



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

---

CENTRO DE FÍSICA APLICADA Y TECNOLOGÍA AVANZADA

PROCESAMIENTO DE SEÑALES ÓPTICAS  
PARA EVIDENCIAR FENÓMENOS FÍSICOS

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**Licenciado en Tecnología**

PRESENTA:

**Sebastián García Sarmiento**

TUTOR:

Dr. Rafael Quintero Torres



Juriquilla, Querétaro, 2022



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



# Agradecimientos

---

Agradezco enormemente a mi familia que siempre me apoyó durante mis estudios y de estar siempre al pendiente de que no me faltara nada. A mis íntimos amigos que me dieron una experiencia única en la universidad y me ayudaron a ser mejor persona. A la UNAM y sus profesores que me dieron la oportunidad de aprender y desarrollarme como persona.

En especial quiero agradecer a Rafael Quintero Torres que durante mi estancia en la universidad fungió como mi tutor, mentor y consejero. Agradezco sus consejos, las oportunidades que me dio y sobretodo su confianza en mí.



# Resumen

---

En este trabajo se presenta el análisis de diversos sistemas físicos a partir del uso de métodos ópticos entre los que se encuentran el análisis de tamaño de partículas, caracterización de una fuente de luz y el fenómeno de la auto modulación de fase espacial. Por lo tanto, se introduce la teoría elemental de los conceptos tanto físicos y ópticos que están involucrados con los sistemas de estudio, pero con un hincapié en lo que es la interacción de la luz con la materia y la óptica estadística.

Para este tipo de experimentos es importante recuperar las señales, preprocesarlas y posteriormente extraer la información necesaria. En algunos casos para capturar la información hay que convertir la señal óptica en electrónica o por otro lado hacer uso de imágenes que muestran la intensidad de la luz.

Un típico experimento óptico involucra una fuente, el sistema óptico, un detector y el procesamiento de la señal. En cada una de estas etapas existen variantes diferentes desde una fuente como el sol, un led o hasta un láser, como también diferentes fenómenos ópticos que existan en el sistema (dispersiones, reflexiones, refracciones, etc), el detector puede ser tanto un fotodiodo o como una cámara CCD. Ya en la última etapa es importante medir los parámetros de la señal y dar una respuesta al porque hubo estas variaciones en los parámetros.

Este es el proceso que se siguió en este trabajo para llegar entender que es lo que sucede en los diferentes sistemas de estudio.



# Índice general

---

Índice de figuras	IX
Índice de tablas	XIII
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Planteamiento del problema	3
1.2. Justificación	3
1.3. Hipótesis	4
1.4. Objetivos	4
1.4.1. Objetivo principal	4
1.4.2. Objetivos secundarios	4
<b>2. Marco teórico</b>	<b>5</b>
2.1. Óptica física	5
2.1.1. Representación matemática	6
2.2. Difracción e interferencia	7
2.2.1. Interferencia	7
2.2.2. Difracción	8
2.2.2.1. Principio de Huygens	8
2.2.2.2. Aproximación de Fresnel	10
2.3. Interacción de la luz con la materia: Dispersión espacial y absorción	11
2.3.1. Absorción	11
2.3.2. Modelo de Lorentz	12
2.3.2.1. Dispersión de Rayleigh	15
2.3.2.2. Dispersión de Rayleigh en un medio	16
2.4. Óptica estadística	16
2.4.1. Intensidad óptica	17
2.4.2. Coherencia	18
2.4.3. Correlación de primer orden y tiempo de coherencia	19
2.4.3.1. Teorema de Wiener-Khintchine	20



## ÍNDICE GENERAL

---

2.4.4.	Correlación de intensidad de segundo orden . . . . .	21
2.4.5.	Relación de Siegert . . . . .	21
2.5.	Fuentes de radiación . . . . .	23
2.5.1.	Luz térmica . . . . .	24
2.5.2.	Luz láser . . . . .	25
2.5.2.1.	Diodo láser . . . . .	25
2.5.3.	Fuente pseudotérmica . . . . .	26
2.6.	Haces gaussianos . . . . .	27
2.7.	Sistemas de estudio . . . . .	28
2.7.1.	Dispersión dinámica de luz (DLS) . . . . .	28
2.7.1.1.	Movimiento Browniano . . . . .	29
2.7.1.2.	Consideraciones teóricas . . . . .	29
2.7.2.	Interferómetro de Michelson . . . . .	31
2.7.2.1.	Interferencia de luz parcialmente coherente . . . . .	33
2.7.3.	Efectos de la automodulación de fase en la propagación e interferencia de un haz gaussiano coherente . . . . .	34
<b>3.</b>	<b>Diseño experimental</b>	<b>37</b>
3.1.	Interferómetro de Michelson . . . . .	37
3.1.1.	Descripción del arreglo óptico . . . . .	37
3.1.2.	Caracterización de la fuente: Diodo Láser . . . . .	38
3.1.3.	Medición de tiempo de coherencia . . . . .	38
3.2.	Dispersión dinámica de luz . . . . .	40
3.2.1.	Descripción del arreglo óptico . . . . .	40
3.2.2.	Muestra . . . . .	40
3.2.3.	Adquisición de señales . . . . .	42
3.2.4.	Procesamiento de señales . . . . .	42
3.3.	Simulación de los efectos de automodulación de fase en la propa- gación de un haz gaussiano por un medio absorbente . . . . .	44
<b>4.</b>	<b>Resultados</b>	<b>47</b>
4.1.	Grado de coherencia temporal . . . . .	47
4.2.	Función de autocorrelación de intensidades . . . . .	49
4.3.	Tamaño de partículas . . . . .	50
4.4.	Patrones de interferencia . . . . .	53
<b>5.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>59</b>
<b>A.</b>	<b>Código/Manuales/Publicaciones</b>	<b>61</b>
A.1.	Procesamiento de señal para DLS . . . . .	61
A.2.	Procesamiento del interferograma . . . . .	62

A.3. Simulación de patrones . . . . .	63
<b>Bibliografía</b>	<b>65</b>



# Índice de figuras

---

1.1. Diagrama de los componentes principales que están involucrados en cualquier experimento óptico . . . . .	2
2.1. Patrón de interferencia de una fuente esférica coherente la cual muestra una serie de círculos concéntricos de intensidad máxima y mínima. . . . .	7
2.2. Imágenes de dos objetos puntuales incoherentes formados por una lente limitados por la difracción. A la izquierda los discos de Airy están bien separados, a la derecha están al límite de la resolución. Obtenida de Pedrotti, Introduction to Optics . . . . .	8
2.3. Esquemático que representa el problema de la difracción y su geometría para definir la integral de difracción . . . . .	9
2.4. Imagen clásica de un átomo en el cual se supone que la nube de electrones esta enlazada por una constante con el centro de masa como si fuera un resorte. Obtenida de Lipson, Optical Physics . . . . .	13
2.5. Curvas de la función dieléctrica generalizadas $(\epsilon_1, \epsilon_2)$ . . . . .	14
2.6. a) Distribución angular del esparcimiento de Rayleigh, b) vista frontal en la cual se visualiza el campo de un dipolo oscilante . . . . .	16
2.7. Luz aleatoria que puede provenir de una fuente térmica . . . . .	17
2.8. Ilustración de la función de onda, magnitud del grado de coherencia temporal y tiempo de coherencia para un campo eléctrico . . . . .	20
2.9. Patrón de moteado que se espera de una superficie rugosa generado a partir de una simulación en MATLAB. . . . .	26
2.10. Esquema del radio del haz $\omega(z)$ y de la curvatura del radio $R(z)$ del haz gaussiano en dirección de propagación $z$ . . . . .	27
2.11. Esquema del interferómetro de Michelson. El láser (1) incide en el divisor de haz (2) el cual divide el haz en dos haces parciales. Estos son reflejados por sus respectivos espejos (3). El patrón de interferencia se forma en la pantalla o detector (4) . . . . .	32
2.12. Intensidad en función de $\tau$ , cuando una onda plana parcialmente coherente es introducida a un interferómetro de Michelson . . . . .	34

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

2.13. Esquema de una celda que consiste en una solución absorbente por donde pasa el haz del láser . . . . .	36
3.1. Arreglo óptico del interferómetro . . . . .	37
3.2. Haz de luz en forma de cono elíptico después de viajar por el interferómetro e interferir en una pantalla forma este patrón de interferencia . . . . .	38
3.3. Potencia óptica del diodo láser con corriente de umbral a $\sim 50mA$	38
3.4. Espectros medidos del diodo láser a diferentes corrientes de alimentación. . . . .	39
3.5. Pico motor que se instaló en la etapa lineal del espejo 2 . . . . .	39
3.6. Arreglo óptico para realizar la medición de scattering a $90^\circ$ a través del contador de fotones.El osciloscopio adquiere la señal del detector y por medio de la computadora se extraen los datos . . . . .	41
3.7. Propiedades ópticas de nanopartículas de oro de 75-85 nm obtenida de nanoComposix(Certificate of Analysis)-80nm Gold Nanospheres	42
3.8. Señal óptica captada del esparcimiento de la muestra . . . . .	43
3.9. Fluctuaciones de intensidad representado por el número de cuentas por bin (250 ms dividido en 10000 bins ) . . . . .	44
3.10. Patrones de intensidades en el campo lejano con la forma de anillos concéntricos en función de la potencia . Mayor potencia más anillos, a) siendo la de menor potencia . . . . .	45
3.11. Patrón de intensidades en el campo lejano con un centro obscuro debido a la divergencia del haz gaussiano . . . . .	45
3.12. Patrón de intensidades a altas potencias . . . . .	46
4.1. Intensidad del diodo láser como función de $\tau$ en la salida del interferómetro de Michelson . . . . .	47
4.2. Grado de coherencia temporal obtenido de la visibilidad . . . . .	48
4.3. Curva de autocorrelación de intensidades del esparcimiento de la muestra de nanopartículas de oro . . . . .	49
4.4. Curva de autocorrelación de intensidades del esparcimiento de la muestra de nanopartículas de oro en escala logarítmica . . . . .	50
4.5. Descomposición de la curva de autocorrelación en dos exponenciales de la forma $e^{-2\Gamma t}$ . . . . .	51
4.6. Comparación de la función de autocorrelación con la curva de ajuste	52
4.7. Distribución gaussiana del tamaño de partículas (Diámetro hidrodinámico) a partir del método cumulante . . . . .	54
4.8. Haz gaussiano que se propaga por el eje z a través del medio sin modificaciones por la automodulación de fase . . . . .	55

4.9. Patrón de intensidad en el campo lejano con $A = -2\pi$ y curvatura $R = -1.33m$ . . . . .	56
4.10. Patrón de intensidad en el campo lejano con $A = -4\pi$ y curvatura $R = -1.33m$ . . . . .	56
4.11. Patrón de intensidad en el campo lejano con $A = -8\pi$ y curvatura $R = -1.33m$ . . . . .	57
4.12. Patrón de intensidad en el campo lejano con $A = -2\pi$ y curvatura $R = 1.33m$ . . . . .	57
4.13. Patrón de intensidad en el campo lejano con $A = -20\pi$ , curvatura $R = -1.33m$ y con $\exp[-(x_1^2 + y_1^2)/\omega_p^2]$ . . . . .	58
4.14. Patrones de intensidad en el campo lejano con $A = -40\pi$ , curvatura $R = 1.33m$ . a) $\exp[-2(x_1^2 + (y_1 - 0.01)^2)/\omega_p^2]$ , b) $\exp[-(x_1^2 + (y_1 - 0.01)^2)/\omega_p^2]$ . . . . .	58



# Índice de tablas

---

3.1. Parámetros de las nanopartículas de oro . . . . .	41
4.1. Parámetros del modelo general del ajuste de curvas . . . . .	51
4.2. Parámetros para determinar el radio hidrodinámico a partir de la ecuación de Stokes-Einstein . . . . .	53
4.3. Parámetros del modelo general del ajuste de curvas $exp[-\Gamma t]$ . . .	53





# Introducción

---

Conforme ha avanzado el conocimiento que se tiene de la luz esta se ha convertido en una herramienta o tecnología la cual ha ido teniendo mayor impacto en los diferentes sectores de la sociedad tales como en la medicina, la manufactura industrial, en los sistemas de comunicación y en la investigación académica.

Las tecnologías basadas en la óptica nos han permitido obtener información remota de un sistema sin tener contacto con este. Utilizar a la luz como técnica de medición de fenómenos físicos o de objetos ha tenido grandes beneficios gracias a la exactitud que se tienen en las mediciones y por las excelentes resoluciones que se tienen tanto espacial como temporal [12].

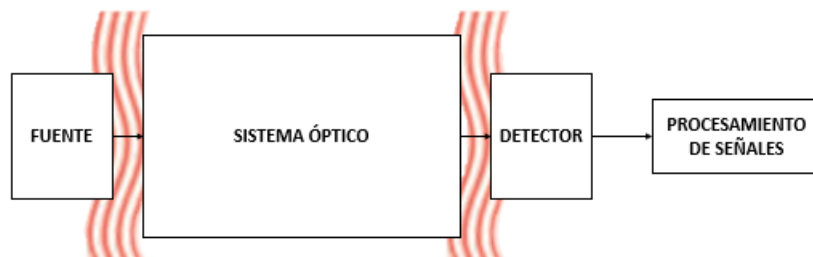
Un paso importante para lograr lo anterior es la debida caracterización del sistema, es decir, adquirir la información del sistema; para ello es necesario convertir las señales ópticas en señales eléctricas y posteriormente realizar un debido procesamiento de la señal. Con este proceso es posible evidenciar el fenómeno o las características del objeto estudiado.

Hay que agregar que otro beneficio que se tiene de usar métodos ópticos es que se puede hacer un procesamiento de las señales en el dominio de la óptica. Es decir, que se pueden hacer operaciones complejas tales como la transformada de Fourier [25].

Un experimento óptico se conforma básicamente de una fuente de luz, el experimento que constan generalmente del arreglo óptico y si es el caso, del objeto o sistema a estudiar. En el experimento pueden ocurrir diversos fenómenos como la reflexión, absorción, transmisión, refracción, difracción, dispersión e interferencia. Los otros dos componentes son el detector de luz y, por último, el procesamiento o análisis de la señal. La figura 1.1 muestra un esquemático que representa los componentes de un experimento óptico. En el procesamiento de señales se adquiere la información de la señal como su amplitud, fase, etc. Cuando el sistema óptico cambia o es alterado provoca un cambio en la señal analizada, por lo tanto, la medición de los parámetros es importante para evidenciar lo que ocurre.

## 1. INTRODUCCIÓN

---



**Figura 1.1:** Diagrama de los componentes principales que están involucrados en cualquier experimento óptico

Un ejemplo muy claro que ilustra lo anterior fue el experimento que permitió detectar ondas gravitacionales por la colisión de dos hoyos negros, el LIGO. El experimento consistió en un interferómetro de Michelson de donde se pudieron detectar cambios en las señales debido a las perturbaciones causadas por las ondas gravitacionales [19]. Se pudieron detectar cambios de longitud de los brazos del orden de  $10^{-16} \text{ cm}$ .

Para uno de los objetivos de esta investigación se propuso estudiar las propiedades de la coherencia de la luz para así caracterizar y distinguir una fuente de luz y posteriormente usar los conocimientos para diseñar un arreglo óptico que nos permita medir el tamaño de partícula de una solución, técnica conocida como dispersión dinámica de luz o por sus siglas en inglés DLS (Dynamic Light Scattering).

Para estos dos casos es de suma importancia reconocer que todos los campos ópticos contienen ciertas variaciones aleatorias, incluyendo fuentes como el sol o el láser. Siempre se tiene que tomar en cuenta que las fuentes monocromáticas de las que se hablan en la literatura no se pueden encontrar en la vida real [31].

Existen los casos en el que la luz al interactuar con ciertos sistemas cause que sus propiedades estadísticas cambien, en este caso, su coherencia se modifica y adquiere una propiedad de mayor aleatoriedad, si se quiere obtener información de este tipo de luz es necesario hacer uso de métodos estadísticos para su propia caracterización [25].

Existen dos promedios estadísticos que se usan para este tipo de luz: la intensidad óptica y la función de autocorrelación de primer orden. Como una modificación de la última existe la correlación de intensidades de segundo orden [17]. Esta función tuvo su popularidad cuando se construyó el interferómetro de intensidad [11] que se usó para deducir el diámetro angular de las estrellas. Desde entonces es una herramienta estadística que brinda información importante del

sistema como lo es el tiempo de coherencia de una fuente de luz lo cual ayuda a distinguir si se trata de una fuente térmica o de un láser.

Poder caracterizar este tipo de luz aleatoria nos permitiría conocer a mayor detalle el medio con el cual la luz interactúa. Diversos experimentos han demostrado que se puede obtener el tamaño de partículas de una solución [14, 26, 33], detectar rugosidades de superficies, visualizar modos de vibración de placas metálicas [20] y obtener velocidades transversales de fluidos [27].

Por otro lado, hay otro tipo de sistemas en el que la óptica estadística se deja de lado y se toman en cuenta otros conceptos/fenómenos. En este caso, se tratará de entender el fenómeno de la automodulación de fase en el cual una fuente interactúa con un medio absorbente el causa efectos en la propiedades del haz que se propaga (su fase). En este sistema se involucra fenómenos de absorción y de difracción.

## 1.1. Planteamiento del problema

Para analizar sistemas físicos a través de la óptica, se requiere tener un entendimiento total de las posibles interacciones que haya de la luz con la materia. Este tipo análisis siempre requiere de tener un conocimiento previo del tipo de fuente de luz que se utilizara porque lo que se llega a manipular es en si la onda electromagnética. Esta onda electromagnética tendrá cambios y estas perturbaciones son las que uno mide para hacer predicciones de lo que sucedió. El problema a resolver es el de analizar y procesar señales ópticas de diferentes sistemas que evidencien diversas cosas como por ejemplo, identificar que tipo de fuente de luz se tiene, analizar distribuciones de tamaño de nanopartículas y explicar como la luz misma puede modificar las propiedades ópticas de un medio y por consecuencia ver afectada su propagación formando un patrón de interferencia.

## 1.2. Justificación

La luz es una gran herramienta para caracterizar sistemas u objetos, pero para hacerlo posible uno debe de capturar la información de alguna forma y después analizarla. Se busca enfatizar lo importante que es conocer las propiedades estadísticas de luz ya que es posible conocer características del sistema a partir de los cambios que hubo en estas propiedades. El fin es concluir que es posible seguir explotando estas propiedades para desarrollar nueva tecnología en el área de la óptica. De igual manera, se busca destacar la importancia de procesar las

señales ópticas para la obtención de información del sistema.

### 1.3. Hipótesis

- La dispersión espacial y la coherencia temporal cambian por la interacción de la luz y las partículas dispersas, la luz dispersada tiene la información del tamaño de las partículas.
- Si la corriente que alimenta al diodo láser se encuentra debajo del umbral de encendido entonces su tiempo de coherencia se vera disminuido considerablemente.
- El haz Gaussiano es una fuente de energía óptica que en el medio se puede convertir en térmica ocasionando que se genere un gradiente de temperatura y por lo tanto un cambio de índice de refracción provocando que la propagación del haz se vea afectada y genere un patrón de interferencia en el campo lejano.

### 1.4. Objetivos

#### 1.4.1. Objetivo principal

Procesar y analizar las señales ópticas de tres sistemas diferentes en donde ocurren diferentes fenómenos ópticos para evidenciar características importantes del sistema.

#### 1.4.2. Objetivos secundarios

- Determinar el tamaño de partícula de una solución.
- Medir el tiempo de coherencia de un diodo láser para identificar si se encuentra en el régimen de funcionamiento.
- Replicar el patrón de interferencia causado por la propagación de un haz Gaussiano bajo los efectos de la automodulación de fase en un medio de nanopartículas.

## 2.1. Óptica física

La óptica como campo de la física es el estudio de la propagación de las ondas electromagnéticas y sus implicaciones cuánticas [16] y específicamente se enfoca en las ondas que se encuentran en la región del espectro visible. Se debe mencionar que la teoría ondulatoria de la luz tardó en aceptarse y que antes de esta se encontraba la teoría de la óptica geométrica, la cual considera las ondas de luz como rayos que se propagan en línea recta en un medio uniforme [16].

Conforme se realizaban más experimentos ya no se podía describir las observaciones a partir de la óptica geométrica, esto abrió paso a la teoría ondulatoria. Aunque ya había trabajo hecho por Huygens desde 1660 [16] no fue hasta 1803-1812 que Young y Fresnel concluyeron la teoría combinando la descripción ondulatoria de Huygens con el principio de interferencia.

