



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA QUÍMICA – MATERIALES (POLÍMEROS)

**ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA DINÁMICA DE FLUJO DE FLUIDOS VISCOELÁSTICOS
COMPLEJOS A TRAVÉS DE UNA CONTRACCIÓN HIPERBÓLICA.**

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
I.Q. KEVIN DAVID MUÑOZ GARDUÑO

TUTOR PRINCIPAL:
DR. OCTAVIO MANERO BRITO
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN MATERIALES (UNAM)

Ciudad Universitaria, Ciudad de México, abril 2022



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Ascanio Gasca Gabriel - ICAT

Secretario: Dr. Aguayo Vallejo Juan Pablo - ICAT

1 er. Vocal: Dr. Manero Brito Octavio - IIM

2 do. Vocal: Dr. Pérez Camacho Mariano - FES Zaragoza

3 er. Vocal: Dr. Reyes Huesca Marco Antonio – Facultad de Ingeniería

Lugar donde se realizó la tesis:
FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ZARAGOZA

TUTOR DE TESIS:

Dr. Octavio Manero Brito



FIRMA

*El mundo, que es el lugar donde estamos,
la carne, que es lo que somos,
el Diablo, que es aquello que deseamos,
los tres, en un Momento Culminante, mataron al Maestro que íbamos a ser.*

-Fernando Pessoa

Dedicatoria

A la memoria de Ana María Mejía González (1938-2019)

Agradecimientos

A mis padres y familia, por confiar en mi cuando tomé la decisión de aprovechar esta oportunidad, la cual intenté sacar provecho lo máximo posible.

A la UNAM, por darme la experiencia del conocimiento, tanto como alumno como docente. De igual manera, una mención a todos los profesores que me instruyeron, así como al jurado que corresponde revisar este trabajo.

Al Dr. Octavio Manero mi sincero agradecimiento por el apoyo para este proyecto y por las observaciones y revisiones realizadas.

Al Dr. Mariano Pérez por su apoyo, guía, confianza y amistad durante todo este tiempo.

Al Dr. Luis Medina y su equipo por las facilidades e instrucción para el progreso de la parte experimental de este trabajo.

A Myriam, por estar ahí por tanto tiempo y de tantas formas que difícilmente puedo explicar.

A Alfredo y Ulises, compañeros con los que compartí mucha de la travesía que conduce a este momento.

Este trabajo de tesis contó con el respaldo del Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) de la UNAM <<IA106818>>

Simbología

$\underline{\underline{D}}$	Tensor rapidez de deformación (notación tensorial)
D_1	Diámetro antes de la contracción
D_2	Diámetro de la contracción
L	Longitud del tubo
N_1	Primera diferencia de esfuerzos normales
Q	Flujo volumétrico
r_1, r_{max}	Radio máximo antes de la contracción
r_2, r_{min}	Radio mínimo en la geometría
$\underline{\underline{T}}$	Tensor de esfuerzos (notación tensorial)
V_1, V_2	Voltajes del sensor
$\underline{\underline{W}}$	Vorticidad (notación tensorial)
$\dot{\gamma}$	Rapidez de corte
ΔP	Caída de presión
ΔP_T	Caída de presión total
ΔP_c	Caída de presión en la geometría hiperbólica
ΔP_e	Caída de presión en exceso (EPD)
∇v	Gradiente de velocidad
$\dot{\epsilon}$	Rapidez de extensión
ϵ_h	Extensión de Hencky
η	Viscosidad cortante
η_e	Viscosidad extensional
μ	Viscosidad cortante newtoniana
τ_{zz}, τ_{xx}	Componentes del tensor de esfuerzos

Resumen

Se analiza de forma experimental la dinámica de flujo de fluidos viscoelásticos (Boger y HASE) al fluir a través de un sistema en contracción/expansión definido por un tubo hiperbólico, donde por medio de expresiones análogas a la ecuación de Hagen-Poiseuille se cuantifica la caída de presión asociada a la interacción viscosa en el sistema, y con ello calcular la caída de presión en exceso (EPD), parámetro asociado con la elasticidad, realizando estudios comparativos respecto a una referencia newtoniana para un mismo valor de viscosidad cortante, determinando los intervalos de rapidez de corte donde se tiene un predominio de efectos cortantes y/o extensionales. De la misma forma, a partir de los datos obtenidos se calculan valores de viscosidad extensional, y se discute cómo esta cantidad se ve afectada respecto a la dinámica de flujo impuesta.

Los datos experimentales permiten observar que para relaciones de contracción bajas existen tres intervalos de rapidez de corte (o extensión) donde la dinámica de flujo cambia: el primero con un predominio cortante de origen elástico en la dirección radial, el segundo con una fuerte presencia del flujo extensional, y finalmente una zona donde el efecto cortante de origen viscoso mitiga de forma considerable el efecto extensional desarrollado en la zona anterior. Los valores de viscosidad extensional siguen una tendencia acorde con las zonas anteriormente mencionados, en ordenes de magnitud similares a los reportados en la literatura.

PALABRAS CLAVE: Caída de presión en exceso, Elasticidad, Flujo extensional, Viscosidad extensional.

Tabla de Contenidos

Objetivos	15
Hipótesis.....	16
Capítulo 1 Introducción.....	17
1.1 Sistema Contracción/Expansión.....	19
1.2 Sistema Contracción/Expansión hiperbólica.....	20
1.3 Antecedentes	22
Capítulo 2 Marco teórico.....	28
2.1 Caída de presión a través de un tubo hiperbólico.....	28
2.2 Caída de presión en exceso (EPD)	31
2.3 Viscosidad extensional y rapidez de extensión	32
2.4 Determinación experimental de la viscosidad extensional	35
Capítulo 3 Metodología Experimental	39
3.1 Construcción de las contracciones	39
3.2 Preparación y reología de las soluciones.....	42
3.3 Descripción y operación del equipo experimental	46
Capítulo 4 Resultados y discusión	57

4.1 Sistema contracción/expansión 2:1:2.....	57
4.1.1 Caída de presión total vs. rapidez de corte máxima.....	57
4.1.2 Caída de presión en exceso vs. rapidez de corte máxima.....	57
4.1.3 Caída de presión en exceso adimensional vs. rapidez de corte máxima.....	58
4.1.4 Viscosidad extensional vs. rapidez de extensión máxima.....	61
4.2 Contracción/Expansión 3:1:3.....	66
4.2.1 Caída de presión total vs. rapidez de corte máxima.....	66
4.2.2 Caída de presión en exceso vs. rapidez de corte máxima.....	66
4.2.3 Caída de presión en exceso adimensional vs. rapidez de corte máxima.....	67
4.2.4 Viscosidad extensional vs. rapidez de extensión máxima.....	68
4.3 Contracción/Expansión 4:1:4.....	73
4.3.1 Caída de presión total vs. rapidez de corte máxima.....	73
4.3.2 Caída de presión en exceso vs. rapidez de corte máxima.....	73
4.3.3 Caída de presión en exceso adimensional vs. rapidez de corte máxima.....	74
4.4 Contracción/Expansión 5:1:5.....	79
4.4.1 Caída de presión total vs. rapidez de corte máxima.....	79
4.4.2 Caída de presión en exceso vs. rapidez de corte máxima.....	79

4.4.3 Caída de presión en exceso adimensional vs. rapidez de corte máxima	80
4.4.4 Viscosidad extensional vs. rapidez de extensión máxima.....	80
Capítulo 5 Conclusiones.....	84
Referencias bibliográficas	86
Apéndice 1 -Evaluación de la caída de presión a través de un tubo hiperbólico-.....	94
Apéndice 2 -Evaluación de la rapidez de corte y viscosidad cortante aparentes-.....	103
Apéndice 3 -Determinación analítica de la viscosidad extensional-.....	108

Lista de tablas

Tabla 1. Dimensiones para las contracciones hiperbólicas	39
Tabla 2. Parámetros del modelo BMP para la solución HASE.....	44

Lista de figuras

Figura 1. Sistema en contracción y contracción/expansión axisimétrica.....	19
Figura 2. Sistema en contracción y contracción/expansión hiperbólica	20
Figura 3. Caída de presión total a través en contracción/expansión hiperbólica	30
Figura 4. Función radial para las diferentes relaciones de contracción	40
Figura 5. Parámetro r^2z para las diferentes relaciones de contracción.....	40
Figura 6. Modelo 3D para la contracción 6:1:6	41
Figura 7. Contracciones modeladas a distintas relaciones de contracción.....	41
Figura 8. Reograma para los diferentes fluidos para la fase experimental	43
Figura 9. Viscosidad cortante de la solución HASE y su ajuste por medio del modelo BMP multimodal.....	45
Figura 10. Diagrama y secciones principales del equipo experimental	46
Figura 11. Equipo experimental.....	47
Figura 12. Componentes de la zona de control electrónico	50
Figura 13. Sensor transductor de presión.....	50
Figura 14. Curvas de caracterización para los sensores de presión	51
Figura 15. Lecturas de voltaje para el fluido newtoniano.....	53

Figura 16. Curvas número de Reynolds vs. número de Euler para el fluido newtoniano	54
Figura 17. Caída de presión total vs. rapidez de corte - contracción/expansión 2:1:2	63
Figura 18. Caída de presión en exceso vs. rapidez de corte - contracción/expansión 2:1:2	63
Figura 19. Caída de presión en exceso adimensional vs. rapidez de corte - contracción/expansión 2:1:2	64
Figura 20. Caída de presión en exceso adimensional alternativa vs. rapidez de corte - contracción/expansión 2:1:2	64
Figura 21. Viscosidad extensional vs. rapidez de extensión - contracción/expansión 2:1:2	65
Figura 22. Viscosidad extensional y viscosidad cortante vs. rapidez de corte y rapidez de extensión - contracción/expansión 2:1:2	65
Figura 23. Caída de presión total vs. rapidez de corte - contracción/expansión 3:1:3	70
Figura 24. Caída de presión en exceso vs. rapidez de corte - contracción/expansión 3:1:3	70

Figura 25. Caída de presión en exceso adimensional vs. rapidez de corte - contracción/expansión 3:1:3	71
Figura 26. Caída de presión en exceso adimensional alternativa vs. rapidez de corte - contracción/expansión 3:1:3	71
Figura 27. Viscosidad extensional vs. rapidez de extensión - contracción/expansión 3:1:3	72
Figura 28. Viscosidad extensional y viscosidad cortante vs. rapidez de corte y rapidez de extensión - contracción/expansión 3:1:3	72
Figura 29. Caída de presión total vs. rapidez de corte - contracción/expansión 4:1:4	76
Figura 30. Caída de presión en exceso vs. rapidez de corte - contracción/expansión 4:1:4	76
Figura 31. Caída de presión en exceso adimensional vs. rapidez de corte - contracción/expansión 4:1:4	77
Figura 32. Caída de presión en exceso adimensional alternativa vs. rapidez de corte - contracción/expansión 4:1:4	77
Figura 33. Viscosidad extensional vs. rapidez de extensión - contracción/expansión 4:1:4	78

Figura 34. Viscosidad extensional y viscosidad cortante vs. rapidez de corte y rapidez de extensión - contracción/expansión 4:1:4.....	78
Figura 35. Caída de presión total vs. rapidez de corte - contracción/expansión 5:1:5	81
Figura 36. Caída de presión en exceso vs. rapidez de corte - contracción/expansión 5:1:5	81
Figura 37. Caída de presión en exceso adimensional vs. rapidez de corte - contracción/expansión 5:1:5	82
Figura 38. Caída de presión en exceso adimensional alternativa vs. rapidez de corte - contracción/expansión 5:1:5	82
Figura 39. Viscosidad extensional vs. rapidez de extensión - contracción/expansión 5:1:5	83
Figura 40. Viscosidad extensional y viscosidad cortante vs. rapidez de corte y rapidez de extensión - contracción/expansión 5:1:5	83
Figura A1-1. Perfil de la función hiperbólica radial para la geometría con relación de contracción 4:1:4.....	98
Figura A1-2. Perfil de velocidad generado por la geometría con relación de contracción 4:1:4.....	99

Figura A1-3. Perfil de rapidez de corte generada por la geometría con relación de
contracción 4:1:4..... 100

Figura A1-4. Perfil de la extensión de Hencky desarrollada por la geometría con
relación de contracción 4:1:4 101

Figura A1-5. Perfil de rapidez de la extensión desarrollada por la geometría con
relación de contracción 4:1:4 102

Objetivos

El objetivo *principal* de este trabajo radica en estudiar experimentalmente la dinámica de flujo de dos fluidos viscoelásticos (Boger y HASE) en un sistema contracción/expansión no súbita, definida por un tubo de radio variable, caracterizado a través de una función hiperbólica.

A partir de este objetivo principal, se desglosan los siguientes objetivos *particulares*:

Obtener una expresión análoga a la ecuación de Hagen-Poiseuille que permita cuantificar la caída de presión de un fluido newtoniano a través de un tubo de geometría hiperbólica, y con ello obtener la contribución de origen viscoso de la caída de presión total del sistema, así como comprobar la validez del modelo propuesto de forma experimental.

Calcular la caída de presión en exceso como un indicador del grado de separación del comportamiento newtoniano a una viscosidad cortante similar, atribuyendo dicha separación al comportamiento elástico en los fluidos viscoelásticos analizados.

Describir el comportamiento reológico de la competencia entre el flujo cortante y el flujo extensional, donde, a pesar de ser efectos prácticamente imposibles de desacoplar, es posible determinar condiciones de flujo bajo las cuales se tenga una mayor contribución de cualquiera de los dos tipos de flujo, lo cual potencialmente permitiría visualizar flujos y viscosidades extensionales uniaxiales homogéneas.

Determinar el efecto de la primera diferencia de esfuerzos normales sobre la medición de la caída de presión en distintos flujos y relaciones de contracción.

Hipótesis

Si el flujo de un fluido viscoelástico a través de un sistema contracción/expansión hiperbólica favorece tanto al flujo extensional como al flujo cortante, entonces se deben presentar zonas claramente identificables donde exista un predominio de alguno de ellos, a medida que cambie la rapidez de corte impuesta.

Si la relación de contracción en este tipo de geometría es aumentada, entonces los efectos cortantes y extensionales se verán incrementados, así como las repercusiones debidas a la competencia entre los dos tipos de flujo. La zona colindante con el radio mínimo de contracción será donde dichos comportamientos tengan su valor máximo.

Si el efecto de la componente radial de la primera diferencia de esfuerzos normales es lo suficientemente intenso a flujos y relaciones de contracción bajos, entonces el fluido generará una resistencia al paso por la contracción, aumentando el efecto del flujo cortante, mientras disminuye de manera significativa el desarrollo del flujo extensional y, en consecuencia, del valor de la viscosidad extensional.

Capítulo 1

Introducción

La geometría hiperbólica en contracción/expansión, más allá de su relativa simpleza, muestra una gran variedad de patrones de flujo que dependen de la reología del fluido utilizado y la trayectoria de la geometría de contracción en sí misma, presentando una competencia entre el flujo cortante que se manifiesta en las cercanías de las paredes y el flujo extensional uniaxial que se desarrolla en la línea central del flujo.

Cuando el fluido entra en una geometría bajo esta configuración a un flujo constante, el fluido experimenta una aceleración a través de la longitud total, debido al cambio de área de sección transversal, dicha aceleración será más intensa conforme menor área de flujo, y, en caso de regresar a su dimensión original, una disminución de la velocidad del fluido.

Desde un punto de vista reológico, el flujo a través de una contracción/expansión experimenta un incremento importante en la rapidez de corte impuesta; si el fluido en cuestión es de características newtonianas, este comportamiento tendrá un origen exclusivamente viscoso, al no desarrollar esfuerzos extensionales de origen elástico; mientras para un fluido viscoelástico (que si genera esfuerzos extensionales), tendrá como consecuencia la presencia de inestabilidades en el flujo (como ejemplo, la formación de vórtices en la entrada de la zona de contracción).

Los esfuerzos extensionales en las cercanías a la línea central de flujo puede ser favorecidos a través de la propia geometría de contracción, facilitando la orientación de las líneas de corriente hacia el centro de la tubería.

La competencia entre el flujo cortante y el flujo extensional en un fluido viscoelástico resulta esencial para tener una comprensión total de la dinámica de flujo, en particular sobre la viscosidad asociada al flujo cortante y el desarrollo de la viscosidad asociada al flujo extensional. Asimismo, es importante establecer las condiciones de flujo que garanticen la formación de un flujo laminar sin efectos inerciales.

El efecto de la primera diferencia de esfuerzos normales en este tipo de geometría en el flujo es de vital importancia, dado que es consecuencia e indicativo de la competencia flujo extensional/flujo cortante, por lo que, de la misma manera que ocurre en estudios previos para otros tipos de geometrías (Muñoz, 2017), su presencia es decisiva, especialmente a valores de rapidez de corte bajos.

Sobre este trasfondo, se realiza el presente análisis experimental sobre la competencia entre los dos tipos de flujo (cortante y extensional) para secciones geométricas hiperbólicas convergente/divergente a través de cuatro relaciones de contracción para dos fluidos viscoelásticos con propiedades reológicas distintas, con el fin de establecer el papel de la elasticidad en el desarrollo del flujo extensional y su impacto en la dinámica de flujo.

1.1 Sistema Contracción/Expansión

Un sistema en contracción consiste en dos tubos unidos en serie, uno de los cuales presenta una reducción en su radio; cuando un fluido pasa por el tubo con radio r_1 y pasa por el segundo tubo con radio menor r_2 , se alcanzan las condiciones estacionarias con una cantidad de energía de presión menor a la desarrollada en la parte superior (White y Kondo, 1977) (figura 1/a). En el caso de un sistema contracción/expansión, la reducción es seguida por una sección tubular con el radio original r_1 , por lo que la cantidad de energía total deber ser ligeramente menor a la que se tenía antes de la contracción. (figura 1/b).

El cociente entre el radio inicial r_1 y el radio contracto r_2 se conoce como relación de contracción.

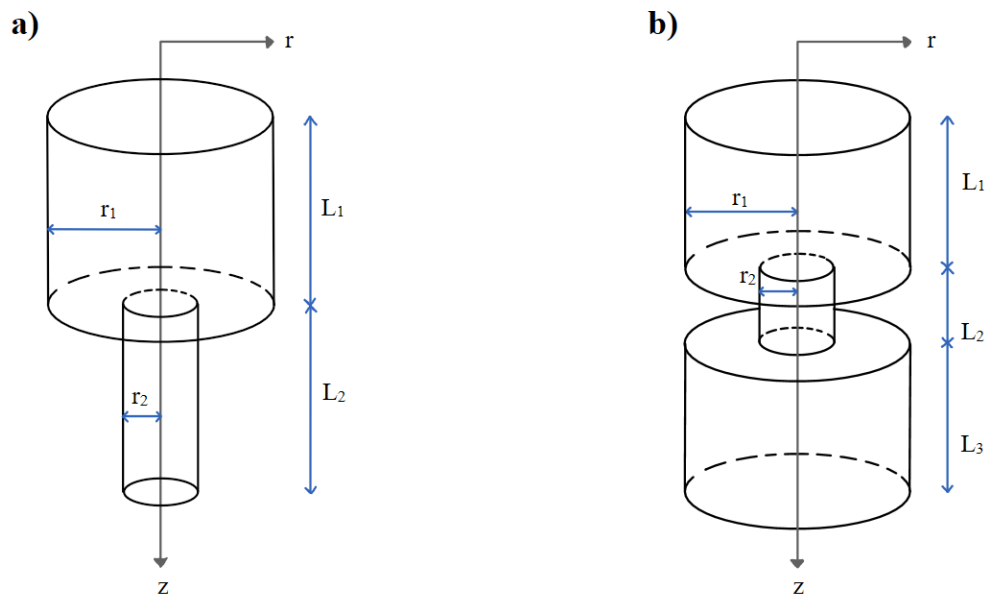


Figura 1. Sistema en contracción (a) y contracción/expansión (b) axisimétrica cilíndrica
(elaboración propia)

La nomenclatura utilizada en este trabajo para identificar las diferentes configuraciones analizadas en este trabajo se realiza a partir del radio de contracción, etiquetándose como n:1 para contracciones puras, y n:1:n para sistemas contracción/expansión. En cualquiera de los dos casos, n representa la relación de escala del radio mayor r_1 respecto al radio de contracción r_2 ; Por ejemplo, una contracción 2:1:2 indica que el radio inicial y final del sistema en contracción expansión es el doble respecto a las dimensiones del radio menor.

1.2 Sistema Contracción/Expansión hiperbólica

En un sistema de este tipo, la transición entre radio máximo r_1 y radio mínimo r_2 no se da de forma abrupta: variando por medio de una función radial, respecto a la longitud del tubo (figura 2/a); y, en el caso de una contracción/expansión, regresar posteriormente a su radio original r_1 de forma simétrica (figura 2/b).

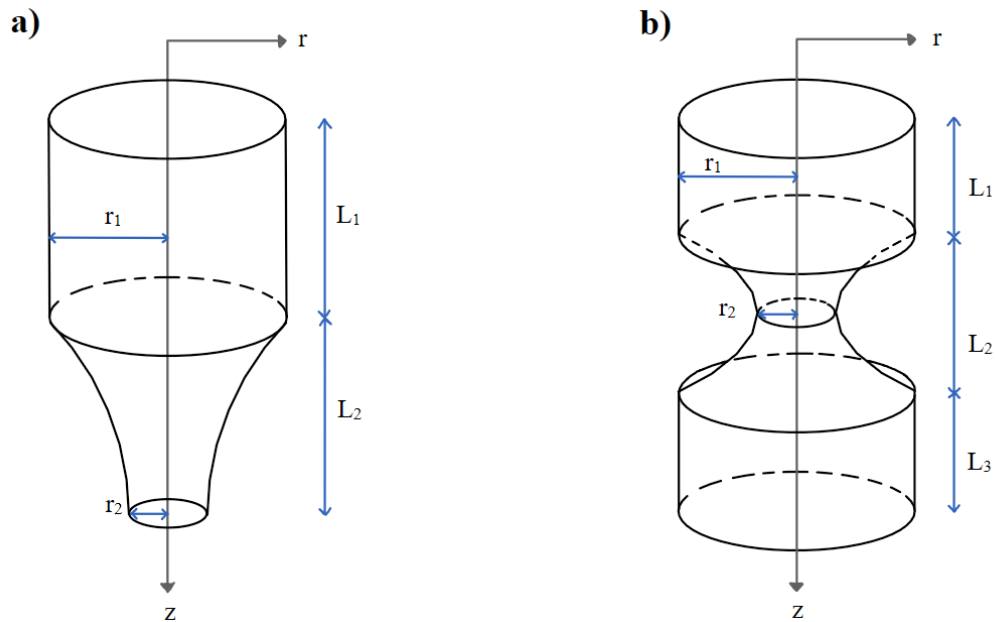


Figura 2. Sistema en contracción (a) y contracción/expansión (b) hiperbólica

(elaboración propia)

Una de las principales ventajas para el uso de una contracción hiperbólica sobre otro tipo de geometrías convergentes radica por ser una de las más utilizadas en la literatura referente al campo; de igual manera, su forma minimiza el impacto del flujo cortante en la línea central del flujo, favoreciendo al flujo de tipo extensional (James, 1991). El flujo cortante, que se presenta con mayor intensidad en las paredes del tubo, resulta el más sencillo de observar y cuantificar.

La dinámica de flujo en este tipo de geometrías ha sido estudiada por sus diversas aplicaciones en numerosas disciplinas, tanto dentro como fuera de la faceta ingenieril; un ejemplo de ello es en el campo de la medicina: donde el comportamiento de la sangre a través de venas contractas como resultado de diversas patologías (aneurismas, arterosclerosis, etc.) ha sido objeto de estudio en numerosos trabajos (Srivastava, 1995; Sousa et al. (2010-2011); Yaginuma et al. (2013), Chandrashekhar y Kumar (2016)) donde utilizan la geometría hiperbólica como modelo principal para emular el efecto del flujo a través de vasos sanguíneos con depósitos de colesterol depositados. Uno de los principales puntos de este trabajo intenta resaltar el efecto de la geometría de la contracción, así como las respuestas generadas por los fluidos al fluir por la contracción; para ello, se construyó un equipo experimental para cuantificar la caída de presión de fluidos viscoelásticos con propiedades reológicas similares a las de la sangre humana, y comparar los resultados obtenidos respecto a un fluido newtoniano de referencia.

1.3 Antecedentes

Los trabajos referentes al flujo laminar en tubos en contracción súbita de polímeros empezaron a finales de la década de 1960 (Dennison, 1967), ampliándose en la década siguiente (White, 1973; Petrie y Denn, 1976; Cable, 1976). Buscando una comprensión del fenómeno con miras a aplicaciones industriales. Sin embargo, las cuestiones de origen teórico respecto a los fluidos viscoelásticos fueron limitadas dada su complejidad matemática, por lo que se utilizaron modelos y ecuaciones constitutivas simplificadas, que en algunas ocasiones no correspondían con las observaciones experimentales.

El primer acercamiento teórico para conocer el efecto de la elasticidad respecto a cambios de geometría de la tubería por Perrera y Walters (1977), donde también se discute el efecto de entrada sobre el desarrollo del flujo.

En ese sentido se pone especial interés en los trabajos de Cable y Boger (1978a-1978b) utilizando como fluidos de prueba soluciones acuosas de poliacrilamida, realizando estudios puntuales de velocidad a lo largo del eje radial en la vecindad de la contracción así como del desarrollo de vórtices, con relaciones de contracción 2:1 y 4:1, donde encontraron que, a determinadas condiciones de flujo, se presenta una desaceleración de la velocidad del fluido en la línea central, en contraste con el perfil de velocidad parabólico presente en el caso newtoniano, comportamiento del cual no se tenía explicación hasta ese momento. La presencia del flujo extensional era la responsable de este comportamiento desconocido.

A raíz de los resultados obtenidos, Cable y Boger (1978a) definen dos regímenes de flujo principales en contracción: el régimen de crecimiento de vórtice y el régimen divergente; con los cuales se plasmaba de forma temprana la presencia de un flujo cortante y un flujo extensional, así como la participación de ambos fenómenos o incluso la dominancia de alguno de ellos en la dinámica de flujo.

Posteriormente Nguyen y Boger (1979), compararon el comportamiento de soluciones viscoelásticas respecto a un fluido newtoniano, resaltando la influencia de la elasticidad como origen de las inestabilidades de flujo (como la formación de vórtices a la entrada de las contracciones) presentadas por las soluciones de poliacrilamida examinadas. Boger (1987), atribuyó el cambio la formación y características de las inestabilidades de flujo de fluidos viscoelásticos a un desarrollo de las propiedades extensionales, dependiente del tipo de fluido.

Cártalos y Piau (1992) estudiaron de forma experimental diversas soluciones poliméricas flexibles y semirrígidas a través de un sistema contracción/expansión, planteando tres mecanismos: un régimen viscoelástico lineal en el cual la caída de presión total muestra una trayectoria lineal al incrementar el flujo, un régimen cuadrático intermedio, donde la caída de presión varía con el flujo volumétrico al cuadrado y las moléculas se desenvuelven y extienden por efecto del flujo extensional. Por último, el régimen viscoso lineal, a partir del cual las moléculas son fuertemente tensionadas debido a su interacción hidrodinámica y las moléculas alcanzan su máxima longitud, dando lugar a un comportamiento newtoniano.

