



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

DOCTORADO EN CIENCIAS FÍSICAS

*BÚSQUEDAS DE FÍSICA MÁS ALLÁ DEL
MODELO ESTÁNDAR CON SENSORES CCD DE
CALIDAD CIENTÍFICA Y ESTUDIO DE LA
EFICIENCIA DE IONIZACIÓN EN SILICIO Y
GERMANIO A BAJAS ENERGÍAS*

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

DOCTOR EN CIENCIAS (FÍSICA)

PRESENTA:

YOUSSEF SARKIS MOBARAK

TUTOR PRINCIPAL

DR. ALEXIS ARMANDO AGUILAR ARÉVALO.

INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR:

DR. JUAN CARLOS D'OLIVO SAEZ.

INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES

DR. ERIC VÁZQUEZ JÁUREGUI.

INSTITUTO DE FÍSICA

CIUDAD UNIVERSITARIA, CDMX FEBRERO 2022



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS

En la Universidad Nacional Autónoma de México, a través de un **AULA VIRTUAL UNIVERSITARIA**, a las **15:00** horas del día 10 de febrero de 2022, el alumno de nacionalidad **mexicana**

YOUSSEF SARKIS MOBARAK

se presentó con el fin de sustentar el examen para obtener el grado de

DOCTOR EN CIENCIAS (FÍSICA)

CONSTANCIA DE ACTA DE GRADO

No. de cuenta
305317423

en la modalidad de graduación por **TESIS**, con el trabajo titulado: **"BÚSQUEDAS DE FÍSICA MÁS ALLÁ DEL MODELO ESTÁNDAR CON SENSORES CCD DE CALIDAD CIENTÍFICA Y ESTUDIO DE LA EFICIENCIA DE IONIZACIÓN EN SILICIO Y GERMANIO A BAJAS ENERGÍAS"**, del cual fue tutor principal el **DR. ALEXIS ARMANDO AGUILAR ARÉVALO**.

El alumno cursó sus estudios en el período **2018-1 a 2021-2**, y cumplió con los requisitos académicos señalados en el plan de estudios **5078** aprobado por el Consejo Universitario.

El jurado resolvió otorgarle la calificación de

APROBADO CON MENCIÓN HONORÍFICA

le hizo saber el resultado de su examen y le tomó la Protesta Universitaria.

El jurado estuvo integrado por:

Presidenta: Dra. Libertad Barrón Palos

Secretario: Dr. Alexis Armando Aguilar Arévalo

Vocal 1: Dr. Hermes León Vargas

Vocal 2: Dr. Iván Heredia de la Cruz



PRESIDENTA DEL JURADO



VOCAL 1 DEL JURADO



VOCAL 2 DEL JURADO



SECRETARIO DEL JURADO

El suscrito Coordinador del Programa constató que las firmas corresponden al jurado designado



"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"
DR. ALBERTO GÚIJOSA HIDALGO
COORDINADOR DEL PROGRAMA

QR de verificación



No. Folio del Programa
5078068022211

Cadena de verificación digital

be1319b3c1fb5741112ec02e6c87af17335f6b8687c0d9bf521ff72e95efa39b935926d6c38b1a361799300856bad4cc3394afd5a7a4d489bd68de9ccd0172de

∞ Agradecimientos

Quiero agradecer el continuo apoyo por parte de mi familia, en particular mi esposa que siempre a pesar de todas las dificultades que hemos atravesado ha buscado la forma de que yo haya podido continuar con el posgrado. Además de su amor, solidaridad y empatía. También agradezco a mis suegros el M.I. Agustín Demeneghi y la M.P. Margarita Puebla, por siempre ofrecerme su desinteresada ayuda en situaciones difíciles y ante todo siempre mostrarme sus buenos ánimos y entusiasmo. A mi hija Odette, que también me inspiró y motivó a seguir adelante.

Por el lado académico agradezco mucho a Alexis A. Aguilar Arévalo, por toda su tolerancia, paciencia y dedicación a lo largo de mi trayectoria, demostrándome siempre ser un persona diligente, honesta, responsable y con un criterio muy amplio sobre la investigación. Eso siempre me motivó a dar lo mejor de mí, y gracias a todas las discusiones e intercambios (a veces largas), sobre mis avances fue posible realizar varios de los logros de esta tesis. No puedo haber deseado tener un mejor asesor tanto como investigador como ser humano.

También agradezco a Juan Carlos D’Olivo por siempre mostrar interés en mi carrera y por alentarme a presentar mis trabajos en congresos nacionales e internacionales y asistir a “workshops”. Como parte de mi comité tutor siempre fue una persona que me dio valiosas opiniones sobre mi trabajo y apoyo en general. A Eric Vázquez le agradezco su tiempo por ser parte de mi comité tutor, sus buenos consejos y gran apoyo, que me sirvieron para buscar postdoctorados.

Agradezco a mis sinodales Dr. Hermes León Vargas, Dr. Ivan Heredia De La Cruz, Dra. Libertad Barrón Palos y Juan Estrada, por tomarse parte de su valioso tiempo en revisar mi trabajo y darme sus opiniones. En particular agradezco a Juan Estrada, que conozco desde la licenciatura, por darme la oportunidad de trabajar en Fermilab, lo cual me dio una invaluable experiencia como físico experimental para poder analizar y explorar con más detalle los detectores de ionización (CCD’s). Así también por su continua ayuda, promoción y consejos en general en mi carrera.

A Carla B. Bonifazi, le agradezco su ayuda y asistencia para ayudarme a entender y procesar los datos de CONNIE. Así como también su interés en mi carrera ofreciéndose como referencia para aplicar a postdoctorados. A Guillermo Fernandez también le agradezco su ayuda en mi trabajo en la colaboración CONNIE, así como sus comentarios sobre mi trabajo. Con respecto en general a mi involucramiento en las colaboraciones CONNIE y DAMIC quiero agradecer especialmente a Martin Makler, Álvaro Chavarria, Irina Nasteva, Javier Tiffenberg, Claudio Chavéz y Kevin Kuk. En particular a Claudio Chavéz por su ayuda y apoyo técnico en la instalación de un sistema LTA en nuestro laboratorio.

Con respecto a mi formación como docente quiero agradecer a Ángel Prieto por haberme aceptado primero como ayudante de electromagnetismo y después haberme promovido como profesor titular en la Facultad de Ciencias. Siempre fue una persona muy humilde, incluyente e interesado por el alumnado. También agradezco a Felipe de Jesús Méndez y Diana M. García por su sincera amistad y darme la oportunidad de ser ayudante en diversos cursos de cálculo.

A mis compañeros y amigos del posgrado, Marisol Chavéz, Brenda A. Cervantes, Abraham Lima, Miguel Sánchez y Odín Estrada por su amistad y compañerismo. Así como a la difunta María del Rosario Villegas (Sra. Chayito) por su presencia en la entrada del instituto, siempre amable y sonriente.

Esta investigación fue financiada en parte por CONACYT (proyecto num. CB-2014/240666) y DGAPA-UNAM (PAPIIT proyectos IN108917 y IT100420). El autor agradece el apoyo de manutención por parte del CONACYT en cualidad de becario num. 480665. También el autor agradece el apoyo de la DGPA a través de la beca de Doctorado-obtención de grado (becario num. IT100420). También agradecemos el apoyo del T.A. José Rangel del Laboratorio de Manufactura Avanzada del ICN-UNAM por su ayuda en la instalación inicial de la cápsula de vacío del banco de pruebas de CCD. Agradecemos al T.A. Ing. Mauricio Martínez Montero y al M. en C. Miguel Enrique Patiño Salazar por su apoyo técnico en el área de criogenia del Laboratorio de Detectores del ICN.

∞ Illuminatus est qui novit abscondita tenebrarum.

BÚSQUEDAS DE FÍSICA MÁS ALLÁ DEL MODELO ESTÁNDAR CON SENSORES CCD DE CALIDAD CIENTÍFICA Y ESTUDIO DE LA EFICIENCIA DE IONIZACIÓN EN SILICIO Y GERMANIO A BAJAS ENER- GÍAS

por Youssef Sarkis Mobarak

Tesis de Doctorado. Posgrado en Ciencias Físicas

Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM

Resumen

Se presentan los análisis de estabilidad para los picos de fluorescencia de Cu y del Si usados para calibrar las mediciones de energía en el experimento CONNIE. Se calcula la sensibilidad del experimento CONNIE para búsquedas más allá del ME (fotón oscuro y momento magnético anómalo del neutrino) y se imponen límites empleando los datos del experimento adquiridos de 2016 a 2018. Se estudia la ecuación integral básica de

Lindhard que describe la energía dada en movimiento atómico dado un retroceso nuclear, considerando los efectos de la energía de amarre. Y así calculando la eficiencia de ionización para cristales puros como Si y Ge. Así también, se consideran efectos de repulsión Coulombiana para el poder de frenado electrónico y una modelo de energía de amarre variable con la energía para calcular la eficiencia de ionización, en el contexto de una nueva ecuación integro-diferencial que incluye efectos de “straggling” electrónico. Finalmente se presenta el montaje experimental inicial del banco de pruebas de CCD de calidad científica del laboratorio de detectores del ICN.

Physics searches beyond the standart Model with CCD's sensors of scientific quality and study of the ionization efficiency in silicon and germanium at low energies

by Youssef Sarkis Mobarak

Phd Thesis. Posgrado en Ciencias Físicas

Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM

Abstract

We present the stability analysis for Cu and Si fluorescence peaks used to calibrate the energy measurements in the CCD's of the CONNIE experiment. We calculate the sensitivity of CONNIE to beyond the SM physics processes (dark photons and anomalous neutrino magnetic moment) and set limits using data adquired with the experiment between 2016 to 2018. We study Lindhard's basic integral equation, describing the energy given by a nuclear recoil to atomic motion, considering the effects of binding energy and thereby calculating the ionization efficiency for pure crystals such as Si and Ge. Coulomb repulsion effects for the electronic stopping

power and a model beyond the constant binding energy are also considered to compute ionization efficiency, in the context of a new integro-differential equation that includes electronic straggling effects. Finally, the initial experimental setup to operate the test bench for scientific CCD's at the Detectors Laboratory at ICN is described.

Índice general

Índice de figuras	xx
Índice de tablas	xxxvi
∞ Introducción	xxxvii
1. Experimento CONNIE con neutrinos y sensores CCD de calidad científica	1
1.1. El experimento CONNIE	1
1.2. Dispersión elástica coherente neutrino-núcleo	2
1.3. Sensores CCD de calidad científica	5
1.3.1. Estructura y operación general de los sensores CCD	6
1.3.2. Procesamiento de señales de una CCD	11
1.3.3. Fuentes de ruido	15
1.3.4. Eventos puntuales de carga	15
1.4. Corriente oscura	17
1.4.1. Ruido de lectura	19

1.4.2.	Muestreo doble correlacionado	19
1.4.3.	“Binning”	20
1.5.	Estudios de calibración	21
1.5.1.	Estabilidad estadística	27
1.5.2.	Estudio de cuantiles	35
1.6.	Cronología del experimento CONNIE	39
1.7.	Resultados del experimento CONNIE	42
2.	Búsquedas más allá del Modelo Estándar a bajas energías con CONNIE	49
2.1.	Fotón Oscuro (DP)	50
2.1.1.	Búsquedas experimentales	57
2.1.2.	Búsquedas de DP con CONNIE	59
2.1.3.	Cálculo de límites y sensibilidad para DP para un detector CONNIE	75
2.2.	límites al momento magnético (anómalo) del neutrino	76
3.	Estudio de la eficiencia de ionización para cristales puros	82
3.1.	Introducción histórica	82
3.2.	Modelo de Lindhard	83
3.3.	Ecuación integro-diferencial simplificada con energía de ama- rre	91

3.4.	Modelo de u constante	95
3.5.	Interpolación desde ε pequeños a valores grandes.	96
3.6.	Solución numérica	99
3.7.	Ajustes a los datos	103
3.8.	Comentarios finales sobre el modelos de U constante	108
4.	Modelo del “quenching factor” para energías de retroceso nuclear de	
	~ 50 eV a ~ 1 MeV	111
4.1.	Modelo semi-clásico para interacción entre iones (Tilinin) .	112
4.2.	Modelo de Kishinevsky	117
4.3.	Modelo de Arista	121
	4.3.1. Poder de Frenado para un gas de electrones libres	
	cuando $v_{ion} \ll v_0$	123
	4.3.2. Poder de frenado electrónico	125
4.4.	Energía de amarre dependiente de la energía del ión	126
4.5.	Efectos sobre el poder de frenado electrónico a altas energías	130
	4.5.1. Criterio de velocidad (“Bohr stripping”)	130
4.6.	Contribución de “Stragglng” electrónico en la ecuación integro-	
	diferencial	132
	4.6.1. Consideraciones generales	132

4.6.2.	Efecto del ‘Straggling’ electrónico en la eficiencia de ionización	135
4.7.	Resultados para el QF	137
4.7.1.	Silicio	137
4.7.2.	Ajustes a los datos de Si sobre cuatro ordenes de magnitud de energía	143
4.7.3.	Germanio	143
4.8.	Estudio de la señal CE ν NS en keV _{ee}	155
5.	Banco de pruebas de CCD de calidad científica del ICN	157
5.1.	Montaje experimental del banco de pruebas	157
5.1.1.	Banco de pruebas y sistema LTA	168
	∞ Conclusiones	172
	A. Modelo de esfera semi-dura	175
	B. Término de segundo orden en la ecuación integro diferencial modificada	177
	C. Poder de frenado nuclear y electrónico en el contexto de la función dieléctrica.	178
	C.0.1. Poder de frenado electrónico y nuclear	178
	C.0.2. Poder de frenado nuclear	180

C.1. Poder de frenado electrónico	184
C.1.1. Definición	184
C.1.2. Poder de frenado electrónico (Lindhard)	185
Bibliografía	193

Introducción

Los sensores CCD [1] (por las siglas en inglés de Charge Coupled Devices) son la tecnología principalmente usada para la toma de imágenes de bajo ruido, lo cual los convierte en buenos detectores de partículas ionizantes con bajo umbral de detección (50 eV_{ee}) [2] y una linealidad en la calibración de la energía menor al 2%, e.g fotones, electrones, etc. El experimento CONNIE [3, 4], que usa CCD como detectores de ionización, tiene como objetivo observar la dispersión elástica coherente neutrino-núcleo ($CE\nu NS$)[5], al medir retrocesos nucleares a energías menores a 1 keV de átomos de silicio producidos por neutrinos provenientes del reactor Angra-II en la Central Nuclear Almirante Álvaro Alberto, en Angra Dos Reis, Brasil. El experimento aprovecha el periodo de abastecimiento de combustible nuclear del reactor para sustraer el ruido de fondo con más significancia estadística. La $CE\nu NS$ es un proceso de corriente neutra predicho por el modelo estándar (ME) con una sección eficaz mayor en comparación con otras interacciones de neutrinos, e.g decaimiento beta inverso. Este proceso fue observado por primera vez por la colaboración

COHERENT [6] en 2017 con un detector de yoduro de cesio (CsI) utilizando neutrinos producidos por la desintegración de piones detenidos en un moderador, en el laboratorio de Fuente de neutrones de espalación en 'Oak Ridge National Laboratory'. Recientemente, la interacción $CE\nu NS$ también se ha medido en un detector de argón de la misma colaboración COHERENT con una significancia de 3σ [7].

La observación de $CE\nu NS$ abre una nueva ventana [8] para explorar nueva física más allá del ME a bajas energías (sub keV). Una propuesta de esta nueva física que se estudiará en esta tesis es proponer un modelo de fotón oscuro [9] como un nuevo bosón de norma que surge de una simetría de un hipotético sector oscuro que comprende partículas neutras bajo las interacciones del ME. También se estudiarán las versiones extendidas de mecanismos que permitan aumentar el valor del momento magnético del neutrino [10] (Majorana) basados en una simetría $SU(2)_H$, que a su vez es consistente con la pequeña masa de los neutrinos y aumenta por varios ordenes de magnitud el momento magnético del neutrino predicho por el ME. En este trabajo se analizarán los datos más recientes del experimento CONNIE para establecer un límite a los parámetros de acoplamiento y masa del fotón oscuro, donde se incluirán efectos de errores estadísticos de los periodos de encendido y apagado del reactor y los efectos de errores sistemáticos de la eficiencia de ionización y la eficiencia del detector por

medio de matrices de covarianza. Se establecerá un límite también para el momento magnético del neutrino implementando un análisis inspirado en el del experimento GEMMA [11] pero usando los datos del primer bin de energía del experimento CONNIE y suponiendo que la señal de momento magnético proviene de la interacción coherente neutrino núcleo [12].

Entender la eficiencia de ionización también conocida como “quenching factor”, (QF) para retrocesos nucleares a energías por debajo de unos pocos keV, es un problema importante para muchos experimentos que buscan la detección directa de materia oscura (DM) o la $CE\nu$ NS. Durante varias décadas, la parametrización de Lindhard [13] en principio válida a altas energías (> 10 keV) ha sido utilizada con éxito, pero sólo los más recientes datos en silicio (Si) [14, 15, 16, 17, 18], germanio (Ge)[19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28] y xenón (Xe)[29, 30, 31, 32, 33] y han demostrado la insuficiencia del modelo para predecir el QF a bajas energías, esta limitante fue mencionada por el propio Lindhard en su momento. En este trabajo se discute cómo incorporar la energía de amarre en el modelo original de Lindhard desarrollando una nueva ecuación integro-diferencial [34] y así proporcionar una descripción adecuada de las mediciones experimentales existentes del QF en Si, Ge y Xe a energías menores a 1 keV. También se describe cómo extender el modelo para el QF hasta energías del orden de la energía de dislocación en cristales puros [35]. Para ello se estudian

tres diferentes modelos del poder de frenado electrónico [36, 37, 38], que incluyen efectos de apantallamiento, de repulsión de Coulomb y efectos geométricos causados por la trayectoria del ion. A su vez se incorpora un modelo de energía de amarre variable con la energía que se estudia desde la perspectiva de varios potenciales ínter atómicos [39]. Se demuestra que con estos modelos es posible explicar los datos más recientes en Si y Ge. Estos modelos para el QF en Si y Ge a bajas energías en materiales puros constituyen una de las contribuciones originales más importantes de esta tesis, y están reportados en un artículo publicado en la revista *Phys. Rev. D* 101 [34], una memoria de congreso publicada en *Phys. Atom. Nucl.* 84 [35] y un artículo recientemente enviado para su publicación en la revista *Phys. Rev. Letters*.

El grupo del ICN-UNAM participante en DAMIC (desde 2012) y CONNIE (desde 2014), se ha involucrado en diferentes aspectos a lo largo del desarrollo de ambos proyectos, tanto del lado de las operaciones, construcción y diseño, como del análisis de datos. El grupo ha trabajado intensamente en lograr la instalación de un banco de pruebas de sensores CCD de calidad científica en el Laboratorio de Detectores del ICN, el cual (gracias al apoyo técnico y científico del grupo del Laboratorio Fermilab) es operacional y es capaz de obtener imágenes de una CCD. En este trabajo se presentarán los esfuerzos realizados en el montaje experimental para la

puesta en marcha inicial del banco de pruebas. En este trabajo se mostrarán los análisis de estabilidad de la calibración del detector usando los picos de fluorescencia del cobre activados por los rayos cósmicos, donde se desarrolló un algoritmo de ajuste optimizado para considerar fluctuaciones en los histogramas.

La estructura de esta tesis es la siguiente: en el capítulo 1 se describirá el funcionamiento básico de los sensores CCD y sus principales características como detectores de ionización, también se dará una descripción general del experimento CONNIE y se mostraran en detalle los análisis de estabilidad de los picos de cobre; en el capítulo 2 se presentarán brevemente las motivaciones teóricas para postular la existencia de un fotón oscuro y mecanismos que predican momentos magnéticos del neutrino mayores a los predichos por ME, se detallará el análisis estadístico para establecer un límite a los parámetros de masa y acoplamiento del fotón oscuro usando los datos de CONNIE y de la misma manera para establecer un límite al momento magnético del neutrino; en el capítulo 3 se estudiará la ecuación integral básica de Lindhard para el movimiento atómico en un medio cristalino puro, a partir de esta ecuación se deducirá una ecuación integro diferencial que incluya los efectos de la energía de amarre y el algoritmo básico para resolverla, se mostrara la concordancia del modelo con los datos más recientes en Si y Ge; en el capítulo 4 se desarrollarán tres modelos

de poder de frenado electrónico para incorporarlos a la ecuación integro diferencial con 'straggling' electrónico y otros efectos importantes a altas energías; finalmente en el capítulo 5 se detallará el montaje experimental para ensamblar una cápsula de vacío en el laboratorio de detectores del ICN, así como mediciones de temperatura y presión dentro de la cápsula. Las conclusiones de esta tesis se presentan en el capítulo 6.

Índice de figuras

1-1. (a) Localización del detector del experimento CONNIE a 30 m del reactor Angra II en la central nuclear Almirante Alvaro Alberto. (b) Estructura física de escudamiento del detector.	2
1-2. Diagrama de Feynman de la interacción $CE\nu NS$, $\nu_\ell + A \rightarrow \nu_\ell + A$	3
1-3. Estructura básica de un píxel en una CCD. Imagen obtenida de [40]	6
1-4. Se muestra el potencial en función de la profundidad y de una fase, obtenido en forma analítica. Imagen obtenida de [41]	7
1-5. Componentes principales que componen un CCD de tres fases. Imagen obtenida de [42].	8
1-6. Acumulación y transferencia de carga entre píxeles para un CCD de tres fases. Imagen obtenida de [1].	10

1-7. Corte transversal de la fase de un píxel del CCD. Imagen obtenida de [42].	11
1-8. Imagen generada al leer el CCD. Entre líneas punteadas se encuentra el “overscan”. La carga se mueve solo al amplificador L, de modo que el R solo lee el ruido. Se leen algunas columnas con tiempo de exposición cero antes de mover la carga y se lee un número mayor después de que la carga ha sido movida (“overscan”). Después de leer cada columna, la lectura continúa para algunos píxeles más (“overscan” vertical, tira delgada en la parte inferior de p4). Imagen obtenida de [41].	12
1-9. Izquierda se muestra un evento de una partícula ionizante en una imagen. Todos los píxeles con un valor mayor a 4σ que sean conexos forman un evento, los cuales se pueden apreciar como los píxeles azules de la imagen derecha. Después se agregan los píxeles vecinos con más de 3σ para obtener el evento final. Imagen obtenida de [41].	14
1-10. Evento limitado por difusión en una CCD. Imagen obtenida de [41].	16
1-11. Rayos X en una CCD ($250 \mu\text{m}$) absorbidos por la parte frontal y por la parte trasera. Imagen tomada de [43].	17

1-12. Ruido de baja frecuencia en función de la ventana de integración.	20
1-13. Se muestra una implementación simple de CDS usando dos amplificadores de muestreo y retención (SHA) y un amplificador de diferencial.	21
1-14. (Izquierda) Proceso de “binning” en la lectura de una CCD, (Derecha) parte de una imagen normal (izquierda) comparada con una tomada con la agrupación de hardware (derecha). La imagen agrupada aparece comprimida en la dimensión vertical y la imagen completa es 5 veces más corta en esta dirección. Imagen tomada de [44].	22
1-15. (izq) Ajuste de la función gaussiana más una constante al espectro de energía del cobre ($K\alpha$) en una CCD (ohdu3), (der) espectro calibrado en keV, se ajusta el pico del silicio con una gaussiana más una exponencial.	24
1-16. (Arriba) Posición del pico de cobre principal en ADU, a lo largo del tiempo en función del ‘runid’ (identificador consecutivo de imagen), ajustada por una constante. (Abajo) Posición del pico de Cu principal en ADU, para periodos de datos del 2019-2020 y un “binning” de 1×5 (en este caso los datos tienen otro procesamiento, cortes, etc).	25

1-17. (Arriba) Valor del ‘background’ en función del tiempo ajustado por una constante. (Abajo) Tasa de eventos por imagen del pico $K\alpha$ de Cu en función del tiempo ajustado por una constante para un “binning” de 1×1	26
1-18. (Arriba) Estabilidad del pico de cobre en unidades de ADU en función del “runid” para la configuración de 1×1 . (Abajo) Mismas mediciones entre el valor del ajuste.	27
1-19. (Arriba) Valor del ‘background’ en función del tiempo ajustado por una constante. (Abajo) Tasa de eventos por imagen del pico $K\alpha$ de Cu en función del tiempo ajustado por una constante para un “binning” de 1×5 . Las líneas punteadas representan el valor RMS del ajuste.	28
1-20. Posición del pico de Si en función del tiempo, cada punto es tomado con aproximadamente 5 imágenes, se muestra el RMS de la dispersión, para un “binning” de 1×1 con calibración (arriba) y 1×5 sin calibración (abajo). Se aprecia que en este último caso el ajuste tiende a fallar más, posiblemente por reducir el tiempo de exposición y tener menos estadística.	29

1-21. (arriba) Distribuciones normalizadas a la unidad de la constante de calibración ($\text{Cu K}\alpha$) ajustada a espectros de grupos de cinco a seis imágenes, para los períodos de reactor encendido (azul) y reactor apagado (rojo) con un “binning” de 1×5 (abajo). Distribuciones normalizadas a la unidad de la tasa de eventos del pico de Cu calculado como el área de la gaussiana ajustada. Imagen obtenida de [45].	30
1-22. Comparación de la posición del pico principal de Cu para todos los datos de reactor ON y OFF en CONNIE, con “binning” de 1×5	32
1-23. Comparación del ‘background’ en periodos ON y OFF en CONNIE, con “binning” de 1×5	33
1-24. Diferencia entre las medianas de las distribuciones para reactor encendido y apagado con “binning” de 1×5 para cada CCD (OHDU), la constante de calibración (izq), el ‘background’ (med) y el área del pico de Cu_α (der).	35

1-25.	Análisis de homogeneidad para la calibración en los periodos ON y OFF con “binning” de 1×5 . Se muestran los residuos y los gráficos QQ respectivos. En el panel superior izquierdo, se muestra el histograma con reactor encendido, en el panel superior derecho el histograma de reactor apagado, en el panel inferior izquierdo se muestran los residuos normalizados a la unidad y en el panel inferior derecho el gráfico de cuantiles según la librería de ROOT ChisTest.	46
1-26.	(Izq.) Espectro de retrocesos nucleares debido a neutrinos en CONNIE usando dos versiones para el QF; Lindhard [13] y Chavarria [46]. (Der.) Espectro de energías para eventos de reactor encendido (azul) y apagado (rojo).	47
1-27.	(Izq.) Espectro sustraído de eventos de reactor ON menos reactor OFF. (Der.) Límite al 95 % C.L de la medición de encendido y apagado del reactor (línea negra); señal esperada de $CE\nu NS$ usando el QF dado por Lindhard (línea punteada) y Chavarria (línea quebrada).	47

1-28.	(Arriba) Región de exclusión para los parámetros de bosón vectorial $(M_{Z'}, g')$ obtenida de los datos de CONNIE, usando el QF de Chavarria[46] (naranja) y de Lindhard[13] (rojo). El límite de COHERENT [47] (azul) y la región permitida a 2σ para explicar la anomalía del momento magnético del muón, son mostradas como referencia (abajo). Región de exclusión para los parámetros de bosón vectorial (M_ϕ, g_ϕ) obtenida de los datos de CONNIE, para los dos QF de la curva anterior, también se muestra en el límite puesto por la colaboración COHERENT [47].	48
2-1.	Diagrama de Feynmann para la contribución del término cinético debido al fotón oscuro. a) Conservando el término cinético, b) diagonalizando el término cinético.	51
2-2.	Diagramas de Feynmann que muestra las contribuciones de la dispersión elástica electrón-neutrino. La dispersión neutrino-electrón toma lugar a través de corrientes cargadas y neutras.	55
2-3.	La amplitud de interacción neutrino-electrón mediada por el DP (canal t) debe sumarse a las de los procesos del SM, dando origena términos de interferencia.	55

2-4. Region de parámetros del fotón oscuro B-L. La curva ν scattering corresponde a experimentos de detección directa de neutrinos, como GEMMA y BOREXINO. Imagen tomada de [48].	58
2-5. Espectro de anti-neutrinos para cada proceso. Imagen tomada de [49].	61
2-6. Flujo del reactor de Angra II en Brasil parametrizado. . .	62
2-7. Espectros de energía de retroceso nuclear del SM para la CE ν NS con y sin efecto de “quenching”, se muestra también la curva para la interacción neutrino-electrón, la cual puede despreciarse en comparación.	65
2-8. (Arriba) Espectros de señales para $g_{B-l} = 10^{-4}$ y masa $m_{A'} = 0.744$ MeV: (Negro) la señal del SM, (rojo) señal de DP con núcleos sin término de interferencia, (marrón) señal de fotón oscuro con termino de interferencia, (verde) señal de fotón oscuro con electrones con termino de interferencia (NODP _{electron}) y sin interferencia. (Abajo) Se muestra el cociente entre el flujo total escalado a la potencia (1/4) del DP provenientes de retrocesos nucleares y de electrones, en función de la masa del DP.	66

2-9. Tasa de eventos en modo reactor ON menos OFF en el experimento CONNIE. Los puntos y la curva roja representan las mediciones de reactor encendido menos apagado de CONNIE para la corrida 2016-2019 con sus respectivos errores, la curva azul representa el límite a 95 % C.L de haber observado la $CE\nu NS$	68
2-10. Curvas de eficiencia para distintos valores del parámetro A según el ajuste dado en 2-21. La curva punteada es la eficiencia usada en el experimento CONNIE [4].	72
2-11. Ejemplo de curvas (gris) fluctuadas por el método de Cholevsky para el QF en Si, se muestra la curva central (negro) y la curva promedio (rojo) del muestreo de 100 curvas dado por el ajuste fenomenológico de DAMIC.	74
2-12. (izq) Curvas fluctuadas producidas por variaciones sistemáticas de la curva de eficiencia, (der) curvas fluctuadas producidas por variaciones sistemáticas del QF.	75
2-13. (Arriba) Superficie chi-cuadrada dibujada sobre los parámetros g_{B-L} y M_{DP} (Abajo) y el corte a 4.605 (90 % C.L) que proyecta la sensibilidad del experimento CONNIE con los datos del reactor apagado comparados con los datos de GEMMA[11] (derecha)	80

2-14.	Extracción del límite para el momento magnético del neutrino con el 90 %CL indicado por las líneas rojas, requerido usando como cuantil la región en azul-cian de la parte de la distribución gaussiana. La variable ρ presenta la probabilidad del área sombreada.	81
3-1.	Dispersión de un ión de retroceso en el marco del laboratorio. El efecto promedio $\bar{\varphi}(E)$ causado por el ión incidente, es igual a la suma de los efectos promedio causados por el ion golpeado, los electrones dispersados y el mismo ión dispersado, después de la colisión. U_i es la energía de ionización del electrón libre i	88
3-2.	La función $\bar{\nu}(\varepsilon)$ de la Ec. (3-13) ajustada para los datos del Si que se interpolan entre la solución de Lindhard a altas energías, y la $\varepsilon + u$ esperada (aproximadamente) por debajo de u . Un corte en el QF ocurre en el cruce entre $\bar{\nu}(\varepsilon)$ y $\varepsilon + u$ en $\varepsilon = u$ (línea vertical).	98
3-3.	Método de "shooting" para Si. La curva negra es la única que satisface las condiciones de borde en las ecuaciones 3-18.	102

3-4.	(Panel inferior) Medidas del QF en Si (puntos con barras de error) en comparación con el modelo de Lindhard (línea punteada), el ansatz de Ec. (3-13), y la solución numérica con $U = 0.15$ keV y $k = 0.161$. (Panel superior) Error en el ansatz y el modelo original de Lindhard.	105
3-5.	(Panel inferior) Medidas del QF en Ge (puntos con barras de error) en comparación con el modelo de Lindhard (línea punteada), el ansatz de Ec. (3-13), y la solución numérica con $U = 0.02$ keV y $k = 0.162$. (Panel superior) Error en el ansatz y el modelo original de Lindhard.	106
3-6.	Comparación de las soluciones numéricas para Si, Ge, con los datos. La curva de Si se ha cambiado de la de la Fig.3-4 para ajustarse solo a los datos < 40 keV ($k = 0.169$ y $U = 0.2$ keV). También se muestra el ajuste fenomenológico por Super-CDMS [50] (línea roja sólida).	108
4-1.	Pérdida de energía electrónica en la imagen de Firsov. Imagen obtenida de [51].	118
4-2.	Poder de frenado dado por las formulas 4-3,4-22 y 4-9 comparado con el modelo de Lindhard (se ha usado $\xi_e = (5/3)^{3/2}$ en lugar del valor típico $Z^{1/6}$).	126

4-3. Poder de frenado electrónico para el Si considerando iones incidentes (impurezas) con numero atómico Z . Digitalizada de [52].	132
4-4. Poder de frenado electrónico para Si, comparado con datos y el efecto de “Bohr stripping” usando el potencial TF. Mediciones tomadas de [53, 54].	133
4-5. Comparación de W , Ec.(4-38) para diferentes potenciales, imagen tomada de [55]	134
4-6. Comparación entre el W de Lindhard 4-39 y el calculado por Wilson [55].	135
4-7. QF calculado a partir del potencial de frenado del modelo de Tilinin, con y sin efecto de ‘Stragglings’ electrónico. . .	137
4-8. Poder de frenado electrónico para el Si obtenido del modelo de Tilinin (izq.) y Kishinevsky (der.) para diferentes potenciales interatómicos.	139
4-9. (Izq.) Poder de frenado electrónico para el Si obtenido del modelo de Arista para diferentes potenciales interatómico. (Der.) Modelo de energía de amarre variable con la energía para varios potenciales. La línea gris muestra la parte constante del modelo según se explico en este capítulo. . .	139

