



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE POSGRADO EN ASTROFÍSICA
INSTRUMENTACIÓN ASTRONÓMICA

Instituto de Astronomía, Ciudad Universitaria.

Determinación de las aberraciones de un
espectrógrafo de dos etapas limitado por difracción.

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
DOCTOR EN CIENCIAS
ASTROFÍSICA-INSTRUMENTACIÓN ASTRONÓMICA

PRESENTA:

BEATRIZ SÁNCHEZ Y SÁNCHEZ

TUTORES PRINCIPALES

DR. ALAN MORGAN WATSON FORSTER,
Instituto de Astronomía, Ciudad Universitaria.

DR. SALVADOR CARLOS CUEVAS CARDONA,
Instituto de Astronomía, Ciudad Universitaria.

Ciudad Universitaria, Cd. Mx., septiembre 2022



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

a Francisco, Jorge, Adrián, Emilio y Aline
a la memoria de mis padres

AGRADECIMIENTOS

Doy especialmente las gracias a mis directores de tesis, Dr. Alan Watson y Dr. Salvador Cuevas Cardona, por el tiempo dedicado, por su paciencia y por haberme transmitido sus conocimientos sobre el tema desarrollado.

Agradezco a los miembros de mi comité tutor: Dra. Irene Cruz González, Dr. Leonardo Sánchez Peniche y Dr. Joel Sánchez Bermúdez por su apoyo y comentarios durante el desarrollo de mi trabajo doctoral. También quiero agradecer a los miembros del jurado: Dra. Irene Cruz González, Dr. José Alberto López García, Dr. Michael Richer, Dr. Remy Ávila Foucat y Dr. Mamadou N'Diaye, por la minuciosa revisión de esta tesis; sus comentarios y sugerencias contribuyeron a lograr un mejor documento.

Finalmente, agradezco al Fis. Manuel Chimal, al M en I. Raymundo Saldaña Rosas y al Dr. Christophe Morisset, por su apoyo y sugerencias en algunos momentos durante el desarrollo de los códigos en Python.

CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN	8
1.1 OBJETIVO DEL TRABAJO	11
1.2 EL MÉTODO.....	12
2. ARTÍCULO PUBLICADO	18
3. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS.....	34
4. CONCLUSIONES.....	37
5. TRABAJO A FUTURO	38
6. APÉNDICE A: DISEÑO Y PRUEBAS EN EL LABORATORIO.	39
6.1 SISTEMA ÓPTICO AL LÍMITE DE DIFRACCIÓN DE DOS ETAPAS	40
6.2 SISTEMA ÓPTICO AL LÍMITE DE DIFRACCIÓN DE DOS ETAPAS CON RENDIJA.	43
7. APÉNDICE B: PROCEDIMIENTO PARA CARACTERIZAR LAS IMÁGENES... 45	
8. APÉNDICE C: INFORMACIÓN Y CARACTERÍSTICAS DE LOS DOBLETES ... 46	
9. APÉNDICE D: CARACTERIZACIÓN DE LOS DOBLETES EN EL ZYGO..... 50	
9.1 COLIMADOR 1 CON MÁSCARA DE 8 MM.....	50
9.2 CÁMARA 1 CON MÁSCARA DE 8 MM	52
9.3 COLIMADOR 2 MÁSCARA DE 8 MM	54
9.4 CÁMARA 2, MÁSCARA DE 8 MM.....	56
9.5 INFORMACIÓN DEL FILTRO, EN TRANSMISIÓN (848 NM)	57
10. ANEXO D: INFORMACIÓN DE LOS DOBLETES	58
REFERENCIAS	59

RESUMEN

Se propone un método para caracterizar las aberraciones estáticas de un espectrógrafo limitado por difracción, formado por dos etapas, con la rendija colocada en el plano focal de la primera etapa. El espectrógrafo puede tener rendija larga o una Unidad Integral de Campo (IFU) con rebanador de imágenes que forme una pseudo rendija. En un espectrógrafo así, no es trivial distinguir si las aberraciones están en la primera etapa, antes de la rendija, o en la segunda etapa, después de la rendija. Una motivación de desarrollar este método fue para aplicarlo y conocer las aberraciones residuales de FRIDA.

El procedimiento para determinar las aberraciones se basa en obtener imágenes de una fuente puntual en o cerca del plano focal de salida, con desplazamientos controlados de la fuente sobre la rendija perpendiculares a ella y con desenfoques conocidos en el segundo plano focal, que es donde está el detector científico. Se ajusta iterativamente un modelo a las imágenes, para determinar las aberraciones de las componentes ópticas de cada una de las etapas que contribuyen a la degradación de la calidad de imagen. Las imágenes con desplazamientos y desenfoques controlados proporcionan información adicional que permite determinar las aberraciones en cada etapa, sin ambigüedad en la mayoría de los casos.

Se realizaron simulaciones que ilustran el alcance y las limitaciones del método. También se presentan los efectos que produce la rendija sobre las aberraciones de cada etapa y en la calidad de la imagen final.

1. INTRODUCCIÓN

Los instrumentos científicos que trabajan conjuntamente con los sistemas de óptica adaptativa son diseñados y construidos para tener aberraciones suficientemente pequeñas para poder tener una razón de Strehl intrínseca superior a 0.8-0.9. Esto impone que las aberraciones totales de los instrumentos no sean mayores a 100 nm RMS (Root Mean Square) cuando se opera en el cercano infrarrojo (NIR).

Eso puede lograrse construyendo un instrumento con aberraciones intrínsecamente pequeñas o midiendo las aberraciones del instrumento y corrigiéndolas con el sistema de óptica adaptativa (con un proceso llamado “non-common path error correction”). Ambas posibilidades requieren de una manera de medir las aberraciones en el instrumento.

La motivación principal para desarrollar un procedimiento que estime las aberraciones es aplicarlo en FRIDA (InFraRed Imager and Dissector for Adaptive Optics) (Watson et al. 2016, López et al. 2014, Sánchez et al. 2014), o en instrumentos similares limitados por difracción, ya sea con rendija larga o que tengan una unidad de campo integral que forme una o varias pseudo rendijas, en los que se requiera caracterizar las aberraciones residuales de las componentes ópticas que las constituyen. Otros ejemplos de instrumentos de esta naturaleza incluyen a SINFONI (Eisenhauer et al. 2003) y CRIRES (Käufl et al. 2004), MUSE (Bacon et al. 2010) y HARMONI (Thatte, et al. 2014).

FRIDA será el instrumento científico en el infrarrojo cercano que recibirá el haz corregido del sistema de óptica adaptativa (AO) del Gran Telescopio Canarias (GTC) (Devaney 2000 y Béjar et al. 2019). Deberá operar al límite de difracción. El instrumento proporciona un modo imagen y un modo de espectroscopía integral de campo (IFS), con un rebanador de imagen para producir una pseudo-rendija de 30 elementos.

El sistema óptico de FRIDA (Figura 6.1Figura 1.1), está formado por un colimador, 4 cámaras, una IFU, y un espectrógrafo de doble paso; con todo ello se pueden realizar los dos modos de operación con 3 diferentes escalas de resolución cada uno.

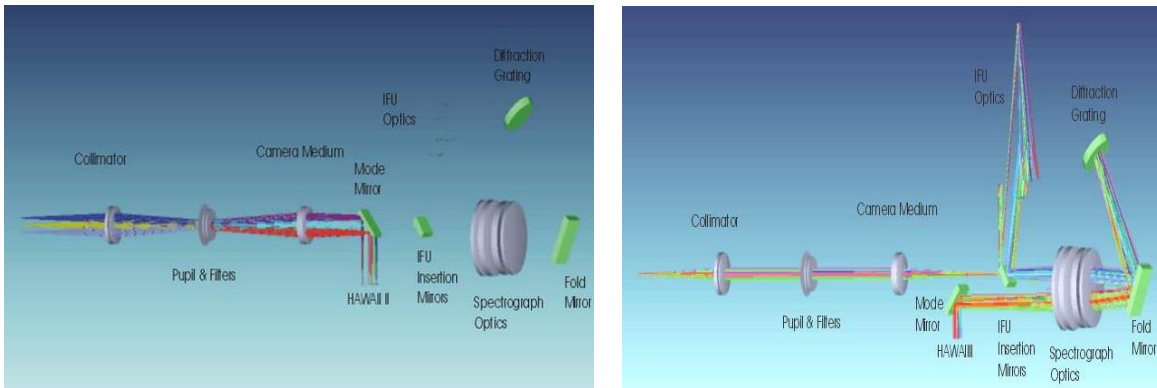


Figura 1.1 Diseño óptico de FRIDA. A la izquierda se muestra la configuración modo imagen: En el camino óptico se tiene: la ventana de entrada del instrumento, colimador y cuatro cámaras para las diferentes escalas; un mecanismo de selección de modo que manda el haz directo al detector Hawaii 2RG. A la derecha se muestra la configuración modo IFS: el haz sigue la misma trayectoria hasta el mecanismo de cambio de modo, pero no es desviado, llega al segundo plano focal para pasar por la IFU; el espectrógrafo; el espejo de doblez; y llega al carrusel de rejillas; regresa por el espectrógrafo de doble paso y el mecanismo de cambio de modo manda el haz al detector.

El diseño óptico de FRIDA (Cuevas 2006 y Cuevas 2008) cumple con las especificaciones requeridas para funcionar al límite de difracción. Los subsistemas están constituidos con elementos ópticos que, aunque cumplan plenamente las especificaciones una vez manufacturados e integrados, todo el conjunto puede contribuir con aberraciones que no son vistas, ni corregidas por el sensor de frente de onda (WFS) del sistema de óptica adaptativa por estar fuera de su lazo de control. Éstas son llamadas aberraciones o errores por diferencia de camino óptico (Non-Common Path Aberrations (NCPA) o Non-Common Path Errors (NCPE).

Esas aberraciones pueden ser una limitación para alcanzar la mejor calidad de imagen en el instrumento ($\text{FWHM}=0.04$ arcsec en $2 \mu\text{m}$), así como lograr el mejor desempeño del sistema completo GTC+OA+FRIDA. Este tiene un gran potencial científico dada la capacidad colectora de fotones de un telescopio de 10.4 m; aunado al sistema de óptica adaptativa llegando al límite de difracción en el infrarrojo cercano con una corrección en razón de Strehl de 0.65 en K; con alta resolución espacial a través de sus escalas fina de $0.01''$ /pixel y media de $0.020''$ /pixel, además de alta resolución espectral de 30,000 para la que está diseñado FRIDA. Todas estas características permitirán estudiar muchos tópicos astronómicos de actualidad.

Algunos de los casos científicos donde puede incidir FRIDA, dado que alcanzará alta resolución espacial y espectral, son:

- Nuestro Sistema Solar: Estudiar los planetas gigantes y sus lunas cuyas atmósferas son ricas en CH_4 , se podrán realizar estudios de dinámica atmosférica y estructura de nubes a través de imágenes de banda estrecha a $1,7 \mu\text{m}$ (cont.), $2,12 \mu\text{m}$ (H_2) y $1,6$ & $2,13 \mu\text{m}$ (CH_4). La espectroscopia 3-D entre 1,0 y 1,2 micrones nos permitirá estudiar la superficie de Titán en detalle. El modo IFS también podría ser utilizado para estudiar pequeñas regiones seleccionadas de los grandes planetas.
- Estrellas de baja masa y compañeras sub-estelares: Planetas o compañeras de baja masa podrán ser detectadas con imágenes diferenciales simultáneas en el modo IFS por ejemplo dentro y fuera CH_4 ($1,6 \mu\text{m}$) o de cualquier otra banda.

- Discos alrededor de objetos jóvenes, protoplanetarios, jets: Se podrán realizar estudios de la estructura y los fenómenos de acreción en discos circumstelares, con imágenes al límite de difracción en la banda K a diferentes épocas.
- Regiones HII ultra compactas: Su estudio constituye una pieza clave para comprender la evolución química y la historia de la formación estelar en nuestra Galaxia y en galaxias distantes. El modo IFS de media resolución en la banda K aislará con precisión el espectro de la estrella ionizante y el de la nebulosa, de este modo se determinará su tipo espectral. La espectroscopia de alta resolución de las líneas Br_γ y H2 revelará la dinámica del gas chocado y ionizado para comparar con los modelos.
- Núcleos Activos de Galaxias: Alcanzar el límite de difracción en K, FWHM 0.04 arcsec, permitirá estudiar los núcleos de galaxias a escalas de sub parsec a la distancia de Andrómeda y a una escala de algunos parsecs a distancias del Cúmulo de Virgo, donde muchos núcleos galácticos son suficientemente brillantes para servir como guía de referencia de GTCAO. El modo IFS de alta resolución en las líneas características de absorción de CO, Si y Ca I, permitirá hacer estudios detallados de la dinámica estelar a escala de parsec en núcleos galácticos. Estas escalas están dentro de los límites del radio de influencia del agujero negro central. Además, estas escalas son las adecuadas para investigar la presencia de remanentes de fusión de múltiples núcleos visibles.

Como ya se dijo, el diseño óptico de FRIDA cumple con las especificaciones requeridas para funcionar al límite de difracción, pero puede haber factores que podrían impedir que el instrumento opere de manera óptima, como son:

- Los procesos de manufactura de todas las componentes ópticas y mecánicas se han cuidado para que cada una esté dentro de las tolerancias correspondientes, pero aun así, las componentes manufacturadas no son perfectas. Hay que hacer notar que el número de componentes ópticas es muy alto: 25 lentes, 5 espejos, 36 filtros, 7 rejillas, la ventana del instrumento y la IFU que contribuye con más de 90 pequeños espejos; su contribución individual puede ser pequeña, pero en conjunto las aberraciones podrían demeritar la calidad de imagen en una cierta fracción de la razón de Strehl.
- Los procesos de ensamble y alineación de los subsistemas tampoco son perfectos. Esto puede hacer que las componentes no estén perfectamente alineadas. Además, durante los ciclos térmicos a los que estará sometido el instrumento, podrán introducirse desalineaciones estáticas diferentes de un ciclo térmico a otro. También pequeñas variaciones en el sistema de criogenia podrían introducir gradientes de temperatura, produciendo desalineaciones de la óptica, que igualmente afecten la calidad de imagen. Cabe aclarar que FRIDA no sufrirá flexiones estructurales debidas a cambios del vector gravedad, por estar fijo sobre la plataforma Nasmyth.
- El sistema de corrección de óptica adaptativa está planteado para funcionar independientemente, por lo que su lazo de control deja fuera a FRIDA. Así pues, las aberraciones de las componentes ópticas introducidas internamente en el haz óptico de FRIDA, están fuera del lazo de monitoreo y control del WFS y del espejo deformable de GTCAO, por lo tanto, no hay corrección de ella, lo que contribuye con NCPE entre el sistema de óptica adaptativa y el detector científico del instrumento.

Por todas estas razones, es importante tener una manera de diagnosticar la calidad del sistema óptico de FRIDA y cuantificar las aberraciones presentes, tanto durante la caracterización y pruebas a nivel del instrumento completo en las pruebas en el laboratorio, como durante la operación en el telescopio.

1.1 Objetivo del trabajo

Los instrumentos para hacer imagen directa, típicamente están constituidos por un sistema óptico de una etapa colimador-cámara, y sus aberraciones se pueden determinar globalmente utilizando algunos métodos como: Shack-Hartmann (Malacara 1978), Curvatura (Roddier 1988), el del sensor piramidal (Ragazzoni 1996), el de Phase Diversity (Hartung et al 2003) y Donuts (Tokovinin y Heathcote 2006).

Un espectrógrafo frecuentemente se constituye de dos etapas colimador-cámara con una rendija en el plano focal intermedio. En algunos pueden estimarse las aberraciones totales retirando la rendija o usando una rendija ancha, lo que permite usar las técnicas que regularmente se utilizan en las cámaras para imagen directa. Sin embargo, se pueden presentar dos problemas. Uno es que en algunos espectrógrafos no se pueda retirar la rendija. Otro es que las técnicas que se usan para las cámaras estiman la suma de las aberraciones en las dos etapas y no se puede distinguir, por ejemplo, una aberración presente en la primera etapa de una aberración en la segunda. Tampoco se puede diagnosticar el caso en que hay aberraciones iguales en ambas etapas, pero de signo opuesto. En este caso la aberración total sería cero, pero representaría una degradación seria en el rendimiento del espectrógrafo, ya que implicaría que la imagen del cielo proyectado sobre la rejilla o rebanador de imágenes no estaría al límite de difracción.

Por estas razones, en el presente trabajo presentamos un método nuevo para distinguir las aberraciones de la primera etapa, antes de la rendija, y las aberraciones de las componentes de la segunda etapa. En la Figura 1.2 se muestra esquemáticamente un sistema óptico de dos etapas con una rendija colocada en el plano focal intermedio. Este es el tipo de sistema óptico considerado en desarrollo de este trabajo.

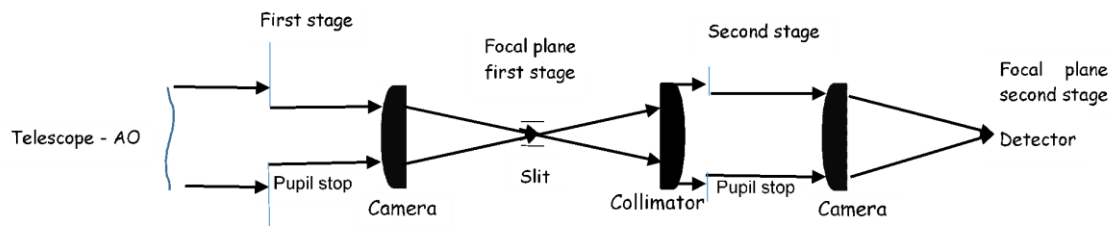


Figura 1.2 Sistema óptico

En un instrumento trabajando al límite de seeing, el tamaño de la pupila de la segunda etapa típicamente es ligeramente más grande que el de la pupila de la primera etapa. Sin embargo, en un instrumento que trabaja al límite de difracción, con una rendija de un ancho cercano al ancho a media altura (FWHM) de la Point Spread Function (PSF) de la imagen formada por la primera etapa, el tamaño de la pupila de la segunda etapa debe ser mayor, para evitar perder la luz difractada. En el sistema óptico propuesto tomaremos una pupila del doble del diámetro de la pupila de la primera etapa, aunque el método no depende explícitamente de esta elección.

Es importante notar que, para analizar y determinar las aberraciones, el sistema óptico no tendrá ningún elemento dispersivo (rejillas, grismas o prismas) en la segunda etapa. En la posición del elemento dispersivo se puede colocar un espejo para mantener la misma posición del foco de la imagen. Alternativamente, si se tiene un elemento dispersivo es posible usarlo en el orden cero: En caso de que no sea posible removerlos o rotarlo se podrían usar imágenes monocromáticas. O si se

aplica luz blanca, sería necesario extender el método para incluir los efectos de dispersión y, probablemente, se perderá sensibilidad a las aberraciones perpendiculares a la rendija.

Utilizaremos los polinomios de Zernike que describen matemáticamente las desviaciones del frente de onda con respecto a una superficie de referencia. En el sistema óptico se considera una fuente puntual, la pupila de la primera etapa tiene una apertura circular de radio R_1 y R_2 será la apertura de la segunda etapa. Las coordenadas polares normalizadas (ρ, θ) a un círculo unitario en los planos de cada pupila estarán dadas por: $x_1 = (\rho/R_1, \theta)$ y $x_2 = (\rho/R_2, \theta)$. Las aberraciones del frente de onda W_1 y W_2 para cada etapa se pueden representar por los conjuntos de polinomios de Zernike (Noll 1976) de la siguiente forma:

$$W_1(x_1) = \sum_{j=1}^{Nz} (a_j Z_j(x_1)) , \quad W_2(x_2) = \sum_{j=1}^{Nz} (b_j Z_j(x_2)). \quad (1.1)$$

Los coeficientes a_j y b_j son los valores RMS de las amplitudes de cada término del polinomio $Z_j(x)$, que define el frente de onda sobre cada una de las pupilas; Nz es el número de polinomios con el que se desea hacer la aproximación de las aberraciones del frente de onda.

El problema que tenemos es cómo estimar los coeficientes que describen las aberraciones originadas por un sistema óptico, el conjunto de los coeficientes a_i y b_i , a través de las imágenes producidas por él.

Consideramos un sistema óptico formador de imágenes cuya función bidimensional de transmisión de la rendija en el plano imagen es $S(x)$ que toma el valor 1 donde la rendija trasmite luz y 0 donde la bloquea. Sean ϕ_1 y ϕ_2 las fases en los planos pupilares; A_1 y A_2 la amplitud de las funciones de transmisión de pupila; $P_1(x_1)$ y $P_2(x_2)$ son las funciones de transmisión de pupila de la primera y segunda etapa respectivamente. Las intensidades en los planos focales I_1 e I_2 . Tomando F y F^{-1} como las transformadas de Fourier y su inversa debidamente normalizadas, entonces:

$$\phi_1 = 2\pi W_1(x_1) / \lambda, \quad (1.2)$$

$$A_1 = P_1(x_1), \quad (1.3)$$

$$I_1 = F(A_1(x_1) e^{i\phi_1(x_1)}), \quad (1.4)$$

$$\phi_2 = P_2 \arg(F^{-1}(SI_1) + 2\pi W_2(x_2) / \lambda), \quad (1.6)$$

$$A_2 = P_2 \text{mod}(F^{-1}(SI_1)), \text{ y} \quad (1.7)$$

$$I_2 = F(A_2(x_2) e^{i\phi_2(x_2)}). \quad (1.8)$$

Numéricamente las transformadas de Fourier son evaluadas en sistemas cartesianos discretos tanto en los planos focales y pupilares correspondientes. Esto como consecuencia de que se utilizarán detector de $N_x N_y$ pixeles de dimensiones finitas.

1.2 El método

Las ecuaciones (1.2) a la (1.8) describen cómo las aberraciones afectan la imagen en el plano focal final del espectrógrafo. Solucionar el problema inverso, es decir, determinar las aberraciones a partir de las imágenes en el plano focal final, es el objetivo del método desarrollado.

El método propuesto se basa en adquirir imágenes de una fuente puntual, primero centrada en la rendija y luego otras con desplazamientos controlados perpendiculares a la rendija. Las imágenes se adquieren tanto en foco como con desenfoques controlados. Este conjunto de imágenes da información adicional para permitir, en la mayoría de los casos, determinar las aberraciones de cada una de las etapas sin ambigüedad. Las imágenes se adquieren utilizando el detector científico.

Para determinar las aberraciones se exploraron varios métodos. Uno fue el Método de Diversidad de Fase (PD) que ha sido aplicado en sistemas con óptica adaptativa e instrumentos tales como NAOS-CONICA (Hartung, 2003). Este método se pensó como una alternativa para evaluar las NCPA y cuantificar los coeficientes de Zernike que definen un frente de onda aberrado. Otro método

explorado fue el Método Donut (Tokovinin y Heathcote 2006) para pupilas con apertura central, que utiliza las deformaciones del agujero central como parte de su algoritmo para la estimación de las aberraciones.

Al analizar si los dos métodos mencionados eran aplicables para determinar las aberraciones de cada una de las etapas antes y después de la rendija de un espectrógrafo limitado por difracción, se vio que ninguno de estos métodos ofrece esta posibilidad dado que pueden aplicarse para determinar las aberraciones totales del sistema óptico, pero no para cada etapa.

Enseguida se desarrolló un algoritmo que utilizaba una imagen en foco con el objeto centrado en la rendija. Al hacer la estimación de las aberraciones con este algoritmo se presentaron varios problemas, especialmente cuando la rendija se estrecha hasta dimensiones próximas o menores que λ/D (λ es longitud de onda de la fuente puntual monocromática, D el diámetro de la pupila), es decir al FWHM de la PSF. Esto es debido a que la rendija elimina parte de la información de las aberraciones que introducen las componentes de la primera etapa, cortando las alas de la PSF. La pérdida de información hace que la estimación de los valores sea poco precisa en magnitud y se tenga ambigüedad en el signo, por lo que no se distingue correctamente la fase sólo con una imagen centrada y en foco.

Para mejorar los resultados y aminorar los efectos desfavorables antes mencionados, se amplió el algoritmo de forma que permita mitigar la falta de definición de los valores de los coeficientes causados por la pérdida de información por el ancho de la rendija. Para ello se utilizan 3 imágenes en foco, una centrada en la rendija y las otras 2 con desplazamientos iguales perpendiculares a ambos lados de la rendija, y así obtener información de la imagen en torno a la rendija centrada. Para definir el signo se usan otras tres imágenes con un desenfoque controlado con las mismas características y posiciones del objeto en la rendija que las 3 imágenes anteriores. De esa manera se logra romper la ambigüedad del signo.

Así, una vez que se vio que para alcanzar una buena determinación de las aberraciones es necesario tener 6 imágenes, se decidió generar un algoritmo iterativo que busque el conjunto de coeficientes de Zernike que mejor se ajusten a las imágenes. El proceso iterativo se hace a través de optimización de la χ^2 (Chi cuadrada), que compara las 6 imágenes obtenidas en el plano focal de salida con 6 modelos correspondientes a cada una de las imágenes. Para generar los 6 modelos se utiliza de forma directa las transformadas de Fourier como se definen en las ecuaciones de la (1.2) a la (1.8).

Las 6 imágenes mencionadas se adquieren con el detector del instrumento. El algoritmo genera 6 modelos con las posiciones y desenfoques correspondientes a las imágenes tomadas con el detector científico. El método está basado en un algoritmo iterativo que genera cada modelo y optimiza el valor promedio de las seis χ^2 , a través de variar los coeficientes de Zernike que determinan las aberraciones de cada etapa, utilizando el método Simplex de Nelder-Mead (Nelder 1965).

A continuación, se describe el procedimiento completo del algoritmo y la *Figura 1.3* muestra un diagrama de flujo simplificado.

1) Adquirir 6 imágenes:

- Obtener tres imágenes en el plano focal de salida del sistema, una con el objeto puntual centrado en la rendija; otra con un desplazamiento determinado perpendicular a la rendija y la tercera con el mismo desplazamiento perpendicular opuesto.

Estas imágenes se pueden obtener moviendo la fuente en el plano focal de entrada, ya sea con el movimiento de un pinhole en el plano focal o si el espectrógrafo recibe el haz corregido de un sistema de AO (Adaptive Optics), con el movimiento tip-tilt del espejo deformable.

