



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO



FACULTAD DE CIENCIAS

ESTIMACIÓN DEL PELIGRO
SÍSMICO VÍA TEORÍA DE VALORES
EXTREMOS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Actuaria

PRESENTA:

Aideé Flores Ramírez

Director de Tesis:

M. en C. Daniel Cervantes Filoteo

Ciudad Universitaria, CD.MX. 2021



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Índice general

Introducción	1
1. Sismología	3
1.1. Definiciones y Medición	3
1.1.1. ¿Qué son los sismos y cómo se originan?	3
1.1.2. ¿Cómo pueden detectarse los sismos?	5
1.2. Sismología del mundo	9
1.2.1. Sismología de México	10
1.2.2. Sismología de la Ciudad de México	13
1.3. Historia sísmica	15
1.3.1. Historia Sísmica de la Ciudad de México	15
2. Teoría de Valores Extremos	21
2.1. Motivación	21
2.2. Máximos por Bloque	23
2.2.1. Teorema de Fisher-Tippet, Gnedenko	24
2.2.2. Distribución de Valores Extremos Generalizada	25
2.2.3. Niveles y Periodos de Retorno	27
2.2.4. Estimación por Máxima Verosimilitud	35
2.3. Excesos sobre un Umbral	38
2.3.1. Distribución Pareto Generalizada	39
2.3.2. Teorema Pickands-Balkema-de Haan	40
2.3.3. Estimación por Máxima Verosimilitud	42
3. Riesgo Sísmico	45
3.1. Peligro Sísmico	46
3.1.1. Información a considerar	47
3.1.2. Métodos para el cálculo del peligro sísmico	58
3.2. Vulnerabilidad Sísmica	64
3.2.1. Clasificación de los métodos	66
3.2.2. Métodos para el cálculo de la vulnerabilidad sísmica	68

3.3. Estimación del Riesgo Sísmico	80
4. Estimación de las magnitudes	82
4.1. Estimación del Máximo Anual	82
4.2. Estimación de sismos mayores a 6	93
4.3. Resumen de resultados	103
Comentarios y Conclusiones	107
A. Cociente de Fourier	110
B. Proceso Poisson	112
C. Código	115
Referencias	120

Introducción

A lo largo de la historia han existido fenómenos naturales que representan un riesgo para los seres vivos, particularmente para los humanos, uno de estos eventos son los sismos. Durante varios siglos, éstos han sido la causa de diversos problemas, como son las pérdidas humanas y económicas. En México los sismos han afectado de manera considerable a la sociedad, debido a la localización geográfica del país y la interacción entre las placas tectónicas que se encuentran en él, o muy cerca de éste, la actividad sísmica es constante y en algunas ocasiones los sismos suelen ser sumamente destructivos, un ejemplo es el sismo de 1985. A pesar de que ya existían distintas investigaciones acerca del tema se pudo observar la falta de preparación por parte del gobierno y de la población en general ante la ocurrencia de un sismo y sobre todo las deficiencias de las construcciones, pues a causa de este sismo muchas de ellas se derrumbaron.

Este trabajo está enfocado en dar a conocer algunos de los métodos utilizados para realizar el cálculo del peligro sísmico, que es la probabilidad de ocurrencia de un sismo. Además se incluyen métodos para calcular la vulnerabilidad sísmica de alguna construcción, es decir, el grado de pérdida que puede llegar a tener una construcción ante la ocurrencia de un sismo, aunque no es el mismo cálculo para todas las construcciones, es una idea general del proceso que se debe realizar y se muestra como. La aplicación que se realizará es la estimación de las magnitudes de los sismos que ocurrieron desde el siglo pasado hasta junio del año en curso (2020), para la estimación se hará uso de la Teoría de Valores Extremos, por lo que solo serán considerados los sismos de magnitudes grandes. Para entrar un poco en contexto acerca del trabajo, en los siguientes párrafos, se describirá brevemente el contenido de cada capítulo.

En el primer capítulo se introduce el concepto de sismología y se definen los conceptos básicos que están relacionados con esta, además se describe de qué manera se generan los sismos, los tipos de sismos que existen, la forma de detectarlos y medirlos, y se mencionan las dos medidas principales para cuantificar los efectos de un sismo: la magnitud e intensidad. Posteriormente se habla un poco de la sismología del mundo, de México y de la Ciudad de México; en esta sección se mencionan las placas tectónicas que existen en el mundo y las que se encuentran en México, así como los tipos de sismos

que se generan en el país y las magnitudes que llegan a alcanzar. Por último se describe de qué manera se ha visto afectado el país y en particular la Ciudad de México a causa de los sismos de mayor magnitud del siglo pasado y este.

El segundo capítulo se basa en la teoría de Valores Extremos, primero se da una breve motivación acerca del análisis de los Valores Extremos, partiendo del Teorema Central del Límite, y después se describen dos métodos, el de Máximos por Bloque y el de Excesos sobre un Umbral. Para el método de Máximos por Bloque se menciona el Teorema de Fisher-Tippet-Gnedenko, así como la distribución de Valores Extremos Generalizada y se detalla la estimación de los parámetros de esta distribución. En el método de Excesos sobre un Umbral se menciona el Teorema Pickands-Balkema-de Haan y la distribución Pareto Generalizada, y de igual manera que en el método anterior, se detalla la estimación de los parámetros de la distribución Pareto Generalizada. Los teoremas, de los métodos antes mencionados, son básicos para el análisis de Valores Extremos.

En el tercer capítulo se desarrolla el cálculo del riesgo sísmico. El capítulo se divide en tres secciones: peligro sísmico, vulnerabilidad y el cálculo del riesgo sísmico. En las dos primeras secciones se describen los métodos existentes para el cálculo del peligro sísmico y la vulnerabilidad sísmica. Estas secciones representan las áreas que se deben considerar al calcular el riesgo sísmico: el *peligro sísmico* que representa la parte de la geología que nos ayuda a cuantificar los efectos de un sismo y la *vulnerabilidad* que representa la parte de la ingeniería que nos ayuda a ver la capacidad de resistencia que tiene algún elemento, por ejemplo: una población o una construcción. El riesgo sísmico hace uso de estas dos áreas y las combina para obtener una medida, generalmente económica, que permite ver que tanto riesgo existe en un lugar particular al momento de la ocurrencia de un sismo de una magnitud específica.

La aplicación se presentará en el capítulo 4, se realizará la estimación de las magnitudes de sismos ocurridos desde 1900 hasta 2020, haciendo uso de los métodos vistos en el capítulo 2. Con el primer método se estimarán los máximos sismos por bloque, se utilizarán bloques anuales y mensuales. Para la estimación de Excesos sobre un Umbral se utilizará un umbral de 6, es decir, se tomarán en cuenta los sismos de magnitud mayor a 6 grados, además se observará qué sucede si se modifica este umbral por un valor más pequeño. Para realizar las estimaciones se utilizará el programa R y las paqueterías *evir* y *extRemes*. En cada estimación se explicarán los resultados y las gráficas que arroja cada paquetería.

Capítulo 1

Sismología

La ocurrencia de los sismos a representado, a lo largo de los años, un riesgo para la vida de las personas, es por ello que es de gran importancia realizar estudios y proyectos que ayuden a prevenir o disminuir este riesgo. El objetivo de este capítulo es conocer un poco más acerca de los sismos; qué son, por qué ocurren, qué zonas se ven más afectadas y las razones principales.

Dentro del capítulo se dará una breve introducción a la sismología y se explicarán algunos de sus conceptos. Después se describirá la sismología del mundo y de México, se mencionarán las zonas donde se ha generado una gran cantidad de sismos y se explicarán algunos de los factores que hace que las Ciudad de México sea vulnerable ante los sismos. Para saber más de los acontecimientos históricos de la Ciudad de México, posteriores a un sismo, se hablará de los tres sismos que han causado mayor destrucción. Por último, se dará una breve reflexión del por qué es importante realizar estudios de peligro sísmico en el país, principalmente en la Ciudad de México.

1.1. Definiciones y Medición

1.1.1. ¿Qué son los sismos y cómo se originan?

La primer definición que nos gustaría enunciar es la de sismología. La sismología es la rama de la geología que estudia la ocurrencia de los sismos. A partir de esta definición surge la necesidad de explicar qué es un sismo. Un sismo es aquello que se origina después del deslizamiento o rompimiento repentino de las rocas al interior de la tierra, el lugar donde ocurre este desplazamiento es conocido como falla. La zona donde inicia la ruptura de la falla es el hipocentro, mientras que el epicentro es el punto que está encima del hipocentro y se localiza en la superficie de la tierra.

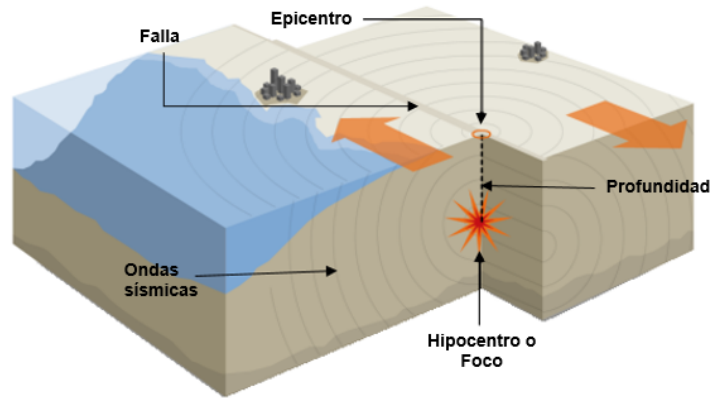


Figura 1.1: Falla, Epicentro e Hipocentro
Fuente: El Historiador.

Se sabe que la estructura interna de la tierra esta conformada por 4 capas: la corteza, el manto y el núcleo externo e interno. Entre el manto y la corteza existe una capa rígida llamada litósfera, la cual está compuesta por material que puede fracturarse al ejercer una fuerza sobre él. Las divisiones que se forman en la litósfera son llamadas placas tectónicas. Estas placas pueden desplazarse gracias a la astenósfera, pues está formada por material viscoso que puede deformarse Frisch, Meschede, y Ronald (2011). Este desplazamiento es causado por la liberación del calor interno de la tierra, es decir, el material caliente ubicado en el interior de la tierra sube mientras que el material frío baja al interior de la tierra. Como resultado del desplazamiento, los límites de las placas tectónicas llegan a atorarse (Figura 1.2), lo que provoca que se comience a acumular energía, cuando esta energía es liberada se produce un sismo y es propagada en forma de ondas a través del medio sólido de la tierra.

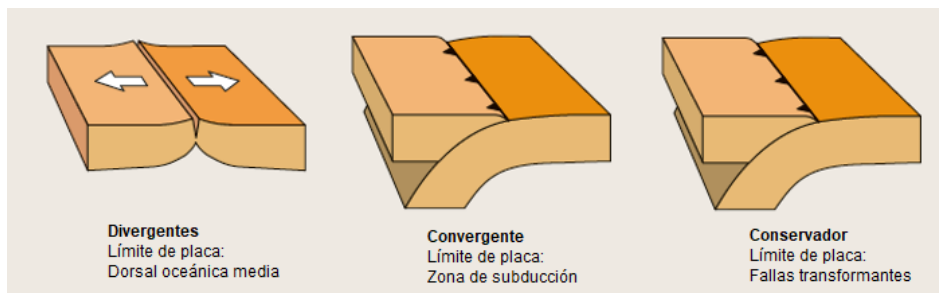


Figura 1.2: Límites de las placas
Fuente: Plate Tectonics, Frisch y cols. (2011) pag.7 Fig.1.4.

En la zona de subducción se pueden generar diferentes tipos de sismos, como se muestra en la Figura 1.3, los sismos interplaca y los intraplaca, además de estos dos existen otros pero su existencia dependerá de la zona en la que se encuentra la zona de subducción (Frisch y cols., 2011).

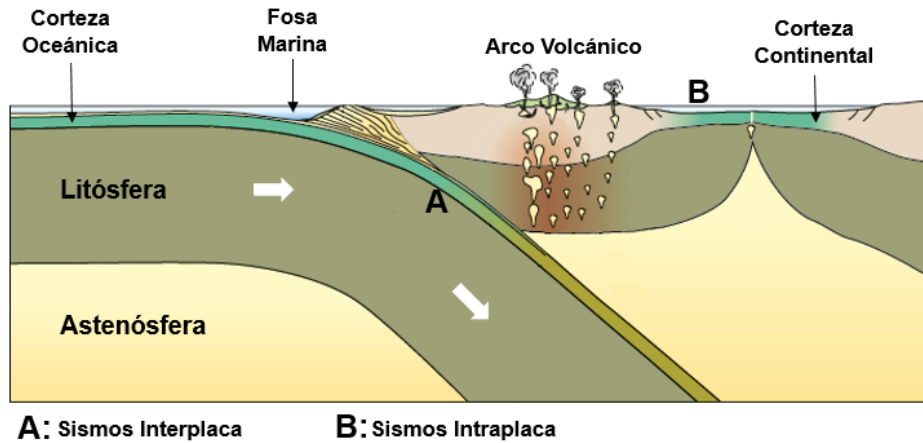


Figura 1.3: Zona de Subducción

Fuente: Plate Tectonics, Frisch y cols. (2011) pag.93 Fig.7.3.

Los sismos pueden ser generados por diferentes fuentes, existen los sismos artificiales, que son sismos generados por el hombre, y los sismos naturales. Dentro de los sismos naturales están los sismos tectónicos, de los cuales se habló anteriormente, los sismos volcánicos, que se producen por el desprendimiento del magma, y los sismos preliminares, también conocidos como réplicas que son consecuencias de un sismo fuerte. Información obtenida del Servicio Sismológico Nacional (SSN, 2020) y del Servicio Geológico de los Estados Unidos (USGS, 2020).

1.1.2. ¿Cómo pueden detectarse los sismos?

Los sismos pueden detectarse por medio de dos instrumentos: el sismógrafo y el acelerógrafo. Los sismógrafos detectan la velocidad de movimiento de la tierra, siendo extremadamente sensibles a ésta, logrando detectar movimientos pequeños. Por otro lado, los acelerógrafos detectan la aceleración del suelo, estos no son tan sensibles como los sismógrafos, por lo que sólo detectan movimientos fuertes.

Para catalogar los sismos se han establecido medidas que resumen la información recabada por el sismógrafo y el acelerógrafo, las cuales son: la magnitud y la intensidad, a continuación se describirán ambas medidas.

Como se menciona en la “Guía básica para la elaboración de atlas estatales y municipales de peligros y riesgos. Fenómenos Geológicos” (2006), la magnitud representa una valoración cuantitativa de la energía sísmica liberada. Se mide en una escala logarítmica de la siguiente forma: por cada aumento de unidad la energía liberada se incrementa por un factor 32 ($\approx \sqrt{1000}$), por ejemplo; un sismo de magnitud 7 es 32 veces más grande que un sismo de magnitud 6 y 1000 veces más grande que un sismo de magnitud 5.

Existen diferentes tipos de magnitudes (SSN, 2020):

- Magnitud local (M_L)

Esta magnitud es conocida como magnitud de Richter, denominada así en honor del sismólogo Estadounidense Charles F. Richter (1900-1985). Esta magnitud era utilizada para calcular sismos de California, posteriormente se adaptó para poder ser utilizada en diferentes partes del mundo, sin embargo, ya no es utilizada por ciertas limitaciones de los datos. ¹

- Magnitud de Coda (M_c)

Se obtiene a partir de la información del sismograma, que es el registro del movimiento del suelo obtenido por medio del sismógrafo y se basa en la duración del registro sísmico. La coda es la parte tardía de la señal de un sismograma, esta decrece monotónicamente conforme pasa el tiempo hasta que alcanza el nivel que tenía antes del sismo. La duración de la coda es proporcional al tamaño del sismo.

- Magnitud de ondas de cuerpo (M_B)

Para calcular este tipo de magnitudes se utiliza la amplitud máxima de las ondas de cuerpo con periodo de oscilación de 1 segundo. Puede utilizarse para calcular sismos de magnitudes menores o iguales a 6.8, ya que posterior a esta magnitud se satura.

- Magnitud de ondas superficiales (M_s)

Se calcula a partir de las amplitudes máximas de las ondas superficiales con periodos de oscilación de 18-22 segundos. De igual manera sufre saturación a partir de las magnitudes 8.3 y 8.7.

- Magnitud de momento (M_w)

Esta magnitud se calcula a partir del momento sísmico, que es una cantidad proporcional al tamaño de la falla geológica que se rompió y al deslizamiento que

¹Nota: Debido a que la magnitud local ya no es utilizada desde hace varios años es incorrecto decir, para cualquier otra magnitud, grados Richter, y aunque hoy en día algunas personas hacen referencia a los grados Richter no necesariamente significa que estén utilizando la magnitud local.

ocurra en la falla. Esta magnitud, a diferencia de la anteriores, no se satura, por lo que se podría decir que es la más robusta.

- Magnitud de Energía (M_e)

Es la cantidad proporcionada por la energía liberada por el sismo en forma de ondas sísmicas.

- Magnitud de Energía (M_E) y magnitud de amplitud (M_A) (para México)

Estas magnitudes son utilizadas en México para los sismos con magnitud mayor a 4.5 y que tienen epicentro en las costas de Guerrero. La magnitud de energía se calcula de igual manera que la magnitud anterior, mientras que la magnitud de amplitud se basa en la amplitud máxima observada en el registro de la estación sismológica de Ciudad Universitaria (UNAM).

La intensidad de un sismo se basa en los efectos provocados por éste, es decir, el daño que causó, por ejemplo; el efecto de un sismo sobre las edificaciones e infraestructura, o lo que provocó en el terreno y el medio ambiente. Se mide a través de la escala de Mercalli, nombrada así por el físico italiano Giuseppe Mercalli. Consta de 12 grados de intensidad y esta denotado por números romanos. A continuación se presenta la descripción de cada grado de intensidad (SGM, 2017a).

Escala de Mercalli Modificada (H. O. Wood y F. Neuman, 1931)

- I Sacudida sentida por muy pocas personas en condiciones especialmente favorables.
- II Sacudida sentida sólo por pocas personas en reposo, especialmente en los pisos altos de los edificios. Los objetos suspendidos pueden oscilar.
- III Se percibe claramente en los interiores, especialmente en los pisos altos de los edificios, muchas personas pueden no asociarlo con un temblor, se puede pensar que la vibración es originada por el paso de un vehículo pesado. Los vehículos de motor estacionados pueden moverse ligeramente.
- IV Sacudida sentida durante el día por muchas personas en los interiores, por pocas en el exterior. Por la noche algunas despiertan. Vibración de vajillas, vidrios de ventanas y puertas; los muros crujen. Los vehículos de motor estacionados se balancean claramente.
- V Sacudida sentida casi por todas las personas, si es de noche muchas de ellas despiertan. Algunas piezas de vajillas y vidrios de ventanas se rompen; pocos casos de agrietamiento de aplanados; caen objetos inestables. Se observan perturbaciones en los árboles, postes y otros objetos altos. Se detienen relojes de péndulo.

- VI Sacudida sentida por todas las personas; se siente inseguridad al caminar. Algunos muebles pesados cambian de sitio; pocos ejemplos de caída de aplanados. Daños ligeros.
- VII Advertido por todos. Daños sin importancia en edificios de buen diseño y construcción. Daños ligeros en estructuras ordinarias bien construidas; daños considerables en las débiles o mal planeadas; ruptura de algunas chimeneas. Se percibe en automóviles en marcha.
- VIII Daños ligeros en estructuras de diseño especialmente bueno; considerable en edificios ordinarios con derrumbe parcial; grande en estructuras débilmente construidas. Caída de chimeneas, pilas de productos en los almacenes de las fábricas, columnas, monumentos y muros. Los muebles pesados se vuelcan. Se hace inseguro y difícil el manejo de vehículos.
- IX Daño considerable en las estructuras de diseño bueno; las armaduras de las estructuras bien planeadas se desploman; grandes daños en los edificios sólidos, con derrumbe parcial. Los edificios salen de sus cimientos. El terreno se agrieta notablemente. Las tuberías subterráneas se rompen.
- X Destrucción de algunas estructuras de madera bien construidas; la mayor parte de las estructuras de mampostería y armaduras se destruyen con todo y cimientos; agrietamiento considerable del terreno. Las vías del ferrocarril se deforman. Considerables deslizamientos en las márgenes de los ríos y pendientes fuertes.
- XI Casi ninguna estructura de mampostería queda en pie. Puentes destruidos. Grietas grandes en el terreno. Las tuberías subterráneas quedan fuera de servicio. Hundimientos y derrumbes en terreno suave. Gran torsión de vías férreas.
- XII Destrucción total. Se desplazan grandes masas de rocas. Los objetos son lanzados al aire.

En la Figura 1.4 se presenta un cuadro resumido de los grados de intensidad de un sismo, en él se puede observar que la intensidad va a depender de distintas variables, por ejemplo; la aceleración y velocidad del pico, además de la percepción del sismo en una zona específica.

MOVIMIENTO PERCIBIDO	NO SE SENTIO	DEBIL	LIGERO	MODERADO	FUERTE	MUY FUERTE	GRAVE	VIOLENTO	EXTREMO
DAÑO POTENCIAL	NADA	NADA	NADA	MUY LIGERO	LIGERO	MODERADO	MODER. FUERTE	FUERTE	MUY FUERTE
ACELERACIÓN DEL PICO (%g)	< 0.05	0.3	2.8	6.2	12	22	40	75	> 139
VELOCIDAD DEL PICO (cm/s)	< 0.02	0.1	1.4	4.7	9.6	20	41	86	> 178
INTENSIDAD INSTRUMENTAL	I	II-III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X+

Figura 1.4: Grados de Intensidad de un sismo
Servicio Geológico de los Estados Unidos (USGS, 2020)

Como se puede ver en la Figura 1.5 las ondas sísmicas se atenúan dependiendo de la distancia y de las características del terreno por el cual se propaga, por lo que la intensidad cerca del epicentro del sismo será mayor que la intensidad de un lugar más lejano a este. En el capítulo 2 se describirá el cálculo de la atenuación.

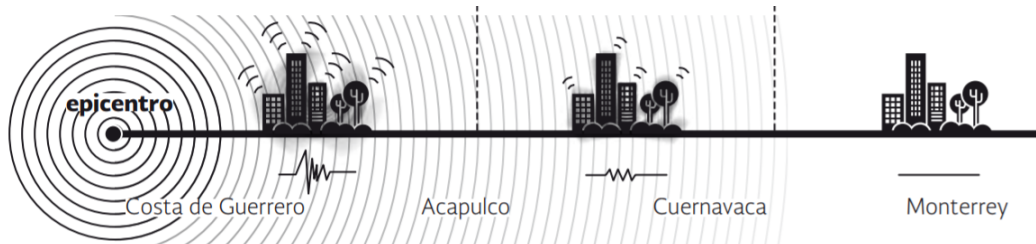


Figura 1.5: Atenuación de la Intensidad.
Fuente: Semáforo Sísmico Escala de Intensidades (CENAPRED, 2019)

1.2. Sismología del mundo

Se había mencionado anteriormente que los sismos son consecuencia del movimiento de las placas tectónicas, estas placas tectónicas se encuentran por todo el mundo, por lo que los sismos no se generan en un único sitio. Actualmente se conocen 58 placas tectónicas en el mundo, las placas principales y de mayor tamaño son la placa Norteamericana, la Sudamericana, la del Pacífico, la Africana, la Euroasiática, la Australiana y la Antártica; las de tamaño mediano son la placa Caribeña, la de Cocos, la de Nazca, la Arábiga, la Filipina, la Escocesa y la de Juan de Fuca (Frisch y cols., 2011). En la Figura 1.6 se puede apreciar la distribución de las placas tectónicas en el mundo.



Figura 1.6: Placas Tectónicas del Mundo.

Fuente: Seismicknowledge, Johan Antonio Pin Molina, 01 Agosto 2018

Existe un área que registra una alta actividad sísmica y volcánica, esta zona es conocida como el Cinturón Circumpacífico o Cinturón de Fuego, en la Figura 1.6 el Cinturón de Fuego esta representado por la línea de color rojo. El Cinturón de Fuego se extiende de tal forma que rodea el Océano Pacífico, desde Nueva Zelanda hasta la costa Oeste de Sudamérica (Frisch y cols., 2011).

1.2.1. Sismología de México

Para conocer un poco más acerca de la sismología de México es necesario saber qué placas tectónicas interactúan en el territorio Mexicano o cerca de éste, y de qué manera interactúan entre ellas. Existen 5 placas tectónicas en México, las cuales son: la Placa de Pacífico, del Caribe, la Norteamericana, la de Rivera y la de Cocos (Figura 1.7).

De acuerdo con el Servicio Sismológico Nacional (SSN, 2020) la magnitud que se reporta al ocurrir un sismo es la Magnitud de Coda (M_c) para sismos de magnitud menor a 4.5 y para los sismos que presenten magnitudes mayores que 4.5 se utiliza la Magnitud de Energía (M_E) y magnitud de amplitud (M_A), o la Magnitud de Momentos (M_w), las primeras dos serán utilizadas cuando el epicentro se encuentre en Guerrero.

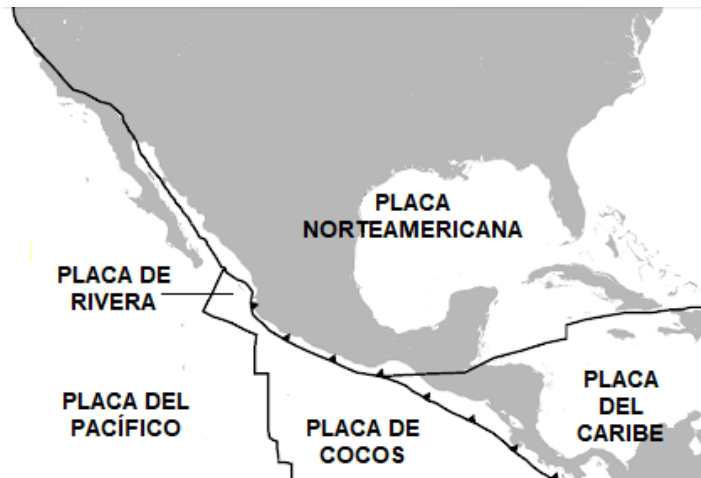


Figura 1.7: Placas Tectónicas de México.

Fuente: Foto: Shutterstock Diseño: Barbara Castrejón, DGDC-UNAM

En México la sismicidad de gran magnitud ($M_w > 7.0$) se produce principalmente por la subducción de las dos últimas placas, Rivera y Cocos, esto quiere decir que se sumergen debajo de la placa Norteamericana. La placa de Rivera se sumerge en los estados de Jalisco y Colima (2.5 cm/año) y la placa de Cocos bajo Michoacán, Guerrero, Oaxaca y Chiapas (7 cm/año), y al sur de Chiapas y Centroamérica se sumerge debajo de la placa del Caribe (Molina Sánchez, 2008), estos desplazamientos los podemos ver en la Figura 1.8.



Figura 1.8: Desplazamiento de las placas tectónicas de México

Fuente: (“Guía básica para la elaboración de atlas estatales y municipales de peligros y riesgos. Fenómenos Geológicos”, 2006)

Los sismos de profundidad intermedia también son conocidos por generar temblores fuertes, sin embargo, son poco comunes y menos frecuentes que los sismos de subducción. Al igual que los sismos de profundidad intermedia los sismos superficiales o intraplaca son poco frecuentes, estos ocurren dentro de la placa continental produciendo temblores con magnitudes menores o iguales a 7.

Según el Manual de Diseño de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad (CFE, 2008), México está dividido en 4 zonas sísmicas (Figura 1.9), estas zonas son:

- Zona A: Zona verde (Figura 1.9), donde no se tiene registro histórico de sismos desde hace 80 años.
- Zona B y C: Zonas amarillas (Figura 1.9), en las que los registros de sismos son poco frecuentes.
- Zona D: Zona naranja (Figura 1.9), donde históricamente se han reportado sismos de gran magnitud y su ocurrencia es frecuente.

Además, se puede clasificar el terreno en 3 tipos: Región Sísmica (Edo. México, Michoacán, Guerrero, Morelos, Oaxaca, Sur de Veracruz, Chiapas, Jalisco, Puebla y CDMX), Región Penisísmica (Sonora, Sinaloa, Nayarit, Durango y centro de Veracruz) y Región Asísmica (Península de Baja California y Yucatán).



Figura 1.9: Regionalización de México

Fuente: CFE Comisión Federal de Electricidad, México, 2008. Manual de Diseño de Obras Civiles (Diseño por Sismo)

Este tipo de clasificación ayuda a que se tenga un panorama amplio del comportamiento de la sismología en la República Mexicana, sin embargo, no es útil para el cálculo del peligro sísmico que será definido en el siguiente capítulo, pues se sabe que las fuerzas sísmicas varían dentro del territorio Mexicano y este tipo de clasificación llega a fallar dependiendo de las circunstancias.

1.2.2. Sismología de la Ciudad de México

La Ciudad de México se encuentra dentro del Valle de México, que es una cuenca cerrada que estuvo almacenando agua durante varios años, agua que es producto de las intensas lluvias anuales, y que tuvo como resultado la formación de los lagos de Texcoco, Xochimilco, Zumpango, Xaltocan y Chalco.

Con el aumento de la población fue creciendo la demanda de agua, por lo que se fue consumiendo poco a poco de los mantos acuíferos que se encontraban por debajo de la ciudad, provocando el hundimiento del terreno. Esto llega a ser un problema pues los cimientos se ven afectados por el cambio del terreno y cuando ocurre un sismo el edificio se daña o en el peor de los casos se derrumba. En la Figura 1.10 se puede apreciar como estaban los Lagos antes, delimitado por el contorno morado, y como están ahora, que son las zonas de color azul.

Si se toman en cuenta las zonas de los lagos se puede realizar una zonificación del Valle de México de la siguiente manera (SGM, 2017b):

- Zona 1 (Firme o De Lomas): Localizada en las partes más altas de la cuenca del valle, esta formada por suelos de alta resistencia y poco compresibles.
- Zona 2 (De Transición): Presenta características intermedias entre las zonas 1 y 3.
- Zona 3 (De Lago): Localizada en las regiones donde antiguamente se encontraban los lagos de Texcoco y Xochimilco. El tipo de suelo consiste en depósitos lacustres muy blandos y compresibles con altos contenidos de agua, esta zona favorece la amplificación de las ondas sísmicas.

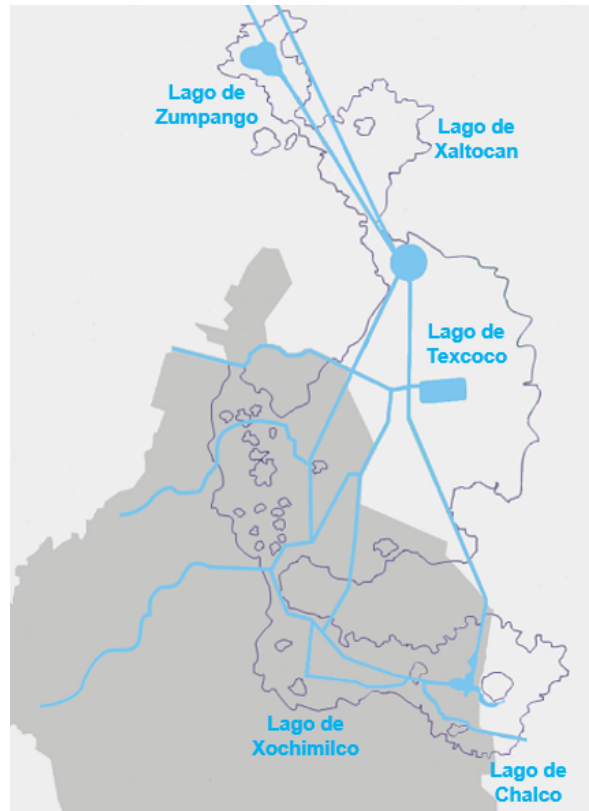


Figura 1.10: El Valle de México y la delimitación de los lagos.

Fuente: Ríos del planeta, 16 Enero 2020

Se pueden clasificar las fuentes sísmicas, que afectan a la Ciudad de México, en cuatro:

- Temblores locales : $M_w \leq 5.5$ originados adentro o cerca de la cuenca.
- Temblores de profundidad intermedia : $M_w \leq 6.5$ causados por rompimientos de la placa de Cocos ya subducida.
- Temblores intraplaca : $M_w \leq 7.0$ originados en el resto de la placa Norteamericana.
- Temblores de subducción: $M_w \leq 8.2$

Los sismos de subducción han afectado directamente a la Ciudad de México, aunque el epicentro se encuentre en las costas del país, debido a que las ondas producidas por los sismos experimentan gran amplificación al atravesar el suelo arcilloso, además de que se presentan en periodos largos.

1.3. Historia sísmica

Desde la antigüedad se ha tenido conocimiento de los sismos, sin embargo, las civilizaciones antiguas le daban una explicación mítica, creían que era un castigo divino. Esto se sabe pues plasmaban imágenes de dioses debajo de la tierra realizando algún movimiento que implicara el sismo. Posteriormente se le asignaron causas naturales a los sismos, sin embargo, se creía que los sismos eran causados por explosiones, ya después se concluyó que eran causados por movimientos de la tierra.

Algunos de los sismos más fuertes que se han registrado son el sismo de Chile en 1960 con magnitud de 9.5 M_w , el sismo de Indonesia en 2004 con magnitud de 9.3 M_w , el de Alaska, Estados Unidos, en 1964 con magnitud de 9.2 M_w y el de Japón en 2011 con magnitud de 9 M_w . Este último provocó que el eje de la tierra se moviera 10 cm, además de provocar un tsunami que llegó hasta el otro lado del océano Pacífico, es decir, hasta las costas del continente americano.

1.3.1. Historia Sísmica de la Ciudad de México

A lo largo de la historia de México han ocurrido sismos de gran importancia. En esta sección únicamente hablaremos de los sismos que han causado daños significativos en la Ciudad de México entre el siglo pasado y este.

- Sismo de 1957

El 28 de Julio 1957 a las 2:40 horas ocurrió un sismo de magnitud 7.8 en el sureste de Acapulco, Guerrero, a una profundidad de 51 km y a una distancia de 358 km de la Ciudad de México. Hasta donde se sabe este sismo provocó el derrumbe de varios edificios causando la muerte de 73 personas (Universal, 2019).

