UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
MAESTRÍA EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR
ENES, UNIDAD MORELIA

MICROLECCIONES EN EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO LÍMITE DENTRO DEL BACHILLERATO MIXTO COMO PROPUESTA PARA LA MICROENSEÑANZA

TESIS
QUE PARA OPTAR EL GRADO DE:
MAESTRA EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR

PRESENTA
ERANDI YUNUEN MORALES CORNEJO

TUTORES
Dr. MIGUEL ÁNGEL CERVANTES SOLANO-ENES MORELIA
Dr. MIGUEL RAGGI PÉREZ-ENES MORELIA

MIEMBRO DEL COMITÉ
Dra. MARÍA DE JESÚS PASALLO ZEPEDA-ENES MORELIA

MORELIA, MICHOACÁN, FEBRERO, 2022

ÍNDICE

DEDICATORIA

A mi esposo Rafael y mis hijos Axel y Elena que son los pilares y motor de mi vida.

AGRADECIMIENTOS

“Aprende a estar agradecido por lo que ya tienes

mientras conquistas lo que quieres”

Jim Rohn

Agradezco a mis hijos Axel y Elena por ser mi inspiración y llenar de alegría mi vida. A mi esposo y compañero de vida Rafael García Ruíz quien estuvo en cada paso de esta aventura; en mis alegrías, tristezas y noches de desvelo. Por dedicar su tiempo para ser guía y asesor de este trabajo, por ser mi impulso y un referente de superación.

A mis padres Susana y Salvador por siempre estar cuando los necesito, ser un ejemplo de superación, trabajo y constancia.

Agradezco a mis asesores de tesis, el Dr. Mieguel Ángel Cervantes Solano y Dr. Miguel Raggi Pérez por su apoyo, orientación, paciencia y hacer posible la culminación de mi trabajo.

A mis sinodales la Mtra. María de Jesús Pasallo Zepeda, Dr. Luis Miguel García Velázquez y la Dra. María del Carmen González Videgaray, por su tiempo, sus aportaciones y recomendaciones para la mejora de este trabajo.

La Coordinación de Estudios de Posgrado (CEP) le agradezco la beca recibida durante la maestria.

Al Dr. Luis Eduardo Servín Garcidueñas por su orientación y apoyo para realizar los trámites de titulación.

RESUMEN

El nivel educativo medio superior en México, en la actualidad, enfrenta problemáticas de rezago educativo y deserción, y la modalidad mixta surge como una alternativa de estudio para concluir este nivel, con la desventaja de cubrir el mismo programa y dominio de las competencias que la modalidad escolarizada pero en la mitad de tiempo asignada a la materia. Con la finalidad de beneficiar a este sector se propone el uso de una secuencia de microlecciones como parte de la Microenseñanza dentro del Cálculo Diferencial, para mejorar el aprendizaje del concepto de límite; concepto precursor y de gran relevancia para el concepto de la derivada e integral.

En primera instancia se realizó un examen exploratorio y se propusieron cinco microlecciones, de las cuales se perfeccionó y se trabajó con sólo tres de ellas, cada una enfocada en los temas más relevantes; continuidad, límite por tabulación y límite que tiende al infinito para concluir en la definición intuitiva de límite respectivamente. Haciendo uso del material realizado se aplicó una prueba piloto a alumnos de cuarto cuatrimestre en modalidad mixta, que comenzaban su curso de funciones y contaban con nociones de continuidad pero no del concepto matemático de límite, lo que se hizo evidente en los resultados favorables en la primera microlección.

Dicha prueba permitió hacer mejoras en las microlecciones así como observaciones y recomendaciones para cimentar las bases de trabajos futuros que amplíen y profundicen en el uso de las microlecciones para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas dentro de la educación media superior.

Palabras clave: Microenseñanza, Concepto de límite, Microlecciones, Modalidad mixta.

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

El estudio de la enseñanza de las matemáticas ha sido un foco de investigación en sus múltiples áreas. Por ser una ciencia que implica el uso del razonamiento y pensamiento lógico, se vuelve un desafío constante el buscar y perfeccionar su forma de enseñarla con fin de obtener un aprendizaje significativo. En cálculo se ve reflejada esta problemática aunada a la gran cantidad de tópicos y subconceptos que el estudiante debe dominar, y por consecuencia obstaculizan el desarrollo profundo de los conceptos propios del cálculo como lo señala Hitt (2003).

En favor de lo mencionado, Engler et al. (2007) opinan que es conveniente hacer uso de diferentes sistemas de representación para enseñar un concepto y así el estudiante pueda hacerse de los conocimientos y sus relaciones con preconceptos y conocimientos previos, aumentando la posibilidad de que el alumno realice procesos de observación y los generalice, establezca relaciones y llegue a la abstracción.

En este contexto el bachillerato con modalidad mixta se ve desfavorecido, ya que por pertenecer al sistema de Educación Media Superior (EMS) sus egresados deben lograr el mismo dominio de las competencias que la modalidad escolarizada pero con la mitad de tiempo de clases presenciales. El bachillerato mixto surgió como una alternativa educativa para atender estudiantes que por diversas circunstancias, no pueden ingresar a una preparatoria escolarizada; en torno a esto se avista la importancia de diseñar actividades con una adecuada planeación del estudio de los conceptos y un mejor uso del tiempo.

Es así, que en este trabajo se propone el uso de la microenseñanza como estrategia para el aprendizaje de las matemáticas. Esta se trabaja con grupos reducidos con microlecciones que dan introducción al tema con ejemplos sencillos, relevantes y de interés para aumentar la comprensión de los alumnos. Durante la sesión hay una interacción profesor-alumnos haciendo uso de distintas técnicas en los tres momentos de la microlección, logrando estudiantes más receptivos.

Con base en lo anterior en el presente trabajo se propone el uso de una secuencia de microlecciones para la microenseñanza en el nivel medio superior, en bachillerato con modalidad mixta en la materia de cálculo diferencial para el concepto de límite con fin de una mejora en su aprendizaje y en el uso del tiempo.

Para realizar dicha propuesta se trabajará con base al planteamiento del problema y los objetivos establecidos, lo que marca el desarrollo de cinco capítulos del trabajo:

El Capítulo I está conformado por la introducción, antecedentes, justificación, planteamiento del problema, hipótesis y objetivos.

En el Capítulo II se hace una revisión de la literatura relacionada con la microenseñanza, el adolecente y las matemáticas, concepto de límite y el bachillerato con modalidad mixta.

El Capítulo III se desarrollará un examen exploratorio y una prueba piloto abarcando los temas principales de continuidad, límite por tabulación, y límite que tiende al infinito; mediante un enfoque cualitativo.

En el Capítulo IV se muestran los resultados y análisis de los resultados con base a las observaciones y actividades resueltas por los estudiantes.

El Capítulo V finaliza con las conclusiones del trabajo, así como algunas consideraciones para llevar a la ejecución dicha propuesta.

1.1 Antecedentes

Aplicando la técnica de microenseñanza en el Modelo de Aprendizaje Basado en Competencias (MABC).

Tomando en cuenta los beneficios de la microenseñanza, Olvera y Gutiérrez (2013), realizaron una investigación donde se decidió incluir las materias de cálculo integral, fundamentos de química, e ingeniería de procesos, impartido en nivel universitario en el periodo escolar del primer semestre del 2012. Se aplicó un examen diagnóstico y una encuesta de entrada, con el fin de conocer los factores de motivación en los estudiantes. Posteriormente se prepararon sesiones con microenseñanza, que fueron evaluadas por competencias en los alumnos, registrándolas por unidad, para analizar el porcentaje de acreditación, para concluir el impacto en el beneficio del modelo.

Para su estudio, se realizó una medición cuantitativa basada en las evaluaciones de cada nivel de competencia por unidad temática, con un registro del número de alumnos aprobados por unidad, y la calificación para cada uno de los cursos en conjunto, con lo que se obtuvo el porcentaje de acreditación promedio para los grupos pilotos, con resultados. En términos generales, en los tres cursos de pilotaje, los resultados fueron altamente satisfactorios con 88 participantes, el 95% de ellos acreditó el curso, el porcentaje de reprobación fue de cero, y solo hubo un 5% de abandonos por estudiantes debido a problemas personales, muy ajenos al impacto por el manejo de grupo. Con base a los resultados Bernal y Cordero (2013) concluyen:

- Con el desarrollo de habilidades de enseñanza para los profesores con microenseñanza se mostró en esta prueba piloto una mejoría en los resultados del grupo, en términos de aprovechamiento y rendimiento, al reducir del 22% hasta el 0% el porcentaje de reprobación en los tres cursos en los que se aplicó la técnica de microenseñanza.
- Los profesores participantes se mostraron con más confianza conforme el curso avanzaba y se veía reflejado en el ambiente y dinámica que se vivió en el grupo. El tener una clase estructurada de tan poco tiempo, permitió a los docentes enfocarse en aquellos puntos medibles de las competencias que deberán cuidar, sin saturar al alumno con un mundo de información y haciéndolo más práctico (p. 6).

1.2 Justificación

Uno de los grandes desafíos de la enseñanza-aprendizaje se encuentra en el área de las matemáticas en sus distintos niveles educativos; nivel básico (primaria y secundaria), medio superior (bachillerato), así como en el nivel superior (licenciaturas y posgrados). Los estudiantes presentan un nivel bajo de aprovechamiento en esta ciencia y resulta un desafío importante el desarrollar estrategias y procedimientos de su enseñanza para lograr un aprendizaje significativo y no basado únicamente en cálculos memorísticos.

El estudiante de nivel medios superior tiene que tener un correcto bagaje matemático que le de las herramientas para comprender temas tan importantes como es el cálculo y aunque es una materia que se cursa en tercer año de preparatoria en sus diferentes modalidades (escolarizado, no escolarizado y mixto) y solo la estudian bachilleratos a fin se observa la falta de conocimientos previos o erróneos. Uno de los temas más importantes y con mayor conflicto dentro del cálculo es el de límite, el aprendizaje de dicho concepto es importante para el desarrollo del cálculo diferencial e integral. En una preparatoria con modalidad mixta se vuelve un reto abordar este tema ya que las horas asignadas a la materia de cálculo se reduce a la mitad de tiempo en comparación con la modalidad escolarizada.

A favor de la enseñanza y aprendizaje del cálculo diferencial, en el concepto de límite, en bachillerato con modalidad mixta, se propone el uso de la microenseñanza con un énfasis en el aprendizaje del alumno, para el uso adecuado del tiempo asignado al tema de límite a través de una microclase guiada y presentada por el profesor con un tiempo aproximado de 15 a 25 minutos para mantener un estudiante más receptivo y lograr así la asimilación del conocimiento.

1.3 Planteamiento del problema

Uno de los problemas que se observa dentro de las matemáticas se tiene dentro de la enseñanza-aprendizaje del cálculo en el tercer año de preparatoria donde tienen el primer acercamiento a esta rama con el tema de límite. Cabe destacar al cálculo como una rama de las matemáticas que está íntimamente relacionado con una gran cantidad de tópicos y de conceptos que llegan a limitar y empobrecer su aprendizaje como señala Hitt (2003) “los problemas derivados de una concepción pobre del precálculo derivará en un mal entendimiento de los procesos infinitos del cálculo y sus aplicaciones” (p. 2).

En particular los problemas antes mencionados se ven aumentados debido a que el tiempo asignado dentro de la modalidad mixta para bachillerato en la materia de cálculo diferencial es de dos horas por semana, con un promedio de 24 horas por cuatrimestre, mientras que en un bachillerato escolarizado son cuatro horas por semana, con un promedio de 48 horas al semestre, es decir, el doble de tiempo que un bachillerato mixto. Los dos tipos de modalidades deben de cubrir el mismo programa, con la diferencia que el estudiante de bachillerato mixto se le asigna el doble de horas de estudio fuera del aula, mismo que en su mayoría el alumno no realiza. Es así, que en las horas asignadas en su forma presencial al tema de límite es de un aproximado de siete horas, lo que enfrenta al docente al gran reto de desarrollar los conceptos básicos que el estudiante necesita de los diferentes sistemas de representación, con una estructura conceptual y de sentido para comprender la definición de límite, que conlleven al alumno a identificarse con el tema, tornándose más receptivos y logrando así una asimilación de conocimiento.

Por otro lado, otra problemática se comienza a gestar en la actitud hacia las matemáticas, Pérez (2012) señala que es entendida como la predisposición aprendida de los estudiantes a responder de manera positiva o negativa a las matemáticas lo que determina sus intenciones e influye en su comportamiento ante la materia. Es así que dicha actitud puede comenzar desde los padres de familia, inclusive y llevarlo al nivel básico, de forma que al llegar al nivel medio superior donde las matemáticas son más complejas se vuelve para los alumnos una materia difícil de comprender y sin aplicación útil para su vida, generando frustración, lo que conduce a los alumnos a poner poco o nulo interés en aprender dicha ciencia.

En consecuencia los estudiantes van llevando una deficiencia en su aprendizaje matemático y es así que su educación enfrenta una gran problemática en los distintos niveles educativos y el nivel medio superior (bachillerato) no es la excepción, presentando un bajo nivel de aprovechamiento en la asignatura. Este problema ha llevado a distintas organizaciones a realizar evaluaciones con la finalidad de ayudar a las instituciones educativas para enfocarse en la mejora de aprendizaje de los estudiantes, en México se aplica la prueba PLANEA (Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes) que tiene como propósito central conocer la medida en que los estudiantes logran el dominio de un conjunto de aprendizajes esenciales al término de la educación media superior pertenecientes a dos áreas de conocimiento; lenguaje y comunicación y matemáticas, con la finalidad de conocer el nivel de dominio de los estudiantes del último grado de la educación media superior. En el informe de resultados de PLANEA EMS 2017 se observaron resultados nada satisfactorios en alumnos de nivel medio superior en matemáticas como lo menciona el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (2019):

> De cada 10 estudiantes 6 se ubican en el nivel I, 2 más en el nivel II, mientras que sólo 8 de cada 100 en el nivel III, y 3 de cada 100 en el nivel IV, siendo I el nivel más bajo y IV el nivel más alto. No obstante, destaca que sólo los alumnos de bachilleratos autónomos alcanzaron el nivel III y, por lo tanto, obtuvieron las puntuaciones más altas, mientras que en los bachilleratos estatales se ubicó el mayor porcentaje de alumnos en el nivel I (73%), además, quienes obtuvieron los puntajes más bajos pertenecen a los telebachilleratos comunitarios (p.122).

Es así que los resultados en escuelas de modalidad mixta se encuentran en la puntuación más baja al pertenecer a los bachilleratos estatales, aunado al bajo puntaje que se obtuvo en estudiantes con edad superior a la típica, esto debido a que dicha modalidad está dirigida hacia ellos y en consecuencia sólo el 17.8 y 3.6% alcanzó los niveles II y III respectivamente, se observa en un porcentaje mucho menor en comparación con estudiantes de edad típica como menciona el INEE (2019):

> Los estudiantes con la edad típica obtuvieron puntajes mayores que los alumnos que tenían una edad superior a la típica en el momento de la aplicación. No obstante, ambos grupos se ubican en nivel de logro I. Cuando la variable edad se analiza en términos de los años cumplidos, los alumnos con 16 años o menos obtienen puntajes mayores que los alumnos de mayor edad, y la diferencia incluso aumenta mientras más años cumplidos tengan los alumnos. La diferencia resulta considerablemente mayor en favor de los alumnos con 16 años o menos en comparación con quienes tienen 19 años o más en cualquier tipo de sostenimiento y servicio. En consecuencia, a nivel nacional un mayor porcentaje de estudiantes en edad típica alcanza al menos los niveles II y III (35 y 11%, respectivamente), en comparación con los estudiantes con edad superior a la típica (17.8 y 3.6%, respectivamente) (p. 123).

Los resultados de estas pruebas son un reflejo del problema de aprobación en matemáticas, que por un lado, es una de las causas de rezago educativo y deserción y por el otro ocasiona que los estudiantes de este nivel resuelvan estudiar carreras que no tengan nada que ver con dicha disciplina, sacrificando con ello sus verdaderos intereses profesionales, y optando por carreras con baja demanda laboral (Juárez y Limón, 2013).

Por lo anterior se pretende realizar una secuencia de microlecciones para el aprendizaje del concepto de límite como propuesta para el uso de la microenseñanza haciendo énfasis en su sistema de representación verbal, numérica y gráfica para hacer un uso mejor del tiempo en bachilleratos con modalidad mixta.

1.4 Pregunta de investigación

¿Cómo favorece el uso de microlecciones dentro de la microenseñanza para mejorar el aprendizaje del concepto de límite en estudiantes de bachillerato con modalidad mixta?

1.5 Premisa

"Se considera viable la propuesta del uso de la microenseñanza con una secuencia de microlecciones como estrategia didáctica para mejorar el aprendizaje del concepto de límite con énfasis en su representación verbal, numérica y gráfica dentro del cálculo diferencial en bachillerato con modalidad mixta"

1.6 Objetivo general

El objetivo general del trabajo de investigación es:

Generar una propuesta como estrategia didáctica mediante el uso de la microenseñanza dentro del área de las matemáticas, en específico en Cálculo diferencial para mejorar el aprendizaje del concepto de límite a través de actividades diseñadas para fortalecer su comprensión dentro de la modalidad mixta en la educación media superior.

1.6.1 Objetivos específicos

Del objetivo general se desprenden los siguientes objetivos específicos:

- Diseñar tres propuestas de microlecciones en la asignatura de cálculo diferencial enfocadas en los temas de continuidad de una función, límite por tabulación y límites que tienden a infinito para concluir en el concepto de límite.
- Realizar una prueba piloto de las microlecciones con el fin de mejorar y enriquecer la presente propuesta en futuras ejecuciones.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. Microenseñanza

La micreoenseñanza tuvo sus orígenes en la Universidad de Stanford (California, Estados Unidos de América) y fue desarrollándose a través de los estudios y experimentos realizados entre los años 1960 y 1965, por investigadores de las escuelas de Educación, Antropología y Medicina (Allen y Ryan, 1976). Surge con el propósito de implementar el rol del docente bajo una perspectiva más amplia que la de ser un simple transmisor del conocimiento (Luna, 2006).

La microenseñanza abrió nuevos caminos y brindó nuevas alternativas para la investigación pedagógica y por lo cual es asociada a distintas concepciones, que si nos remontamos a su lugar de origen, su definición inicial desde la perspectiva de los creadores de la microenseñanza, afirman Allen y Ryan (1976) que es referida como una técnica de enseñanza reducida a escala que persigue el ordenamiento de las actividades a realizar en el aula y que está dirigida a los docentes en formación como complemento de un entrenamiento práctico en su preparación profesional.

De la misma forma el propósito inicial de la microenseñanza fue facilitar, a los estudiantes de magisterio de la universidad de Stanford, el manejo de una sesión de clase, dotándoles de ciertas habilidades didácticas y organizando sus acciones en torno a ciertos momentos que se le consideraban centrales en el cuerpo de la clase: introducir el tema, interactuar con los alumnos, resumir los puntos más relevantes del tema en cuestión.

No obstante, el termino de microenseñanza es confuso, ya que se le hace distintas asociaciones, una de ellas es la "enseñanza micro graduada" (Moettet, 1983; Linard y Prax, 1978, citado por Pestana 2000), es decir, una situación de enseñanza previamente diseñada, donde se controla la variable que tienen relación con la cantidad de alumnos, el tiempo de la sesión y el volumen de los contenidos a presentar, con el propósito de que el practicante se centre en el adiestramiento de las aptitudes pedagógicas de cada uno de los docentes y la técnica que recomienda. Mientras otros autores la ven desde la relación con la "autoscopia" (Postic y De Ketele, 1988; Win, 1979, citado por Pestana 2000), que alude a la confrontación del practicante consigo mismo a través de las filmaciones de su desempeño. Que si bien estas dos asociaciones son analizadas desde perspectivas distintas y por ende se pueden trabajar por separado, también se puede hacer una combinación de ellas.

Vista desde la autoscopia la microenseñanza conlleva de manera implícita a la autoevaluación y coevaluación del docente, Luna (2006) considera que al final de la clase puede usar los elementos disponibles en el momento de la sesión como fuente de retroalimentación para analizar su propio comportamiento. Estos pueden ser los alumnos, un compañero maestro, el video que se obtuvo de la clase impartida y la reflexión del profesor respecto a su propio desempeño. El procedimiento puede ser repetido todas las veces que el profesor lo desee, usando los mismos elementos o cambiándolos.

A través de dichas actividades permite aumentar la confianza al impartir nuevamente la clase, mejorar las prestaciones de enseñanza y desarrollar las habilidades de manejo del aula. Estas habilidades forman parte de las características del profesor efectivo para una enseñanza efectiva mencionada por Arends (2007) y es la que logra el docente a través de la microenseñanza, como reforzar la capacidad para seleccionar los métodos, estrategias o técnicas más adecuadas para el tema abordar, teniendo siempre presente el contexto en que se desarrollará la enseñanza: el programa, los tipos de personalidad e inteligencia de sus alumnos, las estrategias, los materiales didácticos, los productos finales, las formas de evaluación.

