eléctrica del sistema más la energía magnética y podemos escribirla como

$$U(\vec{r}, \omega) = \frac{\varepsilon}{2} \langle |E(\vec{r}, \omega)|^2 \rangle + \frac{\mu}{2} \langle |H(\vec{r}, \omega)|^2 \rangle, \quad (4.30)$$

lo que podemos reescribir como

$$U(\vec{r}, \omega) = 4 \left((\varepsilon_0/2) \sum_{i=1,3} \mathcal{E}_{ii}(\vec{r}, \vec{r}, \omega) + \varepsilon_0/2 \sum_{i=1,3} \mathcal{H}_{ii}(\vec{r}, \vec{r}, \omega) \right). \quad (4.31)$$

De tal forma que si sustituimos las expresiones que relacionan \mathcal{E} y \mathcal{H} con G^E y G^H , podemos reescribir la densidad de energía como

$$U(\vec{r}, \omega, T) = \theta(\omega, T) \frac{\omega}{\pi c^2} \text{ImTr}[\overleftrightarrow{G}^E(\vec{r}, \vec{r}, \omega) + \overleftrightarrow{G}^H(\vec{r}, \vec{r}, \omega)], \quad (4.32)$$

donde

$$\theta(\omega, T) = \frac{\hbar\omega}{\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1}, \quad (4.33)$$

obteniendo así que

$$\rho(\vec{r}, \omega) = \frac{\omega}{\pi c^2} \text{ImTr}[\overleftrightarrow{G}^E(\vec{r}, \vec{r}, \omega) + \overleftrightarrow{G}^H(\vec{r}, \vec{r}, \omega)] = \rho^E + \rho^H. \quad (4.34)$$

Lo importante del procedimiento que acabamos de mostrar es que reduce el problema de encontrar la densidad de energía eléctrica a encontrar las funciones de Green del sistema. Las cuales permiten que tengamos una expresión simple que contiene todos los detalles de la geometría, las condiciones de frontera y las propiedades del material.

4.3.1. Vacío

Podemos calcular la densidad de energía en el vacío si conocemos los tensores de Green \overleftrightarrow{G}^E y \overleftrightarrow{G}^H . Recordemos que en el vacío ambos siguen la misma ecuación y tienen las mismas condiciones de frontera, por lo que su contribución a la densidad de energía es la misma y es

$$\overleftrightarrow{G}^E(\vec{r}, \vec{r}, \omega) = \overleftrightarrow{G}^H(\vec{r}, \vec{r}, \omega) = \frac{\omega}{6\pi c} \overleftrightarrow{I}. \quad (4.35)$$

Introduciendo este resultado en la expresión que tenemos para la densidad de estados y tomando la traza llegamos a

$$\rho_v(\omega) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \quad (4.36)$$

como era de esperarse, la densidad de estados local es isotrópica y homogénea.

4.3.2. Interfaz plana

Consideremos una interfaz plana separando el vacío (medio 1, ocupando el semi-espacio superior) de un material semi-infinito (medio 2, ocupando el semi-espacio inferior) caracterizado por su función dieléctrica $\varepsilon_2(\omega)$. Al considerar las funciones de Green correspondientes, e introducirlas en la expresión que tenemos para la densidad de estados local de energía, obtenemos una expresión que nos permite calcularla como función de la frecuencia y la distancia de separación.

Por otra parte, notemos que a diferencia del vacío, al tener una interfaz las condiciones de frontera son diferentes para el campo magnético que para el campo eléctrico por lo que podemos separar ambas contribuciones al momento de calcular la densidad de energía total, esto con el fin de identificar el origen de ésta. En el caso de la densidad de estados eléctrica $\rho^E(z, \omega)$ tenemos

$$\rho^E(z, \omega) = \frac{\rho_v(\omega)}{4} \left\{ \int_0^{\omega/c} \frac{k_{\parallel} dk_{\parallel}}{k_o k_{1,\perp}} [2 + \text{Re}(r_{12}^s e^{2ik_{1,\perp}z}) + \text{Re}(r_{12}^p e^{2ik_{1,\perp}z}) (2(\frac{k_{\parallel}}{k_o})^2 - 1)] \right. \\ \left. + \int_{\omega/c}^{\infty} \frac{k_{\parallel} dk_{\parallel}}{k_o k_{1,\perp}} [\text{Im}(r_{12}^s) + (2(\frac{k_{\parallel}}{k_o})^2 - 1)\text{Im}(r_{12}^p)] e^{-2k_{1,\perp}z} \right\}. \quad (4.37)$$

En la expresión anterior tenemos una suma de ondas planas sobre todos los vectores de onda paralelos a la superficie, donde r_{12}^s y r_{12}^p son los coeficientes de Fresnel entre los medios 1 y 2 para las polarizaciones s y p . Notemos que las integrales corresponden a ondas propagantes ($0 \leq k_{\parallel} \leq \omega/c$) y a ondas evanescentes ($k_{\parallel} > 1$). Por otra parte la densidad de estados magnética correspondiente es

$$\rho^H(z, \omega) = \frac{\rho_v(\omega)}{4} \left\{ \int_0^{\omega/c} \frac{k_{\parallel} dk_{\parallel}}{k_o k_{1,\perp}} [2 + \text{Re}(r_{12}^p e^{2ik_{1,\perp}z}) + \text{Re}(r_{12}^s e^{2ik_{1,\perp}z}) (2(\frac{k_{\parallel}}{k_o})^2 - 1)] \right. \\ \left. + \int_{\omega/c}^{\infty} \frac{k_{\parallel} dk_{\parallel}}{k_o k_{1,\perp}} [\text{Im}(r_{12}^p) + (2(\frac{k_{\parallel}}{k_o})^2 - 1)\text{Im}(r_{12}^s)] e^{-2k_{1,\perp}z} \right\}. \quad (4.38)$$

Es importante notar que las densidades de estados magnética y eléctrica tienen expresiones similares donde podemos obtener una a partir de la otra intercambiando las polarizaciones s y p . Como resultado, el intercambio de polarización es simétrico en la expresión de la densidad total de estados

$$\rho(z, \omega) = \frac{\rho_v(\omega)}{4} \left\{ \int_0^{\omega/c} \frac{k_{\parallel} dk_{\parallel}}{k_o k_{1,\perp}} \frac{2 - |r_{12}^s|^2 - |r_{12}^p|^2}{2} \right. \\ \left. + \int_{\omega/c}^{\infty} \frac{k_{\parallel}^3 dk_{\parallel}}{k_o^3 k_{1,\perp}} [\text{Im}(r_{12}^p) + \text{Im}(r_{12}^s)] e^{-2k_{1,\perp}z} \right\}. \quad (4.39)$$

Para entender de mejor manera podemos calcular la densidad de estados para una superficie de aluminio, el cual es un metal que se puede describir de buena forma para frecuencias de UV cercano, visible e IR cercano, usando el modelo de Drude.

En la figura 4.2 podemos observar como cambia la densidad de estados al disminuir la distancia al plano. Como es de esperarse, recuperamos la densidad de estados del vacío. Por otro lado, al acercarnos podemos notar como comienzan a interactuar los modos evanescentes que únicamente podemos observar en las vecindades alrededor de la superficie. Así mismo, podemos notar que alrededor de la frecuencia de resonancia del plano, que corresponde a la frecuencia tal que $Re[\varepsilon(\omega)] = -1$, tenemos un aumento en la densidad de estados del sistema. Ya que para estas frecuencias el sistema presenta ondas resonantes de superficies (plasmones de superficie), por lo cual el campo cercano se ve afectado por estas.

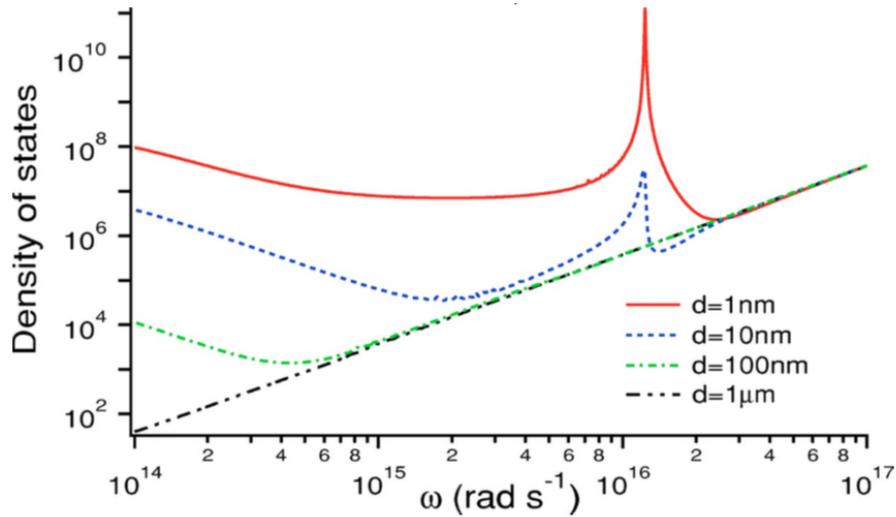


Figura 4.2: Densidad de estados local como función de la frecuencia para una interfaz de aluminio a diferentes distancias de separación. Tomado de [23].

Por otra parte, la figura 4.3, muestra la contribución de los distintos modos, propagantes y evanescentes, a la densidad de estados. La parte correspondiente a las ondas propagantes es similar a la densidad de estados del vacío. Mientras que para frecuencias bajas y alrededor de la frecuencia de resonancia de la superficie dominan las ondas evanescentes. Así mismo, para frecuencias más altas, recuperamos el caso de campo lejano ya que la longitud de onda correspondiente se vuelve lo suficientemente pequeña comparada con la distancia al plano.

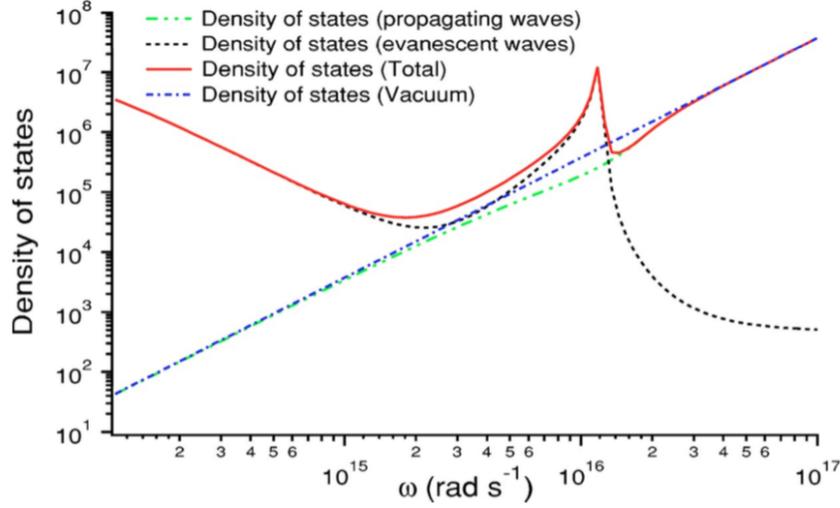


Figura 4.3: Densidad de estados local como función de la frecuencia para una interfaz de aluminio. En esta se compara la contribución de los modos propagantes y evanescentes. Tomado de [23].

4.4. Transferencia radiativa de calor de campo cercano

4.4.1. Plano-plano

De la misma manera que que encontramos la densidad de energía para una superficie plana utilizando electrodinámica de fluctuaciones podemos estudiar la transferencia de calor entre dos placas paralelas.

Si consideramos dos placas paralelas donde cada una de estas se comporta como un cuerpo negro a temperatura T_1 y T_2 , respectivamente. Entonces tendríamos que la potencia de calor radiativo por unidad de superficie (Φ), o flujo de calor, entre estas obedecería la ley de Stefan-Boltzmann $\Phi = \sigma(T_1^4 - T_2^4)$. En cuyo caso, el flujo de calor únicamente se encontraría determinado por las ondas electromagnéticas propagantes.

Si queremos considerar la contribución de las ondas evanescentes a distancias cortas, es necesario evaluar el promedio del vector de Poynting, $\vec{S}(\vec{r}, \omega) = \frac{1}{2} \langle \vec{E}(\vec{r}, \omega) \times \vec{H}(\vec{r}, \omega)^* \rangle$, sobre un ensamble de corrientes aleatorias, de la misma forma que hicimos para el caso de una superficie plana. Esto es escribiendo \vec{E} y \vec{H} en términos de funciones de Green, de tal forma que consideremos tanto las condiciones geométricas, como las propiedades materiales de cada una de las placas.

Podemos definir el flujo de calor para cada frecuencia como $q(d, \omega) = \langle \vec{S}_z(d, \omega) \rangle$, de tal forma que $\Phi(d, T_1, T_2) = \int_0^\infty d\omega q(d, \omega)$. Y, al igual que en la densidad de estados para una superficie plana, podemos separar la contribución al flujo de calor en la suma

de dos términos $q(d, \omega) = q^{prop}(d, \omega) + q^{evan}(d, \omega)$. Donde q^{prop} es la contribución de las ondas propagantes [24]

$$q^{prop}(d, \omega) = \sum_{q=s,p} \frac{\omega^2}{2\pi^2 c^2} (\Theta(\omega, T_1) - \Theta(\omega, T_2)) \times \int_0^{\omega/c} \frac{k_{\parallel} dk_{\parallel}}{k_0^2} \left(\frac{(1 - |r_1^q|^2)(1 - |r_2^q|^2)}{4|1 - r_1^q r_2^q e^{2ik_{\perp}d}|^2} \right), \quad (4.40)$$

$\Theta(\omega, T)$ corresponde a la energía promedio de un fotón a temperatura T , descrita mediante una planckiana. Notemos que los coeficientes $1 - |r_1^q|^2$ y $1 - |r_2^q|^2$ son los coeficientes de transmisión de energía, por lo que podríamos identificarlos con un tipo de emisividad como haríamos para una sola interfaz. Por otro lado la contribución de las ondas evanescentes es

$$q^{evan}(d, \omega) = \sum_{q=s,p} \frac{\omega^2}{2\pi^2 c^2} (\Theta(\omega, T_1) - \Theta(\omega, T_2)) \times \int_{\omega/c}^{\infty} \frac{k_{\parallel} dk_{\parallel}}{k_0^2} e^{-2Im(k_{\parallel}d)} \frac{Im(r_1^q)Im(r_2^q)}{|1 - r_1^q r_2^q e^{2ik_{\perp}d}|^2} \quad (4.41)$$

notemos que cuando la distancia disminuye, este termino se vuelve más importante debido a la exponencial $e^{-2Im(k_{\parallel}d)}$. Para un material sobre que soporte ondas de superficie, la parte imaginaria del coeficiente de reflexión cobra importancia debido a la resonancia, cuando la constante dieléctrica se aproxima a -1 . Si las dos superficies se encuentran lo suficientemente cerca, los transferencia de calor aumentará debido al tunelaje a través de las ondas evanescentes.

Podemos definir un coeficiente de transferencia de calor, como el límite del cociente entre el flujo de calor entre la diferencia de temperaturas de dos materiales al hacer tender la diferencia a cero, esto es,

$$h^R(\omega) = \lim_{(T_1 - T_2) \rightarrow 0} \frac{q(\omega)}{T_1 - T_2}. \quad (4.42)$$

En la figura [4.4] podemos observar como al disminuir la distancia, la transferencia de calor aumenta. Asimismo podemos observar que para distancias mayores a $10nm$ el coeficiente no cambia con la distancias, de tal forma que podemos identificar el régimen clásico donde la transferencia se debe a las ondas propagantes. Mientras que al encontrarnos a distancias menores que la longitud de onda térmica dada por la ley de Wien, p.e. $10nm$ podemos observar un aumento de 4 ordenes de magnitud al coeficiente de transferencia de calor.

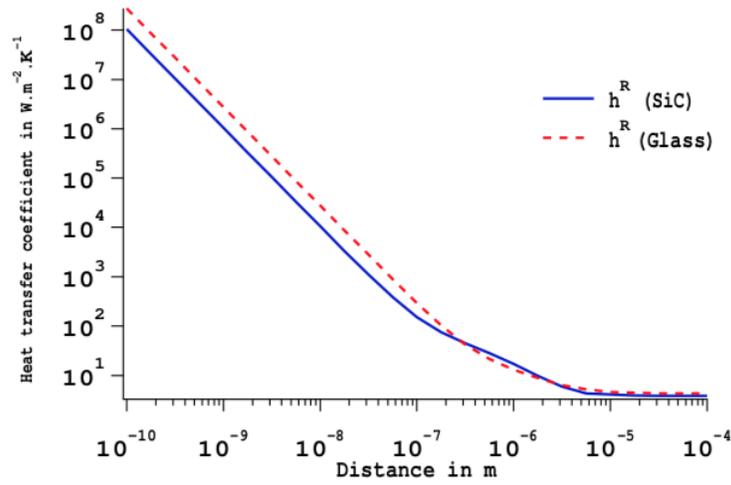


Figura 4.4: Coeficiente de transferencia de calor total como función de la distancia para una temperatura $T = 300K$. Tomado de [24].

Analicemos lo que pasa a $10nm$, en la figura 4.5 podemos notar que la transferencia de calor incrementa alrededor de las frecuencias de resonancia de las ondas superficiales. Incluso podríamos decir que la transferencia de calor es monocromática en este régimen.

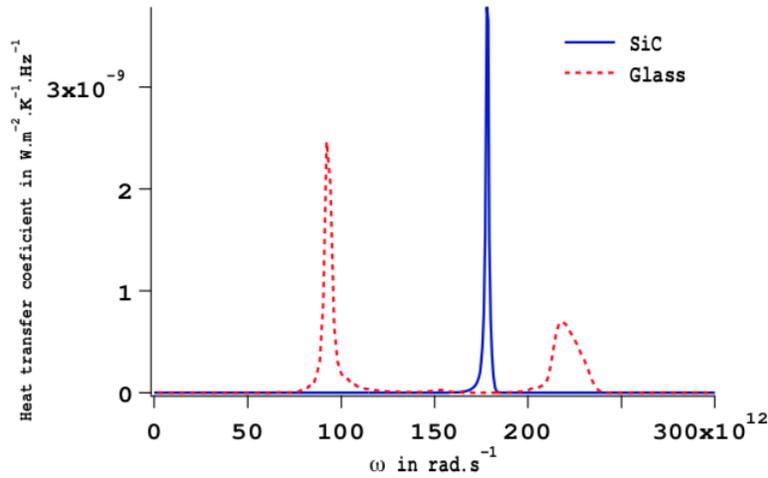


Figura 4.5: Coeficiente de transferencia de calor como función de la frecuencia para $d = 10nm$ a una temperatura de $T = 300K$. Tomado de [24].

Haciendo una expansión asintótica para distancias cortas de la expresión que tenemos para el coeficiente de transferencia de calor podemos llegar a

$$h^R(\omega) \sim \frac{1}{d^2} \frac{Im(\varepsilon_1)Im(\varepsilon_2)}{|1 + \varepsilon_1|^2 |1 + \varepsilon_2|^2} \times k_B \left(\frac{\hbar\omega}{k_B T} \right)^2 \frac{e^{\hbar\omega/(k_B T)}}{(e^{\hbar\omega/(k_B T)} - 1)^2}, \quad (4.43)$$

en esta expresión podemos identificar analíticamente los comportamientos que describimos anteriormente. Por una parte tenemos la dependencia con el inverso del cuadrado de la distancia, que sugiere que mientras más nos acercamos la transferencia aumenta. Y por otro lado podemos identificar los polos cuando la función dieléctrica se acerca a -1 , lo cual es una característica clara de que tenemos una onda de superficie.

