



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
ENERGÍA-PROCESOS Y USO EFICIENTE DE ENERGÍA

**INTERACCIÓN DE UN CILINDRO PIVOTADO Y UN FLUJO LIBRE
COMO PRINCIPIO DE OPERACIÓN DE SISTEMAS DE CONVERSIÓN DE
ENERGÍA EÓLICA Y MARINA**

TESIS
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:
DAVID ROBERTO DOMÍNGUEZ LOZOYA

DIRECTOR DE TESIS:
DR. EDUARDO RAMOS MORA

TEMIXCO, MORELOS MARZO 2022



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Cuevas García Sergio

Secretario: Dr. Rodríguez Hernández Osvaldo

1er. Vocal: Dr. Ramos Mora Eduardo

2do. Vocal: Dr. Figueroa Lara Aldo

3er. Vocal: Dr. Piedra González Saúl

Lugar donde se realizó la tesis:
INSTITUTO DE ENERGÍAS RENOVABLES

TUTOR DE TESIS:
Dr. Ramos Mora Eduardo

FIRMA

Índice general

Resumen	III
1. Introducción General	1
2. Formulación matemática	5
2.1. Método de fronteras inmersas	5
2.2. Ecuaciones de conservación	7
2.3. Ecuaciones de Newton-Euler y cálculo de la fuerza y momento hidrodinámicos	8
3. Implementación numérica	11
3.1. Discretización de las ecuaciones de Navier-Stokes	11
3.2. Método de fronteras inmersas	14
3.2.1. Mallado de la frontera	14
3.2.2. Interpolación de las propiedades de los materiales y la frontera sobre la malla fija	15
3.2.3. Desplazamiento de la frontera	16
4. Estudio numérico de la interacción de un cilindro pivotado y un flujo libre desarrollado ^{1 2}	17
4.1. Introducción	18
4.2. Convergencia numérica y validación	21
4.3. Dinámica del cilindro, fuerzas y torca	22
4.4. Análisis de vibraciones	31
4.5. Flujo alrededor del cilindro y aguas abajo	35
4.5.1. Velocidad en un punto cercano aguas abajo	35
4.5.2. Campo de vorticidad	39
4.6. Conclusiones al estudio numérico de la interacción de un cilindro pivotado y un flujo libre desarrollado	57

¹Los resultados correspondientes a $Re = 180$ están publicados en el artículo Vortex-induced vibration in a cylinder with an azimuthal degree of freedom, en la revista PRFluids [1]

²Los resultados numéricos totales correspondientes $25 \leq Re \leq 210$ se someterán como artículo para una revista arbitrada

5. Estudio experimental de la interacción fluido-estructura de un cilindro con un grado de libertad azimutal en presencia de un flujo uniforme³	63
5.1. Introducción	63
5.2. Descripción general del equipo experimental	65
5.3. Dispositivos experimentales y equipos de medición	65
5.3.1. Sistema de recirculación de agua	65
5.3.2. Sistema de embalaje	66
5.3.3. Cilindro y vástago excéntrico	68
5.3.4. Sistemas de medición	69
5.4. Caracterización dinámica del flujo en el canal	71
5.5. Resultados experimentales	85
5.6. Conclusiones	98
6. Estudio numérico de la interacción de tres cilindros distribuidos en forma de aerogenerador de eje vertical con un flujo uniforme	101
6.1. Resultados preliminares	103
7. Conclusiones Generales	109
Bibliografía	112

³Los resultados correspondientes a este capítulo se someterán a un artículo para una revista arbitrada

Resumen

Este estudio aborda un análisis numérico y experimental de la dinámica de un cilindro con libertad de desplazamiento azimutal en presencia de diferentes condiciones de flujo desarrollado. El trabajo desarrollado en el análisis numérico se enfoca en aplicar herramientas que resuelvan la interacción fluido-estructura con la implementación del método de fronteras inmersas, donde se representa una interfase entre el fluido y el cilindro, en la que se resuelven las fuerzas hidrodinámicas y se calculan las propiedades físicas del fluido y del cilindro en todo el dominio de estudio. En el Capítulo 2, se presenta la formulación matemática para el método de fronteras inmersas, las ecuaciones de conservación de masa y cantidad de movimiento, la integración de la fuerza y torca hidrodinámicas y la implementación de las ecuaciones de Newton-Euler para la solución de la dinámica del cilindro. En el Capítulo 3 se expone el método de volumen finito, así como la estrategia de integración numérica realizada. El Capítulo 4 se inicia con una introducción sobre el problema físico planteado numéricamente, se continua con una recopilación de estudios que sirvieron como referencia para este trabajo, posteriormente se reportan los resultados obtenidos para un rango de velocidad de flujo ($25 < Re < 210$) y finalmente se termina el capítulo con las conclusiones correspondientes al análisis. Es importante destacar que para el caso estudiado en este trabajo se contempló un cilindro con movimiento sin fuerza de fricción agregada que se interponga a su desplazamiento, por lo que realizar comparaciones cuantitativas con datos experimentales no es posible debido al efecto de fricción que tendrían los rodamientos del sistema. Sin embargo, los resultados obtenidos demuestran un acercamiento cualitativo a casos similares. El trabajo desarrollado en el análisis experimental de un cilindro de dos materiales distintos (aluminio y acrílico), sujetos con tres diferentes radios, se presenta en el Capítulo 5. Éste capítulo se inicia con una breve introducción, para posteriormente realizar una descripción de los instrumentos y equipos experimentales utilizados para el estudio. Enseguida se presenta la metodología que se llevó a cabo, en el siguiente paso se presentan la calibración y los resultados obtenidos para los dos tipos de materiales y un rango de número de Reynolds de $50 < Re < 950$, finalmente se exponen algunas conclusiones referentes a este estudio experimental. En el Capítulo 6, se presentan resultados preliminares de un estudio numérico bidimensional, donde se simulan tres cilindros con libertad de desplazamiento azimutal y con una distribución de un aerogenerador de eje vertical interactuando con un flujo desarrollado. Por último se exponen las conclusiones generales para los tres problemas planteados en este trabajo de tesis.

Capítulo 1

Introducción General

En este trabajo se describen tres proyectos de investigación en el área de la interacción fluido-estructura que tienen como objetivo a largo plazo entender el movimiento de las pa-las de un aerogenerador de eje vertical y la dinámica del flujo que ocurre a su alrededor. Los proyectos presentados son independientes y de diferente naturaleza, pero tienen en común la interdependencia dinámica de la estructura y el fluido que la rodea, la geometría de la estructura y su dinámica con un grado de libertad azimutal. El análisis es una contribución al entendimiento de las propiedades fundamentales de los movimientos de la estructura y el fluido circundante.

El primer proyecto consiste en un estudio numérico bidimensional de la interacción fluido-estructura de un sistema que consiste en un flujo que pasa a través de un cilindro que tiene la libertad de moverse en dirección azimutal. El movimiento del cilindro es la consecuencia de su interacción con un flujo uniforme en un rango de número de Reynolds $25 \leq Re \leq 210$. El resultado es una vibración del cilindro y la formación de una cauda compuesta por vórtices alternantes similares a la calle de von Karman. El movimiento del cilindro es cuasiperiódico con ciclos compuestos por un modo de vibración para números de Reynolds $Re \lesssim 100$ y tres modos de vibración para números de Reynolds $Re \gtrsim 100$. En contraste con la cauda formada por un cilindro fijo donde la escala de los vórtices es el diámetro del cilindro, los vórtices que componen la cauda del cilindro móvil, tiene una escala espacial que corresponde al desplazamiento transversal del cilindro. El movimiento del cilindro puede ser interpretado como un oscilador armónico en el que la fuerza restitutiva es la torca inducida por la interacción entre el cilindro y el flujo. Debido a que la fuerza generada por la interacción es no lineal, la fuerza restitutiva y el desplazamiento del cilindro no son periódicos. Parte de los resultados de este estudio fueron publicados en [1]. Aunque en la literatura abundan reportes de comportamiento dinámico de sistemas similares al descrito en este párrafo, todos ellos tienen una diferencia fundamental con el sistema bajo estudio y que consiste en la inclusión de una fuerza de restitución externa. Este punto está ampliamente descrito en la introducción al Capítulo 4.

La segunda parte del presente documento contiene el estudio experimental de la interacción de un cilindro y un flujo uniforme con rango para el número de Reynolds $50 \lesssim Re \lesssim 950$. Este estudio es similar al que se describe en la primera parte, pero con la diferencia que se añade el efecto de una fuerza resitutiva externa. La frecuencia natural de oscilación inducida por la fuerza externa es determinante en el comportamiento del sistema, pues ahora se presenta la posibilidad de que aparezca una resonancia entre la frecuencia de la vibración ocasionada por la interacción fluido-estructura y la correspondiente a la fuerza resitutiva externa. En muchos reportes disponibles en la literatura, la fuerza resitutiva externa se incorpora sujetando el cilindro con un resorte y montándolo al cilindro a un soporte deslizante que permite un movimiento lineal sin resistencia. Como es de esperarse la amplitud de la oscilación es mucho mayor al presentarse la resonancia. Este arreglo experimental puede extenderse a dos grados de libertad para el movimiento del cilindro permitiendo que este se desplace en las direcciones paralela y perpendicular al la dirección del flujo. La dinámica de cilindros con uno o dos grados de libertad expuestos a un flujo externo ha sido ampliamente explorada tanto teórica como experimentalmente y numerosos reportes se pueden encontrar en la literatura especializada. La mayoría de los estudios se han focalizado en arreglos experimentales en los que el cilindro puede oscilar en las direcciones paralela y/o perpendicular. Este movimiento es convenientemente descrito usando coordenadas cartesianas. En una disposición alterna a la anterior y con el objetivo de extraer energía cinética del mar, se ha propuesto un sistema que permite el movimiento a lo largo de un arco de círculo, la fuerza resitutiva es provista por resortes orientados en una dirección oblicua al desplazamiento. En los casos descritos anteriormente la fuerza resitutiva es proporcional a la elongación o contracción del resorte.

En el Capítulo 5 se describe la dinámica del cilindro con un grado de libertad azimutal cuyo eje de simetría está inclinado un pequeño ángulo respecto de la vertical. Este sistema presenta el comportamiento de un péndulo gravitacional compuesto cuya fuerza resitutiva es proporcional al seno del ángulo de inclinación. Para oscilaciones pequeñas, el movimiento del cilindro puede entenderse como un oscilador armónico. El análisis experimental del flujo generado por el cilindro en movimiento se logró usando la técnica del PIV.

La tercera parte de esta tesis (Capítulo 6) es el estudio numérico preliminar del movimiento giratorio de un sistema compuesto por tres cilindros dispuestos en un círculo a la misma distancia angular entre ellos (120°) cuando son expuestos a un flujo incidente. El arreglo emula un aerogenerador de eje vertical. Este arreglo puede entenderse como la generalización del sistema estudiado en la primera parte de la tesis pues los cilindros giran como un cuerpo rígido (distancias entre ellos y al centro de giro constantes) a causa de su interacción con un flujo uniforme. La torca total sobre el sistema es la suma de las torcas sobre cada uno de los cilindros. La generación de las torcas sobre cada cilindro pueden interpretarse usando los principios fundamentales del comportamiento dinámico de los sistemas descritos en el Capítulo 4. El resultado de la combinación de las fuerzas sobre cada uno de los cilindros individuales no es la superposición de los efectos individuales debido a los

efectos no-lineales.

Capítulo 2

Formulación matemática

La interacción de un cilindro inmerso en un flujo de fluido y con solo la libertad de desplazarse de manera azimutal (restricción radial de movimiento) es un problema fundamental que puede encontrarse en diversas aplicaciones de ingeniería. Este fenómeno de interacción fluido-estructura, puede ser abordado por las ecuaciones que gobiernan solo a un fluido acopladas por las ecuaciones que describen la dinámica de un cuerpo rígido. Este trabajo se plantea a partir de los resultados obtenidos en [2] y [3] en donde se implementó el método de fronteras inmersas (*Immerse boundary method*), el cual permite identificar las regiones fluido y sólido dentro de un dominio computacional discretizado mediante una malla cartesiana estructurada donde las ecuaciones de la mecánica de fluidos son integradas mediante el método de volumen finito (*finit volume method*).

2.1. Método de fronteras inmersas

Existen diferentes métodos para abordar una simulación donde el fenómeno de interés es la interacción fluido-estructura, entre los que destacan se encuentran, *Dominios ficticios* (*Fictitious domain*) y *Fronteras inmersas* (*Immersed boundary*). Considerando que para el estudio de la Dinámica de Fluidos Computacional (CFD por sus siglas en inglés), las mallas uniformemente estructuradas se encuentran dentro de las de mejor desempeño en implementación y eficiencia computacional, el método de fronteras inmersas se adapta muy bien a este tipo de mallas aplicándose como formulación matemática, así como esquema numérico [4]. Como formulación matemática emplea una mezcla de variables eulerianas y lagrangianas que se relacionan mediante una ecuación de interacción. Como esquema numérico las variables eulerianas se definen dentro de una malla cartesiana fija, mientras que las variables lagrangianas se definen dentro de en una malla curvilínea que se mueve libremente a través de la malla cartesiana fija, sin estar restringida a adaptarse a esta.

Los primeros esfuerzos por modelar computacionalmente un problema de interacción dinámica fluido-estructura eran abordando el fenómeno desde dos perspectivas diferentes, donde CFD y la mecánica computacional estructural se trataban por separado, acoplando ambos

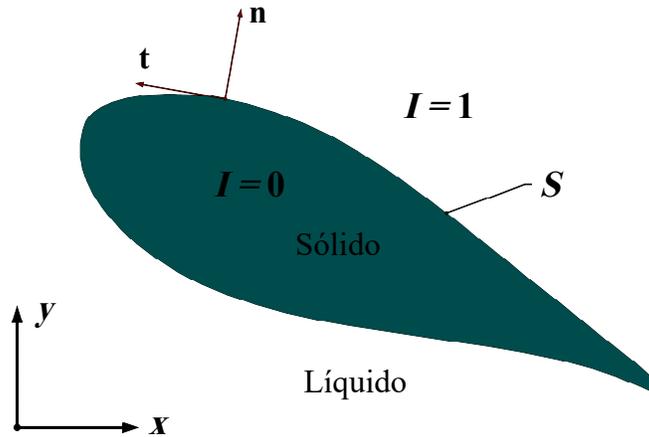


Fig. 2.1: Determinación de las regiones de interés en el enfoque aproximación de un solo fluido.

métodos por medio de una malla dinámica en la que es necesario adaptar las ecuaciones de la dinámica de fluidos y las condiciones de frontera con cada desplazamiento de la estructura. Este enfoque, de tratar el problema con dos métodos diferentes en dos mallas distintas acopladas y dependientes entre sí, da como resultado que la transferencia y el filtrado de los datos de una malla y el procedimiento de la solución a la otra pueden llevar a problemas significativos en la convergencia computacional [5]. Por otro lado, el método de determinación de niveles (*level-set*) implícitamente utilizado en el método de fronteras inmersas permite un cálculo preciso de la interacción de la región de la estructura y la del fluido.

En el presente trabajo se empleó un modelo computacional en dos dimensiones utilizando un método de fronteras inmersas (*Inmmerse Boundary method*) para velocidades moderadas de fluido donde los fenómenos tridimensionales pueden despreciarse. Este método fue seleccionado por el buen desempeño que realiza en la identificación de la interfase entre la regiones de la estructura y el fluido, así como en el cálculo de las fuerzas hidrodinámicas sobre la estructura, lo que es de gran importancia en la dinámica del sistema. Otra de las notables ventajas del método es que permite abordar el problema de fenómenos de interacción fluido-estructura considerando solo un conjunto de ecuaciones de conservación, ésto aplicando el enfoque de “aproximación de un solo fluido”. Utilizando dicha aproximación es posible identificar la región de sólido y fluido a través del uso de una función indicadora (I), representada mediante una función escalón de Heaviside, la cual puede representarse mediante la integral de la multiplicación de funciones Delta de Dirac unidimensionales concentradas en la interfase:

$$I = \int_A \delta(x - x')\delta(y - y')da', \quad (2.1)$$

donde la integral se realiza sobre una área A encerrada por un contorno S . Desde la integral es evidente que la función Heaviside es uno si el punto (x, y) se encuentra encerrado por S y cero en cualquier otro punto del dominio (Figura 2.1). La integral sobre el área de la interfase puede transformarse en una integral de circuito cerrado usando la siguiente variante del teorema de la divergencia:

$$\nabla I = - \oint_S [\delta(x - x')\delta(y - y')] \mathbf{n}' ds'. \quad (2.2)$$

Dado que conocemos que S es un contorno cerrado, la integral puede reducirse de forma tal que solo se realice en la interfase del fluido:

$$\nabla I = - \int_S [\delta(x - x')\delta(y - y')] \mathbf{n}' ds'. \quad (2.3)$$

Considerando que las propiedades físicas del fluido y del sólido son constantes, cualquier propiedad dentro del dominio puede calcularse como:

$$\phi = \phi_1 I(x, y) + \phi_0 (1 - I(x, y)), \quad (2.4)$$

donde ϕ_1 es la propiedad del fluido cuando $I(x, y) = 1$ y ϕ_0 es la propiedad del sólido cuando $I(x, y) = 0$. El gradiente de la función indicadora estaría determinado como:

$$\nabla \phi = \phi_1 \nabla I - \phi_0 \nabla I = (\phi_0 - \phi_1) \int_S [\delta(x - x')\delta(y - y')] \mathbf{n}' ds'. \quad (2.5)$$

Esta formulación matemática permite determinar los gradientes de los diferentes propiedades de las regiones de todo el dominio, por lo que las ecuaciones de conservación pueden ser resueltas en cualquier región para las diferentes propiedades físicas.

2.2. Ecuaciones de conservación

El fenómeno de interés de este trabajo es la interacción fluido-estructura, por lo que se aborda el problema contemplando las ecuaciones de conservación para un fluido viscoso e incompresible, mientras que el movimiento de la estructura rígida se modela con las ecuaciones de Newton-Euler, siempre considerando que existe una influencia entre ambas regiones y en ambos sentidos.

Para tratar de una manera más conveniente las ecuaciones de conservación, se adoptan las siguientes expresiones adimensionales:

$$x^*, y^* = x/d, y/d, \quad t^* = tU/d, \quad u^*, v^* = u/U, v/U, \quad p^* = p/\rho_f U^2,$$

donde d es la distancia característica del fenómeno dada por el diámetro del cilindro, t el tiempo, U la velocidad del fluido libre, p la presión y ρ_f la densidad del fluido. Las ecuaciones de conservación de masa y cantidad de movimiento para un fluido incompresible quedarían como:

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_f = 0, \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}_f}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{u}_f \mathbf{u}_f = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}_f, \quad (2.7)$$

donde la ecuación de conservación de masa está dada por (2.6), la de conservación de cantidad de movimiento por (2.7), Re es el número de Reynolds y está dado por $Re = Ud/\nu$, siendo ν la viscosidad cinemática del fluido. Es necesario hacer mención de que al expresar las ecuaciones con variables adimensionales, estas deberían de mostrar *, pero por razones de estética se han removido.

2.3. Ecuaciones de Newton-Euler y cálculo de la fuerza y momento hidrodinámicos

Una de las características principales de la implementación del método de fronteras inmersas para este problema es el cálculo de las fuerzas en la región del contorno de la estructura S , la cual es indispensable para determinar el desplazamiento y velocidad del sólido, que a su vez se requiere calcular cada paso de tiempo.

Para esto, se consideran las siguientes variables adimensionales:

$$F^* = F/\rho_f U^2 d^2, \quad \tau^* = \tau/\rho_f U^2 d^3 \quad \text{y} \quad m^* = \rho_s/\rho_f$$

donde F es la fuerza que el cilindro y el fluido ejercen entre sí, τ la torca que se produce con referencia al punto de rotación y m^* la relación de densidades entre el fluido y el sólido (siendo ρ_s la densidad del sólido). Para este análisis también se retiran los * de las ecuaciones, por lo que la velocidad de traslación del sólido se calcula con la ecuación de Newton que se expresa:

$$(m^* + m_a^*) \frac{d\mathbf{u}_{sc}}{dt} = \mathbf{F}, \quad (2.8)$$

donde \mathbf{u}_{sc} es la velocidad de traslación del centroide del sólido y m_a^* es la masa agregada del cilindro, que para este caso en términos de las variables escaladas es $m_a^* = 1$. En un problema en dos dimensiones, la torca es un pseudo-vector con su único componente en la dirección perpendicular al plano de movimiento y su magnitud está en función de la derivada temporal de la velocidad angular (aceleración angular $d\dot{\theta}/dt$) de la siguiente manera:

$$(m^* + m_a^*) \frac{d\dot{\theta}}{dt} = \tau. \quad (2.9)$$

Una vez conocida la velocidad del centroide del cuerpo rígido, el campo de velocidades dentro del sólido que se encuentra en función del radio de giro es calculado:

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{u}_{sc} + \mathbf{r} \times \dot{\theta} \hat{\mathbf{k}}, \quad (2.10)$$

donde \mathbf{r} es el vector posición, *i.e.* la distancia a cualquier punto dentro de la región del sólido desde el centro de rotación, y $\hat{\mathbf{k}}$ es el vector unitario con dirección perpendicular al plano de movimiento. El acoplamiento entre las ecuaciones para la interacción entre las regiones del fluido y la estructura se encuentra en la traducción de la fuerza hidrodinámica (\mathbf{F}) en torca (τ) y en establecer como condición de frontera la velocidad del sólido en la interfase al líquido debido a la condición de no deslizamiento. Con el fin de calcular fuerza y torca hidrodinámicas, se determina la integral del tensor de esfuerzos sobre la frontera S entre las regiones del fluido y del sólido [6]:

$$\mathbf{F} = \int_S \left[-p\mathbf{I} + \frac{1}{Re} (\nabla \mathbf{u}_f + (\nabla \mathbf{u}_f)^\top) \right] \cdot \hat{\mathbf{n}} ds, \quad (2.11)$$

y

$$\tau = \int_S \mathbf{r} \times \left[-p\mathbf{I} + \frac{1}{Re} (\nabla \mathbf{u}_f + (\nabla \mathbf{u}_f)^\top) \right] \cdot \hat{\mathbf{n}} ds, \quad (2.12)$$

donde \mathbf{I} es el tensor identidad y $\hat{\mathbf{n}}$ es el vector unitario perpendicular al contorno S . Como es común, el modelo bidimensional se puede entender como un modelo tridimensional con la fuerza y la torca interpretados por unidad de longitud en la dirección perpendicular a la superficie y normal al plano de movimiento, respectivamente.

Se han seleccionado dos tipos de condiciones iniciales para abordar este problema. La primera condición temporal que se aplica es cuando el cilindro puede moverse libremente a medida que el flujo comienza a desarrollarse.

$$\mathbf{u} = 0, \quad \mathbf{u}_{cs} = 0 \quad \text{and} \quad \theta = \dot{\theta} = 0. \quad (2.13)$$

La segunda condición inicial implementada se realizó solo para uno de los casos presentados y con motivo de explorar diferentes evoluciones del movimiento del cuerpo sólido. En este segundo caso, la posición del cilindro es fija y su velocidad es cero durante un tiempo determinado hasta que la velocidad de fluido inicial alcanza el campo de velocidad que corresponde al flujo alrededor y la estela de un cilindro fijo (calle de vórtice de von Karman) $\mathbf{u} = \mathbf{u}_{vK}$.

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{vK}, \quad \mathbf{u}_{cs} = 0 \quad \text{and} \quad \theta = \dot{\theta} = 0 \quad (2.14)$$

Capítulo 3

Implementación numérica

La estrategia numérica para resolver las ecuaciones de conservación y la implementación del método de fronteras inmersas se abordarán en este capítulo. Se describe el Método de Volumen Finito (FVM, por sus siglas en inglés) con el uso del algoritmo SIMPLEC (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations, Corrected) para el desacople de los términos de la velocidad y la presión en las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento. También se presenta la implementación numérica para la construcción y desplazamiento de la interfase, así como la interpolación de variables entre la malla cartesiana y la frontera inmersa.

3.1. Discretización de las ecuaciones de Navier-Stokes

En el Capítulo 2 se presentaron las ecuaciones de conservación de masa y de cantidad de movimiento, ecuaciones (2.6) y (2.7) respectivamente, las cuales deben ser discretizadas para resolverlas numéricamente. Existen diferentes estrategias para realizar esta discretización, las cuales se encuentran descritas en muchos trabajos de dinámica de fluidos computacionales (ver [7] y [8]). Para el problema de interés de este trabajo las variables a resolver dentro de la ecuación de conservación de cantidad de movimiento y de masa son la velocidad (\mathbf{u}) y la presión (p), las cuales se encuentran fuertemente acopladas. Para abordar esta dificultad se utiliza el esquema de desacople que implementa el algoritmo SIMPLEC.

La discretización de las ecuaciones de conservación se realizó a través del método de volumen finito. La forma discreta de la ecuación de cantidad de movimiento se expresa como un sistema de ecuaciones lineales como:

$$\begin{aligned} & \frac{u_P - u_P^0}{\Delta t} \Delta V + \frac{u_e S_e}{2} u_E - \frac{u_w S_w}{2} u_W + \frac{v_n S_n}{2} u_N - \frac{v_s S_s}{2} u_S = \\ & \Gamma_e S_e \frac{u_E - u_P}{\Delta x} - \Gamma_w S_w \frac{u_P - u_W}{\Delta x} + \Gamma_n S_n \frac{u_N - u_P}{\Delta y} - \Gamma_s S_s \frac{u_P - u_S}{\Delta y} - \frac{(p_E - p_P)}{\Delta x} \Delta V + u_P^0 \frac{\Delta V}{\Delta t}, \end{aligned} \quad (3.1)$$

donde en el primer término (correspondiente a la derivada temporal) se encuentra u_P y u_P^0 , que son la velocidad en el tiempo actual, la velocidad en el tiempo anterior, ambos con subíndice P que representa la localización del centro del volumen de control. También en el primer término se expresan el tamaño del volumen de control y el paso de tiempo como ΔV y Δt , respectivamente. Los siguientes cuatro términos corresponden a la discretización del término convectivo de la ecuación de cantidad de movimiento utilizando un esquema central. En el lado derecho de la ecuación se encuentran los términos obtenidos a partir de la discretización del término difusivo y del gradiente de presión, respectivamente. El sistema de ecuaciones de 3.1 puede reagruparse como:

$$a_P u_P = a_E u_E + a_W u_W + a_N u_N + a_S u_S + S_P, \quad (3.2)$$

donde

$$\begin{aligned} a_E &= \frac{\Gamma_e S_e}{\Delta x} - \frac{u_e S_e}{2}, & a_W &= \frac{\Gamma_w S_w}{\Delta x} + \frac{u_w S_w}{2}, \\ a_N &= \frac{\Gamma_n S_n}{\Delta y} - \frac{u_n S_n}{2}, & a_S &= \frac{\Gamma_s S_s}{\Delta y} + \frac{u_s S_s}{2}, \\ a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S + \frac{\Delta V}{\Delta t}, \\ S_P &= - \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_P \Delta V + u_P^0 \frac{\Delta V}{\Delta t} = - \frac{(p_E - p_P)}{\Delta x} \Delta V + u_P^0 \frac{\Delta V}{\Delta t}. \end{aligned}$$

Simplificando aun más la expresión 3.2 de la ecuación discreta decantidad de movimiento, es posible escribirla de la siguiente forma:

$$a_P u_P = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb} + b - (p_E - p_P) A_e, \quad (3.3)$$

donde el subíndice nb indica la sumatoria que se realiza de todos los vecinos inmediatos, mientras que b y A_e son:

$$b = u_P^0 \frac{\Delta V}{\Delta t}, \quad A_e = \frac{\Delta V}{\Delta x} = \Delta y = S_e.$$

Suponiendo una presión p^* se obtiene una ecuación de cantidad de movimiento que resuelve el campo de velocidades de primera aproximación \mathbf{u}^* expresado como

$$a_P u_P^* = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb}^* + b - (p_E^* - p_P^*) A_e, \quad (3.4)$$

$$a_P v_P^* = \sum_{nb} a_{nb} v_{nb}^* + b - (p_N^* - p_P^*) A_n. \quad (3.5)$$

Una solución más aproximada para los campos de presión y velocidad del fluido se obtiene al realizar correcciones a \mathbf{u} y p de la siguiente manera

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^* + \mathbf{u}', \quad p = p^* + p', \quad (3.6)$$

donde las variables primadas representan pequeñas correcciones. Restando las expresiones correspondientes de las ecuaciones 3.6 a 3.4 y 3.5, y realizando los procedimientos algebraicos necesarios se llega a las expresiones

$$a_P u'_P = \sum_{nb} a_{nb} u'_{nb} - (p'_E - p'_P) A_e, \quad (3.7)$$

$$a_P v'_P = \sum_{nb} a_{nb} v'_{nb} - (p'_N - p'_P) A_n. \quad (3.8)$$

Para simplificar las ecuaciones 3.7 y 3.8 y siguiendo los pasos del algoritmo SIMPLEC, se restan las expresiones $\sum_{nb} a_{nb} u'_P$ y $\sum_{nb} a_{nb} v'_P$ a ambos lados de las ecuaciones correspondientes. Las ecuaciones se pueden escribir de la siguiente forma:

$$\left(a_P - \sum_{nb} a_{nb} \right) u'_P = \sum_{nb} a_{nb} (u'_{nb} - u'_P) - (p'_E - p'_P) A_e, \quad (3.9)$$

$$\left(a_P - \sum_{nb} a_{nb} \right) v'_P = \sum_{nb} a_{nb} (v'_{nb} - v'_P) - (p'_N - p'_P) A_n. \quad (3.10)$$

Considerando que las diferencias entre las correcciones de las velocidades en el centro de los volúmenes de control con sus vecinos es pequeña, se puede despreciar el término de la sumatoria y despejando u'_P y v'_P se obtienen las correcciones de las componentes de la velocidades

$$u'_P = -\frac{A_e}{a_P - \sum_{nb} a_{nb}} (p'_E - p'_P) = d_e (p'_P - p'_E), \quad (3.11)$$

$$v'_P = -\frac{A_n}{a_P - \sum_{nb} a_{nb}} (p'_N - p'_P) = d_n (p'_P - p'_N). \quad (3.12)$$

Para cada cálculo de campos de velocidad, las componentes de las velocidades se corrigen de acuerdo a

$$u_P = u_P^* + d_e (p'_E - p'_P), \quad (3.13)$$

$$v_P = v_P^* + d_n (p'_N - p'_P). \quad (3.14)$$

Finalmente se calculan las correcciones para la presión utilizando las expresiones 3.6 en la ecuación de conservación de masa para una malla *stagger*.

$$u_e S_e - u_w S_w + v_n S_n - v_s S_s = 0, \quad (3.15)$$

donde las velocidades correspondientes en las caras del volumen de control para la presión sobre una malla *staggered* son:

$$\begin{aligned} u_e &= (u_P)_e = u_e^* + (d_e)_e (p'_P - p'_E), \\ u_w &= (u_P)_w = u_w^* + (d_e)_w (p'_W - p'_P), \\ v_n &= (v_P)_n = v_n^* + (d_n)_n (p'_P - p'_N), \\ v_s &= (v_P)_s = v_s^* + (d_n)_s (p'_S - p'_P), \end{aligned}$$

sustituyendo en la ecuación de conservación de masa las expresiones de u_e , u_w , v_n y v_s y se realizan simplificaciones algebraicas se obtiene la siguiente expresión:

$$a_P p'_P = a_E p'_E + a_W p'_W + a_N p'_N + a_S p'_S + S_P \quad (3.16)$$

donde

$$\begin{aligned} a_E &= (d_e)_e S_e, & a_W &= (d_e)_w S_w, \\ a_N &= (d_n)_n S_n, & a_S &= (d_n)_s S_s, \\ a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S, \\ S_P &= -(u_e^* S_e - u_w^* S_w + v_n^* S_n - v_s^* S_s). \end{aligned}$$

El término fuente S_P en la ecuación de corrección para la presión es la forma discreta de la ecuación de conservación de masa, por lo que cuando este término fuente es igual a cero, las velocidades calculadas satisfacen la condición de incompresibilidad por lo que el algoritmo SIMPLEC converge.

3.2. Método de fronteras inmersas

3.2.1. Mallado de la frontera

El contorno de la región sólida (frontera) está construida por puntos que se conectan con sus vecinos más cercanos, creando una malla unidimensional. Como el problema contempla la propiedad de que el sólido es no deformable, la distancia entre estos puntos genera elementos con la misma longitud. La posición de cada uno de estos elementos es la información que se necesita actualizar a cada paso de tiempo, la cual se representa con las coordenadas respectivas dentro de una malla regular bidimensional, como se muestra en la Figura 3.1 .

El contorno de la estructura se desplaza en función de la fuerza y torca hidrodinámicas, la cual se basa en la interpolación sobre cada elemento de la frontera de los campos de velocidades y presión de la región del fluido de la malla regular bidimensional. La identificación

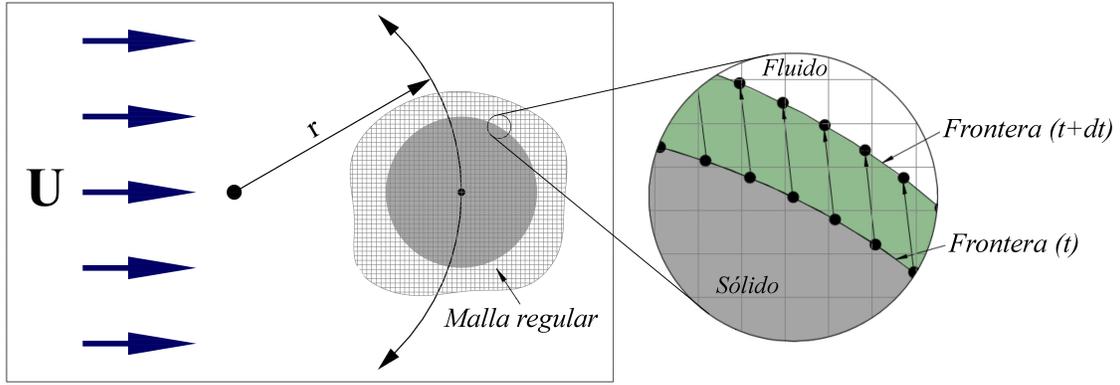


Fig. 3.1: Esquema del planteamiento del proble e interacción de los dos tipos de mallas.

del elemento próximo a la izquierda para cada punto de la frontera sobre la malla regular está determinada en una dimensión de la siguiente forma:

$$i = \text{int}(x \cdot NX/L_x), \quad (3.17)$$

donde NX es el número total de puntos en la malla, x es la coordenada en de la posición del punto dentro de la malla regular y L_x es la longitud total del dominio.

3.2.2. Interpolación de las propiedades de los materiales y la frontera sobre la malla fija

Como ya se comentó previamente, se aborda un problema de interacción fluido-estructura, en donde en la región del fluido se resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes en una malla regular bidimensional. Mientras que la influencia recíproca que resultan de la interacción entre el fluido y la estructura se resuelven en la frontera entre las regiones. También se comentó que se plantea una función de indentificación de campo I para determinar las regiones por medio de una función escalón Heaviside, esta función de campo actúa de la siguiente manera:

$$I(\mathbf{r}) = \begin{cases} 1 & \text{dentro del fluido,} \\ 0 & \text{dentro del sólido.} \end{cases} \quad (3.18)$$

El campo indicador está construido basado en el hecho de que la interfase entre el fluido y la estructura marca una diferencia en dicha función indicadora, generando esta diferencia un gradiente abrupto en la malla cartesiana. El gradiente del campo indicador en una forma discreta se expresa de la siguiente forma:

$$\nabla I_{ij} = \sum_l \Delta I \omega_{ij}^l \mathbf{n}_l \frac{\Delta L_l}{h^2}, \quad (3.19)$$

donde \mathbf{n}_l y ΔL_l son el vector normal y la longitud del elemento l respectivamente, y h es el intervalo de la discretización espacial en la malla regular cartesiana. El símbolo ω_{ij}^l es la forma discreta de la función delta de Dirac y el peso que ésta tiene sobre el punto i, j de la malla con respecto al elemento l de la interfase. Para este trabajo se utilizó una función de peso para el gradiente del campo indicador propuesta por C. Peskin [9], el cual utiliza un grupo de 16 volúmenes de control de la malla fija adyacente al elemento del contorno, lo que genera una transición suavizada de las propiedades del fluido. La función de peso tiene la forma:

$$d(\mathbf{r}) = \begin{cases} (1/4h)(1 + \cos(\pi\mathbf{r}/2h)) & |\mathbf{r}| < 2h \\ 0 & |\mathbf{r}| \geq 2h. \end{cases} \quad (3.20)$$

Una vez construido el gradiente del campo indicador en la malla cartesiana, el campo puede ser recuperado tomando la divergencia numérica de dicho gradiente del campo:

$$\nabla^2 I = \nabla \cdot \nabla I_{ij}. \quad (3.21)$$

El lado izquierdo de la ecuación (3.21) se aproxima mediante diferencias centrales estándar, y la ecuación de Poisson resultante se soluciona con las condiciones de frontera apropiadas, produciendo de esta manera el campo indicador en todo el dominio. Después de resolver el campo indicador, es posible encontrar la velocidad en cualquier celda del dominio computacional a través de:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = I(\mathbf{x})\mathbf{u}_f(\mathbf{x}) + (1 - I(\mathbf{x}))\mathbf{u}_s(\mathbf{x}), \quad (3.22)$$

3.2.3. Desplazamiento de la frontera

El desplazamiento de la frontera se trata resolviendo las fuerzas hidrodinámicas que actúan sobre el contorno del sólido (ecuación 2.11), la torca resultado de ésta fuerza (ecuación 2.12), para finalmente utilizando las ecuaciones de Newton-Euler determinar su velocidad angular. En general, para un movimiento arbitrario de un cuerpo sólido sumergido en un fluido, ambas ecuaciones de Newton-Euler deben resolverse para calcular la velocidad de la estructura, pero, para el problema que aborda este trabajo, las ecuaciones se simplifican utilizando la restricción de movimiento limitado a solo desplazarse de manera azimutal (radio fijo). Entonces, la velocidad de traslación del cilindro se puede encontrar como [10]:

$$\mathbf{u}_{sc} = \frac{D}{2}\dot{\theta}(\cos \theta, \sin \theta). \quad (3.23)$$

Con esta simplificación, solo se requiere la ecuación (2.9) para calcular la velocidad del cilindro. Una vez que se calcula la velocidad del centroide del cuerpo sólido, la velocidad de cualquier punto en la región de la estructura se calcula mediante la ecuación (2.10). Finalmente, la velocidad de todo el dominio se corrige utilizando la ecuación (3.22).

Capítulo 4

Estudio numérico de la interacción de un cilindro pivotado y un flujo libre desarrollado^{1 2}

En este Capítulo se presenta la introducción, la validación, los resultados y conclusiones del estudio numérico bidimensional de un cilindro con la libertad de movimiento azimutal expuesto a un flujo transversal para diferentes condiciones iniciales, (ver Figura 4.1). El dominio computacional consiste en un rectángulo con condiciones de libre deslizamiento en las paredes superior e inferior (paredes horizontales), el flujo de entrada se ubica en la pared del lado izquierdo y el flujo de salida se encuentra en la pared de la derecha. El tamaño del dominio es de 24×12 longitudes características (diámetro de cilindro) y se discretizó con una malla regular de 768×384 volúmenes de control en las direcciones x y y , respectivamente. El paso de tiempo fue fijado con valor a $\Delta t = 0.0002$ para todas las simulaciones. Las ecuaciones que gobiernan el flujo se resolvieron de forma adimensional, de tal manera que se pudo realizar un grupo de simulaciones donde se varió el número de Reynolds.

Como ya se comentó en el Capítulo 2 se abordaron dos tipos de condiciones iniciales para realizar el análisis, la primera es cuando el cilindro puede moverse libremente a medida que el flujo comienza a desarrollarse y la segunda condición inicial es cuando la posición del cilindro se fija y su velocidad es cero durante un tiempo determinado hasta que la velocidad de fluido inicial alcanza el campo de velocidad que corresponde al flujo alrededor y la estela de un cilindro fijo (calle de vórtice de von Karman):

$$\mathbf{u}(Re = 25 \text{ a } 210) = 0, \mathbf{u}_{v,K} \quad \mathbf{u}_{c,s} = 0 \quad \text{y} \quad \theta = \dot{\theta} = 0. \quad (4.1)$$

¹Los resultados correspondientes a $Re = 180$ están publicados en el artículo Vortex-induced vibration in a cylinder with an azimuthal degree of freedom, en la revista PRFluids [1]

²Los resultados numéricos totales correspondientes $25 \leq Re \leq 210$ se someterán como artículo para una revista arbitrada

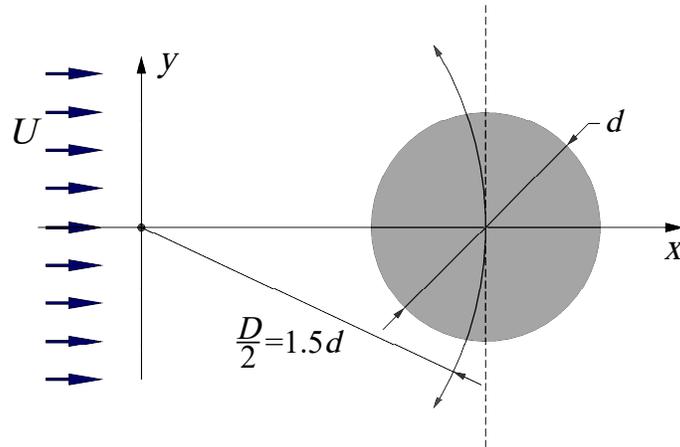


Fig. 4.1: Esquema del problema físico planteado. El diámetro del cilindro es d y el diámetro del círculo donde se desplaza el cilindro es $D = 3d$. El flujo de entrada se mueve de izquierda a derecha con una velocidad uniforme U .

Los valores para el número de Reynolds en las simulaciones están acotados por la aparición de los efectos tridimensionales para un flujo sobre un cilindro fijo, por lo que el valor máximo para esta variable es $Re \approx 210$ [11]. El campo de velocidades se inicializa igual a cero, mientras que el desplazamiento del cilindro (liberación de movimiento azimutal) comienzan a desarrollarse en diferentes tiempos ($t = 0, 50, 100$), esto se exploró con la finalidad de saber la dependencia que tiene el movimiento del cuerpo sólido a tiempos largos con relación a sus condiciones de liberación. Es necesario proporcionar una condición inicial para la función indicadora I (ecuación 3.18) para especificar la posición del cilindro al inicio de la simulación, por lo que se toma como punto de inicio del cilindro la posición que se considera como de mayor estabilidad ($\theta = 0$, ver Figura 4.1).

4.1. Introducción

El principio básico y ampliamente aplicado para la conversión de energía proveniente de un flujo de fluido es la generación de cantidad de movimiento mediante la interacción de este flujo y una estructura que se le interpone a dicho flujo. Este principio se ha implementado desde el molino hidráulico, hasta los actuales aerogeneradores de gran escala. En este trabajo se aborda numéricamente la interacción de un flujo de fluido desarrollado y un cilindro pivotado.

El movimiento inducido por el desprendimiento de la capa límite generada en la frontera de una estructura que interactúa con un flujo de fluido ha sido objeto de un gran número de estudios debido a su importancia en aplicaciones prácticas como varillas pivotadas y voladizas, así como estudios que proporcionan un sistema geoméricamente simple para

probar conceptos fundamentales como las fuerzas que surgen en las interacciones fluido-estructura [12], [13] y [14]. El objetivo de esta sección es contribuir mediante el análisis numérico de la interacción de un flujo uniforme entrante con un cilindro pivotado que por ende tiene libertad para moverse libremente en la dirección azimutal. Este análisis se enfoca en la descripción del movimiento del cilindro, así como la estructura de la cauda generada para un rango de número de Reynolds basado en el diámetro del cilindro que va desde $25 < Re < 210$. Para el análisis numérico el radio de giro es 1.5 determinado por la relación entre el radio del círculo que traza el cilindro al desplazarse y el diámetro del cilindro. La aceleración de la gravedad no se incluye en el análisis, ya que se trata de representar una situación física en la que dicha fuerza está alineada con el eje de simetría del cilindro, ver Figura 4.1.

Para el caso del cilindro fijo la estela que se forma aguas abajo está íntimamente relacionada con la capa límite alrededor del cilindro y por ende a las fuerzas ejercidas sobre él. Sin embargo, en este caso el efecto de las fuerzas sobre el cilindro no es posible de cuantificar, ya que un cilindro fijo cuenta con una inercia infinita. Por el contrario, cuando el cilindro tiene la libertad de moverse, su dinámica es compleja porque hay un acoplamiento bidireccional entre las fuerzas generadas por el flujo alrededor del cilindro y el movimiento del cilindro mismo que a su vez perturba el flujo entrante.