Es importante aclarar que la óptica geométrica sigue siendo válida siempre y cuando el tamaño de los elementos con los que interactúa la luz sean grandes comparadas con la longitud de onda  $\lambda$  [16]. Por otro lado, todos los fenómenos que lidian con objetos menor a la longitud de onda generan fenómenos como la interferencia y la difracción son explicados con la teoría ondulatoria.

La última gran contribución a la teoría ondulatoria de la luz fue realizada por J.C Maxwell a la mitad del siglo IX con sus famosas ecuaciones de electromagnetismo. En resumen, explican que un campo electromagnético se propaga como una onda transversal a la velocidad de la luz. La propagación de la onda electromagnética que consiste de un campo eléctrico y normal a ella un campo magnético es descrita totalmente por la ecuación de onda que se deriva a partir de las ecuaciones de Maxwell, los medios y la simetría del problema. En el vacío con simetría radial y

sin fronteras la ecuación es

$$\nabla^2 E(r, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E(r, t) = 0 \quad (2.1)$$

### 2.1.1. Representación matemática

En la óptica usualmente se maneja las soluciones de la Ec. (2.1) como número complejos o ,en otras palabras, las variables de campo se tratan como fasores, esta forma se le conoce como la representación harmónica en el tiempo donde la dependencia en el tiempo es sinusoidal [13]. Para una onda monocromática harmónica en el tiempo uno obtiene

$$E(r, t) = \Re[\hat{E}(r)e^{-i\omega t}] \quad (2.2)$$

con frecuencia angular  $\omega$  y amplitud compleja  $\hat{E}(r)$  Es importante destacar que la parte real es la única que tiene sentido físico [12].

La ecuación de onda harmónica en el tiempo se obtiene a partir de las ecuaciones de Maxwell en forma harmónica, simplemente se sustituye  $\frac{\partial}{\partial t}$  por  $i\omega$  en Ec. (2.1) y se obtiene la llamada ecuación de Helmholtz con  $\omega^2 = c^2 k^2$

$$\nabla^2 E(r) + k^2 E(r) = 0 \quad (2.3)$$

la cual solo depende de la posición  $r$ .

La solución más importante de la ecuación de Helmholtz es la onda plana. Una onda plana es una onda en donde todas las superficies de igual fase forman un conjunto de planos que son perpendiculares a la dirección de propagación [12]. La forma escalar de una onda plana es

$$E(r, t) = E_0 e^{-i(\omega t - kr)} \quad (2.4)$$

Otro tipo de onda es la onda esférica la cual se obtiene a partir de la solución de la ecuación de Helmholtz pero en coordenadas esféricas. Esta solución describe a la luz propagándose isotópicamente mientras que la amplitud decrece conforme  $\frac{1}{r}$

$$E(r, t) = \frac{E_0}{r} e^{-i(\omega t - kr)} \quad (2.5)$$

De las características más importantes de la teoría ondulatoria se encuentra el principio de superposición el cual dice que en un punto dado el campo esta dado por la suma de todas las ondas  $E_i(r, t) = E_{0i} e^{-i(\omega_i t - \varphi_i)}$ , así como lo describía Huygens y sus ondículas

$$E(r, t) = \sum_i E_i(r, t) = \left[ \sum_i E_{0i} e^{i\varphi_i} \right] e^{-i\omega t} \quad (2.6)$$

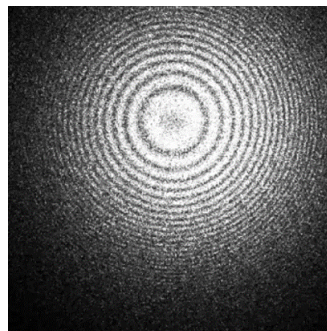
donde  $\varphi_i = kr + \phi_i$  es fase.

## 2.2. Difracción e interferencia

Se había mencionado que los efectos ondulatorios de la luz solo pueden ser vistos cuando los objetos son del tamaño de la longitud de onda de la luz, ya que en esta escala es la única forma de que exista una interacción completa. Estos efectos son conocidos como el de la interferencia y el de la difracción. Usualmente se refiere a la difracción como un término general que hace referencia a todo tipo de interacción de una onda con un obstáculo que puede ocasionar que se curve/desvié la onda mientras que la interferencia es un fenómeno que se describe totalmente por el principio de superposición y el cual ocurre cuando dos o más ondas se superponen e interaccionan [16]. Por ende la interferencia es un caso específico de la difracción en donde ocurre una interacción entre ondas.

### 2.2.1. Interferencia

Ya que la interferencia se basa en la superposición de ondas pueden existir efectos de disminución o de realce de las ondas de luz en términos de intensidad. En los sistemas ópticos pueden hacer que existan al mismo tiempo y espacio estas condiciones de realce, interferencia constructiva, o de disminución, interferencia destructiva [22]. Estas condiciones pueden estar alternadas en el espacio de visualización y dan pie a lo que se conoce como patrones de interferencias como se muestra en la figura 2.1.



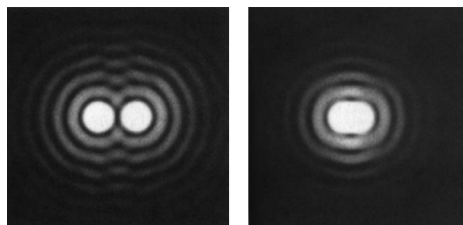
**Figura 2.1:** Patrón de interferencia de una fuente esférica coherente la cual muestra una serie de círculos concéntricos de intensidad máxima y mínima.

Se hablara más a detalle de la interferencia cuando se hable del interferómetro de Michelson en la sección 2.7.2



### 2.2.2. Difracción

La difracción es un fenómeno sutil en virtud de que la longitud de onda de la luz es pequeña, del orden de un micrómetro. Este fenómeno ha sido de gran importancia ya que ha impuesto un límite en la resolución que se puede tener en los sistemas ópticos. La esperanza es que dos objetos luminosos puntuales al pasar por un sistema óptico sean representados por dos puntos luminosos, pero al haber el efecto de la difracción debido a las aperturas inherentes que existen hace que no se pueda lograr tener esos dos puntos luminosos en la pantalla, sino una mezcla de los puntos que parece más como un manchón borroso como en la figura 2.2.



**Figura 2.2:** Imágenes de dos objetos puntuales incoherentes formados por una lente limitados por la difracción. A la izquierda los discos de Airy están bien separados, a la derecha están al límite de la resolución. Obtenida de Pedrotti, Introduction to Optics

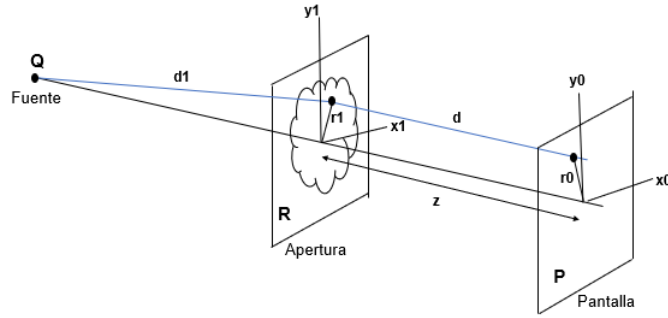
#### 2.2.2.1. Principio de Huygens

El principio de Huygens dice que cada punto de un frente de onda en movimiento puede ser considerado como una fuente secundaria de radiación esférica [12]. Cada una de esas fuentes, por lo tanto, se extenderá de acuerdo con la parte espacial de la ecuación para la propagación esférica como esta descrito en la siguiente ecuación (solución de la ecuación de onda para una fuente puntual en coordenadas esféricas, donde se separa la componente temporal ya que no cambia en estos fenómenos):

$$\psi_1 = \frac{A}{r} \exp [i(k\omega t - kr)] \quad (2.7)$$

Donde  $r$  es la coordenada radial esférica,  $t$  es el tiempo y  $w, k$  representan la frecuencia angular y el número de onda del campo eléctrico  $\psi$ .  $A$  representa la intensidad del campo en la fuente. La figura 2.3 es el referente de todos los cálculos de difracción y la relación a recordar es que  $r_1 + d = z + r_0$ ; un punto en la

apertura sumado al rayo entre la apertura y la pantalla es igual a la distancia entre la apertura y la pantalla sumado al punto en la pantalla. Al considerar la



**Figura 2.3:** Esquemático que representa el problema de la difracción y su geometría para definir la integral de difracción

interacción con una apertura  $\sigma$  arbitraria, el campo eléctrico anterior se modifica para introducir un factor de transmisión  $f_s$  que puede ser 0 (opaca) o 1 (transparente) o un valor continuo que puede ser complejo para incluir el efecto de que la fase cambia y la Ec. (2.7) se modifica por la siguiente ecuación al llegar a la pantalla de observación:

$$\psi(r_0) = \iint_{\sigma} \psi_1(r) f_s \frac{\exp[-ikd]}{d} dA_1 = \iint_{\sigma} \frac{A}{d_1} \exp[-ikd_1] f_s \frac{\exp[-ikd]}{d} dA_1 \quad (2.8)$$

La Ec. (2.8), captura la parte más esencial de la difracción, pero la formulación precisa del campo de una apertura  $\sigma$  se expresa en la fórmula de difracción de Rayleigh-Sommerfeld:

$$\psi(r_0) = \frac{1}{i\lambda} \iint_{\sigma} A \frac{\exp[-ikr]}{r} f_s \frac{\exp[-ikd]}{d} \left( \frac{\cos \theta + \cos \theta_1}{2} \right) dA_1 \quad (2.9)$$

Que dice que la onda en la posición  $r_0$  es una superposición del campo de la apertura, debido a la linealidad de la ecuación de onda y expresada en el principio de Huygens, cada contribución está ponderada por una función de transmisión  $f_s$  de la onda esférica propagada desde la fuente a la apertura, y otra de la apertura a la pantalla de la medición de la intensidad;  $\frac{\exp[-ikr]}{r}$  y  $\frac{\exp[-ikd]}{d}$ . También existe un factor de fase que incluye a la longitud de onda  $\frac{1}{i\lambda}$  (este factor es esencial para escalar los resultados a la geometría particular usada) y otro factor por la inclinación entre los rayos antes de la pantalla y después de la pantalla;  $\cos \theta$  y  $\cos \theta_1$  (en la mayoría de los casos se suponen arreglos simples con aperturas y

## 2. MARCO TEÓRICO

---

pantallas planas, además de geometrías pequeñas que simplifican estos factores a la unidad).

Las aproximaciones como la de Fresnel y Fraunhofer surgen de las soluciones de la Ec. (2.9), bajo las simplificaciones más comunes en la geometría y en el arreglo experimental, a) tipo de frente de onda incidente y distancia a la pantalla, b) orientación de la pantalla con transmisión completa en solo alguna pequeña región, c) eje de propagación respecto a la fuente, la pantalla y la región de observación y d) longitud de onda y distancias relativas del sistema óptico.

La Ec. (2.9) se puede simplificar para describir muchos problemas de interés. Partiendo de suponer que, en la entrada, la fuente de radiación está muy lejos  $r \rightarrow \infty$  y que la fuentes es muy brillante  $A \rightarrow \infty$  entonces se cumple la aproximación paraxial [16] con la cual el factor  $\frac{A}{r} \equiv E_0$  sea constante. La condición de aperturas pequeñas y planas permite que los ángulos sean muy pequeños. Frecuentemente se supone que la pantalla es transparente con un valor de  $f_s = 1$ , pero sólo en una región muy pequeña. Finalmente, observando que  $d$  aparece en el denominador y en la exponencial pero multiplicada por un factor muy grande, el número de onda y el hecho de que a la salida la distancia  $z$  es más grande que las distancias transversales; permite decir que  $d \sim z$  en la distancia del denominador, pero  $d$  se debe de aproximar con la siguiente ecuación para el término de la fase en el exponencial.

$$d = \sqrt{z^2 + (x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2} \approx z \left( 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - x_0}{z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{y_1 - y_0}{z} \right)^2 \right) \quad (2.10)$$

Las variables de esta ecuación toman sentido de la figura 2.3, donde el subíndice 1 es para la apertura y subíndice 0 es para la pantalla de observación. Para la derivación de esta expresión se tomo en cuenta que  $\vec{d} + \vec{r}_1 = \vec{z} + \vec{r}_0$  lo que lleva a que la magnitud de  $\vec{d}$  este dada por  $|\vec{d}| = |\vec{z} + \vec{r}_0 - \vec{r}_1|$ . Aplicando la aproximación binomial  $\sqrt{1 + \Delta} \approx 1 + \frac{\Delta}{2}$  en  $d$ , con  $\Delta$  muy pequeño para garantizar la convergencia, se llega a la expresión 2.10.

### 2.2.2.2. Aproximación de Fresnel

Partiendo de la Ec. (2.9) y tomando la aproximación paraxial y dimensiones pequeñas se centra la atención solo en la variable  $d$ , que se reemplaza con la Ec. (2.10), dejando los binomios cuadrados en la integral se tiene la ecuación de Fresnel, la cual puede ser solucionada numéricamente o a partir de las integrales de Fresnel.

$$\psi(x_0, y_0) = \frac{E_0 \exp -ikz}{i\lambda z} \iint_{\sigma} f_s(x_1, y_1) \exp \frac{-ik}{2z} ((x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2) dx_1 dy_1 \quad (2.11)$$

Si uno quisiera simular la propagación de una onda en el espacio libre entre dos planos entonces solo se debe de cambiar los límites de integración a  $[-\infty, \infty]$ .

## 2.3. Interacción de la luz con la materia: Dispersión espacial y absorción

La luz puede tener diversas interacciones con la materia desde ser reflejada, refractada o hasta absorbida. Particularmente en este trabajo nos centraremos en la dispersión espacial y en la absorción provocados por partículas con una escala de longitud menor a 100 nm, es decir, nanopartículas.

Es importante decir que muchas de las interacciones son causadas por los índices de refracción de cada material. La velocidad de la onda de luz en la materia define el índice de refracción [12].

$$n = \frac{c}{v} \tag{2.12}$$

Para un análisis más detallado se debe de dar una explicación más detallada de lo que es el índice de refracción, para ello es necesario acudir a la ecuación de onda Ec. (2.1) y así generar una descripción ondulatoria. En este caso, la onda interactúa con la materia particularmente con las cargas libres. Por lo tanto, para una completa descripción es necesario incluir las propiedades dieléctricas de los materiales.

Como introducción, la dispersión espacial de las ondas electromagnéticas por un sistema físico se relaciona principalmente por la composición de la materia. La materia está compuesta por cargas eléctricas discretas: electrones y protones. Si una onda electromagnética es obstruida por estos objetos, estas cargas son sujetas a un movimiento oscilatorio por el campo eléctrico incidente. Las cargas eléctricas aceleradas radian energía electromagnética en todas las direcciones; esta radiación secundaria es a lo que se llama la dispersión espacial [3]. Por el otro lado, existe otro fenómeno en el que la energía electromagnética al excitar estas cargas transformen esta energía en otras formas como por ejemplo en energía térmica, un proceso llamado absorción [3].

### 2.3.1. Absorción

El proceso de la absorción se puede describir como el proceso en el que una onda de luz interactúa con la materia y esta se va amortiguando conforme se

## 2. MARCO TEÓRICO

---

va propagando por el material. En términos generales, la onda va perdiendo su energía durante la interacción. La siguiente ecuación muestra la ecuación de onda con un término adicional que representa el amortiguamiento:

$$c^2 \frac{\partial^2 E(x, t)}{\partial x^2} = \epsilon \frac{\partial^2 E(x, t)}{\partial t^2} + \frac{G}{\epsilon_0} \frac{\partial E(x, t)}{\partial t} \quad (2.13)$$

donde  $\epsilon$  es la permitividad del medio. Los dos primeros términos expresan a una onda sin amortiguamiento mientras que el último es el del amortiguamiento debido a la fricción, en este caso, ocasionado por los electrones libres en el medio.  $G$  siendo un parámetro de los electrones libres en el medio y  $\epsilon_0$  la permitividad en el vacío. Usando la Ec. (2.13) se puede encontrar una expresión para el índice de refracción la cual resulta en un índice de refracción complejo y da razón al fenómeno de la absorción.

$$N = n + ik \quad (2.14)$$

donde  $n$  y  $k$  son no negativos y son fuertemente dependientes de la frecuencia. En vez de tener una onda que solo cambia su velocidad en el medio ahora su amplitud va cambiando y se va amortiguando debido a la absorción del material.

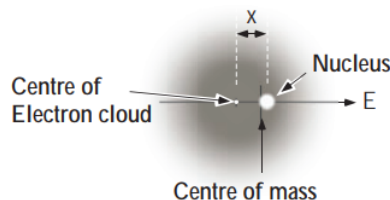
### 2.3.2. Modelo de Lorentz

Como sabemos el índice de refracción describe las propiedades macroscópicas del material, pero a través de la función dieléctrica se puede llegar a tener un mejor conocimiento de lo que ocurre en el material ya que se toman en cuenta las cargas. La equivalencia entre el índice de refracción y las propiedades dieléctricas se muestra en la siguiente ecuación:

$$n + ik = \sqrt{\epsilon_1 + i\epsilon_2} \quad (2.15)$$

Estas propiedades dieléctricas son representadas con la permitividad  $\epsilon$ , la cual es una medida de como un campo eléctrico es afectado y de como afecta a un medio dieléctrico con el que interacciona la onda. Además la permitividad esta intrínsecamente relacionado con la polarización del material y la susceptibilidad eléctrica que son propiedades que ayudan entender mejor un material.

La interacción de la luz con la materia pudo ser descrita con precisión por una teoría clásica conocida como el modelo de Lorentz de la función dieléctrica de la materia en donde el medio se representa por un modelo de átomos que consisten en una parte positiva y negativa que están enlazadas por una fuerza de atracción dependiente de la distancia [16]. La teoría cuántica solo es necesaria para conocer ciertos parámetros del modelo. El modelo se basa en la suposición de que la nube de electrones y el núcleo están enlazados por medio de resortes



**Figura 2.4:** Imagen clásica de un átomo en el cual se supone que la nube de electrones está enlazada por una constante con el centro de masa como si fuera un resorte. Obtenida de Lipson, Optical Physics

como se muestra en la figura 2.4. En este modelo la onda electromagnética que interactúa con el material ejerce una fuerza sobre los electrones lo cual causa que exista un desplazamiento. En la ecuación del movimiento se considera un factor de amortiguamiento ( $m\kappa$ ) y una fuerza restauradora ( $m\omega_0^2$ ) donde  $m$  es la masa reducida del sistema,  $\omega_0$  es la frecuencia con la que oscila la nube de electrones y  $\kappa$  es el término que solo es explicado acudiendo a la mecánica cuántica [16].

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + m\kappa \frac{dx}{dt} + m\omega_0^2 x = F \quad (2.16)$$

donde  $F$  es la fuerza que actúa sobre el sistema.

Si  $F = qE(t)$  y  $E(t) = E_0 \exp[i\omega t]$  resulta que la solución está dada por:

$$x(t) = x_0 \exp[i\omega t] \quad (2.17)$$

donde  $x_0$  se determina a partir de sustituir la solución en la ecuación de Lorentz.

$$x_0 = \frac{q}{m} \frac{E_0}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\kappa\omega} \quad (2.18)$$

En orden de conectar el modelo de Lorentz con las propiedades macroscópicas de las materias se hace uso de la polarización  $P$  la cual puede ser definida como

$$P = Np = Nqx(t) \quad (2.19)$$

donde  $N$  es el número de átomos y  $p$  es el dipolo inducido por el desplazamiento. Otra forma de definirla es a partir de las relaciones de Maxwell como

$$P = \epsilon_0 \chi E \quad (2.20)$$

donde  $\chi$  es la susceptibilidad eléctrica y  $E$  es el campo eléctrico. A partir del uso de las relaciones de Maxwell uno logra conectar la polarización  $P$ , con el campo

## 2. MARCO TEÓRICO

---

eléctrico  $E$  y el desplazamiento eléctrico  $D$ , expresado en la siguiente ecuación

$$D = \epsilon_0 E + P \quad (2.21)$$

Esta ecuación también puede ser expresada en función de  $\chi$  y de la constante dieléctrica  $\epsilon$

$$D = \epsilon_0(1 + \chi)E = \epsilon_0\epsilon E \quad (2.22)$$

Al sustituir la solución  $x(t)$  y despejando  $\epsilon$  se obtiene una dependencia de  $\epsilon$  con respecto a la frecuencia  $\omega$  de la onda incidente [3].