4.4.2. Esfera-esfera

Consideremos dos nanopartículas esféricas a distintas temperaturas separadas por el vacío cuyas funciones dieléctricas sean ε_1 y ε_2 y temperaturas T_1 y T_2 respectivamente. Podemos calcular la potencia disipada en la partícula 2 por el campo electromagnético inducido por la partícula 1, de tal forma que dentro de la aproximación dipolar,

$$P_{1 \rightarrow 2}(\omega)c = \varepsilon_0 \frac{\omega}{2} \text{Im}(\alpha_2) |\vec{E}(\vec{r}_2, \omega)|^2, \quad (4.44)$$

donde \vec{r}_2 es la posición de la partícula 2 y α_2 la polarizabilidad de la misma. Considerando que tiene un radio a entonces

$$\alpha_2 = 4\pi a^3 \frac{\varepsilon_2 - 1}{\varepsilon_2 + 2}. \quad (4.45)$$

Al igual que en los casos anteriores, el campo eléctrico producido por la partícula 1 corresponderá al creado por las fluctuaciones térmicas de esta y estará dado por

$$\vec{E}(\vec{r}_2, \omega) = \mu_0 \omega^2 \overleftrightarrow{G}(\vec{r}_2, \vec{r}_1, \omega) \cdot \vec{p}, \quad (4.46)$$

$\overleftrightarrow{G}(\vec{r}_2, \vec{r}_1, \omega)$ corresponde al tensor de Green de una esfera. El momento dipolar obedece el teorema de fluctuación disipación y la función de correlación para una partícula con polarización α es

$$\langle p_k(\omega) p_l(\omega') \rangle_S = \hbar \coth(\hbar\omega/2k_B T) \text{Im}(\varepsilon_0 \alpha_{kl}) 2\pi \delta(\omega - \omega'). \quad (4.47)$$

Por lo cual, usando esta forma simetrizada podemos escribir el intercambio de calor entre las partículas como

$$P_{1 \leftrightarrow 2} = \frac{3}{4\pi^3} \frac{\text{Im}(\alpha_1(\omega)) \text{Im}(\alpha_2(\omega))}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^6} (\Theta(\omega, T_1) - \Theta(\omega, T_2)). \quad (4.48)$$

La dependencia de $1/r^6$ es característica de la interacción entre dipolos, y podemos entenderla considerando que las fluctuaciones modifican la densidad de carga de una nanopartícula creando un dipolo fluctuante, a su vez este dipolo genera un campo electromagnético sobre la segunda nanopartícula creando un segundo dipolo. De forma similar al caso de las superficies planas, las partículas esféricas también soportan modos de superficie, los cuales resuenan cuando el valor de la función dieléctrica se acerca a -2 . Al igual que en la transferencia de calor entre dos superficies, al cumplirse esta condición podemos apreciar un aumento al acercarnos a esta frecuencia debido a la presencia de plasmones-polaritones.

4.4.3. Plano-esfera

Finalmente, con las herramientas descritas hasta ahora, podemos estudiar la transferencia de calor entre una nanopartícula esférica y un plano semi-infinito. Supongamos una esfera de radio a con función dieléctrica $\varepsilon_P(\omega)$ a una distancia d de una superficie con función dieléctrica ε_S . De tal forma que la esfera se encuentra en el vacío a una temperatura T_P y la superficie a una temperatura T_S (Fig. 4.6). Para el siguiente ejemplo consideremos que $T_S > T_P$, es decir, una esfera sobre un semiespacio calentado.

Al igual que en los casos anteriores podemos describir el campo electromagnético radiado por la superficie debido a las fluctuaciones térmicas a través del teorema de fluctuación-disipación y la función de green del sistema. Las fluctuaciones térmicas del plano inducirán un momento eléctrico \vec{p} y una corriente \vec{j}_{ed} dentro de la esfera. A su vez, esta corriente generará un momento dipolar magnético m_{eff} . Si consideramos el límite donde $d \gg a$ entonces podemos calcular la energía absorbida por la partícula únicamente considerando la contribución dipolar, esto es

$$\langle P_{abs}^{S \rightarrow P} \rangle = \langle \dot{\vec{p}} \cdot \vec{E} \rangle + \langle \dot{\vec{m}}_{eff} \cdot \vec{H} \rangle \quad (4.49)$$

de esta forma, recordando la relación del momento dipolar eléctrico y magnético con las polarizabilidades respectivas, podemos reescribir la potencia en su forma espectral como

$$P_{abs}^{S \rightarrow P}(\omega) = \omega \left(\varepsilon_0 \text{Im}(\alpha_P^E) \langle |\vec{E}(r, \omega)|^2 \rangle + \mu_0 \text{Im}(\alpha_P^H) \langle |\vec{H}(r, \omega)|^2 \rangle \right) \quad (4.50)$$

donde α_P^E y α_P^H son la polarizabilidad eléctrica y magnética de la esfera respectivamente. Al igual que en los casos anteriores podemos obtener las funciones de correlación de los campos, a partir del teorema de fluctuación-disipación y la función de Green del sistema. Si expandimos esta expresión asintóticamente, una vez evaluada la función de Green, para distancias pequeñas obtenemos la forma aproximada

$$P_{abs}^{S \rightarrow P} \sim \frac{1}{4\pi^2 d^3} 4\pi a^3 \frac{3\text{Im}[\varepsilon_P(\omega)]}{|\varepsilon_P(\omega) + 2|^2} \frac{\text{Im}[\varepsilon_S(\omega)]}{|\varepsilon_S(\omega) + 1|^2} \Theta(\omega, T_S). \quad (4.51)$$

La expresión anterior nos permite identificar tres componentes importantes de la transferencia de calor para este sistema. Primero podemos notar el incremento al disminuir la distancia, la expresión sigue una forma $1/r^3$, lo cual, como ya habíamos mencionado es un indicador de la presencia de la transferencia de calor debido a las ondas evanescentes. Por otro lado, podemos observar que tenemos una resonancia cuando $\varepsilon_S(\omega) = -1$, esto es, para la frecuencia de resonancia de las ondas de superficie sobre el plano. A su vez, cuando se satisface que $\varepsilon_S(\omega) = -2$ tenemos otra resonancia, esta vez asociada al modo plasmónico de la esfera. De tal forma que, la transferencia de calor para este sistema hereda las resonancias de los sistemas aislados.

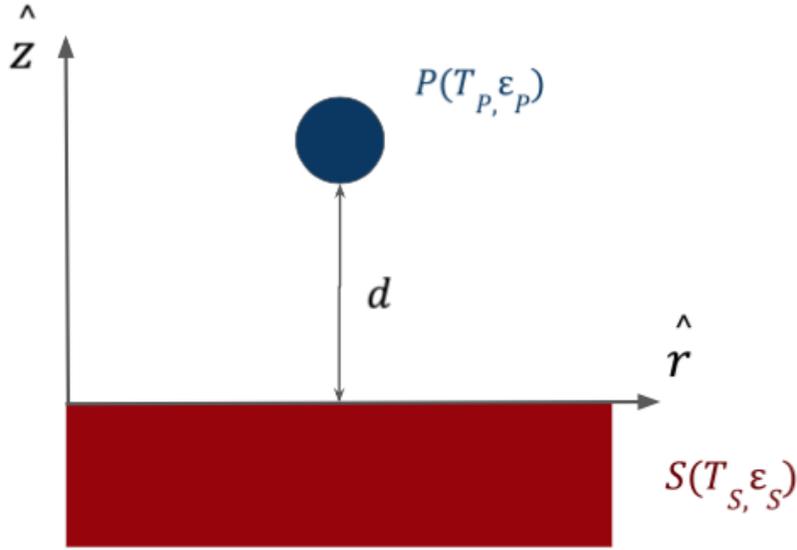


Figura 4.6: Esquema del sistema.

4.5. Plano-Elipsoide

Siguiendo el razonamiento expuesto para una esfera en la aproximación dipolar es posible construir una ecuación de transferencia de calor radiativa para un cuerpo como un elipsoide. A diferencia de la esfera, la polarizabilidad de un elipsoide no es en general isotrópica y por lo tanto no está representada por un escalar. En su lugar, tenemos un tensor diagonal con entradas [\[25\]](#)

$$\alpha_{E,i}^E = V_E \frac{\varepsilon_p - 1}{1 + (\varepsilon_p - 1)n_i} \quad (4.52)$$

donde n_i representa los coeficientes de depolarización que están dados por

$$n_i = \frac{R_x R_y R_z}{2} \int_0^\infty ds \frac{1}{(s + R_i^2) \sqrt{(s + R_x^2)(s + R_y^2)(s + R_z^2)}} \quad (4.53)$$

Es posible mostrar que dentro de la aproximación dipolar podemos describir la transferencia de calor de forma análoga al caso de la esfera. Describiendo los campos en el sistema de ejes principales de la esfera podemos descomponer la transferencia de calor como

$$P_{abs}^{S \rightarrow P} = \int_0^\infty d\omega \omega \left[\text{Im}(\alpha_{E,i}) \varepsilon_0 \langle |E_{f,i}|^2 \rangle + \text{Im}(\alpha_{H,i}) \mu_0 \langle |H_{f,i}|^2 \rangle \right], \quad (4.54)$$

donde el subíndice i indica cada uno de los ejes principales del elipsoide, de tal forma que $\alpha_{E,i}$ y $\alpha_{H,i}$ representan las entradas asociadas a estas direcciones para el tensor de polarizabilidad eléctrica y magnética, respectivamente. $E_{f,i}$ y $H_{f,i}$ representan los

campos fluctuantes escritos en los ejes principales del elipsoide.

En el caso de un esferoide, donde $R_x = R_y \equiv R_p$ y $R_z \equiv R_p$, entonces tenemos que dos de los componentes del tensor de polarizabilidad son iguales ($\alpha_x = \alpha_y$) tanto para la polarizabilidad eléctrica como la magnética. Como sabemos, podemos separar las contribuciones al flujo de calor en las que se deben a ondas propagantes y las que se deben a ondas evanescentes, al sustituir las expresiones correspondientes a las correlaciones de los campos tenemos que el flujo de calor espectral (S_ω) está dado por

$$S_\omega(\omega, T_S, T_P, L) = [\Theta(\omega, T_S) - \Theta(\omega, T_P)] k_0^2 \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} [\tau^{prop}(\omega, k, L) + \tau^{evan}(\omega, k, L)], \quad (4.55)$$

donde $\vec{k} = (k_x, k_y)$, T_P y T_S son la temperatura de la partícula y el sustrato respectivamente y L es la distancia de separación entre estos. Finalmente τ^{prop} y τ^{evan} tienen la forma

$$\begin{aligned} \tau^{prop} = & \text{Im}(\alpha_{E,x}^E) [(1 - |r_s|^2) + \frac{k_{z0}^2}{k_0^2} (1 - |r_p|^2)] + \text{Im}(\alpha_{E,z}^E) (1 - |r_p|^2) \\ & + \text{Im}(\alpha_{E,x}^H) [(1 - |r_p|^2) + \frac{k_{z0}^2}{k_0^2} (1 - |r_s|^2)] + \text{Im}(\alpha_{E,z}^H) (1 - |r_s|^2) \end{aligned} \quad (4.56)$$

y

$$\begin{aligned} \tau^{evan} = & \frac{\exp(-2\gamma L)}{2\gamma} \left\{ \text{Im}(\alpha_{E,x}^E) \left[\text{Im}(r_s) + \frac{\gamma^2}{k_0^2 \text{Im}(r_p)} \right] + \text{ImIm}(\alpha_{E,z}^E) \frac{k^2}{k_0^2} (1 - |r_p|^2) \right. \\ & \left. \text{Im}(\alpha_{E,x}^H) \left[\text{Im}(r_p) + \frac{\gamma^2}{k_0^2 \text{Im}(r_s)} \right] + \text{ImIm}(\alpha_{E,z}^H) \frac{k^2}{k_0^2} (1 - |r_s|^2) \right\}, \end{aligned} \quad (4.57)$$

donde r_s y r_p son los coeficientes de Fresnel para la luz con polarización s y p, respectivamente. Asimismo $k_{z0} = \sqrt{k_0^2 - k^2} = i\gamma$ y $k_z = \sqrt{\epsilon_S(\omega)k_0^2 - k^2}$ son los vectores de onda normales a la superficie.

5 Respuesta magnetoplasmónica

Como discutimos en el capítulo anterior, la transferencia de calor depende tanto de la configuración geométrica del sistema como de las propiedades ópticas de los materiales involucrados. Ya que estamos interesados en describir la transferencia de calor entre una esfera y un plano al aplicar un campo magnético externo, es necesario determinar el modelo que utilizaremos para definir la respuesta dieléctrica del material. En este capítulo presentaremos una breve descripción del modelo para una esfera bajo un campo magnético, así como su aplicación para calcular la respuesta magnetoplasmónica de la misma.

5.1. Función dieléctrica

Como sabemos, cada material responde de forma diferente a la presencia de un campo eléctrico (\vec{E}). En el caso de un material isotrópico compuesto por átomos neutros o moléculas no polares, el campo inducirá un momento dipolar sobre estos. Entonces, podemos pensar al material como un conjunto de pequeños dipolos orientados a lo largo de la dirección del campo eléctrico, por lo que se dice que el material está polarizado. La polarización (\vec{P}) que induce el campo genera un cambio en el campo interno del material. Definamos el campo de desplazamiento eléctrico (\vec{D}) [26] como

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \quad (5.1)$$

En el régimen de respuesta lineal, es decir cuando la polarización es lineal respecto al campo, la susceptibilidad eléctrica del material ($\hat{\chi}$) actúa como la función respuesta a este campo, lo cual nos permite escribir la polarización, en el espacio de frecuencias (ω) y vector de onda (\vec{q}), como [27]

$$\vec{P}(\vec{q}, \omega) = \epsilon_0 \hat{\chi}(\vec{q}, \omega) \vec{E}(\vec{q}, \omega). \quad (5.2)$$

Por lo general $\hat{\chi}$ se puede representar a través de un tensor, esto dependerá estrictamente del material y los modelos que se utilicen para describirlo, si la respuesta del material es isotrópica $\hat{\chi}$ será un escalar.

En este caso, el campo de desplazamiento también depende linealmente del campo eléctrico externo. Esto nos permite definir a la función dieléctrica ($\hat{\epsilon}$) de tal forma que

$$\vec{D}(\vec{q}, w) = \varepsilon_0 \hat{\varepsilon}(\vec{q}, w) \vec{E}(\vec{q}, w), \quad (5.3)$$

donde

$$\hat{\varepsilon}(\vec{q}, w) = \hat{I} + \hat{\chi}(\vec{q}, w). \quad (5.4)$$

Dependiendo de las características del material, podemos usar diferentes modelos para construir la función dieléctrica del mismo. Esto dependerá de la forma en que la estructura interna del material interactuó con la radiación electromagnética. La complejidad de los modelos varía dependiendo de lo que se busca describir, existen modelos muy generales, como el modelo de Drude o el modelo de Lorentz. Mientras que para materiales con una estructura o interacción más compleja, requerimos modelos como el de fonones ópticos o respuesta magnética.

5.1.1. Modelo de Drude

El modelo de Drude describe a los electrones en el material como osciladores amortiguados por las colisiones y forzados por un campo eléctrico. Suele usarse en metales donde el electrón en la última capa de valencia se encuentra casi libre. Suponiendo que el campo eléctrico está en la dirección x , la ecuación de movimiento que describe esto es [\[28\]](#)

$$m\ddot{\vec{x}} + m\gamma\dot{\vec{x}} = -e\vec{E}, \quad (5.5)$$

donde γ es el inverso del tiempo promedio entre colisiones, m es la masa del electrón y \vec{E} es el campo eléctrico aplicado. Para resolver esta ecuación suponemos un campo eléctrico descrito por una onda plana monocromática $\vec{E} = E_0 e^{-i\omega t} \hat{e}_x$ y que la solución tiene la misma dependencia temporal, es decir $\vec{x} = x_0 e^{-i\omega t} \hat{e}_x$. Llegando a que la posición está dada por

$$\vec{x} = \frac{e}{m(\omega^2 + i\omega\gamma)} \vec{E}. \quad (5.6)$$

A partir de este desplazamiento tenemos que se genera un momento dipolar $\vec{p} = -e\vec{x}$, por lo que, si tenemos una distribución homogénea de N átomos por unidad de volumen, la polarización estaría dada por

$$\vec{P} = N\vec{p} = -Ne\vec{x}, \quad (5.7)$$

de donde, en el caso que nos interesa la polarización está dada por

$$\vec{P} = -\frac{Ne^2 \vec{E}}{m(\omega^2 + i\gamma\omega)}. \quad (5.8)$$

Ahora, recordando la ecuación (2.1), podemos llegar a la relación

$$\chi = -\frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \frac{1}{(\omega^2 + i\gamma\omega)}. \quad (5.9)$$

Finalmente, como $\epsilon = 1 + \chi$ y definiendo la frecuencia de plasma ω_p a través de $\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m}$ podemos escribir esto como

$$\epsilon_D(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\gamma\omega} \quad (5.10)$$

obteniendo así, la función dieléctrica del modelo de Drude.

5.1.2. Función dieléctrica por vibraciones en el cristal

Para cristales con más de un átomo en la celda primitiva, podemos excitar tanto fonones ópticos como acústicos. En el caso de los fonones ópticos tenemos que interactúan con los campos electromagnéticos, las oscilaciones de un campo electromagnético externo provocarían que los iones positivos se desplacen en el mismo sentido que la onda mientras que los negativos se desplazarían en el sentido opuesto, creando una vibración en el cristal.

Si modelamos a los fonones como osciladores armónicos simples que interactúan a través de la carga en los iones, podemos escribir la ecuación de movimiento en términos de \vec{u} , el desplazamiento respecto a la posición de equilibrio, como [29]

$$M\ddot{\vec{u}} = -M\omega_T^2\vec{u} + Q\vec{E}, \quad (5.11)$$

donde M es la masa del fonón, Q la carga del ion y ω_T es la frecuencia natural del sistema, ω_T también se conoce como la frecuencia de resonancia transversal. Solucionando por una onda monocromática tendríamos que la polarización generaría una respuesta dieléctrica

$$\epsilon_p(\omega) = 1 + \frac{NQ^2}{\epsilon_0 M} \frac{1}{\omega_T^2 - \omega^2}, \quad (5.12)$$

Ahora, ya que no estamos considerando cargas libres en el sistema entonces

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0, \quad (5.13)$$

lo que implica que

$$\epsilon_p(\vec{k} \cdot \vec{E}_0) = 0. \quad (5.14)$$

Por lo que debe suceder alguna de las siguientes cosas, $\epsilon_p = 0$ o $\vec{k} \cdot \vec{E}_0 = 0$, discutamos cada escenario.

Si $\vec{k} \cdot \vec{E}_0 = 0$ (descartando $E_0 = 0$), entonces el campo eléctrico es perpendicular a la dirección de desplazamiento y la respuesta dieléctrica del sistema, diverge cuando $\omega \rightarrow \omega_T$, es por esto que ω_T recibe el nombre de frecuencia de resonancia transversal.

En otro caso $\epsilon_p = 0$. Esto implica que existe una frecuencia donde los fonones oscilan longitudinalmente con el campo anulando la respuesta dieléctrica del material. Definamos como frecuencia longitudinal (ω_L) a la frecuencia donde esto sucede. De tal forma que

$$0 = 1 + \frac{NQ^2}{\epsilon_0 M} \frac{1}{\omega_T^2 - \omega_L^2}, \quad (5.15)$$

por lo que

$$\omega_L^2 - \omega_T^2 = \frac{NQ^2}{\varepsilon_0 M}, \quad (5.16)$$

y entonces podemos reescribir la función dieléctrica como

$$\varepsilon_p = 1 + \frac{\omega_L^2 - \omega_T^2}{\omega_T^2 - \omega^2}. \quad (5.17)$$

5.1.3. Campo magnético externo

Al considerar un campo magnético externo, además de la fuerza debido al campo eléctrico incidente, sentirán una fuerza adicional debido a su movimiento en un campo magnético, es decir la fuerza de Lorentz. De esta forma la ecuación de movimiento quedaría [29]

$$m\ddot{\vec{r}} + m\gamma\dot{\vec{r}} = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}), \quad (5.18)$$

donde $\vec{r} = (x_1, x_2, x_3)$ y en notación tensorial se ve como

$$m\ddot{x}_i + m\gamma\dot{x}_i = -e(E_i + \epsilon_{ijk}v_j B_k), \quad (5.19)$$

donde ϵ_{ijk} es el símbolo de Levi-Civita.