- Obtener tres imágenes con un desenfoque conocido en la segunda etapa (db_4) con los mismos desplazamientos del objeto sobre la rendija con que se adquirieron las tres anteriores.
Dichas imágenes pueden obtenerse usando el sistema de enfoque del detector con movimientos controlados.
- 2) Condiciones iniciales:
- Dar valores iniciales a los coeficientes de Zernike de ambas etapas $a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n$. Obtener de las seis imágenes su valor máximo (max_1 a max_6), que se usarán para la normalización de cada imagen; el nivel promedio del fondo (p); y así obtener el arreglo de $2n+7$ elementos ($a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n, max_1, \dots, max_6, p$). Los valores iniciales de todos los coeficientes de Zernike pueden ser cero.
- 3) A partir de los valores iniciales y parámetros dimensionales del sistema óptico, generar 6 modelos:
- Se utilizan las ecuaciones (1.2) a la (1.8) para generar los 6 modelos: 3 en foco con la imagen en las posiciones sobre la rendija y 3 con el desenfoque conocido db_4 con las correspondientes posiciones de la rendija.
- 4) Seleccionamos el tamaño o ventana alrededor de las Imágenes I_i y de los Modelos M_i para reducir el número de pixeles bajo consideración en los ajustes, de manera que N sea el número de pixeles de cada imagen y su correspondiente modelo.
- 5) Calcular el valor de χ_i^2 para cada imagen y modelo con la ecuación
- $$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{g^2 (I_i - M_i)^2}{g(I_i - p) + \sigma^2}, \quad (1.9)$$
- donde g es la ganancia en electrones por ADU, σ^2 es la varianza en el fondo de la imagen y p es el nivel promedio del fondo.
- 6) Calcular el valor de las seis χ^2 para cada imagen y su correspondiente modelo y obtener el promedio de ellas.
- 7) Realizar un proceso iterativo de minimización de la χ^2 promedio para ajustar los coeficientes.
- En nuestro caso, como ya se mencionó, se utiliza el método de optimización de Nelder-Mead, también conocido como el método “downhill simplex” o “amoeba”, para minimizar el valor promedio de χ^2 .
El proceso de minimización se detiene cuando el valor promedio de la χ^2 ya no varía con valores mayores a 0.1. Entonces se obtienen los coeficientes de Zernike ($a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n, max_1, \dots, max_6, p$) de un ajuste de los Modelos M_i a las Imágenes I_i .
- 8) Para mitigar la presencia de los términos de aliasing, los valores obtenidos de los coeficientes de Zernike con el ajuste del algoritmo descrito anteriormente, se usan como valores iniciales para una segunda corrida completa del algoritmo para generar los 6 modelos, hasta su optimización con las mismas 6 imágenes iniciales.

- 9) Realizar el cálculo del valor de χ^2 para cada imagen y modelo ahora con la ecuación

$$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{g^2 (I_i - M_i)^2}{g(M_i - p) + \sigma^2}. \quad (1.10)$$

La razón para hacer ahora el cálculo de la χ^2 con los datos de los modelos M_i en el denominador en la segunda corrida del algoritmo, es evitar el sesgo que puede tener el ajuste cuando se utilizan solo los datos de la imagen.

Al usar los datos de los modelos en el denominador en la primera corrida del algoritmo no se logra la minimización del promedio de las seis χ^2 , por lo tanto tampoco un buen ajuste de los coeficientes. Al hacer la primera corrida con los datos de la imagen en el denominador y usar esos coeficientes ajustados como valores iniciales en la segunda corrida, la minimización se logra adecuadamente y se alcanza un buen ajuste de los Modelos M_i a las Imágenes I_i . Los coeficientes de Zernike (a_1, a_2, \dots, a_n) y (b_1, b_2, \dots, b_n) obtenidos determinan las aberraciones presentes en las componentes ópticas de cada una de las etapas adecuadamente.

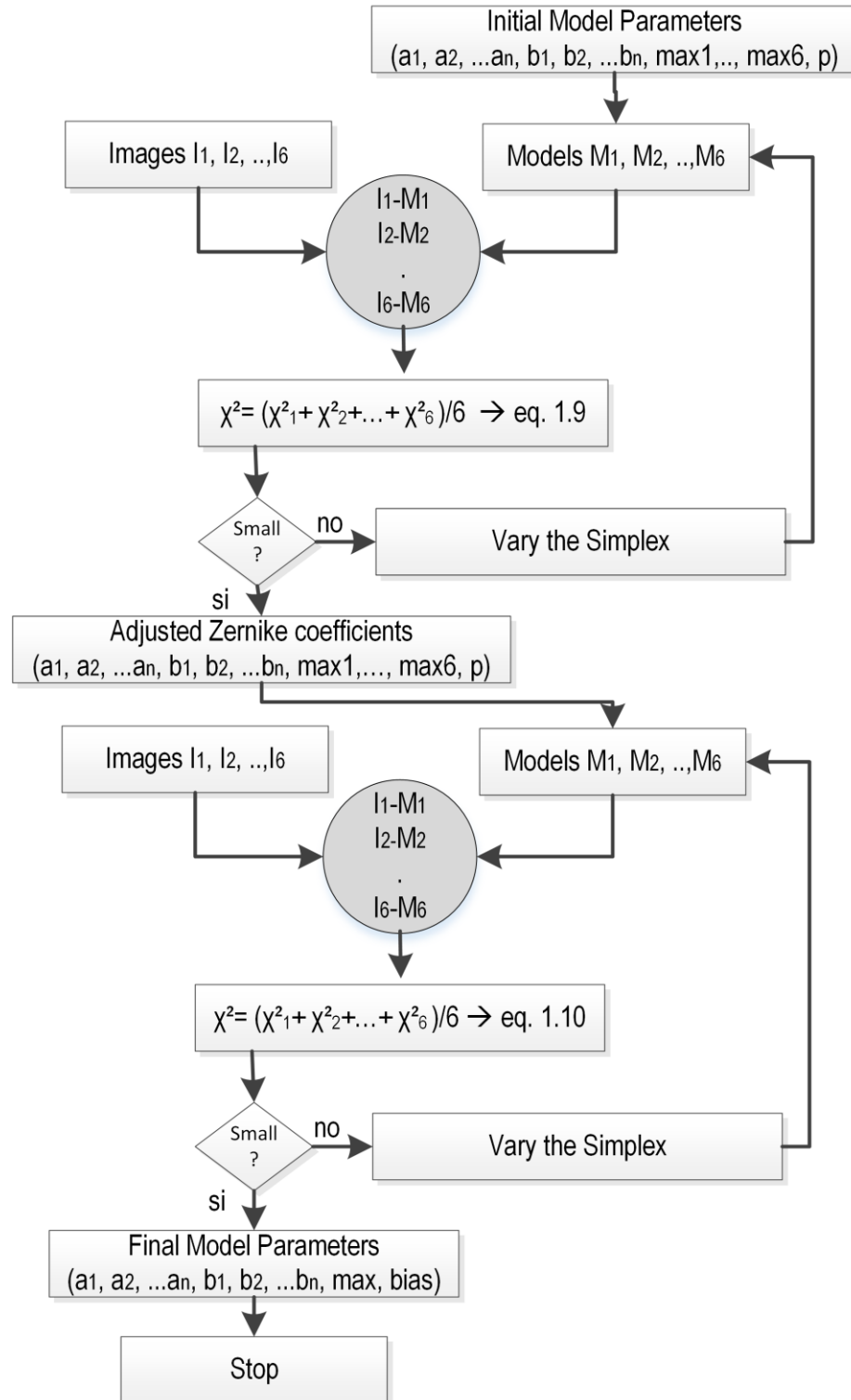


Figura 1.3 Diagrama de flujo para la estimación de las aberraciones producidas en la imagen final por las componentes del sistema óptico completo. El algoritmo se corre dos veces: una haciendo el cálculo de la χ^2 con los datos de la imagen en el denominador (ec. 1.9); y la segunda con los datos del modelo (ec.1.10).

Al generar los modelos a través de las Transformadas de Fourier de forma discreta, un factor limitante para lograr los mejores ajustes de los modelos a las imágenes y a la determinación de los coeficientes de Zernike es el muestreo o discretización que se haga, con base al número y tamaño de los pixeles del detector a utilizar.

El contenido de esta Tesis se organiza así: En el Capítulo 2 se presenta el artículo publicado realizado como parte del proyecto doctoral, donde se describe el sistema óptico prototipo al límite de difracción de dos etapas con una rendija colocada en el plano focal de la primera etapa. Se presentan los efectos producidos por la rendija conjuntamente con las aberraciones del sistema en la imagen en el plano focal de salida. Las aberraciones del frente de onda para cada etapa se pueden representar por los conjuntos de polinomios de Zernike (Noll 1976). La PSF en el plano focal de la segunda etapa estará calculada por las transformadas de Fourier y su inversa. Se presenta el algoritmo para determinar las aberraciones y se aplicó a imágenes simuladas (con ruido simulado) para conocer a priori los valores de los coeficientes esperados y evaluar la calidad de los ajustes que alcanza el algoritmo. Se exponen los resultados para los casos en que se presenta sólo una aberración en el sistema a la vez y también se dan un par de ejemplos cuando se tienen varias aberraciones en las dos etapas. En el apéndice del artículo se muestran ampliamente los efectos producidos en el sistema óptico con rendija en presencia de aberraciones.

En el Capítulo 3 se amplía la discusión de los resultados descritos en el artículo y del posible impacto que puede tener al aplicarlo en un instrumento como FRIDA. El Capítulo 4 incluye las conclusiones; y en el Capítulo 5 se habla sobre los trabajos por realizar a futuro.

La información que se presenta en los Apéndices es el trabajo realizado en el laboratorio, que tenía el objetivo de probar la aplicación del método con imágenes obtenidas de un sistema óptico real. El Apéndice A presenta los resultados obtenidos al aplicar el método con las imágenes de un sistema óptico de una etapa y con uno de dos etapas con la rendija en el plano focal intermedio, así como los problemas encontrados para lograr un sistema al límite de difracción. El procedimiento que se siguió de caracterización de las imágenes obtenidas en el laboratorio se incluye en el Apéndice B. Los Apéndices C y D incluyen los resultados de la caracterización de las componentes ópticas utilizadas para lograr un sistema óptico al límite de difracción. El trabajo en el laboratorio quedó inconcluso, ya que se tuvo que suspender por las condiciones de acceso a los laboratorios durante la pandemia. La intención es continuar este trabajo, para implementar el método con las seis imágenes que son necesarias para alcanzar una mejor determinación de las aberraciones de cada una de las etapas, tal como se presenta en el artículo con las imágenes simuladas.

2. ARTÍCULO PUBLICADO

Monthly Notices
of the
ROYAL ASTRONOMICAL SOCIETY

MNRAS 513, 4913–4928 (2022)
Advance Access publication 2022 May 3



<https://doi.org/10.1093/mnras/stac1212>

Determining the aberrations in a nearly diffraction-limited spectrograph

B. Sánchez,^{*} A. M. Watson[Ⓜ] and S. Cuevas*Instituto de Astronomía, Universidad Nacional Autónoma de México, Apartado Postal 70-264, 04510 México, CDMX, Mexico*

Accepted 2022 April 26. Received 2022 April 25; in original form 2022 March 9

ABSTRACT

We present a method to determine the static aberrations in a nearly diffraction-limited spectrograph introduced, for example, by alignment or manufacturing errors. We consider an instrument with two stages separated by a slit or image slicer located in the intermediate focal plane. In such a spectrograph, it is not trivial to distinguish aberrations in the first stage, before the slit, from those in the second, after the slit. However, our method achieves this. Measuring these aberrations separately opens the possibility of reducing them, by realignment or other means, and thereby improving the optical performance of the instrument. The method is based on fitting models to multiple images of a point source, with controlled displacements of the source perpendicular to the slit and controlled defocuses of the second stage or the detector. Fitting models to these images allows the determination of the aberrations in both stages. Our key discovery is that the displaced and defocused images provide additional information which allows us to break the ambiguity between the two stages. We present simulations that validate the performance of the method.

Key words: instrumentation: spectrographs.

1 INTRODUCTION

Instruments for adaptive-optics systems are typically designed and constructed to have small optical aberrations and thereby achieve intrinsic Strehl ratios of 0.8–0.9 or more. For instruments operating in the near-infrared from 1.2 to 2.5 μm , this requires that the RMS aberrations be no more than about 100 nm ($\lambda/13$ to $\lambda/20$). This can be achieved either by manufacturing and aligning an instrument to high precision or by using the adaptive-optic system to compensate the instrument's aberrations (a process known as 'non-common-path error correction'). Both approaches require a means to determine the aberrations in the instrument.

The aberrations in imagers can be determined by well-known methods such as Shack-Hartmann (Malacara 1978), curvature (Rodier 1988), phase diversity (Blanc et al. 2003; Hartung et al. 2003), and Donut (Tokovinin & Heathcote 2006).

On the other hand, spectrographs often have two stages with a slit or image slicer in the intermediate focal plane. In some, one can estimate the total aberration of both stages by removing the slit or using a wide slit and using the techniques appropriate for imagers. However, there are potentially two problems with this approach. First, in some instruments it is not possible (or at least not feasible) to remove the slit or use a wide slit. Second, this approach gives the sum of the aberrations in the two stages but cannot distinguish, for example, an aberration present in the one stage from an equal one in the other. A pathological case would be significant aberrations present in both stages with equal magnitude but opposite signs. In this case, the total aberration would be zero, but the performance of the spectrograph could be severely degraded as the image projected on the slit or image slicer would be aberrated and not limited by diffraction.

^{*} E-mail: beatriz@astro.unam.mx

With these motivations, in this work we present a method to measure the aberrations in a spectrograph that is capable of separating the aberrations in one stage from those in the other.

Our method is based on acquiring images of a point source with the science detector, first centred on the slit and then with controlled small displacements perpendicular to the slit. At each slit position, images are taken both in focus and with a controlled defocus in the second stage or of the detector. This set of images provides the information required to allow us to determine the aberrations in each stage of the spectrograph without ambiguity.

In a space-based telescope, the point source could be an astronomical source. The first stage of the spectrograph would then encompass the telescope and all of the optics before the slit. In a ground-based telescope, atmospheric turbulence means that we cannot realistically use astronomical sources, since even with an adaptive-optics system the wave-front delivered to the instrument typically has time-dependent aberrations. Instead, we require either a telescope simulator or a means to place a point source in an intermediate focal plane before the slit. The first stage then encompasses only the optics after the position of the point source, which will often exclude the telescope. Depending on the application, this can be an advantage or a disadvantage.

Our method requires no unusual auxiliary equipment, just the means to place a point source in a focal plane prior to the slit (or to feed the spectrograph with a telescope simulator), to make controlled displacements of this point source perpendicular to the slit (or the slit with respect to the point source), and to defocus the second stage or move the detector.

Our immediate motivation for this work was to develop a means to estimate the aberrations in the FRIDA instrument (Watson et al. 2016). FRIDA will be a main science instrument for the GTC adaptive-optics system of the GTC telescope (Devaney 2000; Watson et al. 2016; Béjar et al. 2019). The input focal plane of FRIDA coincides with the output focal plane of GTC. FRIDA will work

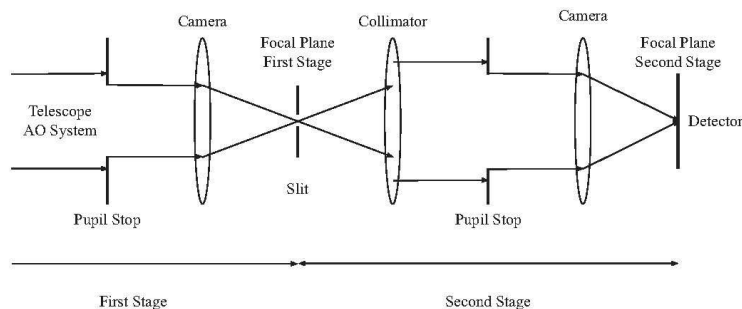


Figure 1. A spectrograph with two stages and an intermediate slit.

in the near-infrared and provide both imaging and integral-field spectroscopy using an image slicer with 30 slices. FRIDA will be outside of the control loop of the adaptive optics system, so other techniques must be used to determine the internal aberrations.

In imaging mode, FRIDA conceptually has a single collimator-camera stage, as a fold-mirror is used to bypass the spectrograph and send light directly to the detector. In this mode, the aberrations can be determined using the methods mentioned earlier for imagers. The FRIDA science detector is mounted on a linear focus stage, which allows us to easily take the out-of-focus images required by these methods.

On the other hand, in integral-field spectroscopy mode, the fold mirror is removed and the instrument has two collimator-camera stages with a slit in the intermediate focal plane. More precisely, the image slicer is in the intermediate focal plane, and since each slice has its own optics, effectively we have 30 semi-independent spectrographs, each with slightly different optics and slightly different aberrations. Furthermore, the image slicer cannot be removed from the optical path of the spectrograph, although the spectrograph gratings can be replaced with a mirror. Therefore, we will use the method developed here to determine the internal aberrations of each optical path through the spectrograph by imaging through each of the slits. We will do so by placing an illuminated point source in the input focal plane of FRIDA at the position corresponding to each slit. This is facilitated by the presence of a mechanism to change field and calibration masks in the input focal plane. Our method will allow us to separately determine the aberrations in the common first collimator-camera stage and the semi-independent second collimator-camera stages.

Our method is suitable for estimating the static aberrations in the instrument. It is not suitable for real-time correction of atmospheric aberrations, as it uses the science detector, which has a relatively high read noise, and it requires controlled motions of both the object and the science detector, which will interfere with science exposures.

Despite our focus on FRIDA, our method is applicable to other similar instruments that aim to be limited by diffraction, that have long slits or image slicers, and that require characterization of their optics. Examples of instruments of this nature are SINFONI (Eisenhauer et al. 2003), CRIFRES (Kaeuffi et al. 2004), and MUSE (Bacon et al. 2010).

This article is organized as follows. In Section 2, we summarize the theory of the formation of images in a spectrograph with two stages and an intermediate slit. This is the basis for all of the work presented here and establishes our notation. In Section 3, we

show simulations that demonstrate the effect of aberrations in both stages of the spectrograph on the final image. An understanding of the consequences of the aberration and in particular certain ambiguities is helpful to understand the algorithm. In Section 4, we describe our algorithm. In Section 5, we present tests of our algorithm. In Section 6 and 7, we indicate possible lines of future work and discuss our conclusions. In Appendix A, we show a catalogue of aberrated images to complement the discussion in Section 3.

2 MODELLING IMAGE FORMATION

Fig. 1 shows schematically the layout of an optical system with two stages and a slit in the intermediate focal plane. This is the type of optical system with which we will be concerned in this work.

In an instrument limited by seeing, the size of the pupil in the second stage is typically only slightly larger than that in the first stage. However, in an instrument limited by diffraction, with a slit width close to the full width at half-maximum (FWHM) of the point spread function (PSF), the size of the pupil in the second stage is often significantly larger to avoid diffraction losses. Throughout this work, we will take the pupil in the second stage to be twice the diameter of the pupil in the first stage, although this choice is not essential for our method.

In the system under consideration, there is no dispersive element (grating, prism, or grism) in the second stage. It is not, in fact, a spectrograph but rather a system that images through a slit. Most real instruments will indeed have dispersive elements in the second stage. We offer three suggestions for eliminating their effects. First, it might be possible to replace gratings with mirrors or remove prisms/grisms. This is possible in FRIDA, which has two mirrors in the grating turret originally intended to aid precise acquisition through the image slicer. Second, it might be possible to use or rotate the elements into zeroth order. Finally, it might be possible to mitigate the dispersive element using monochromatic light. If none of these are feasible, it might be possible to extend the method presented here to work with dispersed light, but we suspect it will lose sensitivity to aberrations perpendicular to the slit.

Our physical polar coordinates in pupil or focal planes are $\mathbf{x} = (\rho, \theta)$. We define $\theta = 0$ to be parallel to the slit. We define the radii of the pupils in the first and second stages to be R_1 and R_2 . We define normalized radial coordinates $\rho_1 \equiv \rho/R_1$ and $\rho_2 \equiv \rho/R_2$ along with the corresponding normalized polar coordinates $\mathbf{x}_1 \equiv (\rho_1, \theta)$ and $\mathbf{x}_2 \equiv (\rho_2, \theta)$.

Table 1. The first 11 Zernike polynomials from Noll (1976).

j	Z_j	Name
1	1	Piston
2	$4^{1/2}(\rho)\cos\theta$	Tilt in y
3	$4^{1/2}(\rho)\sin\theta$	Tilt in x
4	$3^{1/2}(2\rho^2 - 1)$	Defocus
5	$6^{1/2}(\rho^2)\sin 2\theta$	Astigmatism at 0 deg
6	$6^{1/2}(\rho^2)\cos 2\theta$	Astigmatism at 45 deg
7	$8^{1/2}(3\rho^3 - 2\rho)\sin\theta$	Coma at 90 deg
8	$8^{1/2}(3\rho^3 - 2\rho)\cos\theta$	Coma at 0 deg
9	$8^{1/2}(\rho^3)\sin 3\theta$	Trefoil at 30 deg
10	$8^{1/2}(\rho^3)\cos 3\theta$	Trefoil at 0 deg
11	$5^{1/2}(6\rho^4 - 6\rho^2 + 1)$	Spherical

We define $P_1(x_1)$ and $P_2(x_2)$ to be the pupil transmission functions, which are 1 where the pupil transmits light and 0 where it blocks it. In this work, we will deal exclusively with circular pupils without central obstructions, and so have

$$P_1(x_1) = \begin{cases} 1 & \text{for } \rho_1 \leq 1, \text{ and} \\ 0 & \text{for } \rho_1 > 1, \end{cases} \quad (1)$$

and a similar definition for P_2 .

We define the wave-front errors in the first and second stages to be $W_1(x_1)$ and $W_2(x_2)$. We represent these as sums of Zernike polynomials Z_j ,

$$W_1(x_1) = \sum_{j=1}^{N_z} a_j Z_j(x_1) \quad (2)$$

$$\text{and } W_2(x_2) = \sum_{j=1}^{N_z} b_j Z_j(x_2). \quad (3)$$

As we use the Noll (1976) normalization, the coefficients a_j and b_j are the RMS amplitudes of the aberrations corresponding to each Zernike polynomial. As a convenience to the reader, in Table 1 we give the first 11 Zernike polynomials, which correspond to tilts, defocus, and the classical third-order aberrations.

We define $S(x)$ to be the slit transmission function, which is 1 where the slit transmits light and 0 where it blocks it.

With these definitions, we can write the phases ϕ_1 and ϕ_2 in the two pupil planes, the amplitudes A_1 and A_2 in the two pupil planes, and the intensities I_1 and I_2 in the two focal planes as

$$\phi_1 = 2\pi W_1(x_1)/\lambda, \quad (4)$$

$$A_1 = P_1(x_1), \quad (5)$$

$$I_1 = F(A_1(x_1)e^{i\phi_1(x_1)}), \quad (6)$$

$$\phi_2 = P_2 \arg(F^{-1}(SI_1)) + 2\pi W_2(x_2)/\lambda, \quad (7)$$

$$A_2 = P_2 \text{ mod } (F^{-1}(SI_1)), \text{ and} \quad (8)$$

$$I_2 = F(A_2(x_2)e^{i\phi_2(x_2)}), \quad (9)$$

in which F and F^{-1} are appropriately normalized Fourier transfer and inverse Fourier transfer operators. The final PSF is then given by $I_2/\max(I_2)$.

Numerically, we simulate the system using discrete Cartesian grids in the focal and pupil planes. One consequence of this is that we simulate a detector with finite-sized pixels.

3 ABERRATIONS COMBINED WITH A SLIT

In this section, we use the above equations to simulate the optical system with the aim of describing and understanding the impact on the final image of aberrations both before and after the slit and by the masking by the slit of the aberrations in the first stage. This is important for understanding our subsequent results.

The systems we have simulated are almost diffraction-limited, with aberrations sufficiently small in magnitude that the Strehl ratio is always at least 0.85. We assumed that the pixel size is $\lambda/3D$ and that the slit width is λ/D (3 pixels), which is approximately the FWHM of the diffraction-limited PSF. We consider low-order aberrations, up to and including spherical aberration (see Table 1), without loss of generality.

We show results at different points in the optical system. See, for example, Fig. 2. From left to right, the columns show: the phase ϕ_1 in the pupil plane of the first stage; the image I_1 in the exit focal plane of the first stage just before the slit; the image SI_1 in the exit focal plane of the first stage just after the slit (which is vertical); the amplitude A_2 of the intensity in the pupil plane of the second stage; the phase ϕ_2 of the intensity in the pupil plane of the second stage; the image I_2 in the exit focal plane of the second stage; a profile $I_2(y=0)$ through the PSF perpendicular to the slit; and finally a profile $I_2(x=0)$ through the PSF parallel to the slit.

3.1 Effects of the slit and tilts

We consider initially a system without aberrations and apply only tilts and displacements of the slit. In Fig. 2, we show six sequences of images from different configurations. By comparing these, we can clearly discern the impact of the slit.

In row (a), the slit is absent, and we see that the intensity in the pupil plane of the second stage is uniform and equal in size to the intensity in the pupil plane of the first stage. However, when we consider the other sequences which do have slits, we see that diffraction from the slit causes the intensity in the pupil of the second stage to be broadened perpendicular to the slit and to be non-uniform.

In row (b), the slit is centred, and the phase in the second pupil plane is constant. However, in rows (c) and (d), the images of the point source on the slit are displaced by $\lambda/3D$ (1 pixel) to the right and left. In these cases, we see non-uniform gradients in the phase in the second pupil plane because of the asymmetric illumination of the slit. In the core, where the illumination is more asymmetric, the gradient is stronger.

In rows (e) and (f), the image of the point source is centred, but the slit is displaced by $\lambda/3D$ to the left and right. Again, we see gradients in the phase in the second pupil plane, now a combination of a uniform gradient from the displacement of the slit and the previous non-uniform gradient from the asymmetric illumination of the slit.

Looking at the final focal plane, we see two important effects of the slit. First, the slit removes information in the wings of the PSF. Second, the final image is more compact perpendicular to the slit.

3.2 Effects of aberrations

We now consider the effect of aberrations in isolation. That is, we only apply one Zernike term to the pupil of either the first or second stages.