Algunos de estos derrumbes fueron: Un edificio de departamentos ubicados en la calle Frontera y Alvaro Obregón, este derrumbe sepulto a 12 familias, provocando la muerte de 33 personas; la caída del Ángel de la Independencia en la Avenida Paseo de la Reforma; el techo de la entonces en construcción nave central de la Merced se cayó; se vieron afectados algunos cines, entre ellos los cines Encanto, Cervantes (después cine Tintán) y cine Teatro Roble (parte del edificio Roble), esto provocó que cerraran varios cines y que varios cinematógrafos se quedaran sin empleo y algunos edificios del multifamiliar Juárez presentaban daños estructurales.

- Sismo de 1985

El 19 de Septiembre de 1985 a las 7:17 horas, se produjo un sismo de magnitud 8.1 en las costas de Michoacán a 15 km de profundidad y a 390 km de distancia de la Ciudad de México. Este sismo ha sido el más destructivo de la historia actual de la Ciudad de México, provocó la muerte de entre 10,000 y 40,000 personas, hubieron aproximadamente 50,000 heridos, 250,000 personas se quedaron sin hogar y 150,000 personas quedaron desempleadas. En la Figura 1.11 se puede observar los efectos del sismo en los estados afectados.

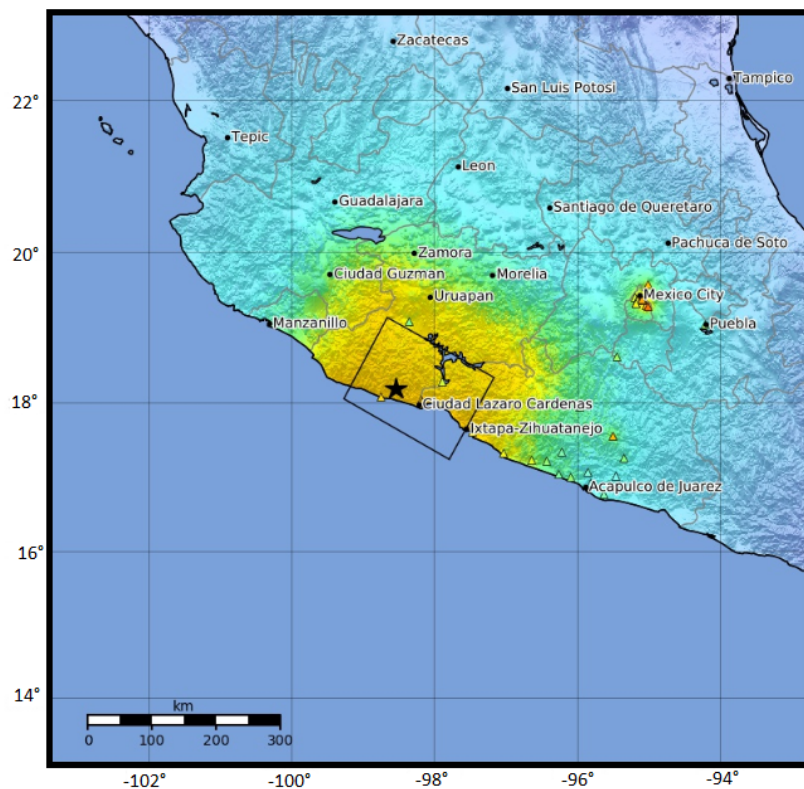


Figura 1.11: Intensidad del sismo de 1985.

Fuente: USGS ShakeMap: Michoacan, México. Macroseismic Intensity Map, Sep 19 1985 13:17:47 UTC M8.0 N18.19 W102.53 Prof: 27.9km

Hubo más de 770 edificios colapsados o severamente dañados, además, el acueducto sur tuvo varios daños, lo cual provocó que la red de agua potable dejara de abastecer 7.6 metros cúbicos por segundo, y se averiaron 1,280,000 servicios de energía eléctrica.

De las construcciones que se derrumbaron: 65 % eran casas, 15 % comercios, 12 % escuelas, 6 % oficinas, 1 % hospitales y 1 % cines, teatros e industrias. Algunos de los edificios que se derrumbaron fueron: los hoteles Versalles, Regis, Carlo, del Prado y Continental, el CONALEP dejando 120 muertos, Televisa Chapultepec, los hospitales Juarez, General de México y Centro Médico, Edificio Superleche, los edificios A1,B2 y C3 del multifamiliar Juárez, el Tribunal de Justicia del Distrito Federal, y los cines Roble y Morelia (Milenio, 2019).

Como consecuencia del sismo se estima que hubieron pérdidas económicas del 2.1 % del Producto Interno Bruto del país y 9.9 % de la Ciudad de México, esto equivale a 4,103.5 millones de dolares aproximadamente que actualmente serían 9,268.5 millones de dolares según estimaciones de la Comisión Económica para América Latina. Estas pérdidas se pueden dividir en: 34 % gasto, 16 % costo, 15 % salud, 11 % educación, 6 % industrias y comercios, y 5 % turismo. En ese tiempo no existía ningún fondo que solventara todas las pérdidas económicas, por ello el Banco Interamericano de Desarrollo (BID) otorgó 800 millones de dolares en varios préstamos para cubrir los daños (México, 2015).

A partir de este suceso se creó el Sistema Nacional de Protección Civil, en 1986, el Fondo de Desastres Naturales (FONDEN), en 1996, y el Sistema de alerta sísmica, en 1989, también se implementaron los simulacros, con el fin de entrenar a la gente para reaccionar y actuar de forma eficaz y eficiente en caso de sismo.

■ Sismos del 2017

El 7 de Septiembre del 2017 se registró un temblor de magnitud 8.2 a las 23:49 en el Golfo de Tehuantepec, aunque no se registraron daños considerables en la Ciudad de México, más que un posible daño en la estructura de un edificio, se registraron varios daños en los estados de Chiapas y Oaxaca.

Doce días después, cuando aún se realizaban las labores de rescate y ayuda humanitaria, ocurrió otro sismo de magnitud 7.1 con epicentro a 8 km al noreste de Chiautla de Tapia, Puebla y a 12 km de Axochiapan, Morelos, a una profundidad de 57 km y a 120 km de distancia de la Ciudad de México. En la Figura 1.12 se puede observar los efectos del sismo del día 19 en la zona centro del país (Jornada, 2017).

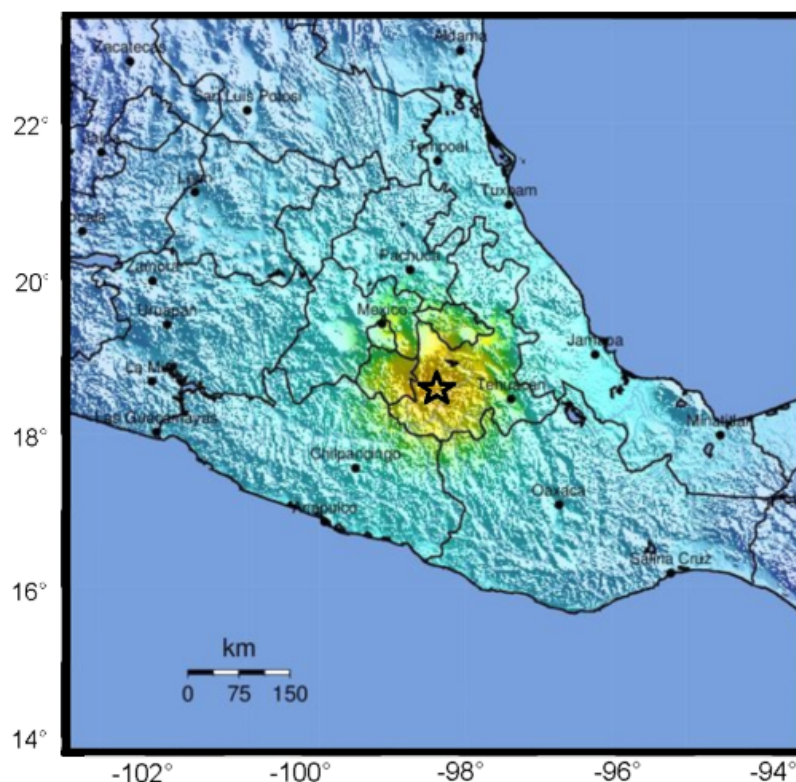


Figura 1.12: Intensidad del sismo de 2017.

Fuente: USGS Puebla, México Sep 19 2017 18:14:38 UTC M7.1 N18.4 O98.72 Prof 57km

El sismo del 19 de Septiembre de 2017 fue bastante destructivo para la Ciudad de México, provocó 44 derrumbes, más de 800 personas resultaron heridas y hubieron 228 víctimas mortales. Varios negocios y viviendas quedaron dañados, aproximadamente 5,765 viviendas se dañaron de las cuales 40 % presentaron daño total y el resto daños parciales.

Algunos de los derrumbes que hubo fueron: El Colegio Enrique Rebsamen, el multifamiliar de Tlalpan (edificio 1-c), el edificio ubicado en Alvaro Obregón 286, el Tec de Monterrey Campus Ciudad de México y el Edificio ubicado en Simón Bolívar 190. Este último edificio contaba con 7 pisos, en los cuales habían varias empresas y en 3 de éstas sus propietarios fallecieron.

El Instituto Nacional de Estadística y Geografía realizó una encuesta sobre las afectaciones de los sismos de Septiembre. Con esta información se supo que 328,662 negocios resultaron dañados y que en un solo día el 47.9% de la po-

blación suspendió actividades. Este último dato es importante debido a que las pérdidas económicas, no solamente fueron por los estragos que causó el sismo, si no también por la suspensión de actividades en toda la ciudad.

Entre los dos terremotos de Septiembre se calcula que hubo pérdidas de hasta 38,000 millones de pesos, la consultora de simulación de catástrofes Air Worldwide estimó las pérdidas aseguradas entre 15,000 y 36,700 millones de pesos, es decir, entre 725 y 2,000 millones de dolares. Para el sismo del 19 se perdió un 0.2% del PIB que es equivalente a 29,000 millones de pesos y 1,596 millones de dólares.

Como se comentó antes, después del sismo de 1985 se creó el FONDEN, por lo que para el sismo del 19 se hizo uso de los recursos de este fondo. Se sabía que para Junio de 2017 el FONDEN de la capital contaba con 9,400 millones de pesos y en Septiembre se contaba con 9,000 millones de pesos, de esta cantidad se destinaron 5,800 millones de pesos para las tareas de restauración. Además del dinero proporcionado por el FONDEN se hizo uso del Bono Catastrófico, que otorgó una cantidad de 360 millones de dólares, equivalentes a 6,000 millones de pesos, sin embargo, este bono solo pudo ser utilizado para restaurar los daños provocados por el sismo del 9 de Septiembre. A pesar de que el fondo se utilizó únicamente para uno de los temblores se logró observar la importancia de éste.

En la sección 1.5 se vio que las consecuencias de la ocurrencia de un sismo pueden ser pérdidas humanas, o pérdidas económicas y la reconstrucción de los bienes, dañados o que se perdieron completamente, es lenta. Por ejemplo; en el sismo del 2017 uno de los multifamiliares, ubicados en Tlalpan, se derrumbó y otros edificios tenían fallas estructurales considerables. Fue hasta el año 2020 que se terminó la reconstrucción, es decir, fueron necesarios más de dos años para que el gobierno pudiera entregar los edificios.

Para evitar este tipo de situaciones lo ideal sería concientizar a la gente acerca de la importancia que tienen los estudios de peligrosidad y vulnerabilidad sísmica, no solo para prevenir que sucedan desastres y pérdidas, sino para planificar. Si bien no se pueden revisar y modificar todas las estructuras vulnerables de la Ciudad de México, pues conllevaría un gasto económico grande, se pueden actualizar constantemente los mapas que indican cuáles son las zonas de peligro en caso de presentarse un sismo, y así crear una cultura de prevención a nivel gubernamental.

Para poder realizar un análisis completo del peligro sísmico es necesario partir de bases científicas, en particular, será de gran utilidad utilizar teoría matemática. Como se indicó anteriormente, para realizar la estimación de las magnitudes se utilizará la Teoría de Valores Extremos y es en el siguiente capítulo donde se hablará detalladamente de este tema.

Capítulo 2

Teoría de Valores Extremos

En este trabajo se realizará la estimación de las magnitudes utilizando el método propuesto en la Teoría de Valores Extremos, además se mostrará un método para el cálculo del Peligro Sísmico que de igual forma hace uso de esta teoría. Es por ello que dedicamos un capítulo completo para presentar la teoría básica de los Valores Extremos. Esta teoría tiene como base evaluar la probabilidad de que un suceso raro o extremo suceda durante un periodo, y es utilizada en diversas áreas de estudio como: las finanzas, los seguros, la hidrología, y la geología.

Comenzaremos con una breve motivación del análisis de los extremos y posteriormente se explicarán dos métodos esenciales de los Valores Extremos, el método de Máximos por Bloque y el de Excesos sobre un Umbral. Se mencionarán los teoremas principales y las distribuciones asociadas a cada método, finalmente se describirá la estimación de los parámetros de la distribución de Valores Extremos Generalizada, para el caso del método de Máximos por Bloque y para el método de Excesos sobre un Umbral, los parámetros de la distribución Pareto Generalizada.

2.1. Motivación

Recordemos que uno de los resultados más importantes de probabilidad es el Teorema Central del Límite, cuyo principal objetivo es estudiar la variable $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ donde X_1, X_2, \dots, X_n son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas. Para poder conocer la función de distribución de S_n se utiliza el Teorema Central del Límite, que busca constantes a_n y b_n tales que:

$$\frac{S_n - a_n}{b_n} \xrightarrow{d} Z$$

Esto significa que debe converger en distribución a una variable Z no degenerada, es decir:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{P} \left(\frac{S_n - a_n}{b_n} \leq x \right) = F_Z(x)$$

Donde a_n y b_n son constantes de normalización o estandarización. La estandarización nos ayuda a trabajar todo el tiempo con una sucesión de variables aleatorias cuya media y varianzas son constantes; de no hacerlo así las sucesiones de medias y varianzas serían divergentes.

Veamos el siguiente ejemplo:

Sean X_1, X_2, \dots, X_n variables aleatorias independientes con distribución exponencial $X_i \sim \text{exp}(1)$ con $i = 1, \dots, n$.

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[S_n] &= \mathbb{E}[X_1 + X_2 + \dots + X_n] \\ &= \mathbb{E}[X_1] + \mathbb{E}[X_2] + \dots + \mathbb{E}[X_n] \\ &= n \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{E}[S_n] \rightarrow \infty$$

Como la esperanza tiende a infinito cuando n crece entonces puede ser que no nos interese mucho esta variable, sin embargo, cuando estandarizamos se garantiza que la distribución esté centrada en cero y que la varianzas sea uno, por lo que será más fácil trabajar de esta forma. A continuación se enunciará el Teorema Central del Límite, una versión de la prueba formal de este teorema se puede ver en el libro 'Introducción a la Teoría Estadística' (Mood y Graybill, 1963).

Teorema 1 Teorema Central del Límite.

Sea X_1, X_2, \dots, X_n una sucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (v.a.i.i.d) tales que para cada natural n , $\mathbb{E}(X_n) = \mu$ y $\text{Var}(X_n) = \sigma^2 < \infty$. Entonces,

$$\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n - n\mu}{\sqrt{n}\sigma} \xrightarrow{d} N(0, 1) \tag{2.1}$$

En esta sección se observó un método de estandarización para obtener una función de distribución no degenerada, en la siguiente sección se realiza un procedimiento similar para encontrar distribuciones de valores extremos, es decir, en lugar de conocer el comportamiento de la variable que representa la suma de variables, se busca estudiar la variable que está conformada por el máximo de variables y se utilizará la estandarización para obtener la función de distribución de valores extremos.

2.2. Máximos por Bloque

Como se mencionó anteriormente nos gustaría saber de qué manera se comportan los máximos de una muestra, por lo que comenzaremos definiendo la variable que representa los máximos M_n , posteriormente veremos la función de distribución de esta variable.

Comencemos con una muestra aleatoria: X_1, X_2, \dots, X_n , es decir, n variables aleatorias independientes con distribución común F . Utilizaremos la notación M_n para referirnos al máximo de estas variables (D-Reiss y Thomas, 2007).

$$M_n = \text{máx}\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$$

Ahora veamos cuál es la función de distribución de M_n .

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(M_n \leq x) &= \mathbb{P}(\text{máx}\{X_1, X_2, \dots, X_n\} \leq x) \\ &= \mathbb{P}(X_1 \leq x, X_2 \leq x, \dots, X_n \leq x) \\ &= \mathbb{P}(X_1 \leq x) \mathbb{P}(X_2 \leq x) \cdots \mathbb{P}(X_n \leq x) \\ &= \prod_{i=1}^n \mathbb{P}(X_i \leq x) \\ &= [F(x)]^n \end{aligned} \tag{2.2}$$

Este es un resultado importante, pues para cuales quiera variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas se sabe cual es la función de distribución del máximo de estas variables, sin embargo, se pueden llegar a tener problemas cuando se analiza el límite de esta función cuando $n \rightarrow \infty$.

Definición 1 Definimos a x_F el **extremo derecho** de la función de distribución F , como:

$$x_F := \sup\{x \in \mathbb{R} : F_X(x) < 1\}$$

Tomando en cuenta (2.2) y que M_n es una sucesión creciente con límite x_F , entonces tenemos que:

- Si $x < x_F$ entonces $F_X(x) < 1$ y en consecuencia

$$\mathbb{P}(M_n \leq x) = [F_X(x)]^n \rightarrow 0 \quad \text{cuando } n \rightarrow \infty$$

- Si $x \geq x_F$ entonces $F_X(x) = 1$ y en consecuencia

$$\mathbb{P}(M_n \leq x) = [F_X(x)]^n = 1$$

$$\text{Entonces, } F_{M_n}(x) \rightarrow \mathbb{1}_{x \geq x_F}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq x_F \\ 0 & \text{si } x < x_F \end{cases}$$

$$\text{Por lo tanto, } M_n \xrightarrow{d} x_F \quad \text{cuando } n \rightarrow \infty$$

Es importante notar que x_F podría ser un valor finito o infinito, por ejemplo, para una variable aleatoria Uniforme(0,1), $x_F = 1$ y en el caso de una variable aleatoria Exponencial, $x_F = \infty$. Esto implica que la distribución de los máximos de una muestra puede converger a una distribución degenerada. Por lo que se debe realizar un procedimiento similar que con S_n . Primero se necesita encontrar un teorema parecido al Teorema Central del Límite, pero tomando en cuenta los máximos, es decir, queremos encontrar $c_n > 0$ y d_n constantes, tales que:

$$\frac{M_n - c_n}{d_n} \xrightarrow{d} H$$

donde H sea una variable no degenerada.

Uno de los principales teoremas de la Teoría de Valores Extremos es el Teorema de Fisher-Tippet, Gnedenko, en la siguiente sección se hablará un poco más de este teorema.

2.2.1. Teorema de Fisher-Tippet, Gnedenko

En 1928 los estadísticos Ronald Fisher (1890-1962) y L.H.C. Tippett (1902-1985) propusieron el primer teorema de Valores Extremos y fue hasta 1943 que el matemático Boris Vladimirovich Gnedenko (1912-1995) demostró este teorema, es por ello que este teorema es conocido como el Teorema Fisher-Tippett-Gnedenko.

Teorema 2 Teorema Fisher-Tippett, Gnedenko Si existen $c_n > 0$ y d_n constantes, tales que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{P} \left[\frac{M_n - d_n}{c_n} \leq x \right] = H(x) \quad (2.3)$$

Para alguna función de distribución H no degenerada. Entonces **H pertenece a la familia de Valores Extremos Generalizada (VEG).**

Una versión de la demostración del Teorema Fisher-Tippet, Gnedenko puede verse en la Tesis de Licenciatura (Salazar Flores, 2005, p. 33). La distribución que se obtiene en el teorema es la distribución de Valores Extremos Generalizada, que es una familia paramétrica de distribuciones y será descrita en la siguiente sección.

2.2.2. Distribución de Valores Extremos Generalizada

La función de distribución estándar de Valores Extremos Generalizada (VEG) está dada por:

$$H_\xi(x) = \begin{cases} \exp\left(-\left(1 + \xi x\right)^{-\frac{1}{\xi}}\right), & \xi \neq 0, \\ \exp\left(-e^{-x}\right), & \xi = 0, \end{cases} \quad (2.4)$$

para $\xi \in \mathbb{R}$ tal que $(1 + \xi x) > 0$, donde ξ es el parámetro de la distribución.

Si se incluyen parámetros de localización μ y escala σ se obtiene la función de distribución de VEG completa (no-estándar), que esta dada por:

$$\begin{aligned} H_{\xi, \mu, \sigma}(x) &= H_\xi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) \\ &= \exp\left\{-\left(1 + \xi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right)^{-\frac{1}{\xi}}\right\} \end{aligned} \quad (2.5)$$

para $\xi \in \mathbb{R}$, $\mu \in \mathbb{R}$, $\sigma > 0$ y con $(1 + \xi x) > 0$.

Dependiendo del valor del parámetro ξ se pueden reconocer tres distribuciones conocidas, las cuales son:

- I $\xi = 0$ Gumbel
- II $\xi > 0$ Fréchet
- III $\xi < 0$ Weibull

Estas distribuciones se pueden ver de manera detallada en el libro de Coles (2004, p. 46). A continuación se presentarán las gráficas de la función de densidad de la distribución VEG para diferentes valores del parámetro ξ .

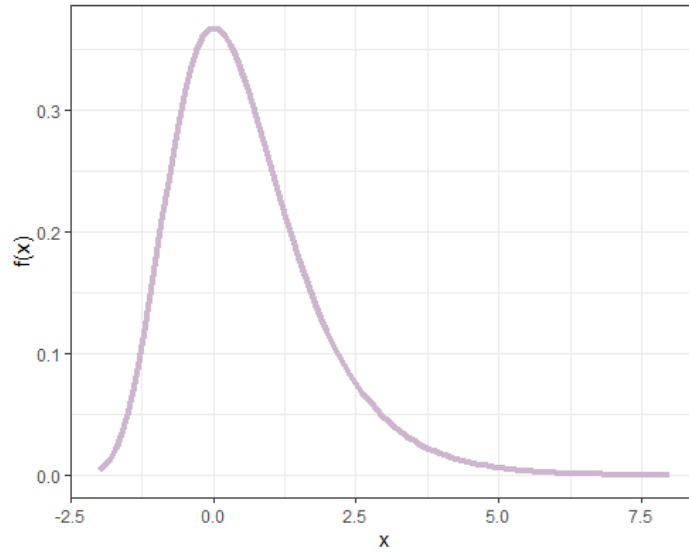


Figura 2.1: Distribución Gumbel, $\xi = 0$
Gráfica creada con el programa R

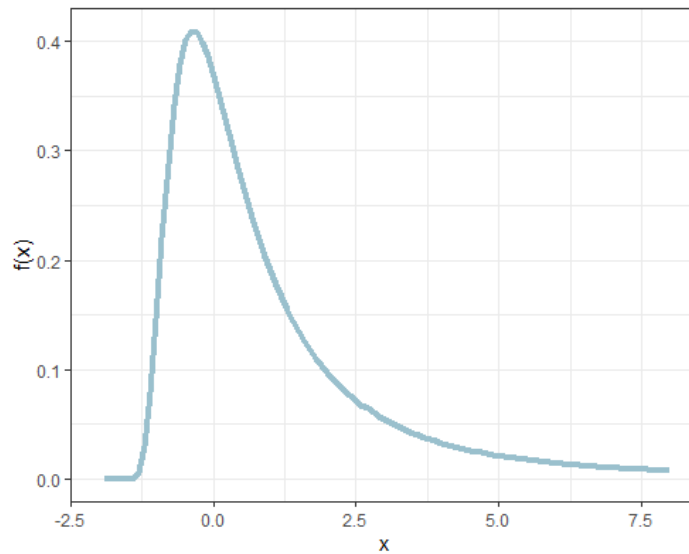


Figura 2.2: Distribución Fréchet, $\xi = 0.5$

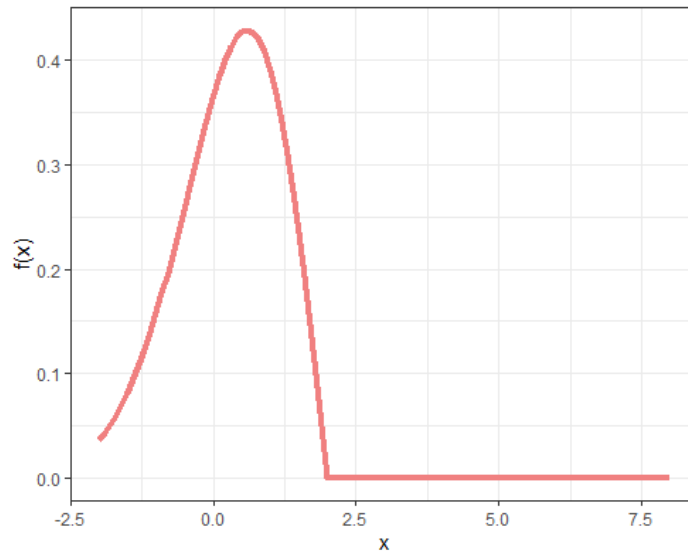


Figura 2.3: Distribución Weibull, $\xi = -0.5$

En la siguiente sección se darán a conocer algunos conceptos importantes que se utilizan para la interpretación y validación del modelo. Y se enunciará nuevamente el teorema Fisher-Tippet, Gnedenko haciendo uso del Dominio de Atracción de Máximos que será definido posteriormente.

2.2.3. Niveles y Periodos de Retorno

Sea una muestra aleatoria X_1, X_2, \dots, X_k con distribución F . A partir de esta muestra podemos construir m bloques de tamaño n , donde n y m son enteros tales que $nm = k$, entonces:

$$\begin{aligned} B_1 &= \{X_1, \dots, X_n\} \\ B_2 &= \{X_{n+1}, \dots, X_{2n}\} \\ &\vdots \\ B_m &= \{X_{(m-1)n+1}, \dots, X_{mn}\}, \end{aligned}$$

de cada uno de los bloques tomamos el máximo:

$$M_{n,j} = \text{máx } B_j.$$

Esto genera una muestra aleatoria de máximos, de tamaño m .

Definición 2 Cuantil

Sea X una variable aleatoria con $x \in \mathbb{R}$ y F_x su función de distribución. Se llama cuantil de X a la función de $[0, 1] \in \mathbb{R}$, denotada por q_x , que a $\alpha \in [0, 1]$ hace corresponder:

$$q_x(\alpha) = \inf \{x : F_x(x) \leq \alpha\}$$

Definición 3 Nivel de Retorno

Para una muestra aleatoria de máximos de tamaño k , supongamos que H es la distribución real de los máximos estandarizados de los n -bloques. El nivel de retorno de k (n -bloques) está definido como el cuantil $(1 - \frac{1}{k})$ de H ¹:

$$r_{n,k} = q_{1-\frac{1}{k}}(H)$$

Entonces, podemos decir que el nivel de retorno es la función inversa de la función de distribución. En el caso particular de la distribución de VEG el nivel de retorno es el siguiente:

$$\begin{aligned} r_{n,k} &= H_{\xi,\mu,\sigma}^{-1}\left(1 - \frac{1}{k}\right) \\ &= \mu + \frac{\sigma}{\xi} \left(\left(-\ln\left(1 - \frac{1}{k}\right) \right)^{-\frac{1}{\xi}} - 1 \right) \end{aligned}$$

La interpretación que le podemos dar a los niveles de retorno es la siguiente: es el nivel que se espera supere uno de cada k bloques de tamaño n .

Por otro lado, si se quiere conocer el número esperado de bloques para observar que uno de estos supera el umbral u , se deberá hacer uso de una variable aleatoria Binomial $X \sim \text{Bin}(n, p)$, en particular se utilizará la esperanza de esta. La esperanza de una variable aleatoria Binomial, $\mathbb{E}[X] = np$, muestra el número de éxitos esperados. Si se sabe que el número de éxitos es igual a uno, $\mathbb{E}[X] = 1$, entonces se puede despejar la esperanza para conocer el valor de n , es decir:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[X] &= 1 \\ &= np \\ \text{Entonces } n &= \frac{1}{p}. \end{aligned}$$

Esto nos da una idea intuitiva de cómo se construye el periodo de retorno, que será definido formalmente a continuación:

¹Notación: $r(n, k)$

Definición 4 Período de Retorno

Para una muestra aleatoria de máximos supongamos que H es la distribución real de los máximos estandarizados de los n -bloques. El período de retorno del evento $M_n > u$ está definido como:

$$\kappa_{n,u} = \frac{1}{\bar{H}(u)}$$

La interpretación del período de retorno es la siguiente: en $\kappa_{n,u}$ bloques de tamaño n se espera encontrar un bloque donde u es superado.

Definición 5 Dominio de Atracción de Máximos (DAM) Decimos que F_X está en el Dominio de Atracción de Máximos de H si se cumple que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} F_X^n(c_n x + d_n) = H(x)$$

Para algunas constantes de estandarización c_n y d_n .²

Lo anterior nos dice que el DAM relaciona la distribución F_X de una variable aleatoria X con la distribución límite asociada con sus valores máximos, una explicación más detallada del DAM se puede ver en (Cervantes Filoteo, 2018). A partir de esta definición podemos enunciar de una manera diferente el Teorema Fisher-Tippett, Gnedenko.

Teorema 3 Teorema Fisher-Tippett, Gnedenko Si $F_X \in DAM(H)$ para alguna distribución H no degenerada, entonces

H es una distribución VEG.

Veamos algunos ejemplos:

- Distribución Exponencial

Sean X_1, X_2, \dots, X_n v.a.i.i.d. $\exp(\lambda)$, entonces la función de distribución de cada una es:

$$F_X = 1 - e^{-\lambda x} \quad \text{para } \lambda > 0 \quad \text{y } x \geq 0$$

²Notación: $F_X \in DAM(H)$

Sean $c_n = \lambda^{-1}$ y $d_n = \lambda^{-1} \ln(n)$, entonces:

$$\begin{aligned}
 F^x(c_n x + d_n) &= \left(1 - e^{-\lambda(\lambda^{-1}x + \lambda^{-1}\ln(n))}\right)^n \\
 &= \left(1 - e^{-(x + \ln(n))}\right)^n \\
 &= \left(1 - e^{-x} e^{-\ln(n)}\right)^n \\
 &= \left(1 - \frac{e^{-x}}{e^{\ln(n)}}\right)^n \\
 &= \left(1 - \frac{e^{-x}}{n}\right)^n \quad x \geq -\ln(n)
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Si calculamos el límite de la Ecuación 2.6 nos queda:

$$\begin{aligned}
 \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{e^{-x}}{n}\right)^n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \exp \left[\ln \left(\left(1 - \frac{e^{-x}}{n}\right)^n \right) \right] \\
 &= \exp \left[\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\ln \left(1 - \frac{e^{-x}}{n}\right) \right) \right] \\
 &= \exp \left[\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln \left(1 - \frac{e^{-x}}{n}\right)}{\frac{1}{n}} \right]
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Si tomamos en cuenta el límite del numerador y denominador por separado tenemos que:

$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left(1 - \frac{e^{-x}}{n}\right) = 0 \quad \text{y} \quad \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$$

Aplicando la regla de L'Hopital, tenemos que las derivadas de a) y b) son:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \frac{d}{dn} \ln \left(1 - \frac{e^{-x}}{n}\right) &= \frac{e^{-x}}{\left(1 - \frac{e^{-x}}{n}\right)n^2} \\
 \text{b) } \frac{d}{dn} \frac{1}{n} &= -\frac{1}{n^2}.
 \end{aligned}$$

Calculamos nuevamente el límite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{e^{-x}}{\left(1 - \frac{e^{-x}}{n}\right)n^2}}{-\frac{1}{n^2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-e^{-x}}{\left(1 - \frac{e^{-x}}{n}\right)} = -e^{-x}. \tag{2.8}$$

Regresando a (2.7) y sustituyendo (2.8) obtenemos lo siguiente

$$\exp \left[\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln \left(1 - \frac{e^{-x}}{n} \right)}{\frac{1}{n}} \right] = \exp(-e^{-x})$$

$$\text{Entonces, } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{e^{-x}}{n} \right) = \exp(-e^{-x})$$

Por lo tanto, $F_X \in \text{DAM}(H_0)$

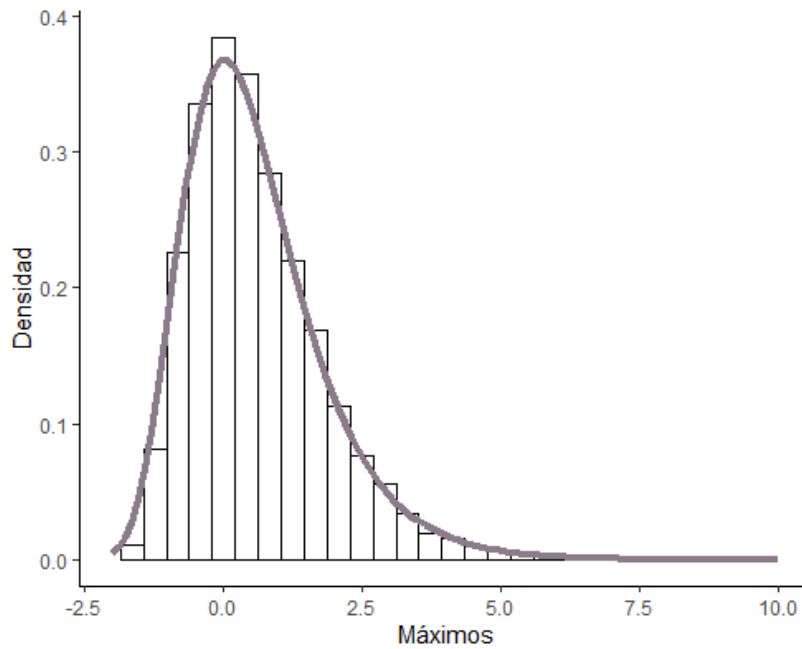


Figura 2.4: Histograma de una simulación de 20,000 bloques de 10 exponenciales estandarizadas con $\lambda = 2$, y ajustando la función de densidad de $H_0(x)$

Elaboración propia utilizando el programa R

- Distribución Pareto

Sean X_1, X_2, \dots, X_n v.a.i.i.d. $\text{Pareto}(\alpha, \beta)$, entonces la función de distribución para cada X es:

$$F_x = 1 - \left(\frac{\beta}{\beta + x} \right)^\alpha ; \quad \alpha, \beta > 0 \quad \text{y} \quad x \geq 0$$

Sean $c_n = \alpha^{-1} \beta n^{\frac{1}{\alpha}}$ y $d_n = \beta n^{\frac{1}{\alpha}} - \beta$, entonces:

$$\begin{aligned}
 F_X^n(c_n x + d_n) &= \left(1 - \left[\frac{\beta}{\beta + \alpha^{-1} \beta n^{\frac{1}{\alpha}} x + \beta n^{\frac{1}{\alpha}} - \beta} \right]^\alpha \right)^n \\
 &= \left(1 - \left[\frac{\beta}{\beta n^{\frac{1}{\alpha}} (\alpha^{-1} x + 1)} \right]^\alpha \right)^n \\
 &= \left(1 - \frac{1}{n (\alpha^{-1} x + 1)^\alpha} \right)^n \\
 &= \left(1 - \frac{1}{n} \left(1 + \frac{x}{\alpha} \right)^{-\alpha} \right)^n.
 \end{aligned}$$

Si calculamos el límite de $F^x(c_n x + d_n)$ nos queda:

$$\begin{aligned}
 \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n} \left(1 + \frac{x}{\alpha} \right)^{-\alpha} \right)^n &= \exp \left[\lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left(\left(1 - \frac{1}{n} \left(1 + \frac{x}{\alpha} \right)^{-\alpha} \right)^n \right) \right] \\
 &= \exp \left[\lim_{n \rightarrow \infty} n \ln \left(1 - \frac{1}{n} \left(1 + \frac{x}{\alpha} \right)^{-\alpha} \right) \right] \\
 &= \exp \left[\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln \left(1 - \frac{1}{n} \left(1 + \frac{x}{\alpha} \right)^{-\alpha} \right)}{\frac{1}{n}} \right]. \quad (2.9)
 \end{aligned}$$

Realizando el límite del numerador y denominador tenemos que:

$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left(1 - \frac{1}{n} \left(1 + \frac{x}{\alpha} \right)^{-\alpha} \right) = 0 \quad \text{y} \quad \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$$

Por lo que podemos aplicar la regla de L'Hopital, las derivadas de a) y b) son:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \frac{d}{dn} \ln \left(1 - \frac{1}{n} \left(1 + \frac{x}{\alpha} \right)^{-\alpha} \right) &= \frac{\left(1 + \frac{x}{\alpha} \right)^{-\alpha}}{n^2 \left(1 - \frac{1}{n} \left(1 + \frac{x}{\alpha} \right)^{-\alpha} \right)} \\
 \text{b) } \frac{d}{dn} \frac{1}{n} &= -\frac{1}{n^2}.
 \end{aligned}$$

Calculamos nuevamente el límite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{(1 + \frac{x}{\alpha})^{-\alpha}}{n^2 \left(1 - \frac{1}{n} \left(1 + \frac{x}{\alpha}\right)^{-\alpha}\right)}}{-\frac{1}{n^2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-\left(1 + \frac{x}{\alpha}\right)^{-\alpha}}{\left(1 - \frac{1}{n} \left(1 + \frac{x}{\alpha}\right)^{-\alpha}\right)} = -\left(1 + \frac{x}{\alpha}\right)^{-\alpha} \quad (2.10)$$

Regresando a (2.9) y sustituyendo (2.10) obtenemos lo siguiente

$$\exp \left[\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln \left(1 - \frac{1}{n} \left(1 + \frac{x}{\alpha}\right)^{-\alpha}\right)}{\frac{1}{n}} \right] = \exp \left(-\left(1 + \frac{x}{\alpha}\right)^{-\alpha} \right).$$

$$\text{Entonces, } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n} \left(1 + \frac{x}{\alpha}\right)^{-\alpha}\right)^n = \exp \left(-\left(1 + \frac{x}{\alpha}\right)^{-\alpha} \right)$$

Por lo tanto, $F_X \in \text{DAM}(H_{\frac{1}{\alpha}})$.