Resolviendo la ecuación movimiento para una onda monocromática tenemos que

$$-\omega^2 m x_i - i\omega m \gamma x_i = -e(E_i + \epsilon_{ijk}(-i\omega x_j) B_k). \quad (5.20)$$

Por lo que la relación para la posición y el campo magnético quedaría como

$$m(-\omega^2 x_i - i\omega \gamma x_i + \frac{i e \omega}{m} \epsilon_{ijk} x_j B_k) = -e E_i. \quad (5.21)$$

En su forma matricial

$$\begin{pmatrix} -\omega^2 - i\gamma\omega & i\omega \frac{e}{m} B_k & -i\omega \frac{e}{m} B_j \\ -i\omega \frac{e}{m} B_k & -\omega^2 - i\gamma\omega & i\omega \frac{e}{m} B_i \\ i\omega \frac{e}{m} B_j & -i\omega \frac{e}{m} B_i & -\omega^2 - i\gamma\omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ x_j \\ x_k \end{pmatrix} = -e/m \begin{pmatrix} E_i \\ E_j \\ E_k \end{pmatrix}. \quad (5.22)$$

Definiendo \hat{T} como la matriz que acompaña al vector de posición entonces

$$\hat{T}\vec{r} = \frac{-e}{m}\vec{E}. \quad (5.23)$$

En particular, cuando $\vec{B} = (0, 0, B)$ podemos invertir la matriz \hat{T} y escribir el vector posición de la siguiente forma

$$\vec{r} = \frac{-e}{m}\hat{T}^{-1}\vec{E}, \quad (5.24)$$

A partir esta ecuación y la definición de susceptibilidad en forma tensorial, podemos encontrar una relación de la función dieléctrica dada por

$$\hat{\epsilon} = \hat{I} + \omega_p^2 \hat{T}^{-1} \quad (5.25)$$

llegando así a que el tensor de la función dieléctrica es de la forma

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{\omega_p^2(i\gamma + \omega)}{\omega(-(i\gamma + \omega)^2 + \omega_c^2)} & \frac{\omega_p^2 i \omega_c}{\omega(-(i\gamma + \omega)^2 + \omega_c^2)} & 0 \\ -\frac{\omega_p^2 i \omega_c}{\omega(-(i\gamma + \omega)^2 + \omega_c^2)} & 1 + \frac{\omega_p^2(i\gamma + \omega)}{\omega(-(i\gamma + \omega)^2 + \omega_c^2)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\gamma\omega} \end{pmatrix} \quad (5.26)$$

donde

$$\omega_c = \frac{eB}{m}, \quad (5.27)$$

es la frecuencia de ciclotrón. Notemos que si $B = 0$ entonces $\omega_c = 0$ y recuperamos el modelo de Drude.

5.2. Modos de superficie y modos hiperbólicos

5.2.1. Modos de superficie

A partir de las ecuaciones de Maxwell podemos calcular las propiedades ópticas de los sistemas. Sin embargo, estas ecuaciones no tienen una solución analítica en general y de hecho, son pocas las configuraciones para las que se tiene. Entre ellas se encuentra una esfera, esferoides, y cilindros infinitos.

Consideremos ahora la interfaz entre dos semiespacios con diferente permitividad y diferente susceptibilidad magnética, ϵ_1, μ_1 y ϵ_2, μ_2 , respectivamente. En el espacio de frecuencias las ecuaciones de Maxwell se ven como [\[30\]](#)

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (5.28)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -i\omega \vec{B} \quad \nabla \times \vec{B} = i\omega \vec{D}, \quad (5.29)$$

donde \vec{E} y \vec{B} son el campo eléctrico y magnético. En cada semiespacio las ecuaciones de Maxwell se pueden reducir a la ecuación de onda

$$\frac{1}{\mu_j \epsilon_j} \nabla^2 \vec{E} = \omega^2 \vec{E}, \quad (5.30)$$

Si suponemos que la interfaz se localiza sobre el plano xy , podemos escribir el campo en cada uno de los semiespacios como

$$\begin{aligned} \vec{E}_1(\vec{r}, \omega) &= (E_{x,1}, E_{y,1}, E_{z,1}) \exp \left[i(\vec{k}_{\parallel} \cdot \vec{R} + k_{\perp,1} z) \right] \\ \vec{E}_2(\vec{r}, \omega) &= (E_{x,2}, E_{y,2}, E_{z,2}) \exp \left[i(\vec{k}_{\parallel} \cdot \vec{R} + k_{\perp,2} z) \right] \end{aligned} \quad (5.31)$$

donde descompusimos el sistema en la componente paralela al plano y la perpendicular. De tal forma que $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z) = (k_{\parallel}, k_{\perp})$ y $\vec{r} = (x, y, z) = (\vec{R}, z)$ (Fig. 5.1). Considerando una onda electromagnética de frecuencia ω , definimos $k_0 = \omega/c$ de tal forma que

$$\begin{aligned} k_{\perp,1} &= \varepsilon_1 \mu_1 k_0 - \vec{K}^2 \\ k_{\perp,2} &= \varepsilon_2 \mu_2 k_0 - \vec{K}^2 \end{aligned} \quad (5.32)$$

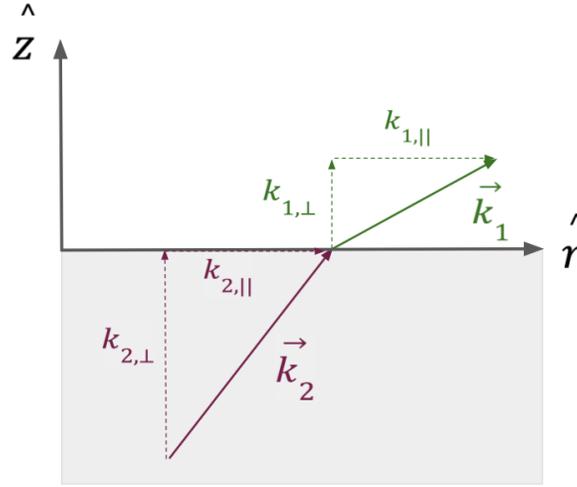


Figura 5.1: Esquema de una interfaz plana entre dos materiales y la descomposición del vector de onda.

Al considerar una onda electromagnética con polarización p con vector de onda contenido en el plano yz y materiales no magnéticos ($\mu_1 = \mu_2 = 1$), entonces los campos eléctricos toman la forma

$$\begin{aligned} \vec{E}_1(\vec{r}, \omega) &= (0, E_{y,1}, E_{z,1}) \exp \left[i(\vec{k}_{\parallel} \cdot \vec{R} + k_{\perp,1} z), \right] \\ \vec{E}_2(\vec{r}, \omega) &= (0, E_{y,2}, E_{z,2}) \exp \left[i(\vec{k}_{\parallel} \cdot \vec{R} + k_{\perp,2} z). \right] \end{aligned} \quad (5.33)$$

Aplicando condiciones de frontera, es decir, la continuidad en la componente tangencial del campo eléctrico y la componente z de \vec{D}

$$\begin{aligned} E_{y,1} &= E_{y,2} \\ \varepsilon_1 E_{z,1} &= \varepsilon_2 E_{z,2} \end{aligned} \quad (5.34)$$

Aplicando que $\nabla \cdot = 0$ podemos relacionar ambas componentes llegando a

$$(K E_{y,2} - k_{\perp,2} E_{z,2}) = (K E_{y,1} - k_{\perp,1} E_{z,1}) = 0, \quad (5.35)$$

donde $K = |\vec{K}|$. Finalmente, usando las ecuaciones anteriores podemos obtener la relación de dispersión para la interfaz entre dos materiales

$$K = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}}. \quad (5.36)$$

Notemos que esta ecuación se dedujo utilizando las condiciones de frontera de dos semi-espacios plano, por lo cual la configuración geométrica del sistema es determinante para la forma específica de la relación de dispersión. Suponiendo que uno de los medios es vacío $\varepsilon_1 = 1$, entonces notemos que cuando se cumple $\varepsilon_2(\omega_{res}) = -1$, la norma de \vec{K} es muy grande. Por lo cual, $k_{\perp,i}$ es imaginario, lo cual indica que tenemos un modo evanescente en z que viaja a través de la superficie, ya que el campo eléctrico solo es distinto de cero cerca de la superficie, llamamos a estos modos de superficie. Es importante recalcar que al tener un modo de superficie, debido a la discontinuidad de las propiedades dieléctricas entre los materiales, tendremos una acumulación de cargas ligadas.

5.2.2. Modos hiperbólicos

Para la siguiente sección consideremos un material cuya respuesta no es anisotrópica, de tal forma que ahora la función dieléctrica y la susceptibilidad magnéticas son tensores. Además, supongamos un material no magnético, esto es $\hat{m}u = \hat{I}$. En el sistema de ejes principales del tensor de función dieléctrica este se ve como un tensor diagonal [31]

$$\hat{\varepsilon}' = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \\ . & . & . \end{pmatrix} \quad (5.37)$$

En general, los componentes del tensor dieléctrico dependerán de ω como se discutió en las secciones pasadas. Cuando $\varepsilon_{xx} \neq \varepsilon_{yy} \neq \varepsilon_{zz}$ decimos que el material es *biaxial*, cuando $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} \neq \varepsilon_{zz}$ es *uniaxial* e *isotrópico* cuando $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz}$. Al igual que para encontrar los modos de superficie, si queremos encontrar la dispersión de la luz en este tipo de materiales, debemos resolver las ecuaciones de Maxwell para este sistema. En particular, notemos que si tenemos ondas monocromáticas planas de frecuencia ω y vector de onda \vec{k} entonces se cumple

$$\begin{aligned} \vec{k} \times \vec{E} &= \omega \mu_0 \vec{H} \\ \vec{k} \times \vec{H} &= -\omega \varepsilon_0 \hat{\varepsilon} \vec{E} \end{aligned} \quad (5.38)$$

de las ecuaciones anteriores se colige que

$$\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{E}) + \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \hat{\varepsilon} \vec{E} = 0 \quad (5.39)$$

lo cual en forma matricial se ve como

$$\begin{pmatrix} k_0^2 \varepsilon_{xx} - k_y^2 - k_z^2 & k_x k_y & k_x k_z \\ k_x k_y & k_0^2 \varepsilon_{yy} - k_x^2 - k_z^2 & k_y k_z \\ k_x k_z & k_y k_z & k_0^2 \varepsilon_{zz} - k_x^2 - k_y^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = 0 \quad (5.40)$$

donde $k_0 = \omega/c$. Para lo siguiente, supongamos $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{\perp}$ y $k_{\perp} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$, es decir, un medio uniaxial con eje óptico alineado con z . Ya que queremos soluciones no triviales, queremos que el determinante de la matriz sea cero y llegamos a

$$(k_{\perp}^2 + k_z^2 - \varepsilon_{\perp} k_0^2) \left(\frac{k_{\perp}^2}{\varepsilon_{zz}} + \frac{k_z^2}{\varepsilon_{\perp}} - k_0^2 \right) = 0. \quad (5.41)$$

Cada uno de los factores de la ecuación anterior corresponde a diferentes polarizaciones del campo electromagnético. El primero corresponde a ondas polarizadas en el plano xy y describe una superficie de isofrecuencia esférica en el espacio de momentos. Mientras que el segundo factor corresponde a luz polarizada en un plano que contiene a el eje óptico y cuando ε_z y ε_{\perp} son ambas positivas, describe una superficie de isofrecuencia elipsoidal.

Si suponemos una anisotropía mayor en el sistema, esto es, que alguna de las permitividades sea negativa, el segundo factor ya no corresponde a una superficie de isofrecuencia elipsoidal. En su lugar, ahora describe una superficie de isofrecuencia hiperboidal, de donde viene el nombre de modos hiperbólicos. A diferencia de los materiales isotrópicos donde la magnitud del vector de onda de los modos propagantes se encuentra acotada por la superficie de isofrecuencia esférica, en una superficie hiperboidal podemos tener modos propagantes con vector de onda tan grande como queramos ya que las hipérbolas no se encuentran acotadas. Este comportamiento, entre otros, resulta en propiedades ópticas no convencionales para estos materiales.

5.3. Anisotropía Campo Magnético

Como observamos en la sección anterior, al introducir un campo magnético externo, inducimos una anisotropía sobre la función dieléctrica. Para poder trabajar con esta anisotropía se propuso trabajar en el sistema de ejes principales del tensor, de tal forma que podemos escribirlo como el tensor diagonal

$$\varepsilon'(B) = \begin{pmatrix} \varepsilon'_1(B) & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon'_2(B) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon'_3 \end{pmatrix}. \quad (5.42)$$

donde

$$\varepsilon'_1 = \varepsilon_{\infty} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma + \omega_c)} \right), \quad (5.43)$$

$$\varepsilon'_2 = \varepsilon_{\infty} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma - \omega_c)} \right), \quad (5.44)$$

$$\varepsilon'_3 = \varepsilon_\infty \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)} \right), \quad (5.45)$$

con eigenvectores

$$e'_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_x + ie_y), \quad (5.46)$$

$$e'_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_x - ie_y), \quad (5.47)$$

y

$$e'_3 = e_z, \quad (5.48)$$

e_x , e_y y e_z corresponden a los vectores canónicos que generan el espacio.

Lo anterior nos permite observar de forma independiente los 3 modos del sistema, donde cada modo puede ser excitado de forma independiente si el campo electromagnético corresponde a uno de los vectores propios del sistema. A su vez, notemos que los vectores propios del sistema corresponden a 3 polarizaciones que podemos identificar rápidamente: e'_1 corresponde a polarización circular izquierda, e'_2 polarización circular derecha y e'_3 a polarización lineal en z.

Además, conocer el tensor de función dieléctrica en su sistema propio, nos permite calcular la polarizabilidad en este mismo sistema. Al tener una esfera podemos escribirla de acuerdo a la relación de Clausius-Mosotti como [32](#)

$$\hat{\alpha}'_i = 4\pi R^3 \frac{\varepsilon'_i - \varepsilon_m}{\varepsilon'_i + 2\varepsilon_m}. \quad (5.49)$$

donde r es el radio de la esfera en cuestión, el subíndice i hace referencia a cada uno de los ejes principales y ε_m es la constante dieléctrica del medio donde se encuentra.

Ahora, recordemos que en la aproximación dipolar, la parte imaginaria de la polarizabilidad se encuentra relacionada con la absorción de la partícula. Para una partícula esférica isotrópica se tiene que

$$Q_{abs} = \frac{k}{2\pi R^2} \text{Im}\{\alpha\}, \quad (5.50)$$

donde a k está dado por

$$x = \frac{2\pi\sqrt{\varepsilon_m}}{\lambda}.$$

Si en lugar de la esfera isotrópica consideramos el caso de una esfera anisotrópica debido a un campo magnético externo, en el que incide luz polarizada linealmente oscilando en un plano que forma un ángulo ϕ con el plano xy. Entonces podemos escribir $\vec{E} = (a, 0, c)E_0$ y el ángulo ϕ cumple $\tan(\phi) = c/a$. Asimismo podemos reescribir la ecuación para la eficiencia de absorción como [11](#)

$$Q_{abs,\phi} = \frac{k}{2\pi R^2} \text{Im}\left\{ \frac{a^2}{2}\alpha'_1 + \frac{a^2}{2}\alpha'_2 + c^2\alpha'_3 \right\}, \quad (5.51)$$

5.4. Magnetoplasmones

Ahora que tenemos las ecuaciones que describen la respuesta de una esfera bajo un campo magnético, podemos calcular las curvas de absorción como función de la frecuencia y del campo magnético. Para esto, consideremos una esfera de $20nm$ de radio compuesta de n-InSb en el vacío sobre la cual aplicamos un campo magnético B , cuya dirección define el plano xy (de tal forma que éste se encuentra alineado con el eje z). A su vez, consideremos que estamos iluminando la esfera con un campo eléctrico polarizado linealmente, donde el campo eléctrico oscila en un plano formando un ángulo ϕ respecto al plano xy definido por el campo magnético. En la figura 5.2 podemos observar un esquema del sistema descrito.

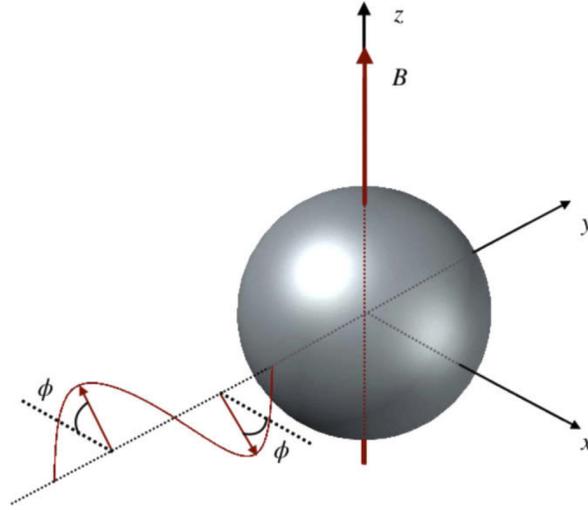


Figura 5.2: Esquema de una esfera bajo un campo magnético B alineado con el eje z . Tomado de [11]

Los parámetros que describen al InSb en el modelo son los que presentan Abraham *et al* en [33], y se presentan en la siguiente tabla.

ε_{∞}	15.7
γ	$3.39 \times 10^{12} rad/s$
m^*/m_e	0.022
ω_p^{\dagger}	$3.14 \times 10^{13} rad/s$

Tabla 5.1: Parámetros del n-InSb [11]

Primero calculemos la eficiencia de absorción como función de la frecuencia para una esfera iluminada con luz que oscila en el plano definido por $\phi = 45^\circ$ a distintos campos magnéticos. En la figura 5.3 podemos observar las curvas calculadas.

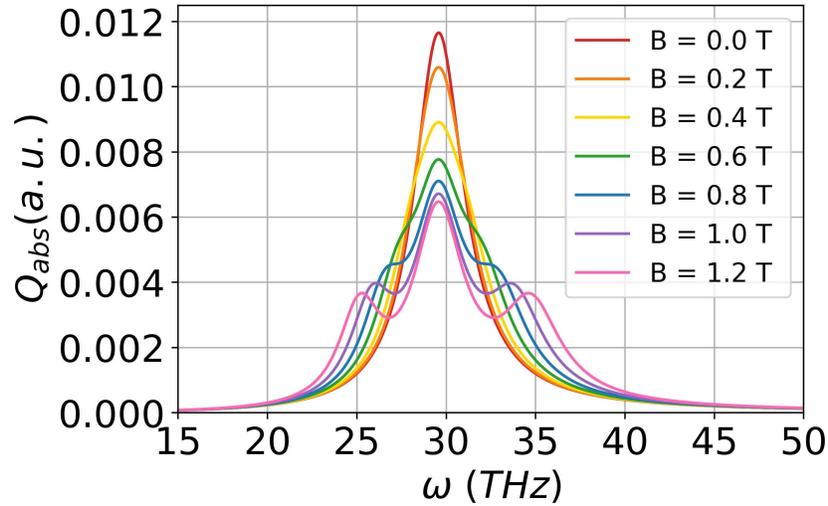


Figura 5.3: Eficiencia de absorción para una esfera de $20nm$ de radio iluminada por luz polarizada en un ángulo $\phi = 45^\circ$ para distintos campos magnéticos.

Lo que podemos notar es que al aumentar el campo magnético externo la resonancia central se separa en tres resonancias. Una que coincide en frecuencia con la resonancia sin campo magnético y dos que muestran un corrimiento en frecuencias dependiente del campo, una de estas resonancias disminuye su frecuencia, mientras que la otra la aumenta.

Al repetir este cálculo para diferentes ángulos de polarización ϕ , obtenemos la figura 5.4. En ella podemos observar la sensibilidad del sistema respecto al ángulo de polarización de la luz. Cuando $\phi = 0^\circ$, la resonancia central desaparece al aumentar el campo, mientras que en las demás polarizaciones solamente decrece en amplitud.

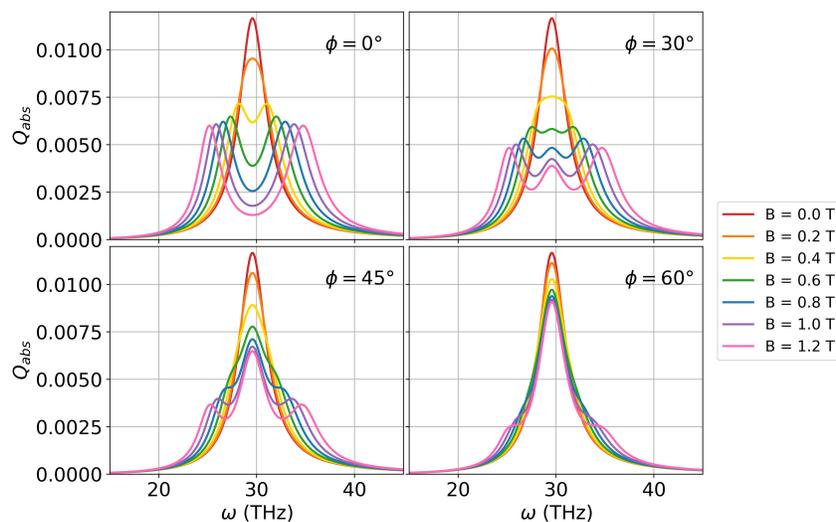


Figura 5.4: Eficiencia de absorción para una esfera de $20nm$ de radio iluminada por luz polarizada a diferentes ángulos ϕ para distintos campos magnéticos. Tomado de [11].