4-10. Modelo de Tilinin con un potencial interatómico AVG más cercano a la curva promedio.	140
4-11. (Der) Retícula de 10×10 en U y k para obtener el mejor ajuste a los datos para el modelos de Tilinin con el potencial de Moliere, por un criterio de χ^2 . (Izq) Curva de QF con el mínimo χ^2 por grado de libertad.	141
4-12. QF para los tres modelos considerados y los cuatro potenciales inter- atómicos.	141
4-13. Corregir, Curva promedio para el QF en Si cubierta por una banda que cubre la serie de datos.	142
4-14. Ajuste del modelo Tilinin-Ziegler a los datos de 0.69 keV hasta 3 MeV. La banda se calcula por medio de la varianza de esta curva con los otros once modelos.	144
4-15. Ajuste del modelo Tilinin-Ziegler a los datos de 0.69 keV hasta 3 MeV, donde se han omitido los datos de A-G en el análisis. La banda se calcula por medio de la varianza de esta curva con los otros once modelos.	144
4-16. Poder de frenado electrónico obtenido del modelo de Tilinin (izq) y Kishinevsky (der) para diferentes potenciales interatómicos.	148

4-17. (Izq.) Poder de frenado electrónico obtenido del modelo de Arista para diferentes potenciales interatómico. (Der.) Modelo de energía de amarre variable con la energía para varios potenciales. La línea gris muestra la parte constante del modelo según se explicó en este capítulo.	148
4-18. (Der) Retícula de 10×10 en U y k para obtener el mejor ajuste a los datos del Ge para el modelos de Tilinin con el potencial de Moliere, por un criterio de χ^2 . (Izq) Curva de QF con el mínimo χ^2 por grado de libertad	149
4-19. QF para Ge con los doce modelos considerados (tres modelos para el poder frenado electrónico y los cuatro potenciales interatómicos).	150
4-20. Curva más próxima (Tilinin-Moliere) al promedio para el QF en Ge cubierta por una banda que cubre la serie de datos.	150
4-21. Resultados de QF para germanio, etiquetados por técnica de calibración, figura tomada de [56].	151
4-22. Modelos de poder de frenado de Tilinin, Kishinevsky y Arista ajustados a los datos de Collar[56]	153
4-23. Diagrama que ilustra el comportamiento general del parámetro de orden para una transición de primer orden. . . .	154

4-24. (Izq.) “Quenching factors” para tres modelos; Chavarria[46], U constante (Sarkis) [34] y el QF de la Fig.(4-12). (Der.) Espectro de señal CE ν NS sin ningún efecto y con efecto de QF para los tres modelos indicando el valor umbral de 75 eV _{ee} convertida a energía de retrocesos nucleares.	155
4-25. Señal esperada de anti-neutrinos en CONNIE (“1 × 1”) para distintos QF; Chavarria [46], Sarkis [34] y el QF descrito en este trabajo.	156
5-1. Banco de pruebas en el laboratorio de detectores del ICN actual 2016. 1: Sistema LEACH para lectura de CCD, 2: Lakeshore 335 controlador de temperatura, 3: Cápsula de vacío kurt lesker de 10", 3-a: PT90 dedo frio, 3-b: Medidor piezoeléctrico de presión e indicador de presión MKS 900 y 4: Bomba de vacío Hi-cube Pfeiffer	158
5-2. Esquema de conexiones para el cable del sensor de temperatura cernox1077AA	161
5-3. (izq) curva de trabajo del fabricante, (der) curva de trabajo medida en el laboratorio.	161
5-4. Diagrama de diseño para la placa de cobre.	162
5-5. Diagrama de diseño para la placa de acrílico la cual va a estar acoplada a la placa de cobre.	163

5-6. Modelo simplificado del sistema placa de cobre-placa de acrílico y dedo frío.	165
5-7. Valores de potencia de la resistencia para mantener un valor de la temperatura de la placa de cobre dentro de la cápsula de vacío.	165
5-8. Prueba de temperatura en función de la potencial de la fuente de calor del lake-shore.	168
5-9. Pieza adicional traída desde Fermilab para montar la CCD de Decam en la cápsula del banco de pruebas del ICN. . .	169
5-10. (arriba) Primeras imágenes tomadas con el sistema LTA en el laboratorio de detectores del ICN, (abajo) tarjeta de adquisición LTA (diego) en el laboratorio.	170
5-11. Espectro en unidades de energía (KeV)	171
A-1. Diagrama de una colisión entre dos esferas semi-duras. . .	176
C-1. Proceso de dispersión de dos partículas en el sistema de laboratorio.	181
C-2. Ejemplos de funciones $f(t^{1/2})$ para diferentes potenciales inter-atómicos.	183

Índice de tablas

2-1. Valores tabulados del espectro de anti-neutrinos de cada isótopo fisiónable en unidades de $\bar{\nu}_e/\text{MeV}/\text{fis}$	60
2-2. Parámetros ajustados del espectro de anti-neutrinos de cada isótopo fisible.	61
2-3. Contribución de fisión relativa típica y rendimiento de $\bar{\nu}_e$ para cada proceso considerado [57] [42].	61
2-4. Valor central del primer bin del experimento CONNIE junto con el error estadístico asociado y el error sistemático calculado en este trabajo.	78
3-1. Energías de amarre, relativas a la parte superior de la banda de valencia, para las capas atómicas entre el núcleo noble y los orbitales de valencia externos [58, 59], energías de creación de pares $e - h$ y energías de dislocación [60, 61] en Si y Ge.	94
3-2. Disposición de los datos utilizados en este estudio.	104

3-3.	Parámetros ajustados para el ansatz en Ec. (3-13) para los diferentes conjuntos de datos. Reportamos la energía de amarre $U = u/c_Z$. Los χ^2/ndf altos reflejan la tensión entre los conjuntos de datos dados los errores mostrados. Las incertidumbres se estiman para cubrir las variaciones entre los conjuntos de datos.	104
3-4.	Parámetros ajustados para la solución numérica en Ec. (3-13) para los diferentes conjuntos de datos. Reportamos la energía de amarre $U = u/c_Z$. Los χ^2/ndf altos reflejan la tensión entre los conjuntos de datos dados los errores mostrados. Las incertidumbres se estiman para cubrir las variaciones entre los conjuntos de datos.	107
4-1.	Señal $\text{CE}\nu\text{NS}$ en (eventos/día/kg/keV) esperada suponiendo tres “quenching factors”, Chavarria [46], Sarkis [34] y el QF descrito en este trabajo.	156

Esta página se ha dejado en blanco intencionalmente

≈ CAPÍTULO 1

Experimento CONNIE con neutrinos y sensores CCD de calidad científica

1.1. El experimento CONNIE

La colaboración CONNIE (COherent Neutrino Nucleus Interaction Experiment) tiene como objetivo medir y caracterizar la interacción elástica coherente de neutrinos con núcleos (conocida como $CE\nu NS$ ¹) empleando como fuente los neutrinos de un reactor nuclear y como blanco el silicio de sensores CCD de calidad científica. El detector CONNIE consiste en un arreglo de sensores CCD operados en modo de “agotamiento total” (*fully depleted*) colocado en las cercanías del reactor Angra 2 de la Central Nuclear Almirante Alvaro Alberto, ubicada en la ciudad de Angra Dos Reis, en el estado de Río de Janeiro, Brasil, ver Fig.(1-1). El prototipo de ingeniería del experimento se instaló en el sitio del reactor a fines de 2014, y los resultados de esta corrida se discuten en [3]. Una completa actuali-

¹Coherent Elastic Neutrino Nucleus Scattering

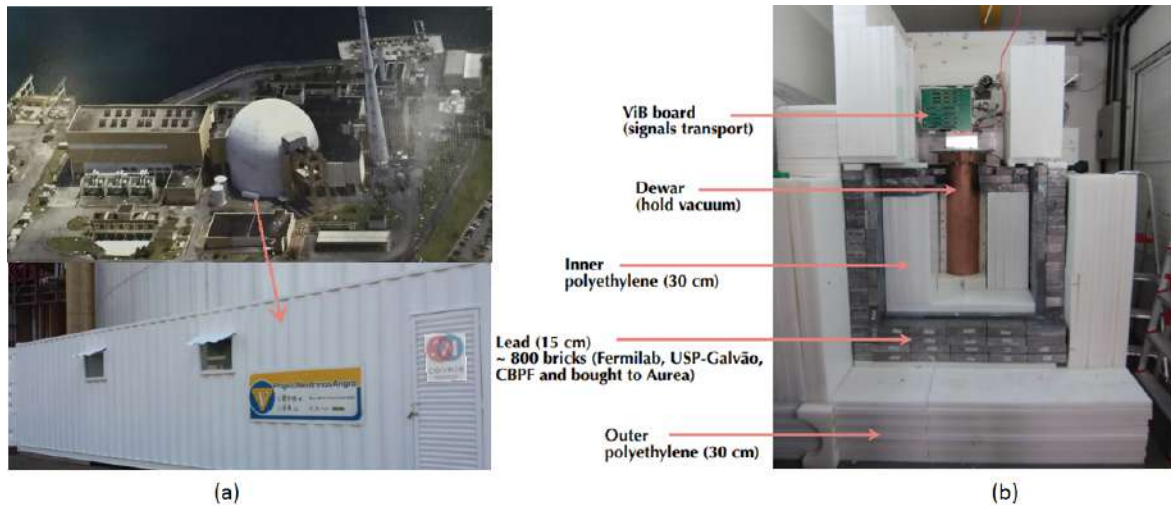


Figura 1-1. (a) Localización del detector del experimento CONNIE a 30 m del reactor Angra II en la central nuclear Almirante Alvaro Alberto. (b) Estructura física de escudamiento del detector.

zación de los sensores CCD se realizó a mediados de 2016, con el objetivo principal de aumentar su masa activa en un factor de aproximadamente 40. Los sistemas de control de los detectores también se actualizaron para aumentar la eficiencia y velocidad de recopilación de datos de calidad científica.

1.2. Dispersión elástica coherente neutrino-núcleo

Los neutrinos de reactor típicamente tienen energías de algunos MeV, lo que produce energías de retroceso del orden de ≈ 10 eV, en este régimen de energías la interacción elástica coherente neutrino núcleo ($CE\nu$ Ns) es dominante [62]. Esta interacción fue predicha por D.Z. Freedman desde 1974 [63] y mencionada por primera vez por Hacert en 1973 [64] en el

contexto de la dispersión elástica con electrones.

Esta interacción esta gobernada por la fuerza débil y es mediada por un bosón Z (corriente neutra), como se muestra en el diagrama de Feynman de la Fig.(1-2) y por lo tanto la interacción es la misma para todos los sabores de neutrino o anti-neutrino.

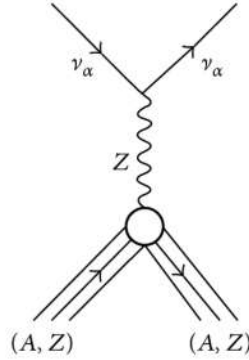


Figura 1-2. Diagrama de Feynman de la interacción CEνNS, $\nu_\ell + A \rightarrow \nu_\ell + A$.

En este mecanismo el neutrino es dispersado por el núcleo de un átomo como una entidad completa, lo cual es resultado de la suma coherente de las amplitudes de dispersión con los nucleones individuales. El neutrino al ser dispersado por el núcleo, le transfiere una porción de energía que se manifiesta en forma de un retroceso nuclear. La sección eficaz puede deducirse a partir del proceso del proceso de dispersión elástica de corriente neutra con nucleones [65],

$$\frac{d\sigma_{\nu-nucleon}}{dT_n} = \frac{G_F^2 m_N}{2\pi} \left[(g_V^N \pm g_A^N)^2 + (g_V^N \mp g_A^N)^2 \left(1 - \frac{T_n}{E_\nu}\right)^2 - (g_V^{N^2} - g_A^{N^2}) \frac{m_N T_n}{E_\nu^2} \right], \quad (1-1)$$

donde m_N y T_n son la masa y la energía del nucleón, G_F es la constante de Fermi, E_ν es la energía del neutrino y g_V^N , g_A^N son las constantes de acoplamiento vectorial y axial respectivamente para nucleones (en el caso del protón $g_V^p = \frac{1}{2} - \sin^2(\theta_W)$, $g_A^p = \frac{1}{2}$ y en el caso del neutrón $g_V^n = g_A^n = \frac{1}{2}$). Para calcular la sección eficaz con el núcleo se suma de forma coherente en la matriz de dispersión los Z protones y N neutrones considerando en cada caso su espín (Z_\pm protones con espín arriba y abajo, similar para N_\pm) y el factor de forma nuclear (axial y vectorial), de forma que las constantes de acoplamiento se sustituyen por $g_V^N = G_V = (g_V^p Z + g_V^n N) \times F_V(Q^2)$ y $g_A^N = G_A = (g_A^p (Z_+ - Z_-) + g_A^n (N_+ - N_-)) \times F_A(Q^2)$. Para el caso del silicio que es un núcleo isoescalar se tiene $G_A = 0$ y por ende se deduce de

1-1

$$\frac{d\sigma_{\nu N}}{dT_n} = \frac{G_F^2 M}{2\pi} \left[1 + \left(1 - \frac{T_n}{E_{\bar{\nu}_e}} \right)^2 - \frac{MT_n}{E_{\bar{\nu}_e}^2} \right] \frac{Q_W^2}{4} F^2(q), \quad (1-2)$$

donde $Q_w = N - (1 - 4 \sin^2 \theta_W) Z$, M es la masa del núcleo, T_n es la energía de retroceso nuclear y $F^2(q)$ es el factor de forma, que para energías de neutrino menores a 50 MeV el momento transferido q^2 al núcleo es lo suficientemente pequeño para cumplir que $(qR)^2 < 1$, donde R es el radio nuclear, $F(q^2) \approx 1$.

1.3. Sensores CCD de calidad científica

Los CCDs (por las siglas en inglés de Charge Coupled Devices) fueron inicialmente inventados como sensores de memoria [1]. Cada pixel se comporta como un capacitor MOS (Metal Oxide Semiconductor) en cuya región de depleción se almacena la carga. Los capacitores se construyen muy cerca unos de otros de forma de posibilitar el movimiento de carga entre sí, lo que permite leer la información de cada uno secuencialmente. Un CCD bidimensional consiste de un arreglo de píxeles (capacitores MOS), en filas (registros horizontales) y columnas (registros verticales), donde cada píxel contiene un arreglo de 3×3 capacitores MOS. La parte activa de un CCD es la parte expuesta a la radiación y está constituida por una serie de registros verticales paralelos. Entre cada uno de estos registros existen barreras de potencial denominadas barreras de canal o 'channel stops', ver Fig.(1-3) las cuales impiden la propagación de carga proveniente de una señal entre columnas. Los capacitores en una misma fila están conectados a un mismo electrodo. Dado que la carga puede ser leída fila por fila, píxel por píxel, se puede identificar el lugar donde esta carga fue generada.

En su forma más simple, la carga generada en un CCD es transferida a lo largo de la superficie del sustrato semiconductor. Debido a la existencia de defectos cristalinos superficiales, algunos de los portadores de carga pueden

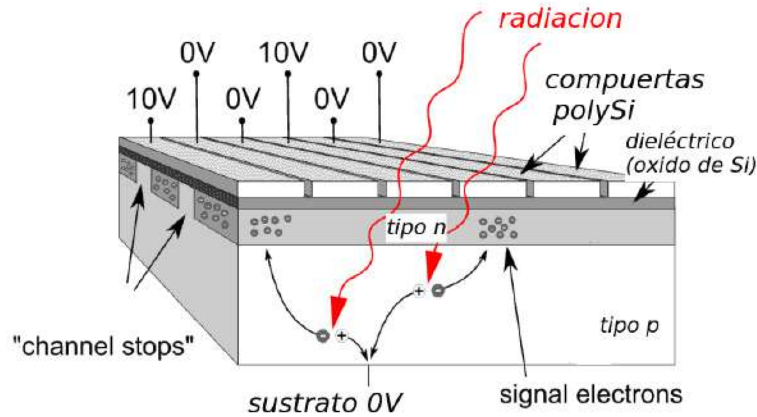


Figura 1-3. Estructura básica de un píxel en una CCD. Imagen obtenida de [40]

perderse en el proceso de transferencia ocasionando una disminución en la eficiencia del CCD. La pérdida de carga puede evitarse al colocar una capa de semiconductor tipo n o p (SiO_2) sobre el sustrato tipo p o n de un dispositivo n-MOS (p-MOS). Con ello, el potencial se vuelve mínimo, ver Fig.(1-4) sobre la capa de SiO_2 añadida, haciendo que los portadores de carga se acumulen en esa región, disminuyendo de forma importante su pérdida. A esta capa de semiconductor tipo n o p añadida en un capacitor n-MOS o p-MOS respectivamente se le conoce como canal enterrado o 'buried channel'.

1.3.1. Estructura y operación general de los sensores CCD

La forma de conectar los capacitores MOS para leer carga es un arreglo donde cada píxel consta de tres compuertas, y las compuertas similares de diferentes píxeles están eléctricamente conectadas. Cada una de estas tres compuertas se conecta a una señal de reloj diferente que se activan

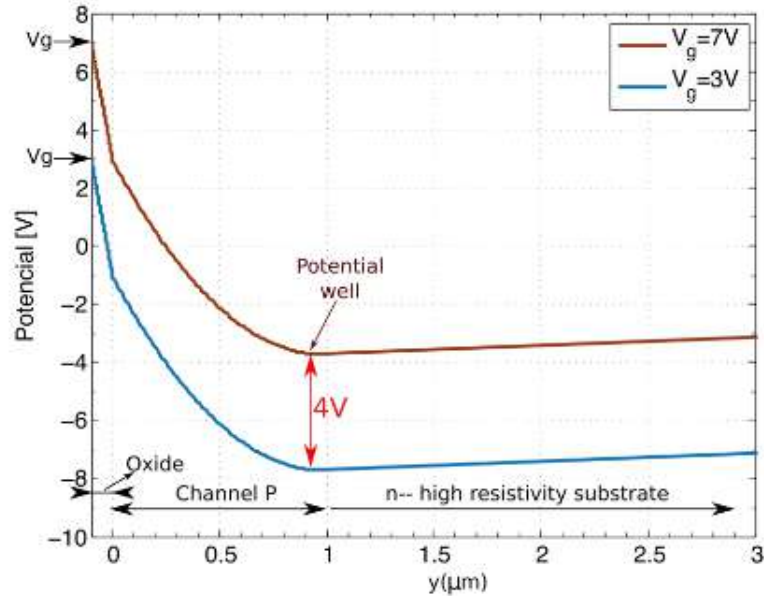


Figura 1-4. Se muestra el potencial en función de la profundidad y de una fase, obtenido en forma analítica. Imagen obtenida de [41]

secuencialmente para mover la carga en una dirección del arreglo. En la Fig.(1-5) se muestran los componentes más importantes del dispositivo. El área de silicio se particiona en registros verticales usando “barreras” de canal (channel stop), que terminan en un registro horizontal. Las fases verticales del arreglo están formadas por electrodos conductores con orientación perpendicular a los channel stop. El área delimitada por dos channel stops y tres compuertas conforman un píxel del arreglo, los cuales suelen ser diseñados con forma cuadrada. Las fases equivalentes de todos los píxeles están conectadas entre sí; de esta forma solo se necesitan tres relojes externos para su funcionamiento. La carga se mueve primero por los registros verticales hacia el registro horizontal y luego por éste hacia el

amplificador de salida. Los CCD adquieren una disposición de carga en un

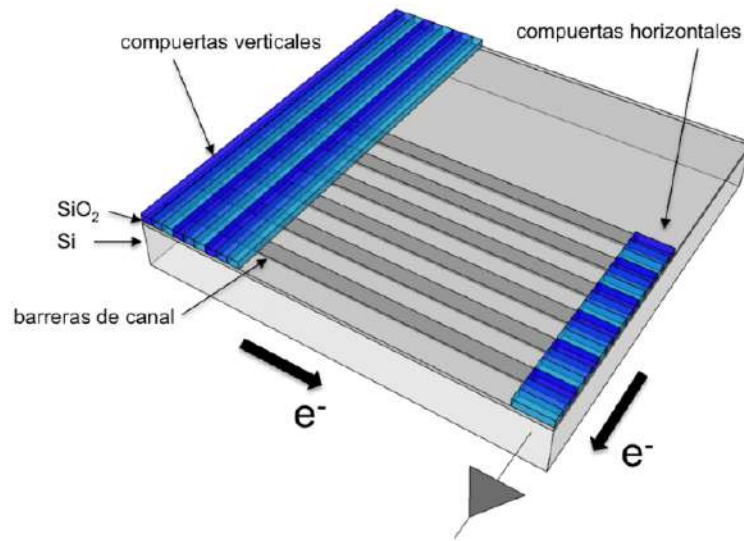


Figura 1-5. Componentes principales que componen un CCD de tres fases. Imagen obtenida de [42].

tiempo de exposición que puede variar a varios milisegundos a decenas de horas. Durante este tiempo, la radiación interactúa con el silicio y genera pares electrón-hueco. Los huecos son arrastrados por el campo eléctrico presente en el bulk hacia los pozos de potencial de los píxeles donde son colectados. Terminada la exposición y colección de la carga, se empieza a realizar la transferencia de la carga píxel a píxel para leer en forma secuencial sus valores. En la Fig.(1-6) se representa la operación para acumular y transferir cargas en los píxeles de una CCD. En el instante t_1 la fase ϕ_2 y ϕ_3 tienen un nivel bajo mientras ϕ_1 tiene un nivel alto, haciendo que el CCD se encuentre en un estado de acumulación. En este período los foto-

nes y partículas que interactúan con el volumen de silicio producen pares hueco-electrón que son colectados por los píxeles. Las fases ϕ_2 y ϕ_3 proveen las barreras de potencial para que la carga acumulada quede contenida en cada píxel. En el instante t_2 se inicia el proceso de lectura del CCD. La fase ϕ_2 cambia a nivel alto lo que produce que la carga acumulada se comparta entre las fases ϕ_1 y ϕ_2 . En el instante t_3 se pone en cero la fase ϕ_1 de forma que toda la carga es transferida al volumen limitado por el electrodo de la fase ϕ_2 . Luego, en t_4 se enciende la fase ϕ_3 tal que la carga queda compartida entre las compuertas de la fase ϕ_2 y ϕ_3 . En t_5 la fase ϕ_2 cambia a un nivel bajo haciendo que toda la carga quede acumulada debajo de la compuerta de la fase ϕ_3 . El ciclo se completa luego en t_6 , cuando la fase ϕ_1 se activa de forma que la carga se transfiere a la compuerta de la fase ϕ_1 del próximo píxel. Luego de un ciclo completo, el paquete de carga se encuentra acumulado nuevamente debajo de la fase ϕ_1 , del píxel siguiente. La operación se repite hasta leer toda la carga acumulada del detector. El registro horizontal se efectúa de manera análoga. La única diferencia radica en la velocidad de transferencia en una y otra dirección, ya que por cada movimiento en los registros verticales se necesita desplazar completamente el registro horizontal hacia el amplificador de salida. Finalmente la medición de la carga que se encuentra recolectada en cada uno de los píxeles se procesa por un capacitor conectado a un amplificador MOSFET

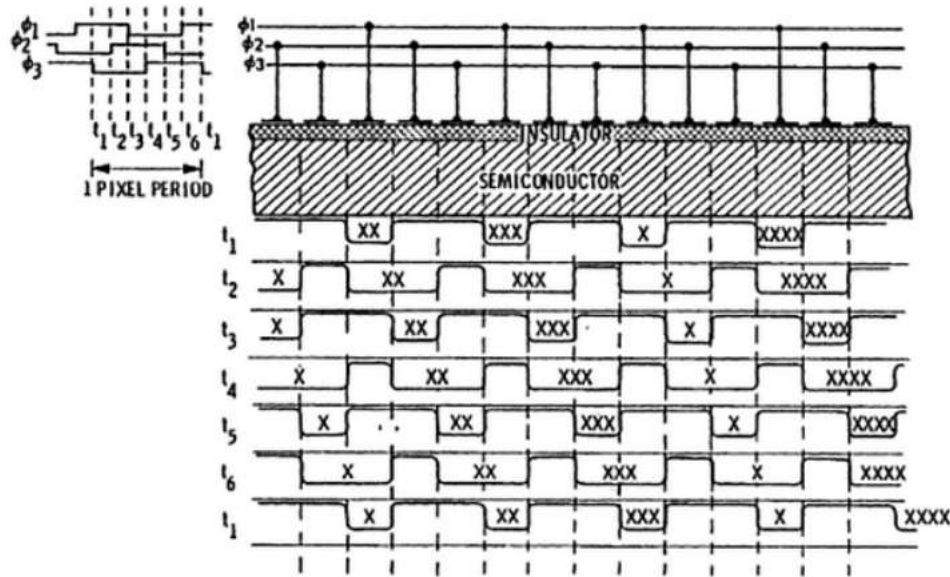


Figura 1-6. Acumulación y transferencia de carga entre píxeles para un CCD de tres fases. Imagen obtenida de [1].

(energizado) de salida. Este amplificador genera un voltaje por cada píxel leído proporcional a la carga de este. Este amplificador es por otro lado una fuente de ruido intrínseco, este ruido se genera por las fluctuaciones aleatorias en la corriente que fluye a través del transistor. En la Fig.(1-7) se muestra la estructura de una capa del CCD [66], donde d es el espesor del óxido $\approx 0.1 \mu\text{m}$, y_J es el espesor del canal $\approx 1 \mu\text{m}$, y_N es el espesor del CCD, que puede ser de $250 \mu\text{m}$ ó $675 \mu\text{m}$ dependiendo de la generación de CCD. Al aplicar una tensión de substrato ($\approx 40 \text{ V}$) suficiente para alcanzar la condición de vaciamiento, se pueden modelar el píxel como un capacitor unidimensional por lo que se puede aplicar ley de Gauss y así obtener el campo eléctrico (eje y) del CCD. Cabe mencionar que el modelo es razonable para $y > 20 \mu\text{m}$ ya que a distancias menores a este valor se

empieza a formar el pozo de recolección y el campo pierde linealidad. Al

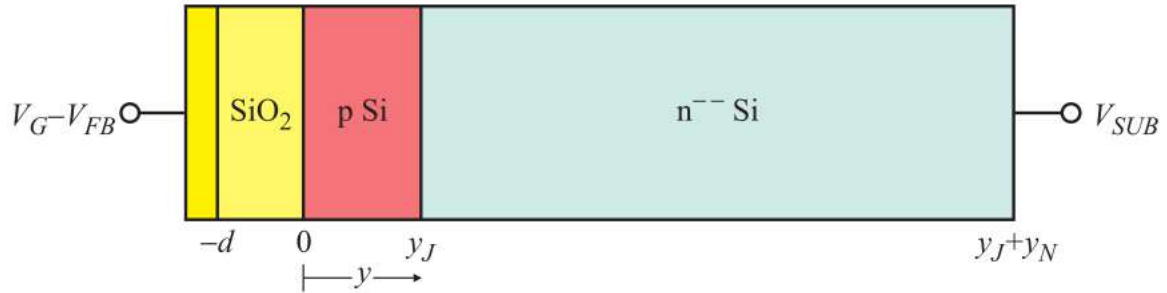


Figura 1-7. Corte transversal de la fase de un píxel del CCD. Imagen obtenida de [42].

ser generados los pares e-h, el campo eléctrico mueve los huecos hasta los pozos de recolección de los píxeles evitando así su recombinación. Adicionalmente al desplazamiento en la dirección del campo eléctrico (eje y), los huecos también experimentan movimiento transversal debido a procesos de difusión producida por consecutivos choques aleatorios entre iones y repulsión de carga, de este modo la carga original puede quedar dispersada en varios píxeles.

1.3.2. Procesamiento de señales de una CCD

Para realizar la lectura del CCD se utilizó un algoritmo desarrollado por Astro-Cam adquiridas en un formato FITS, el cual suministra las señales de control y puede adquirir hasta dos señales de vídeo. En la Fig.(1-8) se muestra una de las imágenes adquiridas, donde las señales de control del registro horizontal miden la carga de los píxeles únicamente por la salida del extremo derecho. La señal electrónica de la salida izquierda es igual-

mente digitalizada. De este modo, en la imagen se distinguen dos regiones. En la región izquierda solo se puede ver ruido electrónico, mientras en la región derecha se encuentra la señal de carga extraída de los píxeles del CCD. En la parte derecha de la imagen tomada se distingue una región marcada en la Fig.(1-8) entre líneas punteadas denominada “overscan” [1]. Dado el registro horizontal con N píxeles, se realiza una lectura de $N + N_o$ píxeles. Los N_o píxeles extras no contienen carga provenientes de partículas ionizantes, ya que el tiempo de exposición es muy pequeño. Con los píxeles del “overscan” se realiza una estimación de la línea de base de la fila de píxeles, que se utiliza para caracterizar el ruido electrónico.

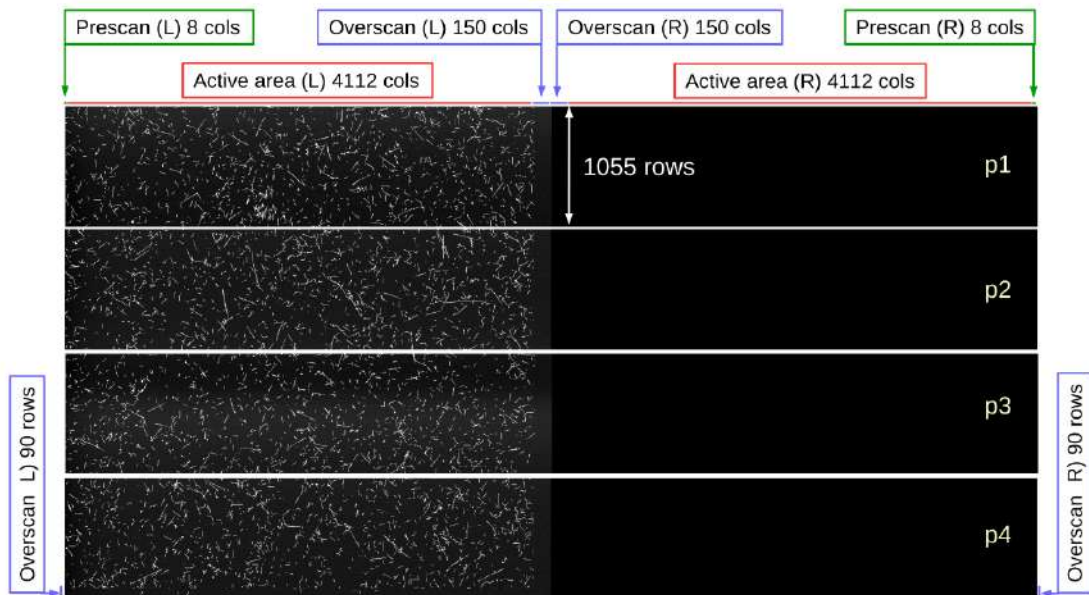


Figura 1-8. Imagen generada al leer el CCD. Entre líneas punteadas se encuentra el “overscan”. La carga se mueve solo al amplificador L, de modo que el R solo lee el ruido. Se leen algunas columnas con tiempo de exposición cero antes de mover la carga y se lee un número mayor después de que la carga ha sido movida (“overscan”). Después de leer cada columna, la lectura continúa para algunos píxeles más (“overscan” vertical, tira delgada en la parte inferior de p4). Imagen obtenida de [41].

Así el procesamiento de las imágenes consta de tres pasos: sustracción de la línea de base (denominado sustracción del 'overscan'), sustracción del ruido correlacionado y extracción de los eventos. En el primer paso a cada línea de píxeles se le resta la media de sus respectivos píxeles de 'overscan' de modo que la distribución de todos los píxeles resulta centrada en cero. En el segundo paso la sustracción del ruido correlacionado considera que cada canal es afectado por una fuente de ruido independiente, y una fuente de ruido que afecta por igual a ambos canales lo que introduce correlación entre estos. La sustracción del ruido correlacionado consiste en la obtención de una imagen \hat{R}_i , la cual se construirá por la parte derecha R_i de la imagen FITS menos una combinación lineal de las partes izquierdas L_j de todas las imágenes que se estén analizando, $R_i - \sum_j a_{ij}L_j$. Los coeficientes a_{ij} se calculan minimizando la varianza según

$$\text{Var}(\hat{R}_i) = \text{Var}\left(R_i - \sum_j a_{ij}L_j\right) = \text{Var}(R_i) - 2\sum_j a_{ij}\text{Cov}(R_i, L_j) + \sum_l \sum_r a_{il}a_{ir}\text{Cov}(L_l, L_r) \quad (1-3)$$

donde el primer término corresponde a la definición de varianza de R_i , el segundo término representa la covarianza de R_i y L_j y el tercer término representa la covarianza de L_l y L_r . Para minimizar la varianza se resuelve el sistema de ecuaciones dado por el criterio $\partial(\text{Var}(\hat{R}_i))/\partial a_{ij} = 0$.

Una vez finalizada la sustracción del ruido correlacionado, se realiza como paso final la extracción de los eventos donde se procede con el si-

guiente criterio: todos el conjunto conexo con píxeles con más de 4σ (σ es la desviación estándar del ruido de lectura) se consideran que tienen carga y forman un evento. A ese conjunto, se le agregan todos los píxeles vecinos con más de 3σ para obtener el conjunto final de píxeles del evento, ver fig.(1-9). 4 define el umbral mínimo de detección, y por lo tanto es necesario reducir el ruido de lectura para disminuir el nivel de umbral.

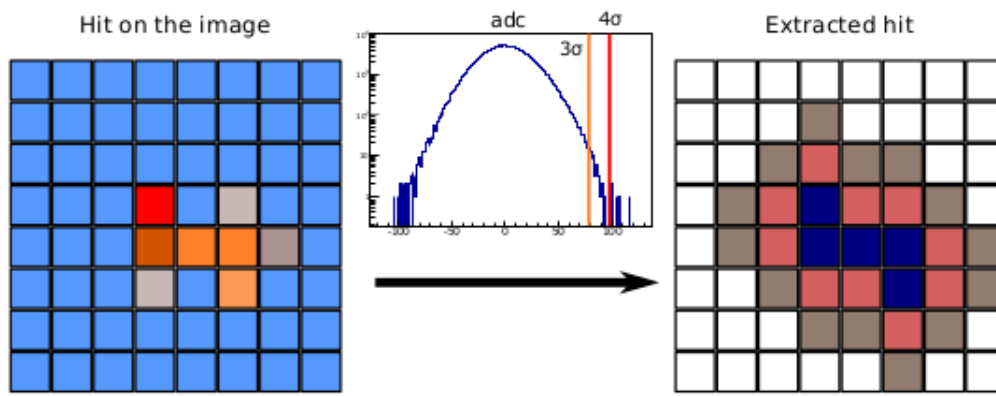


Figura 1-9. Izquierda se muestra un evento de una partícula ionizante en una imagen. Todos los píxeles con un valor mayor a 4σ que sean conexas forman un evento, los cuales se pueden apreciar como los píxeles azules de la imagen derecha. Después se agregan los píxeles vecinos con más de 3σ para obtener el evento final. Imagen obtenida de [41].