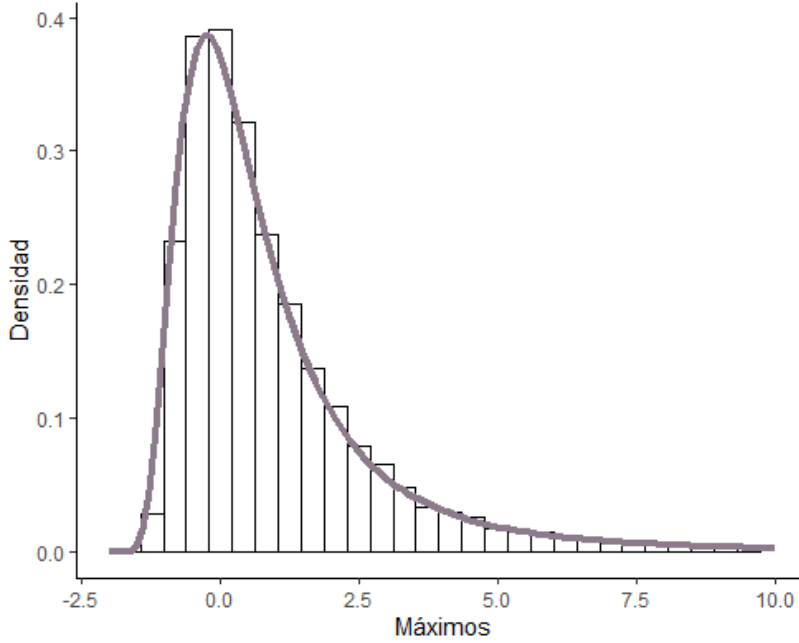


Figura 2.5: Histograma de una simulación de 20,000 bloques de 10 funciones Pareto estandarizadas con $\alpha = 3$ y $\beta = 4$, y ajustando la función de densidad de $H_{\frac{1}{3}}(x)$

Elaboración propia utilizando el programa R

■ Distribución Uniforme

Sean X_1, X_2, \dots, X_n v.a.i.i.d. Uniforme(0,1), entonces la función de distribución de cada una es: $F_X = x; \quad 0 \leq x \leq 1$.

Sean $c_n = \frac{1}{n}$ y $d_n = 1$, entonces:

$$F_X^n(c_n x + d_n) = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n \quad (2.11)$$

Si calculamos el limite de la Ecuación 2.11 nos queda:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n &= \exp \left[\lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left(\left(1 + \frac{x}{n}\right)^n \right) \right] \\ &= \exp \left[\lim_{n \rightarrow \infty} n \ln \left(1 + \frac{x}{n}\right) \right] \\ &= \exp \left[\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln \left(1 + \frac{x}{n}\right)}{\frac{1}{n}} \right]. \end{aligned} \quad (2.12)$$

El límite del numerador y el denominador son cero, por lo que podemos aplicar la regla de L'Hopital. Calculamos nuevamente el límite con las derivadas del numerador y denominador y nos da como resultado lo siguiente:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-xn^2}{-n^2 \left(1 + \frac{x}{n}\right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x}{\left(1 + \frac{x}{n}\right)} = x. \quad (2.13)$$

Regresando a (2.12) y sustituyendo (2.13) tenemos que:

$$\exp \left[\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln \left(1 + \frac{x}{n}\right)}{\frac{1}{n}} \right] = e^x.$$

$$\text{Entonces, } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$$

Por lo tanto, $F_X \in \text{DAM}(H_{-1})$

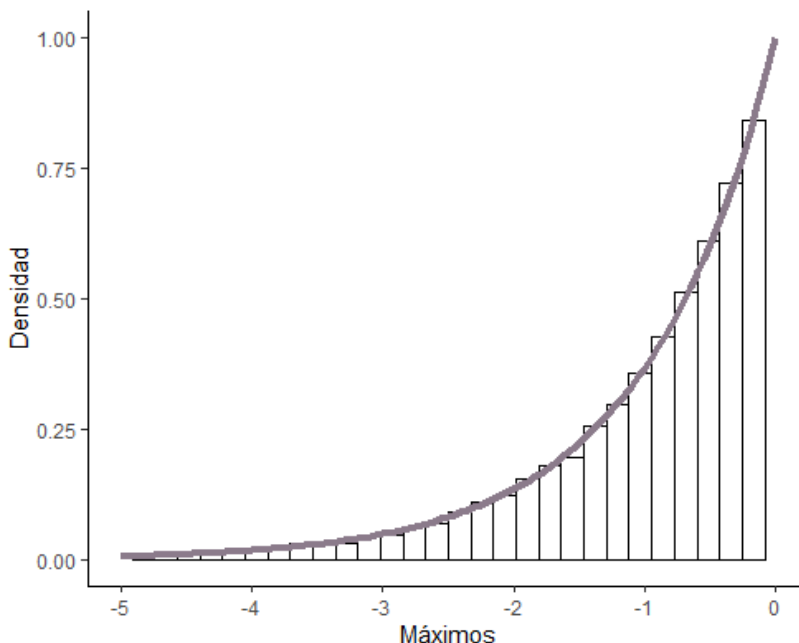


Figura 2.6: Histograma de una simulación de 20,000 bloques de 100 funciones Uniformes estandarizadas con $a = 0$ y $b = 1$, y ajustando la función de densidad de $H_{-1}(x)$.

Elaboración propia utilizando el programa R

En el último capítulo del trabajo se realizará la estimación de las máximas magnitudes de algunos sismos, para ello se utilizará el programa R, y las funciones utilizadas para realizar esta estimación hacen uso del método de Máxima Verosimilitud, es por esto que en la siguiente sección se dará una breve explicación de este método y se desarrollará la estimación vía Máxima Verosimilitud de la distribución de VEG.

2.2.4. Estimación por Máxima Verosimilitud

Consideremos una muestra aleatoria X_1, X_2, \dots, X_k con distribución F , donde $F \in \text{DAM}(H_\xi)$ para algún ξ . Y una muestra aleatoria de máximos $M_{n,1}, M_{n,2}, \dots, M_{n,m}$, de tamaño m . Con esta nueva muestra se puede ajustar una distribución VEG por el método de máxima verosimilitud.

Definición 6 Sean x_1, x_2, \dots, x_n una realización de una muestra aleatoria X_1, X_2, \dots, X_n con función de densidad $f(x; \theta)$, entonces:

La **función de verosimilitud** se define de la siguiente manera,

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta)$$

La **log-verosimilitud** se define:

$$l(\theta) = \ln(L(\theta)) = \sum_{i=1}^n \ln(f(x_i; \theta))$$

Y el estimador de **máxima verosimilitud** es el valor de θ que maximiza $L(\theta)$ o $l(\theta)$.

Primero calcularemos la función de densidad de $H_{\xi, \mu, \sigma}(x)$

■ Cuando $\xi \neq 0$

$$\begin{aligned} h_{\xi, \mu, \sigma}(x) &= \frac{d}{dx} H_{\xi, \mu, \sigma}(x) \\ &= \frac{1}{\sigma} \left(1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right)^{-(1+\frac{1}{\xi})} \exp\left(-\left(1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right)^{-\frac{1}{\xi}}\right) \end{aligned}$$

$$h_{\xi, \mu, \sigma}(x) = \frac{d}{dx} H_{\xi, \mu, \sigma}(x) = \frac{1}{\sigma} \left(1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right)^{-(1+\frac{1}{\xi})} \exp\left(-\left(1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right)^{-\frac{1}{\xi}}\right).$$

Esta función es continua en cero.

■ Cuando $\xi = 0$

$$h_{0, \mu, \sigma}(x) = \frac{d}{dx} H_{0, \mu, \sigma}(x) = \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\frac{x - \mu}{\sigma}\right) \exp\left(e^{-\frac{x - \mu}{\sigma}}\right).$$

Ahora veamos cual es la log-verosimilitud:

$$\begin{aligned} \ln(L_{\xi, \mu, \sigma}(M_{n,1}, M_{n,2}, \dots, M_{n,m})) &= \ln\left(\prod_{j=1}^m h_{\xi, \mu, \sigma}(M_{n,j})\right) \\ &= \ln\left(\prod_{j=1}^m \frac{1}{\sigma} \left(1 + \xi \left(\frac{M_{n,j} - \mu}{\sigma}\right)\right)^{-(1+\frac{1}{\xi})} \exp\left(-\left(1 + \xi \left(\frac{M_{n,j} - \mu}{\sigma}\right)\right)^{-\frac{1}{\xi}}\right)\right) \\ &= \ln\left(\frac{m}{\sigma} \prod_{j=1}^m \left(1 + \xi \left(\frac{M_{n,j} - \mu}{\sigma}\right)\right)^{-(1+\frac{1}{\xi})} \exp\left(-\left(1 + \xi \left(\frac{M_{n,j} - \mu}{\sigma}\right)\right)^{-\frac{1}{\xi}}\right)\right) \\ &= -m \ln \sigma + \sum_{j=1}^m \ln \left[\left(1 + \xi \left(\frac{M_{n,j} - \mu}{\sigma}\right)\right)^{-(1+\frac{1}{\xi})} \right] + \sum_{j=1}^m \ln \left[\exp\left(-\left(1 + \xi \left(\frac{M_{n,j} - \mu}{\sigma}\right)\right)^{-\frac{1}{\xi}}\right) \right] \\ &= -m \ln \sigma - \left(1 + \frac{1}{\xi}\right) \sum_{j=1}^m \ln \left(1 + \xi \left(\frac{M_{n,j} - \mu}{\sigma}\right)\right) - \sum_{j=1}^m \left(1 + \xi \left(\frac{M_{n,j} - \mu}{\sigma}\right)\right)^{-\frac{1}{\xi}}. \end{aligned}$$

Entonces la función de log-verosimilitud de los máximos de una muestra es:

$$\begin{aligned} \ln(L_{\xi,\mu,\sigma}(M_{n,j})) &= -m \ln \sigma - \left(1 + \frac{1}{\xi}\right) \sum_{j=1}^m \ln \left(1 + \xi \left(\frac{M_{n,j} - \mu}{\sigma}\right)\right) \\ &\quad - \sum_{j=1}^m \left(1 + \xi \left(\frac{M_{n,j} - \mu}{\sigma}\right)\right)^{-\frac{1}{\xi}} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Con $\left(1 + \xi \left(\frac{M_{n,j} - \mu}{\sigma}\right)\right) > 0$.

El problema que se tiene con la función de log-verosimilitud, que se obtuvo en la Ecuación (2.14), es que no se puede encontrar analíticamente el estimador de máxima verosimilitud de cada parámetro. Es por esto que se deben utilizar métodos numéricos para encontrar el valor de los parámetros.

Existen métodos alternativos para la estimación de los parámetros, entre ellos se puede mencionar el método de Estimación por Momentos, sin embargo, los pormenores teóricos y técnicos de esta estimación merecen un estudio bastante extenso y esto escapa a las intensiones de este trabajo. Si se requiere más información se puede consultar el artículo de (Dekkers, Einmahl, y De Hann, 1989).

Dado que los cuantiles permiten que los modelos de probabilidad sean expresados en la escala de los datos, la relación del modelo de VEG con sus parámetros es más fácil de interpretar en términos de cuantiles de los niveles de retorno, que si se toman en cuenta los valores individuales de los parámetros. Y será aún más conveniente utilizar el gráfico de los niveles de retorno para la presentación y validación del modelo.

Hay distintas formas de interpretar los máximos, en este trabajo nos interesará ver dos aspectos, el primero se basa en saber la probabilidad de que se produzca un sismo de cierta magnitud en cierto periodo, para ello se utiliza el método de máximos por bloque, y el segundo aspecto se basa en conocer la probabilidad de que sea superado algún umbral, por ejemplo: las pérdidas económicas que se generen una vez que es superada cierta cantidad de dinero, para este último aspecto se utiliza el método de excesos sobre un umbral que será explicado en la siguiente sección.

2.3. Excesos sobre un Umbral

Cuando se utiliza el método de máximos por bloque se observa un problema, que se pierde mucha información, es por esto que se necesitan muestras suficientemente grandes para obtener buenas estimaciones y resultados. Una posible solución es utilizar métodos basados en la superación de un umbral (Figura 2.7), el cuál será explicado a lo largo de esta sección.

Sea X_1, X_2, \dots una sucesión de variables aleatorias independientes con distribución común F y extremo derecho x_F . Decimos que X es un evento extremo cuando sobrepasa el valor de un umbral u , este umbral será grande cuando se encuentre cerca de x_F . Y llamaremos exceso a $X - u$.

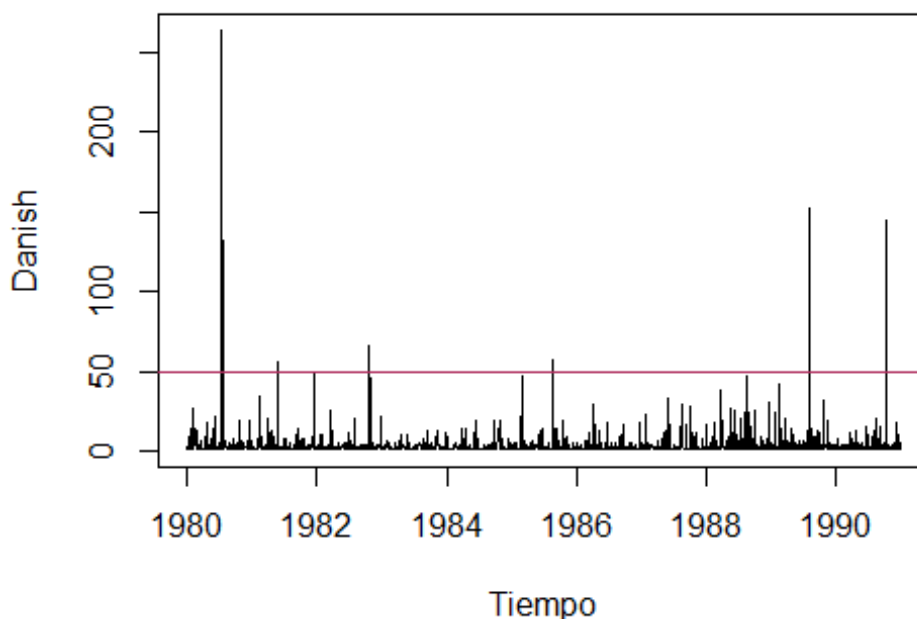


Figura 2.7: Base de datos de las reclamaciones de seguros de incendios daneses con un umbral igual a 50.

Definición 7 Distribución de excesos sobre el umbral u . Para una variable aleatoria con distribución F_X definimos la distribución de excesos sobre el umbral u :

$$F_u(x) = \mathbb{P}(X - u \leq x | X > u) \quad (2.15)$$

Se puede calcular de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
F_u(x) &= \mathbb{P}(X - u \leq x | X > u) \\
&= \mathbb{P}(X > u + x | X > u) \\
&= \frac{\mathbb{P}(X > u + x)}{\mathbb{P}(X > u)} \\
&= \frac{1 - \mathbb{P}(X \leq u + x)}{1 - \mathbb{P}(X \leq u)} \\
&= \frac{1 - F_X(u + x)}{1 - F_X(u)}.
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Más adelante se observará la importancia de la Ecuación 2.16, además de la distribución utilizada para el método de Excesos sobre un Umbral, la distribución Pareto Generalizada, que será descrita en la siguiente sección.

2.3.1. Distribución Pareto Generalizada

Definimos la distribución Pareto Generalizada como:

$$G_{\xi, \beta}(x) = 1 - \left(1 + \frac{\xi x}{\beta}\right)^{-\frac{1}{\xi}} \tag{2.17}$$

para $\xi \in \mathbb{R}$, $\beta = \sigma + \xi(u - \mu) > 0$.

El soporte de la variable dependerá de los parámetros, es decir:

- Si $\xi \geq 0$ entonces $x \geq 0$
- Si $\xi < 0$ entonces $0 \leq x \leq \frac{-\beta}{\xi}$

Esta función es continua en cero para ξ :

$$\lim_{\xi \rightarrow 0} G_{\xi, \beta}(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x}{\beta}\right)$$

La esperanza de esta variable es:

$$\mathbb{E}(X) = \frac{\beta}{1 - \xi}$$

para $\xi < 1$.

Esta distribución es parte fundamental para el método de Excesos sobre un Umbral, pues es utilizada en el teorema principal de este método, como se muestra a continuación:

2.3.2. Teorema Pickands-Balkema-de Haan

Otro de los teoremas esenciales en la Teoría de Valores Extremos, además del visto en la sección anterior, es el Teorema de Pickands-Balkema-De Haan, que será enunciado a continuación:

Teorema 4 Pickands-Balkema-de Haan *Siempre es posible encontrar una función $\beta(u)$ positiva tal que:*

$$\lim_{u \rightarrow x} \sup_{0 \leq x \leq x_F - u} |F_u(x) - G_{\xi, \beta(u)}(x)| = 0$$

Si y solo si:

$$F \in DAM(H_\xi)$$

Una idea intuitiva de la prueba del resultado anterior se muestra en los siguientes párrafos, esta prueba puede encontrarse en el libro de Introducción al Modelo Estadístico de Valores Extremos (Coles, 2004).

Sea X con función de distribución F_X , sabemos por el teorema de Fisher-Tippet-Gnedenko que:

$$\begin{aligned} (F(x))^n &\approx \exp\left(-\left(1 + \xi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right)^{-\frac{1}{\xi}}\right) \\ \Rightarrow \ln[(F(x))^n] &\approx \ln\left[\exp\left(-\left(1 + \xi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right)^{-\frac{1}{\xi}}\right)\right] \\ \Rightarrow n \ln(F(x)) &\approx -\left(1 + \xi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right)^{-\frac{1}{\xi}} \end{aligned} \quad (2.18)$$

Para valores grandes de x se puede utilizar la expansión de Taylor, esto implica que:

$$\ln(x) \approx -(1 - F(x)) \quad (2.19)$$

Aplicando (2.20) a (2.19) obtenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned} -n(1 - F(u)) &\approx -\left(1 + \xi\left(\frac{u - \mu}{\sigma}\right)\right)^{-\frac{1}{\xi}} \\ \Rightarrow (1 - F(u)) &\approx \frac{1}{n} \left(1 + \xi\left(\frac{u - \mu}{\sigma}\right)\right)^{-\frac{1}{\xi}} \end{aligned} \quad (2.20)$$

para u suficientemente grande.

Realizamos nuevamente el procedimiento, pero ahora considerando $x > 0$.

$$\Rightarrow \{1 - F(u + x)\} \approx \frac{1}{n} \left(1 + \xi \left(\frac{u + x - \mu}{\sigma}\right)\right)^{-\frac{1}{\xi}} \quad (2.21)$$

Sabemos que la distribución de excesos sobre el umbral u esta dada por (2.15), sustituyendo (2.21) y (2.22) en la distribución tenemos que:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(X > u + x | X > u) &\approx \frac{n^{-1} \left(1 + \xi \left(\frac{u+x-\mu}{\sigma}\right)\right)^{-\frac{1}{\xi}}}{n^{-1} \left(1 + \xi \left(\frac{u-\mu}{\sigma}\right)\right)^{-\frac{1}{\xi}}} \\ &= \left(\frac{1 + \xi \left(\frac{u+x-\mu}{\sigma}\right)}{1 + \xi \left(\frac{u-\mu}{\sigma}\right)}\right)^{-\frac{1}{\xi}} \\ &= \left(\frac{\sigma + \xi(u + x - \mu)}{\sigma + \xi(u - \mu)}\right)^{-\frac{1}{\xi}} \\ &= \left(\frac{\sigma + \xi(u - \mu) + \xi x}{\sigma + \xi(u - \mu)}\right)^{-\frac{1}{\xi}} \\ &= \left(1 + \frac{\xi x}{\sigma + \xi(u - \mu)}\right)^{-\frac{1}{\xi}} \\ &= \left(1 + \frac{\xi x}{\beta}\right)^{-\frac{1}{\xi}} \end{aligned} \quad (2.22)$$

Donde $\beta = \sigma + \xi(u - \mu) > 0$ Este teorema nos dice que si $F \in \text{DAM}(H_\xi)$ entonces podemos aproximar la distribución de excesos con una Pareto Generalizada. \square

Algunos ejemplos que se pueden realizar haciendo uso del teorema mencionado anteriormente son:

- Distribución Exponencial

Sea X una variable aleatoria con distribución exponencial, entonces la función de distribución de X esta dada por:

$$F_X(x) = 1 - e^{-x} \text{ para } x > 0$$

Si calculamos la función de distribución de excesos nos queda

$$\begin{aligned}
 F_u(x) &= \frac{1 - F_X(u+x)}{1 - F_X(u)} \\
 &= \frac{1 - (1 - e^{-(u+x)})}{1 - (1 - e^{-u})} \\
 &= \frac{e^{-(u+x)}}{e^{-u}} \\
 &= e^{-x} \quad \text{para } x > 0
 \end{aligned}$$

Que corresponde a la distribución Pareto Generalizada con $\xi = 0$ y $\beta = 1$.

- Distribución Uniforme

Sea X una variable aleatoria Uniforme(0,1), entonces la función de distribución de X esta dada por:

$$F_X(x) = x \quad \text{para } 0 \leq x \leq 1$$

Si calculamos la función de distribución de excesos nos queda lo siguiente

$$\begin{aligned}
 F_u(x) &= \frac{1 - F_X(u+x)}{1 - F_X(u)} \\
 &= \frac{1 - (u+x)}{1 - u} \\
 &= 1 - \frac{x}{1 - u} \quad \text{para } 0 \leq x \leq 1 - u
 \end{aligned}$$

Que corresponde a una distribución Pareto Generalizada con $\xi = -1$ y $\beta = 1 - u$.

De igual forma que en el método anterior, se dará una breve explicación de la estimación vía Máxima Verosimilitud de la distribución Pareto Generalizada.

2.3.3. Estimación por Máxima Verosimilitud

Sea $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ una muestra aleatoria y supongamos que $F_u(x) = G_{\xi, \beta}(x)$ para $x \leq x_F - u$, $\xi \in \mathbb{R}$ y $\beta > 0$.

El número de variables que superarán el umbral u se denotará por N_u , donde:

$$N_u = \sum_{i=1}^n \mathbb{1}_{\{x_i > u\}}$$

Esto genera una muestra con las variables que superaron el umbral:

$$\{\hat{X}_1, \hat{X}_2, \dots, \hat{X}_{N_u}\}$$

donde el tamaño de la muestra es aleatorio N_u .

En base a esta muestra se construye la muestra de excesos, que es:

$$Y_j = \hat{X}_j - u.$$

Finalmente con esta muestra de excesos (Y_j) se pueden realizar estimaciones por máxima verosimilitud.

En la sección anterior vimos que para sacar la función de log-verosimilitud es necesario tener la función de densidad, en este caso de $G_{\xi,\beta}(x)$, por lo que comenzaremos calculando la función de densidad de la PG.

La función de densidad de la PG es:

$$g_{\xi,\beta}(x) = \frac{1}{\xi} \left(1 + \frac{\xi x}{\beta}\right)^{-(1+\frac{1}{\xi})} \frac{\xi}{\beta} = \frac{1}{\beta} \left(1 + \frac{\xi x}{\beta}\right)^{-(1+\frac{1}{\xi})} \quad (2.23)$$

Ahora veamos cuál es la función de log-verosimilitud

$$\begin{aligned} \ln(L_{\xi,\beta}(Y_1, Y_2, \dots, Y_{N_u})) &= \ln\left(\prod_{j=1}^{N_u} g_{\xi,\beta}(Y_j)\right) \\ &= \ln\left(\frac{1}{\beta} \left(1 + \frac{\xi x}{\beta}\right)^{-(1+\frac{1}{\xi})}\right) \\ &= \ln\left(\frac{N_u}{\beta} \prod_{j=1}^{N_u} \left(1 + \frac{\xi x}{\beta}\right)^{-(1+\frac{1}{\xi})}\right) \\ &= -N_u \ln(\beta) + \sum_{j=1}^{N_u} \ln\left[\left(1 + \frac{\xi x}{\beta}\right)^{-(1+\frac{1}{\xi})}\right] \\ &= -N_u \ln(\beta) - \left(1 + \frac{1}{\xi}\right) \sum_{j=1}^{N_u} \ln\left(1 + \frac{\xi x}{\beta}\right) \end{aligned}$$

Por lo tanto, $\ln \left(L_{\xi, \beta}(Y_1, Y_2, \dots, Y_{N_u}) \right) = -N_u \ln(\beta) - \left(1 + \frac{1}{\xi} \right) \sum_{j=1}^{N_u} \ln \left(1 + \frac{\xi x}{\beta} \right)$, (2.24)

con $\beta > 0$ y $\left(1 + \frac{\xi x}{\beta} \right) > 0$.

De igual manera que con el método de máximos por bloque, no se puede encontrar los estimadores de manera analítica para la Ecuación (2.24), por lo que nuevamente se vuelve a hacer uso de métodos numéricos para el cálculo del mejor estimador.

La interpretación y la validación del modelo nuevamente se realiza por medio del nivel y periodo de retorno, vistos en el método anterior, haciendo uso del gráfico de niveles de retorno. Generalmente se grafica la curva del nivel de retorno en una escala logarítmica para enfatizar el efecto de la extrapolación, además se pueden incluir intervalos de confianza y estimaciones empíricas de los niveles de retorno, como podrá verse en el capítulo 4.

Durante este capítulo se vieron distintos conceptos y herramientas teóricas que nos ayudarán a resolver matemáticamente el problema inicial, que es la estimación de los sismos máximos generados en un intervalo de tiempo. Sin embargo, no solo son necesarias estas herramientas, también se requiere tener conocimiento de las distintas variables que intervienen en el problema. En el siguiente capítulo se hablará de las variables involucradas en el cálculo del peligro sísmico, y se mencionarán algunos de los métodos utilizados para este cálculo.

Capítulo 3

Riesgo Sísmico

El riesgo puede ser definido de distintas formas, pues engloba diferentes problemas, es por ello que la UNESCO en 1980 propuso una definición que relaciona todos los aspectos del problema, a partir de la siguiente expresión (Muñoz, 1989):

$$\text{Riesgo} = \text{Peligrosidad} * \text{Vulnerabilidad} * \text{Valor Económico}$$

Donde la peligrosidad es la probabilidad de ocurrencia de un suceso potencialmente catastrófico durante un periodo, la vulnerabilidad es el grado de pérdida de un elemento o grupo de elementos que están bajo riesgo como resultado de la posible ocurrencia de este suceso catastrófico, y el valor económico se refiere a la pérdida monetaria total provocada por el suceso. Más adelante se detallará la definición y el cálculo de la peligrosidad y la vulnerabilidad.

A partir de esto podemos definir el riesgo como las pérdidas posibles debido a la ocurrencia de un suceso catastrófico y como una función de la peligrosidad y la vulnerabilidad, en particular, si estamos hablando de riesgo sísmico, el suceso catastrófico es considerado un sismo.

El modelo de riesgo sísmico deberá estar basado en formulaciones probabilistas, esto con el fin de considerar la incertidumbre que conlleva el análisis de peligrosidad y de vulnerabilidad. En O. Cardona, Ordaz, Yamin, Marulanda, y Barbat (2008) se plantea un modelo probabilista que cuantifica las pérdidas potenciales causadas por los sismos y se construye a partir de los siguientes módulos:



Figura 3.1: Modelo probabilista del Riesgo Sísmico
O. Cardona y cols. (2008)

Como se observa en la Figura 3.1 los módulos están presentados de una manera jerárquica, los primeros tres nos proporcionan las variables que se deben de tomar en cuenta para el cálculo del Riesgo Sísmico. El cuarto módulo contabiliza los daños y pérdidas económicas a partir de los primeros tres módulos. El quinto módulo menciona que los modelos de riesgo sísmico son buenas herramientas para hacer frente a las pérdidas económicas, en caso de que ocurra un sismo. Y el último módulo habla del procedimiento para evaluar las decisiones relacionadas a la gestión de riesgos. En este trabajo sólo se tomarán en cuenta los módulos de peligrosidad sísmica, vulnerabilidad sísmica, y el de daños y pérdidas, el cual estará integrado en las secciones de vulnerabilidad y riesgo sísmico.

3.1. Peligro Sísmico

Podemos definir el peligro sísmico como la probabilidad de que ocurra un movimiento sísmico del terreno en un lugar determinado, en un periodo dado y de un nivel de severidad determinado. El análisis de la peligrosidad está basado en la frecuencia histórica de eventos y en la severidad de cada uno de ellos.

Utilizaremos la notación: $V_Y(y)$ para referirnos al peligro sísmico. En algunos textos, que también tratan este tema, se representa al peligro sísmico únicamente con una H por la inicial de peligro en inglés *hazard* (Benito y Jiménez, 1999).

El peligro sísmico puede expresarse de la siguiente manera:

$$V_Y(y) = \mathbf{P}(Y \geq y; t)$$

Esto es, la probabilidad de superar un umbral y del parámetro de movimiento elegido durante un tiempo t , donde el parámetro de movimiento, Y , puede ser: el desplazamiento, la velocidad o la aceleración.

A partir de los parámetros de la peligrosidad se tendrán que definir la frecuencia y severidad de los eventos (sismos) que ocurrieron durante el lapso de tiempo del análisis, de esta forma se representará la ocurrencia de la peligrosidad de la región de estudio.

El cálculo de la severidad se realiza mediante parámetros de intensidad, particulares de la región. La intensidad esta relacionada con la amplitud del movimiento del terreno y para poder determinarla se necesita tener conocimiento de dos características importantes de la zona de estudio: i) la sismicidad del área de influencia, es decir, la región que afecta directamente la zona que nos interesa estudiar, y ii) la atenuación sísmica, es decir, la propagación de la energía liberada posterior a la ocurrencia de un sismo.

3.1.1. Información a considerar

Antes de comenzar a mencionar algunos métodos de evaluación del peligro sísmico, es necesario saber qué información se necesita considerar para el análisis de peligrosidad. La información que se deberá recopilar dependerá de tres factores:

- a) La radiación generada en la fuente.
 - a.1 Sismicidad de la región de influencia.
 - a.2 Identificación de fallas activas y zonificación.
 - a.3 Caracterización de las leyes de recurrencia o del máximo potencial.
- b) La propagación de la energía liberada a través del medio.
- c) El efecto local.

A continuación vamos a describir cada uno de los puntos anteriores.

- a) Radiación generada en la fuente.

a.1 Sismicidad de la región de influencia

Lo primero que nos interesaría saber es: qué ha sucedido en la región de influencia, es decir, si han ocurrido sismos en el pasado en esa zona, y en caso de haber ocurrido, nos gustaría tener toda la información posible acerca de estos sismos, por ejemplo: la magnitud de cada uno y las fechas en las que ocurrieron.

Esta información se encuentra en catálogos instrumentales y macrosísmicos, en documentos de sismicidad histórica, en mapas de isosistas, entre otras fuentes de información del país en que se esté realizando el análisis. En el caso particular de México, estas fuentes de información tienen registros sísmicos desde 1900 (Servicio Sismológico Nacional), debido a que en épocas anteriores no se tenían instrumentos sísmicos como los actuales, sin embargo, desde el siglo XV se tienen registros de sucesos provocados por movimientos en la tierra, conocidos ahora como sismos.