Este comportamiento se explica al recordar que podemos descomponer la respuesta magnetoplasmónica en 3 modos diferentes. Llamemos ω_- a la frecuencia asociada a la resonancia que tiene un corrimiento al rojo al aumentar el campo magnético, ω_+ a la que corresponde al corrimiento al azul y ω_0 a la resonancia que no depende del campo magnético. A cada una de estas le podemos asignar una polarización correspondiente, de tal forma que a ω_- le corresponde la polarización circular izquierda, a ω_+ la polarización circular derecha y finalmente ω_0 a polarización lineal en z . Cuando $\phi = 0^\circ$, no tenemos ninguna componente del campo eléctrico en el eje z y por eso al aumentar el campo la resonancia central desaparece.

Al aumentar más el campo magnético podemos observar que tenemos dos regímenes. Para campos magnéticos menores a $1.2T$ el corrimiento es lineal y obedece las ecuaciones

$$E_{\pm} = \hbar\omega_0 \pm \mu_B^* B \quad (5.52)$$

donde $E_{\pm} = \hbar\omega_{\pm}$ y $\mu_B^* = e\hbar/2m^*$. Esta ecuación es análoga a la que describe los niveles de energía en el efecto Zeeman cuántico, con la salvedad que en el efecto Zeeman cuántico el magnetón de Bohr depende de la masa del electrón en lugar de la masa efectiva. Para campos magnéticos mayores, el corrimiento ya no es lineal y se encuentra determinado por la ecuación

$$\omega_{\pm} = \frac{\omega_c \pm \sqrt{\omega_c^2 + 4\omega_0^2}}{2} \quad (5.53)$$

En la figura 5.5 podemos observar la eficiencia de absorción normalizada por Q_0 , el máximo de eficiencia en ausencia de campo magnético, para distintos ángulos de polarización. La línea punteada blanca, corresponde a la ecuación lineal para el campo, mientras que la línea rayada amarilla corresponde a la ecuación no lineal.

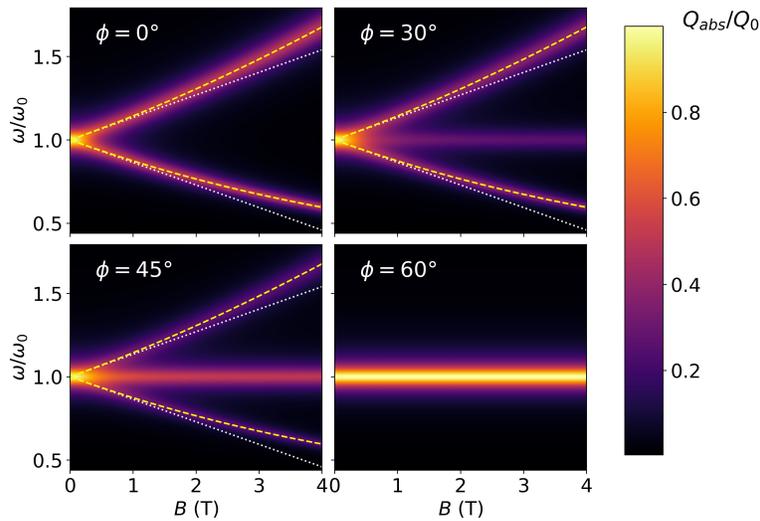


Figura 5.5: Eficiencia de absorción normalizada para una esfera de $20nm$ de radio iluminada por luz polarizada a diferentes ángulos ϕ para distintos campos magnéticos. Tomado de [11].

En resumen, para una nanoesfera en un campo magnético tenemos que

- La resonancia plasmónica se divide en resonancias satélite en presencia de un campo magnético externo.
- El cambio en frecuencia de los picos satélite es lineal con $\mu_B^* B$ para campos magnéticos pequeños.
- La nanoesfera absorbe luz circularmente polarizada a lo largo de la dirección del campo magnético
- Para campos magnéticos más altos, el cambio en frecuencia de los picos satélite muestra un comportamiento no lineal.

Ya que los puntos anteriores son análogos a aquellos presentados por el efecto Zeeman cuántico, llamaremos a este fenómeno **efecto Zeeman plasmónico**.

6 Transferencia de calor bajo un campo magnético

6.1. Ecuaciones de NFRHT en un campo magnético externo.

Con todo lo discutido anteriormente, finalmente podemos proponer un modelo que describa la transferencia de calor entre una superficie plana de SiC a temperatura T_s separada por una distancia L de una nanoesfera de InSb a temperatura T_p bajo un campo magnético externo (Fig 6.1).

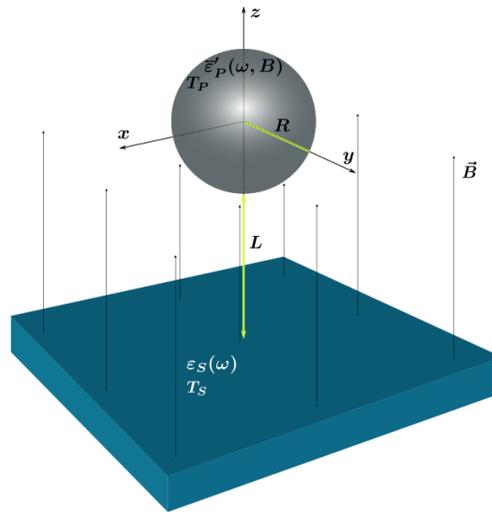


Figura 6.1: Esquema de una superficie plana de SiC a temperatura T_s separada por una distancia L de una nanoesfera de InSb a temperatura T_p bajo un campo magnético externo B alineado con el eje z . Tomado de [34].

El SiC es un material polaritónico, no magnético, cuya función dieléctrica podemos escribir como

$$\varepsilon_S(\omega) = \varepsilon_{\infty,S} \left(1 + \frac{\omega_{L,S}^2 - \omega_{T,S}^2}{\omega_{T,S}^2 - \omega^2 - i\Gamma_{,S}\omega} \right) \quad (6.1)$$

donde los parámetros utilizados se presentan en [6.1](#). A lo largo de este capítulo normalizaremos las frecuencias por $\omega_0 = 10^{14} \text{rad/s}$.

ε_∞	6.7
$\omega_{L,S}$	$1.825\omega_0$
$\omega_{L,S}$	$1.493\omega_0$
Γ_S	$8.97 \times 10^{-3}\omega_0$

Tabla 6.1: Parámetros del SiC [34](#)

Para la esfera de n-InSb, a diferencia del capítulo 2, ya que estamos interesados en la transferencia de calor, debemos incluir la contribución fonónica a la función dieléctrica. De tal forma que el tensor de función dieléctrica queda descrito por

$$\hat{\varepsilon}(B) = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & -i\varepsilon_{xy} & 0 \\ i\varepsilon_{xy} & \varepsilon_x & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix}, \quad (6.2)$$

donde

$$\varepsilon_x(B) = \varepsilon_\infty \left(1 + \frac{\omega_L^2 - \omega_T^2}{\omega_T^2 - \omega^2 - i\Gamma\omega} + \frac{\omega_p^2(\omega + i\gamma)}{\omega(\omega_c^2 - (\omega + i\gamma)^2)} \right), \quad (6.3)$$

$$\varepsilon_{xy}(B) = -\varepsilon_\infty \left(\frac{\omega_p^2\omega_c}{\omega(\omega_c^2 - (\omega + i\gamma)^2)} \right), \quad (6.4)$$

$$\varepsilon_z = \varepsilon_\infty \left(1 + \frac{\omega_L^2 - \omega_T^2}{\omega_T^2 - \omega^2 - i\Gamma\omega} - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)} \right). \quad (6.5)$$

la dependencia con el campo magnético se encuentra incluida en $\omega_c = eB/m^*$.

ε_∞	15.7
ω_L	$0.362\omega_0$
ω_T	$0.339\omega_0$
Γ	$5.65 \times 10^{-3}\omega_0$
γ	$0.034\omega_0$
m^*/m_e	0.022
ω_p	$0.314\omega_0$

Tabla 6.2: Parámetros del n-InSb [33](#)

Al diagonalizar el tensor de función dieléctrica, recuperamos el sistema de ejes principales descrito en el capítulo 2, llegando así a que el tensor dieléctrico escrito en el sistema de ejes principales sería

$$\hat{\varepsilon}(B) = \begin{pmatrix} \varepsilon_x + i\varepsilon_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_x - i\varepsilon_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix}, \quad (6.6)$$

donde los subíndices 1, 2 y 3 corresponden a polarización circular derecha, polarización circular izquierda y polarización lineal en z , respectivamente. Ya que conocemos la forma diagonal del tensor de función dieléctrica también podemos escribir la polarizabilidad magnética y eléctrica en este mismo sistema de ejes, obteniendo

$$\alpha_i^E(\omega) = 4\pi R^3 \frac{\varepsilon_i(\omega) - 1}{\varepsilon_i(\omega) + 2}, \quad (6.7)$$

y

$$\alpha_i^H(\omega) = \frac{2\pi}{15} R^3 (Rk_0)^2 (\varepsilon_i(\omega) - 1). \quad (6.8)$$

Al igual que en el caso del elipsoide, podemos escribir la transferencia de calor entre una esfera anisotrópica y un plano al descomponerla en las contribuciones de los campos fluctuantes sobre cada uno de los ejes principales.

$$P_{abs}^{S \rightarrow P} = \int_0^\infty d\omega \omega \left[\text{Im}(\alpha_i^E) \varepsilon_0 \langle |E_{f,i}|^2 \rangle + \text{Im}(\alpha_i^H) \mu_0 \langle |H_{f,i}|^2 \rangle \right], \quad (6.9)$$

al igual que en el caso del elipsoide, $E_{f,i}$ y $H_{f,i}$ son los campos fluctuantes escritos en el sistema de ejes principales, con la salvedad que ahora los ejes principales corresponden a las polarizaciones indicadas por $i = 1, 2, 3$.

De esta forma, al reescribir los campos fluctuantes en el sistema de ejes principales de la esfera anisotrópica y separandolo en las contribuciones del campo propagante y el campo evanescente tendríamos que

$$\begin{aligned} \tau^{prop} = \frac{1}{4k_{z0}} & \left\{ \text{Im}(\alpha_1^E) [\sin^2(\phi)(1 - |r_s|^2) + \frac{\cos^2(\phi)k_{z0}^2}{k_0^2} (1 - |r_p|^2)] \right. \\ & + \text{Im}(\alpha_2^E) [\cos^2(\phi)(1 - |r_s|^2) + \frac{\sin^2(\phi)k_{z0}^2}{k_0^2} (1 - |r_p|^2)] \\ & \quad \left. + \text{Im}(\alpha_3^E) \frac{k^2}{k_0^2} (1 - |r_p|^2) \right. \\ & + \text{Im}(\alpha_1^H) [\sin^2(\phi)(1 - |r_p|^2) + \frac{\cos^2(\phi)k_{z0}^2}{k_0^2} (1 - |r_s|^2)] \\ & + \text{Im}(\alpha_2^H) [\cos^2(\phi)(1 - |r_p|^2) + \frac{\sin^2(\phi)k_{z0}^2}{k_0^2} (1 - |r_s|^2)] \\ & \quad \left. + \text{Im}(\alpha_3^H) \frac{k^2}{k_0^2} (1 - |r_s|^2) \right\} \end{aligned} \quad (6.10)$$

y

$$\begin{aligned}
\tau^{evan} = \frac{\exp(-2\gamma L)}{2\gamma} \left\{ \right. & \text{Im}(\alpha_1^E) [\sin^2(\phi) \text{Im}(r_s) + \frac{\cos^2(\phi)\gamma^2}{k_0^2} \text{Im}(r_p)] \\
& + \text{Im}(\alpha_2^E) [\cos^2(\phi) \text{Im}(r_s) + \frac{\sin^2(\phi)\gamma^2}{k_0^2} \text{Im}(r_p)] \\
& + \text{Im}(\alpha_3^E) \frac{k^2}{k_0^2} \text{Im}(r_p) \\
& \text{Im}(\alpha_1^H) [\sin^2(\phi) \text{Im}(r_p) + \frac{\cos^2(\phi)\gamma^2}{k_0^2} \text{Im}(r_s)] \\
& + \text{Im}(\alpha_2^H) [\cos^2(\phi) \text{Im}(r_p) + \frac{\sin^2(\phi)\gamma^2}{k_0^2} \text{Im}(r_s)] \\
& \left. + \text{Im}(\alpha_3^H) \frac{k^2}{k_0^2} \text{Im}(r_s) \right\}, \tag{6.11}
\end{aligned}$$

donde al igual que en el capítulo 2, r_s y r_p son los coeficientes de Fresnel para la luz con polarización s y p, respectivamente. Asimismo $k_{z0} = \sqrt{k_0^2 - k^2} = i\gamma$ y $k_z = \sqrt{\varepsilon_S(\omega)k_0^2 - k^2}$ son los vectores de onda normales a la superficie. Y el vector de onda se encuentra descrito por $\vec{k} = (k_x, k_y) = (k \cos \phi, k \sin \phi)$. Como podemos observar, las expresiones anteriores contienen las variables que describen a nuestro sistema. La frecuencia del campo electromagnético (ω), la distancia de separación entre la esfera y el plano (L) y la información sobre la polarización de la luz a través del ángulo ϕ .

Finalmente podemos calcular tanto el flujo espectral y total de calor mediante las expresiones

$$S_\omega(\omega, T_S, T_P, L) = [\Theta(\omega, T_S) - \Theta(\omega, T_P)] k_O^2 \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} [\tau^{prop}(\omega, k, L) + \tau^{evan}(\omega, k, L)], \tag{6.12}$$

y

$$Q_T(T_S, T_P, L) = \int_0^\infty d\omega S_\omega(\omega, T_S, T_P, L). \tag{6.13}$$

6.2. Flujo de calor total y espectral

Los siguientes cálculos se realizaron considerando una nanopartícula con un radio $R = 20nm$ y temperatura $T_p = 100K$ colocada a una distancia $L = 50nm$ sobre una superficie plana de SiC con una temperatura $T_S = 300K$, como en la figura [6.1](#). Siguiendo las ecuaciones descritas en el capítulo anterior calculamos la transferencia de calor total Q_T , como función del campo magnético externo aplicado B [\(6.2\)](#).

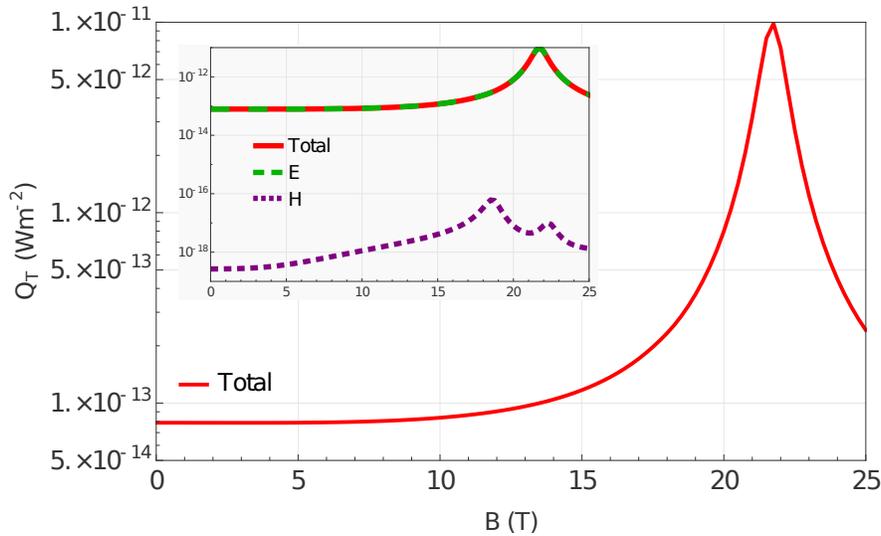


Figura 6.2: Transferencia de calor total como función del campo magnético. El radio de la partícula es de $R = 20nm$ a una distancia $L = 50nm$ de la superficie plana. Las temperaturas respectivas son $T_P = 100K$ y $T_S = 300K$. Tomado de [34].

Para campos magnéticos menores a 10 T, la transferencia de calor permanece prácticamente igual. Sin embargo al seguir aumentando el campo, la transferencia de calor aumenta significativamente hasta alcanzar un máximo alrededor de $21.75T$. Este valor óptimo del campo incrementa la transferencia de calor en dos órdenes de magnitud comparado con el caso en ausencia de campo magnético. Cuando el campo magnético sobrepasa el valor óptimo, la transferencia de calor disminuye nuevamente, lo cual sugiere un comportamiento resonante.

Asimismo, por la forma en la que están escritas las ecuaciones, podemos separar la contribución magnética de la eléctrica, obteniendo la figura 6.3. Donde podemos notar que en este caso, el calor transferido se encuentra completamente dominado por la polarizabilidad eléctrica de la partícula α_i^E .

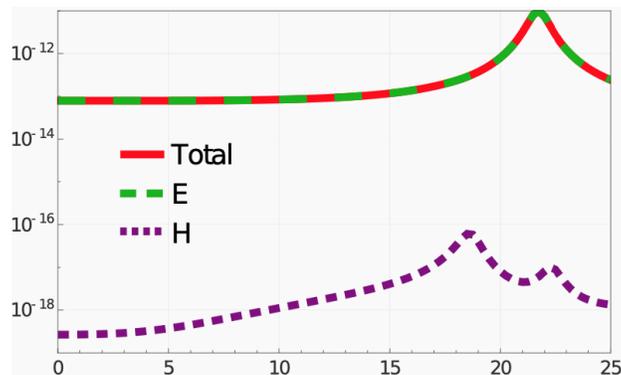


Figura 6.3: Contribución eléctrica y magnética a la transferencia de calor total. Tomado de [34].

Para entender de donde viene el aumento de dos órdenes de magnitud en la transferencia de calor al tener un campo magnético de $21.75T$, calculemos la transferencia de calor espectral a distintos campos magnéticos. Primero consideremos el caso en ausencia de campo magnético (Figura 6.4), en este caso notemos que podemos observar tres resonancias a distintas frecuencias. A bajas frecuencias tenemos que una de estas se encuentra asociada al plasmón-polaritón de superficie de la nanopartícula ($\omega_{SPP} = 0.26\omega_0$), mientras que la otra está asociada al fonón-polaritón de superficie ($\omega_{SPHP} = 0.39\omega_0$). La resonancia a mayor frecuencia corresponde al fonón-polaritón de la superficie de SiC ($\omega_{SPHP}^S = 1.78\omega_0$) y se encuentra completamente desacoplada de las otras dos.

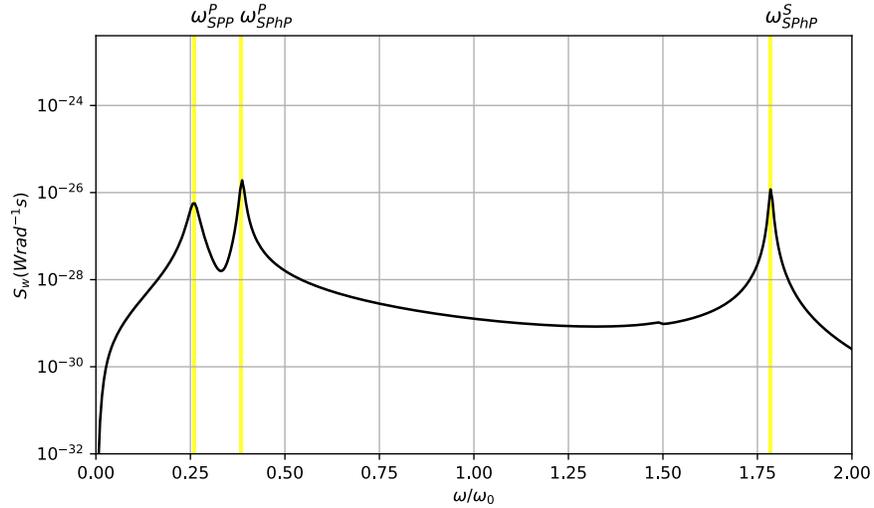


Figura 6.4: Transferencia de calor espectral en ausencia de campo magnético entre una nanopartícula esférica de InSb de radio $R = 20nm$ y temperatura $T_P = 100K$ a una distancia $L = 50nm$ de una superficie plana de SiC con temperatura $T_P = 300K$.