In Fig. 3, we see the effect of coma perpendicular to the slit in both stages. In row (a) the system has a coma perpendicular to the slit in the first stage with $a_7 \approx \lambda/12$. In row (b), the coma is in the second stage with $b_7 \approx \lambda/12$. In both cases, the slit is centred

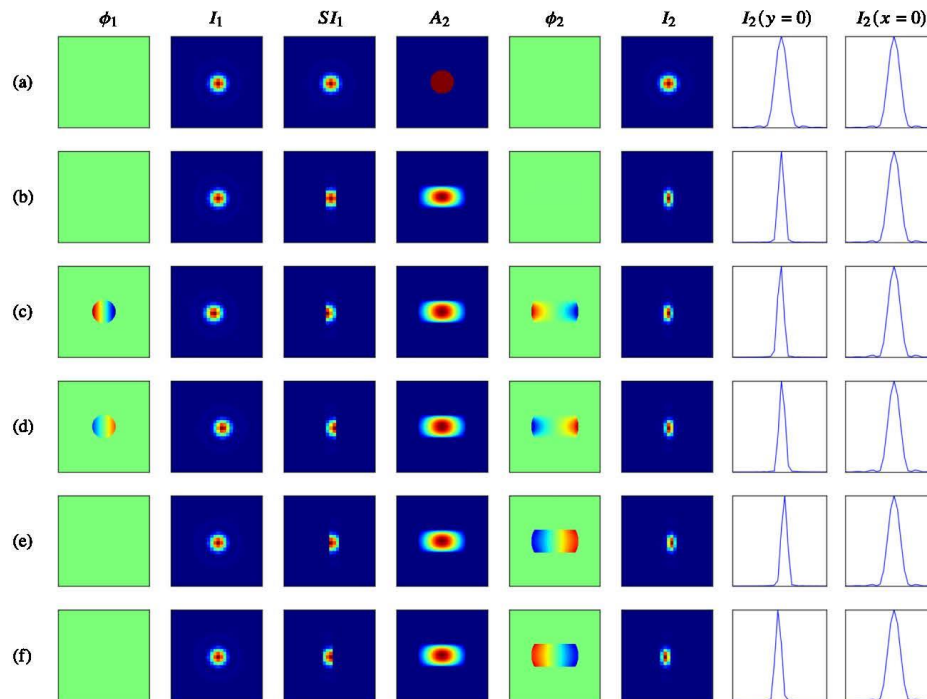
4916 *B. Sánchez, A. M. Watson and S. Cuevas*

Figure 2. Six sequences of images showing a point source imaged by a perfect optical system. The pixel size in the focal planes is $\lambda/3D$. From left to right, the panels show: the phase ϕ_1 in the pupil plane of the first stage; the image I_1 in the exit focal plane of the first stage just before the slit; the image SI_1 in the exit focal plane of the first stage just after the slit (which is vertical); the amplitude A_2 of the intensity in the pupil plane of the second stage; the phase ϕ_2 of the intensity in the pupil plane of the second stage; the image I_2 in the exit focal plane of the second stage; a profile $I_2(y=0)$ through the PSF in the exit focal plane perpendicular to the slit, and finally a profile $I_2(x=0)$ through the PSF parallel to the slit. In row (a), the system has no slit. In the others, the system has a slit of width of λ/D (3 pixels), and we observe the effects of diffraction as a broadening of the image in the pupil plane of the second stage. In row (b), the slit is centred and no effect is seen on the phase in the pupil plane of the second stage. However, in rows (c) and (d), the slit is centred, but the image is displaced by $\lambda/3D$ (1 pixel) to the left and right. In these cases, we see non-uniform gradients in the phase in the second pupil plane because of the asymmetric illumination of the slit. In rows (e) and (f), the image is centred, but the slit is displaced by $\lambda/3D$ (1 pixel) to the right and left. Again, we see gradients in the phase in the second pupil plane, now a combination of a uniform gradient from the displacement of the slit and the previous non-uniform gradient from the asymmetric illumination of the slit. In the profiles of the PSF perpendicular to the slit, we see that the slit and second stage eliminate much of the information in the PSF, especially in the wings.

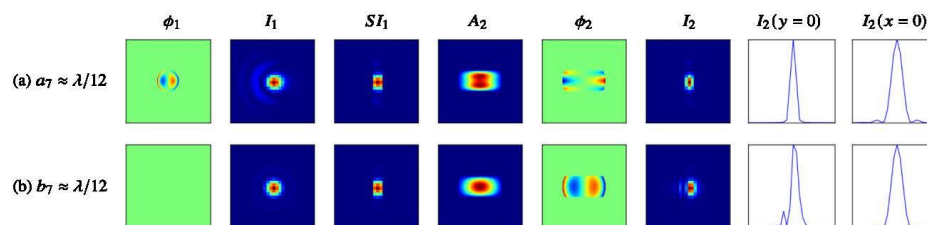


Figure 3. The effect of coma perpendicular to the slit. In the row (a) the system has a coma perpendicular to the slit in the first stage with $a_7 \approx \lambda/12$. In row (b), the coma is in the second stage with $b_7 \approx \lambda/12$. In both cases, the slit is centred. Comparing the final images in both cases, we see that in the first case the slit largely removes the asymmetry in the wings of the PSF. See Fig. 2 for a description of the panels in each row. The pixel size is $3\lambda/D$ and the slit width is λ/D (3 pixels).

Table 2. Tests with single aberrations a_3 to a_{11} in the first stage.

	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}
\hat{a}_j	1.002	1.004	1.001	1.009	1.000	1.007	0.999	1.006	1.015
$\hat{\sigma}$	0.001	0.002	0.000	0.001	0.001	0.000	0.002	0.001	0.000
\hat{a}_3		+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00
\hat{a}_4	+0.01		+0.00	+0.00	+0.01	+0.00	+0.01	+0.01	+0.01
\hat{a}_5	+0.00	+0.00		+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00
\hat{a}_6	+0.01	+0.01	+0.01		+0.01	+0.01	+0.01	+0.01	+0.00
\hat{a}_7	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00		+0.00	+0.00	+0.00	+0.00
\hat{a}_8	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00		+0.00	+0.00	+0.00
\hat{a}_9	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00		+0.00	+0.00
\hat{a}_{10}	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00		+0.00
\hat{a}_{11}	+0.00	+0.00	+0.01	+0.01	+0.00	+0.00	+0.01	+0.00	
\hat{b}_3	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00
\hat{b}_4	+0.00	+0.01	-0.01	+0.01	+0.01	+0.00	+0.01	+0.01	+0.00
\hat{b}_5	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00
\hat{b}_6	-0.01	-0.01	-0.03	+0.00	+0.00	-0.01	-0.01	+0.00	-0.01
\hat{b}_7	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00
\hat{b}_8	+0.00	+0.01	-0.01	+0.00	-0.01	-0.01	+0.00	+0.01	+0.00
\hat{b}_9	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00
\hat{b}_{10}	-0.01	+0.01	-0.01	+0.00	-0.01	-0.01	+0.00	+0.01	+0.00
\hat{b}_{11}	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00

Table 3. Tests with single aberrations b_3 to b_{11} in the second stage.

	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	b_{10}	b_{11}
\hat{b}_j	1.002	1.017	1.006	0.879	1.007	0.990	1.016	1.001	1.013
$\hat{\sigma}$	0.002	0.002	0.000	0.005	0.000	0.006	0.000	0.001	0.000
\hat{b}_3		+0.00	+0.00	+0.01	+0.00	-0.01	-0.01	+0.00	+0.00
\hat{b}_4	+0.00		+0.01	+0.04	+0.01	+0.01	+0.00	+0.00	-0.01
\hat{b}_5	+0.00	+0.00		+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00
\hat{b}_6	+0.01	+0.01	+0.01	+0.05	+0.01	+0.01	+0.01	+0.00	+0.00
\hat{b}_7	-0.01	+0.00	-0.01	+0.01		-0.01	-0.01	+0.00	+0.00
\hat{b}_8	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00
\hat{b}_9	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00
\hat{b}_{10}	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00
\hat{b}_{11}	+0.00	+0.00	+0.00	+0.01	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00
\hat{b}_3		+0.00	+0.00	+0.00	+0.01	+0.00	+0.01	+0.00	+0.00
\hat{b}_4	+0.02		+0.01	-0.12	-0.01	+0.00	+0.00	+0.01	+0.01
\hat{b}_5	+0.00	+0.00		+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00
\hat{b}_6	+0.01	+0.01	-0.01		-0.02	-0.02	-0.01	+0.01	+0.00
\hat{b}_7	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00		+0.00	+0.00	+0.00	+0.00
\hat{b}_8	+0.00	+0.00	+0.00	-0.01	+0.00		-0.01	-0.01	-0.01
\hat{b}_9	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00		+0.00	+0.00
\hat{b}_{10}	+0.00	+0.00	+0.00	-0.01	+0.00	-0.02	-0.01		-0.01
\hat{b}_{11}	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00	-0.01	+0.00	+0.00	+0.00	

and has a width of λ/D (3 pixels). Considering the final images, we see that coma in the second stage leaves the final image with the characteristic asymmetry associated with coma in a classical system. However, coma in first stage gives a largely symmetric final image. The effect of the slit is clear. The coma in the first stage causes the image before the slit to have a large asymmetry in the wings, but the slit masks these asymmetries and only allows the largely symmetric core to pass into the second stage. This simple example shows the complexity of the interaction of the slit and aberrations.

In Appendix A, we show similar examples of all aberrations a_3 to a_{11} and b_3 to b_{11} . While the difference between aberrations in the first and second stages is perhaps clearest in the case of coma perpendicular to the slit, similar effects are seen in other aberrations.

4 ALGORITHM

In this section, we present our algorithm for determining the aberrations in a two-stage optical system with a slit in the intermediate focal plane. The algorithm is able to determine the aberrations in the first and second stages separately.

We begin with a few words on the development of the algorithm. We worked with simulated images (with simulated noise) of point sources to be able to evaluate different approaches to fitting models to these images. We started by fitting models to a single in-focus simulated image centred on the slit, solving for the aberration coefficients a_3 to a_{11} and b_3 to b_{11} . As might be expected, this was not very successful. One problem is that slits as narrow as λ/D eliminate the wings of the aberrated PSF formed by the first stage,

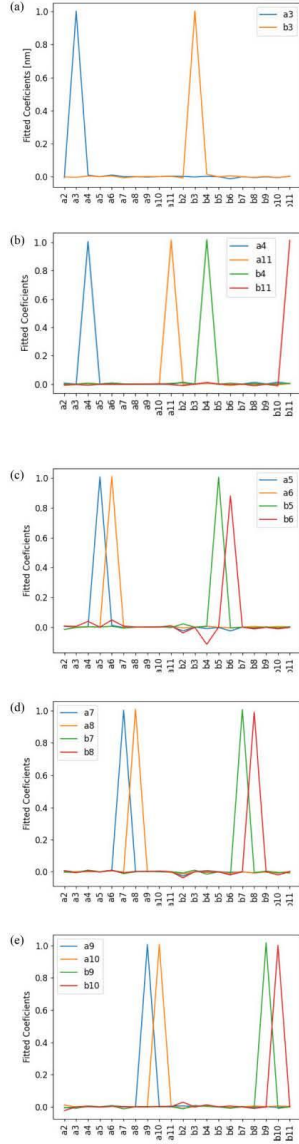


Figure 4. Demonstration of the ability of the algorithm to recover single aberrations. The panels show the fitted normalized aberration coefficients when the input simulated images have a single aberration coefficient set to $\lambda/12$. The fitted coefficients have been normalized by dividing by $\lambda/12$. Panel (a) shows the result for tilts a_3 and b_3 . Panel (b) shows defocus and spherical aberration a_4 , a_{11} , b_4 , and b_{11} . Panel (c) shows astigmatisms a_5 , a_6 , b_5 , and b_6 . Panel (d) shows the comas a_7 , a_8 , b_7 , and b_8 . Panel (e) shows the trefoils a_9 , a_{10} , b_9 , and b_{10} . We see that for individual aberrations, the algorithm recovers the aberration with little aliasing.

specifically the wings perpendicular to the slit. This caused large errors and ambiguities or aliasing in the values of the aberration coefficients. The second is that there was an ambiguity in the sign of every aberration coefficient, as the final images are identical when the sign of each aberration coefficient is flipped.

To improve on this situation, we extended the algorithm to include more information. We now fit a total of six images of point sources. The first three images are in-focus, one centred on the slit and two with equal-but-opposite controlled displacements perpendicular to the slit. These images give more complete information on the parts of the wings of the PSF which previously were masked by the slit. The other three images are out-of-focus, with a controlled defocus applied in the second stage, and again, one is centred and two have the same displacements as previously. These images break the ambiguity in the sign of the aberration coefficients. Instead of displacing the point source, one could equally displace the slit.

In FRIDA, we will apply the controlled displacements by using small rotations of the focal-plane mask mechanism holding the point-source mask in the entrance focal plane and applying the controlled defocus with small displacements of the focus mechanism that moves the detector. In other instruments, other means might be more appropriate.

Our algorithm has the following steps:

(1) Acquire the six images of a point source. We denote the pixel values in these images as I_{2i} , in which the pixel index i ranges from 1 to N . In practice, we select appropriate windows around the final image to reduce the number of pixels under consideration.

(a) Acquire three in-focus images. One with the source centred in the slit and two with equal-but-opposite controlled displacements perpendicular to the slit.

(b) Apply a controlled defocus Δb_4 to the second stage.

(c) Acquire three out-of-focus images. One with the source centred in the slit and two with equal-but-opposite controlled displacements perpendicular to the slit.

(2) Generate the initial parameters: the aberration coefficients a_2 to a_{11} and b_2 to b_{11} , the normalization of the signal in each image c_1 to c_6 , and the background level b in the images. We typically chose aberration coefficients that are close to diffraction-limited.

(3) Generate six model images using the parameters. We denote the pixel values in these images as M_{2i} , in which the pixel index i ranges from 1 to N . In practice, we select appropriate windows around the final image to reduce the number of pixels under consideration.

(4) Calculate the value of $\bar{\chi}^2$ according to

$$\bar{\chi}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{g^2(I_{2i} - M_{2i})^2}{g(I_{2i} - b) + \sigma_b^2}, \quad (10)$$

in which g is the gain in electrons per ADU and σ_b is the noise in the background in electrons.

(5) Repeat stages 3 and 4, while varying the parameters to minimize $\bar{\chi}^2$. In practice, we use the Nelder–Mead optimization method, also known as the downhill-simplex or amoeba method, and terminate when the changes in $\bar{\chi}^2$ are sufficiently small.

(6) Repeat stages 3 to 5, but calculating the value of $\bar{\chi}^2$ according to

$$\bar{\chi}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{g^2(I_{2i} - M_{2i})^2}{g(M_{2i} - b) + \sigma_b^2}. \quad (11)$$

Notice that we iterate twice, once using the simulated data to estimate the noise in the calculation of $\bar{\chi}^2$ and then again using the

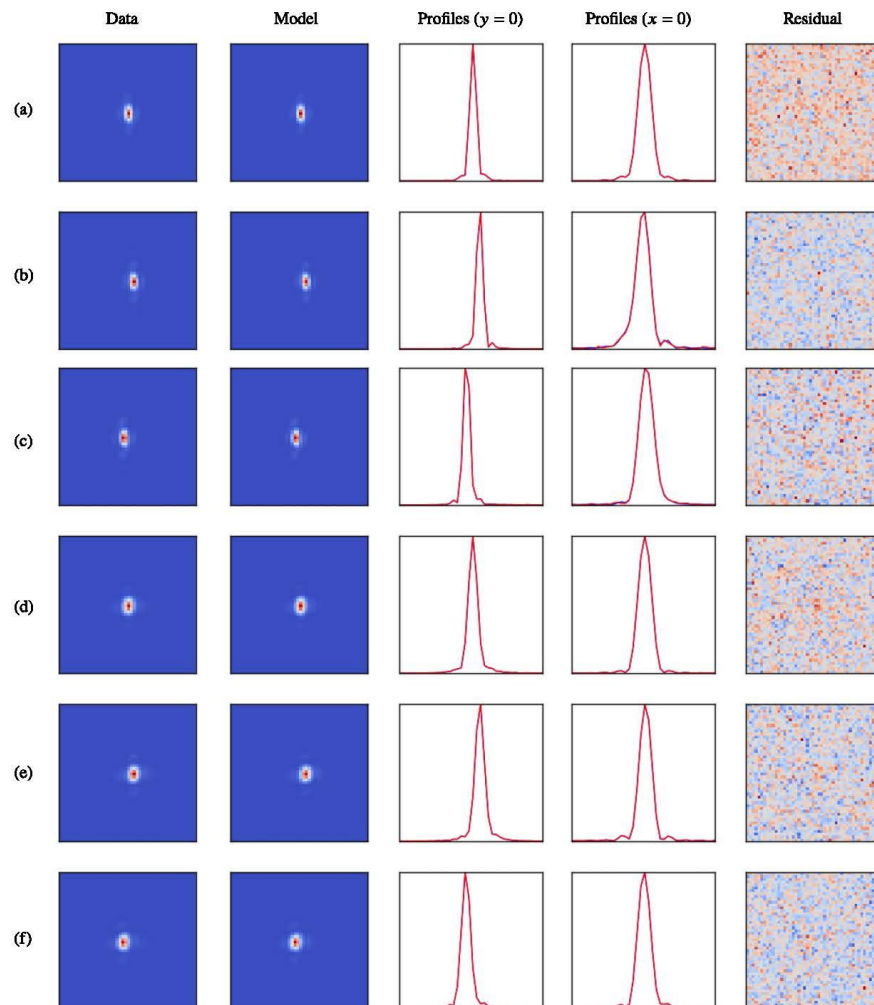


Figure 5. The first multiple-aberration test. Each row corresponds to one of the six images being fitted. The first column shows the image of the simulated data in the exit focal plane, the second column shows the model, the third column shows the overlapping profiles of the data (red) and model (blue) perpendicular to the slit, the fourth column shows the overlapping profiles of the data (red) and model (blue) parallel to the slit, and the final column is the residual.

Table 4. Results of the first multiple-aberration test.

	Data	Fit	Error
a_6	-0.02817λ	$-0.02928\lambda \pm 0.00045\lambda$	$+0.00111\lambda \pm 0.00045\lambda$
b_5	-0.02535λ	$-0.02576\lambda \pm 0.00003\lambda$	$+0.00041\lambda \pm 0.00003\lambda$
b_9	$+0.02113\lambda$	$+0.02158\lambda \pm 0.00001\lambda$	$-0.00045\lambda \pm 0.00001\lambda$
b_{11}	$+0.04366\lambda$	$+0.04449\lambda \pm 0.00006\lambda$	$-0.00083\lambda \pm 0.00006\lambda$

model. We find that the first iteration gives better convergence, while the second avoids the well-known bias.

Our experience suggests that for images with relatively high Strehl ratios, the point source should be displaced by 0.5 to 1.0 times the width of the slit and the controlled defocus should be $\lambda/10$ to $\lambda/2$ RMS. We typically use two-thirds of the slit width and $\lambda/7$ RMS defocus.

The statistical uncertainties in the aberration coefficients can be estimated either empirically from multiple images or by bootstrapping them by applying the algorithm to multiple simulated

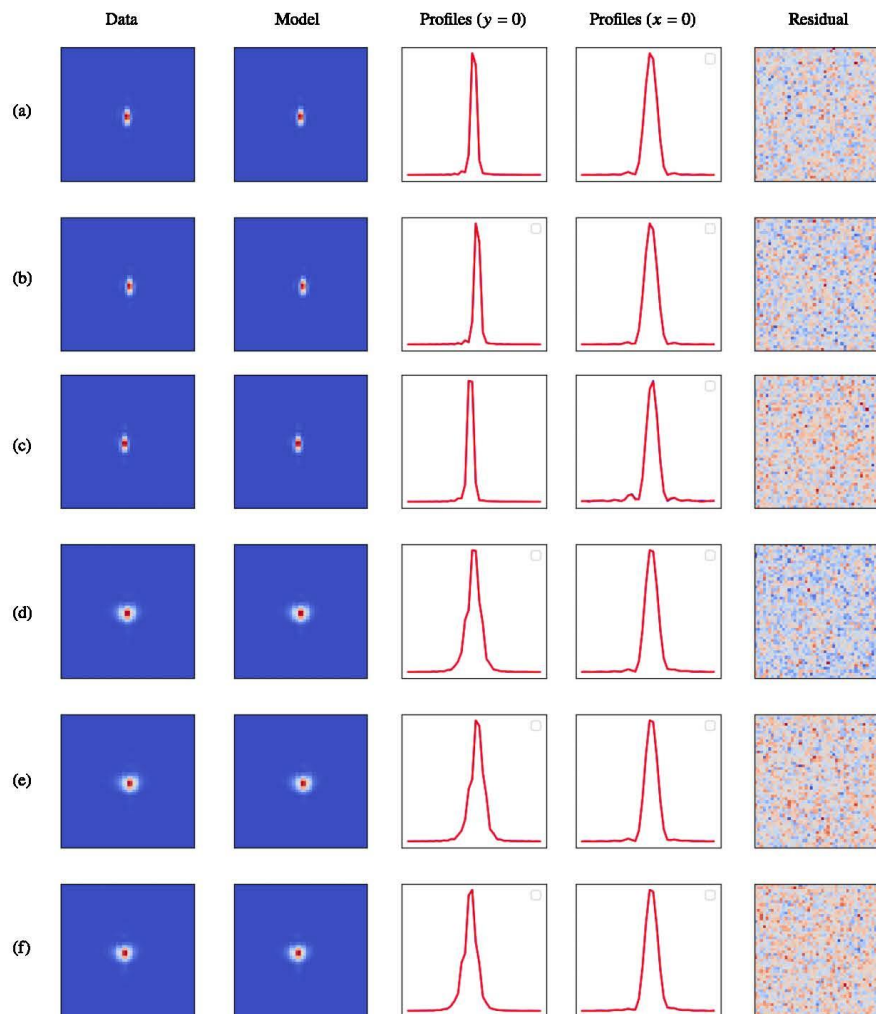


Figure 6. The second multiple-aberration test. Each row corresponds to one of the six images being fitted. The first column shows the image of the simulated data in the exit focal plane, the second column shows the model, the third column shows the overlapping profiles of the simulated data (red) and model (blue) perpendicular to the slit, the fourth column shows the overlapping profiles of the simulated data (red) and model (blue) parallel to the slit, and the final column is the residual.

Table 5. Results of the second multiple-aberration test.

	Data	Fit	Error
a_5	-0.02535λ	$-0.02621\lambda \pm 0.00003\lambda$	$+0.00086\lambda \pm 0.00003\lambda$
b_5	$+0.02817\lambda$	$+0.02928\lambda \pm 0.00004\lambda$	$-0.00111\lambda \pm 0.00004\lambda$
b_9	$+0.03521\lambda$	$+0.03193\lambda \pm 0.00072\lambda$	$+0.00328\lambda \pm 0.00072\lambda$
b_{11}	-0.02113λ	$-0.02159\lambda \pm 0.00003\lambda$	$+0.00046\lambda \pm 0.00003\lambda$

images with the same aberration coefficients as those determined for the real image and similar noise properties.

The tilts corresponding to displacements parallel to the slit, a_2 and b_2 , produce identical displacements in the final focal plane and our algorithm is not able to distinguish them. Furthermore, the total tilt parallel to the slit $a_2 + b_2$ is not interesting optically, since it is degenerate with the position of the illuminating point source and the detector. For these reasons, from this point onwards we will ignore

a_2 and b_2 . In our code, to artificially break this degeneracy, we hold a_2 at 0.

5 TESTS

5.1 Single aberrations

We begin by demonstrating the ability of the algorithm to recover single aberrations. For this, we apply the algorithm to simulated data images, consisting of model images with added noise. In this and our other tests, we assume a total signal of about 16 000 electrons, a read noise of 10 electrons, and a background of 40 electrons. The pixel size is $\lambda/3D$ and the slit width is λ/D (3 pixels). The controlled displacements are $\pm 2\lambda/3D$ (± 2 pixels) and the controlled defocus db_4 is $\lambda/7$ RMS. We apply single aberrations of $\lambda/12$ RMS. That is, the simulated data images have all aberration coefficients a_3 to a_{11} and b_3 to b_{11} equal to zero, except one which is $\lambda/12$. We determined the statistical uncertainties empirically from 10 independent trials.

The results are shown in Table 2 for a_3 to a_{11} and Table 3 for b_3 to b_{11} . Each column is the result of one set of simulations. In the first two rows of the body of the tables we show the normalized fitted coefficient $\hat{a}_j \equiv a_j/(\lambda/12)$ and $\hat{b}_j \equiv b_j/(\lambda/12)$ corresponding to the coefficient in the simulated data and the empirical uncertainty σ in this value. In the lower part of the table we show the mean values of the normalized fitted aberration coefficients that *do not* correspond to the aberration in the simulated data. The uncertainties in these values are typically similar to $\hat{\sigma}$. The values of \hat{a}_j and \hat{b}_j are also shown in Fig. 4.

If the algorithm were ideal, the values of \hat{a}_j and \hat{b}_j would be 1 for the applied aberration and 0 otherwise. We see that the actual results are quite close to ideal, with values that should be 1 ranging from 0.879 and 1.017 and values that should be 0 ranging from -0.12 to 0.05. It is clear that this slightly non-ideal behaviour is not just the result of noise, since these ranges are larger than expected from the statistical uncertainties. That is, some systematic uncertainty is still present.

It is notable that the worst case is in b_6 , astigmatism in the second stage, which shows moderate aliasing with b_4 (defocus in the second stage) at the level of 12 per cent. At first this puzzled us, as we expected that the aberrations in the second stage would be easy to distinguish in the out-of-focus images. However, when we considered more closely the phase in the second pupil plane, the reason became apparent. Remember that in our simulations the second pupil is twice the size of the first pupil. Thus, the effective phase patterns of both of these aberrations in the second pupil plane are similar, except for a change in sign, because the main differences are in the parts of the second pupil plane that are not illuminated, above and below the illuminated portion. This can be seen by comparing the phase patterns for b_4 and b_6 in Fig. A4. A similar effect can be seen in a_4 and a_6 in Fig. A1.

5.2 Multiple aberrations

On the strength of these promising results for individual aberrations, we now investigate the ability of the algorithm to recover multiple simultaneous aberrations. We use the same methodology as above.

In our first example, we have a pixel size of $\lambda/3D$ and a slit width of λ/D (three pixels). We apply $a_6 \approx -0.028\lambda \approx -\lambda/36$ (astigmatism at 45 deg in the first stage), $b_5 \approx -0.025\lambda \approx -\lambda/39$ (astigmatism at 0 deg in the second stage), $b_9 \approx 0.021\lambda \approx \lambda/47$ (trefoil at 30 deg in the second stage), and $b_{11} \approx -0.044\lambda \approx \lambda/23$ (spherical aberration

in the second stage). The total RMS wave-front error is $0.07\lambda \approx \lambda/14$ and the Strehl ratio is 0.89 (in the absence of the slit). To generate the six images, we apply a shift of $\pm 2\lambda/3D$ (± 2 pixels) and a defocus of $db_4 = \lambda/7$.