En México se obtiene esta información a partir del Servicio Sismológico Nacional (SSN) que es dependiente del Instituto de Geofísica de la UNAM, este organismo se encarga de calcular las localizaciones epicentrales, las profundidades y las magnitudes de los sismos que ocurren principalmente en la zona centro y sur del país. También está el Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED) que emite boletines acerca de los sismos de magnitudes grandes o aquellos sismos que causan daños importantes, y publica datos de aceleraciones registrados en las estaciones de la línea de atenuación Acapulco-CDMX y en estaciones de la Ciudad de México. Además tenemos la Red Acelerográfica del Instituto de Ingeniería UNAM, que tiene una base de datos de registros acelerográficos.

También se cuenta con información de organismos de otros países, por ejemplo, el Servicio Geológico de los Estados Unidos (USGS) que presenta localizaciones de sismos en diferentes partes del mundo, además de contar con una base de datos histórica que cuenta con antecedentes sísmicos de una zona en particular, resúmenes de daños, entre otra información.

a.2 Identificación de fallas activas y zonificación.

Se denominan fuentes sismogénicas a las zonas en donde los sismos presentan características similares, y por tanto, se pueden asociar a una única estructura geológica.

Para poder detectar las fallas activas y las zonas sismogénicas primero se deben identificar las fallas y otras estructuras tectónicas de la zona, después se debe analizar su posible relación con la sismicidad observada. Una vez que se identifican los límites de estas zonas se puede realizar una zonificación formal. Generalmente esta información ya se encuentra en mapas geológicos.

De acuerdo con Arroyo, García, Ordaz, Mora, y Singh (2010); Jaimes Téllez y Reinoso Angulo (2006); Ordaz y Reyes (1999), las zonas sismogénicas, en México, para los sismos interplaca, intraplaca y los sismos generados en el Cinturón Volcánico Mexicano (CVM) son las que se observan en la Figura 3.2.

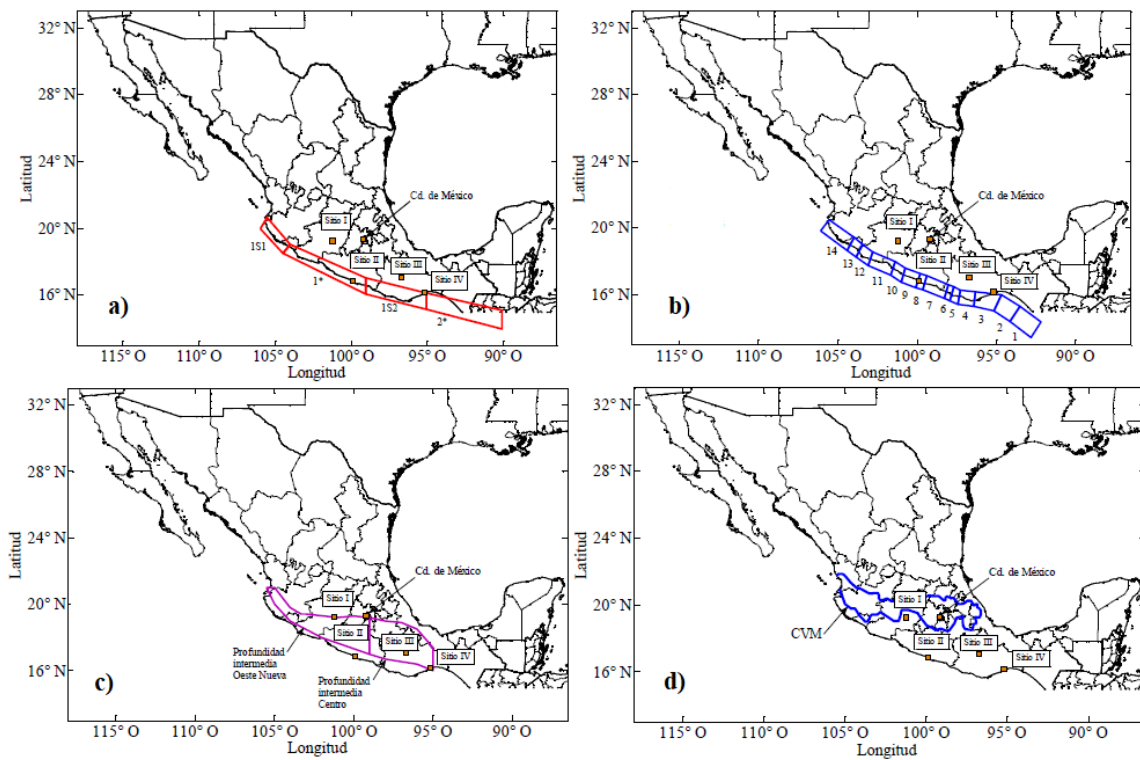


Figura 3.2: Zonas sismogénicas de México.

Desagregación del peligro sísmico para algunos sitios seleccionados de México, Pozos-Estrada, Gómez, y Hong (2014).

En la Figura 3.2 están representadas las zonas sismogénicas para: a) Sismos interplaca con magnitudes menores o iguales a 7, b) Sismos interplaca con magnitudes mayores a 7, c) Sismos intraplaca, y d) Sismos que se generan en el Cinturón Volcánico Mexicano (CVM).

a.3 Caracterización de las leyes de recurrencia o del máximo potencial

Más adelante veremos que existen dos métodos para calcular la peligrosidad sísmica, sin embargo, cada método necesita información diferente para realizar este cálculo.

El primer método es el determinista, para este método se necesita saber acerca del potencial sísmico de la zona o del terremoto característico. El potencial sísmico es el mayor sismo posible, considerando su magnitud o intensidad, asociado a una falla activa, para poder determinarlo se debe conocer el máximo sismo ocurrido en el pasado. Si no se tiene suficiente información geológica, el máximo sismo potencial se estima de tal forma que se aumenta ligeramente el valor del máximo sismo histórico.

Cuando las fallas activas son identificables, la actividad sísmica puede expresarse por medio de un terremoto característico. Un terremoto característico representa los sismos de magnitudes grandes que se han producido con un intervalo de recurrencia similar.

El segundo método es el probabilista y se necesita saber acerca de las estimaciones de las leyes de recurrencia de los sismos en cada falla o zona. Las leyes de recurrencia de la magnitud o la intensidad son comúnmente usadas como una forma de definir el patrón esperado de sismicidad en un cierto intervalo de tiempo.

En 1944 Gutenberg y Richter determinaron que, a partir de cierta magnitud mínima hasta otra magnitud máxima, existe un rango en el que la relación entre el logaritmo de la frecuencia y la magnitud es lineal. La Ley Gutenberg-Richter representa la relación entre la frecuencia y la magnitud y se expresa de la siguiente manera:

$$\log_{10}(N) = a - b * M$$

Donde:

N es la frecuencia acumulativa, es decir, el número de terremotos con magnitud mayor o igual que M

b es la pendiente que representa la proporción entre el número de sismos pequeños y sismos grandes en la zona, por ejemplo: si b es mayor entonces la cantidad de sismos pequeños es mayor que los de mayor magnitud (Figura 3.3).

a representa la cantidad de sismos de magnitud mayor que cero en un intervalo de tiempo t .

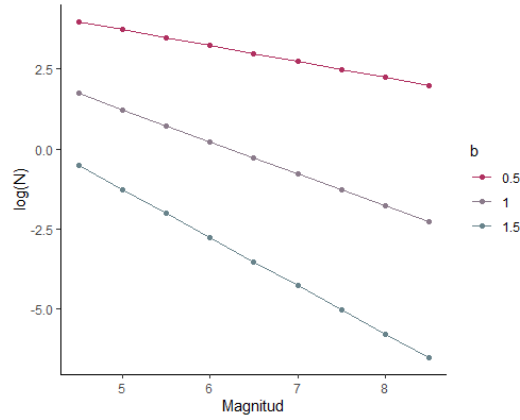


Figura 3.3: Ley Gutenberg-Richter para diferentes valores de b .

Se puede llevar a cabo una caracterización sísmica que permita estimar el número anual de sismos esperados en una región, es por ello que se le hace modificaciones a la Ley Gutenberg-Richter, en donde se sigue tomando en cuenta el valor de b y se definen los valores extremos M_0 y M_u para los que se considera válida la magnitud.

La Ley Gutenberg-Richter modificada representa la actividad de la i -ésima fuente sísmica y se especifica en términos de la tasa de ocurrencia de un sismo, $\lambda_i(M)$, con magnitud mayor o igual que M .

La representación de $\lambda_i(M)$ dependerá del lugar en donde se genere el sismo. En caso de que la magnitud sea menor a 7 grados la fórmula es la siguiente:

$$\lambda_i(M) = \lambda_{0,i} \frac{e^{-\beta_i M} - e^{-\beta_i M_{u,i}}}{e^{-\beta_i M_0} - e^{-\beta_i M_{u,i}}} \quad (3.1)$$

Donde:

$\beta_i = b \ln(10)$ es la pendiente del tramo inicial de la curva de recurrencia de magnitud.

$\lambda_{0,i} = \frac{N}{A}$ con N el número de sismos con magnitud $M \geq M_0$ y A la duración del catálogo en años. Es el número promedio de eventos por año de sismos con magnitud mayor que M_0 que se generan en una zona.

M es la magnitud momento.

M_0 es la mínima magnitud relevante.

$M_{u,i}$ es la máxima magnitud observada en cada fuente y se estima con base en la máxima longitud de ruptura posible de cada una de las fuentes y en otras características morfotectónicas.

Estos parámetros son diferentes para cada zona y en Rosenblueth y Ordaz (1987) se propone un método bayesiano para su estimación.

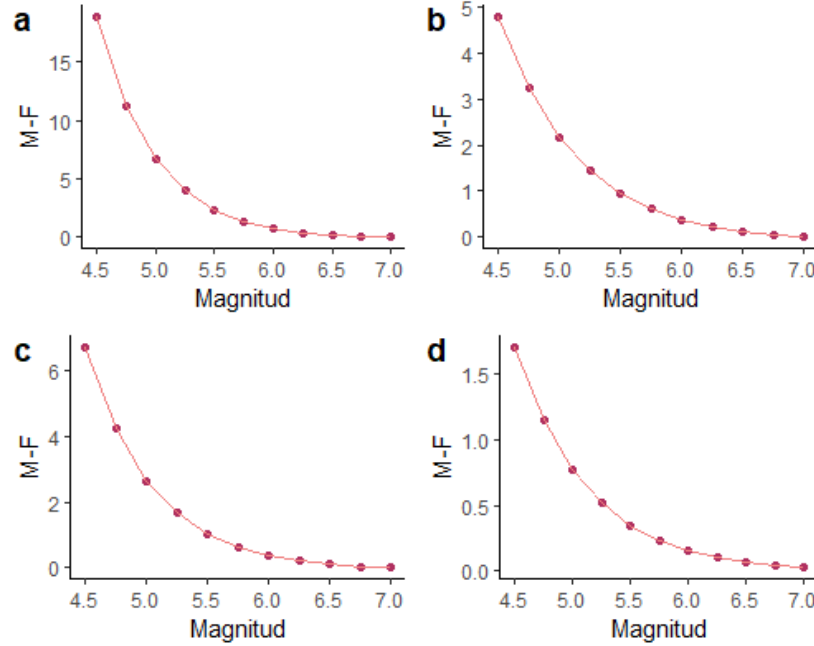


Figura 3.4: Sismos Interplaca ($M \leq 7$): a) zona 1S1, b) zona 1*, c) zona 1S2 y d) zona 2*. Donde M-F es la Magnitud-Frecuencia.

Para $M > 7$ se supone una distribución Gaussiana, con esto se toma en cuenta el comportamiento del sismo característico observado por Singh et al. (1983) para la zona de subducción en México. Entonces, para cada zona, $\lambda(M)$ está dada por la siguiente expresión (Ordaz y Reyes, 1999):

$$\lambda(M) = \lambda_7 \left[1 - \Phi \left(\frac{M - \mu_M}{\sigma_M} \right) \right] \quad (3.2)$$

Donde:

λ_7 es la tasa de excesos para $M > 7$.

μ_M es la esperanza de la magnitud.

σ_M es la desviación estándar de la magnitud

En México, diversos autores han realizado estudios para encontrar el valor de los parámetros de las ecuaciones (3.1)-(3.2). En la siguiente tabla se muestran los resultados de Ordaz y Reyes (1999) para los sismos interplaca y Jaimes Téllez y Reinoso Angulo (2006) para los sismos intraplaca. ¹

Fuente Sísmica	Relación magnitud-frecuencia	Intervalo de M
Interplaca ($M \leq 7$)	$\lambda(M) = \lambda_0 \frac{\exp(-\beta M) - \exp(-7\beta)}{\exp(-4,5\beta) - \exp(-7\beta)}$	4.5 - 7.0
Interplaca ($M > 7$)	$\lambda(M) = \lambda_7 (1 - \Phi((M - 7,5)/0,3))$	$M > 7$
Intraplaca: Profundidad Intermedia Oeste	$\lambda(M) = \lambda_0 \frac{\exp(-\beta M) - \exp(-7,9\beta)}{\exp(-4,5\beta) - \exp(-7,9\beta)}$	4.5 - 7.9
Intraplaca: Profundidad Intermedia Centro	$\lambda(M) = \lambda_0 \frac{\exp(-\beta M) - \exp(-7,88\beta)}{\exp(-4,5\beta) - \exp(-7,88\beta)}$	4.5 - 7.88

Tabla 3.1: Relación Magnitud-Frecuencia para diferentes tipos de sismos.
Fuente: Desagregación del peligro sísmico para algunos sitios seleccionados de México, Pozos-Estrada y cols. (2014).

Una vez que se tiene conocimiento de la energía liberada en el foco es importante saber de que forma viaja a través del medio, el siguiente inciso describe la forma en que se puede recopilar esta información.

b) Propagación de la energía liberada a través del medio

El segundo factor que debe considerarse para la estimación del peligro sísmico se aborda en estudios de peligrosidad determinando la atenuación sísmica regional. La amplitud de las ondas se atenúa en su propagación como consecuencia de la expansión geométrica y de la anelasticidad del medio ².

¹Nota: Es importante mencionar que la mayoría de los trabajos de peligro sísmico suponen que la ocurrencia de un sismo se puede modelar con un Proceso Poisson (Apéndice B), debido a que es un proceso estocástico de conteo. Normalmente se utiliza el Proceso Poisson Homogéneo por su simpleza, sin embargo, en estudios recientes se ha utilizado un Proceso Poisson No Homogéneo para modelar la ocurrencia de un sismo. La diferencia entre estos dos procesos radica en que el Proceso Poisson Homogéneo considera que la ubicación de los sismos, en un año, es condicionalmente uniforme, mientras que en el Proceso Poisson No Homogéneo la ocurrencia de sismos en diferentes ubicaciones está en función del tiempo.

²Cualquier comportamiento de la mecánica de sólidos

La estimación de la atenuación puede realizarse calculando la atenuación conjunta de leyes empíricas que relacionan el parámetro del movimiento, en un punto, con la distancia epicentral y con el parámetro que refleja la energía liberada en el foco.

Las leyes de las que se habló en el párrafo anterior son las leyes de atenuación que relacionan la magnitud, distancia e intensidad del registro de un sismo y describen la forma en la que se traslada la energía, posterior a ser liberada en el epicentro. El objetivo de usar estas leyes es principalmente predecir las aceleraciones que se producirán como consecuencia de un sismo de magnitud M , a una distancia específica.

Para calcular estas leyes primero se deberá definir la distancia (R) en kilómetros, que es la distancia horizontal entre la ubicación del epicentro y el sitio donde se realizará el análisis. Después se tiene que especificar la magnitud (M).

El modelo básico de las ecuaciones de atenuación para algún parámetro del sismo, que puede ser la aceleración o la intensidad, es de la siguiente forma:

$$Y = b_1 e^{b_2 M} (R + b_4)^{b_3} e^{-b_5 R}$$

Donde:

Y es el parámetro que se desea estimar.

M es la magnitud momento.

R la distancia desde el punto en que se desea estimar Y y el foco.

b_1, b_2, \dots, b_5 son coeficientes que dependen de la zona.

También puede usarse la forma logarítmica de esta ecuación:

$$\log(Y) = c_1 + c_2 M + c_3 \log(R + c_4) - c_5 R$$

Donde:

$$c_1 = \log(b_1), c_2 = b_2, c_3 = b_3, c_4 = b_4, c_5 = b_5$$

Los coeficientes que acompañan a R representan las dos formas de atenuación:

c_3 es la atenuación geométrica, que representa el crecimiento de la ondas a través del área, desde la fuente.

c_5 es la atenuación anelástica, que se debe a la absorción de la energía por el medio en que se propaga la onda sísmica.

Como se mencionó en el capítulo 1, la intensidad cambia conforme se va alejando del epicentro, entonces podemos calcular la atenuación de la intensidad de la siguiente forma:

$$I(D_e) = I_o + a_1 + a_2 D_e + a_3 \log(D_e)$$

Donde:

I_o es la intensidad medida en el epicentro del sismo.

D_e es la distancia del epicentro al punto donde se quiere saber la intensidad.

$$D_e = \sqrt{[(Lat_F - Lat_L)(111, 18)]^2 + [(Long_F - Long_L)(111, 18)\cos(Lat_F)]^2}$$

Donde:

Lat_F y $Long_F$ es la latitud y longitud donde se encuentra el foco.

Lat_L y $Long_L$ es la latitud y longitud de la localidad donde se sintió el sismo.

Sin embargo, para realizar este cálculo se debe conocer I_o y no siempre es posible esto, pues en la mayoría de los casos es difícil saber el valor exacto, por ello surge la necesidad de aproximar este valor de la siguiente manera:

$$I(r) = a_1 M_w + a_2 \log(D_h) + a_3 D_h + a_4$$

Donde:

D_h es la distancia del hipocentro, $D_h = \sqrt{(D_e)^2 + (H_F)^2}$, con H_F la profundidad focal en kilómetros.

Las leyes de atenuación se determinan dependiendo del tipo de sismo y los parámetros se obtienen para cada zona, en México se definieron las leyes de atenuación, de la aceleración espectral, de acuerdo a las investigaciones de García (2006), Reyes et al. (2002) y García et al. (2005), las ecuaciones relacionadas a cada tipo de sismo son las siguientes (Pozos-Estrada y cols., 2014):

- Sismos interplaca (sitios fuera del Valle de México y del CVM).

$$\log_{10} Y = c_1 + c_2 M + c_3 R - c_4 \log_{10} \left(R + c_5 10^{c_6 M} \right) + c_7 H + \epsilon \quad (3.3)$$

Esta ecuación fue propuesta en García (2006), el valor de los coeficientes son:

$T_n(s)$	c_1	c_2	c_3	c_5	c_6	c_7	σ
0.2	2.6461	0.1376	-0.0036	0.009	0.475	-0.00260	0.40
0.5	1.6123	0.2289	-0.0017	0.003	0.515	-0.00190	0.40
2.0	-0.2997	0.3853	-0.0004	0.002	0.489	-0.00340	0.38

- Sismos intraplaca (sitios fuera del Valle de México y del CVM).

$$\log_{10} Y : c_1 + c_2 M + c_3 R - c_4 \log_{10} R + c_5 H + \epsilon \quad (3.4)$$

Esta ecuación fue propuesta en García et. al.(2005) y el valor de los coeficientes es el siguiente:

$T_n(s)$	c_1	c_2	c_3	c_5	σ
0.2	-0.020	0.595	-0.0036	0.0068	0.31
0.5	-0.907	0.686	-0.0024	0.0034	0.29
2.0	-2.927	0.869	-0.0012	0.0014	0.30

- Sismos interplaca para Ciudad Universitaria.

$$\log_{10} Y = c_1 + c_2(M - 6) + c_3(M - 6)^2 + c_4 \log_{10} R + c_5 R + \epsilon \quad (3.5)$$

Esta ecuación fue propuesta por Reyes et al.(2002) y los coeficientes son:

$T_n(s)$	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	σ
0.2	2.981	-0.0473	0.1640	-0.500	-0.0024	0.15
0.5	3.058	-0.0504	0.1775	-0.500	-0.0025	0.16
2.0	2.685	-0.0515	0.2187	-0.500	-0.0014	0.25

- Sismos intraplaca para Ciudad Universitaria.

$$\log_{10} Y = c_1 + c_2 M + c_3 R - c_4 \log_{10} R + c_5 H + \epsilon \quad (3.6)$$

Esta ecuación fue propuesta por García et al. (2005) y los coeficientes son los siguientes:

$T_n(s)$	c_1	c_2	c_3	c_5	σ
0.2	-0.742	0.8539	-0.0035	-0.0069	0.23
0.5	-0.307	0.8067	-0.0033	-0.0118	0.32
2.0	-2.459	1.0522	-0.0021	-0.0150	0.43

Para las ecuaciones (3.3)-(3.6) el valor de ϵ es considerado una variable normal con media cero y desviación estándar σ , el valor de σ se estima para cada caso como se puede ver en las tablas anteriores, mientras que el cálculo de c_4 dependerá del tipo de sismo, al igual que los valores de R y H (Pozos-Estrada y cols., 2014).

Debido a que los datos presentan una gran dispersión, la estimación de las leyes de atenuación contiene cierta incertidumbre, por lo que sólo se estiman atenuaciones promedio. Sin embargo, esta incertidumbre disminuye cuando se realiza el estudio en regiones de alta sismicidad, lo que ayuda a que dichas leyes de atenuación queden bien establecidas.

Además de los factores antes mencionados se deben considerar las características que tiene el lugar donde se está realizando el estudio, estas características representan el Efecto Local, del cual se hablará a continuación.

c) Efecto Local

El efecto local nos indica que la amplificación del movimiento dependerá de las características del suelo, entonces, para que la predicción del movimiento sea realista se deberá tomar en cuenta la topografía del lugar en el que se realizará el análisis.

El factor de amplificación es el aumento de la aceleración en la superficie del terreno comparada con la aceleración en la profundidad del suelo. Algunos de los factores que afectan la amplificación son: el tipo de suelo, la profundidad de la cimentación y la distancia a la fuente del sismo. La amortiguación afecta en mayor proporción a las altas frecuencias que a las bajas frecuencias. Por ejemplo, en arcillas blandas la amplificación puede ser el doble que en gravas o arenas compactadas.

La estimación de los efectos de sitio se basa principalmente en la obtención de datos de vibración ambiental y en el uso de modelos matemáticos. La forma más confiable de determinar la amplificación es utilizando acelerogramas del sitio o de sitios similares, con sismos similares y aplicando el método de funciones de transferencia, mediante estas funciones se puede conocer el número de veces que se amplifica una onda sísmica y en qué intervalo de frecuencias.

La función de transferencia empírica del sitio (FTE) puede obtenerse a partir del cociente del espectro de Fourier en el sitio de suelo blando entre el espectro de Fourier correspondiente al sitio de suelo firme (Apéndice A) (Ordaz, Meli, Montoya-Dulché, Sánchez, y Pérez-Rocha, 1994).

Para caracterizar la respuesta en la Ciudad de México se utilizan cocientes de espectros de respuesta promedio (CER), que son funciones de transferencia entre cada sitio instrumentado y el sitio que nos interesaría analizar. Es importante mencionar

que los CER solo pueden estimarse para los sitios de suelo blando instrumentado en que se hayan obtenido registros sísmicos.

Los cocientes pueden obtenerse para cualquier parte de la Ciudad de México, por medio de un método de interpolación, este procedimiento es descrito en Pérez-Rocha, Ordaz Schroeder, y Reinoso Angulo (2009).

3.1.2. Métodos para el cálculo del peligro sísmico

Ahora que ya se sabe que información se necesita para realizar el análisis de la peligrosidad, comenzaremos a describir los métodos existentes para calcular el peligro sísmico.

Existen dos métodos para evaluar la peligrosidad:

- Métodos deterministas
- Métodos probabilistas

Métodos deterministas

El método determinista o DSHA (Deterministic Seismic Hazard Analysis) tiene como hipótesis la estacionalidad de la sismicidad, es decir, consideran que los terremotos que se generen en el futuro se generarán de manera similar que los del pasado. De los dos métodos, los deterministas se desarrollaron primero y tienen por objetivo obtener la acción sísmica en el lugar de interés, sin proporcionar información sobre el periodo de retorno, además, durante el análisis no se toma en cuenta la incertidumbre y no contiene criterios claros que permitan asegurar que el sismo obtenido es el máximo esperable.

Metodología:

1. Definición del área de influencia del lugar que nos interesaría analizar e identificación de las fuentes sísmicas.
2. Selección de la distancia de la fuente al sitio de análisis, y del sismo de análisis, el cual representa de la mejor manera el potencial sísmico de la fuente en consideración.
3. Determinación de la peligrosidad en el lugar de análisis. Tomando en cuenta el máximo valor de intensidad del movimiento generado por las diferentes zonas. La peligrosidad quedará caracterizada por el límite superior del movimiento en el lugar de análisis.

El DSHA indica el peor caso posible del efecto y a pesar de no ser tan utilizado, en la actualidad, puede servir como herramienta de calibración de modelos más refinados.

La ventaja de utilizar este método es la sencillez en su aplicación, mientras que las desventajas serían el desconocimiento de la probabilidad asociada a ese máximo movimiento y la caracterización de la fuentes únicamente por el mayor sismo, sin tomar en cuenta la ley de recurrencia (Benito y Jiménez, 1999).

Métodos probabilistas

Los métodos probabilistas o PSHA (Probabilistic Seismic Hazard Analysis) comenzaron a desarrollarse a finales de los años 60's con el fin de involucrar de manera analítica la incertidumbre asociada a las variables que intervienen en el análisis de la peligrosidad de una región. Estos tienen por objetivo estimar la actividad sísmica en el lugar de análisis con una probabilidad asociada.

Estos métodos deducen las relaciones de recurrencia de los fenómenos sísmicos de una zona a partir de la información existente, es decir, consideran todos los sismos que pueden llegar a afectar el lugar de análisis, y a partir de esta información se obtienen las funciones de probabilidad de los parámetros buscados. **Dan como resultado estimaciones de la probabilidad de excedencia para cada valor de la intensidad del movimiento esperado en el lugar de análisis, durante un periodo de tiempo dado.** Los métodos probabilistas se dividen en dos: los métodos zonificados y no zonificados. A continuación se describirá cada uno de los métodos.

Métodos No Zonificados

Los métodos no zonificados evalúan la peligrosidad mediante funciones de distribución de valores extremos, la distribución más utilizada es la Gumbel. A la distribución de valores extremos elegida se le ajustan los valores x del parámetro de movimiento elegido, fijando además valores extremos x_e de dicho parámetro.

Metodología:

1. Determinación del área de influencia alrededor del lugar de análisis, donde se realiza la predicción.
2. Cálculo de valores del parámetro del movimiento x en el lugar de análisis, aplicando leyes de atenuación a los valores de dicho parámetro haciendo una excepción al parámetro de magnitud.
3. Ajustar una distribución de valores extremos.

4. Estimación de la probabilidad de excedencia de un cierto valor extremo fijado, x_e , durante un tiempo determinado t . Dando una manera de representar la peligrosidad.

Epstein (1966) propuso un modelo probabilístico que proporciona una base adecuada para realizar predicciones sobre la ocurrencia de terremotos de gran magnitud a lo largo del tiempo. Los supuestos de este modelo son los siguientes:

- La ocurrencia de los sismos en un año es una variable aleatoria Poisson con media α , es decir

$$N \sim \text{Poisson}(\alpha)$$

$N =$ Número de sismos en un año

$$\mathbf{P}[N = n] = e^{-\alpha} \frac{\alpha^n}{n!}, \quad n \in \mathbf{N}$$

- Sea X la variable aleatoria que representa la magnitud del sismo, la función de distribución de esta variable es la siguiente:

$$F(x) = \mathbf{P}(X \leq x) = 1 - e^{-\beta x}, \quad x \geq 0$$

A partir de los supuestos anteriores podemos ver las siguientes propiedades:

- a) La esperanza y varianza de la variable aleatoria N

$$\mathbf{E}[N] = \alpha \quad \text{Var}[N] = \alpha$$

- b) La esperanza y varianza de la variable aleatoria X

$$\mathbf{E}[X] = \frac{1}{\beta} \quad \text{Var}[X] = \frac{1}{\beta^2}$$

Sin embargo, los resultados anteriores sólo son para un año. Si tenemos una muestra aleatoria donde se tienen M sismos registrados en m años, y sea n_i el número de sismos en el año i y x_i la magnitud del sismo i , entonces podemos estimar los parámetros α y β de la siguiente manera:

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m n_i, \quad \hat{\beta} = \left(\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M x_i \right)^{-1}.$$

Recordemos que en este trabajo nos interesa saber qué sucede con los máximos haciendo uso de la Teoría de Valores Extremos, entonces, partiendo de la teoría vista

en el capítulo 2 sabemos que los máximos se pueden expresar de la siguiente manera: $Y = \max\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$, sin embargo, en este caso se realiza el conteo tomando en cuenta la variable aleatoria N , por lo que para saber la distribución de Y , se tendrá que condicionar sobre la v.a N , como se muestra a continuación (Epstein, 1966):

$$\begin{aligned}
F_Y(y) &= \mathbf{P}[Y \leq y] \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{P}[Y \leq y | N = n] \mathbf{P}[N = n] \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{P}[\max\{X_1, X_2, \dots, X_n\} \leq y] \mathbf{P}[N = n] \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{P}[X_1 \leq y, X_2 \leq y, \dots, X_n \leq y] \mathbf{P}[N = n] \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{P}[X_1 \leq y] \mathbf{P}[X_2 \leq y] \dots \mathbf{P}[X_n \leq y] \mathbf{P}[N = n] \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} [F_X(y)]^n e^{-\alpha} \frac{\alpha^n}{n!} \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} (1 - e^{-\beta y})^n e^{-\alpha} \frac{\alpha^n}{n!} \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{[(1 - e^{-\beta y}) \alpha]^n}{n!} \\
&= e^{-\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{[(1 - e^{-\beta y}) \alpha]^n}{n!} \\
&= e^{-\alpha} \left[e^{\alpha(1 - e^{-\beta y})} \right] \\
&= \exp \left[-\alpha \left[1 - (1 - e^{-\beta y}) \right] \right] \\
&= \exp \left[-\alpha e^{-\beta y} \right] \tag{3.7}
\end{aligned}$$

La ecuación (3.7) es la función de distribución Gumbel (Tipo I), en el análisis del peligro sísmico se recomienda utilizar esta distribución para el cálculo de los parámetros de aceleración, velocidad y desplazamiento.

Descripción detallada del modelo:

1. Consideremos una región sísmica definida por una falla principal.

2. Se toman como hipótesis las dos suposiciones que se mencionaron antes.
3. Para estimar los parámetros α y β de la muestra $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ de magnitudes máximas anuales en n años se debe realizar lo siguiente:

a) Ordenar la muestra de forma creciente

$$y_{(1)} \leq y_{(2)} \leq \dots \leq y_{(n)}$$

b) A cada $y_{(j)}$ se le asigna un valor

$$G(y_{(j)}) = \frac{j}{n+1}$$

Que representan la probabilidad de ser un valor extremo anual.

c) Asignar una desviación estándar individual para cada valor extremo observado y_j , puede realizarse de dos maneras diferentes:

- Ponderar las magnitudes extremas de acuerdo a un conjunto limitado de 4 rangos de magnitud.
- Ponderar las aceleraciones extremas en proporción a la aceleración.

d) Estimar los parámetros α y β por el método de mínimos cuadrados ajustados a la función:

$$\log [-\log G(y)] = \log \alpha - \beta y$$

Derivado de la ecuación (3.1)

Se puede ver que $\alpha e^{-\beta y}$ es el número esperado de sismos, N_y , en un año, el cual tiene una magnitud superior a y . Entonces, se sigue que

$$\log N_y = \log \alpha - \beta y$$

Esta ecuación es de la misma forma que la ley Gutenberg-Richter en donde los parámetros a y b de la ley serían de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} a &= \frac{\log \alpha}{\log 10} \\ b &= \frac{\beta}{\log 10} \end{aligned} \tag{3.8}$$

A partir de estos valores se pueden calcular distintas medidas, algunas de ellas son las siguientes:

- Magnitud media

Se sabe que $\frac{1}{\beta}$ es la magnitud media de todos los sismos con magnitud mayor que cero. Sea X_0 el umbral de las magnitudes de las observaciones, entonces la magnitud media es:

$$\bar{M} = X_0 + \beta^{-1}$$

- Media del periodo de retorno

La media del periodo de retorno entre los sismos que tienen magnitud mayor a y esta dada por:

$$T_y = \frac{1}{N_y} = \frac{\exp(\beta y)}{\alpha}$$

- Moda de la magnitud del sismo

Se refiere a la magnitud máxima anual más observada y se expresa de la siguiente manera:

$$\hat{y} = \frac{\log \alpha}{\beta}$$

- La magnitud máxima del sismo que es excedida con probabilidad p en un periodo anual D esta dada por:

$$y_p(D) = y_p + \frac{\log D}{\beta}$$

Donde:

$$y_p = \hat{y} - \frac{\log[-\log(1-p)]}{\beta}$$

- Peligro sísmico

La probabilidad de que ocurra un sismo de magnitud $M \geq Y$ en un periodo anual D es:

$$R_D(y) = 1 - \exp(-\alpha D e^{-\beta y})$$

Para llevar a cabo este método es necesario que se tenga suficiente actividad sísmica en la falla durante el periodo de estudio, ya que si esto no sucede la distribución de valores extremos para ese periodo no tendrá sentido en términos de la actividad de la falla. Entonces se puede decir que entre menos sismicidad exista en la región, menos será el periodo de observación para la aplicación del método de valores extremos.

Métodos Zonificados

Estos métodos fueron desarrollados inicialmente por Cornell (1968), este modelo parte de la zonificación de las áreas de influencia y ajusta la sismicidad en cada una de ellas a partir de un modelo de recurrencia para después sumar los resultados de cada una, y de esta manera obtener la función de probabilidad que representa la peligrosidad sísmica en el lugar de análisis.

Metodología:

1. Zonificación de las áreas de influencia.

2. Definición de un modelo de recurrencia en cada zona, para eso se utilizará la Ley Gutenberg-Richter modificada en cada una de las zonas, además se definirán las intensidades o magnitudes máximas y mínimas.
3. Estimación las leyes de atenuación de la intensidad o aceleración.
4. Estimación de la peligrosidad total por medio de la siguiente fórmula:

$$V_Y(y) = \sum_{i=1}^N \int_{M_0}^{M_u} \frac{d\lambda_i(M)}{dM} \mathbf{P}(Y \geq y|M, R_i) dM$$

Donde:

$\mathbf{P}(Y \geq y|M, R_i)$ es la probabilidad de que la intensidad exceda un cierto valor dadas las magnitudes del sismo.