Como se discutió en el capítulo 5, al encender el campo magnético, la resonancia del plasmón-polaritón de la nanopartícula de InSb se separa en dos picos satélite manteniendo también la resonancia original ω_{SPP} . Este comportamiento también podemos observarlo claramente en la transferencia de calor espectral cuando tenemos campos magnéticos distintos de cero. Por ejemplo, en la figura 6.5 podemos notar la aparición de los picos satélite (ω_+ , ω_-). Al igual que en el caso de la absorción de una esfera, para campos pequeños el cambio en la frecuencia muestra una dependencia lineal con el campo magnético de la forma $\omega_{\pm} = \omega_{SPP} \pm \omega_c$ como se muestra en la línea correspondiente a $B = 1.2T$.

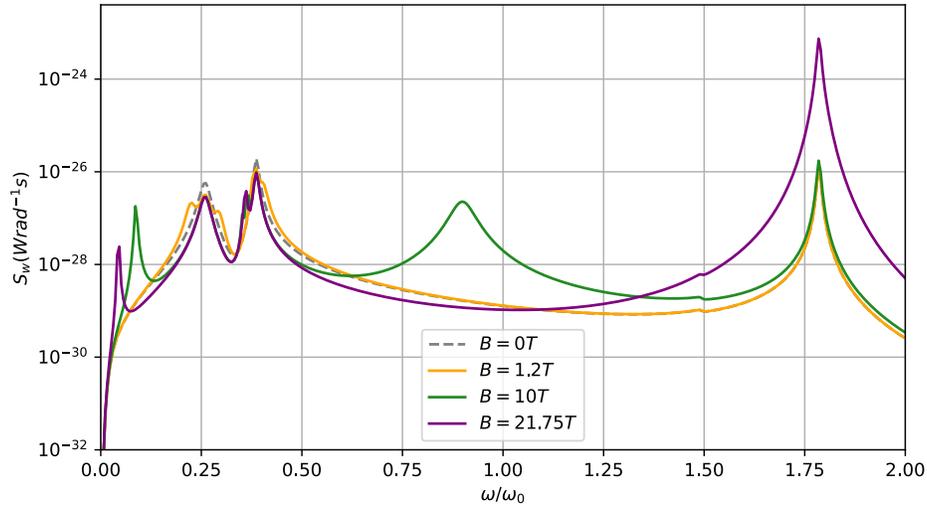


Figura 6.5: Transferencia de calor espectral para diferentes campos magnéticos entre una nanopartícula esférica de InSb de radio $R = 20nm$ y temperatura $T_P = 100K$ a una distancia $L = 50nm$ de una superficie plana de SiC con temperatura $T_P = 300K$.

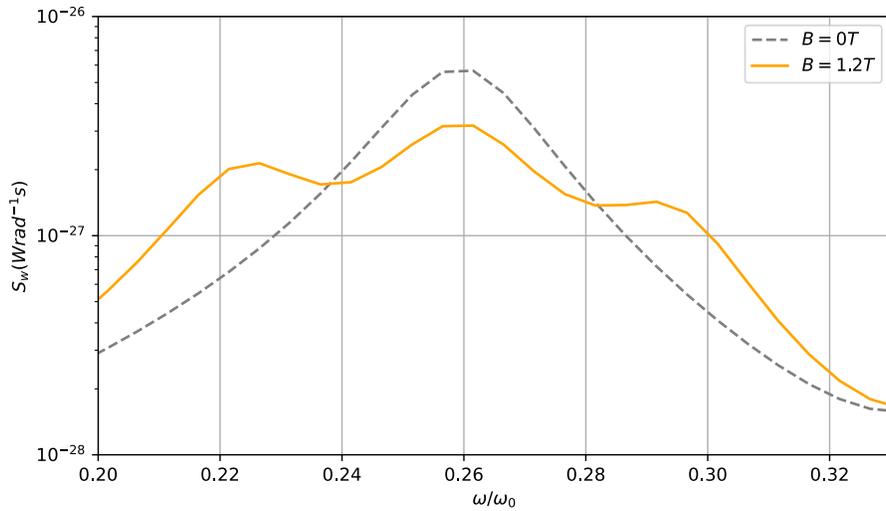


Figura 6.6: Acercamiento $B = 1.2T$ para la transferencia de calor espectral j entre una nanopartícula esférica de InSb de radio $R = 20nm$ y temperatura $T_P = 100K$ a una distancia $L = 50nm$ de una superficie plana de SiC con temperatura $T_P = 300K$.

Al aumentar el campo magnético, este cambio en las frecuencias se vuelve no lineal. Esto se puede apreciar de forma clara en la curva para $B = 10T$ donde las resonancias satélites ya no son equidistantes a la resonancia plasmónica original. La sensibilidad del sistema al campo magnético externo nos permite modular la frecuencia de la resonancia ω_+ de tal forma que esta se acopla con la resonancia correspondiente a la superficie plana de SiC cuando aplicamos el campo óptimo de $21.75T$.

Al incluir la respuesta dieléctrica de los fonones, esta también se verá afectada por el campo magnético a pesar de no tener una dependencia explícita con el mis-

mo debido al cambio en la frecuencia de resonancia de los portadores de carga, no obstante el cambio en frecuencias será mucho menor al que ocurre para los plasmones.

Del mismo modo, podemos calcular la distribución de energía promedio en el espacio de momentos y frecuencias ($k - \omega$) para ondas con polarización p . Si comparamos esto con los componentes de la polarizabilidad eléctrica de la partícula podemos observar con mayor claridad cada uno de los modos que contribuye a la transferencia de calor. Por ejemplo, cuando $B=0$, ya que nos encontramos en el caso de una esfera isotrópica únicamente distinguimos tres resonancias en la distribución promedio de energía, dos correspondientes a la nanopartícula y una de ellas asociada a la superficie plana (Fig 6.7). A su vez, la polarizabilidad de la partícula únicamente muestra dos resonancias, la correspondiente al fonón-polaritón y la del plasmón polaritón.

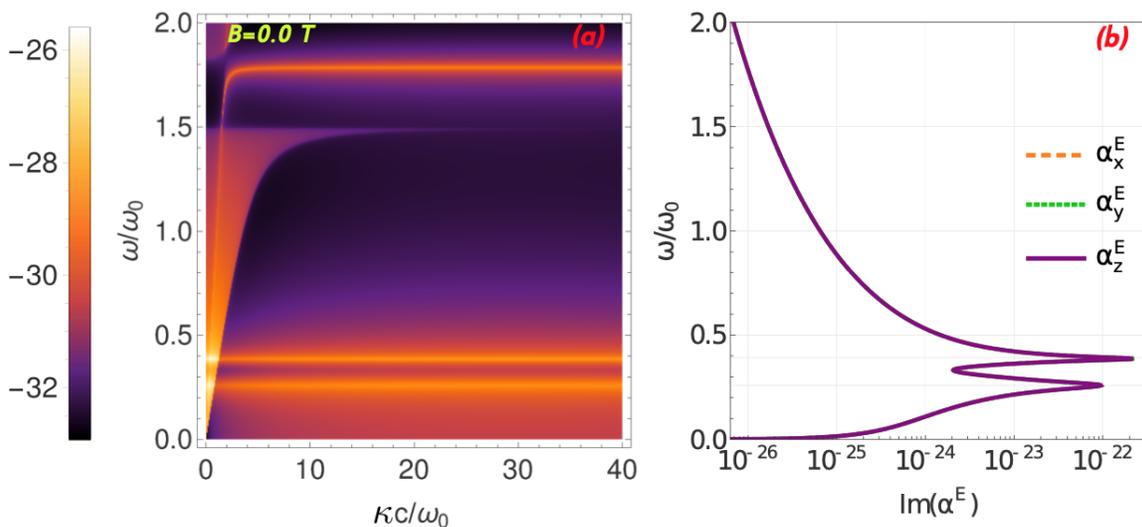


Figura 6.7: a) Contribución a la energía promedio por ondas con polarización p . b) Parte imaginaria de la polarizabilidad ($\text{Im}(\alpha_i^E)$). Ambas en ausencia de campo magnético externo. Tomado de [34].

Al aumentar el campo a $1.2T$ podemos observar como se separa el modo plasmónico y en el espectro tenemos dos líneas satélite correspondientes a los dos nuevos modos de la partícula. Como podemos observar en la gráfica de la parte imaginaria de las polarizabilidades, ahora $\alpha_1^E \neq \alpha_2^E \neq \alpha_3^E$ y cada modo representa un nuevo canal disponible para la transferencia de calor. En el caso de $10T$, la anisotropía es mayor y observamos como la diferencia de frecuencias en los modos ya es no lineal. Y finalmente cuando $B = 21.75T$ alcanzamos la condición de máximo acoplamiento entre el modo ω_+ y el modo polaritónico de la superficie, llegando así al comportamiento resonante en la transferencia de calor.

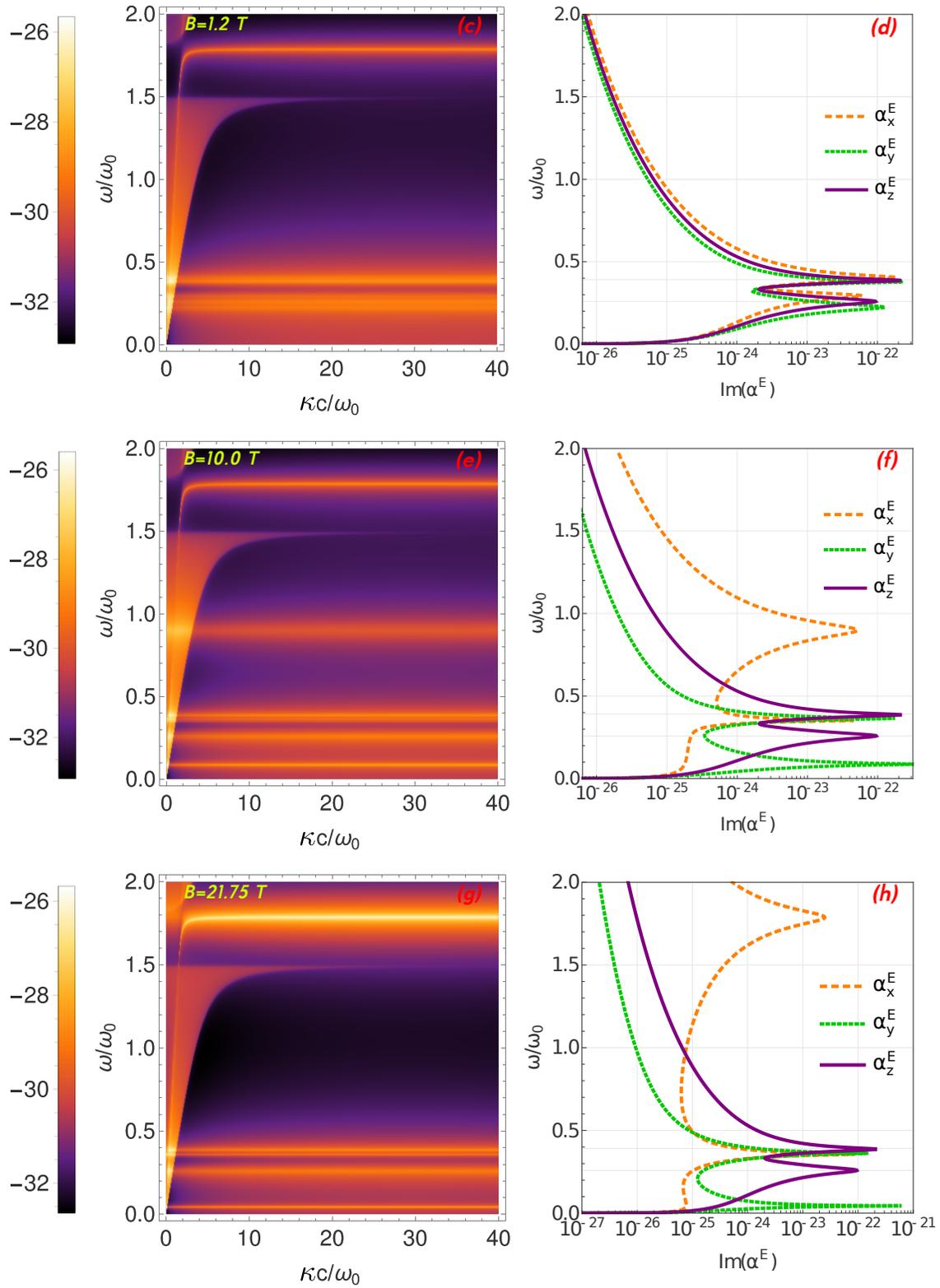


Figura 6.8: c),e),g) Contribución a la energía promedio por ondas con polarización p. d),f),h) Parte imaginaria de la polarizabilidad ($\text{Im}(\alpha_i^E)$). Cada fila corresponde a un campo magnético diferente. Tomado de [34].

6.2.1. Modos de superficie e hiperbólicos

Al aumentar el campo magnético externo no solo se modifica la frecuencia de resonancia de los modos en la esfera, sino también la naturaleza de los mismos. En ausencia de campo magnético, cuando el sistema es isotrópico los modos del sistema satisfacen la condición de resonancia $\varepsilon_P + 2 = 0$, es decir son modos de superficie normales (SM). No obstante al aumentar el campo magnético y volver anisotrópico el sistema, esto abre la posibilidad de tener modos hiperbólicos (HM). En la figura 6.9 podemos observar como van cambiando las regiones donde podemos tener modos de superficie (región verde) y modos hiperbólicos (región amarilla) al ir aumentando el campo magnético.

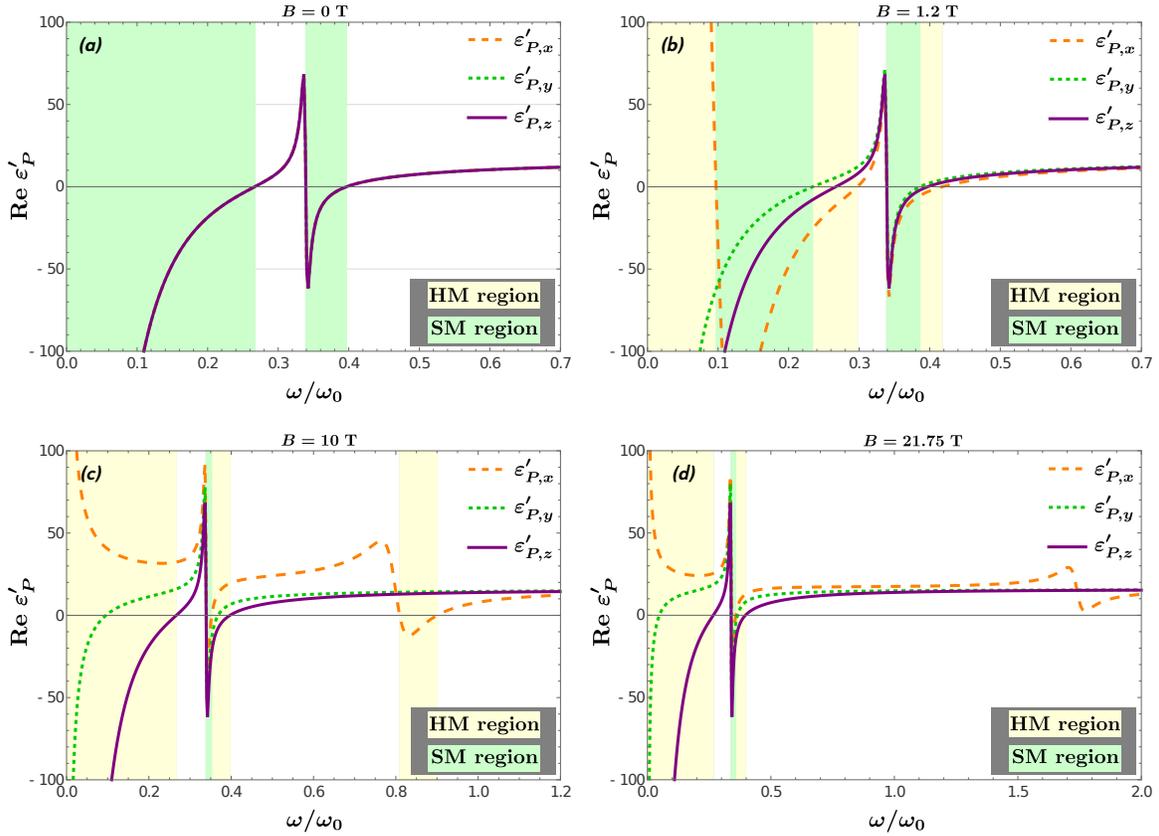


Figura 6.9: Parte real de los componentes del tensor de permitividad. Las regiones marcadas en amarillo corresponden a modos hiperbólicos mientras que la región en verde indica los modos de superficie. Tomado de [34].

Cuando $B = 0$ únicamente tenemos regiones con modos de superficie. Sin embargo cuando $B = 1.2T$ tanto ω_+ como ω_{SPP} se encuentran en la región amarilla, por lo que el único modo de superficie que se preserva es ω_- . Cuando $B = 10T$, las regiones hiperbólicas son más amplias y ahora los tres modos corresponden a modos hiperbólicos y únicamente los modos fonónicos permanecen como modos de superficie. Finalmente al alcanzar la condición de acoplamiento máximo, $B = 21.75T$, la respuesta dieléctrica del material ha cambiado drásticamente y la condición $\varepsilon_{P,1} + 2$

ya no se cumple por lo cual, propiamente ya no tenemos un magnetoplasmón, no obstante la polarizabilidad eléctrica sigue conserva un máximo en la posición donde tendríamos este plasmón y ya que coincide con la resonancia fonónica del SiC muestra el aumento en la transferencia de calor.

6.2.2. Dependencia con la temperatura

Para entender el rol de la dependencia de la temperatura en la transferencia radiativa de calor de campo cercano, repitamos estos cálculos para distintas combinaciones de temperatura. Primero, manteniendo la temperatura del sustrato fija y variando la diferencia de temperatura. Después mantendremos constante la diferencia de temperatura y cambiaremos el rango de esta.

Primero recordemos que la única dependencia de temperatura que tenemos en las ecuaciones de transferencia radiativa de calor de campo cercano es la diferencia entre las distribuciones planckianas $\Theta(\omega, T_S) - \Theta(\omega, T_P)$. Al igual que en el caso anterior consideraremos una partícula de radio $R = 20nm$ colocada a una distancia de $50nm$ de una superficie plana de SiC. Para observar el rol que juega el gradiente haremos los cálculos para $T_S - T_P = 300K - 100K = 200K$ y para $T_S - T_P = 300K - 290K = 10K$. En la figura 6.10 las curvas rosas corresponden al par $T_S = 300K$ y $T_P = 100K$ y en azul las curvas correspondientes a $T_S = 300K$ y $T_P = 290K$. Al reducir el gradiente entre las temperaturas la diferencia entre las distribuciones planckianas se reduce por un factor de 20, por lo cual esto se ve reflejado en la magnitud de la transferencia de calor. Sin embargo, vale la pena recalcar que el comportamiento resonante para $B = 21.75T$ se mantiene.

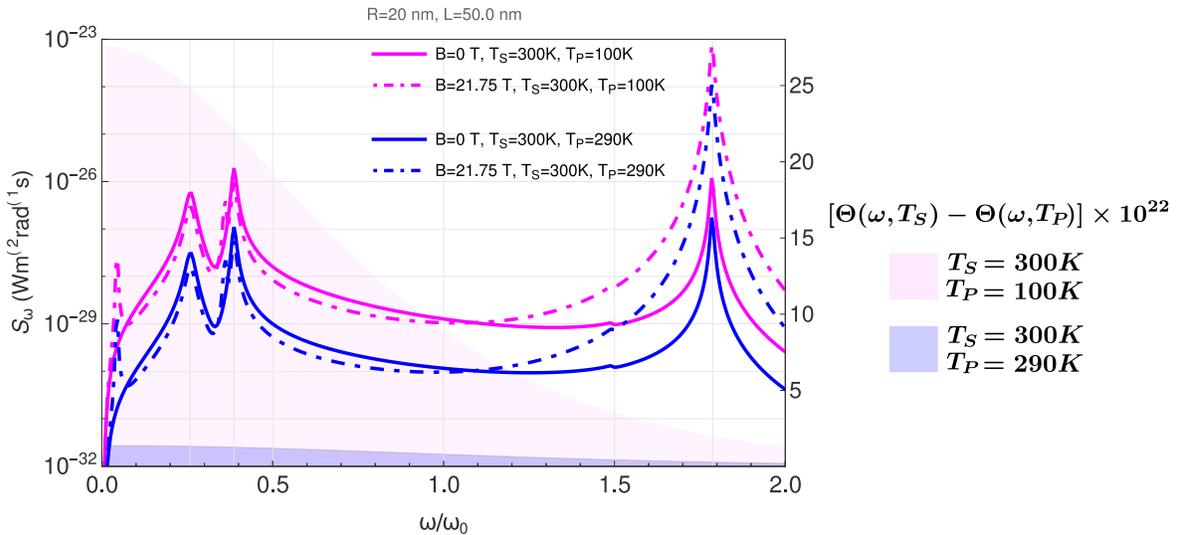


Figura 6.10: Transferencia de calor espectral entre una nanopartícula esférica de InSb de radio $R = 20nm$ a una distancia $L = 50nm$ de una superficie plana de SiC con temperatura $T_P = 300K$. Se calcula para diferentes T_S para observar el efecto del gradiente de temperatura. Tomado de [34].