A su vez la microenseñanza entendida como técnica (Diccionario de la real academia Española, 2014) "conjunto de procedimientos o recursos que se usan en un arte, en una ciencia o en una actividad determinada, en especial cuando se adquieren por medio de su práctica y requieren habilidad", puede ser además utilizada como una "estrategia didáctica" como lo menciona Nieto y Santiago (2013, p. 6), ya que ha demostrado, que se puede conseguir que el profesor adquiera, mejore o modifique su práctica educativa; ayudándole a desarrollar competencias didácticas; que le permitan, por medio de un concepto situacional del aprendizaje, no solo habilidades didácticas aisladas, sino la capacidad necesaria para resolver las situaciones reales tal y como se presentan en el aula, taller o laboratorio.

La microenseñanza aparece así, como un procedimiento práctico ejecutado en condiciones especiales, tendiente a desarrollar y ejercitar ciertas habilidades o recursos que se consideran básicos en todo proceso educativo y para tal efecto Luna (2006) enlista sus beneficios:

1. La práctica segura: la práctica es un requisito para muchas actividades de instrucción. Una gran parte del día de un profesor está dedicada a actividades que ya están aprendidas y que pueden ser mejoradas a través de la práctica.

2. Un instrumento de enfoque. Llamado así porque le permite concentrarse en una habilidad cada vez. Individualmente un profesor que quiere mejorar su manera de enseñar puede seleccionar algunas actividades previamente identificadas y practicarlas con la ayuda de la microenseñanza.

3. Un vehículo de entrenamiento continúo. Una de las razones de falta de desarrollo profesional en el campo de la enseñanza es que los profesores tienen pocos vehículos para el entrenamiento continuo. Con las herramientas que proporciona al profesor puede mejorar sistemáticamente sus técnicas instrucciónales y probar materiales nuevos para la clase.

4. Una nueva forma de orientación. La microenseñanza puede brindar una situación constructiva para ofrecer y recibir orientación profesional en el campo de la enseñanza. La orientación no es para calificar, sino para evaluar en el sentido de ayudar al profesor.

5. Un instrumento de investigación. Para este fin, la microenseñanza permite que la mayoría de las complejidades de la práctica docente puedan ser disminuidas, de manera que el investigador esté en condiciones de analizar los puntos específicos más profundamente (p. 22-23).

La microenseñanza considera diversas habilidades que se abordan y deben ser consideradas en el proceso pedagógico de dicha técnica. A continuación se enumeran algunas de las más importantes de la enseñanza señaladas por Luna (2006) y Nieto y Santiago (2013):

1. Planificación de lecciones. Se trata de la preparación de una microlección que debe ser organizada en una secuencia lógica. El contenido debe ser conciso, adecuado, pertinente y podría cubrir la duración especificada.

2. Presentación y explicación. Implica las habilidades requeridas para explicar con claridad y comprensión adecuada los conceptos. Los componentes incluyen el entusiasmo del profesor que se logra a través de la habilidad de la comunicación. El objetivo de ésta es sensibilizar a los profesores respecto a la importancia de ser entendidos, donde abarca aspectos tales como velocidad al hablar, vocabulario, claridad de pronunciación, modulación del tono, todo ello con el fin de que el profesor logre una adecuada y eficiente comunicación oral con sus alumnos.

3. Por otro lado la explicación tiene la habilidad de inducción o motivación, es decir, la manera en que el profesor logra que los alumnos se identifiquen con el nuevo tema y se tornen receptivos. La inducción puede favorecer el aprendizaje cuando se inicia un nuevo curso, una clase o un tema dentro de la clase.

   La explicación se da por medio de los recursos didácticos, como escribir en el pizarrón, dibujar gráficas, utilizar la computadora o hasta el mismo video. En un contexto de variación de estímulo donde el profesor hace uso de sus técnicas verbales, desplazamientos, gestos, variaciones de la interacción, uso de pausas y silencios, cambios en los canales sensoriales por los que los alumnos captan el material impartido.

4. De la misma forma la formulación de preguntas forma parte de una habilidad importante dentro de la microenseñanza, ya que permite al profesor llevarla a la práctica, por ser consistente no sólo en el uso adecuado de preguntas según lo amerite el tema, sino también en facilitar la participación de los estudiantes.

Todo lo anterior necesita una organización lógica. El material del curso y sus divisiones, secciones, temas, deben ser distribuidos y ordenados de tal manera que se puedan asimilar por parte de los estudiantes. Para organizar lógicamente el material, es indispensable establecer objetivos, tanto generales como específicos, y canalizar las actividades hacia esos fines. El maestro debe proveer marcos de referencia para el material del curso, que permitan a los alumnos determinar los alcances y limitaciones de las ideas por tratar.

La microenseñanza como afirma Pestana (2000) es por lo tanto “un método educativo basado en aptitudes pedagógicas que contribuyen a organizar el acto de las clase en momentos centrales, con enfoques precisos en determinados objetivos y estrategias de procedimiento a ser ejercitadas por los participantes" (p.13).

Una de las modalidades de la microenseñanza es con el manejo de objetivos, contenidos y evaluación a través de la microclase, esta variante exige mayor tiempo de la planificación de la unidad de instrucción, que involucra estrategias de enseñanza, de interacción, formulación y clarificación de objetivos, transición entre contenidos anteriores y los actuales, profundidad y comprensión de los contenidos desarrollados y por ultimo verificación de los aprendizajes (Pestana, 2000). Esta modalidad señala elementos benéficos en la capacitación de docentes "por verse ante la tarea de preparar un trabajo extenso y considerar todos sus aspectos, desde objetivos hasta sistemas para evaluar el aprendizaje" (Allen y Ryan, 1976, p. 38).

La presente propuesta se enfoca en una versión de la Universidad Central de Venezuela (UCV) y de la Universidad Latinoamericana (ULA), en ella se concentra la acción del entrenamiento de los practicantes en tres momentos que, se dice, suelen estar presentes en una situación de clase o lección normal. Los tres momentos señalados por Courleander (1987) y Castillo (1994) son:

- El momento de apertura es donde se da la presentación del tema y se destaca su relevancia. Debe contener los objetivos, información sobre los contenidos a desarrollar y la exploración de los conocimientos previos del alumno sobre el tema. El docente aplica acciones de motivación y obtener un alumno más involucrado en la clase.

- El momento de preguntar y reforzar se refiere a los momentos de interacción profesor-alumno que se producen durante la clase. Se verifica el aprendizaje a través del recurso de preguntas, tomando la respuesta como refuerzo y retroalimentación del tema.

- El momento de la clausura se trabaja resumiendo lo más relevante de la sesión, la relación del tema con otros que se puedan ver posteriormente y su profundización a través de lecturas, tareas o trabajos.

En dicha versión cada practicante enseña a un número reducido de estudiantes en un lapso no mayor de cinco minutos, el facilitador del taller los orienta hacia las estrategias que se pueden utilizar y las observaciones para la evaluación. Los practicantes preparan su microlección, se ejecuta y se graba en video.

2.2 El adolescente y su desarrollo de habilidades matemáticas

La adolescencia se caracteriza por el periodo de transición entre la niñez y la edad adulta (Alberca,1996) que de acuerdo con Piaget tiene tres etapas distintas; la temprana (10-13 años), la media (14-16 años) y la tardía (17-19 años). Para la presente investigación se trabaja con estudiantes de quinto semestre de bachillerato, por lo que se hará mayor énfasis en la adolescencia tardía.

En esta etapa de la adolescencia hay cambios en la forma en que los jóvenes piensan, sienten e interactúan con los demás así como en el desarrollo de su cuerpo, es un momento importante de preparación para asumir mayor independencia y responsabilidad, esto se puede observar en adolescentes que comienzan a trabajar.

En cuanto a los cambios cognitivos que tiene el adolescente se pueden definir también por etapas, en las cuales, la primera según Piaget es la aparición de pensamientos de las operaciones formales (Piaget, 1955 señalado por Alberca,1996). Es un procesamiento intelectual, abstracto, especulativo y libre de circunstancias. Se piensa en las posibilidades, en comparar la realidad con lo que pueda o no ocurrir. Los adolescentes se inclinan a tratar todo como una variación de lo que pudiera ser, de forma que se vuelven introspectivos y rechazan los viejos límites, esto es favorable ya que excluye actitudes tradicionales y se convierten en pensadores creativos.

Un adolescente está en capacidad de analizar un problema y darle solución, así como de analizar una variable y determinar cómo ella influye en la solución, tiene facilidad de combinarlas y distinguirlas de un modo hipotético-deductivo. Desarrolla así habilidades cognitivas como la "solución de problemas" este proceso requiere que quien toma la decisión sea capaz de identificar diferentes cursos de acción o solución a un problema, y determinar cuál es la mejor alternativa de solución.

Otro aspecto crucial de la cognición está relacionado con la autoevaluación o la capacidad de reflexionar sobre el valor de las propias acciones y las cualidades de uno mismo y con los demás, con la expectativa o el grado al que uno espera que sus esfuerzos den forma a la vida y determinen los resultados. Las personas que creen que son causalmente importantes en sus propias vidas tienen una tendencia a “participar en conductas más proactivas, más constructivas y saludables, las cuales se relacionan con resultados positivos” (Gardner, 1994, p. 32).

El mismo autor menciona, que las habilidades no se aplican en forma automática y consistente a cada problema o labor social con la que se tropieza. Más bien, para producir un efecto significativo en el desarrollo o conducta, los adolescentes necesitan practicar y aplicar las habilidades aprendidas a tareas sociales específicas y relevantes.

Por otro lado, la confianza interpersonal, definida como la expectativa general de que otras personas sean fiables y dignas de confianza, es una dimensión importante de la competencia social. Las personas que confían en los demás son capaces de infundir confianza, son agradables a sus compañeros, hacen amigos fácilmente y son más autónomas al hacer y ejecutar planes de vida. El establecimiento de la confianza se basa en experiencias pasadas y en el contexto de las relaciones.

Bandura (1977) también hace hincapié en la auto eficiencia, definida como la confianza en sus propias habilidades para desempeñar diversas conductas, es importante para aprender y mantener conductas apropiadas, especialmente en vista de las presiones sociales para desarrollar un comportamiento diferente. Así, el desarrollo de habilidades no sólo se convierte en una cuestión de comportamiento externo, sino de cualidades internas (tales como la autosuficiencia) que apoyan tales conductas. El adolescente al cursar quinto semestre de nivel medio superior, tiene auto eficiencia que le ayuda a determinar el bachillerato a elegir, basándose principalmente en sus gustos y habilidades en el pensamiento lógico-matemático. La importancia de las matemáticas en la educación se debe a que éstas proporcionan a los seres humanos un lenguaje preciso y conciso para modelar, analizar y comunicar observaciones que se realizan en diferentes campos disciplinares (SEP, 2017).

Se entiende por matemáticas un conjunto de conceptos, métodos y técnicas mediante los cuales se pueden analizar diferentes fenómenos y situaciones en determinados contextos; interpretar y procesar información, tanto cuantitativa como cualitativa; identificar patrones y regularidades, así como plantear y resolver problemas (SEP, 2017). Al respecto Quine (1979) menciona que la lógica se refiere a declaraciones, en tanto que las matemáticas se refieren a entidades abstractas, no lingüísticas, pero que en sus "más elevados alcances" la lógica conduce por etapas naturales a las matemáticas (p. 107).

En el fondo incluso de los enunciados matemáticos más complejos uno puede encontrar propiedades lógicas sencillas en las clases de intuición que comienza a desplegar un infante a medida que se desarrolla su razonamiento operacional (Gardner, 1994). La intuición nos lleva a una descripción de un concepto en la que un estudiante se propone interpretar y sintetizar las propiedades para definir, como es en el concepto de límite.

En educación media superior (EMS), se espera que en Matemáticas los estudiantes dominen los aprendizajes propios de este nivel educativo, así como que tengan la capacidad para emplearlos y transformarlos en herramientas que permitan a los alumnos comprender, interpretar, analizar y dar solución a diferentes problemas de su entorno y de otros campos disciplinares, empleando distintos métodos y procedimientos: aritméticos, algebraicos, gráficos, geométricos, variacionales, estadísticos y probabilísticos (INEE, 2019).

En este aspecto para lograr lo anterior en el campo de las matemáticas se busca propiciar el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico y crítico a través de las competencias disciplinares en Educación Media Superior (EMS) de las cuales como se menciona en INNE (2019) destacan:

a) Construir e interpretar modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y de variación, para la comprensión y el análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
b) Formular y resolver problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
c) Explicar e interpretar los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y contrastarlos con modelos establecidos o situaciones reales.
d) Argumentar la solución obtenida de un problema con métodos numéricos, gráficos, analíticos o de variación, por medio del lenguaje verbal y el matemático así como del uso de tecnologías de la información y la comunicación (TIC).
e) Analizar las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.

f) Cuantificar, representar y contrastar experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.
g) Elegir un enfoque determinista o aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno, y argumentar su pertinencia.
h) Interpretar tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos (p. 80).

Es importante que los estudiantes más allá de aprenderse una fórmula o un método, lo comprendan y lo relacionen con sus conocimientos y puedan deducirlo cuando necesiten de él. Los estudiantes que muestran estas habilidades matemáticas se destacan por su lógica y razonamiento y no necesariamente por la facilidad de memorizar "sin embargo, si no se ha comprendido el razonamiento, uno queda expuesto a recaer en la memoria verbal literal, que, incluso aunque rescate a un individuo en cierto momento, es improbable que tenga mucho poder de permanencia" (Gardner, 1994, p. 115).

Al abstraer y generalizar primero el concepto de número, luego el de variable y por último el de función, es posible llegar a un nivel de pensamiento abstracto y general. Con cada paso adicional en la escala de la abstracción se encuentran individuos para quienes la secuencia es demasiado difícil, dolorosa o no lo bastante gratificadora, y en consecuencia "abandonan el esfuerzo" (Adler, 1984, p. 43).

El "abandono al esfuerzo" se hace evidente comúnmente en materias de matemáticas, en particular en bachillerato general cuando el estudiante está por cursar su quinto semestre, donde comienza la formación propedéutica por el acuerdo 653 (SEP, 2013) , la cual prepara a los alumnos para poder continuar con estudios de nivel licenciatura en áreas específicas, eligiendo un bachillerato que no demande cursar materias de matemáticas, eligiendo bachilleratos como Humanidades y Ciencias sociales, Químico-Biológica o Económico-Administrativa. Es así que en las preparatorias existe una menor demanda del bachillerato de Físico-Matemáticas.

Los estudiantes optan por tomar un bachillerato que los deslinde de cualquier relación con las matemáticas, inclusive si la carrera que prefieren la vincula. Una investigación de la facultad de psicología de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH) realizada a jóvenes de nivel bachillerato mostró el notable interés de los jóvenes por la carrera de la salud y del bienestar del ser vivo, ya que las carreras de medicina, psicología, derecho y de profesor siguen siendo las de más demanda y una prueba de ello es que dentro de la UMSNH son las que tienen un número elevado de matrícula (García y Zalapa, 2012).

2.3 La importancia del límite en el programa de bachillerato

En el área de las matemáticas el cálculo diferencial es parte de las matemáticas avanzadas, materia que se imparte en quinto semestre de nivel medio superior en bachillerato general y mixto, se imparte a estudiantes de este grado que eligen la formación propedéutica de físico matemáticas. El alumno debe tener como antecedente la matemática elemental y hacer uso de todo su bagaje adquirido a lo largo de su escolaridad en la materia para un mejor aprendizaje en su curso de cálculo y poder incorporar temas de variación y cambio, procesos finitos y situaciones de límite. Por lo anterior, esto trae nuevo simbolismo y concepciones para el estudiante, requiriendo del uso de distintos sistemas de representaciones y estrategias de solución.

El propósito del Cálculo diferencial se enfoca en que el estudiante pueda relacionar el conocimiento con diversas disciplinas para crear modelos y dar solución a problemas surgidos de la actividad humana, recursos económicos, fenómenos naturales, entre otros, aplicando el razonamiento, el análisis e interpretación de procesos infinitos que involucren razones de cambio (SEP, 2013).

Para tal propósito es de gran trascendencia el concepto de límite; es un constructo científico muy importante para las conceptualizaciones dentro del Cálculo diferencial e integral en la enseñanza y aprendizaje de éste, mediante este concepto y el de función se construyen conceptos más complejos como el de continuidad con el tema de la existencia del límite en un punto, la derivada con el método de los cuatro pasos e integral con el límite de la suma de las áreas bajo la curva. Se necesita de la capacidad de abstracción y generalización para lograr llevarlo al pensamiento matemático avanzado, lo que hace complejo para el entendimiento del estudiante (Quintero y Jaramillo, 2013). Es decir, que el concepto de límite debe ser bien comprendido para los temas consecuentes y permitir lograr el objetivo de solucionar problemas de aplicación dentro del Cálculo.

No obstante la enseñanza y aprendizaje de Cálculo en bachillerato para el concepto de límite depende del enfoque con el que se de los programas de estudio. Estos enfoques van determinados por las distintas bibliografías que utilizan en bachillerato y/o profesor, ya que cada uno marca un estilo de enseñanza, como sucede con el tema de límite. Los alumnos de nivel medio superior aprenden el tema de límite a través de la definición intuitiva (noción intuitiva) y la formal Epsilon-delta (Cauchy-Weirestrass), sin embargo en su mayoría el programa de estudios y los libros de texto de este nivel utilizan únicamente la definición intuitiva.

Para llegar a tal definición, los libros de Cálculo para bachillerato tienen diferentes formas de abordar el tema de límites; uno de ellos es a través de problemas de aplicación por aproximaciones sucesivas como se observa en Cuéllar (2007), comienza con la noción de una variable que se aproxima a un valor límite a través del ejemplo de la aproximación a π (método exhaustivo de Arquímedes) donde se debe encontrar el área de un polígono regular de *n* lados inscrito en una circunferencia cuando n tiende a infinito, después define límite de una variable mediante valores sucesivos y se expone el ejemplo de $1 + \frac{1}{n}$. Aborda la noción intuitiva de límite por medio de aproximaciones sucesivas donde utiliza tablas y gráficas, explica los límites laterales y establece la condición para la existencia de límite.

Existe una gran variedad de problemas de aplicación que enseñan usualmente la idea de límite y que pueden realizarse con procedimientos de límite, como son: de estimación en la variación de velocidades, fuerza gravitacional, trabajo, interés compuesto entre otros. Sin embargo para hacerlo se puede usar diferentes sistemas de representación en el límite de una función como lo plantea Gómez y Pantoja (2013), quienes consideran que hay tres de ellos; el sistema de representación analítica, algebraica y aritmética y de cada uno se subdivide otros como se muestra a continuación:

- **El sistema de representación analítico** es considerado a partir de los diferentes tipos de representaciones sobre la que se construye el concepto de límite, del que se consideran cinco:
    a. Numérico-tabular de función es el proceso de tabulación donde se representa el comportamiento de una función considerando valores próximos a un punto determinado por la derecha y la izquierda de éste y hace evidente intuitivamente el valor al que tiende el límite de la

función. Esta representación es utilizada principalmente en la microlección 2 de este trabajo.

b. Gráfico-cartesiano es la presentación gráfica de una función por medio del plano. La representación gráfica es también utilizada para comprender la definición formal de límite ya que de su análisis puede extraerse la idea intuitiva de límite.

c. Simbólico-específico de función es donde se hace la sustitución directa del límite de la función y se realiza la operación (límite de una función continua).

d. Definición formal de la función es la definición épsilon-delta de límite, es utilizada para un mayor rigor matemático donde:

"El límite de *f(x)* cuando x tiende a c es igual a L si y sólo si para todo número real ε mayor que cero existe un número real δ mayor que cero tal que si la distancia entre x y c es menor que δ, entonces la distancia entre la imagen de x y L es menor que ε unidades" Es decir:

$$\lim_{x \to c} f(x) = L \leftrightarrow \forall\, \varepsilon > 0\, \exists \delta > 0 : 0 < |x - c| < \delta \ \rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$$

Es así que en la matemática formal la definición se puede considerar como la mejor representación de un determinado concepto, en el sentido de ser sintética y completa, pues todas las propiedades del concepto se deducen lógicamente de ella, sin embargo tiene un mayor grado de complejidad que dificulta el comprenderlo sin tener un previo conocimiento de simbología y operaciones que la involucran. En consecuencia dicha definición no forma parte del programa de cálculo diferencial para bachillerato general y mixto.

e. Verbal de función es cuando al definir el límite de una función se alude a épsilon y delta con expresiones "si nos acercamos a *a"* a través de valores muy cercanos a "*a*" pero más pequeños (o más grandes) que el *f(x)* que se aproxima a "L". Se considera dar la solución a través de la expresión verbal y auxiliándose de la gráfica de la función.

- **El sistema de representación algebraico** es donde se hace uso de notación y símbolos algebraicos utilizando teoremas de límites y a la aplicación de algoritmos algebraicos para la solución y se categoriza en dos clases:

a. Algebraico-indeterminado se utiliza para dar solución a límites que son indeterminados y se solucionan a través de la factorización, racionalización, uso de conjugadas y/o simplificaciones.
b. Algebraico-simple son aquellos que dan solución a límites con el propósito de simplificar la expresión algebraica y no para eliminar una posible indeterminación. Este tipo de representación se suelen usar para calcular el límite de una función mediante la aplicación de la definición formal.

