



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN
INGENIERÍA**

FACULTAD DE INGENIERÍA

**MODELADO DE LA PERFORACIÓN BAJO BALANCE
CON INYECCIÓN DE NITRÓGENO
A TRAVÉS DE UN ANULAR CONCÉNTRICO**

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

PETROLERA Y GAS NATURAL - PERFORACIÓN

P R E S E N T A:

ING. JORGE OMAR FLORES LEÓN



TUTOR

DR. OCTAVIO CÁZAREZ CANDIA

2012



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO

Presidente: Dr. Samaniego Verduzco Fernando

Secretario: Dr. Nicolás López Rubén

Vocal: Dr. Cázarez Candia Octavio

1er. Suplente: Dr. Fairuzov Yuri Valerievich

2do. Suplente: M. en C. Ortiz Ramírez Jaime

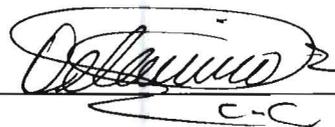
Lugar donde se realizó la tesis:

Ciudad Universitaria, México D.F.

Instituto Mexicano del Petróleo, México D.F.

TUTOR DE LA TESIS:

DR. OCTAVIO CÁZAREZ CANDIA

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Octavio Cázarez Candia', is written over a horizontal line. Below the line, the initials 'C-C' are written.

FIRMA

Resumen

Con base en el creciente número de campos depresionados a nivel mundial y a la demanda de técnicas más eficientes para la recuperación de hidrocarburos, la industria petrolera se ha visto en la necesidad de continuar mejorando sus técnicas en la perforación. Este es el caso del campo Samaria en el sureste de México, donde se ha registrado una disminución de la presión original del yacimiento de más de 5000 psi, debido a la explotación intensiva a través de los años.

El uso de la técnica de perforación bajo balance con inyección de nitrógeno a través de la tubería de perforación, es una práctica común para alcanzar bajas densidades equivalentes de circulación y así evitar pérdidas masivas de circulación. Sin embargo, esta técnica ha mostrado diferentes limitantes técnicas que finalmente se han visto traducidas en pérdidas económicas. Bajo este contexto, la perforación bajo balance con inyección de nitrógeno a través de un anular concéntrico se ha considerado como la mejor opción para mitigar estas limitantes.

El presente trabajo surgió de la necesidad de contar con una herramienta capaz de diseñar la hidrodinámica de los fluidos presentes en todas las secciones del pozo, en las operaciones de perforación bajo balance con inyección de nitrógeno por anular concéntrico.

Se proponen dos modelos matemáticos transitorios formados por las ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía. El primero es un modelo para flujo monofásico, flujo compresible de gas (flujo descendente de nitrógeno) y flujo incompresible de líquido (flujo ascendente y descendente del lodo de perforación). El segundo modelo es para el flujo bifásico líquido-gas (flujo ascendente de nitrógeno-lodo) basado en la técnica drift-flux. Los modelos predicen los perfiles de presión, velocidad y temperatura. La solución numérica de ambos modelos se obtuvo utilizando la técnica de diferencias finitas bajo un esquema implícito.

Cada modelo se validó de manera independiente utilizando datos experimentales reportados en la literatura. De igual manera, los modelos se acoplaron para simular las operaciones de la perforación bajo balance con inyección de nitrógeno a través de un anular concéntrico, y se validaron con datos de campo de dos pozos perforados. Los resultados obtenidos en todas las validaciones presentan buena concordancia con los datos experimentales y de campo.

Por otro lado, en el capítulo 8 se realizó un análisis paramétrico para observar la respuesta transitoria de los perfiles de presión, velocidad y temperatura en el pozo, al simular la modificación de las condiciones de operación durante la perforación.

Abstract

As a consequence of the increasing number of depleted oil fields around the world and the demand of more efficient techniques in oil recovery, the oil and gas industry have continuously improved its drilling techniques. This is the case of the Samaria field in Southern of Mexico. Its original reservoir pressure has been reduced about 5000 psi, due to an intensive exploitation through the years.

The drill string nitrogen injection underbalanced drilling (UBD) technique has been a common practice in this field. This allows reaching low equivalent circulation densities, avoiding massive lost circulation. Unfortunately, this technique has showed different limitations which are reflected in economic losses. Under this context, the concentric casing nitrogen injection UBD has been determined as the best option to eliminate these limitations.

The present work aroused from the necessity of a capable tool for designing the fluid's hydrodynamic at the whole sections of the well during concentric casing UBD operations.

It is presented two time dependent models, which are form by mass, momentum and energy conservation equations. The first one is a single-phase flow model, for compressible gas flow (upward nitrogen flow) and incompressible liquid flow (upward and downward mud flow). The second one is a dirft-flux two-phase flow model for gas-liquid mixture (upward nitrogen-mud flow). The models predict the pressure, velocity and temperature profiles. The numerical solution of both models was obtained using the finite difference technique in an implicit scheme.

Each model was validated with experimental data available in literature. And, all models are coupled for simulating concentric casing UBD operations, the results were validated with field data. All validation results are in agreement with the experimental and field data. On the other hand, a parametric analysis was performed to study the transient responses of the pressure, velocity and temperature profiles in the well, due to changes of the operational conditions along drilling.

Agradecimientos

A mis padres, por formar parte de todos mis logros.

A mi tío Genaro León, por su apoyo y confianza en mí.

A mi asesor, el Dr. Octavio Cázarez Candia, por los conocimientos y experiencias compartidas, y por creer siempre en mí.

Al Dr. Rubén Nicolás López por su apoyo y comentarios.

A los sinodales, por sus observaciones y comentarios.

Al *Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología*, por brindarme el apoyo necesario durante el posgrado.

Al *Instituto Mexicano del Petróleo*, por las facilidades y los apoyos brindados durante la realización del trabajo de tesis.

Contenido

Resumen	iii
Abstract	v
Agradecimientos	vi
1 Introducción.....	16
1.1 Concepto de perforación bajo balance.....	16
2 Revisión de la literatura.....	19
3 Modelo físico.....	23
3.1 Consideraciones generales.....	24
4 Modelos matemáticos.....	26
4.1 Modelo de flujo de una fase.....	27
4.2 Modelo de flujo de dos fases.....	28
4.2.1 Modelo drift-Flux.....	30
4.2.2 Fracción volumétrica del gas.....	34
5 Relaciones constitutivas.....	36
5.1 Parámetros drift.....	36
5.1.1 Coeficiente de distribución.....	37
5.1.2 Velocidad drift.....	39
5.1.3 Variables ajustables.....	42

5.2	Propiedades	43
6	Solución numérica	46
6.1	Diferencias finitas	46
6.2	Discretización de las ecuaciones de conservación	48
6.3	Definición de la matriz solución	50
6.4	Procedimiento de solución	52
6.5	Análisis de pasos de tiempo y espacio	53
6.6	Discusión de los parámetros drift	55
6.7	Discusión de los factores de fricción	59
7	Validaciones y resultados	64
7.1	Validación con datos experimentales	64
7.1.1	Flujo de gas y líquido	64
7.1.2	Flujo bifásico	67
7.2	Validación con datos de campo	70
7.2.1	Pozo 01	71
7.2.2	Pozo 02	80
7.3	Ventana de operación	84
8	Resultados transitorios y análisis paramétrico	86
8.1	Resultados de los perfiles transitorios	86
8.2	Análisis paramétrico	89

9 Conclusiones y recomendaciones.....	95
Nomenclaturas	100
Referencias	104
Apéndice A	107
Apéndice B	111
Apéndice C.....	120

Lista de figuras

Figura 1.1 Ventana de operación típica de la UBD con inyección de nitrógeno por anular concéntrico (modificada de Urbietta et al., 2009)	17
Figura 3.1 Esquema de la UBD con inyección de gas por un anular concéntrico	23
Figura 3.2 Flujo de gas en la región del anular concéntrico	24
Figura 5.1 Comparación de las relaciones constitutivas del coeficiente de distribución.	39
Figura 5.2 Comparación de las relaciones constitutivas de la velocidad drift promedio.	42
Figura 6.1 Esquema de los nodos solución en las coordenadas espacial y temporal.	48
Figura 6.2 Comparación de las relaciones constitutivas en el cálculo de la fracción de gas. Las relaciones constitutivas de Hibiki e Ishii (2003) son empleadas al considerar el patrón slug (PFS), y cuando la frontera entre el patrón slug y anular es definida (FPFSA).	57
Figura 6.3 Comparación de las relaciones constitutivas en el cálculo de la velocidad de mezcla. Las relaciones constitutivas de Hibiki e Ishii (2003) son empleadas al considerar el patrón slug (PFS) y, cuando la frontera entre el patrón slug y anular es definida (FPFSA).	57
Figura 6.4 Comparación del cálculo de la presión al utilizar diferentes relaciones constitutivas de los parámetros drift.	58
Figura 6.5 Diferentes factores de fricción bajo régimen laminar y turbulento.	61
Figura 6.6 Comparaciones de las BHP calculadas utilizando diferentes factores de fricción en un pozo productor de gas.	63

Figura 7.1 Gráficas comparativas de los resultados de la simulación y los datos experimentales de Gaither et al. (1963). a) Diferentes BHP del flujo de gas en una tubería anular. b) Diferentes BHP del flujo de líquido en una tubería circular.	66
Figura 7.2 Transitorios de la presión, temperatura y velocidad de la mezcla simulados en el fondo del pozo para caso del flujo bifásico.	68
Figura 7.3 Comparación del perfil de presión obtenido de la simulación con los datos experimentales de Lage et al. (2000).	68
Figura 7.4 Resultados obtenidos de la simulación para el flujo bifásico. a) Perfiles de velocidades de las fases y la mezcla. b) Fracción volumétrica del gas a lo largo de la tubería anular.	70
Figura 7.5 Parámetros drift obtenidos de la simulación para el flujo bifásico. a) Perfil de la velocidad drift promedio. b) Perfil del coeficiente de distribución.	70
Figura 7.6 Pozo 01. a) Estado mecánico, profundidades e inclinaciones. b) Trayectoria del pozo.	72
Figura 7.7 Presiones en superficie del Pozo 01, registradas en tiempo real para diferentes profundidades.	73
Figura 7.8 Perfiles en estado estacionario obtenidos de la simulación del Pozo 01 a 3548 m.	75
Figura 7.9 Perfiles en estado estacionario obtenidos de la simulación del Pozo 01 a 3548 m.	75
Figura 7.10 Perfiles en estado estacionario obtenidos de la simulación del Pozo 01 a 4608 m.	77
Figura 7.11 Perfiles en estado estacionario obtenidos de la simulación del Pozo 01 a 4608 m.	77

Figura 7.12 Perfiles en estado estacionario obtenidos de la simulación del Pozo 01 a 4697 m.	78
Figura 7.13 Perfiles en estado estacionario obtenidos de la simulación del Pozo 01 a 4697 m. a) Velocidades en las diferentes secciones del pozo. b) Temperaturas en las diferentes secciones del pozo.	79
Figura 7.14 Pozo 02. a) Estado mecánico, profundidades e inclinaciones. b) Trayectoria del pozo.....	80
Figura 7.15 Presiones en superficie del Pozo 02, obtenidas del avance diario de la perforación para diferentes profundidades.....	81
Figura 7.16 Perfiles en estado estacionario obtenidos de la simulación del Pozo 02 a 5272 m.	83
Figura 7.17 Perfiles en estado estacionario obtenidos de la simulación del Pozo 02 a 5272 m. a) Velocidades en las diferentes secciones del pozo. b) Temperaturas en las diferentes secciones del pozo.	83
Figura 7.18 Ventana de operación para el caso del Pozo 01 a 4538 m.	85
Figura 8.1 Transitorios de las temperaturas en las diferentes secciones del Pozo 01 a 4538 m.	87
Figura 8.2 Perfiles de temperatura del nitrógeno en el anular concéntrico obtenidos durante la simulación del Pozo 01 a 4538 m.....	87
Figura 8.3 Transitorios de las velocidades en las diferentes secciones del Pozo 01 a 4538 m.	88
Figura 8.4 Transitorios de las presiones en las diferentes secciones del Pozo 01 a 4538 m.	89
Figura 8.5 Respuesta de la temperatura en el fondo del pozo ante el aumento (APS) y el decremento (DPS) de la presión de salida en el estrangulador.	91

Figura 8.6 Respuesta de a) la velocidad de mezcla y b) la BHP ante el aumento (APS) y el decremento (DPS) de la presión de salida en el estrangulador.....	91
Figura 8.7 Respuesta de la temperatura en el fondo del pozo ante el aumento (AGN) y el decremento (DGN) del gasto de inyección de nitrógeno.	93
Figura 8.8 Respuesta de a) la velocidad de mezcla y b) la BHP ante el aumento (AGN) y el decremento (DGN) del gasto de inyección de nitrógeno.	93
Figura B.1 Diagrama de flujo para el cálculo de la fracción volumétrica del gas.....	113
Figura B.2 Diagrama de flujo para el cálculo del modelo de flujo de una fase.	114
Figura B.3 Diagrama de flujo para el cálculo del modelo de flujo de una fase.	115
Figura B.4 Diagrama de flujo para el cálculo del modelo de flujo de dos fases.....	116
Figura B.5 Diagrama de flujo para el cálculo del modelo de flujo de dos fases.....	117
Figura B.6 Diagrama de flujo para el cálculo de los modelos acoplados.....	118
Figura B.7 Diagrama de flujo para el cálculo de los modelos acoplados.....	119

Lista de tablas

Tabla 3.1 Diámetros anulares utilizados en las operaciones de UBD con inyección de nitrógeno por anular concéntrico.....	25
Tabla 4.1 Descripción de los términos involucrados en las ecuaciones de conservación.	27
Tabla 5.1 Valores del número crítico de Kutateladze para diferentes diámetros adimensionales	41
Tabla 5.2 Variables ajustables de los parámetros drift.....	43
Tabla 5.3 Constantes utilizadas en el cálculo del factor de compresibilidad	44
Tabla 6.1 Datos para los diferentes modelos utilizados en el análisis de pasos de tiempo y espacio.	54
Tabla 6.2 Análisis de diferentes pasos de tiempo y espacio de los modelos propuestos.	54
Tabla 6.3 Datos utilizados para la comparación de las diferentes relaciones constitutivas de los parámetros drift.....	55
Tabla 6.4 Condiciones en superficie del experimento de flujo de gas de Gaither et al. (1963).....	62
Tabla 7.1 Datos de las condiciones en superficie para la simulación del flujo de gas....	65
Tabla 7.2 Datos de las condiciones en superficie para la simulación del flujo de líquido.	65
Tabla 7.3 Datos para la simulación del caso de flujo bifásico.	67
Tabla 7.4 Errores absolutos obtenidos al comparar las presiones calculadas y las presiones del experimento.	69

Tabla 7.5 Geometrías de las tuberías de revestimiento y las herramientas del Pozo 01.	72
Tabla 7.6 Datos utilizados para las simulaciones de la perforación de diferentes profundidades del Pozo 01.....	73
Tabla 7.7 Presiones obtenidas de la simulación del Pozo 01 a 4538 m.....	74
Tabla 7.8 Presiones obtenidas de la simulación del Pozo 01 a 4608 m.....	76
Tabla 7.9 Presiones obtenidas de la simulación del Pozo 01 a 4697 m.....	78
Tabla 7.10 Errores obtenidos para diferentes profundidades, al comparar las presiones simuladas del Pozo 01 con los datos de campo.....	79
Tabla 7.11 Geometrías de las tuberías de revestimiento y herramientas del Pozo 02...80	
Tabla 7.12 Datos utilizados para la simulación de la perforación del Pozo 02 a la profundidad de 5272 m.....	81
Tabla 7.13 Presiones obtenidas de la simulación del Pozo 02 a 5272 m.....	82
Tabla 7.14 Errores obtenidos al comparar las presiones simuladas del Pozo 02 con los datos de campo.....	84
Tabla 8.1 Condiciones de operación en superficie utilizadas para el análisis paramétrico.	90
Tabla 8.2 Resultados del análisis paramétrico.....	94

1 Introducción

Con base en el creciente número de campos depresionados a nivel mundial y a la demanda de técnicas más eficientes para la recuperación de hidrocarburos, la industria petrolera se ha visto en la necesidad de continuar mejorando sus técnicas en la perforación. Actualmente, la combinación de técnicas que se conceptualizaron hace más de 100 años, en conjunto con los recientes avances tecnológicos, ha permitido la creación de técnicas de perforación especializadas (Shale L., 1994), las cuales propiamente diseñadas y ejecutadas, permiten una perforación más económica, segura y exitosa en casi cualquier ambiente. Una de esas técnicas es la perforación bajo balance (UBD de sus siglas en ingles).

1.1 Concepto de perforación bajo balance

En la UBD, la presión en el fondo del pozo (BHP de sus siglas en ingles) se diseña para ser menor o igual a la presión de la formación a perforar, esto gracias a la incorporación de una fase gaseosa al sistema. Esta condición de bajo balance, en ocasiones permite la invasión de los fluidos de formación al pozo durante la perforación, evitando las pérdidas de circulación y por ende el daño a la formación. Como resultado se requiere la implementación adicional de equipos y procedimientos especiales antes, durante y después de las operaciones de la UBD.

En la técnica de la UBD, el concepto principal de control del pozo (evitar el influjo de fluidos de formación por medio de la presión, la cual debe ser mayor a la presión de formación) se reemplaza por el control del flujo. En el control del flujo se deben de controlar: 1) la BHP, 2) los fluidos de la formación y 3) la fase gaseosa intencionalmente incorporada al sistema de circulación. Para cumplir ésta tarea, debe definirse una ventana de operación, la cual permite conocer las fronteras en que la operación se debe realizar. En la Figura 1.1 se muestra una ventana de operación típica para este tipo de operaciones (Urbieta et al., 2009).

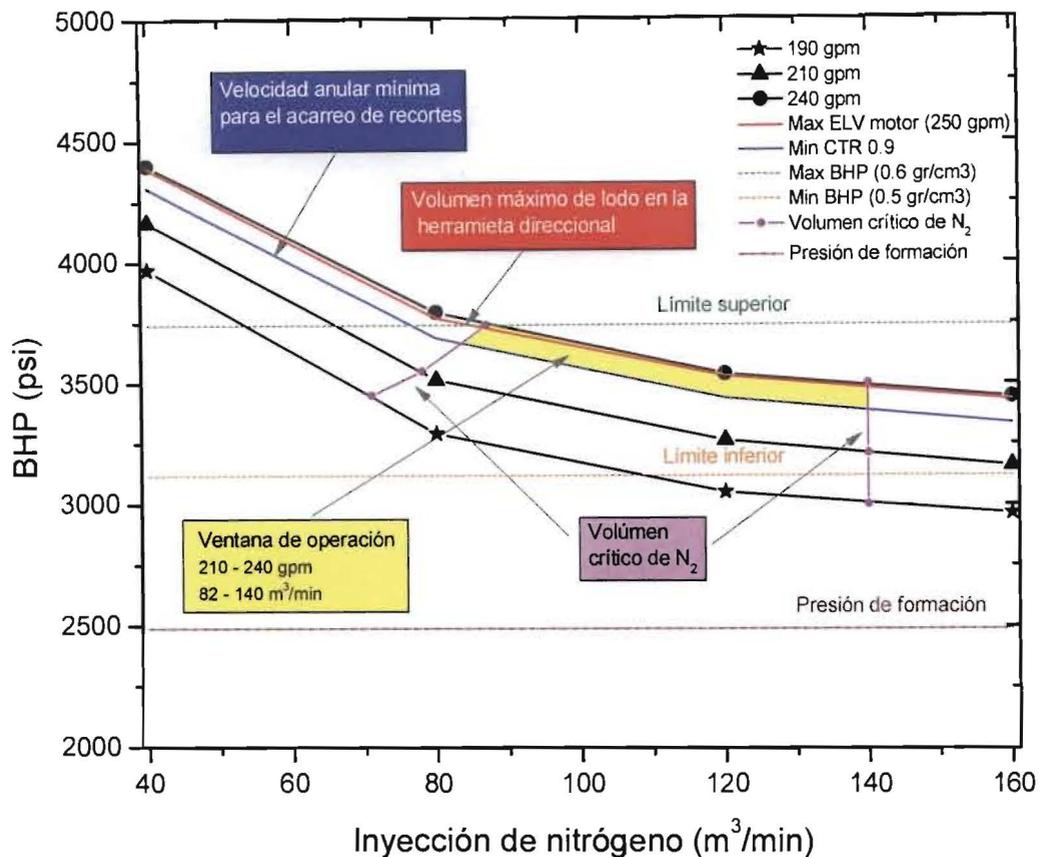


Figura 1.1 Ventana de operación típica de la UBD con inyección de nitrógeno por anular concéntrico (modificada de Urbietta et al., 2009)

En la ventana de operación se pueden observar las diferentes variables que permiten definir las **fronteras de operación**. Dentro de estas variables se puede encontrar:

- La **velocidad anular mínima** que se requiere para garantizar el **acarreo adecuado de los recortes a superficie**.
- El **volumen máximo de lodo permisible** en la herramienta direccional que permita su buen desempeño, y la toma de registros en tiempo real o en formato de memoria.
- Las **fronteras del volumen crítico del N₂ (nitrógeno)**. La frontera inferior está definida por el volumen mínimo, que garantice el desplazamiento del gas inyectado hacia el anular principal (Mykytiw y Davidson, 2003). En la frontera superior se define el gasto máximo permisible antes que las grandes velocidades causen que los perfiles de presión sean dominados por la fricción.

- Los límites de presión se fijan a partir de un análisis geomecánico, el cual permite definir las fronteras en que se garantice la estabilidad e integridad del agujero perforado.

Por otro lado, la reducción en la BHP se debe a la incorporación de la fase gaseosa (generalmente nitrógeno) en el anular principal, que permite así tener control de la DEC (densidad equivalente de circulación) en el fondo del pozo. Dentro de las ventajas que proporciona la técnica de bajo balance se pueden mencionar las siguientes:

- Incremento en la vida de la barrena, alcanzando altos ritmos de penetración.
- Minimizar las pérdidas de circulación y pegaduras por diferencial de presión.
- Reducir el daño a la formación y los requerimientos de estimulaciones.
- Incremento de la producción.
- Beneficios ambientales.

Es evidente que las ventajas de esta técnica, se traducen en beneficios económicos. Por lo que la UBD ha sido tomada como una opción viable para la perforación de campos maduros y depresionados.

2 Revisión de la literatura

El uso de la inyección de N_2 a través de la TP (tubería de perforación) para aligerar la columna hidrostática, es una práctica común para alcanzar bajas DEC y así evitar pérdidas masivas de circulación en campos depresionados alrededor del mundo. Particularmente, en el campo Samaria, la presión original del yacimiento era de 7500 psi; sin embargo hoy en día debido a la explotación intensiva se ha registrado una presión de 2200 psi (Urbieto et al., 2009).

En la técnica de UBD con inyección de gas por TP, el N_2 se inyecta directamente por el standpipe, transformando el ya ligero lodo base aceite (OBM de sus siglas en ingles) en un sistema multifásico dentro de la TP y el anular principal, hasta los sistemas de separación en la superficie. Durante varios años, se ha implementado la aplicación de esta técnica; sin embargo se han observado muchas limitantes técnicas, dentro de las cuales se pueden mencionar las siguientes:

- Grandes cantidades de gas en la TP generan grandes velocidades de la mezcla (N_2 y OBM) y en consecuencia los perfiles de presión pueden estar fácilmente dominados por la fricción generada.
- La presencia de gas en las herramientas de los ensambles de fondo (BHA de sus siglas en ingles) representa un problema serio en la medición y registros de la formación. La compresibilidad del fluido afecta considerablemente la amplitud de la señal del PWD/LWD (herramientas de medición del BHA, Pressure while drilling y Logging while drilling).
- En consecuencia, a las limitantes en el registro de la formación, se pierde el control direccional del pozo. De esta manera, los pozos de alta inclinación y horizontales están condenados a perforarse a "ciegas".
- Las altas temperaturas son comunes en el fondo del pozo, debido a la relación gas/líquido, alcanzando el límite técnico de los BHA convencionales.

Teniendo esto en mente, la UBD con inyección de gas a través de un anular concéntrico se ha considerado como la mejor opción para mitigar estas limitantes. La técnica de

inyección de gas a través una región anular concéntrica consiste en implementar un anular concéntrico provisional por el cual el gas se inyecta desde la superficie hasta cierta profundidad y el OBM se inyecta de manera convencional a través de la TP. Esto permite garantizar el buen funcionamiento del BHA, el control total de la trayectoria del pozo, alcanzar la DEC correspondiente y adicionalmente aprovechar las ventajas propias de la UBD (Beltrán, 2010).

El trabajo presente surge de la necesidad de contar con una herramienta que permita diseñar y reproducir escenarios de las operaciones de UBD con inyección de gas por anular concéntrico. Para esto es necesaria la implementación de una aplicación que permita definir las ventanas de operación (ver Figura 1.1) y así conocer las condiciones de operación, tales como presiones y gastos de inyección. Considerando lo anterior, se realizó una búsqueda en la literatura. A continuación se muestran las publicaciones relacionadas.

Urbietta et. al. (2009) presenta parte de la metodología del diseño del primer pozo perforado en México con la técnica de bajo balance con inyección de gas por anular concéntrico. El caso mostrado es de un pozo de más de 4900 metros de longitud, perteneciente al campo Samaria. Aunque no propone ningún modelo matemático o cálculo de propiedades, permite observar algunas consideraciones importantes para el diseño de la operación.

Mykytiw y Davidson (2003) publicaron varias de las consideraciones necesarias para el diseño y ejecución de las operaciones de UBD con inyección de gas por anular concéntrico. Dentro de las consideraciones mencionadas se listan las siguiente: Relación gas-líquido en el anular principal, gasto crítico de inyección de nitrógeno, inclinación y profundidad de los puertos de inyección de gas, influencia de la densidad y viscosidad del fluido de perforación, control dinámico de la presión del estrangulador en superficie, entre otros.

Perez-Tellez (2003) propone un modelo drift-flux en estado estacionario y un modelo homogéneo en estado transitorio para el diseño de la UBD con inyección de N_2 por TP para pozos verticales. Estos modelos están formulados por la ecuación de conservación

de masa para cada fase y la ecuación de conservación de cantidad de movimiento para la mezcla. El modelo drift-flux se formula a partir de modelos independientes para cada patrón de flujo. Así mismo se proponen modelos de transición entre cada patrón de flujo. El modelo transitorio toma como condición inicial el modelo estacionario, sin embargo la evolución de las variables a encontrar (presión y velocidad de mezcla) son bajo un concepto homogéneo. Se modelaron los patrones de burbuja, burbuja dispersa y slug en la tubería de perforación. En el espacio anular se modelaron los patrones de burbuja, slug y churn. El modelo se compara con simuladores comerciales y datos de campo.

Lage y Time (2000) propusieron un modelo mecánico en estado estacionario de flujo ascendente de dos fases para tuberías anulares verticales. El modelo se basaba en la ecuación de conservación de cantidad de movimiento, donde se modelan las diferenciales de presión de manera independiente para cada patrón de flujo. Por otra parte, se incorporan los modelos de transición propuestos por Taitel et al. (1980). Se estudian los patrones de flujo burbuja, burbuja dispersa, slug y anular. El modelo se valida con datos de un pozo experimental de 1275 m. Los fluidos utilizados en dicho experimento fueron agua y nitrógeno.

Hibiki e Ishii (2003) presentan el planteamiento de las ecuaciones de conservación (masa, cantidad de movimiento y energía) para la formulación de un modelo drift-flux en una dimensión en estado transitorio. También presentan las deducciones de los parámetros drift (velocidad drift y coeficiente de distribución), utilizados dentro de este esquema. Los patrones de flujo considerados son burbuja, slug y anular. El trabajo no trabaja de manera acoplada las transiciones entre cada patrón, por lo que existen discontinuidades entre dichos patrones.

Alkaya (2002) presenta modelos para el cálculo de la velocidad drift y el coeficiente de distribución, dichos parámetros se utilizaron en la formulación de los modelos drift-flux para flujo multifásico en pozos petroleros (flujo agua-gas y agua-aceite). Estos parámetros se plantearon a partir de la física de cada uno de los patrones de flujo, lo que permite obtener perfiles continuos en función de la fracción volumétrica del gas.

Shi et al. (2003) propone los parámetros drift necesarios para los modelos drift-flux. El autor discute los parámetros propuestos en otros trabajos, ya que estos se plantearon a partir de experimentos en tubería de diámetros pequeños (menores a 2 pulgadas). Se propone un ajuste de ciertas variables dentro de los parámetros drift que permite modelar el flujo bifásico en tuberías de mayor diámetro y para diferentes inclinaciones. Sus resultados se compararon con datos experimentales de flujo gas-líquido y líquido-aceite.

Pan et al. (2011) presenta el planteamiento de un modelo drift-flux que acopla el flujo del pozo con el yacimiento, para la inyección de CO₂ (dióxido de carbono) desde superficie hasta la formación. Discute el planteamiento de las ecuaciones de conservación, así como los parámetros drift utilizados. De igual manera, discute las variables ajustables de los parámetros drift propuestos por otros autores, y compara sus resultados con un caso de campo.

Sharma et. al. (2000) presenta un modelo drift-flux en estado estacionario para el flujo simultáneo de tres fases (sólido, líquido y gas). El modelo estacionario está compuesto por las ecuaciones de conservación de masa para ambas fases y cantidad de movimiento para la mezcla. El modelo se comparó con datos de campo.

Tang et. al. (1997) presenta el análisis y el modelado del proceso de descarga en las operaciones de gas-lift en pozos productores. El modelo hidrodinámico está planteado por dos ecuaciones de masa (una para cada fase) y una ecuación de cantidad de movimiento para la mezcla. Se muestran resultados del comportamiento transitorios del proceso de descarga y la estabilidad del flujo a través del pozo.

Es importante hacer notar que muchos han sido los esfuerzos por la implementación de modelos matemáticos, bajo diferentes esquemas, para modelar el flujo multifásico en tuberías. Sin embargo los esfuerzos por modelar de manera puntual las operaciones de UBD con inyección de gas por el anular concéntrica han sido menores. El presente trabajo propone una herramienta del modelado numérico como parte del diseño de la operación.

3 Modelo físico

En las operaciones de UBD con inyección de N_2 a través de un anular concéntrico las fases viajan por separado, antes de presentarse el flujo bifásico en la región del anular principal. El N_2 se inyecta en superficie a través del anular concéntrico. Para esto, se instala provisionalmente un tieback (complemento) ranurado sobre la boca del último liner, creando así un espacio anular secundario. El OBM se inyecta en superficie a través del standpipe de manera convencional. El lodo viaja por la tubería de perforación, el BHA, la barrena y finalmente retorna a superficie por el anular principal. Ambas fases confluyen a la profundidad de los puertos de inyección, posteriormente fluyen simultáneamente hasta la superficie. La Figura 3.1 muestra un diagrama del flujo de ambas fase en el pozo. La Figura 3.2 representa un esquema del flujo del gas a través del anular secundario a la profundidad de los puertos de inyección.