Ahora analicemos que pasa cuando el gradiente es constante pero las temperaturas absolutas no lo son. En la figura 6.11 podemos observar los cálculos para dos casos en donde el gradiente es de $10K$. En azul se encuentra representado el caso donde $T_S = 300K$ y $T_P = 290K$ y en verde cuando $T_S = 100K$ y $T_P = 90K$. Podemos notar que ambas curvas comparten máximo, sin embargo para el sistema a menor temperatura (curvas verdes) la diferencia de las distribuciones decrece más rápido. En otras palabras la distribución planckiana actúa como un filtro de frecuencias para frecuencias mayores a $k_B T / \hbar$.

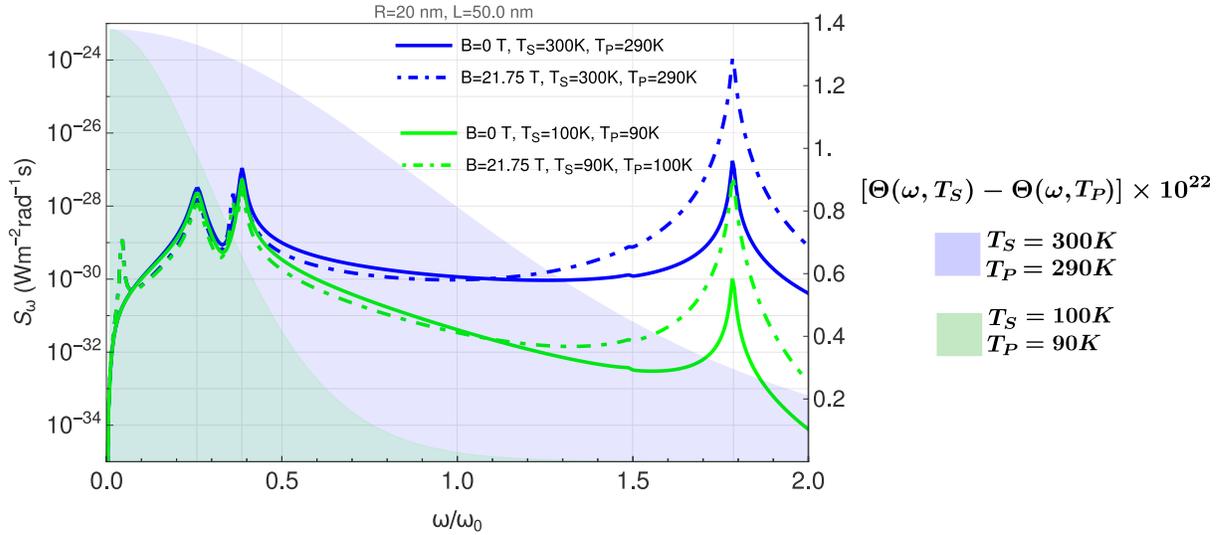


Figura 6.11: Transferencia de calor espectral entre una nanopartícula esférica de InSb de radio $R = 20\text{nm}$ a una distancia $L = 50\text{nm}$ de una superficie plana de SiC. Se calcula para diferentes T_S y T_P para observar el efecto de la temperatura absoluta. Tomado de [34].

7 Conclusiones

En presencia de un campo magnético externo el plasmón de superficie de una esfera de InSb se separa en dos nuevas resonancias plasmónicas que conocemos como magnetoplasmones. La frecuencia de resonancia de estos modos puede ser controlada por medio de la intensidad del campo magnético externo aplicado.

Al calcular la transferencia radiativa de calor total entre la nanoesfera de InSb y la superficie plana de SiC como función del campo magnético observamos un comportamiento resonante del aumento de la transferencia de calor para un campo magnético de $21.75T$, obteniendo un aumento de dos ordenes de magnitud comparado con el caso en ausencia de campo magnético. Para comprender la razón de este comportamiento, también calculamos la transferencia de calor espectral para distintos campos magnéticos. En esta pudimos observar como los modos magnetoplasmonicos se desplazaban como función del campo magnético externo, hasta acoplarse con el modo polaritónico de la superficie de SiC en $B=21.75T$. Al comparar la contribución de las ondas con polarización P con los componentes de polarizabilidad de la esfera anisotrópica, podemos identificar cada uno de los modos que contribuía a la transferencia de calor de la esfera.

Posteriormente, estudiamos la naturaleza de los modos del sistema y observamos como al variar el campo anisotrópico tenemos distintos regímenes. En ausencia de campo magnético, los modos de la esfera son modos de superficie, conforme aumentamos el campo el sistema admite modos hiperbólicos para finalmente aniquilar estos modos también para campos más altos. De tal forma que para $B = 21.75T$ la resonancia que se acopla con la resonancia de la superficie ya no corresponde ni a un modo de superficie, ni a un modo hiperbólico, sin embargo conserva la resonancia en la polarizabilidad eléctrica de la partícula y por lo tanto el aumento en la transferencia de calor.

Finalmente, comparamos la transferencia de calor en distintas combinaciones para la temperatura para observar la dependencia con el gradiente y con la temperatura absoluta. Al disminuir el gradiente la transferencia de calor disminuye porque los sistemas se encuentran más cerca del equilibrio térmico, sin embargo la condición resonante se conserva. Al disminuir la temperatura absoluta y mantener el gradiente constante podemos observar que el máximo de la diferencia de las distribuciones planckianas coincide, sin embargo la curva funciona como un filtro de frecuencia y la

transferencia de calor disminuye para frecuencias mayores.

Es importante recalcar que el formalismo descrito en esta tesis puede extenderse a otras combinaciones de materiales, lo cual abre la posibilidad de encontrar materiales que permitan aumentar la transferencia de calor para campos magnéticos menores.

Resonant enhancement of the near-field radiative heat transfer in nanoparticlesS. G. Castillo-López , A. Márquez , and R. Esquivel-Sirvent *Instituto de Física, Universidad Nacional Autónoma de México, Apartado Postal 20364, México 01000, Mexico*

(Received 15 November 2021; revised 25 March 2022; accepted 29 March 2022; published 7 April 2022)

We numerically study the tuning of the radiative heat transfer between a spherical InSb nanoparticle in the vicinity of a flat SiC surface assisted by a static magnetic field. By changing the value of the applied magnetic field, the dielectric function of the nanosphere becomes anisotropic due to the excitation of magnetoplasmons. In the dipolar approximation, the plasmon resonance of the particle splits into two additional satellite resonances that shift to higher and lower frequencies as the field increases. When one of the particle resonances overlaps with the phonon-polariton frequency of the SiC surface, an enhancement of the heat transfer of two orders of magnitude is obtained. To understand the tuning of the radiative heat transfer, we present a detailed analysis of the nature of the modes that can be excited (surface, bulk, and hyperbolic).

DOI: [10.1103/PhysRevB.105.155404](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.105.155404)**I. INTRODUCTION**

The near-field radiative heat transfer (NFRHT) between two bodies at different temperatures is characterized by an excess heat flux larger than that predicted by the Stefan-Boltzmann law for black bodies. Due to the many potential applications of the NFRHT at the micro- and nanoscale, there has been intense research activity in the field [1–3]. Precise experimental measurements of the heat flux at submicron separations are now commonplace [4–7]. The theoretical explanation for the NFRHT is based on the fluctuation-dissipation theorem and Rytov's theory of thermally excited electromagnetic fields in materials [8]. Thus the dielectric function and magnetic susceptibility play an important role in defining the heat flux [8–10].

The dependence of the heat flux on the dielectric function of the medium opens the possibility of tuning or controlling its radiative properties. Modification of the dielectric response can be achieved in several ways. In composite materials, the dielectric function can be modified by a suitable combination of host and inclusions [11,12]. The simplest configuration of a composite is a layered media that can give rise to the different surface and hyperbolic modes [13–17], which allow the enhancement of the radiative heat transfer at subwavelength scales [18,19]. The dielectric function can also change during a phase transition, so materials such as VO₂ are useful for modulating the total heat flux in the near field [20]. A similar result was predicted using YBCO superconductors that show a drastic modification of their dielectric response with temperature [21,22].

Another system of interest is nanoparticles: either the case of the heat transfer between two or more particles [23–25] or between a substrate and a nanoparticle [26,27]. In these systems, the NFRHT is determined by the absorption cross section of the nanoparticle, which depends not only on dielectric function but also on the shape of the particles [28,29]. Thus the geometry also becomes an important parameter to

tune the NFRHT. The case of heat transfer between a plane and spheroidal nanoparticles shows that the heat flux can be tuned by changing the aspect ratio [27].

Another possibility is to have a spherical nanoparticle with an anisotropic dielectric function. This can be achieved through the excitation of magnetoplasmons (MPs), which arise from the interaction of a localized plasmon with an external magnetic field [30]. Historically, the most common doped semiconductor in which magnetoplasmons have been observed is InSb, because small magnetic fields are needed [31–33]. Furthermore, since MPs are in the THz region they are suitable for optical applications [34,35]. The excitation of magnetoplasmons depends also on the shape of the nanoparticles. In the work of Pedersen [36] a detailed study of magnetoplasmon resonances in nanoparticles with different shapes was presented.

The NFRHT between two parallel plates with a constant applied magnetic field can be used to control the heat transfer. For doped semiconductors, the heat flux can be reduced by about 700%. In the case of nanoparticles it is also possible to excite magnetoplasmons [37,38]. Magnetoplasmonic effects were considered as means of controlling the heat flux in an array of nanospheres [39] and inducing a giant magnetoresistance as a function of the applied magnetic field [40]. These applications involved InSb particles, since it is the doped semiconductor that exhibits a magnetoplasmonic response at relatively small magnetic fields [38]. The anisotropy of the dielectric function of the nanoparticle will have an effect on the polarizability that plays an important role in the calculation of the NFRHT. The sensitivity to the external magnetic field of some nanostructures has been demonstrated in the fine splitting of their plasmonic resonances [41,42].

In this work, we calculate the NFRHT between a SiC plane and an InSb spherical nanoparticle [43] in the presence of an external magnetic field that induces an anisotropy in the dielectric function. We find an increase in the total heat flux of up to two orders of magnitude when the maximum peak of the

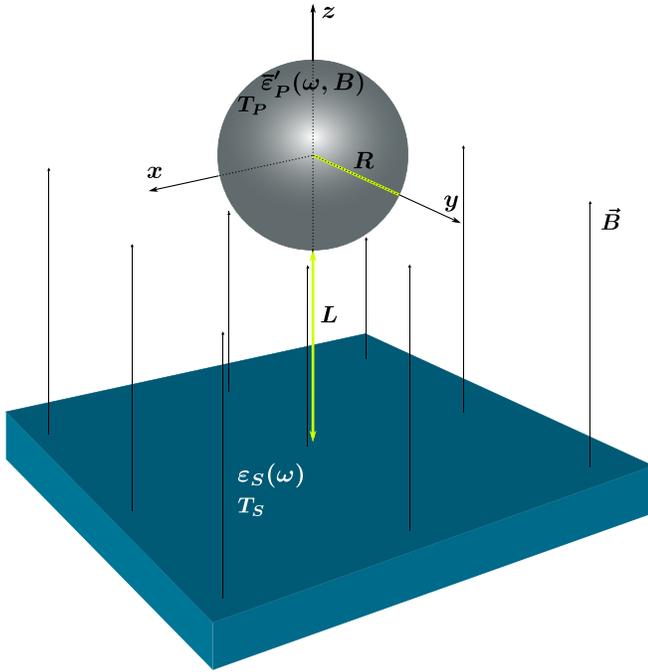


FIG. 1. Sketch of the system: nanoparticle with radius R , permittivity $\vec{\epsilon}'_P(\omega, B)$, and temperature T_P , located at a distance L from a planar substrate of nonmagnetic material with permittivity $\epsilon_S(\omega)$, and temperature T_S . The applied constant magnetic field, \vec{B} , is directed along the z axis.

nanoparticle polarizability is tuned to the SiC surface-phonon resonance.

II. DIELECTRIC FUNCTIONS AND POLARIZABILITY

We consider the system depicted in Fig. 1 that consists of a SiC surface with a dielectric function $\epsilon_S(\omega)$, and an InSb sphere of radius R with a dielectric function $\epsilon_P(\omega)$. The separation of the particle and the plane is L , which we assume to be vacuum. When an external magnetic field is applied, the dielectric response of the nanoparticle becomes anisotropic [32,33,44,45]. The diagonalized dielectric tensor is described by $\vec{\epsilon}'_P(\omega, B) = \text{diag}(\epsilon_{xx} + i\epsilon_{xy}, \epsilon_{xx} - i\epsilon_{xy}, \epsilon_{zz}) = \text{diag}(\epsilon'_{P,x}, \epsilon'_{P,y}, \epsilon'_{P,z})$, where the components have an electronic and a phononic contribution given as

$$\epsilon_{xx}(\omega, B) = \epsilon_{\infty,P} \left\{ 1 - \frac{(\omega + i\gamma)\omega_p^2}{\omega[(\omega + i\gamma)^2 - \omega_c^2]} + \frac{\omega_{L,P}^2 - \omega_{T,P}^2}{\omega_{T,P}^2 - \omega^2 - i\Gamma_P\omega} \right\}, \quad (1a)$$

$$\epsilon_{xy}(\omega, B) = i\epsilon_{\infty,P} \left\{ \frac{\omega_c\omega_p^2}{\omega[(\omega + i\gamma)^2 - \omega_c^2]} \right\}, \quad (1b)$$

$$\epsilon_{zz}(\omega) = \epsilon_{\infty,P} \left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)} + \frac{\omega_{L,P}^2 - \omega_{T,P}^2}{\omega_{T,P}^2 - \omega^2 - i\Gamma_P\omega} \right]. \quad (1c)$$

The cyclotron frequency is $\omega_c(B) = eB/m^*$ written in terms of the effective mass m^* . For InSb, the parameters

are $\epsilon_{\infty,P} = 15.7$, $\omega_p = 0.314 \omega_0$, $\gamma = 0.034 \omega_0$, and $m^* = 0.22m_e$. Phonon parameters are $\omega_{T,P} = 0.339 \omega_0$, $\omega_{L,P} = 0.362 \omega_0$, and $\Gamma_P = 5.65 \times 10^{-3} \omega_0$. Throughout the paper, all the frequencies are normalized to $\omega_0 = 10^{14}$ rad/s. In the case of $B = 0$ the dielectric function becomes isotropic since $\omega_c = 0$.

For small nanoparticles where higher order multipoles can be ignored, the power absorbed by a nanoparticle depends on the magnetic and electric dipole contribution. The electric and magnetic polarizabilities are defined, respectively, as

$$\alpha_i^E = 4\pi R^3 \frac{\epsilon'_{P,i}(\omega) - 1}{\epsilon'_{P,i}(\omega) + 2}, \quad (2)$$

$$\alpha_i^H = \frac{2\pi}{15} R^3 (k_0 R)^2 [\epsilon'_{P,i}(\omega) - 1], \quad (3)$$

where the index $i = x, y, z$.

The magnetic dipole contribution arises even if the particle is nonmagnetic and in the absence of an external magnetic field. This can be attributed to eddy currents [25,27] and play an important role in the dissipation in nanoparticles. For InSb, no magnetic saturation has been reported. For small nanoparticles, it is enough to consider the dipolar approximation. For larger particles higher polarization modes are needed [46], but they will not be considered in this work.

The dielectric function $\epsilon_S(\omega)$ of SiC is described by the expression

$$\epsilon_S(\omega) = \epsilon_{\infty,S} \left(1 + \frac{\omega_{L,S}^2 - \omega_{T,S}^2}{\omega_{T,S}^2 - \omega^2 - i\Gamma_S\omega} \right), \quad (4)$$

where $\epsilon_{\infty,S} = 6.7$, $\omega_{L,S} = 1.825 \omega_0$, $\omega_{T,S} = 1.493 \omega_0$, and $\Gamma_S = 8.97 \times 10^{-3} \omega_0$.

III. NFRHT EQUATIONS

When the characteristic thermal wavelength, $\lambda_T = \hbar c/k_B T$, of the radiation emitted by the substrate is larger than the radius R of the particle, it can be considered as a dipole whose electromagnetic response is described by the electric (2) and magnetic (3) polarizabilities.

Then, within the framework of fluctuating electrodynamics theory, the total heat flux, Q_T , exchanged by an anisotropic spherical particle at temperature, T_P , separated a distance, L , from a semi-infinite substrate at temperature, T_S , can be calculated as follows [27]:

$$Q_T(T_S, T_P, L) = \int_0^\infty d\omega S_\omega(\omega, T_S, T_P, L). \quad (5)$$

The spectral heat flux, S_ω , is given by the expression

$$S_\omega(\omega, T_S, T_P, L) = [\Theta(\omega, T_S) - \Theta(\omega, T_P)] k_0^2 \times \int \frac{d\vec{\kappa}}{(2\pi)^3} [\tau^{\text{prop}}(\omega, \kappa, L) + \tau^{\text{evan}}(\omega, \kappa, L)], \quad (6)$$

where $\Theta(\omega, T) = \hbar\omega / [\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1]$ is the Planckian distribution, $k_0 = \omega/c$, and $\vec{\kappa} = (k_x, k_y) = (\kappa \cos \phi, \kappa \sin \phi)$ is the longitudinal wave vector, parallel to the substrate interface. The contributions of propagating and evanescent waves to the heat flux are determined by the coefficients

$\tau^{\text{prop}}(\omega, \kappa, L)$ and $\tau^{\text{evan}}(\omega, \kappa, L)$, respectively, which are deduced from Ref. [27]. These quantities give the mean

energy distribution resolved in frequency (ω)-wave-vector (κ) space:

$$\begin{aligned} \tau^{\text{prop}}(\omega, \kappa, L) = & \frac{1}{4k_{z0}} \left\{ \text{Im}(\alpha_x^E) \left[\sin^2 \phi (1 - |r_s|^2) + \frac{\cos^2 \phi k_{z0}^2}{k_0^2} (1 - |r_p|^2) \right] \right. \\ & + \text{Im}(\alpha_y^E) \left[\cos^2 \phi (1 - |r_s|^2) + \frac{\sin^2 \phi k_{z0}^2}{k_0^2} (1 - |r_p|^2) \right] + \text{Im}(\alpha_z^E) \frac{\kappa^2}{k_0^2} (1 - |r_p|^2) \\ & + \text{Im}(\alpha_x^H) \left[\sin^2 \phi (1 - |r_p|^2) + \frac{\cos^2 \phi k_{z0}^2}{k_0^2} (1 - |r_s|^2) \right] \\ & \left. + \text{Im}(\alpha_y^H) \left[\cos^2 \phi (1 - |r_p|^2) + \frac{\sin^2 \phi k_{z0}^2}{k_0^2} (1 - |r_s|^2) \right] + \text{Im}(\alpha_z^H) \frac{\kappa^2}{k_0^2} (1 - |r_s|^2) \right\}, \quad \text{for } k_0 > \kappa, \quad (7a) \end{aligned}$$

and

$$\begin{aligned} \tau^{\text{evan}}(\omega, \kappa, L) = & \frac{\exp(-2\gamma L)}{2\gamma} \left\{ \text{Im}(\alpha_x^E) \left[\sin^2 \phi \text{Im}(r_s) + \frac{\cos^2 \phi \gamma^2}{k_0^2} \text{Im}(r_p) \right] \right. \\ & + \text{Im}(\alpha_y^E) \left[\cos^2 \phi \text{Im}(r_s) + \frac{\sin^2 \phi \gamma^2}{k_0^2} \text{Im}(r_p) \right] + \text{Im}(\alpha_z^E) \frac{\kappa^2}{k_0^2} \text{Im}(r_p) \\ & + \text{Im}(\alpha_x^H) \left[\sin^2 \phi \text{Im}(r_p) + \frac{\cos^2 \phi \gamma^2}{k_0^2} \text{Im}(r_s) \right] \\ & \left. + \text{Im}(\alpha_y^H) \left[\cos^2 \phi \text{Im}(r_p) + \frac{\sin^2 \phi \gamma^2}{k_0^2} \text{Im}(r_s) \right] + \text{Im}(\alpha_z^H) \frac{\kappa^2}{k_0^2} \text{Im}(r_s) \right\}, \quad \text{for } k_0 < \kappa. \quad (7b) \end{aligned}$$

The above expressions are in terms of the different components of the particle polarizability tensors α_i^E and α_i^H , and also in terms of the reflection coefficients r_s and r_p associated with the incidence of p - and s -polarized light on the substrate, respectively. These coefficients are given by the well-known Fresnel formulas:

$$r_s = \frac{k_{z0} - k_z}{k_{z0} + k_z}, \quad r_p = \frac{\varepsilon_S(\omega)k_{z0} - k_z}{\varepsilon_S(\omega)k_{z0} + k_z}. \quad (8)$$

Here $k_{z0} = \sqrt{k_0^2 - \kappa^2} = i\gamma$ and $k_z = \sqrt{\varepsilon_S(\omega)k_0^2 - \kappa^2}$ are the transversal wave vectors normal to the interface (vacuum|substrate) that correspond to the vacuum and the material space of permittivity ε_S , respectively.

