



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

DESARROLLO DE UN ESQUEMA VIRTUAL
DE SIMULACIÓN HÍBRIDA PARA
IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS EN EL
MODELO LUGRE DE HISTÉRESIS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA (CIVIL)

PRESENTA:

Manuel Iván Salmerón Becerra



DIRECTOR DE TESIS:
Dr. Luis A. Álvarez Icaza Longoria

Ciudad de México, México, 2021



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*...toda ciencia sería superflua si la forma de manifestación y la
esencia de las cosas coincidiesen directamente.*

Karl Marx, *El Capital*, Tomo III

Agradecimientos

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) y al proyecto DGAPA-PAPIIT-IT101420 por el apoyo económico proporcionado durante mis estudios de maestría y la realización de esta tesis.

Toda mi gratitud al doctor Luis Agustín Álvarez Icaza Longoria por su siempre comprometida y paciente dirección. Asimismo, gracias a mis sinodales, los doctores David Murià Vila, Adrián Pozos Estrada, Héctor Guerrero Bobadilla y Mauro Niño Lázaro, por enriquecer con sus observaciones, comentarios y discusiones este trabajo de investigación.

Finalmente, gracias infinitas a mis padres, Manuel y María Teresa, por su fe, sostén y cariño; a mis hermanos, Alan y Alexa, por su comprensión y afecto; y a mi novia, Elizabeth, por su amor y compañía.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Objetivos y alcances	2
2. Modelo LuGre de histéresis para marcos resistentes a momento	5
2.1. Antecedentes: modelos de histéresis	6
2.1.1. Modelos bilineales	8
2.1.2. Modelo de Bouc-Wen	10
2.1.3. Modelos de fricción	12
2.2. Modelo LuGre para columnas de acero	15
2.3. Simulaciones	17
3. Simulación híbrida	23
3.1. Antecedentes: simulación híbrida	24
3.2. Esquema virtual de simulación híbrida	28
3.2.1. Descripción de la estructura	28
3.2.2. Partición	29
3.3. Simulaciones	31
4. Identificación paramétrica del modelo LuGre	35
4.1. Antecedentes: identificación de parámetros para modelos estructurales	36
4.2. Identificación paramétrica del modelo LuGre	39
4.2.1. Módulo de identificación paramétrica	40

ÍNDICE GENERAL

4.3. Simulaciones	41
4.3.1. Escenarios de simulación	44
4.3.2. Discusión	50
5. Recapitulación y conclusiones	53
Bibliografía	57

Introducción

Históricamente, la práctica de la ingeniería estructural ha estado ligada a las pruebas de laboratorio: ya sea investigando las propiedades de los materiales que utiliza o analizando diseños y dispositivos innovadores antes de implementar su uso, la experimentación siempre ha sido uno de los objetivos principales de esta disciplina. Muestra de lo anterior es el continuo desarrollo de nuevas técnicas experimentales que, de la mano del avance en las ciencias computacionales, ha tenido un acelerado crecimiento desde mediados del siglo pasado.

Uno de los métodos experimentales resultantes de dicho impulso es la simulación híbrida. Como su nombre indica, dicha técnica consiste en dividir a la estructura que se desea estudiar, o *estructura de referencia*, en dos partes: una *subestructura numérica*, que yace en una computadora, y una *subestructura física*, que se construye en el laboratorio. Se elige como subestructura numérica a la porción de la estructura de referencia con comportamiento bien conocido y, por ende, fácilmente representable mediante un modelo numérico. Por el contrario, se elige como subestructura física a aquella sección del sistema cuyo comportamiento es relativamente complejo o, de plano, desconocido, lo que la hace difícil de modelar. Durante la prueba ambas subestructuras interactúan entre sí, con la respuesta de una siendo la excitación de la otra y viceversa. Esta división o *partición* resulta ventajosa debido a que, a diferencia de las pruebas cuasiestáticas usuales en las que únicamente se excita al espécimen físico con una historia de desplazamientos, en la simulación híbrida se logra capturar el comportamiento sistémico con todos sus detalles. Esto se consigue, además, a un costo notablemente menor que el de las pruebas de mesa vibradora; que si bien sí reproducen el comportamiento sistémico, requieren de un modelo a escala completo, con el consecuente incremento en los costos económicos y logísticos para su construcción e implementación. En el caso de la simulación híbrida, el espécimen a trabajar es únicamente la subestructura

física, lo cual se traduce en un significativo ahorro de recursos.

Pese a estas virtudes, la simulación híbrida aún tiene obstáculos que vencer. Uno de ellos es la incapacidad de capturar las incertidumbres naturales de la subestructura numérica, cuyo comportamiento está limitado por el modelo que de ella se proponga. Para ello, se busca el desarrollo de estrategias para generar un modelo numérico que represente al espécimen físico al mismo tiempo que se ejecuta la prueba [20, 48, 53, 63]. El propósito principal de este modelo numérico adicional, o *modelo identificado* (no se confunda con la «subestructura numérica» antes mencionada) es mejorar el desempeño de la simulación, pues puede, o bien incorporarse a la estrategia de control que garantiza su estabilidad, o bien retroalimentar con su respuesta estimada a potenciales porciones de la subestructura numérica cuyo comportamiento deseado sea similar al del espécimen físico (a esta última técnica se le conoce como *actualización de parámetros*). Por supuesto que, una vez finalizado el experimento, los parámetros estimados para el modelo identificado pueden emplearse en simulaciones puramente computacionales como valores de referencia.

El presente trabajo se ocupa del desarrollo de un esquema de identificación paramétrica que cumpla con las funciones descritas en el párrafo anterior y que pueda ser usado en un ambiente virtual de simulación híbrida. Como primer paso para su consecución se propone un modelo de histéresis para columnas de acero basado en el propuesto por Canudas de Wit *et al.* [4], conocido como modelo «LuGre». Se eligió este modelo por su estructura lineal en los parámetros, lo cual favorece el uso de mecanismos sencillos de identificación. Posteriormente, se desarrolla un ambiente virtual de simulación híbrida que emula las condiciones de partición: para la subestructura numérica se usó un modelo lineal en forma de espacio de estados; para la física, el modelo LuGre modificado, propuesto en el paso anterior. Por último, se propone un esquema de identificación de parámetros que emplea el método de mínimos cuadrados recursivos para estimación en línea. Se usa este mecanismo para identificar los parámetros del modelo de histéresis propuesto.

1.1. Objetivos y alcances

El objetivo principal de esta tesis es el desarrollo de un mecanismo de identificación paramétrica que pueda ser empleado para estimar parámetros en un modelo no lineal de un espécimen sometido a una prueba virtual de simulación híbrida. De dicho objetivo principal se desprenden los siguientes objetivos secundarios:

- propuesta de un modelo de histéresis no lineal que represente apropiadamente

el comportamiento no lineal de una columna de acero y que, simultáneamente, sea adecuado para usarse en un esquema de identificación paramétrica;

- desarrollo de una plataforma virtual de simulación híbrida que emule la partición a la que se somete una estructura durante una prueba de dicha naturaleza.

Siendo ejecutado todo en un ambiente virtual, no se incluye el sistema de transferencia que impone la compatibilidad en la interacción entre la subestructura numérica y la física. Por lo tanto, el diseño de un controlador que module dicha interacción, así como los fenómenos asociados a dicho problema, quedan fuera de los alcances de esta tesis.

Modelo LuGre de histéresis para marcos resistentes a momento

Dada su relevancia en el diseño y análisis estructural, las propuestas para modelar el comportamiento no lineal de las estructuras han sido prolíficas. En trabajos tempranos, por ejemplo, Berg y DaDeppo [2] sugieren modificaciones a la ecuación diferencial de movimiento de cuerpos elásticos para extenderla a la región inelástica. Una propuesta posterior es el famoso modelo Bouc-Wen [3, 61] constituido por una forma funcional adecuada para modelar el comportamiento independiente del tiempo característico de los fenómenos histeréticos. Por otra parte, dos de los modelos más socorridos e implementados en programas de análisis estructural comerciales son el bilineal isotrópico y cinemático [51], que toman el modelo elasto-plástico perfecto e incorporan una región de endurecimiento después del punto de fluencia. Finalmente, se han hecho numerosas modificaciones a los esquemas anteriores que incluyen fenómenos particulares de los materiales comúnmente usados en ingeniería estructural. Algunos ejemplos son las propuestas de Takeda *et al.* [56] y Saiidi [45], específicos para concreto reforzado, o el de Ibarra *et al.* [21], que introduce procesos asociados a la degradación, como punzonamiento y resistencia residual.

Hasta ahora, la formulación de nuevos modelos de histéresis había obedecido principalmente a dos necesidades: la de representar adecuadamente el comportamiento inelástico y la de manejar modelos relativamente simples que facilitaran su uso en programas computacionales. Sin embargo, con el advenimiento de nuevas disciplinas, como el seguimiento de la salud estructural y el control de estructuras, surge la necesidad de trabajar con modelos cuyos resultados representen con suficiente detalle el comportamiento no lineal de los materiales y que sean simultánea-

mente sencillos de parametrizar. En este capítulo se presenta un breve recuento histórico de los modelos de plasticidad usados con mayor frecuencia en ingeniería estructural; se pone especial énfasis en el modelo bilineal y el de Bouc-Wen. Posteriormente, se describen *grosso modo* el fenómeno de fricción y sus principales modelos con el fin de establecer una analogía con la fluencia de los materiales. En la tercera sección se propone una modificación al modelo LuGre [4] que lo hace apropiado para reproducir las curvas histeréticas del acero estructural. La ventaja del modelo propuesto yace en la posibilidad de representar la histéresis del acero con una menor cantidad de parámetros que otros modelos dinámicos, lo que facilita su implementación en esquemas de identificación. Además, estos parámetros tienen, a diferencia de los de otros modelos, interpretación física directa.

2.1. Antecedentes: modelos de histéresis

El diseño de un elemento estructural requiere conocer con el mejor detalle posible el comportamiento del material con el cual se está diseñando. Los diagramas esfuerzo-deformación unitaria son una herramienta invaluable para tal fin, pues describen gráficamente la respuesta de un espécimen prototipo ante cargas de tensión y compresión. El uso de deformaciones unitarias y esfuerzos garantiza que las propiedades obtenidas de pruebas sobre especímenes de medidas estándar sean extrapolables a elementos de cualquier dimensión [19]. Por otra parte, suponiendo que se cumplen las hipótesis de compatibilidad de deformaciones, dichos diagramas pueden transformarse en curvas equivalentes de rotación-momento o desplazamiento-fuerza [55].

En la Figura 2.1 se muestra un diagrama típico de esfuerzo-deformación para el acero estructural. En la Figura 2.2 se muestra el mismo diagrama idealizado con sus regiones características [19]: el comportamiento elástico, OA ; la zona de fluencia, BC , que comienza a partir de que se alcanza el esfuerzo σ_y y cuya escala se exagera para mostrarla con detalle; la curva de endurecimiento, CD , en la que el material gana resistencia debido a reajustes geométricos en su estructura cristalina; y la estricción y fractura, DE . El objetivo de los primeros diseños estructurales era que el comportamiento de los elementos diseñados permaneciera en la región elástica con el propósito de prevenir el colapso de los mismos. Sin embargo, el aumento en el poder de cómputo permitió llevar a la práctica nuevas filosofías de diseño que, aprovechando la ductilidad del acero, permiten a los materiales incursionar en el intervalo de comportamiento plástico, con las ventajas económicas y arquitectónicas que esto conlleva.

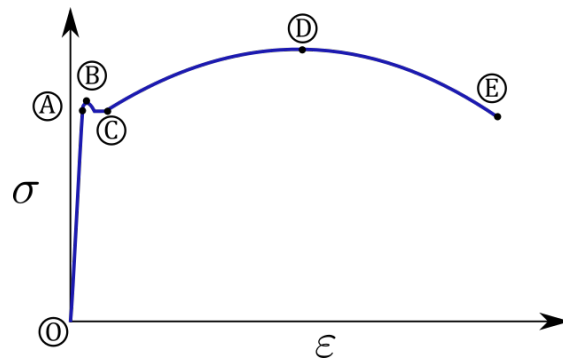


Figura 2.1: Curva esfuerzo-deformación típica del acero estructural [19].

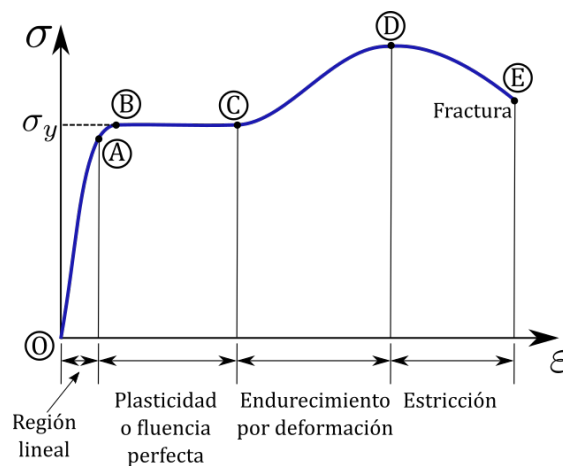


Figura 2.2: Curva esfuerzo-deformación idealizada del acero estructural [19].

Fue bajo esta premisa que se desarrolló el modelo elastoplástico perfecto [7, 17], que describe una zona (línea BC de la Figura 2.2) en la que el material se deforma sin variación de esfuerzo. A pesar de su sencillez, el modelo elastoplástico ha jugado un papel fundamental en el desarrollo de la ingeniería sísmica, pues llevó a validar algunas aproximaciones como la hipótesis de desplazamientos iguales para estructuras con período de vibrar alto [2, 17, 60].

No obstante, algunos autores han mostrado que incluir el efecto de endurecimiento por deformación mediante una pendiente de posfluencia tiene ciertas consecuencias benéficas en la respuesta estructural, como reducción en los desplazamientos laterales máximos [8, 43] y en distorsiones residuales [44]. Tales hallazgos justifican la importancia de contar con modelos capaces de describir dicho fenómeno, usualmente indiferente en las metodologías contemporáneas de diseño [32].

Entre los modelos de histéresis que incluyen endurecimiento están el cinemático e isotrópico [51] y el de Bouc-Wen [3, 61]. Los primeros se usan con frecuencia en programas comerciales de cálculo estructural como SAP2000 [12], Etabs [11] o Midas [34]; el segundo, un modelo dinámico, es común en el ámbito académico.

2.1.1. Modelos bilineales

La primera aproximación para representar el endurecimiento de un material fueron los modelos bilineales. Estos constan, como su nombre indica, de dos rectas con pendiente diferente: una para el intervalo elástico y otra para el inelástico. Si el material es elastoplástico, la segunda pendiente es cero; en otros casos debe definirse una regla de endurecimiento que concuerde con observaciones experimentales. Las reglas más usadas son endurecimiento isotrópico y cinemático.

En el modelo isotrópico se supone que el reajuste de partículas incrementa el límite de fluencia del material al final de cada ciclo de carga. En la [Figura 2.3](#) se muestra la respuesta de un modelo isotrópico ideal sometido a una carga cíclica. Una vez que el material alcanza el punto de fluencia inicial, $\sigma_{y,1}$, sigue una recta de endurecimiento hasta que se inicia la descarga. El descenso tiene la misma pendiente que en el intervalo elástico hasta que se alcanza el negativo del máximo esfuerzo del ciclo ascendente anterior, $-\sigma_{y,2}$. La descarga continúa con una pendiente de menor magnitud hasta un nuevo mínimo (máximo absoluto) indicado por $-\sigma_{y,3}$ para ascender en el siguiente ciclo de carga. El modelo isotrópico es descrito por

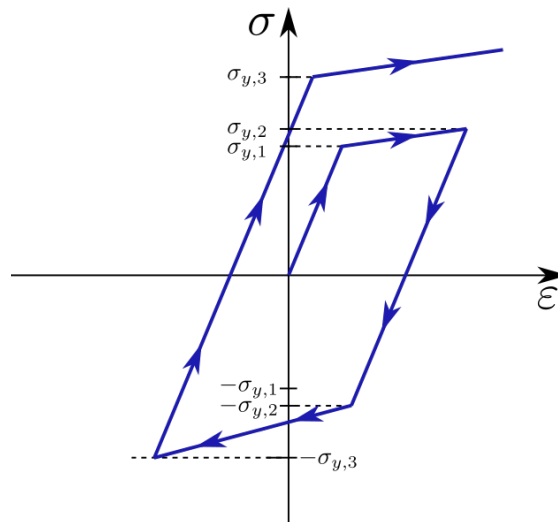


Figura 2.3: Modelo de endurecimiento isotrópico.

las ecuaciones [51]:

$$\sigma = E(\varepsilon - \varepsilon_p) \quad (2.1a)$$

$$\dot{\varepsilon}_p = \gamma \operatorname{sgn}(\sigma) \quad (2.1b)$$

$$\dot{\alpha} = \gamma \quad (2.1c)$$

$$f(\sigma, \alpha) = |\sigma| - (\sigma_y + K\alpha) \leq 0 \quad (2.1d)$$

La [Ecuación 2.1a](#) describe el esfuerzo, σ , que está en función del módulo de elasticidad E y la deformación unitaria elástica, $\varepsilon = \varepsilon - \varepsilon_p$, donde ε es la deformación unitaria total y ε_p es la plástica. Esta última es descrita por la [Ecuación 2.1b](#), en la que γ es la tasa de cambio y $\operatorname{sgn}(\sigma)$ indica la dirección del ciclo de carga. La [Ecuación 2.1d](#) es la responsable de delimitar las fronteras de la superficie de fluencia; cada nuevo esfuerzo de fluencia, $\sigma_{y,i}, i = 2, 3, \dots$, está determinado por la expresión $\sigma_y + K\alpha$, donde $\sigma_y = \sigma_{y,1}$ es el esfuerzo de fluencia inicial, K es la tasa de cambio del punto máximo (o mínimo) de fluencia y α es una función no negativa que controla el endurecimiento interno, cuya evolución es descrita por la [Ecuación 2.1c](#).

La ley de endurecimiento isotrópico modifica el modelo elastoplástico de forma tal que ahora se incluye una pendiente diferente de cero en el intervalo inelástico. Sin embargo, el endurecimiento es un proceso anisótropo en el que el reacomodo de partículas incrementa la resistencia en un sentido a costa de reducirla en el opuesto [6]. Este efecto, conocido como *efecto Bauschinger*, cobra relevancia cuando se aplican protocolos cíclicos de carga como los usados en los ensayos de materiales para obtención de curvas de histéresis.