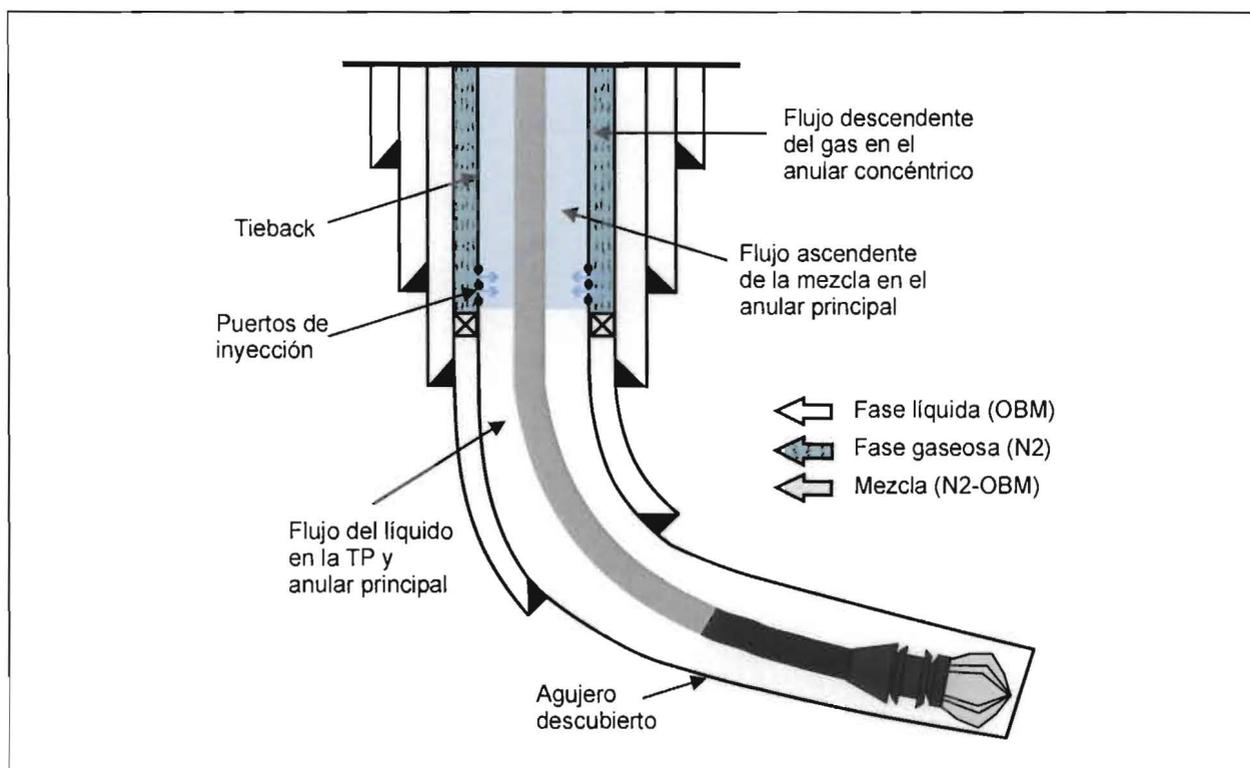


Figura 3.1 Esquema de la UBD con inyección de gas por un anular concéntrico

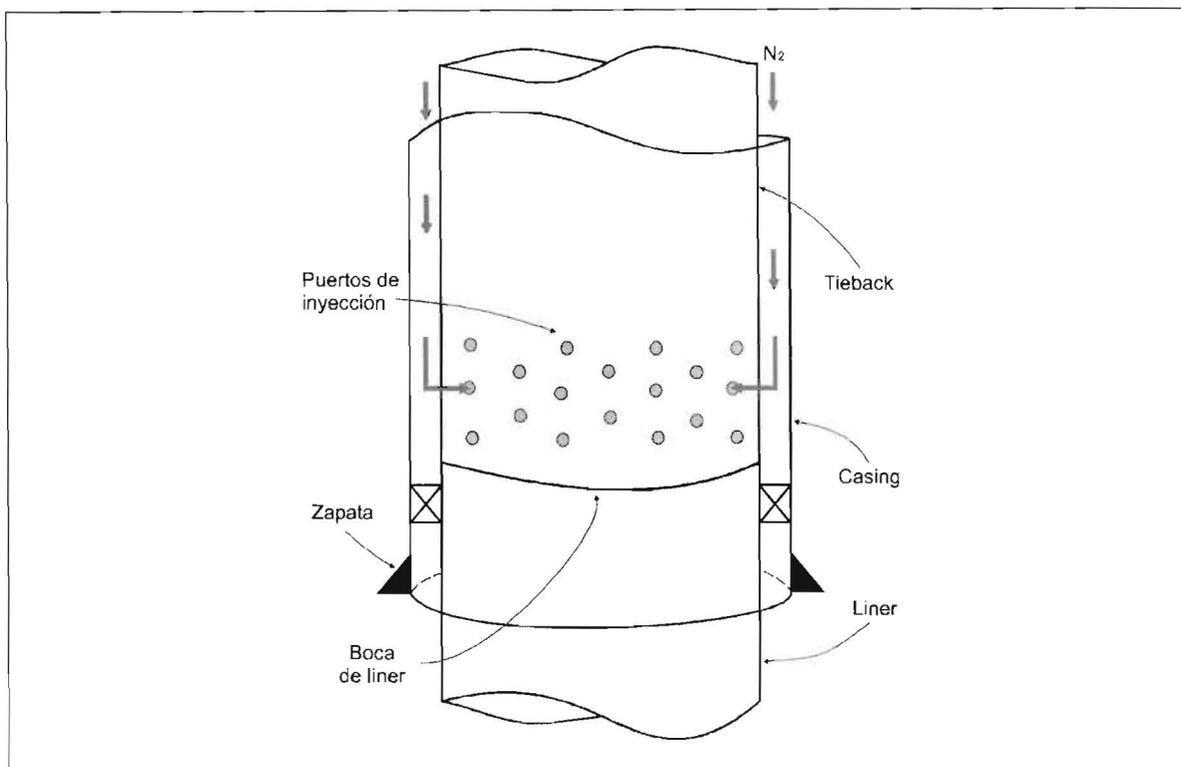


Figura 3.2 Flujo de gas en la región del anular concéntrico

3.1 Consideraciones generales

En este trabajo se considera que ambas fases presentan flujo desarrollado. El nitrógeno fluye en el anular secundario y a través de los puertos de inyección. El OBM está fluyendo en la sarta de perforación, la barrena y el anular principal. El flujo de dos fases se presenta desde la profundidad de los puertos de inyección hasta la superficie.

El nitrógeno se trata como un gas real, por lo que su densidad se ve afectada por la presión, temperatura y el factor de compresibilidad. La fase líquida es incompresible, es decir su densidad es constante. Ambas fases presentan un comportamiento Newtoniano.

Cuando las fases fluyen juntas, ambos fluidos tienden a separarse por la diferencia de densidades. La expansión del gas sobre la fase continua (líquida) propicia un decremento de la presión, y entonces se incrementa el flujo volumétrico del gas. Teniendo esto en mente, las velocidades de las fases son diferentes.

La caída de presión del gas en los puertos de inyección se desprecia debido a que el área de flujo del gas aumenta al fluir desde la región del anular concéntrico hacia la región del anular principal. Esto significa que el flujo volumétrico del gas disminuye, por lo tanto la velocidad disminuye, sin causar cambios considerables en la presión. Los diámetros comúnmente utilizados (a la profundidad de los puertos de inyección) en este tipo de operaciones, se describen en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1 Diámetros anulares utilizados en las operaciones de UBD con inyección de nitrógeno por anular concéntrico.

Sección	Diámetros anulares (in)	Área (in²)
Anular Principal	6.625 x 3.500	24.85
Anular concéntrico	8.535 x 7.625	11.55
Puertos de inyección (tieback perforado)	23/32 (18 perforaciones)	7.30

Por otro lado, se supone que no existen fenómenos de transferencia de masa, cantidad de movimiento o energía entre las fases y que el flujo es adiabático. La convección y la velocidad de producción de trabajo son las únicas fuentes de energía.

Las fuerzas consideradas son aquellas debidas a la gravedad, a la fricción entre el fluido y la pared de la tubería, y la fuerza por aceleración.

4 Modelos matemáticos

De acuerdo a lo planteado en el modelo físico (capítulo 3), es necesaria la implementación de tres modelos: modelo para el flujo de gas en una región anular, modelo para el flujo de líquido en una tubería circular y una región anular, y modelo para el flujo de dos fases en una región anular.

Los modelos matemáticos propuestos en este trabajo están formulados por las ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía, las cuales se describen respectivamente a continuación (Bird et al. 2002):

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \rho}_{(1)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \rho v}_{(2)} = 0 \quad (4.1)$$

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \rho v}_{(1)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \rho v v}_{(2)} = - \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} P}_{(3)} \pm \underbrace{\rho g \cos \theta}_{(4)} \pm \underbrace{\frac{\tau_{kw}}{D_h}}_{(5)} \quad (4.2)$$

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \rho e}_{(1)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \rho e v}_{(2)} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} P}_{(3)} \pm \underbrace{\rho v g \cos \theta}_{(4)} \quad (4.3)$$

Donde ρ es densidad, v es velocidad, P es presión, τ_w es el esfuerzo de corte debido al arrastre del fluido sobre la pared de la tubería, y e es la energía específica. g y θ son la aceleración gravitacional y la inclinación de la tubería desde la vertical, respectivamente. El diámetro hidráulico D_h se usa para calcular el área de flujo en las diferentes secciones del pozo. Las coordenadas temporales y espaciales están representadas respectivamente por t y z . La Tabla 4.1 define los términos involucrados en las ecuaciones de conservación.

Tabla 4.1 Descripción de los términos involucrados en las ecuaciones de conservación.

Término	Descripción		
	Ec. de masa (4.1)	Ec. de cantidad de movimiento (4.2)	Ec. de energía (4.3)
(1)	Acumulación	Acumulación	Acumulación
(2)	Inercial	Inercial	Inercial
(3)		Fuerza debida a la presión	Energía debida a la presión
(4)		Fuerza debida a la gravedad	Energía debida a la gravedad
(5)		Fuerza de fricción con la pared de la tubería	

4.1 Modelo de flujo de una fase

Para los modelos de flujo de una fase (N_2 en la región del anular concéntrico, y OBM en la región del anular principal y la tubería de perforación) las ecuaciones (4.1) - (4.3) se pueden escribir de la siguiente forma:

Ecuación de masa

$$\frac{X_k}{c_k^2} \left[\frac{\partial}{\partial t} P_k + v_k \frac{\partial}{\partial z} P_k \right] + \rho_k \frac{\partial}{\partial z} v_k = 0 \quad (4.4)$$

Ecuación de cantidad de movimiento

$$\frac{\partial}{\partial z} P_k + X_k \rho_k \left[\frac{\partial}{\partial t} v_k + v_k \frac{\partial}{\partial z} v_k \right] = \pm \rho_k g_z \cos \theta \pm \frac{\tau_{kw}}{D_h} \quad (4.5)$$

Ecuación de energía

$$-\eta_k C_{p,k} \rho_k \left[\frac{\partial}{\partial t} P_k + v_k \frac{\partial}{\partial z} P_k \right] - \frac{\partial}{\partial t} P_k + X_k \rho_k \left[\frac{\partial}{\partial t} v_k + v_k \frac{\partial}{\partial z} v_k \right] + C_{p,k} \rho_k \left[\frac{\partial}{\partial t} T_k + v_k \frac{\partial}{\partial z} T_k \right] = \pm \rho_k v_k g_z \cos \theta \quad (4.6)$$

Donde el subíndice k denota la fase gaseosa ($k = g$) o líquida ($k = l$). El parámetro X_k permite considerar la contribución de la compresibilidad de las fases ($X_g = 1, X_l = 0$). El coeficiente de Joule-Thomson y la capacidad calorífica a presión constante están definidos por η y C_p , respectivamente. Para la obtención de las ecuaciones (4.4) - (4.6) se usaron las siguientes relaciones:

$$\left. \frac{\partial \rho_k}{\partial P_k} \right|_{T_k} \partial P_k = \frac{1}{c_k^2} \partial P_k \quad (4.7)$$

$$\partial e_k = \partial \frac{v_k^2}{2} + \partial h_k \quad (4.8)$$

$$\partial h_k = C_{p,k} \partial T_k - \eta_k C_{p,k} \partial P_k \quad (4.9)$$

La relación (4.7) describe la compresibilidad a causa de los cambios de presión, donde c representa la velocidad del sonido en la fase k . La ecuación (4.8) representa la definición de la energía específica como la suma de la energía cinética y la entalpía. Al conocer que la entalpía expresa la cantidad de energía absorbida o cedida por un sistema termodinámico, es posible definirla en función de presión y temperatura como se muestra en la relación de (4.9). Bajo este concepto, el coeficiente de Joule-Thomson se define como la relación temperatura-presión que representa la pérdida o ganancia de calor. El coeficiente de Joule-Thomson es el parámetro más importante en la predicción de la temperatura (Cazarez-Candia y Vázquez-Cruz, 2005).

4.2 Modelo de flujo de dos fases

El flujo de dos fases involucra el movimiento relativo de una fase con respecto a la otra, por lo tanto los problemas de flujo bifásico deben formularse en términos de dos campos de velocidad. Dependiendo del grado de acoplamiento dinámico entre las fases que se desee, un problema transitorio común de dos fases puede formularse usando las técnicas (Ishii, 1977) de: 1) flujo homogéneo, 2) flujo a dos fluidos ó 3) drift-flux.

Los modelos homogéneos toman como consideración principal que ambas fases viajan a la misma velocidad debido a que no existe deslizamiento entre ellas. Su formulación parte del concepto de flujo monofásico, sin embargo todas las variables se calcularon como variables de mezcla en vez de fases separadas. Generalmente se plantean usando las ecuaciones de conservación de masa y cantidad de movimiento. Un ejemplo de este tipo de modelos se aplica en el trabajo de Perez-Tellez (2003).

En la técnica de modelado a dos fluidos cada fase se considera por separado, como resultado se establecen dos ecuaciones de conservación para los balances de masa, cantidad de movimiento y energía para cada fase (Montoya, 2010). Como consecuencia, la introducción de dos ecuaciones de cantidad de movimiento presenta considerables dificultades debido a complicaciones matemáticas. Las inestabilidades numéricas causadas por una mala elección de términos de interacción interfacial en las ecuaciones de cantidad de movimiento se presentan frecuentemente. Además, en este tipo de modelado se requiere plantear un modelo para cada patrón de flujo y una herramienta teórica para determinar las transiciones entre ellos. El acoplamiento numérico de todos los modelos de los diferentes patrones de flujo requiere diferentes pasos de tiempo y espacio para su solución, obligando a tener una malla dinámica.

Las dificultades asociadas con la técnica de modelado a dos fluidos se pueden reducir significativamente al formular los problemas de dos fases mediante la técnica de modelado del drift-flux. Bajo este concepto, el movimiento de todas las fases se expresa por la cantidad de movimiento de mezcla pero considerando el movimiento relativo entre las fases. Es decir, el concepto básico de los modelos drift-flux es considerar la mezcla como un todo en lugar de dos fases separadas (Hibiki e Ishii, 2003), donde el campo de velocidades se expresa en términos de: 1) la velocidad de mezcla al centro de masa y 2) la velocidad de la fase gaseosa respecto al centro del volumen de la mezcla.

4.2.1 Modelo drift-Flux

El promediado de variables sobre el área transversal, es de gran ayuda en la formulación de problemas complicados de ingeniería que involucran flujo de fluidos y transferencia de calor. Esto permite que los cambios radiales de las propiedades en una tubería sean despreciados. La mejor aproximación para obtener un modelo unidimensional es la integración de las variables sobre un área transversal e introducir valores promedio de las propiedades (Hibiki e Ishii, 2003).

Un simple promedio de área en el área transversal de una tubería A_T , está definido por

$$\langle \varphi_k \rangle = \frac{1}{A_T} \int_{A_T} \varphi_k dA_T \quad (4.10)$$

donde φ_k representa cualquier propiedad y el operador $\langle \rangle$ define el promedio de una variable. El valor de φ_k promediado y ponderado por la fracción volumétrica, α_k , está dado por el operador $\langle\langle \rangle\rangle$ y es definido por

$$\langle\langle \varphi_k \rangle\rangle = \langle \alpha_k \varphi_k \rangle / \langle \alpha_k \rangle \quad (4.11)$$

Por lo tanto, la densidad de mezcla se puede definir como

$$\langle \rho_m \rangle = \langle \alpha_g \rangle \rho_g + (1 - \langle \alpha_g \rangle) \rho_l \quad (4.12)$$

La componente axial de la velocidad ponderada promedio de la fase k es

$$\langle\langle v_k \rangle\rangle = \frac{\langle\langle \alpha_k v_k \rangle\rangle}{\langle\langle \alpha_k \rangle\rangle} = \frac{\langle\langle v_{sk} \rangle\rangle}{\langle\langle \alpha_k \rangle\rangle} \quad (4.13)$$

donde la expresión escalar de la velocidad corresponde al componente axial del vector y el subíndice s define la velocidad superficial de la fase k . Entonces la velocidad de mezcla está definida por

$$v_m = \frac{\langle \rho_m v_m \rangle}{\langle \rho_m \rangle} = \frac{\langle \alpha_g \rangle \rho_g \langle \langle v_g \rangle \rangle + (1 - \langle \alpha_l \rangle) \rho_l \langle \langle v_l \rangle \rangle}{\langle \rho_m \rangle} \quad (4.14)$$

y el flux volumétrico está dado por

$$\langle j \rangle = \langle \alpha_g \rangle \langle \langle v_g \rangle \rangle + (1 - \langle \alpha_g \rangle) \langle \langle v_l \rangle \rangle \quad (4.15)$$

La velocidad drift de la fase gaseosa es representada como la velocidad de la fase dispersa con respecto al centro del volumen de la mezcla y está definida por

$$V_{gj} = v_g - j \quad (4.16)$$

Entonces la velocidad drift promedio puede definirse como

$$\overline{V_{gj}} = \langle \langle v_g \rangle \rangle - \langle j \rangle = (1 - \langle \alpha_g \rangle) (\langle \langle v_g \rangle \rangle - \langle \langle v_l \rangle \rangle) \quad (4.17)$$

o bien

$$\overline{V_{gj}} = \langle \langle V_{gj} \rangle \rangle + (C_o - 1) \langle j \rangle \quad (4.18)$$

donde la velocidad drift local de la fase gaseosa $\langle \langle V_{gj} \rangle \rangle$ y el coeficiente de distribución C_o de la ecuación (4.18), están definidos respectivamente por:

$$\langle \langle V_{gj} \rangle \rangle = \frac{\langle \alpha_g V_{gj} \rangle}{\langle \alpha_g \rangle} \quad (4.19)$$

y

$$C_o = \frac{\langle \alpha_g j \rangle}{\langle \alpha_g \rangle \langle j \rangle} \quad (4.20)$$

Estos parámetros drift (ecuaciones (4.19) y (4.20)) deben definirse a partir de relaciones constitutivas, las cuales serán discutidas en la sección 5.1. Al considerar diferentes

campos de velocidad, Ishii (1977) propuso las siguientes relaciones para conocer las diferentes velocidades:

$$\langle\langle v_g \rangle\rangle = v_m + \frac{\rho_l}{\langle\rho_m\rangle} \overline{V}_g \quad (4.21)$$

$$\langle\langle v_l \rangle\rangle = v_m - \frac{\langle\alpha_g\rangle}{1-\langle\alpha_g\rangle} \frac{\rho_g}{\langle\rho_m\rangle} \overline{V}_g \quad (4.22)$$

$$\langle j \rangle = v_m + \frac{\langle\alpha_g\rangle(\rho_l - \rho_g)}{\langle\rho_m\rangle} \overline{V}_g \quad (4.23)$$

En las definiciones subsecuentes, las propiedades promediadas serán consideradas uniformes, por ejemplo $v_g = \langle\langle v_g \rangle\rangle$. Esta suposición es válida al considerar que el cambio de las propiedades en la región transversal de la tubería es mucho menor respecto al cambio axial.

Las ecuaciones de conservación propuestas en este trabajo para el modelo drift-flux (flujo de mezcla de N₂ y OBM en la región del anular principal) se definen a continuación:

Ecuación de masa

$$\frac{1}{c_m^2} \left[\frac{\partial}{\partial t} P_m + v_m \frac{\partial}{\partial z} P_m \right] + \rho_m \frac{\partial}{\partial z} v_m = 0 \quad (4.24)$$

Ecuación de cantidad de movimiento

$$(1+C_1) \frac{\partial}{\partial z} P_m + \rho_m \left[\frac{\partial}{\partial t} v_m + v_m \frac{\partial}{\partial z} v_m \right] + C_2 \frac{\partial}{\partial z} \alpha_g + C_3 \frac{\partial}{\partial z} \overline{V}_g^2 = \pm \rho_m g_z \cos \theta \pm \frac{\tau_{mk}}{D_h} \quad (4.25)$$

Ecuación de energía

$$\begin{aligned}
 & -\beta_m \left[\frac{\partial}{\partial t} P_m + v_m \frac{\partial}{\partial z} P_m \right] - \frac{\partial}{\partial t} P_m + \rho_m \left[\frac{\partial}{\partial t} v_m + v_m \frac{\partial}{\partial z} v_m \right] + \\
 & \gamma_m \left[\frac{\partial}{\partial t} T_m + v_m \frac{\partial}{\partial z} T_m \right] = \pm \rho_m v_m g_z \cos \theta
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

donde el subíndice m hace referencia a la mezcla formada por las fases líquida y gaseosa, mientras que C_1 , C_2 , C_3 , β_m y γ_m están definidos respectivamente por:

$$C_1 = \frac{\rho_l}{\rho_m} \left(\frac{1}{c_g^2} - \frac{\rho_g}{\rho_m} \frac{1}{c_m^2} \right) \left(\frac{\alpha_g}{1-\alpha_g} \right) \overline{V_{gj}^2} \tag{4.27}$$

$$C_2 = \frac{\rho_g \rho_l}{\rho_m} \left(1 + \frac{\alpha_g}{1-\alpha_g} \right) \left(\frac{1}{1-\alpha_g} \right) \overline{V_{gj}^2} \tag{4.28}$$

$$C_3 = \frac{\rho_g \rho_l}{\rho_m} \left(\frac{\alpha_g}{1-\alpha_g} \right) \tag{4.29}$$

$$\beta_m = \alpha_g \eta_g C_{p,g} \rho_g + (1-\alpha_g) \eta_l C_{p,l} \rho_l \tag{4.30}$$

$$\gamma_m = \alpha_g C_{p,g} \rho_g + (1-\alpha_g) C_{p,l} \rho_l \tag{4.31}$$

Las ecuaciones de conservación para el modelo drift-flux surgen de las ecuaciones (4.1)-(4.3), y están formuladas para una mezcla (ver deducción en el Apéndice A). En la ecuación de cantidad de movimiento fueron introducidas las relaciones para las velocidades de las fases (4.21) y (4.22). Sin embargo, las derivadas de la fracción de gas, α_g , y la velocidad drift promedio, $\overline{V_{gj}}$, se trataron por separado, lo que permite resolver solamente para la presión, velocidad y temperatura, al igual que en los modelos monofásicos.

4.2.2 Fracción volumétrica del gas

Las ecuaciones de conservación del modelo propuesto para el flujo de dos fases son resueltas numéricamente para la presión, velocidad y temperatura. Por lo tanto es necesaria la introducción de una relación que permita obtener la fracción del gas. Cabe mencionar que la convergencia entre la solución de las ecuaciones (4.24)-(4.26) y la fracción de gas es indispensable para alcanzar una correcta solución del modelo drift-flux. La relación utilizada para calcular la fracción volumétrica del gas es la siguiente

$$\alpha_g = \frac{v_{sg}}{C_o j + V_{gj}} \quad (4.32)$$

Para la ecuación (4.32) las velocidades superficiales se definen como

$$v_{sg} = \frac{Q_g}{A_T} = \alpha_g v_g \quad (4.33)$$

$$v_{sl} = \frac{Q_l}{A_T} = (1 - \alpha_g) v_l \quad (4.34)$$

$$j = \frac{Q_g + Q_l}{A_T} = \alpha_g v_g + (1 - \alpha_g) v_l \quad (4.35)$$

donde A_T es el área transversal total de la tubería y Q es el flujo volumétrico a condiciones de presión y temperatura de operación. El flujo volumétrico del gas se calcula a partir de las condiciones estándar del gas mediante la siguiente relación

$$Q_g = Q_g^{sc} \frac{P_g^{sc}}{T_g^{sc}} \frac{T_g}{P_g} \frac{Z_g}{Z_g^{sc}} \quad (4.36)$$

La ecuación (4.32) se resuelve mediante un proceso iterativo donde α_g permite obtener una nueva densidad y velocidad de mezcla con la relaciones (4.12) y (4.14), se calculan los parámetros drift, C_o y V_{gj} , y finalmente se obtienen las velocidades de las fases con las ecuaciones (4.21) y (4.22). Posteriormente, las nuevas propiedades y parámetros se

introducen en la solución de las ecuaciones de conservación hasta alcanzar la convergencia. Por ejemplo, la nueva velocidad se introduce en los términos no lineales de la velocidad de mezcla. Dicho procedimiento para el cálculo de la fracción volumétrica del gas se muestra en un diagrama de flujo en el Apéndice B.

5 Relaciones constitutivas

Con el fin de completar los modelos matemáticos se debe contar con la definición de las relaciones constitutivas de los parámetros drift y las propiedades correspondientes que permitan obtener sus soluciones. A continuación se definen los parámetros drift propuestos por diferentes autores y las propiedades de los fluidos.

5.1 Parámetros drift

Tal como se mencionó en la sección 4.2, el modelo drift-flux está expresado en función de dos campos de velocidades, esto es, en función de: *a*) la velocidad respecto al centro del volumen de la mezcla, y *b*) la velocidad de mezcla respecto al centro de masa. Esto se puede apreciar al retomar las definiciones de las ecuaciones (4.21) y (4.22).

$$v_g = \underbrace{v_m}_{a)} + \underbrace{\frac{\rho_l}{\rho_m} \overline{V_{gl}}}_{b)} \quad (5.1)$$

$$v_l = \underbrace{v_m}_{a)} - \underbrace{\frac{\alpha_g}{1 - \alpha_g} \frac{\rho_g}{\rho_m} \overline{V_{gl}}}_{b)} \quad (5.2)$$

Por otra parte, el deslizamiento entre las fases, descrito por el modelo drift-flux es el resultado de la acción de dos mecanismos (Shi et al., 2002). El primero es consecuencia de los perfiles no uniformes de las fases. La concentración del gas en un flujo ascendente (vertical) gas-líquido, tiende a ser mayor en el centro de la tubería, donde la velocidad de la mezcla es aun mayor. El segundo mecanismo describe la tendencia al crecimiento ascendente del gas dentro de la fase líquida, debido a la flotación. La ecuación (5.3) permite la incorporación de estos dos mecanismos (Zuber y Findaly, 1965):

$$v_g = C_o j + V_{gj} \quad (5.3)$$

donde el parámetro de distribución C_o describe la relación entre la velocidad y los perfiles de concentración. Por otra parte la velocidad drift local de la fase gaseosa V_{gj} , representa el efecto de la flotación de la fase gaseosa en la fase líquida. El efecto de estos parámetros en las predicciones depende del valor que tome j . Para altas velocidades, C_o se torna importante debido a que multiplica al flux volumétrico. Sin embargo para velocidades pequeñas, V_{gj} es dominante debido a su contribución adicional (Alkaya, 2002).

5.1.1 Coeficiente de distribución

Zuber & Findlay (1965) reportaron valores de C_o entre 1.0 y 1.5. Diversos modelos drift-flux utilizan el valor constante de 1.2 para los patrones burbuja y slug, y 1.0 para el régimen anular (Ansari et al., 1994; Hasan et al., 2010; Perez-Tellez, 2003). De hecho, el valor de C_o debe aproximarse a 1.0 conforme la fracción de gas se aproxime a 1.0 y el producto $\alpha_g C_o$ nunca debe de exceder 1.0.

Hibiki e Ishii (2003) propusieron relaciones para el coeficiente de distribución para varios patrones de flujo:

Parámetro de distribución para flujo burbuja

$$C_o = 2.0e^{(-0.000584 Re)} + 1.2 \left[1 - e^{(-22 D_{Sm}/D_h)} \right] \left[1 - e^{(-0.000584 Re)} \right] - \left\{ 2.0e^{(-0.000584 Re)} + 1.2 \left[1 - e^{(-22 D_{Sm}/D_h)} \right] \left[1 - e^{(-0.000584 Re)} \right] - 1 \right\} \sqrt{\rho_g / \rho_l} \quad (5.4)$$

Parámetro de distribución para flujo slug

$$C_o = 1.2 - 0.2 \sqrt{\rho_g / \rho_l} \quad (5.5)$$

Parámetro de distribución para flujo anular

$$C_o = \frac{1 - \alpha_g}{\alpha_g + 4\sqrt{\rho_g/\rho_l}} \left(1 + \frac{\sqrt{\frac{g_z(\rho_l - \rho_g)(1 - \alpha_g)D_h}{0.015\rho_l}}}{j} \right) + 1 \quad (5.6)$$

En la ecuación (5.4), D_{Sm} es el diámetro promedio de Sauter, el cual puede ser calculado por $0.15D_h$. Por otro lado, Shi et al. (2003) propuso una relación para el coeficiente de distribución donde el valor 1.2 se utiliza para el flujo burbuja y slug, sin embargo, posteriormente este valor decrece acercándose a 1.0 conforme la fracción de gas también lo hace. La relación es la siguiente:

$$C_o = \begin{cases} A & ; \alpha_g \leq B \\ \frac{A}{1 + (A-1)\Omega^2} & ; \alpha_g > B \end{cases} \quad (5.7)$$

$$\Omega = \frac{\alpha_g - B}{1 - B} \quad (5.8)$$

donde $A=1.2$ y $B=0.6$, los cuales representan el valor del coeficiente de distribución durante el flujo burbuja y slug, y el valor de la fracción a la cual el coeficiente comienza a disminuir hasta 1.0, respectivamente. La relación de Ω permite este comportamiento.

En la Figura 5.1 se muestran las comparaciones del coeficiente de distribución utilizando las relaciones de Hibiki e Ishii (2003) y de Shi et al. (2003). Es evidente notar como las relaciones de Hibiki e Ishii (2003) se presentan discontinuidades, mientras que las relaciones de Shi et al. (2003) son continuas para toda fracción volumétrica de gas. En la sección 6.6 se hace una discusión acerca de las diferencias entre las relaciones constitutivas para el cálculo del coeficiente de distribución y su contribución en las propiedades de los fluidos.

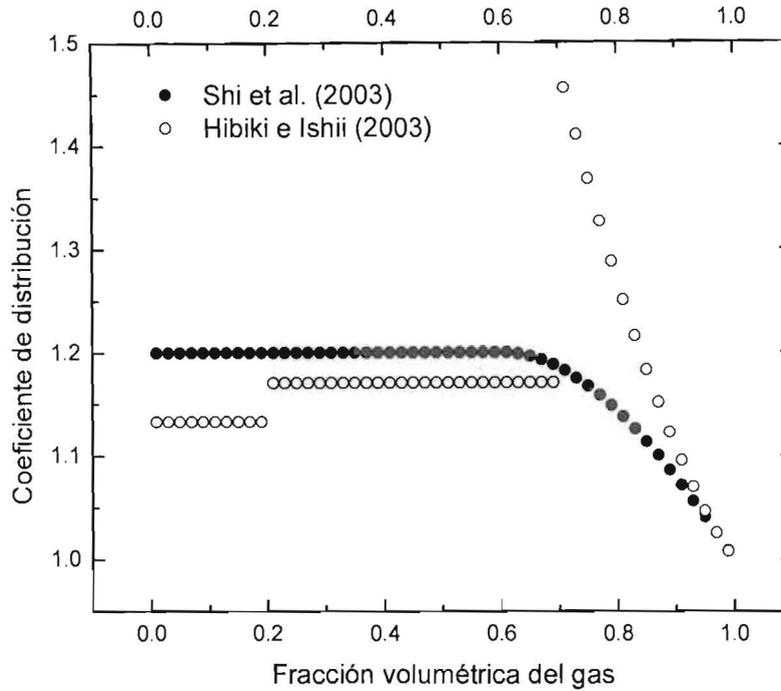


Figura 5.1 Comparación de las relaciones constitutivas del coeficiente de distribución.

5.1.2 Velocidad drift

Como parte del planteamiento del modelo drift-flux, Hibiki e Ishii (2003) propusieron relaciones constitutivas para la velocidad drift local de la fase gaseosa para diferentes patrones de flujo:

Velocidad drift para el flujo burbuja

$$V_{gl} = \sqrt{2} \left[\frac{(g_z(\rho_l - \rho_g) + M_{F\infty})\sigma_{gl}}{\rho_l} \right]^{1/4} \frac{18.67(1 - \alpha_g)^2 \left[\frac{g_z(\rho_l - \rho_g)(1 - \alpha_g) + M_F}{g_z(\rho_l - \rho_g) + M_{F\infty}} \right]}{1 + 17.67(1 - \alpha_g)^{6/7} \left[\frac{g_z(\rho_l - \rho_g)(1 - \alpha_g) + M_F}{g_z(\rho_l - \rho_g) + M_{F\infty}} \right]^{3/7}} \quad (5.9)$$

Velocidad drift para flujo slug

$$V_{gl} = 0.35 \left[\frac{\{g_z(\rho_l - \rho_g)(1 - \alpha_g) + M_F\} D_h}{\rho_l(1 - \alpha_g)} \right]^{1/2} \quad (5.10)$$

Velocidad drift promedio para flujo anular

$$\overline{V}_{gl} = \frac{1 - \alpha_g}{\alpha_g + 4\sqrt{\rho_g/\rho_l}} \left[j + \sqrt{\frac{g_z (\rho_l - \rho_g) (1 - \alpha_g) D_h}{0.015 \rho_l}} \right] \quad (5.11)$$

En la ecuación (5.9) y (5.10), σ_{gl} es la tensión superficial entre las fases, M_F y $M_{F\infty}$ representan el gradiente de presión por fricción para un sistema de una y varias burbujas, respectivamente. Para el flujo anular, se presenta la velocidad drift promedio la cual contiene implícitamente todos los términos de la ecuación (4.18). Por otra parte, Shi et al. (2003) proponen utilizar la siguiente relación:

$$V_{gl} = \frac{(1 - \alpha_g C_o) v_c C_o m(\theta) \omega}{\left(\sqrt{\frac{\rho_g}{\rho_l}} - 1 \right) \alpha_g C_o + 1} \quad (5.12)$$

donde la velocidad característica v_c , la función ω y el parámetro $m(\theta)$ están definidas respectivamente por:

$$v_c = \left[\frac{\sigma_{gl} g_z (\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2} \right]^{1/4} \quad (5.13)$$

$$\omega = \begin{cases} 1.53/C_o & \alpha_g \leq \alpha_1 \\ k_u (D_{adm}) & \alpha_g \geq \alpha_2 \end{cases} \quad (5.14)$$

$$m(\theta) = n_0 (\cos \theta)^{n_1} (1 + \sin \theta)^{n_2} \quad (5.15)$$

En la definición de la ecuación (5.14), $k_u (D_{adm})$ es el número crítico de Kutateladze, que es función del diámetro adimensional de la tubería (ver ecuación (5.16)). Al conocer el diámetro adimensional, el valor de k_u se toma de la Tabla 5.1. Los parámetros α_1 y α_2 son parámetros ajustables que definen la transición entre el flujo burbuja y el flujo slug,

originalmente estos parámetros están definidos por 0.2 y 0.4 respectivamente. De esta manera existe concordancia con los datos experimentales de Zuber y Findlay (1965). Sin embargo, Shi et al. (2003) realizó experimentos para tuberías de mayor diámetro (mayores a 2 pulgadas) y encontró que los valores de 0.05 y 0.13, respectivamente, permiten obtener los mejores cálculos de la fracción de gas. Por otro lado, es necesario una interpolación lineal para la velocidad drift entre α_1 y α_2 . El parámetro $m(\theta)$ permite relacionar la velocidad drift para el flujo bifásico en varias inclinaciones, desde 0° hasta 80° . Este parámetro fue primeramente definido por Hasan y Kabir (1999), sin embargo las variables n_0 , n_1 y n_2 han sido definidas por diferentes autores. Shi et al. (2003) las definió por 1.28, 0.5 y 1.7, respectivamente.

$$D_{adm} = \left(\frac{g_z (\rho_l - \rho_g)}{\sigma_{gl}} \right)^{1/2} D_h \quad (5.16)$$

Tabla 5.1 Valores del número crítico de Kutateladze para diferentes diámetros adimensionales

D_{adm}	k_u
≤ 2	0
4	1.0
10	2.1
14	2.5
20	2.8
28	3.0
≥ 50	3.2

Usando la definición de la velocidad drift promedio de la ecuación (4.18), las velocidades drift de Hibiki e Ishii (2003) y de Shi et al. (2003) se comparan en la Figura 5.2.