From Eqs. (5)–(7), we obtain the expressions for the radiative heat transfer between an interface and a spherical nanoparticle made of an isotropic material by considering $\alpha_x^{E,H} = \alpha_y^{E,H} = \alpha_z^{E,H} = \alpha^{E,H}$. For the case of the evanescent field, the formulas are presented in Ref. [47], Eqs. (3)–(10) and (16). On the other hand, the part associated with propagating waves conduces to the textbook result $Q_T = 1/\pi^2 \int_0^\infty d\omega \Theta(\omega, T_p) k_0^3 \text{Im}(\alpha^E)$ for the energy emitted by a nanoparticle of a nonmagnetic material in the absence of external surfaces ($r_s = r_p = 0$); see Ref. [48], pp. 124 and 140.

IV. RESULTS

We conducted numerical experiments of the NFRHT considering an InSb nanoparticle with radius $R = 20$ nm and temperature $T_p = 100$ K placed at $L = 50$ nm above a planar

SiC substrate with temperature $T_s = 300$ K. The system is depicted in Fig. 1.

Based on Eqs. (5)–(7), we plot in Fig. 2 the total heat flux, Q_T , as a function of the magnitude of the applied field, B . For small values of the magnetic field B , the total heat flux shows small changes. However, when the magnetic field exceeds approximately 10 T, the heat flux increases at a faster pace, until it reaches its maximum value around $B = 21.75$ T. This

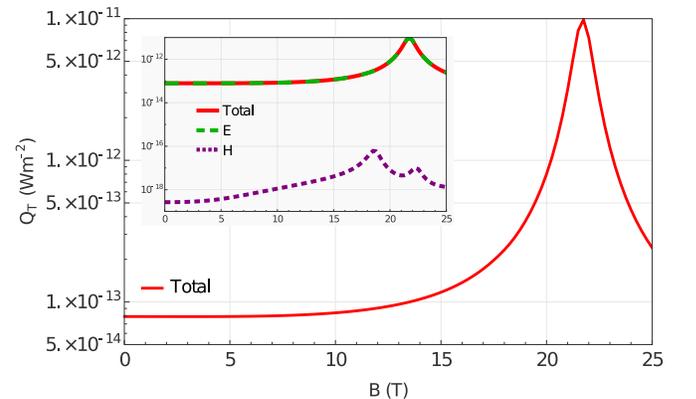


FIG. 2. Total heat flux, Q_T , as a function of the applied constant magnetic field, B , for the setup depicted in Fig. 1. The system consists of an InSb particle with radius $R = 20$ nm and temperature $T_p = 100$ K, separated by $L = 50$ nm from a SiC substrate with temperature $T_s = 300$ K. Electric and magnetic contributions to Q_T are shown in the figure inset.

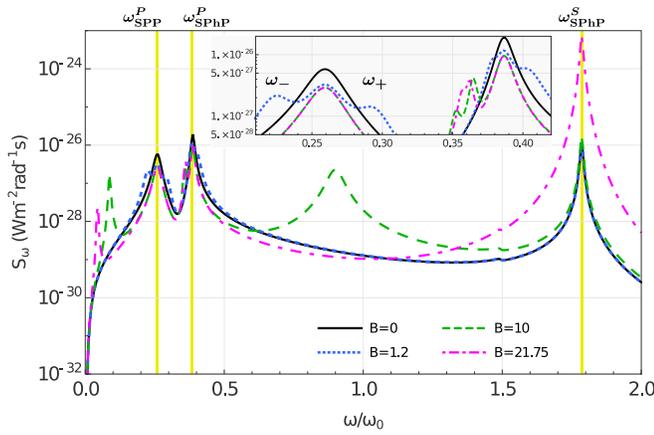


FIG. 3. Spectral heat flux, S_ω , between an InSb particle with radius $R = 20$ nm and temperature $T_P = 100$ K separated by $L = 50$ nm vacuum gap from a SiC substrate with temperature $T_S = 300$ K. The colors of the curves correspond to different values of the external magnetic field.

optimal value of B enhances the NFRHT of the system by two orders of magnitude in comparison with the case without magnetic field, $B = 0$. When the field exceeds the optimal value, the heat flux drops again, suggesting a resonant behavior. In the inset of Fig. 2, the electric and magnetic contributions to the total heat flux are shown as the green-dashed and purple-dotted curves, respectively. It demonstrates that the energy transfer is totally governed by the electric polarizability of the InSb nanoparticle, α_i^E .

The origin of the two orders of magnitude increase in the total heat flux for a specific value of the applied magnetic field can be understood by analyzing the spectral distribution of the transferred energy, S_ω , given by Eq. (6) and shown in Fig. 3. Here, the colors of the curves correspond to different values of the magnetic field indicated in the figure. In the absence of the magnetic field, the spectral heat flux is characterized by two peaks at low frequency: one at $\omega_{\text{SPP}}^P = 0.26 \omega_0$ associated with the surface plasmon-polariton (SPP) of the nanoparticle and the other one at $\omega_{\text{SPhP}}^P = 0.39 \omega_0$ related to the excitation of surface phonon-polariton (SPhP) modes. For nanoparticles, both modes are localized and also referred as localized surface plasmon-polariton (LSP) and localized surface phonon-polariton (LSPhP), respectively. Completely decoupled from the previous two, the SPhP resonance of SiC is present at $\omega_{\text{SPhP}}^S = 1.78 \omega_0$.

By turning on the magnetic field, the original SPP resonance of the nanoparticle is split into two new satellite resonances maintaining the original one at ω_{SPP}^P . As a consequence, additional peaks (ω_- , ω_+) are apparent in the heat flux spectra associated with the excitation of magnetoplasmons below $\omega < 0.3 \omega_0$; see the inset of Fig. 3. For small magnitudes of the magnetic field, the frequency shift of the satellite resonances displays the linear dependence $\omega_\pm \approx \omega_{\text{SPP}}^P \pm \omega_c/2$, as the curve $B = 1.2$ T exemplifies. When the external field increases, nonlinear behavior is observed. This is clearly appreciated in the case $B = 10$ T, where the two satellite peaks are no longer equidistant from the original plasmon resonance. This behavior of the magnetoplasmons

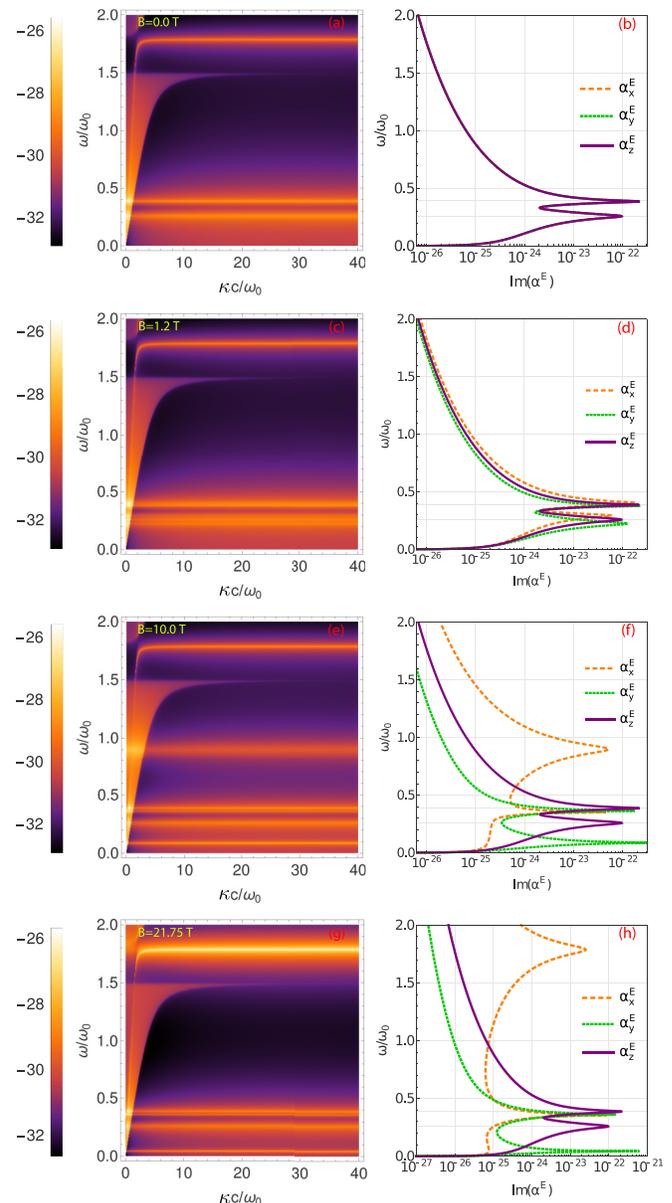


FIG. 4. (a), (c), (e), (g) Contribution of P-polarized waves to the mean energy distribution resolved in the normalized space of longitudinal wave vectors and frequencies, $\kappa - \omega$. (b), (d), (f), (h) Imaginary part of the nanoparticle electric polarizability, $\text{Im}(\alpha_i^E)$, as a function of the frequency, ω/ω_0 . In the figure, each row corresponds to a different value of the magnetic field, B .

resembles the atomic Zeeman effect and is known as the plasmonic Zeeman effect [41]. The high sensitivity to the magnetic field of the redshift resonance ω_+ allows for tuning its corresponding spectral heat flux peak to that associated with the SiC-SPhP by applying the optimal field $B \approx 21.75$ T. In this case, the heat flux around the resonance frequency ω_{SPhP}^S increases by almost three orders of magnitude.

The resonance associated with the nanoparticle surface phonon ω_{SPhP}^P also exhibits a slight splitting due to the red/blueshift of the satellite resonances of the SPP, but there is no explicit dependence of the phonon band on the magnetic field. In fact, the magneto-optical response enters into the InSb

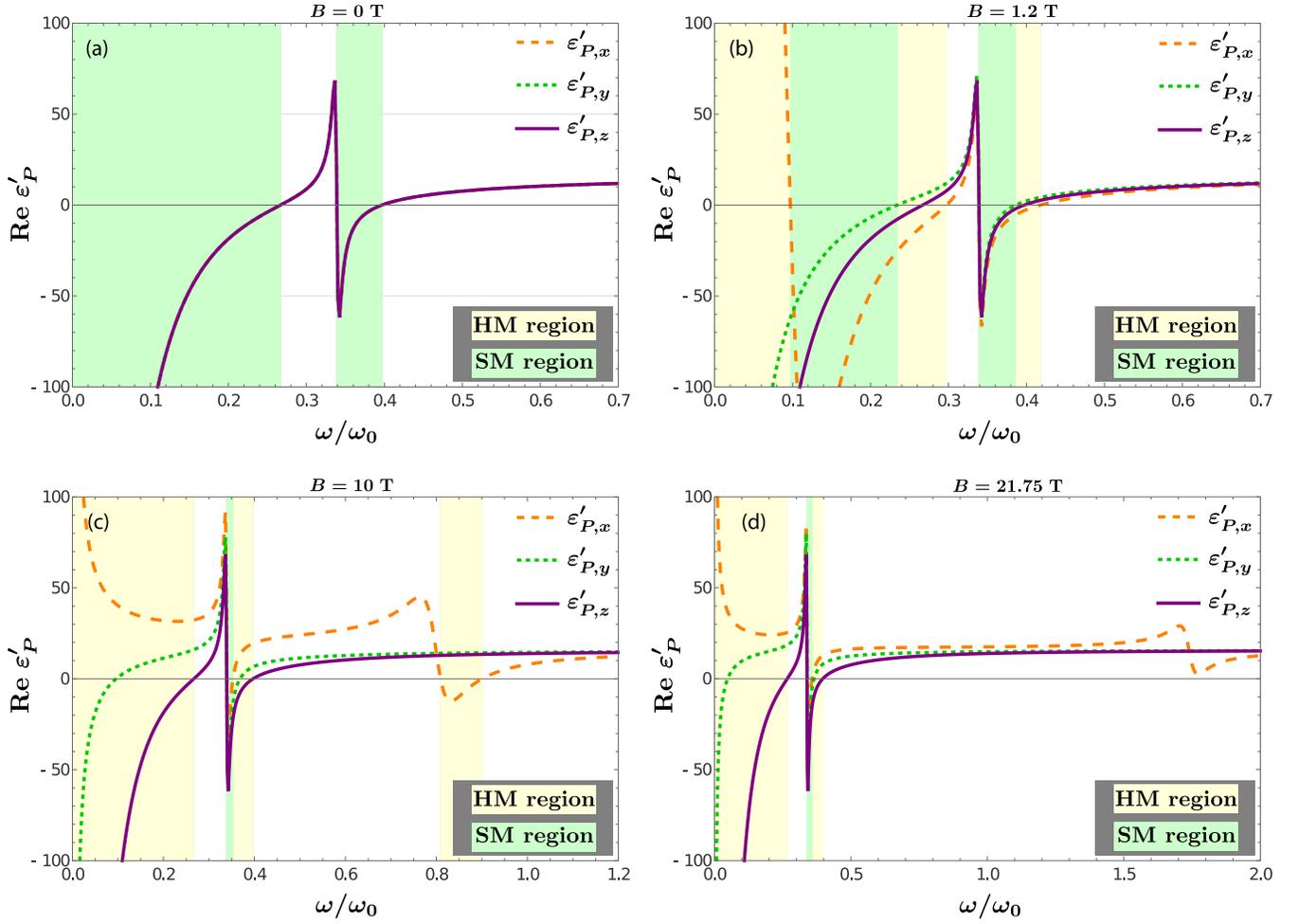


FIG. 5. Components of the permittivity tensor $\hat{\epsilon}'_p$ given by Eq. (1). The hyperbolic mode (HM) regions correspond to the frequency range where the real part of one component of $\hat{\epsilon}'_p$ has an opposite sign with respect to the other two, i.e., $\text{Re}(\epsilon'_{P,i}), \text{Re}(\epsilon'_{P,j}) < 0, \text{Re}(\epsilon'_{P,k}) > 0$ or $\text{Re}(\epsilon'_{P,i}), \text{Re}(\epsilon'_{P,j}) > 0, \text{Re}(\epsilon'_{P,k}) < 0$. In the surface mode (SM) regions the three components of the permittivity tensor exhibit negative values, $\text{Re}(\epsilon'_{P,x}), \text{Re}(\epsilon'_{P,y}), \text{Re}(\epsilon'_{P,z}) < 0$.

dielectric response, Eq. (1), through the free charge carriers band via the cyclotron frequency, ω_c . Thus, as B increases, ω_c carries the dispersion of the free charges to the lower and higher frequencies, ω_{\pm} . This indirectly modifies the dispersion of the nanoparticle SPhP causing the appearance of two extra peaks in the frequency range $\omega \approx 0.35\text{--}0.42 \omega_0$.

To better understand the nature of the different peaks in the heat flux spectrum, Fig. 4 shows the mean energy distribution (in logarithmic scale) throughout the κ - ω space for the case of P-polarized waves. Density plots (a), (c), (e), and (g) were obtained using Eqs. (7), (2), and (1) for different values of the external magnetic field. Figures (b), (d), (f), and (h) present the imaginary part of the electric polarizability, α_i^E , as a function of the normalized frequency for the InSb nanoparticle immersed in the corresponding magnetic field. In Fig. 4(a) the mean energy profile exhibits two maximum values at $\omega \approx \omega_{\text{SPP}}^P = 0.26 \omega_0$ and $\omega \approx \omega_{\text{SPhP}}^P = 0.39 \omega_0$ related to the InSb plasmon- and phonon-polariton resonances, respectively, while the SiC phonon-polariton contribution is observed at $\omega \approx \omega_{\text{SPhP}}^S = 1.78 \omega_0$. In this isotropic situation,

the three components of the nanoparticle electric polarizability coincide with having resonances at the frequencies ω_{SPP}^P and ω_{SPhP}^P ; see Fig. 4(b).

Anisotropic dielectric response arises in the presence of a magnetic field: while the z component of the electric polarizability is unchanged, the x and y components show magnetoplasmon resonances shifted to higher and lower frequencies than the original plasmon, respectively. When a magnetic field of $B = 1.2$ T is applied, the new satellite plasmon resonances are almost equidistant from the original one; see Figs. 4(c) and 4(d). Also, the InSb phonon-polariton splits into two extra resonances. As a result, six different nanoparticle modes are available for radiative energy transfer. From Figs. 4(e) and 4(f), we observed nonlinear shift of the magnetoplasmon resonances for the case $B = 10.0$ T. On the other hand, the resonance frequencies of satellite phonon-polariton modes are weakly influenced by the magnetic field in comparison with the behavior of plasmonic ones. Figures 4(g) and 4(h) illustrate the situation of maximum coupling between the nanoparticle satellite peak ω_+ with the SiC resonance peak.

The magnetic field not only modifies the dispersion of the nanoparticle plasmonic and phononic surface modes, but it also changes their nature: in the absence of magnetic field, the resonance condition $\epsilon_p(\omega) + 2 = 0$ of the electric polarizability is associated with true surface modes (SMs). On the other hand, when the magnetic field is applied, the anisotropy of the dielectric function gives rise to the appearance of hyperbolic modes (HMs). They can propagate across the nanoparticle but decay in its surroundings. HMs are expected within the frequency regions where the real part of almost one component of the permittivity tensor $\tilde{\epsilon}'_p$ has an opposite sign with respect to the other two [49,50], i.e., $\text{Re}(\epsilon'_{p,i}) < 0$, $\text{Re}(\epsilon'_{p,k}) > 0$ or $\text{Re}(\epsilon'_{p,i}) < 0$, $\text{Re}(\epsilon'_{p,j}) > 0$, $\text{Re}(\epsilon'_{p,k}) < 0$.

Figure 5 shows the components of the InSb permittivity tensor. Here the frequency range of HMs corresponds to the yellow shaded regions, while the green shaded ones correspond to SMs, where the permittivity components satisfy $\text{Re}(\epsilon'_{p,x}) < 0$, $\text{Re}(\epsilon'_{p,y}) < 0$, $\text{Re}(\epsilon'_{p,z}) < 0$. When $B = 1.2$ T is applied, the original nanoparticle resonance at ω_{SPP}^p and the upper magnetoplasmon resonance lies within the HM region $\omega \approx 0.23\text{--}0.3 \omega_0$. Thus only the lower satellite resonance ω_- is actually a true SM; see Fig. 5(b). As the field magnitude increases, the HM regions widen while the SM regions begin to reduce. For a field of $B = 10$ T, the original plasmonic resonance and the two satellite ones are now associated with HMs. Only the SPhPs survive within the reststrahlen band as shown in Fig. 5(c). By increasing the magnetic field even more, it begins to destroy the HM regions too; see the case for $B = 21.75$ T in Fig. 5(d). Here, the magnetic field drastically modifies the dielectric response of the nanoparticle, causing the high-frequency magnetoplasmon ω_+ to disappear. Thus the resonance condition $\tilde{\epsilon}'_{p,x}(\omega) = -2$ is no longer satisfied; however, the imaginary part of the nanoparticle electric polarizability, $\text{Im}(\alpha_x^E)$, displays a maximum value at the frequency where this plasmon would be located; see Fig. 4(h). For $B = 21.75$, this maximum peak coincides with the phonon resonance of the SiC substrate, giving rise to an increase of the mean energy distribution we observed at $\omega \approx 1.78 \omega_0$.

