



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA QUÍMICA – INGENIERÍA DE PROCESOS

MODELADO DEL PROCESO DE COALESCENCIA DE GOTAS DE AGUA POR
EL EFECTO DE UN CAMPO ELÉCTRICO EN EMULSIONES DE CRUDO MAYA

TESIS:
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
JOSÉ DAVID HERNÁNDEZ RAMÍREZ

TUTOR PRINCIPAL
DR. FRANCISCO JAVIER GARFÍAS VÁSQUEZ
FACULTAD DE QUÍMICA, UNAM

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., MAYO DE 2022



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Jesús Gracia Fadrique
Secretario: Dr. José Esteban López Aguilar
Vocal: Dr. Ángel Enrique Chávez Castellanos
1er. Suplente: M.C. María Guadalupe Lemus Barajas
2do. Suplente: Dr. Francisco Javier Garfias Vásquez

Lugar donde se realizó la tesis: Laboratorio de Ingeniería Electroquímica 104,
Edificio F2, Facultad de Química, UNAM.

TUTOR DE TESIS:

NOMBRE

Dr. Garfias Vásquez Francisco Javier

AGRADECIMIENTOS

A la CONACyT por la beca con número de CVU: 894584. La cual me permitió concentrarme en mis estudios y lograr un objetivo personal y profesional.

A la Facultad de Química de la UNAM, por la educación académica que me ha dado. Ya que de llegar casi siendo un adolescente a ella, me ha formado como maestro en Ingeniería Química.

Al Dr. Francisco Javier Garfias Vásquez por su dirección, comentarios, consejos y confianza a lo largo de la elaboración de este trabajo.

A mi papá por su apoyo y sus enseñanzas. Sobre todo, el confiar en mí mismo y hacer las cosas de manera personal, con empeño y al margen de las dificultades. A mis hermanos: Luis, Sandra y Alberto, por la niñez tan llena de buenos recuerdos que tuvimos. A Norma por estar conmigo en tiempos difíciles.

A los compañeros que he tenido a lo largo de mi formación académica. Especialmente a mis amigos de laboratorio; Priscilla, Tania, Lorena y Leonel por su compañía a lo largo de esta etapa.

Y a los que ya no están físicamente conmigo, pero a quienes recuerdo de manera muy frecuente.

Índice

INTRODUCCIÓN.....	1
OBJETIVOS DE LA TESIS.....	2
CAPÍTULO 1. MARCO TEÓRICO Y CONCEPTOS FUNDAMENTALES	3
1.1. Marco teórico.....	4
1.1.1. Conceptos fundamentales	4
1.1.2. Influencia de las propiedades físicas del agua y el crudo.....	7
1.1.2.1. Permitividad.....	8
1.1.2.2. Conductividad	8
1.1.2.3. Densidad.....	8
1.1.2.4. Viscosidad	8
1.1.2.5. Tensión superficial.....	9
1.1.3. Correlaciones para el cálculo de la viscosidad, densidad y conductividad eléctrica.....	9
1.1.3.1. Densidad del agua	9
1.1.3.2. Densidad del crudo.....	9
1.1.3.3. Conductividad del crudo	9
1.1.3.4. Viscosidad cinemática del crudo	10
CAPÍTULO 2. MODELADO DEL PROCESO DE DESHIDRATACIÓN DEL CRUDO MAYA Y EXPERIMENTACIÓN PARA VALIDAR EL MODELO DE SIMULACIÓN	14
2.1. Modelado del proceso de deshidratación del crudo Maya	15
2.2. Definición del modelo	15
2.2.1. Ecuaciones gobernantes	15
2.3. Método de campo de fase.....	15
2.4. Coalescencia con el Método de Campo de Fase.....	16
2.5. Ecuación de movimiento del fluido	17
2.6. Adimensionalización	18
2.7. Interfase electrostática	20
2.8. Acoplamiento de los fenómenos físicos	20
2.9. Campo eléctrico	22
2.10. Modelo dieléctrico	23
2.11. Propagación de las gotas de agua.....	24

2.12.	Método de solución	26
2.13.	Método de ajuste de nivel.....	26
2.14.	Determinación del régimen de flujo	26
2.15.	Solución analítica del coeficiente de arrastre	26
2.16.	Solución de la ecuación de difusión con la fuerza externa debido al campo eléctrico.....	30
2.17.	Efecto de la curvatura	35
2.18.	Método de ajuste de nivel (LSM) conservativo.....	42
2.19.	Modelado de la fuerza de tensión superficial.....	44
2.20.	Aproximación teórica y experimental de la tensión superficial	44
2.21.	Cálculo de la tensión superficial	48
2.22.	Método de Elemento Finito (MEF).....	49
2.23.	Establecimiento del problema.....	52
2.24.	Desarrollo de las simulaciones y experimentos	53
2.25.	Diámetro de las gotas.....	55
2.26.	Procedimiento experimental a nivel laboratorio	56
CAPÍTULO 3. RESULTADOS.....		59
3.1.	Resultados.....	60
3.2.	Resultados de los casos simulados	60
3.2.1.	Caso 1	60
3.2.2.	Caso 2	62
3.2.3.	Caso 3	63
3.2.4.	Caso 4	65
3.2.5.	Caso 5	67
3.2.6.	Caso 6	69
3.2.7.	Caso 7	71
3.2.8.	Caso 8	73
3.2.9.	Caso 9	75
3.2.10.	Caso especial	77
3.3.	Resultados experimentales	82
CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS		85

4.1.	Análisis de resultados.....	86
4.2.	Comparación de los resultados simulados y experimentales.....	86
4.2.1.	Análisis de los casos simulados	90
4.2.1.1.	Caso 1	92
4.2.1.2.	Caso 2	94
4.2.1.3.	Caso 3	95
4.2.1.4.	Caso 4	97
4.2.1.5.	Caso 5	99
4.2.1.6.	Caso 6	101
4.2.1.7.	Caso 7	102
4.2.1.8.	Caso 8	104
4.2.1.9.	Caso 9	106
4.2.1.10.	Caso especial.....	107
4.3.	Análisis de los resultados experimentales	109
4.3.1.	Caso 1 (100 miliampere)	109
4.3.2.	Caso 2 (200 miliampere)	110
4.3.3.	Caso 3 (300 miliampere)	111
4.3.4.	Caso 4 (400 miliampere)	112
4.4.	Comparación de los casos	113
 CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES		115
5.1.	Conclusiones y recomendaciones	116
5.1.1.	Conclusiones	116
5.1.1.1.	Simulación.....	116
5.1.1.2.	Resultados experimentales.....	117
5.1.2.	Recomendaciones	117
 APÉNDICES.....		119
6.1.	Apéndice 1	119
6.2.	Apéndice 2	120
6.2.1.	Caso de prueba 1.....	120
6.2.2.	Caso de prueba 2.....	125
6.2.3.	Caso de prueba 3.....	130
6.3.	Apéndice 3	134
6.3.1.	Vorticidad de flujo reptante.....	134
6.3.2.	Parte solenoidal del flujo reptante.....	138
6.4.	Apéndice 4	142
6.5.	Apéndice 5	143
6.5.1.	Procedimiento de realización de las simulaciones	143

BIBLIOGRAFÍA.....	152
-------------------	-----

Introducción

Este trabajo consistió en la simulación y desarrollo experimental del proceso de coalescencia de gotas de agua dispersas en un medio de aceite. El aceite se refiere a petróleo crudo pesado del tipo Maya.

Las simulaciones se realizaron con el software comercial Comsol Multiphysics® 4.3a con licencia al posgrado de la Facultad de Química. Para ello se construyó el modelo utilizando las ecuaciones de Navier-Stokes para un sistema con flujo newtoniano y en estado no estacionario.

Para resolver el problema de simulación se utilizó el método de campo de fase, en el cual se usa una modificación de la ecuación de Cahn-Hilliard, la cual se resuelve simultáneamente con la ecuación de movimiento del fluido.

Dentro del sistema de ecuaciones formado, se agregaron los términos debido al esfuerzo de Maxwell producido por el campo eléctrico, la ecuación de continuidad, la tensión superficial, las fracciones volumen de cada una de las fases, el movimiento de la interfase, la densidad, la viscosidad, el potencial eléctrico y la permitividad de las fases.

Las simulaciones elaboradas permitieron analizar el comportamiento de la separación de las fases en función del tiempo del proceso y la influencia de las condiciones iniciales dadas, como son la temperatura, la velocidad de flujo en una dirección (x), la presión aplicada, el tamaño de los electrodos y de las gotas utilizadas.

La parte experimental incluye el método y técnica utilizados en el laboratorio, así como los materiales. Para llevar a cabo la deshidratación se utilizó una celda de deshidratación construida en la Facultad de Química, la cual permite separar emulsiones agua en aceite.

Con el análisis de los resultados de simulación y experimentales se elaboraron gráficos para mostrar las tendencias obtenidas en cada caso. Para la simulación se incluyen imágenes de cómo se da el proceso de coalescencia a diferentes condiciones de operación y tiempo del proceso. Estas graficas sirvieron para encontrar las condiciones más adecuadas para llevar a cabo el proceso, dependiendo de las condiciones utilizadas. Por ejemplo, se comenzó realizando simulaciones donde se toman casos extremos (velocidad cero o voltaje cero) para determinar la flexibilidad y correcto funcionamiento del modelo. Con la certeza que el modelo podía ser útil, se realizaron 9 casos con diferentes condiciones de operación, después se procedió a hacer otro sistema muy parecido al que se podría encontrar en la realidad. Los resultados se analizaron y se obtuvieron las conclusiones de acuerdo con estos.

También se realizaron una serie de pruebas experimentales a nivel laboratorio, en las cuales, debido a que el sistema experimental es estático (es decir, no hay flujo a través de la celda de deshidratación en la dirección x), no hay por lo tanto efecto convectivo debido a la velocidad del fluido.

Finalmente se elaboraron las conclusiones de este trabajo, así como una serie de recomendaciones que pueden servir como referencia para trabajos futuros.

Objetivos de la tesis

Objetivo general

Analizar el proceso de separación de emulsiones formadas en el crudo Maya mediante la aplicación de un campo eléctrico con corriente alterna y la variación de sus variables de operación, como son: temperatura, velocidad de flujo en una dirección (x), diferencia de potencial aplicado, tamaño del sistema y de las gotas dispersas.

Objetivos particulares

Simular el proceso de electrocoalescencia de gotas de agua en una emulsión agua en aceite utilizando corriente alterna en el simulador comercial Comsol Multiphysics®.

Analizar el proceso de electrocoagulación y coalescencia de emulsiones agua en aceite, mediante las ecuaciones de transferencia de momentum, Cahn-Hilliard, campo eléctrico y de tensión superficial.

Determinar el tiempo que tarda en llevarse a cabo el proceso a diferentes condiciones de operación.

Realizar experimentalmente el proceso de electrocoagulación y coalescencia a nivel laboratorio.

Determinar la eficiencia del proceso en las simulaciones y a nivel experimental.

Capítulo 1. Marco teórico y conceptos fundamentales

1.1. Marco teórico

1.1.1. Conceptos fundamentales

Con el fin de darle un contexto técnico al proceso de electrocoagulación de emulsiones de crudo Maya, así como del modelo matemático utilizado, se explica brevemente los conceptos básicos en los que se sustenta el presente trabajo.

En la FIGURA 1, se muestran dos gotas de agua rodeadas de moléculas de asfalto, que impiden que se acerquen entre sí. Siendo este el principal problema del proceso de unión de gotas dispersas de agua en un medio de aceite.

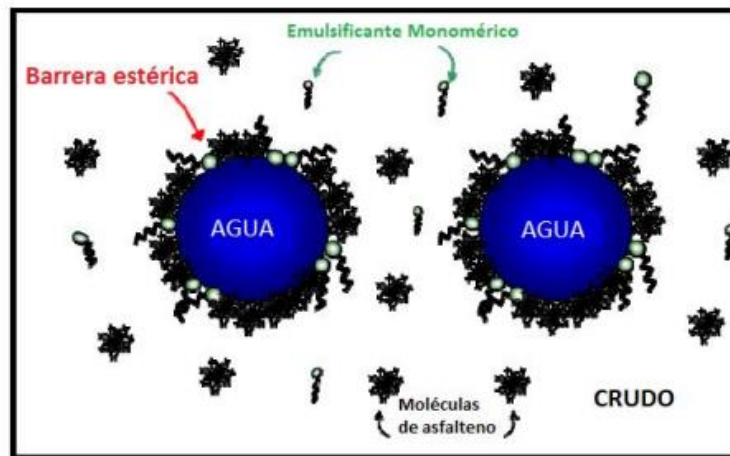


FIGURA 1. Representación esquemática de la estabilización estérica de gotas de agua en una emulsión agua-crudo por asfaltenos y moléculas emulsificantes [Ortiz, 2009]

Como se observa en la FIGURA 1, en un medio continuo de aceite se pueden dispersar gotas de agua, las cuales no se pueden separar por métodos mecánicos o físicos, lo cual se hace comúnmente en procesos industriales, tales como tanques de filtrado. Por lo tanto, se recurre a métodos químicos y electrostáticos. También se puede observar en la FIGURA 1, que hay barreras de agregados de partículas estabilizantes de estas gotas dispersas, llamadas asfaltenos. Estos también se conocen por ser emulsificantes que evitan que las gotas se acerquen entre sí y formen una sola. En este trabajo se analizó como medio continuo el crudo Maya, que se considera “pesado” debido a sus altos valores de viscosidad y densidad. Sus valores de densidad y viscosidad promedio, a 25°C, son 970 kg/m³ y 0.15 Pa·s, respectivamente. El fluido se supuso con un comportamiento newtoniano.

Una forma de visualizar mejor la película de asfalto es como se muestra en la FIGURA 2, en la cual se observa una película que rodea el crudo. Esta película es flexible, por lo tanto, se requiere un cierto valor de fuerza para romperla. Esta dificultad es uno de los problemas principales en el proceso de electrocoagulación y coalescencia entre las gotas dispersas de agua.

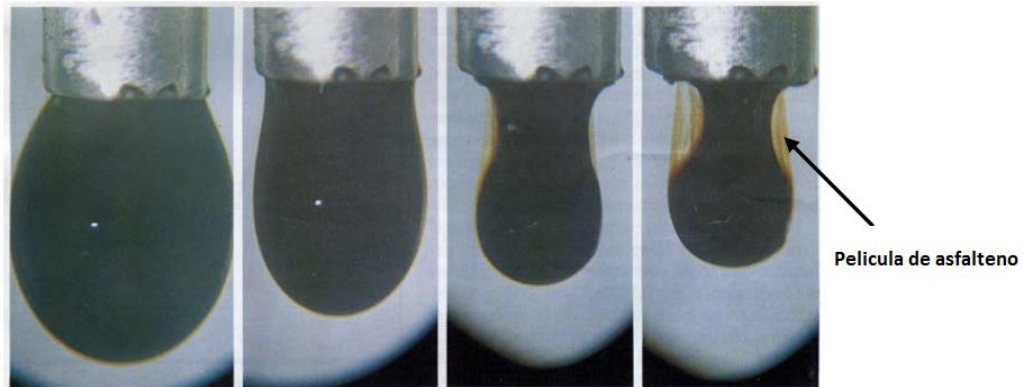


FIGURA 2. Película de asfalteno después de compresión [Urrutia, 2006]

El mecanismo por el cual se juntan las gotas dispersas, ya sean dos o más de diferente tamaño se muestra en la FIGURA 3, donde se observan varias fases.

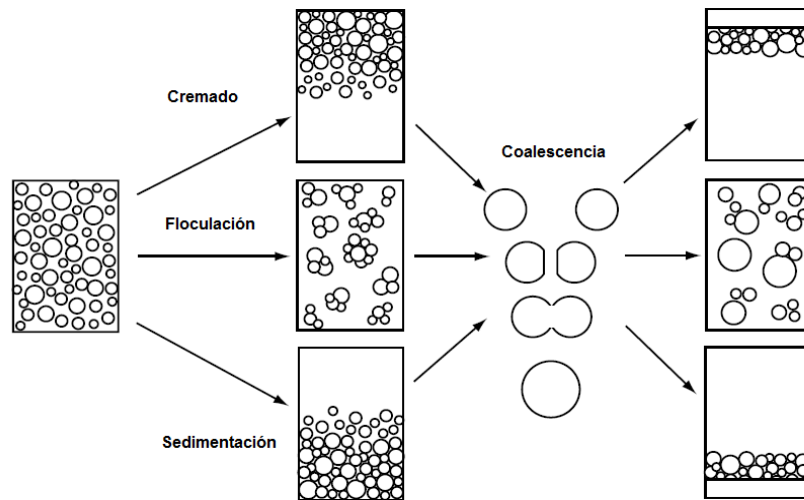


FIGURA 3. Mecanismo de desestabilización de emulsiones [Holmberg, 2003]

De acuerdo con la FIGURA 3, la unión de las gotas dispersas se lleva a cabo por diferentes mecanismos, tales como cremado, floculación y sedimentación. Estos mecanismos se diferencian en la distribución de las gotas, de la siguiente manera [Andrade, 2009]:

En el cremado los agregados de gotas se presentan en la parte superior del sistema considerado,

En la floculación se forman agregados de gotas de menor tamaño alrededor de otra gota más grande y se encuentran en todo el sistema,

En la sedimentación los agregados de gotas se llevan a cabo en la parte inferior, donde las gotas han alcanzado un cierto valor energético que provoca que permanezcan juntas.

En los párrafos anteriores se ha descrito de manera breve cómo se da el proceso de desestabilización de emulsiones de crudo Maya. En la FIGURA 4 se muestra un esquema muy sencillo del proceso industrial de desalado electrostático de crudo.

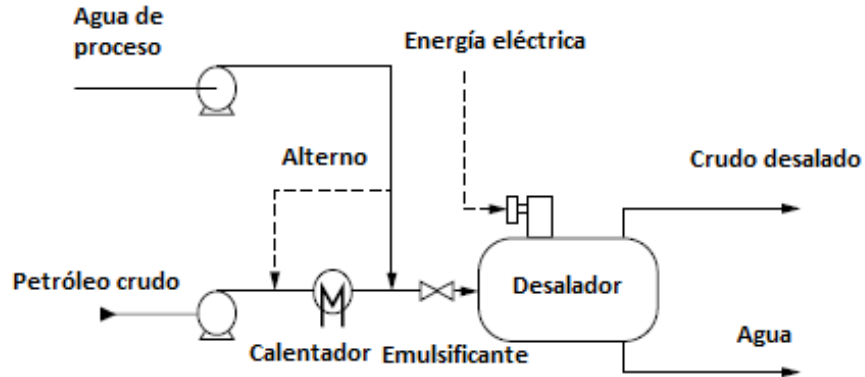


FIGURA 4. Operación de un desalador electrostático [Tarantsev, 2012]

De acuerdo con la FIGURA 4, el petróleo crudo primero pasa por un proceso de filtrado para retirar la mayoría del agua y arena presentes originalmente. Sin embargo, las principales sustancias que están disueltas en el agua dispersa en el crudo y presentes en la emulsión son NaCl, MgCl₂, CaCl₂. Luego, el crudo se calienta y se mezcla con agua libre de sales y desemulsificantes (tensoactivos), con el fin de diluirlas y facilitar la separación. Posteriormente, la mezcla se introduce al desalador donde se aplica un campo eléctrico, cuyo efecto en las emulsiones es el objetivo principal de este trabajo. En términos generales, el campo eléctrico alterno orienta las cargas dentro de las moléculas de agua, es decir, las cargas negativas se orientan hacia el cátodo y las cargas positivas hacia el ánodo. Este proceso recibe el nombre de migración de cargas. En la FIGURA 5, se muestra el efecto del campo eléctrico sobre las partículas neutras y sobre las partículas dipolares.

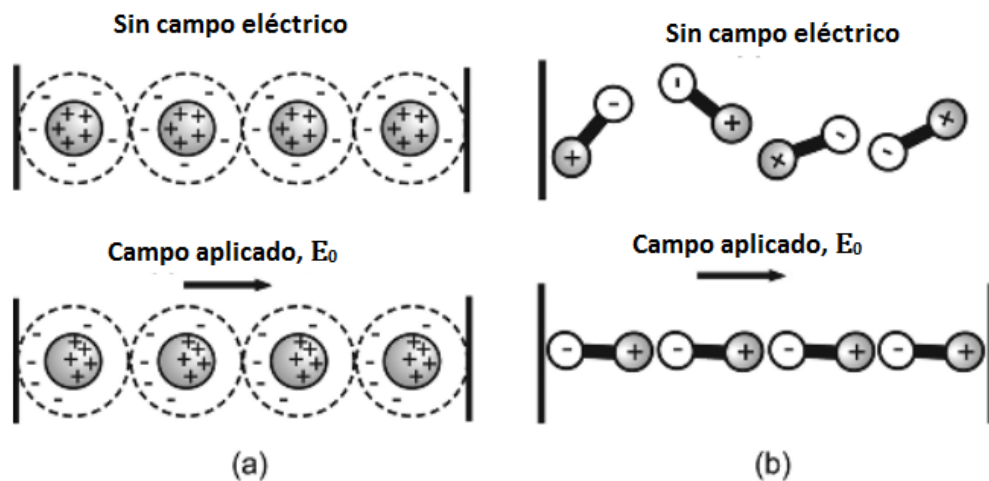


FIGURA 5. Polarización de un material dieléctrico en presencia de un campo eléctrico: (a) Polarización y deformación de átomos esféricos neutros y (b) polarización y orientación de una molécula con dipolo permanente [Masliyah, 2006]

Como se observa en la FIGURA 5, en el caso (a) sin la presencia de un campo eléctrico en partículas o átomos neutros, se observa que las partículas son esféricas y cargadas positivamente en el centro con una nube de electrones que la rodean. Después de la aplicación del campo eléctrico, los electrones se mueven a la parte positiva de la molécula contigua, así, cada átomo se convierte en un dipolo. Este mecanismo de polarización es llamado “polarización deformacional”. Esta propiedad se debe a que el material es dieléctrico, lo que significa que es capaz de almacenar carga y distribuirla en los dos lados de la circunferencia.

En el caso (b) las moléculas ya tienen una polarización debido a su estructura química, en este caso se forman dipolos permanentes. Mediante la aplicación del campo eléctrico, las moléculas se alinean o rotan, este mecanismo se llama “polarización por orientación”.

De acuerdo con la explicación anterior, fue posible incluir el sistema a estudiar en este trabajo considerando una combinación de ambos fenómenos, este sistema con flujo se puede visualizar de la manera siguiente:

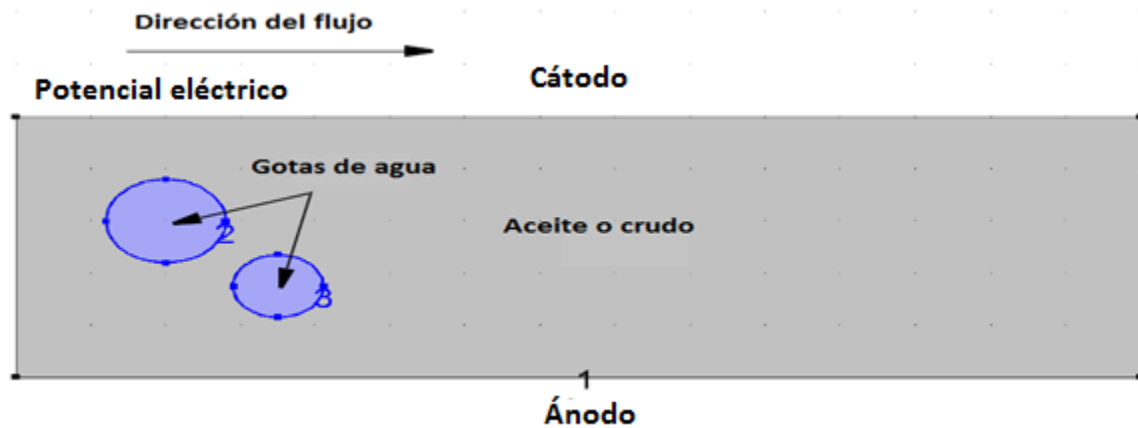


FIGURA 6. Dos gotas de agua son transportadas en un medio de aceite entre dos placas [COMSOL Multiphysics 5.3a]

De acuerdo con el diagrama de la FIGURA 6, dos gotas de agua se mueven a través de un canal rectangular, conformado por dos electrodos. La zona gris representa el medio continuo, esto es el crudo pesado. Al aplicar el potencial eléctrico, este empezaría a moverse del cátodo hacia el ánodo, donde la parte inferior en un inicio representa el ánodo mientras que la parte superior el cátodo. En el sistema considerado se supone que las gotas de agua están contenidas en un flujo que se mueve a través de un canal, cuya geometría se considera en coordenadas cartesianas.

1.1.2. Influencia de las propiedades físicas del agua y el crudo

En este trabajo se incluye un análisis de la influencia de las propiedades físicas y químicas de la emulsión, especialmente de cada componente de este sistema. A continuación, se enlistan las propiedades más importantes involucradas en el proceso de electrocoagulación.

1.1.2.1. Permitividad

Esta propiedad describe cómo un campo eléctrico afecta y es afectado por un medio. Está determinada por la tendencia de un material a polarizarse ante la aplicación de un campo eléctrico y de esa forma anular parcialmente el campo interno del material.

1.1.2.2. Conductividad

Es la medida de un material o sustancia para dejar pasar la corriente eléctrica a través de él.

1.1.2.3. Densidad

Es la relación entre la masa de la sustancia y el volumen que un cuerpo posee. En este trabajo se utilizaron las unidades del SI.

1.1.2.4. Viscosidad

Es una medida de la resistencia interna entre las moléculas de fluido en movimiento y determina las fuerzas que lo mueven y deforman debido a esfuerzos cortantes. Comúnmente la viscosidad cinemática es la relación de la viscosidad dinámica entre la densidad del fluido. [Bird, 2016]:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}. \quad (1)$$

En este trabajo se considera el fluido como newtoniano y por lo tanto se aplica la ecuación de Newton. La cual en términos generales indica que la fuerza aplicada sobre un fluido en dirección y es igual al producto de una constante de proporcionalidad conocida como viscosidad y el cociente del cambio en la velocidad en dirección x y el cambio de posición en la dirección x . La ley de Newton se escribe como sigue:

$$\tau_{xy} = -\mu \frac{dv_x}{dy}. \quad (2)$$

En términos más específicos se pueden describir los componentes de la ecuación como:

τ_{xy} es la tensión tangencial ejercida en un punto del fluido o sobre una superficie sólida o en contacto con el mismo. También se puede entender como la fuerza que actúa en la dirección x sobre un área unitaria perpendicular a la dirección y . Tiene unidades de fuerza por área o presión.

μ es la viscosidad del fluido, para un fluido newtoniano, la cual depende de la temperatura y se expresa en Pa s. También se puede entender como una constante de proporcionalidad, la cual es una propiedad del fluido.

$\frac{dv_x}{dy}$ es el gradiente de velocidad perpendicular a la dirección al plano en el que se considera la tensión tangencial, se expresa en unidades del inverso de tiempo.

Es decir, la ECUACIÓN 2 indica que, al aplicar una tensión de corte a un fluido newtoniano, la velocidad de deformación del fluido es directamente proporcional a la tensión aplicada, siendo la constante de proporcionalidad μ .

1.1.2.5. Tensión superficial

Se entiende la tensión superficial como la fuerza que actúa tangencialmente por unidad de longitud en el borde de la superficie libre de un líquido en equilibrio y que tiende a contraer dicha superficie. Es decir, es la cantidad de energía para aumentar la superficie de un líquido por unidad de área. Esto implica que el líquido presenta una resistencia al aumentar su superficie.

1.1.3. Correlaciones para el cálculo de la viscosidad, densidad y conductividad eléctrica

En el caso de la densidad, viscosidad y conductividad se utilizaron las correlaciones obtenidas en investigaciones previas [Garfias,2005, esto con el fin de calcular sus valores en función del cambio de temperatura. Las expresiones empíricas se muestran a continuación:

1.1.3.1. Densidad del agua

$$\rho_w = 868.13944 + 1.17545 T - 0.002501 T^2. \quad (3)$$

Donde ρ_w está en $\frac{kg}{m^3}$ y T en K, donde $273.15 < T < 500$

1.1.3.2. Densidad del crudo

$$\rho_c = -0.7902 T + 1206.6 . \quad (4)$$

Donde la densidad está en $\frac{kg}{m^3}$ y la T en K, para el intervalo $273.15 < T < 500$.

1.1.3.3. Conductividad del crudo

$$\kappa = 0.020205e^{(0.0269533 T)} . \quad (5)$$

Donde κ está dada en $\mu\text{s m}^{-1}$ y T en K

1.1.3.4. Viscosidad cinemática del crudo

$$\nu = 6.8659 \times 10^{11} e^{(-0.07452106T)}. \quad (6)$$

Donde ν está dada en $\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$ y T en K.

Las expresiones que permiten obtener los valores de densidad del crudo y del agua, viscosidad cinemática del crudo, así como su conductividad se graficaron para tener una mejor visualización de su comportamiento. A continuación, se explican los comportamientos de las gráficas.

Primero se muestra en las GRÁFICAS 7 y 8, el comportamiento de la variación de la densidad del agua y del crudo utilizados en este trabajo. En ambos casos se observa que los valores de la densidad disminuyen conforme aumenta la temperatura. Aunque la densidad del petróleo disminuye de manera lineal en comparación a la del agua. Estas gráficas son las dos siguientes:

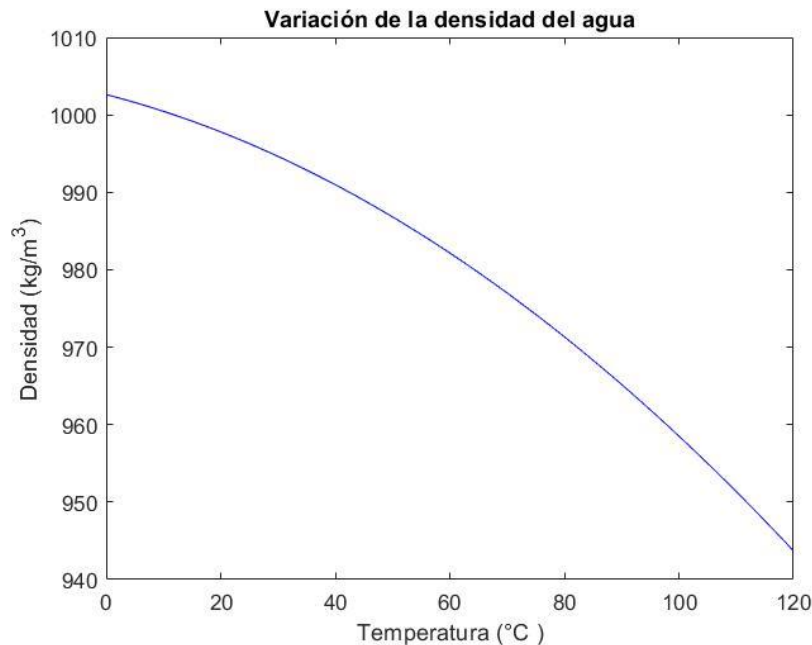


FIGURA 7. Gráfica de la densidad del agua con respecto a la temperatura [Garfias,2005]

Como se observa en la FIGURA 7 al incrementar la temperatura la densidad disminuye de una forma tipo parabólica, este comportamiento es diferente al del aceite que se observa en la FIGURA 8.

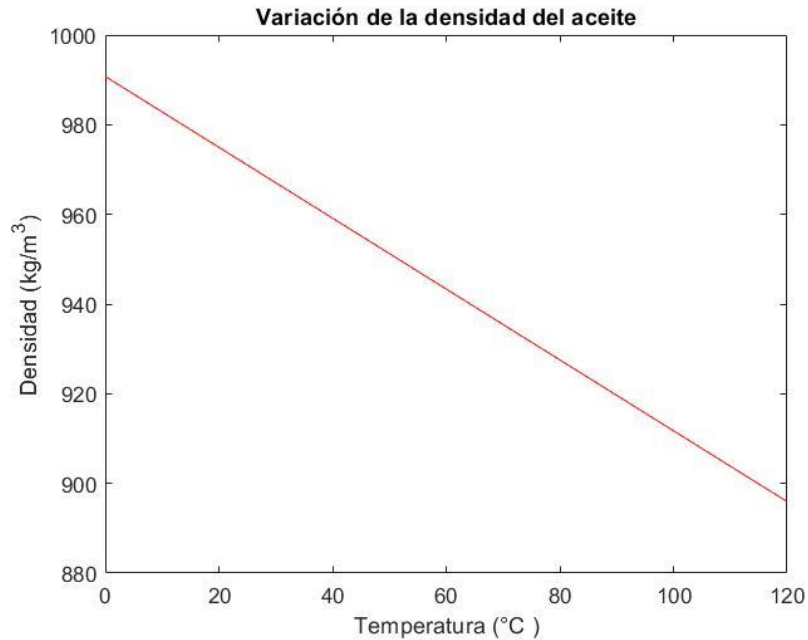


FIGURA 8. Gráfica de la densidad del crudo Maya con respecto a la temperatura [Garfias,2005]

De acuerdo con la FIGURA 8 la densidad disminuye de manera lineal en función del intervalo de temperatura utilizados.

Las siguientes GRÁFICAS, 9 y 10 corresponden al comportamiento de la conductividad eléctrica y de la viscosidad dinámica del crudo Maya, cuyas expresiones fueron obtenidas de manera empírica. Se observa para la conductividad eléctrica que, aunque los valores aumentan de manera parabólica, los datos varían de 0 a cerca de 0.015 S/m (Siemens por metro).

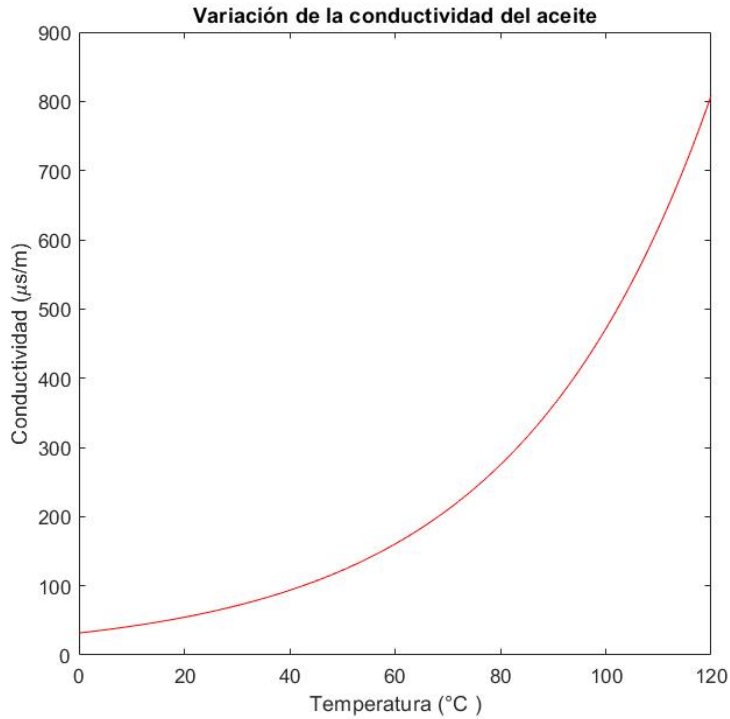


FIGURA 9. Grafica de la variación de la conductividad eléctrica del crudo Maya con respecto a la temperatura [Garfias,2005]

Como se observa en la FIGURA 9, la conductividad eléctrica aumenta de forma exponencial al incrementarse la temperatura. Este comportamiento se debe a que el aceite o crudo tienen sales que se disocian al incrementar la temperatura. Estas sales tienen iones positivos y negativos que aumentan la capacidad de conducir electricidad en el líquido.

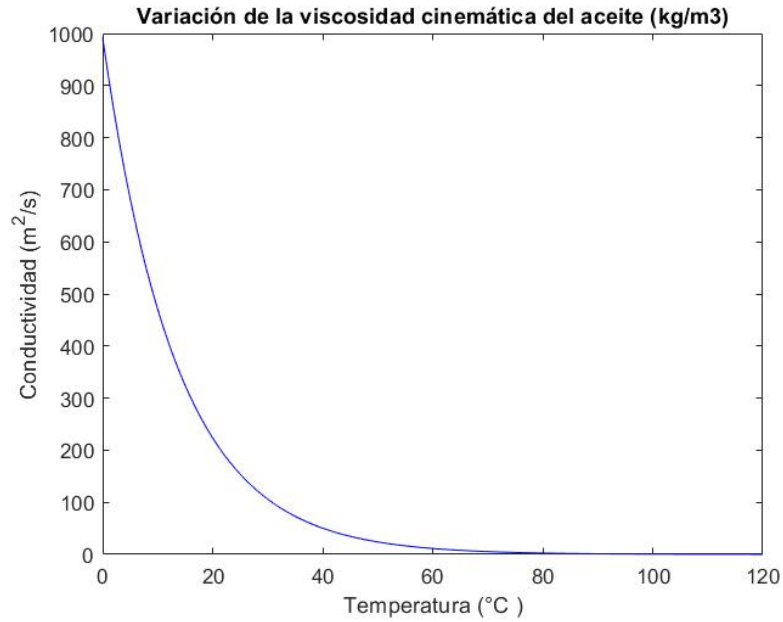


FIGURA 10. Gráfica de la variación de la viscosidad dinámica del crudo Maya con respecto a la temperatura [Garfias,2005]

Ya con una idea general de los valores que pueden tomar las variables físicas de los componentes del sistema en el rango de temperatura a utilizar, se procedió a iniciar las simulaciones y el desarrollo experimental. Esto se describe en el siguiente capítulo.

Capítulo 2. Modelado del proceso de deshidratación del crudo Maya y experimentación para validar el modelo de simulación

2.1. Modelado del proceso de deshidratación del crudo Maya

Para modelar el proceso de electrocoalescencia, se necesitó resolver una aproximación de las ecuaciones de Navier-Stokes, las cuales describen el movimiento del fluido y de la interfase entre las gotas de agua y el aceite. También se incluyeron las fuerzas eléctricas presentes, que forman el campo eléctrico. La influencia del campo eléctrico depende de la forma y posición de las gotas de agua. Este problema que involucra diversos aspectos físicos se resolvió utilizando la plataforma de simulación Comsol Multiphysics 5. 3ª, además de la comparación con una solución analítica y numérica. Para la analítica se utilizó la ley de Stokes, la cual relaciona el coeficiente de arrastre con el número de Reynolds. En el caso de la solución numérica se utilizó una aproximación por medio de un método de perturbación para la ecuación de Navier-Stokes para un sistema de flujo alrededor de gotas de agua.

2.2. Definición del modelo

Para simular el proceso de electrocoalescencia, se procedió primero a construir la geometría del sistema. Para empezar, se construyeron las esferas que simulan las gotas de agua, éstas tienen un diámetro asignado diferente para cada caso de estudio. Las gotas se mueven en una fase líquida de petróleo o aceite que fluye entre dos placas paralelas horizontales. El flujo multifásico se mueve a una velocidad promedio definida según las condiciones de cada sistema, también se aplicaron diversos valores del potencial eléctrico sobre las dos placas. El diagrama del proceso se muestra en la FIGURA 6.

2.2.1. Ecuaciones gobernantes

Como ya se ha indicado se utilizaron las soluciones aproximadas de las ecuaciones de movimiento de Navier-Stokes para simular el flujo multifásico junto con el método de fase que simula el movimiento interfacial del sistema. A continuación, se describen las ecuaciones que componen el modelo utilizado.

2.3. Método de campo de fase

Los métodos de campo de fase son modelos de difusión en interfaces que han sido usados con éxito en el estudio de fenómenos críticos, pero no han sido tan difundidos ni utilizados en interfaces de fluidos. Se asume que el estado de un sistema a cualquier tiempo puede ser descrito por un parámetro de orden Φ , el cual es función de un vector de posición. Por ejemplo, en el caso de un fluido binario como el utilizado en este trabajo, Φ es la concentración relativa de los dos componentes. La energía libre puede ser definida para diversos tiempos cuando el sistema no está en equilibrio [Penrose, 1990], y esta energía libre se puede escribir como una función de Φ , de la siguiente manera:

$$F[\phi] = \int_{\Omega} \left\{ f(\phi(\mathbf{x})) + \frac{1}{2}k[\nabla\phi(\mathbf{x})]^2 \right\}. \quad (7)$$

En la ECUACION ANTERIOR Ω es la región de espacio ocupada por el sistema. El término $(1/2)k[\nabla\phi(\mathbf{x})]^2$ toma en cuenta la energía superficial, con k como una constante positiva, y $f(\phi(\mathbf{x}))$ es la densidad de energía en el seno del fluido [Badalassi, 2020].

Así también, el potencial químico μ está definido como:

$$\mu(\Phi) = \frac{\delta F[\Phi]}{\delta \Phi(\mathbf{x})} = f'(\Phi(\mathbf{x})) - k\nabla^2 \Phi(\mathbf{x}). \quad (8)$$

La ECUACIÓN (8) indica que el perfil de la interfase en equilibrio puede ser encontrado minimizando la funcional $F[\Phi]$ con respecto a las variaciones de la función Φ , por ejemplo, resolviendo $\mu(\Phi) = 0$, Cahn y Hilliard [Cahn, 1958] generalizaron el problema para situaciones dependientes del tiempo por medio de la aproximación de los fluxes de difusión interfacial siendo proporcional a los gradientes de potencial químico, lo cual mantiene la conservación del campo. La ecuación convectiva de Cahn-Hilliard es descrita como:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \Phi = \nabla \cdot (M(\Phi) \nabla \mu). \quad (9)$$

En la ECUACIÓN (9) \vec{v} es el campo de velocidad y $M(\Phi) > 0$ es la movilidad o el coeficiente de Onsager. La ecuación anterior modela la creación, evolución y disolución de la difusividad llevada a cabo en la interfase [Bates, 1998]. También se adoptan las siguientes condiciones de frontera que indican la ausencia de flux en la pared del sistema:

$$\vec{n} \cdot \nabla \Phi = 0 \quad \text{y} \quad \vec{n} \cdot M \nabla \mu = 0. \quad (10)$$

Estas dos condiciones de frontera indica que no hay flux ni cambio de fase a través de la pared que los contiene. Donde \vec{n} es el vector normal unitario a la frontera del dominio.

2.4. Coalescencia con el Método de Campo de Fase

Se utiliza la colisión y la unión de dos gotas idénticas newtonianas en un medio también newtoniano para mostrar la habilidad del método de Campo de Fase para modelar el cambio en la topología de este proceso. Se usa en este caso un rectángulo bidimensional como dominio computacional con condiciones de frontera periódicas en ambas direcciones, esto se muestra en la siguiente figura:

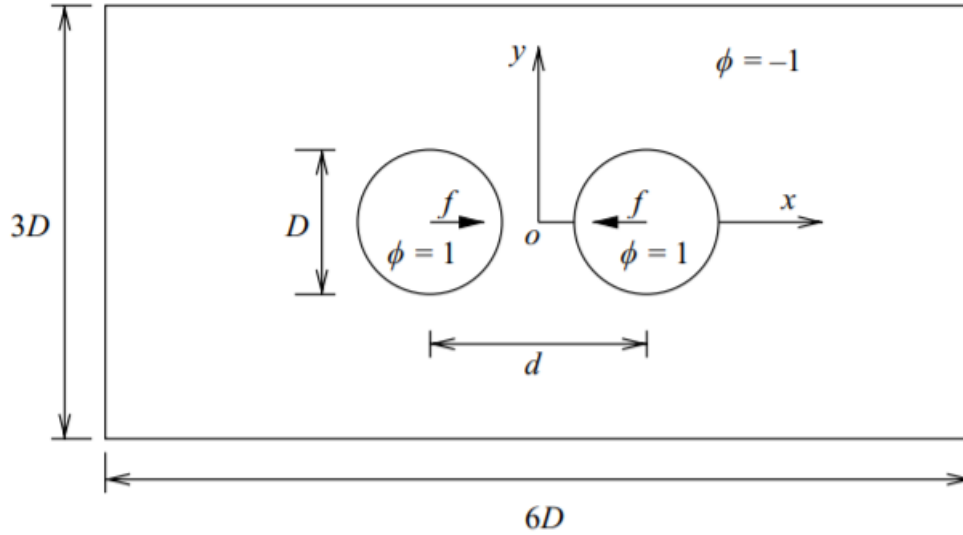


Figura 11. Dominio computacional para la coalescencia por colisión de gotas newtonianas. La separación inicial es $d = 1.5D$

Como se indica en la FIGURA 11, inicialmente las dos gotas en estado estacionario, con diámetro D están separadas por una distancia d entre sus centros. Es entonces la fuerza de contacto f es aplicada para mover las gotas entre sí. Cuando la velocidad de la gota alcanza un valor de $U/2$, f es alcanza un valor mínimo. Así que, por efecto de la inercia, las dos gotas coalescen y se unen.

2.5. Ecuación de movimiento del fluido

El trabajo se concentra en igualar la densidad de la mezcla de agua y aceite con sus viscosidades y movilidades. La dinámica del fluido esta descrita por la ecuación de Navier-Stokes acoplada con el modelo de campo de fase, el cual es dependiente de las fuerzas superficiales [Gurtin,1996]. La ecuación resultante es la siguiente:

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = \nabla \cdot [-P\vec{I} + \boldsymbol{\mu}(\nabla \vec{v} + (\nabla \vec{v})^T)] + \vec{F}_{st} + \vec{F}_{es} + \rho \vec{g}. \quad (11)$$

Donde:

\vec{v} es la velocidad de fluido (m/s).

ρ es la densidad del fluido (kg/m^3).

p es la presión aplicada al sistema (Pa).

\vec{F} es la fuerza volumétrica de campo eléctrico (N/m^3).

$(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v}$ es la aceleración convectiva.

$-\nabla p + \nabla \cdot \eta[(\nabla \vec{v} + (\nabla \vec{v})^T)]$ es la presión termodinámica (compresión y expansión) + esfuerzos cortantes debido al movimiento en la dirección x . También conocido como el tensor de esfuerzos [Currie, 2013].

\vec{F}_{st} y \vec{F}_{es} son la tensión superficial y el esfuerzo eléctrico o electrostático

\vec{v} es la velocidad del fluido

$\bar{\mathbf{I}}$ es la matriz identidad

ρ es la densidad del fluido

μ es la viscosidad dinámica

Ya que el sistema estudiado es de dos dimensiones, solo se toman los términos correspondientes a las direcciones x y y.

Además, se consideró que el fluido es incompresible, por lo que el valor de la densidad del sistema se considera constante al utilizar una temperatura fija. Esto significa que no hay gradientes de densidad y la velocidad del fluido solo varía en la dirección x.

Con las suposiciones anteriores la ecuación de continuidad se establece como [Bird, 2016]:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -(\nabla \cdot \rho \vec{v}). \quad (12)$$

La ECUACIÓN DE CONTINUIDAD establece que la velocidad de incremento de materia por unidad de volumen es igual a la velocidad neta de adición de materia por convección, por unidad de volumen. El vector $\rho \vec{v}$ es la densidad de flujo de materia y su divergencia tienen un significado simple: es la velocidad neta con la que sale o se emite la densidad de flujo de materia por unidad de volumen.

En estado estacionario y sin cambio en la densidad resulta:

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0. \quad (13)$$

La ECUACIÓN 13 indica que el fluido es incompresible, aunque en realidad ningún fluido lo es, suponer una densidad constante da como resultado una simplificación considerable y un error pequeño.