Finalmente se debe considerar que cada píxel en una CCD tienen un nivel de saturación de carga, que en el caso de una CCD típica la capacidad del pozo en un píxel de un CCD es generalmente 10^5 electrones, lo que corresponde a energías del orden de 1 MeV. En los experimentos tipo CONNIE o DAMIC, la máxima carga que puede ser medida en un píxel está determinada por el rango dinámico del digitalizador utilizado. Este valor es 30 keV en la configuración de lectura estándar.

1.3.3. Fuentes de ruido

El valor de carga medido en cada píxel difiere del valor real de carga colectado. Existen diferentes fuentes de ruido que agregan incertidumbre a la medición, estas fuentes de error que se producen en el mismo circuito integrado son intrínsecas y afectan directamente la resolución de los CCD. Las principales fuentes a analizar son [1]:

- Corriente oscura, debida a la generación de carga espuria en el volumen del píxel. Es sensible a la temperatura y disminuye al reducirse esta.
- Ineficiencia en la transferencia de carga entre píxeles ($\approx 10^{-6}$).
- Ruido de lectura, ruido electrónico incorporado por el amplificador de salida cuando se genera la señal de tensión que mide la carga.

Un aspecto a considerar para un CCD es que a diferencia de otros detectores de partículas, el número de eventos del ruido instrumental en una muestra de eventos, no es proporcional a la duración de la exposición, pero si al número de veces que el CCD ha sido leído.

1.3.4. Eventos puntuales de carga

En la detección de neutrinos y WIMP's al ser partículas no cargadas solo pueden dispersar un núcleo de silicio (generalmente de baja energía)

de tal forma que este solo ionice otros átomos cercanos. La deposición de energía ocurre dentro de un solo píxel. No obstante, la difusión de la carga ionizada al ser arrastrada hacia los electrodos (de la que se hablará en otra sección) distribuye esta carga en algunos de los píxeles cercanos. Por esta razón a estos eventos también se les llama limitados por difusión. De modo que en un CCD estos eventos se caracterizaran por activar una región muy limitada de píxeles. [67], ver Fig.(1-10).

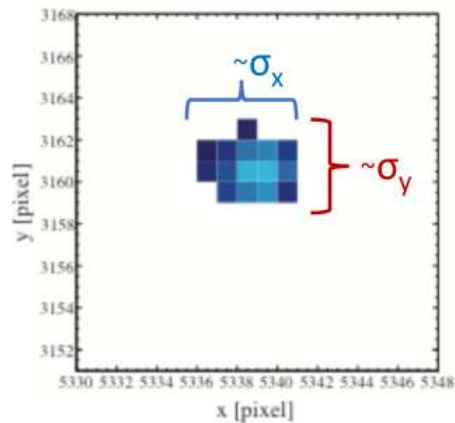


Figura 1-10. Evento limitado por difusión en una CCD. Imagen obtenida de [41].

Los CCD pueden ser irradiados con rayos-X por ambas superficies, cuando se ilumina por la parte frontal (electrodos) los eventos no exhiben difusión significativamente, pero cuando se ilumina por la parte trasera tienen difusión cercana a la máxima, ver Fig. (1-11). En experimentos que usan CCD, estos eventos limitados por difusión son calibrados usando rayos X provenientes de una fuente de Fe^{55} , esta radiación solo puede penetrar hasta $20 \mu\text{m}$ en silicio con un R.M.S de aproximadamente 7.5

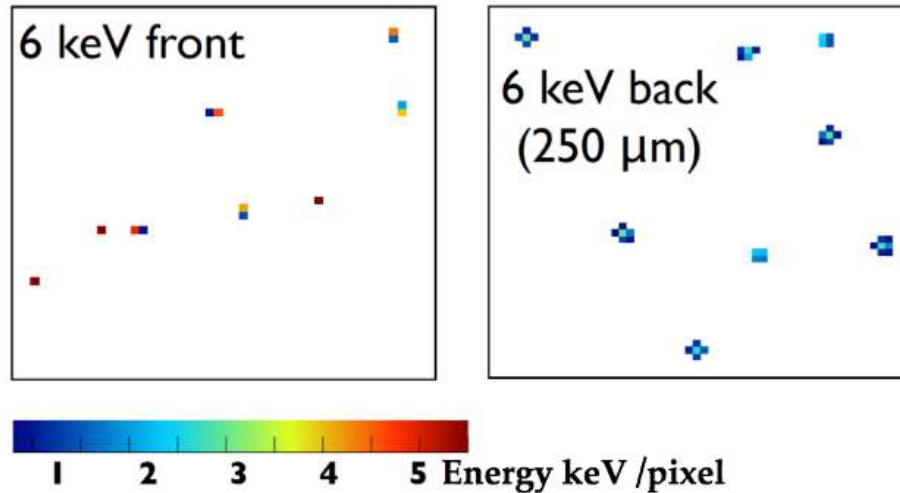


Figura 1-11. Rayos X en una CCD ($250 \mu\text{m}$) absorbidos por la parte frontal y por la parte trasera. Imagen tomada de [43].

μm [67]. Esta clase de eventos también se esperan en la parte interna no fiducial del Si debido a fluorescencia de este en la región de 1.72 keV .

1.4. Corriente oscura

La corriente oscura afecta a todos los semiconductores y se debe a la generación natural de cargas libres debido a la energía térmica del material [42]. Se le llama corriente oscura debido a que se produce incluso en ausencia de radiación. Esta generación espontánea puede disminuirse bajando la temperatura de operación de los detectores, pero no se puede evitar completamente debido a que existen trampas en el silicio que generan niveles intermedios de energía entre la banda de valencia y la banda de conducción que reducen considerablemente la energía térmica necesaria para generar un portador. La corriente oscura total generada puede

separarse en diferentes componentes según la región en el dispositivo donde se produce. Un primer tipo se produce en las zonas del píxel vaciadas por impurezas e imperfecciones en el silicio que facilitan la generación de pares hueco-electrón. Una segunda componente es la generada por trampas en la superficie entre el silicio y el óxido de silicio. También en las regiones libres de campo eléctrico como por ejemplo los “channels stops” y regiones neutras del dispositivo, se pueden generar cargas espurias que son colectadas por los píxeles. La corriente oscura se caracteriza por tener una dependencia con la temperatura, de forma que la corriente oscura en el CCD puede modelarse por un único término,

$$DC = CT^{3/2}e^{-E_g/2kT}, \quad (1-4)$$

donde C es una constante, T es la temperatura del CCD en grados Kelvin, k es la constante de Boltzmann y E_g es la energía de la banda prohibida del silicio en unidades de eV (que también depende de la temperatura). En CONNIE la corriente oscura se mantiene estable con un valor promedio de $0.3 e^-/\text{pix}/\text{h}$ y $0.045 e^-/\text{pix}/\text{h}$ para el análisis más reciente de lectura de 1×5 , estos errores fluctúan siguiendo una estadística de Poisson.

1.4.1. Ruido de lectura

La medida de carga del píxel queda guardada y es afectada por el ruido electrónico adicionado por el amplificador de salida [42]. El transistor (MOSFET de canal-p) que constituye el pre-amplificador de salida es el componente principal que contribuye al ruido, el cual está constituido por dos componentes: ruido blanco (térmico) causado por fluctuaciones de las cargas libres en el transistor y ruido de baja frecuencia causado por fluctuaciones en el canal del transistor debida a fonones.

Para cada imagen de salida cada una de estos componentes de ruido produce un efecto diferente en el error de lectura del píxel. El ruido blanco tiene un impacto mayor en el valor del píxel para lecturas rápidas del detector (tiempo de lectura pequeño), mientras que el ruido de baja frecuencia define el mínimo error alcanzable para lecturas lentas del CCD (tiempo de lectura grande). El autor de esta tesis contribuyó en caracterizar estos ruidos en una estancia en Fermilab, en donde se midió el error de baja frecuencia en función del tiempo de lectura del CCD, ver fig.(1-12).

1.4.2. Muestreo doble correlacionado

El muestreo doble correlacionado (CDS) tiene dos propósitos importantes: calcula la diferencia entre los niveles de referencia y de datos de la señal CCD y reduce algunos de los componentes de ruido en la señal CCD,

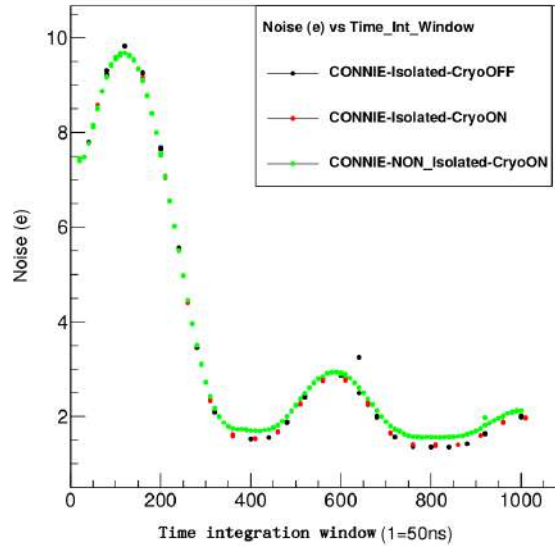


Figura 1-12. Ruido de baja frecuencia en función de la ventana de integración.

filtrando el ruido blanco y elimina completamente el ruido producido durante el “reset”. Conceptualmente, el CDS es un amplificador diferencial que toma muestras separadas de la señal de entrada y emite la diferencia entre ellas, ver Fig(1-13).

Una de las características de este muestreo es su capacidad de reducir el ruido blanco en función del tiempo de lectura. A su vez otros tipos de ruidos aumentan con el tiempo de lectura, por lo que de aquí es evidente que debe existir un tiempo óptimo para leer la CCD con el menor ruido posible, ver Fig.(1-12).

1.4.3. “Binning”

Dada la naturaleza de las CCD en arreglos de píxeles se pueden sumar la carga de píxeles adyacentes en un único píxel antes de ser leído por el

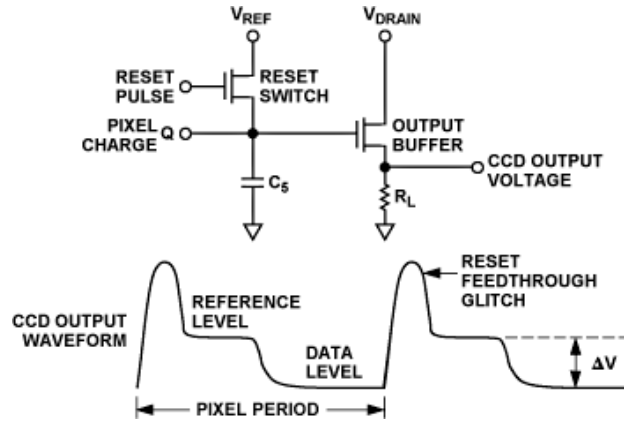


Figura 1-13. Se muestra una implementación simple de CDS usando dos amplificadores de muestreo y retención (SHA) y un amplificador de diferencial.

amplificador de salida. Este proceso se conoce como “binning”, ver Fig.(1-14). La técnica de “binning” se utiliza para minimizar el ruido de lectura, dado que la carga de N píxeles se suma antes de la lectura, el ruido de lectura efectivo por píxel es también N veces menor. Se realizaron estudios del valor óptimo de “binning” para CONNIE con diferentes esquemas de agrupamiento y tiempos de exposición de imágenes, con el fin de tener un bajo ruido de lectura y al mismo tiempo mantener una baja ocupación de píxeles debido al ruido de fondo. Se encontró que la estrategia de lectura óptima era con un agrupamiento de $N = 5$ en la dimensión vertical y tiempos de exposición de 1 hora por imagen.

1.5. Estudios de calibración

Los rayos X entre 100 eV y 10 keV interactúan con los átomos de silicio principalmente por efecto fotoeléctrico [1]. En este tipo de interacción, la

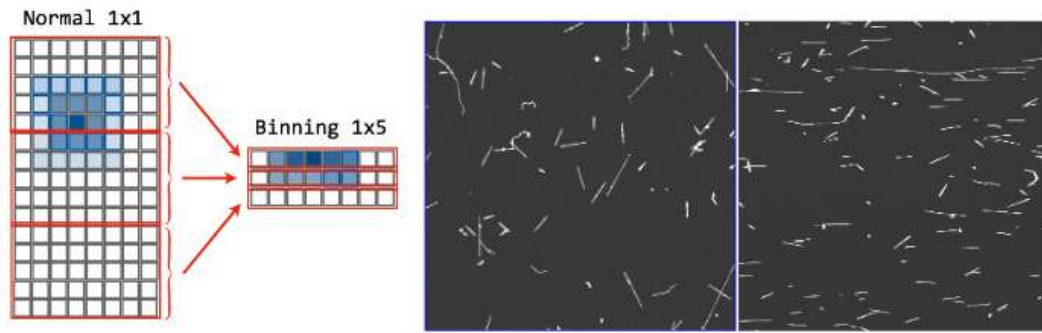


Figura 1-14. (Izquierda) Proceso de “binning” en la lectura de una CCD, (Derecha) parte de una imagen normal (izquierda) comparada con una tomada con la agrupación de hardware (derecha). La imagen agrupada aparece comprimida en la dimensión vertical y la imagen completa es 5 veces más corta en esta dirección. Imagen tomada de [44].

energía transferida en ionización es cercana al 100 % [66]. La energía para producir un par electrón-agujero (e-h) es de 3.77 eV [4], por lo que se espera que el número de pares e-h sea proporcional a la energía del rayo X. En el circuito de salida del CCD, la carga colectada por el pixel es convertida a un voltaje donde es amplificada y procesada en varias etapas, hasta que finalmente es digitalizada en unidades ADU (unidades analógico-digitales). La energía en ADU se define como el valor integrado de la carga de todos los píxeles en un grupo en la imagen procesada (hasta un cierto nivel definido por un contorno). Los CCD en CONNIE están conectados a una base hecha de cobre y de silicio, que a su vez están escudados por una caja de cobre ultra puro. Por tanto, la emisión de rayos X de fluorescencia de Cu y Si debidas a partículas cosmogénicas y rayos gamma producidos por radiactividad natural, son fácilmente detectables en todos los sensores

como picos en el espectro de energía. Los datos para la corrida de 2016-2018 se toman en exposiciones de 3 hrs (imagen) y son guardados en archivos root, para los datos de 2019-2020 las exposiciones se redujeron a 1 hr. Los dos rayos X de fluorescencia principal de Cu tienen energías de 8.047 ($K\alpha$) y 8.905 keV ($K\beta$), mientras que el pico de fluorescencia del Si tiene una energía de 1.740 keV. Estos picos proporcionan una forma de monitorizar la calibración del detector de forma continua. La linealidad para convertir ADU a keV esta caracterizada hasta una energía de 0.04 keV, con un error menor al 1 % [2].

Para cada CCD (organizadas en OHDU), se obtiene la constante de calibración mediante un ajuste al pico principal de Cu $K\alpha$ (60 imágenes) por una función: $C_0 + (C_1)e^{-(ADU-C_2)^2/2C_3}$, de donde se interpreta a C_2 como la media de la posición del pico, de este valor se define la constante de calibración como $C_2/8.047$ (ADU/keV) y es usada para calibrar el espectro en unidades de keV, ver Fig. 1-15. El ajuste se hizo con MINUIT (root) y con un algoritmo que toma varios ajustes con diferentes parámetros de inicio de los cuales se obtiene el mejor considerando un criterio de mínimo χ^2 al histograma.

La estabilidad de la calibración se controló observando la posición del pico de Cu $K\alpha$ en grupos de 5-6 imágenes ('runid's') consecutivas, ajustando al pico un modelo de una constante más una gaussiana. Las constantes

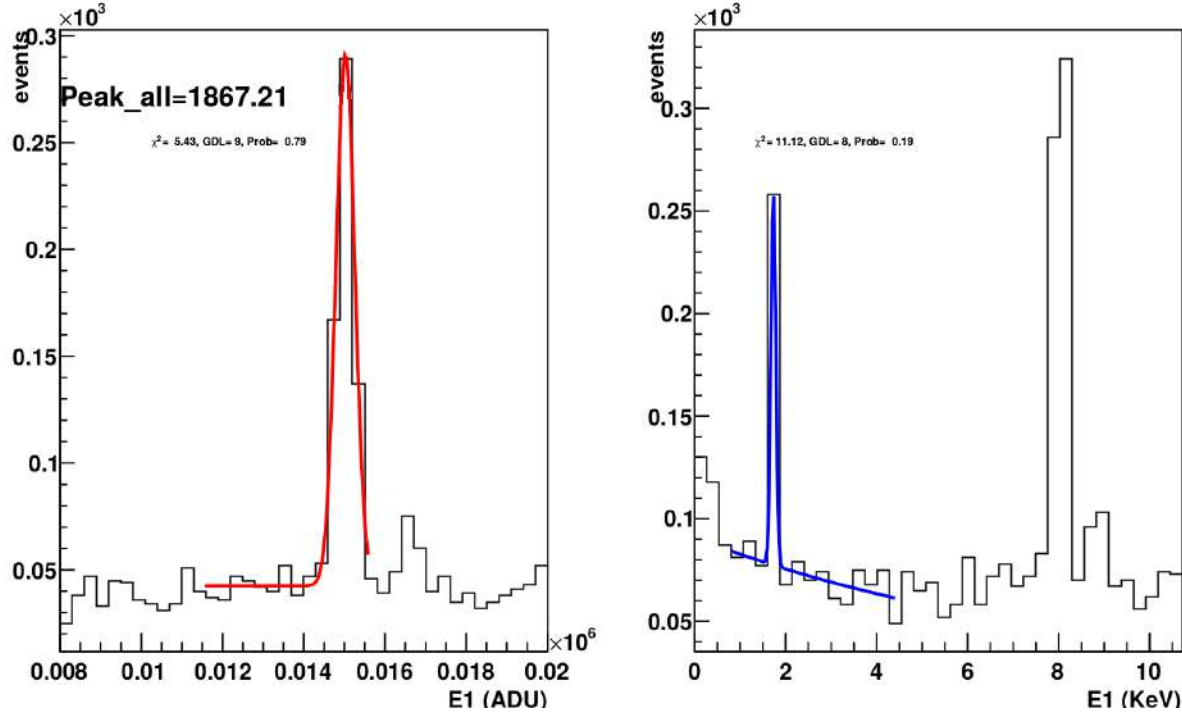


Figura 1-15. (izq) Ajuste de la función gaussiana más una constante al espectro de energía del cobre ($K\alpha$) en una CCD (ohdu3), (der) espectro calibrado en keV, se ajusta el pico del silicio con una gaussiana más una exponencial.

de calibración extraídas de estos grupos más pequeños de imágenes se encontraron estables para los dos periodos de encendido y apagado del reactor en un 0.2% durante períodos de tiempo que se prolongaron durante varios meses, ver Fig. 1-16 para el caso de un “binning” de 1×5 y Fig.(1-18) para la configuración 1×1 .

Para la constante C_0 (“background”) en la región de 5-7 keV se hizo un estudio similar, así como el número de eventos en el pico de Cu estimados con el área de la gaussiana del ajuste, ver Fig. 1-19 para el caso de “binning” de 1×5 y Fig.(1-17) para la configuración de 1×1 . La posición del pico de fluorescencia de Si en la región de baja energía del espectro cali-

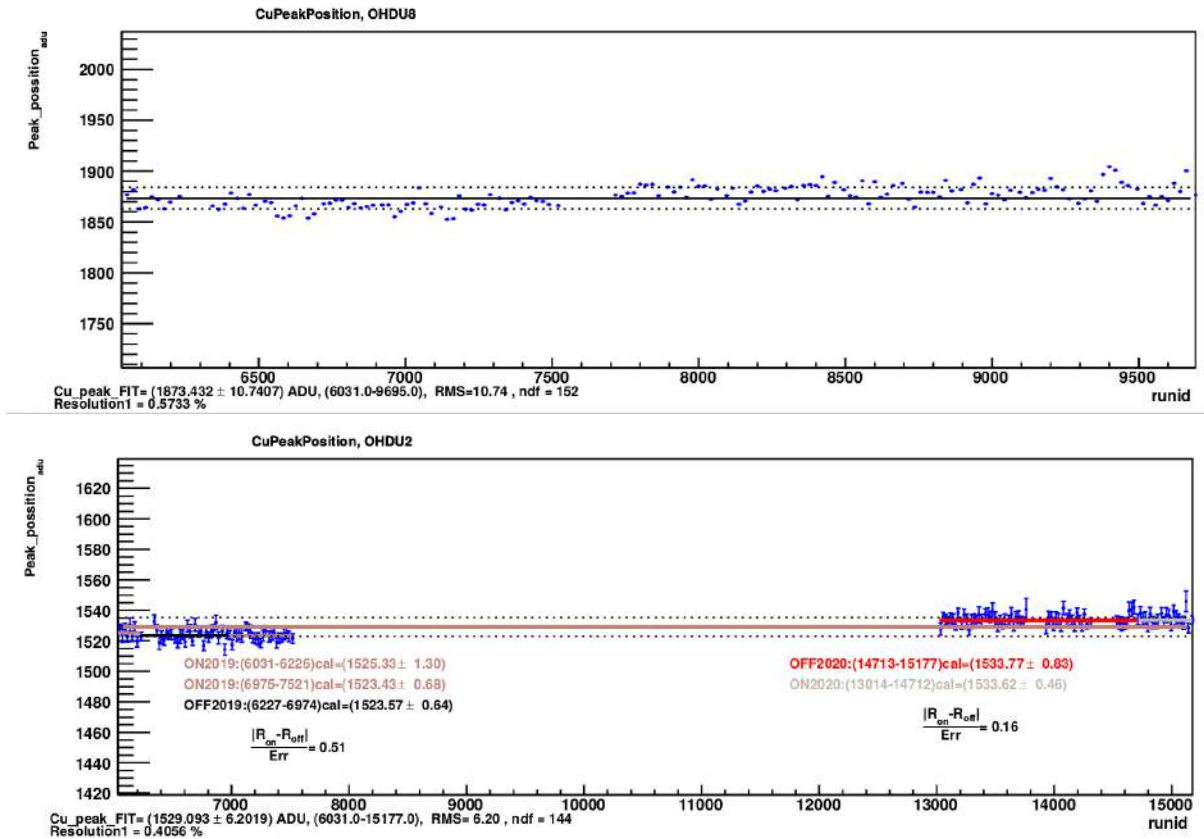


Figura 1-16. (Arriba) Posición del pico de cobre principal en ADU, a lo largo del tiempo en función del ‘runid’ (identificador consecutivo de imagen), ajustada por una constante. (Abajo) Posición del pico de Cu principal en ADU, para periodos de datos del 2019-2020 y un “binning” de 1×5 (en este caso los datos tienen otro procesamiento, cortes, etc).

brado fue también monitorizada y se encontró consistentemente estable. El pico de Si también es estable comparando los períodos de encendido y apagado, ver Fig.(1-20) con un media de 1.738 (1.736) keV (usando la calibración Cu $K\alpha$) y ancho de 0,001 (0,003) keV durante el período de encendido (apagado). En el caso del silicio existen casos donde el pico no queda definido, por más que se muevan los parámetros iniciales del ajuste, estos no pueden ajustar la curva gaussiana y fallan, dando como resultado

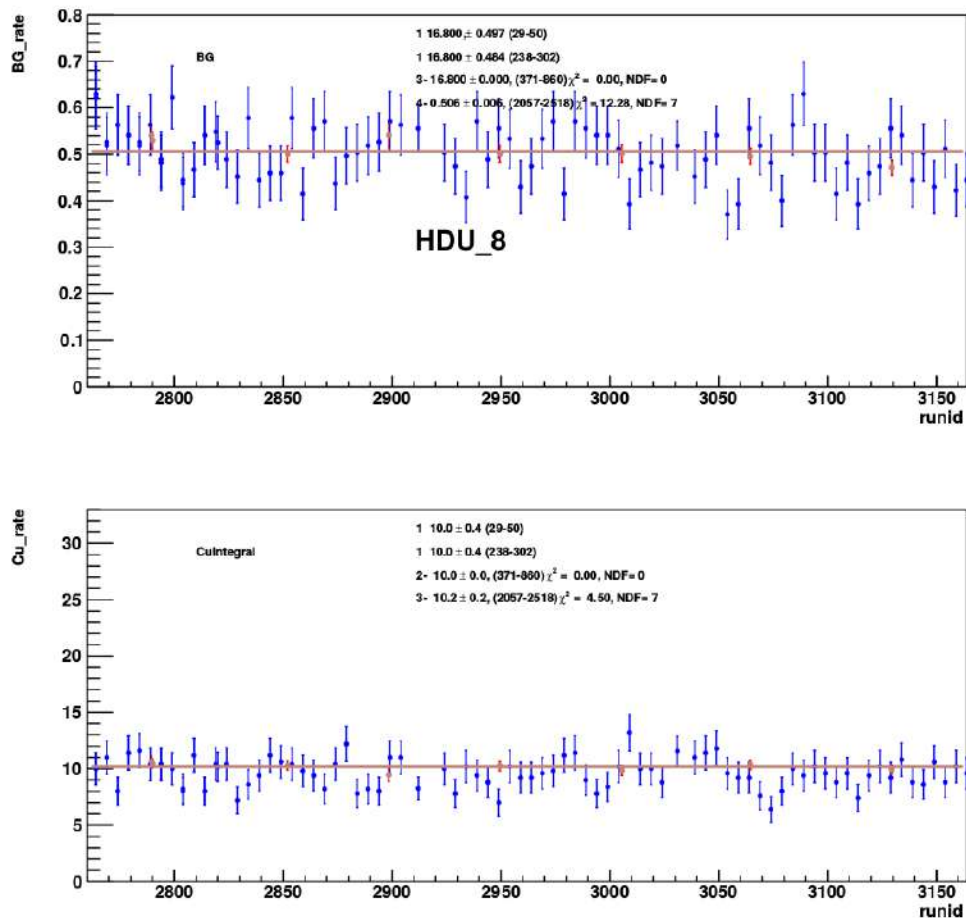


Figura 1-17. (Arriba) Valor del ‘background’ en función del tiempo ajustado por una constante. (Abajo) Tasa de eventos por imagen del pico $K\alpha$ de Cu en función del tiempo ajustado por una constante para un “binning” de 1×1 .

valores lejos de la media.

Como conclusión, se puede demostrar que la calibración es extremadamente estable durante las operación del experimento y es independiente del estado del reactor. La tasa de eventos del pico así como el ‘background’ también es muy estable, con fluctuaciones consistentes con estadísticas de Poisson y ninguna diferencia significativa entre el reactor encendido y apa-

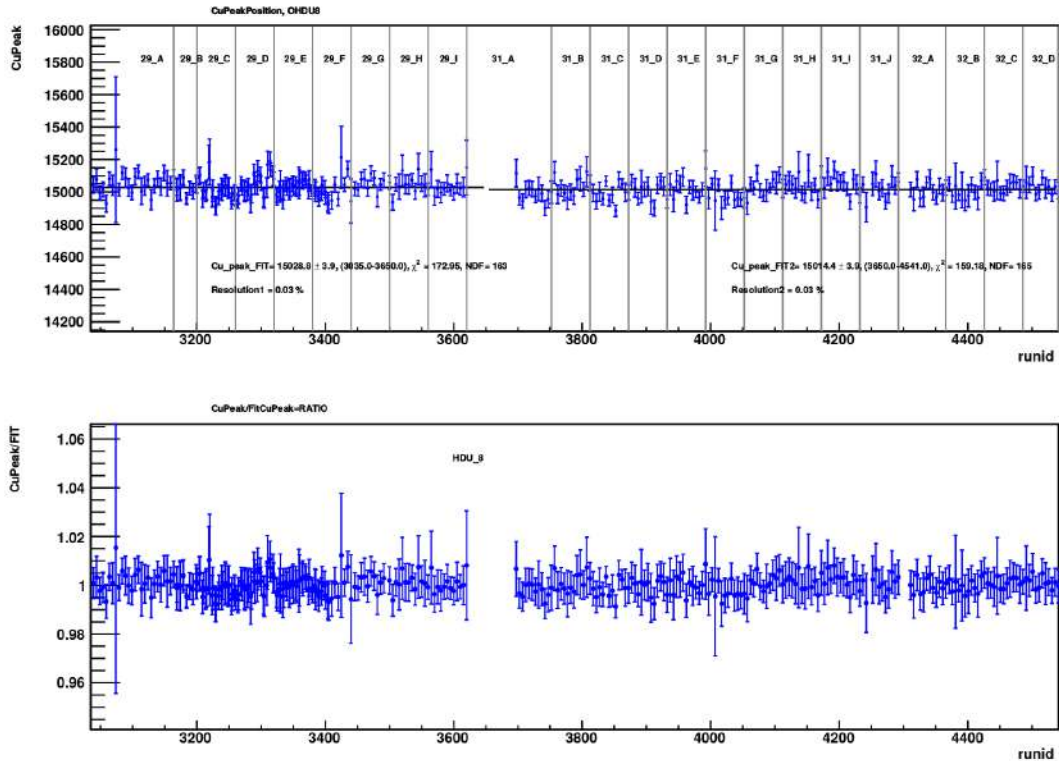


Figura 1-18. (Arriba) Estabilidad del pico de cobre en unidades de ADU en función del “runid” para la configuración de 1×1 . (Abajo) Mismas mediciones entre el valor del ajuste.

gado.

1.5.1. Estabilidad estadística

Para el experimento CONNIE es crucial verificar que la calibración, el ‘background’ y los eventos del pico de Cu son estables para cada CCD y para los periodos de reactor encendido y apagado. Para estudiar la estabilidad estadística de la calibración, el ‘background’ y el área del pico de Cu se obtuvieron los parámetros C_0, C_1, C_2 y C_3 del pico de Cu con datos tomados de 20 imágenes consecutivas de dos conjuntos de datos; un conjunto de catálogos con datos con reactor encendido (ON) y otro con

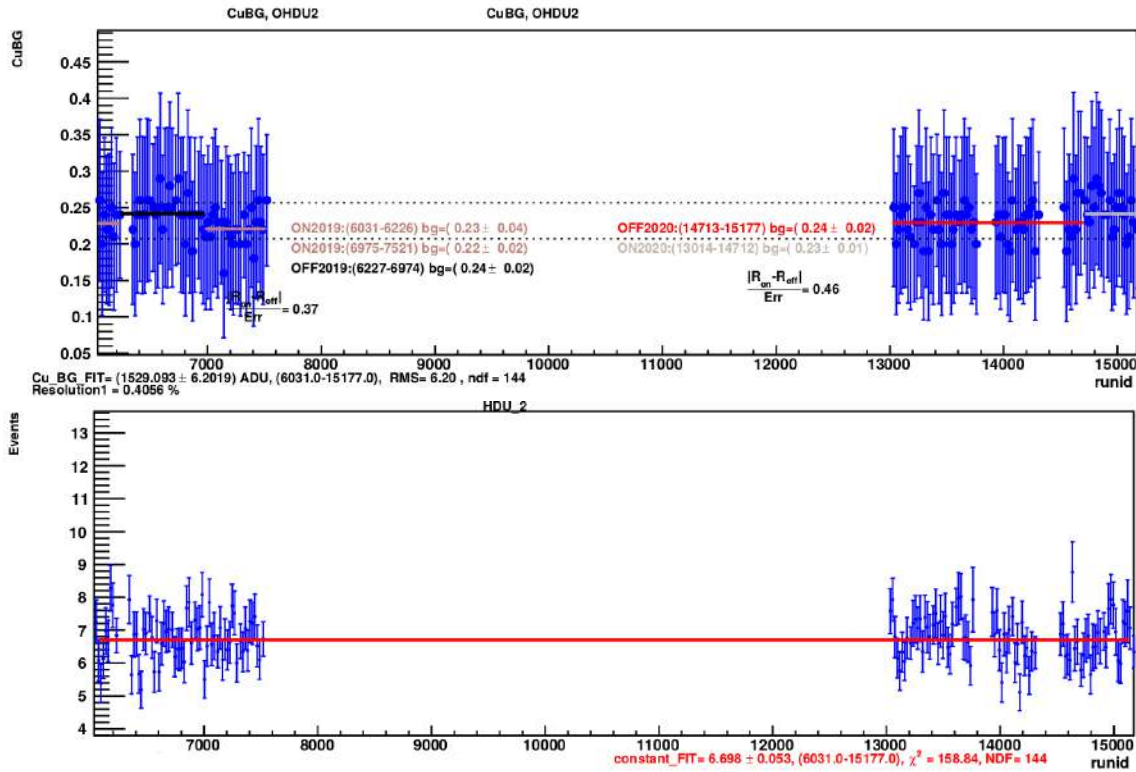


Figura 1-19. (Arriba) Valor del ‘background’ en función del tiempo ajustado por una constante. (Abajo) Tasa de eventos por imagen del pico $K\alpha$ de Cu en función del tiempo ajustado por una constante para un “binning” de 1×5 . Las líneas punteadas representan el valor RMS del ajuste.

reactor apagado (OFF). Se obtiene así una lista de valores de C_0, C_1, C_2 y C_3 para los dos periodos ON y OFF, los cuales se proyectan en un histograma, ver Fig 1-21, dibujando en rojo los datos OFF y en azul los datos ON. A partir de estos de histogramas, ajustamos una gaussiana para los datos ON y OFF obteniendo la media (μ) y el ancho de la distribución σ para cada caso (calibración, ‘background’ y el área).

