



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Programa de Maestría y Doctorado en Música

Facultad de Música

Instituto de Investigaciones Estéticas

Infinitos puntos entre el Sí y el No:

Perceptos en la creación musical

TESIS

QUE, PARA OPTAR POR EL GRADO DE MAESTRO EN MÚSICA (Composición Musical),

PRESENTA

Juan Nicolás Jaramillo Ramírez

Tutor

Julio Estrada Velasco

Facultad de Música e Instituto de Investigaciones Estéticas

CD. MX. Mayo de 2022



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Contenido

1. Filosofía de la percepción difusa de la música	6
1.1. Antecedentes clave	7
1.1.1. Julio Estrada	8
1.1.2. Espacios conceptuales	14
1.1.3. Teoría de conjuntos difusos.....	16
1.2. Percepción	22
1.2.1. Estímulos.....	23
1.2.2. Sensaciones	26
1.2.3. Conceptos.....	31
1.2.4. Características generales de los perceptos.....	35
1.3. Lo difuso	40
1.3.1. Ser y no ser a la vez.....	41
1.3.2. Sinónimos.....	43
1.3.3. Conceptos asociados no sinonímicos	45
1.3.4. Conceptos parcialmente sinonímicos con lo difuso	47
1.3.5. Lo nítido.....	49
1.3.6. Exploraciones recientes.....	49
2. Los relieves del tiempo	51
2.1. Geometría Musical	51
2.1.1. Espacios conceptuales y música.....	51
2.1.2. Geometría difusa	55
2.2. Percepción de intensidad	61
2.2.1. Energía e intensidad	61

2.2.2.	Discernimiento de la intensidad del sonido.....	64
2.2.3.	Micro-intensidades	68
2.3.	Perceptos de altura.....	73
2.2.1.	El sonido de alturas definidas.....	74
2.2.2.	Sonidos de alta frecuencia y la amalgama <i>sonido-ritmo</i>	78
2.4.	Perceptos de temporalidad	80
2.4.1.	Microestructuras rítmicas	82
2.4.2.	Ritmo en el presente perceptivo	84
2.4.3.	Formas.....	89
2.5.	Identidades dinámicas	93
2.5.1.	Cartografías de las trayectorias	94
2.5.2.	Secuencia y superposición de identidades dinámicas	99
2.6.	El horizonte interestelar del <i>ruido</i>.	102
3.	Hacia una estética de lo difuso	106
3.1.	Historia de las obras.....	107
3.1.1.	Fantasia del 12 de septiembre de 2012.....	108
3.1.2.	Proceso de llegada a un cuarteto de cuerdas	109
3.1.3.	Proceso de llegada a la obra de piano.....	111
3.2.	Teoría de conjuntos en la creación musical – Metodología de la creación	112
3.2.1.	Puntos de partida	112
3.2.2.	Dibujo del cuarteto de cuerdas	116
3.2.3.	Transformaciones topológicas de las trayectorias en la obra de piano.....	117
3.2.4.	Combinaciones	119
3.3.	Notación	124
3.3.1.	Notación específica del cuarteto de cuerdas.....	125

3.3.2. Notación de la obra para piano.....	130
Glosario: Términos tomados de la obra de Julio Estrada:	134
Apéndice 1: Bases de la teoría de conjuntos en su definición clásica	136
Apéndice 2: Fantasía del 12 de septiembre de 2012.....	137
Apéndice 3: Valores del espectro rítmico del cuarteto de cuerdas	139
Bibliografía.....	163

Agradecimientos

Quisiera agradecer a varias personas e instituciones que hicieron posible esta investigación. Primero al doctor Julio Estrada Velasco quien, con generosidad, me recibió con los brazos abiertos desde mi primera semana en México y me acompañó durante todo el proceso de investigación y creación musical. Quiero agradecerle en particular por la confianza que siempre tuvo en que este proyecto tenía sentido y por enseñarme a ejercer la libertad tanto en la creación musical como en la investigación.

Quiero agradecer también al doctor Gabriel Pareyón quien se interesó en el tema de esta investigación y me ofreció su apoyo intelectual; pero en particular por su amistad.

Agradezco al doctor Luis Alfonso Estrada quien acompañó este estudio en sus primeras etapas y que generosamente me invitó a formar parte del seminario de teoría de la música y educación auditiva donde encontré un ambiente de discusión sobre teoría que abrió muchos caminos para la realización de esta investigación.

Con especial atención, agradezco a la doctora Eunice Padilla por recibirme en su clase de clavecín y en su seminario de bajo continuo. Extiendo este agradecimiento a toda la comunidad de clavecinistas de la Facultad de Música de la UNAM quienes me escucharon y amorosamente aguantaron mis errores en varios conciertos de clavecín.

Al doctor Manuel Rocha por incluirme entre sus alumnos de composición sin ningún compromiso e introducirme al rico mundo del arte sonoro y conceptual de México.

Al doctor Roberto Morales por introducirme a SuperCollider, gracias al cual pude representar con plasticidad los perceptos que tenía en mi imaginación y me propulsó a una nueva manera de escucharme.

Al Maestro Víctor Rasgado quien desde el comienzo me abrió las puertas de su casa, me apoyó enteramente en este arriesgado proyecto y me incluyó en el diplomado de composición que me permitió presentar mi obra en México y conocer a muchos colegas a quienes llegué a estimar y a admirar.

Con muchísimo cariño a Maria Cristina Galvez, (ella insiste en que su nombre no lleve tildes) quien me recibió en su casa con total desinterés y me enseñó el delicado arte de vivir en la Ciudad de

México. Sin su apoyo mi estadía en este bello país habría sido infinitamente más difícil. Cristina esta tesis se debe a usted, y en usted tengo una verdadera amiga.

Agradezco también a los musicólogos de mi generación quienes me aceptaron en su círculo siendo yo un simple compositor. En especial a Atsumi Ruelas, Mario Cabuto, Pablo Mendoza e Hirepan Solorio en quienes encontré buenos amigos dispuestos a escuchar mis inquietudes exóticas.

También a mis buenos compañeros de tecnología y de composición que me confrontaron con ideas nuevas acerca de la música y me escucharon con interés. A Julio Gándara, Edmar Soria, Jorge Elizondo.

Un factor determinante en la producción de esta tesis fue el apoyo económico de la UNAM mediante la beca que me otorgó durante dos semestres y que garantizó mi permanencia en México.

Finalmente, quiero dedicar esta tesis a mi familia: José Guillermo mi padre que en paz descanse, mi madre Gloria Isabel, mi hermana María Paulina, mi esposa Itzul y, sobre todo, a mi hija:

Magdalena

1. Filosofía de la percepción difusa de la música

La presente disertación trata de la relación, mediante el uso de *perceptos*, entre la percepción y la creación musical.¹ Por percepto se entienden aquellas construcciones mentales suscitadas por la percepción en las que se conjuntan las sensaciones y los conceptos. Los perceptos musicales son manipulables por el sujeto y pueden ser fijados en una obra musical, por lo tanto, en esta investigación se les considera como los elementos perceptibles constitutivos de la música.² La tesis aquí planteada se resume en la proposición de que el percepto musical es *difuso*. Es decir, que sus límites son perceptivamente imprecisos y, sin embargo, son discernibles de su ambiente, lo que permite identificarlos y clasificarlos en conceptos. De lo anterior se conjetura que la estructura de los perceptos, así como su forma de interrelacionarse puede ser descrita en términos de *conjuntos difusos*. Esto es, conjuntos que admiten un continuo de grados de pertenencia por parte de sus miembros.

A partir de este marco filosófico se profundiza en una estética de lo difuso. Para ello, el proyecto de investigación se compone de dos productos principales: dos obras musicales y el presente texto. Las obras musicales son:

- a. obra para piano
- b. cuarteto de cuerdas

Dichas creaciones están relacionadas con las nociones teóricas expresadas en el texto; a lo largo del cual se encontrarán varias referencias al trabajo creativo cuyo propósito es el de conectar ambos productos. A su vez, ambas obras musicales retroalimentan la investigación realizada. La interdependencia de la investigación y las creaciones específicas que la acompañan implica que éste no sea un texto universal acerca de la creación musical sino una exploración profunda en torno a la materia de la música³ desde una orientación creativa. Por lo anterior, se pide al lector comprender el uso de la primera persona en los momentos en los que se abordan las obras, pues estas nacen de un proceso de creación personal cuya universalización no hace parte del alcance ni de las pretensiones de este trabajo.

En adición a esto, la tesis está escrita en el entronque de varias disciplinas: la filosofía de conceptos, la psicología de la percepción, la teoría matemática de conjuntos difusos y la musicología. Sin embargo, todas ellas están supeditadas a la perspectiva de la creación musical en tanto que

¹ El ámbito de la creación musical es un campo de estudio propuesto por Estrada en diversos trabajos; un resumen de ello se puede encontrar en Estrada, 2013, pp. 7-15.

² No todos los elementos constructivos de la música son perceptibles. Un ejemplo de esto son las transformaciones propias de las series de doce sonidos. El índice de transposición y sus inversiones y retrogradaciones son en extremo difíciles de escuchar; sin embargo, son el elemento constructivo con el que el compositor serialista organiza su música. En este sentido, la música serial está constituida por perceptos que no dan cuenta de su proceso constructivo.

³ El término “materia de la música” es ampliamente utilizado por Estrada y entendido aquí bajo esa misma conceptualización.

disciplina, siendo esta la única respecto de la cual este texto pretende construir un nuevo conocimiento. En suma, el propósito de la teoría de perceptos consiste en establecer un espacio donde la percepción sea el punto de encuentro de la teoría y la creación musical. Consecuentemente, los perceptos pueden ser entendidos como un terreno que permite interactuar a conceptos y a sensaciones con los impulsos creativos, los métodos y los recursos disponibles a un creador musical.

El primer capítulo de la tesis introduce y explica su contenido filosófico y musicológico. De modo general, describe la idea de percepto y aclara la noción de lo difuso al exponer ambos conceptos como marco de referencia filosófico y metodológico.

El segundo capítulo, de enfoque musicológico formal,⁴ explora desde los perceptos la intensidad del sonido como fenómeno difuso, y un ámbito informacional entre sonido, ritmo, ruido⁵ y caos que busca integrar a los continuos sonido-ritmo y sonido-ruido planteados por Estrada;⁶ de esta forma, se ofrece una descripción de los perceptos de alturas, intervalos, temporalidades rítmicas y formales.

El tercer y último capítulo presenta el proceso creativo que derivó en las obras que acompañan a esta tesis, explica la forma en la que la teoría de conjuntos difusos influyó en este proceso creativo y revisita la noción de *espacios de registro gráfico musical*⁷ en donde comparan las ideas de Peter Gärdenfors (1949–) sobre espacios conceptuales con la descripción teórica de la materia de la música de Julio Estrada (1943–).

1.1. Antecedentes clave

En adición al cúmulo interdisciplinario que rodea esta investigación, tres referencias son de particular importancia:

- el trabajo creativo y teórico de Julio Estrada (1943–), correspondiente al marco de referencia musicológico;
- las investigaciones sobre conceptos y aprendizaje de Peter Gärdenfors (1949–) que concatenan la percepción, la pedagogía y la filosofía de conceptos, y

⁴ Por musicología formal refiero a la musicología enraizada en la tradición de Guido Adler (1885) y de Eduard Hanslick (1854) que concierne a la materia de la música *per se* y no a los contextos culturales o históricos en los que se produce el fenómeno musical.

⁵ La noción de *ruido* aún elude una definición satisfactoria, problema abordado en el tercer capítulo.

⁶ En el apartado 1.1.2. se referencia la definición de este y otros términos utilizados por Estrada.

⁷ Ver Estrada, 1994, Capítulo VI.

- la teoría de conjuntos difusos planteada inicialmente por Lotfi Zadeh (1921-2017)⁸ y referenciada en múltiples investigaciones matemáticas recientes.

El propósito de estas tres vertientes es el de reconocer los aportes de estos autores con ánimo de evitar que el presente texto consista en una revisión de literatura especializada y se utilice como antecedente necesario para una reflexión original sobre el problema de los perceptos en la música y, particularmente, en la creación musical.

1.1.1. Julio Estrada

La influencia de las investigaciones de Julio Estrada se encuentra en varios textos citados a lo largo del presente trabajo. Las teorías de lo continuo y lo discontinuo sobre la materia de la música encarnadas en su disertación doctoral de 1994, *Théorie de la composition continuum - discontinuum*,⁹ así como el software MUSIIC/WIN,¹⁰ publicados en múltiples artículos,¹¹ y las investigaciones sobre imaginación que se adelantan en el Laboratorio de Creación Musical (LACREMUS – FAM/UNAM), al que asistí durante tres años y en el que se suscitaron las inquietudes¹² que llevarían a la creación de las obras que acompañan el presente texto.¹³

*Imaginación y realidad continuas*¹⁴ es un libro aún por publicar de Estrada en el que reflexiona de manera sucinta acerca de la relación entre la imaginación y la realidad en el ámbito de la creación musical. Estrada argumenta la existencia de un proceso continuo en cinco grandes etapas que relacionan continuamente a la realidad exterior con el mundo interior. Estas etapas son:

- a) “Realidad física: constituida por los dos elementos de base de la materia musical, el ritmo y el sonido, sintetizados en la noción de macrotimbre [...],”¹⁵
- b) “Teoría: ciencia de organización básica físico-acústica, matemática u otra de la materia musical;”¹⁶
- c) “Sistema: diseño de modelos representativos de selecciones individuales o colectivas a partir de la base teórica;”¹⁷

⁸ Zadeh, 1965, pp. 338-353.

⁹ Estrada, 1994.

¹⁰ Estrada y Adán, 2006.

¹¹ Estrada, 2004.

¹² El apéndice 2 contiene uno de esos resultados.

¹³ Particularmente importante a este aspecto es Estrada, 2002.

¹⁴ Estrada, 2013. La versión que estuvo a disposición de esta investigación es de 2013, para mediados de 2019 el libro sigue en prensa.

¹⁵ *Ibid.*: 16.

¹⁶ *Idem.*

¹⁷ *Idem.*

- d) “Estilo: caracterización determinada por la creatividad individual del modo de servirse de cada sistema, e”¹⁸
- e) “Imaginación: en sentido extenso, designa el campo de las pulsiones, intuiciones, fantasías, percepciones, recuerdos o construcciones del universo creativo y onírico de lo musical.”¹⁹

El aporte teórico de Estrada explora a la materia de la música desde las perspectivas de lo continuo o lo discontinuo. Para Estrada, el continuo es una característica intrínseca de ciertos fenómenos musicales como los *glissandi*, *crescendi*, *accelerandi*, entre otros. Sus principales aportes en este rubro estriban en la construcción del concepto de *macrotimbre*, también aplicable al discontinuo, y en los métodos *crono-acústicos* de conversión de la materia de la música, y en lo discontinuo en la formulación de la teoría *dl* (sigla de *distancia l*) de los intervalos que explora, organiza y jerarquiza la totalidad del potencial combinatorio de una escala cuyo máximo número de términos depende de los límites de percepción del intervalo, algo que toma como referencia la antigua noción de *coma* de Gerhardus Mercator, noveno de tono o división del intervalo de duplicación (explica) entre 53 términos.

Como antecedente clave de este proceso están las investigaciones de Julián Carrillo y de Augusto Novaro. Carrillo, exploró con cada vez mayor nivel de resolución las divisiones en partes iguales de la octava como intervalo. Refiere, por ejemplo, el uso de ciento veintiochoavos de tono y la posibilidad de describir 73000 sonidos diferentes, cantidad que supone que corresponde a la totalidad de “los sonidos que el oído humano puede percibir”.²⁰ Dicho número, mayor que el identificado por Mercator, implica diferencias interválicas mucho menores al umbral de la percepción de intervalos. A diferencia de Carrillo, Novaro²¹ se enfoca en la división aritmética de la frecuencia fundamental en partes iguales que se organizan numéricamente. Novaro distingue su enfoque de la división de la octava en intervalos iguales que fundamenta el trabajo de Carrillo (así como el de Ivan Wyschnegradsky²² mediante una operación de aproximación. Para él, las sucesiones geométricas, propias de los sistemas de temperamento igual funcionan por ser aproximaciones en ciertos casos indistinguibles de los sistemas que devienen de sucesiones aritméticas. Esta operación aproximativa es conceptualizable como una operación de pertenencia a un conjunto difuso.

¹⁸ *Idem*.

¹⁹ *Idem*.

²⁰ Carrillo, 1954. p. 65. Carrillo creía que el límite de la percepción humana era de 73000hz en contraste a los cerca de 20000 que se pueden percibir realmente, en adición, supuso que ese hecho implicaba la percepción discreta de cada uno de esos niveles de frecuencia.

²¹ Novaro, 1927.

²² Wyschnegradsky. 1932/2017.

Tanto Carrillo y Wischnegradsky como Novaro expanden el universo discontinuo de doce sonidos en una octava y lo catapultan hacia una noción implícita, la de un intervalo infinitesimalmente dividido. Este “intervalo denso” contiene sutilezas interválicas más pequeñas que el umbral de la percepción. El límite de este tipo de divisiones interválicas, cuando tiende al infinito es, en teoría, indistinguible de la noción de continuo que trabaja Estrada. Sin embargo, mucho antes de llegar a dicho límite, la percepción opone resistencia. Es aquí en donde cobra sentido teórico lo difuso, justamente como un paso intermedio y necesario entre lo discontinuo y lo continuo.

El macrotimbre es un flujo continuo de materia musical que se desplaza por un espacio n-dimensional, en donde cada dimensión corresponde a un componente de la materia de la música. Estrada lo define como “la conjunción permanente de los componentes de frecuencia, amplitud y contenido armónico del ritmo y del sonido.”²³ En un sentido básico se organiza según seis componentes, tres de sonido y tres de ritmo que corresponden a tres características fundamentales de una forma de onda: su frecuencia, amplitud y contenido armónico. En la siguiente tabla se expresa la relación entre estos factores y los seis componentes básicos de un macrotimbre. El concepto de macrotimbre, en un sentido más amplio, acepta muchos más componentes y en principio puede extenderse a aspectos que rebasan al sonido y al ritmo, como el espacio físico y las articulaciones instrumentales o vocales. Una digresión: este sentido amplio, con especial énfasis en las técnicas instrumentales de los instrumentos de cuerda, es el enfoque principal del cuarteto de cuerdas que acompaña esta investigación.

	Ritmo	Sonido
Frecuencia	Pulso	Altura
Amplitud	Ataque	Amplitud
Contenido armónico	<i>Vibrato</i>	Color

Tabla 1: Componentes del macrotimbre²⁴

El macrotimbre en su estructura básica es convenientemente representado como un conjunto de seis trayectorias individuales con respecto al tiempo, el mismo referente para todos los componentes. Estrada adiciona tres componentes correspondientes a la localización física del sonido en el espacio: altura, profundidad y lateralidad.²⁵ Esta descomposición del macrotimbre en gráficas bidimensionales

²³ *Idem.* También ver glosario en la tabla 3.

²⁴ Resumido en *Ibid.* p. 69.

²⁵ *Idem.* El término altura se refiere en este caso sólo a la localización del sonido y no al resultado de su frecuencia.

es clave para el entendimiento de lo que en el segundo capítulo se presenta como la analogía entre el contexto —en particular como representación mental— y el registro gráfico, cuyos tipos de movimiento se definen como *identidades dinámicas*.²⁶

Para Estrada, la idea de macrotimbre tiene un paralelo en el universo discontinuo si se considera “a cada uno de los seis componentes rítmicos y sonoros [...] ordenado dentro de alguna escala similar”²⁷ a la estructura discontinua de la teoría tradicional de la música. En la descripción de esta estructura discontinua, Estrada organiza los materiales discontinuos de la música mediante el uso de escalas finitas. La teoría *dI* se basa en el concepto de mínima distancia entre dos elementos discretos también llamados términos al interior de una escala ordenada y finita.²⁸ Cualquier ordenamiento de dichos elementos puede estar relacionado por una unidad de distancia entre ellos. Todas las posibles combinaciones de términos dentro de una escala finita se explican mediante relaciones de mínima distancia entre los intervalos que pueden formar creando así identidades con las cuales se opera mediante la permutación. El potencial combinatorio de esta escala finita está constituido por la totalidad de identidades que lo componen. El potencial combinatorio corresponde al número total de permutaciones que una cierta identidad pueda presentar. Este número depende de la densidad de esa identidad y la cantidad de clases diferentes de intervalos que esta presente.

Como ejemplo, las alturas de la escala cromática constituyen un conjunto finito de doce elementos. Al cabo de esta enumeración aparece un *intervalo de duplicación*,²⁹ es decir, que al final de la escala, ésta se repite cíclicamente. En el caso de los términos de la escala cromática el carácter cíclico resulta evidente: DO, DO#, RE, RE#, MI, FA, FA#, SOL, SOL#, LA, LA#, SI, **DO**, DO#, RE, RE#, MI, FA, FA#, SOL, SOL#, LA, LA#, SI, **DO**, etc.³⁰

Una *identidad* es un conjunto de intervalos ordenados por su dimensión creciente y medidos por sus mínimas distancias adyacentes. Para toda identidad de intervalos hay un intervalo restante, denominado *intervalo del ciclo de la escala* que une al último intervalo con el intervalo de duplicación. Toda identidad es objeto de la permutación cíclica de sus intervalos dentro de una estructura denominada *permutaedro*. Se denomina *identidad* al orden inicial del permutaedro;³¹ orden

²⁶ La noción de *Identidad dinámica* es propuesta en Estrada, Julio. (1994) y (2013), definida intuitivamente como una forma característica de movimiento identificable en diferentes componentes del macrotimbre.

²⁷ Estrada, *op. cit.* p. 80.

²⁸ Estrada, *op. cit.*

²⁹ Estrada, *op. cit.*

³⁰ Con mayúscula cada do con el propósito de resaltar el hecho de la repetición cíclica de la escala.

³¹ Estrada y Gil, 1984, pp. 21-22.

creciente en el que se presentan en cualquier agrupación los intervalos que la constituyen; dicha identidad representa al conjunto total de permutaciones que puede generar.

Existen 77 identidades que describen a cabalidad el potencial combinatorio de una escala de 12 sonidos. Este potencial combinatorio representa de forma ordenada y sintetizada el producto cartesiano de los términos que cualquier escala presente, es decir, no es un conjunto sino un constructo matemático con un orden interno definido. En comparación con las teorías basadas en clases de alturas, de las cuales la más conocida es la de Allen Forte, la *teoría d1* se basa en *clases de intervalo*, con lo cual alcanza a reducir al mínimo los casos de agrupaciones posibles dentro de cualquier escala.³² La siguiente tabla da una relación de ellos.

Investigaciones	Cantidad de casos
Zalewski (1973) / Vieru (1980) / Halsey & Hewitt (1978)	352
Forte (1973) / Rahn (1980) / Carter (2002)	224
Morris (1988) / Mazzola (2002)	158
Estrada (1994)	77

Tabla 2: Cantidad de casos de estructuras musicales encontrados por varias investigaciones recientes según Acotto y Andreatta (2012). A excepción de Estrada, hasta ahora las demás búsquedas se basan en las clases de altura.

Los conceptos de la teoría d1 se pueden ejemplificar claramente al aplicarlos a los dedos de la mano entendiéndolos como una escala finita de 5 términos, dimensión D5. La distancia entre el dedo pulgar y el índice es 1; entre el pulgar y el dedo del corazón es 2; entre el pulgar y el anular es 3, y entre el pulgar y el meñique es 4; por último, la distancia entre el meñique y el pulgar es 1, con lo cual completa el intervalo de duplicación. Así la digitación 1-2 (pulgares e índice) pertenece a la identidad 1,4 pues hay un intervalo de mínima distancia entre el primer dedo y el segundo y 4 entre el segundo y el intervalo de duplicación. Las identidades involucran todas las permutaciones de estos intervalos, por lo cual 4,1 es una permutación de la identidad 1,4.

³² Acotto, Andreatta, 2012, p. 18.

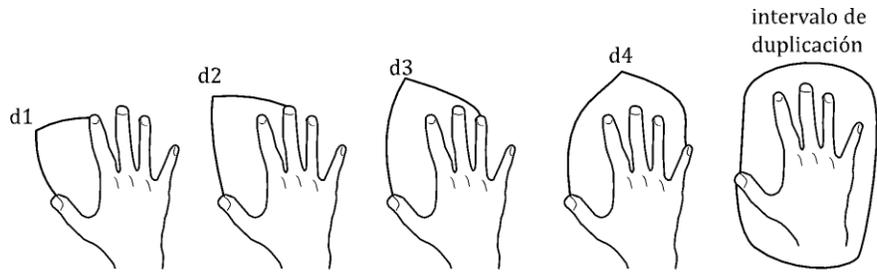


Ilustración 1. Distancia mínima explicada con los dedos de la mano, de izquierda a derecha, distancia 1, distancia 2, distancia 3, distancia 4 e intervalo de duplicación.³³

El concepto de mínima distancia es observable tanto en la relación entre identidades como en la relación de diferentes instancias de una identidad al interior de un permutaedro, por ejemplo, el paso entre las identidades 1,4 y 2,3 de la escala D5 es $d1$, pues el movimiento de un solo elemento reconfiguró la identidad de la escala que presenta la mano. Igualmente, al añadir un nuevo elemento se puede establecer una distancia mínima $d1$, por ejemplo, entre la identidad 1,4 y 1,1,3. La siguiente figura es la distribución de identidades para una escala de dimensión D5, por referirse a los dedos de la mano humana. Si se lee de izquierda a derecha se podrá observar que la aumenta la densidad en el número de intervalos, cuya densidad máxima son cinco niveles. Dos de ellos tienen dos posibles configuraciones de las identidades (los de nivel de densidad 2 y 3) y los tres restantes solo tienen una identidad.

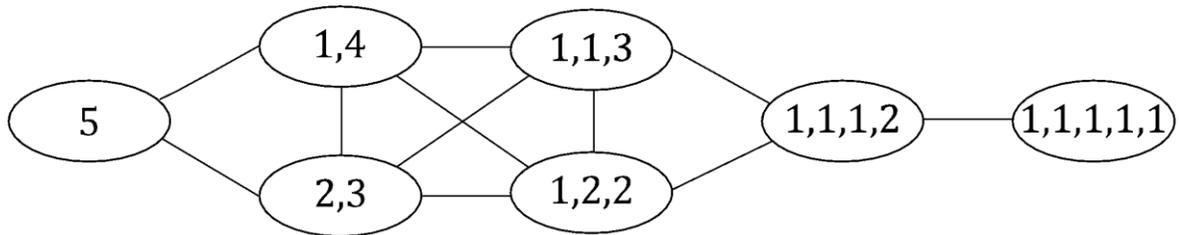


Ilustración 2. Distribución de identidades según la teoría $d1$ para una escala de 5 términos, D5. Esta distribución muestra una red en la que se organizan todas las identidades mediante relaciones horizontales y verticales de mínima distancia $d1$.

³³ Jaramillo Ramírez, 2012, p. 2.

1.1.2. Espacios conceptuales

La conversión cronoacústica propuesta por Estrada tiene puntos de encuentro³⁴ con la idea de *espacios conceptuales* de Peter Gärdenfors,³⁵ quien en su texto: *Conceptual Spaces – A Geometry of Thought* publicado en el año 2000, propone una teoría de la estructura de los conceptos que se basa en la construcción de espacios geométricos. Para Gärdenfors, estas geometrías en su conjunto forman espacios conceptuales que son regiones de espacios n-dimensionales en donde cada dimensión corresponde a una característica fenomenal o teórica de cierto concepto. Gärdenfors define a los espacios conceptuales únicamente como una clase de dimensiones cualitativas: $\{D_1, \dots, D_n\}$ que en su conjunto describen un espacio similar a la noción de espacio cualitativo en Quine.³⁶

Quine conjetura que un niño debe poseer “una suerte de espacio prelingüístico [cuyas] dimensiones relativas pueden estimarse al observar cómo aprende”.³⁷ Este espacio debe estar en capacidad de ordenar los estímulos de acuerdo a grados de similitud y de acuerdo a cómo sean captados. Quine sugiere que en estos espacios cualitativos debe existir un conjunto de umbrales de discriminación que permitan categorizar los estímulos.

Cabe discutir la no-ortogonalidad de los espacios conceptuales. La naturaleza de los perceptos musicales implica que estos no puedan ser enteramente ortogonales pues los componentes de varios perceptos sonoros por ejemplo, “la cromaticidad (*toneness*) y la altura no son realmente ortogonales [...] las ilusiones de la percepción sugieren que la cromaticidad incorpora aspectos de la altura”.³⁸ En tanto existe la sinestesia y la intersemiosis entre diferentes dimensiones cualitativas de los espacios conceptuales en los que se desarrollan los perceptos musicales, estos espacios no pueden ser ortogonales.

A las dimensiones del espacio conceptual —sus componentes—, Gärdenfors las denomina *dimensiones cualitativas*.³⁹ Estas dimensiones cualitativas cumplen la labor de constituir a los espacios conceptuales mediante la representación ordenada de las cualidades de los objetos a los que el concepto se refiere. La distancia entre puntos a lo largo de una dimensión o de un conjunto de dimensiones es equivalente al grado de similitud de dos conceptos o entre dos estímulos. Es decir que

³⁴ Ver subcapítulo 3.2.

³⁵ Gärdenfors, 2000/2004.

³⁶ Gärdenfors, 1990.

³⁷ Quine, 1960/2013, pp. 75-76. Original en inglés: “we must credit the child with a sort of prelinguistic quality space. We may estimate relative distances in his quality space by observing how he learns”.

³⁸ Leman, 1995, p. 23. original en inglés: “toneness and height are not really orthogonal, [...] The so-called illusions of perceptions suggest that toneness already incorporates aspects of height”.

³⁹ Término original en Inglés: *Quality dimensions*

los espacios conceptuales no se pueden definir sin contar con una descripción adecuada de sus dimensiones. Gärdenfors ofrece múltiples ejemplos de cómo pueden representarse espacios conceptuales que no necesariamente se conforman a un espacio euclidiano. La espiral de Shepard (1964) es un ejemplo musical pertinente (ver 2.2.1 de la presente disertación).

Las dimensiones cualitativas en muchas ocasiones están integradas. Por ejemplo, puesto que la percepción del timbre instrumental se transforma con la altura del sonido, los conceptos relacionados a timbres y alturas se hacen interdependientes atando así dos dimensiones cualitativas del sonido; tanto en lo sensorial como en lo conceptual. Las dimensiones que se puedan integrar de forma paralela o sucesiva conforman un *dominio*. En ese sentido, el continuo sonido-ritmo del que habla Estrada es en términos de Gärdenfors un único dominio conceptual. Gärdenfors define al dominio como “un conjunto de dimensiones integradas tal que pueda ser separado de todas las demás dimensiones”;⁴⁰ una propiedad de un objeto, es un sub-espacio de estos dominios y estos, a su vez, son sub-espacios del espacio conceptual. Estos dominios están ligados, en el caso de las sensaciones, por un tipo de intersemiosis en la que las condiciones de cambio de una característica sensorial afectan a otras (ver p. 27).

Gärdenfors sostiene que estas dimensiones cualitativas tienen dos interpretaciones principales, una psicológica y otra científica. La primera —también llamada interpretación fenoménica— se refiere a las habilidades cognitivas en conjunto como las percepciones y la memoria. Una dimensión cualitativa en su interpretación fenoménica, puede no ser un correlato directo del fenómeno físico que la suscita. Un ejemplo psicoacústico del propio Gärdenfors relaciona la frecuencia de un sonido con su timbre:

Aparte de la dimensión básica de la frecuencia de los tonos, encontramos una estructura posterior interesante en la representación cognitiva de los tonos. Los tonos naturales no son simplemente tonos sinusoidales de una única frecuencia sino que están constituidos por una colección de armónicos superiores. El timbre de un tono, que es una dimensión fenomenal, está determinado en su fuerza relativa por los armónicos superiores de la frecuencia fundamental del tono. [...] Así, los armónicos de un tono son esenciales en el cómo es percibido. [...] Esta estructura ‘geométrica’ adicional en la dimensión de las alturas, que puede ser derivada de la estructura de la forma de onda de los tonos, provee una explicación fundacional para la percepción de los intervalos musicales.⁴¹

⁴⁰ Gärdenfors, *op. cit.*, p. 26. Original en inglés: “a set of integral dimensions that are separable from all other dimensions”

⁴¹ *Ibid.*, p. 14. Original en inglés: “Apart from the basic frequency dimension of tones, we can find some interesting further structure in the cognitive representation of tones. Natural tones are not simple sinusoidal tones of one frequency only but constituted of a number of higher harmonics. The timbre of a tone, which is a phenomenal dimension, is determined by the relative strength of the higher harmonics of the fundamental frequency of the tone. [...] Thus, the harmonics of a tone are

Para Gärdenfors, la interpretación fenomenal se sitúa de cara a lo que él denomina el nivel *subsimbólico* del conocimiento que se relaciona con la función explicativa de las ciencias cognitivas y de ahí los modelos asociativos de la teoría de conceptos.

La interpretación científica es la que permite el cálculo y la inferencia de nuevo conocimiento mediante la manipulación de símbolos, pues sus dimensiones son deliberadas: “*escogidas* por el científico que propone la teoría o el constructor que construye un sistema”,⁴² de ahí que llame a este nivel el nivel *simbólico* del conocimiento. Debido a esto, en esta interpretación, la similitud entre los estímulos es equivalente a la similitud entre los conceptos. Es con respecto a la primera interpretación que se centra el presente estudio pues se refiere a la música en términos de cómo es percibida. Sin embargo la creación musical implica también un diálogo constante con los procesos de conocimiento simbólico de la música, no solo de sus aspectos notacionales sino de sus estructuras psicoacústicas. En la interpretación científica, el conocimiento acerca de los estímulos permite su categorización al interior de una teoría.

Para Gärdenfors, el nivel conceptual ocurre en la intersección entre los niveles simbólicos y sub-simbólicos del conocimiento. Es en ese nivel donde él encuentra posible la formulación de conceptos en términos de una aproximación geométrica.

Las teorías de Gärdenfors, en particular por su tono abstracto, sirven a este texto como una síntesis de la discusión reciente acerca de los conceptos, de su naturaleza y estructura que excede por mucho los alcances del presente trabajo. Aunado a esto, Gärdenfors ofrece una solución con visos gráficos y matemáticos, lo que permite integrar sus ideas respectivamente a las de Estrada y, en particular, a la teoría de conjuntos difusos. En particular la relación del espacio conceptual de Gärdenfors con el espacio de representación gráfica que propone Estrada.

1.1.3. Teoría de conjuntos difusos

Por convención matemática, todo objeto matemático puede ser definido como conjunto.⁴³ Sin embargo, la noción de conjunto no puede ser definida por fuera de la intuición básica de que este es

essential for how it is perceived: tones that share a number of harmonics will be perceived to be similar. The tone that shares the most harmonics with a given tone is its octave, the second most similar is the fifth, the third most similar is the fourth, and so on. This additional "geometrical" structure on the pitch dimension, which can be derived from the wave structure of tones, provides the foundational explanation for the perception of musical intervals.

⁴² Gärdenfors, *op. cit.* p. 21. Original en inglés: “*chosen by the scientist proposing the theory or the constructor building the system*”

⁴³ La teoría axiomática de conjuntos fue propuesta por Ernst Zermelo en 1908. Su reconocimiento como fundamento de todas las matemáticas también se encuentra en Zermelo, 1930; Mayberry, 2000.; Felgner, 2010, y Bagaria, 2014.

una colección de objetos. Estos objetos se relacionan con el conjunto que los contiene por una única relación: la pertenencia.

Un conjunto puede ser construido de tres maneras,⁴⁴ primero como una lista de objetos denotada, $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots a_n\}$.⁴⁵ Por ejemplo, la colección de sonidos de la escala diatónica $D = \{\text{DO, RE, MI, FA, SOL, LA, SI}\}$.⁴⁶ Segundo, con base en una propiedad necesaria para pertenecer al conjunto,

$$A = \{x \mid p(x)\}^{47}$$

donde $p(x)$ es una propiedad que x tiene que satisfacer para pertenecer a A . Esta expresión se lee como: A es el conjunto de todos los elementos x que cumplan con la propiedad p . Es posible también que se requieran varias propiedades para construir un conjunto. Siguiendo el ejemplo: Todas las alturas que pertenezcan a la escala diatónica de DO mayor serán parte del conjunto D .

Finalmente, es posible definir un conjunto mediante una función que normalmente se denomina como una *función característica*. Esta forma de definir un conjunto será el caso más concerniente a esta discusión. La función característica del conjunto A en X , suficiente para representar un conjunto clásico, es definida como,

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases}$$

donde X es un conjunto —o un universo de discurso— y A un subconjunto de X . De aquí en adelante se denotará al conjunto universo siempre como X .⁴⁸ Es decir, como una asignación de un grado de verdad. Considerando el ejemplo del conjunto de alturas naturales, un FA# tendrá un valor de 0 mientras que un FA natural tendrá un valor de 1. La función característica es entonces la verificación de un postulado.

En la lógica proposicional —aquella que trata de las proposiciones lingüísticas—, la función característica funge como un valor de verdad que tiene únicamente dos posibles resultados; cierto o falso. Esta consideración implica que según la teoría clásica de conjuntos y por ende según la lógica

⁴⁴ Klir, y Yuan, 1995, p. 6.

⁴⁵ En este texto, así como en la mayoría de los textos sobre el tema los corchetes $\{\}$ representan un conjunto y lo que esté entre ellos hace parte del conjunto.

⁴⁶ El poder agrupar alturas en conjuntos dio pie a las teorías de Allen Forte.

⁴⁷ El símbolo \mid significa: “tal que”.

⁴⁸ Según la teoría axiomática de conjuntos de Zermelo-Fraenkel, no es necesario partir de la existencia del conjunto universo. Sin embargo, el presente trabajo lo considera pues se apuntala sobre Holmes, 1998.

clásica las cosas son exclusivamente ciertas o falsas. En el anexo 1 hay una explicación formal de la teoría de conjuntos en su definición clásica.⁴⁹

Los conjuntos difusos —fundamento de la lógica difusa—, son conjuntos cuyos límites consisten en un continuo de grados de verdad o bien, “clases con un grado continuo de membresía”.⁵⁰ Esto es, que el grado de pertenencia de un elemento a un conjunto difuso no es exclusivamente 1 o 0, ‘sí’ o ‘no’— sino también los infinitos puntos entre estas antípodas. El propósito de explorar estéticamente este continuo tiene que ver con encontrar una manera de describir “la gama infinita de nuestras sensaciones”⁵¹ más allá de cualquier posible polarización teórica que se pueda plantear. Los conjuntos difusos son por lo tanto una generalización de los conjuntos en su definición clásica dentro de las matemáticas y la lógica. El término *conjunto clásico* va a ser utilizado a lo largo de esta tesis como sinónimo de conjunto en su definición clásica. Debido a esto, los conjuntos clásicos pueden ser explicados desde la teoría de conjuntos difusos y, en términos operativos, serán considerados desde esta perspectiva.

Los conjuntos difusos son la herramienta conceptual y operativa central de esta investigación pues ofrecen una liberalización del lenguaje matemático que permite una mejor descripción del fenómeno de los perceptos en creación musical.⁵² Aunque el presente texto no aborda el problema de la creación musical desde una perspectiva de la lógica, mucho de su enfoque —en un sentido actitudinal más que epistemológico— es compatible con ella; por consiguiente, se resaltan a continuación, algunas de sus características y su ubicación en el marco de las diferentes *lógicas*. Esta compatibilidad se hará patente a lo largo de la presente disertación.

Formalmente, un conjunto difuso A en un universo de discurso X es una función que asocia cada punto en X con un valor en el intervalo $[0,1]$.⁵³ Es decir,

$$\mu_A(x) : X \longrightarrow [0,1]$$

Esta función se conoce como función de membresía y es análoga a la función característica de los conjuntos difusos,

⁴⁹ El recuento más sistemático de la teoría de conjuntos en música es la tradición de *pitch-class sets* ejemplificada por Forte, 1973. véase también Straus, 2000. El propósito de esta tradición nació y permanece en el análisis de música atonal de la primera mitad del siglo XX, por el contrario, la presente disertación busca ampliar la noción de conjunto a muchas otras áreas de la música asimilándolo a la idea de concepto y especialmente a la idea de percepto.

⁵⁰ Zadeh, *op. cit.* p. 338.

⁵¹ Carrillo, *op. cit.* p. 101.

⁵² Una reflexión divulgativa al respecto se encuentra en Suiter 2010.

⁵³ Los corchetes [] se refieren a un intervalo cerrado de números reales, es decir a todos los número entre el 0 y el 1, incluyendo al 0 y al 1.

$$\mu_A(x) : X \longrightarrow [0,1]$$

En este caso, $\mu_A(x) = 1$ se refiere a una membresía total al conjunto mientras que su antípoda $\mu_A(x) = 0$ se refiere a que el elemento x no pertenece al conjunto en absoluto; no obstante, se permiten diferentes grados de pertenencia como: $\mu_A(x) = 0.3$, $\mu_A(x) = 0.001$, $\mu_A(x) = 0.7$, $\mu_A(x) = 0.31342$, etc.

Los conjuntos difusos son objeto de operaciones matemáticas que permiten modelar diversas propiedades musicales exploradas a lo largo del presente texto. Belohkelohlavek y Klir, hay cinco tipos de operadores que utilizan conjuntos difusos:⁵⁴

- a. Modificadores
- b. Complementos
- c. Intersecciones
- d. Uniones
- e. Promedios.

A lo largo del texto, se presentarán formalmente estos operadores tanto en su definición clásica tomada del texto original de Zadeh⁵⁵ como las nociones más modernas expresadas por Belohlavek y Klir,⁵⁶ Dhar,⁵⁷ Kosko⁵⁸ y Bede.⁵⁹

La lógica difusa es una forma de *lógica no clásica*. Las lógicas no clásicas son sistemas lógicos que no se limitan a dos únicos valores de verdad, representados como 1 y 0 en la lógica clásica y en el álgebra booleana que es su representación matemática más conocida. En vez de esto, las lógicas no clásicas adoptan múltiples valores. Por esta razón, también son conocidas como lógicas plurivaluadas o polivalentes.⁶⁰ Según Bueno Sánchez, las lógicas no clásicas comparten dos características:

- a) Sistemas lógicos en los que las proposiciones además de admitir los valores veritativos clásicos de *verdadero* y *falso*, admiten tres, cuatro, y más valores y que dan lugar a las lógicas polivalentes, y como extensión de estas a las lógicas difusas.

⁵⁴ Belohlavek, y Klir, 2011., p. 55.

⁵⁵ Zadeh, *op. cit.*

⁵⁶ Belohlavek y Klir, *op. cit.*

⁵⁷ Dhar, 2012, p. 55-62.

⁵⁸ Kosko, 1990, p. 211-40.

⁵⁹ Bede, 2013.

⁶⁰ La lógica clásica es una lógica bi-valuada pues sólo cuenta con dos valores de verdad: verdadero o falso. Resulta evidente que es un caso particular de las lógicas pluri-valuadas.

b) Sistemas lógicos en los que, a diferencia de la lógica formal clásica, se estudian tipos específicos de proposiciones como son las proposiciones modales, proposiciones normativas, proposiciones de tiempo, etcétera.⁶¹

Bueno Sánchez categoriza las lógicas no clásicas en dos grandes ramas, cada una de ellas con tres subramas. La siguiente tabla ejemplifica la taxonomía que propone.

Lógicas de polivalencia finita	Lógicas con un “determinado conjunto de valores veritativos” ⁶²
	Lógicas n -valentes, donde n es un número natural.
	Lógicas con una “clase de conjuntos finitos de valores” ⁶³
Lógicas de polivalencia infinita	Lógicas de polivalencia infinita-numerable
	Lógicas continuas
	Lógicas trascendentes.

Tabla 3. Diferentes tipos de lógicas de acuerdo con Bueno Sánchez (2012)

La lógica infinito-valente fue propuesta por primera vez por los matemáticos polacos Jan Lukasiewicz (1878-1956) y Alfred Tarski (1902-1983) en 1930. Esta es una lógica continua y es la base de la lógica difusa planteada por Zadeh. Tal y como este último la propuso, la lógica difusa es una combinación de las lógicas continuas con las infinitas-numerables.

Pese a que la lógica difusa ha sido extensivamente aplicada en ingeniería, diseño de sistemas expertos o economía, entre otras aplicaciones,⁶⁴ en el campo de las humanidades y en el de las artes ha sido menor su impacto. En parte, este fenómeno puede deberse al rechazo que generó entre lingüistas y psicólogos durante sus primeros años;⁶⁵ en particular, los trabajos de Kamp,⁶⁶ Osherson y Smith.⁶⁷ En música, el problema ha sido estudiado más recientemente por Ian Quinn⁶⁸ quien expone

⁶¹ Bueno Sánchez, 2012, p. 51.

⁶² *Ibid.* 52.

⁶³ *Idem.*

⁶⁴ Heister, 2013, pp. 241-251.

⁶⁵ Una respuesta a las diversas objeciones a la teoría de conjuntos difusos como descriptor conceptual puede encontrarse en Smith, 2017: 3761-87.

⁶⁶ Kamp, 1975.

⁶⁷ Osherson y Smith, 1981, p. 35-58.

⁶⁸ Quinn, 1997, p. 232-63.

una extensión de la teoría de contornos de Robert Morris y Elisabeth Marvin. El texto de Morris⁶⁹ abunda sobre un índice de similitud (más exactamente un índice de disimilitud) entre conjuntos de clases de altura que Quinn interpreta como contornos melódicos y le encuentra aplicaciones en ejemplos musicales del siglo XX.

El problema específico que Quinn trata de resolver es, si dada una colección de contornos melódicos M , un contorno nuevo x podría ser incluido como similar a los demás. Quinn parte de un supuesto de importancia filosófica y matemática para la presente discusión: que la relación de similitud entre objetos es, en realidad, una equivalencia difusa. Posteriormente, evalúa diferentes propuestas, donde contrasta las posiciones de Marvin y de Morris para encontrar sus faltantes. Finalmente, propone y elabora una explicación de su propia propuesta de extensión mediante conjuntos difusos.

Por su parte, el musicólogo Hanns-Werner Heister ha observado que entre las aplicaciones de la lógica difusa está el análisis musical. Su argumento parte del reconocimiento de que la música tiene una lógica interna y plantea como ejemplo una observación de que los motivos musicales se manifiestan como instancias de un prototipo que puede ser interpretado como el núcleo de un conjunto difuso, es decir, aquellos valores de la función de membresía iguales a 1. Heister reconoce esta estructura de interrelaciones como un caso de dialéctica que Hegel había definido en su diferenciación entre *Wesen* y *Erscheinung*⁷⁰ (ente y apariencia) y la extiende a los aspectos performativos, constructivos e históricos de la música.^{71 72}

En el transcurso de esta tesis no se tratará directamente de *lógica difusa* sino solamente de la *teoría de conjuntos difusos*. Esto, debido a que se busca explorar el espacio musical asumiendo de antemano que éste no depende de ningún sistema sino de una realidad sonora, estética y práctica, así como del dictamen del imaginario. Debido a ello el uso que se le pretende dar a la teoría de conjuntos difusos no es el de aplicar sus consecuencias lógicas a la generación de sistemas, bien sean de composición musical o de cualquier otro tipo, sino el de explorar en la creación musical este espacio de forma libre e intuitiva. Siguiendo la noción matemática de que la teoría de conjuntos está en el fundamento de las matemáticas; se asume que centrarse sobre la teoría de conjuntos más que sobre la lógica puede ser un enfoque de mayor amplitud. Adicionalmente, el apéndice 1 resume la teoría

⁶⁹ Morris, 1980, pp. 445-60.

⁷⁰ Hegel, 2000.

⁷¹ Heister, 2012, pp. 423-450.

⁷² Heister, *op. cit.*

matemática de conjuntos en su definición clásica que sirve para contextualizar a la teoría de conjuntos difusos.

1.2. Percepción

Esa materia intangible que recorre el laberinto auditivo y envuelve a la percepción, la memoria, la imaginación o la emoción, que sin raciocinio patente se manifiesta ante nosotros para captarse mediante el intercambio que hace el yo con eso que suena y se mueve, es la música.

Julio Estrada⁷³

La percepción es el proceso subjetivo mediante el cual se experimenta —se ubica, se identifica y se describe—, la realidad externa así como las realidades internas, tales como la imaginación, las ilusiones y las alucinaciones.⁷⁴ Proviene del verbo latino *perceptio* o *perceptiōnis* que contiene el prefijo protoindoeuropeo *per-* (por completo) y latino *capere* (capturar); es decir, la capacidad de capturar por completo. La percepción, en este sentido de completitud, es un proceso en el cual se concatenan las sensaciones con los conceptos. Es decir, los sentires provocados por cualesquiera estímulos que sean presentados ante un sujeto asociados a los contenidos mentales propios de dicho sujeto. Los perceptos son objetos mentales privados —objetos cuyo ámbito de existencia es la mente subjetiva y que son susceptibles a diferentes tipos de manipulación cognitiva— que resultan de este proceso y el objeto de investigación-creación principal en las obras musicales que acompañan esta disertación.

El marco de referencia sobre el que se construye esta definición de la percepción es una analogía entre la estructura de los conceptos musicales y la estructura de los perceptos musicales.⁷⁵ Puntualmente, en la analogía entre las dimensiones cualitativas de Gärdenfors que, al ser utilizadas para modelar conceptos y los componentes del macrotimbre —materia puramente perceptiva— de

⁷³ Estrada 2019, p. 29.

⁷⁴ Godlstein, 2009, p. 4. Describe a mayor profundidad los alcances psicológicos de la percepción.

⁷⁵ Dicha analogía dio cabida a la acuñación del término percepto en la psicología contemporánea *vid.* Abbondano 1961/1997, p. 907.

los que habla Estrada, dan una explicación base conceptual tanto en lo simbólico como en lo puramente experiencial del fenómeno perceptivo de la música y su manipulación con fines creativos. La teoría de conjuntos difusos completa el marco de referencia para dicha analogía pues pretende dar cuenta del carácter difuso de la experiencia perceptiva al encadenar un entendimiento geométrico de los conceptos proveniente de las ideas de Gärdenfors y un uso cabal de la percepción en la creación musical como el que ocurre en la música y en la investigación de Estrada.

La percepción puede ser entendida en un modelo tripartito que integra dos influjos: las sensaciones producto de los estímulos internos o externos al sujeto, con los contenidos mentales y demás capacidades cognitivas del sujeto —integradas, para efecto del presente texto, en la noción de *concepto*—. La siguiente ilustración resume el proceso de síntesis de perceptos que será explicada por partes en los apartados a continuación.

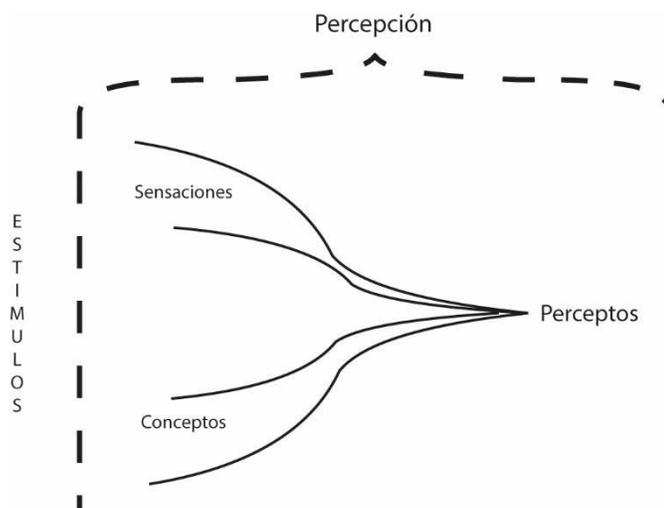


Ilustración 3. Esquema general del modelo de percepción. Elaboración propia.

1.2.1. Estímulos

El modelo parte de que existe un objeto perceptible que se denomina *estímulo*. Éste se asume como algo dado; bien sea proveniente del mundo real, de lo intersubjetivo o de lo subjetivo, como es el caso de la ilusión, de la alucinación o de la imaginación. Si se toma el ejemplo del canto de un ruiseñor entonces el estímulo puede deberse al hecho físico de que el ruiseñor emite una variedad vasta de sonidos diferenciados entre sí, esto es, que hace vibrar al aire en torno a él de maneras particulares y con características tales que un humano puede percibirlo como un todo atribuible a una fuente física externa. Sin embargo, el fenómeno del canto del ruiseñor podría referirse a la imaginación o a la

alucinación de dicho humano pues el percibir a este ruiseñor depende de más factores que incluyen la existencia misma de alguien que lo perciba: de la presencia de una psicología humana que está en aparente capacidad de recrear en libertad una variedad acorde de sonidos al interior de su propia imaginación. Pareyón plantea que es indispensable enfocar un modelo de este tipo, tanto en lo espacial como en lo temporal. en lo que denomina el *yo cuerpo*.⁷⁶ Esta realidad, bien sea física y objetivable o psíquica y de origen subjetivo, no puede ser determinada con base exclusiva en la percepción. La discusión acerca de la naturaleza de los estímulos excede el enfoque esta investigación, razón por la cual será referida solo en los casos en los que sea evidente una correlación con la experiencia perceptiva —fundamentalmente en temas de psicoacústica—; sin embargo, es necesario admitir la existencia de estímulos *en el mundo* pues ellos ofrecen la materia prima al presente modelo de percepción. Los estímulos son, sucintamente, todo aquello que se pueda definir como lo sensible (en potencia), lo que puede ser sentido; en oposición a todo lo ya sentido que es el sustrato de los perceptos.

La naturaleza equívoca, concreta o abstracta, de los estímulos abordados desde la percepción permite evitar el interés, central en la filosofía de la percepción, de si es posible dar cuenta de la naturaleza de los estímulos con base en ella.⁷⁷ A cambio de esto, el presente trabajo se enfoca en la construcción de perceptos como el resultado principal y manipulable en un sentido creativo, de un proceso perceptivo; aunque este no pueda dar cuenta inequívoca de la naturaleza física de los estímulos que lo detonan, es decir, que el enfoque de la presente investigación no es epistemológico sino estético —centrado en la percepción—; no obstante este enfoque, cabe mencionar que la distinción entre estímulos y el resto del proceso perceptivo tiene sus orígenes en dos puntos de carácter epistemológico: primero, en el problema de la demarcación de la ciencia y segundo, en la capacidad de la mente de estar consciente de su propia existencia.

Asumir que el objeto existe independientemente de la mente implica que la mente se pueda percibir a sí misma pues de lo contrario sería imposible trazar una distinción entre ella y el mundo al que se refieren sus percepciones.⁷⁸ Este segundo punto es el fundamento de que podamos percibir

⁷⁶ Pareyón, 2018, p. 201.

⁷⁷ La tradición filosófica proveniente del empirismo inglés, en particular de la obra de David Hume (1711 – 1776). *Vid.* Crane 2011.

⁷⁸ Una reevaluación temprana de la idea aristotélica de que toda sensación tiene un correlato en lo real es la de Isaac Newton; quien, en su discusión sobre colores se distanció del problema de la alucinación demarcando a su estudio como un estudio sobre la luz como objeto físico al escribir en Newton 1704. p. 120. “yo hablo aquí de colores en tanto estos son producto de la luz, pues a veces aparecen por otras causas, como cuando, por el poder de la fantasía, vemos colores en un sueño; o un loco ve cosas ante sí que no están allí; o cuando vemos fuego al golpear el ojo; o cuando vemos colores como el ojo de una pluma de pavo al presionar los ojos en alguna esquina mientras miramos hacia otro lado” Original en Inglés: “*I speak here of colours so far as they arise from light. For they appear sometimes by other causes, as when by the power of phantasy we*

nuestras alucinaciones y, pertinente a la disciplina de la creación musical, nuestros imaginarios. En el ámbito de la filosofía, el problema de la alucinación es central en la discusión sobre la relación entre la percepción y sus estímulos. De acuerdo a Valberg, hay una pregunta abierta que concierne la diferencia entre la situación presente y una situación alucinatoria;⁷⁹ esta es: La sensación de las alucinaciones es perceptivamente igual a la de la sensación de la realidad, lo cual plantea un problema acerca de nuestra capacidad de percibir la realidad, de conocerla, pues no podemos asegurar que nuestra percepción de la realidad existe, si sabemos que es posible alucinar algo igualmente verosímil.

Crane desglosa el problema de la alucinación de la siguiente forma:

- i. Parece posible que alguien tenga una experiencia – una alucinación – que sea subjetivamente indistinguible de una percepción genuina, pero para la cual no esté siendo percibido ningún objeto independiente de la mente.
- ii. La percepción y la alucinación subjetivamente indistinguible, son experiencias del mismo tipo, esencialmente.
- iii. Por lo tanto, no puede ser que la esencia de la percepción dependa de los objetos que están siendo percibidos, puesto que el mismo tipo de experiencia puede ocurrir en ausencia de dichos objetos.
- iv. Por ende, la concepción de la experiencia perceptiva –que trata a la experiencia como dependiente de los objetos independientes de la mente que nos rodean– no puede ser correcta.⁸⁰

El anterior contexto filosófico —una demarcación de lo perceptivo— permite abordar el fenómeno musical de forma directa por ser éste en efecto un fenómeno perceptivo, de modo que las discusiones acerca de la naturaleza física de los estímulos no son el enfoque central del presente texto sino tan solo sus propiedades perceptibles —complementario a lo expresado previamente por Newton—. Por la misma razón, no está al alcance de la presente investigación el argumentar lo difuso del mundo físico ni del mundo mental sino sólo de los conceptos que forman nuestra percepción de la música y, por lo tanto, de los perceptos que constituyen nuestra experiencia musical. En ese sentido, es legítimo admitir a la alucinación sin ver en ella un problema difícil. La alucinación es entonces un comportamiento específico de la percepción,⁸¹ un bucle en el modelo aquí propuesto. La mente

see colours in a dream, or a mad Man, sees things before him which are not there, or when we see fire by striking the eye or see colours like the eye of a peacock's feather by pressing our eyes in either corner whilst we look the other way"

⁷⁹ Valberg, 1992.

⁸⁰ Crane, *op. cit.* Original en inglés:

- *"It seems possible for someone to have an experience—a hallucination—which is subjectively indistinguishable from a genuine perception but where there is no mind-independent object being perceived.*
- *The perception and the subjectively indistinguishable hallucination are experiences of essentially the same kind.*
- *Therefore it cannot be that the essence of the perception depends on the objects being experienced, since essentially the same kind of experience can occur in the absence of the objects.*
- *Therefore the ordinary conception of perceptual experience—which treats experience as dependent on the mind-independent objects around us—cannot be correct."*

⁸¹ Una actitud similar puede inferirse de Hinton, 1973; quien propone que no existe una diferencia real entre la forma de percibir la realidad y aquella de percibir la alucinación.

pasaría a proveerse de estímulos tales que sean indiscernibles para sí, de aquellos estímulos que le provee la realidad y, en consecuencia, el alucinador no distingue los perceptos producto de la realidad de aquellos, producto de la fantasía.

En resumen, este modelo plantea que es enteramente posible construir perceptos a partir de la realidad, de la imaginación o aun de la alucinación.

1.2.2. Sensaciones

El primer nivel formante⁸² de los perceptos a ser tenido en cuenta son las sensaciones.⁸³ La separación entre estímulo y sensación es análoga a la que Bertrand Russell hace entre dato sensorial⁸⁴ y sensación ejemplificado con el color; escribe: “color es aquello de lo que estamos inmediatamente conscientes y la consciencia misma es la sensación”.⁸⁵ Similarmente Moore dice “lo que queremos decir por sensación en esta frase, es mi visión del color y no el color que vi”.⁸⁶ Una paráfrasis de la cita de Russell más acorde con esta investigación sería: *El estímulo es aquello de lo que estamos inmediatamente conscientes y la consciencia misma es la percepción*. La paráfrasis correspondiente de la cita de Moore completaría la definición: *por sensación quiero decir mi audición; en abstracto, la captación de un estímulo; del sonido-ritmo y no de lo sonoro, esto es, el estímulo en sí que fue dado a mi percepción*. Las sensaciones son en este sentido términos que al cabo del proceso perceptivo adquieren una posición significativa. No son inertes, pero tampoco hemos de considerarlas complejas en sí mismas.⁸⁷

Toda sensación se presenta ante un sujeto mediante un *modo de captación*,⁸⁸ puesto que no solamente estamos dotados de vista, escucha, olfato, tacto y gusto; sino que los estímulos también

⁸² Damásio, 2000.

⁸³ En los textos filosóficos del último recurre la equivalencia entre la sensación con la percepción, a diferencia de eso, en este texto la sensación es solo una parte de bajo nivel del proceso perceptivo.

⁸⁴ La teoría de datos sensoriales (en inglés, *sense-data*) fue adelantada por George Edward Moore y Bertrand Russell y fue el modelo filosófico dominante acerca de la percepción durante los primeros años del siglo XX. Ellos afirman que nuestra percepción no se conecta directamente con los estímulos sino con un ente metafísico llamado el dato sensorial y que es de este y no del objeto físico de lo que somos directamente conscientes. *Vid.* Huemer, 2011.

⁸⁵ Russell, 1912/2007, p. 4. Original en inglés: “*We shall give the name ‘sensation’ to the experience of being immediately aware of these things*”.

⁸⁶ Moore, 2002, p. 31 Original en inglés: “*what we mean by a ‘sensation’ in this phrase, is my seeing of the colour, not the colour which I saw*”.

⁸⁷ De acuerdo a Lingis, 1981, p. 160. El ver a las sensaciones como “los simples en los que los actos complejos de la cognición se descompondrían etiológicamente.” Ha sido la actitud de la epistemología clásica. En el presente texto, adoptaríamos el esquema de las cosas de esa epistemología para poder analizar el proceso, más amplio y pertinente, de la percepción y para aclarar la distinción entre ellas y los perceptos.

⁸⁸ Damásio utiliza el término *modalidad sensorial (sensory modality)* para agrupar los tipos de estímulos a los que un sujeto se enfrenta. Estos tipos de estímulo acceden al sistema nervioso mediante *portales sensoriales (Sensory Portals)* (*op. cit.* p. 9) que podrían considerarse sinónimos de los modos de captación.

pueden provenir de la imaginación como es el caso de las alucinaciones; es necesario generalizar la idea de sentidos a un término más amplio, el modo de captación. Esto nos permite incluir percepciones de gran importancia para la música como la de lo mental, lo somatosensorial⁸⁹ y la del tiempo (cronocepción). Una definición de los modos de captar es que son los medios mediante los cuales nos hacemos conscientes de lo sensible. Puesto que lo sensible no se remite únicamente al mundo físico que nos rodea, los modos de captación tienen la virtud de poder sentir nuestros imaginarios.⁹⁰

Los modos de captación se ven relacionados entre sí mediante la sinestesia y ciertos umbrales como el del dolor o la sensación kinestésica que detona el pulso, la capacidad de convertir información proveniente de un modo de captación en información propia de otro. Es posible distinguir tres tipos generales de sinestesia: primero, aquella que es de carácter alucinatorio, es errática e incontrolable. Está documentado que varios creadores musicales de importancia experimentaban este tipo de sinestesia.⁹¹ Segundo, el efecto de una característica de un estímulo en la percepción de otra característica. A este tipo de sinestesia es al que se refiere Gärdenfors al mencionar la integración de dimensiones cualitativas en dominios (*cf.* p. 14). Tercero, la sinestesia asociativa que es en la que, conscientemente, se puede convertir la cantidad y tipo de cambio de energía de un componente a otro.

La *cantidad de energía*⁹² es una característica de las sensaciones dividida en dos estadios: primero, una cantidad de energía física, y segundo, una cantidad de energía perceptiva. La cantidad de energía física es un aporte a la percepción que es inherente a los estímulos físicos en tanto realidades concretas. La cantidad de energía perceptiva, en cambio, se refiere a la magnitud de los perceptos; es decir, a su intensidad subjetiva. Esta distinción implica que la cantidad de energía de la realidad física no permite, por sí sola, la aprehensión de dichos estímulos en la sensación pues no hay un correlato lineal entre los estímulos y las sensaciones. Ahora bien, la completitud del proceso perceptivo requiere de un grado importante de semejanza entre los estímulos, en un extremo del proceso, y los perceptos del extremo contrario; por ejemplo, no toda cantidad de energía física es perceptible —es necesario una cantidad de energía física en el estímulo superior a un umbral de la perceptibilidad—. La participación activa del sujeto en el proceso perceptivo involucra entonces su capacidad imaginativa pues necesita esta imaginación para diferenciar la intensidad de las

⁸⁹ Damásio describe lo somatosensorial como una “combinación de varios subsistemas [cerebrales], cada uno de los cuales otorga señales al cerebro acerca del estado de variados aspectos del cuerpo” (*ibid.*, pp. 149-150). Lo somatosensorial incluye al tacto, el movimiento y la propiocepción.

⁹⁰ Otra razón para no usar el vocablo ‘sentido’ es que, en el transcurso de este texto la palabra sentido, es utilizada en el mismo sentido que en la filosofía de Gottlob Frege. En español la palabra sentido es una traducción vocablo alemán *Sinn*.

⁹¹ Alexandr Scriabin trató de mostrar que él tenía sinestesia, sin embargo, esto ha sido puesto en duda porque no resulta probable que su sinestesia coincidiera con las estructuras físicas y matemáticas del color y el sonido respectivamente. *Vid.* Galejev y Valechkina 2001, p. 357-61.

⁹² La idea de cantidad de energía como una cantidad abstracta atribuible a cualquier componente del macro-timbre está originalmente en Estrada, *op. cit.*

sensaciones. Estrada establece el vínculo de nivel superior entre imaginación y realidad física al argumentar que ambas se refieren a un mismo objeto; la sustancia de la música.⁹³ Este continuo es entendido como la tendencia de la cantidad de energía de tipo físico a tener una correlación en la cantidad de energía de tipo perceptivo.

Esta noción de proporcionalidad no lineal entre estímulos y sensaciones, es decir, la función que convierte a la energía física en energía perceptiva, fue formulada como una relación exponencial, de forma independiente por Ernst Heinrich Weber (1795-1878) y por Gustav Theodor Fechner (1801-1887), sobre el trabajo de Daniel Bernoulli (1700-1782) quien derivó la ecuación matemática en cuestión en 1738 y se le conoce como la ley de Weber-Fechner.⁹⁴ Dicha ley sostiene que cambios similares en la percepción se deben a cambios proporcionales en el estímulo, es decir, un cambio en el estímulo no será percibido si es menor a un mínimo conocido como *umbral de percepción* que actúa como un estímulo de referencia. Por ejemplo, si se aumenta la frecuencia de un sonido en 10 hz, de 30hz a 40hz, escucharemos un cambio de una cuarta justa (cinco semitonos)⁹⁵ entre esas dos frecuencias. Si, por el contrario, se ejerce el mismo aumento pero entre 2000hz y 2010hz, el cambio será de sólo 8 cents (0.08 semitonos), 62.5 veces más pequeño, lo cual lo hace prácticamente imperceptible. De acuerdo a Ward, Fechner llamaba a la siguiente ecuación Ley de Weber:⁹⁶

$$d\gamma = k \frac{d\beta}{\beta}$$

que integrada es

$$\gamma = k \log \beta - C$$

donde γ es la sensación y β es el estímulo correspondiente a esta. Fechner incluye la noción de umbral constante b , completando así la teoría y concluyendo la siguiente fórmula:

$$\gamma = k \log \frac{\beta}{b}$$

⁹³ Estrada, *op. cit.* p. 17.

⁹⁴ Masin, *et. al.* 2009, p. 56-65.

⁹⁵ Por convención, el semitono al que me refiero en este texto es el semitono de temperamento igual; que es la proporción entre dos frecuencias expresadas en Hz equivalente a 21:12.

⁹⁶ Ward, 1876, pp. 452-66.

En psicoacústica, este molde permite entender las relaciones entre la energía de los estímulos y la fuerza de la sensación asociada a ellos. Así mismo, tiene aplicaciones en muchas otras áreas de la percepción.⁹⁷

La ley de Weber-Fechner presenta una analogía en la ley de Zipf, la cual postula que en una muestra generalizada de expresiones verbales, la palabra más frecuente ocurre aproximadamente dos veces más a menudo que la segunda palabra más frecuente; el tercer término ocurre con una frecuencia de un tercio de la del primero y así sucesivamente. Esta ley discurre sobre la eficiencia del cerebro al intentar decodificar una cierta cantidad de información, y, en particular, de integrarla en una red de significados coherente.⁹⁸ La ley de Zipf es una ley probabilística, es decir, trata sobre qué tan posible es que cierto evento ocurra, una interpretación desde la teoría de conjuntos difusos pregunta más bien, en qué medida ocurre cierto evento. La percepción entonces admite los valores más probables en un cierto ruido de fondo como los más posibles como percepto.

Los valores específicos que toman las constantes en la ley de Weber-Fechner dependen del *tipo de información*. Un estímulo está compuesto por muchos tipos de información integrados. Estos tipos de información se traducen en sensaciones y son discernibles entre ellos como características de éstas; por lo tanto, una sensación no brinda a la percepción uno solo, sino varios flujos con cantidades y proporcionalidad de energía perceptiva diferentes. Cada uno de estos tiene como correlato perceptivo una característica del percepto, un adjetivo. Estos flujos, propios de cada componente de la sensación, cambian a lo largo del tiempo y con ello proporcionan un contorno de energía a la sensación como un todo, un sustantivo en movimiento.

La diferencia en el tipo de información es el sustrato de la noción adelantada por Estrada de componente de un macrotimbre. Estos componentes cambian en función del tiempo sobre ejes diferenciados que marcan una mayor o menor cantidad de energía perceptiva. El tipo de información es la sustancia de cada uno de dichos componentes. Esta distinción entre componentes y macrotimbre es análoga a la distinción que hace Gärdenfors entre conceptos y propiedades en la que las segundas son un caso especial de las primeras que solo discurren en un único dominio.⁹⁹

Es decir, que en la sensación las características están integradas y, asimismo, que al hablar de componentes se sugiere que la sensación puede ser descompuesta en características independientes. Tal descomposición es parte del proceso de carácter cognitivo más amplio de la percepción y por ello

⁹⁷ *Idem.*

⁹⁸ Pareyón, 2011, pp. 216-220.

⁹⁹ Gärdenfors, *op. cit.* p. 101.

excede el ámbito de la sensación pura. Una evidencia es que el proceso inverso es perfectamente posible en la práctica; estos componentes se sintetizan en un único flujo sonoro, en tanto cualidad integral del sonido —mismo que Estrada llama macrotimbre—. Por lo tanto, los cambios en la cantidad de energía perceptiva de distintos tipos de información de una sensación auditiva se perciben como transformaciones cualitativas de los componentes del macrotimbre. A este entendimiento de la materia de la música es al que corresponde una visión integrada de las sensaciones.

Así como la intensidad es propia de cada componente, la característica de una sensación no puede ser separada de su modo de captación, por ejemplo, el color es un componente de una sensación visual y por ello puede ser percibido por la vista, así como cualquier otro modo de captación que admita características visuales; o bien, la altura de un sonido es un componente propio de la sensación auditiva. La sinestesia subvierte estas divisiones y hace posible, en el ámbito de lo creativo, el transformar una característica en otra por medio del flujo de su cantidad de energía. Estrada explica este procedimiento en su disertación doctoral: “La forma dinámica de un parámetro puede servir como un dato útil para ser reproducidos o variados en otros parámetros de manera que pueda mantener una cierta unidad en el movimiento general”.¹⁰⁰

En resumen, es posible listar las características más importantes de la percepción en el ámbito de las sensaciones. A saber:

- I. Modos de captación: La forma en la que el sujeto recibe la información, son, en breve, una ampliación de la idea tradicional de los cinco de los sentidos.
- II. Cantidad de energía perceptiva: Una variable general en la que se pueden equiparar diferentes componentes de una sensación y que se remite a la idea de que, en principio, todo evento sonoro requiere de una mínima energía perceptible.
- III. Tipo de sensación. Cualidad de la sensación que se expresa integradamente al modo de captación, por ejemplo, la temperatura y la textura son dos cualidades de una sensación táctil.

