



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA EN INGENIERÍA**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Efecto de los distintos mecanismos en  
el cálculo del gradiente de presión en  
el transporte de flujo bifásico en  
tuberías horizontales.**

**TESIS**

**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRÍA EN INGENIERÍA**

**P R E S E N T A**

**Nelly Elizabeth Cruz García**

**TUTOR PRINCIPAL:  
DR. ARTURO PALACIO PÉREZ  
INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM**

**Ciudad Universitaria, Cd. Mx., Septiembre 2022**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



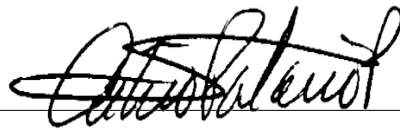
## Jurado Asignado

Presidente: **Dr. José Luis Fernández Zayas**  
Secretario: **Dr. Alejandro Rodríguez Valdés**  
1er. Vocal: **Dr. Arturo Palacio Pérez**  
2do. Vocal: **Dr. William Vicente y Rodríguez**  
3er. Vocal: **Dr. Rogelio González Oropeza**

Ciudad Universitaria, CDMX, México.

**TUTOR DE TESIS**

Dr. Arturo Palacio Pérez

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Arturo Palacio Pérez', written over a horizontal line.

Firma



## Agradecimientos y dedicatoria

Agradezco a **Dios** por la vida, por guiar mi camino, por darme la fuerza y sabiduría para progresar en todas las áreas de mi vida, especialmente en el área académica y profesional. Sobre todo, por poner en mi camino a las personas indicadas para poder seguir avanzando.

A mi tutor, **Dr. Arturo Palacio Pérez**. Le agradezco profundamente su apoyo, sus enseñanzas, su confianza, el conocimiento que me ha compartido, gracias por sus palabras de aliento, por creer en mi y sobre todo por no dejarme caer. Le agradezco todo el tiempo que me ha dedicado, por sus consejos y comentarios, sin usted este trabajo no se habría realizado. Muchas gracias por todo lo que me ha apoyado, por incentivar a seguir por el camino del estudio, por su amistad y por ser el mejor tutor de la vida. Lo admiro, lo respeto y mi anhelo es llegar a ser como usted... Mi más sincero agradecimiento y aprecio.

Al **Instituto de Ingeniería** y al **Posgrado de Ingeniería** por abrirme las puertas de sus instalaciones, por darme la oportunidad de avanzar académicamente y por las grandes enseñanzas aprendidas. Es un enorme orgullo ser parte de la gloriosa **Facultad de Ingeniería**, y en especial de la **Universidad Nacional Autónoma de México**, gracias por darme las mejores clases, profesores, compañeros y conocimientos. ¡Gracias por permitirme ser ingeniera!

A mis sinodales:

**Dr. Alejandro Rodríguez Valdés**, muchas gracias por el tiempo invertido en la mejora de este trabajo, por todas sus observaciones tan acertadas y su profesionalismo.

**Dr. William Vicente y Rodríguez**, gracias por todos los comentarios realizados, por su tiempo y amabilidad. Gracias por todo.

**Dr. José Luis Fernández Zayas**, gracias por sus comentarios, por aconsejarme mejorar en lo personal y académico. Muchas gracias por sus mejores intenciones para que este trabajo se culmine con éxito.

**Dr. Rogelio González Oropeza**, agradezco su entusiasmo al dar clases, por su apoyo y sus comentarios realizados.

Al **Dr. Jonathan Hernández García** por el apoyo para realizar las pruebas experimentales, por su tiempo y paciencia brindado. Gracias por sus aportaciones, colaboración

y enseñanzas durante la realización de este trabajo.

Dedico mi tesis a mis padres, **Elena** y **Carlos**. Por su esfuerzo y dedicación, por ser mi fuerza, mi motor y por alentarme siempre a ser mejor. Gracias por la vida y por la educación que me han brindado. Gracias por su valentía y sus exigencias. Este trabajo se los dedico con todo mi corazón esperando se sientan orgullosos de la hija que ha dado todo por triunfar y sobresalir. Los amo mucho.

A mi hijo **Jason**, por ser la razón principal para levantarme y luchar día tras día, por que quiero ser un buen ejemplo para ti. Tú eres lo más importante en mi vida, este trabajo es por ti y para ti. Espero en unos años verte realizando una tesis y cumpliendo todos tus sueños, recuerda que siempre estaré a tu lado para guiarte y protegerte. Te amo para siempre bebé.

A mi sobrina, mi hermana y mi tía. Les dedico todo este esfuerzo, aprendizaje y dedicación, espero ser un buen ejemplo, las quiero y siempre contarán conmigo. Gracias por ser mi familia, por creer en mi y por todo el apoyo.

Toda mi formación académica es el resultado de muchas horas de estudio, de experiencias y aventuras, de clases, cursos y laboratorios. Gracias a la vida por permitirme superarme día a día.

Nelly Elizabeth

# Resumen

Con base en la experimentación con agua y aire realizada en el laboratorio de flujos multifásicos (LFM) del Instituto de Ingeniería de la UNAM, en este trabajo se presenta un análisis de los diversos mecanismos físicos que influyen en el cálculo de los gradientes de presión en tuberías horizontales, empleando el modelo matemático desarrollado por el departamento de Proyectos de Flujo de Fluidos de la Universidad de Tulsa (TUUFFP, de sus siglas en inglés). Este modelo unificado, tiene la capacidad de predecir el patrón de flujo, y la distribución de fases como función de las velocidades superficiales de cada fase, para predecir los gradientes de presión correspondientes, seleccionando de entre una vasta cantidad de correlaciones matemáticas para cada uno de los mecanismos. Es necesario estudiar la influencia de los distintos mecanismos físicos en el cálculo del gradiente de presión en tubería para poder mejorar el diseño y reducir el consumo energético.

La comparación de los valores experimentales generados en una tubería de 3 pulgadas en términos de los gradientes de presión, demuestra que los resultados matemáticos obtenidos con el modelo TUUFFP dependen fuertemente de las relaciones de cerradura seleccionadas, ya que el patrón de flujo predicho puede diferir para un mismo conjunto de datos de flujo, conduciendo a discrepancias hasta de más de un orden de magnitud en el cálculo del gradiente de presión. Con base en los resultados obtenidos de una serie de simulaciones, se propone la sustitución de ciertas combinaciones de correlaciones numéricas específicas en lugar de las combinaciones de correlaciones por default del modelo TUUFFP, en función de las características de flujo ensayadas experimentalmente. La metodología establecida puede adoptarse para llevar a cabo una mayor serie de pruebas variando, tanto las condiciones de flujo, como los fluidos utilizados, y por ende los patrones de flujo.





## Nomenclatura

$A$	Área de la tubería	$v_C$	Velocidad del núcleo del gas
$D$	Diámetro de la tubería	$v_F$	Velocidad de la película de líquido
$d_{total}$	Longitud total de la tubería	$v_S$	Velocidad del tapón
$f_C$	Factor de fricción del núcleo de gas	$v_{SG}$	Velocidad superficial del gas
$f_F$	Factor de fricción de la película de líquido	$v_{SL}$	Velocidad superficial del líquido
$f_I$	Factor de fricción de la interfase	$v_T$	Velocidad traslacional del tapón
$H_{LF}$	Colgamiento de la película de líquido		
$H_{LS}$	Colgamiento del tapón	$\Delta P_{total}$	Gradiente de presión total
$l_F$	Longitud de la película del líquido	$\rho_{aire}$	Densidad del aire
$l_S$	Longitud del tapón	$\rho_C$	Densidad del núcleo de gas
$l_U$	Longitud unitaria del tapón	$\rho_F$	Densidad de la película de líquido
$P$	Presión	$\rho_{liq}$	Densidad del líquido
$q_{gas}$	Gasto o flujo másico del gas	$\tau_C$	Esfuerzo cortante del núcleo de gas
$q_{liq}$	Gasto o flujo másico del líquido	$\tau_F$	Esfuerzo cortante de la película de líquido
$R_{aire}$	Constante universal del aire	$\tau_I$	Esfuerzo cortante de la interfase
$S_C$	Perímetro del núcleo de gas		
$S_F$	Perímetro de la película de líquido		
$S_I$	Perímetro de la interfase		
$T$	Temperatura		



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Objetivos . . . . .	2
1.2. Estructura de la tesis . . . . .	2
<b>2. Marco teórico</b>	<b>3</b>
2.1. Sistema integral de producción . . . . .	3
2.2. Flujo multifásico en tuberías . . . . .	5
2.3. Patrones de flujo . . . . .	9
<b>3. Modelo de Flujo Unificado TUFFP y sistema experimental</b>	<b>11</b>
3.1. Modelo de Flujo Unificado TUFFP . . . . .	11
3.1.1. Modelo mecanístico de Barnea (1987). . . . .	16
3.1.2. Modelo mecanístico Unificado (2003). . . . .	17
3.2. Mapas de patrón de flujo . . . . .	21
3.3. Circuito de pruebas IINGEN, UNAM. . . . .	22
<b>4. Simulaciones con flujo bifásico en tubería horizontal.</b>	<b>29</b>

4.1. Metodología con el Modelo de Flujo Unificado TUFFP. . . . .	29
4.1.1. Mapas de patrones de flujo con el Modelo de Barnea. . . . .	38
4.1.2. Mapas de patrones de flujo y gradientes de presión con el Modelo Unificado. . . . .	43
4.2. Metodología en el laboratorio de flujo multifásico, IINGEN UNAM. . . . .	50
<b>5. Análisis de resultados</b>	<b>55</b>
<b>6. Conclusiones</b>	<b>69</b>
<b>A. Modelo de Barnea</b>	<b>71</b>
A.1. Mapas de patrón de flujo . . . . .	71
A.1.1. Fricción interfacial . . . . .	72
A.1.2. Fricción en la pared . . . . .	77
A.1.3. Fricción de la mezcla . . . . .	81
<b>B. Modelo unificado</b>	<b>85</b>
B.1. Mapas de patrón de flujo . . . . .	85
B.1.1. Arrastre . . . . .	86
B.1.2. Fricción interfacial . . . . .	91
B.1.3. Fricción en la pared . . . . .	98
B.1.4. Fricción de la mezcla . . . . .	102
B.1.5. Longitud o frecuencia del tapón . . . . .	105
B.1.6. Colgamiento . . . . .	112

B.1.7. Velocidad de desfase . . . . .	117
B.1.8. Velocidad traslacional . . . . .	119
B.2. Tablas de gradientes de presión . . . . .	120
<b>C. Comparación general de variables.</b>	<b>133</b>
<b>D. Análisis de incertidumbre experimental</b>	<b>137</b>



# Lista de Figuras

2.1. Esquema general de un Sistema Integral de Producción de hidrocarburos (Modificado de Guo, 2011). . . . .	4
2.2. Etapas históricas en el desarrollo de modelos para determinar el gradiente de presión en flujos multifásicos (Shippen, M. y Bailey, 2012). . . . .	7
2.3. Flujo multifásico en una tubería horizontal con presencia de hidrocarburo. . . . .	8
2.4. Patrones de flujo en una tubería horizontal (Barnea et al., 1980) . . . . .	10
3.1. Sección de una tubería inclinada con las variables que intervienen en el flujo de un tapón (slug)(Modificado de Zhang et al., 2002). . . . .	12
3.2. Interfaz del modelo TUFFP, donde se ingresan los datos correspondientes. . . . .	14
3.3. Ejemplo de mapa de patrón generado por el modelo de flujo TUFFP. . . . .	22
3.4. Isométrico del sistema experimental (Hernández, 2019). . . . .	23
3.5. Bomba de cavidad progresiva (Hernández, 2019). . . . .	23
3.6. Variadores de frecuencia (Hernández, 2019). . . . .	24
3.7. Inyector trifásico (Hernández, 2019). . . . .	24
3.8. Compresor y tanque de almacenamiento de aire comprimido (Hernández, 2019). . . . .	25
3.9. Medidor de flujo tipo coriolis (Hernández, 2019). . . . .	25



3.10. Tubería para visualización (Hernández, 2019). . . . .	26
3.11. Monitoreo de presiones durante una prueba (Hernández, 2019). . . . .	27
4.1. Interfaz con los datos físicos ingresados, y las correlaciones numéricas por default para el modelo de Barnea. . . . .	31
4.2. Interfaz con los datos físicos ingresados, y las correlaciones numéricas por default para el modelo Unificado. . . . .	34
4.3. Mapa de patrón de flujo para la fricción interfacial con Cohen y Hanratty. . . . .	40
4.4. Mapa de patrón de flujo para la fricción interfacial con Andritsos y Hanratty. . . . .	40
4.5. Mapa de patrón de flujo para la fricción interfacial con Cheremisinoff y Davis. . . . .	41
4.6. Mapa de patrón de flujo para la fricción en la pared con Blasius. . . . .	42
4.7. Mapa de patrón de flujo para la fricción de la mezcla con Blasius. . . . .	42
4.8. Mapa de patrón de flujo para la longitud o frecuencia del tapón con Zhang et al. . . . .	45
4.9. Mapa de patrón de flujo para el colgamiento con Marcano. . . . .	45
4.10. Gradientes de presión experimentales previos como función de los calculados por la combinación de correlaciones numéricas por default. . . . .	47
4.11. Gradientes de presión experimentales previos como función de los calculados por la combinación de correlaciones numéricas por default y por Gómez et al. para la relación de cerradura de colgamiento. . . . .	49
5.1. Velocidades superficiales para las 25 pruebas analizadas de los experimentos previos y experimentos actuales. . . . .	56
5.2. Gradientes de presión como función del gasto másico del aire de los experimentos previos y experimentos actuales. . . . .	57

5.3. Gradientes de presión como función del gasto másico del agua de los experimentos previos y experimentos actuales. . . . .	58
5.4. Gradientes de presión calculados como función de los gradientes experimentales previos. . . . .	59
5.5. Gradientes de presión calculados como función de los gradientes experimentales previos enfatizando dos series de interés. . . . .	60
5.6. Porcentajes de error de los experimentos previos y actuales. . . . .	63
5.7. Gradientes de presión calculados como función de los gradientes experimentales actuales. . . . .	64
5.8. Gradientes de presión calculados para las pruebas experimentales previas y actuales. . . . .	65
A.1. Cohen y Hanratty. . . . .	72
A.2. Andritsos y Hanratty. . . . .	72
A.3. Baker. . . . .	73
A.4. Bendiksen. . . . .	73
A.5. Cheremisinoff y Davis. . . . .	74
A.6. Hart. . . . .	74
A.7. Kim. . . . .	75
A.8. Kowalski. . . . .	75
A.9. Andreussi y Persen. . . . .	76
A.10. Taitel y Dukler. . . . .	76
A.11. Vlachos. . . . .	77
A.12. Blasius. . . . .	77

A.13.Hall. . . . .	78
A.14.Churchill. . . . .	78
A.15.Swamee y Jain. . . . .	79
A.16.Zigrang y Sylvester. . . . .	79
A.17.Haaland. . . . .	80
A.18.Colebrook. . . . .	80
A.19.Blasius. . . . .	81
A.20.Hall. . . . .	81
A.21.Churchill. . . . .	82
A.22.Swamee y Jain. . . . .	82
A.23.Zigrang y Sylvester. . . . .	83
A.24.Haaland. . . . .	83
A.25.Colebrook. . . . .	84
B.1. Wallis. . . . .	86
B.2. Paleev y Filippovich. . . . .	86
B.3. Oliemans et al. . . . .	87
B.4. Zhang et al. . . . .	87
B.5. Ishii y Mishima. . . . .	88
B.6. Pan y Hanratty. . . . .	88
B.7. Sawant et al. 2008 . . . . .	89
B.8. Sawant et al. 2009 . . . . .	89

B.9. Ousaka et al. . . . .	90
B.10. Al-Sarkhi et al. . . . .	90
B.11. Cohen y Hanratty. . . . .	91
B.12. Hart et al. . . . .	91
B.13. Kowalski. . . . .	92
B.14. Taitel y Dukler. . . . .	92
B.15. Vlachos et al. . . . .	93
B.16. Wallis. . . . .	93
B.17. Wallis modificado. . . . .	94
B.18. Whalley y Hewitt. . . . .	94
B.19. Oliemans et al. . . . .	95
B.20. Fore et al. . . . .	95
B.21. Dallman et al. . . . .	96
B.22. Ambrosini et al. . . . .	96
B.23. Hamersma y Hart. . . . .	97
B.24. Chen et al. . . . .	97
B.25. Zhang et al. . . . .	98
B.26. Blasius. . . . .	98
B.27. Hall. . . . .	99
B.28. Churchill. . . . .	99
B.29. Swamee y Jain. . . . .	100

B.30.Zigrang y Sylvester. . . . .	100
B.31.Haaland. . . . .	101
B.32.Colebrook. . . . .	101
B.33.Blasius. . . . .	102
B.34.Hall. . . . .	102
B.35.Churchill. . . . .	103
B.36.Swamee y Jain. . . . .	103
B.37.Zigrang y Sylvester. . . . .	104
B.38.Haaland. . . . .	104
B.39.Colebrook. . . . .	105
B.40.Zhang. . . . .	105
B.41.Gregory y Scott. . . . .	106
B.42.Heywood y Richardson. . . . .	106
B.43.Tronconi. . . . .	107
B.44.Hill y Wood (1990 a). . . . .	107
B.45.Hill y Wood (1990 b). . . . .	108
B.46.Hill y Wood (1990 c). . . . .	108
B.47.Zabaras. . . . .	109
B.48.Gokcal et al. . . . .	109
B.49.Al-Ruhaimani. . . . .	110
B.50.Scott et al. . . . .	110

B.51.Brill et al. . . . .	111
B.52.Norris. . . . .	111
B.53.Gregory et al. . . . .	112
B.54.Malnes. . . . .	112
B.55.Ferschneider. . . . .	113
B.56.Andreussi y Bendiksen . . . . .	113
B.57.Marcano . . . . .	114
B.58.Gomez et al. . . . .	114
B.59.Abdul-Majeed . . . . .	115
B.60.Barnea y Brauner . . . . .	115
B.61.Al-Safran . . . . .	116
B.62.Zhang et al. . . . .	116
B.63.Al-Ruhaimani . . . . .	117
B.64.Zhang et al. . . . .	117
B.65.Weber et al. . . . .	118
B.66.Jeyachandra et al. . . . .	118
B.67.Moreiras et al. . . . .	119
B.68.Dukler y Hubbard. . . . .	119
B.69.Fabre. . . . .	120
D.1. Especificaciones de fabricante de los transductores de presión. . . . .	140
D.2. Gradientes de presión previos con barras de incertidumbre. . . . .	142

D.3. Gradientes de presión actuales con barras de incertidumbre. . . . . 143

# Lista de Tablas

4.1. Matriz experimental agua-aire de las 25 combinaciones. . . . .	30
4.2. Combinaciones de correlaciones numéricas variando las correspondientes a fricción interfacial. . . . .	32
4.3. Combinaciones de correlaciones numéricas variando las correspondientes a fricción en la pared. . . . .	32
4.4. Combinaciones de correlaciones numéricas variando las correspondientes a fricción de la mezcla. . . . .	33
4.5. Combinaciones de correlaciones numéricas variando las correspondientes al arrastre. . . . .	34
4.6. Combinaciones de correlaciones numéricas variando las correspondientes a la fricción interfacial. . . . .	34
4.7. Combinaciones de correlaciones numéricas variando las correspondientes a la fricción en la pared. . . . .	35
4.8. Combinaciones de correlaciones numéricas variando las correspondientes a la fricción de la mezcla. . . . .	35
4.9. Combinaciones de correlaciones numéricas variando las correspondientes a la longitud o frecuencia del tapón. . . . .	35
4.10. Combinaciones de correlaciones numéricas variando las correspondientes al colgamiento. . . . .	35



4.11. Combinaciones de correlaciones numéricas variando las correspondientes a la velocidad de desfase. . . . .	36
4.12. Combinaciones de correlaciones numéricas variando las correspondientes a la velocidad traslacional. . . . .	36
4.13. Velocidades superficiales de las fases y gradiente de presión experimental para las 25 combinaciones de los experimentos previos (octubre 2018). . . .	37
4.14. Patrón de flujo para cada correlación numérica de la fricción interfacial. . .	38
4.15. Patrón de flujo para cada correlación numérica de la fricción en la pared. .	38
4.16. Patrón de flujo para cada correlación numérica de la fricción de la mezcla.	39
4.17. Patrón de flujo para cada correlación numérica del arrastre. . . . .	43
4.18. Patrón de flujo para cada correlación numérica de la fricción interfacial. . .	43
4.19. Patrón de flujo para cada correlación numérica de la fricción en la pared. .	43
4.20. Patrón de flujo para cada correlación numérica de la fricción de la mezcla.	43
4.21. Patrón de flujo para cada correlación numérica de longitud o frecuencia del tapón. . . . .	44
4.22. Patrón de flujo para cada correlación numérica del colgamiento. . . . .	44
4.23. Patrón de flujo para cada correlación numérica de la velocidad de desfase. .	44
4.24. Patrón de flujo para cada correlación numérica de la velocidad traslacional.	44
4.25. Gradientes de presión experimentales previos, calculados mediante la combinación de correlaciones numéricas por default, y porcentaje de error entre ellos. . . . .	46
4.26. Comparación de los gradientes de presión experimentales previos con los calculados mediante la correlación de Gómez et al. para la relación de cerradura de colgamiento. . . . .	48

4.27. Comparación de gradientes de presión experimentales actuales, calculados mediante la correlación numérica de Gómez et al. para la relación de cerradura de colgamiento y los calculados por la combinación de correlaciones numéricas por default. . . . .	53
5.1. Gradientes de presión $\left[\frac{Pa}{m}\right]$ para los experimentos previos y los experimentos actuales. . . . .	57
5.2. Variaciones entre los gradientes de presión iniciales y actuales. . . . .	59
5.3. Porcentajes de error entre los gradientes de presión obtenidos con la combinación de correlaciones precargadas por default y la combinación de Gómez et al. para los experimentos previos. . . . .	61
5.4. Porcentajes de error entre los gradientes de presión obtenidos con la combinación de correlaciones precargadas por default y la combinación de Gómez et al. para los experimentos actuales. . . . .	62
5.5. Correlaciones numéricas y relaciones de cerradura con menor porcentaje de error para las 25 pruebas previas y actuales. . . . .	68
B.1. Arrastre. . . . .	121
B.2. Fricción interfacial. . . . .	122
B.3. Fricción en la pared. . . . .	123
B.4. Fricción de la mezcla. . . . .	125
B.5. Colgamiento. . . . .	129
B.6. Velocidad de desfase. . . . .	130
B.7. Velocidad traslacional. . . . .	131
D.1. Análisis de incertidumbre experimental. . . . .	141



# Capítulo 1

## Introducción

En la industria petrolera mexicana, actualmente se tiene producción y transporte de crudo de alta viscosidad cuyo régimen de flujo es laminar; algunas de las tecnologías empleadas para mejoramiento de flujo de estos aceites es la inyección de productos químicos, calentamiento del crudo y mezcla con crudos ligeros, las cuales contribuyen a la reducción de arrastre del fluido en la tubería.

La producción y transporte de crudo generalmente se acompaña de algunas fases como agua y gas, o combinaciones de cualquiera de ellas, lo que constituye un flujo multifásico que conlleva a la necesidad de entender y predecir el comportamiento de una mezcla dentro de una tubería. En el trayecto del pozo a la superficie debido a la disminución de presión y temperatura, los componentes ligeros comienzan a liberarse de la fase aceite, y algunos componentes en la fase gaseosa comienzan a condensarse, según la composición de la mezcla, lo cual da lugar a diversos patrones de flujo.

Así, el estudio de los patrones de flujo, del flujo multifásico y de las caídas de presión en el sistema integral de producción de hidrocarburos es indispensable para realizar el análisis de los distintos mecanismos presentes en tuberías horizontales.

## 1.1. Objetivos

El objetivo general es estudiar teórica y experimentalmente los distintos mecanismos físicos que influyen en el cálculo de los gradientes de presión en el transporte de flujo bifásico líquido-gas (agua y aire), en tuberías horizontales.

Los objetivos específicos son:

- Obtener experimentalmente y predecir el gradiente de presión en una tubería horizontal que transporta una mezcla de líquido y gas (agua y aire), tomando en consideración el patrón de flujo presente.
- Determinar cómo influyen sobre el cálculo del gradiente de presión, las distintas correlaciones numéricas precargadas para las relaciones de cerradura que analiza el modelo desarrollado por la universidad de Tulsa, TUFFP.
- Comparar los gradientes de presión obtenidos y validar los resultados experimentalmente.
- Establecer los principales mecanismos físicos que influyen en el transporte de flujo, y recomendar las correlaciones numéricas que mejor se ajustan a los datos experimentales generados en este estudio, con las mezclas bifásicas agua-aire ensayadas.

## 1.2. Estructura de la tesis

El presente trabajo contiene en el capítulo 2 un marco teórico y estado del arte sobre las caídas de presión en el sistema integral de producción de hidrocarburos, flujo multifásico y patrones de flujo en tuberías horizontales. En el capítulo 3 se presentan las características detalladas del modelo de flujo unificado TUFFP y del sistema experimental utilizado en el laboratorio de flujo multifásico del Instituto de Ingeniería, UNAM. En el capítulo 4 se explican y analizan las simulaciones realizadas con el modelo TUFFP, se presentan los mapas de patrones de flujo generados, así como las tablas y gráficas de las caídas de presión. En el capítulo 5 se presentan y discuten todos los resultados teóricos y experimentales. Por último se presentan las conclusiones obtenidas de este trabajo de tesis, y en un apartado especial se incorporan todos los mapas, tablas y gráficas obtenidas.

# Capítulo 2

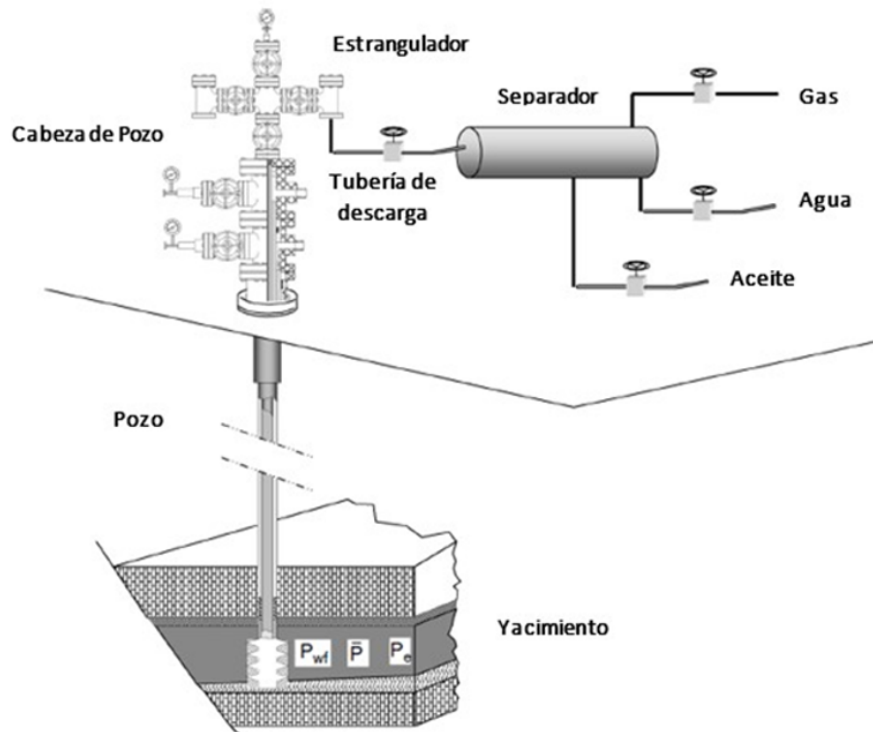
## Marco teórico

En este capítulo, se presentan brevemente los conceptos fundamentales para el estudio del flujo multifásico líquido-gas. La presente investigación se sustenta en los enfoques experimental y matemático para el análisis del caso de estudio.

### 2.1. Sistema integral de producción

Aún cuando en este trabajo se realiza un análisis de flujo bifásico agua-aire, a continuación se presenta información complementaria propia de la industria petrolera a manera de dar a conocer al lector un panorama amplio sobre las instalaciones y ubicaciones de las tuberías horizontales en este tipo de instalaciones.

Un sistema integral de producción (SIP) es el conjunto de todos los elementos involucrados en el transporte y procesamiento de los fluidos hidrocarburos desde el yacimiento hasta la superficie. El objetivo de cualquier operación de producción es transportar el fluido desde el yacimiento hasta la línea de venta. Con el fin de lograr esto, el fluido pasa por diversas áreas que provocan caídas de presión. Estas, se pueden presentar en alguno o en todos los elementos que componen al sistema. El SIP está compuesto por 3 subsistemas principales: yacimiento, pozo e instalaciones superficiales, como se muestra en la Figura 2.1.



**Figura 2.1:** Esquema general de un Sistema Integral de Producción de hidrocarburos (Modificado de Guo, 2011).

1. Yacimiento. Es una trampa geológica que contiene hidrocarburos. Estos, ocupan los poros de la roca que los almacena, se encuentran a alta presión y alta temperatura, debido a la profundidad a la que se localizan (zona productora).
2. Pozo. Es el conducto que se hace a través de la roca hasta llegar al yacimiento, en él se instalan sistemas de tuberías, sistemas artificiales de producción y otros elementos; con la finalidad de tener control de flujo de fluidos entre el yacimiento y la superficie.
3. Instalaciones superficiales. Es la infraestructura necesaria para la recolección, tratamiento y distribución de los fluidos producidos desde la cabeza de pozo hasta los puntos de venta y/o refinería. Entre sus principales componentes se encuentran:
  - Cabezal de pozo o también llamado árbol de válvulas. Es el conjunto de mecanismos de control, monitoreo y otros accesorios con el fin de controlar la producción del pozo. Tiene como objetivo dar soporte para instalar el equipo de control superficial, ser la base para colocar tuberías al pozo y por ellas

- inyectar o conducir fluidos.
- Estrangulador. Se coloca en el cabezal de pozo y es una restricción en una línea de flujo que provoca una caída de presión o reduce el gasto a través de un orificio.
  - Tubería de descarga. Es la estructura que transporta los fluidos aportados por el yacimiento, misma que se encuentra en posición horizontal.
  - Separador. Es el equipo para separar la mezcla aceite-agua-gas, que proviene directamente del pozo.

A medida que los fluidos viajan a través del SIP, estos están sometidos a cambios de presión y temperatura en forma continua. Conforme los fluidos se mueven a lo largo de los componentes del sistema, ocurre un gradiente de presión. La presión en la dirección del flujo, decrece continuamente desde la presión del yacimiento hasta la presión final al llegar al separador. El gradiente de presión en el SIP se debe principalmente a la fuerza gravitacional, a la fricción y a la aceleración de los fluidos, dentro del pozo, al ser el de mayor longitud. Cabe resaltar que debido a que este trabajo de tesis se realiza en tubería horizontal, el efecto de la fuerza gravitacional es despreciable.

## 2.2. Flujo multifásico en tuberías

El término flujo multifásico refiere al flujo simultáneo de más de una fase a través de un medio.

El flujo multifásico se clasifica de acuerdo con el estado termodinámico de sus fluidos y con los componentes de las diferentes fases; por ejemplo líquido-líquido, líquido-gas, sólido-gas, sólido-líquido, líquido-líquido-gas, gas-líquido-sólido, entre otros, respectivamente. También, se refiere al flujo simultáneo de más de una fase a través de un medio. El flujo bifásico es el más común y este trabajo de tesis analiza el flujo líquido-gas con agua y aire únicamente.

Para el estudio del flujo bifásico históricamente se reconocen tres periodos importantes en el desarrollo de modelos para formulación de ecuaciones de líquido-gas: el periodo comprendido desde 1950 hasta 1975, donde las estimaciones se basan en modelos empíricos, el



período entre 1975-1985 donde se utilizan modelos basados en ecuaciones fenomenológicas para predecir el comportamiento de estos sistemas en estado estacionario, inicia el desarrollo de modelos formales (masa, momento y energía); y el período desde 1985 hasta la fecha, que incluye la modelación del estado no estacionario y la solución de las ecuaciones fenomenológicas mediante dinámica computacional de fluidos.

Así, los modelos (Figura 2.2) para determinar los patrones de flujo de gas y líquido se pueden clasificar en:

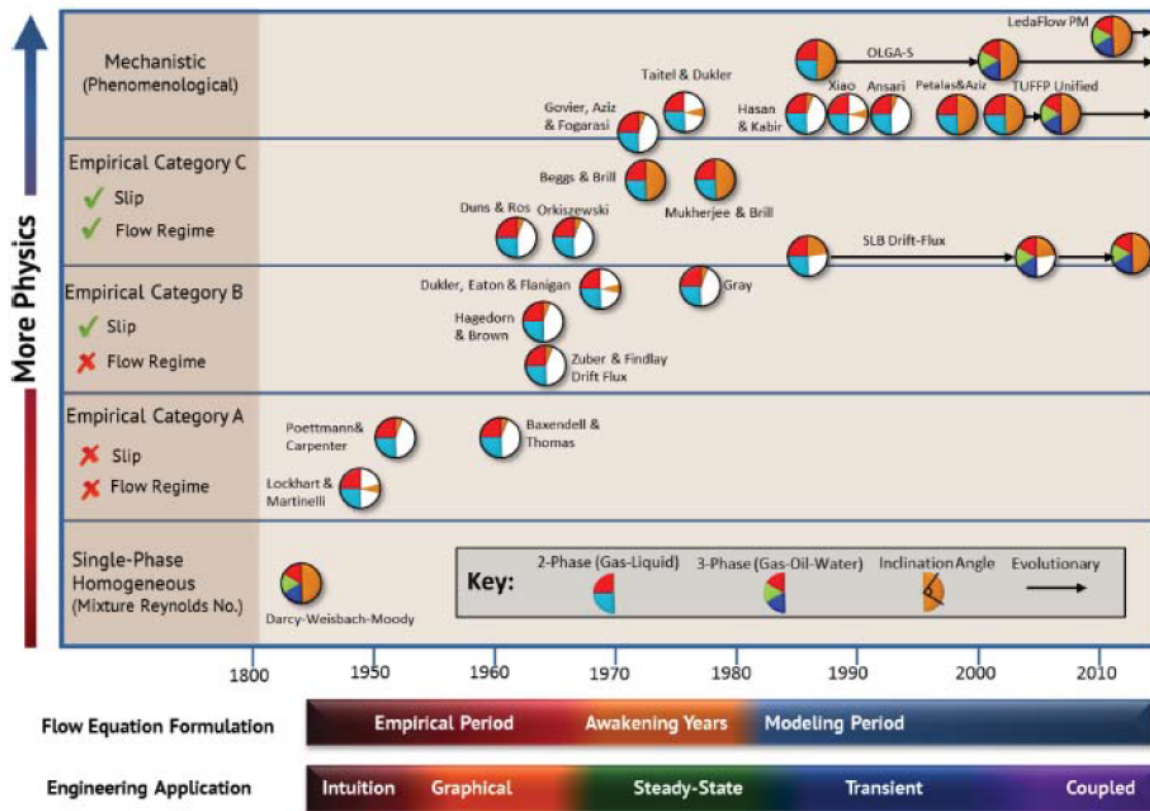
- Homogéneos. Estos, consideran a los fluidos como una sola fase. Por ejemplo la ecuación de Darcy-Weisbach (1845).
- Empíricos. Se basan en aproximaciones empíricas producto de la observación o experimentación y se pueden considerar como un conjunto de ecuaciones. Y estos, a su vez, se dividen en categorías:
  - A. Consideran cada fase como si fluyeran a lo largo de la tubería de forma independiente. Tal es el caso de Lockhart y Martinelli (1949), Poettmann y Carpenter (1952), y Baxendell y Thomas (1961).
  - B. Consideran el deslizamiento entre las fases. Por ejemplo, Flanigan (1958), Hagedorn y Brown (1965), Eaton (1967), Dukler (1969), Zuber y Findlay (1965) y Gray (1974).
  - C. Consideran el deslizamiento entre las fases y los patrones de flujo; entre ellos, Duns y Ros (1963), Orkiszewski (1967), Beggs y Brill (1973), y Mukherjee y Brill (1985).
- Mecanísticos. Tratan de determinar y modelar matemáticamente la física del fenómeno en estudio, toman en cuenta la física del problema; por ejemplo los modelos de Aziz et al. (1972), Taitel y Dukler (1976), Hasan y Kabir (1988) y Xiao et al. (1994), Ansari et al. (1994), Petalas y Aziz (2000).

Existen modelos mecanísticos específicos para determinar el gradiente de presión que formulan modelos hidrodinámicos separados para cada uno de los posibles patrones de flujo como el de Xiao et al. (1990), Ouyang y Aziz (2002) y Gómez et al. (2000).

También hay modelos y correlaciones para determinar el gradiente de presión y/o la fracción volumétrica de líquido de flujo bifásico en tuberías que requieren conocer el

patrón de flujo existente para su aplicación (Woldesemayat y Ghajar, 2007; García et al., 2003, 2005, 2007), estos, formulan modelos hidrodinámicos separados para cada uno de los posibles patrones de flujo. La característica principal de los modelos “separados”, radica en que se considera cada fase como si fluyera a lo largo de la tubería de forma independiente, es decir, se consideran las velocidades superficiales de cada fase. Dichas velocidades superficiales se definen como la velocidad que adquiriría cada fluido si fuera el único fluyendo en la sección transversal de la tubería.

También se han desarrollado softwares comerciales como OLGA, Leda flow, SLB y TUFFP (modelo que se usará en este trabajo de tesis) que simulan los gradientes de presión y los patrones de flujo considerando el ángulo de inclinación de la tubería y hasta 3 fases del fluido.

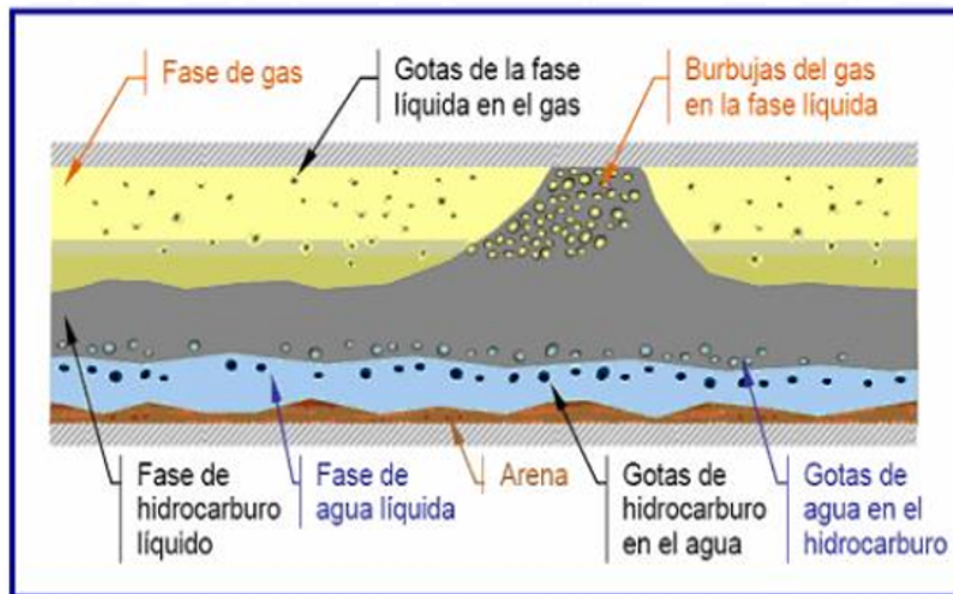


**Figura 2.2:** Etapas históricas en el desarrollo de modelos para determinar el gradiente de presión en flujos multifásicos (Shippen, M. y Bailey, 2012).

En la industria petrolera es común la presencia de hidrocarburo líquido, agua líquida,

burbujas de gas y arena sólida, entre otros componentes. Como consecuencia de esto, el flujo multifásico representa un tema importante en dicha industria, debido a que se encuentra estrechamente relacionado con la potencia de bombeo y los costos de transporte de líquidos y gases, aspectos que hay que tomar en cuenta durante la etapa de diseño de instalaciones petroleras.

En la Figura 2.3 se observa el flujo multifásico presente en una tubería horizontal. En algunos casos hay formación de arenas que representan la fase sólida (resgión café); la región azul representa la fase de agua líquida y en ella existen gotas de hidrocarburo, mientras que en la región gris se presentan gotas de agua y burbujas de gas en la fase de hidrocarburo líquido. Y por último, en la fase gaseosa representada por las zonas de color amarillo y verde se observa la aparición de gotas de la fase líquida disueltas en el gas. Cabe señalar que este es sólo un ejemplo de la presencia de flujo multifásico en la industria petrolera; en este trabajo de tesis solamente se trabajó con fluidos agua y aire, es decir, un flujo bifásico líquido-gas.



**Figura 2.3:** Flujo multifásico en una tubería horizontal con presencia de hidrocarburo.

## 2.3. Patrones de flujo

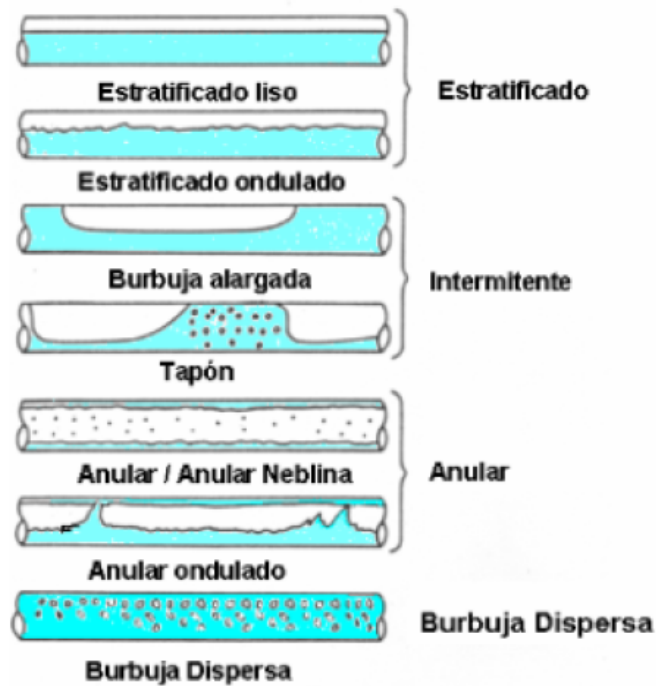
Al fluir simultáneamente en una tubería, las dos fases pueden fluir de diferente forma; cada forma presenta una distribución relativa de una fase con respecto a la otra, constituyendo un patrón de flujo. Este, se refiere a la distribución geométrica de las fases al interior de la tubería. Dicha distribución se relaciona con las características de cada fluido o componente y a la inclinación de la tubería en relación al campo gravitacional. Para este trabajo de tesis el ángulo de inclinación es cero, debido a que se analiza flujo en tubería horizontal.

Los efectos de los patrones de flujo podrán afectar tanto a las velocidades de las fases como a los gradientes de presión.

Los patrones de flujo generalmente se representan en términos de áreas en un gráfico cuyos ejes están denotados por dos parámetros independientes del sistema, dando lugar a los mapas de patrones de flujo. El interés en los mapas de patrones de flujo se basa en el hecho de que en cada régimen el flujo tiene distintas características hidrodinámicas. Si se tienen en cuenta los patrones de flujo, se puede desarrollar un mejor modelo para describir un flujo bifásico.

En principio, dichos patrones son estables para determinados rangos de los parámetros de flujo, como la velocidad superficial de cada fase, el caudal de la mezcla, el diámetro de la tubería, la diferencia de densidad, la relación de viscosidad de los fluidos, la tensión superficial y la mojabilidad de la pared de la tubería con respecto de las fases, así como el esfuerzo cortante entre las mismas.

Existen diversos criterios de patrones de flujo generados durante el flujo simultáneo de mezclas líquido-gas en tuberías horizontales. En este trabajo de tesis se tratarán 4 patrones de flujo solamente, clasificación realizada por Barnea en 1980, mostrados en la Figura 2.4.



**Figura 2.4:** Patrones de flujo en una tubería horizontal (Barnea et al., 1980)

1. Estratificado, las 2 fases están separadas por el efecto de la gravedad, donde la fase líquida fluye en el fondo de la tubería y el gas en la parte superior. Puede presentar interfase lisa u ondulada.
2. Intermitente, tapones de líquido fluyen alternadamente a lo largo de la tubería, seguidos por burbujas de gas que fluyen sobre una película de líquido. En el caso del tapón (slug por su traducción al inglés) la fase líquida sigue siendo continua, las burbujas de gas coalescen y forman tapones, los cuales ocupan prácticamente toda la sección transversal de la tubería, mientras que en la burbuja alargada el flujo sólo presenta mínimas perturbaciones.
3. Anular, la fase gaseosa es continua y la mayor parte del líquido se introduce en ella en forma de gotitas, la pared de la tubería está cubierta por una película de líquido.
4. Disperso o burbuja, la fase líquida representa la fase continua, mientras que la fase gaseosa representa la fase dispersa en forma de burbujas.

# Capítulo 3

## Modelo de Flujo Unificado TUFFP y sistema experimental

En este capítulo se presenta a detalle el modelo de flujo unificado TUFFP y su funcionamiento. También se expone el sistema experimental del laboratorio de flujo multifásico del Instituto de Ingeniería, UNAM, ambos utilizados en la realización de este trabajo de tesis.

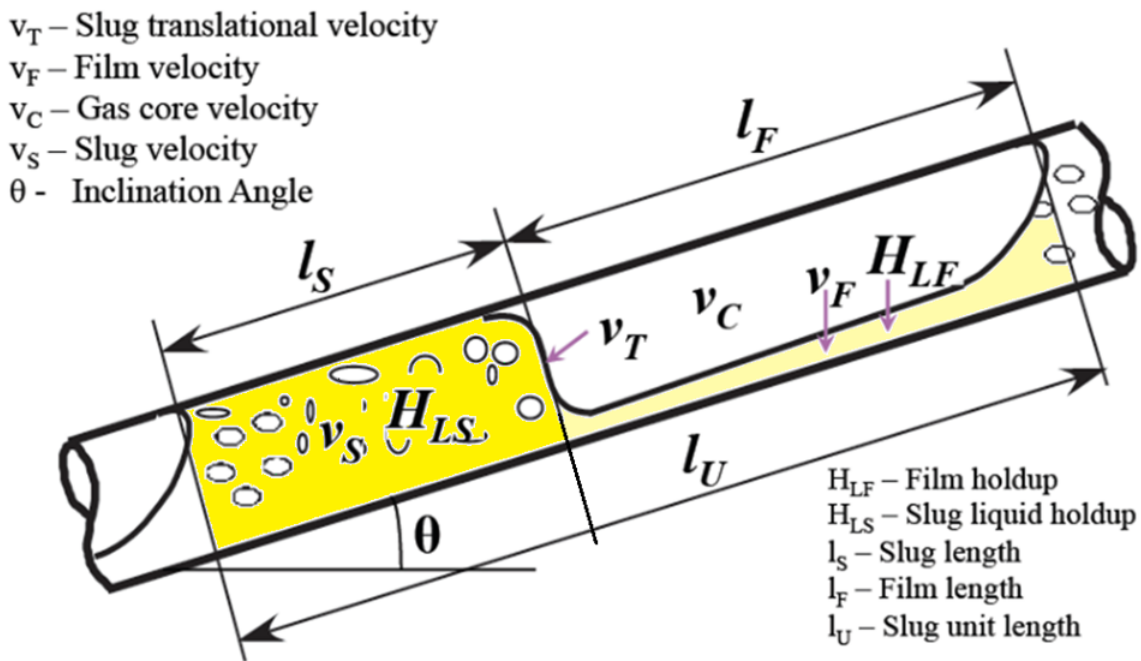
### 3.1. Modelo de Flujo Unificado TUFFP

En la Universidad de Tulsa en Oklahoma, el grupo de investigadores encabezado por los doctores Cem Sarica y James P. Brill, han desarrollado el Modelo Unificado de Flujo TUFFP (del inglés Tulsa University Fluid Flow Projects) como parte de los proyectos de flujo de fluidos. Dicho modelo, de tipo mecanístico, considera los distintos patrones de flujo con un único modelo hidrodinámico, es decir, ecuaciones de conservación de masa y cantidad de movimiento. Como volumen de control toma en cuenta tanto la zona del tapón (slug), como la zona de la película de líquido (film) subyacente al núcleo de gas (core).

Entonces, el intercambio de cantidad de movimiento entre estas dos zonas predice la transición de flujo tapón a los otros patrones de flujo (estratificado, anular, burbuja). Estos últimos patrones de flujo siempre están en el entorno del flujo tapón en el mapa

de flujo bifásico; debido a que la zona de película de líquido del tapón se parece al flujo estratificado y al anular, y el cuerpo del tapón es parecido al flujo burbuja.

El término “unificado” hace referencia a la capacidad que tiene el modelo para ser aplicado en cualquier orientación del flujo ( $-90^\circ, 90^\circ$ ). Tiene la capacidad de abordar cualquier patrón que se presente, así como la transición que sucede de un patrón de flujo a otro. En la Figura 3.1 se muestra una sección de tubería inclinada con las variables que intervienen en el flujo tapón.



**Figura 3.1:** Sección de una tubería inclinada con las variables que intervienen en el flujo de un tapón (slug)(Modificado de Zhang et al., 2002).

Empleando dichas variables, las ecuaciones básicas de continuidad y de cantidad de movimiento que constituyen este modelo son:

### Continuidad

Líquido

$$l_U v_{SL} = l_S H_{LS} v_s + l_F H_{LF} v_F \quad (3.1)$$

Gas

$$l_U v_{SL} = l_S(1 - H_{LS})v_S + l_F(1 - H_{LF})v_C \quad (3.2)$$

**Cantidad de movimiento**

Líquido

$$\frac{(p_2 - p_1)}{l_F} = \frac{\rho_L(v_T - v_F)(v_S - v_F)}{l_F} + \frac{\tau_I S_I - \tau_F S_F}{H_{LF} A} - \rho_L g \sin \theta \quad (3.3)$$

Gas

$$\frac{(p_2 - p_1)}{l_F} = \frac{\rho_C(v_T - v_C)(v_S - v_C)}{l_F} - \frac{\tau_I S_I - \tau_C S_C}{1 - H_{LF} A} - \rho_C g \sin \theta \quad (3.4)$$

Combinando las ecuaciones anteriores se obtiene la ecuación general de cantidad de movimiento que gobierna el fenómeno de flujo bifásico a través de una tubería:

$$\begin{aligned} & \frac{\rho_L(v_T - v_F)(v_S - v_F) - \rho_C(v_T - v_C)(v_S - v_C)}{l_F} \\ & + \frac{\tau_C S_C}{(1 - H_{LF})A} \\ & - \frac{\tau_F S_F}{H_{LF} A} \\ & + \tau_I S_I \left( \frac{1}{H_{LF} A} + \frac{1}{(1 - H_{LF})A} \right) \\ & - (\rho_L - \rho_C)g \sin \theta = 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

**Esfuerzos cortantes**

Líquido

$$\tau_F = f_F \frac{\rho_L |v_F| v_F}{2} \quad (3.6)$$

Gas

$$\tau_C = f_C \frac{\rho_C |v_C| v_C}{2} \quad (3.7)$$

Interfase

$$\tau_I = F_I \frac{\rho_C (v_C - v_F) |v_C - v_F|}{2} \quad (3.8)$$



Este modelo se ha validado con una amplia base de datos experimentales adquiridos con distintos diámetros de tubería, ángulos de inclinación, propiedades físicas de fluidos, gastos de flujo gas-líquido y patrones de flujo. El modelo TUFFP es capaz de predecir el patrón de flujo de 2 fases y las características del flujo. Permite al usuario analizar todas las relaciones de cerradura disponibles para cualquier entrada de conjunto de datos.

La implementación del Modelo de Flujo Unificado TUFFP es a través del ingreso de datos que se prescriben en la interfaz de un archivo \*.XLSM, mostrada en la Figura 3.2.

En la parte superior de la columna izquierda se ingresan los datos físicos de los fluidos y de la tubería, y en la parte inferior se selecciona el número de ciclos que se desea graficar (corresponde al número de intervalos en escala logarítmica para cada eje), la cantidad de puntos graficados por ciclo (puntos por cada intervalo) y se fijan los valores iniciales para las velocidades superficiales de líquido y gas correspondientes a los ejes coordenados para los mapas de patrón de flujo.

The screenshot shows the 'Flow Pattern Form' interface. It is divided into several sections:

- Left Column (Physical Properties):** A list of input fields with units and values:
  - Pipe Diameter [m]: 0
  - Pipe Roughness [m]: 0
  - Pipe Angle [deg]: 0
  - Gas Density [kg/m<sup>3</sup>]: 0
  - Gas Viscosity [Pa\*s]: 0
  - Liquid Density [kg/m<sup>3</sup>]: 0
  - Liquid Viscosity [Pa\*s]: 0
  - Liquid Surface Tension [N/m]: 0
  - Maximum Entrainment [-]: 0
- Right Column (Flow Model Parameters):** A list of dropdown menus:
  - Flow Pattern Model: Unified (v2016)
  - Entrainment Model: Zhang et al. (2003)
  - Interfacial Friction Model: Zhang et al. (2003)
  - Wall Friction Model: Churchill (1977)
  - Mixture Friction Model: Churchill (1977)
  - Slug Length or Freq. Model: Zhang et al. (2003)
  - Slug Body Holdup Model: Zhang et al. (2003)
  - Slug Drift Velocity Model: Zhang et al. (2003)
  - Slug Translational Vel. Model: Dukler & Hubbard (1975)
- Bottom Left (Axis Settings):** A table with columns for 'Vsg Axis' and 'Vsl Axis':
 

	Vsg Axis	Vsl Axis
Number of Cycles	0	0
Points per Cycle	0	0
Starting Values [m/s]	0	0
- Bottom Right (System Selection):** Radio buttons for 'International System' (selected), 'British System', and 'Petroleum System'. A 'Flow Pattern Generation' button is located below.