2.6. Adimensionalización

Se utilizan variables para adimensionalizar las ecuaciones gobernantes, esto con el fin de tener una idea más clara de la influencia de las diversas variables en el sistema. Así la ecuación de movimiento se escribe de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla \left(\mu (\nabla \vec{v} + (\nabla \vec{v})^T) \right) + \frac{\rho}{Fr^2} \vec{e}_g + \frac{1}{We} \vec{F}_{sv} + \nabla \cdot \bar{\mathbf{T}} \quad (14)$$

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0.$$

Donde:

$$\vec{F}_{sv} = k \nabla \Phi = - \left(\nabla \cdot \frac{\nabla \Phi}{|\nabla \Phi|} \right) \nabla \Phi \quad (15)$$

$$Re = \frac{\rho v l}{\mu} = \frac{\text{Fuerzas inerciales}}{\text{Fuerzas viscosas}}$$

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{lg}} = \frac{\text{Fuerzas inerciales}}{\text{Fuerzas de gravedad}}$$

$$We = \frac{\rho v^2 l}{\sigma} = \frac{\text{Fuerzas inerciales}}{\text{Fuerzas de tensión superficial}}$$

Donde: ρ es la densidad, v es la velocidad, l es la longitud, σ es la tensión superficial. Las unidades de los componentes de la ecuación de movimiento son $\frac{N}{m^3}$.

Como ya se ha mencionado, el método de campo de fase simula el movimiento de la interfase entre los dos fluidos y está gobernado por la ECUACIÓN DE CAHN-HILLIARD. La ecuación traza una interfase que separa las fases inmiscibles. La interfase difusa está definida como la región de la variable de campo adimensional ϕ que va de -1 a 1.

La siguiente ecuación relaciona la densidad de mezclado y el espesor de la interfase con el coeficiente de tensión superficial de la siguiente manera:

$$\sigma = \frac{2\sqrt{2}\chi}{3\varepsilon} . \quad (16)$$

La ECUACIÓN 16, se ha reportado como una aproximación empírica que relaciona la movilidad y el espesor de la interfase [Ghazian, 2014].

Se puede establecer el parámetro de espesor de la interfase como $\varepsilon = h_c/2$, donde h_c es el tamaño de la malla en la región que pasa por la interfase. El parámetro de movilidad χ determina la escala del tiempo de la difusión de Cahn-Hilliard y debe ser asignado o escogido. Este valor debe ser lo suficientemente grande como para mantener un espesor interfacial constante pero lo suficientemente pequeño para que los términos convectivos no sean sobredimensionados. El valor inicial empírico que asigna Comsol Multiphysics® es, $\chi = \varepsilon^2$, el cual es usualmente una buena aproximación inicial según la bibliografía [Ghazian, 2014]. Este modelo usa una alta movilidad para obtener una correcta variación de la presión sobre la interfase.

En el campo de fase de la interfase, las fracciones de los volúmenes de los fluidos individuales son:

$$V_{f1} = \frac{1-\phi}{2}, \quad V_{f2} = \frac{1+\phi}{2}. \quad (17)$$

En este trabajo el agua está definida como el Fluido 1 y el aceite como el Fluido 2. Como se puede notar en las ecuaciones (17), asignando un valor de ϕ a cualquiera de las fracciones del volumen 1 o 2 se obtienen ambas fracciones. Por ejemplo, si $\phi = 1$, entonces $V_{f1} = 0$ y $V_{f2} = 1$. Lo que indicaría que solo se tiene el líquido 2. Así también, si $\phi = 0$, entonces, $V_{f1} = 0.5$ y $V_{f2} = 0.5$. Por lo tanto, se pueden obtener todas las fracciones de los volúmenes de los fluidos asignando un valor de ϕ entre -1 y 1.

Una vez obtenidas las fracciones de los volúmenes de la emulsión, se puede calcular de manera más precisa la densidad y la viscosidad total de los líquidos.

Las características acopladas bifásicas definen la densidad (kg/m^3) y la viscosidad ($\text{Pa} \cdot \text{s}$) de la mezcla para variar suavemente sobre la interfase dejando:

$$\rho = \rho_w + (\rho_a - \rho_w)\phi. \quad (18)$$

$$\mu = \mu_w + (\mu_a - \mu_w)\phi. \quad (19)$$

Donde:

ρ_w es la densidad del agua

ρ_a es la densidad del aceite

μ_w es la viscosidad del agua

μ_a es la viscosidad del aceite

Como ya se señaló, la variable del campo de fase ϕ es -1 en el aceite y tiene un valor de 1 en el agua. La densidad y viscosidad que es diferente para cada fase es automáticamente calculada a partir de la variable ϕ , así como también la tensión superficial, ϵ es un parámetro numérico (m) que determina el espesor de la interfase del fluido, esto es, donde la variable de campo de fase de 0 a 1, además χ controla la movilidad del sistema.

2.7. Interfase electrostática

La interfase electrostática establece la siguiente ecuación para el potencial eléctrico V:

$$-\nabla \cdot (\epsilon_0 \epsilon_r \nabla V) = 0. \quad (20)$$

Como se observa en la ECUACIÓN 20 el potencial eléctrico es la divergencia del gradiente del potencial eléctrico multiplicado por el producto de la permitividad relativa de cada componente y la permitividad del vacío (es decir, que tanto influye un campo eléctrico en su polarización). Esto también indica la dirección en la que se aplica el potencial eléctrico.

Aquí, ϵ_0 es la permitividad del vacío, y ϵ_r es la permitividad relativa.

2.8. Acoplamiento de los fenómenos físicos

El simulador automáticamente establece las ecuaciones descritas anteriormente. Solo se necesita especificar como es que están acopladas. Para el flujo interfacial entre las dos fases se necesita especificar la fuerza eléctrica. La fuerza eléctrica está dada por la divergencia del tensor de esfuerzos de Maxwell:

$$\vec{F} = \nabla \cdot \bar{\bar{T}}. \quad (21)$$

Donde el tensor de esfuerzos de Maxwell está dado por

$$\bar{\bar{T}} = \vec{E} \vec{D}^T - \frac{1}{2} (\vec{E} \cdot \vec{D}) \bar{\bar{I}}. \quad (22)$$

Donde \vec{E} es un campo eléctrico y \vec{D} es el campo de desplazamiento eléctrico, los cuales se definen de la siguiente manera:

$$\vec{E} = -\nabla V. \quad (23)$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}. \quad (24)$$

En el apéndice 1 se da una descripción más detallada de los componentes de los tensores y vectores utilizados.

Se puede visualizar cómo es que la fuerza eléctrica actúa en el sistema con ayuda de la siguiente FIGURA, donde sólo se ve una cara del sistema.

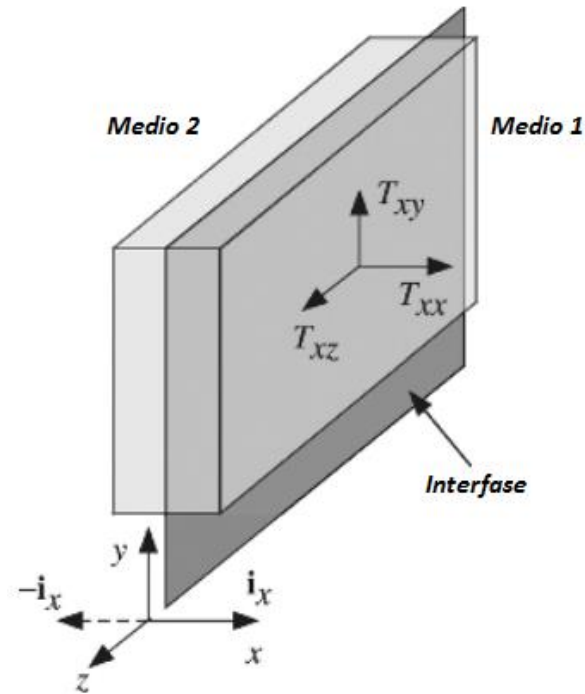


FIGURA 12. Elemento de volumen con espesor interfacial con interfase en forma de hoja. Se observa la influencia del Tensor de esfuerzos de Maxwell, el primer subíndice indica el eje en el que se aplica la fuerza y el segundo la dirección [Masliyah, 2006]

De acuerdo con la FIGURA 12, donde sólo se ve la cara paralela al eje x, que coincide con el primer subíndice de cada componente del tensor, la fuerza aplicada sobre esa parte del elemento de volumen está asociada con el segundo subíndice de cada componente, el cual puede ser x, y o z. Esta representación se puede usar para determinar teóricamente la magnitud de cada uno de los componentes de la fuerza eléctrica, así como la zona en que ésta puede tener una mayor influencia.

En el caso de los componentes de la diagonal se puede asociar a los efectos que puede causar la fuerza eléctrica en la compresión del fluido total, mientras que los componentes fuera de la diagonal están asociados a los efectos de deformación del sistema. Esta idea puede ayudar a determinar cómo es que las gotas dispersas en el crudo se pueden deformar para unirse entre sí.

Los componentes del campo eléctrico son calculados por la interfase electrostática. Sus valores están predefinidos en el simulador, y se calcularon a partir de los datos de las permeabilidades utilizadas.

Una vez obtenidos los componentes de la fuerza volumétrica, se introdujeron directamente los valores como expresiones en el menú de usuario del programa (en el apéndice 5, se muestra la forma de elaborar las simulaciones mediante un caso estándar).

Finalmente, también se necesitó especificar los valores de la permitividad relativa. Se puede entender la permitividad relativa como la propiedad física del fluido a ser modificada por el efecto del campo eléctrico, esto en comparación con el aire.

Estos valores son constantes, pero difieren, para cada fluido. Así, también se definieron las fracciones de volumen para cada fluido de la siguiente manera:

$$\epsilon_r = \epsilon_{r1}Vf_1 + \epsilon_{r2}Vf_2. \quad (25)$$

Donde:

ϵ_{r1} = permitividad relativa del crudo

ϵ_{r2} = permitividad relativa del agua

Vf_1 = Fracción de volumen del crudo

Vf_2 = Fracción de volumen del agua

Los valores de las permitividades utilizados para el agua y el aceite se muestran en las tablas de datos de las simulaciones y experimentos.

2.9. Campo eléctrico

Los fluidos se consideran neutros de carga con excepción de la interfase; entonces el campo eléctrico satisface

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \bar{\mathbf{E}} &= 0 \quad \text{dentro de la gota} \\ \nabla \cdot \mathbf{E} &= \text{fuera de la gota} \end{aligned} \quad (26)$$

Se escribe como E_n al campo normal $\mathbf{E} \cdot \mathbf{n}$ y a $\mathbf{E}_t = \mathbf{E} - E_n \mathbf{n}$ a la parte tangencial de \mathbf{E} , \mathbf{n} es el vector normal unitario a la superficie S . A través de la interfase, \mathbf{E}_t es continuo, pero E_n es discontinuo debido a la diferencia de las propiedades físicas de los dos fluidos [Landau y Lifshitz, 1984].

Asumiendo que la reorganización de la carga eléctrica ocurre a una escala corta de tiempo menor que el flujo interfacial, el balance de carga indica que la corriente eléctrica normal es continua a través de la superficie. La ley de Ohm provee una condición de frontera:

$$[[\sigma E_n]] = 0, \text{ por ejemplo: } \bar{E}_n = RE_n. \quad (27)$$

La diferencia de las permitividades entre los fluidos crea una distribución de carga superficial, de acuerdo con la siguiente ecuación;

$$q_s = [[\epsilon\epsilon_0 E_n]]. \quad (28)$$

Donde ϵ_0 es la permitividad del vacío. A medida que se considera que el campo eléctrico se aleja de la gota este desaparece.

2.10. Modelo dieléctrico

Cuando ambos líquidos en el sistema de los dos fluidos tienen baja conductividad, pueden considerarse como materiales dieléctricos. Un campo eléctrico externo aplicado polariza las moléculas del material dieléctrico. Los dipolos moleculares formados también modificarán el campo eléctrico, el cual cambia el campo de polarización. Como un medio dieléctrico tiene polarización no homogénea isotrópica y no tiene cargas libres presentes en el medio ($q^v = 0$), la ECUACIÓN gobernante para el campo eléctrico se escribe como:

$$\nabla \cdot (\epsilon \vec{E}) = 0. \quad (29)$$

La ECUACIÓN 29 indica que no hay variación de los componentes del campo eléctrico en ninguna dirección en las que se aplique.

En la ausencia de cualquier variación temporal del campo magnético, el vector rotacional del campo eléctrico es cero $\nabla \times \vec{E} = 0$. El campo eléctrico se puede expresar como el gradiente del campo eléctrico, ∇V . Aquí, la ecuación anterior es reescrita en términos del potencial eléctrico V como:

$$\nabla \cdot (\epsilon \nabla V) = 0. \quad (30)$$

Dado que no hay carga libre en la interfase entre los dos fluidos con diferente permitividad, el componente normal del desplazamiento y el potencial eléctricos son continuos a través de la interfase.

$$\|V\| = 0 \quad \text{y} \quad \|\epsilon \nabla V \cdot \vec{n}\| = 0. \quad (31)$$

El esfuerzo eléctrico en la interfase entre los dos fluidos dieléctricos determina la ECUACIÓN como:

$$\vec{F}_{es} = -\frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{E} \nabla \epsilon. \quad (32)$$

La dirección de la fuerza eléctrica para una gota perfectamente dieléctrica es normal a la interfase, dado que esta dirección es determinada por el gradiente de la permitividad eléctrica $\nabla \epsilon$, dirigida del medio con una alta permitividad al de baja permitividad. Además, el esfuerzo eléctrico actúa sólo sobre la interfase dado que el gradiente de permitividad eléctrica existe solamente a través de esta interfase.

Dado que la conductividad y la permitividad relativa son constantes, para cada fluido, la fracción de volumen cambia a partir de cero en uno de los fluidos a uno en el otro. Para representar todas las propiedades físicas en la interfase, las dos permitividades relativas

de las dos fases (ϵ_r) y conductividad (σ_r) pueden ser definidas basado en las fracciones de la fase la siguiente ecuación:

$$\sigma_r = \sigma_{r1}Vf_1 + \sigma_{r2}Vf_2. \quad (33)$$

Donde:

σ_{r1} = conductividad relativa del crudo

σ_{r2} = conductividad relativa del agua

Vf_1 = Fracción volumen del crudo

Vf_2 = Fracción volumen del agua

Las propiedades cambian suavemente de valor de un lado al otro. La solución de las ecuaciones de Navier-Stokes con una interfase no es fácil de resolver. Esto se complica aún más cuando los efectos electrostáticos están acoplados con la dinámica del fluido. Los códigos comerciales tienen que ser extendidos y adaptados para problemas multidisciplinarios, tales como los electro-hidrodinámicos. Las ecuaciones gobernantes para el flujo de dos fases y el campo eléctrico tuvieron que ser resueltos con el software Comsol Multiphysics® utilizando el Método de Elemento Finito (FEM). El cual se describe brevemente.

2.11. Propagación de las gotas de agua

El movimiento de las gotas de agua se lleva a cabo en dirección normal debido a las fuerzas externas aplicadas y se da con una velocidad que depende de la curvatura de las gotas κ , es decir: $v = v(\kappa)$. La variación de la superficie s también indica como se da el cambio de las coordenadas x y y en función del tiempo, esto se muestra en la siguiente figura:

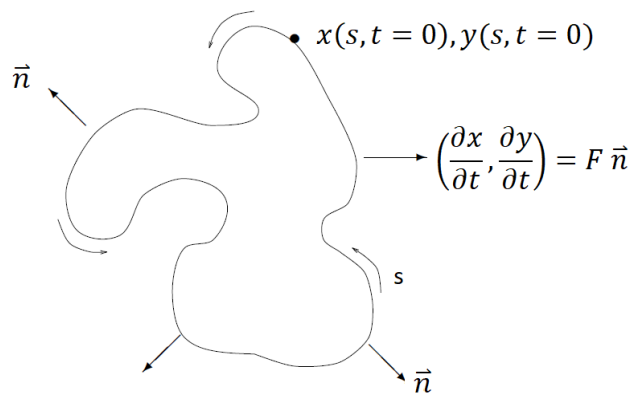


Figura 13. Propagación de la superficie curva de las gotas de agua en aceite

La forma en que se relaciona la variable adimensional Φ con la propagación de la superficie se puede ver de manera sencilla en la siguiente figura:

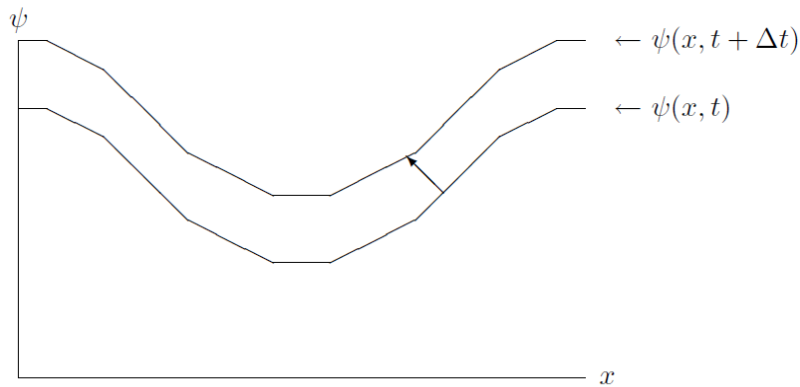


Figura 14. Propagación de la superficie en función del tiempo

Como se observa en la FIGURA 14, la variable adimensional ϕ va a tomar diferentes valores en función de la posición de la superficie, así como del tiempo transcurrido. Esta dependencia da origen a la ecuación de conservación de Cahn-Hilliard [Sethian, 1995]

La FIGURA 15 muestra otra manera en la que se propaga la superficie de las gotas de agua de manera más apegada a las dos dimensiones xy . Las cuales coinciden con las simulaciones elaboradas en este trabajo. También se muestra el término de reiniciaización y que es función del tiempo transcurrido y determina le valor de ϕ , cuyo valor indica la posición del círculo.

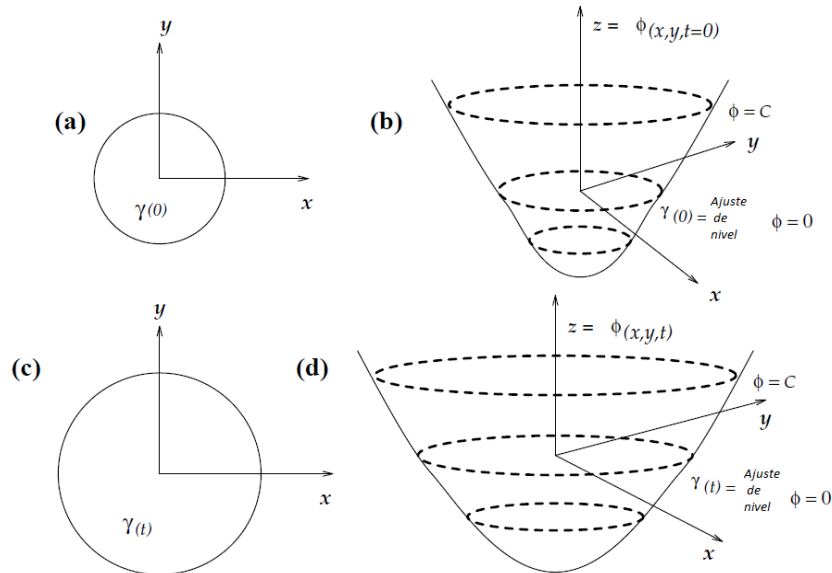


Figura 15. Propagación de las gotas

De acuerdo con la FIGURA 15, la propagación o aumento de tamaño de las gotas se lleva a cabo en dirección normal, el valor de la posición está indicado por la variable adimensional ϕ y es dependiente de las variables, xy y el tiempo transcurrido. En el caso de las simulaciones elaboradas c toma los valores ± 1 . Estos valores indican si la variable está en la zona de las gotas, la interfase o en el aceite.

2.12. Método de solución

Para la resolución del sistema de ecuaciones formado por el balance de momentum y la ecuación modificada de Cahn-Hilliard, se recurre al Método de ajuste de nivel (Level-Set Method o LSM), el cual se describe a continuación mediante un ejemplo.

2.13. Método de ajuste de nivel

Se define este método como una aproximación física sistemática que permite investigar sistemas multifásicos complejos, tales como el abordado en este trabajo, el cual incluye fenómenos interfaciales. Este modelo es capaz de simular lo que sucede en regiones de transición, esto es, donde hay variaciones de densidad, viscosidad, temperatura, concentración y tensión superficial, principalmente. Estas regiones de transición se describen como capas muy delgadas que representan las interfases.

El método de ajuste de nivel resuelve el sistema de ecuaciones formado por las fórmulas de Cahn-Hilliard y Navier-Stokes. Las soluciones obtenidas permiten “ajustar” las diferentes propiedades del sistema binario en función de la posición de una variable adimensional ϕ . El método utilizado es un esquema dividido en el tiempo que combina una discretización semi-implícita novedosa para la ecuación convectiva de Cahn-Hilliard con un esquema de alta resolución empleado para simulaciones de turbulencia. Cabe señalar que en este trabajo solo se trabajó con régimen laminar, sin llegar a fenómenos turbulentos.

2.14. Determinación del régimen de flujo

Con el fin de determinar el régimen de flujo al cual se trabajó, se calculó el Número de Reynold (Re) para el flujo continuo alrededor de una esfera. En este caso, el aceite fluyendo alrededor de las gotas de agua. Los valores de los números de Reynolds calculados se compararon con el valor del Número de Reynolds Crítico (Re_c) del sistema, este valor se utilizó para determinar si el flujo era: viscoso, laminar, en transición o turbulento.

Se comparó el mayor número de Reynolds obtenido en las simulaciones realizadas. Este valor fue $Re = 0.024$. Este Re se contrastó con los datos bibliográficos investigados y se llegó a la conclusión que el sistema con partículas esféricas se encuentra entre los regímenes viscoso y laminar. Además, que corresponde a un flujo de Stokes, el cual se caracteriza por el dominio de las fuerzas viscosas sobre las inerciales.

Para poder llegar a la conclusión anterior se necesitaron algunos conceptos, entre ellos están: Flujo a bajo Número de Reynolds, Coeficiente de Arrastre o deslizamiento, Flujo de Stokes, coeficiente de fricción, Número de Reynolds Crítico y flujo uniforme alrededor de una esfera. Estos conceptos se describen de manera breve al obtener la solución numérica para valores de $0 < Re < 1$ en el Apéndice 3.

2.15. Solución analítica del coeficiente de arrastre

Para determinar el régimen de trabajo de manera teórica se recurrió a la determinación del coeficiente de arrastre del sistema, esto con el fin de encontrar el Número de Reynolds Crítico que le corresponde al sistema de trabajo utilizado de acuerdo con la bibliografía consultada. Este método se eligió con base en las características del sistema de trabajo, tales como una velocidad baja (entre 0 y 50 mm/s), tamaño pequeño del sistema (entre 15 y 500 μm), diámetro de las gotas de agua simuladas (entre 10 y 200 μm de radio), valores

constantes de densidad y viscosidad a temperatura constante en cada experimento o simulación.

La relación teórica entre el coeficiente de arrastre experimental C_D y el Número de Reynolds R_e de un flujo que rodea una partícula esférica, donde $R_e = \frac{dv}{\nu}$, está reportada en la bibliografía a partir de datos experimentales y correlaciones para distintos intervalos del R_e . Por lo que se utilizaron solo las ecuaciones que son aplicables en intervalos similares a los datos que se obtuvieron en este trabajo

De acuerdo con la definición del R_e para las partículas esféricas, si la velocidad o el tamaño de la partícula esférica aumenta también lo hará el número de Reynolds, con ello también cambiarán las características del flujo. Para R_e pequeños, Stokes propuso una solución analítica del coeficiente de arrastre, mediante la solución de la ecuación diferencial general de Navier-Stokes, esta solución es la siguiente:

$$C_D = \frac{24}{R_e}. \quad (34)$$

La solución de Stokes desprecia los efectos inerciales y es precisa en el intervalo donde $R_e < 0.4$, es decir, donde la capa límite laminar no se separa de la partícula. La solución obtenida describe únicamente los efectos viscosos del flujo. Para números mayores de R_e , el flujo alrededor de la partícula esférica tiende a separarse produciendo vórtices, de esta manera los efectos inerciales se vuelven más importantes. Estos efectos inerciales se presentan en valores de $R_e > 20$ y la ecuación de Stokes no es capaz de predecir el coeficiente de arrastre de manera precisa.

En la siguiente figura se muestra de manera gráfica la relación experimental descrita entre el C_D y el R_e .

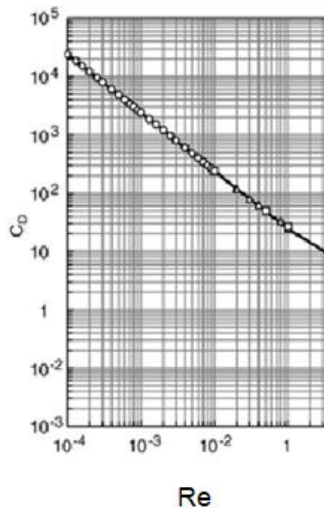


Figura 16. Coeficiente de arrastre para un amplio rango de Números de Reynolds de partículas. La figura muestra los datos obtenidos con la ecuación de Stokes y experimentos obtenidos en la literatura [Roos, Voloshuk y Almedeij]

Al igual que Oseen, se han desarrollado muchas ecuaciones empíricas que son aplicables en ciertos intervalos específicos del Re . Estas ecuaciones se presentan en el Apéndice 4, así como sus rangos o intervalos de aplicación y errores con respecto a la Ley de Stokes.

Para poder comparar el número de Reynolds de flujo alrededor de la partícula esférica obtenido en este trabajo se utilizó como referencia el mayor valor registrado en las simulaciones ($Re = 0.024$). Con este valor se calculó el coeficiente de arrastre (C_D) de manera analítica y también con la ecuación de Ceylan y Almedeij, mostrada en la tabla del Apéndice 4. Se escogió esa ecuación como referencia debido a que su rango de aplicación es similar a los experimentos y simulaciones realizados en este trabajo. Los valores obtenidos fueron comparados entre sí y se utilizó la gráfica con el fin de encontrar el valor del Re crítico del sistema.

Como se observa en la siguiente gráfica, los resultados son similares con las dos ecuaciones, por lo que se puede considerar que el valor de coeficiente de arrastre es correcto. Para confirmar esta idea se hicieron los cálculos con diferentes números de Reynolds y conocer la proximidad de ambas ecuaciones. Esta grafica es la siguiente con un intervalo del número de Reynolds de $0.02 \leq Re \leq 1$.

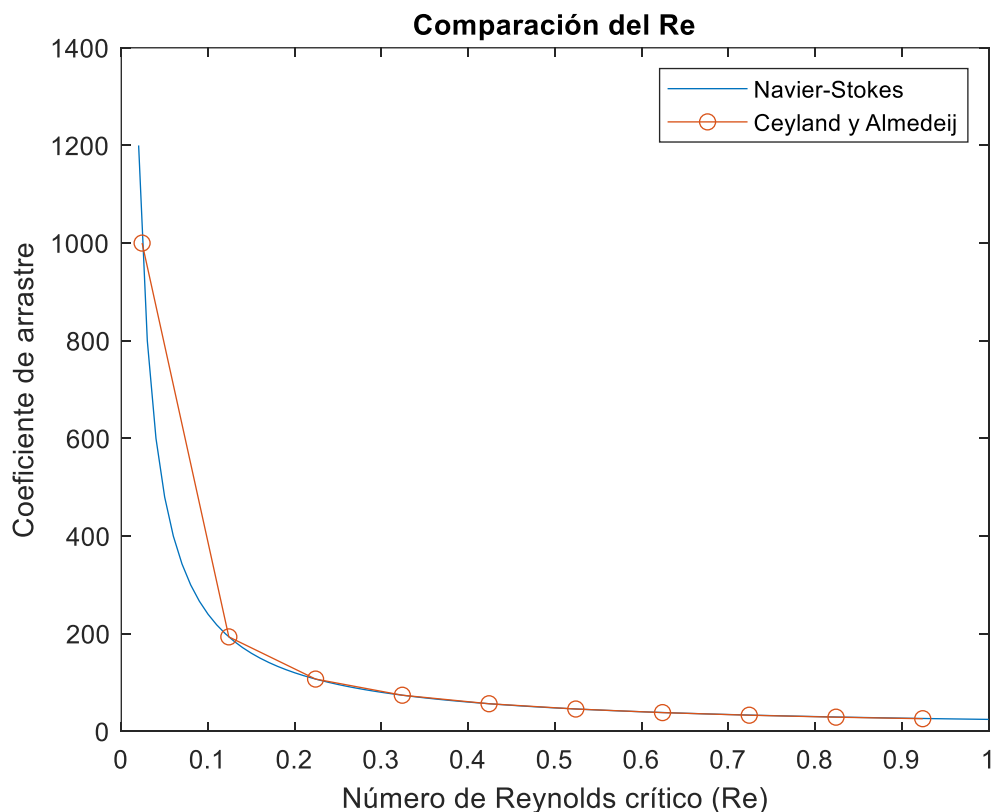
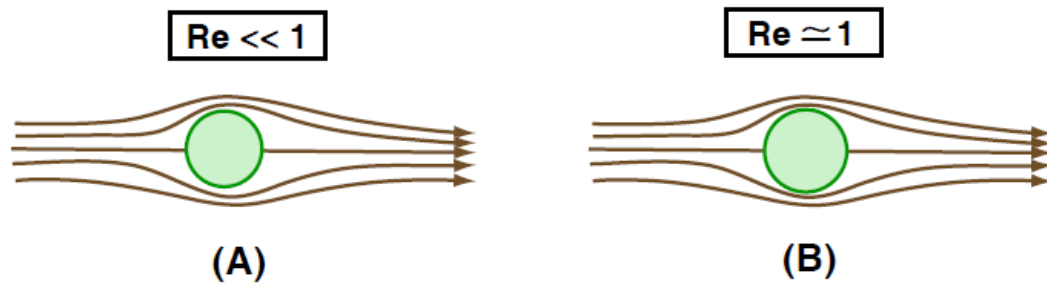


Figura 17. Comparación del coeficiente de arrastre al utilizar la ley de Stokes y la ecuación de Ceyland y Almedeij con un $0 < Re < 1$

Al ubicar el valor de $C_d = 1000$ se obtiene un valor de $Re_c \approx 0.07$ con ambas ecuaciones. Esto indica que las ecuaciones utilizadas son congruentes entre sí y dan un valor muy cercano en la mayoría de su intervalo de aplicación ($0.012 < Re_c < 1$). Por lo que se puede

concluir en esta sección que el valor del número de Reynolds Crítico es $Re_c \approx 0.07$, y que además es mayor que el $Re = 0.024$ obtenido en las simulaciones. Por lo tanto, se puede afirmar que se trabajó con un sistema de flujo reptante o laminar.

En las imágenes siguientes se muestra el comportamiento del régimen de trabajo, el cual se encuentra en el intervalo $0 < Re < 1$. Entre las diferencias más notables, se puede señalar que cuando $Re \ll 1$ las líneas de corriente que convergen detrás de la superficie de la esfera son simétricas con respecto a las que se alejan de ella. Esto indica que no hay una capa límite definida a ese número de Reynolds. Conforme aumenta el número de Reynolds hasta un valor cercano a 1, las líneas de corriente que convergen detrás de la esfera son más lentas que las que se alejan de ella, esto se debe a un cambio en el patrón de flujo, lo que significa que las fuerzas de presión de adelante hacia a atrás de la esfera comienzan a incrementarse más rápido de lo que predice la Ley de Stokes.



***Líneas de corriente simétricas**

***Obedece la Ley de Stokes**

***Sin perturbaciones por velocidad**

***Las líneas de corriente divergen mas rápido que su convergencia**

***Aún hay flujo de Stokes, empieza a cambiar el régimen**

***Aún no hay perturbaciones por velocidad**

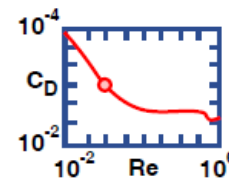
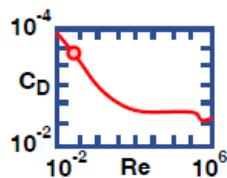


Figura 18. Características del flujo en el intervalo $0 < Re < 1$, con $D=0.11\text{m}$ y $v=9\text{ mm/s}$ [Southard, 2020]

En la FIGURA 18 también se incluyen los intervalos a los que se refiere cada imagen en específico, el primer caso corresponde a un valor aproximado de $Re \approx 0.01$ y la segunda parte a $Re \approx 1$. El intervalo descrito en esta sección es el mismo que el utilizado en este

trabajo, por lo que se puede considerar las simulaciones y experimentos presentan características similares al flujo restante con ciertas tendencias a la transición a laminar.

2.16. Solución de la ecuación de difusión con la fuerza externa debido al campo eléctrico

En esta sección se muestra una manera de obtener una solución aproximada de la solución de la ecuación de Navier-Stokes para el caso del flujo alrededor de una esfera con una velocidad muy baja. Con el fin de poder comparar la influencia del campo eléctrico presenta con la solución obtenida con la ley de Stokes o cualquier otra ecuación aplicable en el intervalo de $0 < Re < 1$.

Como ya se ha mencionado, las ecuaciones que describen el flujo newtoniano no estacionario del sistema de trabajo son las siguientes:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0. \quad (35)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \cdot \nabla^2 + \vec{F}. \quad (36)$$

donde \mathbf{u} es el flujo, un campo vectorial; ρ es la densidad el fluido, p es la presión, ν es la viscosidad cinemática, y F representa la fuerza externa (por unidad de masa en un volumen) actuando en el fluido, el cual tiene un potencial Φ representado por $F = -\nabla\Phi$, donde Φ representa el potencial eléctrico V en este trabajo. En el anexo 3 se muestra la manera en la que se obtuvo la solución numérica. A continuación, se presenta la solución obtenida:

$$\begin{aligned} C_d &= \frac{F}{\left(\frac{\rho \cdot V_{\infty}^2}{2}\right) \cdot S_{\text{sección trasnversal}}} = \frac{4V \cdot V_{\infty} \cdot \pi^2 \cdot r \left(1 + \frac{(\rho \cdot w_x \cdot \epsilon)^2}{9\nu^2}\right)}{Re} \\ &= \frac{8 \cdot \pi \left(1 + \frac{(\rho \cdot r \cdot w_x \cdot \epsilon \cdot r)^2}{9\nu^2}\right)}{Re} = \frac{8 \cdot \pi \left(1 + \frac{Re^2}{36}\right)}{Re} = \frac{25 \left(1 + \frac{Re^2}{36}\right)}{Re}. \end{aligned} \quad (37)$$

La siguiente grafica muestra la relación entre el coeficiente de arrastre y el número de Reynolds entre 0 y 1. Además se integra la solución obtenida anteriormente con la Ley de Stokes. Esto para comparar las soluciones dinámica y estacionaria, además de la presencia de una fuerza externa integrada al método de solución numérico.

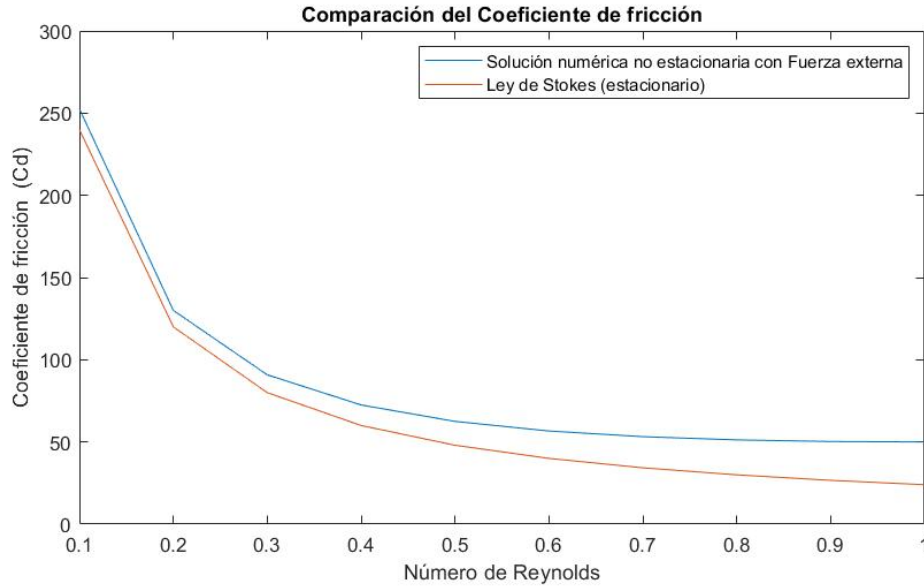


Figura 19. Grafica del coeficiente de arrastre Cd utilizando la aproximación numérica obtenida (8.7) y la Ley de Stokes, en el intervalo $0 < Re < 1$

Como se observa en la FIGURA 19, se puede deducir que la fuerza externa influye directamente en el factor de fricción, al aumentar su magnitud. Esto se puede interpretar como el origen de una posible aceleración del movimiento de las partículas de agua contenidas en el aceite, así como un aumento en los valores de la diagonal del tensor de esfuerzos definido previamente para el potencial eléctrico. Lo que provocaría una mayor fricción y compresión en la superficie de las propias partículas que está en contacto con el aceite.

Para realizar la comparación cualitativa de las dos curvas anteriores, con y sin fuerza eléctrica se calculó el error porcentual absoluto medio (MAPE) de la gráfica. El MAPE se calcula con la siguiente ecuación:

$$MAPE = \frac{100}{N} \times \sum_{i=1}^N \left| \frac{x_i - \hat{x}_i}{x_i} \right|. \quad (38)$$

Donde:

x_i son los datos obtenidos con el método numérico

\hat{x}_i son los datos obtenidos con la Ley de Stokes

N son el número de cálculos realizados

Se observa en la gráfica que en el intervalo de $0 < Re < 0.2$ las líneas de tendencia son mas cercanas con respecto al resto de valores del número de Reynolds, por lo que el cálculo del MAPE se realizó por intervalos, con el fin de señalar en que intervalo hay una mayor proximidad entre los dos métodos. Los errores por intervalos son:

Tabla1. Error absoluto porcentual para los intervalos de Re

Error por intervalo de Re	
Intervalo de Re	MAPE (%)
$0 < Re < 0.2$	3.2
$0.2 < Re < 0.5$	18.2
$0.5 < Re < 0.7$	42.3
$0.7 < Re < 1$	80.7

De acuerdo con los resultados del MAPE y observando la diferencia de las soluciones obtenidas se observa que mientras aumenta el número de Reynolds también lo hace la diferencia entre los valores numéricos obtenidos. Esto se puede interpretar como el origen de una posible aceleración del movimiento de las partículas de agua contenidas en el aceite, lo que provocaría una mayor fricción en la superficie de las propias partículas que está en contacto con el aceite.

Los resultados de esta sección son válidos en el caso de una velocidad muy baja, con $Re < 1$, por lo que este análisis es aplicable en este trabajo de tesis ya que el comportamiento del sistema es en su mayoría función de una baja velocidad con un flujo reptante alrededor de las partículas de agua. Estos valores del número de Reynolds se pueden encontrar en la parte de los resultados de la simulación, además en la parte experimental el flujo es nulo en la celda de deshidratación por lo que el intervalo del número de Reynolds incluye todos los valores de este trabajo y el análisis es incluyente a toda la tesis.

En la siguiente imagen se observa una ilustración muy simple de cómo se da el flujo tanto en régimen laminar y turbulento de manera teórica.

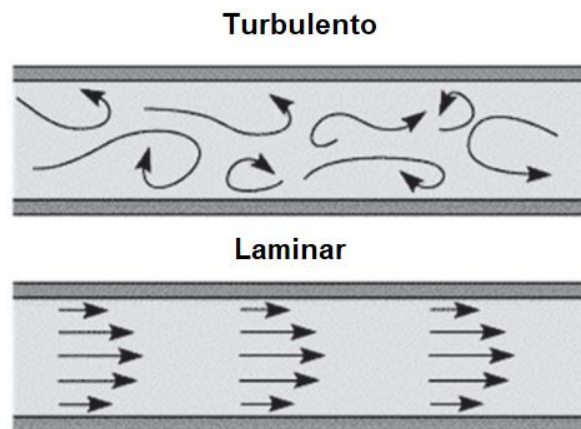


Figura 20. Ilustración del flujo laminar y turbulento [Rehm,2012]

De la FIGURA 20 se puede resaltar que mientras en el flujo laminar el fluido se mueve de manera ordenada en capas, en el turbulento existe la formación de remolinos debido a un incremento en la velocidad del flujo.

El cálculo del Re para las gotas esféricas de agua arrastradas por el aceite se calculó mediante:

$$Re = \frac{Dv}{\gamma}. \quad (39)$$

Donde: D es el diámetro de las gotas de agua

v es la velocidad con la que se mueve el aceite

γ es la viscosidad cinemática del aceite

En la TABLA 2 se observan los valores del Número de Reynolds para los diversos casos simulados.

Tabla 2. Condiciones del cálculo del Re de las gotas de agua en el aceite

Cálculo del Número de Reynolds				
Temperatura	Viscosidad cinemática del aceite	Velocidad del aceite	Diámetro de las gotas de agua	Re
(°C)	(m^2/s)	(mm/s)	(mm)	Adimensional
20	223	20	20	1.79E-4
		30	30	4E-6
		60	40	1E-5
40	50	20	20	8E-6
		30	30	1.8E-6
		60	40	4.8E-6
60	11	20	20	3.6E-5
		30	30	8.1E-5
		60	40	2.1E-4
80	2.5	20	20	1.6E-4
		30	30	3.6E-4
		60	40	9.6E-4
100	0.5	20	20	8E-4
		30	30	1.8E-3
		60	40	4.8E-3
120	0.1	20	20	4E-3
		30	30	9E-3
		60	40	2.4E-2

En la FIGURA 21 se observan los valores calculados en función del flujo, temperatura y diámetro de los sistemas utilizados.

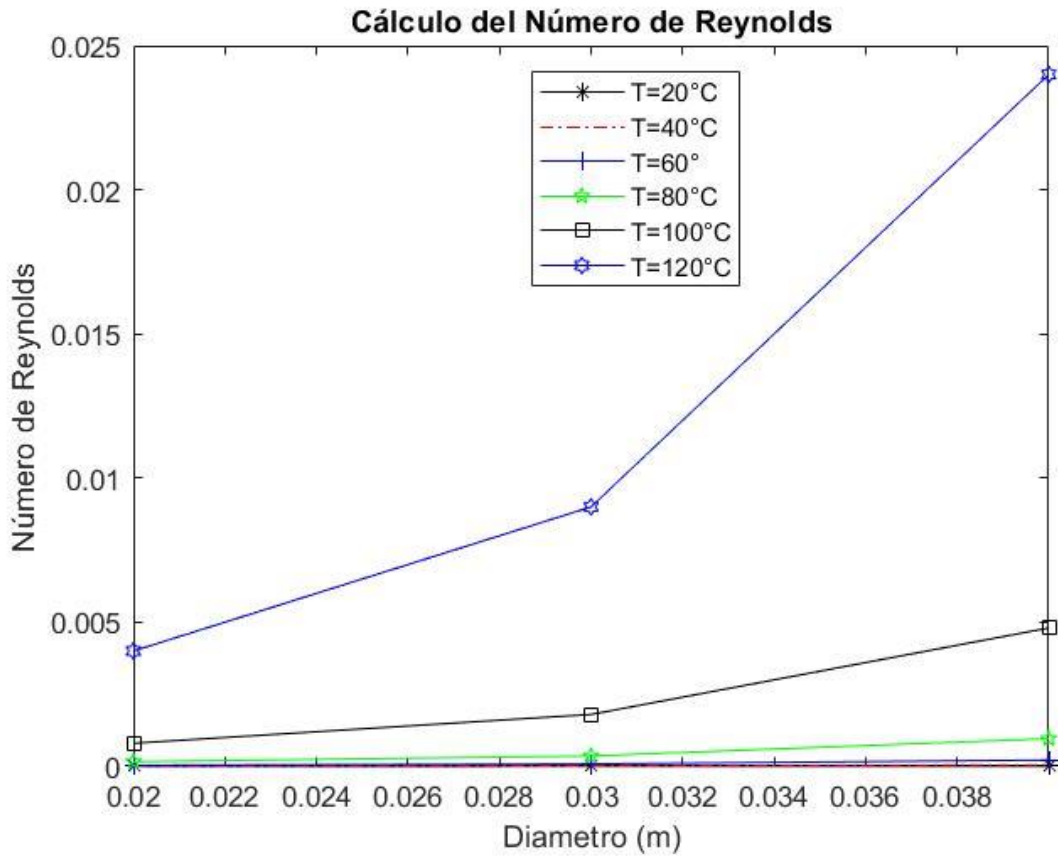


Figura 21. Gráfica de los números de Reynold calculados para los diversos sistemas simulados en función del diámetro de las gotas y temperatura

Como se observa en la FIGURA 21, el mayor valor para el Número de Reynolds calculado es de aproximadamente 0.02 a 120°C, el cual es menor que el considerado en un fluido que puede presentar transiciones a la turbulencia y con ellos inestabilidades en el sistema. Un $Re > 0.07$ indicaría que el modelo es ineficiente para este tipo de sistemas y condiciones. A partir de los datos que indica la FIGURA 16, se consideró que todas las simulaciones se llevaron a cabo en régimen laminar.

2.17. Efecto de la curvatura

Las fuerzas asociadas con el flujo de un fluido viscoso alrededor de una esfera considerando un bajo número de Reynolds $\rho UD/\mu$, donde U es la velocidad uniforme de aproximación y D es el diámetro de la esfera.

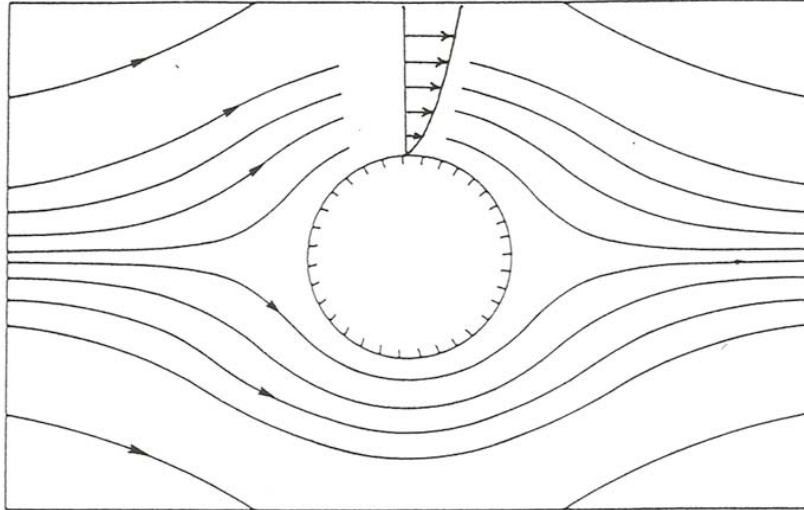


Figura 22. Fluido viscoso a un muy bajo número de Reynolds (“flujo reptante”) alrededor de una esfera. Las líneas de corriente son paralelas a la dirección del flujo y pasan a través del centro de la esfera [Southard, 2020]

Se puede notar que el flujo tiene forma simétrica delante y detrás de la esfera. También las líneas de flujo son rectas lejos de la esfera, mientras que tiene una forma curva alrededor de esta. A una distancia más lejana de la esfera las líneas de flujo son más espaciadas, lo que indica que la velocidad del fluido es mayor conforme estas líneas se van a alejando de la esfera, hasta alcanzar un valor de velocidad constante, conocida como flujo o velocidad libre.

La velocidad del fluido es cero en toda la superficie de la esfera (debido a la condición de no deslizamiento) y se incrementa lentamente conforme se aleja de la esfera. En la siguiente figura se muestra la distribución de velocidad del fluido en la vecindad de la esfera.