- **El sistema de representación aritmético** es aquel que considera todas las representaciones donde los números y sus operaciones son la parte determinante para su solución. Se observa principalmente en donde se reflexiona sobre el límite de sucesiones y cuenta con seis subcategorías:
  a. Numérico-tabular de sucesión es una representación que se realiza a través de una tabla de valores con la finalidad de evidenciar la tendencia del límite de la sucesión por medio de cálculos numéricos y de forma inductiva.
  b. Simbólico-especifico de sucesión se realiza con el cálculo de límites de una sucesión de la forma $\lim_{n\to\infty} S_n = L$, no se hace sustitución directa sino a través de transformaciones algebraicas.
  c. Definición formal de sucesión es una sucesión (S_n) que tiene límite L si, para cada número positivo ε, existe un número positivo N (que en general depende de ε) tal que $|S_n - L| < \varepsilon$ para toda $n \geq N$.
  d. Verbal de sucesión presenta una descripción de la definición formal de sucesión haciendo uso implícito de ε y δ y los cuantificadores $\forall$ y $\exists$.
  e. Recta real es la representación que hace uso de la recta real para expresar el concepto de límite, se ubican en ella valores cada vez más cercanos al valor límite, siempre que n sea más grande que N.
  f. Cartesiano es un conjunto de puntos formados por la sucesión, quedando representada como una función.

Los libros de Cálculo que se utilizan en el nivel medio superior para el tema de límite hacen uso principalmente de sistema de representación analítico y algebraico, Blazquez y Ortega (2001) señalan que el estudiante necesita de los diferentes sistemas de representación ya que estos se complementan y muestran distintos aspectos del concepto, o los mismos pero con mayor o menor claridad y le permiten así dar sentido para comprenderlas. En el presente trabajo las actividades propuestas hacen uso de los distintos sistemas de representación para concluir con la definición intuitiva de límite. A pesar de contar con un diverso sistema de representaciones para el tema de límite, se puede encontrar una diversidad de dificultades en su aprendizaje.

2.3.1 Dificultades en el aprendizaje de límite

En muchos conceptos matemáticos el profesor comienza su enseñanza partiendo del conocimiento previo que tiene el estudiante, en el caso del tema de límite este concepto el estudiante lo relaciona con su experiencia previa, esto se debe al uso en su lenguaje común que tiene con la palabra, lo ve desde un punto de vista geográfico y hacia algo que no puede sobrepasarse (lo moral o reglamentario) (Hitt y Páez, 2004). Estas ideas primitivas que tienen los alumnos son reforzadas muchas veces por la manera en como es introducido el tema, debido a que intentan ejemplificar este concepto con cosas de la vida cotidiana, lamentablemente esto llevaría al estudiante a crear confusión o dificultad en su aprendizaje.

El tema de límite es de gran relevancia dentro del cálculo diferencial, por lo que se puede destacar las dificultades y errores como oportunidades de estudio, algunos más significativos que manifiestan los estudiantes dentro de una secuencia didáctica en el concepto de Límite para Fernández-Plaza et al. (2014) son:

- Dificultades para comprender que el límite es lo que ocurre cerca del punto y no en el punto. En particular, proponer como límite el valor de la función en un punto "cercano".
- Dificultades para reconocer e interpretar límites laterales. Considerar a^+ y a^- puntos diferentes.
- Errores de tipo algebraico y numérico en el manejo de las funciones cuyo límite se quiere determinar.
- Dificultades para comprender que el cálculo del límite no es siempre por sustitución.

- Problemas con el uso de diferentes representaciones de las funciones. El estudiante se le dificulta realizar la conversión de las distintas representación; algebraica, geométrica y numérica.
- Conflicto con la creencia de que las funciones discontinuas en general no tienen límite.
- Dificultad para concebir la idea de límite en el infinito.
- Dificultades para comprender que la indeterminación no quiere decir que no se puede obtener el límite.
- Dificultades para relacionar expresiones de límites con su representación gráfica o el proceso contrario.
- Dificultad para distinguir diferentes tipos de discontinuidades.
- Dificultad para encontrar situaciones en las que se apliquen los conceptos de límite y continuidad.

Aunado a estas dificultades se observa las concepciones del estudiante con el tema, hay ocasiones que características de un concepto matemático no están prefijadas por su definición, pero pueden venir condicionadas por el contexto en el que se emplean. Un ejemplo de lo mencionado es la definición formal de límite, éste no prefija aspectos como la no rebasabilidad del límite, el valor que toma la función en el punto o la alcanzabilidad del objeto límite; propiedades que los estudiantes sí manipulan y asocian con su idea de límite, alterando así el campo de ejemplos que abarca la definición del profesor o del libro de texto (Fernández-Plaza et al. 2014).

El significado que toma el concepto matemático para el estudiante se concibe a través de la interpretación de su conocimiento, Rico (2012) describe tres componentes que le dan significado a la concepción:

– Los sistemas de representación, definidos por los conjuntos de signos, gráficos y reglas que hacen presente el concepto, muestran sus propiedades y lo relacionan con otros conceptos.

– La estructura conceptual, que comprende la red de conceptos, definiciones y propiedades, junto con aquellos argumentos, normas y otros procedimientos de los que derivan sus reglas de razonamiento y sus criterios de veracidad. Es la referencia sobre la cual los estudiantes construyen su conocimiento viene sintetizada mediante su definición individual.

– Los sentidos, que incluye la forma en que los usa el estudiante, contextos, situaciones y problemas que están en el origen del concepto y lo dotan de carácter funcional.

Para diferenciar un concepto matemático aportado por los estudiantes (concepciones) y la definición, Fernández-Plaza, et al. (2014) señalan un primer dato diferenciador entre ambas nociones; la definición es de carácter formal, inequívoco, conciso, exacto y universal; peculiaridades que no se exigen para una concepción.

Otro dato diferenciador entre ambas nociones lo señala Vinner (1991), las definiciones son la expresión verbal de los conceptos utilizados por una comunidad lingüística, de un grupo científico e incluso de un equipo de investigación particular, mientras que las concepciones son individuales, dado que existen diferencias entre concepciones de una persona a otra en referencia al mismo objeto. Por tanto, la definición es un conjunto de propiedades que no se contradicen y se pueden deducir otras propiedades, en contraste con las concepciones que son intuitivas y coloquiales.

2.4 Bachillerato con modalidad mixta

El nivel educativo medio superior en México, en la actualidad, enfrenta problemáticas de rezago educativo y deserción, como solución a dicha problemática la Educación Media Superior (EMS) oferta en distintas modalidades: escolarizada, no escolarizada y mixta. En años recientes, las últimas dos han tenido un desarrollo notable, pero la inexistencia de una definición clara sobre su naturaleza ha dificultado que sean reguladas, sobre todo con el bachillerato mixto (Torres y Esperanza, 2011).

El bachillerato con modalidad mixta es entendido por una gran parte de la población como una preparatoria donde acuden hombres y mujeres, es por ello que es conocido más popularmente como semiescolarizado, ya que las clases presenciales son de dos o tres horas diarias. Debido a lo anterior, la Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS) contempla la definición precisa de las distintas modalidades que oferta y reciban el impulso necesario para su adecuado desarrollo con opciones educativas que atienden a una población cada vez más amplia y diversa. Esto dará elementos a las autoridades para dar reconocimiento oficial a opciones diversas y asegurar que cumplan con ciertos estándares mínimos. Entre estos estándares se encontrarán los relativos a su pertenencia al Sistema Nacional de Bachillerato (SNB), así como todas las modalidades de la EMS deberán asegurar que sus egresados logren el dominio de las competencias.

Los aspirantes que no satisfacen los requisitos de la convocatoria anual para ser seleccionados en alguna de las opciones que ofrece el sistema escolarizado (ya sea porque adeudan materias, presentan documentación incompleta o carecen de una preparación adecuada para aprobar el examen, aunado a que eligen las opciones de preparatorias de mayor demanda) durante varios meses buscarán ocupar su tiempo de diferente manera, en tanto regularizan su situación escolar, asumiendo responsabilidades que comprometen su tiempo, brindándole poco a poco, y por lo general, mayor prioridad a éstas, con la aspiración de que el bachillerato se acomode a sus condiciones de tiempo, lugar de residencia o escenario de su empleo.

La modalidad mixta ofrece una oportunidad a la población de jóvenes que por diversas razones no tienen el tiempo para llevar una preparatoria en la que deban de asistir más de tres horas al día. El estudiante elige opciones que le proporcionen herramientas para incorporarse en lo inmediato al mercado laboral o combina sus estudios con el trabajo; esto se presenta más frecuentemente entre las decisiones de los varones que por presiones sociales adquieren el compromiso de ser el principal sostén familiar, los jóvenes aspiran a una oportunidad educativa que les abra las puertas a su primer empleo remunerado (Torres y Esperanza, 2011).

Por otra parte, la población que no consigue un lugar en el sistema y se queda al margen de este beneficio, experimentará por nuevos caminos para acceder a la educación media superior y es así que el bachillerato con modalidad mixta tiene un mayor auge. De modo similar se observa mayor demanda de estudiantes regulares que por comodidad buscan una modalidad con menor demanda de tiempo y con mayor facilidad de aprobar, consiguiendo que cada vez se abran más bachilleratos con modalidad mixta en el sector privado y dejen de lado el propósito para quien fue hecho y se rijan por el interés de negocio; incrementar su matrícula y por lo tanto su ingreso económico.

Es así, que para Torres y Esperanza (2011) las posibilidades que brinda la educación a distancia y mixta benefician especialmente a aquellos grupos o personas que:

- Por dificultades de distinta índole no están estudiando ni trabajando.
- Necesitan combinar el trabajo y el estudio.
- Han perdido el interés por estudiar debido a la rigidez de las propuestas académicas, así como a la ausencia de innovaciones en las metodologías de estudio.
- Deben atender a su familia y carecen de tiempo para asistir en horarios y tiempos predefinidos.
- Dejaron de estudiar y necesitan certificar sus competencias, ya sea para continuar estudios o conseguir mejores oportunidades de empleo.
- Trabajan y requieren seguir actualizándose en alguna área de conocimiento, dentro de la perspectiva de educación a lo largo de la vida.
- Pertenecen a minorías, como los migrantes o las personas con capacidades diferentes, quienes están recluidos en espacios penitenciarios y los grupos que hablan una lengua indígena (p. 11).

En esta tarea, es posible apoyarse en las modalidades a distancia y mixta al ofrecer múltiples posibilidades de enseñanza y de aprendizaje para lograr que los estudiantes permanezcan y concluyan sus estudios. En este contexto, los programas educativos en estas modalidades cobran una especial relevancia en el cumplimiento de la misión de las instituciones de educación superior.

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

El presente proyecto es una propuesta del uso de la microenseñanza en la que primeramente se desarrolló un examen exploratorio y cinco secuencias didácticas llamadas microlecciones; con un planteamiento aplicado y dirigido hacia el tema de límite en la materia de cálculo diferencial, considerando ejercicios de libros de nivel medio superior mediante actividades diseñadas para potenciar su aprendizaje. Estas actividades fueron expuestas a expertos en el área de las matemáticas para mejorar y enriquecer el trabajo.

Una vez realizadas las mejoras y la selección de tres microlecciones, la prueba comenzó con el examen exploratorio y posterior a él las microlecciones. Se aplicó a un grupo de ocho estudiantes, conformado por cuatro hombres y cuatro mujeres en un rango de edad de 17 a 25 años, siendo la mitad de ellos estudiantes que trabajan. Los alumnos cursaban su cuarto cuatrimestre, donde se estudia Matemáticas IV (funciones) en la preparatoria "Simón Bolívar" en modalidad mixta, perteneciente al municipio de Morelia.

El presente trabajo se realizó bajo un enfoque cualitativo, las conclusiones y recomendaciones son obtenidas del análisis de los datos como producto de las cualidades asociadas a las observaciones, preguntas del cuestionario de exploración y de las microlecciones realizadas, así como del comportamiento de los estudiantes en cada una de ellas sin depender el número de participantes o de las posibles estadísticas obtenidas en las microlecciones.

3.1 Examen exploratorio

El cuestionario exploratorio (Anexo 1) cuenta con cinco reactivos abordando los temas:

1. Discontinuidad en una gráfica.
2. Discontinuidad en un punto.
3. Límite de una función.
4. Problema de aplicación de límite.

Los cuatro reactivos son de respuestas cerradas donde el estudiante debe justificar su respuesta y en la última pregunta se le pide que escriba con sus palabras la definición de límite. El examen exploratorio se aplicó previo a las microlecciones, cada uno de los estudiantes respondió de forma individual.

3.2 Microlecciones

Se diseñaron cinco microlecciones con tres momentos cada una:

1. Actividad de apertura: Se hace una introducción al tema, planteando su objetivo y exponiendo un problema de aplicación donde se responden ejercicios ya sea individual o en conjunto con todo el grupo en lluvia de ideas.

2. Actividad de desarrollo: En dicho momento se crean situaciones que desafían a los alumnos a poner en juego sus habilidades cognitivas y sociales. Es un momento de trabajo de los alumnos donde el docente guía, supervisa, ordena, aclara, asesora o acompaña, utilizando materiales.

3. Actividad de cierre: Se refuerza aquellos aprendizajes que el docente considera claves; aclarar dudas y/o ampliar la información, también para valorar, estimular e incentivar a los estudiantes destacando los aspectos positivos del trabajo realizado.

Las cinco microlecciones desarrolladas son (anexo 2):

1. Un plan telefónico relacionado con continuidad.
2. Costos indeterminados en límites por tabulación.
3. El laberinto del ratón para límites que tienden al infinito.
4. Atracción gravitacional al límite sobre límites infinitos.
5. La extinción de la bacteria que concluye límites laterales y el concepto de límites.

Después de un análisis detallado de las cinco microlecciones se seleccionaron tres de ellas como producto final, en cada una se muestra la actividad del profesor para la aplicación de cada una, teniendo como distintivo una viñeta y escrito en letra cursiva (➢ *Actividad del profesor*) como se muestra en la **tabla 3.1**

Para llevar a cabo las actividades los estudiantes se sentaron por parejas, misma con la que trabajaron en el momento que se les indicó en cada microlección. Las parejas estaban conformadas por un hombre y una mujer, dichos equipos fueron asignados por el profesor de la materia.

Tabla 3.1. Microlecciones y sus instrucciones

MICROLECCIÓN 1: UN PLAN TELEFÓNICO

Tema general: Límites

Contenidos: Continuidad y discontinuidad de una función

Duración: Una sesión de 20 minutos.

Objetivos:
Justificar la continuidad o discontinuidad de una función e identificar los tipos de discontinuidades gráficamente.

Evidencia de aprendizaje: Hojas de trabajo y videograbaciones.

Recursos: Imagen, papel bond, computadora y proyector.

ACTIVIDAD DE APERTURA

Un plan telefónico

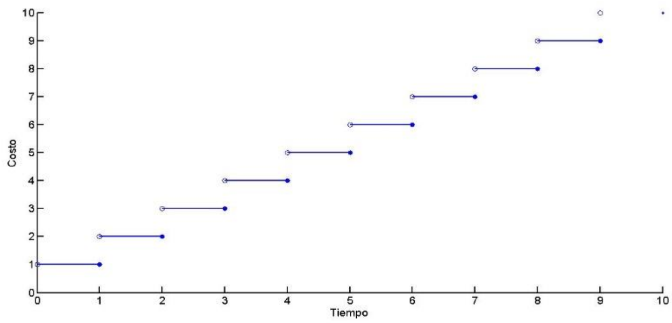
- *El profesor da las preguntas introductorias en voz alta; en papel bond se escribe cada pregunta y al responderlas en conjunto con los estudiantes a través de preguntas dirigidas se dejan a la vista durante toda la microlección.*
    1. *¿Cómo determinas que una gráfica es una función?*
    2. *Gráficamente, ¿cómo representas un intervalo abierto y uno cerrado?*
    3. *¿Qué es una asíntota?*

- *El profesor hace introducción al tema a partir del planteamiento de un problema:*

Luis fue a trabajar a Estados Unidos durante sus vacaciones de verano. Para no perder comunicación con su novia, contrató un plan telefónico para su celular; el costo por cada minuto o fracción del minuto es de 1 peso. Durante el primer minuto paga 1 peso y en el segundo minuto paga 2 pesos.

- *Se proyecta la gráfica del problema, así como también se muestra en las hojas de trabajo de los estudiantes.*

La gráfica que representa el costo de las llamadas de Luis con respecto del tiempo que tarda hablando es:



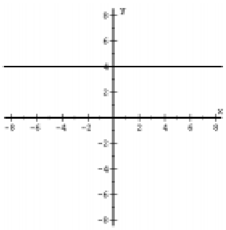
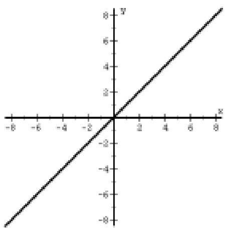
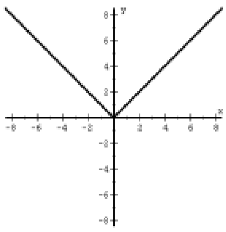
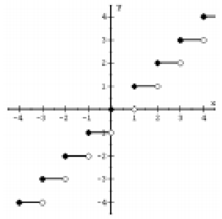
Tiempo de la actividad: 5 minutos.

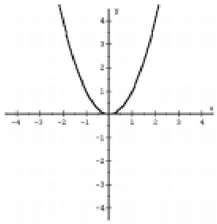
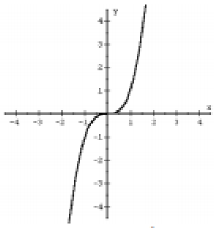
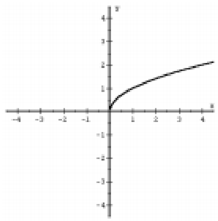
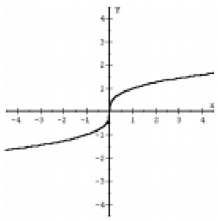
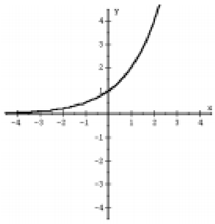
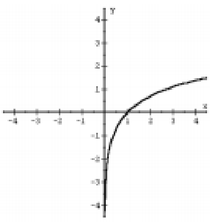
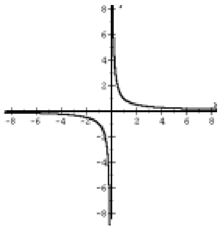
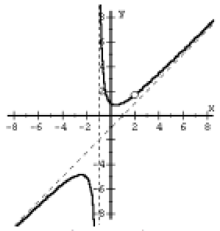
ACTIVIDADES DE DESARROLLO

- *El profesor hace la relación del problema con el tema de funciones y le muestra la proyección de los diferentes tipos que hay, mismas que están impresas en sus hojas. Los estudiantes trabajan este momento de la actividad con su pareja asignada.*

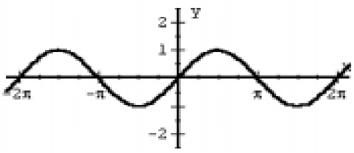
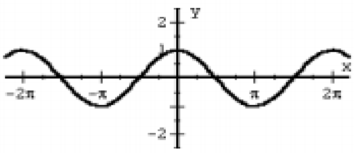
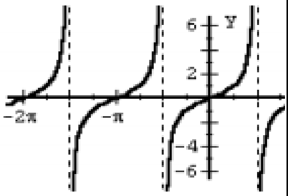
  Con base a los ejemplos de funciones que se muestra abajo, contesta las siguientes preguntas.

1. ¿Qué función es la gráfica que representa al plan telefónico de Luis? ___________
2. Una función continua es aquella que te permite graficar sin despegar el lápiz. De no ser así, se le nombra discontinua. ¿El plan de telefonía de Luis es una función continua? _________________________
3. De las funciones ejemplificadas abajo, encierra las funciones discontinuas.
4. ¿Qué funciones discontinuas tienen asíntota(s)?_______________________
5. ¿Identificas alguna función **continua** que tenga asíntota(s)? Si esto es cierto, escribe cuál (es).______________________________

EJEMPLOS DE FUNCIONES			
CONSTANTE	**LINEAL**	**VALOR ABSOLUTO**	**ESCALONADA**
 $f(x) = a$	 $f(x) = x$	 $f(x) = \|x\|$	 $f(x) = \text{int}(x) = [x]$

CUADRÁTICA	**CÚBICA**	**RAÍZ CUADRADA**	**RAÍZ CÚBICA**
 $f(x) = x^2$	 $f(x) = x^3$	 $f(x) = \sqrt{x}$	 $f(x) = \sqrt[3]{x}$
EXPONENCIAL	**LOGARÍTMICA**	**RECÍPROCA**	**RACIONAL**
 $f(x) = a^x$	 $f(x) = \log_a x$	 $f(x) = \frac{1}{x}$	 $f(x) = \frac{(x^2+1)(x-2)}{(x+1)(x-2)}$

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

 $f(x) = \sin x$	 $f(x) = \cos x$	 $f(x) = \tan x$

Tiempo de la actividad: 10 minutos

ACTIVIDAD DE CIERRE

- *El profesor da las instrucciones y se le pide a un estudiante que lea el primer reactivo dando su respuesta, se finaliza con la respuesta correcta permitiendo que en equipos concluyan su justificación.*

Escribe dentro del paréntesis V sí la afirmación es verdadera y F, sí es falsa. (Justifica tu respuesta).