Figura 3.2: Interfaz del modelo TUFFP, donde se ingresan los datos correspondientes.

En la columna derecha de la interfaz se selecciona el modelo con el que se desea trabajar. Para la versión 2016.0 es posible elegir entre:

- Modelo mecanístico de Barnea (1987) para la detección del patrón de flujo en todas las inclinaciones de tubería.
- Modelo mecanístico Unificado (2003) para la detección del patrón de flujo y el cálculo del gradiente de presión para todas las inclinaciones de la tubería.

En las siguientes secciones de este capítulo se detallarán dichos modelos.

Seleccionado el modelo que se desea, se deben seleccionar también relaciones de cerradura, que corresponden a cada uno de los siguientes aspectos:

- I. El arrastre (entrainment) que determina la fracción de líquido (en gotas) que ingresa a la fase de gas.
- II. La fricción de interfase (interfacial friction) que calcula el factor de fricción entre las fases de líquido y gas.
- III. La fricción en la pared (wall friction) que calcula el factor de fricción de acuerdo con la configuración del patrón de flujo.
- IV. La fricción de la mezcla (mixture friction) que considera el factor de fricción entre la mezcla y la tubería.
- V. La frecuencia/longitud del tapón (slug main closure).
- VI. El colgamiento del tapón (slug holdup) es la relación entre el volumen de líquido existente en una sección de tubería, y el volumen total de la tubería.
- VII. Velocidad de desfase (drift velocity) que determina el comportamiento de las burbujas en el líquido.
- VIII. La velocidad traslacional (translational velocity) que calcula la velocidad del ensamble tapón (líquido) y núcleo de gas sobre la película de líquido que precede al tapón.

Para cada relación de cerradura el Modelo de Flujo TUFFP, tiene precargadas distintas correlaciones empíricas; así, es posible realizar distintas simulaciones y por consiguiente obtener distintos resultados para su análisis.

En la parte inferior de la columna derecha de la interfaz también es posible seleccionar el sistema de unidades:

1. Sistema internacional
2. Sistema inglés
3. Sistema petrolero

### **3.1.1. Modelo mecánico de Barnea (1987).**

Este modelo calcula el comportamiento del flujo usando un patrón de flujo específico, ecuaciones de momentum y 3 relaciones de cerradura. Predice el patrón de flujo para los datos ingresados mediante correlaciones empíricas o modelos matemáticos simples mostrados a continuación, para cada uno se especifica el autor original y el año de publicación.

#### I. Fricción interfacial

1. Cohen y Hanratty (1968)
2. Andritsos y Hanratty (1987)
3. Baker (1988)
4. Bendiksen (1984)
5. Cheremisinoff y Davis (1979)
6. Hart (1989)
7. Kim (1985)
8. Kowalski (1985)
9. Andreussi y Persen (1987)
10. Taitel y Dukler (1976)

11. Vlachos (1997)

## II. Fricción en la pared

1. Blasius (1913)

2. Hall (1957)

3. Churchill (1977)

4. Swamee y Jain (1976)

5. Zigrang y Sylvester (1982)

6. Haaland (1983)

7. Colebrook (1939)

## III. Fricción de la mezcla

1. Blasius (1913)

2. Hall (1957)

3. Churchill (1977)

4. Swamee y Jain (1976)

5. Zigrang y Sylvester (1982)

6. Haaland (1983)

7. Colebrook (1939)

Con estas 25 correlaciones numéricas es posible obtener los mapas de patrón de flujo para cada una de ellas. Los autores no limitan los intervalos de aplicación para dichas correlaciones.

### **3.1.2. Modelo mecánico Unificado (2003).**

A diferencia del modelo de Barnea, este modelo calcula los gradientes de presión y el patrón de flujo para los datos ingresados. Esto, debido a que utiliza una combinación de modelos empíricos, modelos mecánicos y modelos que determinan el gradiente de presión. Las correlaciones numéricas o modelos matemáticos son los siguientes (se especifica el autor y año de publicación) para todas las relaciones de cerradura:

I. Arrastre

1. Wallis (1969)
2. Paleev y Filippovich (1966)
3. Oliemans et al. (1986)
4. Zhang et al. (2003)
5. Ishii y Mishima (1989)
6. Pan y Hanratty (2002)
7. Sawant et al. (2008)
8. Sawant et al. (2009)
9. Ousaka et al. (1996)
10. Al-Sarkhi et al. (2012)

II. Fricción interfacial

1. Cohen y Hanratty (1968)
2. Hart et al. (1989)
3. Kowalski (1985)
4. Taitel y Dukler (1976)
5. Vlachos et al. (1997)
6. Wallis (1969)
7. Wallis modificado (1969)
8. Whalley y Hewitt (1978)
9. Oliemans et al. (1986)
10. Fore et al. (2000)
11. Dallman et al. (1979)
12. Ambrosini et al. (1991)
13. Hamersma y Hart (1987)
14. Chen et al. (1997)
15. Zhang et al. (2003)

III. Fricción en la pared

1. Blasius (1913)
2. Hall (1957)
3. Churchill (1977)
4. Swamee y Jain (1976)
5. Zigrang y Sylvester (1982)
6. Haaland (1983)
7. Colebrook (1939)

#### IV. Fricción de la mezcla

1. Blasius (1913)
2. Hall (1957)
3. Churchill (1977)
4. Swamee y Jain (1976)
5. Zigrang y Sylvester (1982)
6. Haaland (1983)
7. Colebrook (1939)

#### V. Longitud o frecuencia del tapón

1. Zhang et al. (2003)
2. Gregory y Scott (1969)
3. Heywood y Richardson (1979)
4. Tronconi (1990)
5. Hill y Wood (1990 a)
6. Hill y Wood (1990 b)
7. Hill y Wood (1990 c)
8. Zabararas (2000)
9. Gokcal et al. (2010)
10. Al-Ruhaimani (2015)
11. Scott et al. (1989)

12. Brill et al. (1981)

13. Norris (1982)

#### VI. Colgamiento del tapón

1. Gregory et al. (1989)

2. Malnes (1982)

3. Ferschneider (1983)

4. Andreussi y Bendiksen (1989)

5. Marcano (1996)

6. Gomez et al. (2000)

7. Abdul-Majeed (2000)

8. Barnea y Brauner (1985)

9. Al-Safran (2009)

10. Zhang et al. (2003)

11. Al-Ruhaimani (2015)

#### VII. Velocidad de desfase

1. Zhang et al. (2003)

2. Weber et al. (1986)

3. Jeyachandra et al. (2012)

4. Moreiras et al. (2013)

#### VIII. Velocidad traslacional

1. Dukler y Hubbard (1975)

2. Fabre (1994)

Debido a que es altamente flexible y configurable, el usuario debe ingresar los parámetros de las relaciones de cerradura manualmente, por medio de palabras y números clave para cada opción disponible, así como las velocidades superficiales de cada fase. Con estos 69 modelos empíricos y/o correlaciones numéricas es posible que el modelo Unificado calcule los gradientes de presión de acuerdo con la selección que realice el usuario.

## 3.2. Mapas de patrón de flujo

Cuando se selecciona el modelo deseado (Unificado o Barnea) en la interfaz, se muestran automáticamente las relaciones de cerradura disponibles con las respectivas correlaciones numéricas predeterminadas por default para cada caso. Así, es posible visualizar su impacto en el patrón de flujo. El modelo es capaz de predecir los siguientes de patrones de flujo:

1. Burbuja dispersa
2. Estratificado
3. Estratificado ondulado
4. Anular
5. Tapón
6. Burbuja

En la Figura 3.3 se observa un ejemplo base del mapa de patrón de flujo generado por el modelo de flujo TUFFP. En este, es posible identificar 5 tipos de patrones flujo: burbuja dispersa, tapón, estratificado, estratificado ondulado y anular. Los intervalos de los ejes van de 0.001 a 100  $[m/s]$  para el eje de las ordenadas correspondiente a la velocidad superficial del líquido, mientras que para el eje de las abscisas correspondiente a la velocidad superficial del gas va de 0.1 a 10000  $[m/s]$ , lo cual es meramente ilustrativo.



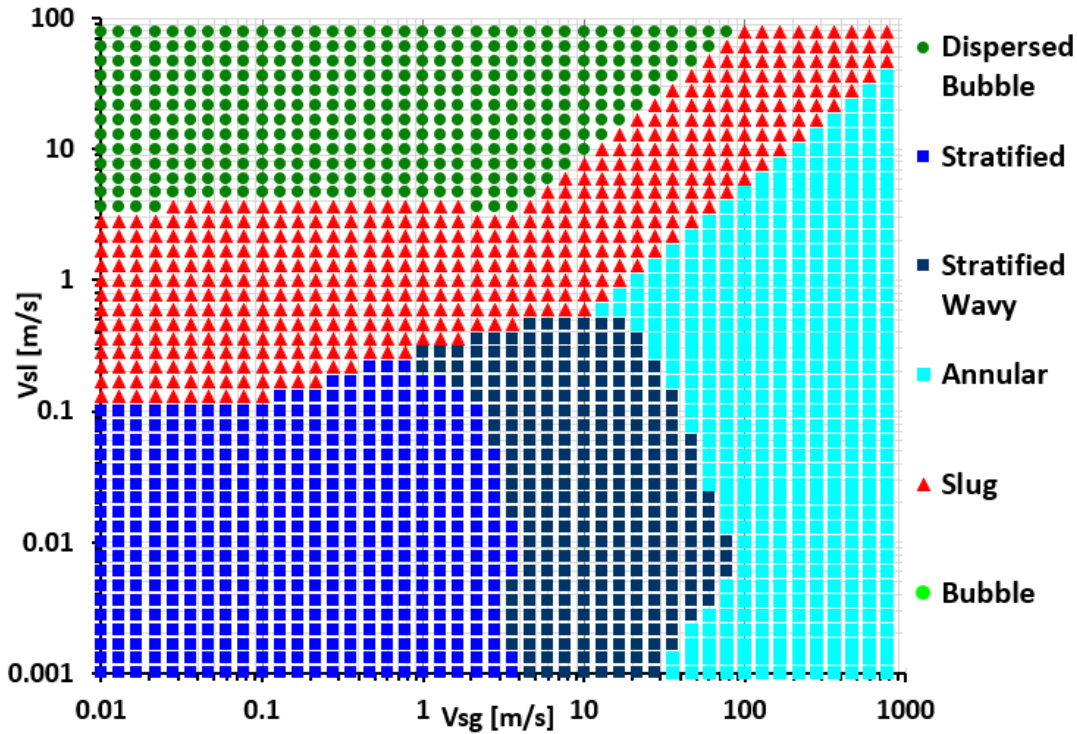


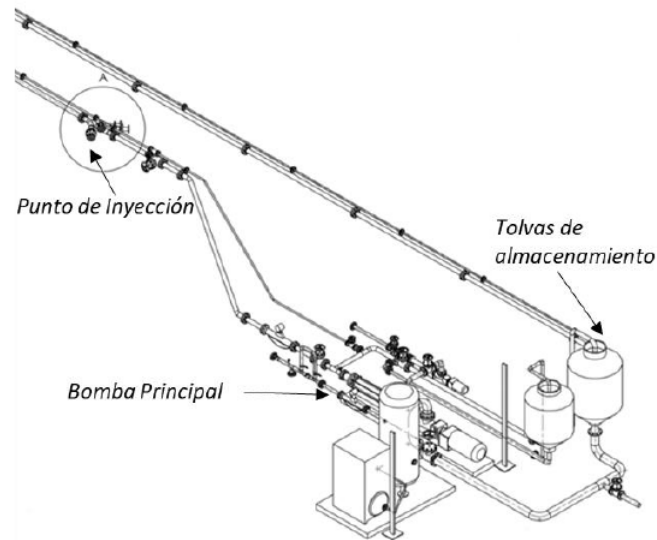
Figura 3.3: Ejemplo de mapa de patrón generado por el modelo de flujo TUFFP.

Para este trabajo se obtuvieron 69 mapas de patrones de flujo y sus respectivos cálculos de gradiente de presión mediante el modelo Unificado, mientras que sólo se obtuvieron 25 mapas de patrón de flujo con el modelo de Barnea (ya que este modelo no calcula gradientes de presión), para cada una de las 25 pruebas experimentales llevadas a cabo previamente, derivados de las correlaciones numéricas presentadas en la sección previa. Estos cálculos y mapas se presenta en el capítulo siguiente.

### 3.3. Circuito de pruebas IINGEN, UNAM.

Este trabajo de tesis se realiza con base en datos experimentales obtenidos en las instalaciones del laboratorio de flujo multifásico del Instituto de Ingeniería, UNAM. Se empleó tanto una serie de datos obtenidos antes de la realización de este trabajo, como datos adicionales generados por la autora de esta tesis para verificar algunos valores previos, y así enriquecer la base disponible. En las pruebas realizadas se emplearon como fluidos de trabajo agua y aire.

A continuación se realiza una descripción breve de las características fundamentales del sistema mostrado en la Figura 3.4.



**Figura 3.4:** Isométrico del sistema experimental (Hernández, 2019).

El sistema experimental consta de los siguientes subsistemas básicos:

1. Subsistema hidráulico (capaz de operar con agua y aceite). Consta de 2 tanques de almacenamiento (uno para agua y otro para aceite), con una capacidad individual de  $1.1[m^3]$ . Cada tanque está conectado a una bomba de cavidad progresiva de  $40[HP]$ , la cual impulsa al fluido correspondiente hacia la sección de pruebas. Figura 3.5.



**Figura 3.5:** Bomba de cavidad progresiva (Hernández, 2019).

El control de velocidad de las bombas se efectúa por medio de variadores de frecuencia integrados a sus correspondientes circuitos de potencia. Los semiconductores de los componentes electrónicos están protegidos mediante interruptores termomagnéticos y fusibles de ultra-alto desempeño. Figura 3.6.



**Figura 3.6:** Variadores de frecuencia (Hernández, 2019).

Cuando se requiere, la mezcla de los fluidos se produce en un inyector trifásico cuya geometría y operación dependen del tipo de prueba a realizar. Figura 3.7. Cada línea de fluido cuenta con medidores de flujo másico por efecto coriolis. También se cuenta con válvulas tipo esfera para el control de flujo.



**Figura 3.7:** Inyector trifásico (Hernández, 2019).

2. Subsistema neumático (para inyección de aire). El aire es comprimido y almacenado en un tanque acumulador de  $1[m^3]$  con una presión de operación de  $16[bar]$ . El aire es bombeado mediante un compresor de motor eléctrico de  $20[HP]$ . Figura 3.8



**Figura 3.8:** Compresor y tanque de almacenamiento de aire comprimido (Hernández, 2019).

Para medir el flujo de aire, se dispone de 2 medidores de flujo por efecto coriolis de  $2[in]$  y  $\frac{1}{2}[in]$  de diámetro nominal para altos y bajos flujos de aire respectivamente. Figura 3.9.



**Figura 3.9:** Medidor de flujo tipo coriolis (Hernández, 2019).

3. Sección de pruebas (instrumentada para la visualización y la medición de los parámetros de flujo). Tiene una longitud aproximada de  $50[m]$ , medidos desde el punto de inyección de la mezcla hasta la desembocadura en el tanque separador. Está compuesta por 15 tramos intercambiables de tubería de acero al carbón sin costura de  $3[in]$  de diámetro nominal para soportar presiones de operación de  $2500[psi]$ . Cuenta con secciones de visualización con tubería de PVC transparente de  $3[in]$  de diámetro nominal, Figura 3.10. La inclinación de la tubería es ajustable mediante una serie de soportes metálicos fabricados con vigas de acero.



**Figura 3.10:** Tubería para visualización (Hernández, 2019).

4. Subsistema de medición y adquisición de datos. Mide los flujos máxicos, la temperatura y la presión, esta última es medida mediante transductores de presión colocados a distintos puntos de la sección de pruebas, y transmiten una señal análoga de corriente directa que varía entre  $0$  y  $20[mA]$ .

La señal eléctrica proveniente de cada instrumento se transmite a través de cables (calibre 24 AWG y blindados contra ruido electromagnético) hasta el equipo de adquisición de datos. Las señales son recogidas por un módulo de adquisición de datos de la marca IMC, con una tasa máxima de adquisición de canal de alrededor de  $100 [kHz]$ . Así, la configuración de los sensores y la visualización en tiempo real de los datos se realiza con el software IMC estudio. En la Figura 3.11 se observa el monitoreo de presión en cada prueba.



**Figura 3.11:** Monitoreo de presiones durante una prueba (Hernández, 2019).



# Capítulo 4

## Simulaciones con flujo bifásico en tubería horizontal.

En este capítulo se explica paso a paso la metodología empleada para llevar a cabo el procedimiento de cálculo para las simulaciones con el modelo de flujo TUFFP, se muestran algunos mapas de patrón de flujo generados y las tablas de gradientes de presión calculados.

### 4.1. Metodología con el Modelo de Flujo Unificado TUFFP.

Como punto de partida se tomaron los resultados de experimentos previos realizados en octubre de 2018 en el laboratorio de flujo multifásico IINGEN, UNAM. A partir de estos, se utilizó el modelo TUFFP para graficar los mapas de patrón de flujo correspondientes a cada combinación de correlaciones numéricas del modelo de Barnea (25 mapas) y del modelo Unificado (69 mapas), con este mismo modelo se calcularon los gradientes de presión.

Posteriormente, se realizaron los mismos experimentos en el laboratorio antes mencionado para corroborar estas simulaciones y analizar los cálculos de gradientes de presión entre las dos series experimentales: octubre 2018 (referidos como “previos” en todo el trabajo de tesis) y los de febrero 2022 (referidos como “actuales” en todo este trabajo).



La metodología es la siguiente.

1. Los experimentos previos constan de 25 distintas combinaciones de agua y aire. Cada evento de la matriz experimental mostrada en la Tabla 4.1 corresponde a la combinación específica de un flujo másico (también llamado gasto) de líquido y uno de gas de cada combinación de flujo, por ejemplo, la combinación 1 está compuesta por  $1[\frac{kg}{s}]$  de agua y  $0.005[\frac{kg}{s}]$  de aire, la combinación 2 está compuesta por  $1[\frac{kg}{s}]$  de agua y  $0.01[\frac{kg}{s}]$  de aire, la combinación 3 está compuesta por  $1[\frac{kg}{s}]$  de agua y  $0.015[\frac{kg}{s}]$  de aire, y así sucesivamente hasta la combinación 25 compuesta por  $5[\frac{kg}{s}]$  de agua y  $0.025[\frac{kg}{s}]$  de aire.

**Tabla 4.1:** Matriz experimental agua-aire de las 25 combinaciones.

		Flujo Másico Agua (kg/s)				
		1	2	3	4	5
Flujo Másico Aire [kg/s]	0.005	1	6	11	16	21
	0.01	2	7	12	17	22
	0.015	3	8	13	18	23
	0.02	4	9	14	19	24
	0.025	5	10	15	20	25

Para cada combinación de flujo se cuenta con datos de viscosidad, densidad, masa de los fluidos, presión y gradientes de presión resultantes de los experimentos previos. Los datos físicos de la tubería y de los fluidos (en el Sistema Internacional de unidades) son los siguientes:

Diámetro de la tubería	0.076[m]
Rugosidad	0[m]
Ángulo de inclinación	<i>cero</i>
Densidad del gas	$1.2 \left[ \frac{kg}{m^3} \right]$
Viscosidad del gas	0.000018[Pa * s]
Densidad del líquido	$998 \left[ \frac{kg}{m^3} \right]$
Viscosidad del líquido	0.001[Pa * s]
Tensión superficial del líquido	0.072[N * m]
Arrastre máximo	0.75

2. Con los datos físicos de la tubería y los fluidos, se corrió el modelo de Barnea en el modelo de flujo TUFFP. Para cada relación de cerradura la correlación numérica precargada por default por el modelo es la siguiente:

- Fricción interfacial: Kowalski
- Fricción en la pared: Churchill
- Fricción de la mezcla: Churchill

En la Figura 4.1 se muestra la interfaz con las correlaciones numéricas por default disponibles para estas 3 relaciones de cerradura.

**Figura 4.1:** Interfaz con los datos físicos ingresados, y las correlaciones numéricas por default para el modelo de Barnea.

Este procedimiento se realizó variando cada una de las correlaciones numéricas de la fricción interfacial, dejando fijas las correlaciones numéricas para la fricción en la pared y la fricción en la mezcla en Churchill para los 2 casos; así, hasta lograr las combinaciones mostradas en la Tabla 4.2.

**Tabla 4.2:** Combinaciones de correlaciones numéricas variando las correspondientes a fricción interfacial.

Modelo de Barnea		
Fricción interfacial	Fricción en la pared	Fricción de la mezcla
1. Cohen y Hanratty	Churchill	Churchill
2. Andritsos y Hanratty		
3. Baker		
4. Bendiksen		
5. Cheremisinoff y Davis		
6. Hart		
7. Kim		
8. Kowalski		
9. Andreussi y Persen		
10. Taitel y Dukler		
11. Vlachos		

Para el caso de la fricción en la pared se ingresaron los mismos datos físicos de la tubería y del flujo, se seleccionó el modelo de Barnea y se variaron las correlaciones numéricas para la fricción en la pared, dejando fijas las correlaciones para fricción interfacial y fricción de la mezcla, en Kowalski y Churchill respectivamente, como se muestra en la Tabla 4.3.

**Tabla 4.3:** Combinaciones de correlaciones numéricas variando las correspondientes a fricción en la pared.

Modelo de Barnea		
Fricción interfacial	Fricción en la pared	Fricción de la mezcla
Kowalski	1. Blasius	Churchill
	2. Hall	
	3. Churchill	
	4. Swamee y Jain	
	5. Zigrang y Sylvester	
	6. Haaland	
	7. Colebrook	

Para la fricción de la mezcla se hizo el mismo procedimiento variando sus correlaciones numéricas y dejando fijas la fricción interfacial y la fricción en la pared con Kowalski y Churchill respectivamente, Tabla 4.4.

**Tabla 4.4:** Combinaciones de correlaciones numéricas variando las correspondientes a fricción de la mezcla.

Modelo de Barnea		
Fricción interfacial	Fricción en la pared	Fricción de la mezcla
Kowalski	Churchill	1. Blasius
		2. Hall
		3. Churchill
		4. Swamee y Jain
		5. Zigrang y Sylvester
		6. Haaland
		7. Colebrook

3. Para cada combinación descrita anteriormente se generó el mapa de patrón de flujo como función de las velocidades superficiales de cada fase, y en cada uno se delimitó el área correspondiente a las 25 pruebas analizadas. Esta delimitación se hizo agrupando todas las pruebas en una región rectangular, con el objeto de hacer más sencilla su ubicación en los mapas y por consiguiente analizar qué patrón de flujo se predice para cada prueba experimental previa. En la Sección 4.1.1 se presentan los resultados de manera tabular y se muestran dichos mapas.
4. Se realizó el mismo procedimiento desde el punto 2 para el modelo Unificado y las correlaciones numéricas precargadas por default para las 8 relaciones de cerradura disponibles fueron las siguientes:
  - Arrastre: Zhang
  - Fricción interfacial: Zhang
  - Fricción en la pared: Churchill
  - Fricción de la mezcla: Churchill
  - Longitud o frecuencia del tapón: Zhang
  - Colgamiento: Zhang
  - Velocidad de desfase: Zhang
  - Velocidad traslacional: Dukler y Hubbard

En la Figura 4.2 se observa la interfaz con los datos ingresados para dicho modelo, así como la combinación de correlaciones por default establecidas por el modelo TUFFP.

Figura 4.2: Interfaz con los datos físicos ingresados, y las correlaciones numéricas por default para el modelo Unificado.

A continuación se presentan las combinaciones de correlaciones numéricas para cada caso.

Tabla 4.5: Combinaciones de correlaciones numéricas variando las correspondientes al arrastre.

Modelo unificado	
Arrastre	1. Wallis
	2. Paleev y Filippovich
	3. Oliemans et al.
	4. Zhang et al.
	5. Ishii y Mishima
	6. Pan y Hanratty
	7. Sawant et al. (2008)
	8. Sawant et al. (2009)
	9. Ousaka et al.
	10. Al-Sarkhi et al.
Fricción interfacial	Zhang
Fricción en la pared	Churchill
Fricción de la mezcla	Churchill
Longitud o frecuencia del tapón	Zhang
Colgamiento	Zhang
Velocidad de desfase	Zhang
Velocidad traslacional	Dukler y Hubbard

Tabla 4.6: Combinaciones de correlaciones numéricas variando las correspondientes a la fricción interfacial.

Modelo unificado	
Arrastre	Zhang
Fricción interfacial	1. Cohen y Hanratty
	2. Hart et al.
	3. Kowalski
	4. Taitel y Dukler
	5. Vlachos et al.
	6. Wallis
	7. Wallis modificado
	8. Whalley y Hewitt
	9. Oliemans et al.
	10. Fore et al.
	11. Dallman et al.
	12. Ambrosini et al.
	13. Hamersma y Hart
	14. Chen et al.
	15. Zhang et al.
Fricción en la pared	Churchill
Fricción de la mezcla	Churchill
Longitud o frecuencia del tapón	Zhang
Colgamiento	Zhang
Velocidad de desfase	Zhang
Velocidad traslacional	Dukler y Hubbard

**Tabla 4.7:** Combinaciones de correlaciones numéricas variando las correspondientes a la fricción en la pared.

Modelo unificado	
Arrastre	Zhang
Fricción interfacial	Zhang
Fricción en la pared	1. Blasius
	2. Hall
	3. Churchill
	4. Swamee y Jain
	5. Zigrang y Sylvester
	6. Haaland
	7. Colebrook
Fricción de la mezcla	Churchill
Longitud o frecuencia del tapón	Zhang
Colgamiento	Zhang
Velocidad de desfase	Zhang
Velocidad traslacional	Dukler y Hubbard

**Tabla 4.8:** Combinaciones de correlaciones numéricas variando las correspondientes a la fricción de la mezcla.

Modelo unificado	
Arrastre	Zhang
Fricción interfacial	Zhang
Fricción en la pared	Churchill
Fricción de la mezcla	1. Blasius
	2. Hall
	3. Churchill
	4. Swamee y Jain
	5. Zigrang y Sylvester
	6. Haaland
	7. Colebrook
Longitud o frecuencia del tapón	Zhang
Colgamiento	Zhang
Velocidad de desfase	Zhang
Velocidad traslacional	Dukler y Hubbard

**Tabla 4.9:** Combinaciones de correlaciones numéricas variando las correspondientes a la longitud o frecuencia del tapón.

Modelo unificado	
Arrastre	Zhang
Fricción interfacial	Zhang
Fricción en la pared	Churchill
Fricción de la mezcla	Churchill
Longitud o frecuencia del tapón	1. Zhang et al.
	2. Gregory y Scott
	3. Heywood y Richardso
	4. Tronconi
	5. Hill y Wood (1990a)
	6. Hill y Wood (1990b)
	7. Hill y Wood (1990c)
	8. Zabarás
	9. Gokcal et al.
	10. Al-Ruhaimani
	11. Scott et al.
	12. Brill et al.
	13. Norris
Colgamiento	Zhang
Velocidad de desfase	Zhang
Velocidad traslacional	Dukler y Hubbard

**Tabla 4.10:** Combinaciones de correlaciones numéricas variando las correspondientes al colgamiento.

Modelo unificado	
Arrastre	Zhang
Fricción interfacial	Zhang
Fricción en la pared	Churchill
Fricción de la mezcla	Churchill
Longitud o frecuencia del tapón	Zhang
Colgamiento	1. Gregory et al.
	2. Malnes
	3. Ferschneider
	4. Andreussi y Bendiksen
	5. Marcano
	6. Gomez et al.
	7. Abdul-Majeed
	8. Barnea y Brauner
	9. Al-Safran
	10. Zhang et al.
	11. Al-Ruhaimani
Velocidad de desfase	Zhang
Velocidad traslacional	Dukler y Hubbard

**Tabla 4.11:** Combinaciones de correlaciones numéricas variando las correspondientes a la velocidad de desfase.

Modelo unificado	
Arrastre	Zhang
Fricción interfacial	Zhang
Fricción en la pared	Churchill
Fricción de la mezcla	Churchill
Longitud o frecuencia del tapón	Zhang
Colgamiento	Zhang
Velocidad de desfase	1. Zhang et al.
	2. Weber et al.
	3. Jeyachandra et al.
	4. Moreiras et al.
Velocidad traslacional	Dukler y Hubbard

**Tabla 4.12:** Combinaciones de correlaciones numéricas variando las correspondientes a la velocidad traslacional.

Modelo unificado	
Arrastre	Zhang
Fricción interfacial	Zhang
Fricción en la pared	Churchill
Fricción de la mezcla	Churchill
Longitud o frecuencia del tapón	Zhang
Colgamiento	Zhang
Velocidad de desfase	Zhang
Velocidad traslacional	1. Dukler y Hubbard
	2. Fabre

- Con el mismo modelo de flujo TUFFP se generaron los mapas de patrones de flujo para cada una de las combinaciones anteriores. Localizando el área correspondiente a las velocidades superficiales de los fluidos para las 25 pruebas; estos, se explican de manera tabular en la sección 4.1.2.
- Para el caso del modelo Unificado, se ingresaron manualmente los datos de velocidad superficial de líquido y gas, los datos físicos de la tubería y los fluidos y, se corrió nuevamente el modelo de flujo TUFFP para calcular los gradientes de presión para cada combinación de correlaciones numéricas. En la Tabla 4.13 se observan las velocidades superficiales de cada fase y el gradiente de presión experimental de las 25 pruebas realizadas que se tomaron como base inicial. En la sección 4.1.2 se explica a detalle dichos resultados.

**Tabla 4.13:** Velocidades superficiales de las fases y gradiente de presión experimental para las 25 combinaciones de los experimentos previos (octubre 2018).

Prueba	Vsl $\left[\frac{m}{s}\right]$	Vsg $\left[\frac{m}{s}\right]$	$\Delta P_{exp}$ $\left[\frac{Pa}{m}\right]$
1	0.2336	1.2204	32.01
2	0.2340	2.4353	85.36
3	0.2339	3.9059	113.91
4	0.2340	4.7567	125.38
5	0.2322	5.8777	145.00
6	0.4689	1.1155	101.35
7	0.4685	2.1996	192.29
8	0.4689	3.1833	254.93
9	0.4692	4.2620	315.09
10	0.4694	5.2128	384.00
11	0.7067	1.2612	204.95
12	0.7063	2.0297	288.65
13	0.7061	3.1077	426.53
14	0.7059	3.8389	506.11
15	0.7059	4.5715	585.64
16	0.9407	1.2195	308.60
17	0.9400	1.9807	436.81
18	0.9395	3.0114	618.70
19	0.9386	3.5913	710.95
20	0.9386	4.2426	827.36
21	1.1748	1.0754	416.62
22	1.1749	1.9656	613.88
23	1.1735	2.7120	780.66
24	1.1720	3.2666	905.20
25	1.1710	3.8927	1047.21

7. Con base en los resultados obtenidos teóricamente, se reprodujeron nuevamente las pruebas en laboratorio (en febrero 2022) para determinar los gradientes de presión y compararlos con los calculados con el modelo de flujo TUFFP. Los objetivos de



realizar nuevamente las pruebas en el laboratorio fueron básicamente dos: por un lado corroborar el grado de repetibilidad que se tiene en el laboratorio al intentar establecer los mismos valores de gastos de agua y aire previamente utilizados (octubre 2018), y por otro lado determinar si los gradientes de presión asociados a este nuevo grupo de datos (febrero 2022) eran consistentes con los anteriormente obtenidos experimentalmente.

Así, el porcentaje de variación entre los gradientes experimentales y los calculados demostró qué correlaciones numéricas y qué relaciones de cerradura son las más apropiadas al acercarse tanto a los valores previos de gradientes de presión como a los actuales.

#### 4.1.1. Mapas de patrones de flujo con el Modelo de Barnea.

Al ingresar los datos en la interfaz (punto 5 de la metodología explicada previamente) se genera el mapa de patrón de flujo correspondiente. A continuación se muestran los resultados de la predicción del patrón de flujo que presentaron las 25 pruebas analizadas, para cada relación de cerradura disponible para el modelo de Barnea.

**Tabla 4.14:** Patrón de flujo para cada correlación numérica de la fricción interfacial.

Modelo de Barnea	
Fricción interfacial	Patrón de flujo
Cohen y Hanratty	Tapón y estratificado ondulado
Andritsos y Hanratty	Tapón
Baker	Tapón y estratificado ondulado
Bendiksen	Tapón
Cheremisinoff y Davis	Estratificado ondulado
Hart	Tapón y estratificado ondulado
Kim	Tapón y estratificado ondulado
Kowalski	Tapón y estratificado ondulado
Andreussi y Persen	Tapón y estratificado ondulado
Taitel y Dukler	Tapón
Vlachos	Tapón y estratificado ondulado

**Tabla 4.15:** Patrón de flujo para cada correlación numérica de la fricción en la pared.

Modelo de Barnea	
Fricción en la pared	Patrón de flujo
Blasius	Tapón y estratificado ondulado
Hall	Estratificado ondulado
Churchill	Tapón y estratificado ondulado
Swamee y Jain	Tapón y estratificado ondulado
Zigrang y Sylvester	Tapón y estratificado ondulado
Haaland	Tapón y estratificado ondulado
Colebrook	Tapón y estratificado ondulado

**Tabla 4.16:** Patrón de flujo para cada correlación numérica de la fricción de la mezcla.

Modelo de Barnea	
Fricción de la mezcla	Patrón de flujo
Blasius	Tapón y estratificado ondulado
Hall	Tapón y estratificado ondulado
Churchill	Tapón y estratificado ondulado
Swamee y Jain	Tapón y estratificado ondulado
Zigrang y Sylvester	Tapón y estratificado ondulado
Haaland	Tapón y estratificado ondulado
Colebrook	Tapón y estratificado ondulado

Como se observa en la Tabla 4.14, para la fricción interfacial se presentaron 3 distintas combinaciones de patrón de flujo:

1. Tapón y estratificado ondulado
2. Tapón y anular
3. Estratificado ondulado

Mientras que para la fricción en la pared y la fricción de la mezcla (Tabla 4.15 y Tabla 4.16), todas las correlaciones predijeron la siguiente combinación de patrón de flujo:

1. Tapón
2. Estratificado ondulado

A continuación se muestra un ejemplo por cada combinación resultante.

Para el caso de la fricción interfacial en la Figura 4.3 con la correlación de Cohen y Hanratty se predice flujo tapón con presencia de flujo estratificado ondulado para los valores bajos de la velocidad superficial de líquido (en los intervalos analizados en este trabajo); en la Figura 4.4 con la correlación de Andritsos y Hanratty se observa flujo tapón para todas las pruebas. Mientras que en la Figura 4.5 con la correlación de Cheremisinoff se predijo flujo estratificado ondulado.

Cabe resaltar que todos los mapas se encuentran disponibles en el Apéndice A.

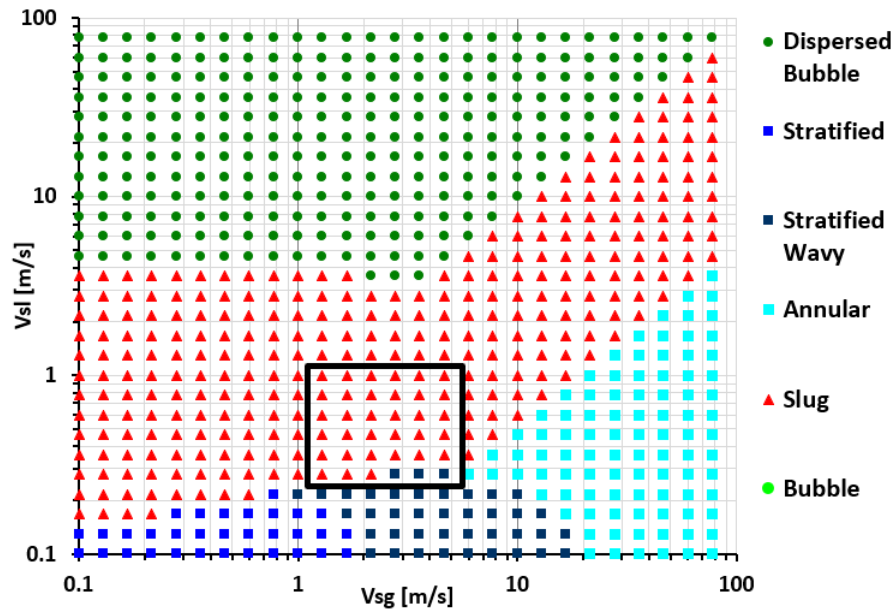


Figura 4.3: Mapa de patrón de flujo para la fricción interfacial con Cohen y Hanratty.

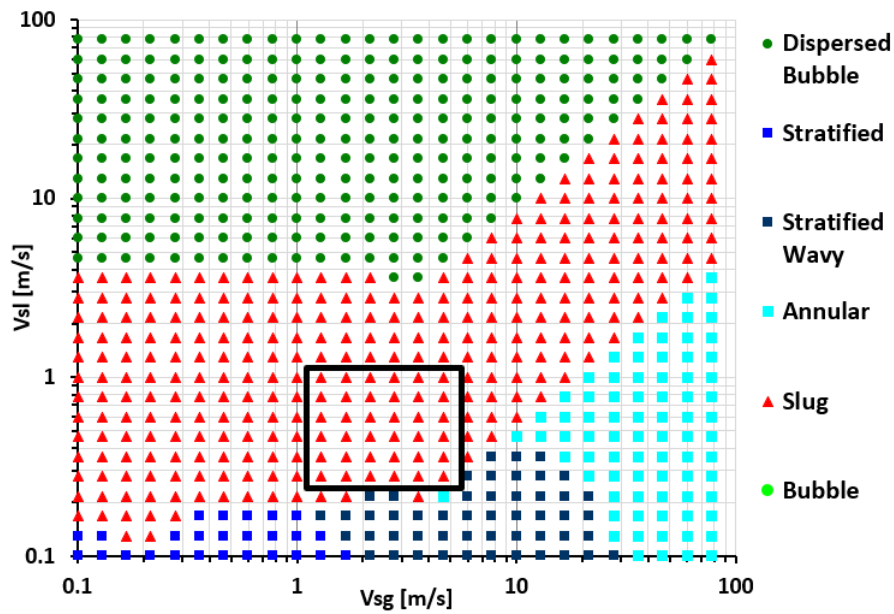


Figura 4.4: Mapa de patrón de flujo para la fricción interfacial con Andritsos y Hanratty.

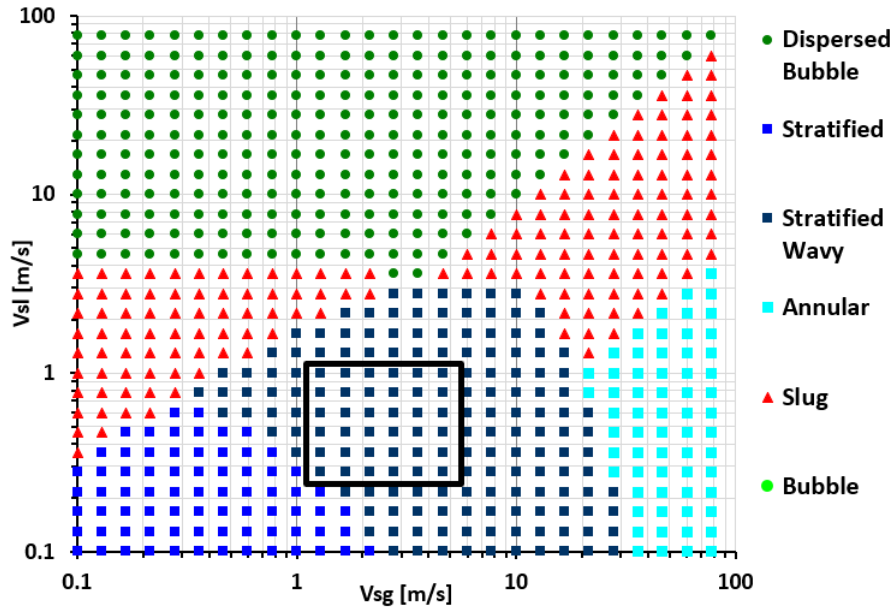


Figura 4.5: Mapa de patrón de flujo para la fricción interfacial con Cheremisinoff y Davis.

Para la fricción en la pared se predijo una combinación de flujo tapón con flujo estratificado ondulado para todas las combinaciones de correlaciones numéricas excepto para la combinación donde se elige a Hall, ya que en esta se predijo flujo estratificado ondulado para las 25 pruebas. Para la fricción de la mezcla todas las combinaciones de correlaciones numéricas predijeron una combinación de flujo tapón con estratificado ondulado para todas las pruebas. En las Figuras 4.6 y 4.7 se muestran los ejemplos de la correlación numérica de Blasius para las dos relaciones de cerradura ya mencionadas.

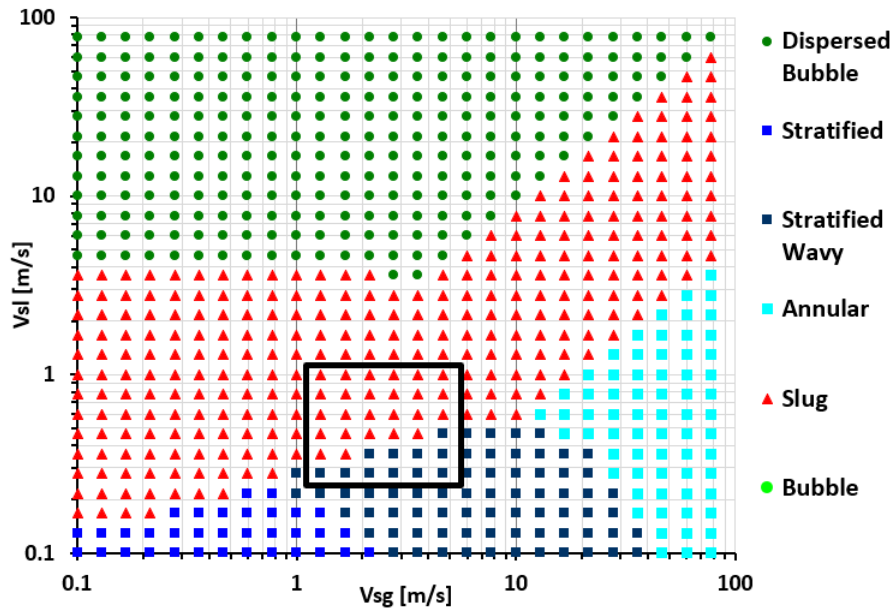


Figura 4.6: Mapa de patrón de flujo para la fricción en la pared con Blasius.

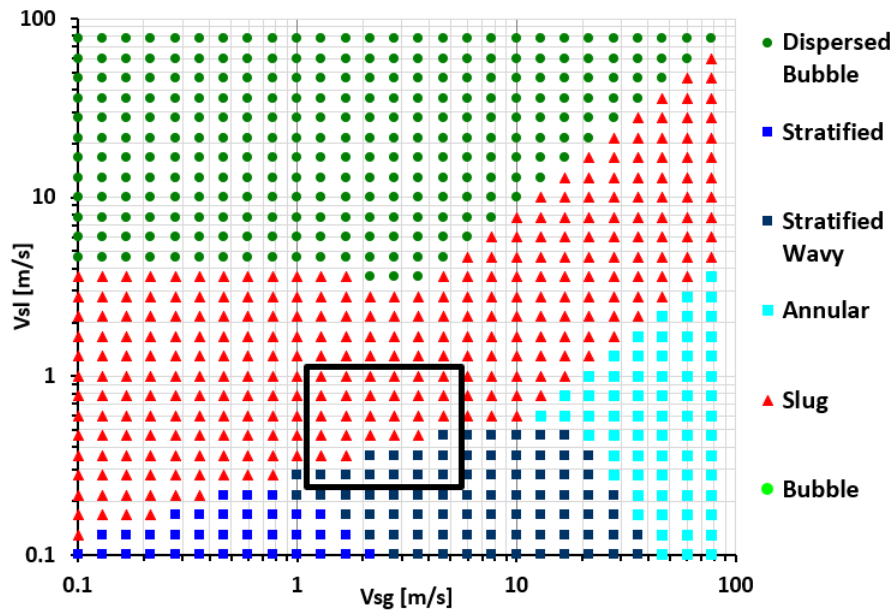


Figura 4.7: Mapa de patrón de flujo para la fricción de la mezcla con Blasius.

### 4.1.2. Mapas de patrones de flujo y gradientes de presión con el Modelo Unificado.

Los resultados de la predicción del patrón de flujo (de las 25 pruebas) para las combinaciones de correlaciones numéricas de este modelo, siguiendo el procedimiento del punto 4 del apartado 4.1, se encuentran expresadas en las siguientes tablas.

**Tabla 4.17:** Patrón de flujo para cada correlación numérica del arrastre.

Modelo unificado	
Arrastre	Patrón de flujo
Wallis	Tapón
Paleev y Filippovich	Tapón
Oliemans et al.	Tapón
Zhang et al.	Tapón
Ishii y Mishima	Tapón
Pan y Hanratty	Tapón
Sawant et al. (2008)	Tapón
Sawant et al. (2009)	Tapón
Ousaka et al.	Tapón
Al-Sarkhi et al.	Tapón

**Tabla 4.18:** Patrón de flujo para cada correlación numérica de la fricción interfacial.

Modelo unificado	
Fricción interfacial	Patrón de flujo
Cohen y Hanratty	Tapón
Hart et al.	Tapón
Kowalski	Tapón
Taitel y Dukler	Tapón
Vlachos et al.	Tapón
Wallis	Tapón
Wallis modificado	Tapón
Whalley y Hewitt	Tapón
Oliemans et al.	Tapón
Fore et al.	Tapón y estratificado
Dallman et al.	Tapón
Ambrosini et al.	Tapón
Hamersma y Hart	Tapón
Chen et al.	Tapón
Zhang et al.	Tapón

**Tabla 4.19:** Patrón de flujo para cada correlación numérica de la fricción en la pared.

Modelo unificado	
Fricción en la pared	Patrón de flujo
Blasius	Tapón
Hall	Tapón
Churchill	Tapón
Swamee y Jain	Tapón
Zigrang y Sylvester	Tapón
Haaland	Tapón
Colebrook	Tapón

**Tabla 4.20:** Patrón de flujo para cada correlación numérica de la fricción de la mezcla.

Modelo unificado	
Fricción de la mezcla	Patrón de flujo
Blasius	Tapón
Hall	Tapón
Churchill	Tapón
Swamee y Jain	Tapón
Zigrang y Sylvester	Tapón
Haaland	Tapón
Colebrook	Tapón

**Tabla 4.21:** Patrón de flujo para cada correlación numérica de longitud o frecuencia del tapón.

Modelo unificado	
Longitud o frecuencia	Patrón de flujo
Zhang et al.	Tapón
Gregory y Scott	Tapón
Heywood y Richardson	Tapón
Tronconi	Tapón
Hill y Wood (1990a)	Tapón
Hill y Wood (1990b)	Tapón
Hill y Wood (1990c)	Tapón
Zabaras	Tapón
Gokcal et al.	Tapón
Al-Ruhaimani	Tapón
Scott et al.	Tapón
Brill et al.	Tapón
Norris	Tapón

**Tabla 4.22:** Patrón de flujo para cada correlación numérica del colgamiento.

Modelo unificado	
Colgamiento	Patrón de flujo
Gregory et al.	Tapón
Malnes	Tapón
Ferschneider	Tapón
Andreussi y Bendiksen	Tapón
Marcano	Tapón y estratificado
Gomez et al.	Tapón
Abdul-Majeed	Tapón y estratificado
Barnea y Brauner	Tapón
Al-Safran	Tapón y estratificado
Zhang et al.	Tapón
Al-Ruhaimani	Tapón y estratificado

**Tabla 4.23:** Patrón de flujo para cada correlación numérica de la velocidad de desfase.

Modelo unificado	
Velocidad de desfase	Patrón de flujo
Zhang et al.	Tapón
Weber et al.	Tapón
Jeyachandra et al.	Tapón
Moreiras et al.	Tapón

**Tabla 4.24:** Patrón de flujo para cada correlación numérica de la velocidad traslacional.

Modelo unificado	
Velocidad traslacional	Patrón de flujo
Dukler y Hubbard	Tapón
Fabre	Tapón

Los 69 mapas distintos están disponibles en el Apéndice B.

Como ejemplo, en la Figura 4.8 se muestra el flujo tapón predicho para las 25 pruebas totales, con la correlación de Zhang et al. para la relación de cerradura de longitud o frecuencia del tapón, mientras que en la Figura 4.9 se observa presencia de flujo tapón y estratificado para la relación de cerradura de colgamiento con la correlación de Marcano, haciendo notar el cambio en la predicción de patrones de flujo teniendo como base los mismos valores de gastos y velocidades superficiales de las fases. Así, se observa que estas distintas predicciones en los patrones de flujo, se producen debido a la forma en que cada autor realizó su correlación y/o modelo, pues presentan distintos resultados entre sí para mismos gastos de las fases.

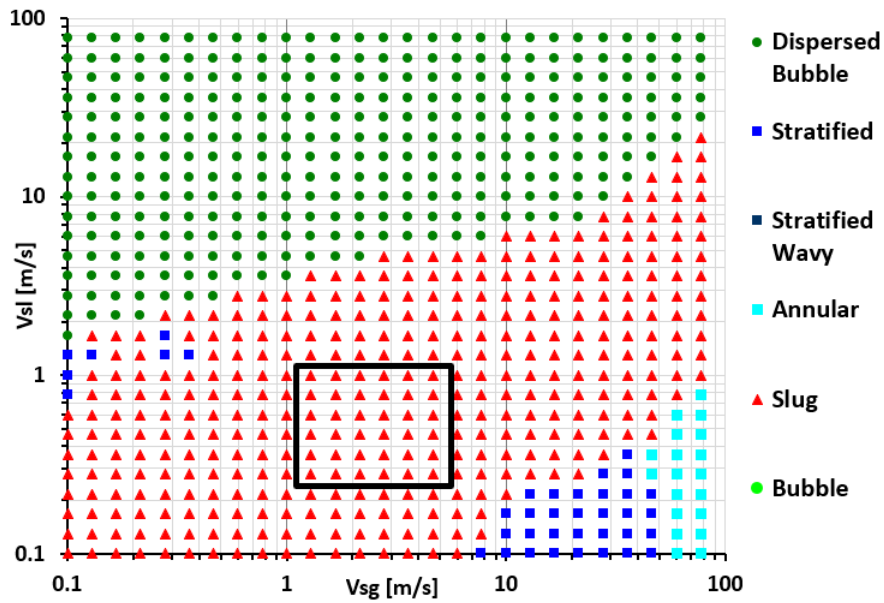


Figura 4.8: Mapa de patrón de flujo para la longitud o frecuencia del tapón con Zhang et al.

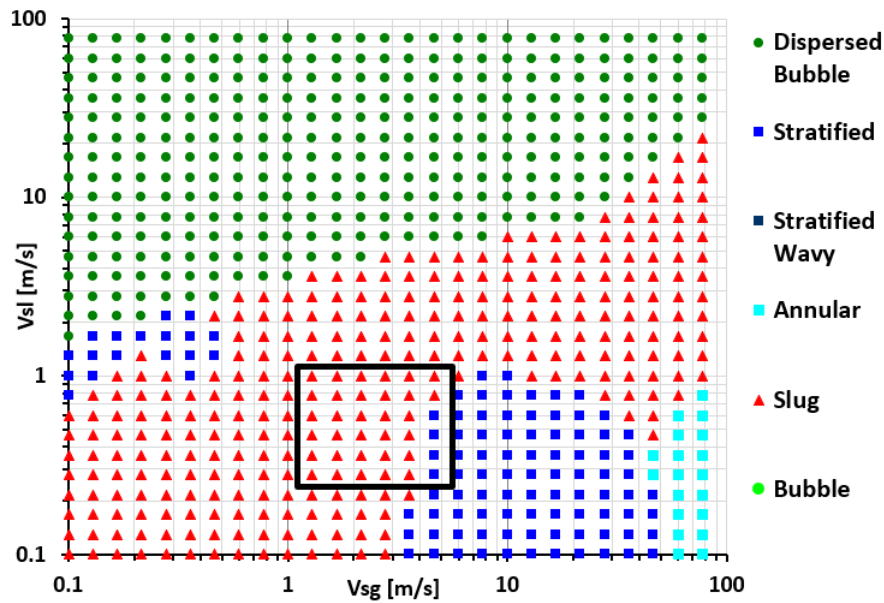


Figura 4.9: Mapa de patrón de flujo para el colgamiento con Marcano.

En el modelo de flujo TUFFP para el modelo Unificado, existe una sección donde se ingresan manualmente los datos físicos de la tubería y de los fluidos, las velocidades superficiales de cada fase, y se selecciona mediante el número de correlación numérica la que se desea trabajar, para cada relación de cerradura. Con esto, es posible calcular el



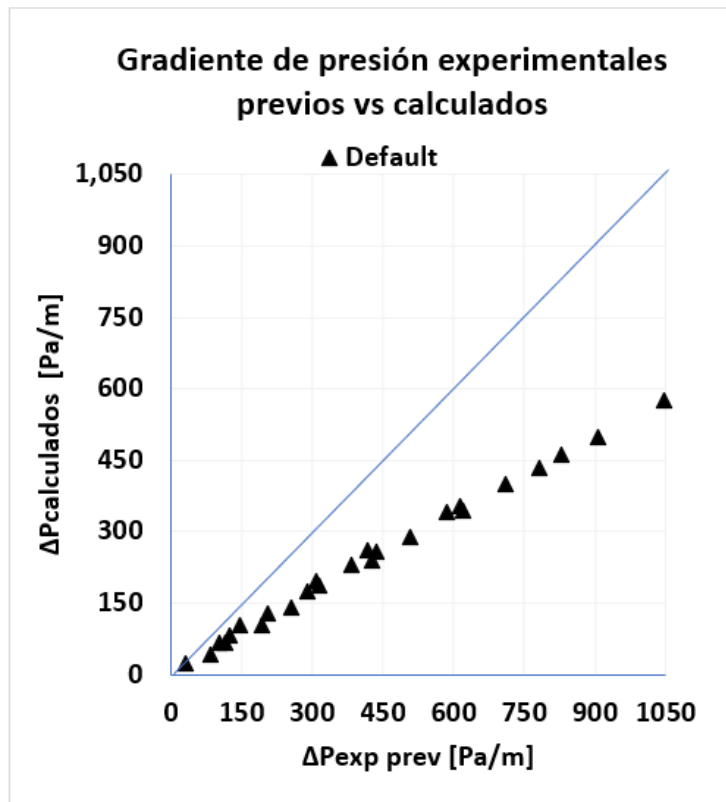
gradiente de presión para cada experimento. Se realizó cada simulación para las combinaciones descritas en el punto 4 de la Sección 4.1. Todas las tablas de gradientes de presión están disponibles en la Sección B.2 del Apéndice B.