La presencia esfuerzos extensionales y el papel de la elasticidad en su formación fueron analizados por Binding (1991), al proponer dos mecanismos: un flujo cuasi-radial a rapidez de corte baja; y un flujo tipo embudo al aumentar la rapidez de corte. Estos mecanismos coinciden en gran parte por los expuestos por Cable y Boger (1978a). Binding separa el efecto elástico (cuantificado a partir de la primera diferencia de esfuerzos normales) del desarrollo de esfuerzos extensionales, al dar una interpretación al descenso de la corrección de Couette respecto a la referencia newtoniana a flujos bajos.

La primera diferencia de esfuerzos normales, N_1 , (que Binding define en coordenadas esféricas) proporciona uno de los primeros acercamientos sobre la manifestación de la elasticidad del fluido en función de la dirección.

La “concavidad” de la curva corrección de Couette vs. Número de Weissenberg observada por Binding llevó a una discordancia entre los resultados numéricos y experimentales; Rhotstein y McKinley (1999) estudiaron un fluido Boger base poliestireno a través de una contracción/expansión para una relación de contracción 4:1:4, donde la caída de presión en exceso adimensional contra número de Deborah siempre presentó un incremento respecto a la referencia newtoniana correspondiente. (el concepto de caída de presión en exceso se aborda con mayor profundidad en la sección 2.2).

Posteriormente Rhotstein y McKinley (2001) expandieron en análisis a diferentes relaciones de contracción y configuraciones de entrada, donde nuevamente obtuvieron resultados similares a los obtenidos tres años antes para la misma relación 4:1:4; no obstante, al aumentar la relación de contracción, así como al suavizar la entrada a la zona

de contracción, se presentó el descenso respecto a la referencia newtoniana. Walters et al. (2009) por medio de la simulación numérica para distintos modelos constitutivos (Oldroyd-B, White/Metzner, GNM, UCM) para las mismas condiciones, finalmente confirmaría este comportamiento para el modelo viscoelástico Oldroyd-B. La explicación proporcionada para esta discrepancia de resultados se atribuyó a la dificultad experimental para detectar dicho descenso, ya que el desarrollo del flujo extensional puede darse en muy poco tiempo.

Anteriormente Cogswell (1972) ya había analizado como la configuración de contracción podía favorecer el flujo en el caso de contracciones convergentes cónicas, James (1991), al proponer una solución aproximada a la ecuación de movimiento en una contracción convergente, encuentra que aquellas geometrías donde el producto del cuadrado del radio y la longitud de la contracción es constante, dicha disposición provoca la formación de un flujo extensional libre de efectos de corte.

A partir de este descubrimiento, las principales investigaciones de flujo en contracción hiperbólica (cuya forma se asemeja a las condiciones geométricas propuestas por James) se dan para el caso planar, donde los efectos tridimensionales no se consideran significativos. Los estudios se han enfocado en estudiar la dinámica de flujo generada por esta geometría experimental y numéricamente. Oliveira et al. (2006), Campo-Deaño et al. (2011), y Ober et al. (2013) tratan con zonas de contracción hiperbólicas planares con diversos tipos de fluidos viscoelásticos y ecuaciones constitutivas distintas a una escala micrométrica y por tanto sus resultados se restringen a intervalos de flujo y rapidez de corte extremadamente pequeños. Tabatabaei et al. (2015) estudió el flujo de fluidos micelares en una contracción/expansión hiperbólica axisimétrica de forma numérica, utilizando el

método de volumen finito; mientras Nyström et al. (2016) hace una comparativa numérico/experimental de un fluido newtoniano y un fluido de Boger a escala milimétrica, encontrando grandes similitudes entre sus resultados. La función radial característica con la que se define la zona de contracción hiperbólica toma especial relevancia ya que aumenta la interacción fluido-pared respecto a una contracción súbita de dimensiones similares.

Oliveira et al. (2007) llega a la conclusión de que los efectos viscosos debidos al corte son la principal contribución en la caída de presión total generada por estos sistemas, por lo que cualquier efecto adicional es visto como indicio de la respuesta elástica del fluido. James et al. (1990), Rajagopalan (2000), Feigl et al. (2003), [Pandey \(2007\)](#) y Sousa et al. (2010-2011), han propuesto desacoplar los efectos viscosos de los extensionales, para determinar los valores asociados únicamente a la extensión del fluido como puede ser la viscosidad extensional de un campo de flujo no homogéneo, con resultados aceptables pero restringidos a valores de rapidez de extensión muy bajos, dado que la mayoría de los dispositivos experimentales planteados son llevados a cabo en escalas micro y nanométricas. Sin embargo, los flujos a escalas mayores representan los casos presentes en una gran cantidad de situaciones tanto dentro como fuera del campo de la ingeniería, distando mucho de las situaciones ideales. En ese sentido, Binding y Walters (1988) han sido la punta de lanza sobre la idea de que generar un flujo puramente extensional es prácticamente imposible. Petrie (2006) reafirmaría este argumento, atribuyéndolo al comportamiento no lineal de los materiales.

A pesar de esta situación, siguen existiendo muchas propuestas con el fin de desacoplar los flujos con una alta componente extensional de su parte cortante y con ello poder interpretar los datos de una manera que pueda capturar la componente extensional de forma adecuada y precisa, definiendo la rapidez de deformación y viscosidad extensionales. Estos enunciados han sido debatidos y controvertidos por parte de la comunidad científica del campo, dada su importancia y la expectativa de poder realizar predicciones semicuantitativas. En ese sentido, este trabajo no trata de encontrar una forma de separar efectos cortantes y extensionales de forma pura, enfocándose en realizar una comparativa entre el desarrollo de los dos tipos de flujo (cortante y extensional), que coexisten dentro del sistema contracción/expansión, así como su influencia en la dinámica de flujo.

Capítulo 2

Marco teórico

En este capítulo se abordarán algunos de los conceptos fundamentales que fueron necesarios para plantear la parte experimental de este trabajo; especialmente respecto al concepto del flujo extensional y la viscosidad asociada a este tipo de flujo, sus diferencias con el flujo y viscosidad cortantes, así cómo las dificultades y alternativas propuestas para su obtención.

2.1 Caída de presión a través de un tubo hiperbólico.

Uno de los principales retos que se tienen en el estudio de contracciones hiperbólicas es el encontrar una expresión analítica que describa la caída de presión a través de tubos con ese tipo de geometría. Sochi (2010), propone un método para calcular la caída de presión de un fluido newtoniano en tubos de radio variable de forma analítica, a partir de la Ecuación de Hagen-Poiseuille, y con ello, aplicando todas las consideraciones asociadas a su obtención (Bird, 1960).

La caída de presión de un tubo cilíndrico de radio r a lo largo de una distancia L se calcula por medio de la ecuación de Hagen-Poiseuille.

$$\Delta P = \frac{8Q\mu L}{\pi r^4} \quad (1)$$

Para una longitud infinitesimal y definiendo una función radial $r(x)$, dependiente de la longitud del tubo:

$$\Delta P = \frac{8Q\mu}{\pi} \int_0^L \frac{dx}{r(x)^4} \quad (2)$$

Para $r(x)=c$, resolver la integral de (2), devuelve la expresión (1).

La geometría hiperbólica se generará a partir de la función radial propuesta por Tabatabaei et al. (2015)

$$r(x) = \frac{r_{max}}{\sqrt{\left(\frac{x}{15r_{min}}\right)\left(\frac{r_{max}^2}{r_{min}^2} - 1\right) + 1}} \quad \text{Para } 0 \leq x \leq 15r_{min} \quad (3)$$

Acoplando la función radial de la ecuación (3) en la expresión de Hagen-Poiseuille diferencial, integrando y simplificando se llega a la expresión para la caída de presión en un tubo hiperbólico. Los detalles de la resolución de esta expresión se tienen con mayor detalle en el apéndice 1.

$$\Delta P = \frac{80Q\mu}{\pi r_{max}^4} \left\{ r_{min} + \frac{r_{max}^2}{r_{min}} + \frac{r_{max}^4}{r_{min}^3} \right\} \quad (4)$$

Las mediciones de caída de presión no se realizan de forma directa en la entrada o salida de la geometría hiperbólica, con el propósito de que la lectura no se vea afectada por los efectos de entrada, así como la formación de vórtices (tanto de origen elástico como inercial) en tanto en la entrada como a la salida de la contracción. Para minimizar estos efectos, se consideran secciones de tubo recto en las zonas inmediatas a la entrada y salida de la geometría hiperbólica a partir de las cuales se tienen puntos de medición (el radio de estas secciones rectas debe corresponder con el radio máximo de la contracción/expansión hiperbólica).

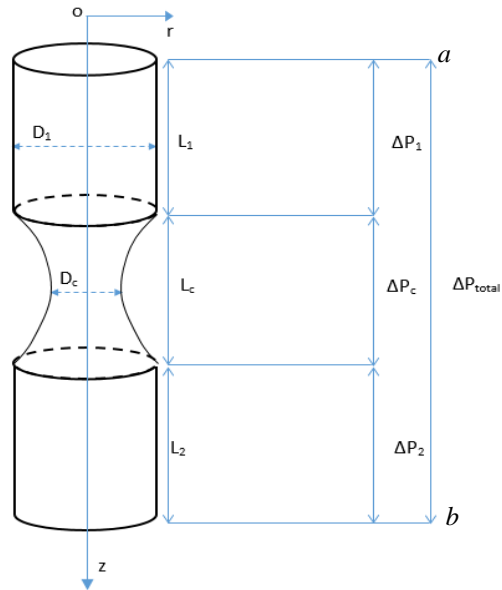


Figura 3. Caída de presión total a través del sistema en contracción/expansión hiperbólica.
(elaboración propia)

De la figura 3, la caída de presión total ΔP_T comprendida entre los puntos de medición a y b pueden ser subdivididas de la siguiente forma:

- Caída de presión asociada al tubo recto superior, ΔP_1

$$\Delta P_1 = \frac{8Q\mu L_1}{\pi r_{max}^4} \quad (5)$$

- Caída de presión asociada a la geometría hiperbólica, ΔP_c , con base a la expresión (4)

$$\Delta P_c = \frac{80Q\mu}{\pi r_{max}^4} \left\{ r_{min} + \frac{r_{max}^2}{r_{min}} + \frac{r_{max}^4}{r_{min}^3} \right\} \quad (6)$$

- Caída de presión asociada al tubo recto inferior, ΔP_2

$$\Delta P_2 = \frac{8Q\mu L_2}{\pi r_{max}^4} \quad (7)$$

La caída de presión total puede representarse como la suma de esas tres componentes.

$$\Delta P_T = \Delta P_1 + \Delta P_c + \Delta P_2 \quad (8)$$

2.2 Caída de presión en exceso (EPD)

La caída de presión total asociada a la ecuación de Hagen-Poiseuille (ecuación (8)) corresponde a un comportamiento exclusivamente viscoso, representando el efecto de contacto del fluido con las paredes del tubo (Cártalos y Piau, 1992), por lo que, para tener una evaluación completa de la magnitud de la caída de presión total real de un fluido viscoelástico obtenida de forma experimental, es necesario un término adicional presente exclusivamente en la entrada de la contracción y que depende de su geometría. Esta “presión de entrada” es superior a la requerida por el sistema para producir condiciones totalmente desarrolladas de flujo a través de la longitud de contracción (Binding y Walters, 1988)

$$\Delta P_T = \Delta P_1 + \Delta P_c + \Delta P_2 + \Delta P_e \quad (9)$$

Esta cuarta caída de presión adicional, descrita por primera vez por Sampson (1891), es denominada Caída de Presión en Exceso, ΔP_e (o EPD por sus siglas en inglés).

La caída de presión en exceso tiene una interpretación distinta en función del tipo del fluido: para un fluido newtoniano, la EPD representa el grado de resistencia del flujo por la contracción; mientras que para un fluido viscoelástico su valor es considerado, adicionalmente, como representativo de la componente elástica del flujo (Cogswell, 1978), y por tanto del desarrollo de flujos extensionales.

Este término suele obtenerse de forma indirecta, a partir de lecturas de caída de presión total del sistema (Pérez, 2016).

$$\Delta P_e = \Delta P_{T(experimental)} - (\Delta P_1 + \Delta P_c + \Delta P_2)$$

$$\Delta P_e = \Delta P_{T(exp)} - \frac{8Q\mu(L_1 + L_2)}{\pi r_{max}^4} - \frac{80Q\mu}{\pi r_{max}^4} \left\{ r_{min} + \frac{r_{max}^2}{r_{min}} + \frac{r_{max}^4}{r_{min}^3} \right\} \quad (10)$$

2.3 Viscosidad extensional y rapidez de extensión

En el campo de estudio de la reología, las propiedades de flujo se definen generalmente en términos asociados al flujo cortante (Macosko, 1994). Sin embargo, muchos de los flujos presentes en procesos industriales consisten en una combinación entre flujos cortantes y extensionales, lo que ha generado la necesidad cada vez mayor de obtener medidas y propiedades extensionales. A pesar de ello, la reometría extensional ha quedado rezagada respecto a su contraparte cortante, debido a las dificultades para mantener un flujo extensional estacionario y controlado, así como el compensar cualquier efecto de corte presente. A partir de la década de 1970, el estudio de las propiedades relacionadas con el flujo extensional ha tomado un particular interés por los investigadores, teórica, numérica y experimentalmente (Macosko, 1994).

A continuación, se definirán las condiciones necesarias para generar un flujo extensional uniaxial, y la viscosidad desarrollada para ese tipo de flujo.

El gradiente de velocidad puede ser expresado desde el punto de vista del tensor de deformación y la vorticidad (Barnes et al., 1989)

$$\nabla \underline{v} = \underline{\underline{D}} + \underline{\underline{W}} \quad (11)$$

Donde:

$$\underline{\underline{D}} = \frac{1}{2}(\nabla \underline{v} + \nabla \underline{v}^T) \quad \text{Tensor rapidez de deformación}$$

$$\underline{\underline{W}} = \frac{1}{2}(\nabla \underline{v} - \nabla \underline{v}^T) \quad \text{Tensor de vorticidad}$$

Para cualquier fenómeno de flujo puede existir una contribución tanto de la deformación como la rotación del elemento de fluido. En un flujo extensional puro no existen contribuciones del tipo cortante ni de vorticidad; por lo que en este tipo de flujo se presenta únicamente la deformación del material. Este tipo de flujo es frecuentemente asociado a la línea central, dado que corresponde a la máxima distancia posible donde no es afectado por efectos cortantes.

$$\nabla \underline{v} = \underline{\underline{D}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial v_y}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Existen tres tipos de flujos extensionales, en función de la dirección de la(s) fuerza(s) involucradas en el proceso de deformación (Barnes et al., 1989), para el caso del flujo en contracción la fuerza principal se da en la dirección del flujo, por lo que en el sistema en contracción se genera un flujo extensional uniaxial en la línea central.

De la ecuación de continuidad, dado que las fuerzas de respuesta en las direcciones x y y, a la extensión generada en dirección z deben ser simétricas:

$$\nabla \cdot \underline{v} = 0$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{\partial v_y}{\partial y} = -\frac{1}{2} \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (13)$$

A la cantidad $\frac{\partial v_z}{\partial z}$ se le denomina rapidez de extensión, $\dot{\epsilon}$. Sustituyendo en (13)

$$\underline{D} = \dot{\epsilon} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

A partir de la ecuación constitutiva para un fluido newtoniano

$$\underline{T} = 2\mu \underline{D} \quad (15)$$

Se define la viscosidad extensional, η_e como:

$$\eta_e = \frac{\tau_{zz} - \tau_{xx}}{\dot{\epsilon}} \quad (16)$$

Sustituyendo las componentes del tensor de esfuerzos (15) y sustituyendo en la expresión anterior:

$$\eta_e = 3\mu$$

$$\frac{\eta_e}{\mu} = 3 \quad (17)$$

Esta relación entre la viscosidad extensional y la viscosidad cortante es conocida como relación de Trouton, y es válida para fluidos viscosos a flujos y rapidez de corte bajas (Trouton,1906).

De la misma forma que la viscosidad cortante presenta una dependencia respecto a la rapidez de corte, la viscosidad extensional depende de la rapidez de extensión y no necesariamente exhibir una respuesta igual a la generada por la viscosidad cortante.

Al numerador de la expresión que define la viscosidad extensional (16) se le denomina primera diferencia de esfuerzos normales, N_1 . Para nuestro sistema en contracción, es preferible expresar este término en coordenadas cilíndricas:

$$N_1 = \tau_{zz} - \tau_{rr} \quad (18)$$

Tal y como se expresó en la sección 1.3, Binding (1991) fue de los primeros en atribuir este valor al desarrollo de efectos elásticos. Es importante hacer mención que, al contrario del caso cortante, el valor de N_1 está en función tanto del esfuerzo axial como del esfuerzo en dirección radial, por lo que la contribución individual de cada esfuerzo es crucial para obtener su valor.

Para el caso de un flujo extensional uniaxial, el esfuerzo en dirección axial debe ser mucho mayor al generado en dirección radial; sin embargo, a flujos bajos, el impacto del esfuerzo radial en el valor de la primera diferencia de esfuerzos normales puede ser significativo, y puede ser el origen de los comportamientos observados por Binding (1991), Rothstein y McKinley (1999/2001), Walters (2009), entre otros.

2.4 Determinación experimental de la viscosidad extensional

Gran cantidad de investigaciones se enfocan en encontrar nuevas técnicas y dispositivos para la determinación de la viscosidad extensional. La principal dificultad radica en la obtención y la generación de condiciones que propicien la formación de un

flujo puramente extensional con rapidez de extensión constante (Petrie, 2006). Se han propuesto los sistemas de flujo en contracción y/o contracción/expansión como una forma de cumplir ese objetivo, dada su relativa simpleza y poder calcular esta cantidad en términos de variables más sencillas, como la caída de presión, el flujo volumétrico y otros parámetros materiales y/o geométricos. (Cogswell 1972; Padmanabhan & Macosko,1997)

Uno de los principales ejemplos para exponer la dificultad de la obtención de la viscosidad extensional es el denominado proyecto M1, donde a través de diversas técnicas y metodologías, determinaron el valor de la viscosidad extensional de una solución polimérica patrón, denominada M1. (Petrie, 2006). Existen muchas discrepancias en los valores experimentales de viscosidad extensional. Esta es una tendencia que sigue presentándose incluso en técnicas similares más recientes. N_1 ha sido uno de los principales tópicos en los estudios referentes al tema, un ejemplo de ello es el trabajo numérico realizado por Nyström et al. (2016).

Las propuestas para la determinación de la viscosidad extensional radican principalmente en la medida experimental de la presión total entre la entrada y salida de una contracción convergente, además de la rapidez de extensión $\dot{\epsilon}$ y la extensión de Hencky ϵ_h (Collier et al. 1998).

$$\eta_e = \frac{\Delta P}{\dot{\epsilon}\epsilon_h} \quad (19)$$

La deducción y detalles para esta expresión se encuentran en el apéndice 2.

Es importante clarificar que la expresión (19) no representa la presión termodinámica, correspondiendo al campo escalar que satisface las restricciones impuestas

al sistema (ausencia de flujo cortante y vorticidad), por lo que la cantidad que representa la presión sin los efectos cortantes y de entrada inherentes se obtiene a través de la caída de presión en exceso. Feigl et al. (2003), Aguayo et al. (2008) al igual que Ober et al. (2013), han sido algunos investigadores en utilizar este enfoque en sus mediciones experimentales.

$$\eta_e = \frac{\Delta P_e}{\dot{\epsilon} \epsilon_h} \quad (20)$$

Las diferencias del valor de la viscosidad extensional entre investigadores no son pocas: Della Valle et al. (2000), Wang y James (2011) y Ober et al. (2013) obtienen valores de viscosidad extensional extremadamente altos al compararse con las viscosidades cortantes de los fluidos de estudio, dando lugar a relaciones de Trouton altas, mientras James (1991) al igual que Anna et al. (2000) muestran resultados con viscosidades extensionales que cumplen la relación de Trouton para flujos bajos.

Una de las principales razones para explicar esta disparidad entre resultados y magnitudes de viscosidad extensional en distintos experimentos radica en la magnitud de la rapidez de extensión, que suele ser muy baja respecto al orden de magnitud de la presión, lo que provoca que el valor de viscosidad extensional se dispare. Se han planteado alternativas, como asociar la extensión de Hencky o el coeficiente de presión (James et al. 1990) al cálculo de la viscosidad extensional para corregir dicho efecto y ofrecer valores más cercanos a los de la viscosidad teórica predicha. Algunas de las interpretaciones que han presentado Ober et al. (2013) para explicar el no cumplimiento de la relación de Trouton en sus resultados menciona que las mediciones realizadas no representan un flujo

extensional homogéneo ideal, sino un flujo transitorio dominante en extensión, siendo afectados por los comportamientos reológicos del fluido, por lo que cantidades como la caída de presión en exceso y la viscosidad extensional son considerados una medida de la resistencia viscoelástica a la extensión en un flujo mixto más que una manifestación elástica pura.

Capítulo 3

Metodología Experimental

3.1 Construcción de las contracciones

El modelado de las zonas de contracción/expansión hiperbólica para diferentes relaciones de contracción fue realizado en el *software* de acceso libre Blender, respetando las dimensiones dadas por la función radial (ecuación 3 y figura 4). Posteriormente fueron construidas por medio de una impresora 3D (figuras 6 y 7). El material de impresión fue acrilonitrilo-butadieno-estireno (ABS). La tabla 1 muestra las dimensiones de cada una de las contracciones estudiadas.

Tabla 1. Dimensiones para las contracciones hiperbólicas

Relación de contracción	Radio máximo [cm]	Radio mínimo [cm]	$L=30r_{\min}$ [cm]	Extensión de Hencky máxima $2\text{Ln}(r_{\max}/r_{\min})$
2:1:2	1	0.5	15	1.38629
3:1:3	1	0.33333	10	2.19722
4:1:4	1	0.25	7.5	2.77259
5:1:5	1	0.2	6	3.21888

Como se puede ver en la figura 5, al aumentar la relación de contracción, y en específico para las contracciones 4:1:4 y 5:1:5, el valor del parámetro r^2z es prácticamente constante en las cercanías del radio mínimo; por lo que, de acuerdo con James (1991), estas condiciones geométricas favorezcan el desarrollo de un flujo extensional con una rapidez de extensión constante.

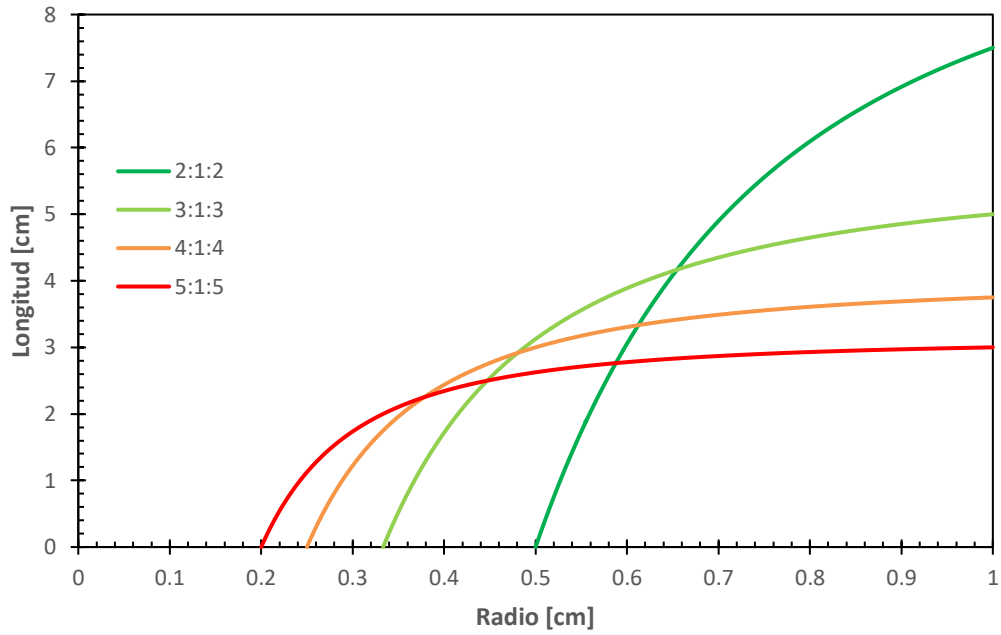


Figura 4. Función radial para las diferentes relaciones de contracción para una distancia 0 (radio máximo) a $15r_{min}$ (radio mínimo) (elaboración propia)

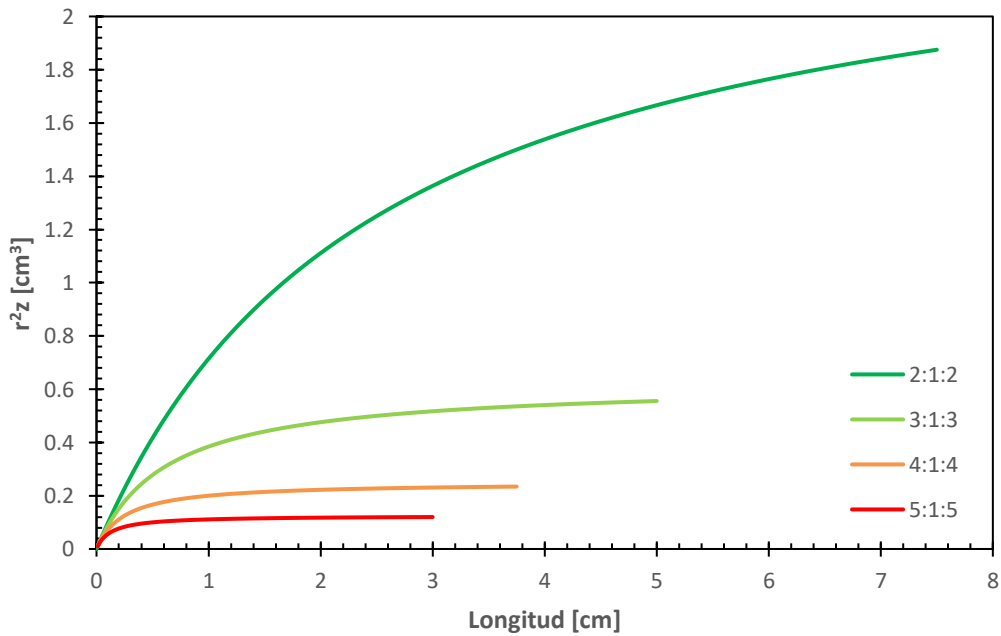


Figura 5. Parámetro r^2z en función de la longitud entre las zonas de radio máximo ($z=0$) y mínimo ($z=15 r_{min}$) para las diferentes relaciones de contracción. (elaboración propia)

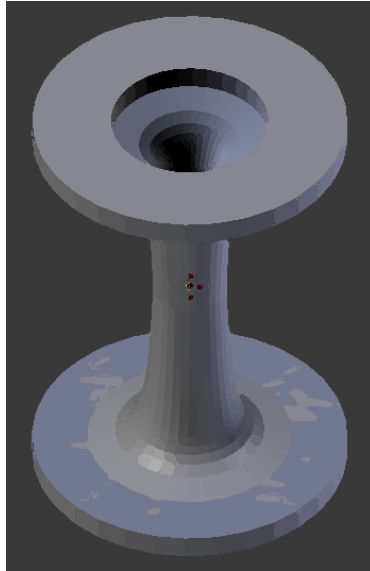


Figura 6. Modelo 3D para la contracción 6:1:6
en el programa de software Blender (elaboración propia)



Figura 7. Contracciones modeladas a distintas relaciones de contracción
(de izquierda a derecha; 2:1:2, 3:1:3, 4:1:4, 5:1:5 y 6:1:6)
(elaboración propia)

3.2 Preparación y reología de las soluciones

Fueron preparados tres fluidos con propiedades reológicas diferentes, donde la proporción de sus componentes garantice que todos ellos presenten el mismo valor de viscosidad cortante (16 Pa·s) a la temperatura de operación establecida (26 °C) y cuyos procedimientos están expuestos con mayor profundidad en trabajos anteriores. (Pérez, 2016 y Quezada, 2017). El fluido newtoniano (utilizado como referencia), consta de una solución concentrada de 10 litros de glucosa de maíz en agua, los cuales fueron separados de forma equitativa para usar en la elaboración del fluido de Boger.