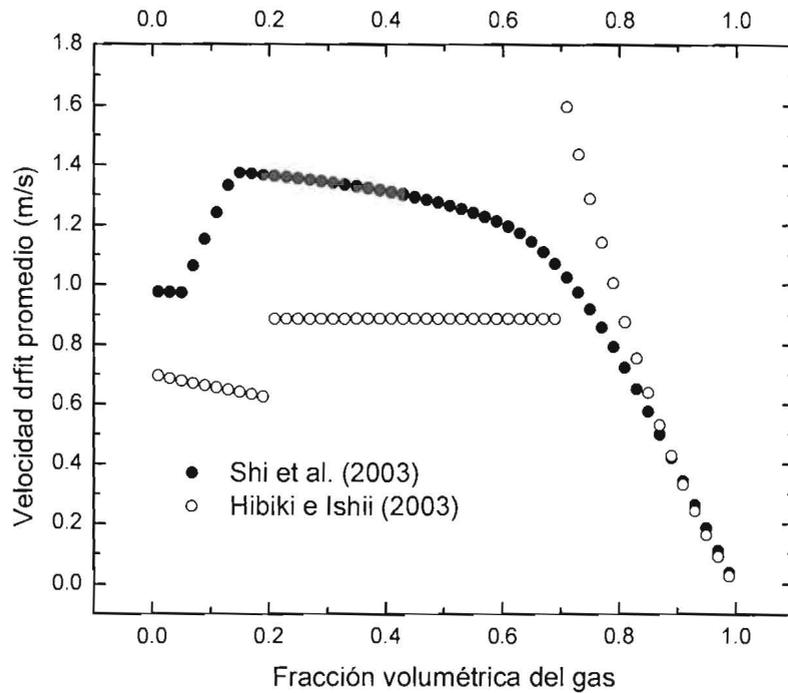


Figura 5.2 Comparación de las relaciones constitutivas de la velocidad drift promedio.

De igual manera que el coeficiente de distribución, las relaciones para la velocidad drift propuestas por Hibiki e Ishii (2003) presentan discontinuidades al presentarse diferentes patrones de flujo. Por otro lado, las relaciones de Shi et al. (2003) son continuas en todas las fracciones volumétricas del gas. En la sección 6.6 se hace una discusión acerca de las diferencias entre las relaciones constitutivas para el cálculo de la velocidad drift y su contribución en las propiedades de los fluidos.

5.1.3 Variables ajustables

En la Tabla 5.2 se resumen las variables ajustables de los parámetros drift utilizados para el flujo bifásico gas-líquido propuesto por diferentes autores. Adicionalmente, se describen los parámetros utilizados en el presente trabajo.

Tabla 5.2 Variables ajustables de los parámetros drift.

	Shi et al. (2003)	Pan L. (2011) / Shi et al. (2005)	Presente trabajo
A	1.2	1.0	1.2
B	0.6	no aplica, ($C_o=1.0$)	0.6
α_1	0.05	0.06	0.05
α_2	0.13	0.21	0.13
n_0	1.28	1.85	1.27
n_1	0.5	0.21	0.25
n_2	1.7	0.95	1.08

Las variables ajustables utilizadas en el presente trabajo surgen de una combinación de las propuestas por diferentes autores. Adicionalmente, las variables utilizadas reflejaron los mejores resultados en el cálculo de los perfiles de presión.

5.2 Propiedades

En esta sección se describen las relaciones usadas para calcular las propiedades de los fluidos. Las propiedades del nitrógeno se calculan con las siguientes relaciones:

La densidad se obtiene de la definición de los gases reales de la ecuación (5.17), donde z es el factor de compresibilidad y R es la constante del gas.

$$\rho_g = \frac{P}{ZRT} \quad (5.17)$$

El factor de compresibilidad está definido en la ecuación (5.18), propuesta por Dranchuk y Abu-Kassem (1975), donde ρ_r y T_r son la densidad reducida y la temperatura reducida del gas, respectivamente. Las constantes A están definidas en la Tabla 5.3.

$$Z = \left[A_1 + \frac{A_2}{T_r} + \frac{A_3}{T_r^3} + \frac{A_4}{T_r^4} + \frac{A_5}{T_r^5} \right] \rho_r + \left[A_6 + \frac{A_7}{T_r} + \frac{A_8}{T_r^2} \right] \rho_r^2 - A_9 \left[\frac{A_7}{T_r} + \frac{A_8}{T_r^2} \right] \rho_r^5 + A_{10} \left[1 + A_{11} \rho_r^2 \right] \frac{\rho_r^2}{T_r^3} \exp[-A_{11} \rho_r^2] + 1 \quad (5.18)$$

Tabla 5.3 Constantes utilizadas en el cálculo del factor de compresibilidad

A_1	0.3265	A_7	-0.7361
A_2	-1.0700	A_8	0.1844
A_3	-0.5339	A_9	0.1056
A_4	0.01569	A_{10}	0.6134
A_5	-0.05165	A_{11}	0.7210
A_6	0.5475		

La ecuación (5.19), presentada por Lee et al. (1966), se utilizó para el cálculo de la viscosidad del gas en función de la densidad ρ_g , la temperatura T y la masa molecular M .

$$\mu_g = (B_1)10^4 \exp(B_2 \rho_g^{B_3}) \quad (5.19)$$

donde

$$B_1 = \frac{(9.38 + 0.016M)T^{1.5}}{209.2 + 19.26M + T} ; B_2 = 3.45 + 0.01M + \frac{986.4}{T} ; B_3 = 2.45 - 0.22B_2$$

La velocidad del sonido en el gas se calcula a partir de la temperatura del gas con la ecuación (5.20) de Dutour et al. (2000).

$$c_g = 20.047\sqrt{T} \quad (5.20)$$

Con la ecuación (5.21) se calcula la capacidad calorífica a presión constante a partir de la relación de capacidades caloríficas γ y la constante del gas R .

$$C_{p,g} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \quad (5.21)$$

La ecuación (5.22) de Gustafsson O. (1970) se utilizó para obtener el coeficiente de Joule-Thomson del gas a partir de la presión y temperatura.

$$\eta_g = -0.1950 + 136.5T^{-1} - 310.9PT^{-2} \quad (5.22)$$

En el caso de la fase líquida (OBM) se supone como un fluido incompresible con propiedades constantes. Por otra parte, las relaciones del número de Reynolds y el esfuerzo de corte están dadas por:

$$Re_k = \frac{\rho_k v_k D_h}{\mu_k} \quad (5.23)$$

$$\tau_{kw} = \frac{1}{2} f \rho_k v_k |v_k| \quad (5.24)$$

Las relaciones (5.23) y (5.24) corresponden a un comportamiento Newtoniano en ambas fases (líquida y gaseosa). El esfuerzo de corte es función de la densidad, la velocidad y el factor de fricción. Este último permite relacionar la fricción entre el fluido y la tubería. Las relaciones para el cálculo del factor de fricción se discuten con detalle en la sección 6.7.

6 Solución numérica

Las ecuaciones de conservación del modelo monofásico (ecuaciones (4.4), (4.5) y (4.6)) y del modelo bifásico (ecuaciones (4.24), (4.25) y (4.26)) forman un conjunto de ecuaciones no lineales y no homogéneas. Debido a la complejidad de este sistema, no tienen solución analítica, por lo tanto es necesario el uso de métodos numéricos que permitan obtener la solución. En el presente trabajo, se opta por el uso del método de diferencias finitas en un esquema implícito, el cual es un método común en la solución de sistemas de ecuaciones en dinámica de fluidos que ha demostrado cuantificar los fenómenos físicos con una buena aproximación. Por otra parte, el esquema implícito de solución empleado, garantiza estabilidad numérica (Hoffman et al., 1995).

6.1 Diferencias finitas

En la aproximación de diferencias finitas, el dominio continuo de las ecuaciones se discretiza permitiendo que las variables dependientes existan solo en los puntos de solución (nodos). La idea de este método es obtener representaciones algebraicas de las ecuaciones diferenciales parciales al sustituir las diferencias finitas obtenidas del desarrollo de la serie de Taylor. La serie de Taylor está representada por

$$u(x_o + \Delta x, y_o) = u(x_o, y_o) + \Delta x \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x_o} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|_{x_o} + \dots + \frac{(\Delta x)^n}{n!} \left. \frac{\partial^n u}{\partial x^n} \right|_{\zeta} \quad (6.1)$$

donde $x_o \leq \zeta \leq (x_o + \Delta x)$. Al ser u continua, es de esperar que la expresión anterior pueda ser una aproximación razonable de ∂u para un Δx suficientemente pequeño pero finito. De hecho, este teorema nos asegura que la representación diferencial es exacta para algunos puntos dentro del intervalo Δx . Considerando hasta el término de primer orden, los últimos dos términos son el residuo, los cuales representan el error de

truncamiento que generalmente se expresan como $O(\Delta x^n)$. La primera derivada de u en diferencias finitas de la ecuación (6.1) se expresa como

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x_o, y_o} = \frac{u(x_o + \Delta x, y_o) - u(x_o, y_o)}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (6.2)$$

donde $\partial u / \partial x$ se representa por una expansión hacia delante. Al existir una gran cantidad de representaciones de diferencias para expresar la derivada, puede también expresarse con una expansión hacia atrás.

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x_o, y_o} = \frac{u(x_o, y_o) - u(x_o - \Delta x, y_o)}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (6.3)$$

En este trabajo se usaron las definiciones de (6.2) y (6.3) para las coordenadas temporales y espaciales, respectivamente. Para una variable genérica φ , la derivada temporal y espacial queda de la siguiente manera

$$\frac{\partial}{\partial t} \varphi = \frac{\varphi_z^{t+\Delta t} - \varphi_z^t}{\Delta t} \quad (6.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \varphi = \frac{\varphi_z^{t+\Delta t} - \varphi_{z-\Delta z}^{t+\Delta t}}{\Delta z} \quad (6.5)$$

El esquema de discretización dado por las ecuaciones (6.4) y (6.5) se conoce como un esquema implícito.

La Figura 6.1 muestra el acomodo de la variable φ en los nodos espaciales y su evaluación temporal. La solución se obtiene primeramente dando todos los valores para φ^t (condición inicial, $t=0$) a través del eje axial z . Posteriormente, $\varphi_{z-\Delta z}$ se define como el valor en la frontera y φ_z se calcula. Después φ_z se asigna como el nuevo $\varphi_{z-\Delta z}$ conocido, y así sucesivamente se encontraran las soluciones en todo el eje axial. Por otro lado las soluciones transitorias evolucionan al calcular los nodos en todo $\varphi^{t+\Delta t}$.

Posteriormente, φ^i tomará los valores de $\varphi^{i+\Delta t}$ y así sucesivamente se encontrarán los valores de φ hasta alcanzar el tiempo de simulación previamente definido.

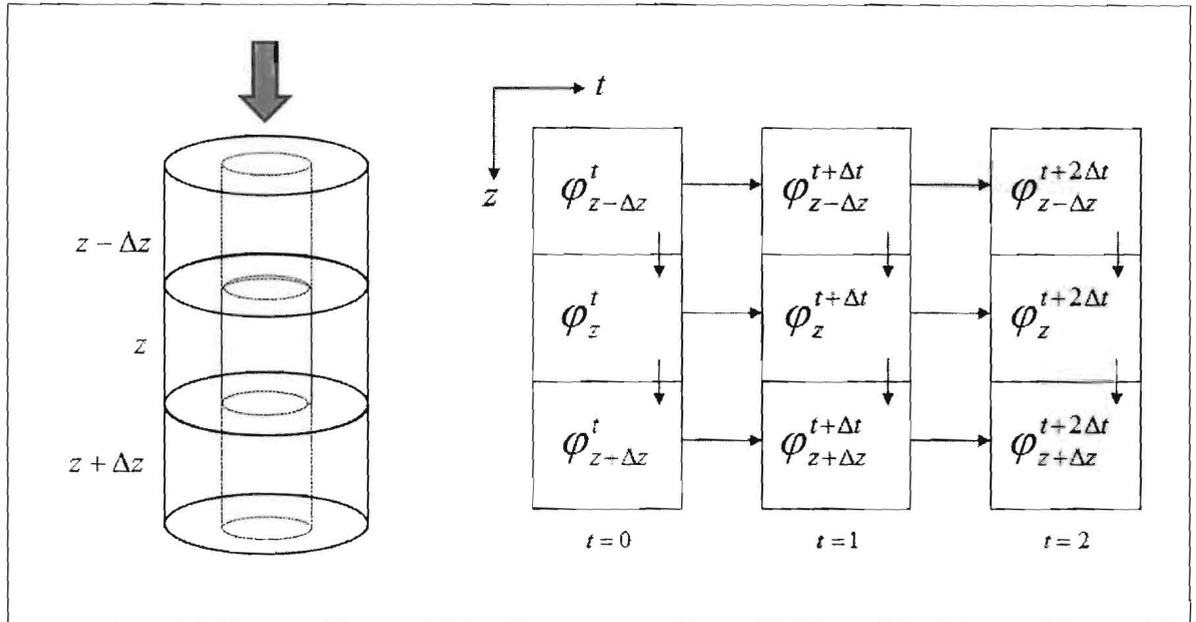


Figura 6.1 Esquema de los nodos solución en las coordenadas espacial y temporal.

Una vez descrito el tipo de diferenciación y el procedimiento de solución, es necesaria la correspondiente manipulación de las ecuaciones de conservación.

6.2 Discretización de las ecuaciones de conservación

Aplicando las definiciones de las ecuaciones (6.4) y (6.5) en las ecuaciones de conservación del modelo monofásico (ecuaciones (4.4), (4.5) y (4.6)), las ecuaciones se pueden escribir como:

Ecuación de masa

$$\frac{X_k}{c_k^2} \left[1 + (v_k)_o \lambda \right] (P_k)_z^{i+\Delta t} + \lambda \rho_k (v_k)_z^{i+\Delta t} = \frac{X_k}{c_k^2} \left[(P_k)_z^i + (v_k)_o \lambda (P_k)_{z-\Delta z}^{i+\Delta t} \right] + \lambda \rho_k (v_k)_{z-\Delta z}^{i+\Delta t} \quad (6.6)$$

Ecuación de cantidad de movimiento

$$\lambda(P_k)_z^{t+\Delta t} + X_k \rho_k \left[1 + (v_k)_o \lambda \right] (v_k)_z^{t+\Delta t} = \lambda(P_k)_{z-\Delta z}^{t+\Delta t} + X_k \rho_k \left[(v_k)_z' + (v_k)_o \lambda (v_k)_{z-\Delta z}^{t+\Delta t} \right] + \Delta t \left[\rho_k g_z \cos \theta + \frac{1}{2} \frac{f_k \rho_k (v_k)_o^2}{D_h} \right] \quad (6.7)$$

Ecuación de energía

$$\begin{aligned} & - \left(\eta_k C_{\rho,k} \rho_k \left[1 + (v_k)_o \lambda \right] + 1 \right) (P_k)_z^{t+\Delta t} + \rho_k (v_k)_o \left[1 + (v_k)_o \lambda \right] (w_k)_z^{t+\Delta t} \\ & + C_{\rho,k} \rho_k \left[1 + (v_k)_o \lambda \right] (T_k)_z^{t+\Delta t} = - \eta_k C_{\rho,k} \rho_k \left[(P_k)_z' + (v_k)_o \lambda (P_k)_{z-\Delta z}^{t+\Delta t} \right] \\ & - (P_k)_z' + \rho_k (v_k)_o \left[(v_k)_z' + (v_k)_o \lambda (v_k)_{z-\Delta z}^{t+\Delta t} \right] + C_{\rho,k} \rho_k \left[(T_k)_z' + (v_k)_o \lambda (T_k)_{z-\Delta z}^{t+\Delta t} \right] \end{aligned} \quad (6.8)$$

En las ecuaciones (6.6)-(6.8), $(v_k)_o$ representa la velocidad "dummy", derivada de la condición de la no linealidad de las ecuaciones y λ denota la relación $\Delta t / \Delta z$. Para el caso del modelo bifásico, se hace la discretización de las ecuaciones (4.24), (4.25) y (4.26), quedando respectivamente como

Ecuación de masa

$$\frac{1}{c_m^2} \left[1 + (v_m)_o \lambda \right] (P_m)_z^{t+\Delta t} + \lambda \rho_m (v_m)_z^{t+\Delta t} = \frac{1}{c_m^2} \left[(P_m)_z' + (v_m)_o \lambda (P_m)_{z-\Delta z}^{t+\Delta t} \right] + \lambda \rho_m (v_m)_{z-\Delta z}^{t+\Delta t} \quad (6.9)$$

Ecuación de cantidad de movimiento

$$\begin{aligned} & (1 + C_1) \lambda (P_m)_z^{t+\Delta t} + \rho_m \left[1 + (v_m)_o \lambda \right] (v_m)_z^{t+\Delta t} = (1 + C_1) \lambda (P_m)_{z-\Delta z}^{t+\Delta t} \\ & + \rho_m \left[(v_m)_z' + (v_m)_o \lambda (v_m)_{z-\Delta z}^{t+\Delta t} \right] + \Delta t \left[\rho_m g_z \cos \theta + \frac{1}{2} \frac{f_m \rho_m (v_m)_o^2}{D_h} \right] - \lambda \left[C_2 \Delta \alpha_g + C_3 \Delta \overline{V_{gj}^2} \right] \end{aligned} \quad (6.10)$$

Ecuación de energía

$$\begin{aligned}
 & -\left(\beta_m \left[1 + (v_m)_o \lambda\right] + 1\right) (P_m)_z^{t+\Delta t} + \rho_m (v_m)_o \left[1 + (v_m)_o \lambda\right] (v_m)_z^{t+\Delta t} + \gamma_m \left[1 + (v_m)_o \lambda\right] (T_m)_z^{t+\Delta t} = \\
 & -\beta_m \left[(P_m)_z^t + (v_m)_o \lambda (P_m)_{z-\Delta z}^{t+\Delta t} \right] - (P_m)_z^t + \rho_m (v_m)_o \left[(v_m)_z^t + (v_m)_o \lambda (v_m)_{z-\Delta z}^{t+\Delta t} \right] \\
 & + \gamma_m \left[(T_m)_z^t + (v_m)_o \lambda (T_m)_{z-\Delta z}^{t+\Delta t} \right]
 \end{aligned} \tag{6.11}$$

6.3 Definición de la matriz solución

Una vez discretizadas las ecuaciones de conservación, se pueden escribir de forma matricial de la siguiente manera

$$A_{x,k} (x_k)_z^{t+\Delta t} = B_{x,k} \left[(x_k)_z^t, (x_k)_{z-\Delta z}^{t+\Delta t} \right] \tag{6.12}$$

donde A_x representa los coeficientes del vector incógnita $(x_k)_z^{t+\Delta t}$ y B_x es el vector independiente, que es función de las variables conocidas. Con el fin de esquematizar la solución de las ecuaciones se mostrarán las ecuaciones de conservación del modelo bifásico (6.9), (6.10) y (6.11). La matriz y los vectores de (6.12) quedan como

$$(x_m)_z^{t+\Delta t} = \begin{bmatrix} (P_m)_z^{t+\Delta t} \\ (v_m)_z^{t+\Delta t} \\ (T_m)_z^{t+\Delta t} \end{bmatrix} \tag{6.13}$$

$$A_{x,m} = \begin{bmatrix} \frac{1}{c_m^2} \left[1 + (v_m)_o \lambda\right] & \lambda \rho_m & 0 \\ (1 + C_1) \lambda & \rho_m \left[1 + (v_m)_o \lambda\right] & 0 \\ -\left(\beta_m \left[1 + (v_m)_o \lambda\right] + 1\right) & \rho_m (v_m)_o \left[1 + (v_m)_o \lambda\right] & \gamma_m \left[1 + (v_m)_o \lambda\right] \end{bmatrix} \tag{6.14}$$

$$B_{x,m} = \begin{bmatrix} \frac{1}{c_m^2} \left[(P_m)'_z + (v_m)_o \lambda (P_m)'_{z-\Delta z} \right] + \lambda \rho_m (v_m)'_{z-\Delta z} \\ (1+C_1) \lambda (P_m)'_{z-\Delta t} + \rho_m \left[(v_m)'_z + (v_m)_o \lambda (v_m)'_{z-\Delta z} \right] \\ + \Delta t \left[\rho_m g_z \cos \theta + \frac{1}{2} \frac{f_m \rho_m (v_m)_o^2}{D_h} \right] - \lambda \left[C_2 \Delta \alpha_g + C_3 \Delta \overline{V_{gl}^2} \right] \\ -\beta_m \left[(P_m)'_z + (v_m)_o \lambda (P_m)'_{z-\Delta z} \right] - (P_m)'_z + \rho_m (v_m)_o \left[(v_m)'_z + (v_m)_o \lambda (v_m)'_{z-\Delta z} \right] \\ + \gamma_m \left[(T_m)'_z + (v_m)_o \lambda (T_m)'_{z-\Delta z} \right] \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

La ecuación (6.13) representa el vector incógnita, la ecuación (6.14) es la matriz de los coeficientes del vector incógnita y la ecuación (6.15) es el vector de coeficientes independientes, correspondientes al modelo bifásico. Para el caso del modelo monofásico la metodología es similar.

La solución numérica para todos los casos de la ecuación (6.12) (modelos de una y dos fases) se obtienen mediante un código computacional escrito en FORTRAN 90. El código computacional consta de diferentes subrutinas que son llamadas desde un programa principal. Dentro de estas subrutinas podemos mencionar: datos de entrada, condiciones iniciales, cálculo de las propiedades de los fluidos y cálculo de los parámetros drift. En el programa principal están definidas las condiciones de frontera, los ciclos temporal y espacial, así como el la ecuación (6.12) correspondiente. La ecuación (6.12) se resuelve utilizando la paquetería LINPACK (Dongorra et al., 1990) de subrutinas numéricas para la solución simultánea de ecuaciones lineales. El algoritmo de solución de esta paquetería se basa en la factorización de una matriz usando una versión de eliminación Gaussiana con pivote parcial. Por otra parte, los términos generadores de la no linealidad se eliminan mediante la incorporación de un ciclo iterativo que permite alcanzar la convergencia del sistema de ecuaciones. Como primera aproximación el término no lineal toma el valor de la velocidad del tiempo t , posteriormente dentro del ciclo iterativo se hace un promedio con la nueva velocidad calculada.

$$(v_k)_o = \frac{1}{2} \left[(v_k)_o + (v_k)_z^{t+\Delta t} \right] \quad (6.16)$$

6.4 Procedimiento de solución

Dentro de los modelos propuestos, los datos de entrada se definen por la presión, la temperatura y el flujo volumétrico de la fase correspondiente. Las propiedades de los fluidos, las inclinaciones de la tubería, las geometrías de flujo, así como los pasos de tiempo y espacio, también fungen como datos de entrada. En el caso de las condiciones de frontera de los modelos, éstas están representadas por la presión, temperatura y velocidad en el primer nodo de solución. Para esto, las fronteras se definen a partir de los datos de entrada $(\varphi_k)_{z=1}^{t+\Delta t} = \varphi_k^e$. Las condiciones iniciales se establecen a partir de la solución de las ecuaciones de conservación de masa y cantidad de movimiento en estado estacionario (de cada modelo correspondiente) para obtener los perfiles de presión y velocidad. La temperatura se define por el gradiente geotérmico, por ejemplo $0.020 \text{ C}^\circ/\text{m}$.

A continuación se define la metodología requerida para encontrar la solución independiente de los modelos:

Paso 1. A partir de los datos de entrada se definen las condiciones de frontera en el primer nodo $(\varphi_k)_{z=1}^{t+\Delta t} = \varphi_k^e$.

Paso 2. Si es el caso del modelo bifásico, se realiza el cálculo de la fracción volumétrica del gas, y se recalcula la densidad y la velocidad de mezcla.

Paso 3. Se calculan las propiedades de los fluidos en la frontera.

Paso 4. Se calculan las condiciones iniciales.

Paso 5. Se calculan los coeficientes de las matrices $A_{x,k}$ y $B_{x,k}$ de la ecuación (6.12).

Paso 6. Usando la paquetería LINPACK (Dongorra et al., 1990) se encuentra la solución del vector $(x_k)_z^{t+\Delta t}$ de la ecuación (6.12).

Paso 7. Si es el caso del modelo bifásico, se realiza el cálculo de la fracción volumétrica del gas, y se recalcula la densidad y la velocidad de mezcla.

Paso 8. Se calculan las propiedades de los fluidos.

Paso 9. Se calcula el término de la velocidad correspondiente a la no linealidad, ecuación (6.16).

Paso 10. Si la condición de error $\left| A_{x,k} (x_k)_z^{i+\Delta t} - B_{x,k} \right| \leq error$ no es satisfecha, se regresa al paso 5 hasta satisfacer la condición.

Paso 11. Se avanza un Δz , y se reinicia en el paso 5.

Paso 12. Si se resuelven el número total de nodos, entonces todos los nuevos valores en $(x_k)_z^{i+\Delta t}$ se asignan a $(x_k)_z^i$.

Paso 13. Se avanza un Δt y se reinicia en el paso 5, hasta que se alcanza el tiempo final de la simulación.

Como se mencionó anteriormente, la condición inicial se obtiene a partir de los modelos en estado estacionario. Para esto, se sigue la metodología antes descrita omitiendo los pasos 4, 12 y 13. En el Apéndice B, se muestran los diagramas de flujo para la solución de cada modelo propuesto.

6.5 Análisis de pasos de tiempo y espacio

Como es bien sabido, los pasos de tiempo y espacio juegan un papel importante en la estabilidad numérica de los modelos matemáticos, permitiendo así mismo la convergencia y consistencia de los mismos. El análisis de los pasos de tiempo y espacio consiste en variar los Δt y Δz , y así observar para que valores la solución es consistente y existe convergencia en las ecuaciones sin presentarse inestabilidades numéricas. En la Tabla 6.1 se muestran los datos utilizados para cada modelo (monofásicos y bifásico) durante el análisis. Los datos corresponden a un flujo

ascendente en una región anular para el caso del flujo de gas (gas natural) y el flujo bifásico (agua-nitrógeno), y en una tubería circular para el caso del flujo de líquido (agua de formación). La Tabla 6.2 proporciona los resultados obtenidos al variar los pasos de tiempo y espacio.

Tabla 6.1 Datos para los diferentes modelos utilizados en el análisis de pasos de tiempo y espacio.

Datos para la simulación con los diferentes modelos propuestos				
	Gas (g)	Líquido (l)	Dos fases (m)	
Presión en superficie	46.08	1.16	3.87	kg/cm ²
Temperatura en superficie	21.22	25	35	C
Gasto del gas	0.481	-	0.472	m ³ /s
Gravedad específica	0.6	-	0.97	m ³ /s
Gasto del líquido	-	0.0019	0.0025	m ³ /s
densidad del líquido	-	0.998	0.94	gr/cm ³
Diámetro	1.25 x 2.5	1.25	6.276 x 3.5	in
Profundidad	305	305	1273	m

Tabla 6.2 Análisis de diferentes pasos de tiempo y espacio de los modelos propuestos.

Δz	5					10					20				
	5	10	30	60	120	5	10	30	60	120	5	10	30	60	120
P_g	49.68	49.69	49.69	49.69	49.69	49.68	49.68	49.69	49.69	49.69	49.68	49.68	49.68	49.68	49.68
v_g	6.25	6.26	6.26	6.26	6.26	6.25	6.25	6.26	6.26	6.26	6.25	6.25	6.25	6.25	6.25
T_g	21.34	21.34	21.34	21.34	21.34	21.34	21.34	21.34	21.34	21.34	21.34	21.33	21.33	21.33	21.33
P_l	38.26	38.26	38.26	38.26	38.26	38.26	38.26	38.26	38.26	38.26	38.26	38.26	38.26	38.26	38.26
v_l	2.35	2.35	2.35	2.35	2.35	2.35	2.35	2.35	2.35	2.35	2.35	2.35	2.35	2.35	2.35
T_l	26.58	26.58	26.58	26.58	26.58	26.58	26.58	26.58	26.58	26.58	26.58	26.58	26.58	26.58	26.58
P_m	44.72	44.72	44.72	44.72	44.72	44.89	44.9	44.9	44.9	44.9	45.24	45.25	45.26	45.26	45.26
v_m	0.42	0.42	0.42	0.42	0.42	0.42	0.42	0.42	0.42	0.42	0.42	0.42	0.42	0.42	0.42
T_m	37.09	37.09	37.09	37.08	37.09	37.09	37.08	37.08	37.08	37.08	37.08	37.08	37.07	37.07	37.07

Como se puede apreciar en la Tabla 6.2, los diferentes pasos de tiempo y espacio no muestran diferencias considerables en el cálculo de la presión, velocidad o temperatura de los modelos propuesto. Esto sugiere que los modelos son incondicionalmente

estables para todo Δt y Δz . Esta característica puede atribuirse al esquema implícito que empleado para la solución de los modelos. Además los resultados muestran que los modelos son consistentes. Cabe mencionar que la característica de estabilidad permite acoplar sin dificultades todos los modelos para obtener la solución integral de la presión, velocidad y temperatura en todas las regiones de un pozo.

6.6 Discusión de los parámetros drift

Si bien es cierto que las relaciones constitutivas para la velocidad drift y el coeficiente de distribución propuestas por Hibiki e Ishii (2003) se deducen a partir de la geometría interfacial, la fuerza de gravedad, la transferencia de cantidad de movimiento interfacial y la fricción con la pared de la tubería, son evidentes las discontinuidades (zonas de transición) entre cada patrón de flujo. Consecuentemente, es necesario el uso de herramientas que permitan identificar los patrones de flujo y sus transiciones, para poder utilizar las relaciones constitutivas correspondientes. Por otro lado, las relaciones constitutivas propuestas por Shi et al. (2003) éstas presentan continuidad y están definidas a partir de la física de los patrones de flujo. En dichas relaciones existen variables ajustables (A , B , α_1 , α_2 , n_0 , n_1 , y n_2) que han surgido de diferentes datos experimentales (Shi et al., 2003; Alkaya, 2002; Pan et al., 2011).

Para ejemplificar las diferencias entre las relaciones constitutivas de Hibiki e Ishii (2003), y Shi et al. (2003) se realizaron simulaciones y se compararon algunas de las propiedades calculadas. Para esto, se utilizaron las ecuaciones del modelo bifásico en estado estacionario (ecuaciones (4.24) y (4.25)) y los datos (Tabla 6.3) de un pozo experimental reportado por Lage et al. (2000). Los fluidos utilizados por Lage et al. (2000) fueron agua y nitrógeno.

Tabla 6.3 Datos utilizados para la comparación de las diferentes relaciones constitutivas de los parámetros drift.

Presión en superficie	3.87	kg/cm ²
Temperatura en superficie	35.00	°C
Flujo volumétrico del gas	28.32	m ³ /min
Flujo volumétrico del líquido	40.00	gpm

Densidad del líquido	0.94	gr/cm ³
Viscosidad del líquido	1.00	cP
Diámetro del espacio anular	6.276 x 3.5	in
Profundidad	1273	m

La Figura 6.2 y la Figura 6.3 muestran la fracción volumétrica del gas y la velocidad de mezcla calculadas, respectivamente, obtenidas a partir de las relaciones constitutivas de Hibiki e Ishii (2003) y Shi et al. (2003). Las relaciones de Hibiki e Ishii (2003) (coeficiente de distribución y velocidad drift) se establecieron de manera independiente para cada patrón de flujo. Para determinar el patrón de flujo se utilizó la teoría reportada en el trabajo de Sedar (1998). Para el caso simulado en este ejemplo, se observó que en toda la longitud del pozo se presenta un flujo slug. Por otro lado, si no se cuenta con una herramienta de predicción de patrones de flujo y sus correspondientes transiciones, es necesaria la definición de las fronteras entre los diferentes patrones de flujo. En este ejemplo se definió $\alpha_g = 0.7$ como la frontera entre los patrones slug y anular. Es decir, para toda $\alpha_g \geq 0.7$ se presenta un flujo anular. Las figuras muestran los casos en que las relaciones constitutivas de Hibiki e Ishii (2003) son empleadas al considerar solamente el patrón de flujo slug (PFS, patrón de flujo slug) y, cuando la frontera entre el patrón slug y anular es definida (FPFSA, frontera del patrón de flujo slug y anular). La Figura 6.2 muestra la fracción volumétrica del gas calculada a partir de las diferentes relaciones constitutivas de los parámetros drift. Es evidente que al no hacer una buena definición de las fronteras entre los patrones de flujo se presentan resultados erróneos de la fracción volumétrica del gas (FPFSA). Es decir, el uso incorrecto de relaciones constitutivas para el cálculo de los parámetros drift, se ve reflejado en el cálculo de las propiedades. El uso de los parámetros drift correspondiente al patrón slug (PFS) permite obtener perfiles continuos. Por otro lado, los parámetros drift propuestos por Shii et al. (2003) también presentan continuidad, sin embargo no es necesaria la definición de lo patrones de flujo.

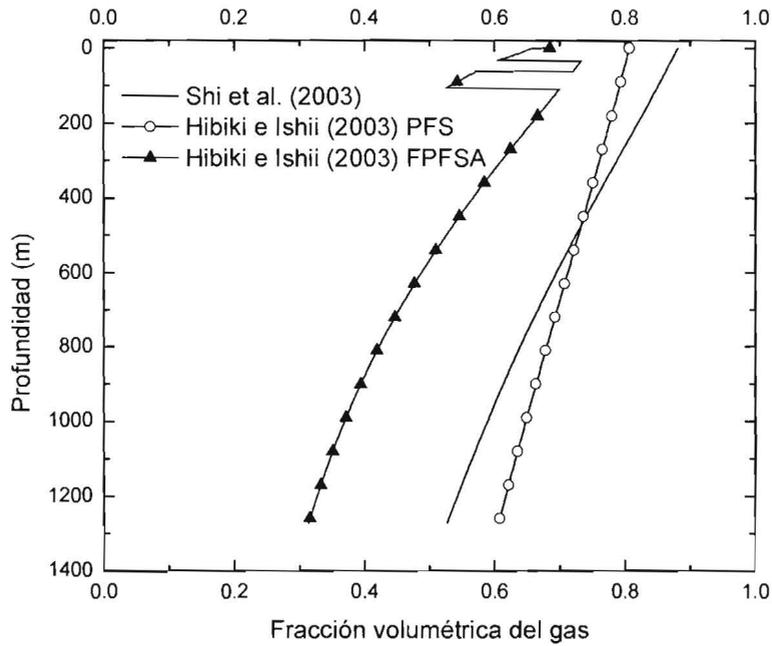


Figura 6.2 Comparación de las relaciones constitutivas en el cálculo de la fracción de gas. Las relaciones constitutivas de Hibiki e Ishii (2003) son empleadas al considerar el patrón slug (PFS), y cuando la frontera entre el patrón slug y anular es definida (FPFSA).