La ley de endurecimiento cinemático es una modificación a la isotrópica que permite incluir el efecto Bauschinger al considerar a la superficie de carga un cuerpo rígido en el espacio de esfuerzos: a medida que el material se carga y descarga, la superficie de fluencia se traslada en el plano $\varepsilon - \sigma$ conservando su forma y límites intactos. Esto implica que el origen de la superficie de carga deja de mantenerse fijo en $(\varepsilon = 0, \sigma = 0)$ para todo el tiempo que dure la prueba. La ley cinemática se obtiene de las ecuaciones [51]

$$\sigma = E(\varepsilon - \varepsilon_p) \quad (2.2a)$$

$$\dot{\varepsilon}_p = \gamma \operatorname{sgn}(\sigma - q) \quad (2.2b)$$

$$\dot{q} = H\dot{\varepsilon} \quad (2.2c)$$

$$f(\sigma, q, \alpha) = |\sigma - q| - \sigma_y \quad (2.2d)$$

Nótese que la [Ecuación 2.2b](#) difiere de la [2.1b](#) por el traslado de origen $\varepsilon - \varepsilon_p$. Además, se eliminó la variable de endurecimiento interno α y se introdujo q , que indica el cambio de posición del origen mediante la ley dada en la [Ecuación 2.2c](#).

2. MODELO LUGRE DE HISTÉRESIS PARA MARCOS RESISTENTES A MOMENTO

H , módulo de endurecimiento cinemático, es la tasa de cambio del origen respecto a las deformaciones plásticas, ε_p . Finalmente, compárense la [Ecuación 2.2d](#) y la [2.1d](#): en el caso isotrópico, el esfuerzo de fluencia crecía una cantidad determinada por $K\alpha$; en el cinemático, σ_y permanece fijo. Esto significa que la amplitud de la superficie de fluencia, $2\sigma_y$, se mantiene constante. El modelo cinemático para una carga cíclica se muestra en la [Figura 2.4](#). Cabe destacar que tanto la ley

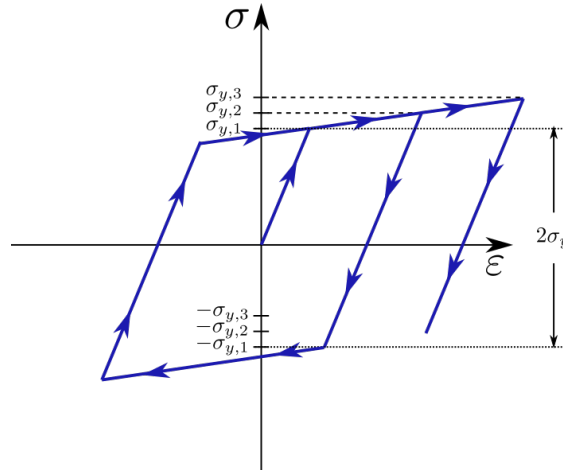


Figura 2.4: Modelo de endurecimiento cinemático.

isotrópica como la cinemática son casos ideales: los materiales reales responden con un comportamiento intermedio entre ambos[27]; se han propuesto modelos mixtos que tienen propiedades tanto de uno como de otro [6, 51].

Dos ventajas que han vuelto el uso de los modelos bilineales tan común es su relativa sencillez de implementación computacional y la relación de sus parámetros con variables físicas conocidas. Sin embargo, como se observa en las Figuras 2.3 y 2.4, la transición entre la región elástica e inelástica en estos modelos no es suave, lo que puede derivar en problemas de identificación de parámetros [26, 66].

2.1.2. Modelo de Bouc-Wen

Los modelos histéretico suaves, a diferencia de los polinomiales como el isotrópico o cinemático, tienen una transición continua entre las regiones elástica e inelástica por lo que, además de hacerlos más afines al comportamiento real de los materiales, mejora los resultados en los esquemas de identificación paramétrica [66].

Bouc publicó en 1971 un modelo matemático para describir procesos histeréticos. El objetivo de esta formulación fue proponer un funcional que satisficiera los

requisitos impuestos por un proceso sin memoria. Cinco años después, Wen tomó la propuesta de Bouc y la modificó para particularizarla a un oscilador de un grado de libertad. Desde entonces, el modelo ha ganado popularidad por su versatilidad, que viene de la posibilidad de combinar diferentes valores en sus parámetros para representar una amplia variedad de curvas de histéresis [62].

El modelo Bouc-Wen está dado por las ecuaciones

$$\begin{cases} F &= \alpha kx + (1 - \alpha)kz \\ \dot{z} &= A\dot{x} - \beta|\dot{x}||z|^{n-1}z + \gamma\dot{x}|z|^n \end{cases} \quad (2.3)$$

donde F es la fuerza restitutiva, z es la variable que controla el proceso de histéresis, k es la rigidez del sistema, α es un índice que determina la relación entre el comportamiento elástico e inelástico y A , β , n y γ son los parámetros que determinan la forma de la curva.

La interpretación física de este conjunto de parámetros es compleja. Esto es consecuencia del origen «semifísico» del modelo, que busca satisfacer una serie de propiedades generales sobre histéresis y no describir el comportamiento de un fenómeno en particular [23]. En [18] se sugiere un análisis que consiste en fijar un conjunto de parámetros y variar los demás para estudiar sus efectos. Aunque, según se explica en [23], este enfoque oculta comportamientos que dependen de la interacción entre parámetros, tiene la ventaja de dotar de significado físico a las variables que intervienen. Se considera $n = 1$ para el análisis (valor también sugerido en [62]) lo que tiene la bondad de eliminar problemas numéricos, si bien limita el control de la forma de la curva.

Considerando lo anterior, A es la pendiente inicial del modelo, lo que corresponde al intervalo elástico; $\beta > 0$ es un parámetro de disipación de energía; γ es un parámetro cuyo signo determina la pendiente de posfluencia ($\gamma > 0$ para una pendiente menor que la elástica; $\gamma < 0$ para una pendiente mayor; $\beta = \gamma$ para comportamiento lineal). Debe aclararse que el término «endurecimiento» en el modelo Bouc-Wen difiere del que se usa en modelos bilineales: mientras que estos últimos suelen referirse al endurecimiento como cualquier pendiente existente después del punto de fluencia, en el modelo de Bouc-Wen se considera endurecimiento a una pendiente posfluencia mayor que la elástica y «ablandamiento» a una menor.

Las curvas $x - z$ y $x - F$ se muestran en la Figura 2.5. Obsérvese que el valor límite de z está dado por

$$z_y = \frac{A}{\beta + \gamma} \quad (2.4)$$

Además, nótese que la pendiente de la curva $x - F$ tiene una transición suave de la región elástica (k) a la inelástica (αk).

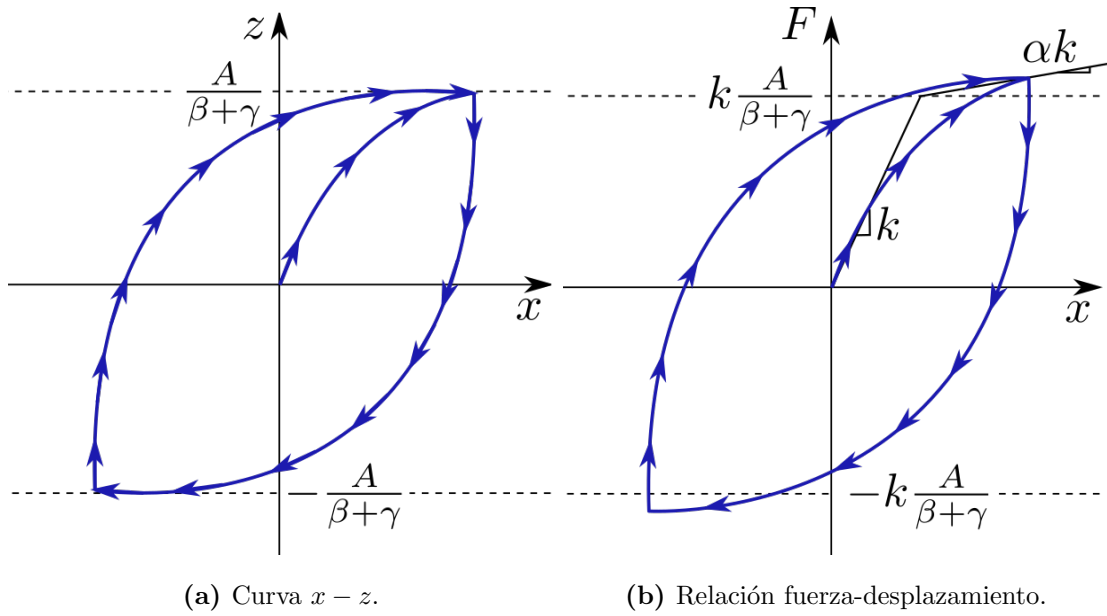


Figura 2.5: Curvas de histéresis idealizadas del modelo Bouc-Wen [18].

2.1.3. Modelos de fricción

Las primeras observaciones sobre el fenómeno de fricción entre dos superficies fueron hechas por Coulomb, que concluyó que la fuerza de fricción se opone al movimiento y que su magnitud es independiente del área de contacto y la velocidad de deslizamiento. Ambos preceptos dieron lugar a los modelos estáticos o clásicos, que indican que el movimiento entre dos superficies comienza una vez que se ha alcanzado cierta fuerza límite que se ha dado en llamar *fuerza de Coulomb*, F_C . Dicha fuerza se calcula como función de un coeficiente de fricción dependiente del material y la fuerza normal a las superficies. Posteriormente se añadió a este modelo un término viscoelástico proporcional a la velocidad para incluir el efecto de aceites y lubricantes. Como se puede observar en la [Figura 2.6](#), la fuerza de Coulomb constituye un límite entre el estado de reposo y movimiento entre las superficies en estudio. Una de las limitantes del modelo de Coulomb y los modelos estáticos basados en él es la indeterminación de la fuerza de fricción en el régimen previo al desplazamiento, esto es, cuando la velocidad relativa es cero (llamado *régimen de esticción*, de *pre-deslizamiento* o de *cero deslizamiento*). Posteriores modificaciones al modelo estático permitieron agregar una región lineal o suavizada en el régimen de pre-deslizamiento para eliminar la indeterminación de fuerza (véanse los recuentos históricos en [40] y [59]). Sin embargo, dichos modelos presentan inestabilidad numérica debido al súbito cambio del régimen de pre-deslizamiento

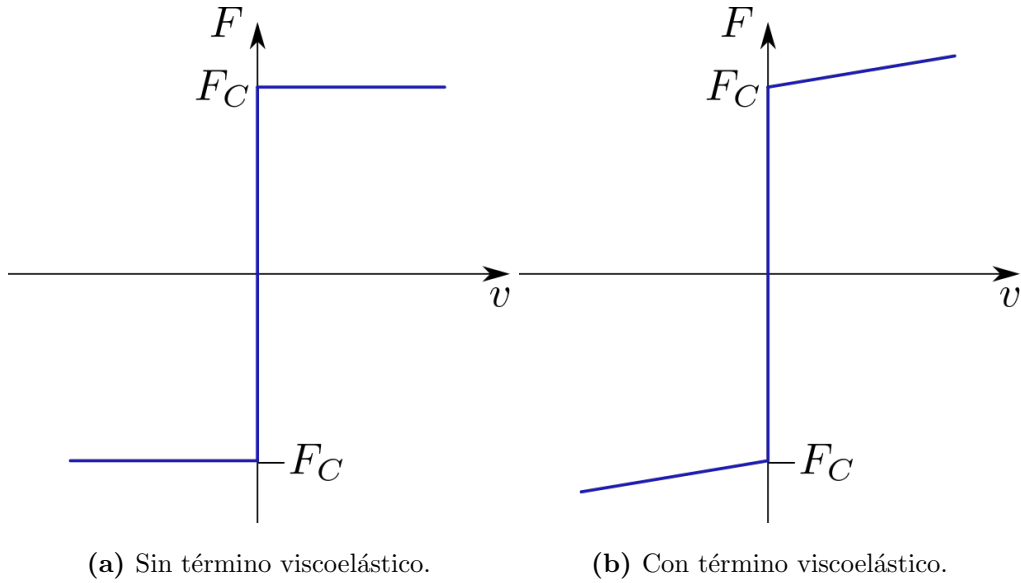


Figura 2.6: Modelo de Coulomb. F es la fuerza de fricción, v es la velocidad relativa entre superficies.

al de deslizamiento o son demasiado complejos.

La principal ventaja del modelo de Dahl [13] yace precisamente en su capacidad de representar el régimen de esticción. Para desarrollarlo, el autor hizo una analogía con la mecánica de sólidos (Figura 2.7): supuso que entre las dos superficies deslizantes existen una serie de cerdas microscópicas que poseen cierta rigidez, denotada con σ_0 . Cuando una fuerza externa excita al sistema y se genera una velocidad relativa v entre las superficies, dichas cerdas sufren un desplazamiento normalizado z . Cuando la fuerza de fricción, F , supera la fuerza límite de fricción estática, algunas cerdas ceden, lo que origina el desplazamiento relativo entre las superficies. Como en los demás modelos estáticos, la máxima fuerza de fricción que puede alcanzarse es F_C , la fuerza de Coulomb; es decir, una vez iniciado el deslizamiento, la fuerza de fricción permanece constante sin importar qué tan grandes se vuelvan los desplazamientos relativos [4]. El modelo de Dahl se representa con las ecuaciones

$$\begin{cases} F = \sigma_0 z \\ \dot{z} = v - \frac{\sigma_0}{F_C} |v| z \end{cases} \quad (2.5)$$

Canudas de Wit *et al.* [4] tomaron el modelo de Dahl y le añadieron dos términos de amortiguamiento: uno para las cerdas (micro-amortiguamiento), que actúa en el régimen de esticción [25]; y otro para el sistema completo (macro-amortiguamiento).

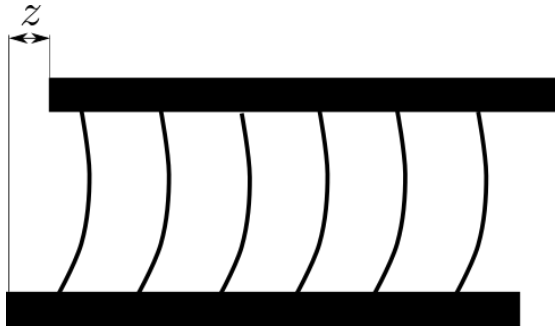


Figura 2.7: Analogía de las cerdas usada en los modelos de Dahl y LuGre.

Además, modificaron la ecuación diferencial para incluir el efecto Stribeck que se presenta en sistemas con fricción mediante la inclusión de una función $g(v)$. El modelo de LuGre se expresa con el par de ecuaciones:

$$\begin{cases} F = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 v \\ \dot{z} = v - \frac{\sigma_0}{g(v)} |v| z \end{cases} \quad (2.6)$$

donde σ_1 y σ_2 son el micro y macro-amortiguamiento, respectivamente. Como se demuestra en [4], en estado estacionario los desplazamientos internos convergen a $z_{ss} = F_C/\sigma_0$, mientras que la fuerza converge a $|F_C|$.

De esta breve disertación sobre modelos de fricción se pone de relieve lo siguiente:

- (i) la fuerza de fricción constituye una fuerza **restaurativa** que se opone a la dirección del desplazamiento;
- (ii) la fuerza de fricción está acotada por una fuerza límite (F_C) a partir de la cual comienza el desplazamiento relativo entre superficies; y
- (iii) el fenómeno de fricción está dividido en dos regímenes: el de esticción, que ocurre antes de que se alcance la fuerza límite F_C ; y el dinámico, que ocurre al alcanzarse F_C .

En el ámbito de la ingeniería estructural, la fuerza que opone un elemento al movimiento de su masa asociada es, precisamente, una fuerza restaurativa. Además, el comportamiento del material está dividido en dos intervalos (el elástico y el inelástico) separados por un punto de fluencia.

2.2. Modelo LuGre para columnas de acero

Las observaciones hechas en la sección anterior dan cuenta de una analogía entre los fenómenos de fricción y deformación. Teniendo esto en mente, se propone una modificación al modelo LuGre para representar la deformación en el intervalo no lineal en elementos estructurales; particularmente, para el caso de una columna de acero en un marco resistente a momento. Considerando que el efecto Stribeck no se presenta en la deformación de una columna, la función $g(v)$ en la [Ecuación 2.6](#) se puede fijar como constante, F_C :

$$\begin{cases} F = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 v \\ \dot{z} = v - \frac{\sigma_0}{F_C} |v| z \end{cases} \quad (2.7)$$

El comportamiento de este modelo (que equivale al de Dahl con micro y macro amortiguamientos añadidos) es descrito por la pendiente de la relación fuerza desplazamiento:

$$\frac{dF}{dx} = \sigma_0 \frac{dz}{dx} \quad (2.8)$$

donde se ignoran las diferenciales de orden superior. La pendiente de la curva x - z , dz/dx , que aparece en la [Ecuación 2.8](#) se obtiene con el cociente entre la micro y macro velocidades, a saber

$$\frac{dz}{dx} = \frac{\dot{z}}{\dot{x}} = 1 - \frac{\sigma_0}{F_C} z \operatorname{sgn} \dot{x} \quad (2.9)$$

En adelante, se usará la notación $v = \dot{x}$. El campo vectorial de la [Ecuación 2.9](#) se muestra idealizado y para un ciclo y medio de carga-descarga en la [Figura 2.8a](#). Nótese que el valor de z en estado estacionario es F_C/σ_0 [4]. La curva x - F correspondiente, dada por la [Ecuación 2.8](#), aparece en la [Figura 2.8b](#). La región de esticción está indicada por el intervalo A-B de la [Figura 2.8a](#). Se observa que cerca del origen $z \rightarrow 0$, lo que implica $dz/dx \rightarrow 1$. Luego, en el mismo intervalo A-B de la [Figura 2.8b](#), que corresponde a la región elástica, $dF/dx \rightarrow \sigma_0$, por lo que este parámetro puede considerarse un símil de la rigidez lateral de la columna. Al aproximarse al estado estacionario en B, F tiende al límite demarcado por la fuerza de Coulomb, donde permanece hasta que se revierte el ciclo de carga.

La [Ecuación 2.7](#) modela bien el comportamiento elástico perfectamente plástico, pero no captura el endurecimiento en la región inelástica. Se propone, con este fin, la siguiente modificación:

$$\begin{cases} R = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{x} + \sigma_3 x \\ \dot{z} = \dot{x} - \frac{\sigma_0}{F_C} |\dot{x}| z \end{cases} \quad (2.10)$$

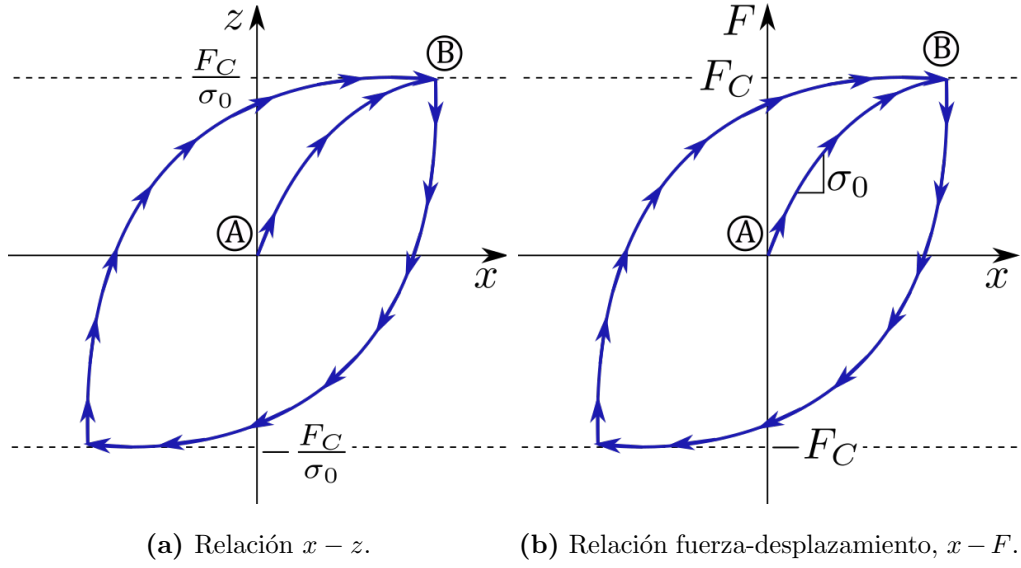


Figura 2.8: Curvas de histéresis idealizadas del modelo de la [Ecuación 2.7](#).