A la solución concentrada de glucosa restante, se agregó una solución diluida de poliacrilamida. La adición de este polímero genera un fluido cuyo comportamiento viscoso es similar al de un fluido newtoniano, mientras presenta características elásticas (fluido de Boger). Se prepararon 50 ml de una solución de poliacrilamida en agua 0.1% en peso, agregados a 5 litros de solución de glucosa y agua.

Por último, un fluido HASE (Emulsión Asociativa Alcalina-Soluble, por sus siglas en inglés) está compuesto por cadenas de polímero que forman estructuras micelares. Esta estructura le da sus principales propiedades reológicas: a valores de rapidez de corte bajos, la viscosidad cortante permanece constante, a una rapidez de corte mayor empieza a manifestar un comportamiento adelgazante. Para la preparación de este fluido se utilizó 500 ml de una solución 0.1 M de agente neutralizante y 2-amino-2-metil-1-propanol, dejándose reposar a temperatura ambiente durante 24 horas. Se prepararon 5 litros de solución de HASE al 2.5%, para ello se empleó Acrisol TT-935, adicionando lentamente

agua destilada, la cual recibió agitación mecánica por 30 minutos para posteriormente dejar en reposo por 72 horas.

Los valores de viscosidad cortante, así como de la respuesta elástica de los fluidos fueron medidas con ayuda de un reómetro de esfuerzo controlado con geometría cono y plato AR-G2 de TA Instruments. En la figura 8 se reportan dichos resultados.

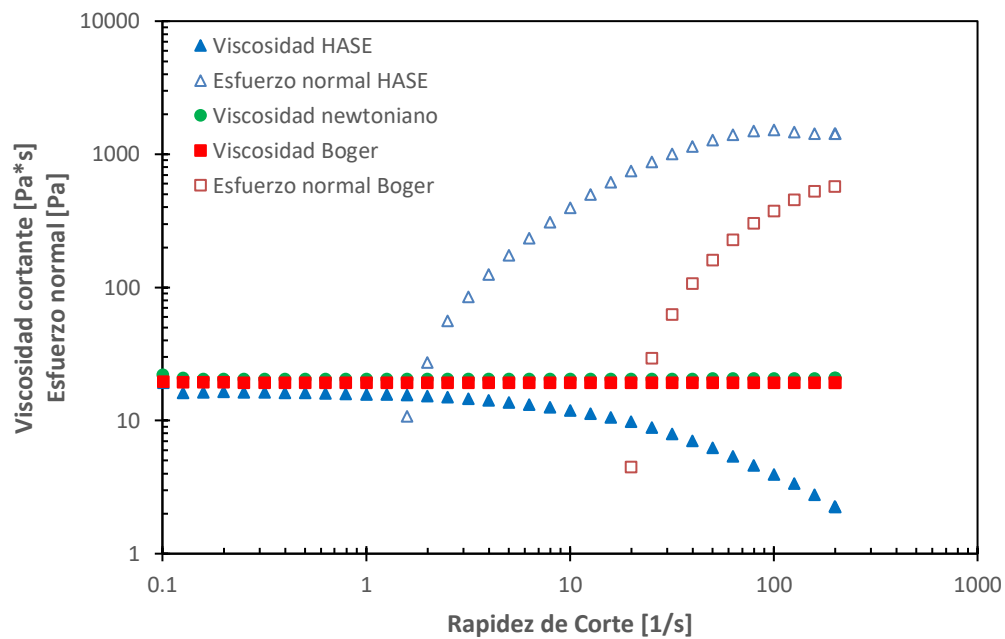


Figura 8. Reograma para los diferentes fluidos para la fase experimental a la temperatura de operación (26°C) (elaboración propia)

Resulta esencial conocer el valor de la viscosidad respecto a la rapidez de corte a cada punto experimental evaluado (En los casos del fluido newtoniano y Boger, la viscosidad se mantiene con pocos cambios respecto a la rapidez de corte evaluada) por lo que en el caso de la solución HASE, es necesario conocer la dependencia de estas dos cantidades, por

medio de una ecuación constitutiva. Como primera aproximación se utilizó el modelo Bautista-Manero-Puig (BMP) (Bautista et al.,1999).

$$\varphi_{ss} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \left\{ -(K_i \lambda_i \dot{\gamma}^2 - \varphi_0) + \sqrt{(K_i \lambda_i \dot{\gamma}^2 - \varphi_0)^2 + 4K_i \lambda_i \dot{\gamma}^2 \varphi_\infty} \right\} \quad (21)$$

La cual relaciona la rapidez de corte con la fluidez, φ , considerada como el inverso de la viscosidad cortante

El valor de φ_0 y φ_∞ puede obtenerse de los datos reológicos mostrados en la figura 8, lo que nos deja con K_i y λ_i como incógnitas (con K siendo una constante y λ un tiempo de relajación asociado al cambio de estructura, respectivamente (Pérez, 2016)) estos valores pueden obtenerse por medio de un ajuste de los datos; se optó por contemplar dos nodos del modelo (n=2). El modelado es comparado con el resultado obtenido mediante el reómetro en la figura 9.

$$\varphi_{ss} = \frac{1}{2} \left\{ -(K_1 \lambda_1 \dot{\gamma}^2 - \varphi_0) + \sqrt{(K_1 \lambda_1 \dot{\gamma}^2 - \varphi_0)^2 + 4K_1 \lambda_1 \dot{\gamma}^2 \varphi_\infty} \right\} + \frac{1}{2} \left\{ -(K_2 \lambda_2 \dot{\gamma}^2 - \varphi_0) + \sqrt{(K_2 \lambda_2 \dot{\gamma}^2 - \varphi_0)^2 + 4K_2 \lambda_2 \dot{\gamma}^2 \varphi_\infty} \right\} \quad (22)$$

Tabla 2. Parámetros del modelo BMP para la solución HASE

<i>Nodo</i>	φ_0 [1/ (Pa·s)]	φ_∞ [1/ (Pa·s)]	K [1/Pa]	λ [s]
1	0.062	0.062	4100	0.00055
2	0.00005	1.58	0.003	0.00127

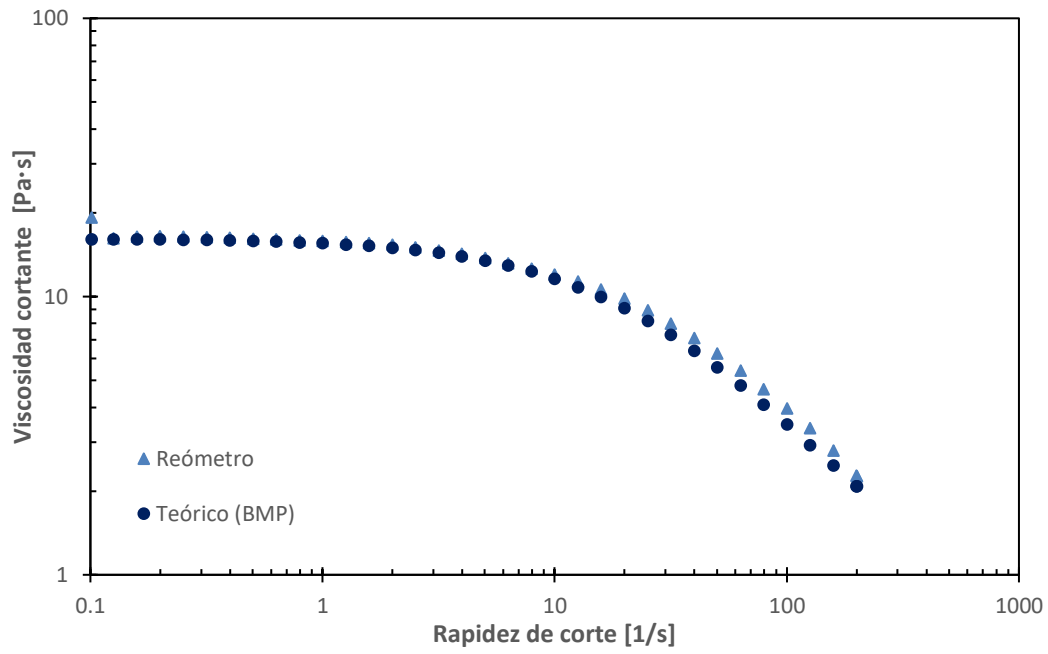


Figura 9. Viscosidad cortante de la solución HASE y su ajuste por medio del modelo BMP multimodal (elaboración propia)

3.3 Descripción y operación del equipo experimental

El equipo utilizado para la fase experimental en este proyecto tiene su origen en dispositivos previos para estudios similares (Pérez, 2016); con las mejoras de diseño y adaptaciones pertinentes para operar con el tipo de contracción hiperbólica y dar posibilidades futuras de compatibilidad con otros tipos de geometrías y relaciones de contracción. El diagrama principal del equipo se muestra en las figuras 10 y 11.

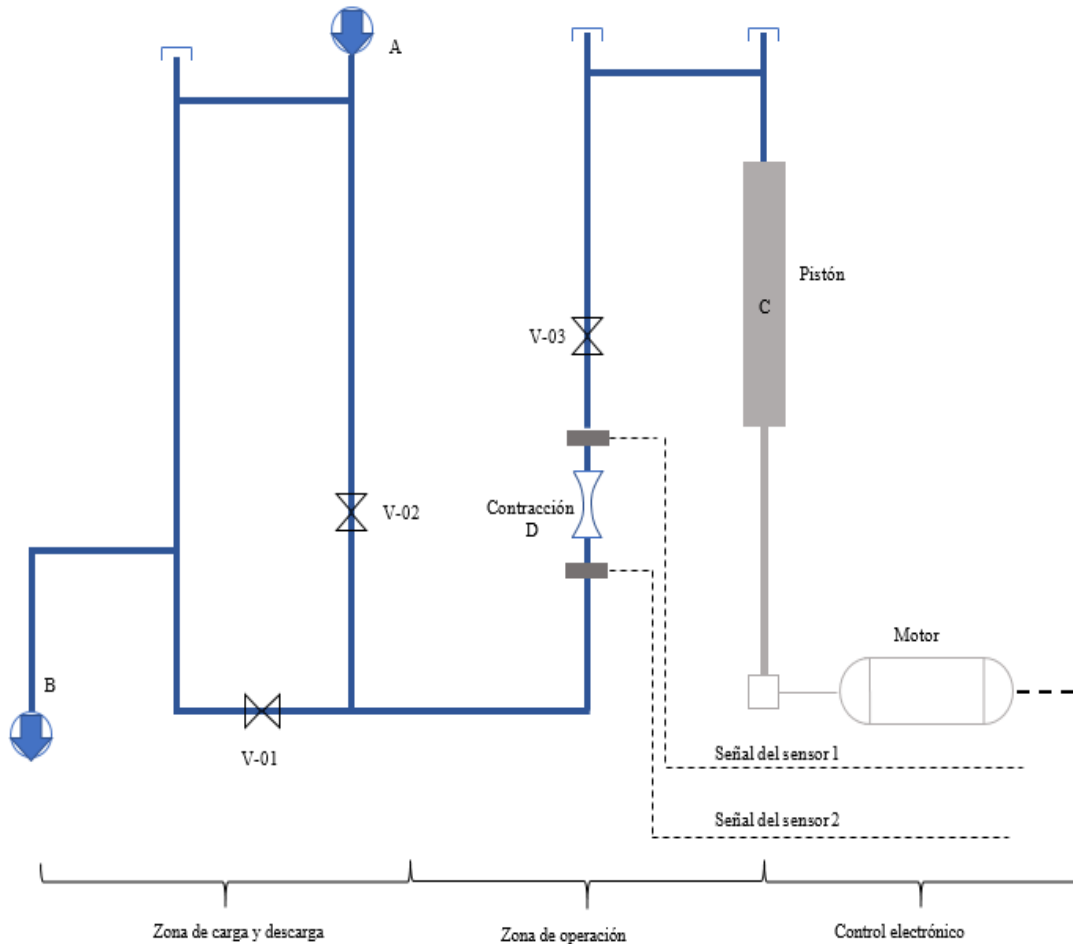


Figura 10. Diagrama y secciones principales del equipo experimental (elaboración propia)



Figura 11. Equipo experimental (elaboración propia)

Zona de carga y descarga de fluido

Consiste en un sistema de tubos interconectados (PVC 1'') apoyadas en una estructura metálica de aluminio, con el fin de facilitar el llenado y vaciado del equipo por medio del principio de vasos comunicantes (Figura 10-A/B). La ventaja principal de este tipo de configuración es la de minimizar la formación de cámaras de aire que interfieran en las lecturas experimentales.

Zona de operación

Esta zona, conectada a la carga y descarga del fluido, consta de dos secciones de tubería (PVC 3/4'') con el objeto de facilitar el intercambio de las distintas contracciones modeladas (Figura 10-D), asegurándose por medio de un sello hermético; por lo que, al acoplar una contracción definida, se completa el circuito de flujo. El fluido llena un pistón de 3.2 cm de diámetro (Figura 10-C), el cual suministrará el fluido a la zona de contracción durante la fase experimental y el cual puede ser intercambiable a un segundo pistón de 2 cm de diámetro, ampliando el intervalo de flujo a estudiar. A una distancia definida antes y después de la contracción acoplada, se encuentran los orificios de inserción para los sensores transductores de presión, marca PCB Piezotronics (figura 13), los cuales conectan a la zona de control electrónico.

Control electrónico

Consta de cuatro partes interconectadas: un motor que transmitiendo su movimiento a un par de engranes y estos a su vez a un tubo con cuerda, desplaza el pistón de la zona de operación. La velocidad del pistón, así como la dirección de desplazamiento son establecidas por un controlador (Figura 12-a). La segunda parte consiste en el equipo de procesamiento de datos (Figura 12-b) midi logger GL240 de Graphtech, que permite registrar el voltaje de los sensores. Debido a la disposición vertical de los tubos en el equipo es necesario despreciar los efectos de la gravedad en el flujo, por lo que un compensador de voltaje (Figura 12-c) permite ajustar los sensores a un voltaje nulo, con el fin de registrar una caída de presión asociada únicamente al flujo impuesto en la experimentación. La conversión de voltaje a un valor de presión se da por medio de una caracterización previa, obteniendo valores de voltaje correspondientes a la presión ejercida por columna de mercurio; conociendo el valor de la pendiente de la recta presión vs voltaje, se puede obtener un valor de presión (en pascales) para un voltaje determinado (en volts) y viceversa (figura 14).

$$\begin{aligned} P_1 &= 11874 V_1 & [Pa] \\ P_2 &= 11833 V_2 & [Pa] \end{aligned} \tag{23}$$



Figura 12. Componentes de la zona de control electrónico. De izquierda a derecha: a) Control de motor, b) Equipo de captura de datos y c) Compensador de voltaje (elaboración propia)



Figura 13. Sensor transductor de presión (PCB Piezotronics inc.), utilizado para la medición de los voltajes asociados a la presión ejercida por el flujo. (elaboración propia)

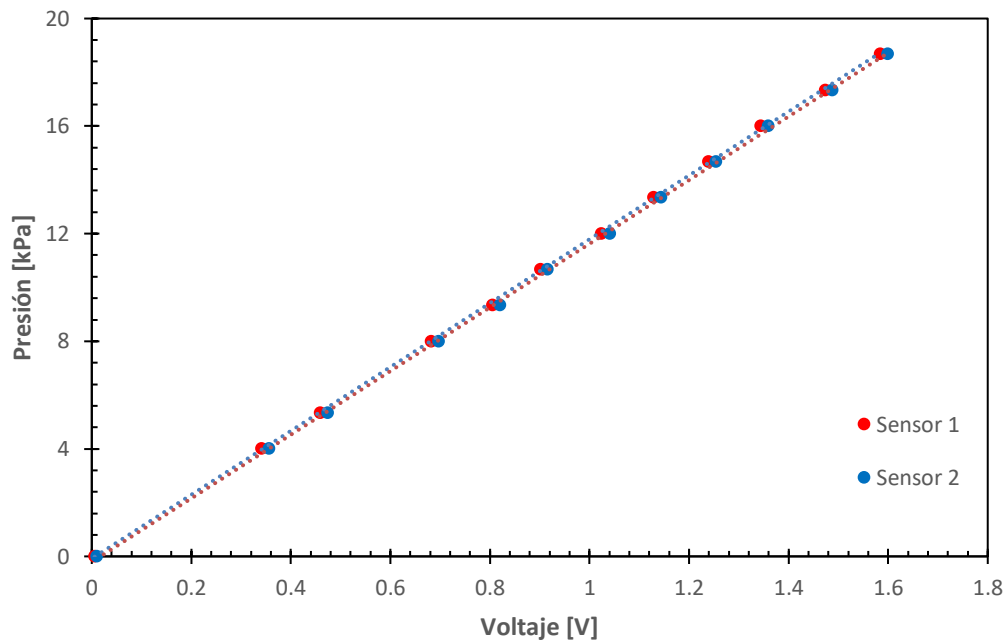


Figura 14. Curvas de caracterización para los sensores de presión 1(rojo) y 2 (azul).

(elaboración propia)

Procedimiento general de operación

La primera fase de operación es el montaje del equipo, definiendo el tamaño de pistón y relación de contracción con la que se desea trabajar, así como la inserción de los sensores de presión en las zonas establecidas y su correcta conexión al sistema de control.

El fluido de interés es depositado en la zona de carga (Figura 10/A). Se debe tener un cuidado especial cuando el fluido rebase y fluya hacia el segundo tubo, donde puede ser recolectado para su posterior uso (Figura 10/B) garantizando el llenado total del equipo.

A continuación, se verifican los sensores (Figura 13) hayan sido colocados correctamente y reciban señal de forma adecuada; debido a su disposición, al llenar el equipo el sensor 2 presentará una lectura de voltaje mayor respecto a la registrada al sensor

1, dado que soporta una columna de líquido mayor. Una vez verificado, se ajusta el valor de voltaje de ambos sensores a cero con ayuda del compensador, el equipo está listo para entrar en la fase de experimentación. La decisión de no tener un punto de medición en la zona de contracción máxima obedece a limitantes estructurales de las contracciones modeladas, donde sus dimensiones no permiten la inserción de los sensores disponibles.

Los procedimientos de captura y visualización del equipo de adquisición de datos Graphtech se pueden ver con mayor detalle en el manual de usuario, con un tiempo de muestreo de 1s y una ventana operativa de ± 5 V. El *software* asociado al equipo permite analizar los datos de forma directa, y en caso de ser necesario, ser exportados al programa de paquetería Microsoft Office Excel

Una vez establecidos los puntos que se van a tomar, definiendo valores de velocidad en el motor a lo largo de una distancia definida. (La cual puede variar para asegurar una señal constante, indicativo del estado estacionario) Con la longitud de desplazamiento del pistón, el diámetro de este y el tiempo de recorrido en cada punto, es posible calcular el flujo volumétrico asociado.

Para las cuatro relaciones de contracción analizadas (2:1:2, 3:1:3, 4:1:4 y 5:1:5) se realizó tres corridas para cada uno de los fluidos de estudio.

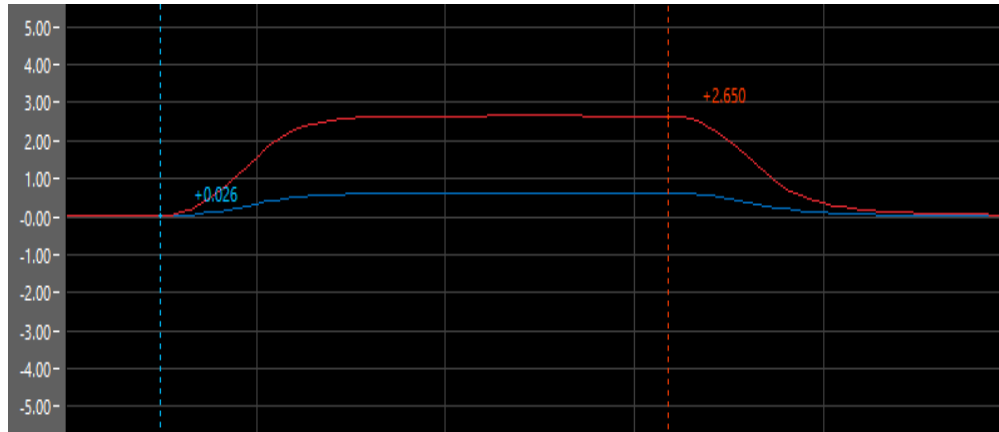


Figura 15. Lecturas de voltaje para el fluido newtoniano en la zona superior (línea roja) e inferior (línea azul) de la zona de contracción, obtenidas mediante el equipo de adquisición midi logger GL240 de Graphtech. Se observa claramente las zonas con voltaje cero iniciales (no hay flujo) y las zonas de transición al iniciar el equipo, hasta alcanzar un voltaje constante, indicando el estado estacionario del flujo. Esta diferencia de voltajes será traducida a un diferencial de presión. (elaboración propia)

Uno de los principales problemas que se pueden presentar en el manejo del equipo es la presencia de fugas del fluido a lo largo de la sección de carga y descarga como la zona de operación, que pueden afectar a las lecturas realizadas. Algunas zonas críticas a las que se le tiene que prestar especial atención son las juntas herméticas que unen las contracciones a la zona de operación y la zona de inserción de los sensores, por lo que la colocación correcta de dichas piezas resulta esencial para el funcionamiento normal del equipo. Las válvulas V-01, V-02 y V-03, además de su función de definir el circuito de flujo en el sistema, también permiten cerrar determinadas secciones de la tubería que pueden ayudar a contener el fluido en casos de fuga o fallo de alguno de los componentes.

Los sensores son un dispositivo muy sensible a los residuos de fluido que puedan quedar en su interior, provocando lecturas erróneas; por lo que su mantenimiento y limpieza pre y post operación, resulta de gran importancia. En el caso del cambio de fluido de operación, la limpieza de toda la tubería, instrumentación y accesorios debe ser exhaustiva, para evitar contaminación en los fluidos que puedan modificar sus propiedades reológicas.

Otra forma de verificar el correcto funcionamiento del equipo se da por medio de una calibración del dispositivo, comparando la caída de presión, graficando la caída de presión de un fluido newtoniano (figura 16) para cada configuración posible respecto al flujo, utilizando los números adimensionales de Reynolds y Euler (Ascanio et al., 2002), demostrando que el flujo impuesto en los sistemas contracción/expansión es dominado por fuerzas viscosas, respecto a las fuerzas inerciales.

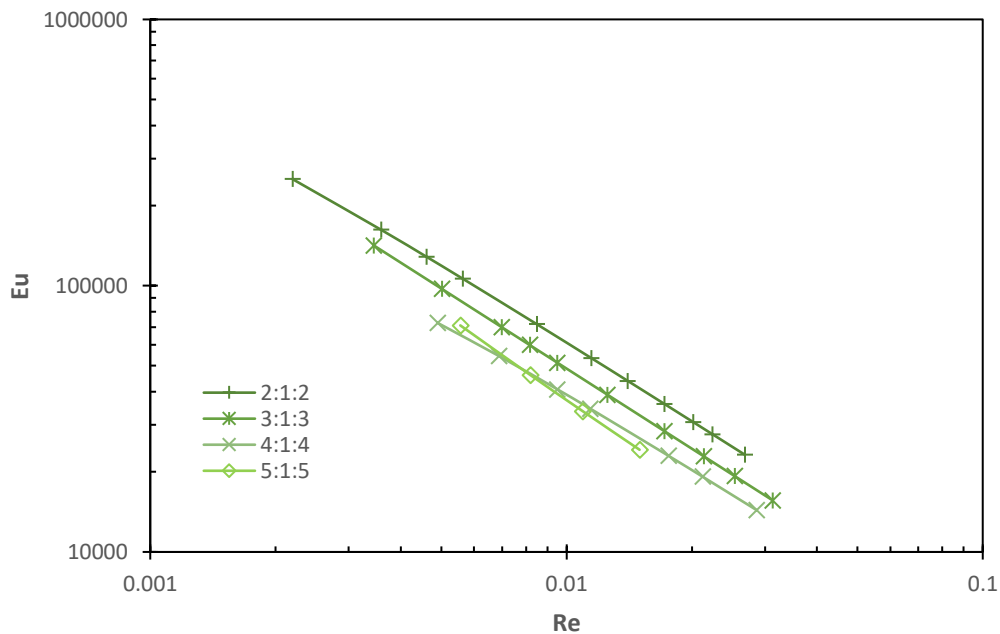


Figura 16. Curvas número de Reynolds vs. número de Euler para el fluido newtoniano de referencia a lo largo de las cuatro configuraciones de contracción/expansión (elaboración propia)

A partir de los datos experimentales proporcionados por el equipo (flujo volumétrico y caída de presión), para cada una de las relaciones de contracción se calculan los parámetros siguientes:

-Rapidez de corte máxima $\dot{\gamma}_{max}$

$$\dot{\gamma}_{max} = \frac{4 Q}{\pi r_{min}^3} \left[\frac{1}{s} \right] \quad (24)$$

-Rapidez de extensión máxima $\dot{\epsilon}_{max}$. La cantidad $(15 * r_{min})$ corresponde a la longitud física de la geometría desde la entrada (radio máximo) hasta su radio mínimo. (Collier et al. 1998, Feigl et al. 2003 y James, 1991)

$$\dot{\epsilon}_{max} = \left[\frac{Q}{\pi(15 * Rmin)} \right] \left(\frac{1}{r_{min}^2} - \frac{1}{r_{max}^2} \right) = \frac{v_{max} - v_{min}}{(15 * Rmin)} \left[\frac{1}{s} \right] \quad (25)$$

-Extensión de Hencky ϵ_h , medida logarítmica de la deformación del fluido en la contracción (véase apéndice 3).

$$\epsilon_h = 2 Ln \left(\frac{r_{max}}{r_{min}} \right) \quad (26)$$

Las anteriores cantidades se definen en sus puntos máximos dado que la zona de contracción máxima (donde se tiene el radio mínimo) es donde se presentan las respuestas más fuertes de dichas cantidades en la geometría.