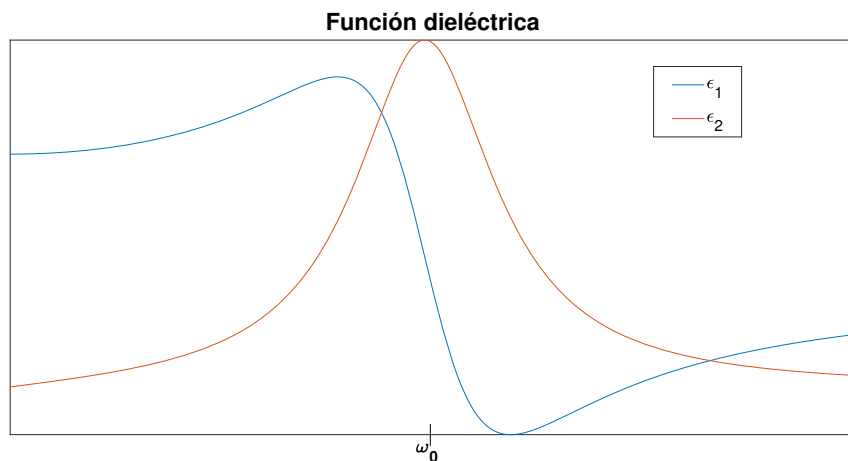
$$\epsilon(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\kappa\omega} \quad (2.23)$$

donde  $\omega_p$  es la frecuencia del plasma. Esta ecuación puede ser separada en su parte real e imaginaria y así obtener los componentes que conforma la equivalencia del índice de refracción:

$$\epsilon_1(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \kappa^2\omega^2} \quad (2.24)$$

$$\epsilon_2(\omega) = \frac{\omega_p^2(\kappa\omega)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \kappa^2\omega^2} \quad (2.25)$$

La parte imaginaria nos dice que a ciertas frecuencias los valores aumentan “drásticamente” lo que significa que a este intervalo de frecuencias hay mayor absorción del medio. La figura 2.5 muestra las dos curvas respectivamente.



**Figura 2.5:** Curvas de la función dieléctrica generalizadas ( $\epsilon_1, \epsilon_2$ )

### 2.3.2.1. Dispersión de Rayleigh

Para explicar el fenómeno de la dispersión espacial hay que hacer una distinción en el tipo de dispersión del que se hablara. En general, existen dos tipos: elástico e inelástico.

En la dispersión elástica, la energía transferida por la onda electromagnética es idéntica a la energía de la luz dispersada, por lo tanto, la longitud de onda de la onda incidente y dispersada es la misma [8]. Los ejemplos de este tipo de dispersión son la dispersión de Rayleigh y de Mie. Por otro lado, si la longitud de onda de la luz dispersada cambia significa que se trata de una dispersión inelástica y como ejemplo más claro se encuentra la dispersión Raman.

Ahora, para explicar la dispersión de Rayleigh se debe hacer énfasis en que este fenómeno solo sucede cuando el diámetro de las partículas es mucho menor a la longitud de onda incidente [8]. En este caso, se usa una aproximación electro estática, en donde la partícula experimenta un campo eléctrico constante, también se le conoce como aproximación de dipolo ya que el desplazamiento de electrones induce un dipolo en la nanopartícula [3].

Este tipo de dispersión se basa en la aceleración de las cargas y la producción de radiación emitida por este cambio de velocidad [16]. Se puede demostrar [3] que el campo tangencial emitido por una carga acelerada es

$$E_{acc}(\theta, t)_t = \frac{q}{c^2 4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} a \sin \theta \quad (2.26)$$

$a$  siendo la función particular de la aceleración. Para adecuar este resultado con la aceleración de un dipolo se hace uso de la Ec. (2.16) y se sustituye  $F$  por  $F = qE_0 \cos \omega t$ , resolviendo la ecuación nos da una aceleración dada por

$$a = -\frac{q}{m} \frac{E_0 \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)} \cos \omega t \quad (2.27)$$

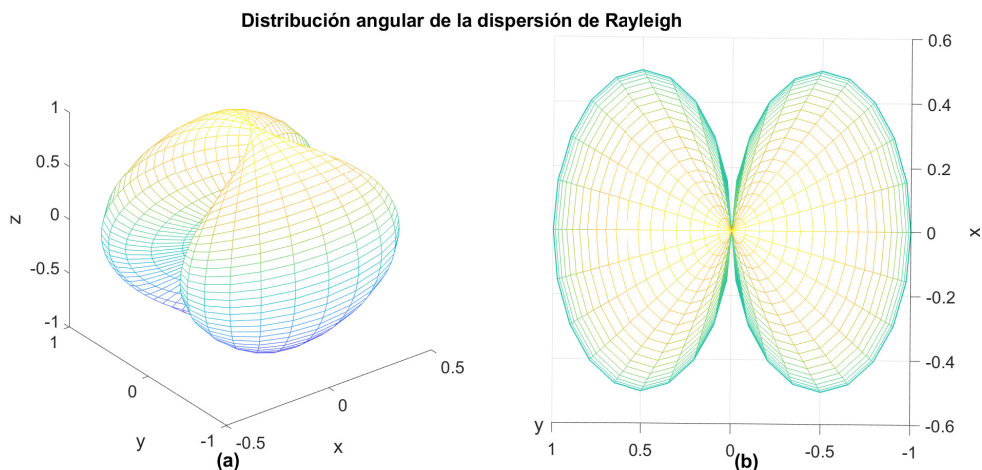
$$= -\frac{F}{m} \left( \frac{\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)} \right) \quad (2.28)$$

Se puede mostrar que si la luz incidente esta en la región visible  $\omega \ll \omega_0$ , para partículas pequeñas ( $d \ll \lambda$ ) la energía total irradiada por este tipo de dispersión será dependiente de la longitud de onda a la cuarta potencia [12].

$$P = \frac{q^4 E_0^2}{6\pi\epsilon_0 c^3 m^2} \frac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} \sim \frac{1}{\lambda^4} \quad (2.29)$$

Otros detalles particulares de la dispersión de Rayleigh es la cuestión de que su distribución angular del campo eléctrico esta dado por  $\sin \theta$  [29] y por lo tanto tiene un perfil de forma de dona como se puede visualizar en la figura 2.6.





**Figura 2.6:** a) Distribución angular del esparramiento de Rayleigh, b) vista frontal en la cual se visualiza el campo de un dipolo oscilante

### 2.3.2.2. Dispersión de Rayleigh en un medio

Hasta ahora solo se ha considerado el campo eléctrico radiante sin haber incorporado las propiedades de los materiales. En un medio la intensidad de la luz dispersada dependerá de los índices de refracción de la partícula ( $n_p$ ) como la del medio ( $n_m$ ). La intensidad ( $I$ ) a una cierta distancia ( $R$ ) y a cierto ángulo ( $\theta$ ) [8] esta dada por:

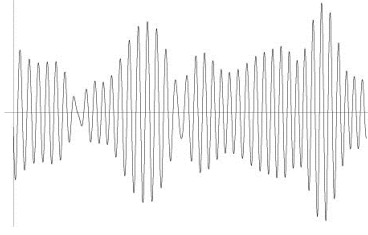
$$I = I_0 \frac{1 + \cos^2 \theta}{2R^2} \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^4 \left( \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right)^2 \left( \frac{d}{2} \right)^6 \quad (2.30)$$

donde  $m = n_p/n_m$

## 2.4. Óptica estadística

En la mayoría de los libros de óptica cuando se empiezan a ver todos los fenómenos en la que la luz se involucra como la interferencia siempre se hace la suposición de que estamos lidiando con una onda monocromática y de amplitud constante, en otras palabras, un láser. Pero en la vida real tenemos otro tipo de fuentes, como el sol, en las que asumir que son monocromáticas ya no es válido. Todos los campos ópticos tienen fluctuaciones aleatorias tanto en su fase como en su amplitud [31] como se muestra en la figura 2.7. El tipo de fluctuaciones que se pueden observar pueden ser desde pequeñas, como lo es en la mayoría de

los lasers, o grandes si luz es generada por fuentes térmicas. Esta aleatoriedad puede surgir tanto de fluctuaciones de las fuente misma o generadas por el medio en el que se propaga, como por ejemplo del resultado de la dispersión de superficies rugosas o de la transmisión de un difusor o de un fluido turbulento lo cual impregna de variaciones espaciales aleatorias al frente de onda de la luz [25]. La



**Figura 2.7:** Luz aleatoria que puede provenir de una fuente térmica

teoría de fluctuaciones en lo campos ópticos se le conoce como óptica estadística o teoría de coherencia y cuando tratamos una onda monocromática le podemos adjudicar de que se trata de una luz determinista o coherente.

### 2.4.1. Intensidad óptica

La luz aleatoria requiere de métodos estadísticos para poder ser caracterizada además de que los campos ópticos se describen a partir de cantidades observables como la intensidad. Para traducir este tipo de observaciones a medidas cuantitativas se usa el concepto de promedio estadístico para definir un número de medidas (no aleatorias) de la onda [25].

Como en la sección 2.1.1 una onda puede ser representada con una función de onda

$$E(r, t) = \Re[\hat{E}(r, t)] \quad (2.31)$$

donde  $\hat{E}(r, t)$  es la función de onda compleja. Para una onda aleatoria tanto  $\hat{E}(r, t)$  como  $E(r, t)$  son funciones aleatorias.

La intensidad  $I(r, t)$  de una onda monocromática esta defina como el valor absoluto al cuadrado de la función de onda compleja

$$I(r, t) \propto |E(r, t)|^2 \quad (2.32)$$

la cual es independiente del tiempo para una onda monocromática. Para la luz aleatoria como  $E(r, t)$  es una función aleatoria, la intensidad también lo sera. La intensidad promedio esta definida como

$$I(r, t) \propto \langle |E(r, t)|^2 \rangle \quad (2.33)$$

## 2. MARCO TEÓRICO

---

en donde el símbolo  $\langle x(t) \rangle$  representa un promedio de la función  $x(t)$  la cual fue medida de una serie de experimentos en las mismas condiciones, una colección de funciones muestra de la función aleatoria. Aunque la función de onda que se obtiene es diferente en cada experimento, la intensidad promedio en cada tiempo y posición es determinada por la Ec. (2.33).

Como se había mencionado la intensidad promedio puede ser independiente del tiempo o ser una función del tiempo. A lo largo de este trabajo siempre se trabajara con el primer caso ya que siempre se estará trabajando con ondas que son estadísticamente estacionarias, es decir, que sus promedios no varían en el tiempo  $I(r)$ .

Entonces cuando la luz es estacionaria, la operación para realizar el promedio de un conjunto de realizaciones de la onda descrito por la Ec. (2.33) es equivalente a realizar un promedio estadístico en el tiempo, a esto se le llama ergodicidad.

$$I(r) \propto \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |E(r, t)|^2 dt \quad (2.34)$$

Toda esta teoría se puede extender a otras áreas de la ciencia y se le conoce como Teoría de procesos aleatorios o de procesos estocásticos. A mayor detalle consultar la siguiente bibliografía [30].

### 2.4.2. Coherencia

Ya hemos tratado el fenómeno de la interferencia, pero se dejó de lado la condición necesaria con la cual puede haber interferencia y es la coherencia. La coherencia puede ser definida como la capacidad de la luz de generar patrones de interferencia. En otras palabras, la coherencia nos dice que tan correlacionadas están dos ondas o una onda en dos diferentes tiempos o posiciones (no hay fluctuaciones aleatorias de la fase), pero si se quiere ver desde un punto más general lo que nos dice es que tanta similitud estadística hay [31].

Las fluctuaciones de  $E(t)$  están caracterizadas por una escala temporal la cual representa la memoria de la función de onda. Fuera de este intervalo de tiempo, el proceso olvida lo ocurrido y los eventos subsecuentes son independientes a los anteriores. Una medida cuantitativa de esta dependencia es la función de correlación, una medida de la dependencia entre valores del proceso aleatorio en diferentes tiempos [21] y ayuda a caracterizar esta escala temporal que define a la función de onda.

### 2.4.3. Correlación de primer orden y tiempo de coherencia

La función de autocorrelación o de correlación de primer orden de un función aleatoria  $E(t)$  está definido como el promedio del producto de  $E^*(t)$  y  $E(t + \tau)$ , como una función del tiempo de demora  $\tau$

$$G(r_1, r_2, \tau) = \langle E^*(r_1, r_2, t)E(r_1, r_2, t + \tau) \rangle \quad (2.35)$$

Si uno mide la función de autocorrelación en la misma posición  $r_1 = r_2$ , uno obtiene la función de autocorrelación temporal  $G(\tau)$ . Si uno mide en distintas posiciones, pero al mismo tiempo, uno obtiene la función de autocorrelación espacial  $G(r_1, r_2)$ .

La función de coherencia temporal da información de la intensidad  $I = G(0)$  y del grado de correlación de la luz estacionaria. Una medida de la coherencia temporal que es independiente de la intensidad esta dado por la función de autocorrelación normalizada o llamado el grado de coherencia temporal [25].

$$g(\tau) = \frac{G(\tau)}{G(0)} = \frac{\langle E^*(t)E(t + \tau) \rangle}{\langle E^*(t)E(t) \rangle} \quad (2.36)$$

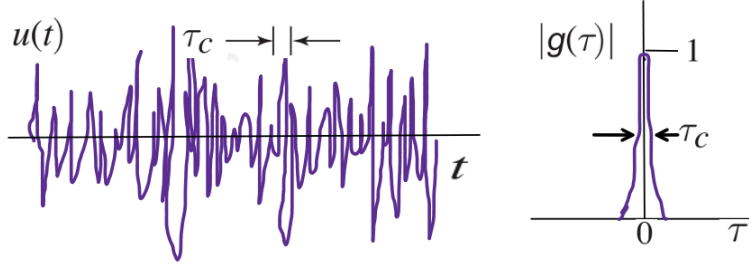
El valor de  $|g(\tau)|$  es una medida del grado de correlación entre los dos campos ópticos, cuando la luz es monocromática y determinista  $E(t) = E_0 \exp[i\omega t]$ , la Ec. (2.36) da

$$g(\tau) = \exp i\omega\tau \quad (2.37)$$

entonces  $|g(\tau)| = 1$  para todo  $\tau$ . En el sentido más general,  $|g(\tau)|$  tendrá valores entre 1 y 0, significando que hay una correlación total o no la hay respectivamente. La mayoría de las fuente empezarán con un valor máximo y conforme el retraso avance este valor ira decayendo significando que las fluctuaciones dejaron de estar correlacionadas.

El tiempo de coherencia se define como el valor  $\tau_c$  en el que  $|g(\tau)|$  decrece a cierto valor (1/2 o 1/e). Las amplitudes y fases de una función de onda entre el tiempo de coherencia ( $\tau < \tau_c$ ) pueden ser conocidas, fuera de este rango ( $\tau > \tau_c$ ) ya no pueden ser parecidas, es decir, ya no están correlacionadas. Generalmente  $\tau_c$  es el ancho de la función del grado de coherencia temporal como se puede visualizar en la figura 2.8. Otra medida que estrictamente relacionada con el tiempo de coherencia es la longitud de coherencia ( $l_c$ ) la cual nos dice la distancia efectiva en la que luz sigue siendo coherente [25], es decir, si en un arreglo óptico las distancias que recorre el haz son más grandes que  $c\tau_c$  el haz pierde su coherencia.

$$l_c = c\tau_c \quad (2.38)$$



**Figura 2.8:** Ilustración de la función de onda, magnitud del grado de coherencia temporal y tiempo de coherencia para un campo eléctrico

Una forma de determinar el tiempo de coherencia de una fuente es a partir de un experimento de interferencia el cual puede ser descrito en términos de correlaciones como el interferómetro de Michelson.

### 2.4.3.1. Teorema de Wiener-Khintchine

Se ha visto que el tiempo de coherencia es una forma de caracterizar una onda electromagnética la cual consiste de fluctuaciones aleatorias pero no es la única forma de extraer información de la onda electromagnética. Otra característica de la luz que nos puede dar el mismo tipo de información es la distribución espectral de intensidad de una fuente de luz la cual nos dice las diferentes longitudes de onda que contiene la luz estudiada.

El teorema de Wiener-Khintchine permite relacionar estas dos medidas y da una forma de pasar de una a la otra.

La densidad espectral es calculada a partir de la transformada de Fourier de la amplitud del campo eléctrico

$$E(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} E(t)e^{i\omega t} dt \quad (2.39)$$

de donde la intensidad se puede determinar

$$|E(\omega)|^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E^*(t)E(t')e^{i\omega(t'-t)} dt dt' \quad (2.40)$$

Haciendo la sustitución  $\tau = t' - t$  y sabiendo que  $\langle E^*(t)E(t+\tau) \rangle = \frac{1}{T} \int_T E^*(t)E(t+\tau) dt$  entonces uno obtiene

$$|E(\omega)|^2 = \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \langle E^*(t)E(t+\tau) \rangle e^{i\omega\tau} d\tau \quad (2.41)$$

Normalizando uno obtiene la distribución espectral de intensidad

$$F(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau \quad (2.42)$$

$F(\omega)$  es la transformada de Fourier del grado de coherencia temporal  $g(\tau)$  y el ancho espectral es inversamente proporcional al tiempo de coherencia  $\tau_c$ .

#### 2.4.4. Correlación de intensidad de segundo orden

La correlación de primer orden siempre es dependiente del campo eléctrico esta siendo imperceptible para el ojo humano o cualquier sensor. Usando una variable que permite mediciones como la intensidad se define la función de correlación de intensidad normalizada de segundo orden [27]:

$$g^{(2)}(r_1, r_2, \tau) = \frac{\langle E^*(r_1, t) E^*(r_2, t + \tau) E(r_2, t + \tau) E(r_1, t) \rangle}{\langle E^*(r_1, t) E(r_1, t) \rangle \langle E^*(r_2, t) E(r_2, t) \rangle} = \frac{\langle I(r_1, t) I(r_2, t + \tau) \rangle}{\langle I(r_1, t) \rangle \langle I(r_2, t) \rangle} \quad (2.43)$$

La diferencia consiste en que este caso son cuatro amplitudes, dos intensidades, las que se están correlacionando. Si  $r_2 = r_1$  entonces  $g^{(2)}(r_1, r_2, \tau) = g^{(2)}(\tau)$  y se llama la función de correlación temporal de segundo orden y si  $\tau = 0$  entonces se tiene la correlación espacial de segundo orden  $g^{(2)}(r_1, r_2)$ .

Es importante mencionar que en la teoría cuántica de la luz, las intensidades son interpretadas como número de fotones. Por esta conclusión es que se puede realizar mediciones de intensidad a partir de detectores de fotones únicos.

#### 2.4.5. Relación de Siegert

Para luz caótica o luz térmica, es decir, campos que presentan propiedades de un proceso Gaussiano se puede llegar a una expresión que logra conectar las diferentes funciones de correlación, en este caso primer y segundo orden,  $g(\tau)$  con  $g^{(2)}(\tau)$ . Esta expresión tienen diversas aplicaciones tanto en la astronomía como en la dispersión dinámica de luz [7].