Para estimar la discrepancia estadística de las medias del reactor ON y OFF, se usó un análisis con una distribución T-Student con variables

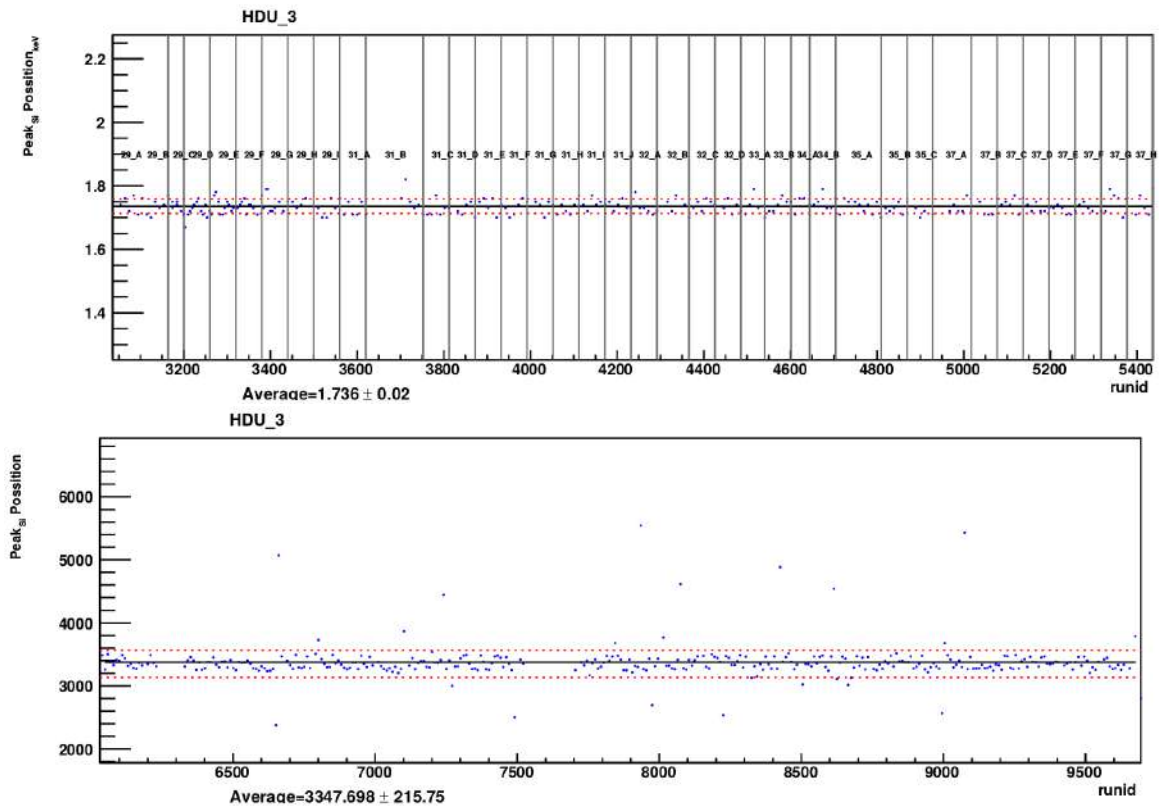


Figura 1-20. Posición del pico de Si en función del tiempo, cada punto es tomado con aproximadamente 5 imágenes, se muestra el RMS de la dispersión, para un “binning” de 1×1 con calibración (arriba) y 1×5 sin calibración (abajo). Se aprecia que en este último caso el ajuste tiende a fallar más, posiblemente por reducir el tiempo de exposición y tener menos estadística.

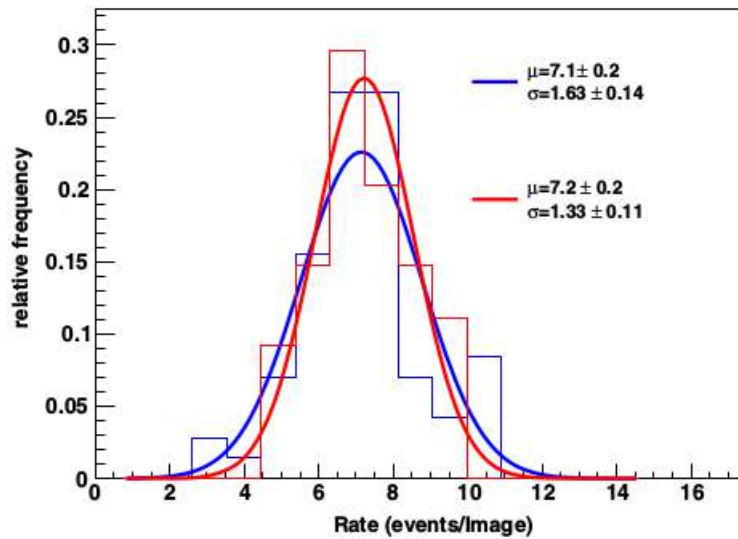
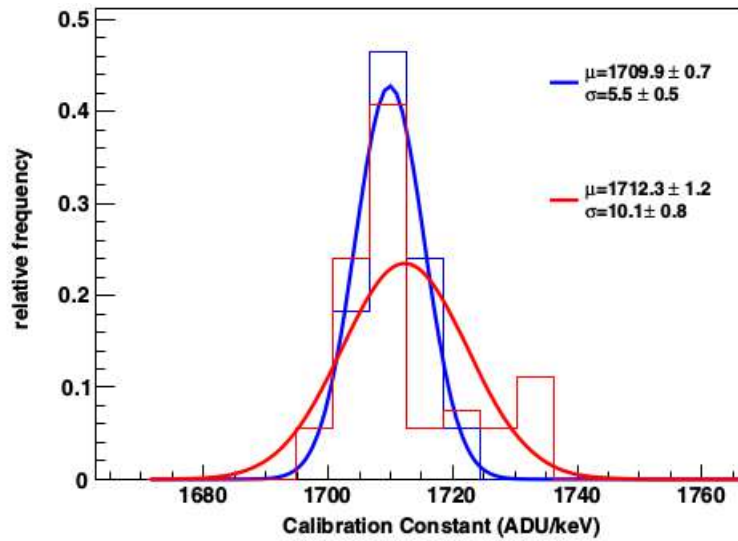


Figura 1-21. (arriba) Distribuciones normalizadas a la unidad de la constante de calibración ($\text{Cu K}\alpha$) ajustada a espectros de grupos de cinco a seis imágenes, para los períodos de reactor encendido (azul) y reactor apagado (rojo) con un “binning” de 1×5 (abajo). Distribuciones normalizadas a la unidad de la tasa de eventos del pico de Cu calculado como el área de la gaussiana ajustada. Imagen obtenida de [45].

$t = (\mu_{ON} - \mu_{OFF}) / (\sigma \sqrt{1/N_{ON} + 1/N_{OFF}})$ y $\sigma^2 = ((N_{ON} - 1)\sigma_{ON}^2 + (N_{OFF} - 1)\sigma_{OFF}^2) / (N_{ON} + N_{OFF} - 2)$ con N_{ON} y N_{OFF} el número de datos ON y OFF respectivamente, σ_{ON} y σ_{OFF} los valores asociados a la distribución de cada muestra y μ_{ON} y μ_{OFF} los valores de las medias para cada muestra de datos

$$t = \frac{\mu_{ON} - \mu_{OFF}}{\sigma \sqrt{1/N_{ON} + 1/N_{OFF}}}, \quad \sigma^2 = \frac{(\sigma_{ON})^2 (N_{ON} - 1) + (\sigma_{OFF})^2 (N_{OFF} - 1)}{N_{ON} + N_{OFF} - 2}. \quad (1-5)$$

De este análisis se puede obtener un p-value que indique de forma cuantitativa que tan estable es la media de la calibración y las otras variables. Adicionalmente se puede hacer esta misma comparación para todos los datos de reactor ON y OFF disponibles, donde en este caso la estabilidad del pico principal de Cu es notable, considerando que el ajuste en ambos casos da $\chi^2/ndf \approx 1$ y que la diferencia entre las medias ON y OFF es consistente con cero, ver Figs. 1-22,1-23. En el caso de la estabilidad del “backgorund”, el $\chi^2 \approx 1.5$, debido a que se extendió el ajuste a más bajas energías donde se espera que haya otro tipo de señales. De igual manera los eventos del pico de Cu al ser normalizados por el número de eventos (eventos por imagen), se encuentra que para los datos de reactor ON y OFF la tasa de eventos no cambia significativamente.

Para evaluar la estabilidad de todo el experimento es necesario considerar la estadística de todos los sensores (operativos) para cada variable,

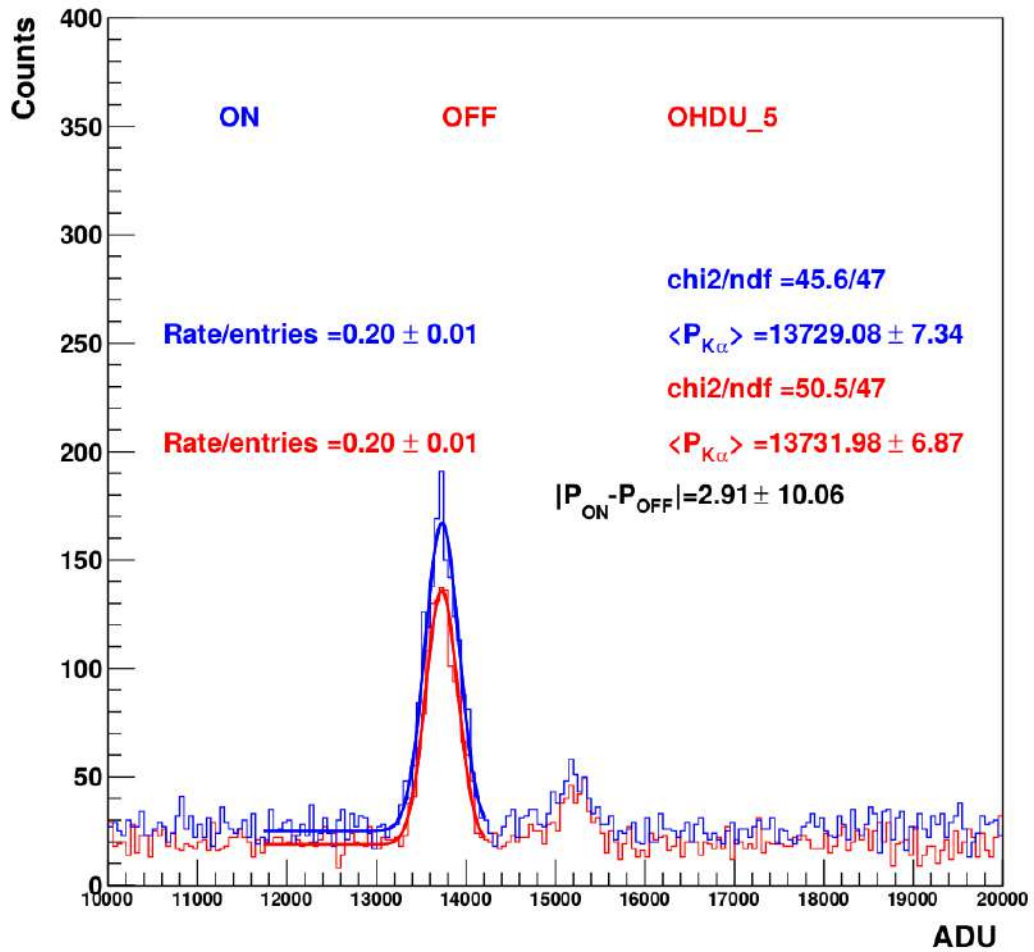


Figura 1-22. Comparación de la posición del pico principal de Cu para todos los datos de reactor ON y OFF en CONNIE, con “binning” de 1×5 .

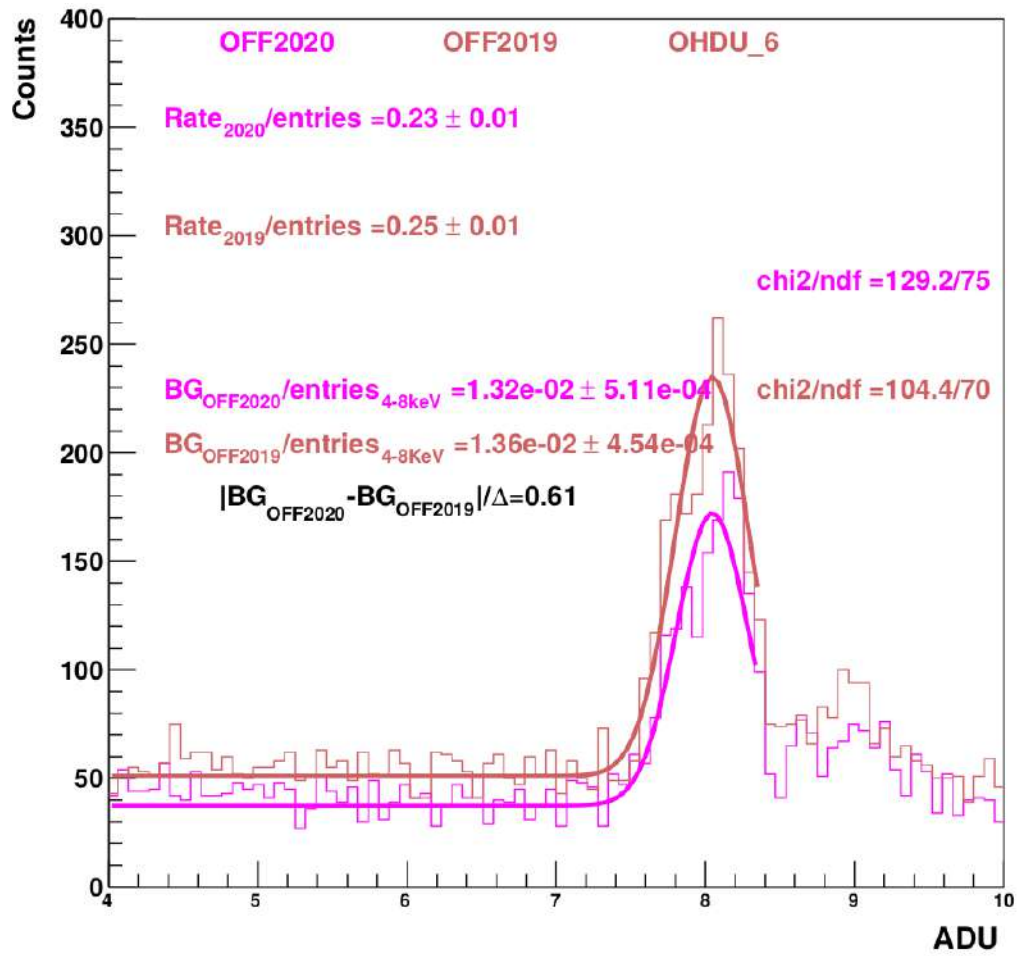


Figura 1-23. Comparación del ‘background’ en periodos ON y OFF en CONNIE, con “binning” de 1×5 .

como la calibración en periodos ON y OFF. Entonces para cada variable se toma la media del histograma y el R.M.S de forma que se estima el error en la diferencia de la media por

$$\begin{aligned}\delta\mu_{ON} &= \frac{RMS_{ON}}{\sqrt{N_{ON}}}, & \delta\mu_{OFF} &= \frac{RMS_{OFF}}{\sqrt{N_{OFF}}} \\ \delta\mu &= \sqrt{(\delta\mu_{ON})^2 + (\delta\mu_{OFF})^2}.\end{aligned}\tag{1-6}$$

De aquí podemos definir un χ^2 que nos permita evaluar si el error asociado a la diferencia de las medias esta bien determinado por la estadística de la distribución del histograma,

$$\chi^2 = \sum_{\text{ohdu}} \left(\frac{\mu_{\text{on}} - \mu_{\text{off}}}{\delta\mu} \right)^2, \quad \text{ohdu} = \{2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 13, 14, 15\}, \tag{1-7}$$

este estudio se hace para la calibración, el ‘background’ y el número de eventos del pico de Cu, ver Fig. 1-24. La posición del pico de cobre (ganancia), la amplitud (área del pico de Cu) y el ‘background’ subyacente se verifican su estabilidad de todos los CCD y se comparan en los periodos de encendido y apagado del reactor. La chi-cuadrada obtenida de 1-24 siempre resulta ser del orden de $\chi^2 \approx 1$ ($\chi_{\text{gain}}^2 = 0.98$, $\chi_{\text{peak-rate}}^2 = 1.03$ y $\chi_{\text{background}}^2 = 1.07$).

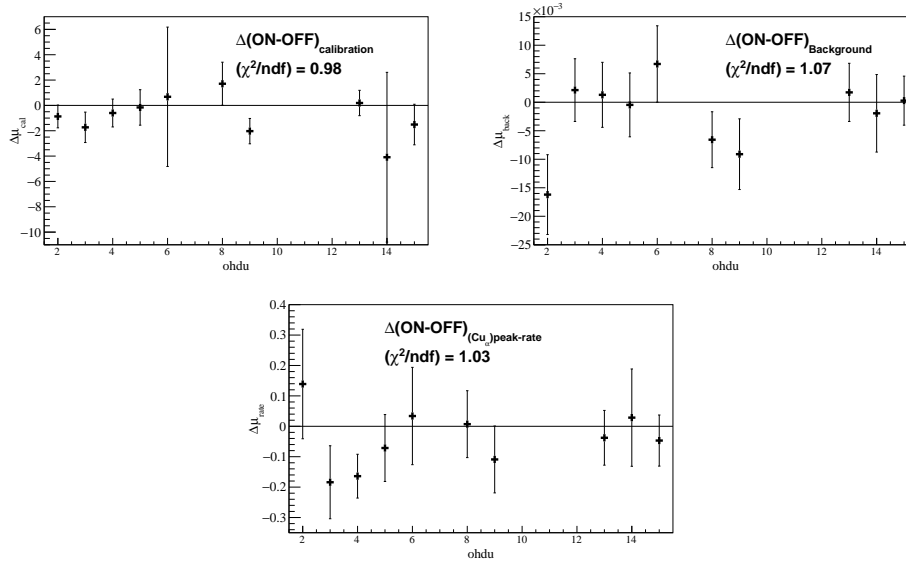


Figura 1-24. Diferencia entre las medianas de las distribuciones para reactor encendido y apagado con “binning” de 1×5 para cada CCD (OHDU), la constante de calibración (izq), el ‘background’ (med) y el área del pico de Cu_α (der).

1.5.2. Estudio de cuantiles

Sabiendo que los cuantiles son puntos tomados a intervalos regulares de la función de distribución de una variable aleatoria, los gráficos de cuantiles (QQ) se utilizan para determinar si dos muestras provienen de la misma distribución, por ejemplo una distribución poissoniana. Un gráfico QQ dibuja los cuantiles de un conjunto de datos contra el cuantil del otro. Si los conjuntos de datos provienen de la misma distribución, los puntos de la gráfica deben dibujar una recta de pendiente uno (aproximadamente), cuanto mayor difiera la recta de esta pendiente, mayor será la evidencia de que los conjuntos de datos provienen de diferentes distribuciones.

Para los periodos de reactor ON y OFF en CONNIE, es importante que

la distribución de los datos, e.g. la calibración, el ‘background’ y el número de eventos del pico de Cu, en ambos casos siga una distribución del tipo Poisson, de existir una señal espuria en alguno de los periodos esta puede cambiar la forma de la distribución. Dado este razonamiento es posible usar el análisis QQ para determinar si existe un cambio importante en la forma de los histogramas.

Discriminador de histogramas

La prueba χ^2 propuesta por [68] de homogeneidad se usa ampliamente para comparar histogramas (no ponderados). La comparación de dos histogramas supone como hipótesis que dos histogramas provienen de distribuciones idénticas, cuantitativamente esto se puede probar con un ‘p-value’.

El procedimiento de comparación debe incluir un análisis de los residuos R que a menudo es útil para identificar los bins de histogramas con una χ^2 alta. Los residuos se definen como la diferencia entre el contenido del bin del histograma y el contenido esperado de este. Si las hipótesis de homogeneidad es válida, entonces los residuos (normalizados) son variables aleatorias aproximadamente independientes e idénticamente distribuidas que tienen una distribución $N(0, 1)$ (Normal o Gaussiana con media cero y varianza uno).

Se usará un análisis χ^2 para comparar dos histogramas, en este caso nos

interesan histogramas de la calibración, del ‘background’ y del número de eventos del pico de Cu en los periodos ON y OFF. Sean r_{on} y r_{off} el número de bins de los histogramas en los periodos ON y OFF, el número total de eventos en los histogramas se define

$$\begin{aligned} N_{OFF} &= \sum_{i=1}^{r_{off}} n_i \\ N_{ON} &= \sum_{i=1}^{r_{on}} m_i, \end{aligned} \tag{1-8}$$

y definimos la hipótesis de homogeneidad como

$$\sum_{i=1}^N p_i = 1. \tag{1-9}$$

donde p_i es la probabilidad de que un evento pertenezca a algún bin (i) de un total de N bins. Supongamos que cada bin del histograma sigue una distribución de Poisson $e^{-(N_{OFF}) p_i} ((N_{OFF}) p_i)^{n_i} / n_i!$ para el OFF y $e^{-(N_{ON}) p_i} ((N_{ON}) p_i)^{m_i} / m_i!$ para el ON. Si la hipótesis de homogeneidad es válida, entonces el estimador de máxima verosimilitud para la probabilidad p_i es [69]

$$\hat{p}_i = \frac{n_i + m_i}{N_{ON} + N_{OFF}}, \tag{1-10}$$

de esta forma podemos definir una χ^2 con N-1 grados de libertad

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r_{on}} \frac{(m_i - N_{ON}\hat{p}_i)^2}{(N_{ON})\hat{p}_i} + \sum_{i=1}^{r_{off}} \frac{(n_i - N_{OFF}\hat{p}_i)^2}{(N_{OFF})\hat{p}_i}. \quad (1-11)$$

Finalmente definimos los residuos R_i (normalizados) como el contenido del bin del histograma menos el valor esperado de este $n_i - N_{ON}\hat{p}_i$ entre el contenido esperado $\sqrt{N_{ON}\hat{p}_i}$

$$R_i = \frac{(n_i - N_{ON}\hat{p}_i)}{\sqrt{N_{ON}\hat{p}_i N_{OFF}(1 - \hat{p}_i)/(N_{ON} + N_{OFF})}}, \quad (1-12)$$

si la hipótesis de homogeneidad es correcta los R_i deben seguir una distribución $N(0, 1)$, lo cual se puede verificar con un análisis QQ.

Para CONNIE es de especial interés determinar que la constante de calibración dada por los picos de Cu $K\alpha$ sea estable, tenga un comportamiento uniforme y poissoniano en los periodos de reactor ON y OFF. Se efectuaron las pruebas de residuos y homogeneidad de histogramas a todas las CCD (ohdu) funcionales del experimento, ver fig.(1-25). Nótase que la ohdu 6 presenta un comportamiento normal en la pendiente de la gráfica QQ, dado que la pendiente es del orden de la unidad y los cuantiles de los residuos siguen una recta. Dado que los datos no son muy numerosos se espera que las fluctuaciones de la pendiente en los gráficos QQ sea grande, por lo que se da más importancia a la discrepancia con la recta de los cuantiles dados por los residuos. Como se ve en la ohdu 8 los cuantiles

de los residuos (calculados con el objeto Chi2Test de ROOT) no siguen una recta con pendiente uno, esto se interpreta como un sesgo en la distribución Gaussiana[70], la cual puede ser ocasionada por una fuente de ruido desconocida. Tras una revisión detallada ² se corroboró que existía una anomalía en ese CCD debida a corrientes parásitas (esto también pasa con las ohdu 7,10,11,12) por lo que se decidió no considerar ese CCD para el análisis de datos del experimento.

1.6. Cronología del experimento CONNIE

Los planes para desplegar un detector basado en CCD en el espacio disponible y previamente aprobado para el proyecto Angra-neutrinos en un contenedor a 30 metros del reactor Angra-2, comenzaron en 2013. El autor de esta tesis participó en la caracterización y pruebas de CCDs que serían empleadas para el experimento, durante una estancia realizada en el laboratorio Fermilab en los meses de septiembre a noviembre, donde por primera vez se demostró que las nuevas CCD con un grosor $650 \mu\text{m}$ pueden ser operadas en modo de agotamiento total con voltajes menores a 100 V. Los detectores fueron probados y empaquetados en Fermilab durante 2014. La cámara de vacío conteniendo los CCDs, los sistemas de enfriamiento y de vacío y la electrónica de lectura fueron enviados a Rio de Janeiro llegando a su destino por vía marítima en agosto de ese año. La instalación del

²Realizada la colaboradora del experimento Carla Bonifazi.

detector tuvo lugar entre los meses de octubre y noviembre produciendo las primeras imágenes de eventos para estudios del “background” en el mes de diciembre de 2014. En esta fase se instalaron cuatro CCD de un gramo en el criostato. En agosto de 2015 se concluyó la instalación del escudo de plomo y polietileno del detector. En esta configuración se adquirieron datos con el reactor encendido durante un mes (septiembre) seguidos de un mes con el reactor apagado (octubre). Este periodo constituyó la corrida de ingeniería del experimento, cuyos resultados fueron publicados en abril de 2016 [3]. En esta publicación se demostró, la capacidad de operar remotamente el detector, el bajo nivel de ruido de los CCD ($< 2e$) y la estabilidad de los eventos de “background”.

En agosto de 2016 se llevó a cabo la instalación de 14 CCD con un grosor de $675 \mu\text{m}$ y 5.9 g de masa cada una dentro del criostato. Con esta configuración se completaron tres periodos (*seasons*) de adquisición de datos: Ago 2016-Mar 2017 (RON y ROFF), Mar-Dic 2017 (solo RON) y Ene-Ago 2018 (RON y ROFF). En enero de 2019 se adaptó la configuración de lectura 1×5 para reducir el ruido electrónico en las CCD. En noviembre de ese mismo año se publicaron los resultados de la corrida del periodo de 2016 a 2018 [71]. Donde se presenta un límite independiente del modelo a posibles efectos de nueva física que podrían incrementar la tasa de eventos candidatos a interacciones de neutrinos en el detector. Se

impusieron los límites más restrictivos en su momento [62] a extensiones simplificadas del ME de nuevas interacciones que involucran mediadores vectoriales y escalares con masas menores a $30 \text{ MeV}/c^2$. A la fecha de escritura de esta tesis (septiembre 2021), la colaboración prepara los resultados (aun sin publicar) del experimento CONNIE usando una nueva configuración de lectura de 1×5 píxeles (ver sección 1.4.3), la cual permite una mejor selección de eventos de neutrinos. Con 44.48 g de Si y un periodo de exposición de reactor encendido de 31.85 días y 28.25 días de reactor apagado, se reporta un exceso en los eventos de reactor encendido menos apagado de 60 veces el modelo estándar usando el quenching factor (QF) descrito en el capítulo 3 de este trabajo y 68 usando Chavarria QF [44].

El 1 de julio de 2021 se concluyó la instalación de las primeras CCD de nueva generación (Skipper-CCDs) en el sitio del experimento. Se instalaron 2 Skipper-CCDs pequeñas (1248×724 píxeles) y dos CCD estándar (16 Mega píxeles) en el criostáto que CONNIE ha empleado desde su inicio en 2014. El objetivo de esta mejora es entender el desempeño de las Skipper-CCDs en el ambiente alrededor del reactor y estudiar los niveles de ruido que las afectan.

La colaboración se encuentra en proceso de analizar los datos del 2018 a 2020 en la configuración en la configuración de 1×5 y prepara una publicación.

1.7. Resultados del experimento CONNIE

En esta sección presentaremos un breve resumen de los resultados más recientes del experimento CONNIE. Se presentan los resultados del arreglo de detectores instalados desde 2016, considerando una masa activa de 47.6 g (ocho CCD), que operan a una distancia de 30 m del reactor nuclear Angra 2, con una potencia térmica de 3.8 GW. Se realiza una búsqueda de eventos de neutrinos comparando datos recopilados con el reactor encendido (2.1 kg-día) y el reactor apagado (1.6 kg-día).

Para obtener la eficiencia para reconstruir eventos de neutrinos para todos los CCD se agregan eventos simulados a neutrinos en la región activa del sensor. Solo se tomaron los datos con el reactor apagado para evitar cualquier reducción de la eficiencia debido a la señal de neutrinos. Las imágenes con eventos de neutrinos simulados se procesan utilizando la cadena estándar de procesamiento y las mismas reglas de selección usadas para identificar neutrinos con datos del reactor encendido. La eficiencia medida para cada sensor es entonces ponderada por la exposición, lo que arroja la eficiencia general presentada en 2-10.

La calibración de energía discutida en la sección 1.5 en la que el autor contribuyó, se basa en la ionización producida por la fotoabsorción de rayos-X con energía conocida. Por lo tanto, la energía se debe medir en unidades eV_{ee} donde (ee) es por “electron equivalent”. Esta conversión

de eV a eV_{ee} se da por medio del “quenching factor” (QF) definido como el cociente entre la energía de ionización (visible) entre la energía de retroceso nucleares E_I/E_R . En el estudio realizado por CONNIE en [72] se usaron dos modelos para el QF; el de Lindhard, ver Ec.(3-7) y un ajuste fenomenológico estudiado por Chavarria, ver Ec.(2-23), ver Fig.(1-26). En estas curvas también se incluyen los efectos de eficiencia. Aplicando los cortes y criterios usados por CONNIE (sección VI B de [72]) basados en un “likelihood” que separa los eventos espurios debidos a fluctuaciones de la corriente oscura y el ruido aleatorio, se obtuvieron los espectros de eventos de los periodos de reactor ON y OFF normalizados en eventos por kilogramo-día por keV, ver Fig.(1-26). Los picos de fluorescencia de rayos X para silicio en el sensor (activo) y el cobre que rodean los sensores son claramente visibles.

El espectro de reactor apagado se resta del reactor encendido para cada CCD, y los resultados son normalizados por bins en kilogramo-día por keV, ver Fig.(1-27). Las barras de error en esta figura reflejan la incertidumbre estadística en la resta. Finalmente como resultado de esta sustracción no se reporta un exceso estadísticamente significativo para valores de reactor ON, más aun la sustracción da un valor negativo para los primeros tres bins de energía. Así se reporta un límite al 95 % C.L para la tasa de eventos de $CE\nu$ NS para los primeros tres bins de energía. Se compara este límite

con la señal esperada del ME ($CE\nu NS$) calculada mediante los QF de Lindhard y Chavarria, ver Fig.(1-27). El límite se encuentra a un nivel 41 veces mayor al valor predicho del ME en la región de 0.075-0.675 keV_{ee}. A pesar de no tener sensibilidad para observar los eventos de $CE\nu NS$ en estos datos, debido al bajo umbral de energía de CONNIE, es posible imponer restricciones competitivas sobre algunos modelos más allá del ME.

límites a mediadores ligeros con los datos de CONNIE

El límite publicado por CONNIE para la tasa de eventos de $CE\nu NS$ [72], puede convertirse en límites en el espacio de parámetros de extensiones simplificadas del ME que involucran mediadores livianos, mismos que han sido estudiados por la colaboración COHERENT [47]. Este enfoque muestra el potencial de los experimentos para medir $CE\nu NS$ con neutrinos de reactores de baja energía para probar nueva física de una manera complementaria a los experimentos en fuentes de espalación de neutrones.

Los modelos que se consideraron contienen un mediador ligero adicional: 1) un bosón neutro Z' con masa $M_{Z'}$ y 2) un mediador escalar ϕ con masa M_ϕ . Estos modelos simplificados representan una forma sencilla de parametrizar el alcance de la nueva física en el sector de neutrinos de baja energía, como se analiza en [73] y [62]. Estas extensiones del ME son de interés porque no existen restricciones dadas por el Gran Colisionador de Hadrones (LHC) cuando la masa del mediador está por debajo de la

escala de un 1 GeV [74]. Desde el punto de vista teórico, estos modelos son atractivos porque, entre otras cosas, se conectan a nuevas ideas asociadas con la materia oscura en escalas de sub-GeV.

Usando el bin de menor energía de la Fig.(1-27), que, como se mencionó antes impone un límite de 95 % de C.L. al ME obtenido por CONNIE 41 veces por encima de la predicción del ME. Esto permite establecer un límite a la tasa de eventos debidos a interacciones no estándar (NSI), $R_{NSI} < 41R_{ME}$ para energías visibles de retrocesos nucleares entre 0.075–0.275 keV. El límite del 95 % C.L. de exclusión para los parámetros de los modelos con un mediador vectorial y escalar se muestran en las gráficas de la Fig.(1-28).

Este análisis produjo en su momento³ los mejores límites utilizando el canal de $CE\nu NS$ para el régimen de masas, $0 < 10$ MeV en el caso de un boson vectorial y $M_\phi < 30$ MeV en el caso del bosón escalar, que se extiende más allá de la región excluida por los resultados dados por COHERENT [47]. La banda verde muestra la exclusión a a 2σ para explicar la anomalía del momento magnético del muón. Estos resultados presentados constituyeron la primera búsqueda de NSI con neutrinos de reactor utilizando CCD.

³Resultados preliminares de la colaboración COHERENT [75], muestran que para un detector de Ge se obtienen mejores límites.