In Fig. 5, we show the results of this test graphically. Each row corresponds to one of the six images being fitted: rows (a) to (c) are in focus and rows (d) to (f) are with the controlled defocus; rows (a) and (d) are with the image centred; rows (b) and (e) are with the slit displaced to the left; and rows (c) and (f) are with the slit displaced to the right. The first column shows the simulated data image in the final focal plane, the second column shows the model, the third column shows the overlapping profiles of the simulated data and model perpendicular to the slit, the fourth column shows the overlapping profiles of the simulated data and model parallel to the slit, and the final column is the residual. As expected, the residuals are close to the noise level. In Table 4, we show the results of this test numerically. We see that the aberrations are recovered with a maximum error of 0.0011 λ (1.6 per cent of the true RMS wave-front error). Furthermore, no other aberrations were spuriously recovered at more than 0.005 λ (7 per cent). This suggests that aliasing dominates random errors, but even so it is acceptably weak.

In our second example, we have a pixel size of $\lambda/3D$ and a slit width of $2\lambda/3D$ (two pixels). We apply $a_5 \approx -0.025\lambda \approx -\lambda/39$ (astigmatism at 0 deg in the first stage), $a_{11} \approx 0.028\lambda \approx \lambda/36$ (spherical aberration in the first stage), $b_8 \approx 0.035\lambda \approx \lambda/28$ (coma at 0 deg in the second stage), and $b_9 \approx 0.021\lambda \approx \lambda/47$ (trefoil at 30 deg in the second stage). The total RMS wave-front error is $0.07\lambda \approx \lambda/14$ and the Strehl ratio is 0.91. To generate the six images, we apply a shift of $\pm\lambda/3D$ (± 1 pixel) and a defocus of $db_4 = \lambda/7$.

The results are shown in Fig. 6 and Table 5. Again, we see that the aberrations are recovered with a maximum error of 0.0033 λ (5 per cent of the true wave-front error). Furthermore, no other aberrations were spuriously recovered at more than 0.005 λ (7 per cent of the true wave-front error). Again, aliasing dominates statistical errors, but again it is acceptable.

We see that in these two tests the algorithm was able to recover the aberrations in the simulated data with excellent precision and without generating significant spurious aberrations. If we correct the aberrations in the data with the fit results, we can improve the image quality. Approximating the Strehl ratio as $S \approx 1 - \sigma^2$ (Maréchal 1947; Born & Wolf 1975), in which σ is the RMS wave-front error in radians, in the first case we can improve the Strehl ratio from 0.89 to 0.99 and in the second from 0.91 to 0.99.

6 FUTURE PLANS

Our future plans are to experimentally verify the method in the laboratory with a simple dual-imaging system with an intermediate slit serving as a stand-in for the spectrograph. Doing so in a laboratory context will allow us to introduce aberrations in a controlled manner and to verify independently the aberrations in each stage.

We also want to consider an optimization to use only four images, three in-focus with controlled displacements perpendicular to the slit and only one out-of-focus to break the degeneracy in the sign of the aberrations. Our motivation for this is that such a sequence of images might place less stringent repeatability requirements on the displacements perpendicular to the slit and on the defocus. That is, one could take an in-focus image displaced one way on the slit, then another in-focus image displaced the other way, then an in-focus image centred on the slit, and finally an out-of-focus images centred on the slit.

7 CONCLUSIONS

We have presented a method for determining the aberrations of a two-stage, long-slit spectrograph working close to the limit of diffraction. We have demonstrated that the algorithm can determine the aberrations in both stages both individually and in combinations with random error of approximately $\lambda/80$ and aliasing typically at a level of about 1 per cent but sometimes reaching 10 per cent. We note that our method can be applied to integral-field spectrographs that use image slicers, simply by treating each slice as a slit.

We envisage that our algorithm will be useful during the integration and verification of such spectrographs, as it provides a means to determine the aberrations in the instrument and evaluate corrective measures.

A significant advantage of our method is that data are acquired with the science detector and it does not require hardware beyond a means to feed the spectrograph with a point source that can be displaced perpendicular to the slit and a means to move the detector in focus. This simplicity will often allow determination of the aberrations even after the instrument has been commissioned. One example application would be to verify that the optics have remained aligned during a warm-up and cool-down cycle.

The method could potentially be used to calibrate the non-common-path (NCP) errors between an instrument and the wavefront sensor (WFS) adaptive-optics (AO) system, provided both can be fed with the same point source. The AO system is first commanded to eliminate the aberrations seen by the WFS. Next, our method is used to measure the aberrations seen by the instrument, which are precisely the NCP errors. In this case, the tilt mirror of the AO system can probably be used to command the displacements perpendicular to the slit. (Since our method requires several images, it is not immediately applicable to determining and correction atmospheric aberrations in an AO system.)

We plan to use the algorithm to carry out all of these tasks – laboratory verification, monitoring, and NCP error calibration – for the FRIDA spectrograph for GTC.

ACKNOWLEDGEMENTS

We thank Dr. Jorge Fuentes-Fernández and the anonymous referee for useful comments.

DATA AVAILABILITY

The data underlying this article will be shared on reasonable request to the corresponding author.

REFERENCES

Bacon R. et al., 2010, in McLean I. S., Ramsay S. K., Takami H., eds, *Proc. SPIE Conf. Ser. Vol. 7735, Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy III*. SPIE, Bellingham, p. 773508

- Béjar V. J. S., García-Talavera M. R., Patrón J., Hernández E., López R., Marco de la Rosa J., Montilla I. et al., 2019, in Montesinos B., Asensio Ramos A., Buitrago F., Schödel R., Villaver E., Pérez-Hoyos S., Ordóñez-Etxebarria I., eds, *Highlights on Spanish Astrophysics X, Proceedings of the XIII Scientific Meeting of the Spanish Astronomical Society held on July 16 – 20, 2018*. Salamanca, Spain, p. 536
- Blanc A., Fusco T., Hartung M., Mugnier L. M., Rousset G., 2003, *A&A*, 399, 373
- Born M., Wolf E., 1975, *Principals of Optics*, 5th edition (Pergamon). Pergamon Press, London and New York
- Devaney N., 2000, *Adaptive Optics White Book*. Gran Telescopio Canarias, La Laguna, Spain
- Eisenhauer F. et al., 2003, in Iye M., Moorwood A. F. M., eds, *Proc. SPIE Conf. Ser. Vol. 4841, Instrument Design and Performance for Optical/Infrared Ground-based Telescopes*. SPIE, Bellingham, p. 1548
- Hartung M., Blanc A., Fusco T., Lacombe F., Mugnier L. M., Rousset G., Lenzen R., 2003, *A&A*, 399, 385
- Kaeuff H.-U. et al., 2004, in Moorwood A. F. M., Iye M., eds, *Proc. SPIE Conf. Ser. Vol. 5492, Ground-based Instrumentation for Astronomy*. SPIE, Bellingham, p. 1218
- Malacara D., 1978, *Optical Shop Testing*. Wiley, New York
- Maréchal A., 1947, *Revue d'Optique*, 26, 257
- Noll R. J., 1976, *J. Opt. Soc. Am.*, 66, 207
- Roddir F., 1988, *Appl. Opt.*, 27, 1223
- Tokovinin A., Heathcote S., 2006, *PASP*, 118, 1165
- Watson A. M. et al., 2016, in Evans C. J., Simard L., Takami H., eds, *Proc. SPIE Conf. Ser. Vol. 9908, Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy VI*. SPIE, Bellingham, p. 99080P

APPENDIX A: CATALOGUE OF ABERRATED IMAGES

In this appendix, we present images of a point source imaged through a two-stage spectrograph in the presence of small aberrations and different projections on the slit. The pixel size is $\lambda/3D$, the slit width is λ/D (3 pixels), and the displacements are $\pm\lambda/3D$ (± 1 pixel).

Figs A1 to A3 show the effects of aberrations in the first stage, a_3 to a_{11} , and Figs A4 to A6 show the effects of aberrations in the second stage, b_3 to b_{11} . In all case, the amplitude of the applied aberration is $\lambda/12$ RMS.

In each figure, the columns show, from left to right: the phase ϕ_1 in the pupil plane of the first stage; the image I_1 in the exit focal plane of the first stage just before the slit; the image SI_1 in the exit focal plane of the first stage just after the slit (which is vertical); the amplitude A_2 of the intensity in the pupil plane of the second stage; the phase ϕ_2 of the intensity in the pupil plane of the second stage; the image I_2 in the exit focal plane of the second stage; and finally the difference ΔI_2 between the aberrated image and the unaberrated image.

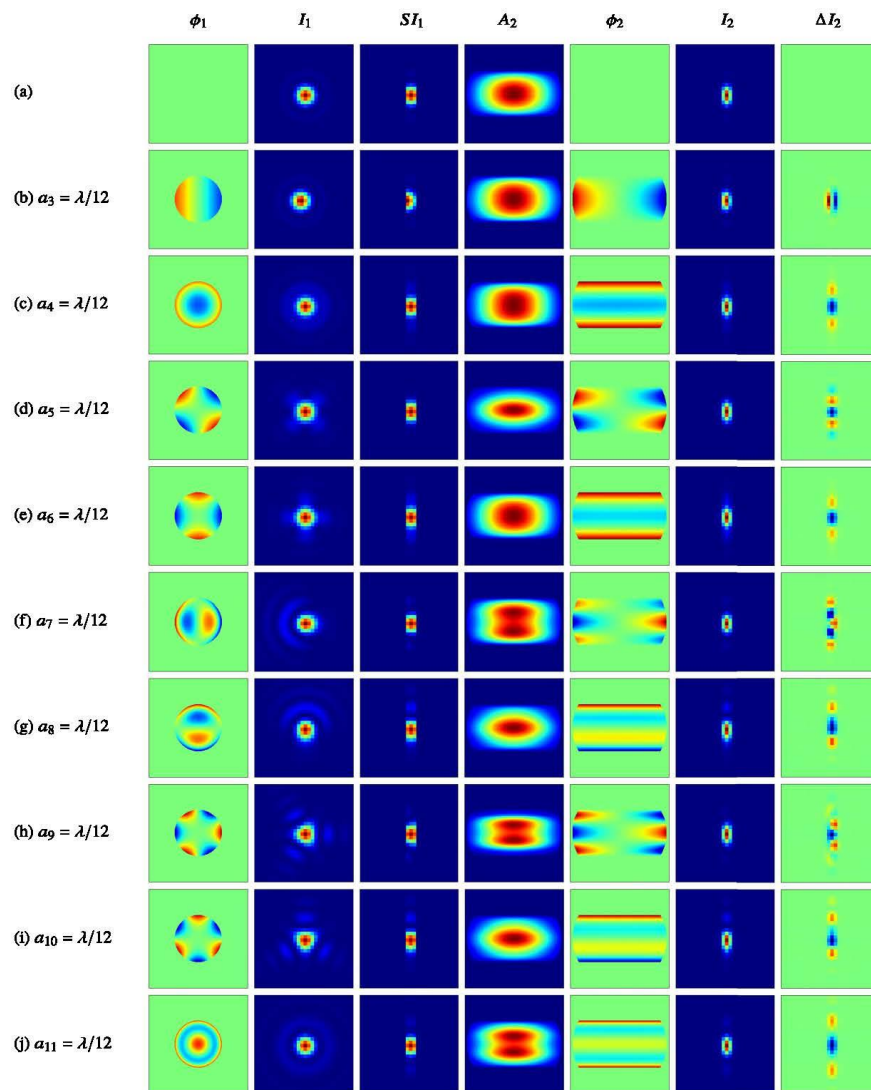


Figure A1. Images showing a point source imaged through the spectrograph. The pixel size is $\lambda/3D$ and the slit width is λ/D (3 pixels). The point source is centred on the slit. The top row is without aberrations. The subsequent rows have α_3 to α_{11} in turn set to $\lambda/12$ RMS. See the text for a description of the columns.

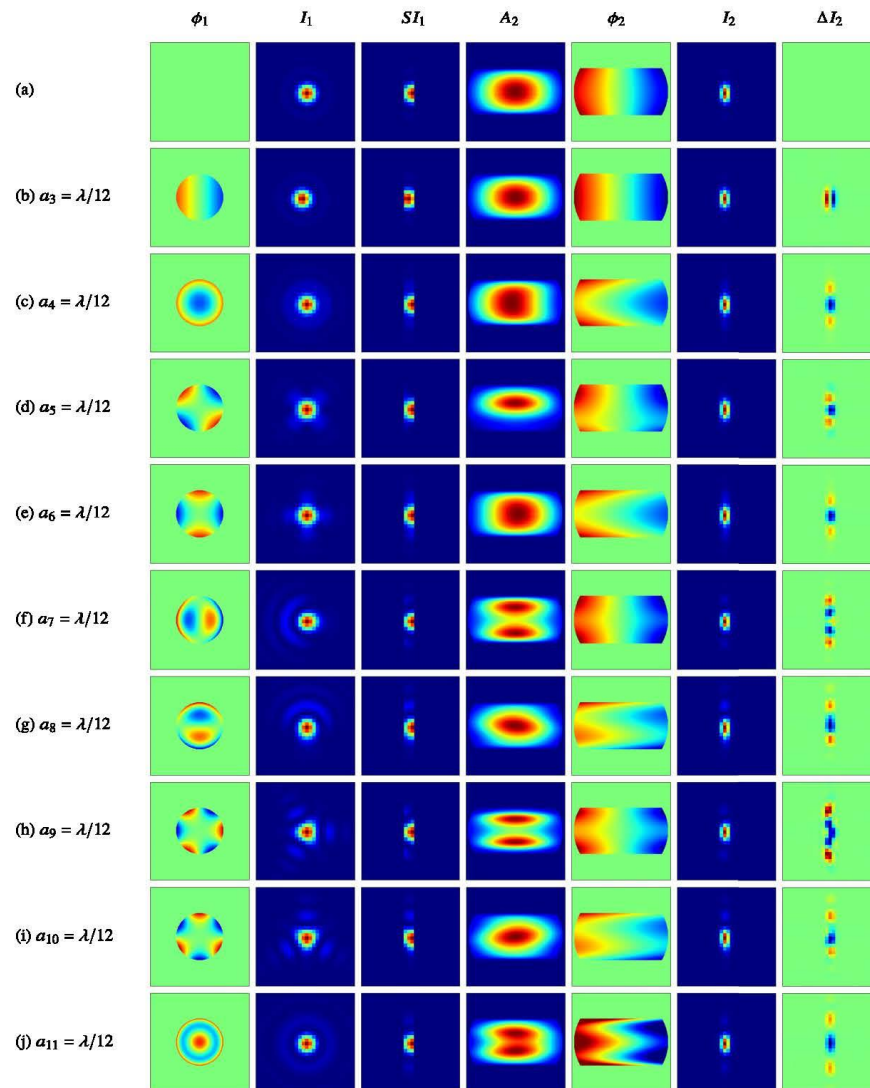
4924 *B. Sánchez, A. M. Watson and S. Cuevas*

Figure A2. Images showing a point source imaged through the spectrograph. The pixel size is $\lambda/3D$ and the slit width is λ/D (3 pixels). The point source is displaced by $\lambda/3D$ (1 pixel) to the left. The top row is without aberrations. The subsequent rows have a_3 to a_{11} in turn set to $\lambda/12$ RMS. See the text for a description of the columns.

Downloaded from https://academic.oup.com/mnras/article/513/4/4913/6577137 by guest on 01 June 2022

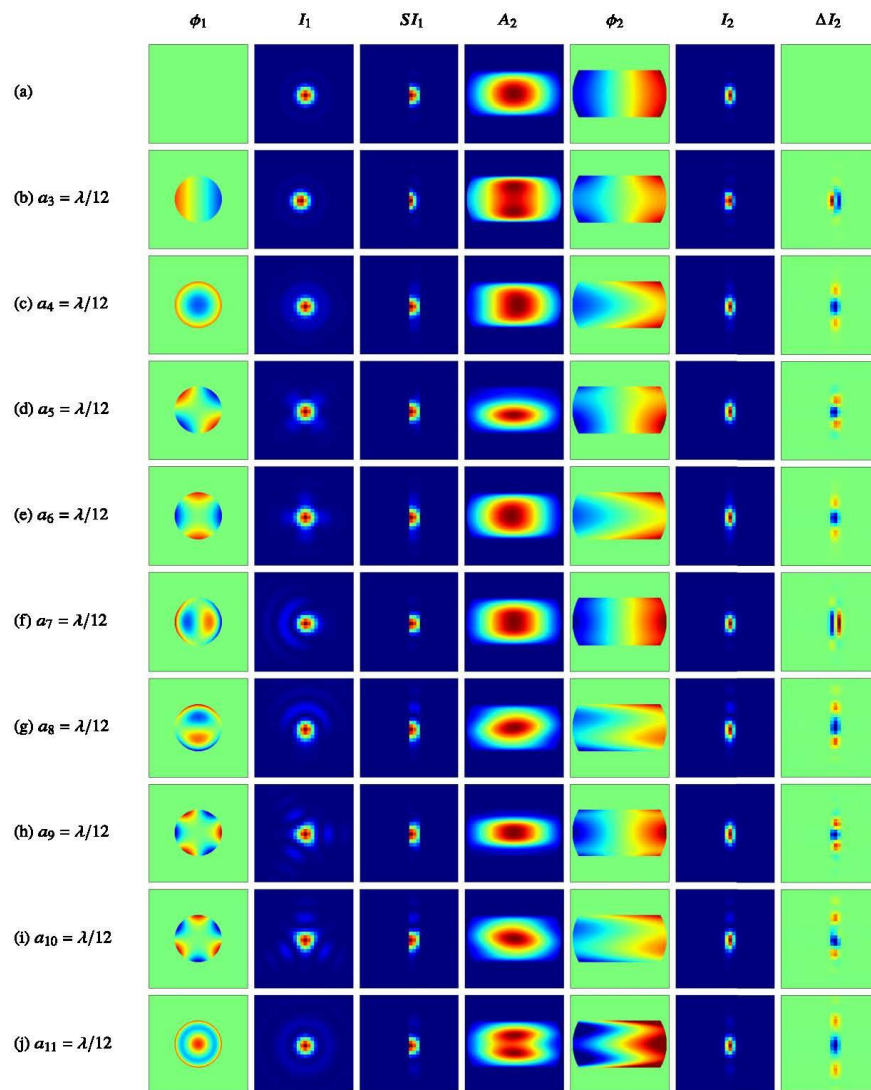


Figure A3. Images showing a point source imaged through the spectrograph. The pixel size is $\lambda/3D$ and the slit width is λ/D (3 pixels). The point source is displaced by $\lambda/3D$ (1 pixel) to the right. The top row is without aberrations. The subsequent rows have a_3 to a_{11} in turn set to $\lambda/12$ RMS. See the text for a description of the columns.

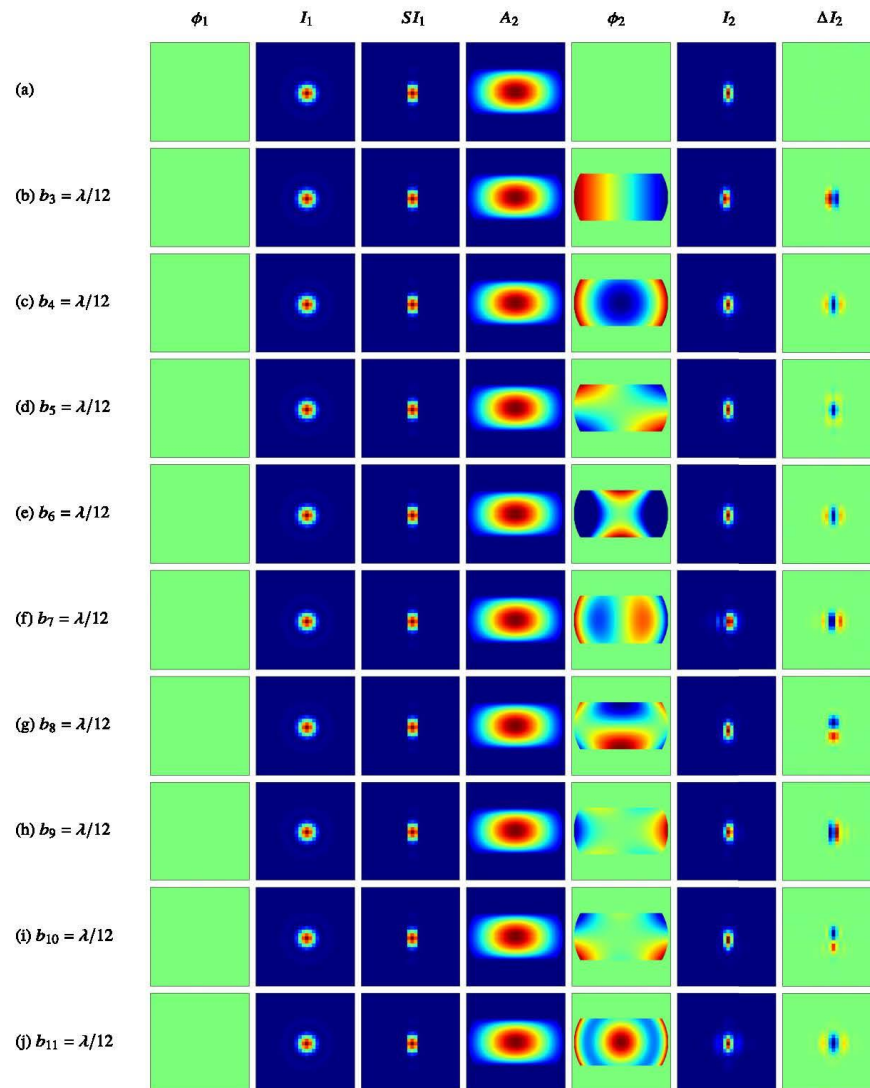
4926 *B. Sánchez, A. M. Watson and S. Cuevas*

Figure A4. Images showing a point source imaged through the spectrograph. The pixel size is $\lambda/3D$ and the slit width is λ/D (3 pixels). The point source is centred on the slit. The top row is without aberrations. The subsequent rows have b_3 to b_{11} in turn set to $\lambda/12$ RMS. See the text for a description of the columns.

Downloaded from https://academic.oup.com/mnras/article/513/4/4913/6577137 by guest on 01 June 2022

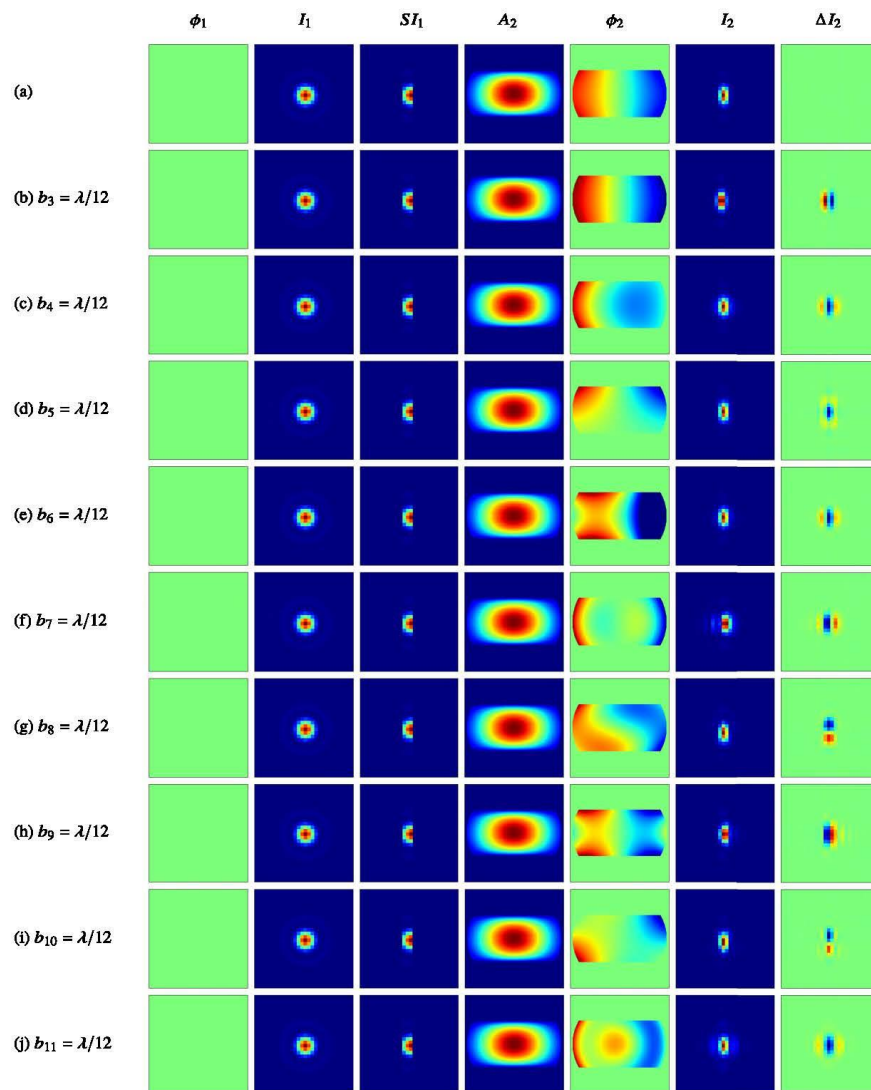


Figure A5. Images showing a point source imaged through the spectrograph. The pixel size is $\lambda/3D$ and the slit width is λ/D (3 pixels). The point source is displaced by $\lambda/3D$ (1 pixel) to the left. The top row is without aberrations. The subsequent rows have b_2 to b_{11} in turn set to $\lambda/12$ RMS. See the text for a description of the columns.