Como ejemplo, en la Tabla 4.25 se muestran los valores de gradientes de presión experimentales previos, los gradientes de presión calculados con el TUFFP y el porcentaje de error entre ellos, tomando como referencia los valores experimentales previos. El gradiente de presión fue calculado por medio de la combinación de correlaciones numéricas precargadas por default del modelo de flujo TUFFP.

**Tabla 4.25:** Gradientes de presión experimentales previos, calculados mediante la combinación de correlaciones numéricas por default, y porcentaje de error entre ellos.

<b>Análisis de gradientes de presión</b>			
<b>Prueba</b>	$\Delta P_{exp}$ prev	$\Delta P_{cal}$	<b>Error</b>
	[Pa/m]	[Pa/m]	%
1	32.01	24.99	21.93
2	85.36	42.86	49.78
3	113.91	66.96	41.22
4	125.38	82.46	34.23
5	145.00	103.71	28.47
6	101.35	65.59	35.28
7	192.29	103.81	46.01
8	254.93	141.30	44.57
9	315.09	186.20	40.90
10	384.00	228.90	40.39
11	204.95	129.24	36.94
12	288.65	173.86	39.77
13	426.53	240.93	43.51
14	506.11	289.56	42.79
15	585.64	341.41	41.70
16	308.60	195.19	36.75
17	436.81	256.68	41.24
18	618.70	345.96	44.08
19	710.95	398.90	43.89
20	827.36	461.79	44.18
21	416.62	260.10	37.57
22	613.88	352.97	42.50
23	780.66	435.30	44.24
24	905.20	499.15	44.86
25	1047.21	574.76	45.12

En la Figura 4.10 se presentan gráficamente los valores de gradientes de presión de la tabla anterior. Se observa que los valores calculados sub predicen los gradientes de presión experimentales, ya que están por debajo de la diagonal (que representa la igualdad entre ambos valores) en un intervalo del 20 al 50 %, lo cual es un intervalo muy amplio y por lo tanto muestran un ajuste muy pobre. A partir de estos resultados se hizo el análisis de los valores de gradientes de presión para todas las correlaciones numéricas disponibles.



**Figura 4.10:** Gradientes de presión experimentales previos como función de los calculados por la combinación de correlaciones numéricas por default.

Siguiendo las combinaciones descritas anteriormente se obtuvieron los cálculos de gradiente de presión para las 69 combinaciones de correlaciones numéricas del modelo Unificado.

El modelo de Gómez et al. para la relación de cerradura de colgamiento (Tabla 4.26) ofreció un mayor número de valores de gradientes de presión cercanos a los datos experimentales previos. En la primera columna se observa el número de prueba y en la segunda el valor del gradiente de presión experimental previo, mientras que en la tercera

#### 48CAPÍTULO 4. SIMULACIONES CON FLUJO BIFÁSICO EN TUBERÍA HORIZONTAL.

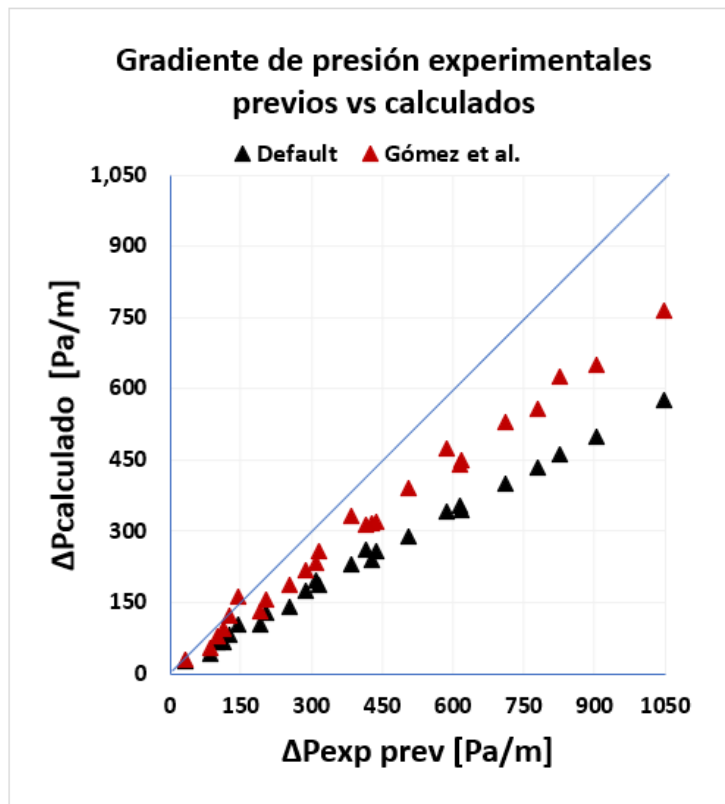
columna se observa el valor del gradiente de presión calculado con la correlación numérica de Gómez et al., y el porcentaje de error respecto al gradiente de presión experimental previo aparece en la cuarta columna. En 16 pruebas (prueba 3, 4, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 16, 18, 21, 22, 23, 24 y 25), los resultados son los mejores de entre las 69 combinaciones de correlaciones numéricas totales del modelo Unificado. Sin embargo para las pruebas restantes (1, 2, 5, 6, 11, 15, 17, 19 y 20) se obtuvieron porcentajes de error aún menores con otras combinaciones de correlaciones numéricas que los de la correlación de Gómez et al., explicadas en el capítulo siguiente.

Es de notar que estos porcentajes de error son menores en comparación a los porcentajes de la Tabla 4.25, donde se usó la combinación de correlaciones por default del modelo Unificado.

**Tabla 4.26:** Comparación de los gradientes de presión experimentales previos con los calculados mediante la correlación de Gómez et al. para la relación de cerradura de colgamiento.

NÚMERO DE PRUEBA	oct-18	COLGAMIENTO	
		Gomez et al.	
	$\Delta P_{exp\ prev}$ [Pa/m]	$\Delta P_{cal}$ [Pa/m]	Error %
1	32.01	29.65	7.35
2	85.36	55.37	35.13
3	113.91	94.22	17.29
4	125.38	121.62	3.00
5	145.00	162.34	-11.96
6	101.35	77.43	23.60
7	192.29	130.80	31.97
8	254.93	187.30	26.53
9	315.09	259.22	17.73
10	384.00	332.18	13.50
11	204.95	154.74	24.50
12	288.65	216.71	24.92
13	426.53	315.27	26.08
14	506.11	390.36	22.87
15	585.64	472.96	19.24
16	308.60	234.53	24.00
17	436.81	319.69	26.81
18	618.70	449.23	27.39
19	710.95	529.00	25.59
20	827.36	625.86	24.35
21	416.62	312.53	24.98
22	613.88	439.70	28.37
23	780.66	557.18	28.63
24	905.20	650.70	28.11
25	1047.21	763.40	27.10

En la Figura 4.11 se visualizan los resultados de gradientes de presión experimentales como función de los gradientes de presión calculados, para las combinaciones de correlaciones numéricas precargadas por default (correspondientes a la Figura 4.10), así como los gradientes de presión calculados mediante la combinación de correlaciones numéricas donde se elige la correlación de Gómez et al. para la relación de cerradura de colgamiento. Se observa que el intervalo de error entre estos últimos es menor al de la combinación por default, ya que están más cercanos a la línea diagonal, en un intervalo de error de 3 al 32 %. Esto demuestra que con la correlación numérica de Gómez et al., el cálculo de gradiente de presión fue más cercano al valor experimental previo en las 25 pruebas.



**Figura 4.11:** Gradientes de presión experimentales previos como función de los calculados por la combinación de correlaciones numéricas por default y por Gómez et al. para la relación de cerradura de colgamiento.

Adicionalmente, al analizar la Tabla 4.26, y comparar los resultados de las 69 combinaciones de correlaciones numéricas, se encontró que hay 16 valores (resaltados en color verde) que proporcionan un porcentaje de error aún menor a los porcentajes de error calculados con las demás combinaciones de correlaciones numéricas. Sin embargo, para

las casillas en blanco existen otras correlaciones numéricas con las que se calcularon porcentajes de error menores del gradiente de presión que el calculado por la correlación de Gómez et al. Por ejemplo, para la prueba 1 la correlación de Gockal et al. para la relación de cerradura de longitud o frecuencia del tapón predijo un gradiente de  $30.42[\frac{Pa}{m}]$  con un error del 4.94 %, mientras que con la correlación numérica de Gómez et al. el error fue de 7.35 %.

Las tablas de gradientes de presión de los experimentos previos, y gradientes de presión obtenidos con las combinaciones de correlaciones numéricas seleccionadas del modelo Unificado, así como el cálculo del porcentaje de error entre ellos, se muestran en el apéndice B.2.

## 4.2. Metodología en el laboratorio de flujo multifásico, IINGEN UNAM.

Con el circuito experimental de la sección 3.3, se realizaron las 25 pruebas actuales tratando de utilizar los mismos gastos de las pruebas experimentales previas para obtener los valores de la presión y la temperatura; por consiguiente se calcularon los gradientes de presión en la tubería, la densidad del aire y las velocidades superficiales del agua y del aire respectivamente.

1. Con base en los gastos de los fluidos de la Tabla 4.1 de la Sección 4.1, se llevaron a cabo las pruebas para cada combinación experimental. Se inyectó a la tubería el flujo másico correspondiente a la combinación 1 compuesta por  $0.005[\frac{kg}{s}]$  de aire y  $1[\frac{kg}{s}]$  de agua (estos valores son meramente ilustrativos, ya que se presentaron fluctuaciones en los fluidos). Se tomó registro del gasto de agua, gasto de aire, de las presiones medidas por los 4 transductores colocados a lo largo del circuito y la temperatura medida por los 2 termopares, así como la medición de la temperatura ambiente.
2. Con el gasto de  $0.005[\frac{kg}{s}]$  de aire se administró más agua, para así lograr una mezcla con  $2[\frac{kg}{s}]$  de agua correspondientes a la combinación 6, y se midieron los mismos datos que la combinación anterior. Con el mismo gasto de aire ( $0.005[\frac{kg}{s}]$ ) se administró más agua, para así lograr una mezcla con  $3[\frac{kg}{s}]$  de agua correspondientes a

la combinación 11. Y así se administró agua hasta lograr el gasto máximo de  $5[\frac{kg}{s}]$  correspondiente a la combinación 21 y se hicieron las mismas mediciones.

3. El gasto de aire se aumentó hasta lograr  $0.01[\frac{kg}{s}]$ , y el gasto de agua se ajustó a  $1[\frac{kg}{s}]$ , así, se midieron los parámetros antes mencionados y se continuó modificando las mezclas hasta lograr las 25 combinaciones.

Se realizaron 3 eventos de medición para cada prueba, y en cada prueba se obtuvieron alrededor de 1800 mediciones.

4. Por medio del módulo de adquisición de datos se registraron y procesaron todos los valores medidos. Se guardaron en un archivo excel organizados en tablas cuyas columnas guardaron los datos de la masa de aire  $[\frac{kg}{s}]$ , masa de agua  $[\frac{kg}{s}]$ , presión 1  $[\frac{psi}{m}]$ , presión 2  $[\frac{psi}{m}]$ , presión 3  $[\frac{psi}{m}]$ , presión 4  $[\frac{psi}{m}]$ , temperatura 1  $[^{\circ}C]$ , temperatura 2  $[^{\circ}C]$  y temperatura ambiente  $[^{\circ}C]$ .

5. Se calcularon los promedios de cada variable para obtener un único valor de cada una y se realizaron las conversiones necesarias a sistema internacional de unidades para así homogeneizar los cálculos posteriores. Esto se realizó para la base de datos obtenida de los experimentos de las 25 combinaciones.

6. La densidad del agua se consideró como un valor constante a  $1000[\frac{kg}{m^3}]$ , mientras que la densidad del aire fue calculada por medio de:

$$\rho_{aire} = \frac{P}{R_{aire}T} \left[ \frac{kg}{m^3} \right] \quad (4.1)$$

Se calcularon las velocidades superficiales de cada fase (líquido y gas) por medio de las siguientes ecuaciones:

$$V_{sl} = \frac{q_{liq}}{\rho_{liq}A} \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (4.2)$$

$$V_{sg} = \frac{q_{gas}}{\rho_{aire}A} \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (4.3)$$

Con diámetro y área de la tubería:

$$D = 0.074[m]$$

$$A = 0.004[m^2]$$

7. Se calculó el gradiente de presión total para cada una de las 25 combinaciones.

$$\Delta P_{total} = \frac{P_1 - P_4}{d_{total}} \left[ \frac{Pa}{m} \right] \quad (4.4)$$

8. A partir de los resultados obtenidos de las mediciones en laboratorio y de los cálculos realizados para las pruebas experimentales actuales, se obtuvo el porcentaje de variación entre los datos de los experimentos actuales y los experimentos previos. Se realizó una serie de tablas comparativas para mostrar la variación de cada parámetro (densidad, velocidades superficiales, gastos, temperatura y gradiente de presión) mostradas en el Apéndice C.

9. Mediante el modelo Unificado se realizaron nuevamente las simulaciones con las combinaciones de correlaciones numéricas precargadas por default y la de Gómez et al. para la relación de cerradura de colgamiento, y se analizó el porcentaje de error entre los gradientes de presión calculados y el obtenido con los experimentos actuales. En la columna dos de la Tabla 4.27 se aprecia el valor del gradiente experimental actual obtenido en el laboratorio, en la columna tres el gradiente de presión calculado con la correlación de Gómez et al., para la relación de cerradura de colgamiento, y en la columna cuatro el porcentaje de error respecto al gradiente experimental actual. Para este caso, y partiendo del análisis de la Tabla 4.26, se observa que también en 16 pruebas (prueba 3, 4, 7, 9, 10, 12, 13, 16, 17, 18, 19, 21, 22, 23 24 y 25) esta correlación numérica presentó porcentajes de error menores de entre las simulaciones realizadas para las pruebas experimentales actuales. En la columna cinco y seis se presentan los valores de gradientes de presión calculados con la combinación de correlaciones numéricas precargadas por default y su respectivo porcentaje de error calculado.

**Tabla 4.27:** Comparación de gradientes de presión experimentales actuales, calculados mediante la correlación numérica de Gómez et al. para la relación de cerradura de colgamiento y los calculados por la combinación de correlaciones numéricas por default.

NÚMERO DE PRUEBA	feb-22	COLGAMIENTO		DEFAULT	
	$\Delta P_{exp\ act}$ [Pa/m]	Gomez et al.		$\Delta P_{cal}$ [Pa/m]	Error %
		$\Delta P_{cal}$ [Pa/m]	Error %		
1	34.916	34.63	0.82	28.71	17.77
2	77.308	55.18	28.63	42.89	44.52
3	100.350	81.95	18.33	59.88	40.33
4	119.862	123.52	-3.05	83.84	30.06
5	131.113	155.36	-18.50	100.81	23.11
6	104.409	92.77	11.14	77.18	26.08
7	177.165	137.54	22.36	108.91	38.53
8	240.284	190.64	20.66	144.09	40.03
9	301.080	266.98	11.33	191.81	36.29
10	350.612	319.61	8.84	222.80	36.45
11	183.912	163.14	11.30	135.77	26.18
12	287.523	229.94	20.03	183.74	36.10
13	384.803	304.40	20.90	234.51	39.06
14	497.870	402.84	19.09	298.62	40.02
15	561.671	470.74	16.19	341.45	39.21
16	282.267	246.25	12.76	204.41	27.58
17	404.570	329.39	18.58	264.39	34.65
18	523.319	422.46	19.27	329.06	37.12
19	675.629	537.65	20.42	406.27	39.87
20	765.623	611.27	20.16	454.41	40.65
21	395.601	339.20	14.26	280.70	29.04
22	545.833	434.13	20.47	349.99	35.88
23	690.774	536.94	22.27	422.54	38.83
24	863.075	666.72	22.75	511.89	40.69
25	963.125	751.07	22.02	569.00	40.92

El análisis de los resultados anteriores se presenta en el siguiente capítulo.





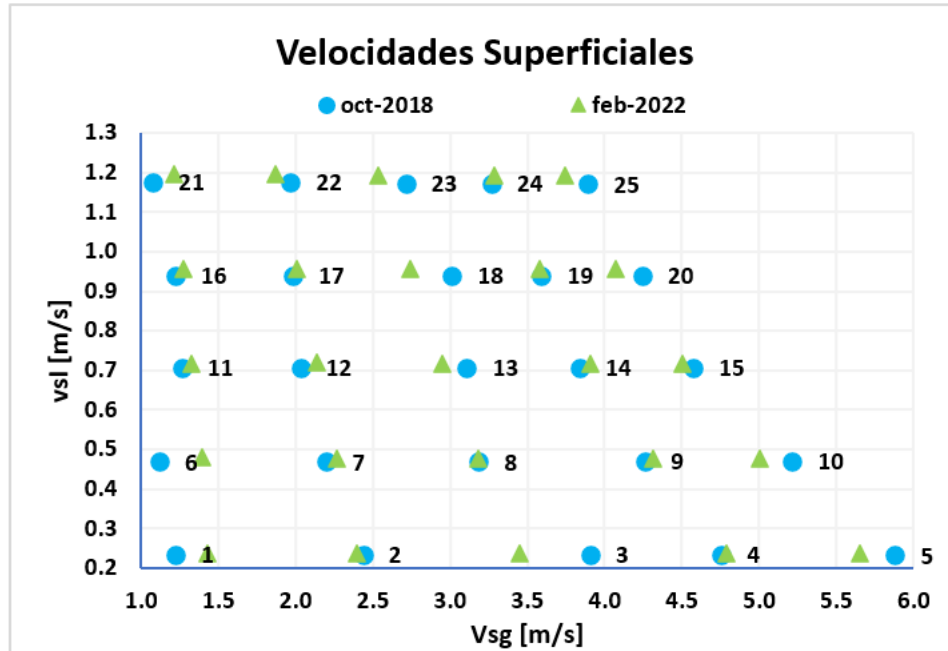
# Capítulo 5

## Análisis de resultados

En este capítulo se presenta el análisis de los resultados reportados en el capítulo anterior.

En la Figura 5.1 se observa la velocidad superficial del líquido como función de la velocidad superficial del gas; cada prueba ha sido enumerada para localizarla de manera eficiente. Los círculos azules son las velocidades calculadas en los experimentos previos, mientras que los triángulos verdes son las velocidades correspondientes a los experimentos actuales.

Con esta gráfica es posible observar variación en las velocidades superficiales de las fases de las 25 pruebas, reflejando las fluctuaciones del gasto de aire y del gasto de agua entre ambos conjuntos de pruebas. Se observa que para bajas velocidades de gas de los experimentos previos, es decir, en las pruebas 1, 6, 7, 9, 11, 12, 14, 16 y 21, en los experimentos actuales se obtuvieron mayores velocidades debido a que los gastos de gas aumentaron también. En el caso de las pruebas 2, 3, 5, 10, 13, 15, 18, 20, 22, 23 y 25, las velocidades de gas previas fueron menores que las alcanzadas en los experimentos actuales, ya que los gastos de gas en los experimentos actuales fueron menores que los gastos de los experimentos previos. Mientras, que en las pruebas 4, 8, 17, 19 y 24, las velocidades superficiales del gas y del agua alcanzadas en las dos series experimentales fueron casi las mismas. Esto revela que no fue posible reproducir exactamente los mismos valores de gastos, llegando a haber diferencias de hasta un 26 %, debido a que el control de los flujos requiere de instrumentación de mayor precisión para lograrlo.



**Figura 5.1:** Velocidades superficiales para las 25 pruebas analizadas de los experimentos previos y experimentos actuales.

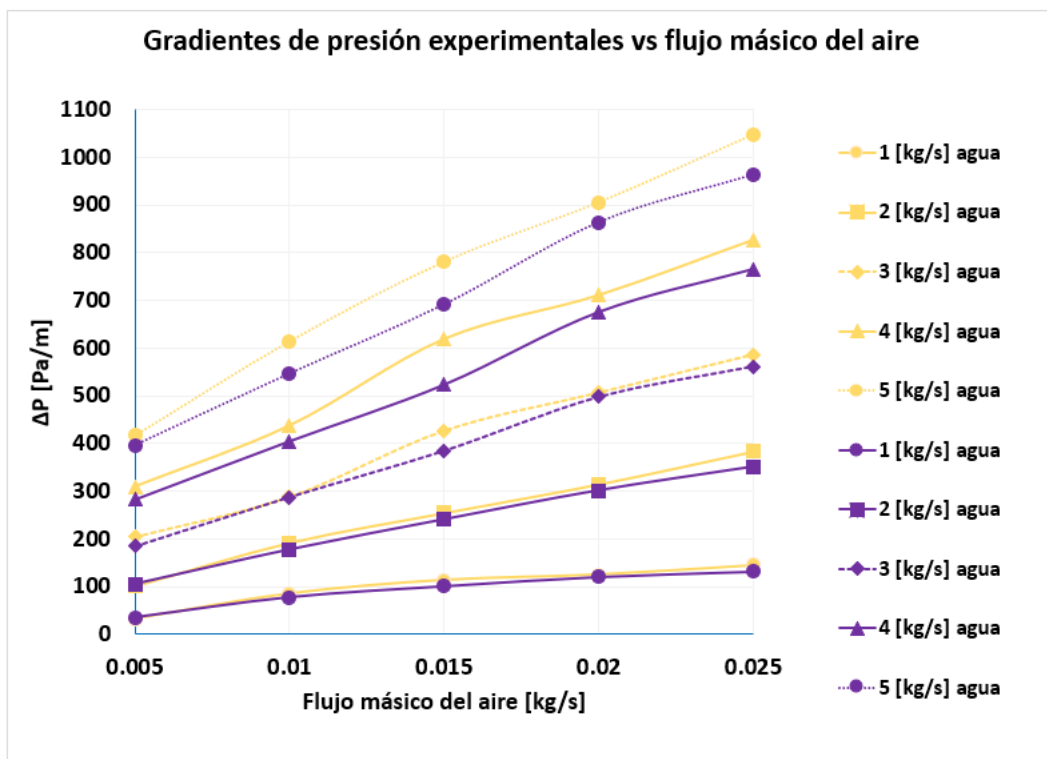
Los gradientes de presión calculados se analizaron comparándolos entre sí. En la Tabla 5.1 se presentan los resultados con los gradientes de presión calculados en  $[\frac{Pa}{m}]$  mediante los experimentos previos del lado izquierdo (octubre 2018) y los gradientes de presión calculados mediante los experimentos actuales del lado derecho (febrero 2022). Estas matrices permiten observar el aumento en el gradiente de presión en función del aumento de los gastos de las fases. En la primera línea es notorio que al aumentar el gasto de agua, el gradiente de presión aumenta también, aún manteniendo fijo el gasto de aire, mientras que en la primera columna se observa que al aumentar el gasto de aire y manteniendo fijo el gasto de agua, el gradiente de presión también aumenta. Esto pasa con todas las líneas y columnas. Para el caso de las diagonales (de la esquina superior izquierda a la esquina inferior derecha) se observa un aumento del gasto de ambas fases repercutiendo en un aumento de gradiente de presión en todas las diagonales, lo que refleja que el aumento de gradiente de presión aumenta cuando el gasto de cada fase también lo hace.

Para complementar esta tabla, en la Figura 5.2 se observa gráficamente que el gradiente de presión aumenta cuando el gasto de aire también aumenta; de color amarillo se presentan los resultados de los experimentos previos, y de color morado los resultados de

los experimentos actuales. Para cada serie se especifica el valor de gasto másico de agua correspondiente.

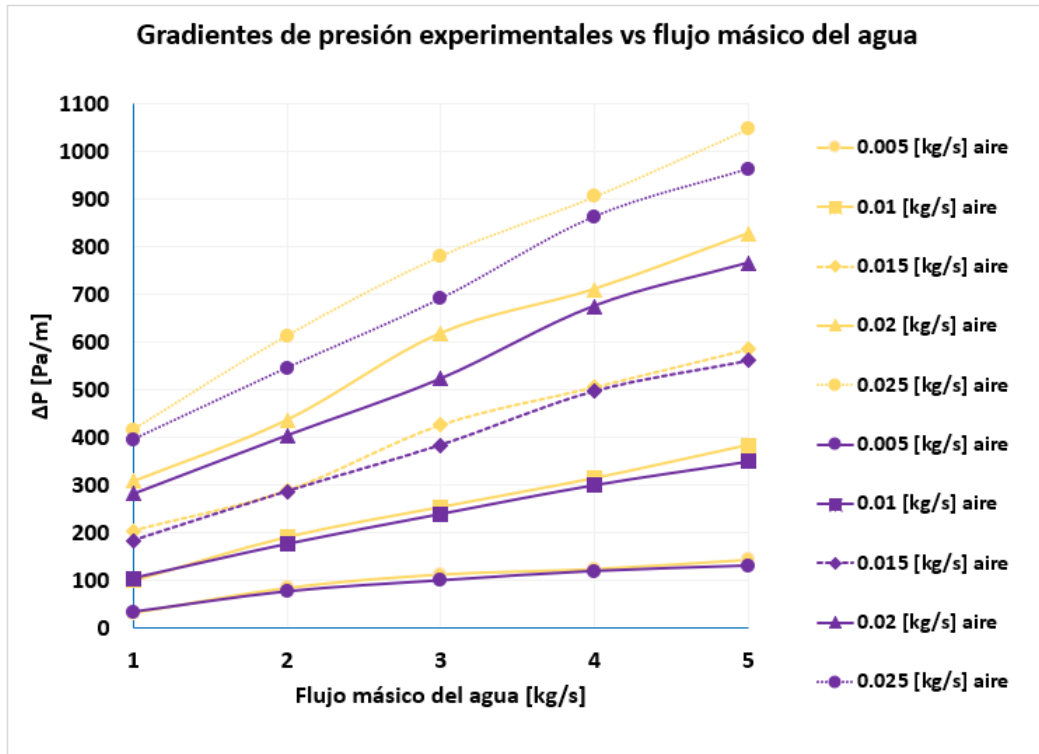
**Tabla 5.1:** Gradientes de presión  $\left[\frac{Pa}{m}\right]$  para los experimentos previos y los experimentos actuales.

		feb-18					oct-22						
		Flujo Másico Agua [kg/s]					Flujo Másico Agua [kg/s]						
		1	2	3	4	5			1	2	3	4	5
Flujo Másico Aire [kg/s]	0.005	32.01	101.35	204.95	308.6	416.62	Flujo Másico Aire [kg/s]	0.005	34.66	105.00	184.14	282.27	395.60
	0.01	85.36	192.29	288.65	436.81	613.88		0.01	77.31	177.17	287.52	404.57	545.83
	0.015	113.91	254.93	426.53	618.7	780.66		0.015	100.35	240.28	384.80	523.32	690.77
	0.02	125.38	315.09	506.11	710.95	905.2		0.02	119.86	301.08	497.87	675.63	863.08
	0.025	145	384	585.64	827.36	1047.21		0.025	131.11	350.61	561.67	765.62	963.12



**Figura 5.2:** Gradientes de presión como función del gasto másico del aire de los experimentos previos y experimentos actuales.

Para analizar el gradiente de presión como función del gasto másico del agua, en la Figura 5.3 se observa que al aumentar el gasto de agua, el gradiente de presión también aumenta, esto facilita la comprensión de la Tabla 5.1. De color amarillo se presentan los resultados de los experimentos previos, y de color morado los resultados de los experimentos actuales. Para cada serie se especifica el valor de gasto másico de aire correspondiente.



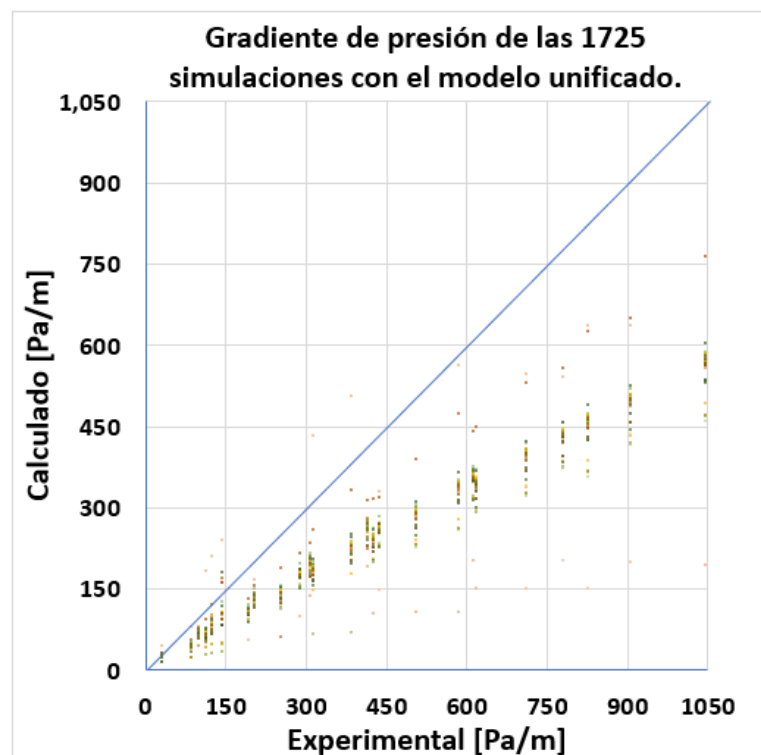
**Figura 5.3:** Gradientes de presión como función del gasto másico del agua de los experimentos previos y experimentos actuales.

El porcentaje de variación entre los gradientes de presión de los experimentos previos y actuales se presenta en la Tabla 5.2, del lado izquierdo de cada casilla se muestra el porcentaje de variación y del lado derecho el número de prueba correspondiente. Se observa que estos resultados varían del 0.4 al 15.4 % solamente. El signo negativo denota que fue mayor el gradiente de presión en las pruebas actuales comparadas con las pruebas previas. Es decir, en menos del 10 % de las 25 pruebas (pruebas 1 y 6) se obtuvo un gradiente de presión actual mayor al gradiente de presión previo. Sin embargo, en la mayoría de gradientes de presión, los obtenidos con los experimentos actuales son menores a los obtenidos en los experimentos previos. Esto también se observa en las Figuras 5.2 y 5.3. En el Apéndice D se incluye el análisis de incertidumbre experimental correspondiente.

**Tabla 5.2:** Variaciones entre los gradientes de presión iniciales y actuales.

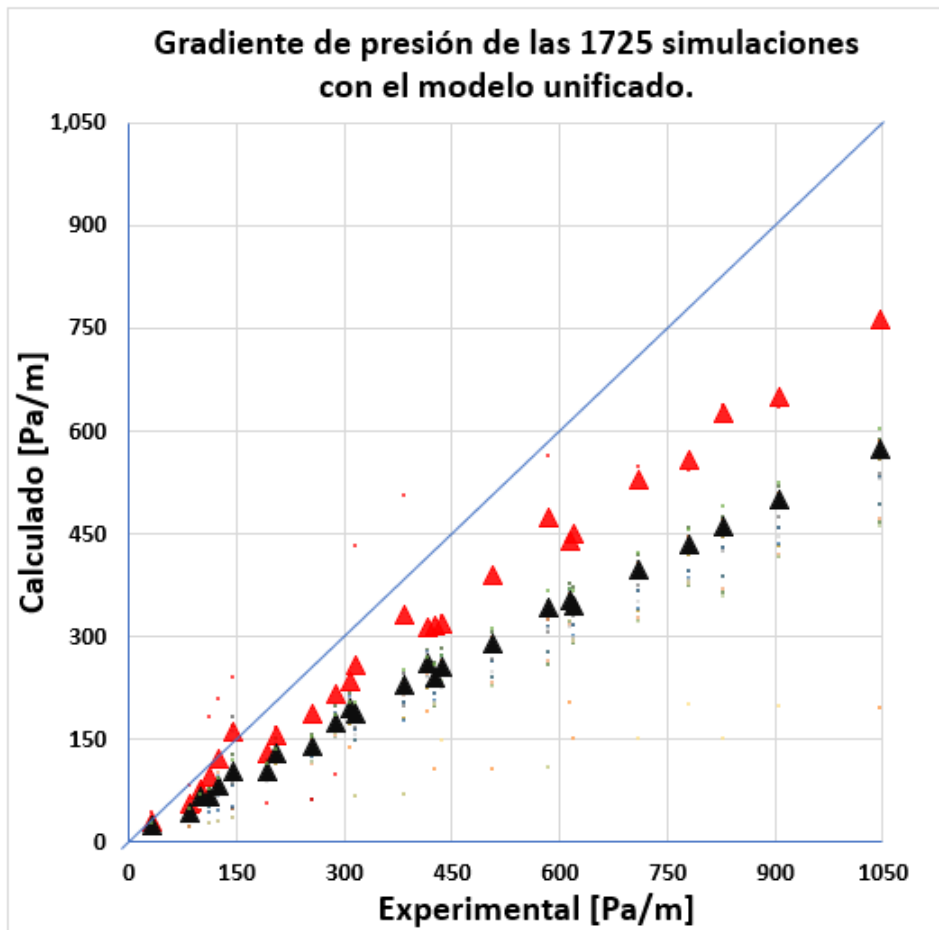
		Flujo Másico Agua [kg/s]									
		1	2	3	4	5					
Flujo Másico Aire [kg/s]	0.005	-8.3%	1	-3.6%	6	10.2%	11	8.5%	16	5.0%	21
	0.01	9.4%	2	7.9%	7	0.4%	12	7.4%	17	11.1%	22
	0.015	11.9%	3	5.7%	8	9.8%	13	15.4%	18	11.5%	23
	0.02	4.4%	4	4.4%	9	1.6%	14	5.0%	19	4.7%	24
	0.025	9.6%	5	8.7%	10	4.1%	15	7.5%	20	8.0%	25

De la metodología descrita en la sección 4.1.2, se realizó la Figura 5.4 graficando los gradientes de presión calculados con las 69 combinaciones de correlaciones numéricas del modelo Unificado como función de los gradientes de presión experimentales previos; son representados por medio de puntos de colores dando un total de 1725 simulaciones. Se puede observar que la enorme mayoría de los gradientes calculados subpredicen los valores experimentales.



**Figura 5.4:** Gradientes de presión calculados como función de los gradientes experimentales previos.

A partir de esta gráfica y sobreponiendo la Figura 4.11, es posible localizar de entre las 69 combinaciones de correlaciones numéricas los gradientes de presión calculados con la combinación de correlaciones precargadas por default (triángulos negros), y los gradientes calculados sustituyendo las correlaciones predeterminadas por la relación de cerradura de colgamiento con la correlación de Gómez et al. (triángulos rojos), Figura 5.5. Es apreciable el acercamiento de esos valores hacia la diagonal (que representa la igualdad entre los valores experimentales y calculados) con 21.88% de desviación respecto a los resultados experimentales, mientras que los triángulos negros presentan un 40.48% de desviación. Esta desviación es el promedio de los porcentajes de error de las Tablas 4.26 y 4.25 respectivamente. Se observa también que todos los puntos de colores se alejan mucho más, debido a que el resto de combinaciones de correlaciones numéricas que se utilizaron no representan errores de porcentajes mínimos.



**Figura 5.5:** Gradientes de presión calculados como función de los gradientes experimentales previos enfatizando dos series de interés.

En la Tabla 5.3, se comparan los porcentajes de error obtenidos de los gradientes de presión experimentales previos respecto a los calculados con el TUFFP (retomando y resumiendo la información de las Tablas 4.25 y 4.26), en función de los gastos de las fases para las 25 pruebas. De color azul se muestran los porcentajes obtenidos usando la combinación de correlaciones numéricas precargadas por default, mientras que de color rosa se presentan los porcentajes obtenidos usando la combinación de correlaciones numéricas variando Gómez et al. para la relación de cerradura de colgamiento. Para cada casilla correspondiente a un gasto de agua y de aire se muestran los 2 resultados (que pertenecen a la misma prueba). Así, se puede observar los intervalos de error para estas 2 combinaciones de correlaciones numéricas, en el caso de la combinación precargada por default las variaciones van de 21.93 a 49.78 %, y para la combinación variando la correlación de Gómez et al. para la relación de cerradura de colgamiento las variaciones van de 3 a 35.13 %. Se infiere que para las 25 pruebas la predicción empleando la correlación de Gómez et al. es la mejor.

**Tabla 5.3:** Porcentajes de error entre los gradientes de presión obtenidos con la combinación de correlaciones precargadas por default y la combinación de Gómez et al. para los experimentos previos.

		Flujo másico agua [kg/m]									
		1		2		3		4		5	
Flujo másico aire [kg/m]	0.005	21.93%	7.35%	35.28%	23.60%	36.94%	24.50%	36.75%	24.00%	37.57%	24.98%
	0.01	49.78%	35.13%	46.01%	31.97%	39.77%	24.92%	41.24%	26.81%	42.50%	28.37%
	0.0015	41.22%	17.29%	44.57%	26.53%	43.51%	26.08%	44.08%	27.39%	44.24%	28.63%
	0.02	34.23%	3.00%	40.90%	17.73%	42.79%	22.87%	43.89%	25.59%	44.86%	28.11%
	0.0025	28.47%	-11.96%	40.39%	13.50%	41.70%	19.24%	44.18%	24.35%	45.12%	27.10%

Esta misma comparación se hizo respecto a los experimentos actuales. En la Tabla 5.4 se muestran los porcentajes de error; de color azul los obtenidos con la combinación de correlaciones numéricas precargadas por default, y de color rosa los obtenidos con la correlación numérica de Gómez et al. para la relación de cerradura de colgamiento, ya que anteriormente demostró ser la que menores porcentajes de error presenta. Para este caso se observa un intervalo de 17.77 a 44.52 % y 0.82 a 28.63 % respectivamente, notándose nuevamente una fuerte mejora en la predicción para las 25 pruebas experimentales



actuales.

**Tabla 5.4:** Porcentajes de error entre los gradientes de presión obtenidos con la combinación de correlaciones precargadas por default y la combinación de Gómez et al. para los experimentos actuales.

		Flujo másico agua [kg/s]									
		1		2		3		4		5	
Flujo másico aire [kg/s]	0.005	17.77%	0.82%	26.08%	11.14%	26.18%	11.30%	27.58%	12.76%	29.04%	14.26%
	0.01	44.52%	28.63%	38.53%	22.36%	36.10%	20.03%	34.65%	18.58%	35.88%	20.47%
	0.0015	40.33%	18.33%	40.03%	20.66%	39.06%	20.90%	37.12%	19.27%	38.83%	22.27%
	0.02	30.06%	-3.05%	36.29%	11.33%	40.02%	19.09%	39.87%	20.42%	40.69%	22.75%
	0.0025	23.11%	-18.50%	36.45%	8.84%	39.21%	16.19%	40.65%	20.16%	40.92%	22.02%

Estos resultados se presentan de forma gráfica en la Figura 5.6, usando los valores absolutos de cada porcentaje de error. Se observa que todos los valores caen por debajo de la línea diagonal, lo cual indica que los porcentajes de error obtenidos con la combinación de correlaciones numéricas precargadas por default son mayores; por otro lado, se aprecia que los errores obtenidos en las pruebas experimentales actuales disminuyeron con respecto a las pruebas experimentales previas.

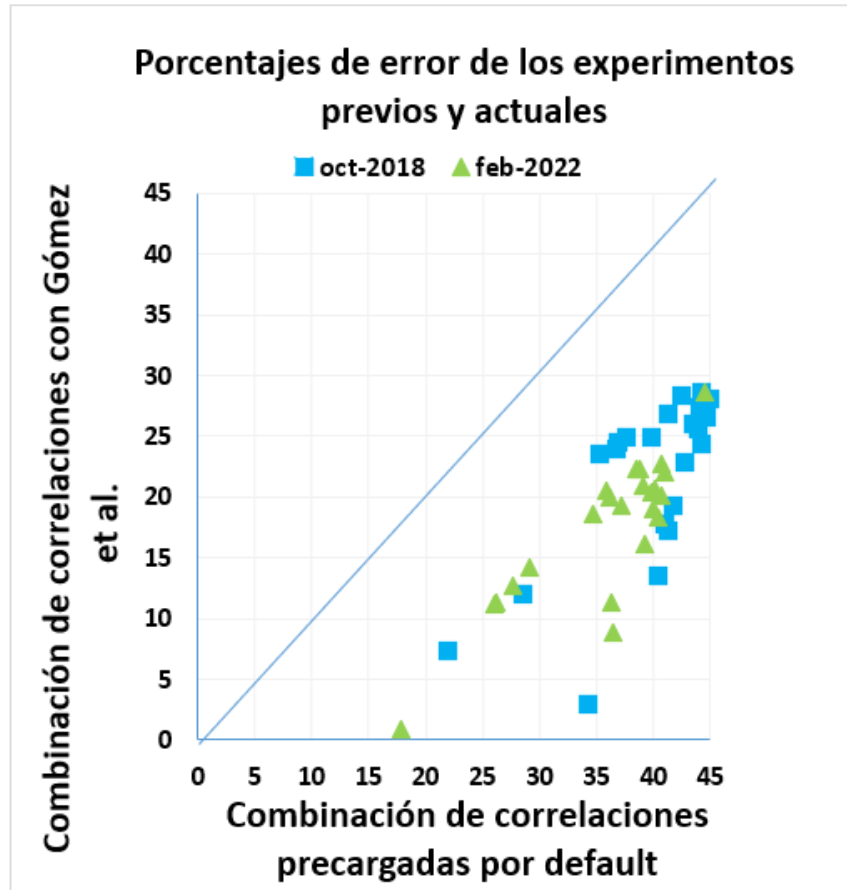


Figura 5.6: Porcentajes de error de los experimentos previos y actuales.

También se realizó la comparación gráfica de los gradientes de presión calculados con el modelo TUFFP respecto a los gradientes de presión de los experimentos actuales, mostrados en la Figura 5.7. En cuadros de color rojo se presentan los gradientes de presión calculados con la combinación de la correlación numérica de Gómez et al. con un 15.24% de promedio de los porcentajes de error (en comparación con el 21.88% de las pruebas previas), y en cuadros de color negro los gradientes calculados con la combinación de correlaciones numéricas precargadas por default con un 35.16% de promedio de los porcentajes de error (en comparación con el 40.48% de las pruebas previas).

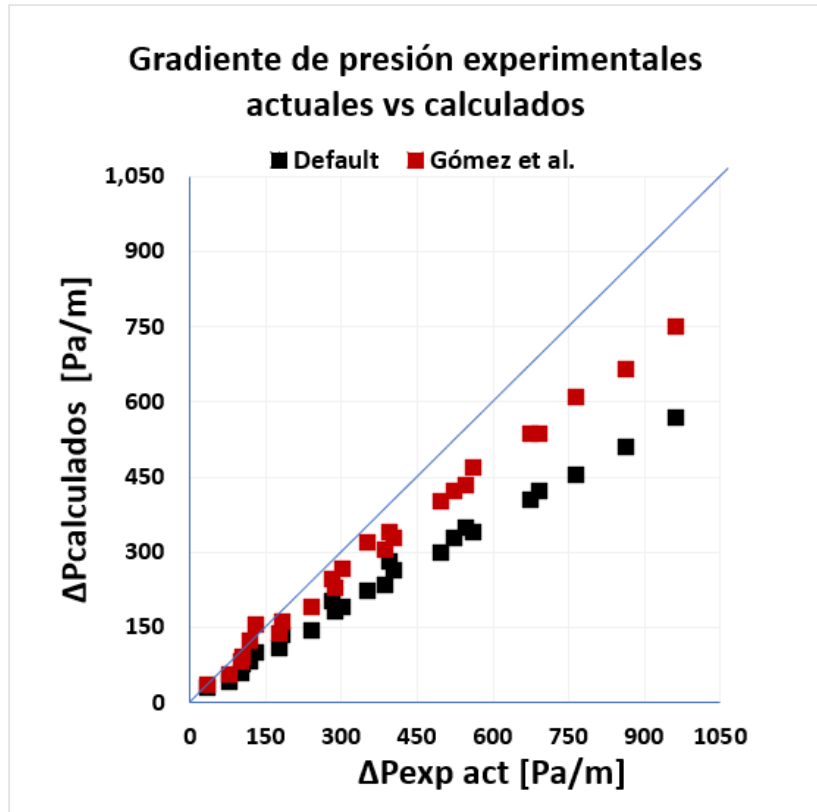
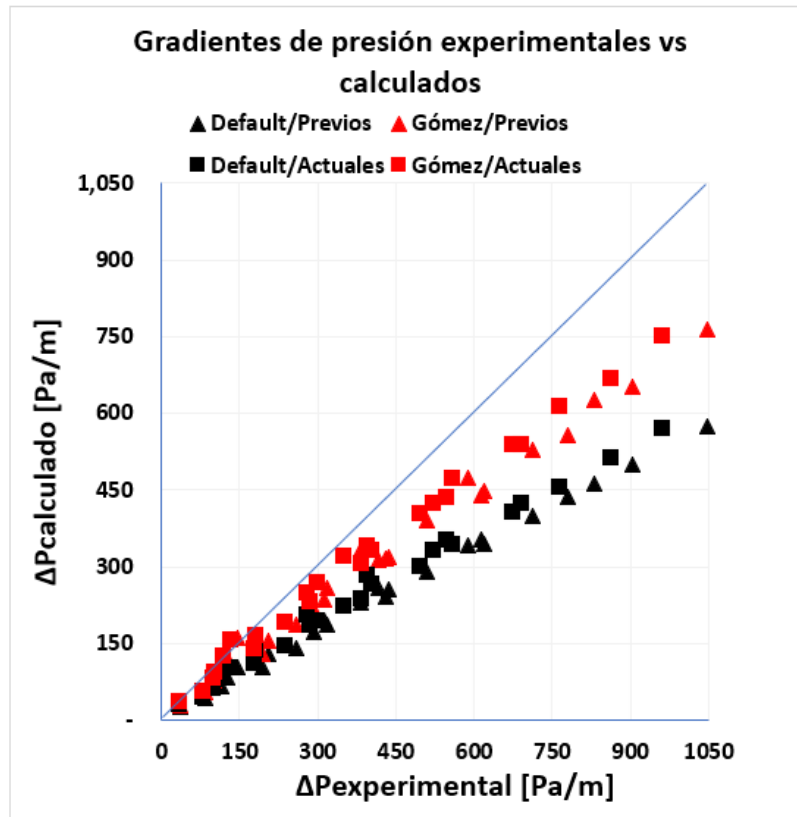


Figura 5.7: Gradientes de presión calculados como función de los gradientes experimentales actuales.

Para analizar lo mencionado anteriormente, se presenta la Figura 5.8. En esta gráfica se comparan los gradientes de presión de la Figura 4.11 y la 5.7, es decir, los gradientes de presión calculados con las combinaciones de correlaciones numéricas precargadas por default (color negro) y la de Gómez et al. de la relación de cerradura de colgamiento (color rojo) para los experimentos previos (triángulos) y los correspondientes a los experimentos actuales (cuadrados). Se observa que para las pruebas experimentales actuales, la combinación de correlaciones numéricas de Gómez et al. predijo gradientes de presión más cercanos a los obtenidos en laboratorio.



**Figura 5.8:** Gradientes de presión calculados para las pruebas experimentales previas y actuales.

Para las 25 pruebas experimentales previas se calcularon 1725 gradientes de presión mediante las 69 combinaciones de correlaciones numéricas disponibles para todas las relaciones de cerradura. De estos resultados las relaciones de cerradura de colgamiento y de longitud o frecuencia del tapón fueron las que que menores porcentajes de error presentaron, siendo así las que mejor predijeron el gradiente de presión. Debido a esto, se analizaron los gradientes de presión calculados mediante las 11 combinaciones de correlaciones numéricas pertenecientes a la relación de cerradura de colgamiento, y las 13 correlaciones numéricas pertenecientes a la relación de cerradura de longitud o frecuencia del tapón. Para los resultados de cada combinación de correlaciones numéricas se compararon los porcentajes de error para localizar los gradientes de presión que más se asemejaban a los gradientes experimentales actuales, así como los que sus valores quedaban muy altos o bajos.

Así, las combinaciones de correlaciones numéricas que presentaron valores significativos

para estas dos relaciones de cerradura fueron:

- Colgamiento
  1. Gómez et al.
  2. Ferschneider
  3. Andreussi y Bendiksen
  4. Marcano
  5. Abdul-Majeed
  6. Al-Safran
  7. Al-Ruhaimani
  
- Longitud o frecuencia
  1. Al-Ruhaimani
  2. Hill y Wood (1990a)
  3. Hill y Wood (1990b)
  4. Hill y Wood (1990c)
  5. Gockal et al.
  6. Gregory y Scott
  7. Heywood y Richardson
  8. Tronconi
  9. Zabararas
  10. Zhang (combinación de correlaciones numéricas precargadas por default)

En el caso de las 25 pruebas experimentales actuales solamente se realizaron las 425 simulaciones correspondiente a las 17 combinaciones de correlaciones numéricas mencionadas anteriormente, debido a que los gradientes de presión calculados con las combinaciones de correlaciones numéricas para el arrastre, fricción interfacial, fricción de la mezcla, fricción en la pared, velocidad traslacional y velocidad de desfase no presentaron porcentajes de error significativos, lo cual era de esperarse considerando que los resultados experimentales mostraron siempre la presencia de flujo tapón.

En la Tabla 5.5 se muestra la correlación numérica y su correspondiente relación de cerradura que mejor aproximación presentó de entre todas las combinaciones de correlaciones numéricas usadas en este trabajo al calcular el gradiente de presión. En la sección izquierda de color azul se muestran los correspondientes a los experimentos previos y en la sección derecha de color verde los correspondientes a los experimentos actuales, así como el porcentaje de error obtenido en cada caso. Se observa que para 16 pruebas experimentales previas (pruebas 3, 4, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 16, 18, 21, 22, 23, 24, y 25) la mejor combinación de correlaciones numéricas es la de Gómez et al. para la relación de cerradura de colgamiento, obteniendo un menor intervalo en los porcentajes de error. Mientras que para las 9 pruebas restantes (prueba 1, 2, 5, 6, 11, 15, 17, 19 y 20) los porcentajes de error mínimos fueron calculados mediante los resultados de gradientes de presión obtenidos con la relación de cerradura de longitud o frecuencia del tapón para las correlaciones numéricas mostradas en esta misma tabla.

Para la serie experimental actual la mejor combinación de correlaciones numéricas también es la de Gómez et al. para la relación de cerradura de colgamiento, ya que en las pruebas 3, 4, 7, 9, 10, 12, 13, 16, 17, 18, 19, 21, 22, 23, 24 y 25 el porcentaje de error presente fue el menor comparándolo entre las 17 combinaciones utilizadas. Sin embargo, en las pruebas 1, 2, 5, 6, 8, 11, 14, 15 y 20 el porcentaje de error mínimo se presentó al utilizar correlaciones numéricas de la relación de cerradura de longitud y frecuencia del tapón señaladas en la tabla.

**Tabla 5.5:** Correlaciones numéricas y relaciones de cerradura con menor porcentaje de error para las 25 pruebas previas y actuales.

Prueba	Previos			Actuales		
	Correlación numérica	Relación de cerradura	Error	Correlación numérica	Relación de cerradura	Error
1	Gockal et al.	Longitud o frecuencia	4.94%	Gockal et al.	Longitud o frecuencia	0.75%
2	Al-Ruhaimani	Longitud o frecuencia	5.17%	Al-Ruhaimani	Longitud o frecuencia	-4.60%
3	Gómez et al.	Colgamiento	17.29%	Gómez et al.	Colgamiento	18.33%
4	Gómez et al.	Colgamiento	3%	Gómez et al.	Colgamiento	-3.05%
5	Hill y Wood (1990c)	Longitud o frecuencia	-11.20%	Gockal et al.	Longitud o frecuencia	13.11%
6	Hill y Wood (1990b)	Longitud o frecuencia	21.60%	Al-Ruhaimani	Longitud o frecuencia	-9.73%
7	Gómez et al.	Colgamiento	31.97%	Gómez et al.	Colgamiento	22.36%
8	Gómez et al.	Colgamiento	26.53%	Al-Ruhaimani	Longitud o frecuencia	2.66%
9	Gómez et al.	Colgamiento	17.73%	Gómez et al.	Colgamiento	11.33%
10	Gómez et al.	Colgamiento	13.50%	Gómez et al.	Colgamiento	8.84%
11	Al-Ruhaimani	Longitud o frecuencia	18.66%	Al-Ruhaimani	Longitud o frecuencia	4.17%
12	Gómez et al.	Colgamiento	24.92%	Gómez et al.	Colgamiento	20.03%
13	Gómez et al.	Colgamiento	26.08%	Gómez et al.	Colgamiento	20.09%
14	Gómez et al.	Colgamiento	22.87%	Al-Ruhaimani	Longitud o frecuencia	11.61%
15	Al-Ruhaimani	Longitud o frecuencia	4.01%	Al-Ruhaimani	Longitud o frecuencia	11.33%
16	Gómez et al.	Colgamiento	24%	Gómez et al.	Colgamiento	12.76%
17	Al-Ruhaimani	Longitud o frecuencia	24.63%	Gómez et al.	Colgamiento	18.58%
18	Gómez et al.	Colgamiento	27.39%	Gómez et al.	Colgamiento	19.27%
19	Al-Ruhaimani	Longitud o frecuencia	22.96%	Gómez et al.	Colgamiento	20.42%
20	Al-Ruhaimani	Longitud o frecuencia	23.10%	Al-Ruhaimani	Longitud o frecuencia	18.64%
21	Gómez et al.	Colgamiento	24.98%	Gómez et al.	Colgamiento	14%
22	Gómez et al.	Colgamiento	28.37%	Gómez et al.	Colgamiento	20.47%
23	Gómez et al.	Colgamiento	28.63%	Gómez et al.	Colgamiento	22.27%
24	Gómez et al.	Colgamiento	28.11%	Gómez et al.	Colgamiento	22.75%
25	Gómez et al.	Colgamiento	27.10%	Gómez et al.	Colgamiento	22.05%

Es importante mencionar que se intentó reproducir los mismos resultados en laboratorio, pero dada la incertidumbre de los instrumentos y control de los mismos, se presentaron algunas variaciones en los parámetros que definen todo este fenómeno, tal como aparece en las tablas anexadas en el Apéndice C.