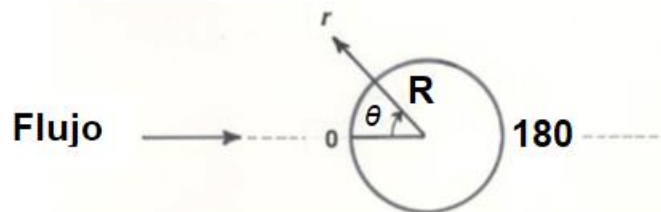


Figura 23. Distribución teórica de la velocidad del fluido al pasar por la esfera a un muy bajo número de Reynolds (Flujo reptante) [Southard, 2020]

Se puede describir la distribución de la velocidad v con las siguientes ecuaciones, en función de la distancia r desde el centro de la esfera y con el ángulo θ medio alrededor de la esfera, comenzando en 0° en la parte delantera al punto 180° en la parte trasera de la esfera.

$$u_r = -U \cos \theta \left(1 - \frac{3R}{2r} + \frac{R^3}{2r^3} \right)$$

$$u_{\theta} = -U_{\infty} \sin \theta \left(1 - \frac{3R}{4r} + \frac{R^3}{4r^3} \right). \quad (40)$$

Las ecuaciones anteriores fueron obtenidas por Stokes mediante la aproximación del flujo muy lento, tal que la aceleración del fluido alrededor de la esfera puede ser ignorado. Mediante esta aproximación se obtiene la solución analítica.

Las ecuaciones anteriores muestran que a una distancia igual al diámetro de la esfera desde su superficie en la sección media en la dirección normal al flujo libre que lo rodea, la velocidad es 50% del valor de la corriente libre.

El patrón de flujo alrededor de una esfera se puede obtener al resolver la ecuación de movimiento de Navier-Stokes para un fluido no viscoso, en la siguiente imagen se muestra la relación entre las líneas de flujo y el ángulo de la esfera, esto muestra con el fin de ilustrar el caso ideal y más simple, en el cual no hay efectos viscosos que alteren la simetría del sistema.

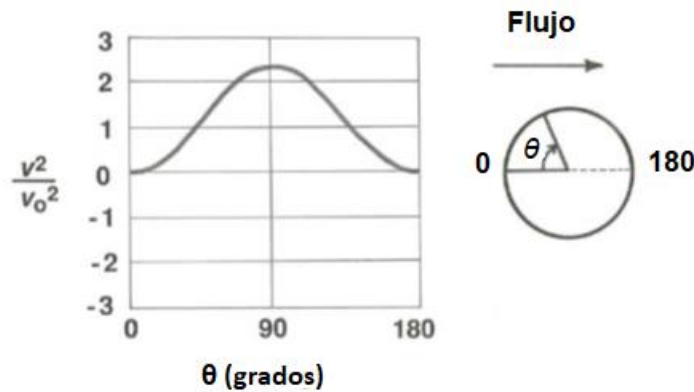


Figura 24. Gráfica de la velocidad del fluido en la superficie de la esfera, la cual está rodeada de un flujo no viscoso en estado estacionario [Southard, 2020]

La velocidad es adimensionalizada mediante la división de la velocidad de estancamiento (velocidad muy baja) y es graficada en función del ángulo θ , el cual se produce entre el centro de la esfera y los puntos a lo largo de la intersección de la superficie de la propia esfera con el plano paralelo a la dirección del flujo y que pasa por el centro de la esfera. El ángulo varía entre 0 en el punto de estancamiento hasta 180° en la parte trasera.

Como se observa en la figura anterior la velocidad simétricamente con respecto a la parte media de la esfera: tiene un valor de cero en la parte delantera, después acelera a un máximo en la sección media, y disminuye a cero otra vez en la parte trasera y entonces alcanza su valor original de velocidad al alejarse de la esfera. La parte delantera y trasera son llamados puntos de estancamiento, debido a que la velocidad del fluido es cero ahí. También se nota que la velocidad en otra parte de la superficie de la esfera no es cero, por lo que el fluido ahí es viscoso.

Antes de continuar con el método de solución del modelo conviene explicar brevemente la ecuación de Cahn-Hilliard, así como de mostrar un ejemplo de cómo se puede utilizar esta ecuación en la solución y visualización de problemas de separación de sustancias inmiscibles. Este ejemplo es más simple que el abordado en este trabajo, ya que no considera fuerzas externas como la influencia de un campo eléctrico, tema principal de este estudio. En este ejemplo, solo se considera una separación espontánea de un sistema binario. En las siguientes imágenes elaboradas con Comsol Multiphysics® se observa la separación de dos sustancias con diferentes densidades y viscosidades, en función del tiempo.

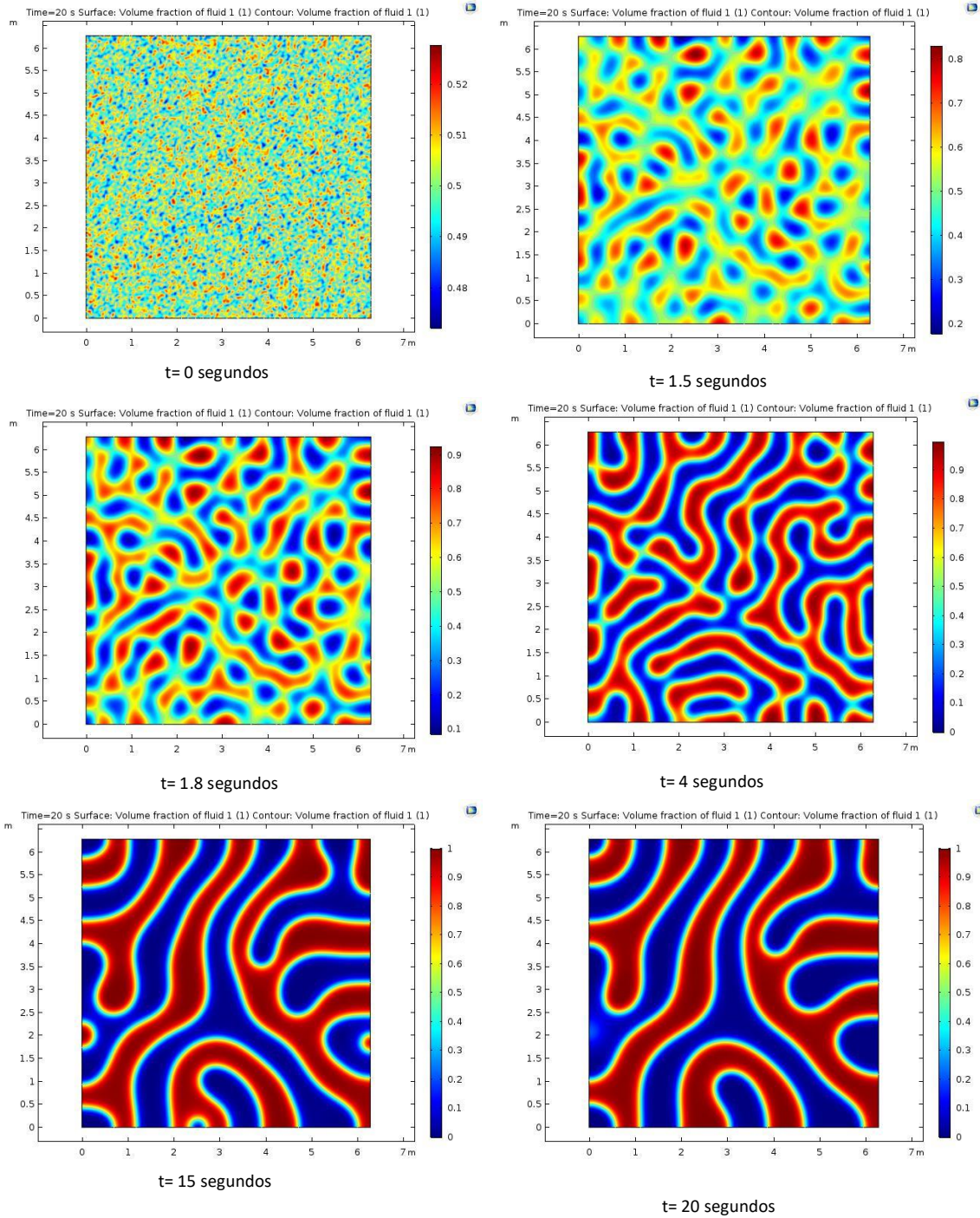


FIGURA 25. Graficas del campo de fase a diferentes tiempos. Los dos fluidos tienden a separarse en distintas fases. El color azul representa $\phi = -1$, el rojo representa $\phi = 1$ y el verde representa $\phi = 0$ [COMSOL Multiphysics 5. 3a

Como se observa en la FIGURA 25, las dos fases se al principio están dispersas. Esto se observa porque presentan una coloración variada de puntos. Conforme avanza el tiempo se van uniendo las partículas que son semejantes entre sí. Finalmente se separan en dos fases, donde una tiene un color rojo y la otra azul. En la frontera que separan las dos fases se observa una coloración verde, lo que representa la interfase que separa ambos líquidos en un lapso de 20 segundos.

En este caso la ecuación de Cahn-Hilliard tiene la forma siguiente:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \nabla \cdot \frac{\gamma \lambda}{\epsilon^2} \nabla \Psi. \quad (41)$$

Donde al igual que en el caso de este trabajo Φ es la variable adimensional “ajustada” en cada fase, la diferencia con este modelo es la ausencia del término convectivo debido a la ausencia de flujo del fluido y que este modelo adiciona λ y γ , los cuales son la densidad de energía de mezclado y la movilidad de las fases, respectivamente.

Como se observa en la FIGURA 25, la cual se obtuvo simulando el proceso de separación espontáneo de una mezcla genérica de aceite y agua, en un tiempo $t=0$, las dos fases están completamente dispersas. Esto se puede inferir ya que los puntos de diferente color en la figura no tienen un orden definido. Conforme avanza el tiempo, a $t = 1.5$ y 1.8 segundos, se observa que los colores se van acomodando en partículas rojas y azules, lo que indica que las fases tienen un mayor grado de separación. Finalmente, a tiempos mayores las fases ya están separadas por medio de una interfase verde entre éstas.

Esta novedosa discretización semi-implícita es simple pero efectiva dado que elimina las restricciones de estabilidad debido a la no linealidad de la ecuación modificada de Cahn-Hilliard con un “costo” computacional de un esquema explícito.

El método de “ajuste de nivel” es una de las técnicas más eficientes para resolver sistemas de mallado. Este método fue desarrollado por Osher y Shethon [Osher, 1988], para trazar el movimiento de la interfase de una malla euleriana y es particularmente útil para problemas en los cuales la topología o forma de la interfase evoluciona con el tiempo.

El método emplea el concepto de usar una “función de distancia de signo ϕ ”, la cual tiene un valor de cero en la interfase llamada el “ajuste de nivel cero”. Esta variable ϕ tiene valor positivo en un lado y negativo en el otro, los cuales se distinguen por dos diferentes fases, esto se muestra conceptualmente en la FIGURA 26.

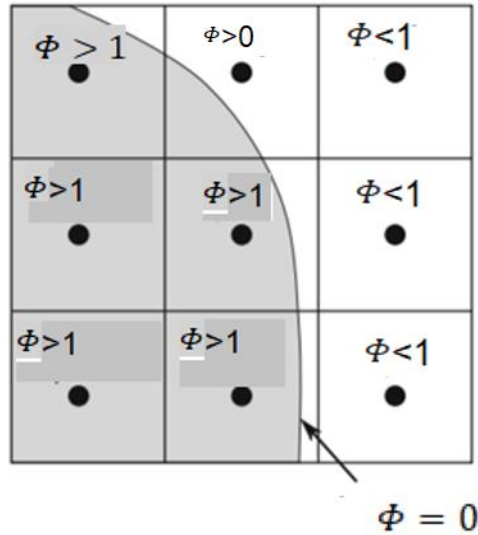


FIGURA 26. Representación de la función de ajuste de nivel [Ghazian, 2014]

En una analogía con este trabajo, el valor de $\phi < 0$ corresponde a la zona continua del aceite, un valor de $\phi = 0$ corresponde a la interfase agua-aceite y $\phi > 0$ se ubica en la gota de agua.

La ecuación de ajuste de nivel y la que resuelve el sistema de estudio, obteniendo los valores de ϕ , es la siguiente:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi \vec{v}) = 0. \quad (42)$$

Considerando que el fluido en el sistema es “incompresible”, $\nabla \cdot \vec{v} = 0$, se puede escribir como:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \phi = 0. \quad (43)$$

Para mantener la función de nivel ajustada se necesita la función de distancia de signo, por lo que se requiere un proceso de reiniciación. Sin embargo, en muchas aplicaciones la función ajustada de nivel cero se puede “distorsionar”, debido a inexactitudes numéricas. Lo anterior se puede deber a que el gradiente en los alrededores de la interfase es muy grande o pequeño. Por esta razón, se utiliza una mejora en el método de reiniciación.

Una desventaja de este método es el problema de la conservación de masa. Olsson [Olsson, 2007] reduce los errores de conservación de masa reemplazando la función de distancia con una función tangente hiperbólica. Otras investigaciones reducen la pérdida de masa del método de ajuste de nivel acoplado otro método con una adecuada propiedad de conservación de masa.

Otra aproximación es utilizando el método de ajuste de nivel conservativo, el cual es una técnica implementada en el software comercial de elemento finito, en Comsol Multiphysics®.

2.18. Método de ajuste de nivel (LSM) conservativo

El método original LSM puede ser modificado para mejorar la conservación de masa, introduciendo una función de Heaviside. La función de ajuste de nivel en este método tiene un valor de -1 en un fluido y 1 en el otro. A través de la interfase, hay una ligera transición entre estos valores. La interfase está definida por un valor calculado para la variable Φ . Los resultados de Olsson [Olsson, 2005] muestran una mejora significativa en las propiedades de conservación de masa utilizando este método.

En Comsol Multiphysics®, el movimiento de la interfase está descrito por una combinación simple de la ECUACIÓN DE CONVECCIÓN-REINICIACIÓN:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \Phi = \gamma \nabla \cdot (\varepsilon \cdot \nabla \Phi - \Phi(1 - \Phi)) \frac{\nabla \Phi}{|\nabla \Phi|} \quad (44)$$

En la mayoría de los métodos de LSM la parte derecha es cero, mientras en el método de Olsson y sus colegas el lado derecho es necesario para mantener el espesor de la interfase finita y además de brindar una estabilidad numérica.

Entonces los términos del lado izquierdo dan una corrección del movimiento de la interfase, mientras que los de la derecha son necesarios para la estabilidad numérica.

El parámetro ε determina el espesor de la región donde Φ varía suavemente desde -1 a 1, y es típicamente del mismo orden del tamaño de la malla, h , dentro del dominio.

El parámetro γ determina la cantidad de reiniciación o estabilización de la función de ajuste de nivel. Este valor debe ser ajustado para cada problema específico. Si γ es muy grande, la interfase se puede mover incorrectamente. Un valor adecuado para γ es la máxima magnitud del campo de velocidad \vec{v} .

En Comsol Multiphysics®, se estudió el tipo “transitorio con reiniciación”, el cual es usado para modelar la variable de ajuste de nivel que es primero iniciada, de manera que varía de -1 en el seno de una fase hasta 0 en la interfase.

En el caso del sistema de estudio de este proyecto, es igual a -1 en la gota de agua y 1 fuera de esta gota y se varía suavemente en la interfase difusa con cierto espesor. Para esta condición, dos pasos del método se llevan a cabo, “Inicialización de fase” y “Dependencia del tiempo”. El primer paso corresponde a la inicialización de fase y resuelve para la distancia con la interfase inicial, D_{wi} . La dependencia del tiempo entonces usa la condición inicial para la FUNCIÓN DE AJUSTE DE NIVEL según la siguiente expresión:

$$\Phi_0 = \frac{1}{1 + e^{-D_{wi}/\varepsilon}} \quad (45)$$

En un dominio inicial fuera de la interfase, y

$$\Phi_0 = \frac{1}{1 + e^{D_{wi}/\varepsilon}} \quad (46)$$

En el dominio inicial dentro de la interfase. Aquí, “dentro” se refiere donde $\Phi < 0$ y “fuera” se refiere a un dominio donde $\Phi > 0$.

La función de ajuste de nivel puede ser escogida como una función de distancia con signo desde la interfase. Esto significa que la distancia más pequeña entre un punto dado en el mismo dominio y la interfase es,

$$|\Phi(r)| = d(r) = \min(|r - r_i|). \quad (47)$$

La función de ajuste de nivel es positiva en un lado de la interfase, $\Phi(r) > 0$. Para representar la densidad y la viscosidad en las dos fases se utiliza la FUNCIÓN DE HEAVISIDE.

$$H(\phi) = \begin{cases} 0, & \phi < 0 \\ 1, & \phi > 0 \end{cases}. \quad (48)$$

En simulación numérica, el salto abrupto en el campo debido a la ecuación anterior causaría inestabilidades en un método de elemento finito. Por lo tanto, se utiliza la función de Heaviside en su lugar, concretamente es:

$$H_{sm}(\phi) = \begin{cases} 0, & \phi < \varepsilon \\ \frac{1}{2} + \frac{\phi}{2\varepsilon} + \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi\phi}{\varepsilon}\right), & \\ 1, & \phi > \varepsilon. \end{cases} \quad (49)$$

Donde:

$$-\varepsilon \leq \phi \leq \varepsilon$$

En la ecuación anterior, ε corresponde a la mitad del espesor de la interfase. El espesor de la interfase deberá depender del tamaño de cuadrícula en la malla, tal que sea suficiente para poder resolverlo. Se puede definir ahora una nueva función de ajuste de nivel:

$$\bar{\Phi}(r) = H_{sm}(\Phi(r)). \quad (50)$$

La función de ajuste de nivel anterior tiene la ventaja de que es sencilla para representar la densidad y la viscosidad en las dos diferentes fases. Simplemente define un campo escalar que usa la función de ajuste de nivel para distinguir entre las fases.

En adición a las variables de flujo, la variable de ajuste de nivel ϕ es también resuelta por el modelo. Un paso adicional es requerido para inicializar ϕ , con el fin de asegurar una distribución inicial “suave” de la variable de ajuste de nivel antes de que la dependencia del tiempo computacional sea iniciada.

La variable de ajuste debe tener una transición suave a través de un espesor finito desde una fase a otra. Para este propósito, se utiliza un paso adicional llamado “Inicialización transitoria”, predefinida en Comsol Multiphysics®. Durante este paso se resuelve el caso estacionario de la ecuación de ajuste de nivel del fenómeno de convección-reinicialización, esta es la ECUACIÓN 51:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \Phi = \gamma \nabla \cdot (\varepsilon \cdot \nabla \Phi - \Phi(1 - \Phi) \frac{\nabla \Phi}{|\nabla \Phi|}). \quad (51)$$

2.19. Modelado de la fuerza de tensión superficial

Para medir la tensión superficial, se necesitan dos importantes parámetros geométricos, nombrados: la interfase local normal \vec{n} y la curvatura κ . Lo anterior debido a la presencia de la interfase y a la propia curvatura de las gotas de agua simuladas. La normal unitaria a la interfase está dada por:

$$\vec{n} = \frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|} \Big|_{\phi=0}. \quad (52)$$

La curvatura está definida como:

$$\kappa = -\nabla \cdot \vec{n} \Big|_{\phi=0}. \quad (53)$$

Tanto la curvatura como la fuerza normal requieren ser evaluadas dadas su cercanía con la interfase, en valores cercanos a $\phi = 0$, donde hay variaciones en la superficie de la gota de agua. Esto se puede observar en la FIGURA 27.

La tensión superficial puede ser calculada como la divergencia del tensor de presión capilar \vec{T} .

$$F_{st} = \nabla \cdot \vec{T}. \quad (54)$$

$$\vec{T} = \nabla \cdot (\sigma(\vec{I} - \vec{n}\vec{n}^T)\delta). \quad (55)$$

Donde \vec{n} es la normal de la interfase, δ es una función suave de la delta de Dirac centrada en el contorno de 0 en ϕ y σ es el coeficiente de tensión superficial.

$$\delta = 6|\nabla\phi|[\phi(1-\phi)]. \quad (56)$$

Es de gran importancia mantener la interfase lo más delgada posible y su espesor constante para una mejor aproximación. Por otro lado, la interfase también debe mantenerse lo suficientemente ancha para evitar transiciones abruptas.

El algoritmo del “Ajuste de nivel del flujo interfacial entre dos fases” en Comsol Multiphysics® resuelve simultáneamente las ecuaciones convección - reiniciación con las ecuaciones gobernantes de flujo. Este permite el cómputo dependiente del tiempo del flujo laminar en el que intervienen dos fases, las cuales son inmiscibles, con una clara definición de ambas fases y la interfase entre ellas.

2.20. Aproximación teórica y experimental de la tensión superficial

Con el fin de poder elaborar una comparación entre los experimentos realizados en este trabajo y lo que indica la teoría, se realizó una aproximación entre ambas. Esta consiste en definir un sistema con dos fluidos inmiscibles, como lo son el agua y aceite. A cada fase le corresponde un valor de $\phi = \pm 1$, cada uno con su respectiva densidad y viscosidad. En la siguiente figura se observan los fluidos confinados.

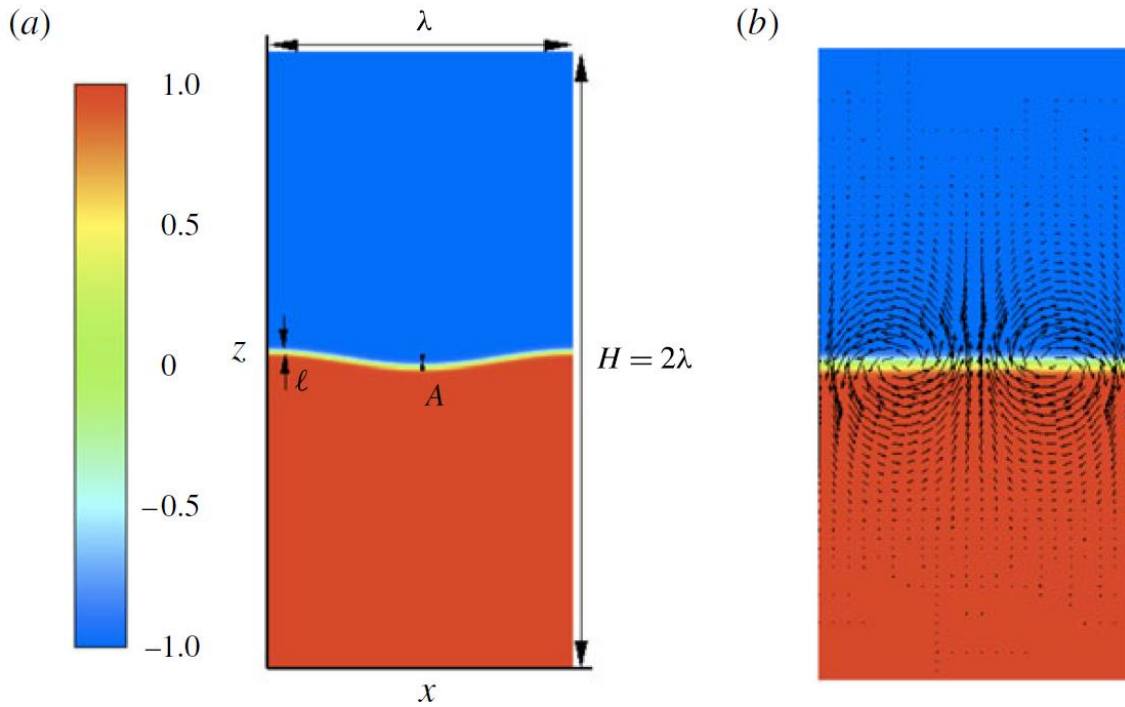


Figura 27. (a) Esquema del sistema, una onda capilar con una longitud λ y amplitud A se mueve en la interfase con espesor ℓ . El color rojo y el azul denota los dos fluidos puros donde $\phi = 1, -1$, respectivamente. El inciso (b) representa una visualización del campo de velocidad en un tiempo $t/2\pi = .026 s$ producido por una energía cinética máxima del fluido cuando la interfase es plana.

Los dos fluidos de la figura anterior están contenidos entre dos paredes planas y paralelas en $z = -H/2$ y $z = H/2$ donde la condición de adherencia se debe a la velocidad aplicada. Una condición de frontera establecida en el sistema indica que no hay flux a través de las paredes que contiene a los fluidos, se destaca que el campo de velocidad disminuye conforme se aleja de la interfase.

También se supone que el ángulo de contacto de equilibrio θ_e , entre la interfase y los dos fluidos es de 90° , lo que implica que el potencial en la pared o la tensión superficial es:

$$f_w = \frac{(\sigma_{w1} + \sigma_{w2})}{2}. \quad (57)$$

Donde $\sigma_{w1,2}$ es la tensión superficial entre cualquiera de las fases y el sólido. De esta manera se puede establecer una relación entre la velocidad aplicada entre los fluidos y su efecto en la tensión superficial de los fluidos por medio del ángulo que forman la interfase y el sólido que los contenga.

En la siguiente figura se muestra una ilustración de la coalescencia de gotas de agua con flujo del medio continuo [Magaletti, 2012]. La configuración sucesiva de las gotas que se muestra se realizó utilizando; $Cn = 0.1, H/a = 5$ y $M^* = 0.01$. El proceso de coalescencia inicia en $t = 0.5 s$ (segundo cuadro de la parte de arriba), donde el tiempo es adimensional con respecto a $a/U = \sqrt{\rho a^3 / \sigma}$, y se completa en $t = 1.5$, el cual corresponde al tercer cuadro superior, en ese momento se forma una curvatura por arriba y debajo en la interfase de la nueva gota en formación. El esfuerzo superficial distribuido provoca que el fluido internamente empuje la superficie hacia arriba y abajo, es decir, se alinea en dirección y. De esta manera la gota adquiere una forma elipsoidal.

La curvatura más grande induce una presión que detiene el movimiento de la gota y se opone a la oscilación. La máxima energía cinética se alcanza a la mitad del periodo de oscilación. A lo largo del proceso, el esfuerzo viscoso mantiene la disipación de la energía del sistema, hasta que se alcanza el estado estacionario con la formación de la gota circular.

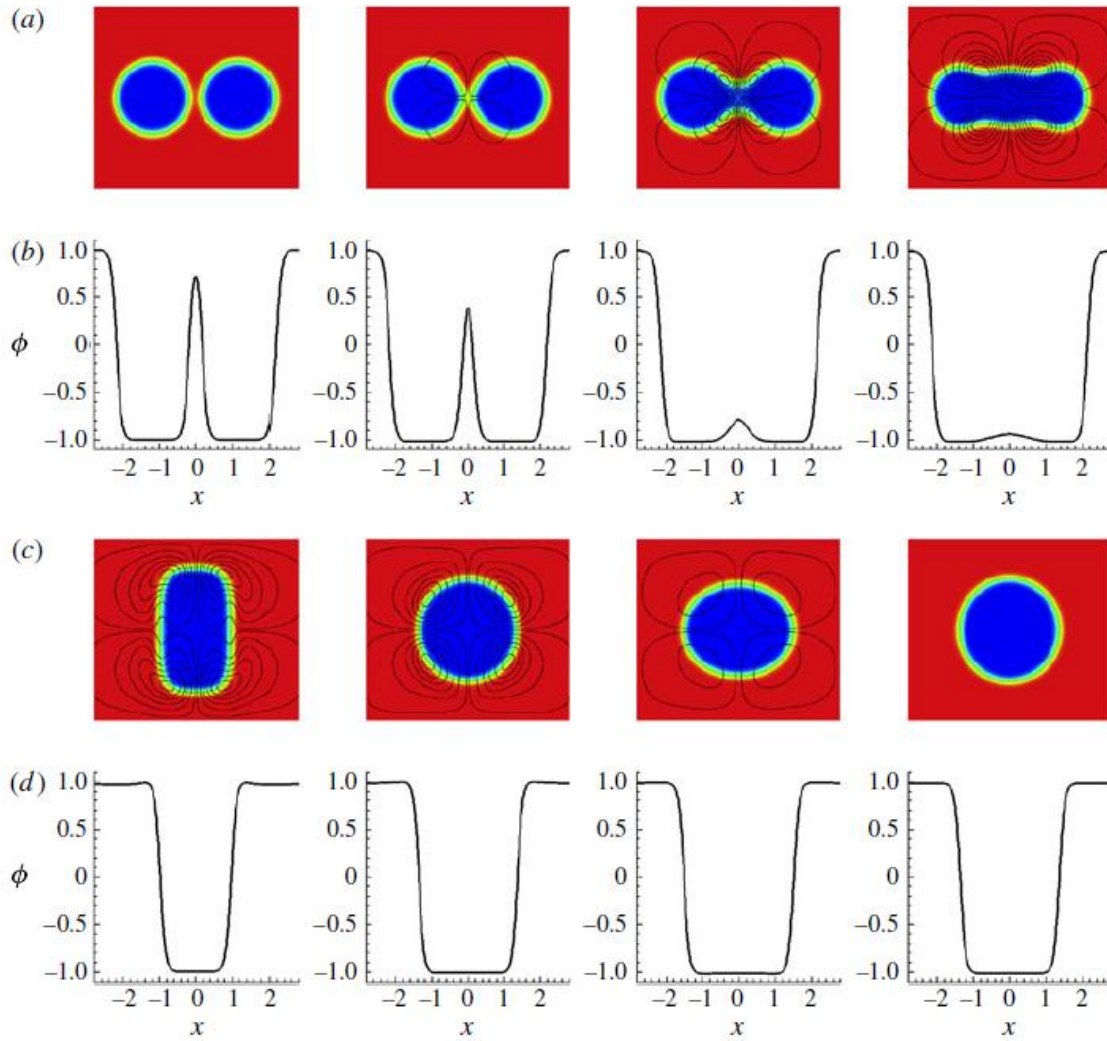


Figura 28. Coalescencia dinámica de las gotas con una correcta movilidad. La imagen muestra el campo de fase y las líneas de corriente (el tiempo se incrementa de izquierda a derecha y de arriba abajo), y el campo de fase se grafica con x en $y=0$ a su respectivo instante de tiempo (b, d).

Las curvas en la FIGURA 28 (b, d) muestra el perfil de la fase a lo largo del eje x , en la línea simétrica del sistema. Si se observa el cuarto panel del segundo renglón la topología ha cambiado sustancialmente, con el perfil de la fase uniforme dentro de la gota formada.

Cuando la fase de campo interna de la gota está en equilibrio (perfil de una tangente hiperbólica), la energía libre del sistema está dada por la tensión superficial debida al área superficial a un determinado tiempo. Esta energía libre en equilibrio es estimada asumiendo que el volumen de la gota final es igual a la suma de las gotas separadas inicialmente. Tomando el radio inicial como a_i como referencia de la longitud de escala, el radio adimensional de la gota final es: $a_f^* = a_f/a_i = \sqrt{2}$, y provee el limite de la forma interfacial de la energía libre de equilibrio como:

$$F_{eq} = 2\pi a_f^* \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \right). \quad (58)$$

La proporcionalidad entre la energía libre y la superficie de la gota permite ligar la historia temporal de la energía libre con las figuras del proceso mostradas anteriormente.

2.21. Cálculo de la tensión superficial

El cálculo de la tensión superficial se realizó de forma dinámica, debido a que la interfase difusiva no se encuentra en equilibrio durante la deformación de las gotas. La obtención del valor de la tensión interfacial se obtuvo relacionándola con la ecuación de energía de mezclado difusiva del sistema.

Se considera al sistema agua- aceite con comportamiento newtoniano, los cuales están en contacto uno con otro y además con una superficie sólida, como la mostrada en la siguiente figura:

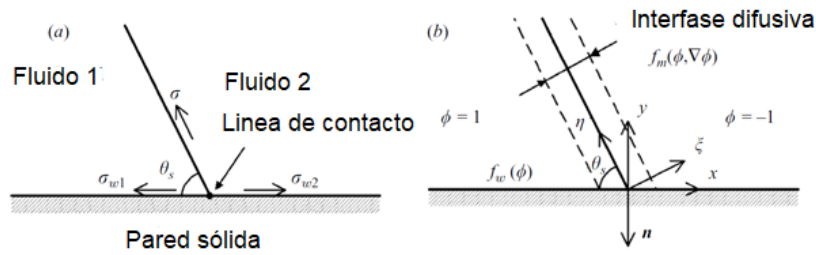


Figura 29. Líneas de contacto vistas en a) Interfase ampliada b) Difusión interfacial: \vec{n} es la normal dirigida a la pared y ξ es la normal a la interfase

Se introdujo una “concentración” escalada ϕ , tal que en los dos fluidos tiene el valor $\phi = \pm 1$ y la interfase agua- aceite está dada por $\phi = 0$. En equilibrio la tensión interfacial de la mezcla está dada por:

$$\sigma = \frac{2\sqrt{2}}{3} \frac{\lambda}{\varepsilon}. \quad (59)$$

La energía de la pared está alejada de la línea de contacto, $f_w(\pm 1)$ da las tensiones interfaciales solido-fluido σ_{w1} y σ_{w2} para los dos líquidos, los cuales determinan el ángulo de contacto θ_s a través de la ecuación de Young:

$$\sigma_{w1} - \sigma_{w2} = \sigma \cos \theta_s. \quad (60)$$

2.22. Método de Elemento Finito (MEF)

En este método se utiliza una aproximación indirecta de la solución buscada que satisfaga algunas condiciones, las cuales son encontradas de forma simultánea con el problema original. La solución obtenida de esta manera es conocida como “débil” (lo que, aunque su nombre lo indique, no es incorrecta) [Ghazian, 2014].

El concepto básico del MEF es la subdivisión del dominio computacional en elementos de una forma y tamaño arbitrarios. El dominio del cálculo compuesto de una fase continua $\Omega_1(t)$ y la fase de la gota $\Omega_2(t)$ es discretizada usando los elementos apropiados. Las formas de $\Omega_1(t)$ y $\Omega_2(t)$ cambian con el tiempo, siguiendo la deformación de la interfase.

El MEF es una técnica para obtener una aproximación numérica a alguna función desconocida $u(x)$. La FUNCIÓN EXACTA es aproximada formando la expansión [Ghazian, 2014].:

$$u(x) \approx \tilde{u}(x) = \sum_{j=1}^n u_j b_j(x). \quad (61)$$

Donde $b_j(x)$ son conocidas como funciones básicas (por ejemplo, senoidales o polinomiales) y u_j son coeficientes escalares. Los polinomiales son populares debido a que son funciones simples de manipular matemáticamente. El objetivo de tratar de encontrar la función exacta $u(x)$ en un espacio dimensional infinito es entonces, reducir el cálculo a n valores discretos que produzcan la mejor aproximación de la solución.

La precisión de la aproximación depende de la forma en que son escogidas las funciones básicas $b_j(x)$, y el número de términos usados en la expansión. En general, como:

$$n \rightarrow \infty, \tilde{u}(x) \rightarrow u(x). \quad (62)$$

En general, hay dos maneras para derivar las formulaciones integrales para problemas en continuo: el principio variacional y el Método de los residuos ponderados (MRP). Un principio variacional significa que el problema físico se puede expresar por el extremo de una funcional. A través de muchos problemas físicos se puede describir las ecuaciones variacionales (por ejemplo, el flujo), esto no garantiza encontrar el principio variacional para todos los problemas (por ejemplo, para el flujo gobernado por las ecuaciones de Navier-Stokes). Por otro lado, la construcción de una formulación integral equivalente, por ejemplo, una débil formulación de las ecuaciones diferenciales gobernantes, basados en MRP son siempre equivalentes [Ghazian, 2014].

En algunos casos la condición de frontera natural es adecuada y no se requiere alguna acción adicional. Las condiciones de frontera naturales son aquellas que automáticamente serán satisfechas después de resolver el problema. Si la condición de frontera no es adecuada, es posible modificar la funcional (forma variacional) para cambiar esto.

Las bases del Elemento Finito son construidas implícitamente de una manera de elemento por elemento en términos de las funciones de forma. Un alto orden de las funciones de forma provee una convergencia más rápida de la solución, pero introduce otras dificultades. Primero de todo, la programación de la implementación del elemento finito es más compleja, especialmente cuando la adaptación de la malla es usada [Ghazian, 2014].

En segundo lugar, el espaciamiento de la malla de la matriz resultante se incrementa debido a un mayor número de nodos interconectados, haciendo más lento el proceso de resolución de la matriz. En tercer lugar, el tiempo de ensamblado de la matriz se incrementa debido a un aumento de los puntos de la cuadratura Gaussiana, debido a la necesidad para evaluar exactamente las integrales.

La única restricción para la subdivisión del dominio computacional dentro de los elementos es que el elemento puede no superponerse y que tienen que cubrir el dominio computacional completo. El tipo de elemento que es más apropiado para un problema en particular depende de varios factores, tales como la geometría del dominio, exactitud requerida, costo computacional, etc. La malla y los pasos de solución son usualmente llevados a cabo automáticamente usando una configuración estándar, las cuales son cambiadas para cada problema de flujo interfacial [Ghazian, 2014].

El generador de la malla discretiza los dominios en conjuntos de elementos cuyas geometrías en 2D forman triángulos o cuadriláteros. Si la frontera es curva, estos elementos representan solamente una aproximación de la geometría original. En geometrías en 3D, el dominio se puede discretizar en tetraedros, hexaedros, prismas, o elementos de malla piramidal en geometrías 3D, como se muestran en la siguiente FIGURA 30.

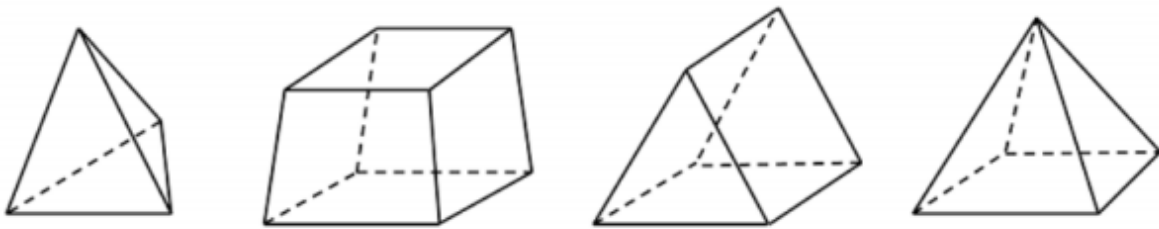


FIGURA 30. Diferentes tipos de elementos en 3D [Ghazian, 2014]

Estos cuatro elementos pueden ser usados, en varias combinaciones, para realizar la malla de cualquier modelo en 3D. Los tetraedros y los triángulos son en términos generales más adecuadas que los cuadriláteros para el mallado de geometrías complejas.

Los elementos tetraédricos son los usados de manera estándar en la mayoría de los problemas en Comsol Multiphysics®. Estos elementos también son conocidos como simples, lo que significa que cualquier volumen en 3D que se busque simular, sin importar la forma o topología, puede ser representado por tetraedros, como los mostrados en la FIGURA 16 (el primero de izquierda a derecha). La primera motivación para usar elementos como “ladrillo” o prisma es que pueden reducir el número de elementos en la malla (en la FIGURA 16, el segundo y tercero de izquierda a derecha), [Grazian, 2014].

Un tetraedro de segundo orden tiene 10 nodos por elemento (cada nodo está representado por un guion entre los lados de la primera imagen en la FIGURA 30). Mientras un ladrillo tiene 27 nodos (corresponden a la suma de los tres puntos acumulados entre los lados de la segunda figura). Esto significa que las matrices individuales elementales son más grandes, y el sistema de matrices correspondiente será más denso, cuando se utiliza un mallado en forma de ladrillo. La memoria (y el tiempo) necesario para calcular una solución

depende del número de grados de libertad a resolver, así como la conectividad promedio de los nodos, y otros factores [Grazian, 2014].

El módulo del fluido incompresible en Comsol Multiphysics® es más general que esto y es capaz de tomar en cuenta las variaciones arbitrarias en la viscosidad y también pequeñas variaciones en la densidad. A continuación, se muestra la TABLA 3 con las ECUACIONES y las CONDICIONES DE FRONTERA aproximadas. Estas están definidas a continuación [Grazian, 2014]:

Tabla 3. Ecuaciones y condiciones de frontera utilizadas en el sistema

TIPO DE FRONTERA	ECUACIÓN
Presión de entrada, sin esfuerzo viscoso	$P = \text{Presión termodinámica}$ $\mu(\nabla\vec{v} + (\nabla\vec{v})^T)\vec{n} = 0$
Sin deslizamiento en la pared	$\vec{v} = 0$
Pared mojada	$\vec{n} \cdot \vec{v} = 0$ $\vec{F}_{fr} = -\frac{\mu}{\beta}\vec{v}$
Presión de salida Sin esfuerzo viscoso	$P = 0$ $\mu(\nabla\vec{v} + (\nabla\vec{v})^T)\vec{n} = 0$
Interfase inicial	$\phi_0 = 0.5$

Una condición de frontera basada en la presión es usada en los dos lados del dominio de la fase continua para prevenir los efectos de la capa limite en el movimiento de las capas.

Una pared mojada es utilizada donde la interfase del fluido se mueve a lo largo de la pared. Dos parámetros definen esta condición: longitud de deslizamiento, el cual está acoplado al tamaño de la malla, y el ángulo de contacto θ .

El método de ajuste de nivel requiere especificación para la distribución inicial de los dos fluidos en el dominio a lo largo de la localización de la interfase de separación.

Las funciones básicas de orden cuadrático son usadas en Comsol Multiphysics® para el método de ajuste de nivel de la variable que proporciona soluciones más suaves que el uso de funciones lineales básicas divididas en partes.

Por conveniencia y simplicidad en la obtención de las simulaciones llevadas a cabo, se utilizó una interfase física prefabricada en los módulos de AC/DC (corriente alterna y directa) en conjunto con la dinámica de fluidos computacionales de Comsol Multiphysics®.

Específicamente, el modelo dialéctrico que consiste en los módulos “Corriente Eléctrica” y “Flujo laminar en dos fases con Ajuste de nivel”.

2.23. Establecimiento del problema

La FIGURA 31 ilustra el modelo utilizado en este trabajo en 3D. Una gota pequeña de líquido es suspendida en otro líquido inmisible y es expuesto a un campo eléctrico paralelo al eje y. El campo es generado por la aplicación de diferentes valores de potencial eléctrico al plano x-z.

El centro de la gota está colocado en medio del cubo rectangular. Los líquidos son asumidos como newtonianos con una densidad ρ constante. En la TABLA 4 se muestran los valores de las propiedades de los líquidos en función de la temperatura, [Fetter, 2004] y [Hermans, 2014].

Tabla 4. Variación de las propiedades de los líquidos en función de la temperatura

Propiedades de los líquidos						
Temperatura (°C)	Densidad del agua (kg/m ³)	Densidad del aceite (kg/m ³)	Viscosidad cinemática del agua (m ² /s)*10 ⁻⁶	Viscosidad cinemática del aceite (m ² /s)	Conductividad del agua (mS /m)	Conductividad del aceite (μS/m)
20	997	974	1.004	223	90.2	54
40	990	959	0.658	50	135	93
60	982	943	0.475	11	160.2	160
80	971	927	0.365	2.5	160.7	274
100	958	911	0.294	0.5	172.1	471
120	943	895	0.153	0.1	176.5	808

De acuerdo con la tabla 4, se observan varias tendencias en la variación de las propiedades del agua y el aceite en función de la temperatura. De manera general, tanto la densidad como la viscosidad de estos líquidos disminuyen al aumentar la temperatura. Mientras que la conductividad de ambos aumenta al incrementar a temperatura.

La interfase que separa los dos fluidos se asume que tiene un coeficiente de tensión interfacial también constante. El tamaño del dominio computacional o sistema analizado se consideró una variable en ese trabajo, por este motivo, este factor cambió dependiendo del caso simulado. En casos reportados en la bibliografía [Ghazian, 2014] se utilizaron 10 veces el radio de la gota de largo y 8 veces el mismo radio de la gota de ancho.

En la etapa inicial, la forma de la gota es asumida esférica, el centro de la gota está localizado en el centro del plano paralelo al capacitor y ambos flujos no se mueven. Esto se observa en la FIGURA 31.

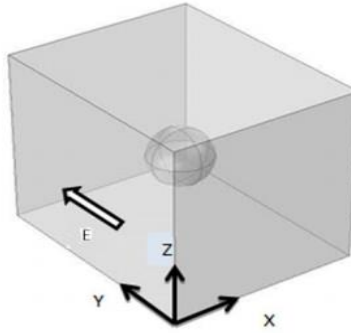


FIGURA 31. Modelo de una gota suspendida en un campo eléctrico [Ghazian, 2014]

Como se observa en la FIGURA 31, la gota dispersa de agua está al principio del proceso, mientras que al iniciar el flujo de aceite y un voltaje aplicado, esta gota se comenzara a mover de manera paralela al eje x.

2.24. Desarrollo de las simulaciones y experimentos

Con el fin de comparar el proceso realizado con el simulador Comsol Multiphysics® y las pruebas llevadas a cabo a nivel laboratorio, se propuso las siguientes características del sistema y los materiales utilizados en este proyecto.

Para conocer la forma es que se lleva a cabo el proceso de coagulación y coalescencia de las gotas de agua dispersas en un medio de aceite, así como el tiempo en que se lleva a cabo este proceso, se procedió a simular el sistema agua en aceite utilizando el manual del proceso llamado: "Separation through electrocoalescence", el cual fue creado por Comsol Multiphysics®, en su versión 5.2a.

En primer lugar, se procedió a construir el sistema de estudio, con ayuda del manual del módulo que acompaña al software. En este trabajo se anexa el manual, así como los pasos seguidos en la construcción del sistema. Cabe señalar que el módulo específico para este proceso no estaba disponible en el sitio web oficial de Comsol Multiphysics®.

El proceso de electrocoalescencia se construyó en primer lugar de manera genérica, lo cual implica que las propiedades de las sustancias y del sistema utilizado en un principio no eran los apropiados para realizar las simulaciones de emulsiones del tipo agua en aceite, en específico a las presentes en el crudo Maya.

Después se adaptó el modelo al sistema de estudio, sustituyendo los valores de las diferentes propiedades físicas de los componentes, tales como: densidad, viscosidad dinámica, conductividad eléctrica, permeabilidad, tamaño de las gotas de agua dispersas en el medio de aceite, temperatura y presión de operación.

A continuación, se procedió a analizar un sistema con características encontradas a nivel laboratorio. Esto con el fin de comprobar que el modelo funcionara de manera correcta antes de realizarlo con las características específicas del crudo Maya y su emulsión formada.

Para llevar a cabo las simulaciones se analizaron 4 tamaños del sistema de electrocoalescencia en 2D: 40, 500, 2000 y 3000 mm de largo y 15, 200, 800 y 1000 mm de altura, así como de diferente radio de las gotas y diferentes valores de voltaje aplicado.

Se propusieron las siguientes series de simulaciones con las características mostradas. Los principales factores para considerar son: tamaño del sistema, tamaño de las gotas dispersas en el medio de aceite, temperatura y potencial eléctrico o voltaje. Estos valores se eligieron con base en la importancia que tienen en el proceso de acuerdo con la bibliografía [Ghazian, 2014].

TABLA 5. Valores de largo y ancho de los sistemas propuestos

Tamaño del sistema		
Numero de sistema	Largo (mm)	Altura (mm)
Sistema 1	40	15
Sistema 2	500	200
Sistema 3	2000	800
Sistema 4	3000	1000

2.25. Diámetro de las gotas

Otra variable para considerar fue la variación del tamaño de las gotas. Los diferentes tamaños se eligieron con base en el tamaño del sistema propuesto. De acuerdo con la teoría, los tamaños de las gotas en las macroemulsiones son de ordenes mayores a los micrómetros, sin embargo, con el fin de tener una mejor visualización del proceso de electrocoalescencia se eligieron del orden de milímetros.

TABLA 6. Tamaño de las gotas de agua simuladas

Radio de las gotas		
Gotas	Radio 1 (mm)	Radio 2 (mm)
Gotas 1	1	2
Gotas 2	1.5	3
Gotas 3	4	4
Gotas 4	10	20
Gotas 5	15	30
Gotas 6	40	40

Los valores del potencial eléctrico se eligieron debido al interés que se tenía en determinar los diferentes tiempos en los que la coalescencia se podía llevar a cabo, utilizando las medidas del sistema, así como los diámetros de las gotas simuladas. Estos valores se muestran a continuación.

TABLA 7. Valores de voltaje aplicado

Voltaje aplicado	Volts
Voltaje 1	500
Voltaje 2	1000
Voltaje 3	1500

Los valores de la TABLA 7 muestran los 3 valores para el voltaje, esta variable es la que se modificó en las simulaciones, estos son 500, 1000 y 1500 Volts.