Finally, in Fig. 6, we analyze the total heat flux, Q_T , as the separation distance, L , between the nanoparticle and the substrate increases, for the cases $B = 0.0$ and $B = 21.75$ T. We observe that the near-field heat transfer in the system increases 100 times for the short distance range $\approx 50\text{--}200$ nm when an external magnetic field of $B = 21.75$ T is applied. This enhancement is progressively lost as the width of the vacuum gap exceeds the nanometer scale.

V. DISCUSSION

The NFRHT between the nanoparticle and the substrate depends on both the temperature gradient and the absolute temperatures. For example, with the same temperature gradient but different absolute temperatures the heat flux changes. This happens because the difference of the Planckian distributions in Eq. (6) acts as a temperature-dependent passband filter. As an example, we present in the Supplemental Material Fig. S1 [51] the spectral heat function, S_ω , for two cases where the role of the temperature gradient is explained: in one case the temperature gradient is 200 K and in the second case the gradient is only 10 K. In both cases the substrate

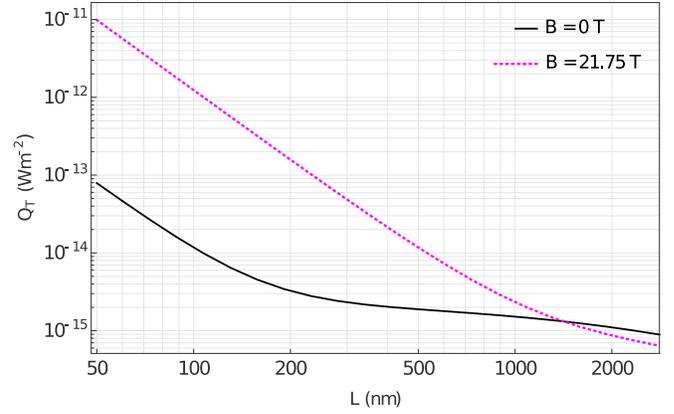


FIG. 6. Total heat flux, Q_T , as a function of the separation distance, L , without magnetic field (black line) and at resonance with an applied magnetic field of $B = 21.75$ T (dashed line). At short separations, there is a difference of two orders of magnitude in the heat flux.

is kept at a temperature of $T_S = 300$ K. The change in S_ω comes from the difference of the Planck distribution functions $[\Theta(\omega, T_S) - \Theta(\omega, T_P)]$ in Eq. (6) that act as a passband filter which depends on temperatures T_P and T_S . In Fig. S2 [51] we keep the same temperature gradient at 10 K but the temperatures of the substrate and the nanoparticle are changed. In this case, despite having the same temperature gradient the spectral heat flux decrease at higher frequencies, showing again the role of the Planckian functions. From the experimental point of view, it is easier to control the temperature of the substrate. If we set the substrate at $T_S = 400$ K and the particle at $T_P = 300$ K, the enhancement can also be observed as shown in Supplemental Material Fig. S3 [51], where the increase in the spectral heat function is plotted as a function of frequency for zero magnetic field and at the critical field of 21.7 T. Last, we have assumed that the temperature of the substrate is larger than that of the particle $T_S > T_P$. However, we could have the opposite with $T_S < T_P$ and the heat flux will reverse direction and the spectral heat flux will not change. This is true only if the dielectric functions of the particle and the substrate do not depend on the temperature.

Another experimental issue in the system we presented is the high magnetic field needed to match the resonances of the substrate and the nanoparticle. Another option is to look for materials that required smaller fields. InSb is the material where magnetoplasmons are easily excited due to the low effective mass of the charge carriers; thus we need substrates with phonon frequencies at lower frequencies than SiC. Two possible materials are GaAs and LiCl where a field of 8 T is needed for the former and 6.5 T for the latter. However, the resonant enhancement of the NFRHT is smaller than for a SiC substrate. This is presented in the Supplemental Material Fig. S4 [51].

The results presented are only for the external magnetic field in the direction of the z axis. This was an arbitrary choice. However, if the external magnetic field is in the direction along the x axis, for example, the dielectric tensor of the sphere will change but the effect on the heat transfer will be minimal as seen in Supplemental Material Fig. S5 [51]. As

seen from Eqs. (5) and (6), to obtain the radiative heat flux it is necessary to integrate over all wave vectors and frequencies. So there is no preferred direction in the system.

VI. CONCLUSIONS

In this work, we presented a theoretical study of the near-field radiative heat transfer between a magneto-optical nanoparticle and a polar surface when a static magnetic field is applied. The magnetic field drastically modifies the polarizability of the nanoparticle: in the absence of the field, the polarizability exhibits resonances associated with phonon polaritons and surface plasmons, each of which splits into two additional satellite resonances when the magnetic field is introduced. The characteristic frequency of the new resonances arising from the plasmonic mode depends directly on the magnitude of the field. The resulting magnetoinduced modes

are no longer surface ones but become hyperbolic modes and, as the field becomes stronger, both modes available for heat transfer are progressively destroyed. However, we found that, by applying an optimal magnetic field, the total heat flux between the InSb nanoparticle and the SiC substrate increases by two orders of magnitude when the maximum polarizability of the nanoparticle is tuned to the resonance frequency of the SiC phonon polariton. This resonant behavior can be achieved by using another combination of magneto-optical nanoparticle and substrate with surface polaritons as long as they are located within the frequency range of magneto-optical activity.

ACKNOWLEDGMENTS

S.G.C.-L. acknowledges support from CONACyT-Grant No. A1-S-10537. R.E.-S. acknowledges partial support from DGAPA-UNAM Grant No. IN110-819.

-
- [1] P. Ben-Abdallah and S.-A. Biehs, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 044301 (2014).
- [2] J. DeSutter, L. Tang, and M. Francoeur, *Nat. Nanotechnol.* **14**, 751 (2019).
- [3] O. Marconot, A. Juneau-Fecteau, and L. G. Fréchet, *Sci. Rep.* **11**, 14347 (2021).
- [4] A. Kittel, W. Müller-Hirsch, J. Parisi, S.-A. Biehs, D. Reddig, and M. Holthaus, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 224301 (2005).
- [5] M. Francoeur, *Nat. Nanotechnol.* **10**, 206 (2015).
- [6] Y. De Wilde, F. Formanek, R. Carminati, B. Gralak, P.-A. Lemoine, K. Joulain, J.-P. Mulet, Y. Chen, and J.-J. Greffet, *Nature (London)* **444**, 740 (2006).
- [7] R. St-Gelais, B. Guha, L. Zhu, S. Fan, and M. Lipson, *Nano Lett.* **14**, 6971 (2014).
- [8] E. A. Vinogradov and I. A. Dorofeev, *Phys. Usp.* **52**, 425 (2009).
- [9] D. Polder and M. V. Hove, *Phys. Rev. B* **4**, 3303 (1971).
- [10] C. Hargreaves, *Phys. Lett. A* **30**, 491 (1969).
- [11] E. Y. Santiago, J. Perez-Rodríguez, and R. Esquivel-Sirvent, *J. Phys. Chem. C* **121**, 12392 (2017).
- [12] E. Y. Santiago and R. Esquivel-Sirvent, *Z. Naturforsch. A* **72**, 129 (2017).
- [13] S.-A. Biehs, D. Reddig, and M. Holthaus, *Eur. Phys. J. B* **55**, 237 (2007).
- [14] P. Ben-Abdallah, K. Joulain, J. Drevillon, and G. Domingues, *J. Appl. Phys.* **106**, 044306 (2009).
- [15] R. Esquivel-Sirvent, *AIP Adv.* **6**, 095214 (2016).
- [16] J. E. Pérez-Rodríguez, G. Pirruccio, and R. Esquivel-Sirvent, *J. Phys. Chem. C* **123**, 10598 (2019).
- [17] M. Lim, J. Song, S. S. Lee, and B. J. Lee, *Nat. Commun.* **9**, 4302 (2018).
- [18] J. E. Pérez-Rodríguez, G. Pirruccio, and R. Esquivel-Sirvent, *Phys. Rev. Materials* **3**, 015201 (2019).
- [19] J. E. Pérez-Rodríguez, G. Pirruccio, and R. Esquivel-Sirvent, *Phys. Rev. Materials* **1**, 062201(R) (2017).
- [20] A. Ghanekar, Y. Tian, M. Ricci, S. Zhang, O. Gregory, and Y. Zheng, *Opt. Express* **26**, A209 (2018).
- [21] S. Castillo-López, G. Pirruccio, C. Villarreal, and R. Esquivel-Sirvent, *Sci. Rep.* **10**, 16066 (2020).
- [22] S. Castillo-López, C. Villarreal, R. Esquivel-Sirvent, and G. Pirruccio, *Int. J. Heat Mass Transfer* **182**, 121922 (2022).
- [23] D. Becerril and C. Noguez, *Phys. Rev. B* **99**, 045418 (2019).
- [24] Y. Wang and J. Wu, *AIP Adv.* **6**, 025104 (2016).
- [25] P.-O. Chapuis, M. Laroche, S. Volz, and J.-J. Greffet, *Appl. Phys. Lett.* **92**, 201906 (2008).
- [26] Y. Bai, Y. Jiang, and L. Liu, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **158**, 61 (2015).
- [27] O. Huth, F. Rütting, S.-A. Biehs, and M. Holthaus, *Eur. Phys. J.: Appl. Phys.* **50**, 10603 (2010).
- [28] W. L. Barnes, *Am. J. Phys.* **84**, 593 (2016).
- [29] C. Noguez, *J. Phys. Chem. C* **111**, 3806 (2007).
- [30] M. S. Kushwaha, *Surf. Sci. Rep.* **41**, 1 (2001).
- [31] R. J. Keyes, S. Zwerdling, S. Foner, H. Kolm, and B. Lax, *Phys. Rev.* **104**, 1804 (1956).
- [32] E. Palik, G. Picus, S. Teitler, and R. Wallis, *Phys. Rev.* **122**, 475 (1961).
- [33] E. D. Palik and J. K. Furdyna, *Rep. Prog. Phys.* **33**, 1193 (1970).
- [34] J. Chochol, K. Postava, M. Čada, M. Vanwollegem, L. Halagačka, J.-F. Lampin, and J. Pištora, *AIP Adv.* **6**, 115021 (2016).
- [35] M. Dragoman and D. Dragoman, *Prog. Quantum Electron.* **32**, 1 (2008).
- [36] T. G. Pedersen, *Phys. Rev. B* **102**, 075410 (2020).
- [37] Y. M. Zhang, G. J. Ren, and J. Q. Yao, *Opt. Commun.* **341**, 173 (2015).
- [38] W. Liu, A. Y. Chang, R. D. Schaller, and D. V. Talapin, *J. Am. Chem. Soc.* **134**, 20258 (2012).
- [39] R. M. Abraham Ekeröth, P. Ben-Abdallah, J. C. Cuevas, and A. García-Martín, *ACS Photon.* **5**, 705 (2018).
- [40] I. Latella and P. Ben-Abdallah, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 173902 (2017).
- [41] A. Márquez and R. Esquivel-Sirvent, *Opt. Express* **28**, 39005 (2020).
- [42] A. Shuvaev, V. M. Muravev, P. A. Gusikhin, J. Gospodarič, A. Pimenov, and I. V. Kukushkin, *Phys. Rev. Lett.* **126**, 136801 (2021).
- [43] S. G. Pandya and M. E. Kordes, *Nanoscale Res. Lett.* **10**, 258 (2015).

- [44] A. Hartstein, E. Burstein, E. D. Palik, R. W. Gammon, and B. W. Hennis, *Phys. Rev. B* **12**, 3186 (1975).
- [45] G. Weick and D. Weinmann, *Phys. Rev. B* **83**, 125405 (2011).
- [46] K. L. Kelly, E. Coronado, L. L. Zhao, and G. C. Schatz, *J. Phys. Chem. B* **107**, 668 (2003).
- [47] P.-O. Chapuis, M. Laroche, S. Volz, and J.-J. Greffet, *Phys. Rev. B* **77**, 125402 (2008).
- [48] C. F. Bohren and D. R. Huffman, *Absorption and Scattering of Light by Small Particles* (John Wiley & Sons, New York, 2008).
- [49] C. Hong, A. Siahmakoun, and H. Alisaface, *Photonic and Phononic Properties of Engineered Nanostructures X* (International Society for Optics and Photonics, Bellingham, WA, 2020), Vol. 11289, p. 1128929.
- [50] X. Song, Z. Liu, Y. Xiang, and K. Aydin, *Opt. Express* **26**, 5469 (2018).
- [51] See Supplemental Material at <http://link.aps.org/supplemental/10.1103/PhysRevB.105.155404> for additional graphs explaining the role of the temperature gradient and absolute temperatures in the near-field heat transfer. Also, the role of having different substrates besides SiC is discussed as well as the influence on the heat transfer when the direction of the magnetic field is changed.

Bibliografía

- [1] Y. Huang, S. V. Boriskina, and G. Chen, “Electrically tunable near-field radiative heat transfer via ferroelectric materials,” *Applied Physics Letters*, vol. 105, no. 24, p. 244102, 2014.
- [2] I. S. Nefedov and C. R. Simovski, “Giant radiation heat transfer through micron gaps,” *Physical Review B*, vol. 84, no. 19, p. 195459, 2011.
- [3] P. Van Zwol, K. Joulain, P. B. Abdallah, J.-J. Greffet, and J. Chevrier, “Fast nanoscale heat-flux modulation with phase-change materials,” *Physical Review B*, vol. 83, no. 20, p. 201404, 2011.
- [4] P. Ben-Abdallah and S.-A. Biehs, “Phase-change radiative thermal diode,” *Applied Physics Letters*, vol. 103, no. 19, p. 191907, 2013.
- [5] P. Van Zwol, K. Joulain, P. Ben-Abdallah, and J. Chevrier, “Phonon polaritons enhance near-field thermal transfer across the phase transition of VO_2 ,” *Physical Review B*, vol. 84, no. 16, p. 161413, 2011.
- [6] S. Basu and M. Francoeur, “Near-field radiative transfer based thermal rectification using doped silicon,” *Applied Physics Letters*, vol. 98, no. 11, p. 113106, 2011.
- [7] O. Ilic, M. Jablan, J. D. Joannopoulos, I. Celanovic, H. Buljan, and M. Soljačić, “Near-field thermal radiation transfer controlled by plasmons in graphene,” *Physical Review B*, vol. 85, no. 15, p. 155422, 2012.
- [8] S.-A. Biehs, F. S. Rosa, and P. Ben-Abdallah, “Modulation of near-field heat transfer between two gratings,” *Applied Physics Letters*, vol. 98, no. 24, p. 243102, 2011.
- [9] S.-A. Biehs and P. Ben-Abdallah, “Fluctuations of radiative heat exchange between two bodies,” *Physical Review B*, vol. 97, no. 20, p. 201406, 2018.
- [10] G. Barton, “Near-field heat flow between two quantum oscillators,” *Journal of Statistical Physics*, vol. 165, no. 6, pp. 1153–1180, 2016.
- [11] A. Márquez and R. Esquivel-Sirvent, “Terahertz response of plasmonic nanoparticles: Plasmonic zeeman effect,” *Optics Express*, vol. 28, no. 26, pp. 39005–39016, 2020.

- [12] M. Jammer and A. I. of Physics, *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*. History of Modern Physics and Astronomy Series, Tomash Publishers, 1989.
- [13] R. Eisberg, *Fundamentals of Modern Physics*. Wiley, 1961.
- [14] C. Hargreaves, “Anomalous radiative transfer between closely-spaced bodies,” *Physics Letters A*, vol. 30, no. 9, pp. 491–492, 1969.
- [15] J. Pendry, “Radiative exchange of heat between nanostructures,” *Journal of Physics: Condensed Matter*, vol. 11, no. 35, p. 6621, 1999.
- [16] L. Hu, A. Narayanaswamy, X. Chen, and G. Chen, “Near-field thermal radiation between two closely spaced glass plates exceeding planck’s blackbody radiation law,” *Applied Physics Letters*, vol. 92, no. 13, p. 133106, 2008.
- [17] R. Ottens, V. Quetschke, S. Wise, A. Alemi, R. Lundock, G. Mueller, D. H. Reitze, D. B. Tanner, and B. F. Whiting, “Near-field radiative heat transfer between macroscopic planar surfaces,” *Physical Review Letters*, vol. 107, no. 1, p. 014301, 2011.
- [18] R. St-Gelais, B. Guha, L. Zhu, S. Fan, and M. Lipson, “Demonstration of strong near-field radiative heat transfer between integrated nanostructures,” *Nano letters*, vol. 14, no. 12, pp. 6971–6975, 2014.
- [19] E. Rousseau, A. Siria, G. Jourdan, S. Volz, F. Comin, J. Chevrier, and J.-J. Greffet, “Radiative heat transfer at the nanoscale,” *Nature photonics*, vol. 3, no. 9, pp. 514–517, 2009.
- [20] B. Guha, C. Otey, C. B. Poitras, S. Fan, and M. Lipson, “Near-field radiative cooling of nanostructures,” *Nano letters*, vol. 12, no. 9, pp. 4546–4550, 2012.
- [21] K. Joulain, J.-P. Mulet, F. Marquier, R. Carminati, and J.-J. Greffet, “Surface electromagnetic waves thermally excited: Radiative heat transfer, coherence properties and casimir forces revisited in the near field,” *Surface Science Reports*, vol. 57, no. 3-4, pp. 59–112, 2005.
- [22] G. Agarwal, “Quantum electrodynamics in the presence of dielectrics and conductors. i. electromagnetic-field response functions and black-body fluctuations in finite geometries,” *Physical Review A*, vol. 11, no. 1, p. 230, 1975.
- [23] K. Joulain, R. Carminati, J.-P. Mulet, and J.-J. Greffet, “Definition and measurement of the local density of electromagnetic states close to an interface,” *Physical Review B*, vol. 68, no. 24, p. 245405, 2003.
- [24] J.-P. Mulet, K. Joulain, R. Carminati, and J.-J. Greffet, “Enhanced radiative heat transfer at nanometric distances,” *Microscale Thermophysical Engineering*, vol. 6, no. 3, pp. 209–222, 2002.

- [25] O. Huth, F. Rütting, S.-A. Biehs, and M. Holthaus, “Shape-dependence of near-field heat transfer between a spheroidal nanoparticle and a flat surface,” *The European Physical Journal-Applied Physics*, vol. 50, no. 1, 2010.
- [26] D. J. Griffiths, *Introduction to electrodynamics*. Pearson, 2013.
- [27] H. Kuzmany, *Solid state spectroscopy*. Springer, 2 ed., 1998.
- [28] N. Ashcroft, M. Ashcroft, D. Wei, N. Mermin, and C. Learning, *Solid State Physics: Revised Edition*. CENGAGE Learning Asia, 2016.
- [29] M. Cardona and Y. Y. Peter, *Fundamentals of semiconductors*, vol. 619. Springer, 2005.
- [30] J. D. Jackson, *Classical electrodynamics*. Wiley, 3rd ed. ed., 1999.
- [31] L. Ferrari, C. Wu, D. Lepage, X. Zhang, and Z. Liu, “Hyperbolic metamaterials and their applications,” *Progress in Quantum Electronics*, vol. 40, pp. 1–40, 2015.
- [32] C. F. Bohren and D. R. Huffman, *Absorption and scattering of light by small particles*. John Wiley & Sons, 2008.
- [33] R. M. Abraham Ekeroth, P. Ben-Abdallah, J. C. Cuevas, and A. García-Martín, “Anisotropic thermal magnetoresistance for an active control of radiative heat transfer,” *ACS photonics*, vol. 5, no. 3, pp. 705–710, 2018.
- [34] S. Castillo-López, A. Márquez, and R. Esquivel-Sirvent, “Resonant enhancement of the near-field radiative heat transfer in nanoparticles,” *Physical Review B*, vol. 105, no. 15, p. 155404, 2022.