Afirmación		Justificación
Si el plan de llamadas de Luis le cobrara \$1 por segundo, su función sería lineal.	( )	
Es una función cuadrática, si el plan de Luis le cobra \$1 por llamada.	( )	

Tiempo de la actividad: 5 minutos

MICROLECCIÓN 2: COSTOS INDETERMINADOS

Tema general: Límites

Contenidos: Límite por tabulación

Duración: Una sesión de 25 minutos.

Objetivos: Que el estudiante interprete valores de una función en una tabla, calcule valores cercanos a un punto aproximándose por la derecha y por la izquierda y analice el comportamiento de dichos valores en la gráfica.

Evidencia de aprendizaje: Hojas de trabajo y videograbaciones.

Recursos: Imagen, computadora y proyector.

ACTIVIDAD DE APERTURA

Costos indeterminados

- *El profesor da los datos introductorios de la contabilidad en voz alta (El sistema de contabilidad de costos se ocupa directamente del control de los inventarios, activos de empresa y fondos gastados) y relata el problema del que se va a partir.*

Una famosa empresa refresquera determina que cuando x% de la capacidad de la planta se está utilizando, el costo total de operación "C" en miles de dólares está dado por:

$$C(x) = \frac{8x^2 - 636x - 320}{x^2 - 68x - 960}$$

La compañía tiene una política de mantenimiento rotativo en un intento de asegurar que aproximadamente el 80% de la capacidad esté siempre en uso.

- *Se proyecta la ecuación de la función y la tabla de evaluación. En conjunto con el grupo se responden los dos datos faltantes de la tabla para que posteriormente respondan en pareja las preguntas.*

Evalúa los valores de x en la función y completa la tabla.

	x se aproxima a 80 por la izquierda→				x se aproxima a 80 por la ←derecha		
X	79.8	79.99	79.999	80	80.001	80.01	80.1
C(x)	6.99	6.998			7.00001	7.0001	7.001

1. ¿Qué significa que se aproxime por la izquierda?

2. ¿Qué significa que se aproxime por la derecha?

3. Evalúa x =80 en la función y contesta ¿Qué costo de operación estima la empresa cuando la planta está funcionando al 80% de su capacidad ideal?________________, ¿qué significa?___________
4. La flecha (→) significa que se aproxima o tiende a un número tanto por la derecha como por la izquierda y L es el valor al que tiende. Se representa:

$$\underset{x\to 80}{}\frac{8x^2-636x-320}{x^2-68x-960}=L$$

L=__________miles de dólares.

Tiempo de la actividad: 7 minutos

ACTIVIDADES DE DESARROLLO

- *Las actividades de desarrollo se trabajan en pareja con el uso de su calculadora, el profesor supervisa y aclara dudas.*

1. Si las siguientes funciones pertenecen a diferentes empresas para determinar el costo de operación, completa cada una de las tablas evaluando el valor de x en la función y encierra el **valor al que tiende** (L).

   1) $t(x) = x^2 - x$

	Por la izquierda→				←Por la derecha		
X	1.99	1.999	1.9999	2	2.0001	2.001	2.01
t(x)	1.9701	1.9970	1.9997			2.003	2.0301

1) $\underset{x\to 2}{} t(x) = -2$	2) $\underset{x\to 2}{} t(x) = 4$	3) $\underset{x\to 2}{} t(x) = 0$	4) $\underset{x\to 2}{} t(x) = 2$

   2) $g(x) = \frac{x^3-1}{x-1}$

	Por la izquierda→				←Por la derecha		
X	0.99	0.999	0.9999	1	1.0001	1.001	1.01
g(x)	2.9701	2.997				3.003	3.03

5) $_{x\to 1}\, g(x) = 2$	6) $_{x\to 2}\, g(x) = 4$	7) $_{x\to 1}\, g(x) = 1$	8) $_{x\to 2}\, g(x) = 3$

3) $h(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$

	Por la izquierda→				←Por la derecha		
X	**-1.1**	**-1.01**	**-1.001**	**-1**	**-0.999**	**-0.99**	**-0.9**
h(x)	**-2.1**	**-2.01**	**-2.001**				**-1.9**

9) $_{x\to -1}\, h(x) = -2$	10) $_{x\to -1}\, h(x) = 2$	11) $_{x\to -1}\, h(x) = -1$	12) $_{x\to -1}\, h(x) = 1$

4) $P(x) = x - \frac{1}{x}$

	Por la izquierda→				←Por la derecha		
X	**-0.09**	**-0.009**	**-0.0009**	**0**	**0.0009**	**0.009**	**0.09**
P(x)	**11.02**		**1111.1102**		**-1111.1102**	**-111.102**	**-11.02**

13) $_{x\to 0}\, P(x) = \infty$	14) $_{x\to 0}\, P(x) =$ *existe*	15) $_{x\to 0}\, P(x) =$ *No existe*	16) $_{x\to 0}\, P(x) = -\infty$

2. Encierra el ejercicio de la(s) función(es) donde al evaluar el valor de *x* del recuadro gris es el mismo que el valor al que tiende por la derecha y por la izquierda (L).

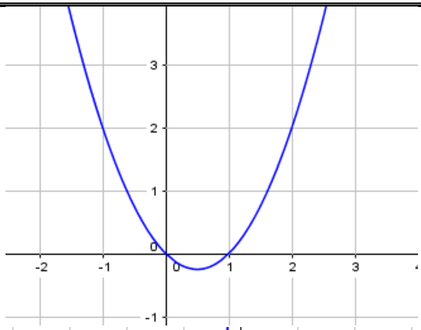
3. ¿Por qué es diferente el resultado de evaluar el valor del recuadro gris en la función con el valor al que tienden (**L**) las funciones que no encerraste?

Tiempo de la actividad: 12 minutos

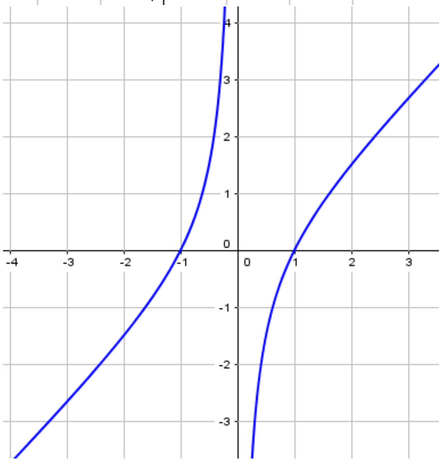
ACTIVIDAD DE CIERRE

- *El profesor explica las instrucciones, haciendo énfasis que las gráficas proyectadas pertenecen a cada una de las funciones de la actividad de desarrollo y se hace referencia en la columna derecha únicamente con. las letras que la identifican.*

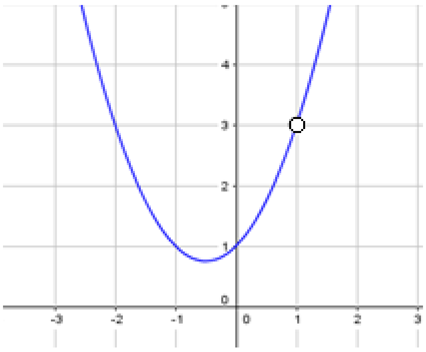
8) Identifica la gráfica que le corresponde a cada una de las funciones de la actividad anterior y relaciona con una línea la oración que le corresponde, escribiendo debajo de ella si la función es continua o discontinua.



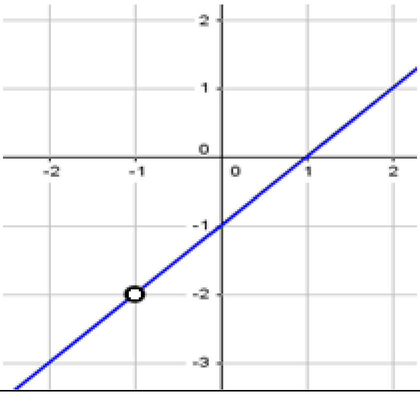
$_{x\to 2}$ $t(x)$ existe y es igual a t(2)



$_{x\to 0}$ $P(x)$ no existe y P(0) no existe



$_{x\to -1}$ $h(x)$ existe y h(-1) no existe.



$_{x\to 1}$ $g(x)$ existe y g(1) no existe.

9) ¿Cuál es la relación que hay entre que exista **"L"** y que la función sea discontinua?

Tiempo de la actividad: 6 minutos

MICROLECCIÓN 3: EL LABERINTO DEL RATÓN

Tema general: Límites

Contenidos: Límite que tiende al infinito

Duración: Una sesión de 26 minutos.

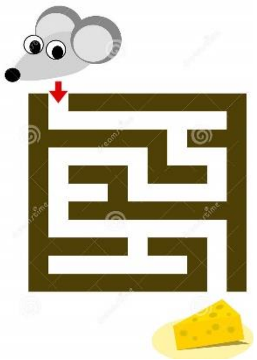
Objetivos: Que los estudiantes Interpreten los valores de una tabla en funciones que tienden a infinito; analizar y relacionar su comportamiento gráficamente con las asíntotas.

Evidencia de aprendizaje: Hojas de trabajo y videograbaciones.

Recursos: Imagen, computadora y proyector.

ACTIVIDAD DE APERTURA

El laberinto del ratón



- *El profesor da los datos introductorios sobre estudios animales en voz alta:*

  "El estudio de los animales proporciona resultados con un beneficio final para los humanos; los procesos para sus estudios son más fácil de llevar y se puede hacer registros por periodos de tiempo más largos con un mayor control sobre las condiciones"

- *Se relata el problema del que se va a partir:*

  Para estudiar la tasa de aprendizaje de los animales, un estudiante de psicología diseña un experimento en donde un ratón se manda repetidamente a través de un laberinto en el laboratorio. Suponga que el tiempo requerido para que el ratón atraviese el laberinto después de "n" repeticiones es aproximadamente:

$$T(n) = \frac{5n+17}{n}$$

- *Se proyecta la ecuación de la función y la tabla de evaluación de algunos valores de n.*

  La tabla muestra el tiempo que tarda el ratón según el número de repeticiones realizadas.

N	1	2	10	20	100	200	1000
T(n)	22	13.5	6.7	5.85	5.17	5.085	5.017

- *Se hace la pregunta uno al grupo para contestar en conjunto y se escribe en el pintarron la respuesta. Las preguntas dos y tres se contestan con lluvias de ideas.*

1. Escribe de qué otra forma se puede escribir la fracción de la función:_______________
2. Sí realiza una repetición ¿cuál es el tiempo que le lleva concluirlo?________________
3. ¿Qué pasa con el tiempo utilizado para atravesar el laberinto si el número de repeticiones crece infinitamente?_________________, ¿cuál sería el tiempo minímo que le llevaría en finalizarlo?__________________

Tiempo de la actividad: 8 minutos.

ACTIVIDADES DE DESARROLLO

- *El profesor explica a los estudiantes que la gráfica que se proyecta es de la ecuación del problema del ratón. Se les pide que la observen y contesten las preguntas en parejas.*

4. ¿Cuál es el valor al que tiende la función (L) cuando n toma valores positivos cada vez más grandes? Es decir, $\lim_{n\to\infty^{+}} \frac{5n+17}{n}$=_________

5. ¿Cómo se llama la recta a la que se acerca cuando x tiende a infinito en la gráfica?___________________________

- *Con base a la gráfica y a los datos de la tabla se le pide que contesten las preguntas en parejas.*

La tabla de evaluación cuando se acerca al punto n= 0 por la izquierda y por la derecha de la función ($\lim_{n\to 0} \frac{5n+17}{n}$) es:

	Por la izquierda→				←Por la derecha		
n	**-1**	**-0.5**	**-0.009**	**0**	**0.009**	**0.5**	**1**
T(n)	**-12**	**-29**	**-1883.88**		**1893.88**	**39**	**22**

6. ¿Qué valor toma la función cuando los valores de x se acercan por la izquierda a “0”?

7. ¿Qué valor toma la función cuando los valores de x se acercan por la derecha a “0”?

8. Cuándo los valores de x se acercan tanto por la izquierda como por la derecha a “0”, ¿el valor de la función tiende a un mismos número, es decir existe L?________ Argumenta tu respuesta en relación con el número de repeticiones del experimento del ratón.

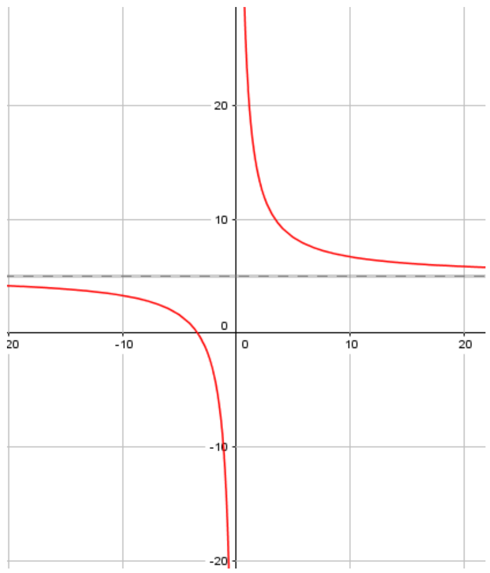
Tiempo de la actividad: 8 minutos

ACTIVIDAD DE CIERRE

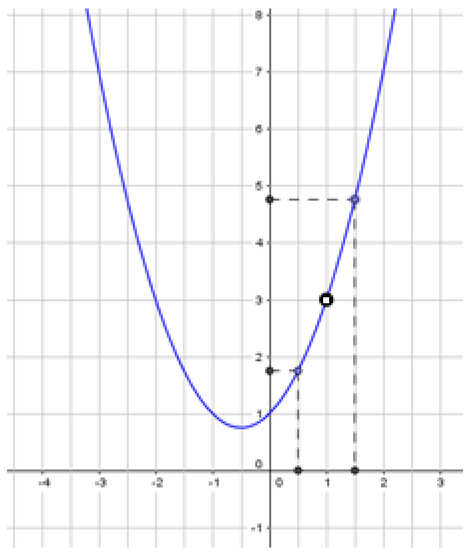
- *El profesor proyecta las dos gráficas y explica las instrucciones, para contestar en forma grupal el ejercicio nueve y por equipos la pregunta diez .*

9. Escribe sobre la línea el inciso de la gráfica que le corresponde a cada expresión. Recuerda que ${}_{x\to 0^+}$ = tiende por la derecha, ${}_{x\to 0^-}$ = tiende por la izquierda

a)



b)



1) ${}_{x\to 0^+} f(x) = \infty$
${}_{x\to 0^-} f(x) = -\infty$ “L” no existe ______________

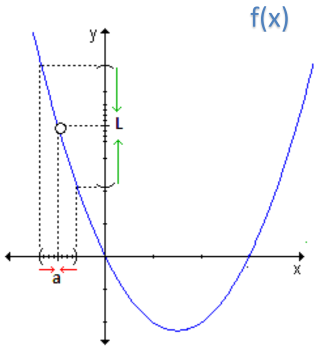
2) $\lim_{x \to 1^+} f(x) = 3$
$\lim_{x \to 1^-} f(x) = 3$ "L" existe (L=3) ________________

3) $\lim_{x \to \infty^+} f(x) = 5$
$\lim_{x \to \infty^-} f(x) = 5$ "L" existe (L=5) ________________

10. Explica la relación de las asíntotas con "L" en la gráfica a).

____
____
____

- *El profesor proyecta la gráfica de la que se auxiliarán los equipos para definir intuitivamente el concepto de límite, aclarando que las actividades realizadas se les omitía la palabra límite, así como su abreviación (*lim *.) en las funciones.*



11. Las actividades realizadas describen el concepto de límite en matemáticas, con base a la gráfica completa la escritura y escribe con tus palabras la **definición de límite**.

$\lim_{x \to} \quad = $ ____

Límite: ____
____

Tiempo de la actividad: 10 minutos

3.3 Análisis de los datos a través de la rubrica

Los reportes escritos de los exámenes exploratorios y las microlecciones, así como las observaciones realizadas conformaron el cuerpo de datos para presentar el análisis de resultados, conclusiones y recomendaciones.

Los resultados de las microlecciones se basan en los reportes escritos de los estudiantes, analizados a partir de una rúbrica basada en los objetivos de cada microlección. Uno de los beneficios de la rúbrica es que tiene un doble valor, Torres y Perera (2010) señalan que por una parte es una herramienta de evaluación diferente al convencional que ayuda a evaluar los conocimientos de los alumnos y por otro lado funciona como herramienta de reflexión de lo aprendido. Es así que la rúbrica sirve de guía en los puntos sobresalientes en los que el profesor desea poner mayor énfasis como lo expresa Cano (2015). Con la finalidad de hacer un mejor análisis de los resultados con mayor enfasis en reactivos relacionados con los objetivos de aprendizaje de las microlecciones se utilizó una rúbrica holística, con criterios a evaluar basados en objetivos, una escala de calificación de seis niveles de desempeño y una descripción general que se debe de cumplir en cada una de ellas. La puntuación se llevó a cabo con valores que van desde el cero hasta el cinco (anexo 3).

Los objetivos que conforman la rúbrica se enfocan principalmente en la relación del concepto de límite con el de continuidad, cálculo e interpretación gráfica de límites y concepto intuitivo de límite de una función. Con base en ellos se realizó una tabla de relación con los ejercicios de cada una de las microlecciones como se muestra en la **tabla 3.2**.

Tabla 3.2. Objetivos de las microlecciones en relación con sus ejercicios.

Relación del concepto de límite con el de continuidad	**Microlección**	**Ejercicios**
1. Identifica y justifica la continuidad o discontinuidad en la gráfica de una función.	1	2,3 y 4
2. Relaciona la existencia de "L" con discontinuidad de una función.	2	8 y 9
Cálculo e interpretación gráfica de límites.		
3. Calcula e interpreta valores de límites laterales de una función en una tabla para la existencia de límite.	2	3, 4, 5, 6 y 7
4. Relaciona la posible existencia de "L" con la gráfica de funciones que tienen asíntotas.	2 3	8 9 y 10

Concepto de límite de una función.		
5. Reconoce los dos tipos de límites laterales y distingue el valor de "L" dada su tabla de valores o su gráfica.	2 3	5 y 8 8
6. Analiza el límite de una función en un punto y en infinito intuyendo "L", dada una tabla de valores o una gráfica.	3	3 y 5
7. Explica y expresa fenómenos en los que interviene el concepto de límite.	3	3 y 8
8. Define el concepto de límite.	3	10

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1 Resultados generales

De las cinco secuencias didácticas establecidas a priori se seleccionaron solamente tres microlecciones y un examen exploratorio compuesto por cinco reactivos después de un detallado análisis.

El examen exploratorio y la prueba piloto se aplicaron a alumnos de cuarto cuatrimestre que no tenían nociones del concepto de límite. Obteniendo en el primer reactivo una respuesta correcta de todos los alumnos, donde seis de ellos logró justificar su respuesta, en el segundo reactivo se obtuvo una respuesta afirmativa de dos de los alumnos sin justificar su respuesta. En el tercer y cuarto reactivo el dos de los estudiantes acertaron y el resto no contesto argumentando que no comprendían el problema, esto repercutió en el último reactivo el cual ningún estudiante contestó. Analizando el examen exploratorio se observó que los estudiantes conocían solamente el concepto de continuidad, sin tener nociones del tema de límite en general.

Posteriormente se realizó la prueba piloto a los mismos estudiantes donde se trabajó en parejas, esto se hizo con base a los ocho objetivos de las microlecciones. En el primer objetivo tres de los equipos demostraron total comprensión del problema y contestaron cada uno de los requerimientos de las actividades donde identifican y justifican la continuidad y discontinuidad en un punto. Mientras que en el segundo objetivo, la mitad de los equipos demostró poca comprensión al relacionar las discontinuidades de una función con los límites laterales en un punto, así como identificarlas en su gráfica.

En el objetivo tres, uno de los equipos contestó mayormente correctos los reactivos, en tanto que dos de los equipos contestaron parcialmente, uno con mayor número de aciertos que otro y el último equipo no respondió las actividades. Los ejercicios 3 y 5 que debían resolver en la actividad dos implicaban el uso de la calculadora y con sus resultados debían argumentar la existencia del límite de una función a partir de sus límites laterales o por sustitución directa, pero fue un atenuante en los resultados de la mayoría de los equipos por mal manejo de dicho dispositivo.

En el objetivo número cuatro los cuatro equipos contestaron positivamente, pero ninguno pudo justificar sus respuestas mediante el uso de las gráficas de los límites que tienen asíntotas. En el objetivo cinco, la mitad de los equipos logró realizar las actividades propuestas mientras que la mitad restante tuvo problemas para encontrar los límites laterales a partir de una tabla de valores, por lo que no pudieron intuir el límite y relacionarlo con la gráfica.

La actividad número tres no fue realizada por ninguno de los equipos debido a que se superó el tiempo asignado a la prueba piloto.