2.26. Procedimiento experimental a nivel laboratorio

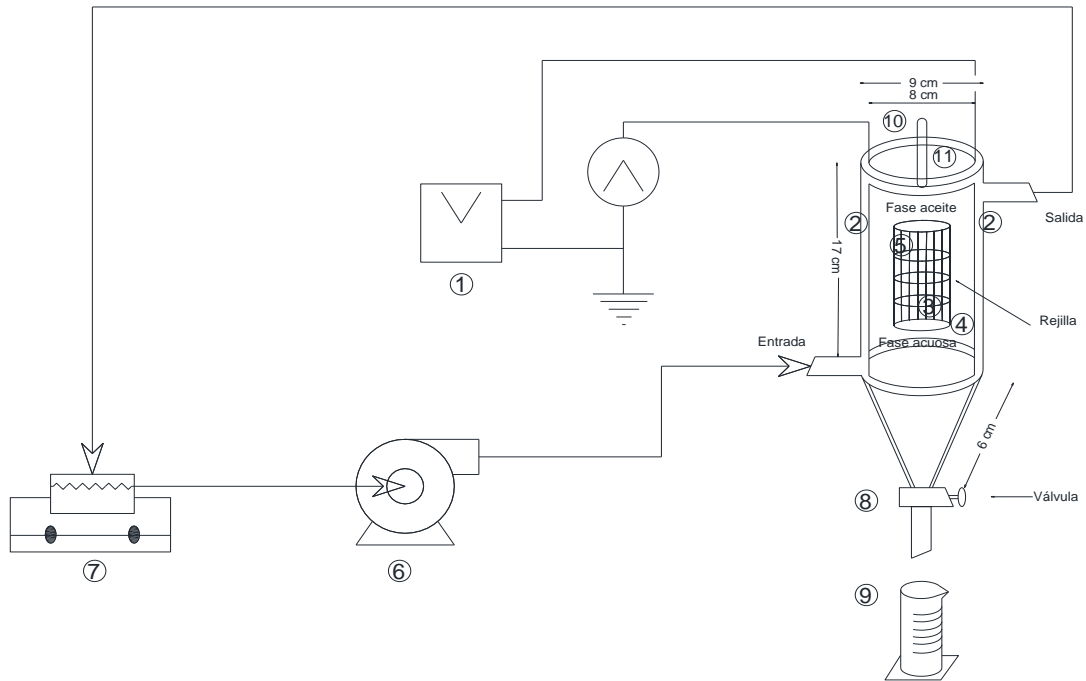
Con el fin de visualizar de mejor manera el proceso de coalescencia de las gotas de agua en la emulsión de aceite, se incluyó junto con las simulaciones una serie de experimentos con el fin de corroborar o ampliar el modelo utilizado.

En las pruebas realizadas en laboratorio se utilizó un sistema sin un flujo continuo, por lo que no se consideró el termino convectivo en la aproximación de la ECUACIÓN DE NAVIER-STOKES. Esto indica que la ecuación para un sistema quedaría de la siguiente manera:

$$\nabla \cdot (-P\vec{I}) + \rho\vec{g} \cdot + \vec{F}_{st} + \vec{F} = 0. \quad (63)$$

Como se observa en la ecuación (45), los términos que restan son los que corresponden a las variaciones de presión, sin embargo, en el sistema experimental se consideró una presión constante, por lo tanto, así lo fue teóricamente. Los efectos de mayor importancia en la separación de las fases corresponden a la fuerza debido a la acción de la fuerza de gravedad, la fuerza inducida por el campo eléctrico y a las fuerzas presentes en la interfase.

Para llevar a cabo la parte experimental se fabricó una celda para la deshidratación de crudo, esta tiene una capacidad de 450 ml y cabe señalar que esta celda fue diseñada en el laboratorio y fabricada en el taller de vidrio de la Facultad de Química de la UNAM. Un esquema de esta celda se muestra a continuación en la FIGURA 32, así como sus accesorios.



Nomenclatura

- 1 Fuente de poder (0 a 3000 Volts)
- 2 Chaqueta de calentamiento
- 3 Electrodo de cobre
- 4 Soporte
- 5 Rejilla
- 6 Bomba de recirculación
- 7 Parrilla de calentamiento
- 8 Válvula
- 9 Colector de agua
- 10 Termómetro
- 11 Tapa

FIGURA 32. Esquema del equipo experimental

Este equipo se conformó de dos rectángulos de cobre de 8 cm de largo, 3 cm de ancho y 1 mm de espesor que sirvieron de electrodos (3). Estos se encontraban soportados en una rejilla con diferentes longitudes de separación, la cual se estuvo variando durante las pruebas, desde 1 hasta 5 cm, con intervalos de 1 cm.

Para suministrar el voltaje se empleó un equipo “Electrophoresis Power Supply EC300XL” (1). La salida del voltaje de esta fuente estaba en el intervalo de 0 a 3000 Volts en corriente alterna, cada terminal de esta fuente se conectó a los electrodos de cobre, mediante cables que podían resistir hasta 5000 V. los cables se conectaron a los electrodos mediante caimanes eléctricos (8). Los electrodos se ubicaron en la rejilla que sirvió como soporte, con el objetivo de mantener rígidos los electrodos. (5).

Para controlar la temperatura se adaptó una chaqueta (2) con un espacio anular de 1 cm conectada a una parrilla con termostato para mantener la temperatura constante (7). El termómetro que permitió observar la temperatura (10), estuvo sujeto a la celda a través de la tapa (11).

Como medio de calentamiento se recirculó agua mediante una bomba (6) marca “Cole-Parmer modelo 7518-10”, la cual se ajustó a un flujo de 150 cm³/min. El agua se calentó mediante una parrilla con agitación (6) marca “Termolyne modelo 10258”, con un intervalo de temperatura de 0 a 300°C.

Para controlar el nivel de la fase acuosa se adaptó una válvula (8) operada manualmente. La cantidad de agua eliminada se colectó en una probeta (9). En esta probeta (9) se midió la cantidad de agua separada al final del proceso en cada caso, esto permitió calcular la eficiencia de las pruebas experimentales reportadas.

La capacidad aproximada del equipo es de 450 ml, sin embargo, sólo se utilizaron 300 ml para todas las muestras experimentales, esto debido a que la rejilla podía desplazar la emulsión hacia afuera de la celda. Al concluir cada experimento se determinó la cantidad de agua salobre separada del crudo debido a la fuerza eléctrica. Este equipo se construyó en el taller de vidrio de la Facultad de Química.

En la FIGURA 33 se muestra una fotografía del equipo utilizado, fotografía que se tomó antes de iniciar el desarrollo experimental.

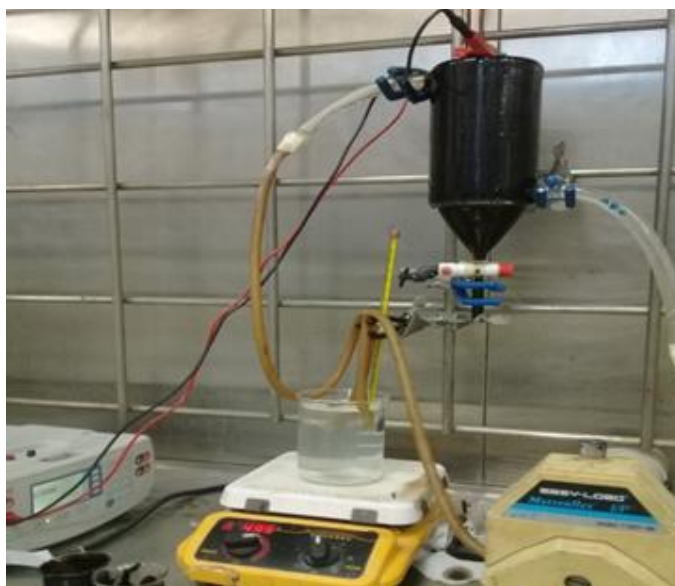


FIGURA 33. Fotografía del equipo experimental

La fotografía del equipo experimental fue tomada durante la realización de las pruebas de deshidratación, en la imagen se muestran las partes esenciales del equipo, esto es, bomba, celda de deshidratación con crudo, parrilla de calentamiento y de agitación, además del sistema de electroforesis, el cual produjo el potencial eléctrico, a través de los electrodos.

Capítulo 3. Resultados

3.1. Resultados

Después de llevar a cabo la simulación de los sistemas propuestos, se procedió a recopilar la información obtenida. La variable que se registró como resultado o respuesta de las simulaciones fue el tiempo en el que se consideró que las gotas lograban la coalescencia. El tiempo de coalescencia se muestra en las tablas de resultados de esta sección.

Se elaboraron 3 casos de prueba donde las condiciones utilizadas son inusuales en un desalador, esto con el fin de conocer la flexibilidad del método de simulación utilizado, lo que permitió analizar cómo se puede llevar a cabo el proceso de electrocoalescencia sin flujo ni el voltaje aplicado. Los resultados de estos casos de prueba se muestran en el APÉNDICE 2. A continuación, se describen los casos de estudio elaborados en este trabajo, así como los resultados obtenidos.

3.2. Resultados de los casos simulados

Después de llevar a cabo las simulaciones propuestas se procedió a reportar los resultados obtenidos. En las siguientes tablas se muestran las características de los diversos casos estudiados.

3.2.1. Caso 1

Se comienza mostrando el caso 1, donde en la tabla siguiente se muestran las características, unidades y magnitudes utilizadas.

TABLA 8. Características del caso 1

Caso 1		
Características	Unidad	Magnitud
Alto	(mm)	15
Largo	(mm)	40
Radio de las gotas	(mm)	2, 1
Temperatura	(°C)	50, 75 y 100
Voltaje	(Volts)	500, 1000 y 1500
Velocidad de flujo	(mm/s)	10, 25 y 50

En la TABLA 8 se muestran las características, unidades y magnitudes de las variables del caso simulado 1, Se puede señalar que este sistema es el más pequeño utilizado. Como se observa en la TABLA 8, hay propiedades como; el radio de las gotas, temperatura, voltaje y velocidad de flujo que tienen más de una magnitud. Lo que significa que en este caso y los demás, se realizaron combinaciones de estas variables de acuerdo con el diseño de las simulaciones y experimentos planeados. Por ejemplo, en los resultados mostrados en la TABLA 9, la primera simulación se realizó a 50°C, v = 500 Volts y tres distintas magnitudes de flujo: 10, 25 y 50 mm/s. Este flujo corresponde al movimiento del aceite a través del canal, en donde también se encuentran las gotas dispersas que coalescen.

En la siguiente tabla se reporta el tiempo que tardan unirse las gotas en el caso 1.

TABLA 9. Tiempo de coalescencia del caso 1

Caso 1			
Temperatura (°C)			
Características	50	75	100
Velocidad (mm/s)	Voltaje (Volts)		
	500	1000	1500
10	0.30	0.20	0.17
25	0.24	0.14	0.12
50	0.16	0.10	0.08

La TABLA 9 muestra los tiempos que se registraron en las simulaciones (negritas con fondo verde) a las diferentes condiciones del sistema propuesto. Por ejemplo, utilizando una temperatura de 50°C, velocidad de 10 mm/s y un voltaje de 500 Volts se registró un tiempo de coalescencia de 0.3 segundos.

Para ejemplificar el tiempo que se consideró en el cual las gotas coalescen, se muestran las SIGUIENTES FIGURAS, de cómo es que se observan las gotas en este lapso considerado. Estas figuras corresponden a las fracciones del volumen en cada fase, para voltaje de 1000 volts y velocidades de 10, 25 y 50 mm/s.

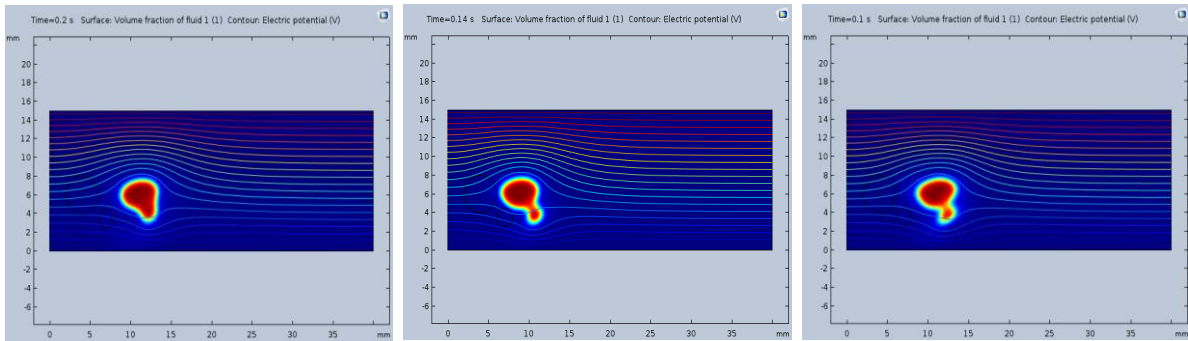


FIGURA 34. Imágenes de la comparación de tiempo de coalescencia a diferentes velocidades para el caso 1

Los resultados de las simulaciones de los casos 2 a 9 sólo muestran las características y las tablas de tiempo en cada caso. Los gráficos donde se visualiza la coalescencia se muestran en el análisis de resultados.

3.2.2. Caso 2

En la TABLA 10 se muestran las características, unidades y magnitudes utilizadas en el caso 2.

TABLA 10. - Características del caso 2

Caso 2		
Características	Unidad	Magnitud
Alto	(mm)	15
Largo	(mm)	40
Radio de las gotas	(mm)	3, 1.5
Temperatura	(°C)	50, 75 y 100
Voltaje	(Volts)	500, 1000 y 1500
Velocidad de flujo	(mm/s)	10, 25 y 50

En este caso solo se modificó el tamaño de las gotas utilizadas. Siendo la mayor de 3 mm y la menor de 1.5 mm. En la TABLA 11 se muestran los tiempos de coalescencia con estas condiciones para el primer sistema.

TABLA 11. Tiempo de coalescencia del caso 2

Caso 2			
Temperatura (°C)			
Velocidad (mm/s)	50	75	100
	Voltaje (Volts)		
	500	1000	1500
10	0.44	0.40	0.36
25	0.26	0.22	0.20
50	0.18	0.17	0.15

La TABLA 11 muestra los tiempos (negritas) que se registraron en las simulaciones (negritas con fondo verde) a las diferentes condiciones del sistema propuesto.

3.2.3. Caso 3

Se utilizó el mismo tamaño del sistema de los casos 1 y 2 (15 mm de largo y 40 mm de ancho) pero se modificó el tamaño de las gotas, se utilizaron 4 mm de radio para ambas gotas. A continuación, se muestran las características utilizadas y los resultados obtenidos.

TABLA 12. Características del caso 3

Caso 3		
Características	Unidad	Magnitud
Alto	(mm)	15
Largo	(mm)	40
Radio de las gotas	(mm)	4, 4
Temperatura	(°C)	50, 75 y 100
Voltaje	(Volts)	500, 1000 y 1500
Velocidad de flujo	(mm/s)	10, 25 y 50

En este caso solo se modificó el tamaño de las gotas utilizadas. Ambas de 4 mm cada una de radio. En la TABLA 13 se muestran los tiempos de coalescencia con estas condiciones para el primer sistema.

TABLA 13. Tiempo de coalescencia del caso 3

Caso 3			
Temperatura (°C)			
Velocidad (mm/s)	50	75	100
	Voltaje (Volts)		
	500	1000	1500
10	0.36	0.32	0.28
25	0.28	0.24	0.20
50	0.18	0.12	0.10

La TABLA 13 muestra los tiempos que se registraron en las simulaciones (negritas con fondo verde) a las diferentes condiciones del sistema propuesto para el caso 3.

3.2.4. Caso 4

En la TABLA 14 se muestran las características del sistema utilizado y en la TABLA 15 los tiempos de coalescencia resultantes.

TABLA 14. Características del caso 4

Caso 4		
Características	Unidad	Magnitud
Alto	(mm)	200
Largo	(mm)	500
Radio de las gotas	(mm)	20,10
Temperatura	(°C)	20, 50 y 100
Voltaje	(Volts)	50, 75 y 100
Velocidad de flujo	(mm/s)	10, 25 y 50

En este caso se modificó el tamaño de las gotas utilizadas. Una es de 20 y la otra de 10 mm de radio, respectivamente. En la TABLA 15 se muestran los tiempos de coalescencia con estas condiciones para este sistema.

TABLA 15. Tiempo de coalescencia del caso 4

Caso 4			
Temperatura (°C)			
Velocidad (mm/s)	50	75	100
	Voltaje (Volts)		
	500	1000	1500
10	3.70	3.50	3.30
25	3.10	2.80	2.80
50	2.90	2.80	2.80

La TABLA 15 muestra los tiempos que se registraron en las simulaciones (negritas con fondo verde) a las diferentes condiciones del sistema propuesto para el caso 4

3.2.5. Caso 5

En la TABLA 16 se muestran las características del sistema utilizado y en la TABLA 17 los tiempos de coalescencia resultantes.

Tabla 16. Características del caso 5

Caso 5		
Características	Unidad	Magnitud
Alto	(mm)	200
Largo	(mm)	500
Radio de las gotas	(mm)	30,15
Temperatura	(°C)	20, 50 y 100
Voltaje	(Volts)	50, 75 y 100
Velocidad de flujo	(mm/s)	10, 25 y 50

En este caso solo se modificó el tamaño del radio de las gotas utilizadas con respecto al caso anterior. Una es de 30 y la otra de 15 mm. En la TABLA 17 se muestran los tiempos de coalescencia con estas condiciones para este sistema.

TABLA 17. - Tiempo de coalescencia del caso 5

Caso 5			
Temperatura (°C)			
Velocidad (mm/s)	50	75	100
	Voltaje (Volts)		
	500	1000	1500
10	1.00	0.95	0.80
25	0.98	0.94	0.75
50	0.95	0.92	0.70

La TABLA 17 muestra los tiempos que se registraron en las simulaciones (negritas con fondo verde) a las diferentes condiciones del sistema propuesto para el caso 5.

3.2.6. Caso 6

En las TABLAS 18 y 19 se muestran las características del sistema utilizado en el caso 6 y los tiempos resultantes de coalescencia a diferentes condiciones, respectivamente.

TABLA 18. Características del caso 6

Caso 6		
Características	Unidad	Magnitud
Alto	(mm)	200
Largo	(mm)	500
Radio de las gotas	(mm)	40,40
Temperatura	(°C)	20, 50 y 100
Voltaje	(Volts)	50, 75 y 100
Velocidad de flujo	(mm/s)	10, 25 y 50

En este caso solo se modificó el tamaño de las gotas utilizadas con respecto al caso anterior. Donde cada una es de 40 mm. En la TABLA 19 se muestran los tiempos de coalescencia con estas condiciones para este sistema.

TABLA 19. Tiempo de coalescencia del caso 6

Caso 6			
Temperatura (°C)			
Velocidad (mm/s)	50	75	100
	Voltaje (Volts)		
	500	1000	1500
10	5.0	3.70	3.0
25	4.70	3.10	2.70
50	3.90	3.00	2.50

La TABLA 19 muestra los tiempos que se registraron en las simulaciones (negritas con fondo verde) a las diferentes condiciones del sistema propuesto para el caso 6.

3.2.7. Caso 7

En las TABLAS 20 y 21 se muestran las características del sistema utilizado en el caso 7 y los tiempos resultantes de coalescencia a diferentes condiciones, respectivamente.

TABLA 20. - Características del caso 7

Caso 7		
Características	Unidad	Magnitud
Alto	(mm)	800
Largo	(mm)	2000
Radio de las gotas	(mm)	20,10
Temperatura	(°C)	20, 50 y 100
Voltaje	(Volts)	500, 1000 y 1500
Velocidad de flujo	(mm/s)	10, 25 y 50

En este caso 7 se modificó el tamaño del radio de las gotas, los cuales fueron de 20 y 10 mm, respectivamente. En la TABLA 21 se muestran los tiempos de coalescencia con estas condiciones para este sistema.

TABLA 21. Tiempo de coalescencia del caso 7

Caso 7			
Temperatura (°C)			
Velocidad (mm/s)	50	75	100
	Voltaje (Volts)		
	500	1000	1500
10	1.50	0.90	1.00
25	1.20	0.93	0.85
50	1.00	0.97	0.80

La TABLA 21 muestra los tiempos que se registraron en las simulaciones (negritas con fondo verde) a las diferentes condiciones del sistema propuesto para el caso 7.

3.2.8. Caso 8

En las TABLAS 22 y 23 se muestran las características del sistema utilizado en el caso 7 y los tiempos resultantes de coalescencia a diferentes condiciones, respectivamente.

TABLA 22. Características del caso 8

Caso 8		
Características	Unidad	Magnitud
Alto	(mm)	1000
Largo	(mm)	3000
Radio de las gotas	(mm)	30,15
Temperatura	(°C)	20, 50 y 100
Voltaje	(Volts)	500, 1000 y 1500
Velocidad de flujo	(mm/s)	10, 25 y 50

En el caso 8 se modificó el radio de las gotas, los cuales fueron de 30 y 15 mm respectivamente. En la TABLA 23 se muestran los tiempos de coalescencia con estas condiciones para este sistema.

TABLA 23. Tiempo de coalescencia del caso 8

Caso 8			
Temperatura (°C)			
Velocidad (mm/s)	50	75	100
	Voltaje (Volts)		
	500	1000	1500
10	1.20	0.95	0.85
25	1.10	0.93	0.83
50	0.90	0.93	0.83

La TABLA 23 muestra los tiempos que se registraron en las simulaciones (negritas con fondo verde) a las diferentes condiciones del sistema propuesto para el caso 8.

3.2.9. Caso 9

En la TABLA 24 se muestran las características del sistema utilizado y en la TABLA 25 los tiempos de coalescencia resultantes.

TABLA 24. Características del caso 9

Caso 9		
Características	Unidad	Magnitud
Alto	(mm)	1000
Largo	(mm)	3000
Radio de las gotas	(mm)	40, 40
Temperatura	(°C)	20, 50 y 100
Voltaje	(Volts)	50, 75 y 100
Velocidad de flujo	(mm/s)	10, 25 y 50

En este caso solo se modificó el tamaño de las gotas utilizadas con respecto al caso anterior. Donde cada una es de 40 mm. En la TABLA 25 se muestran los tiempos de coalescencia con estas condiciones para este sistema.

TABLA 25. Tiempo de coalescencia del caso 9

Caso 9			
Temperatura (°C)			
Velocidad (mm/s)	50	75	100
	Voltaje (Volts)		
	500	1000	1500
10	10.0	8.00	7.85
25	8.50	7.80	7.70
50	7.50	7.40	7.35

La TABLA 25 muestra los tiempos que se registraron en las simulaciones (negritas con fondo verde) a las diferentes condiciones del sistema propuesto para el caso 9.

3.2.10. Caso especial

Se simuló con el fin de conocer el comportamiento del proceso en condiciones parecidas a las que se observarían en el caso de un desalador real. En la TABLA 26 se enlistan los valores que se utilizaron en este caso.

TABLA 26. Características del caso próximo al real

Caso especial		
Condiciones de operación	Unidades	Magnitud
Temperatura	Celsius	170
Tamaño de las gotas	mm	200,200
Presión	Pa	101325
Tensión superficial	mN/m	0.005
Conductividad eléctrica	Siemen/m	0.003
Largo del sistema	mm	4000
Ancho del sistema	mm	1500
Voltaje	Volts	15000
Densidad	kg/m ³	0.000003
Viscosidad dinámica	Pa s	0.000003
Permitividad del agua (443 K)	Sin unidades	40.13
Permitividad del petróleo	Sin unidades	2

En este caso sólo se modificó el tamaño de las gotas y del sistema. Donde cada una es de 200 mm. En la TABLA 29 se muestran los tiempos de coalescencia con estas condiciones para este sistema. La variable que se modificó en este caso especial fue la temperatura, la cual cambió las propiedades de la emulsión, tales como densidad, tensión superficial, viscosidad y permitividad. Estos valores se observan en la TABLAS 27, 28 y 29.

TABLA 27. Características del caso próximo al real

Caso especial		
Condiciones de operación	Unidades	Magnitud
Temperatura	Celsius	190
Tamaño de las gotas	mm	200, 200
Presión	Pa	101325
Tensión superficial	mN/m	0.0048
Conductividad eléctrica	Siemen/m	0.0046
Largo del sistema	mm	4000
Alto del sistema	mm	1500
Voltaje	Volts	20000
Densidad	kg/m ³	0.000002
Viscosidad dinámica	Pa s	0.000001
Permitividad del agua (463 K)	Sin unidades	36.66
Permitividad del petróleo	Sin unidades	2

En la TABLA 28 se muestran los datos utilizados de las propiedades de la emulsión a 210°C.

TABLA 28. Características del caso próximo al real

Caso especial		
Condiciones de operación	Unidades	Magnitud
Temperatura	Celsius	210
Tamaño de las gotas	mm	200
Presión	Pa	101325
Tensión superficial	mN/m	0.0045
Conductividad eléctrica	Siemen/m	0.003
Largo del sistema	mm	4000
Ancho del sistema	mm	1500
Voltaje	Volts	25000
Densidad	kg/m ³	0.000001
Viscosidad dinámica	Pa s	0.0000001
Permitividad del agua (463 K)	Sin unidades	32.1
Permitividad del petróleo	Sin unidades	2

Con el conjunto de propiedades anteriores y sus condiciones dadas se obtuvieron los siguientes resultados de las simulaciones,

TABLA 29. Tiempo de coalescencia del caso próximo al real

Temperatura (°C)			
Velocidad (mm/s)	170	190	210
	Voltaje (Volts)		
	15000	20000	25000
10	96.0	69.0	49.0
25	86.0	63.0	40.0
50	81.0	54.0	37.0

Como se observa en los datos experimentales anteriores, los tiempos reportados tienen una mayor variación que los anteriores, estos datos tienen la misma tendencia que los casos anteriores, es decir, mientras mayor sea el voltaje y la magnitud de flujo es menor el tiempo que tarda en llevarse a cabo la unión de las gotas de agua.

3.3. Resultados experimentales

Con el fin de comparar el modelo teórico con datos experimentales, se reporta la siguiente tabla de resultados utilizando diferentes condiciones de operación. Cabe señalar que las simulaciones que más se parecen a la celda de deshidratación, fueron los que tuvieron velocidades más bajas. Esto sirvió como una referencia del modelo matemático utilizado. El agua contenida en las emulsiones fue del 65% y se utilizó una intensidad de corriente constante de 100 miliampere en la primera serie de experimentos. También cabe señalar que el tiempo de operación de cada prueba fue de 40 minutos.

TABLA 30. Porcentaje de agua separada de la emulsión a 100 mA

Resultados experimentales a 100 mA						
Voltaje (Volts)	Intensidad de corriente (miliampere)	Potencia (Watts)	Volumen de la muestra (ml)	Volumen de agua inicial (ml)	Volumen de agua separada (ml)	% de separación
500	100	50	300	195	95	48.7
700	100	70	300	195	114	58.46
1500	100	150	300	195	120	61.5

En la TABLA 31 se muestran los resultados obtenidos al utilizar una intensidad de corriente constante de 200 miliampere.

TABLA 31. Porcentaje de agua separada de la emulsión a 200 mA

Resultados experimentales a 200 mA						
Voltaje (Volts)	Intensidad de corriente (miliampere)	Potencia (Watts)	Volumen de la muestra (ml)	Volumen de agua inicial (ml)	Volumen de agua separada (ml)	% de separación
500	200	100	300	195	97	49.7
700	200	140	300	195	112	57.4
1500	200	300	300	195	117	60

Considerando una intensidad de corriente constante de 300 miliampere se obtuvieron los resultados que se muestran en la TABLA 32.

Tabla 32. Porcentaje de agua separada de la emulsión a 300 mA

Resultados experimentales a 300 mA						
Voltaje (Volts)	Intensidad de corriente (miliampere)	Potencia (Watts)	Volumen de la muestra (ml)	Volumen de agua inicial (ml)	Volumen de agua separada (ml)	% de separación
500	300	150	300	195	99	50.7
700	300	210	300	195	115	58.9
1500	300	450	300	195	118	60.5

Considerando una intensidad de corriente constante de 400 miliampere se obtuvieron los resultados que se muestran en la TABLA 33.

Tabla 33. – Porcentaje de agua separada de la emulsión a 400 mA

Resultados experimentales a 400 mA						
Voltaje (Volts)	Intensidad de corriente (miliampere)	Potencia (Watts)	Volumen de la muestra (ml)	Volumen de agua inicial (ml)	Volumen de agua separada (ml)	% de separación
500	400	200	300	195	100	51.2
700	400	280	300	195	118	60.5
1500	400	600	300	195	120	61.5

Con los resultados obtenidos, en esta sección se elaboró el análisis de resultados que se muestran en el siguiente capítulo.

Capítulo 4. Análisis de resultados

4.1. Análisis de resultados

En esta sección se incluye un análisis de cada uno de los resultados de las simulaciones elaboradas, así como de los datos obtenidos experimentalmente. Esto con el fin de identificar las tendencias en el tiempo de coalescencia en las simulaciones y el grado de separación experimental. También se incluyen una serie de graficas que permiten la visualización de las tendencias obtenidas en este trabajo.

4.2. Comparación de los resultados simulados y experimentales

Con el fin de tener un punto de comparación entre los resultados obtenidos mediante las simulaciones y los experimentos, se realizaron pruebas a condiciones parecidas entre ambos. Esto es, utilizando intervalos parecidos de temperatura, voltaje, longitud de electrodos y velocidad de flujo. Los valores utilizados en estas simulaciones son: Voltaje=1500 Volts, $T = 90$ °C y $v = 0.001$ mm/s. Cabe señalar que el valor de velocidad de flujo se asignó debido a que, sin un valor mínimo de este, las imágenes obtenidas con el simulador no muestran resultados idóneos, tal como se muestran en el APÉNDICE 2 y FIGURA 52.

Los valores se escogieron con base en las variables utilizadas experimentalmente en la celda de electrodeshidratación, de acuerdo con lo observado en los resultados experimentales. En este caso se utilizó una velocidad muy baja, con el fin de disminuir el costo computacional y mejorar la calidad visual de los gráficos obtenidos, aunque de antemano se considera que en la celda no hay de flujo de las fases. Esta fue una aproximación o suposición hecha, con el fin de poder comparar los datos.

La variable que se consideró con mayor importancia fue el diámetro de las gotas dispersas de agua en el medio de aceite.

El radio de las gotas de agua dispersas se seleccionó con valores del orden de micrómetros a centímetros. Esto debido a que, en la bibliografía consultada, dichos valores de radio son comunes en las emulsiones agua en aceite.

Para poder llevar a cabo la comparación de las simulaciones y los experimentos se hicieron algunas suposiciones adicionales, como las siguientes:

Se consideró que la velocidad de separación experimental fue constante, debido a que sólo se reportó el dato del volumen final separado.

Los volúmenes de las gotas son aditivos, esto significa que se consideraron que los radios de las dos gotas simuladas se suman y con este dato se calculó el volumen separado.

Las gotas unidas forman otra gota de mayor tamaño también de forma esférica, así se facilitó el cálculo de su volumen.

Se consideró que las gotas simuladas son el conjunto de muchas gotas unidas de mucho menor tamaño, como las presentes en las microemulsiones.

Con el fin de llevar a cabo la comparación de los resultados obtenidos se realizaron simulaciones con las siguientes características:

TABLA 34.- Resultados de la coalescencia de las gotas dispersas

Radio de las 2 gotas	Tamaño del sistema		Tiempo de coalescencia	Volumen calculado	Volumen experimental
mm	Largo (mm)	Ancho (mm)	Segundos	ml	ml
0.001	1.00	0.50	0.030	3E-6	0.01
0.002	1.00	0.50	0.031	2E-5	0.03
0.003	1.00	0.50	0.040	9E-5	0.06
0.004	1.00	0.50	0.048	2E-4	0.09
0.005	1.00	0.50	0.055	4E-4	0.013
0.006	1.00	0.50	0.058	0.0072	0.017
0.007	1.00	0.50	0.065	0.0011	0.020
0.008	1.00	0.50	0.075	0.0017	0.030
0.009	1.00	0.50	0.080	0.0024	0.038
0.010	1.00	0.50	0.085	0.0033	0.042
0.020	1.20	0.50	0.090	0.0260	0.049
0.030	1.20	0.50	0.110	0.0904	0.066
0.040	1.20	0.50	0.220	0.2144	0.143

Analizando los resultados obtenidos en la TABLA 34, se observa que en las columnas correspondientes a los valores de los volúmenes obtenidos con las simulaciones y experimentales, los valores más próximos entre ellos corresponden a los que se encuentran al final de la tabla. Esto se puede deber a que la separación experimental no se llevó de manera constante, es decir, aunque se consideró que la separación se llevaba a cabo de manera casi inmediata al iniciar el proceso, esta puede tener variaciones que dependen no sólo de las condiciones experimentales, sino de las características propias de la emulsión, es decir, de sus variables intensivas.

Aunque se utilizaron valores en las variables muy parecidos en los casos simulados y los experimentos, los resultados obtenidos muestran una notable variación entre ellos al menos a la escala de los radios utilizados y supuestos, donde el error porcentual calculado tiene un valor de 36%. En el caso experimental se supuso que la velocidad de separación de las gotas fue constante, es decir, se dividió la muestra de agua obtenida en los experimentos, este valor fue de 550 ml de agua. Posteriormente este volumen se dividió entre un tiempo de 25 minutos y se supuso que esta velocidad de separación fue constante. Esta variable supuesta es la principal diferencia entre ambos casos.

Después de realizar las pruebas correspondientes, de acuerdo con la tabla 34, se procedió a realizar las mismas experiencias aumentando el tamaño de las gotas de agua dispersas, así como del sistema. Esto con el fin de poder calcular volúmenes separados mayores, los cuales, se separaron de manera semejante a las pruebas experimentales. Los resultados se muestran en la TABLA 35.

TABLA 35.- Resultados de la coalescencia de las gotas dispersas

Radio de las 2 gotas	Tamaño del sistema		Tiempo de coalescencia	Volumen calculado	Volumen experimental
mm	Largo (mm)	Ancho (mm)	Segundos	ml	ml
1.4	20	8	0.5	0.023	0.1
2.8	35	15	0.9	0.183	0.6
4.2	55	25	1.5	0.602	1.6
5.6	75	35	1.8	1.471	2.6
7	80	40	2.1	2.873	3.8
8.9	100	60	2.5	4.790	5.4
9.7	110	70	3.2	7.645	8.2
11.2	120	80	3.7	11.76	10.8
12.5	140	90	4.1	16.36	13.5
14	150	100	4.5	22.98	16.5

En la GRÁFICA DE LA FIGURA 35 se observa la tendencia obtenida con los datos de la separación experimental. Considerando que la separación se dio de manera constante y que los tamaños de las gotas son del orden de micrómetros, es decir, se dividió el volumen de agua presente en la emulsión (alrededor de 550 ml) en gotas dispersas, este valor de volumen se consideró que se separó con una velocidad constante. Con el fin de tener valores de tiempo parecidas a los registrados en las simulaciones.

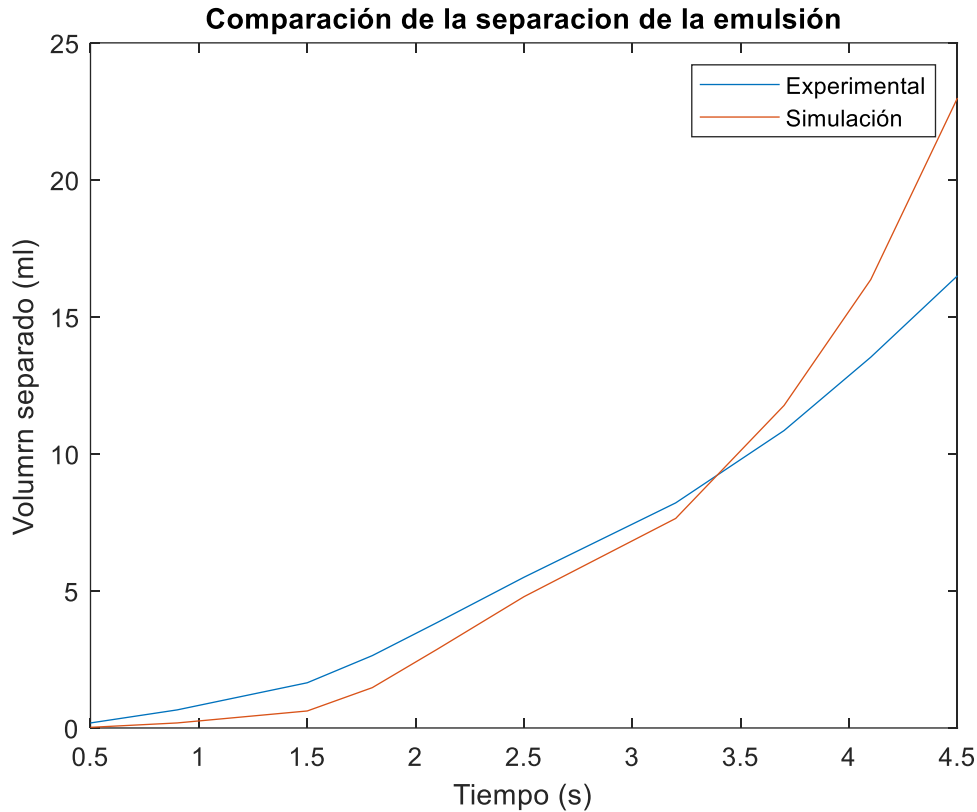


FIGURA 35. Gráfica de la separación de la emulsión experimental utilizada para comparar con las simulaciones

Como se observa en la FIGURA 35 al incrementar el tiempo del proceso de separación electrostática de las emulsiones, también incrementa el volumen separado de las gotas tanto a nivel experimental como en las simulaciones. Los valores que se obtienen de volumen separado dependen directamente del tiempo de proceso. Se observa que las dos series de datos se aproximan entre sí en la mayor parte del intervalo en el cual se trabajó.

La tendencia de las curvas experimentales y de simulación, así como su proximidad entre si indican que el modelo utilizado en las simulaciones es congruente con los resultados experimentales.

De acuerdo con la gráfica de la FIGURA 35, el intervalo de tiempo en el que se obtuvieron valores más aproximados entre las simulaciones y la parte experimental corresponde desde 0 hasta aproximadamente 4 segundos. Después de este valor las series de datos se separan y continúan aumentando en su respectiva proporción. A pesar de lo anterior, las series de datos muestran un mismo orden de magnitud, lo que significa que esta diferencia entre los volúmenes separados se podría reducir si se aproximan más los valores de las variables del proceso.

La diferencia observada en los valores de volumen separado se puede atribuir a que las condiciones entre las simulaciones y los experimentos no son las mismas. Por ejemplo, se usaron electrodos horizontales como canal de flujo en las simulaciones, mientras que en los experimentos se utilizó la celda de deshidratación descrita previamente, en la cual no hay flujo.

Basados en los resultados obtenidos en esta sección se puede suponer que, si se disminuyen las diferencias entre los experimentos y las simulaciones elaboradas, es probable que los volúmenes de agua en función de los tiempos de coalescencia puedan ser más aproximados entre sí.

Para obtener los resultados que se observan en la FIGURA 35 se hicieron algunas suposiciones, para calcular un volumen separado que corresponde al tamaño de las gotas coalescidas. Primero se supuso que al coalescer dos gotas de agua dispersas sus volúmenes son aditivos, por ejemplo, al sumarse dos gotas de agua con un radio de 0.01 mm, se calculó el volumen esférico para cada una y se sumaron estos volúmenes. Después se calculó el radio final para conocer el nuevo tamaño de la esfera. Esto se hizo de manera sucesiva hasta completar la tabla. Otra suposición fue que la gota formada tiene forma esférica, por lo que su volumen se calculó como tal y el valor del volumen se utilizó en la FIGURA 19.

Con base en el análisis elaborado en esta sección, hay elementos para proponer que las simulaciones elaboradas son congruentes con los resultados experimentales. Esto debido a que los radios de las gotas obtenidos están en el rango de milímetros, esta escala como se ha observado a lo largo de este trabajo es las utilizadas en todos los casos.

Una vez que se comprobó que las simulaciones son congruentes con los experimentos, se procedió a analizar los casos propuestos inicialmente.

Los resultados obtenidos en las simulaciones se separaron en casos, esto mediante una matriz de resultados, como se muestra a continuación.

4.2.1. Análisis de los casos simulados

Se procedió a analizar los casos simulados en Comsol Multiphysics^{MR}, estos diversos casos se resumen en la siguiente matriz de experimentos. En la TABLA 36 se muestran como datos las medidas del sistema propuesto y el tamaño de las gotas coalescidas y el caso correspondiente a cada valor de estos.

TABLA 36.- Resumen de casos simulados

Resumen de los casos simulados				
Medida del sistema		Tamaño del radio de las gotas (mm)		
Largo (mm)	Altura (mm)	Tamaño 1 (2 y 1)	Tamaño 2 (30 y 15)	Tamaño 3 (40 y 40)
40	15	Caso 1	Caso 2	Caso 3
500	200	Caso 4	Caso 5	Caso 6
3000	1000	Caso 7	Caso 8	Caso 9

En la TABLA 36 se muestran las medidas de las gotas y del sistema simulado, por ejemplo, en el caso del sistema 1, (su largo es de 40 mm y su ancho de 15 mm), también las gotas tienen un tamaño de 1 y 2 mm respectivamente. El proceso de electrocoalescencia se realizó al igual que las demás simulaciones a 50, 75 y 100 °C. Además de que los potenciales eléctricos utilizados fueron: 500, 1000 y 1500 Volts. En lo consiguiente sólo se hará referencia al número del sistema analizado, ya que las condiciones son iguales, con la única variación en el tamaño del canal de flujo o electrodos y el tamaño de las gotas utilizadas.

4.2.1.1. Caso 1

En el primer sistema se observó que el tiempo de coalescencia va desde 0.08 segundos donde la temperatura, magnitud de flujo y el potencial eléctrico son mayores en comparación con los casos donde estas mismas variables son menores. En el menor de estos casos el tiempo de coalescencia fue de 0.30 segundos. A continuación, se muestra una gráfica de los tiempos de coalescencia.

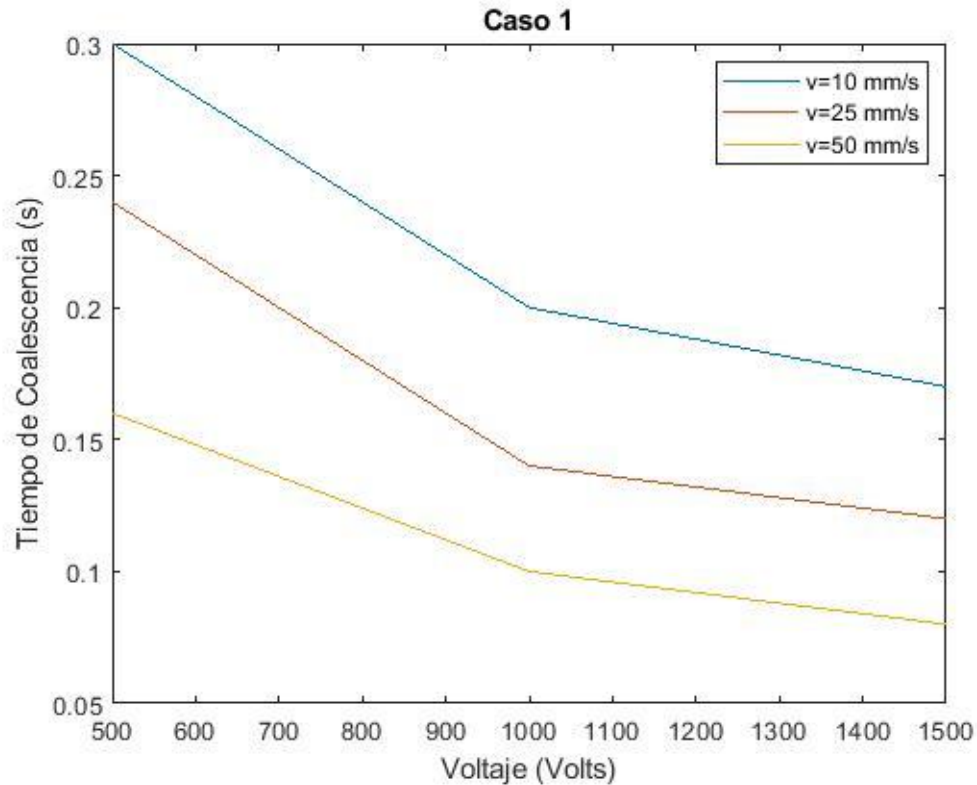


FIGURA 36. Gráfica del tiempo de electrocoalescencia en función del voltaje aplicado, temperatura y velocidad del elemento de volumen, para el caso 1

De acuerdo con lo que se observa en la FIGURA 36, la línea que corresponde a la $v=50$ mm/s, presenta menores tiempos de electrocoalescencia, la de $v=10$ mm/s es la de mayor tiempo, la de la velocidad igual a 25 mm/s corresponde a la del tiempo con el valor medio. En términos generales en todos los resultados de las simulaciones se observan las mismas tendencias, con la diferencia del tiempo de electrocoalescencia en cada caso.

Las imágenes de cómo se da la coalescencia de estas gotas para la velocidad de 25 mm/s y $T=75$ °C se muestran a continuación, en la serie de imágenes instantáneas tomadas en diferentes tiempos de proceso.

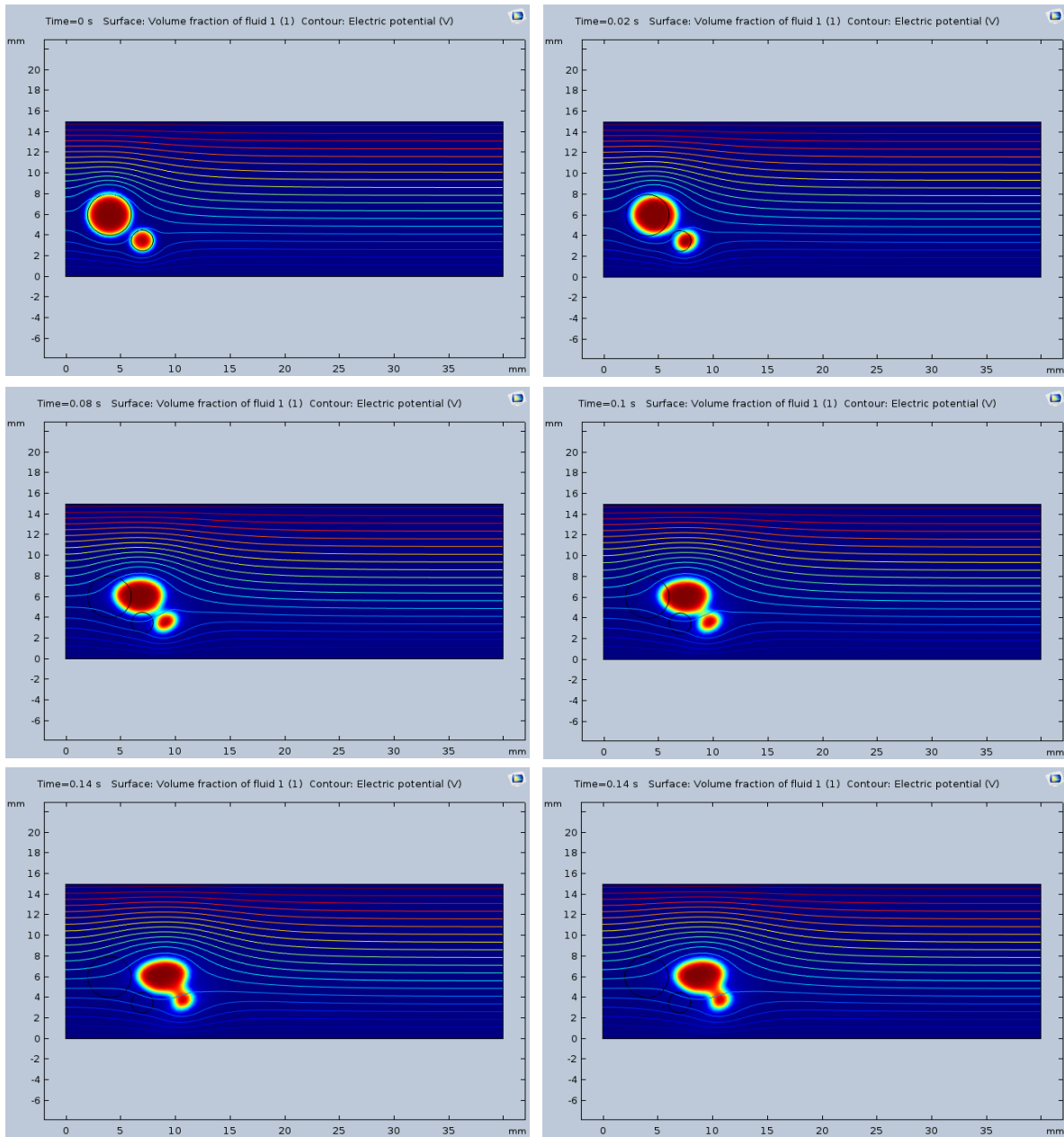


FIGURA 37. Serie de imágenes de la electrocoalescencia de dos gotas de agua correspondientes al caso 1, utilizando una velocidad de flujo de 25 mm/s y $V=1000$ Volts y $T=75$ °C

Como se puede observar en la FIGURA 37, el tiempo que se le asignó a estas condiciones de operación correspondieron al momento en que la gota de menor tamaño se junta con la de mayor tamaño. En todos los casos se utilizó una medida aproximada para asignar su respectivo tiempo de electrocoalescencia.