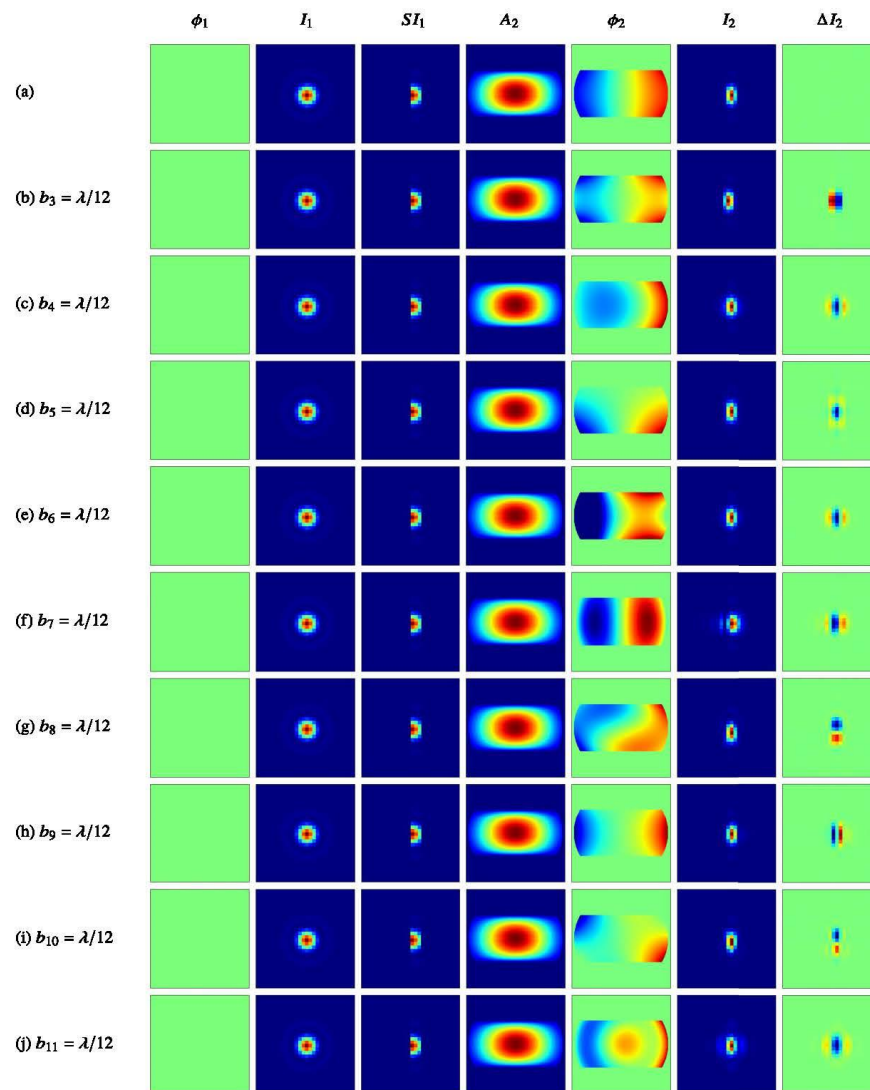
4928 *B. Sánchez, A. M. Watson and S. Cuevas*

Figure A6. Images showing a point source imaged through the spectrograph. The pixel size is $\lambda/3D$ and the slit width is λ/D (3 pixels). The point source is displaced by $\lambda/3D$ (1 pixel) to the right. The top row is without aberrations. The subsequent rows have b_3 to b_{11} in turn set to $\lambda/12$ RMS. See the text for a description of the columns.

This paper has been typeset from a \LaTeX file prepared by the author.

3. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

El objetivo del trabajo doctoral fue realizar un método nuevo que permita la determinación de las aberraciones de un espectrógrafo limitado por difracción. El artículo incluido en el Capítulo anterior presenta simulaciones que validan el desempeño del algoritmo. En el presente Capítulo se amplía la discusión de los resultados, sus limitaciones y alcances.

En el desarrollo e implementación del algoritmo se vio la necesidad de conocer y entender los efectos sobre la imagen final que producen: las aberraciones antes y después de la rendija, la ocultación de la información de la primera etapa causada por la rendija y los efectos de difracción.

Por lo anterior se hicieron simulaciones del sistema óptico: sin aberraciones y sin rendija; con rendija con y sin aberraciones; con las aberraciones en cada una de las etapas y en ambas etapas. Las simulaciones se presentan a través de secuencias de imágenes en diferentes posiciones a través del camino óptico con el objeto de ver e ir entendiendo qué efectos ocurren en cada plano del sistema completo. El detalle se presenta en la Sección 3 y en el Apéndice del artículo. Esto nos permitió discernir claramente el impacto de la difracción de la rendija, en la intensidad de la pupila de la segunda etapa, siendo ensanchada perpendicularmente a la rendija y no de manera uniforme.

Otros efectos interesantes (ver Figura 2 del artículo) son los causados por el movimiento de la fuente puntual a la izquierda o a la derecha perpendiculares a la rendija. En estos casos vemos gradientes no uniformes en la fase de la segunda pupila. Por la forma asimétrica en que se ilumina la rendija, es en el centro dónde la iluminación es más asimétrica. Ahora, si mantenemos la fuente puntual centrada y lo que se desplaza hacia a la izquierda o a la derecha es la rendija, vemos también los gradientes. Son diferentes a los casos anteriores en la fase de la pupila de la segunda etapa. En los extremos de la pupila son más uniformes y al centro no lo son por la asimetría en la iluminación de la rendija. Observando la imagen del plano focal final, se ven dos efectos importantes causados por la rendija. Uno es que la rendija corta información de las alas de la PSF que se forma en el primer plano focal. El segundo es que la imagen final es más compacta, se nota la pérdida de información de los anillos de Airy perpendicular a la rendija, similar a una apodización.

En presencia de las aberraciones consideramos sólo aplicar un término de Zernike y sólo a una etapa, de esa manera observamos que cuando la aberración se encuentra en la primera etapa, la rendija corta las asimetrías de las aberraciones que son perpendiculares a ella y deja pasar las paralelas. Cuando las aberraciones están en la segunda etapa, las asimetrías de las aberraciones siempre están presentes en la imagen final. Con esos ejemplos de las simulaciones se muestra la complejidad de la interacción de la rendija con las aberraciones. Las secuencias de imágenes presentadas en el Apéndice del artículo representan un catálogo detallado del efecto que producen las aberraciones de bajo orden.

En la aplicación del algoritmo, y como resultado de demostrar que tan bien se logran recobrar los valores de las aberraciones, en las tablas 2 y 3 de la sección 5 se presentan los valores promedio de 10 corridas completas del algoritmo con imágenes con las mismas características para cada aberración de todos los coeficientes de a_3 a a_{11} y b_3 a b_{11} . En el renglón de error está el valor de la incertidumbre del promedio que se estima con la relación $\sigma/10^{1/2}$. Los valores de todos los coeficientes se presentan normalizados. Lo que vemos es que son valores cercanos a lo ideal para la mayor parte de las aberraciones y para otra parte son valores muy pequeños casi cero, de tal forma que se pueden considerar como valores espurios como resultado del ruido, y no hay términos fuertes de aliasing. El coeficiente b_6 que es un astigmatismo paralelo a la rendija en la segunda etapa, no logra un buen ajuste y es el que presenta un término fuerte de aliasing del 12 % de $-b_4$, que es desenfoque. Al principio este resultado nos desconcertó, ya que esperábamos que las aberraciones presentes en la segunda etapa siempre serían fáciles de distinguir. Sin embargo, al observar la fase del segundo plano pupilar se entendió el resultado. Para ello hay que recordar que en las

simulaciones tenemos que la segunda pupila es del doble del tamaño de la primera pupila. Los patrones de las fases de ambas aberraciones son similares en la segunda pupila, las diferencias entre ellas están en la parte superior e inferior en el plano de la segunda pupila que no están iluminadas. Esto se puede ver (excepto por el cambio de signo) comparando los patrones de la fase para b_4 y b_6 en la Fig. A4. Un efecto similar se puede ver en a_4 y a_6 en la figura A1 del artículo.

En las tablas 2 y 3 no se presentan los valores de a_2 y b_2 que son tilts paralelos a la rendija, dado que el método no puede distinguirlos.

Para los dos ejemplos presentados en el artículo, donde se tienen múltiples aberraciones en el sistema óptico en las dos etapas, el algoritmo determinó los valores de los coeficientes con excelente precisión y sin generar ningún término significativo de aliasing.

Los ejemplos desarrollados en el artículo se hicieron considerando sólo los términos de bajo orden de Zernike, porque son los que impactan principalmente la razón de Strehl. Con el algoritmo presentado se puede hacer el ajuste con el número de términos que se desee o sean necesarios para lograr mejores correcciones. La determinación de más coeficientes implicará sólo más tiempo de cómputo para llegar a los ajustes deseados.

En la aplicación del algoritmo con imágenes simuladas se probaron diferentes condiciones iniciales, desde poner valores muy próximos a los deseados, hasta empezar con valores de todos los coeficientes en 0. La determinación de las aberraciones fue siempre similares o muy próximas a los valores esperados, la diferencia entre uno y otro fue el tiempo de cómputo requerido para llegar a ellos. Otro aspecto que impacta el tiempo de cómputo está en el proceso de optimización del valor promedio de las χ^2 . En nuestros ejemplos el proceso de minimización se detiene cuando el valor promedio de la χ^2 ya no varía con valores mayores a 0.1. Si se usa un valor mayor para la minimización el tiempo disminuye.

Al aplicar el algoritmo con imágenes con razón de Strehl alta y con rendija angosta se debe cuidar que al desplazar la rendija o la fuente puntual sobre la rendija el máximo de la PSF no salga de ella. Con desenfoques pequeños se logra la definición del signo de la fase y una buena determinación de la magnitud de la aberración. Si se aplican desenfoques grandes, la información del núcleo que cae en la rendija se pierde, principalmente por la discretización realizada. En los ejemplos dados en el artículo se usaron desplazamientos de $2/3$ y $1/3$ del ancho de la rendija y un desenfoque de $\lambda/7$ RMS.

Para estimar la incertidumbre estadística en los coeficientes de las aberraciones, se sugiere usar un método empírico aplicando el algoritmo a múltiples imágenes simuladas con los mismos coeficientes de las aberraciones que se determinaron con las imágenes reales y ruido con propiedades similares.

El método no está pensado como una técnica que trabaje en tiempo real dentro del lazo de control del sistema de AO ya que requiere de múltiples imágenes con desplazamientos de la rendija y otras con cierto desenfoque, haciendo que los procesos no sean inmediatos. Puede ser aplicado al inicio de cada temporada o ciclo térmico que tenga el instrumento.

En FRIDA se usará el método para determinar las aberraciones de la primera etapa que es el modo imagen, y en el modo de espectroscopía de campo integral. El sistema se convierte en un conjunto de espectrógrafos de dos etapas con la rendija en el plano focal de la primera etapa. En realidad, cada una de las rebanadas tiene su propia óptica en la unidad de campo integral y por lo tanto hay 30 espectrógrafos semi-independientes, cada uno con sus propias aberraciones. En el modo IFS la evaluación de las aberraciones se realizará sin hacer uso de las rejillas de difracción para no dispersar el haz, utilizando alguno de los espejos que tiene el carrusel de rejillas, para obtener la imagen de la pseudo rendija en el detector. En la pseudo rendija se puede identificar la imagen de

cada rebanada producida por los pequeños espejos que la constituyen. En FRIDA el rebanador de imágenes no se puede retirar del camino óptico.

El método se ha pensado para estimar las aberraciones estáticas residuales introducidas por todos los elementos no comunes entre el WFS del sistema de AO y el detector científico, para cada configuración del instrumento. Estas NCPA se pueden corregir con el sistema GTCAO siempre y cuando se tenga la forma de determinarlas y creemos que este método lo puede realizar.

Para cada configuración del modo imagen se hará la medición de las aberraciones, se determinarán los conjuntos de los valores de W_1 . Posiblemente con esos valores se harán las tablas correspondientes para cada configuración, para proporcionársela al sistema de corrección de AO que podrá utilizar para corregirlas. Los coeficientes de W_2 corresponderán a las aberraciones del modo IFS de cada configuración y para cada rebanada de la pseudo rendija. Para hacer las correcciones a través del sistema de AO, se deberá realizar el promedio de cada coeficiente de W_2 de las 30 rebanadas y proporcionar sólo un conjunto W_2 por configuración. Todas las configuraciones del modo imagen se usan conjuntamente con el modo IFS. Entonces el sistema de AO deberá recibir la suma de $W_1 + W_2$ para lograr las correcciones, de manera que la calidad de imagen de FRIDA se optimice.

Se espera que el sistema de GTCAO provea un haz corregido para alcanzar una razón de Strehl, de $SR_{AO} = 0.65$ en la banda K, y tiene un espejo deformable con un arreglo de 21×21 actuadores (Béjar 2018). Hemos mencionado anteriormente que podemos mejorar la razón de Strehl aumentando el número de coeficientes de Zernike con los que se haga el ajuste en las dos etapas. En FRIDA convendría hacer la determinación de las aberraciones con más coeficientes de Zernike que los casos de ejemplo que se hicieron sólo hasta Z_{11} . Se deberá determinar en la práctica cuál es el mejor número para que la corrección sea eficiente.

A manera de ejemplo presentamos un caso más allá de lo esperado. Si una vez integrada FRIDA funcionando en criogenia sólo alcanzará una razón de Strehl de $SR_F = 0.60$, el sistema total tendría

$$SR_{tot} = SR_{AO} \times SR_F,$$

$$SR_{tot} = 0.65 \times 0.60,$$

$$SR_{tot} = 0.39.$$

Y si se corrigieran las aberraciones internas para que $SR_F = 0.90$, entonces

$$SR_{tot} = SR_{AO} \times SR_F,$$

$$SR_{tot} = 0.65 \times 0.90,$$

$$SR_{tot} = 0.585.$$

Lo que da una ganancia en razón de Strehl de 0.195, lo cual implicaría una mejora en concentración de energía que sería proporcional a

$$\frac{0.585}{0.39} = 1.50.$$

Lo que representa una mejoría del 50% y un aumento en la magnitud límite que se puede alcanzar.

Cuando se logra en un sistema óptico mejorar la razón de Strehl implica que en la misma proporción se mejora la PSF, haciendo más eficiente el sistema óptico o el instrumento. En el caso de FRIDA tendríamos un aumento en eficiencia, pudiendo hacer la adquisición de los mismos objetos en mucho menor tiempo o alcanzar a observar objetos mucho más débiles. Esto sería de gran importancia para todos los casos científicos

Aún con las mejores optimizaciones siempre habrá una cierta porción de las aberraciones residuales que no se puedan corregir, tanto debidas a FRIDA como a GTCAO. Entonces la información obtenida de cada configuración de cada rebanada, servirá para hacer un post-proceso de los espectros obtenidos. Este post-proceso también puede incluir correcciones por aberraciones cromáticas, dado que FRIDA trabaja en un intervalo amplio de longitudes de onda.

Por tanto, entre los aspectos novedosos de este trabajo se cuentan:

- Desarrollar un método de diagnóstico en un instrumento completo.
- Proponerlo para uso en un instrumento infrarrojo y criogénico;
- Propopnerlo para uso en un instrumento con una unidad integral de campo con rebanador de imágenes.
- Formar un catálogo de los efectos causados por la rendija en un sistema óptico en presencia de aberraciones.

4. CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un método que permite determinar las aberraciones de las componentes ópticas de cada una de las dos etapas que constituyen un espectrógrafo con rendija larga que trabaja al límite de difracción. En términos generales tanto con aberraciones individuales como cuando se tienen varias aberraciones en cada etapa, los valores de los coeficientes se determinan muy bien: cerca de lo ideal o a un valor próximo con un error dentro de un intervalo entre 0 y $\lambda/80$. Además, cuando aparecen términos de aliasing típicamente tienen valores del orden del 1%, aunque en algunos casos alcanzan el 12%.

Como el método permite determinar las aberraciones antes y después de la rendija con una buena precisión, resulta valioso para la caracterización de un instrumento, sobre todo en las etapas de pruebas de validación antes de su puesta en marcha. Conocer sus aberraciones residuales de manufactura o de alineación de las componentes que constituyen en cada etapa, permite implementar soluciones para corregir o mejorar su desempeño.

Una ventaja del método es que no se requiere hardware adicional para su aplicación: las imágenes se adquieren con el detector y mecanismo de enfoque propios del instrumento y cualquier sistema que permita colocar de forma controlada un pinhole en el plano focal de entrada.

Cuando el instrumento esté en uso constante, se puede realizar el procedimiento de adquirir las imágenes correspondientes, aplicar el método y determinar las aberraciones de sus diferentes configuraciones para monitorearlo y calibrarlo periódicamente. Podrá aplicarse después de los ciclos térmicos de calentamiento y enfriamiento para detectar pequeñas desalineaciones de la óptica.

El método puede aplicarse también a un instrumento que reciba el haz corregido de un sistema de óptica adaptativa para determinar las aberraciones internas del instrumento, introducidas por todos los elementos ópticos no comunes (NCP) entre el sensor de frente de onda (WFS) del sistema de AO y el detector científico. Una vez que el sistema de AO ha corregido las aberraciones vistas por el WFS, se puede aplicar el método para determinar las aberraciones vistas en el instrumento, que precisamente son las aberraciones no comunes (NCPA). Como nuestro método requiere varias imágenes se puede usar el espejo tip tilt del sistema de AO para obtener los desplazamientos perpendiculares a la rendija. Por tal motivo el método no es apto para que trabaje en tiempo real dentro del lazo de control del sistema AO. Al determinar las aberraciones de cada configuración, se puede usar el sistema de AO para su corrección y lograr un mejor desempeño del sistema completo. Esto se puede hacer durante temporadas de mantenimiento o cuando el instrumento no esté en tiempo de observación.

Adicionalmente, el método puede aplicarse a espectrógrafos con unidad de campo integral con rebanadores de imagen tratando cada rebanada como una rendija individual. Por lo tanto se planea la aplicación del método en FRIDA para calibrar las aberraciones internas durante la etapa de pruebas y verificación en el laboratorio.

5. TRABAJO A FUTURO

En el Apéndice A se describe el trabajo inicial realizado en el laboratorio con el objeto de aplicar y validar experimentalmente el algoritmo en sistemas ópticos como el descrito anteriormente. Debido a la contingencia sanitaria por la pandemia del COVID el trabajo presencial en el laboratorio fue suspendido. Un trabajo a futuro será continuar con la implementación del sistema óptico de un espectrógrafo prototipo en el laboratorio con rendija en el plano focal intermedio, aplicando el método completo adquiriendo las seis imágenes, y comprobar los resultados que se obtuvieron con los datos simulados.

Una vez que en FRIDA se puedan adquirir imágenes aplicaremos el método para caracterizar las aberraciones de todas sus configuraciones. FRIDA cuenta con un mecanismo de enfoque en el detector, lo que facilitará adquirir las imágenes con desenfoques conocidos y controlados. Tiene una rueda en el plano focal de entrada con máscaras de campo y diferentes arreglos de pinholes, lo que permitirá el desplazamiento de la fuente sobre las rebanadas de la IFU; además, en el carrusel de rejillas se tienen espejos que permitirán obtener en el detector las imágenes de la pseudo rendija. De esa manera, podrá evaluarse la calidad óptica de cada una de las rebanadas producidas por la unidad de campo integral. Realizar la determinación de las aberraciones internas en las diferentes configuraciones del instrumento en la etapa de caracterización, permitirá corregir o mitigar algunas de las aberraciones producidas por desalineaciones y, en un futuro, cuando FRIDA trabaje conjuntamente con GTCAO, las aberraciones estáticas podrán ser corregidas, mejorando el rendimiento del instrumento al límite de difracción.

6. APÉNDICE A: DISEÑO Y PRUEBAS EN EL LABORATORIO.

Con el objeto de corroborar el funcionamiento del método en un sistema óptico de laboratorio, inicialmente se diseñó un sistema óptico constituido por dos dobletes acromáticos que constituyen un arreglo de colimador-cámara; cada doblete tiene una distancia focal de 150 mm. Se utiliza una lámpara de tungsteno, fibra óptica y un pin hole de $2\ \mu\text{m}$ para producir la fuente puntual. El primer doblete, que funciona como colimador, se obturó para tener una pupila de salida de 8 mm, se puso un filtro de 848 nm a la entrada del detector CMOS. En la Figura 6.1 se presenta el diagrama del arreglo que se implementó físicamente en el laboratorio, el cual se muestra en la Figura 6.2.

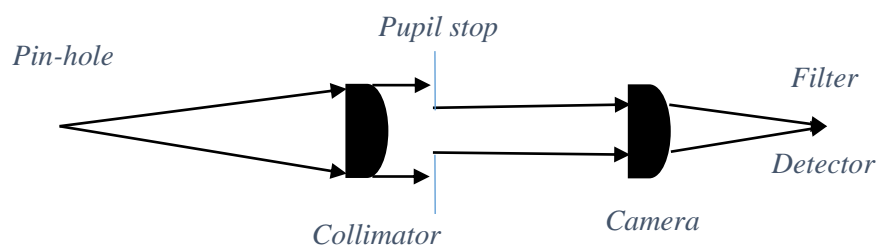


Figura 6.1 Diagrama del sistema óptico de un arreglo colimador-cámara.

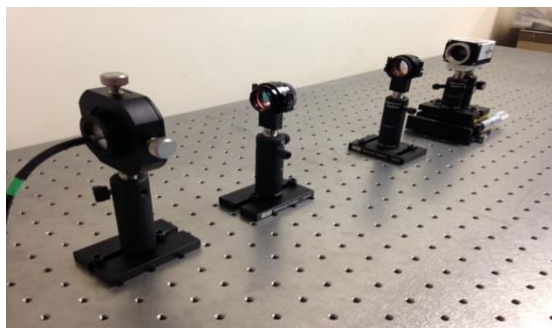


Figura 6.2 Sistema óptico constituido por un arreglo colimador-cámara en el laboratorio.

Se obtuvieron imágenes producidas por el sistema óptico de la fuente puntual, que es la imagen de interés; también se obtuvieron flats y darks con las mismas condiciones en la cámara del detector CMOS. Las imágenes deben ser procesadas para cuantificar o caracterizar el ruido en la imagen; los pasos a seguir se detallan en el Capítulo 7. Con los flats y con los darks se hace el cálculo descrito de la ganancia, del ruido de lectura y la varianza total de la imagen, a través de las relaciones (7.1), (7.2) y (7.3). Se encuentra el centroide de la imagen del sistema óptico de la fuente puntual (la que llamaremos I), para centrar y recortar la imagen. En la Figura 6.3 se muestra la imagen centrada y recortada a dimensiones muy pequeñas, con objeto de distinguir claramente el centro y el anillo de difracción.

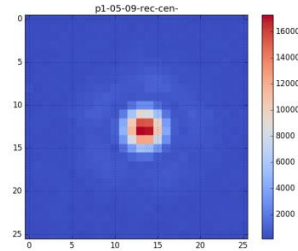


Figura 6.3 Imagen I adquirida con el detector en el laboratorio.

Con los datos del sistema óptico, y aplicando los programas desarrollados para implementar el algoritmo iterativo descrito detalladamente en la sección 4 del artículo incluido en el capítulo 2, sólo para una etapa, se obtuvo un modelo M que estima las aberraciones introducidas por los elementos ópticos, a través de los coeficientes de Zernike que mejor ajustan dicho modelo M a la imagen I . En la Figura 6.4 se muestra un ejemplo de la imagen modelada de los perfiles de las PSF's, tanto de la imagen como del modelo sobrepuestos en las mismas gráficas, para comparar los perfiles en las direcciones X y Y como resultado del ajuste hecho; al último está la imagen de la fase del frente de onda en la pupila del modelo.

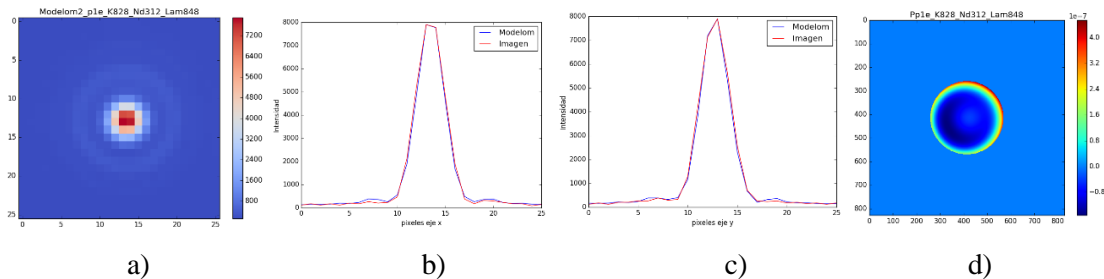


Figura 6.4 a) Imagen modelada, b) y c) Perfiles de la PFS en X y Y de la imagen en rojo comparados con los del modelo en azul, d) Fase del frente de onda en pupila. Los coeficientes de Zernike que determinan las aberraciones de la imagen a través del ajuste del modelo son: $a_2=35.43\text{nm}$, $a_3=-39.22\text{nm}$, $a_4=103.06\text{nm}$, $a_5=1.57\text{nm}$, $a_6=-0.13\text{nm}$, $a_7=-1.84\text{nm}$, $a_8=1.16\text{nm}$, $a_9=-1.08\text{nm}$, $a_{10}=1.08\text{nm}$, $a_{11}=61.47\text{nm}$

Se puede observar que se alcanza un buen ajuste, haciéndolo en la parte de la imagen más próxima al centro donde está la información relevante de las aberraciones, el programa logra una aproximación aceptable independientemente de los coeficientes de Zernike que se den inicialmente.

6.1 Sistema óptico al límite de difracción de dos etapas

El siguiente paso para implementar el método para estimar las aberraciones en el laboratorio, fue utilizar un sistema óptico de dos etapas de colimador-cámara, como el que muestra la Figura 6.5.

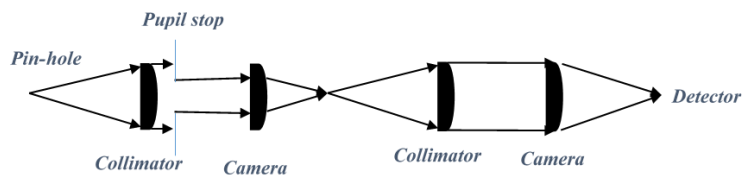


Figura 6.5 Diagrama del sistema óptico con dos etapas de colimador-cámara,

Para ello se montó en el laboratorio un sistema óptico con dos etapas cámara-colimador. La Figura 6.6 muestra el sistema del laboratorio que se alineó del que se obtuvieron imágenes; en la Figura 6.7 se muestra una de ellas.



Figura 6.6 Sistema del laboratorio para la adquisición de las imágenes con dos etapas colimador-cámara.

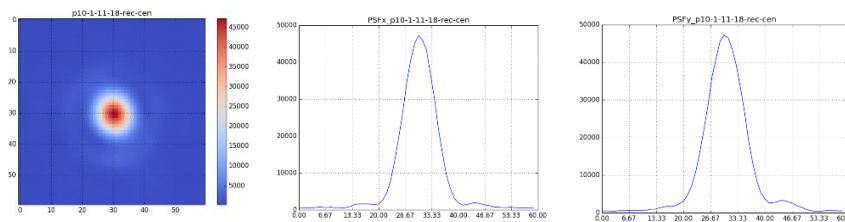


Figura 6.7 Imagen del sistema óptico y los perfiles de la PSF en dirección X y Y.

Se generaron modelos para determinar las aberraciones del sistema óptico. Sin embargo, los valores de las aberraciones eran grandes por lo que no se lograba, a través de la alineación y movimientos de las componentes, mejorar la razón de Strehl que era del orden de 0.3. Se evaluó si el método de ajuste del modelo era sensible para detectar cambios en las imágenes cuando se variaba la posición del detector, o de la fuente de iluminación, y/o se hacían movimientos laterales de algunas de las componentes ópticas. Resultó que el método sí era sensible. La Figura 6.8 muestra las gráficas del comportamiento de algunos de los coeficientes de Zernike con desplazamientos controlados hechos en la posición del detector.