M y la distancia entre la i -ésima fuente y el sitio R_i .

λ_i es la tasa de ocurrencia.

N es la totalidad de las fuentes. sísmicas

Además la integral toma en cuenta todas las magnitudes relevantes.

Como se vio durante la sección ambos métodos, probabilistas y deterministas, tienen sus ventajas y sus desventajas. Si tomamos en cuenta únicamente los métodos probabilistas se puede decir que los métodos zonificados son más completos, ya que consideran que más de una zona afecta al sitio de análisis, sin embargo, los métodos no zonificados pueden ser útiles si se quiere realizar el análisis tomando en cuenta una zona en particular.

3.2. Vulnerabilidad Sísmica

La vulnerabilidad es la tendencia de un sistema o cualquier tipo de elemento a experimentar algún tipo de afectación ante alguna amenaza. En particular, la vulnerabilidad sísmica se define como la predisposición intrínseca, de un grupo de estructuras o de una zona urbana, a ser susceptible a sufrir algún tipo de daño ante la ocurrencia de un movimiento sísmico de una severidad determinada. Puede ser expresada en términos de la función de vulnerabilidad, éstas funciones están dadas en términos del espectro de diseño, como aceleración, velocidad y desplazamiento espectral. Los valores espectrales se proponen en las normativas de los países donde el peligro sísmico es significativo, y son representados como espectros de respuesta para un amortiguamiento dado, que generalmente es del 5 %.

Los estudios de vulnerabilidad se centran en los daños físicos que sufre una edificación. Definimos el daño como el grado de destrucción causado por alguna amenaza sobre las personas o bienes, en particular el daño estructural se refiere a las deformaciones irrecuperables de la estructura. Si se considera que la amenaza es provocada por un sismo, el daño describe el estado de los diferentes componentes estructurales después de haber ocurrido el sismo. El daño puede medirse en términos de la relación media del daño (RMD) (Miranda, 1999), la cual se mide como el porcentaje del valor de reposición total del bien que se está analizando.

Antes de seleccionar una función de vulnerabilidad es necesario considerar que la RMD asignada será diferente para cada elemento de una estructura, por ello se deberá de establecer una RMD global a partir de las individuales, además se deberá realizar un análisis no lineal de toda la estructura. Por último, se tiene que establecer la medida de intensidad en términos de los valores espectrales, o en términos de valores de referencia como la aceleración máxima o velocidad máxima del terreno (ANEXO 5.1.5-a CNSF, 2016, p. 30).

El nivel de daño, que presenta una estructura, se puede estimar tomando en cuenta el máximo desplazamiento lateral de entrepiso como parámetro de referencia o la máxima distorsión de entrepiso, éste último se utiliza para evaluar la posibilidad de que una estructura sufra cualquier tipo de daño. El máximo desplazamiento lateral de entrepiso o deriva de entrepiso, se calcula como el desplazamiento relativo entre dos niveles contiguos dividido entre la altura del piso. Mientras que la máxima distorsión de entrepiso incluye la relación entre el máximo desplazamiento lateral de la estructura en el nivel superior (azotea) y el desplazamiento espectral para un modelo de comportamiento lineal. Para el cálculo de la máxima distorsión de entrepiso se deberán de emplear variables como el tipo estructural, tipo de suelo, el año de construcción, el nivel de mantenimiento y la aceleración espectral (ANEXO 5.1.5-a CNSF, 2016, p. 33).

Es importante notar que el daño de un edificio dependerá principalmente de la acción sísmica y de la capacidad sismo-resistente de la estructura para soportarlo, además, el parámetro que se utilizará para el análisis será escogido dependiendo de las características de la estructura, es decir:

- a) Para estructuras rígidas con las siguientes características: poca altura, mampostería estructural, adobe y materiales similares; el daño se correlaciona con la aceleración espectral inelástica. Y para estructuras muy rígidas con las mismas características el parámetro que se utiliza es la aceleración máxima del terreno.
- b) Para estructuras de varios pisos con sistemas de marcos combinados o sistemas de muros estructurales el daño se correlaciona con la deriva espectral inelástica del edificio.

3.2.1. Clasificación de los métodos

Existen diferentes métodos para el cálculo de la vulnerabilidad sísmica, estos métodos fueron clasificados en Corsanegro y Petrini (1990), y Dolce. et al. (1995).

Corsanegro y Petrini (1990)

Mencionan que las diferentes metodologías se dividen de acuerdo al tipo de resultado que producen. La clasificación según el tipo de resultado es:

- Técnicas directas

Las técnicas directas predicen el daño a una estructura, causado por un sismo, a partir de dos métodos: métodos tipológicos y mecánicos. Los primeros consideran las estructuras como elementos de clases, estas clases están definidas por factores que pueden afectar la respuesta sísmica, por ejemplo: los materiales. Los segundos realizan las predicciones por medio de modelos mecánicos, estos métodos se dividen en métodos analíticos basados en modelos simples y métodos de análisis detallados.

Los métodos analíticos basados en modelos simples se caracterizan por tener la capacidad de analizar un gran número de edificaciones en un periodo corto, mientras que los métodos de análisis detallados son utilizados para la evaluación de estructuras individuales. Estos últimos se dividen en análisis dinámico lineal y no lineal, y análisis estático lineal y no lineal.

En el análisis estático lineal la estructura se modela como un sistema de un grado de libertad con una rigidez estática lineal y un amortiguamiento viscoso equivalente, y la acción sísmica se modela mediante una distribución de fuerzas laterales equivalentes. Un sistema de un grado de libertad es el modelo más simple y más empleado para estimar la respuesta sísmica de edificios, este modelo procura que las propiedades mecánicas y dinámicas sean las mismas que posee la estructura. Se caracteriza por ser un sistema dinámico en el que la masa esta concentrada en un solo punto, es decir, está representado como una estructura de un solo piso. Se dice que un sistema de un grado de libertad es lineal cuando la rigidez permanece constante (Miranda, 1999).

En el análisis estático no lineal el modelo de la estructura incorpora directamente las características no lineales de la relación de fuerza, es decir, la respuesta inelástica del material. La representación más común para este análisis es la curva de capacidad, también llamado "Pushover".

En el análisis dinámico lineal la estructura se modela como un sistema de múltiples grados de libertad con una matriz de rigidez elástica lineal y una matriz de amortiguamiento viscoso equivalente, y la acción sísmica se modela utilizando un análisis espectral modal o un análisis temporal. Por último, en el análisis dinámico no lineal la estructura se modela de forma similar a la utilizada en el análisis estático no lineal con la diferencia de que la acción sísmica se modela con historias temporales de movimiento, es decir, hace uso de los acelerogramas.

- Técnicas indirectas

Las técnicas indirectas se basan en determinar índices de vulnerabilidad, para los cuales no hay ni correlación con el daño, ni esta definida la intensidad sísmica, posteriormente se establece una relación entre el daño y la intensidad sísmica, haciendo uso de estudios estadísticos. El método consiste en hacer una clasificación de los edificios, basándose en las características de estos, la clasificación se realiza mediante el índice de vulnerabilidad.

- Técnicas convencionales.

Finalmente, las técnicas convencionales introducen un índice de vulnerabilidad independiente de la predicción del daño, estas son utilizadas para comparar diferentes construcciones localizadas en una zona determinada y de cierto tipo.

La siguiente clasificación toma en cuenta diferentes datos en comparación a la clasificación anterior, nos solamente se basa en los resultados, como lo veremos a continuación.

Dolce et al. (1995)

Se modifica la clasificación anterior de tal manera que se consideran tres elementos fundamentales, estos elementos son: los datos, el método empleado y los resultados obtenidos.

- Datos de Entrada

Los datos de entrada pueden ser: los daños registrados después de un sismo, las características geométricas y cualitativas, las características mecánicas, la caracterización sísmica de la zona y los datos geológicos y geotécnicos de la zona.

- Método empleado

Los métodos se dividen en: métodos estadísticos, mecánicos o analíticos y métodos de juicios de los expertos.

- Resultados obtenidos

Los resultados pueden ser clasificados en vulnerabilidad absoluta y relativa. La vulnerabilidad absoluta es representada a partir de las funciones de vulnerabilidad, las matrices de probabilidad de daño y las curvas de fragilidad, estos estiman de manera directa los daños esperados para los diversos niveles de la acción sísmica mediante el uso de relaciones explícitas. La vulnerabilidad relativa es representada a partir de clases e índices de vulnerabilidad que califican de manera relativa la mayor o menor tendencia d una estructura a sufrir daño, pueden emplear las experiencias de sismos pasados y lo reportado en la literatura.

Además de las clasificaciones mencionadas, los métodos se pueden dividir de acuerdo al comportamiento elástico lineal e inelástico de la estructura. El análisis elástico se puede realizar a partir de la fuerza lateral estática, la fuerza lateral dinámica y algunos procedimientos lineales usando relaciones de capacidad-demanda. Para realizar el análisis inelástico existen los siguientes métodos: el análisis dinámico no lineal y el análisis estático no lineal, sin embargo, generalmente se hace uso del análisis estático no lineal, pues el análisis dinámico no lineal suele ser complejo y de uso generalmente impráctico, además los resultados son sensibles a la historia temporal utilizada.

3.2.2. Métodos para el cálculo de la vulnerabilidad sísmica

El desempeño de una estructura depende de la capacidad que tiene de resistir una demanda sísmica, por ello los procedimientos de análisis no lineal simplificado requieren la determinación de tres elementos primarios, que son: la capacidad, la demanda y el desempeño.

a) Capacidad

La capacidad de una estructura depende de la resistencia y de la deformación máxima de sus componentes individuales. Se determina mediante un análisis no lineal o Pushover. Este análisis consiste en determinar la respuesta inelástica de un sistema estructural ante cargas laterales que crecen lentamente en forma proporcional, es decir, se centra únicamente en la energía de deformación de una estructura, sin embargo, en ocasiones sucede que se desprecia la energía asociada a las componentes dinámicas de las fuerzas. El procedimiento usa una serie de análisis estáticos secuenciales que se superponen para aproximarse a un diagrama que relaciona la fuerza y el desplazamiento, conocido como curva de capacidad Mújica Vargas y Jara Guerrero (2004).

La curva de capacidad, también conocida como curva Pushover, es un gráfico que relaciona las fuerzas en la base (cortante basal V) y los desplazamientos (D) en el nivel superior de la estructura (azotea). Esta curva se construye suponiendo que el primer modo de la estructura es predominante, sin embargo, si se realiza el análisis en estructuras muy flexibles se debe considerar el efecto de los otros modos.

Los modos de un sistema representan las diversas formas en que puede llegar a vibrar, generando ondas (Figura 3.5).

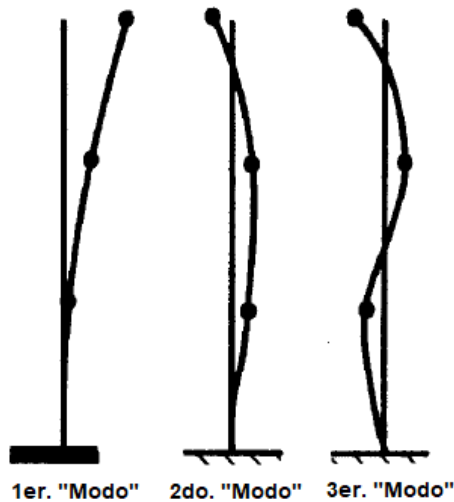


Figura 3.5: Modos de vibración
Fuente: Miranda (1999, Figura 24)

b) Demanda

Para determinar si la curva de capacidad es aceptable respecto a un objetivo de desempeño es necesario estimar el desplazamiento máximo probable asociado al movimiento sísmico. El desplazamiento máximo probable se determina mediante dos metodologías, las cuales son:

- Método del espectro de capacidad (punto de desempeño) ATC-40 (1996)
- Método de los coeficientes (desplazamiento objetivo) Miranda (1999)

Método del Espectro de Capacidad

El método del espectro de capacidad fue propuesto por Freeman (1975), como un método rápido para la evaluación del riesgo sísmico. Posteriormente fue utilizado para correlacionar movimientos sísmicos con las observaciones del desempeño de edificaciones existentes (ATC 1982). Hoy en día este método constituye un procedimiento gráfico para determinar el punto de desempeño de una estructura cuando se ve sometida a movimientos sísmicos de diferente intensidad. A través de estas gráficas se compara la capacidad para resistir fuerzas laterales con la demanda sísmica, representada por medio de un espectro de demanda reducido (Freeman 1995).

El procedimiento parte de modelar los edificios de varios niveles mediante un modelo dinámico de masas concentradas o también llamado modelo de cortante (Figura 3.6).

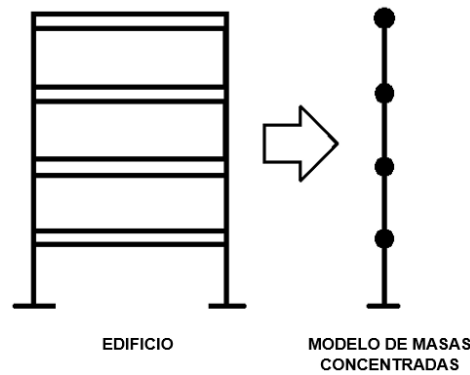


Figura 3.6: Modelo de masas concentradas
Elaboración propia

Descripción del método (ATC-40 Applied Technology Council, 1996):

1. Cálculo de la curva de capacidad mediante el análisis Pushover.

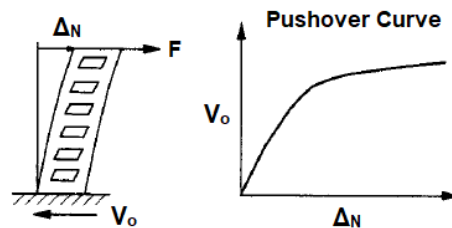


Figura 3.7: Donde: Δ es el desplazamiento y V_o la cortante en la base de la estructura.
Chopra y Goel (1999, Figura 1 a)

2. Conversión de la curva de capacidad a espectro de capacidad:

a) Estimación de las características dinámicas de la estructura.

El factor de partición estática o factor de partición modal para el modo $i = 1$ es:

$$FPM = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \phi_i}{\sum_{i=1}^N m_i \phi_i^2}.$$

Donde:

N es el número de niveles del edificio.

m_i es la masa concentrada del piso i .

ϕ_i es el componente i del modo de vibración 1, que describe el desplazamiento en cada nivel.

La masa efectiva, que es la masa involucrada en la vibración del modo 1, representada como el porcentaje de masa total que se desplaza en el modo 1 de vibración, se calcula de la siguiente manera:

$$\alpha_1 = \frac{\left(\sum_{i=1}^N m_i \phi_i\right)^2}{\sum_{i=1}^N m_i \phi_i^2}.$$

b) Determinación del espectro de capacidad mediante los factores α_1 y FPM.

Sea V la cortante en la base de la estructura, S_a la aceleración espectral, S_d el desplazamiento espectral y M la masa del edificio, donde:

$$M = m_1 + m_2 + \dots + m_N$$

$$V = (S_a)(\alpha_1)(M)$$

Debido a que se quiere obtener un formato S_a - S_d , se definirá la pseudo-aceleración que experimenta el sistema de la estructura como:

$$S_a = \frac{V/M}{\alpha_1}.$$

Solo nos interesa el desplazamiento del último nivel, de manera que se pueda definir un sistema de un grado de libertad (S1GL) equivalente. Para realizar esto, se está asumiendo que solo el modo 1 es el único que contribuye y que representa a la respuesta de toda la estructura, por lo que la contribución modal al desplazamiento del modo 1 está dado por:

$$S_d = \Delta \frac{1}{FPM}.$$

Donde:

Δ es el desplazamiento del último nivel.

Para desarrollar el espectro de capacidad es necesaria una conversión punto por punto de la curva de capacidad a sus coordenadas espectrales del primer modo.

Las ecuaciones que permiten la transformación de la curva de capacidad a espectro de capacidad son (ATC-40 Applied Technology Council, 1996):

$$S_a = \frac{V/M}{\alpha_1} \quad (3.9)$$

$$S_d = \Delta \alpha_2 \quad \text{donde: } \alpha_2 = \frac{1}{FPM}. \quad (3.10)$$

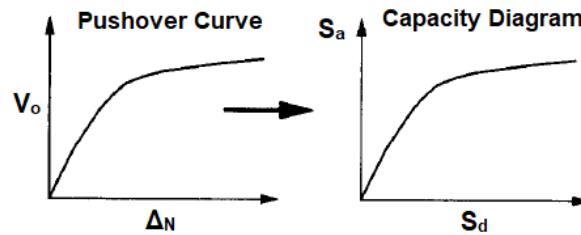


Figura 3.8: Conversión de la Curva de Capacidad a Espectro de Capacidad
Chopra y Goel (1999, Figura 1 b)

3. Transformar el espectro de aceleraciones (S_a-T) a una curva de espectro de respuesta (S_a-S_d).

Para emplear el método de espectro de capacidad se requiere convertir la curva de espectro de aceleraciones a una curva de espectro de respuesta (aceleración-desplazamiento).

En el formato de espectro de respuesta Aceleración-Desplazamiento se visualiza el periodo a través de líneas rectas que pasan por el origen de coordenadas. Debido a que se está trabajando con un S1GL la transformación del espectro de aceleraciones (S_a-T) al formato de espectro de respuesta se puede realizar mediante la siguiente ecuación:

$$S_d = \frac{S_a T^2}{4\pi^2}. \quad (3.11)$$

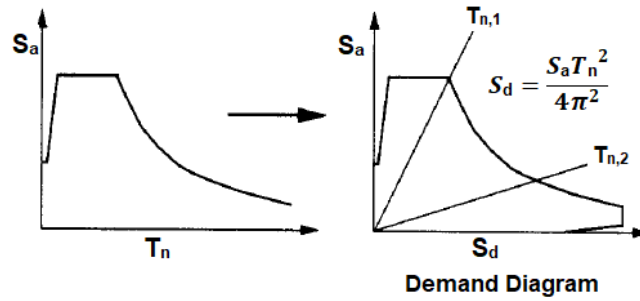


Figura 3.9: Conversión del espectro de respuesta elástico de formato estándar a formato A-D

Chopra y Goel (1999, Figura 1 c)

4. Realizar una representación bilineal de la curva de espectro capacidad.

Para poder estimar el amortiguamiento efectivo y reducir el espectro de demanda, se requiere una representación bilineal de la curva de espectro capacidad, el procedimiento completo puede verse en ATC-40 Applied Technology Council (1996). Primero se define el punto (d_{pi}, a_{pi}) que es el punto inicial de prueba, a partir del cual se reducirá el espectro de demanda, que se mencionará en el siguiente paso. Posteriormente se trazan las líneas que conformarán la representación bilineal de la curva de espectro capacidad.

5. Estimación del amortiguamiento efectivo y reducción del espectro de demanda.

El amortiguamiento que ocurre cuando un movimiento sísmico lleva a una estructura dentro del rango inelástico puede ser visto como una combinación de un amortiguamiento viscoso, que es inherente a la estructura (5%), y un amortiguamiento histórico β_0 , que está relacionado con el área inferior de los trazos que se forman cuando se grafica la curva de capacidad (ATC-40 Applied Technology Council, 1996).

El amortiguamiento histórico se puede representar por un amortiguamiento viscoso equivalente, de modo que el amortiguamiento equivalente (β_{eq}) asociado al desplazamiento puede ser estimado de la siguiente manera:

$$\beta_{eq} = \beta_0 + 0,05$$

El término β_0 es el amortiguamiento histórico representado como amortiguamiento

viscoso y se puede calcular de la siguiente manera:

$$\beta_0 = \frac{1}{4\pi} \frac{E_D}{E_{S_0}}$$

Donde, E_D es la energía disipada por el amortiguamiento y E_{S_0} es la máxima energía disipada por la deformación. Estas energías pueden ser calculadas a partir de los puntos característicos de la representación bilineal de la curva de espectro capacidad.

La reducción del espectro de demanda se efectúa a través del empleo de factores que están en función del amortiguamiento efectivo (β_{eq}) y se obtiene a partir de dos factores de reducción espectral para la aceleración B_S y para la velocidad B_L . El procedimiento se puede ver en (HAZUS-MH 2.1, s.f.-a).

$$B_S = \frac{2,12}{3,21 - 0,68 \ln(\beta_{eq})} \quad , \quad B_L = \frac{1,65}{2,31 - 0,41 \ln(\beta_{eq})}$$

6. Se superpone el espectro de demanda reducido con el espectro de capacidad en su forma bilineal.
7. Se determina el punto de intersección del espectro de capacidad y el espectro de demanda reducido (d_p, a_p)

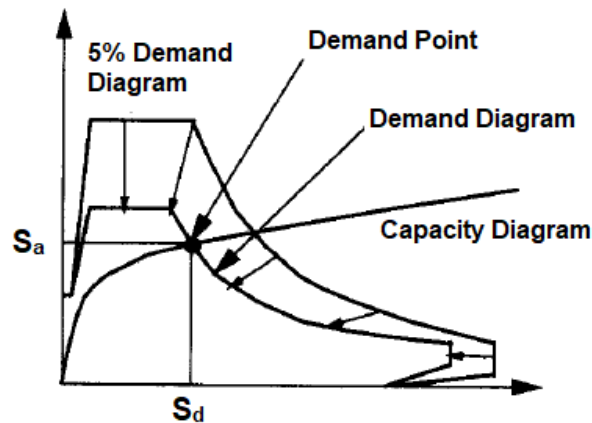


Figura 3.10: Determinación de la demanda de desplazamiento

Fuente: Chopra y Goel (1999, Figura 1 d)

8. Si el desplazamiento d_p correspondiente al punto de intersección de los espectro de capacidad y demanda reducido esta suficientemente cerca del punto (d_{pi}, a_{pi})

propuesto en el paso 5 entonces el punto propuesto será el punto de desempeño. De no ser el caso entonces se debe considerar un nuevo punto (d_{pi+1}, a_{pi+1}) y se realizará nuevamente el procedimiento desde el paso 5.

Método de los Coeficientes

El método de los coeficientes (desplazamiento objetivo) fue propuesto por Miranda (1999) en donde propone una metodología para estimar las demandas de desplazamiento máximas en estructuras de acero de varios grados de libertad que corresponden al primer modo de vibración de la estructura. Este método evalúa las demandas máximas de entrepiso y del último piso (azotea) de forma aproximada, además considera que la rigidez de la estructura permanece constante.

Posteriormente en FEMA-356 (2000) (Federal Emergency Management Agency) propone una nueva metodología basada en diversas investigaciones, entre ellas la investigación de Miranda (1999), el objetivo de esta metodología es el de predecir de forma rápida y confiable el desplazamiento lateral máximo esperado ante un evento sísmico. Proponen la siguiente ecuación para evaluar el desplazamiento máximo de un edificio:

$$\delta_t = C_0 C_1 C_2 C_3 S_a \frac{T_e^2}{4\pi^2} g.$$

Donde:

S_a es la pseudoaceleración asociada al periodo efectivo del edificio.

T_e es el periodo fundamental de vibración del edificio.

g es la aceleración de la gravedad.

C_0 es similar al factor β_1 que se describirá más adelante (Miranda, 1999).

C_1 es similar al factor β_3 (Miranda, 1999).

C_2 es un factor que toma en cuenta los efectos de degradación de rigidez, pérdida de resistencia y el estrangulamiento de los ciclos histeróticos, en la respuesta del desplazamiento máximo.

C_3 representa el incremento de desplazamiento, debido al efecto $P-\Delta$.

En el ANEXO 5.1.5-a CNSF (2016) de la normativa de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas se menciona que el método de estimación de la demanda inelástica se debe realizar de acuerdo a lo propuesto por Miranda (1999), por lo que a continuación se describirá la metodología.

A partir de la aceleración espectral es posible determinar la máxima distorsión de entrepiso en una estructura, γ y se estimará a partir de la siguiente expresión:

$$\gamma = \frac{\beta_1\beta_2\beta_3\beta_4\eta^2 N^{\frac{3}{4}}}{4\pi^2 h} S_a(T).$$

Donde:

β_1 es un factor de amplificación que permite estimar el desplazamiento lateral máximo en el nivel superior de la estructura considerando un comportamiento mecánico de tipo elástico lineal a partir del desplazamiento espectral.

β_2 es un factor de amplificación que permite estimar la deformación máxima de entrepiso a partir de la distorsión media de la estructura, la cual se define como el desplazamiento lateral máximo en la azotea dividido entre su altura total.

β_3 es un factor que permite calcular los desplazamientos laterales máximos en estructuras con comportamiento inelástico, a partir de los desplazamientos laterales máximos elásticos.

β_4 es un factor que permite calcular el cociente entre la relación de la distorsión máxima de entrepiso y la distorsión media de la estructura en una estructura con comportamiento elástico lineal y entre la relación de la distorsión máxima de entrepiso y la distorsión media de la estructura en una estructura con comportamiento inelástico.

η es un factor que permite estimar el periodo fundamental de una estructura a partir del número de niveles.

N es el número de pisos de la edificación.

$S_a(T)$ es la aceleración espectral, que depende del periodo fundamental de vibración T y del amortiguamiento en el periodo de la estructura. Se tomará en cuenta la incertidumbre en el periodo estructural.

h es la altura de entrepiso en la edificación, que depende del tipo de sistema estructural, de la ubicación geográfica del inmueble y de la fecha de construcción.

A continuación se describirán los factores β_1 , β_2 , β_3 y β_4 (Miranda y Reyes, 2002).

- Factor β_1

Asumiendo una distribución de masa uniforme podemos decir que β_1 esta dado por la siguiente ecuación:

$$\beta_1 = \frac{\int_{z/H=0}^{z/H=1} \psi(z/H)}{\int_{z/H=0}^{z/H=1} \psi^2(z/H)}.$$

Donde:

$\psi(z/H)$ es la deformación lateral normalizada,

$\psi(z/H) = \frac{U(z/H)}{U(z/H=1)}$, $U(z/H)$ es el desplazamiento lateral evaluado a una altura no dimensional z/H .

En el caso de edificios que tienen la mayor parte de la masa concentrada a nivel del piso el factor β_1 esta dado por la siguiente ecuación:

$$\beta_1 = \frac{\sum_{j=1}^N \psi_j}{\sum_{j=1}^N \psi_j^2}.$$

Donde:

La deformación lateral normalizada esta dad por ψ_j

$\psi_j = \psi(z_j) = \frac{U(z_j)}{U(H)}$, z_j es la altura del j-ésimo piso medida desde el nivel del suelo. N es el número de pisos del edificio.

- Factor β_2

El factor β_2 esta dado por la siguiente ecuación:

$$\beta_2 = \max \left[\frac{du(z/H)}{dz}, \frac{H}{U(z/H = 1)} \right].$$

- Factor β_3

El factor β_3 esta dado por la siguiente ecuación:

$$\beta_3 = \frac{U_i}{U_e} = \left[1 + \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right) \exp \left(-12T\mu^{-0.8} \right) \right]^{-1}.$$

Donde:

T es el periodo fundamental de vibración de la estructura.

μ es la relación proporción del desplazamiento dúctil.

- Factor β_4

El factor β_4 esta dado por la siguiente ecuación:

$$\beta_4 = 1 + \frac{\mu}{30} + \frac{N}{200}.$$

Donde:

N es el número de piso

El valor esperado del daño en una estructura dada la distorsión máxima de entrepiso $\mathbf{E}(\beta|\gamma)$, es función, principalmente, de la intensidad sísmica, del sistema estructural, de la fecha de construcción y de otros parámetros estructurales. $\mathbf{E}(\beta|\gamma)$ se puede expresar de la siguiente manera Miranda (1999); Ordaz, Miranda, Reinoso, y Pérez-Rocha (2000)

$$\mathbf{E}(\beta|\gamma_i) = 1 - \exp \left[\ln 0.5 \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_0} \right)^\rho \right]$$

Sin embargo, en el ANEXO 5.1.5-a CNSF (2016) se menciona que el valor esperado del daño debe calcularse de la siguiente manera:

$$\mathbf{E}(\beta|\gamma) = 1 - 0.5^\theta.$$

Donde: $\theta = \left(\frac{\gamma}{\bar{\gamma}} \right)^\rho$,

$\bar{\gamma}$ y ρ son parámetros de vulnerabilidad estructural que dependen del sistema estructural y de la fecha de construcción.

Distribución del daño en una edificación

Se considerará que las relaciones de vulnerabilidad no son deterministas, por lo que se supondrá que, dada una intensidad, el daño bruto β es una variable aleatoria cuyo valor esperado esta dado por la (Ecuación 3.15).

La distribución asociada al daño es una distribución Beta, por lo que la función de densidad del daño de la estructura es:

$$f_{\beta|\gamma}(\beta) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \beta^{a-1} (1-\beta)^{b-1}.$$

Donde: a y b son parámetros que pueden calcularse a partir de la media y el coeficiente de variación del daño ($C(\beta|\gamma)$).

$$a = \frac{1 - \mathbf{E}(\beta|\gamma) - \mathbf{E}(\beta|\gamma)C^2(\beta|\gamma)}{C^2(\beta|\gamma)}$$

$$b = a \left[\frac{1 - \mathbf{E}(\beta|\gamma)}{\mathbf{E}(\beta|\gamma)} \right].$$

Donde:

$$C^2(\beta|\gamma) = \frac{\sigma_{\beta}^2(\beta|\gamma)}{\mathbf{E}^2(\beta|\gamma)}$$

Siendo $\sigma_{\beta}^2(\beta|\gamma)$ la varianza de la pérdida dada una distorsión de entrepiso.

Existe poca información para determinar la varianza del daño bruto. Se sabe que cuando el valor esperado de la pérdida es nulo la dispersión también es nula, mientras que cuando el valor esperado de la pérdida es total, la dispersión también es nula. Para los valores intermedios es difícil precisar con bases empíricas, cual es el valor de la varianza de la pérdida.

Se utilizarán para la varianza condicional de la pérdida expresiones con la siguiente forma funcional:

$$\sigma_{\beta}^2(\beta|\gamma) = (Q) (\mathbf{E}(\beta|\gamma))^{r-1} (1 - \mathbf{E}(\beta|\gamma))^{s-1}.$$

Donde:

$$Q = \frac{V_{\max}}{D_0^{r-1}(1 - D_0)^{s-1}},$$

$$S = \frac{r-1}{D_0} - r + 2.$$

Con

V_{\max}, D_0 y r parámetros que dependen del tipo estructural.

V_{\max} es la varianza máxima.

D_0 es el nivel de daño para el que ocurre esta varianza máxima.

$r = 3$

Una vez determinado el valor esperado y la varianza condicional de la pérdida, queda definida la distribución del daño bruto en una edificación dado un valor de distorsión de entrespiso.

Durante esta sección se describieron algunas de las técnicas que se utilizan para calcular la vulnerabilidad sísmica de un edificio. Con base a esto y haciendo uso del cálculo del Peligro Sísmico se puede realizar la estimación del Riesgo Sísmico, como se verá en la siguiente sección.

3.3. Estimación del Riesgo Sísmico

Como se mencionó al principio de este capítulo, la estimación del riesgo sísmico se deberá enfocar en modelos probabilistas que puedan utilizar información limitada para predecir, pues en ocasiones no hay información disponible.

Se debe definir un parámetro a partir del cual se puede medir el riesgo sísmico, lo más común es que el riesgo sísmico se cuantifique a partir de las pérdidas esperadas. Para calcular las pérdidas esperadas, la tasa de daño, que se obtuvo en la sección de vulnerabilidad, deberá multiplicarse por el valor en riesgo, de esta forma se obtendrán las pérdidas económicas.

Se pueden obtener distintas medidas de riesgo, las cuales son:

- Pérdida Anual Esperada.
- Curva de Excedencia de Pérdidas.
- Prima Pura de Riesgo.
- Pérdida Máxima Probable.

Ordaz (1999) propuso el cálculo del riesgo sísmico a partir de la pérdida anual esperada β , que se define como la esperanza de la pérdida que se tendría en un año cualquiera. Comienza suponiendo que el proceso de ocurrencia de sismos es estacionario y que la resistencia de las estructuras, dañadas por sismos anteriores, es restituida. El cálculo de β es el siguiente:

$$\beta = \int_0^{\infty} -\frac{dv(S_a)}{dS_a} \mathbf{E}(\beta|\gamma(S_a)) dS_a.$$

Donde:

S_a es la intensidad sísmica.

$v(S_a)$ es la tasa de excedencia de esta intensidad.

$\mathbf{E}(\beta|\gamma(S_a))$ es el valor esperado de la pérdida que se tendría si ocurriera un sismo con intensidad S_a , este término es designado como vulnerabilidad estructural.

Durante este capítulo, además de dar a conocer las variables involucradas en la estimación del peligro sísmico y los métodos que existen, se dio una breve explicación de cómo puede calcularse el riesgo sísmico a partir del peligro sísmico y la vulnerabilidad sísmica. Es importante esta teoría pues son varios los factores involucrados al momento de realizar un análisis de riesgo en cierta zona, y si se desea obtener un análisis completo será necesario considerar cada uno de estos factores.

Como se mencionó a lo largo del trabajo, en el siguiente capítulo, se realizará la estimación de las máximas magnitudes de los sismos ocurridos durante el siglo pasado y el actual, para ello se utilizará parte de la teoría vista en este capítulo y algunas herramientas matemáticas vistas en el segundo capítulo.

Capítulo 4

Estimación de las magnitudes

En el capítulo de Valores Extremos se vio que existen dos métodos, el método de Máximos por Bloque y el método de Excesos sobre un Umbral, en este capítulo se utilizarán ambos métodos para estimar la magnitud de los sismos. Pueden utilizarse los dos métodos pues se busca obtener dos resultados diferentes, uno de ellos referente al máximo sismo anual y el segundo a los sismos que exceden un umbral o, en este caso, una magnitud.

Los datos utilizados fueron descargados a través de la página del Servicio Sismológico Nacional. Además, para realizar las estimaciones se utilizó el programa R y las paqueterías `Evir` y `extRemes`. Estas paqueterías tienen incluidas las funciones para realizar estimaciones por el método de Máximos por Bloque y Excesos sobre un Umbral, que proporcionan resultados similares, solo difieren en la cantidad de gráficas que se pueden realizar, más adelante se mencionarán los resultados y las gráficas que se pueden obtener al utilizar cada paquetería.

4.1. Estimación del Máximo Anual

Se utilizará una base de datos que contiene sismos con magnitudes entre 5 y 9.9, con ubicación en latitud 13.85 a 22.12 y longitud -107.63 a -90.45, y con fechas desde el primero de Enero de 1900 hasta el 29 de Junio del 2020.