# Capítulo 6

## Conclusiones

Con base en la experimentación con agua y aire realizada en el laboratorio de flujo multifásico (LFM) del Instituto de Ingeniería de la UNAM, en este trabajo se presentó un análisis de los diversos mecanismos que influyen en los cálculos de los gradientes de presión en tuberías horizontales, empleando el modelo matemático TUFFP, basado en el modelo de Barnea y el modelo Unificado, que a su vez constan de correlaciones numéricas para cada relación de cerradura correspondiente a cada uno. El modelo de Barnea sólo permite generar los mapas de patrón de flujo, mientras que el modelo Unificado, tiene la capacidad de predecir el mapa de patrón de flujo, y los gradientes de presión correspondientes a las características del flujo y la geometría de la tubería.

A partir de los resultados generados con este modelo matemático y de la comparación con un conjunto de pruebas previas, se llevaron a cabo nuevamente los experimentos en laboratorio para corroborar y analizar las correlaciones numéricas que predijeron con menor porcentaje de error los gradientes de presión. Así, se comprobó que para el mismo intervalo de gastos analizados y bajo las mismas instalaciones experimentales la selección de combinaciones de correlaciones numéricas para las relaciones de cerradura de colgamiento y de longitud o frecuencia del tapón predijeron con un menor porcentaje de error los gradientes de presión, además siguieron presentando régimen de flujo tapón.

La mejor combinación de correlaciones numéricas para el conjunto de pruebas de este estudio resultó ser la de Gómez et al. para la relación de cerradura de colgamiento, ya que en el 64 % de las pruebas (en 16 de las 25 pruebas totales) sus predicciones fueron las más



cercanas a los valores experimentales, con un promedio de porcentaje de error de 21.88 % en los experimentos previos y 15.24 % en los experimentos actuales, lo que representa una mejora en el porcentaje de error del 6.64 %. Para el caso de la combinación de correlaciones numéricas precargadas por default el promedio de porcentajes de error en los experimentos previos fue de 40.48 %, mientras que para los experimentos actuales el promedio del porcentaje fue de 35.16 %, con una mejora en los porcentajes de error de 5.32 % . Cabe mencionar que las combinaciones de correlaciones numéricas de Al-Ruhaimani, Gockal et al., Hill y Wood (1990b) y (1990c) pertenecientes a la relación de cerradura de longitud o frecuencia del tapón, también presentaron porcentajes de error mínimos para algunas pruebas de entre las 69 combinaciones de correlaciones numéricas utilizadas en este trabajo, con porcentajes que van de 4.01 % a 23.10 %. Sin embargo, para los experimentos actuales las combinaciones de correlaciones numéricas de Al-Ruhaimani y Gockal et al. pertenecientes a la relación de cerradura de longitud o frecuencia del tapón presentaron errores mínimos también de entre las 17 combinaciones de correlaciones numéricas con porcentajes de error que varían de 0.75 a 18.64 %.

La comparación de los valores experimentales generados en una tubería de 3" en términos de los gradientes de presión, demuestra que los resultados matemáticos obtenidos con el modelo TUFFP dependen fuertemente de las correlaciones numéricas seleccionadas para cada una de las relaciones de cerradura, ya que el patrón de flujo predicho puede diferir para un mismo conjunto de datos de flujo.

La metodología establecida puede adoptarse para llevar a cabo una mayor serie de pruebas variando, tanto las condiciones de flujo, como los fluidos utilizados, y por ende los patrones de flujo.

Es importante y necesario estudiar la influencia de los distintos mecanismos en el gradiente de presión en tubería para poder mejorar el diseño y reducir el consumo energético.

# Apéndice A

## Modelo de Barnea

### A.1. Mapas de patrón de flujo

Se presentan los mapas de patrón de flujo para cada correlación numérica de cada una de las relaciones de cerradura del modelo de Barnea, de acuerdo con las combinaciones mostradas en la Sección 4.1, complementando lo presentado en la Sección 4.1.1 del Capítulo 4.

## A.1.1. Fricción interfacial

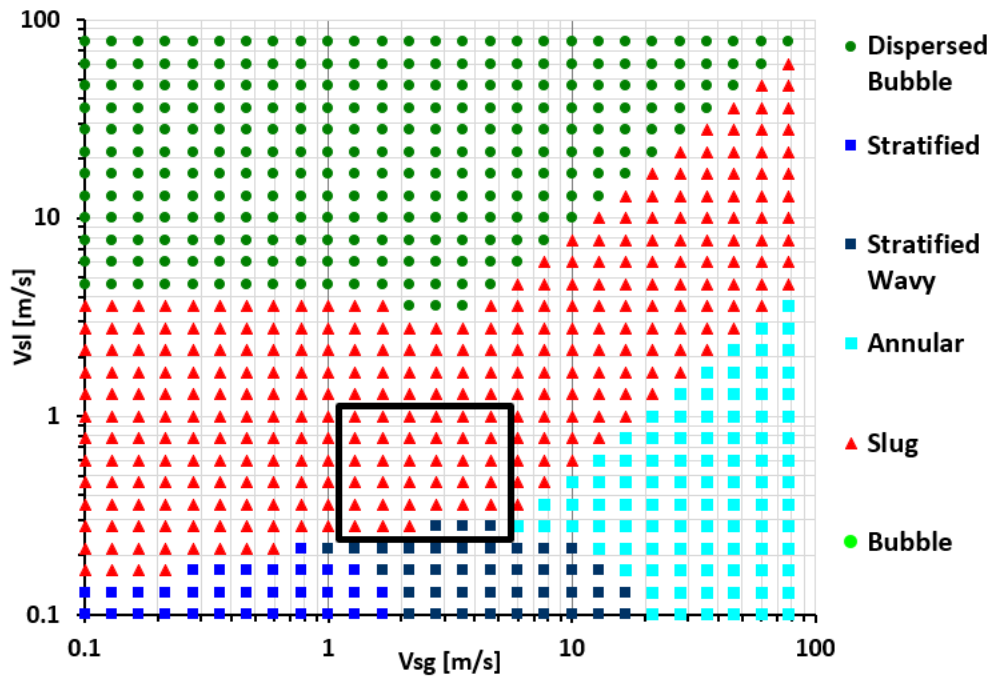


Figura A.1: Cohen y Hanratty.

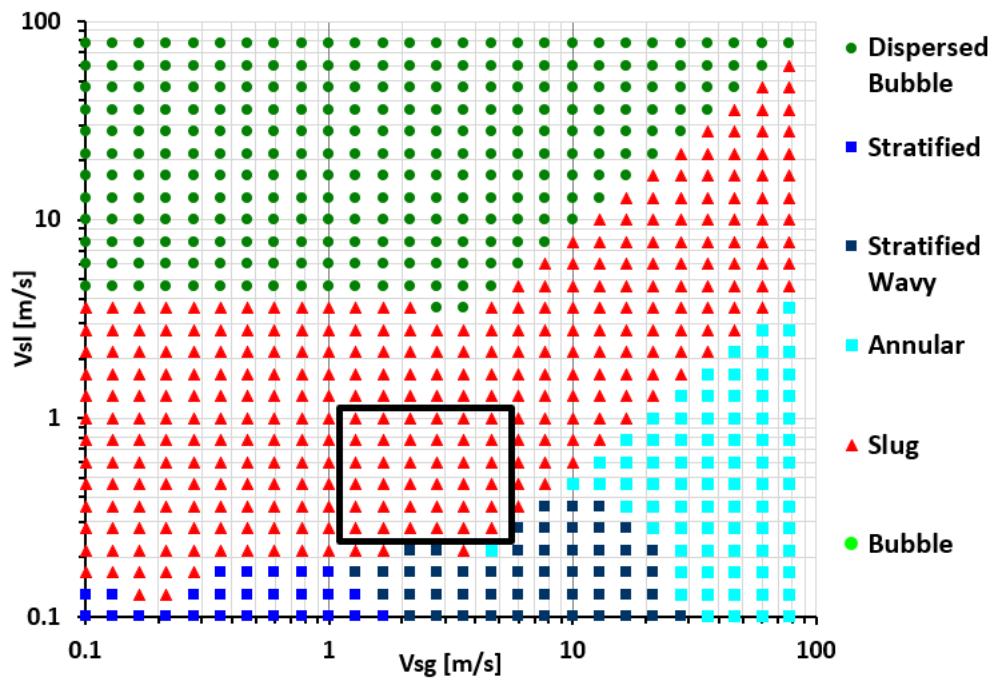


Figura A.2: Andritsos y Hanratty.

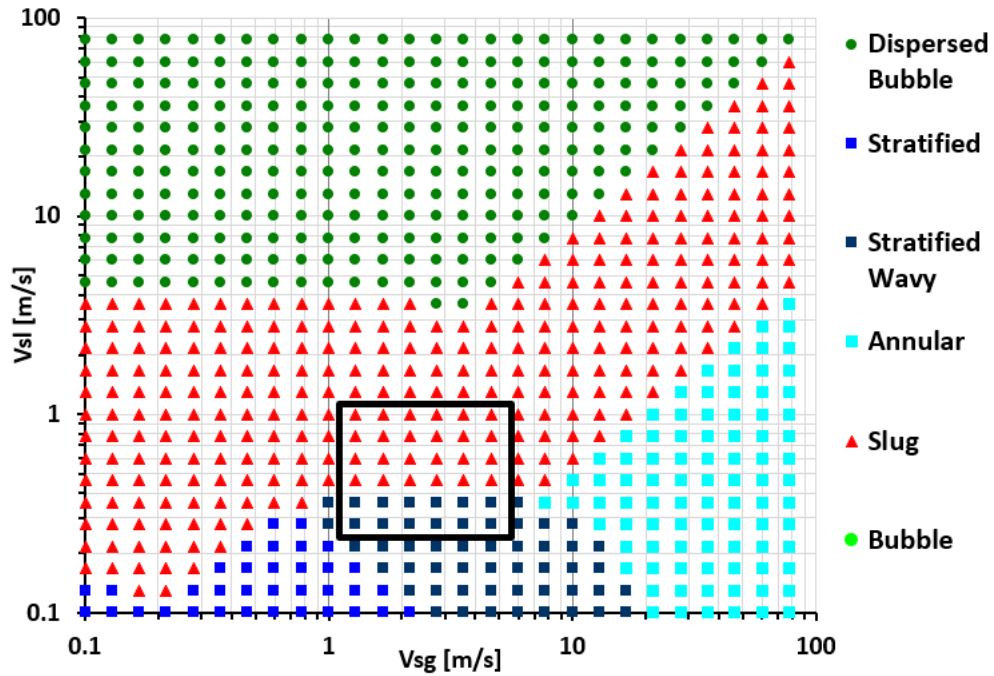


Figura A.3: Baker.

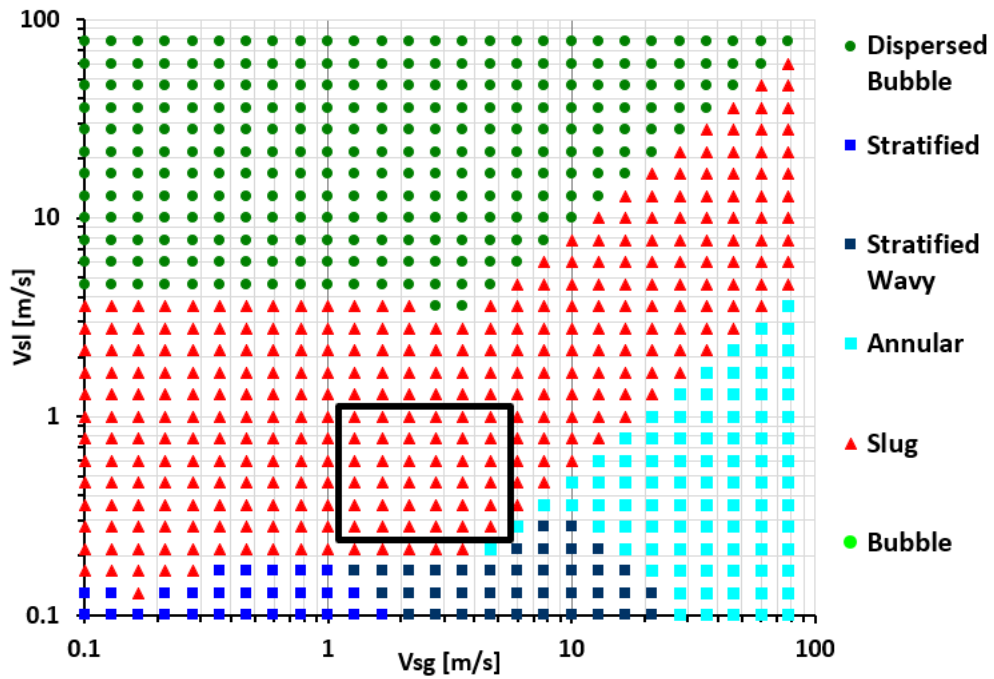


Figura A.4: Bendiksen.

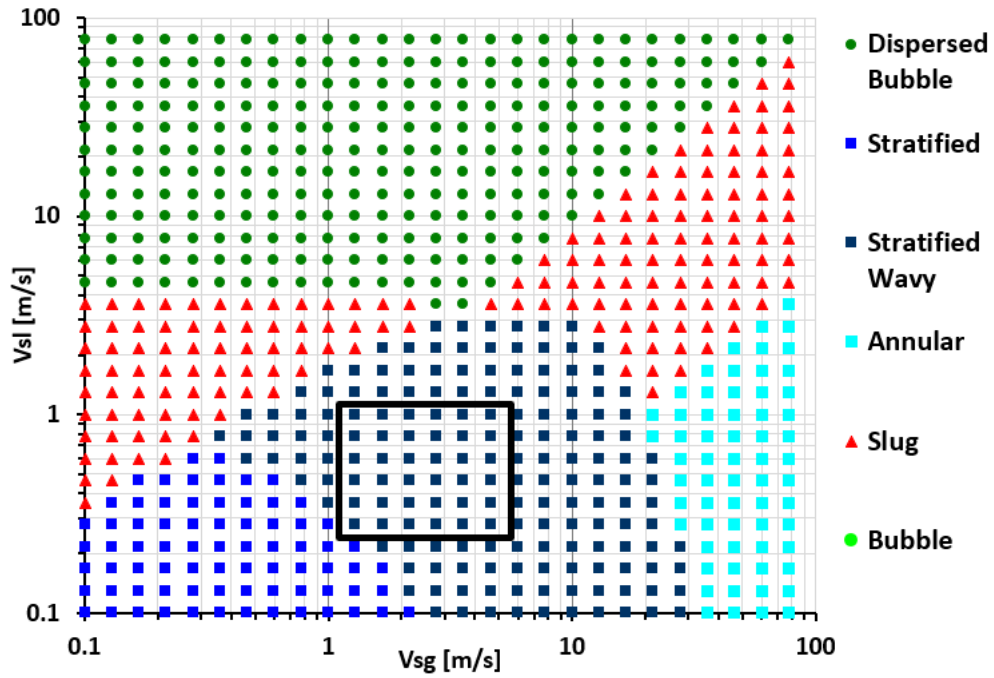


Figura A.5: Chermisinoff y Davis.

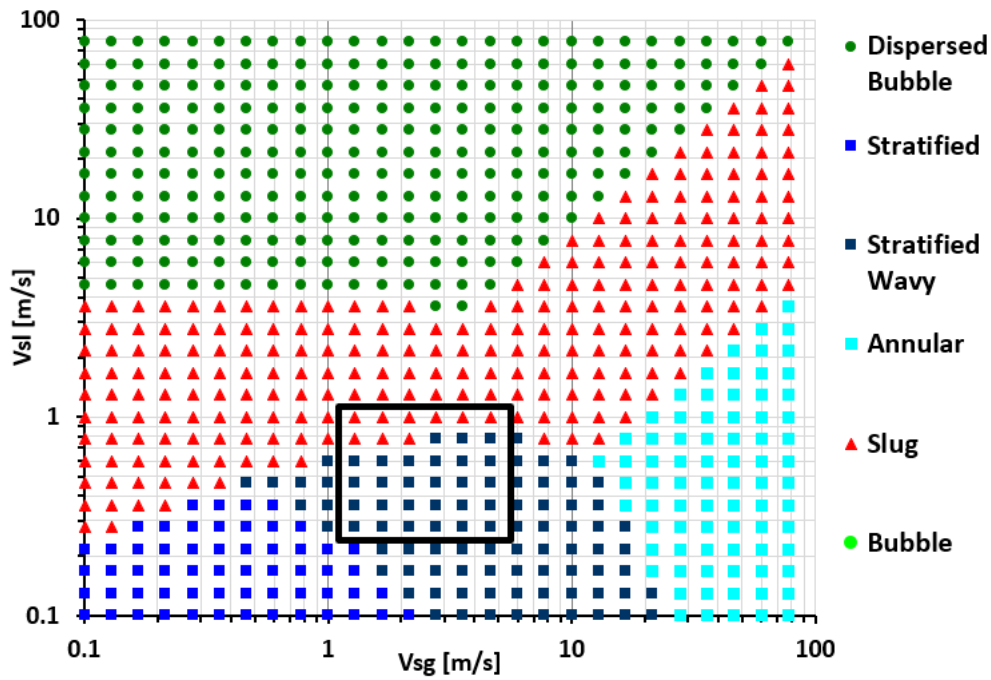


Figura A.6: Hart.

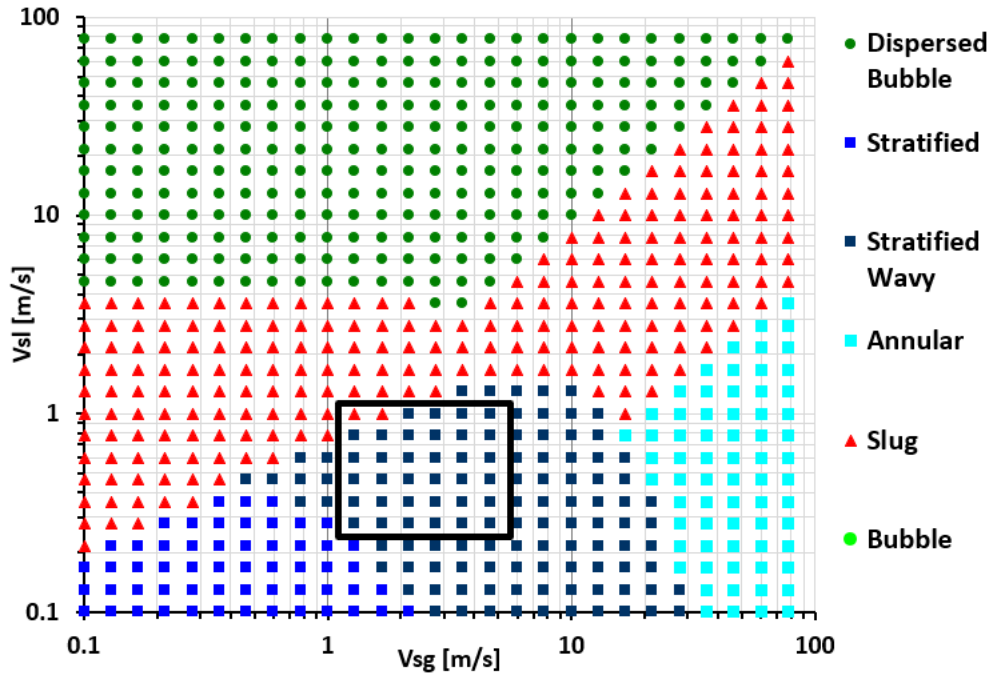


Figura A.7: Kim.

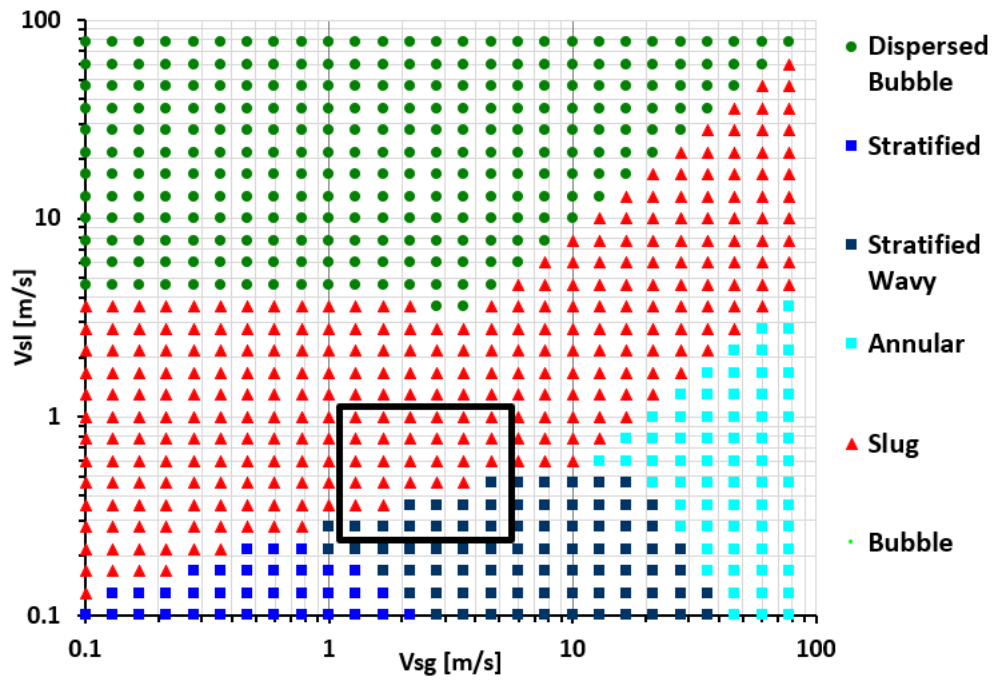


Figura A.8: Kowalski.

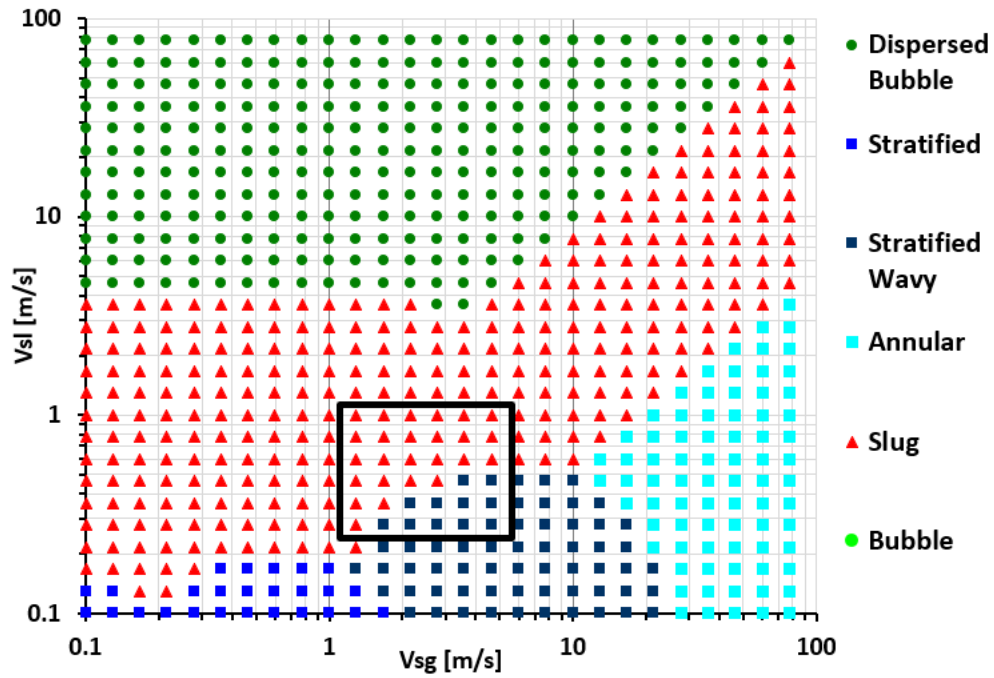


Figura A.9: Andreussi y Persen.

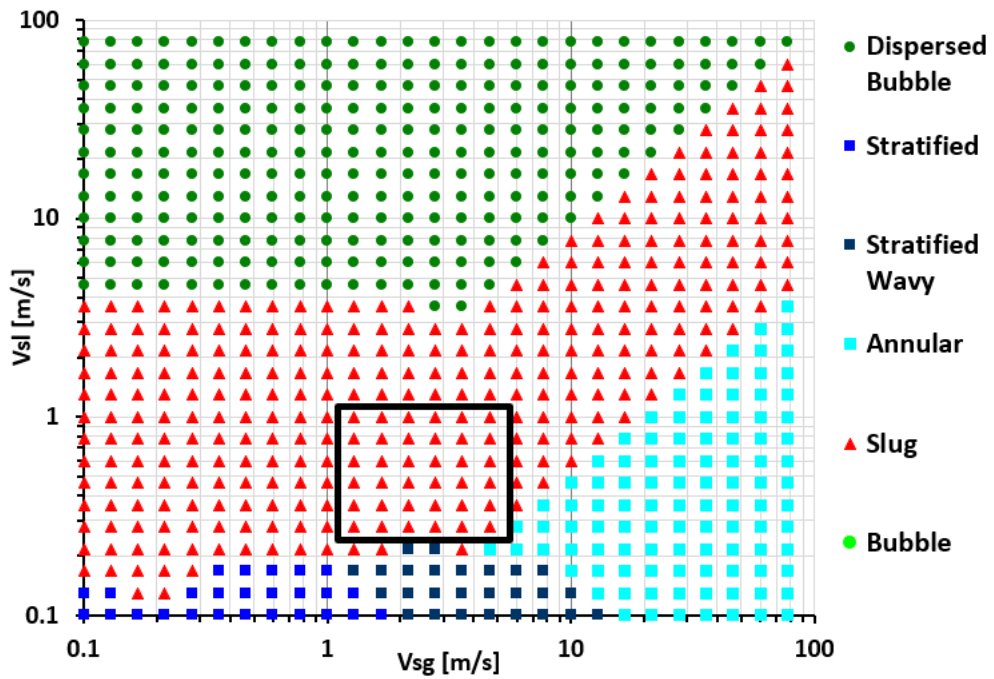


Figura A.10: Taitel y Dukler.

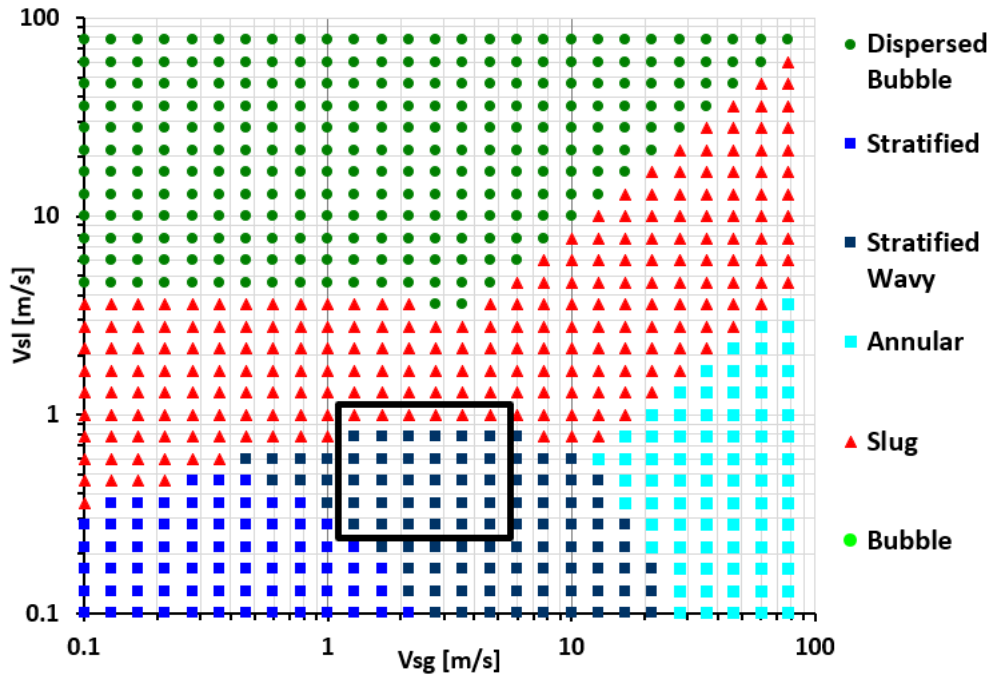


Figura A.11: Vlachos.

A.1.2. Fricción en la pared

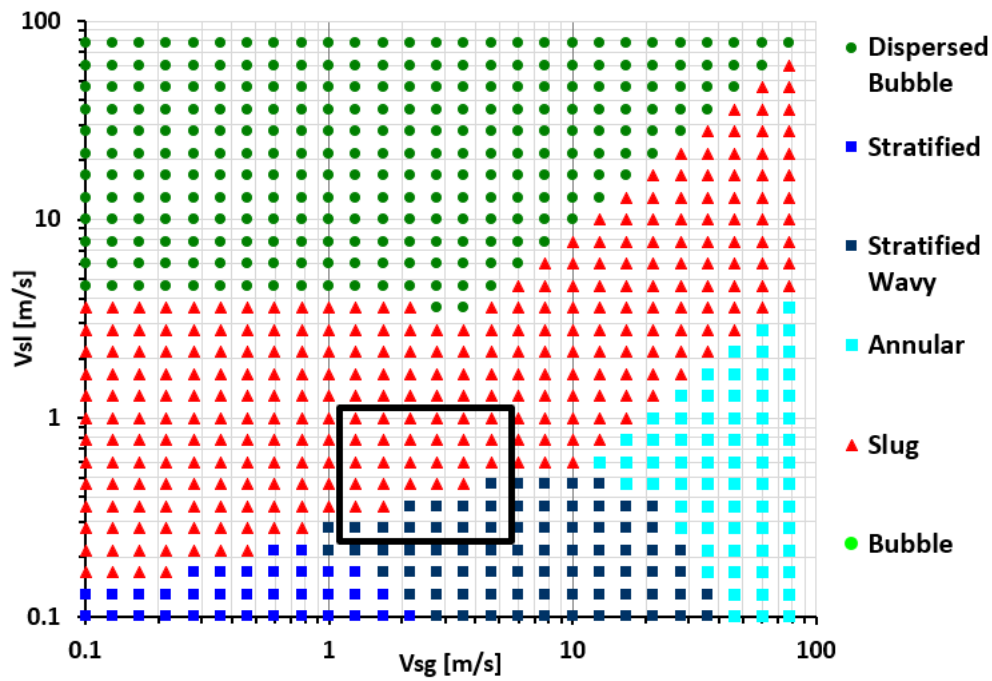


Figura A.12: Blasius.



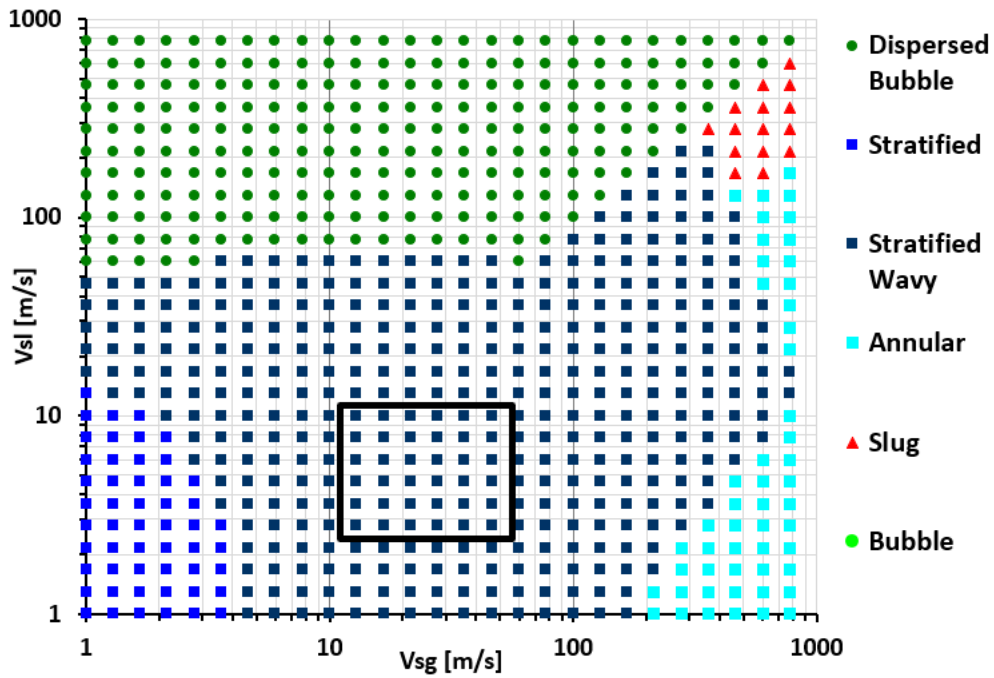


Figura A.13: Hall.

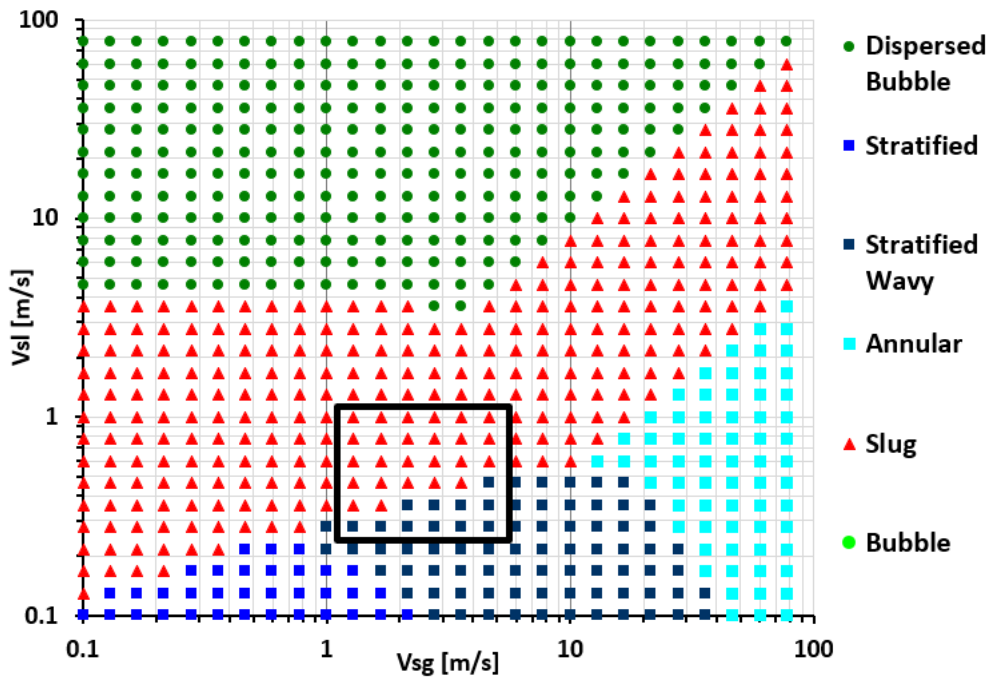


Figura A.14: Churchill.

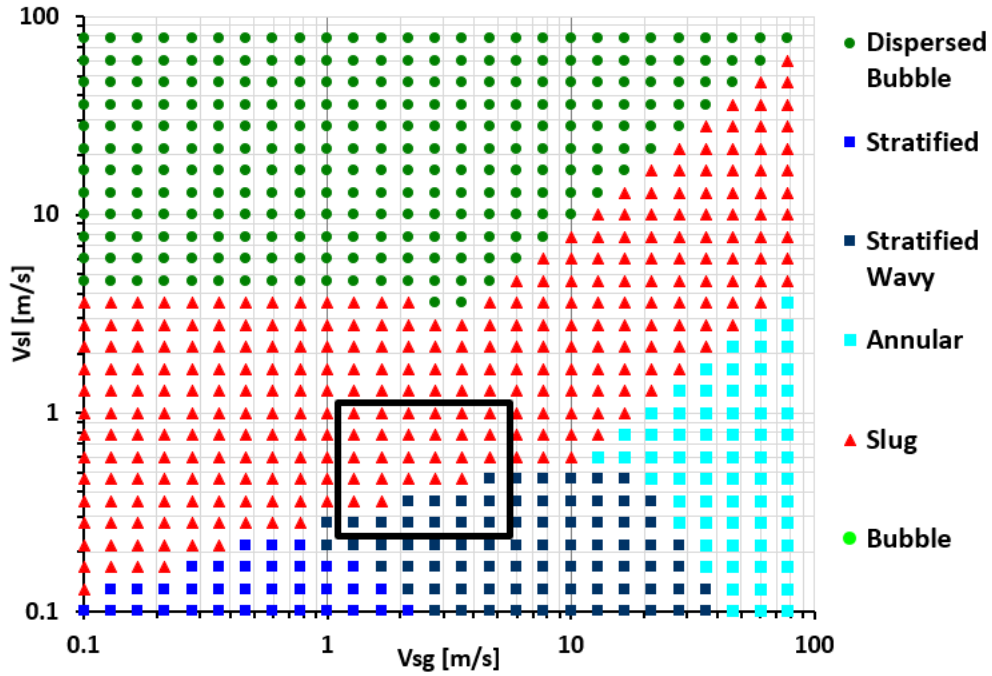


Figura A.15: Swamee y Jain.

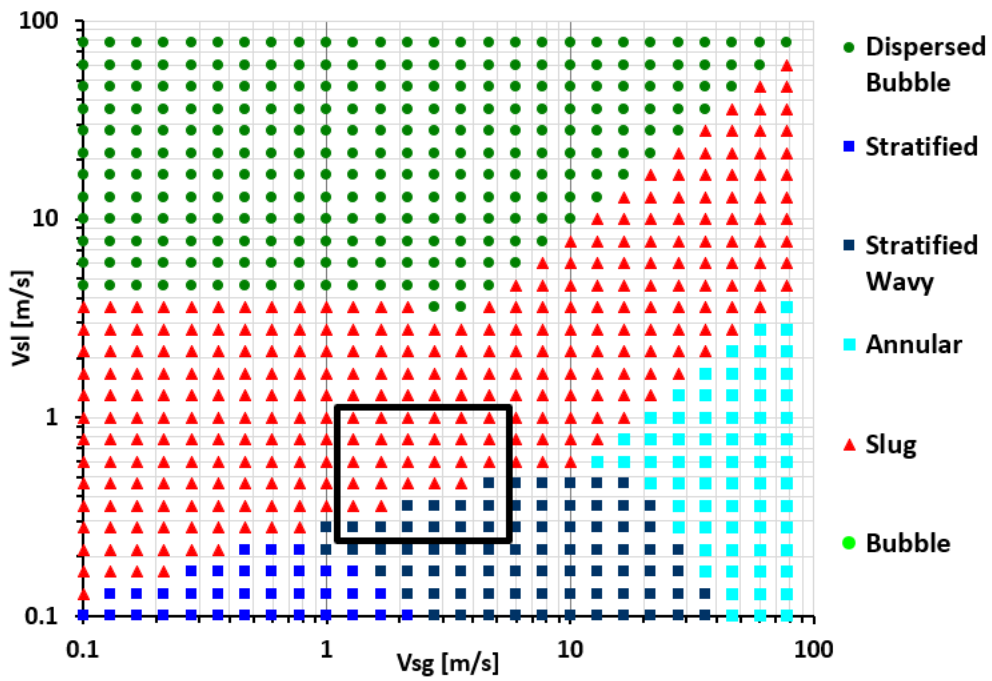


Figura A.16: Zigrang y Sylvester.

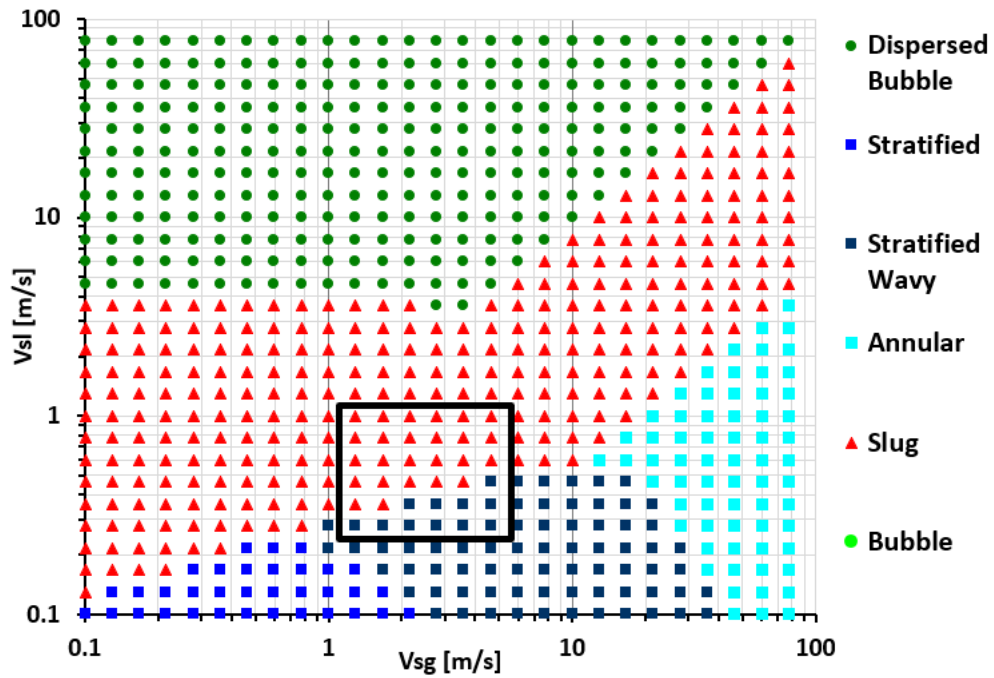


Figura A.17: Haaland.

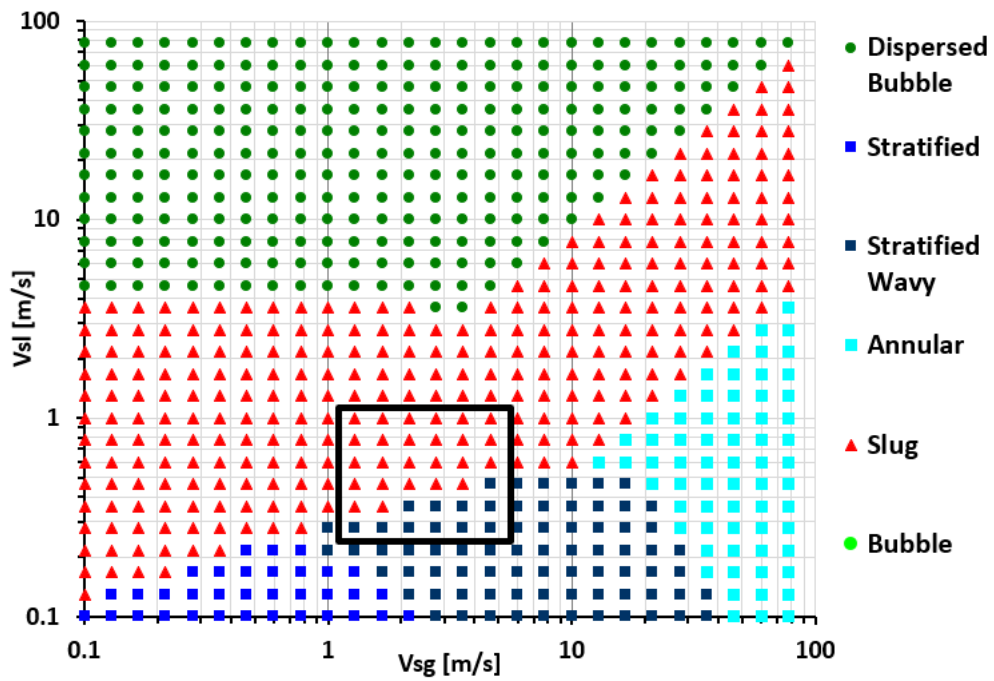


Figura A.18: Colebrook.

A.1.3. Fricción de la mezcla

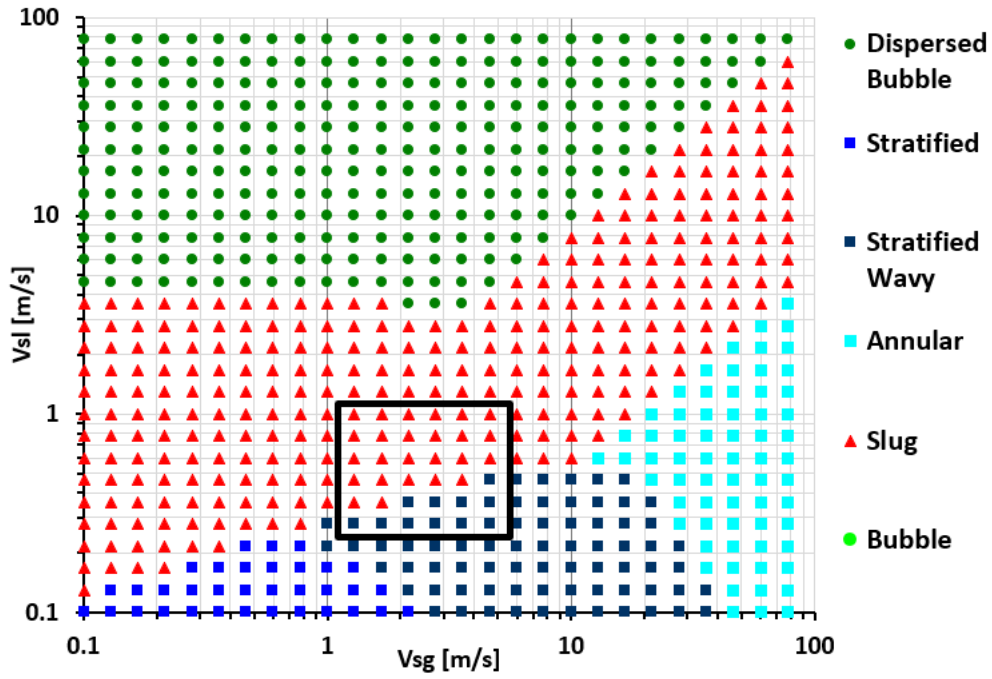


Figura A.19: Blasius.

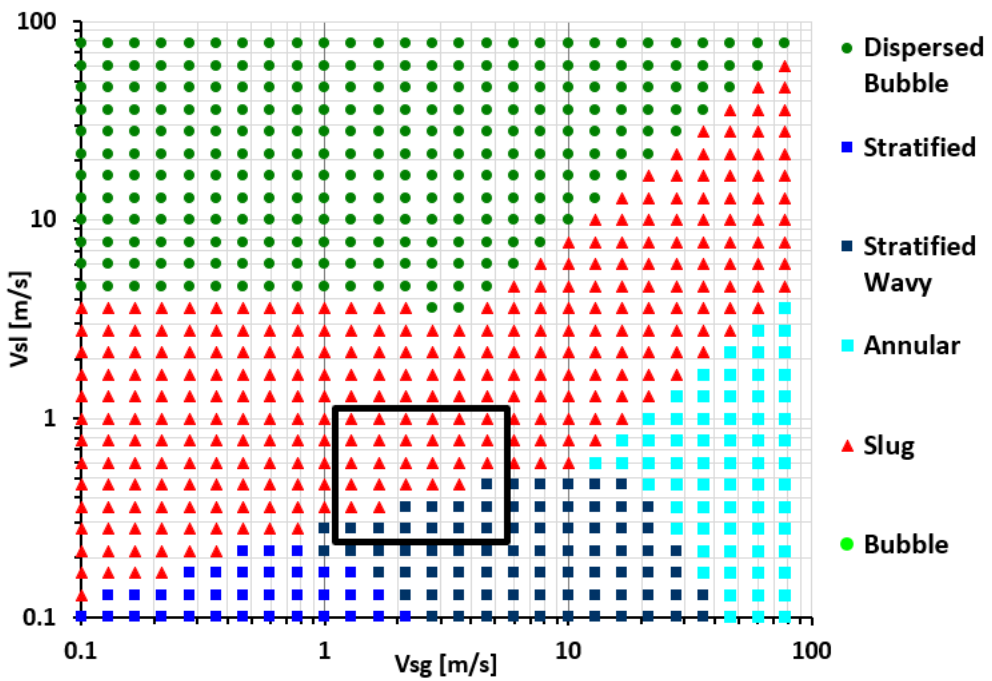


Figura A.20: Hall.

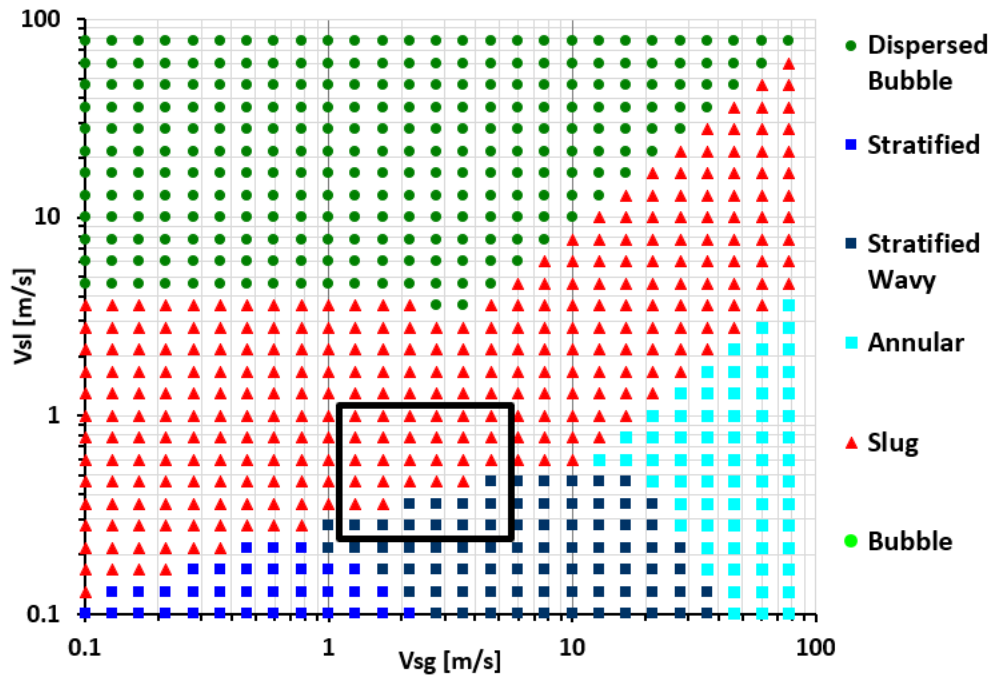


Figura A.21: Churchill.

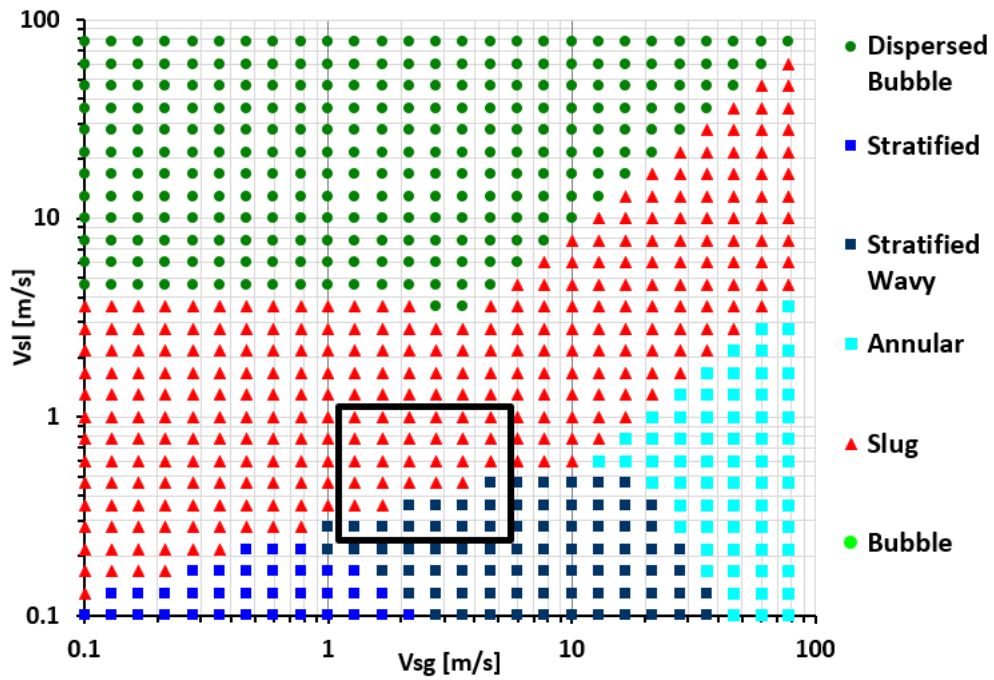


Figura A.22: Swamee y Jain.