El término lineal añadido, $\sigma_3 x$, toma valores mayores a F_C en la región posfluencia que son proporcionales a los desplazamientos. Así, σ_3 es equivalente al módulo tangente elastoplástico empleado para caracterizar el comportamiento no lineal en mecánica de materiales [27, 51].

Análogamente al modelo de Bouc-Wen, se introduce un índice para mediar la relación entre σ_0 y σ_3 :

$$\begin{aligned}\sigma_0 &= \alpha k \\ \sigma_3 &= (1 - \alpha)k\end{aligned}\tag{2.11}$$

donde $0 \leq \alpha \leq 1$. Si se sustituyen las expresiones anteriores para σ_0 y σ_3 en la [Ecuación 2.10](#), se deriva con respecto a x y se ignoran las derivadas de orden superior, se tiene

$$\frac{dR}{dx} = \alpha k \frac{dz}{dx} + (1 - \alpha)k\tag{2.12}$$

Del análisis hecho para la [Ecuación 2.9](#) se desprende que

$$\begin{aligned}\frac{dR}{dx} &\rightarrow k && \text{cuando } \frac{dz}{dx} \rightarrow 1 \\ \frac{dR}{dx} &\rightarrow (1 - \alpha)k && \text{cuando } \frac{dz}{dx} \rightarrow 0\end{aligned}\tag{2.13}$$

lo que muestra que en el intervalo elástico la pendiente de la curva fuerza desplazamiento es la rigidez, mientras que en el inelástico es una fracción de la rigidez determinada por el valor de α .

La frontera entre los regímenes elástico e inelástico es el punto de fluencia, que depende del módulo de sección y el módulo de elasticidad del material. Típicamente, se usan estas propiedades para obtener el momento de fluencia, M_y , que se emplea en el proceso de diseño. Por simplicidad, aquí se empleará la fuerza asociada a M_y , F_y . Como se mencionó en la sección anterior, la fuerza de Coulomb guarda paralelismo con dicha fuerza, por lo que se define

$$F_C = F_y \quad (2.14)$$

El parámetro de macroamortiguamiento se determina como una fracción del amortiguamiento crítico de la estructura:

$$\sigma_2 = 2\zeta\sqrt{km} \quad (2.15)$$

donde m y k son la masa y rigidez lateral del espécimen, respectivamente, y ζ el cociente de amortiguamiento.

Finalmente, σ_1 representa el amortiguamiento de las cerdas microscópicas del modelo LuGre. Johanastrom y Canudas-De-Wit [25] indican que este parámetro únicamente tiene impacto de modelado en aplicaciones que requieran precisión nanométrica. Para aplicaciones mecánicas, en las que el orden de las mediciones es de milímetros, el principal papel de σ_1 es amortiguar numéricamente la ecuación diferencial que describe a z en el régimen de pre-deslizamiento (véanse, por ejemplo, los resultados obtenidos en [42] y [40]), y sugieren la expresión

$$\sigma_1 = 2\xi\sqrt{\sigma_0 m} \quad (2.16)$$

con un cociente de amortiguamiento ξ suficientemente alto. La curva $x - R$ idealizada del modelo propuesto en la Ecuación 2.10 se muestra en la Figura 2.9.

2.3. Simulaciones

A continuación se presentan algunas simulaciones cuyo propósito es demostrar la capacidad del modelo propuesto para representar las curvas de histéresis usualmente obtenidas en ensayos de laboratorio. El espécimen probado es una columna de acero de 2 m de longitud con sección comercial $W4 \times 13$ cuyas propiedades geométricas y mecánicas se especifican en la Tabla 2.1. Se trabajó bajo la hipótesis de piso rígido, lo que redundó en un modelo de un grado de libertad lateral. El

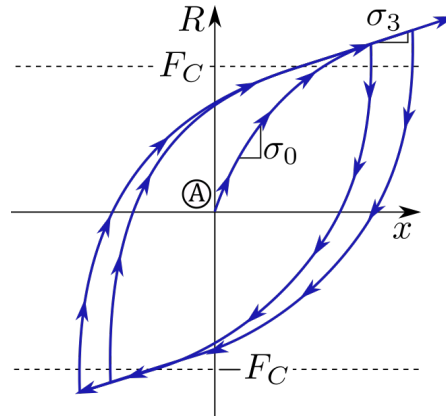


Figura 2.9: Curva fuerza-desplazamiento del modelo LuGre modificado.

diagrama de la columna probada y un resumen de las expresiones para caracterizar al modelo se muestran en la [Figura 2.10](#). La masa de la columna, m , es de 19.3 kg ; la fuerza de fluencia, F_y , de $2.24 \times 10^4 \text{ N}$. Se consideraron $\zeta = 5\%$ y $\xi = 100\%$ como cocientes de macro y micro amortiguamiento, respectivamente.

El objetivo de la primera simulación fue mostrar cómo la variación del parámetro α determina el tipo de comportamiento modelado. La excitación usada es de la forma

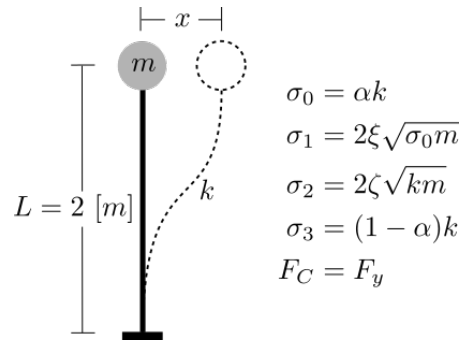
$$u(t) = 15000e^{0.01t} \sin 2f\pi t \text{ [N]} \quad (2.17)$$

obtenida de multiplicar una masa de piso de 5000 [kg] por una aceleración senoidal con amplitud inicial de $3 \text{ [m/s}^2\text{]}$ y frecuencia de $f = 0.8 \text{ [Hz]}$. Como se observa, la señal es incremental. Se buscó emular las pruebas de histéresis cuasiestáticas, en las que se usan protocolos de carga linealmente crecientes [\[17\]](#). Los resultados de las simulaciones se presentan en la [Figura 2.11](#), donde se graficó el desplazamiento contra la fuerza restitutiva. Los casos extremos de α , 0 y 1, corresponden al comportamiento elástico y elastoplástico perfectos. Si $0 < \alpha < 1$, se tiene una curva con una pendiente de fluencia y otra, menor, de posfluencia que rebasa el límite F_y . Cabe mencionar que las [Figuras 2.11a](#) y [2.11b](#) se obtuvieron con 60 s de la excitación definida en la [Ecuación 2.17](#) y la [Figura 2.11c](#) para 45 s de la misma excitación con el fin de preservar la respuesta en el mismo intervalo de desplazamientos.

En la siguiente simulación se comparan los modelos bilineal cinemático, de Bouc-Wen y el propuesto en la [Ecuación 2.10](#). La excitación usada fue la misma

Tabla 2.1: Propiedades de la sección $W4 \times 13$.

Propiedad	Valor
Módulo de elasticidad, E [Pa]	190.00×10^9
Esfuerzo de fluencia, f_y [Pa]	250.00×10^6
Momento de inercia, I_x [m^4]	4.70×10^{-6}
Módulo de sección, S_x [m^3]	8.94×10^{-5}
Peso, W [kg/m]	19.30
Rígidez lateral, k [N/m]	1.34×10^6

**Figura 2.10:** Especimen de prueba y parámetros para la [Ecuación 2.10](#).

dada por en la [Ecuación 2.17](#) con una duración de 60 s. En los tres modelos se consideró una pendiente de posfluencia del 4 % de la pendiente elástica. Se hicieron tres simulaciones por modelo con fracciones de amortiguamiento crítico estructural, ζ , de 1 %, 3 % y 5 %. Como se observa, a diferencia del modelo LuGre, los modelos bilineal y de Bouc-Wen generan diferentes respuestas dependiendo de ζ . Los modelos dinámicos, es decir, LuGre y Bouc-Wen, deben tener un amortiguamiento suficientemente alto para que las transiciones en los cambios de velocidad sean suaves [42]. En el modelo de Bouc-Wen, el amortiguamiento es únicamente estructural, que suele ser pobre en elementos estructurales (lo que causa las transiciones no suaves que se observan en la [Figura 2.12b](#)); en cambio, en el modelo LuGre se cuenta con el amortiguamiento «numérico» que proporciona el término $\sigma_1 \dot{z}$.

Posteriormente se ejecutó un conjunto de simulaciones para evaluar el compor-

2. MODELO LUGRE DE HISTÉRESIS PARA MARCOS RESISTENTES A MOMENTO

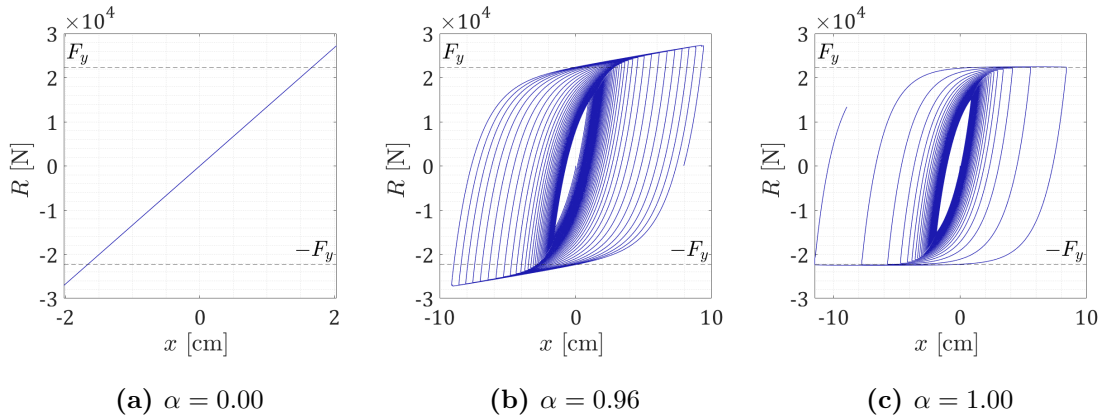


Figura 2.11: Variación del modelo propuesto respecto al parámetro α .

tamiento del modelo propuesto ante diferentes intensidades de excitación:

$$u(t) = 5000U \sin 0.4\pi t \text{ [N]} \quad (2.18)$$

donde se mantienen la masa de 5000 [kg] y la frecuencia de 0.8 [Hz]. En la [Figura 2.15](#) se muestran los resultados para nueve simulaciones. En el eje horizontal se indica el desplazamiento máximo alcanzado para la simulación correspondiente. En una prueba real se esperaría comportamiento perfectamente lineal en la región elástica y desplazamientos plásticos residuales a partir del desplazamiento de fluencia, que es de 1.67 [cm] para el espécimen que se estudió. Como se observa en las simulaciones, aunque menor, la curva muestra apertura a partir de la deformación máxima de 1 [cm]. Lo anterior se debe al efecto de «deriva plástica» que incluye el modelo LuGre y que representa los pequeños desplazamientos que tienen lugar en la región de predeslizamiento [59]. Sin embargo, la apertura antes del punto de fluencia es prácticamente despreciable comparada con aperturas posteriores.

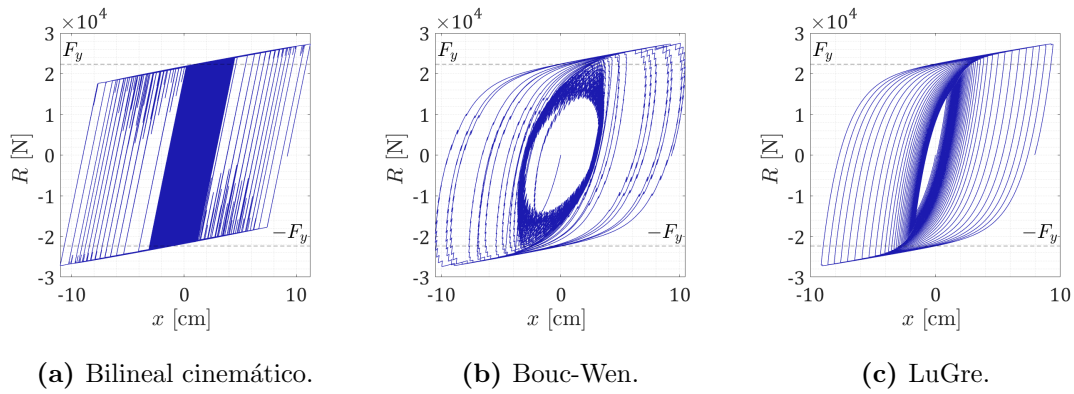


Figura 2.12: Respuestas del espécimen con $\zeta = 1\%$.

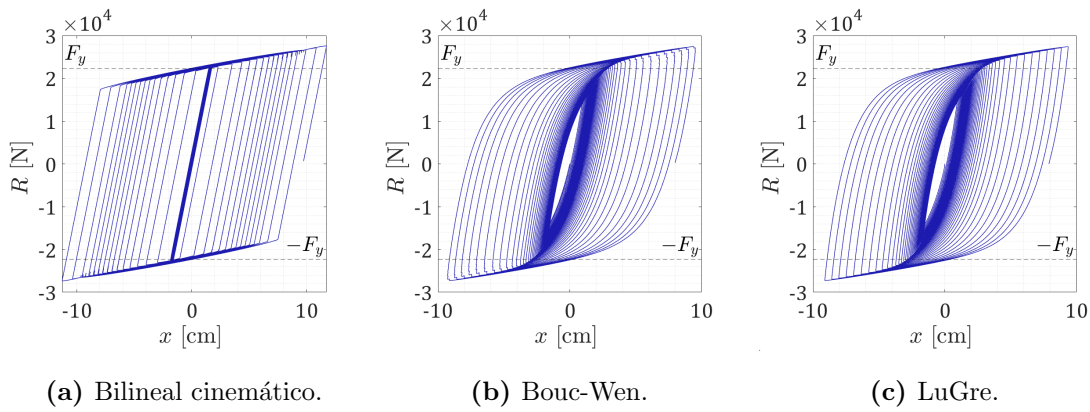


Figura 2.13: Respuestas del espécimen con $\zeta = 3\%$.

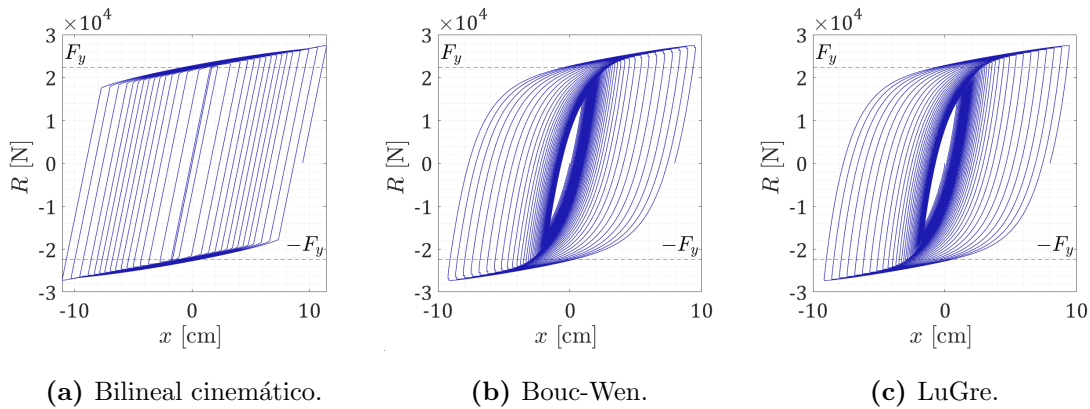


Figura 2.14: Respuestas del espécimen con $\zeta = 5\%$.

2. MODELO LUGRE DE HISTÉRESIS PARA MARCOS RESISTENTES A MOMENTO

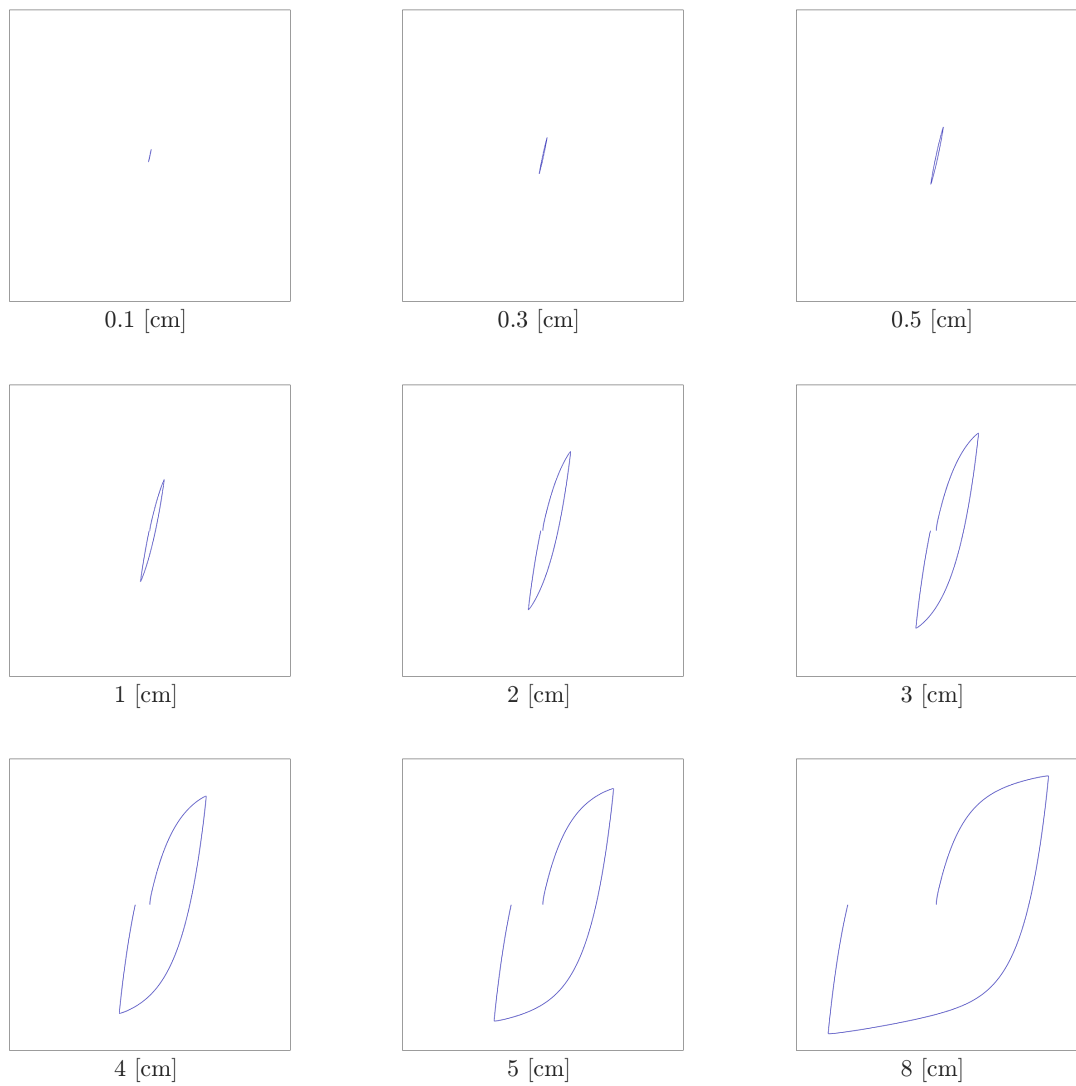


Figura 2.15: Respuesta del modelo propuesto ante diversas amplitudes.