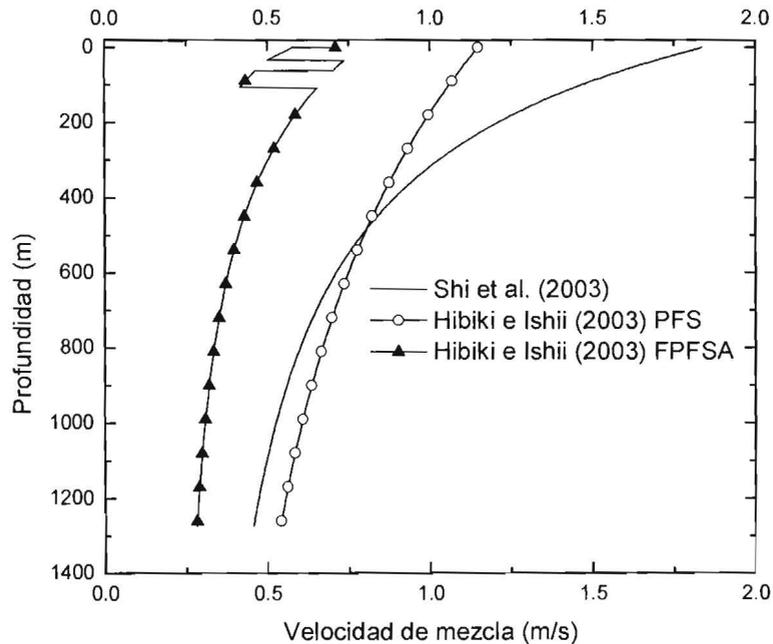


Figura 6.3 Comparación de las relaciones constitutivas en el cálculo de la velocidad de mezcla. Las relaciones constitutivas de Hibiki e Ishii (2003) son empleadas al considerar el patrón slug (PFS) y, cuando la frontera entre el patrón slug y anular es definida (FPFSA).

Las velocidades de mezcla calculadas se muestran en la Figura 6.3. Al igual que la fracción volumétrica del gas, ésta presenta discontinuidad al hacer una mala definición de las fronteras entre los patrones de flujo. Esto es importante al tener presente que las propiedades de mezcla (velocidad y densidad, principalmente) tienen un efecto directo en el cálculo de la caída de presión total. Por ejemplo, al presentarse discontinuidades en la velocidad de mezcla, el esfuerzo de corte tendrá este mismo comportamiento y por consecuencia será afectada la caída de presión por fricción.

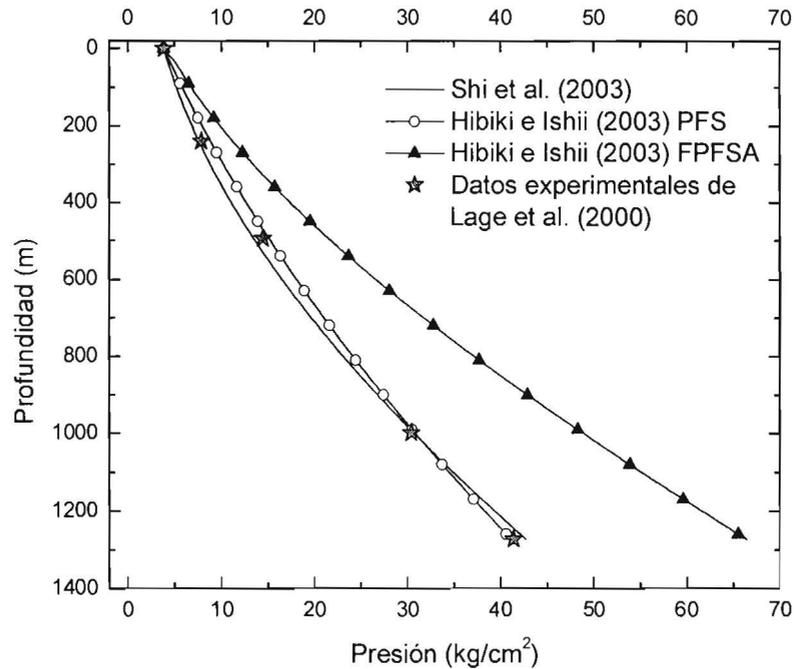


Figura 6.4 Comparación del cálculo de la presión al utilizar diferentes relaciones constitutivas de los parámetros drift.

La Figura 6.4 muestra los perfiles de presión obtenidos al utilizar las diferentes relaciones constitutivas, de igual manera se muestran los datos experimentales reportado por Lage et al. (2000). Tal como se mencionó anteriormente, la presión es afectada directamente por la densidad de mezcla, la cual es función de la fracción volumétrica del gas. Es decir, al tener una menor presencia de gas la densidad de la mezcla será mayor debido a la contribución de la densidad del líquido. Esto se puede observar claramente en el caso de la presión obtenida a partir de las relaciones constitutivas de Hibiki e Ishii (2003) FPFSA. Por otro lado, las presiones obtenida con

las relaciones de Hibiki e Ishii (2003) PFS presentan una buena tendencia al compararla con los datos experimentales, sin embargo es necesario aclarar que para este ejemplo solo se identificó un solo patrón de flujo (slug) y bajo otras condiciones podrían existir más discontinuidades y las diferencias en las predicciones incrementarían. Las predicciones hechas con las relaciones constitutivas de Shi et.al. (2003) presentan una continuidad incondicional, debido a que están establecidas a partir de la física de los patrones de flujo. Por lo que no es necesaria la identificación puntual de los patrones de flujo, reduciendo considerablemente los esfuerzos de la predicción de los patrones de flujo y sus correspondientes transiciones. Teniendo esto en mente, las relaciones de Shi et al. (2003) se consideraron suficientes en el alcance del presente trabajo.

6.7 Discusión de los factores de fricción

El factor de fricción, al igual que la velocidad, juega un papel importante en el cálculo de la caída de presión por fricción. Esto a causa de su contribución proporcional en la definición del esfuerzo de corte debido al arrastre del fluido contra la pared de la tubería (ecuación (5.24)).

Durante muchos años diferentes autores han propuesto una gran variedad de relaciones para la obtención del factor de fricción en régimen turbulento de fluidos Newtonianos en tuberías circulares. Sin embargo, muchos de los esfuerzos se han enfocado en obtener soluciones de la ecuación de Colebrook (1938), evitando el uso de procedimientos iterativos (Ouyang y Aziz, 1996; Romeo et al., 2002). Por otra parte, para configuraciones anulares los esfuerzos han sido menores. La relación más utilizada para el flujo de fluidos en régimen turbulento en configuraciones anulares es la propuesta por Gunn y Darling (1963).

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.74 - 2 \log \left[2 \frac{\varepsilon}{D_h} + \frac{18.7}{\sqrt{f} \text{Re}} \right] \quad (6.17)$$

$$\left\{ f \left(\frac{F_p}{F_a} \right)^{0.45 \text{EXP}[-(\text{Re}-3000)/10^6]} \right\}^{-0.5} = 4 \log \left[\text{Re} \left\{ f \left(\frac{F_p}{F_a} \right)^{0.45 \text{EXP}[-(\text{Re}-3000)/10^6]} \right\}^{0.5} \right] \quad (6.18)$$

La ecuación (6.17) y (6.18) definen las relaciones propuestas por Colebrook (1938), y Gunn y Darling (1963), respectivamente. Donde f es el factor de fricción, Re es el número de Reynolds y ε es la rugosidad absoluta de la tubería. F_p es el factor de fricción de fanning en régimen laminar para tuberías circulares y F_a es el término que relaciona el factor de fricción en régimen laminar para configuraciones anulares, los cuales se definen a continuación.

$$F_p = \frac{16}{\text{Re}} \quad (6.19)$$

$$F_a = \frac{16(1-k_a)^2}{\left[\frac{1-k_a^4}{1-k_a^2} - \frac{1-k_a^2}{\ln(1/k_a)} \right]} \quad (6.20)$$

$$k_a = \frac{D_{ot}}{D_{ic}} \quad (6.21)$$

En la ecuación (6.20), k_a es la relación de los diámetros anulares, D_{ot} es el diámetro externo de la tubería de perforación y D_{ic} es el diámetro interior de la tubería de revestimiento. Entonces con estas relaciones, Gunn y Darling (1963) definieron el factor de fricción en régimen laminar para configuraciones anulares de la manera siguiente:

$$f_a = \frac{F_a}{\text{Re}} = \frac{16}{\text{Re}} \frac{(1-k_a)^2}{\left[\frac{1-k_a^4}{1-k_a^2} - \frac{1-k_a^2}{\ln(1/k_a)} \right]} \quad (6.22)$$

La ecuación (6.18) de Gunn y Darling (1963) fue desarrollada a partir de la relación de Nikuradse (1932). Su principal consideración parte del hecho de que el flujo bajo régimen turbulento debe de tener un comportamiento similar bajo el régimen laminar,

donde la contribución de la geometría anular está dada por la expresión $(F_p/F_a)^{0.45} \text{EXP}[-(Re-3000)/10^6]$. Aunque ése fuera el caso en este trabajo, la relación está formulada para tuberías no rugosas, donde el factor de fricción es solo función del número de Reynolds y k_a . Es por esto que el valor del factor de fricción es subestimado para el caso de tuberías rugosas. Otra de las relaciones comúnmente utilizadas es la propuesta por Blasius (1911), la cual también es formulada para tuberías no rugosas. Ésta se define por:

$$f = 0.079 \text{Re}^{-0.24} \quad (6.23)$$

La Figura 6.5 muestra la solución de las ecuaciones (6.19) y (6.22) para régimen laminar y las ecuaciones (6.17), (6.18) y (6.23) para régimen turbulento. Es necesario recordar que los factores de fricción de Darcy (factor de fricción de Colebrook) son cuatro veces mayor que los de Fanning (factores de fricción de Gunn y Darling, y de Blasius). Las soluciones se obtuvieron utilizando el procedimiento iterativo de Newton-Rapson. En la figura se puede apreciar la diferencia entre los factores de fricción, cabe mencionar que la relación de Colebrook (1938) es la única que considera la rugosidad de la tubería.

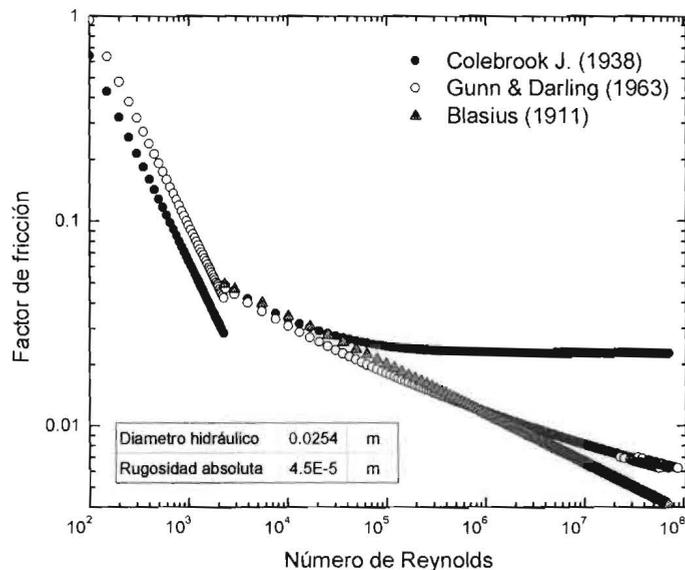


Figura 6.5 Diferentes factores de fricción bajo régimen laminar y turbulento.

Adicionalmente, se realizó un análisis comparativo entre los factores de fricción de Colebrook (1938) y Gunn y Darling (1963) para el cálculo de la BHP de un pozo experimental. Para esto, se utilizaron los datos experimentales reportados por Gaither et al. (1963). Los datos corresponden a un pozo vertical de 305 metros, productor de un gas con una gravedad específica de 0.6. El gas es producido a través de un espacio anular de 2.5 x 1.25 pulgadas, por lo que se empleó el concepto de diámetro hidráulico. Las BHP registradas en el experimento se obtuvieron a partir de diferentes condiciones en superficie. La Tabla 6.4 muestra las diferentes condiciones de presión, temperatura y flujo volumétrico del gas en superficie. Las propiedades termodinámicas en el análisis se calcularon con las relaciones para gas natural de Goldzberg et al. (1984). La Figura 6.6 muestra las comparaciones de las predicciones de las BHP con los factores de fricción de Colebrook (1938) y Gunn y Darling (1963).

Tabla 6.4 Condiciones en superficie del experimento de flujo de gas de Gaither et al. (1963)

Presión kg/cm ²	Temperatura °C	Flujo volumétrico m ³ /min
7.57	15.33	19.57
16.77	15.56	19.62
22.14	15.83	19.62
26.75	15.83	19.56
30.41	16.94	19.58
34.13	17.61	19.62
37.51	18.33	19.52
11.50	16.67	37.28
28.18	18.33	37.42
38.49	20.00	37.55
46.08	21.94	38.03
13.75	18.61	46.51
33.82	21.67	46.58
40.04	22.78	46.62
16.09	19.72	55.29
28.58	21.25	55.65
9.68	16.39	28.89
29.95	18.47	28.89
36.03	19.03	28.89
41.30	20.14	28.86
46.08	21.22	28.86

En la Figura 6.6 se puede observar que la ecuación de Gunn y Darling (1963) presenta un 53% más del error absoluto promedio en las predicciones, en comparación con las predicciones hechas con la ecuación de Colebrook (1938). Esto es suficiente para establecer que la contribución de la rugosidad en el factor de fricción es un factor considerable en el cálculo total de la presión. Por otra parte, el error promedio de 11.70% obtenido con la relación de Colebrook (1938) es aceptable, aún al considerar que no existe información precisa de las propiedades del gas de este ejemplo. Finalmente, el factor de fricción de Colebrook (1938) se emplea dentro del presente trabajo, debido a que permite obtener mejores predicciones en comparación con los factores de fricción establecidos para tuberías no rugosas.

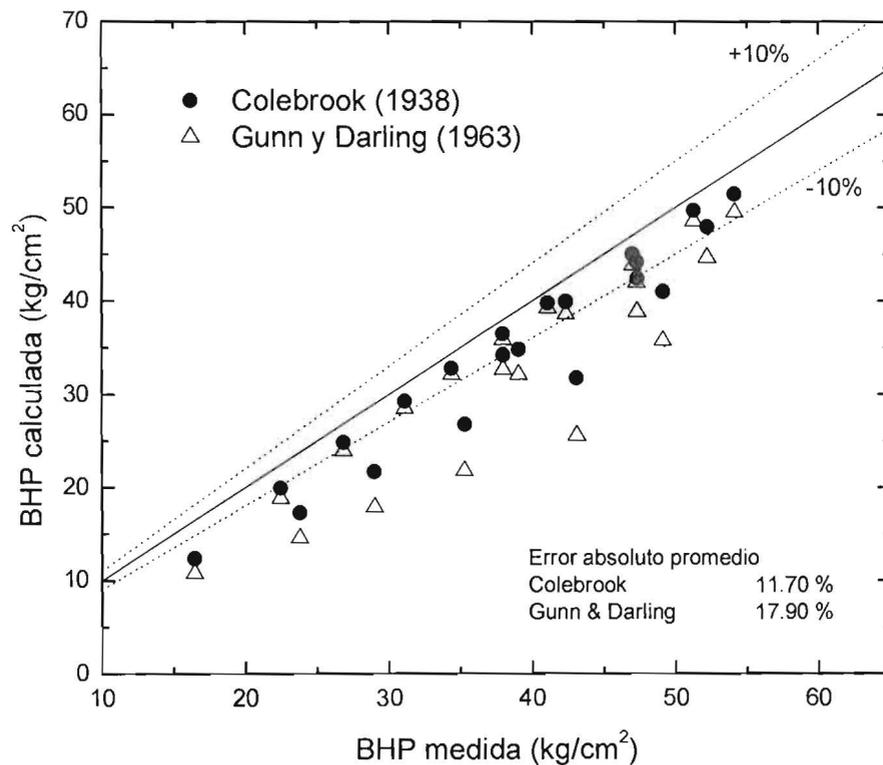


Figura 6.6 Comparaciones de las BHP calculadas utilizando diferentes factores de fricción en un pozo productor de gas.

7 Validaciones y resultados

En este capítulo se presentan las validaciones de los modelos propuestos. Primero los modelos se comparan con datos experimentales reportados en la literatura y posteriormente se validan con datos de campo de dos pozos. Los resultados se comparan con datos de presión y se muestran algunas otras propiedades obtenidas de las simulaciones, finalmente se reportan los errores obtenidos en las comparaciones. Los errores se calculan mediante la definición de error absoluto

$$e_a (\%) = abs \left[\frac{\varphi_{calculado} - \varphi_{medido}}{\varphi_{medido}} \right] 100 \quad (7.1)$$

7.1 Validación con datos experimentales

Los modelos monofásicos y el modelo bifásico se validaron de manera independiente con datos experimentales de la literatura. En ambos casos, las comparaciones se hacen con datos bajo condiciones en estado estacionario.

7.1.1 Flujo de gas y líquido

Con los datos reportados por Gaither et al. (1963) se validaron los modelos de flujo de gas y flujo de líquido. Los datos se obtuvieron experimentalmente de un pozo vertical de aproximadamente 305 m de longitud. El pozo está localizado cerca de una fuente de gas de alta presión y un campo de agua. Los datos presentados en la publicación, se tomaron bajo diferentes condiciones de presión, temperatura y gastos de producción en la superficie.

En el caso del modelo de gas se hacen las comparaciones de las BHP medidas en la producción de un gas de una gravedad específica de 0.6, a través de una región anular. Las propiedades termodinámicas del gas se calcularon con las relaciones de Goldzberg et al. (1984) para gas natural. Los datos del flujo de gas se muestran en la Tabla 7.1.

El modelo del flujo de líquido se validó con las BHP medidas en la producción de agua de formación con una densidad de 0.998 gr/cm³, a través de una tubería circular. Los datos del flujo de líquido se muestran en la Tabla 7.2.

Tabla 7.1 Datos de las condiciones en superficie para la simulación del flujo de gas.

Datos del flujo de gas			
Presión kg/cm ²	Temperatura °C	Flujo volumétrico m ³ /min	Diámetro in
7.57	15.33	19.57	2.5 x 1.25
16.77	15.56	19.62	2.5 x 1.25
22.14	15.83	19.62	2.5 x 1.25
26.75	15.83	19.56	2.5 x 1.25
30.41	16.94	19.58	2.5 x 1.25
34.13	17.61	19.62	2.5 x 1.25
37.51	18.33	19.52	2.5 x 1.25
11.50	16.67	37.28	2.5 x 1.25
28.18	18.33	37.42	2.5 x 1.25
38.49	20.00	37.55	2.5 x 1.25
46.08	21.94	38.03	2.5 x 1.25
13.75	18.61	46.51	2.5 x 1.25
33.82	21.67	46.58	2.5 x 1.25
40.04	22.78	46.62	2.5 x 1.25
16.09	19.72	55.29	2.5 x 1.25
28.58	21.25	55.65	2.5 x 1.25
9.68	16.39	28.89	2.5 x 1.25
29.95	18.47	28.89	2.5 x 1.25
36.03	19.03	28.89	2.5 x 1.25
41.30	20.14	28.86	2.5 x 1.25
46.08	21.22	28.86	2.5 x 1.25

Tabla 7.2 Datos de las condiciones en superficie para la simulación del flujo de líquido.

Datos del flujo de líquido			
Presión kg/cm ²	Temperatura °C	Flujo volumétrico gpm	Diámetro in
0.39	25.00	9.07	1.00
0.53	25.00	14.18	1.00
0.65	25.00	17.41	1.00
0.68	25.00	20.15	1.00
0.84	25.00	22.17	1.00
1.35	25.00	27.42	1.00
1.12	25.00	27.71	1.00
1.30	25.00	29.90	1.00
1.37	25.00	31.53	1.00
2.00	25.00	40.11	1.00
1.12	25.00	28.23	1.25

1.12	25.00	28.88	1.25
1.16	25.00	29.58	1.25
2.18	25.00	42.96	1.25

Las condiciones iniciales en ambos casos fueron las siguientes: la presión y la velocidad se calcularon mediante los respectivos modelos en estado estacionario. En el caso de la temperatura se consideró constante a lo largo de todo el pozo. Las simulaciones se hicieron utilizando $\Delta t = 10$ seg y $\Delta z = 10$ m.

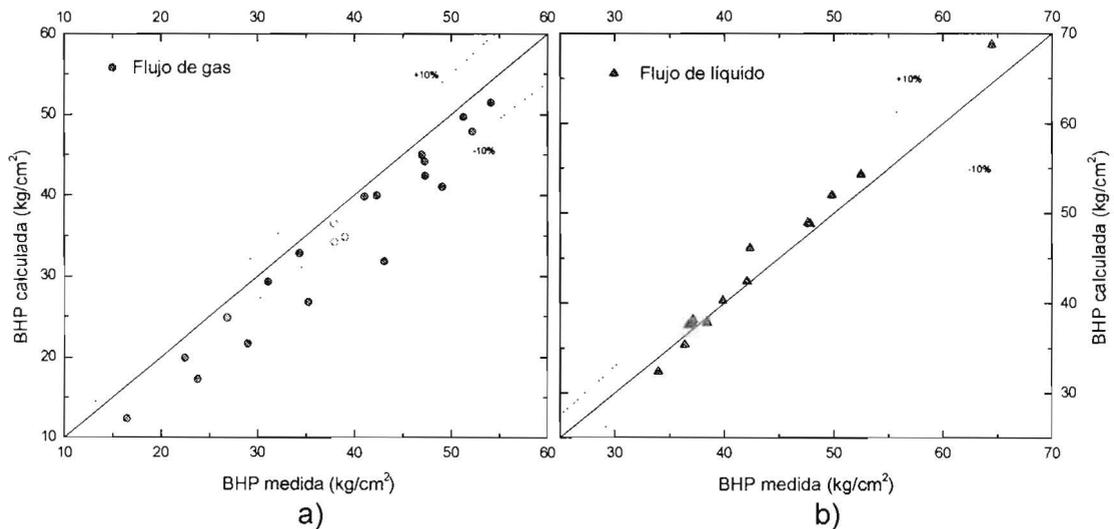


Figura 7.1 Gráficas comparativas de los resultados de la simulación y los datos experimentales de Gaither et al. (1963). a) Diferentes BHP del flujo de gas en una tubería anular. b) Diferentes BHP del flujo de líquido en una tubería circular.

En la Figura 7.1 se muestran las gráficas comparativas de las diferentes BHP calculadas y medidas con ambos modelos. Estos resultados se obtuvieron al alcanzar el estado estacionario de cada uno de los casos simulados. En el caso del flujo de gas se obtuvo un error promedio de 11.70% de todas las BHP comparadas. Aunque este error podría considerarse dentro de un margen aceptable, cabe mencionar que no existe información precisa en cuanto a las propiedades y características del gas utilizado en este caso. En la validación del modelo monofásico de líquido se observó un error promedio de 3.30%.

7.1.2 Flujo bifásico

Lage et al. (2000) reportó datos experimentales del flujo de una mezcla de agua y nitrógeno a través de un espacio anular, los cuales se compararon con un modelo mecanístico propuesto por los mismos autores. Los datos se registraron en un pozo vertical de 1273 m con sensores de presión a las profundidades de 240 m, 494 m, 998 m, y 1273 m. La Tabla 7.3 muestra las propiedades de los fluidos empleados en el experimento.

Tabla 7.3 Datos para la simulación del caso de flujo bifásico.

Presión en superficie	3.87	kg/cm ²
Temperatura en superficie	35.00	°C
Gradiente geotérmico	0.03	°C/m
Flujo volumétrico del gas	28.32	m ³ /min
Flujo volumétrico del líquido	40.00	gpm
Densidad del líquido	0.94	gr/cm ³
Viscosidad del líquido	1.00	cP
Diámetro del espacio anular	6.276 x 3.5	in
Profundidad	1273	m

Para las condiciones iniciales, la presión y la velocidad se calcularon mediante el modelo bifásico en estado estacionario propuesto en este trabajo. La temperatura se calculó con el gradiente geotérmico. Las simulaciones se hicieron utilizando $\Delta t = 20$ seg y $\Delta z = 1$ m. La Figura 7.2 muestra los resultados transitorios de la presión, temperatura y velocidad de la mezcla en el fondo del pozo, antes de alcanzar el estado estacionario. Es evidente que la temperatura es la propiedad mas afectada durante la simulación, esto debido a que el gradiente geotérmico (condición inicial) está alejado a la temperatura real del flujo de la mezcla. Cabe mencionar que la temperatura de flujo es únicamente generada por acción de las propiedades de la mezcla y no existe transferencia de calor entre los fluidos y la formación u otros agentes externos.

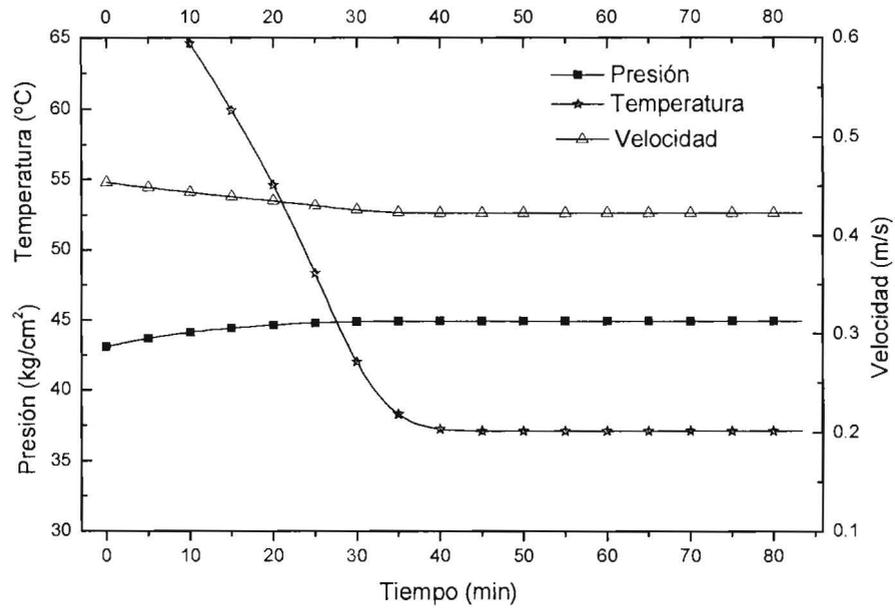


Figura 7.2 Transitorios de la presión, temperatura y velocidad de la mezcla simulados en el fondo del pozo para caso del flujo bifásico.

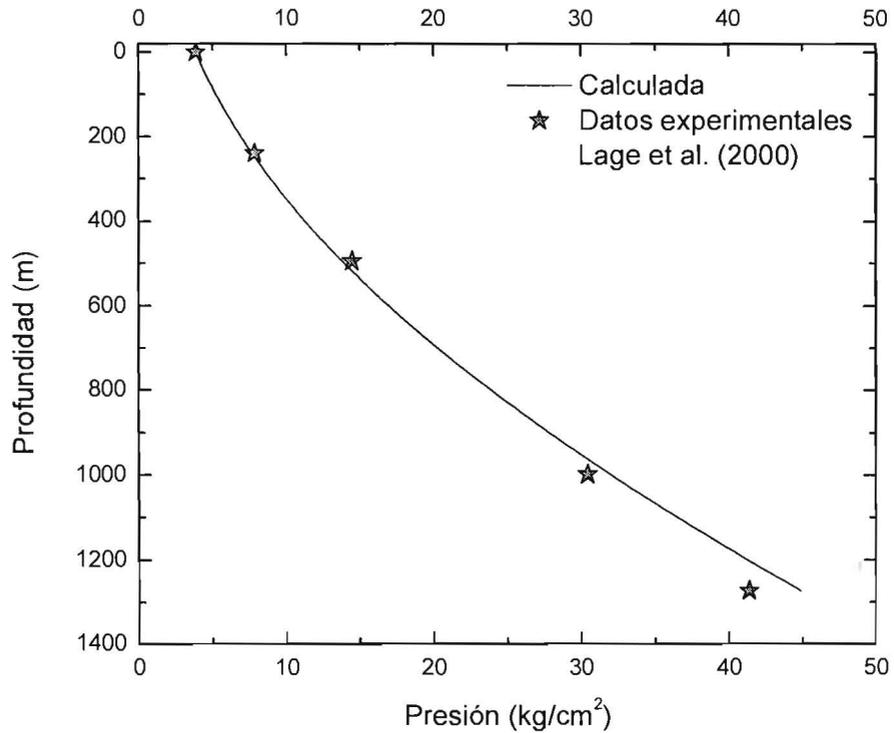


Figura 7.3 Comparación del perfil de presión obtenido de la simulación con los datos experimentales de Lage et al. (2000).

La Figura 7.3 muestra el perfil de presión en estado estacionario obtenido de la simulación. La Tabla 7.4 muestra los errores observados al comparar las presiones del experimento. El promedio de los errores obtenidos es de 4.34%. Esto sugiere que la velocidad y la temperatura de mezcla obtenidas presentan el mismo error, ya que el modelo propuesto las calcula de manera conjunta.

Tabla 7.4 Errores absolutos obtenidos al comparar las presiones calculadas y las presiones del experimento.

Profundidad m	Presión medida kg/cm ²	Presión calculada kg/cm ²	Error absoluto %
240	7.65	7.65	0.00
494	14.48	13.69	5.45
998	30.43	31.72	4.23
1273	41.40	44.58	7.68

La Figura 7.4 muestra los perfiles de las velocidades del gas, el líquido y la mezcla, así como la fracción volumétrica del gas. Las velocidades del gas, el líquido y la mezcla en la superficie son de 10.94, 1.54 y 1.84 m/s, respectivamente. En la Figura 7.5 se observan los perfiles de los parámetros drift (velocidad drift promedio y el coeficiente de distribución). Estos perfiles son igualmente obtenidos como datos de salida de la simulación.

Al suponer que la presión, las velocidades y la temperatura presentan una buena aproximación con los datos experimentales, es posible considerar que las demás propiedades y parámetros también lo hacen. Por ejemplo, la fracción volumétrica del gas se calcula mediante un proceso iterativo donde se ven involucradas las velocidades (locales y superficiales) de las fases y la densidad de mezcla. Por otro lado, los parámetros drift son función de la fracción volumétrica del gas. Es decir, las predicciones de la presión, las velocidades y la temperatura están reflejadas en todas las variables calculadas.

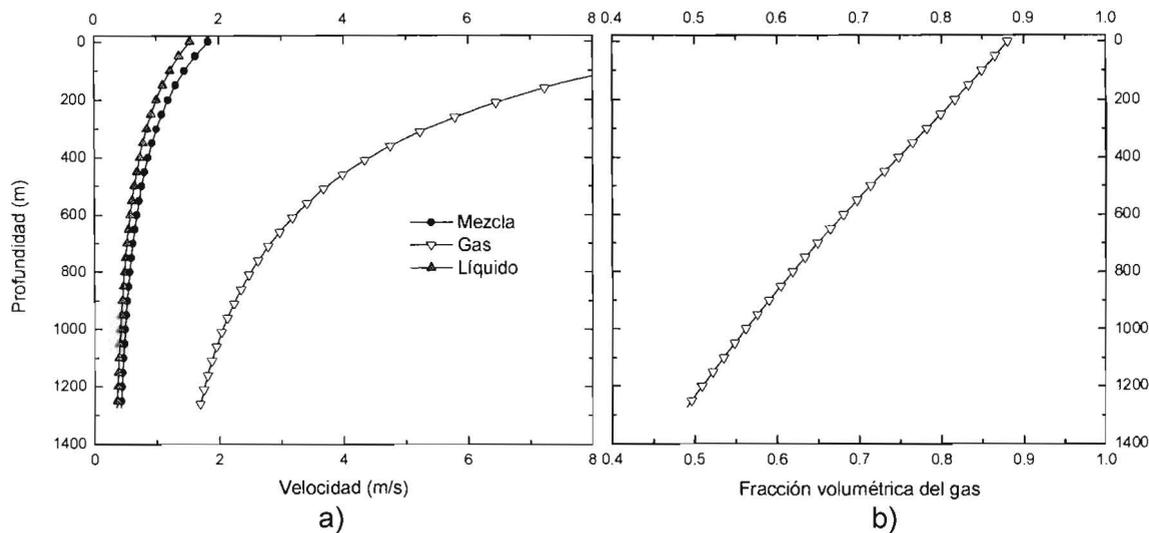


Figura 7.4 Resultados obtenidos de la simulación para el flujo bifásico. a) Perfiles de velocidades de las fases y la mezcla. b) Fracción volumétrica del gas a lo largo de la tubería anular.

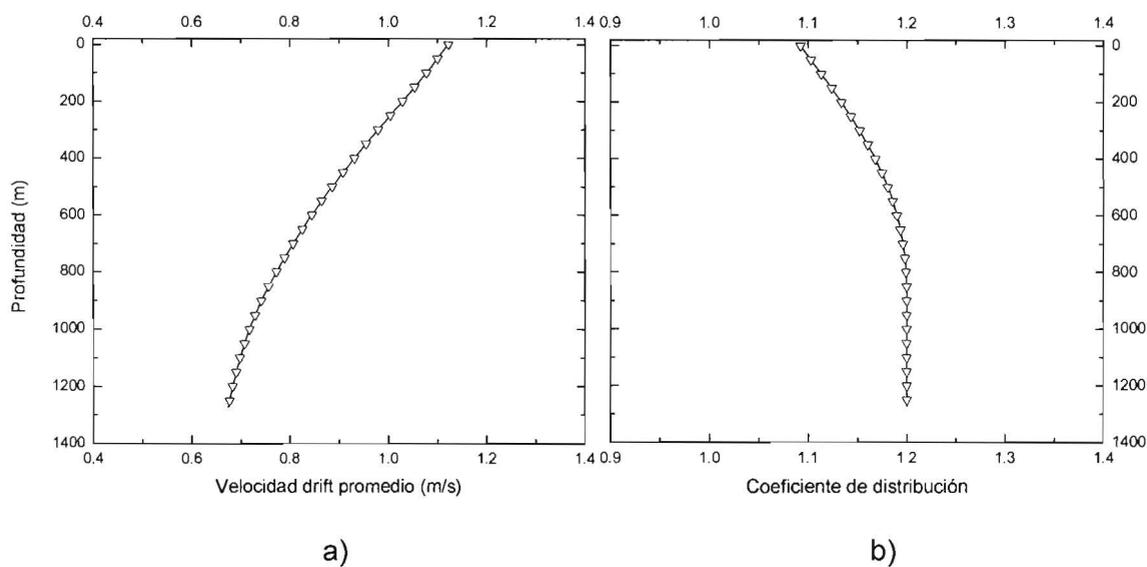


Figura 7.5 Parámetros drift obtenidos de la simulación para el flujo bifásico. a) Perfil de la velocidad drift promedio. b) Perfil del coeficiente de distribución.