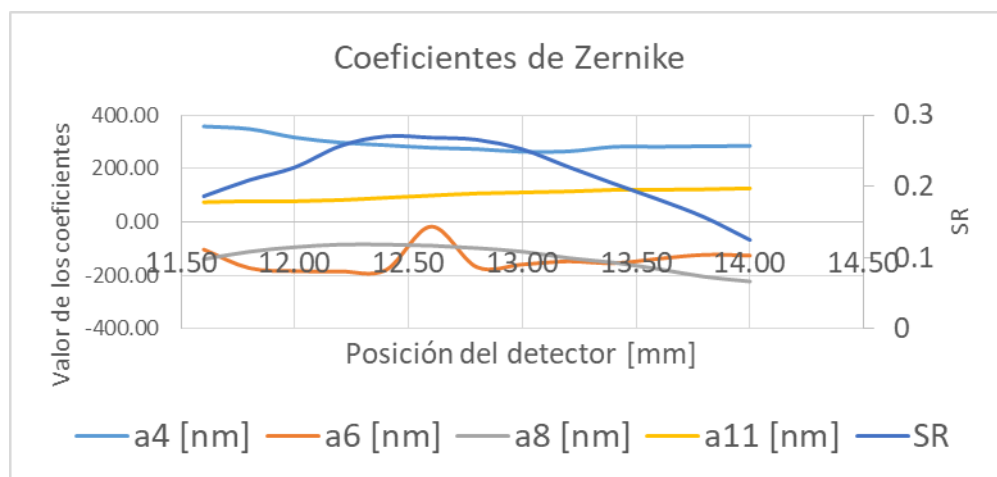


Figura 6.8 Valores de algunas de las aberraciones del sistema, al desplazar el detector.

Las gráficas de la Figura 6.8 se obtuvieron con el ajuste de 10 de los coeficientes, de a_2 a a_{11} . Como los valores de los coeficientes y de la razón de Strehl no mejoraban, se buscó tener mayor sensibilidad en el ajuste del modelo aumentando el número de coeficientes de Zernike. En la *Figura 6.9* se muestran las gráficas de algunos coeficientes de Zernike cuando el modelo se ajustó con 27 coeficientes, de a_2 a a_{28} . Los resultados obtenidos fueron similares. Los valores de desenfoque y aberración esférica entre otros coeficientes no se lograron disminuir significativamente.

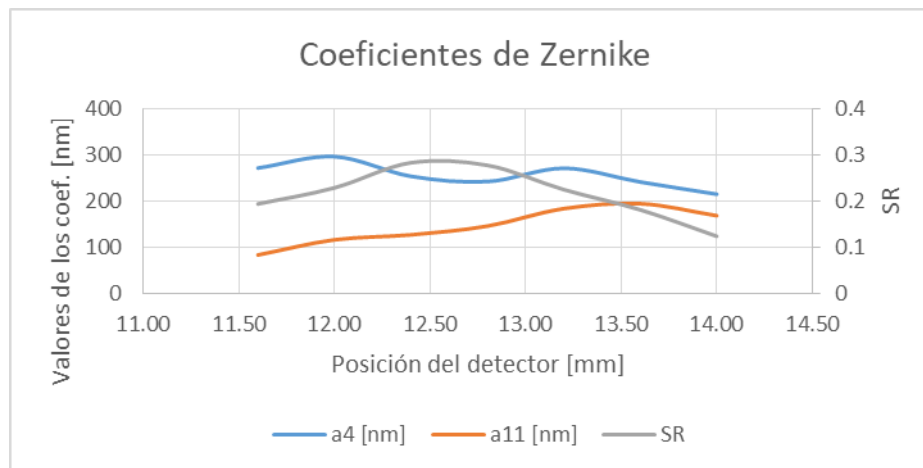


Figura 6.9 Valores de algunas de las aberraciones, obtenidos con un modelo usando ajuste de 27 coeficientes de Zernike.

Entonces, al no lograr mejorar el comportamiento del sistema óptico, se pensó que alguno de los dobletes no cumplía con las especificaciones de calidad de imagen al límite de difracción dadas por el fabricante. Se decidió medirlas para caracterizar cada una de ellas. En el Capítulo 8 se presentan los resultados obtenidos con el interferómetro Zygo de cada doblete acromático. Los datos obtenidos de los 4 dobletes que se estaban usando arrojaron que 2 de ellos cumplían con las especificaciones de calidad de imagen dadas por el fabricante para componentes al límite de difracción. De los otros dos dobletes, uno tenía un defecto precisamente al centro de una de las lentes y el otro sólo cumplía en un área muy pequeña próxima al centro. Esto explicó por qué no se podía mejorar la razón de Strehl del sistema. En la Capítulo 8 también se presentan los datos de otros dobletes medidos, teniendo un total de 9 dobletes caracterizados, se escogieron los 4 con las aberraciones menores, para formar nuevamente el sistema óptico de dos etapas. Se cambió la fuente iluminación, para usar un láser de 710 nm. Anteriormente se usaba una fuente de luz blanca con una lámpara de tungsteno y un filtro de 848 nm.

El sistema se alineó (ver Figura 6.10), se obtuvieron imágenes que se caracterizaban de acuerdo a los parámetros de adquisición del detector y, tomando en cuenta los parámetros ópticos de sus componentes se ajustaba un modelo que estimaba las aberraciones. Iterativamente se realizó el proceso de alineación y ajuste de los modelos hasta obtener imágenes al límite de difracción. Los ajustes del modelo se hicieron en un área pequeña, solo unos ± 5 o ± 10 píxeles más del primer círculo de Airy, donde la información del núcleo y el primer anillo de la imagen son más relevantes. Los modelos se ajustaron aplicando el algoritmo descrito en el Capítulo 5, sin introducir la rendija y se determinaron las aberraciones del sistema óptico.



Figura 6.10 Sistema del laboratorio con los dobletes al límite de difracción.

En la Figura 6.11 a) se muestra una de las imágenes adquiridas del sistema óptico; en b) y c) se tienen los perfiles superpuestos de la PSF de la imagen con el del modelo ajustado; y en d) está la fase del frente de onda del modelo.

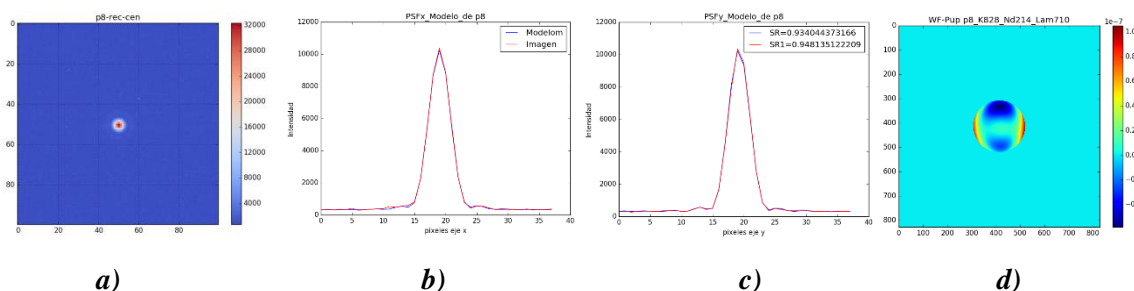


Figura 6.11 a) Imagen obtenida, b) y c) Perfiles de la PFS en X y Y de la imagen en rojo comparados con los del modelo en azul, d) Fase del frente de onda en pupila de la imagen modelada. Los coeficientes de Zernike que determinan las aberraciones de la imagen a través del ajuste del modelo son: $a_2=9.88\text{nm}$, $a_3=-1.35\text{nm}$, $a_4=8.17\text{nm}$, $a_5=-1.26\text{nm}$, $a_6=-22.98\text{nm}$, $a_7=0.77\text{nm}$, $a_8=1.86\text{nm}$, $a_9=2.33\text{nm}$, $a_{10}=0.46\text{nm}$, $a_{11}=7.96\text{nm}$. La razón de Strehl, si se calcula como el valor medio cuadrático de los coeficientes de Zernike obtenidos por el modelo, da $SR=0.948$; y si se obtiene como el cociente del valor máximo de la imagen entre el valor máximo de la imagen perfecta resulta que $SR=0.934$.

Lo que se obtuvo claramente con el cambio de las componentes ópticas, es que si se quiere tener un sistema que su calidad de imagen esté al límite de difracción, cada una de las componentes debe tener buena calidad óptica, sus aberraciones deben ser pequeñas, de tal forma que la suma de todas las aberraciones del sistema debe estar al límite de difracción. El resultado para determinar las aberraciones a través del modelo del sistema óptico con las dos etapas fue favorable.

6.2 Sistema óptico al límite de difracción de dos etapas con rendija.

Con el mismo arreglo del sistema óptico alineado descrito en la sección anterior, se introdujo en el plano focal de la primera etapa una rendija de un ancho aproximado de $2.44\lambda/D$, como se muestra en la Figura 6.12. Igualmente, se trató de estimar las aberraciones del sistema para determinar y describir los efectos producidos por la rendija en la imagen final del sistema óptico al límite de difracción.

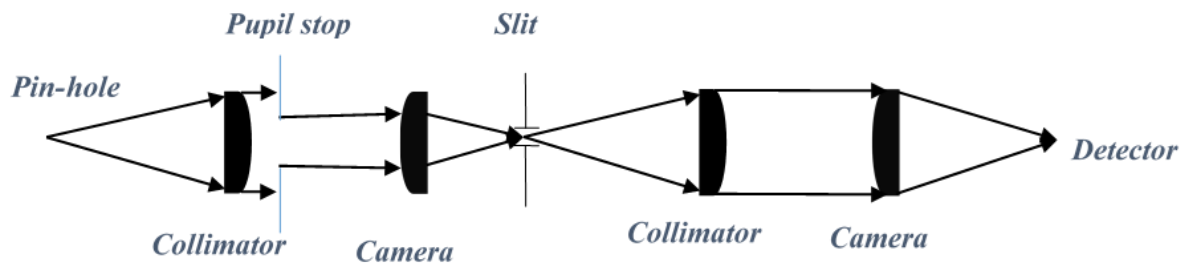


Figura 6.12 Diagrama del sistema óptico para modo de espectroscopía en el laboratorio, un sistema colimador-cámara, colocando en el plano focal intermedio una rendija.

Se adquirieron imágenes siempre con el objeto centrado en la rendija, se aplicó el método considerando la rendija en el plano focal de la primera etapa y el sistema completo con las dos etapas. Con el modelo obtenido se obtuvieron los coeficientes de los polinomios de Zernike. En la Figura 6.13 se muestran las imágenes obtenidas en el plano focal de la segunda etapa, los perfiles de la PSF de la imagen y del modelo ajustado, así como la fase del frente de onda de las aberraciones definidas por el modelo.

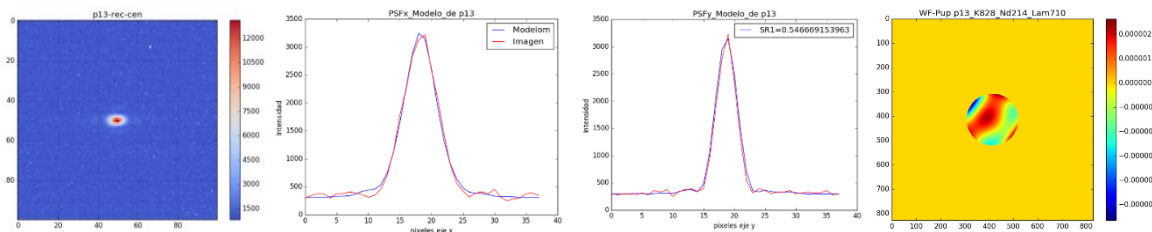


Figura 6.13 Las aberraciones del modelo ajustado son: $a_2=13.84\text{nm}$, $a_3=26.08\text{nm}$, $a_4=64.68\text{nm}$, $a_5=-2.33\text{nm}$, $a_6=-58.63\text{nm}$, $a_7=-7.21\text{nm}$, $a_8=0.13\text{nm}$, $a_9=-6.85\text{nm}$, $a_{10}=-1.25\text{nm}$, $a_{11}=37.80\text{nm}$. La razón de Strehl: $SR=0.546$.

Al observar el ajuste en los perfiles de la PSF de la imagen y del modelo resultan ser muy cercanos, pero los valores de cada coeficiente de Zernike son grandes, dando un valor de Strehl de 0.546. Los valores son mayores a los obtenidos con el mismo arreglo, con la misma alineación, que se obtuvieron en el ajuste de las imágenes mostradas en la Figura 6.11. La discrepancia puede deberse a que el modelo no puede definir correctamente el efecto de la rendija con el ajuste global de los coeficientes del sistema completo, por lo que aumenta en ciertos coeficientes para compensar y hacer el ajuste. Además, con esta información obtenida del modelo no se logra discernir cómo se combinan las aberraciones de las componentes ópticas antes y después de la rendija, ni cuáles son los efectos o cambios que produce la rendija en las aberraciones. En suma, estos resultados no son satisfactorios.

Entonces, con el objetivo de entender el comportamiento de las aberraciones en cada etapa, así como el efecto producido por la rendija en la imagen final, se consideró realizar simulaciones del sistema. Los resultados de las simulaciones son los que se presentan en el artículo. En el desarrollo de las simulaciones se vio la necesidad de ampliar el algoritmo para hacer la determinación de las aberraciones con 6 imágenes, 3 con diferentes posiciones del objeto en la rendija, con movimientos controlados perpendiculares a la rendija, para tener información de la imagen alrededor de la rendija, así como 3 imágenes con desenfocos conocidos en las mismas posiciones de las imágenes en foco.

Con los resultados obtenidos de las simulaciones, será necesario retomar los trabajos de laboratorio para adquirir las imágenes con diferentes posiciones y desenfoques para la adecuada aplicación del método completo y comprobar experimentalmente los resultados obtenidos con las imágenes simuladas.

7. APÉNDICE B: PROCEDIMIENTO PARA CARACTERIZAR LAS IMÁGENES

De la imagen adquirida hay que caracterizar el ruido introducido por el detector en los procesos de adquisición y lectura de la imagen. La respuesta del detector puede diferir de pixel a pixel por la propia respuesta del sustrato de semiconductor con el que está hecho. De la carga colectada durante una integración no podemos saber exactamente si los electrones fueron producidos por la fuente en estudio, o generado por movimiento térmico, o por transferencia de carga en el mismo detector. Por ello hay que determinar y cuantificar las diferentes contribuciones presentes en la imagen.

El ruido de lectura en un detector se estima usualmente en términos del número de electrones por pixel en la señal final sobre la lectura completa del detector. Lo que contribuye al ruido de lectura es esencialmente la conversión de la señal analógica a números digitales efectuada por los circuitos electrónicos que, a su vez, al producir el movimiento de los electrones, genera electrones espurios que contribuyen a aumentar la incertidumbre del valor final de cada pixel. Además, la velocidad de lectura del detector produce efectos térmicos que contribuyen al ruido.

La ganancia del detector se determina por la electrónica de salida y define cómo la cantidad de carga colectada en cada pixel será asignada a un número digital en la imagen de salida. Los valores de la ganancia usualmente se dan en términos del número de electrones necesarios para producir un nivel de una unidad analógica digital (ADU), o del número digital (DN) en el convertidor A/D (e^-/ADU). Los detectores tienen una respuesta lineal en un intervalo amplio de valores, lo que significa que existe una relación lineal entre la carga colectada en cada pixel y el valor de salida, es decir el DN almacenado del pixel. El valor máximo del DN que puede alcanzar, está determinado por el número de bits del convertidor A/D (2^n donde n es el número de bits). Las condiciones de saturación del detector se pueden dar porque la carga o número de electrones en el pixel rebasó el nivel máximo posible del convertidor, o bien porque la carga excedió la capacidad del pozo de potencial del pixel; al acercarse a cualquiera de estas dos condiciones, la respuesta del detector deja de tener una respuesta lineal.

Como se comentó anteriormente, cada pixel tiene su propia respuesta dependiente de la ganancia y de la eficiencia cuántica, por lo que hay que calibrar la respuesta. Para ello se utilizan varias imágenes de referencia: un campo plano (flat field), una imagen nivel cero (bias) y un dark.

Un campo plano es una imagen donde cada pixel se ilumina uniformemente con una fuente de luz de idéntica respuesta espectral, para tener una imagen espacial y espectralmente plana. Se debe tomar un campo plano para cada filtro que se vaya usar con el objeto de interés.

El bias o nivel de referencia de la imagen permite medir el nivel mínimo del ruido del detector. Se adquiere con cero luz en el detector, con el obturador cerrado por el tiempo más corto de integración posible. Tiene un comportamiento estadístico gaussiano y el ancho de la gaussiana está relacionado con el ruido de lectura y la ganancia del detector.

El dark es una imagen tomada con el obturador cerrado, con el mismo tiempo de integración que la imagen del objeto de interés y bajo los mismos parámetros del detector. Con el dark se mide la contribución del ruido térmico del detector y se pueden determinar los píxeles malos y/o píxeles calientes.

Con estas imágenes de referencia se calibra la respuesta del detector, se calcula la ganancia, el ruido de lectura, las contribuciones térmicas y las diferencias de respuesta de los píxeles del detector. Se

pueden tomar varias imágenes de cada una de ellas para hacer una estadística. Al menos se toman dos imágenes de darks (D1, D2) y dos de campos planos (F1, F2), todas con los mismos tiempos de exposición e iguales parámetros en el detector. Se obtienen las diferencias (D1-D2) y (F1-F2), así como los valores medios de los niveles alcanzados en los pixeles de las imágenes.

Sean $\overline{D1}$, $\overline{D2}$, $\overline{F1}$ y $\overline{F2}$ los correspondientes valores medios de las imágenes y σ_{D1-D2} , σ_{F1-F2} , las desviaciones estándar de las imágenes resultantes de la diferencia de ellas (Howell, S. B., 2000).

Con estos valores se determina la ganancia g y el ruido de lectura σ_r^2 :

$$g = \frac{(\overline{F1} + \overline{F2}) - (\overline{D1} + \overline{D2})}{(\sigma_{F1-F2}) - (\sigma_{D1-D2})}, \quad (7.1)$$

$$\sigma_r^2 = \frac{g \times \sigma_{D1-D2}}{2}. \quad (7.2)$$

En general, los factores que contribuyen al ruido (o varianza) en la imagen, son: el ruido debido al proceso de lectura del detector que tiene una distribución gaussiana; el ruido de fotones, que tiene un comportamiento estadístico Poissoniano; el ruido debido a efectos térmicos y a la diferencia de eficiencia cuántica de cada pixel, que en los detectores actuales es muy pequeño -mucho menor al 1% del número total de electrones producidos-, por lo que muchas veces no es tomado en cuenta. Todo ello contribuye de forma aditiva en la estimación de la varianza.

$$\sigma^2 = \sigma_r^2 + n \quad (7.3)$$

Es importante mencionar que esta relación de la varianza tiene unidades de electrones. También puede expresarse en ADU's, por lo que hay que tomar en cuenta cómo se relacionan: Si N_{ADU} es el número de cuentas a la salida del convertidor en ADU's y g es la ganancia, tenemos que el número de electrones es $n = gN_{ADU}$ y $\sigma^2 = g \sigma_{ADU}^2$. Una forma de evitar confusión es trabajar todo en electrones. Así cuando se obtenga la imagen y se haya determinado la ganancia a través de la ecuación (7.1), habrá que multiplicar la imagen por g .

Usualmente al tomar las imágenes el objeto no queda centrado en el detector, por lo que para realizar el procesamiento y manejo de la imagen, es conveniente centrar el objeto y recortar la imagen a una dimensión adecuada para la aplicación del método y así determinar las aberraciones a través del ajuste de los modelos.

8. APÉNDICE C: INFORMACIÓN Y CARACTERÍSTICAS DE LOS DOBLETES

Los dobletes que se están usando para la implementación de los diagramas ópticos en el laboratorio, mostrados en los capítulos anteriores, son componentes comerciales de Edmund Optics, con las siguientes características: Doblete Acromático 47-380 NIR II, distancia focal de 150mm, distancia focal posterior 139.87mm, de 25 mm de diámetro, una apertura clara 24mm. Los materiales grado A son: N-La K22/N-SF6. En la Figura 8.1 se muestra el diagrama óptico.

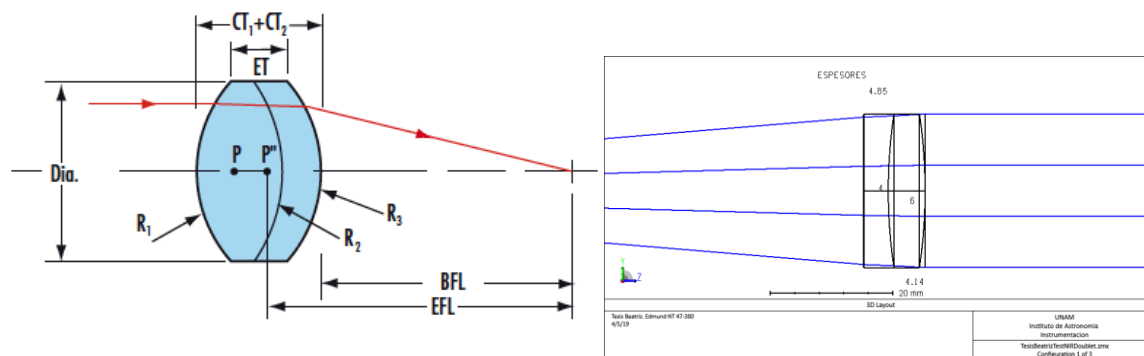


Figura 8.1 Diagrama óptico del doblete acromático 47-380 NIR II.

El diseño está optimizado en $\lambda=880\text{nm}$ y tiene recubrimientos antirreflejantes. En la Figura 8.2 se muestra la curva de respuesta del recubrimiento.

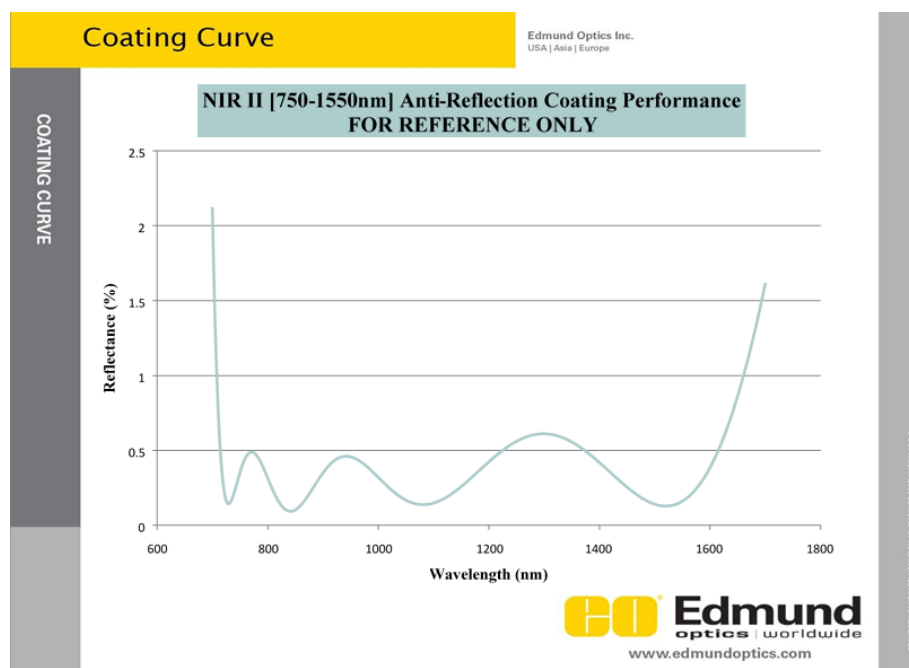


Figura 8.2 Curva de respuesta del recubrimiento antirreflejante.

En el diagrama de la Figura 8.3 se muestran las características dimensionales y especificaciones de los elementos del doblete.

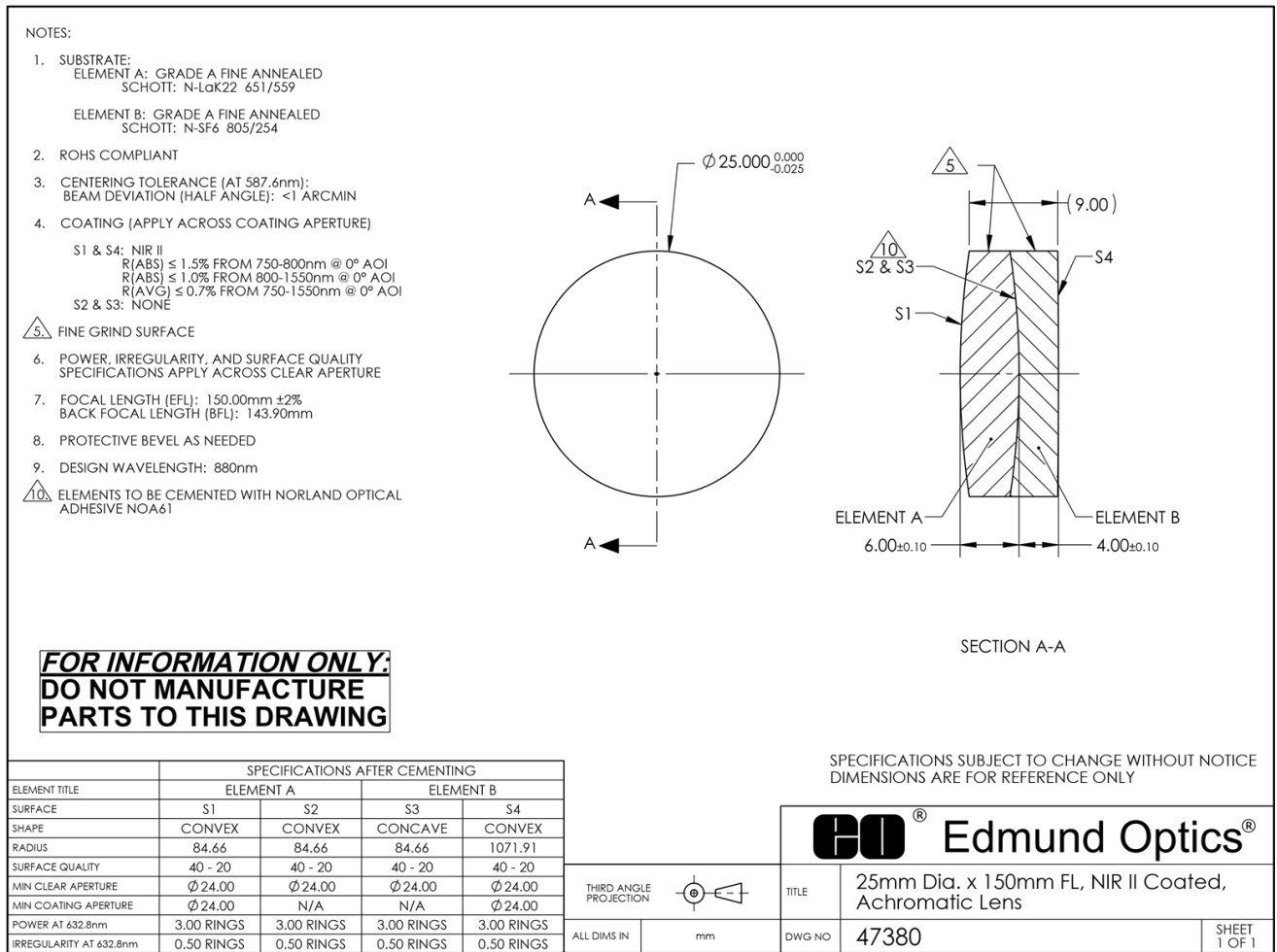


Figura 8.3 Características dimensionales de los elementos que constituyen el doblete.