Simulación híbrida

El estudio del comportamiento estructural no lineal tiene dos vertientes: la teórica que, como se expuso en el capítulo anterior, se aboca a formular modelos matemáticos que representen lo mejor posible dicho fenómeno; y la experimental, que tiene como fin validar las teorías propuestas a través de ensayos y pruebas de laboratorio. Esta rama constituye en sí misma un activo campo de investigación que gira en torno a diseñar pruebas que reproduzcan cada vez con mayor fidelidad la respuesta dinámica de las estructuras en condiciones reales.

La simulación híbrida es una técnica experimental que ha ganado notoriedad en los últimos años por su versatilidad y eficiencia [15]. A grandes rasgos, ésta consiste en construir en el laboratorio uno de los elementos de un sistema estructural y someterlo a una carga que se obtiene retroalimentando la respuesta del espécimen a un modelo computacional del sistema completo. Esto permite obtener excitaciones que incluyen las fuerzas de las masas o el resto de elementos estructurales sin que éstos estén presentes físicamente, lo que redundará en pruebas más realistas y económicas.

En el presente capítulo se revisa la literatura existente sobre simulación híbrida y se describe un método usual de partición basado en la ecuación de movimiento. Más adelante se propone un esquema virtual de simulación híbrida para una columna de acero incrustada en un marco resistente a momento. Se supone que la respuesta de la columna física es descrita por el modelo de la [Ecuación 2.10](#) y que el resto de la estructura tiene comportamiento elástico lineal.

3.1. Antecedentes: simulación híbrida

La caracterización mecánica de los materiales ha tenido un papel crucial en los procesos constructivos desde los albores de la historia. Hasta antes del siglo XIX, esta caracterización estuvo basada principalmente en la experiencia de maestros constructores que conocían empíricamente su comportamiento. Sin embargo, la primera revolución industrial desencadenó una rápida expansión en el catálogo de materiales disponibles, así como un acelerado desarrollo que impedía esperar a que los antiguos artesanos se familiarizaran con ellos, por lo que comenzaron a surgir pruebas estandarizadas para probar materiales de construcción [1].

Sin embargo, este notable desarrollo en la estandarización de los materiales trajo consigo sistemas estructurales cada vez más complejos que requerían, a su vez, nuevas pruebas que reprodujeran su comportamiento dinámico. Aunque las primeras mesas vibratorias datan del siglo XIX, no fue sino hasta después de la Segunda Guerra Mundial que su uso comenzó a generalizarse en los laboratorios gracias a los avances en la ingeniería de control y el procesamiento digital de señales [47]. La ventaja de las pruebas en mesa vibradora es su capacidad de reproducir movimientos sísmicos predeterminados y observar el comportamiento de modelos a escala de las estructuras en estudio. Los efectos inerciales son introducidos de manera natural en la prueba al dejar vibrar libremente el espécimen. Sin embargo, estos beneficios vienen a cambio de una limitada capacidad de medición de la respuesta (usualmente, sólo las aceleraciones y las deformaciones unitarias son medidas), restricciones en el tamaño de los especímenes (que depende de la capacidad de la mesa vibradora) y un alto costo económico, derivado este último de la necesidad de reproducir el sistema estructural completo.

Algunas de estas desventajas fueron superadas desacoplando los actuadores que impulsan el movimiento de las mesas vibratorias y usándolos en elementos estructurales individuales, como trabes y columnas. En estos ensayos, conocidos como pruebas cuasiestáticas [48], se prescribe una historia de desplazamientos que el actuador eléctrico o hidráulico impone a baja velocidad sobre un prototipo construido en el laboratorio, lo que permite medir la fuerza de respuesta del sujeto de pruebas, otorga mayor control sobre el experimento y reduce el costo asociado a la construcción del modelo. No obstante estas ventajas, la baja velocidad de ejecución y la ausencia de las grandes masas del sistema estructural completo impiden estudiar los efectos inerciales o la interreleación entre el elemento probado y el resto de elementos con los que se conecta, perdiéndose así el comportamiento sistémico.

La primera propuesta para minimizar estas desventajas fue hecha a finales de

los sesentas en Japón por Hakuno y colegas [46]: la prueba consistió en someter un modelo físico de un grado de libertad a los desplazamientos comandados por un modelo numérico almacenado en una computadora. Los desplazamientos se obtenían a medida que avanzaba la prueba resolviendo las ecuaciones de movimiento del sistema numérico; se usaron como excitaciones una historia de aceleración predefinida y la fuerza medida en el sistema físico. El uso de la señal de respuesta del sistema físico (llamado *planta*) para calcular la excitación del mismo sistema da lugar a una prueba en *lazo cerrado*, que se contrapone a las pruebas en mesa vibradora y cuasiestáticas, que son de *lazo abierto*. En la Figura 3.1 se muestra una comparación entre una prueba en lazo abierto y una en lazo cerrado. En 3.1a, la señal de excitación es una historia de desplazamientos, x , previamente determinada que se envía hacia la servoválvula para que el actuador la aplique sobre el marco de acero, que reacciona con una fuerza restaurativa, R , medida por la celda de carga; en 3.1b, se somete una subestructura numérica a una historia de aceleraciones, \ddot{x}_g , que produce un desplazamiento en el primer piso, x_1 . La diferencia entre la primera y segunda pruebas es que en la prueba de simulación híbrida la fuerza R medida en el espécimen físico se retroalimenta a la subestructura numérica para usarla como parte de la excitación de la misma.

El paradigmático ensayo de Hakuno sirvió para establecer un nuevo tipo de pruebas que hasta finales de los ochentas fueron llamadas «pseudodinámicas» y que hoy entran en la categoría de pruebas de *simulación híbrida*. Aunque las definiciones y variantes de la misma varían, la mayoría de los autores coinciden en que una prueba de simulación híbrida es un experimento que involucra una subestructura numérica que transmite una señal de control hacia una subestructura física, que a su vez devuelve a la subestructura numérica una señal de retroalimentación [9, 37, 38, 46, 48]. La principal ventaja de este grupo de pruebas es la eficiencia en el manejo de recursos, pues a diferencia de las pruebas en mesa vibradora, que requieren sistemas estructurales completos para llevarse a cabo, las pruebas de simulación híbrida reproducen las fuerzas inerciales computacionalmente. Asimismo, se tiene mayor control sobre la velocidad de aplicación, lo que permite estudios más detallados de las señales de respuesta. Además, como mencionan Carrion *et al.* [5], el daño (usualmente el objeto de estudio en estos experimentos) es un fenómeno local, por lo que no se necesita construir un sistema estructural completo, sino únicamente algunas partes de interés. Finalmente, algunas de sus variantes, como la simulación híbrida geográficamente distribuida o la simulación híbrida en tiempo real extienden su potencial para ejecutar pruebas a larga distancia, en el caso de la primera, o experimentos que reflejen los efectos dependientes de la velocidad, en el caso de la segunda [37, 48]. Estas ventajas se vuelven especialmente valiosas dado el cambio en las filosofías de diseño actuales, en las que más allá de la capacidad de los elementos estructurales, se busca mejorar su desempeño [38].

3. SIMULACIÓN HÍBRIDA

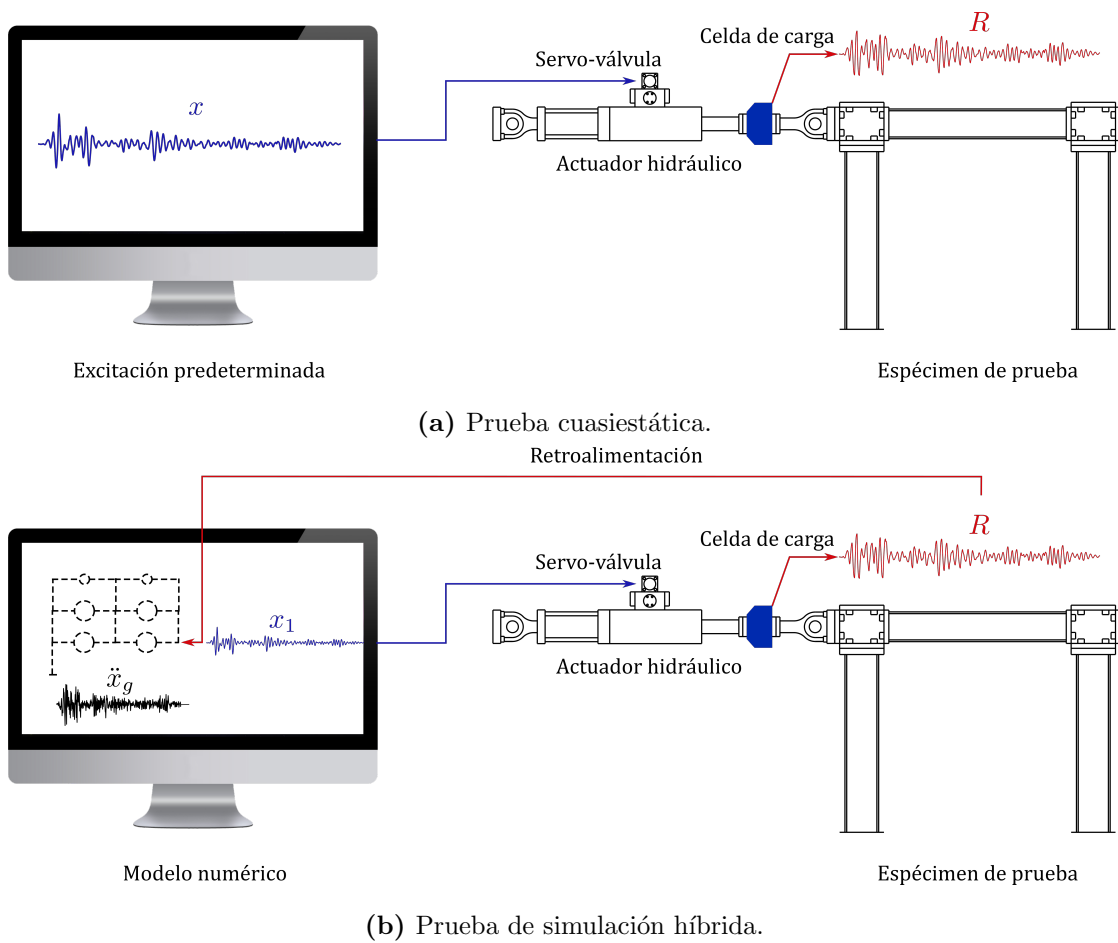


Figura 3.1: Comparación entre las pruebas en lazo abierto (a) y lazo cerrado (b).

Usualmente, el criterio de subestructuración que se sigue es de acuerdo al la complejidad de representación de los componentes de la estructura estudiada: aquellos elementos con comportamiento y modelos matemáticos bien conocidos como, por ejemplo, elementos estructurales que permanecen en el intervalo elástico, se consideran parte de la subestructura numérica; aquellos con comportamiento difícil de modelar o que se quiere someter a evaluación, como materiales con comportamiento histerético o con efectos dependientes de la velocidad, se construye físicamente en el laboratorio. Además, normalmente las masas y el amortiguamiento forman parte de la subestructura numérica [5].

Siguiendo los trabajos de Silva *et al.* [50] y Mosalam y Günay [37], la partición o subestructuración puede efectuarse a partir del modelo dinámico de un sistema

estructural. Sea

$$M\ddot{\mathbf{x}} + C\dot{\mathbf{x}} + K\mathbf{x} = -M\boldsymbol{\iota}\ddot{x}_g \quad (3.1)$$

la ecuación de movimiento de un sistema de múltiples grados de libertad, donde \mathbf{x} y sus derivadas son el vector de posición, velocidad y aceleración; \ddot{x}_g es una historia de aceleración del suelo; $\boldsymbol{\iota}$ es un vector de influencia; y M , C y K son, respectivamente, las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez del sistema. Supóngase que la respuesta se encuentra dentro del intervalo elástico-lineal: cada matriz puede dividirse en un término numérico y otro físico:

$$(M_n + M_f)\ddot{\mathbf{x}} + (C_n + C_f)\dot{\mathbf{x}} + (K_n + K_f)\mathbf{x} = -M\boldsymbol{\iota}\ddot{x}_g \quad (3.2)$$

donde se usan los operadores $(\cdot)_n$ y $(\cdot)_f$ para denotar las matrices asociadas a la subestructuras numérica y física, respectivamente. Despéjense hacia el lado derecho de la ecuación los términos asociados a la subestructura física:

$$M_n\ddot{\mathbf{x}} + C_n\dot{\mathbf{x}} + K_n\mathbf{x} = -M\boldsymbol{\iota}\ddot{x}_g - (M_f\ddot{\mathbf{x}} + C_f\dot{\mathbf{x}} + K_f\mathbf{x}) \quad (3.3)$$

y, finalmente, defínase una fuerza restaurativa

$$\mathbf{f}_e = M_f\ddot{\mathbf{x}} + C_f\dot{\mathbf{x}} + K_f\mathbf{x} \quad (3.4)$$

obtenida para cada instante de tiempo de las mediciones en el actuador. Combinando las ecuaciones 3.3 y 3.4, se tiene

$$M_n\ddot{\mathbf{x}} + C_n\dot{\mathbf{x}} + K_n\mathbf{x} = -M\boldsymbol{\iota}\ddot{x}_g - \mathbf{f}_e \quad (3.5)$$

El vector \mathbf{f}_e es la «retroalimentación» de la subestructura física a la numérica.

Es conveniente escribir la Ecuación 3.5 en el espacio de estados. Una posible realización del mismo se obtiene haciendo el cambio de variable $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{x}}$:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{v} \\ \dot{\mathbf{v}} = -M_n^{-1}K_n\mathbf{x} - M_n^{-1}C_n\mathbf{v} - M_n^{-1}M\boldsymbol{\iota}\ddot{x}_g - M_n^{-1}\mathbf{f}_e \end{cases} \quad (3.6)$$

que se puede escribir de forma compacta

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} &= A_{SS}\mathbf{X} + B_{SS}\mathbf{u} \\ \mathbf{Y} &= C_{SS}\mathbf{X} + D_{SS}\mathbf{u} \end{aligned} \quad (3.7)$$

donde

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix} \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{v} \\ \dot{\mathbf{v}} \end{bmatrix} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \ddot{x}_g \\ \mathbf{f}_e \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

y

$$\begin{aligned}
 A_{SS} &= \begin{bmatrix} O_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ -M_n^{-1}K_n & -M_n^{-1}C_n \end{bmatrix} & B_{SS} &= \begin{bmatrix} O_{3 \times 1} & O_{3 \times 3} \\ -M_n^{-1}M\boldsymbol{\iota} & -M_n^{-1} \end{bmatrix} \\
 C_{SS} &= \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ -M_n^{-1}K_n & -M_n^{-1}C_n \end{bmatrix} & D_{SS} &= \begin{bmatrix} O_{3 \times 1} & O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 1} & O_{3 \times 3} \\ -M_n^{-1}M\boldsymbol{\iota} & -M_n^{-1} \end{bmatrix} \quad (3.9)
 \end{aligned}$$

O e I son las matrices cero e identidad, cuyo orden se especifica en sus respectivos subíndices.

3.2. Esquema virtual de simulación híbrida

Los estudios de simulación híbrida como los descritos antes requieren continuas validaciones y verificaciones. Sería poco práctico construir un modelo físico y diseñar un experimento diferente para probar cada nueva propuesta. Los entornos virtuales, en cambio, permiten trabajar en soluciones para los problemas estudiados sin necesidad de construir modelos físicos. Por lo anterior, las investigaciones suelen hacerse mediante problemas de referencia ejecutados en entornos virtuales diseñados específicamente para el caso de estudio en cuestión (véanse, por ejemplo, los entornos virtuales desarrollados en [41, 50, 57]).

En esta tesis se propuso un esquema virtual de simulación híbrida para un edificio numérico y una columna física. La presente sección describe la implementación de dicho esquema.