7.2 Validación con datos de campo

La validación de los modelos con los datos de campos se realizó con dos pozos donde fue aplicada la técnica de UBD con inyección de nitrógeno a través de un anular

concéntrico. Los datos para las validaciones fueron obtenidos del avance diario de la operación de cada pozo.

Para estos casos, los modelos propuestos (modelos monofásicos y bifásicos) están acoplados, de manera que los perfiles de presión, velocidad y temperatura de todas las regiones del pozo se obtienen de manera integral durante las simulaciones (ver diagrama de flujo en el Apéndice B). Las simulaciones se realizaron utilizando $\Delta t = 120$ seg y $\Delta z = 20$ m. Después de alcanzar el estado estacionario los perfiles de presión obtenidos se utilizaron para las validaciones correspondientes. También se presentan los perfiles de la fracción volumétrica del gas, la velocidad y la temperatura de las fases. Los resultados transitorios se discuten en el capítulo 8. Dentro del código computacional se implementó una subrutina que permite obtener la trayectoria del pozo mediante el método de la mínima curvatura (Bourgoyne et al., 1991) y así conocer las profundidades verticalizadas (TVD).

Las condiciones de temperatura se tomaron del reporte final de la perforación. Por otra parte, existe incertidumbre en cuanto a la caída de presión específica de las herramientas del BHA (PMD/ PWD/ LWD/ MWD) por lo que se considera una caída de presión constante de 50 kg/cm^2 (≈ 750 psi). La caída de presión generada por la barrena se calculó utilizando la siguiente ecuación

$$\Delta P_{bna} = 0.8106 \rho_l \left(\frac{Q_l}{D_n^2} \right)^2 \quad (7.2)$$

donde D_n es el diámetro total de las toberas de la barrena. La deducción de la ecuación (7.2) puede ser consultada en el Apéndice C.

7.2.1 Pozo 01

El Pozo 01 es un pozo horizontal tipo J donde se aplicó la técnica de UBD con inyección de nitrógeno por anular concéntrico para perforar la etapa de $6 \frac{1}{2}$ in desde 4378 m

hasta 4727 m. La Figura 7.6 muestra el estado mecánico y la trayectoria del pozo calculada.

La Tabla 7.5 define la geometría del pozo, así como los diámetros y las longitudes correspondientes que fueron implementadas dentro del código computacional de este trabajo. La Figura 7.7 muestra gráficamente las presiones de inyección registradas en superficie, tomadas del avance diario de la perforación. Los valores se registraron en tiempo real. En la Tabla 7.6 se definen las presiones de inyección y las condiciones de operación registradas a las profundidades de 4538 m, 4608 m y 4697 m.

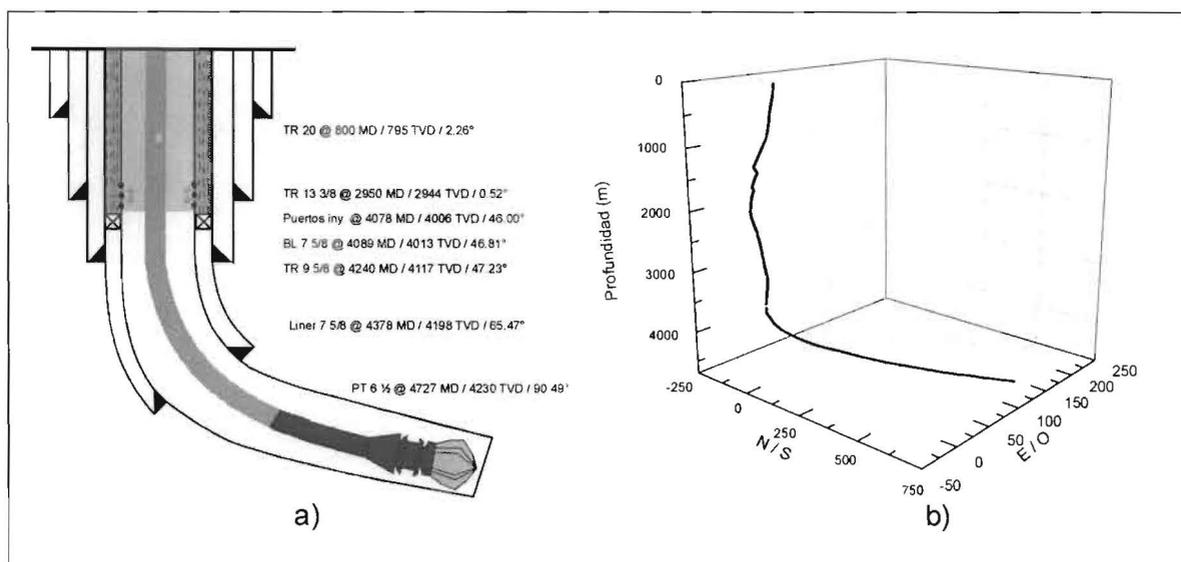


Figura 7.6 Pozo 01. a) Estado mecánico, profundidades e inclinaciones. b) Trayectoria del pozo.

Tabla 7.5 Geometrías de las tuberías de revestimiento y las herramientas del Pozo 01.

Tubería / Herramienta	OD (in)	ID (in)	Prof. / Long. (m)
TR	9.625	8.535	4240
Liner	7.625	6.625	4378
Tieback	7.625	6.625	4089
Puertos de Inyección		18) 23/32	4078
Barrena	6.5	6) 8/32	0.25
PDM	4.75	2.82	6.77
Estabilizador	4.75	2.0	2.22
VCP	4.75	2.8125	0.46

LWD	4.75	2.8125	8.94
PWD / MWD	4.75	2.8125	7.68
DC	4.75	2.8125	9.44
HWDP	3.5	2.0625	279.27
Martillo	4.75	2.25	9.22
HWDP	3.5	2.0625	54.21
TP	3.5	2.764	4348.79

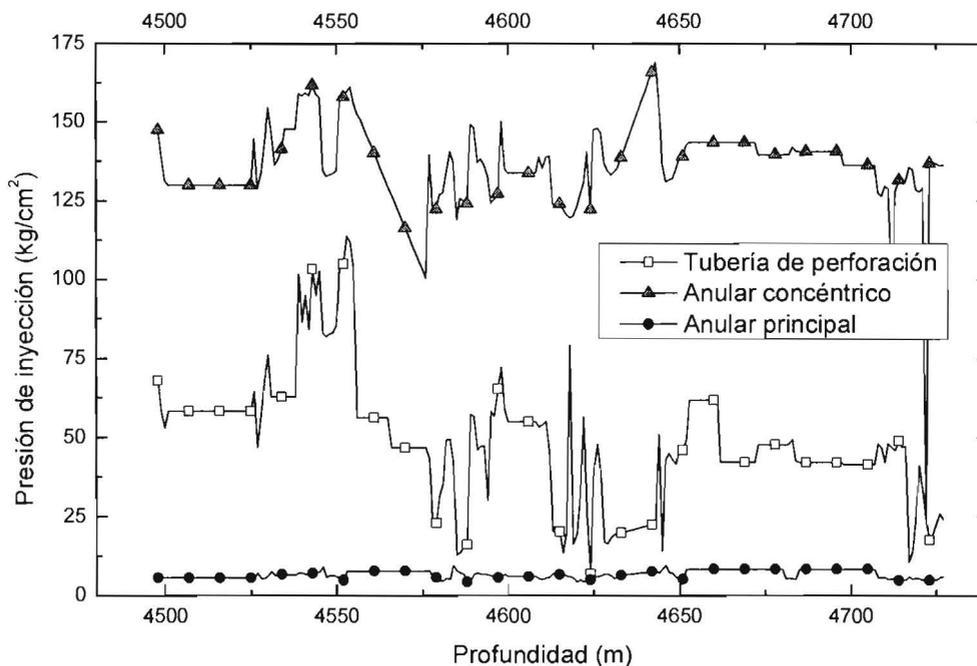


Figura 7.7 Presiones en superficie del Pozo 01, registradas en tiempo real para diferentes profundidades.

Tabla 7.6 Datos utilizados para las simulaciones de la perforación de diferentes profundidades del Pozo 01.

Datos de campo				
Profundidad	@ 4538	@ 4608	@ 4697	md
Densidad del lodo	0.92	0.92	0.92	gr/cm ²
VP del lodo	15	15	15	cP
Flujo volumétrico del N ₂	130	130	135	m ³ /min
Flujo volumétrico del OBM	200	190	190	gpm
Temperatura en superficie	40.00	40.00	40.00	°C
Gradiente geotérmico	0.019	0.019	0.019	°C/m
Presión del estrangulador	6.54	6.05	8.43	kg/cm ²
Presión anular concéntrico	147.65	133.80	140.62	kg/cm ²

Presión TP	62.78	55.12	42.18	kg/cm ²
DEC	0.53	0.51	0.50	gr/cm ³

Con los datos de la Tabla 7.6 se realizaron las simulaciones correspondientes. A continuación se muestran los resultados obtenidos. Las Tabla 7.7- 7.11 muestran las presiones de inyección simuladas con el código computacional y las Figura 7.8 – 7.13 muestran las gráficas de los perfiles obtenidos de la presión, fracción volumétrica del gas, velocidad y temperatura.

Pozo 01 @ 4538 m.

En la Tabla 7.7 se resumen las presiones calculadas en la superficie y en el fondo del pozo, obtenidas de la simulación del Pozo 01 a la profundidad de 4538m. La Figura 7.8a muestra los perfiles de presión en todas las secciones del pozo. La BHP calculada es de 227.25 kg/cm². La Figura 7.8b muestra la fracción volumétrica del gas a lo largo del espacio anular principal, donde se observa la presencia del gas desde la profundidad de los puertos de inyección del gas (4006 m.) hasta la superficie. De igual manera, la Figura 7.9a muestra los perfiles de velocidades en las diferentes secciones del pozo. La velocidad calculada en el anular principal (velocidad de mezcla) es de 6.98 m/s en la superficie. En la Figura 7.9b se observan los perfiles de temperatura. Las temperaturas calculadas en la superficie son de 32.74 °C y 41.83 °C para el anular concéntrico y la tubería de perforación, respectivamente. La temperatura obtenida en el fondo del pozo es de 48.95 °C.

Tabla 7.7 Presiones obtenidas de la simulación del Pozo 01 a 4538 m.

Presiones (kg/cm ²)	
Salida del estrangulador	6.54
Inyección en el anular concéntrico	143.77
Inyección en la TP	61.08
BHP	227.25
DEC (gr/cm ³)	0.538
ΔP_{bna}	33.53
ΔP_{BHA}	50.00

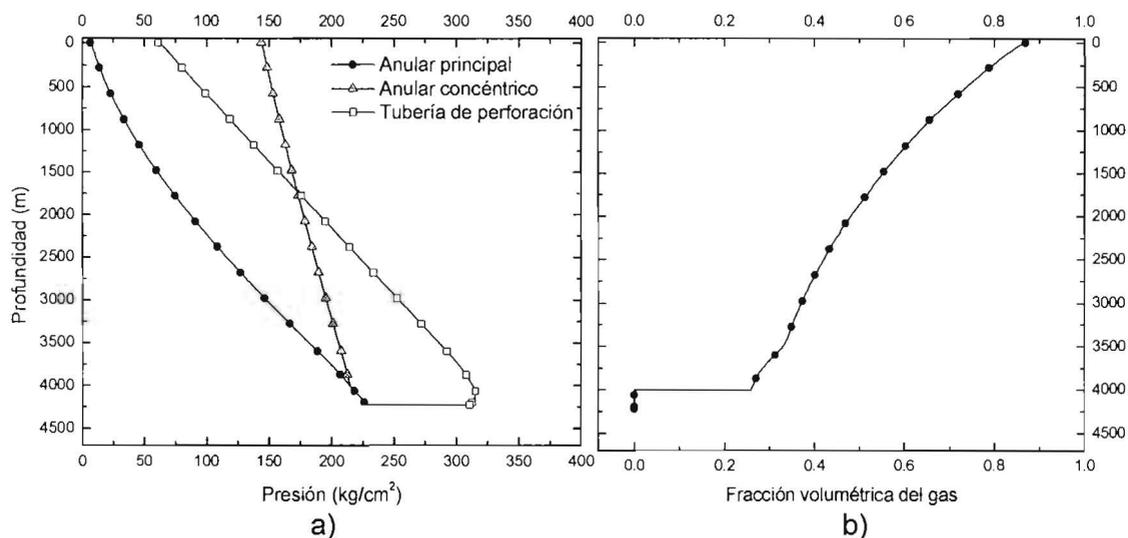


Figura 7.8 Perfiles en estado estacionario obtenidos de la simulación del Pozo 01 a 3548 m.
 a) Presiones en las diferentes secciones del pozo. b) Fracción volumétrica del gas en la región del anular principal.

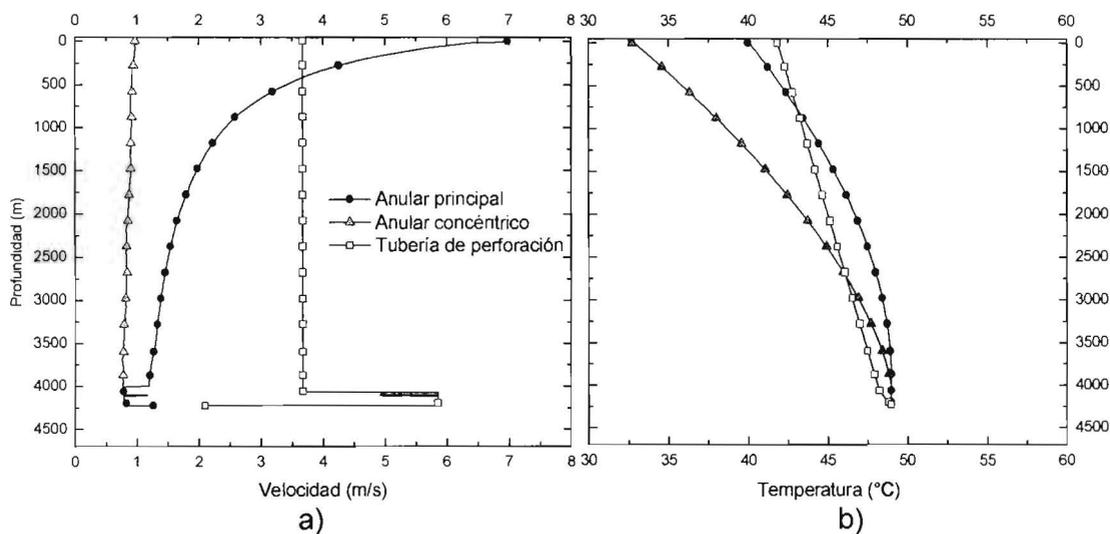


Figura 7.9 Perfiles en estado estacionario obtenidos de la simulación del Pozo 01 a 3548 m.
 a) Velocidades en las diferentes secciones del pozo b) Temperaturas en las diferentes secciones del pozo.

Pozo 01 @ 4608 m.

En la Tabla 7.8 se resumen las presiones calculadas en la superficie y en el fondo del pozo, obtenidas de la simulación del Pozo 01 a la profundidad de 4608m. La Figura 7.10a muestra los perfiles de presión en todas las secciones del pozo. La BHP calculada es de 220.70 kg/cm². La Figura 7.10b muestra la fracción volumétrica del gas a lo largo del espacio anular principal, donde se observa la presencia del gas desde la profundidad de los puertos de inyección del gas (4006 m.) hasta la superficie. De igual manera, la Figura 7.11a muestra los perfiles de velocidades en las diferentes secciones del pozo. La velocidad calculada en el anular principal (velocidad de mezcla) es de 7.26 m/s en la superficie. En la Figura 7.11b se observan los perfiles de temperatura. Las temperaturas calculadas en la superficie son de 31.45 °C y 42.88 °C para el anular concéntrico y la tubería de perforación, respectivamente. La temperatura obtenida en el fondo del pozo es de 49.40 °C.

Tabla 7.8 Presiones obtenidas de la simulación del Pozo 01 a 4608 m.

Presiones (kg/cm ²)	
Salida del estrangulador	6.05
Inyección en el anular concéntrico	139.14
Inyección en la TP	40.78
BHP	220.7
DEC (gr/cm ³)	0.522
ΔP_{bna}	30.26
ΔP_{BHA}	50.00

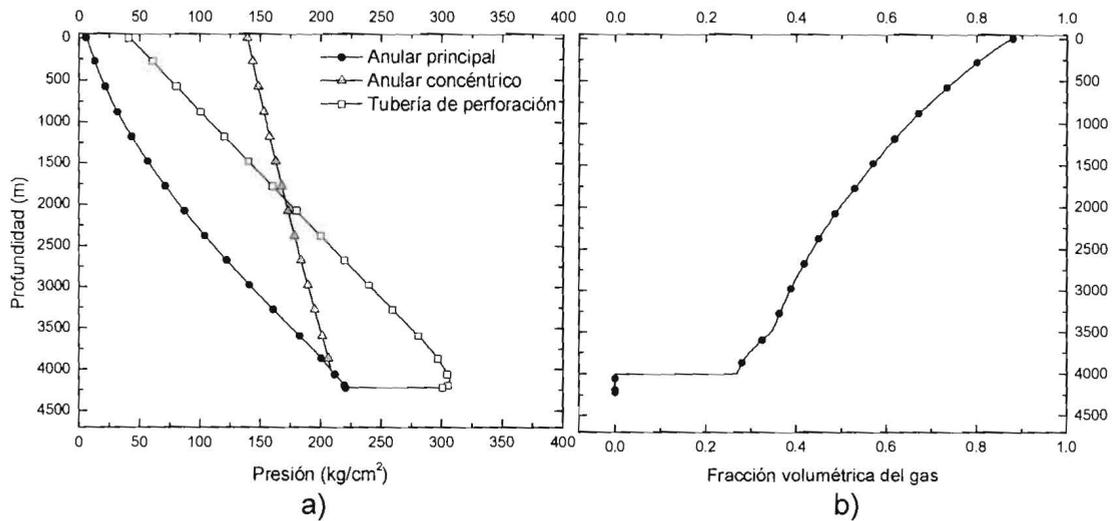


Figura 7.10 Perfiles en estado estacionario obtenidos de la simulación del Pozo 01 a 4608 m. a) Presiones en las diferentes secciones del pozo. b) Fracción volumétrica del gas en la región del anular principal.

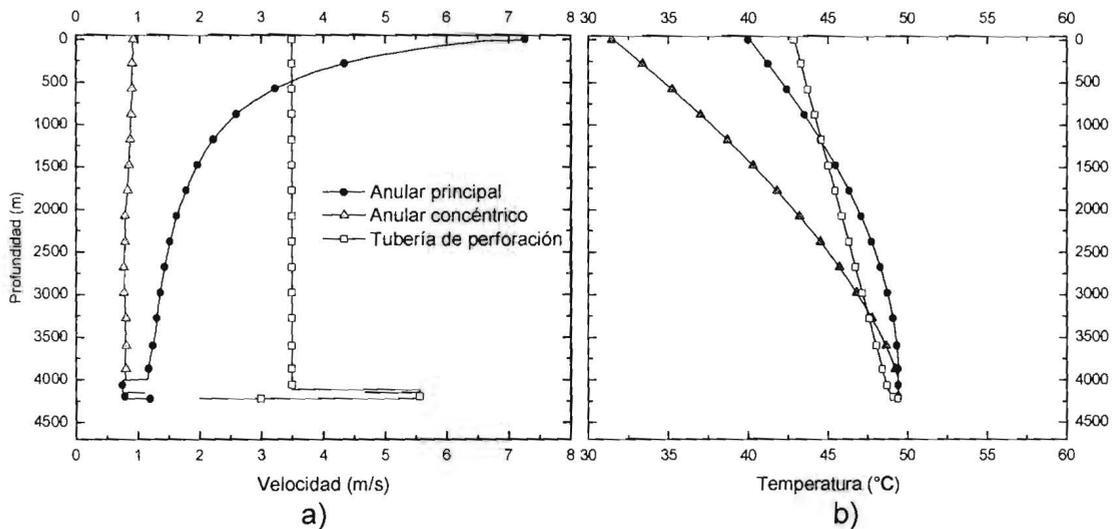


Figura 7.11 Perfiles en estado estacionario obtenidos de la simulación del Pozo 01 a 4608 m. a) Velocidades en las diferentes secciones del pozo. b) Temperaturas en las diferentes secciones del pozo.

Pozo 01 @ 4697 m.

En la Tabla 7.9 se resumen las presiones calculadas en la superficie y en el fondo del pozo, obtenidas de la simulación del Pozo 01 a la profundidad de 4697 m. La Figura 7.12a muestra los perfiles de presión en todas las secciones del pozo. La BHP

calculada es de 225.35 kg/cm². La Figura 7.12b muestra la fracción volumétrica del gas a lo largo del espacio anular principal, donde se observa la presencia del gas desde la profundidad de los puertos de inyección del gas (4006 m.) hasta la superficie. De igual manera, la Figura 7.13a muestra los perfiles de velocidades en las diferentes secciones del pozo. La velocidad calculada en el anular principal (velocidad de mezcla) es de 6.98 m/s en la superficie. En la Figura 7.13b se observan los perfiles de temperatura. Las temperaturas calculadas en la superficie son de 32.72 °C y 41.97 °C para el anular concéntrico y la tubería de perforación, respectivamente. La temperatura obtenida en el fondo del pozo es de 48.95 °C.

Tabla 7.9 Presiones obtenidas de la simulación del Pozo 01 a 4697 m.

Presiones (kg/cm ²)	
Salida del estrangulador	8.43
Inyección en el anular concéntrico	142.77
Inyección en la TP	42.50
BHP	225.35
DEC (gr/cm ³)	0.533
ΔP_{bna}	30.26
ΔP_{BHA}	50.00

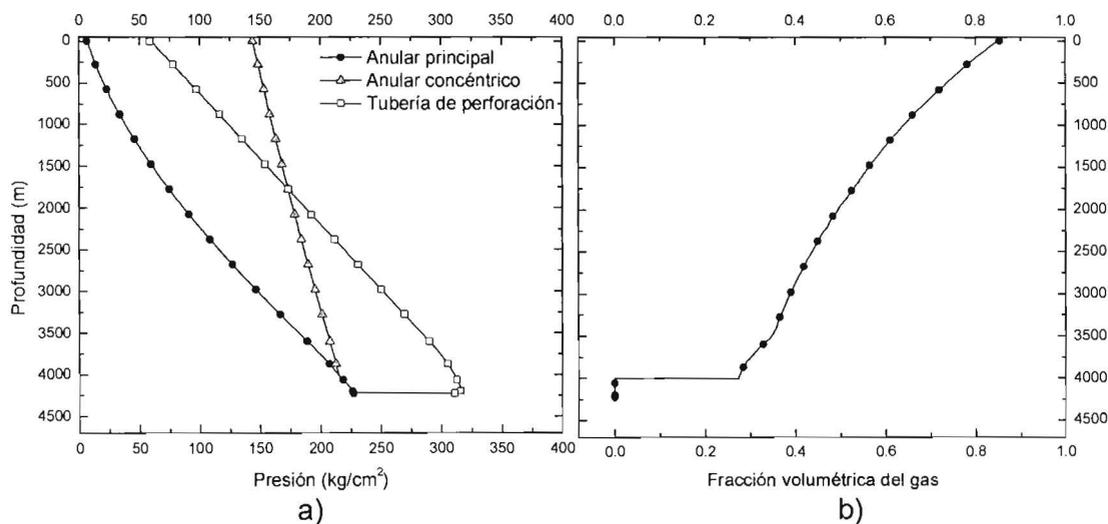


Figura 7.12 Perfiles en estado estacionario obtenidos de la simulación del Pozo 01 a 4697 m. a) Presiones en las diferentes secciones del pozo. b) Fracción volumétrica del gas en la región del anular principal.

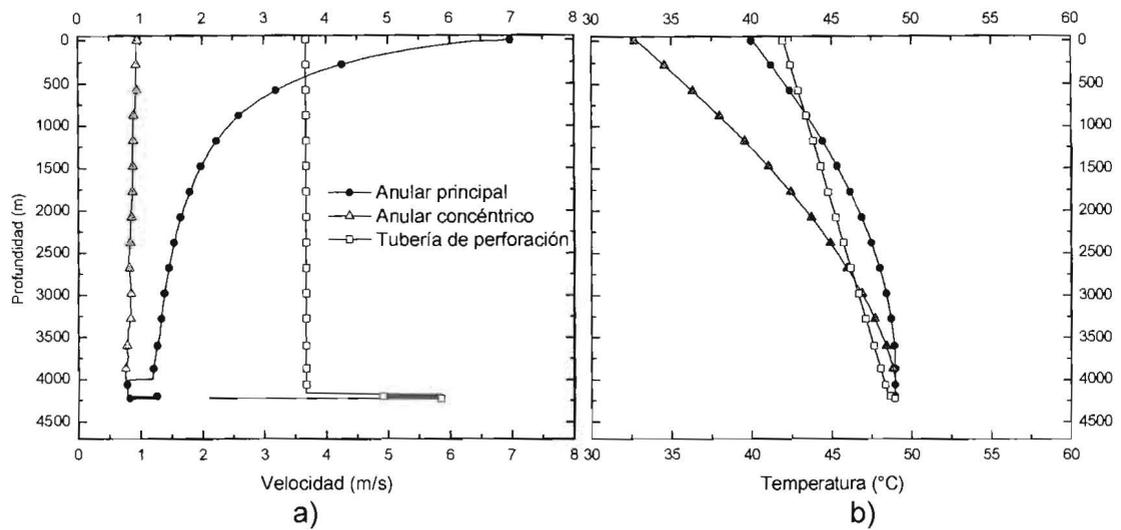


Figura 7.13 Perfiles en estado estacionario obtenidos de la simulación del Pozo 01 a 4697 m.
a) Velocidades en las diferentes secciones del pozo. b) Temperaturas en las diferentes secciones del pozo.

En la Tabla 7.10 se muestran los errores absolutos obtenidos de las simulaciones de las diferentes profundidades. Es importante hacer notar que las predicciones presentan un buen margen de error a excepción del error de 26.02% obtenido para la presión de inyección en la tubería de perforación. Este error se puede atribuir a la incertidumbre en cuanto al conocimiento de las especificaciones de las herramientas del BHA. El error promedio en todas las profundidades es de 5.34 %.

Tabla 7.10 Errores obtenidos para diferentes profundidades, al comparar las presiones simuladas del Pozo 01 con los datos de campo.

		@ 4538 m	@ 4608 m	@ 4697 m
Presión de inyección en el anular concéntrico (kg/cm ²)	Medida	147.65	133.80	140.62
	Calculada	143.77	139.14	142.77
	% Error	2.63	3.99	1.53
Presión de inyección en la TP (kg/cm ²)	Medida	62.78	55.12	42.18
	Calculada	61.08	40.78	42.50
	% Error	2.71	26.02	0.76
DEC (gr/cm ³)	Medida	0.53	0.51	0.50
	Calculada	0.538	0.522	0.533
	% Error	1.51	2.35	6.60

7.2.2 Pozo 02

El Pozo 02 es un pozo horizontal tipo J donde se aplicó la técnica de UBD con inyección de nitrógeno por anular concéntrico para perforar la etapa de 6 ½ in desde 4451 m hasta 5272 m. La Figura 7.14 muestra el estado mecánico y la trayectoria del pozo calculada. La Tabla 7.11 define la geometría del pozo, así como los diámetros y las longitudes correspondientes que fueron implementadas dentro del código computacional de este trabajo. La Figura 7.15 muestra gráficamente las presiones de inyección registradas en superficie, tomadas del avance diario de la perforación. Es necesario mencionar que los valores mostrados son valores promedios de los valores registrados en tiempo real. En la Tabla 7.12 se definen las presiones de inyección y las condiciones de operación registradas a la profundidad de 5272 m.

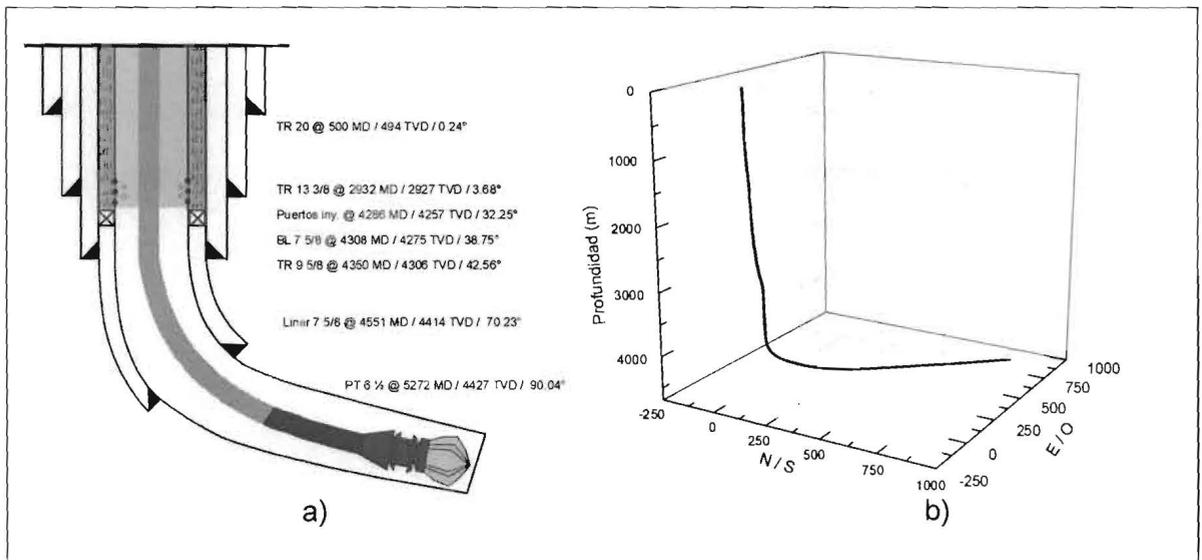


Figura 7.14 Pozo 02. a) Estado mecánico, profundidades e inclinaciones. b) Trayectoria del pozo

Tabla 7.11 Geometrías de las tuberías de revestimiento y herramientas del Pozo 02.

Tubería / Herramienta	OD (in)	ID (in)	Prof. / Long. (m)
TR	9.625	8.535	4350
Liner	7.625	6.625	4551
Tieback	7.625	6.625	4308
Puertos Iny.		18) 23/32	4286

Barrena	6.5	4) 12/32	0.27
PDM	4.75	3.444	7.66
Estabilizador	4.75	2.25	1.67
VCP	4.75	2.25	0.98
LWD	4.75	2.8	7.45
PWD	4.75	2.8	2.82
MWD	4.75	2.8	5.12
HWDP	3.5	2.0625	83.98
TP / HWDP	3.5	2.602 / 2.0625	575.7
HWDP	3.5	2.0625	279.96
Martillo	4.75	2.625	8.59
HWDP	3.5	2.25	84.39
TP	3.5	2.602	4213.5

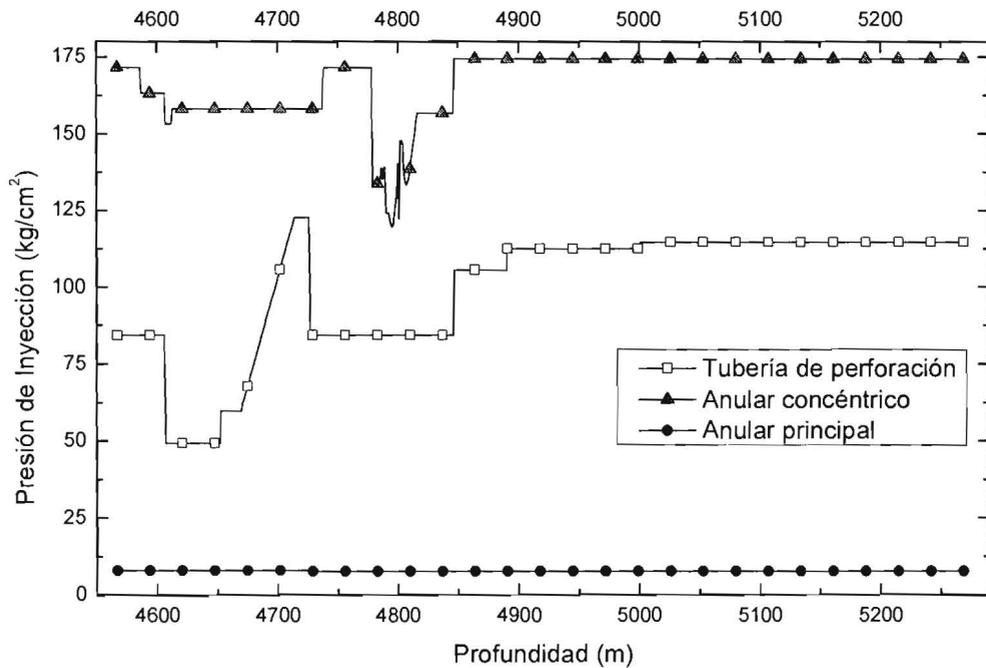


Figura 7.15 Presiones en superficie del Pozo 02, obtenidas del avance diario de la perforación para diferentes profundidades.