Uno de los casos mejor documentados de este tipo de estudio sobre las vibraciones inducidas por vórtices (VIV, vortex induced vibrations), estudio que analiza cilindros montados elásticamente a los que se les permiten moverse solo en la dirección transversal al flujo entrante. Experimentalmente, el cilindro se fija en un marco flotante por medio de rieles flotantes y amortiguado por la acción de resortes los cuales proporcionan una fuerza de restauración y establecen una frecuencia natural de oscilación. Se pueden encontrar resultados muy importantes sobre este caso en [15], [16] y [17]. Con una relación de masa baja (masa de la estructura oscilante/masa desplazada del fluido) y una amortiguación baja, se han reportado tres modos de desprendimiento de vórtices con uno o dos pares de vórtices que emite cada oscilación del cilindro [18]. A primera vista, el caso antes mencionado es similar a la situación que se analiza en esta sección del trabajo, en ese sentido, se señalarán algunas analogías en las secciones posteriores, pero existen diferencias fundamentales.

Para el caso anteriormente mencionado existe una frecuencia natural impuesta externamente por los resortes, fuerza que es despreciada en este caso, dejando que la fuerza de restauración la proporcione el propio fluido. Por otro lado, el caso donde el cilindro se mueve con una frecuencia impuesta externamente, se han realizado investigaciones relevantes tales como las reportadas en Blackburn y Henderson [19] quienes estudiaron un flujo bidimensional con $Re = 500$ y un rango de frecuencia de oscilación impuestas al cilindro entre 0.75 y 1.05 veces la frecuencia del número de Strouhal del cilindro fijo. Los autores encontraron un comportamiento cuasiperiódico para el coeficiente de sustentación en función del tiempo para los valores inferiores de las frecuencias exploradas; para las frecuencias más

grandes, el coeficiente de sustentación tiene una dinámica débilmente caótica. Meneghini y Bearman [20] también reportaron una dinámica cuasiperiódica para $Re = 200$ y frecuencias de oscilación impuestas inferiores a 0.7. Cabe señalar que la principal diferencia de esta configuración y análisis planteado en esta tesis, es que si el cilindro se encuentra forzado, las frecuencias y fases del movimiento oscilatorio pueden imponerse arbitrariamente, mientras que en el presente estudio las frecuencias y fases del movimiento se ajustan a la dinámica del sistema acoplado.

Recientemente se han propuesto dispositivos basados en cilindros pivotantes y VIV para extraer energía de ríos y corrientes oceánicas. En estos sistemas, la carga se modela con resortes de torsión o lineales, lo que da como resultado la inclusión de una frecuencia de oscilación natural en el sistema. La amplitud de la vibración de estos dispositivos fue calculada numéricamente por Sung et al. [21] quienes consideraron cilindros con secciones transversales circulares y elípticas en presencia de flujos cruzados con número de Reynolds 500. Los autores informan que las mayores amplitudes de las vibraciones se obtuvieron cuando el pivote está en la estela (aguas abajo del cilindro) y que la media cuadrática de velocidad angular (RMS, por sus siglas en inglés) es función inversa de la relación entre la longitud del brazo y el diámetro del cilindro. En el estudio experimental sobre cilindros pivotados realizado por Arionfard et al. [22] se centran en estudiar la eficiencia para extraer energía de un flujo constante con números de Reynolds en el rango de 2.9×10^3 a 2.2×10^4 donde los efectos tridimensionales son importantes [11]. La razón entre la longitud de los brazos y el diámetro del cilindro utilizadas están en el rango de 0.5 a 3.2, y la carga se simula con resortes lineales. Reportan que las condiciones de máxima eficiencia dependen de la rigidez de los resortes, la longitud del brazo y la velocidad de entrada. Otro factor importante que está incorporado a este tipo de fenómenos es el efecto de la masa añadida, que para el caso de un cilindro pivotante semisumergido se describe en [23].

Otra configuración estudiada en la literatura es donde el cilindro se encuentra con el extremo inferior fijo a una pared y éste presenta movimientos en cruz. Si a lo largo del cilindro se realizan marcas, estas describen elipses de amplitud que dependen de la distancia al punto de sujeción. En la mayoría de los arreglos, la fuerza de restauración es proporcionada por resortes en el soporte, [24], [25], pero en otros casos, la fuerza de restauración surge de la elasticidad del cilindro y no se impone una frecuencia natural externa [26], [27]. Para este caso, bajo algunas condiciones específicas, el cilindro pivotado describe secciones de un círculo, de forma parecida a lo que se reporta en esta sección. Sin embargo, en general, su movimiento tiene dos grados de libertad, en contraste con el único grado de libertad considerado en el presente análisis.

Aunque la interacción fluido-cilindro pivotado se ha examinado desde diferentes puntos de vista debido a su importancia en la energía renovable y otras aplicaciones, está claro que una comprensión más detallada de la interacción de varios efectos aún está lejos de estar completa. En esta sección del trabajo se aborda desde un análisis numérico el movimiento

de un cilindro atado interactuando con un flujo de fluido desarrollado, el estudio pretende brindar información con cierto detalle sobre el desplazamiento angular, las fuerzas y los momentos de torsión en condiciones específicas que se detallarán en las siguientes secciones.

4.2. Convergencia numérica y validación

Se realizó un análisis de sensibilidad para el refinamiento de la malla con lo cual se validó espacialmente el código numérico, esto para el caso donde se considera el flujo alrededor de un cilindro fijo. El análisis de sensibilidad se realizó para el caso de $Re = 180$, que es el valor disponible con resultados experimentales y numéricos detallados. Se espera que un análisis bidimensional sea válido para este caso dado que los efectos tridimensionales en el flujo para $Re < 190$ son insignificantes [11]. En la Tabla 4.1 se presenta la comparación de la frecuencia de oscilación de la cauda (número de Strouhal St) y el coeficiente de arrastre (C_D) para diferentes tamaños de mallas con valores experimentales de la literatura. Desafortunadamente, la incertidumbre experimental no se encuentra disponible. Para estos cálculos, se utiliza un dominio espacial de tamaño $24d \times 12d$. En la Tabla 4.1 también se incluyen resultados de cálculos numéricos basados en el método de vórtices viscosos [28] y en el métodos de elementos espectrales [29].

Tabla 4.1: Análisis de sensibilidad para la malla. Cilindro fijo.

Tamaño de la malla	St	C_D
384×192	0.151	1.256
768×384	0.185	1.132
$1,536 \times 768$	0.198	1.177
Experimental	0.19 [30]	1.29[31]
Shiels [28]		1.29
Henderson [29]		1.35

El análisis de refinamiento de la malla indica que la malla 768×384 predice correctamente la dinámica del fluido y se puede corroborar con el número de Strouhal (St) y subestima el coeficiente de arrastre (C_D) obtenido en los experimentos. Como se puede observar si se realiza un mayor refinamiento produce resultados más cercanos a las observaciones experimentales. Sin embargo, las corridas requieren hasta tres meses con el recurso computacional disponible. Por esta razón, se llegó a la conclusión de que la malla de 768×384 , que corresponde a 32×32 volúmenes de control en un área d^2 , es la mejor opción entre el tiempo computacional total y la precisión.

Posteriormente se realizó un análisis del tamaño del dominio para encontrar uno computacionalmente adecuado que minimice el efecto de las fronteras sobre los resultados en el

flujo alrededor del cilindro y la cauda. En la Tabla 4.2 se comparan los resultados para el número de Strouhal (St) como referencia, así como la media cuadrática sobre la torca (τ_{RMS}) que se ejerce sobre el cilindro con la libertad de desplazamiento azimutal y para un $Re = 180$. Ésto se realizó para tres dominios computacionales diferentes. Se puede observar que para un dominio $24d \times 12d$ y $30d \times 16d$, se obtuvieron resultados muy similares, pero el tiempo de cálculo para el dominio más grande es tres veces el que requiere el dominio $24d \times 12d$.

Tabla 4.2: Análisis del tamaño del dominio. Cilindro con libertad de desplazamiento azimutal.

Tamaño del dominio	St	τ_{RMS}
16d \times 8d	0.160	0.291
24d \times 12d	0.129	0.245
30d \times 16d	0.123	0.227
32d \times 16d	0.120	0.225

Para validar el código nuérico con respecto a la discretización temporal, se realizaron pruebas de resolución temporal, reduciendo el paso de tiempo. Se utilizaron $\delta t = 8, 4, 2$ y 1×10^{-4} unidades adimensionales, obteniendo un número de Strouhal $St = 0.172, 0.158, 0.129$ y 0.131 , respectivamente. Esto indica que $\delta t = 2 \times 10^{-4}$ es la mejor opción para el paso de tiempo y el tiempo de cómputo.

Finalmente se realizó la validación de la dinámica de la cauda del flujo alrededor de un cilindro fijo, ésto para un conjunto de casos de números de Reynolds ($Re = 40$ a 220) y aplicando la selección de tamaño de malla, dominio y paso de tiempo descritos anteriormente. Los resultados obtenidos para el cálculo del número Strouhal y la distancia entre vórtices aguas abajo del cilindro, coinciden con los resultados experimentales reportados en la literatura [32], [33].

4.3. Dinámica del cilindro, fuerzas y torca

Antes de comentar los resultados del problema de interés es necesario mencionar la evolución de la cauda de un cilindro fijo la cual presenta dependencia temporal. Son bien conocidas las etapas que presenta la cauda alrededor de un cilindro fijo para números de Reynolds bajos, pasando de flujos simétricos ($Re < 40$) a calle de vórtices en el límite turbulento ($40 \leq Re < 300$) [34]. Este comportamiento hidrodinámico se ve reflejado en las fuerzas que el flujo ejerce sobre el cilindro, pasando por fuerzas simétricas en la dirección transversal al flujo incidente a fuerzas alternantes sobre el cilindro. Para todos los casos, en un inicio, esta fuerza oscilatoria crece linealmente con el tiempo, pero en cierta etapa (dependiendo del Re), la fuerza transversal sobre el cilindro fijo crece muy rápido durante un periodo corto, antes de alcanzar una amplitud constante al llegar a la calle vórtices (von

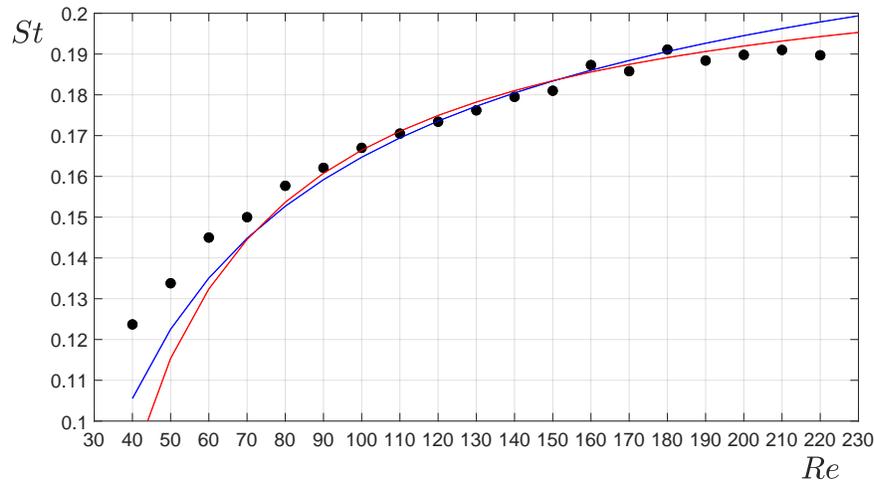


Fig. 4.2: Resultado del desarrollo del número de Strouhal en función al número de Reynolds. En puntos negros (●) se presenta los resultados numéricos, en línea roja (—) se muestra la función tradicional para el St ($St = 0.2175 - 5.106/Re$), mientras que en línea azul (—) se observa la función “ \sqrt{Re} - fórmula” propuesta por Williamson C.H.K. ($St = 0.2665 - 1.018/\sqrt{Re}$) [30].

Karman vortex street) completamente desarrollada.

En este trabajo, las fuerzas hidrodinámicas generadas sobre el cilindro al llegar a ser alternantes e instantáneamente asimétricas producen un movimiento que se traduce en desplazamiento azimutal por sus restricciones. La Figura 4.3 muestra la posición del centro del cilindro y la torca generada por la interacción del flujo hidrodinámico en función del tiempo para diferentes números de Reynolds. La columna del centro muestra con mayor detalle el comportamiento inicial del cilindro y la columna de la derecha el comportamiento a largo plazo.

En el primer ejemplo que se muestra en la Figura 4.3a (fila superior), el cilindro se mueve libremente en la posición azimutal en función a la magnitud y dirección de la fuerza hidrodinámica que para este caso corresponden a un flujo de $Re = 40$ y a las condiciones iniciales para el movimiento del cilindro las cuales están dadas por el tiempo de liberación del mismo en $t = 10$. En la etapa temprana $t < 100$, el cilindro permanece prácticamente sin movimiento para empezar a oscilar con una pequeña amplitud alrededor de la posición $\theta = 0$ radianes, hasta llegar a su máxima amplitud para θ y τ en $t \approx 200$. Posteriormente, el cilindro sigue oscilando a frecuencia casi constante, pero su posición promedio muestra una excursión rápida a valores de $\theta \approx 0.41$ radianes donde permanece durante una etapa prolongada ($t \geq 700$), la posición promedio final para la oscilación de este caso se tratará más adelante. Para tiempos largos la oscilación se establece con una amplitud aproximada de $\bar{\theta} = 0.117$ radianes y con solo una frecuencia característica.

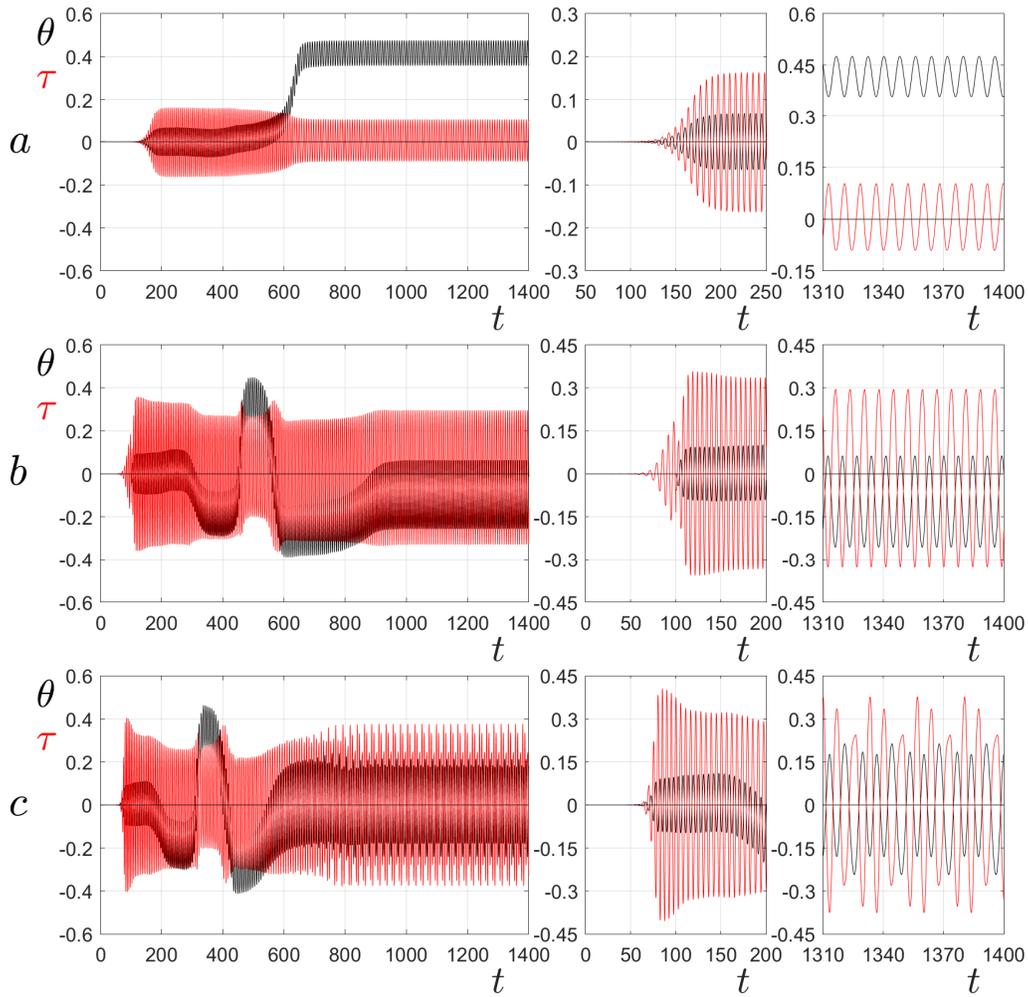


Fig. 4.3: Posición del centro del cilindro (θ , trazo negro) y torca (τ , trazo rojo) como funciones del tiempo (t) para tres casos diferentes. *a*, $Re = 40$, liberación del cilindro a $t = 10$; *b*, $Re = 100$, liberación del cilindro a $t = 100$; *c*, $Re = 150$, liberación del cilindro a $t = 50$. La primera columna de los tres casos muestra el desarrollo completo desde el reposo hasta tiempos largos. Las dos últimas columnas muestran ampliificaciones del comportamiento inicial y a largo plazo, respectivamente.

En la Figura 4.3*b* (fila central), el cilindro se encuentra en presencia de fuerzas hidrodinámicas correspondientes a un flujo de $Re = 100$. En este caso la condición inicial para el movimiento corresponden a una liberación del cilindro en $t = 100$, lo que provoca una disminución abrupta en la torca τ justo en el momento de liberación del cilindro. Posteriormente, la torca alcanza su máximo y el cilindro sigue oscilando a frecuencia casi constante, pero su posición promedio también muestra excursiones a valores de $\theta \approx 0.33$ y $\theta \approx -0.26$

radianes. Este proceso de transición concluye cuando el cilindro se establece oscilando en $\bar{\theta} = 0.096$ radianes para $t \geq 1000$, finalmente este caso también muestra solo una frecuencia característica para la oscilación de la posición y para la torca.

Por último en la Figura 4.3c (fila inferior), el flujo de $Re = 150$ sobre el cilindro genera fuerzas hidrodinámicas mayores a los casos previos. La liberación del cilindro se realiza en $t = 50$, provocando un acoplamiento adecuado entre el inicio del movimiento del cilindro y la torca. Después de que la torca alcanza su máximo en $t \approx 100$, el fenómeno inicia una etapa de transición para θ y τ , concluyendo en $t \geq 900$ cuando el cilindro se establece oscilando de forma no estrictamente periódica sobre $\bar{\theta} = -0.007$. En la tercera columna de este caso se muestra de manera ampliada la oscilación de la posición del cilindro y la torca para tiempos $1310 < t < 1400$, donde el comportamiento presenta más de una frecuencia característica, oscilación que se describirá posteriormente.

Una característica importante de este fenómeno es que las amplitudes máximas de las oscilaciones de la posición del centro del cilindro y la torca son función del número de Reynolds. Como es posible observar en la Figura 4.3, donde θ y τ aumentan a medida que incrementa la velocidad del flujo (incremento de Re). En la gráfica superior de la Figura 4.4 se muestran todos los resultados de la amplitud máxima de la oscilación de la posición angular del cilindro y en la gráfica inferior de la misma Figura 4.4 se muestran los resultados de la amplitud máxima para la oscilación de la torca. Para el caso de $\hat{\theta}$ es posible obtener una curva de comportamiento, la cual está expresada por la función $\hat{\theta} = 0.244 * \log(Re) - 0.774$. Por otro lado para el caso de la $\hat{\tau}$ es complicado generar una línea de tendencia, ya que se observan saltos y estancamientos en su comportamiento.

Para ambas gráficas de la Figura 4.4 se presentan tres grupos de corridas. El primer grupo representado por los círculos negros (\circ) indica que el cilindro después de la liberación pasó por una etapa transitoria para finalmente terminar con la posición angular oscilando alrededor de $\theta = 0$ (posición de mayor estabilidad). El segundo grupo representado por diamantes azules (\diamond) identifica las corridas que después de pasar por la etapa de transición empezaron a oscilar sobre $\theta = 0$, pero el comportamiento de la oscilación que muestra está muy lejana de ser periódica e incluso cuasiperiódica. Es importante comentar que este segundo grupo se encuentran en la región donde es posible que se empiecen a presentar fenómenos tridimensionales. Finalmente se encuentra el grupo de cuadros rojos (\square) donde se muestran las corridas que se quedaron en la etapa transitoria y les tomaría un tiempo muy largo para llegar a oscilar sobre el punto de mayor estabilidad.

La larga permanencia en la etapa transitoria que presentan los casos del grupo de (\diamond) se muestra en la Figura 4.5, donde se grafica la posición θ en función del tiempo para $Re = 60$ en la fila superior y $Re = 160$ en la fila inferior. Para el caso $Re = 60$ se observa que la etapa transitoria toma toda la corrida programada ($t = 5000$), mostrando al final señal de trasladarse a oscilar sobre $\theta = 0$ (ver segunda columna de la primera fila Figura 4.5). Es

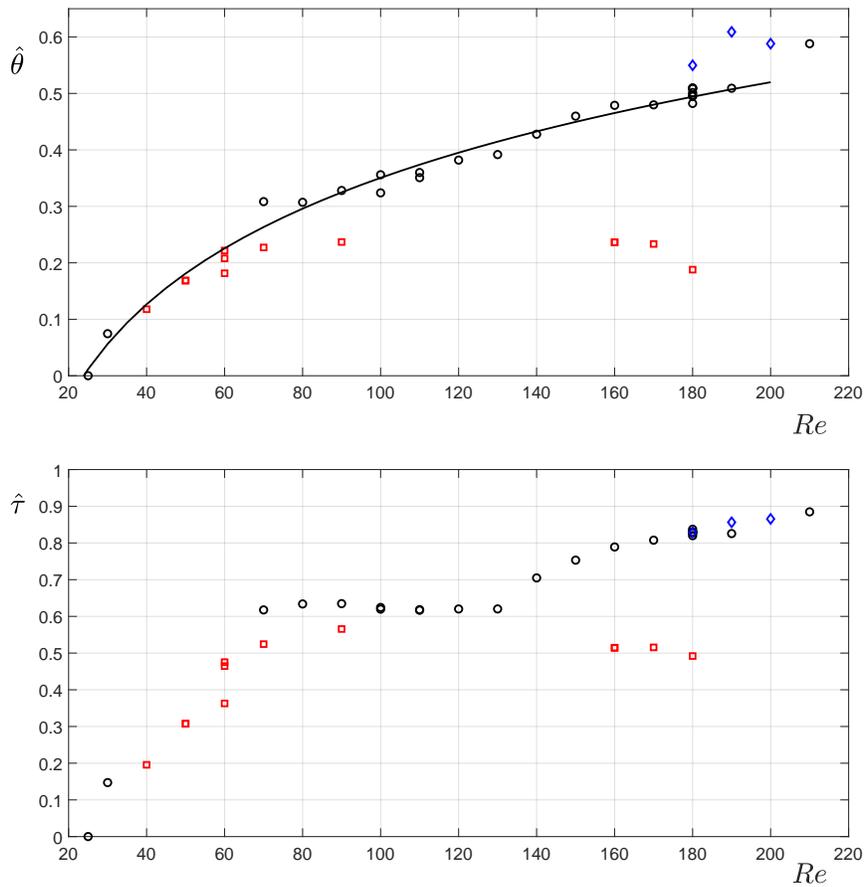


Fig. 4.4: Gráfica superior muestra la amplitud máxima de la oscilación de la posición del centro del cilindro ($\hat{\theta}$) en función del Re y la gráfica inferior muestra la amplitud máxima de la oscilación de la torca ($\hat{\tau}$). Los círculos negros (\circ) son las corridas donde la posición del cilindro oscila sobre cero. Los diamantes azules (\diamond) corresponden a corridas donde en la etapa final la oscilación del movimiento no presentaban un comportamiento cuasiperiódico. Los cuadros rojos (\square) representan los casos con una etapa de transición muy prolongada y no alcanzaron a establecerse a oscilar sobre la posición de mayor estabilidad ($\theta \approx 0$). La línea negra sólida de tendencia en la gráfica superior muestra a $\hat{\theta}$ en función del $Reynolds$ ($\hat{\theta} = 0.244 * \log(Re) - 0.774$).

necesario comentar que las corridas $Re = 40$ a $Re = 60$ y algunos casos correspondientes a números de Reynolds superiores tuvieron un comportamiento similar, manteniéndose siempre en la etapa de transición. Por otro lado en la fila inferior de la Figura 4.5 se muestra una de las corridas para $Re = 160$, la cual presenta una etapa transitoria bastante prolongada pero finalmente se trasladó a oscilar sobre $\theta = 0$.

Como se comentó previamente, se realizaron varias corridas para los diferentes números de Reynolds, es por esta razón que en la Figura 4.4 se pueden encontrar grupos de corridas para un número de Reynolds específico. Después de analizar la evolución de la posición

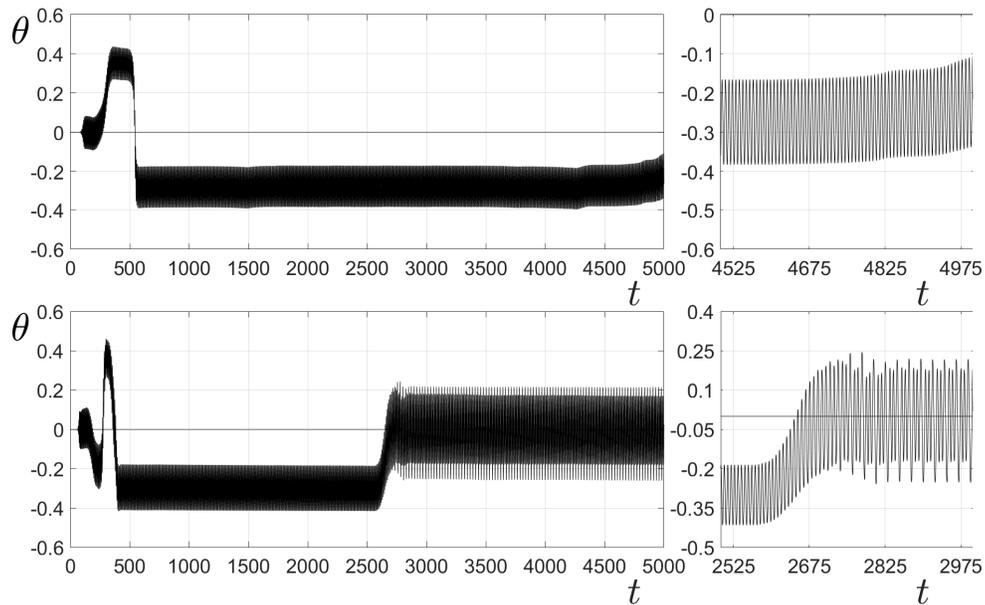


Fig. 4.5: Etapa transitoria de los casos $Re = 60$ en fila superior y $Re = 160$ en fila inferior. En las columnas de la derecha se muestran las etapas finales de la transición.

angular (θ) es posible determinar que diferentes condiciones iniciales para un número de Reynolds conducen a diferentes comportamientos transitorios, y aunque la dinámica a largo plazo es muy similar para todos los casos estudiados pertenecientes a un mismo número de Reynolds, no se llega a un comportamiento exactamente igual al menos a los tiempos máximos a los que se ejecutaron las simulaciones. Esto se corrobora al analizar los valores de la posición angular media del cilindro ($\bar{\theta}$), las frecuencias características de la oscilación del movimiento para las etapas cuasiperiódicas (dinámica a largo plazo) y la amplitud máxima de la oscilación visto en la Figura 4.4.

En el artículo publicado [1], se realizó un análisis muy preciso sobre el desarrollo de este mismo problema, pero solo para $Re = 180$, en el que se abordan dos corridas con diferentes condiciones iniciales y se determina que después de la etapa de transición, el comportamiento oscilatorio del cilindro es muy similar para los dos casos. En la Figura 4.6 se presentan dos casos para $Re = 160$. La posición angular (θ) para la primera corrida se muestra como θ_1 , en la cual se libera el cilindro en $t = 10$, mientras que la segunda corrida se presenta como θ_2 en la cual se realizó con un tiempo de liberación $t = 50$. El comportamiento inmediato a la liberación se observa en la primera gráfica de la segunda fila, mientras que el resultado a largo plazo para ambas corridas se puede observar en la gráfica derecha de la segunda fila. Es posible concluir que el comportamiento de θ es muy similar en amplitud de oscilación y forma de la misma. Por último en la fila inferior se grafica el espectro de potencia para θ , mostrando las mismas frecuencias dominantes para este número de Reynolds.

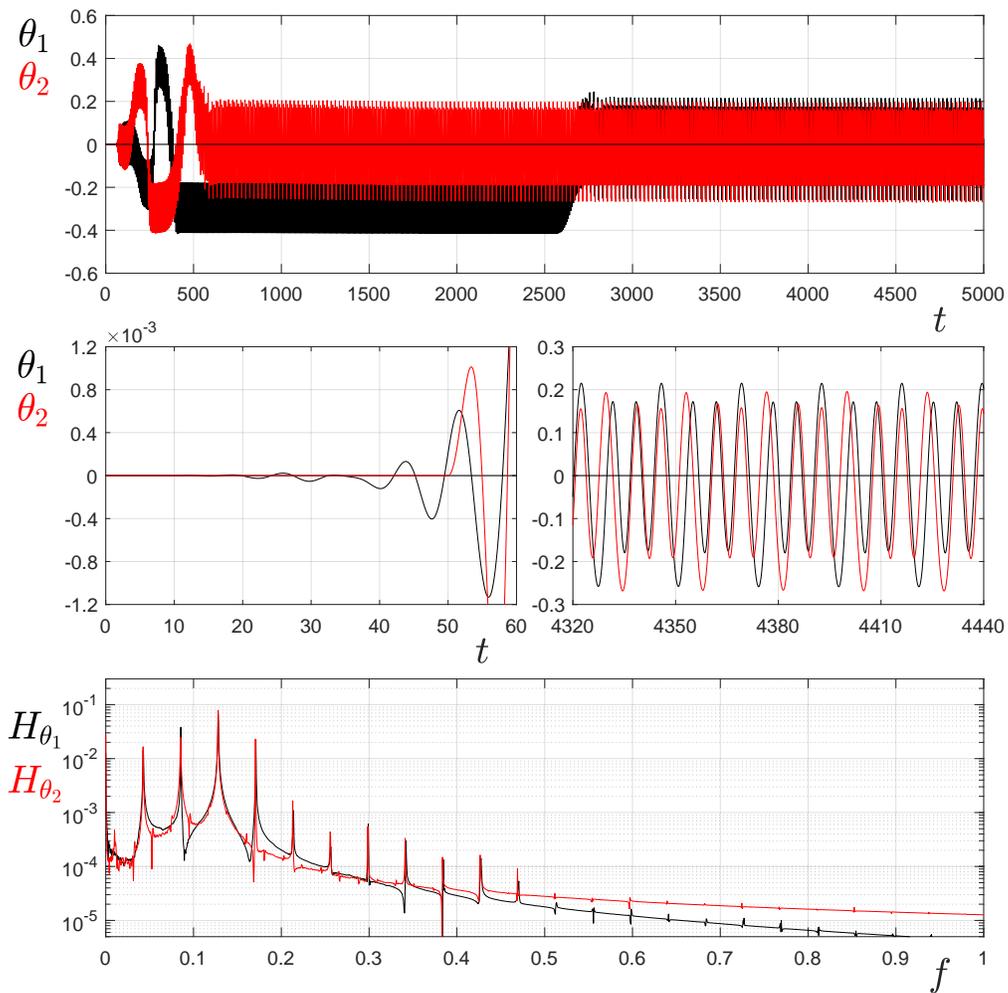


Fig. 4.6: Comportamiento de la posición angular θ en función del tiempo para dos casos de $Re = 160$ con diferentes tiempos para la liberación del movimiento. En la gráfica superior se observa el desarrollo de toda la corrida. En la gráfica de la izquierda de las figuras centrales se observan los comportamientos al inicio de la liberación del cilindro, mientras que en la gráfica de derecha se muestra el comportamiento para una etapa a tiempos largos. En la gráfica inferior se muestra el espectro de frecuencias para el comportamiento de la posición angular de ambos casos para tiempos largos.

En la Figura 4.7 se muestra la posición angular media de la oscilación para largo plazo, donde se puede observar que $\bar{\theta}$ para todas las corridas del primer grupo (\circ) se encuentran muy próximas a ($\theta = 0$), el segundo grupo (\diamond), también se mantiene oscilando sobre $\theta = 0$ y finalmente se encuentra el tercer grupo (\square), el cual muestra una posición angular media de la oscilación muy alejado de $\theta = 0$, esto debido a que se encuentra en etapa de transición.

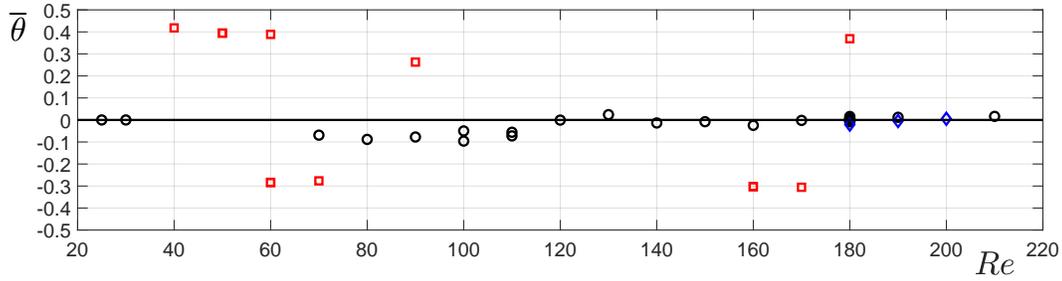


Fig. 4.7: Posición angular media de la oscilación en función del número de Reynolds. Al igual que en la Figura 4.4, Los círculos negros (○), los diamantes azules (◇) y los cuadros rojos (□), representan los mismos grupos de corridas.

La evolución que tiene la forma de la onda para θ y τ , así como la similitud que estas tienen para un solo caso de número de Reynolds se pueden analizar considerando las frecuencias características de cada corrida, donde el término adimensional para la expresión de la frecuencia con la que se trabajará está dado como $f^* = \frac{fd}{U}$ (solo que por motivos de estética se removerá el asterisco). En la Figura 4.8 se presenta el mapa de los espectros de frecuencia para la oscilación de la posición angular y para la torca, H_θ y H_τ para todos los casos desde $Re = 25$ a $Re = 210$. Es posible observar que se presenta solo una frecuencia característica para los $Re \leq 130$, mostrando una tendencia de incremento en la frecuencia en $Re = 70$. Es pertinente comentar que las corridas que van de $Re = 40$ a $Re = 70$ son casos que no salieron de la etapa de transición y aunque se prolongaron por más de tres meses de tiempo de cómputo no llegaron a establecerse con una oscilación sobre $\theta = 0$. Un fenómeno interesante que se presenta a partir de $Re = 140$, es que aparecen más de una frecuencia característica, mostrando por lo menos cuatro frecuencias importantes para θ , $f_{\theta 1} = 0.043$, $f_{\theta 2} = 0.086$, $f_{\theta 3} = 0.13$ y $f_{\theta 4} = 0.17$, siendo $f_{\theta 3}$ la más dominante, y para el caso de la oscilación de la torca se encuentran cinco frecuencias importantes, $f_{\tau 1} = 0.043$, $f_{\tau 2} = 0.086$, $f_{\tau 3} = 0.129$, $f_{\tau 4} = 0.172$ y $f_{\tau 5} = 0.215$, donde la frecuencia dominante también se encuentra en $f_{\tau 3}$. Los casos del segundo grupo (◇), son los que se presentan en las corridas para $Re = 180, 190$ y 200 , los cuales muestran un mayor número de frecuencias dominantes al realizar la transformada rápida de Fourier (FFT, por sus siglas en inglés).

Como se comentó previamente para los casos donde el $Re < 140$, tanto la oscilación de θ como de τ presentan solo una frecuencia característica. Pero para los casos de mayor número de Reynolds ($Re \geq 140$) el comportamiento de la torca, así como el de las fuerzas características que la generan presentan mayor complejidad. En la gráfica superior de la Figura 4.9 y en las gráficas de la primera columna de la Figura 4.3 es posible observar que la torca (τ) oscila durante toda la simulación numérica alrededor de cero, con periodos menos simétricas durante la etapa transitoria. También es posible observar que la amplitud de la oscilación de la torca es mayor cuando el cilindro inicia su movimiento y sufre reducciones al pasar por la etapa de transición, siendo estas etapas de transición donde se presentan

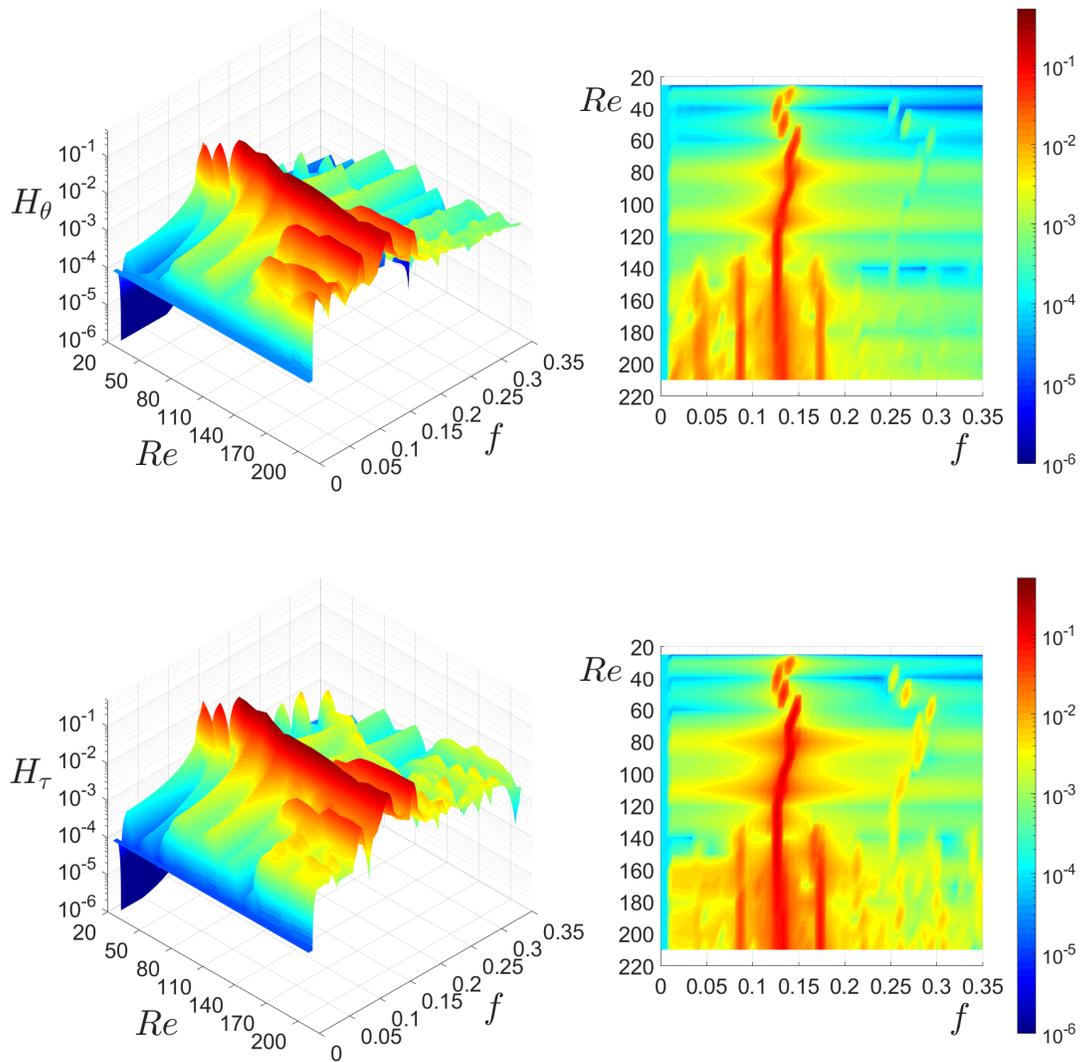


Fig. 4.8: Mapa del espectro de Fourier para la posición angular de todos los casos de estudios $Re = 25$ a $Re = 210$ en las gráficas del renglón superior. Y para la torca en el renglón inferior.

las regiones menos simétricas en la oscilación. Las características de reducción de la torca y de asimetría aparecen en todos los casos y fueron analizadas también en [1] mostrando que las fuerzas hidrodinámicas para objetos fijos (masa infinita) son mayores que las que se presentan cuando estos objetos tienen alguna libertad de movimiento y por ende la interacción fluido-estructura genera este desplazamiento. En la gráfica del centro de la Figura 4.9 se distingue que las oscilaciones de la posición del cilindro con mayor amplitud corresponden a las oscilaciones de la torca con menor amplitud y viceversa. Otra característica

importante entre ambos parámetros es que se encuentran desfasados π radianes, por lo que cuando el cilindro se encuentra en la parte más positiva (alta) la torca que se genera sobre el cilindro corresponde a la más negativa y viceversa, encontrando un punto de cruce muy próximo en los valores $\theta = 0$ y $\tau = 0$ que es donde el cilindro alcanza la mayor velocidad angular (máxima $\dot{\theta}$).

Para los casos de $Re \geq 140$, es posible describir la relación que la torca tiene con las fuerzas características que la generan: la fuerza proyectada en direcciones del flujo incidente (flujo axial) (F_x) y la fuerza proyectada en la dirección transversal al flujo (F_y). Se puede determinar que la magnitud de la fuerza resultante ($F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$) y la fuerza en dirección al flujo axial son indistinguibles y siempre positivas. La fuerza transversal es mucho más pequeña y oscila alrededor de cero. La transformada rápida de Fourier de estas señales indican que los modos relevantes para la magnitud de la fuerza total y la fuerza axial tienen como frecuencias dominantes $f_F = 0.043$ ($= f_{\theta 1} = f_{\tau 1}$) y grupos importantes con amplitudes similares en $2f_F, 3f_F, 4f_F, 5f_F$ y $7f_F$. Por otro lado, el comportamiento de la fuerza transversal tiene un contenido más rico de frecuencias relevantes, pero se mantiene como una de las frecuencias dominantes $f_F = 0.043$ ($= f_{\theta 1} = f_{\tau 1}$).

Como ya se comentó previamente, la torca es el resultado de la interacción de las fuerzas hidrodinámicas sobre el cilindro, estando en función de la proyección de estas fuerzas y de la posición del cilindro. A partir de la gráfica inferior de la Figura 4.9 es posible llegar a la conclusión de que ambas fuerzas (F_x) y (F_y) aportan a la generación de la torca, pero en proporciones distintas. Es evidente que la mayor proporción la otorga la proyección de la fuerza en dirección del flujo incidente (τ_{F_x}), mientras que la proyección correspondiente por parte de la fuerza transversal (τ_{F_y}) tiene una aportación menor sobre la torca total. Por otro lado, es necesario recordar que la fuerza transversal es de gran importancia, ya que como se comentó, aporta la inestabilidad inicial para el desplazamiento y permanece en todo momento que exista una calle de vórtices.

4.4. Análisis de vibraciones

Debido a la bifurcación que se encuentra en el comportamiento de los espectros de frecuencia en función del número de Reynolds (ver Figura 4.8), es posible dividir el análisis de vibraciones en dos grupos: primer grupo $Re < 140$, donde solo se encuentra una frecuencia característica en el comportamiento de la posición angular y la torca, y segundo grupo $Re \geq 140$, donde aparecen más de una frecuencia dominante para las mismas variables. El comportamiento característico de la posición azimutal y de la torca en función del tiempo se muestran en la columna de la derecha del caso *b* de la Figura 4.3 para el primer grupo, mientras que en la gráfica correspondiente del caso *c* se muestra el comportamiento característico del segundo grupo.