3.2.1. Descripción de la estructura

Se estudió un edificio de tres niveles sostenido por marcos planos rígidos de acero estructural. Además, se supuso un comportamiento de edificio cortante, lo que implica (1) ausencia de rotaciones en las conexiones trabe-columna y (2) masas concentradas en los pisos. Se consideró la misma sección $W4 \times 13$ que en el [Capítulo 2](#), cuyas propiedades geométricas y materiales pueden encontrarse en la [Tabla 2.1](#). En la [Figura 3.2](#) se muestra un diagrama del edificio: m_i , c_i , k_i y x_i son, respectivamente, la masa, el coeficiente de amortiguamiento, la rigidez y el desplazamiento absoluto asociados al i ésimo piso. Este sistema de tres grados de libertad es descrito por la ecuación de movimiento [3.1](#). Se definió la misma masa para cada piso, $m_1 = m_2 = m_3 = m = 5000 \text{ kg}$, y la misma rigidez, k , para

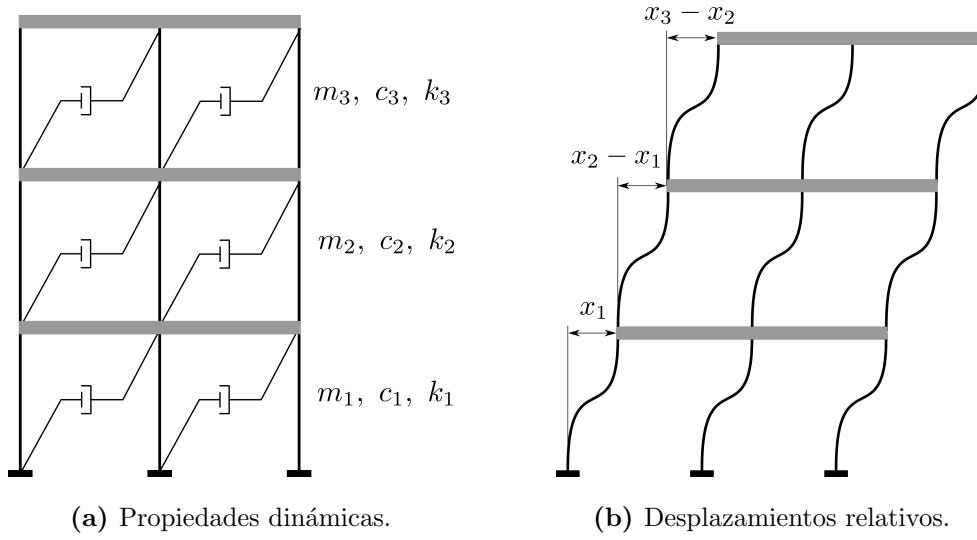


Figura 3.2: Modelo conceptual del edificio estudiado.

todas las columnas. Empleando estos valores, las matrices M y K se obtuvieron del diagrama de la [Figura 3.2b](#):

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} 6k & -3k & 0 \\ -3k & 6k & -3k \\ 0 & -3k & 3k \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Por otra parte, la matriz C se calculó mediante la fórmula de Rayleigh:

$$C = a_0M + a_1K \quad (3.11)$$

con

$$a_0 = \zeta \frac{2\omega_1\omega_2}{\omega_1 + \omega_2} \quad a_1 = \frac{2\zeta}{\omega_1 + \omega_2} \quad (3.12)$$

donde ω_1 y ω_2 son las frecuencias del primer y segundo modos de vibrar y $\zeta = 5\%$ su porcentaje de amortiguamiento crítico.

3.2.2. Partición

Se eligió como subestructura física la columna en la extrema derecha del primer piso, tal y como se muestra en la [Figura 3.3](#). Se supuso un comportamiento no lineal descrito por el modelo propuesto en la [Ecuación 2.10](#). Para ello, se usó la

3. SIMULACIÓN HÍBRIDA

[Ecuación 3.7](#) y se redefinió la fuerza de retroalimentación de la [Ecuación 3.4](#) para incluir la fuerza restaurativa R :

$$\mathbf{f}_e = \begin{bmatrix} m_f \ddot{x}_f + R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

con

$$R = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{x}_f + \sigma_3 x_f \quad (3.14)$$

La ecuación anterior implica que para calcular el vector de fuerza restaurativa se necesita, en primera instancia, resolver la ecuación diferencial del modelo LuGre; después, obtener la fuerza R ; y, finalmente, sumar el término de inercia. Las entradas requeridas para estos pasos son x_f , \dot{x}_f y \ddot{x}_f . La hipótesis de edificio de cortante implica que los desplazamientos de todos los nodos en cada planta son iguales, por lo que se supuso que $x_f = x_1$, $\dot{x}_f = \dot{x}_1$ y $\ddot{x}_f = \ddot{x}_1$, estados que se obtienen del vector \mathbf{Y} de la [Ecuación 3.7](#).

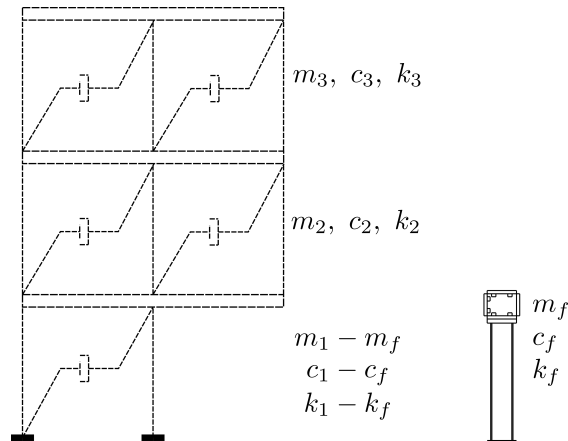


Figura 3.3: Partición: en línea punteada, la subestructura numérica; en trazos sólidos, la subestructura física.

3.3. Simulaciones

Las simulaciones del esquema propuesto en la sección anterior se implementaron en un modelo de Simulink [14] con una frecuencia de muestreo de 4096 Hz ¹. Las ecuaciones diferenciales de 2.10 y 3.7 se resolvieron con un método de integración de paso fijo, como se sugiere para aplicaciones de simulación híbrida [37, 48]. Un diagrama de bloques del sistema se muestra en la Figura 3.4.

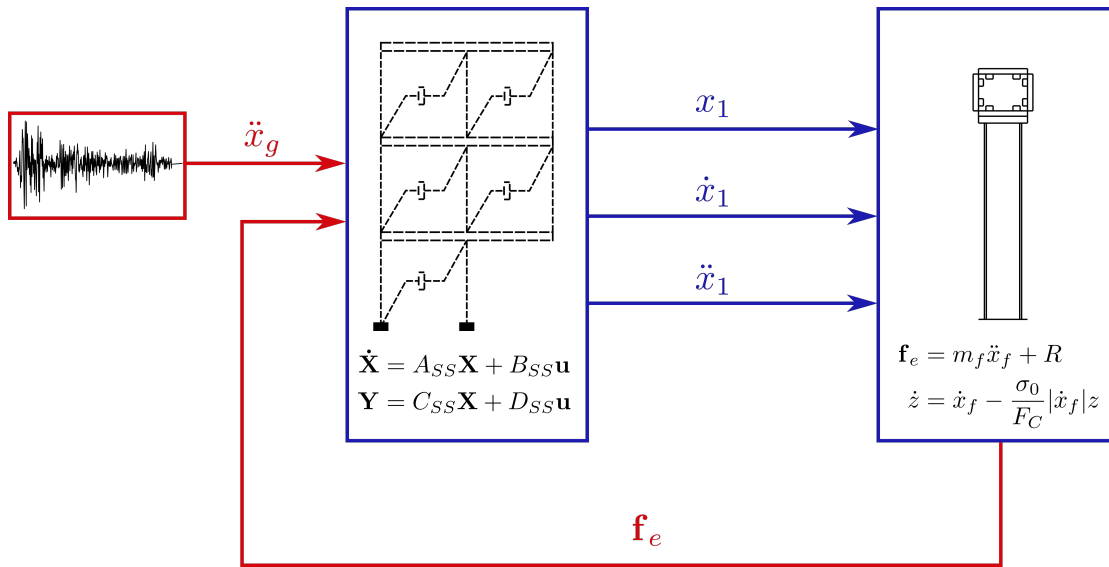


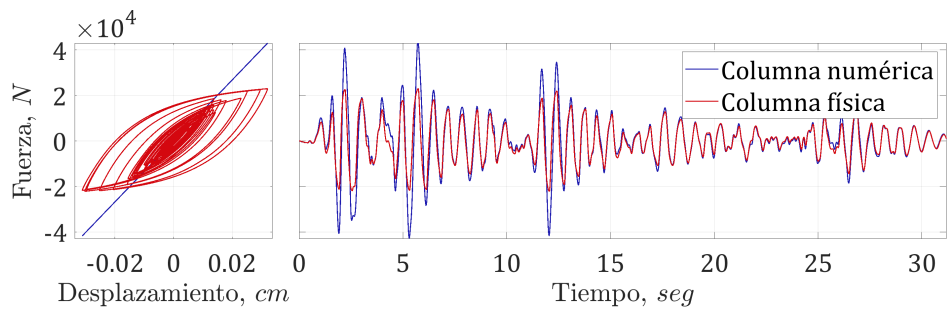
Figura 3.4: Diagrama de bloques del esquema de simulación híbrida.

Se usaron cuatro acelerogramas como excitación: los de los sismos de «El Centro», Kobe, Morgan y ciudad de México (SCT-1985). Los resultados se muestran en la Figura 3.5, donde se comparan la respuesta de la subestructura física, es decir, la columna derecha del primer piso, y la de un elemento de la subestructura numérica, la columna de la extrema izquierda en el primer piso. Como se observa en los resultados, la respuesta de la primera es no lineal, mientras que la de la segunda es lineal. Obsérvese en las historias de fuerza que ambas respuestas

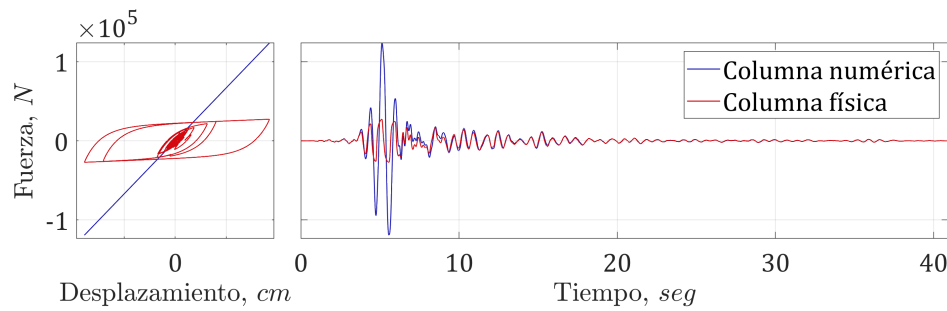
¹La frecuencia de muestreo suele elegirse como 2 elevado a algún número entero. Esta elección atiende a razones históricas: el algoritmo de la transformada rápida de Fourier [10] maximiza su eficiencia si el número de muestras es una potencia de 2. Si bien los paquetes computacionales actuales ya no están restringidos por esta condición, se eligió una frecuencia de muestreo que la cumpliera previendo la posibilidad de utilizar instrumentos o equipos anticuados.

3. SIMULACIÓN HÍBRIDA

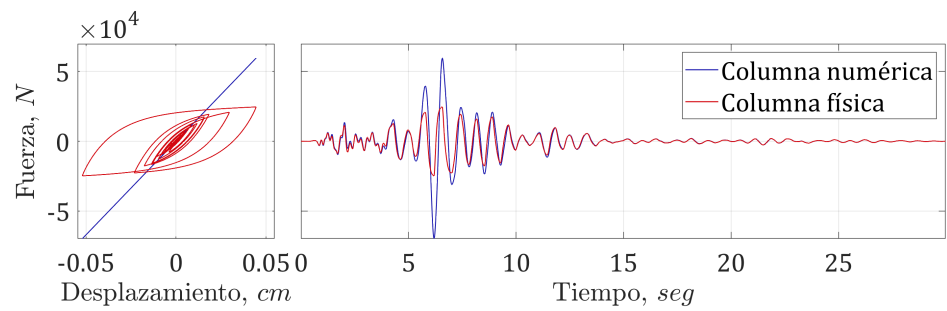
difieren especialmente en la fase intensa del sismo; en el resto de la excitación, las respuestas son relativamente parecidas. Esto último muestra la efectividad del modelo LuGre propuesto para representar adecuadamente tanto la parte no lineal como la lineal de la respuesta dinámica.



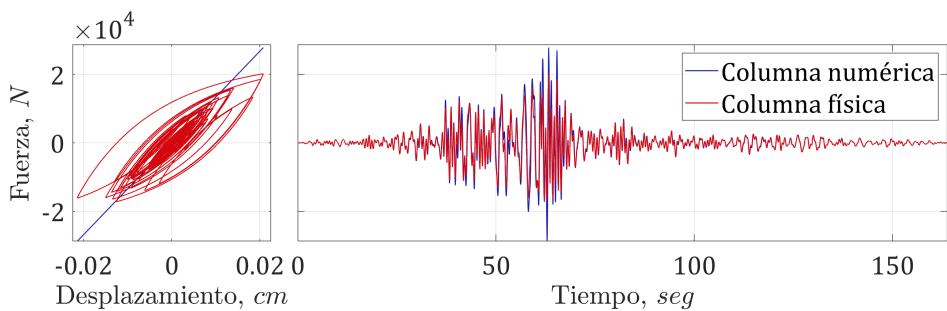
(a) Respuesta al acelerograma de «El Centro».



(b) Respuesta al acelerograma de Kobe.



(c) Respuesta al acelerograma de Morgan.



(d) Respuesta al acelerograma de la SCT, 1985.

Figura 3.5: Resultados de las simulaciones ante diferentes excitaciones.

Identificación paramétrica del modelo

LuGre

La identificación de parámetros es una técnica que busca caracterizar un modelo numérico a partir de mediciones obtenidas en un experimento. El objetivo último es calibrar dicho modelo para que aproxime lo mejor posible el comportamiento del fenómeno físico sometido a prueba. La obtención de dicho modelo optimizado sirve a diversos propósitos, siendo los dos más comunes el rastreo de cambios o degradación en los parámetros y la obtención de estados para su uso en controladores.

En ingeniería estructural, los módulos de identificación paramétrica suelen usarse en conjunto con los esquemas de simulación híbrida con el objeto de reflejar el comportamiento complejo de un espécimen físico probado en la subestructura numérica [28, 33, 39, 49]. Además, en configuraciones de identificación en campo, dichos módulos resultan útiles detectando el daño en edificios después de eventos sísmicos [36, 58], controlando la respuesta de los mismos [24] o estimando su respuesta en tiempo real [35].

En lo que sigue, se presenta un examen de publicaciones recientes sobre identificación paramétrica aplicada a ingeniería estructural. Después, se expone el módulo de identificación que se propuso para esta tesis, lo cual incluye estudios paramétricos para cada uno de sus componentes y simulaciones con excitaciones sísmicas.

4.1. Antecedentes: identificación de parámetros para modelos estructurales

Una de las restricciones de la simulación híbrida es que, para preservar la ventaja de eficiencia en recursos económicos, únicamente se prueba un espécimen físico con comportamiento complejo y se supone que los elementos estructurales de la subestructura numérica tienen un comportamiento conocido (que usualmente se representa con modelos elástico-lineales o histeréticos simples). En un esquema así, la subestructura física tendría un comportamiento distinto al de todos los demás elementos, a pesar de que se suponga que están fabricados del mismo material (situación ocurrida, por ejemplo, en las simulaciones al final de la sección anterior). Además, uno de los objetivos del diseño estructural es justamente obtener sistemas con daño distribuido uniformemente en todos sus elementos. Lo anterior reduce la posibilidad de que ocurran colapsos súbitos como sucede, por ejemplo, cuando existen mecanismos de piso débil [20]. Esta distribución de daño es imposible de reproducir si el espécimen experimental no se comporta como sus pares numéricos.

Una forma de complementar las pruebas de simulación híbrida para resolver este problema es mediante la adición de un módulo de *identificación paramétrica*. Este grupo de técnicas, que surgieron en el seno del control adaptativo, buscan caracterizar numéricamente los estados de un sistema dinámico a partir de una o varias respuestas medidas del mismo. Dichos estados pueden ser variables dinámicas como la posición, velocidad o aceleración, o parámetros físicos, como la rigidez y la masa. Además, dependiendo del algoritmo usado, la estimación de los estados se hace *fuera de línea*, es decir, una vez que ha concluido la prueba, o bien, *en línea*, esto es, a la par que se ejecuta el experimento.

La modalidad en línea antes descrita permite usar la señal o señales de respuesta de la subestructura física y alimentar con ellas un modelo numérico que la represente (este modelo numérico no debe confundirse con el que contiene a la subestructura numérica). Entre las ventajas de este modelo «sombra» están la posibilidad de retroalimentar los parámetros de la subestructura física a componentes de la numérica que, por hipótesis, tendrían el mismo comportamiento (aquellas que compartan geometría y localización similar, por ejemplo); o la capacidad de dar seguimiento a la degradación de sus parámetros. Por otra parte, y como se mencionó en el primer capítulo, los modelos de histéresis usualmente se formulan con el objetivo de satisfacer restricciones matemáticas antes que físicas. Por ende, para representar un fenómeno físico suelen montarse sofisticados y costosos experimentos de calibración. La identificación paramétrica en línea ofrece una alternativa

viable a este problema, pues con ella se caracterizan los parámetros de un modelo no lineal sin necesidad de diseñar configuraciones experimentales específicas y costosas [30].

En la Figura 4.1 se muestra un esquema de simulación híbrida con un módulo de identificación paramétrica: la subestructura numérica es excitada con una historia de aceleraciones predeterminedada; se resuelve la ecuación de movimiento para obtener el desplazamiento del primer piso; éste se envía como señal a la servoválvula y el actuador la impone en el marco experimental; la respuesta, capturada por la celda de carga, se retroalimenta a la subestructura numérica y, además, se envía al módulo de identificación, que usa un modelo numérico de la subestructura física para identificar tres parámetros θ_1 , θ_2 , θ_3 , que, a su vez, son empleados para actualizar el modelo numérico.

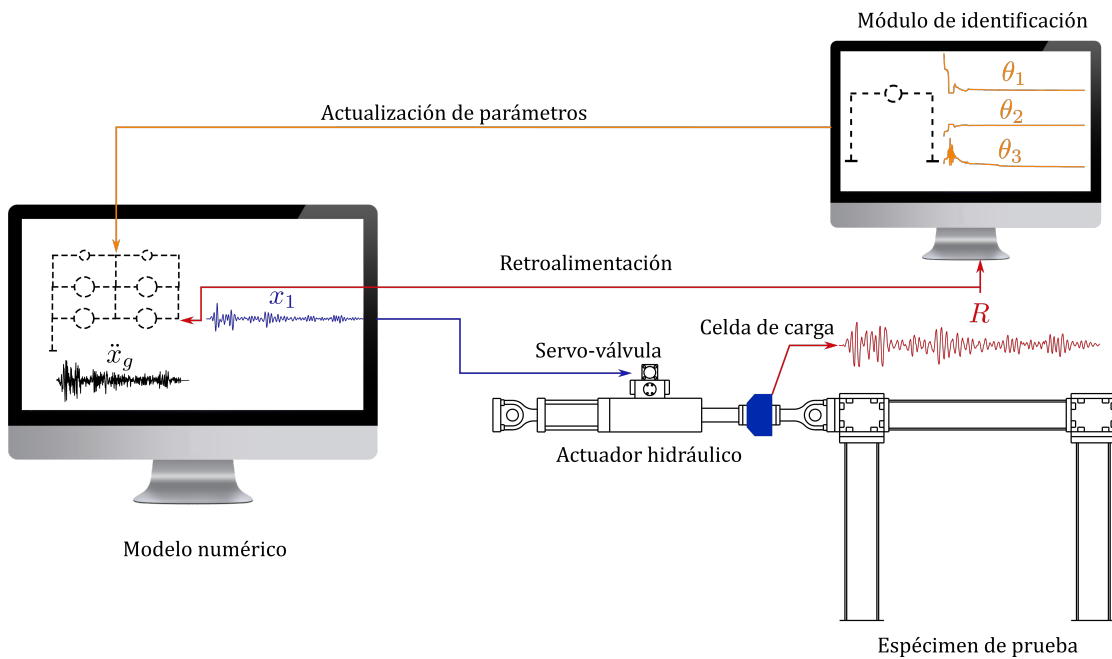


Figura 4.1: Esquema de simulación híbrida con módulo de identificación paramétrica.