Tabla 7.12 Datos utilizados para la simulación de la perforación del Pozo 02 a la profundidad de 5272 m.

Datos de campo		
Profundidad	@ 5272	md
Densidad del lodo	0.95	gr/cm ³
VP del lodo	14	cP

Flujo volumétrico de N ₂	115	m ³ /min
Flujo volumétrico de OBM	210	gpm
Temperatura en superficie	35.00	°C
Gradiente geotérmico	0.022	°C/m
Presión del estrangulador	7.52	kg/cm ²
Presión anular concéntrico	174.36	kg/cm ²
Presión TP	114.6	kg/cm ²
DEC	0.59	gr/cm ³

Con los datos de la Tabla 7.12 se realizaron las simulaciones correspondientes. A continuación se muestran los resultados obtenidos. La Tabla 7.13 muestra las presiones de inyección simuladas con el código computacional y las Figura 7.16 – 7.17 muestran las graficas de los perfiles obtenidos de presión, fracción volumétrica del gas, velocidad y temperatura.

En la Tabla 7.13 se resumen las presiones calculadas en la superficie y en el fondo del pozo, obtenidas de la simulación del Pozo 02 a la profundidad de 5272 m. La Figura 7.16a muestra los perfiles de presión en todas las secciones del pozo. La BHP calculada es de 227.25 kg/cm². La Figura 7.16b muestra la fracción volumétrica del gas a lo largo del espacio anular principal, donde se observa la presencia del gas desde la profundidad de los puertos de inyección del gas (4257 m.) hasta la superficie. De igual manera, la Figura 7.17a muestra los perfiles de velocidades en las diferentes secciones del pozo. La velocidad calculada en el anular principal (velocidad de mezcla) es de 5.74 m/s en la superficie. En la Figura 7.17b se observan los perfiles de temperatura. Las temperaturas calculadas en la superficie son de 40.04 °C y 34.11 °C para el anular concéntrico y la tubería de perforación, respectivamente. La temperatura obtenida en el fondo del pozo es de 49.40 °C.

Tabla 7.13 Presiones obtenidas de la simulación del Pozo 02 a 5272 m.

Presiones (kg/cm ²)	
Salida del estrangulador	7.52
Inyección en el anular concéntrico	174.47
Inyección en la TP	76.42

BHP	274.73
DEC (gr/cm ³)	0.622
ΔP_{bna}	16.97
ΔP_{BHA}	50.00

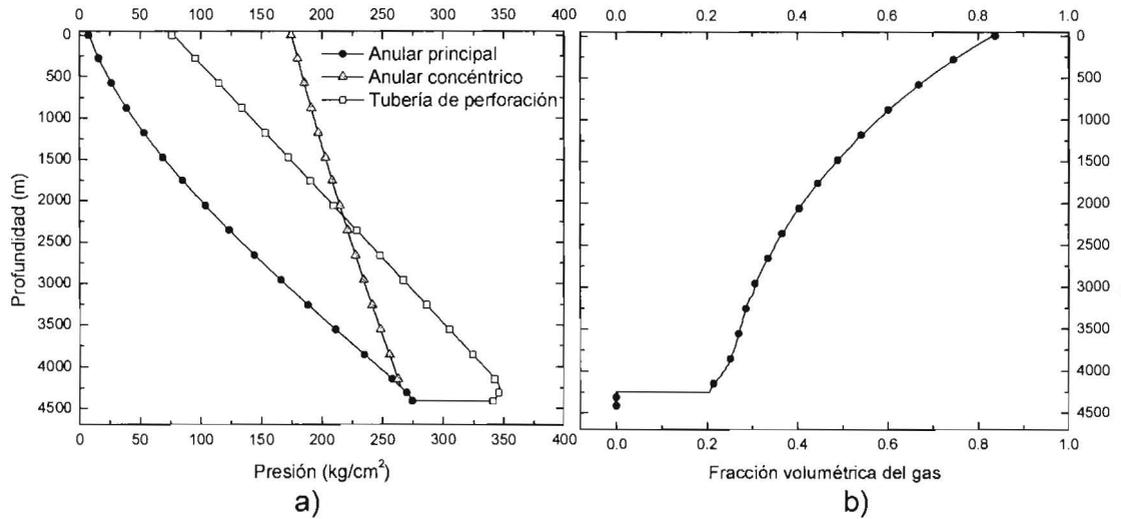


Figura 7.16 Perfiles en estado estacionario obtenidos de la simulación del Pozo 02 a 5272 m. a) Presiones en las diferentes secciones del pozo. b) Fracción volumétrica del gas en la región del anular principal.

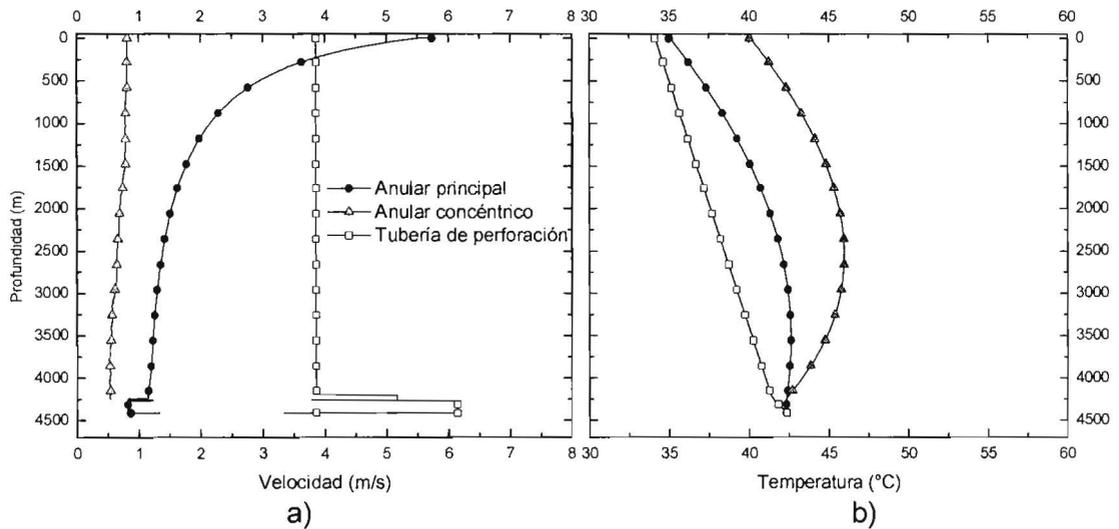


Figura 7.17 Perfiles en estado estacionario obtenidos de la simulación del Pozo 02 a 5272 m. a) Velocidades en las diferentes secciones del pozo. b) Temperaturas en las diferentes secciones del pozo.

En la Tabla 7.14 se muestran los errores absolutos obtenidos de la simulación. Es importante hacer notar que las predicciones presentan un buen margen de error a excepción del error de 33.32% obtenido por la presión de inyección en la tubería de perforación. Este error se puede atribuir a la incertidumbre en cuanto al conocimiento de las especificaciones de las herramientas del BHA. El error promedio obtenido de todos los datos es de 12.93%.

Tabla 7.14 Errores obtenidos al comparar las presiones simuladas del Pozo 02 con los datos de campo.

Presión de inyección en el anular concéntrico (kg/cm ²)	Medida	174.36
	Calculada	174.47
	% Error	0.06
Presión de inyección en la TP (kg/cm ²)	Medida	114.60
	Calculada	76.42
	% Error	33.32
DEC (gr/cm ³)	Medida	0.59
	Calculada	0.622
	% Error	5.42

7.3 Ventana de operación

Una vez validados los modelos, es posible utilizarlos para el diseño de la operación de la UBD con inyección de nitrógeno por anular concéntrico. La ventana de operación de presiones puede obtenerse a partir de éstos. Ésta ventana permite definir los diferentes escenarios de presión durante la perforación del pozo para una profundidad específica. Para esto, se realizan simulaciones variando los gastos de nitrógeno para diferentes gastos constantes de lodo y así observar las presiones del fondo fluyendo que podrían encontrarse bajo esas condiciones al alcanzar el estado estacionario (ver Figura 1.1). Para el caso del Pozo 01 a la profundidad de 4538 m, la Figura 7.18 muestra la ventana de operación obtenida.

Como se puede observar en la Figura 7.18, las diferentes líneas representan gastos constantes del lodo de perforación. La presión registrada durante la perforación (dato del avance de la perforación) se representa con el símbolo de la estrella. Es notable para este caso particular, que para gastos mayores de 270 m³/min de nitrógeno, las

presiones en el fondo comienzan a mantenerse constantes. Esto se atribuye a que la fricción se torna dominante en los perfiles de presión debido a las grandes velocidades de la fase gaseosa.

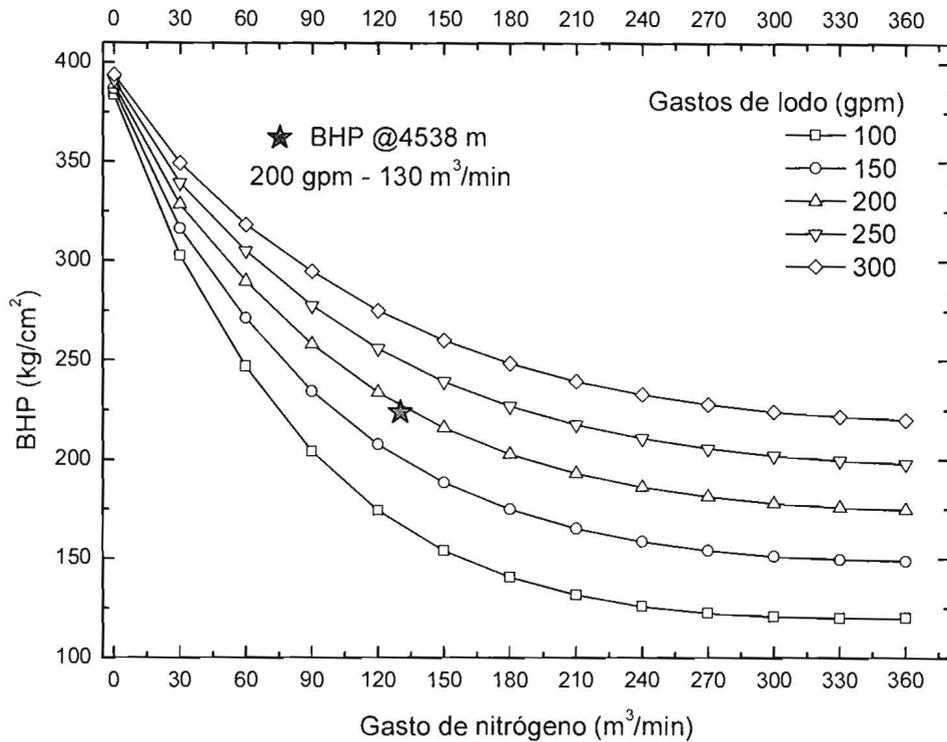


Figura 7.18 Ventana de operación para el caso del Pozo 01 a 4538 m.

En el primer capítulo de la tesis se define la ventana de operación y se describen las fronteras adicionales requeridas dentro de la ventana. Dentro de estas fronteras podemos mencionar: la velocidad mínima requerida para garantizar el acarreo de los recortes a superficie, el volumen máximo de lodo permisible en el BHA, los volúmenes críticos de nitrógeno en el anular concéntrico y los límites de presión de la formación. Estas fronteras permiten acotar la región de presión donde la operación debe llevarse a cabo (región de color amarillo en la Figura 1.1), garantizando así la integridad del pozo, las herramientas y la formación. Sin embargo al no contar con la información pertinente no es posible definir esta región dentro de la ventana mostrada en la Figura 7.18.

8 Resultados transitorios y análisis paramétrico

En el capítulo anterior se realizaron las validaciones de todos los modelos. Se compararon los estados estables con datos experimentales y datos registrados durante la perforación de dos pozos. A continuación se hace una discusión acerca de los transitorios de la temperatura, velocidad y presión para el caso del Pozo 01 a la profundidad de 4538 m. Posteriormente se realiza un análisis paramétrico.

8.1 Resultados de los perfiles transitorios

La Figura 8.1 muestra los transitorios de la temperatura generados durante la simulación. Los perfiles del anular concéntrico y la tubería de perforación muestran las temperaturas obtenidas en superficie, mientras que los perfiles del anular principal muestran, la temperatura a la profundidad de los puertos de inyección (CFD, condición de frontera dinámica) y la temperatura del fondo del pozo (BH, bottom hole). Como se comentó anteriormente, la CFD (último nodo del modelo bifásico) es la condición de frontera asignada a los modelos monofásicos del anular principal (OBM) y del anular concéntrico (nitrógeno). La condición inicial de la temperatura en todos los modelos está planteada a partir del gradiente geotérmico. De esta manera, las temperaturas en el anular principal disminuyen hasta alcanzar el estado estacionario a los 76 minutos.

Los transitorios del anular concéntrico presentan un comportamiento diferente a los del anular principal debido a que la solución del modelo monofásico de nitrógeno comienza a partir de las temperaturas asignadas por la CFD, y la temperatura en la superficie (40°C). La Figura 8.2 muestra la evolución de estos perfiles de temperatura durante la simulación, donde la CFD (a 4006 m) disminuye conforme avanza el tiempo. Finalmente el perfil de temperatura del anular concéntrico alcanza el estado estacionario a los 160 minutos. En el caso de la temperatura de la tubería de perforación presenta un comportamiento similar, sin embargo la condición de frontera se asigna por la

temperatura del fondo del pozo. El estado estacionario del modelo monofásico de la tubería de perforación se alcanza a los 119 minutos.

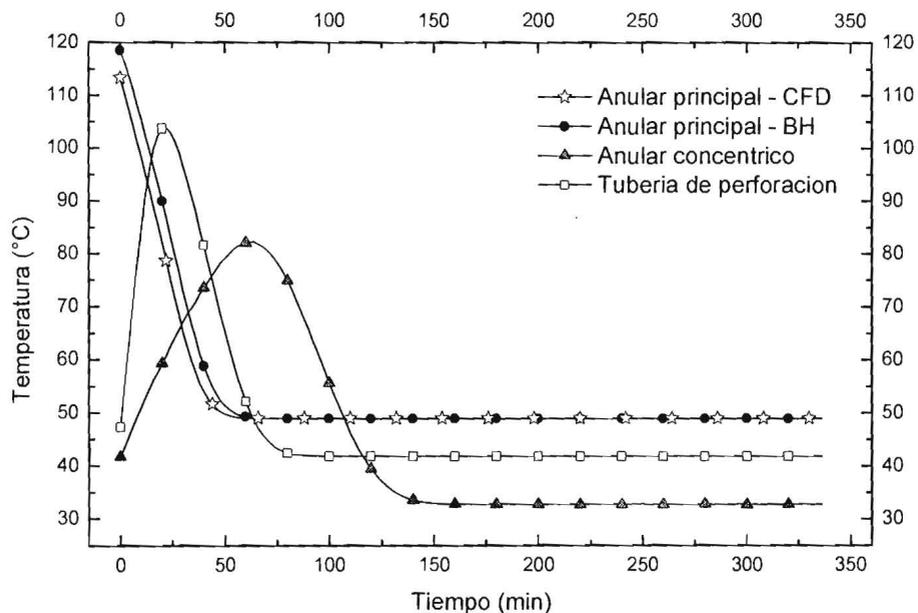


Figura 8.1 Transitorios de las temperaturas en las diferentes secciones del Pozo 01 a 4538 m.

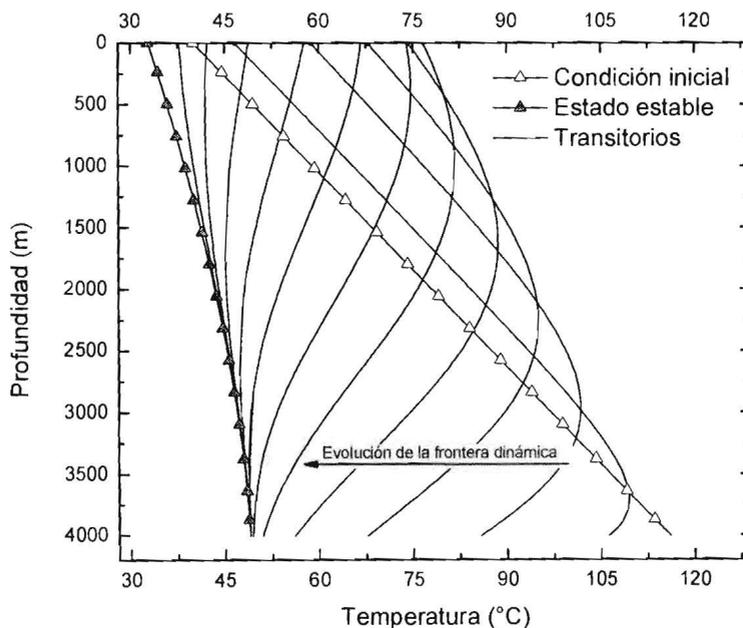


Figura 8.2 Perfiles de temperatura del nitrógeno en el anular concéntrico obtenidos durante la simulación del Pozo 01 a 4538 m.

En el caso de la velocidad, los transitorios se muestran en la Figura 8.3. Al haber hecho la consideración de que el lodo de perforación es un líquido incompresible, es obvio notar que las velocidades de este permanecen constantes (anular principal BH y tubería de perforación). En cambio, la velocidad obtenida por el modelo bifásico, representada como la CFD, se ve afectada con el tiempo. Esto se debe a que las propiedades del nitrógeno son función de la temperatura, al igual que de la presión. Debido a la dependencia de las propiedades del gas con la temperatura, los estados estables están básicamente dictaminados por ella. Por otro parte, en el caso del anular concéntrico el estado estacionario está representado por un comportamiento oscilatorio periódico. Cabe mencionar que esto no representa una situación grave ya que las magnitudes de las oscilaciones no son considerables.

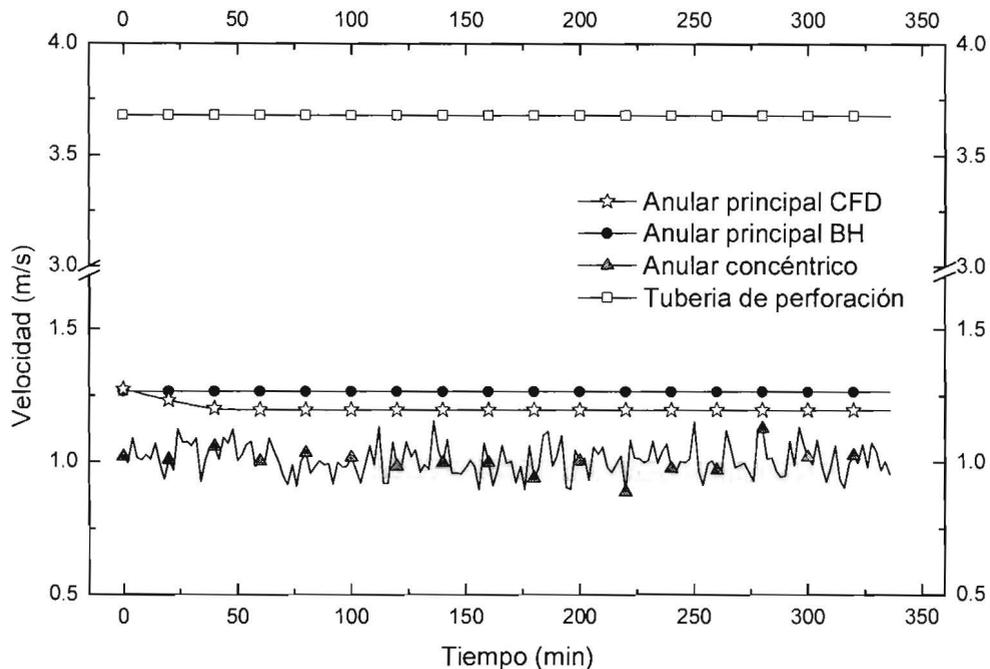


Figura 8.3 Transitorios de las velocidades en las diferentes secciones del Pozo 01 a 4538 m.

En la Figura 8.4 se observan los transitorios de la presión. Es pertinente recordar que los modelos propuestos son resueltos conjuntamente para la presión, velocidad y temperatura, por lo que es de esperarse que la presión sea afectada por las correspondientes variaciones de la temperatura y la velocidad. Si bien es cierto que las

magnitudes de las variaciones de presión no son considerables, estas reflejan las variaciones de las propiedades de los fluidos en el pozo (densidad, viscosidad, propiedades termodinámicas, etc.).

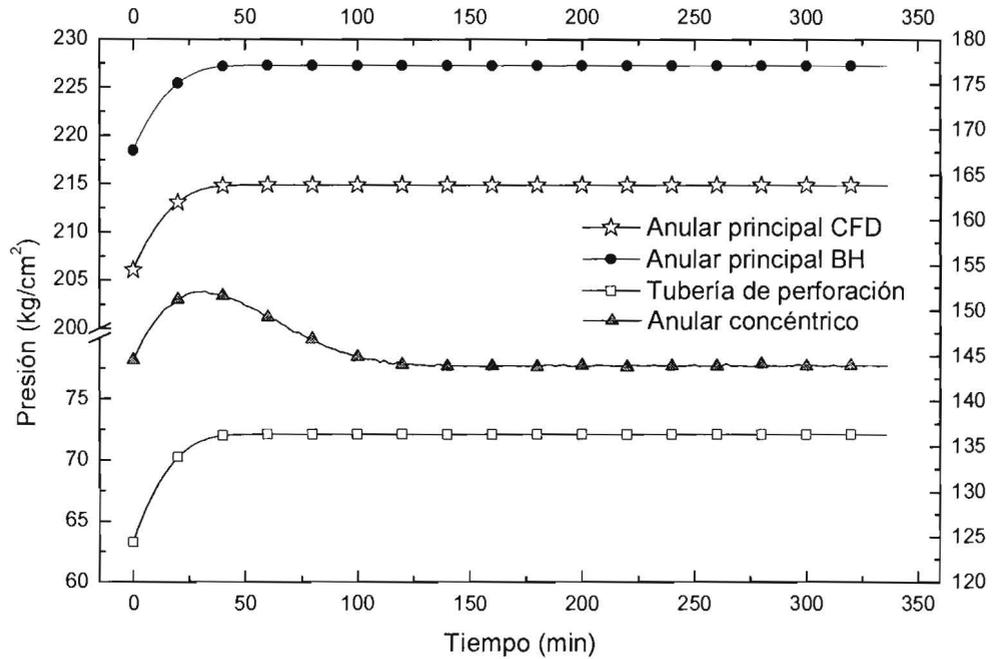


Figura 8.4 Transitorios de las presiones en las diferentes secciones del Pozo 01 a 4538 m.

Es evidente concluir que para el caso del Pozo 01, la temperatura es la variable más perturbada durante los transitorios. Esto es meramente atribuido a la condición inicial, ya que en magnitud es la más alejada al estado estacionario.

8.2 Análisis paramétrico

Con el fin de conocer el efecto que tienen algunos parámetros sobre las predicciones, se realiza un análisis paramétrico, donde se modifica el valor de un parámetro dentro de un rango aceptable en la práctica, manteniendo el resto de los parámetros constantes.

El análisis paramétrico consiste en realizar una simulación transitoria a partir de una condición inicial conocida (estado estacionario alcanzado en los resultados transitorios

de la sección 8.1). Mediante este tipo de análisis se puede observar el comportamiento de las condiciones en el pozo (temperatura, velocidad y presión) ante nuevas condiciones de operación (modificación de algunos parámetros), por ejemplo el comportamiento de la BHP, al modificar la presión de salida en el estrangulador ó alguno de los gastos de inyección (N₂ ó OBM).

Para llevar a cabo el análisis paramétrico se toman como condiciones iniciales los perfiles en estado estacionario de la temperatura, velocidad y presión del Pozo 1 a 4538 m. y la simulación transitoria se realiza introduciendo nuevas condiciones de operación en superficie como se muestra en la Tabla 8.1. Durante el análisis se modificaron la presión de salida en el estrangulador y el gasto de inyección del N₂, de esta manera las condiciones de fronteras fungen como las nuevas condiciones de operación.

Tabla 8.1 Condiciones de operación en superficie utilizadas para el análisis paramétrico.

	Condición inicial	Aumento de la presión	Decremento de la presión	Aumento del gasto del nitrógeno	Decremento del gasto del nitrógeno
	CI	APS	DPS	AGN	DGN
Presión de salida del estrangulador (kg/cm ²)	6.53	10.0	3.0	6.53	6.53
Gasto de inyección del nitrógeno (m ³ /min)	130	130	130	160	100

Las Figura 8.5 -Figura 8.8 muestran los perfiles transitorios observados durante el análisis paramétrico. En las gráficas, las líneas con el cuadrado en color gris representan los perfiles al aumentar en magnitud de las condiciones de operaciones, mientras las líneas con el triángulo en color blanco representan los perfiles al disminuir las mismas. El círculo en color negro representa la condición inicial de cada propiedad. Las simulaciones fueron realizadas utilizando $\Delta t = 1 \text{ seg}$ y $\Delta z = 20 \text{ m}$, durante 60 minutos.

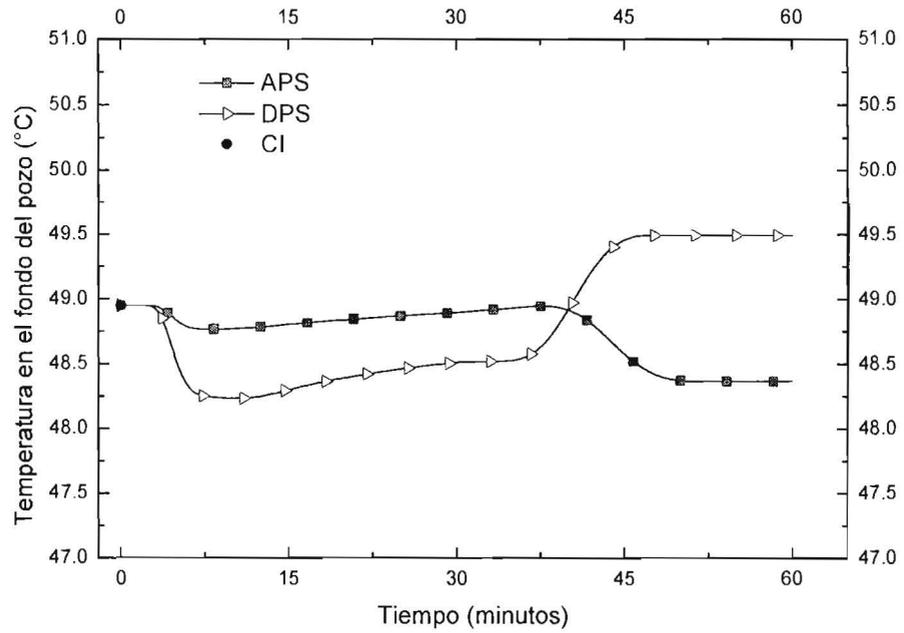


Figura 8.5 Respuesta de la temperatura en el fondo del pozo ante el aumento (APS) y el decremento (DPS) de la presión de salida en el estrangulador.

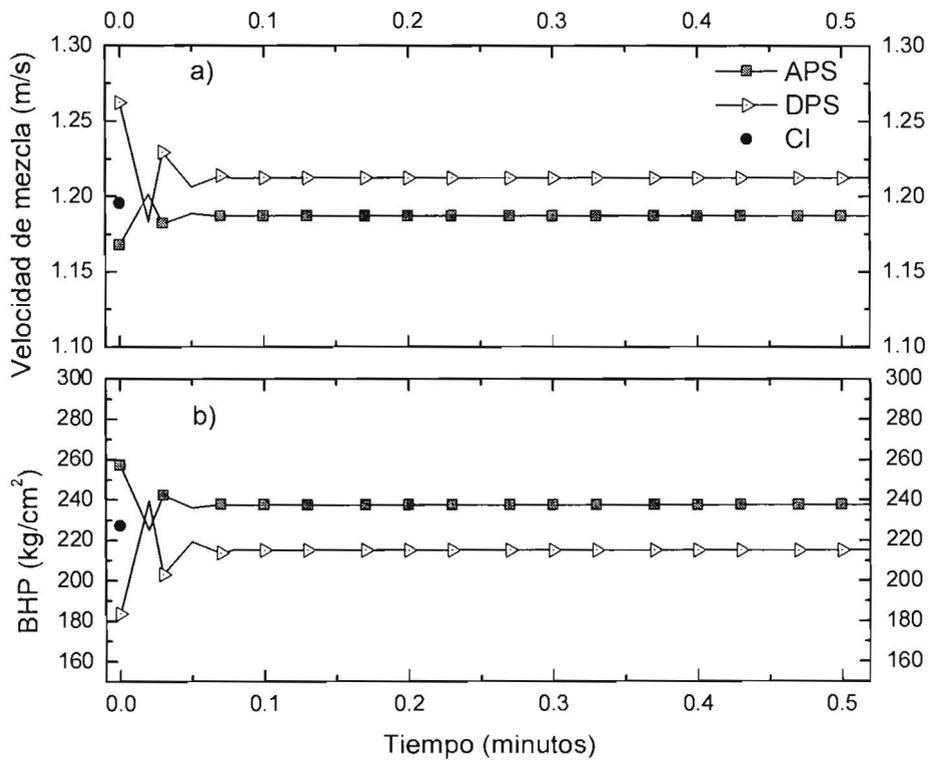


Figura 8.6 Respuesta de a) la velocidad de mezcla y b) la BHP ante el aumento (APS) y el decremento (DPS) de la presión de salida en el estrangulador.

La Figura 8.5 muestra los comportamientos de la temperatura en el fondo del pozo al modificar las condiciones de presión en el estrangulador. El estado estacionario es alcanzado hasta el minuto 51, sin embargo es fácil apreciar que la magnitud de las oscilaciones de la temperatura no son importantes. Inclusive para casos prácticos la temperatura puede ser considerada constante, ya que los modelos propuestos no consideran transferencia de calor de agentes externos al movimiento del fluido.

En la Figura 8.6 se observan los comportamientos de la velocidad de mezcla y la BHP, respectivamente, al modificar las condiciones de presión en el estrangulador. Los fenómenos transitorios de estas propiedades son considerables, sin embargo las respuestas de la velocidad y la presión ante los cambios de presión se presentan en tiempo muy pequeños y alcanzan el estado estacionario en menos de 10 segundos (0.167 min).

En el caso de la gráfica de la velocidad (Figura 8.6a), se muestra la velocidad de mezcla observada a la profundidad de los puertos de inyección de gas (último nodo del modelo bifásico) en vez de la velocidad en el fondo del pozo. De esta manera, se puede apreciar la contribución de la presión dentro de la velocidad de la fase gaseosa. Tal como se mencionó anteriormente la velocidad en el fondo del pozo es la perteneciente al OBM, por lo que ésta se mantiene constante y no presenta un comportamiento transitorio relevante.

La BHP podría ser considerada como la propiedad más importante a observar debido a que es la propiedad que está directamente reflejada a la condición de “bajo balance” durante la UBD. Bajo este contexto, este tipo de análisis permite conocer las condiciones a las que el yacimiento podría estar expuesto. En este análisis se puede observar que la magnitud de las oscilaciones de la presión son de bastante importancia, aunque por otro lado el tiempo de transición es muy corto, tal como se puede observar en la Figura 8.6b.

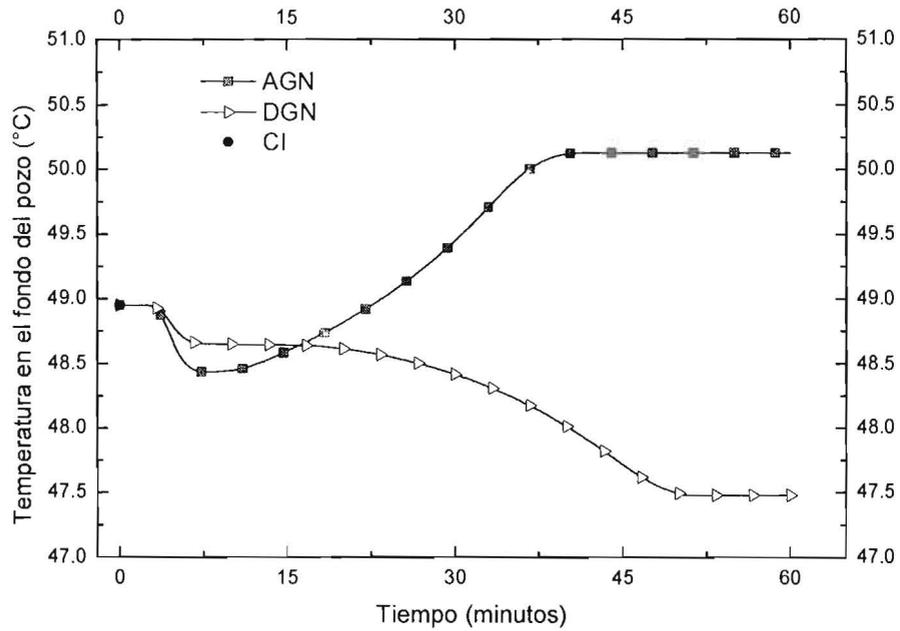


Figura 8.7 Respuesta de la temperatura en el fondo del pozo ante el aumento (AGN) y el decremento (DGN) del gasto de inyección de nitrógeno.