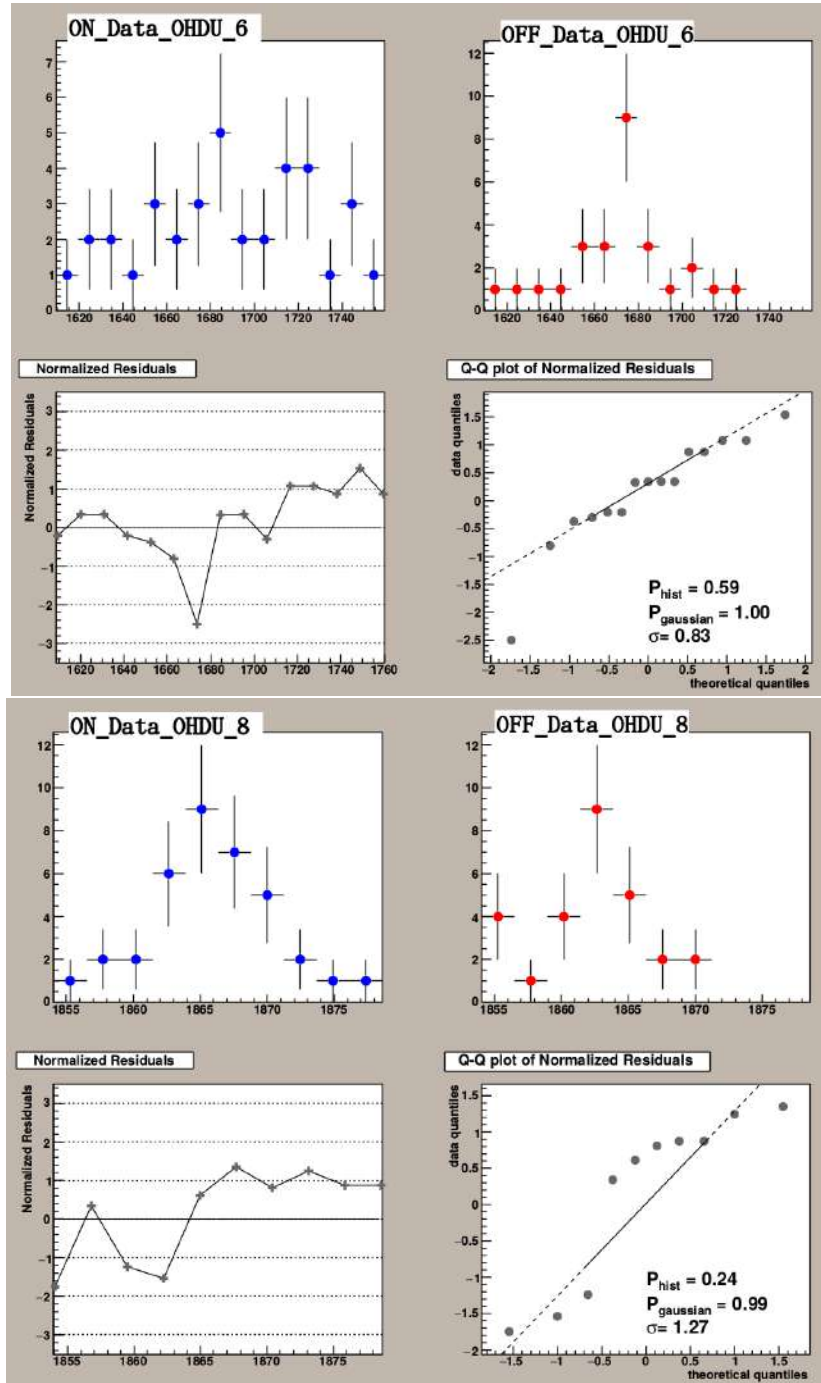


Figura 1-25. Análisis de homogeneidad para la calibración en los periodos ON y OFF con “binning” de 1×5 . Se muestran los residuos y los gráficos QQ respectivos. En el panel superior izquierdo, se muestra el histograma con reactor encendido, en el panel superior derecho el histograma de reactor apagado, en el panel inferior izquierdo se muestran los residuos normalizados a la unidad y en el panel inferior derecho el gráfico de cuantiles según la librería de ROOT ChisTest.

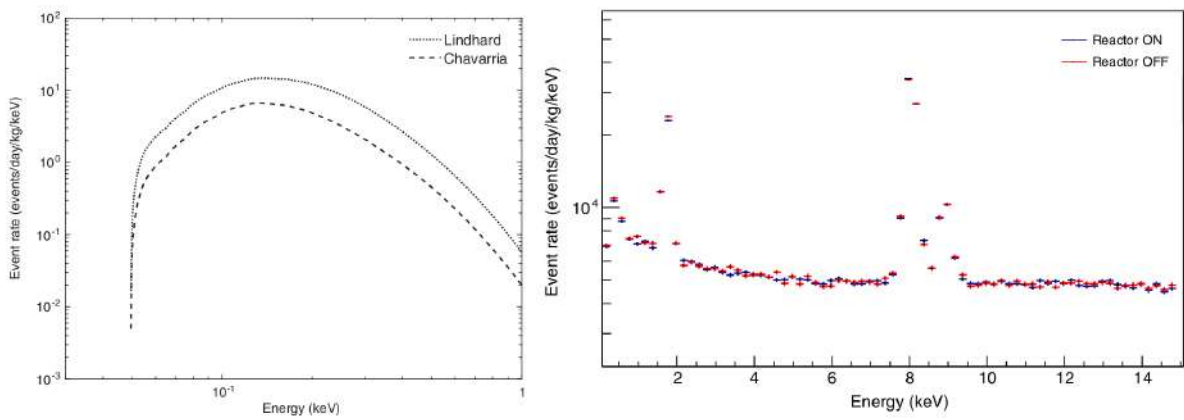


Figura 1-26. (Izq.) Espectro de retrocesos nucleares debido a neutrinos en CONNIE usando dos versiones para el QF; Lindhard [13] y Chavarria [46]. (Der.) Espectro de energías para eventos de reactor encendido (azul) y apagado (rojo).

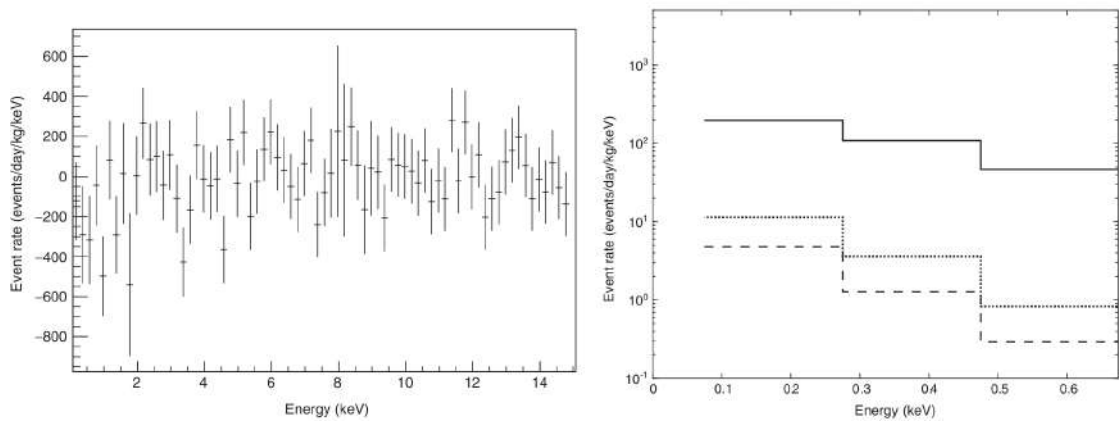


Figura 1-27. (Izq.) Espectro sustraído de eventos de reactor ON menos reactor OFF. (Der.) Límite al 95% C.L de la medición de encendido y apagado del reactor (línea negra); señal esperada de $CE\nu NS$ usando el QF dado por Lindhard (línea punteada) y Chavarria (línea quebrada).

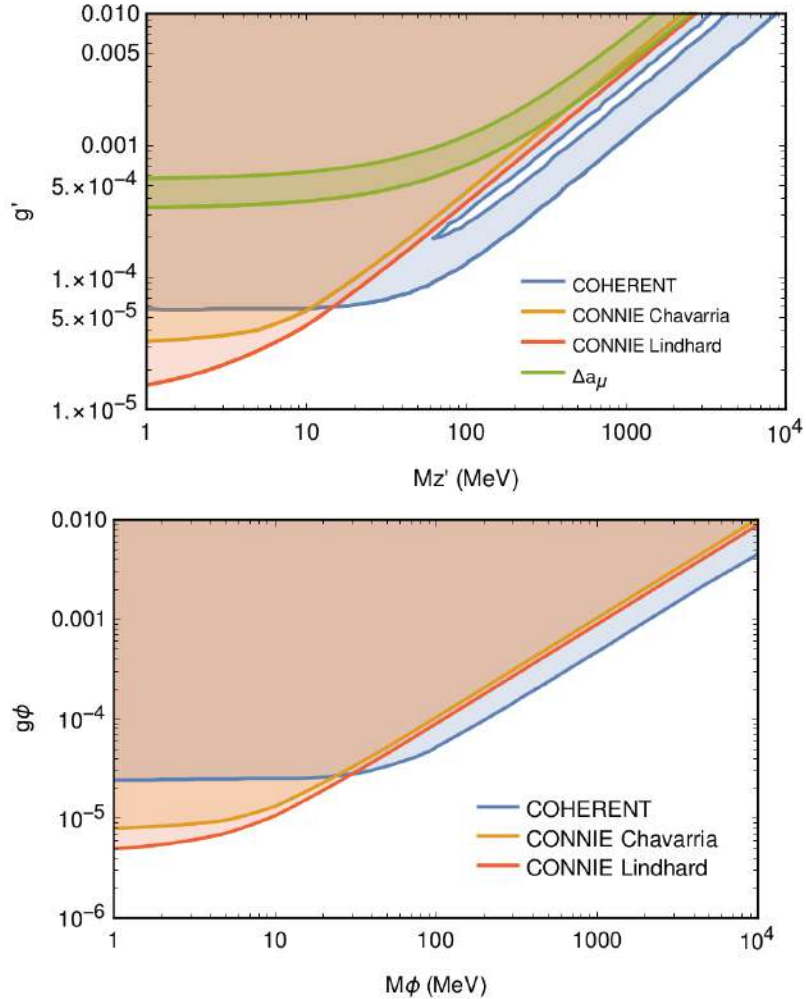


Figura 1-28. (Arriba) Región de exclusión para los parámetros de bosón vectorial ($M_{Z'}, g'$) obtenida de los datos de CONNIE, usando el QF de Chavarria[46] (naranja) y de Lindhard[13] (rojo). El límite de COHERENT [47] (azul) y la región permitida a 2σ para explicar la anomalía del momento magnético del muón, son mostradas como referencia (abajo). Región de exclusión para los parámetros de bosón vectorial (M_ϕ, g_ϕ) obtenida de los datos de CONNIE, para los dos QF de la curva anterior, también se muestra en el límite puesto por la colaboración COHERENT [47].

≈ CAPÍTULO 2

Búsquedas más allá del Modelo Estándar a bajas energías con CONNIE

La interacción $CE\nu NS$, predicha hace más de 40 años, es un canal por el que se puede buscar física más allá del Modelo Estándar, estas búsquedas han sido ampliamente discutidas en la literatura [62, 76]. Aquí demostramos el potencial del experimento CONNIE diseñado para detectar de neutrinos de baja energía como un sonda para la física más allá del modelo estándar, utilizando los resultados recientemente publicados para restringir un modelo de fotón oscuro. Se implementará un análisis estadístico robusto que tome en cuenta las incertidumbres tanto estadísticas como sistemáticas debidas a cambios en la eficiencia del detector y al “quenching factor”. Además compararemos los resultados con otros experimentos como GEMMA [11].

2.1. Fotón Oscuro (DP)

Debido a diversas anomalías astrofísicas tales como el exceso de positrones energéticos o fotones originados desde el centro galáctico, o por otro lado también la discrepancia de 3.6σ entre los valores anómalos experimentales del momento magnético del muón, constituye una motivación teórica para proponer física más allá del modelo estándar. Se introduce una simetría rota $U'(1)$ [77] para poder ayudar a dar explicación a estos fenómenos. En este escenario el bosón masivo (fotón oscuro) de la nueva simetría $U'(1)$ interactúa con el modelo estándar vía un término de mezcla cinética $\epsilon \ll 1$ con el fotón electromagnético.

La mezcla del fotón oscuro con las simetrías del modelo estándar $U_Y(1)$ se puede entender como la adición del campo $D_{\mu\nu}$ del fotón oscuro y un contra término (preservar invarianza de norma) que induce la mezcla cinética con el campo electromagnético,

$$L = -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{4}D_{\mu\nu}D^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\frac{\epsilon}{\cos(\theta_W)}B_{\mu\nu}D^{\mu\nu}, \quad (2-1)$$

donde $D_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu$, con $B_{\mu\nu}$ es la contribución del campo electromagnético y V_μ es el nuevo campo (oscuro) añadido. Existen dos forma de ver el termino de mezcla cinética en este modelo; el primero consiste en diagonalizar el lagrangiano anterior y tener una corriente electromagnéti-

ca acoplada al fotón oscuro ($\epsilon e V_\mu J_{EM}^\mu$), esto se puede ver en el diagrama 2-1 (b), la otra manera más directa es solo conservar el término cinético, considerando que en este caso puede existir una transición del fotón oscuro en el fotón de $U_Y(1)$ que corresponda al diagrama 2-1 (a).



Figura 2-1. Diagrama de Feynmann para la contribución del término cinético debido al fotón oscuro. a) Conservando el término cinético, b) diagonalizando el término cinético.

En el caso donde se preserva el término de mezcla directo 2-1 (a), se espera que se den transiciones del foton oscuro al fotón $U_Y(1)$. En este escenario se justifica que $\epsilon \ll 1$ para evitar que el fotón oscuro decaiga muy rápido. Calculando también diagramas de bucle fotón E.M a fotón oscuro, se puede calcular que [78] $\epsilon = \frac{eg_D}{6\pi^2} \ln(\frac{m}{\Lambda}) 10^{-8} - 10^{-2}$. Así una ventaja de este modelo es que solo necesita dos parámetros a conocer, es un modelo renormalizable y también puede llegar a promover candidatos a materia oscura.

Modelo B-L

Una de las desventajas del modelo del fotón oscuro $U'(1)$, es que no se acopla a partículas neutras como neutrinos. Una forma de poder lograr

esto es considerando que existan neutrinos estériles que se acoplen a las cargas del fotón oscuro, lo que produce una interacción directa de electrón o núcleo con el neutrino estéril. Esto se logra añadiendo al lagrangiano 2-1 el término $g'\bar{\nu}_s\gamma_\mu\nu_sV^\mu$.

Es posible demostrar [9] que existe una equivalencia entre el modelo $U'(1)$ con un modelo $U_{B-L}(1)$ (simetría de conservación del número bariónico menos leptónico) que se acople vectorialmente con fermiones. Si las cargas del fotón oscuro son iguales a las del fotón inducido por U_{B-L} entonces se puede reescalar $A \rightarrow A - \frac{g_{B-L}}{e}V$ y reescalando el campo V se tiene la equivalencia,

$$m_{A'} \rightarrow m_{A'} \left(1 + \left(\frac{g_{B-L}}{e}\right)^2\right)^{-1}, \quad \epsilon \rightarrow \frac{g_{B-L}}{e} \left(1 + \left(\frac{g_{B-L}}{e}\right)^2\right)^{-1/2}. \quad (2-2)$$

Por esta razón podemos decir que las búsquedas del fotón oscuro con ϵ y g_{B-L} son equivalentes. En términos del lagrangiano 2-1, se puede entender este cambio de escala con la añadidura de términos de la forma $g_{B-L}\bar{e}\gamma_\mu V^\mu e + g_{B-L}\bar{q}\gamma_\mu V^\mu q + g_{B-L}\bar{\nu}\gamma_\mu V^\mu \nu$, donde e , q y ν son electrones, quarks y neutrinos.

Dado este modelo podemos considerar la interacción entre fotón oscuro y neutrinos estériles y neutrinos activos. En el caso de la interacción de

neutrinos con electrones la interacción B-L aparece de la forma,

$$\frac{d\sigma}{dT} = \frac{g_{B-L}^4 m_e}{4\pi E_\nu^2 (m_{A'}^2 + 2Tm_e)^2} (2E_\nu^2 + T^2 - 2TE_\nu - Tm_e), \quad (2-3)$$

donde T es la energía cinética de dispersión del electrón y además se ha despreciado la masa del neutrino. En el caso de la interacción con núcleos se debe hacer el cambio $m_e \rightarrow m_N$ y añadir un factor de coherencia de A^2 , con A el número de nucleones, y el factor de forma nuclear.

Términos de interferencia

Uno de los puntos clave de este estudio es calcular y discutir el efecto de interferencia entre el DP y el SM. Se ha demostrado [79] que las contribuciones de la interferencia de los términos entre el fotón oscuro y el modelo estándar son importantes para excluir la región de parámetros del fotón oscuro. Como se dijo anteriormente la sección eficaz para interacciones de electrones con neutrinos es despreciable comparada con la interacción nuclear, sin embargo juega un papel importante para la señal de DP dando lugar al efecto de interferencia. Estudiando primero el caso de interacción con electrones del SM, ver Fig.(2-2), se puede entender el proceso de interferencia del DP con el modelo estándar por medio de los diagramas de Feynman de la fig.(2-3), donde se asume que el DP solo tiene acoplamientos vectoriales.

La sección eficaz diferencial en el marco de laboratorio del electrón en el SM se puede escribir como

$$\left[\frac{d\sigma}{dT}(\nu e^- \rightarrow \nu e^-)\right]_{\text{SM}} = \frac{2G_F^2 m_e}{\pi E_\nu^2} (a^2 E_\nu^2 + b^2 (E_\nu - T)^2 - (ab)m_e T) \quad (2-4)$$

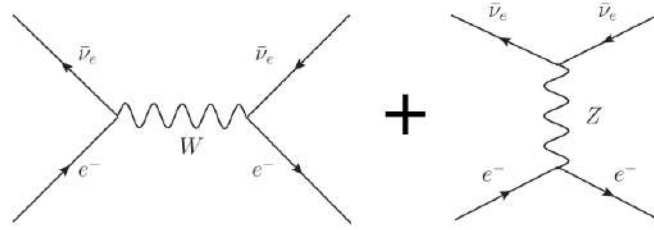


Figura 2-2. Diagramas de Feynmann que muestra las contribuciones de la dispersión elástica electrón-neutrino. La dispersión neutrino-electrón toma lugar a través de corrientes cargadas y neutras.

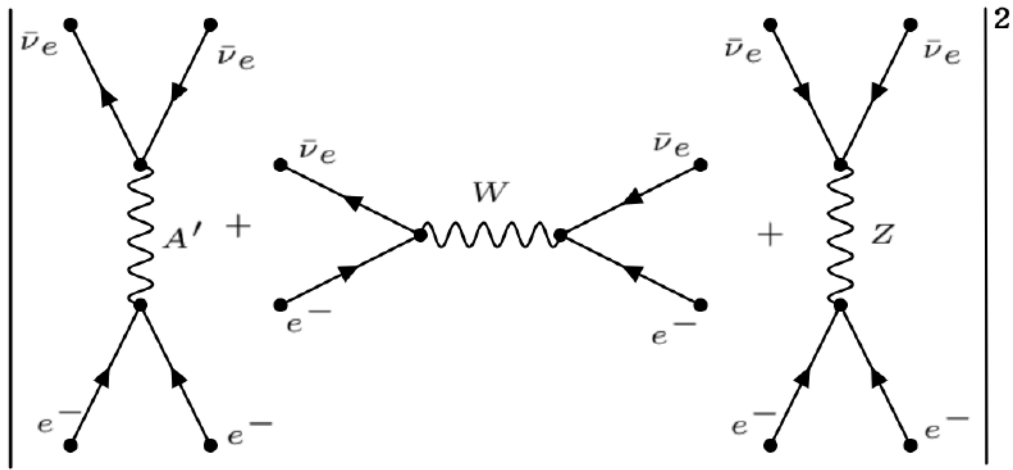


Figura 2-3. La amplitud de interacción neutrino-electrón mediada por el DP (canal t) debe sumarse a las de los procesos del SM, dando origina términos de interferencia.

donde T es la energía cinética del electrón, $a = \sin^2(\theta_W)$ y $b = a + 1/2$. La interacción del DP con electrones se da por medio de la interferencia de la interacción del SM con el campo del DP Ec.(2-3), ver fig.(2-3). Se puede demostrar que el resultado de esta interferencia es

$$\left[\frac{d\sigma(\bar{\nu}_e e^-)}{dT} \right]_{\text{INT}} = \frac{g_{B-L}^2 G_F m_e}{2\sqrt{2} E_\nu^2 \pi (m_{A'}^2 + 2mT)} (2E_\nu^2 + 2T^2 - T(4E_\nu + m_e) + \beta) \quad (2-5)$$

con

$$\beta = \sin^2 \theta_W (8E_\nu^2 - 8E_\nu T_n - 4MT_n + 4T_n^2)$$

siguiendo la discusión de [9], la sección eficaz debida al fotón oscuro con el núcleo esta suprimida por el acoplamiento g_{B-L} y donde solo es necesario cambiar la masa del electrón por la masa del núcleo,

$$\left[\frac{d\sigma}{dE_R} (\nu N \rightarrow \nu N) \right]_{\text{DP}} = \frac{g_{B-L}^4 M}{4\pi E_\nu^2 (m_{A'}^2 + 2ME_R)^2} (2E_\nu^2 + E_R^2 + 2E_R E_\nu + ME_R) \quad (2-6)$$

Seguindo a los autores [9], el término de interferencia se obtiene de manera similar a partir del de la interacción con electrones (Ec(2-5), resultando

$$\left[\frac{d\sigma}{dE_R} (\nu N \rightarrow \nu N) \right]_{\text{INT}} = \frac{g_{B-L}^2 G_F M}{2\sqrt{2}E_\nu^2 \pi (m_{A'}^2 + 2ME_R)} (2E_\nu^2 + 2E_R^2 - E_R (4E_\nu + M) + \beta) \quad (2-7)$$

con

$$\beta = \sin^2 \theta_W (8E_\nu^2 - 8E_\nu E_R - 4ME_R + 4E_R^2).$$

De esta forma para un detector de ionización (que no distingue entre ionización por retrocesos nucleares e ionización directa por excitación de

electrones) la tasa de interacciones tendrá contribuciones de la dispersión neutrino-electrón y sus respectivos términos de interferencia. Las secciones eficaces relevantes para calcular la tasa de eventos son las siguientes:

1. $\left[\frac{d\sigma}{dT}(\bar{\nu}N \rightarrow \bar{\nu}N)\right]_{\text{SM}} = \frac{G_F^2 M}{2\pi} \left[2 + \left(\frac{T_n}{E_{\bar{\nu}}} - \frac{MT_n}{E_{\bar{\nu}}^2}\right)\right] (N-Z(1-4\text{sen}^2(\theta_W))) F^2(q^2)$
2. $\left[\frac{d\sigma}{dE_R}(\bar{\nu}N \rightarrow \bar{\nu}N)\right]_{DP} = \frac{g_{B-L}^4 M A^2}{4\pi E_{\bar{\nu}}^2 (m_{A'}^2 + 2ME_R)^2} (2E_{\bar{\nu}}^2 + E_R^2 + 2E_R E_{\bar{\nu}} + ME_R)$
3. $\left[\frac{d\sigma_{DP}}{dT}(\bar{\nu}e^- \rightarrow \bar{\nu}e^-)\right]_{DP} = \frac{g_{B-L}^4 m_e}{4\pi E_{\bar{\nu}}^2 (m_{A'}^2 + 2m_e T)^2} (2E_{\bar{\nu}}^2 + T^2 - 2TE_{\bar{\nu}} - m_e T)$
4. $\left[\frac{d\sigma(\bar{\nu}_e e^-)}{dT}\right]_{\text{Int-}e^-} = \frac{g_{B-L}^2 G_F m_e}{2\sqrt{2}E_{\bar{\nu}}^2 \pi (m_{A'}^2 + 2m_e T)} (2E_{\bar{\nu}}^2 + 2T^2 - T(4E_{\bar{\nu}} + m_e) + \beta)$
5. $\left[\frac{d\sigma_{INT}}{dE_R}(\bar{\nu}N)\right]_{\text{Int-N}} = \frac{g_{B-L}^2 G_F M A}{2\sqrt{2}E_{\bar{\nu}}^2 \pi (m_{A'}^2 + 2ME_R)} (2E_{\bar{\nu}}^2 + 2E_R^2 - E_R(4E_{\bar{\nu}} + M) + \beta_n)$

Donde para el caso de la interacción con núcleos la energía de retroceso nuclear E_R tiene que considerar el efecto de la eficiencia de ionización.

2.1.1. Búsquedas experimentales

La constante de acoplamiento B-L está muy restringida por las búsquedas de la quinta fuerza. Además experimentos como GEMMA han restringido los parámetros de este modelo en una región de masas del fotón oscuro <1 GeV. En la figura 2-4 se pueden apreciar los límites experimentales de GEMMA y BOREXINO, así como restricciones indirectas de otros experimentos o procesos físicos. Estos límites en su mayoría dependen de observaciones del fondo cósmico de microondas (CMB) y a procesos de

núcleo síntesis del “Big Bang”, en particular de mediciones relativas al numero efectivo de neutrinos, $N_{eff} = 2.99 \pm 0.14$.

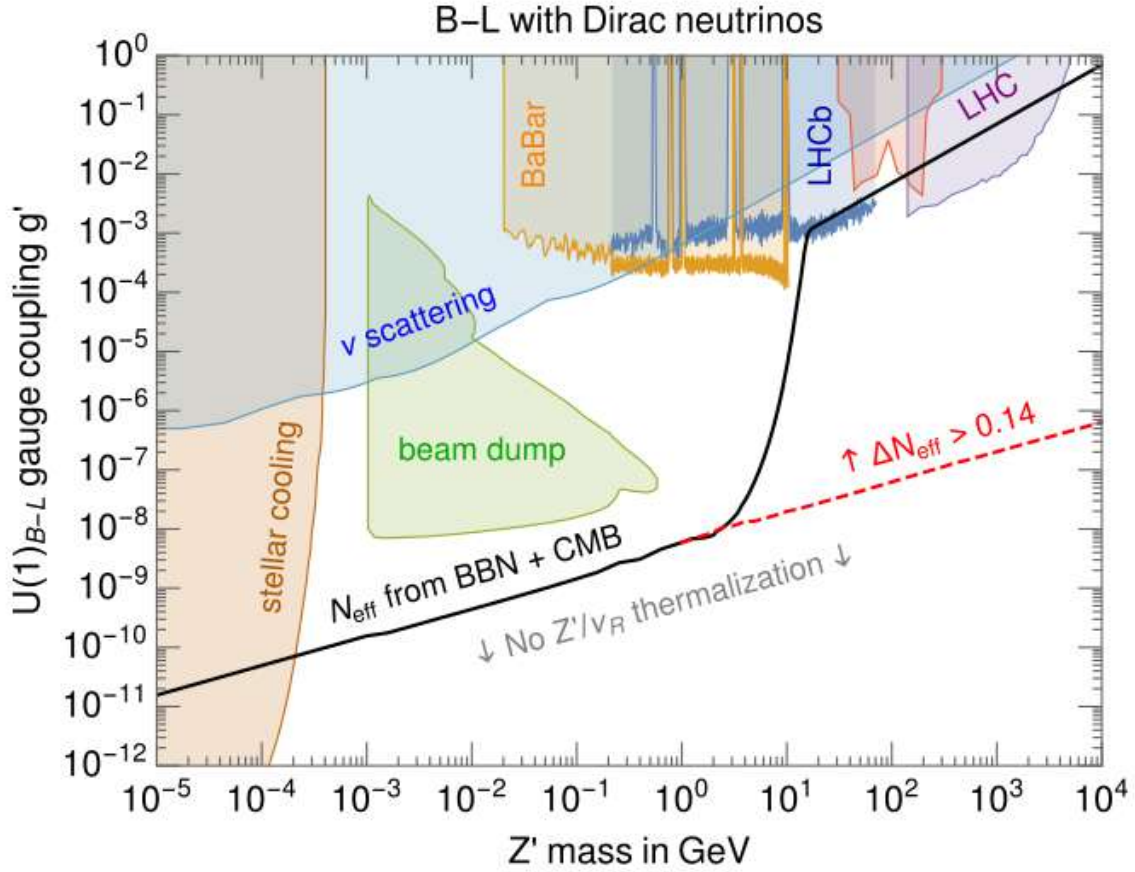


Figura 2-4. Region de parámetros del fotón oscuro B-L. La curva ν scattering corresponde a experimentos de detección directa de neutrinos, como GEMMA y BOREXINO. Imagen tomada de [48].

También existen búsquedas del fotón oscuro, por medio del decaimiento de Kaones cargados en aceleradores $K^\pm \rightarrow \pi^\pm V$. Otro canal de búsqueda de fotón oscuro es asumiendo una mezcla con el bosón Z del modelo estándar por medio de proponer dos higgs en dobletes, en donde aparece un nuevo parámetro ϵ_Z . Este proceso también puede inducir decaimientos

raros en Kaones y modificaciones al ángulo de mezcla electrodébil en un rango de bajas energías.

2.1.2. Búsquedas de DP con CONNIE

Neutrinos de reactores nucleares

En los reactores nucleares los anti-neutrinos son producidos por el decaimiento β de neutrones que son parte de núcleos $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$, donde n es el neutrón, p el protón y e^- el electrón. En CONNIE la potencia del reactor nuclear es de 3.95 GW y el número promedio de fisiones por segundo es de $n_f = 1.20 \times 10^{20}$ [62]. El espectro de energías para los $\bar{\nu}_e$ producidos en el reactor se distribuye de cero a 12 MeV con un máximo en 0.5-1 MeV. El flujo esperado se espera que sea isotrópico donde la mayor contribución al espectro viene de decaimientos β de los residuos de fisión de los isótopos ^{238}U , ^{235}U , ^{239}Pu y ^{241}Pu (6.1 $\bar{\nu}_e$ por fisión), cada isótopo contribuye al espectro de anti-neutrinos, los cuales fueron tomados de [57]. Así como otros procesos como la captura de neutrones en ^{238}U que contribuye 1.2 $\bar{\nu}_e$ por fisión. Este último proceso contribuye al 16 % del flujo total de anti-neutrinos del reactor por medio del proceso $^{238}\text{U} + n \rightarrow ^{239}\text{U}$, que luego el ^{239}U emite dos $\bar{\nu}$ por decaimiento beta [80]. Como primera aproximación se puede suponer que el flujo de anti-neutrinos es independiente del tipo de reactor. Para modelar el flujo de anti-neutrinos del reactor se usa la parametrización $\frac{d\Phi}{dE_{\bar{\nu}_e}} = ae^{a_0+a_1E_{\bar{\nu}_e}+a_2E_{\bar{\nu}_e}^2}$ valida para energías mayores

$E_{\bar{\nu}_e}(\text{MeV})$	^{235}U	^{239}Pu	^{238}U	^{241}Pu
7.813×10^{-3}	0.024	0.14	0.089	0.20
1.563×10^{-2}	0.092	0.56	0.35	0.79
3.12×10^{-2}	0.35	2.13	1.32	3.00
6.25×10^{-2}	0.61	0.64	0.65	0.59
0.125	1.98	1.99	2.02	1.85
0.25	2.16	2.08	2.18	2.14
0.50	2.66	2.63	2.91	2.82
0.75	2.66	2.58	2.96	2.90
1.0	2.41	2.32	2.75	2.63
1.5	1.69	1.48	1.97	1.75
2.0	1.26	1.08	1.50	1.32

Tabla 2-1. Valores tabulados del espectro de anti-neutrinos de cada isótopo fisionable en unidades de $\bar{\nu}_e/\text{MeV}/\text{fis}$.

a 2 MeV, donde los parámetros a , a_0 , a_1 y a_2 se obtienen de la tabla 2-2. Para energías menores se usan valores tabulados, cuyos valores se pueden ver en la tabla 2-1. Para cada isótopo se tiene una tasa relativa por fisión así como el espectro de anti-neutrinos correspondiente, ver Fig.(2-5). De estos espectros y sus respectivas tasas de fisión se puede estimar el espectro observable (total) emitido por el reactor dado por

$$\frac{d\Phi}{dE_{\bar{\nu}_e}} = D_{\bar{\nu}_e} \sum_{i=\text{Isótopo}} \alpha_i \left(\frac{dN_{\bar{\nu}_e}}{dE_{\bar{\nu}_e}} \right)_i, \quad (2-8)$$

donde $D_{\bar{\nu}_e}$ es densidad del flujo de anti-neutrinos ($7.95 \times 10^{12} \bar{\nu}_e/\text{cm}^2/\text{seg}$) y α_i son las tasas relativas por fisión de producción de anit-neutrinos en el reactor, las cuales pueden obtenerse de la tabla 2-3.

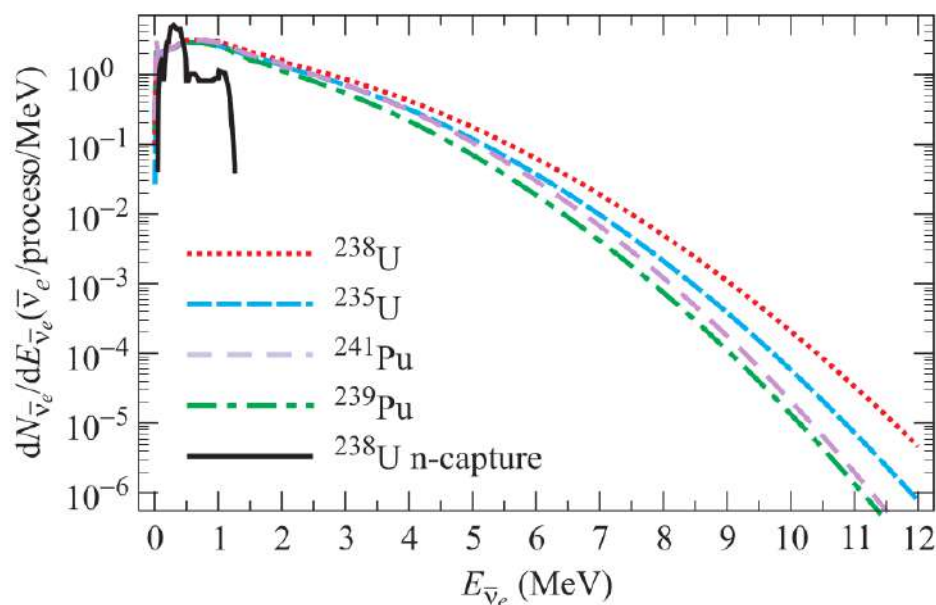


Figura 2-5. Espectro de anti-neutrinos para cada proceso. Imagen tomada de [49].

Parámetro/Isótopo	²³⁵ U	²³⁹ Pu	²³⁸ U	²⁴¹ Pu
a	1.0461	1.0527	1.0719	1.0818
a ₀	0.870	0.896	0.976	0.793
a ₁	-0.160	-0.239	-0.162	-0.080
a ₂	-0.0910	-0.0981	-0.0790	-0.1085

Tabla 2-2. Parámetros ajustados del espectro de anti-neutrinos de cada isótopo fisible.