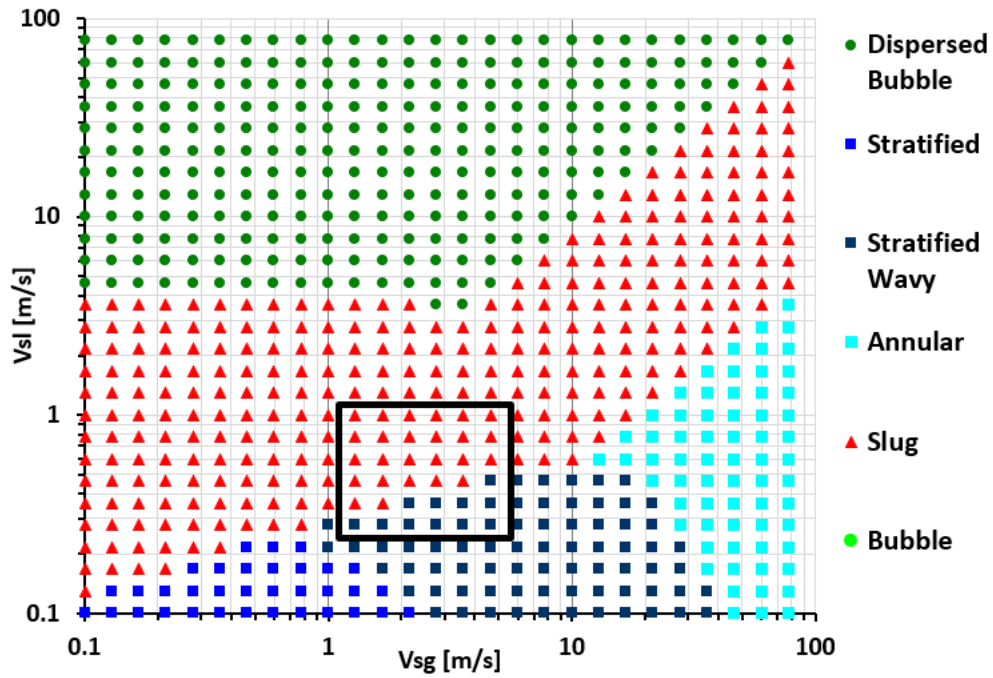


Figura A.23: Zigrang y Sylvester.

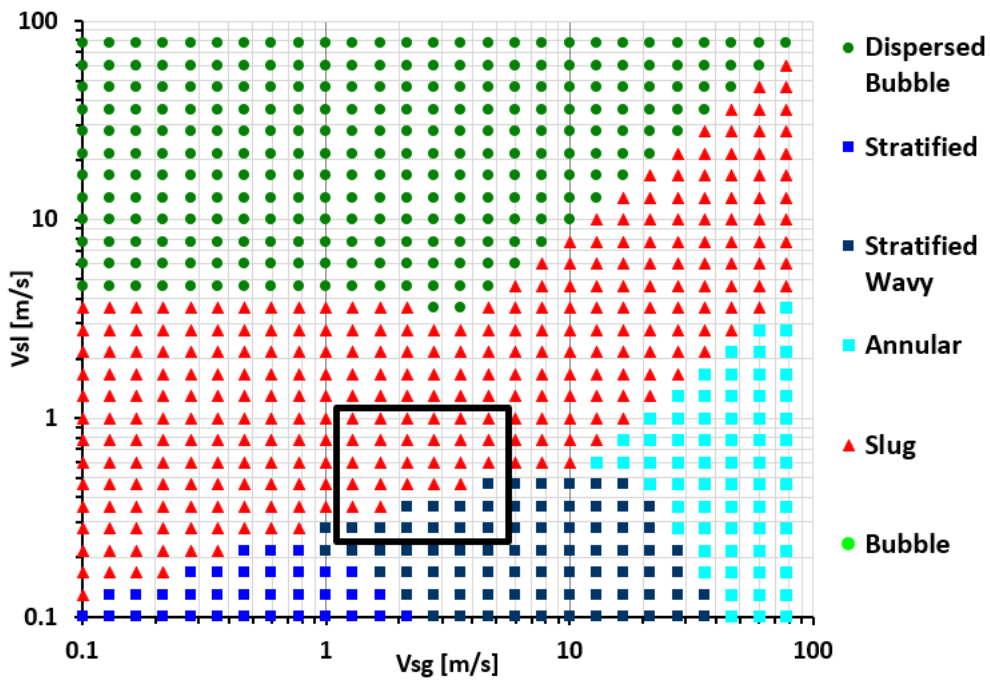


Figura A.24: Haaland.

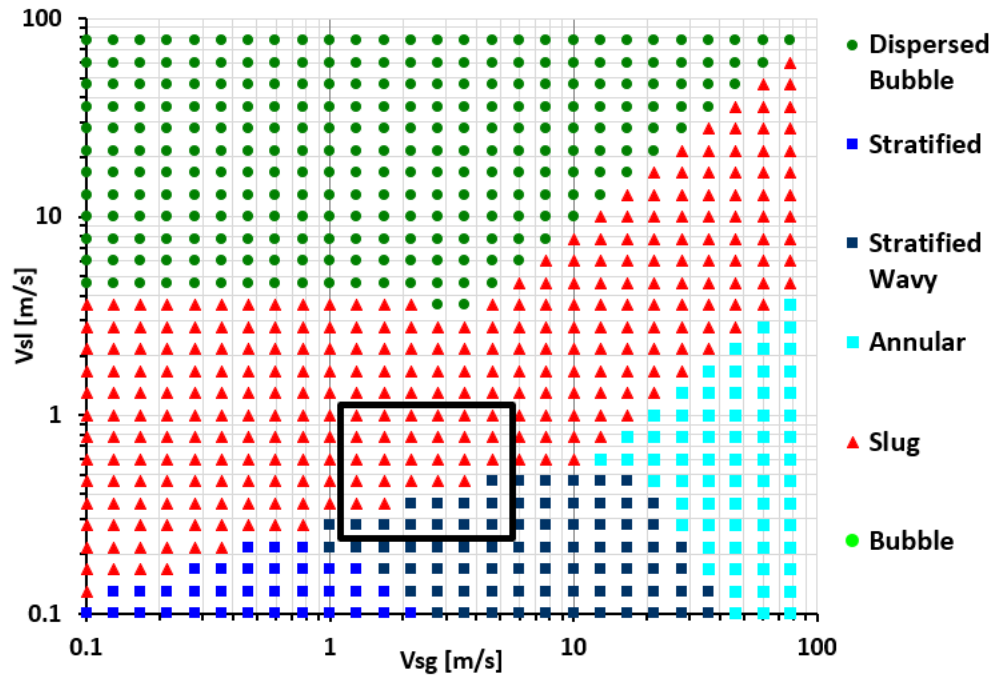


Figura A.25: Colebrook.

# Apéndice B

## Modelo unificado

### B.1. Mapas de patrón de flujo

Se presentan los mapas de patrón de flujo para cada correlación numérica de cada una de las relaciones de cerradura del modelo unificado, de acuerdo con las combinaciones mostradas en la Sección 4.1, complementando lo presentado en la Sección 4.1.2 del Capítulo 4.



## B.1.1. Arrastre

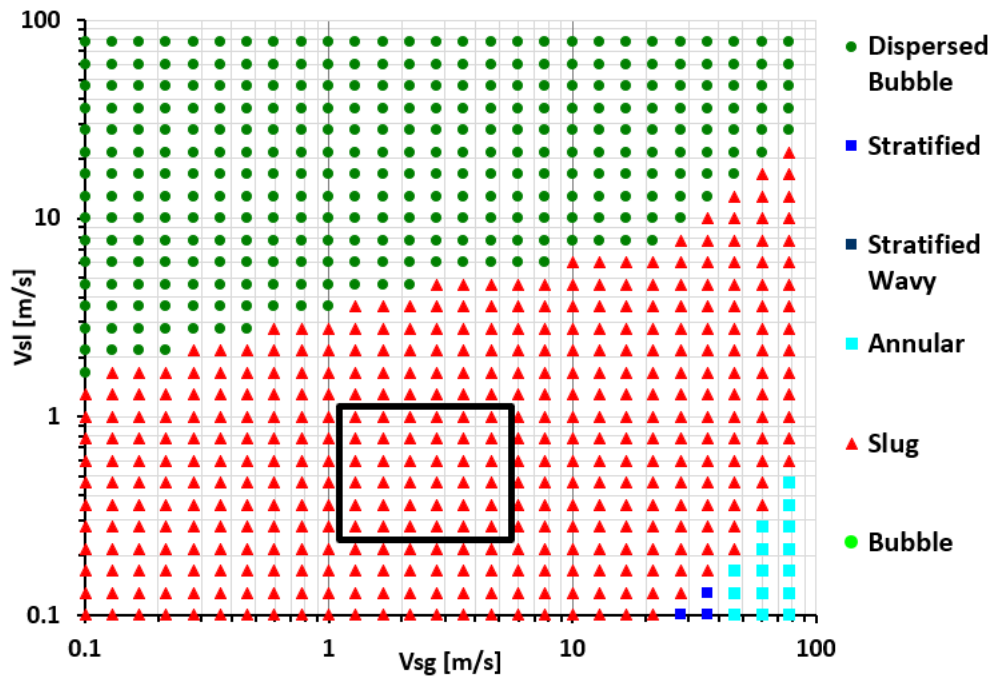


Figura B.1: Wallis.

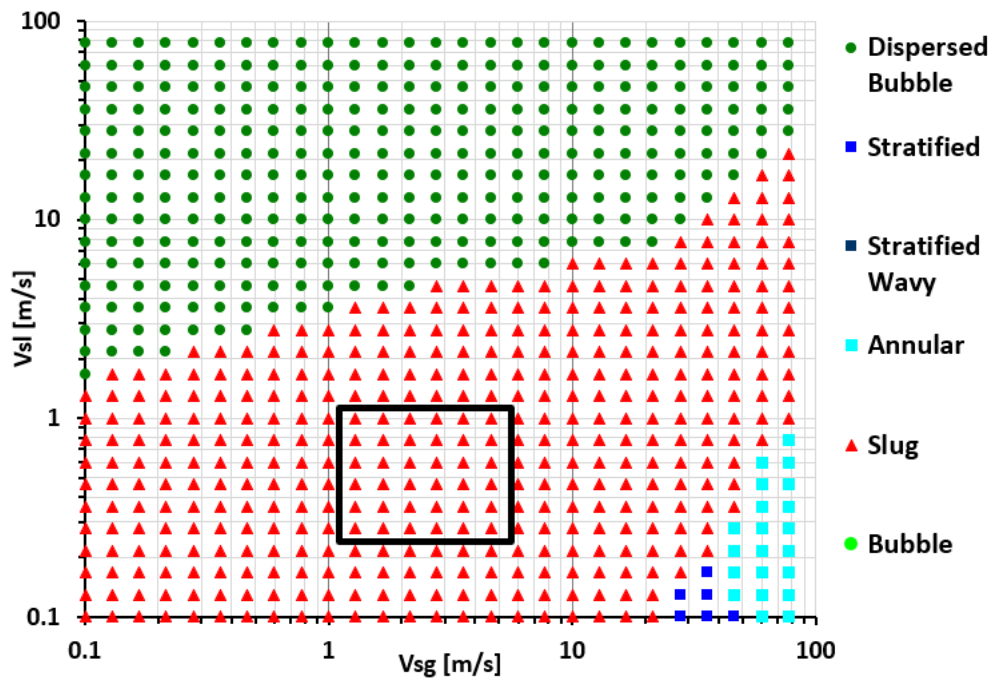


Figura B.2: Paleev y Filippovich.

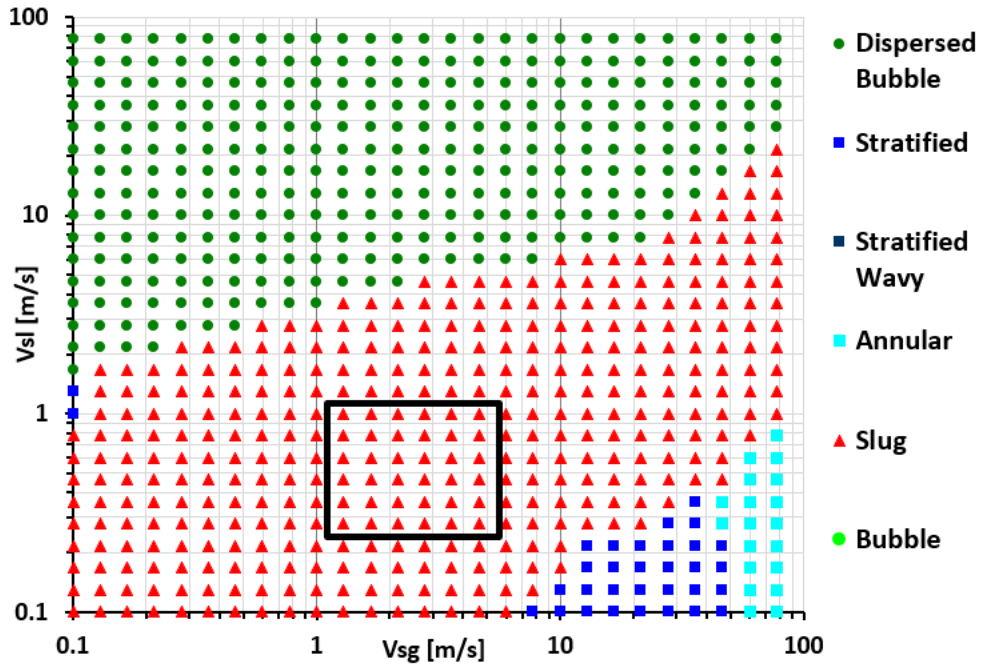


Figura B.3: Oliemans et al.

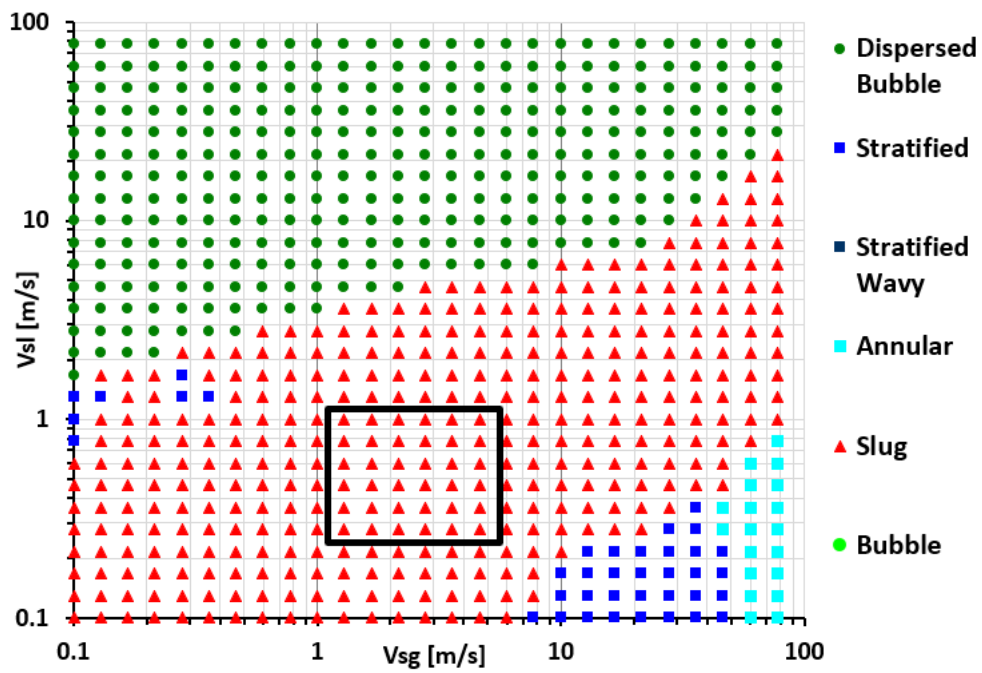


Figura B.4: Zhang et al.

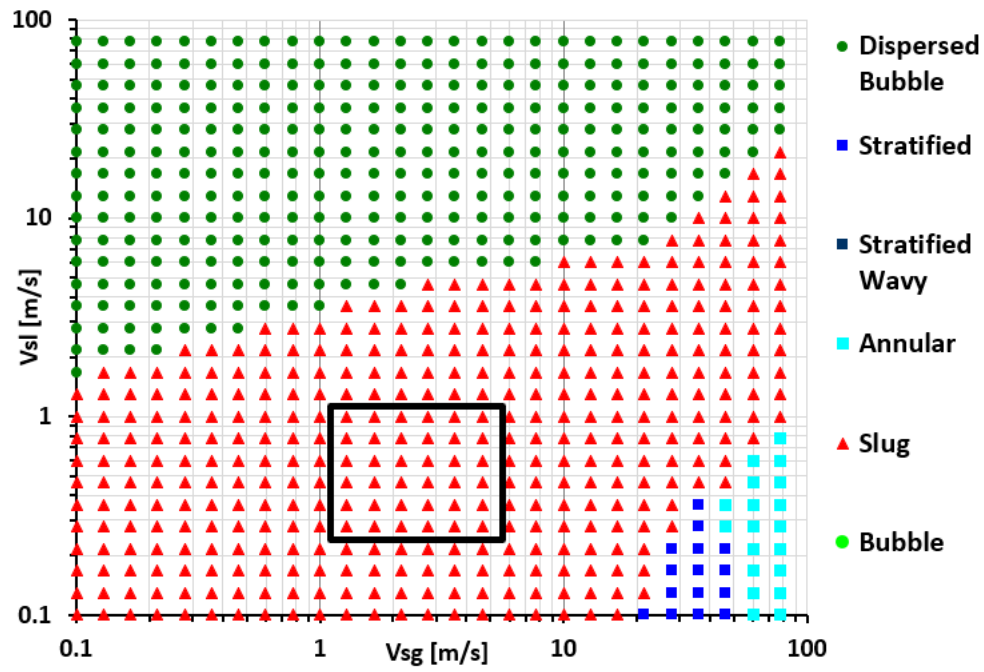


Figura B.5: Ishii y Mishima.

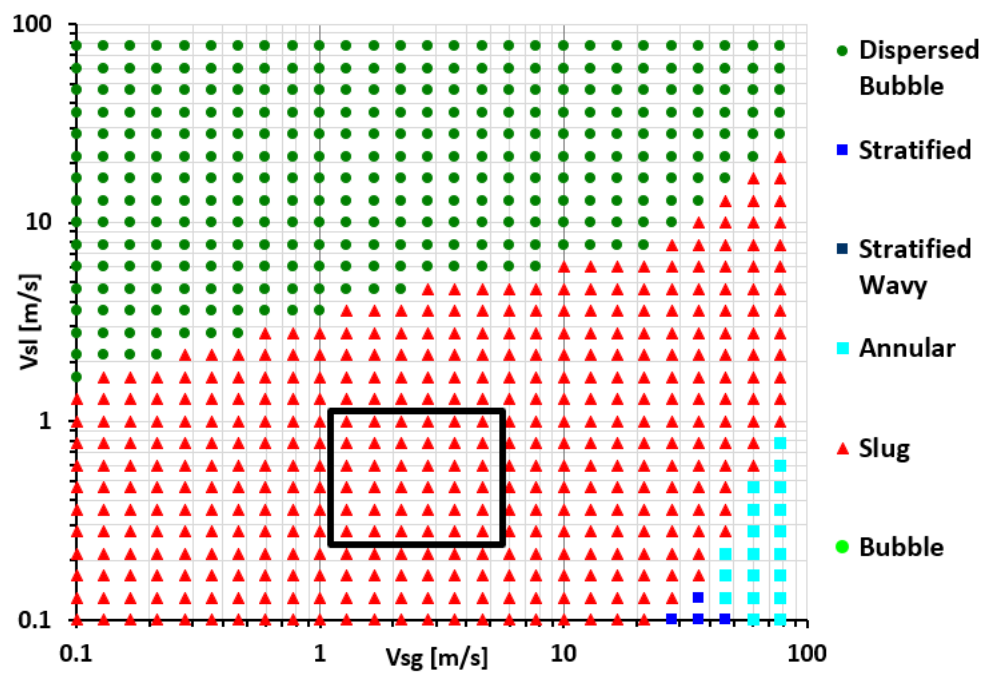


Figura B.6: Pan y Hanratty.

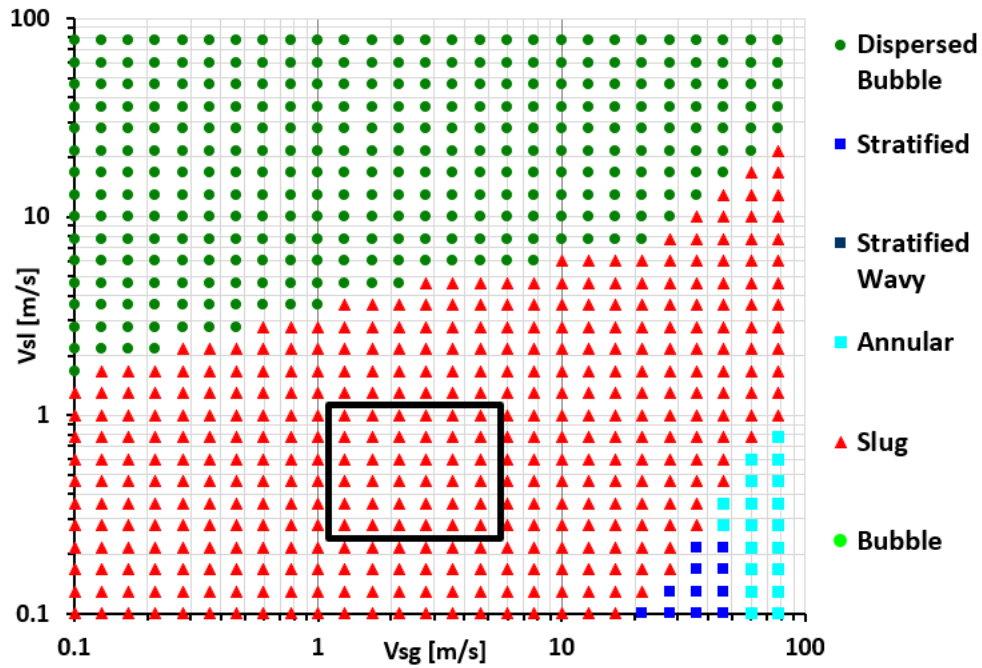


Figura B.7: Sawant et al. 2008

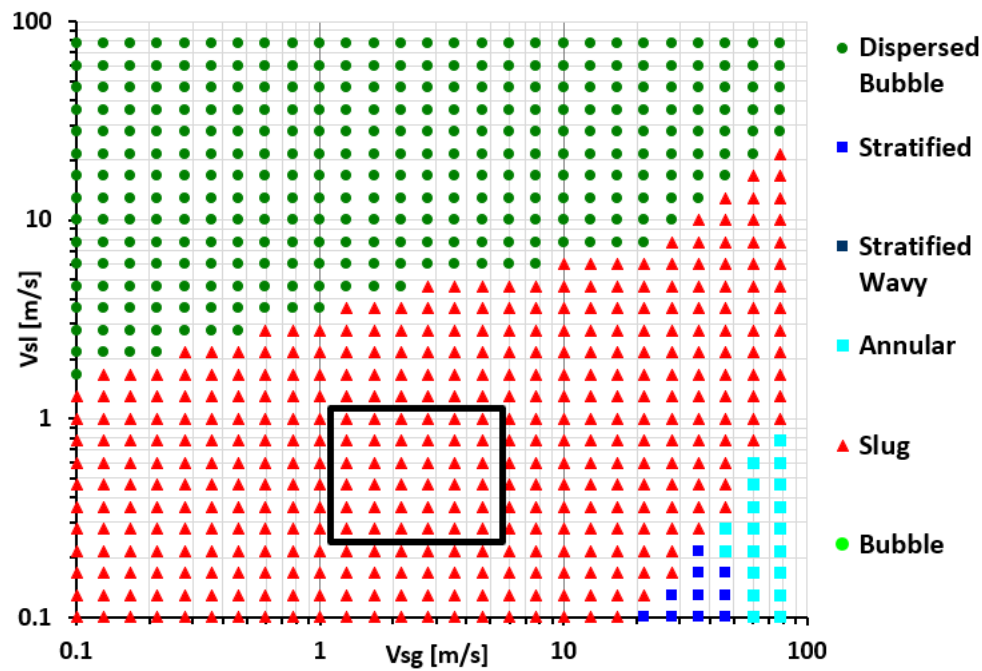


Figura B.8: Sawant et al. 2009

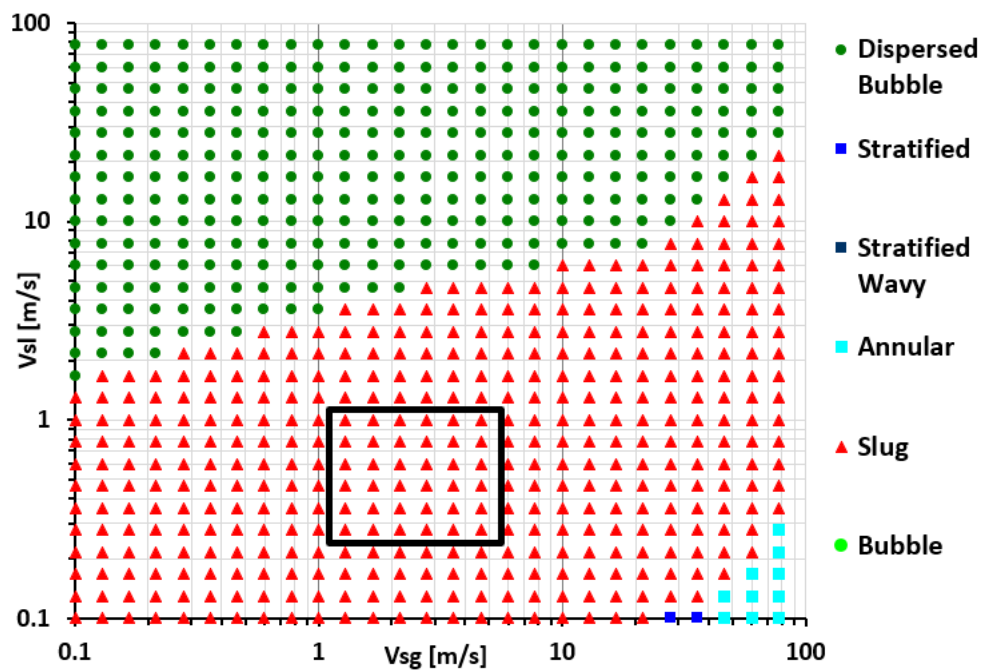


Figura B.9: Ousaka et al.

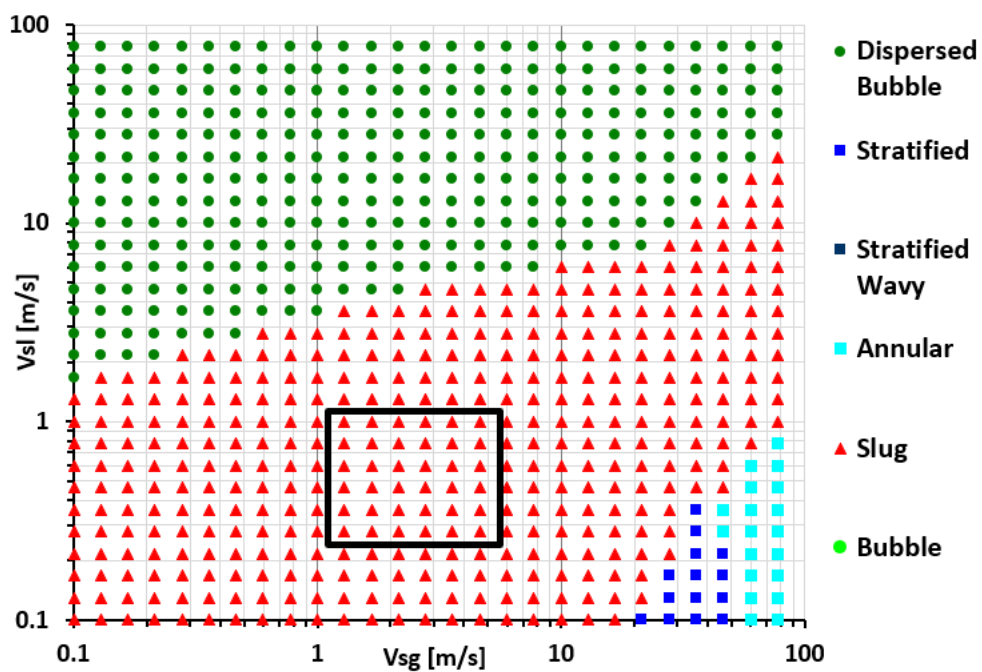


Figura B.10: Al-Sarkhi et al.

B.1.2. Fricción interfacial

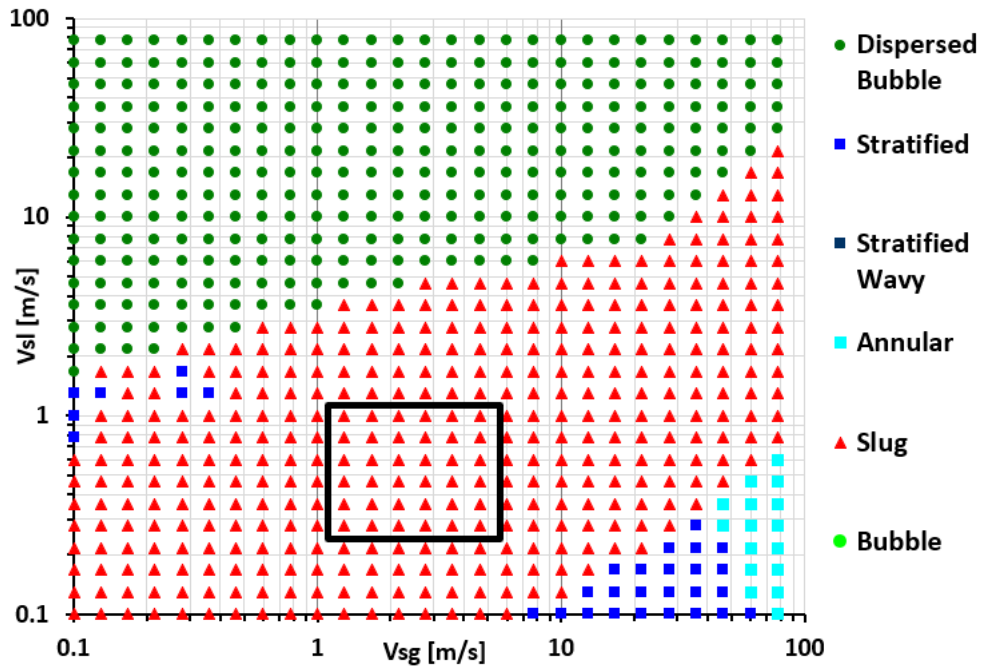


Figura B.11: Cohen y Hanratty.

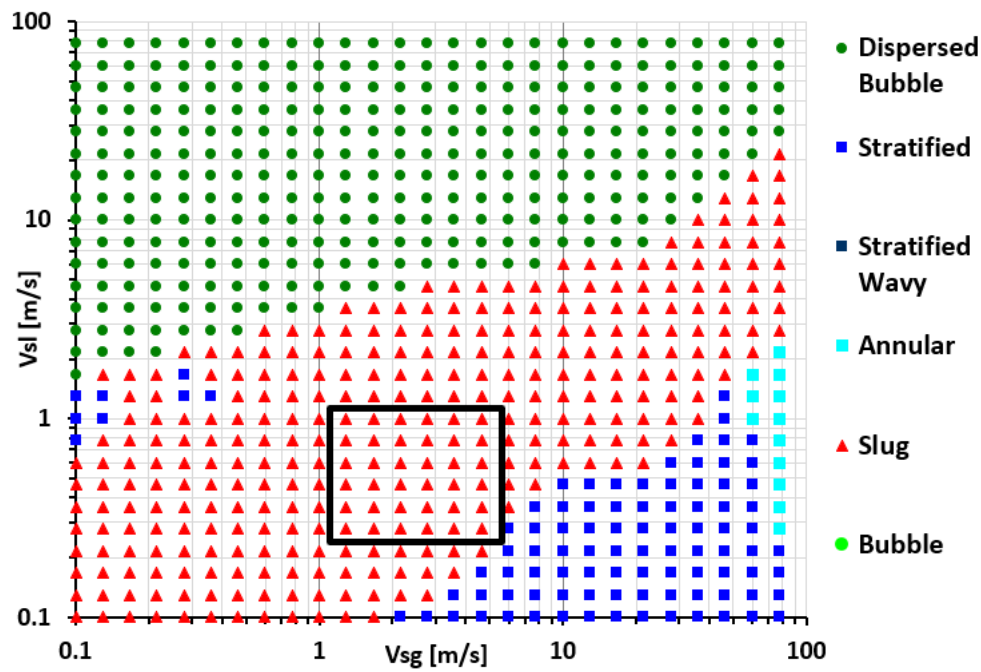


Figura B.12: Hart et al.

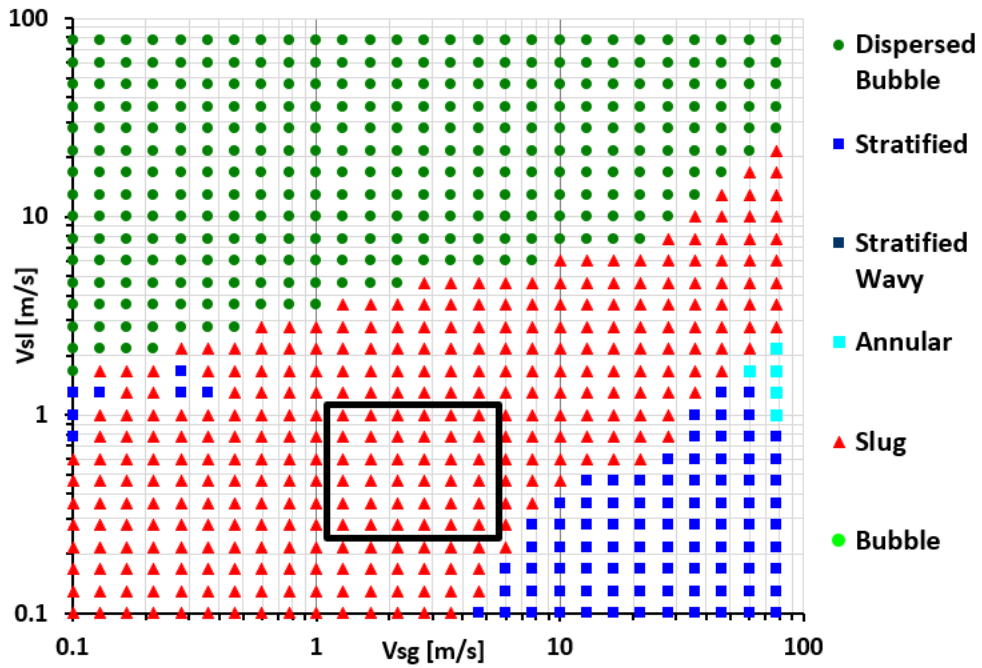


Figura B.13: Kowalski.

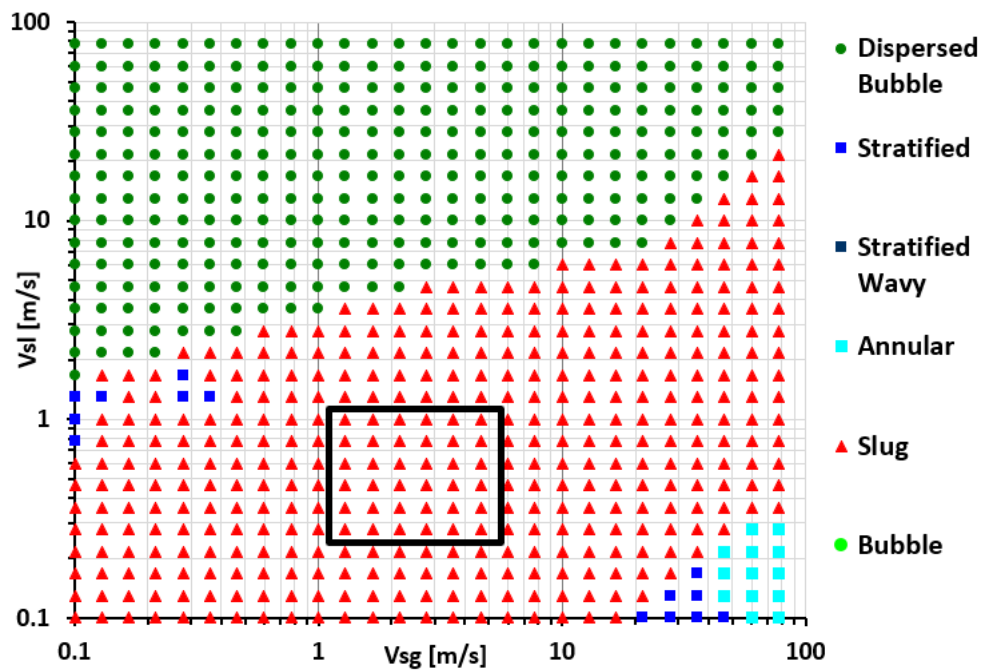


Figura B.14: Taitel y Dukler.

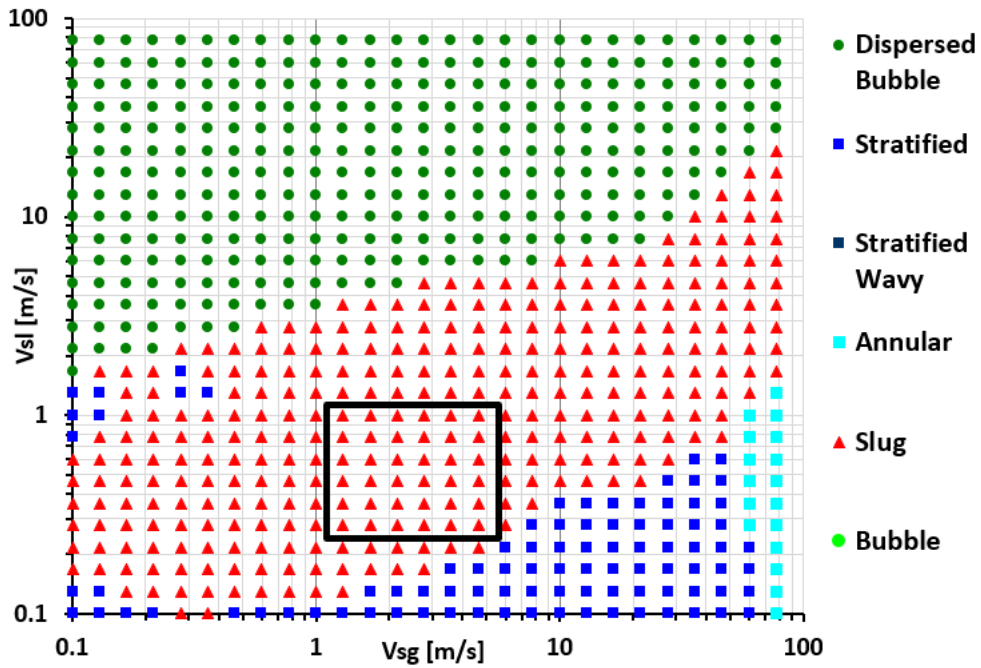


Figura B.15: Vlachos et al.

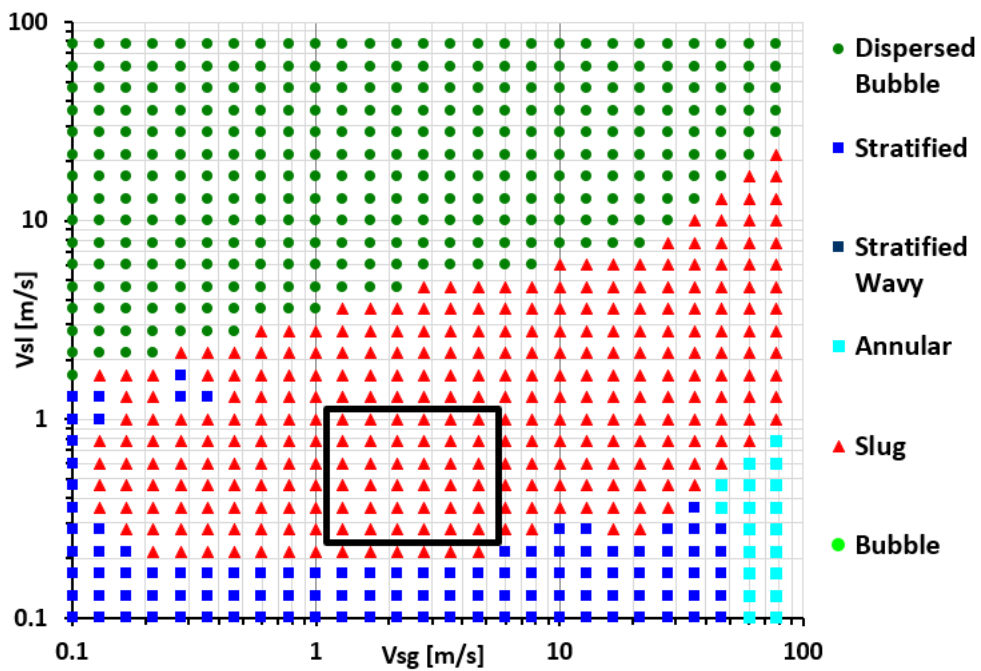


Figura B.16: Wallis.



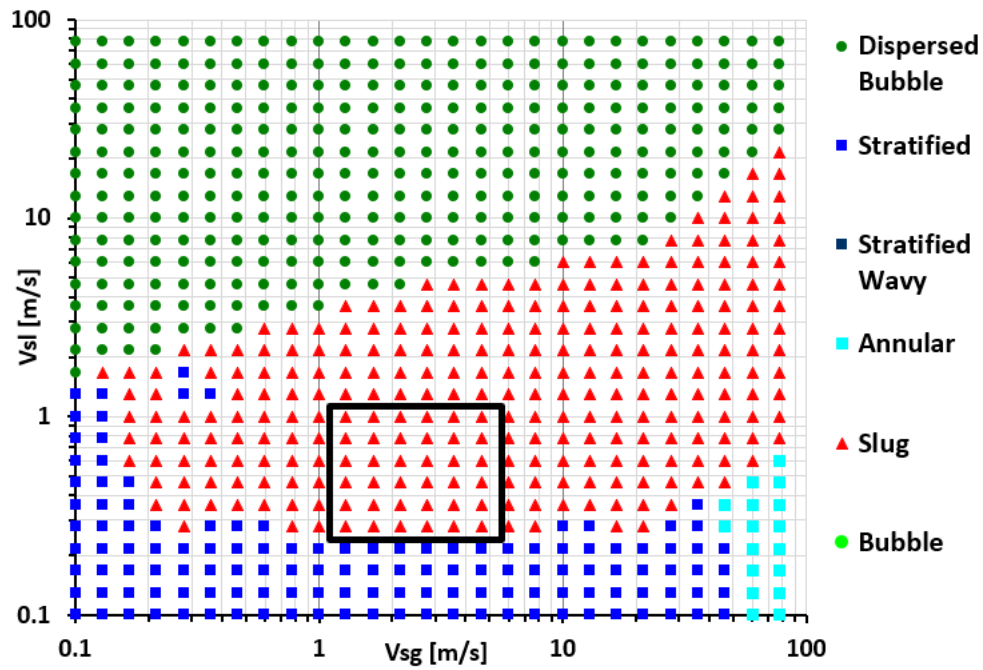


Figura B.17: Wallis modificado.

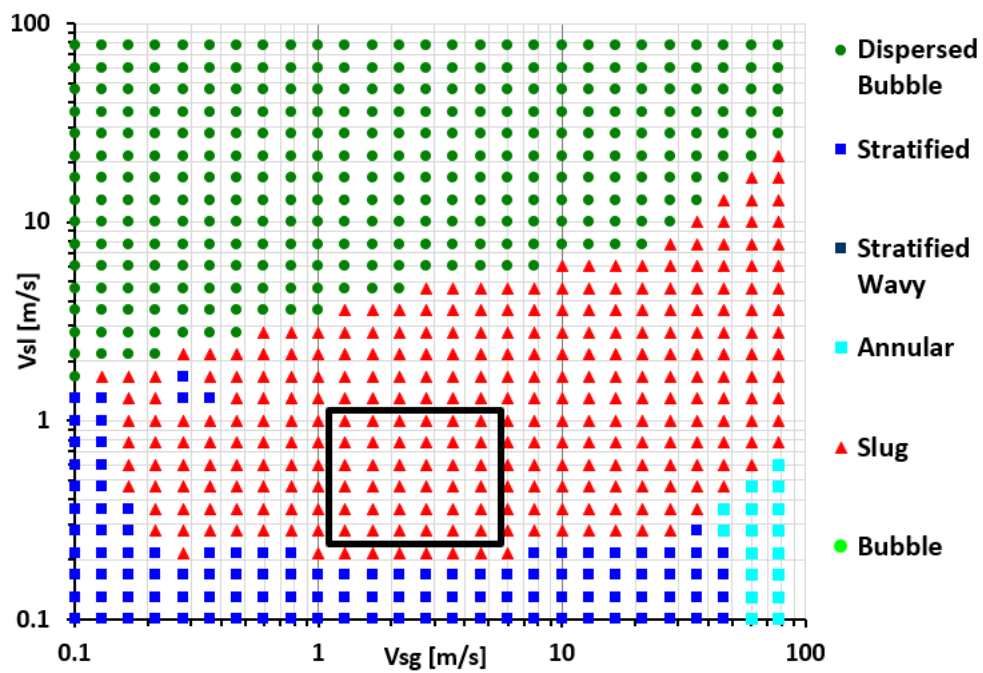


Figura B.18: Whalley y Hewitt.

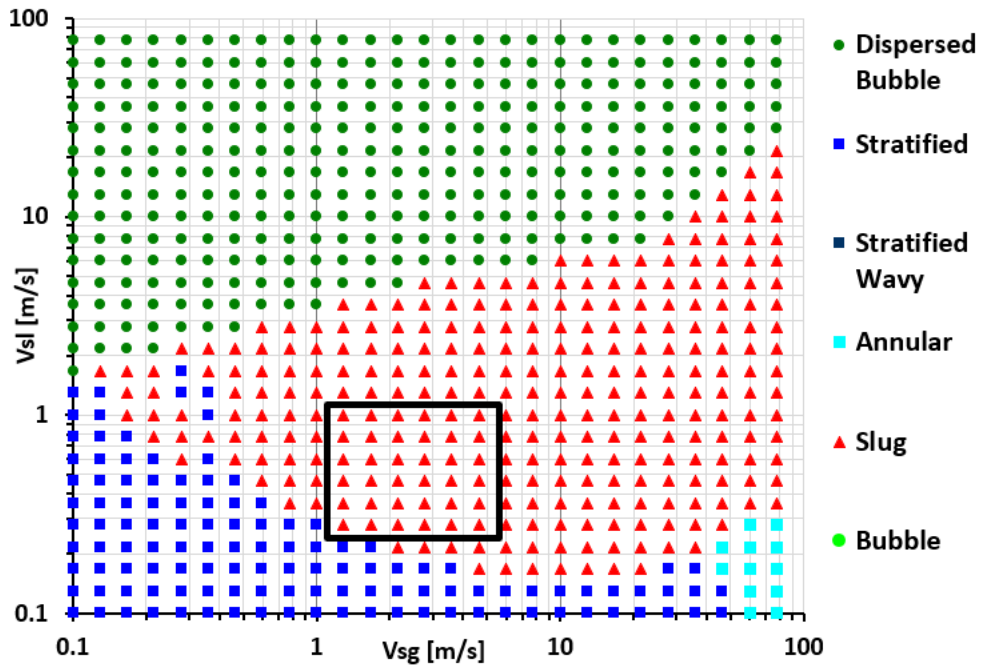


Figura B.19: Oliemans et al.

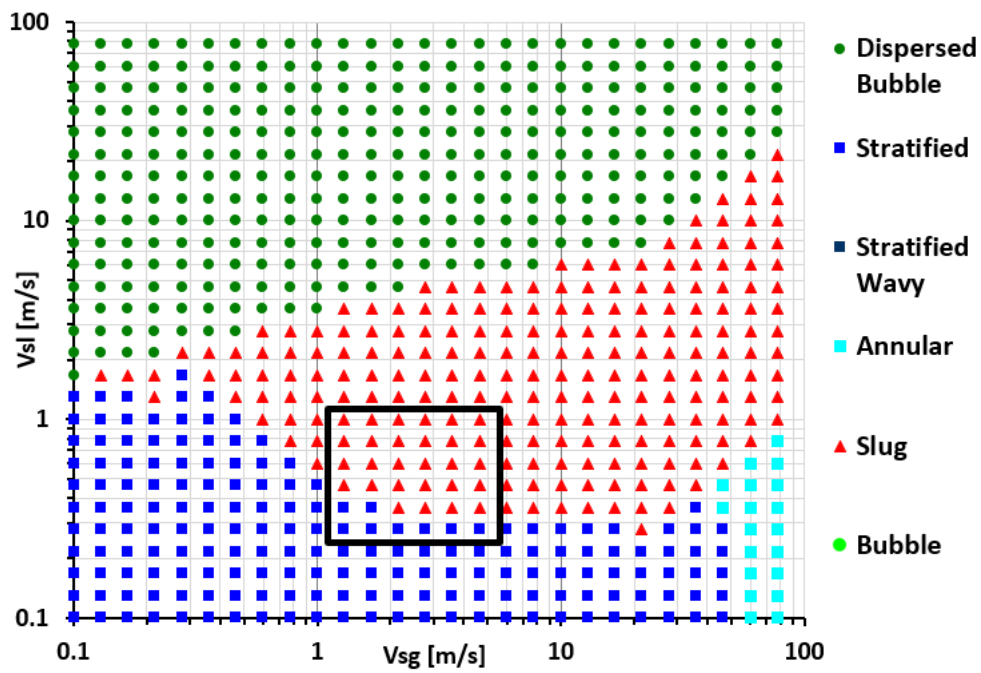


Figura B.20: Fore et al.

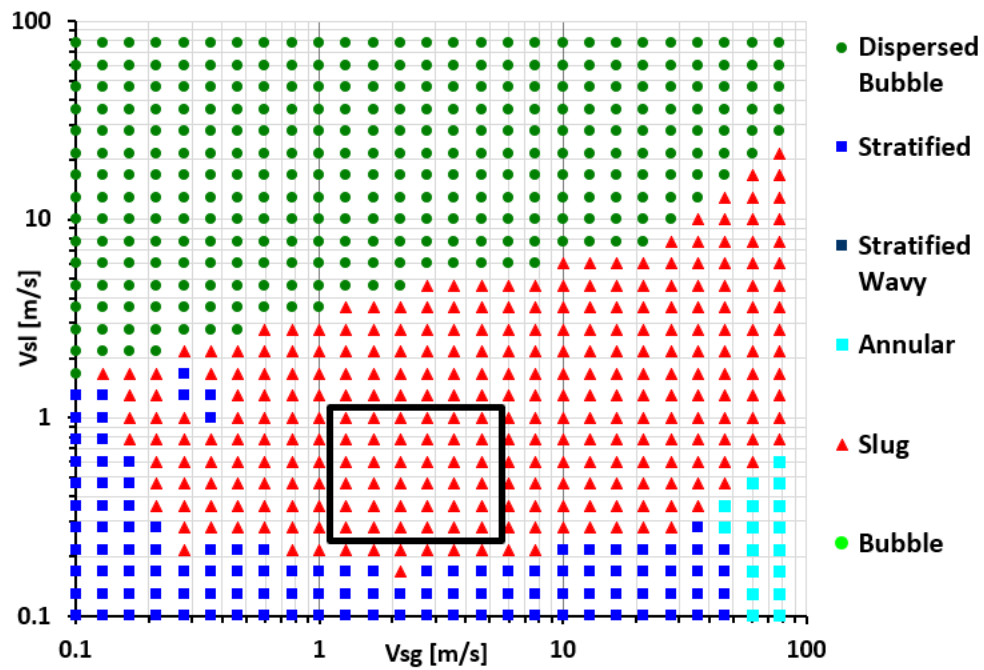


Figura B.21: Dallman et al.

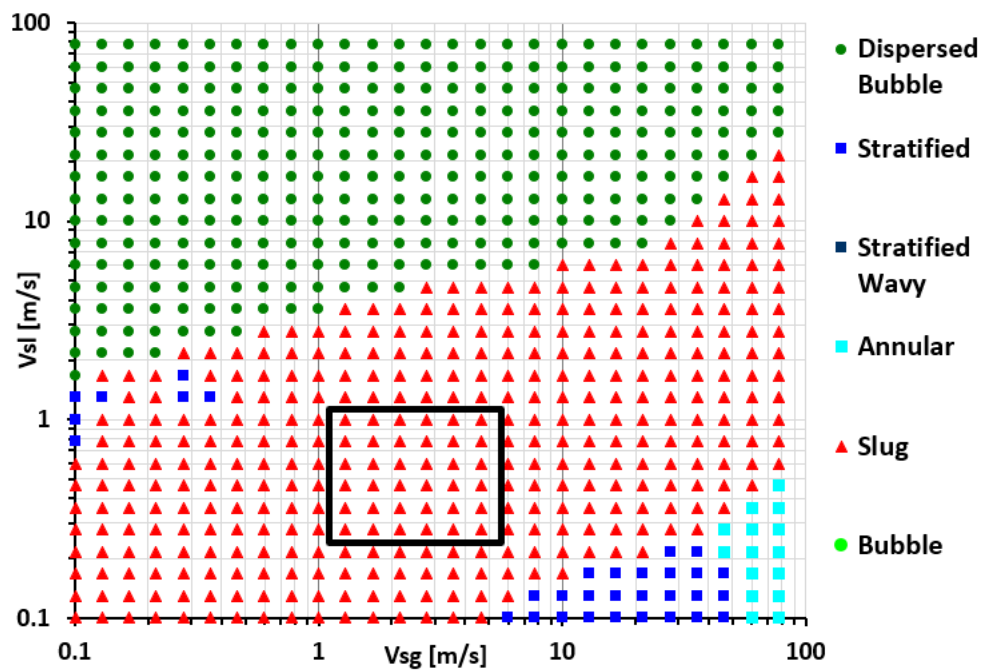


Figura B.22: Ambrosini et al.