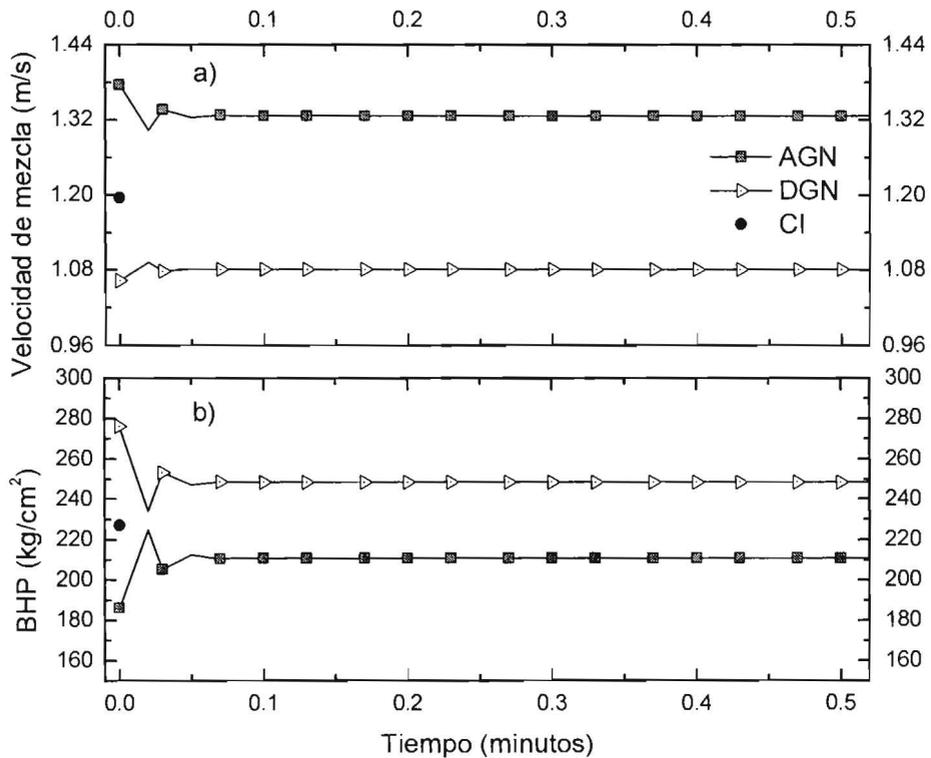


Figura 8.8 Respuesta de a) la velocidad de mezcla y b) la BHP ante el aumento (AGN) y el decremento (DGN) del gasto de inyección de nitrógeno.

La respuesta de las condiciones en el pozo ante la modificación del gasto de inyección de N_2 se manifiesta de manera diferente, que ante la modificación de la presión en superficie. Debido a que en este caso, las velocidades se ven involucradas en mayor medida y por otro lado la cantidad de N_2 inyectado permite aumentar o reducir la BHP.

La Figura 8.7 muestra los comportamientos de la temperatura en el fondo del pozo al modificar las condiciones de inyección de N_2 en superficie. El estado estacionario ante el AGN y DGN es alcanzado a los 41 y 51 minutos, respectivamente. Al comparar esta figura con la Figura 8.5, es evidente notar que se presentan cambios de mayor magnitud en la temperatura. Esto es enteramente atribuido a la contribución de la velocidad de la fase gaseosa.

En el caso de la velocidad de mezcla de la Figura 8.8a, ésta crece en medida que el gasto de inyección lo hace, debido a que la velocidad es directamente proporcional al gasto. Por otro lado la BHP (Figura 8.8b) es inversamente proporcional al gasto de N_2 , de manera que la BHP disminuye al haber mayor presencia de gas debido a que la densidad de mezcla disminuye, y viceversa. Al igual que en la Figura 8.6, el tiempo de transición de la velocidad de mezcla y la BHP son muy cortos.

La Tabla 8.2 resume los resultados del análisis paramétrico donde se comparan las condiciones iniciales con los estados estables alcanzados en cada simulación.

Tabla 8.2 Resultados del análisis paramétrico.

	CI	APS	DPS	AGN	DGN
Temperatura en el fondo del pozo (°C)	48.95	48.37	49.493	50.13	47.48
Velocidad de mezcla (m/s)	1.20	1.19	1.21	1.33	1.08
BHP (kg/cm ²)	227.25	237.73	214.64	210.50	248.63

9 Conclusiones y recomendaciones

Dentro de las conclusiones más importantes del presente trabajo, se pueden resumir las siguientes:

El cálculo del factor de fricción tiene un efecto directamente proporcional en la obtención de la caída de presión por fricción. Es necesario tomar en cuenta que para el flujo en tuberías anulares o circulares en las operaciones de UBD es necesaria la consideración de la rugosidad de las tuberías dentro del cálculo del factor de fricción. El uso de relaciones para tuberías lisas puede subestimar las predicciones de las BHP hasta en un 50% en el error promedio, en comparación con relaciones para tuberías rugosas.

A pesar que las relaciones constitutivas de los parámetros drift de Hibiki & Ishii (2003) se dedujeron a partir de la geometría interfacial, la fuerza de gravedad, la transferencia de cantidad de movimiento interfacial y la fricción con las pared de la tubería, son evidentes las discontinuidades de dichas relaciones entre cada patrón de flujo. Además es necesaria la implementación de una herramienta que permita definir las fronteras y las transiciones de los patrones de flujo en base a las condiciones presentes en cada sección del pozo, y así poder utilizar las relaciones correspondientes. Por otro lado, las relaciones propuestas por Shi et al. (2002) son incondicionalmente continuas y no es necesaria la definición de fronteras y/o transiciones entre los patrones de flujo ya que estas están definidas a partir de la física de cada uno de los patrones de flujo. Las variables ajustables dentro de estos parámetros (A , B , α_1 , α_2 y m) permiten obtener mejores predicciones.

El cálculo de la fracción volumétrica del gas es la parte medular dentro del modelado de la hidrodinámica del flujo de dos fases, aún sin que la fracción del gas se encuentre explícitamente dentro del modelo matemático. Ésta permitirá obtener la velocidad y la densidad de mezcla real. Estas propiedades se ven reflejadas directamente en la caída de presión por fricción y la presión hidrostática, respectivamente. Por otra parte, los valores erróneos de la fracción de gas no solo podrían reflejarse en el perfil final de

presión, si no en todas las propiedades de mezcla propiciado así el crecimiento del error en el cálculo.

La presión es la única variable disponible en los datos experimentales de la literatura y en los datos de campo para las validaciones de los modelos. Sin embargo, los modelos propuestos se resuelven de manera acoplada para la presión, velocidad y temperatura. Adicionalmente, en cada iteración de la solución se recalculan todas las propiedades correspondientes. Tomando esto como referencia, al tener buenas predicciones de presión se asume que las demás propiedades son las correspondientes al fenómeno presente.

Los modelos monofásicos presentan errores promedio de 11.70% y 3.30% para el flujo de gas en una tubería anular y líquido en una tubería circular, respectivamente, al compararlos con datos experimentales. Las validaciones fueron hechas bajo diferentes condiciones de presión, temperatura y gastos de producción en superficie.

El modelo bifásico presenta un error promedio de 4.34% al compararlo con los datos experimentales. En el caso de las validaciones con los datos de campo, se obtuvieron errores promedios de 5.34 % y 12.93 %, en la predicción de las presiones de superficie y las DEC de los pozos 01 y 02, respectivamente. Esto sugiere que la magnitud de ambos errores contemplan los errores de los dos modelos monofásicos y el modelo bifásico. Lo anterior, a causa de que los modelos fueron acoplados para la validación de los casos de los datos de campo.

A diferencia de los modelos mecanísticos de dos fases (Perez-Tellez, 2003; Lage y Time, 2000; entre otros), el modelo propuesto no requiere de la definición de las transiciones entre los diferentes patrones de flujo, ni modelos independientes para el cálculo de propiedades (presión, velocidades, fracción volumétrica del gas, etc.) en cada región. Esto se debe a que la acción de cada patrón de flujo está reflejada implícitamente por las velocidades de las fases y la fracción volumétrica, gracias a la utilización de los parámetros drift.

Con base en los resultados obtenidos, la discretización mediante diferencias finitas y la técnica numérica de solución propuesta, fueron suficientes para alcanzar soluciones aceptables. Por otra parte, los modelos lograron ser acoplados sin dificultad en los pasos de tiempo y espacio.

Al observar las magnitudes de los errores de los modelos al compararlos con datos experimentales y de campo, se puede deducir que la técnica drift-flux y los modelos monofásicos propuestos permiten obtener buenas aproximaciones en el cálculo de la hidrodinámica de las operaciones de UBD con inyección de gas a través de un anular concéntrico. El trabajo propuesto se puede considerar como una herramienta para el diseño de las operaciones de la UBD.

Las ecuaciones del modelo bifásico propuesto se pueden utilizar para la solución de otros problemas hidrodinámicos, por ejemplo flujo de agua-aceite, aceite-gas natural, agua-gas natural, gas-gas, etc., esto al utilizar las relaciones constitutivas correspondientes al fenómeno (propiedades termodinámicas, fracciones volumétricas, parámetros drift, etc.).

La temperatura obtenida por los modelos involucra la contribución de la compresibilidad (coeficiente de Joule-Thomson), la capacidad calorífica y el movimiento de los fluidos. Los valores del coeficiente de Joule-Thomson no presentan variaciones importantes en magnitud y podrían ser considerados constantes, sin embargo permite involucrar la acción de la presión y la temperatura dentro de la conservación de energía. Por otro lado, es importante mencionar que en realidad existen otros agentes que pueden contribuir a la temperatura del fluido. Dentro de estos agentes podemos mencionar, la temperatura de la formación y la temperatura en el fondo del pozo generada por la barrena.

Dentro de los resultados transitorios se puede observar que el tiempo de transición hasta el estado estacionario depende en gran medida de la condición inicial. Esto es, conforme la condición inicial esté más alejada (en magnitud) del estado estacionario, el tiempo de transición será mayor, como fue el caso de la temperatura.

El análisis paramétrico permite observar las respuestas de las condiciones en el pozo (presión, velocidad, temperatura, etc.) ante la modificación de las condiciones de operación. En el análisis realizado, los tiempos y las magnitudes de respuestas fueron pequeños debido a que los cambios de las condiciones de operación (presión de salida en el estrangulador y el gasto de inyección de nitrógeno) no fueron significativos. Sin embargo, bajo otras circunstancias el análisis paramétrico puede ser de gran ayuda durante el diseño de la operación al variar más condiciones de operación, como propiedades del lodo de perforación, presiones de inyección, etc. La importancia del periodo transitorio durante el análisis paramétrico radica en que la magnitud de las variables pueda alcanzar valores fuera de los rangos de operación de los equipos, herramientas y las condiciones en el fondo del pozo, causando daño. Por ejemplo, al ser la BHP la variable más importante en la condición de bajo balance, este tipo de análisis tiene la capacidad de medir la magnitud de las variaciones de presión a las que el yacimiento está expuesto ante un cambio en las condiciones de operación. De esta manera, esta capacidad permite observar diferentes escenarios, y así tomar decisiones más certeras durante el diseño y la operación.

Tomando en consideración las conclusiones anteriores se pueden establecer las siguientes recomendaciones:

Los modelos propuestos en el presente trabajo, al igual que muchos disponibles en la literatura, están formulados bajo la suposición que la fase líquida es incompresible y que su velocidad es constante. Sin embargo, el planteamiento y comparación de un modelo que permita considerar la compresibilidad del líquido, permitirá justificar de manera más formal el por qué despreciar este fenómeno.

Bajo el esquema de solución propuesto, los perfiles de presión, velocidad y temperatura se obtuvieron de manera integral dentro de los modelos. En el caso del modelo bifásico, la fracción volumétrica del gas se calcula por separado. Sin embargo, es recomendable que en trabajos futuros se pueda integrar la fracción de gas al modelo matemático y así evitar el proceso iterativo adicional para su obtención. Esto disminuiría aun más los errores en el cálculo de dicha fracción y no sería necesario el recálculo de la velocidad y densidad de mezcla.

El uso de la técnica drift-flux en los modelo bifásicos reduce en gran medida los esfuerzos adicionales requeridos en los modelos a dos fluidos. A pesar de esto, al hacer una comparación de ambos modelos se podría definir hasta que punto es recomendable emplear un modelo drift-flux y que desventajas pudieran encontrarse.

La incorporación de un modelo de transferencia de calor al pozo permitirá obtener la temperatura al considerar todos los agentes externos presentes en la operación. Dentro de estos agentes podemos mencionar, la temperatura de la formación y la temperatura en el fondo del pozo generada por la barrena.

Como parte de la continuación de este trabajo, es necesaria la creación de una aplicación que cuente con una interfaz gráfica. Esto permitirá al diseñador un manejo más eficiente de los datos entrada y salida, así como la visualización de los perfiles calculados.

Nomenclaturas

Símbolo	Descripción	Unidades
α	Fracción volumétrica	fracción
α_1	Parámetro ajustable de la velocidad drift de Shi et. al (2003)	fracción
α_2	Parámetro ajustable de la velocidad drift de Shi et. al (2003)	fracción
β_m	Variable de la ecuación de energía de mezcla, ecuación (4.26)	adimensional
ρ	Densidad	$kg\ m^{-3}$
τ	Esfuerzo de corte	Pa
η	Coefficiente de Joule-Thomson	$K\ m^3\ J^{-1}$
φ	Variable arbitraria	
γ_m	Variable de la ecuación de energía de mezcla, ecuación (4.26)	$J\ K^{-1}\ m^{-3}$
ω	Parámetro ajustable de la velocidad dirft de Shi et. al (2003)	adimensional
Ω	Parámetro ajustable del coeficiente de distribución de Shi et. al (2003)	adimensional
μ	Viscosidad	$Pa\ s$
γ	Relación de las capacidades caloríficas	adimensional
ε	Rugosidad absoluta de la tubería	m
λ	Relación $\Delta t/\Delta z$	$s\ m^{-1}$
Δ	Diferencial	
θ	Angulo de inclinación desde la vertical	$^{\circ}$ (grados)
σ	Tensión superficial	$N\ m^{-1}$
ζ	Intervalo de solución, ecuación (6.1)	
A	Parámetro ajustable del coeficiente de distribución de Shi et. al (2003)	adimensional
A_T	Área transversal	m
A_n	Constantes de la ecuación (5.18).	
A_x	Matriz de los coeficientes de las variables dependientes de la ecuación (6.12)	
B	Parámetro ajustable del coeficiente de distribución de Shi et. al (2003).	
B_n	Constantes de la ecuación (5.19)	
B_x	Vector de los coeficientes de las variables independiente de la ecuación (6.12)	
c	Velocidad del sonido	$m\ s^{-1}$

C_o	Coeficiente de distribución	<i>adimensional</i>
C_p	Capacidad calorífica a presión constante	$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$
C_n	Variables de la ecuación de cantidad de movimiento de mezcla, ecuación (4.24)	
D_{adm}	Diámetro adimensional, ecuación (5.16)	<i>adimensional</i>
D	Diámetro	m
D_{3m}	Diámetro de Sauter	m
e	Energía específica	$J\ kg^{-1}$
e_a	Error absoluto	%
f	Factor de fricción en régimen turbulento para una región anular	<i>adimensional</i>
f_a	Factor de fricción en régimen laminar para una región anular	<i>adimensional</i>
F_a	Parámetro para el calculo del factor de fricción de Gunn y Darling (1963)	<i>adimensional</i>
F_p	Parámetro para el calculo del factor de fricción de Gunn y Darling (1963)	<i>adimensional</i>
g_z	Aceleración gravitacional	$m\ s^{-2}$
h	Entalpía	$J\ kg^{-1}$
ID	Diámetro interno	m
j	Flux volumétrico	$m\ s^{-1}$
k_a	Relación de diámetros, ecuación (6.21)	<i>adimensional</i>
k_u	Número crítico de Katateladze, Tabla 3.1	<i>adimensional</i>
M	Peso molecular	$kg\ kgmol^{-1}$
M_f	Gradiente de presión por fricción para un sistema de una burbuja	$Pa\ m^{-1}$
$M_{f\infty}$	Gradiente de presión por fricción para un sistema de varias burbujas	$Pa\ m^{-1}$
$m(\theta)$	Parámetro ajustable de la velocidad dirft de Shi et. al (2003)	<i>adimensional</i>
n	Parámetro ajustable de la velocidad dirft de Shi et. al (2003)	<i>adimensional</i>
$O(\Delta x)$	Error de truncamiento	
OD	Diámetro exterior	m
P	Presión	Pa
Q	Gasto volumétrico	$m^3\ s^{-1}$
R	Constante de los gases	$J\ K^{-1}\ kgmol^{-1}$
Re	Número de Reynolds	<i>adimensional</i>
T	Temperatura	K
t	Coordenada temporal	s
v	Velocidad	$m\ s^{-1}$
v_c	Velocidad característica	$m\ s^{-1}$

$V_{d,i}$	Velocidad drift local	$m s^{-1}$
X	Parámetro de las ecuaciones de conservación que considerar la compresibilidad de la fase k	<i>adimensional</i>
x	Vector de variables dependientes, ecuación (6.12)	<i>adimensional</i>
Z	Factor de compresibilidad	<i>adimensional</i>
z	Coordenada espacial	m

Subíndice

CM	Centro de masa
g	Fase gaseosa
h	Hidráulico (diámetro)
ic	Interior de la tubería de revestimiento (diámetro)
k	Fase k
l	Fase líquida
m	Mezcla
o	Término generado por la no linealidad
ot	Exterior de la tubería de perforación (diámetro)
r	Propiedad reducida
s	Superficial
w	Pared de la tubería

Superíndice

e	Datos de entrada
sc	Condiciones estándar

Operadores

$\langle \rangle$	Operador promediado en área
$\langle\langle \rangle\rangle$	Operador promediado en área y ponderado por la fracción volumétrica de la fase k
$-$	Operador de valor promedio

Abreviaturas

BH	Fondo del pozo (Bottom hole)
BHA	Configuración de la sarta de perforación (Bottom hole assemble)
BHP	Presión en el fondo del pozo (Bottom hole pressure)
BL	Boca del liner
BNA	Barrena
CFD	Condiciones de frontera dinámica
CO ₂	Dióxido de carbono
CTR	Relación del transporte de recortes (Cutting transport ratio)
DC	Lastrabarrenas (Drill collar)

DEC	Densidad equivalente de circulación
ELV	Volumen equivalente de líquido (Equivalent liquid volume)
E/O	Desplazamiento este - oeste
FPFSA	Frontera entre el patrón slug y anular
HWDP	Tubería de perforación pesada (Heavy weight drill pipe)
LWD	Herramienta de registro durante la perforación (Logging while drilling)
MD	Profundidad medida (Measured depth)
MWD	Herramienta de medición durante la perforación (Measured while drilling)
N ₂	Nitrógeno
NTN	Número total de nodos
N/S	Desplazamiento norte – sur
OBM	Fluido de perforación base aceite (Oil based mud)
PDM	Motor de desplazamiento positivo (Positive displacement motor)
PFS	Patrón de flujo slug
PT	Profundidad total
PWD	Herramienta de medición de presión durante la perforación (Pressure while drilling)
TFS	Tiempo final de simulación
TP	Tubería de perforación
TR	Tubería de revestimiento
TVD	Profundidad verticalizada (True vertical depth)
UBD	Perforación bajo balance (Underbalanced drilling)
VCP	Válvula contra presión
VP	Viscosidad plástica

Referencias

- 1 Alkaya B. (2002). Drift-Flux Models for Multiphase Flow in Wells. M.Sc. Thesis. Stanford University.
- 2 Ansari A.M., Sylvester N.D., Sarica C., Shoham O., Brill J.P. (1994). A comprehensive Mechanistic Model for Upward Two-Phase Flow in Wellbores. Society of Petroleum Eng. 20630.
- 3 Beltran J.C., Lupo C., Medina L., Duno H., Gallo F., Tang J., Rojas J., Rodríguez E., Melgares H., Bedoya J., Puerto G. (2010). Understanding Multiphase Flow Modeling for N₂ Concentric Nitrogen Injection Through Downhole Pressure Sensor Data Measurements While During MPD Wells. Society of Petroleum Eng. 130324.
- 4 Bird R.B., Stewart W.E., Lightfoot E.N. (2002). Transport Phenomena. Second Edition. John Wiley & Sons Editorial. Pag. 77, 80, 335.
- 5 Blasius H. (1911). Das Ahnlichkeitsgesetz bei Reibungsvorgängen. Physik. Zeitschr., XII: 1175-1177.
- 6 Cazarez-Candia O., Vázquez-Cruz M.A. (2005). Prediction of Pressure, Temperature and Velocity Distribution of Two-phase Flow in Oil Wells. J. of Petroleum Science and Eng. 46 (2005) 195-208.
- 7 Colebrook C.F. (1938). Turbulent Flow in pipes, with Particular Reference to the Transition Region Between the Smooth and Rough Pipe Laws. J. Inst. Civil Engrs. (London) 11 (1938-1939) 133.
- 8 Dongorra J.J., Bunch J.R., Moler C.B., Stewart G.W. (1990) LINPACK user guide. Soc. Ind. Appl. Math
- 9 Dranchuck P.M., Abu-Kassem J.H. (1975). Calculations of Z-Factors for Natural Gases Using Equation of State. J. Canadian Petroleum Tech. (July-Sep 1975) 14,34.
- 10 Dutour S., Daridon J.L., Lagourette B. (2000). Pressure and Temperature Dependence of the Speed of Sound and Related Properties in Normal Octadecane and Nonadecane. Int. J. Thermophys. 21 (1) 173-184.
- 11 Gaither O.D., Herald W.W., Kirkpatrick C.V. (1963) Single and Two-phase Fluid Flow in Small Vertical Conduits Including Annular Configurations. Society of Petroleum Eng. 0441

- 12 Goldzberg V., et al. (1984). Real Properties of Natural Gas Provide Base for Thermal Hydraulic Analysis of Pipelines. Oil and Gas Journal, July 9, 1984.
- 13 Gunn D.J., Darling C.W.W. (1963). Fluid Flow and Energy Losses in Non-Circular Conduits. Trans. Instn. Chem. Engrs. Vol. 41, 1963.
- 14 Gustafsson O. (1970). Influence of Kinetic Energy on Measurements of the Adiabatic Joule-Thomson Coeficiente for Air. Physica Scripta. Vol.2, 257-260.
- 15 Hasan A.R., Kabir C.S. (1999). A simplified Model for Oil/Water Flow in Vertical and Deviated Wellbores. SPE Production & Fac (February 1999) 56-62.
- 16 Hasan A.R., Kabir C.S., Sayarpour M. (2010). Simplified Two-Phase Flow Modeling in Wellbores. J. of Petroleum Science and Eng. 72 (2010) 42-49.
- 17 Hibiki T., Ishii M. (2003) One-dimensional Drift-Flux Model and Constitutive Equations for Relative Motion Between Phases in Various Two-phase Flow Regimes. Int. J. Heat and Mass Transfer 46 (2003) 4935-4948.
- 18 Hoffman K.A., Chiang S.T.L., Siddiqui M.S., Papadakis M. (1996). Fundamental Equations of Fluid Mechanics. Engineering Education System. ISBN 0-9623731-9-2.
- 19 Ishii M. (1977). One-dimensional Drift-Flux Model and Constitutive Equations for Relative Motion Between Phases in Various Two-Phase Flow Regimes. ANL-77-47 . Argonne National Laboratory, Illinois, USA.
- 20 Lage A., Time R.W. (2000). Mechanistic Model for Upward Two-Phase Flow in Annuli. Society of Petroleum Eng. 63127
- 21 Lee A.L., Gonzalez M.H., Eakin B.E. (1965). The Viscosity of Natural Gases. Society of Petroleum Eng. 1340.
- 22 Montoya D.J (2011). Modelación de Flujo Simultaneo de Aceite, Agua y Gas a través de Tuberías Verticales. Disertación Doctoral. Instituto Mexicano del Petróleo.
- 23 Mykytiw C.G., Davidson I.A. (2003). Design and Operational Considerations to Maintain Underbalanced Conditions with Concentric Casing Injection. Society of Petroleum Eng. 81631
- 24 Nikuradse J. (1932). Forschungsh. Ver. Dtsch. Ing. 1932, 2, 336.

- 25 Ouyang L., Aziz K. (1996). Steady-State Gas Flow in Pipes. *Journal of Petroleum Science and Eng.* 14 (1996) 137-158.
- 26 Pan L. (2011). T2Well/ECO2N Version 1.0: Multiphase and Non-Isothermal Model for Coupled Wellbore-Reservoir Flow of Carbon Dioxide and Variable Salinity Water. LBNL-4291E. Lawrence Berkeley National Laboratory, California, USA.
- 27 Perez-Tellez C. (2003). Improved Bottomhole Pressure Control for Underbalanced Drilling Operations. Ph.D. Thesis, Louisiana State University, USA.
- 28 Romeo E., Royo C., Monzón A. (2002). Improved Explicit Equations for Estimation of the Friction Factor in Rough and Smooth Pipes. *Chemical Eng. J.* 86 (2002) 369-374.
- 29 Sedar A. (1998). Determination of Flow Pattern for all Range of Inclination Angle. Subrutina de Fortran. Tulsa University Fluid Flow Projects, USA.
- 30 Shale L.T. (1994). Underbalanced Drilling: Formation Damage Control During High-Angle or Horizontal Drilling. *Society of Petroleum Eng.* 27351.
- 31 Sharma Y., Kamp A., Yonezawa T., Rivero L.M., Kobayashi A., González J. (2000). Simulating Aerated Drilling. *Society of Petroleum Eng.* 59424.
- 32 Shi H., Holmes J.A., Durlofsky L., Aziz K., Diaz L., Alkaya B., Oddie G. (2003). Drift-Flux Modeling of Multiphase Flow in Wellbores. *Society of Petroleum Eng.* 84228
- 33 Shi H., Holmes J.A., Durlofsky L., Aziz K., Diaz L., Alkaya B., Oddie G. (2005). Drift-Flux Modeling of Two-phase Flow in Wellbores. *Society of Petroleum Eng.* 84228
- 34 Tang (1997). Transient Dynamic Characteristics of the Gas-Lift Unloading Process. *Society of Petroleum Eng.* 38814.
- 35 Urbietta A., Perez-Tellez C., Lupo C., Castellanos J.M., Ramirez O., Puerto G., Bedoya J. (2009). First Application of Concentric Nitrogen Injection Technique for a Managed Pressure Drilling Depleted Well in Southern Mexico. *Society of Petroleum Eng.* 122198
- 36 Zuber N., Findlay J.A. (1965). Average Volumetric Concentration in Two-Phase Flow System. *J. of Heat and Transfer* 87 (1965) 435-468.

Apéndice A

Deducción de la ecuación de cantidad de movimiento del modelo drift-flux

El modelo bifásico propuesto está formulado bajo el concepto drift-flux, esto es, la mezcla se considera como un todo en lugar de dos fases separadas (Hibiki & Ishii, 2003). Sin embargo, de manera implícita todos los campos de velocidades se ven involucrados dentro de su formulación.

Las ecuaciones de conservación para el modelo drift-flux surgen de las ecuaciones (4.1) - (4.3), y están formuladas para mezcla. En el caso de la conservación de masa y energía se mantienen de manera original, esto al definir las variables independientes como mezcla. En el caso de la conservación de la cantidad de movimiento, se definirá de manera más formal. Para esto se toma la definición de la cantidad de movimiento de cada fase.

$$\frac{\partial}{\partial t} \alpha_g \rho_g v_g + \frac{\partial}{\partial z} \alpha_g \rho_g v_g v_g = -\frac{\partial}{\partial z} \alpha_g P_g + \alpha_g \rho_g g_z \cos \theta - \frac{\alpha_g \tau_{gw}}{D_h} + M_g \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (1 - \alpha_g) \rho_l v_l + \frac{\partial}{\partial z} (1 - \alpha_g) \rho_l v_l v_l = -\frac{\partial}{\partial z} (1 - \alpha_g) P_l + (1 - \alpha_g) \rho_l g_z \cos \theta - \frac{(1 - \alpha_g) \tau_{lw}}{D_h} + M_l \quad (\text{A.2})$$

Donde M_k representa los esfuerzos interfaciales. Por otro lado, las propiedades de mezcla cumplen las siguientes definiciones:

$$\rho_m = \alpha_g \rho_g + (1 - \alpha_g) \rho_l \quad (\text{A.3})$$

$$\rho_m v_m = \alpha_g \rho_g v_g + (1 - \alpha_g) \rho_l v_l \quad (\text{A.4})$$

$$v_g = v_m + v_{gCM} = v_m + \frac{\rho_l}{\rho_m} \overline{V_{gj}} \quad (\text{A.5})$$

$$v_l = v_m - v_{lCM} = v_m - \frac{\alpha_g}{1 - \alpha_g} \frac{\rho_g}{\rho_m} \overline{V_{gj}} \quad (\text{A.6})$$

$$\alpha_g \rho_g v_{gCM} + (1 - \alpha_g) \rho_l v_{lCM} = 0 \quad (A.7)$$

Donde v_{CM} representa la velocidad al centro de masa de cada fase. Considerando las definiciones anteriores, los términos de las ecuaciones (A.1) y (A.2) se suman para obtener la ecuación de mezcla:

$$\begin{aligned} \alpha_g \rho_g v_g + (1 - \alpha_g) \rho_l v_l &= \alpha_g \rho_g (v_m + v_{gCM}) + (1 - \alpha_g) \rho_l (v_m + v_{lCM}) \\ &= [\alpha_g \rho_g + (1 - \alpha_g) \rho_l] v_m + [\alpha_g \rho_g v_{gCM} + (1 - \alpha_g) \rho_l v_{lCM}] \\ &= \rho_m v_m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_g \rho_g v_g v_g + (1 - \alpha_g) \rho_l v_l v_l &= \alpha_g \rho_g (v_m + v_{gCM})^2 + (1 - \alpha_g) \rho_l (v_m + v_{lCM})^2 \\ &= \alpha_g \rho_g [v_m^2 + 2v_m v_{gCM} + v_{gCM}^2] v_m + (1 - \alpha_g) \rho_l [v_m^2 + 2v_m v_{lCM} + v_{lCM}^2] \\ &= [\alpha_g \rho_g + (1 - \alpha_g) \rho_l] v_m^2 + 2v_m [\alpha_g \rho_g v_{gCM} + (1 - \alpha_g) \rho_l v_{lCM}] \\ &\quad + [\alpha_g \rho_g v_{gCM}^2 + (1 - \alpha_g) \rho_l v_{lCM}^2] \\ &= \rho_m v_m v_m + \left[\alpha_g \rho_g \left(\frac{\rho_l \overline{V_{gj}}}{\rho_m} \right)^2 + (1 - \alpha_g) \rho_l \left(\frac{\alpha_g \rho_g \overline{V_{gj}}}{1 - \alpha_g \rho_m} \right)^2 \right] \\ &= \rho_m v_m v_m + \left[\frac{\alpha_g \rho_g \rho_l \overline{V_{gj}^2}}{1 - \alpha_g \rho_m} \right] \end{aligned}$$

$$\alpha_g P_g + (1 - \alpha_g) P_l = P_m$$

$$\alpha_g \rho_g g_z \cos \theta + (1 - \alpha_g) \rho_l g_z \cos \theta = \rho_m g_z \cos \theta$$

$$\alpha_g \tau_{gw} + (1 - \alpha_g) \tau_{lw} = \tau_{mw}$$

$$M_g + M_l = 0$$

La ecuación de conservación de cantidad de movimiento de mezcla queda de la siguiente manera:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_m v_m + \frac{\partial}{\partial z} \rho_m v_m v_m = -\frac{\partial}{\partial z} P_m - \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\alpha_g \rho_g \rho_l \overline{V_{gj}^2}}{1 - \alpha_g \rho_m} \right] + \rho_m \cos \theta g_z - \frac{\tau_{mw}}{D_h} \quad (A.8)$$

Al sustituir la ecuación de conservación de masa de mezcla, tenemos:

$$\frac{\partial}{\partial z} P_m + \rho_m \left[\frac{\partial}{\partial t} v_m + v_m \frac{\partial}{\partial z} v_m \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\alpha_g}{1-\alpha_g} \frac{\rho_g \rho_l}{\rho_m} \overline{V_{gj}^2} \right] = \rho_m \cos \theta g_z - \frac{\tau_{mv}}{D_h} \quad (\text{A.9})$$

Hasta este punto, la ecuación de cantidad de movimiento tiene una forma similar a la utilizada en los modelos monofásicos. Sin embargo cuenta con un término adicional, el cual surge de la acción de los distintos campos de velocidades atribuidos por las dos fases. Esta derivada se desarrolla a continuación:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\alpha_g}{1-\alpha_g} \frac{\rho_g \rho_l}{\rho_m} \overline{V_{gj}^2} \right] \\ &= \frac{\alpha_g}{1-\alpha_g} \overline{V_{gj}^2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{\rho_g \rho_l}{\rho_m} + \frac{\rho_g \rho_l}{\rho_m} \overline{V_{gj}^2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{\alpha_g}{1-\alpha_g} + \frac{\alpha_g}{1-\alpha_g} \frac{\rho_g \rho_l}{\rho_m} \frac{\partial}{\partial z} \overline{V_{gj}^2} \\ &= \frac{\alpha_g}{1-\alpha_g} \frac{\rho_l}{\rho_m} \left(\frac{1}{c_g^2} - \frac{\rho_g}{\rho_m} \frac{1}{c_m^2} \right) \overline{V_{gj}^2} \frac{\partial}{\partial z} P_m + \left(1 + \frac{\alpha_g}{1-\alpha_g} \right) \frac{\alpha_g}{1-\alpha_g} \frac{\rho_g \rho_l}{\rho_m} \overline{V_{gj}^2} \frac{\partial}{\partial z} \alpha_g + \frac{\alpha_g}{1-\alpha_g} \frac{\rho_g \rho_l}{\rho_m} \frac{\partial}{\partial z} \overline{V_{gj}^2} \end{aligned}$$

Finalmente, al sustituir esta derivada en la ecuación (A.9), tenemos:

$$\begin{aligned} & \left[1 + \frac{\alpha_g}{1-\alpha_g} \frac{\rho_l}{\rho_m} \left(\frac{1}{c_g^2} - \frac{\rho_g}{\rho_m} \frac{1}{c_m^2} \right) \overline{V_{gj}^2} \right] \frac{\partial}{\partial z} P_m + \rho_m \left[\frac{\partial}{\partial t} v_m + v_m \frac{\partial}{\partial z} v_m \right] \\ & + \left(1 + \frac{\alpha_g}{1-\alpha_g} \right) \frac{\alpha_g}{1-\alpha_g} \frac{\rho_g \rho_l}{\rho_m} \overline{V_{gj}^2} \frac{\partial}{\partial z} \alpha_g + \frac{\alpha_g}{1-\alpha_g} \frac{\rho_g \rho_l}{\rho_m} \frac{\partial}{\partial z} \overline{V_{gj}^2} = \rho_m \cos \theta g_z - \frac{\tau_{mv}}{D_h} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

La ecuación (A.10) es la misma mostrada en la ecuación (4.25), sin embargo es necesario recordar que los modelos solamente resuelven para la presión, velocidad y temperatura por lo que las demás derivadas no podrán ser obtenidas explícitamente dentro del modelo. En este caso, las derivadas de la fracción volumétrica del gas y de la velocidad drift local son tratadas como simples diferenciales, quedando de la siguiente forma:

$$\left[1 + \frac{\alpha_g}{1 - \alpha_g} \frac{\rho_l}{\rho_m} \left(\frac{1}{c_g^2} - \frac{\rho_g}{\rho_m} \frac{1}{c_m^2} \right) \overline{V_{gj}^2} \right] \frac{\partial}{\partial z} P_m + \rho_m \left[\frac{\partial}{\partial t} v_m + v_m \frac{\partial}{\partial z} v_m \right] = \rho_m \cos \theta g_z - \frac{\tau_{mk}}{D_h} \quad (\text{A.11})$$

$$- \left(1 + \frac{\alpha_g}{1 - \alpha_g} \right) \frac{\alpha_g}{1 - \alpha_g} \frac{\rho_g \rho_l}{\rho_m} \overline{V_{gj}^2} \frac{\Delta \alpha_g}{\Delta z} - \frac{\alpha_g}{1 - \alpha_g} \frac{\rho_g \rho_l}{\rho_m} \frac{\Delta \overline{V_{gj}^2}}{\Delta z}$$

De esta manera, el modelo se resuelve para las mismas variables que el modelo monofásico, aun al considerar la acción de los diferentes campos de velocidad de las fases. Si bien es cierto que la magnitud numérica de ésta contribución no es importante, permite la convergencia de la fracción del gas y de la velocidad drift promedio con el modelo propuesto.