La base de datos contiene 1228 observaciones o sismos registrados y 10 variables, que son: fecha, hora, magnitud, ubicación del epicentro (latitud y longitud), profundidad en kilómetros, referencia de localización, fecha UTC, hora UTC y estatus. Debido a que antes no existían los instrumentos necesarios para registrar la cantidad de sismos que se registran hoy en día, en los primeros años (1900-1974) hay datos faltantes, por lo que dentro de la estimación no fueron considerados 27 años.

A continuación se describirá el procedimiento que se realizó para ajustar una distribución de Valores Extremos Generalizada a los datos.

Procedimiento:

1. Se introducen los datos de los sismos al programa.
2. Debido a que ocurren varios sismos por año se tiene que obtener el máximo sismo por cada año.
3. Se grafican los máximos anuales, para ver de que manera se comportan.
4. Ajustamos una distribución VEG a los máximos, en el programa R, las paqueterías que se utilizaron realizan la estimación de parámetros de la distribución VEG por medio del método de Máxima Verosimilitud. En el caso de la paquetería `evir` la función que se utiliza es `gev`, y en la paquetería `extRemes` se utiliza `fevd`.

La información que se obtenida dependerá de la paquetería que se esté utilizando, sin embargo, los resultados de la estimación de los parámetros son los mismos. Considerando las dos paqueterías utilizadas, la información que se puede obtener es:

- Parámetros estimados de la distribución VEG.
- Error estándar .
- Matriz de varianzas y covarianzas de los parámetros estimados.
- Convergencia.
- Criterios de información AIC y BIC.

Además de la información proporcionada por ambas paqueterías, éstas tienen la opción de realizar gráficos a partir de los resultados obtenidos.

Paquetería `evir`:

- Scatterplot o gráfico de dispersión de los residuales.
- QQ-plot de los residuales.

Paquetería `extRemes`:

- Densidad de los máximos.
- Histograma.

- QQ-plot de los cuantiles empíricos contra los cuantiles del modelo.
- QQ-plot (2) en este caso utilizan datos simulados del modelo ajustado.
- Gráfico del nivel de retorno.

La última paquetería tiene más gráficos, pero solo se mencionaron los principales.

A continuación se presentan los resultados obtenidos a partir del ajuste de la distribución de VEG. Comenzaremos presentando la gráfica de los máximos sismos anuales (Figura 4.1), en esta gráfica se logra observar un cambio de comportamiento a partir del año 1974, esto se debe a que hay datos faltantes, como se mencionaba al inicio de la sección.

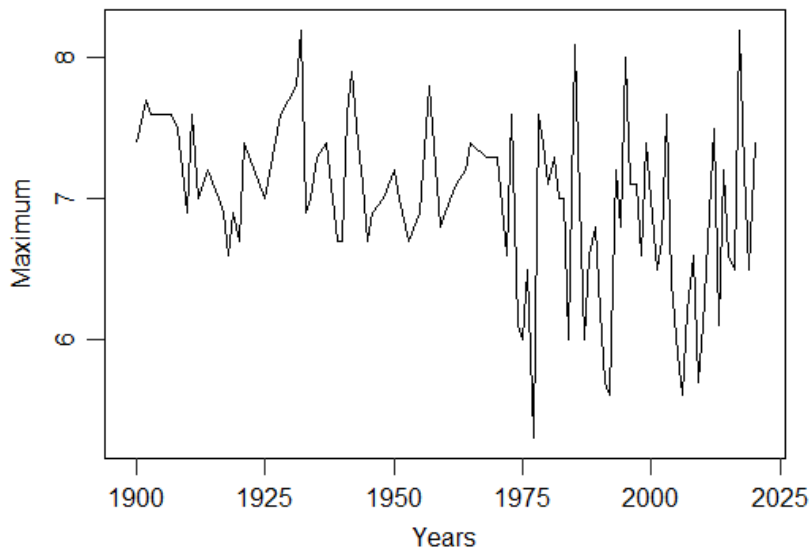


Figura 4.1: Máximos sismos anuales (1900-2020)

Los parámetros estimados se muestran en la Tabla 4.1. Recordando que en el Capítulo 2 se mencionó que el valor del parámetro ξ nos indica la distribución resultante, entonces podemos decir que, como $\xi < 0$, la distribución que se ajusta es una distribución Weibull, este resultado también se puede ver en la Figura 4.2, que representa la densidad de los datos ajustados.

ξ	σ	μ
-0.3890630	0.6367136	6.7743941

Tabla 4.1: Estimación de parámetros

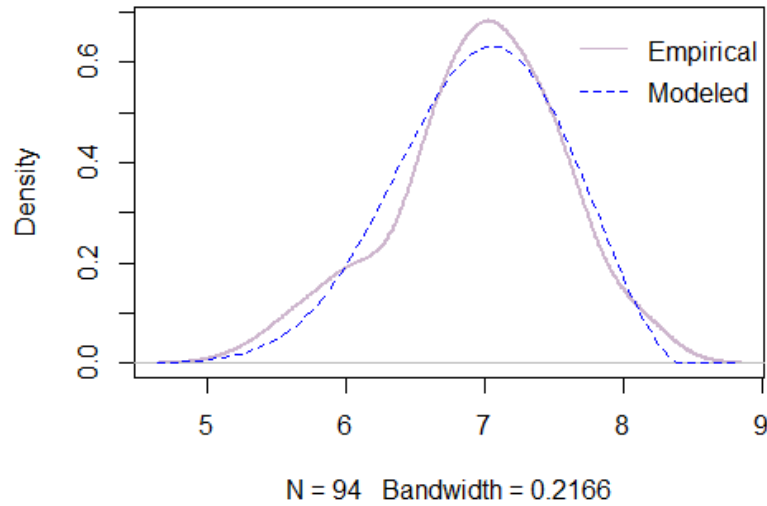


Figura 4.2: Densidad del modelo y empírica.

A partir de la Figura 4.2 se logra apreciar que el ajuste es bueno, pues la gráfica de la densidad del modelo es semejante a la densidad empírica, es decir, a los máximos sismos anuales, del año 1900 al 2020, se les puede ajustar una distribución Weibull con los parámetros de escala y localización de la Tabla 4.1.

Otra manera de ver si el ajuste es bueno es a través del gráfico QQ-plot, el cuál muestra los cuantiles del modelo contra los cuantiles empíricos. Para verificar que el modelo ajusta bien, nos debemos fijar en los puntos que aparecen en el QQ-plot, si está encima de la línea o muy cerca de ella, entonces sabemos que el ajuste es bueno, por otro lado, si los puntos están alejados de la línea entonces el ajuste no es bueno. Tomando en cuenta el QQ-plot de la Figura 4.3 se puede decir que el modelo ajusta bien, en general todos los puntos son uno a uno, este QQ-plot compara los cuantiles del modelo y los cuantiles empíricos.

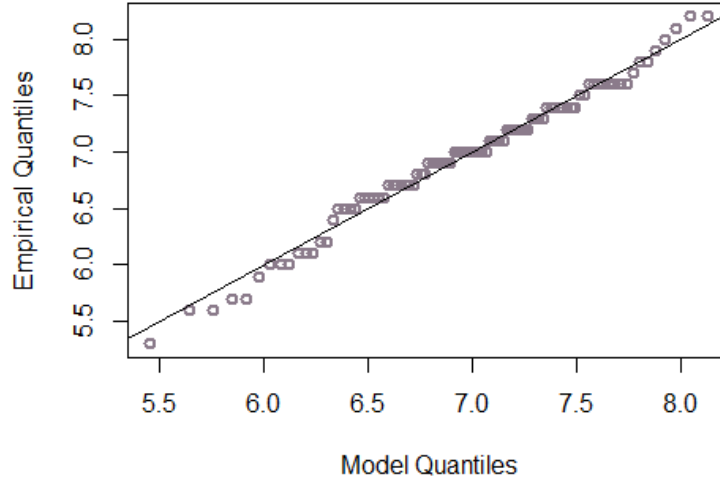


Figura 4.3: QQ-Plot, cuantiles del modelo contra cuantiles empíricos.

La paquetería `extRemes` permite realizar dos tipos de QQ-plot, el primero es el que se mencionó en el párrafo anterior y el segundo es el que compara los cuantiles de datos simulados a partir del modelo contra los cuantiles de la distribución empírica. En la Figura 4.4 se observa el segundo tipo de QQ-plot, en donde se puede ver que los datos se ajustan bien, únicamente en los extremos se observan puntos que están distanciados de la recta.

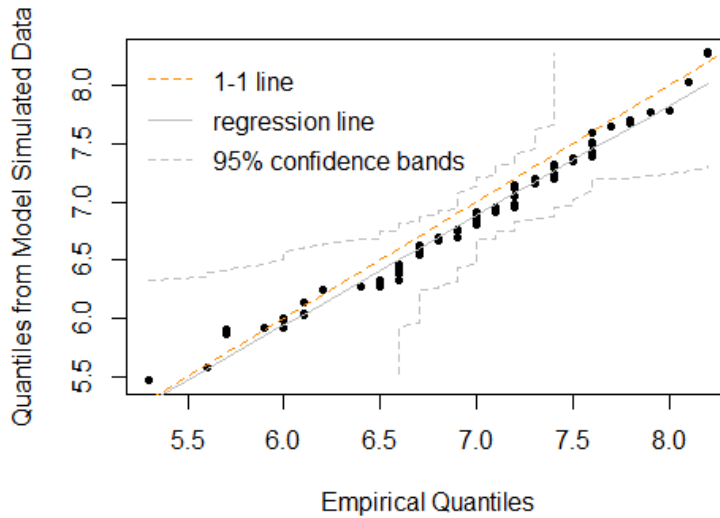


Figura 4.4: QQ-Plot, cuantiles de datos simulados contra cuantiles empíricos.

Lo interesante de ajustar una distribución de VEG, es que se puede calcular el nivel de retorno y el periodo de retorno, como se explicó en el capítulo 2. La Figura 4.6 representa el nivel y periodo de retorno de los sismos, esta gráfica puede interpretarse de la siguiente manera: si nos enfocamos en el nivel de retorno 8, entonces podemos decir que se espera ver o percibir un sismo de magnitud 8 cada 25 años. Si consideramos la ocurrencia de los sismos alrededor de los años 1974 y 2020, notamos que la gráfica ejemplifica lo que sucede, por ejemplo; entre los últimos sismos de magnitud 8 hay una diferencia de 22 años (1995-2017), mientras que en la interpretación decíamos que eran aproximadamente 25 años entre cada sismo de magnitud 8.

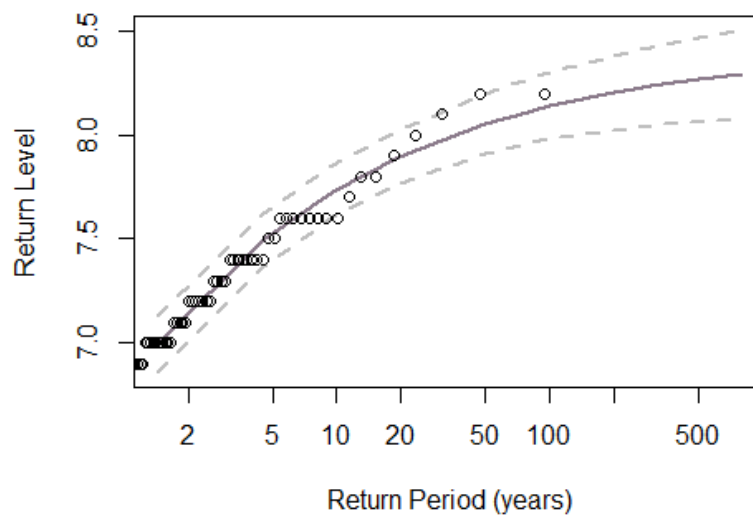


Figura 4.5: Nivel de Retorno

La Figura 4.6 representa el histograma de los sismos máximos anuales, al cual se le ajusta la función de densidad del modelo. En esta gráfica vemos que, si tomamos en cuenta los sismos de mayor magnitud, los que ocurren con mayor frecuencia son los que tienen magnitud entre 6.5 y 7, mientras que los sismos de magnitud 8 o mayor a 8 ocurren con poca frecuencia. Es importante mencionar que en el histograma los sismos de magnitud de 5 a 6 grados son pocos porque en algunos años el único sismo que se registró fue de esta magnitud, por lo que se consideraron estos sismos como los de máxima magnitud, y no porque ocurran con menor frecuencia.

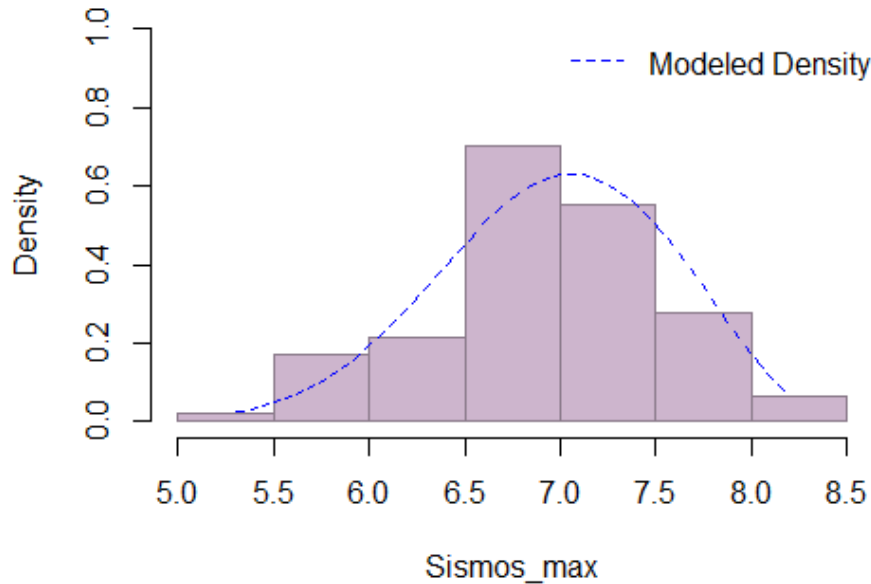


Figura 4.6: Histograma Sismos Anuales ajustados

Al utilizar el método de Máximos por Bloque puede definirse el tamaño de los bloques de distintas maneras, en el ajuste anterior el tamaño de los bloques era anual, ahora nos gustaría utilizar bloques mensuales para realizar el ajuste. Para este ajuste se utilizará un subconjunto de la base de datos principal, es decir, únicamente se tomarán en cuenta los meses a partir del año 1974 hasta el mes de Junio del 2020, debido a que son los años donde se tiene mayor información y no hay tantos datos faltantes.

Procedimiento:

1. Se extrae, de la base de datos principal, un subconjunto de datos que contengan los sismos a partir de 1974.
2. Se obtienen los máximos sismos mensuales de esta nueva base de datos.
3. Se grafican los máximos mensuales
4. A estos máximos se les ajusta una distribución VEG.
5. Una vez ajustada la distribución se obtendrán los resultados mencionados en el procedimiento anterior.

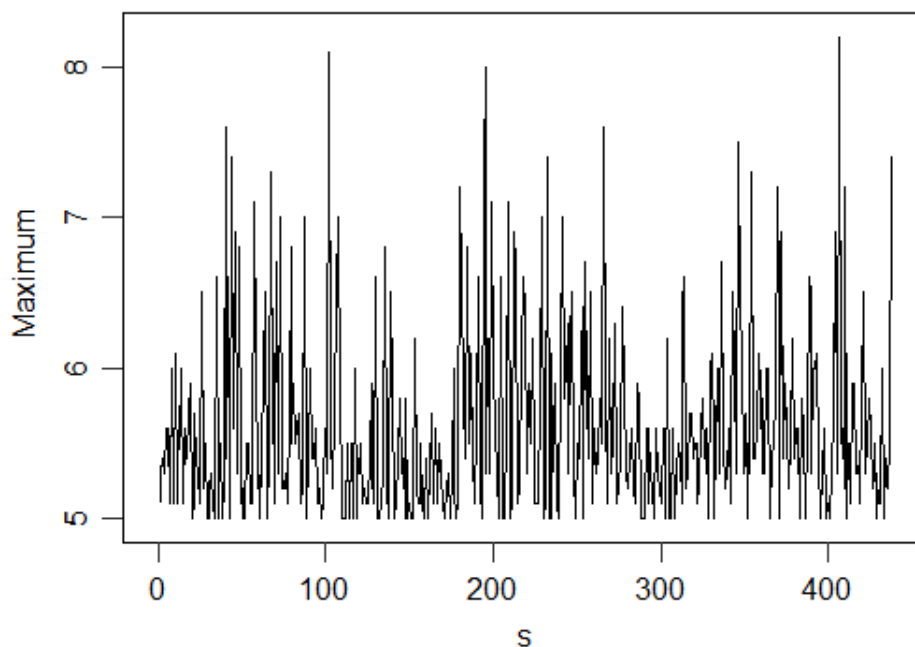


Figura 4.7: Máximos sismos mensuales

En la Figura 4.8 se representan los máximos sismos mensuales desde 1974. A diferencia de la Figura 4.1 en el eje de las x no se detalla el año, pues en este caso se está trabajando con los sismos que ocurrieron cada mes y por lo mismo se observa una mayor cantidad de datos en la gráfica.

El resultado de la estimación de los parámetros se puede ver en la Tabla 4.3, en este ajuste el valor de la ξ no cumple con el mismo criterio que en el ajuste anterior, es decir, en este caso el parámetro ξ es mayor a cero, entonces a los máximos sismos mensuales se les ajustará una distribución Fréchet con los parámetros de escala y localización mostrados en la Tabla 4.3.

ξ	σ	μ
5.2436252	0.2933064	0.5141734

Tabla 4.2: Estimación de parámetros

Una vez que se realizó la estimación, nos gustaría saber si el ajuste fue bueno o no. Observando únicamente la Figura 4.8 se ve que hay diferencias entre la densidad empírica y la del modelo. Estas diferencias se pueden identificar mejor en los QQ-plot (Figura 4.9 y 4.10).

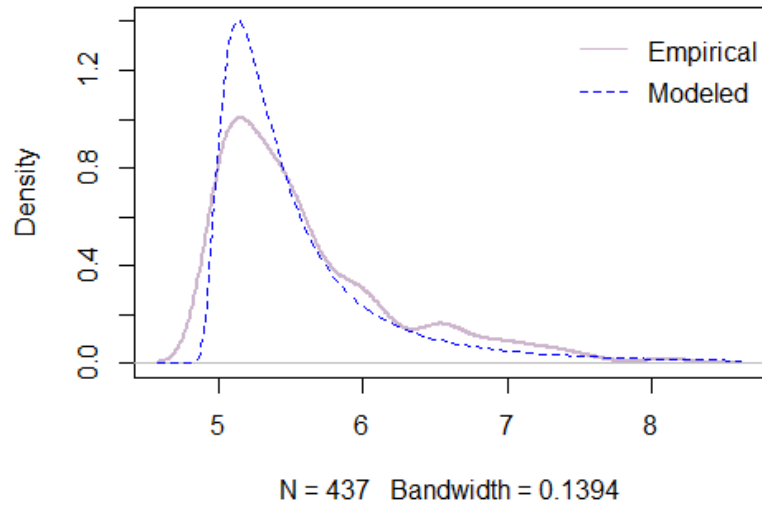


Figura 4.8: Densidad Máximos Mensuales y empírica.

En el QQ-plot nos gustaría ver que los puntos se ajustan a la línea recta, como en la Figura 4.3 y 4.4, sin embargo, en este ajuste los puntos no son uno a uno, particularmente en el último tramo de la recta (Figura 4.9) y se observa el mismo problema en el QQ-plot que utiliza los cuantiles de los datos simulados (Figura 4.10).

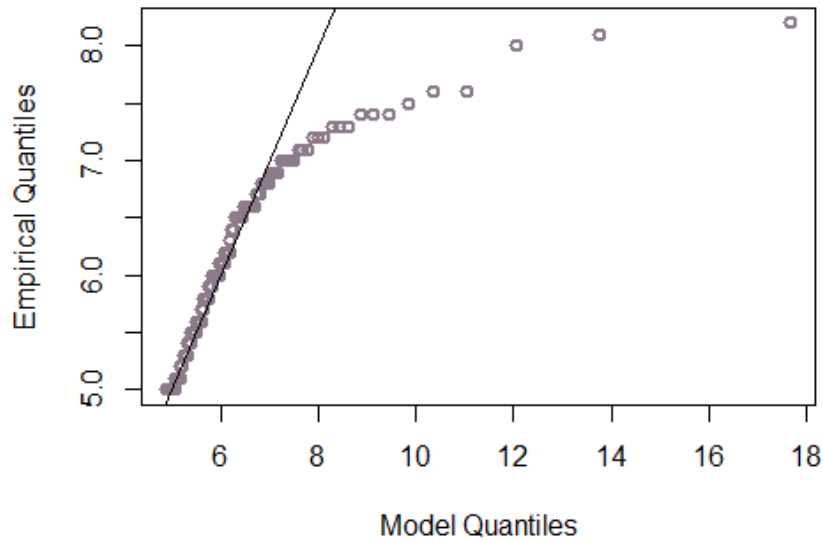


Figura 4.9: QQ-plot de sismos mensuales.

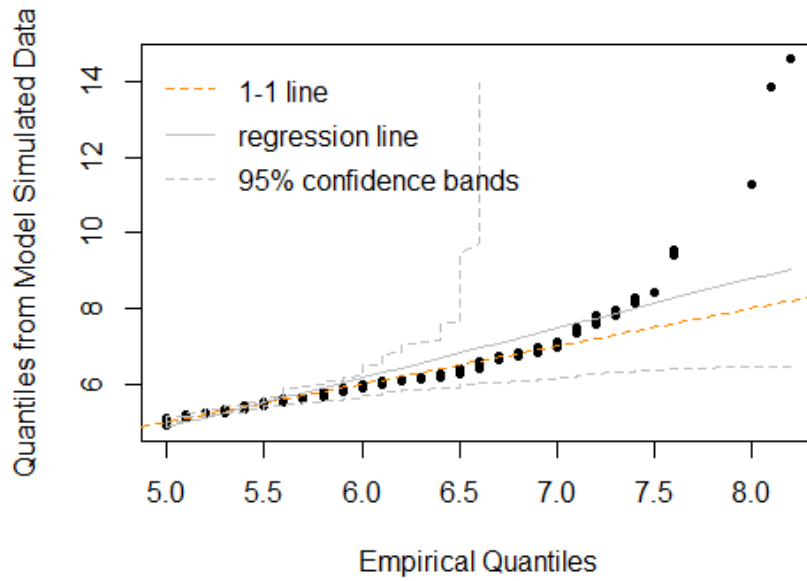


Figura 4.10: QQ-plot de sismos simulados mensuales.

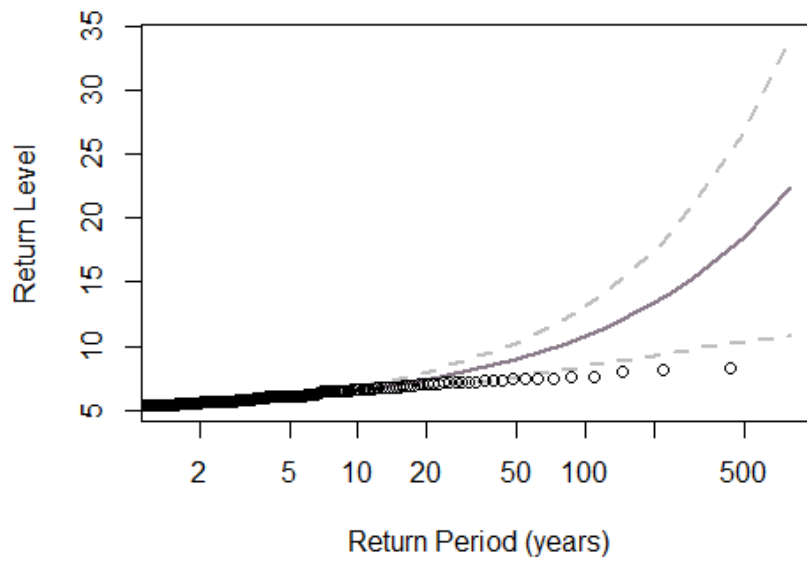


Figura 4.11: Niveles de retorno Máximos Mensuales

Por otro lado, viendo el histograma de la Figura 4.12 se observa que la cola es mucho más pesada que en la Figura 4.6, por lo que los máximos mensuales no se están ajustando correctamente. El problema con el ajuste de los datos se ve reflejado en el gráfico de los niveles y periodos de retorno (Figura 4.11), además de que el gráfico es difícil de interpretar, pues a pesar de que el eje de las x no considera el tiempo en años es difícil ver cada cuantos meses ocurrirá un sismo de magnitud 8.

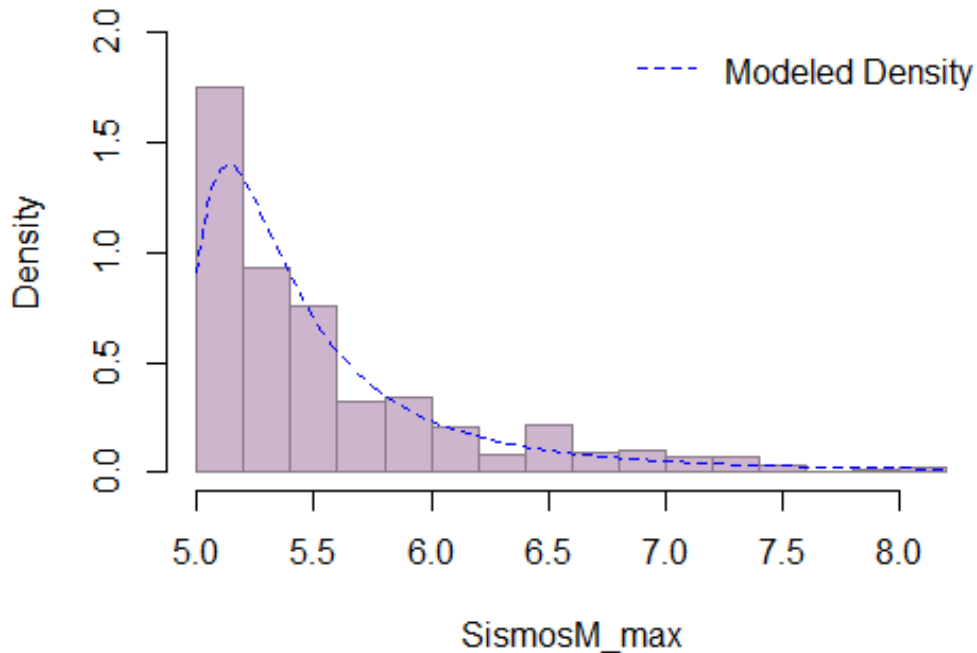


Figura 4.12: Histograma de sismos mensuales ajustados a una distribución VEG

Los resultados nos proporcionaron información suficiente para decir que el ajuste no ajusto adecuadamente cuando se toman bloques mensuales, y es que a pesar de que se consideró más información, cuando se recopilaron los máximos sismos estos eran, en su mayoría, de magnitud por debajo de 6, cosa que no sucedía cuando se consideraban los bloques anuales, es decir, eran más los meses en los que el máximo sismo que había ocurrido era de magnitud entre 5 y 6, lo que generó que la cola fuera más pesada y no se pudieran ajustar los datos más extremos. Otro problema que se tiene, es que a pesar de considerar más datos, estos aún siguen siendo insuficientes para realizar el ajuste de valores extremos.

4.2. Estimación de sismos mayores a 6

En esta sección se utilizará el método de Excesos Sobre un Umbral para estimar los parámetros de la distribución de los sismos que exceden la magnitud 6. Será utilizada una base de datos que contenga los sismos de magnitud entre 4.5 y 9.9 grados, además se tomará en cuenta la misma ubicación (latitud y longitud) que en la sección anterior. Debido a la falta de instrumentación en distintos lugares del país antes del año 1974 se registraron pocos sismos, es por ello que en la Figura 4.13 se observa un cambio después de este año. Por este motivo en la base de datos se consideraran únicamente los sismos ocurridos entre los años 1974 y 2020.

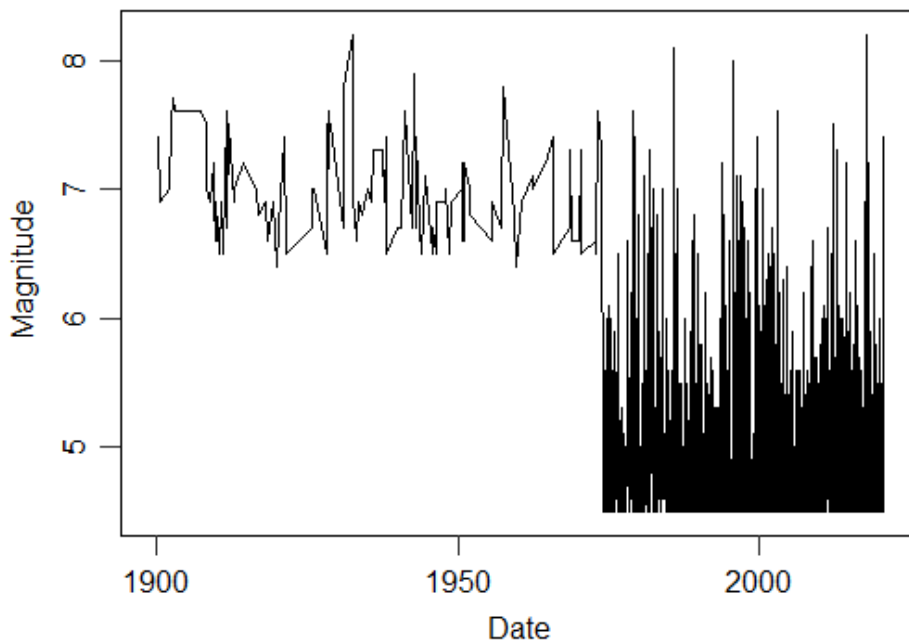


Figura 4.13: Sismos desde 1900, con magnitud desde 4.5 a 9.9

Esta base de datos contiene 4931 sismos y 10 variables, que son las mismas que en la sección anterior. Esto muestra que la cantidad de sismos crece considerablemente cuando se agranda el rango de las magnitudes, es decir, en la sección de Estimación del Máximo Anual se contaba con 1228 sismos y el rango que se utilizó fue de sismos con magnitudes de 5 en adelante, mientras que para esta estimación se obtuvo información de 4931 sismos y el rango que se utilizó fue de 4.5 en adelante.

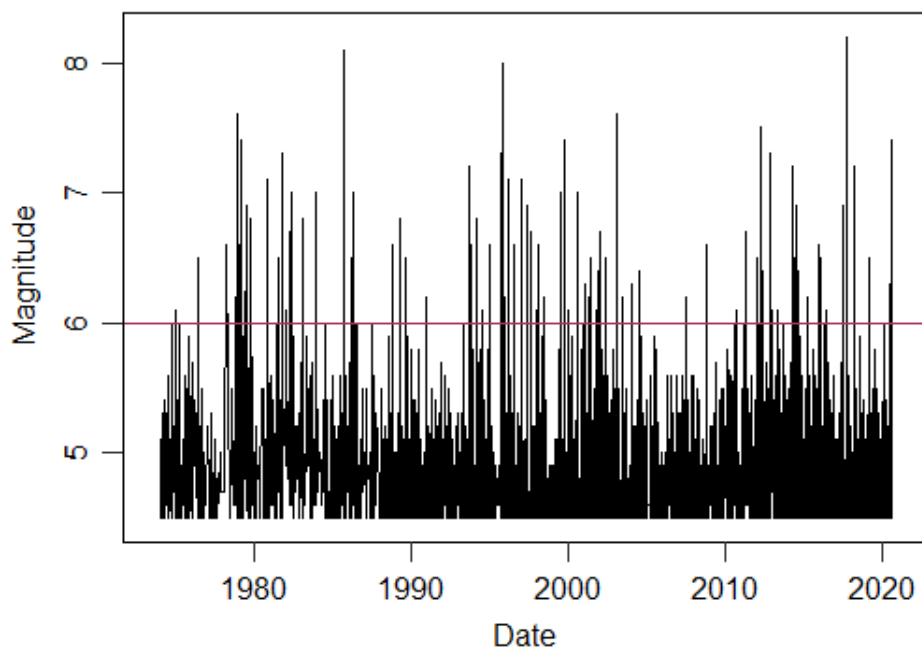


Figura 4.14: Sismos desde 1974 a 2020, con umbral igual a 6

Una vez que se obtuvo la base de datos, se graficó la magnitud de los sismos y se colocó una línea horizontal que representa el umbral (Figura 4.14). El umbral que será considerado es $u = 6$, se escogió este umbral porque la alerta sísmica suena a partir de los sismos de magnitud 6. Posteriormente se mostrarán los resultados del ajuste y se verá que existen algunos problemas con el ajuste a causa del umbral elegido, es por eso que se deberá elegir un umbral más pequeño.

Antes de realizar el ajuste se analizarán los datos, primero se realizará el histograma para ver de qué manera se comportan los datos. A los datos se les aplicó la función logaritmo natural, para ver mejor este comportamiento, pues al estar trabajando con datos extremos se alcanza a ver mejor la distribución de los datos en escala logarítmica. En la Figura 4.15 se muestran ambos histogramas, con los datos originales y los datos en escala logarítmica, vemos que la distribución de los datos se conserva, es decir, en ambos histogramas vemos que los datos se acumulan al inicio y además tienen datos extremos, hablando un poco más acerca de los sismos, los que ocurren con mayor frecuencia son aquellos de magnitudes entre 4.5 y 5, mientras que los datos extremos serían los sismos de magnitud mayor a 6.5 aproximadamente.