¹⁰⁰ Estrada, *op. cit.* p. 675. Original en francés: “*la forme dynamique d’un paramètre peut servir comme une donnée utile pour être reproduite ou variée dans d’autres paramètres de façon à maintenir une certaine unité dans le mouvement générale*”.

1.2.3. Conceptos

Hay cuatro formas de entender los conceptos que ofrecen distintos aportes al esquema general de la percepción: primero, como categorías —punto importante en cuanto a la relación de este esquema general de percepción con la teoría de conjuntos difusos—; segundo, como partes de una teoría y por lo tanto definidos en función de esta; tercero, como representaciones mentales; y, finalmente, como resultado del registro simbólico y sus posibles combinaciones.

La noción que equipara a los conceptos con las categorías es conocida en filosofía como *la teoría clásica de los conceptos*, misma que proviene desde la filosofía de Aristóteles.¹⁰¹ Una categoría está estructurada por una definición (o conjunto de definiciones), suficiente y necesaria para poder existir. Hasta los años 70 del siglo pasado esta formulación de los conceptos fue hegemónica.¹⁰² Edouard Machery ejemplifica estas condiciones mediante el concepto de abuela: “para ser una abuela es necesario y suficiente ser la madre de alguien que tenga un hijo”.¹⁰³ No es en vano que la discusión sobre conceptos que concierne a esta investigación parta de la teoría clásica de los conceptos pues “de alguna manera o de otra, todas las teorías acerca de la estructura de los conceptos son desarrollos, o reacciones a, la teoría clásica de los conceptos”¹⁰⁴ y durante el último siglo ésta ha sido sometida a revisión.

Esta teoría de conceptos se asemeja a la teoría cantoriana de conjuntos.¹⁰⁵ La expresión que Cantor sugirió para describir conjuntos asocia a un elemento con un conjunto si cumple con una regla de pertenencia, en el caso de la abuela,

$$\text{Abuela} = \{x \mid x \in \text{madre} \vee h(x) \in \text{padres}\} \text{ donde } h(x) \text{ es algún hijo de } x.$$

Igualmente, al elaborar esta regla resulta evidente que para construir el concepto de abuela es necesario haber construido previamente los conceptos de madre, padres e hijo. Es decir que los conceptos están estructurados unos dentro de otros de forma análoga a los conjuntos. En este sentido, a los conceptos constitutivos de un concepto mayor se los denomina *subconceptos*.

¹⁰¹ Murphy, 2002, p. 11.

¹⁰² *Ibid.*, p. 13.

¹⁰³ Machery, 2011, p. 16. Original en inglés: “to be a grandmother it is necessary and sufficient to be the mother of a parent”

¹⁰⁴ Margolis, y Lawrence, 2012, Original en inglés: “In one way or another, all theories regarding the structure of concepts are developments of, or reactions to, the classical theory of concepts”.

¹⁰⁵ Georg Cantor (1845-1918) fue el primero en hablar de conjuntos en el sentido moderno en varios artículos publicados entre 1872 y 1895 en los que sentó las bases de la teoría de conjuntos. Un recuento detallado del proceso lo ofrece Ferreirós, 1999/2007.

Dicha estructura permite aceptar la equivalencia entre conceptos y conjuntos —en específico, que los conceptos se comportan como conjuntos— y, por ende, se hace posible extender su definición análogamente a la teoría de conjuntos difusos; lo que a su vez permite pensar que los conceptos son objetos difusos en sí mismos y que los símbolos que utilizamos para representarlos son necesariamente difusos y polisémicos.¹⁰⁶ Un ejemplo es el hecho de que una notación simbólica solo pueda expresar cierta cercanía al objeto o acción que representa. En el capítulo 3, se explica cómo la totalidad del proceso perceptivo y notacional están relacionados y comparten vetas de lo difuso.

Los conceptos forman redes que se agrupan mediante conexiones de diversos tipos. El contexto conceptual es el campo total de redes de los conceptos, en suma, el contexto conceptual es un tinglado de conceptos regido por asociaciones de tipo teórico, es decir, aquellos objetos que son similares y que resultan en conceptos cercanos. Esta noción tiene una descripción en la teoría de conceptos que conforma la tercera de las cuatro formas de entender la naturaleza de los conceptos.¹⁰⁷ Susan Carey —su principal proponente— afirma que el aprendizaje de los niños, así como el de las sociedades de nuevos conceptos se obtiene mediante la adecuación de estos a teorías científicas o intuitivas previas.¹⁰⁸ A partir de allí sugiere que es el plano contextual el que determina la estructura de los conceptos pues estos solo pueden ser entendidos al interior de una estructura mayor. Un concepto no puede ser entendido por lo tanto por fuera de una estructura de referentes en la memoria y la descripción de esa estructura es lo que podríamos conocer como teoría.

En música, parafraseando a Estrada, una teoría debería ofrecer una estructura de referencia general para ordenar conceptos musicales. Este orden no necesariamente presupone una jerarquización, por ejemplo, entre pulsos fuertes y débiles al interior de un compás. Estrada sugiere una aproximación más objetiva en la que toda teoría, en música, debe “surgir de una base neutra, capaz de resistir al carácter individual de la estética de cada creador”.¹⁰⁹

Un orden como el propuesto por la teoría *dl* ofrece el contexto necesario para entender diversos fenómenos musicales sin ser afectado por una u otra estética musical. Esta generalidad no está desprovista de relaciones contextuales, sino que precisamente encadena los fenómenos musicales en estructuras mayores; igualmente, la neutralidad está garantizada por la aproximación matemática de conjuntos que la teoría presenta.

¹⁰⁶ Wittgenstein, 1953/1986, p. 32.

¹⁰⁷ El nombre de esta teoría es *Theory Theory of Concepts*, de ahí la repetición del vocablo Teoría en castellano.

¹⁰⁸ Carey, 2009.

¹⁰⁹ Estrada, *op. cit.*, p. 17.

A modo de hipótesis: una teoría musical basada en conjuntos difusos permitiría en primera instancia generalizar aún más el tipo de materiales musicales que puede describir y el tipo de relaciones que hay entre ellos.

Los conceptos también pueden ser concebidos en términos más que en reglas que definan condiciones de membresía.¹¹⁰ Tal alternativa para la definición de los conceptos centra al concepto en torno a un prototipo con respecto del cual se comparan diferentes objetos mediante una función de distancia.¹¹¹ La similitud al prototipo será la norma para su pertenencia; si un objeto es parecido al prototipo será fácil clasificarlo como parte de su concepto en oposición a si no lo es.

La *teoría prototípica de los conceptos* elaborada por psicólogos durante los últimos años de la década del 60 y a lo largo de la década del 70 tiene similitudes con la interpretación psicológica de las dimensiones cualitativas que sugiere Gärdenfors.

Una de las primeras investigaciones que se realizaron en torno a dicha teoría fue la de Posner y Keele en 1968,¹¹² quienes examinaron cómo la gente conceptualizaba ejemplares que diferían mínimamente entre sí, luego diagramaron estos ejemplares como una dispersión en un espacio ortogonal y concluyeron que un prototipo era “el centro de gravedad del conjunto de ejemplares en el espacio —el (posible) ejemplar que tiene una máxima similitud general a todos los ejemplares que lo rodean—”.¹¹³ Los conceptos en la teoría de prototipos son “representaciones mentales complejas de categorías, en las cuales la membresía es un asunto de ser suficientemente similar a (tener suficientes propiedades de) los miembros prototípicos de esa clase.”¹¹⁴ Como se verá más adelante, la teoría de conjuntos difusos también sugiere que la similitud representa una equivalencia.

Esta teoría ha sido considerada de gran importancia en psicología cognitiva¹¹⁵ pues ofrece un marco de referencia útil para trazar bases de percepción humana. En términos geométricos, un concepto puede representarse como una dispersión de puntos en torno a un punto central, el prototipo, de modo que los confines de dicha dispersión generen una sensación de concepto.

Un conjunto difuso simplifica fácilmente este esquema pues le da una forma continua a la dispersión y la asemeja a un espacio conceptual tal y como lo define Gärdenfors. Los conjuntos

¹¹⁰ Rosch, 1978.

¹¹¹ Osherson y Smith, *op. cit.*, pp. 36-37.

¹¹² Posner, 1968, p. 353-63.

¹¹³ Hampton, 2006, p. 2. Traducción del inglés: “*is the centre of gravity of the set of exemplars in the space —the (possible) exemplar that has maximum overall similarity to all of the surrounding exemplars.*”

¹¹⁴ Adajian, 2005, p. 231. Original en inglés: “*complex mental representations of categories, membership in which is a matter of being similar enough to having enough of the properties of-prototypical members of the class.*”

¹¹⁵ *Idem.*

difusos además ofrecen una gradación continua a lo largo de este espacio lo que implica que un nuevo dato puede ocupar un lugar consecuentemente establecido al interior del concepto.

En lógica, una idea asociada a la representación mental puede ser entendida como la representación simbólica de un concepto. Un mismo objeto puede ser representado de formas diferentes en términos simbólicos. A estas representaciones de un mismo objeto con diferente símbolo Gottlob Frege (1848–1925) las llama sentidos.¹¹⁶ Según Frege, es distinto escribir 4 a escribir $2+2$ o $\sqrt{16}$; pues, si bien los tres sentidos denotan el mismo objeto, los conceptos mediante el cual lo hacen son distintos; dichas diferencias se atribuyen a procesos neuronales únicos y, por lo tanto, a estructuras diferentes del conocimiento a nivel simbólico. Lo que Frege, contemporáneo de Cantor, plantea es que los conceptos no solamente clasifican a los objetos que denotan sino que, al simbolizarlos, les dan un nombre; de ahí que todo rótulo verbal sea en sí un concepto y que dicho concepto esté dotado de un sentido, por ejemplo, al decir LA# o SIb, en el sistema temperado actual, se denota una altura similar pero el sentido cambia. En la música tonal, por ejemplo, el criterio de cambio es contextual.¹¹⁷

El impacto de los sentidos fregeanos en varias teorías de la música produce en realidad teorías acerca de la notación musical y no de los perceptos. Como se discute en el capítulo 3, la notación analógica retoma el enfoque de la teoría sobre los perceptos musicales y las acciones instrumentales que llevan a ellos, de tal forma que reduce el efecto de las posibles operaciones simbólicas sobre la creación musical.

Muchos de los conceptos acerca de la materia de la música han sido definidos con base en los símbolos que se usan para representarlos, por ejemplo, el reemplazo conceptual de alturas por notas o de intensidades por dinámicas. En esta aproximación los materiales de la música han sido confundidos con las instrucciones que un compositor le da a un intérprete por medio de la partitura. La composición, por lo tanto, ha sido tradicionalmente entendida como el arreglo de dichos símbolos por medio de sistemas.¹¹⁸

¹¹⁶ Frege, 1892, pp. 25-50.

¹¹⁷ Marafioti, 2005, pp. 77-78 observa que el sentido fregeano, *Sinn*, es análogo al objeto inmediato, al signo. Por el contrario, *Bedeutung*, es análogo al objeto dinámico que corresponde a una realidad extralingüística. *Vid.* Peirce (4.539 y 5.568).

¹¹⁸ Estrada, 2013, *op. cit.* ofrece una crítica amplia al uso del término composición. En esta oración y en general en este trabajo se parte de esta crítica utilizando dicho término en un sentido más limitado. Composición es únicamente el arreglo de objetos musicales preestablecidos en partituras y generalmente bajo las prerrogativas de sistemas musicales.

Más allá de una crítica a la composición, el hecho de que los símbolos que representan distintas acciones musicales en una partitura sean registros de conceptos es una evidencia de la forma en la que los conceptos musicales son difusos puesto que es sabido que no es posible crear una notación absolutamente determinista.

El abordar el problema de los conceptos musicales con la flexibilidad de los conjuntos difusos libera el uso de la notación musical. En las obras musicales que acompañan a esta disertación se opta por una escritura que favorezca lo analógico por encima de lo simbólico de modo que la notación pueda dar cuenta de un cierto grado de vaguedad en los conceptos musicales que denota.

1.2.4. Características generales de los perceptos

Los párrafos a continuación exploran los lineamientos básicos de la estructura de los perceptos, tal noción puede fungir como una definición transitoria pues a lo largo del texto se esclarecerá el concepto de percepto. En particular, se puede comparar con una segunda definición ofrecida en el numeral 3.2 del presente texto que parte de una aproximación más directamente relacionada con las necesidades creativas.

La noción de percepto fue introducida en la filosofía de Charles Sanders Peirce (1839-1914). Para Peirce, un percepto es “una presencia en la conciencia”¹¹⁹ que se impone a la percepción.¹²⁰ Es, un dado absolutamente explícito de la realidad, y aun de la imaginación. El sujeto, queda obligado a admitirlo pues el percepto es una contribución positiva¹²¹ de la experiencia que resulta imposible de controlar,¹²² que no se puede eliminar con la voluntad y que ha “sobrepasado a la voluntad”.¹²³ Para Peirce el percepto es un objeto inmediato de conocimiento, la *res percepta*,¹²⁴ tal y como es percibida en el aquí y en el ahora.¹²⁵

De acuerdo con Peirce, los perceptos son objetos abstractos que están contruidos a partir de sensaciones mediante procesos mentales¹²⁶ de carácter sintético que concluyen en una singularidad.¹²⁷ Misma, que el perceptor puede delimitar y precisar. En ese sentido, los perceptos, más que estímulos

¹¹⁹ Marafioti, 2005, p. 75.

¹²⁰ Peirce 1932, 1.253, 2.141, 2.142.

¹²¹ *Ibid.* 7.622.

¹²² *Ibid.* 5.115.

¹²³ *Ibid.* 7.620 y 2.141, Original en inglés: “*your will is overrun*”.

¹²⁴ *Ibid.* 7.619.

¹²⁵ *Ibid.* 2.146.

¹²⁶ *Ibid.* 7.624.

¹²⁷ *Ibid.* 7.625.

y sensaciones, son abstracciones.¹²⁸ Dichos procesos mentales convergentes permiten pensar en que la conjunción de sensaciones y conceptos, y de sus características, dé como resultado a los perceptos —en el presente texto, en un sentido algo más amplio que el de Peirce—.

Peirce delimita al percepto en cuanto a su capacidad de suscitar razonamientos lo cual lo diferencia de los axiomas —fundamentados en la razón—.¹²⁹ De igual modo, a diferencia de la imagen, el percepto no representa; no constituye proposiciones lógicas ni puede ser descrito en palabras.¹³⁰ El pensamiento, para Peirce, comienza con los “hechos perceptivos” que diferencia de los perceptos pues los asocia con aquellas características de los perceptos que el sujeto se lleva consigo. Asimismo, los perceptos están diferenciados de los juicios perceptivos que aúnan la capacidad de generalización propia de los conceptos.

Peirce acuña, en atención a lo anterior, el concepto de *percipuum* que aborda como una abstracción analítica correspondiente a la suma de percepto y juicio perceptivo.¹³¹ El *percipuum*, en un sentido estricto, es entonces el percepto reconocido, no solamente presentado. Requiere de una cierta disposición de catalogación, de similitud y produce un contenido mental que en principio es repetible. En un sentido más amplio el *percipuum* involucra también a la capacidad anticipatoria que extrapola esta *repetibilidad* hacia el futuro.¹³²

Peirce admite que la diferencia entre percepto y *percipuum* es en extremo sutil.¹³³ Asimismo, “[L]os términos *ponecipuum*, *percipuum* y *antecipuum* son utilizados [por Peirce] para indicar dichas abstracciones analíticas”.¹³⁴ En lo subsecuente del presente texto el término **percepto** incluye tanto el percepto como el *percipuum* de Peirce y sus extrapolaciones temporales. En el subcapítulo 2.4 se verá cómo esta tríada corresponde a varias características de la percepción del tiempo en música.

La noción de percepto aquí expuesta es afín a la de imagen mental de Antonio Damásio. Para Damásio, una imagen es un constructo mental que parte de información dada mediante diferentes modalidades sensoriales y que se convierte en el tipo de cambio fundamental para la descripción de objetos causantes de conciencia.¹³⁵

¹²⁸ *Ibid.* 4.245 FN P p. 196.

¹²⁹ *Ibid.* 7.622.

¹³⁰ *Ibid.* 7.619.

¹³¹ *Ibid.* 7.628.

¹³² *Vid.* Rosenthal 1994 y 2004.

¹³³ *Vid. Peirce, op. cit.* 7.629.

¹³⁴ Rosenthal, 1994, p. 52.

¹³⁵ Damásio, 2000., p. 318.

Las atribuciones que caracterizan a la percepción de ubicar, identificar y describir, tienen un correlato en los tipos de perceptos que generan. Supóngase que percibimos una pelota roja rodar frente a nosotros, los perceptos que construimos al experimentar visualmente a la pelota son el color rojo de la pelota, su forma esférica, el movimiento que describe, lo que implica su localización y el hecho de que es una pelota. Esto lleva a pensar en dos tipos generales de percepto, primero el *percepto adjetivo*, el que se refiere a algún componente perceptivo de la pelota, por ejemplo, a su color, el segundo a un *percepto sustantivo*, el cual integra al objeto como pelota con todas sus características. Para Peirce el percepto es fundamentalmente del tipo sustantivo,¹³⁶ En cambio, con Gärdenfors, se interpreta que estos dos perceptos están anidados los unos en los otros; es decir, que los perceptos pueden ser entendidos como conjuntos en tanto que la unión de perceptos genera nuevos perceptos.

Los perceptos son difusos en parte porque están imbricados de manera difusa en sus contextos. Hay dos tipos de contexto en el que se puede ubicar a un percepto, el primero, provisto por el conocimiento que se tiene acerca de ese percepto; lo relaciona con otros perceptos por una conexión conceptual, por ejemplo, en el caso de la pelota, el color rojo se relaciona con los demás colores en un ordenamiento teórico.¹³⁷ El segundo contexto es circunstancial, está regido por las sensaciones y nos revela que de todo lo que está a disposición de nuestra percepción hay algo que podemos reconocer como una pelota. Marc Leman observa que características similares de los perceptos y les atribuye a ellas la capacidad de estos de construir un significado.¹³⁸

Dicha relación entre percepto y su respectivo contexto tiene un correlato en el concepto de *Gestalt*. Por Gestalt se entiende un conjunto de observaciones teóricas y psicológicas¹³⁹ que buscan explicar procesos de percepción en los cuales los objetos son percibidos de acuerdo a una capacidad mental de intuir una totalidad a partir de sus partes, de la acomodación de las mismas y de la atención.

El discernimiento sensorial hace al percepto concebible también desde una dualidad entre fondo y figura. En el caso del sonido, puede ocurrir como resultado de una diferencia en la posición de la fuente del sonido, como una diferencia en las alturas de las señales sonoras o como una diferencia en el tiempo. La figura está delimitada en su fondo con un mayor o menor grado de nitidez, por ejemplo, en la pintura tardía de Piet Mondrian (1872–1944), los perceptos están nítidamente separados entre sí, creando cuadriláteros de colores monótonos. En oposición a esto, la pintura tardía de Claude Monet

¹³⁶ Pierce, *op. cit.* 7.624.

¹³⁷ Lakoff, 1973, p. 459. Ejemplifica este mismo procedimiento al anotar que las gallinas son más fácilmente identificables como aves que los pingüinos.

¹³⁸ Leman, *op. cit.*, p. 21.

¹³⁹ La teoría de Gestalt fue propuesta inicialmente por Christian von Ehrenfels en 1890 y desarrollada a lo largo del siglo XX por Max Wertheimer, Edmund Husserl y Ernst Mach. Véase Pareyón *op. cit.* pp. 85-88.

(1840–1926) dificulta dicha percepción, pues cada pincelada crea un ambiente borroso en el que los objetos representados se hacen difusos y se mezclan con el fondo. A este contexto también se lo puede llamar contexto específico cuando se refiere a un ordenamiento circunstancial de perceptos, por ejemplo, en una obra de arte.

El ejemplo anterior muestra cómo puede proponerse una estética de lo difuso. Una descripción de las áreas de color en el cuadro de Mondrian sería una descripción suficiente del cuadro mientras que la misma estrategia aplicada a la pintura de Monet haría perder de vista el sentido mismo de la pintura, no sólo por el número de áreas de color —que en el caso de Monet es vasto— sino porque dicha estrategia estorba a la percepción de la pintura en su totalidad.¹⁴⁰

Otra manera de organizar los perceptos es en el ámbito de lo abstracto como partes constitutivas de una teoría acerca de la percepción. Un ejemplo muy claro es el orden de las alturas al interior de una escala. Un RE será más agudo que un DO, y un FA más que un MI lo que deriva en la escala como el ordenamiento teórico de las alturas. Sin embargo, en una circunstancia específica, una altura puede estar sucedida por cualquier otra. En resumen, la ubicación de una altura al interior de una obra musical es su contexto circunstancial; su ubicación en la escala es su contexto teórico, por lo tanto, entre más se parezca un cierto ordenamiento circunstancial al ordenamiento teórico, más continuo será el resultado y más difícil será discernir el fondo de la figura.

El sujeto que percibe no es enteramente pasivo pues ejerce atención hacia el objeto percibido, en ese sentido, la percepción depende de la atención. Como ejemplo, en polifonía, es posible escuchar a las voces intermedias con un esfuerzo de la atención, cuando atendemos a una fuente sonora reducimos el entorno de esta fuente sonora, por ejemplo, al entablar una conversación en una avenida concurrida, podemos concentrar nuestra atención en el interlocutor y evitar los demás sonidos. De cierta forma, la atención obliga a los conceptos a concentrarse en sensaciones específicas y no en todas, es decir, que el cerebro al concentrarse le da relevancia conceptual a algunos sonidos y no a otros. Esta idea es conocida en psicología como el *efecto de la fiesta de coctel*¹⁴¹ es decir, la capacidad que tenemos de eliminar estímulos ajenos a nuestra atención.

Los perceptos incluyen a su contexto, a sus posibles sinestesias y pueden ser suscitados en la imaginación mediante la atención introspectiva. La imaginación a su vez ofrece estímulos que se convierten en perceptos. Según la teoría intencionalista de la percepción —propuesta inicialmente

¹⁴⁰ La idea de que una cierta actitud perceptiva pudiera beneficiar o estorbar la aprehensión de una obra, fue introducida por Estrada durante las tutorías que desembocaron en este texto.

¹⁴¹ Introducida en Cherry, 1953, pp. 975-79.

por Gertrude Elizabeth Margaret Anscombe (1919–2001) en 1965—¹⁴² la diferencia entre una percepción de algo ilusorio o real solo depende de su correlación con un objeto que exista o no en el mundo externo pero cuya existencia no es esencial para el proceso perceptivo; es decir, que percibimos de igual manera a la imaginación o a la realidad y esa manera de percibir, según la teoría intencionalista, ocurre mediante representaciones mentales.

La capacidad de discernir entre unas y otras sensaciones es definitoria para la comprensión de la música como algo distinto a otras interferencias sonoras. Un ejemplo es un concierto en una sala con la ventilación encendida, con el público reacomodándose en las sillas y tosiendo; estos sonidos no solo son inmediatamente excluidos de la ontología de la obra¹⁴³ que estamos escuchando sino que en su mayoría pasan desapercibidos. En ese sentido la atención funciona en la música de manera similar al marco de una pintura, delimita lo que entendemos por un percepto musical.

Debido a que los perceptos son difusos, nuestra atención realiza un corte conveniente que los separa del resto del fenómeno sonoro. La atención puede minar la estructura de fondo y figura que se construye por grados de intensidad y crear nuevas figuras en un fondo a voluntad del sujeto. La atención permite hacer nítido un percepto que antes era borroso, en ese sentido ofrece una oposición a la integración difusa propia del contexto perceptivo. Así mismo, ofrece claridad frente a la confusión que pudiese suscitar la sinestesia.

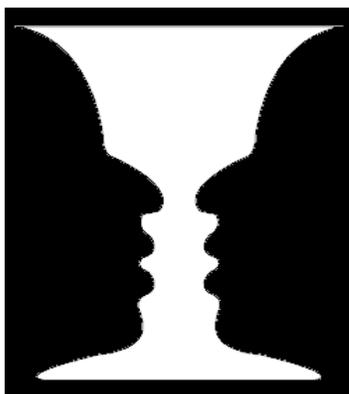


Ilustración 4: Si atendemos al color blanco, percibimos una copa, si atendemos al color negro, dos caras frente a frente.

En suma, el modelo presenta las siguientes características: primero, una acotación de los estímulos, pues no pretende dar luces sobre la naturaleza física de éstos sino solo sobre sus

¹⁴² Anscombe, 1965/1981.

¹⁴³ El problema de la ontología de una obra musical puede ser pensado, consecuentemente, como que el límite de la obra es lo que el perceptor esté dispuesto admitir en ella del sonido que escucha.

implicaciones perceptivas; segundo, una descripción de las sensaciones que comprenden los modos en los que captamos la energía y de qué forma percibimos esta energía; tercero, los conceptos como contenidos y continentes mentales, la manera en la que se relacionan entre ellos y su interdependencia con la representación —el sentido fregeano—; por último, las características más generales de los perceptos, principalmente su capacidad de distinguirse de un fondo, sus implicaciones sinestésicas, la acción determinante de la atención del perceptor sobre estos.

1.3. Lo difuso

En inglés, la teoría de conjuntos difusos se denomina *Fuzzy Set Theory*. El término *Fuzzy* tiene dos posibles traducciones: se refiere a lo borroso o difuso y también a lo suave, y esponjoso. De esta segunda acepción del término se han derivado otros como *Soft computing* o *Soft reasoning* que se traducen al español como computación suave y razonamiento suave, respectivamente. Para efectos de esta investigación, se utiliza la primera acepción pues es la que mejor describe el tipo de conjuntos mediante los cuales se propone explorar la música y en particular la creación musical.

En resumen, lo difuso se refiere a objetos borrosos e imprecisos que se desvanecen gradualmente pero que son ciertamente discernibles de su entorno. El propósito de la teoría de conjuntos difusos en esta disertación está asociado a la naturaleza difusa de las percepciones, y no de la naturaleza difusa de la realidad física —que corresponde a otro debate, de carácter epistemológico—. En este sentido, lo difuso no solo se aborda en términos de sus definiciones matemáticas sino también en lo que Hanns-Werner Heister llama su “realización sensual-práctica”.¹⁴⁴ Esta realización, en términos de creación musical, es el lograr formas musicales definidas a partir de un material de difícil fijación como es el imaginario del que, según Estrada, parte toda creación musical.¹⁴⁵

Con este propósito filosófico y estético en cuenta, así como su potencial metodológico, es necesario abordar el tema de lo difuso mediante una definición del término *difuso*. Para ello, se comparan los términos tal y como están definidos en el Diccionario de la Real Academia de la Lengua

¹⁴⁴ Heister, *op. cit.*

¹⁴⁵ Heister *Ibid.* p. 243 también plantea, pertinentemente a la discusión posterior sobre el ruido (sección 2.6), que el proceso creativo constituye una evolución del *caos* del material hacia el *cosmos* de la obra de arte.

Española con la noción general de lo difuso que existe en la teoría de conjuntos difusos.¹⁴⁶ Algunos términos se asimilan a la definición de *difuso*, otros, no se asemejan. Los términos: *borroso*, *desvanecido*, *impreciso* y *vago*; pueden ser entendidos como análogos o sinónimos de lo difuso. Otros, como *relativo*, *indeterminado* o *indiscernible*, tienen diferencias centrales con el concepto de difuso que se exploran más adelante. Finalmente, existen términos como *incierto* o *inexacto*, que se acercan parcialmente a lo difuso.

Es interesante que el concepto mismo de lo difuso sea un buen ejemplo de un conjunto difuso si se consideran a estos vocablos asociados como miembros con una variedad de grados de membresía al conjunto. El diagrama a continuación esquematiza el concepto de lo difuso en estos términos:

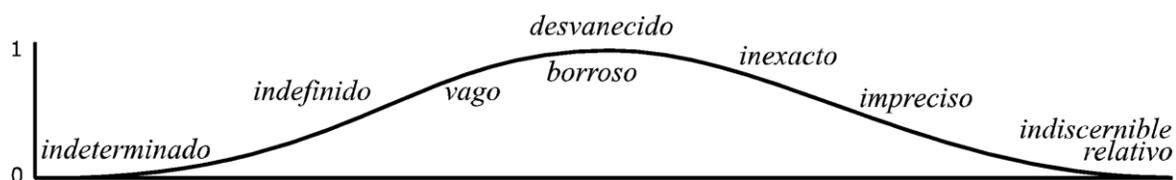


Ilustración 5. El concepto autorreferente de “difuso” como gradiente difuso.

1.3.1. Ser y no ser a la vez

Cabe anotar que muchos de estos términos tienen prefijos negativos —como *des-* o *in-*— y otros tienen connotaciones peyorativas como lo *vago*, o lo *borroso*. Algunos principios de la lógica clásica —que valora como positiva la precisión y la exactitud— no se sostienen en teoría de conjuntos difusos: notablemente el *principio de no contradicción* y el *principio del tercero excluido*. El primero dice que una proposición y su negación no pueden ser ciertas al mismo tiempo. Para Aristóteles, este principio es de carácter fundamental a todos los demás.¹⁴⁷ El segundo dice que la unión de un concepto con su negación es igual al universo de discurso.¹⁴⁸ A éste, se le conoce como principio de tercero excluido porque no admite una tercera opción fuera de *ser* o *no ser*. Una afirmación afín al espíritu de la teoría de conjuntos difusos; que, en mayor o menor medida, niega los principios de no

¹⁴⁶ Según la RAE, difuso se define como “(Del lat. *diffūsus*).

1. adj. Ancho, dilatado.

2. adj. Excesivamente dilatado, superabundante en palabras. Lenguaje, estilo, escritor, orador difuso.

3. adj. Vago, impreciso.” Su comparación con lo dilatado no tiene cabida en la presente discusión.

¹⁴⁷ Aristóteles. 1994.: Libro IV Cap. 7.

¹⁴⁸ El universo de discurso se refiere a la colección total de objetos, números o conceptos sobre los cuales se discurre. Esta terminología fue utilizada primero por George Boole (1854).

contradicción y tercero excluido, se le conoce como *dialetheia*, es decir “un postulado A , tal que éste y su negación, $\neg A$, sean ciertas”.¹⁴⁹ El dialetheísmo ha sido explorado por filosofías no occidentales con mayor interés, por ejemplo, en la metafísica y lógica de la antigua India, existían cuatro posibilidades de evaluación de una proposición: cierta, falsa, ni cierta ni falsa o tanto cierta como falsa.¹⁵⁰ Las consecuencias de una lógica así planteada son necesariamente contrarias a las que presentaría una lógica bivaluada. Para Kosko, el hecho de que la lógica clásica y la teoría de conjuntos asuman que estos principios nunca se violan es lo que hace que su razonamiento sea siempre autoexcluyente.¹⁵¹ Por lo tanto, el hecho de que la lógica difusa no admita los principios de no contradicción y de tercero excluido hace que “lo difuso comience donde termina la lógica occidental”.¹⁵²

La discusión sobre este punto debe ser pensada siempre desde la teoría de conjuntos difusos, es una generalización de la teoría clásica de conjuntos, esto es, que la engloba, porque esta última admite grados de verdad clásicos así como todo el espectro que yace entre ellos. El *principio de preservación clásico* dice que todos los resultados obtenidos mediante la teoría de conjuntos difusos en casos que puedan ser explicados por la teoría de conjuntos en su sentido clásico deben ser iguales a los que ésta última obtendría.¹⁵³ En vista de esto Kosko está equivocado puesto que el pensamiento occidental está inmerso en lo difuso en un sentido muy claro y sin el cual la teoría de conjuntos difusos no habría llegado a definirse en la forma en la que fue definida.

La relevancia de la teoría de conjuntos difusos con respecto a la historia de la epistemología es un punto de debate propio de la filosofía de la ciencia, sin embargo, ahondar en él constituye una digresión inadecuada para la presente investigación, basta con mencionar que si bien hay posturas que anuncian un nuevo horizonte epistemológico en la teoría de conjuntos difusos hay otros que solo la admiten siempre que todos los principios de la lógica clásica se mantengan.¹⁵⁴

¹⁴⁹ Priest, 2008, original en inglés, “a statement, A , such that both it and its negation, $\neg A$, are true”.

¹⁵⁰ *Idem*.

¹⁵¹ Kosko, 1990, *op. cit.* p. 213.

¹⁵² *Idem*.

¹⁵³ Pradera, *et. al.*, 2007, p. 17.

¹⁵⁴ Tal es el caso de los sistemas C-difusos propuesta en Gao, *et. al.*, 2009, pp. 798-804. La cual encuentra que los resultados de Zadeh corresponden a al primero de los casos particulares denominados Sistemas Z-difusos que a su vez serían un conjunto de los sistemas C-difusos.

1.3.2. Sinónimos

Lo *borroso* es una característica visual adjudicada a una imagen cuyos bordes no son claros. Lo difuso puede beneficiarse de esta analogía pues la teoría de conjuntos difusos podría entenderse como una teoría de conjuntos que incluye todos aquellos conjuntos de bordes borrosos. En español, el término borroso es sinónimo de *desvanecido* que se refiere específicamente al proceso de desvanecer, esto es, desagregar un elemento en otro, por ejemplo, en la transformación gradual de un color en otro o en el caso que aquí concierne un tipo de sonido en otro —suponiendo que los sonidos pueden ser reunidos en tipologías—. Esto hace que la teoría de conjuntos difusos sea particularmente útil al analizar fenómenos cuyos bordes son borrosos conceptualmente. Tal propiedad resulta de sumo interés en música, por ejemplo, en el estudio de procesos continuos donde el paso de un ámbito a otro no ocurre por un cambio de estrato inmediato —un salto cuántico— sino por un deslizamiento constante, una transformación gradual.

Un ejemplo de esto es la transformación gradual de sonido en ritmo. Al tocar las teclas más graves de un piano se alcanza a escuchar la granulación de su sonido en lo que se puede definir como un microrritmo. Entre más grave sea la tecla que se presione, menor será la velocidad del microrritmo. En teoría, este microrritmo se hará más lento a medida que se descienda en la altura hasta que esta pase un umbral —difuso— entre la frecuencia que es audible como altura y la que es audible como pulso.¹⁵⁵ La clasificación de un estímulo en cierta categoría difusa implica un proceso llamado histéresis, en el que hay un retardo en la transición conceptual que depende del punto de partida (*cf.* ilustración 6).¹⁵⁶

Un conjunto difuso puede referirse a una realidad continua o discontinua; como ejemplo, la siguiente imagen muestra un espacio que se ennegrece hacia la derecha, tanto como una transformación continua, como un conjunto de elementos discretos. El conjunto de puntos negros en la primera y de objetos negros en la segunda es un conjunto difuso que incluye a todos los objetos grises y los agrupa bajo la noción de que son negros en un mayor o menor grado.

¹⁵⁵ Esta idea fue planteada inicialmente por Henry Cowell (1930/1996), y explorada por Estrada teniendo como resultado el concepto de crono-acústica.

¹⁵⁶ Leman, *op. cit.* p.64.

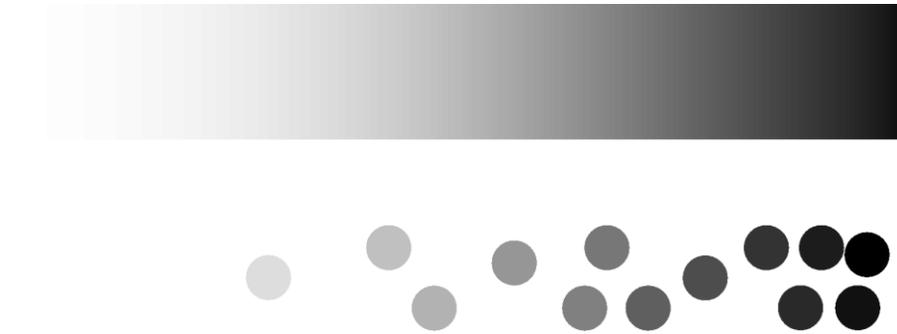


Ilustración 6. Transformación continua y discontinua del blanco al negro. También, si se recorre la imagen continua de izquierda a derecha se tiene la certeza de que esta es negra casi al final.

Esta estrategia puede ser vista en muchas de las pinturas de M. C. Escher (1898 – 1972), en donde un objeto parece transformarse continuamente en otro pero en realidad es una sucesión de objetos discontinuos que cambian gradualmente. El ejemplo de Escher plantea que la repetición y la variación pueden coexistir en un mismo proceso. En términos de conjuntos difusos puede considerarse que dos objetos similares pertenecen a un mismo conjunto difuso con distintos grados de pertenencia, pero el hecho mismo de que sea posible el conjunto difuso implica que la similitud en este caso es sinónimo de equivalencia. En la sección 2.3.3 de esta tesis se explora cómo la forma musical puede ser entendida como un proceso difuso en este sentido.

Una estrategia similar ocurre en el cuarteto de cuerdas en donde los objetos musicales con los que se construyen son imprecisos y la única forma de organizarlos es mediante una admisión laxa de similitud entre ellos. Así, estos perceptos se organizan en categorías que pueden relacionarse entre sí.

Debido a los diferentes grados de pertenencia que admiten los conjuntos difusos, a los perceptos se les puede asignar un valor de pertenencia a cierta categoría en oposición a declararlos pertenecientes exclusivamente a una u otra especie. Este procedimiento —una taxonomía difusa— es más acorde con la naturaleza de los perceptos musicales y permite hacer operaciones de cálculo con resultados más enriquecedores a la hora de componer una obra musical.¹⁵⁷

Nótese que la diferencia entre las dos funciones es el reemplazo de un conjunto $\{0,1\}$ por el de un intervalo cerrado $[0,1]$. En uno solamente existen los números 0 y 1, en el segundo existen todos los números reales entre el 0 y el 1, incluyendo al 0 y al 1. El hecho de que este intervalo sea cerrado

¹⁵⁷ El término *componer* se refiere aquí específicamente al resultado de un proceso de cálculo que permite organizar objetos ya creados, es decir a un proceso específico al interior de la creación musical.

es lo que permite que la teoría de conjuntos difusos no sólo se ocupe de los grises sino que también incluya la posibilidad de que exista el blanco y el negro en su estado absoluto. Es a esta diferencia a la que Zadeh se refiere cuando habla de un grado continuo de membresía, como lo plantea el título de esta tesis, el cambio de paradigma consiste en no contentarse con afirmar y negar sino con admitir todos los puntos que existen entre estas dos opciones.

En la creación de la obra para teclado, la implicación de esta idea, estriba en que el tipo de percepto básico para crear la obra es el de un intervalo en cuyo interior existe la posibilidad de ejecutar cualquier altura en cualquier momento, por ello, este intervalo corresponde a una distancia en el espacio de alturas y también a una distancia temporal. La multiplicación de un intervalo en el espacio de alturas por uno en el espacio temporal crea una región crono-acústica; es decir, no es un intervalo que está definido por las alturas extremas ni por todas las alturas contenidas en él sino por la posibilidad de que cualquiera de esas alturas —previamente preseleccionadas por la construcción del instrumento— ocurra durante la ejecución. En su dimensión temporal, el intervalo, en vez de determinar los momentos de ataque en una línea precisa de tiempo, comienza y termina en un lugar aproximado con relación a un pulso medido en segundos. Esto produce dos niveles de ritmo, el primero determinado por el comienzo y final de cada uno de los intervalos, y el segundo, expresado como una densidad de ataques de sonidos individuales.

Puesto que en los sonidos individuales están integradas las ideas de altura y de ritmo la densidad de estos tiene un impacto directo en la densidad aparente de alturas al interior de un cierto intervalo y de la densidad rítmica en un periodo específico.

1.3.3. Conceptos asociados no sinónimos

Pese a que los conjuntos difusos tienen bordes borrosos, no son indiscernibles de su entorno; es decir, se puede saber que algo tiene cierta característica, sin conocer el punto exacto en el que esa característica deja de corresponder al concepto que la genera, por ejemplo, podemos discernir los sonidos agudos de los sonidos graves, aunque no exista una frontera puntualmente determinada entre esas dos nociones.

Lo *indeterminado* se refiere a aquellas cosas que no han sido separadas o distinguidas de lo demás, en ese sentido, los conjuntos difusos no son indeterminados, esto es, los conjuntos difusos son distinguidos de los demás gracias a una característica de discernibilidad que es esencial en la teoría

de conjuntos difusos. En específico, que la función que determina la pertenencia de cierto objeto a cierto conjunto difuso es una condición con la que este objeto debe cumplir.

Para que un sonido sea considerado un LA4, su frecuencia debe estar en torno a los 440 hz, no menor a unos 430 hz ni mayor a unos 450 hz, por el contrario, en música, la indeterminación se refiere a una práctica deliberada de ciertos compositores que construyen partituras que dan libertades a los ejecutantes como es el caso de mucha de la música de John Cage o de Silvano Busotti. No se usará esta última definición de indeterminación en esta investigación pues, en lo concerniente a la precisión de una partitura, un término más adecuado es *exactitud*.

Lo *relativo*¹⁵⁸ es aquello que no es absoluto o que depende de una perspectiva, una interpretación científica en términos de Gärdenfors. Lo difuso, en cambio, que se refiere a la totalidad de la estructura de un concepto en su geometría completa,¹⁵⁹ por ejemplo, el LA4 es un término arbitrario que denota un concepto, dicha arbitrariedad es relativa pues la definición de cualquier concepto depende de la perspectiva de quien lo define, pero una vez definido el concepto funciona como una categoría completa que puede o no ser observada relativamente. Alguien podría centrarse en el hecho de que el LA4 es una altura que frisa los 440hz. Dos posturas relativas a esta definición serían considerar al La como una altura o como una banda de frecuencias. Estas posturas son relativas a un concepto que engloba la realidad de cierto fenómeno. Tal consideración implica que los conceptos no se corresponden exactamente a lo real pero sí construyen una realidad propia. Como se verá más adelante en este trabajo, la realidad interna de los conceptos ocurre a nivel de percepción la cual depende tanto de lo real como de lo imaginario.

Lo *inexacto* —en el caso de una partitura, lo inexacto de un sistema gráfico de símbolos que representen eventos musicales o acciones que conlleven a ellos— no es congruente con lo difuso, debido a que la definición de exacto; que según el diccionario de la Real academia de la lengua española es “puntual, fiel y cabal”; arroja ideas que no están asociadas a los conjuntos difusos. Los conjuntos difusos, en tanto generalización de los conjuntos en su definición clásica, no pretenden

¹⁵⁸ Hay tres definiciones en el Diccionario de la Real academia de la lengua española del término relativo que se conectan con lo difuso, primero “que guarda relación con alguien o con algo”; segundo, “que no es absoluto”, y tercero “que es discutible, susceptible de ser puesto en cuestión”.

¹⁵⁹ Con “totalidad de la estructura de un concepto” se entiende un concepto cuya categorización es cognitivamente estable, es decir sólo cuando un sujeto admite que cierto objeto —o que cierto concepto— pertenece a una cierta categoría entonces puede estudiarse la naturaleza del conjunto difuso que describe dicha categoría.

eliminar la cabalidad de una definición sino, por el contrario, ampliarla. Su relación con el universo de discurso pretende ser incluso más exacta, esto es, una descripción más abarcativa de la realidad.¹⁶⁰

1.3.4. Conceptos parcialmente sinonímicos con lo difuso

Impreciso es un término que engloba a lo inexacto, lo incierto y lo vago, por ello, es un término más adecuado para describir lo difuso. Los conjuntos difusos, pese a ser cabales, claros y definidos son útiles para modelar razonamientos o fenómenos imprecisos tales como la percepción. Otra razón por la cual lo impreciso es muy cercano a lo difuso es que, en tanto sinónimo de *vago*, implica a lo borroso. En español, el término *vago* tiene dos acepciones, una viene del latín *vacuus* que significa vacío, la otra del latín *vagus* que es sinónimo de deambulante así como de impreciso, indeterminado o no fijo. Es esta segunda acepción la que concierne a esta investigación pues la para la música, al ser un arte del tiempo, es necesario el movimiento del sonido. En el transcurso de esta tesis tanto lo impreciso como lo borroso serán utilizados para describir características de lo que aquí se entiende por lo difuso.

Un ejemplo musical de la relación entre lo continuo, lo impreciso y lo difuso, es el comienzo de *Lontano* (1967) de György Ligeti (1923-2006). En los primeros compases de la obra, el color del sonido de un instrumento va transformándose continuamente en el de otro instrumento, haciendo un efecto de *cross-fade*. El efecto conjunto de la orquestación y la notación dinámica hace que el sonido de la flauta se transforme gradualmente en el del clarinete.

La imprecisión perceptiva se remite a la imposibilidad de determinar en qué punto específico, entre el segundo y el tercer compás, el sonido de la flauta llegó a ser el del clarinete. Puesto que esta puntualización es imposible desde el punto de vista perceptivo y por ello irrelevante en cuanto al análisis de la obra de Ligeti, es más correcto explicar el proceso de cambio y reconocer que los compases dos y tres de *Lontano* presentan una mezcla cambiante de colores instrumentales; una región difusa.

¹⁶⁰ Puesto que un conjunto difuso es una generalización de un conjunto clásico, los conjuntos clásicos son casos particulares de los conjuntos difusos. En este sentido un concepto puntual también es un conjunto difuso así se refiera a un concepto que puede ser definido en términos de la teoría clásica de conjuntos.

Ilustración 7. Primeros cuatro compases de *Lontano* (1967) de Ligeti György para orquesta. El rombo naranja muestra la aparición y desaparición del sonido de flauta y correspondientemente el azul al de clarinete.¹⁶¹

Como subconjunto de lo impreciso, lo *incierto* es parte de lo que entendemos por difuso pues dado un conjunto difuso, la pertenencia de cierto elemento a éste puede ser incierta. Un ejemplo de lo anterior es un intervalo de 3,5 semitonos entre dos alturas. Éste, es un intervalo que puede ser afinado con toda precisión, pero su pertenencia a las categorías de tercera menor o de tercera mayor —es decir, a conjuntos difusos en torno a los 3 y los 4 semitonos respectivamente— resulta incierta. Si se conceptualizan los intervalos musicales en los doce términos heredados de la música tradicional de occidente, existirán infinitas situaciones de incertidumbre interválica, en este caso, infinitos puntos entre la tercera menor y la tercera mayor.

La teoría de conjuntos difusos entiende los grados de pertenencia a estos también como valores de verdad —de donde viene el término *lógica difusa*— es decir, qué tan cierto es que un determinado elemento pertenezca o no a un determinado concepto. Este continuo entre valores de verdad hace que la teoría de conjuntos difusos tenga respuestas más certeras para describir fenómenos inciertos, es decir, es asertiva en cuanto a la incertidumbre concierne.¹⁶² En este sentido no es una teoría de la ignorancia, pues no equipara a lo incierto con lo no conocido sino con lo no clasificable en categorías nítidamente delimitadas.

¹⁶¹ Ligeti, 1967. cc. 1-4.

¹⁶² En matemáticas existe un debate activo acerca de la relación entre la teoría de conjuntos difusos y la probabilidad que es la rama de las matemáticas que tradicionalmente se ha encargado de explorar el fenómeno de la incertidumbre. Este debate ha dado pie a la creación de una alternativa difusa de la probabilidad: la teoría de la posibilidad propuesta por Didier Dubois, Henri Prade y Lotfi Zadeh. Ver Zadeh, 1978, pp. 3-28.

1.3.5. Lo nítido

Al contrario de lo que se pueda intuir, lo nítido no es un antónimo de lo difuso sino un caso particular de ello. Obsérvese la diferencia entre la función característica de un conjunto clásico y la de membresía a un conjunto difuso (ambas expuestas en la sección 1.1.3. del presente texto):

$$\chi_A(x) : X \longrightarrow \{0,1\}$$

$$\mu_A(x) : X \longrightarrow [0,1]$$

En la primera, los corchetes { }, indican que el resultado puede ser únicamente 0 o exclusivamente 1. La segunda, además de incluir los infinitos puntos entre estos valores, incluye mediante los corchetes [] también a los valores mismos, 0 y 1 como posibles resultados y por lo tanto puede decirse que la primera es uno de los posibles ejemplares de la segunda.

Lo difuso es entonces un concepto amplio que se asemeja a sus sinónimos en español, pero es difícilmente sustituible por ellos. Muchos de los fenómenos estudiados en esta investigación podrán tener caracteres más claramente descritos mediante estos sinónimos, mediante los cuales es posible vislumbrar la naturaleza difusa de los perceptos musicales. Este es el argumento principal de la presente tesis, que los perceptos son los elementos constitutivos de la música y que su estructura y naturaleza es difusa.

1.3.6. Exploraciones recientes

El trabajo de Wendy Suiter¹⁶³ utiliza la lógica difusa para tomar decisiones¹⁶⁴ compositivas sobre el uso de síntesis granular y el ordenamiento de lo que ella llama “elementos compositivos”. A partir del reconocimiento de que la música constituye un sistema matemático no lineal¹⁶⁵ argumenta que la lógica difusa es un método óptimo para recrear algorítmicamente las decisiones que toma un creador humano.

Rodrigo Cádiz ha planteado métodos de síntesis paramétrica que utilizan la lógica difusa como “un enfoque más general, que pudiera ser aplicado exitosamente en situaciones y contextos variados [al interior de la síntesis sonora]”.¹⁶⁶ En la presente disertación no se refieren los parámetros porque

¹⁶³ Suiter, *op. cit.* pp. 118-27.

¹⁶⁴ La idea de toma de decisiones de Suiter está fundamentada en Efstathiou, 1984, pp. 307-20.

¹⁶⁵ Por sistema matemático no lineal se entiende, uno en el que cada evento contribuye, además de sus características propias, riqueza en las relaciones internas de un constructo.

¹⁶⁶ Cádiz y Gary, 2006.

la terminología utilizada tiene como objeto hablar de la creación y de la percepción musical más que de la tecnología de síntesis, sin embargo, es fácil trazar una analogía entre dichos parámetros y los componentes utilizados en la creación musical tal y como la entiende Estrada. Cádiz asigna valores difusos a eventos sonoros y luego establece reglas del tipo si/entonces que pueden ser interpretadas por computadores.

Peter Elsea desarrolla varios métodos de asimilación de alturas y de amplitudes de onda en el marco de la teoría de conjuntos difusos que permiten demostrar que conocimientos musicales básicos como los valores de intensidad: *piano*, *forte*, etc. o ideas como “justo debajo de DO”¹⁶⁷ son fácilmente modelados en un ambiente de MAX/MSP mediante el uso de la teoría de conjuntos difusos; en adición, Elsea integra procedimientos propios de la teoría de conjuntos difusos y de la probabilidad para iterar procesos computacionales que conlleven a variaciones aleatorias que le sirvan de material compositivo.

La presente investigación acerca la creación musical a la teoría de conjuntos difusos desde un marco enteramente diferente: el de la percepción como fundamento de una creación libre. Los medios de creación que establecen ciertos requerimientos y constricciones de la creación en el caso de Elsea, Suiter y Cádiz se buscan eliminar en este contexto al utilizar la teoría de conjuntos difusos como un marco de referencia mental y no estrictamente procedimental, por ello se replantea el uso de la teoría de conjuntos como un modelador de un proceso perceptivo más amplio que involucra a la psicología y a la filosofía de la percepción pero que está orientada a la creación musical.

¹⁶⁷ Elsea, 1995.

2. Los relieves del tiempo

El presente capítulo pretende mostrar cómo la teoría de conjuntos difusos es un marco útil para describir la relación entre lo continuo y lo discontinuo en la creación musical. Inicialmente es necesario enmarcar el discurso de lo musical en un espacio geométrico. Posteriormente, se discuten tres grandes ámbitos de la percepción sonora y musical: la percepción de la intensidad del sonido, la percepción de la altura y la percepción del tiempo.

2.1. Geometría Musical

2.1.1. Espacios conceptuales y música

El concepto fundacional de los espacios musicales se encuentra en la noción de “espacio de registro gráfico musical” que es un espacio libre y continuo delimitado únicamente por la capacidad perceptiva del ser humano —la discontinuidad encontrada normalmente, en la música se debe a una selección cultural de ciertos perceptos al interior de este espacio—. En términos prácticos, este espacio solo puede ser bidimensional o tridimensional, pero estas formas son solo representaciones de un espacio conceptual n-dimensional que se denomina aquí como *espacio musical*.¹⁶⁸

La representación del sonido musical en términos espaciales tiene una historia larga. En el siglo IV antes de nuestra era, Aristóxeno de Tarento¹⁶⁹ (c. 354–300 a.C.) describe en términos geométricos las relaciones entre los conceptos musicales.¹⁷⁰ De ahí parte una tradición aún viva de explicar el fenómeno musical en un sentido geométrico. La idea de espacios musicales aquí explorada no excluye dichas relaciones geométricas, más bien las generaliza a un espacio de carácter más continuo. La psicoacústica de Hermann Helmholtz (1821–1894) dice que el espacio musical es una analogía del

¹⁶⁸ Cf. McDermott, 1972, pp. 489-494.

¹⁶⁹ También conocido como Aristógeno de Tarento.

¹⁷⁰ Mathiesen, 2008. p. 116.

espacio físico en tanto que los tonos, así como acordes o motivos melódicos, pueden ser transportados manteniendo su estructura en la misma forma en la que ocurre un desplazamiento en el espacio físico.¹⁷¹

La argumentación que permite equiparar a los conceptos en su estructura con los perceptos parte de las siguientes premisas:

- La representación gráfica de un sonido es a su vez la representación de su conceptualización.
- El modelamiento geométrico del concepto, extraído del pensamiento de Gärdenfors, es equivalente a la estructura del concepto.
- La representación de una trayectoria musical al interior de un macrotimbre, en tanto es la representación de la transformación de ese macrotimbre a lo largo del tiempo, constituye el registro directo de la transformación de un percepto.
- Una identidad dinámica corresponde, no a la identidad del percepto, sino a la identidad de su transformación. *i.e.* es una manifestación del movimiento musical.

De la teoría de espacios conceptuales de Gärdenfors se infiere que el registro geométrico y la representación mental correspondientes a un concepto están relacionados a nivel de la estructuración de un concepto. Dado lo anterior, no es posible diferenciar entre la representación de algo y su realidad a nivel de nuestro entendimiento conceptual; es decir, no es posible diferenciar la estructura del concepto del concepto mismo. Susanne Langer se aproxima a esta idea al añadir que el espacio musical es un espacio virtual —ilusorio— en el cual la estructura armónica ubica al oído pero que en tanto espacio virtual éste no es directamente perceptible sino que es una virtualidad secundaria a la percepción del tiempo.¹⁷²¹⁷³ Para ella, el espacio musical es entonces un constructo cognitivo que se separa de una realidad objetiva.

En un sentido abstracto, el espacio conceptual de Gärdenfors es entendido como n-dimensional; en términos prácticos, sin embargo, al existir en un universo tridimensional, el registro gráfico sólo puede capturar algún componente de la representación mental a la vez y, por lo tanto, es necesario

¹⁷¹ Helmholtz, 1863/1954, p. 370.

¹⁷² Reichling, 1995, pp. 39-51. Resume el concepto de que Langer desarrolló a lo largo de diferentes trabajos.

¹⁷³ Langer, 1953, p. 117.

descomponer a un percepto sustantivo en sus componentes. El proceso de creación necesita entonces primero de una descomposición de la percepción.

Según Estrada, es posible registrar fielmente el movimiento de un cierto estímulo, bien sea que este provenga de la realidad externa o de la imaginación —instancias que para Estrada forman un continuo—. Estrada descompone el estímulo en varios componentes, así como lo hace Gärdenfors en dimensiones cualitativas, que suelen compararse con el tiempo para poder representar de una misma manera todos los componentes. Puesto que dicho estímulo proviene de la realidad o de la imaginación y de forma indistinta puede ser registrado, es posible inferir que el registro es fiel a la percepción de dicha realidad bien sea física o imaginaria. En suma, los conceptos, la imaginación y el registro gráfico de un concepto forman un continuo en el que los perceptos se representan.¹⁷⁴

El continuo entre imaginación y realidad que Estrada sugiere pasa por tres etapas intermedias: estilo, sistema y teoría,¹⁷⁵ que tienen en común el ligarse directamente al registro que se pueda hacer de ellas, bien sea simbólico o analógico. Esta conexión directa entre la realidad y el registro en la que Estrada busca maximizar la fidelidad del registro frente a la realidad, necesariamente implica una pérdida de información o, en el mejor los casos, una adaptación de dicha información.

La conexión de la información real con su representación a nivel de conceptos es posible gracias a la característica difusa de los conceptos que usamos para admitir cierta percepción. Un ejemplo de esto es un piano parcialmente desafinado; después de unas horas de estudio, el pianista admite un grado de imprecisión menor o mayor de las alturas del piano, frente a las alturas prototípicas que su oído espera; es decir, que reconoce, pragmáticamente en las alturas desafinadas, ejemplos imperfectos pero aceptables del concepto original de alturas que pueda haber estado almacenado en la memoria.

Como se había mencionado anteriormente, el espacio musical, bien sea continuo o discontinuo es análogo a un espacio conceptual y las secciones de este espacio son áreas que definen distintos conceptos y, por lo tanto, los perceptos que sobre ellos se construyen. Los sistemas conceptuales discontinuos presentan seccionamientos nítidos —a menudo disjuntos, como es el caso de la teoría d1—. La escogencia de ciertos puntos a lo largo de este espacio es debida a los términos con los que una cultura se refiere a lo sonoro, por ejemplo, el idioma español cuenta con cinco sonidos de vocales,¹⁷⁶ mientras que el húngaro tiene catorce.¹⁷⁷ Si se comparan las regiones tímbricas sobre un

¹⁷⁴ Estrada, *op. cit.* cap. VI. Expone extensamente el registro gráfico musical.

¹⁷⁵ Estrada, *pp. cit.* cap. 1.

¹⁷⁶ Martínez *et. al.*, 2003, p. 256.

¹⁷⁷ Szende, 1994, p. 92.

plano de vocales como el que utiliza el alfabeto fonético internacional se pueden observar las diferencias. La siguiente gráfica muestra tal comparación, los puntos están ubicados aproximadamente en los lugares correspondientes a las vocales, los puntos huecos corresponden al español y los puntos rellenos al húngaro.

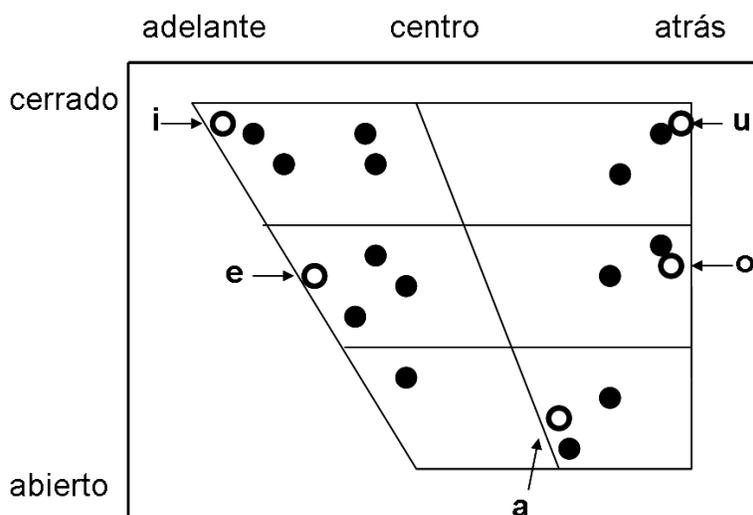


Ilustración 8. Comparación entre la fonética de vocales en español y húngaro, los puntos huecos corresponden al español y los rellenos al húngaro, como referencia solo se etiquetan las cinco vocales españolas. Diagrama adaptado de Martínez *et al.* (2003) y Szende (1994).

En términos físicos, cualquier punto dentro del trapecio de vocales es un sonido diferente de los demás, en ese sentido, este trapecio representa un espacio sonoro continuo, los términos escogidos dentro de este espacio son, sin embargo, áreas discontinuas determinadas perceptivamente —lo que implica que también están determinadas conceptualmente—.

El tipo de relaciones encontrado entre las fonéticas de diferentes idiomas es igualmente observable en el timbre musical, al variar la técnica de producción del sonido en un instrumento o en la voz se pueden obtener cambios graduales de color del sonido y simultáneamente se pueden considerar conceptos de color como, por ejemplo, el de las cuerdas en oposición a los metales en una orquesta sinfónica. Para un hispanohablante, las múltiples vocales del húngaro son percibidas como pertenecientes a cinco grandes categorías —las correspondientes a las cinco vocales del español— sin embargo, existen algunas que parecen ocupar un punto intermedio entre los sonidos, por ejemplo, la palabra húngara para fuego, *tüz*, tiene un sonido que podría confundirse, en español con la *i*, la *e* y, en menor grado, con la *u*.

Desde el punto de vista de los conjuntos difusos, si éstos representan las vocales españolas, podría decirse que la vocal de *tiiz*, tiene un cierto grado de pertenencia a la *i* y un cierto grado de pertenencia a la *e*. Esto es, se sabe que no es totalmente una *i* ni tampoco es totalmente una *e*. Este tipo de estados intermedios revelan que los seccionamientos conceptuales de un espacio sonoro se deben a geometrías difusas, *i.e.* a subconjuntos de cierto espacio sin bordes nítidos sino definidos mediante un continuo de pertenencia a dicho espacio.

2.1.2. Geometría difusa

En teoría de conjuntos, el concepto de espacio total de representación musical puede encontrar un homólogo en la noción de *conjunto potencia*. Éste es el conjunto de todos los conjuntos en un universo X . Debido a que los conjuntos difusos son una generalización de los conjuntos en su definición clásica entonces el conjunto potencia es un subconjunto de un conjunto más amplio que en matemáticas se denota como $\mathcal{F}(X)$; *el conjunto potencia difuso*.

En términos matemáticos: Sea $\mathcal{F}(X)$ el conjunto de todos los conjuntos difusos en el universo X y sean $A, B \in \mathcal{F}(X)$.¹⁷⁸ Un conjunto difuso A está incluido en B si

$$\mu_A(x) \leq \mu_B(x), \forall x \in X. \quad 179$$

Es decir, que A está incluido en B si para todo elemento x que pertenezca al universo X , la evaluación de la función de membresía de A es menor que la evaluación de la función de membresía de B . En este orden de ideas, el conjunto difuso vacío es $\emptyset(x) = 0, \forall x \in X$ y el conjunto universo $X(x) = 1, \forall x \in X$.

En el mismo sentido que el conjunto potencia de los conjuntos difusos comprende el universo de discurso de la teoría de conjuntos difusos; el espacio musical es la suma potencial de todos los posibles perceptos bien sean continuos o discontinuos que puedan estar inscritos en él, o bien como el dominio de lo musical. Los subespacios de ese universo son perceptos individuales o cúmulos de

¹⁷⁸ $\mathcal{F}(X)$ es el conjunto potencia de los conjuntos difusos. Es análogo al conjunto $P(X)$ de los conjuntos clásicos. Este conjunto a veces se escribe como $[0,1]^X$ y el conjunto $P(X)$ como $\{0,1\}^X$.

¹⁷⁹ El símbolo \forall denota al cuantificador, “para todo”.

perceptos asociados entre sí por similitud o inmediatez. De la misma forma la totalidad de percepción de lo musical está compuesta de percepciones individuales que denominamos perceptos.¹⁸⁰

A diferencia de una región, una trayectoria en este espacio implica un percepto cambiante. Gärdenfors continúa su distinción entre conceptos y propiedades con la hipótesis de los conceptos-verbo. Aquellos que “esencialmente incluyen una dimensión temporal [y que] representan propiedades dinámicas de los dominios”¹⁸¹. Estos conceptos-verbo no reciben una elaboración profunda en el trabajo de Gärdenfors pero son de crucial importancia para la idea de Estrada de identidades dinámicas.

La relación entre perceptos adjetivos y perceptos sustantivos (*cf.* apartado 1.2.4) se puede entender en términos de interferencia —*i.e.* el proceso de interposición de dos o más señales de información que puede derivar en una señal resultante constructiva o destructiva—, los perceptos adjetivos —aquellos adjudicados a una única dimensión cualitativa en términos de Gärdenfors, o bien la percepción de componentes separados de un macrotimbre en Estrada— cruzan su información perceptiva y en el punto de unión de este entrecruzamiento podemos captar un percepto sustantivo.

El percepto sustantivo se construye mediante la intersección o la promediación de conjuntos difusos que equivalen a perceptos adjetivos. Así, las diferentes cualidades de un objeto se conjuntan para ofrecer al sujeto la imagen integrada del mismo. Un macrotimbre puede ser entendido bajo esta luz no solo como la conjunción de sus componentes sino como la interferencia entre ellos. El macrotimbre es, en ese sentido, un percepto que se constituye de la información cruzada de sus componentes. El gráfico a continuación ilustra este proceso:

¹⁸⁰ La totalidad de la música posible, incluso si dicha totalidad es infinita, puede ser considerada un único percepto. Esta idea parafrasea a Kant; quien ya había equiparado al tiempo y al espacio, según él, “el espacio está compuesto [...] sólo de espacios, al igual que el tiempo de tiempos. Los puntos y los instantes son sólo fronteras”. Equiparación luego constatada por la física de Einstein que unifica al espacio con el tiempo se opone a la idea de Schopenhauer según la cual la música, al ser un fenómeno temporal excluye su existencia espacial. *Vid.* Kant, 1781/1956.: 224: Original en alemán: “*Raum besteht also nur aus Räumen, die Zeit aus Zeiten. Punkte und Augenblicke sind nur Grenzen*”

¹⁸¹ Gärdenfors, *op. cit.*, p. 101. Original en inglés: “*essentially involve a time dimension. [...] represent dynamic properties of domains*”.

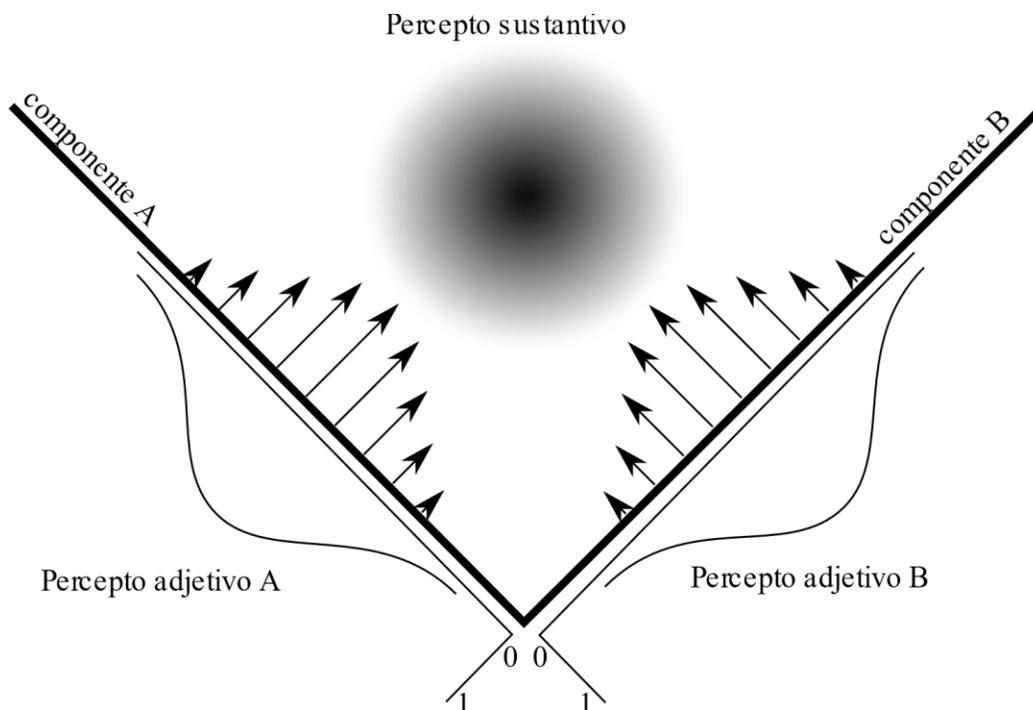


Ilustración 9. Interferencia de perceptos adjetivos para construir perceptos sustantivos difusos.

La gráfica corresponde a dos componentes cualesquiera, cada uno de los cuales puede presentar un percepto adjetivo —el sonido de altura aproximada a un DO# y de amplitud de onda cercana a f observable en el siguiente ejemplo del cuarteto de cuerdas podría ser el caso— evidenciado en ella como dos funciones de pertenencia a un percepto A y un percepto B, la interferencia entre estos dos perceptos crea un percepto sustantivo que es el resultado de la interacción entre estos dos componentes.

En este marco, la creación es el proceso de ida y vuelta. La creación musical parte de la percepción en tanto captación sintética y del análisis de ésta en términos de datos que fluctúan en el tiempo. El proceso de regreso es la aprehensión de esos datos y su manipulación para resintetizar el imaginario y las percepciones en términos comunicables. Una partitura no es más que el ejercicio comunicativo de la creación musical. El creador imagina, percibe, intenta memorizar e interioriza —proceso de ida—, luego descompone, analiza y registra gráficamente —proceso de vuelta—.

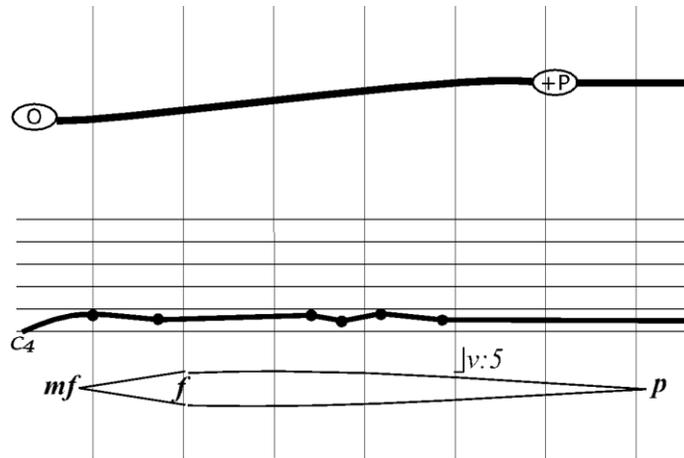


Ilustración 10. Ejemplo del cuarteto de cuerdas, viola, segundos 42” a 48” (pg. 2). El tipo de notación es descrito en detalle en el apartado 3.3.4 así como en las instrucciones de ejecución de las obras.

Un concepto similar puede encontrarse en la promediación de conjuntos difusos. Según Belohlavek y Klir, los conjuntos difusos pueden ser promediados de muchas formas. Puesto que el cálculo de promedios no es asociativo, las operaciones de promedio deben ser planteadas como funciones de n argumentos para todo $n \geq 2$. Así, las operaciones de promedio para conjuntos difusos son de la forma $h: [0,1]^n \rightarrow [0,1]$. Adicionalmente, Belohlavek y Klir enfatizan el hecho significativo de que el mínimo entre cualquier número de argumentos es menor o igual que el promedio entre estos que a su vez es menor o igual que el máximo; es decir,

$$\min(a_1, a_2, \dots, a_n) \leq h(a_1, a_2, \dots, a_n) \leq \max(a_1, a_2, \dots, a_n), \forall (a_1, a_2, \dots, a_n) \in [0,1]^n$$

La anterior expresión puede ser leída como: para toda colección de conjuntos difusos, el promedio h , entre un número n de conjuntos difusos es un número entre 1 y 0, mayor o igual que la intersección entre ellos y menor o igual que su unión. Esto quiere decir que las operaciones de promedios sobre conjuntos difusos producen valores mayores que la operación de intersección estándar y menores que las de unión estándar. Belohlavek y Klir interpretan esto como que las funciones de promedio “llenen la brecha entre la intersección estándar (operación mínimo) y la unión estándar (operación máximo)”.¹⁸² En el capítulo 3 de la presente disertación se ahondará en esta idea: entre dos situaciones aparentemente opuestas como la idea de continuo y de discontinuo, aparece,

¹⁸² Belohlavek y Klir, *op. cit.*, p. 59.

gracias a la teoría de conjuntos difusos, un puente que las comunica compuesto de infinitos términos y que en sí, exige ser descrito de forma continua.