Proceso	Tasa relativa por fisión en el reactor (α_{iso})	$N_{\bar{\nu}_e}$ por proceso	$N_{\bar{\nu}_e}$ por fisión
²³⁵ U fisión	0.55	6.14	3.4
²³⁹ Pu fisión	0.32	5.58	1.8
²³⁸ U fisión	0.07	7.08	0.5
²⁴¹ Pu fisión	0.06	6.42	0.4
²³⁸ U(<i>n</i> , γ) ²³⁹ U	0.60	2.00	1.2

Tabla 2-3.

Contribución de fisión relativa típica y rendimiento de $\bar{\nu}_e$ para cada proceso considerado [57] [42].

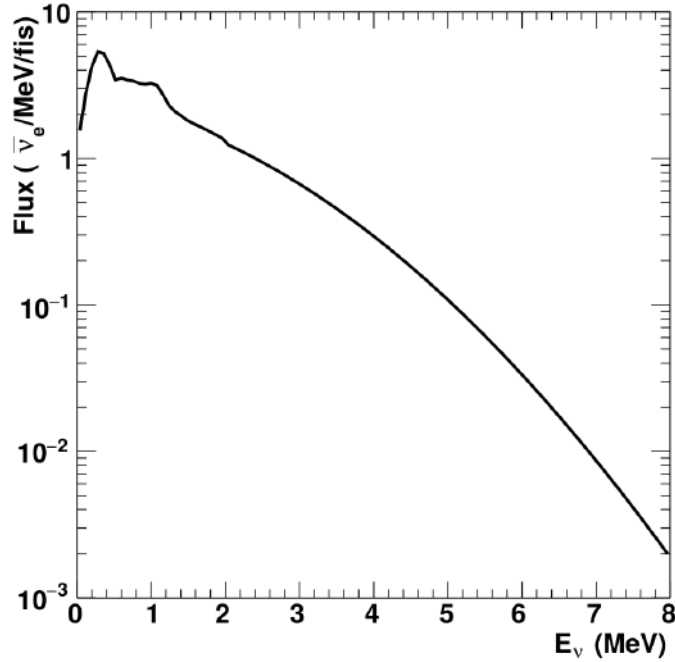


Figura 2-6. Flujo del reactor de Angra II en Brasil parametrizado.

Señal esperada en CONNIE

Como parte de la interacción coherente entre el neutrino y el núcleo de Si se espera que el núcleo en retroceso genere una sucesión de cascadas de iones que se puedan mover libremente en la red cristalina y estos a su vez, al colisionar entre sí ionicen electrones circundantes en la red de silicio, generando pares hueco-electrón. Podemos calcular la tasa de interacciones neutrino-núcleo diferencial, por unidad de energía de retroceso, $\frac{d\Phi}{dE_{\bar{\nu}_e}}$ por la sección eficaz del modelo estándar (SM) Ec.(1-2) donde se debe integrar sobre todas las energías del neutrino desde el umbral $E_{\bar{\nu}_e}^{min} \approx \sqrt{ME_R/2}$ que es la energía mínima para que el neutrino produzca un retroceso nuclear E_R ,

$$\frac{dR}{dE_R} = N_T \int_{E_{\bar{\nu}_e}^{\min}}^{\infty} \frac{d\Phi}{dE_{\bar{\nu}_e}} \frac{d\sigma}{dE_R} dE_{\bar{\nu}_e}. \quad (2-9)$$

Dado que la ionización producida por retrocesos nucleares es menor a la ionización producida por un electrón de la misma energía, se debe considerar el efecto de “quenching” en el detector, definido por en el detector; $E_{vis} = f_n(E_N)E_N$. Para obtener el flujo diferencial en función de la energía visible, solo se aplica la regla de la cadena a la ecuación 2-9

$$\frac{dR}{dE_N} = \frac{dR}{dE_{vis}} \frac{dE_{vis}}{dE_N} = \frac{dR}{dE_{vis}} \left(f_n(E_N) + \frac{f_n(E_N)}{dE_N} \right), \quad (2-10)$$

de donde se puede despejar $\frac{dR}{dE_{vis}}$. Para el caso en donde se consideren las interacciones del modelo estándar (también interacciones de fotón oscuro) con electrones el quenching factor debe ser uno ($f_n(T) = 1$).

Por el momento tomamos el QF fenomenológico de DAMIC [62]

$$f_n(E_{vis}) = \frac{p_3 E_{vis} + p_4 E_{vis}^2 + E_{vis}^3}{p_0 + p_1 E_{vis} + p_2 E_{vis}^2},$$

con $p_0 = 56.4753$, $p_1 = 1096.68$, $p_2 = 382.609$, $p_3 = 168.107$ y $p_4 = 155.669$. Considerando que no todos los eventos pueden ser observados con la misma probabilidad, se modela una eficiencia y una resolución dada por $\sigma^2 = (34eV)^2 + 0.133(E_{eh})E$, donde el factor 0.13 es el factor Fano en Si y E_{eh} es la energía para crear un par electrón-hueco. Primero se considera la

eficiencia en el espectro,

$$R = \int_{E_{th}}^{\infty} \epsilon(E_M) \frac{dR}{dE_M} dE_M, \quad (2-11)$$

donde E_{th} es la energía mínima para tener eficiencia distinta de cero y posteriormente se convoluciona con la resolución usando el modelo de una gaussiana con media en la energía medida E_M y varianza σ^2

$$\frac{dR}{dE_M} = \frac{\int_0^{\infty} G(E_M, E_{vis}; \sigma^2) \frac{dR}{dE_{vis}} dE_{vis}}{\int_0^{\infty} G(E_M, E_{vis}; \sigma^2) dE_{vis}} \quad (2-12)$$

$$G(E_M, E_I; \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left\{ -\frac{(E_M - E_{vis})^2}{2\sigma^2} \right\}. \quad (2-13)$$

Es evidente que para el caso del DP el procedimiento debe ser el mismo, por lo que la tasa de eventos total esperada es

$$\left(\frac{dR}{dT_v} \right)_{Tot} = \left(\frac{dR}{dT_v} \right)_{SM} + \left(\frac{dR}{dT_v} \right)_{DP-nucleo} + \left(\frac{dR}{dT_v} \right)_{DP-electron}, \quad (2-14)$$

donde los términos de DP deben incluir los efectos de interferencia mencionados en la sección (2.1), ver Fig.(2-8). Como se verá más adelante, esto resultara en que hay dos regiones de cobertura bien caracterizadas, una de ellas a bajas masas (<1 GeV) es debida a la señal electrón-fotón oscuro y la otra señal a masas altas es debida a la interacción con núcleos.

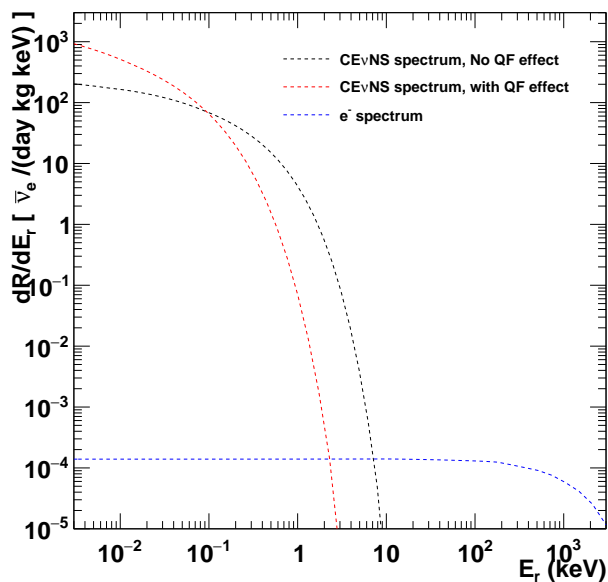


Figura 2-7. Espectros de energía de retroceso nuclear del SM para la CE ν NS con y sin efecto de “quenching”, se muestra también la curva para la interacción neutrino-electrón, la cual puede despreciarse en comparación.

Análisis estadístico para determinar un límite con los datos de CONNIE

La dispersión elástica coherente neutrino núcleo es un proceso del modelo estándar que ha sido observado solo por la colaboración de COHERENT [6]. En la sección (2.1) se dio una motivación teórica basada en los artículos [81],[82],[83],[84] para introducir un bosón de norma masivo (fotón oscuro) que esté acoplado débilmente con el campo electromagnético vía un término de mezcla cinética.

En esta parte se describirá el análisis estadístico para poner un límite de los parámetros de masa y sección eficaz usando los datos de CONNIE. Para el espectro de SM, DP y DPe usaremos los mismos 3 intervalos de

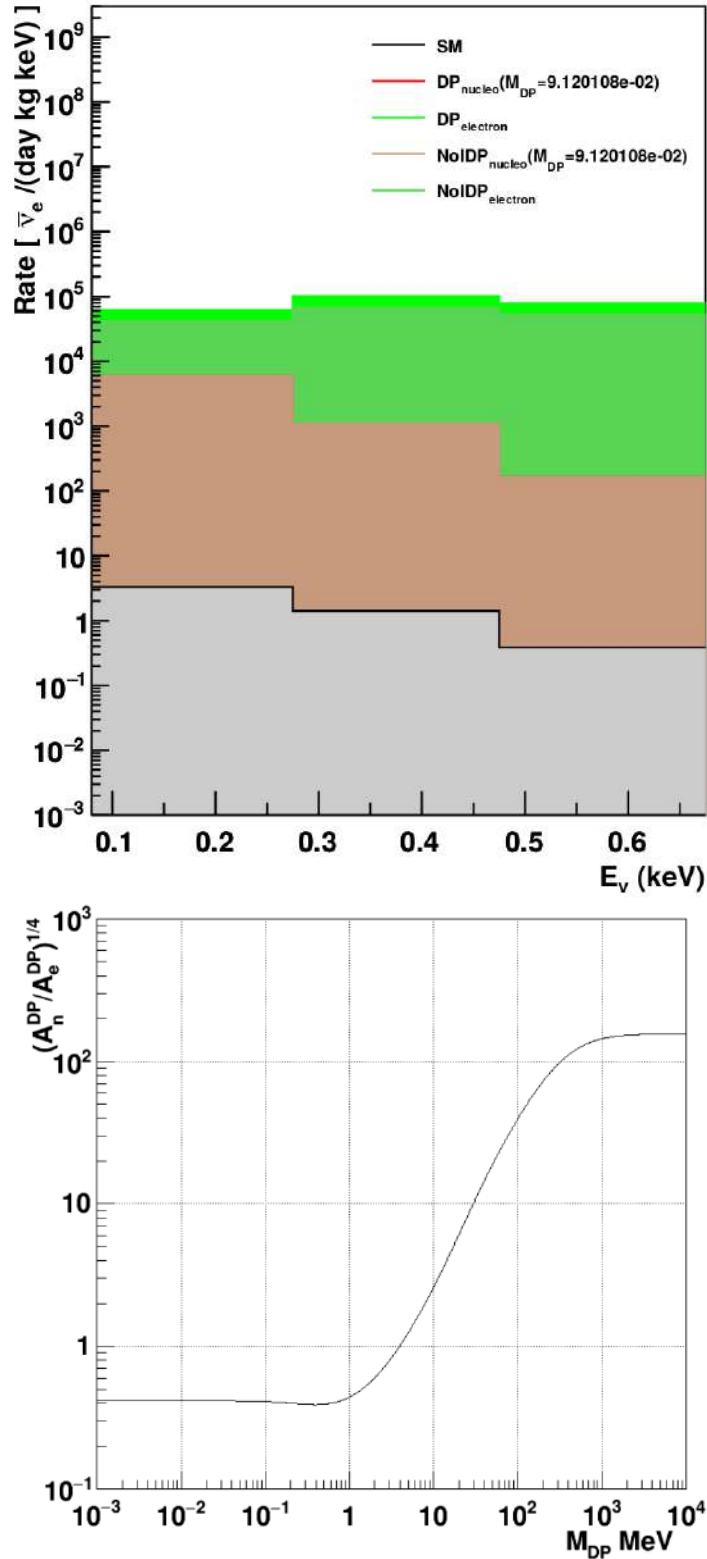


Figura 2-8. (Arriba) Espectros de señales para $g_{B-l} = 10^{-4}$ y masa $m_{A'}$ = 0.744 MeV: (Negro) la señal del SM, (rojo) señal de DP con núcleos sin término de interferencia, (marrón) señal de fotón oscuro con término de interferencia, (verde) señal de fotón oscuro con electrones con término de interferencia (NoIDP_{electron}) y sin interferencia. (Abajo) Se muestra el cociente entre el flujo total escalado a la potencia (1/4) del DP provenientes de retrocesos nucleares y de electrones, en función de la masa del DP.

energía (bins) empleados en la publicación [71] de la colaboración CONNIE, mostrados en la Fig 1-25, del artículo de CONNIE, ver Fig.(1-27) en el rango de energía de 0.075 a 0.675 keV. El contenido de los bins se calcula mediante la integral del espectro de 0.075 a 0.275 keV, 0.275 a 0.475 keV y de 0.475 a 0.675 keV (usando la regla trapezoidal). La exposición final de los datos de reactor ON fue de 2.1 kg dia y la de reactor OFF de 1.6 kg dia. La masa del detector CONNIE fue de 73.2 g y la distancia al núcleo del reactor es de 30 m (Angra-2 de 3.95 GW). Los eventos debidos a neutrinos se manifiestan como [4] un exceso de eventos en el periodo ON relativo al periodo OFF, lo que induce a hacer un análisis de una sola cola ya que el valor estimado puede desviarse del valor de referencia en una sola dirección, en la fig.(2-9) se muestra el límite publicado y el estimado de los errores σ_{on-off} (por ejemplo para el bin de 0.075-0275 keV $\sigma_{on-off} = 194.7$ (Eventos/kg/dia/keV)) del espectro On menos OFF y los valores centrales (-122.3 (Eventos/kg/dia/keV) para el primer bin de 0.075-0.275 keV), para el caso de la prueba a 95 % C.L de una sola cola el límite debe estar $(1.64)\sigma_{on-off}$ por arriba del valor central. Para cada par $(g_{B-L}, m_{A'})$ establecemos una cuadrícula de 1000x1000 puntos en escala logarítmica en el rango 10^{-8} a 10^{-3} para el acoplamiento y 10^{-3} a 10^4 MeV en la masa para DP, este rango es similar a de otros experimentos [11, 85].

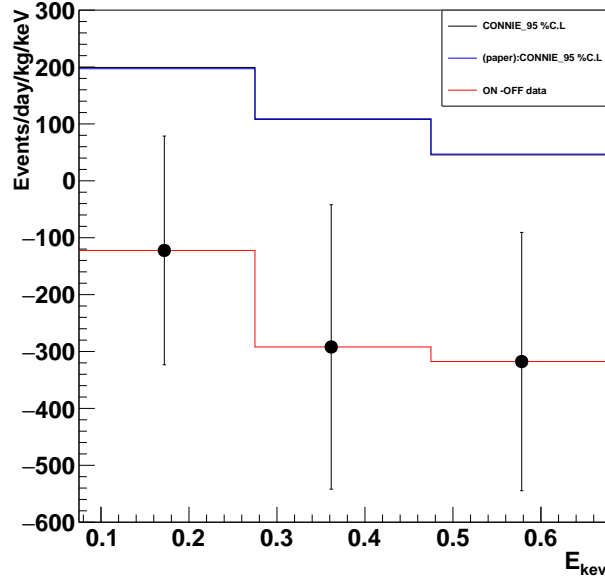


Figura 2-9. Tasa de eventos en modo reactor ON menos OFF en el experimento CONNIE. Los puntos y la curva roja representan las mediciones de reactor encendido menos apagado de CONNIE para la corrida 2016-2019 con sus respectivos errores, la curva azul representa el límite a 95 % C.L de haber observado la $CE\nu NS$.

Dada una pareja de valores de los parámetros (g, M_A) podemos definir la predicción de eventos de reactor encendido para cada bin como

$$P_i = (T_{on}/T_{off})R_i^{off} + SM_i^\nu + DP_i(g_{B-L}, M_{DP}), \quad (2-15)$$

donde T_{on} y T_{off} es el tiempo de la toma de datos con el reactor encendido y apagado respectivamente, R_i^{off} es el número de eventos del bin (i) medidos en el periodo de reactor apagado, SM_i^ν es el número de eventos en el bin (i) debidos a $CE\nu NS$ y $DP_i(g_{B-L}, M_{DP})$ es la señal correspondiente a electrones y núcleos del fotón oscuro ya que los eventos de DP de núcleos y electrones son indistinguibles en el detector. El primer término en la

Ec.(2-15) corresponde a la estimación de la tasa de eventos (background) en ausencia de neutrinos del reactor, y se calcula escalando el la tasa observada en el período de Reactor OFF por el cociente de los tiempos T_{on}/T_{off} .

Tenemos más estadística de Reactor ON, por lo que si queremos tener en cuenta esta diferencia, tenemos que escalar el error estadístico del Reactor OFF con el tiempo.

Para poder comparar esta predicción con los datos del reactor D_i en cada bin, podemos definir un estadístico χ^2

$$\chi^2 = \sum_{i,j} (P_i - D_i) M_{ij}^{-1} (P_j - D_j), \quad (2-16)$$

donde M es la matriz de covarianza definida en general como $M_{ij} = \langle (\bar{P} - P_i)(\bar{P} - P_j) \rangle$. Esta matriz debe incluir todas las posibles fuentes de discrepancia entre la predicción y los datos, donde errores pueden ser de naturaleza estadística y sistemática $M = M^{stat} + M^{sys}$.

Por un lado la matriz de errores estadísticos se puede definir como

$$M_{i,j}^{stat_1} = D_i \delta_{i,j}, \quad (2-17)$$

en donde se ha supuesto que las fluctuaciones en los eventos de cada bin D_i es de origen poissoniano y pueden estimarse usando el valor observado de los datos. Otra contribución a la diferencia entre la predicción y los datos

es debida al error en la determinación del “background”, medido cuando el reactor está apagado

$$M_{i,j}^{on-off} = (T_{on}/T_{off})^2 R_i^{off} \delta_{i,j}. \quad (2-18)$$

Para los errores sistemáticos se consideraran los siguientes efectos,

- Efecto de error de normalización del flujo del reactor (M^{fluko}).
- Error debido al modelado de la eficiencia (M^{eff}).
- Error debido al modelado del QF (M^{QF}).

Error de normalización del flujo del reactor

Dado que el flujo de neutrinos del reactor determina la tasa de eventos del experimento, dada la complejidad en la producción de anti-neutrinos producidos por las distintas componentes fisibles del reactor, solo es posible determinar el espectro de eventos con una tolerancia en la normalización que varia entre el 2-3%. Para considerar este efecto en cada bin P_i suponemos que existe una fluctuación dada por $P_i = x \langle P_i \rangle$, donde $x \sim Gaus(1, \sigma)$ con $\sigma \approx 0.03$ y $\langle P_i \rangle$ es el promedio.

$$\begin{aligned} M_{i,j}^{reactor} &= \langle (P_i - \langle P_i \rangle)(P_j - \langle P_j \rangle) \rangle = \langle P_i \rangle \langle P_j \rangle \langle (1 - x)^2 \rangle \\ &\Rightarrow M_{i,j}^{flujo} = \langle P_i \rangle \langle P_j \rangle \sigma^2. \end{aligned} \quad (2-19)$$

Conviene definir la matriz fraccionaria de error $M_{i,j}^{frac} = M_{i,j}/P_iP_j$, de esta forma podemos reescribir 2-19 como

$$M_{i,j}^{flujofrac} = \sigma^2(1)_{i,j}. \quad (2-20)$$

La matriz de error fraccionaria para un error de normalización es una matriz que tiene todas sus entradas iguales al error fraccionario de la normalización elevado al cuadrado (varianza fraccionaria).

Incertidumbre sistemática en la eficiencia

Dado que en el experimento CONNIE pueden existir eventos espurios debido al ruido intrínseco de las CCD y otros efectos, se puede definir una eficiencia que caracterice estos efectos. Consideramos la parametrización dada por:

$$\varepsilon = 1 + Ae^{(-B)E^2}, \quad (2-21)$$

con A y B parámetros libres. Los valores centrales son $A = -1.133$ y $B = 25.44/\text{keV}^2$. El parámetro con error más notable es A . Por lo que se varia este parámetro con una gaussiana con media en A y $\sigma = 0.2$ debido a que estas variaciones cubren el total de puntos de la eficiencia obtenida de [86]. De este modo podemos construir de forma directa la matriz de covarianza, ya que cada curva fluctuada de la eficiencia produce un espectro para P_i y considerando que el valor central $\langle P_i \rangle$ se construye

como el espectro sin fluctuar, ver Fig.(2-10)

$$M_{i,f}^{efffrac} = \langle (P_i - \langle P_i \rangle)(P_j - \langle P_j \rangle) \rangle / P_i P_j. \quad (2-22)$$

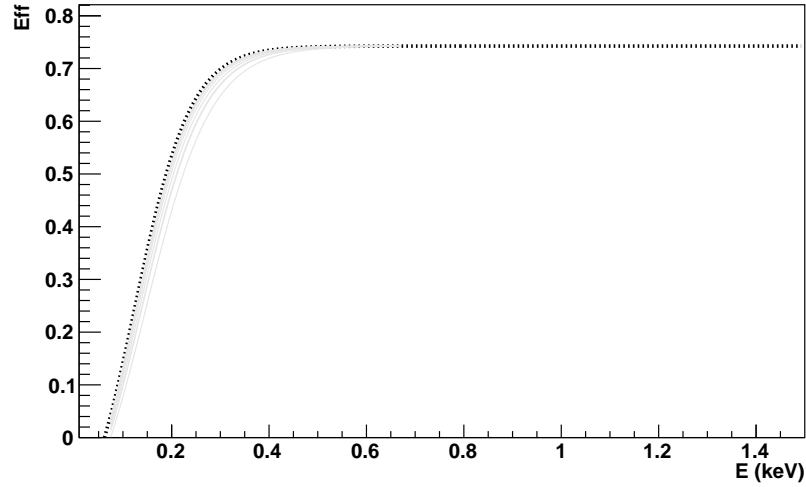


Figura 2-10. Curvas de eficiencia para distintos valores del parámetro A según el ajuste dado en 2-21. La curva punteada es la eficiencia usada en el experimento CONNIE [4].

Incertidumbre sistemática del QF

Los datos del QF en silicio presentan discrepancias importantes en algunas regiones de energía, por lo que pueden esperarse fluctuaciones importantes en las curvas que modelen este efecto. Por simplicidad, usaremos el ajuste fenomenológico de DAMIC [62]

$$Q(E_I) = \frac{p_3 E_I + p_4 E_I^2 + E_I^3}{p_0 + p_1 E_I + p_2 E_I^2} \quad (2-23)$$

y obtenemos el valor de los parámetros p_0, p_1, p_2, p_3 y p_4 usando la gama de datos disponibles para el Si (ver capítulo 3). Con ello es posible obtener la matriz de covarianza $Cov(\text{MiNUIT})^1$. Dado que en general esta matriz es no diagonal, se esperan que existan correlaciones entre los parámetros definidos para 2-23. Para obtener una curva que fluctúe de acuerdo a los errores en los datos del QF se usa el método de descomposición de Cholesky [87], el cual consiste en descomponer la matriz de covarianza en un producto de matrices triangulares $Cov = T^\dagger T$. Sean p'_i las fluctuaciones en los parámetros p_i , entonces definimos $y_i = p'_i - p_i$, por lo que la media debe ser cero $E[\bar{y}] = 0$. Se construyen variables x_i que fluctúen de forma gaussiana con media en cero y $\sigma = 1$, de modo que

$$\bar{y} = T\bar{x},$$

donde cada \bar{y} define un QF y esto a su vez define un nuevo espectro P_i , lo cual define la matriz M^{QF} , ver Fig(2-11). Escribimos la matriz de covarianza M como

$$M_{i,j} = M_{i,f}^{stat} + M_{i,j}^{on-off} + (P_i)(P_j) \left(M_{i,j}^{flujo} + M_{i,j}^{eff} + M_{i,j}^{QF} \right)_{frac} \quad (2-24)$$

¹Usando un objeto TF1 en ROOT es posible obtener las entradas de la matriz de covarianza del ajuste

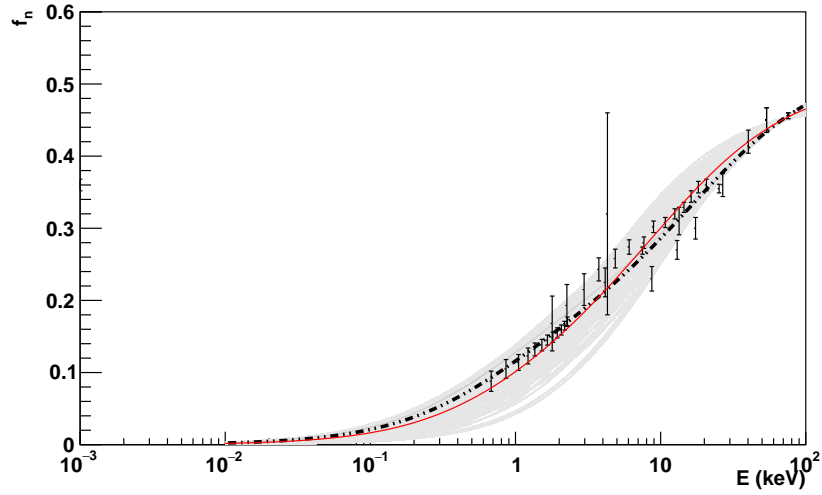


Figura 2-11. Ejemplo de curvas (gris) fluctuadas por el método de Cholevsky para el QF en Si, se muestra la curva central (negro) y la curva promedio (rojo) del muestreo de 100 curvas dado por el ajuste fenomenológico de DAMIC.

donde las matrices fraccionarias que resultan son

$$(M^{reactor})_{frac} = (0.03)^2 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(M^{eff})_{frac} = \begin{pmatrix} 3.43e^{-03} & 1.08e^{-04} & 8.22e^{-07} \\ 1.08e^{-04} & 3.44e^{-06} & 2.61e^{-08} \\ 8.22e^{-07} & 2.61e^{-08} & 2.87e^{-10} \end{pmatrix}$$

$$(M^{QF})_{frac} = \begin{pmatrix} 3.43e^{-04} & 2.25e^{-04} & 2.22e^{-05} \\ 2.25e^{-04} & 2.00e^{-04} & 7.37e^{-05} \\ 2.22e^{-05} & 7.37e^{-05} & 7.34e^{-5} \end{pmatrix}$$

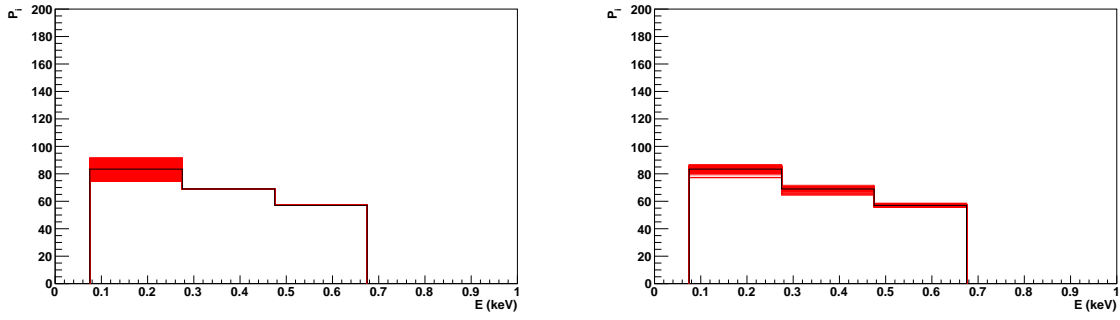


Figura 2-12. (izq) Curvas fluctuadas producidas por variaciones sistemáticas de la curva de eficiencia, (der) curvas fluctuadas producidas por variaciones sistemáticas del QF.

El efecto de las matrices (M^{flux} , M^{eff} , M^{QF}) en el espectro de energías empleado en el análisis se puede apreciar en la Fig.(2-12).

2.1.3. Cálculo de límites y sensibilidad para DP para un detector CONNIE

Intervalos de confianza en el plano $m_{A'}$ y g_{B-L}

Para la región de parámetros g_{B-L} y la $m_{A'}$ se puede trazar la curva de sensibilidad suponiendo que los datos son iguales a la predicción sin señal, $D_i = P_i(g_{B-L} = 0)$. En este caso la matriz de covarianza, ver Ec.(2-24) depende de la señal y es necesario invertirla en cada iteración y calcular la χ^2 para los primeros tres bins de energía del espectro

$$\chi^2(g_{B-L}, m_{A'}) = \sum_{i,j}^{3,3} (DP_i(g_{B-L}, m_{A'})) M_{ij}^{-1} (DP_j(g_{B-L}, m_{A'})). \quad (2-25)$$

Para obtener un contorno al 90% C.L se corta la χ^2 de la Ec.(2-25) por un plano a una altura de 4.605. Por otro lado usando los datos de reactor encendido y apagado de CONNIE es posible establecer un contorno límite

sustituyendo en la diferencia $D_i - P_i = (ON_i - OFF_i) - DP_i(g_{B-L}, m_{A'}) - SM_i^\nu$, donde $ON_i - OFF_i$ son la sustracción de datos encendido y apagado del experimento CONNIE, ver Fig.(2-9). Esto corresponde a usar las barras de error de la sustracción de datos ON menos OFF de CONNIE, ver Fig.(1-26). Por otro lado la matriz de covarianza depende del punto $g_{B-L}, m_{A'}$, por lo que se debe invertir la matriz en cada punto de la malla de 100×1000 . Ambos resultados dan contornos competitivos para búsquedas de fotón oscuro, comparado con los resultados obtenidos del experimento GEMMA[11], ver Fig(2-13).

2.2. límites al momento magnético (anómalo) del neutrino

En el modelo estándar el momento magnético del neutrino es del orden de $10^{-20} \mu_B$ [10] el cual no puede ser observado por ningún experimento actual. Por otro lado, considerando que el neutrino puede ser Majorana, se puede extender el modelo estándar para predecir valores del orden de $10^{-12} \mu_B$ [65, 88], estos modelos pueden ser restringidos por experimentos como CONNIE y GEMMA.

Para una interacción no nula del momento magnético del neutrino con un núcleo de espín cero y carga Z (como el silicio) [12, 89] la sección eficaz es,

$$\frac{d\sigma_{EM}}{dE} = (Z^2 \pi r_0^2) \left(\frac{\mu}{\mu_B} \right)^2 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{E_\nu} \right), \quad (2-26)$$

donde $r_0 = e^2/mc^2$ es el radio clásico del electrón, E_ν es la energía de los neutrinos, μ el momento magnético del neutrino y T es la energía de retroceso nuclear, la interacción con electrones es despreciable ya que el factor Z^2 domina.

Análisis para establecer un límite para μ

Siguiendo el enfoque del experimento GEMMA que usa neutrinos de reactor en periodos de encendido y usa (al igual que CONNIE) el periodo de reactor apagado para sustraer el ruido de fondo, es posible repetir el mismo análisis de sensibilidad para μ usando el primer bin (75-275 eV) de los datos de CONNIE.

El análisis consiste en obtener la señal de momento magnético cuando esta se procesa por el espectro del flujo del reactor, se considera el QF, la eficiencia y la resolución del detector, definiendo la señal $X = \left(\frac{\mu}{\mu_B \times 10^{-11}}\right)^2$ entonces para el primer bin $X(EM)$ donde la señal de momento magnético (EM) calculada por medio de la eficiencia y el QF usados en CONNIE resulta $EM = 0.940$ eventos por kg-día. Con esta señal podemos interpretar que cualquier exceso entre datos de reactor encendido y apagado menos la $CE\nu NS$ puede asociarse al momento magnético

$$X(EM) \times exp_{on} = ((S_{ON} - S_{OFF} - SM) \pm (\delta S)) \times exp_{on}, \quad (2-27)$$

donde exp_{on} es la exposición del reactor encendido, S_{ON} son los datos de reactor encendido, S_{OFF} son los datos de reactor apagado por kg-día y δS es el error estadístico debido a la sustracción de eventos en los periodos ON y OFF. Además consideraremos los errores sistemáticos debidos a la eficiencia y al QF, los cuales se pueden estimar a partir de la matriz fraccionaria correspondiente como $\sigma_{sys}^2 = (M_{0,0}^{QF} + M_{0,0}^{Eff})P_0^2$. Usamos los datos de CONNIE[4] para el primer bin junto con el error y la exposición exp_{on} , estos valores se pueden ver en la tabla 2-4

$exp_{on} = 2.1 \text{ kg-d}$	$(S_{ON} - S_{OFF} - SM) = (-122.2-4.8) \text{ (kg-d keV)}^{-1}$
$\delta S = 194.7 \text{ (kg-d keV)}^{-1}$	$\sigma_{sys}^2 = 287.5 \text{ (kg-d keV)}^{-1}$

Tabla 2-4. Valor central del primer bin del experimento CONNIE junto con el error estadístico asociado y el error sistemático calculado en este trabajo.

Dado que la sustracción de reactor ON menos OFF es negativa, se considera como en el caso del experimento GEMMA un análisis de una sola cola como sigue, se define la media de una gaussiana $m = (S_{ON} - S_{OFF} - SM)/EM$ y $\sigma^2 = ((\delta S)/(EM))^2 + ((\sigma_{sys})/(EM))^2$, como la media es negativa se obtiene el cuantil con el área de la región positiva de esta gaussiana, ver Fig.(2-14). Considerando este cuantil, podemos extraer un límite para el momento magnético a un 90 %C.L,

$$\boxed{\mu < 7.07 \times 10^{-11} \mu_B, \quad 90 \% \text{ C.L.}}, \quad (2-28)$$

el cual se compara como un limite muy cercano al obtenido por GEMMA

de $\mu < 3.2 \times 10^{-11} \mu_B$, el cual fue obtenido por una señal de interacción entre el anti-neutrino y el electrón y tiene un umbral de detección de 3 keV.