4.2.1.2. Caso 2

Para este caso se siguió utilizando el sistema 1 (20 mm de largo y 15 de alto), al igual que en el caso 3. Por lo que en este caso sólo se cambió el tamaño de las gotas (3 y 1.5 mm). Al igual que en el caso anterior y los posteriores se utilizaron los mismos valores de temperatura y las propiedades físicas. Los tiempos de coalescencia aumentan de manera general y se observa que tienen la misma tendencia. Siendo el de menor tiempo de proceso de 0.15 segundos, con una velocidad de flujo de 50 mm/s, $V=1500$ Volts y una $T=100$ °C. El de mayor tiempo es de 0.44 segundos con $v=10$ mm/s y $V=500$ Volts.

A continuación, se muestra la gráfica que corresponde a estos datos.

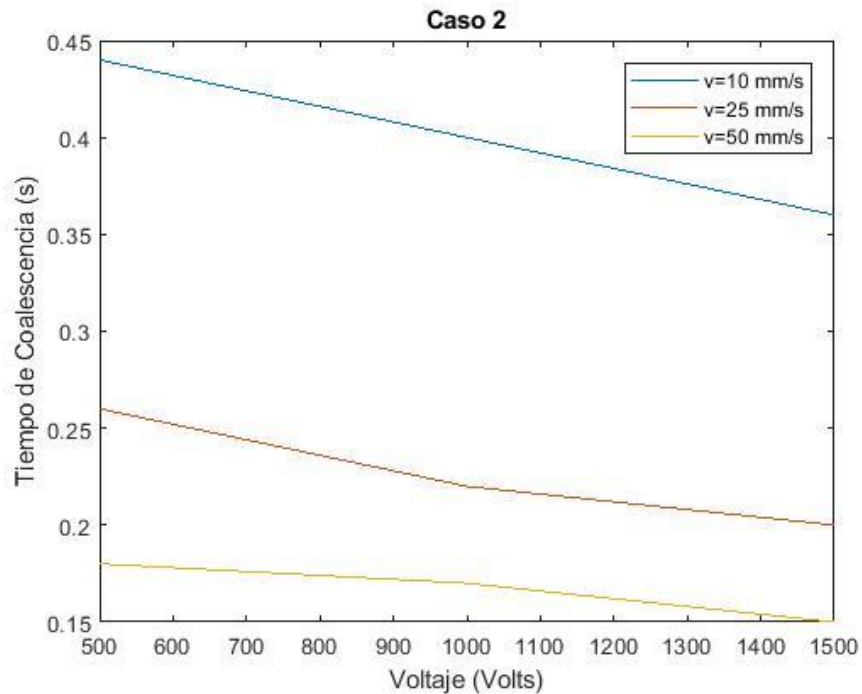


FIGURA 38. Gráfica del tiempo de electrocoalescencia en función del voltaje aplicado, temperatura y velocidad del elemento de volumen, para el caso 2

Las imágenes de cómo se da la coalescencia de estas gotas para la velocidad de flujo de 25 mm/s, $V=500$ Volts y $T=75$ K, se muestran a continuación:

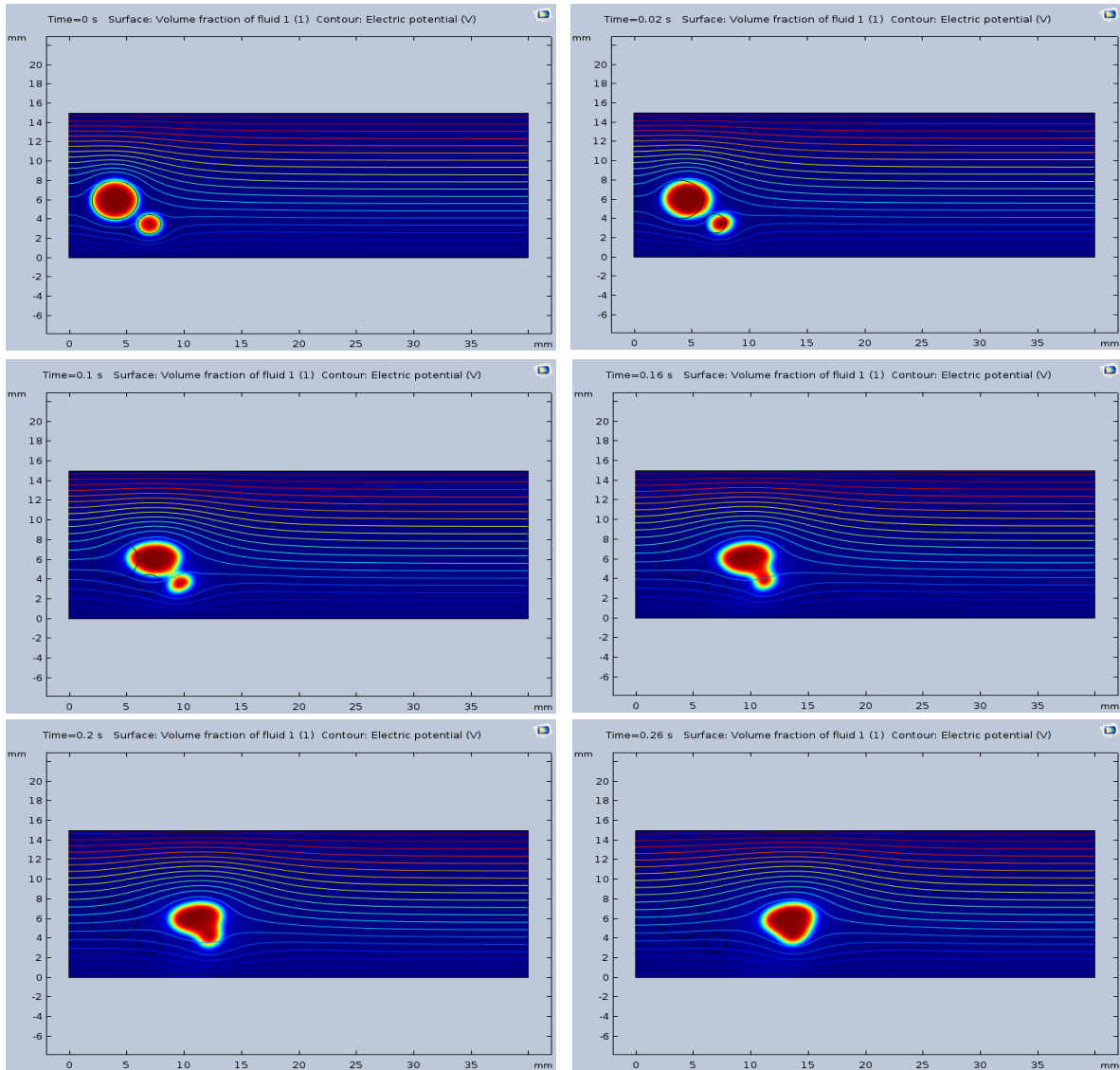


FIGURA 39. Serie de imágenes de la electrocoalescencia de dos gotas de agua correspondientes al caso 2, utilizando una velocidad de flujo de 25 mm/s y $V=1000$ Volts y $T=75^{\circ}\text{C}$

4.2.1.3. Caso 3

Para este caso también se utilizó el sistema 1 (largo de 20 mm y 15 mm de largo). Por lo que en este caso sólo se cambió el tamaño del radio de las gotas (4 y 4 mm). Los tiempos de coalescencia aumentan de manera general, aunque se observa que tienen la misma tendencia, siendo el de menor tiempo de proceso de 0.10 segundos, con una velocidad de flujo de 50 mm/s, $V=1500$ Volts y una $T=100^{\circ}\text{C}$. El de mayor tiempo es de 0.36 segundos para $v=10$ mm/s, $V=500$ Volts y $T=50^{\circ}\text{C}$.

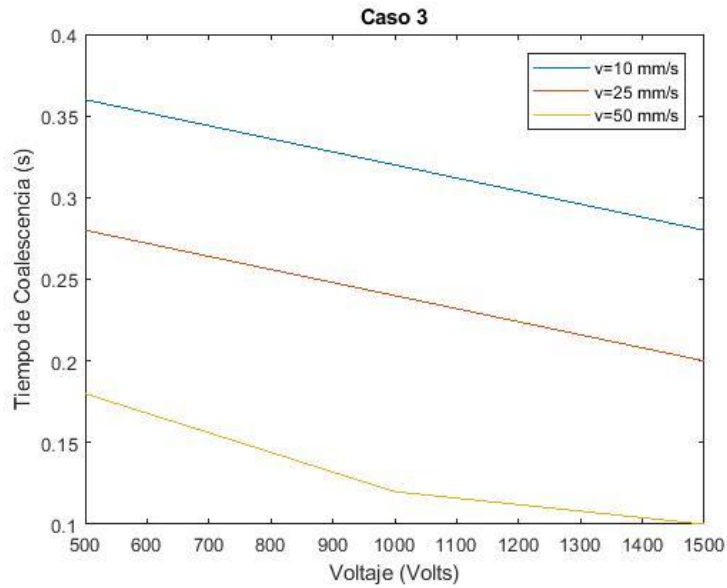


FIGURA 40. Gráfica del tiempo de electrocoalescencia en función del voltaje aplicado, temperatura y velocidad del elemento de volumen, para el caso 3

En la siguiente figura se observa el tiempo de unión para uno de los datos tomados, correspondientes a este caso 3.

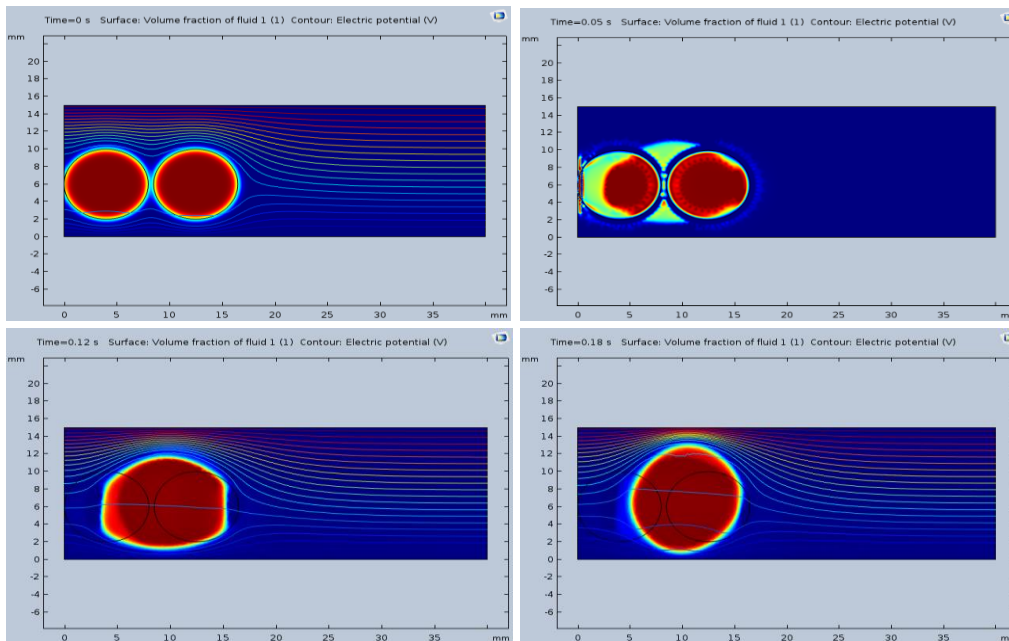


FIGURA 41. Serie de imágenes de la electrocoalescencia de dos gotas de agua correspondientes al caso 3, utilizando una velocidad de 50 mm/s, V=500 Volts y T=50 °C

En la FIGURA 41 se muestra el proceso de coalescencia variando la velocidad de flujo y manteniendo la misma temperatura y voltaje para este caso 3.

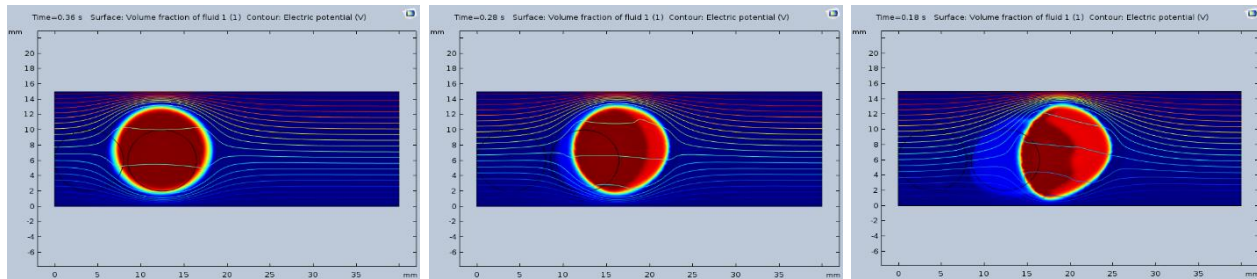


FIGURA 42. Serie de imágenes de la electrocoalescencia de dos gotas de agua correspondientes al caso 3, utilizando una velocidad de flujo de 10, 25 y 50 mm/s. $T=50\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $V= 500\text{ Volts}$

De acuerdo con la figura anterior, se muestra la comparación en la que se da la coalescencia de las gotas de agua a la misma temperatura y el mismo voltaje. Se puede observar de mejor manera en comparación con la gráfica, Se observa el mismo comportamiento, donde mientras mayor es la velocidad de flujo, el tiempo de coalescencia es menor.

4.2.1.4. Caso 4

Para este caso se utilizó el sistema 2 (largo de 500 mm y 200 mm de alto). Por lo que sólo se cambió el tamaño de las gotas (20 y 10 mm respectivamente). Los tiempos de coalescencia aumentaron de manera general, aunque hay un valor mínimo que ya no se redujo en tiempo, siendo este valor de 2.80 segundos, con una velocidad de flujo de 25 y 50 mm/s, $V=1000$ y 1500 Volts y $T=75$ y $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, respectivamente. El de mayor tiempo es de 3.70 segundos para $v=10\text{ mm/s}$, $V=500$ Volts y $T=50\text{ }^{\circ}\text{C}$. En la siguiente grafica se observan las tendencias descritas.

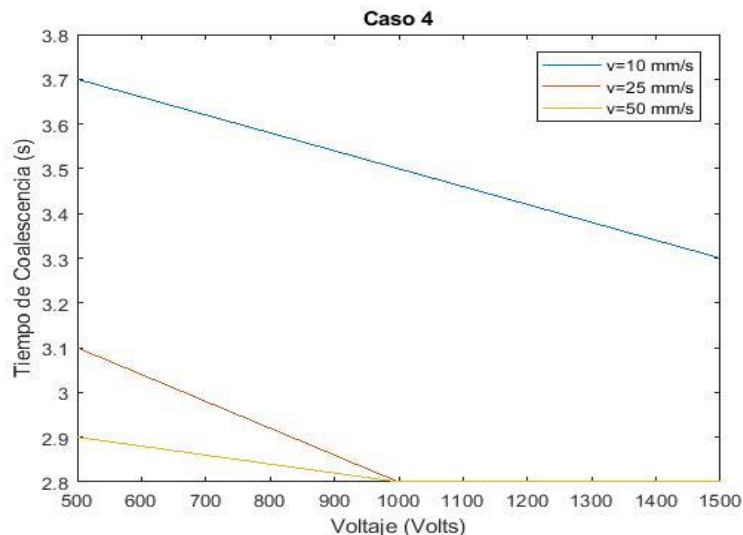


FIGURA 43. Gráfica del tiempo de electrocoalescencia en función del voltaje aplicado, temperatura y velocidad del elemento de volumen, para el caso 4

En la siguiente serie de imágenes se ve el comportamiento observado para el caso cuando la velocidad de flujo es de 10 mm/s y el tiempo de coalescencia es 3.7 segundos.

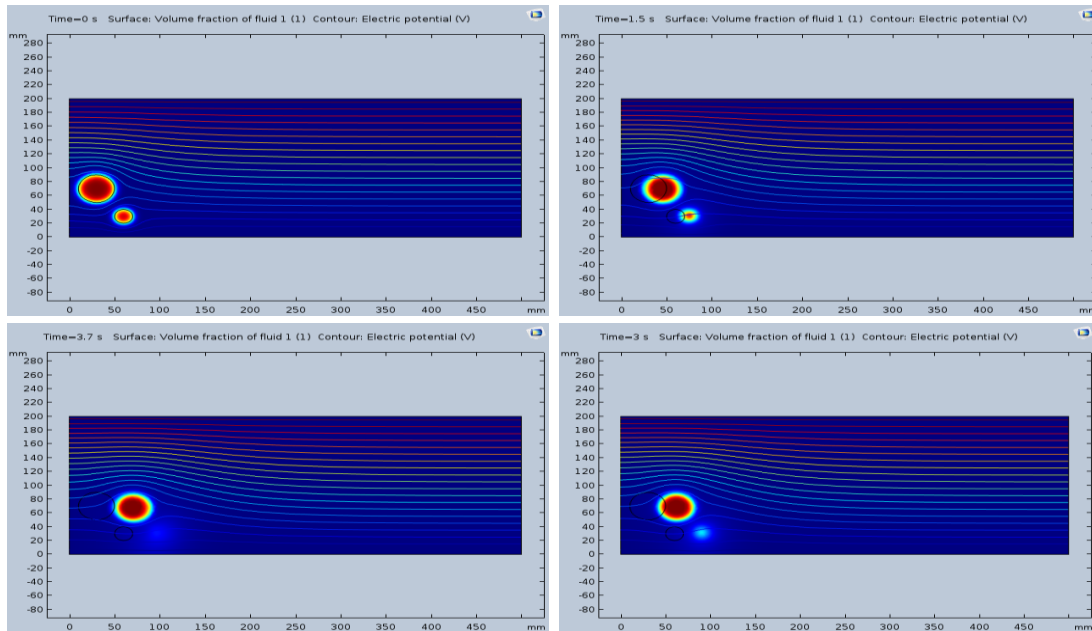


FIGURA 44. Serie de imágenes de la electrocoalescencia de dos gotas de agua correspondientes al caso 4, utilizando una velocidad de 10 mm/s, $V=500$ Volts y $T=50$ °C

Como se observa en la serie de imágenes de la FIGURA 45, las gotas de diferente tamaño se acercan por el efecto que tienen sobre ellas la diferencia de potencial y los esfuerzos de corte de la velocidad, el tiempo que se registró para este sistema fue de 3 segundos totales.

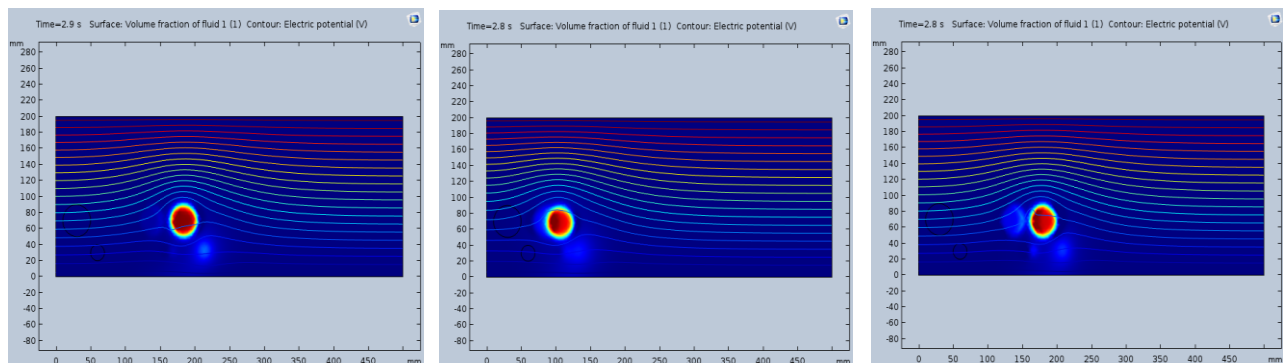


FIGURA 45. Serie de imágenes de la electrocoalescencia de dos gotas de agua correspondientes al caso 4, utilizando una velocidad de 50 mm/s para todos los casos. Donde la primera imagen es a $T=50$ °C y $V=500$. Para la segunda imagen se utilizó $T=75$ °C y $V=1000$ y para la tercera es $T=100$ °C y 1500 Volts

En la imagen anterior se observa que se realizó utilizando la misma velocidad de flujo, en este caso se varió la temperatura y el potencial eléctrico aplicado. En todos los casos se observa una unión de las gotas de manera similar, con la única variación en el tiempo en que se lleva a cabo.

4.2.1.5. Caso 5

Para este caso se utilizó también el sistema 2 (500 y 200 mm). Por lo que sólo se cambió el tamaño de gotas por las del segundo tamaño (30 y 15 mm). Los valores siguen teniendo la misma tendencia que los casos anteriores, solo cambiaron las magnitudes de los resultados obtenidos. El tiempo menor reportado es de 0.70 segundos con una $v=50$ mm/s, $V=1500$ Volts y una $T=100$ °C. El de mayor tiempo es de 1 segundo para $v=10$ mm/s, $V=500$ Volts y $T=50$ °C. En la siguiente gráfica se observan las tendencias descritas.

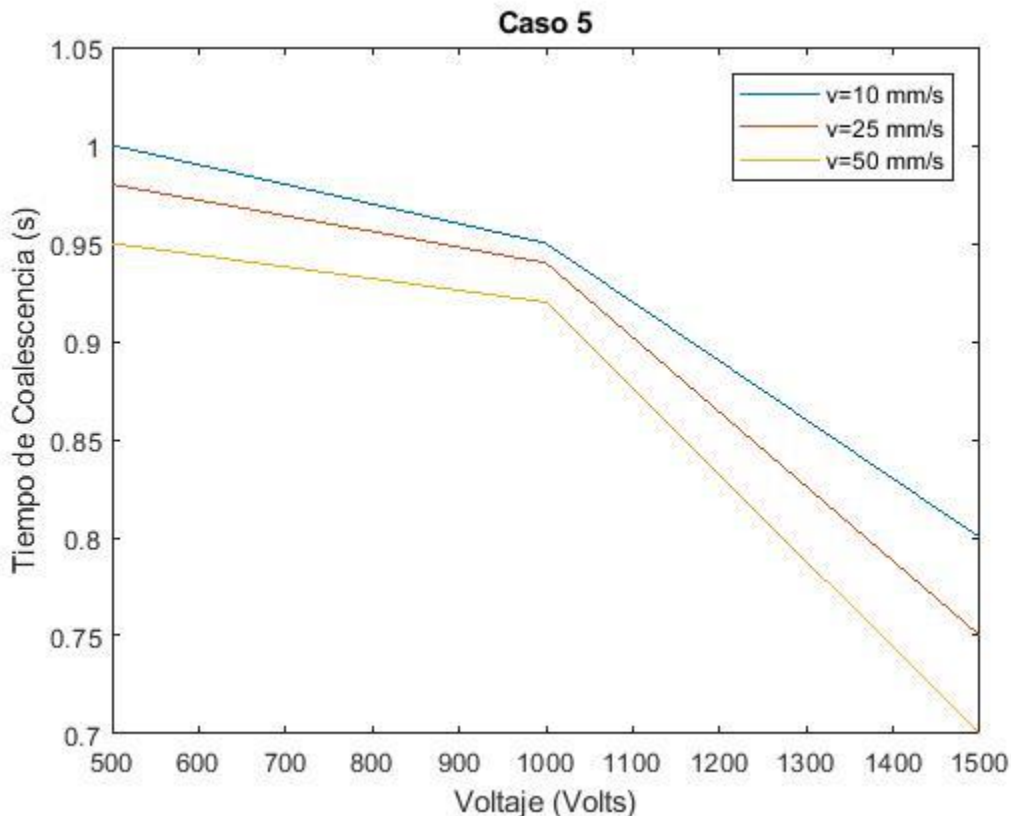


FIGURA 46. Gráfica del tiempo de electrocoalescencia en función del voltaje aplicado, temperatura y velocidad del elemento de volumen para el caso 5

De acuerdo con la FIGURA 46, la tendencia es la misma que la observada en los casos anteriores, ya que, los menores tiempos de electrocoalescencia corresponden a los valores donde la velocidad de flujo es mayor. Siendo el tiempo menor el que corresponde a 50 mm/s y el de mayor tiempo el de 10 mm/s.

En la FIGURA 47 se muestra un ejemplo de este caso, donde se registra el tiempo de electrocoalescencia, así como las condiciones utilizadas.

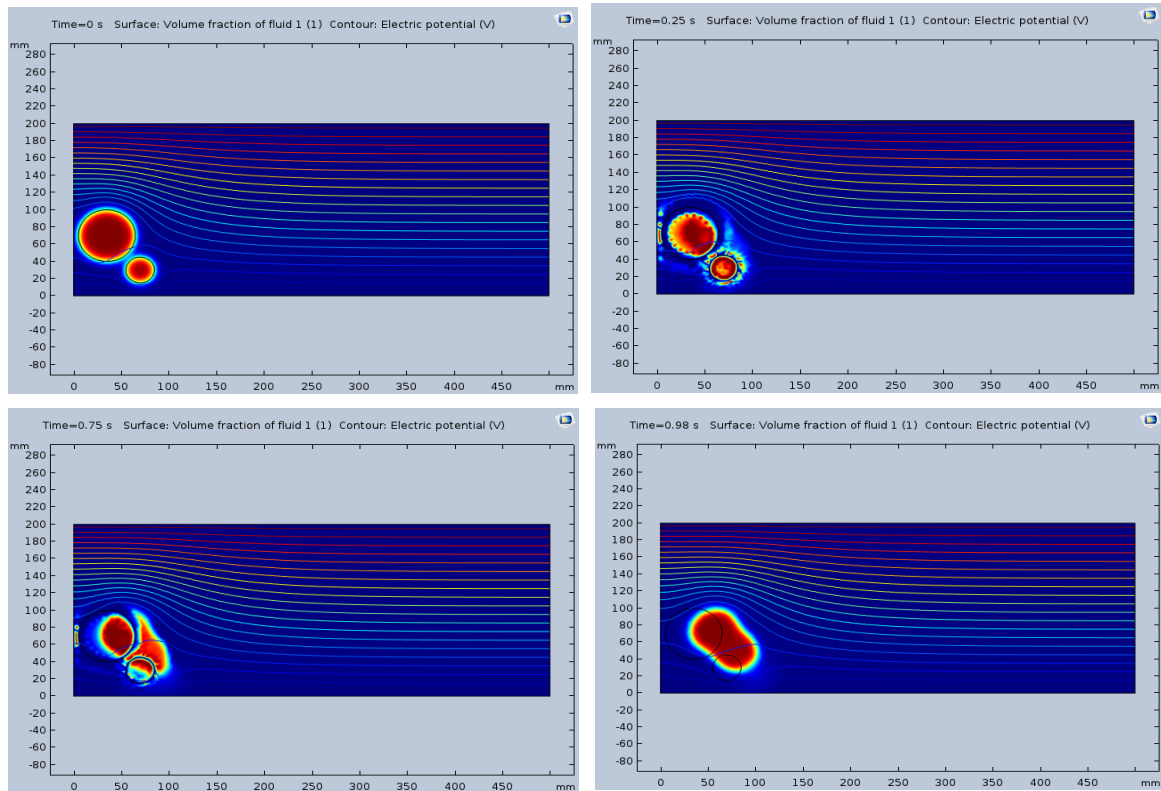


FIGURA 47. Serie de imágenes de la electrocoalescencia de dos gotas de agua correspondientes al caso 5, utilizando una velocidad de flujo de 25 mm/s, $V=500$ Volts y $T=50$ °C

El tiempo de coalescencia anterior corresponde al dato de $t= 0.98$ segundos, se observa la manera en que se consideró que las gotas se unían, es decir, la forma alargada resultante en lugar de una esférica. De acuerdo con los datos obtenidos se observa que también presenta la misma tendencia que los casos simulados anteriormente.

En la FIGURA 48 se muestran las imágenes de las gotas coalescidas para datos en los cuales no hay una variación de la magnitud del flujo. Siendo las variables, la temperatura y el voltaje.

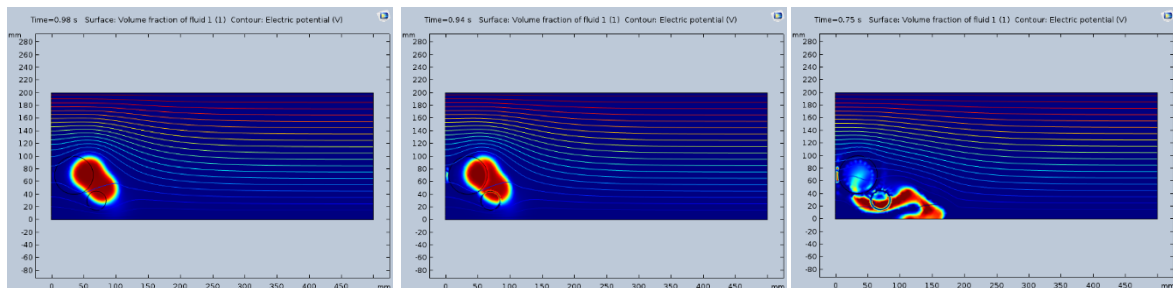


FIGURA 48. Serie de imágenes de la electrocoalescencia de dos gotas de agua correspondientes al caso 5, utilizando una velocidad de flujo de 25 mm/s para todos los casos. Donde la primera imagen es a $T=50$ °C y $V=500$ Volts. Para la segunda imagen se utilizó $T=75$ °C y $V=1000$ Volts y para la tercera es $T=100$ °C y 1500 Volts

4.2.1.6. Caso 6

Para este caso se utilizó también el sistema 2 (500 mm de largo y 200 mm de ancho). Por lo que en este caso sólo se cambió el tamaño de gotas por las del tercer tamaño (40 y 40 mm). Los valores siguen teniendo la misma tendencia que los casos anteriores, sólo cambian las magnitudes de los resultados obtenidos. El tiempo menor reportado es de 5 segundos con $v=50$ mm/s, $V=1500$ Volts y $T=100^\circ\text{C}$. El de mayor tiempo es de 2.5 segundo para $v=10$ mm/s, $V=500$ Volts y $T=50^\circ\text{C}$. En la siguiente gráfica se observan las tendencias descritas.

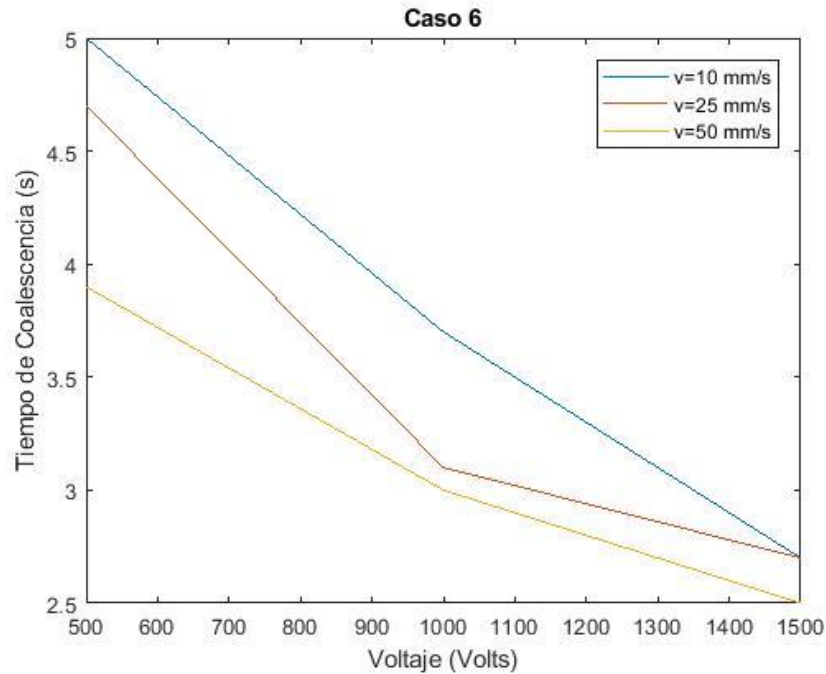


FIGURA 49. Gráfica del tiempo de electrocoalescencia en función del voltaje aplicado, temperatura y velocidad del elemento de volumen, para el caso 6

En la FIGURA 50 se muestra cómo se visualizó la simulación del proceso con $T=100^\circ\text{C}$, $V=500$ Volts y $v=10$ mm/s.

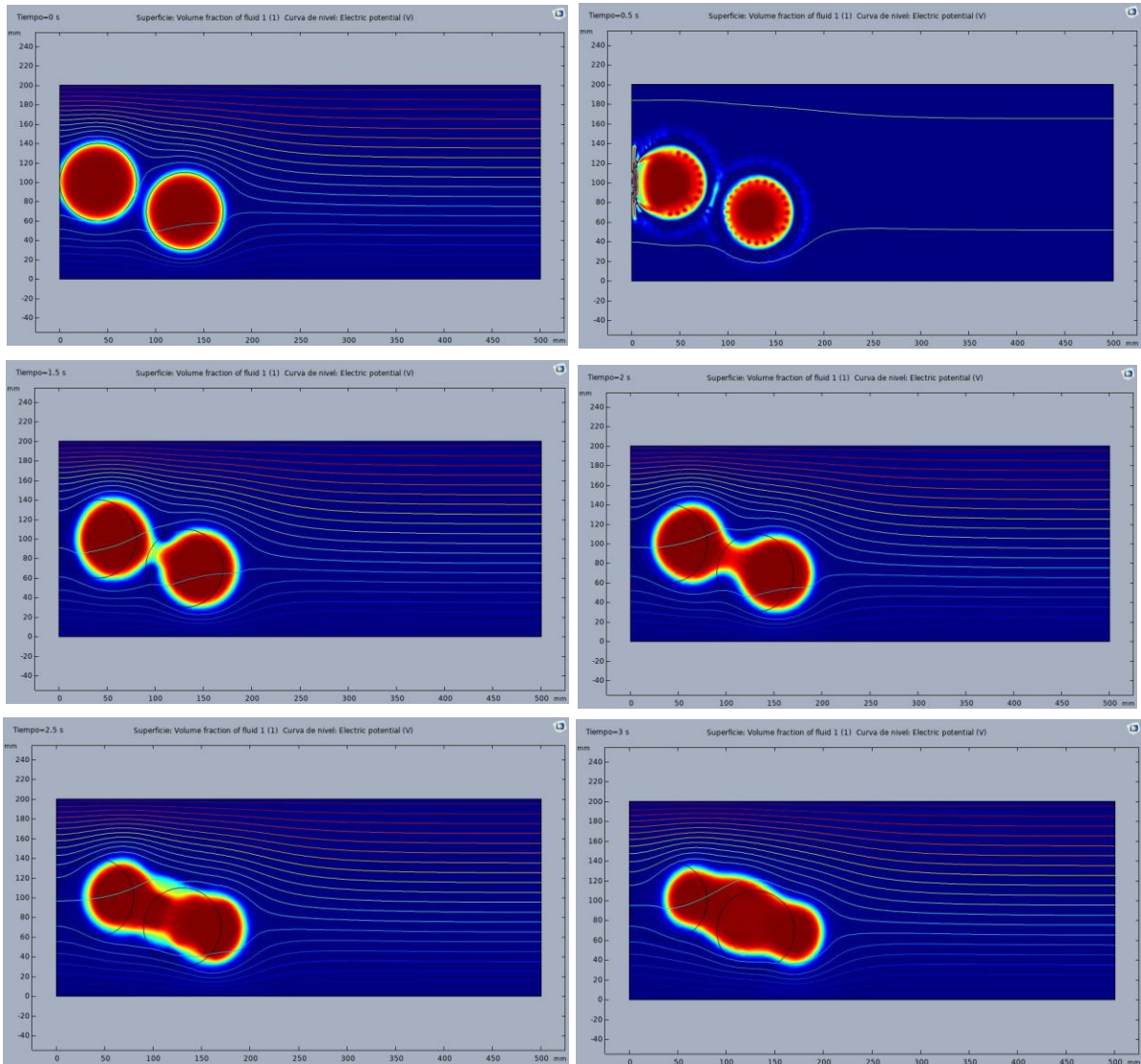


FIGURA 50. Proceso de electrocoalescencia para el caso 6, con la simulación de $T=100^{\circ}\text{C}$, $V=1500$ Volts y $v=10$ mm/s

De acuerdo con la FIGURA 50 la coalescencia de las gotas se lleva a cabo en 3 segundos utilizando los valores indicados en este caso. Se nota en la imagen que la forma final no es del todo una esfera sino una gota más larga, la cual es más fácil de separar en la realidad.

4.2.1.7. Caso 7

En este caso se usó el sistema 3 (2000 mm de largo y 800 mm de alto). Donde únicamente se cambió el tamaño de las gotas de agua (20 y 10 mm). Los valores siguen teniendo la misma tendencia que los casos anteriores, sólo cambiaron las magnitudes de los resultados obtenidos. El tiempo menor reportado es de 0.80 segundos con $v=50$ mm/s, $V=1500$ Volts

y $T=100^{\circ}\text{C}$. El de mayor tiempo es de 1.5 segundo para $v=10\text{ mm/s}$, $V=500\text{ Volts}$ y $T=50^{\circ}\text{C}$. En la siguiente gráfica se observan las tendencias descritas.

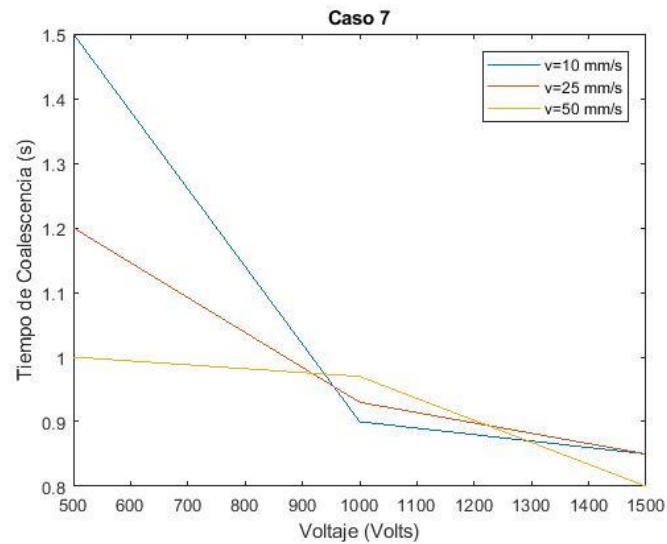


FIGURA 51. Gráfica del tiempo de electrocoalescencia en función del voltaje aplicado, temperatura y velocidad del elemento de volumen, para el caso 7

De acuerdo con FIGURA 52, hay una variación en las tendencias que sigue el tiempo de coalescencia de las gotas, tomando en cuenta la velocidad de 50 mm/s .

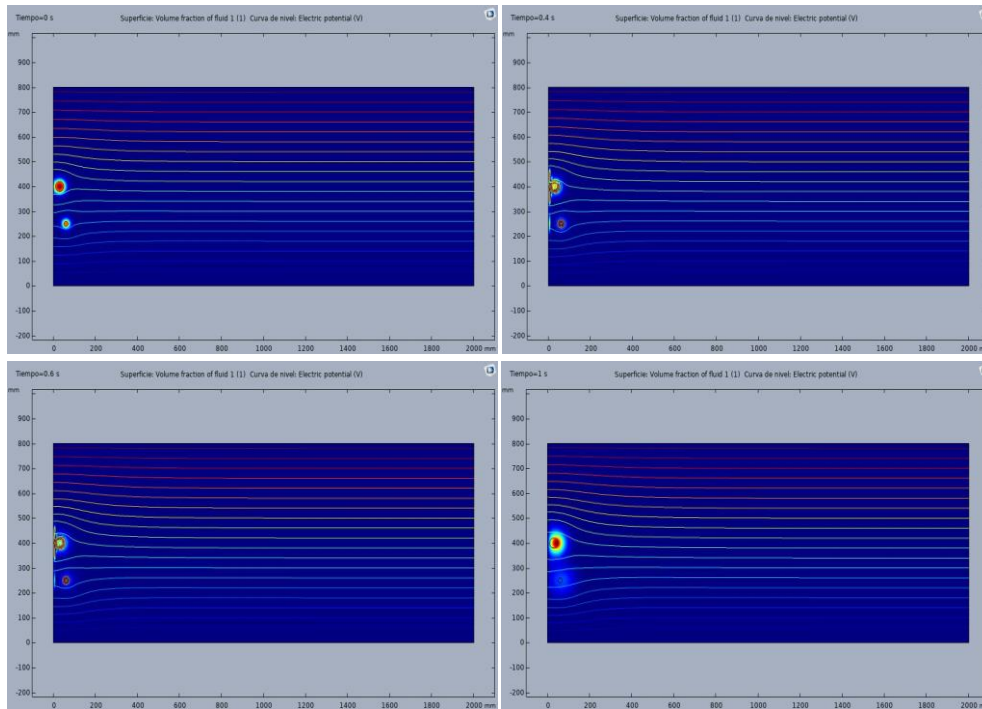


FIGURA 52. Proceso de electrocoalescencia para el caso 7, con la simulación de $T=100^{\circ}\text{C}$, $V=1500\text{ Volts}$ y $v=10\text{ mm/s}$

De acuerdo con la FIGURA 52, el tiempo de electrocoalescencia fue de 0.85 segundos. También se observa que la unión de las gotas de agua forma una gota más grande de forma alargada que tiende a estar en la parte inferior de sistema, esto puede visualizar mejor la manera en que se han construido las hipótesis en este y en otros trabajos, de cómo se separa el agua en el fondo de un equipo de separación.

4.2.1.8. Caso 8

Se utilizó el sistema 3 (3000 mm de largo y 1000 mm de alto) junto con el segundo tamaño de las gotas de agua (30 y 15 mm). Los valores siguen teniendo la misma tendencia que los casos anteriores, sólo cambian las magnitudes de los resultados obtenidos. El tiempo menor reportado es de 0.83 segundos con $v=50$ mm/s, $V=1500$ Volts y $T=100^{\circ}\text{C}$. El de mayor tiempo es de 0.89 segundo para $v=10$ mm/s, $V=500$ Volts y $T=50^{\circ}\text{C}$. En la FIGURA 53 se observan las tendencias descritas.

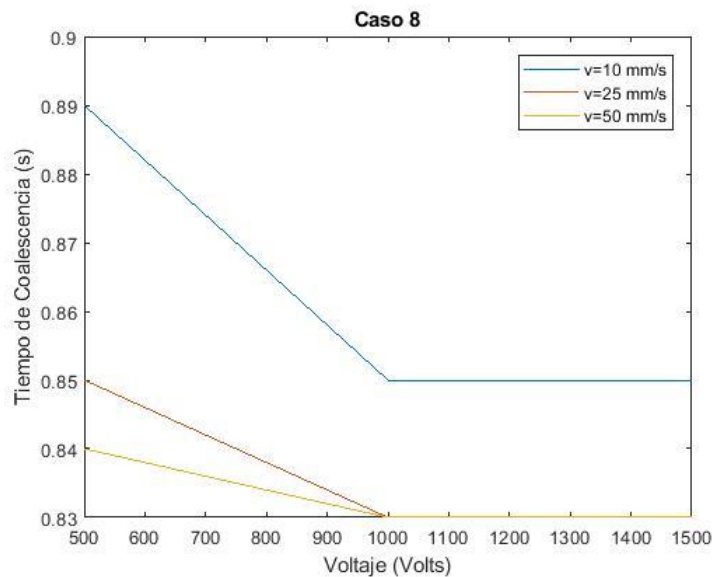


FIGURA 53. Gráfica del tiempo de electrocoalescencia en función del voltaje aplicado, temperatura y velocidad del elemento de volumen, para el caso 8

La FIGURA 53 muestra la misma tendencia que en los casos anteriores, siendo la velocidad de flujo de 50 mm/s la que produjo menores tiempos de coalescencia, estos valores son muy parecidos a los obtenidos con $v = 25$ mm/s. Por el contrario, la velocidad que correspondió a 10 mm/s produjo tiempos de electrocoalescencia mayores.

En la FIGURA 54, se muestran las imágenes del proceso de coalescencia para una simulación del caso 8, donde las gotas se unen en 1 segundo a las condiciones indicadas.

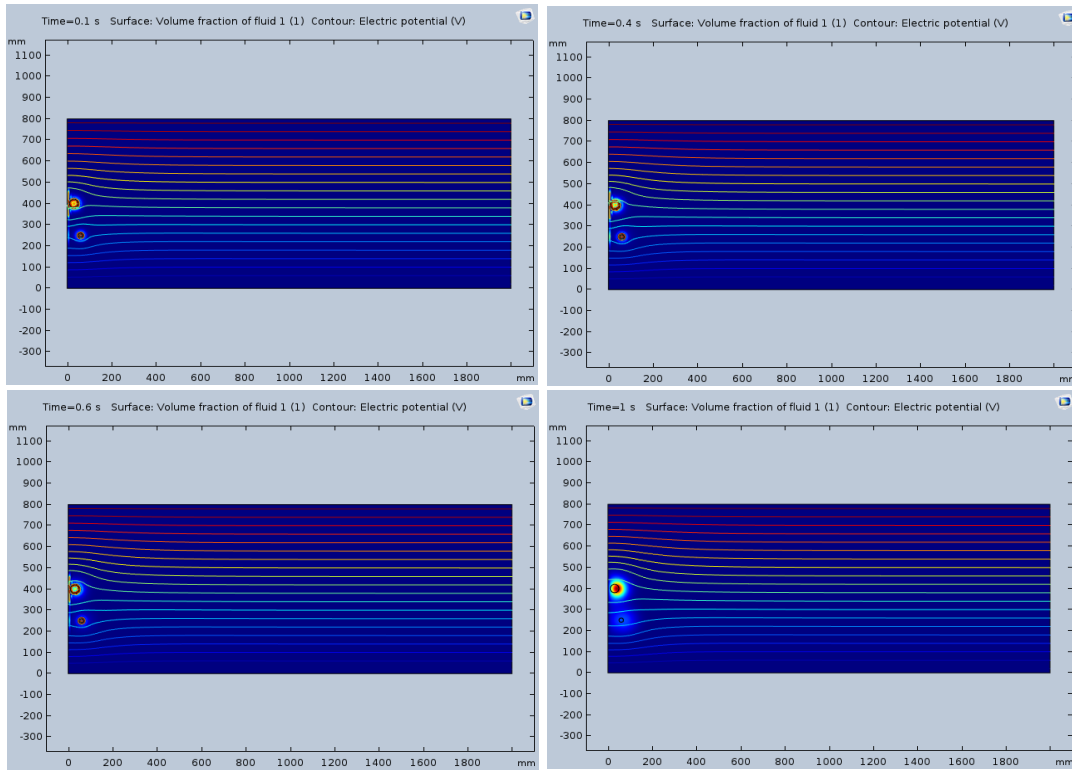


FIGURA 54. Proceso de electrocoalescencia para el caso 8, con la simulación de $T=50^{\circ}\text{C}$, $V=500$ Volts y $v=25$ mm/s

En la FIGURA 55 se observa la comparación de los tiempos de coalescencia producidos utilizando el mismo potencial eléctrico y temperatura, en este caso sólo se tomó en cuenta la variación de la magnitud del flujo.