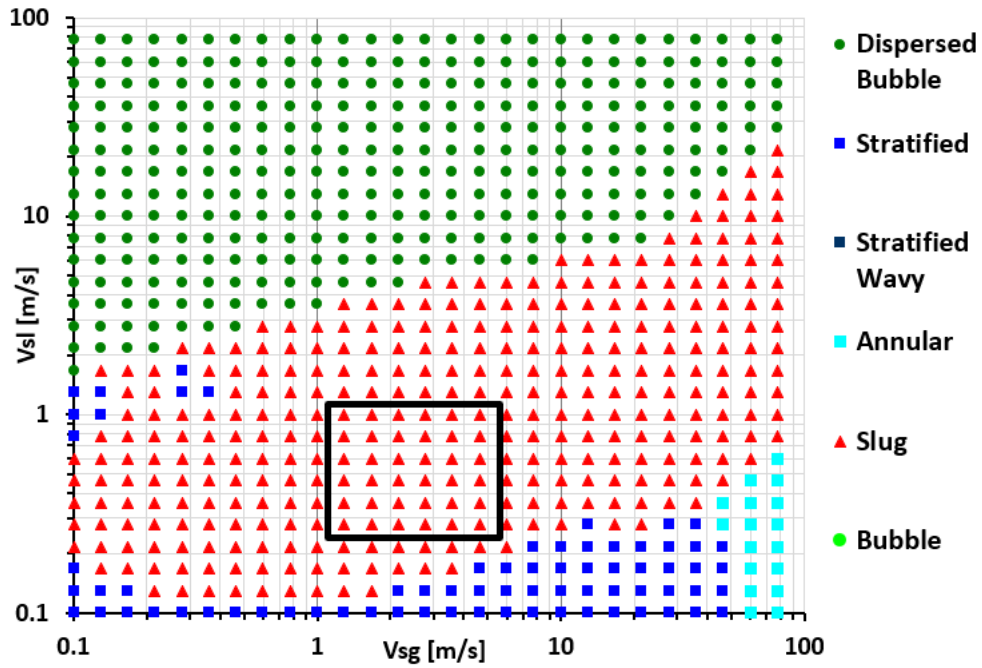


Figura B.23: Hamersma y Hart.

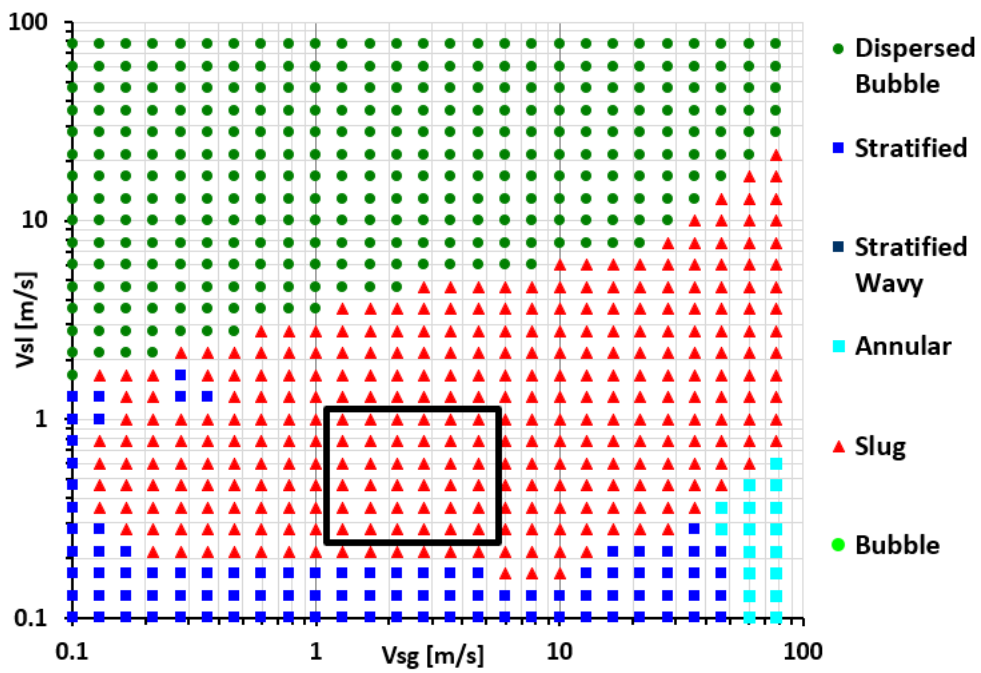


Figura B.24: Chen et al.

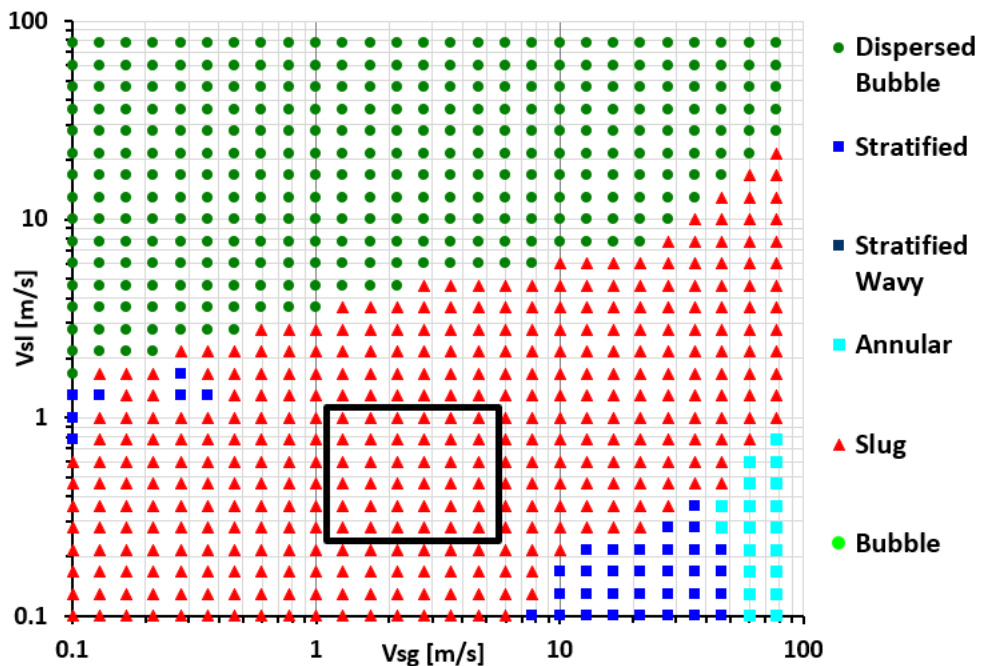


Figura B.25: Zhang et al.

### B.1.3. Fricción en la pared

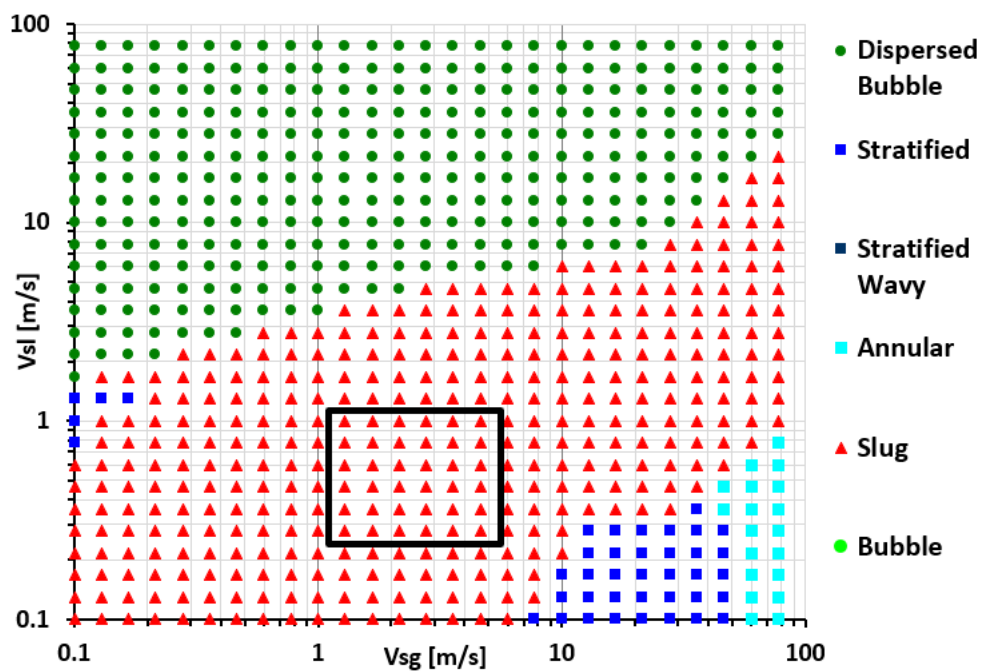


Figura B.26: Blasius.

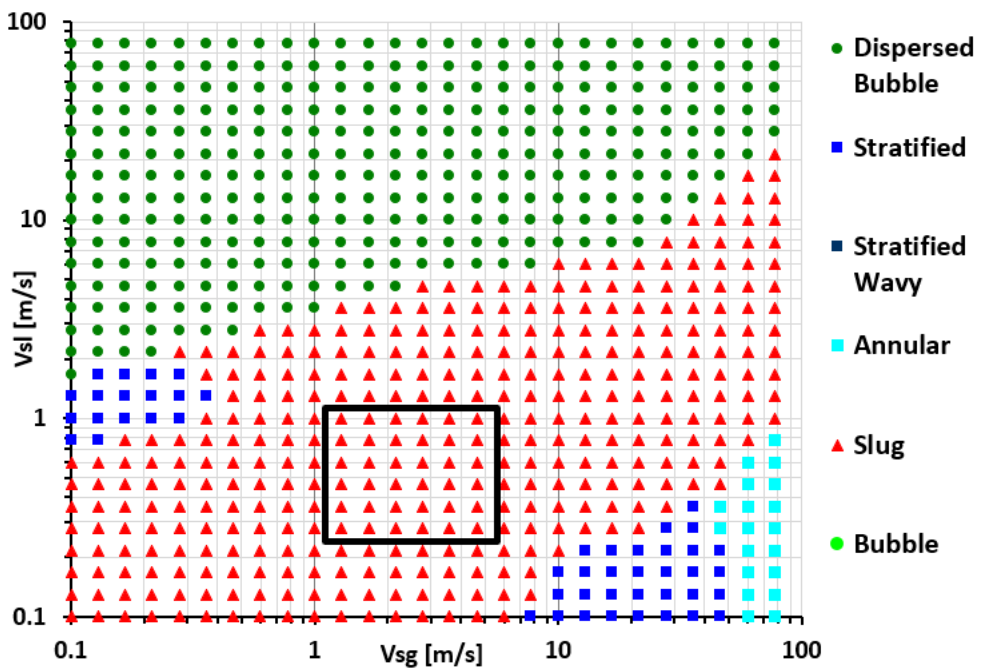


Figura B.27: Hall.

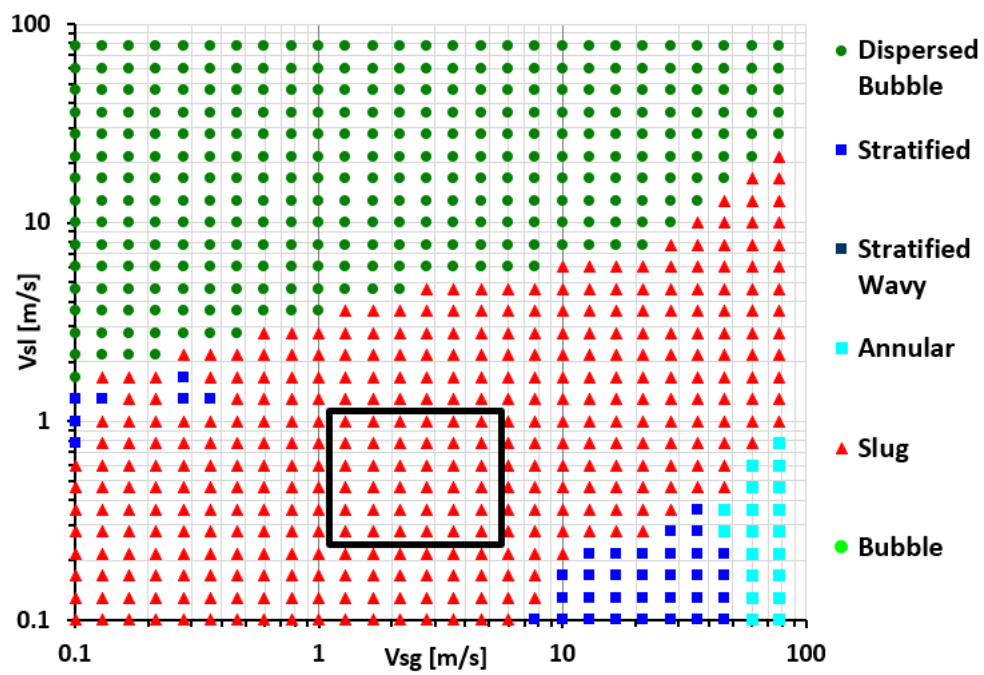


Figura B.28: Churchill.

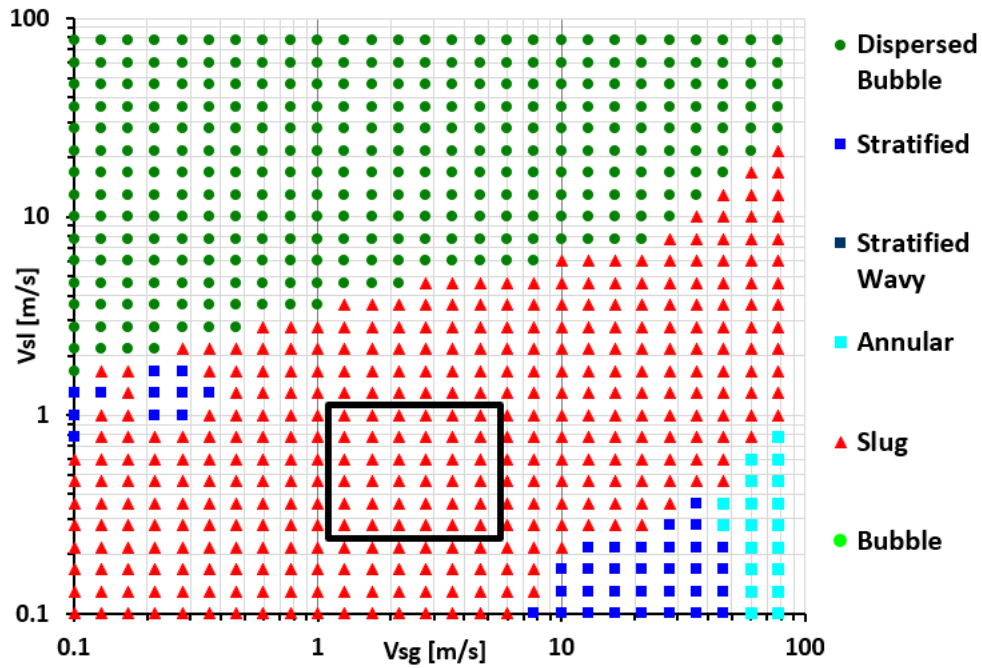


Figura B.29: Swamee y Jain.

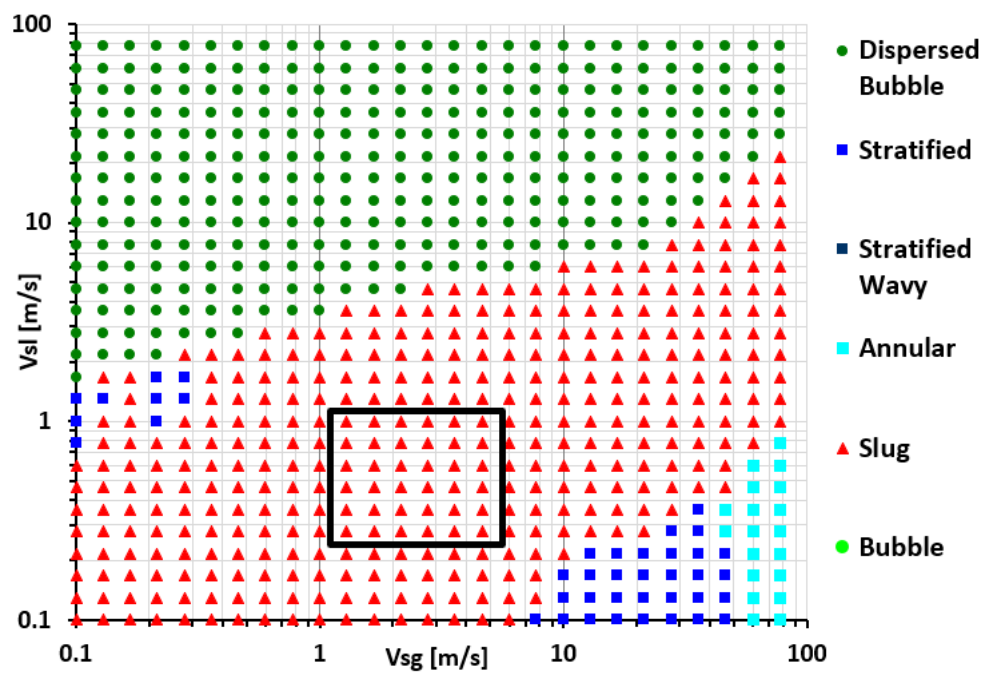


Figura B.30: Zigrang y Sylvester.

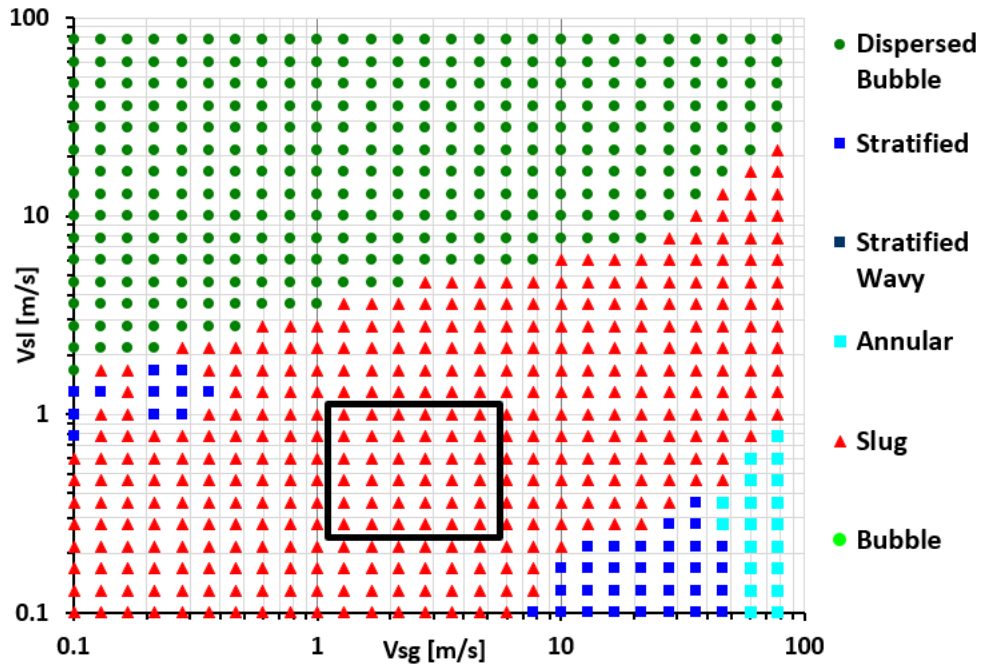


Figura B.31: Haaland.

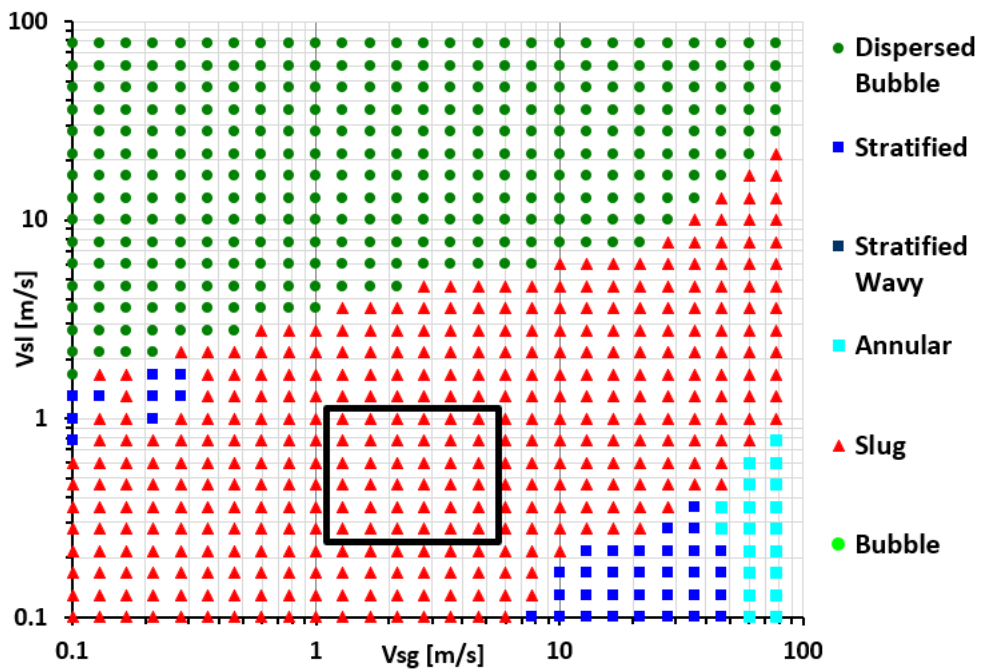


Figura B.32: Colebrook.



B.1.4. Fricción de la mezcla

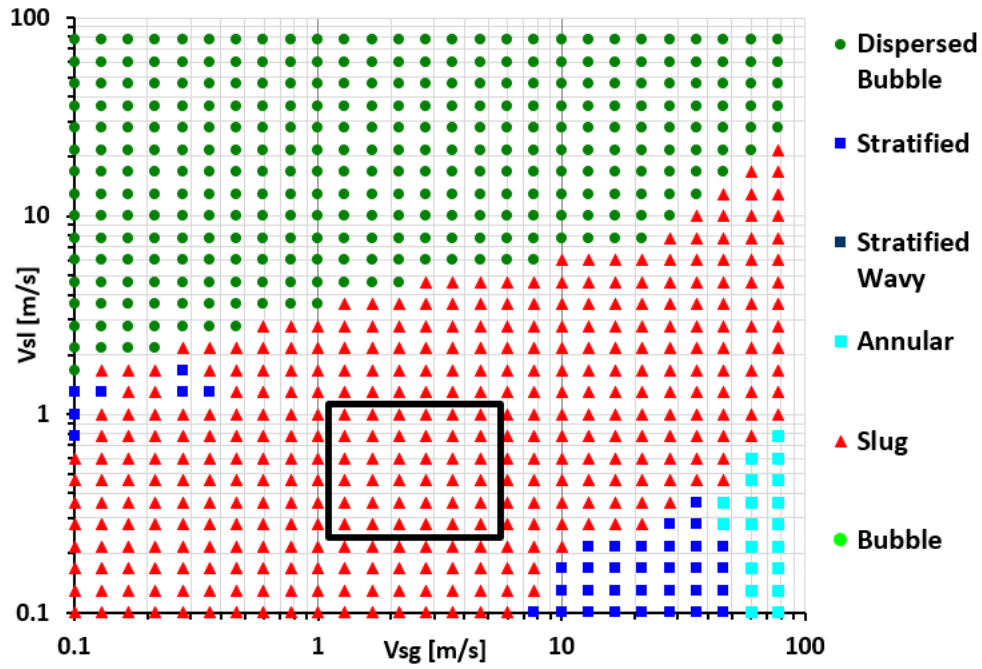


Figura B.33: Blasius.

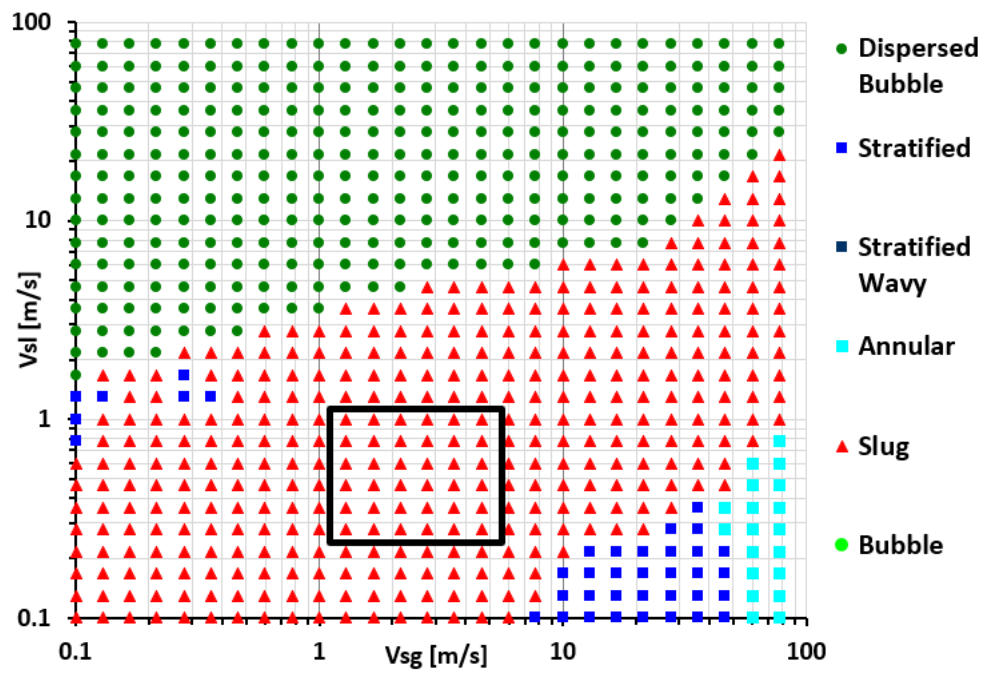


Figura B.34: Hall.

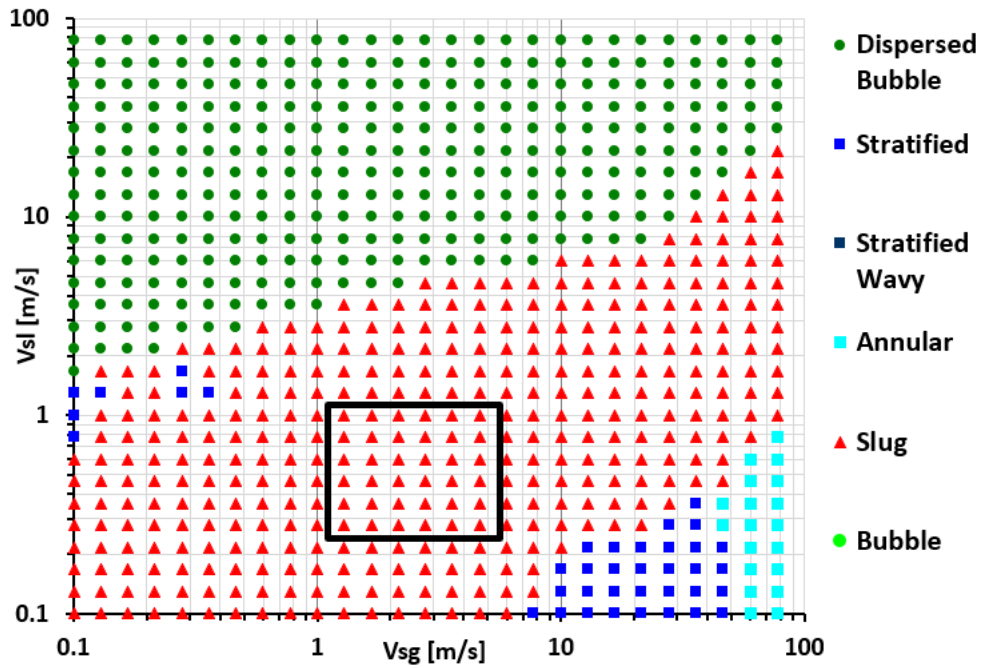


Figura B.35: Churchill.

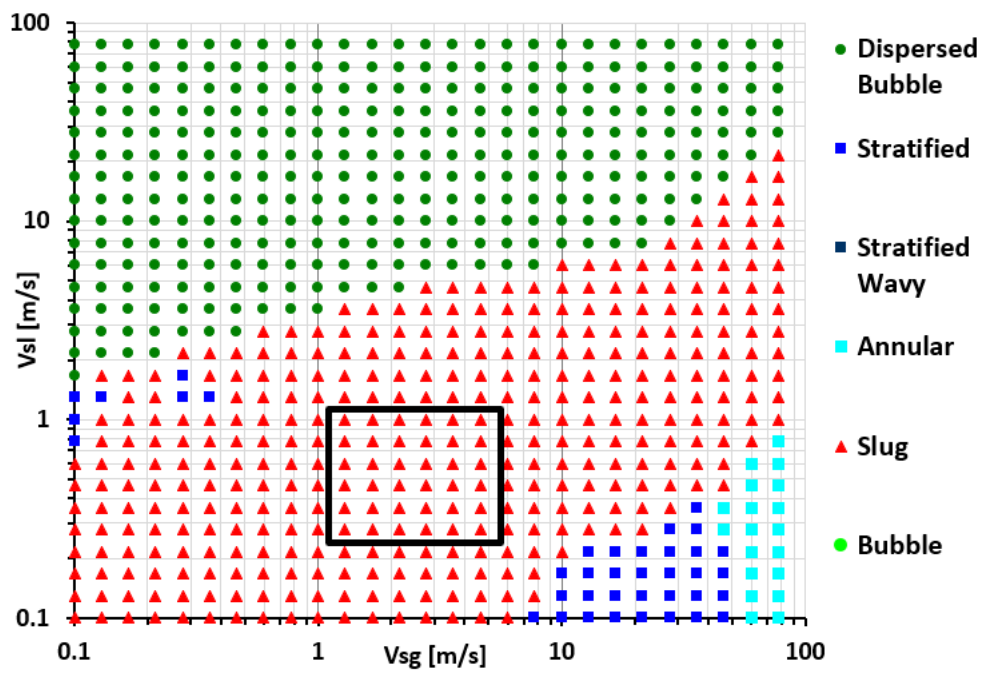


Figura B.36: Swamee y Jain.

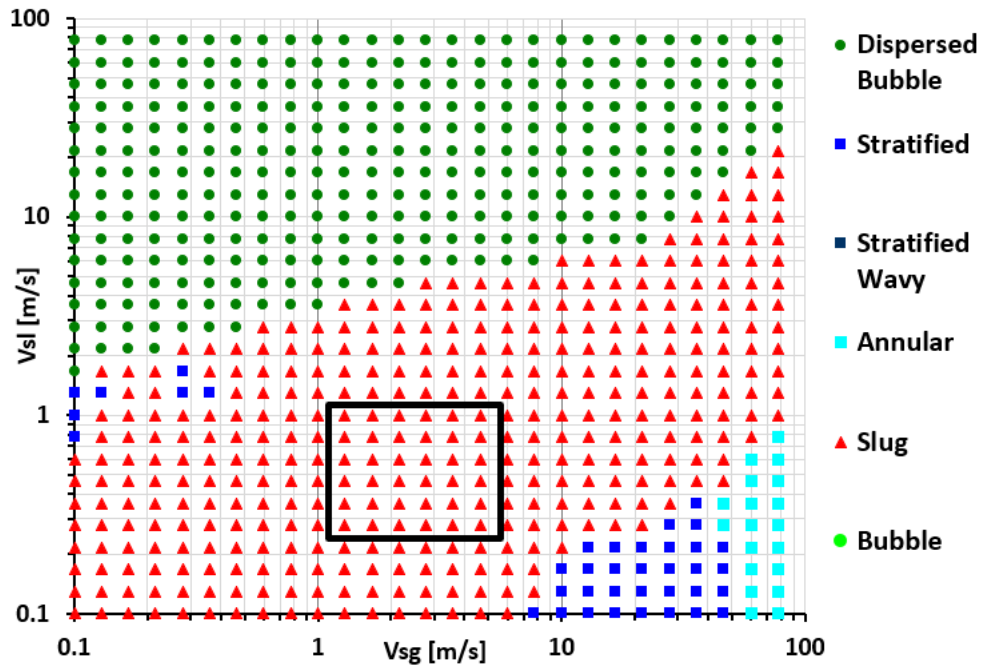


Figura B.37: Zigrang y Sylvester.

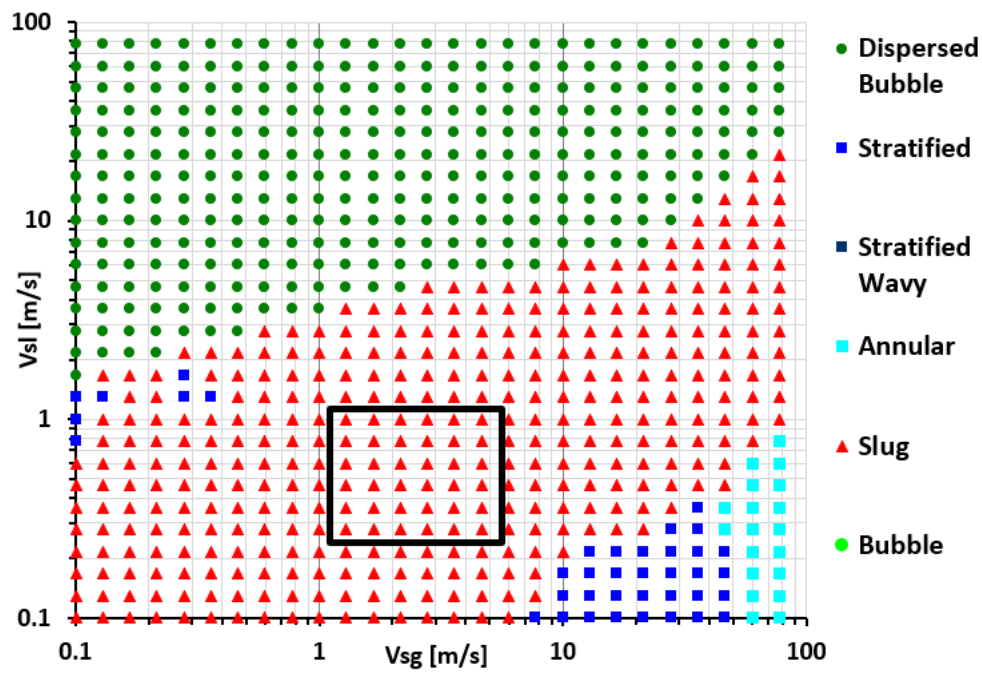


Figura B.38: Haaland.

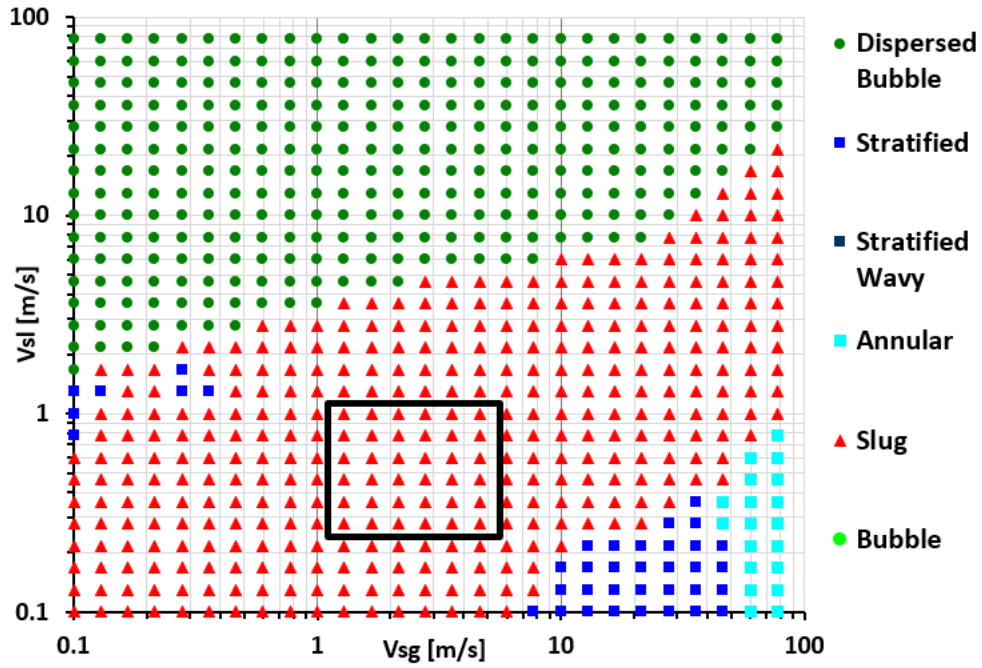


Figura B.39: Colebrook.

B.1.5. Longitud o frecuencia del tapón

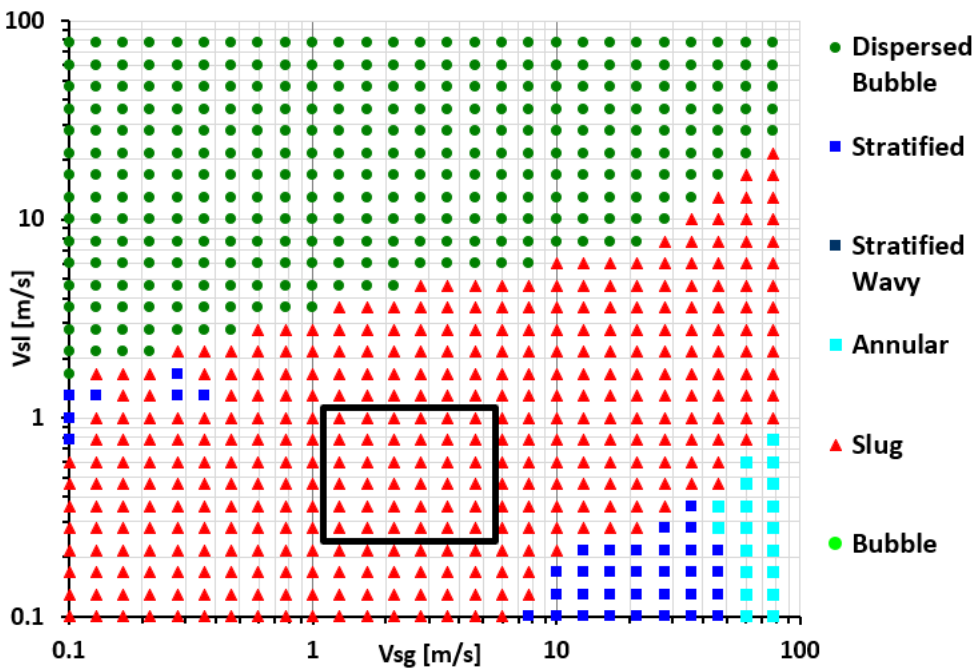


Figura B.40: Zhang.

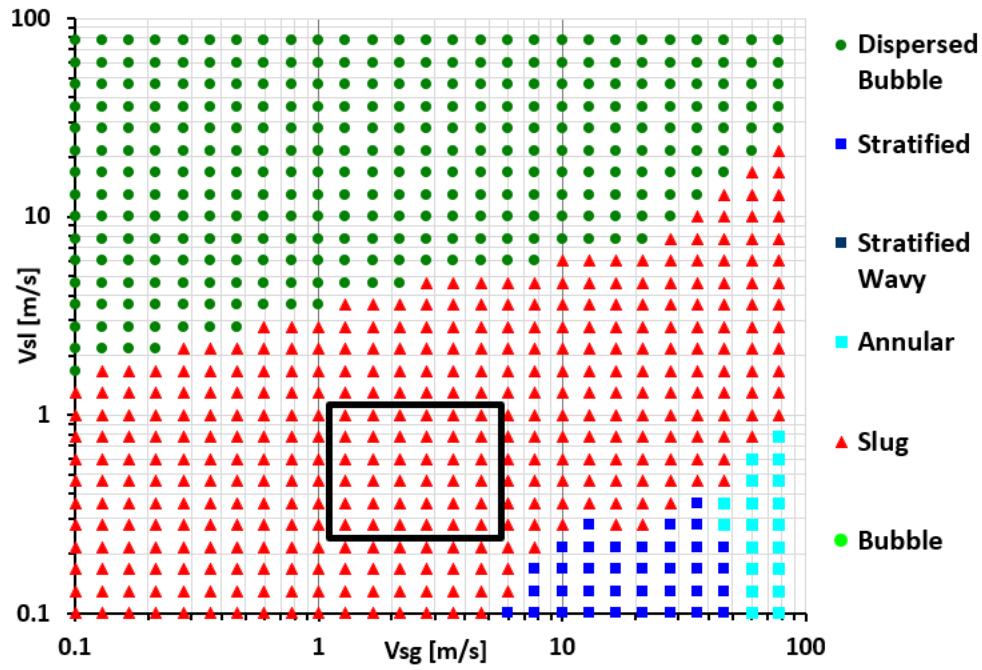


Figura B.41: Gregory y Scott.

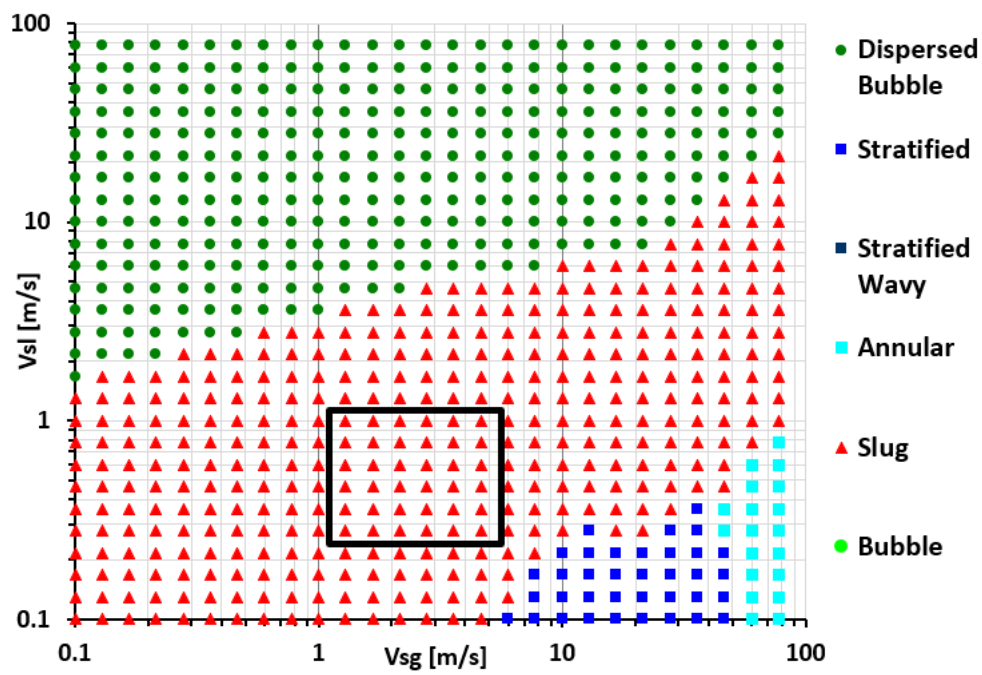


Figura B.42: Heywood y Richardson.

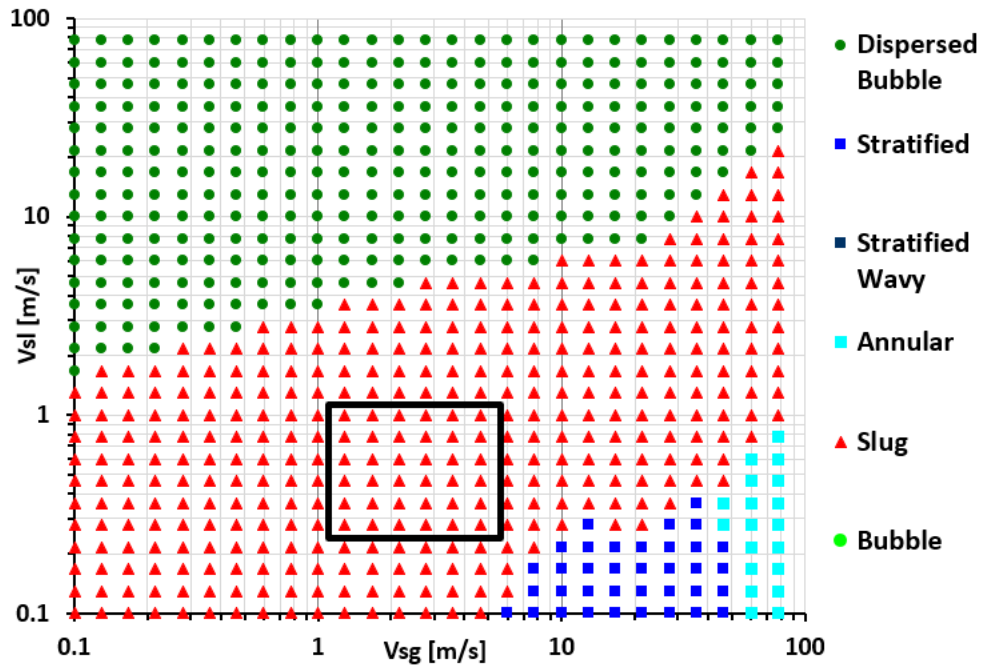


Figura B.43: Tronconi.

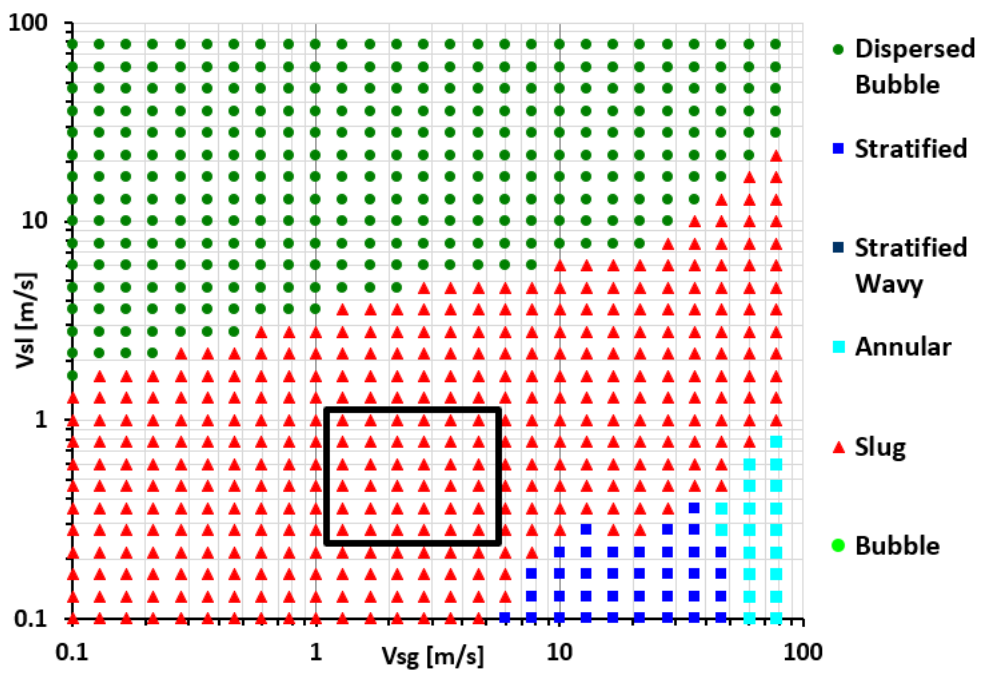


Figura B.44: Hill y Wood (1990 a).

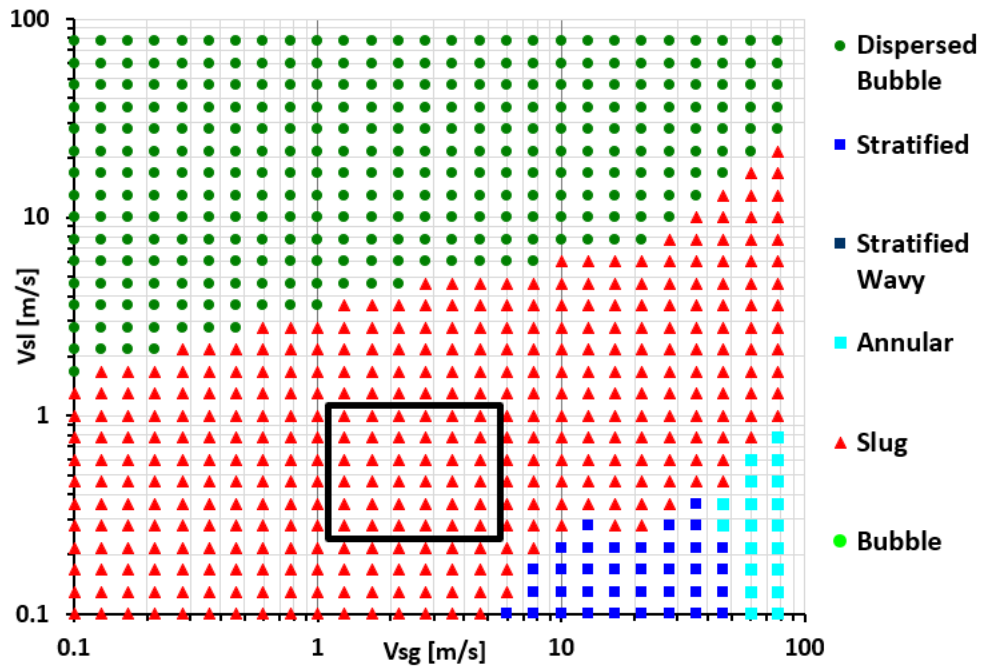


Figura B.45: Hill y Wood (1990 b).

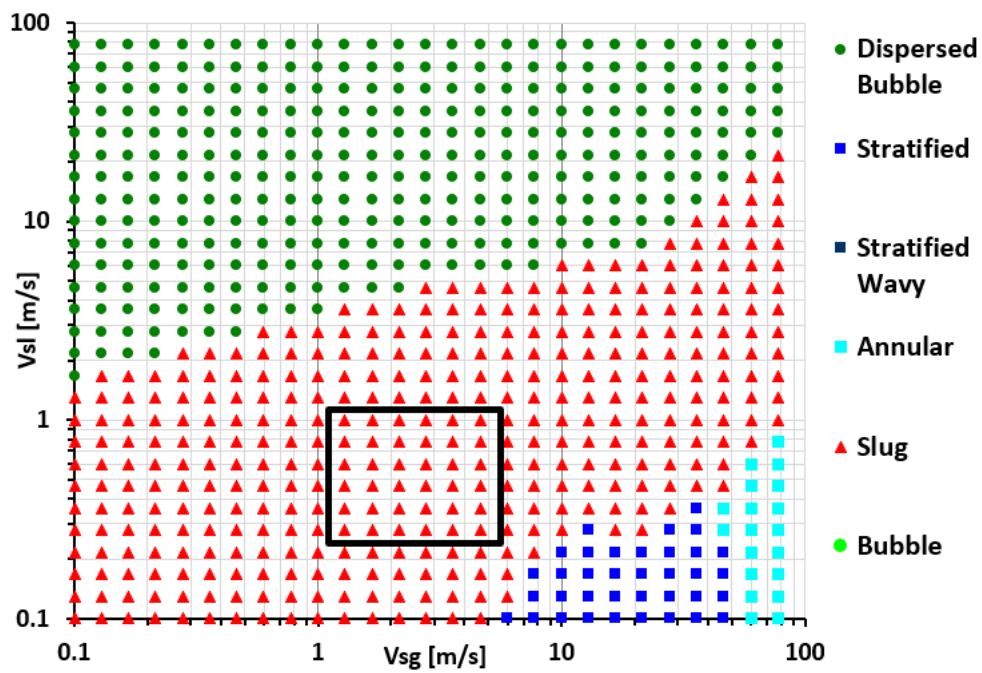


Figura B.46: Hill y Wood (1990 c).

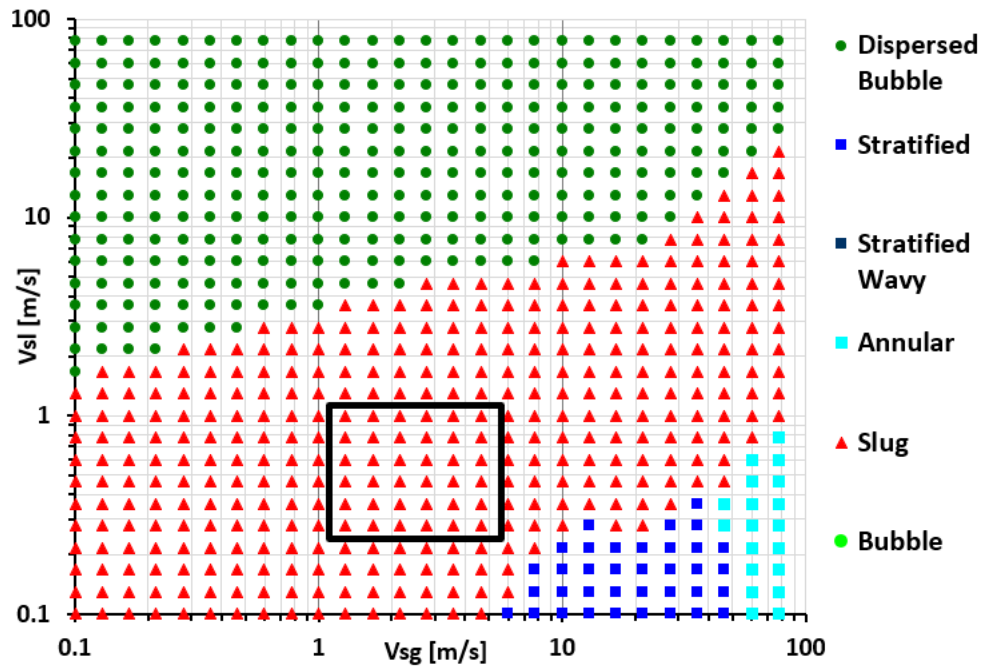


Figura B.47: Zabarás.