Apéndice B

Diagramas de flujo

Fracción volumétrica del gas

En la Figura B.1 se muestra el diagrama de flujo correspondiente al cálculo de la fracción volumétrica del gas. Al definir los datos de entrada, se calculan las velocidades superficiales de las fases y se propone una fracción volumétrica del gas a partir de estas. La suposición de dicha fracción se hace bajo el concepto de no deslizamiento, por lo que solamente se consideran los caudales de cada una de las fases. Posteriormente, comienza el ciclo iterativo donde los parámetros drift se introducen dentro de la definición de la fracción volumétrica del gas (ecuación (4.32)), y así las velocidades superficiales se recalculan. De esta manera, las velocidades superficiales se definen considerando el deslizamiento entre ambas fases, gracias a la contribución de los parámetros drift y a la fracción volumétrica del gas.

Modelo de una fase

Las Figura B.2 y Figura B.3 muestran el diagrama de flujo para la solución del modelo de una fase (gas ó líquido). En este diagrama se utilizan condicionales para determinar si el modelo corresponde a flujo compresible (gas, $k = g$) ó incompresible (líquido, $k = l$). Esto permite definir las condiciones de fronteras, las propiedades del fluido y los términos de las ecuaciones del modelo correspondientes al tipo de flujo ($X_g = 1, X_l = 0$). Los conectores A, B y C representan el ciclo temporal, el ciclo espacial y el ciclo eliminador de la no linealidad del modelo, respectivamente.

Modelo de dos fases

Las Figura B.4 y Figura B.5 muestran el diagrama de flujo para la solución del modelo de dos fases. La metodología de solución de este modelo es similar a la del modelo de una fase, con la diferencia que las propiedades se definen para una mezcla, y adicionalmente se realiza el cálculo de la fracción volumétrica del gas.

Acoplamiento de los modelos

Para el caso de la validación de los datos de campo, todos los modelos son acoplados para simular la UBD con inyección de nitrógeno por un anular concéntrico. Las Figura B.6 y Figura B.7 muestran el diagrama de flujo correspondiente. Este acoplamiento es posible gracias a la estabilidad numérica observada en el análisis de los pasos de tiempo y espacio de la sección 6.5.

El cálculo inicia en superficie en el anular principal (AP), donde de manera descendente se obtienen los perfiles de presión, temperatura y velocidad, mediante el modelo bifásico. Posteriormente, al llegar a la profundidad de los puertos de inyección (NTN_g , número total de nodos del modelo bifásico), el último nodo se asigna como la condición de frontera dinámica (CFD) del modelo de flujo de gas (N_2) y se resuelve de manera ascendente en el anular concéntrico hasta la presión de inyección en superficie. Por otro lado, ésta misma frontera del modelo bifásico también se asigna como CFD al modelo de flujo del líquido (OBM), el cual resuelve de manera descendente en el anular principal hasta la profundidad total del pozo. En el fondo del pozo, se asigna la caída de presión de la barrena y del BHA a la presión en el último nodo. Finalmente se asigna otra CFD, y se resuelve el modelo monofásico de líquido en la tubería de perforación (TP) desde el fondo del pozo hasta la presión de inyección en superficie.

Al resolver el número total de nodos y el tiempo final de simulación, se imprimen los perfiles de presión, velocidad y temperatura al alcanzar el tiempo final de simulación (TFS). Adicionalmente, se obtienen las presiones de inyección en superficie del anular concéntrico y de la TP, así como la BHP y su respectiva DEC. Estas presiones forman parte del diseño de la operación, las cuales permiten definir los escenarios y las condiciones técnicas a encontrarse durante el desarrollo del proyecto de perforación.

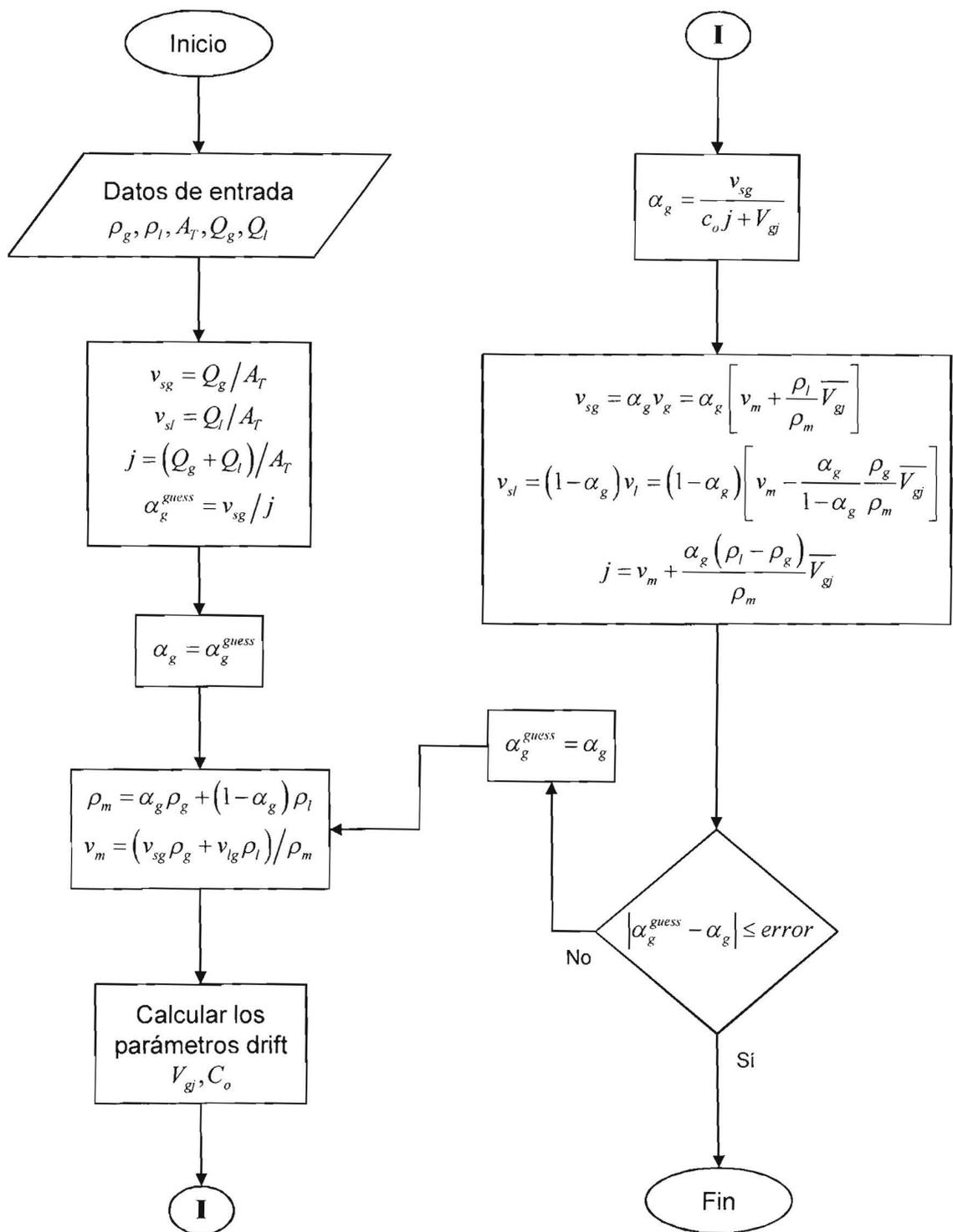


Figura B.1 Diagrama de flujo para el cálculo de la fracción volumétrica del gas.

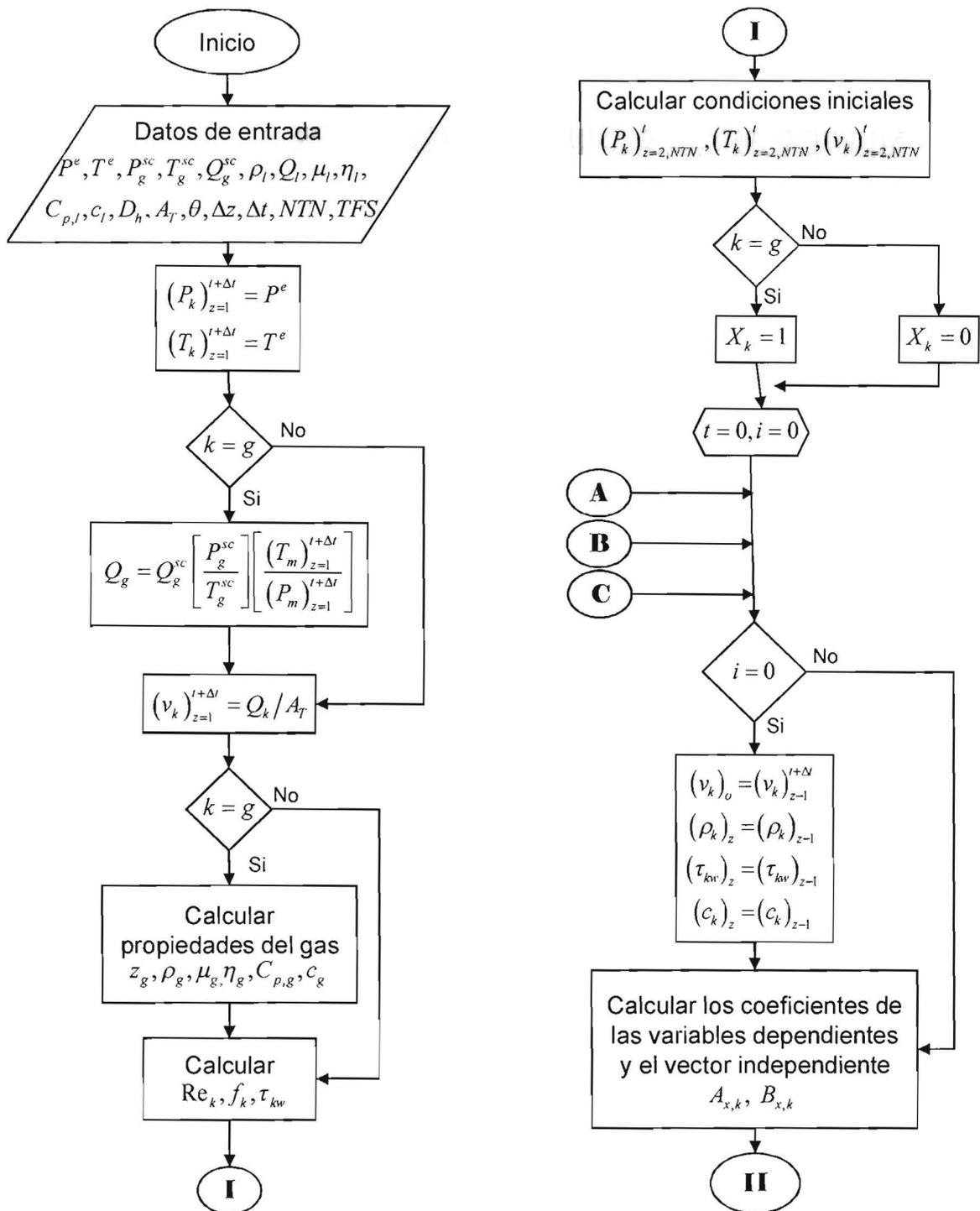


Figura B.2 Diagrama de flujo para el cálculo del modelo de flujo de una fase.

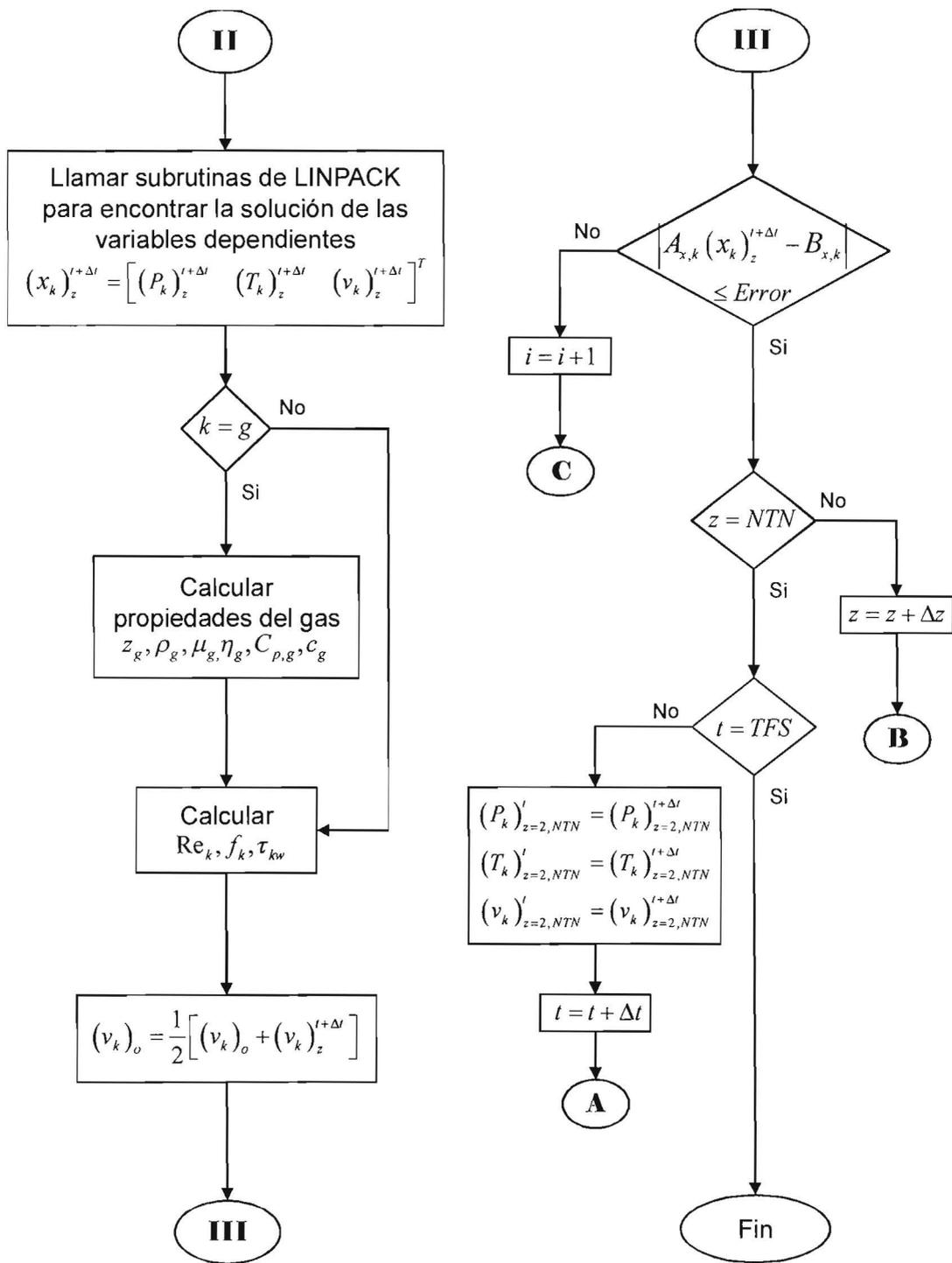


Figura B.3 Diagrama de flujo para el cálculo del modelo de flujo de una fase.

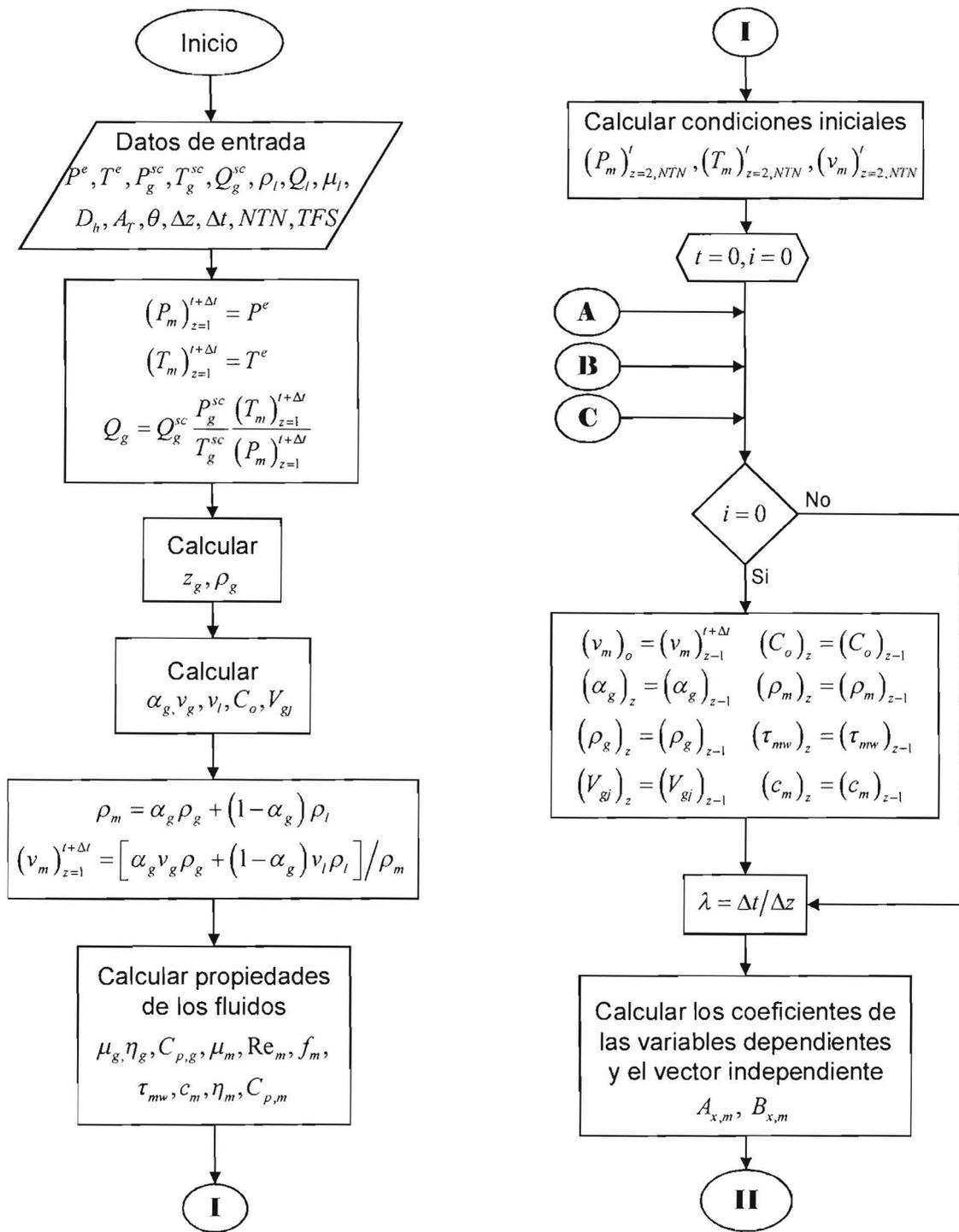


Figura B.4 Diagrama de flujo para el cálculo del modelo de flujo de dos fases.

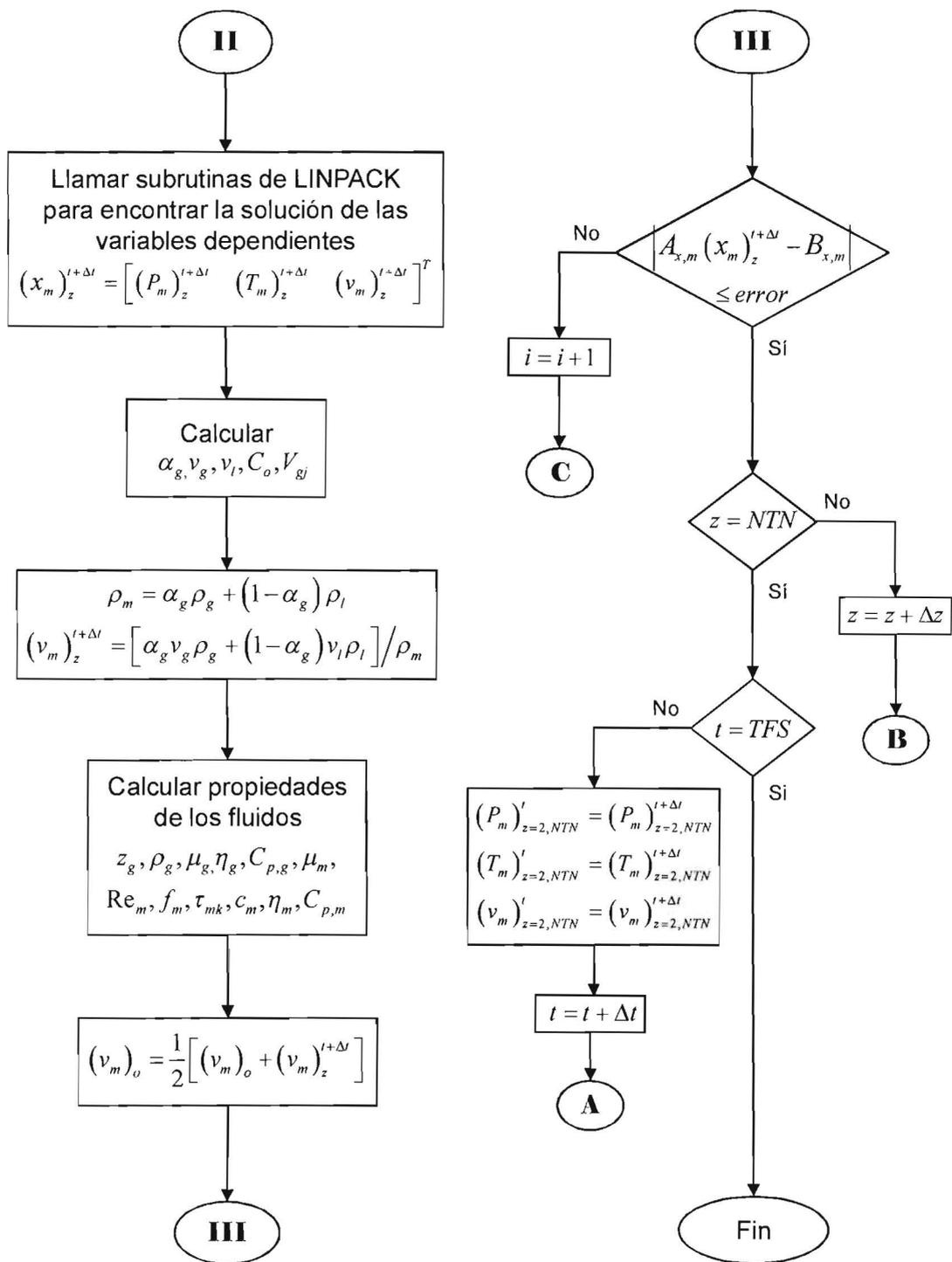


Figura B.5 Diagrama de flujo para el cálculo del modelo de flujo de dos fases.

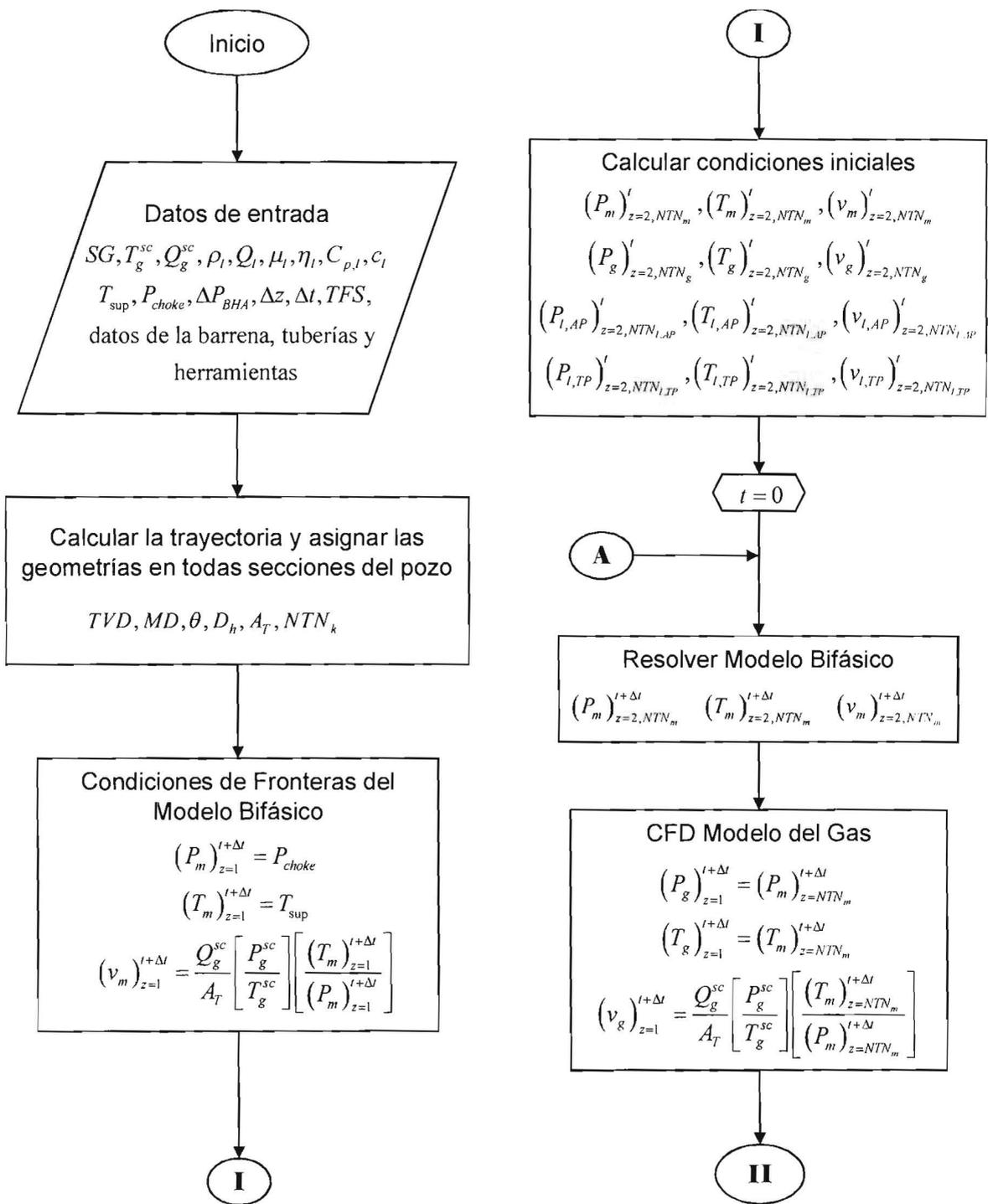


Figura B.6 Diagrama de flujo para el cálculo de los modelos acoplados.

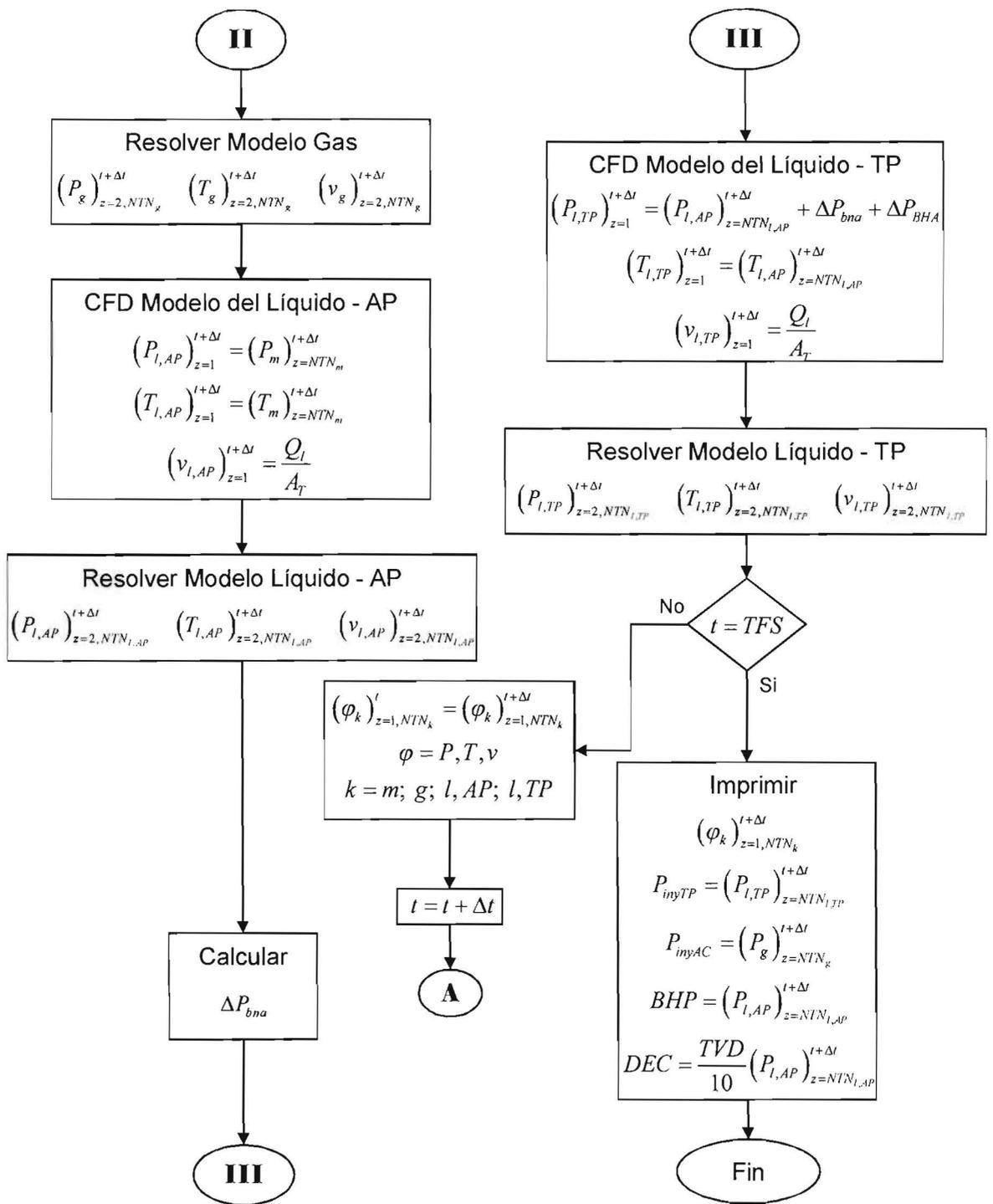


Figura B.7 Diagrama de flujo para el cálculo de los modelos acoplados.

Apéndice C

Deducción de la ecuación para calcular la caída de presión en la barrena

La ecuación (7.2) para el cálculo de caída de presión en la barrena se deriva de la ecuación de energía mecánica. La ecuación (C.1) describe el balance de energía mecánica para una fase.

$$v dv - g_z dZ + \bar{V} dP + \frac{1}{2} \frac{fv^2 dZ}{Z} = 0 \quad (C.1)$$

donde \bar{V} es el volumen específico. Al fluir el fluido de perforación a través de la tubería de perforación hacia la barrena, éste presenta un cambio considerable en el área de flujo. Es decir, el gradiente de velocidad aumenta considerablemente en las toberas de la barrena. Sin embargo, la magnitud en los cambios de profundidad y la fricción generada en las toberas no contribuyen en gran manera a este fenómeno. Es por esto que la ecuación (C.1) se reduce de la siguiente forma

$$v dv + \bar{V} dP = 0 \quad (C.2)$$

Integrando la velocidad y la presión, y resolviendo, se obtiene la siguiente expresión

$$\int_0^{v_{bna}} v dv + \frac{1}{\rho} \int_{P_{TP}}^{P_{bna}} dP = 0$$
$$P_{bna} = P_{TP} - \frac{\rho_l v_{bna}^2}{2} \quad (C.3)$$

La velocidad en las toberas de la barrena v_{bna} puede ser propiamente sustituida con las siguientes expresiones

$$v_{bna} = \frac{Q_l}{A_n}$$
$$A_n = \frac{\pi}{4} \sum_{n=1}^{nl} D_n^2$$

$$P_{bna} = P_{TP} - 0.8106\rho_l \left(\frac{Q_l}{D_n^2} \right)^2$$

Donde A_n es el área total de flujo, representada por el diámetro interno de cada tobera de la barrena D_n . Por otra parte, la diferencia entre las presiones de la ecuación (C.3) permite obtener la presión generada por el flujo de un fluido a través de las toberas de la barrena.

$$\Delta P_{bna} = 0.8106\rho_l \left(\frac{Q_l}{D_n^2} \right)^2 \tag{C.4}$$

De esta manera, la ecuación (C.4) es la misma que muestra la ecuación (7.2) en las validaciones de la sección 7.2.