A la sazón, Belohlavek y Klir proponen una clase de operaciones de promedio que denotan h_λ , donde $\lambda \in (-\infty, \infty)$ es un parámetro que distingue entre operaciones individuales, definido por todos los n -tuplos de $(a_1, a_2, \dots, a_n) \in [0, 1]^n, \forall \lambda \neq 0$ mediante la fórmula

$$h(a_1, a_2, \dots, a_n) = \left(\frac{a_1^\lambda + a_2^\lambda + \dots + a_n^\lambda}{n} \right)^{\frac{1}{\lambda}}$$

El promedio aritmético ocurre en $\lambda = 1$; el promedio geométrico se manifiesta si $h_\lambda \rightarrow 0$; la operación de mínimo si $\lambda \rightarrow -\infty$, y la operación de máximo si $\lambda \rightarrow \infty$. La unión de conjuntos en este caso, lleva a representar núcleos con una menor resolución, por otro lado, el promedio y la intersección entre ellos a una mayor resolución. Los tres pueden ser modelos matemáticos satisfactorios para describir la interferencia de perceptos adjetivos en la construcción de perceptos sustantivos. Debido a que no es el enfoque de esta disertación el presentar resultados experimentales en psicoacústica sobre su exactitud numérica; se solicita al lector que englobe los conceptos matemáticos de la teoría de conjuntos difusos en una atención filosófica acerca de la pertinencia de su estructura. Considérese que los conceptos mediante los cuales se ha hecho discontinuo el espacio musical puedan seguir existiendo en un comportamiento musical continuo siempre que sea considerada su naturaleza difusa.

El cuarteto de cuerdas está creado en el espíritu de estas interferencias considerando que los instrumentos que lo componen son objetos sonoros que emitirían algún sonido resultante producto del acto del instrumentista. La ejecución del cuarteto no es la búsqueda de que las acciones del instrumentista sean sonoramente efectivas sino que la música sea el resultado caótico de ellas; el sonido resultante es un testigo de la ejecución. Un ejemplo de esto es el componente de presión del dedo en la mano izquierda de los instrumentistas que se extiende entre la presión necesaria para producir armónicos y la presión normal requerida para pisar la cuerda. En la tradición, los armónicos se escriben estrictamente en alturas en las que se sabe que van a sonar —generalmente a intervalos

de cuarta, quinta u octava a partir de la cuerda pisada o de la cuerda al aire—. ¹⁸³ En el cuarteto de cuerdas estos armónicos son un componente libremente asignado que interfiere con el componente de altura. El siguiente ejemplo del cuarteto de cuerdas muestra un pequeño fragmento en el que una altura y color de arco relativamente estables son interferidos por variaciones de la presión del arco, de los dedos y del giro del arco entre *col legno* y *crine*.

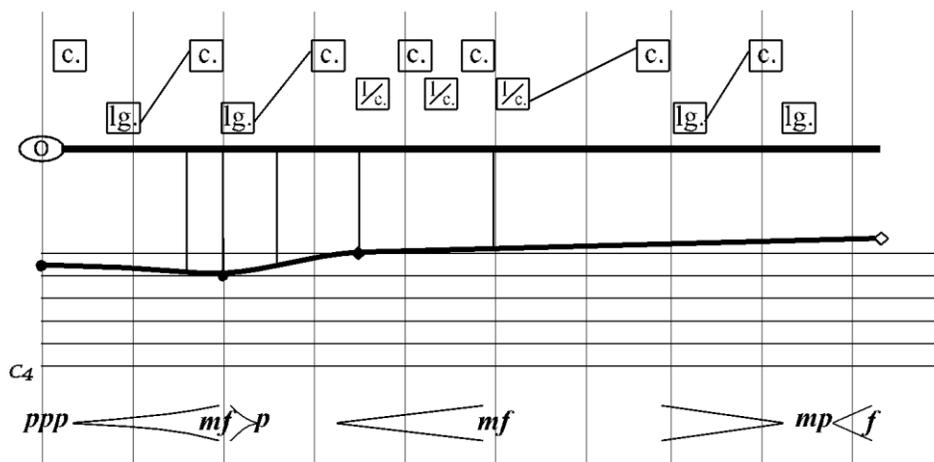


Ilustración 11. Cuarteto de cuerdas, Violín I, minutos 9:00 a 9:07.

Lo anterior me planteó, como problema estético, las diferentes disposiciones de ciertos componentes del sonido-ritmo con respecto a los demás componentes. Algunos, como en el caso anterior, pasarían a segundo plano y otros a un plano principal. Este ‘pasar a primer plano’ que se produce constantemente entre los componentes de la ejecución del instrumento se sintetiza en un flujo sonoro unificado, mismo que Estrada denomina *macro timbre*. Esta imbricación de un percepto adjetivo en su contexto al interior del percepto sustantivo tiene similitudes con la noción de fondo y figura, donde la disposición de los objetos trae al frente ciertas imágenes y deja atrás otras permitiéndole a la atención del sujeto rescatar ciertos gestos de entre el macro timbre.

¹⁸³ En su libro sobre técnicas contemporáneas para violín Patricia y Allen Strange, dedican un capítulo entero a los armónicos bajo la suposición de que estos se deben producir. En los puntos donde fue imposible producirlos escriben *Null*. Vid. Strange y Strange, 2001.

2.2. Percepción de intensidad

La intensidad en este subcapítulo se refiere al correlato subjetivo de la amplitud de onda. Si bien este correlato experimenta variaciones en función de la frecuencia, como constatan las curvas isofónicas de Fletcher-Munson (p. 67) su descripción simbólica se debe a la constitución de los perceptos asociados a estas amplitudes de onda. Adicionalmente, se considera como fundamental en la construcción de una teoría de perceptos en música pues guarda una relación con la existencia misma del sonido, es decir, una intensidad cero o cercana a cero elimina el percepto sonoro.

A continuación, se explican las nociones antes expuestas de los perceptos y de su naturaleza difusa en el estudio de la intensidad. La sección está compuesta por cuatro subsecciones que exploran las diferentes facetas de los perceptos de intensidad. Estas son: energía e intensidad, discernimiento, atención, y registro simbólico.

Varios textos en inglés se refieren a la intensidad como *intensity* en oposición al concepto de *loudness* con el propósito de diferenciar la potencia de la energía física de la fuerza de percepción, es decir, la cantidad de energía física de la cantidad de energía perceptiva. Para efectos de la lengua castellana, la palabra intensidad es lo suficientemente amplia para englobar todo el significado de la fuerza sonora al ser percibida. En ese mismo sentido, resulta poco útil diferenciar cierta parte de la percepción de la intensidad de su estructura global. Por ello, el presente texto se referirá a la intensidad en su acepción traducible a *loudness*. Este es un caso exacto de la diferencia mencionada en el capítulo anterior entre estímulo —dotado de características físicas medibles— y sensación, que es subyacente al proceso más amplio de percepción.

2.2.1. Energía e intensidad

Al preguntarse si, en medio del bosque donde nadie lo oiga, un árbol que cae produce o no sonido; se hace necesario distinguir entre el sonido como fenómeno físico —que suponemos que el árbol detona de todas formas—, y lo audible, que corresponde al sonido en tanto es percibido. La relación entre estos dos fenómenos podría pensarse como que el evento físico que la caída del árbol detona es sonoro en potencia, es decir, es solo la materia prima de un estímulo. Ahora bien, la *intensidad del sonido*¹⁸⁴

¹⁸⁴ En inglés el vocablo *loudness* expresa más específicamente la noción global de la intensidad en la percepción, sin embargo no existe una traducción exacta de este vocablo pues puede confundirse con estrépito, que como se ve en el capítulo 3, resulta sinónimo de ruido.

es el término que se usa para describir a la energía sonora tal y como es percibida. En este sentido la intensidad del sonido es proporcional a la *potencia física del sonido* que se interpreta como el objeto en un sentido físico.

En una primera instancia, sigue al modelo de la ley de Weber-Fechner, es decir, que ante un cambio lineal en la potencia del sonido por unidad de área —expresada generalmente como watts por centímetro cuadrado—, hay un cambio logarítmico en la sensación de ese cambio —expresada generalmente en decibeles—; medida útil pues es ligeramente mayor a la mínima diferencia perceptible de intensidad. La diferencia mínima es inversamente proporcional a la magnitud de la intensidad de referencia.

Por *diferencia mínima* —noción que también se puede observar en las alturas y en la temporalidad— se entiende el mínimo cambio en el estímulo físico que permita una diferenciación subjetiva en el ámbito de lo perceptivo.¹⁸⁵ De acuerdo a la ley de Weber-Fechner, la diferencia mínima es un umbral de percepción para ser utilizable. Un umbral más primario es el umbral de la audición, que oscila en torno a los 2×10^{-5} pascales y que se refiere a la mínima potencia de sonido perceptible como intensidad por un sujeto humano. A partir de estos umbrales se puede elaborar una escala que tiene como límite superior a la presión de la atmósfera terrestre. En física, la intensidad se expresa generalmente en decibeles,¹⁸⁶ una medida logarítmica con base en 10 que relaciona las potencias sonoras en pascales según la siguiente fórmula:

$$I = 20 \times \log_{10} \left(\frac{p_1}{p_0} \right),$$

donde I es la intensidad expresada en decibeles, p_1 y p_0 son la presión del estímulo y el límite inferior de la audición. Esto quiere decir que un aumento de 10 decibeles es el equivalente a multiplicar por diez la potencia física en watts por metro cuadrado y un aumento en 20 decibeles es el equivalente a multiplicar por 10 la potencia medida en pascales. La siguiente tabla muestra las características de la relación entre sonoridad en decibeles e intensidad en pascales.

¹⁸⁵ Nótese que es distinto a distancia mínima en el campo de la teoría d1.

¹⁸⁶ Roberts, 1984.

Decibeles	Pascales	Decibeles	Pascales	Decibeles	Pascales
140	200	90	0,632	40	0,002
130	63,2	80	0,2	30	0,000632
120	20	70	0,0632	20	0,0002
110	6,32	60	0,02	10	0,0000632
100	2	50	0,00632	0	0,00002

Tabla 4. Relación de pascales y decibeles desde el umbral de la audición equivalente a 0 decibeles.

La siguiente figura muestra la dependencia de esta cantidad con relación a la intensidad de referencia y también a la a frecuencia de la muestra sonora. Como se puede observar, la intensidad no constituye una dimensión enteramente lineal en términos de percepción. Esta observación es un primer punto para una descripción adecuada del fenómeno que nos presenta una faceta anexa a lo difuso de los perceptos de intensidad: su relatividad. En términos de Gärdenfors, dicho fenómeno constituye un dominio conceptual en el que dos dimensiones cualitativas están concatenadas. La percepción, al menos de la intensidad, no funciona como una superficie plana, sino que posee atributos irregulares que la complejizan.

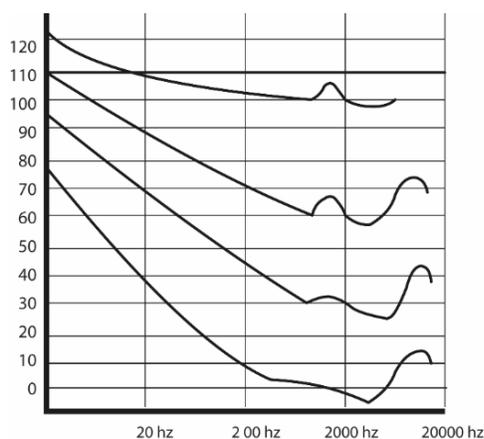


Ilustración 12. Curvas isofónicas de Fletcher-Munson¹⁸⁷ que muestran la relación entre frecuencia e intensidad percibida como igual, nótese que el umbral de la percepción cambia más que otros puntos de equivalencia.¹⁸⁸

¹⁸⁷ Así llamada por haber sido medida por primera vez en Fletcher y Munson 1933.

¹⁸⁸ Adaptada de Oxenham, 2013, p. 5.

En el mundo físico todo sonido puede entenderse como una manifestación específica de la energía. Esta definición excede por mucho a la definición más estricta del sonido que nos preocupa en música, en la que solo podemos encontrar una descripción adecuada a la energía sonora que nos es perceptible; sin embargo, este hecho físico revela que todos los componentes del sonido y del ritmo —y también del ruido— son energía, independientemente de nuestra percepción. Es por esto que la discusión sobre la intensidad del sonido es fundamental, es un hecho físico *a priori* a la percepción misma y abre el camino para la percepción de todos los demás.

Si se considera a la energía desde la perspectiva de lo estético, nuestra percepción de ella pareciera ser la más directa y posiblemente la más primitiva;¹⁸⁹ es razonable partir de ahí para entrar en una discusión más profunda acerca de los perceptos sonoros. En los primeros animales terrestres, y en muchos anfibios actuales, la percepción del sonido es inespecífica, es decir, que dichos animales perciben la energía sonora con todo su cuerpo a diferencia de los mamíferos que evolucionamos con órganos especializados para esta función.¹⁹⁰ Pese a dicho proceso de especialización, en nosotros lo audible también tiene una dimensión táctil. El límite superior de la audición humana conocido como el umbral de la incomodidad o el umbral del dolor ocurre en intensidades superiores a los 120 db y es, sobre todo, táctil en vez de auditivo. Esto nos lleva a pensar que el límite entre distintos modos de captación es en sí difuso, al menos desde un punto de vista fisiológico.

Desde el punto de vista auditivo, lo sensible se resume a la energía física, independiente del sujeto, que hace vibrar el aire. El proceso de captación de esta energía es en un sentido amplio, el primer paso del proceso perceptivo. En suma, la percepción auditiva comienza como una captación de la energía y se traduce en términos de intensidad en su acepción más elemental, la estructura de esta traducción, dada proporcionalmente por la ley de Weber-Fechner y transformada por la relación integrada que tiene la intensidad del sonido y su frecuencia corresponde a la estructura del componente de intensidad y es el marco fundamental de la comprensión de todo el fenómeno auditivo.

2.2.2. Discernimiento de la intensidad del sonido

¹⁸⁹ La evolución del oído de los vertebrados amnióticos es un tema ampliamente documentado, un resumen se encuentra en Manley y Popper, 2004.

¹⁹⁰ Busnel, 1963.

La intensidad de un percepto sonoro permite el discernimiento de distintos perceptos al separarlos de su entorno por una diferencia en la magnitud. Dicha discernibilidad constituye una característica definitoria de todo percepto; *i.e.* una diferencia del entorno suficiente que permita extraerlo cognitivamente de él. Puesto que la intensidad de un sonido es un componente ineludible, su distinción de un entorno le otorga al percepto un relieve, un plano principal que lo convierte en figura y al entorno lo define como fondo. Partiendo de esta separación intuitiva de figura y fondo entre el percepto y su entorno, se pueden observar algunos fenómenos que dan cuenta de su estructura difusa, en particular, los efectos del enmascaramiento y la percepción de la localización de un percepto.

Al superponerse, las intensidades del sonido no se suman de forma lineal, por ejemplo, la diferencia entre escuchar a una persona cantando y a dos personas cantando al unísono es percibida como más evidente que la diferencia entre un coro de 200 personas y otro de 201 personas; diferencia que es imperceptible. Este efecto tiene un correlato en el ámbito de la lógica en la paradoja de Sorites: un grano de trigo no es un montón de trigo, ni lo son dos granos de trigo, así sucesivamente se pueden añadir granos de trigo sin establecer nunca que sí haya un montón de trigo.¹⁹¹ En otros términos: un sonido puede tener una intensidad i , el siguiente una intensidad $i+1$ indiscernible de i . A partir de ese punto de partida se inicia una sucesión de sonidos: $i, i+1, i+2, \dots, i+n$, en la que existe un término; $i+c$ en donde i sea claramente discernible de $i+c$.^{192 193}

La lógica difusa y la teoría de conjuntos difusos ofrecen una explicación para este proceso de continuidad: el concepto de montón no precisa de un borde nítido para existir sino de un continuo en el grado de pertenencia al montón en el cual el grano singular de trigo se valúa como 0 y el montón claramente perceptible de x granos de arroz como 1,¹⁹⁴ es decir, de las definiciones nucleares de ausencia y presencia de montón.

El contraste, drástico entre un elemento sonoro de intensidad muy superior al de otro —el contraste entre unidad y montón— produce un efecto de enmascaramiento estrechamente relacionado con la percepción de fondo y figura. Tal efecto se refiere a que la señal más fuerte oculta a la señal más débil.¹⁹⁵ Un fenómeno similar ocurre con la luz, cuando una fuente de luz oculta todo lo que está detrás, por ejemplo, la luz del sol hace imposible ver las estrellas durante el día.

¹⁹¹ Raffman, 2018.

¹⁹² Graff, 2001, p. 914.

¹⁹³ Hellie, 2005, p. 500. Aclara el punto de la discernibilidad.

¹⁹⁴ Cabe anotar que la lógica difusa tampoco da una única respuesta para cuántos granos de trigo constituyen un montón.

¹⁹⁵ McDermott, James. *op. cit.* Asocia el enmascaramiento también con un argumento a favor de la idea de *espacio musical*.

Lo anterior se reduce a que la relación entre un percepto y su entorno se puede modelar entre dos antípodas: de un lado, la de agregado imperceptible, por ejemplo, cuando un corista más se agrega al grueso del coro; en el otro extremo la de un sonido de marcada diferencia en intensidad con su entorno que más allá de diferenciarse de él lo enmascara.

La altura del sonido incide en una sensación de fondo y figura pues sabemos que nuestra percepción de las alturas es particularmente clara en torno a los 1000 hz mientras que en sonidos más agudos y graves el sonido se debilita.

En una sucesión de sonidos, el efecto de enmascaramiento puede ser descrito mediante el siguiente ejemplo: un estrépito ocurre a máxima potencia, se detiene inmediatamente y solo queda un sonido muy débil que se percibe a lo lejos, durante los primeros instantes posteriores a la desaparición del estrépito, el sonido restante será imperceptible, solo tras un breve periodo de acostumbramiento se hará presente al oído. El estrépito que acaparó toda nuestra percepción, ocultó al sonido débil no solamente durante el tiempo en el que existió sino unos instantes después. En general, al sucederse, los sonidos crean una sensación de fondo y figura que se puede percibir en el transcurso del tiempo.

Cuando el contraste entre sonidos que se alternan es pequeño el efecto resultante es parecido al de un cambio en el color del sonido, el hecho de que el color del sonido dependa del contenido armónico incide en la intensidad percibida de este. Un experimento notable al respecto fue realizado por Warren *et al.*¹⁹⁶ En donde se ponía a los sujetos a escuchar dos señales alternadas de ruido blanco con diferencias menores a tres decibeles, los resultados muestran que la señal de más intensidad fue percibida como menos intensa que la señal menor que se juzgó como un ruido de fondo constante. Esto indica que la percepción de la intensidad contiene paradojas que hacen que no se pueda puntualizar su cantidad en la misma forma que no se puede puntualizar el número de granos en un montón, y más bien, al admitir que los niveles de intensidad son entes difusos se elude la respuesta directa pasando a la más satisfactoria explicación del problema. En percepción musical puede ser más útil entender el mecanismo difuso del montón de sonidos que contar la cantidad de granos que lo componen.

Localización

¹⁹⁶ Warren, 1973, pp. 807-25.

La percepción de la intensidad puede cambiar en dos ejes que pueden ser representados por dos valores, uno de cercanía y otro de ubicación esférica. Juntas la percepción de cercanía y la de localización proveen un mapa auditivo completo del entorno en que un sujeto se encuentra. El primer valor, el de cercanía, tiene un efecto directamente proporcional sobre la intensidad; es decir, entre más cerca esté un sonido más fuerte se percibirá. El segundo valor, correspondiente a la ubicación del sonido, para la que tenemos descripciones adverbiales, un sonido se escucha arriba, abajo, atrás, adelante, a la izquierda o a la derecha.¹⁹⁷

Si bien es preciso el hecho de que algo esté a la derecha, izquierda, arriba o debajo del sujeto estas posiciones adverbiales, son tanto relativas como difusas. Relativas, porque depende del punto de vista del sujeto y difusa porque incluso en el límite entre la izquierda y la derecha existe un margen de error de 1° sobre la ubicación del sonido.¹⁹⁸ En cuanto a la diferenciación entre atrás y adelante, la barrera es aún más borrosa pues la percepción de ubicación lateral tiene un margen de error de 15°. Este límite de la percepción puede ser entendido como el umbral de la percepción angular, por pequeño que sea este umbral de percepción revela que nuestra capacidad de detectar dicho ángulo tiene un grado de difusión.

En adición, existe también un fenómeno de agrupamiento en la localización de sonidos cercanos. Si una serie de sonidos es emitida desde un lugar cercano —desde la perspectiva del perceptor— entonces el primero de estos sonidos dará la pauta para que dicho sujeto establezca la ubicación de todos los demás sonidos.¹⁹⁹ El perceptor entonces define este primer sonido como el núcleo de una región difusa del espacio en torno a sí, a la cual le adjudica el origen de todos los demás sonidos. No percibimos, por lo tanto, puntos en el espacio, sino que agrupamos dichas fuentes en regiones del espacio de cuyos límites no somos conscientes y que sin embargo proveen al perceptor de una experiencia eficiente.

La percepción de distancia de una fuente sonora tiene una conexión directa con la percepción de la intensidad pues es inversamente proporcional a esta. El umbral de percepción de distancia de una fuente sonora varía de acuerdo a la distancia, por ejemplo, a medio metro de distancias es posible distinguir entre dos fuentes sonoras con 2 centímetros de diferencia, por el contrario, a diez metros de distancia este umbral de percepción se acerca a un metro.

¹⁹⁷ Los mecanismos mediante los cuales se ubica el sonido fueron establecidos por Jeffress, 1949, pp. 35-39.

¹⁹⁸ Stern, *et. al.*, 2005.

¹⁹⁹ Wallach, 1949, pp. 315-36. ofrece evidencias experimentales de este fenómeno.

Umbral de la percepción de la distancia en metros	0.2	0.2	0.28	1.06
Distancia de referencia en metros	0.5	1	2	10

Tabla 5. Relación entre distancias y umbrales de percepción de la distancia. Tabla adaptada de los resultados de Völk et al. (2012)²⁰⁰

La intensidad del sonido ha sido correlacionada con la distancia mediante una relación de cuadrado inverso apoyándose en la estructura física de la propagación del sonido en un ambiente sin obstáculos.²⁰¹ Sin embargo en ambientes con efectos reverberantes la relación se sostiene —si bien puede entrar en conflicto con sonidos que rebotan en superficies más cercanas—.²⁰²

La información acerca de un umbral de percepción de la distancia antes visto hace que no se pueda considerar como un absoluto esta regla del cuadrado pues obliga a pensar en una aproximación difusa a la percepción de la distancia y por lo tanto de la intensidad asociada a ella. Una segunda objeción a estos modelos matemáticos es que desconocen el carácter perceptivo de la intensidad. No es objetivo decir que un sonido se percibe con la mitad o el doble de la intensidad que otro pues no es perceptible un intervalo de duplicación en este componente del sonido y del ritmo. En adición a esto es posible considerar el efecto sinestésico de tamaño, los sonidos más fuertes se perciben como más grandes y los más débiles como más pequeños.

Esta percepción tiene un correlato en la percepción visual —en la que objetos más cercanos se perciben más grandes debido a que ocupan un área mayor del campo visual humano— que sintentiza las nociones de enmascaramiento y localización. Percibimos como grande y abarcativo a un sonido de gran intensidad que anula la percepción de sonidos adyacentes bien sea en el tiempo —lo que incluye a la simultaneidad y a la sucesión inmediata— como en el espacio mediante la localización de señales sonoras.

2.2.3. Micro-intensidades

La intensidad del sonido también se manifiesta al interior de un espectro sonoro. A estas características analíticamente salientes de intensidad se las conoce como *formantes* en psicoacústica. Los formantes son regiones del espacio de alturas que se resaltan al interior de un espectro sonoro

²⁰⁰ Völk, *et. al.*, 2012, p. 320.

²⁰¹ Observado por Stevens y Guirao, 1962, pp. 1466-71.

²⁰² Sivonen y Ellermeier, 2011, p. 188.

con independencia de la intensidad. Los valores que contienen estos formantes son tan pequeños que sonidos aislados con estas cantidades de energía serían difícilmente perceptibles. Sin embargo, al interior de un espectro ganan una relevancia particular pues son una de las características que “nos permite escuchar [diferentes alturas] como provenientes de la misma fuente [sonora].”²⁰³ Por lo tanto, un resultado natural de transformar de manera permanente el timbre instrumental en una obra musical implica el generar una rugosidad en la microintensidad del sonido.

Una variación pequeña pero regular de intensidad es conocida como un vibrato de intensidad, ampliamente utilizado en instrumentos de viento como la flauta. Al acelerar el cambio de intensidad a velocidades sónicas (mayores a 20 Hz) el vibrato de intensidad gana características de altura. Aunque este vibrato “no ha sido utilizado frecuentemente utilizado ni en música electrónica ni en música espectral”,²⁰⁴ un sencillo experimento en SuperCollider²⁰⁵ muestra que entre la percepción de la intensidad y la percepción de la altura hay un continuo evidente cuyos bordes no son fáciles de precisar. En dicho experimento se escucha como un LA₄ = 440hz dotado de un ligero vibrato de intensidad experimenta un acelerando de este hasta percibirse un intervalo de dos alturas separadas por un intervalo cercano a la séptima menor. De lo anterior, se puede intuir que entre el componente de intensidad y el componente de altura existe una zona gris.

2.2.4. Registro simbólico de la intensidad

La teoría de la música ha percibido a la intensidad como una serie de instancias de fuerza que no tienen un valor numérico asignado pero sí un orden. Las anotaciones de *forte*, *piano*, *mezzo-forte*, etc. son valores relativos entre sí y de interpretación aproximada; en especial, si se comparan con la notación de alturas o de duraciones, que tradicionalmente, han sido discretizadas con precisión.²⁰⁶ Estos valores de intensidad se refieren a áreas difusas de un continuo de alturas que recorre el espacio

²⁰³ Fineberg, 2000, p. 87.

²⁰⁴ *Ibid.*

²⁰⁵ (SynthDef(\microinten,
 {Out.ar([0,1],
 SinOsc.ar(440,0,
 SinOsc.kr(
 Line.kr(4,100,15)
 ,0,0.1,0.5)
 })).add
)

²⁰⁶ Para Cowell, esta relatividad de la notación musical era un problema que planteó resolver adjudicando valores precisos a las intensidades para luego ser tratadas en un mismo sentido que la armonía y el ritmo *i.e.* mediante la serie de armónicos. *Vid Cowell op. cit.* pp. 81-83.

que existe entre el umbral de la audición y el umbral del dolor. Esta sección muestra cómo se pueden recorrer los conceptos fundamentales de la teoría musical de la mano de la teoría de conjuntos difusos.

La historia de la notación de la intensidad refiere a una preocupación cambiante acerca de la naturaleza de los perceptos correspondientes. La notación de *dinámicas*²⁰⁷ moderna es relativamente reciente en la música occidental. La primera aparición de dinámicas en una partitura se encuentra en el códice de Capirola (1517) donde hay una única anotación: “*tocca pian piano*”.²⁰⁸ Sólo hasta el final del siglo XVIII se encuentran comúnmente estas anotaciones en partituras. Durante el siglo XIX, la precisión en la escritura dinámica se intensificó; “Berlioz fue probablemente el primero en usar *fff*”,²⁰⁹ Tchaikovsky llegó a anotar *pppppp* en su *Sinfonía Patética* (1893).²¹⁰ Ligeti en sus estudios para piano llegó más lejos a anotar *pppppppp*²¹¹ y *ffffff*²¹² —*8p* y *8f* respectivamente—. No obstante, estas expresiones extremas de dinámica no refieren únicamente a un sonido más fuerte o más suave que el que sus antecesores requerían con *fff* o *ppp*, sino también a un mayor grado de control; esto es, una claridad de niveles de intensidad mucho mayor a la esperada por Beethoven, Schubert o Mozart.²¹³ Este proceso histórico entonces puede ser entendido en dos direcciones simultáneas, una de expansión del registro de la intensidad y otra de un aumento en la resolución en la que ese registro es dividido.

Durante el siglo XX y pese a que el espacio del componente de intensidad es continuo, el serialismo integral, que fue el primer modelo musical en intentar dar una estructuración rígida a las intensidades, lo hizo mediante su serialización como niveles discontinuos de intensidad.²¹⁴ Esta serialización hizo posible pensar a las intensidades en términos discretos de una escala. Sin embargo, la incapacidad humana de precisar los valores de intensidad en la manera en la que precisamos los valores de alturas o de duraciones, imposibilita el control sobre el efecto perceptivo que se espera de dicha discretización. La intensidad puede ser cartografiada como una escala de conceptos pero estos conceptos son altamente difusos, desatendiendo a ello, la música serial no da cuenta de esta realidad perceptiva.

²⁰⁷ En esta sección se entiende por dinámicas a las notaciones de las intensidades, un análogo de esta relación está en las notas como notaciones de las alturas.

²⁰⁸ Thiemel, 2001.

²⁰⁹ Pajares, 2012, p. 314.

²¹⁰ Tchaikovsky 1893/1901, Mvt 1 c. 160.

²¹¹ Ligeti, 1985-2001/1998, *Étude 9 'vertige'* cc. 140-141.

²¹² *Ibid.* *Étude 13 'L'escalier du diable'* c. 43.

²¹³ A una conclusión similar llega Pajares Alonso *op. cit.*

²¹⁴ El segundo de los Cuatro estudios de ritmo de Olivier Messiaen: “*Mode de valeurs et d'Intensité*” (1949) es un ejemplo prototípico de este tipo de discretización de la intensidad.

A diferencia del intérprete humano, las máquinas responden a niveles numéricos precisos y pueden articular con exactitud niveles de intensidad. Los números que reciben las máquinas son valores precisos, inequívocos. Es decir son elementos nítidos, por el contrario, los valores que recibe una persona, son relativos al contexto y en realidad son conjuntos difusos de valores de intensidad. Independientemente de la precisión con la que una máquina reproduzca un sonido, su aprehensión por quien lo escucha está mediada por un proceso perceptivo humano. Esta dificultad, la de la interacción entre el mundo intuitivo y difuso de los humanos con el del cálculo y procesamiento precisos de las máquinas fue, precisamente, la que llevó a Zadeh, a desarrollar la teoría de conjuntos difusos.²¹⁵ La teoría de los conjuntos difusos es, entonces, una herramienta útil al enfrentar el problema de una teoría de la intensidad.

En su ensayo de una escuela básica de violín, *Versuch einer gründlicher Violinschule*, Leopold Mozart (1719 – 1787) explica las dinámicas de la siguiente manera: “*piano* [...] significa suave; *forte*, sonoro o fuerte. *Mezzo* significa medio, y viene a moderar entre *forte* y *piano*. Es decir, *mezzo-forte*, medio fuerte, o sonoro; *mezzo-piano* medio débil, o suave”.²¹⁶ Este modelo simplificado de dinámicas puede servir como punto de partida para observar la aplicabilidad de la teoría de conjuntos difusos en el estudio de la intensidad. En un sentido estricto, el término *mezzo* fue un primer modificador de dos conjuntos difusos que en una primera instancia se presentan como mutuamente excluyentes. Las tres funciones planteadas por Mozart corresponden a los conceptos descritos por Mozart de *piano*, *mezzo*, y *forte*. Claro está que no hay una barrera nítida entre *piano* y *forte*, por eso habla de que el *mezzo* “modera” entre los dos valores y adquiere para sí cualidades conceptuales independientes. Como se puede observar hay regiones donde una intensidad sería *mezzo* y *piano* a la vez o *mezzo* y *forte* a la vez. Estas regiones se pueden considerar como conjuntos difusos independientes a su vez y las vemos en composiciones de esa época como *mf* y *mp*.

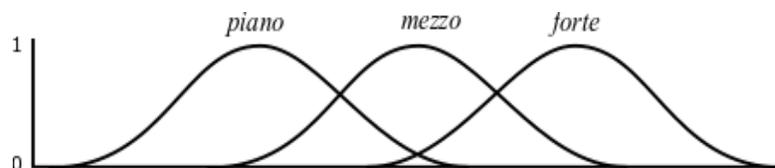


Ilustración 12. El modelo de Leopold Mozart explicado como funciones difusas, funciones de intensidad a grados de verdad: Aquí, la totalidad del espacio del componente de intensidad es dividido entonces en tres partes que no cuentan con bordes nítidos.²¹⁷

²¹⁵ Zadeh, Lotfi. 2011, p. 7.

²¹⁶ Mozart, 1787. pp. 51-52 Original en alemán: “*Piano heisst Still; und Forte, Laut oder Stark. Mezzo, heisst Halb, und wird zur Mässigung des Forte und Piano Gebraucht. Nämlich mezzo forte halb Stark oder Laut; mezzo piano halb Schwach oder still*”.

²¹⁷ Un diagrama similar se encuentra en: Elsea, 2011. p. 5.

Un experimento realizado por Johannes Krämer sobre las intensidades de los sonidos de instrumentos de cuerda, donde comparaba el *ff* y el *pp* de instrumentos del siglo XX con instrumentos análogos del siglo XVIII.²¹⁸ Como puede observarse, Para cada dinámica existe un margen de error de unos veinte decibeles e incluso dinámicas que disjuntas dentro de la notación occidental, como el *pp* y el *ff*, comparten sonidos extremos como es el caso del mínimo *ff* del violín y del máximo *pp* del contrabajo.

	<i>pp</i> min	<i>pp</i> max	<i>ff</i> min	<i>ff</i> max
Violín	52 db	79 db	80 db	95 db
Viola	58 db	71 db	82 db	97 db
Violonchelo	57 db	77 db	92 db	102 db
Contrabajo	61 db	80 db	90 db	100 db

Tabla 6. Medidas tomadas del estudio de Krämer (2011).

Por simplicidad del modelo, se asumió que el percepto correspondiente a cada valor dinámico mediría 20 db y que el mínimo valor para *pp* sería de 50 decibeles. La razón por la que se redondean estos valores es que la muestra tomada por Krämer no refleja muchas otras situaciones musicales como es el caso de la música electrónica donde los valores dinámicos pueden ser especificados más precisamente. Cabe aclarar también que el propósito de la presente disertación no es representar datos experimentales de uno u otro estudio sino modelar en abstracto los perceptos como conjuntos difusos. La siguiente figura muestra los resultados de considerar los datos de Krämer y extrapolarlos a otras cuatro anotaciones dinámicas: *pp*, *p*, *mp*, *mf*, *f* y *ff*.

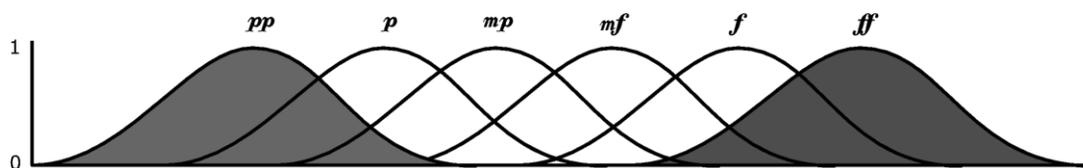


Ilustración 13: en gris, las medidas originales adaptadas del estudio de Krämer. Muestra, al igual que la correspondiente a la descripción de Mozart, una cartografía difusa del espacio continuo de intensidades. Los movimientos de un

²¹⁸ Krämer, 2011.

macrotimbre por este espacio se conceptualizarán mediante conjuntos difusos expresados de manera similar a estas dos figuras.

La intensidad de un sonido es un fenómeno fluido. Este es el caso del *crescendo* y del *diminuendo*, así como de los reguladores de intensidad. Al interior de un solo evento sonoro, esta transformación de la intensidad se conoce como la envolvente. En la práctica de la síntesis electrónica de sonidos, generalmente se describe como ataque, decaimiento, sostenimiento y liberación o ADSR por sus siglas en inglés.²¹⁹ En lapsos de tiempo largos la transformación de la intensidad puede determinar el gesto formal de una obra musical. En el caso del *Bolero* de Ravel vemos como la intensidad aumenta continuamente durante la totalidad de la obra. Formalmente, la intensidad cumple un papel central en esta obra pues es la encargada de articular el precepto general que esta propone. Resulta evidente tanto en la escucha del *Bolero* como en la representación del mismo como forma de onda, que este consiste de un gran crescendo. Este ejemplo es quizás el más simple y conocido, pero ayuda a mostrar que la intensidad es un factor central en la construcción de la forma musical.

En altas velocidades, el cambio de intensidad se puede percibir como vibrato y al introducirse en frecuencias sónicas —superiores al umbral entre sonido y ritmo— en modulación de amplitud. El vibrato de intensidad es una variación rápida en intensidad de un sonido que crea un sonido pulsante. El vibrato tiene una frecuencia que puede o no ser regular pero crea unos micro-ritmos al interior de un macro timbre. Se puede modelar el vibrato en un espacio bidimensional compuesto por cuatro perceptos: vibrato rápido, lento, amplio y corto. Al acelerar el vibrato a más de 16 pulsos por segundo, este produce un efecto de modulación de amplitud. En teoría el vibrato no tiene un límite de frecuencia mínima pero como se verá más adelante, existe un límite para la percepción del pulso que gira en torno a los 30 pulsos por minuto. Puesto que el vibrato es en el fondo un fenómeno rítmico se considerará este como el valor mínimo de su espacio perceptivo.

2.3. Perceptos de altura

²¹⁹ *Attack, Decay, Sustain y Release.*

En esta sección se elabora sobre el continuo sonido-ritmo ahondando en las características difusas que lo componen. Primero la descripción del espacio de alturas, luego un breve recuento de los sonidos de alta frecuencia y finalmente una introducción al espacio sub-sónico de alturas difusas.

2.2.1. El sonido de alturas definidas

La altura de un sonido es un percepto adjetivo del sonido que permite distinguir al interior de un espacio asociado con la relación grave, agudo. En términos físicos, la característica definitoria de la altura se conoce como la *frecuencia fundamental*, “la cantidad de veces que el un patrón regular de compresiones y rarefacciones en el aire se repite en un segundo”.²²⁰ Entre mayor la frecuencia, más agudo será percibido el sonido. Cuando la frecuencia fundamental de un sonido es perceptible como altura entonces nos referimos a la región media del sonido, que a grandes rasgos va de las frecuencias entre los 20 y los 20000 Hz. En una mirada más detallada, los sonidos por debajo de aproximadamente 40 Hz son perceptibles no solo como alturas sino también como micro-ritmos, que son propios del espacio subsónico, primero como granulaciones del sonido —i.e. su textura se hace rasposa— y luego como pulsaciones de gran velocidad. A este tipo de alturas Estrada las llama *sonido-ritmo*. Asimismo, el espacio por encima de los 6000 Hz es perceptible como sonidos con altura pero entre mayor es la frecuencia en dicha región, menor es la capacidad de reconocer la altura propia de esa frecuencia.

La relación entre frecuencia y altura en el espacio intermedio de entre 40 y 6000 Hz, es de tipo logarítmico y puede ser descrita mediante una ecuación del tipo de la ley de Weber-Fechner. Como se encuentra en el capítulo 1, la ley de Weber-Fechner exige que exista un umbral mínimo de diferenciación, que sirve como anclaje para establecer cualquier fenómeno perceptivo. En términos de alturas, esto implica que una altura sólo puede ser definida como correspondiente a una frecuencia al relacionarla con una distancia mínima entre alturas. La fórmula matemática que se usa para convertir frecuencias en intervalos —y por lo tanto en alturas— es:

$$i = t \left(\log_2 \frac{f_1}{f_2} \right)$$

donde i , es el intervalo entre las alturas correspondientes a las frecuencias f_1 y f_2 ; y t es la cantidad de términos al interior de un intervalo de duplicación —una octava. Físicamente, un intervalo es una proporción entre dos frecuencias. Sin embargo, no es percibido como tal, sino como

²²⁰ Fineberg, *op. cit.*, p. 82.

una medida de distancia lineal entre dos alturas. La acción de la percepción sobre el estímulo queda evidenciada en este caso pues el concepto de intervalo es un concepto de distancia, aunque el estímulo que lo detona sea uno de proporción.

Las alturas no son puntos sino ámbitos difusos en torno a una frecuencia fundamental. Perceptivamente, no es exacta la relación entre frecuencia y altura en tres sentidos:

- El oído humano no es capaz de reconocer, en la mayoría de los casos, la diferencia entre dos alturas separadas por menos de aproximadamente 5 *cents*.²²¹ Lo que genera una ventana de unos diez *cents* de mínima imprecisión perceptiva.
- Al existir un movimiento de alturas, oscilante y de no más de unos 200 *cents* de envergadura, es percibido como *vibrato*.
- La relación de identidad que existe entre altura e intervalo presenta irregularidades conocidas como *octavas paradójicas*.²²²

El tercero de los casos requiere de una construcción lógica que conecta a la altura con el intervalo de forma indistinta.²²³ Dos intervalos de importancia para la comprensión del espacio de alturas son el *intervalo de identidad* y el *intervalo de duplicación*.²²⁴ El intervalo de identidad es aquel que al ser medido desde una altura produce esa misma altura, es decir el unísono —que también puede ser entendido como un intervalo de medida 0, o una proporción de 1:1. El intervalo de duplicación —tradicionalmente, la octava—, como proporción, se refiere a una relación de 2:1 entre las frecuencias que lo componen, como distancia entre alturas es igual a la cantidad de términos que componen la escala. A propósito de su definición dentro de la teoría d1 (basada enteramente en el concepto de distancia lineal), Estrada escribe:

Dentro de la escala inicial, se entiende por intervalo de duplicación al conjunto de distancias comprendidas entre el primero y el último término. En el caso de los intervalos de duración y de altura dicha idea se entiende como intervalo de duplicación frecuencial (idf).²²⁵

Mediante el intervalo de duplicación, las alturas son concebidas como *clases de altura*. Una clase de altura entonces es una colección de alturas que están relacionadas por una cierta equivalencia perceptiva pero que, a su vez, están separadas por un intervalo diferente al unísono. A esta definición se le puede agregar el requerimiento de que el intervalo entre ellas permita construir sistemas de

²²¹ Un cent es una centésima parte de un semitono.

²²² La descripción de estas octavas y varios experimentos que las demuestran se encuentra en Keuler, 1999.

²²³ Esta conexión sirve como sustrato teórico para construcciones como la teoría d1 de Estrada.

²²⁴ Términos tomados de Estrada, *op. cit.*: 155-160.

²²⁵ Estrada, *op. cit.*, p. 5.

escalas. Propiamente, las alturas relacionadas por el intervalo de octava se consideran equivalentes, a este principio se le ha conocido anteriormente como equivalencia de octava.²²⁶ Es decir, que el intervalo de duplicación es perceptivamente una relación de alturas distintas, pero equivalentes en términos de clases de alturas.

El componente de alturas puede ser representado como un espacio bidimensional, en un eje las clases de altura y en el otro la frecuencia fundamental del sonido. Como resultado el espacio de alturas es helicoidal como lo había anotado Shepard.²²⁷

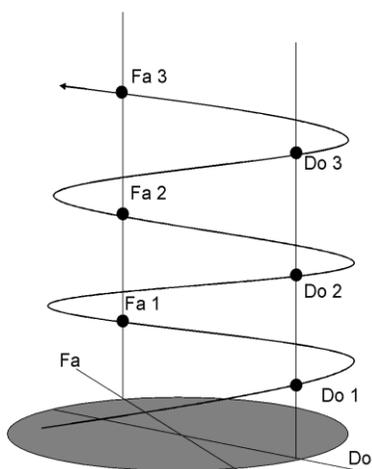


Ilustración 14. Espiral adaptada de Shepard (1964),²²⁸ el círculo de base se refiere a las clases de alturas dispuestas por semitonos: DO, DO#, RE, RE#, MI, FA, FA#, SOL, SOL# LA, LA# Y SI. En el eje vertical está la altura. Las alturas ascienden, pero la clase de alturas se repite cíclicamente. Gärdenfors ejemplifica una dimensión cualitativa no lineal con esta estructura.

Pese a esta visión, hay situaciones en las que el imperio de la octava no es tan evidente. Jenö Keuler asegura que la octava es un caso particular de un ámbito mayor que él denomina octava paradójica.²²⁹ Aquí, el intervalo de duplicación es extendido mediante la distorsión de los espectros de los sonidos que lo constituyen. Keuler asegura que la octava como rasgo de identidad sigue teniendo fundamentos acústicos y no logra dar cuenta de la equivalencia de octavas en sonidos senoidales. Sin embargo, estas dudas que se pueden exponer sobre la tesis de Keuler no dejan de opacar el hecho de que el intervalo de duplicación es en sí un concepto impreciso perceptivamente. Las octavas paradójicas de Keuler no cumplen siempre con los requerimientos de un intervalo de

²²⁶ El término intervalo de duplicación es tomado de la teoría d1 de Estrada, en ella, el intervalo de identidad es denominado “intervalo del ciclo de la escala inicial”. *Idem*.

²²⁷ Shepard, 1964, pp. 1-15.

²²⁸ La espiral de Shepard fue primero propuesta por M. Drobisch en 1855.

²²⁹ Keuler, 1999, *op. cit.*, pp. 211-24.

duplicación pero están en la capacidad de crear la ilusión de identidad y de constituir sistemas sonoros en su interior.

Nakajima *et. al.* Observan que la composición espectral de un sonido puede afectar esta estructura circular planteada por Shepard. Al periodizar el espectro en secciones de a 14 semitonos observan que se perciben como equivalentes intervalos diferentes a la octava, por ejemplo la quinta (700 cents) y la novena mayor (1400 semitonos).²³⁰

De lo anterior se genera un modelo concéntrico de qué es una altura y también qué es una clase de altura.²³¹ Las frecuencias que determinan alturas en el núcleo de este modelo son ciertamente pertenecientes a esta clase de altura; estas frecuencias serían valuadas con un 1 en la función de membresía de una altura en tanto conjunto difuso. Las demás pertenecen al soporte de este conjunto difuso. La forma específica de este conjunto difuso es tema de investigación propia de la psicoacústica y es posible que investigaciones futuras diluciden experimentalmente su forma. En cuanto concierne a la presente investigación, es suficiente una presentación esquemática de este y otros fenómenos. La estructura específica de este es que más corresponde a la psicoacústica experimental. Permítase entender este esquema como una idealización preliminar que sugiere un modo de pensar en torno al problema en cuestión.

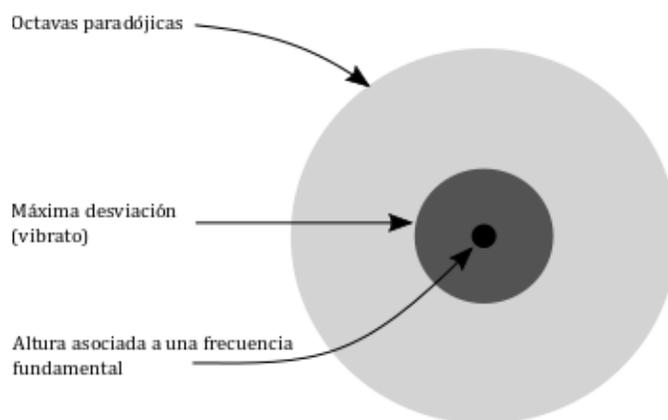


Ilustración 15. Áreas difusas en torno al concepto de altura.

²³⁰ Nakajima *et. al.* 1991. También resulta relevante esta investigación para el estudio del continuo en música debido a la necesidad de acuñar el término altura dinámica (*dynamic pitch*) para describir el efecto gestáltico de movimiento de un sonido debido al movimiento paralelo de sus componentes espectrales.

²³¹ Deutsch, 1972, Propone un modelo similar en el cual el recuerdo de una altura se asemeja una distribución de campana sobre un plano continuo de espacio de alturas vs. tiempo y que se difumina progresivamente.

Así como es posible hablar de una clase de alturas construida por un proceso de categorización, es posible hablar de una *clase de intervalos* que hace lo propio con distintos intervalos. Puesto que el intervalo de duplicación es concebible como identitario a nivel de clases de altura; la clase de intervalo se define como la mínima distancia entre dos clases de alturas. Esto implica que la máxima distancia interválica es la mitad del intervalo de duplicación. En el caso de la escala de 12 términos, el tritono. Por ejemplo, en el sistema dodecafónico, dadas las clases de altura DO y SOL, la mínima distancia entre estas será la cuarta justa, SOL-DO. Es decir, los intervalos de quinta corresponden, por relación de clase de intervalos, a los intervalos de cuarta. Esta reducción del material musical, de unas 90 alturas utilizadas en la escala cromática a lo largo de más de 7 octavas a 6 clases de intervalos explica la contracción de casos que ocurre en *dl*.

Diana Deutsch, investigó la relación entre altura y clase de altura a nivel psicoacústico durante la década de 1980, los resultados de ella se resumen en que “la clase de alturas y la altura misma no constituyen dimensiones ortogonales, más bien, la altura percibida está relacionada sistemáticamente con su posición en el círculo cromático”.²³² Esta relación sistemática es una instancia precisa de los dominios de Gärdenfors en los que una dimensión cualitativa está determinada en cierta forma por otra. La integración de estas dimensiones implica que los perceptos no pueden estar aislados de forma que sea evidente su definición discreta, más bien, al estar integrados es necesario modelarlos en un sentido difuso que permita dar cuenta de que, al transformar los contextos perceptivos, la percepción misma resulta imprecisa.

2.2.2. Sonidos de alta frecuencia y la amalgama *sonido-ritmo*

Por encima de cierto nivel, unos 6000hz, la percepción del sonido retiene su característica de altura. Sin embargo, a medida que asciende, su identidad se hace cada vez más difícil de reconocer.²³³²³⁴ Igualmente los intervalos se hacen menos perceptibles. Esto es, que la percepción de la altura se hace borrosa conforme sube la frecuencia. En el espacio entre los 7900hz y los 15800hz se encuentra un intervalo de duplicación que en notación musical corresponde a la distancia entre SI₈ y SI₉:

²³² Deutsch, 1999, p. 306. Original en inglés: “pitch class and pitch height are not orthogonal dimensions; rather, the perceived height of a tone is systematically related to its position along the pitch class circle”

²³³ Ward, 1963, pp. 14-21 y pp. 33-41.

²³⁴ Carrillo, *op. cit.* pp. 39-42. observa que estos registros son utilizables musicalmente, aunque presuponga que son perceptibles de forma análoga a las alturas de menor frecuencia.

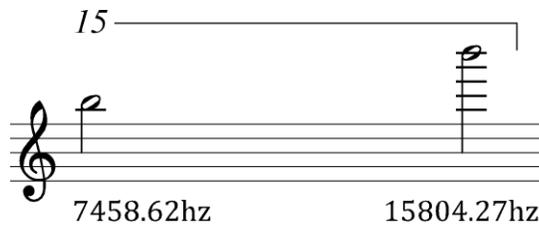


Ilustración 16. Octava superior de la audición de un humano adulto, los valores en Herz están calculados a partir de un LA₄ = 440hz.

En dicho registro las diferentes alturas pueden percibirse como sonidos de naturalezas pronunciadamente distintas, sin embargo, ni en el sentido sincrónico ni en el sucesivo pueden identificarse correctamente las distancias.²³⁵ La interdependencia entre clase de altura e intervalo implica que esta incapacidad perceptiva defina un área de la percepción de un tipo especial.

La intensidad percibida disminuye notablemente a partir de los 10000 hz y continúa hasta hacer imperceptibles los sonidos por encima de los 16000hz en adultos mayores a 30 años. Al envejecer, el oído humano deja de percibir las alturas por encima de un umbral cada vez más bajo.

En el otro extremo del espectro de sonido perceptible —la región de frecuencias entre los 10Hz y los 50Hz— se percibe un sonido granuloso, poco definido y del cual es difícil percibir su altura. En específico, esta región coincide con el *umbral de fusión de eventos* que es el intervalo de frecuencias en el cual la percepción de eventos separados temporalmente se percibe como uno solo.²³⁶ En la música instrumental, los sonidos de esta región dependen de la suma de alturas que crean la ilusión

²³⁵ Para explorar este espacio se utilizaron los siguientes códigos en SuperCollider:

```
(SynthDef(\hyper,
  {arg frecuencia=300, durata=5, gate=1;
    var envolvente=EnvGen.ar(Env.perc(1.01,durata,0.5,-2),gate,doneAction:2);
    Out.ar(0,
      SinOsc.ar(frecuencia,0,envolvente))
  }).add
)
```

Y

```
(SynthDef(\pluma,
  {arg elastic=6, durata=12, gate=1;
    var envolvente, melodia;
    melodia=LFNoise0.kr(LFNoise1.ar((1/7),4,elastic),500,Rand(119.midicps,131.midicps));
    envolvente=EnvGen.ar(Env.perc(0.01,durata,1,-6),gate,doneAction:2);
    Out.ar(0,
      SinOsc.ar(melodia,0,envolvente))
  }).add
)
```

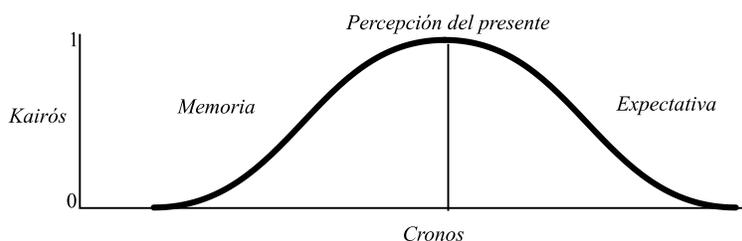
²³⁶ Snyder, 2000, pp. 124-125.

de una fundamental. Por ejemplo las cuerdas más graves de un piano no tienen la longitud necesaria para producir los sonidos a los que están asignadas, sino que producen un espectro de alturas tal que produce en el oído la ilusión de una fundamental con frecuencias.

2.4. Perceptos de temporalidad

El presente subcapítulo profundiza en la percepción del tiempo en música. Este tiempo no está definido únicamente en el sentido cronométrico que equipara al tiempo mismo con su medición, sino que parte de la sensación de tiempo. Esta sensación se ubica, para el creador, en el entrecruce de *Kairós* —el tiempo significativo— y *cronos* —el tiempo que discurre y que ha sido el principal objeto de medición—. Para Pareyón, esta oposición se representa entre el *tiempo absoluto*, favorecido por el racionalismo occidental y el *tiempo carnal*²³⁷ que ocurre en lo vivencial, en la experiencia del presente como sensación y en la organicidad biológica.²³⁸

Considérese el siguiente modelo: el tiempo significativo que en adelante se denominará *tiempo-kairós* constituye una dimensión análoga a la pertenencia a un conjunto difuso, el tiempo cronométrico — en adelante, *tiempo-cronos*—, perpendicular a este, transcurre desde el pasado hacia el futuro de forma neutra. El presente se diagrama, por lo tanto, como un ámbito difuso en lo cronométrico.



²³⁷ Grisey, 1987, pp. 238-75.

²³⁸ Pareyón, *op. cit.*

Debido a que el tiempo-cronos es en principio irreversible,²³⁹ la noción de reversibilidad, de recapitulación, de repetición, inherentes a la música ocurren necesariamente en el tiempo-kairós. Este tiempo puede ser modelado como la disposición de conjuntos difusos a lo largo del tiempo-cronos, y en ese sentido es necesaria su definición en términos de sus límites.

La tríada memoria-presente-expectativa es un modelo que sintetiza el análisis de Peirce del percipuum en *antecepto*, *percepto* y *ponecepto* de los cuales se interpreta incontrolablemente como *antecipuum*, *percipuum* y *ponecipuum*.²⁴⁰ El percepto temporal reúne todo este esquema, que se interpreta como una estrategia analítica por parte de Peirce, pero que a la sazón se refiere a al problema de cómo se vive el tiempo musicalmente.

Grisey plantea que el tiempo en música puede ser codificado en tres grandes estratos, reminiscentes de las estructuras materiales de Paul Klee,²⁴¹ el de un esqueleto, carne y piel del tiempo. El primero, se refiere a la estructuración temporal, de utilidad operativa y deslindada de la percepción, que efectúa el compositor como método organizativo del sonido. El segundo referido a lo cuantitativo del tiempo, medible por un grado de *preaudibilidad* —propiedad inversamente proporcional a la diferencia entre eventos sonoros consecutivos—. En tercer lugar, la piel sonora que define como “lugar de comunicación entre el tiempo del compositor y el tiempo del oyente”.²⁴²

En consecuencia, de la dialéctica entre tiempo-cronos y tiempo-kairós, la percepción de la temporalidad en música se resume, en términos de lo difuso, a todos los eventos sonoros discernibles uno del otro en lo temporal, es decir que entre ellos se pueda presumir una secuencialidad. Debido a esto, se desarrollará en tres secciones:

- la primera dedicada a la frontera —límite difuso— entre el ritmo y el sonido que marca el umbral de la percepción de eventos sonoros como distintos en el tiempo;
- la segunda dedicada a la estructura rítmica que se refiere a la estructuración de duraciones y ataques —momentos de inicio— de eventos musicales, y a la percepción del presente perceptivo en el que estos fenómenos se enmarcan;

²³⁹ Prigogine, 1981.

²⁴⁰ Peirce, *op. cit.* 7.648.

²⁴¹ Klee, 2007.

²⁴² Grisey, *op. cit.* p. 273.

- finalmente, a la construcción formal, más dependiente de la memoria que a la percepción directa debido a que supera en magnitud al lapso del presente perceptivo.

2.4.1. Microestructuras rítmicas

A medida que un sonido se hace más grave, en particular en la región inferior a los 20Hz, su granulación típica de los sonidos graves se convierte en un micro-ritmo, en una variación de intensidad. O de color. Estrada se refiere a esta región del espectro de frecuencias en estos términos:

Por debajo de las dieciséis frecuencias, nos encontraremos con el ritmo; es decir, con pulsaciones separadas que nos indican que, del sonido, hemos transitado al ritmo, lo que en otros términos puede expresarse como el paso del espacio al tiempo. La transición, aquí, se efectúa a nivel puramente perceptivo y nos hace pensar, con Einstein, en un espacio-tiempo como concepto más amplio que el de la división que hemos de mantener entre ambos cuando queremos entenderlos de manera aislada.²⁴³

El *vibrato* es una de las posibilidades evidentes para dotar al sonido con una microestructura rítmica.²⁴⁴ Este puede originarse de la oscilación rápida de una frecuencia o de la oscilación rápida de una amplitud. Se puede transformar un cambio periódico en la intensidad en una altura definida mediante su aceleración al ámbito sónico, mediante la modulación de amplitud o AM por sus siglas en inglés. De lo anterior es posible inferir dos parámetros internos del vibrato: primero, la amplitud de la onda vibrante (la onda de control del vibrato) y segundo su velocidad. El vibrato es un tipo de modulación de un componente por otro en un ámbito rítmico preciso.

Mediante SuperCollider se realizó una exploración de estas consideraciones utilizando algunos valores fijos para controlar la amplitud y la velocidad del vibrato. El código utilizado²⁴⁵ se probó

²⁴³ Estrada, 1982, p. 309.

²⁴⁴ Estrada, *op. cit.*

²⁴⁵ (SynthDef(\vibrator, {

arg vv=10, av=10, frec=440;

var fm=SinOsc.kr(vv,0,av,frec),

env= EnvGen.kr(Env([0,0.2,0.2,0],[0.1,2,1]),doneAction:2);

Out.ar(0, SinOsc.ar(fm,0,env))

}).add)

sobre un sonido portador igual al LA4 (440hz) para valores de velocidad de 1hz, 8hz, 16hz, 32hz; y se probó para valores de amplitud del vibrato de 6hz, 13hz, 25hz y 51hz que son valores cercanos a una variación de 1/8, 1/4 y 1/2 tono y un tono entero. Dando como resultado 16 puntos en un espacio los resultados se pueden consultar en la siguiente tabla:

	1hz	8hz	16hz	32hz
6hz	Sonido ondulante. Parecido a la pulsación de cuerdas ligeramente desafinadas	Vibrato rápido: la micropulsación se percibe como movimiento	Sonido granulado	Sonido rasposo: la micro pulsación se percibe como textura
13hz	Sonido ondulante, es claramente perceptible el intervalo de cuarto de tono.	Vibrato rápido: bastante más exagerado y distorsionante de la frecuencia portadora	Sonido granulado: con granos claramente más sobresalientes que en la versión de 6hz.	Sonido rasposo: similar al anterior (6 y 32hz)
25hz	Glissando ondulante de medio tono	Vibrato exagerado similar a un trino	Sonido con distorsión marcada, la frecuencia fundamental se percibe como un cuarto de tono más alta que la frecuencia portadora	Sonido altamente granulado, se alcanzan a percibir dos alturas separas por un semitono
51hz	Glissando ondulante en el ámbito de un tono	Sonido similar al de 25 hz en esta misma columna, con mayor altura.	Pulsación alta, se percibe un sonido repetido a gran velocidad.	Sonido altamente granulado, se alcanzan a percibir dos alturas separas por un tono con preponderancia de la altura superior

Tabla 7. Descripciones de perceptos de vibrato de diferentes amplitudes y velocidades

El ritmo irregular, al ocurrir a esta velocidad causa una sensación de caos y en general es difícil de controlar por un intérprete humano. Una variante aleatoria del código utilizado para la exploración en la tabla anterior²⁴⁶ muestra que el impacto de la velocidad, que genera sonidos rasposos en la columna de 32 vibraciones por segundo, se diluye en la irregularidad del ritmo y en bajas velocidades de mayor amplitud se percibe como un gesto de tipo continuo.

²⁴⁶ (SynthDef(\vibratornoise,
 {
 arg vv=10, av=10, frec=440;
 var fm=LFNoise2.kr(vv,av,frec),
 env= EnvGen.kr(Env([0,0.2,0.2,0],[0.1,2,1]),doneAction:2);
 Out.ar(0,
 SinOsc.ar(fm,0,env))
 }).add)

2.4.2. Ritmo en el presente perceptivo

El tiempo es entendido, en ciencia, como una estructura unidimensional que es isomorfa a la línea de números reales²⁴⁷ como un flujo lineal —unidimensional— que transcurre incesantemente de pasado a futuro²⁴⁸ y nuestra experiencia de este ocurre en el umbral entre esos dos estadios que denominamos presente.

El *presente psicológico*²⁴⁹ es un concepto planteado por Paul Fraisse que “traza una distinción entre la percepción del tiempo y la estimación del tiempo”.²⁵⁰ Es lo que nosotros podemos entender como presente sin tener que recurrir a la memoria. En el ámbito del presente psicológico es donde ocurre el ritmo en música. Según Fraisse, este presente se relaciona con el ritmo por ser un lapso de tiempo en el que nuestro cerebro agrupa diferentes eventos rítmicos y crea formas. Por ejemplo, “las tres campanadas de un reloj que dan la hora constituyen un conjunto”²⁵¹ que solo puede formarse como un ritmo en tanto está al interior de dicho presente psicológico. Las investigaciones de Fraisse inscriben el presente psicológico en un lapso de tiempo de 5 segundos.²⁵²

Fraisse plantea que un movimiento isócrono —de origen biológico— subyace a cualquier agrupación rítmica.²⁵³ Esta idea fue expuesta en otros términos por Friedrich Neumann. Para Neumann, la preocupación básica de la pesquisa sobre el ritmo es la relación entre eventos sonoros adyacentes. En un esquema básico, propone que, dada una línea de tiempo, dos eventos sonoros pueden ser puestos uno delante del otro. El intervalo de tiempo entre ellos se repetirá y creará la expectativa de un supuesto tercer evento sonoro que confirme que existe una relación isócrona. Cualquier desviación de este supuesto resultará en una tensión rítmica.

²⁴⁷ Gärdenfors, *op. cit.* pp. 6-7. Original en inglés “as a one-dimensional structure that is isomorphic to the line of real numbers”.

²⁴⁸ Gärdenfors observa correctamente que este entendido ocurre al interior de la cultura. *Ibid.* p. 7.

²⁴⁹ Fraisse, 1976, p. 69 y también lo llama presente, psíquico, actual o mental. En Fraisse, 1988, p. 187, también como presente perceptivo (*présent perceptif*).

²⁵⁰ Clarke, 1999, p. 474.

²⁵¹ Fraisse *op.cit.*, p. 69.

²⁵² Clarke, *op. cit.*, p. 474.

²⁵³ Fraisse, *op.cit.*, p. 41

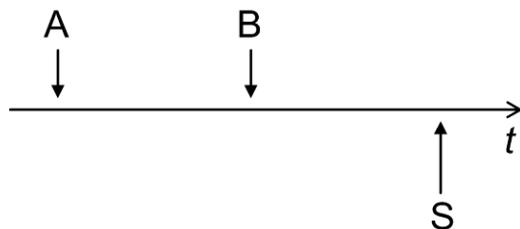


Ilustración 18. Expectativa del pulso según Neumann. La línea horizontal se refiere al tiempo t , las flechas A y B son sonidos, la flecha S es un punto en el tiempo en donde se espera que ocurra un tercer sonido.

Neumann explica que la atención en el punto A, está centrada en la expectativa de la llegada del B. Una vez aparece el B, el S se toma como una expectativa dada —un antecepto en Peirce—, a cambio de ello, la atención se centra en el pasado, en la duración del lapso entre A y B. Esa duración provee la pauta para la expectativa de S.²⁵⁴ La percepción del presente es entonces entendible como una doble atención al pasado y al futuro, que continuamente está construyendo memoria y expectativas. La naturaleza temporal de los perceptos musicales implica su conexión contextual con los tiempos inmediatos. Un percepto musical entonces no puede ser entendido como aislado en el presente sino también con implicaciones perceptivas en el futuro y en el pasado. Más relevante aún resulta el hecho de que el tiempo-cronos establece el grado de preaudibilidad, la intensidad del antecepto y por lo tanto resignifica al kairós por venir. Como se verá en el tercer capítulo de la presente disertación esta consecuencia rítmica es la base de los espectros rítmicos que subyace al cuarteto y a la dilatación/contracción temporal que estructura la temporalidad en la obra de piano.

Estrada²⁵⁵ en concurrencia con Henry Cowell²⁵⁶ y Karlheinz Stockhausen²⁵⁷ considera el intervalo de duplicación rítmico no como la finalización de un ciclo sino como una partición en mitades de una duración, análogo a la duplicación de la frecuencia —que implica una partición en dos del periodo— para producir el intervalo de duplicación en el sonido. El argumento de es claramente físico. Al establecer un continuo entre ritmo y sonido entonces las formas del sonido deben tener análogos en el ritmo y viceversa.

A diferencia de lo anterior, Ferneyhough establece sintaxis rítmica que parte de separar dos conceptos que están integrados tradicionalmente en la música tonal. El de *duración absoluta* y el de

²⁵⁴ Hasty, 1997, p. 97.

²⁵⁵ Estrada, 1994, *op. cit.*, p. 95

²⁵⁶ Cowell, *op. cit.* p. 98-102.

²⁵⁷ Estrada refiere esta tradición en Estrada, *op. cit.*, pp. 96-98.

cantidad de impulsos discretos. Este binomio al separarse produce una variedad de interacciones nuevas que Ferneyhough acomoda al interior de un compás. Para Ferneyhough el compás no es “No es una unidad de énfasis, de propiedades agógicas, sino un espacio que sirve para delimitar el campo de operaciones o presencia de cualidades sonoras específicas, de procesos musicales.”²⁵⁸

No obstante, desde el punto de vista de la percepción, dichas operación puede ser más explicable mediante un anidamiento de duraciones breves en duraciones de mayor envergadura debido a la tendencia al movimiento isócrono. Si se sostiene que la música está arbitrada por la percepción, entonces las analogías físicas no tienen un sentido y toda operación matemática —incluida la teoría de conjuntos difusos— debe estar supeditada a la percepción por encima de la realidad física. Este anidamiento, se conjetura, puede ser un anidamiento en conjuntos difusos que encuentren sus núcleos en impulsos específicos o en espacios métricos.

Una teoría bastante completa del ritmo en la música que abunda en este tipo de anidamiento es la de Cooper y Meyer²⁵⁹ en la que definen el ritmo como un sistema de agrupamientos en los que se contraponen pulsos fuertes y débiles. Cooper y Meyer reducen la gramática de este tipo de anidamientos a cinco agrupaciones básicas: yambo, anapesto, troqueo, dáctilo y anfíbraco.²⁶⁰ Las cuales se concatenan y se anidan de diversas formas hasta dar con grandes estructuras musicales. Como gran ejemplo, muestran como el primer movimiento de la octava sinfonía de Beethoven se anida rítmicamente hasta resumirse en un único gran anapesto.²⁶¹

Cooper y Meyer utilizan una notación para su análisis que únicamente tiene dos valores básicos, un símbolo para pulso acentuado y uno para pulso no acentuado. Conforme sus análisis se hacen más complejos los autores se ven obligados a combinar estos dos valores en diversos símbolos que pueden considerarse intermedios. Desde la teoría de conjuntos difusos se puede abordar la distinción necesaria entre lo acentuado y lo no acentuado y dar cuenta simultáneamente de sus estados intermedios.

La diferencia entre una campana gaussiana y una campana generalizada como formas de la función de pertenencia a un conjunto difuso puede ser un modelo útil para esta distinción. En la primera, el núcleo está reducido a un único punto; en tiempo, a un instante, que representa un impulso contra el cual se contraponen el movimiento musical. En la segunda, el núcleo es una meseta extensa que comprende todos los puntos en un cierto intervalo. Los soportes de las funciones de pertenencia

²⁵⁸ Ferneyhough, 1989/1995, p. 52.

²⁵⁹ Cooper y Meyer, 1960.

²⁶⁰ *Ibid.*, p. 6.

²⁶¹ *Ibid.* pp. 188-203.

indicarían momentos en el tiempo que son perceptiblemente asociados a un cierto percepto pero que no coinciden nítidamente con él. La gráfica a continuación muestra las dos opciones:

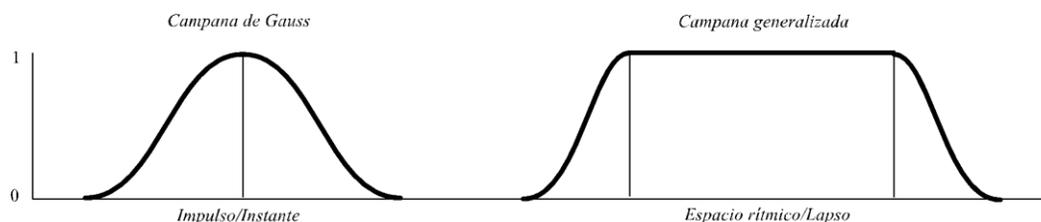


Ilustración 19. Dos tipos de forma para la función de pertenencia a un conjunto difuso rítmico.

Como ejemplo de estas dos posibilidades un breve análisis de tres compases de la Sonata para piano op. 101 de Beethoven. En las tres imágenes a continuación se puede ver cómo un análisis energético de este fragmento de Beethoven puede hacerse mediante una campana de Gauss que generalice el impulso a un presente perceptivo difuso o como una campana generalizada que generalice un lapso. Como se puede apreciar en la relación entre la segunda y tercera imagen la campana generalizada es una solución más simple muy aproximada a la unión de conjuntos difusos de la campana Gaussiana.



Ilustración 20. Compases 32 a 34 del último movimiento de Beethoven op. 101. Interpretados como impulsos en torno a los cuales se generan conjuntos difusos de forma gaussiana.

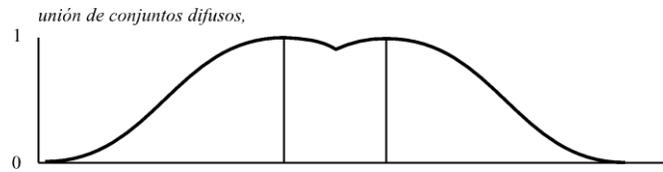


Ilustración 21. Unión de esos mismos conjuntos difusos.



Ilustración 22. Interpretación del mismo fragmento como una campana generalizada.