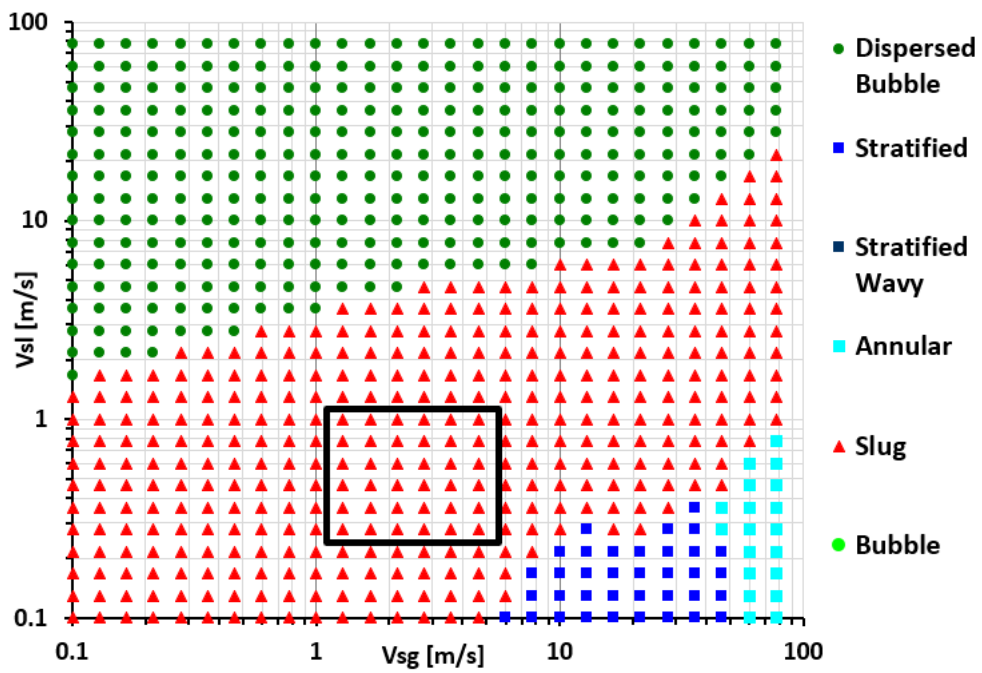


Figura B.48: Gokcal et al.



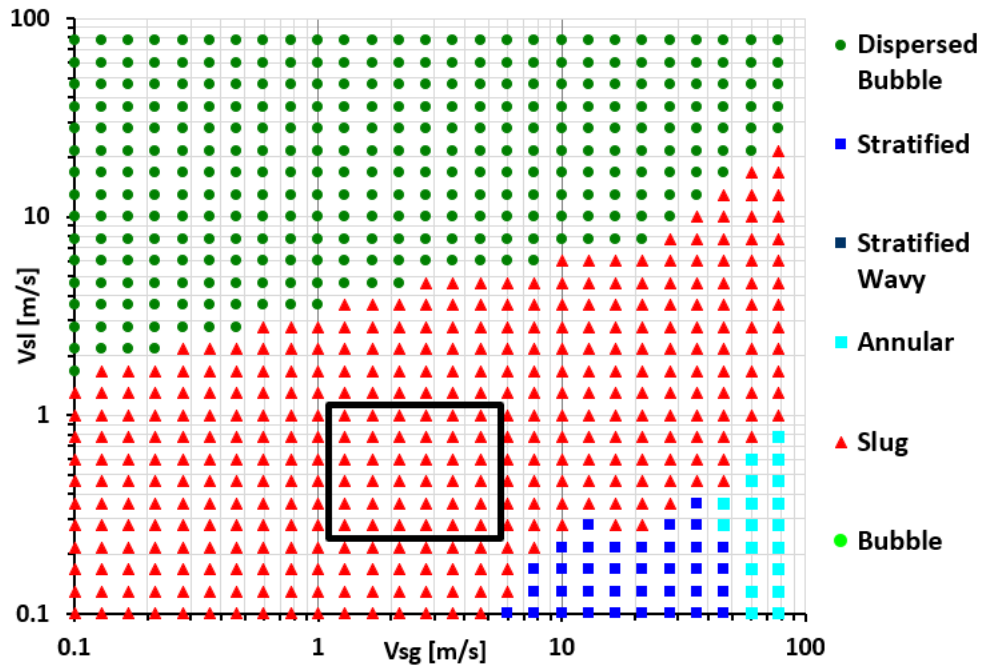


Figura B.49: Al-Ruhaimani.

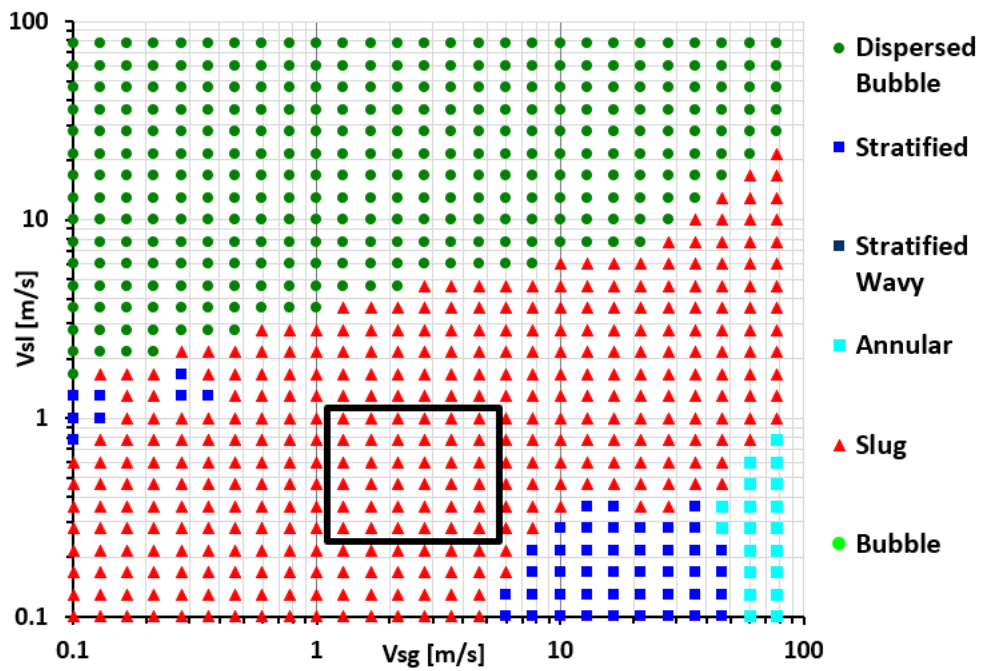


Figura B.50: Scott et al.

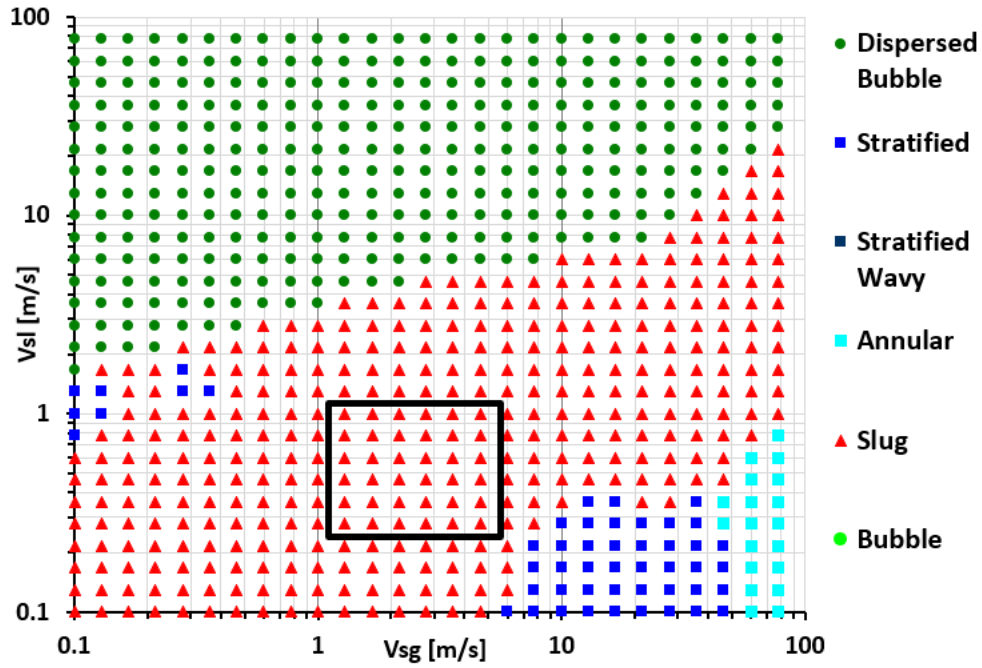


Figura B.51: Brill et al.

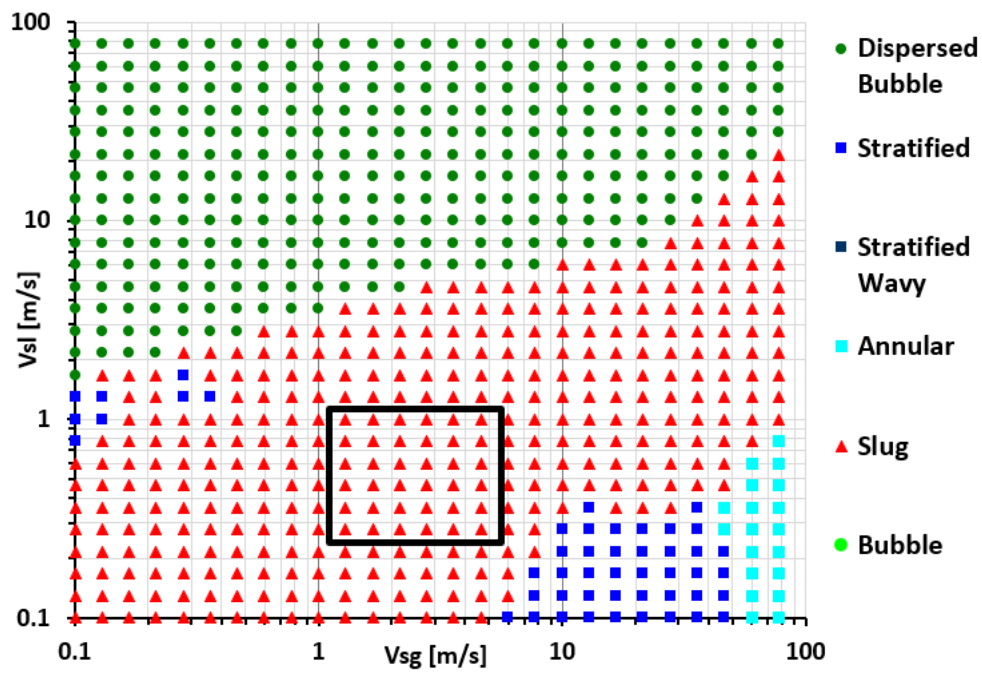


Figura B.52: Norris.

## B.1.6. Colgamiento

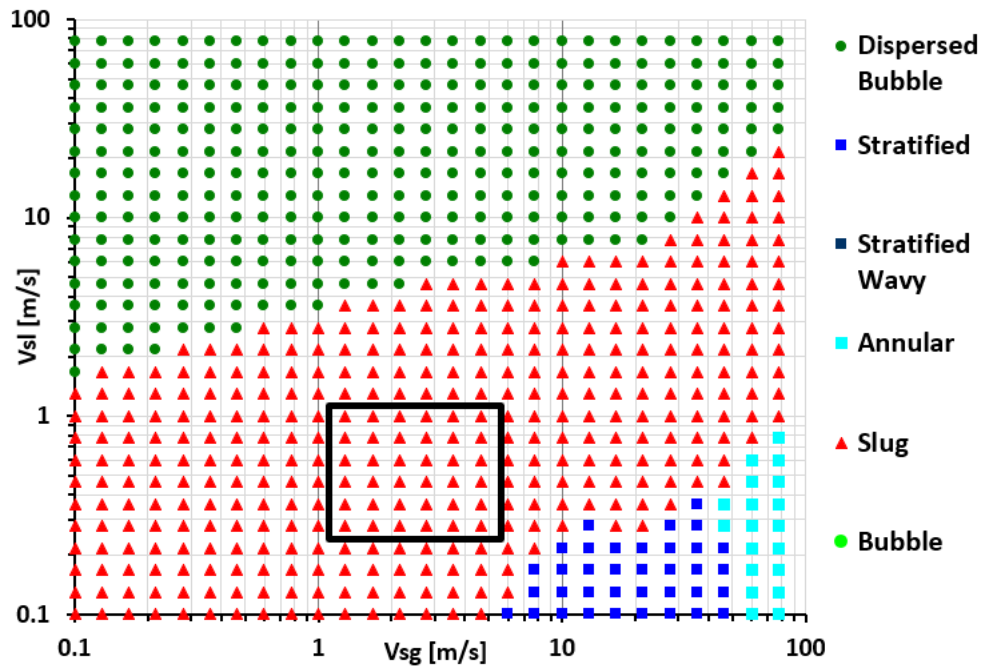


Figura B.53: Gregory et al.

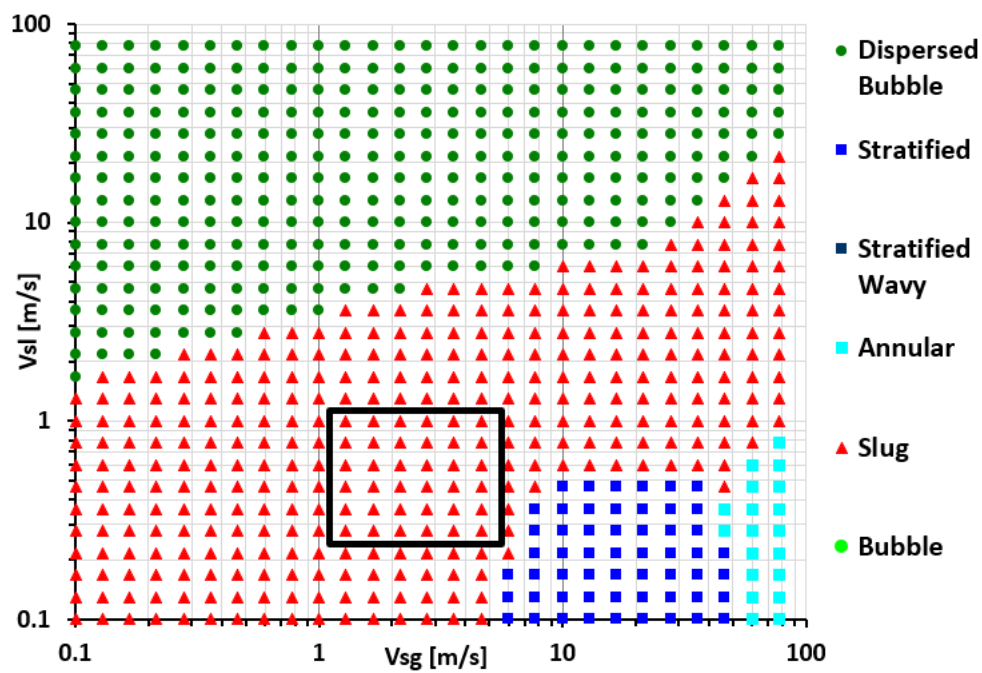


Figura B.54: Malnes.

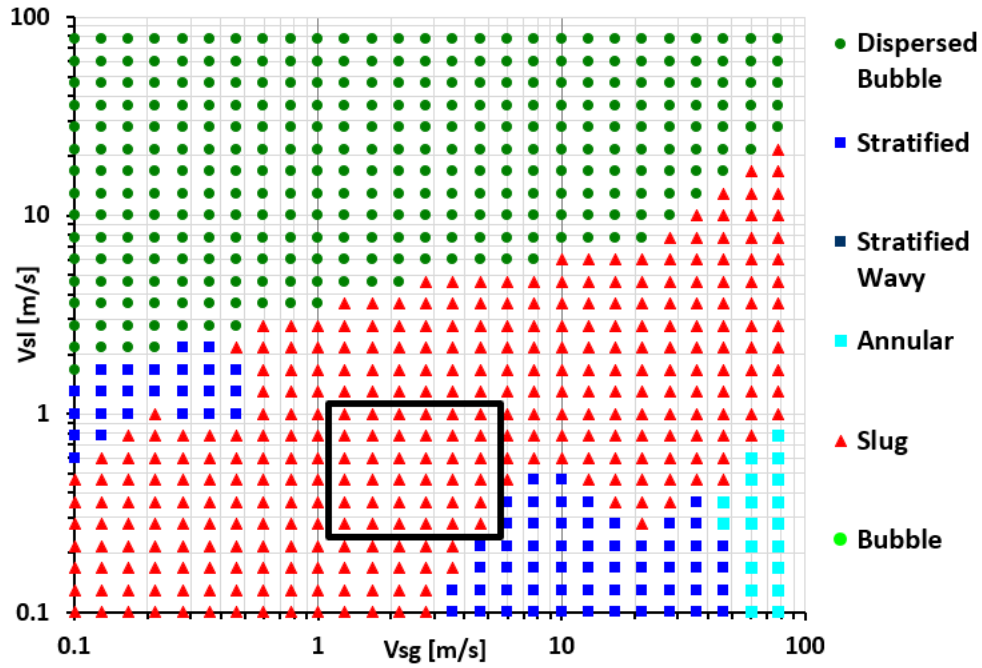


Figura B.55: Ferschneider.

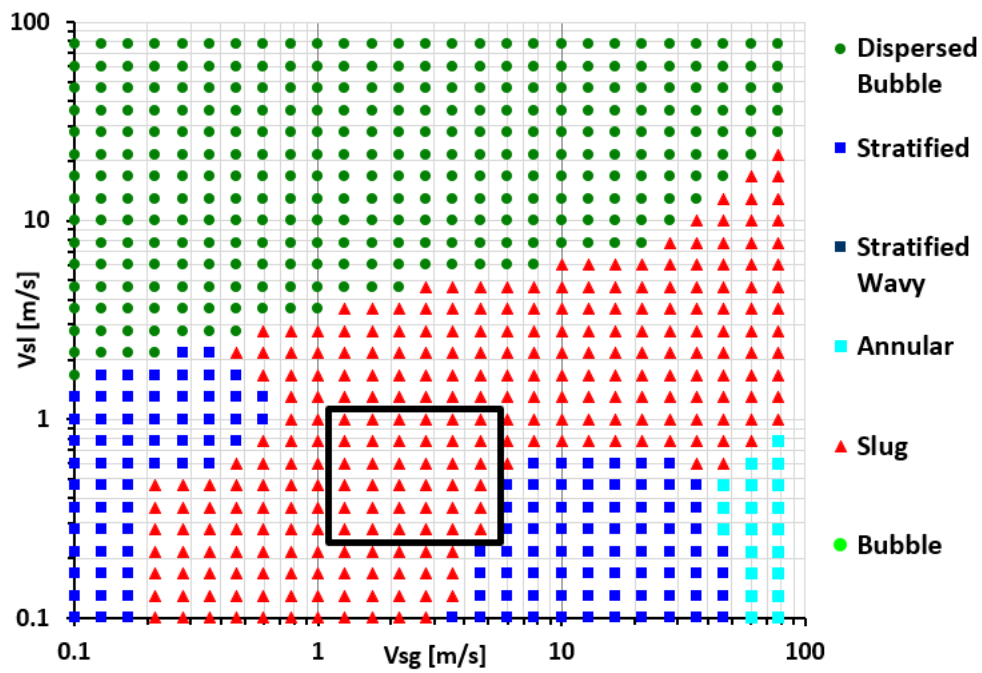


Figura B.56: Andreussi y Bendiksen

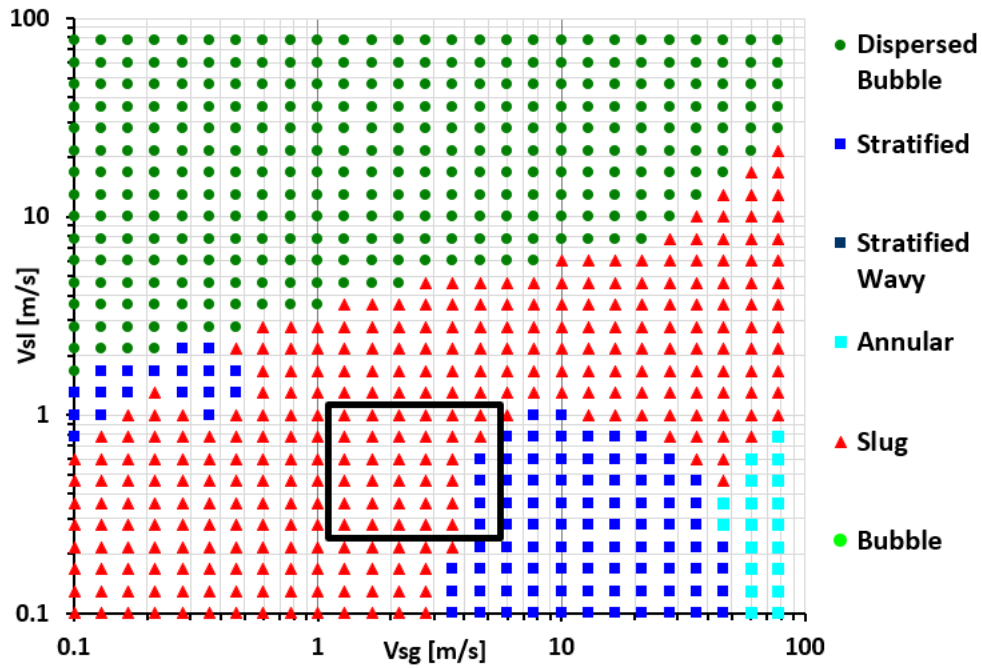


Figura B.57: Marcano

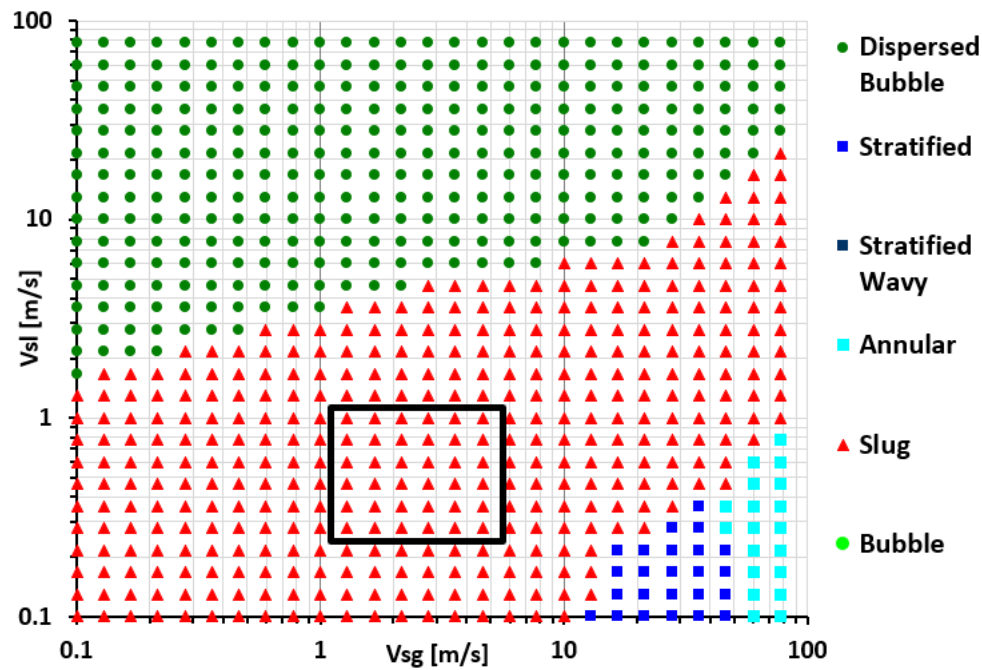


Figura B.58: Gomez et al.

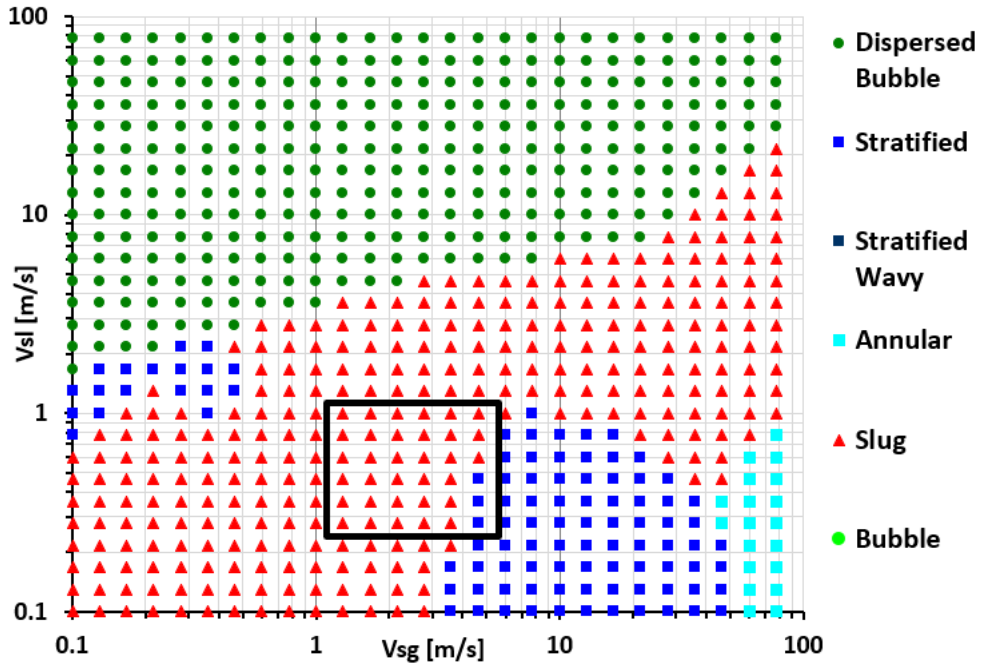


Figura B.59: Abdul-Majeed

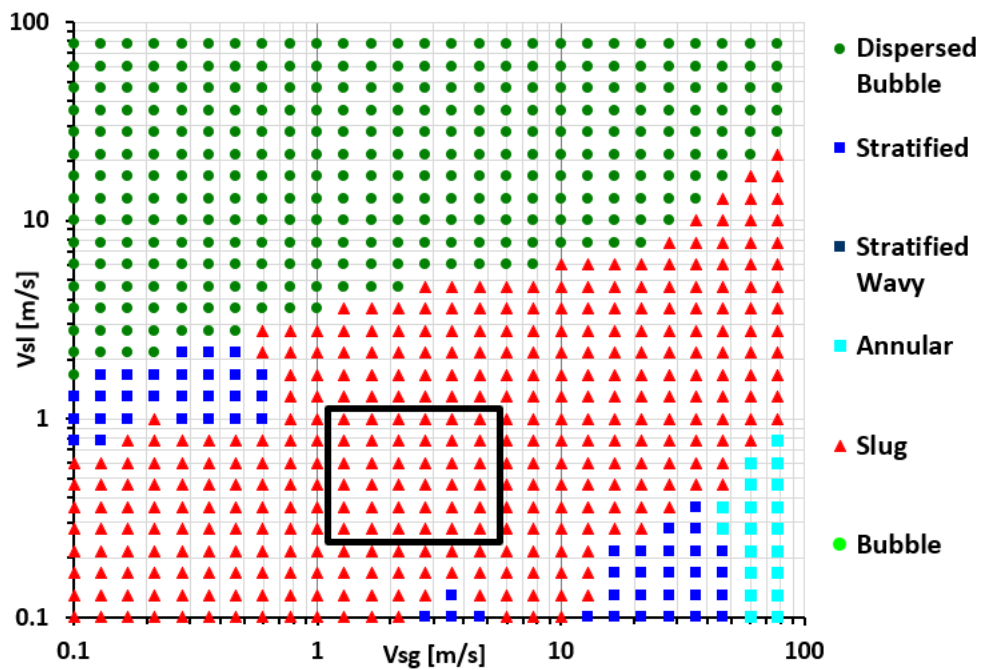


Figura B.60: Barnea y Brauner

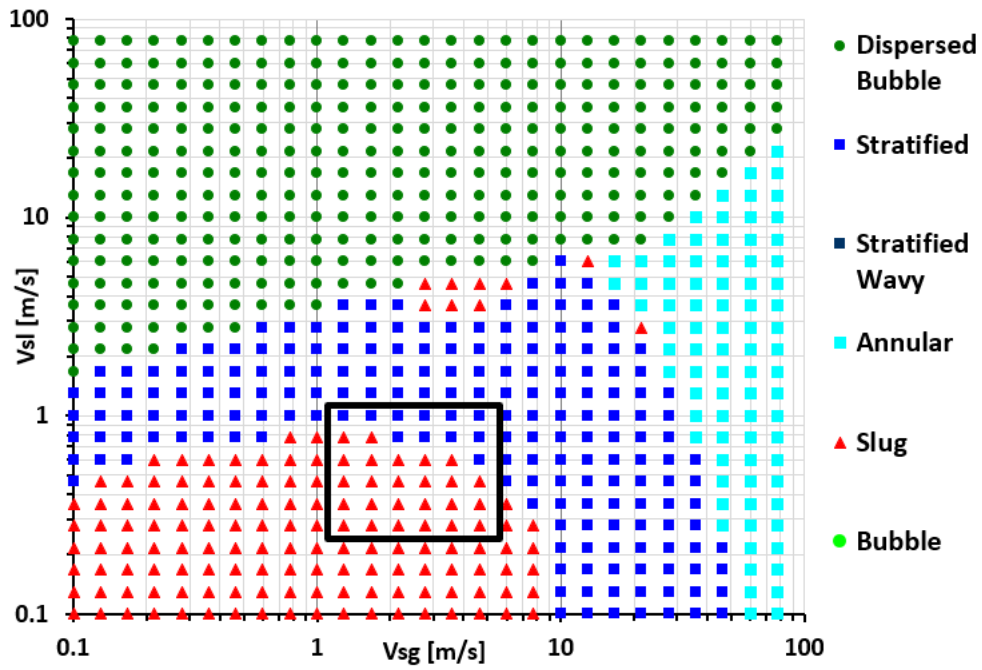


Figura B.61: Al-Safran

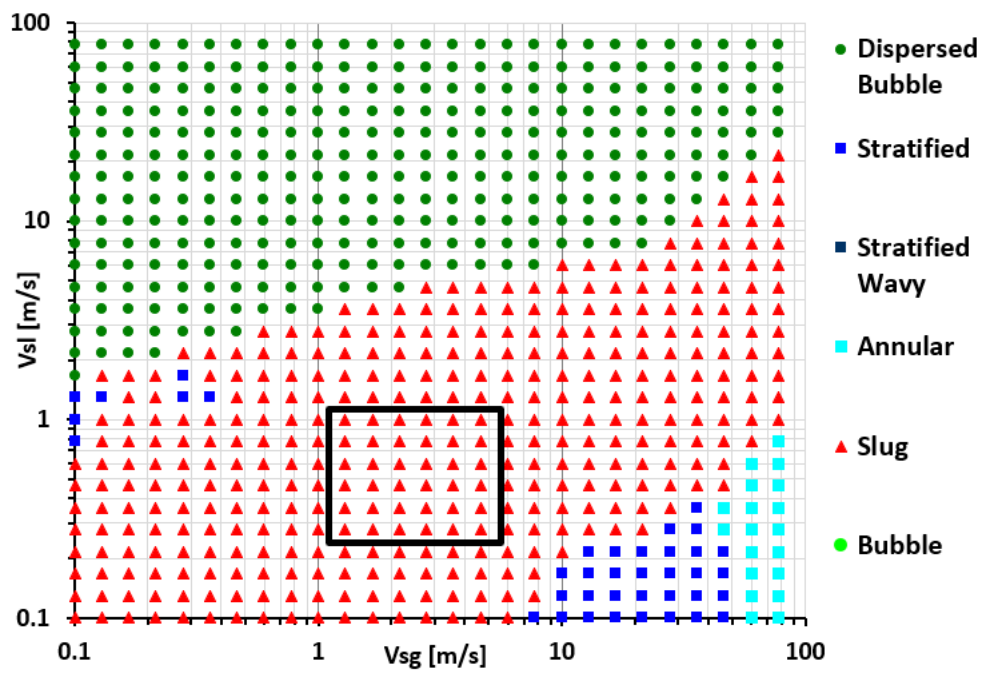


Figura B.62: Zhang et al.

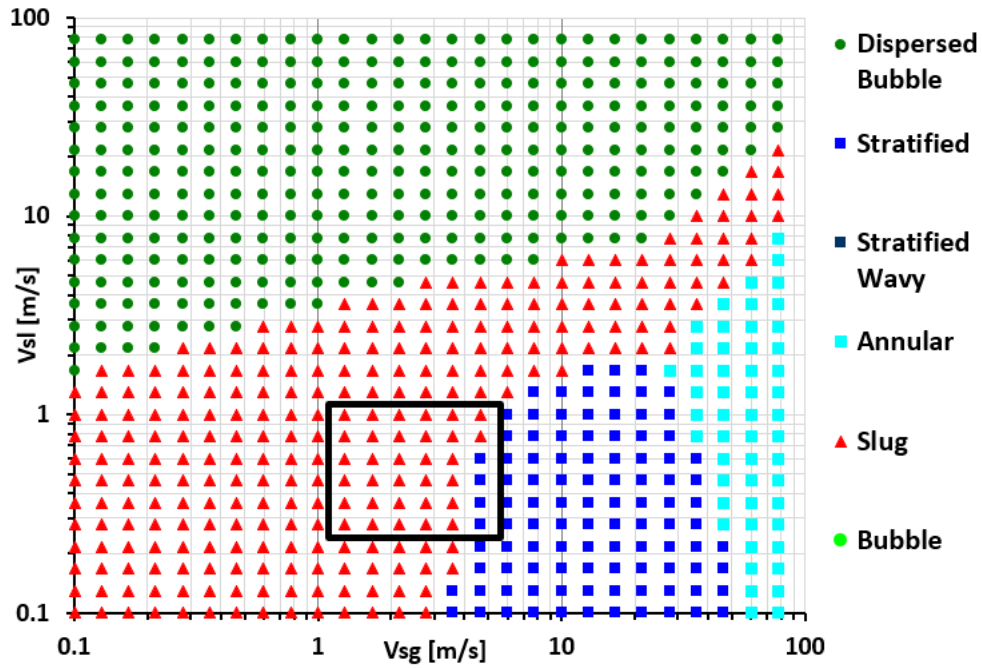


Figura B.63: Al-Ruhaimani

B.1.7. Velocidad de desfase

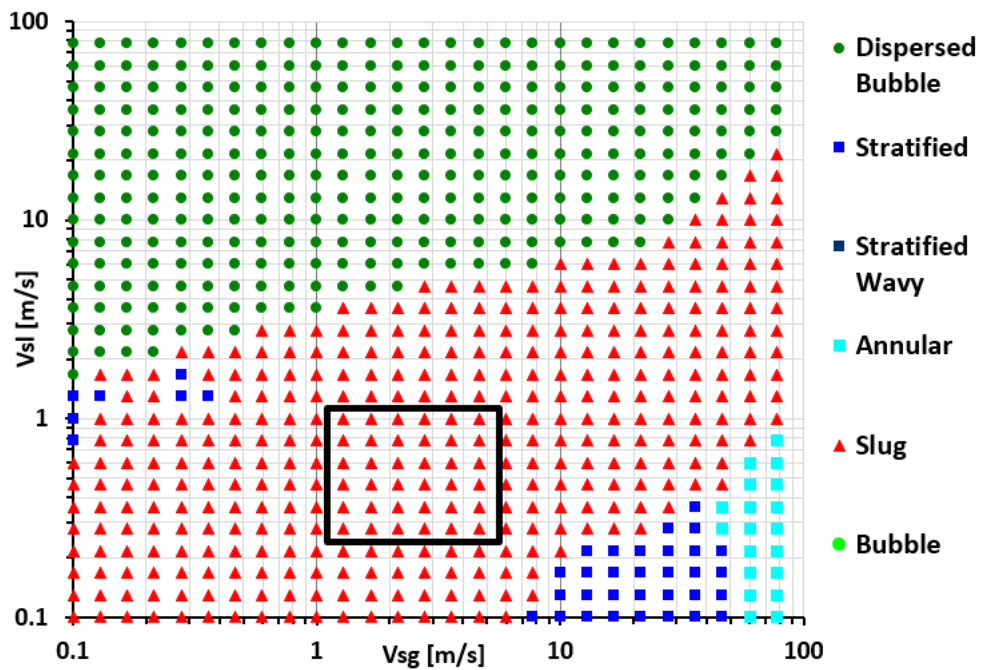


Figura B.64: Zhang et al.



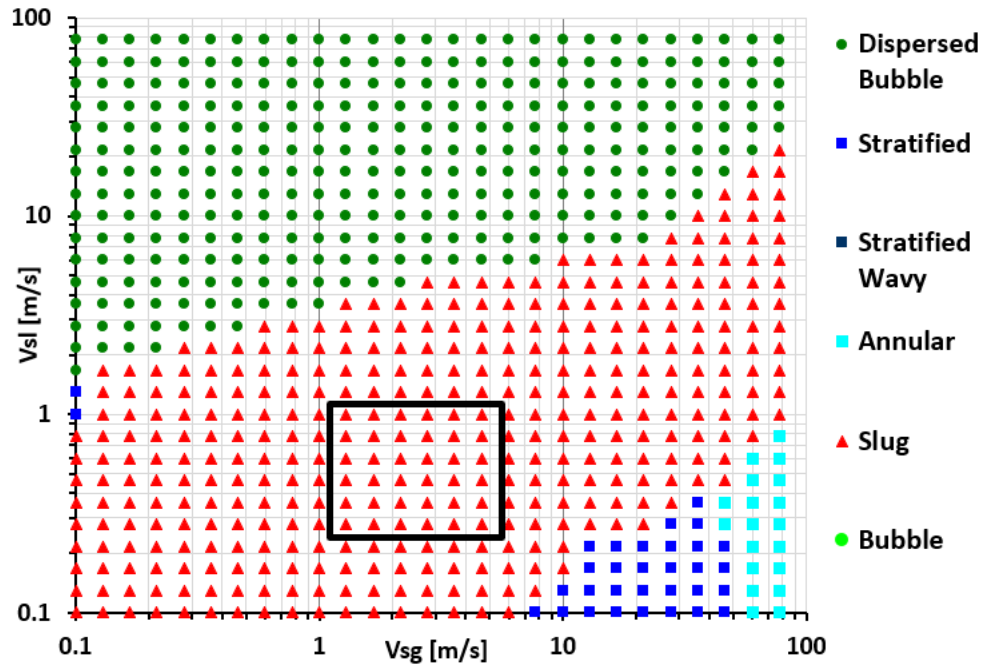


Figura B.65: Weber et al.

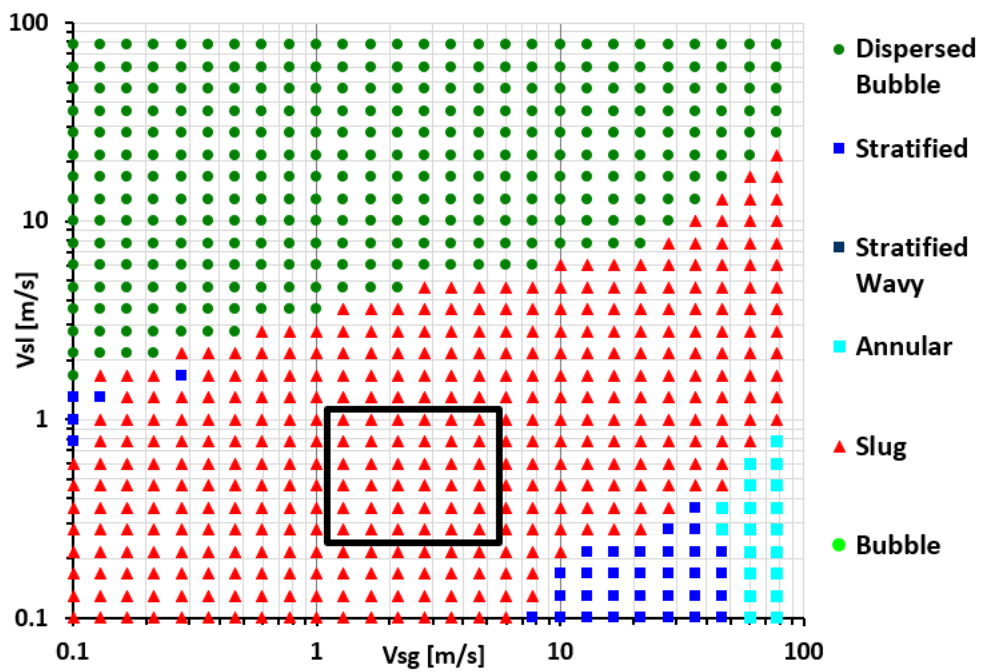


Figura B.66: Jeyachandra et al.

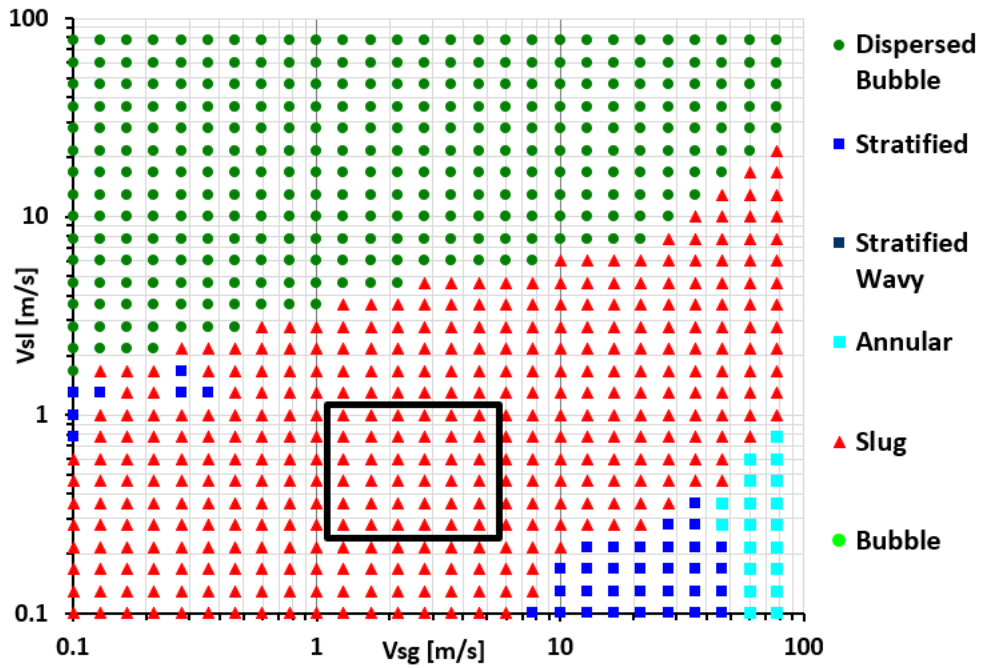


Figura B.67: Moreiras et al.

B.1.8. Velocidad traslacional

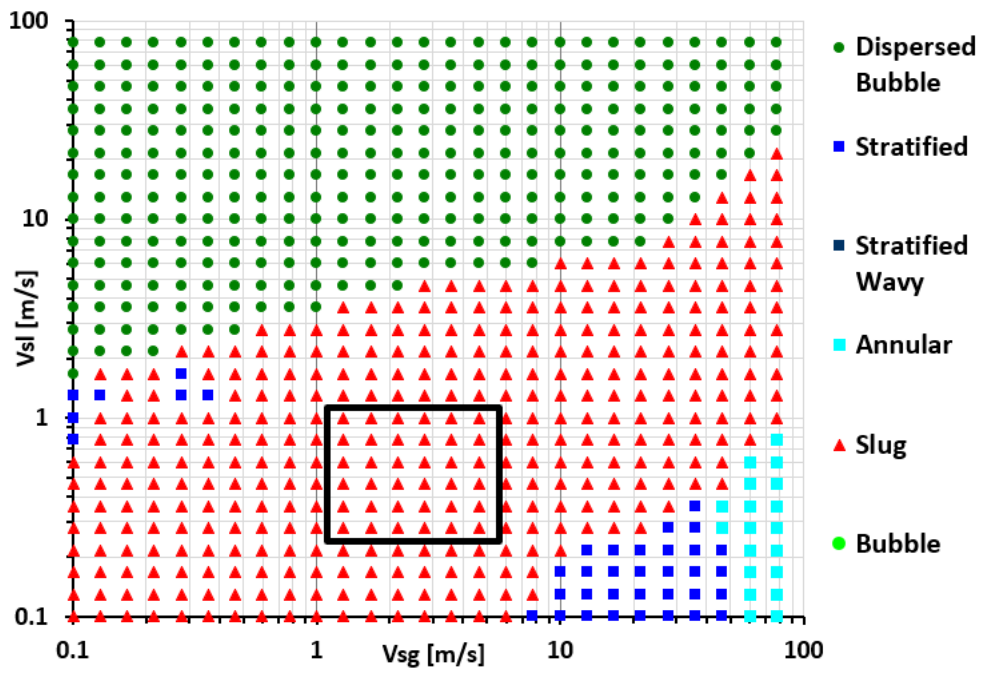


Figura B.68: Dukler y Hubbard.

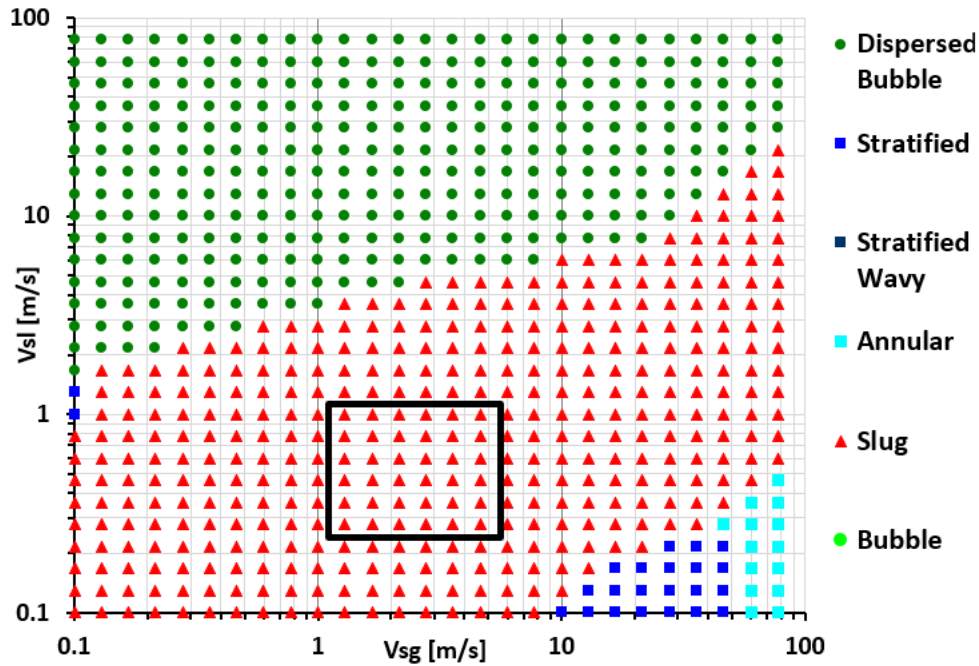


Figura B.69: Fabre.

## B.2. Tablas de gradientes de presión

Se presentan las tablas de gradientes de presión para cada correlación numérica de cada una de las relaciones de cerradura del modelo unificado, así como los gradientes de presión de los experimentos iniciales y el porcentaje de variación entre los dos gradientes, de acuerdo con las combinaciones mostradas en la Sección 4.1, complementando lo presentado en la Sección 4.1.2 del Capítulo 4.

Tabla B.1: Arrastre.

Arrastre			
Las 10 correlaciones numéricas			
Prueba	$\Delta P_{exp\ ini}$	$\Delta P_{cal}$	Error
	[Pa/m]	[Pa/m]	%
1	32.01	24.99	21.93
2	85.36	42.86	49.78
3	113.91	66.96	41.22
4	125.38	82.46	34.23
5	145.00	103.71	28.47
6	101.35	65.59	35.28
7	192.29	103.81	46.01
8	254.93	141.30	44.57
9	315.09	186.20	40.90
10	384.00	228.90	40.39
11	204.95	129.24	36.94
12	288.65	173.86	39.77
13	426.53	240.93	43.51
14	506.11	289.56	42.79
15	585.64	341.41	41.70
16	308.60	195.19	36.75
17	436.81	256.68	41.24
18	618.70	345.96	44.08
19	710.95	398.90	43.89
20	827.36	461.79	44.18
21	416.62	260.10	37.57
22	613.88	352.97	42.50
23	780.66	435.30	44.24
24	905.20	499.15	44.86
25	1047.21	574.76	45.12

Tabla B.2: Fricción interfacial.

Fricción interfacial											
Prueba	Cohen y Hanratty			Hart et al.		Kowalski		Taitel y Dukler		Vlachos et al.	
	$\Delta P_{exp}$ ini	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error
	[Pa/m]	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%
1	32.01	24.96	22.02	24.59	23.17	24.83	22.43	24.99	21.92	24.41	23.74
2	85.36	42.78	49.89	41.89	50.92	42.32	50.42	42.88	49.77	41.60	51.27
3	113.91	66.77	41.38	65.17	42.79	65.69	42.33	66.99	41.19	64.84	43.08
4	125.38	82.21	34.43	80.22	36.02	80.68	35.65	82.50	34.20	79.92	36.26
5	145.00	103.48	28.63	47.50	67.24	101.31	30.13	103.85	28.38	100.82	30.47
6	101.35	65.57	35.30	65.16	35.70	65.41	35.45	65.60	35.27	65.09	35.77
7	192.29	103.76	46.04	102.95	46.46	103.34	46.26	103.82	46.01	102.91	46.48
8	254.93	141.22	44.61	140.03	45.07	140.49	44.89	141.32	44.57	140.06	45.06
9	315.09	186.09	40.94	184.58	41.42	185.02	41.28	186.23	40.90	184.71	41.38
10	384.00	228.77	40.42	227.11	40.86	227.47	40.76	228.93	40.38	227.33	40.80
11	204.95	129.22	36.95	128.66	37.22	128.99	37.06	129.25	36.93	128.67	37.22
12	288.65	173.82	39.78	172.98	40.07	173.41	39.92	173.87	39.76	173.05	40.05
13	426.53	240.87	43.53	239.65	43.81	240.16	43.70	240.95	43.51	239.83	43.77
14	506.11	289.48	42.80	288.09	43.08	288.59	42.98	289.57	42.79	288.35	43.03
15	585.64	341.33	41.72	339.88	41.96	340.32	41.89	341.43	41.70	340.20	41.91
16	308.60	195.17	36.76	194.51	36.97	194.90	36.84	195.20	36.75	194.58	36.95
17	436.81	256.64	41.25	255.67	41.47	256.18	41.35	256.69	41.23	255.83	41.43
18	618.70	345.90	44.09	344.54	44.31	345.15	44.21	345.97	44.08	344.85	44.26
19	710.95	398.83	43.90	397.33	44.11	397.95	44.03	398.92	43.89	397.71	44.06
20	827.36	461.71	44.19	460.15	44.38	460.73	44.31	461.81	44.18	460.59	44.33
21	416.62	260.08	37.57	259.38	37.74	259.80	37.64	260.11	37.57	259.48	37.72
22	613.88	352.93	42.51	351.78	42.70	352.40	42.59	352.98	42.50	352.04	42.65
23	780.66	435.24	44.25	433.77	44.44	434.49	44.34	435.31	44.24	434.16	44.39
24	905.20	499.09	44.86	497.42	45.05	498.18	44.96	499.17	44.85	497.91	44.99
25	1047.21	574.68	45.12	572.88	45.29	573.64	45.22	574.78	45.11	573.46	45.24

Fricción interfacial											
Wallis		Wallis modificado		Whalley y Hewitt		Oliemans et al.		Fore et al.		Dallman et al.	
$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error
[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%
24.02	24.94	23.15	27.67	23.49	26.60	22.71	29.05	23.89	25.36	23.70	25.96
41.19	51.74	40.27	52.82	40.77	52.24	37.54	56.02	33.30	60.98	40.99	51.98
64.63	43.26	63.78	44.01	64.40	43.47	59.15	48.07	41.99	63.13	64.52	43.36
79.89	36.28	79.13	36.89	79.77	36.37	73.52	41.36	46.31	63.07	79.81	36.35
101.06	30.31	47.30	67.38	101.08	30.29	93.95	35.21	51.10	64.76	100.99	30.35
64.81	36.05	64.13	36.72	64.42	36.43	58.33	42.44	61.36	39.45	64.28	36.58
102.67	46.60	102.05	46.93	102.42	46.74	93.65	51.30	100.41	47.78	102.22	46.84
139.94	45.11	139.40	45.32	139.81	45.16	129.30	49.28	138.20	45.79	139.53	45.27
184.75	41.37	184.33	41.50	184.75	41.37	175.32	44.36	183.42	41.79	184.38	41.48
227.50	40.76	227.19	40.84	227.59	40.73	221.38	42.35	226.49	41.02	227.18	40.84
128.42	37.34	127.80	37.64	128.11	37.49	114.43	44.16	125.39	38.82	127.76	37.66
172.86	40.12	172.31	40.30	172.66	40.18	156.52	45.78	170.76	40.84	172.28	40.31
239.77	43.79	239.35	43.89	239.73	43.79	225.85	47.05	238.34	44.12	239.28	43.90
288.38	43.02	288.05	43.09	288.43	43.01	279.38	44.80	287.27	43.24	287.95	43.11
340.32	41.89	340.07	41.93	340.42	41.87	334.48	42.89	339.48	42.03	339.95	41.95
194.33	37.03	193.74	37.22	194.08	37.11	170.73	44.67	191.29	38.01	193.55	37.28
255.65	41.47	255.15	41.59	255.53	41.50	228.90	47.60	253.66	41.93	254.99	41.62
344.80	44.27	344.43	44.33	344.83	44.26	331.25	46.46	343.47	44.49	344.25	44.36
397.74	44.06	397.44	44.10	397.85	44.04	388.38	45.37	396.67	44.20	397.25	44.12
460.69	44.32	460.48	44.34	460.86	44.30	454.47	45.07	459.88	44.42	460.28	44.37
259.24	37.78	258.66	37.91	259.01	37.83	223.96	46.24	255.95	38.57	258.32	37.99
351.86	42.68	351.38	42.76	351.81	42.69	321.51	47.63	349.87	43.01	351.12	42.80
434.08	44.40	433.70	44.44	434.16	44.39	418.74	46.36	432.63	44.58	433.44	44.48
497.92	44.99	497.61	45.03	498.07	44.98	487.28	46.17	496.75	45.12	497.34	45.06
573.55	45.23	573.33	45.25	573.77	45.21	566.36	45.92	572.65	45.32	573.06	45.28

Fricción interfacial							
Ambrosini et al.		Hamersma y Hart		Chen et al.		Zhang et al.	
$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error
[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%
24.92	22.16	24.50	23.46	24.02	24.94	24.99	21.93
42.65	50.03	41.88	50.93	41.19	51.74	42.86	49.78
66.55	41.58	65.43	42.56	64.63	43.26	66.96	41.22
81.94	34.65	80.69	35.64	79.89	36.28	82.46	34.23
103.15	28.86	101.80	29.79	103.08	28.91	103.71	28.47
65.54	35.33	65.22	35.65	64.81	36.05	65.59	35.28
103.69	46.07	103.18	46.34	102.67	46.60	103.81	46.01
141.11	44.65	140.48	44.89	139.94	45.11	141.30	44.57
185.96	40.98	185.27	41.20	185.89	41.00	186.20	40.90
228.63	40.46	227.95	40.64	228.56	40.48	228.90	40.39
129.19	36.96	128.84	37.13	128.42	37.34	129.24	36.94
173.77	39.80	173.33	39.95	172.86	40.12	173.86	39.77
240.79	43.55	240.26	43.67	240.74	43.56	240.93	43.51
289.38	42.82	288.84	42.93	289.32	42.83	289.56	42.79
341.23	41.73	340.72	41.82	341.17	41.74	341.41	41.70
195.14	36.77	194.78	36.88	194.33	37.03	195.19	36.75
256.59	41.26	256.15	41.36	255.65	41.47	256.68	41.24
345.82	44.11	345.30	44.19	345.77	44.11	345.96	44.08
398.75	43.91	398.22	43.99	398.69	43.92	398.90	43.89
461.63	44.20	461.12	44.27	461.58	44.21	461.79	44.18
260.06	37.58	259.70	37.66	259.24	37.78	260.10	37.57
352.88	42.52	352.41	42.59	351.86	42.68	352.97	42.50
435.17	44.26	434.64	44.32	435.11	44.26	435.30	44.24
499.01	44.87	498.46	44.93	498.95	44.88	499.15	44.86
574.59	45.13	574.05	45.18	574.54	45.14	574.76	45.12

Tabla B.3: Fricción en la pared.