-Caída de Presión en exceso (EPD) ΔP_e (ecuación 10)

$$\Delta P_e = \Delta P_{T(exp)} - (\Delta P_1 + \Delta P_c + \Delta P_2) \quad [Pa] \quad (27)$$

-Viscosidad extensional η_e , a partir de la propuesta por Collier et al. (1998)

$$\eta_e = \frac{\Delta P_e}{\varepsilon_h \dot{\varepsilon}} \quad [Pa \cdot s] \quad (28)$$

- Caída de presión en exceso adimensional

$$\Delta P_{e\text{adim}} = \frac{\Delta P_{e\text{Viscoelástico}}}{\Delta P_{e\text{Newtoniano}}} \quad (29)$$

Cantidad que permite comparar los efectos extensionales respecto a los efectos de entrada del fluido (resistencia al paso por la contracción).

De forma similar, se propone el siguiente cociente adimensional alternativo:

$$\Delta P_{e\text{adim-2}} = \frac{\Delta P_e}{\Delta P_c} = \frac{\Delta P_e}{\frac{80Q\mu}{\pi r_{max}^4} \left\{ r_{min} + \frac{r_{max}^2}{r_{min}} + \frac{r_{max}^4}{r_{min}^3} \right\}} \quad (30)$$

Este término compara los efectos extensionales y los efectos cortantes asociados a la interacción del fluido con las paredes del tubo.

Capítulo 4

Resultados y discusión

A continuación, se analizarán los resultados obtenidos para las cuatro relaciones de contracción utilizadas, los cuales son representativos para las tres corridas experimentales realizadas para cada tipo de fluido, y que se condensan en 6 graficas, de las cuales se interpreta la información.

4.1 Sistema contracción/expansión 2:1:2

4.1.1 Caída de presión total vs. rapidez de corte máxima

Se observa un intervalo a valores de $\dot{\gamma}$ bajos donde los tres fluidos presentan una tendencia ascendente similar, característica de un flujo cortante (figura 17); mientras el fluido newtoniano sigue este comportamiento a través de todo el intervalo de experimentación, para los dos fluidos viscoelásticos se encuentra una rapidez de corte crítica (entre 5 s^{-1} y 7 s^{-1}), donde la caída de presión aumenta considerablemente respecto a la del fluido newtoniano. Conforme sigue aumentando la rapidez de corte (cerca de 12 1/s aprox.), las lecturas de la solución HASE presentan un ligero descenso en sus valores respecto a los desarrollados por el fluido de Boger, indicando cambios en el valor de su viscosidad cortante (figura 8), situación, predicha por medio de su comportamiento reológico.

4.1.2 Caída de presión en exceso vs. rapidez de corte máxima

La caída de presión en exceso (EPD) permite visualizar la contribución elástica presente en los fluidos a analizar, al ser separado de su contraparte cortante. El gráfico de la figura

18 muestra cómo tanto el fluido de Boger como la solución HASE tienen una separación respecto al comportamiento newtoniano cortante a flujos bajos (fenómeno no completamente observable en la figura 17) y es hasta cuando se alcanza la rapidez de corte crítica donde el efecto elástico incrementa de forma drástica. En el caso particular del fluido de Boger el valor de EPD queda incluso por debajo de la línea newtoniana, para posteriormente experimentar un incremento considerable al acercarse a la rapidez de corte crítica. Este comportamiento del fluido de Boger en la vecindad de la rapidez de corte crítica es interpretado como una manifestación elástica temprana originada por el efecto creciente de la componente radial de la primera diferencia de esfuerzos normales N_1 . A mayor rapidez de corte, el crecimiento del esfuerzo radial es superado por el esfuerzo generado en dirección axial, y que coincide con la rapidez de corte crítica (Figura 18, Zona II). Por tanto, para esas condiciones de flujo, el desarrollo del flujo extensional es obstaculizado mediante una manifestación elástica en dirección radial, lo cual involucra una mayor participación del flujo cortante.

4.1.3 Caída de presión en exceso adimensional vs. rapidez de corte máxima

Como se ha manifestado con anterioridad, EPD adimensional puede proporcionar una comparativa más clara entre el efecto extensional desarrollado por los fluidos viscoelásticos y la resistencia del fluido para pasar por la contracción, por lo que valores superiores a la unidad se asocian a una respuesta extensional de origen elástico.

El gráfico correspondiente (figura 19) muestra comportamientos interesantes que ocurren en los fluidos viscoelásticos a rapidezces de corte bajas. Para caso del fluido de

Boger se tienen valores iniciales por debajo de la referencia newtoniana, esto nos indicaría una fuerte resistencia al flujo en esas condiciones, efecto confirmaría la hipótesis sobre la manifestación de esfuerzos radiales de origen elástico mencionados en el apartado anterior. A esta zona se denominará de aquí en adelante como Zona I. A partir de la rapidez de corte crítica, el predominio del flujo extensional se hace más intenso, lo que se refleja en un desarrollo de N_1 (Zona II); no obstante, este comportamiento no se mantiene creciendo continuamente, disminuyendo gradualmente al aumentar la rapidez de corte, indicando una nueva fase donde existe una mayor resistencia al flujo, incluso cuando ya está presente una contribución extensional en el flujo (Zona III).

El comportamiento para la solución HASE de este parámetro adimensional queda por encima del comportamiento newtoniano durante toda la experimentación. (la elasticidad de este fluido suele ser mayor). Sin embargo, al igual que ocurre con el fluido Boger, se presenta un descenso antes de alcanzar la rapidez de corte crítica (Zona I), cuya trayectoria es incluso más notoria que la generada en el fluido de Boger. El crecimiento posterior a la rapidez de corte crítica (zona II) no resulta tan acentuado como la presente en Boger. Esta zona presumiblemente sea donde se tiene la extensión máxima del fluido. Finalmente, la zona III tiende a disminuir con mayor rapidez a flujos altos.

Una explicación a las diferencias entre los dos fluidos viscoelásticos, a pesar de presentar comportamientos similares en los mismos intervalos de rapidez de corte, se encuentra en su naturaleza reológica: La solución HASE, formada por largas cadenas moleculares polares, favorece la orientación de dichas moléculas con la línea central de flujo, por lo que, a partir de cierto punto, las cadenas orientadas empiezan a interactuar

fuertemente entre sí, incrementando el efecto de corte, y por tanto afectando a su viscosidad cortante. En el caso del fluido de Boger, el descenso presente en la Zona III es menor, dado que sus moléculas no tienden a interactuar entre sí de la misma forma que HASE, por lo que el efecto del flujo cortante, aunque presente, no repercute con tanta fuerza con el desarrollo del flujo extensional ni cambia sus valores de viscosidad cortante.

De forma análoga al gráfico anterior, el cociente entre la caída de presión en exceso y la caída de presión de la geometría hiperbólica (Figura 20) compara de forma directa los flujos extensional y cortante presentes en el fluido. La línea correspondiente al fluido newtoniano muestra que el flujo experimenta una competencia entre el flujo viscoso y los efectos del flujo de entrada, manteniéndose prácticamente constante. Por tanto, las variaciones que presenten los fluidos viscoelásticos por encima a la línea newtoniana también estarán relacionadas al desarrollo del flujo extensional (a través de la primera diferencia de esfuerzos normales), mientras lecturas por debajo de la línea newtoniana involucrarían una mayor contribución viscosa.

Los fluidos viscoelásticos presentan un comportamiento similar al analizado en el primer gráfico de EPD, observando nuevamente las tres zonas establecidas en el apartado anterior. No obstante, La figura 20 proporcionan una información más clara sobre el tipo de flujo dominante en cada una de las tres zonas propuestas: En la Zona I, a rapidez de corte baja, el efecto cortante tiene un origen elástico, efectuado en dirección radial, repercutiendo en el valor de la primera diferencia de esfuerzos normales, mientras a rapidez de corte superiores (Zona III), el efecto cortante se debe a la interacción viscosa del fluido

(tanto con las paredes del tubo como entre las moléculas “estiradas” de fluido) incrementando la resistencia al flujo.

En medio de esas dos zonas, existe un relativamente pequeño intervalo de flujo (Zona II) donde el efecto extensional supera al flujo cortante, desarrollando un incremento considerable de N_1 , por lo que, si se desea profundizar los estudios respecto al flujo extensional, estos deben enfocarse sobre los intervalos de rapidez de corte cercanos al valor crítico.

4.1.4 Viscosidad extensional vs. rapidez de extensión máxima

Los valores calculados de viscosidad extensional (figura 21) para los dos fluidos presentan valores muy altos al compararse con las viscosidades cortantes a la misma condición de flujo (figura 22), aunque consistentes en orden de magnitud a los expuestos en artículos con metodologías similares (Aguayo et al., 2008; Wang y James, 2011; Ober et al., 2013). Como ocurre en los gráficos referidos a la rapidez de corte, existe una rapidez de extensión crítica (0.06-0.08 1/s), donde el crecimiento de la propiedad crece de forma drástica, lo cual coincide con la Zona II con predominio del flujo extensional en el sistema. A rapidezces de extensión posteriores a la zona crítica (Zona III) se observa un descenso de la viscosidad extensional, acorde con una mayor influencia del flujo cortante, siendo más notorio en HASE; para el fluido de Boger esta zona se mantiene prácticamente constante. Estas diferencias son provocadas por el cambio de viscosidad cortante de HASE al aumentar la contribución del flujo cortante. Es interesante hacer notar que, al disminuir su viscosidad cortante, se observa la misma tendencia para su contraparte extensional.

Como resumen, se observa que la dinámica de flujo en la contracción consiste en una coexistencia entre los flujos cortante y extensional, presentando tres zonas (I, II y III) donde principales donde la presencia de uno u otro tipo de flujo es la predominante: La Zona I se presenta a flujos bajos, donde existe un fuerte dominio cortante debido al efecto de la componente radial en el cálculo de la primera diferencia de esfuerzos normales (de origen elástico), obstaculizando el desarrollo extensional y aumentando el efecto cortante; Una Zona II, a partir de una rapidez de corte crítica (4-7 1/s) o de extensión (0.06-0.08 1/s), donde el flujo extensional es el que domina la dinámica de flujo, y donde se desarrolla tanto N_1 , como la viscosidad extensional con mayor fuerza. En la Zona III, la resistencia al flujo través de un espacio reducido es cada vez mayor (efecto viscoso) mermando gradualmente el efecto extensional desarrollado en la zona anterior.

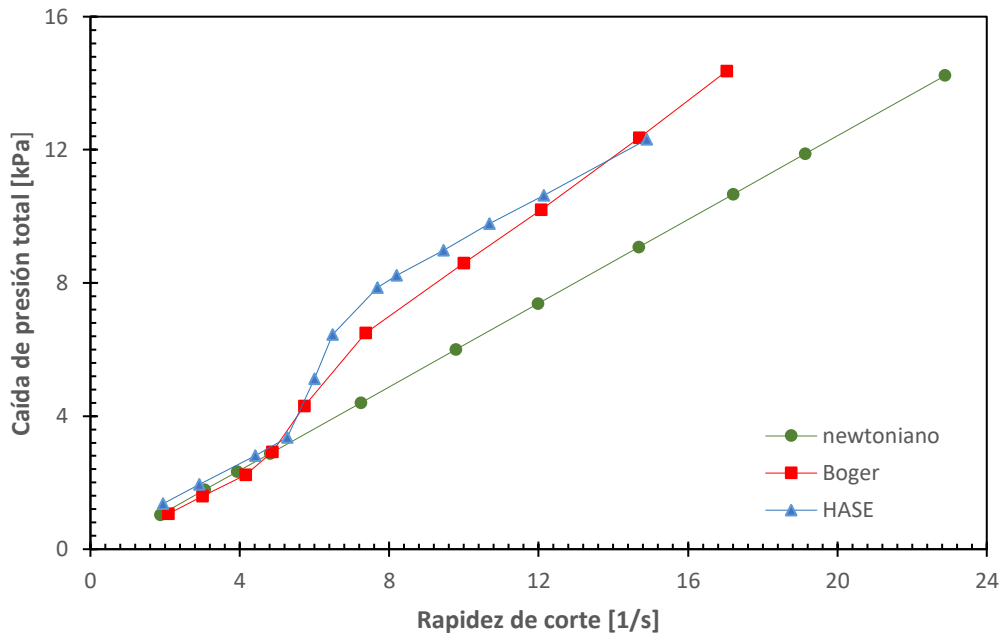


Figura 17. Caída de presión total vs. rapidez de corte - contracción/expansión 2:1:2 (elaboración propia)

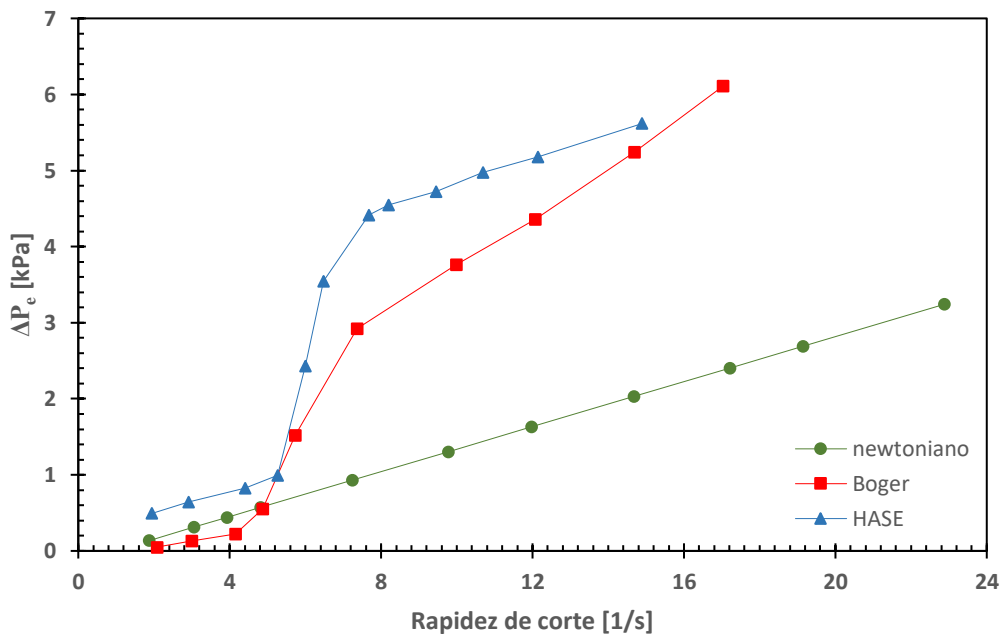


Figura 18. Caída de presión en exceso vs. rapidez de corte - contracción/expansión 2:1:2 (elaboración propia)

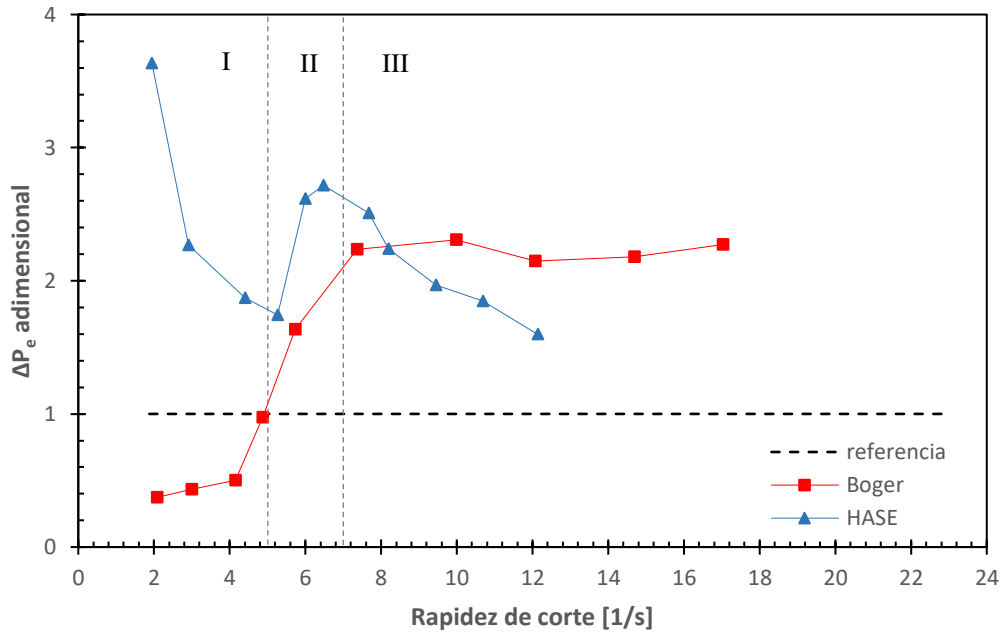


Figura 19. Caída de presión en exceso adimensional vs. rapidez de corte - contracción/expansión

2:1:2 (elaboración propia)

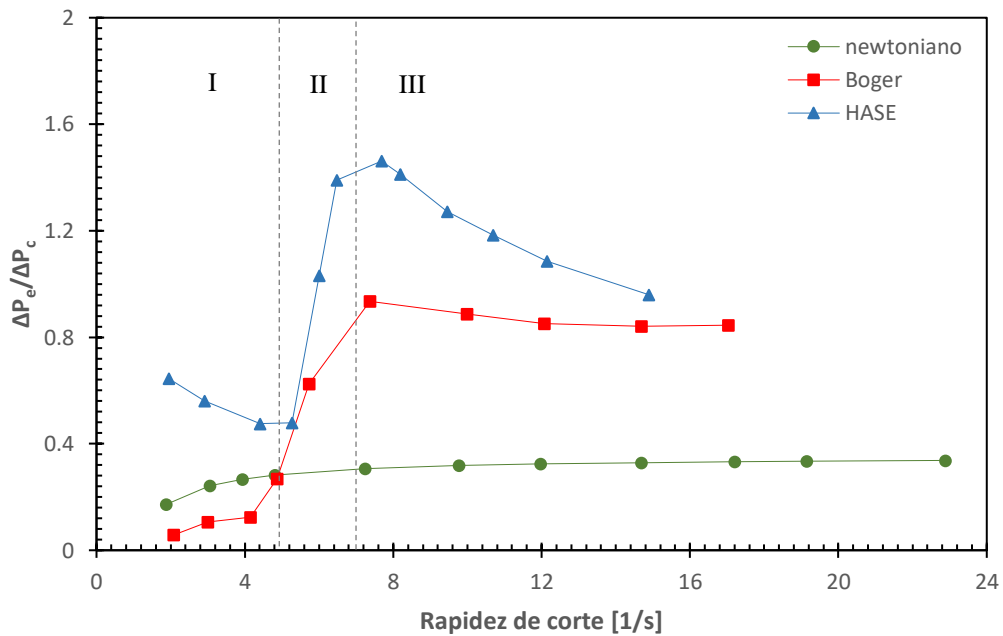


Figura 20. Caída de presión en exceso adimensional alternativa vs. rapidez de corte -

contracción/expansión 2:1:2 (elaboración propia)

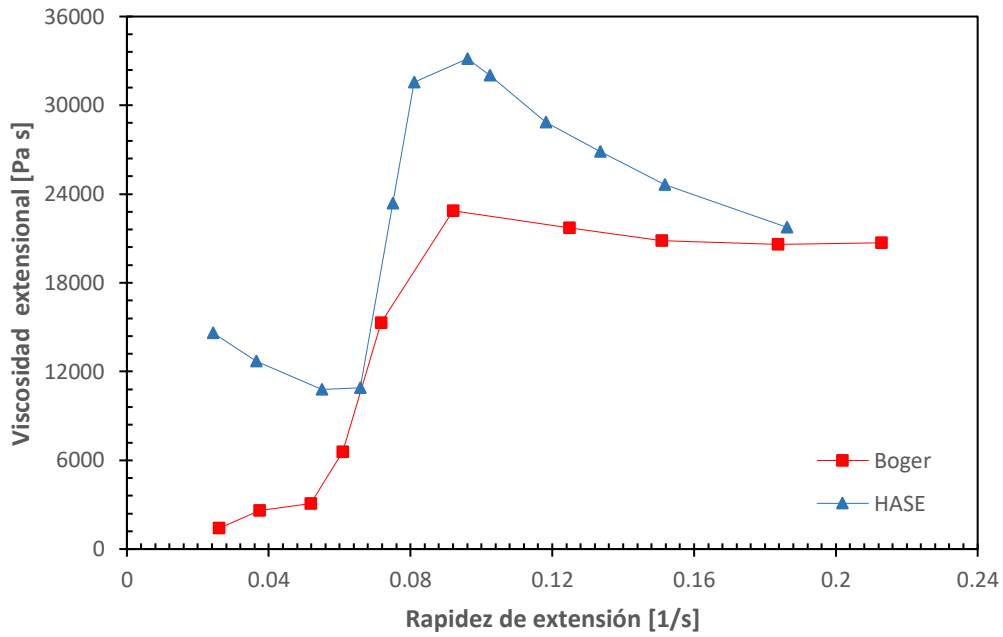


Figura 21. Viscosidad extensional vs. rapidez de extensión - contracción/expansión 2:1:2
(elaboración propia)

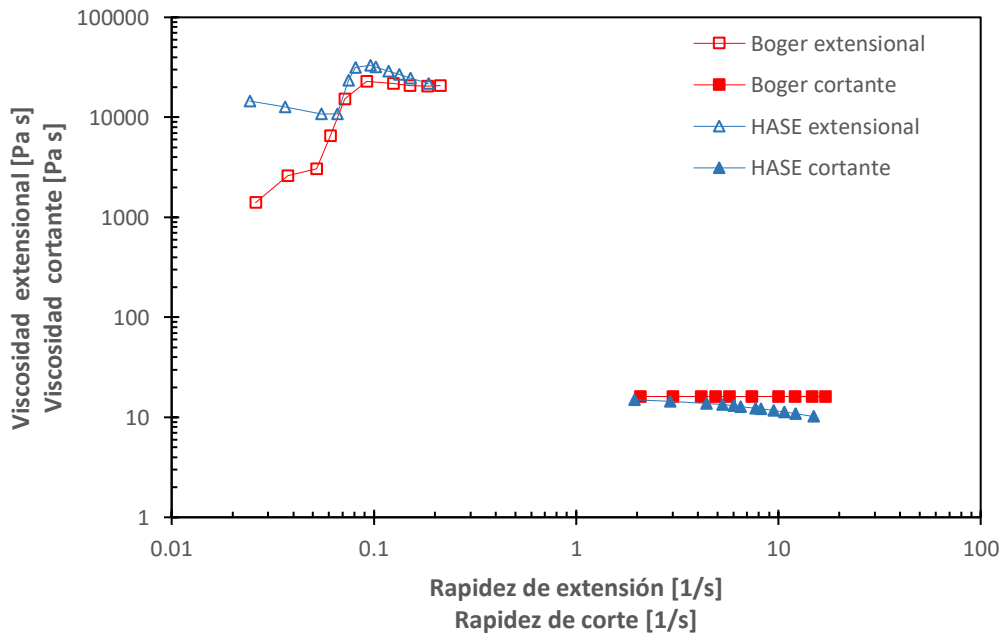


Figura 22. Viscosidad extensional y viscosidad cortante vs. rapidez de corte y rapidez de extensión -
contracción/expansión 2:1:2 (elaboración propia)

4.2 Contracción/Expansión 3:1:3

4.2.1 Caída de presión total vs. rapidez de corte máxima

El gráfico de la caída de presión total (figura 23) muestra un comportamiento más diferenciado entre los fluidos analizados: La rapidez de corte crítica se presenta a primero en la solución HASE (12 1/s) y posteriormente para el fluido de Boger (21 1/s). Adicionalmente, las caídas de presión de la solución HASE comienzan a ser menores que las generadas por el fluido Boger y tienden a acercarse hacia la línea newtoniana a rapidezces de corte altas. Estas diferencias son provocadas por un distanciamiento cada vez mayor de las propiedades reológicas entre ambos fluidos: mientras Boger mantiene el mismo valor de viscosidad cortante, el intervalo de rapidez de corte evaluado para la contracción actual ocasiona que la solución HASE exhiba una viscosidad cortante cada vez menor, acorde al reograma presentado en la figura 8, provocando que la zonas de dinámica de flujo definidas para la contracción anterior, y que fueron validas para los dos fluidos viscoelásticos, ahora se sean independientes para cada tipo de fluído.

4.2.2 Caída de presión en exceso vs. rapidez de corte máxima

A pesar de que la viscosidad cortante de la solución HASE disminuya a las condiciones de flujo impuestas por esta relación de contracción, el efecto extensional sigue presente en la dinámica de flujo. Para el caso actual (figura 24) los valores de caída de presión en exceso son considerablemente mayores a los desarrollados en la relación de contracción 2:1:2. Esta es una tendencia que se seguirá observando conforme aumenta la relación de contracción.

En el caso particular del fluido de Boger la curva debajo de la línea newtoniana a rapidez de corte pequeñas (Zona I-B) es mucho más definida, manifestando un mayor efecto radial en la primera diferencia de esfuerzos normales que en la relación de contracción anterior; el desarrollo de efectos cortantes en dicha zona es mayor al generado por la relación de contracción 2:1:2; al presentar una superficie de contacto fluido/pared mayor, como una menor sección transversal (Tabla 1), desarrollando caídas de presión mayores.

4.2.3 Caída de presión en exceso adimensional vs. rapidez de corte máxima

La caída de presión adimensional hace más evidente el desarrollo de la contribución del esfuerzo radial en la primera diferencia de esfuerzos normales a valores bajos de rapidez de corte bajos; el efecto elástico en dirección radial (mayor al generado por la contracción 2:1:2) aumenta gradualmente hasta el punto donde el efecto extensional lo supera. Este comportamiento demuestra que, al desarrollarse la elasticidad en dirección radial con mayor intensidad, el efecto elástico en dirección axial debe desarrollarse en una cantidad equivalente (e incluso mayor) como respuesta al cambio de la relación de contracción.

El gráfico adimensional de la figura 26 confirma el aumento de los efectos extensionales y cortantes con el cambio de relación de contracción. En el caso particular de la solución HASE, los valores de caída de presión adimensional en ambos gráficos (figura 25 y 26) son menores a los generados por la contracción anterior para la Zona I-H. El crecimiento de los efectos del flujo cortante al aumentar la relación de contracción, dan como resultado cambios en el valor de viscosidad cortante en este tipo de fluido, por lo que los valores representados ya no resultan comparables respecto a la viscosidad cortante tanto del fluido

Boger como el newtoniano de referencia (16 Pa·s) dado que fluye a una viscosidad cortante menor. Los efectos extensionales observados deben considerarse como una manifestación elástica a esas condiciones de baja viscosidad, los cuales siguen teniendo un valor considerable. Este predominio también se hace notorio en el fluido de Boger, incluso cuando en este fluido la viscosidad cortante sea constante, observándose un descenso más brusco en la zona posterior a la zona crítica.