Uno de los factores determinantes para elegir un algoritmo de identificación es el comportamiento del sistema dinámico que se pretende identificar. Para sistemas no lineales, el filtro de Kalman extendido (FKE) se ha vuelto una opción estándar. Sin embargo, se ha mostrado que, debido a la linealización en la evolución de estados, éste no tiene el comportamiento óptimo que sí tiene el filtro de Kalman estándar, su versión lineal. Además, como mencionan Mariani y Ghisi [30], la pre-

sencia de degradación en los elementos estructurales empeora el desempeño. Este mismo autor propone el uso del filtro de Kalman *unscented* (FKU), que en vez de tratar de aproximar una función no lineal, aproxima una distribución gaussiana de probabilidades. Se identifica un sistema elástico de un grado de libertad con degradación; las variables identificadas son los estados (desplazamiento, velocidad y aceleración) el índice de degradación del material y un vector con los parámetros del modelo. Con el filtro propuesto se logra una buena aproximación de las trayectorias de los estados, pero la convergencia de los parámetros toma la mitad del tiempo que dura la excitación, descartando el esquema para actualizar una subestructura numérica.

En [63] también se implementa el FKU, esta vez sobre el modelo de Bouc-Wen con degradación y punzonamiento incluidos. A diferencia del estudio de Mariani y Ghisi [30], los parámetros convergieron rápidamente a los valores nominales, si bien los resultados con ruido instrumental añadido empeoran el desempeño. Por su parte, en [20] los autores identifican los parámetros del modelo de Bouc-Wen usando el algoritmo de Nelder-Mead fuera de línea y el FKU en línea. Identifican la variable de histéresis, un índice de daño y todos los parámetros asociados al modelo Bouc-Wen. La novedad de su esquema es que éste no identifica todo el tiempo: imponen una tolerancia al error que determina cuándo es necesario actualizar los parámetros que, además, son retroalimentados a una subestructura numérica. Aunque la estimación de los parámetros finalmente converge, estos presentan grandes fluctuaciones durante el transitorio.

Por su parte, Song y Dyke [54] enfocan su estudio, en el que también usan el FKU y el modelo de Bouc-Wen, en la aplicación en tiempo real. Además, incluyen parámetros de degradación. El espécimen de prueba es un marco a escala en una mesa vibradora. Concluyen que el número de parámetros identificados impacta directamente en la velocidad de identificación, lo cual es una restricción requerida en ensayos en tiempo real. En [48] se toma el esquema anterior (mismo filtro y mismo modelo histerético) y se hace una prueba de simulación híbrida en tiempo real con actualización de parámetros en la subestructura numérica. Identifican todos los parámetros del modelo de Bouc-Wen; la única medición es la fuerza restaurativa y consideran que la velocidad y desplazamiento son los que se obtienen de la solución numérica de la ecuación de movimiento. Se demostró que retroalimentar los parámetros hacia los elementos estructurales numéricos mejora los resultados de la simulación.

Finalmente, dos enfoques que destacan por no usar algún filtro de Kalman como método de estimación son el de Elanwar y Elnashai [16], que proponen algoritmos genéticos como método de optimización para actualizar las ecuaciones constitutivas de un modelo bilineal y uno específico para concreto; y el de Kwon y Kammula

[28], que hacen un promedio pesado de un universo de posibles subestructuras físicas y toman la que mejor aproxime su respuesta medida.

4.2. Identificación paramétrica del modelo LuGre

De la breve revisión de literatura de la sección anterior se observa que el FKU y el modelo de Bouc-Wen son, respectivamente, el método de identificación y el modelo de histéresis empleados con mayor frecuencia; el primero, por su capacidad de identificación en sistemas con comportamiento no lineal, el segundo, por la versatilidad que ofrece para representar diferentes curvas de histéresis. Sin embargo, ambos beneficios tienen un alto costo: un vector de estados identificados con un gran número de entradas, lo que redundaría en mayor demanda computacional y, a su vez, en mayor tiempo de procesamiento. En aplicaciones que requieran ejecución en tiempo real, este inconveniente es crítico [28, 53]. El tamaño de dicho vector depende directamente del modelo de histéresis elegido: el modelo Bouc-Wen, en su versión más elemental (Ecuación 2.3), tiene cinco parámetros (entre los que se encuentra un exponente, n , que complica más la identificación), a los que usualmente se suman dos o más para modelar la degradación del material. Además, su parametrización requiere incluir tanto el desplazamiento como la velocidad entre los estados identificados [54].

En este trabajo se presenta un esquema de identificación para el modelo propuesto en la Ecuación 2.10. Como se mostró en el Capítulo 2, dicho modelo proporciona resultados similares a los obtenidos con el modelo Bouc-Wen, con la ventaja de que, a diferencia de éste y como se muestra en la presente sección, el modelo LuGre para columnas de acero es lineal en los parámetros [22]. Esto último permite utilizar el método de mínimos cuadrados recursivos, un algoritmo de identificación más sencillo de implementar que los filtros de Kalman. El uso de este método en la identificación de modelos de histéresis no es nuevo (véanse, por ejemplo, [52, 64, 65]), pero la complejidad de parametrizar el modelo de Bouc-Wen para implementarlo llevó a buscar alternativas entre la familia de los filtros de Kalman. La validación del módulo de identificación propuesto se hizo adjuntándolo a un sistema de simulación híbrida virtual para un edificio de marcos planos rígidos de acero.

4.2.1. Módulo de identificación paramétrica

Considérese la [Ecuación 2.10](#), que se reproduce aquí por conveniencia:

$$\begin{cases} R = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{x} + \sigma_3 x \\ \dot{z} = \dot{x} - \frac{\sigma_0}{F_C} |\dot{x}| z \end{cases} \quad (\text{repetida})$$

Si se sustituye la ecuación de \dot{z} en la ecuación de fuerza, R , se tiene

$$R = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{x} - \frac{\sigma_0 \sigma_1}{F_C} |\dot{x}| z + \sigma_2 \dot{x} + \sigma_3 x \quad (4.1)$$

Como se mencionó en el [Capítulo 2](#), el término de microamortiguamiento, para esta aplicación en particular, no tiene significado físico, por lo que solamente funge para amortiguar numéricamente la solución de la ecuación diferencial \dot{z} . Por otro lado, el macroamortiguamiento en los elementos estructurales de acero es típicamente pobre ($1\% \leq \zeta \leq 5\%$, [7]), por lo que el impacto del término viscoelástico, $\sigma_2 \dot{x}$, es menor. Teniendo esto en cuenta, ambos términos se consideran conocidos y se colocan del lado izquierdo de la ecuación:

$$y = R - (\sigma_1 + \sigma_2) \dot{x} = \sigma_0 z - \frac{\sigma_0 \sigma_1}{F_C} |\dot{x}| z + \sigma_3 x \quad (4.2)$$

donde y es la resta entre la fuerza restitutiva, R , y los términos viscoelásticos conocidos. Como se observa, y es lineal en los parámetros, por lo que puede expresarse en forma vectorial:

$$y = \begin{bmatrix} \sigma_0 & \frac{\sigma_0 \sigma_1}{F_C} & \sigma_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ -|\dot{x}| z \\ x \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

En forma compacta:

$$y = \Theta^T \psi \quad (4.4)$$

donde

$$\Theta = \begin{bmatrix} \sigma_0 \\ \frac{\sigma_0 \sigma_1}{F_C} \\ \sigma_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} \quad \psi = \begin{bmatrix} z \\ -|\dot{x}| z \\ x \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

son los vectores de parámetros y regresores, respectivamente.

La [Ecuación 4.4](#) es apta para ser identificada mediante el método de mínimos cuadrados recursivos, descrito por las ecuaciones [29]:

$$\hat{\Theta}(t) = \hat{\Theta}(t-1) + K(t) [y(t) - \hat{y}(t)] \quad (4.6)$$

$$\hat{y}(t) = \psi^T(t) \hat{\Theta}(t-1) \quad (4.7)$$

$$K(t) = P(t-1) [\psi^T(t) P(t-1) \psi(t)]^{-1} \psi(t) \quad (4.8)$$

$$P(t) = P(t-1) - P(t-1) \psi(t) \psi(t)^T P(t-1) [\psi(t)^T P(t-1) \psi(t)]^{-1} \quad (4.9)$$

donde el acento circunflejo, $\hat{(\cdot)}$, representa las variables estimadas.

Como se observa en la [Ecuación 4.5](#), el vector de regresores ψ requiere el desplazamiento, x , la velocidad, \dot{x} , y la variable interna de histéresis, z , para su cálculo. Mientras que x y \dot{x} pueden obtenerse con sensores, z es un estado inobservable. Entonces, se propone el siguiente observador para completar el esquema de identificación:

$$\dot{\hat{z}} = \dot{x} - \frac{\hat{\sigma}_0}{\hat{F}_C} |\dot{x}| \hat{z} \quad (4.10)$$

Por último, dado que los parámetros a identificar son variables físicas, es conveniente imponer restricciones conocidas. Para ello, se añadió un algoritmo de proyección. Así, el vector proyectado de parámetros se definió

$$\tilde{\Theta} = \underset{\tilde{\Theta}}{\operatorname{argmin}} \left(\tilde{\Theta} - \hat{\Theta} \right)^T \left(\tilde{\Theta} - \hat{\Theta} \right) \quad (4.11)$$

La expresión anterior es un problema de minimización cuadrático. Se impusieron las restricciones de no negatividad:

$$\hat{\theta}_1 > 0 \quad (4.12)$$

$$\hat{\theta}_2 > 0 \quad (4.13)$$

$$\hat{\theta}_3 > 0 \quad (4.14)$$

4.3. Simulaciones

El esquema de identificación paramétrica propuesto en la sección anterior se añadió al de simulación híbrida descrito en el [Capítulo 3](#) con una frecuencia de muestreo $f_s = 4096 Hz$. Se empleó el bloque «Estimador de Mínimos Cuadrados

Recursivos» de Simulink [14] y se usó la función QUADPROG de Matlab para proyectar los parámetros [31]. Asimismo, se supuso que tanto el desplazamiento como la velocidad son variables medibles. El diagrama de bloques usado en Simulink se muestra en la Figura 4.2: el bloque «Subestructura numérica» contiene el modelo de espacio de estados desarrollado en el Capítulo 3; a su vez, en «Subestructura física» se emplea el modelo de LuGre desarrollado en el Capítulo 2; finalmente, el bloque «Estimación de parámetros» alberga el mecanismo de identificación propuesto al inicio de este capítulo. El bloque «Retraso» contiene una función de transferencia de primer orden con una constante de tiempo igual a una centésima del paso de tiempo usado y desempeña la función de romper el bucle algebraico que se genera con la retroalimentación de la fuerza medida, f_e .

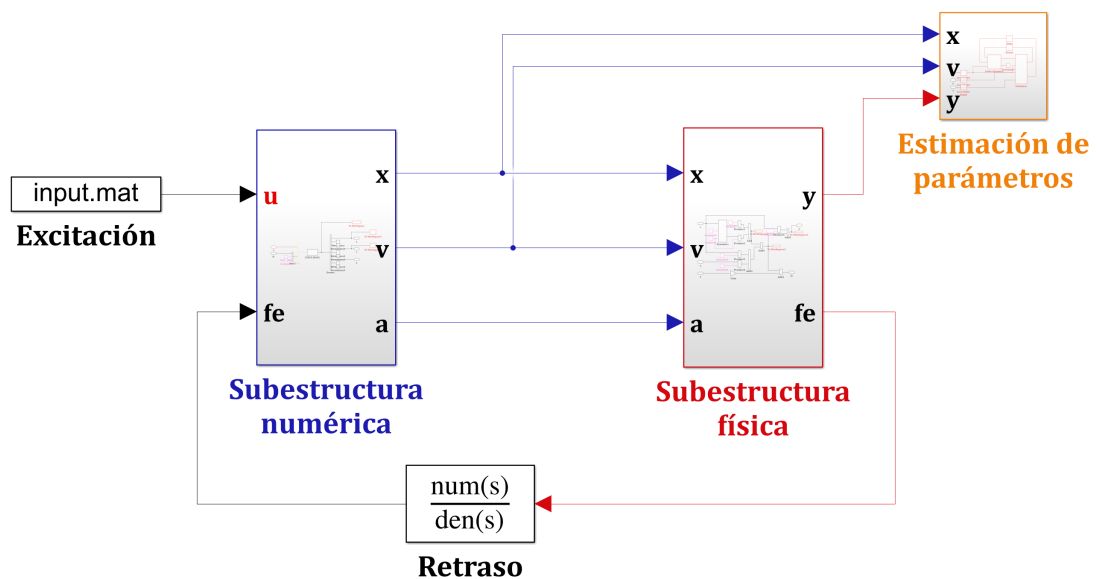


Figura 4.2: Diagrama de bloques del esquema de identificación en Simulink.

Para la subestructura física, se usaron los parámetros propuestos en la Tabla 2.1, una pendiente de posfluencia $\alpha = 0.96$, una fracción de macroamortiguamiento $\zeta = 1\%$ y un microamortiguamiento o amortiguamiento de LuGre de $\xi = 2\%$. El primer cociente se determinó tomando en cuenta de que el sistema modelado tiene está pobremente amortiguado, como es usual en estructuras de acero sin dispositivos de disipación; el segundo, porque, como se discutió en la Sección 2.2, el propósito del microamortiguamiento es amortiguar numéricamente el modelo LuGre: se encontró que 2% es el mínimo valor requerido para estabilizar el sistema considerado sin alterar significativamente sus propiedades estructurales.

Para la subestructura numérica se utilizaron las propiedades enlistadas en la

Subsección 3.2.1, a excepción de las masas en los pisos: estas se eligieron de forma tal que la excitación de la simulación provocara una respuesta con suficiente incursión en el intervalo no lineal. Las excitaciones usadas y las masas usadas en cada caso se muestran en la [Tabla 4.1](#).

Tabla 4.1: Excitaciones, masas de piso empleadas y covarianzas.

Excitación	Masa [t]
«El Centro»	64
Kobe	16
Morgan	64
SCT-1985	36

El proceso de simulación consta de los siguientes pasos ([Figura 4.2](#)):

- (i) La subestructura numérica es excitada con el sismo elegido y su ecuación de movimiento ([Ecuación 3.7](#)) es resuelta.
- (ii) El desplazamiento, la velocidad y la aceleración obtenidas en el paso anterior son enviadas a la subestructura física donde se emplean para resolver la ecuación del modelo LuGre ([Ecuación 2.10](#)).
- (iii) Se calcula la fuerza y ([Ecuación 4.4](#)) empleando los parámetros conocidos del modelo.
- (iv) Se calculan las fuerzas de inercia y de amortiguamiento estructural, las cuales se suman a la fuerza restitutiva del modelo LuGre para obtener la fuerza de retroalimentación, \mathbf{f}_e , que se envía de vuelta a la subestructura numérica.
- (v) La fuerza y , el desplazamiento y la velocidad son enviados al módulo de estimación, donde se estima el vector de parámetros $\hat{\Theta}$ del cual, a su vez, se recuperan los parámetros del modelo LuGre estimado de acuerdo con la definición hecha en la [Ecuación 4.5](#), esto es

$$\hat{\sigma}_0 = \hat{\theta}_1 \quad (4.15)$$

$$\hat{F}_C = \frac{\hat{\sigma}_0 \sigma_1}{\hat{\theta}_2} \quad (4.16)$$

$$\hat{\sigma}_3 = \hat{\theta}_3 \quad (4.17)$$

Cabe destacar que el esquema propuesto es virtual. En un experimento real, el paso (ii) es sustituido por el comportamiento natural del espécimen estudiado y el envío de las señales que van de la subestructura numérica hacia la subestructura física se ve alterado por un sistema de transferencia, usualmente un actuador eléctrico o hidráulico.

Finalmente, para evaluar el desempeño del esquema se emplearon las siguientes expresiones que calculan el error comparando la norma de la diferencia entre el valor estimado en cada instante de tiempo y el valor nominal con la norma del valor nominal sin desviaciones:

$$E_{\sigma_0} = \frac{\|\sigma_0 - \hat{\sigma}_0\|}{\|\sigma_0\|} \times 100 \quad (4.18)$$

$$E_{F_C} = \frac{\|F_C - \hat{F}_C\|}{\|F_C\|} \times 100 \quad (4.19)$$

$$E_{\sigma_3} = \frac{\|\sigma_3 - \hat{\sigma}_3\|}{\|\sigma_3\|} \times 100 \quad (4.20)$$

Las expresiones de error definidas arriba tienen la bondad de comparar los valores estimados de los reales para cada instante de la simulación.

4.3.1. Escenarios de simulación

El método de mínimos cuadrados recursivos requiere de una estimación inicial de los parámetros, $\hat{\Theta}(0)$ (Ecuación 4.9). Para mostrar la sensibilidad del esquema propuesto ante diferentes condiciones iniciales, se han definido dos escenarios de simulación que se presentan en las dos subsecciones siguientes. En el primer escenario, se impone una estimación inicial con un error de 10 % en el parámetro lineal, σ_0 , y un error del 30 % en los parámetros no lineales, F_C y σ_3 . En el segundo, todos los parámetros se inician con un error del 30 %.

Aunado la estimación de parámetros inicial, se necesita una estimación inicial de la matriz de covarianzas, $P(t)$ en el tiempo $t = 0$, o $P(0)$, para iniciar el algoritmo (Ecuación 4.9). Se propuso, para cada sismo y en cada escenario, una matriz $P(0)$ diagonal que optimizara los resultados, entendiéndose por «optimizar» la minimización de los errores definidos en la Ecuación 4.18. Esta calibración es parte esencial de las pruebas que anteceden a un experimento real. Las matrices de covarianzas óptimas para cada sismo se enlistan en la Tabla 4.2. En la misma, el operador $\text{diag}[\mathbf{x}]$ denota matriz diagonal del vector \mathbf{x} .

Tabla 4.2: Matrices de covarianza usadas en cada escenario.

Excitación	$P(0)$, escenario 1	$P(0)$, escenario 2
«El Centro»	diag[$7 \times 10^2, 1 \times 10^5, 7 \times 10^1$]	diag[$5 \times 10^4, 6 \times 10^4, 6 \times 10^2$]
Kobe	diag[$1 \times 10^6, 4 \times 10^6, 8 \times 10^2$]	diag[$8 \times 10^6, 1 \times 10^3, 3 \times 10^5$]
Morgan	diag[$4 \times 10^5, 2 \times 10^7, 2 \times 10^0$]	diag[$5 \times 10^6, 1 \times 10^3, 6 \times 10^4$]
SCT-1985	diag[$5 \times 10^5, 9 \times 10^4, 5 \times 10^0$]	diag[$1 \times 10^5, 5 \times 10^4, 1 \times 10^2$]

Los resultados se presentan mediante cuatro gráficas por sismo. La primera muestra la historia de fuerza lateral en la columna probada, comparando la referencia, esto es, el resultado hipotéticamente medido en la misma, contra la estimada, que viene del modelo identificado y que se obtiene empleando la siguiente ecuación:

$$\hat{R} = \hat{\Theta}^T \hat{\psi} + (\sigma_1 + \sigma_2)\dot{x} \quad (4.21)$$

donde los regresores estimados, $\hat{\psi}$, se obtienen de evaluar la [Ecuación 4.10](#) usando los parámetros estimados $\hat{\sigma}_0$ y \hat{F}_C . Recuérdese, además, que se considera que la velocidad, \dot{x} , es medible y que σ_1 y σ_2 son parámetros de amortiguamiento conocidos. Las tres gráficas adicionales muestran la evolución de cada parámetro a medida que se ejecuta la prueba. Se normalizó la estimación de cada parámetro con respecto a su valor nominal, esto es, se muestran los valores $\frac{\hat{\sigma}_0}{\sigma_0}$, $\frac{\hat{F}_C}{F_C}$ y $\frac{\hat{\sigma}_3}{\sigma_3}$; luego, una estimación perfecta tendría un valor de 1 durante toda la prueba.