4.2 Resultados por equipos

Los resultados por equipo se basan en la rúbrica de evaluación con cinco de los ocho objetivos de las microlecciones ya que estos corresponden a las dos actividades realizadas. El equipo uno tuvo una buena comprensión e identificación de la continuidad y discontinuidad, sin embargo demostró poca comprensión en los ejercicios de las actividades de la microlección dos, los cuales no se contestaron en su totalidad. Obtuvieron 12 puntos de 25 de la matriz de evaluación como se muestra en la figura 4.1

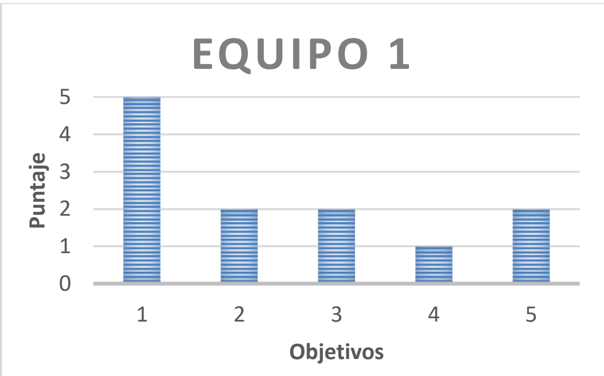


Figura 4.1. Puntaje por objetivos obtenidos de la evaluación del equipo 1

El equipo dos mostró comprensión del objetivo uno y obtuvo todos los resultados correctos, pero en el resto de las actividades utilizaron su lógica sin justificar los resultados mostrando una falta de comprensión de los ejercicios. Su puntaje fue de 10 de un total de 25, como se muestra en la figura 4.2

Figura 4.2 Puntaje por objetivo obtenidos de la evaluación del equipo 2

El equipo tres fue la pareja que mostró un mayor número de errores, dejando en su mayoría preguntas sin contestar. El puntaje obtenido fue de un total de 4 puntos de 25 como se muestra en la figura 4.3

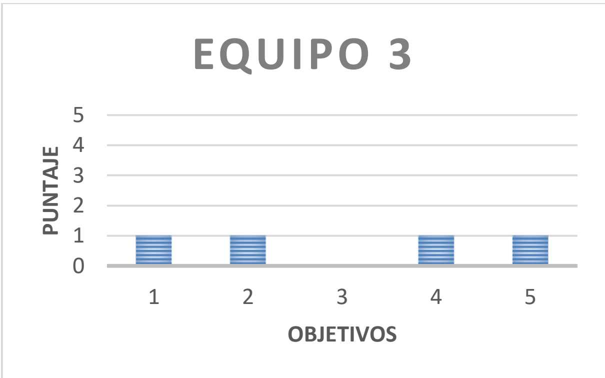


Figura 4.3. Puntaje por objetivos obtenidos de la evaluación del equipo 3

El equipo cuatro fue la pareja que mostró una mayor comprensión en cada una de las actividades, teniendo una mayor cantidad de ejercicios resueltos positivamente. Tuvieron una falta de argumentación en las últimas preguntas abiertas de la segunda actividad. El puntaje fue de 15 puntos de 25 como se observa en la figura 4.4

Figura 4.4 Puntaje por objetivo obtenidos de la evaluación del equipo 3

Con base a lo observado en la prueba piloto y la evaluación de las microlecciones se hicieron las modificaciones pertinentes al examen exploratorio y a cada una de las microlecciones para establecerla en su aplicación futura (anexo 4).

4.3 Análisis de resultados

Se encontró que el examen exploratorio cumplió de manera adecuada con la evaluación del conocimiento de los estudiantes dentro de los conceptos de continuidad y límite de una función, observando que los estudiantes tenían un buen dominio de continuidad y un nulo conocimiento de límite. Sin embargo se considera pertinente que el reactivo dos sea enriquecido con un lenguaje más contextualizado con los estudiantes y complementar el reactivo cinco al pedir la definición de límite de una función en un punto y límite de una función que tiende al infinito.

Las tres microlecciones propuestas para la investigación fueron revisadas exhaustivamente en distintos ejercicios de cada una de ellas y al realizar las actividades los estudiantes mostraron dificultades en la microlección dos al usar la calculadora ya que ésta involucra saber utilizar los paréntesis para la jerarquía de operaciones al evaluar un valor en una función, por lo que esta actividad fue frustrante, cansada y les llevó considerablemente más tiempo realizarla. Se considera hacer los cambios pertinentes para dichos ejercicios donde la demanda del uso de la calculadora sea mínima, comenzando por sustituir la ecuación de la función del problema en la actividad de apertura por una de menor complejidad.

La prueba piloto brindó información de suma importancia en la aplicación de la microenseñanza ya que con base en los resultados se recomienda que las microlecciones sean espaciadas una por clase debido que en ellas se da la parte introductoria del tema. En los resultados se observa que atender a más de una microlección es cansado para los estudiantes y limita la comprensión introductoria y general del tema. De manera específica se observó que en ciertos ejercicios era necesario el ejemplificar la sustitución de valores para facilitar su desarrollo y aprovechar de mejor manera el tiempo, de igual forma se recomiendan microlecciones con un mínimo uso de la calculadora, la cual puede llegar a fungir como un obstáculo debido a la problemática con la jerarquía de operaciones y su uso puede ser frustrante y perjudicial en la comprensión del tema, como se observó en el desarrollo de la prueba piloto.

Con base en los resultados de la prueba piloto y el análisis de las problemáticas presentadas se realizó una mejora en la prueba exploratoria y microlecciones para el trabajo futuro. Específicamente la microlección tres que no fue piloteada, además de hacer una mejora en la última actividad de cierre se agregaron intervenciones del profesor para facilitar la comprensión de las instrucciones (anexo 5).

La prueba piloto se mejoró con el objetivo de cimentar las bases de trabajos futuros que amplíen y profundicen en el uso de las microlecciones dentro de la educación media superior de manera específica en la modalidad mixta, pero sin ser una limitante en su uso dentro del bachillerato general, e incluso extrapolar en diversos niveles de educación.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

Esta investigación tuvo como objetivo generar una estrategia didáctica mediante el uso de la microenseñanza, esto se logró favorablemente al realizar las microlecciones enfocadas en los temas de continuidad de una función, límite por tabulación y límites que tienden a infinito para concluir en el concepto de límite. El objetivo particular se pudo lograr de una forma puntual gracias al desarrollo de la prueba piloto que permitió dejar un antecedente para desarrollar investigaciones futuras.

Con base en un análisis cualitativo de los resultados y observaciones de la prueba piloto fue posible dar respuesta a la pregunta de investigación planteada al trabajar la microeneseñanza como estrategia didáctica para el aprendizaje del concepto de límite, se observó que las actividades fueron más fluidas a través de las microlecciones, principalmente en los momentos de apertura y de cierre, fomentando el trabajo y colaboración grupal. De igual manera favoreció la participación activa de los alumnos, con trabajo colaborativo, promoviendo el desarrollo de habilidades en los alumnos para argumentar la solución de un problema a través de representaciones; verbal, numérica y gráfica, fomentando la reflexión, la justificación de sus procedimientos, la expresión oral y escrita.

De esta forma el uso de representación gráfica en las microlecciones desarrollaron en el alumno un pensamiento reflexivo y analítico con un uso adecuado del tiempo, en contraste con la representación numérica que fungió como una limitante, sin embargo su uso a través de interpretación de tablas en un límite favorece la visualización y relación con su representación gráfica, de modo que con el uso de la microenseñanza debe abordarse con ejercicios que aminoren las dificultades y faciliten la comprensión de su relación.

El uso de la microenseñanza a través de microlecciones se propone como una alternativa a la enseñanza tradicional que propicie la participación, comprensión y motivación de los alumnos para alcanzar un aprendizaje significativo en el concepto de límite, teniendo como actor principal al alumno. Para alcanzar dicho objetivo las microlecciones se realizan a través de un descubrimiento guiado, mediante una combinación de técnicas con el uso de distintas representaciones que le permitan interiorizar el cálculo.

Dentro de la educación a distancia que se maneja de manera virtual como se ha desarrollado en los tiempos de COVID-19, el uso de las microlecciones propuestas necesita de un nuevo enfoque debido a las restricciones propias de las herramientas que se utilizan actualmente, por la deficiente interacción entre los profesores y sus alumnos, la dificultad del trabajo en equipo y el poder supervisar de manera adecuada los avances y dudas de los alumnos en los tiempos marcados dentro de las actividades. Su uso se podría recomendar en escuelas de modalidad abierta con enseñanza virtual, recibiendo presentaciones cortas previas a que realicen las microlecciones y así reafirmar los conceptos enseñados para mejorar dicho aprendizaje.

5.2 Recomendaciones para trabajos futuros

Este trabajo se enfocó en el diseño de microlecciones como propuesta de investigación futura en la microenseñanza para el concepto de límite en bachillerato con modalidad mixta, sin embargo también se podría utilizar en bachillerato general. Trabajar en ambas modalidades sería interesante para su investigación y obtener comparaciones así como sus beneficios y conclusiones.

Hacer uso de la microenseñanza basado en el aprendizaje del estudiante hacia las matemáticas, requiere de una mayor habilidad en el manejo de grupo, así como de técnicas de aprendizaje, por lo que se recomienda la práctica previa del profesor principiante frente a colegas con una coevaluación y autoevaluación como fuente de retroalimentación y desarrollo de habilidades en el manejo del aula como lo señala Luna (2006).

Las microlecciones pueden tener un efecto motivante para los alumnos al tener una actividad de apertura con el planteamiento de un problema y trabajarlo en forma grupal con el profesor. Sin embargo su aplicación exitosa se basa mayormente en la interacción del profesor con el grupo y la habilidad para el manejo de las distintas técnicas.

El uso de la microenseñanza podría tener un efecto positivo a través de microlecciones enfocadas en el aprendizaje del estudiante al extenderse en los distintos niveles educativos, así como en las diferentes asignaturas. Por otra parte las microlecciones deben ser actividades cortas, usadas como introducción de un tema con un grado de dificultad menor donde el estudiante realice ejercicios sencillos que lo lleven a la reflexión y análisis del tema. Debido a esto el tema se debe complementar realizando más ejercicios en el tiempo restante de la clase.

Al hacer uso de la calculadora en ejercicios de las microlecciones que implican el conocimiento de las jerarquías de operaciones, los ejercicios deben ser sencillos y ejemplificarse previamente para favorecer a los estudiantes que carecen de este conocimiento y agilice la actividad. Se recomienda hacer un uso mínimo de la calculadora en los ejercicios para optimizar tiempo y enfocarse principalmente en el análisis y comprensión de los datos.

REFERENCIAS

Adler, A. (1984). *Mathematics and creativity*. The New Yorker Magazine, 19.

Alberca, J. M. L. (1996). *Adolescencia: cambios físicos y cognitivos*. Ensayos: Revista de la facultad de educación de Albacete, (11), 121-128.

Allen, D. y Ryan, K. (1976). Microenseñanza. *Una nueva técnica para la formación y el perfeccionamiento docente.* Buenos Aires: Ateneo.

Arends, R. (2007). Bases científicas del arte de enseñar. En *Aprender a enseñar*. México: Mc Graw Hill. pp. 3-37.

Bandura, A. (1977). *Social learning theory*. EnglewoodCliffs, N.J. Prentice Hall.

Blázquez, S., y Ortega, T. (2001). *Los sistemas de representación en la enseñanza del límite.* Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa RELIME, 4(3), 219-236.

Cano García, E. (2015). *Las rúbricas como instrumento de evaluación de competencias en educación superior: ¿uso o abuso?*

Cuéllar Juan Antonio (2007). Matemáticas V, *Calculo Diferencial*. México: Mc. Graw Hill.

Engler, A., Vrancken, S., Hecklein, M., Müller, D., y Gregorini, M. I. (2007). *Análisis de una propuesta didáctica para la enseñanza de límite finito de variable finita*. Elecciones en la FISEM, 113.

Fernández-Plaza, J. ,Ruiz, J. y Rico, L. (2014). *Concepciones sobre límite finito de una función en un punto: estudio a partir de gráficas.*

García, Y. Jazmín, A. y Zalapa, E. (2012). *Habilidades, intereses y plan de vida en los adolescentes de bachillerato.* Documento disponible en: http://www.integracion-academica.org/12 volumen-2-numero-4-2014/45-habilidades-intereses-y-plan-de-vida-en-los-adolescentes-de-bachillerato.

Gardner, H. (1994). Estructuras de la mente. *La teoría de las inteligencias múltiples*, *2*. México, D.F: Fondo de la cultura Económica.

Gómez, M. y Pantoja, Y. (2013). *Límite de funciones, sistemas de representación y estándares de calidad: una metodología de análisis de textos escolares*. Revista Sigma. 11(1). Pág. 26-38 http://revistasigma.udenar.edu.co/articulos/Volúmen XI 1/1.pdf

Hitt, F. (2003). *Dificultades en el aprendizaje del cálculo*. In XI Meeting of Middle-Higher Level Mathematics Teachers, Michoacan University San Nicolás de Hidalgo, Morelia (Mexico).

Hitt, F., y Páez, R. (2004). *Dificultades de aprendizaje del concepto de límite y actividades de enseñanza*. Recuperado de: http://biblioteca. cinvestav. mx/indicadores/texto_completo/cinvestav/2005/133187_1. pdf.

INEE (2019). Informe de resultados PLANEA EMS 2017. *El aprendizaje de los alumnos de educación media superior en México. Lenguaje y Comunicación y Matemáticas*. México: autor. Recuperado de: https://www.inee.edu.mx/wp-content/uploads/2019/05/P1D320.pdf

Juárez, D. y Limón, R.(2013). *Las matemáticas y el entorno socioeconómico como causa de deserción escolar en el nivel medio superior en México*. Multidisciplina.

Luna, G. (2006). *El docente Presencial; Técnicas de enseñanza para enriquecer su desempeño académico.* México, D.F: Plaza y Valdez.

Mangrulkar, L., Posner, M., y Whitman, C. (2001). *Enfoque de habilidades para la vida para un desarrollo saludable de niños y adolescentes.* Obtenido de Programas de Salud y Desarrollo Humano (SDH), una división de Education Development Center, Inc. (EDC): http://www.deciencias.net/convivir/1.documentacion/D.habilidades/Habilidades(2001)OMS,65p.pdf

Nieto, A. y Santiago, P. (2013). *Microenseñanza una técnica para motivar el enseñar y aprender*. Perspectivas docentes, 23-31.

Olvera, J. V. B., & Gutiérrez, M. A. C. (2013). *Aplicando la técnica de microenseñanza en el modelo de aprendizaje basado en competencias (MABC).* In Eleventh LACCEI Latin American and Caribbean Conference for Engineering and Technology. Innovation in Engineering, Technology and Education for Competitiveness and Prosperity, Cancun, Mexico.

Pérez Tyteca, P. (2012). *La ansiedad matemática como centro de un modelo causal predictivo de la elección de carreras*. Universidad de Granada.

Pestana, N. (2000). *La Microenseñanza: sus aplicaciones en la práctica docente*. Tesis para optar a la categoría de profesor agregado. Universidad de los Andes. Disponible en http://bdigital.ula.ve/storage/pdftesis/postgrado/tde_arquivos/17/TDE-2010-08-03T07:29:23Z-162/Publico/NancyPestana_parteI.pdf

Quine, W. (1979). *You Cannot be a Twentieth-Century Man without Maths*. The Economist

Quintero, C. y Jaramillo, D. (2013). *Objetivación del límite de una función:¿ pensamiento empírico o pensamiento teórico?* Revista Científica, 430-434.

Rico, L. (2012). *Aproximación a la investigación en Didáctica de la matemática*. Avances de Investigación en Educación Matemática, 1(1), pp. 39-63.

Remesh, A. (2013). *Microteaching, an efficient technique for learning effective teaching*. Journal of Resarch in Medical Sciences: the official journal of Isfahan University of Medical Sciences, 18(2), pp. 158-163.

Selden, A. y Selden, J. (2005). Perspectives on Advanced Mathematical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning,* 7(1), pp. 1-13.

SEP. Secretaría de Educación Pública (2013). *Programa de estudios de Matemáticas. Bachillerato Tecnológico*. Componente básico y propedéutico. Recuperado de: http://cosfac.sems.gob.mx/web/pa_ProgramasEstudioBTBG.php

SEP. Secretaría de Educación Pública (2017). *Aprendizajes clave para la educación integral*. México: autor. Recuperado de: https://www.aprendizajesclave.sep.gob.mx/ descargables/APRENDIZAJES_CLAVE_PARA_LA_EDUCACION_INTEGRAL.pdf

Torres, M., y Esperanza, R. (2011). El bachillerato en México: reflexiones en torno a las modalidades a distancia y mixta. *Revista Mexicana de Bachillerato a distancia*, 3-5.

Torres, J.J. y Perera, V.H. (2010). *La rúbrica como instrumento pedagógico para la tutorización y evaluación de los aprendizajes en el foro online en educación superior.* PíxelBit. Revista de Medios y Educación, 36, 141-149.

Tuirán, G., R., et al., (2015). Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes, resultados 2015. Recuperado de http://planea.sep.gob.mx/content/general/docs/2015/PlaneaDocumentoRector.pdf

UCV. Vicerrectorado. Académico. Sistema de actualización Docente del profesorado-SADPRO (1994). *Microenseñanza. Destrezas básicas de la enseñanza.* Instructivo. Castillo H.

UCV. Vicerrectorado. Académico. Sistema de actualización Docente del profesorado-SADPRO (1987). *Taller de Microenseñanza.* Instructivo del taller. Courleander, E.

Vinner, S. (1991). The Role of Definitions in the Teaching and Learning of Mathematics. En D.O. Tall. Advanced Mathematical Thinking. Dordrecht: Kluwer, pp. 65- 81.

Watson, R. (2007). La Microenseñanza en la UPC. *Revista Digital de la Investigación en Docencia Universitaria*, 2-18.

ANEXOS

Anexo 1. Examen exploratorio

1. Una función es discontinua cuando la gráfica presenta algún punto aislado, saltos o interrupciones, es decir, que no están hechas de un solo trazo en un intervalo determinado.	V	F
Justificación:		
2. Cuando una función es discontinua en un punto, se sabe qué punto es cuando se evalúa valores de “x” cada vez más cerca de la función hasta que se alcanza el punto.	V	F
Justificación:		
3. El límite de una función, es siempre igual a evaluarlo en la función.	V	F
Justificación:		
4. El costo en dólares de remover un porcentaje de la contaminación (p) en cierto lago pequeño, se rige por la siguiente función.	V	F

$$C(p) = \frac{2500p}{p-100}$$ Un político en campaña promete remover el 100% de los contaminantes en el Lago, ¿Será esto posible? Argumenta tu respuesta		
Justificación:		
5. Escribe con tus propias palabras la definición de límite de una función en un punto.		

Anexo 2. Propuesta de las cinco microlecciones previas a la prueba piloto.

MICROLECCIÓN 1

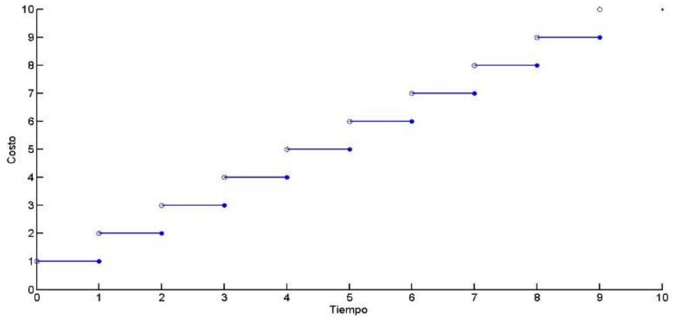
ACTIVIDAD DE APERTURA

UN PLAN TELEFÓNICO

- Se realizan preguntas introductorias**.** Escribir en papel bond cada pregunta para que su respuesta quede a la vista del estudiante durante toda la lección.
  - a) ¿Cómo determinas que una gráfica es una función?
  - b) Gráficamente, ¿cómo representas un intervalo abierto y uno cerrado?
  - **c)** ¿Qué es una asíntota?

Luis fue a trabajar a Estados Unidos durante sus vacaciones de verano. Para no perder comunicación con su novia, contrató un plan telefónico para su celular; el costo por cada minuto o fracción del minuto es de 1 peso. Durante el primer minuto paga un peso y en el segundo minuto paga 2 pesos.

La gráfica que representa el costo de las llamadas de Luis con respecto del tiempo que tarda hablando es:



Tiempo de la actividad: 5 minutos.

ACTIVIDADES DE DESARROLLO

Con base a los ejemplos de funciones que se muestran abajo, contesta las siguientes preguntas.