El modelo resultante es reminiscente de las teorías de Ernst Kurth y de Viktor Zuckerkandl sobre el ritmo en el cual se acentúa el flujo energético como el hilo conductor de toda teoría musical. Kurth hace parte de una generación de teóricos de la primera mitad del siglo XX que puede ser caracterizada como reactiva a las teorías de Hugo Riemann en las que todos los elementos musicales están supeditados a la estructura armónica tonal.²⁶² Su aproximación da cuenta de gestos rítmicos que están anidados los unos en los otros de la misma manera que los conjuntos en matemáticas, pero cuya cualidad esencial es el de ser movimientos ondulares. Para Kurth, el pulso tiene forma de onda y en la interacción de estas ondas se constituyen ondas de mayor envergadura, misma que se desarrolla a dimensiones sinfónicas.²⁶³ Dicha interferencia de formas de onda resulta coincidente con los procesos de unión e intersección de conjuntos difusos y revelan la forma en la que los perceptos musicales se concatenan en discursos musicales de mayor duración.

Las nociones de métrica y ritmo —que han sido separadas sistemáticamente por la musicología— en realidad pueden pensarse como una única realidad que está ligada a los perceptos musicales. La expectativa y la memoria extraen del estímulo rítmico una noción abstracta que llamamos métrica que a su vez sirve para conceptualizar el ritmo y producir perceptos. El integrar en

²⁶² London, 2002.

²⁶³ Kurth, 1991.

los perceptos a la memoria, la expectativa y la naturaleza del presente es posible pensar que el presente es un lapso de tiempo difuso, que incluye en la expectativa eventos futuros con un grado de pertenencia al presente incierto y retiene eventos pasados asumiéndolos como necesarios para conceptualizar el estado actual. Es decir que tanto los eventos pasados como los futuros pueden ser entendidos como con grados de pertenencia continuos con respecto al presente que se va disolviendo a medida que se alarga el tiempo. Debido a esta frontera difusa entre el presente, el futuro y el pasado Fraisse se ve obligado a estimar el umbral de fusión de eventos, así como la extensión del presente psicológico.

2.4.3. Formas

En lapsos mayores al presente perceptivo, la experiencia del tiempo depende de la memoria de corto o largo plazo. A este ámbito de temporalidades se le conoce en teoría de la música como forma. La forma es entonces una continuación del ritmo hacia lapsos mayores al presente perceptivo. Necesariamente, la percepción de la forma será entonces una percepción indirecta, mediada por la memoria. Eso implica que las características perceptivas de la forma se diferencian de las del ritmo considerablemente, de la misma forma que las del ritmo se diferencian de las del sonido.

Antes de continuar con un análisis de la forma, cabe poner en duda el vocablo forma para describir el seccionamiento global de una pieza musical. La noción de forma musical apareció simultáneamente con la invención de la forma sonata al interior de la musicología, primero con la obra de Heinrich Christoph Koch (1747 – 1816) y Anton Reicha (1770 – 1816), y quedó cristalizada en las investigaciones de Adolph Bernhard Marx (1795-1866) las cuales fueron posteriores a la muerte de Beethoven;²⁶⁴ Así, “la forma sonata no podía ser definida hasta que no estuviese muerta”²⁶⁵. La forma se refiere en este sentido al seccionamiento analítico de la música. Lo que en este trabajo denominaremos como forma es más bien el ordenamiento temporal de secciones amplias de música bien sea en sucesión o en superposición. Por conveniencia se usa el término forma, pero no sin anotar que esta investigación no busca elaborar ni depurar modelos anteriores acerca de la naturaleza de las formas clásicas sino preguntarse por la forma en tanto percepto musical.

Se pueden considerar dos factores principales en la caracterización de una sección formal del tiempo musical: primero, el tipo de materia musical utilizada, por ejemplo, su instrumentación,

²⁶⁴ Vid. Burnham, 2008.

²⁶⁵ Rosen, 1997, p. 30. Original en inglés: “Sonata form could not be defined until it was dead.”

tonalidad o ritmo y segundo su gestualidad que es una integración de la disposición específica de la materia de la música. Estos factores están íntimamente integrados. No se puede escindir fácilmente a la gestualidad de los materiales que la componen y aún menos es posible pensar una cierta disposición de materiales musicales sin resultar inmediatamente en una gestualidad específica.

Puede pensarse a la gestualidad como una generalización del significado de ciertos arreglos sonoros o espaciales en la música. Un gesto musical es inherentemente difuso y parece ser una de las conexiones más directas con la imaginación musical, con el sentido del movimiento musical y corporal —kinestésia—, así como con la realidad física.²⁶⁶ Esta integración de lo gestual con lo imaginario, lo corpóreo y lo físico es su propia forma de sinestesia, es la manera en la que percibimos la música.

La característica fundamental de la forma, son los gestos musicales que contiene en su interior y el tiempo en el que ocurren. Este anidamiento de perceptos rítmicos y sonoros al interior del tiempo en el que transcurre la forma es análogo a la forma en la que el ritmo contiene en su interior micro-ritmos y sonidos. Esta analogía no implica, sin embargo, que la manera en la que se ordena la percepción temporal en el ritmo sea igual a la manera en la que se ordena en la forma pues la estimación del tiempo en lapsos mayores al presente psicológico es difícil. Pero no se puede negar que pertenece a un continuo teórico que la une con el ritmo y con el sonido. El gesto musical es un concepto amplio, comprende total o parcialmente cualquiera de los componentes del sonido o del ritmo y solo puede ser definido mediante una integración perceptiva. Un gesto, es en todo el sentido de la palabra un percepto sustantivo.

La identidad de una sección formal solo puede ser determinada por su contenido, bien sea puramente material o también gestual, mas no por su duración pues esta excede el lapso temporal del presente perceptivo. Clemens Kuhn propone un modelo de diferenciación formal en 5 etapas que son:

- Repetición
- Variación
- Diversidad
- Contraste
- Carencia de relación

²⁶⁶ Para Estrada la conexión entre lo imaginario y lo real estriba en que comparten una concordancia con la naturaleza física de los estados físicos de la materia (*Vid. Estrada, op. cit. Cap 1*).

Dichas etapas son términos en una escala que va de lo idéntico a lo ajeno. En teoría de conjuntos difusos, de lo nuclear a lo periférico. No obstante, es más conveniente suponer un continuo en esa dimensión en donde los 5 términos de Kuhn pueden ser entendidos como subsecciones de dicho continuo. El mayor grado de similitud ofrece una sensación de unidad, mientras que el mayor grado de enajenamiento produce una sensación más fuerte de contraste o de variedad. A continuación, se exploran los seis estadios propuestos por Kuhn en el sentido propio de la presente investigación.

Para Kuhn, el primer caso, implica igualdad.²⁶⁷ La repetición —que implica una recurrencia temporal, es decir una analogía con el pulso— es entonces análoga al unísono o al intervalo de duplicación en el ámbito de las alturas. La mínima diferenciación entre dos repeticiones podría considerarse —consecuentemente con la teoría de Weber-Fechner— como un *umbral de la repetición*. Este umbral es la diferencia máxima en la que dos secciones son percibidas como una repetición una de la otra. En el caso de la música polifónica a la repetición se le llama tradicionalmente imitación. Más adelante se verá como la imitación y la repetición son una y la misma cosa pues están diferenciadas solo por el tipo de ordenamiento. Cooper y Meyer otorgan a la repetición la capacidad de separar con claridad grupos rítmicos y formales.²⁶⁸

El segundo caso, de variación, implica similitud.²⁶⁹ Como generalización de esto, la similitud puede pensarse como una transformación apenas perceptible de una sección formal. Téngase en cuenta que la similitud es un tipo de equivalencia difusa, en este orden de ideas lo similar y lo repetido forman un continuo. Este continuo es igual a identificar un percepto como nuclear o característico; tal y como lo clasifiqué para el cuarteto de cuerdas.

La diversidad es un punto medio en este continuo en donde Kuhn observa gestos y materiales diferentes pero no contrastantes.²⁷⁰ Sin embargo, bajo las luces del presente texto, es posible anotar una serie de condiciones generales que podrían definir mejor la diversidad. Primero, puede ser entendida como la relación entre dos secciones, en donde los materiales y el *tipo de movimiento* sean homólogos mas no su *movimiento específico*. Este tipo de movimiento puede ser descrito con adjetivos estéticos, por ejemplo, un movimiento rápido y ondulatorio, o un movimiento grácil y lineal, o quebrantado y violento. En oposición a esto el movimiento específico es una descripción exacta de lo que ocurre en la música, e indefectiblemente varía de sección en sección, en una situación de diversidad.

²⁶⁷ Kuhn, 1989/2007, p. 17.

²⁶⁸ Cooper y Meyer, *op. cit.* p. 9.

²⁶⁹ Kuhn, *op. cit.* p. 17.

²⁷⁰ *Ibid.*, pp. 26-27.

El cuarto estadio mencionado por Kuhn es el de contraste, que define como una situación en la que las “ideas y partes pujan por apartarse unas de las otras y se enfrentan entre sí; son mutuamente *opuestas*.”²⁷¹ Esto implica la oposición polar de una o varias características de un gesto. En este caso, la existencia de un gesto delimita la existencia del otro y propone la noción de complementariedad. Como ya se había mencionado, una de las ideas notables de la teoría de conjuntos difusos es que la negación y el complemento no son lo mismo, la existencia de contraste no implica una negación de lo otro ni una afirmación de identidad —un no o un sí— sino un complemento que existe necesariamente al hacer difusos estos extremos.

En el otro extremo de este continuo está la disociación total entre gestos una distancia máxima en el grado de similitud. Kuhn llama a este extremo: carencia de relación y lo describe como “estratos musicales heterogéneos”²⁷² que en especial asocia a la música del siglo XX. En un sentido, puede pensarse este fenómeno como la exposición de una discontinuidad extrema, en donde no existe una sensación de linealidad entre secciones que se suceden o de correspondencia entre las que se superponen. No obstante, al adentrarse en la estructura del macrotimbre, se hace difícil pensar en una carencia de relación pues en una teoría lo suficientemente amplia todos los elementos pueden estar relacionados entre sí, aunque sean disjuntos y distantes. Es más útil hablar de un *contraste drástico* que de una carencia de relación. Dicho contraste tiene que ver con una distancia grande a nivel teórico, y con una inmediatez a nivel circunstancial.

La forma musical presenta posibilidades de construcción que problematizan la diferencia entre sucesión y superposición de eventos musicales. Debido a su extensión en el tiempo es posible ver superposiciones parciales de secciones formales —por ejemplo, en el *stretto* de una fuga— que desde el punto de vista de sucesión temporal también pueden considerarse como sucesiones parciales. El *stretto* es un buen ejemplo de un caso de frontera explicable mediante conjuntos difusos. Esta noción establece un continuo de posibilidades de interacción entre la sucesión y la superposición que las plantea como antípodas de un continuo. Es decir, como conjuntos difusos.

La forma musical es difusa porque la manera en la que se percibe está fuertemente entablada en los conceptos que se usen para percibirla, ya que su percepción tiene que pasar necesariamente por la memoria. En resumen, se puede considerar que su ser difuso ocurre en varios aspectos: primero, sobre el grado continuo de similitud entre secciones formales; segundo, por la frontera difusa del presente perceptivo o de la capacidad de memorizar grandes extensiones de tiempo musical y tercero

²⁷¹ *Ibid.*, p. 18.

²⁷² *Ibid.*, p. 30.

porque el cambio gradual de un tipo de gesto al otro en el discurrir de la música puede resultar en una delimitación formal poco clara, más fácilmente describible mediante la teoría de conjuntos difusos que con un análisis de tipo nítido un ejemplo de lo anterior es el continuo que se puede crear entre sucesión y superposición de eventos de esta envergadura temporal.

2.5. Identidades dinámicas

Las identidades dinámicas son un concepto adelantado por Estrada en el cual se busca encontrar un equivalente teórico en el continuo para la noción de identidad que Estrada desarrolla para el discontinuo. El problema de abordar dicha variación estaría definido como un conjunto de requerimientos inferidos de las ideas de Estrada:

- En atención a la naturaleza continua de las identidades dinámicas, los mecanismos de transformación de las identidades dinámicas deben ser asimismo continuos.²⁷³
- Deben ser capaces de “conservar ciertas tendencias de movimiento global de [las] trayectorias”²⁷⁴
- “las posibilidades de micro- o macro- variación topológica de las identidades tenderían al infinito”²⁷⁵
- La transformación de los datos debe ser musicalmente coherente con las identidades, lo que implica una sucesión de datos que debe mantener su orden relativo²⁷⁶ de modo permita el avance en referencia al tiempo.²⁷⁷
- Deben tener la capacidad de generar variaciones musicales²⁷⁸

Estrada explora estos requerimientos en un sentido creativo en su cuarteto *Ishini'ioni* (1984-1990) en el que transforma topológicamente los datos del Lied *Ungehduld* de Franz Schubert.²⁷⁹ Cómo se vio en el capítulo anterior el problema de la definición de las identidades dinámicas es de interés, como herramienta teórica, al tratar de crear una analogía válida entre los métodos coherentes con el

²⁷³ Estrada, *op. cit.*, p. 677

²⁷⁴ *Ibid.*, p. 678.

²⁷⁵ *Idem.*

²⁷⁶ Estrada y Gil, 1984, *op. cit.*, p. 22.

²⁷⁷ Estrada, 1994 *op. cit.*, p. 678

²⁷⁸ *Ibid.*, p. 680.

²⁷⁹ *Idem.*

espacio continuo y aquellos coherentes con el espacio discontinuo. En adición a esto, las identidades dinámicas son un método de análisis y combinatoria de carácter intuitivo al interior de un espacio continuo que sirve para describir transformaciones de un macro-timbre en cualquier componente.

El modelo que aquí se presenta de identidades dinámicas está pensado para la representación más simple de una trayectoria continua que en el eje x tiene al tiempo y en el eje y una cantidad de energía atribuible a cualquier componente sonido o del ritmo. Un flujo macrotímbrico es necesariamente un fenómeno multidimensional, pero puede ser descompuesto en diferentes gráficas bidimensionales.

2.5.1. Cartografías de las trayectorias

Toda trayectoria bidimensional puede ser seccionada en tres tipos generales de curvas que son, convexas, lineales y cóncavas denotadas C , V y L respectivamente. La forma de seccionamiento de una trayectoria es intuitiva en tanto que no pretende un corte puntual de la trayectoria sino un reconocimiento de la sección. A este tipo de seccionamiento se lo puede considerar como un seccionamiento difuso, debido a que admite un cierto grado de imprecisión y particularmente un alto grado de gradualidad. Este tipo de seccionamientos ofrecen un margen de error cómodo para el analista o para la multiplicidad de criterios de diferentes analistas. Un ejemplo gráfico está dado a continuación:

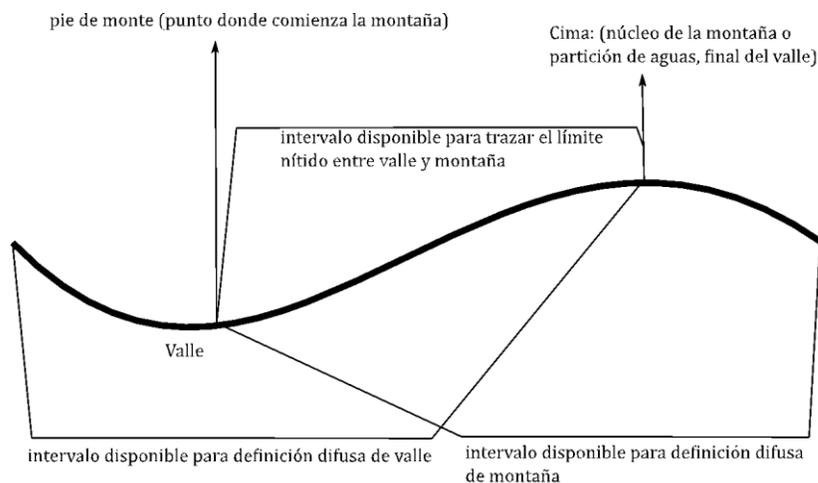


Ilustración 22. Intervalos difusos alfa cortes.

En la gráfica anterior se puede observar como en la intersección entre el conjunto difuso valle y el conjunto difuso montaña es congruente con el intervalo en el cual se puede trazar el límite entre valle y montaña. El límite entre valle y montaña no es un límite nítido trazable dentro de este intervalo sino la gradualidad en el cambio entre una y la otra. Matemáticamente, la intersección de conjuntos difusos.

Tanto la intersección como la unión de conjuntos difusos son generalizaciones de la intersección y unión de conjuntos clásicos – expresados mediante sus funciones características. Estas operaciones están basadas en funciones de la forma $i: [0,1] \rightarrow [0,1]$, para la intersección y $u: [0,1] \rightarrow [0,1]$, para la unión. Formalmente, $\forall a, b, d \in [0,1]$ se deben cumplir las siguientes condiciones:

$$\text{Asociatividad: } i[a, i(b, d)] = i[i(a, b), d], \text{ y } u[a, u(b, d)] = u[u(a, b), d]$$

$$\text{Monotonía: } b \leq d \rightarrow i(a, b) \leq i(a, d), \text{ y } u(a, b) \leq u(a, d) \text{ }^{280}$$

$$\text{Conmutatividad: } i(a, b) = i(b, a), \text{ y } u(a, b) = u(b, a)$$

$$\text{Condiciones de frontera: } i(a, 1) = a, \text{ y } u(a, 0) = a$$

Juntos, estos requerimientos garantizan que, dadas las condiciones de un conjunto clásico, la evaluación realizada sobre conjuntos difusos sea equivalente a la que sería si se usaran las herramientas de la teoría clásica de conjuntos. Es decir, garantizan que la teoría de conjuntos difusos sea una generalización de teoría de conjuntos en su definición clásica y no una violación ella.

Zadeh propuso utilizar la función de mínimo. Es decir, el mínimo valor entre las funciones de pertenencia de los conjuntos a ser intersectados. Sean $A, B \in \mathcal{F}(X)$. La intersección de A y B es el conjunto difuso $i(a,b)$ donde

$$i(a,b) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x), \forall x \in X.$$

Belohlavek y Klir proponen una extensión de esta función que representa un conjunto de t-normas que caracterizan la intersección.²⁸¹

²⁸⁰ El símbolo \rightarrow , significa implicación formal. Por ejemplo, $a \rightarrow b$ se lee, “a implica b” o “si a entonces b”.

²⁸¹ Belohlavek y Klir, 2011, *op. cit.*, p. 59

$$i_\lambda(a,b) = 1 - \min\left\{1, [(1-a)^\lambda + (1-b)^\lambda]^{\frac{1}{\lambda}}\right\}$$

donde $\lambda \in (0, \infty)$. En este caso,

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} = t_d(a,b) \text{ y } \lim_{\lambda \rightarrow \infty} = \min(a,b)$$

que se lee, el límite de cuando λ tiende a 0 es la t -norma drástica de a y b , y el límite de cuando λ tiende a infinito, es el mínimo entre a y b . Es decir que λ es un parámetro que modera entre la t -norma drástica y la función de mínimo y representa un conjunto de posibles operaciones de intersección entre dos conjuntos difusos.

Considerando el caso de la unión Zadeh propone que, sean $A, B \in \mathcal{F}(X)$. La unión de A y B es el conjunto difuso $u(a,b)$ donde

$$u(A,B) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} = \mu_A(x) \vee \mu_B(x), \forall x \in X.$$

Se lee como: la unión de A y B es el máximo entre las funciones de membresía de un elemento x a los conjuntos A y B , que, a su vez, es igual a la conjunción entre estas funciones, para todo x que pertenezca a un universo X . Es decir, “la unión de A y B es el conjunto difuso más pequeño posible que contenga tanto a A como a B ”.²⁸²

Similarmente al caso de la intersección; para la unión Belohlavek y Klir sugieren la función

$$u_\lambda(a,b) = \min\left\{1, (a^\lambda + b^\lambda)^{\frac{1}{\lambda}}\right\}$$

donde $\lambda \in (0, \infty)$. En este caso,

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} = s_d(a,b) \text{ y } \lim_{\lambda \rightarrow \infty} = \max(a,b)$$

Al igual que en el caso de la intersección, λ es un parámetro que especifica diversos tipos de unión dentro de un conjunto de t -conormas posibles. Por ejemplo, considérese el conjunto de niños

²⁸² Zadeh, *op. cit.*, p. 341.

pequeños (línea continua en la figura) y el conjunto de adolescentes (línea punteada en la figura) representados por la siguiente figura

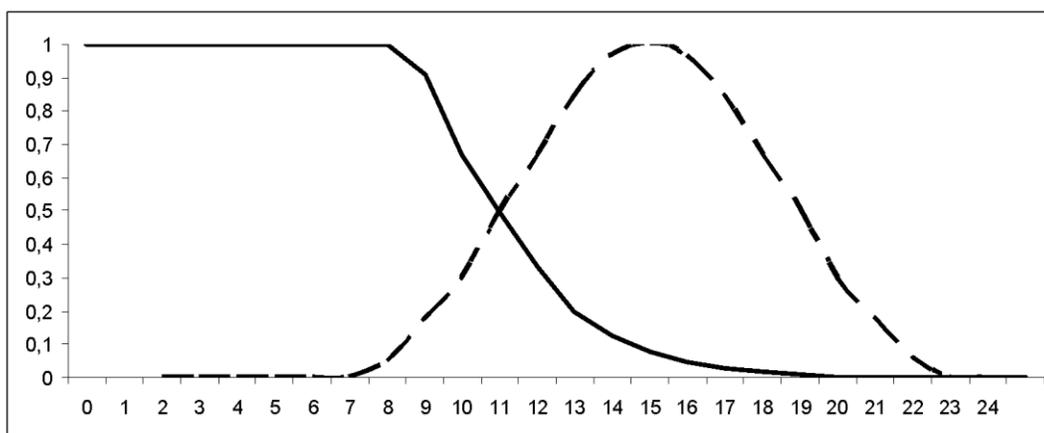


Ilustración 23. En el eje Y está el grado de pertenencia y en el eje X está la edad, el conjunto representado por la línea continua es el de los niños pequeños y el de la línea punteada el de los adolescentes.

La unión de ambos conjuntos estaría representada mínimamente por la función máximo y máximamente por la t-conorma drástica. El conjunto resultante es el conjunto de todos los seres humanos que sean niños o adolescentes y podría ser entendido como el complemento del conjunto de adultos. La siguiente figura muestra tres posibles uniones para el ejemplo anterior, una es la función máximo, la segunda la t-conorma drástica y la tercera una función intermedia del tipo antes mencionado por Belohlavek y Klir ($\lambda = 3$). En gris, los conjuntos originales. Como se puede ver, la unión intermedia, en rojo, describe una unión posible entre conjuntos difusos. Desde el punto de vista de una unión como planteada por Zadeh, una persona de 10 años es un niño en un 0,7 de verdad y es un adolescente en esa misma proporción. Según la función de Belohlavek y Klir los valores correspondientes son de 0,85 y según la conorma drástica un niño de 10 años es niño o adolescente en su totalidad.

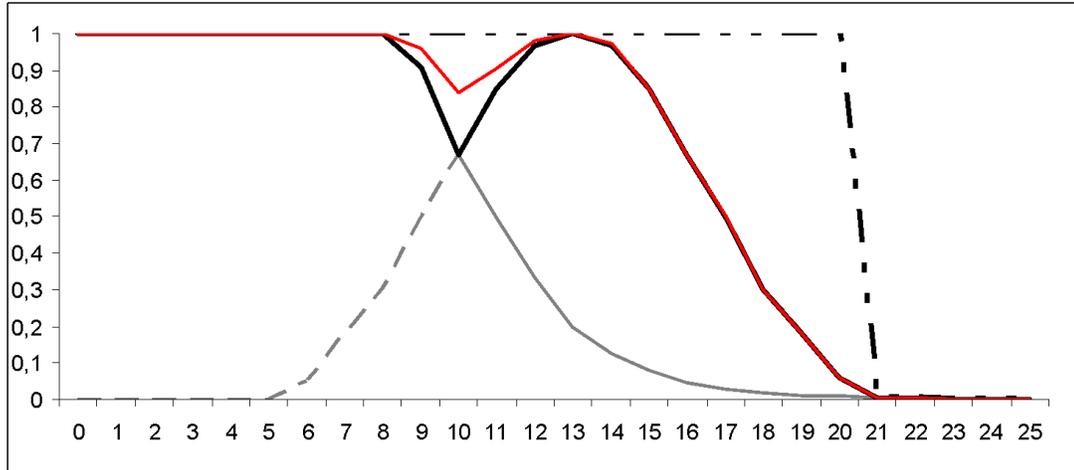


Ilustración 24. Tres tipos de uniones: la drástica en la línea negra punteada, la función máximo la línea negra continua y una de las funciones mencionadas por Belohlavek y Klir en rojo, en donde $\lambda = 3$.

Para definir las curvas cóncavas y convexas como la que aquí se plantea, resulta útil la definición matemática de una función convexa y su complemento, la función cóncava. Una función cóncava es una función f definida sobre algún intervalo y que cumpla la condición,

$$f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) \geq \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$$

de forma que cualquier punto al interior de cierto intervalo sea mayor a la línea recta que conecta dos puntos sobre un plano euclidiano. La función convexa es el complemento de la función cóncava, es decir

$$f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) \leq \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$$

en donde cualquier punto en el mismo intervalo será menor que la línea recta.²⁸³

Supóngase que una curva se achata gradualmente hasta convertirse en un segmento de línea recta y luego el proceso prosigue hasta convertirse en la curva inversa. Por ejemplo, lo cóncavo en convexo y lo convexo en cóncavo, en ambos casos, pasando por lo lineal. De lo anterior es posible imaginar un continuo teórico en cuyo centro está la línea recta. Los tipos de curvas están por lo tanto relacionados por un continuo que puede ser cartografiado intuitivamente en tres conjuntos difusos,

²⁸³ Kudriatzev, 2001.

uno por cada tipo. Estos conjuntos difusos pueden unirse en un conjunto difuso mayor, que abarca el proceso entero y que tiene como núcleo a la línea recta. En términos de percepción, cualquier trayectoria —el transformarse— es un concepto en sí mismo. Los tres tipos de curvas son casos específicos de ese concepto, es decir cada uno de ellos es un concepto que requiere de una resolución mayor, o un grado mayor de atención.

Los tres tipos de curva se multiplican por tres tipos de direccionalidad —la orientación del desplazamiento— que son: ascendente, estático y descendente denotados por \uparrow , \rightarrow , \downarrow . Lo ascendente corresponde a un incremento en la cantidad de energía, en lo estático el cambio es nulo y en lo descendente en un decremento en la cantidad de energía. El desplazamiento estático solo puede ocurrir en un tipo de curva lineal. Por el contrario, las curvas convexas, cóncavas y lineales pueden existir si el desplazamiento es diferente a cero. Esto forma una tabla con forma de corbatín que se puede apreciar en la siguiente figura.

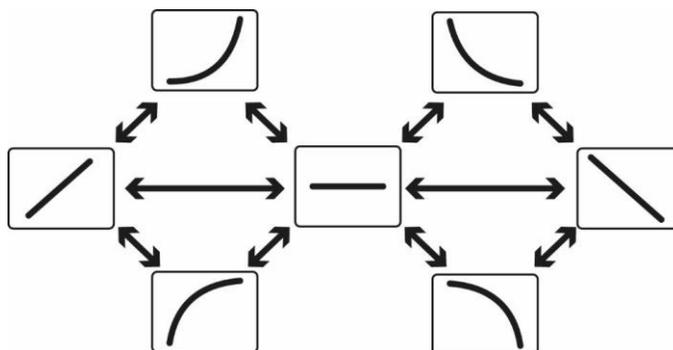


Ilustración 25. Relaciones entre identidades dinámicas.

2.5.2. Secuencia y superposición de identidades dinámicas

Las identidades dinámicas se relacionan entre ellas mediante sucesión o superposición que son dos operaciones relacionadas entre sí. Las relaciones entre elementos por sucesión pueden tener grados de continuidad variables mientras que los elementos por superposición son organizados por el tipo de movimiento conjunto de dos identidades dinámicas. Las posibles relaciones entre identidades dinámicas de este tipo giran en torno al planteamiento de todos los casos posibles en una trayectoria bidimensional.

La ilustración a continuación muestra la manera en la que las identidades dinámicas pueden sucederse inmediatamente, generando un vocabulario de 46 casos, como se puede apreciar las siete identidades dinámicas básicas se multiplican en una matriz de 49 valores, sin embargo, tres de estos

resultados son redundantes (marcados en la matriz en recuadros punteados), lo que significa que como producto de la sucesión de dos identidades dinámicas sólo pueden contarse 46 casos distintos.

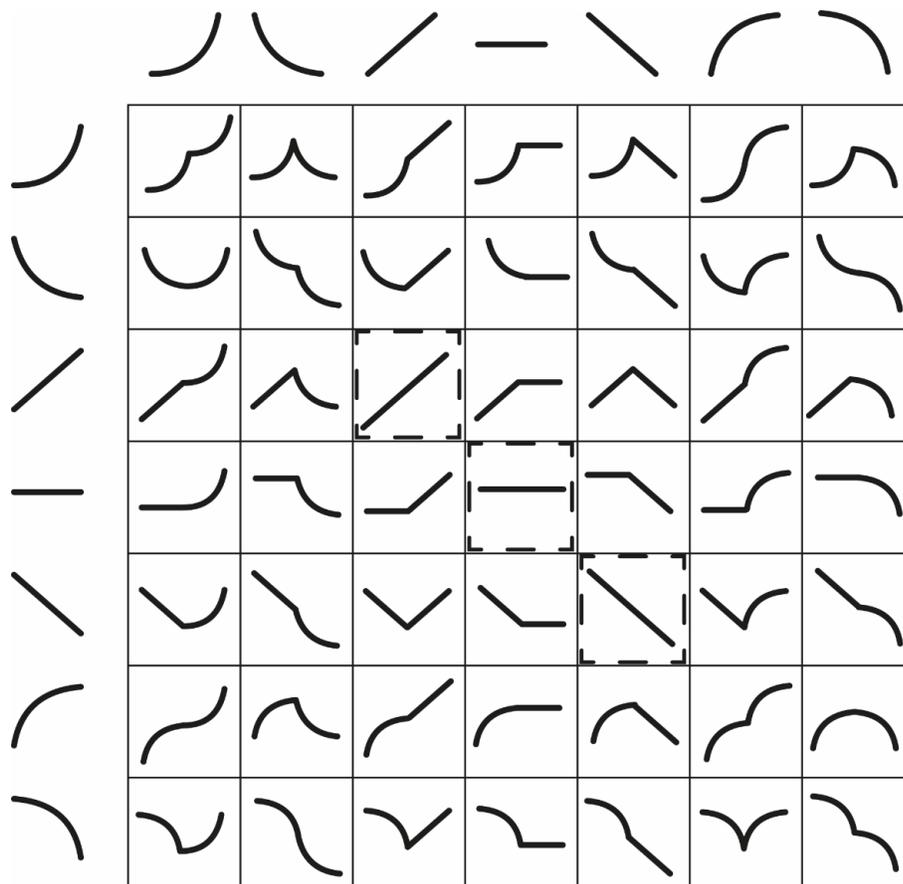


Ilustración 26. Combinaciones de identidades dinámicas por sucesión.

Los pares de identidades dinámicas relacionados por sucesión pueden ser categorizados en los siguientes tipos de trayectoria resultante. Los cinco casos pueden definirse según los siguientes criterios:

- Redundante: Identidades con igual dirección e igual tipo de curva
- Continuo 1: Identidades con igual dirección y diferente tipo de curva que mantienen la continuidad.
- Continuo 2: identidades con direcciones diferentes y tipos de curva que mantienen la continuidad.
- Discontinuo: Identidades diferentes con igual dirección.
- Discontinuo: Identidades diferentes con diferente dirección que no mantienen ninguna continuidad.

El caso de la superposición revela la siguiente ilustración:

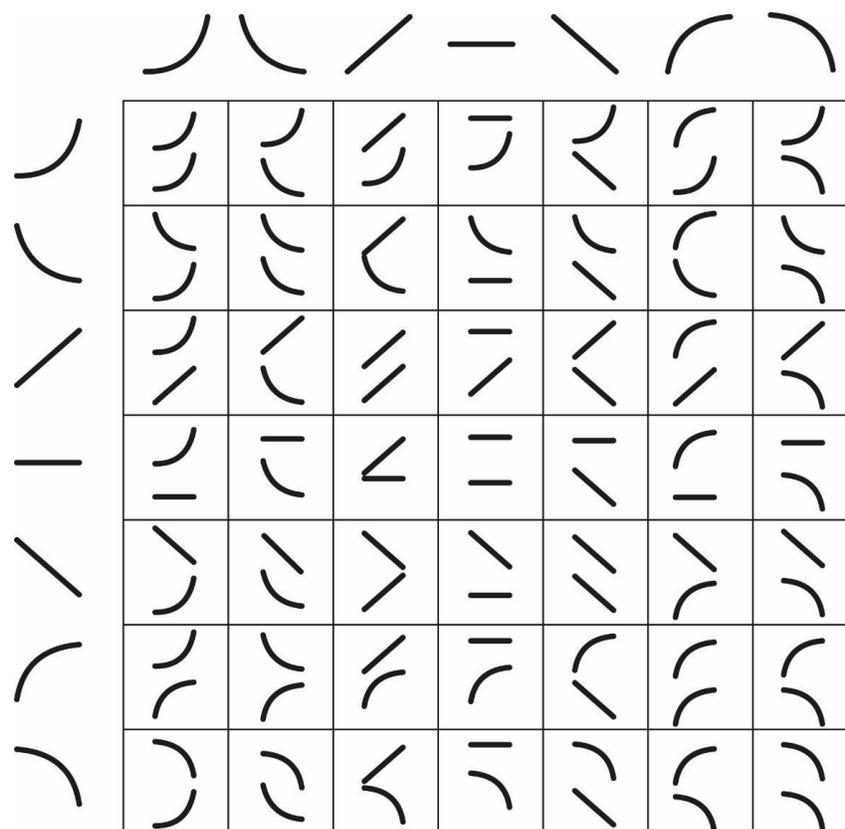


Ilustración 27: Casos de identidades dinámicas en superposición.

Como se puede ver en esta ilustración, existen varios tipos generales de movimiento superpuesto —de cambio en el intervalo—. Las nociones tradicionales de movimiento paralelo, el oblicuo y el movimiento contrario se complementan con movimientos *semiparalelos* y movimientos *semicontrarios* (en donde hay un parecido al movimiento oblicuo). La tabla a continuación los organiza.

Los tipos de movimiento entre identidades dinámicas relacionadas por superposición se alinean en cinco tipos:

- Estático: en donde el cambio en la distancia entre las curvas permanece igual y el desplazamiento de las curvas es nulo.
- Paralelo: en donde el desplazamiento de las curvas es notorio pero la distancia entre ellas es igual.

- Semiparalelo: Donde el desplazamiento de las curvas tiene la misma dirección, pero el tipo de curva es diferente.
- Oblicuo: Cuando una identidad dinámica tiene un desplazamiento positivo y otra nulo.
- Contrario 1: Cuando el desplazamiento de las curvas ocurre en sentido contrario
- Contrario 2: cuando el desplazamiento de las curvas ocurre en sentido contrario y el tipo de curva es idéntico.

Estático	Paralelo	Semiparalelo	Oblicuo	Contrario	Contrario
{L→, L→}	{C↑, C↑}	{C↑, V↑}	{C→, V↓}	{C↑, V↓}	{C↑, C↓}
	{L↑, L↑}	{C↑, L↑}	{C→, L↓}	{C↑, L↓}	{L↑, L↓}
	{V↑, V↑}	{L↑, V↑}	{C→, C↓}	{L↑, V↓}	{V↑, V↓}
		{L↑, C↑}	{V→, V↓}	{L↑, C↓}	
		{V↑, L↑}	{V→, L↓}	{V↑, L↓}	
		{V↑, C↑}	{V→, C↓}	{V↑, C↓}	
			{L→, V↓}		
			{L→, L↓}		
			{L→, C↓}		

Tabla 8: Tipos de movimiento entre dos identidades dinámicas superpuestas.

2.6. El horizonte interestelar del *ruido*.

La percepción, en su definición más amplia que involucra a la cognición, constituye un ámbito necesario para poder teorizar sobre música. Sin embargo, en ese mismo sentido, la naturaleza de todo lo audible —el universo de discurso de lo audible— excede las capacidades perceptivas humanas.

Una teoría del sonido, es una teoría del mundo audible conocido, que se opone a un ámbito sonoro más vasto, hasta ahora innombrable y al que se ha referido en suma como *ruido*.²⁸⁴ Dicha oposición sitúa a la teoría de la música en una posición afín a la navegación del espacio sideral, en la que el espacio interestelar es percibido como una masa enorme, de difícil cartografía. Carrillo, por ejemplo, reduce esta oposición a la naturaleza de las vibraciones sonoras isócronas que asocia al sonido y a su

²⁸⁴ La palabra *ruido* no parece hacerle justicia a todo el universo sonoro que engloba —como ya se ha discutido ampliamente en el seminario de posgrado dirigido por Julio Estrada (IIE-UNAM)— sin embargo, se utiliza como un vocablo conveniente para referir a este fenómeno. Este texto deja abierto el problema de criticar su uso a futuras investigaciones.

contraparte, las vibraciones sonoras no isócronas.²⁸⁵ A partir de lo conocido y a lo largo del último siglo, se han hecho especulaciones que pretenden incursionar en ese océano de lo ruidoso, en su mayoría extendiendo las lógicas mediante las cuales organizamos lo conocido. Un ejemplo de ello es la extensión que hace Estrada de la tríada de componentes que él observa existir análogamente en el ritmo y en el sonido al ruido. Lo anterior nos deja con un mapa conceptual de tres secciones, primero, una teoría de lo conocido que se difumina a un ámbito especulativo tras el cual existe el océano de lo audible pero desconocido a lo que llamamos ruido.

En discusiones con Estrada, durante el seminario de investigación de posgrado en el Instituto de Investigaciones Estéticas de la UNAM, ha surgido la idea de conceptualizar una dimensión entre el sonido y el ruido perpendicular a la dimensión que conecta al sonido y al ritmo ya descrita por Cowell.²⁸⁶ A lo largo de estas conversaciones Estrada ha propuesto un modelo cónico cuyo vértice parte de alturas de alta frecuencia, ámbito en el que la variación del contenido armónico no resulta perceptible. A medida que se desciende en la frecuencia se puede comparar a los sonidos regulares, por ejemplo, a una onda sinusoidal con sonidos que tienen formas de onda irregulares y resultan en puntos de contacto entre el sonido y el ruido. Bajo el umbral de la percepción del sonido, esta irregularidad se percibe como una oposición al pulso, es decir a *caos* en el ritmo y aun en la forma musical.

Esta difuminación gradual de los perceptos sonoros resuena con los argumentos de Hellie²⁸⁷ sobre la inexactitud de la percepción del color:²⁸⁸ El primero, metafísico, plantea que no existe ninguna ley de la naturaleza que pueda reducir la percepción a un sistema unidimensional de estímulo-percepción. Sino que de entrada la existencia del universo externo e interno introduce ruido en la forma de una variable probabilística que se añadiría al modelo semántico de quien percibe. El segundo argumento, fenomenológico, sostiene que existe un *ruido fenoménico* detectable mediante la introspección, que describe como “un titilar o una crepitación sutil”²⁸⁹ que provee a la experiencia perceptiva de inconstancia a lo largo del tiempo y a lo ancho del espacio. En lo sonoro, esta inherencia del ruido en todo percepto auditivo. Pareyón argumenta que la ubicuidad de los ruidos de tipo $1/f$ ²⁹⁰

²⁸⁵ Carrillo, *op. cit.* p. 35.

²⁸⁶ Cowell, 1936/1996.

²⁸⁷ Hellie, *op. cit.*, pp. 482-500.

²⁸⁸ La mayoría de la literatura en filosofía analítica sobre la percepción se refiere a la percepción visual. Sin embargo, es opinión de quien escribe que los argumentos allí expuestos son en su mayoría igualmente válidos para la percepción auditiva.

²⁸⁹ *Ibid.*, p. 493.

²⁹⁰ También conocidos como ruido blanco, ruido rosado y ruido browniano.

tanto en el habla como en la música es evidencia de que existe una relación entre información e incertidumbre.²⁹¹

Hay dos elementos comunes entre los argumentos de Hellie y el modelo planteado por Estrada. Primero la idea de que los modelos se difuminan y segundo el desconocimiento de explícito de cualquier realidad independiente de la percepción. Ante el primer punto el presente texto ofrece un marco de referencia en la teoría de conjuntos difusos: por un lado, esta simplifica el proceso teórico de tener que añadirle una variable probabilística a la semántica como problematiza Hellie. Por el otro lado permite correlacionar objetos precisos e imprecisos dotando al modelo de Estrada de un lenguaje común para hablar de sonido o de ruido; de ritmo o de caos.

El horizonte del ruido puede ser considerado como punto de partida para exploraciones creativas, estéticas y teóricas que se desarrollen en el futuro y como conclusión de este capítulo, vale la pena esbozar algunos lineamientos que quedan para encauzar futuras investigaciones. El primero de ellos es la idea de saturación. Desde el punto de vista informacional, demasiada información presentada ante los sentidos será percibida como imposible de captar y en términos de música puede ser entendida como ruido. Considérese como ejemplo general la teoría d1 de Julio Estrada, en una escala D12 la identidad de mayor densidad es 1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1. Que se escucha como todas las alturas cromáticas. Al presentar esta identidad en un solo bloque de sonido, es difícil distinguir las alturas individuales que lo componen, en este caso el grado de saturación hace colindar a la organización del sonido con el ruido.

Por el contrario, esta misma identidad, pensada desde el punto del ritmo resulta en una pulsación uniforme, fácilmente comprensible y desde muchos sentidos lo opuesto al caos a nivel del ritmo. El ritmo pareciera acercarse al ruido al buscar la irregularidad. La paradoja que resulta consiste en que la misma forma de organización teórica en el sonido y en el ritmo es perceptible como opuesta desde la perspectiva del ruido. Esta paradoja ejemplifica la diferencia perceptiva que existe entre el ritmo y el sonido incluso al conceder que ambos comparten una realidad física y pueden ser conceptualizados de manera análoga —como es el caso de la teoría d1—. Adicionalmente, la paradoja plantea un esquema de las cosas en las que la irregularidad y la saturación funcionan como fuerzas opuestas pero que al ejercerse parecieran coincidir en el ámbito acústico que llamamos ruido. Volviendo al ejemplo del espacio intergaláctico, da la sensación de vivir en un continente rodeado por el abismo en el para donde miremos el universo se verá igual.

²⁹¹ Pareyón, 2011.

Al escuchar ruido, la cantidad de energía de los componentes del ruido es difícil de organizar de acuerdo a una dimensión lineal. Esta hipótesis para el problema del ruido parte del supuesto de Gärdenfors de que las dimensiones cualitativas pueden tener distintas formas, es imaginar una forma de dimensión caótica, que contenga múltiples bucles y cuya correspondencia con el ámbito físico sea vaga. Una forma de dimensión de esta naturaleza es el equivalente a percibir el mundo visual mediante un vidrio irregular que distorsiona la información haciéndola inidentificable. Desde este punto de vista, la sensación del ruido podría ser dejada intacta haciendo que lo que previene la percepción —el captar por completo— la información ruidosa es la incapacidad de nuestra mente de tipificar estas dimensiones y por lo tanto de conceptualizar lo que escuchamos.

En definitiva, el construir una teoría a partir de los perceptos y el darles una perspectiva creativa los hace un campo promisorio para futuras investigaciones en el ruido pues se puede partir de que existe la sensación audible del ruido, el análisis científico del sonido y las búsquedas estéticas de organizar esta materia para construir músicas nuevas. En ese mismo orden de ideas, también promete la investigación de dichos perceptos mediante la teoría de conjuntos difusos pues más aquí que en otros ámbitos de la teoría de la música pareciera que la percepción es difusa en un sentido muy directo y por lo tanto que toda estética al ser planteada desde este tipo de materiales musicales puede beneficiarse de un ordenamiento conceptual de tipo difuso.

3. Hacia una estética de lo difuso

How vain it is to sit down to write when you have not stood up to live

Henry David Thoreau, entrada en su diario del 19 de agosto de 1851.²⁹²

En el transcurso del presente capítulo se explica el proceso creativo de las obras adjuntas a este trabajo;²⁹³ en específico, la participación de los perceptos en el proceso que lleva de la experiencia, a través de un imaginario hasta la elaboración de una partitura. La producción de las obras sigue un orden que, en lo metodológico, conecta el modelo de percepción y la integración de las ideas de Estrada, Gärdenfors y de la teoría de conjuntos difusos. Dicho orden tiene cuatro fases generales:

- Lo sensorial
- Lo estrictamente perceptivo
- Lo conceptual
- Lo simbólico

La primera fase, denominada lo sensorial, se refiere a al proceso pre-creativo de captura de sensaciones. La captura de sensaciones es un proceso mayoritariamente inconsciente que solo se puede experimentar a lo largo de la vida y que produce un sustrato afectivo para la creación. El evento de la fantasía del 12 de septiembre de 2012 es un ejemplo de una experiencia de captura sensorial concentrada. En mi experiencia, esta fantasía fue un evento en el que se aceleraron enormemente fases de auto reconocimiento como creador.

La segunda fase se refiere a lo perceptivo. Una vez capturadas ciertas sensaciones, de forma casi inmediata, se traducen a formatos sonoros de forma directa, esta traducción luego atraviesa un proceso de iteración del recuerdo de la sensación y de depuración en lo abstracto de este recuerdo que reduce la sensación a un conjunto de perceptos musicales del que el creador musical dispone.

²⁹² Thoreau, 1837-1864/1906, p. 404.

²⁹³ Se recuerda al lector que el uso de pronombres en primera persona ocurre en atención al carácter personal de estos procesos creativos, y en vista de que no se pretende plantear una teoría universal de la creación sino, solamente, una explicación del papel de los perceptos y de la teoría de conjuntos difusos en estas creaciones en específico; puesto que sirven para enfatizar la transparencia con la que se piensa hablar de las obras musicales.

La disponibilidad de estos perceptos al cálculo o a cierta operación combinatoria solo ocurre en tanto el creador los haya convertido en conceptos. La tercera fase se refiere a la manipulación conceptual de los perceptos: su desdoblamiento a lo largo de un discurso musical que se representa en términos de un flujo macrotímbrico aprendido de los métodos de Estrada.

La fase final de la creación de las obras que acompañan a la presente disertación fue el desarrollo de estas en términos notacionales, es decir su conversión en partitura bajo la premisa de mantener las nociones básicas de perceptos musicales en la notación misma. El desarrollo notacional que es comúnmente el enfoque central de la composición es aquí solamente la fase que tiene como objetivo comunicar la obra a sus intérpretes.

El presente capítulo estará dividido en tres grandes partes, la primera una historia de cómo se llegó a las obras. En segundo lugar, a la idea de *espacios de perceptos musicales* que son los espacios mentales —conceptuales y perceptivos— en donde es posible percibir y crear música mediante una manipulación de perceptos. En tercer lugar, se continuará con la estructura del proceso creativo de las obras.

Se explora la problemática del uso de perceptos y sus características difusas de manera descriptiva al referirse únicamente a las obras adjuntas a esta tesis. Recuerdo al lector que este texto no pretende ser un tratado de creación musical sino una explicación de los métodos que llevé a cabo para producir estas obras. Claro está, al haber sido creadas durante el proceso de investigación, están influenciadas por él y pueden llegar a considerarse ejemplos de cómo la teoría de conjuntos difusos puede operar en la música.

3.1. Historia de las obras

El proceso de creación de las obras inició como una pretensión de continuar el trabajo de composición que yo venía desarrollando antes de estudiar con Julio Estrada. Sin embargo, tras encontrarme con su obra y su forma de pensar que me llevó a ahondar en otras disciplinas expandí mi interés al de la creación musical entendida con mayor amplitud y difícil de abordar. En total, la creación de las obras adjuntas a esta disertación tomó 6 años, desde principios de 2012 hasta 2018. Dicha duración fue un impedimento enorme para terminar esta disertación en el tiempo establecido por la UNAM, pero al

final del camino, resultó en una lección de mayor envergadura: había que haberlo vivido así. Las obras que acompañan esta disertación son un testimonio abstracto de lo vivido en esos 6 años, la mayoría de las experiencias son privadas y quedan fuera de lugar en el presente texto, pero son el origen real de todo lo creado en el cuarteto de cuerdas y en la obra para piano. Este reconocimiento del tiempo vivido es en sí mismo la primera fase de la creación musical: la captura de sensaciones.

3.1.1. Fantasía del 12 de septiembre de 2012

En el Laboratorio de Creación Musical —LACREMUS— que dirige Julio Estrada en la Facultad de Música de la UNAM, se realizan sesiones de fantasía en las que los estudiantes se someten a experiencias de imaginación libre. Uno de los estudiantes se recuesta e imagina mientras los demás observan y el maestro hace preguntas que afinan la descripción del imaginario. El proceso comienza por establecer algunas reglas; solo el estudiante imaginador puede hablar o en su defecto el maestro; las fantasías confesadas por el estudiante imaginador deben caer en un ámbito de total respeto hacia él y su fantasía y todos deben contribuir al silencio para desarrollar la fantasía sin interrupciones. Una fantasía normal dura cerca de 40 minutos, el estudiante imaginador se acuesta boca arriba sobre mesas, cierra los ojos y comienza a narrar lo que imagina.

Mi turno como estudiante imaginador llegó el 12 de septiembre de 2012. Pasé al centro e imaginé diversos escenarios en los cuales se evidenciaba una aproximación de carácter geométrico (fantasías de tipo topológico) y una tipología de fantasía sexual. Del análisis de esta fantasía, se pueden establecer cuatro grandes temáticas:

- Un entrar, introducir, perforar. Es el proceso mediante el cual yo como imaginador accedí a estados más profundos de su propia fantasía.
- Elementos de gran velocidad. Estos elementos se repiten sucesivamente durante la fantasía
- Intersecciones. Estas intersecciones se parecen a las descripciones que en física y matemáticas se hacen de espacios de más de tres dimensiones. En ellas se manifiesta mi interés en la geometría.
- Quietud. Solo hasta el último momento de la fantasía, aparece la quietud y el estatismo como final.

De lo anterior saqué tres conclusiones que pueden ser de gran importancia para mi producción musical. Primero que para mí es natural abordar el problema de la creación musical por medio del cálculo racional; segundo, que los objetos suscitados en la fantasía experimentan una gran cantidad

de movimiento lo que Estrada sugiere que dicha fantasía es de tipo sexual.²⁹⁴ Y tercero, que tras constatar la dificultad de captar y memorizar con precisión los eventos de la fantasía aparece la hipótesis de que el acto de hablar la fantasía durante la sesión inhibe la imaginación sonora. El texto descriptivo de mi fantasía *in extenso* se encuentra en el apéndice 2.

El cuarteto de cuerdas es resultante de estas conclusiones pues se enfoca en la acción física, continua y de gran cantidad de movimiento que aparece en la fantasía. Asimismo, la obra de piano captura algo de la textura de los objetos —filamentos de metal, paredes terrosas— de la fantasía. Sin embargo, la conversión literal de lo imaginado durante esta fantasía no es el objetivo de ninguna de las dos obras musicales.

3.1.2. Proceso de llegada a un cuarteto de cuerdas

La primera solución a la escena de la capilla de colores (ver apéndice 2) fue un montaje de diversos grupos de instrumentos de cuerda distribuidos en el espacio físico. Los espectadores, en esta idea, entrarían a ver la función recorriéndola como si se tratara de una exposición de arte escultórico. La experiencia de entrar en una capilla sería imitada por la experiencia de ir adentro del espacio de ejecución. La pintura en movimiento referida en la fantasía sería imitada por el movimiento musical. Sin embargo, sucesivas reducciones del instrumental hicieron evidente que una obra más controlada en la que se pudiera explorar sería posible con un cuarteto de cuerdas clásico —dos violines, una viola y un violonchelo—. En lo espacial, el cuarteto de cuerdas sugiere por su propia tradición de música de cámara un giro copernicano a la idea de que el público estuviera al interior de la acción musical, poniendo al cuarteto al centro y acercando al público lo más posible para que pudiera ver la acción instrumental de cerca. Esta cercanía implica en primera instancia una sensación de intimidad que remite a una escucha cercana a lo táctil. Las texturas sonoras y las texturas táctiles —aquellas que se pueden intuir al observar el contacto de los instrumentistas y los arcos con las cuerdas de los instrumentos— es una reducción del aspecto sexual de la fantasía (y en general de mis fantasías) a un cierto grado de abstracción.

Este proceso de reducción se realiza fundamentalmente mediante la iteración de una fantasía que esta vez con ayuda de la memoria empieza a dar relevancia a ciertos eventos al interior del imaginario. En el caso del cuarteto de cuerdas este evento fue el escurrir de la pintura sobre las paredes; específicamente, la curvatura de los límites entre distintos colores de pintura. Hay dos

²⁹⁴ De acuerdo a Julio Estrada esta fantasía se suscribe a aquellas fantasías de tipo sexual.

aspectos a anotar: primero, la sensación de continuidad del movimiento de la pintura que, mientras escurre, evoca emociones de retención y luego liberación repentina, por ejemplo, al contener la respiración y luego recuperarla, o la sensación de esfuerzo sostenido al pedalear sobre la bicicleta y luego dejarla rodar.

Las iteraciones mentales comenzaron por la improvisación. El primer paso fue realizar varias grabaciones caseras de improvisaciones vocales que emularan los imaginarios. Esta iteración del imaginario fue llevando a una grabación-boceto que funcionara como punto de partida. El cuarteto de cuerdas final no es una instrumentación de estas grabaciones sino un resultado del desdoblamiento de los elementos que aparecen en ellas, en una forma análoga en la que una paleta de colores se desdobra en forma de pintura. La última de estas grabaciones fue luego anotada mediante dibujo libre para poder determinar las tipologías sonoras y conectarlas con estados afectivos. Estas tipologías podrían servir luego como prototipos de perceptos, es decir como núcleos de conjuntos difusos y de ellos extraer instancias similares de perceptos que podrían reorganizarse al interior de una obra musical. El dibujo libre en esta etapa no es aún una fijación analógica de lo sonoro sino una toma de nota de lo improvisado.

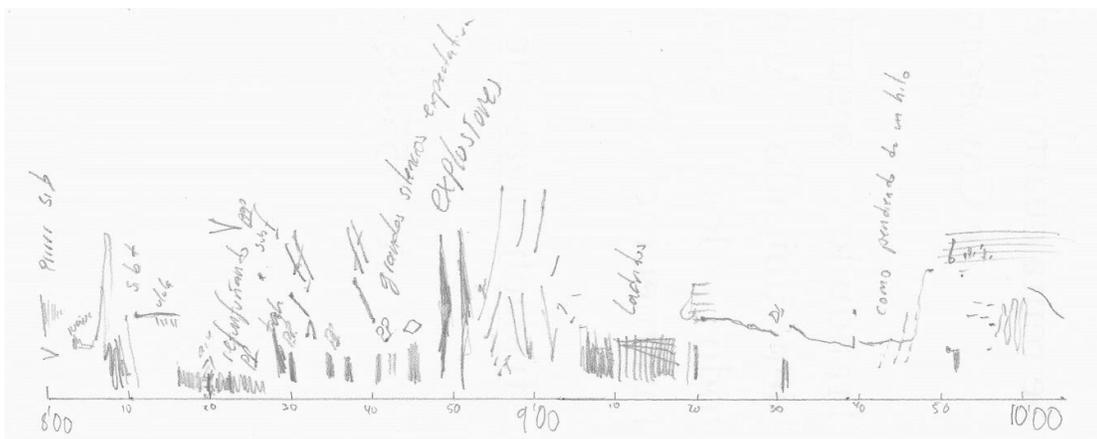


Ilustración 28. Fragmento de toma de nota de la última de las grabaciones. Se observan gestos a mano alzada, anotaciones de gestos ya con cierta forma musical anotaciones de connotación afectiva.

El uso libre de los componentes de ejecución de los instrumentos de cuerda reduce la potencia sonora de los mismos. Muchos de los sonidos resultantes en el cuarteto de cuerdas son sutiles incluso

si para su ejecución se necesita gran cantidad de energía. Una respuesta espacial a esta realidad acústica es, igualmente, el centrar el ensamble y reducir el espacio que hay entre este y el público.

Una segunda fase de improvisación ocurrió en la Academia de Música Suzuki Ars que generosamente me permitió experimentar con violines, un violonchelo, una viola y especialmente de un espacio privado y silencioso para trabajar. En sus instalaciones se realizaron improvisaciones que fueron grabadas en video para captar los materiales sonoros propios de los instrumentos de cuerda. Esta etapa permitió observar puntos de encuentro entre los sonidos vocalizados y los sonidos de los instrumentos de cuerda.

3.1.3. Proceso de llegada a la obra de piano

El interés por escribir música para teclado estuvo firmemente ligado en mi exploración del clavecín y del repertorio de los siglos XVII y XVIII para ese instrumento. Inicialmente, la obra para teclado estaba pensada para poder ser ejecutada igualmente en clavecín o en el piano moderno. Finalmente, la versión que acompaña a esta investigación es la obra para piano moderno pues durante el tiempo de composición experimenté un regreso al piano como mi instrumento principal. Naturalmente, el piano ofrece un conjunto de componentes diferentes, puntualmente: los pedales y la variación en la intensidad del sonido.

Siguiendo la iteración de la fantasía antes descrita, la obra para piano se reduce dos ideas: una única imagen de la fantasía, aquella en la que

“su interior está formado por una infinidad de filamentos de metal brillante que fluyen a gran velocidad y producen un ruido de fondo que suena quebrado como un gis de vidrio roto en todos lados y a lo largo de todas las alturas”.²⁹⁵

Conceptué esta imagen como algo que necesariamente sería de naturaleza discontinua, y que podría ser desplegado a lo largo de varios minutos en forma de una obra musical. Y segundo, al movimiento del pianista, la sensación de esfuerzo necesaria para la captura del imaginario —para fijar lo efímero— se parece a la sensación de esfuerzo por pulsar todas las teclas del teclado a la velocidad que exige la obra para piano.

En suma, la obra para piano conjunta la experiencia vital de ser intérprete de instrumentos de teclado con los imaginarios de la fantasía del 12 de septiembre de 2012 y con una exploración de lo

²⁹⁵ Citado del Apéndice 2.

discontinuo que me permitiría contrastar con la exploración del continuo que abordé en la creación del cuarteto de cuerdas.

3.2. Teoría de conjuntos en la creación musical – Metodología de la creación

El presente subcapítulo se destina a las metodologías y procesos creativos que conllevaron a la creación de las obras que acompañan a esta disertación. En especial, se resalta el papel que cumplieron las nociones de percepto y sus conexiones con la teoría de conjuntos difusos.

En primer lugar, se describen los puntos de partida de cada una de las obras y cómo estos plantean cuestiones frente a la percepción de la música. Seguidamente se habla del dibujo como paso indispensable para la creación del cuarteto de cuerdas y como figura protagónica en la obra para piano. Finalmente se habla de algunos procesos combinatorios y de cálculo que intervinieron a la creación en diferentes puntos y por último a las soluciones en términos de notación que permitieron la elaboración de partituras.

3.2.1. Puntos de partida

Metodológicamente hablando, la creación del cuarteto de cuerdas tuvo su origen en las matemáticas. Consistió en graficar un conjunto de sucesiones aritméticas que en su combinación produjeron la estructura temporal del cuarteto —su esqueleto rítmico—²⁹⁶ denominada *espectro temporal*.

El primer paso fue asignar un valor cercano al presente perceptivo a una duración fundamental D . Esta duración fundamental se fijó en 5,43 segundos.²⁹⁷ De modo que a todos los múltiplos entre 1 y 638 de D se les designara el nivel 1. Gráficamente:

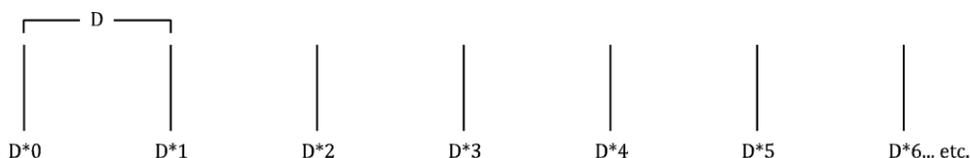


Ilustración 29: distribución homogénea mediante múltiplos de D .

²⁹⁶ Vid. Grisey, 1987.

²⁹⁷ Aproximadamente 2e segundos.

Como medio de contraste se realizó la misma sucesión para todos los múltiplos de D multiplicada por la raíz de 2 y se iteró el proceso mediante las raíces cuadradas de 2, 3, 5, 6 y 7.²⁹⁸ Al superponer las 6 isocronías se obtiene una retícula desigual, en la que ningún valor se sincroniza con ningún otro salvo el 0,²⁹⁹ y que por lo tanto desafía la capacidad de memoria y predicción sin abandonar una coherencia metodológica. La siguiente gráfica muestra los primeros valores de las 6 sucesiones:

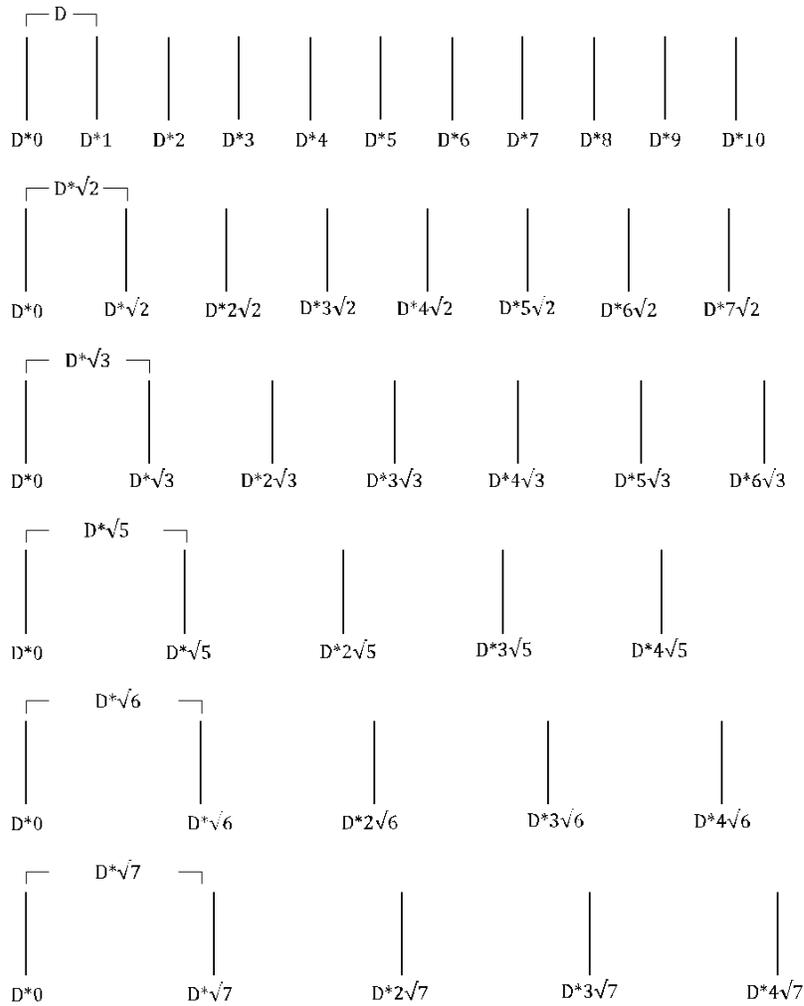


Ilustración 30: Superposición de valores en seis sucesiones distintas, el valor gráfico de D fue reducido a la mitad a comparación de la imagen anterior con el propósito de ejemplificar mejor la asincronía en los niveles más dilatados.

²⁹⁸ Dicho procedimiento tiene antecedentes clave en la música de Conlon Nancarrow.

²⁹⁹ Aunque este postulado es cierto a nivel teórico, en la práctica hay puntos demasiado cercanos los unos a los otros como para ser percibidos como distintos. Estas son sincronías *de facto*.

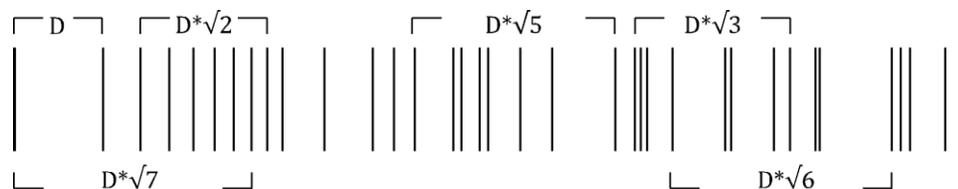


Ilustración 31. Mismo segmento apilado muestra la irregularidad del ritmo resultante. Algunos periodos están marcados para facilitar la comparación. Esta distribución recuerda la noción de ritmo desigual presente en Kandinsky³⁰⁰

El hecho de que la única sincronía numérica³⁰¹ sólo ocurra en el valor 0 fue interpretado como un punto en donde la obra debía terminar. Con ello, los procesos temporales que pudieran ser resultado de este espectro serían los de un acercamiento gradual y preciso a un punto clave de llegada. A diferencia de la manifestación directa del proceso de cálculo que puede evidenciarse en Nancarrow, todo el proceso creativo de este punto en adelante sería una interpretación libre del espectro temporal.

Esta interpretación de un cierto dado, incluso si es proveído por el cálculo, es la esencia de la utilización de perceptos en la creación musical. El percepto depende de la relevancia de ciertos rasgos de la realidad o de la imaginación en la imaginación misma del perceptor. Parafraseando a Peirce, la experiencia no es más que la interpretación de los perceptos.³⁰²

La interpretación formal del espectro rítmico de mayor envergadura es la división del cuarteto en 6 secciones. Cada sección está separada de la siguiente por un valor igual a D y se ubica en los lugares en donde dos impulsos consecutivos del primer nivel ocurran sin interrupción de ningún otro nivel. Estas ocurrencias se dan según la siguiente tabla:

Sección	Índice	Duración	Duración en D
I	1.234 a 1.185	0.00'' a 266.24''	49 D
II	1.186 a 1.171	271.67'' a 342.35''	15 D
III	1.170 a 1.100	347.78'' a 728.34''	70 D
IV	1.99 a 1.55	733.78'' a 972.99''	44 D

³⁰⁰ Kandinsky, 1926. p. 89

³⁰¹ En ocasiones los valores se acercaban más de lo que resulta perceptivamente práctico, lo que supone una sincronía aparente a la que se contrasta la sincronía numérica aquí mencionada

³⁰² Peirce *op. cit.* 7.648. “la experiencia no es más que la interpretación de los *percipua*” (original en inglés “*experience is nothing but the interpretation of the percipua*”) plural de percipuum. Sin embargo, como se discutió antes, la noción peirceana de Percipuum está incluida en lo que aquí se entiende por percepto.

V	1.54 a 1.31	978.43'' a 1103.47''	23 D
VI	1.30 a 1.1	1108.9'' a 1266.56''	29 D
Cierre	1.0 a 7.-1	1272'' a 1286.38''	$\sqrt{7}D$

Tabla 9. Secciones del cuarteto de cuerdas.

A partir de esta subdivisión inicial, trabajé en darle un significado a cada sección que yo pudiera atribuir a mi propia vida pues, en el mismo espíritu del epígrafe del presente capítulo, parto de lo vivencial hacia la obra. Esta relación entre mundo y obra no ocurre en un esbozo ni en una evocación sino más bien en un proceso profundo (acaso subconsciente) de abstracción de lo vivido hasta la concreción de la obra musical. En ese sentido acciones como andar en bicicleta por la ciudad son una fuente de materia creativa de centralidad equivalente al imaginario puro al que se acercan experiencias como la ya mencionada del 12 de septiembre de 2012.

Los valores numéricos irracionales que constituyen el espectro temporal no pueden ser ejecutados por músicos humanos con la precisión que requieren dichos números. Más aun, la notación rítmica tradicional basada en divisiones racionales de los valores rítmicos no puede expresar de forma clara dichos valores. La notación analógica utilizada implica imprecisión en la interpretación. Ello permite interpretar a la partitura —cuidadosamente diagramada para referenciar con exactitud la correlación tiempo-espacio— como un núcleo de un conjunto difuso y a sus interpretaciones como el cuerpo del mismo.³⁰³

La obra para piano, parte de la propuesta de Estrada de tomar una forma dinámica como identidad, es decir, como “punto de partida de rotaciones o de traslaciones continuas de un ensamble de datos representados en un espacio matemático de varias dimensiones”.³⁰⁴ La aproximación a este concepto tuvo como punto de partida metodológico el gesto de *accelerando* con el que comienza.³⁰⁵ El modelo general que funge como escala de referencia para representar este ritmo fue la distancia creciente entre los ataques sucesivos y el comienzo del gesto. Aprovechando el desarrollo matemático del que había partido el cuarteto utilicé la misma sucesión de valores para modelar este *accelerando*

³⁰³ La discusión acerca de la ontología de la obra musical es un tema vasto que no es el enfoque central de este trabajo, aunque se conjetura que la teoría de conjuntos difusos podría tener aplicaciones en dicho problema.

³⁰⁴ Estrada, Julio *op. cit.*, p. 677

³⁰⁵ El ejemplo del *accelerando* se asemeja a uno que plantea Fineberg *op. cit.*, pp. 105-106. En él, Fineberg concluye que “[los compositores] combinen notaciones tradicionales y proporcionales en sus obras”. Una aproximación más práctica creo yo es apelar directamente a la notación analógica utilizada en ambas obras.

de modo que pudiera ser manipulado topológicamente más adelante mediante variaciones intuitivas del espacio musical en el que está inscrito.

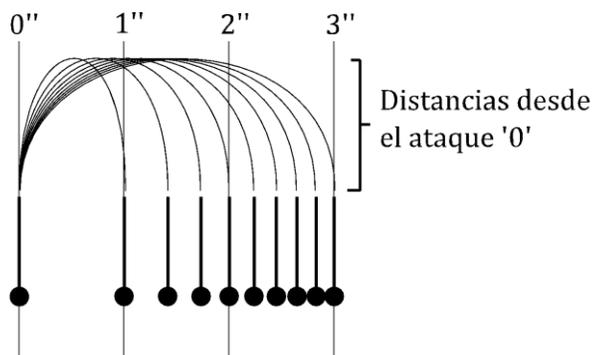


Ilustración 32. Gesto rítmico inicial de la obra de piano, se muestra cómo se marcan las distancias a partir del primer ataque del gesto.

3.2.2. Dibujo del cuarteto de cuerdas

Siguiendo las técnicas del continuo de Julio Estrada y en particular su filosofía sobre la creación como un paso directo de la imaginación a la realidad musical, decidí usar las trayectorias como mecanismo de creación. Su uso en el cuarteto de cuerdas es una exploración de gran escala sobre la libertad creativa. Son pocos los momentos del cuarteto que obedecen a un cálculo y más numerosos aquellos que parten del desarrollo libre de la imaginación creativa y de un trazo a mano alzada.

En cuanto al dibujo, el trazo a mano alzada fue la principal herramienta de creación. Para ello dispuse el espectro rítmico como una guía somera sobre papel milimetrado. Aunque este procedimiento se puede hacer de forma rápida mediante el uso de computadoras —la ilustración 31 que ejemplifica el espectro rítmico fue elaborada así— decidí hacer la totalidad del espectro rítmico a mano para hacerme consciente en lo vivencial de cómo sería el terreno a trabajar, en concreto podía leer el espectro rítmico como una especie de lienzo rítmico con las palmas de las manos y especular sobre cómo podría haber una música que existiera sobre este terreno rítmico irregular. Este primer reconocimiento significó el trazo de 822 líneas de 2 centímetros dispuestas sobre el papel milimetrado y siguiendo la pauta de la tabla en el anexo 1.