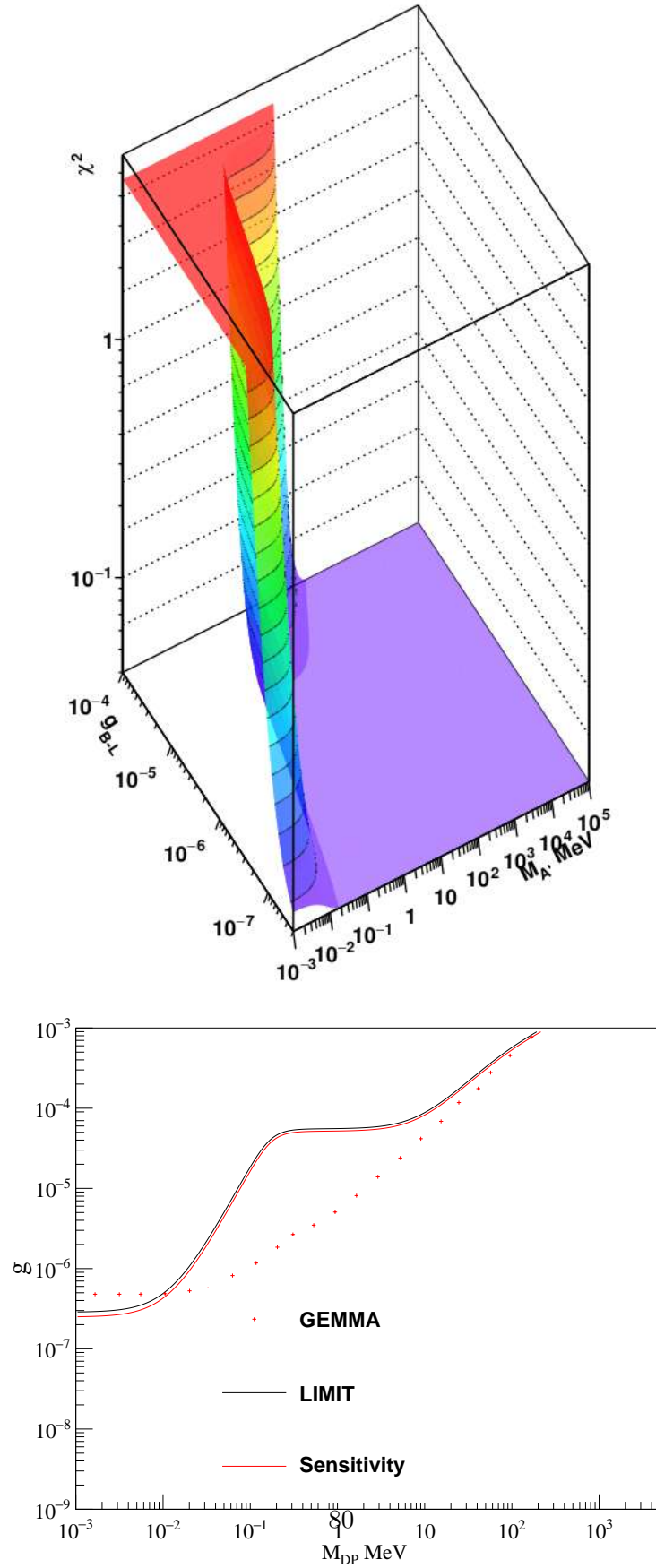


Figura 2-13. (Arriba) Superficie chi-cuadrada dibujada sobre los parámetros g_{B-L} y M_{DP} (Abajo) y el corte a 4.605 (90 % C.L) que proyecta la sensibilidad del experimento CONNIE con los datos del reactor apagado comparados con los datos de GEMMA[11] (derecha)

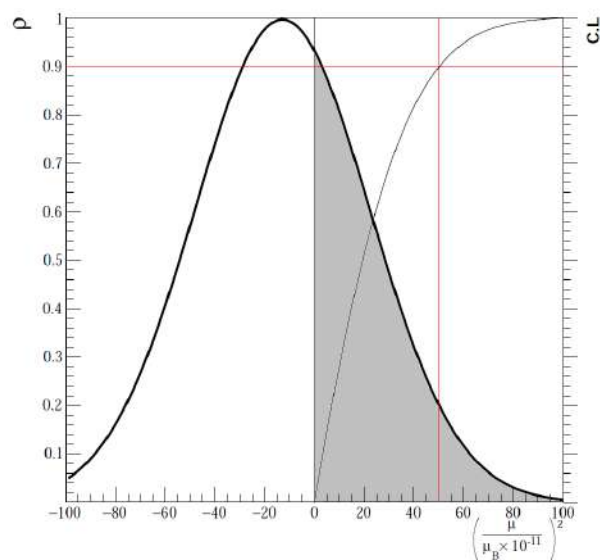


Figura 2-14. Extracción del límite para el momento magnético del neutrino con el 90%CL indicado por las líneas rojas, requerido usando como cuantil la región en azul-cian de la parte de la distribución gaussiana. La variable ρ presenta la probabilidad del área sombreada.

≈ CAPÍTULO 3

Estudio de la eficiencia de ionización para cristales puros

3.1. Introducción histórica

¹Hace más de un siglo, Flamm y Schumann (1916) [90] sugirieron que una partícula alfa puede capturar un electrón cuando este penetra en un medio. Henderson (1923) y Rutherford (1924) demostraron experimentalmente la presencia de iones de helio con una sola carga focalizada en un haz [91]. De donde se empezó a especular que era evidente que el proceso de captura de electrones debía ser posible para todos los iones. Por el contrario, los átomos neutros pueden perder electrones por colisiones con los átomos del medio penetrado. Thomas (1927) [92] hizo un primer intento de explicación teórica en base a argumentos clásicos, donde obtuvo una sección eficaz de captura electrónica inversamente proporcional la onceava potencia de la velocidad del electrón. Posteriormente Oppenheimer (1928)

¹Todas las imágenes de este capítulo fueron tomadas de [34].

[93] y Brinkman y Kramers (1930) iniciaron el enfoque cuántico[94].

3.2. Modelo de Lindhard

En experimentos dedicados a la detección de eventos exóticos que depositan baja energía en un medio cristalino puro (≈ 10 keV o menos), por ejemplo, búsquedas directas de materia oscura (DM) o la detección de dispersión coherente de núcleos por neutrinos ($CE\nu NS$), la señal experimental generalmente implica detectar los retrocesos nucleares de los iones dado un evento inicial de dispersión. La cantidad de excitación electrónica producida por un retroceso nuclear es menor a la ionización producida por un electrón de la misma energía, a esto nos podemos referir como “quenching”. El uso de este término puede no estar bien justificado. Sin embargo, para la simplicidad y la coherencia con la literatura actual, en lo sucesivo en este trabajo, usaremos el término “quenching factor” (QF) para referirnos a la eficiencia de ionización en cristales puros, como el Si y Ge.

En 1963, Lindhard et al [13] desarrolló un modelo teórico que ha sido usado para describir el QF, este modelo esta pensado para deposiciones de energía del orden de varios keV hasta el orden de ≈ 1 MeV, donde los efectos de la energía de amarre interatómicos pueden ser ignorados. Después de más de 50 años, el modelo de Lindhard sigue siendo ampliamente

usado y ha descrito exitosamente los datos a la escala de energía a la que fue pensado. A medida que los experimentos han podido bajar su umbral de detección por debajo de un keV, la comprensión del QF a estas bajas energías es de importancia crucial para dar estimaciones de límites experimentales de distintos modelos físicos (DM, $CE\nu$ NS, fotones oscuros etc) que se desean probar.

Mediciones recientes del QF en Silicio (Si) [16, 17] exhiben claramente una desviación con el modelo de Lindhard por debajo de 4 keV, por otro lado los datos del Germanio (Ge) [19, 20, 21, 22, 23, 24] siguen aproximadamente bien el modelo de Lindhard.

Sorensen [95], intentó incluir la energía de amarre interatómica en el calculo de primeros principios hecho por Lindhard. El propuso que esta energía de amarre debe ser del orden de 3 eV, pero su curva para el QF exhibía un corte del orden de 100 eV. Este resultado no es consistente con el comportamiento físico correspondiente a la ionización en un medio cristalino. Esto resulta así en su artículo, debido a que hay un error matemático, que fue en el mejor de los casos, ignorado por el autor al implementar la energía de amarre. En el presente trabajo se demuestra que el corte de energía del QF es del orden de magnitud que la energía de amarre.

Cuando un ión, después de ser golpeado por otra partícula no ionizan-

te, e.g DM, a este ión desplazado con energía cinética E se conoce como el retroceso primario o semilla, que origina cascadas subsiguientes de retrocesos nucleares en una sustancia homogénea. Si inicialmente la energía dada al ión primario es E_R (dispersión elástica) que al moverse tiene que vencer la energía de amarre interatómica U , entonces $E = E_R + U$. Aquí se aplica la aproximación repentina, considerando que el tiempo de colisión elástica es mucho menor que la escala temporal de procesos atómicos.

El modelo de Lindhard plantea el problema de determinar qué fracción de energía total E_R se va en ionización H , que se puede ver como la suma total de la energía dada a los electrones, y en movimiento atómico N , donde hemos despreciado los efectos producidos por fonones, suponiendo así $E_R = H + N$. Para una interacción átomo-átomo neutro hay que tener en cuenta tanto el campo eléctrico repulsivo del núcleo como la nube de electrones, donde se hace conveniente utilizar unidades adimensionales de energía motivadas en la estimación de la energía electrónica total de un átomo dada por el modelo de Thomas-Fermi $U_{TF} \propto Z^{7/3}e^2/a_0$, tales unidades pueden definirse

$$\varepsilon \equiv E \frac{0.885a_0}{\sqrt{22}Z^{7/3}e^2} = c_Z E, \quad (3-1)$$

donde E es la energía en unidades de keV, a_0 es el radio de Bohr, Z el número atómico y e es la carga en unidades cgs. De esta manera podemos

definir $\varepsilon_R = c_Z E_R, \eta = c_Z H$ y $\nu = c_Z N$. Debido a que las energías η y ν pueden fluctuar dada la naturaleza estadística del medio en el que están definidas, es conveniente considerar las cantidades promedio $\bar{\eta}$ y $\bar{\nu}$ las cuales están asociadas a ciertas distribuciones estadísticas que se supone están definidas.

Es razonable suponer que $\bar{\eta}$ representa un límite superior a la señal disponible en un detector que opera en modo de sólo ionización, como los que se utilizan para las búsquedas de WIMP's, CE ν N's etc. De esta manera el QF se define como la fracción de la energía total depositada por la partícula incidente que es transferida a los electrones,

$$f_n = \frac{\bar{\eta}}{\varepsilon_R} = \frac{\varepsilon + u - \bar{\nu}}{\varepsilon + u}, \quad (3-2)$$

donde $u = C_Z U$. Lindhard consideró cualquier cantidad física φ (por ejemplo $\bar{\nu}$), que es aditiva sobre cada cascada generada por el retroceso inicial, hasta que el proceso disipe toda la energía. Supongamos que un ión con energía cinética E , golpea otro ión en el medio transfiriendo la energía T_n en el sistema de centro de masa (CM), y las energías T_{e_i} a cada electrón ionizado. Si U es la energía de amarre interatómica, entonces la cantidad

aditiva $\bar{\varphi}$ obedece la siguiente ecuación integral,

$$\int d\sigma_{n,e} [\bar{\varphi}(E - T_n - \sum_i T_{ei}) + \bar{\varphi}(T_n - U) - \bar{\varphi}(E) + \sum_i \bar{\varphi}_e(T_{ei} - U_{ei})] = 0, \quad (3-3)$$

donde $\sigma_{n,e}$ es la sección eficaz efectiva para la interacción del ión con los iones o electrones en el medio, donde $\int \sigma_{n,e}$ considera el efecto sobre todos los parámetros de impacto. El término $\bar{\varphi}_e$ constituye la contribución de los electrones eyectados a $\bar{\varphi}$, cada uno con una energía de ionización U_{ei} . 3-3 establece que el efecto físico promedio causado por el ión inicial antes de la colisión, $\bar{\varphi}(E)$, es igual a la suma de los efectos promedio causados por el ion, al ión golpeado, y los electrones expulsados después de la colisión. Esta situación se describe en la figura 3-1. En general, U no se limita a la energía necesaria para dislocar el ion de su sitio (crear un par de Frenkel [60, 61]), también puede incluir contribuciones a la excitación o ionización de electrones atómicos ligados al átomo, de este modo U incluye el efecto Migdal [96, 97].

Lindhard uso cinco aproximaciones para escribir la ecuación 3-3, en el caso $\bar{\varphi} = \bar{\nu}$, de una forma simplificada para la que encontró una solución numérica aproximada válida para energías suficientemente largas. Estas aproximaciones son;

A Los electrones ionizados no producen retrocesos atómicos apreciables,

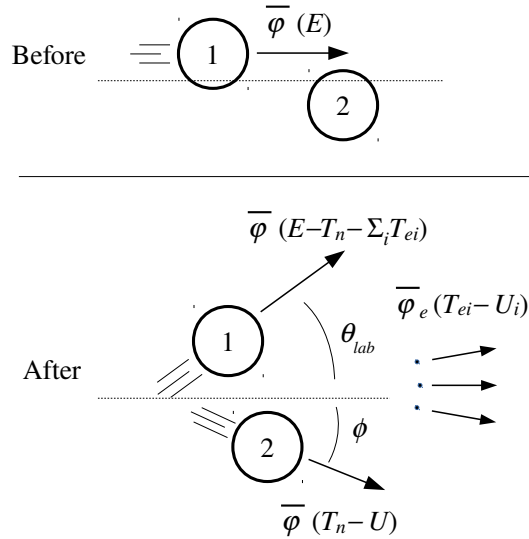


Figura 3-1. Dispersión de un ión de retroceso en el marco del laboratorio. El efecto promedio $\bar{\varphi}(E)$ causado por el ión incidente, es igual a la suma de los efectos promedio causados por el ion golpeado, los electrones dispersados y el mismo ión dispersado, después de la colisión. U_i es la energía de ionización del electrón libre i .

de modo que el término $\sum_i \bar{\varphi}_e(T_{ei} - U_{ei})$ puede ser despreciado.

B Despreciar los efectos de la energía de amarre U ($U = 0$), considerando que las energías de retrocesos nucleares son mucho mayores.

C La energía transferida a los electrones ionizados también es pequeña en comparación con la transferida a los iones en retroceso.

D Los efectos de colisiones electrónicas y atómicas se pueden tratar por separado.

E La energía T_n es pequeña en comparación con la energía E .

Se modelan las interacciones entre los iones en retroceso como dispersiones elásticas de dos cuerpos de partículas idénticas en un potencial de

Coulomb apantallado $V(r) = e^2 Z^2 / r \phi_0(r/a)$. Aquí, $\phi_0(r/a)$ es una función de apantallamiento de un átomo tipo Thomas-Fermi [98] con la diferencia de que la escala de apantallamiento considera efectos repulsivos entre los dos átomos, la escala corregida (Lindhard) es $a = 0.8853 a_0 / Z^{1/3} \sqrt{2}$, con a_0 el radio de Bohr. Con este modelo Lindhard se dio cuenta que la dispersión atómica para la sección eficaz nuclear podría escribirse como $d\sigma_n = dt f(t^{1/2}) / 2t^{3/2}$, donde $t = \varepsilon^2 \sin^2(\theta/2)$, donde θ es el ángulo de dispersión en el sistema de centro de masa y $f(t^{1/2})$ es solo función de t . El poder de frenado electrónico puede ser expresado como $1/N_e (dE/dR)_e = \int d\sigma_e(\Sigma_i T_{e_i})$ [39], donde N_e es la densidad de electrones y R es la distancia promedio que viaja la partícula ionizante. Este término aparece naturalmente como consecuencia de aproximaciones (C) y (D), y en términos de las cantidades reducidas ε y $\rho = \pi a^2 N_e R$, este factor puede escribirse como

$$S_e(\varepsilon) = d\varepsilon/d\rho = k\varepsilon^{1/2}, \quad (3-4)$$

donde $k = 0.133 Z^{2/3} / A^{1/2}$ es una cantidad calculada por Lindhard de primeros principios [99]. Este poder de frenado electrónico proporcional a la velocidad, es un buen modelo para una gran variedad de sustancias, desde líquidos hasta semiconductores. Aunque existen evidencias de una velocidad umbral clásico en las que las excitaciones electrónicas deberían dejar

de existir[100], sin embargo dado el efecto de promoción de electrones, estos efectos no desaparecen del todo [91]. Lindhard con ayuda de las cinco aproximaciones, incluyendo $u = 0$ (aproximación B), llego a la ecuación simplificada para la energía dada al movimiento atómico promedio

$$k\varepsilon^{1/2}\bar{\nu}'(\varepsilon) = \int_0^{\varepsilon^2} dt \frac{f(t^{1/2})}{2t^{3/2}} \times [\bar{\nu}(\varepsilon - t/\varepsilon) + \bar{\nu}(t/\varepsilon) - \bar{\nu}(\varepsilon)]. \quad (3-5)$$

Lindhard encontró una solución numérica aproximada para la Ec. (3-5) imponiendo las condiciones de borde $\bar{\nu}(\varepsilon) \rightarrow \varepsilon$ cuando $\varepsilon \rightarrow 0$ (notando que $\bar{\nu}''(\varepsilon) < 0$), de donde el QF en Ec. (3-2) puede ser calculado,

$$f_n \approx \frac{\bar{\eta}(\varepsilon)}{\varepsilon} = \frac{\varepsilon - \bar{\nu}(\varepsilon)}{\varepsilon}, \quad (3-6)$$

de donde Lindhard parametrizó de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \bar{\nu}_L(\varepsilon) &= \frac{\varepsilon}{1 + kg(\varepsilon)}, \quad \bar{\nu}(\varepsilon) \equiv \bar{\nu}_L(\varepsilon) \\ g(\varepsilon) &= 3\varepsilon^{0.15} + 0.7\varepsilon^{0.6} + \varepsilon \end{aligned} \quad (3-7)$$

La última expresión es bien conocida por la comunidad experimental que estudia procesos de baja deposición de energía [67].

Es interesante notar que existe una inconsistencia con la condición de frontera impuesta por Lindhard que, por un lado, implica que $\bar{\nu}'_L(\varepsilon) \rightarrow 1$ cuando $\varepsilon \rightarrow 0$, como se mencionó antes, mientras que por otro lado aplicando la regla de L'Hopital a la Ec. (3-5) puede demostrarse que

$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \bar{v}'_L(\varepsilon) = 0$, dando una indicación que debe existir una discontinuidad en la primera derivada en cero. A pesar de estas limitaciones, el modelo de Lindhard ha tenido mucho éxito al describir el QF para retrocesos nucleares en Si hasta $\varepsilon \gtrsim 0.1$ (4 keV), y hasta ahora todos los datos disponibles para Ge, correspondientes a una energía $\varepsilon \gtrsim 0.00088$ (250 eV).

3.3. Ecuación integro-diferencial simplificada con energía de amarre

Se desea encontrar una versión de la ecuación integro-diferencial simplificada, Ec. (3-5), donde la aproximación (B) sea removida en una forma matemáticamente consistente. En la referencia [95] esta aproximación fue relajada reemplazando el término $\bar{v}(t/\varepsilon)$ con $\bar{v}(t/\varepsilon - u)$. Si bien esto es ciertamente parte de las modificaciones requeridas, se debe prestar atención a el límite inferior de integración en el lado derecho de Ec.(3-5), que debe ser εu , como lo sugiere el argumento del término $\bar{v}(t/\varepsilon - u)$ de modo que no sea negativo. El mismo límite inferior se puede deducir modelando la dispersión atómica con un modelo de colisión de esferas semi-duras, como se muestra en Apéndice A.

Para tomar en cuenta la energía de amarre, para ir de Ec.(3-3) a Ec.(3-5), el término $\bar{\varphi}(E - T_n - \Sigma_i T_{e_i})$ se ha expandido a primer orden en $\Sigma_i T_{e_i}/(E - T_n) \ll 1$, pero, también se ha asumido que T_n/E es peque-

ño hasta cierta punto (aproximación E). Con el interés de encontrar una solución válida para bajas energías (e.g $\varepsilon > 0.01$ en Si) seguiremos un desarrollo similar, pero considerando el término mixto $T_n(\Sigma_i T_{ei})$,

$$\bar{v}(E - T_n - \Sigma_i T_{ei}) \approx \bar{v}(E - T_n) - \bar{v}'(E) (\Sigma_i T_{ei}) + \bar{v}''(E) T_n (\Sigma_i T_{ei}), \quad (3-8)$$

donde los términos de orden $(\Sigma_i T_{ei})^2$ y superiores fueron descartados. El término adicional $\bar{v}''(E)$ tendrá una importancia determinante al evaluar la precisión de nuestra solución aproximada, y será clave para la implementación de la solución numérica. Sustituyendo la Ec.(3-8) en la Ec.(3-3), e integrando sobre el poder de frenado nuclear y electrónico, aplicando el efecto de la aproximación (D), llegamos a la ecuación integro-diferencial modificada y simplificada,

$$-\frac{1}{2}k\varepsilon^{3/2}\bar{v}''(\varepsilon) + k\varepsilon^{1/2}\bar{v}'(\varepsilon) = \int_{\varepsilon u}^{\varepsilon^2} dt \frac{f(t^{1/2})}{2t^{3/2}} \times [\bar{v}(\varepsilon - t/\varepsilon) + \bar{v}(t/\varepsilon - u) - \bar{v}(\varepsilon)], \quad (3-9)$$

donde hemos considerado un valor medio de la energía transferida al ion golpeado $\bar{t}_n = \langle t_n \rangle = \varepsilon \sin^2(\theta/2) = \frac{1}{2}\varepsilon$ (donde $t_n = c_Z T_n = t/\varepsilon$) para usar la definición del poder de frenado electrónico de la integración del término de segundo orden, ver Apéndice B.

En lo que sigue usaremos para determinar $f(t^{1/2})$ el potencial de la forma de Moliere-AVG[39]. Otras funciones de apantallamiento están dis-

ponibles [101], las diferencias entre ellos pueden afectar la determinación de la constante k , pero siempre el valor se mantiene en el intervalo esperado $0.1 < k < 0.2$.

El modelo representado en la Fig. 3-1 requiere que antes de producir cualquier efecto, el ion golpeado debe retroceder con una energía cinética mayor que U , de otro modo el argumento en $\bar{\varphi}(T_n - U)$ se vuelve negativo. Modelando el proceso como una colisión de esferas semi-duras (ver Apéndice A), reconocemos U como la profundidad de la parte blanda del potencial, y se puede asociar con la energía dada a los electrones que ocupan las capas electrónicas por encima de las capas llenas “noble-like” del ión. Si se dispone de suficiente energía, la colisión puede inducir la excitación de electrones de estas capas, así como de la capa de valencia a la conducción, produciendo un número de pares electrón-agujero (e-h), y posiblemente también crear una vacante y un par (Frenkel) intersticial [60, 61] en el arreglo cristalino. En general U puede depender de la energía cinética E del ión en retroceso.

La tabla 3-1 muestra los valores de las energías de amarre, en relación con el nivel superior de la banda de valencia, para los electrones que ocupan capas internas por encima de los orbitales Ne o Ar en Si y Ge respectivamente [58, 59]. En Si, un ión en retroceso que se mueve a través del medio cristalino con, por ejemplo 350 eV de energía cinética, puede

golpear otro ión y causar que un electrón de la capa $2p$ alcance la banda de conducción ($100 \text{ eV} + 3.7 \text{ eV}$). Dependiendo del número de electrones excitados y sus energías, el ion golpeado también podría dislocarse de la red cristalina. De forma similar en Ge, un ión con energía cinética 50 eV puede golpear otro ión y excitar un electrón de la capa $3d$ más algunos electrones de la capa de valencia hacia la banda de conducción, o en su defecto dislocar el ión de la red cristalina. Tenga en cuenta que el ion que inicia la cascada también habrá perdido, por medio de los mismos procesos atómicos, parte de la energía de retroceso con la que emergió de la interacción con la partícula inicial con energía ε_R (Efecto Migdal [96, 97],).

silicon			germanium		
Shell	$U(\text{eV})$	$\#e$	Shell	$U(\text{eV})$	$\#e$
$[\text{Ne}]^4$		4	$[\text{Ar}]^{18}$		18
$2p$	100	6	$3d$	30	10
Avg. $e - h$	3.7	4	Avg. $e - h$	3.0	4
Dislocation	36		Dislocation	23	

Tabla 3-1. Energías de amarre, relativas a la parte superior de la banda de valencia, para las capas atómicas entre el núcleo noble y los orbitales de valencia externos [58, 59], energías de creación de pares $e - h$ y energías de dislocación [60, 61] en Si y Ge.

En lo que sigue de este trabajo vamos a considerar como hipótesis de trabajo $u(\varepsilon) = u$, un valor constante y vamos a explorar las implicaciones que tiene para el QF nuclear a bajas energías.

3.4. Modelo de u constante

Cuando u es constante, la Ec.(3-9) es solo aplicable para $\varepsilon \geq u$, de otro modo el límite de integración derivado del modelo de esfera semi-dura se vuelve indefinido (ver Apéndice). Más aun, ya que el término derecho de la Ec.(3-9) determina la contribución a $\bar{\nu}$ desde los eventos que originaron la cascada (ver Fig. 3-1), esta cantidad debe ser no negativa para valores $\varepsilon \geq u$. Definiendo la cantidad entre corchetes en el integrando como

$$I(\varepsilon, t) = \bar{\nu}(\varepsilon - t/\varepsilon) + \bar{\nu}(t/\varepsilon - u) - \bar{\nu}(\varepsilon) \quad (3-10)$$

dos observaciones se pueden hacer en orden: (1) cuando $\varepsilon = u$ el lado derecho de la Ec.(3-9) es igual a cero, ya que los límites de integración son iguales, así, $I(\varepsilon, t) \geq 0$ (debe ser no negativo) para todo $\varepsilon \geq u$, y (2) la evaluación de la integral del lado derecho para $\varepsilon > u$ requiere de valores de la función $\bar{\nu}(\varepsilon)$ en regiones $\varepsilon < u$. Note que la observación (1) implica además que $\bar{\nu}(\varepsilon)$ tiene la siguiente forma líneal por debajo de u

$$\bar{\nu}(\varepsilon) = \varepsilon + u = \varepsilon_R, \quad \text{para } \varepsilon \leq u. \quad (3-11)$$

Ahora usamos la Ec.(3-2) para calcular el QF con $\bar{\nu}(\varepsilon)$ como la solución al problema planteado en la Ec.(3-9). Desde el requisito en la Ec.(3-11), está claro que el QF debe ser cero para $\varepsilon \leq u$, o equivalentemente, para

$\varepsilon_R \leq 2u$. En el límite $u = 0$ recuperamos el modelo de Lindhard para el QF. El modelo de u constante es tal que ninguna cantidad de energía cinética esta disponible para los iones hasta que el retroceso nuclear inicial tenga una energía $\varepsilon_R > 2u$.

De la tabla 3-1 podemos esperar que el modelo produzca un corte en el QF para Si a energías del orden de 200-400 eV, mientras que para el Ge se pueden esperar energías del orden de 30-60 eV.

3.5. Interpolación desde ε pequeños a valores grandes.

Ha sido notado por algunos autores [95, 102] que el modelo de transferencia de energía a los electrones original de Lindhard esta sobrestimado. Esto es así porque principalmente se basa en el poder de frenado electrónico de los iones, suponiendo que sigue la Ec.(3-4), el cual se anula en $\varepsilon = 0$. Sin embargo, si consideramos que el efecto de la energía de amarre es suprimir la energía transferida a los electrones cuando el ión de retroceso tiene energías por debajo de u , podemos argumentar que $\bar{\eta}$ necesita ser corregida en una cierta cantidad. Si se toma la corrección proporcional al poder de frenado electrónico, más una posible constante de ajuste, podemos escribir

$$\bar{\eta} = \bar{\eta}_L - C_0(d\varepsilon/d\rho) - C_1, \quad (3-12)$$

donde $\bar{\eta}_L$ es la energía promedio transferida a los electrones de acuerdo al modelo de Lindhard. Como $\varepsilon = \bar{\eta}_L + \bar{\nu}_L$, la energía promedio corregida transferida al movimiento atómico es

$$\bar{\nu} = \bar{\nu}_L + C_0\varepsilon^{\frac{1}{2}} + C_1 + u, \quad (3-13)$$

Observe que el modelo utilizado en [95] es equivalente a corregir $\bar{\eta}$ por un valor constante, sin embargo, está el modelo se compara solo con la ecuación integral básica de Lindhard, Ec.(3-5). La forma general de la Ec.(3-13) puede hacerse que siga aproximadamente el comportamiento lineal requerido esperado cerca y debajo de u , descrito por la Ec.(3-11), mientras que al mismo tiempo coinciden con la solución de Lindhard para valores grandes de ε , como puede apreciarse en la Fig.(3-2). Tal solución producirá un corte en el QF definido en Ec.(3-2) en $\varepsilon = u$, de modo que $\bar{\nu}(u) = 2u$, y que $\bar{\nu}(\varepsilon) > \varepsilon + u$ para $\varepsilon < u$. También se podría idear una solución para $\bar{\nu}$ que es igual a $\varepsilon + u$ cuando ε sea menor a u al permitir que tenga una discontinuidad en la primera derivada (un “kink”) en este valor.

Como forma de medir la calidad de nuestra solución propuesta seguiremos [95] y definiremos el error

$$\text{Error} = \left| \frac{r \cdot h \cdot s - 1.h \cdot s}{r \cdot h \cdot s + 1.h \cdot s} \right|, \quad (3-14)$$

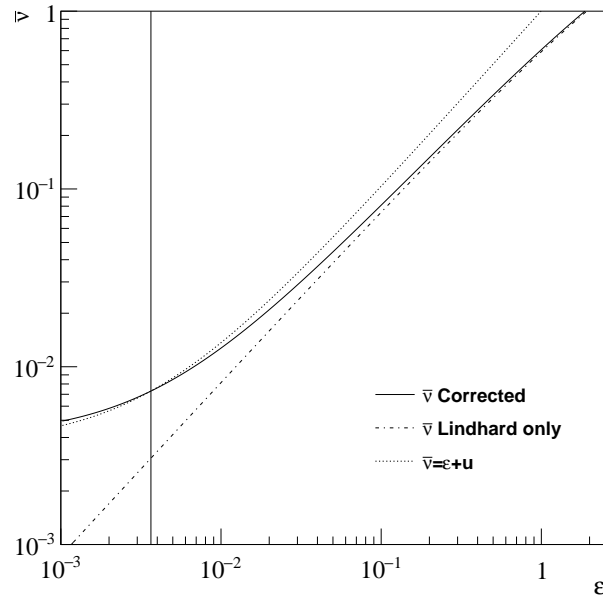


Figura 3-2. La función $\bar{\nu}(\varepsilon)$ de la Ec. (3-13) ajustada para los datos del Si que se interpolan entre la solución de Lindhard a altas energías, y la $\varepsilon + u$ esperada (aproximadamente) por debajo de u . Un corte en el QF ocurre en el cruce entre $\bar{\nu}(\varepsilon)$ y $\varepsilon + u$ en $\varepsilon = u$ (línea vertical).

comparando el lado izquierdo (l.h.s) y el lado derecho (r.h.s.) de la ecuación integral modificada, Ec.(3-9). Como puede apreciarse en [95] la evaluación del término r.h.s. requiere el conocimiento de la función $f(t^{1/2})$ a energías más bajas de las que Lindhard consideró. Por tanto, seguimos la prescripción dada para la parametrización del poder de frenado nuclear $S_n(\varepsilon)$, Ec.(15) de [39], para calcular la función $f(t^{1/2})$ por medio de la derivada de $\varepsilon S_n(\varepsilon)$.

3.6. Solución numérica

De las observaciones en la Sec. III A escribimos la solución en la forma:

$$\bar{\nu}(\varepsilon) = \begin{cases} \varepsilon + u, & \varepsilon < u \\ \varepsilon + u - \lambda(\varepsilon), & \varepsilon \geq u, \end{cases} \quad (3-15)$$

donde $\lambda(\varepsilon)$ es una función continua que satisface $\lambda(u) = 0$. Para que la Ec.(3-15) sea una solución a la ecuación integral modificada, Ec.(3-9), $\lambda(\varepsilon)$ debe tener una discontinuidad en la primera (y por ende en la segunda) derivada en $\varepsilon = u$. Esto es parecido a lo que sucede en la ecuación de Lindhard en $\varepsilon = 0$, como se menciona al final de la Sec. II. Definiendo estas discontinuidades como

$$\begin{aligned} \lim_{\zeta \rightarrow 0} \lambda'(u + \zeta) &= \alpha_1, & \lim_{\zeta \rightarrow 0} \lambda''(u + \zeta) &= \alpha_2 \\ \lim_{\zeta \rightarrow 0} \lambda'(u - \zeta) &= 0, & \lim_{\zeta \rightarrow 0} \lambda''(u - \zeta) &= 0 \end{aligned} \quad (3-16)$$

con $\alpha_1 \neq 0$ y $\alpha_2 \neq 0$, de manera consistente la condición para que el lado l.h.s en la Ec.(3-9) sea cero en $\varepsilon = u$ esta dada por

$$\alpha_1 = 1 + \frac{1}{2}u\alpha_2. \quad (3-17)$$

Por tanto, solo es necesario determinar uno de los dos parámetros (por ejemplo, α_2). En aras de que $\bar{\nu}(\varepsilon)$ mantenga su sentido físico, la segunda

y primera derivadas deben satisfacer

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \bar{v}''(\varepsilon) &= 0^- \text{ (por abajo) }, & y \\ 0 &\leq \bar{v}'(\varepsilon) \leq 1 & \text{ para } \varepsilon \geq u \end{aligned} \quad (3-18)$$

de lo contrario, \bar{v} no coincidirá con la solución de Lindhard a altas energías, si las ecuaciones 3-18, no se satisfacen, el QF puede volverse negativo o mayor a 1.