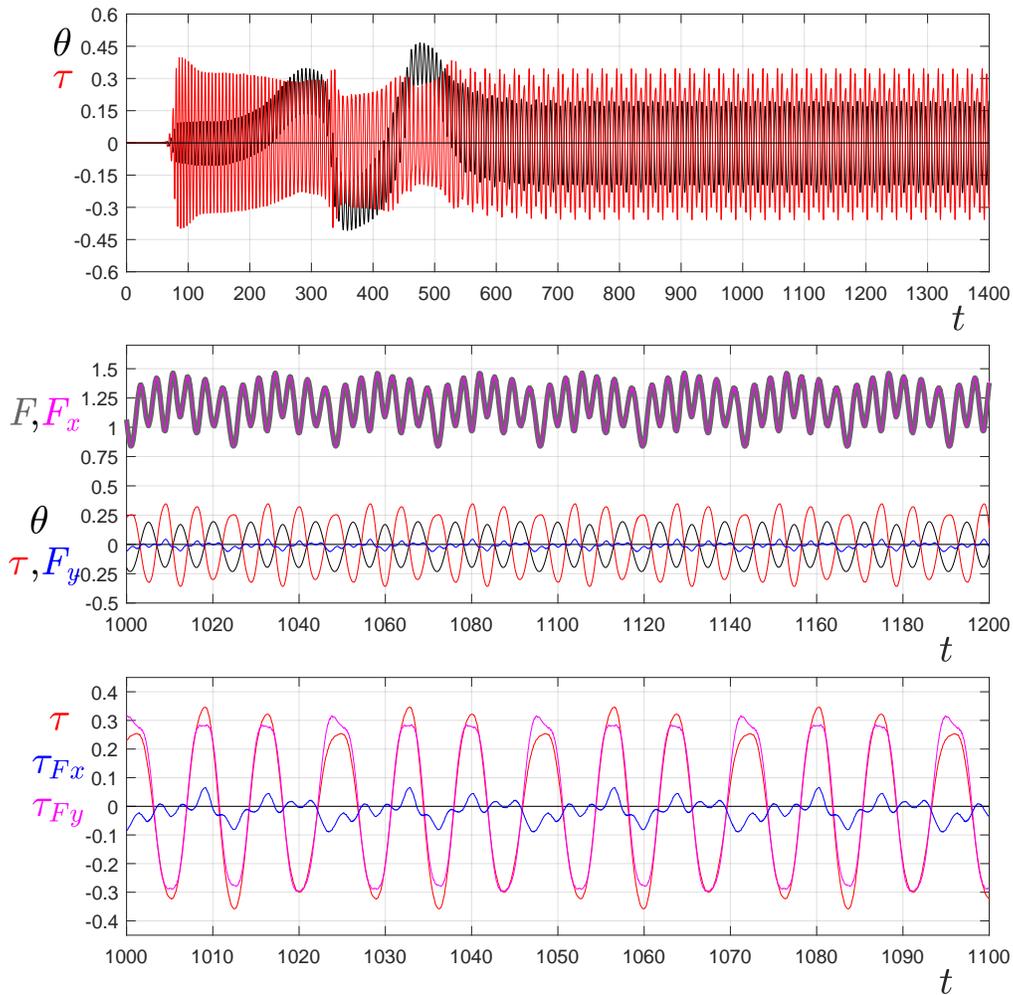


Fig. 4.9: En la gráfica superior se presenta el comportamiento de la posición angular (θ) y torca (τ) en función del tiempo, desde su inicio hasta una etapa de comportamiento cuasiperiódico. En la gráfica intermedia se muestran la posición angular (θ), la torca (τ) y las fuerzas sobre el cilindro: fuerza axial (F_x), fuerza transversal (F_y) y la magnitud de la fuerza resultante (F), en función del tiempo. En la gráfica inferior se presentan las aportaciones correspondientes a la torca de cada fuerza τ_{Fx} y τ_{Fy} . Todas las gráficas son para el caso de $Re = 140$.

En el primer grupo se puede identificar un comportamiento prácticamente periódico. Por otro lado el segundo grupo muestra una señal cuasiperiódica, con un ciclo compuesto por tres oscilaciones, una de ellas con una amplitud ligeramente mayor que las otras dos. El periodo correspondiente para el ciclo completo de tres oscilaciones es aproximadamente de 23 unidades de tiempo ($t_{Re \geq 140} \approx 23$) y no es función del número de Reynolds, ya que se mantiene muy cercano a este valor durante todas las simulaciones de este grupo. Por otro

lado, se puede observar que al aumentar la velocidad del fluido ($Re \geq 180$) el espectro de frecuencias empieza a mostrar más frecuencias relevantes, éstas similares en amplitud a las cuatro frecuencias dominantes, para algunos casos específicos.

Es posible reproducir las señales de θ y τ utilizando las frecuencias principales que se observan en el análisis del espectro de frecuencias. El pánel superior de la Figura 4.10 muestra el trazo real de θ para el caso de $Re = 100$ y la reproducción de la misma considerando dichas frecuencias características, la ecuación que se utiliza está dada por $\Theta_{Re100} = 0.176 \sin(2\pi f_{Re100} t) + a$, donde Θ_{Re100} reproduce la señal de la posición angular, la cual está en función de la frecuencia característica ($f_{Re100} = 0.132$ que es muy cercano a $f_{\theta3}$), la señal tiene una amplitud de 0.162 y se encuentra escalonada negativamente por $a = 0.05$. Es posible obtener para los casos menores a $Re = 140$ una función que represente el movimiento azimutal y la torca con las mismas características de la función para $Re = 100$.

En el pánel central se muestra la posición real del cilindro y la función periódica reconstruida definida por,

$$\Theta = \sum_{n=1}^4 \Theta_n \quad (4.2)$$

donde

$$\begin{aligned} \Theta_1 &= 0.04 \sin(2\pi f_{\theta1} t), & \Theta_2 &= -0.08 \sin(2\pi f_{\theta2} t), \\ \Theta_3 &= 0.16 \sin(2\pi f_{\theta3} t), & \Theta_4 &= 0.06 \sin(2\pi f_{\theta4} t). \end{aligned}$$

Las frecuencias $f_{\theta1} = 0.042$, $f_{\theta2} = 0.085$, $f_{\theta3} = 0.128$, $f_{\theta4} = 0.170$, son los componentes dominantes de Fourier para la posición azimutal. Aunque las frecuencias más altas son factores integrales de las pequeñas, debe enfatizarse que la frecuencia de mayor energía corresponde a $f_{\theta3}$. Ésto se describirá con mayor detalle más adelante, donde se revise como el modo con el coeficiente de Fourier de mayor relevancia corresponde a la frecuencia de emisión de vórtices. También es interesante observar que todos los componentes tienen fase relativa cero, excepto el componente con frecuencia $2f_{\theta3}/3$ cuya fase relativa es π . El pánel inferior de la Figura 4.10 muestra en colores las ondas individuales, siendo la de color azul la onda que reproduce el comportamiento total. Todos los casos mayores o iguales a $Re = 140$ se pueden reproducir con una función de cuatro términos y tener un comportamiento muy próximo al real.

Es importante comentar que la reconstrucción periódica subestima la mayor amplitud de la oscilación negativa en el comportamiento de θ y también que la señal se adelanta un poco en esta misma parte de la oscilación; estos efectos se pueden observar en el pánel central

de la Figura 4.10. Las diferencias se deben a la gran cantidad de componentes de Fourier que son de baja relevancia en la señal original y que no son considerados en la función de reconstrucción.

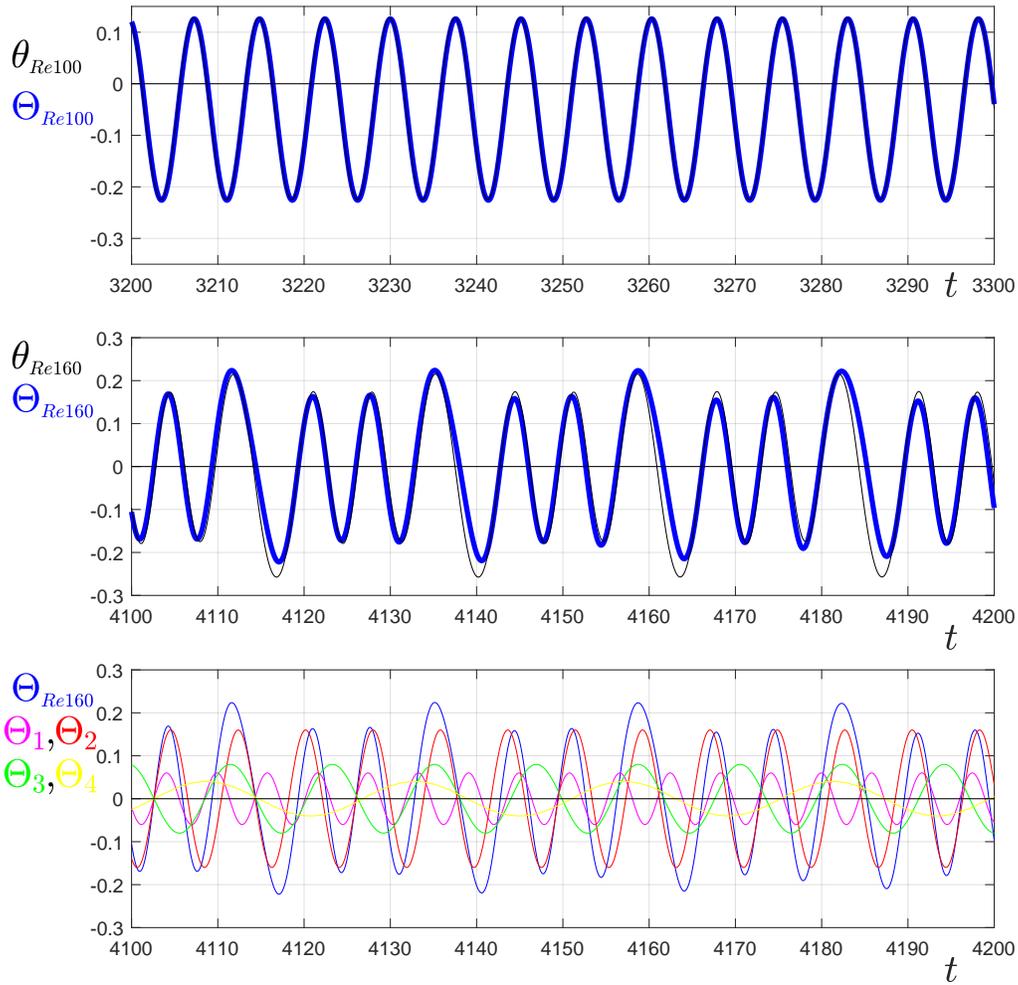


Fig. 4.10: En la gráfica superior se presenta en línea negra el comportamiento real de la posición angular (θ) correspondiente al caso $Re = 100$ para un periodo de tiempo y la reproducción de la onda en color azul. En la gráfica central se muestra las mismas variables y la misma distribución el caso $Re = 160$, donde se utilizaron cuatro términos correspondientes a la cuatro frecuencias predominantes del espectro de frecuencias. En la gráfica inferior se presenta en color azul la función que reproduce la señal periódica Θ_{Re160} y con diferentes colores las ondas individuales de la ecuación 4.2.

Anteriormente para los casos de $Re \geq 140$ se abordó el tema de la cuasiperiodicidad del comportamiento de la posición azimutal del cilindro y de la torca en función del tiempo, es decir, que estas variables generan una serie temporal que es aparentemente periódica,

pero que no se repite exactamente. Para ilustrar las pequeñas diferencias encontradas, se graficaron los atractores en el espacio fase utilizando como intervalos de retraso en dos de las componentes la inversa de la frecuencia dominante $n_o = 1/f_{\theta 3}$, que para los casos de $Re \geq 140$ es $f_{\theta 3} \approx 0.13$ y el doble de ésta misma. En la parte superior de la Figura 4.11 se muestran los atractores para los casos $Re = 30$ a la izquierda y $Re = 100$ a la derecha, donde se puede observar en filamento verde el comportamiento en espacio fase de la oscilación y en línea negra el comportamiento de la función de reconstrucción. Para estos casos es notable la similitud que se encuentra en ambos comportamientos, demostrando la periodicidad del fenómeno. En las gráficas centrales se muestra el atractor desde dos puntos de vista para el caso de $Re = 160$, donde la estructura se presenta también en filamento verde y la función que reconstruye el comportamiento en línea negra. Para este y los casos de $Re \geq 140$ es posible observar los tres bucles correspondientes a las tres oscilaciones que componen un ciclo. En la fila inferior de la misma figura se grafica el mapa de Poincaré de los atractores obtenidos para los casos particulares anteriores en un plano horizontal en el espacio fase que contienen el punto $(0,0,0)$. Los puntos pequeños rojos corresponden al caso real de $Re = 30$ (gráfica superior izquierda), los puntos pequeños verdes indican el caso real de $Re = 100$ (gráfica superior derecha), los puntos pequeños azules corresponden al caso real de $Re = 160$, mientras que los puntos, diamantes y cuadros negros competen a las funciones que reproducen el comportamiento de los casos $Re = 30$, $Re = 100$ y $Re = 160$, respectivamente.

4.5. Flujo alrededor del cilindro y aguas abajo

4.5.1. Velocidad en un punto cercano aguas abajo

Es posible realizar un análisis complementario de la evolución de la posición del cilindro en términos del comportamiento de la velocidad del fluido aguas abajo. La Figura 4.12 muestra la componente axial de la velocidad u y el componente transversal v como funciones del tiempo para los casos $Re = 70$ en el panel superior y $Re = 160$ en el panel inferior. Para todos los casos en los que el movimiento oscila alrededor de $\theta = 0$, la adquisición de los datos de las componentes de la velocidad se realizan en un punto ubicado 4.5 dimensiones características (d) aguas abajo del centro del cilindro en posición $\theta = 0$. Es necesario comentar que para los casos en los que el valor medio de la oscilación del cilindro se encuentra alejada de la posición $\theta = 0$, fue necesario reubicar el punto de adquisición de dichas variables, considerando una distancia de ≈ 0.5 diámetros por arriba de $\theta = 0$.

Es conocido que para el caso de un cilindro fijo el valor de la velocidad media en su componente axial tomado aguas abajo, siempre es positivo ($\bar{u} > 0$), por otro lado, es posible distinguir que para este caso de estudio el comportamiento de esta misma variable se va reduciendo en función del número de Reynolds, llegando a oscilar sobre cero en $Re \geq 100$, fenómeno que demuestra la influencia que el cilindro en movimiento tiene sobre el flujo.

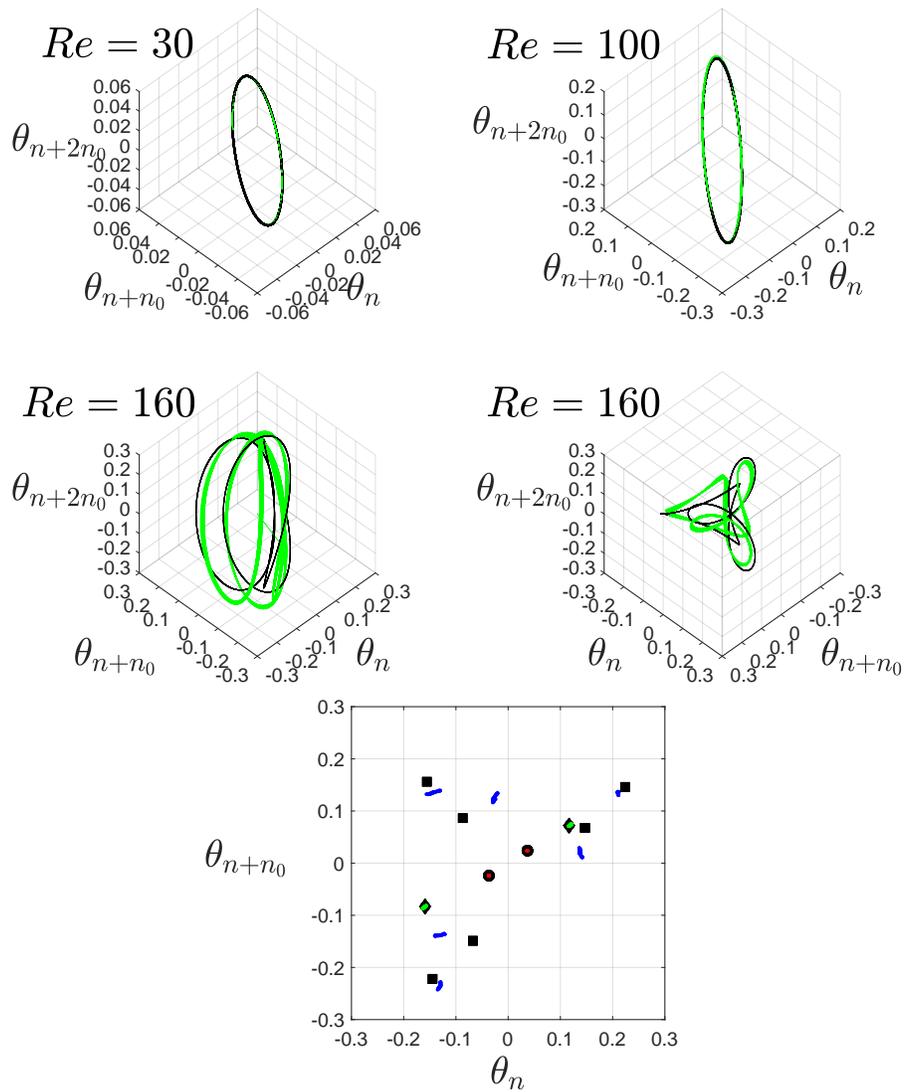


Fig. 4.11: En los paneles superiores se grafican los atractores tridimensionales en el espacio $\theta_n, \theta_{n+n_0}, \theta_{n+2n_0}$ (izquierda caso $Re = 30$ y derecha caso $Re = 100$), considerando como los tiempos de retraso la inversa de la frecuencia dominante. En los paneles centrales se grafican dos vistas con las mismas condiciones anteriores el atractor para caso $Re = 160$. En el panel inferior se presenta el mapa de Poincaré para los tres casos de estudio. Las líneas negras y las figuras negras en el panel inferior se representan la expresión simplificada dadas por las funciones de reproducibilidad.

La oscilación de la velocidad transversal es simétrica con respecto a cero y se compone de ciclos periódicos hasta llegar a $Re = 140$ donde aparecen tres oscilaciones de amplitud cada vez mayor, mientras que la oscilación de la velocidad de flujo axial no es simétrica con respecto a cero predominando valores negativos a partir de $Re = 100$ como se puede

ver en la gráfica superior de la Figura 4.12, por otro lado, esta componente de la velocidad mantiene un comportamiento periódico de varias oscilaciones a partir de $Re \geq 140$ como se puede observar en el pánel inferior de la Figura 4.12.

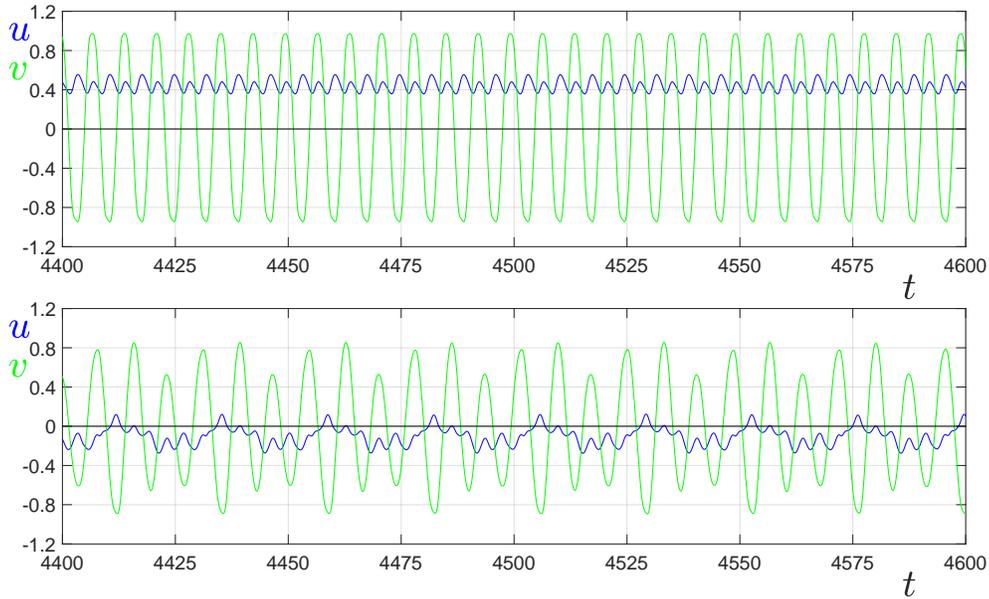


Fig. 4.12: En ambas gráficas se muestran las componentes de velocidad del fluido u y v para los casos $Re = 70$ en el pánel superior y $Re = 160$ en el pánel inferior. Para ambos casos de estudiados se consideran los valores en una posición de 4.5 diámetros aguas abajo del centro del cilindro y $\theta = 0$ como función del tiempo.

Los mapas del espectro de Fourier para u y v en función del número de Reynolds se muestran en la Figura 4.13, donde es posible observar los modos dominantes de ambas señales, encontrado que para ambas variables el modo con frecuencia $f \approx 0.13$ es relevante, pero la frecuencia con mayor importancia para u en valores de $Re \geq 140$ es un tercio de su contraparte de v ($f = 0.043$). Es importante identificar que todas las frecuencias son múltiplos de la frecuencia más baja de la oscilación de la posición azimutal del cilindro ($f_{\theta 1}$).

Es posible observar que en el pánel inferior de la Figura 4.13, las frecuencias dominantes calculadas para los trazos de v es aproximada a:

$$f_v = St_v \approx 0.13, \quad \text{cuando} \quad Re \geq 140, \quad (4.3)$$

por el criterio de adimensionalización que se optó para la frecuencia, este valor para la frecuencia de la velocidad transversal f_v que aparece en las gráficas resulta directamente en el número de Strouhal St_v . El comportamiento de St_v en función del número de Reynolds se puede observar en la Figura 4.14, donde la oscilación en forma de vibración del cilindro

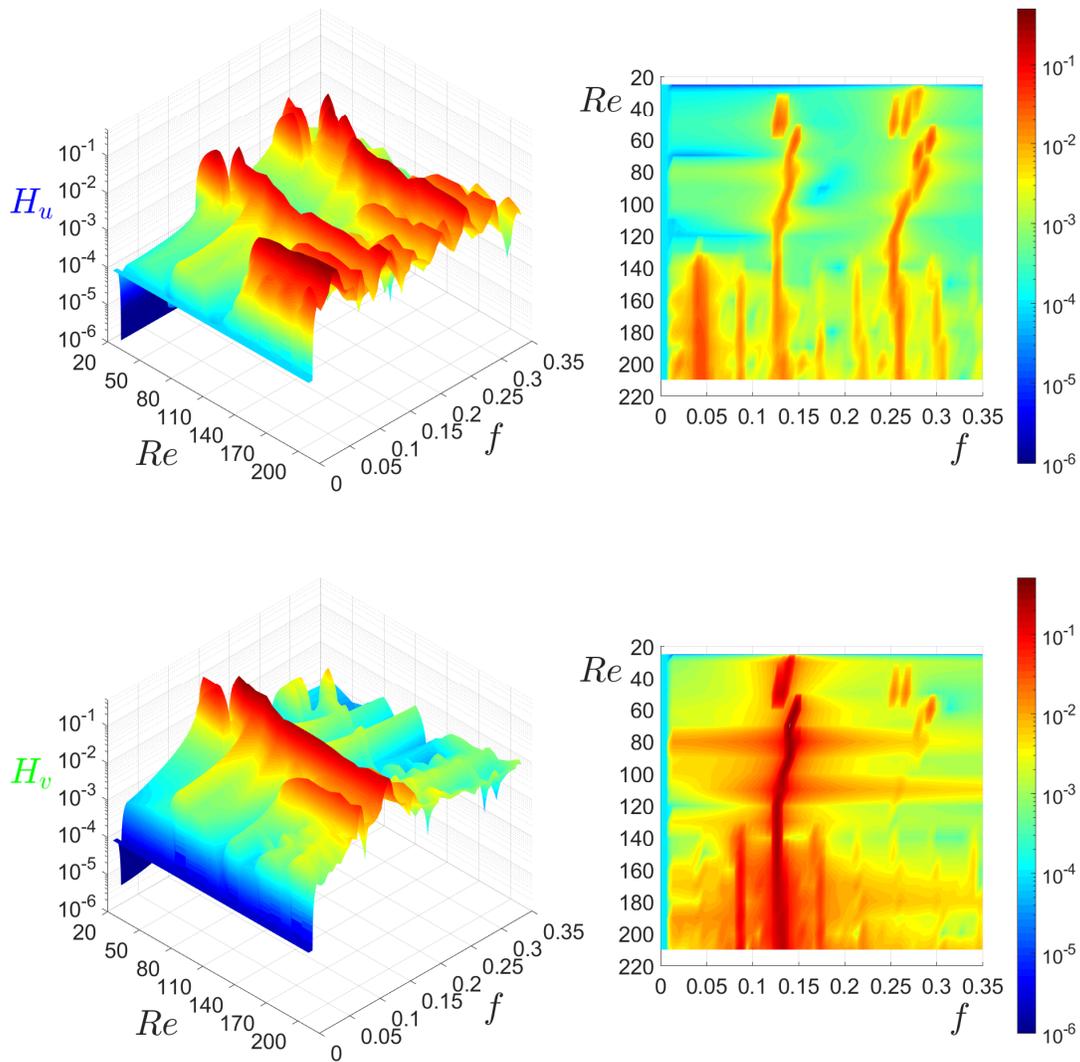


Fig. 4.13: Mapa del espectro de Fourier para las velocidades del fluido en dirección del flujo en pánel superior y para la velocidad en direcci3n transversales en el pánel inferior. Todos los mapas son para todos los casos de estudios $Re = 25$ a $Re = 210$.

para bajos números de Reynolds se transfiere al flujo, mostrando valores importantes para $Re = 25, 30$. También es posible observar que el valor de St_v muestra dos ligeros picos antes y después del caso de $Re = 130$, lo cual coincide con el punto de bifurcaci3n de modos en el espectro de Fourier. En esta misma figura se grafican las mismas funciones mostradas en la Figura 4.2 para el cilindro fijo, donde podemos observar que a partir de $Re = 90$ el St_v para el flujo correspondiente al cilindro con la libertad azimutal se queda muy por debajo

del comportamiento análogo del caso del cilindro fijo (St_{fc}) [32].

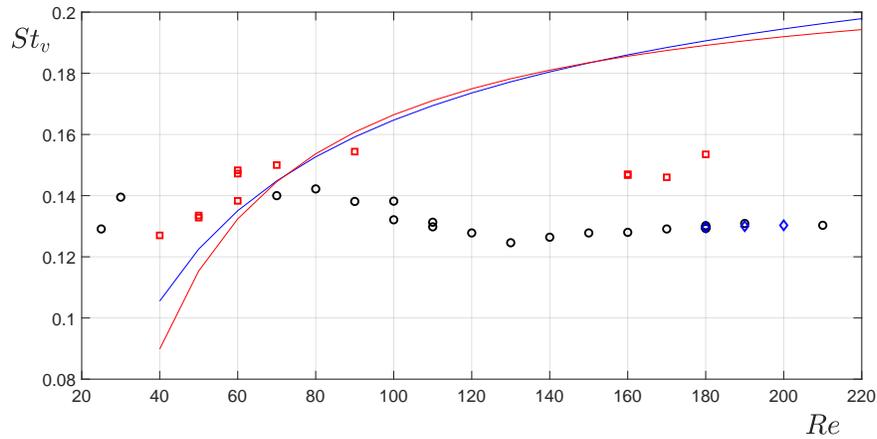


Fig. 4.14: Desarrollo del número de Strouhal en función al número de Reynolds. Al igual que en la Figura 4.4, los círculos negros (O), los diamantes azules (◇) y los cuadros rojos (□), representan los mismos grupos de corridas. Como referencia se muestran en línea roja (—) y en línea azul (—) las funciones presentadas en 4.2 para el caso del cilindro fijo.

4.5.2. Campo de vorticidad

Para entender la dinámica del cilindro, del desprendimiento de la capa límite y por ende la generación de los vórtices, es necesario realizar una análisis de la relación de los tiempos de desprendimiento con la posición exacta del cilindro y el valor de la torca resultante para ese instante. Es posible intuir que el comportamiento de la cauda está en función del número de Reynolds, y dentro del rango de análisis de este estudio es posible observar que el cilindro pasa por una simple vibración ($Re < 40$), posteriormente genera una oscilación periódica entre vórtice positivo y negativo de tamaños equivalentes al cilindro ($40 \leq Re \leq 130$, Caso I) y finalmente en una oscilación cuasiperiódica de tres pares de vórtices ($140 \leq Re \leq 200$, Caso II) los cuales se alternan de manera cíclica, siendo en tamaño e intensidad diferentes cada par. Es necesario mencionar que para los casos de estudio $Re > 180$, tanto el comportamiento de posición angular θ , como la generación de vórtices está influenciada por un número mayor de frecuencias dominantes en comparación a los casos previos, lo que se traduce en un comportamiento cuasiperiódico de más de tres oscilaciones.

En las Figuras 4.15 a 4.19 se presentan los campos de vorticidad alrededor del cilindro correspondiente a una oscilación de la posición del mismo para casos menores a $Re = 140$ y para las tres oscilaciones que contemplan el ciclo de los casos mayores a $Re = 140$. Por otro lado también se analiza la dinámica de los vórtices ya desprendidos para los mismos casos.

Capa límite y cauda cercana

El mecanismo de formación y desprendimiento de vórtices es de gran importancia en el estudio de este trabajo, por lo que es conveniente asimilar este fenómeno con lo que ocurre en el caso del cilindro fijo. Existen muchos trabajos experimentales que detallan la evolución del desprendimiento de la capa límite sobre un cilindro fijo en función del número de Reynolds [11], coincidiendo estos en la generación de vórtices simétricos con respecto al eje de la dirección del flujo detrás del cilindro fijo dentro del rango de $10 < Re < 45$, posteriormente, estos vórtices se desprende de manera alternada para $Re > 45$. Sin embargo, el libre desplazamiento del cilindro en la coordenada azimutal del caso de análisis de este trabajo, promueve que cualquier desequilibrio en la fuerza en dirección y sobre el cilindro (fuerza de sustentación) rompa la estabilidad del mismo, fomentando que se inicie el desprendimiento de vórtices en $Re \approx 25$.

En la Figura 4.15 se presenta la secuencia del campo de vorticidad generado en los alrededores del cilindro para un $Re = 30$. En el pánel superior de la figura se grafica la posición angular del cilindro en función al tiempo, así como también la torca generada sobre el cilindro, en donde se resaltan las posiciones en la que el cilindro pasa por $\theta = 0$ (a_1, a_3, a_5), así como los extremos superior e inferior de este desplazamiento (a_2, a_4), todos estos puntos corresponden a un ciclo completo. En el pánel inferior se presentan los campos de vorticidad para cada uno de estos puntos relevantes, donde las líneas de contorno de la vorticidad son para los valores $[\pm 2, \pm 1.5, \pm 0.5$ y $0]$, siendo la línea gruesa la vorticidad con valor 0. En la posición a_1 el cilindro se encuentra muy cercano a $\theta = 0$ y se está desplazando desde una posición negativa hacia una posición positiva, dándose también en este punto un valor $\tau = 0$, en este punto inicia el desprendimiento del vórtice positivo (vórtice de color rojo) el cual termina dentro de la etapa que va desde a_1 hasta a_3 , por otro lado en el punto a_3 inicia el desprendimiento del vórtice negativo (vórtice de color azul) concluyéndose dentro de la etapa que va desde a_3 hasta a_5 0 a_1 para el caso del ciclo anterior. También se observa la oscilación de los vórtices adjuntos al cilindro aguas abajo, los cuales se adhieren a la región de vorticidad que está en proceso de desprendimiento, es por esto que solo en los puntos cuando el cilindro pasa por $\theta = 0$ es cuando aparecen los dos vórtices pequeños.

En las Figuras 4.16, 4.17 y 4.18 se presentan gráficas con el mismo formato para el caso anterior de $Re = 30$, solo que para éstos los números de Reynolds que se analizan son $Re = 70$, $Re = 100$ y $Re = 130$. En los pánels superiores de estas figuras se puede observar que los puntos medios correspondientes para cada oscilación de la posición ($b_1, b_3, b_5, c_1, c_3, c_5, d_1, d_3$ y d_5) se encuentran ligeramente desplazados de la posición $\theta = 0$ marcada por la línea sólida horizontal negra. Este efecto ya se comentó previamente, pero se retoma debido a que ocasiona ligeras asimetrías en las formas de los vórtices. También es posible observar en estas gráficas donde se traza la oscilación de θ y τ , que los valores para la torca correspondientes a cada uno de estos puntos de la posición angular * y *, respectivamente, no coinciden debido al efecto que ocasiona la asimetría del los trazados, mientras que los puntos máximos y mínimos sí.

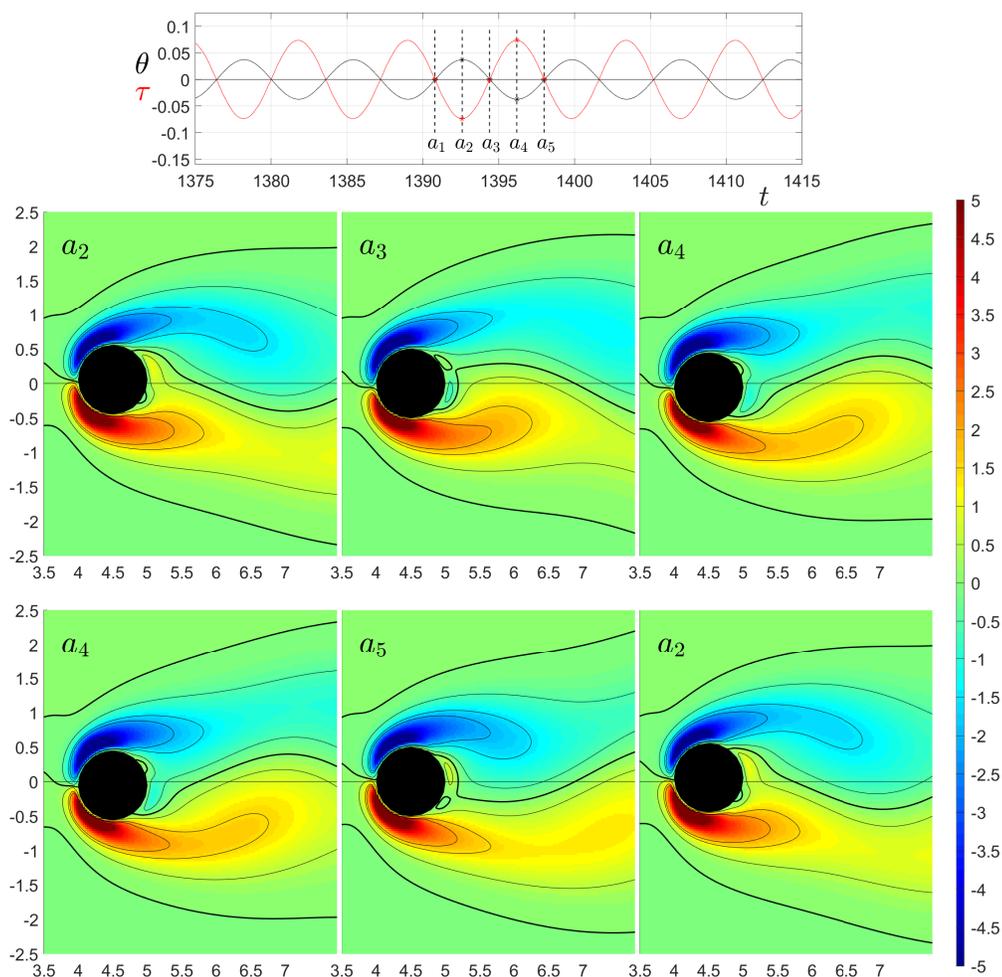


Fig. 4.15: Pánel superior, posición angular y torca en función del tiempo. Pánel inferior, capturas instantáneas de los campos de vorticidad en zonas cercanas al cilindro. Los tiempos en los que se obtuvieron dichos campos de vorticidad se indican en el pánel superior. Caso $Re = 30$.

Otro aspecto que se observa en este análisis es que el punto de estancamiento del fluido (borde de ataque) se traslada a lo largo del contorno del cilindro y este punto tiene el desplazamiento mayor cuando el cilindro pasa por la posición $\theta = 0$, coincidiendo a cuando la velocidad azimutal es la máxima o mínima (está en función al sentido del desplazamiento). En la región anular inmediata a la superficie del cilindro, la formación de vorticidad cerca al punto de estancamiento es simétrica y similar a la del cilindro fijo, pero la región donde se presenta la separación de la capa límite y la región de alta vorticidad más alejada del cilindro es claramente diferente a la que se presenta cuando el cilindro está fijo. La región de alta vorticidad ubicada en el borde de salida tiene una estructura compleja que pulsa,

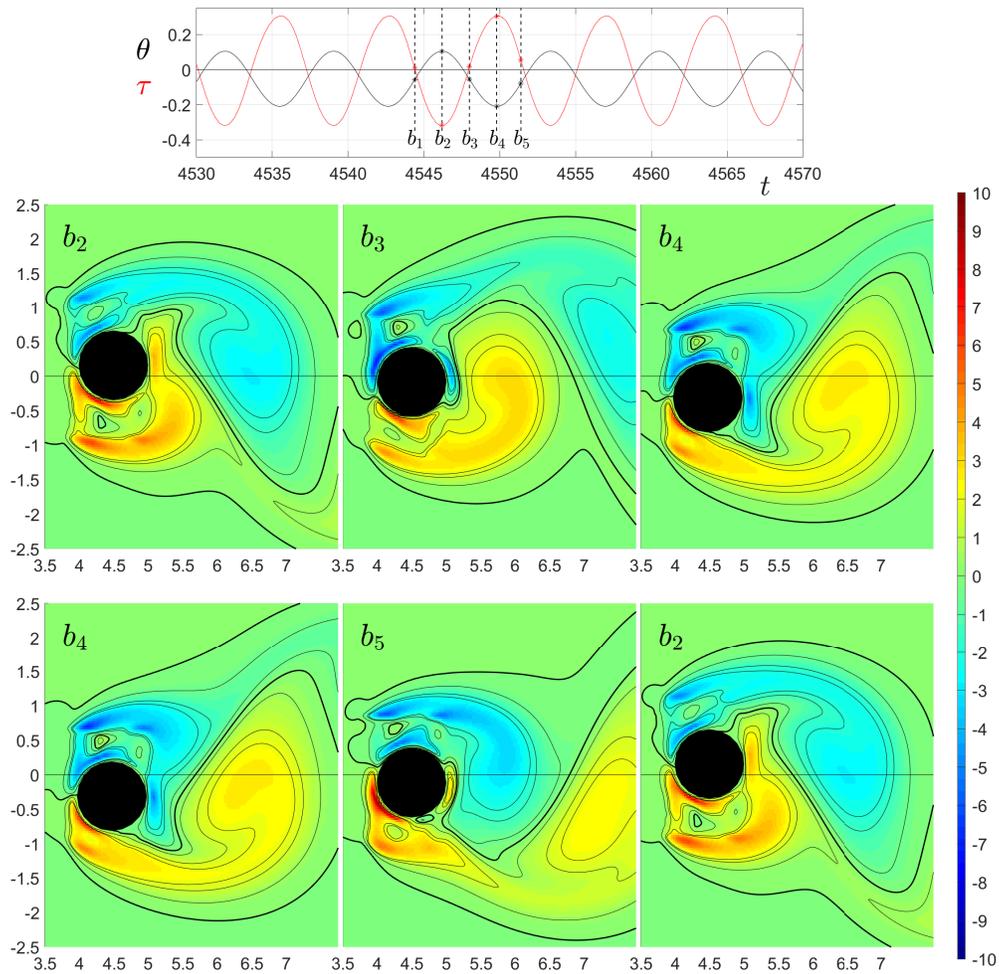


Fig. 4.16: Pánel superior, posición angular y torca en función del tiempo. Pánel inferior, capturas instantáneas de los campos de vorticidad en zonas cercanas al cilindro. Los tiempos en los que se obtuvieron dichos campos de vorticidad se indican en el pánel superior. Caso $Re = 70$.

expandiéndose y contrayéndose sincrónicamente con el movimiento de la oscilación del cilindro. En su mayor extensión la cual se alcanza en las posiciones de mayor y menor desplazamiento (puntos b_2 , b_4 , c_2 , c_4 , d_2 y d_4), esta región está compuesta por dos estructuras en forma de lengua con alta vorticidad separadas por una zona sin vorticidad o de baja intensidad de vorticidad de signo opuesto. En su menor extensión que se produce cuando el cilindro pasa por $\theta = 0$, estas extensiones de vorticidad se fusionan con estructuras de vorticidad del mismo signo generada en regiones más alejadas al cilindro, para posteriormente dar paso a la nueva lengua de signo contrario. Otra característica importante de la distribución de la vorticidad es que la zona de intensa vorticidad es mayor que para el caso del cilindro fijo, esto es una consecuencia del movimiento azimuthal del cilindro, debido a

que, para este caso de estudio una magnitud característica no es el diámetro del cilindro, sino el diámetro más su desplazamiento. Para estos valores de número de Reynolds que van desde $60 < Re < 140$, esta magnitud es aproximadamente $1.4d$ a $1.6d$. Es posible observar regiones de vorticidad casi nula rodeada de intensa vorticidad cercanas al punto de estancamiento situadas arriba y abajo del cilindro. Específicamente, estas regiones se fusiona con las lengüetas de vorticidad antes mencionadas (sobredimensionadas) cuando el cilindro está en sus posiciones extremas, y esta combinación produce un mecanismo de corte eficiente para el desprendimiento de los vórtices.

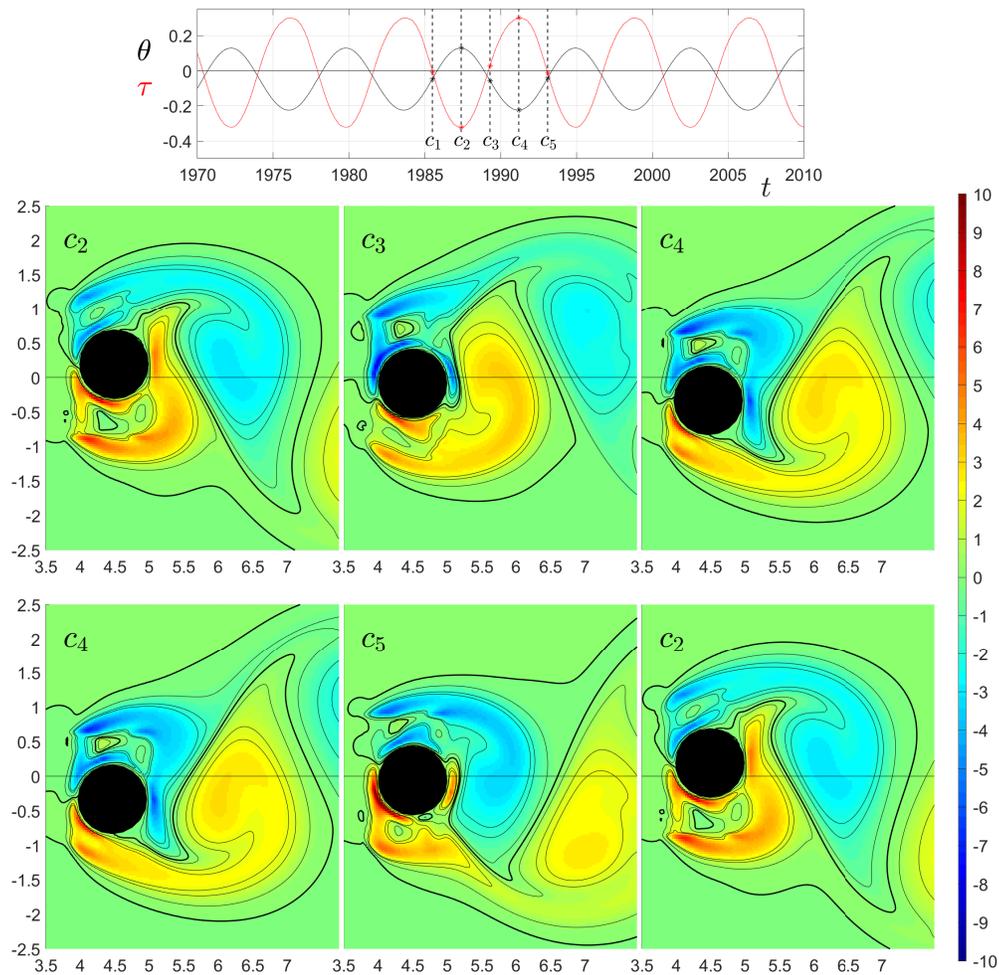


Fig. 4.17: Pánel superior, posición angular y torca en función del tiempo. Pánel inferior, capturas instantáneas de los campos de vorticidad en zonas cercanas al cilindro. Los tiempos en los que se obtuvieron dichos campos de vorticidad se indican en el pánel superior. Caso $Re = 100$.