El dibujo se produjo de dos formas simultáneas, una analógica —correspondiente a trayectorias continuas como funciones del tiempo— y la otra simbólica, destinada a componentes que resultaron

más fácilmente imaginables como símbolos. El cuarteto se compone entonces de cuatro flujos macrotímbricos, uno por cada instrumento, cuyos componentes son:

- Altura: entendida como la posición en la que se detienen las cuerdas por parte de la mano izquierda.
- Punto de contacto: análoga a la altura pero en la mano derecha, pues se mide en términos de la posición del arco sobre la cuerda
- Presión de dedos: los dedos de la mano izquierda modulan su presión sobre las cuerdas
- Presión del arco
- Giro del arco: el arco puede girar sobre sí mismo para contactar a las cuerdas de forma tradicional, con poca *crine*, *col legno*, o una combinación de las dos, tocando con el arco de lado de forma que tanto el legno como la crin estén en contacto con la cuerda.
- Técnica de ataque del arco: *legato*, *martellato*, *tenuto*, etc.
- Vibrato: acción de microrritmo y de variaciones minúsculas en altura
- Ritmo

De ellas las técnicas de arco y la presión de los dedos fueron dibujadas de forma simbólica, las demás de forma analógica.

3.2.3. Transformaciones topológicas de las trayectorias en la obra de piano

La obra para piano es una especie de canon en el que una trayectoria prototipo (ver figura a continuación) se contrapone a sí misma en diversas formas.

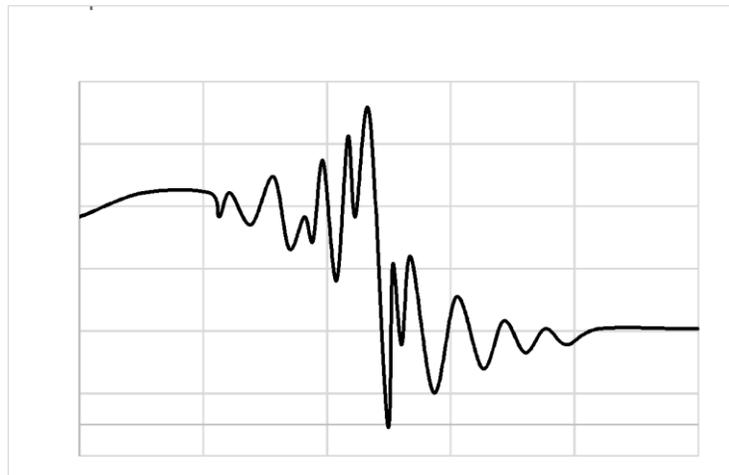


Ilustración 33. Prototipo de trayectoria de la obra para piano.

Este prototipo fue definido en términos de porcentajes del registro total que abarca. Estas proporciones se verían dilatadas o contraídas conforme se transformen los límites superiores o inferiores del área que ocupan. Así, la trayectoria de alturas en la obra para piano se transforma debido a la transformación del espacio en el que está inscrita.

En primer lugar, creé una progresión de transformaciones del espacio que fuera de lo simple a lo complejo y que sirviera como un conjunto de prototipos que luego pudieran ser dispuestos a lo largo de la obra. Estos son:

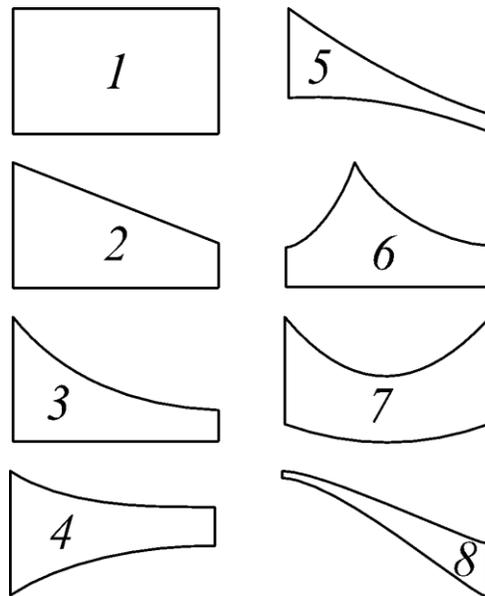


Ilustración 34. Progresión de áreas de alturas.

Como puede intuirse la transformación que suscita el prototipo número 2 es menor que la que suscita el número ocho, así se logra un ordenamiento de cercanía y lejanía de un prototipo de los prototipos: el número 1. La equivalencia topológica entre las áreas de sonido se interpreta aquí como que todas las áreas con las que está creada la obra para piano son instancias de la misma, es decir manifestaciones con un grado de exactitud mayor o menor a la trayectoria original. Así la totalidad de las trayectorias pueden considerarse un único conjunto difuso cuyos miembros exhiben mayor o menor grado de pertenencia en virtud de su similitud con el prototipo.

3.2.4. Combinaciones

El material antes descrito para la obra de piano puede ser transformado mediante las operaciones clásicas de retrogradación, inversión y retrogradación inversión que junto con la original son denotadas por Estrada como d, b, q y p. Adicionalmente a ello las áreas también tienen una capacidad de transformarse mediante d, b, q y p. La gráfica a continuación muestra las 16 posibles combinaciones de las cuatro permutaciones de espacios con las cuatro permutaciones de trayectorias.

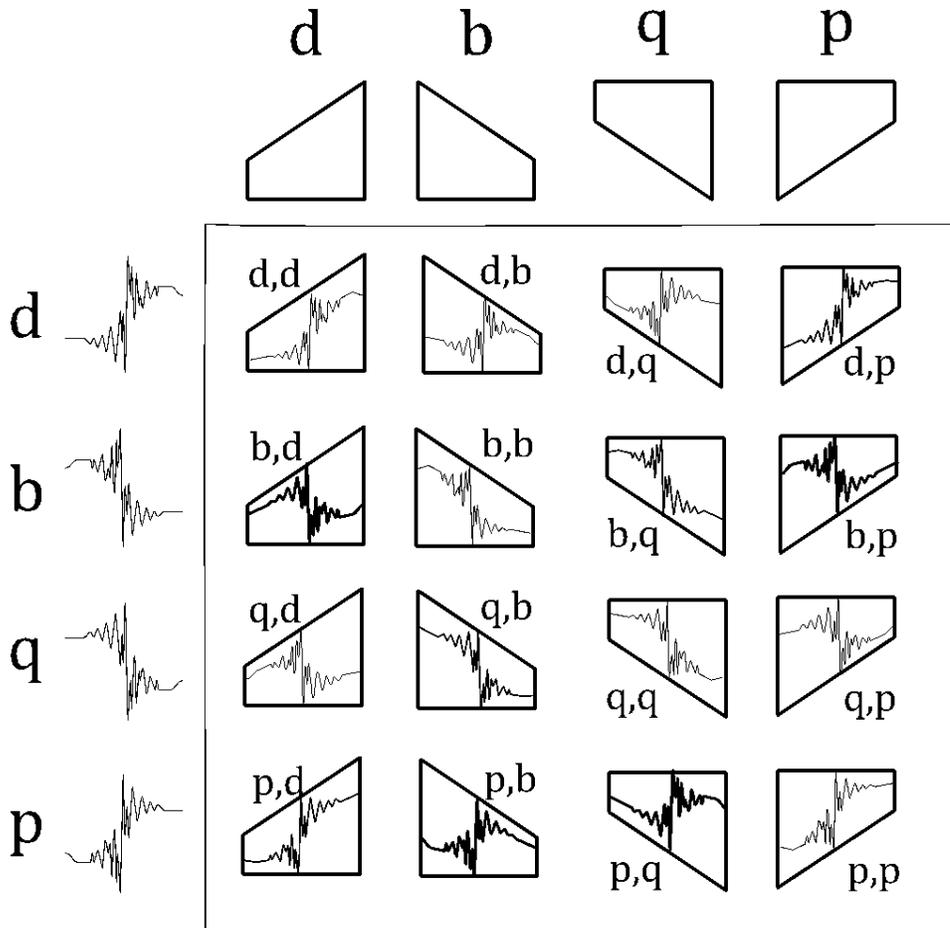


Ilustración 35. Combinaciones de permutaciones d,b,q y p en la trayectoria y en el espacio.

En la imagen se han diferenciado mediante el grosor de las líneas que conforman las trayectorias, cuatro grupos de las mismas, que en sí mismas conforman grupos relacionados por permutaciones. El ejemplo más evidente ocurre donde coinciden áreas y trayectorias en la misma

posición, esto es $\{d,d; b,b; q,q; p,p\}$. En la tabla a continuación se relacionan los cuatro grupos de combinaciones.

Grupo	Combinaciones
1	d,d; b,b; q,q; p,p.
2	b,d; p,b; p,q; b,p.
3	q,d; d,b; d,q; q,p.
4	p,d; q,b; b,q; d,p.

Tabla 10. Grupos de combinaciones de transformaciones d,b,q y p.

La obra para piano requirió aun de un análisis de las posibilidades de interacción entre áreas difusas de sonido. Para ello se creó un vocabulario básico de cuatro interacciones posibles: la primera interacción denotada por la letra griega α , corresponde a cuando dos conjuntos A y B se traslapan. Así, la expresión $A \alpha B$ denota una interacción del tipo α entre dos áreas de sonido como se puede ver en la ilustración 33. La interacción β corresponde a la situación en la que las áreas de sonido están disjuntas —en donde ningún punto de A pertenece también a B —. El tercer caso, denotado por la letra γ habla de inclusión total de un área de sonido en otra, finalmente la letra griega δ denota un entrecruzamiento de dos áreas en las que cada una de ellas comparte una sección central. Un quinto caso, que no se utiliza durante la obra, pero es digno de estudio es cuando dos áreas de sonido se traslapan completamente, son idénticas. A este caso se le denota ω .

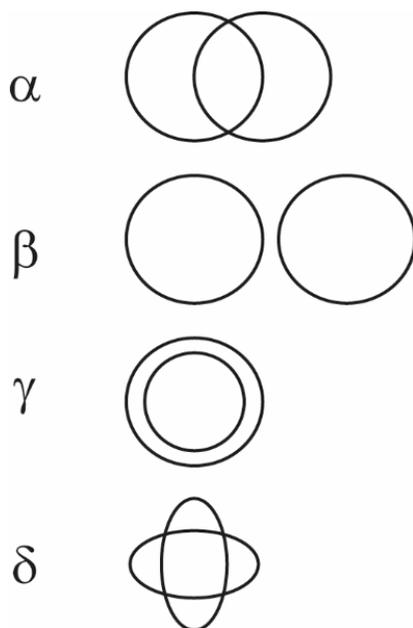


Ilustración 33. Cuatro tipos básicos de interacción entre áreas de sonido.

La cantidad total de casos es, en principio, infinita debido la proporción exponencial entre conjuntos a ser tomados en cuenta y tipos de relación. Sin embargo, la pesquisa teórica, paralela a la creación musical busca encontrar estructuras más complejas que den cuenta de la organización del material musical en el transcurso de una obra. Las relaciones entre tres conjuntos producen un sistema organizativo simétrico que se construye sobre todas las posibles combinaciones de tres de estas relaciones —tripletas de áreas—. La siguiente gráfica presenta algunos ejemplos. Pese a esto, no todas las combinaciones de tres relaciones son posibles en una representación bidimensional, sin embargo, el organigrama general de estos casos tiene 24 vértices cada uno entendido como un triángulo que relaciona tres áreas de sonido.

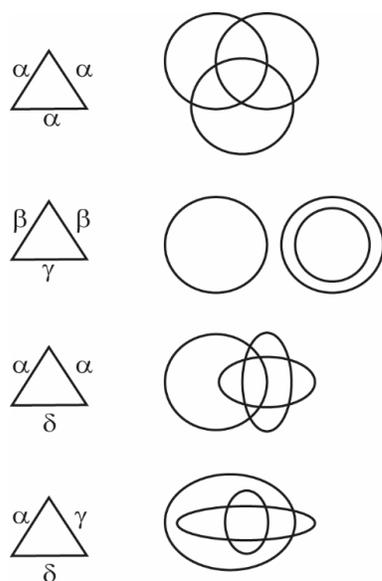


Ilustración 34. Cuatro ejemplos de relaciones entre áreas de sonido.

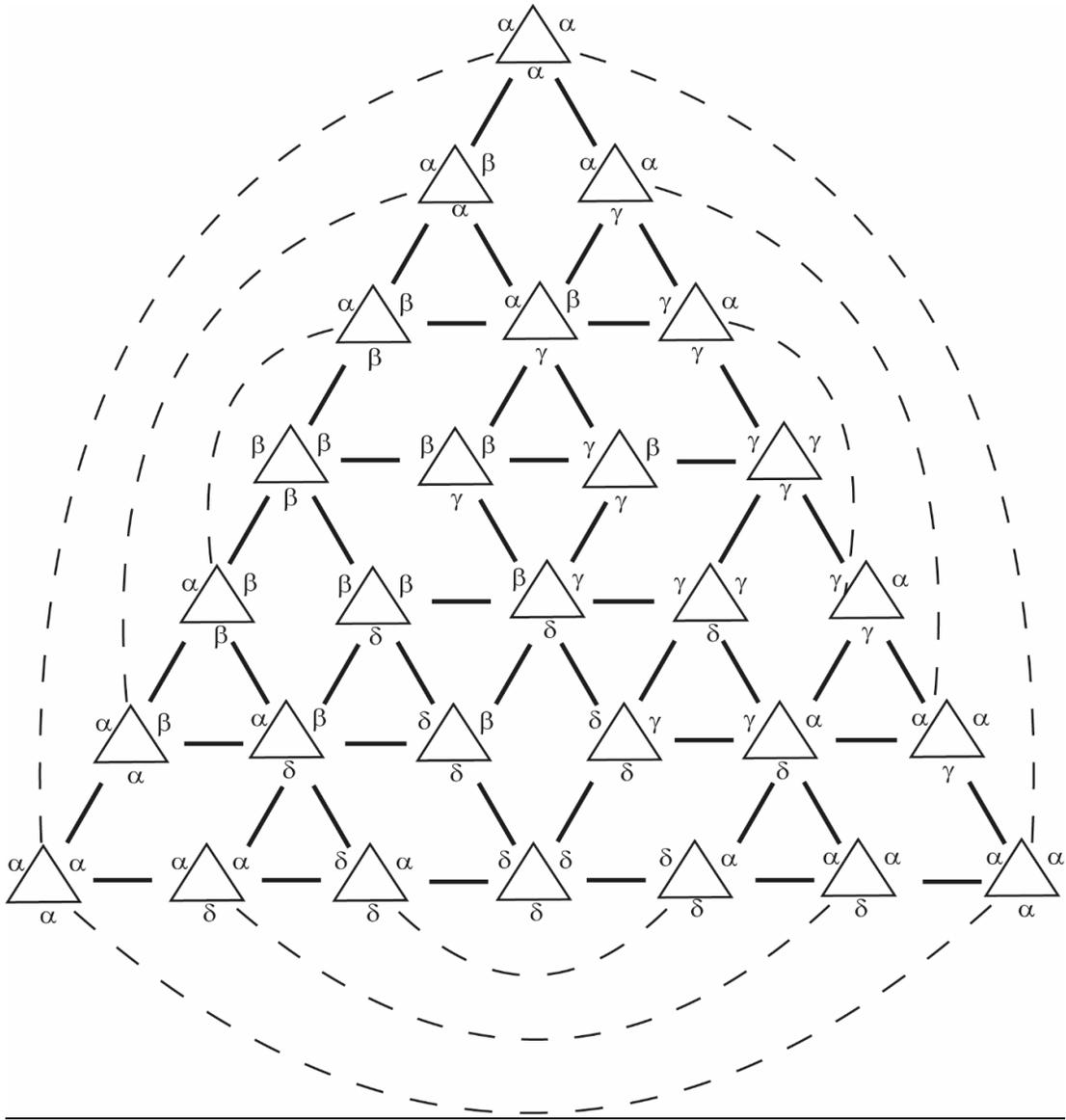


Ilustración 35. Red de Organización de todas las combinaciones de tres áreas de sonido, las líneas punteadas denotan igualdad pues la red, así vista, es equivalente a un tetraedro teselado con vértices en $\alpha\alpha\alpha$, $\beta\beta\beta$, $\gamma\gamma\gamma$ y $\delta\delta\delta$.

Como prototipo del espacio musical se consideró al rectángulo: este rectángulo marca en sus bordes superior e inferior los valores máximos y mínimos de la trayectoria prototipo y en sus bordes laterales el comienzo y el final temporal. El desarrollo de la obra consistió en seguir ordenadamente pasos de transformación de este espacio. En vez de manipular directamente las trayectorias, se transformaría el espacio entorno a ellas. Para crear una textura de cánones entre trayectorias distorsionadas por la curvatura del espacio en el que se inscriben.

La combinación de áreas es una instancia de una trayectoria a lo largo del tetraedro antes mencionado —la solución escogida³⁰⁶ de esta sucesión resulta en el siguiente ejemplo:

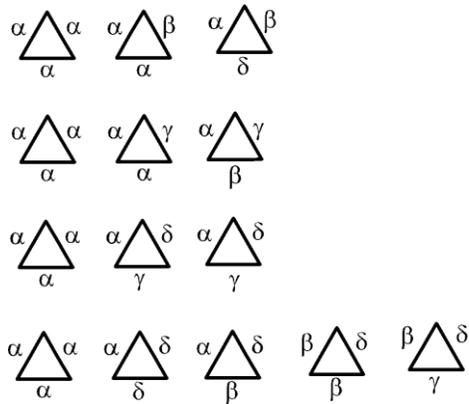


Ilustración 36. Sucesión de tríadas entendida como el problema: ¿cómo ir de un vértice del tetraedro hasta sus cuatro caras?

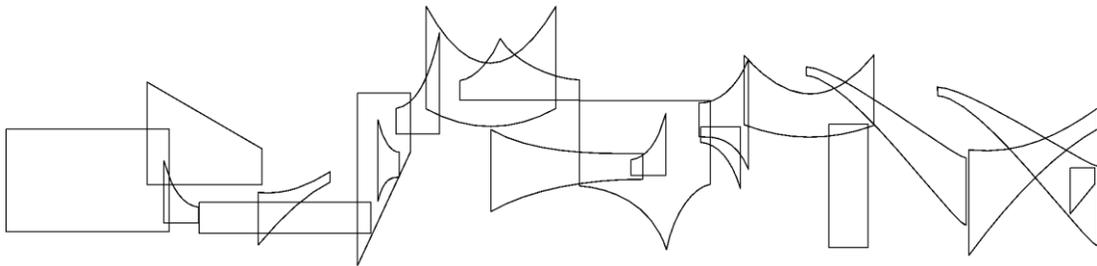


Ilustración 37. Solución creativa del problema descrito en la Ilustración 36.

Siguiendo la filosofía de Gärdenfors, una solución de este tipo es justamente una exploración del espacio conceptual en la que una definición es extrapolada a múltiples manifestaciones topológicamente equivalentes. Es, en esencia, un experimento en lo conceptual guiado por la intuición musical para devenir en un ensayo acerca de la percepción. Una especie de mosaico —vital— de perceptos.

³⁰⁶ Existen muchísimas posibles soluciones, la creación y construcción de esta solución específica está determinada por el uso lo más libre posible de mi intuición como creador musical.

3.3. Notación

En ambas obras, el pentagrama tradicional es reemplazado por un hexagrama para representar las alturas y el tiempo se mide en segundos notados mediante líneas verticales. Con ello, el mismo tipo de actitud se toma frente a la representación del tiempo y del espacio musical, i.e. una representación analógica y homogénea que permita un tipo de diagramación de partitura, tal, que la exactitud de parte del creador no sea transmisible simbólicamente al intérprete. Es decir, el intérprete recibe en la partitura una imagen analógica que debe intentar emular con precisión, reduciendo a un mínimo la notación simbólica (especialmente en cuanto a la proporcionalidad de la escritura rítmica se refiere), esta comunicación por medio de lo analógico garantiza un cierto grado de imprecisión en la ejecución que se corresponde con el objetivo de desarrollar una estética de lo difuso, en este caso a través de lo intuitivo.

En el hexagrama cada línea representa un tono entero. Asimismo, los espacios entre líneas corresponden a las alturas intermedias entre dichos tonos. En todos los casos la primera línea del hexagrama corresponde a la nota DO. Las alturas definidas por cuartos de tono se representan mediante la adyacencia a las líneas. La gráfica a continuación muestra las alturas denotadas por las líneas y la posición comparativa entre la notación en hexagrama y en el pentagrama tradicional.

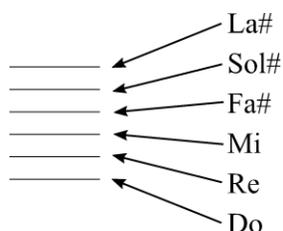


Imagen 38. Hexagrama

El modelo de hexagrama fue tomado de las creaciones recientes de Julio Estrada. Mayor información acerca del hexagrama se puede consultar en las instrucciones de ejecución de la partitura de la obra para instrumentos de viento, *Yuunohui Ehécatl* (2010-2012).

El hexagrama permite representar de forma analógica y homogénea el espacio de alturas al interior de un intervalo de duplicación —una octava—. Para representar desplazamientos mayores a una octava es necesario poner un índice que determine el registro de dicha octava. Este índice tiene

la función de una clave. La letra ‘c’ representa al DO y un número junto a ella, al índice de la octava, en donde c4 denota al DO central. Los cambios de registro se representan mediante un cambio de clave, el siguiente ejemplo muestra un caso:

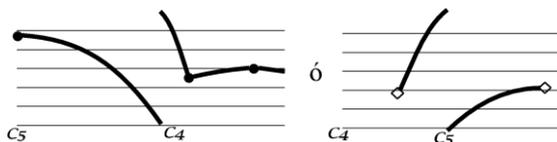


Ilustración 39. Cambio de registro.

3.3.1. Notación específica del cuarteto de cuerdas

El cuarteto de cuerdas fue creado con atención a ocho componentes de la ejecución instrumental de los instrumentos de cuerda que lo componen, El primero es el de altura, definido en términos instrumentales por la posición de los dedos de la mano izquierda sobre el diapasón. La mayoría del movimiento de alturas en el cuarteto de cuerda se produce mediante *glissandi*, respondiendo a una influencia directa de la música de Julio Estrada. Un estadio intermedio de trabajo entre lo continuo y lo discontinuo implicó la exploración creativa de las ideas desarrolladas en el subcapítulo 2.4. del presente trabajo referente a la noción de *identidad dinámica*.

También como parte de las acciones de la mano izquierda, se distingue entre tres grados de presión de los dedos sobre las cuerdas. Uno equivale a la presión normal, representada por un círculo; otra a la presión requerida para producir armónicos, representada por un rombo blanco y por último, entre ellas, la presión intermedia, de medio armónico que produce un sonido velado o difuso.



Ilustración 40. Gradación de la presión de los dedos de la mano izquierda.

La altura marcada en la partitura no siempre refiere al resultado sonoro sino, muchas veces, al lugar de los dedos de la mano izquierda sobre el diapasón. A menos que se indique lo contrario la transición entre diferentes niveles de presión de los dedos debe realizarse de la forma más gradual posible.

En tercer lugar, el vibrato, se expresa en diez niveles de velocidad que van de un mínimo vibrato, $v:1$ (≈ 1 vibración/seg.) a máxima velocidad de vibrato, $v:10$ (≈ 10 vibraciones/seg.). $v:0$ representa sin vibrato. Queda a criterio del intérprete el hacer el vibrato lo suficientemente amplio para poder percibirse; exceptuando los momentos en donde se exija un vibrato en exceso amplio, mediante el símbolo \sim . El paso entre una y otra velocidades del vibrato está marcado por flechas inclinadas, ej:

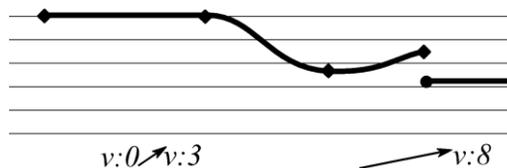


Ilustración 41. *Vibrato.*

El primero de los componentes asociados a la mano derecha, es decir a la acción del arco es el punto de contacto de este a lo largo de la cuerda. Se deben distinguir diez puntos de contacto que generalmente estarán conectados por una línea gruesa que indica el movimiento entre ellos; *i.e.* el movimiento del arco a lo largo de las cuerdas. Estos puntos de contacto son:

- Ⓐ *al dit* *al dito*: justo al lado del dedo de la mano izq.
- ⊕ *T* *molto sul tasto*: bastante adentro del diapason
- Ⓣ *T* *sul tasto*
- ⊖ *T* *poco sul tasto*: apenas al comienzo del diapason
- ⓪ *O* *modo ordinario*
- ⊖ *P* *poco sul ponticello*
- Ⓟ *P* *sul ponticello*
- ⊕ *P* *molto sul ponticello*: muy cerca del puente apenas se debe percibir la altura
- Ⓢ *op.P* *sopra il ponticello*: directamente sobre el puente
- Ⓛ *tr.P* *oltre il ponticello*: más allá del puente

A continuación, un ejemplo de cómo se denota el cambio entre diferentes puntos de contacto a lo largo del tiempo:

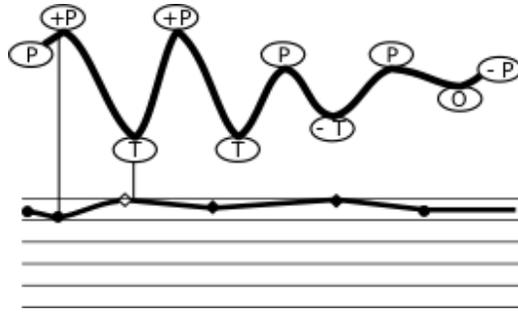


Ilustración 42. Posición del punto de contacto.

El siguiente componente asociado a la mano derecha es la intensidad, componente del macrotimbre correlacionado con la presión sobre el arco. La notación tradicional de *forte*, *piano*, *fortissimo*, etc. Se utiliza en conjunción con reguladores que demarcan el cambio en la intensidad. Los reguladores son de tres tipos asociados con las identidades dinámicas: convexo, lineal y cóncavo.

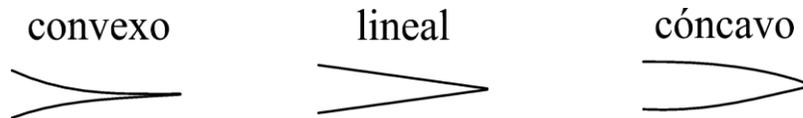


Ilustración 43. Tipos de reguladores.

en adición a los valores tradicionales, se encuentra el signo *Xf* que corresponde a una presión extrema del arco sobre las cuerdas.

Se asume que la intensidad en los instrumentos de cuerda se produce debido a la conjunción de la velocidad y la presión del arco que en general actúan de forma encadenada por una proporción inversa. i.e. entre mayor velocidad menor presión y viceversa. No obstante, en ciertas ocasiones, se pide una velocidad menor del arco con el objetivo de no opacar las partes de otros instrumentos. Durante esos episodios los reguladores de intensidad deben ser interpretados únicamente como presión del arco.

Otro componente puramente instrumental es la técnica de arco utilizada, es decir, la parte del arco con la que se contacta a la cuerda. En este respecto el arco puede ser utilizado fundamentalmente de tres maneras:

c. *crine*, o el modo tradicional

lg. *legno*, con la madera y,

crine e legno, de lado, con ambas.

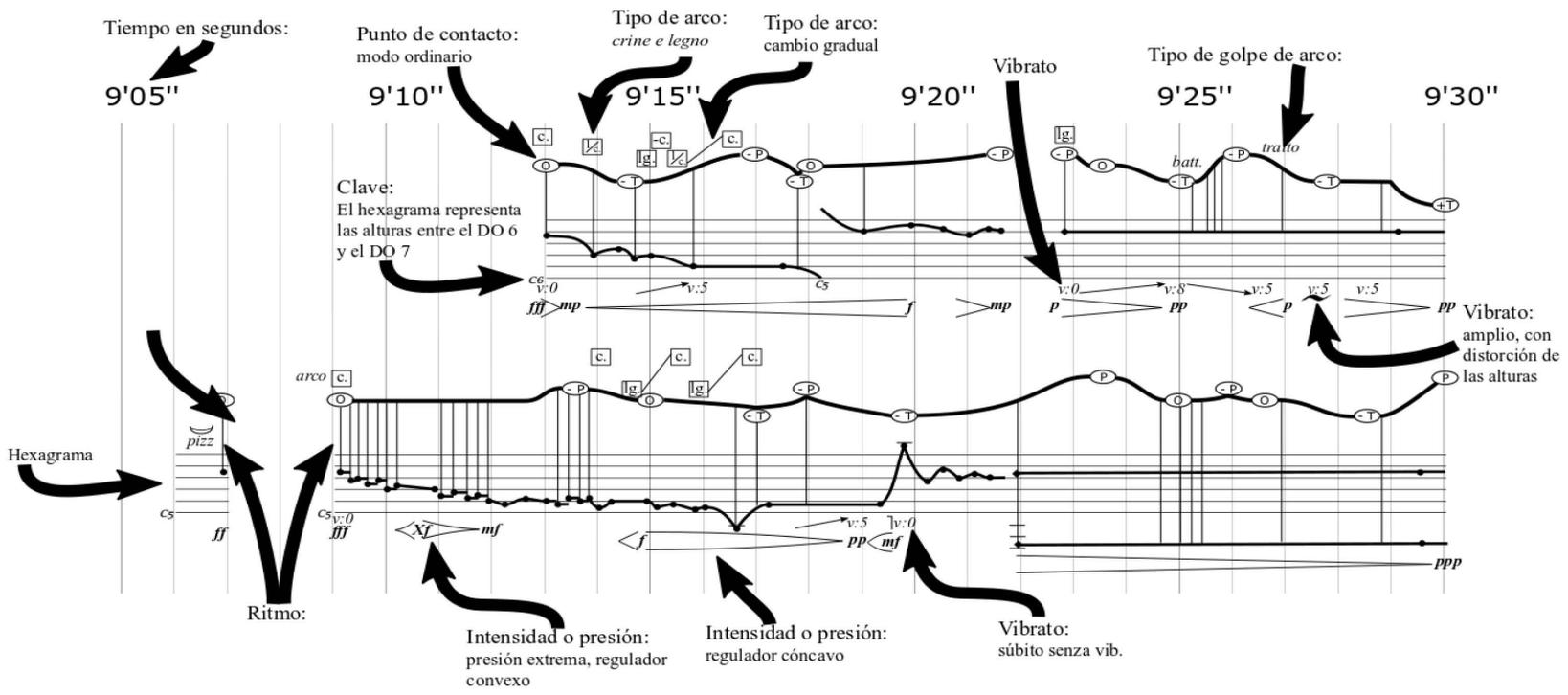
adicionalmente, hay lugares de la partitura donde se requiere del uso de poca crine, expresados mediante el símbolo: *-c.*

La transformación gradual entre estas técnicas de arco se denota con una línea que conecta los rectángulos ya mencionados, de la siguiente manera:



Ilustración 44. Cambio de ángulo de arco.

Ilustración 45. Ejemplo de partitura anotada.



3.3.2. Notación de la obra para piano

Tiempo

El tempo de la obra está marcado en segundos mediante líneas punteadas verticales. Cada 5 segundos hay una línea punteada con guiones más largos que sirve para facilitar la ubicación temporal. El ritmo, al igual que en el cuarteto de cuerdas, está marcado mediante la posición relativa de los neumas a las líneas. Esto implica que el ejecutante se debe hacer consciente de las ataques sincrónicos con el pulso y de aquellos asincrónicos en un sentido similar al de las curvas de grados de membresía expuestas en el subcapítulo 2.4. ej:

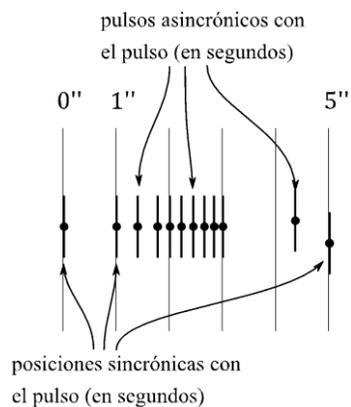


Ilustración 46. Relación pulso y ritmo

Registro

A diferencia del cuarteto de cuerdas, en la obra para piano el registro está denotado de forma absoluta. Cada sistema comprende la totalidad del registro del piano, desde el LA0 hasta el DO8. Los hexagramas están presentes únicamente cuando se necesitan y en cada entrada aparece una “clave” que especifica el DO desde el cual parte el hexagrama.

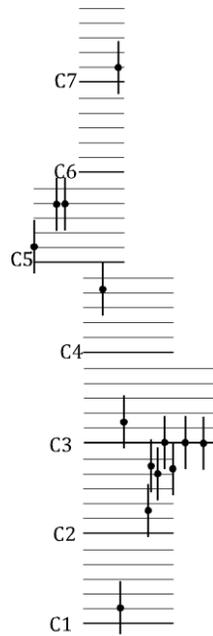


Imagen 47. Registro absoluto: Este fragmento de la obra comprende la totalidad de los registros del teclado.

Alturas

Las alturas están ligadas por trayectorias que tienen como propósito dilucidar la estructura melódica. Estas trayectorias provienen todas de un único prototipo que experimenta transformaciones topológicas (mencionado en 3.2.3.). La ilustración a continuación revela cómo se superpone esta trayectoria sobre un espacio de hexagramas y su solución rítmica.

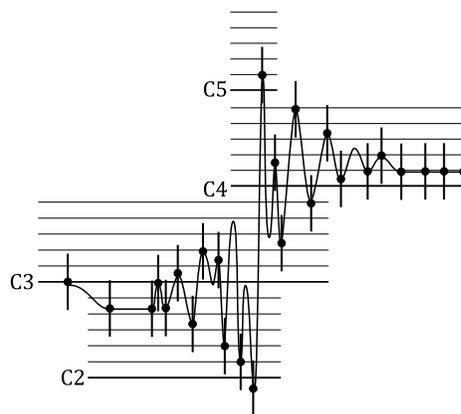


Ilustración 48. Trayectoria de alturas

Espacios de alturas

Dichas trayectorias están inscritas en espacios que experimentan transformaciones en sus bordes superiores e inferiores. La trayectoria en su estado original se inscribe en un rectángulo que siempre está notado en verde claro. Sucesivamente las diferentes transformaciones del espacio de alturas tienen colores asignados. Los espacios de alturas suelen traslaparse. De acuerdo a las estructuras algebraicas mencionadas en 3.2.4. La siguiente ilustración sirve como ejemplo:

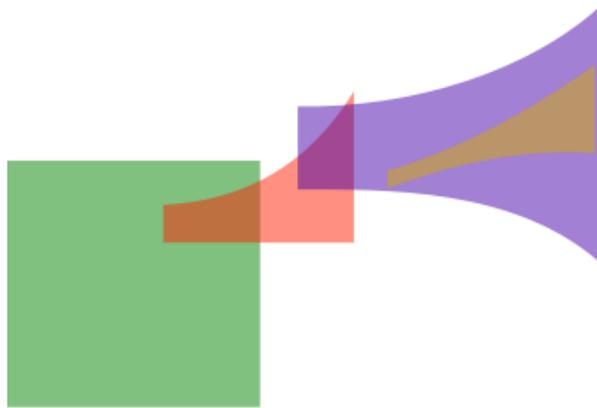


Ilustración 49. Espacios de alturas traslapados en diferentes posiciones.

Intensidad

La notación de intensidad utiliza los símbolos tradicionales. Sin embargo, estos están inscritos en rectángulos de color que corresponden a áreas de altura del mismo color. La variación en intensidad únicamente aplica a las alturas que hagan parte de la trayectoria propia de esa área de color. Ello implica que la obra, además de presentar una complejidad en la polifonía de alturas, también requiere de un control *polifónico* de la intensidad por parte del intérprete.



Ilustración 50. Cinta de intensidad.

Pedales

La notación del pedal principal (sostenuto) es una trayectoria en donde diferentes niveles de pedal fluctúan la letra P sirve como guía para puntos de llegada clave en la trayectoria del pedal. La notación del pedal de una corda es tradicional.



Ilustración 51. Trayectoria de pedales

Articulación (legato)

La articulación está graduada en una escala de 6 términos que recorren desde el staccatissimo hasta el legatissimo. Los símbolos para estos términos son los siguientes.

- *staccatissimo*
- *staccato*
- ∴ *portato*
- *tenuto*
- *poco legato*
- *legato-legatissimo*

Glosario: Términos tomados de la obra de Julio Estrada:

- Creación musical: “Un acto de plena autonomía, capaz de propiciar la afirmación del imaginario como impulso del proceso creativo y mantener a éste a salvo de toda adecuación en un lenguaje, para, en cambio, la reproducción física de la libre fantasía musical por medio de analogías más cercanas a su naturaleza impredecible.”³⁰⁷
- Ritmo-sonido: “[U]n macroespectro espacio-temporal que comprendería [...], una infinidad de frecuencias sinusoidales que se repiten sin cesar en todos los niveles de amplitud”³⁰⁸ y que constituiría un “todo indisoluble, donde la materia rítmica y la materia sonora se encontrarán perfectamente ligadas”.³⁰⁹
- Macrotimbre: “La síntesis cronoacústica del conjunto total de componentes [...] [que] expresa una materia musical bastante próxima a la realidad física y dentro de una concepción eminentemente espacio-temporal”.³¹⁰
- Cronoacústica: El campo integrado de ritmo y sonido como una “noción capaz de extender la acústica física al campo de lo temporal”.³¹¹
- Continuo/Discontinuo: “Dos grandes territorios de nuestro universo musical que se manifestarán de modo constante en el orden de la percepción, en el dominio de la física o en opciones teóricas o metodológicas que podríamos proponer para sus formas respectivas de organización.”³¹²
- Imaginario o imaginación: “Un mundo interno y privado, constituido por intuiciones, impulsos, asociaciones libres, representaciones internas, memoria, fantasía o percepciones auditivas inducidas por la ensoñación.”³¹³
- Identidad del movimiento o Identidad dinámica: “El modo en que la energía se mueve en cada vector activo, así como su velocidad de cambio que pueden representarse por medio de una trayectoria cronográfica [...]. [P]otencialmente atribuible a cualquier componetne del macrotimbre que permita representar la acción, el movimiento de la materia [y que] puede entenderse como un recurso estructural de orden abstracto.”³¹⁴ Más adelante, “una

³⁰⁷ Estrada, *op. cit.*, p. 15.

³⁰⁸ Estrada, *op. cit.*, p. 89.

³⁰⁹ Estrada, *op. cit.*, p. 61.

³¹⁰ *Ibid.*, p. 69. También en Estrada, *op. cit.*, p. 110.

³¹¹ *Ibid.*, p. 65. También en Estrada, *op. cit.*, p. 102.

³¹² Texto original en francés “*Deux grandes territoires de notre univers musicale qui se manifesteront de façon constante dans l'ordre de la perception, dans le domaine de la physique ou dans le option théoriques ou méthodologiques qu nous pourrions proposer pour leur formes respectives d'organisation*”.

³¹³ Estrada, *op. cit.*, pp. 70-71. Texto original en Inglés: “*The musical imaginary can be understood as a private inner world, consisting of intuitions, impulses, free associations, internal representations, memory, fantasies, or reverie-induced perceptions*”

³¹⁴ Estrada, *op. cit.*, p. 113.

huella más próxima de la física o del carácter imaginario que de procesos de idealización de la materia”³¹⁵

- Continuo Sonido-Ruido: “Extensión de la estructura tripartita del sonido [...] para obtener tres nuevos componentes del macrotimbre continuo que se añaden al conjunto de componentes anteriores [...]

j) sonido ruidoso: frecuencia

k) presión: amplitud

l) color material: contenido armónico.”³¹⁶

- Recursos de la mente: Son las facultades mentales que entran en juego durante el proceso de creación musical. Para Estrada, estas son: Imaginación, cálculo y memoria.

³¹⁵ *Idem.*

³¹⁶ Estrada, *op. cit.*, p. 104.

Apéndice 1: Bases de la teoría de conjuntos en su definición clásica

La pertenencia de un objeto x en un conjunto A se denota $x \in A$. La inclusión de un conjunto en otro, es expresada tradicionalmente como $A \subseteq B$. Se puede definir con base en la pertenencia: si para todo x , x es un elemento de A , entonces x es un elemento de B .

La unión es expresada tradicionalmente como $A \cup B = \{x \in X \mid x \in A \vee x \in B\}$. Representa, al conjunto de todos los elementos que cumplan con la característica de existir en A y/o de todos los elementos que existan en B . Esta expresión se lee: La unión de A y B ³¹⁷ $A \cup B$ es el conjunto de todos los elementos x de un universo X que pertenezcan a A o todos los elementos que pertenezcan al conjunto B . Considerando esta unión, la función característica es $\chi_{A \cup B}(x) = \max\{\chi_A(x), \chi_B(x)\}$. Es decir, el valor máximo entre las funciones de pertenencia de ambos conjuntos.

La intersección $A \cap B = \{x \in X \mid x \in A \wedge x \in B\}$, es el conjunto de los elementos que pertenecen a ambos conjuntos simultáneamente. Se leería: la intersección de A y B $A \cap B$, es el conjunto de todos los elementos x de un universo X que pertenezcan a A y de todos los elementos que pertenezcan a B . Puede ser representada como $\chi_{A \cap B}(x) = \min\{\chi_A(x), \chi_B(x)\}$. Esto es, como el valor mínimo entre las funciones de pertenencia de ambos conjuntos.

Considerando el complemento de un conjunto A en X , $\neg A = \{x \in X \mid x \notin A\}$,³¹⁸ es otro conjunto, el cual está definido por la no pertenencia a A ; todos los elementos que no pertenezcan a A . Tiene la función característica $\mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(x)$.³¹⁹ Es decir, el inverso de la función característica de A . Un caso notable es la negación de X : $\neg X = \{ \} = \emptyset$. Es decir, que la negación del conjunto universo, es el conjunto vacío –lo que no hace parte del todo, hace parte de la nada.

³¹⁷ Los usos lingüísticos de las conjunciones “y” y “o” son diferentes a los usos de estas mismas palabras en el ámbito de la lógica. Por esta razón se utilizarán las palabras “y” y “o” como se usan normalmente en el castellano y los símbolos \wedge y \vee para expresar las funciones de conjunción y disyunción lógicas respectivamente ($y = \wedge$, $o = \vee$).

³¹⁸ El símbolo \neg denota negación o complemento en los conjuntos clásicos.

³¹⁹ Ferri y Langholz, 1999.

Apéndice 2: Fantasía del 12 de septiembre de 2012

Cierro los ojos y tras unos segundos, o en lo que en mi percepción fueron unos segundos, empiezo a percibir líneas negras que parecieran pasar frente a mis ojos a gran velocidad de derecha a izquierda, sobre un fondo rosa, pálido. Son cinco líneas. Tienen distintos grosores y varían de posición y de grosor pero nunca se cruzan; solo las veo pasar. En ese momento Julio pregunta –¿qué hay dentro de esas líneas?

Entro en una de ellas y es un tubo estático, negro, que me rodea y parece ser un ambiente caliente, seguro. En el tubo no hay sonido, no hay olor, sólo hay una sensación de calidez, pero nada ocurre. Julio vuelve con otra pregunta –¿qué pasa si perforas ese tubo, el recinto en el que estás?

El tubo sale volando, siento que se separa de mi cuerpo como un calcetín del pie y se eleva sobre una rampa enorme, parecida a la estrecha cintura de un reloj de arena; junto con él se elevan muchos otros tubos que antes eran líneas. Ahora viajan a gran velocidad.

El recinto es blanco y produce una sensación de monumentalidad. Tras el paso de los tubos me acerco a mirar e inspeccionar de qué se trata esta enorme columna y me doy cuenta de que las paredes se colapsan una contra la otra, aunque se cruzan sin romperse. Son ahora dos grandes paredes que se enrollan como dos grandes cucuruchos de papel que rotan. Cuando se encuentran las paredes se atraviesan mutuamente pero no se rompen: ninguna de ambas paredes necesita de un corte en la otra para atravesarla sino que pasa a través de ella, como un fantasma. Una y otra paredes se entrecruzan.

Y sin embargo, las paredes no están hechas de materiales gaseosos ni de nada que uno pudiese considerar etéreo. Su interior está formado por una infinidad de filamentos de metal brillante que fluyen a gran velocidad y producen un ruido de fondo que suena quebrado como un gis de vidrio roto en todos lados. La piel de estas paredes tiene el color amarillo pálido casi verde y la textura suave como durazno de la piel de una fruta sudamericana, la curuba;³²⁰ del lado de adentro del cucurucho (no confundir con el interior de sus paredes) son terrosos como la arcilla seca sin cocer.

Bajo los cucuruchos se forma una capilla en cuya cresta está el punto de intersección; de él chorrea sobre las paredes pintura de colores vivos, como si los muros de la capilla se pintaran sin cesar mediante capas homogéneas de pintura sin textura y completamente bidimensional. El color es muy

³²⁰ La Curuba, *Passiflora mollissima*, es una fruta cultivada en Perú, Ecuador, Colombia y Venezuela desde el periodo prehispánico y, en la actualidad, especialmente consumida en Colombia.

intenso y escurre por las paredes con lentitud. Al acercarme a la cresta de la capilla escucho un fortísimo ruido parecido al de grandes masas de metal retorciéndose y friccionándose. No obstante, la pared no se rompe y resiste a esta violencia en la que está involucrada.

Me alejo para ver de nuevo a los cucuruchos intersectándose y me doy cuenta de que no son dos, sino muchos, todos dispuestos concéntricamente y formando una especie de bandeja en el centro. Veo otra vez la enorme columna blanca y otra vez el enorme espacio, que ahora percibo como la forma geométrica de un toro. Yo me encuentro en su interior.

Cada vez me alejo más y me percato de que el espacio del toro se hace cada vez más pequeño y más lejano, y que solo alcanzo a escuchar la resonancia de un espacio mayor que creo que tiene forma de campana porque suena como un Mi grave, en el que no hay nada de fuerza, solo estabilidad. Se aleja y se aleja y yo despierto.

Apéndice 3: Valores del espectro rítmico del cuarteto de cuerdas

La tabla a continuación lista los 822 puntos donde se marcan el espectro rítmico del cuarteto de cuerdas, la columna de nivel indica el nivel de subdivisión, correspondiente a valores entre 1 y 7 con excepción del 4. La segunda columna es un numerador descendente para cada nivel, así el nivel 1, de 234 términos comienza por su término 234 y se reduce hasta el 1. La posición con respecto al inicio de la obra en segundos está descrita en la tercera columna.

Índice		Tiempo
Nivel	Numerador	Segundos
1	234	0,00
3	135	0,79
2	165	3,40
1	233	5,28
7	88	6,23
6	95	6,90
5	104	7,72
3	134	10,20
1	232	10,72
2	164	11,09
1	231	16,15
2	163	18,78
3	133	19,62
5	103	19,88
6	94	20,22
7	87	20,61
1	230	21,59
2	162	26,47
1	229	27,03
3	132	29,03
5	102	32,03
1	228	32,46

6	93	33,54
2	161	34,16
7	86	34,99
1	227	37,90
3	131	38,45
2	160	41,85
1	226	43,34
5	101	44,19
6	92	46,85
3	130	47,87
1	225	48,77
7	85	49,38
2	159	49,53
1	224	54,21
5	100	56,35
2	158	57,22
3	129	57,28
1	223	59,65
6	91	60,17
7	84	63,76
2	157	64,91
1	222	65,08
3	128	66,70
5	99	68,50
1	221	70,52
2	156	72,60
6	90	73,49
1	220	75,96
3	127	76,12
7	83	78,14
2	155	80,29
5	98	80,66
1	219	81,39
3	126	85,53
6	89	86,80

1	218	86,83
2	154	87,98
1	217	92,27
7	82	92,53
5	97	92,82
3	125	94,95
2	153	95,67
1	216	97,70
6	88	100,12
1	215	103,14
2	152	103,35
3	124	104,37
5	96	104,97
7	81	106,91
1	214	108,58
2	151	111,04
6	87	113,44
3	123	113,78
1	213	114,01
5	95	117,13
2	150	118,73
1	212	119,45
7	80	121,30
3	122	123,20
1	211	124,89
2	149	126,42
6	86	126,75
5	94	129,29
1	210	130,32
3	121	132,62
2	148	134,11
7	79	135,68
1	209	135,76
6	85	140,07
1	208	141,19

5	93	141,44
2	147	141,80
3	120	142,03
1	207	146,63
2	146	149,48
7	78	150,06
3	119	151,45
1	206	152,07
6	84	153,39
5	92	153,60
2	145	157,17
1	205	157,50
3	118	160,86
1	204	162,94
7	77	164,45
2	144	164,86
5	91	165,76
6	83	166,71
1	203	168,38
3	117	170,28
2	143	172,55
1	202	173,81
5	90	177,91
7	76	178,83
1	201	179,25
3	116	179,70
6	82	180,02
2	142	180,24
1	200	184,69
2	141	187,93
3	115	189,11
5	89	190,07
1	199	190,12
7	75	193,22
6	81	193,34

1	198	195,56
2	140	195,62
3	114	198,53
1	197	201,00
5	88	202,23
2	139	203,30
1	196	206,43
6	80	206,66
7	74	207,60
3	113	207,95
2	138	210,99
1	195	211,87
5	87	214,38
1	194	217,31
3	112	217,36
2	137	218,68
6	79	219,97
7	73	221,98
1	193	222,74
2	136	226,37
5	86	226,54
3	111	226,78
1	192	228,18
6	78	233,29
1	191	233,62
2	135	234,06
3	110	236,20
7	72	236,37
5	85	238,70
1	190	239,05
2	134	241,75
1	189	244,49
3	109	245,61
6	77	246,61
2	133	249,43

1	188	249,93
7	71	250,75
5	84	250,85
3	108	255,03
1	187	255,36
2	132	257,12
6	76	259,92
1	186	260,80
5	83	263,01
3	107	264,44
2	131	264,81
7	70	265,13
1	185	266,24
1	184	271,67
2	130	272,50
6	75	273,24
3	106	273,86
5	82	275,16
1	183	277,11
7	69	279,52
2	129	280,19
1	182	282,55
3	105	283,28
6	74	286,56
5	81	287,32
2	128	287,88
1	181	287,98
3	104	292,69
1	180	293,42
7	68	293,90
2	127	295,57
1	179	298,86
5	80	299,48
6	73	299,87
3	103	302,11

2	126	303,25
1	178	304,29
7	67	308,29
1	177	309,73
2	125	310,94
3	102	311,53
5	79	311,63
6	72	313,19
1	176	315,16
2	124	318,63
1	175	320,60
3	101	320,94
7	66	322,67
5	78	323,79
1	174	326,04
2	123	326,32
6	71	326,51
3	100	330,36
1	173	331,47
2	122	334,01
5	77	335,95
1	172	336,91
7	65	337,05
3	99	339,78
6	70	339,82
2	121	341,70
1	171	342,35
1	170	347,78
5	76	348,10
3	98	349,19
2	120	349,38
7	64	351,44
6	69	353,14
1	169	353,22
2	119	357,07

3	97	358,61
1	168	358,66
5	75	360,26
1	167	364,09
2	118	364,76
7	63	365,82
6	68	366,46
3	96	368,03
1	166	369,53
5	74	372,42
2	117	372,45
1	165	374,97
3	95	377,44
6	67	379,77
2	116	380,14
7	62	380,20
1	164	380,40
5	73	384,57
1	163	385,84
3	94	386,86
2	115	387,83
1	162	391,28
6	66	393,09
7	61	394,59
2	114	395,52
3	93	396,27
1	161	396,71
5	72	396,73
1	160	402,15
2	113	403,20
3	92	405,69
6	65	406,41
1	159	407,59
5	71	408,89
7	60	408,97

2	112	410,89
1	158	413,02
3	91	415,11
1	157	418,46
2	111	418,58
6	64	419,72
5	70	421,04
7	59	423,36
1	156	423,90
3	90	424,52
2	110	426,27
1	155	429,33
6	63	433,04
5	69	433,20
3	89	433,94
2	109	433,96
1	154	434,77
7	58	437,74
1	153	440,21
2	108	441,65
3	88	443,36
5	68	445,36
1	152	445,64
6	62	446,36
2	107	449,33
1	151	451,08
7	57	452,12
3	87	452,77
1	150	456,52
2	106	457,02
5	67	457,51
6	61	459,67
1	149	461,95
3	86	462,19
2	105	464,71

7	56	466,51
1	148	467,39
5	66	469,67
3	85	471,61
2	104	472,40
1	147	472,83
6	60	472,99
1	146	478,26
2	103	480,09
7	55	480,89
3	84	481,02
5	65	481,83
1	145	483,70
6	59	486,31
2	102	487,78
1	144	489,13
3	83	490,44
5	64	493,98
1	143	494,57
7	54	495,28
2	101	495,47
6	58	499,63
3	82	499,85
1	142	500,01
2	100	503,15
1	141	505,44
5	63	506,14
3	81	509,27
7	53	509,66
2	99	510,84
1	140	510,88
6	57	512,94
1	139	516,32
5	62	518,30
2	98	518,53

3	80	518,69
1	138	521,75
7	52	524,04
2	97	526,22
6	56	526,26
1	137	527,19
3	79	528,10
5	61	530,45
1	136	532,63
2	96	533,91
3	78	537,52
1	135	538,06
7	51	538,43
6	55	539,58
2	95	541,60
5	60	542,61
1	134	543,50
3	77	546,94
1	133	548,94
2	94	549,28
7	50	552,81
6	54	552,89
1	132	554,37
5	59	554,76
3	76	556,35
2	93	556,97
1	131	559,81
2	92	564,66
1	130	565,25
3	75	565,77
6	53	566,21
5	58	566,92
7	49	567,19
1	129	570,68
2	91	572,35

3	74	575,19
1	128	576,12
5	57	579,08
6	52	579,53
2	90	580,04
1	127	581,56
7	48	581,58
3	73	584,60
1	126	586,99
2	89	587,73
5	56	591,23
1	125	592,43
6	51	592,84
3	72	594,02
2	88	595,42
7	47	595,96
1	124	597,87
2	87	603,10
1	123	603,30
5	55	603,39
3	71	603,44
6	50	606,16
1	122	608,74
7	46	610,35
2	86	610,79
3	70	612,85
1	121	614,18
5	54	615,55
2	85	618,48
6	49	619,48
1	120	619,61
3	69	622,27
7	45	624,73
1	119	625,05
2	84	626,17

5	53	627,70
1	118	630,49
3	68	631,68
6	48	632,79
2	83	633,86
1	117	635,92
7	44	639,11
5	52	639,86
3	67	641,10
1	116	641,36
2	82	641,55
6	47	646,11
1	115	646,80
2	81	649,23
3	66	650,52
5	51	652,02
1	114	652,23
7	43	653,50
2	80	656,92
1	113	657,67
6	46	659,43
3	65	659,93
1	112	663,10
5	50	664,17
2	79	664,61
7	42	667,88
1	111	668,54
3	64	669,35
2	78	672,30
6	45	672,74
1	110	673,98
5	49	676,33
3	63	678,77
1	109	679,41
2	77	679,99

7	41	682,26
1	108	684,85
6	44	686,06
2	76	687,68
3	62	688,18
5	48	688,49
1	107	690,29
2	75	695,37
1	106	695,72
7	40	696,65
3	61	697,60
6	43	699,38
5	47	700,64
1	105	701,16
2	74	703,05
1	104	706,60
3	60	707,02
2	73	710,74
7	39	711,03
1	103	712,03
6	42	712,69
5	46	712,80
3	59	716,43
1	102	717,47
2	72	718,43
1	101	722,91
5	45	724,96
7	38	725,42
3	58	725,85
6	41	726,01
2	71	726,12
1	100	728,34
1	99	733,78
2	70	733,81
3	57	735,26

5	44	737,11
1	98	739,22
6	40	739,33
7	37	739,80
2	69	741,50
1	97	744,65
3	56	744,68
2	68	749,18
5	43	749,27
1	96	750,09
6	39	752,64
3	55	754,10
7	36	754,18
1	95	755,53
2	67	756,87
1	94	760,96
5	42	761,43
3	54	763,51
2	66	764,56
6	38	765,96
1	93	766,40
7	35	768,57
1	92	771,84
2	65	772,25
3	53	772,93
5	41	773,58
1	91	777,27
6	37	779,28
2	64	779,94
3	52	782,35
1	90	782,71
7	34	782,95
5	40	785,74
2	63	787,63
1	89	788,15

3	51	791,76
6	36	792,59
1	88	793,58
2	62	795,32
7	33	797,33
5	39	797,90
1	87	799,02
3	50	801,18
2	61	803,00
1	86	804,46
6	35	805,91
1	85	809,89
5	38	810,05
3	49	810,60
2	60	810,69
7	32	811,72
1	84	815,33
2	59	818,38
6	34	819,23
3	48	820,01
1	83	820,77
5	37	822,21
2	58	826,07
7	31	826,10
1	82	826,20
3	47	829,43
1	81	831,64
6	33	832,55
2	57	833,76
5	36	834,37
1	80	837,07
3	46	838,85
7	30	840,49
2	56	841,45
1	79	842,51

6	32	845,86
5	35	846,52
1	78	847,95
3	45	848,26
2	55	849,13
1	77	853,38
7	29	854,87
2	54	856,82
3	44	857,68
5	34	858,68
1	76	858,82
6	31	859,18
1	75	864,26
2	53	864,51
3	43	867,09
7	28	869,25
1	74	869,69
5	33	870,83
2	52	872,20
6	30	872,50
1	73	875,13
3	42	876,51
2	51	879,89
1	72	880,57
5	32	882,99
7	27	883,64
6	29	885,81
3	41	885,93
1	71	886,00
2	50	887,58
1	70	891,44
5	31	895,15
2	49	895,27
3	40	895,34
1	69	896,88

7	26	898,02
6	28	899,13
1	68	902,31
2	48	902,95
3	39	904,76
5	30	907,30
1	67	907,75
2	47	910,64
7	25	912,41
6	27	912,45
1	66	913,19
3	38	914,18
2	46	918,33
1	65	918,62
5	29	919,46
3	37	923,59
1	64	924,06
6	26	925,76
2	45	926,02
7	24	926,79
1	63	929,50
5	28	931,62
3	36	933,01
2	44	933,71
1	62	934,93
6	25	939,08
1	61	940,37
7	23	941,17
2	43	941,40
3	35	942,43
5	27	943,77
1	60	945,81
2	42	949,08
1	59	951,24
3	34	951,84

6	24	952,40
7	22	955,56
5	26	955,93
1	58	956,68
2	41	956,77
3	33	961,26
1	57	962,12
2	40	964,46
6	23	965,71
1	56	967,55
5	25	968,09
7	21	969,94
3	32	970,68
2	39	972,15
1	55	972,99
1	54	978,43
6	22	979,03
2	38	979,84
3	31	980,09
5	24	980,24
1	53	983,86
7	20	984,32
2	37	987,53
1	52	989,30
3	30	989,51
6	21	992,35
5	23	992,40
1	51	994,74
2	36	995,22
7	19	998,71
3	29	998,92
1	50	1000,17
2	35	1002,90
5	22	1004,56
1	49	1005,61

6	20	1005,66
3	28	1008,34
2	34	1010,59
1	48	1011,04
7	18	1013,09
1	47	1016,48
5	21	1016,71
3	27	1017,76
2	33	1018,28
6	19	1018,98
1	46	1021,92
2	32	1025,97
3	26	1027,17
1	45	1027,35
7	17	1027,48
5	20	1028,87
6	18	1032,30
1	44	1032,79
2	31	1033,66
3	25	1036,59
1	43	1038,23
5	19	1041,03
2	30	1041,35
7	16	1041,86
1	42	1043,66
6	17	1045,61
3	24	1046,01
2	29	1049,03
1	41	1049,10
5	18	1053,18
1	40	1054,54
3	23	1055,42
7	15	1056,24
2	28	1056,72
6	16	1058,93

1	39	1059,97
2	27	1064,41
3	22	1064,84
5	17	1065,34
1	38	1065,41
7	14	1070,63
1	37	1070,85
2	26	1072,10
6	15	1072,25
3	21	1074,26
1	36	1076,28
5	16	1077,50
2	25	1079,79
1	35	1081,72
3	20	1083,67
7	13	1085,01
6	14	1085,56
1	34	1087,16
2	24	1087,48
5	15	1089,65
1	33	1092,59
3	19	1093,09
2	23	1095,17
1	32	1098,03
6	13	1098,88
7	12	1099,39
5	14	1101,81
3	18	1102,50
2	22	1102,85
1	31	1103,47
1	30	1108,90
2	21	1110,54
3	17	1111,92
6	12	1112,20
7	11	1113,78

5	13	1113,97
1	29	1114,34
2	20	1118,23
1	28	1119,78
3	16	1121,34
1	27	1125,21
6	11	1125,52
2	19	1125,92
5	12	1126,12
7	10	1128,16
1	26	1130,65
3	15	1130,75
2	18	1133,61
1	25	1136,09
5	11	1138,28
6	10	1138,83
3	14	1140,17
2	17	1141,30
1	24	1141,52
7	9	1142,55
1	23	1146,96
2	16	1148,98
3	13	1149,59
5	10	1150,43
6	9	1152,15
1	22	1152,40
2	15	1156,67
7	8	1156,93
1	21	1157,83
3	12	1159,00
5	9	1162,59
1	20	1163,27
2	14	1164,36
6	8	1165,47
3	11	1168,42

1	19	1168,71
7	7	1171,31
2	13	1172,05
1	18	1174,14
5	8	1174,75
3	10	1177,84
6	7	1178,78
1	17	1179,58
2	12	1179,74
1	16	1185,01
7	6	1185,70
5	7	1186,90
3	9	1187,25
2	11	1187,43
1	15	1190,45
6	6	1192,10
2	10	1195,12
1	14	1195,89
3	8	1196,67
5	6	1199,06
7	5	1200,08
1	13	1201,32
2	9	1202,80
6	5	1205,42
3	7	1206,09
1	12	1206,76
2	8	1210,49
5	5	1211,22
1	11	1212,20
7	4	1214,46
3	6	1215,50
1	10	1217,63
2	7	1218,18
6	4	1218,73
1	9	1223,07

5	4	1223,37
3	5	1224,92
2	6	1225,87
1	8	1228,51
7	3	1228,85
6	3	1232,05
2	5	1233,56
1	7	1233,94
3	4	1234,33
5	3	1235,53
1	6	1239,38
2	4	1241,25
7	2	1243,23
3	3	1243,75
1	5	1244,82
6	2	1245,37
5	2	1247,69
2	3	1248,93
1	4	1250,25
3	2	1253,17
1	3	1255,69
2	2	1256,62
7	1	1257,62
6	1	1258,68
5	1	1259,84
1	2	1261,13
3	1	1262,58
2	1	1264,31
1	1	1266,56

Bibliografía

- ABBAGNANO, Nicola. *Diccionario de Filosofía*. Bogotá: Fondo de Cultura Económica, 1997.
- ACOTTO, Edoardo y ANDREATTA, Moreno. "Between Mind and Mathematics. Different Kinds of Computational Representations of Music." *Mathematics and Social Sciences* 50, no. 199 (2012): 9-26.
- ADAJIAN, Thomas. "The Prototype Theory of Concepts and the Definition of Art." *The Journal of Aesthetics and Art Criticism* 63, no. 3 (2005): 231-36.
- ADLER, Guido. "Umfang, Methode und Ziel der Musikwissenschaft." *Vierteljahrsschrift für Musikwissenschaft* 1 (1885): 5-20.
- ANSCOMBE, Gertrude Elizabeth Margaret. "The Intentionality of Sensation a Grammatical Feature." en *The Collected Philosophical Papers of G.E.M. Anscombe Volume Two, Methaphysics and the Philosophy of Mind*. Oxford: Wiley, 1965/1981.
- ARISTÓTELES. *Metafísica*. editado por Tomás Calvo Martínez. Madrid: Editorial Gredos, 1994.
- BAGARIA, Joan. "Set Theory." *Stanford Encyclopedia of Philosophy*. (2014). URL: <https://plato.stanford.edu/entries/set-theory/>.
- BEDE, Barnabas. *Mathematics of Fuzzy Sets and Fuzzy Logic*. Berlín: Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- BELOHLAVEK, Radim y KLIR, George. "Fuzzy Logic: A Tutorial." en *Concepts and Fuzzy Logic*, editado por Radim y Klir Belohlavek, George. Cambridge, Mass.: The MIT Press, 2011.
- _____. "On the Capability of Fuzzy Set Theories to Represent Concepts." *International Journal of General Systems* 31, no. 6 (2002): 569-85.
- BOOLE, George. *The Laws of Thought*. Londres: Walton and Maberly, 1854.
- BUENO SÁNCHEZ, Eramis. *Lógicas no clásicas*. Zacatecas: Taberna Libraria Editores, 2012.
- BURNHAM, Scott. "Form." en *The Cambridge History of Western Music Theory*, editado por Thomas Christensen, 880-906. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.
- BUSNEL, René Guy. "On Certain Aspects of Animal Acoustic Signals" en (R. G. Busnel, ed.) *Acoustic Behaviour of Animals*. Amsterdam: Elsevier Publishing Company (1963): 69-111.
- CÁDIZ, Rodrigo F. Y KENDALL, Gary S. "Fuzzy Logic Control Tool Kit: Real-Time Fuzzy Control for Max/Msp and Pd." Paper presented at the ICMC, ICMC, 2006.
- CANTOR, Georg. "Beiträge zur Begründung der Transfiniten Mengenlehre." *Mathematische Annalen* 46, no. 4 (1895): 481-512.
- CAREY, Susan. *The Origin of Concepts*. Oxford: Oxford University Press, 2009.
- CARTER, Elliott. *Harmony Book*. Nueva York: Carl Fischer, 2002

- CARRILLO, Julián. *Teoría lógica de la música*. Ciudad de México: Manuel Casas Impresor, 1954.
- CHERRY, Colin E. "Some Experiments on the Recognition of Speech, with One and with Two Ears." *The Journal of the Acoustical Society of America* 25, no. 5 (1953): 975-79.
- CLARKE, Eric. "Rhythm and Timing in Music." en *The Psychology of Music*, editado por Diana Deutsch, 473-500. San Diego: Academic Press, 1999.
- COHEN, Morris. "Concepts and Twilight Zones." *The Journal of Philosophy* 24, no. 25 (1927): 673-83.
- COOPER, Grosvenor W, MEYER, Leonard B. *The Rhythmic Structure of Music*. Chicago: The University of Chicago Press, 1960.
- COWELL, Henry. *New Musical Resources*. Melbourne: Press Syndicate of the University of Cambridge, 1930/1996.
- CRANE, Tim. "The Problem of Perception." Stanford Encyclopedia of Philosophy. Spring 2011. (2011). URL: <http://plato.stanford.edu/entries/perception-problem/>
- DAMÁSIO, Antonio R. *The Feeling of what Happens: Body and Emotion in the Making of Consciousness*. Nueva York: Harcourt Brace, 1999.
- DEUTSCH, Diana. "Effect of Repetition of Standard and Comparison Tones on Recognition Memory for Pitch." *Journal of Experimental Psychology* 93 (1972): 156-62.
- _____. "The Processing of Pitch Combinations." en *The Psychology of Music*, editado por Diana Deutsch, 349-412. San Diego: Academic Press, 1999.
- DHAR, Mamoni. "A Note on Subsethood Methods on Fuzzy Sets." *International Journal of Energy, Information and Communications* 3, no. 3 (2012): 55-62.
- DOUVEN, Igor, DECOCK, Lieven, DIETZ, Richard Y ÉGRÉ Paul. "Vagueness: A Conceptual Spaces Approach." *Journal of Philosophy* 42, no. 1 (2013): 137-60.
- DUTTA, Palash, BORUAH, Hrishikresh Y ALI, Tazid. "Fuzzy Arithmetic with and without Using A-Cut Method: A Comparative Study." *International Journal of Latest Trends in Computing* 2, no. 1 (2011): 99-101.
- EFSTATHIOU, Janet. "Practical Multi-Attribute Decision Making and Fuzzy Set Theory." *Studies in Management Sciences* 20 (1984): 307-20.
- ELSEA, Peter. "Fuzzy Logic and Musical Decisions." (1995). URL: http://artsites.ucsc.edu/EMS/music/research/Music_App_Fuzzy.pdf
- _____. "Musical Applications of Fuzzy Logic." (2011). Accessed 08/05/2018. artsites.ucsc.edu/EMS/music/research/Music_App_Fuzzy.pdf.
- ESTRADA, Julio. "El espacio de la música." *Anales del Instituto de Investigaciones Estéticas*, UNAM XIII, no. 50 (1982): 309-13.
- _____. "La teoría d1, MÚSIC-WIN y algunas aplicaciones al análisis musical: seis piezas para piano, de Arnold Schoenberg." (2002).

- _____. “La transformación continua de la forma de onda por medio del potencial combinatorio de sus intervalos de tiempo.” *International Society of Musical Acoustics* y Escuela Nacional de Música UNAM, (2004).
- _____. *Realidad e imaginación continuas. Filosofía, teoría y métodos de creación musical*. 2013. Instituto de investigaciones estéticas - UNAM, Ciudad de México.
- _____. “Theorie de la composition: continuum/discontinuum.” tesis doctoral, Université de Strasbourg, II, 1994.
- ESTRADA, Julio y GIL, Jorge. *Música y teoría de grupos finitos (3 variables booleanas)*. Ciudad de México: Universidad Nacional Autónoma de México, 1984.
- ESTRADA, Julio y ADÁN, Víctor. MÚSIIC-WIN Sistema interactivo de investigación y creación musical para Windows (CD y manual del usuario). _____, 2006.
- FELGNER, Ulrich. “Introductory Note to 1908b.” en *Ernst Zermelo - Collected Works/Gesammelte Werke, Volume I - Set Theory, Miscellanea / Band I - Mengenlehre, Varia*, editado por Heinz-Dieter et al. Ebbinghaus, 453: Berlín-Heidelberg: Springer, 2010.
- FERNEYHOUGH, Brian. “Duration and Rhythm as Compositional Resources.” en *Brian Ferneyhough: Collected Writings*, editado por James. y Toop Boros, Richard. Londres: Routledge, 1989/1995.
- FERREIRÓS, José. *Labyrinth of Thought: A History of Set Theory and Its Role in Modern Mathematics*. 2 ed. Basilea: Birkhäuser, 1999/2007.
- FERRI, A., KANDEL, E. y LANGHOLZ, G. “Fuzzy Negation.” en *Computing with Words in Information/Intelligent Systems*, editado por Lotfi A. Zadeh et. al., 297-325. Berlín-Heidelberg: Springer, 1999.
- FINEBERG, Joshua. “A Guide to the Basic Concepts and Techniques of Spectral Music.” *Contemporary Music Review* 19, no. 2 (2000): 81-113.
- FLETCHER, Harvey y MUNSON W. A. 1933. “Loudness, Its Definition, Measurement and Calculation.” *Journal of the Acoustical Society of America* 5: 82-108.
- FORTE, Allen. *The Structure of Atonal Music*. New Haven, Conn.: Yale University Press, 1973.
- FRAISSE, Paul. *Psicología del ritmo*. Madrid: Ediciones Morata, 1976.
- _____. *Pour la psychologie scientifique*. Lieja: Editions Mardaga, 1988.
- FREGE, Gottlob. “Über Sinn und Bedeutung.” *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik* 100 (1892): 25-50.
- GALEYEV, Bulat M., VALECHKINA, Irina L. “Was Scryabin a Synesthete?” *Leonardo* 34, no. 4 (2001): 357-61.
- GAO, Qing Shi., GAO, Xiao Yu. y HU, Yue. “A New Fuzzy Set Theory Satisfying All Classical Set Formulas.” *Journal of computer Science and Technology* 24, no. 4 (2009): 798-804.
- GÄRDENFORS, Peter. *Conceptual Spaces: The Geometry of Thought*. Cambridge, Mass.: The MIT Press, 2000/2004.