La derivación de la ecuación consiste en considerar una fuente con un campo aleatorio con distribución Gaussiana, es decir, una fuente que contenga un gran número de emisores no correlacionados que emiten luz. En un campo de luz

## 2. MARCO TEÓRICO

---

aleatoria tendremos  $N$  emisores independientes que contribuyen al campo

$$E(t) = \sum_{j=1}^N E_j(t) \quad (2.44)$$

$$= E_0 e^{i\omega_0 t} \sum_{j=1}^N e^{i\phi_j(t)} \quad (2.45)$$

Para simplificar se supone que las amplitudes de los emisores son iguales. Primero se calcula el numerador de la Ec. (2.36):

$$\langle E^*(t) E(t + \tau) \rangle = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \langle E_j^*(t) E_k(t + \tau) \rangle \quad (2.46)$$

$$= E_0^2 e^{i\omega_0 t} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \langle e^{-i[\phi_j(t) - \phi_k(t + \tau)]} \rangle \quad (2.47)$$

Tomando en cuenta que los emisores independientes tienen fases no correlacionadas, entonces pueden tomar cualquier valor entre 0 y  $2\pi$  por lo que el fasor no tiene un ángulo fijo y tendrá cualquier dirección, en consecuencia  $\langle e^{-i[\phi_j(t) - \phi_k(t + \tau)]} \rangle = 0$  [7]. Esto puede ocurrir debido a diferentes mecanismos de ensanchamiento espectral como lo es el del efecto Doppler.

$$E_0^2 e^{i\omega_0 t} \sum_{j=1}^N \langle e^{-i[\phi_j(t) - \phi_j(t + \tau)]} \rangle \quad (2.48)$$

Para la parte del denominador se usa el mismo proceso, por lo tanto, la función de correlación de primer orden esta dada por:

$$g(\tau) = \frac{E_0^2 e^{i\omega_0 t} \sum_{j=1}^N \langle e^{-i[\phi_j(t) - \phi_j(t + \tau)]} \rangle}{N E_0^2} \quad (2.49)$$

$$= \frac{e^{i\omega_0 t}}{N} \sum_{j=1}^N \langle e^{-i[\phi_j(t) - \phi_j(t + \tau)]} \rangle \quad (2.50)$$

Ahora podemos expandir la parte del numerador de la función de correlación de intensidad como sigue:

$$\langle I(t) I(t + \tau) \rangle \propto \sum_{j,k,l,m=1}^N \langle E_j^*(t) E_k(t) E_l^*(t + \tau) E_m(t + \tau) \rangle \quad (2.51)$$

$$\propto \sum_{j,k,l,m=1}^N E_0^4 \langle e^{-i[\phi_j(t) - \phi_k(t) + \phi_l(t + \tau) - \phi_m(t + \tau)]} \rangle \quad (2.52)$$

En este caso ahora podemos tener tres casos en el que los términos no se cancelan:

- Si  $j=k=l=m$ , uno obtiene  $NE_0^4$
- Si  $j=k$  y  $l=m$ , para  $j \neq l$ , uno obtiene  $N(N-1)E_0^4$
- Si  $j=m$  y  $k=l$ , para  $j \neq k$ , uno obtiene  $\sum_{j,k \neq j} E_0^2 \langle e^{-i[\phi_j(t)-\phi_j(t+\tau)]} \rangle E_0^2 \langle e^{-i[\phi_k(t)-\phi_k(t+\tau)]} \rangle$ ,  
sustituyendo la Ec. (2.49) se tiene  $N(N-1)E_0^4|g(\tau)|^2$ .

Juntando los términos y sabiendo que el denominador es igual a  $N^2E_0^4$  se llega a la siguiente expresión:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{1}{N} + \left(1 - \frac{1}{N}\right)[1 + |g(\tau)|^2] \quad (2.53)$$

Asumiendo que el número de emisores es muy grande ( $N \rightarrow \infty$ ), lo cual es necesario para suponer que el campo obedece una estadística Gaussiana según el teorema del límite central, uno obtiene la relación de Siegert:

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + |g(\tau)|^2 \quad (2.54)$$

## 2.5. Fuentes de radiación

En la óptica se puede llegar a tener dos tipos de radiaciones diferentes. La primera de ellas son las clásicas donde se encuentran clasificadas la luz del sol, una lampara de gas y un láser. En este grupo es donde se encuentran las fuentes caóticas o térmicas las cuales son caracterizadas por consistir de muchos átomos, los cuales emiten radiación que no esta correlacionada. Este tipo de luz puede ser caracterizada por su espectro ya que si uno mira con detalle cada una de las fuentes tiene su propio espectro de emisión, diferentes contribuciones de frecuencias y por lo tanto diferente ancho espectral.

Aunque no se hablado de fotones en este trabajo es importante destacar que este tipo de fuentes térmicas siguen la misma estadística de fotones, la distribución de Bose-Einstein [15]. Por otro lado, el láser siendo también una fuente clásica sigue una distribución diferente, la distribución de Poisson [15].

El otro tipo de radiación es la no clásica donde la teoría ondulatoria de la luz ya no puede ser usada, este tipo de radiación se les llama fuentes de fotón únicos. [24].



### 2.5.1. Luz térmica

Como se dijo la luz térmica tiene la característica de tener la superposición de muchas ondas con amplitudes y fases aleatorias que son consecuencias de las colisiones que tienen los átomos en el sistema, en cada colisión hay un cambio de fase. En otras palabras, la luz térmica cambia estocásticamente pero con tasa fija de tiempo ( $\tau_c$ ). Después de este tiempo  $\Delta t \gg \tau_c$  la fase ya no estará correlacionada con los valores iniciales [15]. Uno supone que el campo eléctrico emitido por uno de los átomos está dado por

$$E(t) = E_0 e^{i(\varphi(t) - \omega t)} \quad (2.55)$$

donde  $\varphi(t)$  es la fase inducida por las diferentes colisiones. Sumando todas las contribuciones se llega a la siguiente expresión:

$$E(t) = E_0 e^{-i\omega t} \sum_{i=1}^n [e^{i\varphi_i(t)}] \quad (2.56)$$

$$= E_0 e^{-i\omega t} a(t) e^{i\varphi(t)} \quad (2.57)$$

La expresión anterior se puede entender como si se tratará de un camino aleatorio en el plano complejo con pasos de la misma longitud pero diferente dirección (fase). El vector entre el origen y el punto final del camino se expresa por la distancia del origen al punto  $a(t)$  y su fase  $\varphi(t)$ .

En este tipo de luz el espectro generalmente se centra en  $\omega$  y se ensancha debido a la modulación temporal que existe.

Ahora enfocándonos en la intensidad del campo eléctrico generado se observa que solo depende de la amplitud que fluctúa en el tiempo  $a(t)$

$$I(t) = [E_0 a(t)]^2 \quad (2.58)$$

El tipo de fluctuaciones que se observan de la intensidad se pueden visualizar en la figura 2.7 y en la figura 2.8.

Ya que el número de emisores independientes es regularmente enorme, se concluye, con ayuda del teorema del límite central, que el campo emitido es un proceso aleatorio que sigue la distribución Gaussiana [10]. Se puede demostrar que entonces la función de densidad de probabilidad de la intensidad instantánea para un campo térmico polarizado obedece la distribución de Boltzmann [10]

$$p(I) = \frac{1}{\langle I(t) \rangle} e^{-\frac{I}{\langle I(t) \rangle}} \quad (2.59)$$

### 2.5.2. Luz láser

Otra forma de ver el origen de los campos térmicos es referirnos al concepto de emisión espontánea el cual proviene de una colección de átomos como se describió anteriormente [10]. Esta colección de átomos pueden ser excitados a través de diferentes mecanismos a un estado de energía más alto y dado un momento estos descenderán a estados más bajos aleatoriamente e independientemente de los otros, emitiendo luz en el proceso. Luz con fluctuaciones similares a la emisión espontánea puede ser generado por materiales semiconductores como por ejemplo en un diodo emisor de luz (LED). En este caso, los pares electrón-hueco son creados en una unión p-n polarizada en directa; la recombinación de electrones-huecos genera luz con las características que son similares a la de la emisión espontánea [10].

Por otro lado, se encuentra las ondas que son relativamente ordenadas generadas por el emisión estimulada, por ejemplo, la de un láser. En este caso pudiendo ser átomos excitados o moléculas confinadas en una cavidad resonante donde irradian en unísono de una manera ordenada. La luz de un láser que emite en un solo modo puede ser descrita clásicamente como una onda senoidal. El campo eléctrico es

$$E(t) = E_0 e^{i(kz - \omega_0 t)} \quad (2.60)$$

#### 2.5.2.1. Diodo láser

En este caso los emisores de luz son dados por la recombinación de pares electrones-huecos pero de una forma particular a diferencia de un LED.

Para explicar brevemente la emisión estimulada se debe hacer referencia a los fotones. Este tipo de partícula a diferencia de los electrones, que obedecen el principio de exclusión de Pauli, la probabilidad de que un fotón con energía  $h\nu$  se emitan es incrementada si hay más fotones que existan en ese mismo estado [5]. Este comportamiento da pie a la emisión estimulada. Poniendo espejos en las dos terminaciones de la unión p-n que emiten la luz debido a la corriente polarizada en directa. La luz emitida se reflejará de los espejos causando que la probabilidad de que el exceso de electrones minoritarios caigan de la banda de conducción a la banda de valencia emitiendo luz a la misma frecuencia  $\nu$  llevando a una reacción en cadena [5].

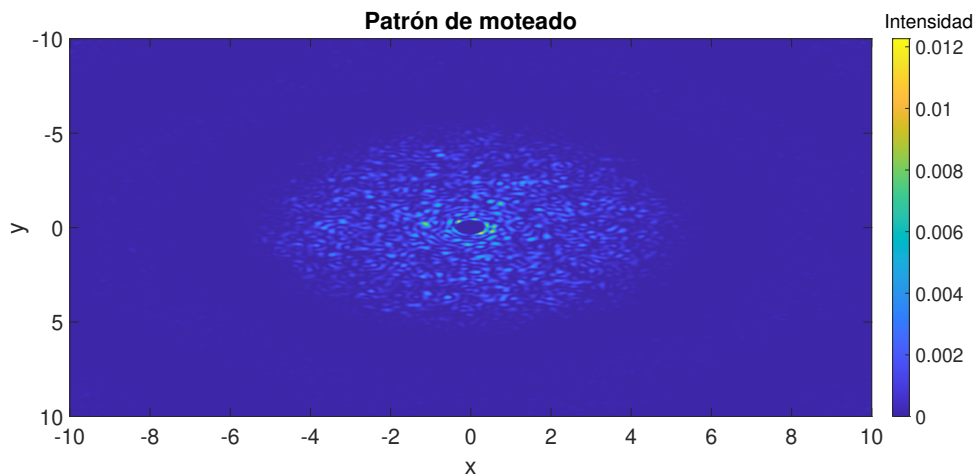
Para alcanzar este comportamiento se debe alcanzar ciertas condiciones que se pueden englobar en una palabra, inversión de población. Primero que nada la concentración del exceso de electrones en la banda de conducción se debe mantener en un nivel alto, de otra forma, solo se tendrán contribuciones de luz debido a recombinaciones aleatorias. Para que este nivel se mantenga la corriente

debe estar arriba del umbral, así la concentración de los electrones minoritarios de la región p será suficientemente grande en comparación con el nivel de equilibrio [5].

### 2.5.3. Fuente pseudotérmica

Las fuentes térmicas tienen la característica de que su tiempo de coherencia  $\tau_c$  es del orden de  $(10^{-15})$  [25]. Debido al poco tiempo de coherencia se crearon las fuentes pseudotérmicas para alcanzar tiempos de coherencia mayores pero que guardaran las mismas propiedades de la luz térmica.

Las fuentes pseudotérmicas son generadas a partir de usar una luz coherente, un láser, y este se incide sobre una superficie o medio que genere dispersión espacial, de esta forma se formarán muchas ondas independientes que tienen sus respectivas fases. Las diferentes fases pueden ser resultado de los diferentes caminos ópticos que recorran los diferentes campos o debido a un efecto Doppler ocasionado por la colección de esferas de plástico de tamaño pequeño ( $< 10^{-6}m$ ) suspendidas en un líquido [15]. La luz dispersada podrá resultar en interferencias constructiva o destructiva lo que generará una distribución de intensidades en un plano de observación. Esta distribución de intensidades se le conoce como patrón de moteado [23]. Uno puede observar áreas brillantes o oscuras como se ve en la figura 2.9. Mientras que en un moteado la fase es fija, la fase entre moteados



**Figura 2.9:** Patrón de moteado que se espera de una superficie rugosa generado a partir de una simulación en MATLAB.

adyacentes puede ser diferente, es decir, que dos o más moteados están totalmente

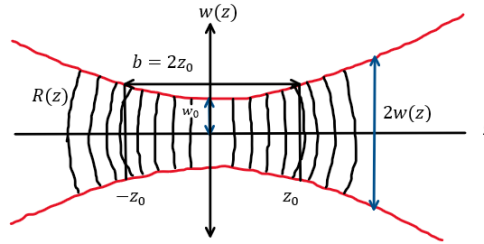
no correlacionados [23]. La estadística de la distribución es la misma que la de una fuente térmica.

## 2.6. Haces gaussianos

Es importante conocer la naturaleza del haz óptico que sale del láser, sus propiedades son de importancia cuando se quiere saber que es lo que esta sucediendo en cualquier sistemas óptico en el que se emplee un láser. Un haz de un láser generado en una cavidad de espejos esféricos tiene las características de una onda plana y una esférica [22]. La mayoría de los lasers emiten en el modo  $TEM_{00}$ , donde las siglas TEM significan que se trata de un modo transversal de la onda electromagnética. El  $TEM_{00}$  también se le conoce como el modo fundamental o gaussiano. En este modo, asumiendo una propagación en el eje  $z$  y teniendo una simetría axial la distribución del campo eléctrico escalar esta dado por [22]:

$$E(x, y, z) = E_0 \frac{\omega_0}{\omega(z)} e^{-\left(\frac{x^2+y^2}{\omega(z)}\right)} e^{ik\frac{x^2+y^2}{2R(z)}} e^{i\left(kz - \frac{1}{\tan\left(\frac{z}{z_0}\right)}\right)} \quad (2.61)$$

donde  $\omega_0$  es el radio del haz en  $z = 0$ ,  $\omega(z)$  es el radio del haz,  $z_0$  es la longitud de Rayleigh y  $R(z)$  es el radio de curvatura del frente de onda. En la figura 2.10 se visualiza los diferentes parámetros del haz gaussiano. La zona de Rayleigh ( $2z_0$ )



**Figura 2.10:** Esquema del radio del haz  $\omega(z)$  y de la curvatura del radio  $R(z)$  del haz gaussiano en dirección de propagación  $z$

en el vacío está dada por

$$b = 2z_0 = \frac{2\pi\omega_0^2}{\lambda} \quad (2.62)$$

Esta zona es característica por ser la zona en la que hay menos divergencia del haz [22]. Para cualquier  $z$  el radio de curvatura del frente de onda está da por

$$R(z) = z \left( 1 + \left( \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right) \quad (2.63)$$

La cintura del haz  $\omega_0$  se obtiene de

$$\omega_0^2 = \frac{\lambda z_0}{\pi} \quad (2.64)$$

Mientras que la evolución del radio del haz en la dirección  $z$  esta dado por

$$\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2} \quad (2.65)$$

Todas las mediciones son en intensidad, por lo tanto, la distribución de intensidad de este modo se puede escribir como

$$I(x, y, z) = I_0 \left(\frac{\omega_0}{\omega(z)}\right)^2 e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega(z)^2}} \quad (2.66)$$

Si un haz Gaussiano es enfocado por una lente, el radio del haz en el plano focal esta dado por

$$\omega_0 = \frac{\lambda f}{\pi \omega(z)} \quad (2.67)$$

donde  $\omega(z)$  es el radio en la posición de la lente,  $f$  es la distancia focal y  $\omega_0$  es el radio en el foco.

## 2.7. Sistemas de estudio

La parte de esta sección se centrará en los sistemas ópticos de estudio como se representa en el esquemático de la figura 1.1. En este bloque es donde sucede la interacción de la luz con la materia o sistema, la radiación que proviene es de la fuente y está es modificada por los diversos fenómenos que pueden ocurrir o por las modificaciones que se le hacen por un arreglo óptico.

### 2.7.1. Dispersión dinámica de luz (DLS)

La dispersión dinámica de luz o DLS por sus siglas en inglés es una herramienta que permite conocer el coeficiente de difusión de partículas en una solución. Con esta información uno es capaz de conocer la dinámica de las partículas, en el intervalo de nm a  $\mu m$ , y su radio hidrodinámico [26].

La técnica es una consecuencia que se tiene de la interacción de la luz con las partículas. Este tipo de interacciones son las que conocemos como dispersión espacial de luz. De un lado se tiene la dispersión de Rayleigh la cual describe la luz

dispersada debido a partículas de tamaño menor a la longitud de onda de la luz y donde el índice de refracción del medio juega un rol importante en la intensidad del esparcimiento. Por otro lado, la dispersión de Mie describe la dispersión por partículas que son de tamaño mucho más grande comparado con la longitud de onda de la luz y que además considera efectos del índice de refracción y de la forma de las partículas [26].

### 2.7.1.1. Movimiento Browniano

Para entender la dinámica de la solución se debe entender el movimiento Browniano que se define como el movimiento aleatorio de las partículas debido a las pequeñas colisiones que tiene con las moléculas del solvente [30].

Einstein y Smoluchowski establecieron la teoría del movimiento Browniano encontrando las fuerzas que causaban este movimiento aleatorio y con ello concretando que el cuadrado del promedio del desplazamiento es proporcional al tiempo [14]. Más adelante la teoría fue desarrollada y se generalizó con la teoría de Langevin y la de Fokker-Planck [30].

Después Einstein encontró una relación importante entre la constante de difusión con la fricción traslacional descubierta por Sir George Stokes lo cual dio pie a la relación de Einstein-Stokes

$$R_h = \frac{k_B T}{6\pi\eta D} \quad (2.68)$$

Donde  $k_B$  es la constante de Boltzmann,  $T$  la temperatura (K),  $\eta$  la viscosidad dinámica y  $D$  la constante de difusión. La ecuación establece una conexión entre la constante de difusión, la viscosidad del medio y el radio hidrodinámico de la partículas ( $R_h$ ) el cual se define como el radio de una esfera que se esparce al mismo ritmo que las partículas bajo análisis [26].

Futuros desarrollos establecieron la relación que guarda la dispersión de la luz y el comportamiento dinámico de la muestra causada por el movimiento Browniano y esto concretó el desarrollo de la técnica DLS.

### 2.7.1.2. Consideraciones teóricas

Cuando se incide un haz monocromático en una solución la luz sera dispersada en todas direcciones como una función del tamaño y forma de las partículas. Además debido al movimiento Browniano de las partículas esta intensidad dispersada tendrá fluctuaciones, pero estas fluctuaciones son las que permiten determinar la constante de difusión.

## 2. MARCO TEÓRICO

---

Esto significa que al monitorear en el tiempo el movimiento de las partículas a través de la intensidad la información del tamaño de las partículas se puede obtener. Se debe mencionar que partículas grandes se mueven más lento y por el contrario partículas más pequeñas se mueven más rápido lo cual genera fluctuaciones más lentas o más rápidas de la intensidad dispersada. [26].

Esta luz monocromática incidente en la muestra se verá alterada debido al ensanchamiento por efecto Doppler como se mencionó en la sección 2.5.3. La luz dispersada resultara en un patrón de moteado dinámico debido al movimiento de las partículas que causan las diferentes interferencias constructivas y destructivas.

La luz dispersada se convierte en una señal mediante un detector de luz y luego es enviada a un autocorrelador que correlaciona las fluctuaciones de intensidad en función del tiempo para determinar que tan rápido las fluctuaciones varían, lo cual esta estrictamente relacionada con la difusión de las partículas.

En el DLS se mide la correlación intensidad de segundo orden la cual describe el movimiento de las partículas

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I(t)I(t+\tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle \langle I(t) \rangle} \quad (2.69)$$

aunque no es posible conocer con precisión cada movimiento de la partícula a partir del parpadeo de la luz, si es posible correlacionar el movimiento de las partículas relativo a cada una de las otras y se hace mediante la autocorrelación de primer orden o la autocorrelación de campos eléctricos  $g(\tau)$  dada por la Ec. (2.36).

Esta correlación que existe entre el movimiento de las partículas es debido a las velocidades de las partículas y estudiado más a detalle a partir del uso de la teoría de las cadenas de Markov [30]. En resumen, nos dice que el tiempo de autocorrelación o tiempo de coherencia ( $\tau_c$ ) de la velocidad no es estrictamente cero por lo cual da pie a una correlación entre dos desplazamiento sucesivos de las partículas.

Ya que  $g^{(2)}(\tau)$  es la que se mide se debe hacer uso de la relación de Siegert para obtener  $g(\tau)$ , esta relación es la misma de la Ec. (2.54) con la excepción del factor  $\beta$

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + \beta |g(\tau)|^2 \quad (2.70)$$

donde  $\beta$  es el factor de coherencia y depende del área de detección y del alineamiento óptico [26]

Para partículas monodispersas,  $g(\tau)$  decae exponencialmente y es dependiente de una constante de decaimiento  $\Gamma$  [14].

$$g(\tau) = e^{-\Gamma\tau} \quad (2.71)$$

Por lo tanto la Ec. (2.70) se escribe como:

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + \beta e^{-2\Gamma\tau} \quad (2.72)$$

En el caso de que no se tenga una muestra monodispersa,  $g(\tau)$  tendrá contribuciones de diversos tamaños, por lo tanto, de diversos decaimientos, se puede representar de la siguiente manera [26]:

$$g(\tau) = \int_0^\infty G(\Gamma) e^{-\Gamma\tau} d\Gamma \quad (2.73)$$

La constante de decaimiento  $\Gamma$  siempre se asocia con la constante de difusión de la muestra expresado en la siguiente ecuación [1]:

$$\Gamma = -Dq^2 \quad (2.74)$$

donde  $q$  es la magnitud del vector de la luz dispersada dada por

$$q = \frac{4\pi n}{\lambda} \sin(\theta/2) \quad (2.75)$$

donde  $n$  es el índice de refracción del medio y  $\theta$  es el ángulo donde el detector se coloca [1].