Por último se expone el caso de $Re = 160$ en la Figura 4.19, el cual es representativo para

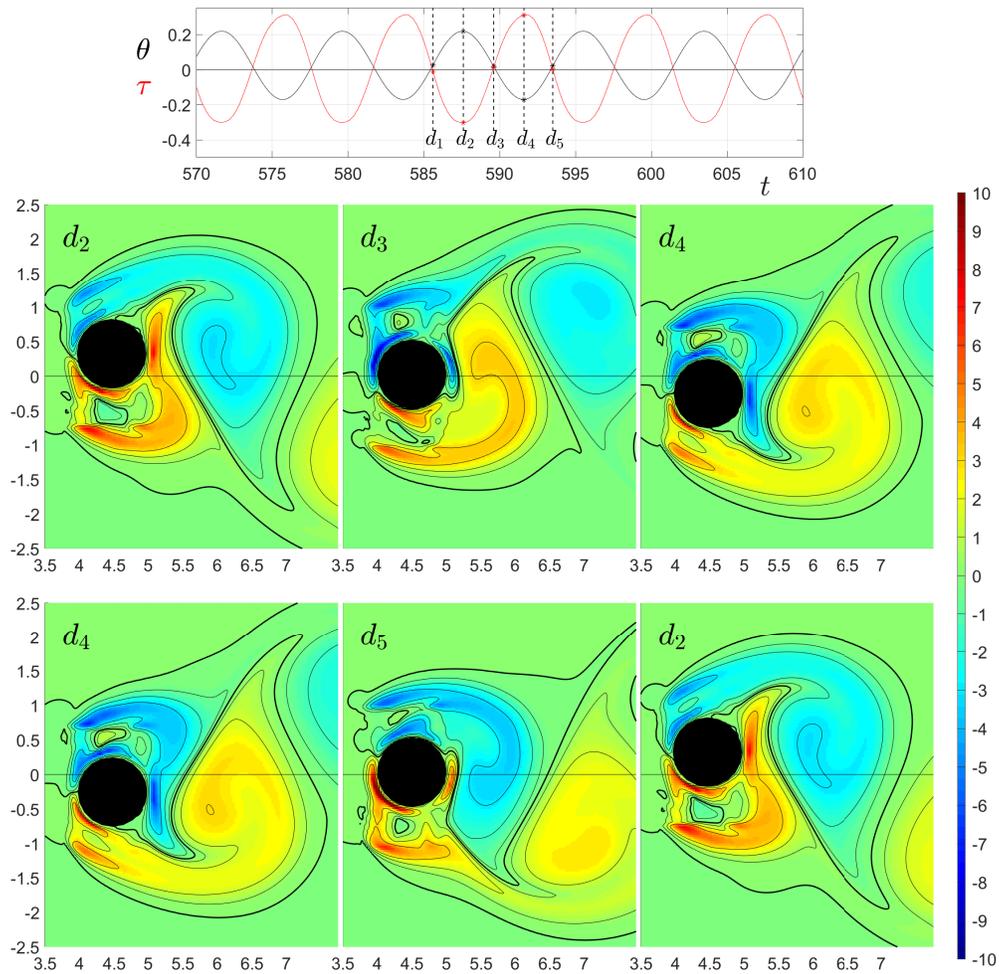


Fig. 4.18: Pánel superior, posición angular y torca en función del tiempo. Pánel inferior, capturas instantáneas de los campos de vorticidad en zonas cercanas al cilindro. Los tiempos en los que se obtuvieron dichos campos de vorticidad se indican en el pánel superior. Caso $Re = 130$.

el rango de valores de número de Reynolds $130 < Re < 180$, para éste se realiza el mismo análisis que para los casos anteriores. En este rango el comportamiento de monofrecuencia se rompe, dando lugar a una secuencia de tres pares de vórtices. En los tres mapas centrales de la Figura 4.19 se grafica la evolución del campo de vorticidad en la región cercana al cilindro, cuando éste se encuentra transitando por el ciclo de mayor amplitud con respecto al desplazamiento angular, que corresponde al ciclo de menor amplitud de la torca. También se grafican en los tres mapas inferiores la evolución para el ciclo de menor amplitud del desplazamiento, que corresponde al ciclo de la mayor amplitud en la torca. Es posible comparar las longitudes de onda de ambos ciclos, antes mencionados, en la gráfica del pánel superior y concluir que son los ciclos de menor y mayor velocidad de traslación del

cilindro. Al correlacionar estos ciclos con la torca, se observa que se producen vórtices de diferente tamaño e intensidad.

La región anular inmediata a la superficie del cilindro tiene un comportamiento similar al encontrado para los casos de número de Reynolds más bajos ($60 < Re < 140$), con la diferencia en que las lengüetas son de mayor longitud, resultado del incremento en el desplazamiento del cilindro y los efectos hidrodinámicos, por lo que las regiones de las bolsas de vorticidad ubicadas en la parte superior e inferior del cilindro son de mayor intensidad y por ende más definidas en las gráficas.

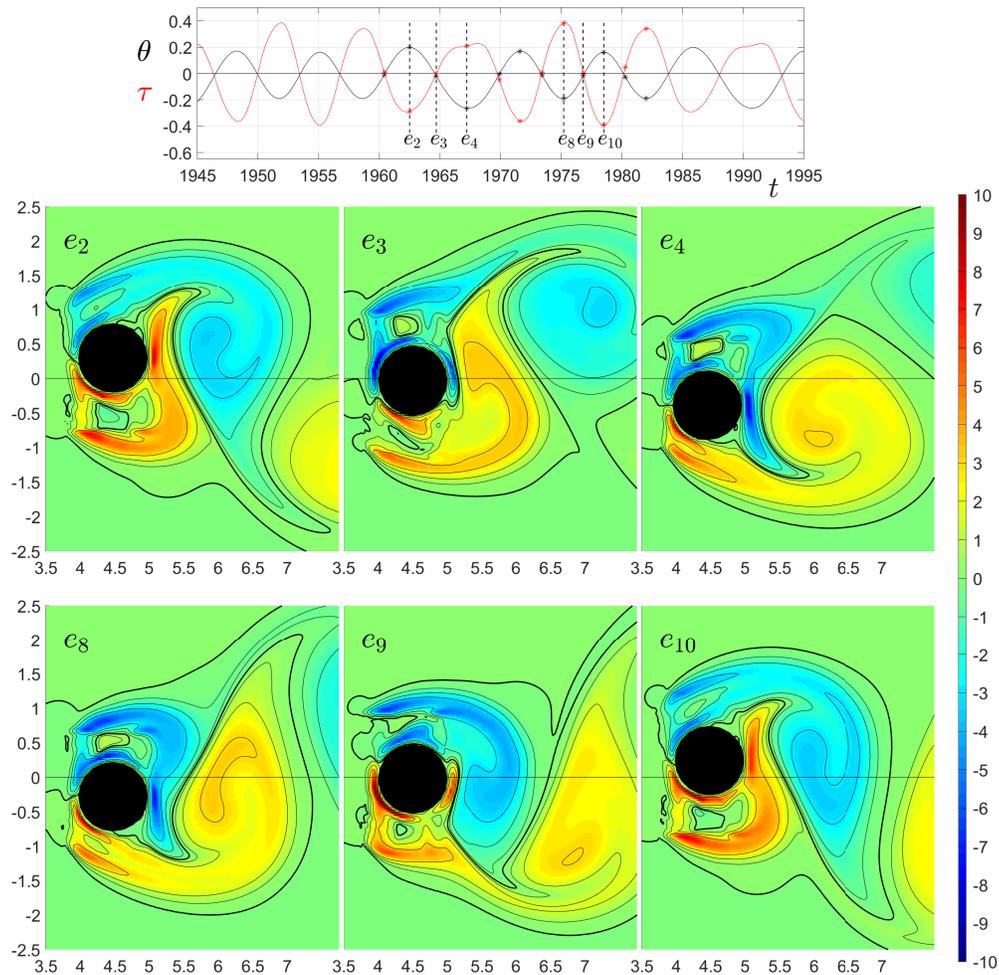


Fig. 4.19: Pánel superior, posición angular y torca en función del tiempo. Pánel inferior, capturas instantáneas de los campos de vorticidad en zonas cercanas al cilindro. Los tiempos en los que se obtuvieron dichos campos de vorticidad se indican en el pánel superior. Caso $Re = 160$.

Es posible vincular la dinámica del cilindro y la vorticidad generada en sus proximidades con relación al incremento del número de Reynolds. La acumulación de vorticidad absoluta (Ω) es una magnitud que se evalúa a cada paso de tiempo, ya que el desprendimiento de la capa límite evoluciona en función de la velocidad relativa del cilindro. Por tal motivo instantes antes de que se desprende un vórtice esta magnitud incrementa, ya que, la vorticidad aumenta en las región anular al cilindro. Como se observa en todas las simulaciones de este estudio, durante un ciclo de movimiento del cilindro se obtiene un par de vórtices desprendidos de signos opuestos, reflejando dos máximos en la acumulación de vorticidad absoluta y por ende dos mínimos, mostrando una relación del doble de oscilaciones entre el Ω , θ y τ . La acumulación de vorticidad absoluta (Ω) se calcula de la siguiente manera

$$\Omega = \frac{\int_A |\nabla \times \mathbf{u}_f| dA}{A}, \quad (4.4)$$

En el pánel superior de la Figura 4.20 se presenta con  rculos negros (\circ el promedio de la acumulación de vorticidad $\bar{\Omega}$ durante un periodo de tiempo adimensional de 100, para cada uno de los casos de número de Reynolds analizados, en donde los extremos de las líneas negras representan los valores máximos y mínimos alcanzados por la acumulación de vorticidad. Es posible observar que el incremento de $\bar{\Omega}$ está en función del número de Reynolds en su comportamiento global, lo cual corresponde al incremento de vorticidad en función del incremento de la velocidad del fluido. También es posible distinguir una ligera caída en $\bar{\Omega}$ para los valores de $Re = 40$ y 50 , lo que podría corresponder a que estos son los casos donde el cilindro se mantiene oscilando alejado del punto de menor energía ($\theta = 0$). En el pánel inferior se puede observar a Ω oscilando en función del tiempo para cinco casos de estudio. Es necesario comentar que las unidades para el tiempo están acompañadas con un asterisco (t^*), ésto debido a que todos los casos están acotados en un periodo de tiempo de 100 unidades, pero al incrementarse la velocidad del fluido los tiempos en los que las simulaciones alcanzan la periodicidad es diferente. El caso $Re = 25$ es prácticamente una constante con pequeñas variaciones oscilatorias imperceptibles para la escala que se presenta. Los casos $Re = 30$, $Re = 70$ y $Re = 100$ muestran un comportamiento periódico de dos ciclos, donde uno de estos es de mayor amplitud que el otro. Finalmente, se tienen los casos $Re = 140$ y $Re = 180$, los cuales presentan tres frecuencias características en su comportamiento de θ y τ , promoviendo que Ω se comporte como un conjunto de seis oscilaciones de manera periódica.

En la Figura 4.21 se grafican de manera conjunta el comportamiento de la oscilación de la posición del cilindro (θ) y el comportamiento de la vorticidad absoluta acumulada (Ω) para tres diferentes números de Reynolds. Es posible observar que mientras la oscilación del cilindro se encuentre más alejada de la posición de menor energía en $\theta = 0$ los dos valores máximos de la oscilación de Ω tendrán mayor diferencia entre ellos. Para los casos menores de $Re = 140$, Ω presenta una frecuencia característica de dos veces la frecuencia dominante de la posición angular ($2f_\theta$), mientras que para los casos mayores o iguales a $Re \geq 140$ la frecuencia característica para Ω es ($2f_{\theta_3}$).

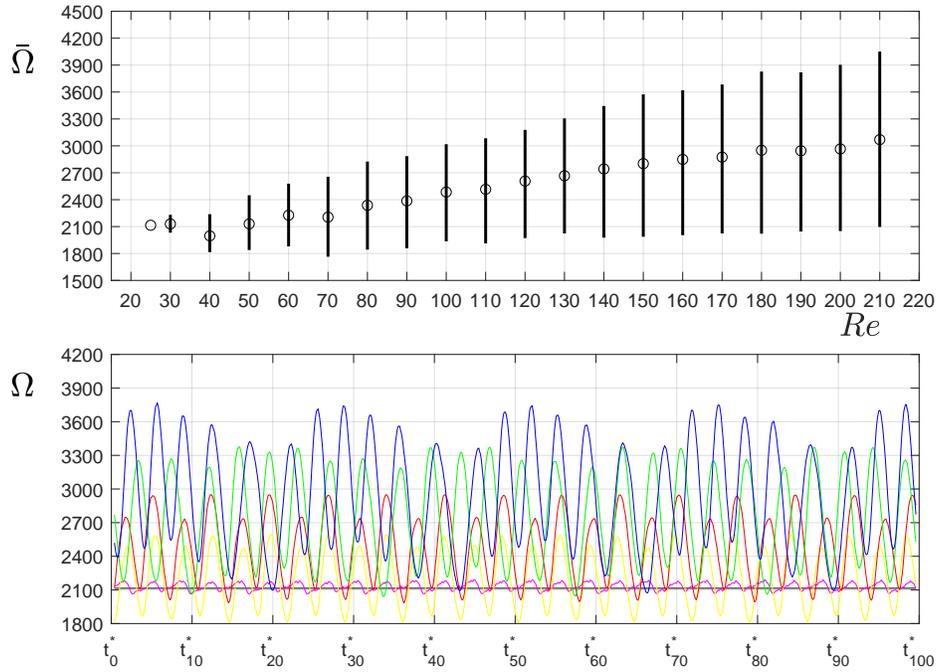


Fig. 4.20: Pánel superior, los círculos (\circ) muestran el promedio de la acumulación absoluta de la vorticidad en función del número de Reynolds, los extremos de las líneas representan los valores máximos y mínimos de esta acumulación. Pánel inferior, acumulación absoluta de la vorticidad en función del tiempo para cinco casos en línea negra $Re = 25$, la línea magenta $Re = 30$, la línea amarilla $Re = 70$, la línea roja $Re = 100$, la línea verde $Re = 140$ y la línea azul $Re = 180$.

En la Figura 4.21 se puede apreciar que los máximos locales de Ω ocurren al inicio de la desaceleración, ligeramente adelante de $\theta = 0$. Los puntos de máxima y mínima acumulación de vorticidad absoluta se pueden relacionar directamente con los puntos **a1**, **a2**, **a3**, **a4** y **a5** en las figuras correspondientes a $Re = 50$ y $Re = 100$. Por otro lado, para el caso $Re = 150$ los máximos absolutos de acumulación de vorticidad se alcanzan alrededor de $\theta = 0$ para el ciclo de menor amplitud de la oscilación (justo después del punto **b2**), mientras que el máximo menor absoluto de acumulación de vorticidad coincide poco después de que el cilindro pase por $\theta = 0$ del ciclo de mayor amplitud de la oscilación (justo después del punto **a2**). Aunque no se muestra explícitamente en la figura, se encuentra que la velocidad angular absoluta ($\dot{\theta}$) en el intervalo **a1-a3** es menor que en el intervalo **b1-b3**.

Calle de vórtices (cauda lejana)

Antes de describir la distribución de los vórtices en la cauda lejana, debe observarse que la suma vectorial del movimiento azimutal del cilindro y el flujo horizontal principal da como resultado una velocidad relativa local oblicua al flujo entrante. En consecuencia, los

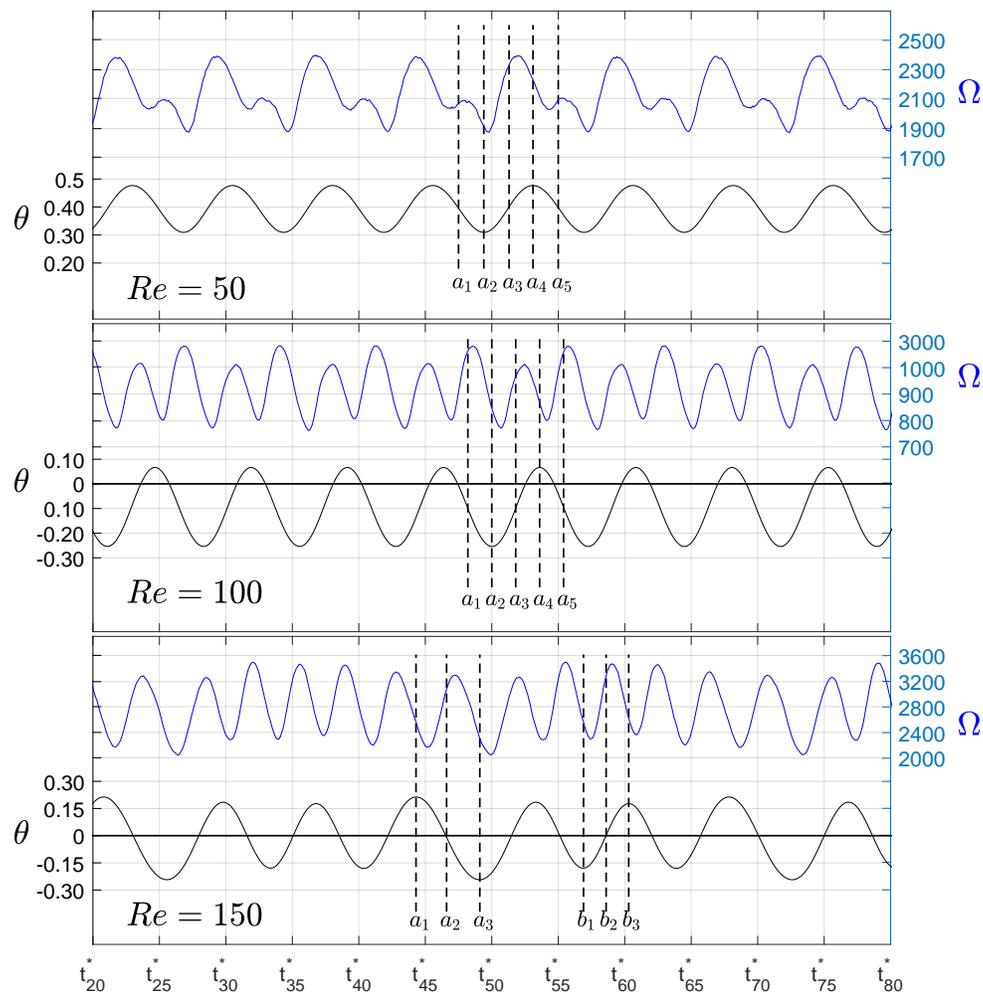


Fig. 4.21: Gráfica donde se pone en perspectiva la posición angular y vorticidad absoluta acumulada en función del tiempo, en el panel superior caso $Re = 50$, panel central caso $Re = 100$ y panel inferior caso $Re = 150$.

vórtices se desprenden con un ángulo respecto a la línea horizontal y los centros de estos vórtices se llegan a separar hasta $1.5d$ de la línea horizontal, lo que contrasta con la distancia típica de $0.5d$ que se observa en el caso de un cilindro fijo. En las Figuras 4.22 a 4.25 se muestran imágenes del campo de vorticidad alrededor del cilindro y la cauda que va dejando el desprendimiento de los vórtices en un ciclo de oscilación del cilindro para los casos de $Re = 30$, $Re = 70$, $Re = 130$ y $Re = 160$.

Como es posible observar en la Figura 4.22 la elongación en el proceso de desprendimiento de los vórtices es equivalente a lo que sucede en el ejemplo del cilindro fijo pero para números de Reynolds más altos ($Re \approx 45$), mientras que lo que se presenta en esta figura

corresponde a $Re = 30$. En la gráfica superior se puede observar que la oscilación de ambas variables (θ y τ) son de amplitud muy pequeñas y ambas de solo una frecuencia característica encontrándose desfasadas por π rad. Los puntos que se resaltan sobre el trazo de la posición angular y que están marcados con las letras que van de a_1 hasta a_5 corresponden a los campos de vorticidad aguas abajo del cilindro y muestran de manera clara la evolución que los vórtices tienen a través de un ciclo de movimiento del cilindro. Las líneas de contorno que se presentan en los campos de vorticidad para este caso de $Re = 30$ corresponden a valores de $V = \pm 0.2, \pm 0.5$, donde V es la vorticidad que en este caso es una variable escalar.

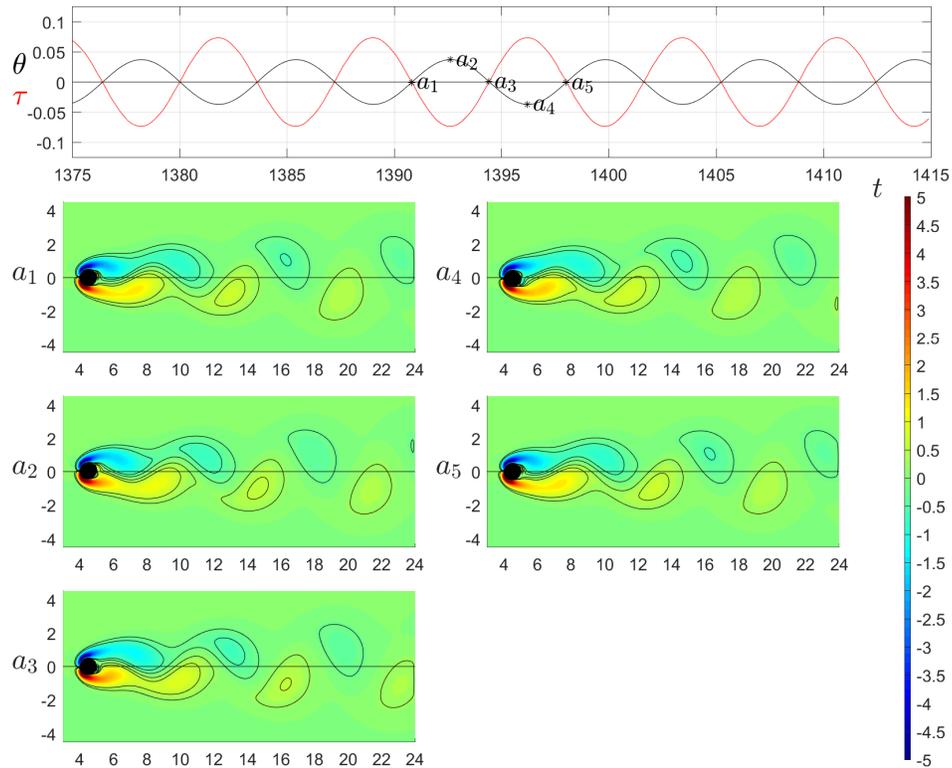


Fig. 4.22: Pánel superior, posición angular y torca en función del tiempo. Pánel inferior, capturas instantáneas de los campos de vorticidad lejanos. Los tiempos en los que se obtuvieron dichos campos de vorticidad se indican en el pánel superior. Caso $Re = 30$.

En las Figuras 4.23 y 4.24 se presentan las gráficas correspondientes para los casos de $Re = 70$ y $Re = 130$, casos que se encuentran en la etapa donde el cilindro oscila de manera periódica con solo una frecuencia característica. En las gráficas inferiores al igual que en el caso anterior se muestran los campos de vorticidad y la evolución de los vórtices a través del tiempo que se emiten pares de vórtices, de los cuales cada uno de estos es de

tamaño y forma muy similar a su par con vorticidad de signo opuesto. Otra característica importante es que el movimiento azimutal (que para esta posición del cilindro se traduce principalmente en movimiento transversal) promueve el desprendimiento de los vórtices de una manera más temprana y con una dirección ligeramente inclinada. Es posible distinguir que la vorticidad que se alcanza dentro de los vórtices es considerablemente mayor que para el caso de $Re = 30$, así como la amplitud de la posición angular y de la torca. Las líneas de contorno que se presentan en los campos de vorticidad para estos casos de $Re = 70$ y $Re = 130$ corresponden a valores de $V = \pm 0.4, \pm 2.0$.

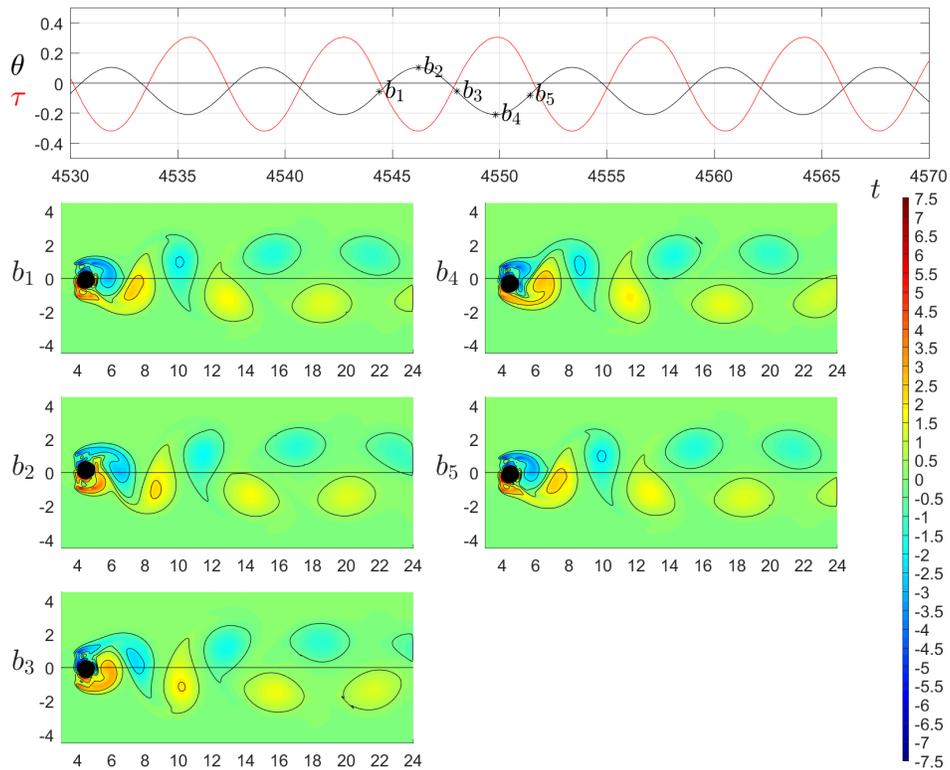


Fig. 4.23: Pánel superior, posición angular y torca en función del tiempo. Pánel inferior, capturas instantáneas de los campos de vorticidad lejanos. Los tiempos en los que se obtuvieron dichos campos de vorticidad se indican en el pánel superior. Caso $Re = 70$.

Es importante destacar que si se contempla un eje de simetría entre la calle de vórtices el cual coincida con el eje x através de los campos de vorticidad, es posible distinguir en la gráfica correspondiente al punto d_3 que la intensidad de los vórtices negativos es ligeramente mayor que la intensidad de los vórtices positivos, ésto ya que la línea de contorno sobre el centro de los vórtices ubicados entre $14 < x < 20$ se prolonga más para el vórtice negativo. Este fenómeno se le atribuye a que la oscilación del cilindro se encuentra desfasa-

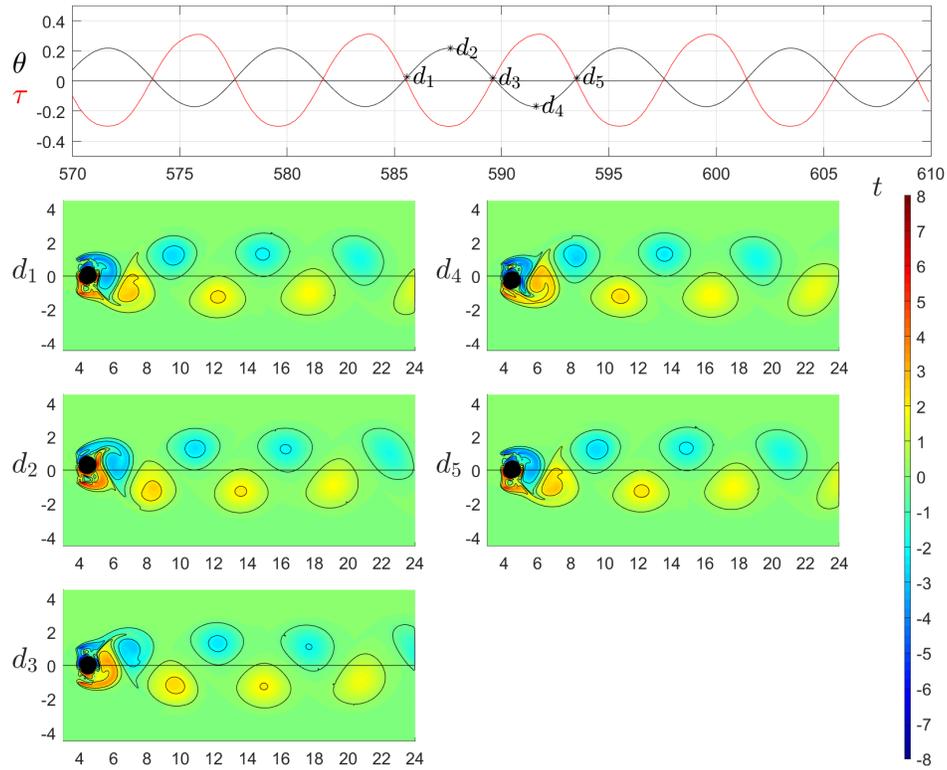


Fig. 4.24: Pánel superior, posición angular y torca en función del tiempo. Pánel inferior, capturas instantáneas de los campos de vorticidad lejanos. Los tiempos en los que se obtuvieron dichos campos de vorticidad se indican en el pánel superior. Caso $Re = 130$.

da hacia el lado positivo con respecto a $\theta = 0$, lo que se puede corroborar con la posición de los asteriscos (*) en la gráfica superior, esto promueve que el tiempo de estadía del cilindro en esta región positiva sea ligeramente mayor y con ésto generar mayor vorticidad en los vórtices negativos. Este fenómeno de asimetría en la calle de vórtices está va de la mano con la asimetría de la oscilación de la posición angular y se presentan en todos los casos donde cilindro se mueve de manera asimétrica sobre $\theta = 0$. Se espera que este efecto se reduzca hasta desaparecer para tiempos muy largos.

Por último se presenta la Figura 4.25 correspondiente al caso de $Re = 160$. En la parte superior de la figura se pueden observar doce asteriscos que van desde la e_1 hasta e_{12} , los cuales corresponden a cada uno de los puntos relevantes dentro de un ciclo completo de la posición angular θ el cual está compuesto por tres oscilaciones, siendo la primera oscilación la que va desde e_1 a e_5 , la segunda corresponde a e_5 a e_9 y la última va desde e_9 a e_{12} . En la parte inferior se grafican los doce campos de vorticidad y es posible distinguir una variedad interesante en los tamaños y formas de los vórtices a medida que viajan aguas abajo del

cilindro. Durante el ciclo cuasiperiódico completo se puede observar el desprendimiento de seis vórtices, tres de los cuales son de vorticidad positiva y tres de vorticidad negativa. Si se realiza el seguimiento del vórtice positivo más próximo al cilindro (color rojo) en la gráfica e_1 de manera secuencial partiendo hasta e_{12} se puede observar la evolución que éste tiene a través del dominio de estudio.

A lo largo de la cauda se pueden distinguir tres vórtices de mayor tamaño y tres de menor tamaño, ubicando los mayores en la gráfica d_1 en la posición que va de $14 < x < 20$ y los de menor tamaño se pueden ubicar en la gráfica d_5 entre este mismo margen. Si se nombra al vórtice positivo que se desprende en los alrededores del punto d_2 como Vo_1 y se realiza el seguimiento de este a través del tiempo se puede observar en d_5 que éste es el tercer vórtice pequeño, siendo los dos previos de Vo_1 (uno negativo y otro positivo) los otros vórtices de menor tamaño. En análisis anterior sirve para corroborar que los tres vórtices de menor tamaño se desprenden en los alrededores de los puntos d_2 , d_{12} y d_{10} y coinciden con los ciclos de menor amplitud para la posición angular θ y los de mayor amplitud para el trazo de la torca τ , mientras que los tres vórtices de mayor tamaño se desprenden en los puntos d_4 , d_6 y d_8 correspondientes a las oscilaciones de mayor amplitud de θ y menor amplitud de τ .

En la Figura 4.26 se muestra una superposición de las trayectorias de los centros de los vórtices en las caudas que el cilindro deja al interponerse al flujo. En el panel superior se muestran los casos para $Re = 30$, $Re = 70$ y $Re = 130$. En las Figuras 4.15, 4.16, 4.17, 4.18 y 4.19 es posible observar que un vórtice se desprende cuando en la prolongación de vorticidad en las inmediaciones al cilindro aguas abajo existen dos máximos/mínimos, teniendo un máximo/mínimo que retorna y se mantiene alrededor del cilindro, mientras que el otro viaja por la cauda como el centro de un vórtice. Esta figura muestra con los marcadores más cercanos al cilindro el máximo/mínimo de vorticidad que recién se ha desprendido formando los vórtices que componen la cauda correspondiente. Es interesante destacar que para el caso de menor velocidad del flujo, el desprendimiento de los vórtices se lleva a cabo a una distancia mayor aguas abajo con respecto a la posición $\theta = 0$ del cilindro, mientras que para los casos de número de Reynolds mayores esta distancia se reduce. Los trazos que presentan dichos vórtices son bastante regulares mostrando un recorrido prácticamente homogéneo hasta salir del dominio de estudio. Adicionalmente, a la izquierda de la gráfica se muestra un disco sólido gris que representa el cilindro y su centro con una cruz de color negro en posición $\theta = 0$, mientras que las posiciones máximas y mínimas que alcanza el cilindro para cada una de las corridas se grafican con círculos de líneas sólidas para $Re = 30$, círculos de líneas segmentadas para $Re = 70$ y círculos de líneas punteadas para $Re = 130$.

En la gráfica central se presenta el caso de $Re = 160$, el cual como ya se comentó previamente tiene una dinámica cuasiperiódica compuesta por tres oscilaciones, lo que se ve reflejado con tres pares de vórtices distintos. Cada trayectoria de los vórtices que se emite está representado por un marcador distinto. Considerando que la Figura 4.25 muestra el

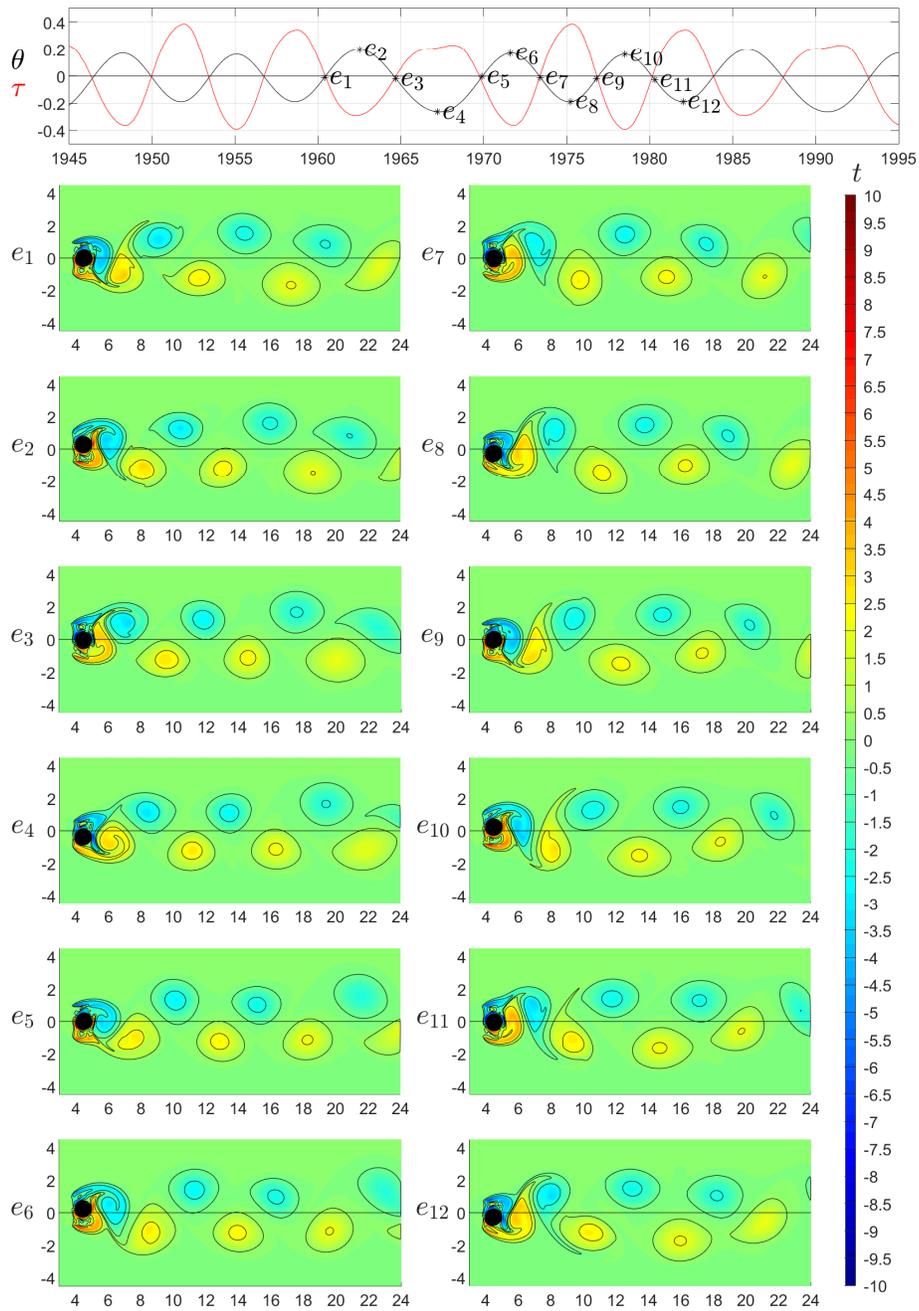


Fig. 4.25: Pánel superior, posición angular y torca en función del tiempo. Pánel inferior, capturas instantáneas de los campos de vorticidad lejanos. Los tiempos en los que se obtuvieron dichos campos de vorticidad se indican en el pánel superior. Caso $Re = 160$.

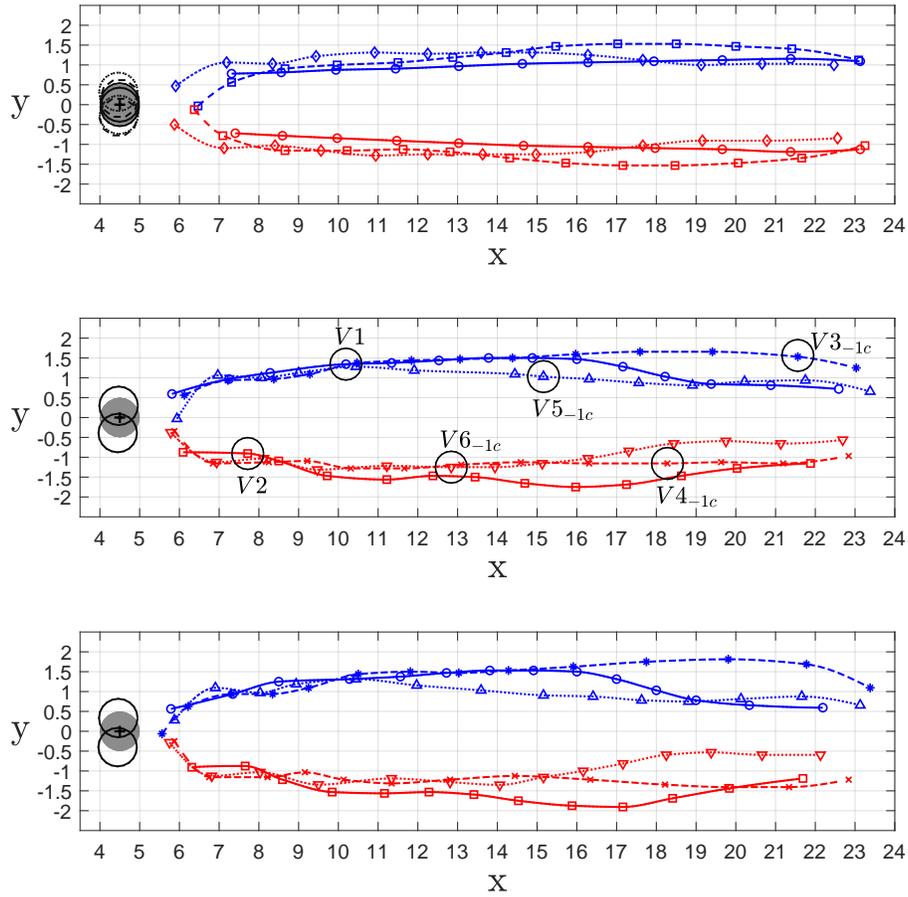


Fig. 4.26: Superposición de las trayectorias de los centros de los vórtices que se emiten al interactuar el cilindro con el flujo. En líneas azules se grafican las trayectorias de los vórtices negativos y en líneas rojas las trayectorias de los vórtices positivos. Pánel superior se presentan los casos de $Re = 30$, $Re = 70$ y $Re = 130$, pánel central el caso $Re = 160$ y en el pánel inferior el caso $Re = 180$.

desarrollo de dichos vórtices através de poco más de un ciclo, es posible catalogar cada uno de estos seis vórtices dentro de los doce mapas de vorticidad mostrados en la parte inferior de la figura. Tomando en cuenta que en el lapso entre el mapa e_1 y e_2 se desprende un vórtice negativo y se le denomina $V1$, es posible encontrar los otros cinco vórtices realizando el análisis de la bifurcación del máximo absoluto de la vorticidad circundante al cilindro, encontrando que el segundo vórtice se desprende un instante antes del mapa e_4 , el tercer vórtice y los siguientes se desprenden instantes antes de los mapas de vorticidad e_6 , e_8 , e_{10} y e_{12} , respectivamente. Tomando como base el mapa de vorticidad e_5 se ubican los seis vórtices y se plasman en la gráfica central como $V1$, $V2$, $V3_{-1c}$, $V4_{-1c}$, $V5_{-1c}$ y $V6_{-1c}$, donde el subíndice $-1c$ significa que estos vórtices corresponden al ciclo previo al que se

analiza en la Figura 4.25. Como se puede observar en el pánel central, la distancia entre $V6_{-1c}$ y $V5_{-1c}$ es relativamente pequeña, ésto debido a la interacción que los vórtices tienen entre sí al ser de diferentes tamaños y diferentes intensidades. Esta interacción también se ve reflejada en los patrones de los trazos, ya que es posible distinguir que estos dos vórtices muestran una tendencia de desplazarse más cercana al eje de simetría $y = 0$. En esta gráfica también se representa la ubicación del cilindro con un disco sólido gris y su centro con una cruz de color negro en posición $\theta = 0$, mientras que las posiciones máximas y mínimas que alcanza el cilindro se representan con los círculos de líneas sólidas.

En la gráfica del pánel inferior se muestra el mismo análisis que las dos previas, pero para el caso de $Re = 180$, obteniendo resultados muy similares al del caso $Re = 160$. Es importante recordar que ambos casos presentan comportamientos cuasiperiódicos de ciclos compuestos por tres oscilaciones. Este caso en particular se presenta y se analiza a detalle en el artículo publicado [1]. Como propiedad general de la estela para los dos últimos casos, se encontró que la extensión de los vórtices está relacionada con el desplazamiento azimutal del cilindro, mientras que la intensidad de la vorticidad contenida en un vórtice está relacionada con la torca, o equivalentemente, con la aceleración del cilindro.

Campos de presión

Los términos dominantes en el cálculo de las fuerzas y la torca sobre el cilindro, ecuaciones 2.11 y 2.12 respectivamente, son los términos que contienen la presión. Por lo tanto, se puede realizar un análisis alternativo de la dinámica del cilindro y el flujo circundante en términos del campo de presión. En las Figuras 4.27 y 4.28 se muestran los campos de presión alrededor del cilindro para los casos de $Re = 130$ y $Re = 160$, respectivamente, de igual manera que en los campos de vorticidad los puntos seleccionados e indicados en el pánel superior de la figura representan los instantes de tiempo para los cuales los campos de presión son graficados, es necesario tener en cuenta que se están implementando los mismos tiempos que en las Figuras 4.18 y 4.19.

Las características más destacadas del campo de presión incluyen la presión máxima, cuya posición en la periferia del cilindro está determinada por el movimiento relativo del cilindro y el flujo entrante y, por lo tanto, tiene un desplazamiento cíclico. El punto de presión máxima corresponde al punto de estancamiento, que define la simetría de la capa límite y que también se visualiza en los campos de vorticidad de las Figuras 4.15 a 4.19. El campo de presión aguas abajo del cilindro está estrechamente relacionado con la generación de vorticidad en la capa límite y el desprendimiento cíclico de los vórtices. En la posición d_2 correspondiente al mapa de presión de la Figura 4.27, se presenta el caso de $Re = 130$ donde es posible observar que los puntos de alta y baja presión sobre el cilindro no se encuentran diametralmente opuestos, de manera tal que si se unen estos dos puntos para formar una línea secante que parta el cilindro, la porción menor queda ubicada en la sección inferior, lo que se traduce como una fuerza de sustentación con dirección y negativa y se

refleja en el trazo de la torca τ , ya que en un instante muy cercano a este punto se obtiene el valor máximo negativo de la torca. Por otro lado, en la posición d_3 el cilindro pasa muy cerca del punto donde la torca es cero ($\tau = 0$) y es posible observar en el mapa de presión correspondiente que el gradiente de presión generado por los puntos de alta y baja presión es diametralmente opuestos, siendo la línea que une a estos puntos casi una horizontal. Si también se realiza el mismo análisis al punto d_4 , se determina que la fuerza de sustentación resultante apunta hacia arriba (y positivo) generando el punto de mayor torca positiva. En los tres paneles inferiores se muestran la secuencia de mapas de presión correspondientes al desplazamiento del cilindro desde su posición más negativa hasta su posición más positiva, desde d_4 hasta d_2 del siguiente ciclo. Para esta secuencia de posiciones se puede realizar el mismo análisis previo y se encuentra un resultado simétrico.

El trabajo de análisis que se desarrolló para el caso de $Re = 130$ se puede replicar para los casos donde el ciclo cuasiperiódico del movimiento del cilindro está compuesto por tres oscilaciones. En la Figura 4.28 se presentan los campos de presiones para los mismos puntos de la Figura 4.19, en donde las tres gráficas centrales muestran los campos de presión para el recorrido que hace el cilindro desde su punto de máxima posición positiva (e_2) hasta el punto de máxima posición negativa (e_4), correspondiente a la oscilación de mayor amplitud. Mientras que en las tres gráficas de la parte inferior se presenta el caso correspondiente a la oscilación de menor amplitud, el cual va desde el punto e_8 hasta e_{10} , donde el cilindro transita desde una posición de máximo negativo local hasta un máximo positivo local.