4.2.4 Viscosidad extensional vs. rapidez de extensión máxima

El comportamiento de la viscosidad extensional (figura 27) concuerda con las tres zonas principales de dinámica de flujo observadas tanto en esta relación de contracción como en la anterior para cada tipo de fluido, siendo la principal diferencia el descenso drástico de la viscosidad extensional del fluido de Boger a rapidez de corte bajas, indicio del incremento en los efectos cortantes, a tal punto de inhibir el desarrollo del flujo extensional. A partir de la rapidez de corte crítica se observa un crecimiento notable de la viscosidad extensional a valores superiores a los alcanzados por la contracción 2:1:2, para finalmente descender a flujos altos. En el caso de la solución HASE el valor máximo de viscosidad extensional es menor al generado en la contracción anterior y el crecimiento de la viscosidad extensional no es tan notorio, al estar referido a una viscosidad cortante menor. En general, el intervalo de flujo donde se tiene predominio extensional es cada vez menor; el efecto del flujo cortante empieza a tener una mayor injerencia sobre el flujo extensional elástico en la dinámica de flujo.

Recapitulando, la disminución del radio mínimo de la zona de contracción hiperbólica genera cambios tales que provocan un incremento tanto de los efectos extensionales, como cortantes en la dinámica de flujo. No obstante, las zonas de predominio cortante o extensional, definidas en la relación de contracción 2:1:2, son válidas para la relación de contracción actual, incrementando el grado de competencia entre los distintos tipos de flujo.

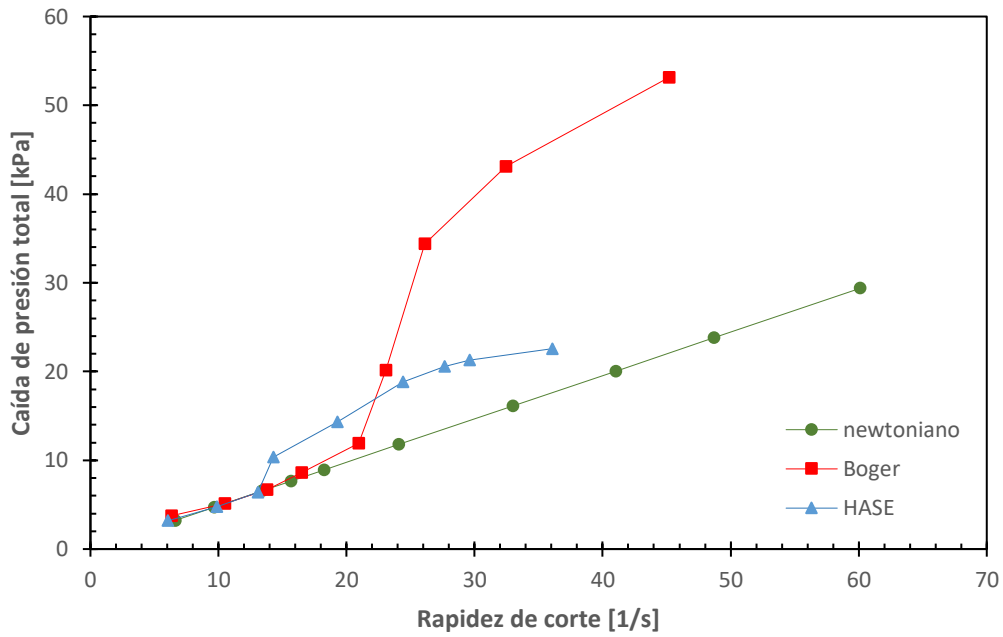


Figura 23. Caída de presión total vs. rapidez de corte
- contracción/expansión 3:1:3 (elaboración propia)

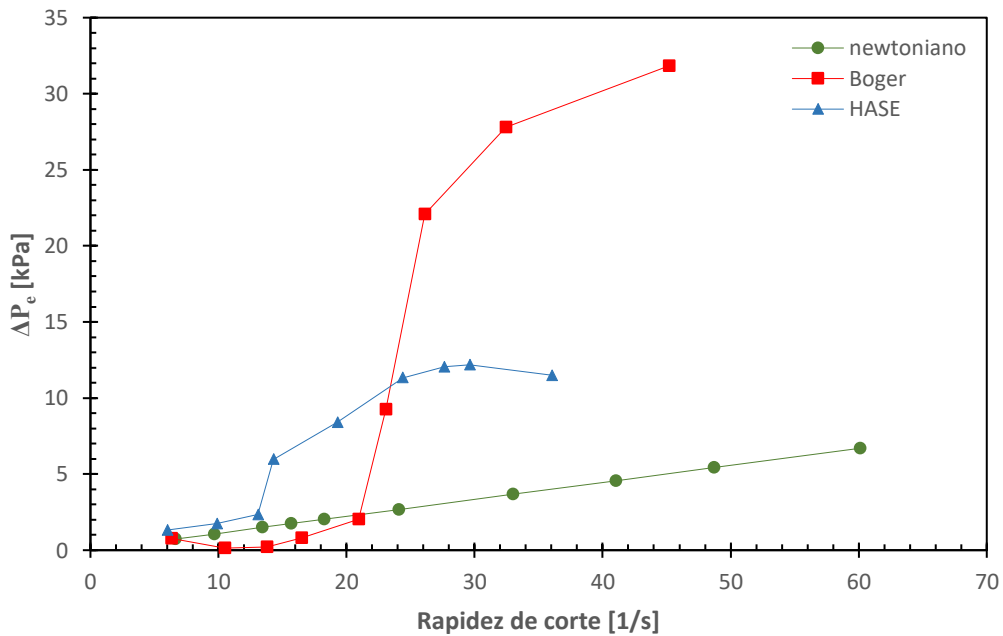


Figura 24. Caída de presión en exceso vs. rapidez de corte
- contracción/expansión 3:1:3 (elaboración propia)

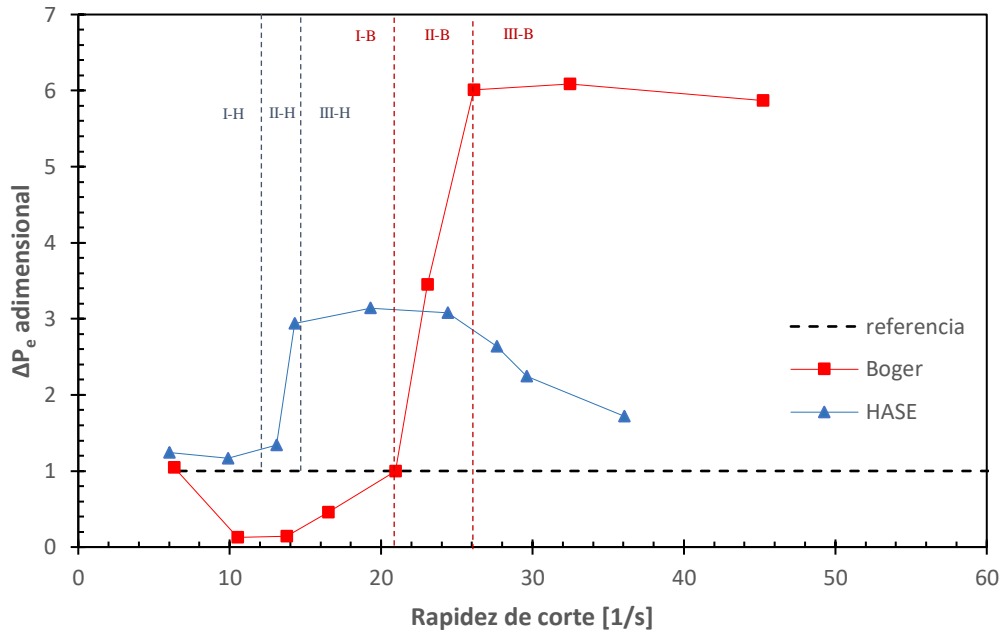


Figura 25. Caída de presión en exceso adimensional vs. rapidez de corte
 - contracción/expansión 3:1:3 (elaboración propia)

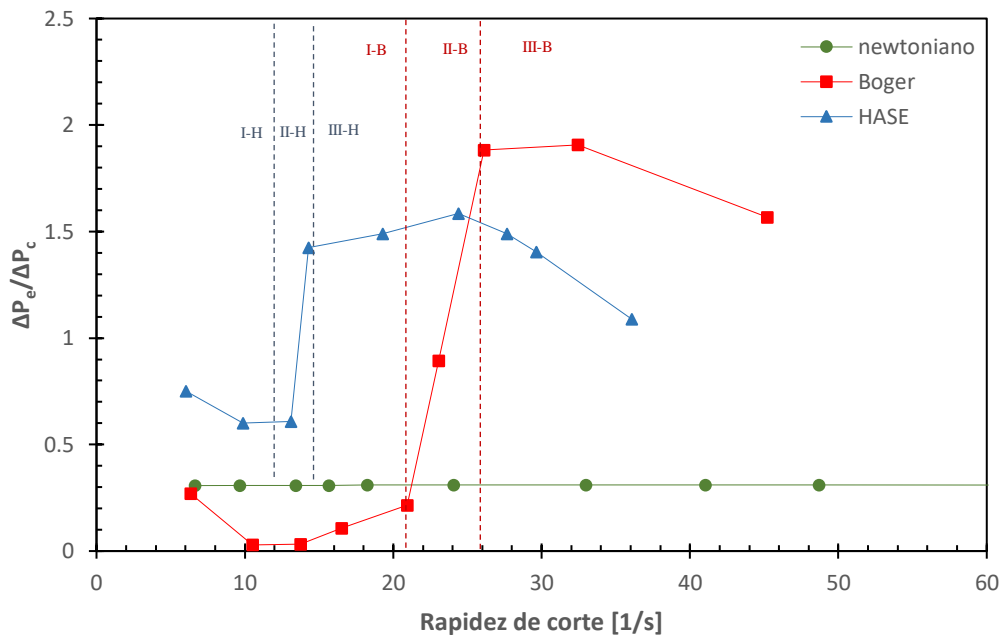


Figura 26. Caída de presión en exceso adimensional alternativa vs. rapidez de corte
 - contracción/expansión 3:1:3 (elaboración propia)

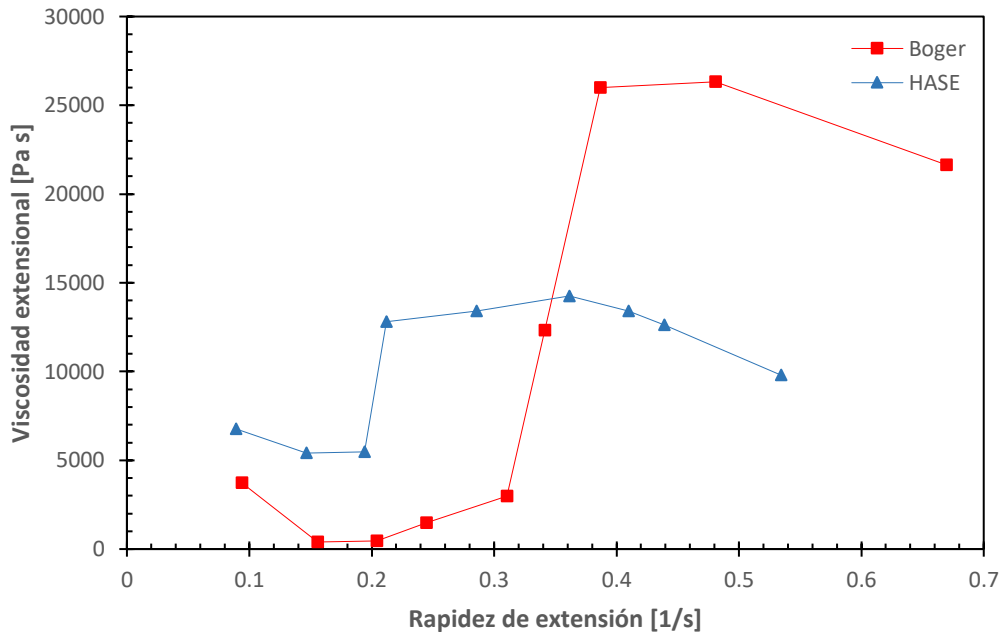


Figura 27. Viscosidad extensional vs. rapidez de extensión

- contracción/expansión 3:1:3 (elaboración propia)

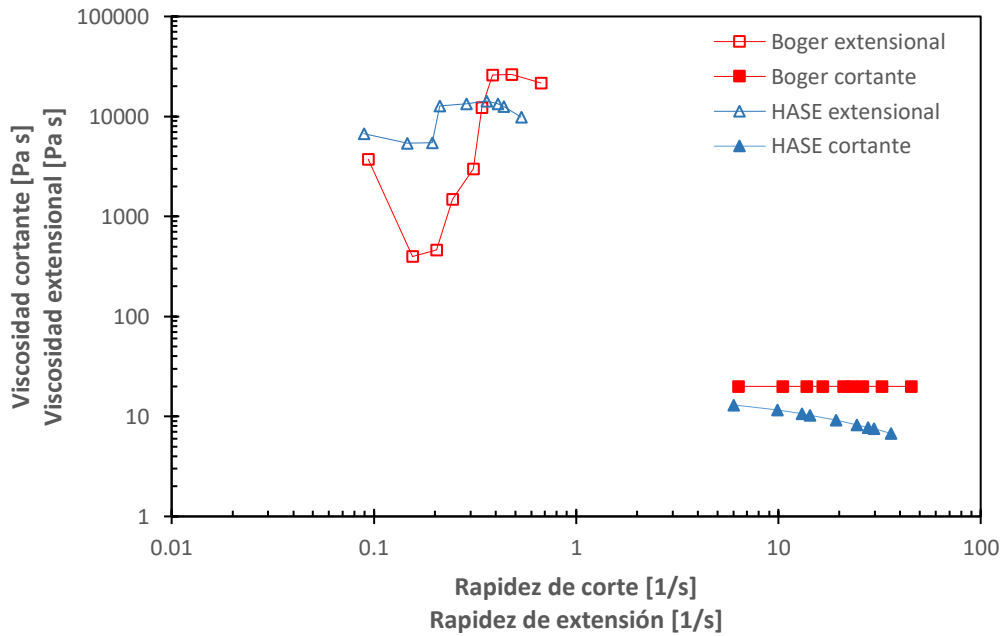


Figura 28. Viscosidad extensional y viscosidad cortante vs. rapidez de corte y rapidez de extensión

- contracción/expansión 3:1:3 (elaboración propia)

4.3 Contracción/Expansión 4:1:4

4.3.1 Caída de presión total vs. rapidez de corte máxima

Para esta relación de contracción se tiene un aumento considerable en las caídas de presión generadas por la geometría del fluido de Boger, sobrepasando el rango de medición del sensor colocado en la parte superior, generando caídas de presión anómalas a flujos altos, por lo que a partir de esta relación de contracción el número de puntos evaluados es inferior respecto a los casos analizados anteriormente (figura 29). Los puntos iniciales del fluido de Boger quedan por encima de la línea newtoniana, por lo que para esta relación de contracción existe desde el principio una importante contribución elástica al flujo generado (N1 se desarrolla con mayor intensidad); por otra parte, el efecto cortante ha experimentado un incremento de dimensiones importantes, tanto que para la solución HASE, existen puntos por debajo de la línea newtoniana, indicando valores muy bajos de viscosidad cortante. La rapidez de corte crítica se manifiesta primero en el fluido de Boger (28-30 1/s), seguido por HASE (36-38 1/s), caso inverso a la contracción 3:1:3, aunque, como analizaremos más adelante, la separación en zonas realizada para las relaciones de contracción 2:1:2 y 3:1:3 pueden no ser aplicables en este caso.

4.3.2 Caída de presión en exceso vs. rapidez de corte máxima

En la figura 30, la solución HASE se encuentra por encima de la línea newtoniana durante todo el intervalo, exhibiendo valores muy altos, considerado que, a los valores de rapidez de corte evaluados, la viscosidad cortante de este fluido es aproximadamente la mitad de su valor original (figura 8) la zona de predominio extensional no se manifiesta

con la intensidad observada en las relaciones de contracción anteriores, su intervalo de influencia mayor más amplio al presente en relaciones de contracción anteriores. El efecto del flujo cortante (incluso a una viscosidad cortante menor) empieza incluso a obstaculizar el desarrollo del flujo extensional en esa zona.

En el fluido de Boger, el desarrollo de la elasticidad es tal que la contribución del esfuerzo radial en el valor de la primera diferencia de esfuerzos normales ya no es significativa, presentando solamente ligero descenso antes de la rapidez de corte crítica: El efecto elástico en dirección axial tienen la intensidad suficiente para que sus efectos se encuentren por encima de la referencia newtoniana cortante. Por desgracia, el límite operativo del equipo impide determinar el comportamiento del flujo más allá de ese punto y si la última evolución corresponde a la manifestación extensional máxima desarrollado por el flujo.

4.3.3 Caída de presión en exceso adimensional vs. rapidez de corte máxima

Los gráficos adimensionales correspondientes a esta relación de contracción muestran un desarrollo considerable de la elasticidad en el intervalo de flujo estudiado, y un crecente efecto cortante, aminorando los efectos anteriores. Para la caída de presión en exceso adimensional (figura 31), todos los valores obtenidos para ambos fluidos sobrepasan la línea de referencia. Es interesante notar el comportamiento de la línea correspondiente a la solución HASE en el gráfico mencionado, donde el punto inicial muestra un desarrollo máximo de la elasticidad (incluso superior al generado por el fluido de Boger en todas las corridas experimentales analizadas), descendiendo a valores cercanos la referencia

newtoniana. En el fluido de Boger el efecto del esfuerzo radial en la primera diferencia de esfuerzos normales se presenta con mayor intensidad, sin embargo, el efecto elástico en la dirección radial es rápidamente superado por el ejercido en dirección del flujo.

El cociente EPD contra la caída de presión generada por la geometría hiperbólica (figura 32) proporciona una forma más explícita de cuantificar el grado de competencia entre el flujo cortante y el extensional, ya que contempla la variación de la viscosidad cortante de los fluidos con la rapidez de corte. Esto facilita nuevamente reconocer de las zonas de predominio cortante y extensional en el caso de la solución HASE. Y muestra comportamientos distintos respecto a gráfico adimensional de la figura 31.

4.3.4 Viscosidad extensional vs. rapidez de extensión máxima

Los valores de viscosidad extensional nuevamente presentan una tendencia a la baja al incrementar la razón de contracción, el flujo extensional se encuentra obstaculizado cada vez más por el desarrollo del flujo cortante, es necesaria una experimentación adicional para determinar si el punto máximo presente en el caso del fluido de Boger representa la máxima extensión desarrollada por el fluido en esta relación de contracción (figura 33)

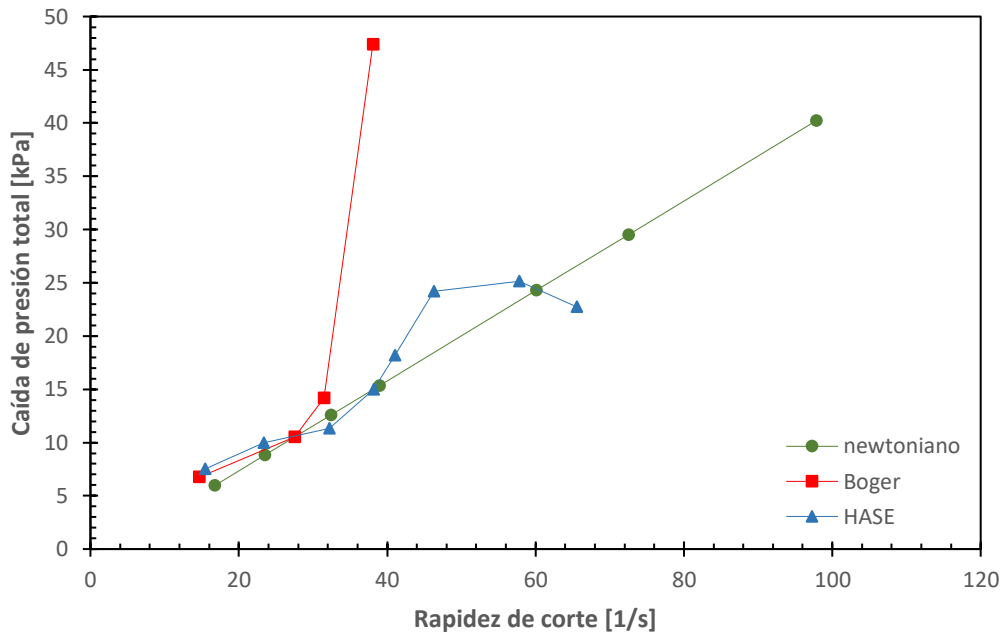


Figura 29. Caída de presión total vs. rapidez de corte

- contracción/expansión 4:1:4 (elaboración propia)

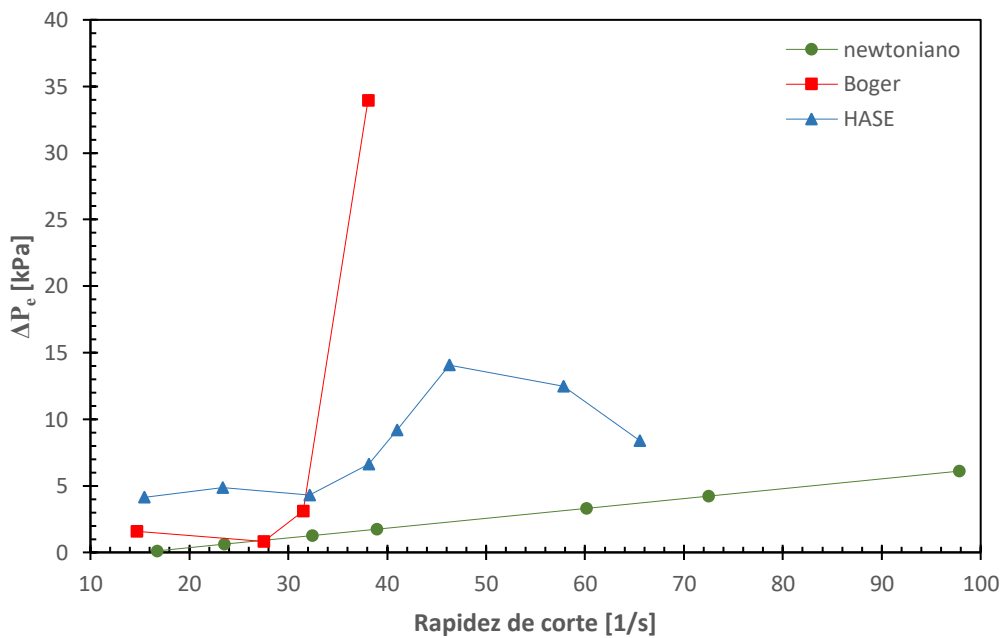


Figura 30. Caída de presión en exceso vs. rapidez de corte

- contracción/expansión 4:1:4 (elaboración propia)

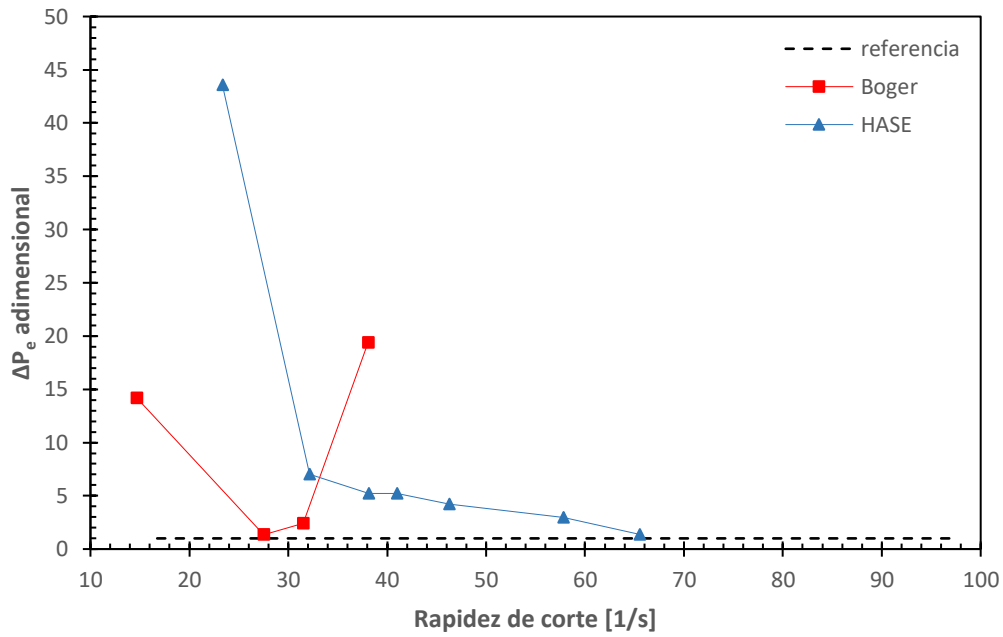


Figura 31. Caída de presión en exceso adimensional vs. rapidez de corte
- contracción/expansión 4:1:4 (elaboración propia)

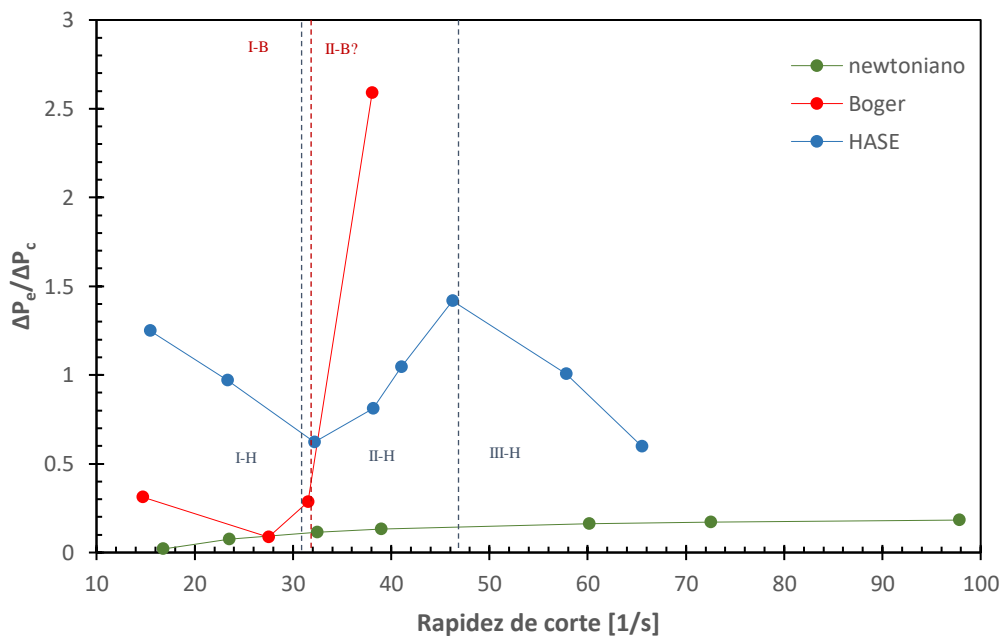


Figura 32. Caída de presión en exceso adimensional alternativa vs. rapidez de corte -
contracción/expansión 4:1:4 (elaboración propia)