Fricción en la pared											
Prueba	Blasius			Hall		Churchill		Swamee y Jain		Zigrang y Sylvester	
	$\Delta P_{exp}$	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error
	[Pa/m]	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%
1	32.01	24.55	23.28	24.95	22.04	24.99	21.93	24.97	21.98	25.12	21.52
2	85.36	42.28	50.47	42.79	49.87	42.86	49.78	42.84	49.81	43.11	49.49
3	113.91	66.22	41.87	66.82	41.34	66.96	41.22	66.92	41.25	67.36	40.86
4	125.38	81.63	34.89	82.27	34.38	82.46	34.23	82.41	34.27	82.96	33.83
5	145.00	102.75	29.13	103.47	28.64	103.71	28.47	103.66	28.51	104.35	28.03
6	101.35	65.69	35.18	65.22	35.65	65.59	35.28	65.56	35.31	66.07	34.80
7	192.29	104.10	45.86	103.18	46.34	103.81	46.01	103.76	46.04	104.59	45.61
8	254.93	141.81	44.37	140.41	44.92	141.30	44.57	141.23	44.60	142.37	44.15
9	315.09	186.97	40.66	185.01	41.28	186.20	40.90	186.12	40.93	187.60	40.46
10	384.00	229.89	40.13	227.43	40.77	228.90	40.39	228.80	40.42	230.60	39.95
11	204.95	130.23	36.45	128.17	37.46	129.24	36.94	129.19	36.96	130.22	36.46
12	288.65	175.29	39.27	172.36	40.29	173.86	39.77	173.79	39.79	175.20	39.30
13	426.53	243.02	43.02	238.79	44.01	240.93	43.51	240.83	43.54	242.79	43.08
14	506.11	292.11	42.28	286.98	43.30	289.56	42.79	289.44	42.81	291.78	42.35
15	585.64	344.44	41.18	338.38	42.22	341.41	41.70	341.28	41.73	344.01	41.26
16	308.60	197.12	36.12	193.30	37.36	195.19	36.75	195.12	36.77	196.60	36.29
17	436.81	259.37	40.62	254.07	41.83	256.68	41.24	256.59	41.26	258.61	40.80
18	618.70	349.70	43.48	342.35	44.67	345.96	44.08	345.83	44.10	348.58	43.66
19	710.95	403.24	43.28	394.72	44.48	398.90	43.89	398.75	43.91	401.92	43.47
20	827.36	466.82	43.58	456.96	44.77	461.79	44.18	461.62	44.21	465.27	43.76
21	416.62	262.85	36.91	257.43	38.21	260.10	37.57	260.02	37.59	261.85	37.15
22	613.88	356.99	41.85	349.04	43.14	352.97	42.50	352.85	42.52	355.51	42.09
23	780.66	440.39	43.59	430.33	44.88	435.30	44.24	435.15	44.26	438.48	43.83
24	905.20	505.04	44.21	493.42	45.49	499.15	44.86	498.99	44.88	502.82	44.45
25	1047.21	581.55	44.47	568.15	45.75	574.76	45.12	574.57	45.13	578.98	44.71

Haaland		Colebrook	
$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error
[Pa/m]	%	[Pa/m]	%
24.93	22.12	25.01	21.88
42.76	49.90	42.91	49.73
66.80	41.35	67.05	41.14
82.27	34.38	82.58	34.13
103.49	28.63	103.87	28.36
65.47	35.40	65.76	35.11
103.61	46.12	104.09	45.87
141.04	44.68	141.68	44.42
185.86	41.01	186.71	40.74
228.49	40.50	229.52	40.23
129.03	37.04	129.62	36.76
173.57	39.87	174.38	39.59
240.54	43.61	241.66	43.34
289.09	42.88	290.43	42.62
340.87	41.79	342.43	41.53
194.91	36.84	195.75	36.57
256.30	41.32	257.45	41.06
345.45	44.17	347.01	43.91
398.31	43.97	400.11	43.72
461.12	44.27	463.19	44.02
259.77	37.65	260.81	37.40
352.49	42.58	354.00	42.33
434.70	44.32	436.59	44.07
498.48	44.93	500.64	44.69
573.98	45.19	576.47	44.95

Tabla B.4: Fricción de la mezcla.

Fricción de la mezcla											
Prueba	Blasius			Hall		Churchill		Swamee y Jain		Zigrang y Sylvester	
	$\Delta P_{exp}$	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error
	[Pa/m]	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%
1	32.01	25.27	21.05	24.70	22.82	24.99	21.93	24.98	21.95	25.14	21.45
2	85.36	43.40	49.16	42.20	50.56	42.86	49.78	42.85	49.80	43.14	49.45
3	113.91	67.77	40.50	65.77	42.26	66.96	41.22	66.94	41.23	67.40	40.83
4	125.38	83.43	33.45	80.93	35.45	82.46	34.23	82.44	34.25	83.00	33.80
5	145.00	104.89	27.66	101.73	29.84	103.71	28.47	103.69	28.49	104.40	28.00
6	101.35	66.51	34.37	64.64	36.22	65.59	35.28	65.57	35.30	66.09	34.79
7	192.29	105.30	45.24	101.95	46.98	103.81	46.01	103.78	46.03	104.59	45.60
8	254.93	143.27	43.80	138.53	45.66	141.30	44.57	141.26	44.59	142.36	44.16
9	315.09	188.70	40.11	182.33	42.13	186.20	40.90	186.15	40.92	187.60	40.46
10	384.00	231.85	39.62	223.98	41.67	228.90	40.39	228.84	40.41	230.61	39.95
11	204.95	131.34	35.92	126.90	38.08	129.24	36.94	129.20	36.96	130.34	36.40
12	288.65	176.61	38.82	170.39	40.97	173.86	39.77	173.81	39.79	175.31	39.27
13	426.53	244.54	42.67	235.73	44.73	240.93	43.51	240.86	43.53	242.90	43.05
14	506.11	293.74	41.96	283.09	44.07	289.56	42.79	289.47	42.81	291.89	42.33
15	585.64	346.18	40.89	333.61	43.04	341.41	41.70	341.31	41.72	344.15	41.24
16	308.60	198.65	35.63	191.17	38.05	195.19	36.75	195.12	36.77	197.01	36.16
17	436.81	261.01	40.25	251.04	42.53	256.68	41.24	256.59	41.26	258.97	40.71
18	618.70	351.43	43.20	337.92	45.38	345.96	44.08	345.85	44.10	348.95	43.60
19	710.95	404.99	43.03	389.43	45.22	398.90	43.89	398.77	43.91	402.31	43.41
20	827.36	468.59	43.36	450.62	45.53	461.79	44.18	461.64	44.20	465.70	43.71
21	416.62	265.11	36.37	254.18	38.99	260.10	37.57	260.00	37.59	262.73	36.94
22	613.88	359.23	41.48	344.53	43.88	352.97	42.50	352.84	42.52	356.31	41.96
23	780.66	442.59	43.31	424.58	45.61	435.30	44.24	435.14	44.26	439.29	43.73
24	905.20	507.21	43.97	486.66	46.24	499.15	44.86	498.98	44.88	503.66	44.36
25	1047.21	583.67	44.26	560.16	46.51	574.76	45.12	574.57	45.13	579.87	44.63



Haaland		Colebrook	
$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error
[Pa/m]	%	[Pa/m]	%
24.96	22.02	25.05	21.74
42.82	49.84	42.97	49.65
66.89	41.28	67.13	41.07
82.37	34.30	82.66	34.07
103.61	28.55	103.96	28.30
65.51	35.36	65.79	35.08
103.68	46.08	104.12	45.85
141.13	44.64	141.71	44.41
185.98	40.97	186.73	40.74
228.63	40.46	229.53	40.23
129.06	37.03	129.68	36.72
173.63	39.85	174.43	39.57
240.62	43.59	241.68	43.34
289.19	42.86	290.43	42.62
340.99	41.78	342.42	41.53
194.89	36.84	195.91	36.51
256.32	41.32	257.57	41.03
345.49	44.16	347.09	43.90
398.36	43.97	400.18	43.71
461.18	44.26	463.23	44.01
259.68	37.67	261.14	37.32
352.44	42.59	354.26	42.29
434.67	44.32	436.81	44.05
498.45	44.93	500.84	44.67
573.96	45.19	576.64	44.94

Longitud o frecuencia del tapón											
Prueba	Zhang et al.			Gregory y Scott		Heywood y Richardson		Tronconi		Hill y Wood (1990a)	
	$\Delta P_{exp}$ ini	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error
	[Pa/m]	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%
1	32.01	24.99	21.93	15.41	51.87	15.41	51.87	25.94	18.96	27.47	14.16
2	85.36	42.86	49.78	21.67	74.62	21.67	74.62	21.67	74.62	45.97	46.14
3	113.91	66.96	41.22	75.65	33.59	27.79	75.60	27.79	75.60	69.41	39.07
4	125.38	82.46	34.23	30.87	75.38	30.87	75.38	30.87	75.38	85.92	31.47
5	145.00	103.71	28.47	167.95	15.83	181.35	25.07	34.66	76.10	34.66	76.10
6	101.35	65.59	35.28	44.09	56.49	69.01	31.91	72.27	28.69	73.51	27.47
7	192.29	103.81	46.01	107.99	43.84	110.69	42.43	107.45	44.12	113.25	41.10
8	254.93	141.30	44.57	61.76	75.77	61.76	75.77	141.03	44.68	149.88	41.21
9	315.09	186.20	40.90	189.56	39.84	195.03	38.10	181.16	42.51	191.72	39.15
10	384.00	228.90	40.39	69.51	81.90	244.69	36.28	219.35	42.88	229.90	40.13
11	204.95	129.24	36.94	129.96	36.59	131.58	35.80	139.66	31.86	141.44	30.99
12	288.65	173.86	39.77	177.00	38.68	180.14	37.59	181.17	37.24	186.64	35.34
13	426.53	240.93	43.51	244.84	42.60	250.35	41.31	240.80	43.54	250.86	41.19
14	506.11	289.56	42.79	292.96	42.12	298.84	40.95	283.25	44.03	295.44	41.63
15	585.64	341.41	41.70	343.04	41.43	348.73	40.45	328.14	43.97	341.41	41.70
16	308.60	195.19	36.75	193.96	37.15	194.27	37.05	208.60	32.40	210.11	31.91
17	436.81	256.68	41.24	258.48	40.83	260.36	40.40	265.96	39.11	271.39	37.87
18	618.70	345.96	44.08	349.03	43.59	353.47	42.87	345.33	44.18	355.58	42.53
19	710.95	398.90	43.89	401.69	43.50	407.68	42.66	391.32	44.96	403.53	43.24
20	827.36	461.79	44.18	463.73	43.95	471.49	43.01	445.39	46.17	458.88	44.54
21	416.62	260.10	37.57	257.46	38.20	256.90	38.34	276.18	33.71	276.96	33.52
22	613.88	352.97	42.50	353.81	42.36	354.82	42.20	363.20	40.83	368.68	39.94
23	780.66	435.30	44.24	437.36	43.98	440.19	43.61	436.70	44.06	445.84	42.89
24	905.20	499.15	44.86	501.23	44.63	505.54	44.15	492.43	45.60	503.69	44.36
25	1047.21	574.76	45.12	576.20	44.98	582.23	44.40	557.56	46.76	570.25	45.55

Longitud o frecuencia del tapón											
Hill y Wood (1990b)		Hill y Wood (1990c)		Zabaras		Gokcal et al.		Al-Ruhaimani		Scott et al.	
$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error
[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%
29.98	6.33	29.32	8.39	27.05	15.48	30.42	4.94	43.88	-37.09	21.63	32.43
48.35	43.36	44.41	47.97	21.67	74.62	50.20	41.19	80.94	5.17	35.51	58.40
71.82	36.95	27.79	75.60	27.79	75.60	75.13	34.04	182.60	-60.30	53.74	52.82
86.55	30.97	96.37	23.13	100.37	19.95	90.50	27.82	209.22	-66.87	65.81	47.51
127.06	12.37	161.24	11.20	34.66	76.10	34.66	76.10	238.73	-64.65	83.05	42.73
79.45	21.60	75.40	25.60	44.09	56.49	74.09	26.90	44.09	56.49	58.40	42.38
119.26	37.98	111.82	41.85	106.19	44.77	113.73	40.86	55.33	71.22	91.48	52.43
156.09	38.77	144.84	43.19	142.93	43.93	150.64	40.91	61.76	75.77	123.73	51.47
198.16	37.11	183.29	41.83	66.37	78.94	192.94	38.77	431.73	-37.02	163.00	48.27
236.46	38.42	219.81	42.76	69.51	81.90	231.60	39.69	506.64	-31.94	202.36	47.30
150.73	26.45	142.54	30.45	129.08	37.02	140.04	31.67	166.69	18.66	115.24	43.77
197.16	31.69	185.35	35.79	175.22	39.30	184.40	36.12	98.02	66.04	155.82	46.02
261.20	38.76	245.50	42.44	241.61	43.35	248.03	41.85	104.75	75.44	217.20	49.08
305.76	39.59	287.40	43.21	288.60	42.98	292.47	42.21	106.77	78.90	262.73	48.09
351.66	39.95	331.19	43.45	338.16	42.26	338.48	42.20	562.16	4.01	312.61	46.62
216.12	29.97	210.90	31.66	194.05	37.12	207.42	32.79	136.77	55.68	173.01	43.94
282.62	35.30	269.87	38.22	257.28	41.10	267.31	38.80	329.23	24.63	230.43	47.25
371.27	39.99	350.28	43.39	345.82	44.11	350.35	43.37	151.42	75.53	315.00	49.09
418.54	41.13	396.14	44.28	397.23	44.13	397.95	44.03	547.69	22.96	366.33	48.47
473.27	42.80	449.51	45.67	457.74	44.67	453.15	45.23	636.22	23.10	428.81	48.17
280.48	32.68	277.73	33.34	258.42	37.97	273.74	34.30	190.12	54.36	227.87	45.30
376.36	38.69	366.87	40.24	353.13	42.48	363.33	40.81	202.22	67.06	315.38	48.63
457.44	41.40	441.43	43.45	434.94	44.29	439.32	43.72	542.32	30.53	394.49	49.47
518.09	42.77	497.38	45.05	497.38	45.05	496.63	45.14	635.35	29.81	457.10	49.50
587.34	43.91	562.10	46.32	570.60	45.51	562.91	46.25	194.09	81.47	532.85	49.12

Longitud o frecuencia del tapón			
Brill et al.		Norris	
$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error
[Pa/m]	%	[Pa/m]	%
21.63	32.43	21.63	32.43
35.51	58.40	35.51	58.40
53.74	52.82	53.74	52.82
65.81	47.51	65.81	47.51
83.05	42.73	83.05	42.73
58.40	42.38	58.40	42.38
91.48	52.43	91.48	52.43
123.73	51.47	123.73	51.47
163.00	48.27	163.00	48.27
202.36	47.30	202.36	47.30
115.24	43.77	115.24	43.77
155.82	46.02	155.82	46.02
217.20	49.08	217.20	49.08
262.73	48.09	262.73	48.09
312.61	46.62	312.61	46.62
173.01	43.94	173.01	43.94
230.43	47.25	230.43	47.25
315.00	49.09	315.00	49.09
366.33	48.47	366.33	48.47
428.81	48.17	428.81	48.17
227.87	45.30	227.87	45.30
315.38	48.63	315.38	48.63
394.49	49.47	394.49	49.47
457.10	49.50	457.10	49.50
532.85	49.12	532.85	49.12

Tabla B.5: Colgamiento.

Colgamiento											
Prueba	Gregory et al.			Malnes		Ferschneider		Andreussi y Bendiksen		Marcano	
	$\Delta P_{cal}$	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error
	[Pa/m]	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%
1	32.01	24.52	23.39	25.08	21.65	22.98	28.19	22.12	30.90	23.26	27.32
2	85.36	40.51	52.54	40.62	52.41	35.70	58.17	35.72	58.16	35.65	58.24
3	113.91	61.14	46.33	58.81	48.37	51.08	55.16	51.68	54.63	27.79	75.60
4	125.38	74.45	40.62	69.68	44.42	30.87	75.38	30.87	75.38	30.87	75.38
5	145.00	92.81	35.99	83.80	42.21	34.66	76.10	34.66	76.10	34.66	76.10
6	101.35	65.18	35.68	66.34	34.54	61.32	39.49	59.63	41.16	61.94	38.88
7	192.29	100.49	47.74	100.73	47.61	90.16	53.11	90.18	53.10	90.03	53.18
8	254.93	134.21	47.36	131.42	48.45	116.36	54.36	117.50	53.91	113.67	55.41
9	315.09	174.16	44.73	165.74	47.40	147.41	53.22	148.27	52.94	66.37	78.94
10	384.00	212.84	44.57	197.24	48.64	178.26	53.58	176.65	54.00	69.51	81.90
11	204.95	128.76	37.17	130.35	36.40	119.98	41.46	118.25	42.30	120.82	41.05
12	288.65	170.64	40.88	170.76	40.84	154.39	46.51	154.56	46.45	154.04	46.63
13	426.53	232.38	45.52	227.21	46.73	203.55	52.28	205.42	51.84	198.48	53.47
14	506.11	276.96	45.28	266.03	47.44	239.05	52.77	240.57	52.47	228.29	54.89
15	585.64	324.63	44.57	306.32	47.69	277.77	52.57	277.34	52.64	259.01	55.77
16	308.60	195.51	36.65	197.22	36.09	181.83	41.08	180.15	41.62	182.73	40.79
17	436.81	254.11	41.83	253.27	42.02	230.26	47.29	230.90	47.14	229.15	47.54
18	618.70	337.85	45.39	329.67	46.72	297.99	51.84	300.25	51.47	290.23	53.09
19	710.95	387.35	45.52	373.10	47.52	338.16	52.44	339.86	52.20	324.33	54.38
20	827.36	446.46	46.04	423.74	48.78	386.93	53.23	386.31	53.31	364.12	55.99
21	416.62	261.94	37.13	263.81	36.68	243.88	41.46	242.18	41.87	244.83	41.23
22	613.88	351.32	42.77	348.86	43.17	318.31	48.15	319.77	47.91	315.72	48.57
23	780.66	429.55	44.98	420.39	46.15	382.40	51.02	385.14	50.67	373.60	52.14
24	905.20	490.09	45.86	474.14	47.62	432.18	52.26	434.46	52.00	416.59	53.98
25	1047.21	561.99	46.33	536.59	48.76	492.18	53.00	492.10	53.01	466.55	55.45

Gomez et al.		Abdul-Majeed		Barnea y Brauner		Al-Safran		Zhang et al.		Al-Ruhaimani	
$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error
[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%
29.65	7.35	23.28	27.28	22.58	29.45		100.00	24.99	21.93	24.79	22.53
55.37	35.13	35.91	57.93	34.55	59.53		100.00	42.86	49.78	37.05	56.59
94.22	17.29	27.79	75.60	51.99	54.35		100.00	66.96	41.22	27.79	75.60
121.62	3.00	30.87	75.38	67.62	46.06		100.00	82.46	34.23	30.87	75.38
162.34	-11.96	34.66	76.10	103.39	28.69		100.00	103.71	28.47	34.66	76.10
77.43	23.60	61.92	38.90	60.23	40.57		100.00	65.59	35.28	65.26	35.61
130.80	31.97	90.60	52.88	87.62	54.43		100.00	103.81	46.01	93.08	51.59
187.30	26.53	114.74	54.99	115.34	54.76		100.00	141.30	44.57	115.14	54.83
259.22	17.73	66.37	78.94	156.70	50.27	66.37	78.94	186.20	40.90	66.37	78.94
332.18	13.50	69.51	81.90	214.37	44.17	69.51	81.90	228.90	40.39	69.51	81.90
154.74	24.50	121.03	40.95	117.36	42.74		100.00	129.24	36.94	125.92	38.56
216.71	24.92	154.90	46.34	150.52	47.85		100.00	173.86	39.77	158.56	45.07
315.27	26.08	200.30	53.04	203.18	52.36	104.75	75.44	240.93	43.51	200.15	53.08
390.36	22.87	230.85	54.39	248.78	50.84	106.77	78.90	289.56	42.79	226.77	55.19
472.96	19.24	262.55	55.17	310.22	47.03	107.55	81.64	341.41	41.70	107.55	81.64
234.53	24.00	183.13	40.66	177.81	42.38	136.77	55.68	195.19	36.75	189.36	38.64
319.69	26.81	230.02	47.34	225.19	48.45	147.31	66.27	256.68	41.24	234.64	46.28
449.23	27.39	292.28	52.76	299.07	51.66	151.42	75.53	345.96	44.08	291.74	52.85
529.00	25.59	327.10	53.99	350.34	50.72	151.08	78.75	398.90	43.89	322.43	54.65
625.86	24.35	367.81	55.54	423.51	48.81	149.94	81.88	461.79	44.18	357.45	56.80
312.53	24.98	245.34	41.11	238.66	42.72	190.12	54.36	260.10	37.57	252.87	39.30
439.70	28.37	317.28	48.32	312.52	49.09	202.22	67.06	352.97	42.50	321.68	47.60
557.18	28.63	376.07	51.83	382.72	50.98	201.57	74.18	435.30	44.24	375.85	51.85
650.70	28.11	419.91	53.61	444.25	50.92	198.43	78.08	499.15	44.86	414.99	54.16
763.40	27.10	471.02	55.02	529.73	49.42	194.09	81.47	574.76	45.12	459.54	56.12

Tabla B.6: Velocidad de desfase.

Velocidad de desfase									
Prueba	Zhang et al.			Weber et al.		Jeyachandra et al.		Moreiras et al.	
	$\Delta P_{exp}$ ini	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error
	[Pa/m]	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%
1	32.01	24.99	21.93	27.41	14.37	25.35	20.80	24.99	21.93
2	85.36	42.86	49.78	45.88	46.25	43.33	49.24	42.86	49.78
3	113.91	66.96	41.22	70.20	38.37	67.47	40.77	66.96	41.22
4	125.38	82.46	34.23	85.75	31.61	82.98	33.81	82.46	34.23
5	145.00	103.71	28.47	107.01	26.20	104.25	28.11	103.71	28.47
6	101.35	65.59	35.28	69.61	31.31	66.21	34.67	65.59	35.28
7	192.29	103.81	46.01	108.87	43.38	104.61	45.60	103.81	46.01
8	254.93	141.30	44.57	146.71	42.45	142.16	44.23	141.30	44.57
9	315.09	186.20	40.90	191.71	39.16	187.09	40.62	186.20	40.90
10	384.00	228.90	40.39	234.36	38.97	229.79	40.16	228.90	40.39
11	204.95	129.24	36.94	134.69	34.28	130.10	36.52	129.24	36.94
12	288.65	173.86	39.77	180.24	37.56	174.87	39.42	173.86	39.77
13	426.53	240.93	43.51	247.82	41.90	242.04	43.25	240.93	43.51
14	506.11	289.56	42.79	296.52	41.41	290.68	42.57	289.56	42.79
15	585.64	341.41	41.70	348.31	40.52	342.53	41.51	341.41	41.70
16	308.60	195.19	36.75	201.39	34.74	196.17	36.43	195.19	36.75
17	436.81	256.68	41.24	263.99	39.56	257.85	40.97	256.68	41.24
18	618.70	345.96	44.08	353.85	42.81	347.23	43.88	345.96	44.08
19	710.95	398.90	43.89	406.86	42.77	400.19	43.71	398.90	43.89
20	827.36	461.79	44.18	469.67	43.23	463.07	44.03	461.79	44.18
21	416.62	260.10	37.57	266.51	36.03	261.12	37.32	260.10	37.57
22	613.88	352.97	42.50	360.94	41.20	354.24	42.29	352.97	42.50
23	780.66	435.30	44.24	443.80	43.15	436.67	44.06	435.30	44.24
24	905.20	499.15	44.86	507.79	43.90	500.55	44.70	499.15	44.86
25	1047.21	574.76	45.12	583.35	44.30	576.15	44.98	574.76	45.12

Tabla B.7: Velocidad traslacional

Velocidad traslacional					
Prueba	Dukler y Hubbard			Fabre	
	$\Delta P_{exp\ ini}$	$\Delta P_{cal}$	Error	$\Delta P_{cal}$	Error
	[Pa/m]	[Pa/m]	%	[Pa/m]	%
1	32.01	24.99	21.93	27.10	15.34
2	85.36	42.86	49.78	48.08	43.67
3	113.91	66.96	41.22	76.06	33.23
4	125.38	82.46	34.23	93.75	25.23
5	145.00	103.71	28.47	117.69	18.83
6	101.35	65.59	35.28	69.46	31.46
7	192.29	103.81	46.01	112.45	41.52
8	254.93	141.30	44.57	154.27	39.48
9	315.09	186.20	40.90	203.57	35.39
10	384.00	228.90	40.39	249.73	34.97
11	204.95	129.24	36.94	135.90	33.69
12	288.65	173.86	39.77	184.99	35.91
13	426.53	240.93	43.51	258.07	39.49
14	506.11	289.56	42.79	310.39	38.67
15	585.64	341.41	41.70	365.50	37.59
16	308.60	195.19	36.75	203.56	34.04
17	436.81	256.68	41.24	270.34	38.11
18	618.70	345.96	44.08	366.26	40.80
19	710.95	398.90	43.89	422.51	40.57
20	827.36	461.79	44.18	488.67	40.94
21	416.62	260.10	37.57	269.13	35.40
22	613.88	352.97	42.50	369.04	39.88
23	780.66	435.30	44.24	456.76	41.49
24	905.20	499.15	44.86	524.18	42.09
25	1047.21	574.76	45.12	603.29	42.39



# Apéndice C

## Comparación general de variables.

En este apéndice se muestran las tablas comparativas de las distintas variables calculadas respecto a los experimentos iniciales y los experimentos actuales, así como la variación entre ellos, de acuerdo con la metodología descrita en la Sección 4.2.

Prueba	INICIAL	ACTUAL	VARIACIÓN	CONSTANTE	INICIAL	ACTUAL	VARIACIÓN
	MASA AGUA			DENSIDAD AGUA	MASA AIRE		
	[kg/s]			[kg/m3]	[kg/s]		
1	1.009	1.028	-1.88%	1000.000	0.005	0.006	-18.49%
2	1.011	1.025	-1.42%	1000.000	0.010	0.010	1.22%
3	1.011	1.022	-1.15%	1000.000	0.017	0.015	11.44%
4	1.011	1.021	-1.00%	1000.000	0.020	0.021	-1.53%
5	1.003	1.018	-1.50%	1000.000	0.026	0.025	3.26%
6	2.026	2.070	-2.20%	1000.000	0.005	0.006	-26.39%
7	2.024	2.066	-2.06%	1000.000	0.010	0.010	-3.55%
8	2.026	2.062	-1.80%	1000.000	0.015	0.015	-0.54%
9	2.027	2.061	-1.67%	1000.000	0.020	0.021	-2.26%
10	2.028	2.059	-1.55%	1000.000	0.026	0.025	3.76%
11	3.053	3.098	-1.48%	1000.000	0.006	0.006	-5.20%
12	3.052	3.103	-1.68%	1000.000	0.010	0.010	-6.79%
13	3.051	3.096	-1.48%	1000.000	0.016	0.015	5.41%
14	3.050	3.094	-1.44%	1000.000	0.020	0.021	-3.52%
15	3.050	3.093	-1.42%	1000.000	0.025	0.025	0.37%
16	4.064	4.136	-1.77%	1000.000	0.006	0.006	-4.89%
17	4.061	4.133	-1.75%	1000.000	0.010	0.010	-1.80%
18	4.059	4.133	-1.81%	1000.000	0.017	0.015	10.68%
19	4.055	4.129	-1.81%	1000.000	0.021	0.021	-0.96%
20	4.055	4.128	-1.79%	1000.000	0.026	0.025	3.46%
21	5.076	5.165	-1.75%	1000.000	0.005	0.006	-13.56%
22	5.076	5.160	-1.66%	1000.000	0.011	0.010	5.48%
23	5.070	5.147	-1.52%	1000.000	0.016	0.015	7.51%
24	5.064	5.150	-1.72%	1000.000	0.020	0.021	-2.53%
25	5.059	5.157	-1.94%	1000.000	0.026	0.025	3.21%



Prueba	INICIAL	ACTUAL	VARIACIÓN	INICIAL	ACTUAL	VARIACIÓN	INICIAL	ACTUAL	VARIACIÓN
	DENSIDAD AIRE			PRESIÓN AIRE			TEMPERATURA		
	[kg/m <sup>3</sup> ]			[Pa]			[K]		
1	0.942	0.953	-1.23%	79515.124	79891.976	-0.47%	294.162	291.959	0.75%
2	0.973	0.978	-0.58%	82132.877	81944.833	0.23%	294.200	291.822	0.81%
3	0.990	0.992	-0.19%	83553.568	83235.663	0.38%	294.122	292.441	0.57%
4	0.995	1.004	-0.88%	84060.419	84364.357	-0.36%	294.238	292.719	0.52%
5	1.007	1.013	-0.53%	85034.536	85045.383	-0.01%	294.144	292.609	0.52%
6	0.980	0.992	-1.26%	82817.786	83219.542	-0.49%	294.374	292.105	0.77%
7	1.031	1.037	-0.53%	87140.385	86842.597	0.34%	294.444	291.878	0.87%
8	1.068	1.075	-0.64%	90276.367	90236.943	0.04%	294.434	292.423	0.68%
9	1.103	1.115	-1.06%	93238.803	93666.385	-0.46%	294.391	292.605	0.61%
10	1.142	1.145	-0.28%	96484.498	96140.248	0.36%	294.339	292.452	0.64%
11	1.039	1.039	-0.07%	87850.136	87213.682	0.72%	294.643	292.289	0.80%
12	1.086	1.104	-1.61%	91875.018	92510.574	-0.69%	294.697	292.018	0.91%
13	1.165	1.161	0.31%	98531.341	97505.928	1.04%	294.681	292.486	0.74%
14	1.211	1.233	-1.79%	102413.438	103507.230	-1.07%	294.682	292.556	0.72%
15	1.259	1.274	-1.19%	106517.457	106947.165	-0.40%	294.675	292.361	0.79%
16	1.096	1.098	-0.25%	92769.606	92221.592	0.59%	295.012	292.520	0.84%
17	1.169	1.176	-0.58%	98987.540	98615.259	0.38%	295.052	292.219	0.96%
18	1.273	1.248	1.98%	107792.433	104805.689	2.77%	295.010	292.593	0.82%
19	1.327	1.344	-1.27%	112343.620	112850.667	-0.45%	295.013	292.594	0.82%
20	1.395	1.402	-0.54%	118085.066	117698.469	0.33%	294.947	292.371	0.87%
21	1.157	1.165	-0.68%	98063.855	97885.617	0.18%	295.286	292.735	0.86%
22	1.269	1.261	0.63%	107567.498	105844.617	1.60%	295.357	292.419	0.99%
23	1.364	1.351	0.94%	115614.597	113542.201	1.79%	295.348	292.771	0.87%
24	1.436	1.463	-1.89%	121723.823	122917.582	-0.98%	295.378	292.689	0.91%
25	1.520	1.530	-0.69%	128812.465	128434.099	0.29%	295.357	292.429	0.99%

Prueba	INICIAL	ACTUAL	VARIACIÓN	INICIAL	ACTUAL	VARIACIÓN	INICIAL	ACTUAL	VARIACIÓN
	VS liq			VS gas			GRADIENTE PRESIÓN		
	[m/s]			[m/s]			[Pa/m]		
1	0.234	0.238	-1.88%	1.220	1.428	-17.05%	32.007	34.916	-9.09%
2	0.234	0.237	-1.42%	2.435	2.392	1.79%	85.359	77.308	9.43%
3	0.234	0.237	-1.15%	3.906	3.453	11.60%	113.910	100.350	11.90%
4	0.234	0.236	-1.00%	4.757	4.788	-0.65%	125.377	119.862	4.40%
5	0.232	0.236	-1.50%	5.878	5.656	3.77%	144.997	131.113	9.58%
6	0.469	0.479	-2.20%	1.116	1.392	-24.81%	101.346	104.409	-3.02%
7	0.468	0.478	-2.06%	2.200	2.266	-3.00%	192.285	177.165	7.86%
8	0.469	0.477	-1.80%	3.183	3.180	0.09%	254.928	240.284	5.74%
9	0.469	0.477	-1.67%	4.262	4.312	-1.18%	315.089	301.080	4.45%
10	0.469	0.477	-1.55%	5.213	5.003	4.03%	384.004	350.612	8.70%
11	0.707	0.717	-1.48%	1.261	1.326	-5.13%	204.946	183.912	10.26%
12	0.706	0.718	-1.68%	2.030	2.133	-5.10%	288.649	287.523	<b>0.39%</b>
13	0.706	0.717	-1.48%	3.108	2.949	5.11%	426.528	384.803	9.78%
14	0.706	0.716	-1.44%	3.839	3.904	-1.69%	506.115	497.870	1.63%
15	0.706	0.716	-1.42%	4.572	4.501	1.54%	585.636	561.671	4.09%
16	0.941	0.957	-1.77%	1.220	1.276	-4.63%	308.596	282.267	8.53%
17	0.940	0.957	-1.75%	1.981	2.005	-1.22%	436.808	404.570	7.38%
18	0.939	0.957	-1.81%	3.011	2.744	8.88%	618.704	523.319	<b>15.42%</b>
19	0.939	0.956	-1.81%	3.591	3.580	0.31%	710.948	675.629	4.97%
20	0.939	0.955	-1.79%	4.243	4.074	3.97%	827.358	765.623	7.46%
21	1.175	1.195	-1.75%	1.075	1.213	-12.79%	416.618	395.601	5.04%
22	1.175	1.194	-1.66%	1.966	1.870	4.89%	613.878	545.833	11.08%
23	1.173	1.191	-1.52%	2.712	2.532	6.63%	780.663	690.774	11.51%
24	1.172	1.192	-1.72%	3.267	3.287	-0.63%	905.196	863.075	4.65%
25	1.171	1.194	-1.94%	3.893	3.742	3.87%	1047.211	963.125	8.03%



# Apéndice D

## Análisis de incertidumbre experimental

El análisis de error es la metodología encargada de estudiar las incertidumbres experimentales en las medidas. En un procedimiento experimental, al valor de la diferencia de la propiedad obtenida experimentalmente  $Y_e$  y el valor  $Y_a$  “aceptado o real” se le denomina error  $\varepsilon$ .

$$\varepsilon = Y_e - Y_a$$

El error siempre es desconocido, sin embargo, se puede estimar mediante una cota superior para su valor absoluto. Esta cota es denominada como incertidumbre de la medida  $\Delta\varepsilon$ . Con ello se puede inferir que el valor real de la medida se encuentra en el intervalo:

$$Y_a \in [Y_e - \Delta\varepsilon, Y_e + \Delta\varepsilon]$$

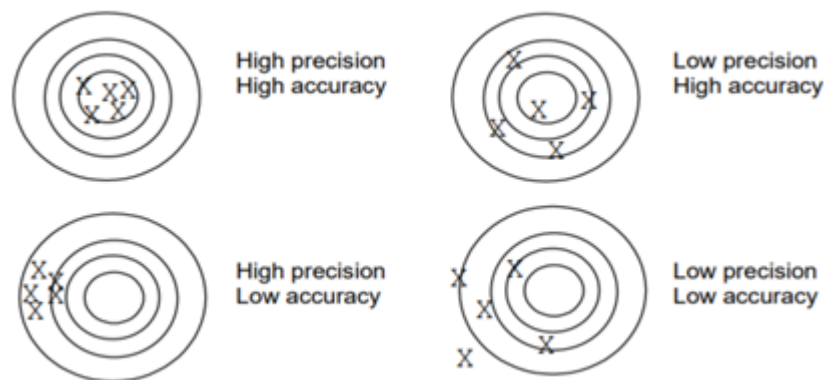


Por lo que el valor “aceptado o real”, se expresa:

$$Y_a = Y_e \pm \Delta\varepsilon$$

Error:

- Exactitud (accuracy). Mide cuán cercano se encuentra el valor medido al valor “real”.
- Precisión (precision). Mide la repetitividad, es decir, cuán cerca se encuentran las mediciones.



Los errores de una medición en general se atribuyen a dos grupos de factores:

1. Sistemáticos. Son debidos principalmente a las prestaciones o utilización de los sistemas con los que se lleva a cabo la medición (calibración del sistema de medición, precisión del sistema de medición).

$$E_{s(x_1)}$$

Generalmente el error sistemático de la variable  $x_1$  se toma de datos provenientes de hojas de especificaciones del fabricante asociados a sensibilidad bajo ciertas condiciones o rangos de calibración.

2. Aleatorios. Debidos a factores ambientales no predecibles (vibraciones, pequeñas variaciones en la temperatura, etc.).

$$E_{a(x_1)} = t_{0.95\%} \frac{s}{\sqrt{n}} *$$

\*Se partió del supuesto que las dispersiones de los datos experimentales tienen una distribución del tipo normal, y se utilizó t de Student bilateral debido a que a priori se desconocía el signo de la desviación.

Donde  $t_{0.95\%}$  es la función de probabilidad de la distribución t de student (bilateral) para un intervalo de confianza del 95 % y con  $\theta$  grados de libertad y  $s$  es la desviación estándar de la variable  $x_1$  para  $n$  muestras experimentales.

Así, el error total se calcula de la siguiente manera.

$$E_{T(x_1)} = \sqrt{E_{a(x_1)}^2 + E_{s(x_1)}^2}$$

Cabe señalar que las ecuaciones mostradas anteriormente se utilizan para el cálculo de las incertidumbres en medidas directas, si se tienen medidas indirectas se debe tomar en cuenta la propagación del error debido a cada variable involucrada a través de una relación funcional.

$$E_p^2 = \left( \frac{\delta f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)}{\delta x_1} E_{t(x_1)} \right)^2 + \left( \frac{\delta f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)}{\delta x_2} E_{t(x_2)} \right)^2 + \dots + \left( \frac{\delta f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)}{\delta x_n} E_{t(x_n)} \right)^2$$

Para el presente trabajo se realizaron los cálculos de incertidumbre experimental de la siguiente manera:

1. Se calculó el error aleatorio para para cada valor de presión obtenida, obteniendo la desviación estándar de cada transductor de presión para cada experimento (1800 datos por experimento) y se tomó un intervalo de confianza del 95 % para la  $\theta = 3$  ya que se tienen 1800 datos por evento con tres eventos por punto experimental, y la tabla a partir de  $n = 3$ , tiende al mismo valor  $t_{95\%} \approx 1.96$ .

2. Se obtuvo  $E_{s(p_k)}$  a partir de las especificaciones que provee el fabricante de los transductores.

PERFORMANCE SPECIFICATIONS					
Ambient Temperature: 25°C (unless otherwise specified)					
PARAMETERS	MIN	TYP	MAX	UNITS	NOTES
Accuracy (RSS of linearity, hysteresis, and repeatability)	-0.1		0.1	%F.S. BFSL	
Isolation, Body to any Lead	100			MΩ	@500V <sub>DC</sub>
Dielectric Strength			2	mA	@500V <sub>AC</sub> , 1min
Pressure Cycles	1.00E+6			0-FS Cycles	
Proof Pressure	3X		20k psi	Rated	
Burst Pressure	4X		20k psi	Rated	
Long Term Stability (1 year)	-0.1		0.1	%F.S.	
Offset	-0.25		0.25	%F.S.	@25°C
Span	-0.25		0.25	%F.S.	@25°C
Total Error Band	-0.5		0.5	%F.S.	Over compensated temperature
Compensated Temperature	-20		+85	°C	
Operating Temperature	-40		+125	°C	Except cable 105°C max
Storage Temperature	-40		+125	°C	Except cable 105°C max
Load Resistance (R <sub>L</sub> )	R <sub>L</sub> > 100k			Ω	Voltage Output
Current Consumption	< (Supply Voltage -9V) / 0.02A			Ω	Current Output
Current Consumption		5		mA	Voltage Output
Rise Time (10% to 90%)	<2ms (Voltage Output); <3ms (Current Output); Without Snubber				
Pressure Port Material	316L Stainless Steel; 316L Stainless Steel Snubber				
Shock	50g, 11msec Half Sine Shock per MIL-STD-202G, Method 213B, Condition A				
Vibration	±20g, MIL-STD-810C, Procedure 514.2, Fig 514.2-2, Curve L				

For custom configurations, consult factory.

**Figura D.1:** Especificaciones de fabricante de los transductores de presión.

3. Se obtuvo el error total  $E_{s(p_k)}$  donde  $k$  representa la posición de cada transductor.

4. A partir de la ecuación de gradiente de presión  $\Delta p_j = \frac{P_k - P_{k-1}}{d_{total}}$  donde  $j$  representa el gradiente 1, 3 y total, para las respectivas longitudes  $d$ , se calcula la propagación del error experimental.

$$E_{P(\Delta p_j)}^2 = \left( \frac{\delta \Delta p}{\delta P_{k-1}} E_{T(p_{k-1})} \right)^2 + \left( \frac{\delta \Delta p}{\delta P_k} E_{T(p_k)} \right)^2 + \left( \frac{\delta \Delta p}{\delta L} E_{T(d)} \right)^2$$

$$E_{P(\Delta p_j)}^2 = \left( \frac{1}{d_{total}} E_{T(p_k)} \right)^2 + \left( \frac{1}{d_{total}} E_{T(p_{k-1})} \right)^2 + \left( \frac{(p_k - p_{k-1})}{d_{total}^2} E_{T(d)} \right)^2$$

Finalmente se representa como intervalo al valor medido experimentalmente:

$$\text{Gradiente}_{medido} \pm E_{P(\Delta p_j)}^2$$

Se calculó un error promedio de **17.08 %** para los resultados obtenidos en este trabajo de tesis.

**Tabla D.1:** Análisis de incertidumbre experimental.

N. prueba	Masa Agua [Kg/s]	Masa Aire [kg/s]	Grad Tot [Pa/m]	ErrorGradTot [Pa/m]	Error %
1	1.028	0.006	34.916	33.512	95.980
2	1.025	0.010	77.308	33.529	43.370
3	1.022	0.015	100.350	33.578	33.461
4	1.021	0.021	119.862	33.630	28.058
5	1.018	0.025	131.113	33.635	25.654
6	2.070	0.006	104.409	33.518	32.102
7	2.066	0.010	177.165	33.547	18.935
8	2.062	0.015	240.284	33.618	13.991
9	2.061	0.021	301.080	33.734	11.204
10	2.059	0.025	350.612	33.795	9.639
11	3.098	0.006	183.912	33.534	18.234
12	3.103	0.010	287.523	33.580	11.679
13	3.096	0.015	384.803	33.662	8.748
14	3.094	0.021	497.870	33.831	6.795
15	3.093	0.025	561.671	33.959	6.046
16	4.136	0.006	282.267	33.566	11.892
17	4.133	0.010	404.570	33.632	8.313
18	4.133	0.015	523.319	33.739	6.447
19	4.129	0.021	675.629	33.956	5.026
20	4.128	0.025	765.623	34.132	4.458
21	5.165	0.006	395.601	33.620	8.499
22	5.160	0.010	545.833	33.726	6.179
23	5.147	0.015	690.774	33.876	4.904
24	5.150	0.021	863.075	34.139	3.956
25	5.157	0.025	963.125	34.360	3.568

En las Figura D.2 se muestran los gradientes de presión calculados con las combinaciones de correlaciones numéricas precargadas por default y la combinación de Gómez et al. para la relación de cerradura de colgamiento, con las barras de incertidumbre para los experimentos previos.



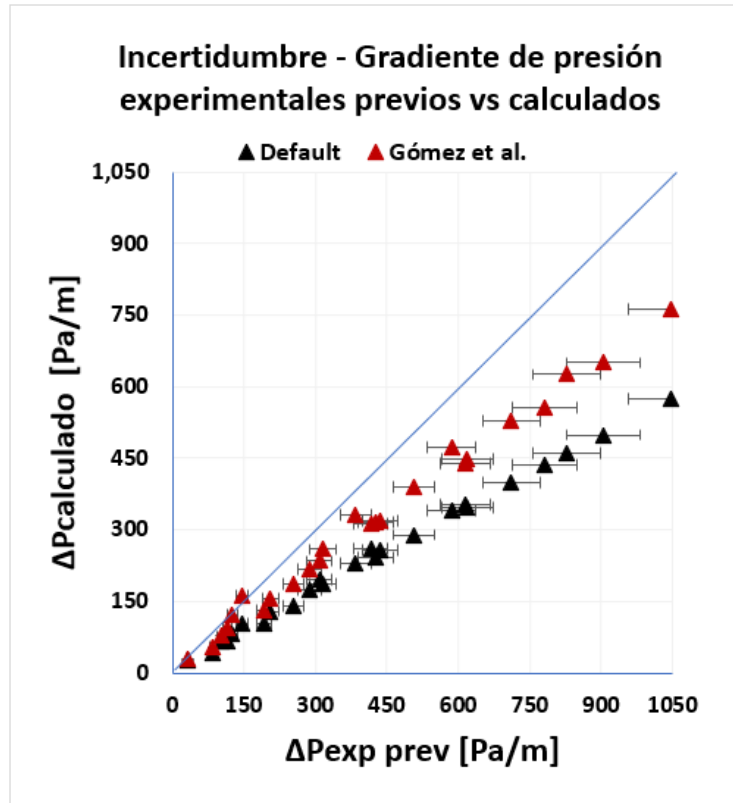


Figura D.2: Gradientes de presión previos con barras de incertidumbre.

En las Figura D.3 se muestran los gradientes de presión calculados con las combinaciones de correlaciones numéricas precargadas por default y la combinación de Gómez et al. para la relación de cerradura de colgamiento, con las barras de incertidumbre para los experimentos actuales.

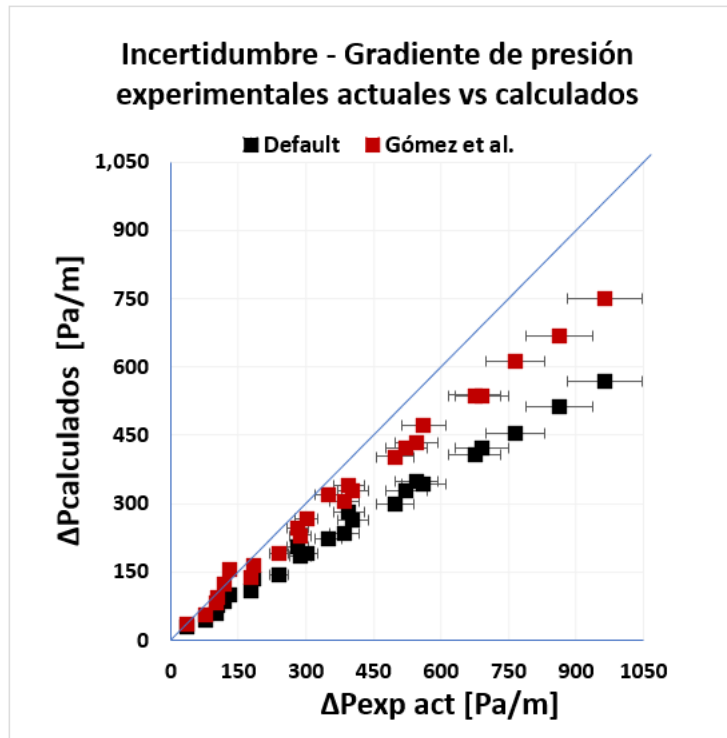


Figura D.3: Gradientes de presión actuales con barras de incertidumbre.



# Bibliografía

- [1] Barnea, D. *A unified model for predicting flow pattern transitions for the whole range of pipe inclinations*, Int. Journal of multiphase flow, 1987.
- [2] Palacio et al. *Segunda fase: análisis y optimización de un aditivo para disminuir la fricción de ductos “Efecto del biorreductor de viscosidad en mezclas bifásicas”*. Demanda D2/CH2011-01, Proyecto No. 166923, SENER- CONACYT, México, 2016.
- [3] Zhang, HQ, Wang, Q., Sarica, C, Brill. *Unified model for gas-liquid pipe flow via slug dynamics*, Parte 1- Model development, 2002.
- [4] Hernández, J. *Estudio del mecanismo de transporte predominante en oleoductos horizontales de crudo pesado con presencia de inhibidores de arrastre*. Tesis de doctorado, UNAM, 2019.
- [5] Solis, M. *Cálculo del gradiente de presión en flujo bifásico horizontal. Análisis de algunos de los modelos existentes*. Tesis de licenciatura, UNAM. 2013.
- [6] Galaviz, D. *Desarrollo de un modelo bifásico para el transporte de petróleo pesado con base en redes neuronales*. Tesis de licenciatura, UNAM, 2019.
- [7] Taitel, Y. Dukler, A. *A model for predicting flow Rregime transitions in horizontal and ear horizontal gas-liquid flow*. AIChE Journal, 1976.
- [8] Gomez. L., Shoham, O. Taitel, Y. *Prediction of slug liquid holdup: horizontal to upward vertical flow*. Int. Journal of multiphase flow, 2000.
- [9] Beggs, H. y J. Brill. *A study of two-phase flow in inclined pipes*. Journal of petroleum technology, 1973.
- [10] García et al. *Power law and composite power law factor correlations for laminar and turbulent gas-liquid flow in horizontal pipelines*. Int. Journal of multiphase flow, 2003.

- [11] Shippen, M. Bailey, W. *Steady-state multiphase flow past, present and future, with a perspective on flow assurance*. Energy Fuels, 2012.
- [12] Guo, B. *Petroleum Production Engineering, A Computer-Assisted Approach*. Elsevier, 2011.
- [13] Barnea D., et al. *Flow Pattern Characterization in Two-Phase Flow by Electrical Conductance Probe*. Int. J. of Multiphase Flow, 1980.
- [14] García, F. y Haoulo M. *Estudio experimental de patrones de flujo bifásico aire-agua en tuberías horizontales y ligeramente inclinadas*. Información tecnológica, vol. 20, 2009.