Es importante distinguir las diferencias entre el grupo de mapas de presión correspondiente a la oscilación de mayor amplitud y la de menor amplitud para la posición angular θ , ésto debido a que para este caso de número de Reynolds se presentan vórtices de diferentes tamaños e intensidades. Se puede apreciar que en el proceso de e_2 a e_4 existe una generación y un desprendimiento de un vórtice que en este análisis se representa con una región de presión negativa rodeado por las respectivas líneas de contorno. Esta región inicia en e_2 aproximadamente en las coordenadas $(5.25, -0.5)$, pasando por las coordenadas $(5.7, -0.25)$ en el mapa e_3 con un decremento en su valor de presión y alcanzando su valor mínimo una vez que se desprende del cilindro en e_4 . Es interesante resaltar que en este proceso, durante e_3 el vórtice previo que tiene su centro cerca de las coordenadas $(7.25, 1)$ tiene una región de presión negativa mayor que el vórtice que se está desprendiendo del cilindro y es por ésto que este vórtice se manifiesta con mayor intensidad hasta la posición e_4 . Por otro lado, durante el proceso que va de e_8 a e_{10} se desprende el vórtice de mayor intensidad y se ve reflejado en la región de presión negativa del mapa e_9 . Finalmente, si se comparan los mapas e_4 y e_{10} es posible distinguir que el vórtice que se genera en la segunda etapa comentada se debilita rápidamente debido a que la velocidad del cilindro para esta oscilación fue la menor alcanzada de las tres correspondientes al ciclo cuasiperiódico.

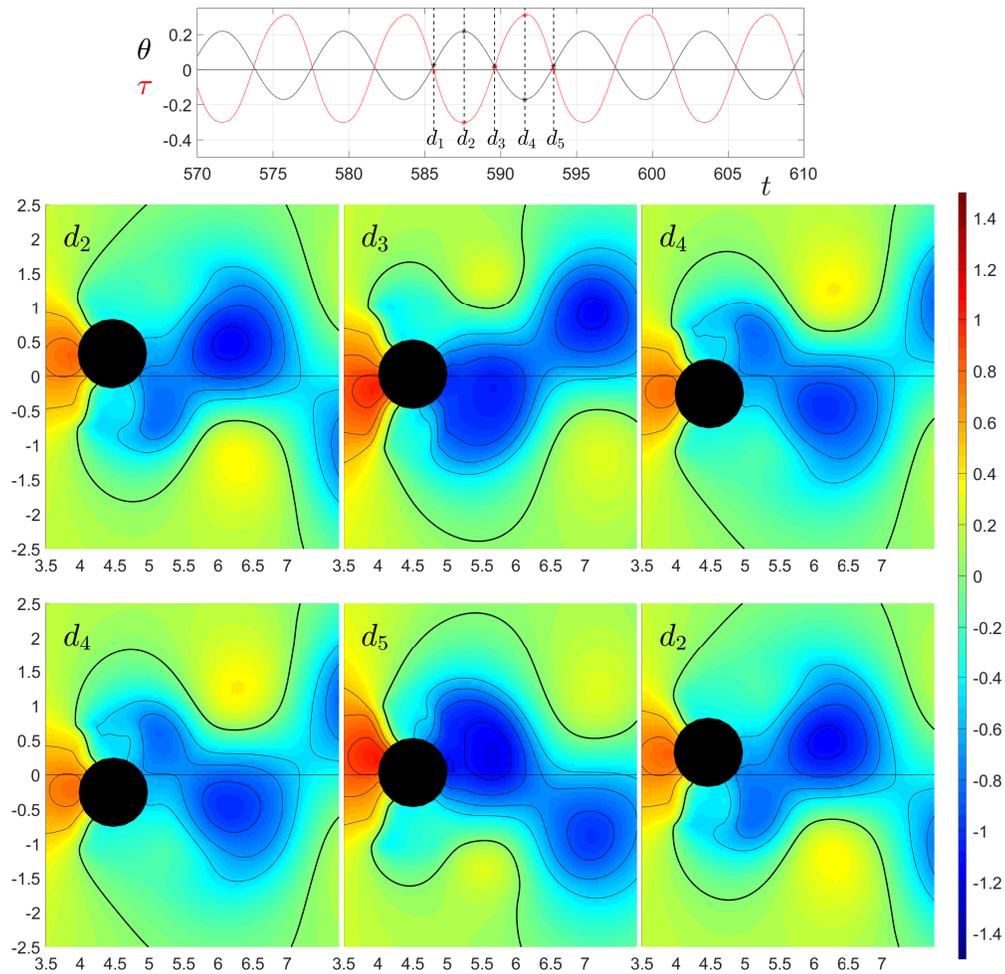


Fig. 4.27: Pánel superior, posición angular y torca en función del tiempo. Pánel inferior, capturas instantáneas de los campos de presión en zonas cercanas al cilindro. Los tiempos en los que se obtuvieron dichos campos de presión se indican en el pánel superior. Caso $Re = 130$.

4.6. Conclusiones al estudio numérico de la interacción de un cilindro pivotado y un flujo libre desarrollado

El movimiento que se produce sobre un cilindro por la interacción de éste y un flujo de velocidad constante en ausencia de gravedad se ha analizado utilizando una solución numérica de las ecuaciones de conservación de masa y momento junto con la ecuación de Euler. El método de fronteras inmersas se implementó acoplar la dinámica del flujo y del cilindro.

El movimiento del cilindro y el flujo a su alrededor están acoplados de manera bidirec-

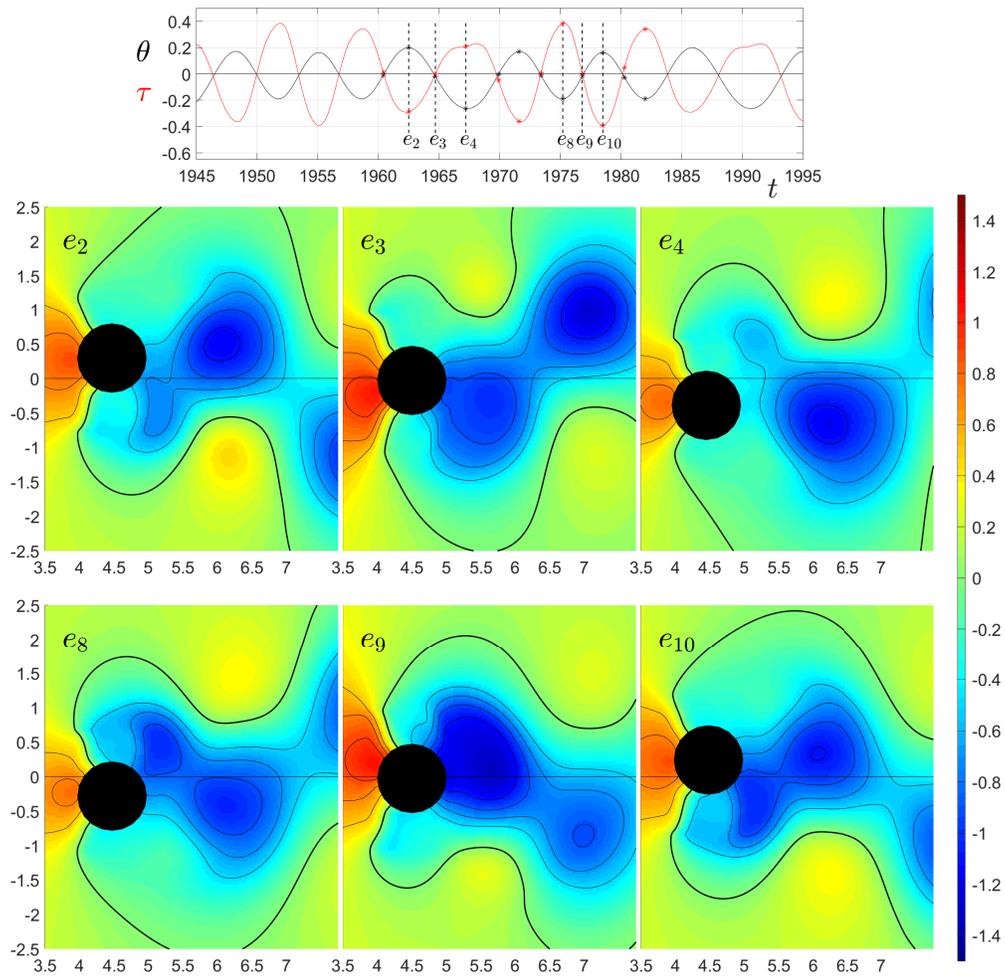


Fig. 4.28: Pánel superior, posición angular y torca en función del tiempo. Pánel inferior, capturas instantáneas de los campos de presión en zonas cercanas al cilindro. Los tiempos en los que se obtuvieron dichos campos de presión se indican en el pánel superior. Caso $Re = 160$.

cional. El cilindro se mueve impulsado por las fuerzas generadas por la interacción fluido-estructura, a su vez el flujo entrante es perturbado por la presencia y el movimiento del cilindro. Las fuerzas que actúan sobre el cilindro son asimétricas debido a los vórtices que se emiten al desprenderse la capa límite y dan como resultado un movimiento oscilatorio.

La etapa transitoria de la posición azimutal del cilindro es dependiente de las condiciones iniciales, mientras que para la dinámica a largo plazo tiene un efecto de menor relevancia. Para los casos que son menores a $Re < 140$, en tiempos prolongados el cilindro exhibe un movimiento completamente periódico con un solo modo de frecuencia, mientras que cuando la velocidad del flujo corresponde a $Re \geq 140$ éste presenta un movimiento periódico

pero con un ciclo compuesto por tres oscilaciones con amplitud y frecuencia ligeramente diferentes. Para estos casos, el contenido armónico de la señal indica que la frecuencia dominante corresponde a oscilaciones individuales, mientras que otras frecuencias relevantes están relacionadas por factores de 1/3. Una propiedad interesante de los resultados es que incluso después de muchos ciclos, la posición angular como función del tiempo no es idéntica en cada ciclo. Las pequeñas variaciones entre ciclos tienen una estructura definida en el espacio de fase. Este fenómeno es conocido como cuasiperiódico [19]. Adicionalmente, para todos los casos se observa que la torca que se ejerce sobre el cilindro se encuentra sincronizado con respecto a la posición azimutal pero desfasada. La velocidad relativa del cilindro con respecto al flujo hace que el punto de estancamiento cambie periódicamente de ubicación, así como también los ángulos de separación de la capa límite y la frecuencia de emisión de los vórtices. Fue posible observar una relación entre este fenómeno y el de un cilindro con movimiento oscilatorio y una fuerza de restauración aplicada.

En la nomenclatura propuesta por Williamson y Roshko [35], se encuentra que en la cauda de tipo von Karman se emiten vórtices simples (S), aunque en el caso presente, la cauda es más ancha que la del cilindro fijo. Esta característica se atribuye al hecho de que el vector de velocidad relativa apunta con cierto ángulo con respecto a la dirección de la corriente. El ejemplo se contrasta con la estela de cilindro fijo generada para números de Reynolds $Re \geq 140$, hay una fuerte interacción entre los vórtices en la cauda, alterando continuamente su estructura a medida que éstos son arrastrados aguas abajo.

La vorticidad se produce en la frontera del cuerpo sólido y el fluido por medio del producto cruz del vector unitario normal a la superficie del cilindro, y la suma de los gradientes de presión tangenciales y la aceleración del cuerpo rígido [36]. En el flujo que se analiza en este trabajo, los dos efectos aparecen. Los gradientes de presión tangencial ocurren debido a las modificaciones del flujo que produce la geometría del sólido; este efecto también está presente en un cilindro fijo. La generación de vorticidad por este efecto es similar a la que se produce en los dos casos. Además, dado que el cilindro está en movimiento cíclico debido a la interacción fluido-estructura, se presenta una aceleración periódica y por ende una generación de vorticidad. La amplitud de la oscilación a lo largo del círculo de diámetro D es pequeña y, para simplificar la discusión, se considera que ocurre solo en la dirección $\pm y$. El valor absoluto máximo de la aceleración tiene lugar en los máximos de los desplazamientos positivos y negativos, y es cero en la posición $y = 0$. El producto cruz de la aceleración y el vector unitario perpendicular a la superficie del cilindro (y en consecuencia la generación de vorticidad debido a la aceleración) es máximo en los puntos diametralmente opuestos en la dirección horizontal, es decir, los puntos de entrada y de salida, así como es cero en los puntos superior e inferior del cilindro. La vorticidad generada por la aceleración es de signos opuestos en los lados derecho e izquierdo del cilindro, y cambia de signo cuando el cilindro cambia la dirección del movimiento. La región de vorticidad generada en el punto posterior es siempre de signo opuesto al de la vorticidad en la región hacia la que se mueve. Una vez que se genera la vorticidad, se difunde lejos de la región fluido-estructura, donde

interactúa con la vorticidad de fondo y es advecida por el flujo principal.

Dado que el cilindro se encuentra obligado a moverse alrededor de un segmento de círculo, las fuerzas que surgen por la interacción tienen su mayor componente en la dirección del flujo, mientras que la torca se mantiene tangente al segmento del círculo. Es posible realizar una interpretación del movimiento del cilindro como un péndulo gravitacional, con la fuerza de arrastre desempeñando el papel de la gravedad. Además, la descripción del campo de presión alrededor del cilindro sugiere que el movimiento del cilindro puede interpretarse como el de un péndulo, donde la fuerza de restauración se genera principalmente por la diferencia de presión entre las mitades delantera y trasera del cilindro. La acumulación de presión positiva en la parte delantera del cilindro es causada por la desaceleración del flujo que cambia la energía cinética en presión. La presión negativa en la parte trasera del cilindro se produce por la sombra del flujo por la misma presencia del cilindro.

Sin embargo, existen importantes diferencias que impiden considerar un oscilador armónico como un modelo simplificado. Las principales diferencias son las siguientes: Por un lado, la fuerza transversal (dependiente del tiempo) también contribuye al par y, por lo tanto, la fuerza de restauración depende de la posición del cilindro. Por otro lado, para los casos de $Re \geq 140$ y como se muestra en la gráfica central de la Figura 4.9, la fuerza en la dirección del flujo no es constante como lo es en un péndulo gravitacional. Este modelo es equivalente a un péndulo de longitud variable o un péndulo amortiguado con una masa deslizante. Una elección apropiada de parámetros reproduce el ciclo compuesto por tres dinámicas cuasiperiódicas según lo informado por [37]. Estos modelos incorporan el hecho de que el sistema tiene dos tiempos de respuesta: el tiempo hidrodinámico asociado con el movimiento del fluido circundante y el tiempo de inercia asociado con el movimiento del cilindro relacionado con las densidades de sólido a fluido.

Como se comentó previamente, la aceleración de la gravedad no se ha incluido en el análisis, lo que representa la situación física de los cilindros verticales propuestos en la literatura para dispositivos de extracción de energía marina donde la aceleración de la gravedad se alinea con el eje de simetría del cilindro o para aerogeneradores de eje vertical. Son posibles otras configuraciones donde la fuerza de la gravedad juega un papel importante, como cilindros horizontales o inclinados.

Este estudio se ha restringido a valores fijos de los parámetros ($25 \leq Re \leq 210$, $m^* = 1.6$ y $D/d = 3$). Una pregunta natural sería: ¿Cuáles son las características correspondientes de la interacción fluido-estructura para los valores de diferentes parámetros? Como es bien sabido, los efectos tridimensionales aparecen en el flujo sobre un cilindro a partir de números de Reynolds $Re > 210$. Por lo tanto, este trabajo realiza análisis que caben muy bien para casos bidimensionales, mientras que puede considerarse el límite superior. Además, $m^* > 1.6$ produciría un efecto menor del movimiento del fluido en el cilindro, pero para $m^* < 1.6$, la interacción será más intensa y el análisis de la dinámica más desafiante.

Considerando una relación de radios mayor haría que el esfuerzo computacional sea considerablemente mayor para una precisión equivalente, sin embargo, el cálculo sería más útil para aplicaciones relacionadas con turbinas eólicas de eje vertical.

Capítulo 5

Estudio experimental de la interacción fluido-estructura de un cilindro con un grado de libertad azimutal en presencia de un flujo uniforme ¹

Las pruebas experimentales para estudiar la interacción fluido-estructura entre un cilindro con un grado de libertad azimutal y un flujo uniforme, se hicieron en el canal de agua del Instituto de Energías Renovables de la UNAM. Para este propósito, fue necesario diseñar varios de los componentes que intervienen en el experimento. El equipo experimental consiste en estructuras independientes al canal de agua que soportan un sistema de embalaje que sirve para la libre rotación del cilindro y el sistema de velocimetría por imágenes de partículas (PIV por sus siglas en inglés). En este capítulo se realiza una introducción al problema planteado, se describen las características del diseño y operación de cada uno de los componentes que integran el equipo experimental, se explica la metodología implementada para llevar a cabo el experimento, se analizan los resultados y finalmente se establecen algunas conclusiones.

5.1. Introducción

En la parte experimental de este trabajo, describimos el comportamiento dinámico de un cilindro con un grado de libertad azimutal que está expuesto a un flujo uniforme. Consideramos que el cilindro está marginalmente inclinado respecto a la vertical gravitatoria. Aunque el ángulo de inclinación ϕ es menor a 1° , el comportamiento es dramáticamente diferente al del cilindro vertical descrito en el estudio numérico. La razón principal que origina dicha diferencia es que la gravedad incorpora una fuerza restitutiva que introduce

¹Los resultados correspondientes a este capítulo se someterán a un artículo para una revista arbitrada

una frecuencia característica al sistema. Este resultado tiene implicaciones importantes, ya que ocurre a pesar de que el orden de magnitud de la fuerza restitutiva es $g \sin \phi$.

Debido a esta diferencia encontrada con respecto al problema analizado en el capítulo anterior, es adecuado retomar aquí parte de la revisión del estado del arte relacionado con la dinámica de cilindros cuyo movimiento está bajo la influencia de una fuerza restitutiva, con estos trabajos es posible establecer relaciones de similitud y de diferencia. Como ya se comentó previamente existen extensos estudios que consideran cilindros montados en sistemas con libre desplazamiento transversal al flujo, así como cilindros montados con sistemas de libre movimiento transversal y axial. Existe un gran número de estudios dedicados a investigar diferentes arreglos de monturas de cilindros y de características de flujos que interaccionen entre sí [15], [16], [17], [38], [39] y [40]. Este último trabajo estudia una relación de masa baja (masa de la estructura oscilante / masa desplazada del fluido) y un amortiguamiento bajo, lo cual se encuentra cercano a los parámetros tratados en esta tesis. Los autores encuentran tres modos de desprendimiento de vórtices con uno o dos pares de vórtices que emite cada oscilación del cilindro, mientras que en este trabajo solo se observan emisiones simples de pares de vórtices.

En la actualidad existen propuestas de dispositivos basados en cilindros pivotantes y el efecto de las vibraciones inducidas por el desprendimiento de la vorticidad para extraer energía de flujos de corrientes marinas. Para estos dispositivos, la fuerza de restitución, así como la frecuencia se modela con resortes de torsión o lineales, que se mantienen atados al cilindro y a un punto fijo que generalmente es el pivote.

Para este análisis experimental el trabajo se enfoca en la descripción del movimiento del cilindro, así como la estructura de la cauda generada para un rango de número de Reynolds basado en el diámetro del cilindro que va desde $50 < Re < 900$. Los radios de giro que se implementaron fueron 1.5, 3.0 y 4.5, determinado por la relación entre el radio del círculo que traza el cilindro al desplazarse y el diámetro mismo del cilindro. La fuerza de restitución y la frecuencia característica del sistema está determinada por el desalineamiento entre el cilindro y la dirección de la fuerza de gravedad. Se implementaron dos relaciones de masas, la primera está determinada por la razón entre el cilindro de acrílico y el agua, mientras que la segunda relación depende de la razón entre el cilindro de aluminio y el agua.

Queda claro que la interacción fluido-cilindro pivotado se ha examinado desde diferentes puntos de vista, sin embargo, aún quedan puntos por analizar para su aplicación dentro de las energías renovables. En el presente trabajo se aborda desde un análisis experimental el movimiento de un cilindro atado interactuando con un flujo de fluido desarrollado, el estudio pretende brindar información con cierto detalle sobre el desplazamiento angular y su relación con las diferentes condiciones de sujeción, así como las condiciones del flujo resultante de esta interacción fluido-estructura.

5.2. Descripción general del equipo experimental

El equipo experimental usado en este estudio se compone de un canal de agua de 6 m de longitud y 0.142 m^2 de sección transversal que soporta un flujo de hasta 0.15 m/s . En el plano vertical central en la dirección longitudinal del canal se coloca el cilindro verticalmente, montado sobre un vástago excéntrico que mantiene al cilindro a una distancia fija a un pivote rotatorio, pero que permite un movimiento libre en la dirección azimutal. El arreglo experimental se muestra de manera esquemática en la Figura 5.1.

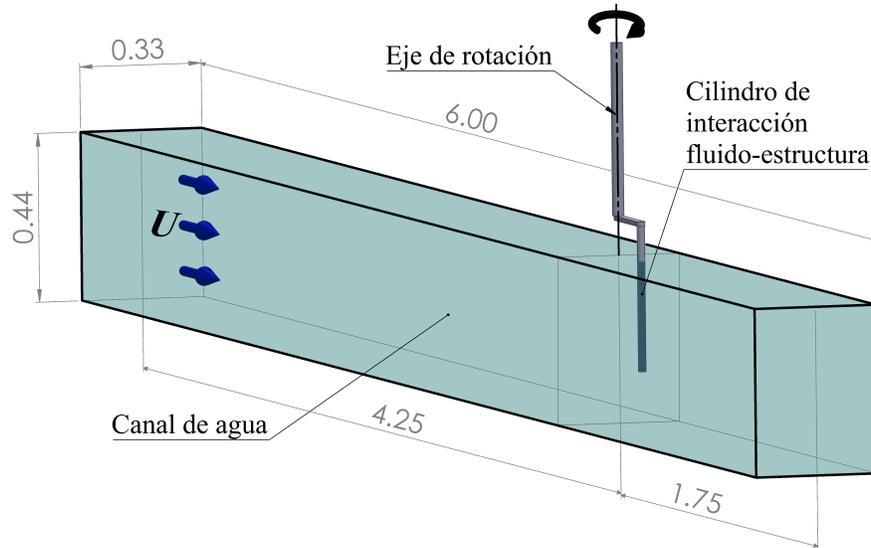


Fig. 5.1: Esquema general del sistema utilizado en el estudio experimental de la interacción fluido-estructura entre un cilindro con un grado de libertad azimutal y un flujo uniforme.

5.3. Dispositivos experimentales y equipos de medición

5.3.1. Sistema de recirculación de agua

El sistema de recirculación de agua del canal está compuesto por una bomba centrífuga hidráulica de 4 Hp, un depósito de almacenamiento con capacidad para 1800 l y una cámara de acondicionamiento de flujo ubicada a la entrada del canal. Las dimensiones del canal son $6 \text{ m} \times 0.325 \text{ m} \times 0.435 \text{ m}$ de largo, ancho y alto respectivamente. El canal cuenta con una rampa de salida para homogeneizar el perfil vertical de la velocidad. En el extremo de salida, se encuentra el reservorio de desagüe para la recirculación del fluido. En la Figura 5.2 se pueden observar los elementos descritos. Es importante añadir que el flujo es regulado por medio de una válvula tipo esfera de 5" (ó válvula bola) ubicada justo antes de la cámara de acondicionamiento. Este tipo de válvula produce una regulación del gasto

volumétrico muy acelerado en la primera etapa de apertura y con un incremento lineal en la segunda y última etapa de apertura de la misma, más adelante se presenta la caracterización del comportamiento de la válvula.

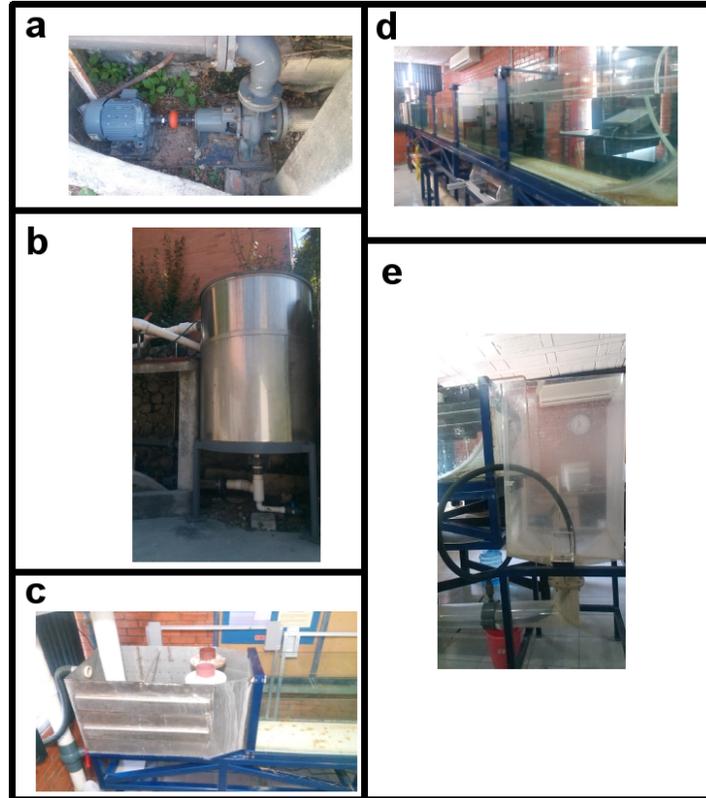


Fig. 5.2: Elementos que componen el sistema de recirculación de agua. Donde **a** es la bomba hidráulica, **b** es el depósito de almacenamiento, **c** es la cámara de acondicionamiento de flujo, **d** es el canal de agua y **e** es el reservorio de desagüe.

5.3.2. Sistema de embalaje

El sistema de embalaje es el elemento más importante para la determinación precisa de la oscilación del cilindro y éste se compone de un par de rodamientos y de la estructura que los soporta. El criterio de diseño clave es la reducción máxima de la fricción en el embalaje para permitir el movimiento libre del cilindro. Se probaron embalajes con principios de funcionamiento diversos para identificar el que presentara el menor coeficiente de fricción en la rotación del eje principal. La primera prueba se efectuó con un embalaje de rodamientos de contacto puntual (balero de bolas), pero el coeficiente de fricción mínimo obtenido con este sistema no fue satisfactorio para permitir un giro libre del vástago. Posteriormente se trabajó en un rodamiento con imanes tratando de aprovechar la levitación magnética,

pero la inestabilidad en la posición del eje principal ocasionada por la interacción de los campos magnéticos no permitió utilizar esta opción. Finalmente se probó un sistema de embalaje que utiliza rodamientos neumáticos, que reducen drásticamente el coeficiente de fricción y liberan al cilindro para su rotación libre alrededor el eje del pivote. Un diagrama esquemático del sistema de embalaje neumático se puede observar en **a2)** de la Figura 5.5, mientras que en la Figura 5.3 se muestra en **a** la caja de embalaje fabricada en el IER con los rodamientos montados, en **b** el diseño final y en **c** una perspectiva del sistema de embalaje con los rodamientos en su posición, así como el vástago y el cilindro montados, todo en su posición vertical relativa al canal de agua.

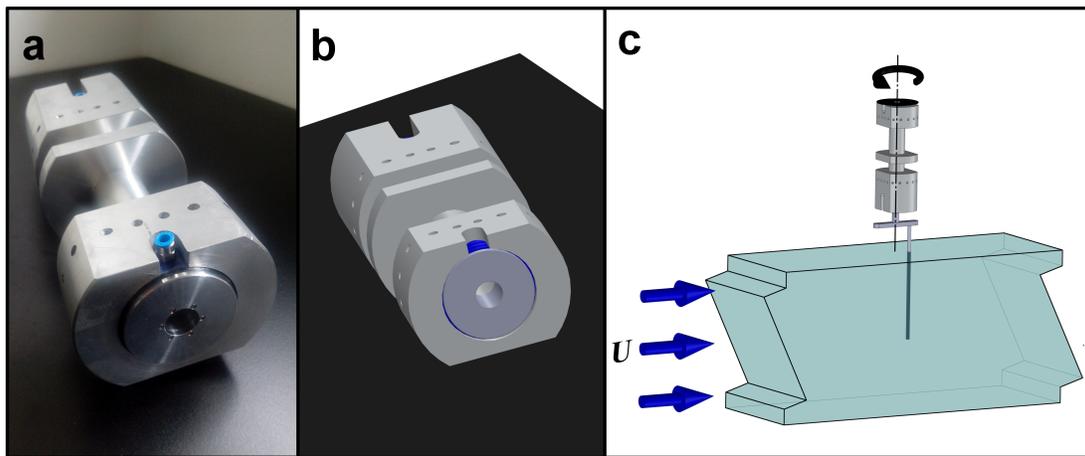


Fig. 5.3: Sistema de embalaje. En la sección **a** se muestra la caja de embalaje fabricada y acoplada con los rodamientos neumáticos, en la sección **b** se presenta el diseño que se desarrolló para dicha caja de embalaje y en la sección **c** se presenta el montaje del sistema dinámico sobre el canal de agua.

El sistema de embalaje cuenta con dos rodamientos tipo OAV®. El rodamiento OAVRL20M, diseñado para trabajar con cargas axiales y radiales se coloca en la parte superior. El modelo OAVTR60i20, diseñado para trabajar únicamente con cargas radiales, se ubica en la parte inferior. Ambos elementos trabajan con una presión entre 60 psi a 100 psi y un flujo de aire para el modelo OAVRL20M de 18.7 SCFH (pies cúbicos por hora estándares, por sus siglas en inglés) y 15.6 SCFH para el modelo OAVTR60i20. El funcionamiento de los rodamientos neumáticos depende críticamente de la ausencia de partículas de polvo en el aire comprimido que se inyecta a los rodamientos. Para purificar el aire se hace pasar por una batería de filtros que detiene partículas desde 40 μm hasta 0.01 μm . En la Figura 5.4 se presenta en la parte superior el diagrama neumático de la unidad de mantenimiento de aire para el uso de los rodamientos, mientras que en la parte inferior se muestra la fotografía de esta unidad. La Tabla 5.1 contiene los detalles de los elementos que componen la unidad. Es importante mencionar que el suministro de aire comprimido se obtiene a 7.25 bar (\sim 105 psi), que después de pasar por la serie de filtros se reduce a 6.2 bar (\sim 90 psi).

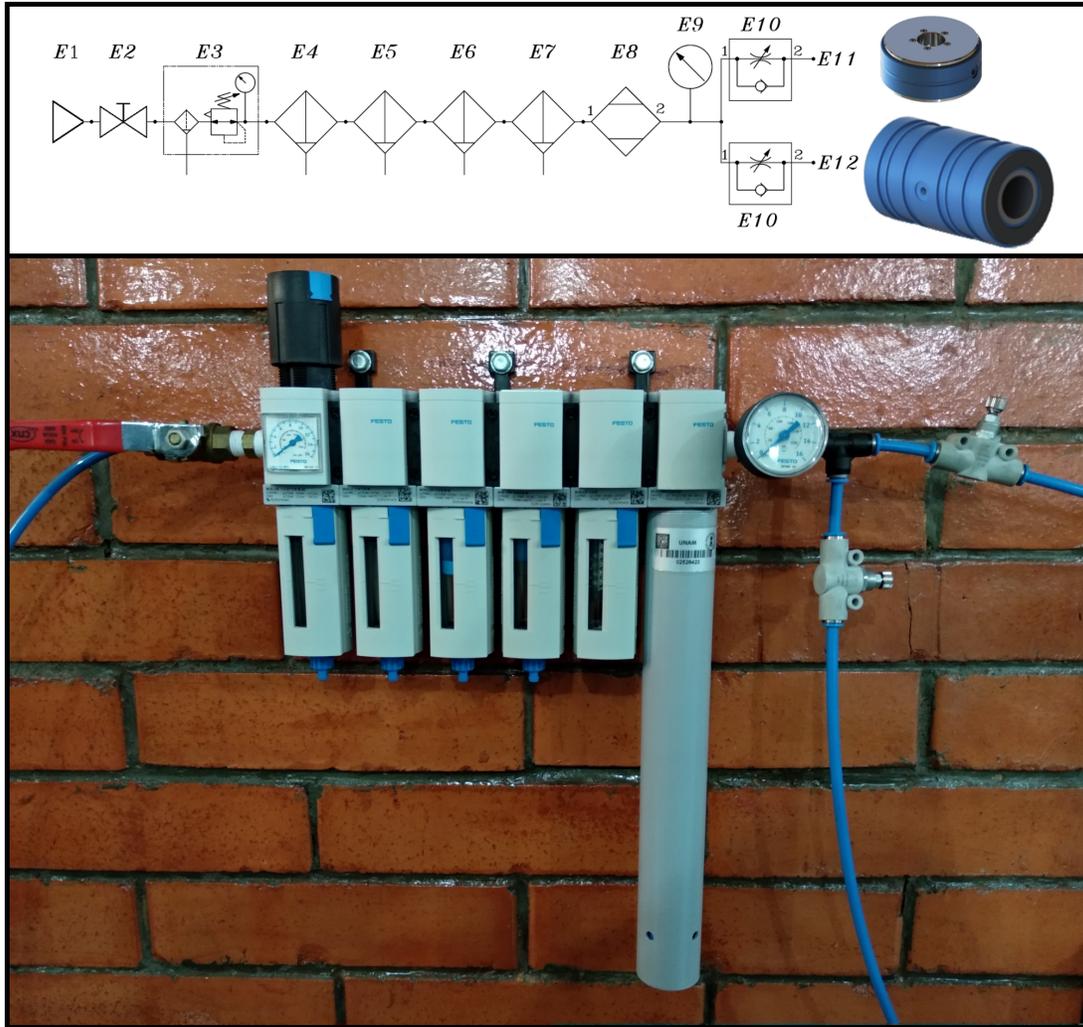


Fig. 5.4: En la sección superior se muestra el diagrama de la unidad de mantenimiento neumático que se utilizó para el funcionamiento de los rodamientos, estos rodamientos se visualizan a la derecha de la misma sección. En la sección inferior se muestra una fotografía de la misma unidad de mantenimiento, la descripción de esta se encuentra en la Tabla 5.1

5.3.3. Cilindro y vástago excéntrico

El cilindro tiene un diámetro $\varnothing = 0.01$ m lo cual representa solo el 3 % de la sección transversal del canal y al estar colocado en el plano central deja una distancia de ≈ 16 cm con referencia a las paredes laterales. Para este trabajo se estudiaron cilindros fabricados con dos materiales, aluminio y acrílico (polimetilmetacrilato), los cuales cuentan con una relación de densidad con respecto al agua $m^* = 2.69$ y 1.18 respectivamente. Este cilindro se sujeta a una distancia mínima de ≈ 40 mm de la superficie libre del agua y a 150 mm con

Tabla 5.1: Características de los elementos de la unidad de mantenimiento para la función de los rodamientos neumáticos.

Elemento	Código FESTO ó OAV	Descripción
<i>E1</i>	—	Suministro de de aire
<i>E2</i>	—	Válvula simple de paso
<i>E3</i>	MS4-LFR-1/4-D7-E-R-M-AS	Filtro (40 μm) y regulador de presión
<i>E4</i>	MS4-LF-1/4-C-R-M	Filtro (5 μm)
<i>E5</i>	MS4-LFM-1/4-B-R-M	Filtro (1 μm)
<i>E6</i>	MS4-LFM-1/4-ARM	Filtro (0.01 μm)
<i>E7</i>	MS4-LFX-1/4-R	Filtro de carbón activado
<i>E8</i>	MS4-LDM1-1/4-P10	Secador de membrana
<i>E9</i>	MA-40-16-R1/4-EN	Manómetro
<i>E10</i>	GR-M3	Regulador de flujo
<i>E11</i>	OAVRL20M	Rodamiento neumático axial-radial
<i>E12</i>	OAVTB60i20	Rodamiento neumático radial

relación al fondo del canal de agua, distancia suficiente para evitar la capa límite provocada por la condición de no deslizamiento del fondo del canal.

Para mantener el cilindro a una distancia constante del eje principal, se diseñó un vástago excéntrico, el cual permite colocar en cuatro radios distintos el cilindro 15 mm, 30 mm, 45 mm y 60 mm. Este vástago excéntrico se fabricó en aluminio.

5.3.4. Sistemas de medición

El estudio de la interacción fluido-estructura se realizó empleando dos métodos de análisis, el primero está basado en estudiar solo el comportamiento dinámico del cilindro, analizando la evolución temporal de la posición azimutal de éste mediante la rotación del pivote o eje principal; esto es, $\theta(t)$. El segundo método consiste en estudiar la dinámica del fluido aguas abajo de donde ocurre la interacción con la estructura. En la Figura 5.5 se muestra el esquema del equipo experimental, donde se presentan ambos métodos experimentales. El primero, representado por el detalle **a)** muestra el equipo para determinar la posición angular del cilindro θ . En **a3)** se ilustra dicha posición angular del cilindro con una de las imágenes capturadas. El segundo método está representado por el detalle **b)** y **b4)** se muestra un campo de vorticidad resultado del posprocesamiento de las imágenes para el análisis por velocimetría por imágenes de partículas (PIV), esta técnica de velocimetría es no intrusiva y consiste en obtener la diferencia de la posición de pequeñas partículas iluminadas por la fuente de luz **b1)** (plano de iluminación por el láser) que en principio siguen la trayectoria del flujo. Las partículas iluminadas se relacionan a una posición específica mediante pares de imágenes (fotografías) instantáneas separadas por un dt , las cuales son procesadas por el software Davis7.2, el cual obtiene el desplazamiento general de las partículas en el intervalo de tiempo donde se adquirieron las dos imágenes, para finalmente calcular

el vector velocidad [41]. Es importante comentar que el experimento no se puede realizar con los dos métodos de análisis de manera simultánea, debido a que requieren técnicas de iluminación incompatibles.

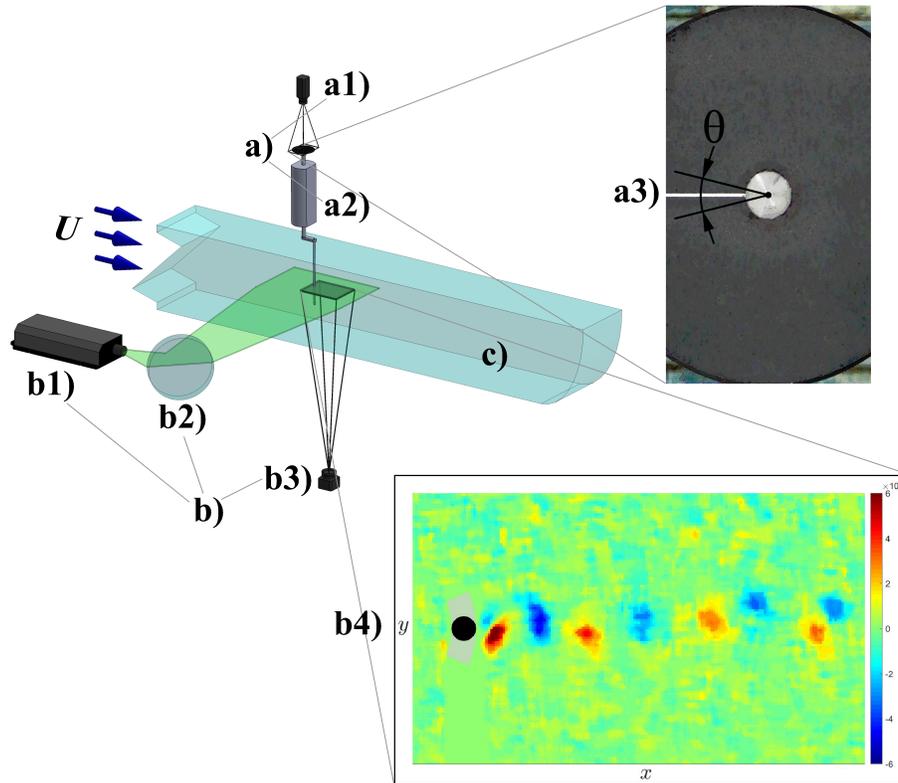


Fig. 5.5: Métodos experimentales de cuantificación. **a)** Sistema de vástago excéntrico para determinar la posición azimutal del cilindro respecto al eje de rotación. **a1)** Cámara y **a2)** sistema de embalaje neumático. **a3)** Imagen tomada por la cámara de este sistema mostrando la posición angular instantánea del dial. **b)** Sistema PIV para el estudio de la dinámica de la cauda generada por el cilindro **b4)** imagen del campo de vorticidad instantáneo resultado del estudio de la dinámica de la cauda del cilindro. **b1)** láser y óptica para generar un plano de luz **b2)** espejo de primera superficie para el redireccionamiento del plano de luz y **b3)** cámara del sistema de PIV. **c)** canal de agua.

Para el análisis de la variación de la posición angular θ en función del tiempo, se utilizó una cámara handycam Sony modelo HDR-XR160 en formato de alta resolución (HD) que permite obtener 60 imágenes por segundo (fps). Esta cámara se enfoca al disco de desplazamiento angular (una de las imágenes obtenidas se muestra en el detalle **a3**) de la Figura 5.5. La cámara **a1**) se enfoca directamente al extremo superior del eje principal de rotación, lo que permite capturar de una manera práctica y directa el desplazamiento angular de cilindro. Las grabaciones de las corridas experimentales se transformaron en imágenes secuenciales para posteriormente pasarlas a escala de grises, esto favorece la resolución espacial debido a que el disco con la referencia a perseguir es de color blanco y negro

(ver imagen **a3**). Posteriormente, se realiza un procesamiento de imágenes con el software MATLAB® para determinar la pendiente de la línea recta de color blanco que determina la posición angular instantánea, produciendo de esta manera una serie temporal de la posición angular θ del cilindro.

Para realizar el análisis de la dinámica del fluido aguas abajo del cilindro se utilizó el equipo de PIV que consta de una fuente de luz láser **b1**) de doble pulso de Nd:YAG (Neodimium: Yttrium Aluminum Garnet) que proporciona el plano que ilumina la sección de interés del flujo, un espejo de primera superficie **b2**), una lente de colimación (que no está mostrada en el esquema) y una cámara digital Nikon® **b3**) equipada con una lente AF NIKKOR de distancia focal 50 mm y una apertura máxima de $foc/1.4$. El controlador que opera el equipo PIV es de la marca LaVision® modelo es VC-ImagerPro 2M, configurado por medio del software Davis 7.2.

5.4. Caracterización dinámica del flujo en el canal

En esta sección se presenta la caracterización del flujo en el canal, que está intrínsecamente relacionada con el funcionamiento del sistema de recirculación de agua. El análisis se basó en la obtención del perfil hidrodinámico global a distintas velocidades de flujo justo en la zona donde ocurre la interacción con el cilindro. El método que se implementó para obtener este perfil hidrodinámico global consistió en realizar una serie de experimentos con los que se obtienen perfiles de velocidad en planos representativos. Se eligió un plano vertical-central del canal y un plano horizontal ubicado a una altura donde la capa límite provocada por el fenómeno de no-deslizamiento de la pared inferior sea despreciable. Se efectuaron varias series de mediciones para obtener los perfiles de velocidad durante un intervalo de tiempo largo comparado con variaciones causadas por la bomba y la turbulencia del flujo, de esta forma se logra identificar las posibles variaciones temporales de bajas frecuencias existentes. En la Figura 5.6 se ilustran los perfiles hidrodinámicos que se desean obtener y con los que se caracteriza el flujo en el canal.

Para realizar los experimentos y capturar los fenómenos de interés, es indispensable identificar los tiempos característicos que están involucrados en el experimento: dt representa el diferencial de tiempo entre pulsos de pares de luz láser en la técnica PIV y Dt , el diferencial de tiempo entre la captura de dos campos de velocidad subsecuentes. El primero está en función de la velocidad máxima que se presenta en el flujo mientras que el segundo está en función a la dinámica del desprendimiento de los vórtices en la cauda del cilindro. Para determinar una aproximación de los valores de dt , fue necesario realizar una serie de experimentos en ausencia del cilindro, que también sirvieron para caracterizar el control de velocidad de flujo. Por otro lado, la determinación de Dt se realizó mediante experimentos colocando el cilindro estático y de esta manera registrar los tiempos de desprendimiento de vórtices. Ésto permitió tener una apreciación aproximada de la frecuencia

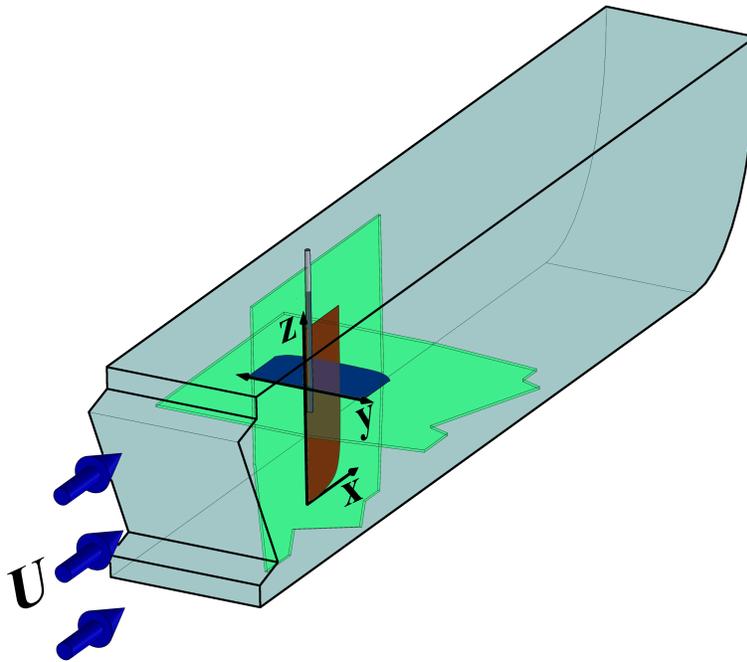


Fig. 5.6: Ilustración de la posición y orientación de los campos de velocidad del fluido U para los planos XY y XZ . También se muestran las zonas de iluminación y el cilindro.

de desprendimiento de los vórtices del cilindro en movimiento. En la Tabla 5.2 se presentan los diferenciales de tiempo dt y Dt utilizados para las distintas condiciones de trabajo de la válvula reguladora. Se puede observar que se determinaron dos diferenciales de tiempo para los pares de pulsos de luz láser, el primero se implementó para las pruebas en ausencia del cilindro y el segundo para las pruebas de desprendimiento de vórtices. El proceso para la obtención de estos valores se explican a continuación.