- _____. "Semantics Based on Conceptual Spaces." Lund: Lund University Cognitive Science, 2011.
- _____. "Induction, Conceptual Spaces and AI." *Philosophy of Science* 57, no 1 (1990): 78-95.
- GODLSTEIN, E. Bruce. *Sensation and Perception*. 8 ed. Boston, Mass.: Cengage Learning, 2009.
- GRAFF, Delia. "Phenomenal Continua and the Sorites." *Mind* 110, no. 440 (2001): 905-35.
- GRISEY, Gerard. "Tempus ex Machina: A Composer's Reflections on Musical Time." *Contemporary Music Review* 2 (1) (1987): 238-275.
- HALSEY, G.D. and HEWITT, E. "Eine gruppentheoretische Methode in der Musiktheorie." *Jahresberd. Deutsch. Math-Verein*, no. 80 (1978):151–207.
- HAMPTON, James A. "Prototype Representations." *Encyclopedia of Cognitive Science*. (2006). URL: www.staff.city.ac.uk/hampton/PDF%20files/ProtReps%20Macmillan%20encyc2001.pdf.
- HANSKLICK, Eduard. *Vom Musikalisch-Schönen ein Beitrag zur Revision der Ästhetik der Tonkunst*. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1854.
- HASTY, Christopher F. *Meter as Rhythm*. Nueva York: Oxford University Press, 1997.
- HEGEL, Georg W.F. *Enzyklopädie der Philosophische Wissensachften im Grundrisse*. Phil-Splitter, 2000. URL: http://texte.phil-splitter.com/html/die_erscheinung.html.
- HEISTER, Hanns-Werner. "Fuzzy Clouds: Sfumato versus Chiaroscuro in Music." en *On Fuzziness. Studies in Fuzziness and Soft Computing*, 241-51. Berlín-Heidelberg: Springer, 2013.
- _____. "Invariance and Variance of Motives: A Model of Musical Logic and/as Fuzzy Logic." en *Soft Computing in Humanities and Social Sciences*, editado por Rudolph Seising y Sanz González, Verónica., 423-50: Berlín-Heidelberg: Springer, 2012.
- HELLIE, Benj. "Noise and Perceptual Indiscriminability." *Mind* 114, no. 455 (2005): 482-500.
- HELMHOLZ, Hermann. *On the Sensations of Tone*. Mineola, N.Y.: Dover Publications, 1863/1954.
- HINTON, J.M. *Experiences*. Oxford: Clarendon Press, 1973.
- HOLMES, Randall. *Elementary Set Theory with a Universal Set*. Lovaina la Nueva: Bruylant-Acadeia, 1998.
- HUEMER, Michael. "Sense-Data." *Stanford Encyclopedia of Philosophy*. (2011). URL: <http://plato.stanford.edu/entries/sense-data/>.
- JARAMILLO RAMÍREZ, Juan Nicolás. *Propuesta de análisis de la interpretación de los instrumentos de teclado mediante el uso de la teoría dl*. 2012. Instituto de Investigaciones Estéticas - UNAM., Ciudad de México.
- JEFFRESS, L.A. "A Place Theory of Sound Localization." *Journal of Comparative and Physiological Psychology* 41 (1949): 35-39.
- KAMP, Hans. "Two Theories About Adjectives." en *Formal Semantics of Natural Language*, editado por Edward L. Keenan, 123-55. Cambridge: Cambridge University Press, 1975.

- KANDINSKY, Vasili. *Punkt und Linie zu Fläche*. Múnich: Verlag Albert Langen, 1926.
- KANT, Immanuel. *Kritik der Reinen Vernunft*. Philosophische Bibliothek. Vol. 37a, Hamburgo: Verlag von Felix Meiner, 1781/1956.
- KEULER, Jenő. "The Paradoxes of Octave Equivalences." *Studia Musicologica Academiae Scientiarum Hungaricae* 40, no. 1/3 (1999): 211-24.
- KLEE, Paul. *Bases para la estructuración del arte*. Ciudad de México: Ediciones Coyoacán, 2007.
- KLIR, George J. Y YUAN, Bo. *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic*. New Jersey: Prentice Hall, 1995.
- KOSKO, Bart. "Fuzzyness Vs. Probability." *International Journal of General Systems* 17, no. 2-3 (1990): 211-40.
- KRÄMER, Johannes. "Sound Power of Modern and Historical Instruments." Tesis de Maestría, Technische Universität Berlin, 2011.
- KUDRIATZEV, L.D. "Convex Function (of a Real Variable)." en *Encyclopedia of Mathematics*, editado por Michel Hazewinckel. Berlín.Heidelberg: Springer, 2001.
- KUHN, Clemens. *Tratado de las formas musicales*. Madrid: Mundimúsica Ediciones, 1989/2007.
- KURTH, Ernst. *Ernst Kurth: Selected Writings*. Editado por Lee A. Rothfarb. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.
- LAKOFF, George. "Hedges: A Study in Meaning Criteria and Fuzzy Concepts." *Journal of Philosophical Logic* 2 (1973): 458-508.
- LANGER, Susanne. *Feeling and Form: A Theory of Art*. Nueva York: Scribner, 1953.
- LEMAN, Marc. *Music and Schema Theory: Cognitive Foundations of Systematic Musicology*. Berlín Heidelberg: Springer Verlag, 1995.
- LIGETI, Gyorgy. "Études Pour Piano -Deuxieme Livre-." editado por Schott, *Étude 9 'vertige'* cc. 140-41. Viena: Schott, 1985-2001.
- _____. "Lontano." editado por Schott. Viena, 1967.
- LINGIS, Alphonso. "Sensations." *Philosophy and Phenomenological Research* 42, no. 2 (1981): 160-70.
- LONDON, Justin. "Rhythm in Twentieth-Century Theory." en *The Cambridge History of Western Music Theory*, editado por Thomas Christensen, 695-725. Cambridge: Cambridge University Press, 2002.
- MACHERY, Edouard. "Concepts: An Introduction." en *Concepts and Fuzzy Logic*, editado por Radim y Klir Belohlavek, George Cambridge, Mass.: The MIT Press, 2011.
- MANLEY, Geoffrey, FAY, Richard y POPPER, Arthur. *Evolution of the Vertebrate Auditory System*. Nueva York: Springer-Verlag, 2004.
- MARAFIOTI, Roberto. *Charles S. Peirce: el éxtasis de los signos*, Buenos Aires: Biblos, 2005.

- MARGOLIS, Eric. Y LAURENCE, Stephen. "Concepts." *Stanford Encyclopedia of Philosophy*. (2012).
URL: <http://plato.stanford.edu/entries/concepts/>.
- MARTÍNEZ CÉLDRA, Eugenio., FERNÁNDEZ PLANAS, Ana María., y CARRERA, Josefina. "Illustrations of the IPA: Spanish." *Journal of the International Phonetic Association* 33, no. 2 (2003): 56-65.
- MASIN, Cesare, ZUDINI, Verena, ANTONELLI, Mauro. "Early Alternative Derivations of Fechner's Law." *Journal of the History of Behavioral Sciences* 45, no. 1 (2009): 56-65.
- MATHIESEN, Thomas J. "Greek Music Theory." en *The Cambridge History of Western Music Theory*, editado por Thomas Christensen. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.
- MAYBERRY J.P. "The Foundations of Mathematics in the Theory of Sets." *Encyclopedia of Mathematics and Its Applications*. Vol. 82, Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- MAZZOLA, Guerino. *The Topos of Music: Geometric Logic of Concepts, Theory, and Performance*. Basilea: Birkhäuser, 2002.
- MCDERMOTT, James. "A Conceptual Musical Space." *The Journal of Aesthetics and Art Criticism* 30, no. 4 (1972): 489-194.
- MOORE, George E. *Some Main Problems of Philosophy*. Oxon, Nueva York: Routledge, 2002.
- MORRIS, Robert. "A Similarity Index for Pitch-Class Sets." *Perspectives of New Music* 18, no. 1/2 (1980): 445-60.
- _____. *Composition with Pitch-classes: a Theory of compositional Design*, New Haven: Yale University Press, 1988.
- MOZART, Leopold. *Versuch einer Gründliches Violinschule*. 3 ed. Augsburg: Johann Jakob Lotter und Sohn, 1787.
- MURPHY, Gregory L. *The Big Book of Concepts*. Cambridge, Mass.: The MIT Press, 2002.
- NAKAJIMA, Yoshikata MINAMI, Hiroyuki, TSUMURA, Takashi, KUNISAKI, Hiroshi, OHNISHI, Shigeki y TERANISHI Ryunen. "Dynamic Pitch Perception for Complex Tones of Periodic Spectral Patterns." *Music Perception* 8 no. 3 (1991): 291-314.
- NEWTON, Isaac. *Opticks or, a Treatise of the Reflexions, Refractons, Inflexions and Colours of Light*. Londres: Sam Smith y Benkamin Walford, Royal Society, 1704.
- NOVARO, Augusto. *Teoría de la Música: Sistema natural base del natural-aproximado*. México D.F.: Imprenta Agustín Casas, 1927.
- OSHERSON, Daniel y SMITH, Edward. "On the Adequacy of Prototype Theory as a Theory of Concepts." *Cognition* 9 (1981): 35-58.
- OXENHAM, Andrew J. "The Perception of Musical Tones." en *The Psychology of Music*, editado por Diana Deutsch, 1-33. San Diego C.: Academic Press, 2013.
- PAJARES, Alonso. *Historia de la música en 6 bloques, bloque 4: Dinámica y timbre*. Madrid: Visión Libros, 2012.
- PAREYÓN, Gabriel. *On Musical Self-Similarity*. Helsinki: Acta Semiotica Fennica, 2011.

- _____. *Resonancias del abismo como nación*. Ciudad de México: Facultad de Música, UNAM, 2018.
- PEIRCE, Charles Sanders. *Collected Papers*. Editado por Charles Harshorne and Paul Weiss. Cambridge, MA.: Harvard University Press, 1931-35.
- POSNER, Michael, STEVEN, Keele. "On the Genesis of Abstract Ideas." *Journal of Experimental Psychology* 77, no. 3 (1968): 353-63.
- PRADERA, Ana, TRILLAS, Enric, GUADARRAMA, Sergio y RENEDO, Eloy. "On Fuzzy Set Theories." en *Fuzzy Sets: A Spectrum of Theoretical & Practical Issues*, editado por Paul P. Wang, 15-47. Berlín: Springer Berlin Heidelberg, 2007.
- PRIEST, Graham. "Dialetheism" Stanford Encyclopedia of Philosophy. (2008). URL: <http://plato.stanford.edu/archives/fall2008/entries/dialetheism/>.
- PRIGOGINE, Ilya. *From Being to Becoming*. New York: W. H. Freeman and Company, 1980.
- QUINN, Ian. "Fuzzy Extensions to the Theory of Contour." *Music Theory Spectrum* 19, no. 2 (1997): 232-63.1960/
- QUINE, Willard Van Orman. *Word and Object*. Cambridge MA: The MIT Press, 1960/2013.
- RAFFMAN, Diana. "Sorites Paradox." Stanford Encyclopedia of Philosophy. (2018). URL: <https://plato.stanford.edu/entries/sorites-paradox>.
- RAHN, John. *Basic Atonal Theory*. Nueva York: Longman, 1980.
- REICHLING, Mary. "Susanne Langer's Concept of Secondary Illusion in Music and Art." *The Journal of Aesthetic Education* 29, no. 4 (1995): 39-51.
- ROBERTS, B.L. "The Decibel Scale." URL: <http://physics.bu.edu/py231/db3.pdf>. 1984.
- ROSCH, Eleanor. "Principles of Categorization." Chap. 2 en *Cognition and Categorization*, editado por Eleanor y Lloyd Barbara B. Rosch, 27-48. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum, 1978.
- ROSEN, Charles. *The Classical Style*. Nueva York: W. W. Norton, 1997.
- ROSENTHAL, Sandra. *Charles Peirce's Pragmatic Pluralism*, Albany: State University of New York Press, 1994.
- _____. "Peirce's Pragmatic Account of Perception; Issues and Implications" en *The Cambridge Companion to Peirce*, editado por Misak, Cheryl pp. 194-213. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- RUSSELL, Bertrand. *The Problems of Philosophy*. Nueva York: Cosimo Inc., 1912/2007.
- SHEPARD, Roger. "Circularity in Judgements of Relative Pitch." *Journal of the Acoustical Society of America* 36, no. 12 (1964): 1-15.
- SIVONEN, Ville Pekka y WOLFGNAG Ellermeier. "Binaural Loudness." en *Loudness*, editado por Richard R. Fay y Arthur N. Popper Mary Florentine, 169-98. Nueva York: Springer, 2011.
- SMITH, Nicholas J.J. "Undead Argument: The Truth-Functionality Objection to Fuzzy Theories of Vagueness." *Sythese* 194, no. 10 (2017): 3761-87.

- SNYDER, Bob. *Music and Memory*. Cambridge, Mass.: The MIT Press, 2000.
- STERN, Richard, M. WANG, Deliang y BROWN, Guy J. "Binaural Sound Location." en *Computational Auditory Scene Analysis*, editado por Deliang y Brown M. Wang, Guy J. Hoboken, N.J.: John Wiley And Sons, Inc., 2005.
- STEVENS, S. Smith y GUIRAO, Miguelina. "Loudness, Reciprocity and Partition Scales." *The Journal of the Acoustical Society of America* 34 (1962): 1466-71.
- STRANGE, Patricia y STRANGE, Allen. *The Contemporary Violin: Extended Performance Techniques*. Berkeley: University of California Press, 2001.
- STRAUS, Joseph N. *Introduction to Post-Tonal Theory*. 2 ed. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 2000.
- SUITER, Wendy. "The Promise of Fuzzy Logic in Generalised Music Composition, Cultural Computing." *IFIP Advances in Information and Communication Technology* 333 (2010): 118-27.
- SZENDE, Tamas. "Illustrations of the Ipa:Hungarian." *Journal of the International Phonetic Alphabet* 24, no. 2 (1994): 91-94.
- THIEMEL, Mathias. "Dynamics." (2001). URL: http://www.oxfordmusiconline.com.biblioteca.uniandes.edu.co:8080/subscriber/article/grove/music/08458?q=dynamics&hbutton_search.x=0&hbutton_search.y=0&hbutton_search=search&source=omo_epm&source=omo_t237&source=omo_gmo&source=omo_t114&search=quick&pos=1&_start=1#firsthit.
- THOREAU, Henry David. *Journal*. Boston: Houghton Mifflin and Company, 1837-1864/1906.
- VALBERG, Jerry J. *The Puzzle of Experience*. Oxford: Oxford University Press, 1992.
- VIERU, Anatol. *Cartea modurilor*. Bucarest: Editura Muzicală, 1980.
- VÖLK, Florian, MÜHLBAUER, Ulrich Y FASTL Hugo. "Minimum Audible Distance (Mad) by the Example of Wave Field Synthesis." DAGA, Darmstadt, 2012.
- WALLACH, H., NEWMAN, E. B., & ROSENZWEIG, M. R. "The Precedence Effect in Sound Localization." *The American Journal of Psychology* 62 (1949): 315-36.
- WARD, James. "An Attempt to Interpret Fechner's Law." *Mind* 1, no. 4 (1876): 452-66.
- WARD, W. Dixon. "Absolute Pitch." *Sound* 2, no. 1-2 (1963): 14-21, 33-41.
- WARREN, Richard M. "Quantification of Loudness." *The American Journal of Psychology* 86, no. 4 (1973): 807-25.
- WEINBERGER, Norman. "Music and the Auditory System." en *The Psychology of Music*, editado por Diana Deutsch, 47-88. San Diego: Academic Press, 1999.
- WITTGENSTEIN, Ludwig. *Philosophical Investigations*. Berkeley: University of California Press, 1953/1986.
- WYSCHNEGRADSKY, Ivan. *Manual of Quarter-Tone Harmony*. Brooklyn, Los Angeles: Underwolf. 1932/2017.

ZADEH, Lotfi. "Fuzzy Sets." *Information and Control* 8, no. 1 (1965): 338-53.

_____. "Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility." *Fuzzy Sets and Systems* 1 (1978): 3-28.

_____. "My Life and Work - a Retrospective View." *Journal of Computational and Applied Mathematics* 10, no. 1 (2011): 4-9.

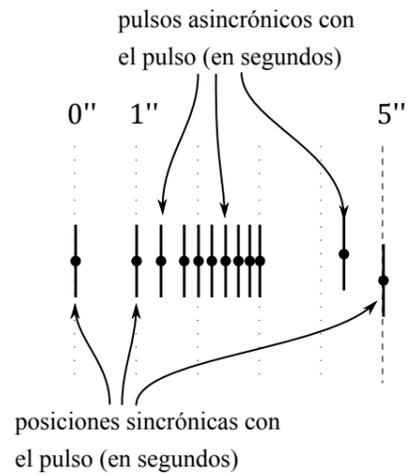
ZALEWSKI, Maciej. *Theoretical Harmony*. Varsovia: PWSM: 1973.

ZERMELO, Ernst. "Über Grenzzahlen Und Mengenbereiche." *Mathematische Annalen* 65 (1930): 261-81.

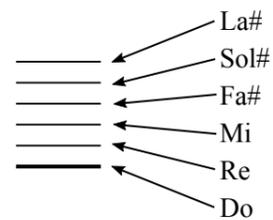
II. para piano solo

Instrucciones de ejecución

Tiempo: El tempo de la obra está marcado en segundos mediante líneas punteadas verticales. Cada 5 segundos hay una línea punteada con guiones más largos que sirve para facilitar la ubicación temporal. El ritmo está marcado mediante la posición relativa de los neumas a las líneas. ej:



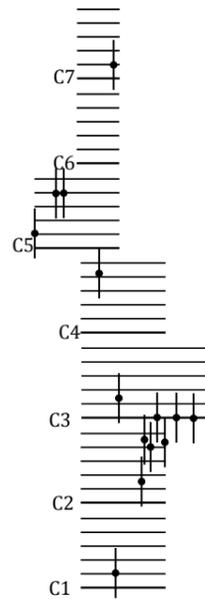
Hexagrama: en reemplazo del pentagrama se utiliza un hexagrama para representar las alturas. En él, cada línea representa un tono entero a partir de DO cuya línea siempre es más gruesa que las demás.



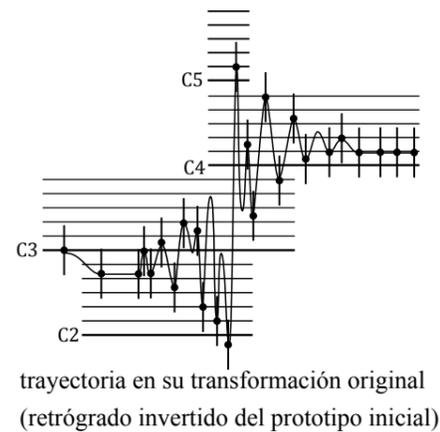
Asimismo, los espacios entre líneas corresponden a las alturas intermedias entre dichos tonos (en el piano: Do#, Re# Fa, Sol, La y Si). El modelo de hexagrama fue tomado de las creaciones recientes de Julio Estrada.*

* Para mayor información sobre el Hexagrama, consultar la partitura de Julio Estrada de su obra Yuunohui Ehécatl, o las instrucciones de ejecución de mi cuarteto de cuerdas.

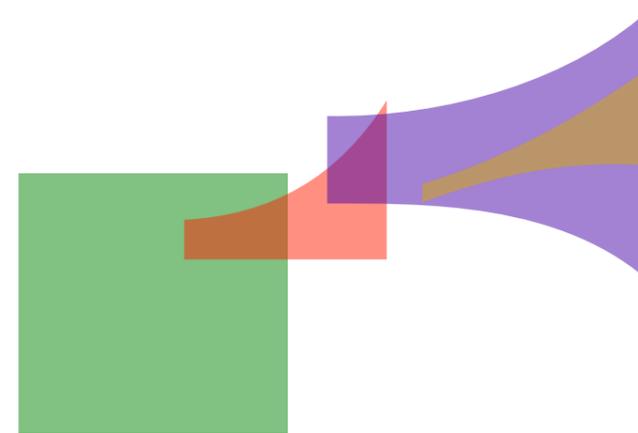
El registro está denotado de forma absoluta, cada sistema comprende la totalidad del registro del piano, desde el LA0 hasta el DO8. Los hexagramas están presentes únicamente cuando se necesitan y en cada entrada aparece una "clave" que especifica el DO desde el cual parte el hexagrama.



Trayectorias de alturas: Las alturas están ligadas por trayectorias que tienen como propósito dilucidar la estructura melódica. Estas trayectorias provienen todas de un único prototipo que experimenta transformaciones topológicas.



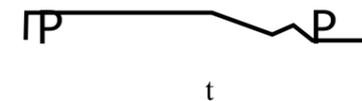
Espacios de alturas: dichas trayectorias están inscritas en espacios que experimentan transformaciones en sus bordes superiores e inferiores. La trayectoria en su estado original se inscribe en un rectángulo que siempre está notado en verde claro. Sucesivamente las diferentes transformaciones del espacio de alturas tienen colores asignados. Los espacios de alturas suelen traslaparse.



Intensidad: la notación de intensidad utiliza los símbolos tradicionales. Sin embargo estos están inscritos en rectángulos de color que corresponden a áreas de altura del mismo color. La variación en intensidad únicamente aplica a las alturas que hagan parte de la trayectoria propia de esa área de color.



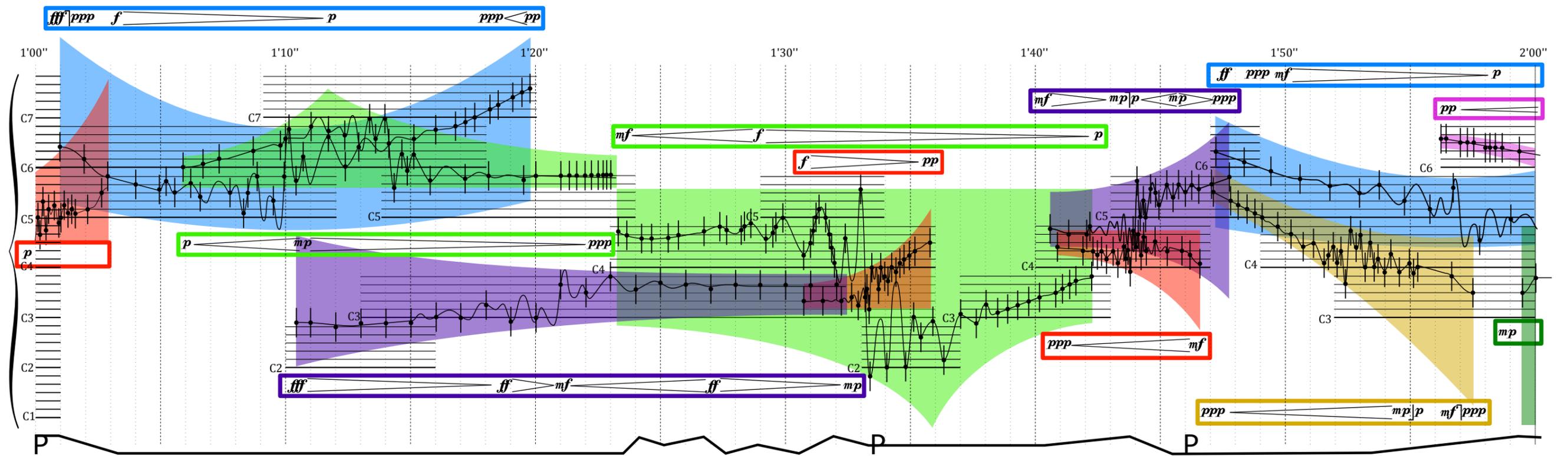
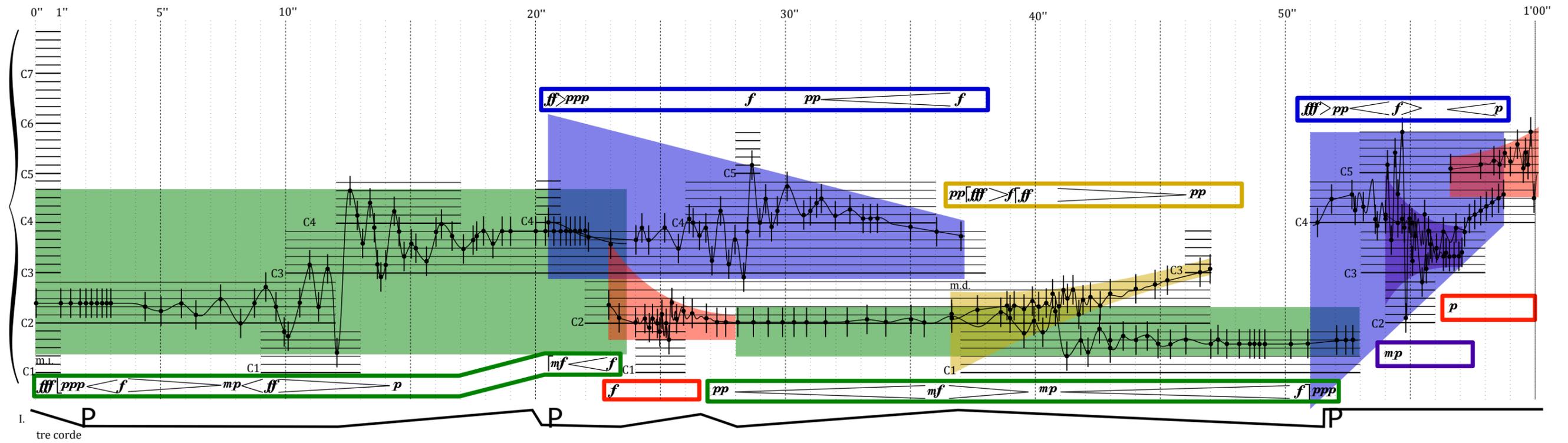
Pedales: La notación del pedal principal (sostenuto) es una trayectoria en donde diferentes niveles de pedal fluctúan la letra P sirve como guía para puntos de llegada clave en la trayectoria del pedal. La notación del pedal de una corda es tradicional.

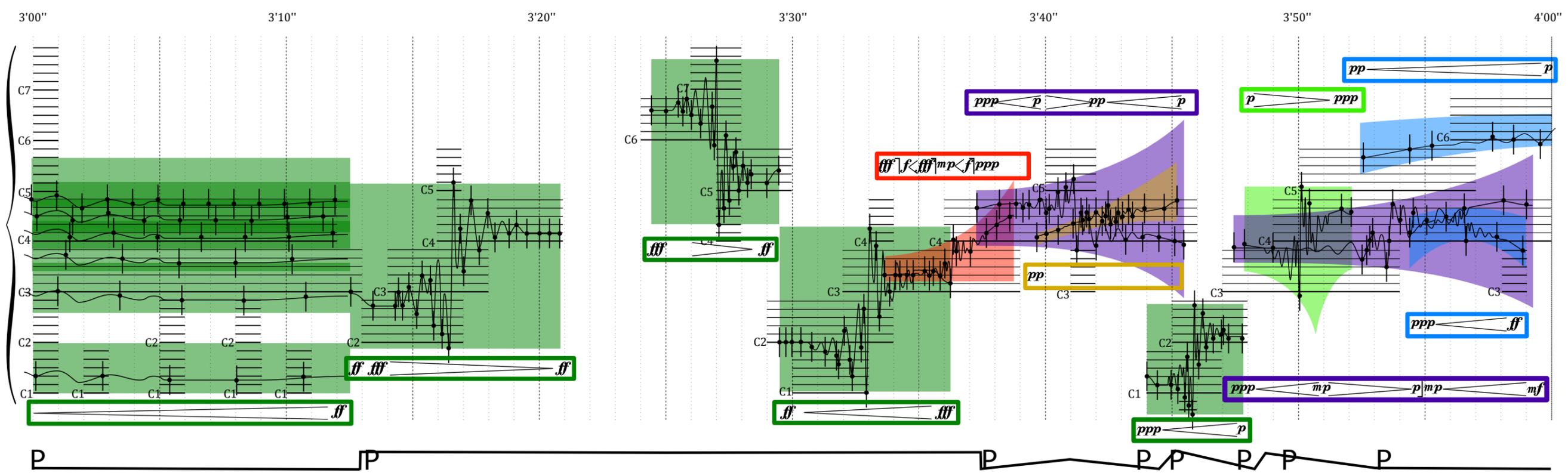
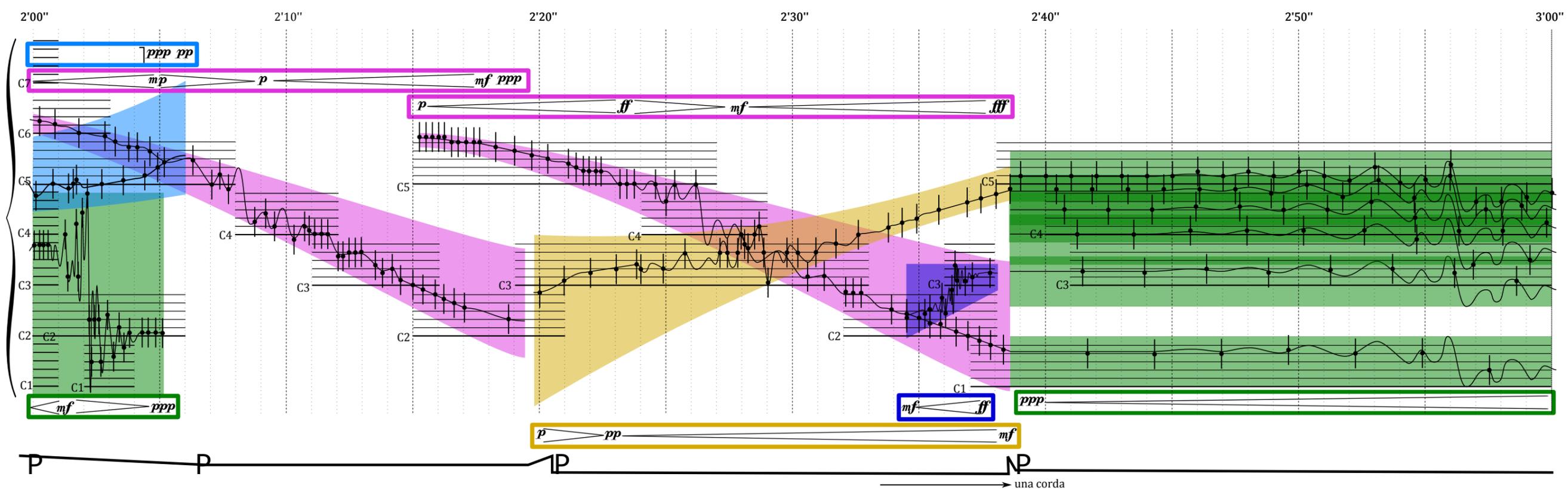


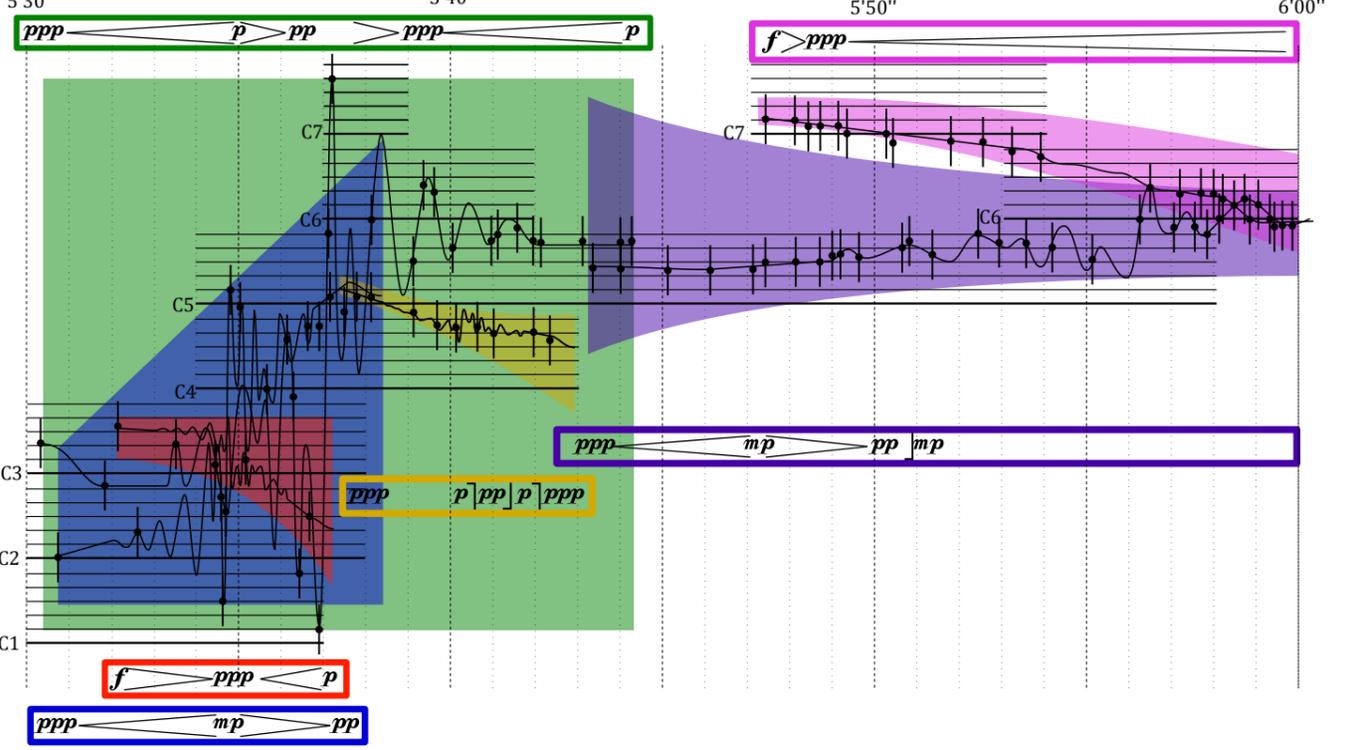
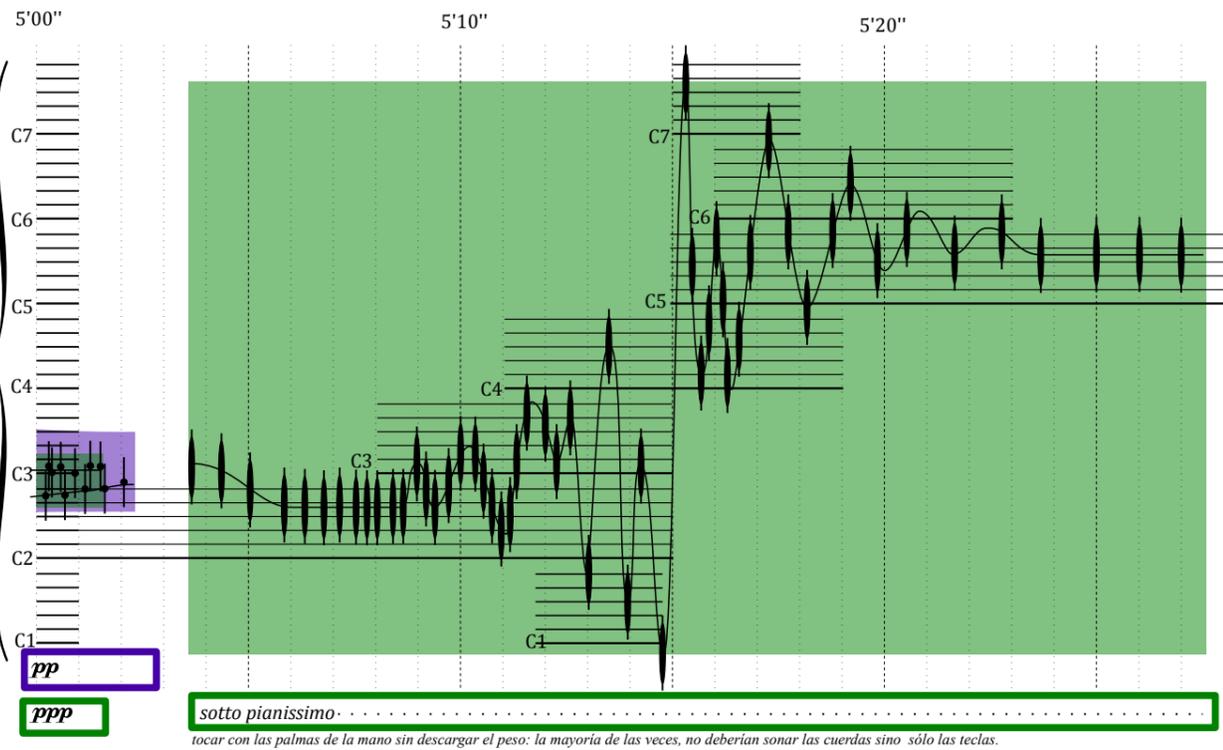
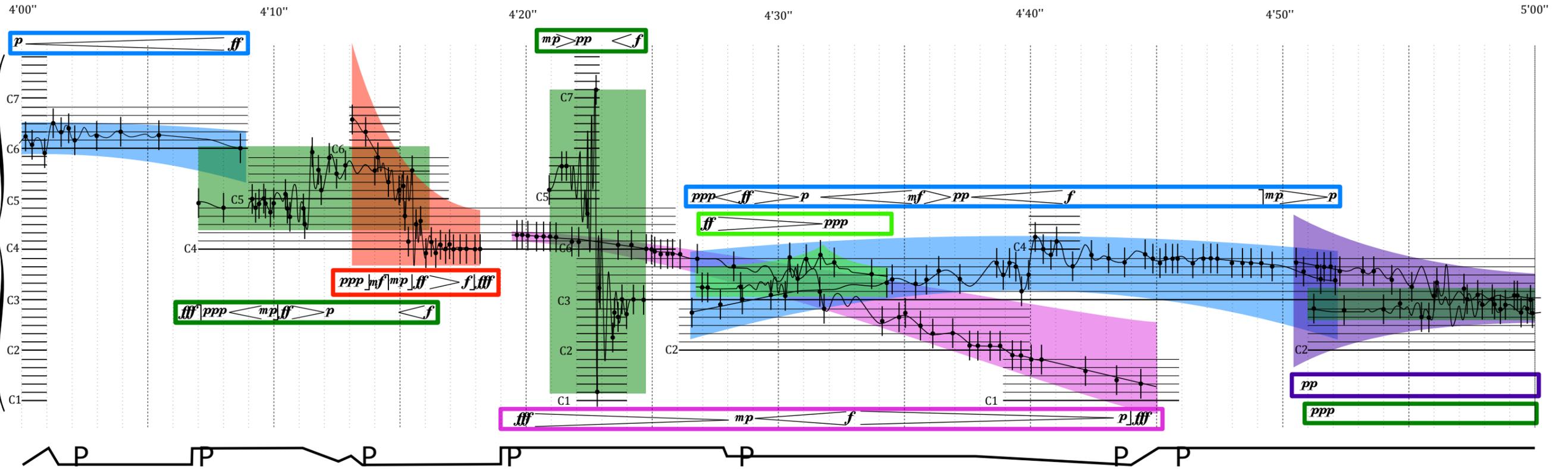
Legato: La articulación de legato está graduada en una escala de 6 términos que recorren desde el *staccatissimo* hasta el *legatissimo*. Los símbolos para estos términos son los siguientes.

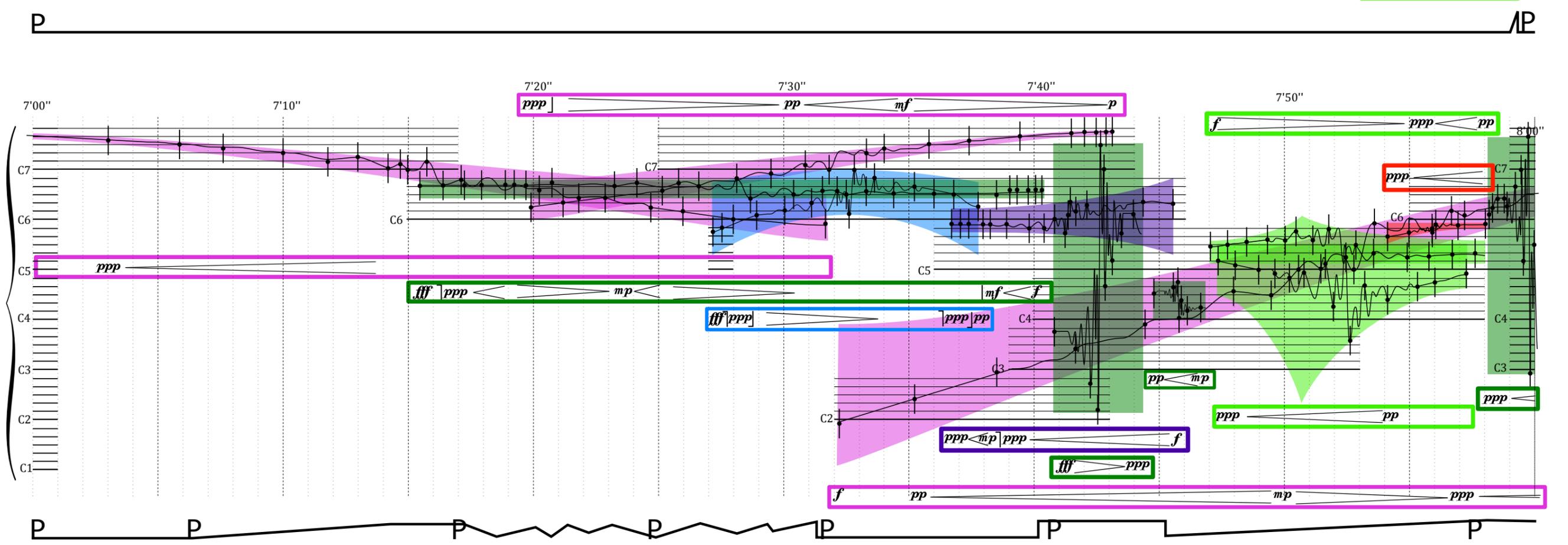
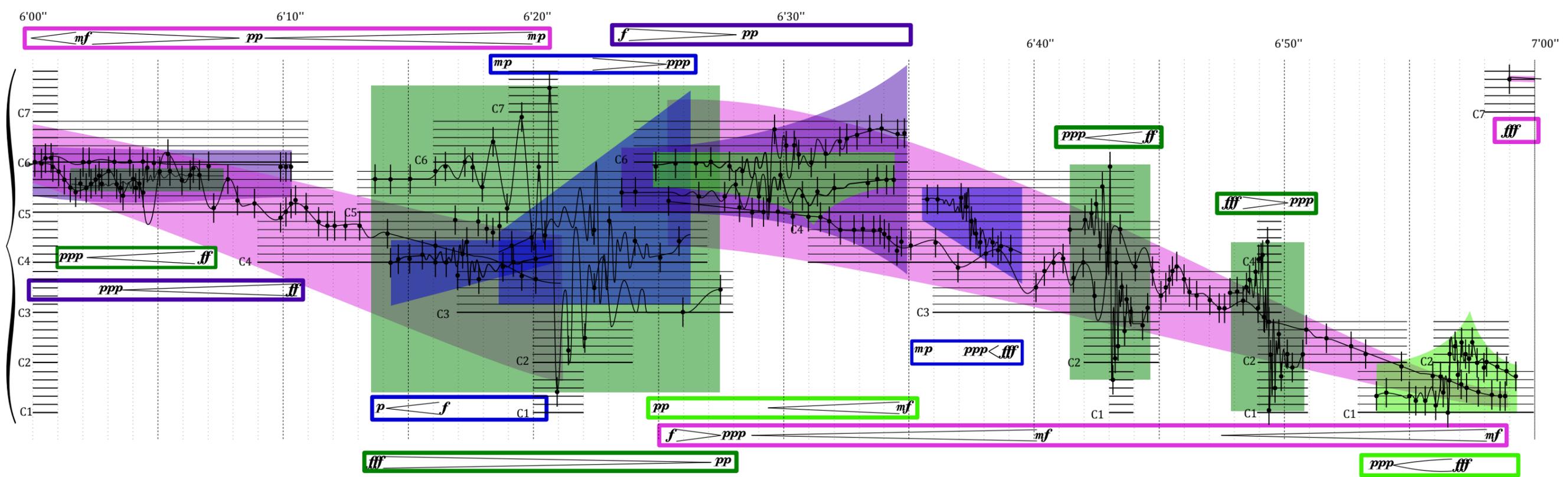
- *staccatissimo*
- *staccato*
- *portato*
- *tenuto*
- - - *poco legato*
- *legato-legatissimo*

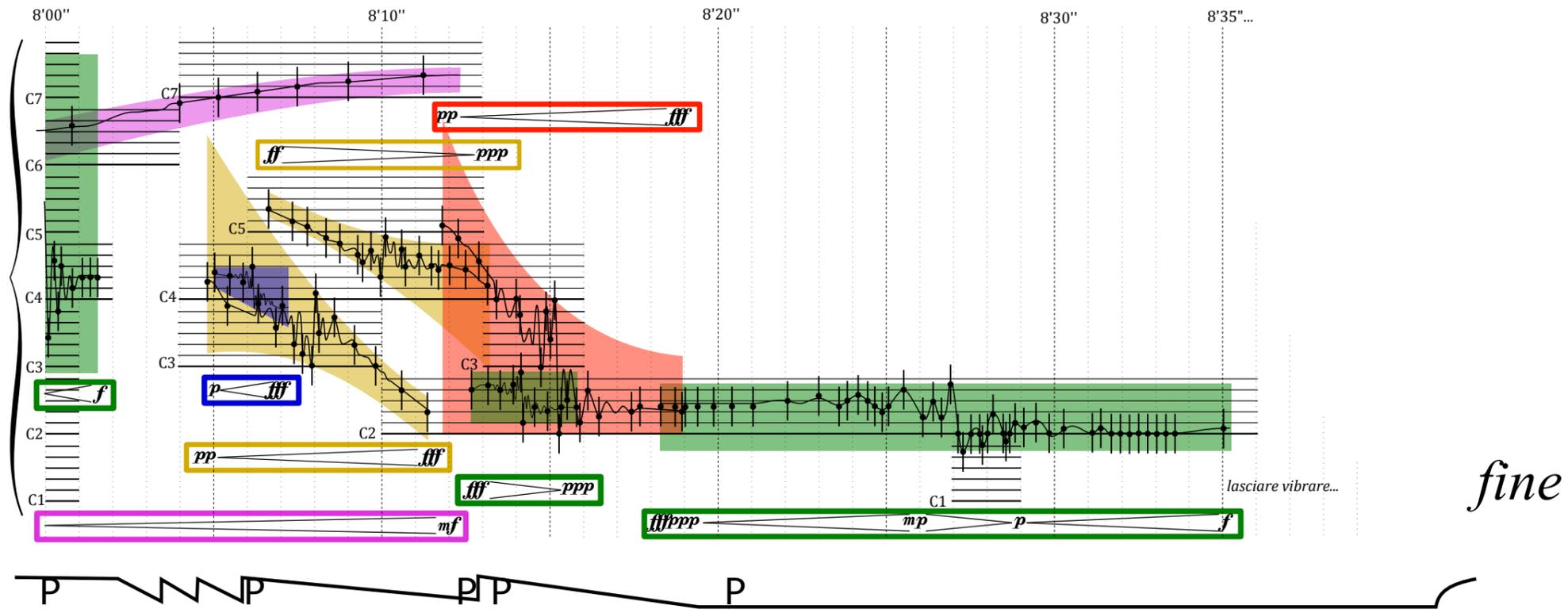
durata: ca. 8'35"













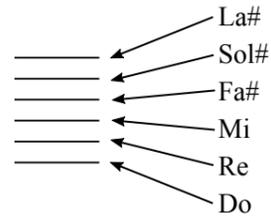
● Cuarteto de cuerdas

Juan Nicolás Jaramillo Ramírez

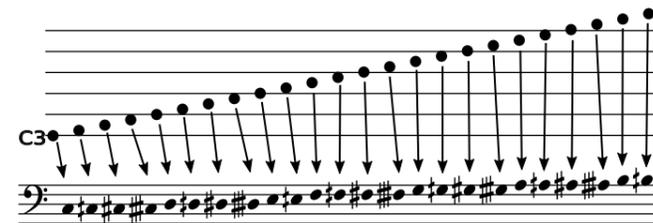
I. Cuarteto de Cuerdas

Instrucciones de ejecución

Hexagrama: en reemplazo del pentagrama se utiliza un hexagrama para representar las alturas. En él cada línea representa un tono entero de la siguiente forma:

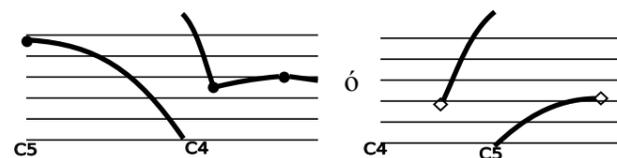


Asimismo, los espacios entre líneas corresponden a las alturas intermedias entre dichos tonos. En todos los casos la primera línea del hexagrama corresponde a la nota DO. Las alturas definidas por cuartos de tono se representan mediante la adyacencia a las líneas.



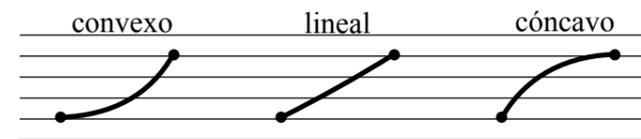
El modelo de hexagrama fue tomado de las creaciones recientes de Julio Estrada. Para mayor información acerca del hexagrama se puede consultar la partitura de la obra para vientos Yuunohui Ehécatl.

Claves: puesto que el hexagrama sólo representa un intervalo de duplicación (i.e. la *octava*) se indica el registro correspondiente mediante una clave. La letra 'c' representa al DO y el número al índice de la octava, en donde **c4** es el DO central. los cambios de registro se representan con un cambio de clave, ej:



Glissandi: la mayoría de las alturas de esta obra están en movimiento. Este se representa con líneas que

conectan a los neumas. Tres tipos generales de glisando deben ser diferenciados.



en adición a estos tipos más generales, es recurrente el movimiento sigmoide:



Presión de los dedos: también como parte de las acciones de la mano izquierda, se distingue entre tres grados de presión de los dedos sobre las cuerdas. Uno equivale a la presión normal, representada por un círculo; otra a la presión requerida para producir armónicos, representada por un rombo blanco, y por último, entre ellas, la presión intermedia, de medio armónico que produce un sonido difuso.

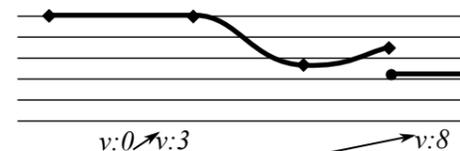


claro está que la altura marcada en la partitura no siempre refiere al resultado sonoro sino, muchas veces al lugar de los dedos de la mano izquierda sobre el diapasón.

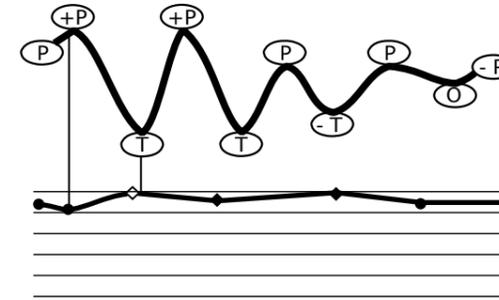
A menos que se indique lo contrario la transición entre diferentes niveles de presión de los dedos debe realizarse de la forma más gradual posible.

Vibrato: se expresa en diez niveles de velocidad que van de un mínimo vibrato, $v:1$ (≈ 1 vibración/seg.) a máxima velocidad de vibrato, $v:10$ (≈ 10 vibraciones/seg.). $v:0$ representa sin vibrato. Queda a criterio del intérprete el hacer el vibrato lo suficientemente amplio para poder percibirse; exceptuando los momentos en donde se exija un vibrato en exceso amplio, mediante el símbolo:

el paso entre una y otra velocidades del vibrato está marcado por flechas inclinadas, ej:



Punto de contacto: la posición del arco con respecto a la longitud de las cuerdas es un elemento de principal importancia. Se deben distinguir diez puntos de contacto que generalmente estarán conectados por una línea gruesa que indica el movimiento entre ellos; i.e. el movimiento del arco a lo largo de las cuerdas.

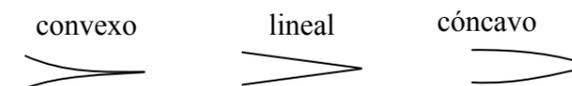


los puntos de contacto son:

- (al dit.) *al dito*: justo al lado del dedo de la mano izq.
- (+T) *molto sul tasto*: bastante adentro del diapasón
- (T) *sul tasto*
- (-T) *poco sul tasto*: apenas al comienzo del diapasón
- (O) *modo ordinario*
- (-P) *poco sul ponticello*
- (P) *sul ponticello*
- (+P) *molto sul ponticello*: muy cerca del puente apenas se debe percibir la altura
- (sop.P) *sopra il ponticello*: directamente sobre el puente
- (oltr.P) *oltre il ponticello*: más allá del puente

el movimiento rápido entre estos puntos de contacto se asemeja al movimiento a lo largo de la cuerda que produce un efecto de barrido.

Intensidad: o dinámicas, se describe tradicionalmente mediante reguladores. Sin embargo, estos también aparecen diferenciados entre cóncavos, lineales (la mayoría de ellos) y convexos.



en adición a los valores tradicionales, se encuentra el signo **Xf** que corresponde a una presión extrema del arco sobre las cuerdas.

En ciertas ocasiones, se pide una velocidad menor del arco con el objetivo de no opacar las partes de otros instrumentos. durante esos episodios los reguladores de intensidad deben ser interpretados únicamente como presión del arco.

Técnica de arco: el arco puede ser utilizado de tres maneras fundamentalmente:

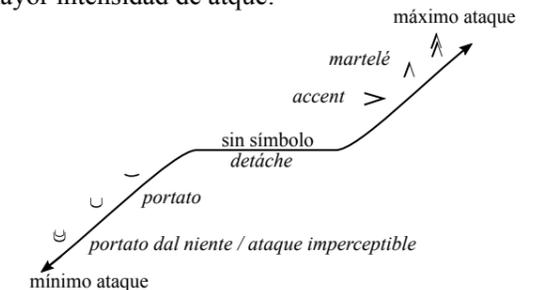
- [c.] *crine*, o el modo tradicional
- [lg.] *legno*, con la madera y,
- [c.] *crine e legno*, de lado, con ambas.

en adición, hay lugares de la partitura donde se requiere del uso de poca crine, expresados mediante el símbolo: [-c.]

las transiciones graduales entre una y otra técnicas del arco se expresan mediante una línea:



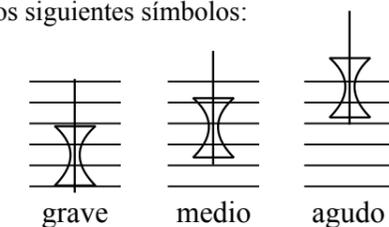
Ataques: los ataques del arco se organizan en torno a un tipo de ataque central equivalente al tradicional *detache*. El siguiente esquema explica dicha organización, de izquierda a derecha de menor a mayor intensidad de ataque:



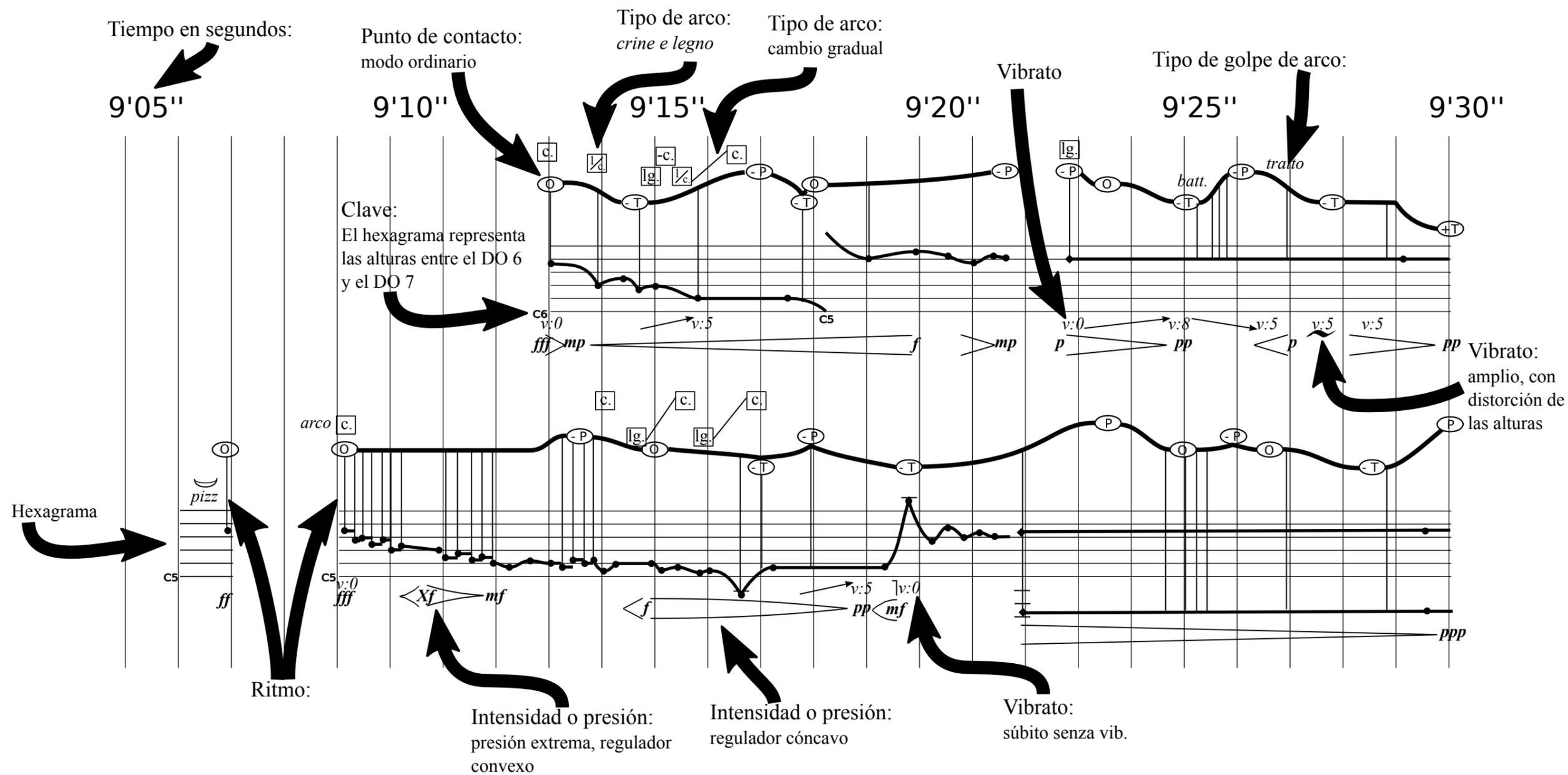
Para el caso del pizzicato, este siempre se deberá ejecutar de forma regular, con excepción de los lugares en los que aparezca el símbolo que denota un pizzicato realizado con la uña.

En los pasajes *col legno* o *col legno e crine*, pueden aparecer los términos *battuto* o *tratto*, que implican una ejecución percutida o frotada respectivamente. En donde no se explicita dicha diferencia se presume que el pasaje se debe ejecutar *tratto*.

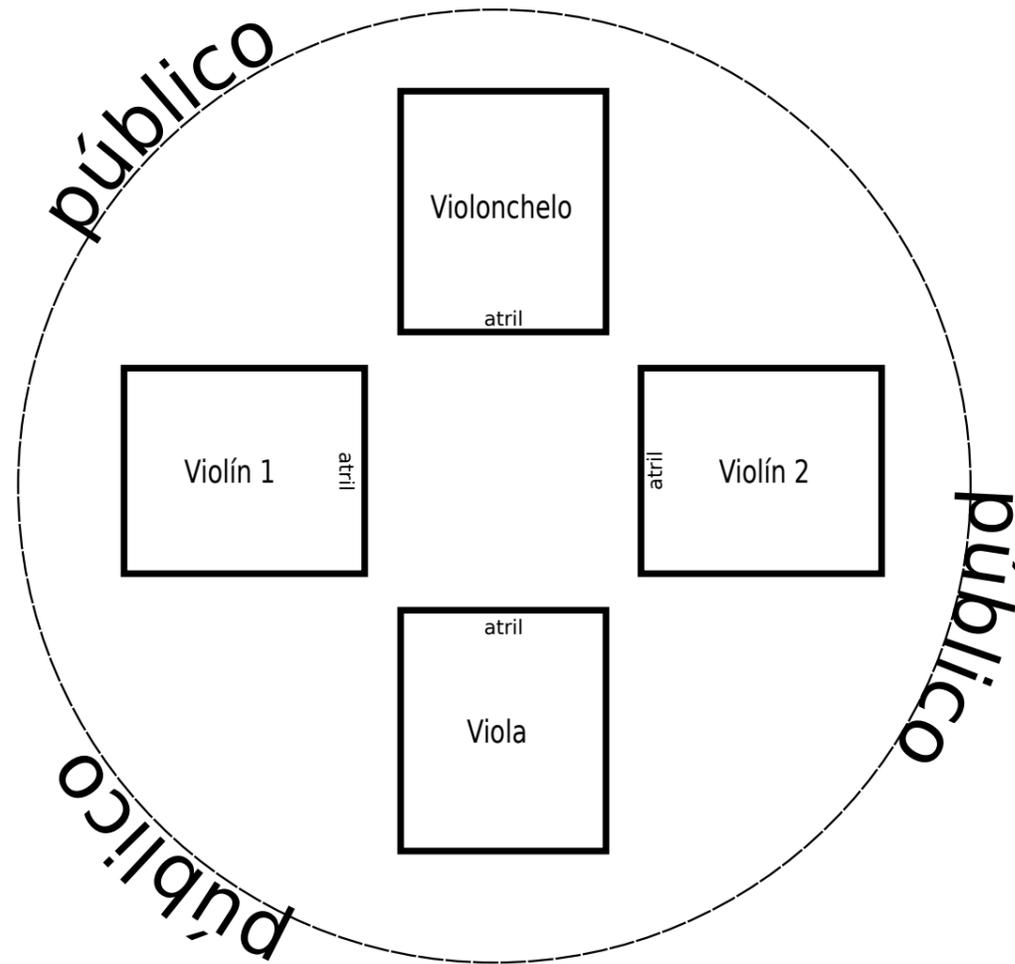
Elementos de percusión: los instrumentistas deberán buscar tres lugares en su instrumento que produzcan sonidos percutidos con los dedos, grave, medio y agudo. dichas acciones serán representadas con los siguientes símbolos:



Ejemplo: un extracto de las partes de violín 1 y violín 2 tomado del minuto 9'16 al 9'30, demuestra la mayoría de la notación utilizada y cómo se integra.



Posición de los músicos y del público: la posición de los músicos debe ser cercana, los cuatro intérpretes formando un cuadro con sus atriles de modo que estén frente a frente. El público debe sentarse en torno a ellos, preferiblemente con poca distancia del ensamble de modo que tenga la oportunidad de apreciar de cerca las acciones de los instrumentistas. en una segunda variante la audiencia no se sienta sino que tiene la oportunidad de rodear al ensamble caminando. En este caso se debe procurar que el movimiento del público sea lo más silencioso posible y de preferencia que el cuarteto esté elevado sobre una tarima que lo diferencie de público.



Agradecimientos: La creación de este cuarteto ha sido hasta ahora el proyecto más difícil de mi carrera en la música. Su realización habría sido imposible sin el apoyo académico y financiero de la Universidad Nacional Autónoma de México y la Academia de Música Suzuki Ars.

Sobre todo agradezco la supervisión, generosidad y enorme paciencia de Julio Estrada quien fue la persona que más se comprometió con su creación. Finalmente, y con una sonrisa en el corazón, a mi papá, José Guillermo.

Cuarteto de cuerdas

Juan Nicolás Jaramillo Ramírez
2012-2018

1''

5''

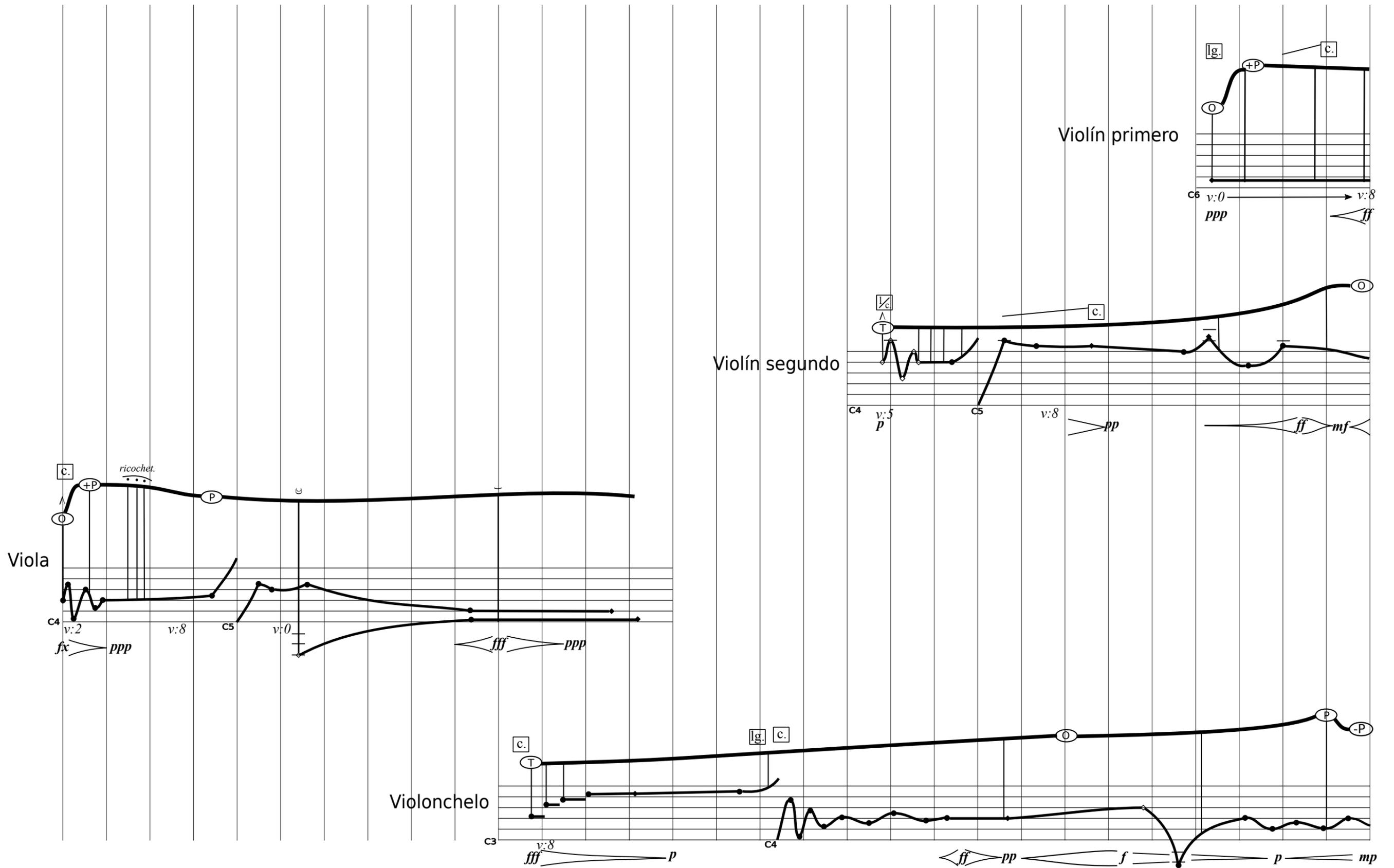
10''

15''

20''

25''

30''



30''

35''

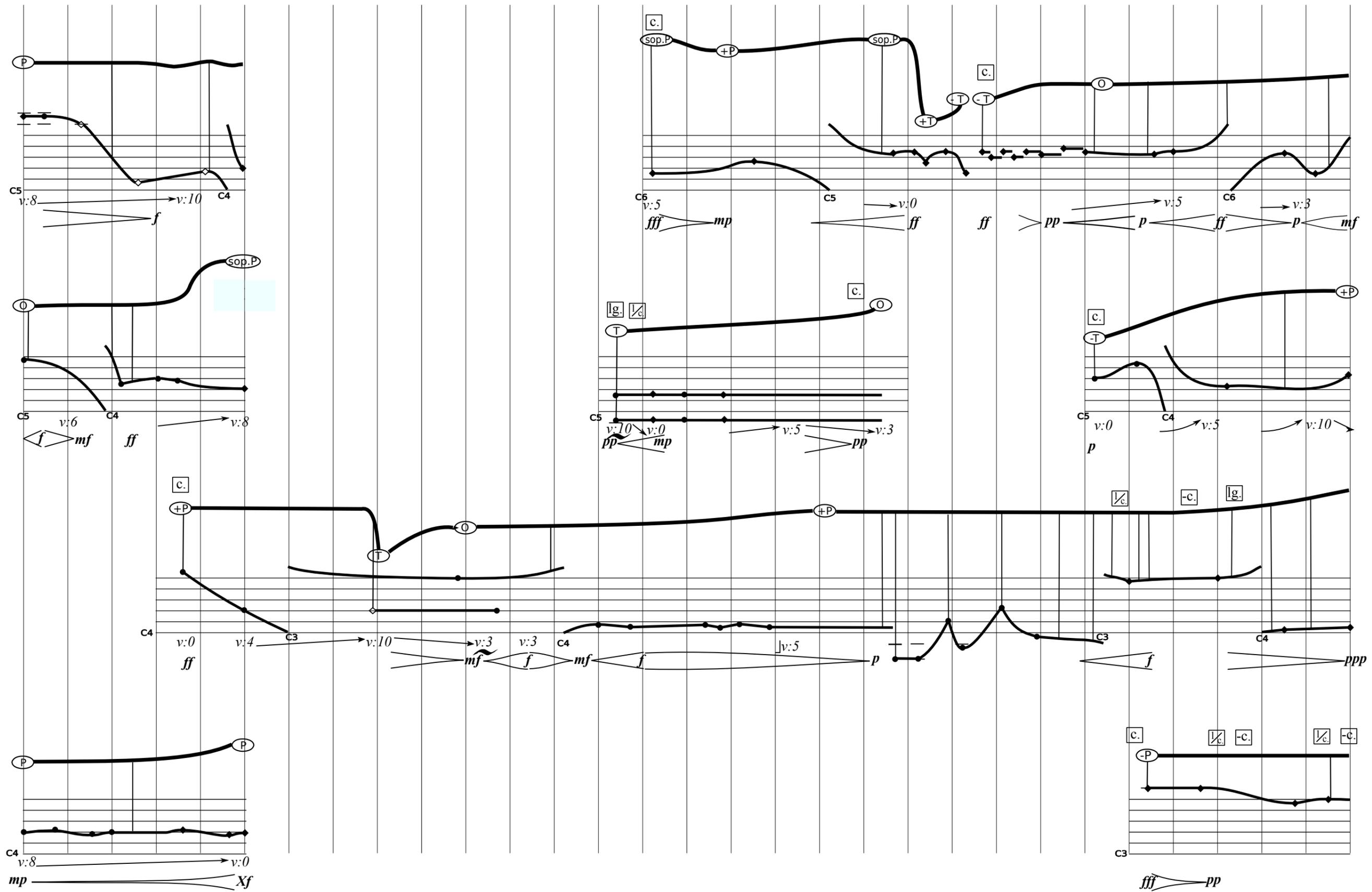
40''

45''

50''

55''

1'00''



1'00"

1'05"

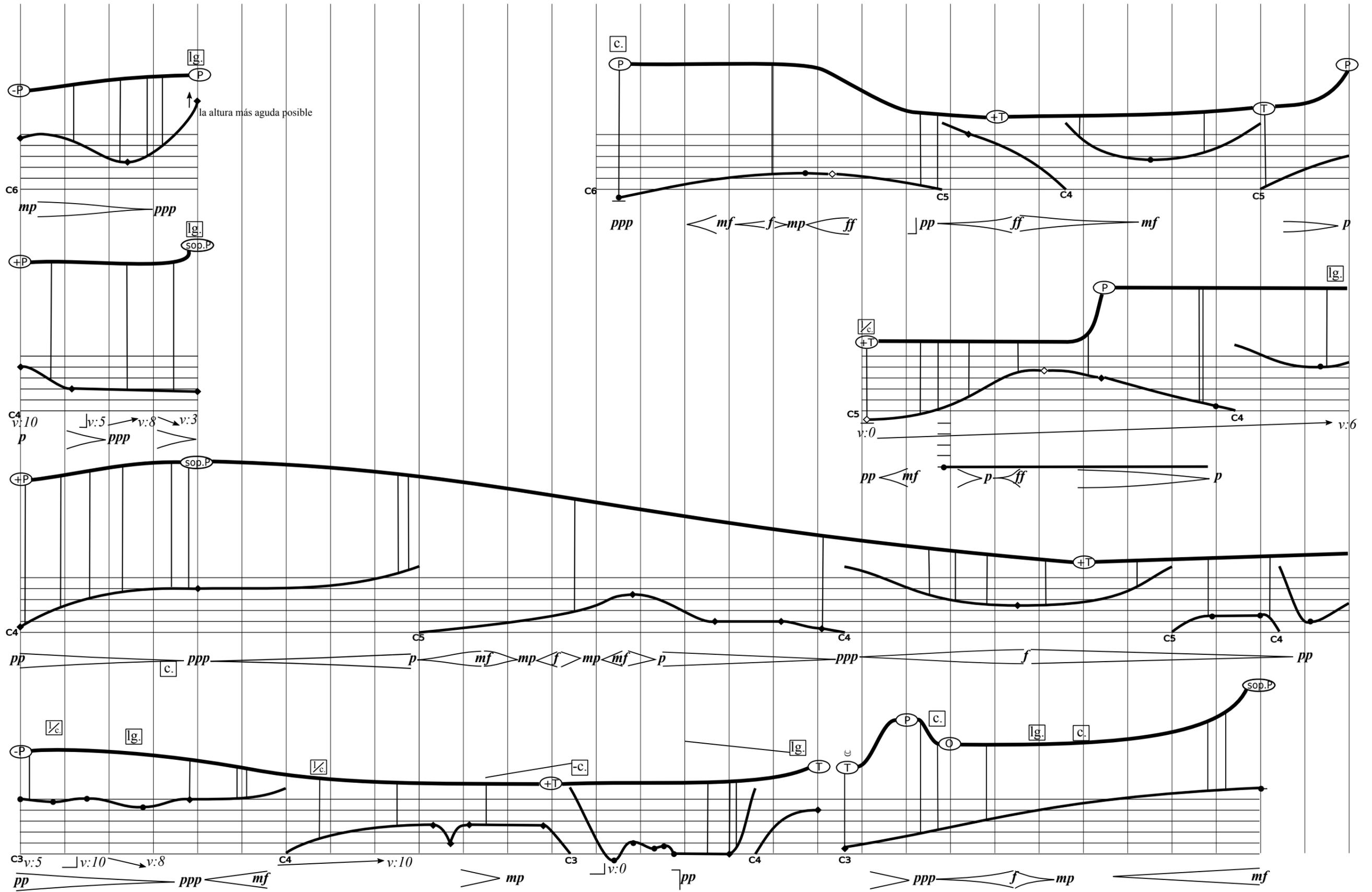
1'10"

1'15"

1'20"

1'25"

1'30"



1'30''

1'35''

1'40''

1'45''

1'50''

1'55''

2'00''

Musical score for the first section (1'30'' to 1'40''). It features four staves with various musical notations including dynamics (p, pp, mf, f), articulation (accents, slurs), and performance instructions (c., lg., sub.P). The notation includes notes, rests, and slurs across different clefs (C4, C5, C6).