Por lo tanto, la relación de Siegert quedaría como:

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + \beta e^{-2Dq^2\tau} \quad (2.76)$$

## 2.7.2. Interferómetro de Michelson

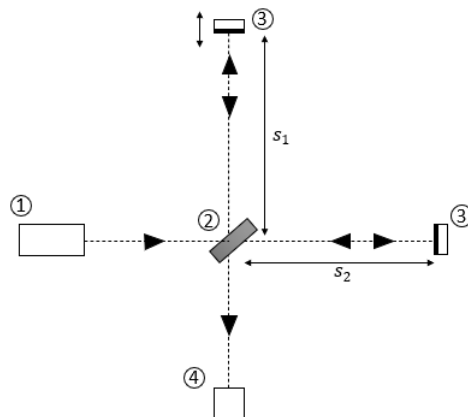
El interferómetro de Michelson es un dispositivo óptico que permite manipular la luz y generar patrones de interferencia en función del desplazamiento de la longitud de uno de los brazos del interferómetro [12]. Un esquema del interferómetro se muestra en la figura 2.11. El proceso consiste en que el haz del láser se divide en un divisor, estos dos haces avanzan hasta los espejos donde se reflejan y posteriormente en su camino de regreso de nuevo pasan por el divisor de haz donde terminan superponiéndose. La intensidad que se observa en el detector depende de la diferencia de camino  $\Delta s$  entre los dos caminos  $s_1$  y  $s_2$ . En este caso, el análisis se hará a partir de una onda plana incidente:

$$E_i = E_0 \cos(\omega t - kx) \quad (2.77)$$

El divisor de haz estará caracterizada por su coeficiente de transmisión (R) y su coeficiente de reflexión (R). La amplitud del haz de uno de los brazos del interferómetro en la posición del detector es:

$$|E_1| = \sqrt{RT} E_0 \cos(\omega t + \varphi_1) \quad (2.78)$$





**Figura 2.11:** Esquema del interferómetro de Michelson. El láser (1) incide en el divisor de haz (2) el cual divide el haz en dos haces parciales. Estos son reflejados por sus respectivos espejos (3). El patrón de interferencia se forma en la pantalla o detector (4)

Aquí  $\varphi_1$  es la fase cuyo valor se establece por el camino óptico recorrido. El factor  $\sqrt{RT}$  es porque el haz primero se transmite y luego se refleja en el divisor. Lo mismo ocurre con el otro haz con la excepción de que este primero se refleja y luego se transmite como se muestra a continuación

$$|E_2| = \sqrt{RT}E_0 \cos(\omega t + \varphi_2) \quad (2.79)$$

donde  $\varphi_2$  es la fase correspondiente al segundo camino. La intensidad en el detector está dada por

$$I = c\epsilon_0 |E_1 + E_2|^2 = c\epsilon_0 RT E_0^2 [\cos(\omega t + \varphi_1) + \cos(\omega t + \varphi_2)]^2 \quad (2.80)$$

En nuestro caso, solo percibimos el promedio temporal de la intensidad, por lo tanto  $I$  será

$$RTc\epsilon_0 E_0^2 (1 + \cos(\varphi_1 - \varphi_2)) \quad (2.81)$$

asumiendo que los coeficiente de transmisión y reflexión son del 0.5, entonces la intensidad promedio estará dada por:

$$\frac{1}{4}c\epsilon_0 E_0^2 (1 + \cos(\Delta\varphi)) \quad (2.82)$$

La diferencia de fase se puede traducir directamente a diferencia de camino mediante

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta s \quad (2.83)$$

### 2.7.2.1. Interferencia de luz parcialmente coherente

En el caso de la óptica estadística la interferencia se origina de dos ondas parcialmente coherentes  $E_1(t)$  y  $E_2(t)$  donde sus características están determinadas por la función de correlación Ec. (2.49) la cual mide el grado con el que sus fluctuaciones están correlacionadas [25]. En una posición  $r$  en un tiempo  $t$  las intensidades de las ondas están dadas por:

$$I_1 = \langle |E_1|^2 \rangle \quad (2.84)$$

$$I_2 = \langle |E_2|^2 \rangle \quad (2.85)$$

Ya que son ondas que provienen de la misma fuente  $I_1 = I_2 = I_0$  y asumiendo que  $E_2(t)$  recorre un camino más largo se tiene que  $E_2(t) = E_1(t + \tau)$  donde el factor  $\tau$  representa la fase que esta en función del camino recorrido por la onda. Cuando las ondas se superponen entonces la intensidad promedio de su suma es

$$\begin{aligned} I &= \langle |E_1(t) + E_1(t + \tau)|^2 \rangle = \langle |E_1(t)|^2 \rangle + \langle |E_1(t + \tau)|^2 \rangle \\ &+ \langle E_1(t)^* E_1(t + \tau) \rangle + \langle E_1(t) E_1(t + \tau)^* \rangle \\ &= 2I_0 + 2I_0 \Re[g(\tau)] \end{aligned}$$

La intensidad promedio esta dada por:

$$I = 2I_0[1 + |g(\tau)| \cos(\varphi(\tau))] \quad (2.86)$$

Esta ecuación presenta dos límites, cuando las dos ondas están completamente correlacionadas se tiene que  $|g(\tau)| = 1$  con lo cual se recupera la Ec. (2.82). Por el otro lado, cuando las ondas no están correlacionadas se tiene  $|g(\tau)| = 0$  lo que significa que no hay interferencia [25]. La interferencia esta modulada por el grado de coherencia temporal en función del retraso  $\tau$ .

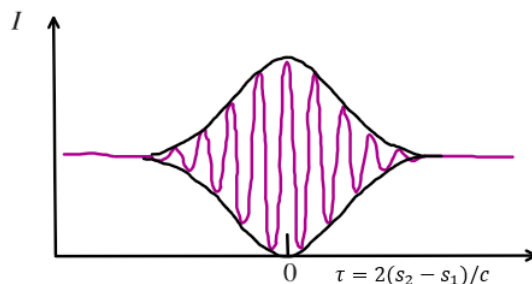
El contraste de la interferencia que provenga del interferómetro esta dado por la visibilidad  $V$ :

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (2.87)$$

donde  $I_{max}$  y  $I_{min}$  son las intensidades máximas y mínimas cuando  $\varphi(t)$  varía. Ya que la intensidad esta regulada por una función coseno entonces sustituyendo la Ec. (2.86) en la Ec. (2.87) se obtiene que la visibilidad se puede expresar en términos del grado de coherencia temporal [25].

$$V = |g(\tau)| \quad (2.88)$$

La relación entre la intensidad ( $I$ ) y el retraso ( $\tau$ ) que se obtiene de de la salida del interferómetro se le conoce como interferograma, el cual se visualiza en la figura



**Figura 2.12:** Intensidad en función de  $\tau$ , cuando una onda plana parcialmente coherente es introducida a un interferómetro de Michelson

2.12. El interferograma tiene un valor pico en  $\tau = 0$  y se desvanece para  $\tau \gg \tau_c$ , es decir, cuando la diferencia de camino óptico es más grande que la longitud de coherencia ( $l_c$ ). Para el interferómetro de Michelson el delay está dado por  $\tau = 2(s_2 - s_1)/c$ . De esto se concluye que la interferencia solo ocurre cuando la diferencia de camino óptico es más pequeña que la longitud de coherencia.

A partir del interferograma se puede deducir la magnitud del grado de coherencia temporal y por lo tanto el tiempo de coherencia de la fuente.

### 2.7.3. Efectos de la automodulación de fase en la propagación e interferencia de un haz gaussiano coherente

Un haz Gaussiano el cual se transmite por un medio libre diverge de la forma que vimos en la sección donde la cintura del haz cambia y también la curvatura del frente de onda. Estos efectos pueden ser vistos de la misma manera cuando un haz pasa por una lente.

Una lente se puede tratar como un objeto que transforma la fase de un campo entrante. Si suponemos una onda monocromática que se propaga en la dirección  $z$  que incide sobre una lente delgada. En  $z = 0$ , el campo complejo de la onda puede ser representado como:

$$u(x, y, 0, t) = U(x, y, 0)e^{-i\omega t} \quad (2.89)$$

Una lente delgada es una lente cuyo grosor es despreciable comparado al radio de curvatura de la superficie de la lente [12]. El campo que entre en las coordenadas  $(x, y)$  en una de las caras de la lente saldrá por la otra cara con una desviación transversal despreciable. El retraso de fase que adquiere la onda al pasar por la

lente es:

$$\phi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} n \Delta(x, y) + \frac{2\pi}{\lambda} [\Delta_0 - \Delta(x, y)] \quad (2.90)$$

donde  $\Delta_0$  es el grosor máximo de la lente,  $\Delta(x, y)$  es el grosor en la coordenadas  $(x, y)$  y  $n$  el índice de refracción de la lente [9]. Este retraso de fase se aplica a un plano en frente de lente, lo que nos da la siguiente expresión:

$$U_l = T(x, y) \bullet U(x, y) \quad (2.91)$$

donde  $T(x, y)$  es una transparencia con transmitancia :

$$T(x, y) = e^{i\phi(x, y)} \quad (2.92)$$

$\phi(x, y)$  es una función que dependerá de la geometría. Para una lente esférica con una distancia focal  $f$  se puede comprobar que  $T$  será [25]:

$$T(x, y) = e^{-i \frac{(x^2 + y^2)}{\lambda f}} \quad (2.93)$$

Después de que se agrega el retraso de fase a la onda se puede propagar el campo y ver su evolución por diferentes métodos, siendo uno la aproximación de Fresnel.

La automodulación de fase espacial sigue esta misma idea. Un retraso de fase va a ser inducido por el mismo haz que pasa por un medio donde su índice de refracción es dependiente a una variable, en este caso, a la temperatura. El haz gaussiano al adquirir este retraso de fase su propagación y divergencia se verá afectada llegando a generar patrones de interferencia en el campo lejano [32].

En un medio absorbente tendremos que los efectos fototérmicos generan un cambio en el índice de refracción del medio [2].

$$\Delta n(x, y, z, t) = n_0 + \delta n(x, y, z, t) = n_0 + \left( \frac{\partial n}{\partial T} \right) \delta T(x, y, z, t) \quad (2.94)$$

donde  $n_0$  es igual al índice de refracción inicial del medio. La fase está determinada por:

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \int_s n(x, y, z) ds \quad (2.95)$$

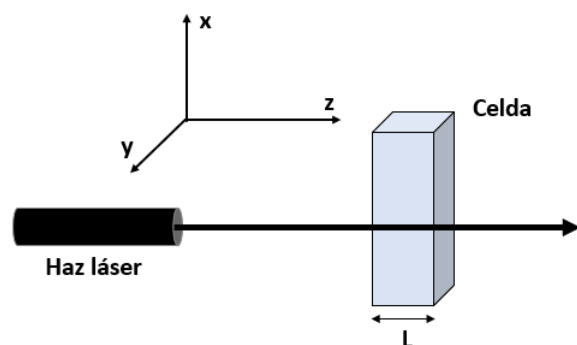
donde  $s$  es el camino de integración. Por lo tanto, un cambio de fase va a estar dado por un cambio del índice de refracción en el medio debido a la temperatura. Si el haz se propaga en la dirección  $z$  y pasa por una celda de longitud  $L$  como se muestra en la figura 2.13 entonces

$$\Delta \phi = \frac{2\pi}{\lambda} \int_s \Delta n(x, y, t) ds \quad (2.96)$$

## 2. MARCO TEÓRICO

---

Si se regresa al ejemplo de la lente vemos que este tipo de celdas absorbentes funcionan como un tipo de lente y esto trae las consecuencias de que el haz que pase sea afectado por esta fase. Se ha evidenciado que este tipo de efectos causan que una cierta distancia se formen patrones de interferencia y que existen dos casos de estos [6, 32]. El primero de estos casos es cuando  $\Delta n > 0$  a lo que se le



**Figura 2.13:** Esquema de una celda que consiste en una solución absorbente por donde pasa el haz del láser

conoce como un lente positivo lo que general que el haz se enfoque. Por otro lado, si  $\Delta n < 0$ , la modulación de fase genera el efecto de un lente negativo el cual agravará la divergencia del haz [6]. Dependiendo del tipo del medio se generará un cambio de fase distinto, para  $\Delta n > 0$  se tendrá que  $\Delta\phi > 0$  y cuando el haz pase por el lente negativo  $\Delta n < 0$ ,  $\Delta\phi < 0$  [6].

Cuando el haz gaussiano se propaga por el medio absorbente con  $\Delta n < 0$  el patrón de interferencia en el campo lejano son múltiples anillos concéntricos con un centro brillante. Por el otro lado, el patrón que se forma con  $\Delta n > 0$  es un centro oscuro con anillos brillantes a su alrededor [32].

En [6] se demostró que la curvatura del haz gaussiano también tiene un papel importante. Aunque el medio tenga un  $\Delta n < 0$  se puede reproducir los dos casos, es cuestión de que el haz converga o diverga al momento de entrar a la celda. Con la combinación de  $\Delta\phi < 0$  y el haz divergente se reproduciría el patrón con el centro oscuro, cuando converge el haz dentro de la celda el patrón serán los anillos concéntricos con el centro brillante.

Es importante mencionar que la temperatura no es el único origen de este fenómeno, de hecho existen existen diversos mecanismos físicos que pueden inducir un cambio en el índice de refracción los cuales pueden llegar a tener una evolución más rápida [6]. El efecto Kerr óptico con origen electrónico es el más buscado para posibles aplicaciones de modulación óptica ultrarrápida. En general la automodulación es un fenómeno muy común y con orígenes muy variados.

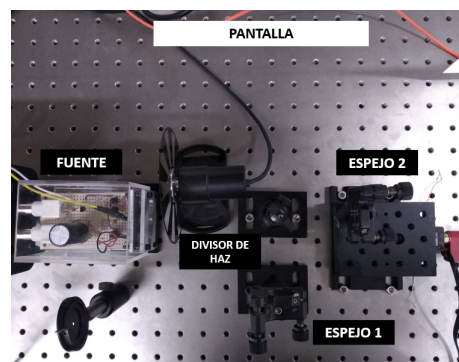
## Diseño experimental

---

### 3.1. Interferómetro de Michelson

#### 3.1.1. Descripción del arreglo óptico

El esquemático del arreglo experimental se muestra en la Figura 3.1. Consiste principalmente en una fuente, un divisor de haz o “beamsplitter” 50 %50 % y dos espejos el cual uno de ellos se puede desplazar en la dirección de la propagación del haz. Las distancias de los brazos del interferómetro fueron ajustadas para que fueran casi idénticas. Para el ajuste del interferómetro se hizo un proceso iterativo



**Figura 3.1:** Arreglo óptico del interferómetro

en el cual se va montando pieza por pieza y se va ajustando la inclinación de los espejos hasta superponer los dos frentes de onda y se observe el patrón de interferencia (elipses concéntricas de máximos y mínimos de intensidad) en la pantalla como se muestra en la Figura 3.2.

### 3. DISEÑO EXPERIMENTAL

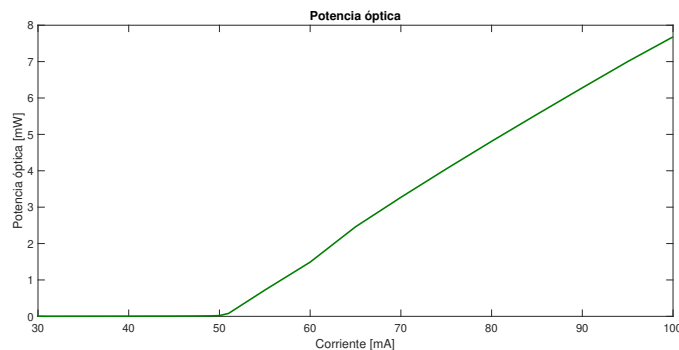
---



**Figura 3.2:** Haz de luz en forma de cono elíptico después de viajar por el interferómetro e interferir en una pantalla forma este patrón de interferencia

#### 3.1.2. Caracterización de la fuente: Diodo Láser

Para el interferómetro se usó un diodo láser de 520 nm (PL 520). Su curva característica de potencia en función de la corriente se muestra en la Figura 3.3. Para los objetivos de este experimento se usó el láser como una fuente térmica,

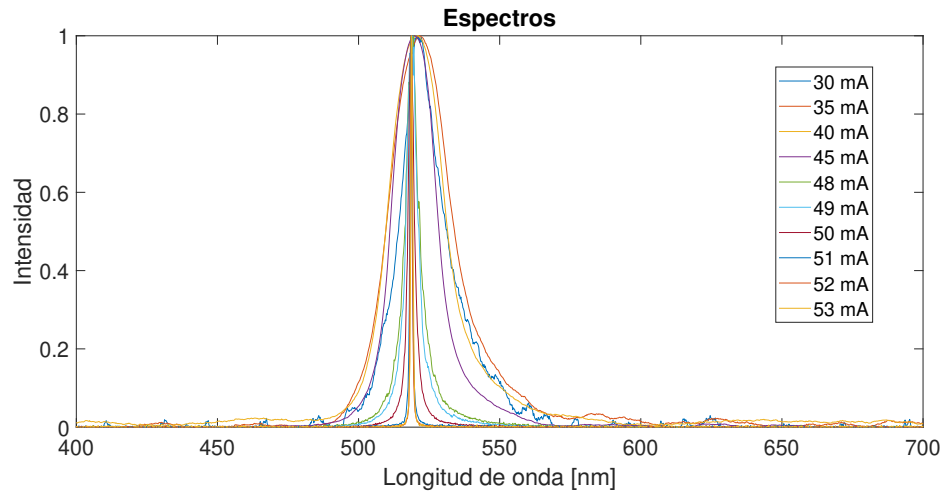


**Figura 3.3:** Potencia óptica del diodo láser con corriente de umbral a  $\sim 50mA$

por lo tanto, se tuvo que determinar en que régimen se encontraba la fuente en función de la corriente suministrada. Esto se hizo a partir de analizar el espectro del láser en función de la corriente. En la Figura 3.4 se muestra el espectro en diferentes puntos de operación. Las curvas están normalizadas para apreciar mejor la diferencia de anchura que tienen. Se observa que a mayor corriente más fino es el espectro indicando que el dispositivo se encuentra funcionando como un láser.

#### 3.1.3. Medición de tiempo de coherencia

Para la medición del tiempo de coherencia se usó el láser a una corriente de 51 mA, justo debajo de la corriente de umbral. A la etapa lineal del espejo 2



**Figura 3.4:** Espectros medidos del diodo láser a diferentes corrientes de alimentación.

se modificó agregando un pico motor, es decir, un actuador piezoeléctrico el cual fue controlado analógicamente por una fuente de voltaje permitiendo hacer un escaneo traslacional con una resolución  $< 0.1\mu\text{m}$ . El pico motor se puede ver de igual forma en la Figura 3.1 en el espejo 2 y a mayor detalle en la Figura 3.5.



**Figura 3.5:** Pico motor que se instaló en la etapa lineal del espejo 2

En la pantalla se colocó un fotodiodo de Si polarizado en inversa (DET100A) y se le colocó un filtro espacial (iris) para solo capturar la intensidad del primer máximo del patrón de interferencia. Las mediciones del interferograma se llevaron a cabo por medio del Lock-In. Un chopper fue colocado en la salida del láser a una frecuencia de 1kHz y este se sincronizó con el Lock-In. La elección del Lock-In fue para obtener un mejor contraste entre máximo y mínimo al filtrar la luz que entraba al sensor por direcciones diferentes al interferómetro.

El control de la etapa lineal y la adquisición de los datos fue hecha con MATLAB.



### 3.2. Dispersión dinámica de luz

#### 3.2.1. Descripción del arreglo óptico

Para realizar las mediciones del tamaño de partícula se utilizó el siguiente arreglo óptico (Figura 3.6). El experimento consiste en un láser He-Ne de  $632\text{nm}$  de  $1\text{mW}$  polarizado verticalmente el cual incide sobre la muestra. Para concentraciones diluidas, la mayor parte de la potencia pasa a través de la muestra pero cierta luz es esparcida por la muestra a diferentes ángulos. Entre la fuente y la muestra se colocó una lente plano-convexa de  $F = 25$  para enfocar el haz gaussiano y así obtener una intensidad mayor en la solución.