La velocidad del flujo está determinada por la apertura de una válvula (A/V) tipo esfera, por lo que para realizar esta caracterización de una manera sistemática fue necesario graduar la longitud de arco correspondiente a los 90° de rotación de la perilla y así determinar los puntos de apertura de la válvula a los cuales se realizarían los experimentos. En la Figura 5.7 se presentan los perfiles de velocidad en ausencia del cilindro para el plano horizontal ubicado a 240 mm sobre la superficie del fondo del canal. Para ambas gráficas en el eje de las abscisas se muestra la velocidad del flujo u en m/s y en el eje de las ordenadas la dirección y en mm teniendo como origen el centro del canal. En la imagen inferior, se muestra la nomenclatura utilizada para el desplazamiento de apertura en la válvula. Para una mayor claridad los casos a estudiar están divididos de manera alternada en las dos gráficas presentadas. Todos los resultados para las velocidades u que conforman los perfiles en ausencia del cilindro están acompañados por sus respectivas desviaciones estándar en función de tiempo y del espacio. De esta forma se puede identificar si el flujo es totalmente

Tabla 5.2: Tiempos característicos Dt y dt para la configuración del sistema PIV, donde A/V es la apertura de la válvula que regula el flujo de agua, Dt es el diferencial de tiempo para capturar el fenómeno de desprendimiento de vórtices y dt_1 y dt_2 son los diferenciales de tiempo para capturar los vectores de velocidad máximos.

$A/V(mm)$	$Dt(ms)$	$dt_1(\mu s)$	$dt_2(\mu s)$
10	1,000	10,000	—
11	1,000	10,000	—
12	500	10,000	16,600
13	500	10,000	—
14	333	10,000	—
15	333	10,000	—
16	250	10,000	8,300
17	250	10,000	—
18	200	10,000	6,600
19	200	10,000	—
20	166	10,000	5,500
21	166	10,000	—
23	142	10,000	—
25	125	10,000	—
27	111	10,000	4,000
29	100	10,000	—
31	90	10,000	—

desarrollado en la dirección del movimiento. Es importante destacar la homogeneidad del comportamiento de todos los casos a lo largo del eje vertical (y). El área de observación de la cámara fue de $206.8 \text{ mm} \times 156.2 \text{ mm}$ en las direcciones x y y respectivamente.

Considerando las relaciones entre A/V y los rangos de velocidades u obtenidas para las pruebas de la caracterización de los perfiles horizontales mostrados en la Figura 5.7, se seleccionaron seis casos para generar los perfiles verticales y corroborar que presentaran resultados similares en el punto de intersección entre los planos de referencia. La Figura 5.8 muestra los casos de A/V que fueron seleccionados ($A/V = 10 \text{ mm}$, $A/V = 11 \text{ mm}$, $A/V = 12 \text{ mm}$, $A/V = 15 \text{ mm}$, $A/V = 18 \text{ mm}$ y $A/V = 21 \text{ mm}$). Para esta Figura se presenta en el eje de las abscisas la magnitud de la velocidad u en m/s y en el eje de las ordenadas la dirección z en mm teniendo como referencia 0 el fondo del canal. Los perfiles están compuestos por los valores de la velocidad u correspondientes a cada segmento de z que se determinó en el método PIV y están acompañados por sus respectivas desviaciones estándar en función de tiempo y del espacio. La franja de color verde indica la altura a la que se ingresa el plano de luz láser para realizar las mediciones de los perfiles horizontales. Las líneas azules en la parte superior de cada gráfica indican el nivel del agua que se alcanza para cada experimento y corresponden al aumento de flujo que permite la válvula reguladora del caudal. El rectángulo gris en la gráfica de la derecha representa al cilindro y la línea punteada a una altura de $z = 150 \text{ mm}$ indica el nivel al que llega el cilindro sumergido. Es importante observar el comportamiento del perfil a medida que la velocidad se va incrementando, las

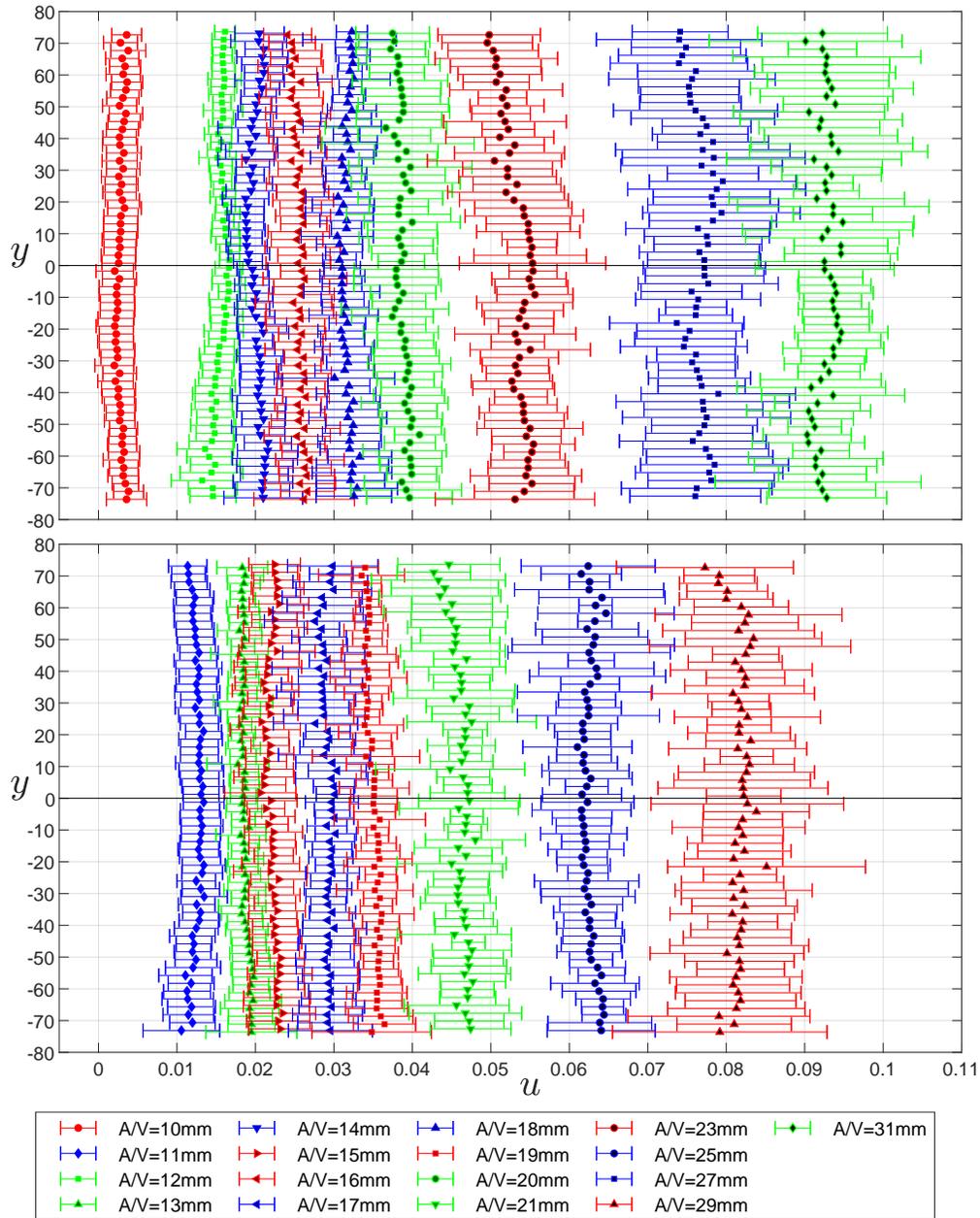


Fig. 5.7: Muestra de los perfiles horizontales en ausencia del cilindro con sus respectivas desviaciones estándar para cada valor de la velocidad u como función de la coordenada vertical (y). Los perfiles corresponden para cada posición de apertura de la válvula reguladora. En la gráfica superior se encuentran los perfiles correspondientes para $A/V = 10$ mm, 12 mm, 14 mm, 16 mm, 18 mm, 20 mm, 23 mm, 27 mm y 31 mm. En la gráfica inferior se muestran los perfiles correspondientes para $A/V = 11$ mm, 13 mm, 15 mm, 17 mm, 19 mm, 21 mm, 25 mm y 29 mm.

tres primeras gráficas muestran perfiles en los que el efecto no-deslizamiento generado por el suelo se extiende considerablemente, alcanzando a llegar a una altura de $z = 140$ mm, por otro lado en las tres últimas gráficas se muestra que el efecto no-deslizamiento solo llega hasta una altura $z = 40$ mm, este efecto determinó la profundidad con respecto al suelo del canal a la cual se introduciría el cilindro. Para esta prueba el área de captación por parte de la cámara a la que se pudo realizar el análisis PIV fue de $378.6 \text{ mm} \times 286.0 \text{ mm}$ en las direcciones x y z , respectivamente, teniendo una diferencia considerable con respecto al área para los experimentos de los perfiles hidrodinámicos horizontales debido a la distancia en que se colocaron las cámaras para cada caso.

Determinando los valores de velocidad u correspondientes a los experimentos de los perfiles horizontales y corroborándolos con los experimentos para los perfiles verticales, se presenta en la siguiente tabla la correlación para u en el punto de intersección de los perfiles

Tabla 5.3: Comparación de la media de las velocidades \bar{u} de los perfiles horizontales con la velocidad u de los perfiles verticales en el punto de cruce de ambos planos.

A/V	$\bar{u}\{HHP\}$	$u\{HVP\}$	$\frac{\bar{u}\{HHP\}-u\{HVP\}}{\bar{u}\{HHP\}}$
10	0.00506	0.00342	0.32277
11	0.01091	0.00943	0.13508
12	0.01553	0.01726	-0.11180
15	0.02171	0.02396	-0.10368
18	0.03281	0.03127	0.04686
21	0.04591	0.04353	0.05187

donde A/V es el desplazamiento de la perilla de la válvula, $\bar{u}\{HHP\}$ es la velocidad media en dirección x de ocho corridas experimentales para el perfil hidrodinámico horizontal, $u\{HVP\}$ es la velocidad en dirección x del perfil hidrodinámico vertical a la altura donde interacciona con el plano de trabajo para perfil horizontal. Y finalmente en la última columna de la tabla se presenta la razón de la diferencia entre ambas velocidades normalizadas con la velocidad del perfil horizontal, corroborando que las velocidades u a la altura de intersección para los perfiles hidrodinámicos verticales caen dentro del rango de la desviación estandar para la velocidad media de los perfiles hidrodinámicos horizontales, dichos valores de desviación estándar se plantean a continuación.

El siguiente paso para entender el flujo del canal de agua fue estudiar y caracterizar el comportamiento de la velocidad del fluido en la zona de interés, la cual se encuentra principalmente en función de la apertura de la válvula reguladora. Considerando que el cilindro es de un diámetro $d = 10 \text{ mm}$ y que se trabaja en un canal de agua con una viscosidad cinemática constante $\nu \approx 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}^2$ se presenta en la gráfica de la izquierda de la Figura 5.9 el número de Reynolds (Re) en la zona de interés dentro del canal de agua en función de la apertura de la válvula (A/V). Es conveniente hacer la representación del flujo como función de la

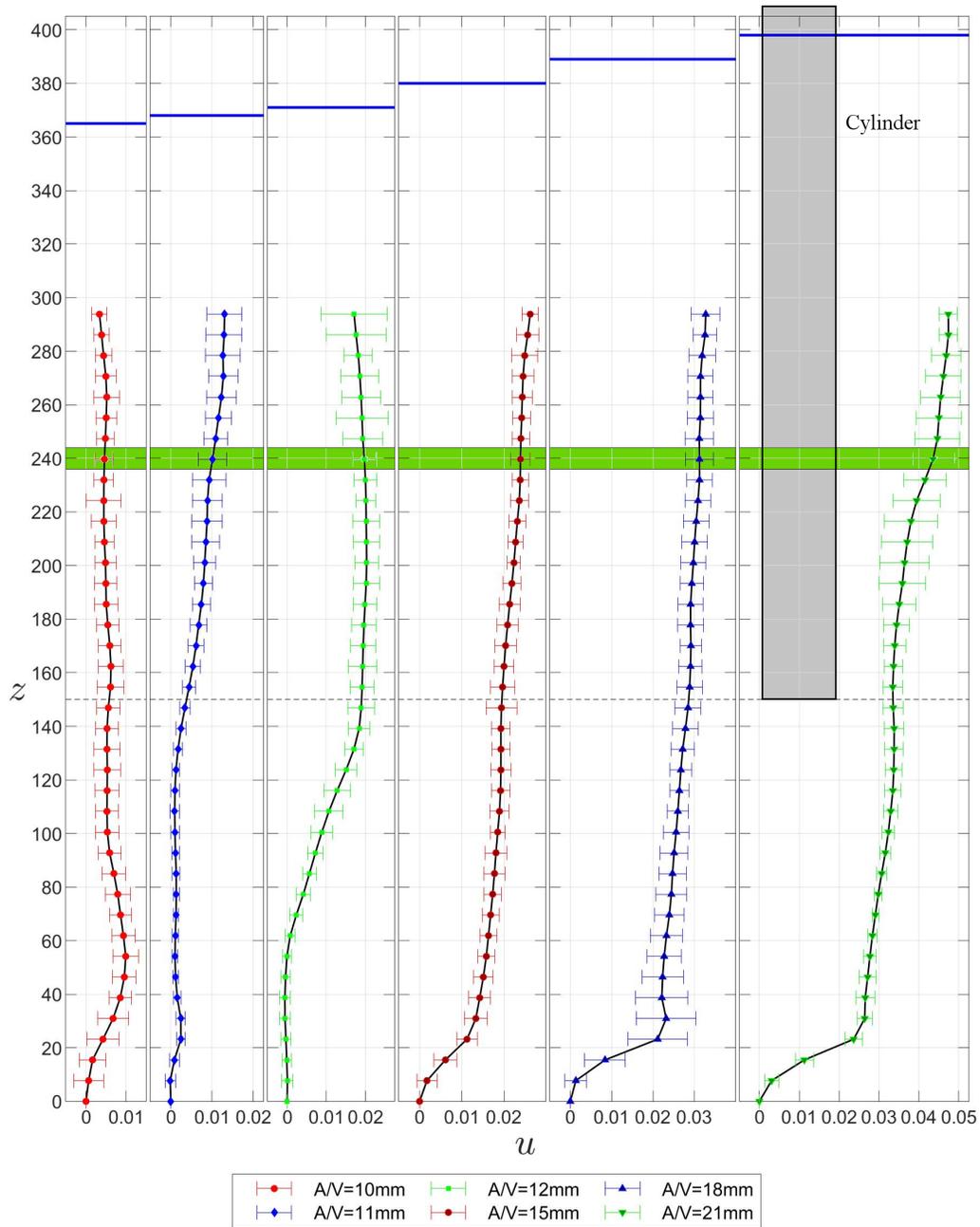


Fig. 5.8: Perfiles hidrodinámicos verticales con sus respectivas desviaciones estándar para cada valor de la velocidad u en sus diferentes posiciones de z . Estos perfiles corresponden para los casos seleccionados de la etapa de estudio del caso horizontal. De izquierda a derecha, corridas experimentales para las aperturas de la válvula $A/V = 10\text{ mm}$, 11 mm , 12 mm , 15 mm , 18 mm y 21 mm .

variable en dos etapas $10 \text{ mm} < A/V < 14 \text{ mm}$ y $14 \text{ mm} < A/V < 31 \text{ mm}$. La primera con un crecimiento cuadrático representado por $Re = -8.4764(A/V)^2 + 237.520(A/V) - 1477.1$ y posteriormente un comportamiento lineal dictado por $Re = 43.612(A/V) - 477.410$, con correlaciones de $R^2 = 0.998$ y $R^2 = 0.995$, respectivamente.

Un parámetro importante para determinar la precisión de las mediciones es la intensidad de turbulencia (TI) que para el flujo bidimensional de los perfiles horizontales está definida de la siguiente manera

$$TI = \frac{\bar{u}'}{\bar{U}} \quad , \quad (5.1)$$

donde, \bar{u}' es la raíz media cuadrática de las fluctuaciones de velocidad-turbulenta en todas las direcciones y \bar{U} es la velocidad media para todas las direcciones, ambas obtenidas con las siguientes expresiones

$$\bar{u}' = \sqrt{\frac{1}{2}(u'^2 + v'^2)}, \quad \bar{U} = \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} \quad , \quad (5.2)$$

donde, u' y v' , son la raíz media cuadrática correspondientes a las fluctuaciones de las velocidades u y v respectivamente. Por último \bar{u}^2 y \bar{v}^2 son las velocidades medias de las componentes u y v , respectivamente.

En la gráfica de la derecha de la Figura 5.9 se presenta el comportamiento de la intensidad de turbulencia (TI) en función del número de Reynolds previamente calculado. Se puede observar que a medida que se incrementa la velocidad del fluido, las desviaciones estándar relativas a la intensidad de turbulencia disminuyen, por lo que a velocidades bajas ($Re < 110$) se obtienen intensidades de turbulencia de $0.33 < TI < 0.5$, a velocidades moderadas ($110 < Re < 530$) los valores de intensidad de turbulencia van de $TI \approx 0.15$ para $Re \approx 530$ a $TI \approx 0.25$ para $Re \approx 110$, mientras que para velocidades altas del fluido ($530 < Re$), se encuentran intensidades de turbulencia $TI < 0.15$. El comportamiento de TI en función del número de Reynolds se puede determinar con la función $TI = 2.665Re^{-0.469}$ que tiene una correlación de $R^2 = 0.926$.

Después de realizar la caracterización de los perfiles hidrodinámicos del canal y encontrando las velocidades máximas para el flujo libre de u , se determinaron los valores de dt que se utilizarían para realizar los experimentos para estudiar el fenómeno de interacción fluido-estructura, en la Tabla 5.2 se muestran los valores utilizados para las diferentes condiciones de trabajo de la válvula reguladora. Como se comentó previamente, se implementaron dos diferenciales de tiempo entre pulsos de luz láser dt_1 y dt_2 . El primero, dt_1 se utilizó para las corridas puramente hidrodinámicas y para los experimentos de cilindro fijo. Por otro lado los valores para el segundo diferencial de tiempo dt_2 se usaron para los experimentos de interacción del fluido con el cilindro libre de movimiento azimutal. Estos valores de dt

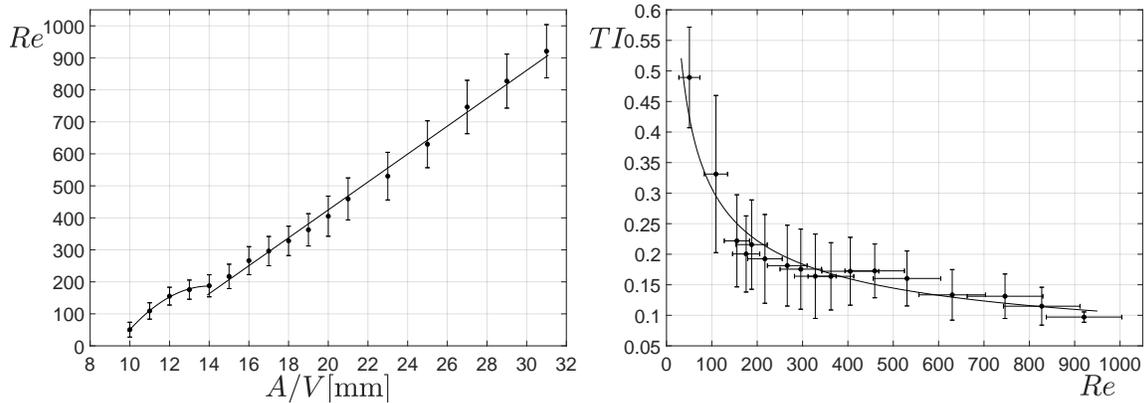


Fig. 5.9: En la gráfica de la izquierda se presenta el comportamiento de la velocidad del flujo en la zona de interés dentro del canal de agua (número de Reynolds), en función de la apertura de la válvula reguladora. Mientras que en la gráfica de la derecha se muestra el comportamiento de la intensidad de turbulencia TI correspondiente a los mismos experimentos del caso previo, la intensidad de la turbulencia (TI) en función del número de Reynolds. Las barras de error representan las desviaciones estándar para cada una de estas variables.

se obtuvieron acotando los tiempos entre pulsos de luz láser, los cuales se encuentran en función de la velocidad del fluido y del tamaño de la ventana de interrogación (o volumen de control). Dado que la velocidad del flujo u para el experimento de $A/V = 31$ mm es de $u \approx 0.091$ m/s y que el $dt_1 = 10,000 \mu\text{s}$, se calcula el desplazamiento del flujo entre intervalos de tiempo $dist(dt) \approx (0.091 \text{ m/s})(0.01 \text{ s}) \approx 0.0009$ m, lo que equivale a 0.9 mm. Este valor es el desplazamiento del fluido, y por ende el desplazamiento de las partículas inmersas que sirven de trazadores del método PIV. Esta dimensión del desplazamiento se compara con los diferentes tamaños de ventanas de interrogación en el análisis de PIV que se utilizaron, que fueron de 16×16 píxeles y 32×32 píxeles. Por las medidas de las imágenes capturadas por la cámara esas dimensiones equivalen a 0.5×0.5 mm y 1×1 mm, respectivamente. Con esto se corrobora que el desplazamiento de las partículas equivale al tamaño total de la ventana de interrogación de 32×32 px y al doble del tamaño para el caso de 16×16 px. Por tal motivo se implementaron ambas opciones de tamaño de ventana de interrogación. El segundo criterio de diferencial de tiempo dt_2 se empleó para realizar un refinamiento en los campos vectoriales de los experimentos de movimiento pendular.

Las condiciones de operación para el método PIV comentadas previamente se utilizaron para realizar un análisis de la frecuencia adimensional de emisión de vórtices producida por el cilindro fijo en presencia de un flujo uniforme (número de Strouhal St , donde $St = fd/u$, siendo f la frecuencia característica de la vorticidad con unidades (s^{-1}), d la distancia característica del fenómeno el diámetro del cilindro (m) y u la velocidad libre del fluido (m/s)). Este fenómeno ha sido ampliamente estudiado [42], [30] y [11]. En la Figura 5.10 se presenta una composición de los resultados obtenidos (puntos rojos) con la gráfica presentada por Williamson en la referencia [42], donde muestra el comportamiento

del número de Strouhal St en función del número de Reynolds. El autor citado presenta dos líneas de tendencia, una para bajos números de Reynolds ($Re < 250$) y otra para números de Reynolds moderados ($250 < Re < 1200$). En la Figura 5.10 podemos observar que los resultados obtenidos en los experimentos realizados en este trabajo, coinciden cualitativamente para los rangos de número de Reynolds de interés ($Re < 250$). Las diferencias encontradas pueden deberse de las condiciones de operación del sistema de recirculación de agua, que no son óptimas. Específicamente para los valores de intensidad de turbulencia y a la falta de uniformidad en los perfiles verticales. Es necesario recordar que los perfiles verticales para bajos números de Reynolds cuentan con diferencias considerables para la velocidad u en la región de interacción con el cilindro, por lo que el fenómeno de desprendimiento de capa límite se verá influenciado por diferentes valores de u a lo largo de toda la zona de interacción en la dirección z .

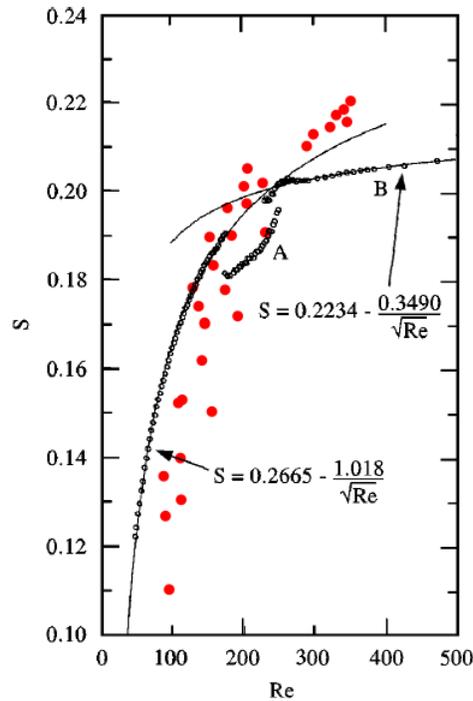


Fig. 5.10: Resultados experimentales del número de Strouhal (St) sobre un cilindro fijo en el sistema de recirculación de agua utilizado para este trabajo. La línea negra fina corresponde a los resultados compilados en [42].

Por último, es pertinente recordar que para obtener el comportamiento experimental buscado, se requiere reducir al mínimo la fricción que se presenta sobre el desplazamiento angular del eje del vástago excéntrico. Este objetivo se logró utilizando un sistema de rodamientos neumáticos donde se alojaban un rodamiento axial-radial OAVRL20M y un rodamiento radial OAVTB60i20. Es importante aclarar que este sistema tiene un inconveniente: no es

simple mantenerlo balanceado y siempre presentó una tendencia a permanecer en una posición angular específica. Este efecto tiene como consecuencia que se agrega una (pequeña) fuerza de restitución de tipo gravitacional que a su vez induce una frecuencia de oscilación natural al sistema [38]. Es posible determinar y caracterizar esta frecuencia desplazando el cilindro en la dirección azimutal un ángulo de 0.012 a 0.075 rad y liberándolo para que la fuerza que promueve el desbalance genere un movimiento oscilatorio amortiguado sobre la posición azimutal del cilindro. En la Figura 5.11 se pueden observar tres ejemplos que se utilizaron para analizar y caracterizar la fuerza de restauración y la frecuencia natural del sistema dinámico. Todos los casos son para el análisis del sistema dinámico con un cilindro de acrílico montado y con un radio de sujeción $R = 1.5 d$, donde d es el diámetro del cilindro. El eje de las abscisas representa el tiempo, mientras que en el de las ordenadas se muestra la posición angular del cilindro en radianes. Este análisis se llevó a cabo desplazando el cilindro de su posición de estabilidad ($\theta = 0$, posición en la que el vástago o brazo de soporte del cilindro quedaba alineado con la dirección del flujo), el desplazamiento inicial está representado por el inicio del trazado de la línea oscilante en las tres gráficas, posteriormente se mantenía el cilindro en esa posición durante unos segundos para finalmente liberarlo y obtener su comportamiento. En el panel superior es posible observar un caso de oscilación que casi llega a ser críticamente amortiguada para una corrida en particular de las que se presentarán resultados más adelante, y una tasa de decaimiento exponencial de -0.45 , en el panel central se grafica otro caso con una tasa de decaimiento exponencial de -0.078 y finalmente se muestra en el panel inferior un caso con una tasa de decaimiento exponencial -0.06 .

Las frecuencias características para estos tres casos y para todos los experimentos realizados se presentan en la Figura 5.12. En las tres gráficas del pánel superior se muestran los resultados para el caso con un cilindro de ac rlico montado, mientras que en las gráficas del pánel inferior se muestran los resultados para el caso con un cilindro de aluminio. Las gráficas para los cilindros de distintos materiales se encuentran a la vez divididas según el radio de giro. Se realizaron experimentos en tres diferentes radios $R = 1.5 d$, $3.0 d$ y $4.5 d$. Es importante recordar que la variable que caracteriza el uso de cada uno de los materiales es la relación de densidades entre el sólido y el fluido $\rho^* = \rho_s/\rho_f$, donde ρ_s es la densidad del sólido y ρ_f es la densidad del fluido, correspondiendo $\rho^* \approx 2.6$ cuando se utiliza el cilindro de aluminio y $\rho^* \approx 1.2$ cuando se utiliza el cilindro de ac rlico. Cada marcador con su correspondiente color en las gráficas representa una prueba independiente. En los ejes de las ordenadas se muestra la frecuencia principal de las señales y en el eje de las abscisas se grafica la posición angular de donde se liber  el cilindro para su retorno a la posición de estabilidad. Esta posición se define como $\theta = 0$ rad. Las frecuencias se encontraron usando la Transformada Rápida de Fourier.

Es importante enfatizar que los marcadores de diferentes colores en las gráficas de la Figura 5.12 representan diferentes corridas experimentales, y que éstas fueron realizadas en diferentes épocas del año debido a la disponibilidad intermitente del sistema de recirculación

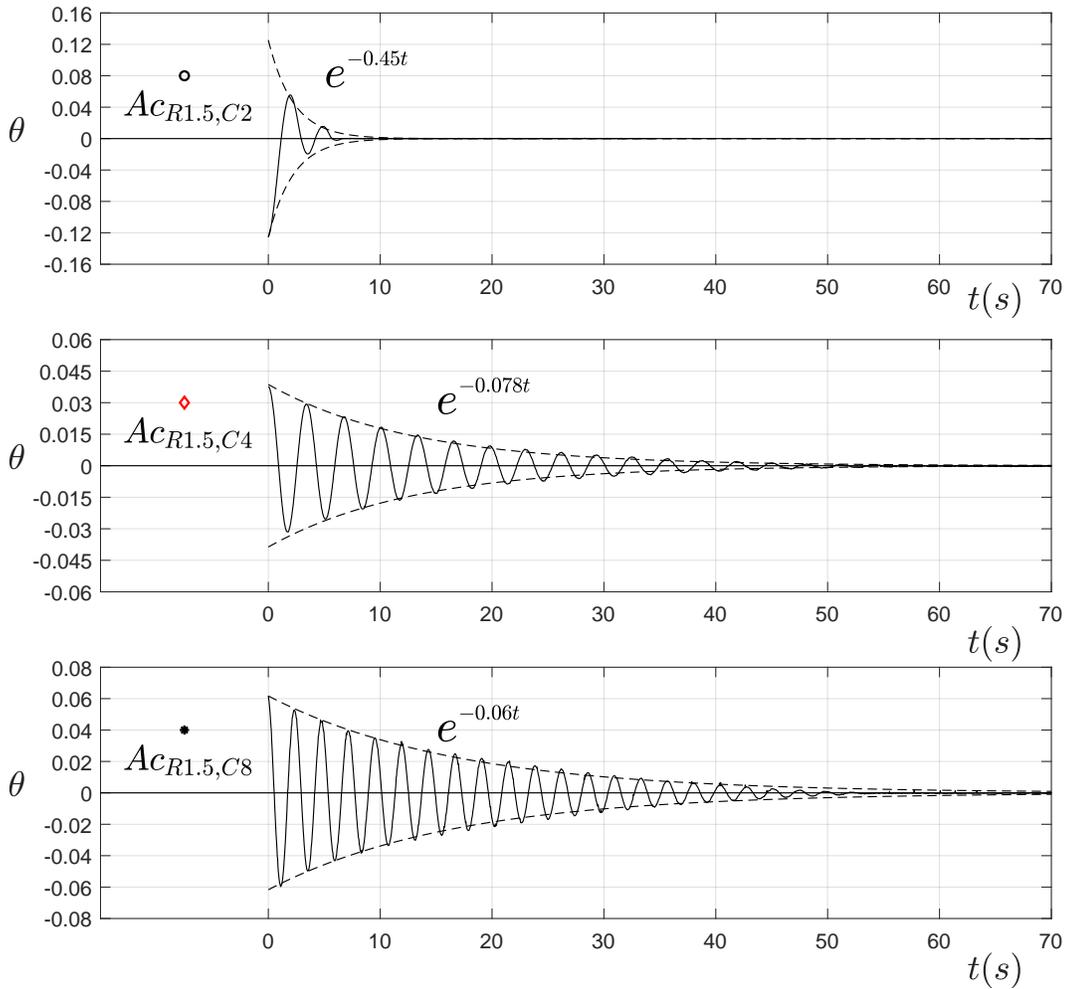


Fig. 5.11: Comportamiento de la posición angular del cilindro después de retraerlo y dejarlo libre para su reposicionamiento sobre el punto de estabilidad del sistema dinámico. Los tres casos son con un cilindro de acrílico montado sobre el sistema dinámico a una distancia radial de $R = 1.5d$ ($R = 1.5$ cm).

de agua. Por esta razón, fue necesario realizar un proceso independiente de caracterización de la tasa de amortiguamiento y su frecuencia natural para cada campaña experimental.

La presencia de una fuerza restitutiva se debe a que el eje de giro no se encuentra perfectamente alineado con el vector de la aceleración de la gravedad. En caso de que el cilindro se desplazara intencionalmente y éste estuviera alineado con la fuerza de gravedad, debería permanecer inmóvil. Pero como el caso real no se encuentra perfectamente alineado al desplazar el cilindro, éste inicia un movimiento oscilatorio con respecto a su posición de equilibrio comportándose como un péndulo amortiguado. Este comportamiento se puede atribuir a que hay una componente de la gravedad en la dirección del vector que va del eje

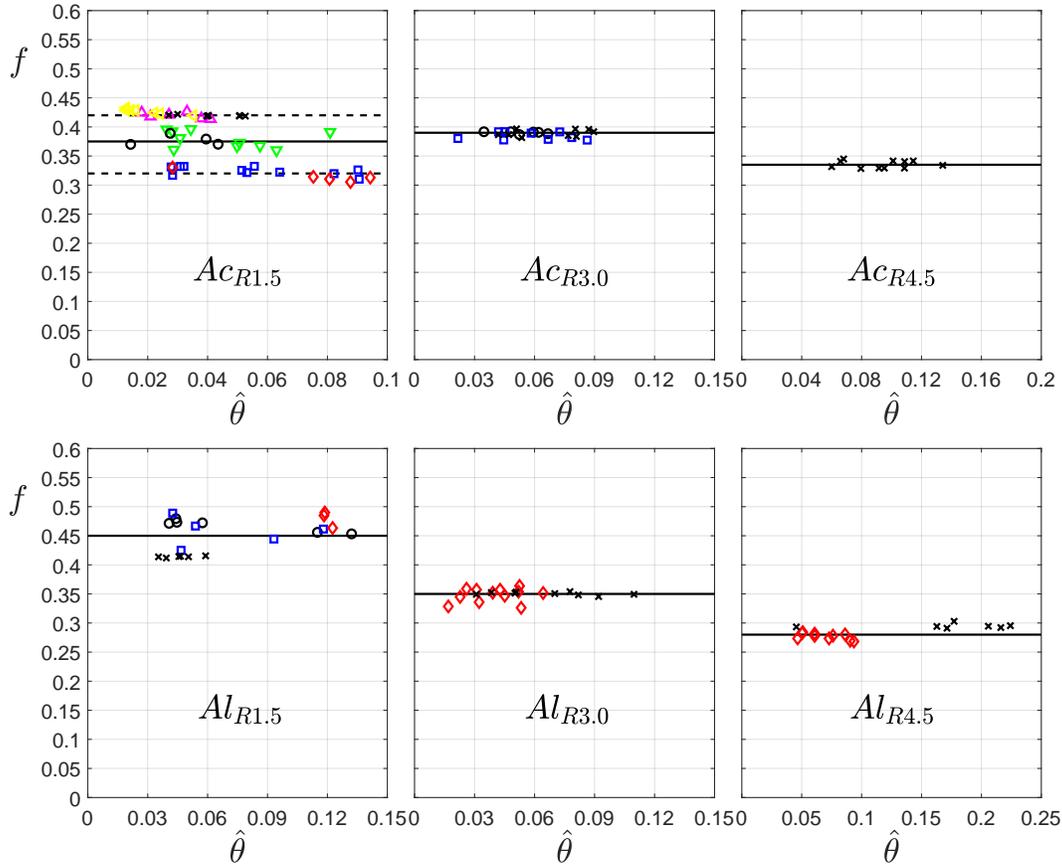


Fig. 5.12: Frecuencia natural para cada una de las condiciones del sistema dinámico con las que se trabajaron. En el panel superior se grafican los resultados para el cilindro de acrílico y en el panel inferior los resultados para el cilindro de aluminio. Para cada uno de los materiales implementados se realizaron experimentos en tres diferentes radios $R = 1.5, 3.0, 4.5D$ los cuales están adimensionalizados con el diámetro del cilindro D .

de giro al eje del cilindro como se muestra en la Figura 5.13. La componente de la gravedad que está contribuyendo a que el sistema tenga una dinámica de oscilador armónico amortiguado puede determinarse a partir de la frecuencia de oscilación observada. A partir de los datos mostrados en la Figura 5.12, encontramos que: $0.28 \text{ s}^{-1} < f < 0.37 \text{ s}^{-1}$, o equivalentemente, $2.70 \text{ s} < P < 3.57 \text{ s}$ donde P es el periodo de la oscilación. Como es bien sabido, el periodo característico de un péndulo lineal P_p es:

$$P_p = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g \cos \phi}}, \quad (5.3)$$

donde L es el radio de giro que para este estudio está determinado por $D/2$. La aceleración de la gravedad se denota por g , y $g \cos \phi$ es la componente de la aceleración de la gravedad

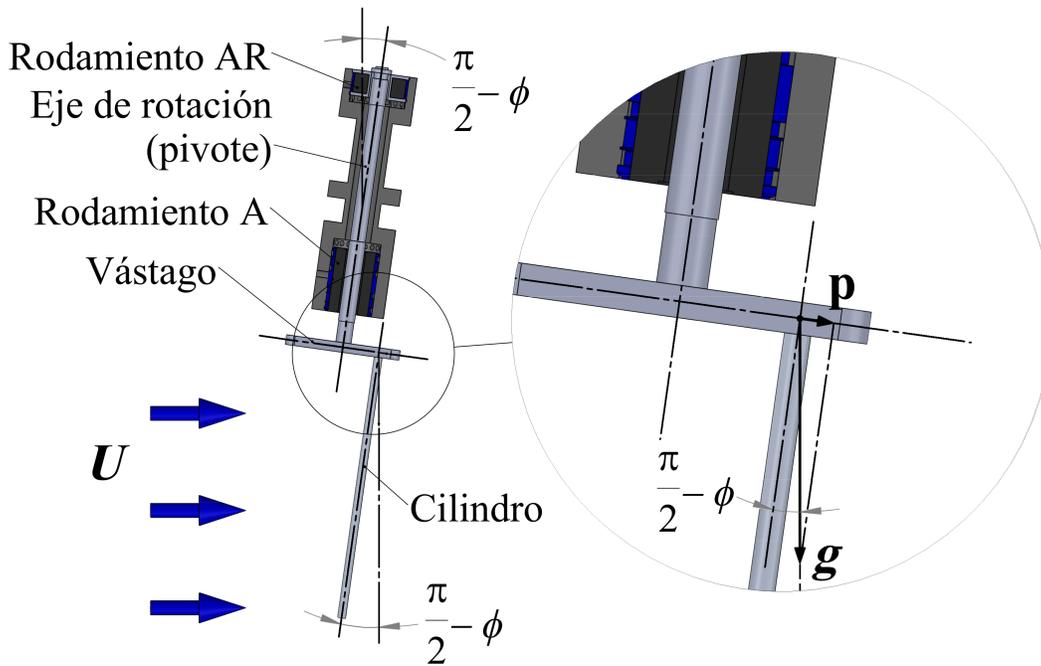


Fig. 5.13: Ejemplificación de la inclinación del eje de rotación, así como también del cilindro con relación a la dirección de la gravedad. Donde U indica la velocidad del fluido, g la fuerza de gravedad, p la componente de la fuerza de gravedad que se ejerce en la dirección del flujo del fluido y $\frac{\pi}{2} - \phi$ es el ángulo de inclinación del sistema de empaquetaje así como del cilindro mismo.

que está alineada con el vector p . Dos casos límites son importantes: Cuando $\phi = \pi/2$, se tiene una alineación perfecta y el periodo de oscilación es infinito, mientras que cuando $\phi = 0$, el eje de rotación y el vector de la aceleración de la gravedad son perpendiculares y el periodo de oscilación es mínimo para un valor fijo L .

Conociendo el periodo de oscilación y el radio de giro, es posible determinar el ángulo de la desalineación $\pi/2 - \phi$. Despejando el ángulo ϕ de la ecuación 5.4, se tiene:

$$\phi = \arccos \left(\frac{\left(\frac{P_p}{2\pi} \right)^2 g}{L} \right). \quad (5.4)$$

En la tabla siguiente se muestran los ángulos de desalineación para cada experimento: Los conjuntos de casos experimentales que se llevaron a cabo correspondientes para cada material y para cada longitud de radio de giro se presentan en las Tablas 5.4. Es importante comentar que para todas las corridas experimentales realizadas, se llevó a cabo el seguimiento de la posición angular del cilindro como función del tiempo, pero no así para el campo de velocidades del fluido, como se podrá observar en las tablas, el método de

Ángulos de desalineamiento.

Experimento	ϕ (°)	$\pi/2 - \phi$ (°)
1	89.53	0.47
2	89.20	0.80

análisis de campo de velocidades del fluido, identificado como (*) solo se realizó para los últimos casos experimentales realizados y en sincronización (*).

MC y R	EE	CE θ	CE ω
Ac ($R_{1.5}$)	1 ^{ra}	▽	
	2 ^{da}	○	
	3 ^{ra}	□ ◇	
	4 ^{ta}	△ ◀ ▶	
	5 ^{ta}	*	*
Ac ($R_{3.0}$)	1 ^{ra}	○ ▽	
	2 ^{da}	□	
	3 ^{ra}	*	*
Ac ($R_{4.5}$)	1 ^{ra}	*	*

MC y R	EE	CE θ	CE ω
Al ($R_{1.5}$)	1 ^{ra}	▽ □	
	2 ^{da}	○ ◇	
	3 ^{ra}	*	*
Al ($R_{3.0}$)	1 ^{ra}	○ ◇	
	2 ^{da}	*	*
Al ($R_{4.5}$)	1 ^{ra}	○ ◇	
	2 ^{da}	*	*

Tabla 5.4: Corridas experimentales, donde MC y R definen el material del cilindro y el radio de giro al pivote, EE es la etapa experimental, CE θ significa corrida experimental realizada para el análisis de la posición angular del cilindro y CE ω identifica cuando se realizaron las corridas experimentales para el análisis del campo de velocidades (campo de vorticidad).

Todas las corridas experimentales fueron realizadas de manera subsecuente, incrementando el número de Reynolds. Antes de registrar los datos en las siguientes condiciones, se dejó un tiempo mínimo de 10 min. para que se disiparan las perturbaciones en el campo de velocidades originadas por el cambio en la posición de la válvula. Un ejemplo del procedimiento experimental es como sigue: Una vez puesto en marcha el sistema de recirculación del fluido a la velocidad del flujo correspondiente a la válvula abierta a $A/V = 10$ mm se hacía un conteo regresivo de 10 minutos antes de iniciar la captura del seguimiento de la posición θ con la cámara colocada en la parte superior del sistema. La adquisición de datos se realizó durante periodos de 8 a 14 min. Posteriormente, se abría la válvula de paso para fijar la siguiente velocidad del flujo que era mayor a la previa. En este momento se esperaba iniciando de nuevo un periodo de estabilidad de 10 min, para posteriormente continuar con la captura del seguimiento de la posición θ con $A/V = 11$ mm. Es necesario comentar que para todas las corridas experimentales el péndulo se encontró libre en todo momento, por lo que el acoplamiento del movimiento del cilindro con la cauda generada por su interacción con el fluido fue un autónomo.

La metodología que se implementó para los experimentos sigue el proceso que se muestra en la Figura 5.14, donde los recuadros de color verde con identificación **PIV** representa

el método de análisis de la dinámica del fluido, mientras que los recuadros de color gris con identificación P/θ representan el método de análisis del comportamiento dinámico del cilindro. Las líneas en zigzag que interconectan los recuadros identifican un periodo de tiempo que transcurre entre cada alternancia de metodologías experimentales.



Fig. 5.14: Diagrama de la secuencia de experimentos PIV-P/ θ que se utilizó en la última corrida experimental.

5.5. Resultados experimentales

En esta sección se presentan inicialmente los resultados obtenidos para el estudio del comportamiento dinámico de la estructura, para finalizar con los resultados alternados del estudio de la dinámica del fluido aguas abajo de la interacción con la estructura y el comportamiento dinámico de la estructura.