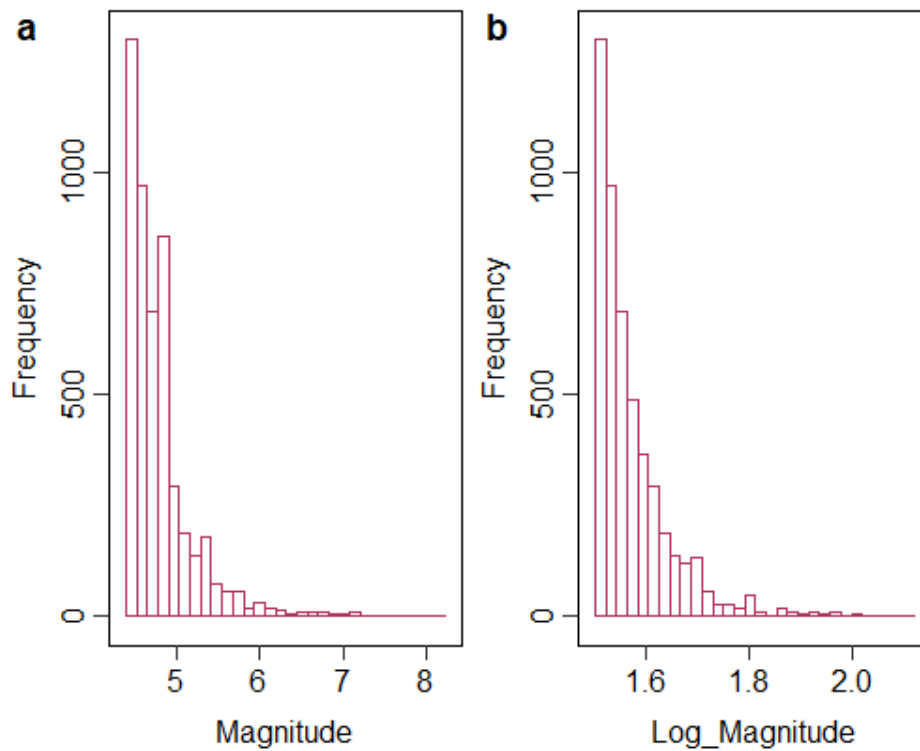


Figura 4.15: Histograma de los sismos (1974-2020), donde: a) Sismos de magnitud registrada b) Sismos de magnitud transformada a logaritmo natural.

Como se vio en la sección pasada, el QQ-plot nos permite ver si los datos se ajustan a una distribución, entonces se realizó la comparación entre los cuantiles de los datos originales y los cuantiles de una distribución Normal Estándar. El QQ-plot se puede observar en la Figura 4.16, en donde se muestra que los datos presentan colas más pesadas que las de una distribución Normal Estándar, es por ello que en ambos extremos los puntos no se ajustan a la línea recta y se alejan considerablemente. Además vemos que los puntos forman escalones, esto se debe a que la medición de los sismos no tiene tanta precisión, es decir, a lo más se tiene un decimal al momento de registrar la magnitud de un sismo.

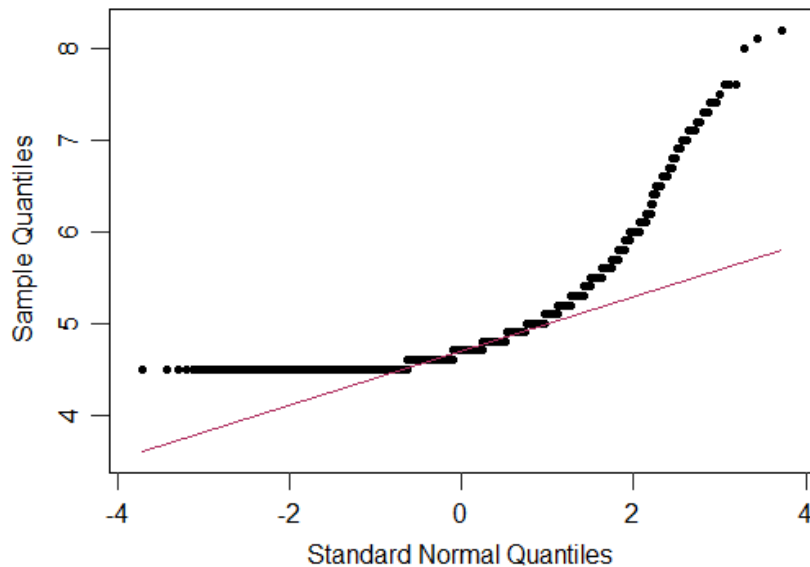


Figura 4.16: QQ-plot, cuantiles de una distribución Normal Estándar contra cuantiles de la muestra.

A continuación se describirá el procedimiento para realizar la estimación de los sismos que superan un umbral, sabemos por el capítulo 2 que al utilizar el método de excesos sobre un umbral los datos se ajustan a una distribución Pareto Generalizada.

Procedimiento:

1. Definir el umbral, en este caso $u = 6$
2. Ajustar una distribución Pareto Generalizada a los datos. Para realizar la estimación con la paquetería *evir* la función que se debe utilizar es *gpd*, y para la paquetería *extRemes* es *fevd*, sin embargo, se tiene que especificar dentro de la función que el tipo es *GP*.
3. A partir de los resultados se podrán realizar diferentes gráficas y cálculos.

Los resultados que se obtienen son similares a los del ajuste de una distribución VEG, únicamente se añade el valor del umbral. En cuanto a las gráficas, son las mismas si se utiliza la paquetería *extRemes*, mientras que para la paquetería *evir* se incluyen dos gráficas, que son: las distribución de excesos y la cola de la distribución.

En la Tabla 4.4 se muestra el valor de los parámetros estimados, como se ajustó una distribución PG solamente se obtuvieron dos parámetros. Para esta distribución,

el valor del parámetro ξ indica el soporte de x , dado que $\xi < 0$, entonces el soporte es el siguiente:

$$0 \leq x \leq -\frac{\beta}{\xi} = \frac{0,916612}{0,361495} = 2,535615$$

ξ	β
-0.361495	0.916612

Tabla 4.3: Estimación de parámetros

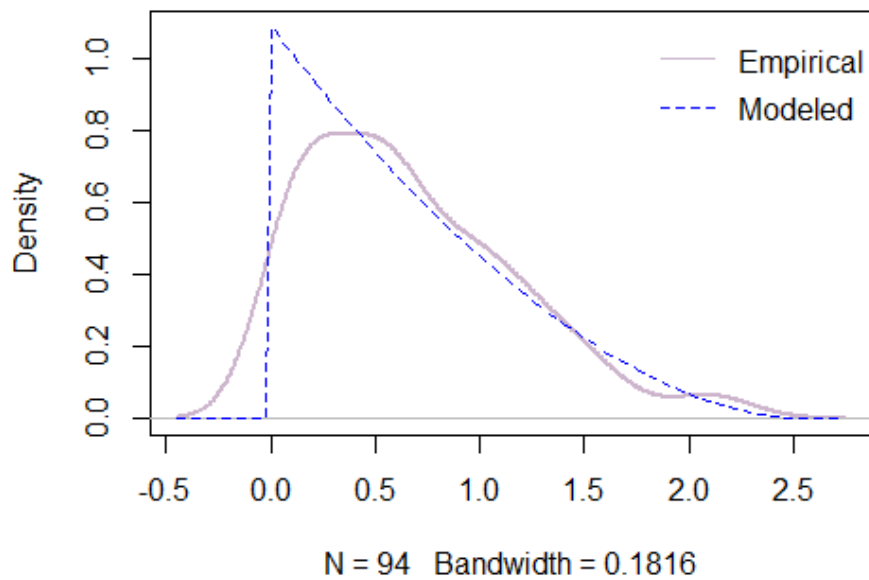


Figura 4.17: Densidad de sismos de magnitud mayor a 6

La densidad de los datos ajustados se puede ver en la Figura 4.17, junto con la densidad modelada, a partir de esta gráfica podemos decir que la mayor parte del ajuste es bueno, sin embargo, vemos que la cola llega a ser ligera, pues se corta muy rápido, además de que no se ajustan muy bien los datos en esa sección.

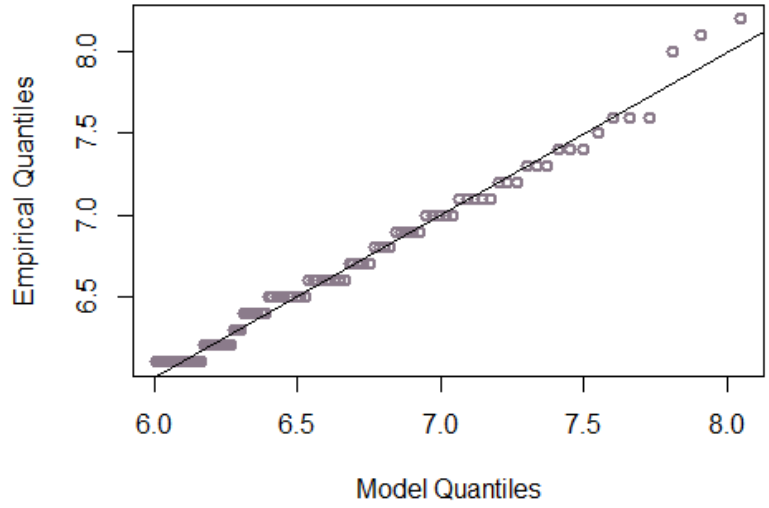


Figura 4.18: QQ-plot de sismos con magnitud mayor a 6

En el QQ-plot (Figura 4.18) vemos que los puntos se ajustan a la recta con la excepción de los últimos puntos que se alejan ligeramente de la recta, pero entre los puntos se llegan a distanciar bastante, lo que indica que los datos más extremos no lograron ajustarse bien. Lo mismo sucede en el QQ-plot que utiliza los cuantiles de datos simulados (Figura 4.19).

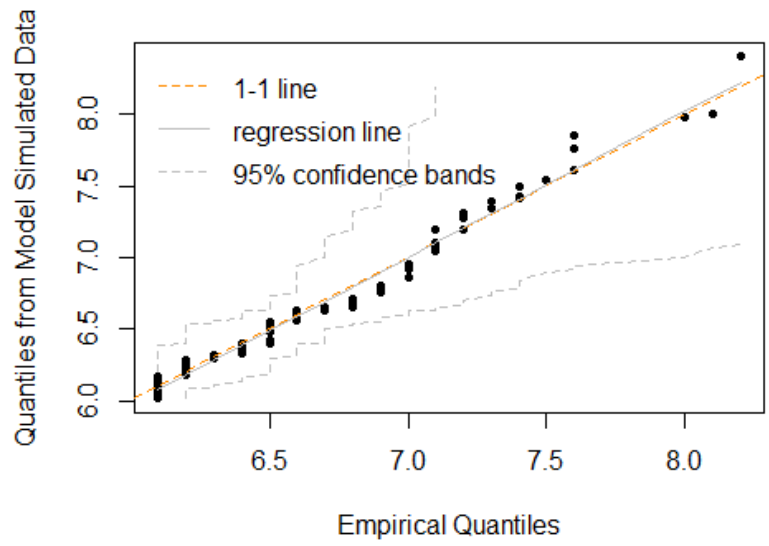


Figura 4.19: QQ-plot de sismos simulados con magnitud mayor a 6

La gráfica del periodo y nivel de retorno (Figura 4.20) no es muy buena, pues no es tan fácil de interpretar, como se veía en la Figura 4.5. Además vemos que la curva es casi recta, lo que nos dice que la cola de la distribución no es tan pesada. Esto puede ser resultado del umbral que se propuso, es decir, los sismos que se tomaron en cuenta para el ajuste son aquellos de magnitud mayor a 6, sin embargo, la magnitud más grande que se registró es de 8.2, por lo que no hay tanto rango de diferencia entre la magnitud 6 y 8.

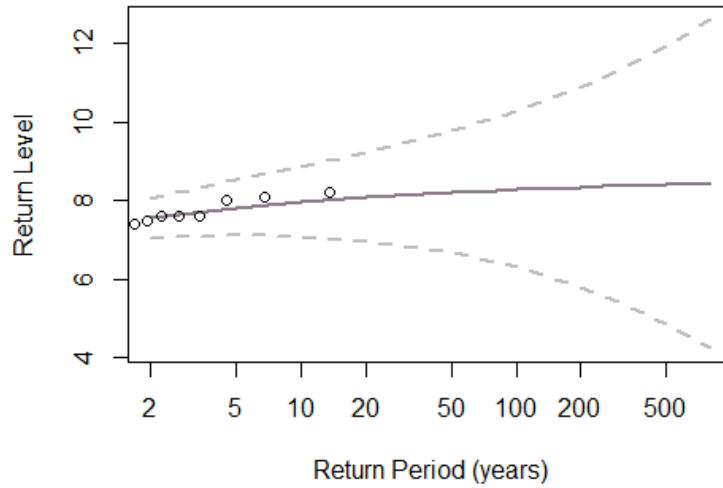


Figura 4.20: Nivel de Retorno

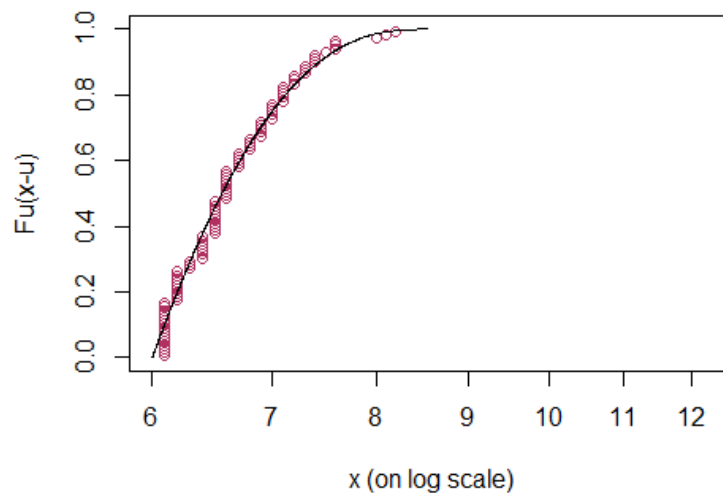


Figura 4.21: Distribución de excesos

Por otro lado, en la Figura 4.21, que representa la distribución de excesos, se observa que la gráfica se corta rápidamente, es decir, la cola es ligera. Para comprobar que la cola es ligera se realizará el gráfico de la cola de la distribución (*tailplot*), una forma de realizar este gráfico es utilizando la segunda opción de las gráficas de la paquetería *evir*, también se puede utilizar la función *tailplot* de la misma paquetería. Si se utiliza la función *tailplot* se pueden realizar cálculos adicionales, los cuales son: la estimación de los cuantiles con la función *gpd.q* y las estimaciones del expected shortfall con la función *gpd.sfall*, cuando se utilizan estas funciones se muestran de manera gráfica los resultados, además de proporcionar los resultados en una tabla. El código para ver de que manera se utilizan estas funciones se puede ver en el Anexo C.

Para este ajuste no se pudo realizar la gráfica de la cola de la distribución, por el problema del umbral, sin embargo, se calcularon, a partir de la función *tailplot*, la estimación de los cuantiles y la estimación del expected shortfall. Los resultados de la función *gpd.q* se pueden ver en la Tabla 4.5, mientras que los de la función *gpd.sfall* se pueden ver en la Tabla 4.6, donde IC es el intervalo de confianza.

IC Inferior	Estimación	IC Superior
6.55	6.53	6.65

Tabla 4.4: Estimación del cuantil .99 de la distribución PG.

IC Inferior	Estimación	IC Superior
6.95	7.06	7.22

Tabla 4.5: Estimación del Expected Shortfall.

La interpretación que le podemos dar a los resultados de la función *gpd.q* (Tabla 4.5) es la siguiente: se estima que el 99% de los sismos que ocurren son de magnitud menor a 6.5. Mientras que para la función *gpd.sfall* (Tabla 4.6) es: Si ocurre un sismo de magnitud mayor a 6.5 se estima que será de magnitud 7.1.

Dentro de los resultados se vio que un problema había sido la elección del umbral, por lo que nos gustaría ver si los resultados cambian al modificar el umbral por un valor más pequeño. Para ello se realizó un nuevo ajuste utilizando un umbral de 5.4, en este caso no se presentarán todas las gráficas, solamente aquellas que nos sirvan para comparar las diferencias de la selección del umbral.

La primer diferencia se muestra en la Figura 4.22 que es la densidad empírica comparada con la densidad modelada, vemos que la densidad de este ajuste presenta una cola más pesada, además de que se ajusta mejor a la distribución PG.

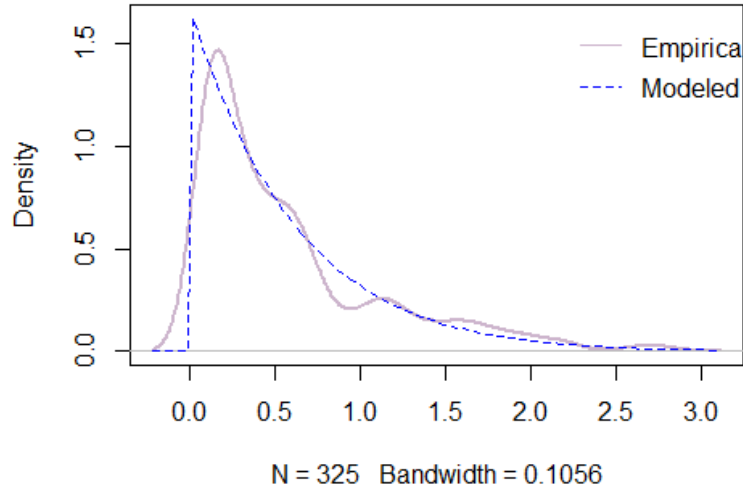


Figura 4.22: Densidad de sismos de magnitud mayor a 5.4

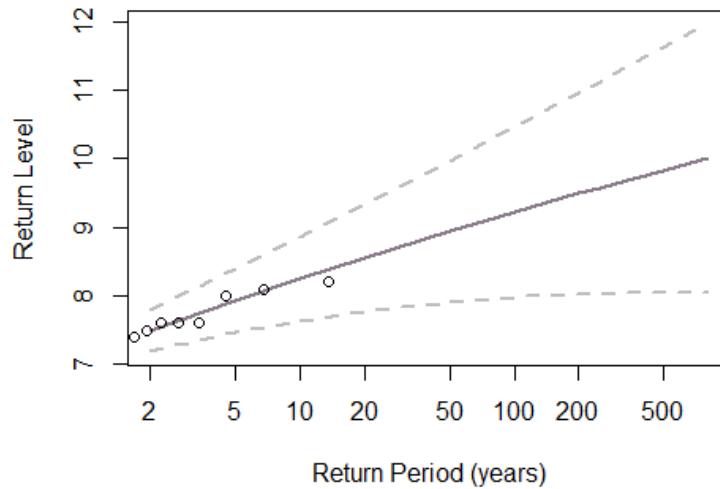


Figura 4.23: Nivel de Retorno y Periodo de Retorno

En el gráfico del nivel y periodo de retorno (Figura 4.23) se ve reflejado el hecho de que la cola es más pesada, en este ajuste comienza a crearse un poco de concavidad en la línea, lo que nos indica que la cola no es tan ligera como se veía en el ajuste con el umbral de 6.

También se puede observar el cambio en la cola de la distribución en la Figura 4.24, que representa la distribución de excesos, en el ajuste anterior veíamos que se cortaba rápidamente esta gráfica, sin embargo, en este ajuste se alarga la línea y se distribuyen mejor los puntos.

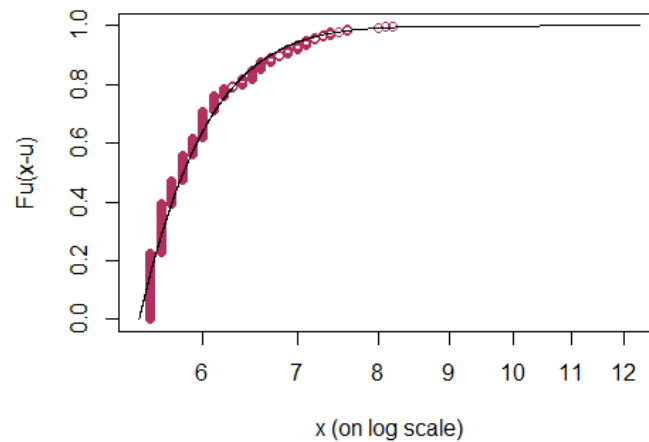


Figura 4.24: Distribución de Excesos $u=5.4$

En el ajuste anterior no se pudo realizar el gráfico de la cola de la distribución, sin embargo, en este caso, se puede realizar con la función *tailplot*. La Figura 4.25 representa, en la primera gráfica, la cola de la distribución, las otras dos gráficas se realizan a partir del cálculo de la estimación de los cuantiles, la segunda gráfica, y la estimación del expected shortfall, la última gráfica, esto nos ayuda a ver de manera gráfica lo que se mencionaba en las Tablas 4.5 y 4.6.

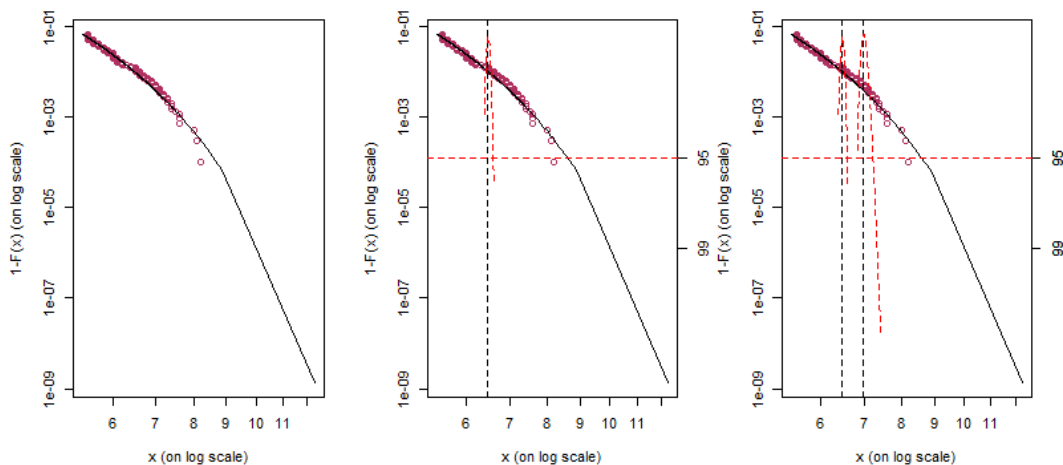


Figura 4.25: Gráfica de la cola de la distribución

Por último se realizó un prueba de bondad de ajuste, para ello se utilizó la prueba o test Kolmogorov-Smirnov. Esta prueba se puede definir como la distancia vertical máxima entre la función de distribución empírica y la función de distribución teórica. En este caso se compararon los sismos máximos que se encuentran por encima del umbral 5.4 y la función de distribución de una Pareto Generalizada con parámetros $\xi = -0,05252766$ y $\beta = 0,59799500$. Los resultados obtenidos se pueden observar en la Tabla 4.8.

Distancia	P-Value
0.2026	2.742e-07

Tabla 4.6: Test Kolmogorov-Smirnov.

La naturaleza de los datos genera problemas cuando se aplica esta clase de pruebas de bondad de ajuste. Se trató de ajustar una distribución continua a unos datos que, como se vio en varios gráficos, tienen muchos puntos repetidos. Sería necesario realizar un cambio a la medición de los datos que permita una mayor precisión o también podría realizarse un test a la distribución deseada, pero de forma discreta.

4.3. Resumen de resultados

Tomando en cuenta la estimación del máximo sismo el mejor modelo a considerar es aquel que toma en cuenta los bloques anuales, pues se vio que en el modelo donde los bloques eran mensuales los datos no se ajustaban bien a la distribución Fréchet, principalmente porque se utilizó una mayor cantidad de sismos con magnitud de 5 a 6 grados, lo que causó que los sismos de magnitud entre 7.5 y 8 llegasen a ser extremos y que la cola fuera mucho más pesada.

En cuanto al modelo de bloques anuales se vio que las gráficas proporcionaban información suficiente para decir que los datos se ajustaban bien a una distribución Weibull de parámetros $\sigma = 0,637$ y $\mu = 6,774$, escala y localización respectivamente (Figura 4.26). Además se lograba observar que, si se toman en cuenta los sismos de mayor magnitud, los sismos de magnitud entre 6.5 y 7.5 ocurren con mayor frecuencia, por ello en las gráficas los datos se concentraban entre 6.5 y 7.5.

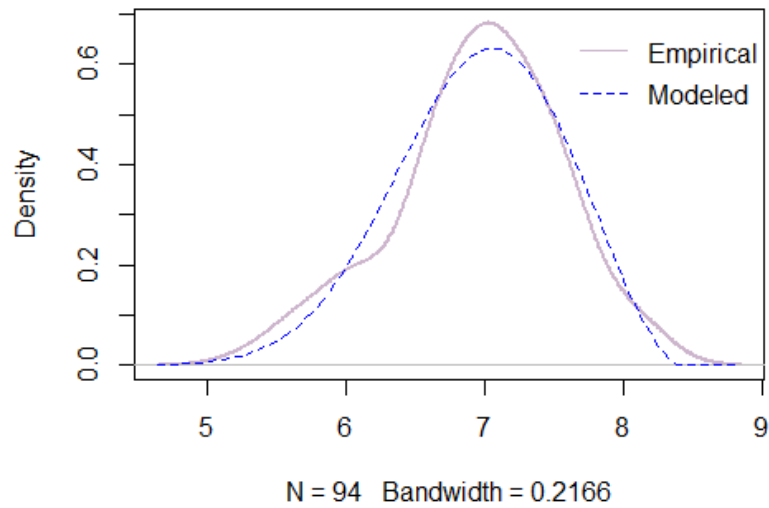


Figura 4.26: Densidad del modelo y empírica

La gráfica de los niveles de retorno (Figura 4.27) proporciona buena información acerca de lo que sucede con los sismos, es decir, se observa que los sismos de magnitudes mayores a 7.5 suceden en mayor tiempo que los sismos de magnitudes menores a 7.5, por ejemplo, interpretando la gráfica vemos que los sismos de magnitud 7.2 ocurren aproximadamente cada 2 años y los sismos de magnitud 8 ocurren aproximadamente cada 20 años.

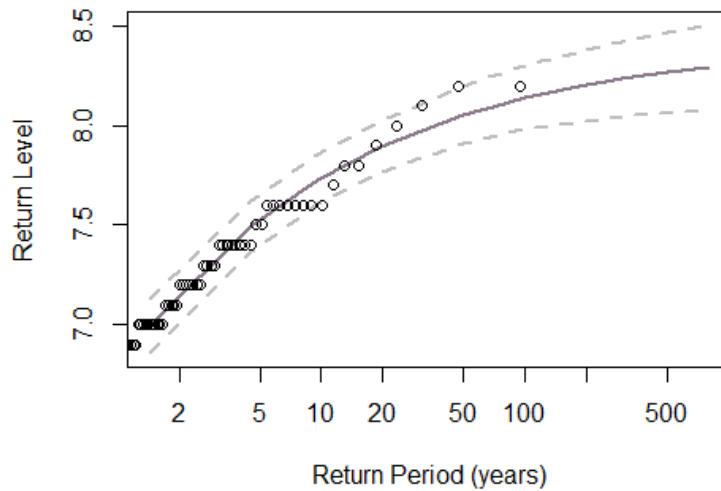


Figura 4.27: Nivel de Retorno

Ahora, si consideramos la estimación de los sismos que superan un umbral se mostró que para el ajuste de las magnitudes era mejor utilizar un umbral más pequeño que el propuesto ($u = 6$). Esto con la finalidad de obtener mejores resultados, pues cuando se utilizó el umbral de 6 los resultados no eran favorables para decir que los datos se ajustaban adecuadamente a la distribución Pareto Generalizada, uno de los motivos era que las gráficas se cortaban rápidamente, además de que la cola de la distribución era ligera y no se logró graficar, esto sucedía debido a que los sismos utilizados tenía magnitud entre 6 y 8 grados, por lo que el rango entre estos era muy pequeño.

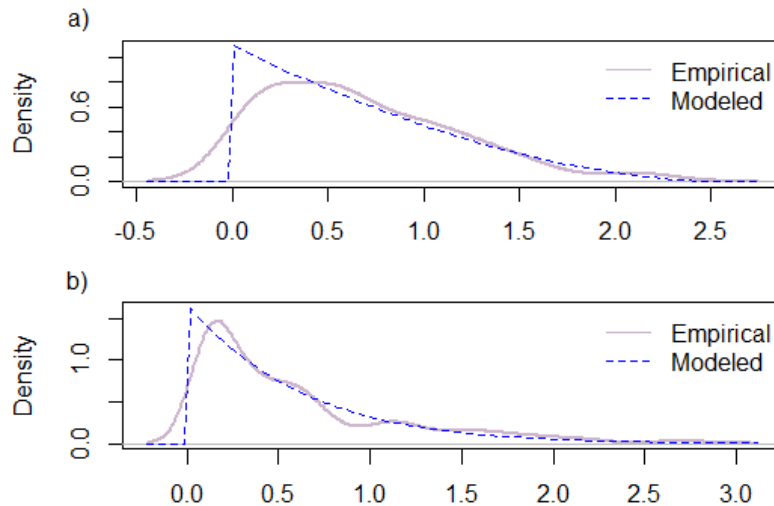


Figura 4.28: Comparación densidades, donde a) Umbral de 6 y b) Umbral de 5.4

Fue a partir del umbral de 5.4 que se logró graficar la cola de la distribución, es por ello que se decidió realizar nuevamente el ajuste con este umbral. Los resultados que se obtuvieron tomando en cuenta este umbral mejoraron y las gráficas mostraban que la cola era mucho más pesada que cuando se utilizaba el umbral de 6 (Figura 4.28). Con la función *tailplot* se graficó la cola de la distribución (Figura 4.29) y se obtuvo la estimación de los cuantiles y la estimación del expected shortfall (Tabla 4.7 y 4.8).

IC Inferior	Estimación	IC Superior
6.39	6.47	6.59

Tabla 4.7: Estimación del cuantil .99 de la distribución PG.

IC Inferior	Estimación	IC Superior
6.83	6.99	7.23

Tabla 4.8: Estimación del Expected Shortfall.

Con base a los resultados de las Tablas 4.7 y 4.8 y la Figura 4.29 se logró interpretar lo siguiente: se estima que el 99% de los sismos que ocurren son de magnitud menor a 6.5, además si ocurre un sismo de magnitud mayor a 6.5 se estima que será de magnitud 7.

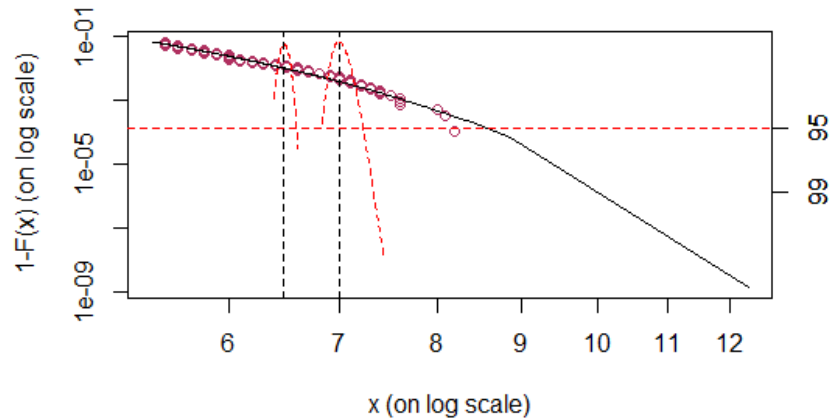


Figura 4.29: Tailplot con Umbral de 5.4

Además, con este umbral ($U = 5,4$) el ajuste es mejor, como se puede observar en la Figura 4.30. Esta figura representa la comparación de cuantiles entre la función de distribución empírica y la función de distribución teórica de una Pareto Generalizada.

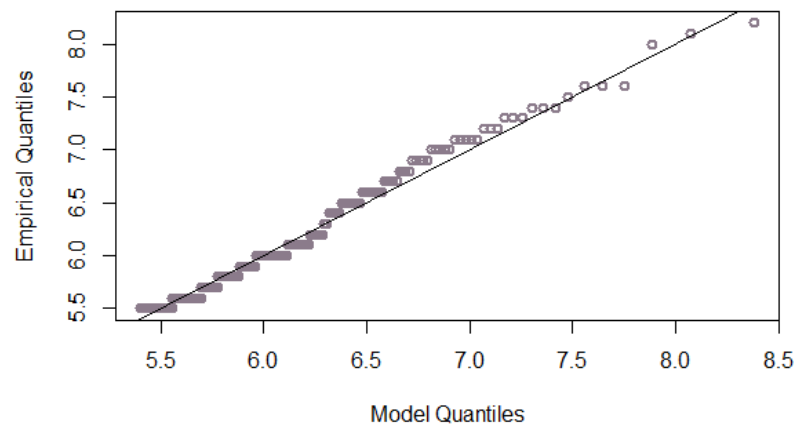


Figura 4.30: QQplot con Umbral de 5.4

Comentarios y Conclusiones

Debido a las consecuencias que conlleva la ocurrencia de un sismo es necesario que existan estudios e investigaciones que ayuden a prevenir cualquier tipo de pérdida, sobre todo es importante que trabajen en conjunto diversas áreas para que los modelos sean lo más completos posibles.

Este trabajo resume los pasos a considerar para realizar un análisis de riesgo sísmico, aunque no están completamente detalladas las secciones de peligro sísmico y vulnerabilidad sísmica se da una idea al lector del procedimiento que debe realizar, la información que se debe recabar y los modelos que se pueden utilizar. Si bien, aunque hoy en día se utiliza el método probabilista zonificado, es importante notar que existen nuevas herramientas que pueden ayudar a que el análisis ejemplifique de manera más certera la realidad y se realice de una manera más eficaz, por ejemplo: se podría utilizar el método de Valores Extremos e incluir una zonificación.

Uno de los principales obstáculos que se tuvo al realizar este trabajo fue que para realizar el cálculo del riesgo sísmico es necesario tener conocimientos de geología para el cálculo del peligro sísmico y de ingeniería para el cálculo de la vulnerabilidad sísmica, para después poder hacer uso de modelos matemáticos que ayudan a interpretar lo que se observó y midió. Es por esto que para la aplicación únicamente se considero una variable, ya que el hecho de tomar en cuenta todas las variables, para la estimación del peligro sísmico, representa gran complejidad. Si se quisiera realizar una estimación más completa sería necesario tomar cursos de geología e ingeniería, pues a pesar de que existan varios artículos que proporcionan información acerca de estos temas, como los que se mencionan en las referencias, no es suficiente para realizar un análisis con este grado de complejidad.

Dentro de los resultados que se obtuvieron, la gráfica de los periodos y niveles de retorno, obtenida en la estimación de los máximos sismos anuales, nos muestra con que tanta frecuencia han ocurrido los sismos, por ejemplo: los sismos de magnitud 8 han estado ocurriendo con una diferencia de 25 años, claro que esto puede cambiar, pues aún existen muchas incógnitas cuando se habla de sismos, sin embargo, ese comportamiento es el que han tenido los sismos de magnitud 8 durante el siglo pasado y este.