Para realizar las mediciones de la luz esparcida se empleó un contador de fotones únicos (Thorlabs SPCM) en modo de medición libre o free running. La elección de este sensor fue obvia ya que se necesitó medir intensidades muy bajas, que tuviera un ancho de banda lo suficientemente grande (20 MHz) para ver las frecuencias del sistema y que el área activa fuera del orden de micrómetros ( $20\ \mu\text{m}$ ) para capturar solo una pequeña área de la luz esparcida. Al ser un sensor muy sensible, se adaptó el contador para reducir el ruido externo, se utilizó una serie de conectores de forma de tubo en donde se pudieron montar una lente plano-convexa para la mejor recolección de los fotones y en la entrada del sensor se fijó un filtro espectral que solo transmite longitudes de onda de  $632.8 \pm 2\text{nm}$ .

El detector se colocó a  $90^\circ$  de la muestra. La elección de este ángulo fue porque se quiso capturar el mayor número de fotones esparcidos sin coleccionar fotones que vinieran directamente del láser, además de evitar el esparcimiento múltiple [33].

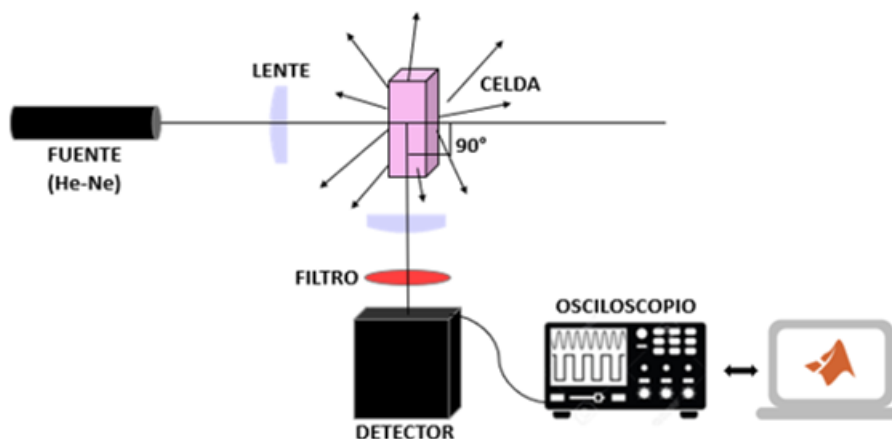
#### 3.2.2. Muestra

La muestra que se analizó fue una solución de nanopartículas de oro (NPAu) de 80 nm ya estandarizadas de Sigma-Aldrich. Las especificaciones se pueden visualizar en la tabla 3.1.

Una de las propiedades ópticas más conocidas de las NPAu es su gran absorción y dispersión en la zona de longitud de onda de la resonancia del plasmón [33].

La curva de absorción se puede visualizar en la figura 3.7 donde el pico de absorción se encuentra en los 543 nm, por otro lado, la dispersión será más intensa en la región de los 300 nm a los 500nm, pero de igual manera se puede tener dispersión en la región del He-Ne (632 nm).

Después de hacer un registro del conteo de fotones a diferentes volúmenes y



**Figura 3.6:** Arreglo óptico para realizar la medición de scattering a  $90^\circ$  a través del contador de fotones. El osciloscopio adquiere la señal del detector y por medio de la computadora se extraen los datos

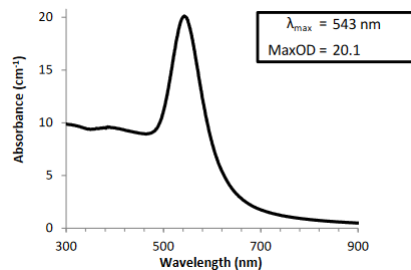
concentraciones se decidió por un volumen de 1 mL lo cual es lo recomendado por la literatura [14, 33] y una concentración de 20 % de solución de nanopartículas y 80 % de etanol del total de volumen. Para elegir la concentración se hizo un proceso iterativo con base en el conteo de fotones. Por lo tanto, el límite inferior de concentración se fijó por la potencia de nuestro láser y de nuestro arreglo óptico y el límite superior por la saturación del detector. En otras palabras, tener una concentración baja produjo pocas cuentas lo cual solo se traduciría en ruido al hacer al autocorrelación, por otro lado, las altas concentraciones podían llegar a saturar al sensor o añadir fotones que hubiera tenido un esparcimiento múltiple.

Parámetros	Valores
Apariencia (forma)	suspensión
Índice de polidispersividad	$\leq 0.2$
Tamaño del núcleo	77-83 nm
Diámetro hidrodinámico promedio	88-96 nm
Absorción máxima	551-557 nm

**Tabla 3.1:** Parámetros de las nanopartículas de oro

### 3. DISEÑO EXPERIMENTAL

---



**Figura 3.7:** Propiedades ópticas de nanopartículas de oro de 75-85 nm obtenida de nanoComposix(Certificate of Analysis)-80nm Gold Nanospheres

#### 3.2.3. Adquisición de señales

Las señales del detector fueron adquiridas por un osciloscopio y en comunicación con MATLAB se implementó una rutina para la adquisición de los datos para así en la computadora hacer el análisis.

Mientras que la resolución en altas frecuencias estuvo definido por nuestro arreglo óptico y la elección de nuestro sensor, las bajas frecuencias se definieron por la duración de nuestro tiempo de muestreo. Ya que las fluctuaciones del sistema se encuentran dentro del rango de los nano a los mili segundos, la elección del tiempo podía ser definida a cualquier valor arriba de los mili segundos. Nuestro tiempo de muestreo fue de 250 ms ya que fue el tiempo máximo que se pudo extraer del osciloscopio sin comprometer la resolución temporal.

#### 3.2.4. Procesamiento de señales

Las señales que se obtuvieron del osciloscopio fueron una serie de pulsos caracterizados por tener una altura de 3.3 V y un ancho de aproximadamente 20 ns. Como fue mencionado, para determinar el tamaño de partícula es necesario hacer la autocorrelación de intensidades. La manera en que una serie de pulsos pueda llegar a ser equivalente a tener fluctuaciones de intensidad es calculando el número de fotones detectados como una función del tiempo. La manera de hacer esto fue definiendo una serie bandejas o “bins” de cierto ancho temporal a lo largo del tiempo de la duración de la señal y asignando a cada bin el número de pulsos que se encontraron en ese rango.

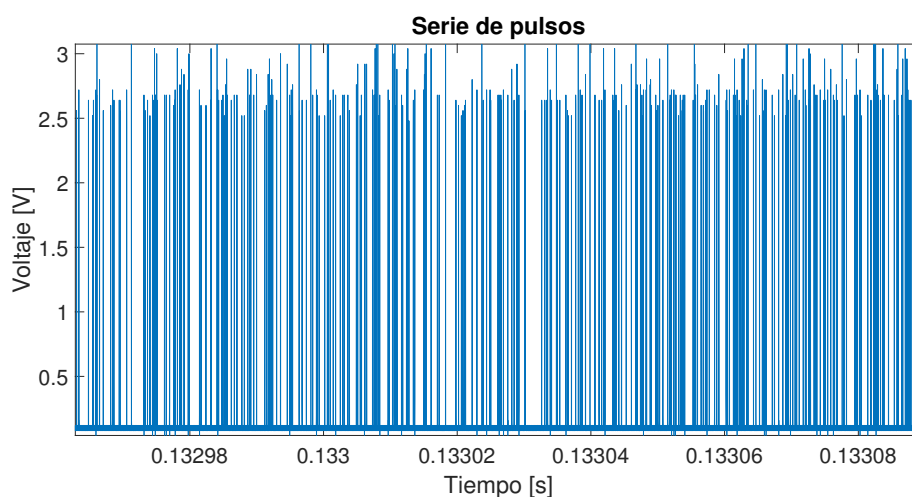
Haciendo este cambio de pulsos a cuentas por bins uno modifica la resolución temporal que se tenía previamente. Ahora la frecuencia máxima este definida por el ancho temporal de los bins. En la figura 3.8 se puede visualizar la serie de pulsos que se obtenían del detector y en la figura 3.9 se muestra la conversión de

pulsos a cuentas por bin, la cual es ya proporcional a una señal de intensidad. El número de bins que se utilizó fue de 10000, por lo tanto, la resolución bajo a solo  $25 \mu s$ , es decir, que las frecuencias más altas que se pudieron observar fueron del orden de  $40 kHz$ . Número de bins más grandes no se utilizaron ya que las cuentas no eran lo suficientemente grandes, se quiso evitar que bins contuvieran de 0 a 10 cuentas.

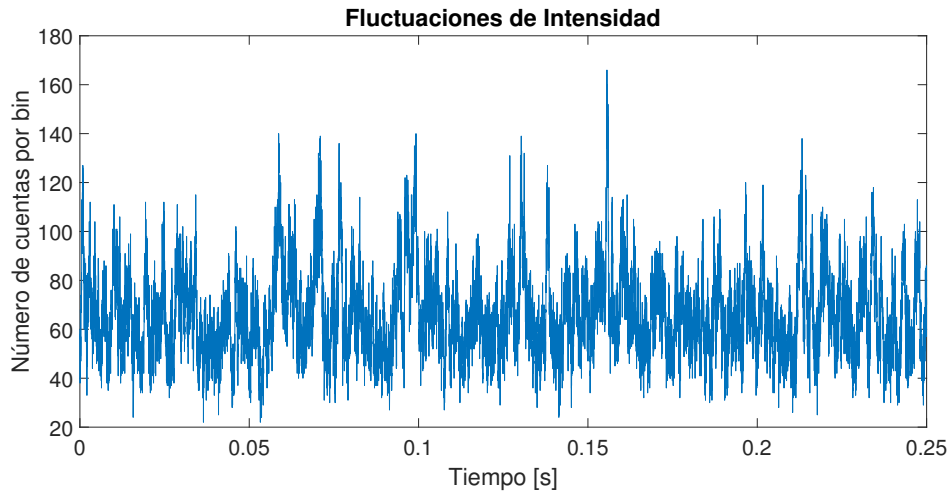
Posteriormente, la serie de tiempo de intensidades fue acondicionada a que su valor medio fuera cero, esto simplifica el análisis de la curva de autocorrelación y su interpretación física.

Por último, la función de autocorrelación de intensidades fue igualmente generada en MATLAB a partir de una función llamada "xcorr(x)" la cual regresa la secuencia de autocorrelación de x.

Todo el procesamiento de la señal fue realizado con un programa de MATLAB. Ver apéndice para mayor información.



**Figura 3.8:** Señal óptica captada del esparcimiento de la muestra



**Figura 3.9:** Fluctuaciones de intensidad representado por el número de cuentas por bin (250 ms dividido en 10000 bins )

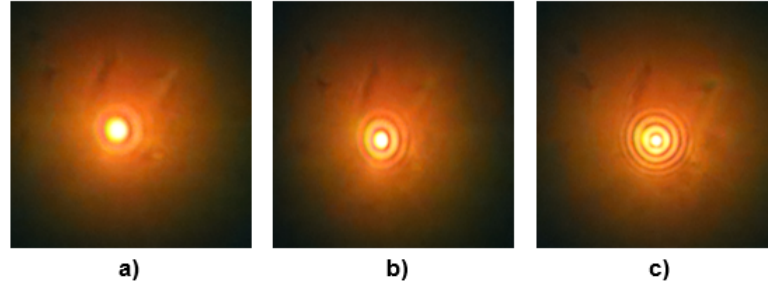
### 3.3. Simulación de los efectos de automodulación de fase en la propagación de un haz gaussiano por un medio absorbente

La propagación de un haz gaussiano y la formación y evolución de los patrones de difracción en campo lejano fueron estudiados usando la teoría de difracción escalar de Fresnel-Kirchhoff usando la aproximación de Fresnel (Ec. (2.11)).

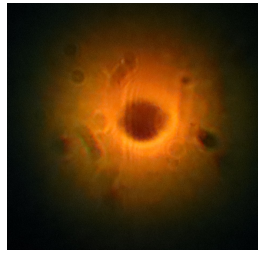
La simulación se basó en un experimento llevado a cabo en el laboratorio de óptica del CFATA llevado a cabo por el Dr. Jorge Luis Domínguez Juárez en el cual se incidió luz blanca proveniente de un láser de pulsos ultracortos en el infrarrojo a una celda que contenía un solución de nanopartículas de oro en etanol. Se observaron los siguientes patrones (figura 3.10), que en función de la potencia se incrementaban el número de anillos, en este caso, el foco del láser se encontraba en la celda, por lo tanto el haz convergía en la celda. En el caso de que la celda estuviera adelante del foco se encuentra el caso de un haz divergente. La figura 3.11 muestra el patrón de intensidades con la peculiaridad de tener un centro oscuro. En este experimento se presentó un tercer caso en el que el haz entraba de igual manera que el primer caso, pero a diferencia se usaba una potencia mucho mayor. El patrón que resultó de estas condiciones se observa en

### 3.3 Simulación de los efectos de automodulación de fase en la propagación de un haz gaussiano por un medio absorbente

---



**Figura 3.10:** Patrones de intensidades en el campo lejano con la forma de anillos concéntricos en función de la potencia . Mayor potencia más anillos, a) siendo la de menor potencia



**Figura 3.11:** Patrón de intensidades en el campo lejano con un centro oscuro debido a la divergencia del haz gaussiano

la figura 3.12.

Para la simulación se tomó en cuenta las posibles variaciones de índice de refracción que hay en el medio absorbente inducidas por los cambios de temperatura las cuales terminan afectando la fase del haz que se propaga. Se consideró en todo momento un haz gaussiano de un láser propagándose en línea recta y siendo enfocado por una lente.

En nuestro caso, el cambio de índice de refracción  $\Delta n$  en el medio absorbente siempre surgirá cuando el haz gaussiano pase por la muestra y este cambio siempre será negativo ( $\Delta n < 0$ ) ya que nuestro medio absorbente es una solución de nanopartículas en etanol y se sabe que al aumentar la temperatura el índice de refracción disminuye. Si  $\Delta n < 0$ , la automodulación de fase ocasionada por  $\Delta n$  induce una lente negativa, efecto que causa que cambia la divergencia del haz.

Se analizaron los casos para  $\Delta\phi < 0$  con el haz divergente y convergente. La Ec. (2.11) fue modificada usando el método que se ilustró en la explicación de como se introduce el factor de una lente en la propagación de una onda de luz.



**Figura 3.12:** Patrón de intensidades a altas potencias

La ecuación que se terminó integrando es la siguiente:

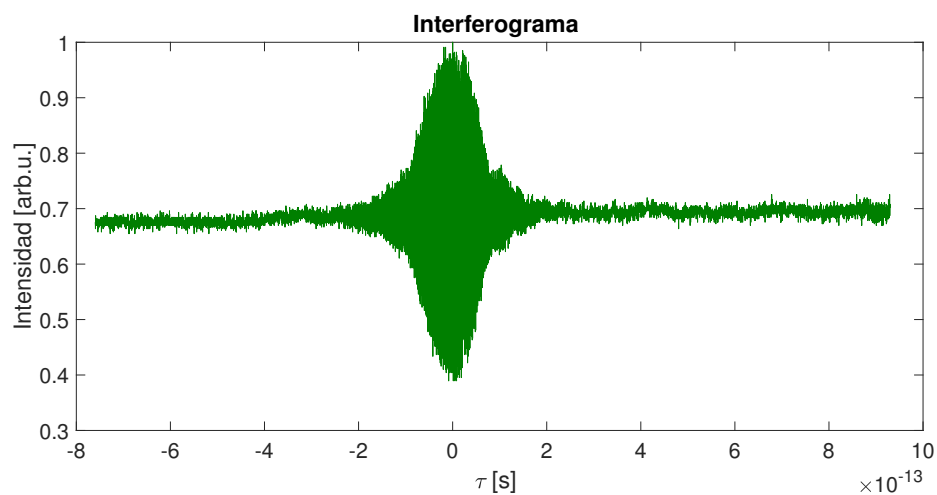
$$\psi(x_0, y_0) = \iint_{\sigma} \exp -\frac{x_1^2 + y_1^2}{\omega_p} T(x_1, y_1) \exp \frac{-ik}{2z} ((x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2) dx_1 dy_1 \quad (3.1)$$

donde el primer término introduce el factor del perfil transversal de un haz gaussiano con  $\omega_p$  como el radio del haz en la entrada de la celda, y el segundo factor  $T(x_1, y_1)$  siendo el factor de transmitancia.

Las simulaciones se hicieron a partir de integrar numéricamente la ecuación anterior para una  $T(x_1, y_1)$  específica. La programación se hizo en MATLAB.

### 4.1. Grado de coherencia temporal

En la figura 4.1 se muestra la relación entre la intensidad ( $I$ ) y  $\tau$  (correspondiendo a cierto valor de desplazamiento del espejo) que es conocido como interferograma, la cual fue obtenida del diseño experimental del interferómetro de Michelson teniendo como fuente un diodo láser a 51 mA. Se puede observar que a valores



**Figura 4.1:** Intensidad del diodo láser como función de  $\tau$  en la salida del interferómetro de Michelson

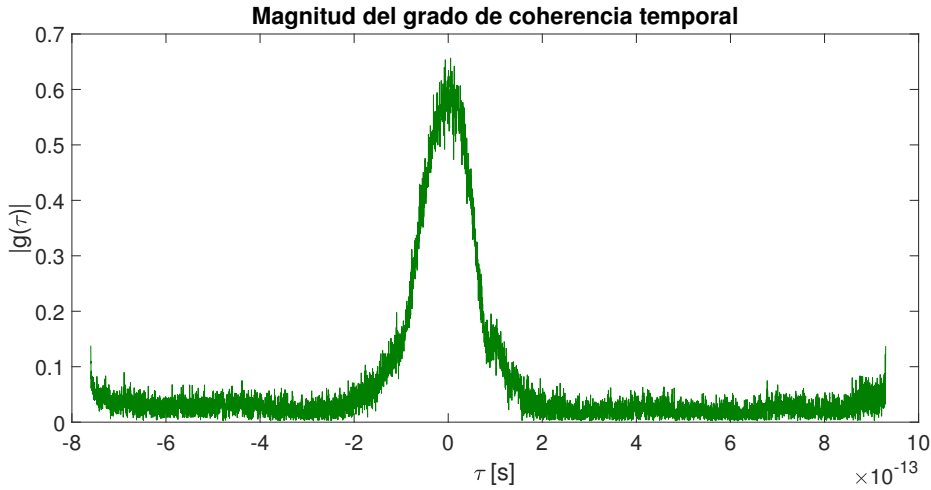
más largos de demora el contraste decrece hasta llegar al valor de intensidad en donde ya no hay efectos de interferencia. Tiene un valor pico cerca de  $\tau = 0$  y se desvanece a valores donde  $\tau \gg \tau_c$ .



## 4. RESULTADOS

---

Como se menciona en la Ec. (2.88) la visibilidad es igual a la magnitud del grado de coherencia temporal (Figura 4.2), por lo tanto, al determinar el ancho a 1/2 del valor máximo de la magnitud de  $g(\tau)$  se obtiene el tiempo de coherencia que en este caso fue de  $\tau_c = 127\text{fs}$  a lo que es igual a una longitud de coherencia de  $l_c = 38\mu\text{m}$ .



**Figura 4.2:** Grado de coherencia temporal obtenido de la visibilidad

De acuerdo a la teoría, el máximo que equivale a un nulo desplazamiento, debería de tener valor de uno  $|g(0)| = 1$ . La diferencia probablemente viene de que nuestro interferograma no es suave, en el sentido de que los puntos experimentales no fueron los suficientes. El espectro mostrado en la figura 3.4 de 51 mA nos permitió tener un valor teórico para comparar con nuestro valor experimental. Hay que tener en cuenta que este valor teórico es un aproximado ya que se hace una suposición de que el espectro tiene una forma de una curva gaussiana [25]. El pico de intensidad se encuentra en  $\lambda = 519.3\text{nm}$  y el FWHM ( $\Delta\lambda$ ) del espectro es de 3.3 nm. Usando la ecuación que relaciona el ancho espectral y el tiempo de coherencia para un perfil espectral gaussiano [4]

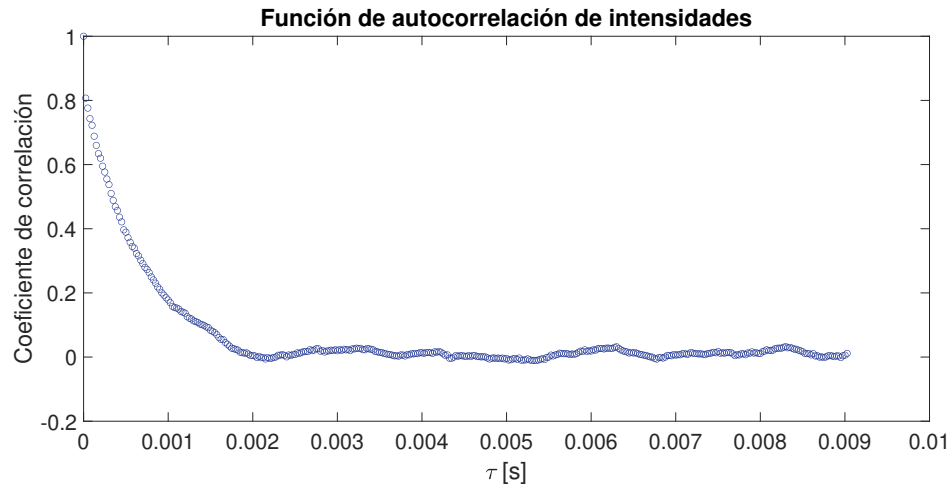
$$l_c = \tau_c c = \sqrt{\frac{2\ln(2)}{\pi}} \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \quad (4.1)$$

nos da un valor de  $l_c = 54\mu\text{m}$ .