Al realizar el seguimiento de la guía indicadora de la posición angular de la estructura (ver sección a3) en la Figura 5.5) y analizar mediante procesamiento de imágenes, se obtiene el trazado que indica el comportamiento de la posición angular en función del tiempo $\theta(t)$. En la Figura 5.15 se presenta el primer caso experimental para un cilindro de acrílico, un radio de giro $R = 3 d$ y la velocidad para el fluido está determinada por la válvula con apertura de $A/V = 18 \text{ mm}$ ($Re \approx 328$). En el panel superior es posible observar que el comportamiento se encuentra en un estado cuasiperiódico, debido a que la amplitud de la señal ($\hat{\theta}$) se mantiene oscilando alrededor un valor medio de $\hat{\theta} \approx 0.12 \text{ rad}$. El espectro de Fourier de esta señal indica que hay una sola frecuencia característica, como se ilustra en la gráfica del panel inferior de la figura.

Como se comentó previamente, se realizaron corridas experimentales para diferentes velocidades del fluido, obteniendo el comportamiento de la amplitud y de las frecuencias características para cada uno de estos experimentos. En la Figura 5.16 se presenta el comportamiento de la amplitud de la oscilación $\hat{\theta}$ en función de número de Reynolds Re para los tres casos de radio de giro con acrílico como material del cilindro. Como se puede observar en las tres gráficas se manifiesta un incremento rápido de la amplitud $\hat{\theta}$ previo a $Re \approx 265$ para mantenerse y posteriormente decaer, a esta región de resonancia se le conocí en inglés como *Lock-in*. Este fenómeno es observado también en experimentos donde la estructura cuenta con libertad de movimiento transversal a la dirección del flujo como con libertad en ambas direcciones cartesianas, donde para ambos casos se considera un amortiguamiento para el desplazamiento [16], [43] y [44]. Para el radio de giro $R = 1.5 d$ la región de *Lock-in*

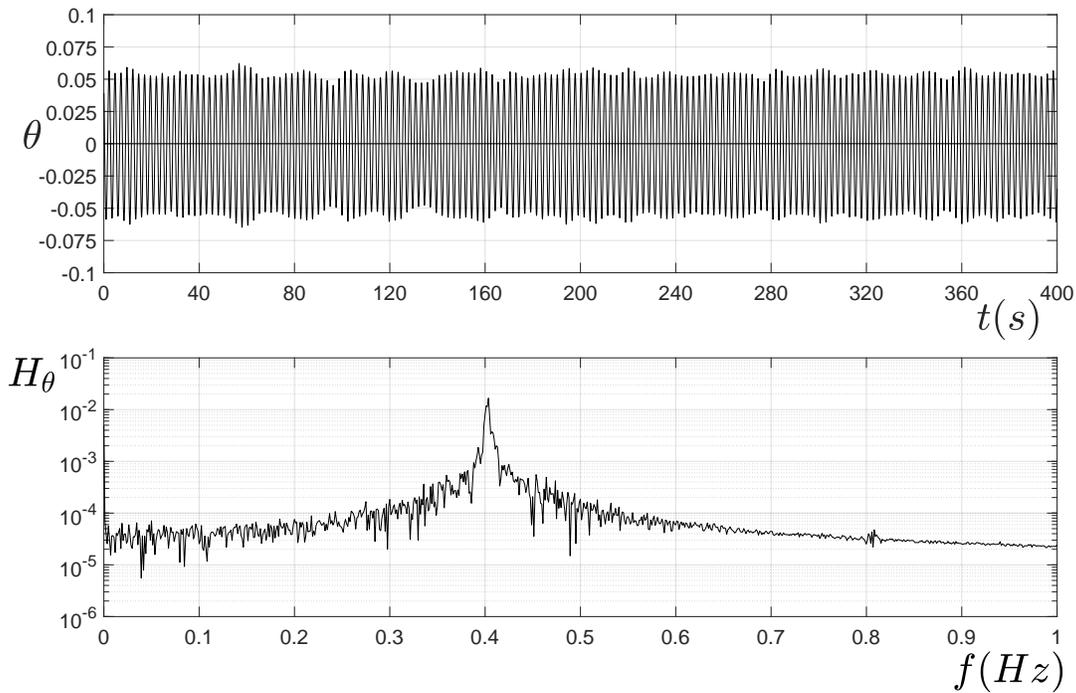


Fig. 5.15: En el panel superior se grafica el comportamiento de la posición angular θ en función del tiempo para un cilindro de acrílico con un radio de giro de $R = 3 d$ a una velocidad de flujo correspondiente a una $A/V = 18 \text{ mm}$ ($Re \approx 328$). En el panel inferior el espectro de frecuencia a través de la Transformada Rápida de Fourier para la señal de θ .

se manifiesta solo para un experimento ($Re \approx 265$) y está representado por la línea vertical sólida, teniendo como su desviación estándar para el número de Reynolds el intervalo entre las líneas punteadas verticales, mientras que para los casos de radio de giro $R = 3.0 d$ y $R = 4.5 d$ la región de *Lock-in* se presenta para un par de experimentos (líneas sólidas verticales), y las líneas punteadas verticales representan de igual manera las desviaciones estándar correspondiente a cada valor de número de Reynolds donde se presentó esta resonancia. Las diferencias que se encuentran en $\hat{\theta}$ para un mismo valor de velocidad del flujo corresponden a la desviación estándar del número de Reynolds generado principalmente por el tipo de control de flujo que se implementó, así como al desempeño del rodamiento de neumático en el momento en el que se realizó la corrida experimental. Como se discutió en el contexto de la Figura 5.11, la fuerza de restauración es diferente en cada corrida experimental. Para una menor fuerza de restauración (mayor fricción en el embalaje) la amplitud máxima de la oscilación es menor. Obsérvese el segundo experimento \circ , donde se utilizó un cilindro de acrílico y un radio de giro $R = 1.5 d$. De la Figura 5.11 se tiene que la tasa de decaimiento exponencial es $-0.45t$ y la amplitud máxima es $\hat{\theta} \approx 0.016$ rad correspondiente a un $Re \approx 265$. En contraste, la octava corrida experimental para este mismo caso $*$ se tienen una tasa de decaimiento exponencial $-0.06t$ una amplitud máxima

$\hat{\theta} \approx 0.12$ rad correspondiente al mismo número de Reynolds.

Otra observación importante es que la región de *Lock-in* presenta un incremento al pasar de radio de giro $R = 1.5 d$ a $R = 3.0 d$ y se mantiene durante $R = 5.5 d$. Mientras que para el primer caso la región se presenta para un rango muy pequeño de velocidad del fluido ($Re \approx 265$), en los últimos dos casos, el rango de velocidad donde se detecta resonancia se incrementa a velocidades correspondientes al intervalo $265 \lesssim Re \lesssim 328$.

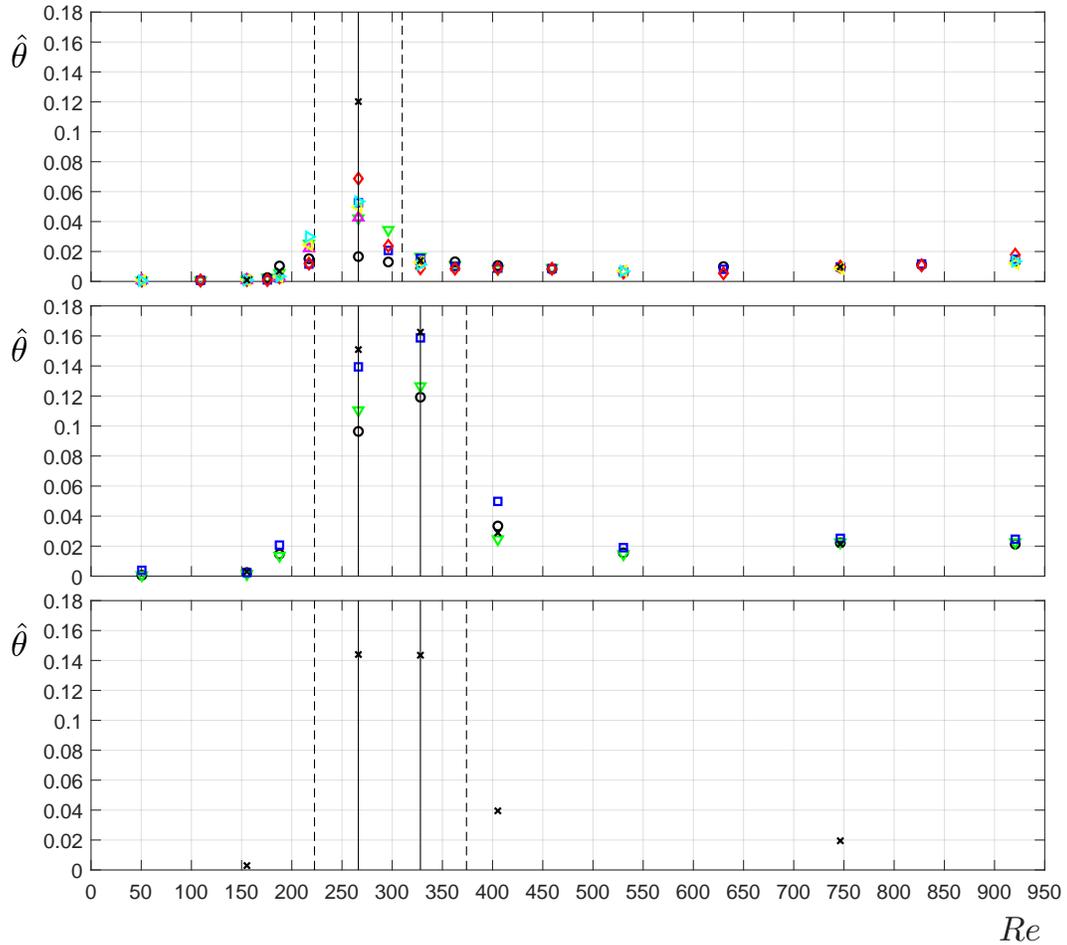


Fig. 5.16: Comportamiento de la amplitud máxima de la oscilación de θ en función del número Reynolds según su radio de giro para un cilindro de acrílico. Cada tipo de marcador representa una corrida experimental para diferentes valores del número de Reynolds. En el panel superior el radio de giro es $R = 1.5 d$, en el panel central $R = 3.0 d$ y en el panel inferior $R = 4.5 d$.

El análisis también se realizó para el cilindro de aluminio. En la Figura 5.17 se muestran con la misma distribución, los comportamientos de la amplitud de la oscilación $\hat{\theta}$ en fun-

ción de número de Reynolds para los tres casos de radio de giro. Se puede observar que para este material también se presenta la región de *Lock-in* pero con una distribución distinta según el radio de giro del cilindro. En el panel superior correspondiente al radio de giro $R = 1.5 d$, la región de *Lock-in* se extiende un poco más que en caso del cilindro de acrílico, presentándose para valores de número de Reynolds $296 \lesssim Re \lesssim 328$, mientras que para los casos de $R = 3.0 d$ y $R = 4.5 d$ esta región se traslada hacia números de Reynolds menores $187 \lesssim Re \lesssim 265$.

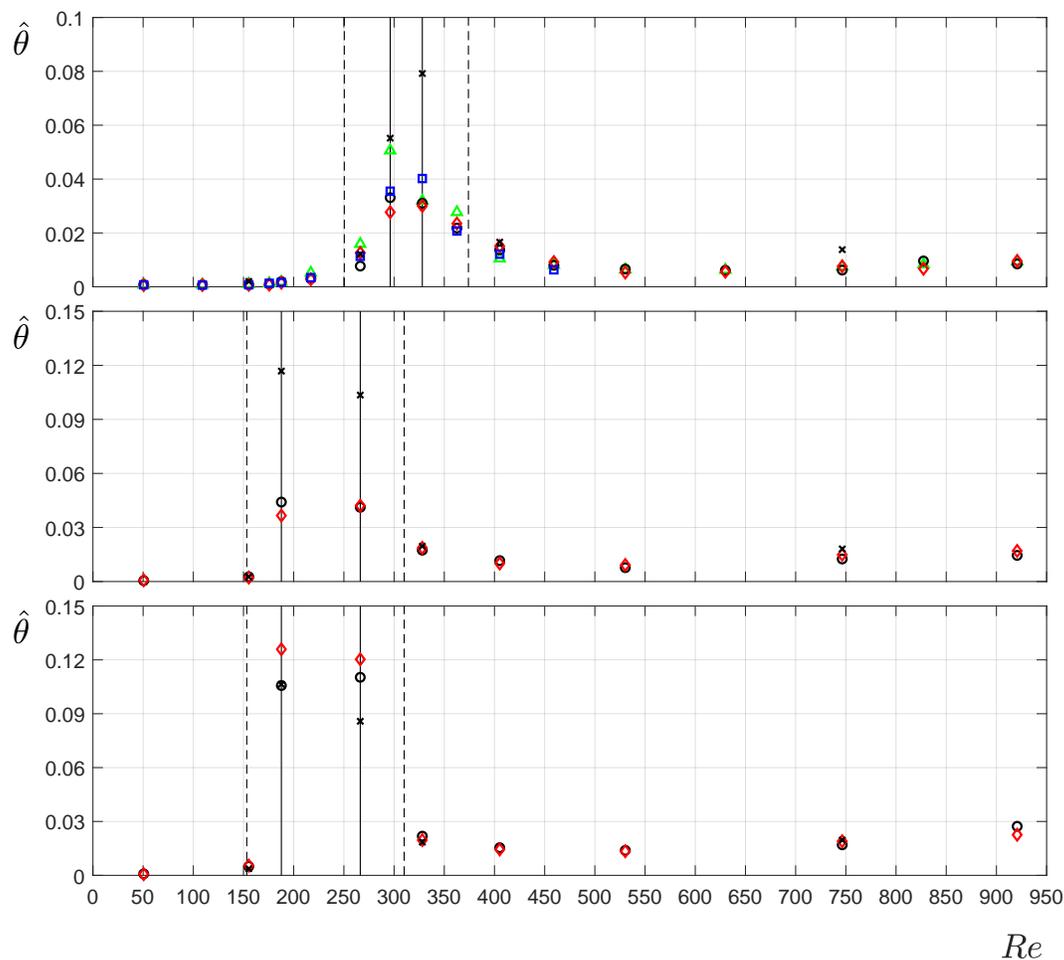


Fig. 5.17: Comportamiento de la amplitud máxima de la oscilación de θ en función del número de Reynolds según su radio de giro, para un cilindro de aluminio. Cada tipo de marcador representa una corrida experimental para diferentes valores del número de Reynolds. En el panel superior el radio de giro es $R = 1.5 d$, en el panel central $R = 3.0 d$ y en el panel inferior $R = 4.5 d$.

Al comparar las amplitudes máximas alcanzadas por la oscilación de la posición angular $\hat{\theta}$ de los dos materiales utilizados y sus respectivos radios de giro (véanse las Figuras 5.16 y

5.17), se puede deducir que el decaimiento de $\hat{\theta}$ que manifiesta el aluminio con respecto al acrílico es de $\approx 25\%$. Este resultado indica que el efecto de la relación de densidad (ρ^*) es de gran importancia, el acrílico tiene una densidad similar al agua y presenta una $\rho^* \approx 1.2$, por otro lado el aluminio cuenta con una densidad de $\rho \approx 2600\text{kg/m}^3$ lo que presenta una $\rho^* \approx 2.6$. Esta diferencia de relaciones de densidad le proporciona una mayor inercia al cilindro de aluminio, que a su vez se ve reflejado en los valores máximos de amplitud dentro de las regiones de *Lock-in*, lo cual se puede observar al comparar las escalas utilizadas en las Figuras 5.16 y 5.17.

Se encontró también que para todos los casos estudiados, la curva de resonancia no es simétrica con una pendiente mayor en la parte ascendente de la curva que en la parte descendente la región de *Lock-in* termina con una caída de la amplitud de la oscilación de la posición angular $\hat{\theta}$, se observa que la caída de la región de *Lock-in* no es tan pronunciada como el inicio de la misma. En la Figura 5.18 se grafica en el panel superior la posición θ como función del tiempo, donde no es posible observar un comportamiento cuasiperiódico claro, si bien es evidente la presencia de una frecuencia rápida, no es clara una frecuencia que envuelva o se alterne a ésta, sin embargo al aplicar la Transformada Rápida de Fourier a esta señal para obtener el espectro de frecuencia se manifiestan dos frecuencias relevantes (ver panel inferior de esta misma Figura 5.18). Estas gráficas corresponden al mismo ejercicio experimental que se mostró previamente en la Figura 5.15 pero para una velocidad del fluido mayor, equivalente a una apertura de la válvula $A/V = 23\text{ mm}$ ($Re \approx 530$). Comparando las dos gráficas donde se presentan los espectros de frecuencia de las Figuras 5.15 y 5.18, es posible observar que la frecuencia dominante del caso $A/V = 18\text{ mm}$ ($Re \approx 328$) $f \approx 0.4\text{ Hz}$ se mantiene para el experimento de $A/V = 23\text{ mm}$ ($Re \approx 530$), pero en este último caso aparece una segunda frecuencia dominante $f \approx 0.8\text{ Hz}$.

Es importante recordar que en el caso experimental presentado en la Figura 5.15 la oscilación del cilindro se encuentra la región de *Lock-in* donde la amplitud es máxima (ver panel central de la Figura 5.16) y su frecuencia característica es muy nítida, ya que la frecuencia de oscilación del cilindro coincide con la frecuencia natural del sistema dinámico que lo soporta (ver gráfica central del panel superior de la Figura 5.12). Este acoplamiento de fenómenos dinámicos produce una resonancia entre las frecuencias características y promueve que se presente esta región de *Lock-in*. Por otro lado en el caso experimental presentado en el panel inferior de la Figura 5.18 es posible observar que las dos frecuencias características presentes no están bien definidas, y que la amplitud de su oscilación es mucho menor que la que se presenta en la región de *Lock-in* (ver panel central de la Figura 5.16 a $Re \approx 400$), por lo que se deduce que las frecuencias presentes a esta velocidad del fluido no convergen y por lo tanto no generan una resonancia en el sistema.

Este efecto de resonancia de las frecuencias características se observa en todas las condiciones de experimentación según su radio de giro y material. En la Figura 5.19 se presentan las frecuencias dominantes de la oscilación de θ como función del número de Reynolds pa-

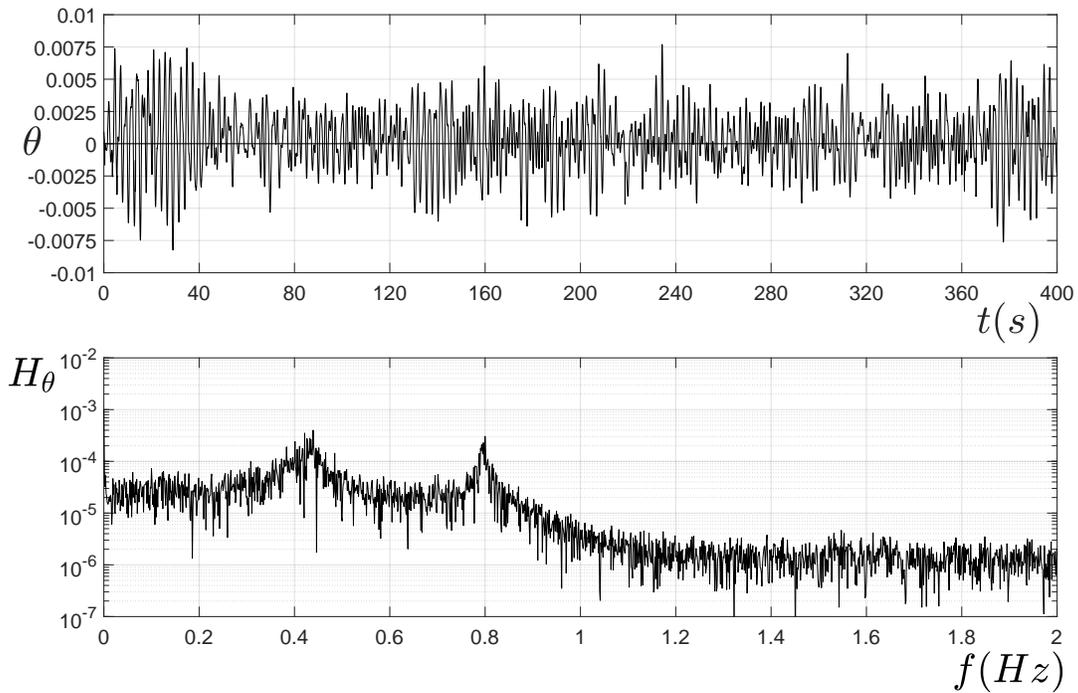


Fig. 5.18: En el panel superior se grafica el comportamiento de la posición angular θ en función del tiempo para un cilindro de acrílico con un radio de giro de $R = 3 d$ a una velocidad de flujo correspondiente a una $A/V = 23mm$ ($Re \approx 530$). En el panel inferior el espectro de frecuencia a través de la Transformada Rápida de Fourier para la señal de θ .

ra los radios de giro analizados, donde las líneas verticales sólidas representan la región de *Lock-in*, las líneas punteadas verticales muestran la región de la desviación estándar para esta región y la línea segmentada horizontal indica el valor promedio de la frecuencia natural del sistema dinámico (ver la gráfica correspondiente para $Ac_{R1.5}$ de la Figura 5.12). En estas gráficas es relevante destacar que las frecuencias características de la oscilación de la posición angular θ muestran una evolución que puede ser dividida en tres etapas. La primera etapa se ubica en valores de velocidad del flujo menores de cuando se presenta la región de *Lock-in*, la segunda etapa está determinada por la misma región de *Lock-in* y la tercera etapa es para velocidades de flujo mayores a dicha región. En la primera etapa se observan dos frecuencias características, siendo una de éstas la frecuencia natural del sistema dinámico que soporta el cilindro y la segunda frecuencia se atribuye al fenómeno hidrodinámico del desprendimiento de la capa límite sobre el cilindro, fenómeno que genera la inestabilidad de la posición del cilindro, este tema se abordará más adelante. Si se sigue el patrón de las frecuencias dominantes de manera ascendente con relación al número de Reynolds, es posible observar que en la primera etapa las dos frecuencias presentes se aproximan hasta llegar a colapsar cuando la frecuencia hidrodinámica empata con la frecuencia natural del sistema dinámico, dando paso a la región de *Lock-in* y a lo que se le denominó

como segunda etapa. Para velocidades mayores del flujo, la frecuencia hidrodinámica se incrementa alejándose de la frecuencia del sistema dinámico.

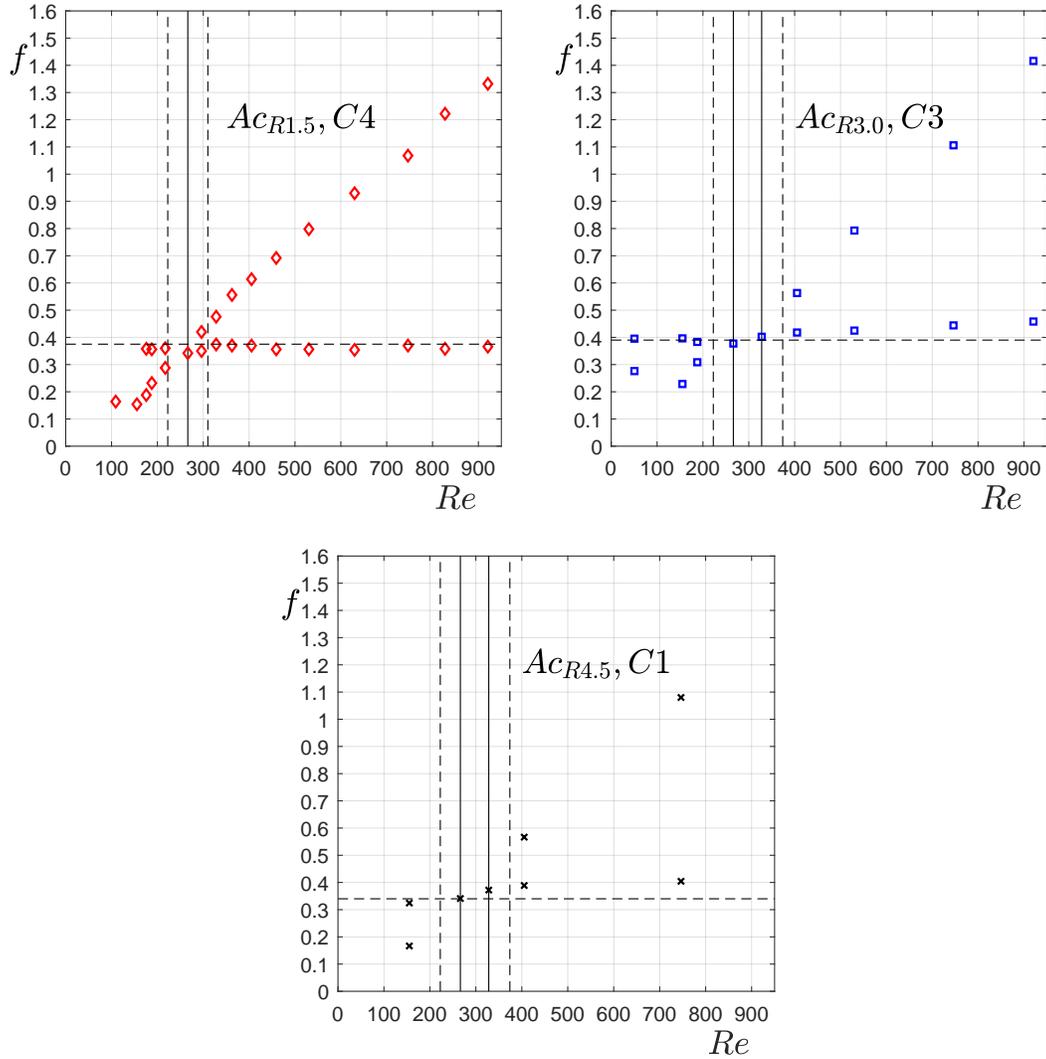


Fig. 5.19: Frecuencias características en función del número de Reynolds para cilindro de acrílico y radio de giro $R = 1.5$ *d* gráfica superior izquierda, $R = 3.0$ *d* gráfica superior derecha y $R = 4.5$ *d* gráfica inferior.

Con relación a los experimentos con cilindros de aluminio el efecto de la resonancia de las frecuencias características también es evidente, pero para este material el decaimiento de la frecuencia natural del sistema dinámico en función del radio de giro es mayor que en el caso del cilindro de acrílico (ver Figura 5.12). Lo que se observa es que a medida que se incrementa el radio de giro la frecuencia natural disminuye. Este efecto hace que

la zona de resonancia entre las frecuencias se desplace a números de Reynolds menores y por ende la región de *Lock-in* también. En la Figura 5.20 las gráficas muestran las frecuencias dominantes en función del número de Reynolds correspondientes al cilindro de aluminio y los tres radios de giro. Es posible observar que para este material se presentan dos puntos experimentales en el caso de radio de giro $R = 1.5 d$ en el que las frecuencias características se empatan en comparación del caso del cilindro de acrílico (ver gráfica superior izquierda), mientras que para los casos de $R = 3.0 d$ y $R = 4.5 d$ la región donde se acoplan las dos frecuencias características se desplace hacia valores menores números de Reynolds (ver gráfica superior derecha y gráfica inferior, respectivamente), lo que se atribuye al decremento de la frecuencia característica del sistema dinámico.

Como se comentó previamente, solo para una corrida experimental para cada uno de los casos de material y radio de giro del cilindro se llevó a cabo se alternaron los métodos de análisis de la dinámica del cilindro y el método de análisis de la dinámica del fluido aguas abajo de la interacción con la estructura. Con estos experimentos fue posible correlacionar el comportamiento del cilindro y la evolución del fluido. El campo de velocidades es captado por el método PIV, que a su vez es utilizado para calcular el campo de vorticidad. En el panel superior de la Figura 5.21 se grafica la vorticidad ω calculada en la posición $4.5 d$ aguas abajo del cilindro en su posición $\theta = 0$ rad (posición que se encuentra sobre el plano central vertical). Se presentan las tres etapas de captura PIV que se expusieron en la Figura 5.14. Esta gráfica corresponde al caso experimental donde está montado un cilindro de aluminio, un radio de giro $R = 3.0 d$ y la velocidad del fluido corresponde a una apertura de la válvula $A/V = 16$ mm ($Re = 266$). Como es posible observar, para este experimento cada una de las tres corridas toma un tiempo de 55 s. En el panel inferior se grafica el espectro de frecuencia para ω considerando las tres secciones en conjunto, obteniendo una frecuencia característica de $f \approx 0.57$ Hz.

En la Figura 5.22 se grafican los campos de vorticidad para ocho pasos de tiempo consecutivos correspondientes a la segunda etapa del panel superior de la Figura 5.21. Estas gráficas representan un ciclo completo de la oscilación de ω , iniciando en la gráfica superior izquierda para $t_2 = 35.25$ s, continuando de manera descendente y culminando en la gráfica inferior derecha para $t_2 = 37.00$ s. El punto negro identifica al cilindro en posición $\theta = 0$ y la sección anular truncada gris representa la región de desplazamiento del cilindro. Es posible observar que en la primera gráfica se está desprendiendo un vórtice negativo (color azul) para continuar con el proceso de generación-desprendimiento del siguiente vórtice positivo (color rojo) el cual se concluye inmediatamente después del quinto paso de tiempo y finalmente en el octavo paso de tiempo llegar a una condición muy similar al inicio.

La frecuencia de la señal de la vorticidad en un punto, obtenida para cada uno de los experimentos que se realizaron con esta metodología se correlacionaron con las frecuencias características de oscilación del cilindro (frecuencia del movimiento angular del cilindro θ). En las Figuras 5.23 y 5.24 se grafican por parejas la amplitud máxima $\hat{\theta}$ en función del

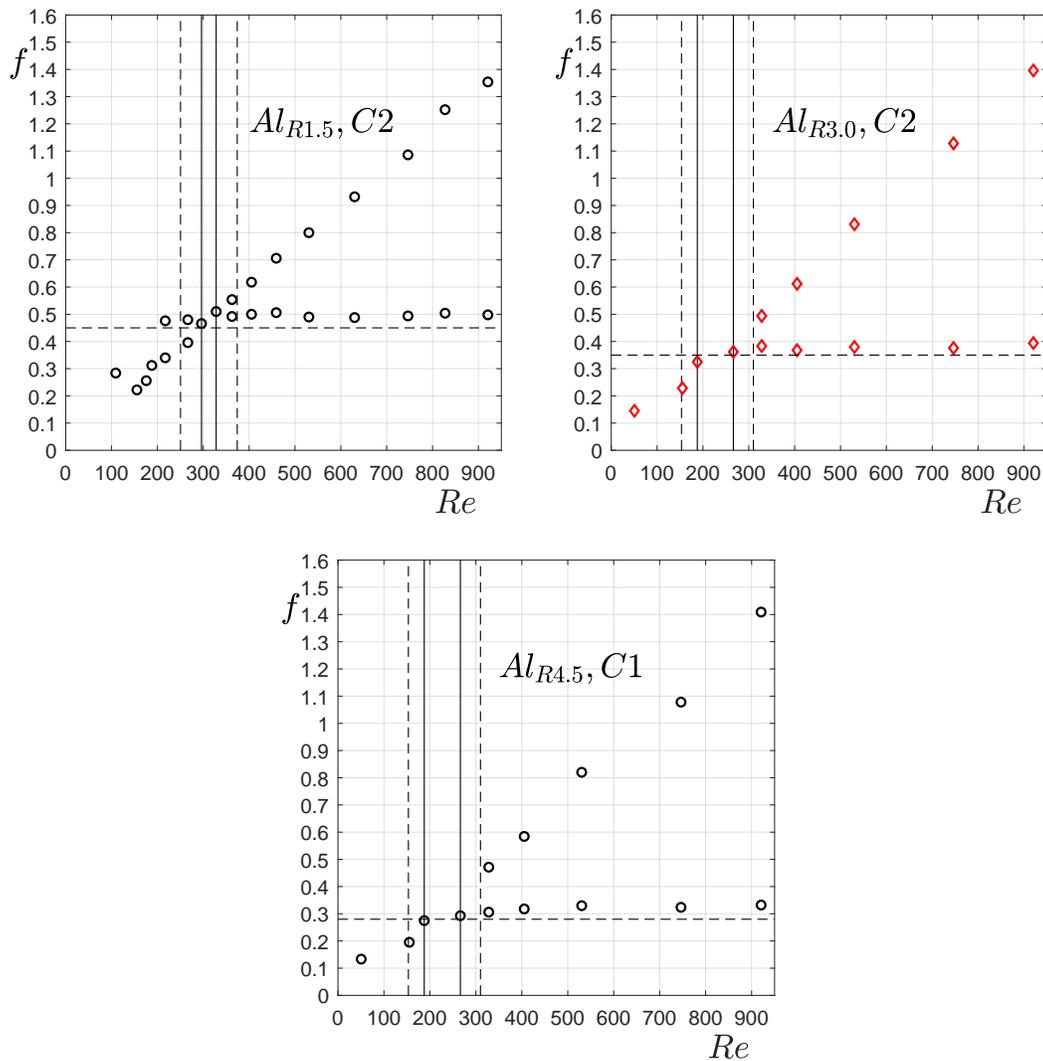


Fig. 5.20: Frecuencias características en función del número de Reynolds para cilindro de aluminio y radio de giro $R = 1.5$ *d* gráfica superior izquierda, $R = 3.0$ *d* gráfica superior derecha y $R = 4.5$ *d* gráfica inferior.

número de Reynolds y las frecuencias características en función del número de Reynolds, con escala logarítmica para el eje de las ordenadas, correspondientes para cada radio de giro. Se muestran todas las corridas experimentales y específicamente los resultados de la corrida experimental donde se alternaron las metodologías de medición están marcados con el símbolo *, mientras que para denotar la frecuencia característica de la vorticidad se utiliza el símbolo *. Las líneas sólidas representan las tendencias de las frecuencias características después de la etapa de resonancia, obtenidas por una regresión lineal cuyos valores de coeficiente de determinación son mayores a $R^2 > 0.99$. La línea punteada hori-

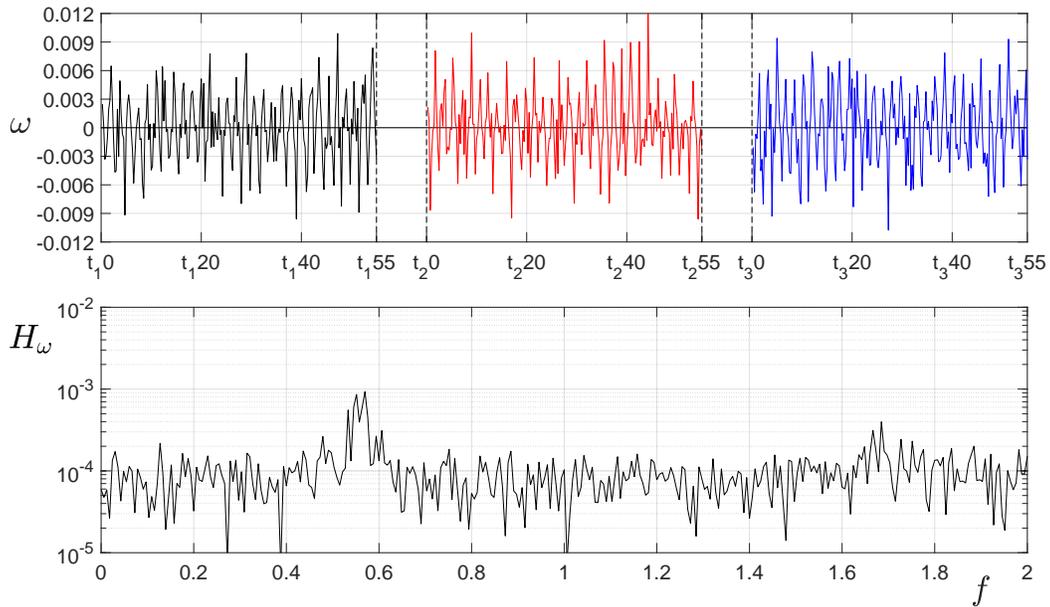


Fig. 5.21: Pánel superior, comportamiento de la vorticidad ω en función del tiempo para un punto 4.5 d aguas abajo del cilindro ubicado en posición $\theta = 0$ rad. Pánel inferior, espectro de frecuencia para ω .

zontal representa la frecuencia característica del sistema dinámico. Es posible observar que la frecuencia característica para la vorticidad evoluciona de pasar a tener valores similares a la frecuencia mínima para θ en la primera etapa, a ser el doble de la frecuencia característica en el punto de mayor amplitud para $\hat{\theta}$ que es donde se manifiesta la resonancia de las frecuencias caractísticas. Este fenómeno se observa para los dos materiales.

Es importante comentar que el desplazamiento de la intersección de las líneas de tendencia de las frecuencias dominantes para la oscilación de la posición θ en su tercera etapa corresponde al decremento de la frecuencia natural del sistema dinámico, lo que es más evidente en el cilindro de aluminio.

Considerando los resultados presentados hasta este punto, es posible correlacionar el comportamiento del cilindro a las condiciones de operación del sistema dinámico y a las condiciones hidrodinámicas. El sistema dinámico cuenta con dos características principales. La primera característica es la tasa de decaimiento exponencial β , la cual condiciona la amplitud máxima de la oscilación de θ , si $\beta \rightarrow 0$ significa que el sistema dinámico cuenta con una oscilación infinita que nunca decaerá ni aumentará por lo que tenderá a ser constante, pero si $\beta > 0$ esta oscilación puede ser subamortiguada o pasar a ser críticamente amortiguada. Por otro lado, la frecuencia natural del sistema dinámico condiciona la región donde se presentará la resonancia con la frecuencia hidrodinámica y por ende la región de

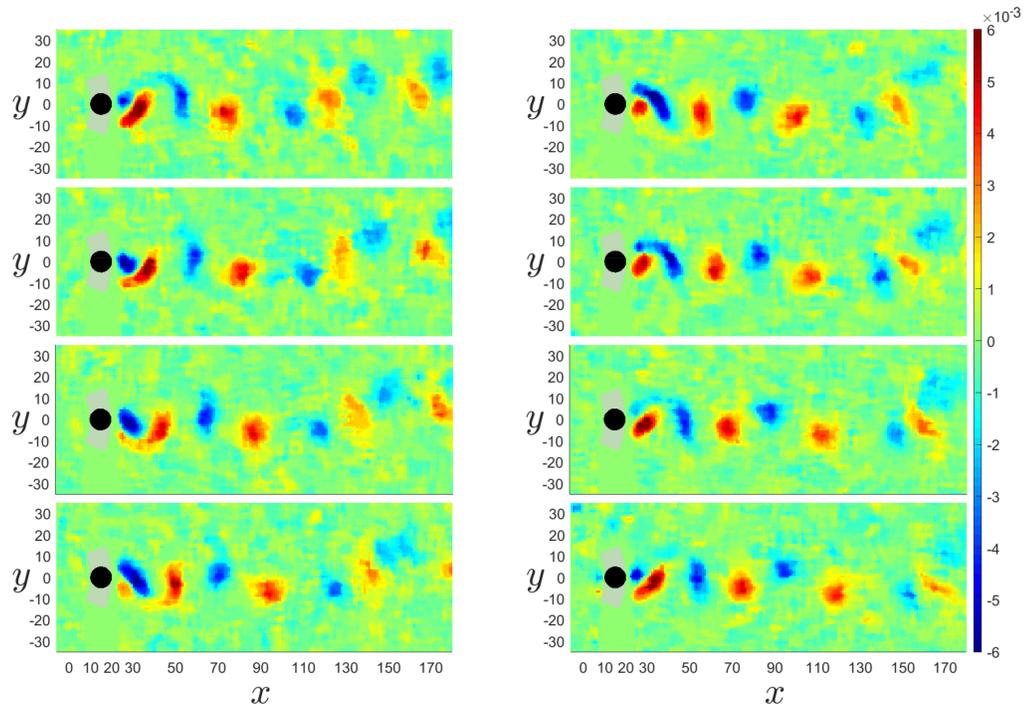


Fig. 5.22: Campo de vorticidad para ocho pasos de tiempo que representan un ciclo completo de la oscilación de ω para el caso experimental de cilindro de aluminio y radio de giro $r = 3.0 d$.

Lock-in. En las Tablas 5.5 y 5.6 se comparan algunas variables de interés del fenómeno de estudio según su radio de giro. Es evidente que al incrementar el radio de giro del sistema estudiado, el desplazamiento para un mismo θ se vea incrementado, lo cual se observa en la relación de $\max \hat{\theta}$ y de $\max \hat{Y}$.

Tabla 5.5: Acrílico $\rho^* \approx 1.2$.

R	f_n	Rango Lock-in	β	$\max \hat{\theta}$	$\max \hat{Y}$
1.5	0.375	265 (± 44)	-0.060	≈ 0.120	≈ 0.180
3.0	0.390	265 (± 44) a 328 (± 45)	-0.060	≈ 0.160	≈ 0.480
4.5	0.335	265 (± 44) a 328 (± 45)	-0.085	≈ 0.145	≈ 0.652

Tabla 5.6: Aluminio $\rho^* \approx 2.6$.

R	f_n	Rango Lock-in	β	$\max \hat{\theta}$	$\max \hat{Y}$
1.5	0.450	296 [± 46] a 328 [± 46]	-0.050	≈ 0.080	≈ 0.120
3.0	0.350	187 [± 35] a 265 (± 44)	-0.075	≈ 0.117	≈ 0.351
4.5	0.280	187 [± 35] a 265 (± 44)	-0.075	≈ 0.126	≈ 0.566

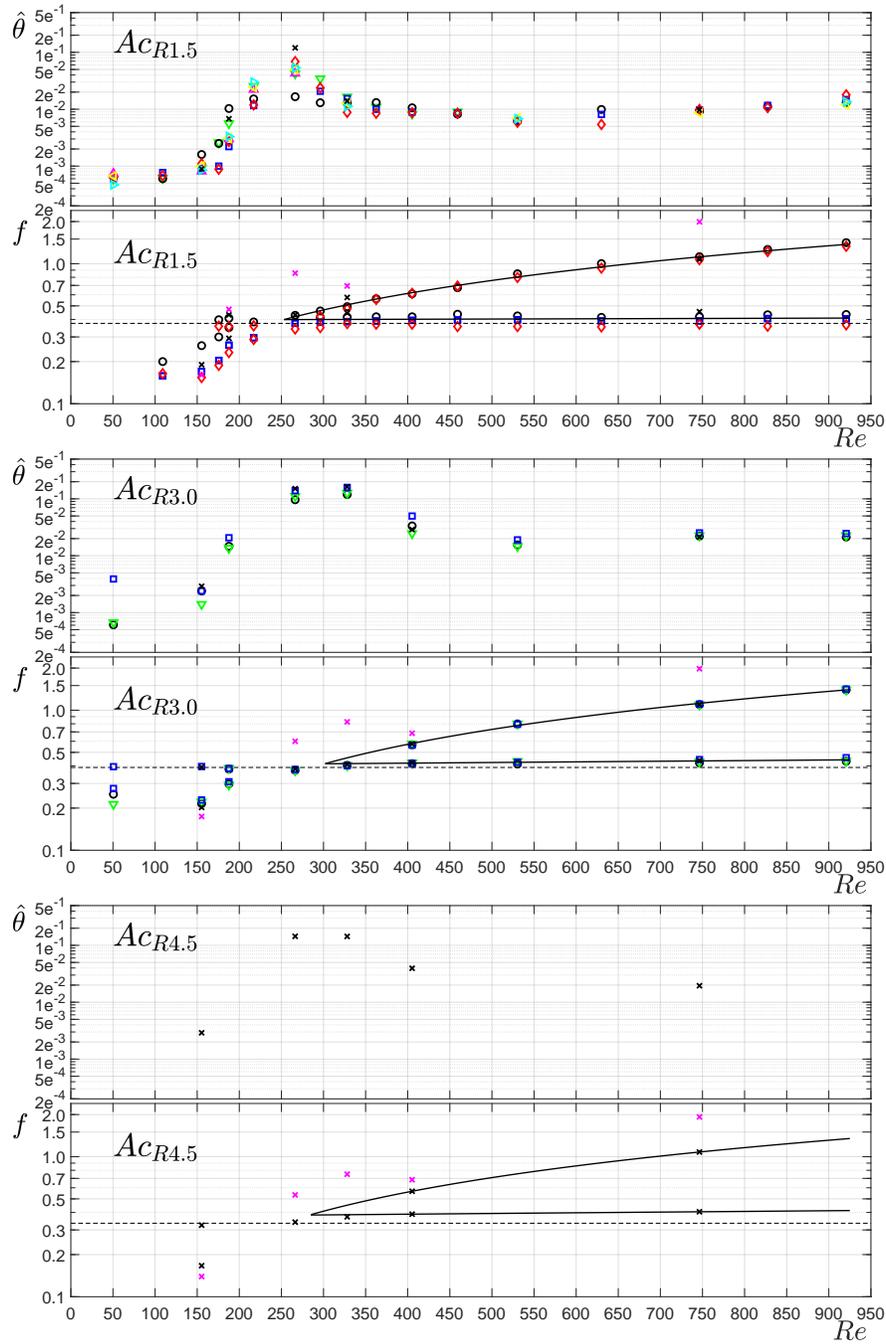


Fig. 5.23: Amplitud de la oscilación máxima y frecuencias dominantes para cada radio de giro correspondientes al cilindro de acrílico. En la gráfica superior de cada par se presenta en escala logarítmica la amplitud máxima de la oscilación ($\hat{\theta}$) en función del número de Reynolds (Re) y en el panel inferior se grafica en escala logarítmica las frecuencias dominantes para θ y para ω en función del número de Reynolds (Re).