Musical score for the second section (1'45'' to 2'00''). It features four staves with various musical notations including dynamics (ff, pp, f, mf, mp, p, ppp), articulation (accents, slurs), and performance instructions (c., lg., +P, +T, -T, suono reale, arco, pizz.). The notation includes notes, rests, and slurs across different clefs (C4, C5, C6).

2'00"

2'05"

2'10"

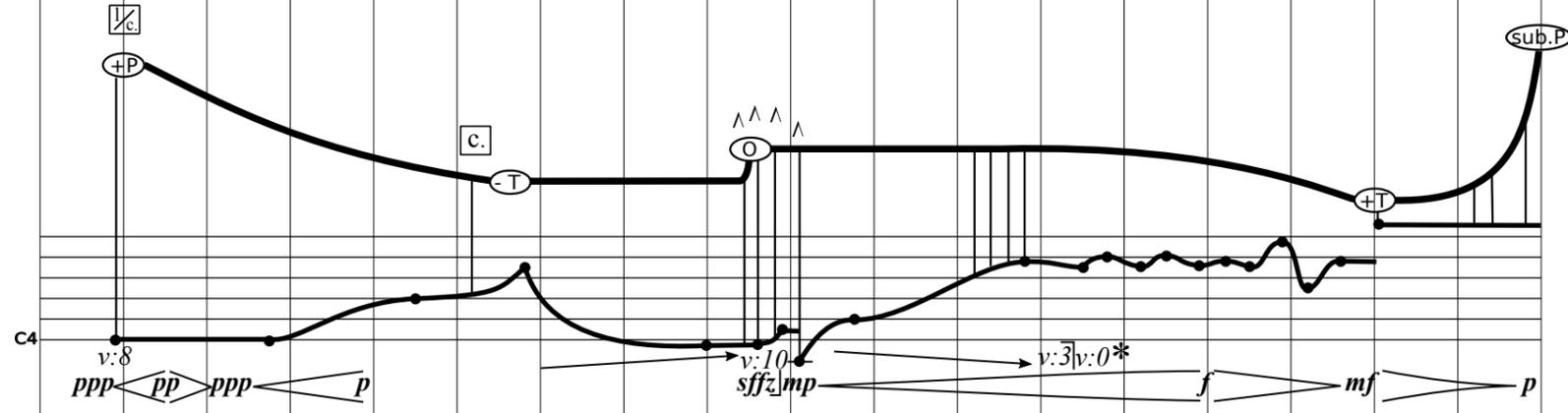
2'15"

2'20"

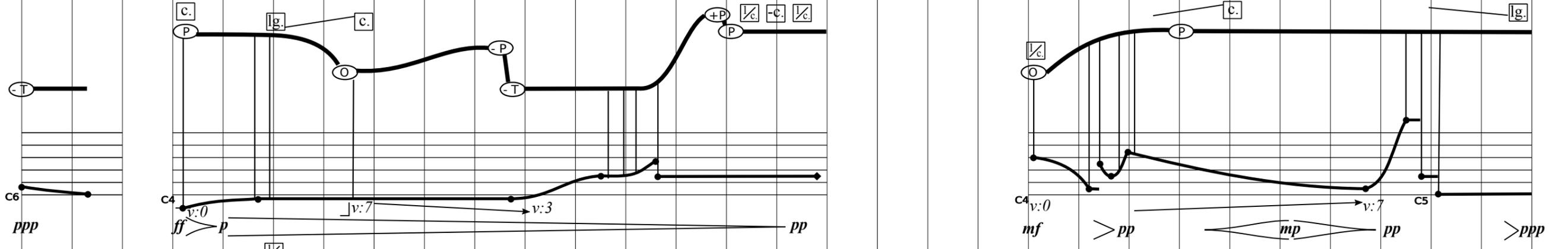
2'25"

2'30"

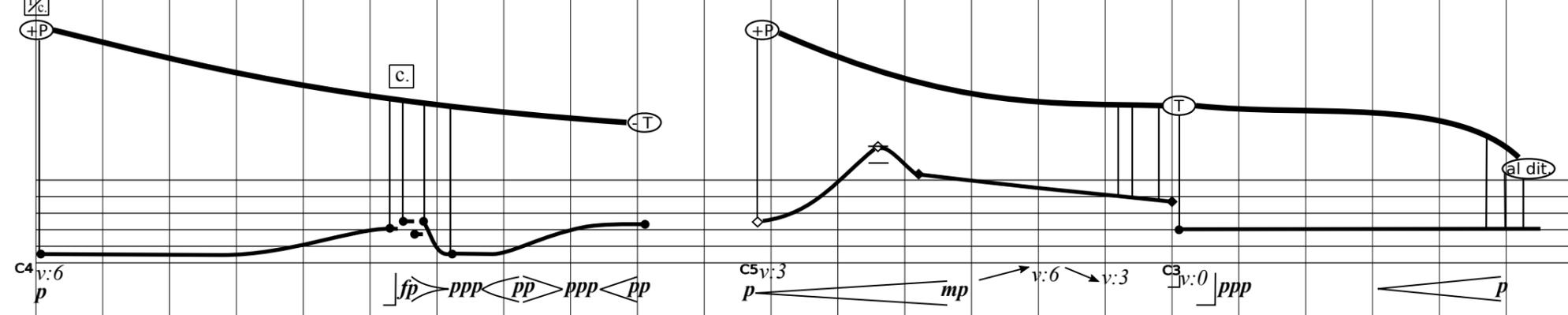
Vln.1



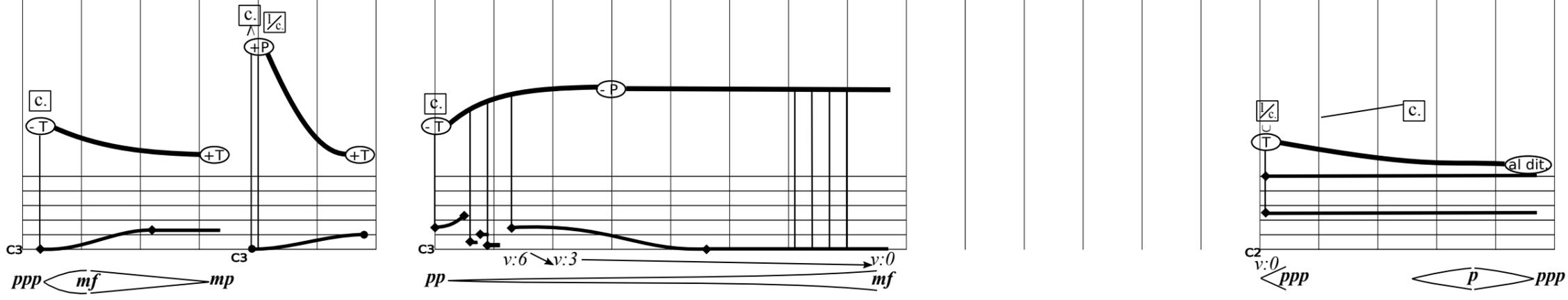
Vln.2



Vla



Vcl.



* el vib. se amplia hasta convertirse en el movimiento ondulatorio de los segundos 2'16" a 2'30".

2'30"

2'35"

2'40"

2'45"

2'50"

2'55"

3'00"

The musical score consists of four systems, each with a vocal line and a piano accompaniment. The vocal lines are marked with various dynamics and articulations, including *ppp*, *p*, *mp*, *mf*, *ff*, *fff*, *pp*, *mp*, and *pp*. The piano accompaniment includes detailed fingering and dynamics, such as *ppp*, *p*, *mp*, *mf*, *ff*, *fff*, *pp*, *mp*, and *pp*. The score is marked with time signatures from 2'30'' to 3'00''. The vocal lines feature various dynamics, articulations, and performance instructions like "arco", "pizz.", and "al dit.". The piano accompaniment includes detailed fingering and dynamics. The score is marked with time signatures from 2'30'' to 3'00''.

3'00"

3'05"

3'10"

3'15"

3'20"

3'25"

3'30"

The musical score consists of two staves. The upper staff is marked with c_6 and the lower with c_5 . It features various dynamic markings such as p , mf , ff , mp , pp , and $sfpp$. Performance instructions include *arco* and *pizz.*. The score is annotated with time signatures from 3'00" to 3'30".

Two guitar diagrams are provided. The first diagram, located between the staves, shows a guitar with a c_3 fret marker and a f dynamic marking. The second diagram, at the bottom left, shows a guitar with a c_3 fret marker and a f dynamic marking, with a circled *al dit* instruction.

3'30"

3'35"

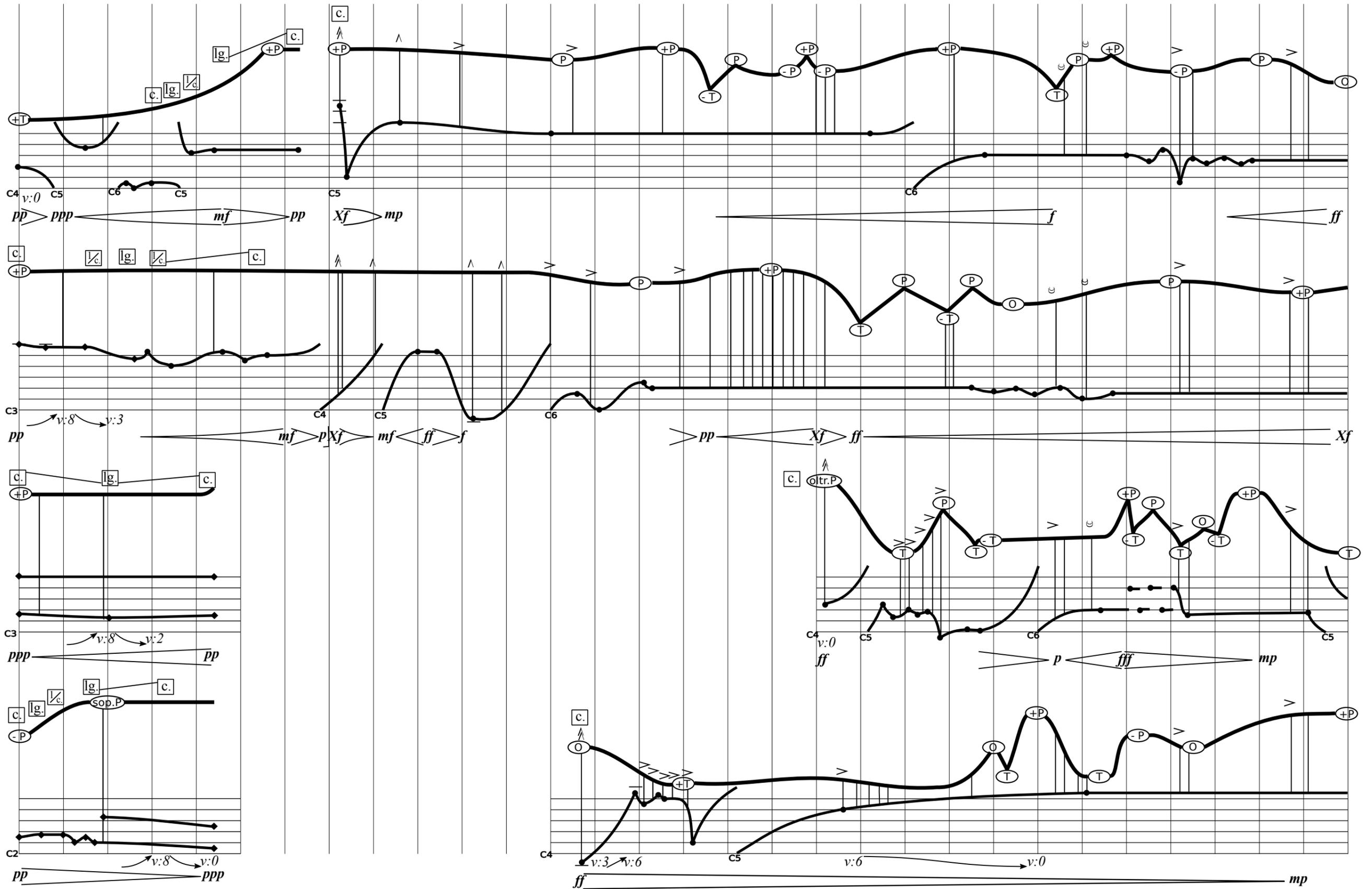
3'40"

3'45"

3'50"

3'55"

4'00"



4'00"

4'05"

4'10"

4'15"

4'20"

4'25"

4'30"

Musical score for the first system (4:00-4:10). The upper staff contains notes with markings 'c.', 'O', '>', '-P', 'lg.', 'T', and 'O'. Dynamics include 'ff', 'ff', 'fff', 'p', and 'p'. The lower staff contains notes with markings 'c.', 'O', '>', '+T', 'T', 'I', '+T', 'O', and 'lg.'. Dynamics include 'Xf', 'fff', 'v:0', 'v:5', 'v:x', 'v:3', 'ppp', 'f', and 'pp'. Vertical lines connect notes between staves. A 'pizz.' marking is present at the end of the first system.

Musical score for the second system (4:15-4:30). The upper staff contains notes with markings 'c.', 'O', '-c.', 'lg.', 'T', and 'O'. Dynamics include 'ppp', 'p', and 'pizz.'. The lower staff contains notes with markings 'c.', 'O', 'lg.', 'T', and 'O'. Dynamics include 'ppp', 'p', and 'mf'. Vertical lines connect notes between staves.

4'30"

4'35"

4'40"

4'45"

4'50"

4'55"

5'00"

The score consists of five systems of staves. The top staff is the first violin (C5), the second is the second violin (C5), the third is the viola (C4), and the fourth is the cello (C4). The bottom system contains three smaller staves for the double bass (C3), first viola (C3), and second viola (C4).

Key performance markings include:

- Dynamic markings:** *Xf*, *p*, *mf*, *f*, *pp*, *ppp*, *mp*, *f*.
- Articulation:** *al dit.*, *arco.*, *pizz. m.l.*, *batt. lg.*, *tratto lg.*, *oltr.P.*
- Tempo/Expression:** *leggierissimo*.
- Performance Indicators:** *leg.* (legato), *+P*, *-P*, *+T*, *-T*, *O*, *Φ*.
- Velocity/Attack:** *v:0*, *v:8*, *v:10*, *v:3*, *v:5*.

5'00"

5'05"

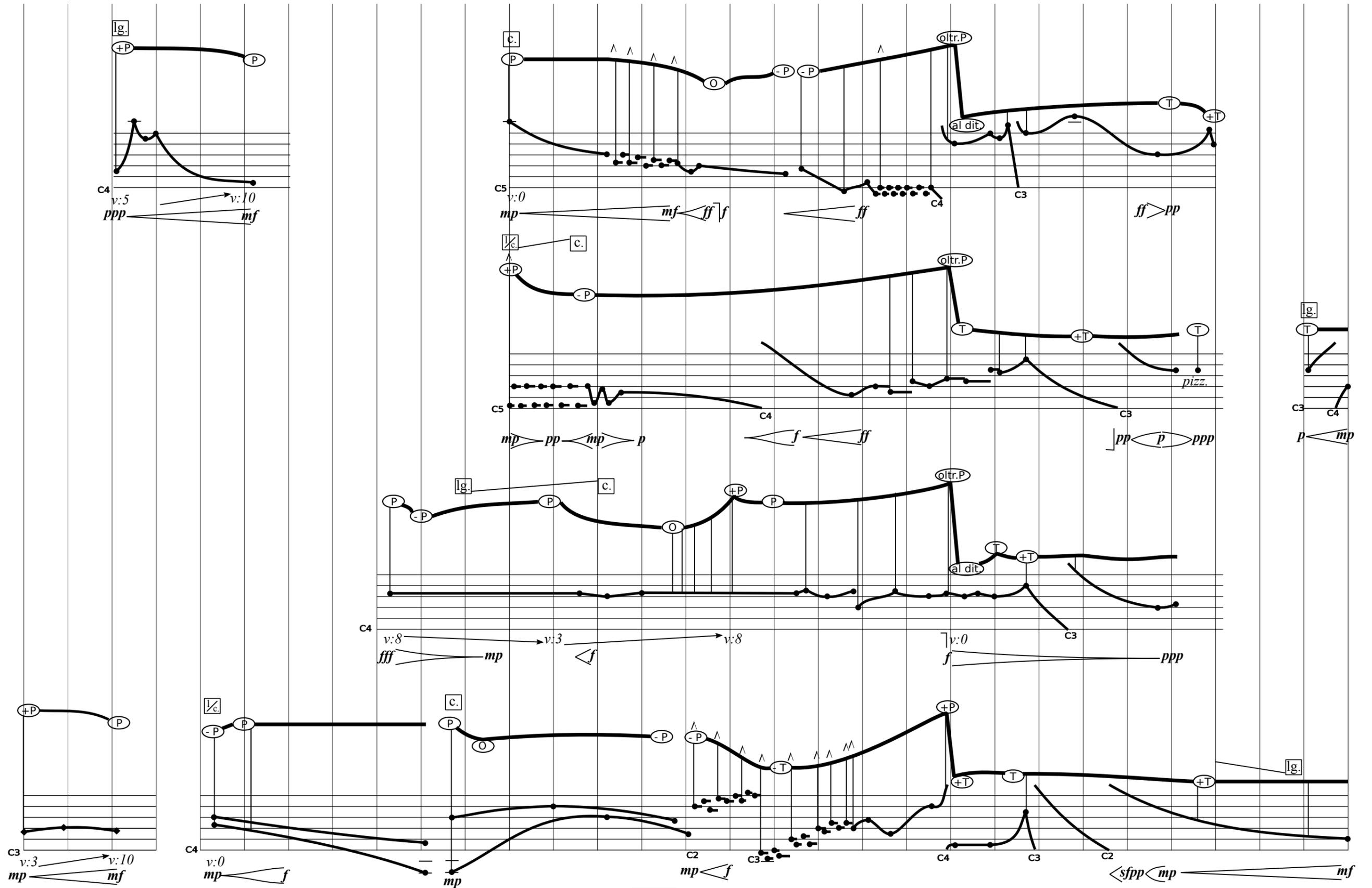
5'10"

5'15"

5'20"

5'25"

5'30"



5'30"

5'35"

5'40"

5'45"

5'50"

5'55"

6'00"

Violin I (Vcl. I): *fff* *pp* *f* *mp* *mf* *pp* (v:0 to v:8)

Violin II (Vcl. II): *mp* *mf* *f* *mp* *mf* *pp* *p* *pp* (v:0 to v:8)

Cello/Double Bass (Vcl. III): *mf* *f* (pizz.)

Violin I (Vcl. I): *mf* *mp* *mf* *p* *mf* *pp* (v:0)

Violin II (Vcl. II): *mf* *p* *mf* *pp* *p* *mf* (v:0)

Cello/Double Bass (Vcl. III): *mf* *p* *mp* *pp* *p* *mf* (v:0)

Additional markings: *arco*, *p*, *también Vcl.*

6'00"

6'05"

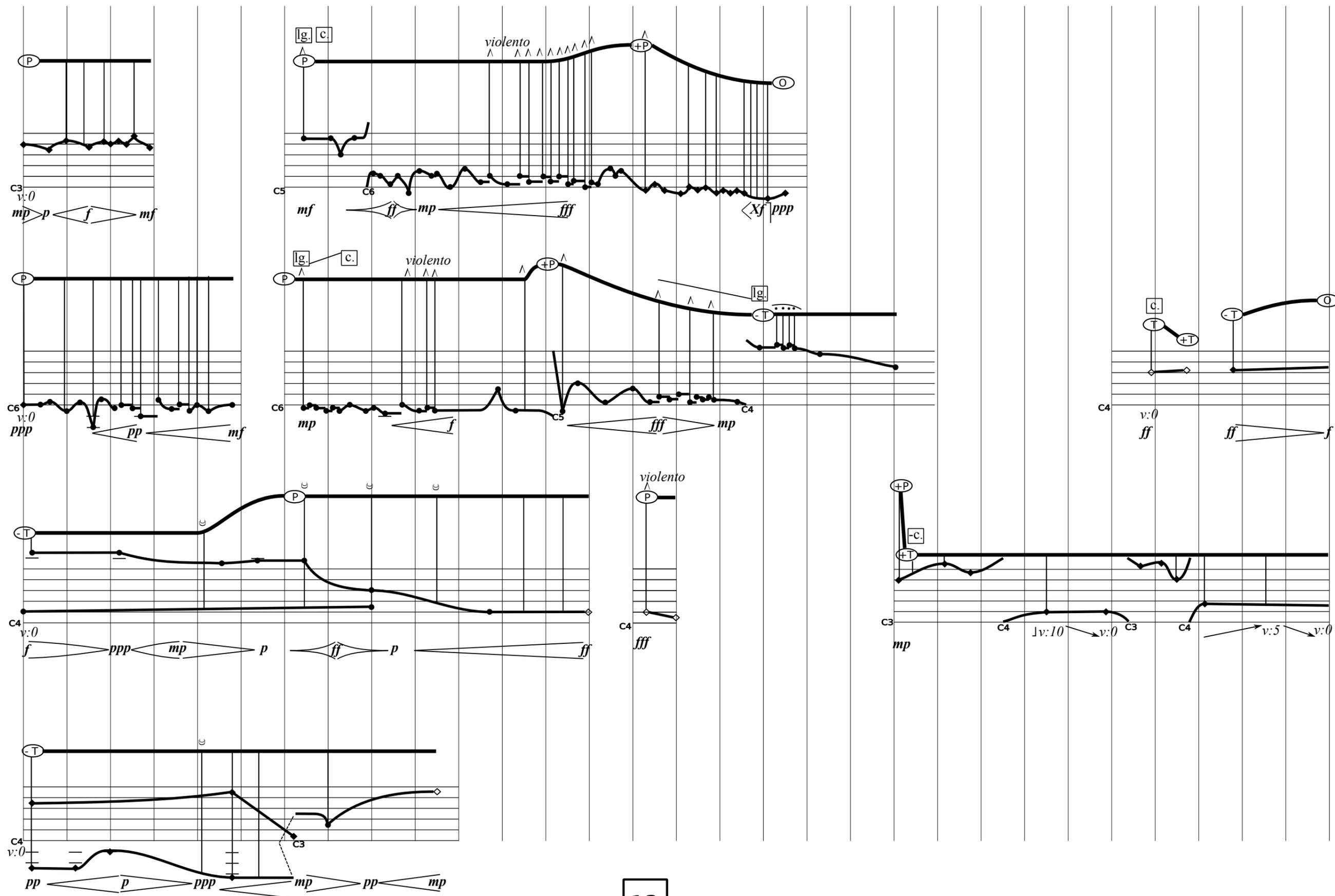
6'10"

6'15"

6'20"

6'25"

6'30"



6'30"

6'35"

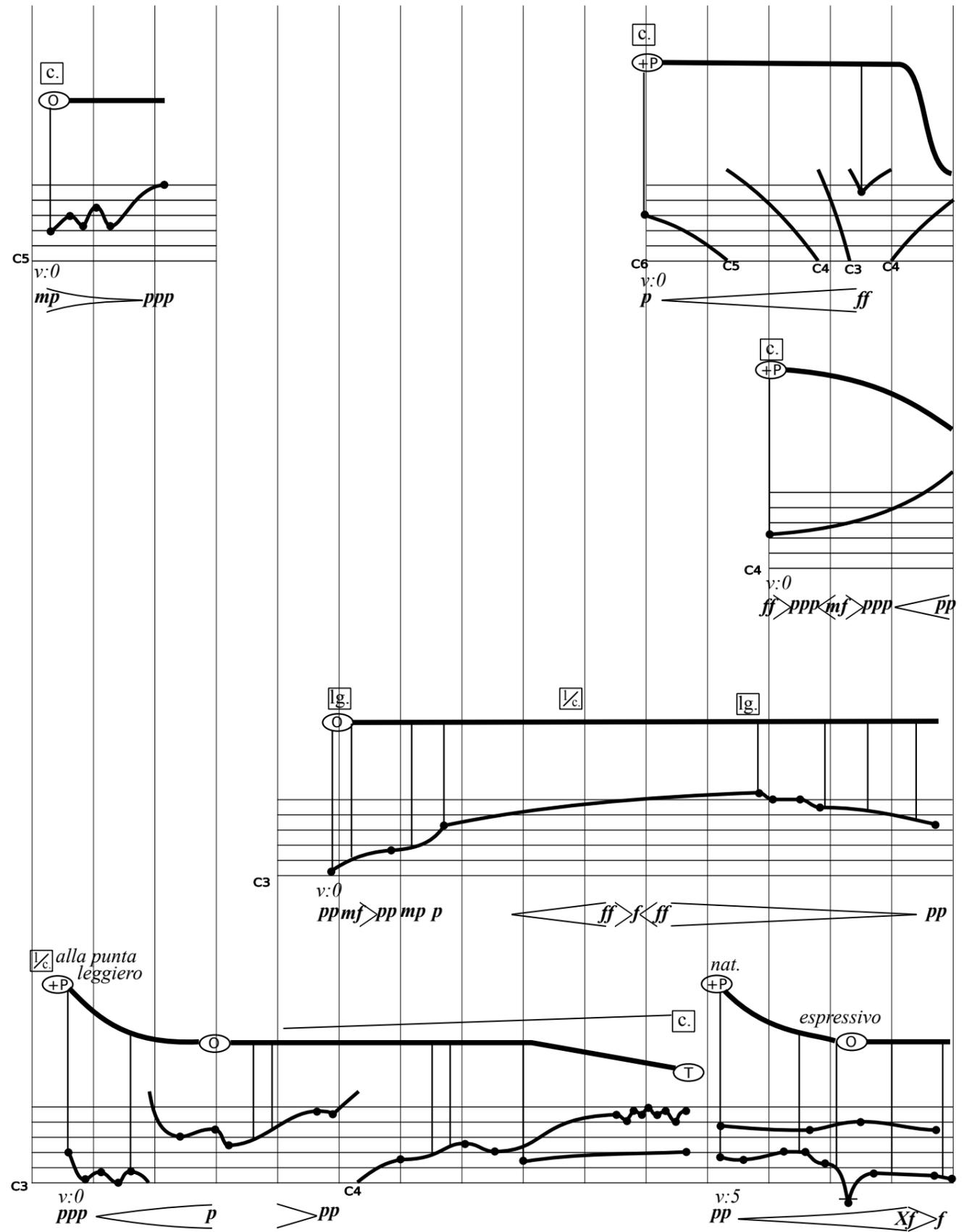
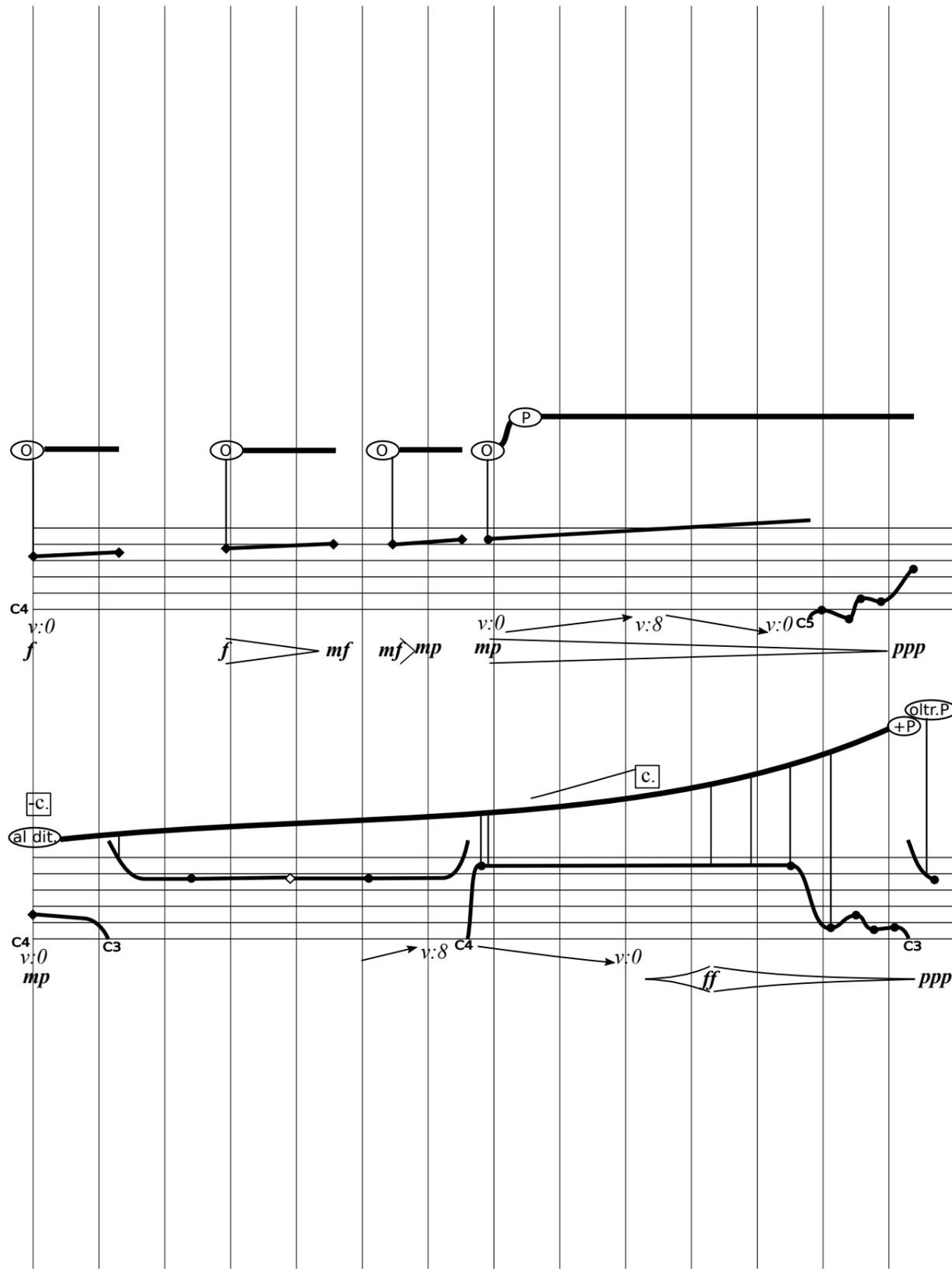
6'40"

6'45"

6'50"

6'55"

7'00"



7'00"

7'05"

7'10"

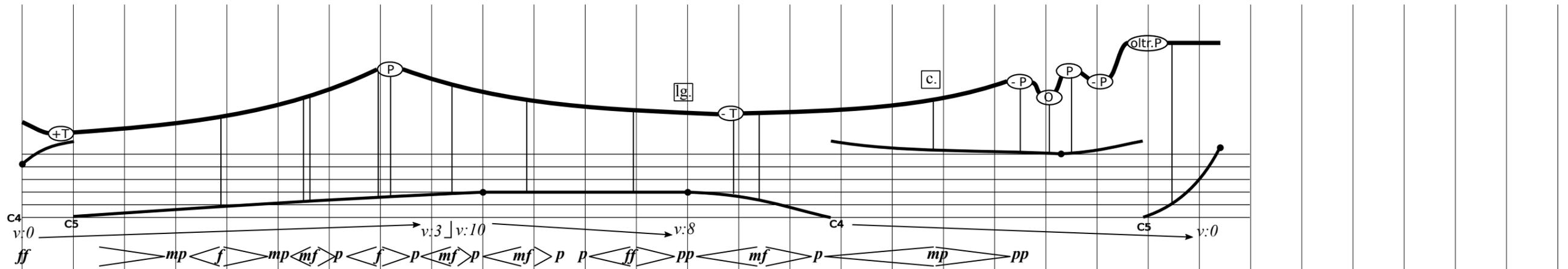
7'15"

7'20"

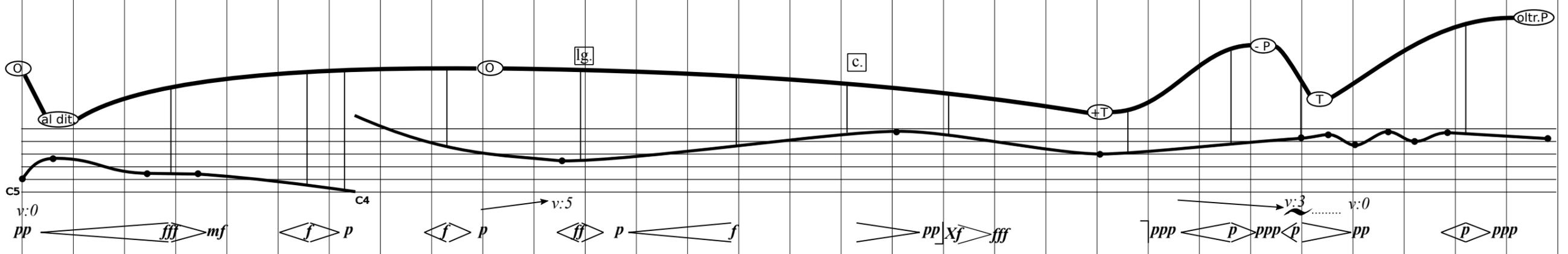
7'25"

7'30"

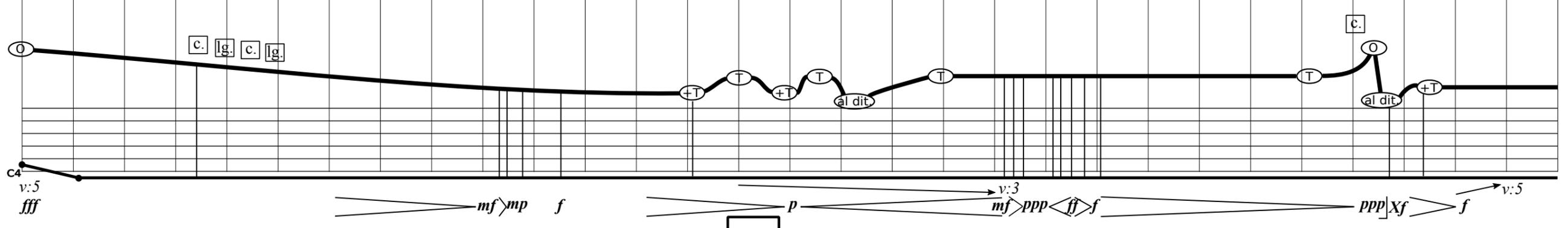
Vln.1



Vln.2



Vcl.



7'30"

7'35"

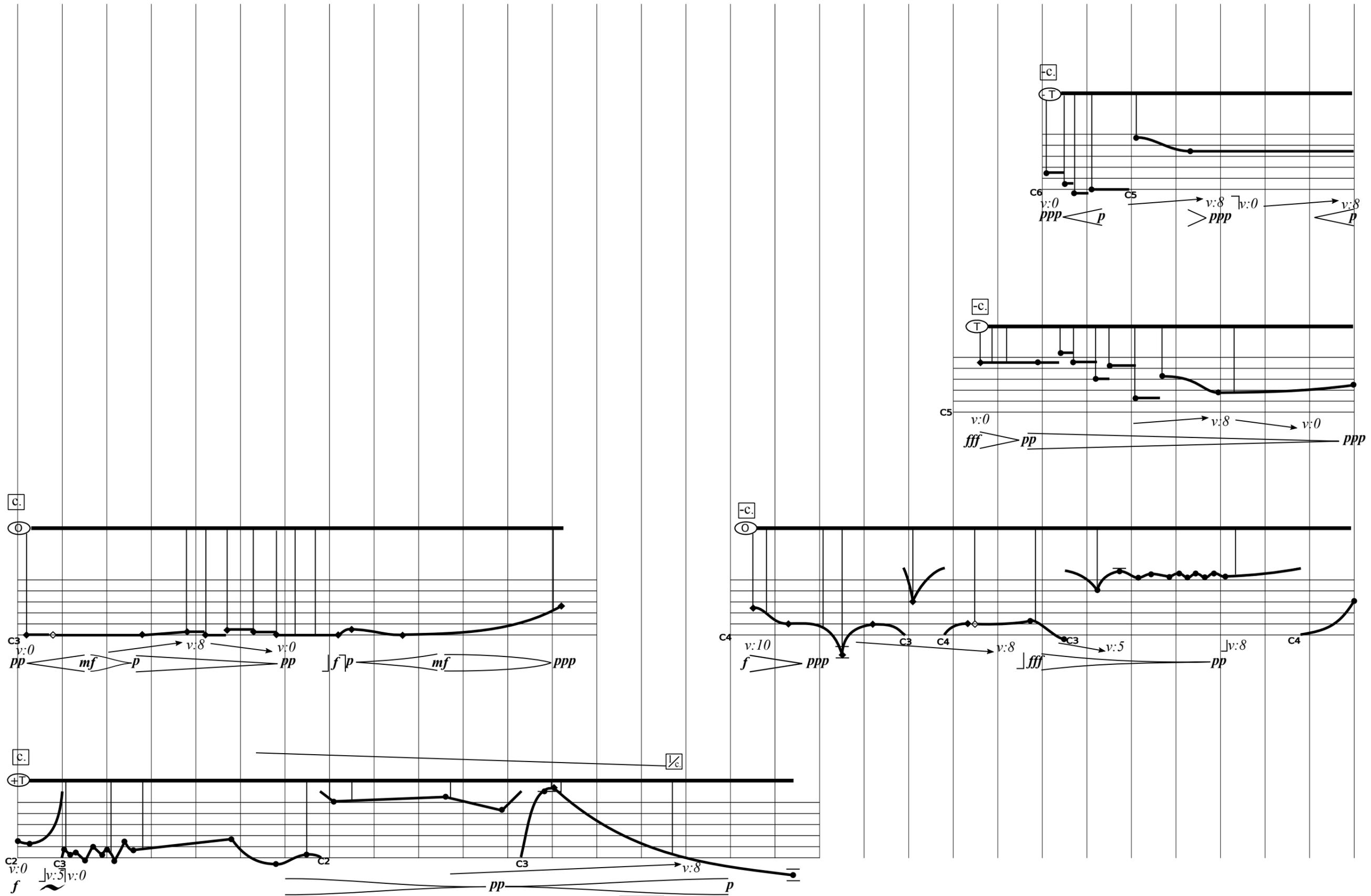
7'40"

7'45"

7'50"

7'55"

8'00"



8'00''

8'05''

8'10''

8'15''

8'20''

8'25''

8'30''

The score consists of four staves. The top two staves (C5 and C4) feature tremolos with 'con tremore*' markings and dynamic markings such as *mp*, *pp*, *mf*, *pp*, *mp*, *pp*, *p*, *ppp*, *f*, and *fffppp*. The bottom two staves (C4 and C3) include performance instructions like 'arco lento' and 'deciso +P', along with dynamic markings *mf*, *p*, *f*, *mf*, *fff*, and *ppp*. The score is divided into measures by vertical lines, with time markers at the top.

* temblor en el movimiento de la muñeca de la mano derecha

8'30''

8'35''

8'40''

8'45''

8'50''

8'55''

9'00''

The score consists of several staves. The top staff is a vocal line with a circled '-P' at the beginning. Below it are two piano staves, one for the right hand (C4) and one for the left hand (C4). The right-hand piano staff has dynamic markings: *p*, *mp*, *pp*, *mf*, *ff*, *mp*, *v:8*, *v:5*, *v:10*, *v:3*, and *p*. The left-hand piano staff has dynamic markings: *ff*, *ppp*, *ff ppp*, *p*, and *ppp*. There are also markings for *v:3* and *v:5*. Above the piano staves are various performance instructions in boxes: 'c.', 'lg.', and '1/2c.'. Below the piano staves are two sets of fingerings for the right and left hands, each with a circled '+P' above them. The right-hand fingering shows notes on C4 and C3 with dynamics *pp* and *p*. The left-hand fingering shows notes on C3 and C4 with dynamics *mp* and *f*. At the bottom left, there are two more sets of fingerings for the right and left hands, with dynamics *ppp* and *pp*. At the bottom center, there is a small diagram of a piano key with a circled 'p' below it. The right side of the score continues from 8'50'' to 9'00'', with similar dynamic and performance markings. The right-hand piano staff has markings: *v:3*, *ppp*, *mf*, *v:0*, *mp*, *ff*, and *ppp*. The left-hand piano staff has markings: *ppp*, *mf*, and *pp*. Above the piano staves are more performance instructions in boxes: 'c.', 'lg.', and '1/2c.'. At the bottom right, there is a small diagram of a piano key with a circled 'p' below it.

9'00''

9'05''

9'10''

9'15''

9'20''

9'25''

9'30''

The score consists of several systems of staves. The top system shows a melodic line with notes marked with 'c.' and 'lg.' (legato). Below it are two staves for a lower register, with dynamics ranging from *ppp* to *f*. The middle system features a section marked 'arco' (arco) and 'pizz' (pizzicato), with notes marked 'c.' and 'lg.'. Dynamics include *fff*, *mf*, and *f*. The bottom system continues the melodic line with notes marked 'c.' and 'lg.', and includes performance markings like 'batt.' (battuto) and 'tratto' (tratto). Dynamics range from *f* to *ppp*. The score is annotated with various performance instructions and dynamic markings throughout.

8'30"

8'35"

8'40"

8'45"

8'50"

8'55"

9'00"

Musical score with multiple staves. The top staff features a melodic line with dynamic markings *ppp* and *ff*, and performance instructions *v:5* and *c.*. The second staff includes dynamic markings *ppp*, *f*, *mp*, *mf*, *pp*, and *f*, along with vibrato instructions: *v:8*, *v:3*, *v:8*, *v:2*, *v:5*, and *v:3*. A note indicates *vibrato irregular entre v:8 y v:2*. The third staff contains dynamic markings *ppp*, *ff*, *mp*, *f*, *fff*, *p*, and *mp*, with performance instructions *al dit.* and *lg.*. The bottom section shows five staves with dynamic markings *ppp*, *fff*, *ff*, *f*, *mf*, *mp*, and *p*, and performance instructions *pizz.* and *p*.

10'00''

10'05''

10'10''

10'15''

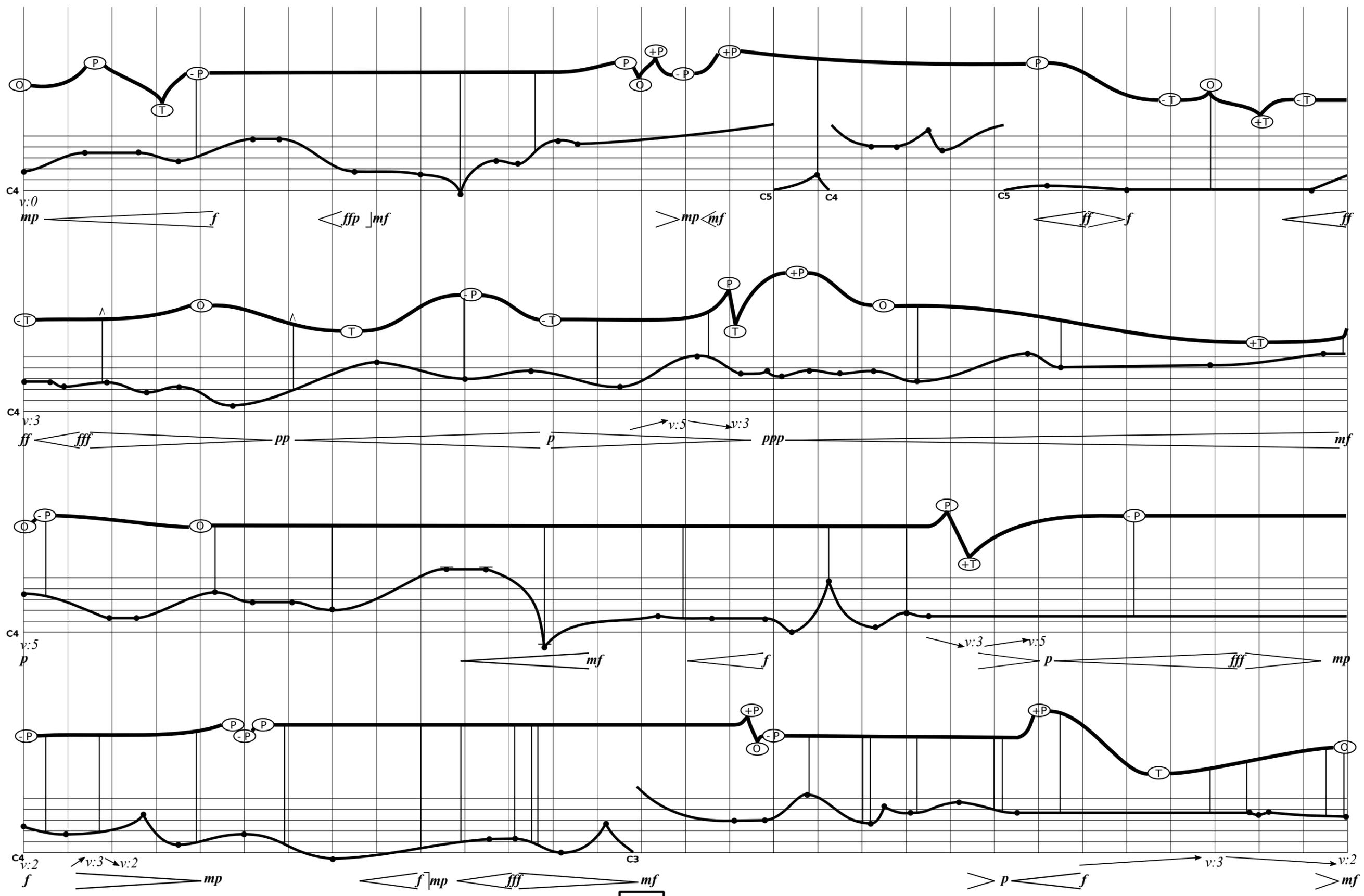
10'20''

10'25''

10'30''

The score consists of several staves. The top staff is marked *espressivo* and contains performance markings such as $\frac{1}{2}$, \wedge , \circ , \square , and \circ . Below it, a staff labeled *C4* shows dynamics like *mp*, *f*, *p*, and *ff*, along with velocity markings *v:0* and *v:5*. A middle staff is marked *pizz.* and *resonante*, with dynamics *mf* and *mf*. Another staff is marked *arco* and *C4*, with dynamics *f* and *ff*. A lower staff is marked *espressivo* and *C4*, with dynamics *f*, *ff*, *pp*, and *p*, and velocity markings *v:8*, *v:10*, and *v:5*. The bottom staff is marked *C3* and *C4*, with dynamics *p*, *pp*, *fff*, *ppp*, *f*, and *ff*, and velocity markings *v:5*, *v:3*, and *v:0*. The score is filled with various musical notations including notes, rests, and dynamic/velocity curves.

10'30'' 10'35'' 10'40'' 10'45'' 10'50'' 10'55'' 11'00''



11'00"

11'05"

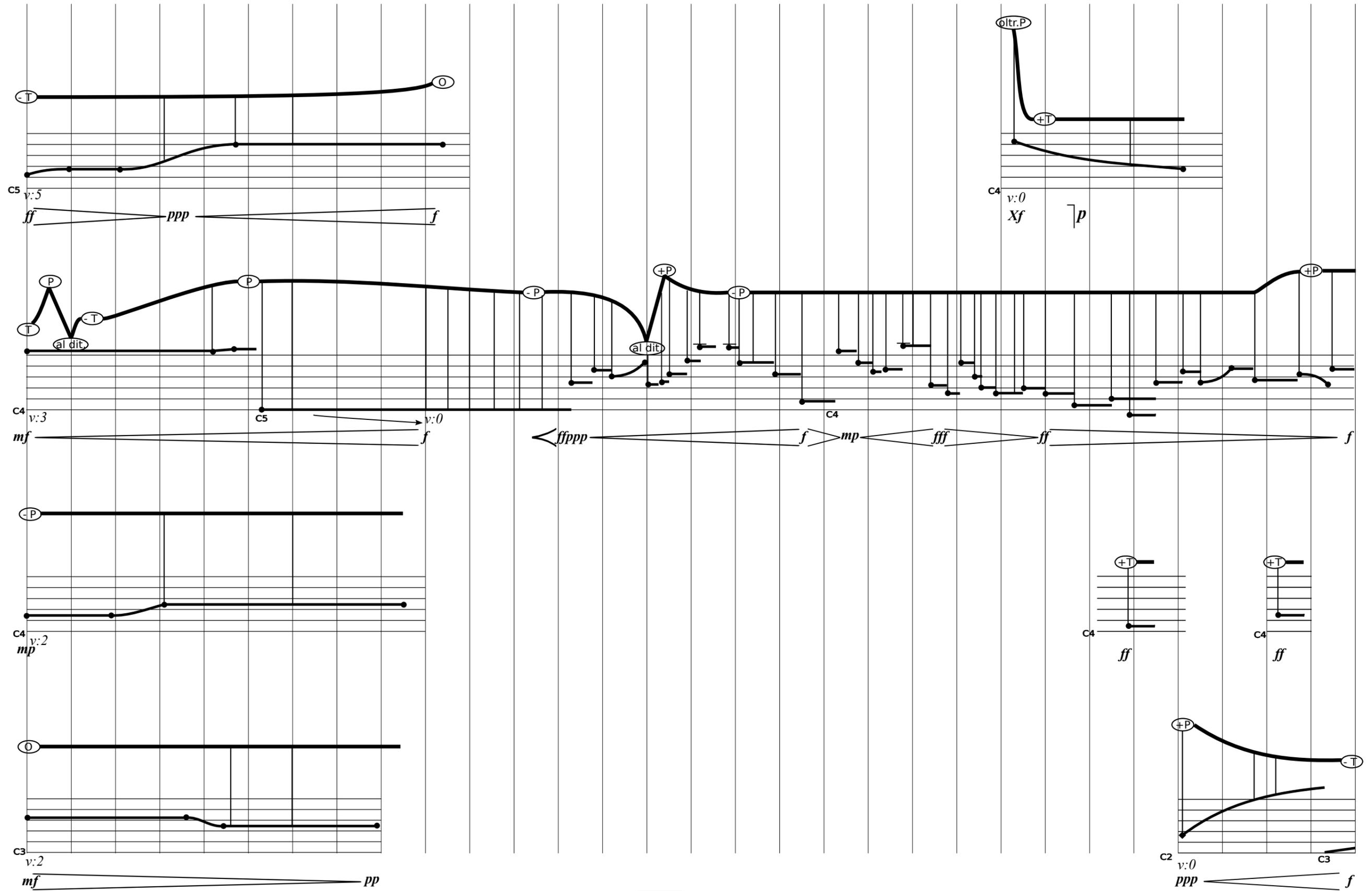
11'10"

11'15"

11'20"

11'25"

11'30"



11'30''

11'35''

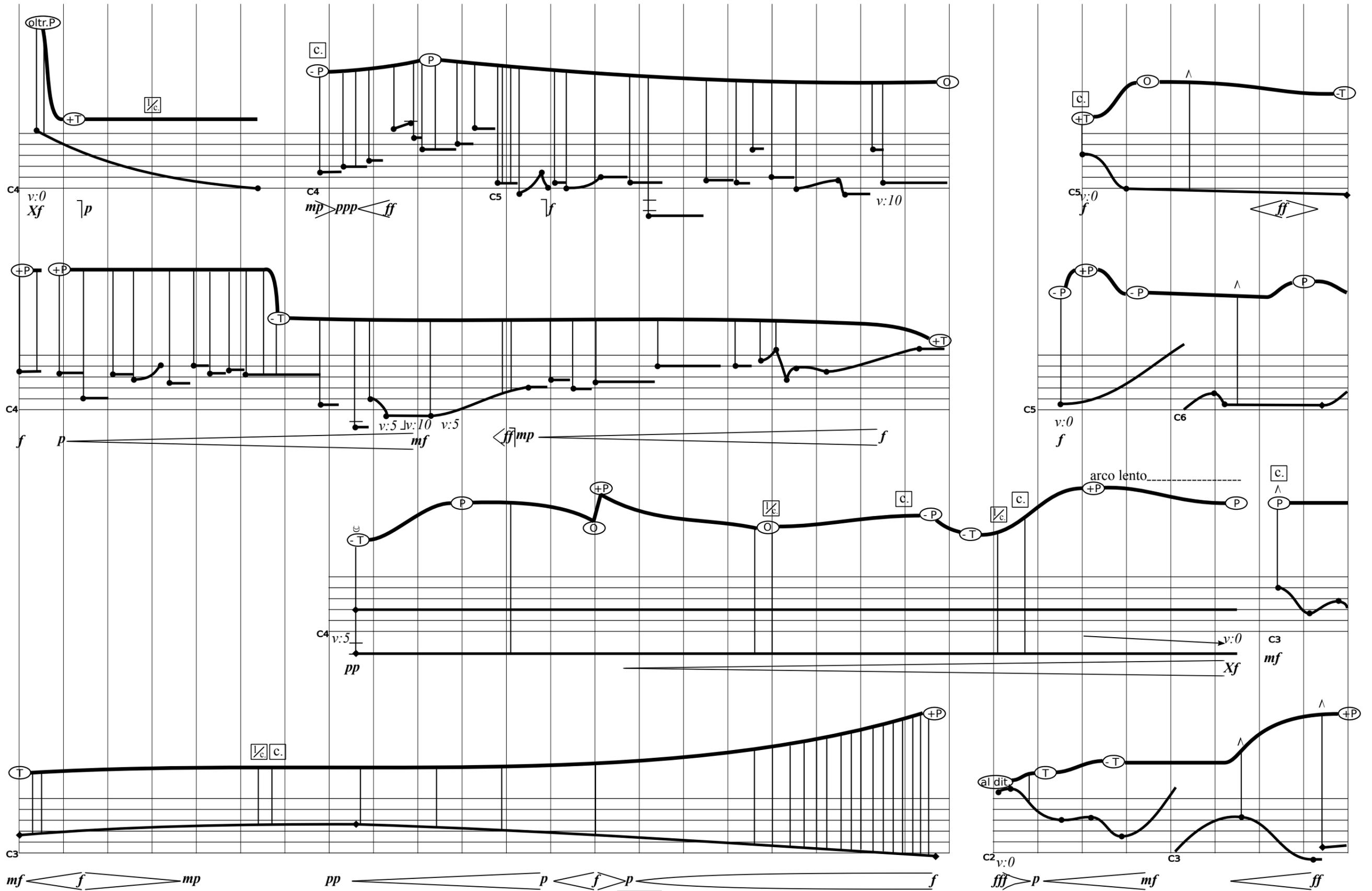
11'40''

11'45''

11'50''

11'55''

12'00''



12'00''

12'05''

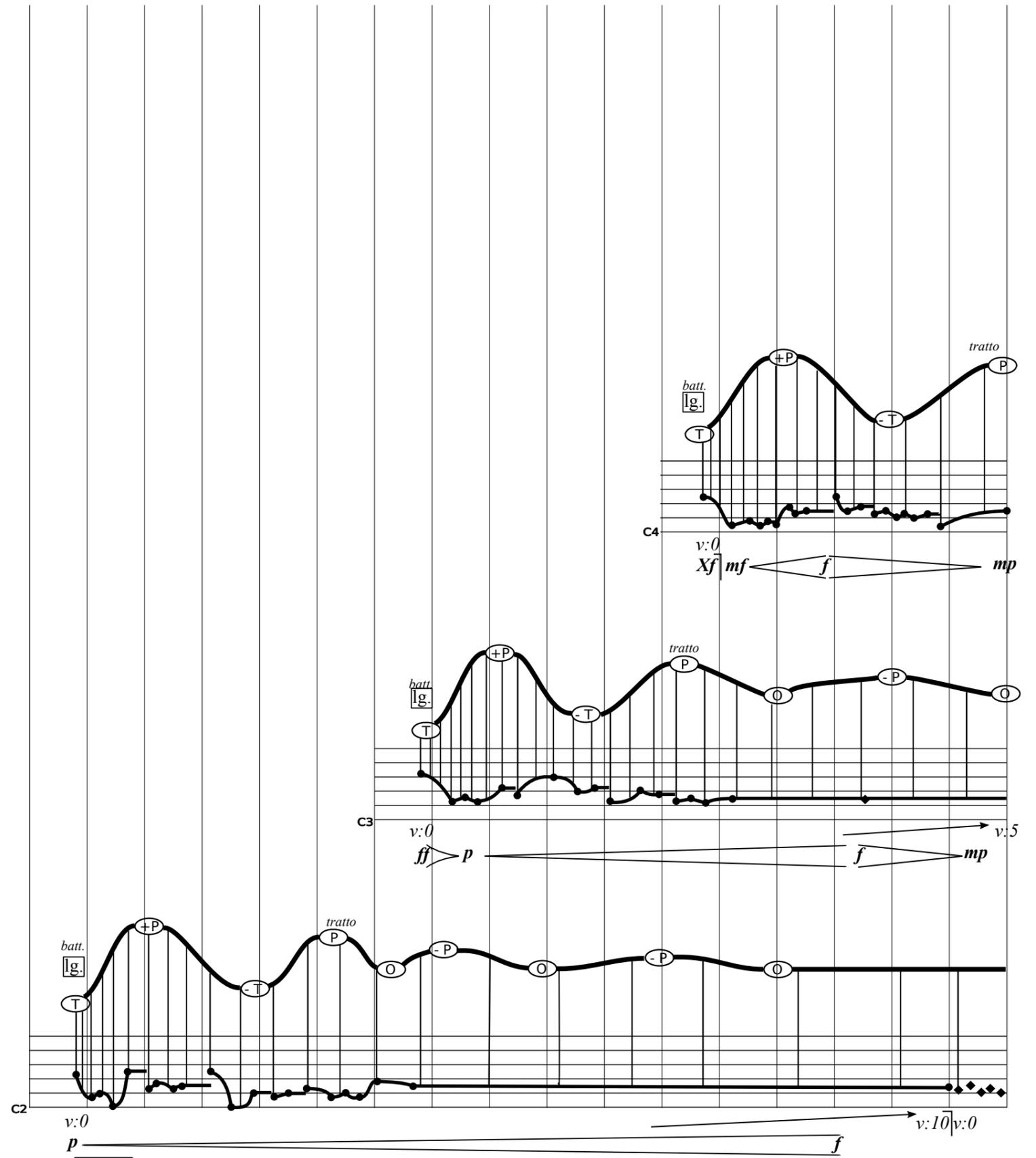
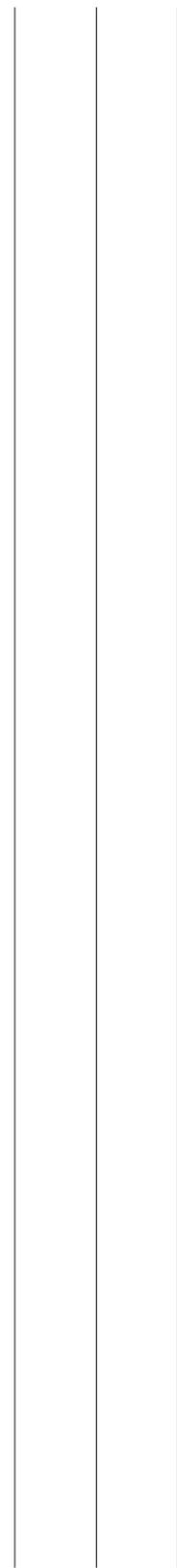
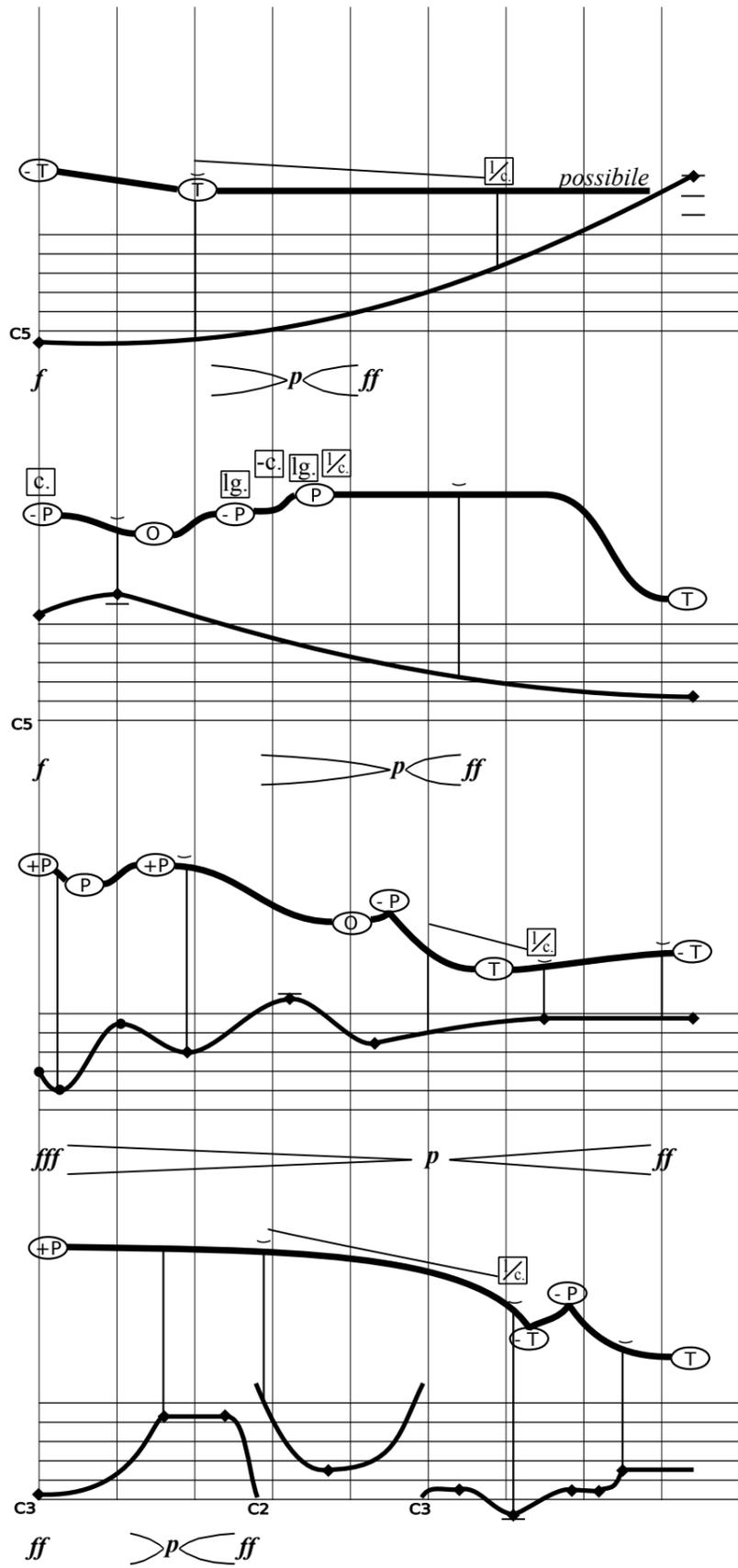
12'10''

12'15''

12'20''

12'25''

12'30''



12'30''

12'35''

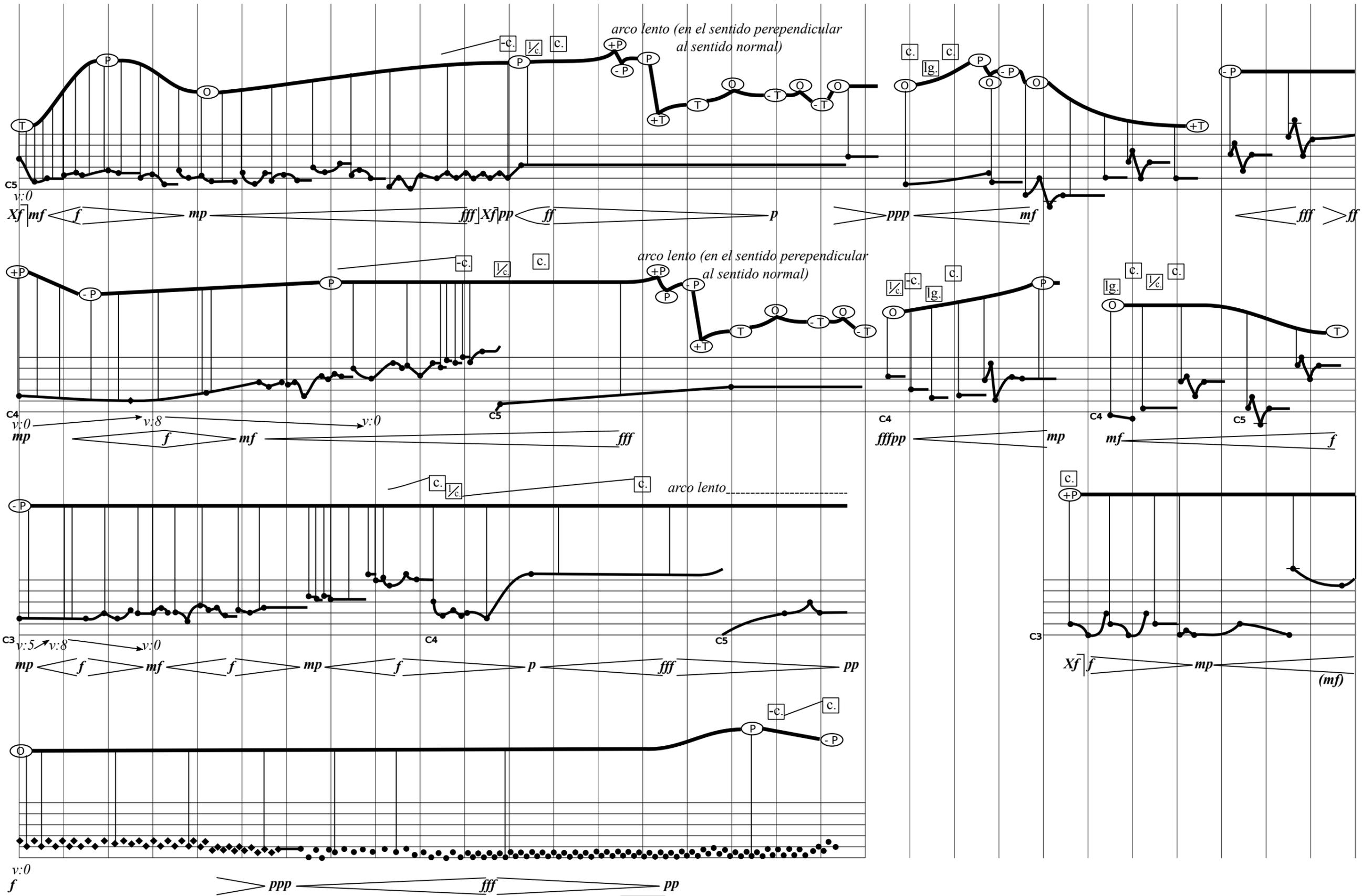
12'40''

12'45''

12'50''

12'55''

13'00''



13'30''

13'35''