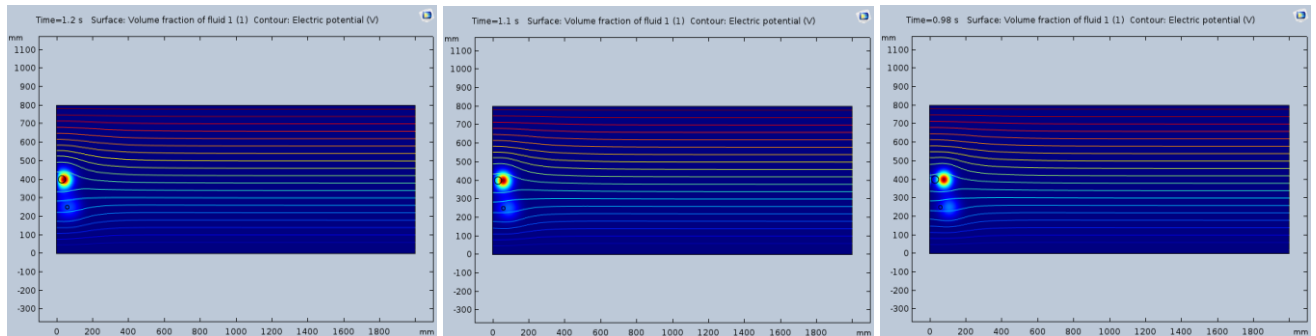


FIGURA 55. Serie de imágenes de la electrocoalescencia de dos gotas de agua correspondientes al caso 8, utilizando diferentes flujos de 10, 25 y 50 mm/s, de izquierda a derecha. Donde $T=50^{\circ}\text{C}$ y $V=500$ volts

4.2.1.9. Caso 9

Se utilizó el sistema 3 (3000 de largo y 1000 de alto) junto con el tercer tamaño de las gotas de agua (40 y 40 μm). Los valores resultantes siguieron teniendo la misma tendencia que los casos anteriores, sólo cambiaron las magnitudes de los resultados obtenidos. El tiempo menor reportado fue de 7.35 segundos con una $v=50$ mm/s, $V=1500$ Volts y una $T=100^\circ\text{C}$. El de mayor tiempo fue de 10.0 segundos para $v=10$ mm/s, $V=500$ Volts y $T=50^\circ\text{C}$. En la FIGURA 56 se observan las tendencias descritas.

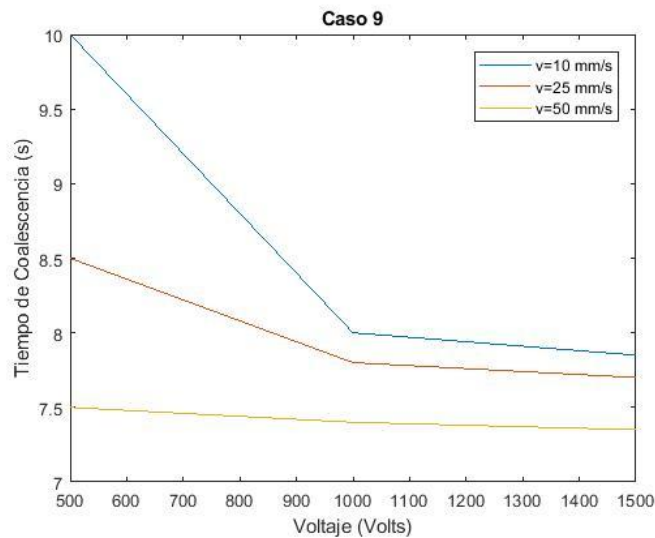


FIGURA 56. Gráfica del tiempo de electrocoalescencia en función del voltaje aplicado, temperatura y velocidad de flujo para el caso 9

En la FIGURA 57 se observan las imágenes del tiempo de coalescencia para las simulaciones elaboradas con un voltaje de 1500 Volts, 100°C y de izquierda a derecha utilizando diferentes magnitudes de flujo; 10 mm/s, 25 mm/s y 50 mm/s, respectivamente. Como lo indican los datos en la tabla de datos, el menor tiempo corresponde al utilizar 50 mm/s y $T=100^\circ\text{C}$.

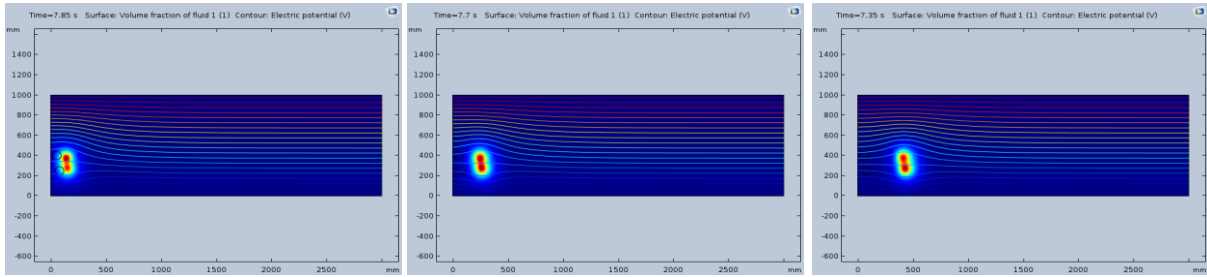


FIGURA 57. Comparación de los tiempos de electrocoalescencia para el caso 9, utilizando 1500 Volts y $T = 100^{\circ} \text{C}$. Solo variando las velocidades en cada caso

Como se observa en la FIGURA 57, correspondiente 9. Los valores de tiempo de coalescencia son muy parecidos, aunque es menor en magnitud el correspondiente al utilizar un flujo mayor.

4.2.1.10. Caso especial

Con el fin de tener argumentos para proponer la posibilidad de ocupar el modelo utilizado en este trabajo a un caso próximo a la realidad. Se realizaron una serie de simulaciones con características parecidas a las utilizadas en los sistemas reales. En el siguiente caso se muestran las gráficas del resultado del caso especial, donde el sistema es de mayor tamaño, así como las condiciones de operación vistas en la bibliografía. La FIGURA 58 que muestra este comportamiento es la siguiente:

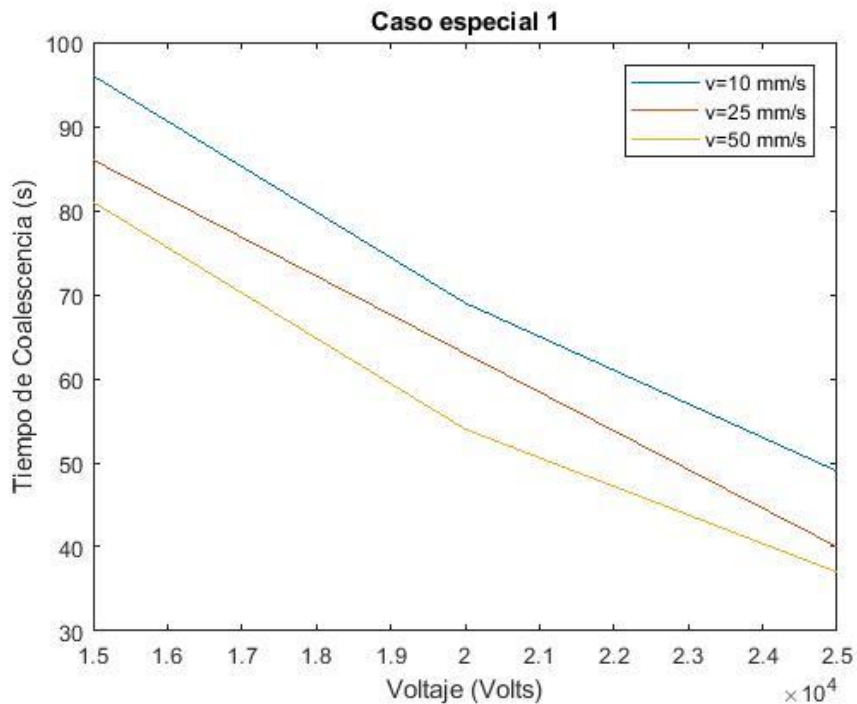


FIGURA 58. Gráfica que compara el tiempo de coalescencia de las gotas de agua en comparación del voltaje aplicado para diferentes velocidades de flujo

Como se observa en la FIGURA 59, los tres conjuntos de datos disminuyen el tiempo de coalescencia al aumentar el voltaje, sin embargo, la que tiene una magnitud de flujo de 50 mm/s presenta valores de tiempo menores, seguida de $v = 25$ mm/s y $v = 10$ mm/s.

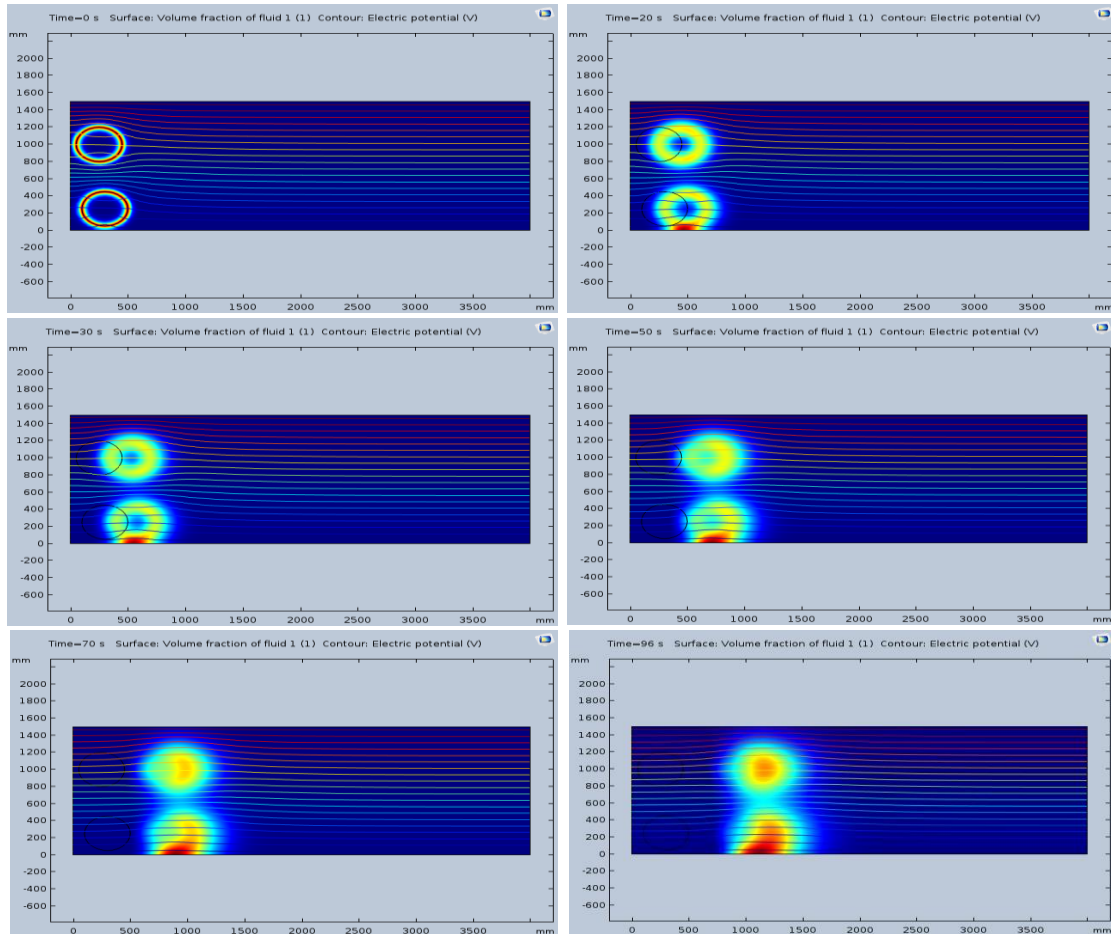


FIGURA 59. Comparación de los tiempos de electrocoalescencia para el caso especial, utilizando 25000 Volts, $T = 210^{\circ}\text{C}$ y $v = 50$ mm/s

A continuación, se muestra la comparación entre los procesos de coalescencia para $T = 210^{\circ}\text{C}$, $V = 25000$ Volts. En esta simulación solo se varió el flujo. La figura es la siguiente:

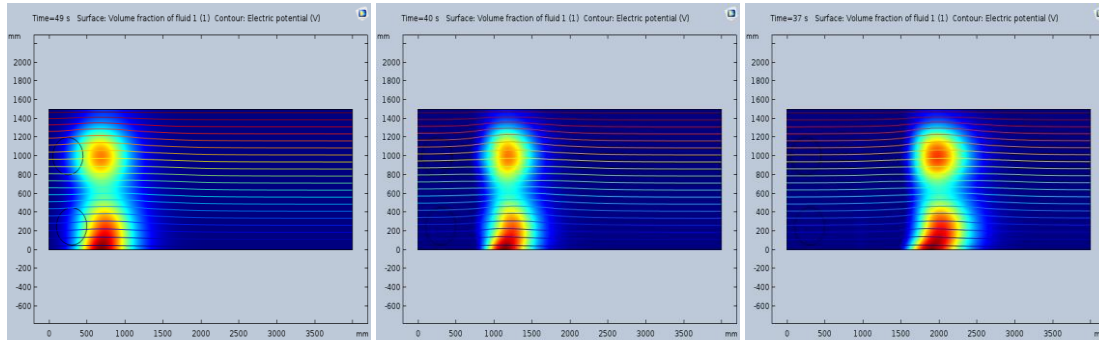


FIGURA 60. Comparación de los tiempos de electrocoalescencia para el caso especial, utilizando 25000 Volts y $T=210^{\circ}\text{C}$. Únicamente variando las velocidades en cada caso

De acuerdo con los resultados del caso más próximo al que se observaría en un proceso real, se puede destacar que el orden de magnitud del tiempo correspondiente al obtenido es de alrededor de 35 a 50 segundo es un sistema del tamaño indicado. Este valor de la longitud del sistema y de las condiciones de operación se parecen a las observadas en un sistema de desalado utilizado en la realidad. Se pueden elaborar otros casos en los que las variables tomen otros valores, sin embargo, el caso presentado en esta sección corresponde a un caso básico y los resultados obtenidos con algunas variables de este, no tendrían por qué variar considerablemente.

4.3. Análisis de los resultados experimentales

Además de los resultados obtenidos con el simulador se procedió a realizar una serie de pruebas experimentales con el fin de comprobar que el procedimiento propuesto en este trabajo se puede utilizar realmente. Como lo indica la parte del procedimiento de este trabajo se utilizó una celda de deshidratación de crudo junto con una fuente de poder y un sistema de calentamiento. Además, se utilizó dodecilsulfato de sodio como desemulsificante para disminuir la tensión superficial entre las fases. Las gráficas de los resultados obtenidos se muestran a continuación, así como una serie de comparaciones entre ellos.

4.3.1. Caso 1 (100 miliampere)

En la siguiente gráfica se muestra el comportamiento que tuvo el proceso de separación de agua mediante el campo eléctrico alterno, esto con una intensidad de corriente de 100 miliampere.

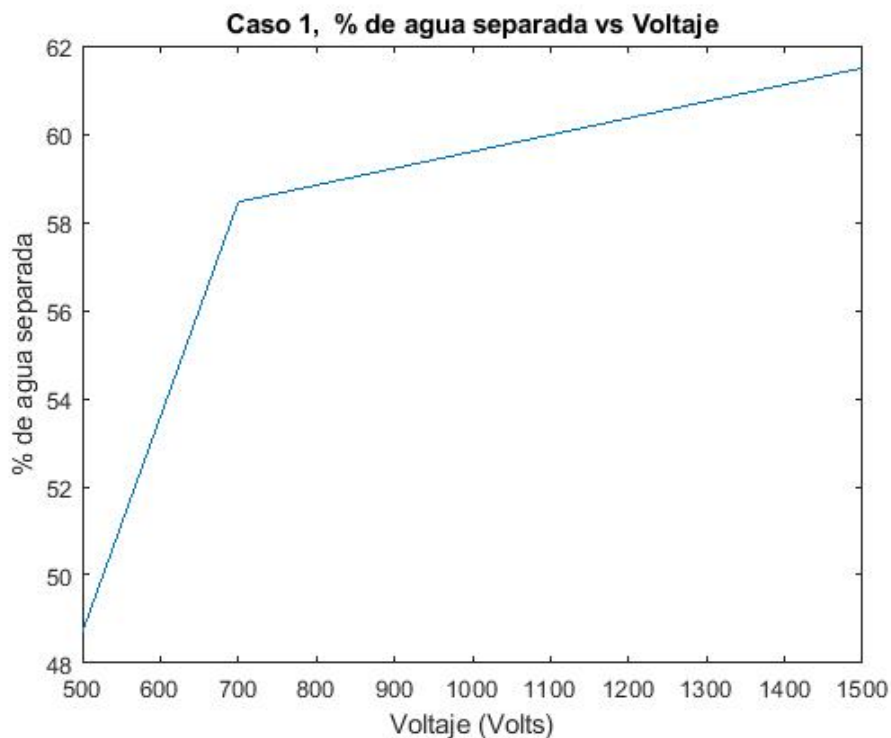


FIGURA 61. Gráfica de separación de agua utilizando un voltaje de 500 a 1500 volts y una corriente eléctrica de 100 mA

Como se observa en la FIGURA 61, cuando se incrementa el voltaje o la diferencia de potencial eléctrico en el experimento el agua separada de la emulsión original es mayor. El mayor grado de agua separada es de aproximadamente el 61%, mientras que el valor mínimo es de alrededor de 49%. En términos generales se observa un comportamiento lineal entre estas variables, donde la pendiente de la gráfica cambia en el segundo dato experimental, esto se da alrededor de 700 volts. Donde después de este valor el grado de separación de agua es menor conforme el voltaje va en aumento.

4.3.2. Caso 2 (200 miliampere)

En la siguiente serie de experimentos se utilizaron las mismas condiciones que en el caso anterior, únicamente se varió la intensidad de corriente eléctrica, con el fin de comparar los resultados obtenidos en el caso anterior y en los siguientes. La FIGURA 62 muestra el grado de separación de la emulsión agua en aceite.

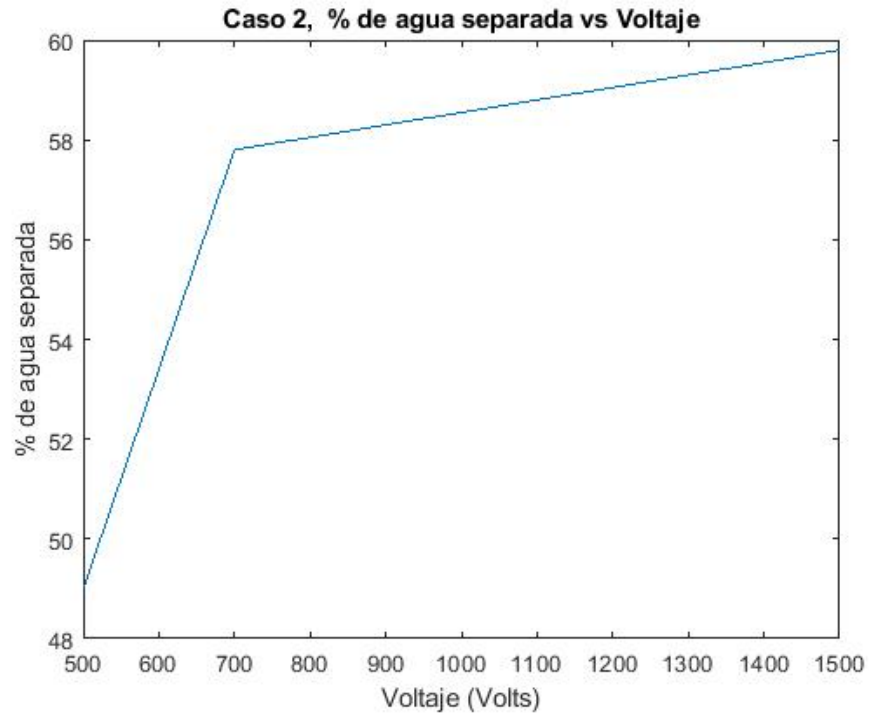


FIGURA 62. Gráfica de separación de agua utilizando un voltaje de 500 a 1500 volts y una corriente eléctrica de 200 mA

Como se observa en la FIGURA 62, el mayor grado de separación se logró al aumentar el voltaje aplicado, este valor llegó a ser alrededor de 60%. Esta tendencia es la misma que el caso anterior, con la diferencia en el grado de separación. A las condiciones utilizadas en este caso, el menor porcentaje de separación se dio a 500 volts, con un 49% aproximadamente. También se observa que al superar los 700 Volts la proporción de agua separada va disminuyendo, esto debido a que la pendiente de la recta es menor en los valores de 700 a 1500 volts.

4.3.3. Caso 3 (300 miliampere)

También se realizó la parte experimental utilizando 300 miliampere, esto manteniendo las mismas condiciones de temperatura y presión que en los casos anteriores y el siguiente. La GRÁFICA 63 con los resultados obtenidos se muestra a continuación:

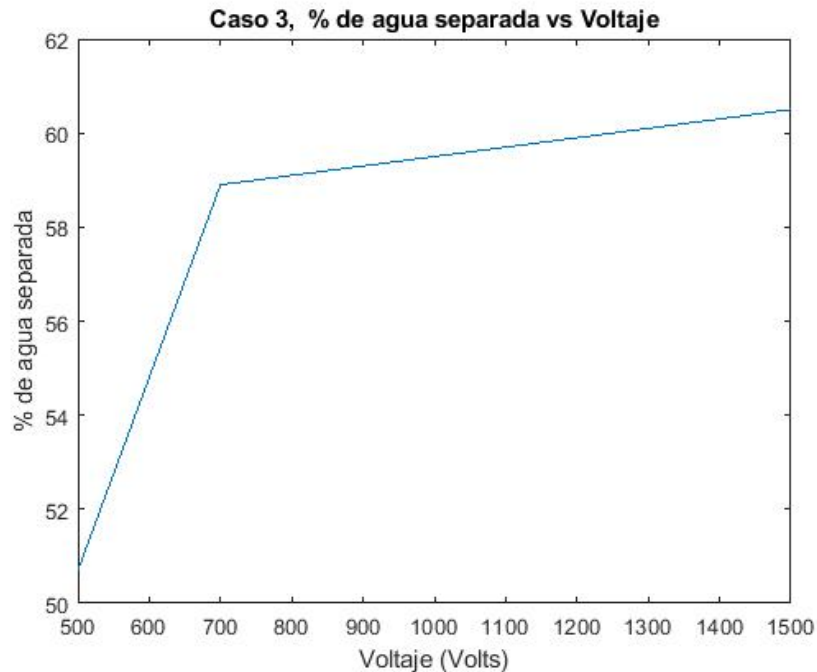


FIGURA 63. Gráfica de separación de agua utilizando un voltaje de 500 a 1500 volts y una corriente eléctrica de 300 mA

Como se observa en la FIGURA 63, el mayor grado de separación se logró al aumentar el voltaje aplicado, este valor llegó a ser alrededor de 60.3%, Mientras que el menor porcentaje de separación fue de 51 % aproximadamente. Se observa un comportamiento similar a los casos anteriores.

4.3.4. Caso 4 (400 miliampere)

En el último caso se utilizaron 400 miliampere, esto debido a que es la máxima capacidad del equipo que se utilizó como fuente de poder. Por lo tanto, los resultados obtenidos en este caso se procedieron a compararlo con los anteriores. En la siguiente gráfica se muestran los resultados obtenidos.

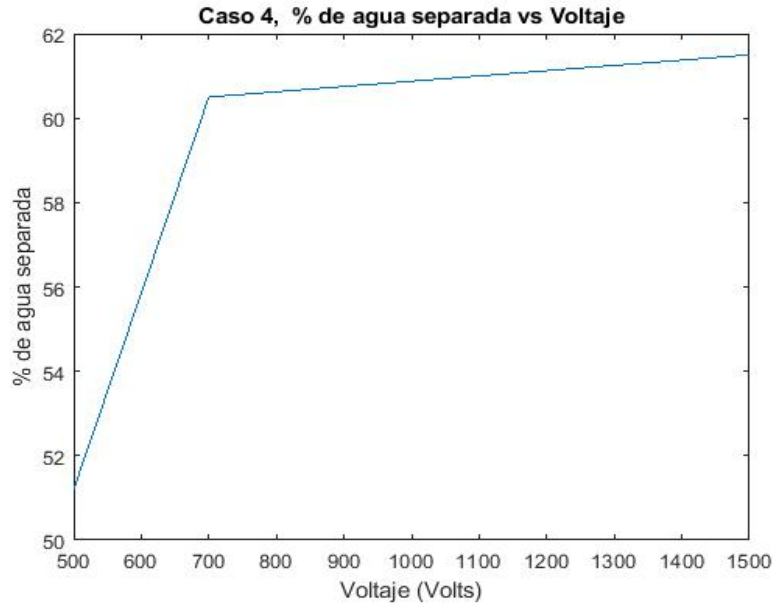


FIGURA 64. Gráfica de separación de agua utilizando un voltaje de 500 a 1500 volts y una corriente eléctrica de 400 mA

Como se observa en la FIGURA 64, el mayor grado de separación se logró al aumentar el voltaje aplicado, este valor llegó a ser alrededor de 61.8%. Mientras que el menor porcentaje fue de aproximadamente 51.8%. Como en los casos anteriores, mientras mayor fue el voltaje aplicado también se observó un mayor grado de separación del agua presente en la emulsión original. También como en los casos anteriores, cuando el voltaje es mayor a 700 Volts el porcentaje de separación tiene una menor variación con el voltaje aplicado.

4.4. Comparación de los casos

Se ha visto en los casos anteriores que la separación de la emulsión agua en aceite tiene las mismas tendencias. Mientras mayor sea el voltaje aplicado en la celda, ésta tendrá un mayor grado de separación. Con el fin de comparar los resultados experimentales, se unieron las series de datos en una misma gráfica. Esta se muestra a continuación:

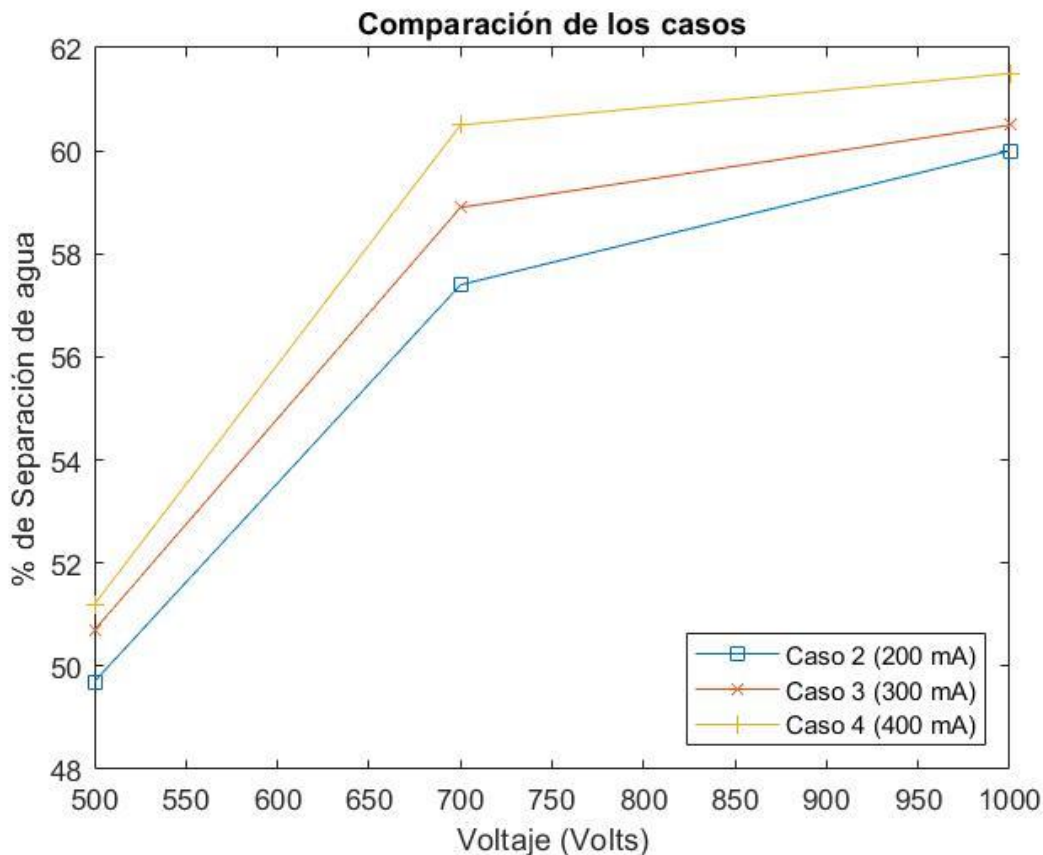


FIGURA 65. Comparación de los diferentes casos experimentales

De acuerdo con la comparación de los casos experimentales en la FIGURA 65, se observa que en el caso 4 en términos generales se obtuvo un mayor grado de separación de agua de la emulsión, se logró aumentando el potencial eléctrico y la intensidad de corriente, aunque a 1500 Volts, el resultado es muy parecido al obtenido en el caso 1. La serie 1 se decidió quitar debido a que es muy probable su error experimental haya sido mayor que los demás casos.

Los resultados experimentales muestran que experimentalmente el proceso de electrocoalescencia se puede llevar a cabo sin considerar un flujo convectivo y en estado estacionario, esto simplifica el modelo utilizado de acuerdo con el planteamiento inicial, por lo que tendrían una mayor importancia las propiedades como tensión superficial, temperatura y presión.

Capítulo 5. Conclusiones y recomendaciones

5.1. Conclusiones y recomendaciones

5.1.1. Conclusiones

5.1.1.1. Simulación

En términos generales, los tiempos registrados de electrocoalescencia son muy parecidos aún con la variación de sus condiciones de operación.

En los casos 1 a 3, los tiempos registrados de unión de las gotas de agua están en el intervalo de aproximadamente 0.1 a 0.4 segundos. Esto se puede deber a que se trata de un sistema “pequeño” y por lo tanto es de esperarse que así sea el tiempo en el que las gotas coalescen. Estos resultados podrían indicar que el tiempo de electrocoalescencia en este rango de tamaños tanto del sistema de flujo como del tamaño de las gotas utilizadas es independiente de la magnitud de longitud y tamaño de éstas.

Al utilizar el sistema 2 y cambiando el tamaño de las gotas dispersas en el medio con propiedades semejantes al aceite se observa que en el caso 4 el tiempo de coalescencia aumenta de manera notable en comparación con los casos 1,2 y 3. Los valores obtenidos en el caso 4 van de 2.8 a 3.7 segundos. Estos datos de tiempo son mayores que los correspondientes al caso 5, donde los tiempos obtenidos van de 0.7 a 1 segundo. Estos resultados se pueden atribuir principalmente a la diferencia en el tamaño de las gotas, los cuales indican que a estas condiciones de operación, los tamaños de las gotas utilizadas influyen de manera importante. También se observa la influencia del tamaño en la comparación del caso 5 y 6, en el cual las gotas son de mayor tamaño e idénticas entre sí. Esto indica que el tamaño también puede presentar un efecto contrario, donde al aumentar el tamaño se dificulta la unión de las gotas. Esta parte podría indicar que hay un tamaño de gota “adecuado” para realizar de forma más eficiente el proceso, el cual sería tener un radio de gota aproximado de 15 a 30 milímetros.

En el análisis de los casos 7,8 y 9, donde el sistema es considerablemente mayor que en los casos anteriores, es decir, aproximadamente de longitud de 2 metros de largo y 1 metro de ancho. Estas medidas son muy parecidas a las que tienen los desaladores industriales.

En los casos 7 y 8 los tiempos de electrocoalescencia van de aproximadamente de 0.8 a 1.5 segundos. Estos datos de tiempo no presentan una variación considerable entre ellos. Estos tamaños utilizados de las gotas al igual que en el caso anterior se podría entender como medidas “adecuadas” para el proceso.

Por otro lado, el tiempo que se reporta para el caso 9 es de mayor magnitud teniendo un intervalo de tiempo también mayor, estos valores van de 7 a 10 segundos. Estos datos son considerablemente mayores que los casos anteriores, sin embargo, se podrían catalogar como valores que tienen una tendencia hacia lo que se puede observar en los procesos reales. Este caso podría considerarse como un intento de explicar lo que pasa en la realidad y donde se puede analizar de mejor manera al observar el caso especial, el cual presenta condiciones de operación más próximas a la realidad.

En cuanto a los resultados obtenidos con el caso especial, se puede atribuir una semejanza con el caso 9, donde las diferencias se atribuyen principalmente a los distintos valores de voltaje y temperatura. Esto debido a que el caso especial el tiempo es aproximadamente 8 veces mayor que el caso 9. La diferencia en el voltaje aplicado pasó de valores de 1500 volts a 15000 volts en el menor de los casos. Otro factor que influye en esta variación es el incremento en la temperatura, la cual es cerca de 120°C mayor en el menor de los casos. Esta variable también manifiesta una variación directa en la densidad y viscosidad del sistema de flujo.

5.1.1.2. Resultados experimentales

Como se vio en el análisis de resultados experimentales, mientras mayor sea el voltaje aplicado aumentará el grado de separación de las fases. En términos generales el intervalo de separación varía entre 58 a 63%, siendo el caso donde el voltaje es de aproximadamente 1500 Volts, potencia de 240 Watts e intensidad de 400 miliamperes.

De la comparación general de los resultados con la simulación se observa que es difícil elaborar una comparación directa entre estas. Debido a que las condiciones de operación de cada uno de los métodos son diferentes. En la simulación la mayoría de los casos se realizaron con un sistema en flujo, lo que se podría aproximar a un caso real, sin embargo, la cantidad de gotas no resulta del todo representativa de un sistema, esto sólo se puede tomar como una ejemplificación del mecanismo que siguen las gotas de agua dispersas al unirse. En el caso experimental el mecanismo corresponde más a un sistema estático, sin una influencia de una velocidad de flujo. Por lo que los esfuerzos de corte no tienen ningún efecto sobre el sistema. Debido a esto se asume que la presión producida por las fuerzas de campo es la variable más importante en la separación de las gotas.

5.1.2. Recomendaciones

Con el fin de colaborar en el desarrollo de trabajos futuros en este ámbito se proponen las siguientes recomendaciones:

En este trabajo se simularon sistemas donde sólo intervienen dos gotas, por lo tanto, la cantidad de éstas se podría incrementar en número, lo que significa que al utilizar Comsol Multiphysics® o cualquier otro simulador el principal problema es la creación del sistema, así como el número de condiciones de frontera, las cuales aumentarían de manera proporcional al número de gotas.

Otra sugerencia es trabajar con diferentes valores de tensión superficial, específicos para cada tipo de emulsión y porcentajes de agua contenida. Esto ayudaría a ampliar el espectro de resultados obtenidos, en este trabajo únicamente se utilizaron valores de tensión superficiales variantes en función de la temperatura en cada caso.

De ser posible buscar datos reales de tiempo de deshidratación, los cuales se pueden comparar con los simulados en condiciones semejantes de medidas de la longitud del sistema. Esto podría ayudar a desarrollar tendencias o correlaciones que faciliten estimar

el tiempo adecuado de deshidratación dependiendo del contenido inicial de agua en la emulsión a separar.

A nivel laboratorio se podría construir un sistema con flujo, donde la emulsión en lugar de estar estática se pueda mover a través de los electrodos que proveen de potencial eléctrico.

En caso de construir un sistema en flujo se podría adaptar otro método de separación de emulsiones novedoso o complementario, tal como: ultrasonido, centrifuga o algún método de compresión.

Apéndices

6.1. Apéndice 1

En esta sección se explican los elementos de los tensores involucrados en los esfuerzos producidos por el potencial eléctrico y los esfuerzos de corte. Este trabajo se llevó a cabo en 2 dimensiones, así que el tensor de esfuerzos se trató también en 2 dimensiones:

$$\bar{\mathbf{T}} = (E_x, E_y, E_z) \varepsilon_0 \varepsilon_r \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \left((E_x + E_y + E_z) \cdot \varepsilon_0 \varepsilon_r (E_x + E_y + E_z) \right) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.1)$$

$$= \varepsilon_0 \varepsilon_r \begin{pmatrix} E_x^2 & E_x E_y & E_x E_z \\ E_y E_x & E_y^2 & E_y E_z \\ E_z E_x & E_z E_y & E_z^2 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r (E_x^2 + E_y^2 + E_z^2) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

Al eliminar los términos con respecto al eje Z, se reduce a:

$$\varepsilon_0 \varepsilon_r \begin{pmatrix} E_x^2 & E_x E_y \\ E_y E_x & E_y^2 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r (E_x^2 + E_y^2) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.3)$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_0 \varepsilon_r E_x^2 & \varepsilon_0 \varepsilon_r E_x E_y \\ \varepsilon_0 \varepsilon_r E_y E_x & \varepsilon_0 \varepsilon_r E_y^2 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r \begin{pmatrix} E_x^2 + E_y^2 & 0 \\ 0 & E_x^2 + E_y^2 \end{pmatrix}. \quad (1.4)$$

Haciendo la resta de los términos queda:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_0 \varepsilon_r E_x^2 - \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r (E_x^2 + E_y^2) & \varepsilon_0 \varepsilon_r E_x E_y \\ \varepsilon_0 \varepsilon_r E_y E_x & \varepsilon_0 \varepsilon_r E_y^2 - \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r (E_x^2 + E_y^2) \end{pmatrix}. \quad (1.55)$$

Los componentes del tensor de esfuerzos de Maxwell indican el plano y la dirección en que se aplica la fuerza eléctrica. Por ejemplo, en el componente (1,1) se observa que la fuerza resultante es la resta del producto cuadrado del campo eléctrico en la dirección x del plano menos la suma de los cuadrados de los campos eléctricos de cada componente, todo el término multiplicado por un medio del producto de las constantes dieléctricas. Esto indica que la magnitud de la fuerza aplicada en el plano x con dirección normal a x es el cuadrado del campo eléctrico menos el cuadrado del propio campo eléctrico en las direcciones x y y. Este término es muy parecido al otro término de la diagonal, solo cambiando el primer componente de la fuerza de campo eléctrico por y. Los dos términos restantes no contienen la resta de términos, solo el producto de los componentes de la fuerza de campo, por lo que son prácticamente iguales.

6.2. Apéndice 2

En la siguiente sección se muestra la coalescencia de dos gotas de agua dispersas en un medio de aceite. Esto mediante la asignación de las propiedades de cada uno a la temperatura y presión indicada en cada caso.

6.2.1. Caso de prueba 1

Las siguientes imágenes corresponden a las obtenidas sin movimiento de la emulsión (velocidad de flujo igual a cero), con un potencial eléctrico de 8000 volts y 1 segundo de duración. En ellas se ilustran los diagramas de la fracción volumen, potencial eléctrico, presión y velocidad. En este caso las dimensiones del sistema son: 30 mm de largo y 10 mm de alto o ancho, donde los radios de los círculos que representan las dos gotas de agua son: 1.6 y 1.2 mm, respectivamente.

En la FIGURA 66 se muestran las gráficas de distribución de velocidad del sistema, utilizando los valores asignados de voltaje, tamaño del sistema y de las gotas.

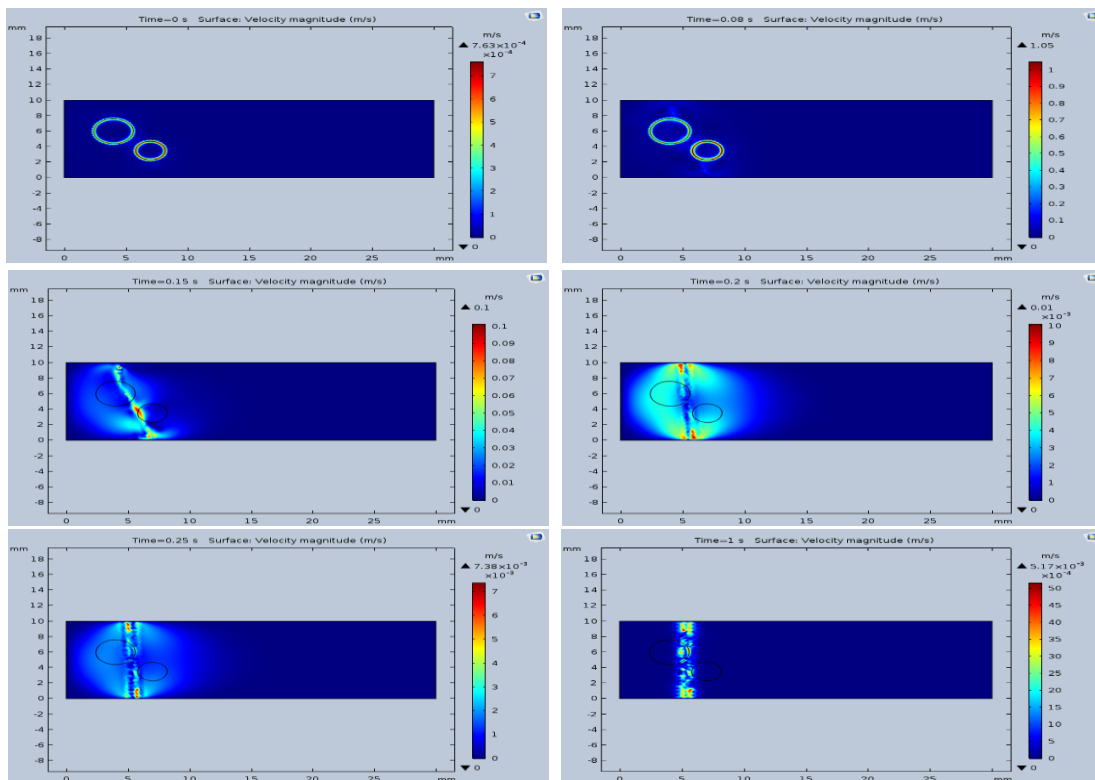


Figura 66. Gráficas de la velocidad superficial de la emulsión formada del agua con el aceite sin movimiento ($v=0$ mm/s), con $V= 8000$ volts.

La figura anterior muestra la distribución de la velocidad entre las gotas bajo la influencia solo del campo eléctrico sin el efecto del flujo de aceite. En la primera imagen correspondiente a $t = 0$. Se observa que en la superficie de las gotas la velocidad es ligeramente mayor al resto del sistema, esto se nota por la coloración verde y roja. El resto de la imagen, en $t = 0$, la coloración azul intensa, lo que indica que la velocidad es muy cercana a cero. Cuando el tiempo llega a 0.08 segundos se observa un color azul más claro

y roja alrededor de las gotas, lo que indica que la velocidad aumenta en esa zona, esto coincide con el modelo dialéctrico, en el cual las cargas alrededor de las gotas se mueven al aplicar un campo eléctrico.

Cuando el tiempo aumenta a 0.2 segundos la zona de coloración verde y roja aumenta de tamaño, lo que indica que la velocidad va en aumento en medio del sistema, y es ligeramente mayor en las zonas cercanas al canal de “flujo”, donde el color es rojo, esto indica que las cargas se han movido debido a la atracción entre las cargas superficiales de las gotas y los electrodos donde se origina el campo eléctrico. Cuando el tiempo es igual a 0.25 segundos se observa la forma muy parecida al final que presentarían las gotas, donde se unen y la gota formada se alarga a lo ancho del canal, esta forma es muy parecida a la que se observa al final de la simulación en $t = 1$ segundo. Cabe señalar que este efecto no es deseado en un desalador, lo ideal sería formar una gota de forma esférica de mayor tamaño a las originales que se pudiera unir a otras de tamaño similar y precipitar de manera más fácil.

También se observa en la figura 65 que la coalescencia de las gotas solo se ve influenciada por el campo eléctrico, en este sistema no hay un término convectivo que contribuya al proceso de unión de las gotas de agua. Este caso es muy similar al que se realizó experimentalmente, donde la mayor influencia se debe al campo eléctrico aplicado con corriente alterna.

La FIGURA 67, se muestra la distribución del potencial eléctrico aplicado sin utilizar una magnitud de velocidad para el sistema. A continuación, se muestra esta figura.

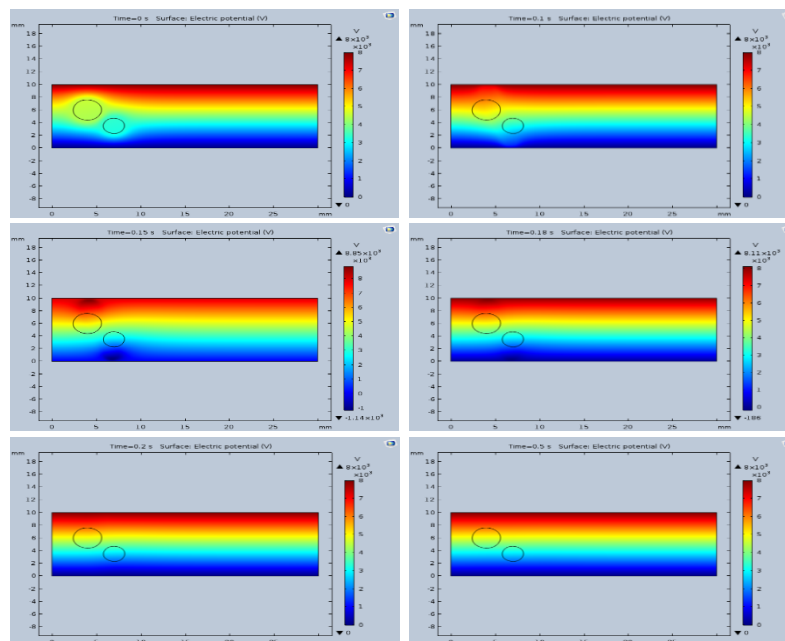


FIGURA 67. Gráficas de potencial eléctrico de la emulsión sin movimiento ($v=0$ mm/s), con $V=8000$ volts

La GRÁFICA 67 muestra la distribución del potencial eléctrico o voltaje en función del tiempo. Se observa que a $t=0$, el potencial eléctrico tiene un valor máximo de 8000 volts

en la parte superior del canal, el que corresponde a la fuente del potencial (color rojo), mientras que en el parte azul marino esta la zona de menor potencial con valores cercanos a 0. El color verde y amarillo corresponde a los valores del potencial eléctrico que es el valor neto aplicado sobre las gotas de agua, este valor esta entre 3000 y 5000 volts. Como se observa en la figura 19, la distribución de potencial eléctrico se mantiene de la misma forma durante el tiempo que dura el proceso. La mayor variación que se da en la distribución es durante el tiempo de 0.1 s a 0.2 segundos. Al pasar este breve intervalo de tiempo la distribución se mantiene constante.

La FIGURA 68 muestra la distribución de la presión en el sistema sin utilizar un flujo para el sistema. A continuación, se muestra esta figura.