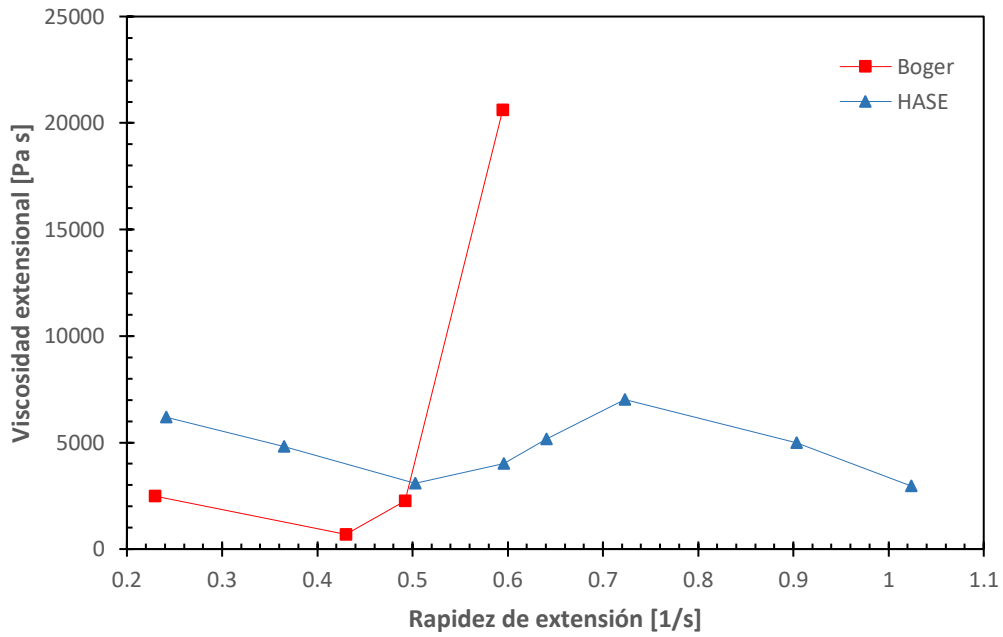


Figura 33. Viscosidad extensional vs. rapidez de extensión

- contracción/expansión 4:1:4 (elaboración propia)

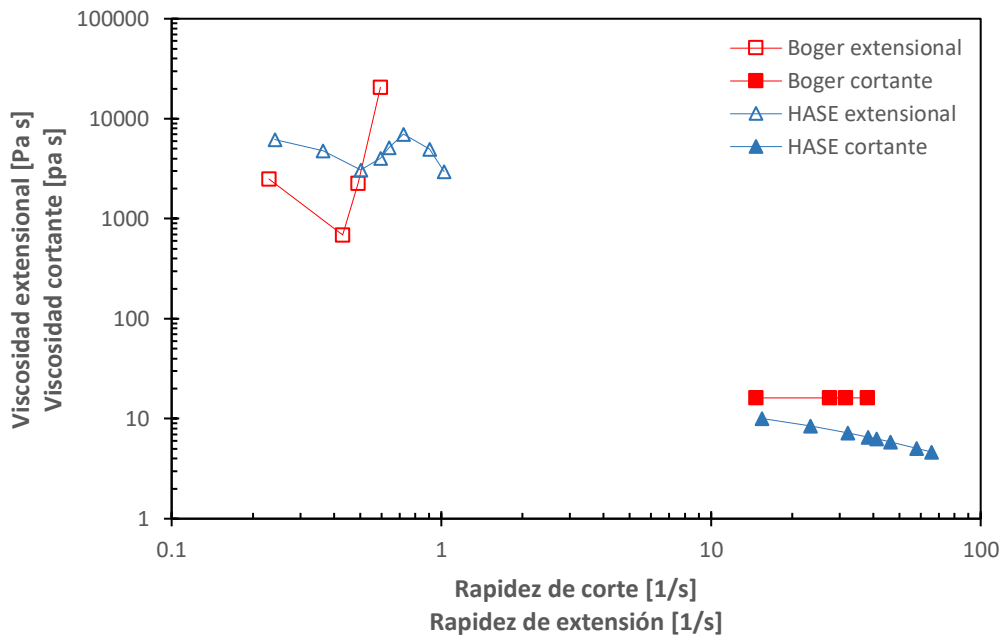


Figura 34. Viscosidad extensional y viscosidad cortante vs. rapidez de corte y rapidez de extensión -

contracción/expansión 4:1:4 (elaboración propia)

4.4 Contracción/Expansión 5:1:5

4.4.1 Caída de presión total vs. rapidez de corte máxima

Para la última relación de contracción a analizar en este trabajo, la cual presenta las menores dimensiones tanto de longitud como de área transversal, en el caso de la caída de presión total (figura 35) se puede notar la ausencia de comportamientos cercanos a la línea del fluido newtoniano y, por tanto, no se presenta una rapidez de corte crítica que aplicar para este caso. Se desconoce si la rapidez de corte crítica pueda presentarse en un intervalo posterior, debido a las limitaciones operativas del equipo.

El efecto cortante generado por la geometría es de tal intensidad que lleva a la línea de la solución HASE por debajo de la línea newtoniana, dado que a esas condiciones su viscosidad cortante es mucho menor. El fluido de Boger experimenta un ascenso proporcional durante todo el intervalo de experimentación, con comportamiento similar al de la zona III en las relaciones de contracción anteriores a flujos altos (y posterior a la rapidez de corte crítica).

4.4.2 Caída de presión en exceso vs. rapidez de corte máxima

Para los gráficos de EPD y EPD adimensional (figuras 36 y 37), se observa el desarrollo del flujo extensional por parte de los dos fluidos, donde la curva generada por HASE es menor que debido a los cambios de viscosidad cortantes desarrollados, y donde el fluido de Boger muestra una tendencia ascendente conforme aumenta el flujo. Se desconoce la ubicación de estos valores respecto a las zonas de dinámica de flujo anteriormente expuestas.

4.4.3 Caída de presión en exceso adimensional vs. rapidez de corte máxima

Al analizar el parámetro adimensional $\Delta P_e / \Delta P_c$ (figura 38) muestra que, pesar de que la zona de contracción hiperbólica genera flujos extensionales de magnitud considerable, los efectos cortantes generados en respuesta también se ven incrementados, disminuyendo el efecto extensional al aumentar el flujo. Este comportamiento se ve reflejado en el cambio de tendencia de las líneas de la figura 19-d respecto a los generados en las figuras 19-b y 19-c. El cociente $\Delta P_e / \Delta P_c$ representa una forma más adecuada de representar la competencia entre los flujos cortante y extensional respecto a cantidades adimensionales utilizadas en estudios previos.

4.4.4 Viscosidad extensional vs. rapidez de extensión máxima

La viscosidad extensional (figura 39) sigue la misma tendencia observada en relaciones de contracción anteriores, disminuyendo de forma lenta al aumentar el flujo. Resulta interesante observar el comportamiento de las viscosidades cortante y extensional para los fluidos Boger y HASE (figura 40) tengan una tendencia similar.

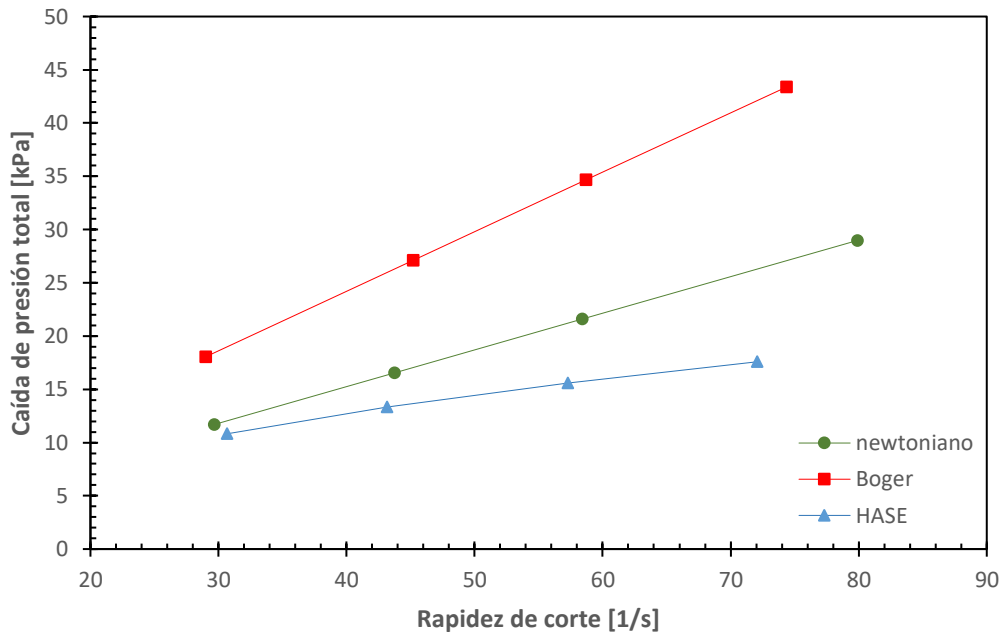


Figura 35. Caída de presión total vs. rapidez de corte

- contracción/expansión 5:1:5 (elaboración propia)

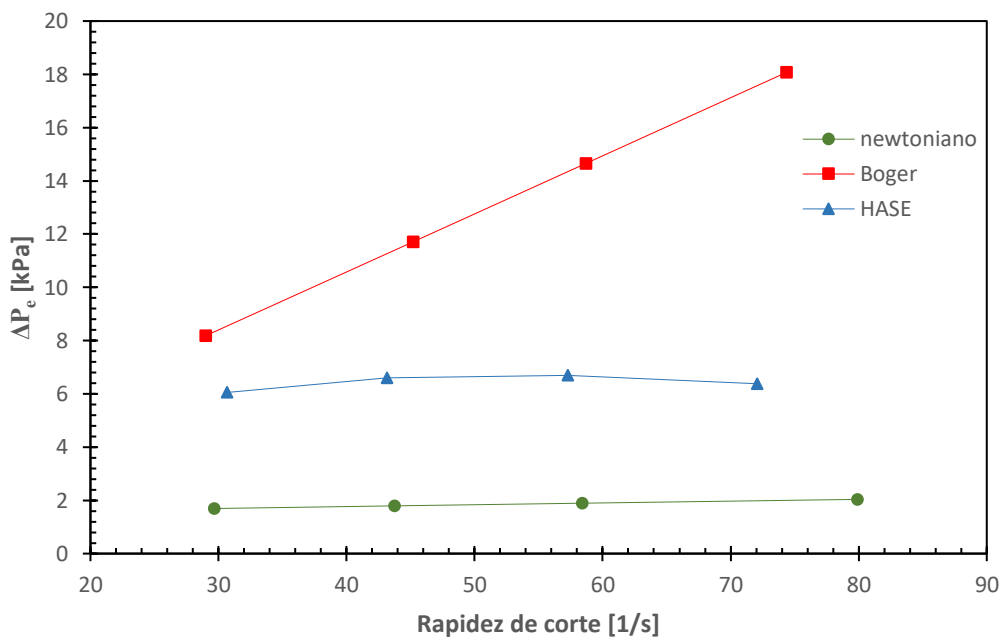


Figura 36. Caída de presión en exceso vs. rapidez de corte

- contracción/expansión 5:1:5 (elaboración propia)

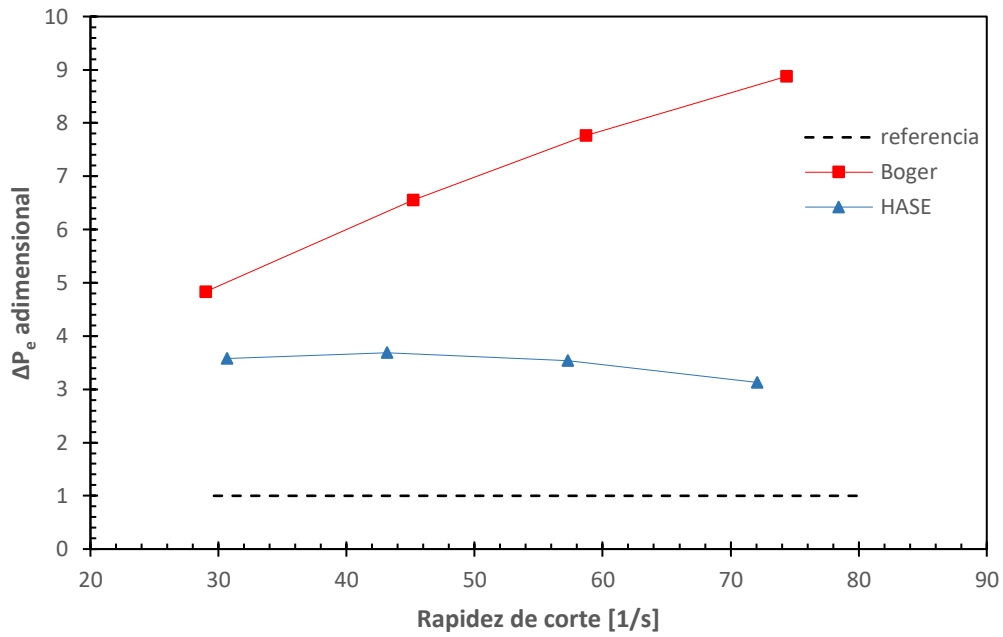


Figura 37. Caída de presión en exceso adimensional vs. rapidez de corte
- contracción/expansión 5:1:5 (elaboración propia)

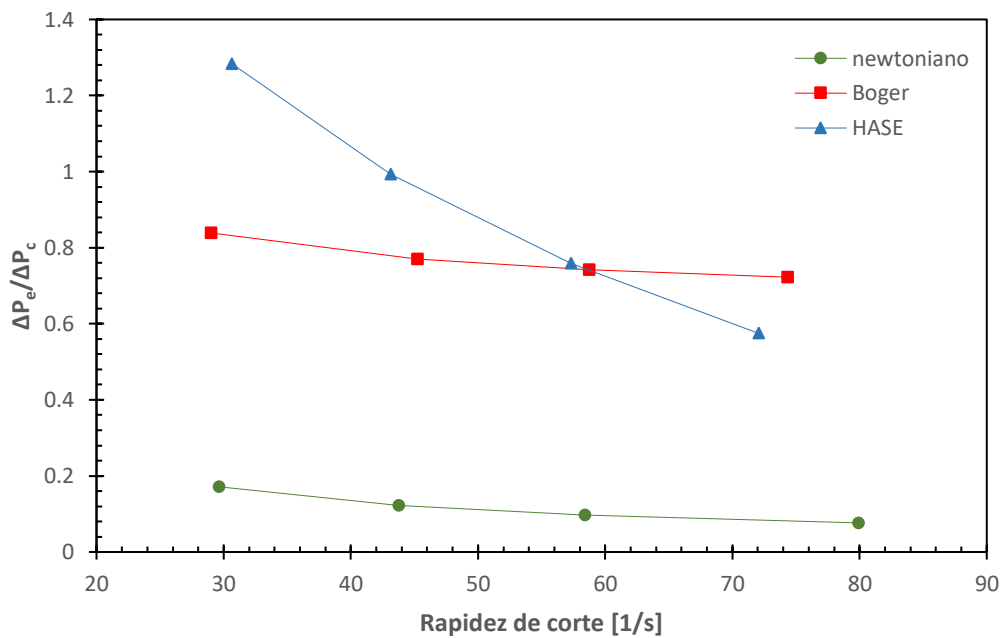


Figura 38. Caída de presión en exceso adimensional alternativa vs. rapidez de corte -
contracción/expansión 5:1:5 (elaboración propia)

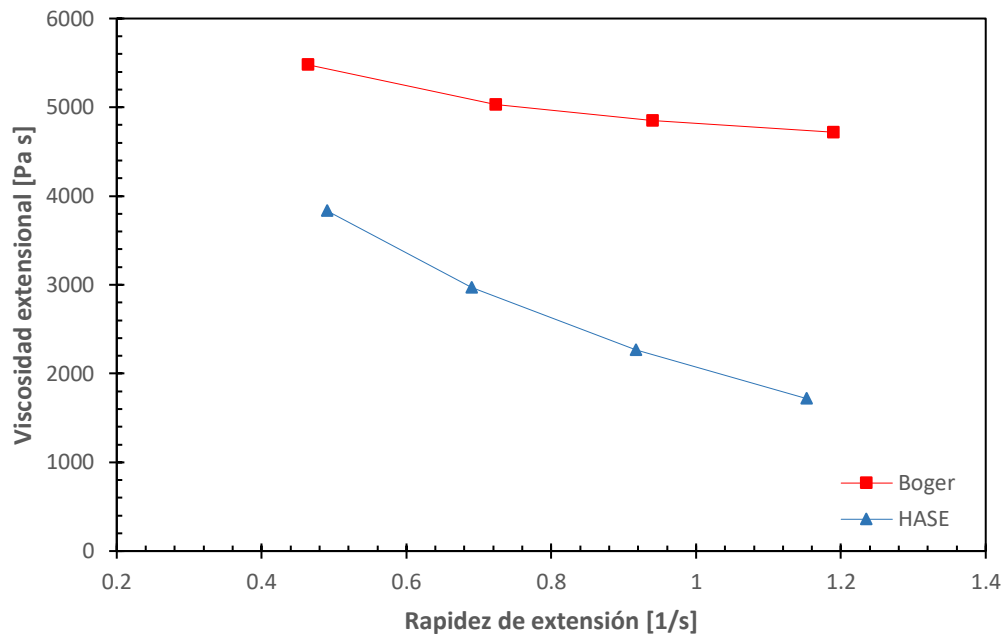


Figura 39. Viscosidad extensional vs. rapidez de extensión

- contracción/expansión 5:1:5 (elaboración propia)

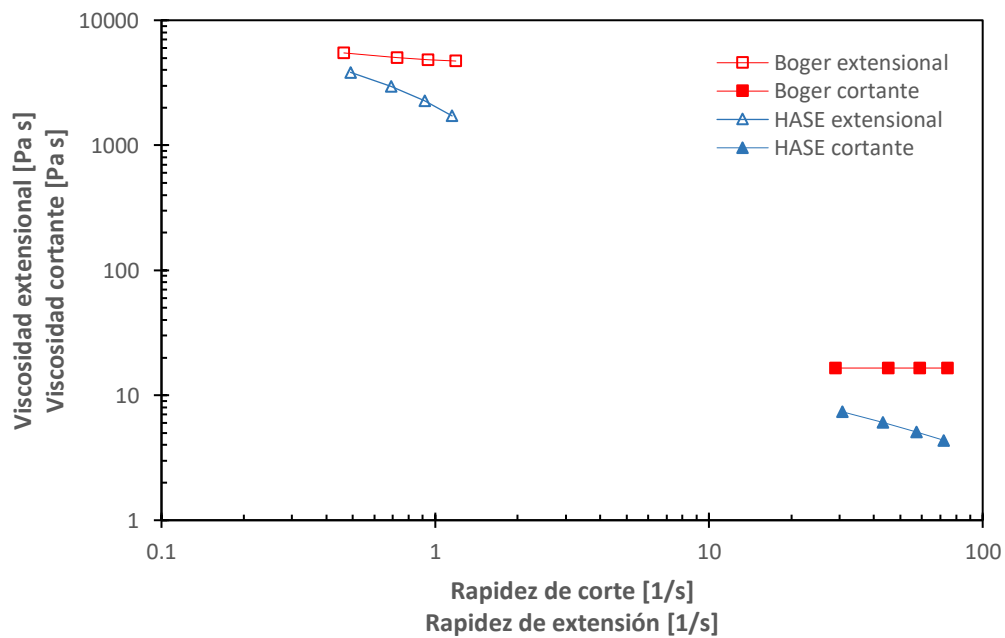


Figura 40. Viscosidad extensional y viscosidad cortante vs. rapidez de corte y rapidez de extensión -

contracción/expansión 5:1:5 (elaboración propia)

Capítulo 5

Conclusiones

La expresión teórica tipo Hagen-Poiseuille en un sistema en contracción/ expansión hiperbólica predijo con gran precisión el valor de la caída de presión (en especial a flujos bajos, donde no se presentan efectos adicionales), de la misma forma, el valor de la caída de presión en exceso (EPD), representó a la componente elástica de los fluidos analizados, lo que permitió reconocer la competencia entre el flujo extensional y el flujo cortante presentes en el sistema. A relaciones de contracción bajas (como la 2:1:2 y 3:1:3) se tuvo una dinámica de flujo definida por tres zonas principales:

- Zona I: Presenta a bajos valores de rapidez de corte; presenta un predominio de características cortantes, debido al desarrollo de una respuesta elástica en dirección radial por parte de los fluidos. Se hace evidente el efecto de la primera diferencia de esfuerzos normales, presentándose con mayor claridad que en el caso de geometrías axisimétricas súbitas.
- Zona II: Se extiende a partir de la rapidez de corte crítica, donde el flujo extensional se presenta con mayor intensidad (lo cual también se expresa en la caída de presión), hasta un punto máximo, relacionada con la máxima extensión del elemento de fluido. Esta zona tiende a disminuir conforme aumenta la relación de contracción.
- Zona III: Posterior a la rapidez de corte crítica, donde el flujo vuelve a presentar características cortantes, relacionado con las interacciones del fluido (que ha

alcanzado la máxima extensión posible de sus moléculas) con las paredes de la contracción. El efecto cortante en el flujo provoca cambios en la viscosidad en el caso específico de la solución HASE, donde este comportamiento, más allá de ser ocasionado por la competencia inicialmente planteada entre los flujos extensional y cortante, se considera una consecuencia directa del flujo cortante, superando a cualquier efecto elástico presente.

Para las relaciones de contracción grandes (4:1:4 y 5:1:5), las limitaciones operativas del equipo impidieron observar las zonas anteriormente expuestas de forma total, restringiéndose a secciones limitadas de los mismos. Se observa una tendencia proporcional al aumentar la relación de contracción de los efectos extensional y cortante, donde los últimos son los que imponen sus características al flujo.

Los valores de viscosidad extensional obtenidos fueron de un orden de magnitud similar a los reportados en la literatura, y su comportamiento representa de forma fiel los intervalos de dinámica de flujo expuestos anteriormente, incrementando el valor de esta propiedad en forma drástica en la zona extensional.

Algunos de los principales alcances a futuro de este trabajo radican en la ampliación del intervalo de operación del equipo, lo que permitirá analizar con mayor exactitud la dinámica de flujo en relaciones de contracción altas, así como analizar casos experimentales fuera del estado estacionario (como puede ser el flujo pulsátil), y poder aproximarnos a situaciones de flujo reales.

Referencias bibliográficas

- AGUAYO J.P., TAMADDON-JAHROMI H.R. & WEBSTER M.F. (2008) “EXCESS PRESSURE DROP ESTIMATION IN CONTRACTION AND EXPANSION FLOWS FOR CONSTANT SHEAR-VISCOSITY, EXTENSION STRAIN-HARDENING FLUIDS” *J. NON-NEWTONIAN FLUID MECH.* 153 157-176
- ANNA, S.L., MCKINLEY G.H, NGUYEN D.A., SRIDHAR T., MULLER S.J., HUANG J. & JAMES D.F. (2000) “AN INTERLABORATORY COMPARISON OF MEASUREMENTS FROM FILAMENT STRETCHING AND BREAKUP OF MODEL ELASTIC LIQUIDS” *J. RHEOL.* 45 83-114
- ASCANIO G., CARREAU, P.J., BRITO-DE LA FUENTE E. & TANGUY P.A. (2002) “ORIFICE FLOWMETER FOR MEASURING EXTENSIONAL RHEOLOGICAL PROPERTIES” *THE CANADIAN JOURNAL OF CHEMICAL ENGINEERING VOL. 80-6* 1189-1196
- BARNES, H. A., HUTTON J.F. & WALTERS K. (1989) “AN INTRODUCTION TO RHEOLOGY” *RHEOLOGY SERIES VOL. 3 ELSEVIER, THE NETHERLANDS*
- BAUTISTA F., DE SANTOS J.M, PUIG J.E. & MANERO O. (1999) “UNDERSTANDING THIXOTROPIC AND ANTITHIXOTOPIC BEHAVIOR OF VISCOELASTIC MICELLAR SOLUTIONS AND LIQUID CRYSTALLINE DISPERSIONS” *J. NON-NEWTONIAN FLUID MECH.* 80 93-113.
- BINDING D.M. & WALTERS K. (1988) “ON THE USE OF FLOW THROUGH A CONTRACTION IN ESTIMATING THE EXTENSIONAL VISCOSITY OF MOBILE POLYMER SOLUTIONS”. *J NON-NEWTONIAN FLUID MECH* 30 (2-3) 233-250

- BINDING D.M. (1991) "FURTHER CONSIDERATIONS OF AXISYMMETRIC CONTRACTION FLOWS" *J. NON-NEWTONIAN FLUID MECH.* 41 27-42.
- BIRD, R., BYRON, W.E., STEWART & LIGHTFOOT E.N. (1960) "TRANSPORT PHENOMENA".
JOHN WILEY & SONS
- BIRD R. B. BYRON, W.E, ARMSTRONG R. C. & HASSAGER O. (1987) "DYNAMICS OF POLYMERIC LIQUIDS, VOLUME 1: FLUID MECHANICS" *WILEY*
- BOGER D.V. (1987) "VISCOELASTIC FLOWS THROUGH CONTRACTIONS" *ANN. REV. FLUID MECH* 19 157-182
- CABLE, P. J. (1976) "LAMINAR ENTRY FLOW OF VISCOELASTIC FLUIDS," *PH.D. THESIS*,
MONASH UNIV., CLAYTON, VICTORIA, AUSTRALIA
- CABLE P.J. & BOGER D.V. (1978A) "A COMPREHENSIVE EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF TUBULAR ENTRY FLOW OF VISCOELASTIC FLUIDS, PART I. VORTEX CHARACTERISTIC IN STABLE FLOW", *AICHE JOURNAL*.24 869-879.
- CABLE P.J. & BOGER D.V. (1978B) "A COMPREHENSIVE EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF TUBULAR ENTRY FLOW OF VISCOELASTIC FLUIDS, PART II. VORTEX CHARACTERISTIC IN STABLE FLOW", *AICHE JOURNAL*. 24 992-999.
- CAMPO-DEAÑO L., GALINDO-ROSALES F.J., PINHO F.T, ALVES M.A. & OLIVEIRA M.S.N. (2011) "FLOW OF LOW VISCOSITY BOGER FLUIDS THROUGH A MICROFLUIDIC HYPERBOLIC CONTRACTION" *J. NON-NEWTONIAN FLUID MECH.* 166 1286-1296.