En el Apéndice 9 y en el 10 se muestra la caracterización interferométrica de 6 dobletes, que se tienen disponibles para el desarrollo de las pruebas en el laboratorio. Dicha caracterización se realizó con un interferómetro Zygo. Los resultados de las pruebas ópticas del frente de onda con el Zygo están dados en franjas y en forma polinomial, en términos de los polinomios de Zernike, establecidos por Max Born and Emil Wolf, 1980, y D. Malacara 1978, (Capítulo 10 pag. 22 del Manual de usuario de Zygo). Estos polinomios tienen coeficientes diferentes y orden distinto que los dados por Noll, denominados estándar, que son los que se han usado a lo largo de este trabajo. En la Tabla 8.1 se presenta la relación de los coeficientes que da Zygo Vs. Noll.

La longitud de onda de operación del Zygo es la correspondiente a la longitud de onda del láser HeNe, 632.8 nm. Para transformar los coeficientes dados por el Zygo a los coeficientes estándares de Noll se debe:

- 1.- A cada coeficiente de Zygo multiplicarlo por 632.8 nm.
- 2.- Multiplicarlos por el factor de normalización correspondiente para obtener el valor del coeficiente estándar de Zernike.

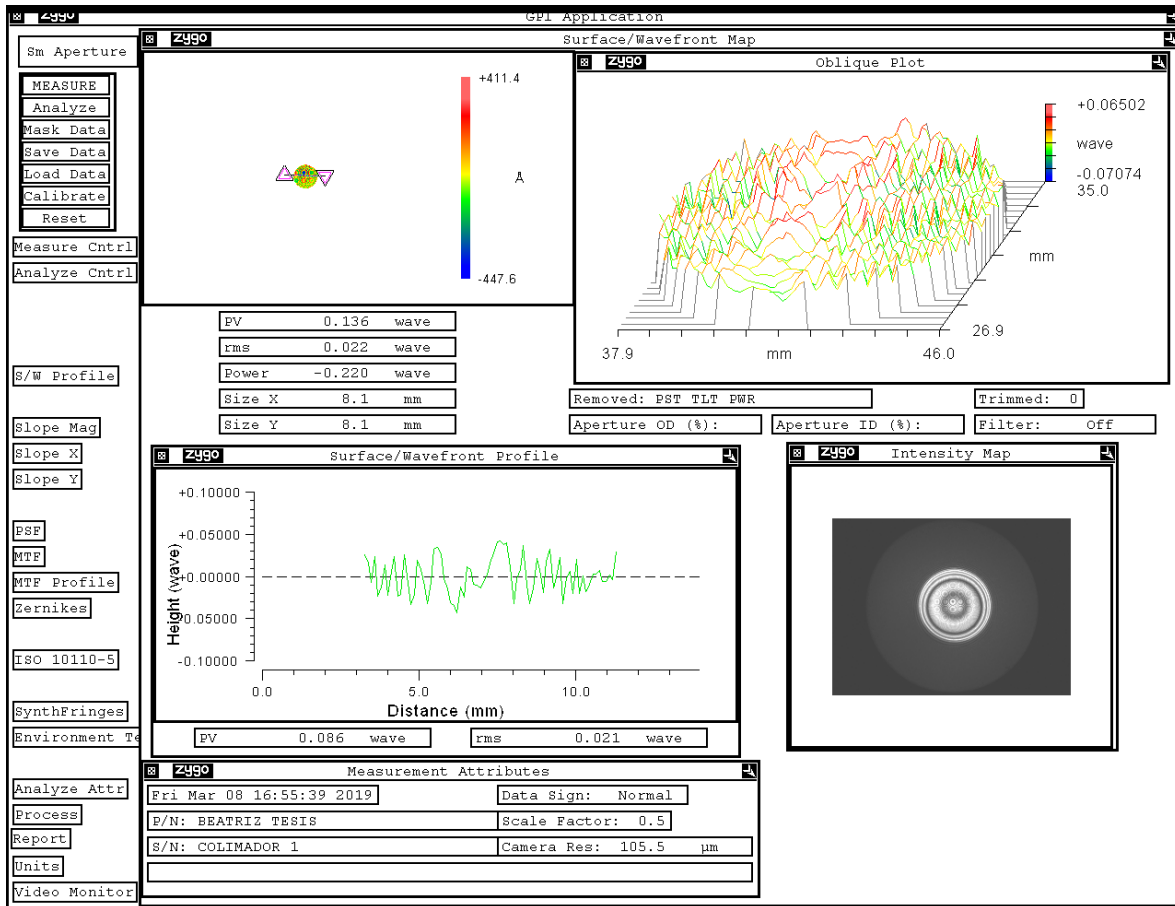
Tabla 8.1 Relación de los coeficientes de Zernike Estándar-Noll y los que entrega el Zygo

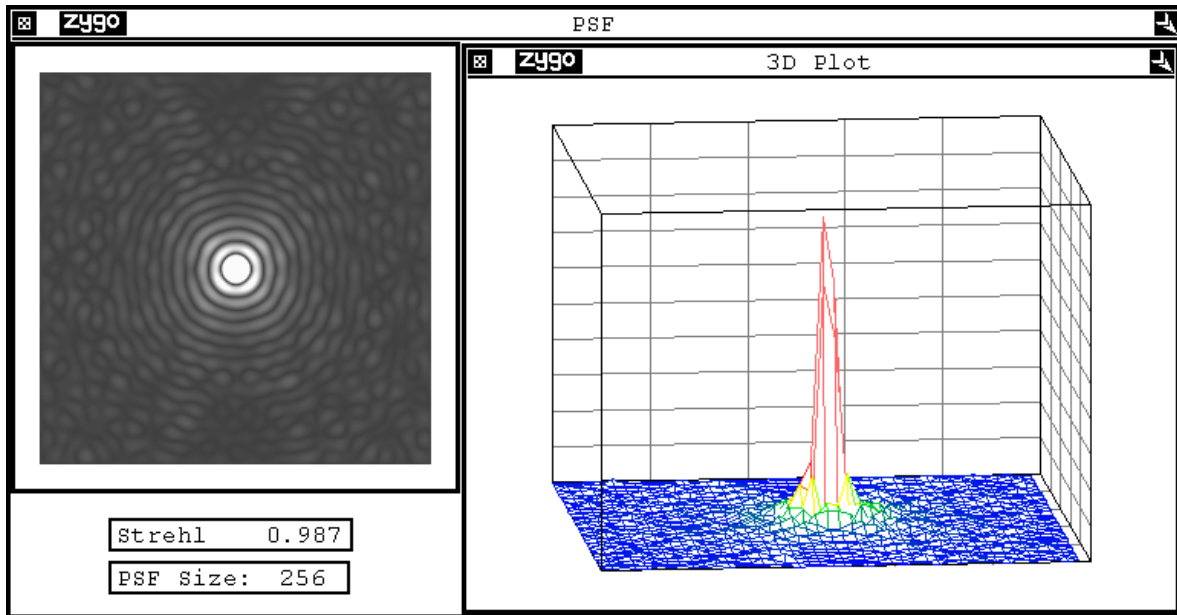
Estándar-Noll	Estándar-Noll	Zygo	Nombre
Coeficiente	Término Polinomial	Coeficiente	
a ₁	1	a ₁	Piston o Bias
a ₂	$4^{1/2}(\rho \cos \varphi)$	a ₂	Tilt X
a ₃	$4^{1/2}(\rho \sin \varphi)$	a ₃	Tilt Y
a ₄	$3^{1/2}(2\rho^2-1)$	a ₄	Defocus-Power
a ₅	$6^{1/2}(\rho^2 \sin 2 \varphi)$	a ₆	Astigmatism Y
a ₆	$6^{1/2}(\rho^2 \cos 2 \varphi)$	a ₅	Astigmatism X
a ₇	$8^{1/2}(3\rho^3-2\rho) \sin \varphi$	a ₈	Coma Y
a ₈	$8^{1/2}(3\rho^3-2\rho) \cos \varphi$	a ₇	Coma X
a ₉	$8^{1/2} \rho^3 \sin 3 \varphi$	a ₁₁	Trefoil Y
a ₁₀	$8^{1/2} \rho^3 \cos 3 \varphi$	a ₁₀	Trefoil X
a ₁₁	$5^{1/2}(6\rho^4-6\rho^2+1)$	a ₉	Primary Spherical
a ₁₂	$10^{1/2}(4\rho^4-3\rho^2)\cos 2 \varphi$	a ₁₂	Secondary Astigmatism X
a ₁₃	$10^{1/2}(4\rho^4-3\rho^2)\sin 2 \varphi$	a ₁₃	Secondary Astigmatism y
a ₁₄	$10^{1/2} \rho^4 \cos 4 \varphi$	a ₁₇	Tetrafoil X
a ₁₅	$10^{1/2} \rho^4 \sin 4 \varphi$	a ₁₈	Tetrafoil Y
a ₁₆	$12^{1/2}(10\rho^5-12\rho^3+3\rho) \cos \varphi$	a ₁₄	Secondary Coma X
a ₁₇	$12^{1/2}(10\rho^5-12\rho^3+3\rho) \sin \varphi$	a ₁₅	Secondary Coma Y
a ₁₈	$12^{1/2}(5\rho^5-4\rho^3) \cos 3 \varphi$	a ₁₉	Secondary Trefoil X
a ₁₉	$12^{1/2}(5\rho^5-4\rho^3) \sin 3 \varphi$	a ₂₀	Secondary Trefoil Y
a ₂₀	$12^{1/2} \rho^5 \cos 5 \varphi$	a ₂₆	Pentafoil X
a ₂₁	$12^{1/2} \rho^5 \sin 5 \varphi$	a ₂₇	Pentafoil Y
a ₂₂	$7^{1/2}(20\rho^6-30\rho^4+12\rho^2-1)$	a ₁₆	Secondary Spherical
a ₂₃	$14^{1/2}(15\rho^4-20\rho^2+6\rho^2) \sin 2 \varphi$	a ₂₂	Tertiary Astigmatism Y
a ₂₄	$14^{1/2}(15\rho^4-20\rho^2+6\rho^2) \cos 2 \varphi$	a ₂₁	Tertiary Astigmatism X
a ₂₅	$14^{1/2}(6\rho^6-5\rho^4) \sin 4 \varphi$	a ₂₉	Secondary Tetrafoil Y
a ₂₆	$14^{1/2}(6\rho^6-5\rho^4) \cos 4 \varphi$	a ₂₈	Secondary Tetrafoil X
a ₂₇	$14^{1/2} \rho^6 \sin 6 \varphi$		
a ₂₈	$14^{1/2} \rho^6 \cos 6 \varphi$		

9. APÉNDICE D: CARACTERIZACIÓN DE LOS DOBLETES EN EL ZYGO

Cada doblete se caracterizó en el interferómetro Zygo a continuación se presentan los resultados de cada uno de ellos.

9.1 Colimador 1 con máscara de 8 mm





Surface/Wavefront Map

Zernike Polynomials

Zernike Coefficients from 4680 data points

Order: 10th Terms: 36 rms: 0.021

```

-2.931 0.006 -0.001 -0.110
-0.001 -0.001 -0.002 0.005 0.006
-0.001 0.001 -0.001 -0.001 0.003 -0.006 -0.000
0.000 -0.001 -0.001 -0.002 0.005 0.004 -0.002 0.005 0.004
0.001 0.001 0.001 -0.000 -0.004 0.004 -0.006 -0.006 0.001 0.001 -0.006
    
```

Order: 8th Terms: 25 rms: 0.021

```

-2.931 0.006 -0.001 -0.110
-0.001 -0.000 -0.002 0.005 0.006
-0.000 0.001 -0.001 -0.001 0.003 -0.006 -0.000
0.000 -0.002 -0.000 -0.002 0.005 0.005 -0.003 0.005 0.004
    
```

Order: 6th Terms: 16 rms: 0.021

```

-2.931 0.006 -0.001 -0.110
-0.001 -0.001 -0.002 0.005 0.006
-0.000 0.001 -0.001 -0.001 0.003 -0.007 -0.000
    
```

Order: 4th Terms: 9 rms: 0.022

```

-2.931 0.006 -0.001 -0.110
-0.001 -0.001 -0.002 0.005 0.006
    
```

Order: Sphere Terms: 4 rms: 0.022

```

-2.931 0.006 -0.001 -0.110
    
```

Center X: 397 Center Y: 293 Radius: 38.8

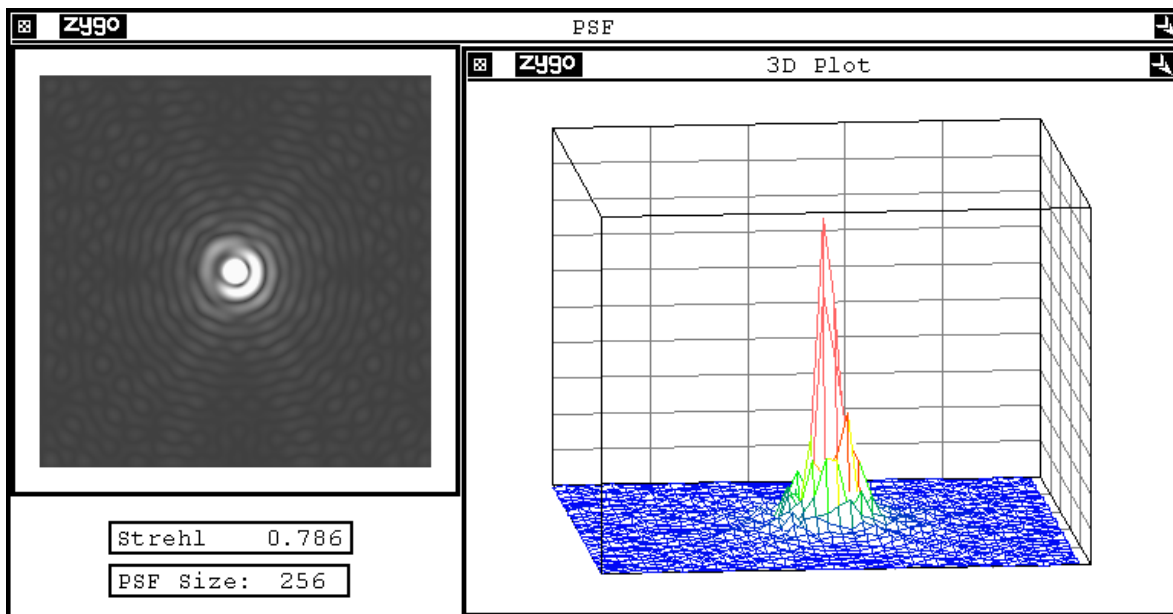
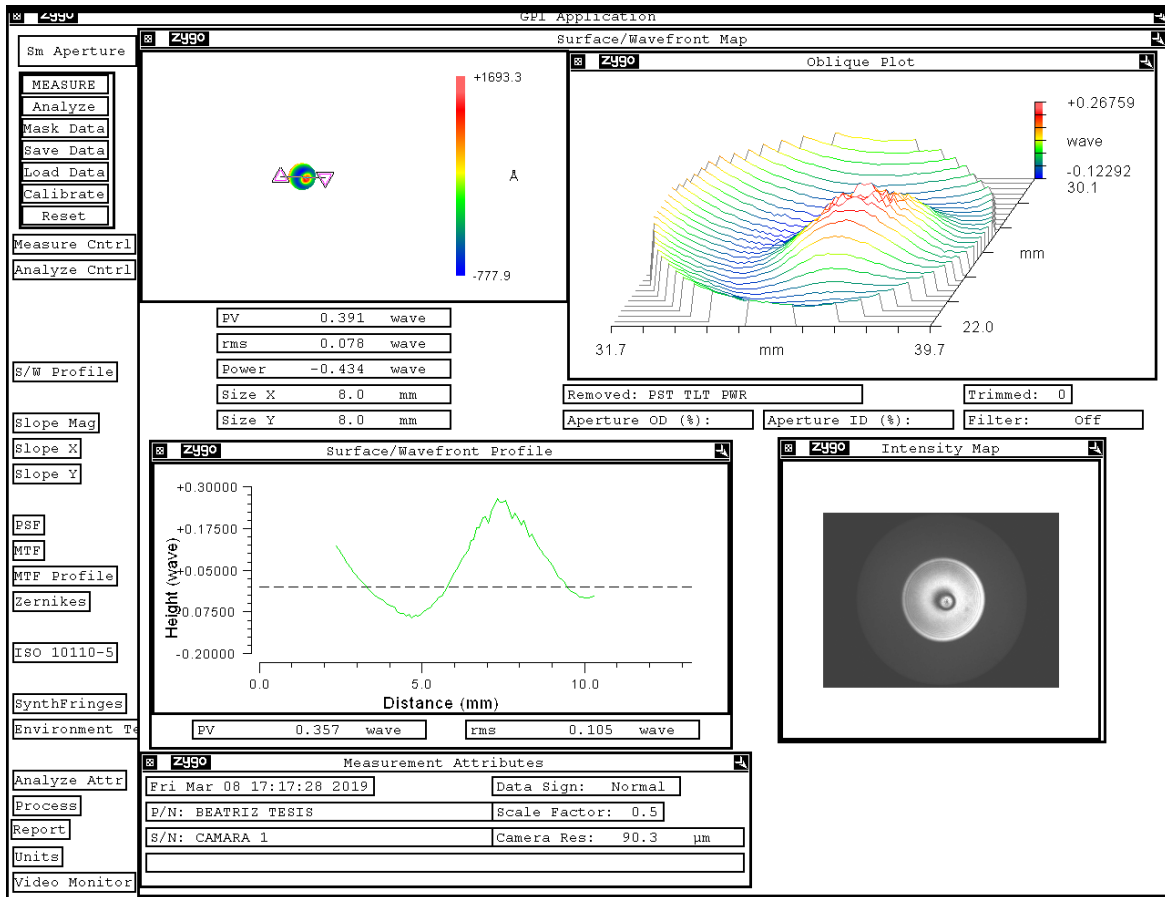
Seidel Coefficients

From 36 term Zernike fit

Aberration	Magnitude waves	Angle degs
TILT	0.015	-50
FOCUS	-0.254	
ASTIGMATISM	0.002	-66
COMA	0.016	108
SPHERICAL	0.034	

Zernike Terms: 36 Zernike Sample: 1

9.2 Cámara 1 con máscara de 8 mm



Z490
Surface/Wavefront Map

Z490
Zernike Polynomials

Zernike Coefficients from 6248 data points

Order: 10th Terms: 36 rms: 0.007

0.478 0.086 -0.031 -0.216

0.029 -0.034 -0.143 0.087 0.054

0.003 -0.018 -0.045 0.051 0.082 -0.066 -0.001

0.002 -0.008 -0.004 0.016 0.021 -0.032 -0.025 0.027 -0.004

0.001 -0.004 -0.001 -0.002 -0.000 0.001 -0.002 0.012 0.005 -0.007 0.000

Order: 8th Terms: 25 rms: 0.008

0.478 0.086 -0.030 -0.216

0.029 -0.035 -0.143 0.087 0.054

0.003 -0.019 -0.045 0.051 0.082 -0.065 -0.001

0.002 -0.008 -0.004 0.016 0.021 -0.033 -0.025 0.027 -0.004

Order: 6th Terms: 16 rms: 0.017

0.478 0.086 -0.031 -0.215

0.028 -0.034 -0.143 0.086 0.055

0.002 -0.019 -0.045 0.052 0.082 -0.067 -0.001

Order: 4th Terms: 9 rms: 0.041

0.478 0.086 -0.030 -0.216

0.029 -0.035 -0.144 0.089 0.054

Order: Sphere Terms: 4 rms: 0.078

0.477 0.087 -0.032 -0.217

Center X: 395 Center Y: 288 Radius: 44.8

Seidel Coefficients

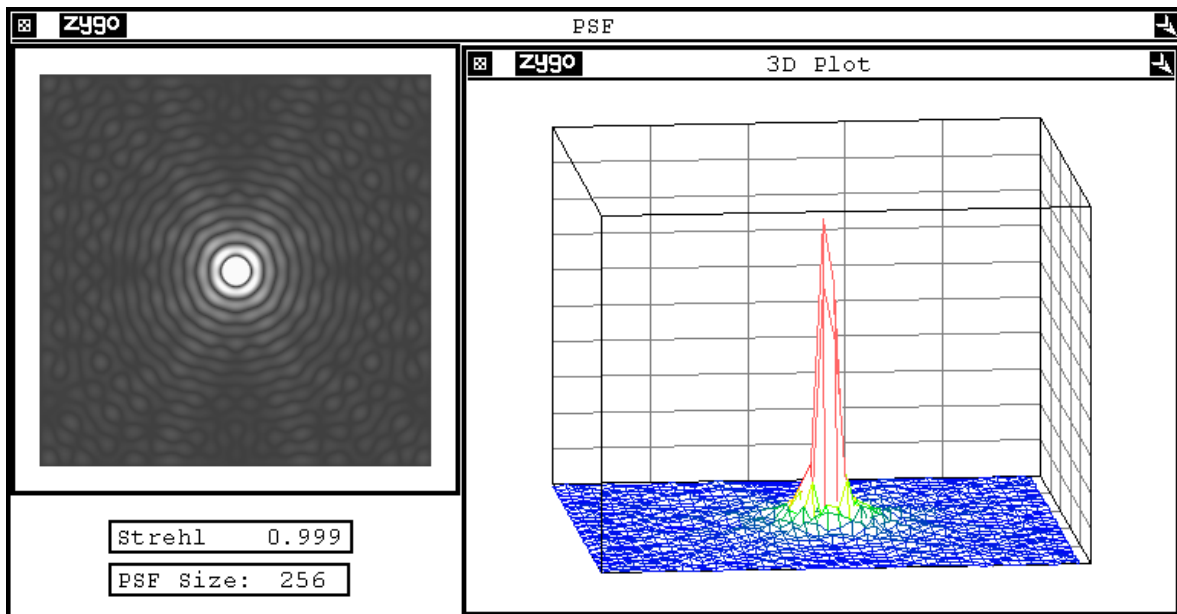
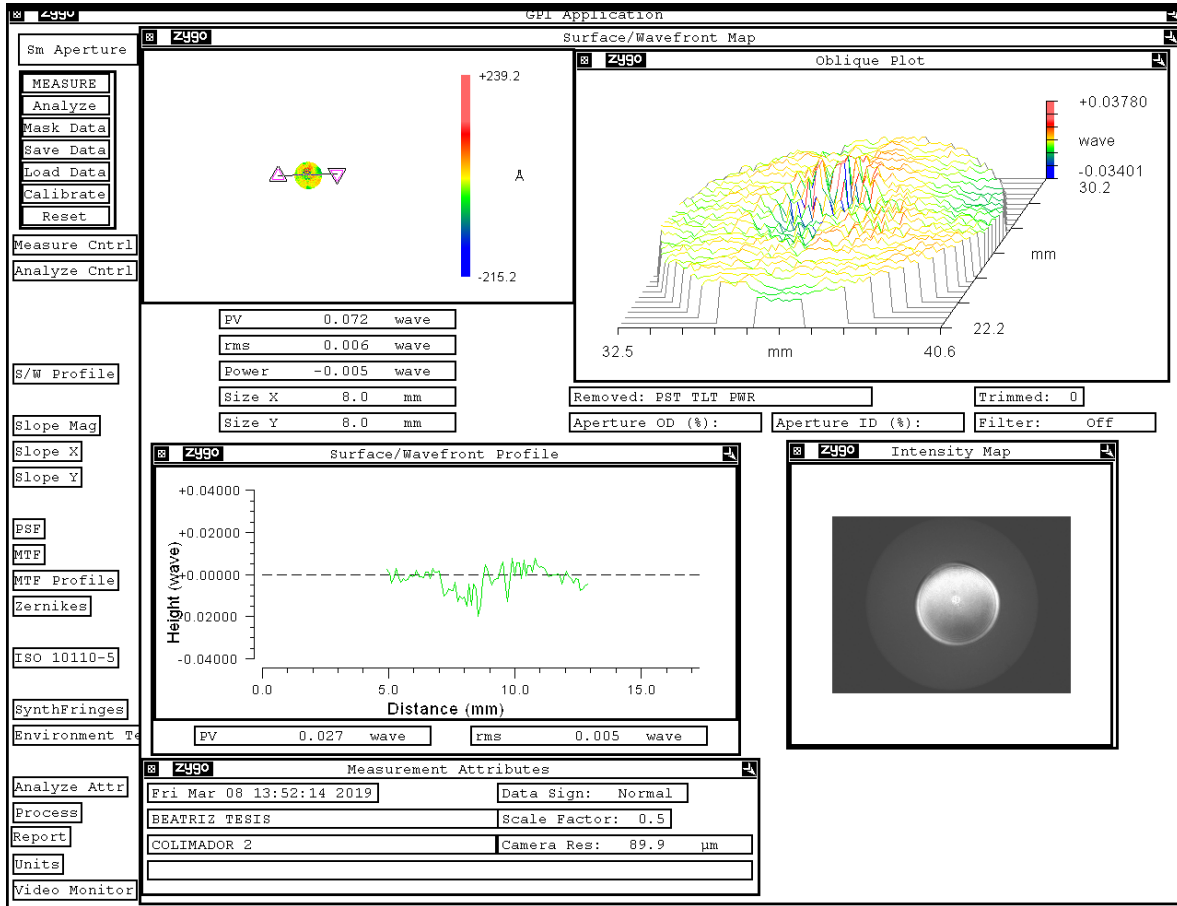
From 36 term Zernike fit

Aberration	Magnitude	Angle
	waves	degs
TILT	0.425	-29
FOCUS	-0.758	
ASTIGMATISM	0.089	-25
COMA	0.503	149
SPHERICAL	0.326	