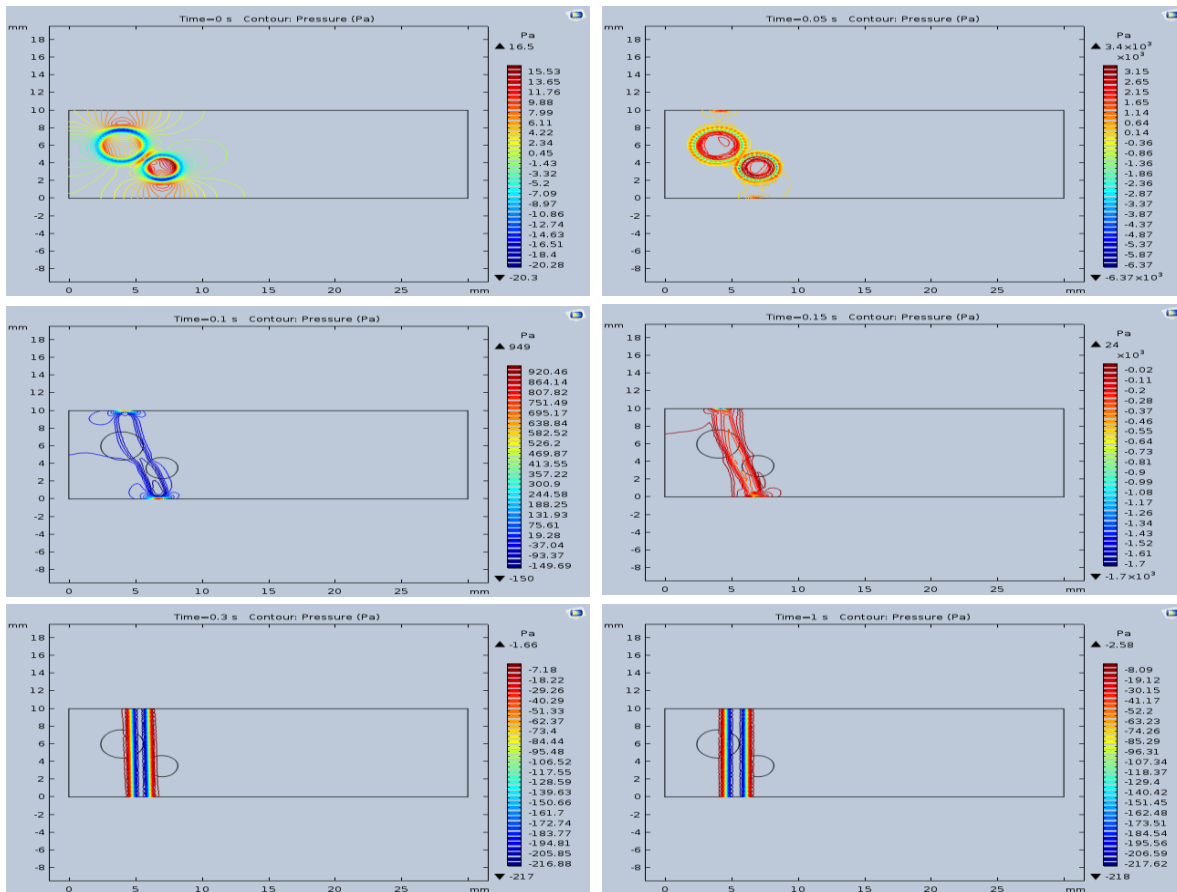


FIGURA 68. Gráficas de superficie de presión de la emulsión formada del agua con el aceite sin movimiento, con $V= 8000$ volts.

En la FIGURA 68 se observa la influencia que tiene la diferencia de presión en la unión de las gotas, como se observa a un $t = 0$, la presión es mayor (color rojo) en interior de las gotas, donde la gota más pequeña tiene mayor presión que la grande. También se observa que en la superficie de ambas gotas la presión es menor (color azul y verde). Esta presión que se observa alrededor de las gotas es aproximada a la tensión superficial que hay que

vencer o superar para que las gotas se unan. Conforme transcurre el tiempo las gotas se van uniendo, en $t = 0.05$ segundos, la presión dentro y fuera de las gotas va en aumento, lo que indica que las gotas se han aproximado y la fuerza que hay que superar para que se unan se ha alcanzado. Esto también lo indica el predominio del color rojo dentro de las esferas y amarillo en su contorno. A un tiempo $t = 0.1$ s la presión dentro de las gotas disminuye, esto se observa por la coloración azul presente, conforme transcurre el tiempo a $t = 0.15$ s, la presión aumenta de nuevo, esto se debe a que el nuevo agregado de las gotas iniciales tiene una estabilización superficial. A $t = 0.3$ s el agregado de agua formado está en posición vertical y así se quedaría hasta el final del tiempo que dure el proceso, en $t = 1$ s. Este comportamiento del sistema no sería el deseable en un caso real ya que las gotas formadas tendrían una forma alargada y se mantendrían unidos al canal de flujo.

En la FIGURA 69 se muestra la variación de la fracción en volumen de cada una de las fases en función del tiempo transcurrido al llevarse a cabo la coalescencia de las gotas.

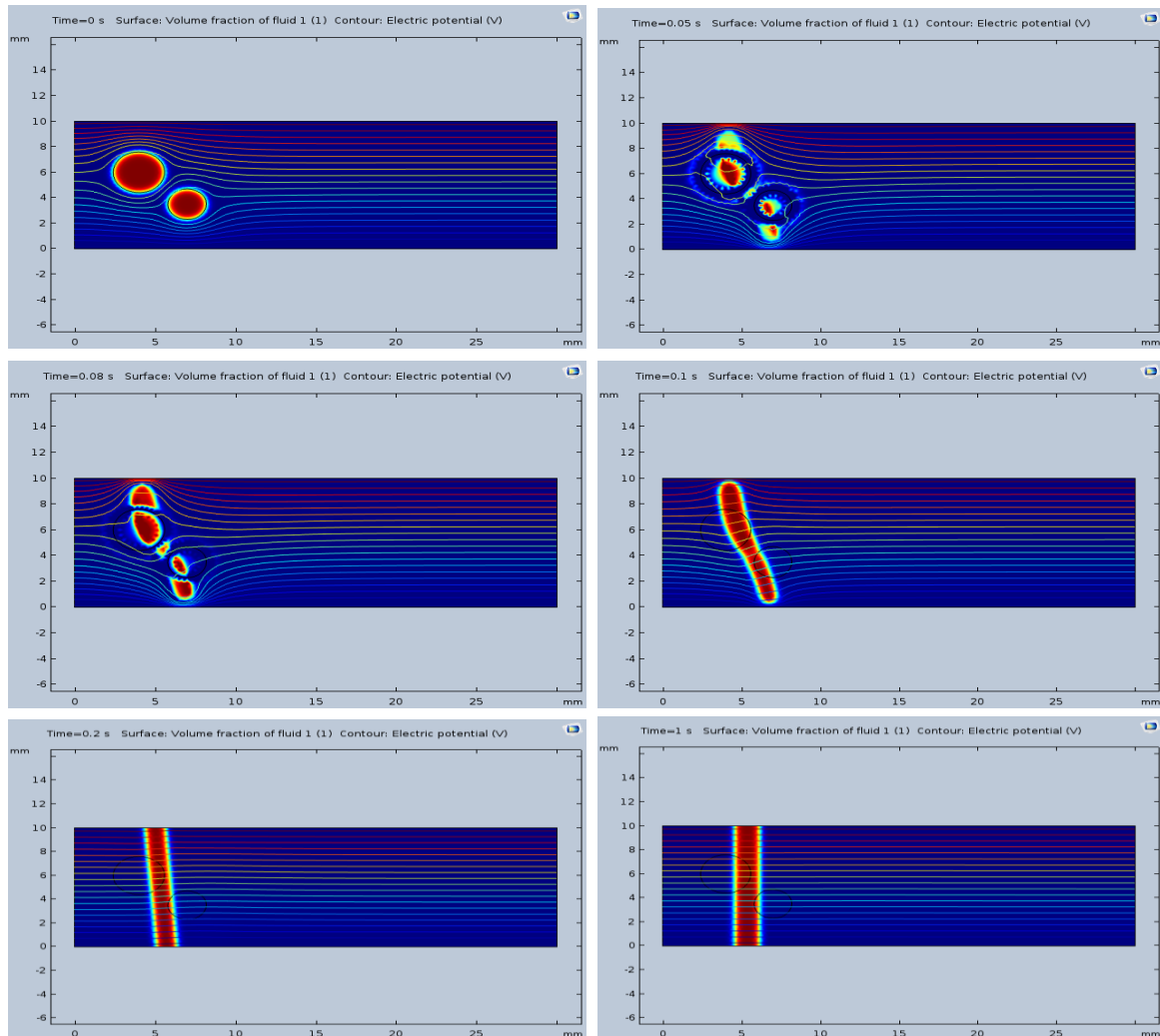


FIGURA 69. Gráficas de superficie de la fracción de volumen de cada una de las fases de la emulsión formada sin movimiento ($v=0$ mm/s), con $V= 8000$ volts

En la FIGURA 69 se observa la fracción en volumen del agua presente en el medio de aceite, estas gotas de agua están representadas por los círculos rojos, mientras el medio de aceite es el fondo en azul, con líneas horizontales que representan las líneas de corriente por donde se moverían las gotas a través del canal compuesto por electrodos. El conjunto de imágenes que integran la figura anterior muestra que el potencial eléctrico logra juntar los volúmenes de las gotas. De manera que la unión de esta, forma una figura orientada a los electrodos de manera perpendicular. Lo ideal sería formar una sola gota con una forma muy parecida a las originales.

De acuerdo con la FIGURA 69, a un tiempo $t = 0$, las gotas de agua (rojas) están en su condición inicial, esto es, dispersas en el medio de aceite (azul). En la figura también se observan las líneas de corriente del fluido, las cuales, indican la trayectoria que siguen las gotas a través del medio. A $t = 0.05$ s, las gotas se orientan hacia los canales por donde fluye el aceite, esta orientación es vertical y tiene el efecto de dividir o cortar las gotas, casi de manera instantánea a $t = 0.08$ s, las gotas se unen debido a las fuerzas entre las

partículas del agua y a $t = 1$ s, la unión de las gotas tiene una forma definida orientada verticalmente hacia los electrodos. Finalmente, en $t = 0.2$ s la fracción del agua tiene una forma alargada verticalmente. En $t = 1$ s, la forma alargada ya no presenta variaciones con respecto al $t = 0.2$ s.

Los resultados de este caso de prueba 1, muestran que el modelo es flexible cuando no se utiliza una velocidad como variable. Este caso es muy parecido al que se puede realizar a nivel laboratorio, como el elaborado en este trabajo. Donde las variables más importantes son: temperatura y voltaje aplicado.

6.2.2. Caso de prueba 2

Con el fin de determinar los alcances de este método y conocer el comportamiento del sistema sin la presencia de una variable fundamental del proceso de electrocoalescencia, se muestra otro caso elaborado, en el cual ahora no hay un potencial eléctrico. La velocidad de fluido utilizada fue de 50 m/s, $T=293$ K y $P= 1$ atm. Las dimensiones de sistema son: 30 mm de largo y 10 mm de alto, donde los radios de los círculos que representan las gotas de agua son: 2 y 1.5 mm.

En la FIGURA 70 se muestra la distribución del potencial eléctrico aplicado en este caso.

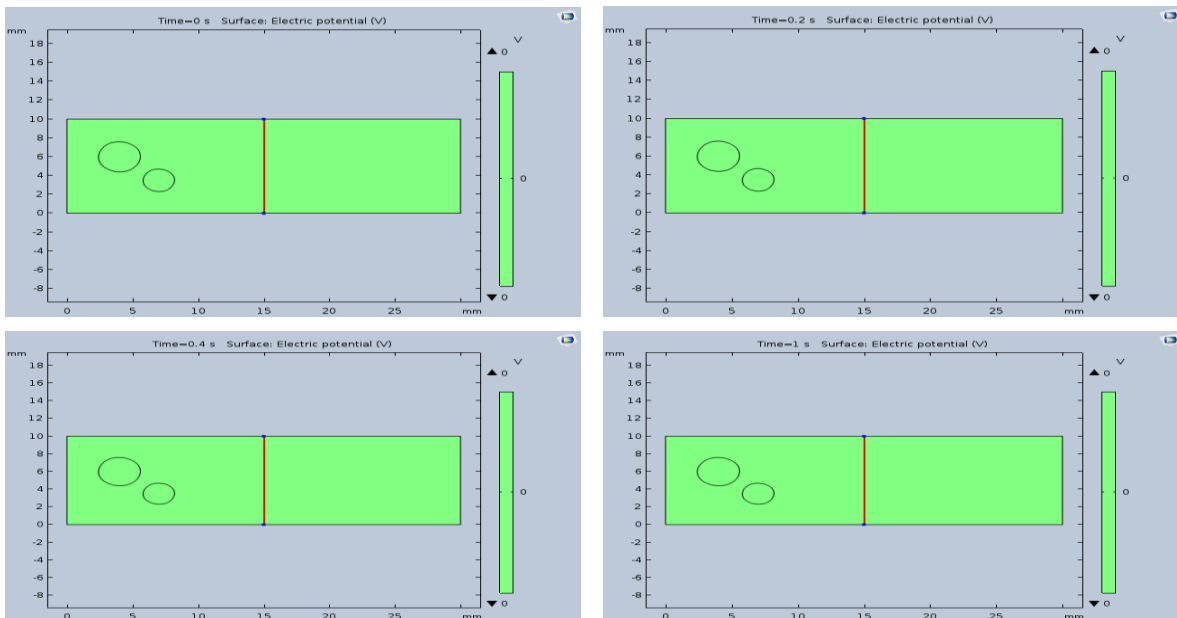


FIGURA 70. Gráficas de potencial eléctrico de cada una de las fases de la emulsión formada por agua y aceite, con una velocidad de 50 mm/s y $V = 0$ volts.

Como se observa en la FIGURA 70, a un $t = 0$, solo se observan los contornos de las gotas, así como las fronteras del sistema utilizado. El color verde indica que el valor del potencial eléctrico es igual a cero en toda el área analizada. Conforme transcurre el tiempo no hay variaciones de voltaje a $t = 0.2, 0.4$ y 1 s.

Las gráficas anteriores muestran la superficie del sistema sin un potencial, lo que concuerda con lo que se podría esperar. La realización de este tipo de diagramas con valores inusuales en el proceso de coalescencia mostró que el modelo y las herramientas utilizadas fueron adecuadas para visualizar de mejor manera este proceso.

Al igual que en el caso 1 también se muestra la gráfica de superficie de velocidad con las condiciones mencionadas. Esta figura se muestra a continuación:

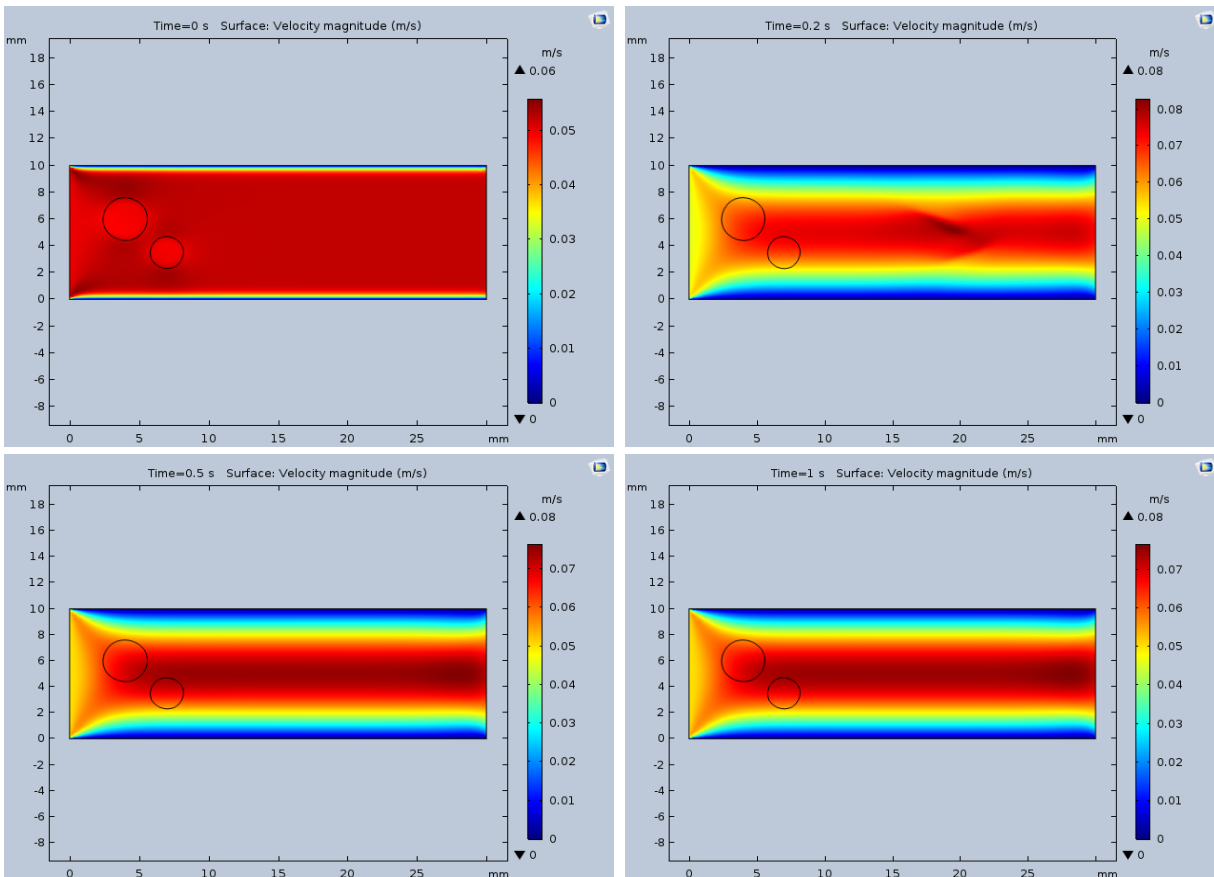


FIGURA 71. Gráficas de superficie de velocidad de cada una de las fases de la emulsión formada del agua con el aceite, con una velocidad de 50 mm/s y $V=0$ volts.

Como se observa en la FIGURA 71, a $t = 0$, la velocidad de flujo es máxima en la mayoría del canal de flujo, esto lo indica la coloración roja que corresponde a valores próximos de 50 mm/s (0.05 m/s en la gráfica). Cuando $t = 0.2$ s, el perfil de velocidad se ha formado, en el cual se observa que la velocidad máxima o más cercana a 50 mm/s está en el centro de la placa, mientras que las partes azules corresponden a valores próximos a cero. Lo anterior coincide con la aplicación de una de las condiciones de frontera, en

específico con la condición de no deslizamiento, en donde la velocidad es igual a cero en las placas. Conforme avanza el tiempo a $t = 0.5$ y 1 s se mantiene la misma tendencia de las gráficas.

En la figura 71 se muestran las imágenes para diferentes lapsos de tiempo, se observa que el perfil de velocidad coincide con un flujo laminar, el cual presenta una velocidad máxima en el centro de las dos placas o electrodos. Esto coincide con los fundamentos

teóricos propuestos en el modelo. También se observa que el color azul corresponde a una velocidad muy baja, cercana a cero en la parte más próxima a las placas superior e inferior. La figura 72 muestra las gráficas de la distribución de la presión en la superficie. Este valor de presión inicial tiene un valor de 1 atm.

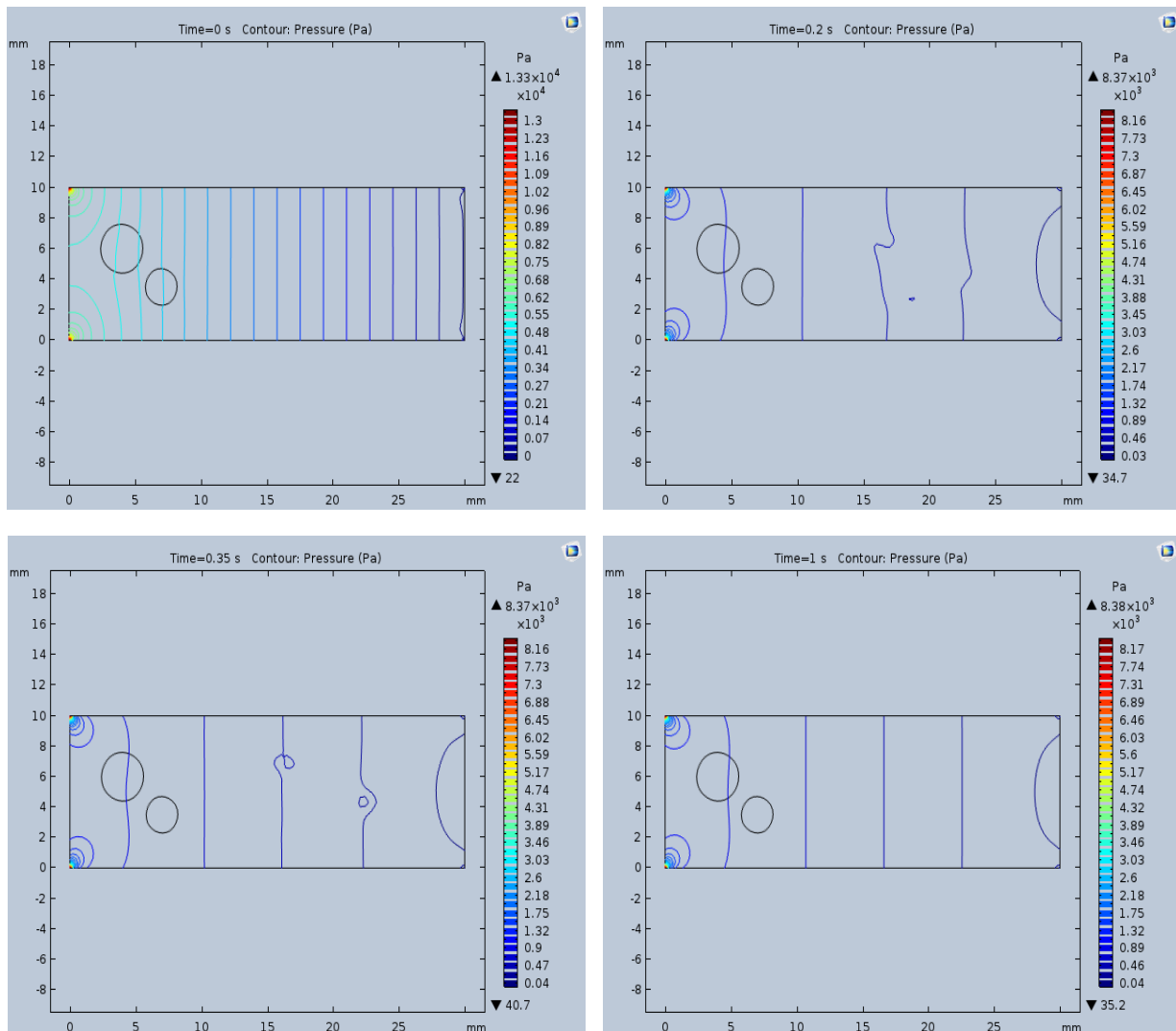


Figura 72. Gráficas de superficie de presión de cada una de las fases de la emulsión formada del agua con el aceite, con una velocidad de 50 mm/s y $V=0$ volts

En la figura 72 se observa como son los perfiles de presión superficiales a estas condiciones. A un $t = 0$, en el sistema la presión es ligeramente mayor al principio del canal (color amarillo) y conforme aumenta su longitud, esta presión va disminuyendo a lo largo del canal (líneas azules). Estos valores corresponden a una presión inicial de 1 atm. Conforme aumenta el tiempo la presión presenta variaciones, a $t = 0.2$ s la presión inicial del canal es ligeramente mayor que al final, donde se observan ligeras variaciones de color (verde) en las esquinas del principio del canal, a este tiempo también se observa que las líneas verticales azules se mueven. Esto indica el efecto del flujo en el sistema. A $t = 0.35$ s, se observa un comportamiento muy similar a $t = 0.2$ s. A $t = 1$ s, las líneas de presión están más separadas entre ellas, lo que indica que los perfiles de presión tienen valores parecidos entre ellos, esto significa que no hay diferencias notables en estos valores, los cuales, de acuerdo con los colores tienen valores mínimos, aproximadamente de 1.75×10^3 Pa, cuyo valor es de aproximadamente 0.01 atm. Este valor indica la caída de presión en este intervalo de tiempo, al pasar de 1 atm en un valor de $t = 0$ s a 0.01 atm en $t = 1$ s.

En la siguiente figura se muestran imágenes de la fracción volumen de las dos fases, estas graficas se utilizaron para determinar el tiempo de coalescencia de las gotas de agua de los resultados reportados.

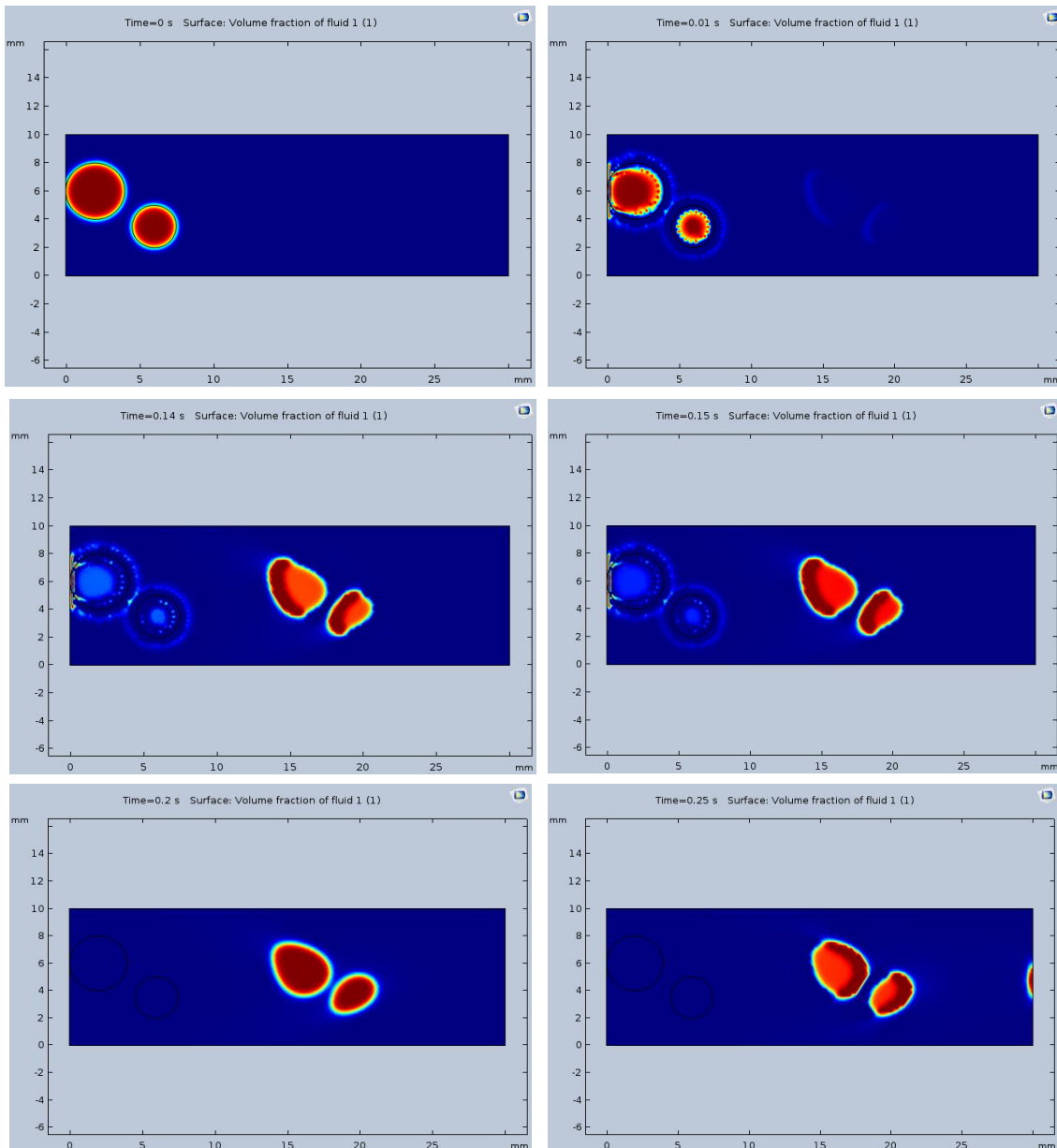


Figura 73. Gráficas de superficie de la fracción volumen de cada una de las fases de la emulsión formada del agua con el aceite, con una velocidad de 50 mm/s y $V=0$ Volts

Como se observa en la FIGURA 73, a un $t = 0$, las dos gotas de agua (rojas) están suspendidas en el medio de aceite (azul). Cuando transcurre el tiempo a $t = 0.01$ s las gotas empiezan a tener movimiento debido a la velocidad del flujo, se observa que las superficies de las gotas se empiezan a deformar por los efectos convectivos. Cuando $t = 0.14$ y 0.15 s, las gotas se han movido a lo largo del canal y su deformación va aumentando. Y aunque

se observa que estas se aproximan, no logran unirse entre sí. Cuando $t = 0.2$ y 0.25 s, las gotas siguen fluyendo sin observarse un cambio notable entre ella.

En la figura 73 se observa la serie de imágenes más importantes de este trabajo, las cuales muestran cómo es que las fracciones de cada fase se comportan. Al principio las gotas están separadas y conforme avanza el tiempo y se aplican el potencial eléctrico y un aumento de temperatura, estas gotas se mueven con el flujo multifásico y se aproximan entre sí. Estas graficas mostraron diferentes comportamientos de acuerdo con las condiciones de operación asignadas en cada caso.

6.2.3. Caso de prueba 3

Finalmente se muestra un tercer caso, donde las variables principales tienen un valor más cercano al utilizado experimentalmente. Estos valores son: $V=500$ volts, $v=50$ mm/s, y un tiempo de operación de 0.3 segundos. La FIGURA 74 muestra los perfiles de potencial eléctrico.

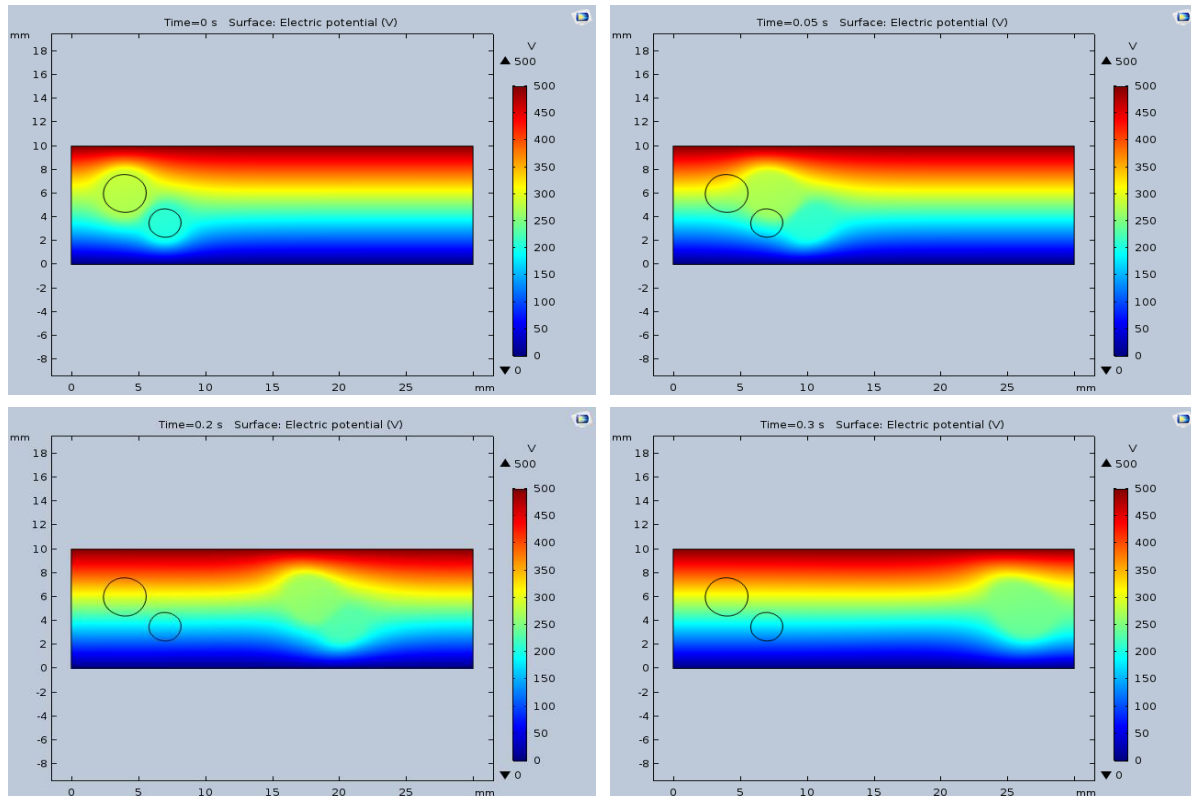


Figura 74. Gráficas de superficie del potencial eléctrico de cada una de las fases de la emulsión formada del agua con el aceite, con una velocidad de 50 mm/s y $V= 500$ volts.

De acuerdo con la FIGURA 74, a $t = 0$, los valores del potencial eléctrico alrededor de las gotas están entre 220 y 330 volts, es decir, el potencial aplicado no es necesariamente el que influye directamente en el proceso de coalescencia. Como en los casos anteriores, el valor máximo del potencial se ubica en la parte superior del canal mientras que el valor mínimo está en el electrodo de abajo. Cuando $t= 0.05$ y 0.2 s la distribución del potencial se recorre de acuerdo con el movimiento del fluido, es decir, el tiempo en el que termina de

recorrer la longitud asignada. Finalmente, el fluido termina de recorrer el canal cerca de $t = 0.3$ s, donde la distribución de potencial es muy parecida a la inicial.

En la siguiente figura se muestra la gráfica de superficie de la presión en cada fase.

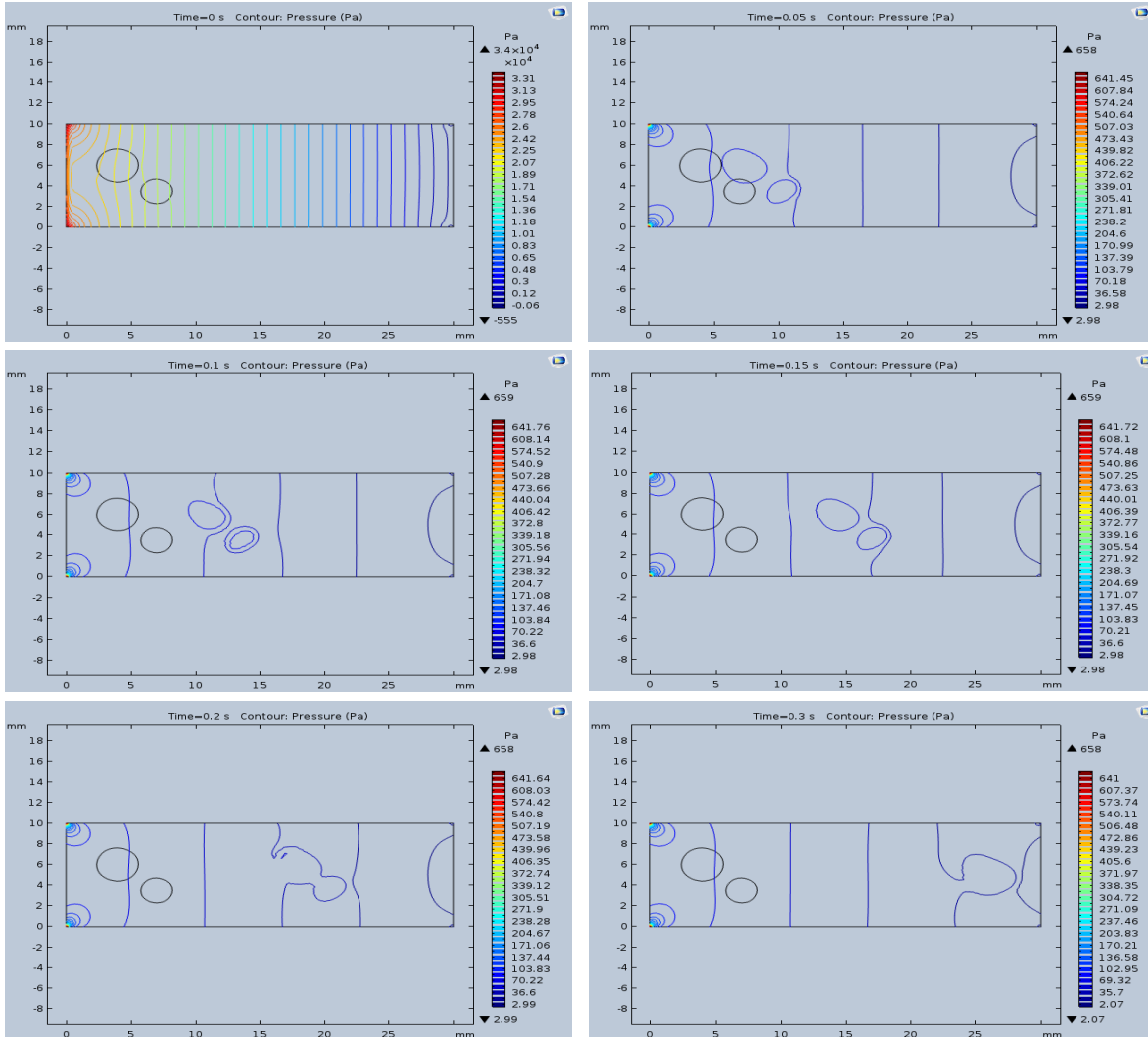


Figura 75. Gráficas de superficie de presión de cada una de las fases de la emulsión formada del agua con el aceite, con una velocidad de 50 mm/s y $V=500$ volts

Como se observa en la FIGURA 75, a $t = 0$, la presión es mayor al principio del sistema, esto se ve por el color rojo, seguido por amarillo y terminando con el azul. Conforme el tiempo pasa, el color de las líneas que indican los valores de la presión es azul, lo que indica que en el sistema la caída de presión disminuyó y el flujo es laminar. Las líneas curvadas que se observan de $t = 0.05$ a $t = 0.3$ segundos se deben a la diferencia de presión que se origina debido al gradiente de velocidad del fluido, el cual tiene valores máximos en el centro del canal, que es donde se originan esos cambios de presión indicados por las líneas azules.

De la FIGURA 75 se puede obtener información de los valores de presión que tienen las gotas al iniciar el proceso, estos valores están en un intervalo aproximado de 270 a 500 Pa.

Este factor es relevante en la medida que la presión indica que tanto las gotas se pueden aproximar una a otra y unirse.

En la FIGURA 76 se muestran las gráficas para la distribución de velocidad utilizando las características del sistema en este caso de prueba número 3.

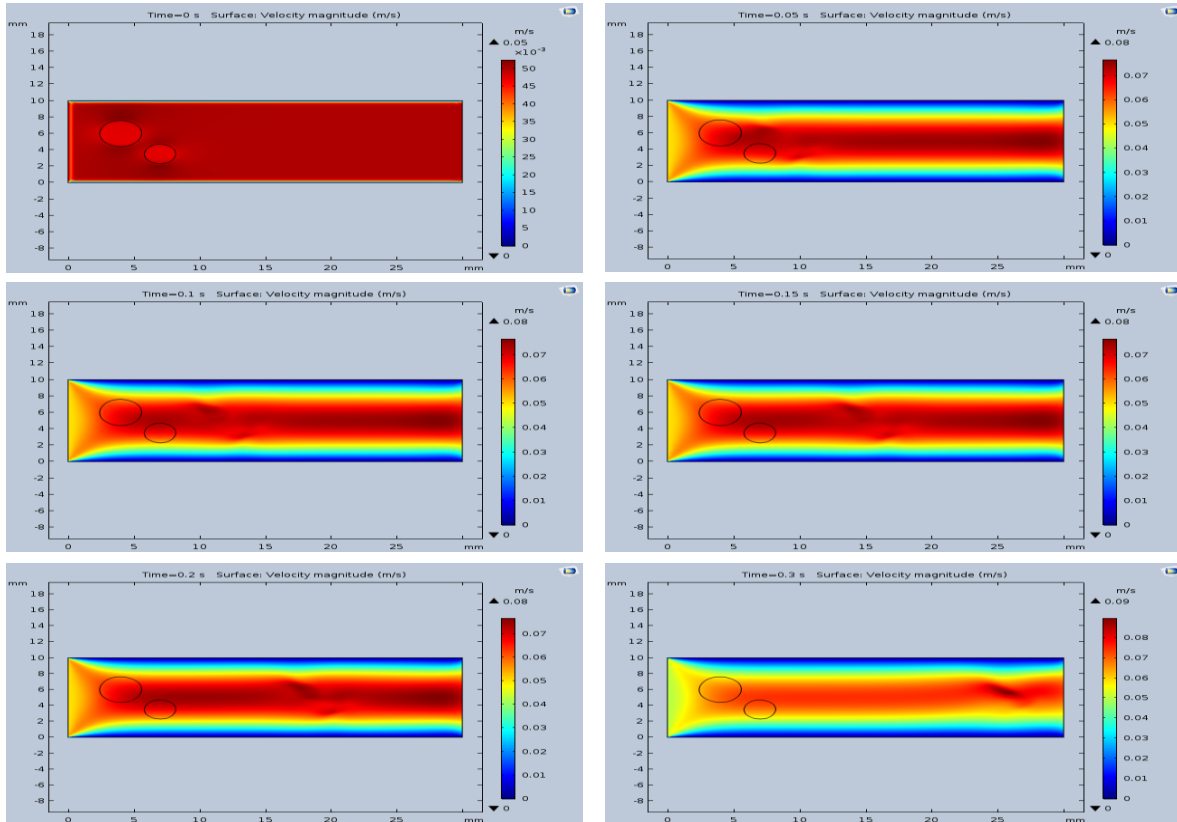


Figura 76. Gráficas de superficie de velocidad de cada una de las fases de la emulsión formada del agua con el aceite, con una velocidad de 50 mm/s y $V=500$ volts

De acuerdo con la figura anterior, a un $t = 0$, la velocidad empieza con su valor máximo, por lo que todo el canal tiene el color rojo, que corresponde a 50 mm/s, cuando $t = 0.05$ s se forma el perfil de velocidad para el flujo laminar, donde la parte roja indica que la velocidad es mayor en el centro del canal. Este mismo perfil de velocidad se observa para $t = 0.1$, 0.15 y 0.2 segundos, respectivamente. Finalmente, cuando $t = 0.3$, el fluido ya estará al final del canal y como se observará en la gráfica de las fracciones del volumen total, en este caso se unirán las gotas de agua originales. Se observa que cuando $t = 0.3$, la coloración del rojo es más tenue, esto indica que la velocidad ha disminuido una vez que cruzaron el área de análisis las gotas coalescidas.

Para terminar la explicación de los casos de prueba se realizaron las gráficas de la fracción volumen de las fases y se observó que utilizando estos valores de las variables principales se observaba que coalescían de manera muy próxima a la esperada. Donde a partir de la unión de dos gotas esféricas se formó otro de mayor tamaño.

La FIGURA 77 muestra la fracción del volumen de cada fase en este proceso, donde también cabe señalar que este tipo de graficas se utilizaron para determinar el tiempo en el que las gotas coalescían de acuerdo con las condiciones dadas en cada serie de simulaciones.

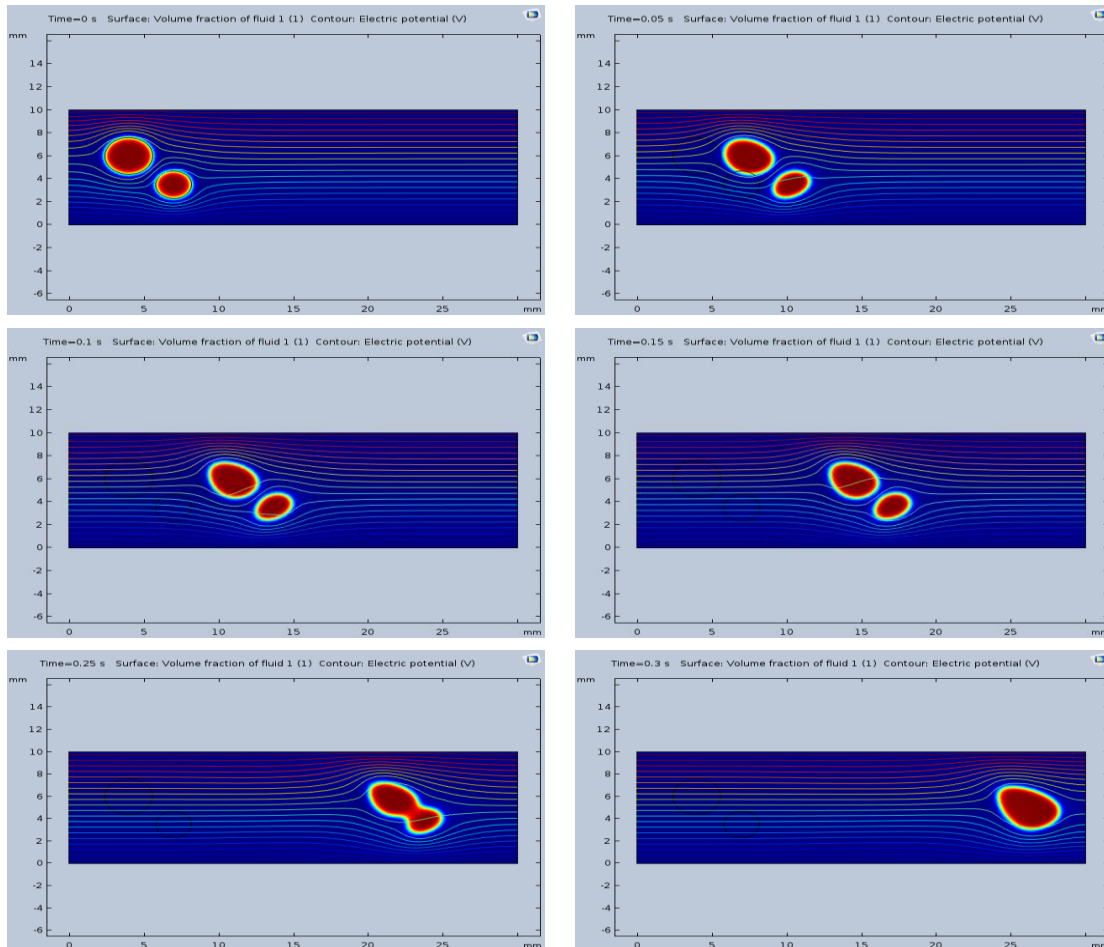


Figura 77. Gráficas de superficie de la fracción volumen de cada una de las fases de la emulsión formada del agua con el aceite, con una velocidad de 50 mm/s y $V=500$ Volts

Como se observa en la FIGURA 77, en este caso se logró la coalescencia de las gotas en una forma más esperada, por lo tanto, las condiciones que se utilizaron para desarrollar la parte de simulación se apegaron a los valores de las condiciones utilizadas en este caso. Este ejercicio previo permitió conocer las limitaciones del programa Comsol Multiphysics®, así como su adecuado manejo.

6.3. Apéndice 3

Con el fin de facilitar una aproximación de las soluciones de las ecuaciones de Navier-Stokes, se pueden separar en la suma de tres ecuaciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \nabla \{ (\bar{u}_p + \bar{u}_w)^2 \} + \frac{\nabla p}{\rho} + \nabla \Phi = 0 \\ \frac{\partial \bar{u}_p}{\partial t} = \bar{u}_p \times \bar{w} + \bar{f} \\ \frac{\partial \bar{u}_w}{\partial t} = v \cdot \nabla^2 \bar{u}_w \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (3.1) \\ (3.2) \\ (3.3) \end{array}$$

Donde $f = u_w \times w$, además, u_p es un campo irrotacional del flujo, y u_w es un campo senoidal del flujo, el cual genera un campo de rotación w . La notación u o \bar{u} significa un campo vectorial.