- CÁRTALOS U. & PIAU J.M. (1992) “CREEPING FLOW REGIMES OF LOW CONCENTRATION POLYMER SOLUTIONS IN THICK SOLVENTS THROUGH AN ORIFICE DIE”, *J. NON-NEWTONIAN FLUID MECH.* 45 231-285.
- CHANDRASHEKHAR D. & KUMAR S. (2016) “EFFECTS OF AXIALLY SYMMETRIC STENOSIS ON THE BLOOD FLOW IN AN ARTERY HAVING MILD STENOSIS” *INTERNATIONAL JOURNAL OF MATHEMATICS TRENDS AND TECHNOLOGY (IJMTT) VOL. 35 #3*
- COGSWELL, F.N. (1972) “CONVERGING FLOW OF POLYMER MELTS IN EXTRUSION DIES”, *POLYM. ENG. SCI.* 12 64–73.
- COGSWELL F.N. (1978) “CONVERGING FLOW AND STRETCHING FLOW: A COMPILATION”, *J. NON-NEWTONIAN FLUID MECH.* 4 23-38.
- COLLIER J.R., ROMANOSCHI O. & PETROVAN S. (1998) “ELONGATIONAL RHEOLOGY OF POLYMER MELTS AND SOLUTIONS” *J. APPL. POLYM. SCI.* 69 2357-2367
- DELLA VALLE, D., TANGUY P.A. & CARREAU P.J. (2000) “CHARACTERIZATION OF EXTENSIONAL PROPERTIES FLUIDS USING AN ORIFICE FLOWMETER”, *J. NON-NEWTONIAN FLUID MECH.* 94 1–13.
- DENNISON, M. T. (1967) “FLOW INSTABILITY IN POLYMER MELTS: A REVIEW” *TRANS. J. PLAST. INST.* 35 803-808
- FEIGL K., TANNER F. X. EDWARDS B. J. & COLLIER J. R. (2003) “A NUMERICAL STUDY OF THE MEASUREMENT OF ELONGATIONAL VISCOSITY OF POLYMERIC FLUIDS IN A SEMIHYPERBOLICALLY CONVERGING DIE” *J. NON-NEWTONIAN FLUID MECH.* 115 191-215

- JAMES F. D. (1991) "FLOW IN A CONVERGING CHANNEL AT MODERATE REYNOLDS NUMBERS" *AICHE JOURNAL VOL. 37 #1*
- JAMES F. D., CHANDLER G. M. & ARMOUR S.J. (1990) "A CONVERGING CHANNEL RHEOMETER FOR THE MEASUREMENT OF EXTENSIONAL VISCOSITY" *J. NON-NEWTONIAN FLUID MECH.* 35 421-443
- MACOSKO, C. W. (1994) "RHEOLOGY: PRINCIPLES, MEASUREMENTS AND APPLICATIONS" *VCH PUBLISHERS, NEW YORK, NY*
- MEISSNER J. (1985) "EXPERIMENTAL ASPECTS IN POLYMER MELT ELONGATIONAL RHEOMETRY" *CHEM, ENG. COMMUN.* 159-180
- MUÑOZ K.D. (2007) "ESTUDIO EXPERIMENTAL COMPARATIVO DE LA DINÁMICA DE FLUJO EN CONTRACCIÓN/EXPANSIÓN EN GEOMETRÍAS AXISIMÉTRICA Y CUADRADA DE FLUIDOS COMPLEJOS". *TESIS DE LICENCIATURA. UNAM, FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ZARAGOZA*
- NGUYEN G.H. & BOGER D.V. (1979) "THE KINEMATICS AND STABILITY OF DIE ENTRY FLOWS", *J. NON-NEWTONIAN FLUID MECH.* 5 353-368.
- NYSTRÖM M., TAMADDON-JAHROMI H.R., STANDING M. & WEBSTER M.F. (2016) "EXTRACTING EXTENSIONAL PROPERTIES THROUGH EXCESS PRESSURE DROP ESTIMATION IN AXISYMETRIC CONTRACTION AND EXPANSION FLOWS FOR CONSTANT SHEAR VISCOSITY, EXTENSION STRAIN-HARDENING FLUIDS" *RHEOL. ACTA.* 55 373-396

- OBER T.J., HAWARD S.J., PIPE C.J., SOULAGES J. & MCKINLEY G.H. (2013) “MICROFLUIDIC EXTENSIONAL RHEOMETRY USING A HYPERBOLIC CONTRACTION GEOMETRY” *RHEOL. ACTA*. 52 529-546.
- OLIVEIRA M.S.N., ALVES M.A., MCKINLEY G.H. & PINHO F.T. (2006) “EXTENSIONAL FLOW THROUGH MICROFABRICATED HYPERBOLIC CONTRACTIONS” *CONFERÊNCIA NACIONAL DE MÉTODOS NUMÉRICOS EM MECÂNICA DOS FLUIDOS E TERMODINÂMICA, PORTUGAL*
- OLIVEIRA M.S.N., ALVES M.A., PINHO F.T. & MCKINLEY G.H. (2007) “VISCIOUS FLOW THROUGH MICROFABRICATED HYPERBOLIC CONTRACTIONS” *EXP FLUID* 43(2-3) 437-451
- PADMANABHAN, M. & MACOSKO C.W. (1997) “EXTENSIONAL VISCOSITY FROM ENTRANCE PRESSURE DROP MEASUREMENTS”, *RHEOL. ACTA* 36 144-151.
- PÉREZ M. (2016) “ESTUDIO EXPERIMENTAL DE FLUIDOS COMPLEJOS EN FLUJO CONTRACCIÓN/EXPANSION”. *TESIS DE DOCTORADO UNAM, FACULTAD DE QUÍMICA*
- PETRIE, C. J. S. & DENN M.M. (1976) “INSTABILITIES IN POLYMER PROCESSING,” *ALCHE J.*, 22, NO. 2, 209-236
- PETRIE C.J.S. (2006) “EXTENSIONAL VISCOSITY: A CRITICAL DISCUSSION” *J. NON-NEWTONIAN FLUID MECH.* 137 15-23
- QUEZADA A.P. (2017) “EVALUACIÓN EXPERIMENTAL DE LA VISCOSIDAD EXTENSIONAL UNIAXIAL A PARTIR DE UN FLUJO CONTRACCIÓN-EXPANSIÓN RECTANGULAR EMPLEANDO

- FLUIDOS VISCOELÁSTICOS COMPLEJOS.” *TESIS DE LICENCIATURA*. UNAM, FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ZARAGOZA.
- RAJAGOPALAN D. (2000) “COMPUTATIONAL ANALYSIS OF TECHNIQUES TO DETERMINE EXTENSIONAL VISCOSITY FROM ENTRANCE FLOWS”. *RHEOL. ACTA*. 39 138–151
- ROTHSTEIN J.P. & MCKINLEY G.H. (1999) “EXTENSIONAL FLOW OF A POLYSTYRENE BOGER FLUID THROUGH A 4:1:4 AXISYMMETRIC CONTRACTION/EXPANSION”, *J. NON-NEWTONIAN FLUID MECH.* 86 61-88.
- ROTHSTEIN J.P. & MCKINLEY G.H. (2001) “THE AXISYMMETRIC CONTRACTION-EXPANSION: THE ROLE OF EXTENSIONAL RHEOLOGY ON VORTEX GROWTH DYNAMICS AND THE ENHANCED PRESSURE DROP”, *J. NON-NEWTONIAN FLUID MECH.* 98 33-63.
- SAMPSON R.A. (1891) “ON STOKES’S CURRENT FUNCTION” *PHILOSOPHICAL TRANSACTIONS OF THE ROYAL SOCIETY OF LONDON A; VOL 182* 449-518.
- SOCHI T. (2010) “THE FLOW OF NEWTONIAN FLUIDS IN AXISYMMETRIC CORRUGATED TUBES” *UNIVERSITY COLLEGE LONDON*
- SOUSA P., PINHO T., OLIVEIRA M.S.N. & ALVES, A. (2010) “FLOW OF A BLOOD ANALOGUE SOLUTION THROUGH MICROFABRICATED HYPERBOLIC SOLUTIONS” *COMPUTATIONAL VISION AND MEDICAL IMAGE PROCESSING* 265-279
- SOUSA P., PINHO T., OLIVEIRA M.S.N. & ALVES, A. (2011) “EXTENSIONAL FLOW OF BLOOD ANALOG SOLUTIONS IN MICROFLUIDIC DEVICES” *BIOMICROFLUIDICS* 5 014108

- SRIVASTAVA V.P. (1995) “ARTERIAL BLOOD FLOW THROUGH A NONSYMMETRICAL STENOSIS WITH APPLICATIONS” *JPN. J. APPL. PHYS. VOL.34* 6539-6545
- TABATABAEI S., LÓPEZ AGUILAR J.E., TAMADDON-JAHROMI H.R., WEBSTER M.F. & WILLIAMS R. (2015) “MODIFIED BAUTISTA-MANERO (MBM) MODELING FOR HYPERBOLIC CONTRACTION-EXPANSION FLOWS” *RHEOL. ACTA* 54 869-885
- TREJO E. (2013) “EXTRACCIÓN SELECTIVA COMO UN NUEVO MÉTODO PARA MEDIR VISCOSIDAD EXTENSIONAL” *TESIS DE LICENCIATURA*. UNAM, FACULTAD DE INGENIERÍA.
- TROUTON, F.T. (1906) “ON THE COEFFICIENT OF VISCOUS TRACTION AND ITS RELATION TO THAT OF VISCOSITY” *PROC. R. SOC.* 77 426–440.
- WALTERS K., TAMADDON-JAHROMI H.R, WEBSTER M.F., TOMÉ M.F. & MCKEE S. (2009) “THE COMPETING ROLES OF EXTENSIONAL VISCOSITY AND NORMAL STRESS DIFFERENCES IN COMPLEX FLOWS OF ELASTIC LIQUIDS”, *KOREA-AUSTRALIA RHEOLOGY JOURNAL* 21 (4) 225-233.
- WANG J. & JAMES F. D. (2011) “LUBRICATED EXTENSIONAL FLOW OF VISCOELASTIC FLUIDS IN A CONVERGENT MICROCHANNEL” *J. RHEOL.* 55 1103-1126
- WHITE, J. L. (1973) “CRITIQUE ON FLOW PATTERNS IN POLYMER FLUIDS AT THE ENTRANCE OF A DIE AND INSTABILITIES LEADING TO EXTRUDATE DISTORTION,” *APPL. POLYMER SYMPOSIUM No. 20* 155-174

WHITE J. L. & KONDO A. (1977) "FLOW PATTERNS IN POLYETHYLENE AND POLYSTYRENE
MELTS DURING EXTRUSION THROUGH A DIE ENTRY REGION: MEASUREMENT AND
INTERPRETATION" *J. NON-NEWTONIAN FLUID MECH.* 3 41-64

YAGINUMA T., OLIVEIRA M., LIMA R., ISHIKAWA T. & YAMAGUCHI T. (2013) "HUMAN RED
BLOOD CELL BEHAVIOR UNDER HOMOGENEOUS EXTENSIONAL FLOW IN A HYPERBOLIC-
SHAPED MICROCHANNEL" *BIOMICROFLUIDICS* 7 054110

Apéndice 1

-Evaluación de la caída de presión a través de un tubo hiperbólico-

A partir de la expresión de Hagen-Poiseuille infinitesimal, acoplado la función radial hiperbólica dada por Tabatabaei (2015)

$$\Delta P = \frac{8Q\mu}{\pi} \int_0^{15r_{\min}} \frac{\delta x}{\left(\frac{r_{\max}}{\sqrt{\left(\frac{x}{15r_{\min}}\right)\left(\frac{r_{\max}^2}{r_{\min}^2} - 1\right) + 1}} \right)^4} \quad (\text{A1-1})$$

$$\Delta P = \frac{8Q\mu}{\pi} \int_0^{15r_{\min}} \frac{\delta x}{[r_{\max}]^4 \left[\sqrt{\left(\frac{x}{15r_{\min}}\right)\left(\frac{r_{\max}^2}{r_{\min}^2} - 1\right) + 1} \right]^4} \quad (\text{A1-2})$$

$$\Delta P = \frac{8Q\mu}{\pi} \int_0^{15r_{\min}} \frac{\left[\sqrt{\left(\frac{x}{15r_{\min}}\right)\left(\frac{r_{\max}^2}{r_{\min}^2} - 1\right) + 1} \right]^4 \delta x}{[r_{\max}]^4}$$

$$\Delta P = \frac{8Q\mu}{\pi r_{\max}^4} \int_0^{15r_{\min}} \left[\left(\frac{x}{15r_{\min}}\right)\left(\frac{r_{\max}^2}{r_{\min}^2} - 1\right) + 1 \right]^2 \delta x \quad (\text{A1-3})$$

$$\Delta P = \frac{8Q\mu}{\pi r_{\max}^4} \int_0^{15r_{\min}} \left[x \left(\frac{1}{15r_{\min}}\right)\left(\frac{r_{\max}^2}{r_{\min}^2} - 1\right) + 1 \right]^2 \delta x$$

para

$$\alpha = \left(\frac{1}{15r_{\min}} \right) \left(\frac{r_{\max}^2}{r_{\min}^2} - 1 \right)$$

$$\alpha = \left(\frac{r_{\max}^2}{15r_{\min}^3} - \frac{1}{15r_{\min}} \right)$$

$$\alpha = \left(\frac{15r_{\max}^2 r_{\min} - 15r_{\min}^3}{225r_{\min}^4} \right)$$

$$\alpha = \frac{15r_{\min} (r_{\max}^2 - r_{\min}^2)}{225r_{\min}^4}$$

$$\alpha = \frac{r_{\max}^2 - r_{\min}^2}{15r_{\min}^3}$$

$$\begin{aligned} \Delta P &= \frac{8Q\mu}{\pi r_{\max}^4} \int_0^{15r_{\min}} [\alpha x + 1]^2 \delta x \\ \Delta P &= \frac{8Q\mu}{\pi r_{\max}^4} \int_0^{15r_{\min}} [\alpha^2 x^2 + 2\alpha x + 1] \delta x \\ \Delta P &= \frac{8Q\mu}{\pi r_{\max}^4} \left\{ \alpha^2 \int_0^{15r_{\min}} x^2 \delta x + 2\alpha \int_0^{15r_{\min}} x \delta x + \int_0^{15r_{\min}} \delta x \right\} \end{aligned} \quad (\text{A1-4})$$

Integrando

$$\begin{aligned} \Delta P &= \frac{8Q\mu}{\pi r_{\max}^4} \left\{ \alpha^2 \int_0^{15r_{\min}} x^2 \delta x + 2\alpha \int_0^{15r_{\min}} x \delta x + \int_0^{15r_{\min}} \delta x \right\} \\ \Delta P &= \frac{8Q\mu}{\pi r_{\max}^4} \left\{ \alpha^2 \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^{15r_{\min}} + 2\alpha \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^{15r_{\min}} + [x]_0^{15r_{\min}} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A1-5})$$

Evaluando los límites de evaluación

$$\Delta P = \frac{8Q\mu}{\pi r_{\max}^4} \left\{ \alpha^2 \left[\frac{1}{3}(15r_{\min})^3 - \frac{1}{3}(0)^3 \right] + 2\alpha \left[\frac{1}{2}(15r_{\min})^2 - \frac{1}{2}(0)^2 \right] + [(15r_{\min}) - (0)] \right\}$$

$$\Delta P = \frac{8Q\mu}{\pi r_{\max}^4} \left\{ \alpha^2 [1125r_{\min}^3] + 2\alpha \left[\frac{225}{2}r_{\min}^2 \right] + [15r_{\min}] \right\} \quad (A1-6)$$

$$\Delta P = \frac{8Q\mu}{\pi r_{\max}^4} \left\{ \alpha^2 [1125r_{\min}^3] + \alpha [225r_{\min}^2] + [15r_{\min}] \right\}$$

Sustituyendo el valor de α

$$\Delta P = \frac{8Q\mu}{\pi r_{\max}^4} \left\{ \left(\frac{r_{\max}^2 - r_{\min}^2}{15r_{\min}^3} \right)^2 [1125r_{\min}^3] + \left(\frac{r_{\max}^2 - r_{\min}^2}{15r_{\min}^3} \right) [225r_{\min}^2] + [15r_{\min}] \right\}$$

$$\Delta P = \frac{8Q\mu}{\pi r_{\max}^4} \left\{ \left[\frac{(r_{\max}^2 - r_{\min}^2)^2}{225r_{\min}^6} \right] [1125r_{\min}^3] + \left(\frac{r_{\max}^2 - r_{\min}^2}{15r_{\min}^3} \right) [225r_{\min}^2] + [15r_{\min}] \right\} \quad (A1-7)$$

$$\Delta P = \frac{8Q\mu}{\pi r_{\max}^4} \left\{ \left[\frac{r_{\max}^4 - 2r_{\max}^2 r_{\min}^2 + r_{\min}^4}{225r_{\min}^6} \right] [1125r_{\min}^3] + \left(\frac{r_{\max}^2 - r_{\min}^2}{15r_{\min}^3} \right) [225r_{\min}^2] + [15r_{\min}] \right\}$$

$$\Delta P = \frac{8Q\mu}{\pi r_{\max}^4} \left\{ \left[\frac{r_{\max}^4}{225r_{\min}^6} - \frac{2r_{\max}^2 r_{\min}^2}{225r_{\min}^6} + \frac{r_{\min}^4}{225r_{\min}^6} \right] [1125r_{\min}^3] + \left(\frac{r_{\max}^2}{15r_{\min}^3} - \frac{r_{\min}^2}{15r_{\min}^3} \right) [225r_{\min}^2] + [15r_{\min}] \right\} \quad (A1-8)$$

$$\Delta P = \frac{8Q\mu}{\pi r_{\max}^4} \left\{ \left[\frac{1125r_{\min}^3 r_{\max}^4}{225r_{\min}^6} - \frac{2250r_{\max}^2 r_{\min}^5}{225r_{\min}^6} + \frac{1125r_{\min}^7}{225r_{\min}^6} \right] + \left(\frac{225r_{\min}^2 r_{\max}^2}{15r_{\min}^3} - \frac{225r_{\min}^4}{15r_{\min}^3} \right) + [15r_{\min}] \right\}$$

$$\Delta P = \frac{8Q\mu}{\pi r_{\max}^4} \left\{ \left[\frac{5r_{\max}^4}{r_{\min}^3} - \frac{10r_{\max}^2}{r_{\min}} + 5r_{\min} \right] + \left(\frac{15r_{\max}^2}{r_{\min}} - 15r_{\min} \right) + [15r_{\min}] \right\}$$

$$\Delta P = \frac{8Q\mu}{\pi r_{\max}^4} \left\{ \frac{5r_{\max}^4}{r_{\min}^3} - \frac{10r_{\max}^2}{r_{\min}} + 5r_{\min} + \frac{15r_{\max}^2}{r_{\min}} - 15r_{\min} + 15r_{\min} \right\} \quad (A1-9)$$

$$\Delta P = \frac{8Q\mu}{\pi r_{\max}^4} \left\{ \frac{5r_{\max}^4}{r_{\min}^3} - \frac{10r_{\max}^2}{r_{\min}} + 5r_{\min} + \frac{15r_{\max}^2}{r_{\min}} \right\}$$

Reduciendo términos semejantes y simplificando;

$$\Delta P = \frac{8Q\mu}{\pi r_{\max}^4} \left\{ \frac{5r_{\max}^4}{r_{\min}^3} + \frac{5r_{\max}^2}{r_{\min}} + 5r_{\min} \right\}$$

$$\Delta P = \frac{40Q\mu}{\pi r_{\max}^4} \left\{ \frac{r_{\max}^4}{r_{\min}^3} + \frac{r_{\max}^2}{r_{\min}} + r_{\min} \right\}$$
(A1-10)

La expresión A1-10 representa la presión generada en medio tubo hiperbólico, para representar la caída de presión en el tubo entero, se suma una interacción de presión simétrica. Esto fue comprobado evaluando las integrales de forma directa en programas de software y acoplando la función radial simétrica para la sección de tubo complementaria.

$$\Delta P = \frac{80Q\mu}{\pi r_{\max}^4} \left\{ r_{\min} + \frac{r_{\max}^2}{r_{\min}} + \frac{r_{\max}^4}{r_{\min}^3} \right\}$$
(A1-11)

Análisis dimensional

$$\Delta P = \frac{\text{fuerza}}{\text{área}} = \left[\frac{\text{kg} * \text{m}}{\text{s}^2} \right] = \left[\frac{\text{kg}}{\text{m} * \text{s}^2} \right]$$

$$\Delta P = \left[\frac{\left(\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right) \left(\frac{\text{kg}}{\text{m} * \text{s}} \right) \text{m}}{\text{m}^4} \right] = \left[\frac{\text{m}^2 \text{kg}}{\text{s}^2} \right] = \left[\frac{\text{m}^2 \text{kg}}{\text{m}^3 * \text{s}^2} \right] = \left[\frac{\text{kg}}{\text{m} * \text{s}^2} \right]$$

Funciones generadas a partir de la función hiperbólica radial

- *Función radial en contracción hiperbólica (contracción 4:1:4)*

$$\begin{aligned} r(z) &= \frac{r_{max}}{\sqrt{\left(\frac{z}{15r_{min}}\right)\left(\frac{r_{max}^2}{r_{min}^2} - 1\right) + 1}} & 0 \leq z \leq 15r_{min} \\ r(z) &= \frac{r_{min}}{\sqrt{\left(\frac{z - 15r_{min}}{15r_{min}}\right)\left(\frac{r_{min}^2}{r_{max}^2} - 1\right) + 1}} & 15r_{min} \leq z \leq 30r_{min} \end{aligned} \quad (A1-12)$$

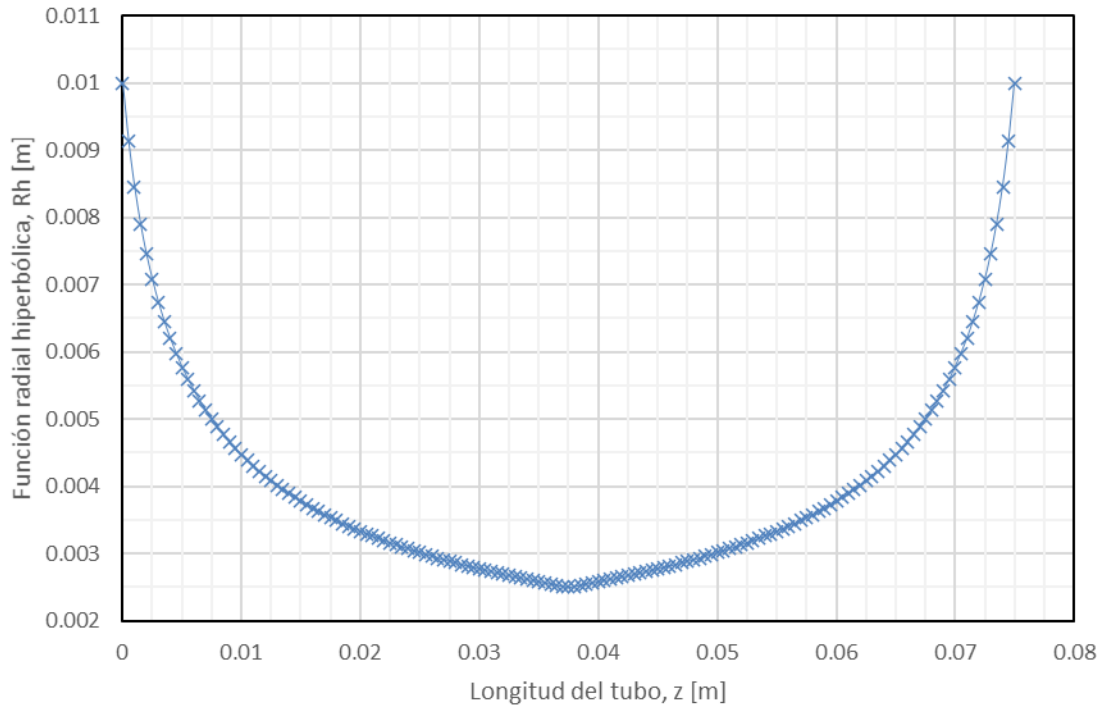
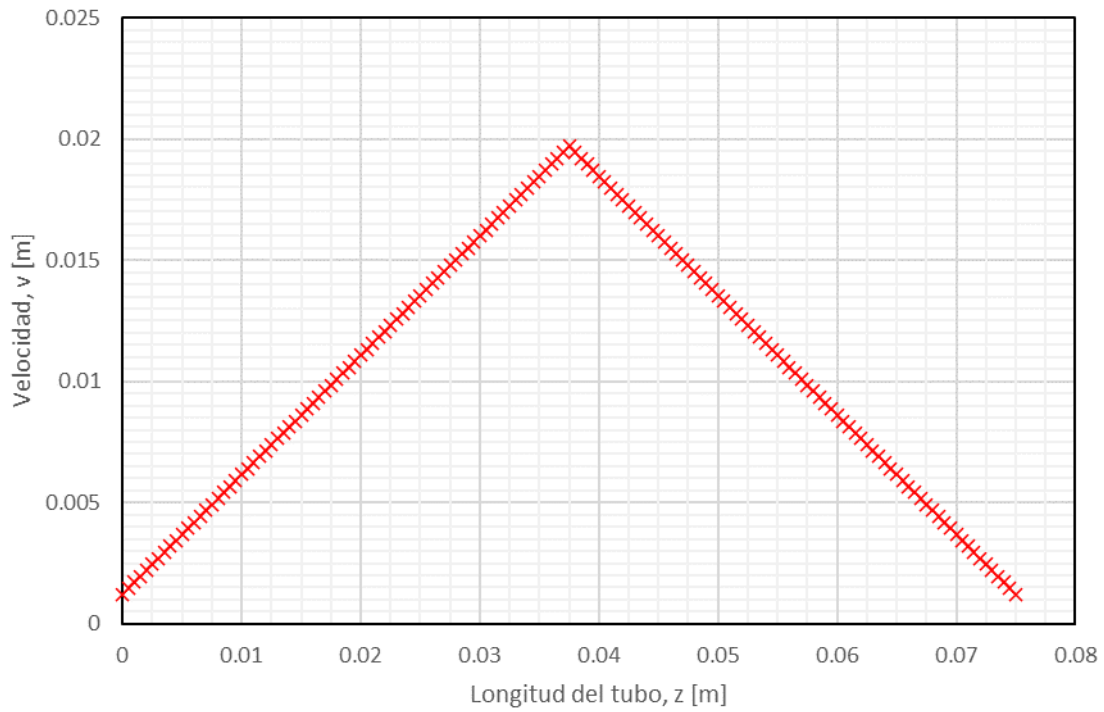


Figura A1-1. Perfil de la función hiperbólica radial para la geometría con relación de contracción 4:1:4 (elaboración propia)

- *Función velocidad en contracción hiperbólica (contracción 4:1:4)*

$$v(z) = \frac{Q}{\pi r(z)^2} \quad (\text{A1-13})$$



*Figura A1-2. Perfil de velocidad generado por la geometría con relación de contracción 4:1:4
(elaboración propia)*