Estos valores de longitud de coherencia son aproximadamente la mitad de lo que es la longitud de coherencia ( $90\mu\text{m}$ ) cuando el diodo láser se encuentra en un estado de láser ( $I > 51\text{mA}$ ) [4]. Esto está de acuerdo con la teoría descrita en la sección 2.5.2.1, al no haber inversión de población hay mayor contribución de fotones provenientes de una emisión espontánea, por lo tanto, el tiempo de coherencia es menor.

## 4.2. Función de autocorrelación de intensidades

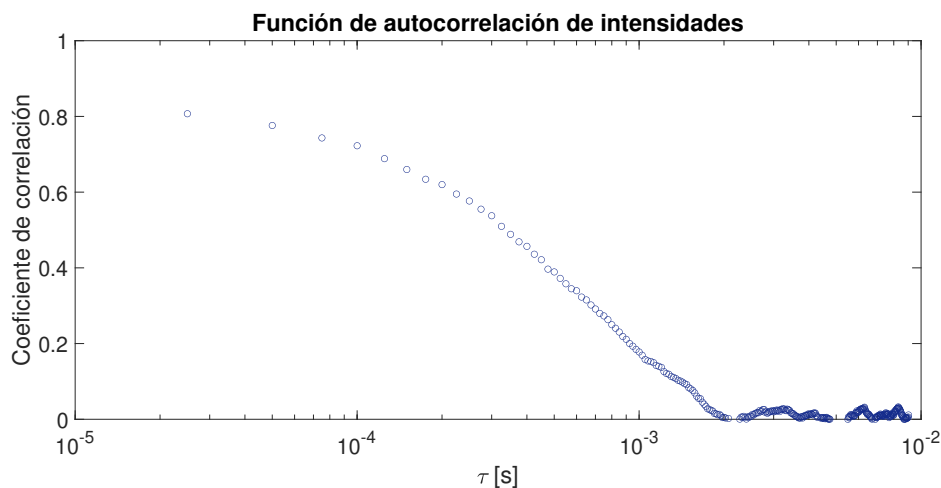
La señal de salida del detector fue enviada a la computadora para calcular el número de fotones individuales detectados como una función del tiempo. La función de autocorrelación fue calculada a partir de la detección de la estadística de fotones. Las figuras 4.3 y 4.4 muestran la función de autocorrelación de intensidades normalizada de la muestra de nanopartículas de oro generadas en MATLAB. Las gráficas tienen una escala lineal y escala logarítmica en  $\tau$  respectivamente. Como se discutió en la sección 2.7.1.2 la función de correlación tiene la forma



**Figura 4.3:** Curva de autocorrelación de intensidades del esparcimiento de la muestra de nanopartículas de oro

de un decaimiento exponencial y este requisito lo cumple la curva obtenida. Hay que recordar que esta curva contiene toda la información acerca de la difusión de las partículas en una solución en términos cuantitativos y cualitativos.

En primer lugar las curvas no llegaron al valor de 1 lo cual indica que no hubo una correlación perfecta, esto significa que estuvimos agregando ruido a nuestra señal adquirida, bien podría ser que captamos señal de un esparcimiento múltiple o que la apertura del sensor no fue lo suficientemente pequeña lo cual impidió medir un solo speckle. En cuanto a la segunda curva se puede observar que en el rango de altas frecuencias el número de puntos decreció considerablemente, esta fue una consecuencia de la elección del número de bins lo cual limitó el rango superior de frecuencias visibles. En este caso, la curva resultó incompleta y fue por las restricciones que se tuvieron del arreglo óptico. Con mayor cuentas se puede mejorar la curva y así visualizar frecuencias más altas, pero aún así, por



**Figura 4.4:** Curva de autocorrelación de intensidades del esparcimiento de la muestra de nanopartículas de oro en escala logarítmica

el tamaño de partícula la información importante si esta contenida en nuestro rango de frecuencias.

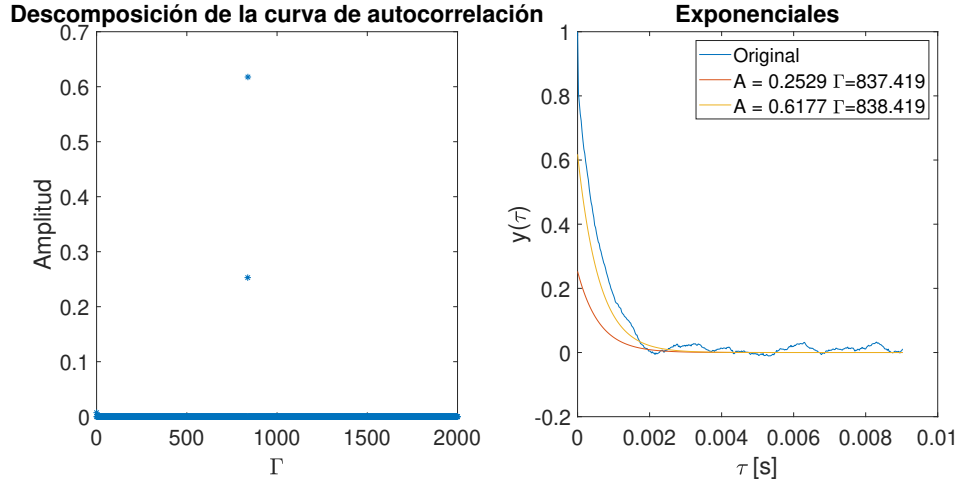
Por otro lado, en tiempos más largos las curvas se asentaron en cero como era de esperarse con la excepción de que en nuestras curvas se perciben fluctuaciones alrededor del cero que pueden significar que se está viendo otro tipo de dinámica en el fluido como puede ser la sedimentación de las partículas o la formación de agregados, lo cual ha sido observado en diferentes estudios de nanopartículas de oro [18, 33].

### 4.3. Tamaño de partículas

En orden de obtener la información del coeficiente de difusión de la curva de la figura 4.3 se debe de determinar la constante de decaimiento de la exponencial  $\Gamma$ .

Como primer paso se descarto la posibilidad de tener una muestra no monomodal, es decir, una solución en la que la distribución del tamaño no está centrada en el promedio. Se utilizó un programa en MATLAB el cual logra descomponer una función exponencial en sus diferentes componentes a través de resolver un problema lineal de mínimos cuadrados no negativos. La figura 4.5 muestra que la curva de autocorrelación se puede descomponer en dos exponenciales de la forma  $e^{-2\Gamma t}$  que va acorde a la Ec. (2.72).

De la descomposición se puede concluir que la medición es de una muestra



**Figura 4.5:** Descomposición de la curva de autocorrelación en dos exponenciales de la forma  $e^{-2\Gamma t}$

monomodal. Por lo tanto, para determinar el tamaño de partícula sólo se empleó un ajuste de curvas mediante MATLAB para determinar la constante de decaimiento.

El ajuste se realizó usando la siguiente función modelo que corresponde a la relación de Siegert Ec. (2.72).

$$A + B \exp[-2\Gamma t]$$

La figura 4.6 muestra la comparación de la curva obtenida del ajuste y la original. Los valores se muestran en la tabla 4.1. Teniendo el valor de  $\Gamma$  y haciendo uso de la

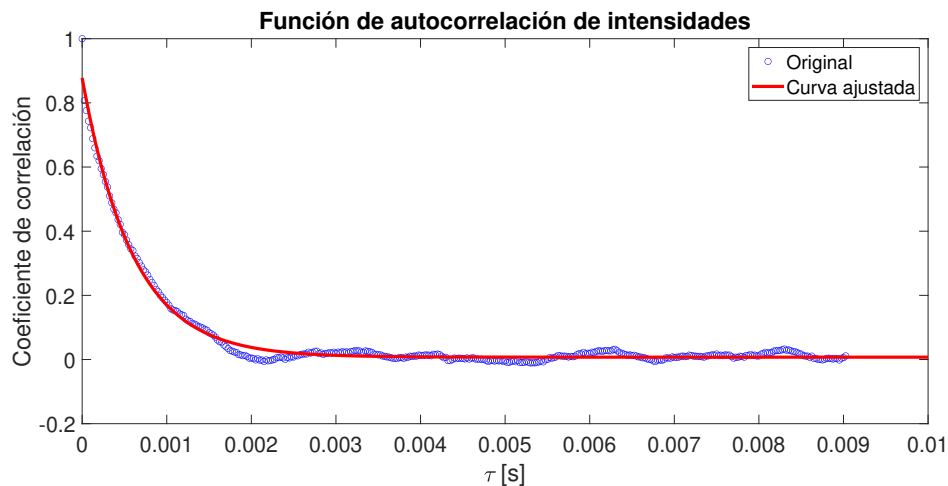
Modelo general	
$\text{expFit}(x) = A + B \cdot \exp(-\text{gamma} \cdot x^2)$	
Coeficientes (con 95 % de intervalo de confianza)	
A	0.007325 (0.005566, 0.009084)
B	0.8705 (0.8593, 0.8818)
gamma	838.1 (821.1, 855.1)

**Tabla 4.1:** Parámetros del modelo general del ajuste de curvas

Ec. (2.68) con los siguientes parámetros (tabla 4.2) se determinó que el diámetro

## 4. RESULTADOS

---



**Figura 4.6:** Comparación de la función de autocorrelación con la curva de ajuste

hidrodinámico de las nanopartículas de oro fue de 170.324 nm. El intervalo de valores que se menciona en la tabla 3.1 es de 88-96 nm, casi el doble de lo que se reporta.

Varios autores mencionan en la literatura [1, 28] que si al realizar las mediciones de dispersión se capta luz parásita, la cual es luz que no proviene del sistema que se está analizando o que ha recorrido un camino distinto puede llegar a generar ruido en la señal. Este tipo de luz añade un componente heterodino lo cual hace que cambie la correlación de primer orden a

$$g(\tau) = \exp[-\Gamma t] \quad (4.2)$$

Al usar la ecuación 4.2 el diámetro hidrodinámico es de 85.162 nm. La tabla 4.3 muestra los valores del modelo del ajuste de la curva.

De igual manera se hizo un análisis para una distribución monomodal conocido como el método cumulante el cual brinda valores promedio de la constante de difusión. Este método solo sirve para distribuciones gaussianas alrededor de los valores promedios [26]. Por este método se obtuvo un tamaño promedio ( $Z_D = 87.860\text{nm}$ ) y un índice de polidispersidad (PDI) del 0.15 con lo cual se reafirma que se trata de una muestra monomodal. En la figura 4.7 se muestra la distribución gaussiana del tamaño de partículas.

Parámetros	Valores
Constante de Boltzmann (kB)	1.3806488e-23 J/K
Temperatura (T)	293K
Ángulo de esparcimiento	90°
Índice de refracción (etanol)	1.3604
Longitud de onda	632 nm
Viscosidad dinámica	0.0011 Ns/m <sup>2</sup>

**Tabla 4.2:** Parámetros para determinar el radio hidrodinámico a partir de la ecuación de Stokes-Einstein

Modelo general	
$\text{expFit}(x) = A+B*\exp(-\text{gamma}*x)$	
Coeficientes (con 95 % de intervalo de confianza)	
A	0.007325 (0.005566, 0.009084)
B	0.8705 (0.8593, 0.8818)
gamma	1676 (1642, 1710)

**Tabla 4.3:** Parámetros del modelo general del ajuste de curvas  $\exp[-\Gamma t]$

## 4.4. Patrones de interferencia

La función  $T(x_1, y_1)$  que se utilizó fue la siguiente:

$$T(x_1, y_1) = e^{-ik\phi(x_1, y_1)} \quad (4.3)$$

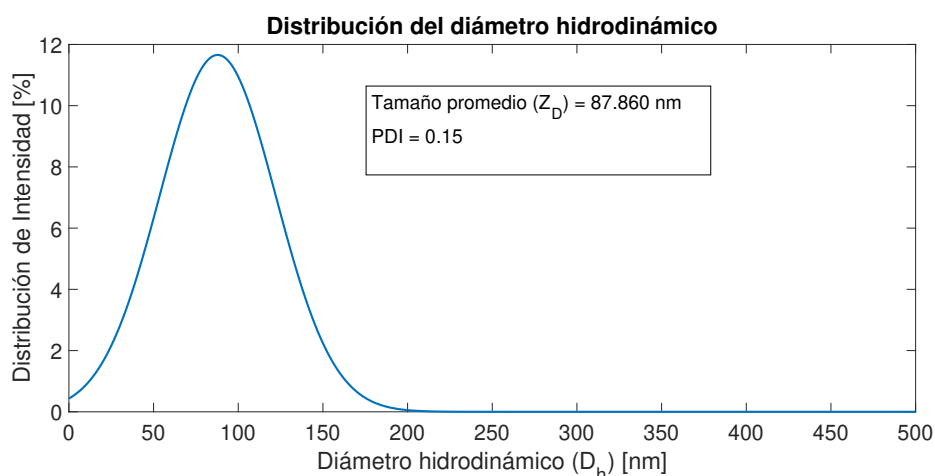
donde  $k\phi(x_1, y_1)$  es igual a

$$A \exp[-2(x_1^2 + y_1^2)/\omega_p^2] + k(x_1^2 + y_1^2)/2R \quad (4.4)$$

La elección de la fase como el perfil transversal de un haz gaussiano se tomó como hipótesis como se menciona en [32]. La constante  $A$  define la altura de la curva

## 4. RESULTADOS

---



**Figura 4.7:** Distribución gaussiana del tamaño de partículas (Diámetro hidrodinámico) a partir del método cumulante

gaussiana y el signo de la curva (positiva o negativa) y desde otro punto de vista es un parámetro que es proporcional a la potencia del láser.

La distancia  $z$  entre el plano de salida del medio y el plano de observación se puede escoger libremente. En este caso se escogió  $z = 2000mm$ ,  $\omega_p = 1mm$ ,  $R = \pm 1330mm$  y  $\lambda = 0.001mm$ .

- $\Phi(x_1, y_1) = 0$ :

En este caso no existe un cambio de índice de refracción, por lo tanto, el haz que sale de celda debe ser un haz Gaussiano como se ilustra en la figura 4.8.

- $A < 0$  y  $R < 0$ :

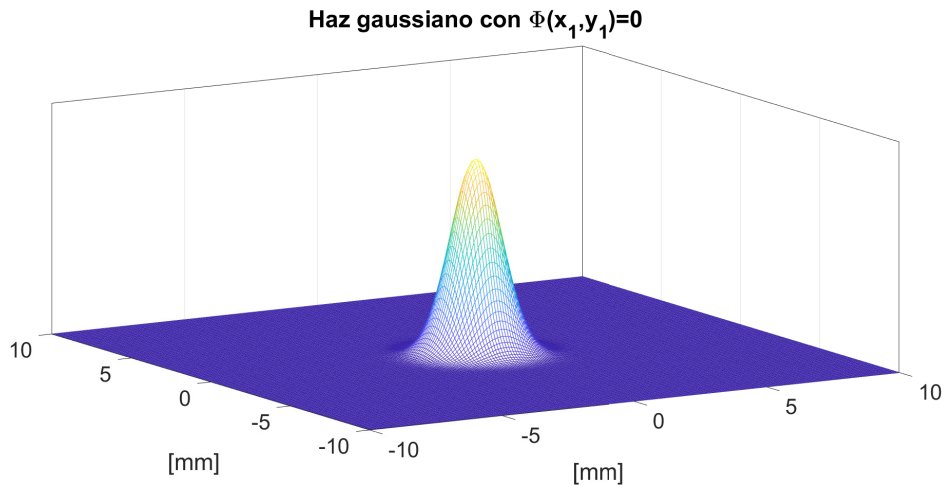
Con  $A$  y  $R$  menor a cero se observaron los círculos concéntricos como se muestra en la figuras (4.9, 4.10 y 4.11) . Conforme la intensidad aumenta , en este caso  $A$ , el número de anillos aumenta.

- $A < 0$  y  $R > 0$ :

Con  $R$  positivo se observó un círculo concéntrico brillante con el centro obscuro como se muestra en la figura 4.12

Una particularidad es que si se altera el ancho de la función gaussiana el patrón de intensidades adquiere una intensidad más homogénea y más distribuida. En el caso de que  $k\phi(x_1, y_1)$  sea igual a

$$A \exp[-(x_1^2 + y_1^2)/\omega_p^2] + k(x_1^2 + y_1^2)/2R \quad (4.5)$$



**Figura 4.8:** Haz gaussiano que se propaga por el eje  $z$  a través del medio sin modificaciones por la automodulación de fase

en donde el 2 se retiró de la función gaussiana. Empleando esta función se obtiene la siguiente figura 4.13

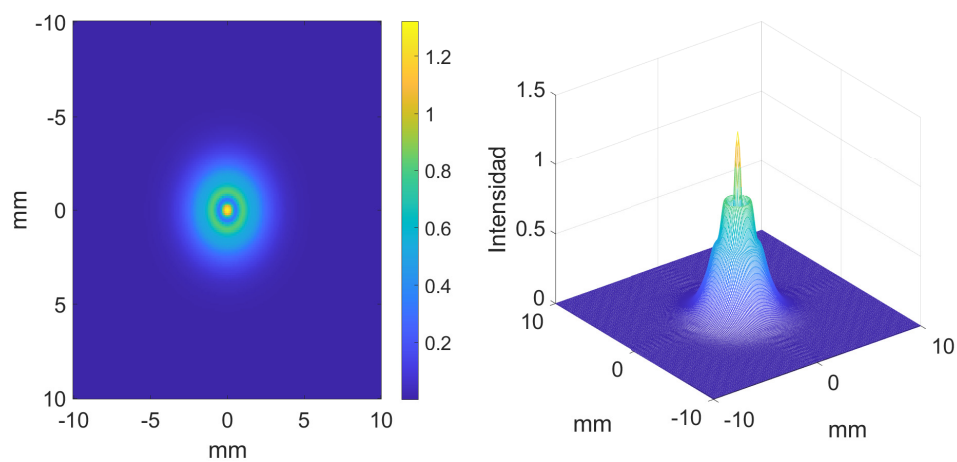
Para dar una explicación a la figura 3.12 se buscó tratar de dar una asimetría al patrón de intensidades. Esto se logró desfasando en el espacio el perfil de intensidad del haz gaussiano con el cambio de fase que se genera por el perfil de índice de refracción en el medio. A altas potencias el perfil de temperatura se desfasa en el eje  $y$  con respecto a la posición del láser por lo que se genera el patrón tan único de intensidades. La figura 4.14 muestra el patrón generado por la simulación. La única cuestión es que es necesario que  $R$  sea positivo, por lo tanto, es un indicio de que a altas intensidades el haz cambie de convergente ( $R < 0$ ) a divergente ( $R > 0$ ) ya que el factor  $A$  no puede cambiar de signo debido a las propiedades ópticas del medio ( $\frac{dn}{dT}$ ).

Estas simulaciones demuestran que el láser es capaz de afectar su propagación cuando este interactúa con un medio absorbente, el medio se calienta y se genera un perfil de índice de refracción el cual logra afectar la fase del haz por lo que en el campo lejano se aprecia un patrón de interferencia. Estos patrones siempre serán más prominentes en función de la capacidad de absorción del medio. El uso de la difracción de Fresnel funcionó para dar explicación al fenómeno de la auto modulación espacial y además permite extenderse y poder ser usada en otro tipo de explicaciones que involucren la propagación de campos electromagnéticos.