El sistema de ecuaciones en el que se separa la ecuación original se debe resolver comenzando con la ecuación (3.3) con respecto al componente del vector u_w . Después, se sustituye en la ecuación (3.2) para encontrar la solución para u_p . A continuación, los componentes de u_w y u_p en la ecuación (3.1) para obtener la expresión para la función vectorial ∇p ;

$$\frac{\nabla p}{\rho} = -\nabla \Phi - \frac{1}{2} \nabla \{ (\bar{u}_p + \bar{u}_w)^2 \} \quad (3.4)$$

En la ecuación (3.4) Φ también es función dependiente del tiempo, en el caso general.

Por lo tanto, se puede derivar el campo de velocidad del fluido incluso sin el conocimiento de la fuerza superficial aplicada sobre el mismo fluido. Lo anterior debido a que el gradiente de presión es dependiente del campo de velocidad (producida por la fuerza eléctrica externa F). Lo cual da como resultado la obtención de soluciones de las ecuaciones de Navier-Stokes.

En este enfoque se considera una velocidad en la cual no hay vorticidad (es decir, $f = u_w \times w = 0$); esto significa que el vector vorticidad es asumido como paralelo al vector velocidad de (3.3) en cada punto del fluido.

6.3.1. Vorticidad de flujo reptante

Se derivan los componentes del campo solenoidal de la solución de $u_w = \beta \cdot w$. Es decir, una región donde la divergencia es igual a cero en todos los puntos del dominio elegido. Este dominio es correspondiente la parte irrotacional de la velocidad, ($\beta = constante \neq 0$) de las ecuaciones siguientes:

Para el componente $w_x(x, y, z, t)$;

$$\left(\frac{1}{v}\right) \frac{\partial w_x}{\partial t} = \nabla^2 w_x \quad (3.5)$$

Para el componente $w_y(x, y, z, t)$;

$$\left(\frac{1}{v}\right) \frac{\partial w_y}{\partial t} = \nabla^2 w_y \quad (3.6)$$

Para el componente $w_z(x, y, z, t)$;

$$\left(\frac{1}{v}\right) \frac{\partial w_z}{\partial t} = \nabla^2 w_z \quad (3.7)$$

En el caso del flujo reptante donde ($Re \ll 0, o (1/v) \rightarrow 0$), la parte izquierda de las ecuaciones (3.5) - (3.7) deben ser consideradas como despreciables con respecto a la parte derecha de estas ecuaciones, así que se obtiene lo siguiente para ($i = \{x, y, z\}$);

$$\nabla^2 w_i = 0 \quad (3.8)$$

Esto significa que w_i son funciones armónicas (ecuaciones de primer y segundo orden, las cuales satisfacen la ecuación de Laplace). [Kamke 1971]. Estas ecuaciones no son dependientes del tiempo, por lo tanto ($dw_i/dt = 0$). En el caso general [Thambynayagam, 2011] cada ecuación (3.5) -(3.7) da la solución fundamental:

$$w_i = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w_0(u, v, \omega) \cdot \left(-\frac{(x-u)^2 + (y-v)^2 + (z-\omega)^2}{4v \cdot t} \right) du dv d\omega}{8(\pi \cdot v \cdot t)^{\frac{3}{2}}} \quad (3.9)$$

Donde $w_o(x, y, z, t)_{t=0} = w_0(x, y, z)$

Solución exacta del sistema de ecuaciones diferenciales parciales para $u_p\{U, V, W\}$

La forma del componente irrotacional del flujo es el siguiente [Ershkov, 2016]:

$$U = -\gamma \cdot \left(\frac{2a}{1 + (a^2 + b^2)} \right), V = -\gamma \cdot \left(\frac{2b}{1 + (a^2 + b^2)} \right),$$

$$W = -\gamma \cdot \left(\frac{1 - (a^2 + b^2)}{1 + (a^2 + b^2)} \right) \quad (3.10)$$

Donde los coeficientes reales evaluados: $a(x, y, z, t), b(x, y, z, t)$ son las soluciones del sistema de las 2 ecuaciones diferenciales ordinarias de Ricatti.

$$\begin{cases} a' = \frac{w_y}{2} \cdot a^2 - (w_b \cdot b) \cdot a - \frac{w_y}{2} (b^2 - 1) + w_z \cdot b, \\ b' = -\frac{w_y}{2} \cdot b^2 - (w_y \cdot a) \cdot b - \frac{w_x}{2} \cdot (a^2 - 1) - w_z \cdot a \end{cases} \quad (3.11)$$

Sin embargo, el caso importante de la solución exacta parcial de (3.11), es considerado si $w_y = w_z = 0$ (2.8). Esto significa que se considera el caso parcial cuando el flujo reptante es el componente solenoidal del campo de velocidad ($w_x \neq 0$), en la dirección principal de la propagación del flujo (este flujo se asume como de movimiento muy lento).

Estas condiciones permiten obtener a partir de las ecuaciones de (3.11):

$$\begin{cases} w_x \cdot b = -\frac{a'}{a}, \\ b' = -\frac{w_x}{2} \cdot b^2 + \frac{w_x}{2} \cdot (a^2 - 1) \end{cases} \quad (3.12)$$

Usando el primer sistema de ecuaciones (3.12), la segunda ecuación de (3.12) se puede transformar en las siguientes formas:

$$\begin{aligned} -\left(\frac{a'}{a}\right)' &= -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a'}{a}\right)^2 + \frac{(w_x)^2}{2} \cdot (a^2 - 1), \\ a' = p(a) \Rightarrow -\left(\frac{p' \cdot a - p^2}{a^2}\right) &= -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{p}{a}\right)^2 + \frac{(w_x)^2}{2} \cdot (a^2 - 1), \\ \Rightarrow p' &= \left(\frac{3}{2a}\right) \cdot p^2 + \frac{(w_x)^2}{2} \cdot a \cdot (1 - a^2) \end{aligned} \quad (3.13)$$

Donde la función espacial w_x debería tener un valor constante con respecto al parámetro del tiempo, t , pero la función a es considerada como un argumento con respecto a la función $p(a)$ debido al cambio de la variable $a' = p(a)$ anterior.

Solución aproximada del sistema de ecuaciones diferenciales parciales $u_p(U, V, W)$

En el caso del flujo reptante $w_x \rightarrow 0$, se puede obtener una aproximación de la ecuación (3.13).

De acuerdo con la definición, todos los componentes libres de vorticidad del campo de velocidad (3.10) tienen un efecto despreciable para el flujo reptante: de hecho, los factores que multiplican las expresiones de W (3.10), dependen de las funciones a y b . Así también, adicionalmente resulta que:

$$\gamma \rightarrow 0$$

Lo que significa que todos los componentes del campo de velocidad (3.10) son despreciables o poco significativos.

De acuerdo con la primera ecuación de (3.10), se puede obtener:

$$w_x \cdot b = -\frac{a'}{a}, \quad w_x \rightarrow 0, a \cong \text{constante} \quad (3.14)$$

Donde la suposición de (3.14) es válida para b , la cual, satisface la segunda ecuación de (3.12), la cual está limitada para todo el intervalo del tiempo t .

A partir de la segunda ecuación de (3.12) se obtiene:

$$\int \frac{db}{b^2 + (1-a^2)} = -\frac{w_x}{2}t, \quad (3.15)$$

Si $|a| < 1$, se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{1-a^2}} \arctan\left(\frac{b}{\sqrt{1-a^2}}\right) &= -\frac{w_x}{2}t, \\ \Rightarrow b &= -(\sqrt{1-a^2}) \cdot \tan\left((\sqrt{1-a^2}) \cdot \frac{w_x}{2}t\right) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Si se considera el caso donde $|a| = 1$, se obtiene a partir de (3.15):

$$-\frac{1}{b} = -\frac{w_x}{2}t, \Rightarrow b = \frac{2}{w_x t} \quad (3.17)$$

Así que (3.14) no es válida para algunos valores de la función b (3.17) (cuando $t \rightarrow 0$).

Si $|a| > 1$ (pero $|b| < |a|$), se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \int \frac{db}{b^2 + (1-a^2)} = -\frac{w_x}{2}t, \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{a^2-1}} \ln\left(\frac{(\sqrt{a^2-1}) + b}{(\sqrt{a^2-1}) - b}\right) &= \frac{w_x}{2}t, \\ \Rightarrow b &= (\sqrt{a^2-1}) \cdot \left(\frac{1 - \exp(-w_x(\sqrt{a^2-1})t)}{1 + \exp(-w_x(\sqrt{a^2-1})t)}\right), \end{aligned} \quad (3.18)$$

Así que se asume que (3.14) es válida para todos los valores de la función b a partir de (3.18) en el rango de todos los valores del parámetro t .

Si se escoge $|a| = 1 + \varepsilon$ ($\varepsilon \rightarrow 0$) en (3.18), significa que $b \rightarrow 0$, para todo el rango del parámetro del tiempo t . esto mejora la exactitud de las suposiciones en (3.14)

6.3.2. Parte solenoidal del flujo reptante

En el caso del flujo reptante, donde: $Re \ll 1, o (1/\nu) \rightarrow 0$, la parte izquierda de las ecuaciones (3.5) - (3.7) son consideradas de mucho menor magnitud con respecto a la parte derecha de las mismas. Sin embargo, las funciones de $w_i (i = \{x, y, z\})$ se podrían considerar como soluciones no estacionarias de las ecuaciones (3.5) -(3.7) bajo las condiciones iniciales apropiadas.

De hecho, si se asume un enfoque similar [Ershkov, 2016] con $w_i = w_i(t) \cdot w_i(x, y, z)$ se obtienen las siguientes ecuaciones a partir de (3.5) - (3.7):

$$w_i = \exp(-\alpha_i^2 \cdot t) \cdot w_i(x, y, z), \quad (3.19)$$

$$\nabla^2 w_i(x, y, z) + \left(\frac{\alpha_i^2}{\nu}\right) \cdot w_i(x, y, z) = 0 \quad (3.20)$$

Donde $\alpha_i = \text{constante} \rightarrow 0$; la expresión (3.20) es conocida como la ecuación espacial de Helmholtz [Ershkov, 2015], la cual describe la evolución espacial de la velocidad.

En el caso del flujo reptante que rodea una partícula esférica (de radio r), como es el caso en donde, una solución de onda esférica satisface una condición de Neuman en la superficie de la esfera (en ausencia de flujo). La ecuación que describe este tipo de flujo es la siguiente:

$$w_i = w_i(0) \cdot \exp(-\alpha_i^2 \cdot t) \cdot k \cdot \cos(k \cdot R)/k \cdot R, \quad (3.21)$$

Donde: $k = (\alpha_i/\sqrt{\nu})$, $R = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$, $|k \cdot R| < \pi/4$, $(1/\nu) \rightarrow 0$, $\alpha_i = \text{constante} \rightarrow 0$.

Flujo reptante alrededor de la esfera

En el caso del flujo reptante que pasa la esfera (de radio r), de acuerdo con la bibliografía [Landau, 1987], la fuerza de arrastre que actúa sobre la esfera está dado por:

$$\int_0^\pi (-\tau_{R\theta} \cdot \text{sen}\theta - p \cdot \text{cos}\theta) 2\pi r^2 \text{sen}\theta d\theta \quad (3.22)$$

Donde la ecuación para el esfuerzo cortante es:

$$\tau_{R\theta} = \nabla \cdot \left(\frac{\partial V_\theta}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial V_R}{\partial \theta} - \frac{V_\theta}{R} \right)_{R=r} \quad (3.23)$$

Además, la expresiones para la solución de la presión y la velocidad $\{p, u\}$ con la función aproximada b (3.18) {donde $a \equiv \text{constante}$, $[a] = 1 + \varepsilon(\varepsilon \rightarrow 0)$, $w_x = \text{constante} \rightarrow 0$ }, para

las ecuaciones apropiadas de la parte solenoidal del campo de velocidad (3.19) en la forma (3.21) en coordenadas esféricas R, θ, Φ , como sigue:

$$V_R = \text{constante} = V_\infty \rightarrow 0,$$

$$V_R = V_\infty \cdot \varepsilon \cdot \left(\frac{1 - \exp(-w_x \cdot \varepsilon \cdot t)}{(1 + \exp(-w_x \cdot \varepsilon \cdot t))} \right) + V_\infty \cdot \exp(-w_x \cdot \varepsilon \cdot t) \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot w_x \cdot \varepsilon}{v}} \cdot r \cdot \frac{\cos\left(\sqrt{\frac{\rho \cdot w_x \cdot \varepsilon}{v}} \cdot R\right)}{\left(\sqrt{\frac{\rho \cdot w_x \cdot \varepsilon}{v}} \cdot R\right)} \quad (3.24)$$

La ecuación (3.24) se puede simplificar como sigue (si se escoge $w_x \rightarrow 0, V_\infty \rightarrow 0$):

$$V_R = \text{constante} = V_\infty \rightarrow 0, V_\theta = V_\infty \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot w_x \cdot \varepsilon}{v}} \cdot r \cdot \frac{\cos\left(\sqrt{\frac{\rho \cdot w_x \cdot \varepsilon}{v}} \cdot R\right)}{\left(\sqrt{\frac{\rho \cdot w_x \cdot \varepsilon}{v}} \cdot R\right)} \quad (3.25)$$

Así como para las expresiones para la función p , se puede calcular a partir de la ecuación (3.4) para el flujo reptante ($\mathbf{u}_w, \mathbf{u}_p \rightarrow \mathbf{0}$) en un sistema de coordenadas esféricas $R, \theta, \varphi. p \sim (p_0 - \rho \cdot \phi), p_0 = \text{constante}$.

Además, se asume la fuerza externa F como una fuerza central, es decir, que el potencial ϕ (Voltaje en este trabajo) es función solamente del radio R . Esto es, utilizando (3.3) y (3.24), se puede calcular la fuerza de arrastre que actúa en las partículas esféricas [Landau, 1987] a partir de (3.22):

$$\int_0^\pi (-\tau_{R\theta} \cdot \text{sen}\theta - p \cdot \text{cos}\theta) 2\pi r^2 \text{sen}\theta d\theta =$$

$$= -2\pi r^2 \cdot \left(\left(\nabla \cdot \left(\frac{\partial V_\theta}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial V_R}{\partial \theta} - \frac{V_\theta}{R} \right) \right)_{R=r} \cdot \text{sen}^2\theta \right) d\theta - \left(p - 2\pi r^2 \cdot \left(\frac{\text{sen}^2\theta}{2} \right) \right) \Big|_0^\pi =$$

$$\begin{aligned}
&= \mathbf{v} \cdot V_{\infty} \cdot r \cdot 2\pi r^2 \\
&\quad \cdot \left(\left(\frac{\sqrt{\frac{\rho \cdot w_x \cdot \varepsilon}{v}} \cdot \text{sen} \left(\sqrt{\frac{\rho \cdot w_x \cdot \varepsilon}{v}} \cdot r \right)}{r} + \frac{\cos \left(\sqrt{\frac{\rho \cdot w_x \cdot \varepsilon}{v}} \cdot r \right)}{r^2} \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{\cos \left(\sqrt{\frac{\rho \cdot w_x \cdot \varepsilon}{v}} \cdot r \right)}{r^2} \right) \cdot \int_0^{\pi} (\text{sen}^2 \theta) d\theta = \\
&= \mathbf{v} \cdot V_{\infty} \cdot \pi^2 \cdot r \cdot \left(2 \cos \left(\sqrt{\frac{\rho \cdot w_x \cdot \varepsilon}{v}} \cdot r \right) + \sqrt{\frac{\rho \cdot w_x \cdot \varepsilon}{v}} \cdot r \cdot \text{sen} \left(\sqrt{\frac{\rho \cdot w_x \cdot \varepsilon}{v}} \cdot r \right) \right) \quad (3.26)
\end{aligned}$$

En el caso del flujo reptante ($w_x \rightarrow 0, V_{\infty} \rightarrow 0, \varepsilon \rightarrow 0$), la ecuación (3.26) puede ser simplificada con las siguientes consideraciones:

$$Re \ll 1 \text{ o } \left(\frac{1}{v}\right) \rightarrow 0, \quad \text{donde } Re = \frac{\rho \cdot V_{\infty} \cdot 2r}{v}$$

Aplicadas, la ecuación (3.26) se reduce a:

$$\begin{aligned}
F &= \mathbf{v} \cdot V_{\infty} \cdot \pi^2 \cdot r \left[2 \left(1 - \frac{\rho \cdot w_x \cdot \varepsilon}{2v} \cdot r^2 + \frac{(\rho \cdot w_x \cdot \varepsilon)^2}{24v^2} \cdot r^4 + \dots \right) + \sqrt{\frac{\rho \cdot w_x \cdot \varepsilon}{v}} \cdot r \right. \\
&\quad \left. \cdot \left(\sqrt{\frac{\rho \cdot w_x \cdot \varepsilon}{v}} \cdot r + \frac{\left(\sqrt{\frac{\rho \cdot w_x \cdot \varepsilon}{v}} \cdot r \right)^2}{6} + \dots \right) \right] \\
&= 2v \cdot V_{\infty} \cdot \pi^2 \cdot r \cdot \left(1 + \frac{(\rho \cdot w_x \cdot \varepsilon)^2}{9v^2} \cdot r^4 + \dots \right) \quad (3.27)
\end{aligned}$$

La última ecuación (3.27) es muy parecida a la Ley de Stokes, la cual describe la fuerza de arrastre:

$$F = 6\pi \cdot v \cdot V_{\infty} \cdot r \quad (\text{con la aproximación } 2\pi \equiv 6)$$

Pero el coeficiente apropiado correspondiente esta dado por [Landau, 1987] ($Re = \frac{\rho \cdot V_{\infty} \cdot 2r}{v}$)

$$C_d = \frac{F}{\left(\frac{\rho \cdot V_\infty^2}{2}\right) \cdot S_{\text{sección trasversal}}} = \frac{4v \cdot V_\infty \cdot \pi^2 \cdot r \left(1 + \frac{(\rho \cdot w_x \cdot \varepsilon)^2}{9v^2}\right)}{Re}$$

$$= \frac{8 \cdot \pi \left(1 + \frac{(\rho \cdot r \cdot w_x \cdot \varepsilon \cdot r)^2}{9v^2}\right)}{Re} = \frac{8 \cdot \pi \left(1 + \frac{Re^2}{36}\right)}{Re} = \frac{25 \left(1 + \frac{Re^2}{36}\right)}{Re} \quad (3.28)$$

Este apéndice muestra la manera de obtener la solución dinámica junto con la fuerza externa en el sistema de trabajo. La grafica obtenida esta en el contenido de este trabajo.

6.4. Apéndice 4

Tabla 37. Ecuaciones del coeficiente de arrastre para diversos valores del Número de Reynolds

Resumen de relaciones empíricas, intervalo de aplicabilidad y precisión			
Autor	Relación empírica	Rango de aplicabilidad	Error promedio (%)
Schiller	$C_D = \frac{24}{Re} (1 + 0.15Re^{0.687})$	$2 < Re < 800$	1.03
Torobin	$C_D = \frac{24}{Re} (1 + 0.197Re^{0.63} + 0.0026Re^{1.38})$	$1 < Re < 100$	1.14
Flemmer y Banks	$C_D = \frac{24}{Re} 10^E$ <p>donde</p> $E = 0.261Re^{0.369} - 0.105Re^{0.431} - \frac{0.124}{1 + 16300Re^{-1.09}}$ $C_D = \frac{24}{Re} (1 + 0.173Re^{0.657}) + \frac{0.413}{1 + 163000Re^{-1.09}}$	$Re < 3 \times 10^5$	1.03
Turton y Levenspiel	$C_D = [0.352 + (0.124 + 24/Re)^{1/2}]^2$	$Re < 2 \times 10^5$	1.03
Hesketh	$C_D = 1 - 0.5e^{(0.182)} + 10.11Re^{-2/3}e^{(0.952Re^{-1/4})} -$ $0.03859Re^{-4/3}e^{(1.3Re^{-1/2})+0.037 \times 10^{-4}Re e^{(-0.125 \times 10^{-4}Re)} -$ $0.116 \times 10^{-10}Re^2 e^{(-0.444 \times 10^{-3}Re)}$	$0.1 < Re < 10^4$	1.09
Ceylan y Almedeij	$C_D = \left[\frac{1}{(\varphi_1 + \varphi_2)^{-1} + (\varphi_3)^{-1} + \varphi_4} \right]^{1/10}$ <p>Donde:</p> $\varphi_1 = (24Re^{-1})^{10} + (21Re^{-0.67})^{10} + (4Re^{-0.33})^{10} + (0.4)^{10}$ $\varphi_2 = \frac{1}{(0.148Re^{0.11})^{-10} + (0.5)^{-10}}$ $\varphi_3 = (1.57 \times 10^8 Re^{-1.625})^{10}$ $\varphi_4 = \frac{1}{(6 \times 10^{-17} Re^{2.63})^{-10} + (0.2)^{-10}}$	$0.1 < Re < 10^4$ $Re < 10^3$	1.08 1.02

6.5. Apéndice 5

En este apartado se incluyen las instrucciones para realizar la simulación del proceso de coalescencia básico de manera manual. También se menciona como se utiliza el simulador de manera general.

6.5.1. Procedimiento de realización de las simulaciones

Los componentes del campo eléctrico son calculados mediante la interfase electrostática. Sus valores están predefinidos, también junto con la variable de permeabilidad se calculan los componentes del tensor de esfuerzos. En la siguiente figura se observan estas variables.

Variables			
Name	Expression	Unit	Description
Tem11	$-\epsilon_0 \text{const} \epsilon_r / 2 * (e_x^2 + e_y^2) + \epsilon_0 \text{const} \epsilon_r * e_x^2$	Pa	Maxwell stress tensor, 11-...
Tem22	$-\epsilon_0 \text{const} \epsilon_r / 2 * (e_x^2 + e_y^2) + \epsilon_0 \text{const} \epsilon_r * e_y^2$	Pa	Maxwell stress tensor, 22-...
Tem12	$\epsilon_0 \text{const} \epsilon_r * e_x * e_y$	Pa	Maxwell stress tensor, 12-...
Tem21	$\epsilon_0 \text{const} \epsilon_r * e_x * e_y$	Pa	Maxwell stress tensor, 21-...
Fx	$d(\text{Tem11}, x) + d(\text{Tem12}, y)$	N/m ³	Force, x-component
Fy	$d(\text{Tem21}, x) + d(\text{Tem22}, y)$	N/m ³	Force, y-component
epsilon_r	$\text{tpf.Vf1} * \text{perm_water} + \text{tpf.Vf2} * \text{perm_oil}$		Phase dependent permitti...

Figura 78. Variables definidas y sus operadores

Los componentes de la fuerza volumétrica están dados por la divergencia del tensor de esfuerzos definida previamente en este trabajo. Estos términos se introdujeron directamente como expresiones en la interfaz gráfico del simulador. La figura anterior muestra la forma de las derivadas parciales del tensor de esfuerzos que indican los componentes de las fuerzas volumétricas en las direcciones **x** y **y**.

Instrucciones para realizar una serie de simulaciones de electrocoalescencia.

En el menú **File**, escoger **New**.

New

En la ventana **New**, dar click en **Model Wizard**.

Model Wizard

1. En la ventana de **Model Wizard**, escoger **2D**
2. En **Select Physics**, escoger **AC/DC > Electrostatics (es)**
3. Click en **Add**
4. En la sección **Select Physics**, escoger **Fluid Flow > Multiphase Flow > Two Flow, Phase Field > Laminar Two-Phase Flow, Phase Field**
5. Click **Add**
6. Click **Study**
7. En la sección **Select Study**, escoger **Preset Studies for Selected Physics Interfase > Transient with Phase Initialization**
8. Click **Done**

Geometry 1

1. En la ventana **Model Builder**, bajo **Component 1 (comp 1)** click **Geometry 1**
2. En la ventana **Settings** para Geometry, localizar la sección **Units**
3. En la lista **Length units**, escoger **mm**

Rectangle 1 (r1)

1. En la barra de herramientas **Geometry**, click **Primitives** y escoger **Rectangle**
2. En la ventana **Settings** para Rectangle, localizar la sección **Size and Shape**
3. En el campo de texto **Width**, escribir 30
4. En el campo de texto **Height**, escribir 10

Circle 1 (c1)

1. En la barra de herramientas de **Geometría**, click **Primitives** y escoger **Circle**
2. En la ventana **Settings** para **Circle**, localizar la sección **Size and Shape**
3. En el campo de texto **Radius**, escribir 1.6
4. Localizar la sección **Position**. En el campo de texto **x**, escribir 4
5. En el campo de texto **y**, escribir 6

Circle 2 (c2)

1. En la barra de herramientas de **Geometría**, click **Primitives** y escoger **Circle**
2. En la ventana **Settings** para **Circle**, localizar la sección **Size and Shape**
3. En el campo de texto **Radius**, escribir 1.2
4. Localizar la sección **Position**. En el campo de texto **x**, escribir 7
En el campo de texto **y**, escribir 3.5

DEFINITIONS

Explicit 1

1. En la barra de herramientas **Definitions**, click **Explicit**
2. En la ventana **Model Builder**, dar click derecho en **Explicit 1** y escoger **Rename**
3. En la caja de dialogo **Rename Explicit**, escribir Outlet en el campo de texto **New Label**
4. Click **OK**
5. En la ventana **Settings** para Explicit, localizar la sección **Input Entities**
6. **De la lista Geometric entity level, escoger Boundary**
7. Seleccionar solo Boundary 4

Explicit 2

1. En la barra de herramientas **Definitions**, click **Explicit**
2. En la ventana **Model Builder**, dar click derecho en **Explicit 2** y escoger **Rename**
3. En la caja de dialogo **Rename Explicit**, escribir Outlet en el campo de texto **New Label**
4. Click **OK**
5. En la ventana **Settings** para Explicit, localizar la sección **Input Entities**
6. **De la lista Geometric entity level, escoger Boundary**

7. Seleccionar solo Boundary 1

Explicit 3

1. En la barra de herramientas **Definitions**, click **Explicit**
2. En la ventana **Model Builder**, dar click derecho en **Explicit 3** y escoger **Rename**
3. En la caja de dialogo **Rename Explicit**, escribir Outlet en el campo de texto **New Label**
4. Click **OK**
5. En la ventana **Settings** para Explicit, localizar la sección **Input Entities**
6. **De la lista Geometric entity level, escoger Boundary**
7. Seleccionar Boundaries 5-12 solamente

ADD MATERIAL

1. En la barra de herramientas Home, click Add Material para abrir la ventana **Add Material**
2. Ir a la ventana **Add Material**
3. Seleccionar **Liquids and Gases>Liquids>Water**

MATERIAL

Water (mat 1)

*En la barra de herramientas **Home**, click **Add Material** para cerrar la ventana **Add Material***

Material 2 (mat2)

1. En la ventana **Model Builder**, bajo Component 1 (comp1) click derecho en Materials y **escoger Blank Material**
2. Click derecho en **Material 2 (mat2)** y escoger **Rename**
3. En la caja de dialogo **Rename Material**, escribir Oil en el campo de texto **New label**
4. Click **OK**
5. En la ventana de **Material Settings**, click para expandir la sección **Material properties**
6. Localizar la sección de **Material Properties**. En **Material properties**, seleccionar **Basic Properties>Density**
7. Click **Add to Material**
8. En la sección **Material properties**, seleccionar **Basic Properties>Dynamic Viscosity**
9. Click **Add to Material**
10. Localizar la sección **Material Contents**. En la tabla, ingresar las siguientes propiedades

Tabla 38. Propiedades del aceite

Property	Name	Value	Unit	Property group
Density	rho	884[kg/m ^3]	kg/m ³	Basic
Dynamic Viscosity	mu	0.474[Pa*s]	Pa s	Basic

ELECTROSTÁTICA

Conservación de carga

1. En la ventana **Model Builder**, expandir el nodo **Component 1 (comp1)>Electrostatics (es)**, entonces dar click en **Charge Conservation**
2. En la ventana **Settings** para la conservación de carga, localizar la sección Electric Field
3. De la lista de ϵ_r , escoger **User defined**. En el campo de texto, escribir ϵ_r .

Potencial Eléctrico 1

1. En la barra de herramientas **Physics**, dar click en **Boundaries** y escoger **Electric Potential**
2. Seleccionar Boundary 3 solamente
3. En la ventana **Settings** para el Potencial eléctrico, localizar la sección Electric Potential
4. En el campo de texto V_0 , escribir 5e3

Potencial Eléctrico 2

1. En la barra de herramientas **Physics**, dar click en **Boundaries** y escoger **Electric Potential**
2. Seleccionar Boundary 2 solamente

Campo de Fase (PF)

En la ventana **Model Builder**, debajo de **Component 1 (comp1)** dar click en **Phase Field (pf)**.

Interfase inicial 1

1. En la barra de herramientas **Physics**, dar click en **Boundaries** y escoger **Initial Interfaces**.
2. Seleccionar Boundaries 5-12 solamente.

Multiphysics

1. En la ventana **Model Builder**, debajo de **Component (comp1)>Multiphysics** dar click en **Two-Phase Flow, Phase Field (tof1)**.

2. En la ventana **Settings** para Two-Phase Flow, Phase Field, localizar la sección **Properties Fluid 1**.
3. De la lista **Fluid 1**, escoger **Water (mat1)**
4. Localizar la sección **Fluid 2 Properties**. De la lista de **Fluid 2**, escoger Oil (mat2)
5. Localizar la sección **Surface tensión**. De la lista de **Surface tension Coefficient**, escoger **User defined**. En el campo de texto, escribir 0.031.

Campo de fase (PF)

Valores iniciales 1

De la lista **Domain initially**, escoger Fluid 1 ($\phi = 0$)

Valores iniciales 2

1. En la barra de herramientas, dar click en **Domains** y escoger **Initial Values**
2. De la lista **Domain initially**, escoger Fluid 2 ($\phi = 1$)
3. Seleccionar Domain 1 solamente.

Flujo Laminar (SPF)

En la ventana **Model Builder**, debajo de **Component 1 (comp1)** dar click en **Laminar Flow (spf)**

Volume Force 1

1. En la barra de herramientas Physics, dar click en **Domains** y escoger **Volume Force**
2. En la ventana **Settings** para Volume Force, localizar la sección **Domain Selection**
3. De la lista **Selection**, escoger **All domains**
4. Localizar la sección **Volume Force**. Especificar **F** como vector.

F_x	X
F_y	y

Inlet 1

1. En la barra de herramientas **Physics** dar clic y escoger **Inlet**.
2. En la ventana **Settings** para Inlet, localizar la sección **Boundary Selection**.
3. De la lista **Selection**, escoger **Inlet**.
4. Localizar la sección **Velocity**. En el campo de texto U_0 , escribir 50[mm/s]

CAMPO DE FASE (PF)

1. En la ventana **Model Builder**, debajo del componente 1 (comp1) dar click en **Phase Field (pf)**.
2. En la barra de herramientas de **Physics**, dar click en **Bundaries** y escoger **Inlet**.
3. Seleccionar Boundary 1.
4. En la ventana **Settings** para Inlet, localizar la sección **Inlet**.

5. En el campo de texto de V_f , escribir 1.

FLUJO LAMINAR (SPF)

En la ventana **Model Builder**, debajo de **Component 1 (comp1)** dar click en **Laminar Flow (spf)**

Salida 1

1. En la barra de herramientas **Physics**, dar click en **Boundaries** y escoger Outlet
2. En la ventana **Settings** de Outlet, localizar la sección **Boundary Selection**.
3. De la lista **Selection**, escoger **Outlet**.

PHASE FIELD (PF)

1. En la ventana **Model Builder**, debajo del componente 1 (comp1) dar click en **Phase Field (pf)**.
2. En la barra de herramientas de **Physics**, dar click en **Boundaries** y escoger **Outlet**.
3. Seleccionar Boundary 4.

Malla 1

1. En la ventana **Model Builder**, debajo de **Component 1 (comp1)** dar click en **Mesh 1**.
2. En la ventana **Settings** para Mesh, localizar la sección **Mesh Settings**.
3. De la lista **Element size**, escoger **Fine**.
4. Dar click en **Build All**.

Definiciones Globales

Parámetros

1. En la barra de herramientas **Home**, dar click en **Parameters**.
2. En la ventana **Settings** para Parameters, localizar la sección **Parameters**.
3. Introducir los siguientes datos:

Tabla 39. Permeabilidades del agua y aceite

Name	Expression	Value	Description
Perm_water	80	80	Permittivity,wáter
Perm_oil	2.2	2.2	Permittivity_oil

Definiciones

Variables 1

1. En la barra de herramientas **Home**, dar click en **Variables** y escoger **Local Variables**.
2. En la ventana **Settings** para Variables, localizar la sección de **Variables**.
3. En la tabla, introducir la siguiente información.

Tabla 40. Componentes del tensor de Maxwell, fuerza y permeabilidad

Name	Expression	Unit	Description
Tem11	$-\epsilon_0 \text{const} * \epsilon_r / 2 * (e_x \cdot Ex^2 + e_y \cdot Ey^2) + \epsilon_0 \text{const} * \epsilon_r * e_x \cdot Ex^2$	Pa	Maxwell stress tensor, 11-component
Tem22	$-\epsilon_0 \text{const} * \epsilon_r / 2 * (e_x \cdot Ex^2 + e_y \cdot Ey^2) + \epsilon_0 \text{const} * \epsilon_r * e_y \cdot Ey^2$	Pa	Maxwell stress tensor, 22-component
Tem12	$\epsilon_0 \text{const} * \epsilon_r * e_x \cdot e_y$	Pa	Maxwell stress tensor, 12-component
Tem21	$\epsilon_0 \text{const} * \epsilon_r * e_x \cdot e_y$	Pa	Maxwell stress tensor, 21-component
Fx	$d(\text{Tem11}, x) + d(\text{Tem12}, y)$	N/m ³	Force, x-component
Fy	$d(\text{Tem21}, x) + d(\text{Tem22}, y)$	N/m ³	Force, y-component
epsilon_r	$pf.Vf1 * \text{perm_water} + pf.Vf2 * \text{perm_oil}$		Phase dependent permittivity

Estudio 1

Paso 2: Dependencia del tiempo

1. En la ventana **Model Builder**, expandir el nodo **Study 1**, entonces dar click en **Step 2: Time Dependent**.
2. En la ventana **Settings** para **Time Dependent**, localizar la sección **Study Settings**.
3. En el campo de texto **Times**, escribir range (0,0.05,0.3).

En las simulaciones dependientes del tiempo, se deben escalar las variables manualmente de la siguiente manera:

Solución 1 (sol 1)

1. En la barra de herramientas **Study**, dar click en **Show Default Solver**.

2. En la ventana **Model Builder**, expandir el nodo **Solution 1 (sol 1)**, dar click en **Dependent Variables 2**.
3. En la ventana **Settings** para Dependent Variables, localizar **Scaling** section.
4. De la lista de **Methods**, escoger **Manual**.
5. En la ventana **Model Builder**, expandir el **Study>Solver Configurations>Solution 1 (sol1)>Dependent Variables 2**, dar click en **Electric potential (comp1.V)**.
6. En la ventana **Settings** para Field, localizar la sección **Scaling**.
7. De la lista **Method**, escoger **Manual**.
8. En el campo de texto **Scale**, escribir 1e3.
9. En la ventana **Model Builder**, debajo de **Study>Solver Configurations> Solution 1 (sol 1)> Dependent Variables 2**, dar click en **Velocity field (comp 1.u)**.
10. En la ventana **Settings** para Field, localizar la sección **Scaling**.
11. De la lista **Method**, escoger **Manual**.
12. En el campo de texto **Scale**, escribir 0.1.
13. En la ventana **Model Builder**, expandir el **Study>Solver Configurations>Solution 1 (sol1)>Dependent Variables 2**, dar click en **Phase field help variable (comp 1. psi)**.
14. En la ventana **Settings** para Field, localizar la sección **Scaling**.
15. De la lista **Method**, escoger **Manual**.
16. En el campo de texto **Scale**, escribir 0.1.
17. En la ventana **Model Builder**, debajo de **Study>Solver Configurations> Solution 1 (sol 1)> Dependent Variables 2**, dar click en **Pressure (comp 1.p)**.
18. En la ventana **Settings** para Field, localizar la sección **Scaling**.
19. De la lista **Method**, escoger **Manual**.
20. En el campo de texto **Scale**, escribir 1e3.
La simulación esta lista para iniciar
21. En la barra de herramientas **Study**, dar click en **Compute**.

Resultados

Fracción volumen del fluido 1

1. En la ventana **Model Builder**, expandir el **Results>** nodo **Volume Fraction of Fluid (pf)**, entonces dar click en **Volume Fraction of Fluid 1**.
2. En la ventana **Settings** para Superficie, localizar la sección **Coloring and Style**.
3. Borrar **Color legend**.

Volumen Fraction of Fluid 1.1

1. En la ventana **Model Builder**, expandir el **Results>** nodo **Volume Fraction of Fluid (pf)**, entonces dar click en **Volume Fraction of Fluid 1.1**.
2. En la ventana **Settings** para **Contour**, localizar la sección **Expression**.
3. En el campo de texto de **Espression**, escribir V.
4. Localizar la sección **Levels**. De la lista **Entry Method**, escoger **Number of levels**.
5. Localizar la sección **Coloring and Styles**. De la lista **Coloring**, escoger **Color table**.
6. En la barra de herramientas **Volume Fraction of fluid 1 (pf)**, dar click en **Plot**.

Volume Fraction of Fluid 1 (pf)

1. En la ventana **Model Builder**, expandir el **Results**> nodo **Volume Fraction of Fluid (pf)**, entonces dar click en **Volume Fraction of Fluid 1 (pf)**.
2. En la ventana **Settings** para **2D Plot Group**, localizar la sección **Data**.
3. De la lista **Time (s)**, escoger 0.
4. En la barra de herramientas **Volume Fraction of Fluid (pf)**, dar click en **Plot**.
5. Dar click en **Zoom Extents** de la barra de herramientas **Graphics**.

De manera similar, graficar para los tiempos 0.05,0.1, 0.15, 0.2, 0.25 y 0.3 para reproducir las gráficas siguientes.

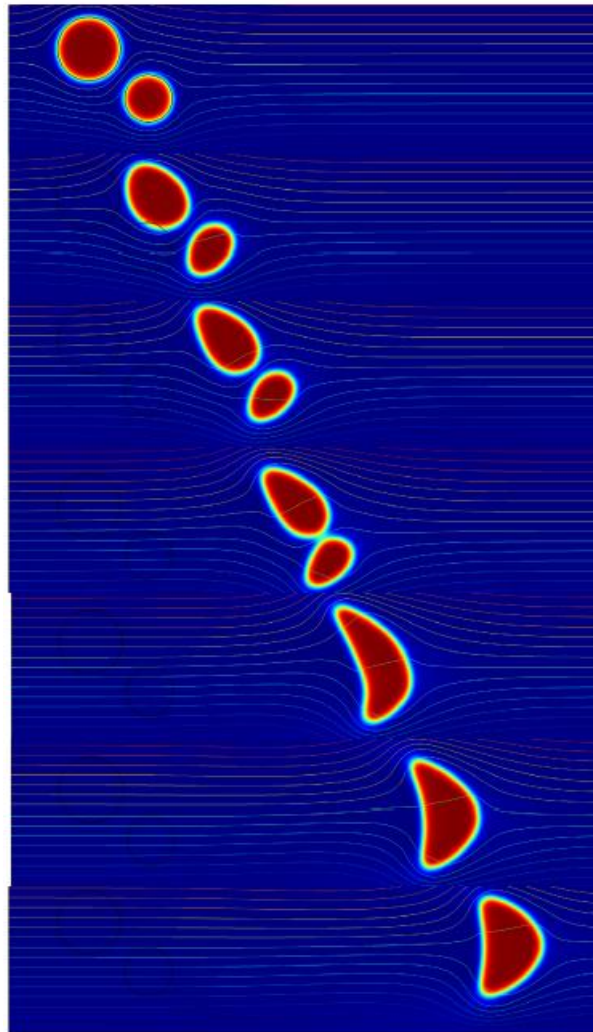


Figura 79. Fracción volumen del agua y las líneas de contorno del potencial eléctrico a 0, 0.05, 0.1, 0.015, 0.2,0.25 y 0.3 segundos.

BIBLIOGRAFÍA

1. ANDRADE, Jorge. Apparatus to Investigate Rag Layer Growth. Master's Thesis: University of Calgary, Canada, 2009
2. Byron Bird, Warren Steward y Edwin Lightfoot. Fenómenos de transporte. Departamento de Ingeniería Química. Universidad de Wisconsin-Madison. Segunda edición. Ed. Limusa. Pág.13. 2016
3. Cahn, Hilliard. Free Energy of a Nonuniform System, 1. Interfacial Free Energy. General Electric Research Laboratory, Schenectady, New York. Journal of Chemical Physics. Vol. 28, Number 2. 1958
4. COMSOL Multiphysics 5.3a. Droplet Breakup in a T-Junction. Comsol Multiphysics. Manual para elaborar la simulación.
5. Comsol Multiphysics. Phase Separation. Manual para elaborar la simulation. Created in COMSOL Multiphysics 5.3a
6. Comsol Multiphysics. Separation Through Electrocoalescence. This model is licensed under the COMSOL Software License Agreement 5.2a
7. Diana Ortiz. Effect of Surfactants on Asphaltene Interfacial Films and Stability of Water-in-Oil Emulsions. Master Thesis: University of Calgary, Canada, 2009
8. E. Olsson and G. Kreiss. J. A conservative level set method for two phase flow.. Comput. Phys., vol.210. no. 1. pp.225-246, 2006
9. E. Olsson, G. Kreiss and S. Zahedi. A conservative level set method for two phase flow II.. J. Comput. Phys., vol.210. no. 1. pp.225-246, 2007
10. Elin Olsson. Gunilla Kreiss. A conservative level set method for two phase flow.. Department of Numerical Analysis and Computer Science, Royal Institute of Technology, Lindstedsvagen. Stockholm, Sweden. 2005
11. Ershkov S.V. (2015). Exact solution of Helmholtz equation for the case of non-paraxial Gaussian beams. Institute for Time Nature Explorations. Moscow, Russia 119991
12. Ershkov S.V. (2016). A procedure for the construction of non-stationary Riccati-type flows for incompressible 3D Navier-Stokes equations. Sergey V. Ershkov Institute for Time Nature Explorations, M.V. Lomonosov's Moscow State University, Leninskie gory, 1-12, Moscow 119991, Russia
13. Ershkov S.V. (2016). A procedure for the construction of non-stationary Riccati-type flows for incompressible 3D Navier-Stokes equations. Sergey V. Ershkov Institute for Time Nature Explorations, M.V. Lomonosov's Moscow State University, Leninskie gory, 1-12, Moscow 119991, Russia
14. F. W. Roos, W.W. Willmarth. Some experimental results on sphere and disk drag. AIAA.J.9(2) (1971) 285-291. Mc Donnell Douglas Corporation, St. Louis, Mo.
15. Fetter Pruneda, Rivero Borrell Escobedo y Francisco Javier Garfías Vázquez. Optimum Temperature in the Electrostatic Desalting of Maya Crude Oil. Facultad de Química. UNAM. J. Mex. Chem. Soc. 2005, 49(1), 14-19 © 2005, Sociedad Química de México
16. Hoerner.S.F. Fluid-Dynamic Drag. Theoretical (corregir), experimental and statistical information. Secciones: 2.1,3.7, 3.15 y 6.2. Gran Bretaña. Año 1965
17. Hoerner.S.F. Fluid-Dynamic Drag. Theoretical, experimental and statistical information. Secciones: 2.1,3.7, 3.15 y 6.2. Gran Bretaña. Año 1965

18. Holmberg, Jonsson, Kronberg and Lindman. Surfactants and polymers in aqueous solution. John Wiley & Sons, LTD. 2nd edition, England, 2003, p.10-24.
19. I.G. Currie. Fundamental Mechanics of Fluids. 4th edition. CRC.Press. Pág.29. 2013.
20. I.G. Currie. Fundamental Mechanics of Fluids. Third Edition. University of Toronto. Canadá. 1993. Chapter 8, Low-Reynolds-Number Solutions. Ed. Marcel Dekker Ink. New York.
21. Ingebo. R. Drag Coefficients for droplets and solids spheres. Lewis Flight Propulsion Laboratory. Cleveland, Ohio. 1956. National Technical Information Service.
22. J. Almedeij. Drag Coefficient of Flow around a sphere: Matching asymptotically the wide trend. Kuwait University, 2007
23. J.A. Sethian. Theory, Algorithms, and Applications of Level Set Methods for Propagating Interfaces. Dept. of Mathematics. University of California, Berkeley. 1995
24. Jacob H. Maslisyah. Electrokinetic and Colloid Transport Phenomena. University of Alberta. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey. 2006
25. K. V. Tarantsev. Modeling of the Processes of Coagulation and Dispersion of Water in Low Conductive Fluids in an Electric Field Penza State University, Russia. October 15, 2012
26. K.V. Tarantsev. Krasnaya. Chirkov and Ashikhmin. Breakdown of water-oil emulsion in an electric field. Chemical and Petroleum Engineering. Vol.44. 2013
27. K.V. Tarantsev. Modeling of the Processes of Coagulation and Dispersion of Water in Low-Conductive Fluids in an Electric Field. Penza State University. Russia, 2012
28. Kawaguti Mitutosi. The critical Reynolds Number for the flow past a sphere. Institute of Science and Technology, University of Tokyo. Journal of Physical Society of Japan. Vol.10, No.8. August,1955
29. Landau, L.D.; Lifshitz, E.M. (1987), Fluid mechanics, Course of Theoretical Physics, volume 6. Second Edition.
30. Masliyeh and Bhattacharyee. Electrokinetic and colloid transport phenomena. Wiley-interscience. 2006, pág. 53 and 72. non-paraxial Gaussian beams, Journal of King Saud University – Science, 07/2015.27(3):198-203. Elsevier, DOI: 10.1016/j.jksus.2015.02.005
31. Osameh Ghazian. Numerical Modeling of Deformation, Oscillation, Spreading and Collision Characteristics of Droplets in an Electric Field. The University of Western Ontario, 2014. Pag;14,19,30, Physics 6 (2nd revised ed.), Pergamon Press, ISBN 0-08-033932-8
32. Ping Zhang. Periodic Phase Separation: A Numerical Study via a Modified Canh-Hilliard Equation. B.Sc. University, China, 2005
33. Rehm, Haghshenas, Paknejed. Underbalanced Drilling: Limits and Extremes. Gulf Publishing Company. Chapter 2, pág. 80, 2012
34. S. Osher and J. Sethian. Fronts propagation with curvature-dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations. University of California. Journal of computational physics 79, 12-49. (1988)
35. Sergey V. Ershkov. On existence of general solution of the Navier-Stokes equations for 3D non-stationary incompressible flow. Institute for Time Nature Explorations, M.V. Lomonosov's Moscow State University, Leninskie gory, 1-12, Moscow 119991, Año 2014. Russia

36. Sethian and P. Smereka. Level Set Methods For Fluid Interfaces. University of California. Annu. Rev. Fluid. Mech. 2003
37. Southard, J. (2020, March 5). Book: Introduction to Fluid Motions and Sediment Transport. Chapter 3. Flow past a sphere II: Stokes's law, the Bernoulli equation, turbulence, boundary layers, flows separation. MIT. Ed. LibreTextTM
38. Thambynayagam, R.K.M. (2011), The Diffusion Handbook: Applied Solutions for Engineers, 1st edition. Association of American Publishers
39. Thomas Hermans, Frédéric Nguyen, Tanguy Robert and Andre Revil. Geophysical Methods for Monitoring Temperature Changes in Shallow Low Enthalpy Geothermal Systems. Applied Geophysics, University of Liege. Belgium. 2014. Page:5103
40. Urrutia. P. Predicting water-In-oil emulsion coalescence from surface pressure isotherms. Master Thesis. University of Calgary, Canada, 2006
41. V. E. Badalassi. H. D. Ceniceros. Computation of Multiphase Systems with Phase Field Models. Department of Mathematics, University of California, Santa Barbara California. April 2003
42. V.M.Voloshuk, J.S. Sedunow. The processes of coagulation in disperses systems, Nauka, Moscow, 1971
43. Yue, Zhou, Feng. Sharp-interface limit of the Cahn-Hilliard model for moving contact lines. Department of Mathematics, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, USA. 2009