4. IDENTIFICACIÓN PARAMÉTRICA DEL MODELO LUGRE

Escenario 1: $\hat{\sigma}_0(0) = 0.9\sigma_0$, $\hat{F}_C(0) = 0.7F_C$, $\hat{\sigma}_3(0) = 0.7\sigma_3$

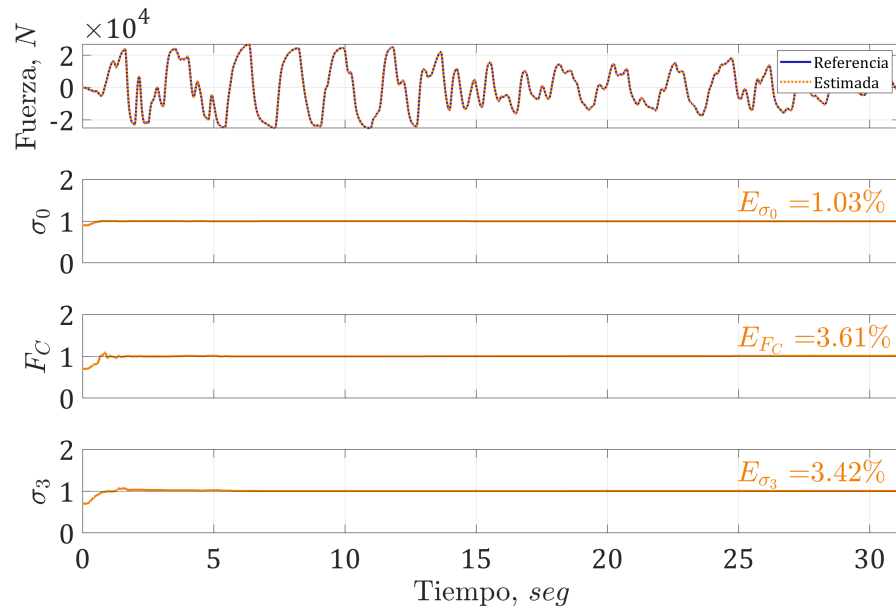


Figura 4.3: Estimación para el sismo de «El Centro», escenario 1.

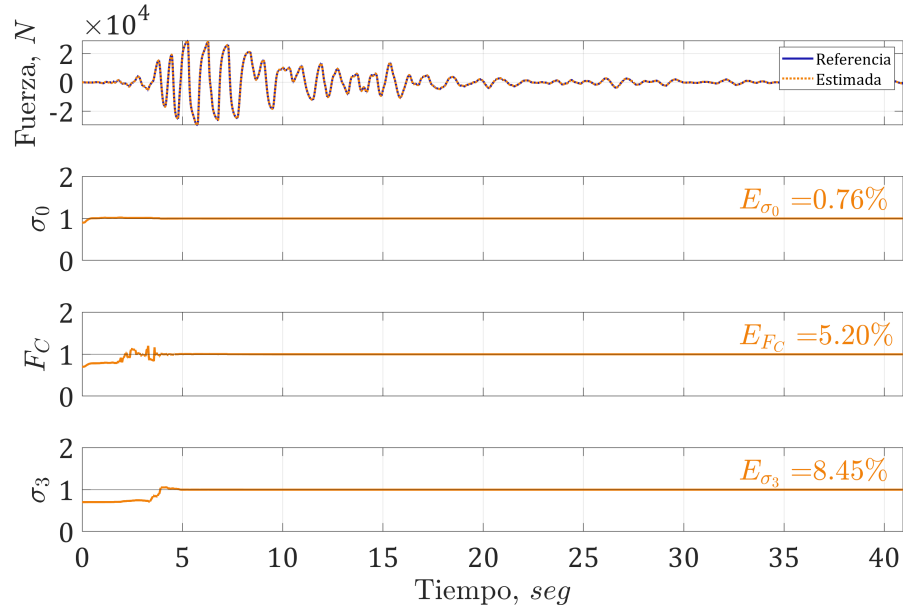


Figura 4.4: Estimación para el sismo de Kobe, escenario 1.

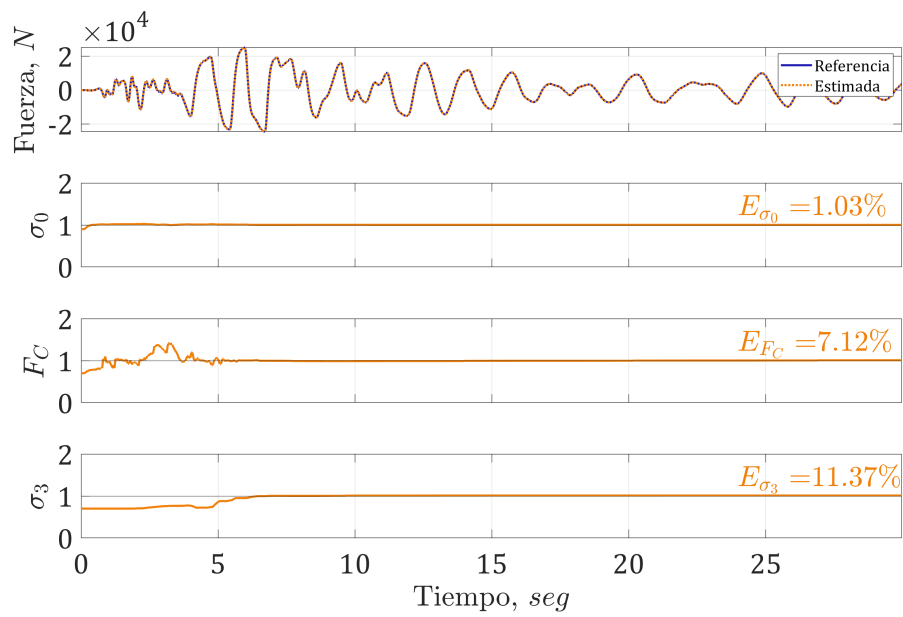


Figura 4.5: Estimación para el sismo de Morgan, escenario 1.

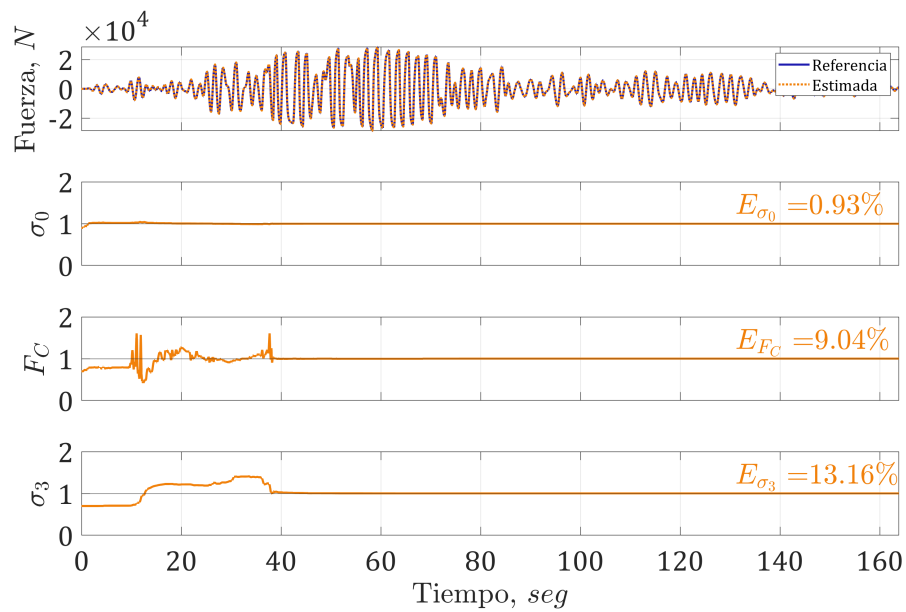


Figura 4.6: Estimación para el sismo de la SCT-1985, escenario 1.

4. IDENTIFICACIÓN PARAMÉTRICA DEL MODELO LUGRE

Escenario 2: $\hat{\sigma}_0(0) = 0.7\sigma_0$, $\hat{F}_C(0) = 0.7F_C$, $\hat{\sigma}_3(0) = 0.7\sigma_3$

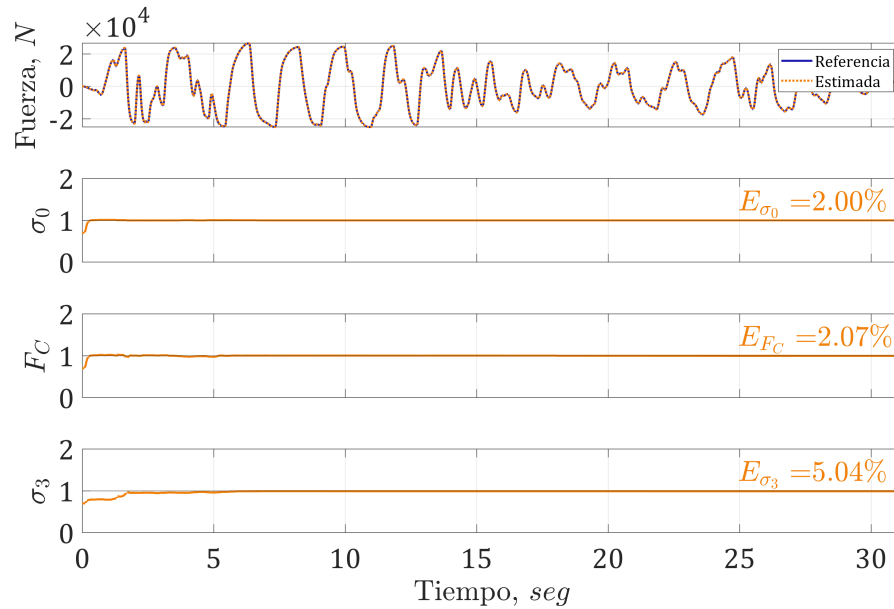


Figura 4.7: Estimación para el sismo de «El Centro», escenario 2.

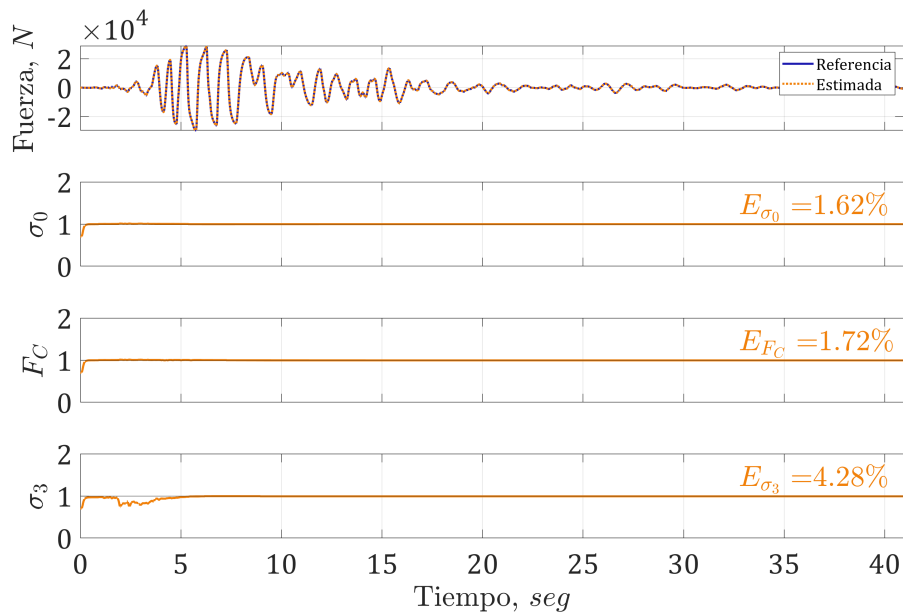


Figura 4.8: Estimación para el sismo de Kobe, escenario 2.

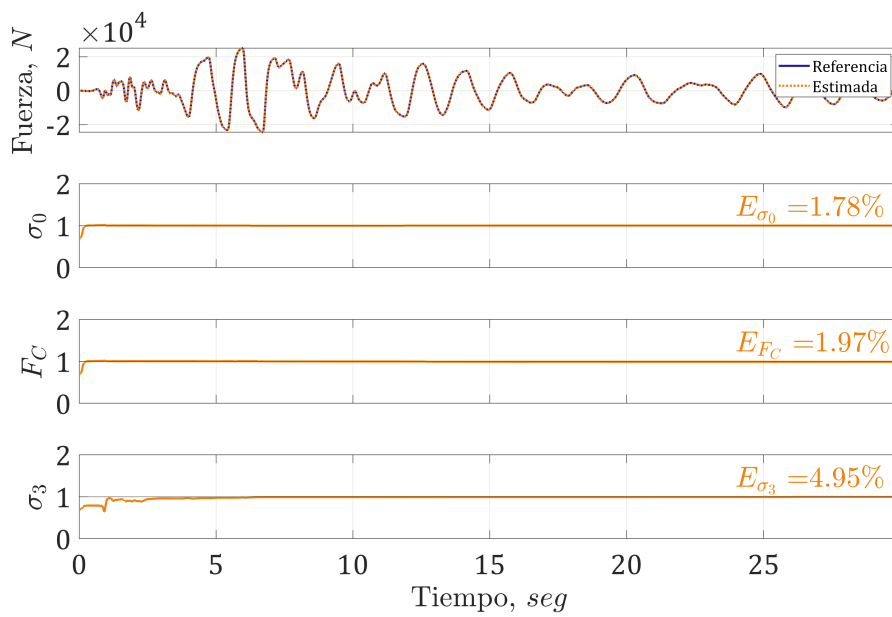


Figura 4.9: Estimación para el sismo de Morgan, escenario 2.

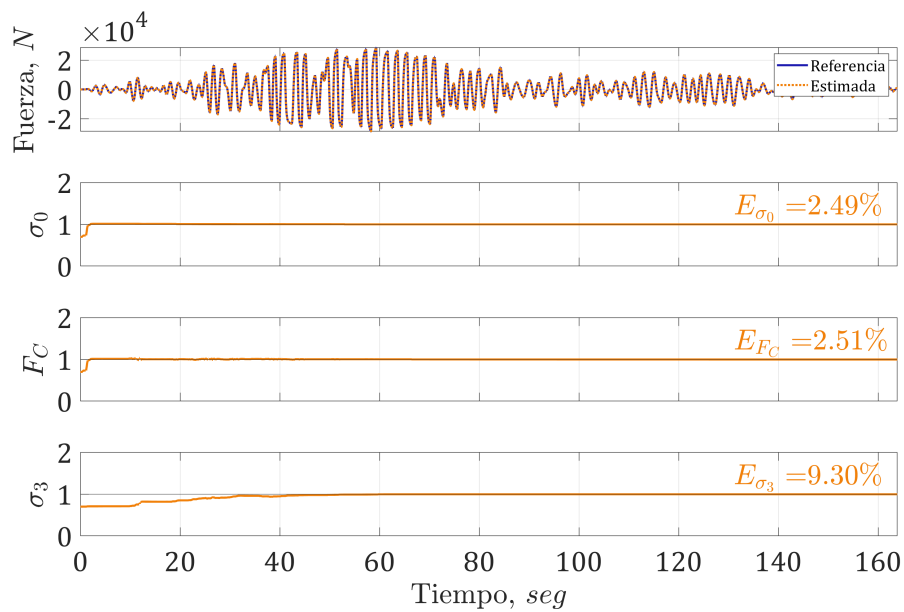


Figura 4.10: Estimación para el sismo de la SCT-1985, escenario 2.

4.3.2. Discusión

En primera instancia, nótese que, para en ambos escenarios y para todos los sismos, la fuerza estimada sigue la trayectoria de la fuerza de referencia, lo que implica que la variable rastreada, y , está siendo identificada correctamente. Lo anterior constituye un buen primer indicador del correcto desempeño del esquema de identificación.

En segundo lugar, obsérvese que los parámetros terminan convergiendo en todos los casos, difiriendo únicamente en (1) el tiempo que toman en converger; y (2) la agresividad de las oscilaciones en el transitorio inicial.

Se discute primero la cuestión del tiempo de convergencia. El parámetro $\hat{\sigma}_0$ converge inmediatamente en todos los casos, mientras que los parámetros \hat{F}_C y $\hat{\sigma}_3$ tienen tiempos de convergencia que van desde 1 s (Escenario 1, sismo «El Centro», Figura 4.3) hasta los 39 s (Escenario 1, sismo SCT-1985, Figura 4.6). La explicación a dicho comportamiento tiene su origen en la concepción del modelo LuGre modificado, que contempla una fase lineal y otra no lineal. Nótese que todos los sismos empleados inician con una excitación relativamente baja que no es suficiente para llevar a la estructura al intervalo de comportamiento no lineal, límite demarcado por el valor de $F_C = F_y = 2.24 \times 10^4 N$. Es durante este intervalo cuando $\hat{\sigma}_0$ comienza a converger. Recuérdese de la disgresión hecha en el Capítulo 2 que este es el parámetro representativo del comportamiento lineal del modelo de histéresis; su rápida convergencia implica que la porción lineal del mismo es identificada apenas comienza la excitación. Una vez que la fuerza lateral supera el valor de la fuerza de fluencia, es decir, una vez que comienza la fase no lineal de la columna, llega el turno de convergencia a \hat{F}_C y $\hat{\sigma}_3$, lo que es consistente con su papel de parámetros no lineales. Este comportamiento es especialmente claro en las Figuras 4.6 y 4.10 por tratarse de un sismo de mayor duración que los demás. No obstante este retraso en el inicio de la convergencia, la estimación de la fuerza lateral es certera en todos los instantes del experimento, pues cada parámetro (el lineal y los no lineales) convergen en el instante en que su comportamiento es requerido. Dicho en otras palabras, una estimación de parámetros no lineales usando un comportamiento lineal como regresor no tiene significado físico. Además, todos los parámetros terminan por converger inmediatamente después de la fase intensa del sismo, aún cuando la respuesta en fuerza regresa al intervalo lineal.