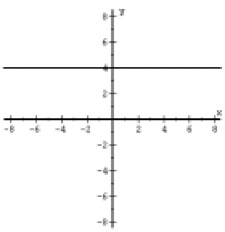
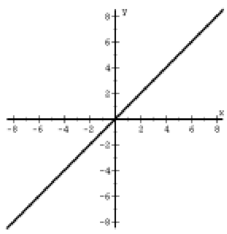
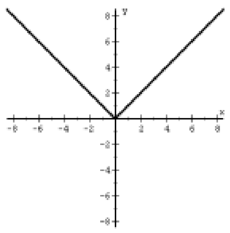
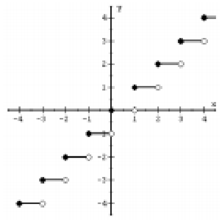
1. ¿Qué función es la gráfica que representa al plan telefónico de Luis? ___________

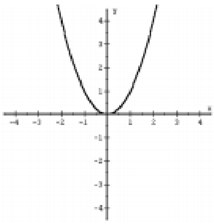
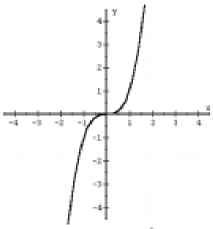
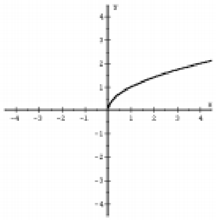
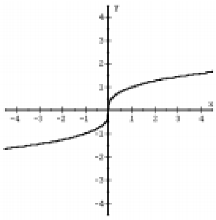
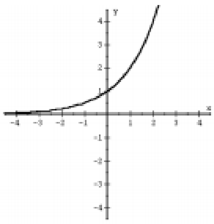
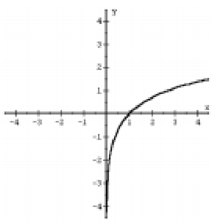
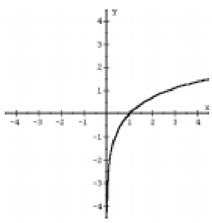
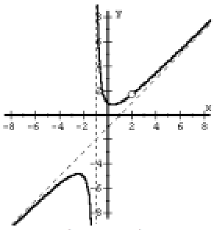
2. Una función continua es aquella que te permite graficarla sin despegar el lápiz. De no ser así, se le nombra discontinua. ¿El plan de telefonía de Luis es una función continua? _________________________

3. De las funciones ejemplificadas abajo, encierra las funciones discontinuas.

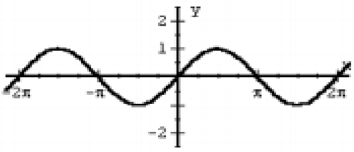
4. ¿Qué funciones discontinuas tienen asíntota(s)?_______________________

5. ¿Identificas alguna función **continua** que tenga asíntota(s)? Si sí, escribe cuál (es).______________________________

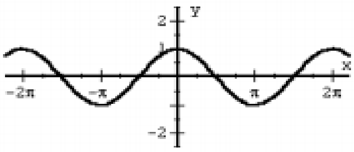
EJEMPLOS DE FUNCIONES			
CONSTANTE	**LINEAL**	**VALOR ABSOLUTO**	**ESCALONADA**
 $f(x) = a$	 $f(x) = x$	 $f(x) = \lvert x \rvert$	 $f(x) = \text{int}(x) = [x]$

CUADRÁTICA	CÚBICA	RAÍZ CUADRADA	RAÍZ CÚBICA
 $f(x) = x^2$	 $f(x) = x^3$	 $f(x) = \sqrt{x}$	 $f(x) = \sqrt[3]{x}$
EXPONENCIAL	**LOGARÍTMICA**	**RECÍPROCA**	**RACIONAL**
 $f(x) = a^x$	 $f(x) = \log_a x$	 $f(x) = \log_a x$	 $f(x) = \dfrac{(x^2+1)(x-2)}{(x+1)(x-2)}$

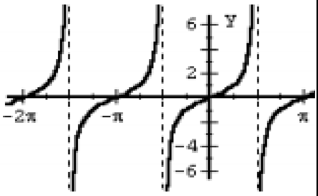
FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS



$f(x) = \sin x$



$f(x) = \cos x$



$f(x) = \tan x$

Tiempo de la actividad: 10 minutos

ACTIVIDAD DE CIERRE

- Escribe dentro del paréntesis V sí afirmación es verdadera y F, sí es falsa. (justifica tu respuesta).

Afirmación		Justificación
Si el plan de llamadas de Luis le cobrara \$1 por segundo, su función sería lineal.	( )	
Es una función cuadrática, sí el plan de Luis le cobra \$1 por llamada.	( )	

Tiempo de la actividad: 5 minutos

MICROLECCIÓN 2

ACTIVIDAD DE APERTURA

COSTOS INDETERMINADOS

El sistema de contabilidad de costos se ocupa directamente del control de los inventarios, activos de empresa y fondos gastados.

- **Se relata el problema del que se va a partir.**

Una famosa empresa refresquera determina que cuando x% de la capacidad de la planta se está utilizando, el costo total de operación "C" en miles de dólares está dado por:

$$C(x) = \frac{8x^2 - 636x - 320}{x^2 - 68x - 960}$$

La compañía tiene una política de mantenimiento rotativo en un intento de asegurar que aproximadamente el 80% de la capacidad está siempre en uso.

- Evalúa el valor de x y completa la tabla.

	x se aproxima a 80 por la izquierda→				**x se aproxima a 80 por la ←derecha**		
x	**79.8**	**79.99**	**79.999**	**80**	**80.001**	**80.01**	**80.1**
C(x)	**6.99**	**6.998**			**7.00001**	**7.0001**	**7.001**

4. ¿Qué significa que se aproxime por la izquierda?

5. ¿Qué significa que se aproxime por la derecha?

6. ¿Qué costo estima la empresa cuando la planta está funcionando al 80% de su capacidad ideal?________________ ¿qué significa?___________
7. La flecha (→) significa que se aproxima o tiende a un número tanto por la derecha como por la izquierda y L es el valor del límite. Se representa:

$$\lim_{x \to 80} \frac{8x^2 - 636x - 320}{x^2 - 68x - 960} =$$

Tiempo de la actividad: 7 minutos

ACTIVIDADES DE DESARROLLO

8. Completa la tabla evaluando el valor de x en la función y con ellos indica su límite o muestra sí este no existe subrayando el límite que lo asocia.

5) $t(x) = x^2 - x$

Por la izquierda→	**←Por la derecha**

X	1.99	1.999	1.9999	2	2.0001	2.001	2.01
t(x)		1.9970					2.0301

17) $\lim_{x\to 2} x^2 - x = -2$	18) $\lim_{x\to 2} x^2 - x = 4$	19) $\lim_{x\to 2} x^2 - x = 0$	20) $\lim_{x\to 2} x^2 - x = 2$

6) $g(x) = \frac{x^3-1}{x-1}$

	Por la izquierda→				←Por la derecha		
x	0.99	0.999	0.9999	1	1.0001	1.001	1.01
g(x)		2.997				3.003	

21) $\lim_{x\to 1} \frac{x^3-1}{x-1} = 2$	22) $\lim_{x\to 2} \frac{x^3-1}{x-1} = 4$	23) $\lim_{x\to 1} \frac{x^3-1}{x-1} = 1$	24) $\lim_{x\to 2} \frac{x^3-1}{x-1} = 3$

7) $h(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$

	Por la izquierda→				←Por la derecha		
x	-1.1	-1.01	-1.001	-1	-0.999	-0.99	-0.9
h(x)							-1.9

25) $\lim_{x\to -1} \frac{x^2-1}{x+1} = -2$	26) $\lim_{x\to -1} \frac{x^2-1}{x+1} = 2$	27) $\lim_{x\to -1} \frac{x^2-1}{x+1} = -1$	28) $\lim_{x\to -1} \frac{x^2-1}{x+1} = 1$

8) $P(x) = x - \frac{1}{x}$

	Por la izquierda→				←Por la derecha		
x	-0.09	-0.009	-0.0009	0	0.0009	0.009	0.09
P(x)			1111.11				-11.02

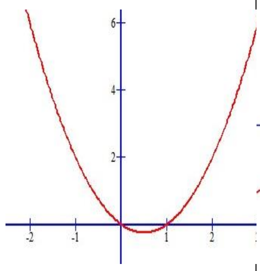
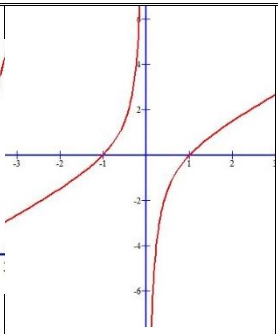
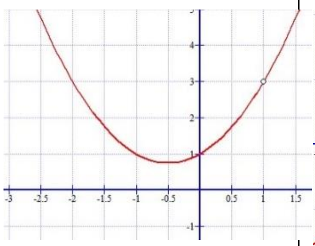
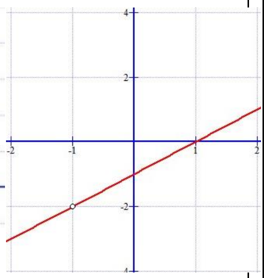
29) $\lim_{x\to 0} x - \frac{1}{x} = \infty$	30) $\lim_{x\to 0} x - \frac{1}{x} =$ $existe$	31) $\lim_{x\to 0} x - \frac{1}{x} =$ $No\ existe$	32) $\lim_{x\to 0} x - \frac{1}{x} = -\infty$

9. Al evaluar el valor de x al que tiende el límite en cada una de las funciones (el valor del recuadro gris) ¿coincide con el resultado del límite (L)? argumenta tu respuesta.

Tiempo de la actividad: 12 minutos

ACTIVIDAD DE CIERRE

10. Identifica la gráfica que le corresponde a cada uno de los límites de la actividad anterior y escribe el límite correspondiente en el recuadro justificando tu respuesta.

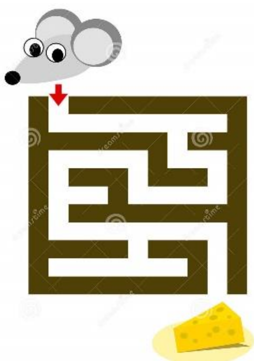
			
$\lim_{x \to a} f(a)$ existe y es igual a f(a)	$\lim_{x \to a} f(a)$ no existe	$\lim_{x \to a} f(a)$ existe pero f(a) no existe.	$\lim_{x \to a} f(a)$ existe pero f(a) no existe.

Tiempo de la actividad: 5 minutos

MICROLECCIÓN 3

ACTIVIDAD DE APERTURA

El laberinto del ratón



- Se comienza con una breve introducción:
  El estudio de los animales proporcionan resultados con un beneficio final para los humanos; los procesos para sus estudios son más fácil de llevar y se puede hacer registros por periodos de tiempo más largos con un mayor control sobre las condiciones.

- Se relata el problema del que se va a partir.

  Para estudiar la tasa de aprendizaje de los animales, un estudiante de psicología diseña un experimento en donde un ratón se manda repetidamente a través de un laberinto en el laboratorio. Suponga que el tiempo requerido para que el ratón atraviese el laberinto después de "n" repeticiones es aproximadamente es:

$$T(n) = \frac{5n+17}{n}$$

6. Encuentra el tiempo que tarda el ratón dando el número de repeticiones que te indica la tabla.

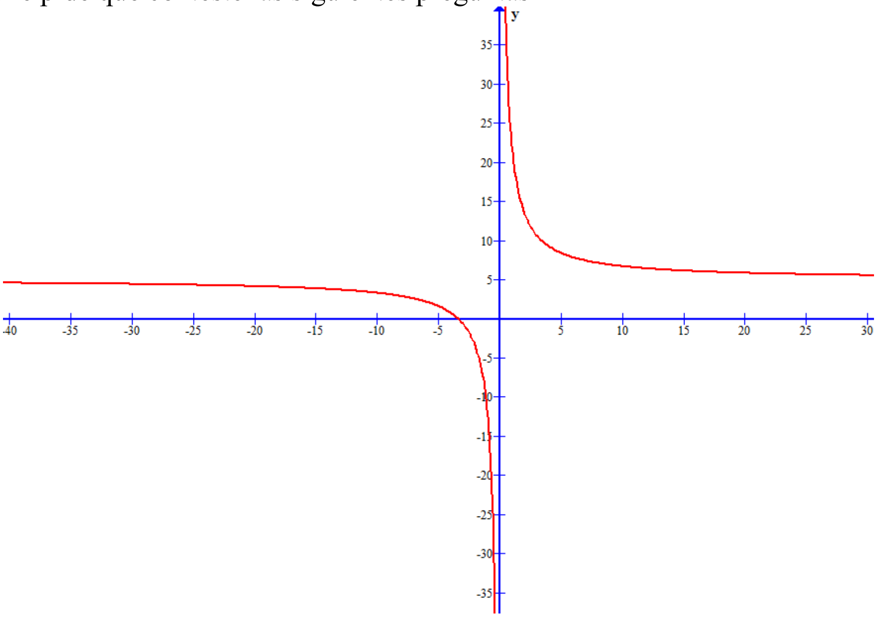
n	**1**	**2**	**10**	**20**	**100**	**200**	**1000**
T(n)		**13.5**	**6.7**	**5.85**			

7. Escribe de qué otra forma se puede escribir la fracción de la función:_______________
8. Sí realiza una repetición ¿cuál es el tiempo que le lleva concluirlo?________________
9. ¿Qué pasa con el tiempo utilizado para atravesar el laberinto si el número de repeticiones crece infinitamente?_________________¿cuál sería el tiempo mínimo que le llevaría en finalizarlo?__________________

Tiempo de la actividad: 8 minutos.

ACTIVIDADES DE DESARROLLO

- Se le pide al estudiante que observe la gráfica de la función y con base en los datos de la tabla se le pide que conteste las siguientes preguntas



10. ¿Cuál es el límite de la función cuando n toma valores positivos cada vez más grandes? Es decir ¿cuál es $\lim_{n \to \infty} \frac{5n+17}{n}$?

11. ¿Cómo se llama la recta a la que se acerca cuando x tiende a infinito en la gráfica?___________________________

Si $\lim_{n \to 0} \frac{5n+17}{n}$

	Por la izquierda→				←Por la derecha		
N	**-1**	**-0.5**	**-0.009**	**0**	**0.009**	**0.5**	**1**
T(n)			**-183.88**				

12. ¿Qué valor toma la función cuando los valores de x se acercan por la izquierda a “0”?

13. ¿Qué valor toma la función cuando los valores de x se acercan por la derecha a “0”?

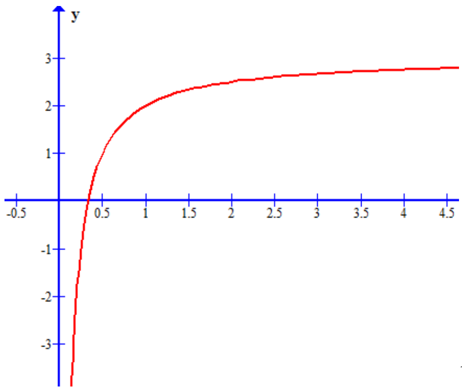
14. Cuándo los valores de x se acercan tanto por la izquierda como por la derecha a “0”¿se acerca a algún número la función?

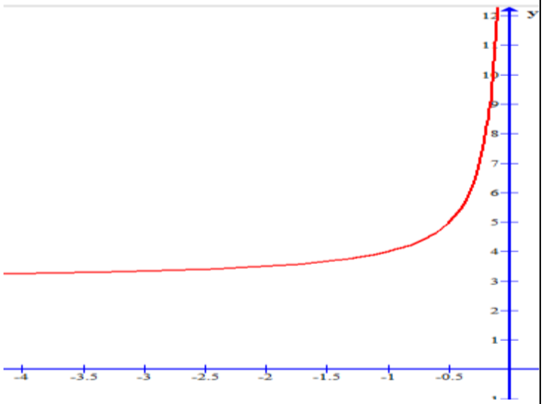
15. De acuerdo a las preguntas anteriores ¿el $\lim_{x \to 0} \frac{5x+17}{x}$ existe? Argumenta tu respuesta.

Tiempo de la actividad: 10 minutos

ACTIVIDAD DE CIERRE

16. Escribe sobre la línea el inciso de la gráfica que le corresponde a cada límite.

a) 

b) 

1. $\lim_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$ __________
2. $\lim_{x \to 0^-} f(x) = \infty$ __________
3. $\lim_{x \to \infty} f(x) = 3$ __________
4. $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 3$ __________

17. Explica la relación de las asíntotas con el límite.

____

____

____

Tiempo de la actividad: 5 minutos

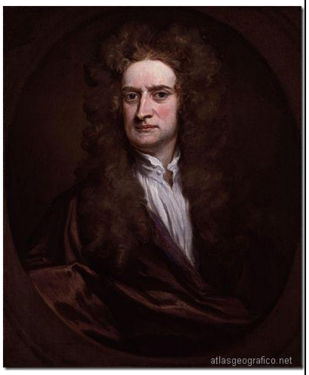
MICROLECCIÓN 4

ACTIVIDAD DE APERTURA

Atracción gravitacional al límite.

➢ Se comienza con una breve introducción sobre Newton y su ley de gravitación universal.

Issac Newton (1642-1727) fue un gran físico y matemático britanico y se preguntaba sobre la gravedad en el universo. Dedujo que debía existir una fuerza que actuará sobre los planetas para que estos se mantuvieran girando alrededor del sol. Concluyó que la fuerza que atrae a los objetos a la superficie de la tierra (el peso) y la que mantiene a los astros girando alrededor de otros astros es la misma.



Publicó su ley de gravitación universal: “La fuerza de atracción entre dos cuerpos cualesquiera es directamente proporcional al cuadrado de la distancia de separación de las mismas”

➢ Se continúa mostrando la fórmula matemática que expresa la ley gravitacional recordándoles el significado de cada una de las variables para realizar preguntas exploratorias:

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

$G = constante\ de\ gravitación\ universal\ \left(6.67 \times 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\right)$

$M\ y\ m = masas\ de\ los\ objetos\ (kg)$

$R = distancia\ de\ separación\ entre\ cuerpos\ celestes\ medida\ desde\ su\ centro\ (m)$

1. Se sabe que la gravedad te atrae hacia la tierra pero el suelo impide descender más. ¿qué pasaría con la fuerza gravitacional entre un persona y la Tierra si siguiéramos descendiendo hasta llegar al centro de ella?

Tiempo de la actividad: 5 minutos

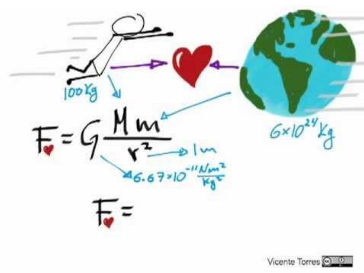
ACTIVIDADES DE DESARROLLO

Encontrando el límite de la fuerza gravitacional

➢ Se plantea un problema de fuerza gravitacional para dejar la fórmula en función de la distancia.

¿Cuál sería la fuerza de atracción entre la Tierra $(5.98 \times 10^{24}kg)$ y Mario de 100 kg, si está en la playa y cae en un agujero que lo lleva al centro de la tierra?

Se sabe que la distancia hasta el centro de la tierra es de $6.38 \times 10^{6}m$.



$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

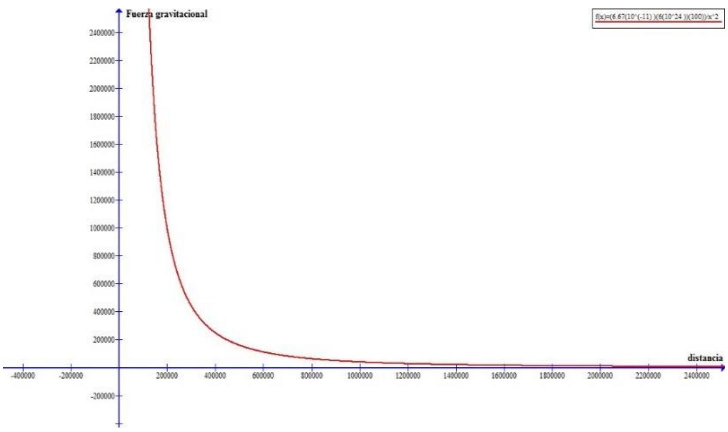
$$F(r) = \frac{(6.67 \times 10^{-11})(6 \times 10^{24})(100)}{r^2}$$

$$F(r) = \frac{4002 \times 10^{13}}{r^2}$$

- Se muestra al estudiante la gráfica hecha previamente con el programa de Graph para mostrar el comportamiento de la función cuando r se acerca a cero y al evaluarla en los datos faltantes de la tabla y contestar la actividad.

2. Con base a la gráfica que se proyecta contesta los datos que se te piden.

R	F(r)
0	
1	
100	4.002×10^{12}
200	1.0005×10^{12}
300	
400	2.5013×10^{11}
500	1.6008×10^{11}
600	1.1117×10^{11}
700	8.1673×10^{10}
800	6.2531×10^{10}
900	4.9407×10^{10}
1000	$4.002E\times 10^{10}$



3. Con base a la tabla ¿qué sucede con la fuerza gravitacional cuando la persona se acerca al centro de la tierra?________________________________

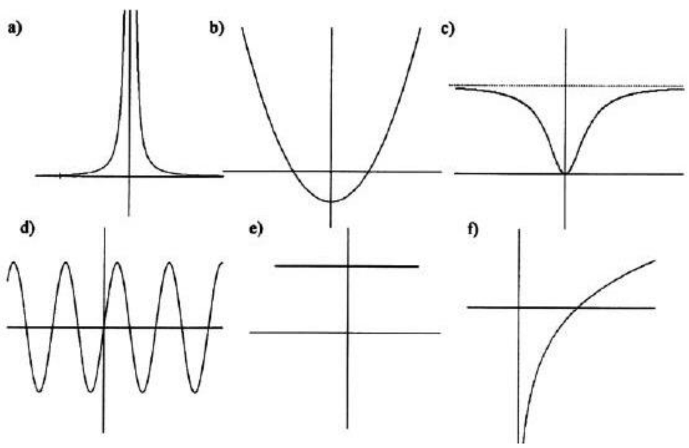
4. ¿Qué sucede con la fuerza gravitacional cuando la persona se aleja del centro de la tierra hasta salir al espacio?________________________________

5. ¿Cuál es el límite de $\lim_{r\to 0} \frac{4002\times 10^{13}}{r^2}$?=____________

Tiempo de la actividad: 8 minutos

ACTIVIDAD DE CIERRE

6. Circula las gráficas de las funciones que cumplen que existe el limite que tiende a infinito positivo ($+\infty$) y argumenta tú respuesta.