Zernike Terms: 36

Zernike Sample: 1

9.3 Colimador 2 máscara de 8 mm



ZYGO Surface/Wavefront Map
ZYGO Zernike Polynomials

Zernike Coefficients from 6248 data points

Order: 10th Terms: 36 rms: 0.005

```

-0.364 -0.015 0.050 -0.002
-0.002 -0.002 -0.002 -0.000 -0.004
-0.001 -0.004 0.002 0.001 0.004 -0.000 0.003
-0.002 -0.004 -0.001 0.001 -0.001 0.001 -0.003 0.001 -0.002
0.001 -0.000 0.000 0.001 -0.001 -0.001 0.001 0.001 0.001 -0.001 -0.000
    
```

Order: 8th Terms: 25 rms: 0.005

```

-0.364 -0.015 0.050 -0.002
-0.002 -0.002 -0.003 -0.000 -0.004
-0.001 -0.004 0.002 0.001 0.004 -0.000 0.003
-0.002 -0.004 -0.000 0.001 -0.001 0.001 -0.003 0.001 -0.002
    
```

Order: 6th Terms: 16 rms: 0.005

```

-0.364 -0.015 0.050 -0.002
-0.002 -0.002 -0.003 -0.001 -0.004
-0.001 -0.004 0.002 0.001 0.004 -0.000 0.003
    
```

Order: 4th Terms: 9 rms: 0.006

```

-0.364 -0.015 0.050 -0.003
-0.002 -0.002 -0.003 -0.001 -0.004
    
```

Order: Sphere Terms: 4 rms: 0.006

```

-0.364 -0.015 0.050 -0.002
    
```

Center X: 406 Center Y: 291 Radius: 44.8

Seidel Coefficients

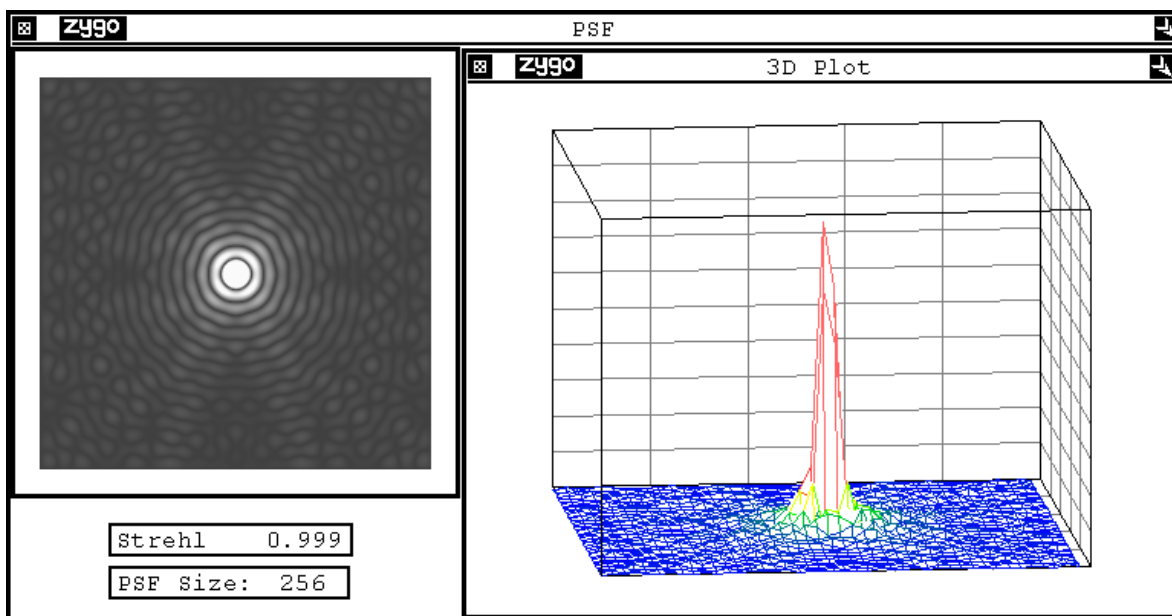
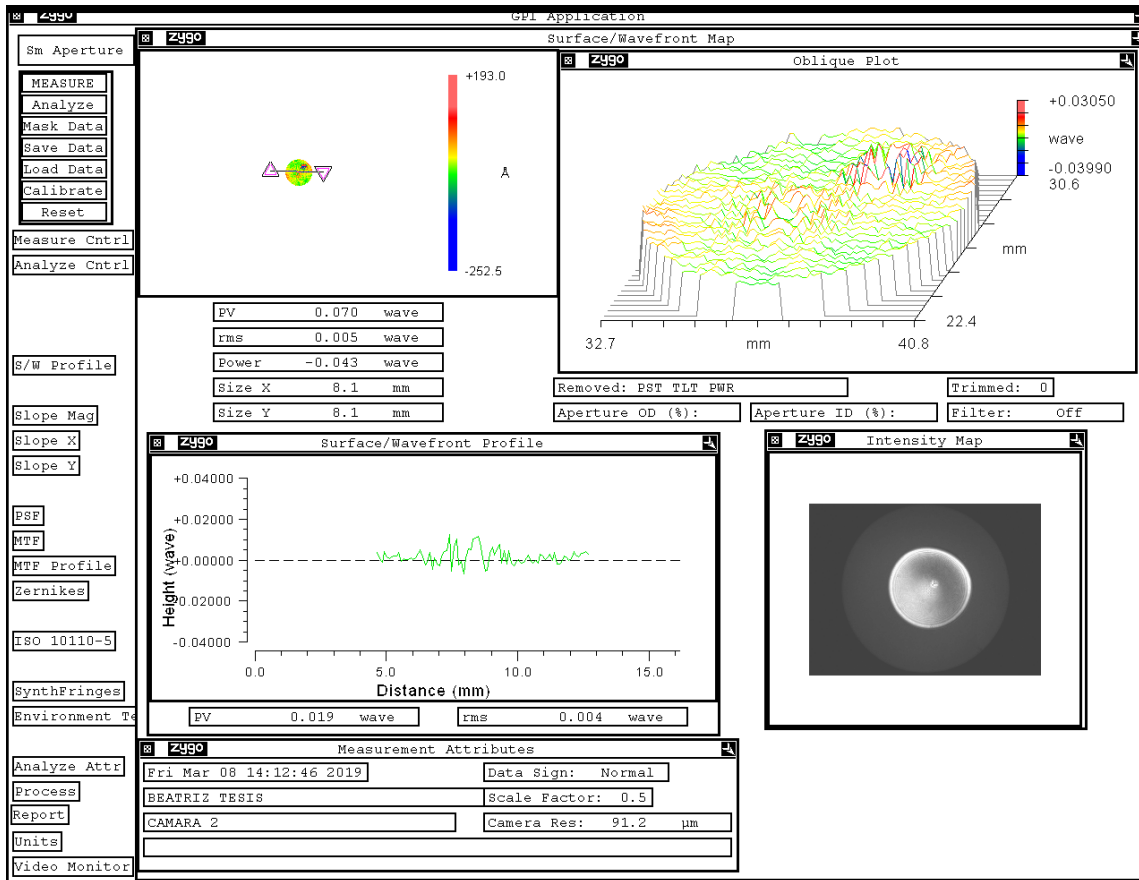
From 36 term Zernike fit

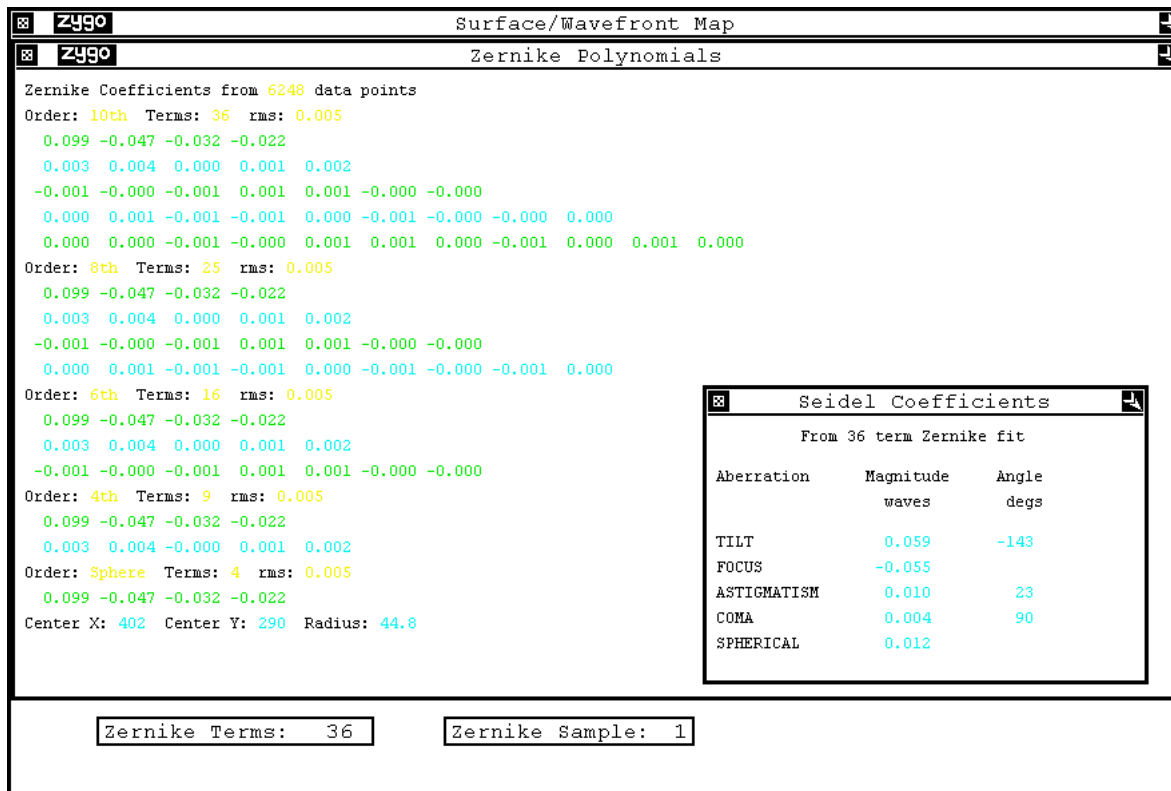
Aberration	Magnitude waves	Angle degs
TILT	0.052	102
FOCUS	0.016	
ASTIGMATISM	0.006	-67
COMA	0.008	-169
SPHERICAL	-0.021	

Zernike Terms: 36

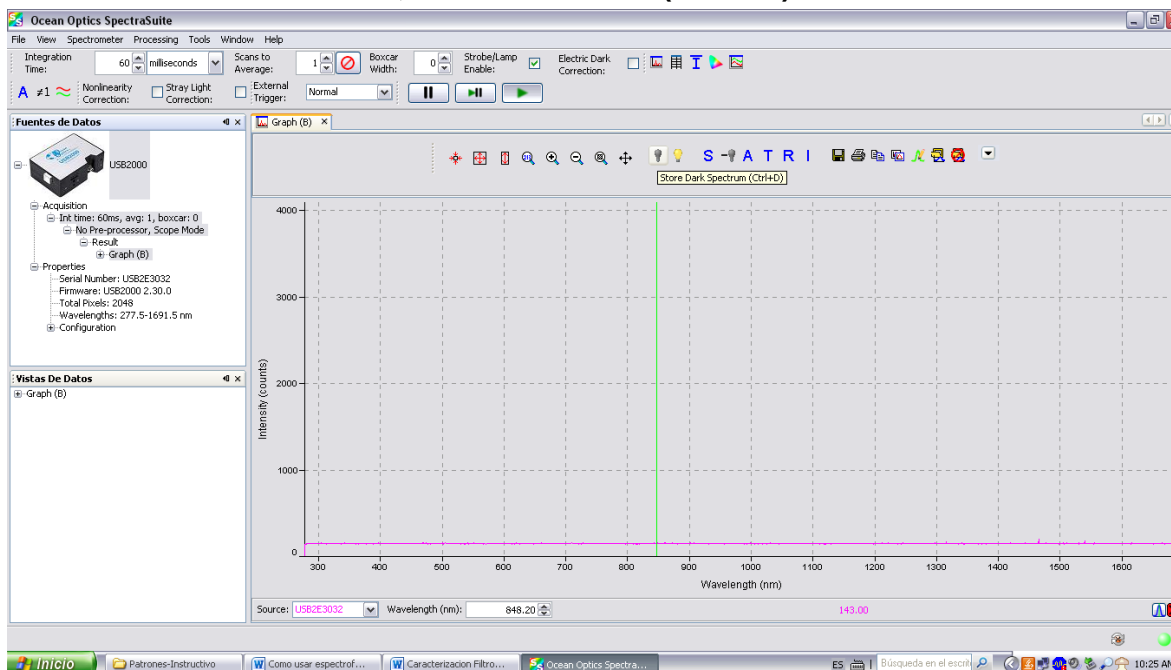
Zernike Sample: 1

9.4 Cámara 2, máscara de 8 mm





9.5 Información del Filtro, en transmisión (848 nm)



10. ANEXO D: INFORMACIÓN DE LOS DOBLETES

En la tabla siguiente se presentan los valores obtenidos de la caracterización de los dobletes con el interferómetro Zygo.

Caracterización de los dobletes en el Zygo

Componente		BFI(mm)	Pupila(mm)	PV(λ)	PV(nm)	RMS(λ)	RMS(nm)	SR	az(λ)	a6(nm)	az6(λ)	a5(nm)	az7(λ)	a8(nm)	az8(λ)	a7(nm)	az9(λ)	a11(nm)
Colimador 1	A	143.734	24.1	0.294	186.043	0.038	24.046	0.947	0.034	52.701	-0.032	-49.601	0.077	137.817	-0.013	-23.268	-0.028	-39.620
			8.0	0.103	65.178	0.006	3.797	0.999	0.020	31.001	-0.001	-1.550	0.002	3.580	-0.002	-3.580	0.005	7.075
			4.0	0.104	65.811	0.010	6.328	0.998	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	1.415
Colimador 1 volteado	A	149.54	24.0	0.931		0.229	144.911	0.148	0.001	1.550	0.007	10.850	0.004	7.159	0.076	136.027	0.513	725.887
			8.0	0.136	86.061	0.022	13.922	0.987	-0.001	-1.550	-0.001	-1.550	-0.002	-3.580	0.005	8.949	0.006	8.490
			4.0	0.131	82.897	0.028	17.718	0.976	0.009	13.950	0.007	10.850	-0.003	-5.369	0.005	8.949	0.011	15.565
Cámara 1	B	143.93	23.6	0.728	460.678	0.093	58.850	0.770	0.004	6.200	-0.016	-24.801	0.017	30.427	-0.032	-57.275	0.163	230.642
			8.0	0.391	247.425	0.078	49.358	0.786	0.029	44.951	-0.034	-52.701	-0.143	-255.946	0.087	155.715	0.054	76.409
			4.0	0.239	151.239	0.048	30.374	0.918	0.048	74.402	-0.069	-106.953	-0.070	-125.288	0.058	103.810	0.004	5.660
Colimador 2	C	149.797	24.1	0.338	213.886	0.050	31.640	0.905	0.049	75.952	-0.005	-7.750	0.088	157.505	-0.024	-42.956	0.069	97.634
			8.0	0.069	43.663	0.006	3.797	0.999	0.004	6.200	-0.001	-1.550	0.001	1.790	-0.002	-3.580	-0.002	-2.830
			4.0	0.070	44.296	0.008	5.062	0.998	0.002	3.100	0.002	3.100	-0.004	-7.159	0.001	1.790	-0.003	-4.245
Colimador 2 volteado	C	143.89	23.5	0.161	101.881	0.022	13.922	0.901	0.014	21.701	0.000	0.000	-0.014	-25.058	0.029	51.905	0.039	55.184
			8.0	0.072	45.562	0.006	3.797	0.999	0.002	3.100	-0.002	-3.100	-0.002	-3.580	0.000	0.000	-0.004	-5.660
			4.0	0.069	43.663	0.008	5.062	0.998	-0.003	-4.650	-0.001	-1.550	-0.004	-7.159	0.002	3.580	-0.001	-1.415
Cámara 2	D	143.749	24.1	0.230	145.544	0.039	24.679	0.941	0.032	49.601	0.013	20.150	0.087	155.715	0.004	7.159	0.040	56.599
			8.0	0.066	41.765	0.005	3.164	0.999	0.001	1.550	0.002	3.100	-0.003	-5.369	0.002	3.580	0.002	2.830
			4.0	0.065	41.132	0.007	4.430	0.998	0.001	1.550	0.000	0.000	0.001	1.790	0.000	0.000	-0.001	-1.415
Cámara 2 volteado	D	143.76	23.4	0.180	113.904	0.290	183.512	0.968	0.008	12.400	0.029	44.951	0.036	64.434	0.046	82.332	0.031	43.864
			8.0	0.070	44.296	0.005	3.164	0.999	0.003	4.650	0.004	6.200	0.000	0.000	0.001	1.790	0.002	2.830
			4.0	0.055	34.804	0.006	3.797	0.999	0.001	1.550	0.001	1.550	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Doblete 5	E	150.08	24.1	0.624	394.867	0.138	87.326	0.467	0.027	41.851	-0.017	-26.351	0.113	202.251	-0.005	-8.949	0.046	65.089
			8.0	0.064	40.499	0.007	4.430	0.998	0.003	4.650	0.002	3.100	0.001	1.790	0.006	10.739	0.002	2.830
			4.0	0.062	39.234	0.008	5.062	0.998	-0.003	-4.650	-0.005	-7.750	0.001	1.790	0.000	0.000	-0.005	-7.075
Doblete 5 volteado	E	144.213	24.2	0.519	328.423	0.108	68.342	0.925	-0.021	-32.551	-0.031	-48.051	-0.017	-30.427	0.049	87.702	0.198	280.167
			8.0	0.099	62.647	0.007	4.430	0.998	0.001	1.550	-0.006	-9.300	-0.004	-7.159	-0.003	-5.369	-0.034	-48.109
			4.0	0.099	62.647	0.006	3.797	0.998	0.000	0.000	0.005	7.750	-0.003	-5.369	0.004	7.159	-0.001	-1.415
Doblete 7	F	143.524	24.4	0.435	275.268	0.065	41.132	0.846	0.060	93.002	0.047	72.852	-0.134	-239.837	-0.065	-116.339	0.040	56.599
			8.0	0.097	61.382	0.007	4.430	0.998	0.007	10.850	0.005	7.750	-0.003	-5.369	-0.004	-7.159	0.003	4.245
			4.0	0.065	41.132	0.006	3.797	0.999	0.004	6.200	0.001	1.550	0.001	1.790	0.000	0.000	0.000	0.000
Doblete 7 volteado	F	143.53	24.1	0.174	110.107	0.026	16.453	0.974	0.014	21.701	-0.019	-29.451	0.017	30.427	-0.051	-91.281	0.027	38.205
			8.0	0.103	65.178	0.006	3.797	0.999	0.002	3.100	-0.003	-4.650	0.001	1.790	-0.003	-5.369	0.003	4.245
			4.0	0.082	51.890	0.010	6.328	0.998	-0.001	-1.550	0.000	0.000	0.002	3.580	-0.003	-5.369	0.003	4.245
Doblete Vis 1	G	148.041	23.6	2.273	1438.354	0.420	265.776	0.133		0.000		0.000		0.000		0.000		0.000
			8.0	0.060	37.968	0.011	6.961	0.995		0.000		0.000		0.000		0.000		0.000
			4.0	0.026	16.453	0.040	25.312	0.999		0.000		0.000		0.000		0.000		0.000
Doblete Vis 2	H	148.219	22.8	1.512	956.794	0.358	226.542	0.106		0.000		0.000		0.000		0.000		0.000
			8.0	0.056	35.437	0.009	5.695	0.996		0.000		0.000		0.000		0.000		0.000
			4.0	0.023	14.554	0.003	1.898	0.999		0.000		0.000		0.000		0.000		0.000

REFERENCIAS

- [1] Bacon, R.; Accardo, M.; Adjali, L.; Anwand, H.; Bauer, S.; Biswas, I.; Blaizot, J.; Boudon, D.; Brau-Nogue, S.; Brinchmann, J.; Caillier, P.; Capovani, L.; Carollo, C. M.; Contini, T.; Couderc, P.; Daguisé, E.; Deiries, S.; Delabre, B.; Dreizler, S.; Dubois, J. ; The MUSE second-generation VLT instrument. *Proceedings of the SPIE*, Volume 7735, id. 773508 (2010); doi:10.1117/12.856027.
- [2] Béjar, V. J. S. ; García-Talavera, M. R. ; Patrón, J. ; Hernández, E. ; López, R. search by orcid ; Marco de la Rosa, J. ; Montilla, I. ; Nuñez Cagigal, M. ; Puga Antolín, M. ; Rodríguez-Ramos, L. F.; Rosich, J. ; Sánchez-Capuchino, J. ; Simoes, R. ; Tubio, O. ; Acosta-Pulido, J. A. ; Prieto, A. search by orcid ; Watson, A. M. ; Zapatero Osorio, M. R. The GTC Adaptive Optics system: the high spatial resolution Adaptive Optics facility at GTC. *Highlights on Spanish Astrophysics X, Proceedings of the XIII Scientific Meeting of the Spanish Astronomical Society held on July 16-20, 2018, in Salamanca, Spain, ISBN 978-84-09-09331-1. B.*
- [3] Born, M. and Wolf, E., *Principles of optics*, 5th ed. Pergamon, 1975.
- [4] Cuevas, S., López, J.A., Eikenberry, S., Sánchez, B., Watson, A., Garzón F., Prieto A., Fuentes, F.J., Díaz J.J., Espejo, C., Flores-Meza, R., Bringas, V. and Chapa O. FRIDA The Infrared Imager and Integral field Spectrograph for the Adaptive Optics System of GTC, *New Astronomy Reviews* 50, (2006), 389-391
- [5] Cuevas S., Eikenberry S. S., Sánchez B., Chapa O., Espejo C, et al. Optical Design of FRIDA The Integral-field Spectrograph and Imager for the AO System of the Gran Telescopio Canarias, *SPIE*, 70146D, 2008.
- [6] Devaney, N. *Adaptive Optics White Book*, Gran Telescopio Canarias, (2000).
- [7] Eisenhauer, F.; Abuter, R.; Bickert, K.; Biancat-Marchet, F.; Bonnet, H.; Brynnel, J.; Conzelmann, R. D.; Delabre, B.; Donaldson, R.; Farinato, J.; Fedrigo, E.; Genzel, R.; Hubin, N. N.; Iserlohe, Ch.; Kasper, M. E.; Kissler-Patig, M.; Monnet, G. J.; Roehrlé, C.; Schreiber, J.; Stroebele, Stefan Tecza, M.; Thatte, N. A.; Weisz, H. SINFONI - Integral field spectroscopy at 50 milli-arcsecond resolution with the ESO VLT. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.* 4841 (2003) 1548-1561; doi:10.1117/12.459468.
- [8] Goodman, J. W. *Introduction to Fourier Optics*, Third Edition, Publishers 2005.
- [9] Hartung, M.; Blanc, A.; Fusco, T.; Lacombe, F.; Mugnier, L. M.; Rousset, G.; Lenzen, R. Calibration of CONICA static aberrations by phase diversity. *SPIE Vol.* 4841, (2003).
- [10] Käufl, H.U. et al. CRIRES: A High Resolution Infrared Spectrograph for ESO's, VLT. *Proceedings of the SPIE*, Volume 5492, 1218. (2004),
- [11] López, J. A.; Acosta, J. A.; Álvarez, L. C.; Bringas, V.; Cardiel, N.; et al. FRIDA, The diffraction limited NIR imager and IFS for the Gran Telescopio Canarias: Status Report. *SPIE* 91471P, 2014.
- [12] Malacara, D. "Optical Shop Testing", John Wiley and Sons (1978)
- [13] Maréchal, A., *Revue d'Optique* 26, 257, 1947
- [14] Nelder, J.A; Mead, R. A Simplex method for function minimization. *Computer Journal* 1965, p308
- [15] Noll, R. Zernike polynomials and atmospheric turbulence. *J. Opt. Soc. Am.*, 66(3):207{211, Mar 1976.
- [16] Ragazzoni, R.; 1996. Pupil plane wavefront sensing with an oscillating prism. *Journal of Modern Optics*. 43, 289. A pyramid wavefront sensor with no dynamic modulation. *Optics communications*, Elsevier.
- [17] Roddier, F., "Curvature sensing and compensation: a new concept in adaptive optics," *Appl. Opt.* 27, 1223-1225 (1988)

- [18] Sánchez, B., Keiman, C., Espejo, C., Cuevas, S., Álvarez, L. C., Chapa, O., Flores-Meza, R., Fuentes, J., Garcés, J., Lara, G., López, J. A., Watson, A., Bringas, V., Corrales, Lucero, D., Rodríguez, A., Rodríguez, B., Torres, D., Uribe, J. FRIDA diffraction limited NIR instrument: the challenges of its verification processes. *SPIE 9150*, 91501R-1, 2014.
- [19] Sánchez, B.; Watson, A. M.; Cuevas, S. Determination of the residual and static aberrations of an adaptive optics integral field spectrograph. *Proc. SPIE. 9908, Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy VI*, 99080P. (2016).
- [20] Schroeder, D. J. *Astronomical Optics*, second edition, Academic Press, (2000).
- [21] Thatte, N.; Clarke, F.; Bryson, I.; Schnetler, H.; Tecza, M.; Bacon, R; et al. HARMONI: the first light integral field spectrograph for the E-ELT. *SPIE 9147*, 2014
- [22] Tokovinin, A. and Heathcote, S. Donut: Measuring Optical Aberrations from a Single Extrafocal Image. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, Vol. 118, No. 846, pp. 1165-1175. (2006).
- [23] Watson, A. M. ; Acosta-Pulido, J. A.; Álvarez-Núñez, L. C.; Bringas-Rico, V.; Cardiel, N.; Cuevas, S.; Chapa, O.; Díaz García, J. J.; Eikenberry, S. S.; Espejo, C.; Flores-Meza, R. A.; Fuentes-Fernández J.; Gallego, J.; Garcés Medina, J. L.; Garzón, López F.; Hammersley, P.; Keiman C.; Lara, G.; López, J. A.; López, P.L.; Lucero, D.; Moreno Arce, H.; Pascual, S.; Patrón, J.; Prieto, A.; Rodríguez, A. J.; De la Rosa, J. M.; Sánchez, B.; Uribe, J. A.; Valdez, F. FRIDA: diffraction-limited imaging and integral-field spectroscopy for the GTC. *Proc. SPIE. 9908, Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy VI*, 99080P. (2016).