Con respecto al transitorio, se ve que éste es prácticamente inexistente en el parámetro lineal, lo cual es resultado de la discusión en el párrafo anterior. En cuanto a los parámetros no lineales, puede apreciarse que en el Escenario 1 el parámetro \hat{F}_C oscila más que $\hat{\sigma}_3$. Este último, de hecho, no presenta oscilaciones salvo en el sismo de la SCT-1985 (Figura 4.6). La mayor oscilación de \hat{F}_C es resulta-

do de la manera en que se recupera del esquema de identificación: la [Ecuación 4.15](#) muestran que, mientras que $\hat{\sigma}_0$ y $\hat{\sigma}_3$ están en relación directa con los parámetros identificados $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\theta}_3$, respectivamente, \hat{F}_C debe calcularse indirectamente a partir de $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\theta}_2$, situación que complica su identificación. Sin embargo, en el Escenario 2, el transitorio de \hat{F}_C es prácticamente nulo, mientras que $\hat{\sigma}_0$ y $\hat{\sigma}_3$ presentan un comportamiento similar al del Escenario 1. Esta variación en la fuerza identificada de fluencia se debe a las condiciones iniciales impuestas: el parámetro identificado $\hat{\theta}_2$ tiene a $\hat{\sigma}_0$ en el numerador y a \hat{F}_C en el denominador; en el Escenario 1, el error inicial de uno y otro es diferente, lo que origina un error inicial mayor en la estimación inicial, mientras que en el Escenario 2, los errores iniciales son idénticos, lo que cancela el error inicial en $\hat{\theta}_2$. Desde esta perspectiva, el Escenario 1 es más catastrófico que el Escenario 2; los buenos resultados incluso bajo esas condiciones adversas muestran que el esquema de identificación es suficientemente robusto ante variaciones en las condiciones iniciales (siempre y cuando se calibre adecuadamente su matriz inicial de covarianzas de acuerdo al caso).

Recapitulación y conclusiones

En este trabajo se propuso un sistema de identificación paramétrica para ser empleado en un esquema virtual de simulación híbrida. El objetivo de dicho sistema es identificar en tiempo real los parámetros de un modelo de histéresis que describe el comportamiento no lineal de una subestructura física, específicamente, de una columna de acero.

El primer paso consistió en proponer un modelo de histéresis para columnas de acero basado en el modelo LuGre de fricción. Como se mostró en el [Capítulo 2](#), este último es un punto de partida adecuado debido a la analogía entre los fenómenos de fricción y deformación. La adaptación propuesta consiste en agregar a la ecuación de fuerza del modelo LuGre un término adicional que represente el endurecimiento en la región inelástica del espécimen de acero. La validación de esta modificación se hizo de manera numérica: se comparó su comportamiento con los modelos elasto-plástico bilineal y de Bouc-Wen. Se evaluó la sensibilidad del modelo ante variaciones en la pendiente de posfluencia y en el cociente de micro-amortiguamiento, con lo que se demostraron (1) su capacidad para representar el fenómeno de endurecimiento y (2) su estabilidad numérica.

Posteriormente, se desarrolló un esquema virtual de simulación híbrida para un edificio de acero de tres niveles y dos crujiás. Se eligió como subestructura física una de las columnas de la planta baja y, como subestructura numérica, el resto del edificio. Siendo este un esquema puramente virtual, el comportamiento de la columna física fue modelado usando las ecuaciones de LuGre modificadas presentadas en el capítulo anterior. Para la subestructura numérica se empleó un modelo lineal, colocando sus ecuaciones de movimiento en forma de espacio de estados. El éxito de la partición elegida quedó de manifiesto al comparar la respuesta de la subestructura física con la de una de las columnas de la subestructura numérica: la primera tiene un patrón histerético que corresponde con el del modelo no lineal

usado, mientras que la segunda se comporta linealmente.

Finalmente, en el [Capítulo 4](#) se presentó un esquema de identificación paramétrica para el modelo histerético de LuGre modificado. Para ello, la ecuación de fuerza del modelo de histéresis propuesto se expresó de modo tal que su estructura lineal en los parámetros fuera evidente. Con ello, se definió una señal de salida y adecuada para ser identificada usando el método de mínimos cuadrados recursivos. El vector de regresores requerido se determinó mediante la construcción de un observador para la variable interna de histéresis, \dot{z} . Además, se impusieron condiciones de no negatividad en los parámetros por tratarse de magnitudes físicas, para lo cual se usó un algoritmo de proyección.

El esquema de identificación se agregó a la plataforma virtual de simulación híbrida y se simularon dos escenarios que dan cuenta de diferentes estimaciones iniciales. Se demostró que:

- (i) los parámetros convergen a los valores nominales, independientemente de sus estimaciones iniciales y de la excitación de la que se trate;
- (ii) la velocidad de convergencia de los parámetros no lineales depende de la intensidad de la respuesta, pues estos comienzan a converger cuando la respuesta de la columna entra en el intervalo no lineal de comportamiento;
- (iii) no obstante el retraso en el inicio de la convergencia de los parámetros, el esquema identifica correctamente la fuerza lateral de la columna física a lo largo de todo el experimento.

De las observaciones anteriores se desprende que el mecanismo de identificación propuesto es adecuado para estimar los parámetros del modelo LuGre de histéresis modificado y, por ende, puede emplearse en una prueba virtual de simulación híbrida. Cabe destacar que la idoneidad de su uso depende de que la matriz inicial de covarianzas haya sido previamente calibrada para proporcionar resultados óptimos. Dicha matriz varía con la excitación, por lo que se sugiere realizar una calibración cada vez que se introduzca un nuevo sismo. A diferencia de los modelos de identificación existentes en el ámbito de la simulación híbrida en tiempo real, usualmente complejos, el aquí propuesto es sencillo de implementar. Dicha sencillez es consecuencia de usar el método de mínimos cuadrados recursivos, un algoritmo de ejecución simple y rápida convergencia. A su vez, la posibilidad de usar este procedimiento yace en la formulación del modelo histerético propuesto, particularmente en la capacidad de expresarlo de forma lineal en los parámetros. Una de las mayores áreas de oportunidad que los resultados obtenidos en esta tesis ofrecen es la extensión del esquema propuesto para ser usado en pruebas reales de simulación

híbrida. Con este fin, se propone realizar los siguientes estudios adicionales en el futuro:

- Análisis del efecto de un sistema de transferencia entre las subestructuras física y numérica; por las condiciones del experimento propuesto, se sugiere que se emplee un modelo de actuador hidráulico o eléctrico. Sus potenciales efectos perjudiciales en el comportamiento del esquema de identificación deberán ser contrarrestados mediante el diseño e implementación de un controlador no lineal; lo anterior constituye en sí mismo un estudio adicional completo.
- Análisis del esquema ante un modelo de histéresis degradación: siendo el método de mínimos cuadrados un algoritmo recursivo, se esperaría un buen desempeño siguiendo las trayectorias de parámetros que se degradan a medida que el espécimen físico se daña. Este paso requeriría modificar el modelo de histéresis propuesto para representar dicho fenómeno.
- Análisis de sensibilidad ante ruido instrumental: suponiendo que los puntos anteriores han sido ejecutados con éxito, se sugiere modelar numéricamente el ruido proveniente de los instrumentos de medición que se usarán en el experimento real, tales como celdas de carga, distanciómetros o acelerómetros.

Bibliografía

- [1] American Society of Testing Materials (2017). The History of ASTM international. https://www.astm.org/ABOUT/history_book.html. 24
- [2] Berg, G. V. y DaDeppo, D. A. (1959). Dynamic analysis of elasto-plastic structures. Reporte técnico. 5, 7
- [3] Bouc, R. (1971). A mathematical model for hysteresis. *Acta Acustica united with Acustica*, 24(1):16–25. 5, 8
- [4] Canudas de Wit, C., Olsson, H., Astrom, K. J., y Lischinsky, P. (1995). A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on automatic control*, 40(3):419–425. 2, 6, 13, 14, 15
- [5] Carrion, J. E., Spencer, B., y Phillips, B. M. (2009). Real-time hybrid simulation for structural control performance assessment. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 8(4):481–492. 25, 26
- [6] Chen, W.-F. y Han, D.-J. (2007). *Plasticity for structural engineers*. J. Ross Publishing. 9, 10
- [7] Chopra, A. K. (2012). *Dynamics of structures*. Pearson Education Upper Saddle River, NJ. 7, 40
- [8] Chopra, A. K. y Chintanapakdee, C. (2004). Inelastic deformation ratios for design and evaluation of structures: single-degree-of-freedom bilinear systems. *Journal of structural engineering*, 130(9):1309–1319. 7
- [9] Christenson, R., Dyke, S., Zhang, J., Mosqueda, G., Chen, C., Nakata, N., Laplace, P., Song, W., Chae, Y., Marshall, G. A., Ou, G., Riascos Gonzales, C. A., y Song, C. (2014). Hybrid Simulation: A Discussion of Current Assessment Measures. Reporte técnico, George E. Brown, Jr. Network for Earthquake Engineering Simulation. 25

- [10] Cooley, J. W. y Tukey, J. W. (1965). An algorithm for the machine calculation of complex fourier series. *Mathematics of computation*, 19(90):297–301. [31](#)
- [11] CSI (2020a). ETABS. Integrated analysis, design and drafting of building systems. Computers and Structures, Inc., Berkeley, California. [8](#)
- [12] CSI (2020b). SAP2000. Integrated Software for Structural Analysis and Design. Computers and Structures, Inc., Berkeley, California. [8](#)
- [13] Dahl, P. R. (1976). Solid friction damping of mechanical vibrations. *AIAA journal*, 14(12):1675–1682. [13](#)
- [14] Documentation, S. (2020). Simulation and model-based design. [31](#), [42](#)
- [15] Dyke, S. J. (2021). Smart, connected testing for resilient, sustainable infrastructure. [23](#)
- [16] Elanwar, H. H. y Elnashai, A. S. (2014). On-line model updating in hybrid simulation tests. *Journal of Earthquake Engineering*, 18(3):350–363. [38](#)
- [17] Federal Emergency Management Agency (2009). *Effects of Strength and Stiffness Degradation on Seismic Response*. Washington, DC. [7](#), [18](#)
- [18] Foliente, G. C. (1995). Hysteresis modeling of wood joints and structural systems. *Journal of Structural Engineering*, 121(6):1013–1022. [11](#), [12](#)
- [19] Goodno, B. J. y Gere, J. M. (2020). *Mechanics of materials*. Cengage Learning. [6](#), [7](#)
- [20] Hashemi, M. J., Masroor, A., y Mosqueda, G. (2014). Implementation of on-line model updating in hybrid simulation. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 43(3):395–412. [2](#), [36](#), [38](#)
- [21] Ibarra, L. F., Medina, R. A., y Krawinkler, H. (2005). Hysteretic models that incorporate strength and stiffness deterioration. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 34(12):1489–1511. [5](#)
- [22] Ioannou, P. A. y Sun, J. (2012). *Robust adaptive control*. Courier Corporation. [39](#)
- [23] Ismail, M., Ikhouane, F., y Rodellar, J. (2009). The hysteresis Bouc-Wen model, a survey. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 16(2):161–188. [11](#)

-
- [24] Jimnez, R. y Alvarez, L. (2002). Real time identification of structures with magnetorheological dampers. En *Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control, 2002.*, volumen 1, pp. 1017–1022. IEEE. 35
- [25] Johanaström, K. y Canudas-De-Wit, C. (2008). Revisiting the LuGre friction model. *IEEE Control systems magazine*, 28(6):101–114. 13, 17
- [26] Kasai, K., Ito, H., Motoyui, S., Ozaki, H., Ishii, M., Kajiwara, K., y Hikino, T. (2009). Full-scale tests on value-added performance of 5-story building with various dampers commercially available. En *3rd International Conference on Advances in Experimental Structural Engineering. San Francisco.* 10
- [27] Kelly, P. (2020). Mechanics lecture notes: An introduction to solid mechanics. http://homepages.engineering.auckland.ac.nz/~pkel015/SolidMechanicsBooks/Part_II/index.html. Recuperado en octubre 10 de 2020. 10, 16
- [28] Kwon, O.-S. y Kammula, V. (2013). Model updating method for substructure pseudo-dynamic hybrid simulation. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 42(13):1971–1984. 35, 39
- [29] Lennart, L. (1999). System identification: theory for the user. *PTR Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ*, pp. 1–14. 41
- [30] Mariani, S. y Ghisi, A. (2007). Unscented kalman filtering for nonlinear structural dynamics. *Nonlinear Dynamics*, 49(1-2):131–150. 37, 38
- [31] MATLAB (2020). version 9.9.0.1467703 (r2020b). 42
- [32] McCormack, J. C. y Csernak, S. F. (2012). *Structural Steel Design*. Pearson Education Upper Saddle River, NJ. 7
- [33] Mei, Z., Wu, B., Bursi, O. S., Yang, G., y Wang, Z. (2018). Hybrid simulation of structural systems with online updating of concrete constitutive law parameters by unscented kalman filter. *Structural Control and Health Monitoring*, 25(2):e2069. 35
- [34] MIDAS (2020). MIDAS. Integrated Solution System for Bridge and Civil Engineerin. MIDAS Information Technology Co., Ltd., Seongnam, Gyeonggi. 8
- [35] Morales-Valdez, J., Alvarez-Icaza, L., y Concha, A. (2018). On-line adaptive observer for buildings based on wave propagation approach. *Journal of Vibration and Control*, 24(16):3758–3778. 35

- [36] Morales-Valdez, J., Alvarez-Icaza, L., y Escobar, J. A. (2020). Damage localization in a building structure during seismic excitation. *Shock and Vibration*, 2020. [35](#)
- [37] Mosalam, K. M. y Günay, S. (2013). Hybrid Simulations: Theory, Applications, and Future Directions. *Advanced Materials Research*. [25](#), [26](#), [31](#)
- [38] Nakashima, M., McCormick, J., y Wang, T. (2008). Hybrid simulation: A historical perspective. *Hybrid Simulation: Theory, Implementation and Applications*, pp. 3–14. [25](#)
- [39] Ou, G., Dyke, S. J., y Prakash, A. (2017). Real time hybrid simulation with online model updating: An analysis of accuracy. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 84:223–240. [35](#)
- [40] Pennestrì, E., Rossi, V., Salvini, P., y Valentini, P. P. (2016). Review and comparison of dry friction force models. *Nonlinear dynamics*, 83(4):1785–1801. [12](#), [17](#)
- [41] Phillips, B. M., Chae, Y., Jiang, Z., Spencer, B., Ricles, J., Christenson, R., Dyke, S., y Agrawal, A. (2010). Real-time hybrid simulation benchmark study with a large-scale mr damper. *Proc. of the 5th WCSCM*, pp. 12–14. [28](#)
- [42] Piatkowski, T. (2014). Dahl and LuGre dynamic friction models—the analysis of selected properties. *Mechanism and Machine Theory*, 73:91–100. [17](#), [19](#)
- [43] Ruiz-García, J. y Miranda, E. (2003). Inelastic displacement ratios for evaluation of existing structures. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 32(8):1237–1258. [7](#)
- [44] Ruiz-García, J. y Miranda, E. (2006). Residual displacement ratios for assessment of existing structures. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 35(3):315–336. [7](#)
- [45] Saiidi, M. (1982). Hysteresis models for reinforced concrete. *Journal of the Structural Division*, 108(5):1077–1087. [5](#)
- [46] Saouma, V. y Sivaselvan, M. (2014). *Hybrid simulation: Theory, implementation and applications*. CRC Press. [25](#)
- [47] Severn, R. (2011). The development of shaking tables—a historical note. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 40(2):195–213. [24](#)

- [48] Shao, X. y Griffith, C. (2013). An overview of hybrid simulation implementations in nees projects. *Engineering Structures*, 56:1439–1451. [2](#), [24](#), [25](#), [31](#), [38](#)
- [49] Shao, X., Mueller, A., y Mohammed, B. A. (2016). Real-time hybrid simulation with online model updating: methodology and implementation. *Journal of Engineering Mechanics*, 142(2):04015074. [35](#)
- [50] Silva, C. E., Gomez, D., Maghareh, A., Dyke, S. J., y Spencer Jr, B. F. (2020). Benchmark control problem for real-time hybrid simulation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 135:106381. [26](#), [28](#)
- [51] Simo, J. C. y Hughes, T. J. (2006). *Computational inelasticity*, volumen 7. Springer Science & Business Media. [5](#), [8](#), [9](#), [10](#), [16](#)
- [52] Smyth, A., Masri, S., Chassiakos, A., y Caughey, T. (1999). On-line parametric identification of mdof nonlinear hysteretic systems. *Journal of Engineering Mechanics*, 125(2):133–142. [39](#)
- [53] Song, W. y Dyke, S. (2013). Development of a cyber-physical experimental platform for real-time dynamic model updating. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 37(1-2):388–402. [2](#), [39](#)
- [54] Song, W. y Dyke, S. (2014). Real-time dynamic model updating of a hysteretic structural system. *Journal of Structural Engineering*, 140(3):04013082. [38](#), [39](#)
- [55] Spencer, A. J. M. (2004). *Continuum mechanics*. Courier Corporation. [6](#)
- [56] Takeda, T., Sozen, M. A., y Nielsen, N. N. (1970). Reinforced concrete response to simulated earthquakes. *Journal of the Structural Division*, 96(12):2557–2573. [5](#)
- [57] Tao, J. y Mercan, O. (2019). A study on a benchmark control problem for real-time hybrid simulation with a tracking error-based adaptive compensator combined with a supplementary proportional-integral-derivative controller. *Mechanical Systems and Signal Processing*. [28](#)
- [58] Valdez, J. M., Alvarez-Icaza, L., y Escobar, J. A. (2019). Online identification system for damage location in building structures. *IEEE Latin America Transactions*, 17(08):1283–1290. [35](#)
- [59] Van Geffen, V. (2009). A study of friction models and friction compensation. [12](#), [20](#)

- [60] Veletsos, A. y Newmark, N. M. (1960). Effect of inelastic behavior on the response of simple systems to earthquake motions. Department of Civil Engineering, University of Illinois. [7](#)
- [61] Wen, Y.-K. (1976). Method for random vibration of hysteretic systems. *Journal of the engineering mechanics division*, 102(2):249–263. [5](#), [8](#)
- [62] Wong, C., Ni, Y., y Lau, S. (1994). Steady-state oscillation of hysteretic differential model. I: Response analysis. *Journal of engineering mechanics*, 120(11):2271–2298. [11](#)
- [63] Wu, M. y Smyth, A. (2008). Real-time parameter estimation for degrading and pinching hysteretic models. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 43(9):822–833. [2](#), [38](#)
- [64] Yang, J. N. y Lin, S. (2004). On-line identification of non-linear hysteretic structures using an adaptive tracking technique. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 39(9):1481–1491. [39](#)
- [65] Yang, J. N., Xia, Y., y Loh, C.-H. (2014). Damage detection of hysteretic structures with a pinching effect. *Journal of Engineering Mechanics*, 140(3):462–472. [39](#)
- [66] Zhu, X. y Lu, X. (2011). Parametric identification of bouc-wen model and its application in mild steel damper modeling. *Procedia Engineering*, 14:318–324. [10](#)