Tiempo de la actividad: 5 minutos

MICROLECCIÓN 5

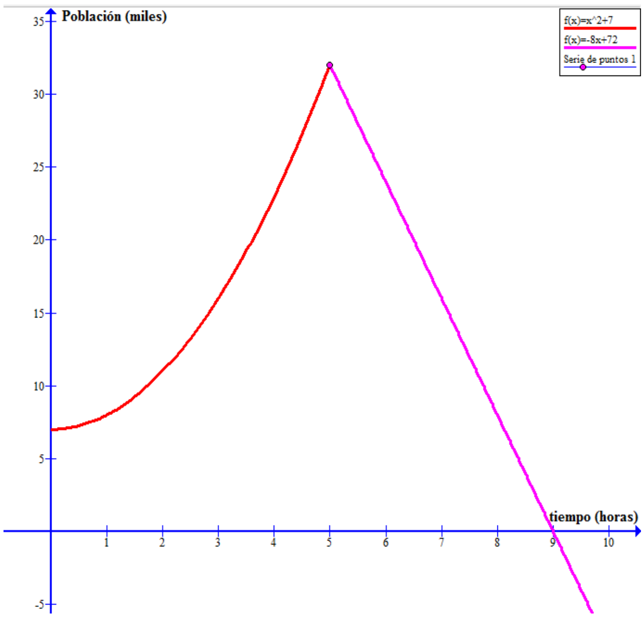
ACTIVIDAD DE APERTURA

La extinción de la bacteria

- Se comienza con el planteamiento del problema

Un médico investigador estima que t horas después de introducir una toxina en determinada colonia de bacterias, la población en miles en t minutos después de introducir una toxina se puede representar por una función a trozos:

$$F(t)=\begin{cases} t^2+7, & si\ 0\le t<5 \\ -8t+72, & si\ t\ge 5 \end{cases}$$



Límite lateral por la derecha:
$\lim_{t\to 5^+} F(t)=32$

Límite lateral por la izquierda:
$\lim_{t\to 5^-} F(t)=32$

Por lo tanto $\lim_{t\to 5^+} F(t)=\lim_{t\to 5^-} F(t)$
$\lim_{t\to 5} F(t)=32$

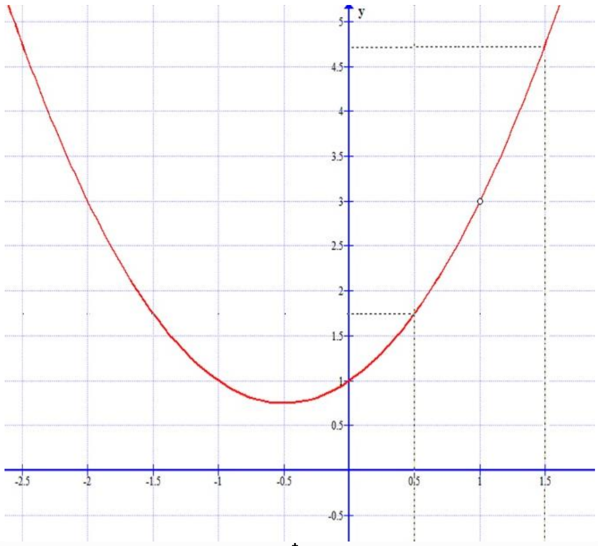
Por otro lado
$\lim_{t\to \infty} F(t)=-\infty$

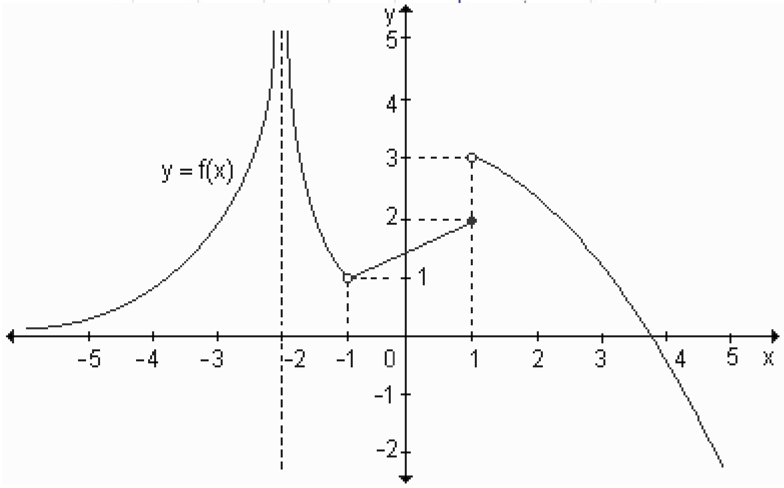
1) ¿Cuál es la población en el momento en que la toxina se introduce?
2) ¿En qué minuto es máxima la población y cuál es la población máxima de la colonia?
3) ¿Qué le sucede a la población al paso de las horas?
4) ¿Cuándo desaparece la colonia de bacterias?

Tiempo de la actividad: 7 minutos

ACTIVIDADES DE DESARROLLO

De acuerdo con la gráfica calcula los siguientes límites de la función especificando los límites laterales.





$\lim_{t \to -2} f(x) =$	$\lim_{t \to -2^+} f(x) =$ $\lim_{t \to -2^-} f(x) =$
$\lim_{t \to -1} f(x) =$	$\lim_{t \to -1^+} f(x) =$ $\lim_{t \to -1^-} f(x) =$
$\lim_{t \to 1} f(x) =$	$\lim_{t \to 1^+} f(x) =$ $\lim_{t \to 1^-} f(x) =$

Observa la siguiente gráfica correspondiente a cierta función g(x), apóyate de los trazos y observa lo siguiente:

- Sí x= 0.5, el valor de g(x)=1.75
- Sí x=1.5, el valor de g(x)= 4.75

5) Realiza los trazos necesarios para completar los siguientes enunciados:

a) Sí x= 0, el valor de g(x)=_______

b) Sí x= 0.75, el valor de g(x)=______

c) Sí x= 1.15, el valor de g(x)=______

6) ¿Qué valor tomará aproximadamente g(x) cuando x=0.9?________________

7) ¿Qué valor aproximadamente tomará g(x) cuando x=1.1?________________

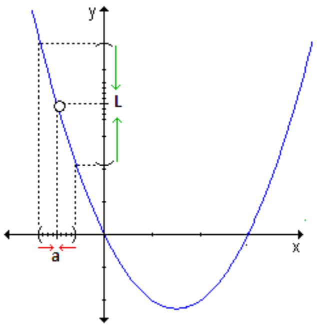
8) De acuerdo a las preguntas anteriores ¿cuál es el límite de la función cuando x tiende a 1? es decir ¿Cuál es el $\lim_{x \to 1} g(x)$? Argumenta tu respuesta

Tiempo de la actividad: 10 minutos

ACTIVIDAD DE CIERRE

9) Con base a la gráfica y las actividades realizadas escribe con tus palabras la definición de límite.

____
____
____
____



Tiempo de la actividad: 5 minutos

Anexo 3. Rúbrica de evaluación y descripción general de escala de calificación.

Objetivos de las Microlecciones	Escala de calificación					
	5	4	3	2	1	0
1. Identifica y justifica la continuidad o discontinuidad en la gráfica de una función.						
2. Relaciona la existencia de "L" con discontinuidad de una función.						
3. Calcula e interpreta valores de límites laterales de una función en una tabla para la existencia de límite.						
4. Relaciona la posible existencia de "L" con la gráfica de funciones que tienen asíntotas.						
5. Reconoce los dos tipos de límites laterales y distingue el valor de "L" dada su tabla de valores o su gráfica.						
6. Analiza el límite de una función en un punto y en infinito intuyendo "L", dada una tabla de valores o una gráfica.						
7. Explica y expresa fenómenos en los que interviene el concepto de límite.						
8. Define el concepto de límite						
Total						

Calificación	Descripción
5	Demuestra total comprensión del problema. Todos los requerimientos de la tarea están incluidos en la respuesta
4	Demuestra considerable comprensión del problema. Todos los requerimientos de la tarea están incluidos en la respuesta.

3	Demuestra comprensión parcial del problema. La mayor cantidad de requerimientos de la tarea están comprendidos en la respuesta.
2	Demuestra poca comprensión del problema. Muchos de los requerimientos de la tarea faltan de respuesta.
1	No comprende el problema.
0	No responde. No intentó hacer la tarea.

Anexo 4. Examen exploratorio y Microlecciones para uso futuro.

1. Una función es discontinua cuando la gráfica presenta algún punto aislado, saltos o interrupciones, es decir, que no están hechas de un solo trazo en un intervalo determinado.	V	F
Justificación:		
2. Cuando una función es discontinua en un punto, se pueden dar valores de "x" cada vez más cerca de él hasta que logras alcanzar el punto.	V	F
Justificación:		
3. El costo en dólares de remover un porcentaje de la contaminación (p) en cierto lago pequeño, se rige por la siguiente función. $$C(p) = \frac{2500p}{p-100}$$	V	F

Un político en campaña promete remover el 100% de los contaminantes en el Lago, ¿Será esto posible? Argumenta tu respuesta		
Justificación:		
4. El límite de una función, es siempre igual a evaluarlo en la función.	V	F
Justificación:		
5. Escribe con tus propias palabras la definición de límite.		
Límite de una función en un punto: Límite de una función que tiende al infinito:		

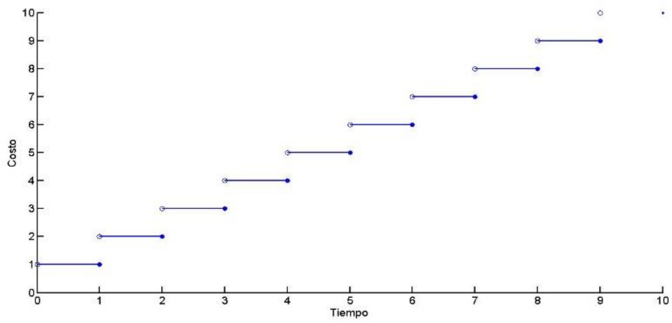
MICROLECCIÓN 1

ACTIVIDAD DE APERTURA

UN PLAN TELEFÓNICO

Luis fue a trabajar a Estados Unidos durante sus vacaciones de verano. Para no perder comunicación con su novia, contrató un plan telefónico para su celular; el costo por cada minuto o fracción del minuto es de 1 peso. Durante el primer minuto paga 1 peso y en el segundo minuto paga 2 pesos.

La gráfica que representa el costo de las llamadas de Luis con respecto del tiempo que tarda hablando es:

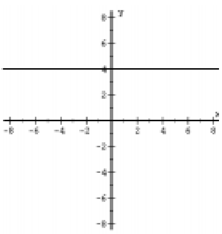
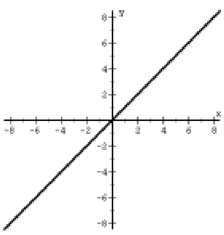
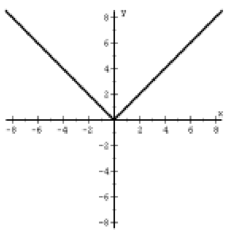
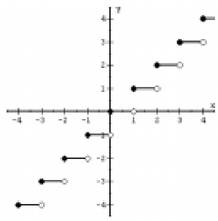


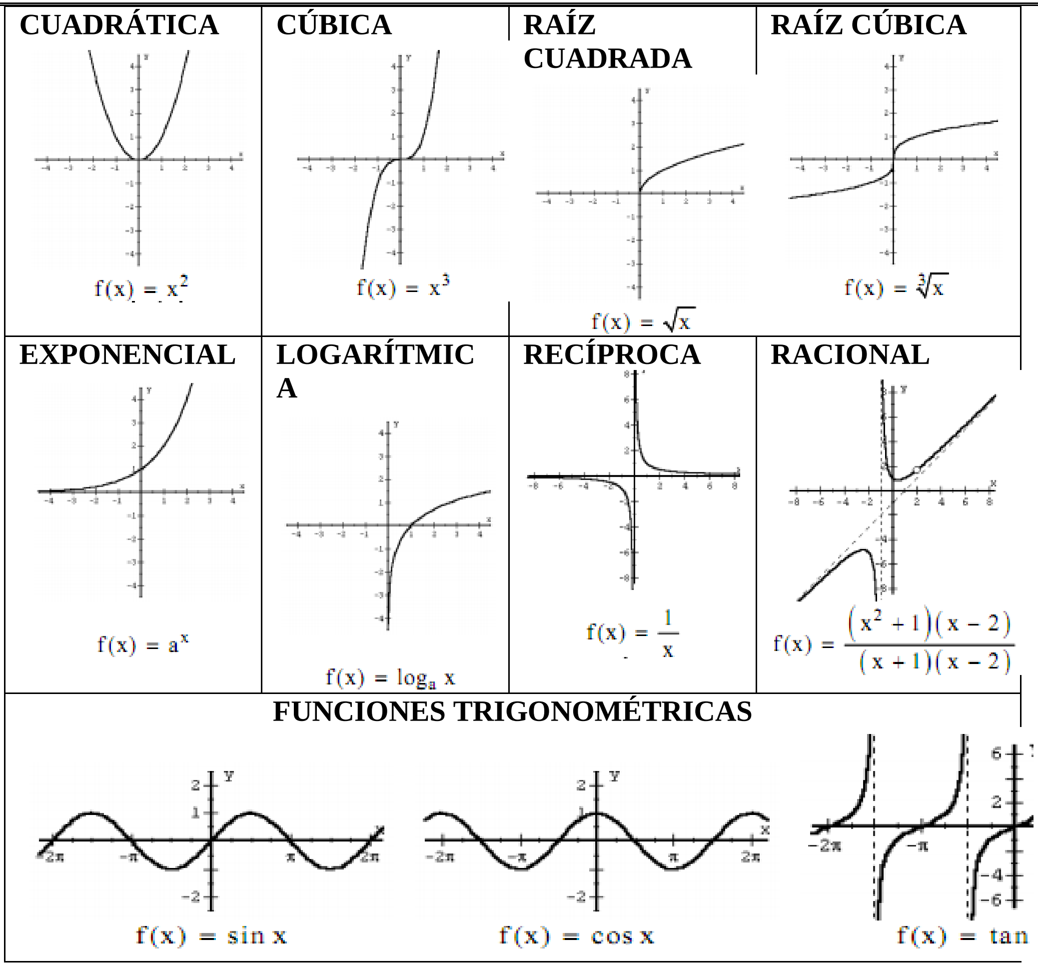
Tiempo de la actividad: 5 minutos.

ACTIVIDADES DE DESARROLLO

Con base a los ejemplos de funciones que se muestra abajo, contesta las siguientes preguntas.

6. ¿Qué función es la gráfica que representa al plan telefónico de Luis? ___________
7. Una función continua es aquella que te permite graficar sin despegar el lápiz. De no ser así, se le nombra discontinua. ¿El plan de telefonía de Luis es una función continua? _________________________
8. De las funciones ejemplificadas abajo, encierra las funciones discontinuas.
9. ¿qué funciones discontinuas tienen asíntota(s)?_______________________
10. ¿Identificas alguna función **continua** que tenga asíntota(s)? Si esto es cierto, escribe cuál (es).______________________________

EJEMPLOS DE FUNCIONES			
CONSTANTE	**LINEAL**	**VALOR ABSOLUTO**	**ESCALONADA**
 $f(x) = a$	 $f(x) = x$	 $f(x) = \lvert x \rvert$	 $f(x) = \text{int}(x) = [x]$



Tiempo de la actividad: 7 minutos

ACTIVIDAD DE CIERRE

Escribe dentro del paréntesis V sí la afirmación es verdadera y F, sí es falsa. (Justifica tu respuesta).

Afirmación		Justificación
Si el plan de llamadas de Luis le cobrara \$1 por segundo, su función sería lineal.	( )	
Es una función cuadrática, sí el plan de Luis le cobra \$1 por llamada.	( )	

Tiempo de la actividad: 5 minutos

MICROLECCIÓN 2

ACTIVIDAD DE APERTURA

COSTOS INDETERMINADOS

Una famosa empresa refresquera determina que cuando x% de la capacidad de la planta se está utilizando, el costo total de operación "C" en miles de dólares está dado por:

$$C(x) = \frac{x^2 - 6400}{x - 80}$$

La compañía tiene una política de mantenimiento rotativo en un intento de asegurar que aproximadamente el 80% de la capacidad está siempre en uso.

1. Evalúa con tu calculadora el valor de x =79.999 en $C(x)$ y completa la tabla.

$$C(79.999) = \frac{[(79.999)^2 - 6400]}{[79.999 - 80]} =$$

x se aproxima a 80 por la izquierda→					**x se aproxima a 80 por la ←derecha**		
x	**79.9**	**79.99**	**79.999**	**80**	**80.001**	**80.01**	**80.1**
C(x)	**159.9**	**159.99**			**160.001**	**160.01**	**160.1**
Tiende a ________ por la izquierda					**Tiende a _160_ por la derecha.**		

2. La flecha (→) significa que se aproxima o tiende a un número tanto por la derecha como por la izquierda y L existe si tiende al mismo valor por los dos lados. Se representa:

$$_{x \to 80} \frac{x^2 - 6400}{x - 80} = L$$

En la tabla, el valor al que tiende es L=__________miles de dólares.

3. Evalúa x =80 en la función y contesta ¿Qué costo de operación estima la empresa cuando la planta está funcionando al 80% de su capacidad ideal?________________ ¿qué significa?__________________________

Tiempo de la actividad: 6 minutos

ACTIVIDADES DE DESARROLLO

4. Sí las siguientes funciones pertenecen a diferentes empresas para determinar el costo de operación, completa cada una de las tablas escribiendo el valor al que tiende por la derecha y por la izquierda y encierra el **valor al que tiende** (L).

1) $t(x) = x^2 - x$

	Por la izquierda→				←Por la derecha		
x	**1.99**	**1.999**	**1.9999**	**2**	**2.0001**	**2.001**	**2.01**
t(x)	**1.9701**	**1.9970**	**1.9997**		**2.0003**	**2.003**	**2.0301**
	Tiende a ________ por la izquierda				**Tiende a ________ por la derecha**		

1) $\lim_{x\to 2} t(x) = -2$	2) $\lim_{x\to 2} t(x) = 4$	3) $\lim_{x\to 2} t(x) = 0$	4) $\lim_{x\to 2} t(x) = 2$

2) $g(x) = \frac{x^3-1}{x-1}$

	Por la izquierda→				←Por la derecha		
x	**0.99**	**0.999**	**0.9999**	**1**	**1.0001**	**1.001**	**1.01**
g(x)	**2.9701**	**2.997**	**2.9997**		**3.0003**	**3.003**	**3.03**
	Tiende a ________ por la izquierda				**Tiende a ________ por la derecha**		

1) $\lim_{x\to 1} g(x) = 2$	2) $\lim_{x\to 2} g(x) = 4$	3) $\lim_{x\to 1} g(x) = 1$	4) $\lim_{x\to 2} g(x) = 3$

3) $h(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$

	Por la izquierda→				←Por la derecha		
X	**-1.1**	**-1.01**	**-1.001**	**-1**	**-0.999**	**-0.99**	**-0.9**
h(x)	**-2.1**	**-2.01**	**-2.001**		**-1.999**	**-1.99**	**-1.9**
	Tiende a ________ por la izquierda				**Tiende a ________ por la derecha**		

1) $\lim_{x\to -1} h(x) = -2$	2) $\lim_{x\to -1} h(x) = 2$	3) $\lim_{x\to -1} h(x) = -1$	4) $\lim_{x\to -1} h(x) = 1$

4) $P(x) = x - \frac{1}{x}$

	Por la izquierda→				←Por la derecha		
x	**-0.09**	**-0.009**	**-0.0009**	**0**	**0.0009**	**0.009**	**0.09**
P(x)	**11.02**	**111.102**	**1111.1102**		**-1111.1102**	**-111.102**	**-11.02**
	Tiende a ________ por la izquierda				**Tiende a ________ por la derecha**		

1) ${}_{x\to 0}\, P(x) = \infty$	2) ${}_{x\to 0}\, P(x) = existe$	3) ${}_{x\to 0}\, P(x) = No\ existe$	4) ${}_{x\to 0}\, P(x) = -\infty$

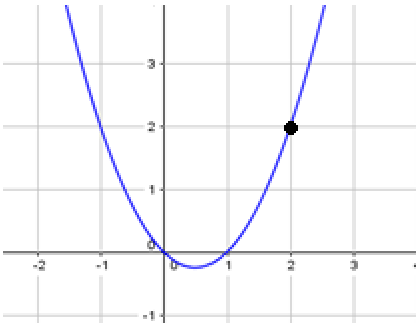
5. Evalúa y escribe el valor de “x” del recuadro gris en cada una de las funciones y tacha el (los) ejercicio(s) donde **L** (valor al que tiende por la derecha y por la izquierda) **no** es igual.