- *Función rapidez de corte en contracción hiperbólica, derivada de la ec. Hagen-Poiseuille (contracción 4:1:4)*

$$\dot{\gamma}(z) = \frac{4Q}{\pi r(z)^3} \quad (\text{A1-14})$$

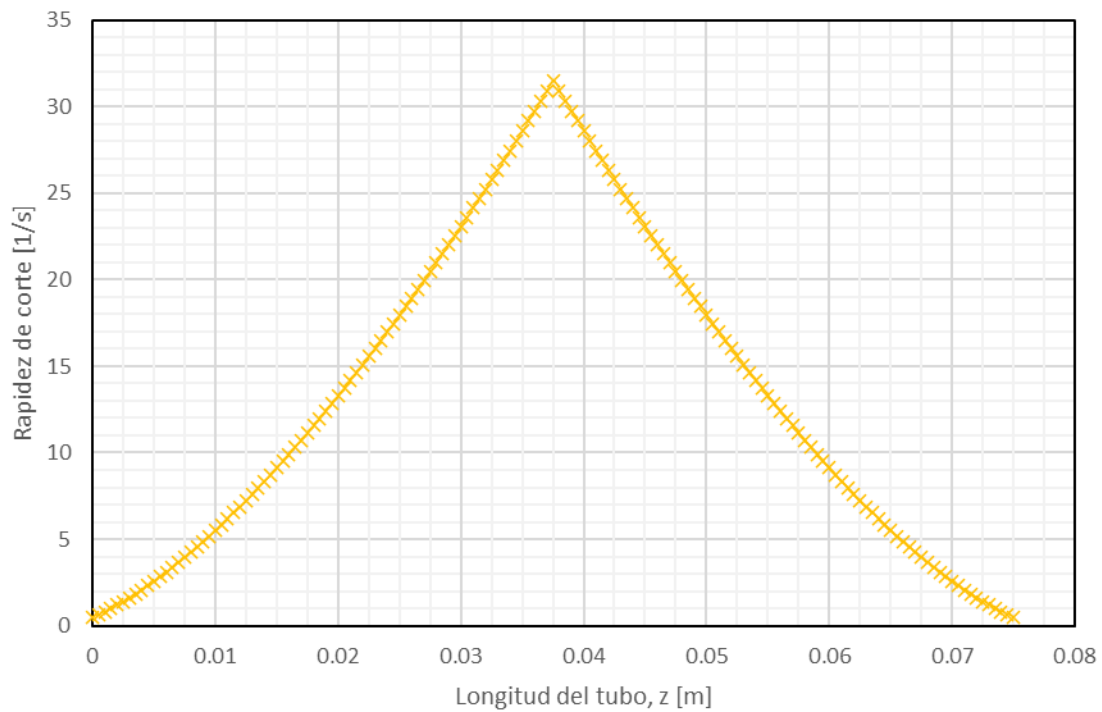


Figura A1-3. Perfil de rapidez de corte generada por la geometría con relación de contracción 4:1:4 (elaboración propia)

- *Función extensión de Hencky en contracción hiperbólica (contracción 4:1:4)*

$$\varepsilon_h(z) = 2Ln\left(\frac{r_{max}}{r(z)}\right) \quad (A1-15)$$

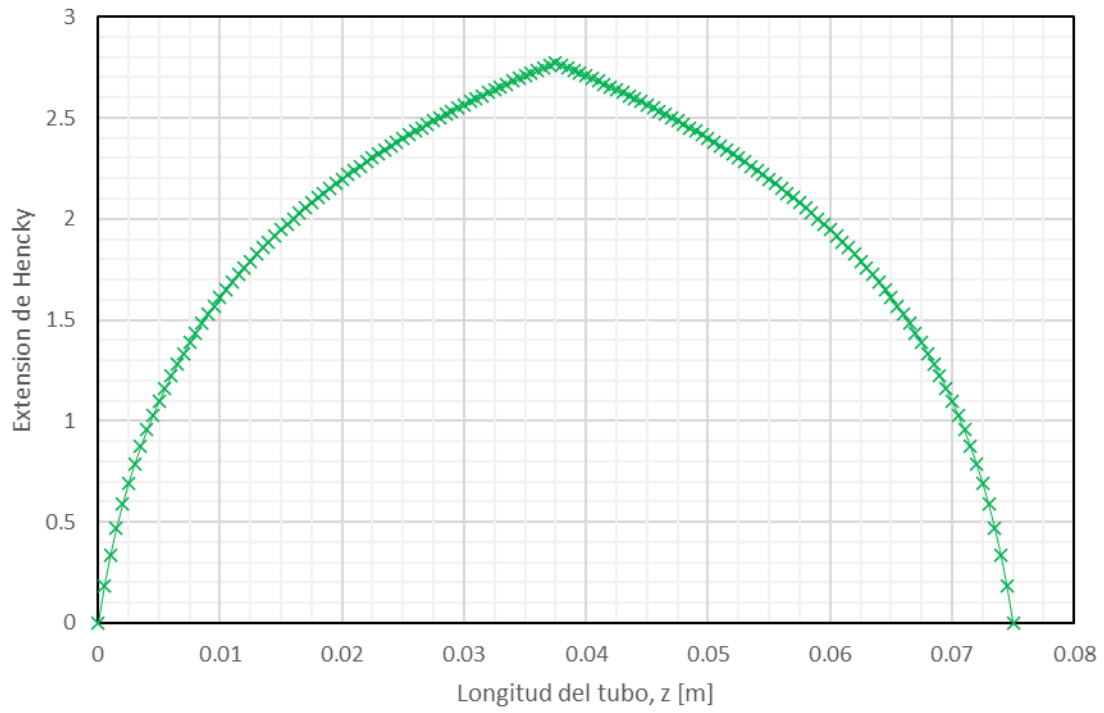


Figura A1-4. Perfil de la extensión de Hencky desarrollada por la geometría con relación de contracción 4:1:4 (elaboración propia)

- *Función rapidez de extensión en contracción hiperbólica (contracción 4:1:4)*

$$\dot{\epsilon}(z) = \frac{v(z) - v(0)}{15r_{min}} \quad 0 \leq z \leq 30r_{min} \quad (\text{A1-16})$$

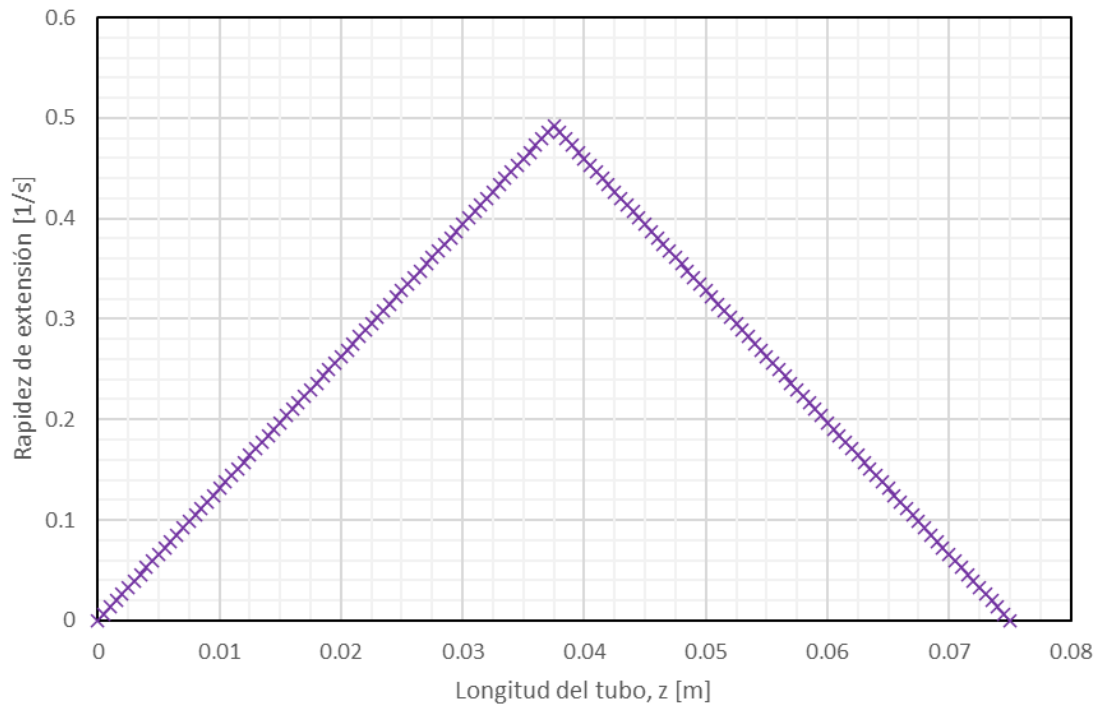


Figura A1-5. Perfil de rapidez de la extensión desarrollada por la geometría con relación de contracción 4:1:4 (elaboración propia)

Apéndice 2

-Evaluación de la rapidez de corte y viscosidad cortante aparentes-

Ecuación Hagen Poiseuille

$$\Delta P = \frac{8Q\mu L}{\pi r^4} \quad (\text{A2-1})$$

Organizando términos

$$\frac{r\Delta P}{2L} = \frac{4Q}{\pi r^3} \mu \quad (\text{A2-2})$$

Donde:

$$\tau_w = \frac{r\Delta P}{2L} \text{ [Pa]} \quad \text{Esfuerzo en la pared}$$

$$\dot{\gamma} = \frac{4Q}{\pi r^3} \left[\frac{1}{s} \right] \quad \text{Rapidez de corte aparente}$$

$$\mu = \frac{\tau_w}{\dot{\gamma}} \text{ [Pa s]} \quad \text{Viscosidad aparente}$$

$$\tau_w = \dot{\gamma} \mu \quad (\text{A2-3})$$

Ecuación Hagen Poiseuille hiperbólica

$$\Delta P = \frac{80Q\mu}{\pi r_{max}^4} \left[r_{min} + \frac{r_{max}^2}{r_{min}} + \frac{r_{max}^4}{r_{min}^3} \right] \quad (A2-4)$$

La cantidad $\left[r_{min} + \frac{r_{max}^2}{r_{min}} + \frac{r_{max}^4}{r_{min}^3} \right]$ puede considerarse equivalente a L en el caso del tubo recto.

$$\Delta P = \frac{80Q\mu L_{eq}}{\pi r_{max}^4} \quad (A2-5)$$

De manera análoga a Hagen-Poiseuille en tubo recto (ecuación A2-1) se obtienen el esfuerzo cortante y la rapidez de corte bajos esta configuración. Existen dos alternativas para hacerlo:

$$\begin{aligned} \frac{r_{max}\Delta P}{2L_{eq}} &= \frac{40Q}{\pi r_{max}^3} \mu \\ \dot{\gamma} &= \frac{40Q}{\pi r_{max}^3} \left[\frac{1}{s} \right] \\ \tau_w &= \frac{r_{max}\Delta P}{2L_{eq}} [Pa] \end{aligned} \quad (A2-6)$$

$$\begin{aligned}
\frac{r_{max}\Delta P}{20L_{eq}} &= \frac{4Q}{\pi r_{max}^3} \mu \\
\dot{\gamma} &= \frac{4Q}{\pi r_{max}^3} \left[\frac{1}{S} \right] \\
\tau_w &= \frac{r_{max}\Delta P}{20L_{eq}} [Pa]
\end{aligned}
\tag{A2-7}$$

El valor de la viscosidad aparente es el mismo independientemente de la propuesta utilizada.

La propuesta de la ecuación A2-7 involucra que la rapidez de corte generada por un tubo hiperbólico es igual a la generada por un tubo recto (la mínima); por el contrario, la expresión A2-6 indica que la rapidez de corte en el tubo hiperbólico es 10 veces mayor a la de un tubo recto. El esfuerzo varía en 1/10 entre las dos alternativas.

Independientemente de lo anterior, se observa que la rapidez de corte solo es función del flujo volumétrico y del radio máximo de la contracción, por lo que cualquier efecto geométrico debido a la reducción de diámetro no es observable mediante este análisis.

Dado que la caída de presión medida de forma experimental no es medida en las entradas y salidas directas de la zona de contracción/expansión, sino a determinada distancia antes y después de esta, podemos realizar una factorización de la expresión teórica, con el fin de obtener una expresión análoga a las anteriores.

$$\Delta P_{total,exp} = \frac{8Q\mu L_u}{\pi r^4} + \frac{80Q\mu L_{eq}}{\pi r_{max}^4} + \frac{8Q\mu L_d}{\pi r^4} \quad (A2-8)$$

Factorizando (el radio de las secciones tubulares rectas coincide con el radio máximo)

$$\Delta P_{total,exp} = \frac{8Q\mu}{\pi r_{max}^4} [L_u + 10L_{eq} + L_d] \quad (A2-9)$$

La cantidad entre corchetes, siendo longitudes de las secciones rectas más 10 veces la longitud equivalente del tubo hiperbólico, a esta cantidad se le abreviara como longitud aparente.

$$\Delta P_{total,exp} = \frac{8Q\mu L_a}{\pi r^4} \quad (A2-10)$$

El tratamiento para obtener la rapidez y esfuerzo aparentes es el mismo.

$$\frac{r\Delta P_{total,exp}}{2L_a} = \frac{4Q}{\pi r^3} \mu \quad (A2-11)$$

$$\tau_w = \frac{r\Delta P_{total,exp}}{2L_a}$$

$$\dot{\gamma}_a = \frac{4Q}{\pi r^3} \quad (A2-12)$$

Utilizando los datos experimentales obtenidos para el fluido newtoniano se obtienen valores de viscosidad aparente similares a los reportados por el reómetro, para los fluidos viscoelásticos, la diferencia del comportamiento de la presión (asociado a los efectos elásticos) afecta a los valores de viscosidad, siendo mayores a la viscosidad cortante reportada. La diferencia entre este valor y la viscosidad “real” del fluido está directamente relacionada con la caída de presión en exceso (EPD). Restando la EPD de la caída de presión experimental total, se obtiene la caída de presión asociada al flujo cortante, los valores de viscosidad coinciden con la viscosidad cortante evaluada reométricamente.

Apéndice 3

-Determinación analítica de la viscosidad extensional-

La deducción que se presenta a continuación está sustentada en los artículos de Collier et al. (1998) y Feigl et al. (2003)

Flujo extensional uniaxial

$V(r, \theta, z)$ (coordenadas cilíndricas)

$V(r, z)$ componente en θ despreciable

$V(r(z), z)$

Consideraciones

--Estado estacionario

--Fluido incompresible ($\nabla \cdot \underline{v} = 0$)

--Fluido irrotacional ($\nabla \times \underline{v} = 0$)

--Fluido isotérmico ($\nabla \cdot \underline{q} = 0$)

--No existen efectos de corte

--Efectos inerciales despreciables respecto a los viscosos

--El tensor de esfuerzos se comporta bajo una deformación extensional uniaxial (se asume que los componentes no son una función de la posición)

Ecuación de continuidad

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{1}{r} \frac{\partial (rv_r)}{\partial r} + \rho \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \rho \frac{\partial v_z}{\partial z} &= 0 \\ \rho \frac{1}{r} \frac{\partial (rv_r)}{\partial r} + \rho \frac{\partial v_z}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \tag{A3-1}$$

Suponemos que v_z tiene la siguiente estructura lineal.

$$V_z(r, z) = \dot{\epsilon}z + f(r) \tag{A3-2}$$

Regresando a la ecuación de continuidad

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial (rv_r)}{\partial r} &= -\frac{\partial v_z}{\partial z} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial (rv_r)}{\partial r} &= -\dot{\epsilon} \\ \frac{\partial (rv_r)}{\partial r} &= -\dot{\epsilon}r \end{aligned} \tag{A3-3}$$

Integrando

$$rv_r = -\dot{\epsilon} \int r dr \tag{A3-4}$$

$\dot{\epsilon}$ es constante en un flujo extensional

$$\begin{aligned} rv_r &= -\dot{\epsilon} \frac{1}{2} r^2 + g(z) \\ v_r &= -\dot{\epsilon} \frac{1}{2} r + \frac{1}{r} g(z) \end{aligned} \tag{A3-5}$$

Como el elemento de fluido no rota

$$\nabla \times \underline{v} = 0$$

$$\frac{\partial(v_r)}{\partial z} - \frac{\partial(v_z)}{\partial r} = 0$$

(A3-6)

$$\frac{1}{r} g'(z) - f'(r) = 0$$

$$g'(z) = r f'(r)$$

Como g depende únicamente de z y f depende únicamente de r , la igualdad solo tiene sentido si $g'(z)$ y $r f'(r)$ son constantes:

$$g'(z) = c \quad r f'(r) = c$$

Integrando ambas expresiones

$$g(z) = cz + d \quad f(r) = c \ln(r) + e$$

Donde d y e son constantes de integración.

Por tanto, las expresiones de los componentes axial y radial de la velocidad son las siguientes:

$$v_z = \dot{\epsilon} z + c \ln(r) + e \quad v_r = -\dot{\epsilon} \frac{1}{2} r + \frac{1}{r} (cz + d)$$

Condiciones iniciales y de frontera

- *Componente radial v_r*

Cuando $r=0$, v_r es finita

$$r \frac{\partial v_r}{\partial z} = c$$

$$c = 0$$

- *Componente axial v_z*

Cuando $r=0$, v_z es finita

$$\frac{\partial v_z}{\partial r} = \frac{c}{r} + e$$

$$e = 0$$

La constante d restante está relacionada con la velocidad axial inicial en el sistema; dado que consideramos que el fluido parte del reposo puede despreciarse.

Finalmente, expresamos las componentes de velocidad como:

$$V_z = \dot{\epsilon} z$$

$$v_r = -\dot{\epsilon} \frac{1}{2} r \tag{A3-7}$$

El elemento material se comprime $\frac{1}{2}$ de la magnitud con la que v_z se extiende en la dirección de flujo.

Ecuación de conservación de energía

$$\rho \frac{D\hat{H}}{Dt} = -\nabla \cdot \underline{q} + \underline{\underline{\tau}} : \nabla \underline{v} + \frac{DP}{Dt} \quad (\text{A3-8})$$

$$\rho \frac{D\hat{H}}{Dt} = +\underline{\underline{\tau}} : \nabla \underline{v} + \frac{DP}{Dt}$$

Desarrollando el término mecánico

$$\underline{\underline{\tau}} : \nabla \underline{v} = Tr \left(\begin{bmatrix} -\frac{\tau_{zz}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\tau_{zz}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \tau_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\dot{\epsilon} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2}\dot{\epsilon} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\epsilon} \end{bmatrix} \right)$$

$$\underline{\underline{\tau}} : \nabla \underline{v} = Tr \left(\begin{bmatrix} -\frac{1}{4}\dot{\epsilon}\tau_{zz} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{4}\dot{\epsilon}\tau_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\epsilon}\tau_{zz} \end{bmatrix} \right) \quad (\text{A3-9})$$

$$\underline{\underline{\tau}} : \nabla \underline{v} = -\frac{1}{2}\dot{\epsilon}\tau_{zz} + \dot{\epsilon}\tau_{zz}$$

$$\underline{\underline{\tau}} : \nabla \underline{v} = \frac{3}{2}\dot{\epsilon}\tau_{zz}$$

Sustituyendo en la ecuación de energía

$$\frac{D(\rho\hat{H})}{Dt} = +\frac{3}{2}\dot{\epsilon}\tau_{zz} + \frac{DP}{Dt} \quad (\text{A3-10})$$

$$\frac{DH}{Dt} - \frac{DP}{Dt} = \frac{3}{2} \dot{\epsilon} \tau_{zz}$$

$$\frac{D(H - P)}{Dt} = \frac{3}{2} \dot{\epsilon} \tau_{zz}$$

$$\underline{v} \cdot \nabla(H - P) = \frac{3}{2} \dot{\epsilon} \tau_{zz}$$

Este término final de A3-10 se asocia a la disipación elástica desarrollada por el fluido en la contracción (Collier,1998).

Desarrollando

$$v_r \frac{\partial(H - P)}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial(H - P)}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial(H - P)}{\partial z} = \frac{3}{2} \dot{\epsilon} \tau_{zz}$$

$$v_r \frac{\partial(H - P)}{\partial r} + v_z \frac{\partial(H - P)}{\partial z} = \frac{3}{2} \dot{\epsilon} \tau_{zz}$$
(A3-11)

Sustituyendo los valores de v_r y v_z obtenidos anteriormente

$$-\dot{\epsilon} \frac{1}{2} r \frac{\partial(H - P)}{\partial r} + \dot{\epsilon} z \frac{\partial(H - P)}{\partial z} = \frac{3}{2} \dot{\epsilon} \tau_{zz}$$
(A3-12)

consideraciones adicionales

El efecto de la presión en dirección radial no es significativo

$$\frac{\partial P}{\partial r} = 0$$

El efecto de la entalpia es mucho mayor en la direcci3n de flujo que en la direcci3n normal a este.

$$\left| v_r \frac{\partial H}{\partial r} \right| \ll \left| v_z \frac{\partial H}{\partial z} \right|$$

Por tanto, la expresi3n A3-12 queda simplificada como:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_z \frac{\partial(H - P)}{\partial z} &= \frac{3}{2} \dot{\epsilon} \tau_{zz} \\ z \frac{\partial(H - P)}{\partial z} &= \frac{3}{2} \tau_{zz} \\ \frac{\partial(H - P)}{\partial z} &= \frac{3}{2} \frac{\tau_{zz}}{z} \end{aligned} \tag{A3-13}$$

Integrando respecto a z desde una longitud inicial L_0 hasta una longitud L_f

$$(H - P)_{L_0}^{L_f} = \frac{3}{2} \int_{L_0}^{L_f} \frac{\tau_{zz}}{z} dz \tag{A3-14}$$

Dado que τ_{zz} es constante en una extensión pura, la integral de A3-14 se resuelve como:

$$\{H(L_f) - P(L_f)\} - \{H(L_0) - P(L_0)\} = \frac{3}{2} \tau_{zz} \int_{L_0}^{L_f} \frac{dz}{z}$$

$$\{H(L_f) - H(L_0)\} - \{P(L_f) - P(L_0)\} = \frac{3}{2} \tau_{zz} \{Ln(L_f) - ln(L_0)\} \quad (A3-15)$$

$$\Delta H - \Delta P = \frac{3}{2} \tau_{zz} Ln\left(\frac{L_f}{L_0}\right)$$

$$\tau_{zz} = \frac{2(\Delta H - \Delta P)}{3 Ln\left(\frac{L_f}{L_0}\right)} \quad (A3-16)$$

La cantidad $Ln\left(\frac{L_f}{L_0}\right)$ representa la deformación logarítmica, también conocida como

Extension de Hencky, ε_h

$$\varepsilon_h = Ln\left(\frac{L_f}{L_0}\right) = Ln\left(\frac{A_0}{A_f}\right)$$

$$\tau_{zz} = \frac{2(\Delta H - \Delta P)}{3 \varepsilon_h} \quad (A3-17)$$

Sin embargo, tanto el esfuerzo como la viscosidad extensional que se desarrolla al paso del fluido por la contracción son generalmente dependientes del tiempo; si el tiempo de relajamiento de la solución es suficientemente pequeño puede considerarse un tiempo de relajamiento constante. En general los esfuerzos extensionales que desarrollan los fluidos viscoelásticos deben considerarse como transitorios dentro de la geometría, por lo que hay que considerar que el esfuerzo extensional en particular τ_{zz} se desarrolla en un intervalo

de tiempo corresponde al tiempo a la entrada del fluido a la geometría hasta su salida de la zona de contracción.

$$(H - P)_{L_0}^{L_f} = \frac{3}{2} \int_{L_0}^{L_f} \frac{\tau_{zz}}{z} dz = \frac{3}{2} \dot{\epsilon} \int_{t_0}^{t_f} \tau_{zz} dt \quad (\text{A3-18})$$

Esta forma corrige la extensión que va experimentando el fluido en el intervalo de tiempo desde t_0 hasta t_f , por lo que existen dos alternativas para plantear cómo se comporta el esfuerzo, cuando τ_{zz} es constante y cuando es dependiente del tiempo (la integral se puede aproximar considerando el esfuerzo como una función continua y aplicando el teorema del valor medio)

$$(H - P)_{L_0}^{L_f} = \frac{3}{2} \dot{\epsilon} (t_f - t_0) \tau_{zz}(\hat{t}) \quad (\text{A3-19})$$

El termino $\dot{\epsilon}(t_f - t_0)$ en A3-19 es equivalente a la extensión de Hencky (ecuación A3-17).

De la definición de viscosidad extensional

$$\eta_e = \frac{N_1}{\dot{\epsilon}} = \frac{\tau_{zz} - \tau_{rr}}{\dot{\epsilon}} \quad (\text{A3-20})$$

Del tensor de esfuerzos

$$\tau_{rr} = -\frac{1}{2} \tau_{zz} \quad (\text{A3-21})$$

Sustituyendo

$$\eta_e = \frac{\tau_{zz} - \left(-\frac{1}{2}\tau_{zz}\right)}{\dot{\epsilon}}$$

$$\eta_e = \frac{3}{2} \frac{\tau_{zz}}{\dot{\epsilon}}$$
(A3-22)

sustituyendo la expresión para el esfuerzo normal (ecuación A3-17)

$$\eta_e = \frac{3}{2} \frac{1}{\dot{\epsilon}} \left(\frac{2}{3} \frac{(\Delta H - \Delta P)}{\epsilon_h} \right)$$

$$\eta_e = \frac{\Delta H - \Delta P}{\dot{\epsilon} \epsilon_h}$$
(A3-23)

Esta expresión puede ser separada en dos argumentos, de los cuales el asociado a la presión se conoce como viscosidad extensional efectiva.

$$\eta_e = \frac{\Delta H}{\dot{\epsilon} \epsilon_h} - \frac{\Delta P}{\dot{\epsilon} \epsilon_h}$$
(A3-24)

Resulta importante establecer el significado físico de los dos términos que componen a la expresión de la viscosidad extensional: en primer lugar, el término asociado a la ΔP no debe ser confundido con la caída de presión total evaluada en las paredes; dadas las suposiciones realizadas en este análisis, como contemplar el desarrollo de un flujo extensional puro (el cual solo puede generarse en el filamento de fluido desarrollado sobre la línea central de la contracción), la caída de presión de este término no es una caída de presión termodinámica siendo aquella ΔP que garantice el desarrollo del campo de flujo impuesto por la geometría hiperbólica. Dado que esta caída de presión no puede ser

evaluada de forma exacta, su valor puede si puede aproximarse de forma razonablemente por medio de la caída de presión en exceso (EPD), ya que se considera una contribución al desarrollo del flujo extensional, separada del efecto cortante presente en el flujo.

$$\boxed{\eta_e = \eta_{e,efectiva} = -\frac{\Delta P}{\dot{\varepsilon}\varepsilon_h}}$$

$$\eta_e = -\frac{P(L_f) - P(L_0)}{\dot{\varepsilon}\varepsilon_h} \quad (A3-25)$$

$$\eta_e = \frac{P(L_0) - P(L_f)}{\dot{\varepsilon}\varepsilon_h}$$

$$\eta_e = \frac{\Delta P_e}{\dot{\varepsilon}\varepsilon_h} \quad (A3-26)$$

El segundo término, que contiene el cambio de la entalpía ΔH , se asocia a las condiciones de cambio de fase debida al flujo inducido, (como podrían ser la transformación de fase de un líquido viscoelástico a una condición metaestable de un líquido cristalino o semicristalino). En ausencia de este fenómeno el término correspondiente al cambio de entalpía puede despreciarse.