Otro gráfico que proporcionó información acerca del comportamiento de los sismos fue el de la cola de la distribución de excesos, obtenido en la estimación de sismos mayores a un umbral, en este caso el umbral que arrojó resultados favorables fue el de 5.4. Con ayuda de las estimaciones realizadas, estimación de cuantiles y estimación del expected shortfall, se sabe que el 99% de los sismos que ocurren son de magnitudes menores o iguales a 6.5 y en caso de que ocurra un sismo de magnitud mayor a 6.5 este sismo será de magnitud 7, estos resultados se obtienen a partir de tomar el umbral igual a 5.4, es decir, considerando todos los sismos de magnitud igual o mayor a 5.4.

Es claro que se deben tomar en cuenta más variables; geológicas, para observar los efectos del suelo, y de ingeniería, para ver la capacidad de resistencia que tienen las estructuras. Como propuesta para complementar este trabajo se podría considerar la aceleración o intensidad de los sismos y realizar un análisis similar con Valores Extremos. Una vez realizado esto se podría calcular el peligro sísmico aplicando las leyes de atenuación a los valores del parámetro utilizado para posteriormente ajustar una distribución de VEG. También podría considerarse, como hipótesis, que la ocurrencia de los sismos es un Proceso Poisson No Homogéneo o utilizar un proceso más robusto.

Generalmente este tipo de trabajos los realiza alguien especializado en las áreas de geología o ingeniería y en varios casos especializados en ambas áreas, pero no existen muchos trabajos que se enfoquen en la parte matemática de los modelos propuestos, es por ello que una parte importante de este trabajo es dar a conocer el potencial que tiene este tema, creo que además de especialistas en geología e ingeniería se deberían de considerar especialistas en probabilidad que ayuden a la creación de mejores modelos, sobre todo para el cálculo del peligro sísmico y el riesgo sísmico.

Si bien es cierto que, es un tema complejo por las áreas que están involucradas, sin embargo, en los últimos años se han desarrollado modelos que ayudan a prevenir pérdidas causadas por la ocurrencia de un sismo, aun hay muchos procesos y modelos que pueden mejorar con ayuda de nuevas investigaciones, en conjunto con la implementación de diferentes ramas de las matemáticas. Es necesario que sean más eficientes estos modelos pues, aunque se ha notado un cambio entre el sismo de 1985 y el de 2017, aún siguen existiendo pérdidas considerables.

En conclusión, este es un trabajo principalmente informativo, en donde se desarrolló una de las muchas aplicaciones que se pueden realizar en el área de la sismología haciendo uso de la Teoría de Valores Extremos. Sería interesante implementar nuevos métodos para realizar el cálculo del Peligro Sísmico, que a pesar de no presentarlos en este trabajo se da una idea general de como pueden realizarse, solamente se tendría que considerar la frecuencia por medio de las leyes de Gutenberg-Richter modificada y las leyes de atenuación para tomar en cuenta la aceleración y de alguna manera realizar algo similar a lo que se hizo con la magnitud en este trabajo.

Apéndice A

Cociente de Fourier

Para calcular el cociente espectral de amplitudes de Fourier es necesario calcular el espectro de Fourier para dos sitios, el espectro de Fourier puede determinarse a partir de la transformada de Fourier.

La transformada de Fourier surge del teorema desarrollado por el matemático Jean Baptiste Joseph Fourier, que nos dice que es posible demostrar que toda función es periódica continua, con un número finito de máximos y mínimos en cualquier periodo y puede desarrollarse en una única serie trigonométrica correspondiente a dicha función, conocida como serie de Fourier. La extensión de estas series a funciones continuas da origen a las transformadas de Fourier, mediante las cuales es posible determinar la relación que existe entre el dominio del tiempo y la frecuencia. Al aplicar la transformada de Fourier a una señal esta se descompone en una serie de senoides de diferentes frecuencias, que corresponden a la suma de la original. La transformada de Fourier se define mediante la siguiente expresión:

$$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-jwt} dt$$

Donde:

$F(w)$ es la señal transformada al dominio de la frecuencia (w)

$f(t)$ es la señal en el dominio del tiempo

$j^2 = -1$

$w = \frac{2\pi}{T}$ con w la frecuencia en Hz y T el periodo en segundos.

La transformada discreta de Fourier fue desarrollada para calcular los datos de tipo discreto que se obtienen de los acelerogramas. Esta transformada puede estimarse a partir del algoritmo conocido como transformada rápida de Fourier, que permite reducir el número de cálculos y funciona partiendo la señal completa en un cierto número de subseñales más cortas y calculando la transformada discreta de Fourier de cada una

de éstas, posteriormente se combinan para obtener la transformada discreta de Fourier de la señal original.

Cuando se aplica la transformada rápida de Fourier a una señal se determina la relación de esta en un dominio de frecuencias asociadas a valores de amplitud. El espectro de Fourier se obtienen a partir de la gráfica de esta operación, y se calcula como:

$$|F(w)| = \sqrt{[R(w)^2 + jX(w)^2]}$$

$$\text{Con: } R(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos(wt) dt$$

$$X(w) = - \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin(wt) dt$$

Donde:

$F(w)$ es la señal transformada al dominio de la frecuencia (w)

$R(w)$ es la parte real

$X(w)$ es la parte imaginaria

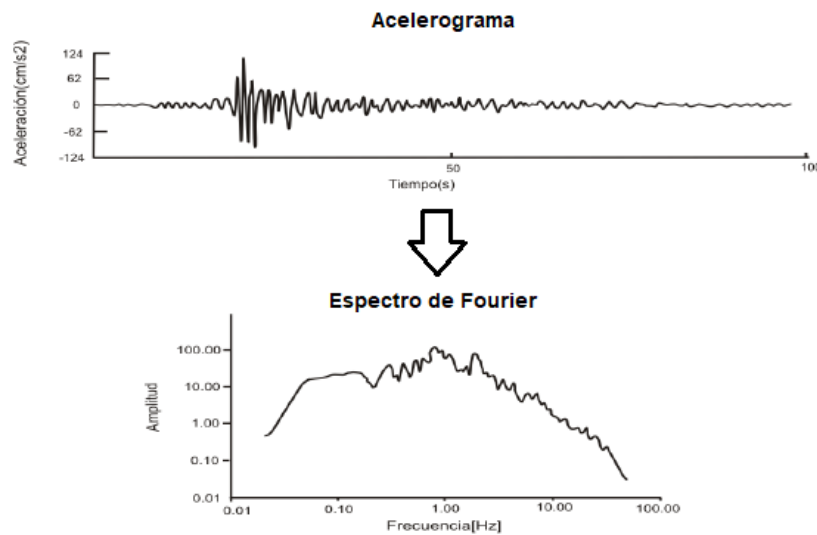


Figura A.1: Acelerograma y Espectro de Fourier
Fuente: Determinación de los efectos de sitio, Capítulo 3

Apéndice B

Proceso Poisson

Antes de definir formalmente qué es un Proceso Poisson es importante mencionar lo que es un proceso de contar. El proceso de contar, es un proceso que cuenta el número de eventos que ocurren aleatoriamente, por ejemplo; podemos utilizar un proceso de contar para saber cuantos sismos han ocurrido en t años entre el tiempo 0 y t .

Definición 8 Proceso de contar

Un proceso estocástico $\{N_t\}_{t \geq 0}$ es un proceso de contar si cumple que:

- $Sop = \mathbf{N}$
- Si $s < t \Rightarrow N_s \leq N_t, 0 \leq s$

La idea es definir un caso particular de un proceso de contar. Para ello tendremos la hipótesis de que el tiempo entre dos eventos, T_i , se distribuye Exponencial de parámetro λ , además de que son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (v.a.i.i.d). A partir de esta hipótesis podemos dar una primera definición de Proceso Poisson:

Sean T_1, T_2, \dots v.a.i.i.d con distribución exponencial de parámetro λ . Decimos que $\{N_t\}_{t \geq 0}$ es un Proceso Poisson, si:

$$N_t = \max\{n \geq 0 : T_0 + T_1 + \dots + T_n \geq t\}$$

Donde:

T_i son los tiempos interarribo, representan los intervalos de tiempo entre eventos sucesivos.

$W_i = T_1 + T_2 + \dots + T_n$ con W_i los tiempos de salto, es decir, es el instante en el que ocurre el i -ésimo evento.

Le llamamos Proceso Poisson por lo siguiente:

Lema 1 Sea $\{N_t\}_{t \geq 0}$ un Proceso Poisson de parámetro λ , entonces:

1. Tiene incrementos independientes y estacionarios.
2. $N_t \sim \text{Poisson}(\lambda t)$ y $N_{t+s} - N_s \sim \text{Poisson}(\lambda t)$.
3. $\mathbf{E}(N_t) = \lambda t$.
4. $\text{Var}(N_t) = \lambda t$.

Decimos que un proceso estocástico $\{X_t\}_{t \geq 0}$ es un proceso de incrementos independientes si $\forall 0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n$, las variables $X_{t_1}, X_{t_2} - X_{t_1}, \dots, X_{t_n} - X_{t_{n-1}}$, son independientes. Y que es un proceso de incrementos estacionarios si $\forall s, t \in \mathbf{R}$ y $h > 0, s < t, 0 \leq s$

$$(X_t - X_s) \stackrel{d}{=} (X_{t+h} - X_{s+h})$$

Es decir, tienen la misma distribución.

Definición 9 Proceso Poisson

Un Proceso Poisson de parámetro o intensidad λ es un proceso estocástico a tiempo continuo $\{N_t : t \geq 0\}$ con soporte en \mathbf{N} , no decreciente, tal que:

1. $N_0 = 0$
2. Es un proceso estocástico de incrementos independientes y estacionarios.
3. $(N_{t+s} - N_s) \sim \text{Poisson}(\lambda t) \forall s, t \geq 0$

Supongamos que queremos simular la trayectoria de un Proceso Poisson en el intervalo finito $[0, T]$, entonces se debe considerar los siguientes algoritmos.

■ Algoritmo 1:

En este algoritmo T es el tiempo y λ el parámetro:

1. Generar $N \sim \text{Poisson}(\lambda T)$
2. Generar n Uniformes, $U \sim \text{Unif}(0, T)$ y colocarlas en un vector t
3. Ordenar t de menor a mayor
4. Graficar

■ Algoritmo 2:

En este algoritmo t es el tiempo, I el número de eventos que han ocurrido al tiempo t y S es el tiempo acumulado hasta el último evento:

1. Hacer $t = 0$ e $I = 0$
2. Generar $U \sim U(0,1)$
3. Realizar $t = t - \frac{1}{\lambda} \log(U)$
4. En caso de que $t > T$, detenerse
5. En caso contrario, realizar $I = I + 1$ y $S = t$. Volver al paso 2
6. Graficar

Apéndice C

Código

Las paqueterías utilizadas para realizar el código son: `evir`, `dplyr`, `extRemes`, `ggplot2`, `magrittr` y `ggpubr`.

```
1 library("evir") # para valores extremos
2 library("dplyr") # para trabajar con listas
3 library("extRemes") # para valores extremos
4 library("ggplot2") # para graficas
5 library("magrittr") # necesaria para utilizar ggpubr
6 library("ggpubr") # para combinar graficos ggplot
```

Estimación de máximos sismos anuales

```
1 #Sismos de magnitud 5-9.9
2 sismos_05 <- read.csv('CATMC0599.csv', header = T)
3
4 a = distinct(sismos_05,AAAA)
5 fechas <- as.matrix(a[,1])
6
7 #Obtenemos los maximos anuales
8 Max = list()
9 k = 1
10 j = 1
11
12 for (i in fechas){
13   cont = c()
14   while (isTRUE(sismos_05$AAAA[k] == i)){
15     cont = c(cont,sismos_05$Magnitud[k])
16     k = k+1
17   }
18   Max[[j]] = cont
19   j = j+1
20 }
```

```

21
22 # Maximos anuales
23 Sismos_max <- unlist(lapply(Max, max))
24
25 max_bloq <- as.data.frame(cbind(fechas, Sismos_max))
26
27 #Grafica de los sismos
28
29 #Formato
30 theme1 <- theme(rect = element_rect(fill = "white",
31                                   colour = "black",
32                                   size = 0.5, linetype = 1),
33               panel.border = element_rect(fill = NA),
34               panel.background = element_rect(fill = NA),
35               axis.title.x = element_text(size = 12,
36                                           vjust = -2),
37               axis.title.y = element_text(size = 12,
38                                           vjust = 5),
39               axis.ticks.length = unit(8, "pt"),
40               axis.text.y = element_text(color = "Black",
41                                           size = 12, angle = 90,
42                                           hjust = 0.5, vjust = 2),
43               axis.text.x = element_text(color = "Black",
44                                           size = 12,
45                                           hjust = 0.5,
46                                           vjust = 0))
47
48 ggplot(data = max_bloq, aes(x = fechas, y = Sismos_max))+
49   geom_line()+
50   labs(x = "Years", y = "Maximum")+
51   theme1
52
53 #Ajuste de la distribucion de VEG
54
55 #Paqueteria evir:
56 fit1 <- gev(Sismos_max)
57 #Graficas
58 plot(fit1, col = "maroon")
59 #Opciones:
60 # 1: plot: Scatterplot of Residuals
61 # 2: plot: QQplot of Residuals
62
63 #Paqueteria extRemes:
64 fit11 <- fevd(Sismos_max)
65 #Graficas:
66 plot(fit11, type = "density",
67       col = "thistle3",
68       main = "", lwd = 2)
69 plot(fit11, type = "qq2", xlab = "Empirical Quantiles")

```



```

70 plot(fit11, type = "qq", main = "",
71      col = "thistle4", lwd = 2)
72 plot(fit11, type = "rl", main = "",
73      col = "thistle4", lwd = 2 )
74 plot(fit11, type = "hist", col = "thistle3",
75      main = "",ylim = c(0,1), border = "thistle4")

```

Estimación de máximos sismos mensuales

```

1 #Sismos a partir de 1974 con magnitud de 5-9.9
2 sismos74_05 <- sismos_05[sismos_05$AAAA >= 1974,]
3
4 Max = list()
5 k = 1
6 j = 1
7
8 for (h in 1:47){ #Tomamos en cuenta de 1974-2020
9   for (i in 1:12){
10    cont = c()
11    while (isTRUE(sismos74_05$MM[k] == i)){
12      cont = c(cont,sismos74_05$Magnitud[k])
13      k = k+1
14    }
15    Max[[j]] = cont
16    j = j+1
17  }
18 }
19
20 #Quitamos los elementos de la lista que no tienen informacion
21 Max[sapply(Max,is.null)] <- NULL
22
23 #Calculamos el maximo de cada elemento de la lista
24 SismosM_max <- unlist(lapply(Max, max))
25
26 mm <- as.data.frame(SismosM_max)
27 s <- seq(1:437)
28 mm1 <- cbind(s,mm)
29
30 #Grafica de los maximos mensuales
31 ggplot(data = mm1, aes(x = s,y = SismosM_max))+
32   geom_line()+
33   labs(y = "Maximum")+
34   theme1
35
36 #Ajuste de la distribucion de VEG
37 #Paqueteria evir:
38 fit2 <- gev(SismosM_max)
39 plot(fit2, col = "maroon")

```

```

40
41 #Paqueteria extRemes
42 fit12 <- fevd(SismosM_max)
43 plot(fit12, type = "density",
44      col = "thistle3", main = "", lwd = 2)
45 plot(fit12, type = "qq2", xlab = "Empirical Quantiles")
46 plot(fit12, type = "qq", main = "",
47      col = "thistle4", lwd = 2)
48 plot(fit12, type = "rl", main = "",
49      col = "thistle4", lwd = 2 )
50 plot(fit12, type = "hist", col = "thistle3",
51      main = "",ylim = c(0,2), border = "thistle4")

```

Estimación de Excesos sobre magnitud 6

```

1 #Sismos generados en el centro del pais
2 #Sismos 1974-2020, Magnitud = 4.5-9.9
3 sismos_04 <- read.csv('CATMC4599.csv', header = T)
4
5 #Transformar fecha
6 sismos_04$Fecha <- as.character(sismos_04$Fecha)
7 sismos_04$Fecha <- as.POSIXct(sismos_04$Fecha,
8                               format = "%d/%m/%Y")
9
10 sismos <- subset(sismos_04, select = c("Fecha","Magnitud"))
11
12 #Serie de Tiempo
13 ggplot(data = sismos, aes(x=Fecha, y = Magnitud))+
14   geom_line()+
15   geom_hline(yintercept = 6, col = "maroon")+
16   labs(x = "Date", y = "Magnitude")
17   theme1
18
19 #Histograma
20 sismos_log <- sismos
21 magn_log <- log(sismos$Magnitud)
22 sismos_log$Magnitud <- magn_log
23
24 hist_log <- ggplot(data = sismos_log, aes(x=Magnitud))+
25   geom_histogram(color="maroon", fill="white")+
26   labs(x = "Log_Magnitude", y = "Frequency")+
27   theme1
28
29 hist_s <- ggplot(data = sismos, aes(x = Magnitud))+
30   geom_histogram(color = "maroon", fill="white")+
31   labs(x = "Magnitude", y = "Frequency")+
32   theme1
33

```

```

34 histogramas <- ggarrange(hist_s, hist_log,
35                           labels = c('a','b'),ncol = 2)
36 histogramas
37
38 #QQ-plot
39 ggplot(data = sismos, aes(sample = Magnitud)) +
40   geom_qq() + geom_qq_line(col = "maroon")+
41   labs(x = "Standard Normal Quantiles",
42        y = "Sample Quantiles")+
43   theme1
44
45 #POT
46 u = 6
47
48 #paqueteria extRemes:
49 fitP <- fevd(sismos$Magnitud,sismos,threshold = u,
50             type = "GP")
51 #Graficas
52 plot(fitP, type = "density", col = "thistle3",
53      main = "", lwd = 2)
54 plot(fitP, type = "qq2", xlab = "Empirical Quantiles")
55 plot(fitP, type = "qq", main = "",
56      col = "thistle4", lwd = 2)
57 plot(fitP, type = "rl", main = "",
58      col = "thistle4", lwd = 2 )
59 plot(fitP, type = "hist", col = "thistle3",
60      main = "",ylim = c(0,1), border = "thistle4")
61
62 #paqueteria evir:
63 fitP1 <- gpd(sismos$Magnitud,threshold = u)
64 #Graficas
65 plot(fitP1, col = "maroon")
66 #Opciones:
67 # 1: plot: Excess Distirbution
68 # 2: plot: Tail of Underlying Distribution
69 # 3: plot: Scatterplot of Residuals
70 # 4: plot: QQplot of Residuals
71
72 tp <- tailplot(fitP1)
73 gpd.q(tp, pp=0.99)
74 gpd.sfall(tp, 0.99)
75
76 #Test K-S
77 sismosKS <- filter(sismos, Magnitud >= 5.4)
78 a <- seq(1,385,1)
79 p <- (a-0.5)/385
80 q <- qgpd(p, -0.052527,0,0.59794)
81 plot(q,sort(sismosKS$Magnitud))
82 ks.test((sismosKS$Magnitud)-5.4,q)

```

Referencias

- Aguilar, R. (2006). *Evaluación rápida de la deriva máxima de piso para calcular la vulnerabilidad sísmica de estructuras*. Descargado de https://www.scipedia.com/public/Aguilar_2006a
- Aguilar Meléndez, A. (2011). *Evaluación probabilista del riesgo sísmico de edificios en zonas urbanas* (Tesis doctoral). Universidad Politécnica de Catalunya.
- ANEXO 5.1.5-a CNSF. (2016, 12). *Bases técnicas para la determinación de la prima de riesgo y la pérdida máxima probable de los seguros de terremoto* [Normativa]. México.
- Arroyo, D., García, D., Ordaz, M., Mora, M., y Singh, S. (2010). Strong ground-motion relations for Mexican interplate earthquakes. *Journal of Seismology*, *14*, 769–785.
- Aslani, H., y Miranda, E. (2005). Probability-based seismic response analysis. *Elsevier*, *27*, 1151–1163.
- ATC-13 Applied Technology Council. (1985). *Earthquake damage evaluation for California* (Inf. Téc.). California, USA: California Seismic Safety Commission.
- ATC-40 Applied Technology Council. (1996). *Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings* (Vol. 1; Inf. Téc.). California, USA: California Seismic Safety Commission.
- Barbat, A., Vargas, Y., Pujades, L., y Hurtado, J. (2016). Evaluación probabilista del riesgo sísmico de estructuras con base en la degradación de rigidez. *Rev. int. métodos numér. cálc. diseño ing.*, *32*(1), 39–47.
- Barbat, A. H., y Pujades, L. (2004). Evaluación de la vulnerabilidad y del riesgo sísmico en zonas urbanas. Aplicación a Barcelona. En Sísmica (Ed.), *6to Congreso Nacional de Sismología e Ingeniería Sísmica*.
- Bayona Viveros, J. A. (2015). *Análisis probabilístico de peligro sísmico en la faja volcánica transmexicana* (Tesis de maestría). Universidad Nacional Autónoma de México.
- Benito, B., y Jiménez, M. E. (1999). Peligrosidad Sísmica. *Física de la tierra*, *11*, 13–47.
- Cardona, O., Ordaz, M., Yamin, L., Marulanda, M. C., y Barbat, A. (2008, 05). Earthquake Loss Assessment for Integrated Disaster Risk Management. *Journal of Earthquake Engineering*, *12*(S2), 48–59.

- Cardona, O. D., Ordaz, M., Arámbula, S., Yamin, L. E., Mahul, O., Ghesquiere, F., y Marulanda, M. (2008). *Modelación de pérdidas por terremoto con fines de protección financiera*.
- CENAPRED. (2019). *Semáforo Sísmico Escala de Intensidades*. <http://www.cenapred.gob.mx/es/Publicaciones/archivos/320-INFOGRAFASEMFOROSSMICO.ESCALADEINTENSIDADES.PDF>.
- Cervantes Filoteo, D. (2018, Enero). Teoría de valores extremos y medidas de riesgo. En *Mini curso: 4to Congreso de Actuaría*. Facultad de Ciencias, UNAM.
- CFE. (2008). *Manual de diseño de obras civiles, diseño por sismo* [Manual de usuario]. México.
- Chopra, A. K., y Goel, R. K. (1999). Capacity demand diagram methods base on inelastic design spectrum. *Earthquake Spectra*, 15(4).
- Coles, S. (2004). *An intorduction to statistical modeling of extreme values* (3rd ed.). Springer.
- Dekkers, A. L. M., Einmahl, J. H. J., y De Hann, L. (1989). A Moment Estimator for the Index of an Extreme Value Distirbution. *The Annals of Statistics*, 17(4), 1833-1855.
- D-Reiss, R., y Thomas, M. (2007). *Statistical analysis of extreme values with applications to insurance, finance, hydrology and other fields* (3rd ed.). Birkhäuser.
- Epstein, B. (1966). A model for the ocurrence of large earthquakes. *Nature Publishin Group*.
- Esteva Maraboto, L. (1968). *Bases para la formulación de decisiones de diseño sísmico* (Tesis doctoral). Universidad de Nacional Autónoma de México.
- FEMA-356. (2000, November). *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* (Inf. Téc.). Washington, D.C.: Federal Emergency Managment Agency and American Society of Civil Engineers.
- Fierro, E., Miranda, E., y Perry, C. (2011). Behavior of Nonstructural Components in Recent Earthquakes. En *AEI 2011: Building Integrated Solutions-Proceedings of the AEI 2011 Conference* (pp. 369–377).
- Figeroa Soto, A. G. (2009). *Análisis de tiempo interevento en secuencias de réplicas para la identificación de estados de relajación de esfuerzo* (Tesis de maestría). Universidad Nacional Autónoma de México.
- Frisch, W., Meschede, M., y Ronald, B. (2011). *Plate Tectonics. Continental Drift and Mountain Building*. Springer.
- Godho Ramírez, G. A. (2014). *Propuesta de diseño sísmico de edificios de concreto basado en desplazamiento* (Tesis de maestría). Universidad Nacional Autónoma de México.
- González Herrera, R. (2013). *Estimación de las pérdidas económicas en las estructuras asociadas a peligro sísmico en Tuxtla Gutiérrez, Chiapas* (Tesis doctoral). Universidad Nacional Autónoma de México, Instituto de Geofísica.
- Guía básica para la elaboración de atlas estatales y municipales de peligros y riesgos*.

- Conceptos Básicos sobre peligros, riesgos y su representación geográfica* [Atlas Nacional de Riesgos]. (2006, Noviembre). México.
- Guía básica para la elaboración de atlas estatales y municipales de peligros y riesgos. Evaluación de la Vulnerabilidad Física y Social* [Atlas Nacional de Riesgos]. (2006, Noviembre). México.
- Guía básica para la elaboración de atlas estatales y municipales de peligros y riesgos. Fenómenos Geológicos* [Atlas Nacional de Riesgos]. (2006, Noviembre). México.
- HAZUS-MH 2.1. (s.f.-a). *Earthquake Loss Estimation Methodology* [Technical and User's Manual].
- HAZUS-MH 2.1. (s.f.-b). *Multi-hazard Loss Estimation Methodology, Earthquake Model* [Technical Manual].
- Hong, H. (2012). *Peligro, Riesgo y diseño sísmico óptimo* (Especialidad: Ingeniería Civil). Universidad Nacional Autónoma de México.
- Hong, H., y Rosenblueth, E. (1988). The Mexico Earthquake of september 19, 1985. *Earthquake Spectra*, 4(3).
- Jaimes, M., Reinoso, E., Ordaz, M., Silva, R., Mendoza, E., Garnica, B., . . . Rodríguez, J. (2016, 11). An earthquake-event-based method for mapping tsunami hazards. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Maritime Engineering*, 169, 1-15.
- Jaimes Téllez, M. A., y Reinoso Angulo, E. (2006). Comparación del comportamiento de edificios en el Valle de México ante sismos de subducción y de falla normal. *Revista de Ingeniería Sísmica*, 75, 1–22.
- Jara, J., y Rosenblueth, E. (1988). The Mexico Earthquake of september 19, 1985. *Earthquake Spectra*, 4.
- Jornada, L. (2017). *El nuevo sismo del 19 de septiembre*. <https://www.jornada.com.mx/2017/09/29/opinion/031a1pol>.
- Jorquera Peña, E. A. (2008). *Estimación del peligro sísmico en la zona andina de Chile central* (Tesis de grado). Universidad de Chile.
- Knopoff, L., y Kagan, Y. (1977). Analysis of the theory of extremes as applied to earthquake problems. *Journal of geophysical research*, 82(36).
- Leadbetter, M., Lindgren, G., y Rootzén, H. (1983). *Extremes and related properties of random sequences and processes*. Springer-Verlag.
- Lomnitz, C. (1974). *Global tectonics and earthquake risk*. Elsevier Scientific Publishing Company.
- López Arroyo, A., y Villacañas Berenguer, J. (1999). Metodología simplificada para el análisis del riesgo sísmico. *Física de la Tierra*, 11, 269–284.
- López Cabrera, B. (2004). *Valuación de bonos catastróficos para terremotos en México* (Premio Nacional MexDer). Bolsa Mexicana de Valores.
- Makropoulos, K. C., y Burton, P. W. (1986). HAZAN: a Fortran program to evaluate seismic-hazard parameters using Gumbel's Theory of extreme value statistics. *Computers and Geosciences*, 12(1), 29–46.

- Maldonado Rondón, E., Jasbón Carvajal, N. M., y Chio Cho, G. (2010). Funciones de vulnerabilidad calculadas para edificaciones en muros de hormigón reforzado. *Revista de ingeniería de construcción*, 25(1), 63–82.
- Marcelo Ramírez, C., y Miranda, E. (2009). *Building-specific loss estimation methods and tools for simplified performance-based earthquake engineering* (Inf. Téc. n.º 171). Stanford University: Department of civil and environmental engineering.
- Milenio. (2019). *Terremoto de 1985*. <https://www.milenio.com/politica/comunidad/terremoto-1985-edificios-colapsados-19-septiembre>.
- Miranda, E. (1999). Respuesta de edificios al movimiento sísmico. En *Curso sobre diseño y construcción sismoresistente de estructuras* (1ra ed., pp. 41–61). México: CENAPRED.
- Miranda, E., Kazantzi, A. K., y Vamvatsikos, D. (2018, June). New approach to the design of acceleration-sensitive non-structural elements in buildings. En *16th European Conference on Earthquakes Engineering*.
- Miranda, E., y Reyes, C. J. (2002). Approximate lateral drift demands in multistory buildings with nonuniform stiffness. *Journal of structural engineering*, 128, 840–849.
- Miranda, E., y Ruiz-García, J. (2001). Evaluation of approximate methods to estimate maximum inelastic displacement demands. *Earthquake engineering structural dynamics*, 31, 539–560.
- Molina Palacios, S. (1998). *Sismotectónica y peligrosidad sísmica del área de contacto entre Iberia y África* (Tesis doctoral). Universidad de Granada.
- Molina Sánchez, R. (2008). *Localización de epicentros de sismos en el estado de veracruz* (Tesis de grado). Universidad Veracruzana, Facultad de Ingeniería.
- Mood, A. M., y Graybill, F. A. (1963). *Introduction to the Theory of Statistics* (Second ed.). McGraw-Hill.
- Muñoz, D. (1989). Conceptos básicos en riesgo sísmico. En U. Complutense (Ed.), *Cátedra de geofísica* (pp. 199–215). Madrid.
- México, F. (2015). *Lecciones del terremoto de 1985*. <https://www.forbes.com.mx/lecciones-del-terremoto-de-1985-en-el-df-estas-preparado/>.
- Mújica Vargas, A., y Jara Guerrero, J. M. (2004). Aplicabilidad del análisis Estático No Lineal en la Predicción de la Respuesta Última de Sistemas Estructurales. En *XIV Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*. Acapulco Guerrero, México.
- Ogata, Y. (1988). Statistical models for earthquake occurrences and residual analysis for point processes. *Journal of the American Statistical Association*, 83(401), 9–27.
- Ordaz, M. (1999). Sismicidad y riesgo sísmico. En *Curso sobre diseño y construcción sismoresistente de estructuras* (1ra ed., pp. 19–38). México: CENAPRED.
- Ordaz, M., y Arroyo, D. (2016). On uncertainties in PSHA. *Earthquake Spectra*.
- Ordaz, M., Meli, R., Montoya-Dulché, C., Sánchez, L., y Pérez-Rocha, L. (1994). *Cuadernos de investigación. Bases de datos para la estimación de riesgo sísmico en*

- la Ciudad de México* (Inf. Téc.). México: CENAPRED.
- Ordaz, M., Miranda, E., Reinoso, E., y Pérez-Rocha, E. (2000, February). *SEISMIC LOSS ESTIMATION MODEL FOR MEXICO CITY*.
- Ordaz, M., y Reyes, C. (1999). Earthquake Hazard in Mexico city: Observations versus computations. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 89(5), 1379–1383.
- Orgea Sánchez, J. (2008, Octubre). Introducción a la teoría de valores extremos. En *Octavo Congreso Latinoamericano de sociedades de estadística*. Montevideo.
- Orozco Narvaéz, V., y Reinoso Angulo, E. (2007). Revisión a 50 años de los daños ocasionados en la Ciudad de México por el sismo del 28 de Julio de 1957 con ayuda de investigaciones recientes y sistemas de información geográfica. *Revista de ingeniería sísmica*, 76, 61–87.
- Pozos-Estrada, A., Gomez, R., y Hong, H. (2008). Seismic design: Benefit/Cost for overall service time versus per unit service time. En *The 4th World Conference on Earthquake Engineering*. Beijing, China.
- Pozos-Estrada, A., Gómez, R., y Hong, H. (2014). Desagregación del peligro sísmico para algunos sitios seleccionados de México. *Revista de ingeniería sísmica*, 91, 31–53.
- Pozos-Estrada, A., Hong, H., y Escobar, J. (2008). Response of structures under bidirectional horizontal seismic excitations. En *The 4th World Conference on Earthquake Engineering*. Beijing, China.
- Pérez-Rocha, E., Ordaz Schroeder, M., y Reinoso Angulo, L. (2009). Interpolación espacial de las amplificaciones dinámicas del terreno en el Valle de México. *Revista de ingeniería sísmica*, 80, 85–112.
- Pérez Rocha, L., Ordaz Schroeder, M., y Avilés López, J. (2007). Capítulo para diseño por sismo del manual de diseño de obras civiles de la CFE. En S. M. de ingeniería Estructural (Ed.), *V Simposio Nacional de Ingeniería Estructural en la Vivienda*. Queretaro.
- Ramírez de Alba, H., Pichardo Lewenstein, B., y Arzate Cruz, S. P. (2007). Estimación de la vulnerabilidad sísmica de viviendas en zonas urbanas. *Ingeniería*, 11(1), 13–23.
- Reinoso Angulo, E. (2007). *Riesgo Sísmico de la Ciudad de México* (Especialidad: Ingeniería Civil). Universidad Nacional Autónoma de México.
- Resnick, S. I. (2008). *Extreme values, regular variation, and point processes*. Springer.
- Rosenblueth, E., y Ordaz, M. (1987). Use of seismic data from similar regions. *Earthquake engineering and structural dynamics*, 15, 619–634.
- Salazar Flores, Y. (2005). *Estimación de los parámetros de la distribución de valores extremos generalizada para el análisis de riesgos* (Tesis de grado). Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ciencias.
- Serra Mochales, I. (2013). *Modelos estadísticos para valores extremos y aplicaciones* (Tesis doctoral). Universidad Autónoma de Barcelona.

- SGM. (2017a). *Servicio Geológico Mexicano*. <https://www.gob.mx/sgm>.
- SGM. (2017b). *Servicio Geológico Mexicano*. <https://www.sgm.gob.mx/Web/MuseoVirtual/Riesgos-geologicos/Sismologia-de-Mexico.html>.
- Spacone, E., Camata, G., y Faggella, M. (2007, June). Nonlinear models and nonlinear procedures for seismic analysis of reinforced concrete frame structures. En *EC-COMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering*. Rethymno, Greece.
- SSN. (2020). *Servicio Sismológico Nacional*. <http://www.ssn.unam.mx/>.
- UNISDR. (2017). Earthquake Hazard and Risk assessment. Words into Action guidelines: National disaster risk assessment [Manual de software informático].
- Universal, E. (2019). *Terremotos en México*. <https://interactivo.eluniversal.com.mx/2019/terremotos-mexico/>.
- USGS. (2020). *Servicio Sismológico de los Estados Unidos*. <https://www.usgs.gov/>.
- Yu-YuanLin, M.-H. T., y Chang, K.-C. (2003). On the discussion of the damping reduction factors in the constant aceleration region for ATC-40 and FEMA-273. *Earthquake Spectra*, 19(4), 1001–1006.
- Zimbidis, A. A., Frangos, N. E., y Pantelous, A. A. (2007). Modeling Earthquake Risk Via Extreme Value Theory and Pricing the respective catastrophe bonds. *Astin Bulletin*, 37(1), 163–183.