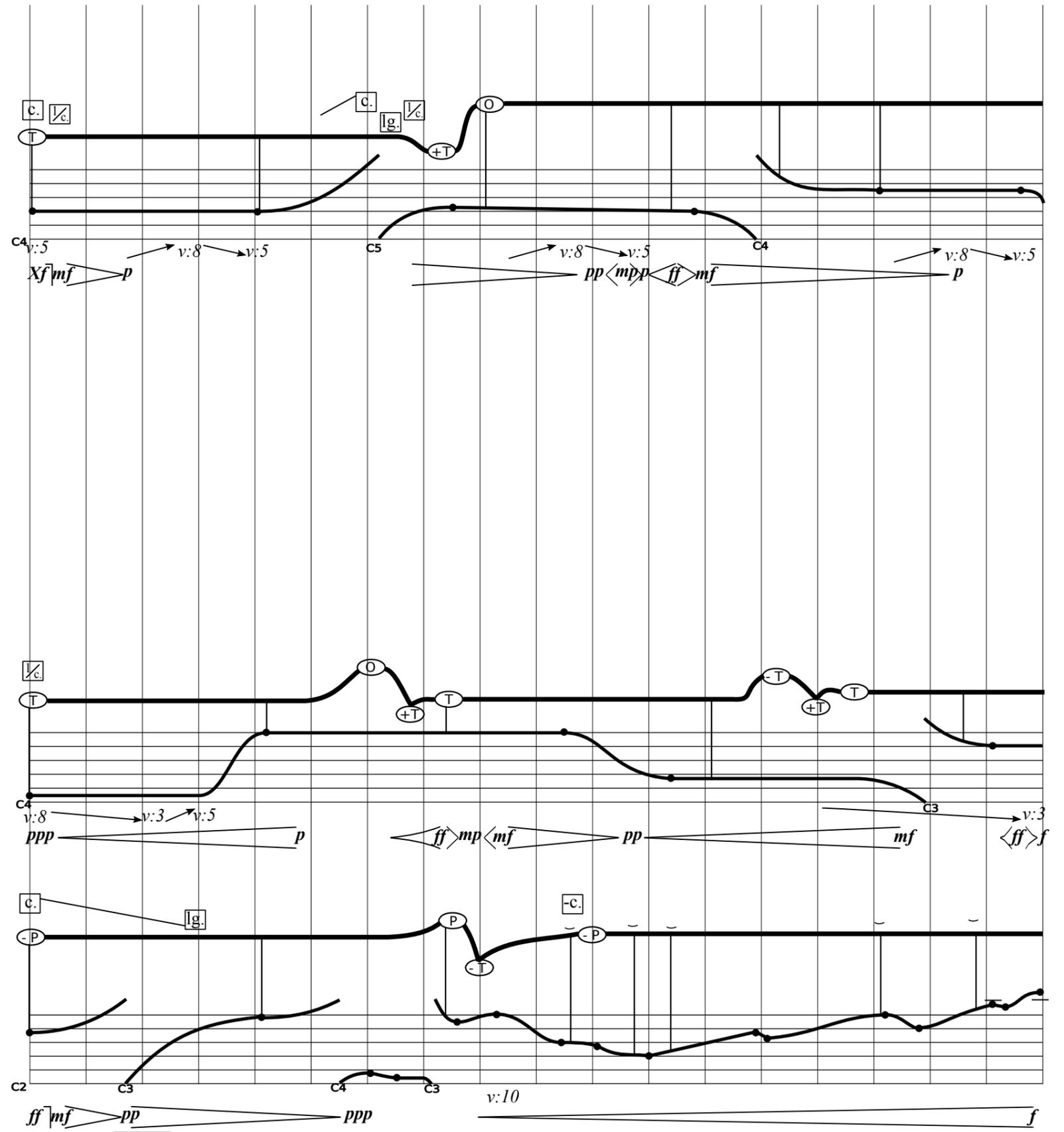
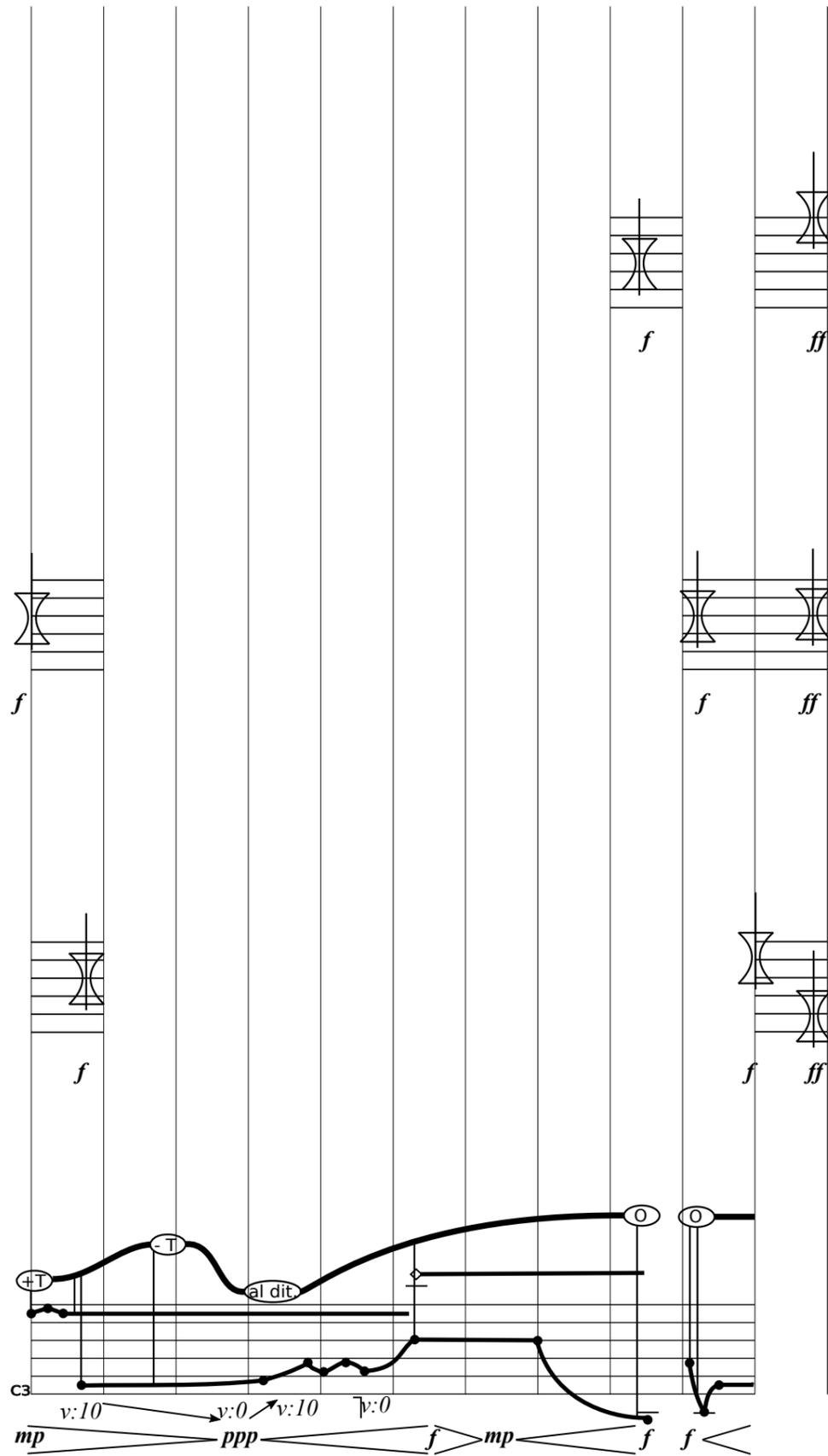
13'40''

13'45''

13'50''

13'55''

14'00''



14'00''

14'05''

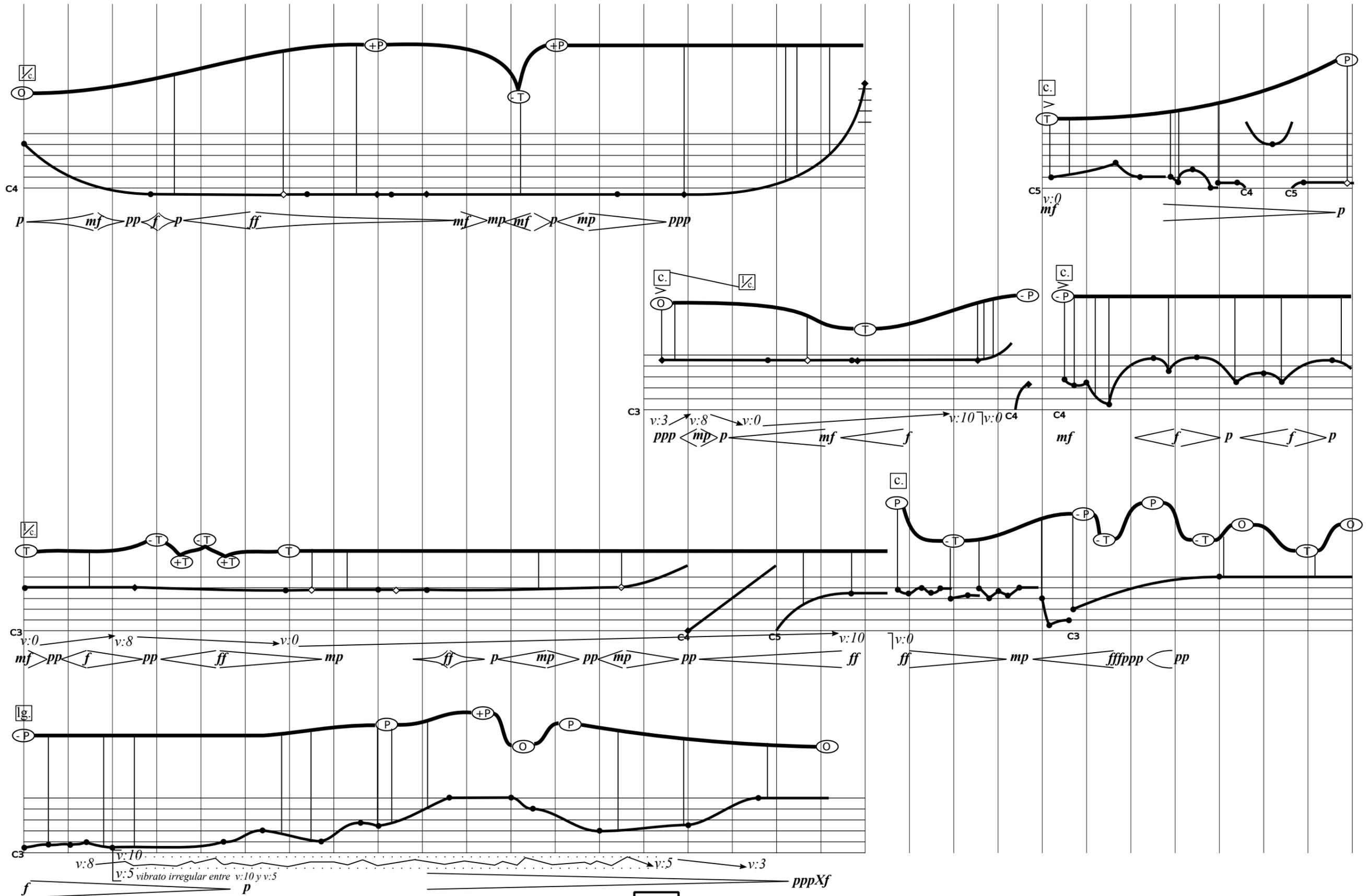
14'10''

14'15''

14'20''

14'25''

14'30''



14'30''

14'35''

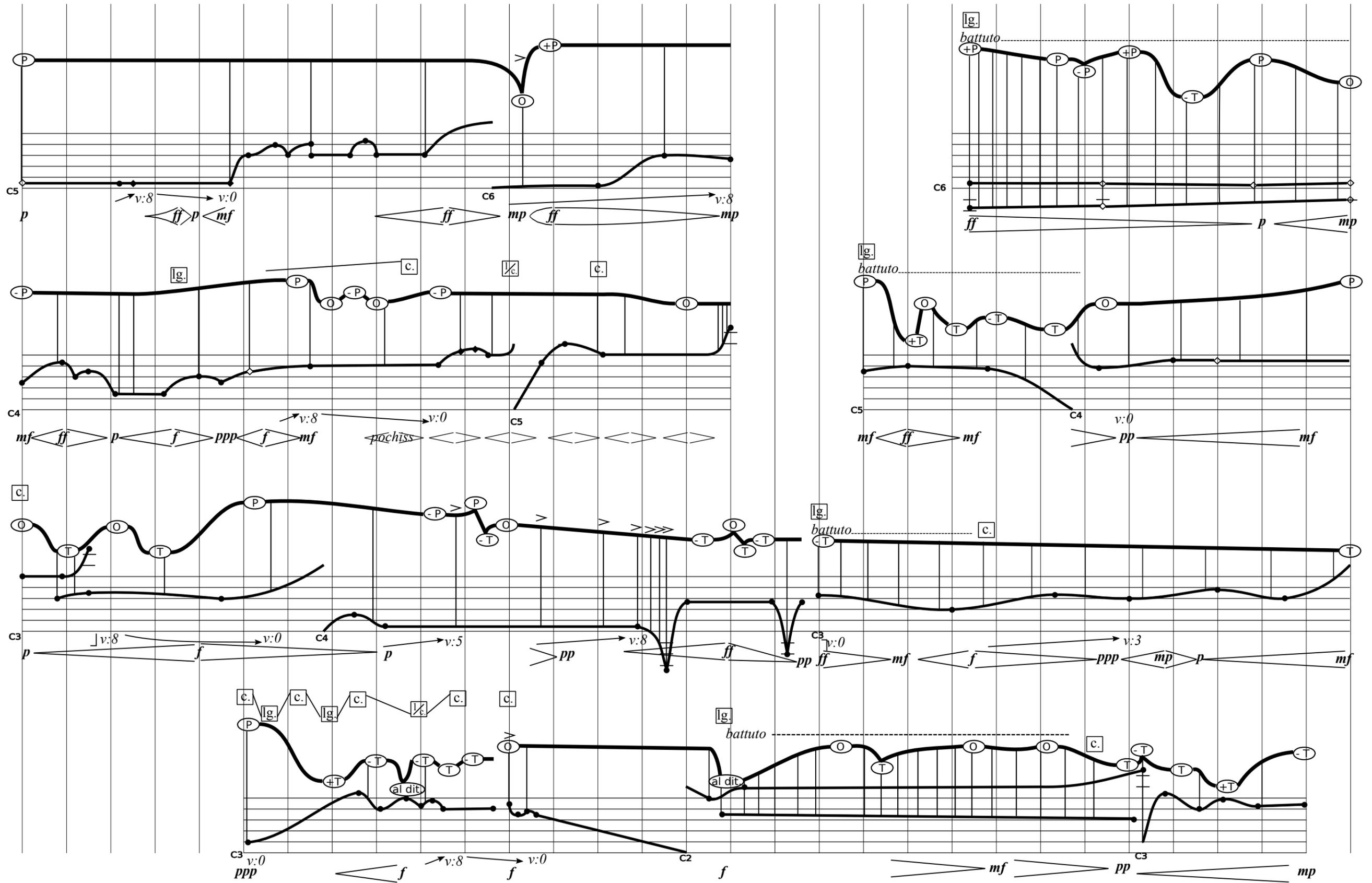
14'40''

14'45''

14'50''

14'55''

15'00''



15'00"

15'05"

15'10"

15'15"

15'20"

15'25"

15'30"

15'00" - 15'05" system. Vocal line with notes marked with 'c.' and 'T'. Piano accompaniment. Dynamics: mp, ff, fff. Marking: v:0.

15'05" - 15'10" system. Vocal line with notes marked with 'c.' and 'P'. Piano accompaniment. Dynamics: mf, f.

15'10" - 15'15" system. Vocal line with notes marked with 'T' and 'c.'. Piano accompaniment. Dynamics: mf, mp, f, ff, p. Markings: lg. c., al dit., v:0.

15'15" - 15'20" system. Vocal line with notes marked with 'T', 'c.', 'O', and 'P'. Piano accompaniment. Dynamics: mp, mf.

15'20" - 15'25" system. Vocal line with notes marked with 'c.', 'O', and 'T'. Piano accompaniment. Dynamics: fff, f, mp, mf. Marking: battuto...

15'25" - 15'30" system. Vocal line with notes marked with 'P' and 'v'. Piano accompaniment. Dynamics: f, fff. Marking: pizz.

15'30" - 15'35" system. Vocal line with notes marked with 'sop.P' and 'P'. Piano accompaniment. Dynamics: p, fff, mp. Marking: v:0.

15'35" - 15'40" system. Vocal line with notes marked with 'lg. battuto', 'sop.P', and 'T'. Piano accompaniment. Dynamics: fff, PPP.

15'40" - 15'45" system. Vocal line with notes marked with 'lg. battuto', 'sop.P', '+P', and 'P'. Piano accompaniment. Dynamics: fff, PPP. Marking: arco.

15'45" - 15'50" system. Vocal line with notes marked with 'arco', 'sop.P', 'O', and 'T'. Piano accompaniment. Dynamics: fff, ff, PPP. Marking: lg. battuto...

15'30"

15'35"

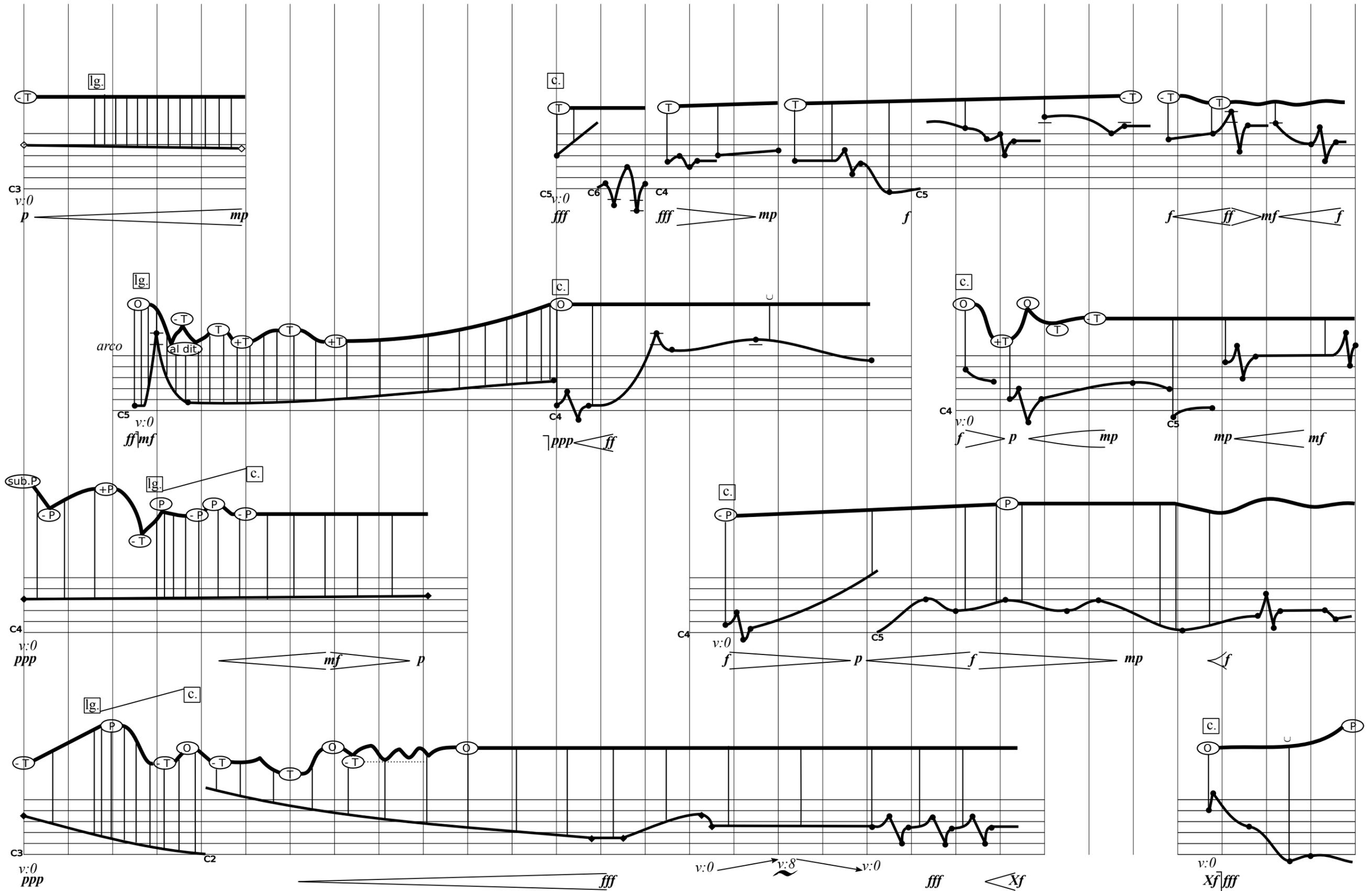
15'40"

15'45"

15'50"

15'55"

16'00"



16'30"

16'05"

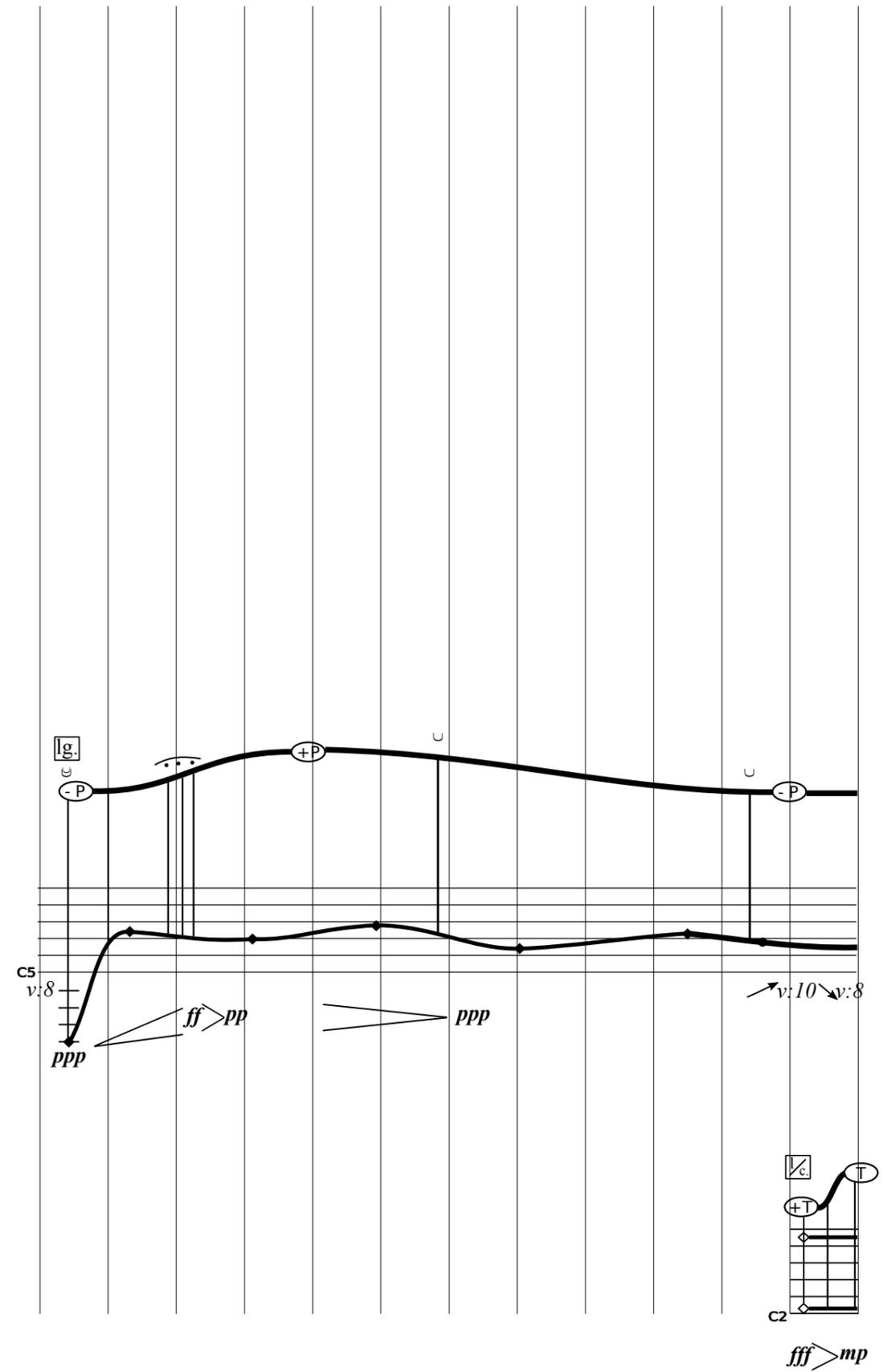
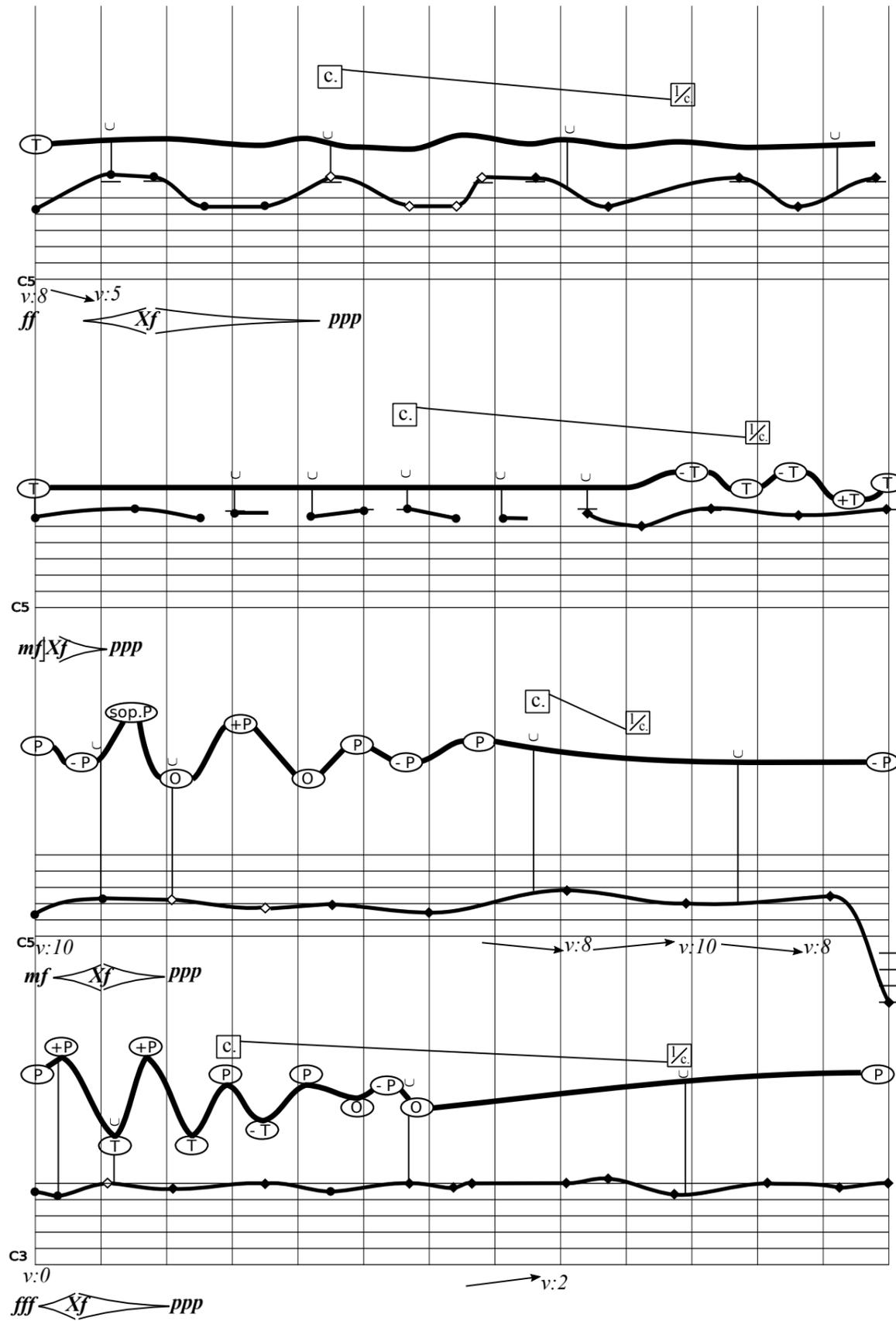
16'10"

16'15"

16'20"

16'25"

16'30"



16'30''

16'35''

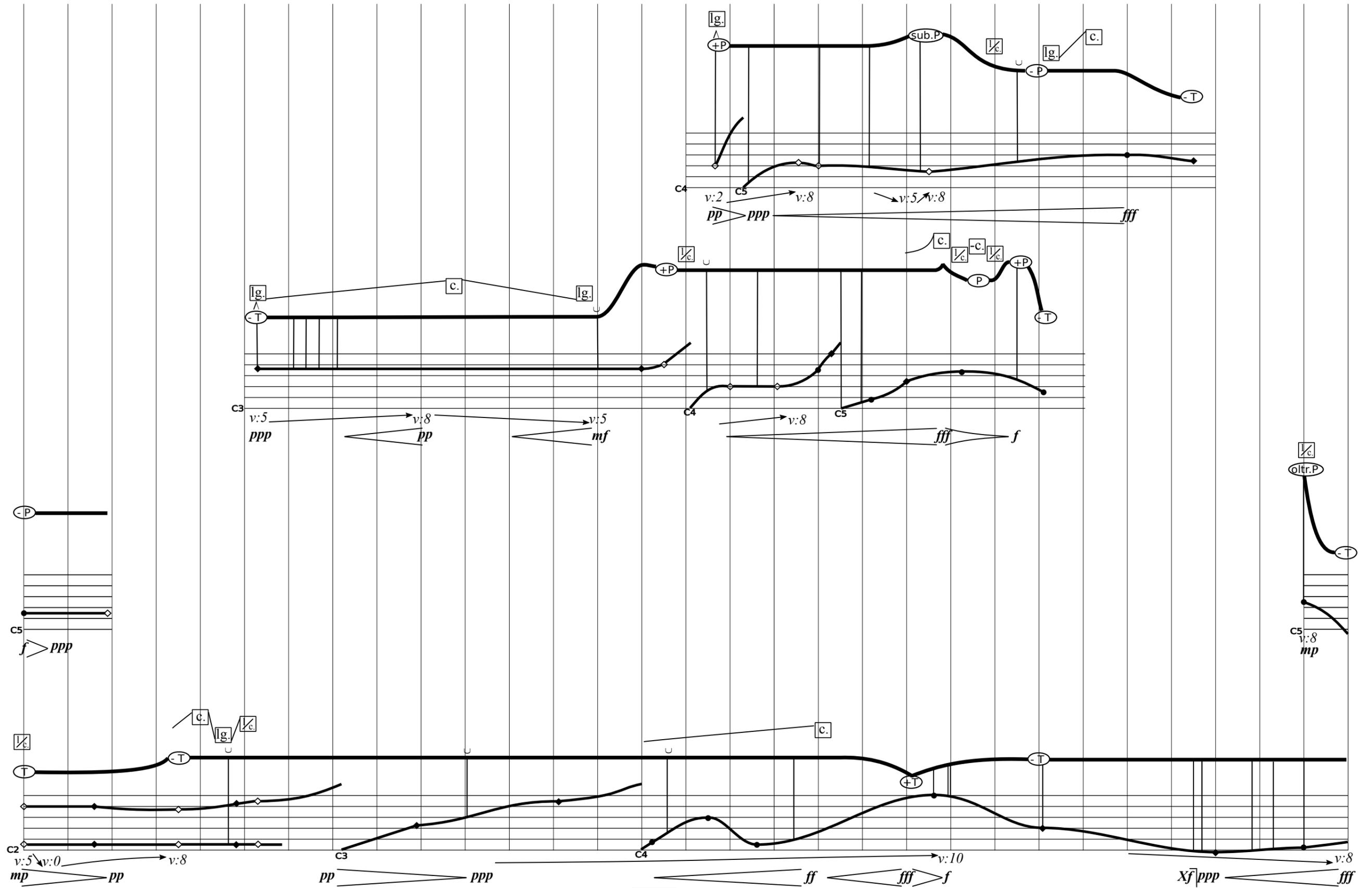
16'40''

16'45''

16'50''

16'55''

17'00''



17'00''

17'05''

17'10''

17'15''

17'20''

17'25''

18'00''

This musical score is for a string quartet, featuring four staves: Violin I (V), Violin II (II), Viola (V), and Cello/Double Bass (C). The score is marked with various performance instructions and dynamics throughout the piece.

Violin I (V): Starts at 17'00'' with a *mf* dynamic and *v:10* tempo. It features several *arco muy lento* passages. Dynamics range from *ppp* to *fff*. Performance markings include *c.*, *1/2c.*, *-P*, *+P*, and *oltr.P*.

Violin II (II): Starts at 17'00'' with a *fff* dynamic and *v:8* tempo. It includes *arco muy lento* sections. Dynamics range from *pp* to *fff*. Performance markings include *1/2c.*, *c.*, and *lg.*

Viola (V): Starts at 17'00'' with a *pp* dynamic and *v:8* tempo. It features *arco muy lento* passages. Dynamics range from *pp* to *fff*. Performance markings include *lg.*, *c.*, and *1/2c.*

Cello/Double Bass (C): Starts at 17'00'' with a *fff* dynamic and *v:8* tempo. It includes *arco muy lento* sections. Dynamics range from *ppp* to *mp*. Performance markings include *lg.*, *1/2c.*, and *c.*

Tempo and Dynamics: The score uses various tempo markings (*v:10*, *v:5*, *v:3*, *v:2*, *v:8*) and dynamic markings (*ppp*, *pp*, *mf*, *mp*, *f*, *ff*, *fff*) to guide the performer's interpretation.

17'30''

17'35''

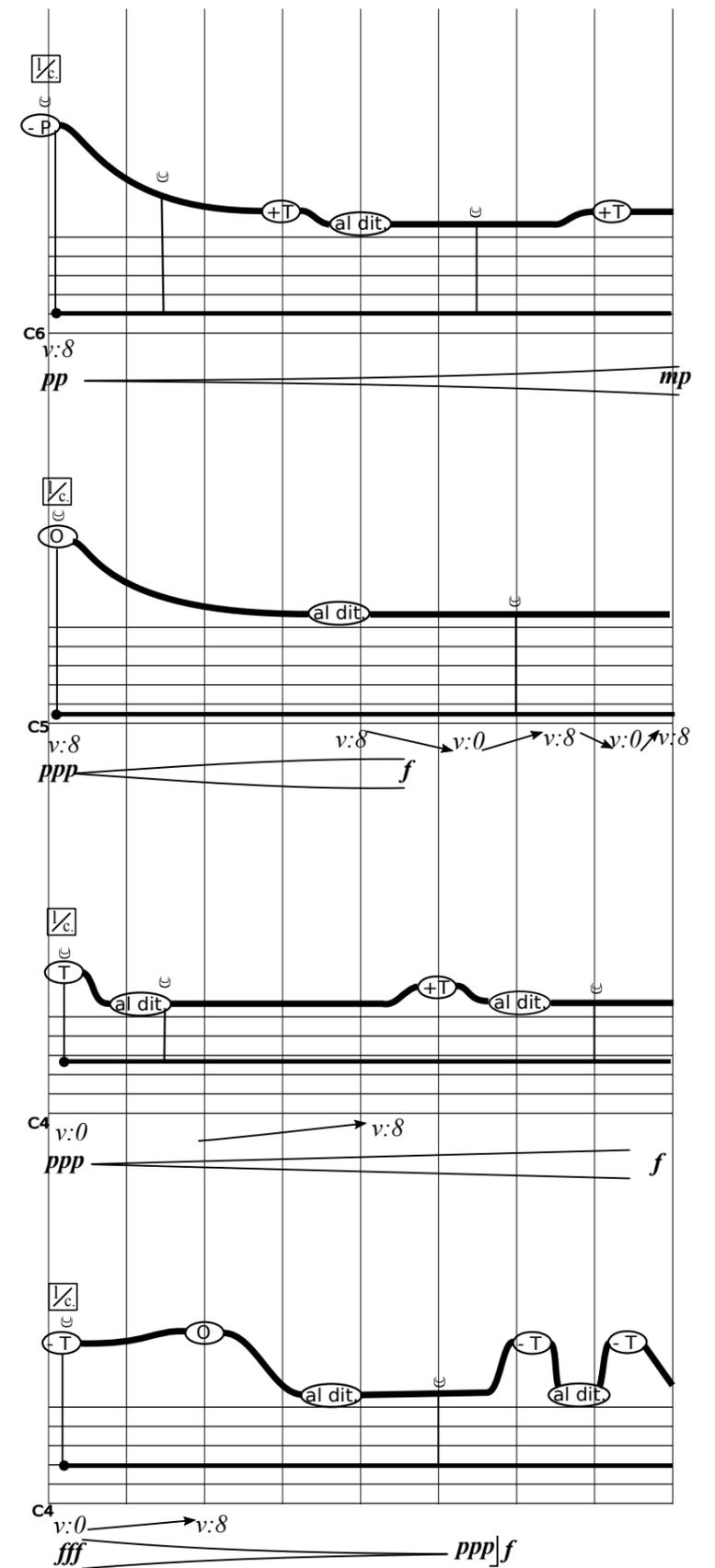
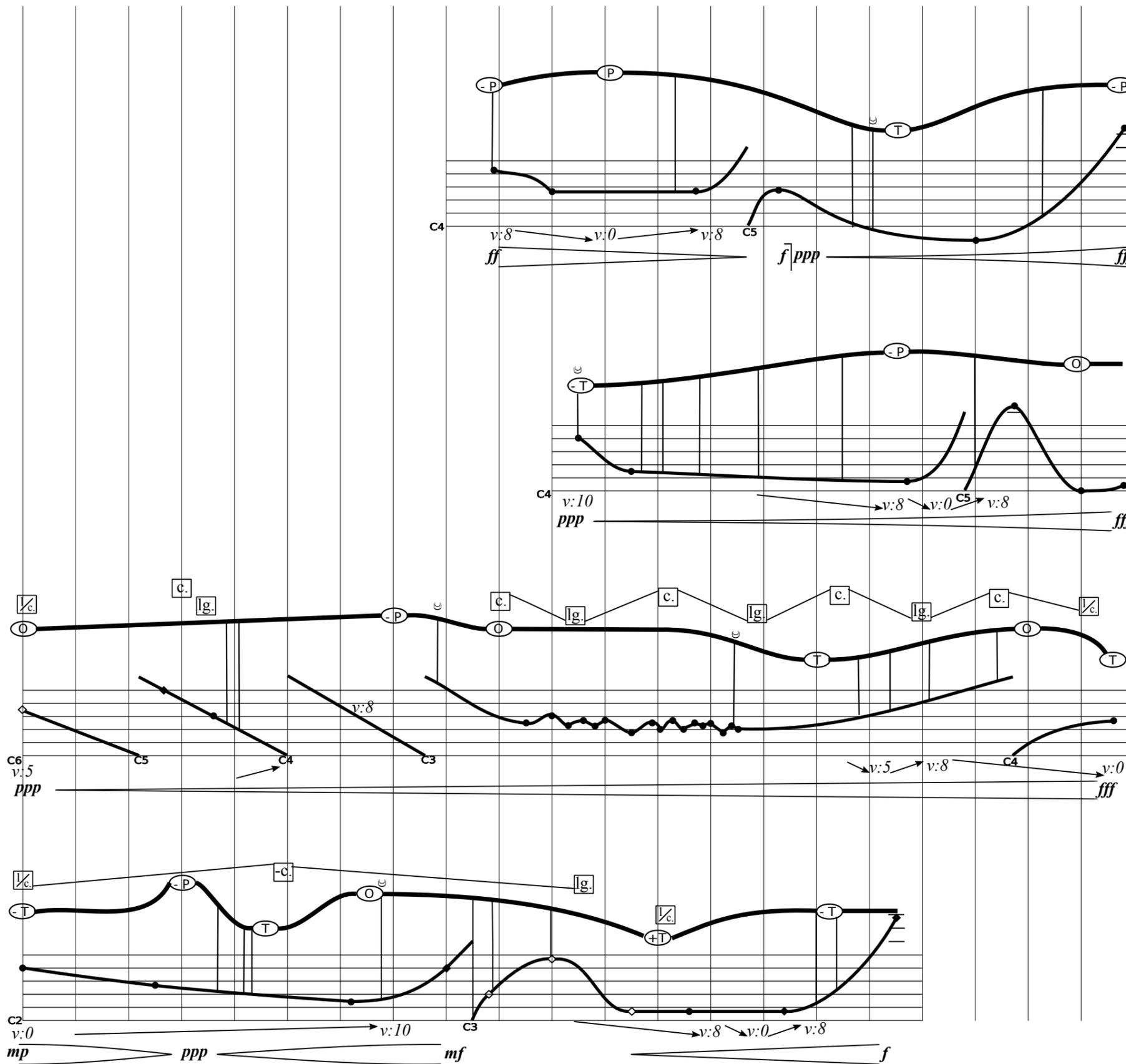
17'40''

17'45''

17'50''

17'55''

18'00''



18'00''

18'05''

18'10''

18'15''

18'20''

18'25''

19'00''

lg.
al dit.

C6
v:0
f < ff

lg.
al dit.

C5
v:0
ff

lg.
al dit.

C4
v:0
f < ff

lg.
al dit.

C4
v:0
f

C6
v:0
pp < p

C5
v:0
ppp < pp < ppp

C4
v:0
mf < ppp

C4
v:0
ppp < mp < ppp < ff < pp

v:10 | v:0

v:8 < v:3 < v:0

v:8

C.
oltr. P

v:0
mf < ff > mf

18'00"

18'05"

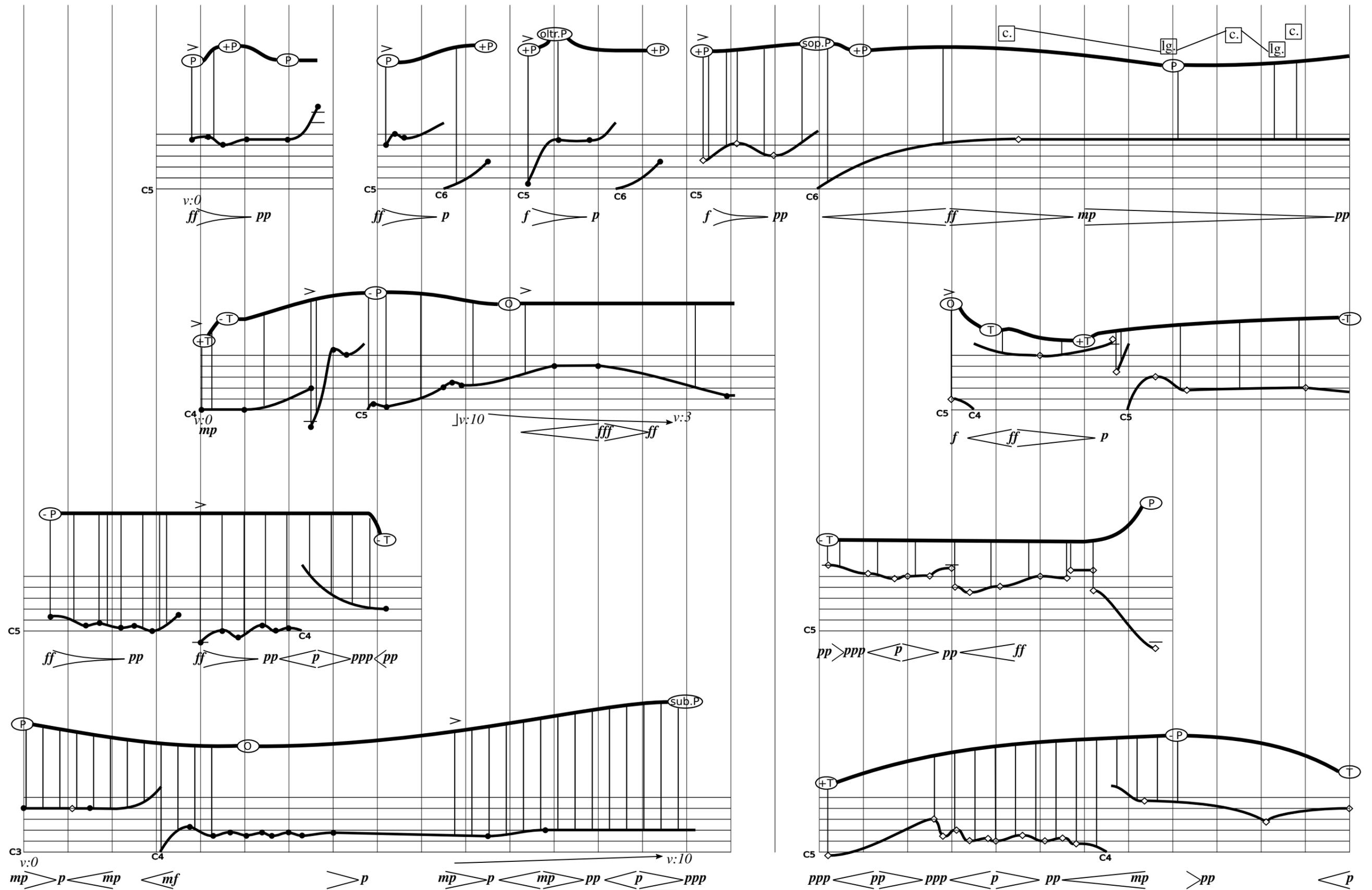
18'10"

18'15"

18'20"

18'25"

18'30"



19'00''

19'05''

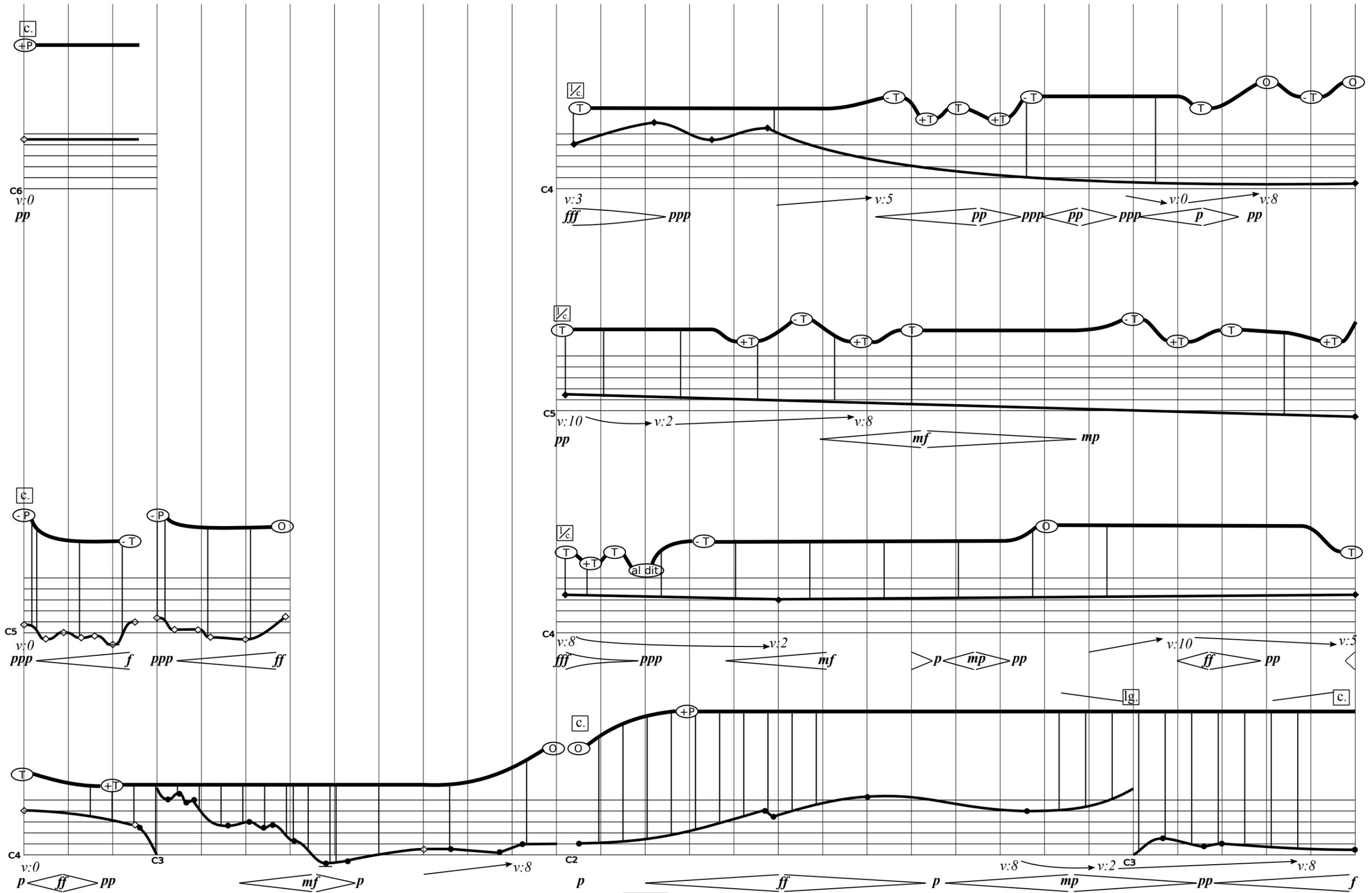
19'10''

19'15''

19'20''

19'25''

19'30''



19'30''

19'35''

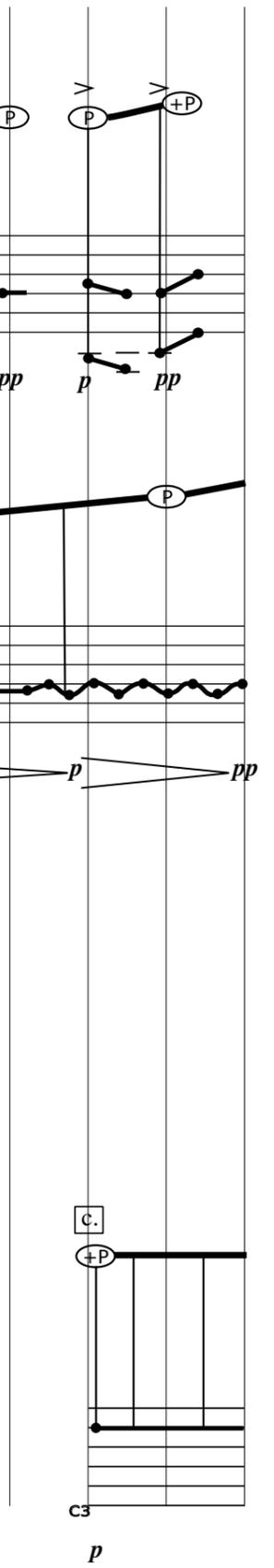
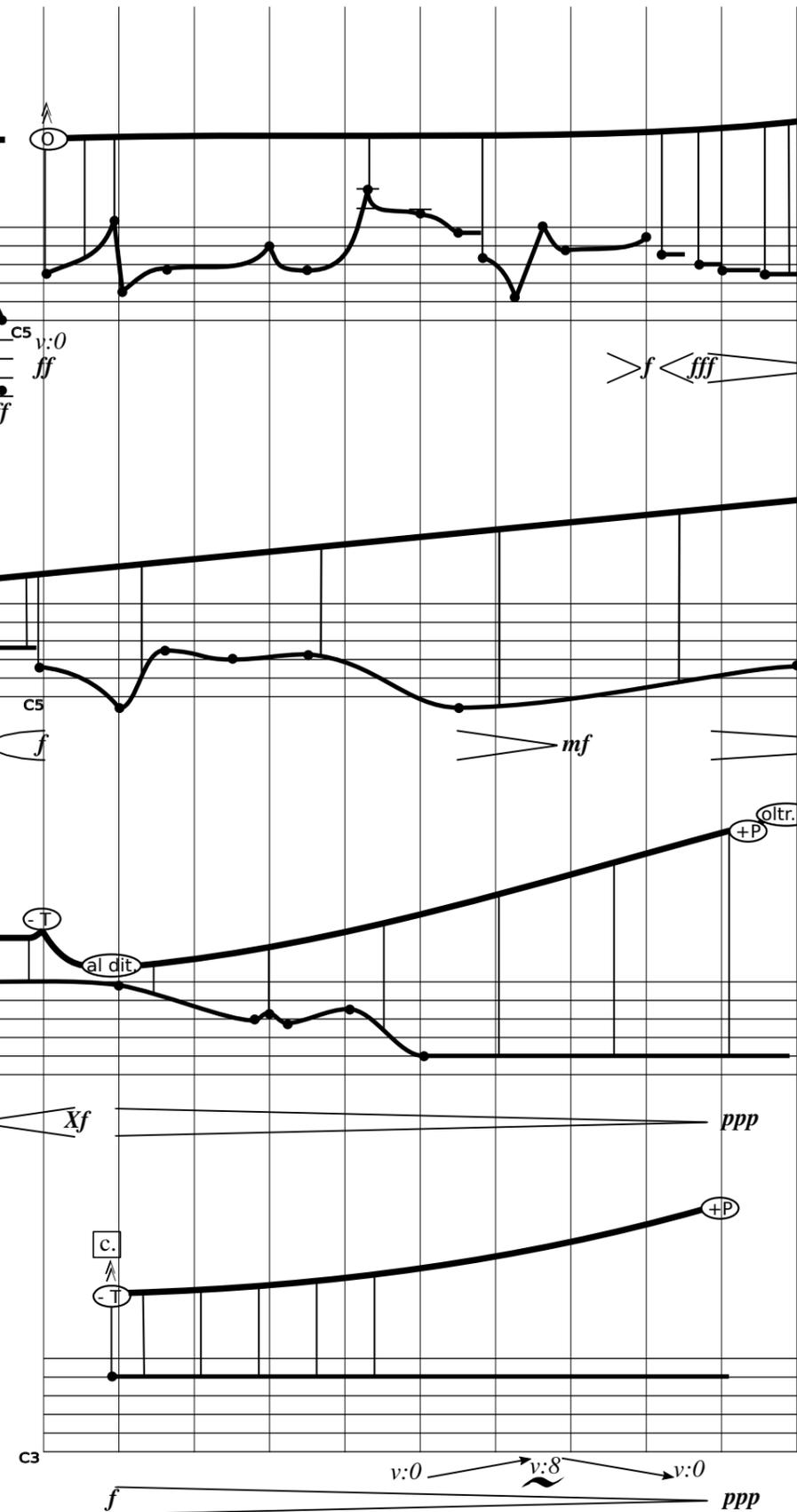
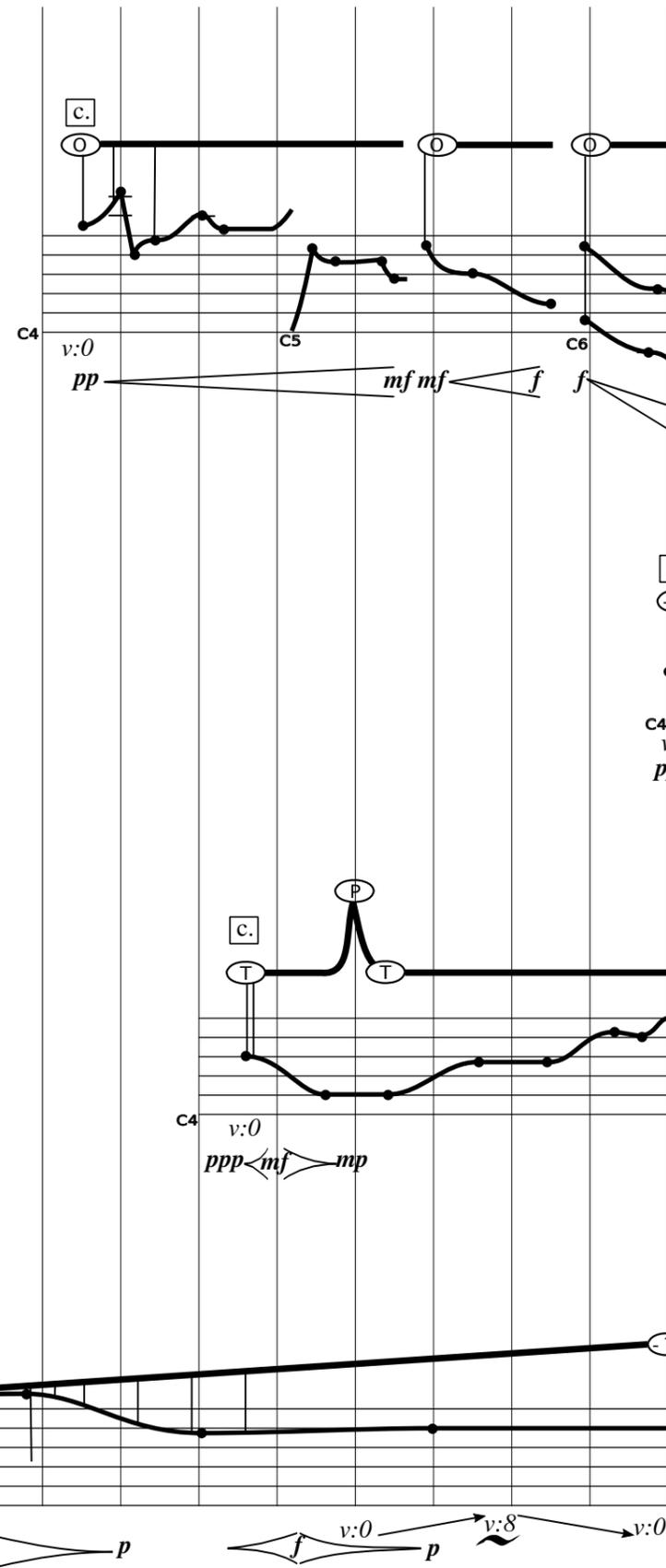
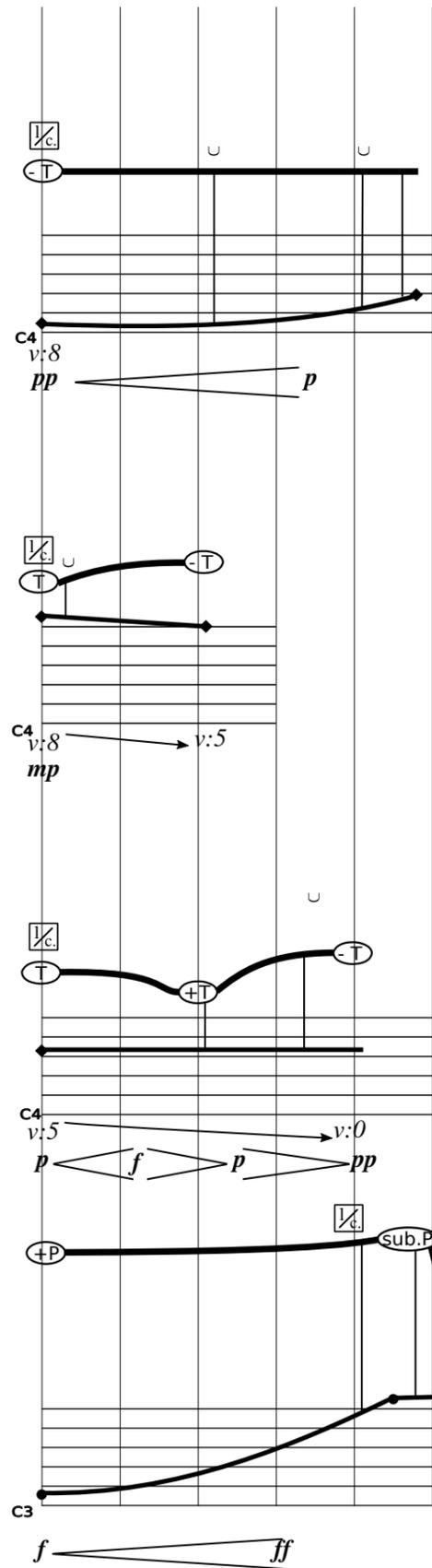
19'40''

19'45''

19'50''

19'55''

20'00''



*estas cuatro líneas son marcas de ritmo que no serían visibles entre la trayectoria de alturas y la trayectoria de color

20'30''

20'05

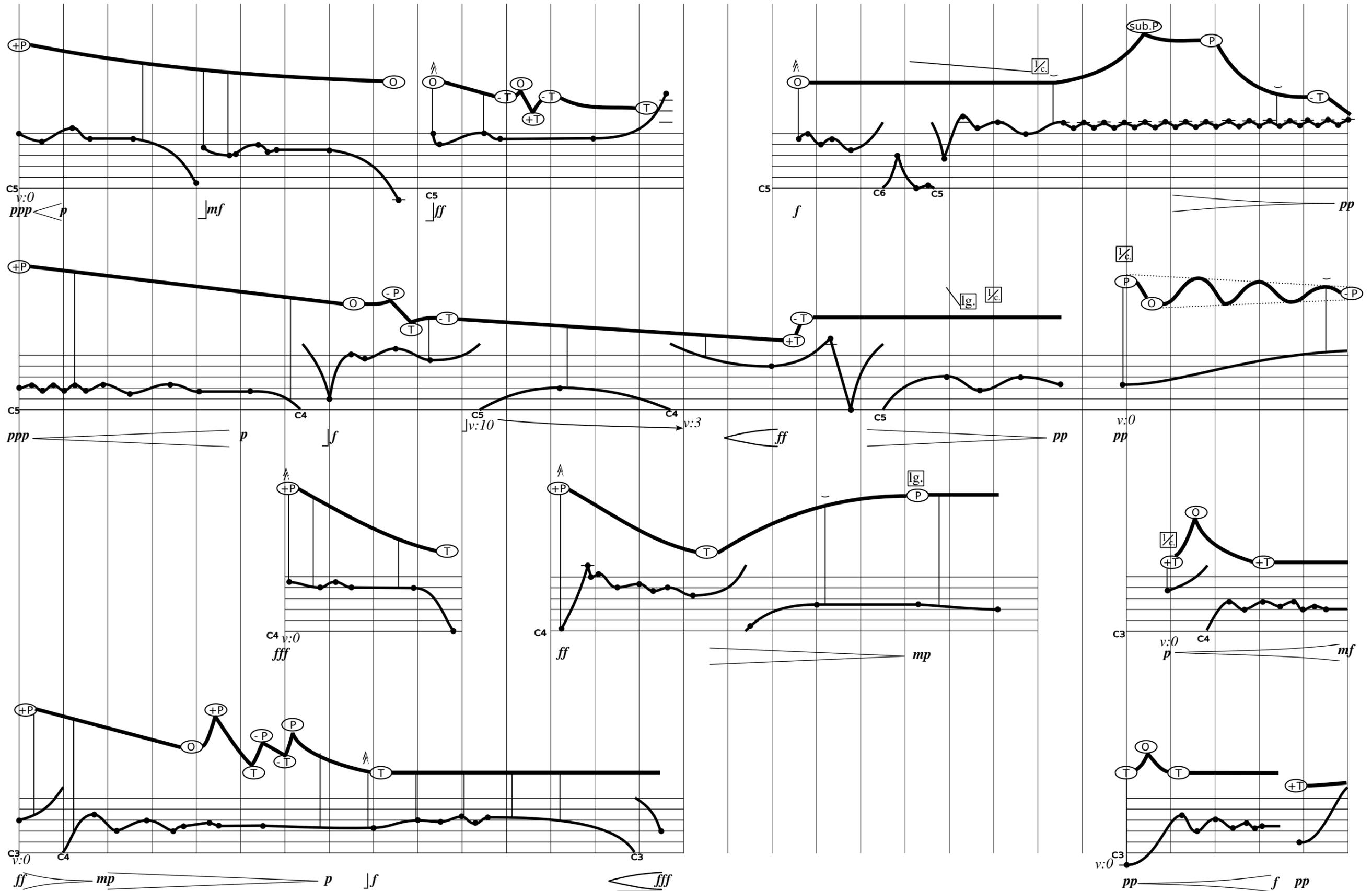
20'10''

20'15''

20'20''

20'25''

20'30''



20'30''

20'35''

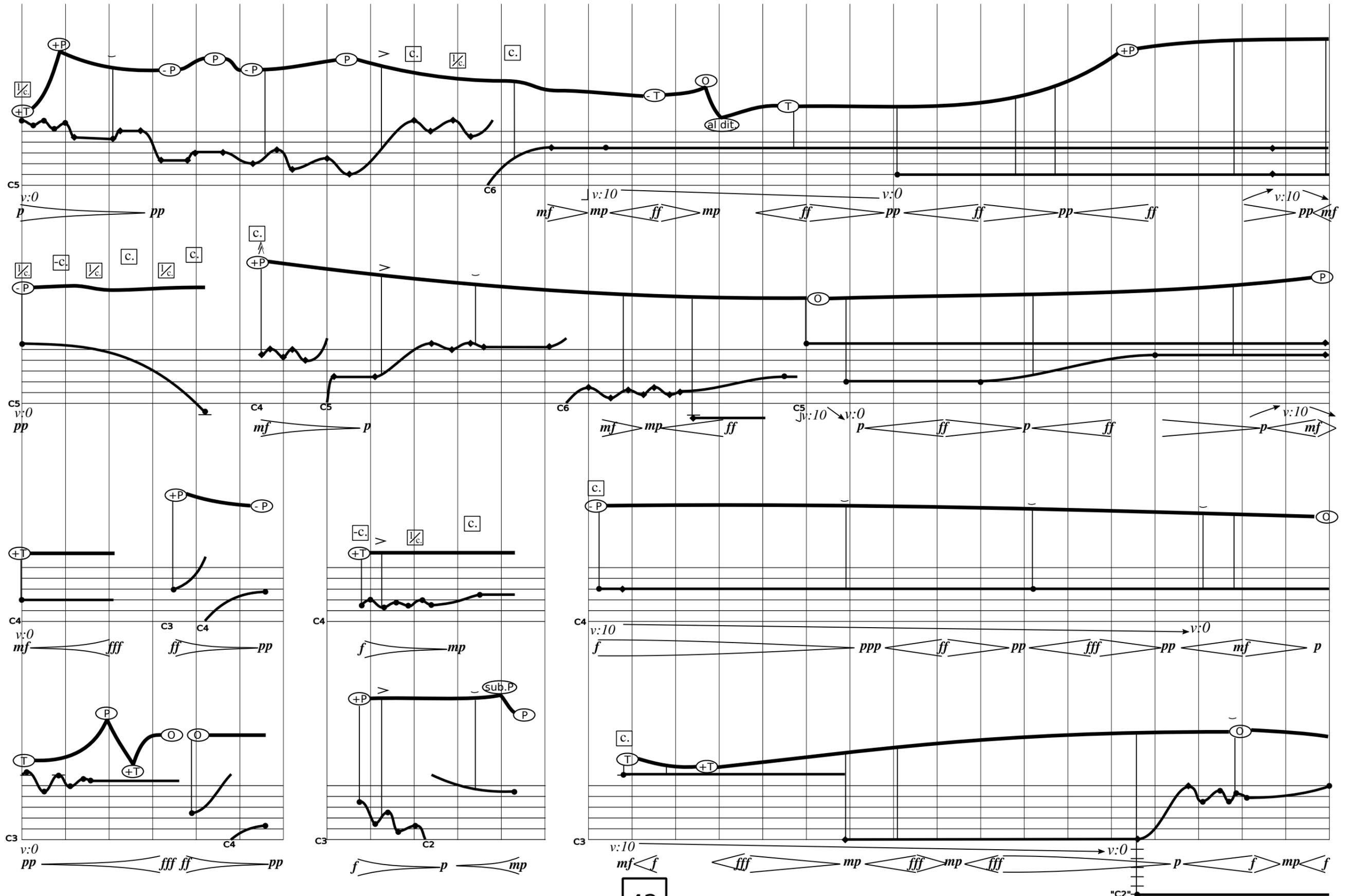
20'40''

20'45''

20'50''

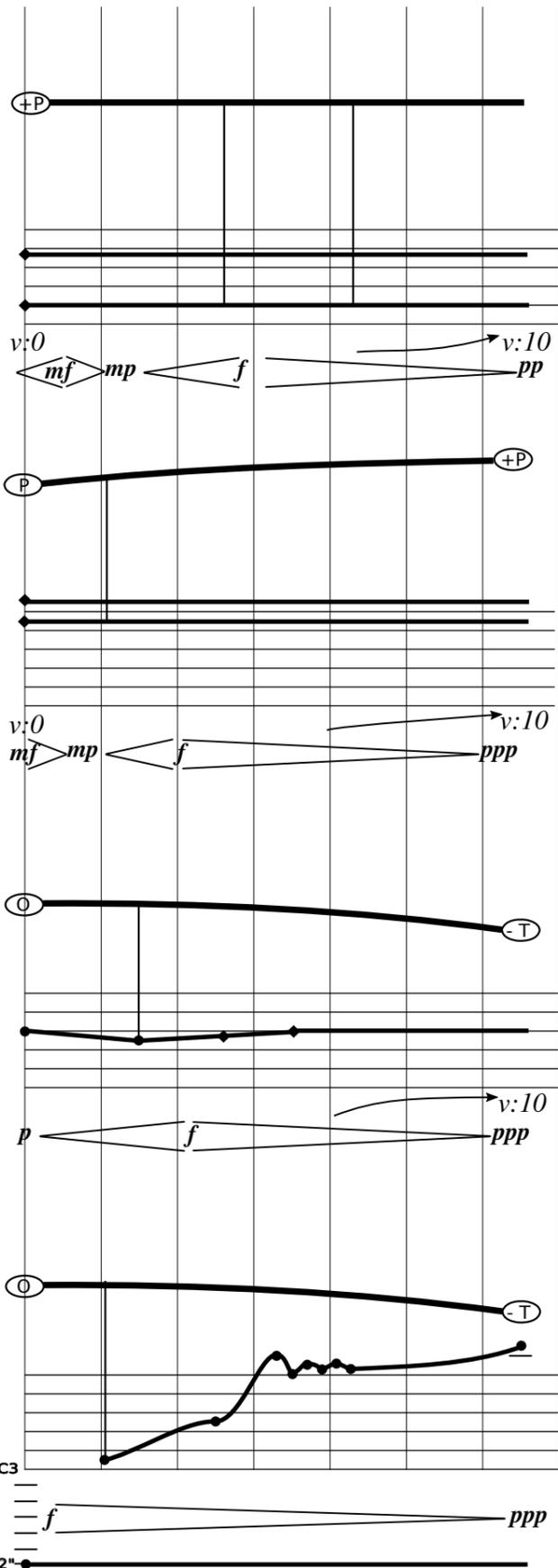
20'55''

21'00''



21'00''

21'05''

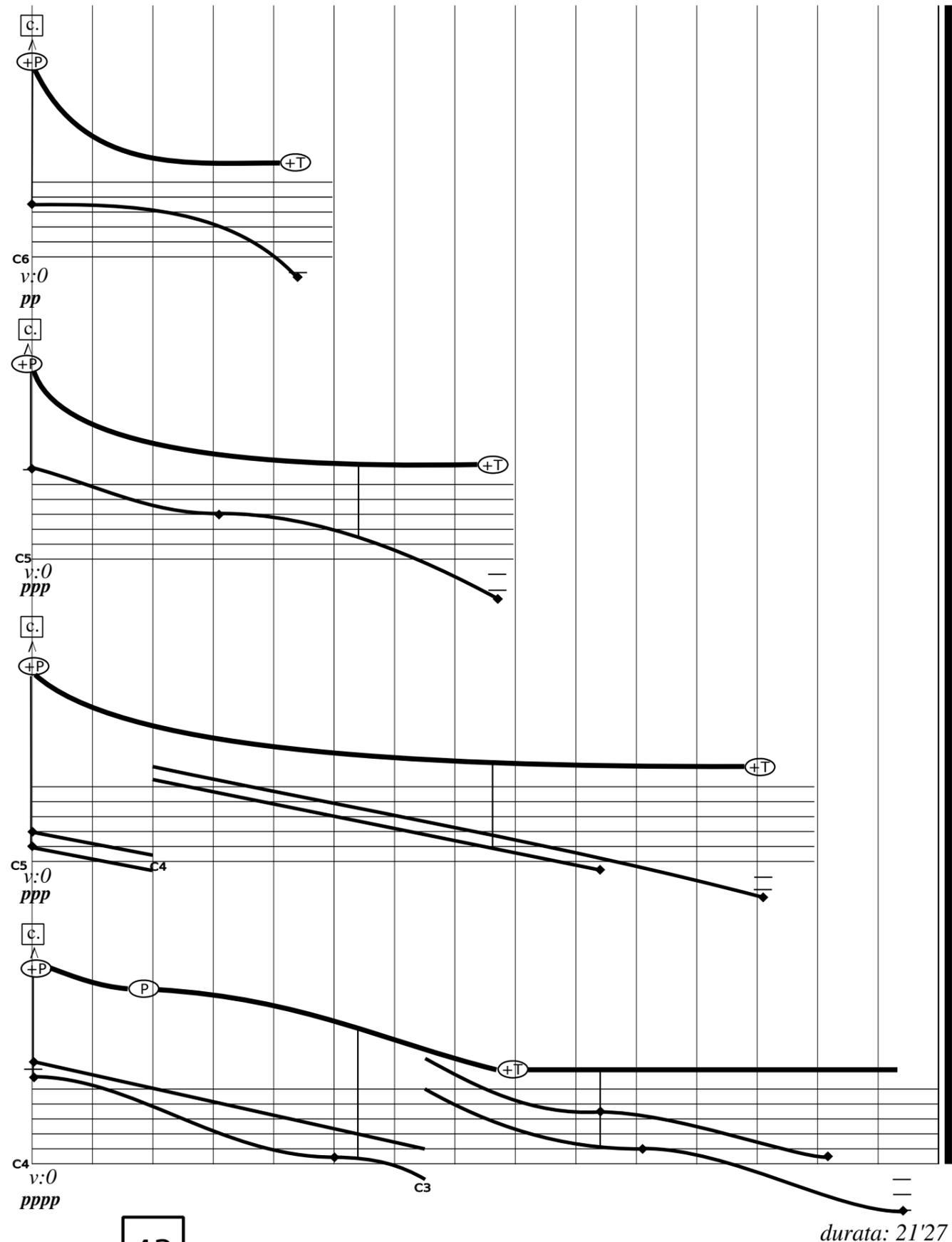


21'10''

21'15''

21'20''

21'25''



Fine