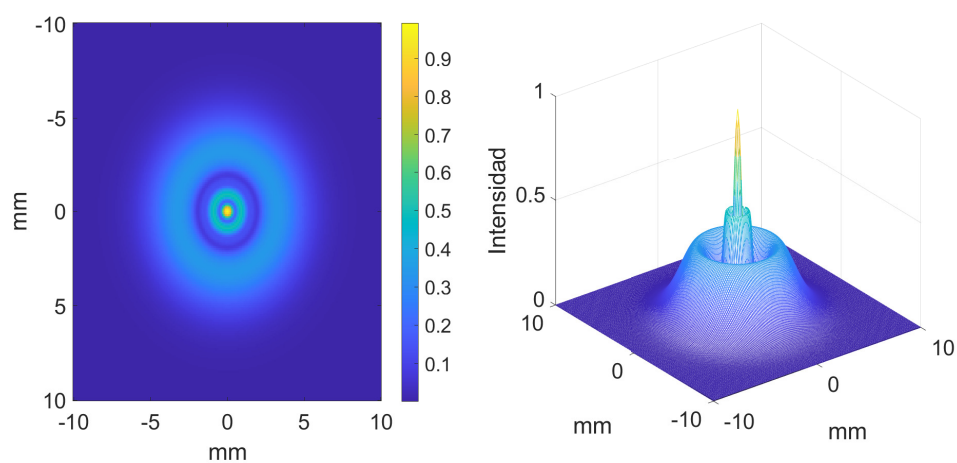


#### 4. RESULTADOS

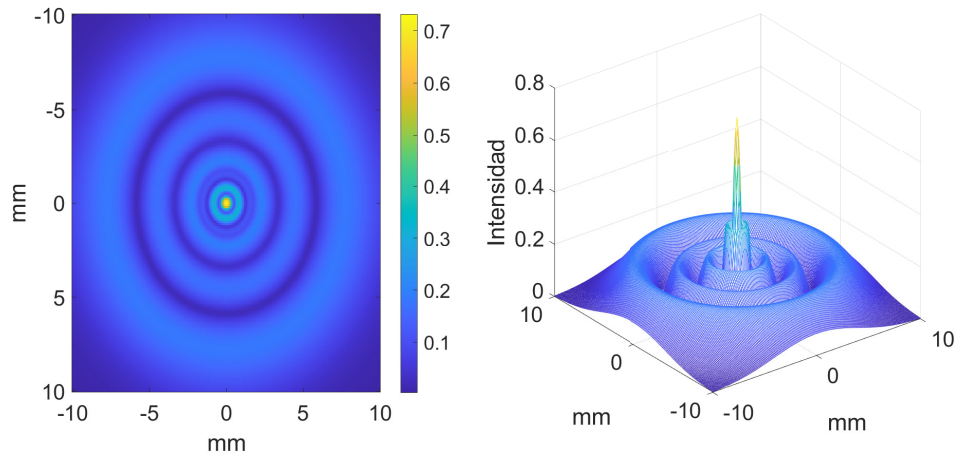
---



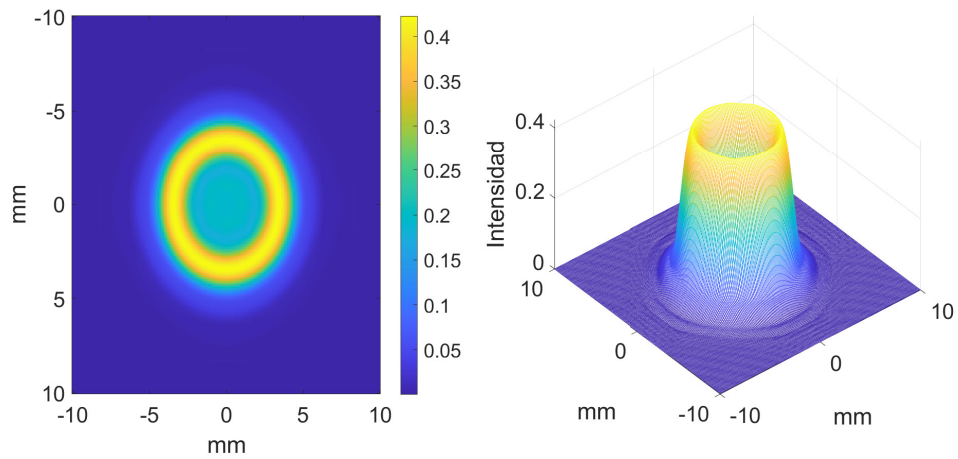
**Figura 4.9:** Patrón de intensidad en el campo lejano con  $A = -2\pi$  y curvatura  $R = -1.33m$



**Figura 4.10:** Patrón de intensidad en el campo lejano con  $A = -4\pi$  y curvatura  $R = -1.33m$



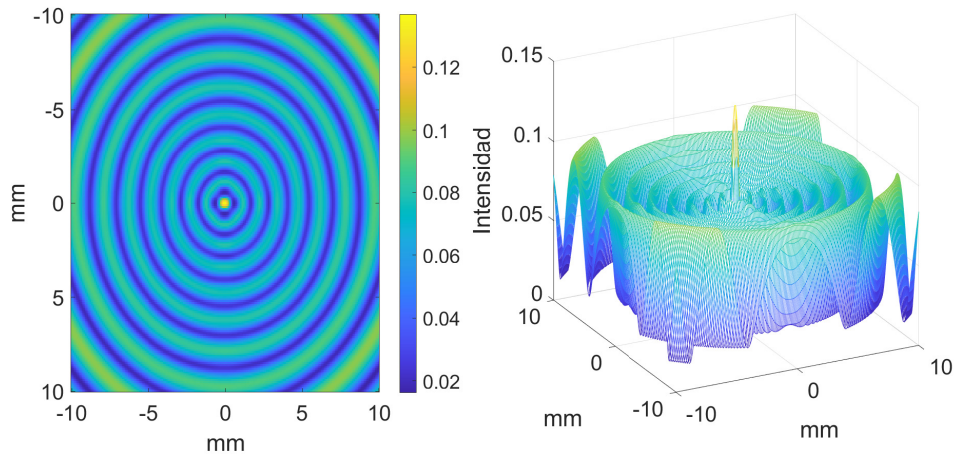
**Figura 4.11:** Patrón de intensidad en el campo lejano con  $A = -8\pi$  y curvatura  $R = -1.33m$



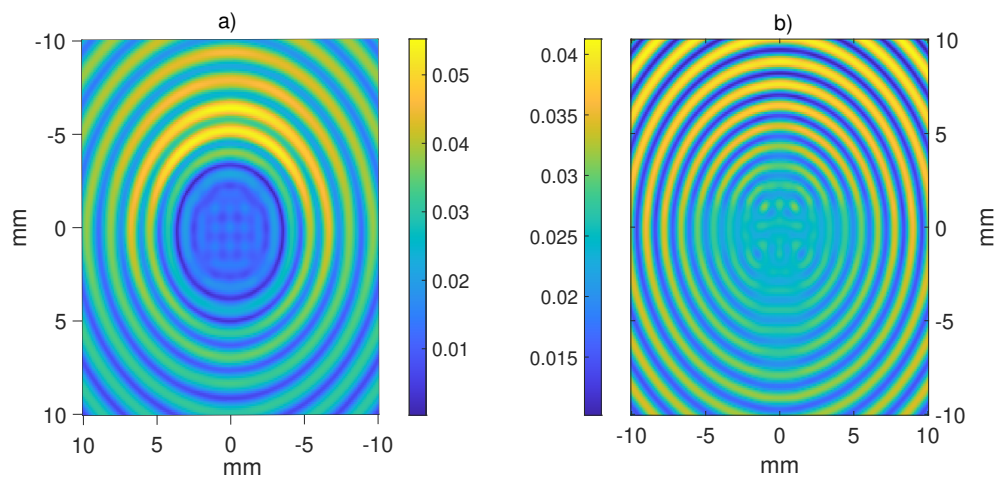
**Figura 4.12:** Patrón de intensidad en el campo lejano con  $A = -2\pi$  y curvatura  $R = 1.33m$

#### 4. RESULTADOS

---



**Figura 4.13:** Patrón de intensidad en el campo lejano con  $A = -20\pi$ , curvatura  $R = -1.33m$  y con  $\exp[-(x_1^2 + y_1^2)/\omega_p^2]$



**Figura 4.14:** Patrones de intensidad en el campo lejano con  $A = -40\pi$ , curvatura  $R = 1.33m$ . a)  $\exp[-2(x_1^2 + (y_1 - 0.01)^2)/\omega_p^2]$ , b)  $\exp[-(x_1^2 + (y_1 - 0.01)^2)/\omega_p^2]$

## Conclusiones

---

Presento diferentes niveles de conclusiones como resultado de este trabajo:

En primera instancia, si bien es cierto que el enfoque de la carrera es en tecnología en general, en este trabajo se hace hincapié en el uso de las tecnologías ópticas como herramienta para el estudio de fenómenos físicos, propiedades de los materiales y procesos dinámicos en los materiales.

En un segundo nivel, se sientan las bases para desarrollar estudios más detallados en los que se pueda eventualmente desarrollar tecnologías que permitan:

- Medir el tamaño de partículas en ambientes más complejos como partículas de forma variable, mezclas polidispersas de tamaños, variaciones más complejas de índice de refracción. Por otro lado, se podría realizar caracterizaciones de superficies rugosas complejas a través de la dispersión de la luz como por ejemplo la caracterización de una hoja de papel.
- Determinar las características totales de fuentes de iluminación para experimentos especializados, tales como coherencia y estadística de fotones, además las propiedades convencionales como intensidad, longitud de onda y estado de polarización. En específico, el estudio detallado de la coherencia permitiría desarrollar mejores técnicas de espectroscopia y de tomografía.
- Trabajar con los fenómenos de difracción que producen materiales da pie a futuras tecnologías de caracterización como en el presente son las espectroscopias de Fourier o fototérmicas.

En un tercer nivel:

- Se pudo determinar el tamaño de nanopartículas de oro con un error menor al 5% respecto al análisis certificado en la muestra. Hay que considerar que el sistema presenta limitaciones en lo que se puede medir, es una herramienta que solo permite medir la dinámica de procesos en los que esta

## 5. CONCLUSIONES

---

involucrado el movimiento aleatorio o Browniano. Hay partículas que presentan una dinámica mucho más lenta debido a la sedimentación lo que ocasiona que la señal solo presenté ruido.

- Se pudo medir la longitud de coherencia de un diodo láser en la transición de diodo a láser con una resolución igual a la reportada en la literatura empleando un interferómetro de Michelson.
- La dinámica compleja de la propagación de un láser en una muestra homogénea de material absorbente y con índice de refracción dispersivo y dependiente de la temperatura, se pudo analizar y explicar el origen de la dinámica del láser transmitido por medio de un análisis simple de difracción autoproducidos. Usar la aproximación de Fresnel resultó ser una gran herramienta para simular la propagación de las ondas solo teniendo como desventaja el tiempo de computó.

## Código/Manuales/Publicaciones

---

### A.1. Procesamiento de señal para DLS

```
%Lectura de datos
yy=load('C:\Users\sebas\Documents\MATLAB\Optica\gold80nm
_90_250ms_idq.mat','-mat','data'); %Lectura de datos
data=yy.data; % se almacenan los datos en una variable

%Procesamiento
bins=10000; % se define los numeros de bins
y = 40.0000E-3*data; %factor de conversion de
osciloscopio
a voltaje
x=linspace(0,250e-3,length(y)); %vector de tiempo 250ms
Newind=deltas(y); % se crean las deltas de dirac ,
se cuenta cada pulso
[MM,edges] = histcounts(x(Newind),bins);% se agrupan
las deltas
en los bins
Cc=xcorr(MM-mean(MM)); %se realiza la autocorrelacion
Cc = Cc/Cc(bins); %Normalizacion de datos
del=linspace(0,250e-3,bins); %vector de tiempo
T=mean(MM); %promedio de cuentas

%Creacion de grafica
figure(10)
plot(del(1:362),Cc(bins:bins+361),'bo')
title('Funcion de autocorrelacion de intensidades')
```

```

xlabel('\tau [s]')
ylabel('Coeficiente de correlacion ')

%Funcion para generar las deltas de dirac en donde hay
un pulso
function [Newind]=deltas(y)

ind=find(y>=2); % indice con voltaje >= 2V
m=2; % indice mudo
Newind(1)=ind(1); % indices no repetidos
for n=2:length(ind)
    if (ind(n)-ind(n-1))>1
        Newind(m)=ind(n);
        m=m+1;
    end
end
end
end

```

## A.2. Procesamiento del interferograma

```

load('interferogram_7.mat') %Lectura de datos
del interferograma
%Genrar vector horizontal de tiempo
delay = zeros(length(data(:,1)),1);
delay(4497:end)=0:5.07e-8:2.790021e-4;
delay(4496:-1:1)= -5.07e-8:-5.07e-8:-2.279472e-4;
delay = delay/(3e8);
values = data(:,1);
[m,i]=max(data(:,1));
plot(delay , values/m) %Normalizar
%Grafica
ylabel('Intensidad [arb.u.]')
xlabel('tau [s] ')

%Sacar la envolvente del interferograma
[yupper ,ylower]=envelope(values/m);
%Obtner visibilidad
vis = yupper-ylower;

```

```
%Grafica
plot(delay , vis)
xlabel ('\tau [s]')
ylabel ('|g(\tau)|')
```

### A.3. Simulación de patrones

```
%Grafica de patron de interferncia
clear %limpieza de datos
Z=2000; %distancia
wp = 1; %radio del haz
k=2*pi/.001; %vector de onda
[X0,Y0] = meshgrid(-10:.1:10); %se define la malla
N=length(X0);
q=zeros(N); %se almacena el resultado
R=1330; %Curvatura del haz
for m=1:N
    for mm=1:N
        x0=X0(m,mm);
        y0=Y0(m,mm);
        fun = @(x1,y1) exp(-(x1.^2 + y1.^2)/wp^2).
            *exp(-1i*(-2*pi*exp(-2*(x1.^2 +
            y1.^2)/wp^2)+k*(x1.^2+y1.^2)/(2*R))).
            *exp(-1i*k*((x1-x0).^2+(y1-y0).^2)/(2*Z));
        q(m,mm) = integral2(fun,-2,2,-2,2);
    end
end
figure
mesh(X0,Y0,abs(q))
```





## Bibliografía

---

- [1] Berne, B. J. and Pecora, R. (2000). *Dynamic Light Scattering with Applications to Chemistry, Biology, and Physics*. Wiley. [31](#), [52](#)
- [2] Bialkowski, S. E., Astrath, N. G. C., and Proskurnin, M. A. (2019). *Photothermal Spectroscopy Methods*. Wiley, second edition. [35](#)
- [3] Bohren, C. F. and Huffman, D. R. (1983). *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*. John Wiley. [11](#), [14](#), [15](#)
- [4] Deng, Y. and Chu, D. (2017). Coherence properties of different light sources and their effect on the image sharpness and speckle of holographic displays. *Scientific Reports*, 7(1):1–12. [48](#)
- [5] Dimitrijević, S. (2012). *Principles of Semiconductor Devices*. Oxford University Press, second edition. [25](#), [26](#)
- [6] Energetics, S., Carvalho, J. C., Christopher, P., Tang, Z., Hu, Y., Guo-zhi, L., Wen-hua, H., Hao, S., Hasnaoui, A., and Ait-ameur, K. (2005). Formation and evolution of far-field diffraction patterns of divergent and through self-focusing and self-defocusing. [36](#)
- [7] Ferreira, D., Bachelard, R., Guerin, W., Kaiser, R., and Fouché, M. (2020). Connecting field and intensity correlations: The Siegert relation and how to test it. *American Journal of Physics*, 88(10):831–837. [21](#), [22](#)
- [8] Giebel, B. and Helmbrecht, C. (2017). *How to isolate exosomes from Brain*. [15](#), [16](#)
- [9] Goodman, J. W. (2005). *Introduction to Fourier Optics*. Third edition. [35](#)
- [10] Goodman, J. W. (2015). *Statistical Optics*. Wiley, 2 edition. [24](#), [25](#)

## BIBLIOGRAFÍA

---

- [11] Hanbury Brown, R. (1974). *The Intensity Interferometer*. Taylor and Francis, Halsted Press. [2](#)
- [12] Hecht, E. (2017). *Optics: A Contemporary Approach to Optics with Practical Applications and New Focused Pedagogy, Global edition*. [1](#), [6](#), [8](#), [11](#), [15](#), [31](#), [34](#)
- [13] Ida, N. (2015). *Engineering Electromagnetics*. Springer, third edition. [6](#)
- [14] Karmakar, S. (2019). Particle Size Distribution and Zeta Potential Based on Dynamic Light Scattering : Techniques to Characterise Stability and Surface distribution of Charged Colloids Particle Size Distribution and Zeta Potential Based on Dynamic Light Scattering : Technique. *Recent Trends in Materials: Physics and Chemistry*, (January):117–159. [3](#), [29](#), [30](#), [41](#)
- [15] Koczyk, P., Wiewiór, P., and Radzewicz, C. (1996). Photon counting statistics—Undergraduate experiment. *American Journal of Physics*, 64(3):240–245. [23](#), [24](#), [26](#)
- [16] Lipson, A., Physicist, S., Systems, B., Tikva, P., Lipson, S. G., and Lipson, H. (2009). *Optical Physics*. 4 edition. [5](#), [7](#), [10](#), [12](#), [13](#), [15](#)
- [17] Loudon, R. (2000). *The Quantum Theory of Light*. Oxford University Press, 3 edition. [2](#)
- [18] Midelet, J., El-Sagheer, A. H., Brown, T., Kanaras, A. G., and Werts, M. H. (2017). The Sedimentation of Colloidal Nanoparticles in Solution and Its Study Using Quantitative Digital Photography. *Particle and Particle Systems Characterization*, 34(10). [50](#)
- [19] Miller, M. C. and Yunes, N. (2019). The new frontier of gravitational waves. *Nature*, 568(7753):469–476. [2](#)
- [20] Moore, T. R. (2004). A simple design for an electronic speckle pattern interferometer. *American Journal of Physics*, 72(11):1380–1384. [3](#)
- [21] Oppenheim, A. V., Schafer, R. W., and Oppenheim, A. V. (1975). *Digital Signal Processing*. Prentice-Hall. [18](#)
- [22] Pedrotti, F. L., Pedrotti, L. M., and Pedrotti, L. S. (2006). *Introduction to Optics*. Prentice-Hall, third edition. [7](#), [27](#)
- [23] Pieper, K., Bergmann, A., Dengler, R., and Rockstuhl, C. (2018). Using a pseudo-thermal light source to teach spatial coherence. *European Journal of Physics*, 39(4). [26](#), [27](#)

- [24] Rueckner, W. and Peidle, J. (2016). Young ' s double-slit experiment with single photons and quantum eraser Young ' s double-slit experiment with single photons and quantum eraser. 951(2013). [23](#)
- [25] Saleh, B. E. and Teich, M. C. (2019). *Fundamentals of photonics*. Wiley-Blackwell, 3 edition. [1](#), [2](#), [17](#), [19](#), [26](#), [33](#), [35](#), [48](#)
- [26] Stetefeld, J., McKenna, S. A., and Patel, T. R. (2016). Dynamic light scattering: a practical guide and applications in biomedical sciences. *Biophysical Reviews*, 8(4):409–427. [3](#), [28](#), [29](#), [30](#), [31](#), [52](#)
- [27] Suo, Y., Feng, Y., Xu, D. X., and Wan, W. (2017). Optical velocimeter by second order correlation. *Laser Physics*, 27(6). [3](#), [21](#)
- [28] Trainer, M. N., Freud, P. J., and Leonardo, E. M. (1992). High-concentration submicron particle size distribution by dynamic light scattering. *American Laboratory*, pages 34–38. [52](#)
- [29] van de Hulst, H. (1982). *Light Scattering by Small Particles*. Dover. [15](#)
- [30] Van Kampen, N. G. (1992). *Stochastic Processes in Physics and Chemistry*. 3 edition. [18](#), [29](#), [30](#)
- [31] Wolf, E. (2007). *Introduction to the Theory of Coherence and Polarization of Light*. Cambridge University Press, 1 edition. [2](#), [16](#), [18](#)
- [32] Yu, D., Lu, W., Harrison, R. G., Rosanov, N. N., Yu, D., Lu, W., Harrison, R. G., and Analysis, N. N. R. (2009). Analysis of dark spot formation in absorbing liquid media. 0340. [35](#), [36](#), [53](#)
- [33] Zheng, T., Bott, S., and Huo, Q. (2016). Techniques for Accurate Sizing of Gold Nanoparticles Using Dynamic Light Scattering with Particular Application to Chemical and Biological Sensing Based on Aggregate Formation. *ACS Applied Materials and Interfaces*, 8(33):21585–21594. [3](#), [40](#), [41](#), [50](#)