6. Si existe **L** ¿por qué es diferente el valor en las funciones que no tachaste? ____

Tiempo de la actividad: 10 minutos

ACTIVIDAD DE CIERRE

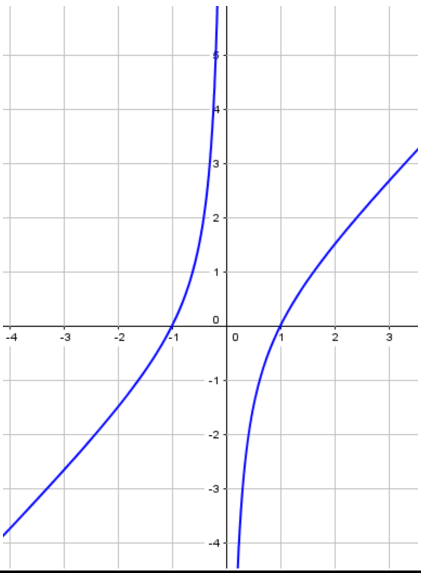
7. Identifica la gráfica que le corresponde a cada una de las funciones de la actividad anterior y relaciona con una línea la oración que le corresponde, escribiendo debajo de ella si la función es continua o discontinua.



${}_{x\to 2}\, t(x) = x^2 - x$

L existe y es igual a **t(2)**

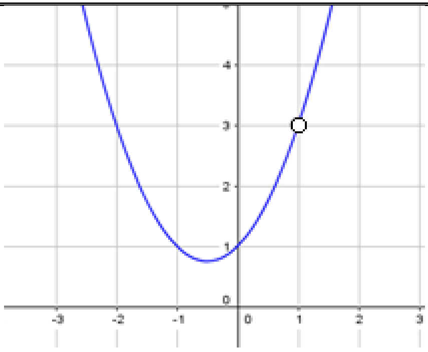
____



${}_{x\to 0}\, P(x) = x - \frac{1}{x}$

L no existe y P(0) no existe

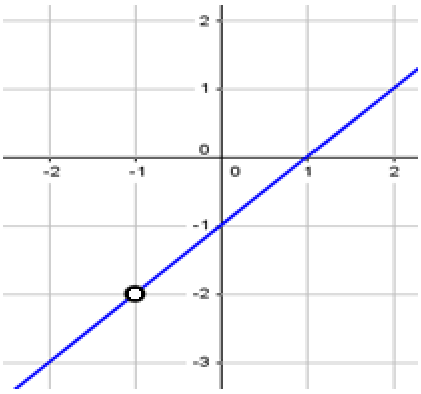
____



$$_{x\to -1}\ h(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$$

L existe y h (-1) no existe.

____



$$_{x\to 1}\ g(x) = \frac{x^3-1}{x-1}$$

L existe y g (1) no existe.

____

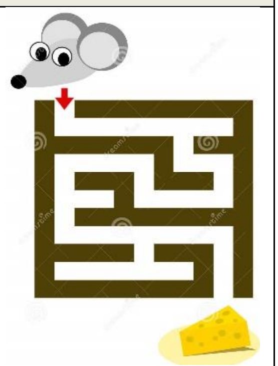
8. ¿Cuál es la relación que hay entre que exista **"L"** y que la función sea discontinua?

Tiempo de la actividad: 6 minutos

MICROLECCIÓN 3

ACTIVIDAD DE APERTURA

EL LABERINTO DEL RATÓN



Para estudiar la tasa de aprendizaje de los animales, un estudiante de psicología diseña un experimento en donde un ratón se manda repetidamente a través de un laberinto en el laboratorio. Suponga que el tiempo requerido para que el ratón atraviese el laberinto después de "n" repeticiones es aproximadamente:

$$T(n) = \frac{5n+17}{n}$$

La tabla muestra el tiempo en minutos que tarda el ratón según el número de repeticiones realizadas.

N	1	2	10	20	100	200	1000
T(n)	22	13.5	6.7	5.85	5.17	5.085	5.017

1. Escribe de qué otra forma se puede escribir la fracción de la función:_______________

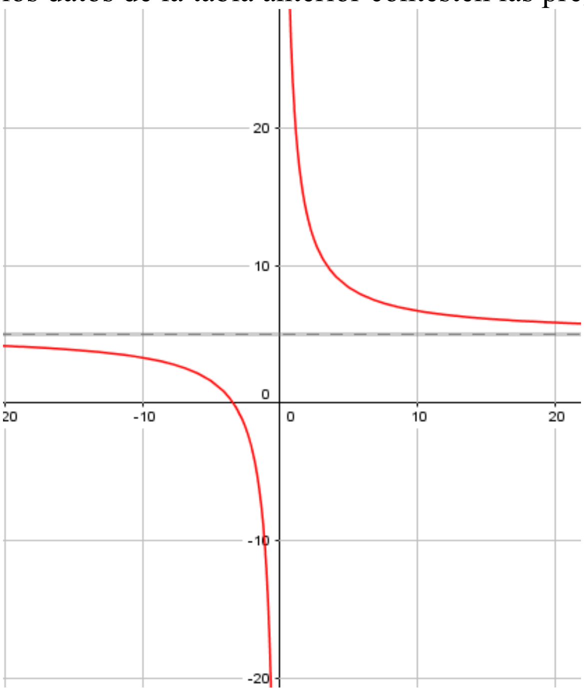
2. ¿Qué pasa con el tiempo utilizado para atravesar el laberinto si el número de repeticiones crece infinitamente?_________________.

3. ¿Cuál sería el tiempo mínimo que le llevaría finalizarlo?_______________

Tiempo de la actividad: 6 minutos.

ACTIVIDADES DE DESARROLLO

La gráfica que se muestra es de la ecuación del problema del ratón, observa y con base a los datos de la tabla anterior contesten las preguntas en parejas.



4. ¿Cuál es el valor al que tiende la función (L) cuando n toma valores positivos cada vez más grandes? Es decir, $_{n\to+\infty}\frac{5n+17}{n}=$_________

5. ¿Cómo se llama la recta a la que se acerca cuando x tiende a infinito en la gráfica?___________________________

Observa la tabla de evaluación de la gráfica cuando se acerca al punto $n = 0$ por la izquierda y por la derecha de la función ($_{n\to 0}\frac{5n+17}{n}$) :

	Por la izquierda→				←Por la derecha		
n	**-1**	**-0.9**	**-0.009**	**0**	**0.009**	**0.9**	**1**
T(n)	**-12**	**-13.88**	**-1883.88**		**1893.88**	**23.8**	**22**

6. Cuándo los valores de x se acercan tanto por la izquierda como por la derecha a “0” el valor de la función tiende a un mismos número?________ es decir ¿existe L?_________

7. No es posible tomar a $n = 0$, observa la gráfica y argumenta a que se debe.

____

____

Tiempo de la actividad: 8 minutos

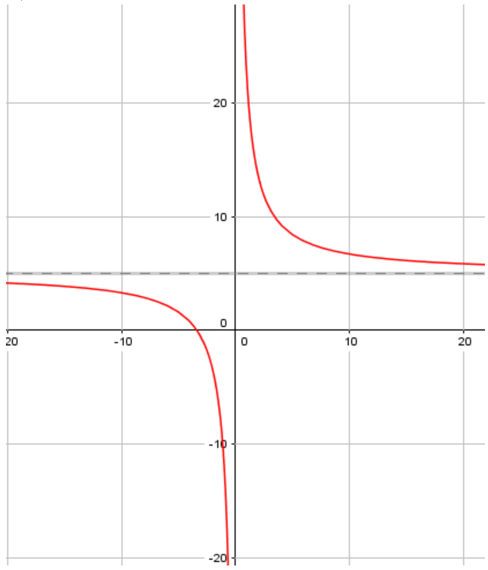
ACTIVIDAD DE CIERRE

.

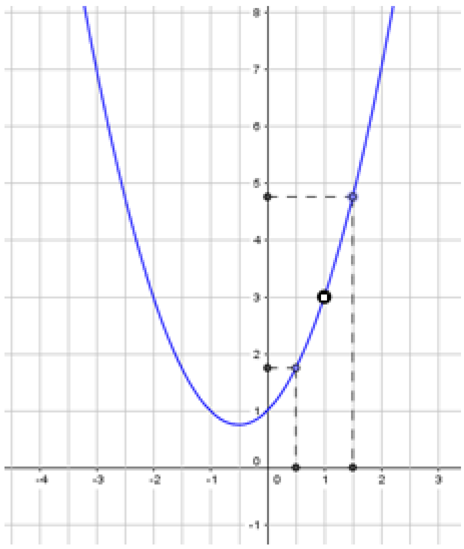
8. Escribe sobre la línea el inciso de la gráfica que le corresponde a cada expresión. Recuerda que:

$_{x\to 0^+}$ = tiende por la derecha, $_{x\to 0^-}$ = tiende por la izquierda.

a)



b)



1) $_{x\to 0^+} f(x) = \infty$

$_{x\to 0^-} f(x) = -\infty$ “L” no existe ____________________

2) $_{x\to 1^+} f(x) = 3$

$_{x\to 1^-} f(x) = 3$ “L” existe (L=3) ____________________

3) $\quad {}_{x\to\infty^{+}}\, f(x) = 5$

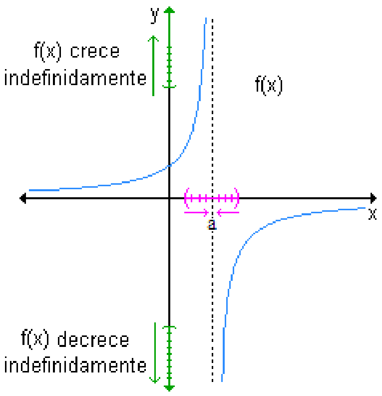
$\quad {}_{x\to\infty^{-}}\, f(x) = 5$ $\Big\}$ "L" existe (L=5) ________________

9. Explica la relación de las asíntotas con "L" en la gráfica a).

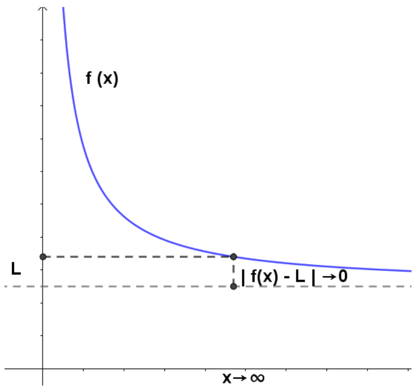
____

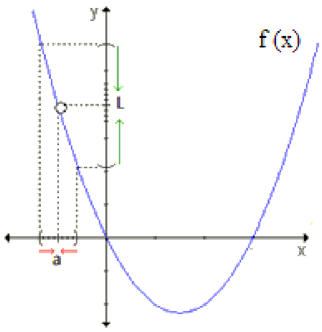
____

10. Las actividades realizadas describen el concepto de límite en matemáticas, la primer grafica que se muestra es **un caso donde no existe** el límite de la función, mientras que las otras dos sí. Con base a las gráficas completa la escritura para cada caso y **escribe con tus palabras la(s) definición(es) de límite**.



$$\lim_{x\to a} f(x) = \ No\ existe$$





Límite de una función que tiende al infinito

$$\lim_{x\to+\infty} \quad = \_\_\_$$

Límite de una función en un punto

$$\lim_{x\to} \quad = L$$

Límite es ____
____

Tiempo de la actividad: 10 minutos

Anexo 5. Microlección tres con intervención del profesor para trabajo futuro.

MICROLECCIÓN 3: EL LABERINTO DEL RATÓN

Tema general: Límites

Contenidos: Límite que tiende al infinito

Duración: Una sesión de 26 minutos.

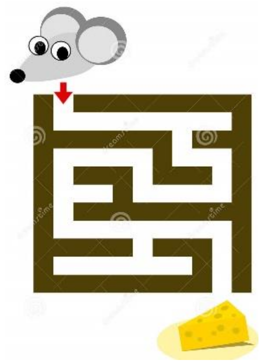
Objetivos: Que los estudiantes Interpreten los valores de una tabla en funciones que tienden a infinito; analizar y relacionar su comportamiento gráficamente con las asíntotas.

Evidencia de aprendizaje: Hojas de trabajo y videograbaciones.

Recursos: Imagen, computadora y proyector.

ACTIVIDAD DE APERTURA

El laberinto del ratón



- *El profesor da los datos introductorios sobre estudios animales en voz alta:*

  "El estudio de los animales proporciona resultados con un beneficio final para los humanos; los procesos para sus estudios son más fácil de llevar y se puede hacer registros por periodos de tiempo más largos con un mayor control sobre las condiciones"

- *Se relata el problema del que se va a partir:*

  Para estudiar la tasa de aprendizaje de los animales, un estudiante de psicología diseña un experimento en donde un ratón se manda repetidamente a través de un laberinto en el laboratorio. Suponga que el tiempo requerido para que el ratón atraviese el laberinto después de "n" repeticiones es aproximadamente:

$$T(n) = \frac{5n+17}{n}$$

➢ *Se proyecta la ecuación de la función y la tabla de evaluación de algunos valores de n.*

La tabla muestra el tiempo que tarda el ratón según el número de repeticiones realizadas.

N	**1**	**2**	**10**	**20**	**100**	**200**	**1000**
T(n)	**22**	**13.5**	**6.7**	**5.85**	**5.17**	**5.085**	**5.017**

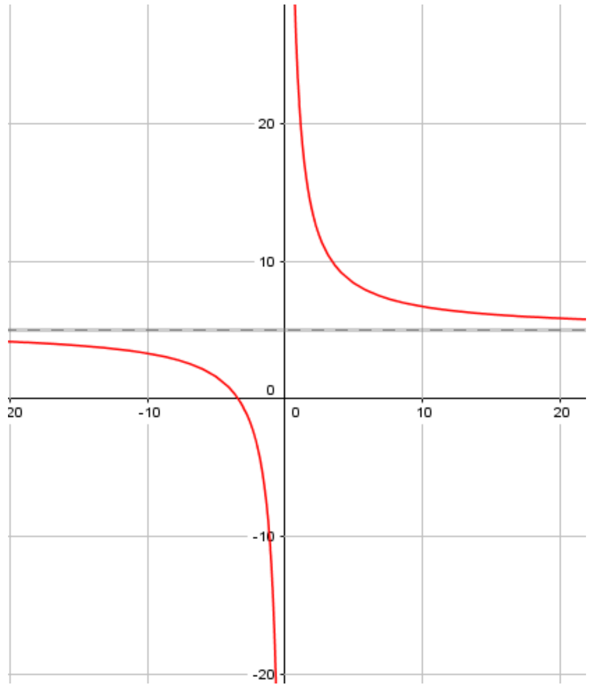
➢ *Se hace la pregunta uno al grupo para contestar en conjunto y se escribe en el pintarron la respuesta. Las preguntas dos y tres se contestan con lluvias de ideas.*

1. Escribe de qué otra forma se puede escribir la fracción de la función:_______________
2. Sí realiza una repetición ¿cuál es el tiempo que le lleva concluirlo?________________
3. ¿Qué pasa con el tiempo utilizado para atravesar el laberinto si el número de repeticiones crece infinitamente?_________________, ¿cuál sería el tiempo minímo que le llevaría en finalizarlo?__________________

Tiempo de la actividad: 8 minutos.

ACTIVIDADES DE DESARROLLO

➢ *El profesor explica a los estudiantes que la gráfica que se proyecta es de la ecuación del problema del ratón, considerando también los valores negativos de "n", haciendo notar que los valores de la derecha $(-\infty, 0)$ y los de la izquierda $(0, +\infty)$ de "n", por separado forman una función continua cada una. Se les pide que la observen y contesten las preguntas en parejas.*



4. ¿Cuál es el valor al que tiende la función (L) cuando n toma valores positivos cada vez más grandes? Es decir, $\lim_{n\to\infty^+} \frac{5n+17}{n}$=_________

5. ¿Cómo se llama la recta a la que se acerca cuando x tiende a infinito en la gráfica?_________________________

➢ *El profesor pide a los estudiantes que ahora observen el comportamiento de la gráfica de la función cuando "n" toma los valores positivos y negativos, es decir, cuando se acercan a "n=0" por la derecha y por la izquierda. Con base a la gráfica y a los datos de la tabla se le pide que contesten las preguntas en parejas.*

La tabla de evaluación cuando se acerca al punto n= 0 por la izquierda y por la derecha de la función ($\lim_{n\to 0} \frac{5n+17}{n}$) es:

		Por la izquierda→			←Por la derecha		
n	**-1**	**-0.5**	**-0.009**	**0**	**0.009**	**0.5**	**1**
T(n)	**-12**	**-29**	**-1883.88**		**1893.88**	**39**	**22**

6. Cuándo los valores de x se acercan tanto por la izquierda como por la derecha a "0" el valor de la función tiende a un mismos número?_______ es decir ¿existe L?________

7. No es posible tomar $n = 0$, observa la gráfica y argumenta a qué se debe.____

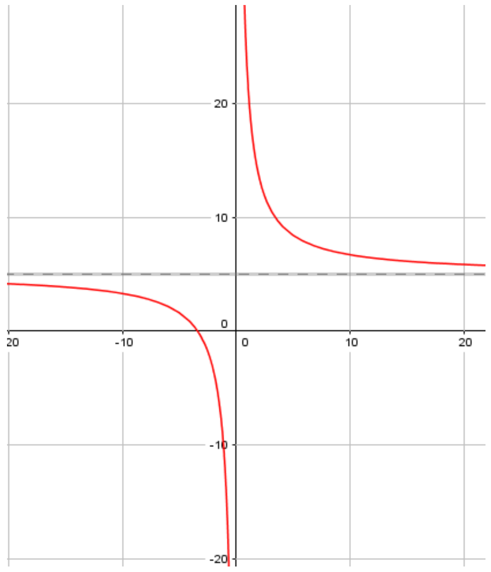
Tiempo de la actividad: 8 minutos

ACTIVIDAD DE CIERRE

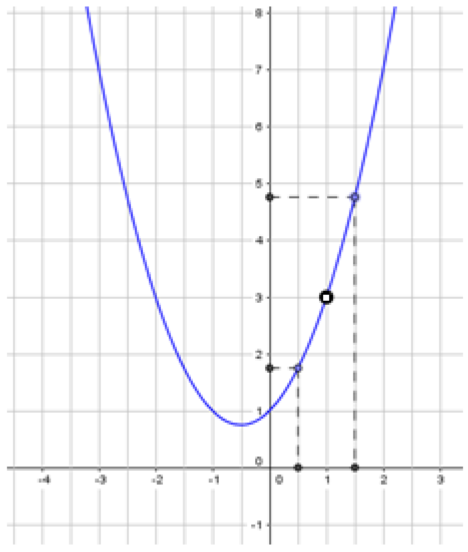
➢ *El profesor proyecta las dos gráficas y explica las instrucciones, para contestar en forma grupal el ejercicio nueve y por equipos la pregunta diez .*

8. Escribe sobre la línea el inciso de la gráfica que le corresponde a cada expresión. Recuerda que $\lim_{x\to 0^+}$ = tiende por la derecha, $\lim_{x\to 0^-}$ = tiende por la izquierda

➢



b)



4) $_{x\to 0^{+}} f(x) = \infty$
$_{x\to 0^{-}} f(x) = -\infty$ $\Big\}$ "L" no existe ____________________

5) $_{x\to 1^{+}} f(x) = 3$
$_{x\to 1^{-}} f(x) = 3$ $\Big\}$ "L" existe (L=3) ______________________

6) $_{x\to \infty^{+}} f(x) = 5$
$_{x\to \infty^{-}} f(x) = 5$ $\Big\}$ "L" existe (L=5) ______________________

9. Explica la relación de las asíntotas con "L" en la gráfica a).

____

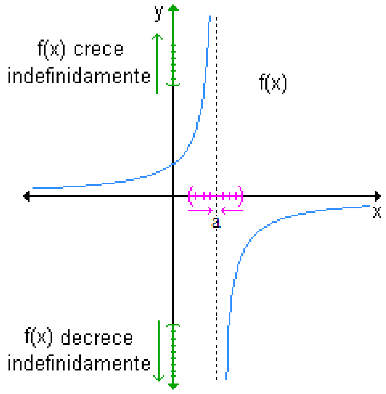
____

____

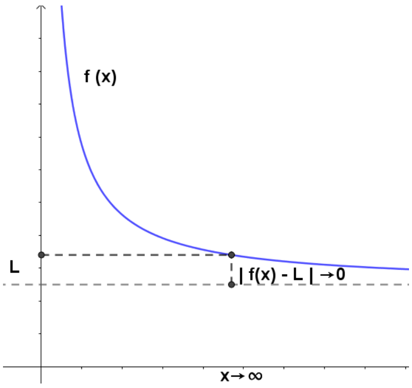
➢ *El profesor proyecta las gráficas de la que se auxiliarán los equipos para definir intuitivamente el concepto de límite, aclarando que las actividades realizadas se les omitía la palabra límite, así como su abreviación (*$\lim$ *.) en las funciones.*

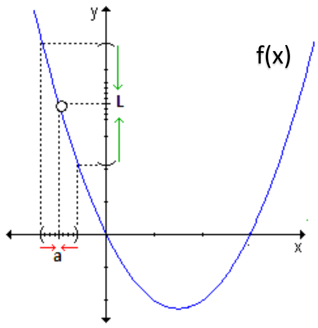
10. Las actividades realizadas describen el concepto de límite en matemáticas, la primer grafica que se muestra es **un caso donde no existe el límite** de la

función, mientras que las otras dos sí. Con base a las gráficas completa la escritura para cada caso y **escribe con tus palabras la(s) definición(es) de límite**.



$$\lim_{x \to a} f(x) = No\ existe$$





Límite de una función que tiende al infinito **Límite de una función en un punto**

$$\lim_{x \to +\infty} \quad = \_\_\_$$

$$\lim_{x \to} \quad = L$$

Límite es

____

____

Tiempo de la actividad: 10 minutos