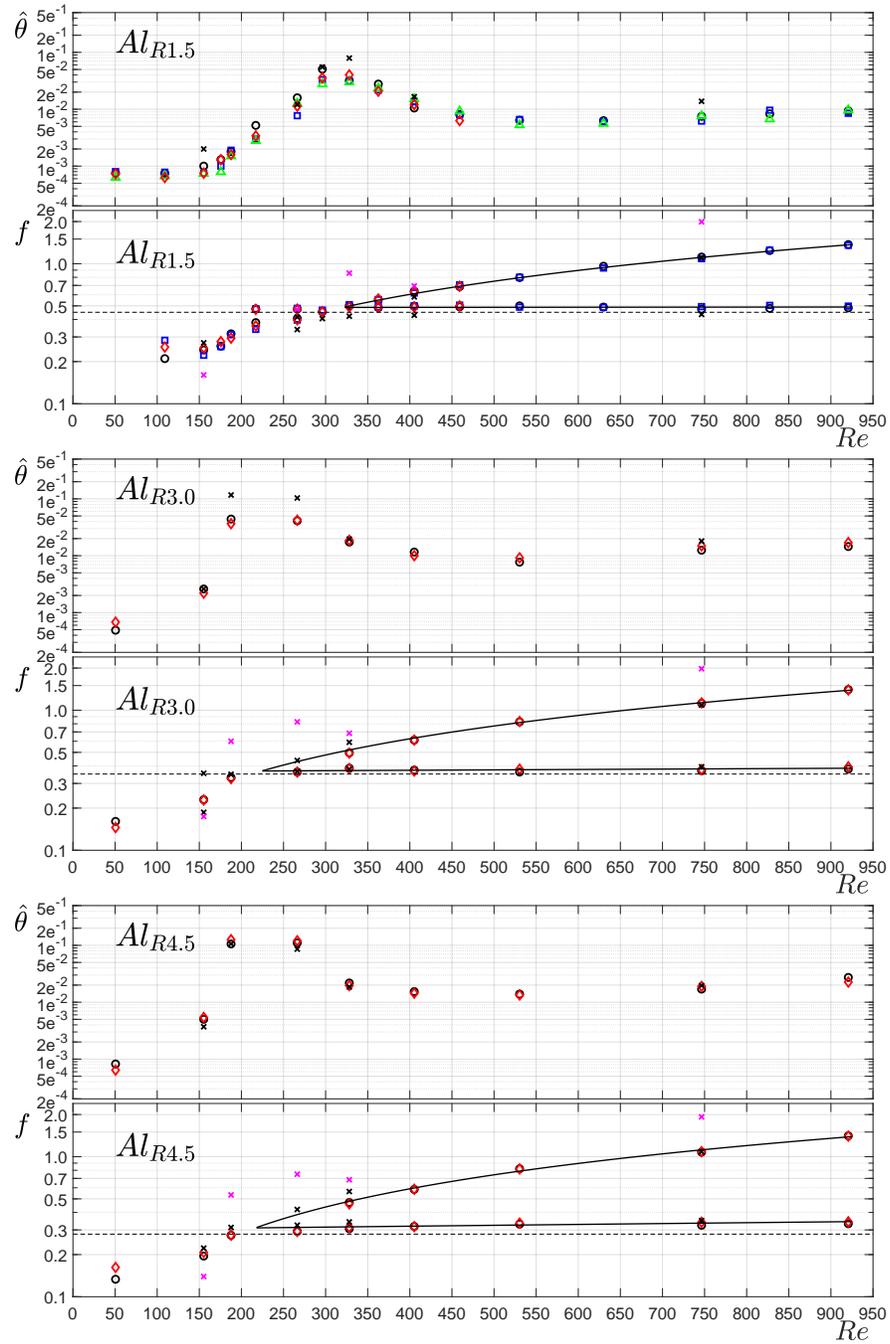


Fig. 5.24: Amplitud de la oscilación máxima y frecuencias dominantes para cada radio de giro correspondientes al cilindro de aluminio. En la gráfica superior de cada par se presenta en escala logarítmica la amplitud máxima de la oscilación ($\hat{\theta}$) en función del número de Reynolds (Re) y en el pánel inferior se grafica en escala logarítmica las frecuencias dominantes para θ y para ω en función del número de Reynolds (Re).

5.6. Conclusiones

En este capítulo se ha analizado experimentalmente la interacción de un cilindro pivotado con un flujo de agua desarrollado dentro de un canal abierto, con la implicación que conlleva una componente de la de gravedad como fuerza restitutiva. Se estudió el movimiento del cilindro y el flujo desarrollado aguas abajo, los cuales están acoplados en dos sentidos. El cilindro oscila impulsado por las fuerzas generadas por el desprendimiento de la capa límite y, a su vez, el flujo entrante es perturbado por la presencia y el movimiento del cilindro. La fuerza restitutiva que ejerce la gravedad y que actúa sobre el cilindro promueve una frecuencia natural sobre el movimiento oscilatorio.

Para realizar estos experimentos fue necesario desarrollar el sistema de soporte dinámico del cilindro, para el cual se utilizaron un par de rodamientos neumáticos que reducen considerablemente la fricción del eje de rotación y que soporta al cilindro. También se caracterizaron los perfiles de hidrodinámicos horizontal y vertical del canal de agua, así como el sistema soporte dinámico del cilindro para poder determinar dichas frecuencias características y su curva de amortiguamiento.

Se determinó el ángulo de inclinación del cilindro con respecto a la dirección de la gravedad al analizar la frecuencia del sistema de soporte dinámico del cilindro por medio de las ecuaciones del péndulo gravitatorio, llegando a la conclusión de que la inclinación del cilindro es menor 1° .

La posición azimutal del cilindro está fuertemente determinada por la velocidad del flujo que determina la frecuencia de emisión de vórtices desde un punto de vista hidrodinámico y de la frecuencia característica del sistema que depende del alineamiento del cilindro con respecto a la dirección de la gravedad. Se determinó que cuando ocurre la resonancia de las frecuencias características, la oscilación de la posición del cilindro aumenta en su amplitud teniendo una región conocida como *Lock-in*. Previo y posterior a esta región se encontró que ambas frecuencias se manifiestan por separado. Este fenómeno se aprecia fielmente al enfocarse en las frecuencias características de la oscilación del cilindro y también de la emisión de vórtices a través del rango de números de Reynolds estudiados. Para bajos números de Reynolds existen dos frecuencias características, una correspondiente al desprendimiento de vórtices y la otra al sistema de soporte del cilindro, a medida que se incrementa la velocidad del flujo la frecuencia característica del desprendimiento de los vórtices se incrementa, mientras que la frecuencia dependiente del sistema de soporte del cilindro se mantiene constante.

Se implementaron experimentos con dos cilindros de diferente material, con relaciones de densidades $\rho^* = 1.2$ para el de acrílico y $\rho^* = 2.6$ para el de aluminio, encontrando que el de mayor masa genera una reducción en su amplitud máxima alcanzada para la oscilación del cilindro, esto debido a la mayor inercia que debe de vencer el desprendimiento de los

vórtices para desplazarlo.

Al transformar la oscilación del movimiento del cilindro a coordenadas cartesianas y determinando como amplitud máxima del desplazamiento a $\max \hat{Y}$, se encontró que al incrementar el radio de sujeción del cilindro la amplitud crece siendo mayor la del cilindro de acrílico con una $\max \hat{Y} \approx 0.652d$ para el radio $R = 4.5d$.

Capítulo 6

Estudio numérico de la interacción de tres cilindros distribuidos en forma de aerogenerador de eje vertical con un flujo uniforme

Los métodos numéricos y matemáticos implementados en el Capítulo 4 se pueden adecuar para resolver de manera simultánea varias estructuras interactuando con un flujo uniforme. Si se aplican las restricciones de movimiento adecuadas entre estas estructuras, es posible crear un caso de estudio que cuente con la distribución geométrica de un aerogenerador de eje vertical (VAWT, por sus siglas en inglés). En este capítulo se presenta una simulación bidimensional de tres cilindros con una distribución azimutal equidistante, 120° entre cada uno (ver Figura 6.1), girando alrededor de un centro común, con un mismo radio de giro y con velocidad angular constante. El objetivo de este capítulo es enfatizar los alcances del modelo, y muestra resultados preliminares de la dinámica de un sistema que corresponde geoméricamente a la distribución de palas en una VAWT.

El dominio implementado en este caso de análisis consta de un rectángulo de $12d \times 8d$ en las direcciones x y y respectivamente, donde d es el diámetro de uno de los cilindros. Las paredes superior e inferior se consideraron con una condición de frontera de libre deslizamiento en la dirección x . La pared izquierda se contempló con una condición de frontera para la entrada del fluido y la pared de la derecha como condición de frontera de salida del fluido. Este dominio se discretizó en 770×514 volúmenes de control para las direcciones x y y respectivamente, por lo que el diámetro de los cilindros está delimitado por 64 volúmenes de control. Se estudiaron varias condiciones iniciales para la orientación relativa entre la posición de los cilindros y la dirección del flujo incidente. También se exploró el comportamiento del sistema respecto a diferentes velocidades del flujo de entrada. Se presentan a detalle dos casos de simulación. Uno de estos correspondientes a un número de Reynolds $Re = 500$ y otro para $Re = 750$. La implementación matemática y numérica

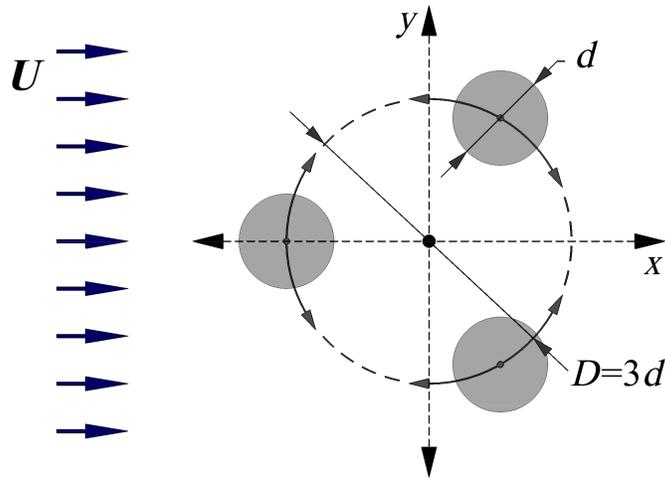


Fig. 6.1: Esquema de tres cilindros distribuidos azimutalmente equidistantes en presencia de un flujo desarrollado. El diámetro del cilindro es d y el diámetro del círculo donde se desplaza el cilindro es $D = 3d$. El flujo desarrollado entrante se mueve de izquierda a derecha con una velocidad uniforme U .

para este caso de estudio está basada en la formulación presentada en el Capítulo 3. Si se considera la expresión de la ecuación de Newton-Euler del Capítulo 2 (ecuación 2.9), la expresión para calcular la velocidad angular y el desplazamiento quedaría

$$\frac{d\dot{\theta}}{dt} = \frac{\tau_{total}}{3(m^* + m_a^*)}, \quad (6.1)$$

donde m^* es la relación de densidades entre el sólido y el fluido, m_a^* es la masa agregada del cilindro, que para este caso en términos de las variables escaladas es $m_a^* = 1$, τ_{total} es sumatoria de las torcas que el fluido ejerce sobre cada cilindro y $d\dot{\theta}/dt$ es la aceleración angular del cilindro. Finalmente, con la implementación de la ecuación 3.23 se puede calcular la velocidad angular del centro del cilindro.

Como se comentó en capítulos anteriores, el modelo bidimensional está limitado por la aparición de efectos tridimensionales en el flujo cercano a los obstáculos rígidos y en la cauda. Para el caso de un cilindro fijo en presencia de un flujo uniforme, el número de Reynolds crítico se encuentra en el intervalo $180 < Re < 220$. Por esta razón, debo enfatizar que los resultados de los ejemplos aquí descritos, que corresponden a $Re = 500$ y $Re = 750$ se presentan como alcances de la metodología desarrollada en esta investigación y probablemente sea solo un modelo aproximado de la dinámica de un fenómeno real.

6.1. Resultados preliminares

De acuerdo a lo descrito en el párrafo anterior, los tres cilindros están dispuestos de manera equidistante en la dirección azimutal y la razón del diámetro de giro entre el diámetro de los cilindros es de 3. Como condición inicial para el primer caso de estudio, uno de los cilindros se ubica en la posición más cercana a la entrada del flujo ($\theta_{C1} = \pi$). En consecuencia, los otros dos cilindros quedan en $\theta_{C2} = 5/3\pi$ y $\theta_{C3} = 1/3\pi$ respectivamente. Llamaremos “Delta” a esta configuración. Al igual que en el Capítulo 4, en estos casos también se mantuvo fijo al sistema durante las primeras $t = 10$ unidades de tiempo adimensional.

En la Figura 6.2 se presenta la posición angular de los tres cilindros como función del tiempo para un número de Reynolds igual a 500. En la misma figura se muestra también la torca generada sobre cada uno de los cilindros. La torca generada sobre el primer cilindro τ_{C1} oscila alrededor del cero y con una tendencia de acompañar el trazado de la posición angular. Esto es natural por la posición del mismo cilindro, ya que al encontrarse en $\theta_{C1} = \pi$ cuando éste se desplaza hacia $\theta_{C1} > \pi$, el movimiento coincide con el proceso en el que el flujo genera una torca en sentido antihorario (positiva). Correspondientemente si el primer cilindro se desplaza hacia $\theta_{C1} < \pi$ se promueven las condiciones opuestas. Por otro lado, en el segundo y tercer cilindro se generan torcas positivas y negativas respectivamente, debido a esta misma distribución geométrica. Es importante destacar que debido a la simetría de los cilindros, la posición angular presenta una oscilación sobre su posición inicial.

La torca generada sobre cada cilindro resulta de la interacción con el flujo local. En el caso del cilindro frontal el flujo incidente es uniforme, mientras que el segundo y el tercer cilindro interaccionan con un flujo conformado en parte por el flujo incidente uniforme y por la cauda generada por el primer cilindro (véase la Figura 6.2). La torca total τ_{total} se muestra en la Figura 6.3 para $Re = 500$, se infiere que la torca está compuesta por la suma de tres torcas generadas en cada uno de los cilindros individuales. Es posible observar que la posición angular y la tendencia de la torca total están desfasadas 180° . Este comportamiento es análogo al observado previamente en los casos de solo un cilindro estudiados en el Capítulo 4. La evolución de la torca total se puede entender al analizar los campos de vorticidad de la Figura 6.4. En estos campos se observa que durante todo el tiempo de estudio el segundo y tercer cilindro se encuentran interactuando total o parcialmente con la cauda producida por el primer cilindro, lo que promueve variaciones en el valor de la torca total como función del tiempo ($\tau_{total}(t)$).

En el pánel superior de la Figura 6.4 se presenta nuevamente el comportamiento de θ_{C1} y de τ_{total} con respecto al tiempo, resaltando cinco instantes (**a**, **b**, **c**, **d** y **e**) que representan un ciclo dentro de esta oscilación. Una propiedad relevante de la evolución de estas variables es que su dependencia temporal no tiene una periodicidad constante. Al hacer este comentario, es necesario recordar que estos resultados son preliminares y no se llevaron a cabo para tiempos largos. En el pánel inferior se muestran los campos de vorticidad correspondientes

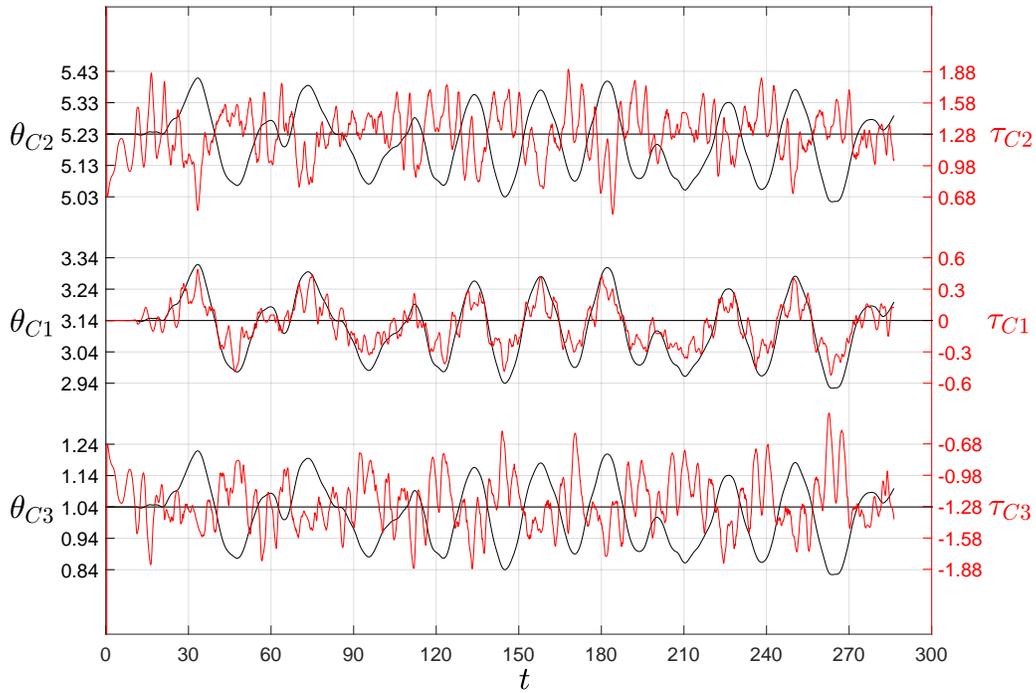


Fig. 6.2: Posición angular en función del tiempo para cada uno de los cilindros θ_{C1} , θ_{C2} y θ_{C3} , con sus respectivas torcas τ_{C1} , τ_{C2} y τ_{C3} . Caso $Re = 500$.

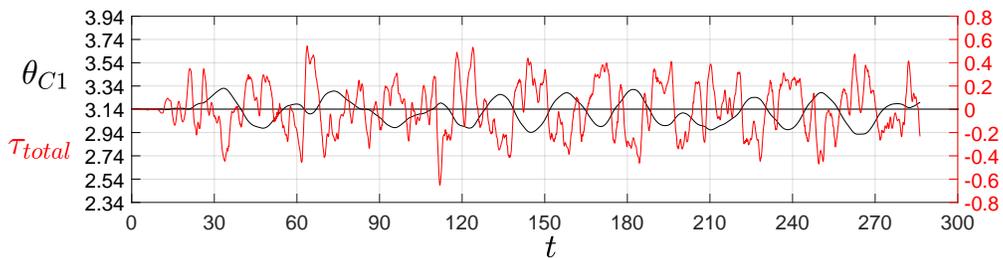


Fig. 6.3: Posición angular en función del tiempo tomado por el primer cilindro θ_{C1} y la torca τ_{total} . Caso $Re = 500$.

a cada uno de estos cinco instantes, en donde el punto *a* corresponde a cuando el cilindro se encuentra en su posición más negativa local se observa que la cauda del primer cilindro se encuentra interactuando completamente con el tercer cilindro. En contraste, en el punto *c* se encuentra la posición inversa al punto anterior, donde el segundo cilindro se encuentra totalmente cubierto con la estela del primer cilindro. A pesar de ser resultados preliminares y conociendo que por los efectos tridimensionales el fenómeno no represente con exactitud un caso real, es interesante resaltar que para estos dos instantes se está llevando a cabo un desprendimiento claro de vórtices negativo y positivo, respectivamente para *a* y *c*. Esto se

observa en la región cercana a $x = 9$ y $y = 2, -2$. Sin embargo, si observamos el punto e en el que en una oscilación periódica sería muy parecida al punto a , se encuentra que de manera simultánea se están desprendiendo dos vórtices de signos opuestos, lo que indica que el comportamiento no presenta un comportamiento periódico. Finalmente, en los instantes b y d se encuentra que el primer cilindro está pasando por $\theta = \pi$ viniendo de una posición negativa para b y viniendo de una posición positiva para d .

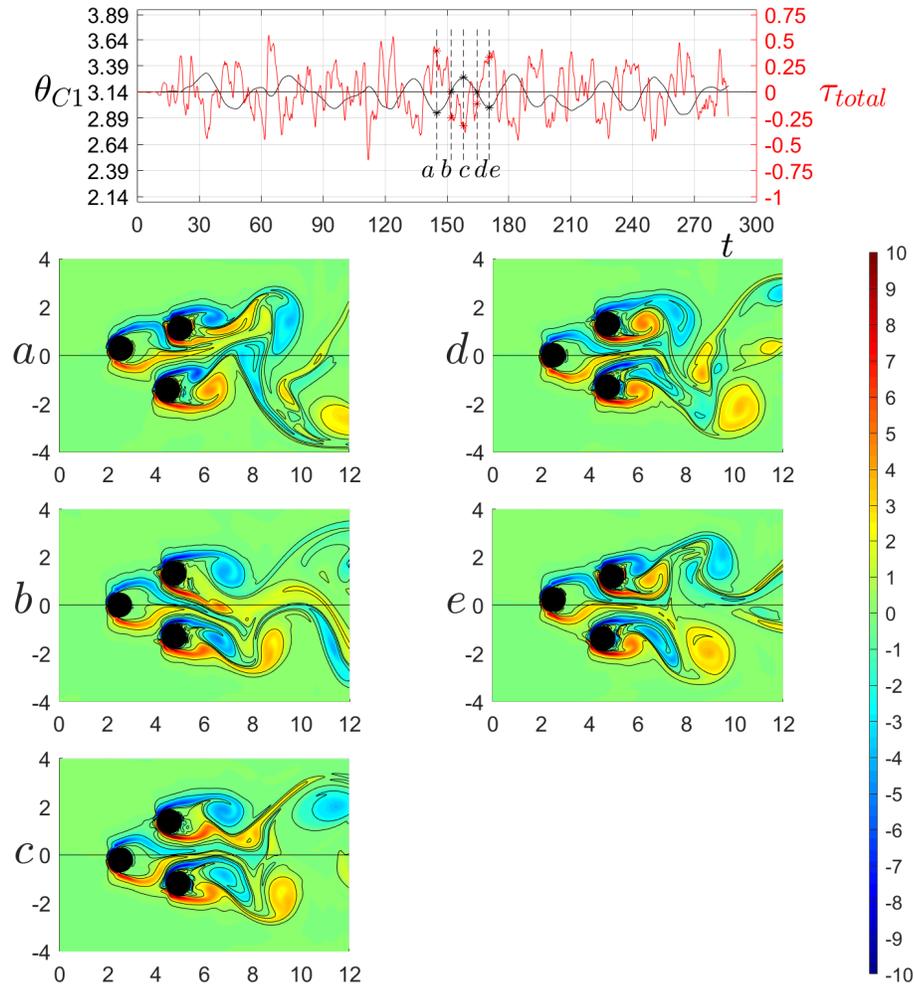


Fig. 6.4: En el pánel superior se presenta el comportamiento de la posición angular en función del tiempo tomado por el primer cilindro θ_{C1} y la torca τ_{total} . Pánel inferior, capturas instantáneas de los campos de vorticidad. Los momentos en los que se obtuvieron dichos campos de vorticidad se indican en el pánel superior por las letras a , b , c , d y e . Caso $Re = 500$.

Para el caso de los tres cilindros con una posición inicial ‘‘Delta’’ y $Re = 750$ se realizó

el mismo análisis. En la Figura 6.5 se presentan las tres posiciones angulares de los tres cilindros con sus respectivas torcas. Para este caso se puede observar que tanto la amplitud de la posición angular como la de la torca han aumentado y aunque la corrida numérica es considerablemente corta, se observa que la oscilación de θ es cuasiperiódica con solo una frecuencia característica, lo cual no es visible en el caso de $Re = 500$.

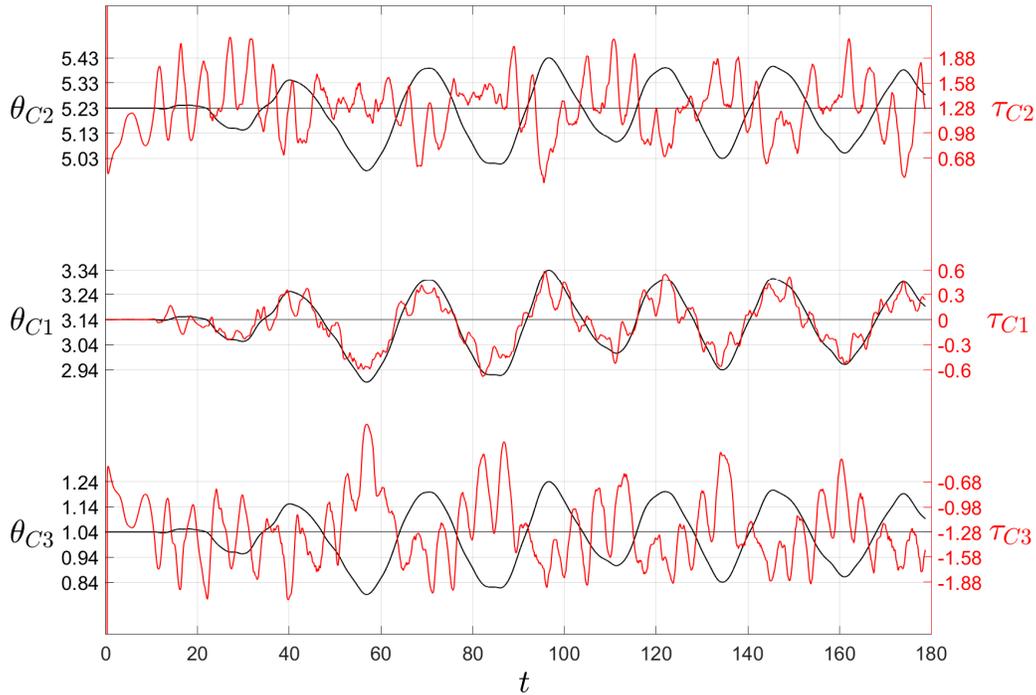


Fig. 6.5: Gráfica del comportamiento de la posición angular en función del tiempo para cada uno de los cilindros θ_{C1} , θ_{C2} y θ_{C3} , con sus respectivas torcas τ_{C1} , τ_{C2} y τ_{C3} . Caso $Re = 750$.

En la Figura 6.6 se presenta la gráfica de la posición angular y la torca total para $Re = 750$, donde se observa el desfase de 180° entre la posición angular y la tendencia de la torca total. Es interesante resaltar que dentro de un ciclo de la oscilación de la posición angular, la torca muestra entre cuatro y seis máximos y mínimos locales.

Por último se presentan los campos de vorticidad para el periodo que abarca un ciclo de la posición angular. De igual manera que en el caso anterior, los instantes de donde se obtuvieron los campos de vorticidad se determinan en el panel superior de la Figura 6.7 por **a**, **b**, **c**, **d** y **e**. En los campos **a** y **c** la posición angular del primer cilindro se ubica muy próximo a $\theta_{C1} \approx \pi$, mientras que los campos **b** y **d** corresponden a cuando los cilindros alcanzan sus posiciones máximas y mínimas respectivamente. Es importante destacar que los campos **a** y **e**, corresponden a cuando el primer cilindro pasa por la posición $\theta_{C1} \approx \pi$, vienen de

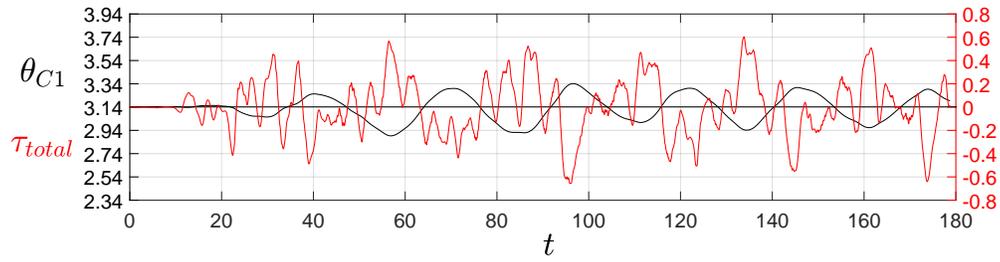


Fig. 6.6: Gráfica del comportamiento de la posición angular en función del tiempo tomado por el primer cilindro θ_{C1} y la torca τ_{total} . Caso $Re = 750$.

una posición $\theta_{C1} < \pi$ y es posible encontrar diferencias considerables en los patrones de los campos de vorticidad de la cauda alrededor del segundo así como del tercer cilindro, como también en la región visible de la cauda lejana, lo cual indica que el fenómeno no es completamente periódico.

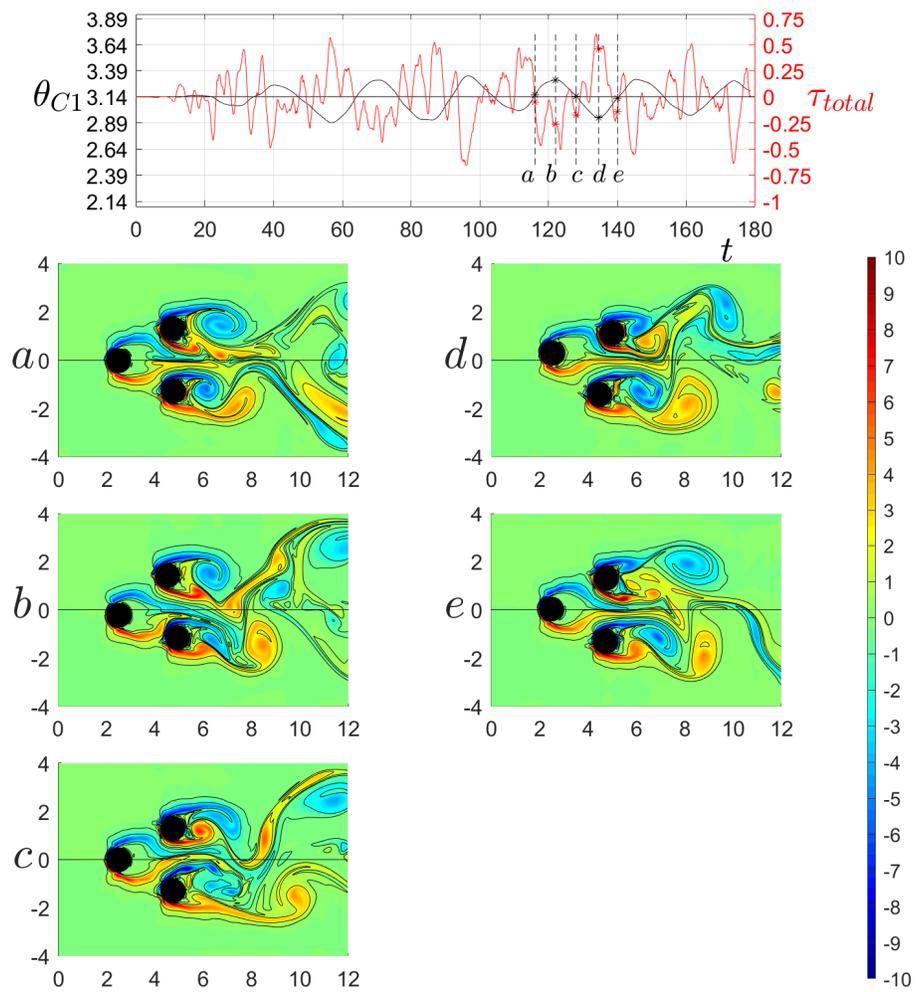


Fig. 6.7: En el pánel superior se presenta el comportamiento de la posición angular en función del tiempo tomado por el primer cilindro θ_{C1} y la torca τ_{total} . Pánel inferior, capturas instantáneas de los campos de vorticidad. Los momentos en los que se obtuvieron dichos campos de vorticidad se indican en el pánel superior por las letras a, b, c, d y e . Caso $Re = 750$.

Capítulo 7

Conclusiones Generales

Este trabajo de tesis presenta la descripción de un estudio numérico-experimental de la interacción fluido-estructura que puede ser implementado para la generación de energía en sistemas eólicos de eje vertical o generadores marinos con cilindros vibratorios. El sistema básico se compone de un cilindro vertical pivotado en una estructura que le permite moverse a lo largo del arco de un círculo horizontal, y que está expuesto a un flujo uniforme en la dirección perpendicular al eje de simetría del cilindro. El análisis se centra en los fenómenos físicos fundamentales que intervienen en la conversión de la cantidad de movimiento lineal del flujo a una torca generada sobre la estructura del cilindro pivotado. La característica distintiva que se estableció dentro del análisis numérico es que el sistema estudiado con referencia a otros estudios reportados en la literatura, consistió en que el movimiento del cilindro no cuenta con una fuerza restitutiva externa, ya que para este estudio numérico la interacción fluido-estructura genera la fuerza restitutiva. Por otro lado, las fuerzas restitutivas que se manifiestan en el estudio experimental son generadas por la mínima inclinación de la estructura del cilindro pivotado con respecto a la dirección vertical de la gravedad, debido a que dicha estructura obliga al cilindro a moverse en un arco de círculo que convierte eficientemente fuerzas longitudinales en fuerzas transversales. Estos sistemas pueden entenderse como osciladores armónicos con fuerzas restitutivas no-lineales y dependientes del tiempo.

Para llevar a cabo el estudio, fue necesario desarrollar un código numérico que permite analizar la interacción dinámica fluido-estructura. Este código está basado en la implementación desarrollada por S. Piedra [2]. La versión usada en el presente estudio, se limita a dos dimensiones y está especializada para resolver un sistema compuesto por un flujo uniforme que incide sobre un cilindro con un grado de libertad azimutal. En el estudio numérico, se resuelven las ecuaciones de conservación de masa y cantidad de movimiento del fluido y las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento y momento angular para el cilindro. Es importante enfatizar que las ecuaciones deben resolverse simultáneamente, debido a que los movimientos del fluido y el cilindro están fuertemente acoplados.

En los Capítulos 2 y 3 se explica que los principales parámetros que controlan el movimiento de los sistemas de interés son el número de Reynolds (Re) y la razón entre las densidades del cilindro y el fluido circundante (m^*). En el estudio numérico se considera el caso $m^* = 1.6$, estos valores son similares a los encontrados en aplicaciones marinas, pero muy diferentes a los correspondientes a aerogeneradores ($m^* \sim 10^3$). Los resultados encontrados muestran la dinámica del cilindro y el flujo a su alrededor para un intervalo de números de Reynolds $0 < Re < 210$ donde hay evidencia experimental que para un cilindro fijo, el flujo es mayormente bidimensional. Los resultados indican que el movimiento del cilindro para $Re = 180$ es una vibración que puede ser generada con al menos cuatro frecuencias características de oscilación angular. Adicionalmente, se encontró que la oscilación es cuasiperiódica, lo que pone en evidencia la naturaleza no lineal de la interacción. En el caso de una simulación para determinar la dinámica de un generador eólico de eje vertical, sería necesario considerar un intervalo de números de Reynolds más grandes. Esto tendrá dos grandes consecuencias. En primer lugar, debe usarse un modelo tridimensional porque estos efectos son dominantes en la capa límite y tiene su implicación sobre la cauda de cilindros cuando el número de Reynolds excede 180 ($Re > 180$). En segundo lugar, sería esperado que la transición hacia flujos turbulentos inicie a partir de números de Reynolds mayores a 300 ($Re > 300$) y la naturaleza de la interacción fluido-estructura cambiará radicalmente. Planteamos estas condiciones para estudios futuros.

Por otro lado, para el estudio experimental se emplearon relaciones de densidades entre el sólido y el fluido $\rho^* = 1.2$ y $\rho^* = 2.6$ donde también se considera la dinámica de un cilindro con un grado de libertad azimutal, similar al considerado en el estudio numérico, pero con la característica adicional de incorporar el efecto de una fuerza de restitución impuesta externamente. Como fue explicado en el capítulo 5, la fuerza de restauración es la componente horizontal de la fuerza gravitacional que hace que el sistema se comporte considerando el efecto de un péndulo gravitatorio. En el estudio reportado en el Capítulo 5, el ángulo que hace el sistema fuera de la vertical es del orden de 1° . Un descubrimiento importante revelado por este estudio indica que a pesar de que la fuerza externa sea del orden del 1 % de la fuerza gravitacional total del cilindro experimentada por el sistema, se manifiesta claramente una resonancia en un rango de frecuencias cercanas a la frecuencia del forzante gravitatorio. Consideramos que este hallazgo es de relevancia en aplicaciones de aprovechamiento de energía eólica pues es prácticamente imposible tener una instalación de escala real con precisión en su montura con menos de 1° de inclinación.

El análisis presentado en esta tesis puede considerarse como un planteamiento inicial de un estudio más cercano a las posibles aplicaciones de sistemas análogos a los descritos en la tesis a generadores eléctricos marinos donde se presentan una multitud de fenómenos físicos complejos cuyo análisis requerirá grandes cambios a la versión actual del código y al equipo experimental descrito en esta tesis. Uno de los más importantes en la implementación de un modelo para emular la resistencia al movimiento ofrecida por un generador eléctrico. Para este caso, se deberá considerar las características del acoplamiento de las propiedades

electro-mecánicas de un generador eléctrico y el sistema aerodinámico o hidrodinámico.

Bibliografía

- [1] Dominguez D.R., Piedra S. and Ramos E. Vortex-induced vibration in a cylinder with an azimuthal degree of freedom. *PRFluids*, American Physical Society, USA, 6, 064701 (2021)
- [2] Piedra S. Simulación numérica de la dinámica de burbujas en dos dimensiones. Tesis de Maestría en Ingeniería en Energé, CIE-UNAM, Morelos, (2011)
- [3] Piedra S. and Ramos E. Experimental and Theoretical Advances in Fluid Dynamics. *Environmental Science and Engineering (ESE)*, 247-257 (2012)
- [4] Peskin, C. The immersed boundary method. Cambridge University Press, 2002.
- [5] Slone A.K., Pericleous K., Bailey C. and Cross M. Dynamic fluid-structure interaction using finite volume unstructured mesh procedures. *Computers and Structures* **80**, 371-390, 2002
- [6] Piedra S., Ramos E. and Herrera J. R. Dynamics of two-dimensional bubbles. *Phys. Rev. E*. **91**, 063013, 2015
- [7] Griebel M., Dornseifer T. and Neunhoeffler T. Numerical simulation in fluid Dynamics: a practical introduction. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, USA, 1998
- [8] Perez J., Piedra S. and Nuñes J. Notas de Curso: Métodos numéricos para mecánica de fluidos. Programa de Maestría en Ingeniería en Energé, IER-UNAM, Morelos, 2018
- [9] Peskin, C. Numerical analysis of blood flow in the heart. *J. Comput. Phy.* **25**, 220-252, 1977
- [10] Juárez L. H. and Glowinski R. Numerical simulation of the motion of pendula in an incompressible viscous fluid by lagrange multiplier/fictitious domain methods. Fourteenth International Conference on Domain Decomposition Methods.
- [11] Williamson C.H.K. Vortex dynamics in the cylinder wake. *Ann. Rev. Fluid Mech.* **28**, 477-539, 1996
- [12] Flemming F. and Williamson C.H.K. Vortex-induced vibrations of a pivoted cylinder. *J. Fluid Mech.* **522**, 215-252, 2005

- [13] Morse T.L. and Williamson C.H.K. Prediction of vortex-induced vibration response by employing controlled motion. *J. Fluid Mech.* **634**, 5-39, 2009
- [14] Horowitz M. and Williamson C.H.K. Vortex-induced vibration of a rising and falling cylinder. *J. Fluid Mech.* **662**, 352-383, 2010
- [15] Williamson C.H.K. and Govardhan R. Vortex-induced vibrations. *Ann. Rev. Fluid Mech. B/Fluids* **36**, 413-455, 2004
- [16] Kahlak A. and Williamson C.H.K. Dynamics of a hydroelastic cylinder with very low mass and damping. *J. Fluids Structures* **10**, 455-472, 1996
- [17] Kahlak A. and Williamson C.H.K. Motions, forces and mode transitions in vortex induced vibrations at low mass damping. *J. Fluids Structures* **13**, 813-851, 1999
- [18] Govardhan R. and Williamson C.H.K. Critical mass in vortex-induced vibration of a cylinder. *European Journal of Mechanics B/Fluids* **23**, 17-27, 2004
- [19] Blackburn H.M. and Henderson R.D. A study of two-dimensional flow past an oscillating cylinder. *J. Fluid Mech.* **385**, 255-286, 1999
- [20] Meneghini J.R. and Bearman B.W. Numerical simulation of high amplitude oscillatory flow about a circular cylinder. *J. Fluids Structures* **9**, 435-455, 1995
- [21] Sung H.G., Baek, H., Hong, S. and Choi, J.S. Numerical study of vortex-induced vibration of pivoted cylinders. *Ocean Eng.* **93**, 98-106, 2015
- [22] Arionfard H. and Nishi Y. Experimental investigation of a drag assisted vortex-induced vibration energy converter. *J. Fluids Structures* **68**, 48-57, 2017
- [23] Arionfard H. and Nishi Y. Added mass moment of inertia of a rotationally oscillating surface-piercing circular cylinder in still water. Paper TFEC9-1268, Ninth JSME-KSME Thermal and Fluids Engineering Conference 2017
- [24] Kheirkhah S., Yarusevych S. and Narasimhan S. Orbiting response in vortex-induced vibrations of a two-degree-of-freedom pivoted circular cylinder. *J. Fluids Structures* **28**, 343-358, 2012
- [25] Marble E., Morton Ch. and Yarusevych S. Vortex dynamics in the wake of a pivoted cylinder undergoing vortex-induced vibrations with elliptic trajectories. *Exp. Fluids* **59**, 78, 2018
- [26] Evangelinos C. and Karniadakis G. Dynamics and flow structures in the turbulent wake of rigid and flexible cylinders subject to vortex-induced vibrations. *J. Fluid Mech.* **400**, 91-124, 1999
- [27] Oviedo-Tolentino F., Pérez-Gutiérrez F., Romero-Méndez R., Hernández-Guerrero A. Vortex-induced vibration of a bottom fixed flexible circular beam. *Ocean. Eng.* **88**, 463-471, 2014

- [28] Shiels D. Simulation of controlled bluff body flow with a viscous vortex method. California Institute of Technology, PhD Thesis, 1998
- [29] Henderson R. D. Details of the drag curve near the onset of vortex shedding. *Phys. Fluids*, **7**, 2102-2104, 1995
- [30] Williamson C.H.K. and BROWN G. L. A series in $1/\sqrt{Re}$ to represent the Strouhal-Reynolds number relationship of the cylinder wake. *J. Fluids Structures* **12**, 1073-1085, 1998
- [31] Tritton D. J. Experiments on the flow past a circular cylinder at low Reynolds numbers. *J. Fluid Structures* **6**, 547-567, 1959
- [32] Williamson C.H.K. Defining a universal and continuous Strouhal-Reynolds number relationship for the laminar vortex shedding of a circular cylinder. *Phys. Fluids* **31**, 2742-2744, 1988
- [33] Zdravkovich M.M. Flow around circular cylinders. Vol. 1: Fundamentals. Oxford Science Publications, Oxford University Press, 2003
- [34] Davidson P.A. Turbulence: an introduction for scientists and engineers. Oxford, United Kingdom, Oxford University Press, 1957
- [35] Williamson C.H.K. and Roshko A. Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder. *J. Fluid Structures* **2**, 355-381, 1988
- [36] Morton B.R. The generation and decay of vorticity. *Geophys. Astrophys. Fluid Mech.* **28**, 277-308, 1984
- [37] Klovov A. Global analysis of dynamics of the pendulum systems, new bifurcation groups and rare attractors. Doctoral Thesis. Riga Technical University, 2013
- [38] Blevins R. D. Flow-induced vibrations. Krieger publishing company, Malabar, Florida, USA, 2001
- [39] Naudascher E. and Rockwell D. Flow induced vibrations: An engineering guide. Rotterdam, Netherlands: Balkema 1994
- [40] Sumer B.M. and Fredsoe J. Hydrodynamics around cylindrical structures. Singapore: World Sci. 1997
- [41] Goldstein R. J. Fluids mechanics measurements. Hemisphere Publishing Corporation, 1996
- [42] Williamson C.H.K. The natural and forced formation of spot-like 'vortex dislocation' in the transition of a wake *J. Fluid Mech.* **243** 393-441, 1992
- [43] Anagnostopoulo P. and Bearman P. W. Response characteristics of a vortex-excited cylinder at low Reynolds number. *J. Fluid Structures* **6**, 39-50, 1992

- [44] Shiels D. Leonard A. and Roshko A. Flow-Induce vibration of a cirvular cylinder at limiting structural parameters. *J. Fluid Structures* **15**, 3-21, 2001