Para $\varepsilon = u$ la primera condición de 3-18, restringe los valores de α_2 en el intervalo

$$-2/u \leq \alpha_2 \leq 0. \quad (3-19)$$

Dado $u \neq 0$, y un valor arbitrariamente pequeño para el paso h , y tolerancia δ , (ambos $\ll 1$), encontramos una solución a la Ec.(3-9) en el intervalo $u \leq \varepsilon \leq \varepsilon^{max}$ por medio del siguiente método de “shooting”:

1. Fijar un ε^{max} en un valor razonablemente grande $\varepsilon_0^{max} = 500u$, así como los límites $\alpha_2^{lo} = -2/u$, y $\alpha_2^{hi} = 0$.
2. Generar un valor aleatorio para α_2 dentro del intervalo $\alpha_2^{lo} \leq \alpha_2 \leq \alpha_2^{hi}$, de ahí calcular el valor correspondiente de α_1 de la Ec.(3-17), y definir los valores iniciales

$$\varepsilon_t = u, \quad \lambda(u) = 0, \quad \lambda'(u) = \alpha_1, \quad \lambda''(u) = \alpha_2 \quad (3-20)$$

3. Si $\varepsilon_t = \varepsilon^{max}$, saltar al paso 8. Sino usar la Ec.(3-15) para calcular $\bar{v}(\varepsilon_t)$, $\bar{v}'(\varepsilon_t)$ y $\bar{v}''(\varepsilon_t)$.
4. Si la condición de borde Ec.(3-18) se satisface, continuar. Sino, si falla porque $\bar{v}'(\varepsilon_t) < 0$, fijar $\alpha_2^{hi} = \alpha_2$, y regresar al paso 2. En caso de que falle porque $\bar{v}'(\varepsilon_t) > 1$, fijar $\alpha_2^{lo} = \alpha_2$, y regresar al paso 2.
5. Calcular $\lambda(\varepsilon_t + h)$ y $\lambda'(\varepsilon_t + h)$ usando una expansión a segundo orden para λ alrededor de ε_t

$$\begin{aligned}\lambda(\varepsilon_t + h) &\approx \lambda(\varepsilon_t) + \lambda'(\varepsilon_t)h + \frac{1}{2}\lambda''(\varepsilon_t)h^2 \\ \lambda'(\varepsilon_t + h) &\approx \lambda'(\varepsilon_t) + \lambda''(\varepsilon_t)h\end{aligned}\tag{3-21}$$

y calcular $\bar{v}(\varepsilon_t + h)$ y $\bar{v}'(\varepsilon_t + h)$.

6. Usar la Ec.(3-9) para obtener $\bar{v}''(\varepsilon_t + h)$, evaluando la integral del lado derecho r.h.s numéricamente por medio de una interpolación de la función $\bar{v}(\varepsilon_t)$ en el intervalo u y $\varepsilon_t + h$ usando “splines” cúbicos que ajusten los puntos adquiridos.
7. Poner ε igual a $\varepsilon_t + h$ y regresar al paso 3.
8. Si la segunda derivada en la Ec.(3-18) en ε^{max} se satisface con una tolerancia δ , entonces detenerse. Si no, incrementar $\varepsilon^{max} = \varepsilon^{max} + \Delta$ y regresar al paso 2.

Un ejemplo de la aplicación de este método al caso de Si con $u = 3.7 \times 10^{-3}$,

y 1000 particiones logarítmicas uniformes del intervalo $150 \text{ eV} < E_r < 100 \text{ keV}$ se ilustra en la Fig.(3-3). La condición de borde sobre la segunda derivada en Ec.(3-18) se satisface plenamente a un ε correspondiente a 100 keV, aunque para algunos valores de u y k , la condición se satisface a energías más bajas, para esos casos la Ec.(3-9) en el paso 6 puede usarse sin el término de la segunda derivada.

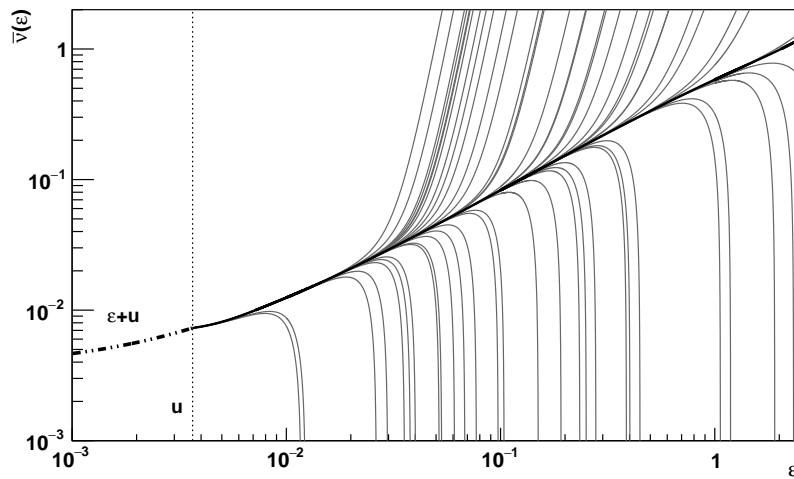


Figura 3-3. Método de "shooting" para Si. La curva negra es la única que satisface las condiciones de borde en las ecuaciones 3-18.

Las soluciones de 61 disparos aleatorios que no lograron satisfacer las condiciones en Ecs. (3-18) se muestran en gris. El disparo final exitoso que satisface las condiciones en el intervalo de interés se muestra en negro.

3.7. Ajustes a los datos

Los conjuntos de datos de QF utilizados en este estudio se resumen en la Tabla 3-2. Para Si, se han considerado cuatro conjuntos de datos: Zech [15], con 8 puntos en el rango de energía de 4,30 a 53,7 keV; Brian [14], con 4 puntos en el rango de energía de 4,15 a 75,7 keV; CHICAGO [17] con 12 puntos en el rango de energía de 0,68 a 2,28 keV; ANTONELLA [16]. con 14 puntos en el rango de energía de 1,79 a 20,67 keV. Las dos últimas son las mediciones de energía del QF más bajas disponibles hasta la fecha. Para Ge, se han considerado seis conjuntos de datos: Jones (75) [22], con un punto a 0.254 keV; COGENT [25] con 4 puntos en el rango de energía de 0,65 a 1,22 keV; TEXONO [24] con 3 puntos en el rango de energía de 1,25 a 3,61 keV; Messous [23] con 3 puntos en la energía rango de 2,71 a 8,72 keV; Shutt [28] con 7 puntos en el rango de energía de 17,50 a 70,05 keV; Chassman [21] con 16 puntos en el rango de energía de 10.04 a 73.17 keV.

El ansatz, Ec. (3-13), con $\varepsilon = \varepsilon_R - u$, se ajustó a los datos para cada caso, permitiendo que C_0 , C_1 y u varíen libremente, con la restricción de que el QF muestra un corte en un valor positivo de E_R . La solución numérica también se ajustó a los datos variando los parámetros k y u . Los resultados de los ajustes son mostrados en la tabla 3-3 para el ansatz, y en la tabla 3-4 para la solución numérica, tanto como en la Fig.(3-4) para

Conjunto de datos	Rango de energía (keV)	Num. puntos
Silicon		
Zech [15]	4.30 – 53.7	8
Brian [14]	4.15 – 75.7	4
CHICAGO [17]	0.68 – 2.28	12
ANTONELLA [16]	1.79 – 20.67	14
Germanium		
Jones (75) [22]	0.254	1
COGENT [25]	0.65 – 1.22	4
TEXONO [24]	1.25 – 3.61	3
Messous [23]	2.71 – 8.72	3
Shutt [28]	17.50 – 70.05	7
Chassman [21]		

Tabla 3-2. Disposición de los datos utilizados en este estudio.

el Si y Fig.(3-5) para el Ge. El panel superior en estas figuras muestra el error calculado usando la Ec. (3-14) para el ansatz, y lo compara con el error del modelo de Lindhard probado contra su ecuación integral original, Ec.(3-5). Por construcción el error de la solución numérica es despreciable ($<0.5\%$) y no se muestra.

	C_0	$C_1 (\times 10^{-5})$	$U(\text{keV})$	χ^2/ndf
Si	$(9.1 \pm 4.4) \times 10^{-3}$	3.33 ± 1.2	0.15 ± 0.06	224/40
Ge	$(3.0 \pm 1.3) \times 10^{-4}$	0.62 ± 0.12	0.02 ± 0.01	56/35

Tabla 3-3. Parámetros ajustados para el ansatz en Ec. (3-13) para los diferentes conjuntos de datos. Reportamos la energía de amarre $U = u/c_Z$. Los χ^2/ndf altos reflejan la tensión entre los conjuntos de datos dados los errores mostrados. Las incertidumbres se estiman para cubrir las variaciones entre los conjuntos de datos.

Los ajustes del ansatz y la solución numérica dan valores altos de χ^2 por grado de libertad para Si y Ge, que son indicativos de la tensión entre los diferentes conjuntos de datos. Las incertidumbres reportadas en

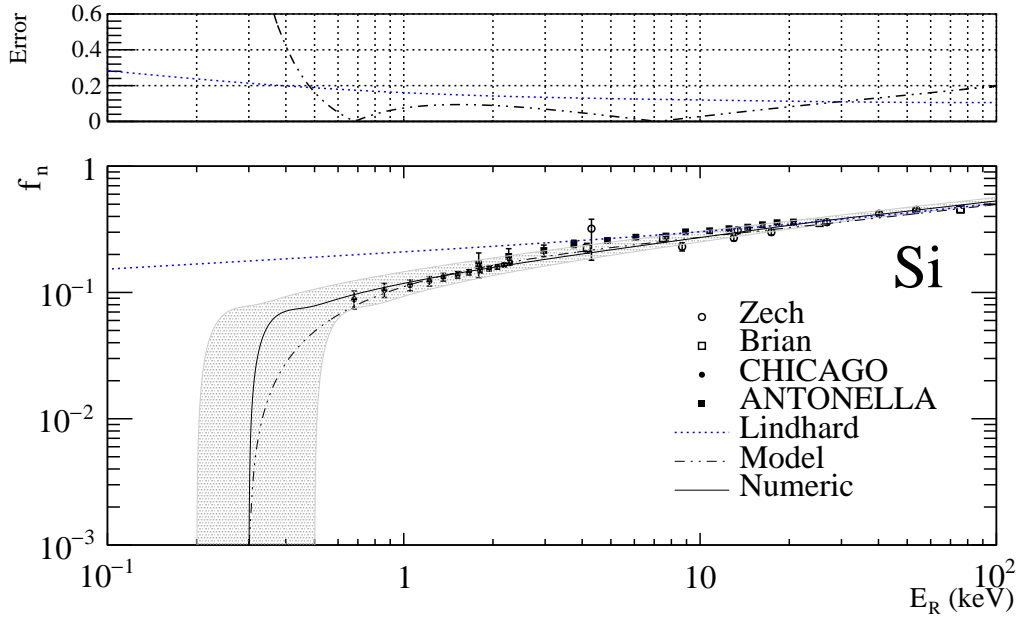


Figura 3-4. (Panel inferior) Medidas del QF en Si (puntos con barras de error) en comparación con el modelo de Lindhard (línea punteada), el ansatz de Ec. (3-13), y la solución numérica con $U = 0.15$ keV y $k = 0.161$. (Panel superior) Error en el ansatz y el modelo original de Lindhard.

las tablas 3-3 y 3-4 fueron estimadas para cubrir aproximadamente la variación entre las diferentes medidas, y en el caso de Ge, a cubrir las grandes incertidumbres reportadas. Esto se muestra en las bandas de error de las figuras 3-4 y 3-5.

Para los datos de Si, el ajuste del ansatz (ver Tabla 3-3) da un valor de la energía de amarre de $U = 0.15 \pm 0.06$ keV, mientras que el ajuste de la solución numérica (ver Tabla 3-4) da $k = 0.145^{+0.0029}_{-0.020}$ y $U = 0.15^{+0.10}_{-0.05}$. El valor ajustado de k está dentro de los valores esperados extraídos de datos más antiguos en el rango de 10 a 100 keV ajustados a el modelo de Lindhard. Por otro lado, la energía de amarre que sale del ajuste es

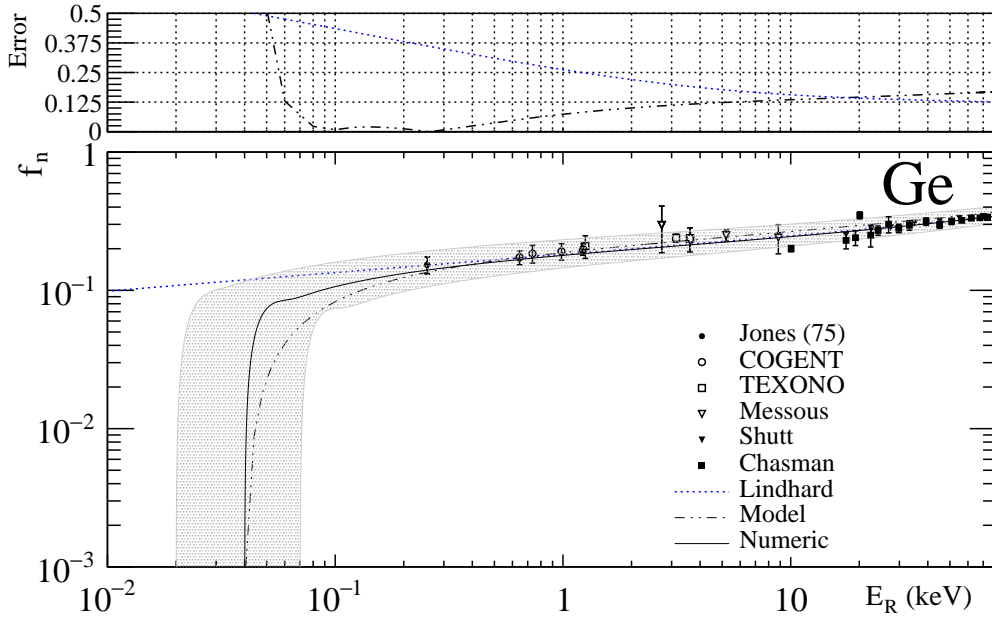


Figura 3-5. (Panel inferior) Medidas del QF en Ge (puntos con barras de error) en comparación con el modelo de Lindhard (línea punetada), el ansatz de Ec. (3-13), y la solución numérica con $U = 0.02$ keV y $k = 0.162$. (Panel superior) Error en el ansatz y el modelo original de Lindhard.

consistente con la imagen donde el ión en retroceso provoca, en promedio, la ionización de un electrón de la capa $2p$, así como la creación de varios pares $e - h$ y pares de Frenkel. El corte del QF en $E_r \approx 300$ eV es un artefacto del modelo u constante que surge del valor relativamente alto de la energía de amarre, en comparación a la energía requerida para producir pares $e - h$ o defectos en Si, esto limita la aplicación del modelo a $E_r \gtrsim 500$ eV.

Para los datos de Ge, el ajuste del ansatz da un valor de $U = 0.02 \pm 0.01$ keV, y el ajuste de la solución numérica da $k = 0.162^{+0.0017}_{-0.024}$ y $U = 0.02^{+0.015}_{-0.010}$ keV. Una vez más, el valor ajustado de k concuerda bien con

	k	$U(\text{keV})$	χ^2/ndf
Si	$0.161^{+0.029}_{-0.020}$	$0.15^{+0.10}_{-0.05}$	349.2/40
Ge	$0.162^{+0.028}_{-0.021}$	$0.02^{+0.015}_{-0.010}$	52.3/35

Tabla 3-4. Parámetros ajustados para la solución numérica en Ec. (3-13) para los diferentes conjuntos de datos. Reportamos la energía de amarre $U = u/c_Z$. Los χ^2/ndf altos reflejan la tensión entre los conjuntos de datos dados los errores mostrados. Las incertidumbres se estiman para cubrir las variaciones entre los conjuntos de datos.

estimaciones anteriores, ya que los datos disponibles pueden describirse razonablemente bien por modelo original de Lindhard. Curiosamente, ya que en este caso la energía de amarre es del mismo orden de magnitud que la energía requerida para crear defectos de Frenkel. El ión en retroceso puede causar la ionización de un electrón de la capa $3d$, así como algunos pares $e - h$, o en otro caso, la creación de un par de Frenkel y varios pares $e - h$. El corte del QF obtenido de la solución numérica es $E_r \approx 40$ eV, que está más cerca del umbral físico para esta clase de cristales. En este caso, se espera que nuestro modelo de u constante dé un valor razonable para describir todo el rango de energías del ión en retroceso hasta $E_r \gtrsim 50$ eV, mucho más cerca del umbral físico, que se puede esperar con seguridad que se encuentre entre unos pocos eV y algunas decenas de eV.

Aunque el ansatz da una descripción razonable de los datos, la solución numérica también lo hace utilizando sólo dos parámetros, y por lo tanto es preferida. La Fig. 3-6 muestra una comparación de las soluciones numéricas obtenidas para los dos cristales considerados en este trabajo. En esta figura, hemos modificado la solución numérica de Si para proporcionar una

buena descripción con los datos por debajo de 40 keV. Que sigue bastante bien el ajuste fenomenológico reportado por la colaboración Super-CDMS [50], mostrada con la curva roja. Las tres mediciones de Si por encima de esta energía son probablemente afectados por efectos de apantallamiento de carga nuclear, como se sugiere por el cambio del comportamiento ya visto en ajuste hecho por Super-CDMS.

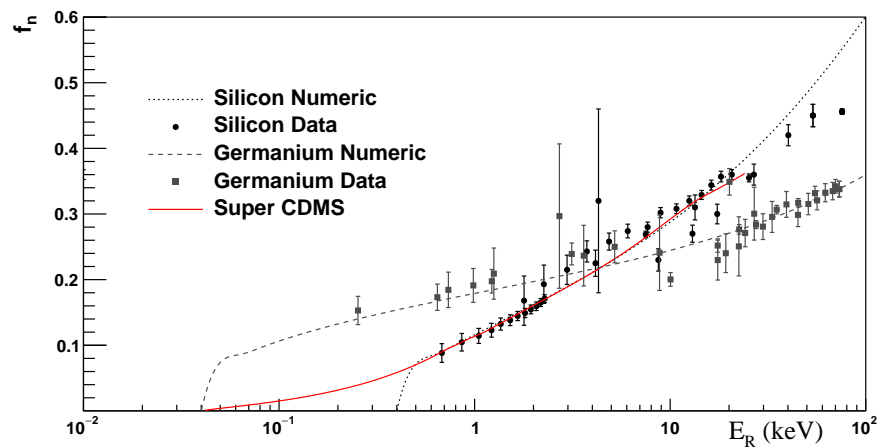


Figura 3-6. Comparación de las soluciones numéricas para Si, Ge, con los datos. La curva de Si se ha cambiado de la de la Fig.3-4 para ajustarse solo a los datos < 40 keV ($k = 0.169$ y $U = 0.2$ keV). También se muestra el ajuste fenomenológico por Super-CDMS [50] (línea roja sólida).

3.8. Comentarios finales sobre el modelos de U constante

Encontramos una forma apropiada para la ecuación integro-diferencial básica que describe la energía dada a la movimiento por retrocesos nucleares en un medio homogéneo, en cristales puros, cuando la energía de amarre se toma en cuenta. Suponiendo una energía de amarre promedio

constante, $u \neq 0$, damos soluciones semi-analíticas aproximadas, motivado por el análisis de la ecuación integro-diferencial, que están en razonable acuerdo con las mediciones más recientes del QF para retrocesos nucleares en Si y Ge. Se calcularon soluciones numéricas que dependen únicamente del energía de amarre constante y el poder de frenado electrónico determinado por factor k y se encontró que también era consistente con los datos. Como era de esperar, nuestras soluciones para el QF muestra un corte a un valor igual al doble de la energía de amarre, $2u$. Este corte es una característica debido al umbral necesario para producir una cascada de retrocesos nucleares.

Las mediciones de QF en detectores de Ge están bien descritas por nuestro modelo, con k dentro del rango esperado ($0.1 < k < 0.2$). Predecimos que el corte de QF en este el material está en el rango entre 20 y 70 eV de retroceso nuclear energía, correspondiente a una energía de amarre de 10 – 35 eV. La energía de dislocación del par de Frenkel en Ge cae dentro de este intervalo, y se espera que sea un límite superior cercano a el corte físico, que se cree que es del orden de unos pocos eV. En un escenario más realista, donde el ion solo necesita adquirir suficiente movimiento para generar fonones que pueden excitar un electrón de la banda de valencia a la banda de conducción, un corte físico bajo es esperado.

En el caso de Si, las mediciones de QF están bien descrito por nuestro

modelo con k dentro de los límites esperados, sólo si la energía de amarre se encuentra en el rango de 100 a 250 eV. Ahora, el corte previsto es mucho mayor que la energía de Frenkel de aproximadamente 36 eV, y por lo tanto también mayor que el umbral físico. Por tanto, el modelo debería ser válido solo para energías de retroceso superiores a 500 eV. Una descripción más precisa, considerando la variación de la energía de amarre variable con la energía y el poder de frenado electrónico no proporcional a la velocidad se considera en el capítulo 4 de esta tesis. Además, los efectos que aparecen a energías más altas, como el apantallamiento de la carga iónica (p. ej., “Bohr Stripping” [103]) puede tener un efecto p en el valor de k a energías de retroceso de unas pocas decenas de keV.

En resumen, el modelo aquí descrito, dependiendo sólo de un energía de amarre constante y una dependencia en el poder de frenado electrónico proporcional a la velocidad en el rango $0.1 < k < 0.2$, puede explicar el comportamiento del QF medido hasta la fecha en elementos puros de Si y Ge². Esperamos que el modelo proporcione una aproximación razonable al corte de energía físico en los casos donde la energía de amarre es menor o comparable a la energía de pares de Frenkel, como es el caso de Ge.

²Nuevos datos en Ge muestran desviaciones del comportamiento esperado[56], aunque la comunidad es aun escéptica al respecto

≈ CAPÍTULO 4

Modelo del “quenching factor” para energías de retroceso nuclear de ~ 50 eV a ~ 1 MeV

El poder de frenado electrónico deducido por Lindhard (proporcional a la velocidad) es válido solo para energías de varios keV, debido principalmente a que considera que el ion incidente integra todos sus electrones a los electrones del medio y por ende se puede ver como una partícula puntual con carga Z (esto tiene sentido considerando que las energías de amarre más internas son del orden de varios keV). Además de otros efectos como lo son la repulsión de Coulomb entre iones junto con el efecto de tomar en cuenta que solo los electrones con energías cerca de la energía de Fermi son los que pueden ser ionizados (a diferencia de tomar la energía promedio según el modelo de Thomas-Fermi), lleva a pensar en que el poder de frenado electrónico a energías de pocos keV o menores, sea

no linealmente proporcional a la velocidad. Existen varios modelos basados en argumentos semi-clásicos para atacar este problema, de los cuales estudiaremos dos; los propuestos por Tilinin y Kishinevsky [36, 38].

A pesar de sus mejoras, una de las limitaciones del modelo estudiado en Ref.[34] es la suposición de una energía de enlace promedio constante, que introduce un corte en el QF a un valor de $2u$. Para el Si, los datos actualmente disponibles se pueden ajustar con $u \approx 150$ eV, lo que implica un límite de aproximadamente 300 eV. Para Ge, el modelo constante de u predice un corte del orden de 40 keV, cercano a la energía de dislocación del par de Frenkel [60, 61] del material.

De hecho, la ecuación (3-9) se puede usar para calcular el QF a energías significativamente más bajas, siempre que proporcionemos un modelo de la variación de la energía de enlace con la energía del ión en movimiento ε . Ir a energías más bajas también requiere revisar los supuestos sobre la potencia de frenado electrónica.

4.1. Modelo semi-clásico para interacción entre iones (Tilinin)

En un enfoque semi-clásico (SC), un electrón puede ser excitado cuando choca con un núcleo, por lo tanto, se propone que poder de frenado electrónico sea proporcional a la densidad de electrones n_0 , la velocidad

de electrones $v_F(r)$, la sección eficaz de transferencia de momento¹ (“momentum transfer cross-section”) $\sigma_{tr}(v_F)$ y a la velocidad relativa ente el ión incidente y el ión objetivo v . Se puede demostrar [104] que el poder de frenado cuando $v < v_F$ es

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_e = (\xi_e)n_0vv_F\sigma_{tr}(v_F), \quad (4-1)$$

donde ξ_e es un factor empírico que varia entre 1 a $\simeq 2$, propuesto para ajustar los datos a energías de varios keV [105]. La sección eficaz σ_{tr} se puede calcular utilizando un análisis de ondas parciales suponiendo un potencial de Thomas-Fermi. El cálculo consiste en conocer la sección eficaz para la interacción elástica entre electrones rápidos y átomos complejos ($N_e > 5$). El modelo de Tilinin se basa principalmente en los siguientes supuestos: (a) la densidad de electrones es suficiente para describir los orbitales electrónicos ignorando cambios durante la colisión atómica, (b) las colisiones entre electrones y núcleos se pueden tratar de manera clásica, y (c) se supone que los electrones están libres, formando un gas de Fermi, de modo que a energías arbitrariamente pequeñas pueden producir una excitación.

¹Se define la sección eficaz de transferencia de momento como la sección eficaz efectiva que considera todos los ángulos de dispersión (elástica) $\sigma_{(tr)}(v) \equiv \int d\sigma_0(v, \theta)(1 - \cos \theta)$, donde $\sigma_0(v, \theta)$ es la sección eficaz entre los iones.

Poder de frenado electrónico

Para que el modelo semi-clásico pueda describir la ionización en una colisión binaria entre dos iones, por el punto (a) se debe conocer la densidad de electrones involucrados en la interacción. Thomas y Fermi (TF) supusieron, como hipótesis de trabajo, que

$$t(r) = C_2 n_0^{2/3} \quad C_2 \equiv \frac{3\hbar^2}{10m} (3\pi^2)^{2/3} \quad (4-2)$$

donde n_0 es la densidad de electrones. Por el principio de exclusión de Pauli las transiciones entre estados ocupados están prohibidas, por lo que los únicos electrones que participan en la transferencia de momento son aquellos con energías cercanas al valor del nivel de Fermi [38]. Este efecto no es considerado en el modelo de TF, por lo que la hipótesis dada en 4-2 contradice el punto (c), ya que toma como energía de los electrones el promedio $(3/5E_F)$ cuando la energía debe ser E_F (supone excitar electrones debajo de la energía de Fermi, violando el principio de exclusión de Pauli). Esto implica cambiar $C_2 \rightarrow (5/3)C_2$ lo que introduce en la escala donde $\alpha_{TF} = 0.885a_0/Z^{1/3}$ un factor de $5/3$, $\alpha = (5/3)\alpha_{TF}$, esto afecta a la función potencial interatómico entre dos iones como se verá más adelante. Es interesante notar que esto también modifica el poder de frenado electrónico por un factor de $(5/3)^{1.5}$ el cual podemos asociar al factor ‘empírico’

ξ_e . De ser este el caso nuestro modelo indicaría que el poder de frenado tiene un comportamiento simétrico $S_e(Z_1 \text{ en } Z_2) = S_e(Z_2 \text{ en } Z_1)$ a bajas energías, lo cual esta en acuerdo con mediciones en este rango de energía, ver Fig. 5 de [105] y [106]. Además como se verá más adelante este modelo nos permite ajustar el QF en Si variando solo la energía de amarre.

Para estimar el potencial de interacción interatómico para dos iones con números atómicos Z_1 y Z_2 es necesario considerar la hipótesis de cuasi-molécula [107], $Z = Z_1 + Z_2$. Por un lado esto nos permite suponer que cada ion sigue manteniendo simetría esférica durante la colisión y que además se pueda seguir usando la función de apantallamiento de TF, la cual en este caso esta dada por [38] $X(x) = (1 + \beta x^{1/2}) \exp(-\beta x^{1/2})$ $\beta = 1.7822$, con $x = r/\alpha$. Como segunda consideración se debe tomar en cuenta las energías cinéticas de los electrones y los potenciales electrostáticos en ambos iones, esta problema lleva a una ecuación integral no trivial por lo que Lindhard y Ziegler [91, 108] encontraron que cambiando la escala α por $\alpha_{inter} = 0.885a_0/(Z_1^{2/3} + Z_2^{2/3})^{1/2}$ daba una buena descripción de los datos.

Dadas todas estas suposiciones podemos calcular las ionizaciones simultaneas de los iones Z_1 y Z_2 donde debemos usar la fórmula 4-1

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_e = 4\pi N m v \int_{r_0}^{\infty} \left[n_1(r) v_{F1}(r) \sigma_{tr}^{(2)}(v_{F1}) + n_2(r) v_{F2}(r) \sigma_{tr}^{(1)}(v_{F2}) \right] r^2 dr \quad (4-3)$$

donde r_0 es la distancia de mínimo acercamiento dada para una energía E del ion en el CM sometido al potencial interatómico, $E = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2r} X(r_0/\alpha_{inter})$ (donde dado la naturaleza estadística del problema se ha usado el teorema del virial $E = \frac{1}{2}V$), N es el número de iones en el material, m es la masa del electrón, v la velocidad del ion, $n_{1,2}$ son las densidades de electrones calculadas con el modelo de TF en la aproximación de cuasi-molécula y σ_{tr} es la sección eficaz de transporte calculada en ondas parciales para el potencial tipo TF [109], donde conviene parametrizarla como $T(t) = \sigma_{tr}/\pi a^2$ donde $T(t)$ esta dada por [38]

$$T(t) = \begin{cases} (2.5/t) \left\{ 1 - [t/(t+t_0)]^{3/2} \right\} \sin^2 \left\{ (\pi/2) [2t/(t+t_0)]^{1/2} \right\} & \text{for } t < 0.3 \\ t^{-2} \ln(1 + 2.5t) & \text{for } t > 0.3. \end{cases} \quad (4-4)$$

Desarrollando la Ec.(4-3) finalmente nos queda para el poder de frenado,

$$\left(\frac{dE}{dx} \right)_e = 8\pi N e^2 a_0 Z_1 Z_2 \left(Z_1^{2/3} + Z_2^{2/3} \right)^{-3/2} \tau(E, \xi) (v/v_0), \quad (4-5)$$

donde la función τ y $\xi = Z_1/Z_2$

$$\begin{aligned} \tau(E, \xi) = (3\pi/64) \int_{x_0^{inter}}^{\infty} \{ \xi X^2(x) T(\xi X(x)/x) \\ + \xi^{-1} X^2(x) T(\xi^{-1} X(x)/x) \} dx. \end{aligned} \quad (4-6)$$

4.2. Modelo de Kishinevsky

Kishinevsky consideró para calcular el potencial de frenado electrónico [36] un modelo clásico basado del modelo original simple de Firsov[110], que fue pensado para parámetros de impacto grandes y ángulos de dispersión pequeños. Para un ion que colisiona con otro con velocidad menor a la velocidad de Fermi Firsov consideró [110] los siguientes efectos,

1. En cualquier instante, existe una superficie (superficie de Firsov), que define los respectivos dominios de pares de la colisión.
2. Se cree que esta superficie está colocada de modo que la componente normal del campo eléctrico se desvanezca en todas partes.
3. Los electrones que pasan del dominio del ion objetivo al el dominio del ion proyectil se toman como capturados, considerando que estos pueden transferir un momento al proyectil, lo que hace que se ralente.
4. La sección eficaz para la transferencia de impulso es determinado por el flujo de electrones desde el objetivo hasta el dominio de proyectiles.

A partir de esto, se encuentra la expresión básica de Firsov para la pérdida de energía electrónica,

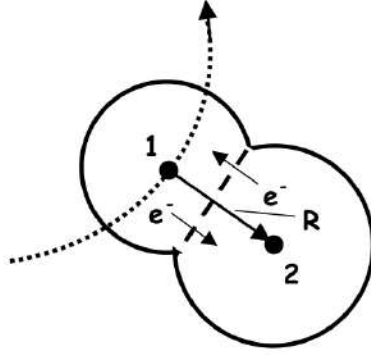


Figura 4-1. Pérdida de energía electrónica en la imagen de Firsov. Imagen obtenida de [51].

$$T_e(p) = m \int \frac{d\mathbf{R}}{dt} \cdot \mathbf{R} \int dS \frac{1}{4} n(\mathbf{r}) v_e(\mathbf{r}) \quad (4-7)$$

donde R denota la trayectoria del proyectil, $\int dS$ es la integración sobre la superficie de Firsov, n es la densidad de electrones y v_e es la velocidad promedio de los electrones del ion. El factor de $1/4$ proviene de suponer un flujo de electrones isotrópico, una representación de este proceso se puede apreciar en la fig.(4-1).

Además para simplificar el cálculo Firsov consideró las siguientes aproximaciones,

1. La superficie de Firsov se modela con un plano (la superficie equipotencial de dos cargas puntuales), por lo que el plano se encuentra a la mitad de los pares de colisión.
2. El movimiento relativo de los pares de colisión es tomado como uniforme.

3. La relación entre la velocidad media de los electrones v_e y la densidad n en la cuasi-molécula se determinó mediante el modelo de Thomas-Fermi.
4. Se supuso una aproximación analítica simple para ajustar la densidad de electrones.

En el caso donde la colisión es con $Z_1 = Z_2$ la aproximación (1) es justificable, por esta razón Kishinevsky supone que a lo más el intercambio de electrones no puede ser mayor a 4. La principal contribución de Kishinevsky al modelo de Firsov consiste en relajar la aproximación (2) en la interacción de los pares [36]. Él consideró que la velocidad de interacción de los pares queda determinada por la dinámica clásica del potencial, lo cual es un efecto importante en el régimen de colisión a baja energía, la expresión esta dada por

$$\frac{d\mathbf{R}}{dt} \cdot d\mathbf{R} = v dR \frac{1 - 2V(R)/\mu v^2}{\sqrt{1 - 2V(R)/\mu v^2 - p^2/R^2}}, \quad (4-8)$$

donde μ es la masa reducida. De esta modificación y usando el modelo de Firsov dado en la Ec.(4-7) Kishinevsky puede deducir una expresión para el poder de frenado electrónico válida a bajas velocidades y para cualquier parámetro de impacto p ,

$$S_e(p) = \frac{h v_0}{\pi a_0^2} (Z_1 + Z_2)^2 \int_{r_{\min}}^{\infty} \frac{(1 - V(r)/E) dr}{(1 - V(r)/E - p^2/r^2)^{1/2}} \int_{n_2}^{\infty} \frac{\chi^2(p) dp}{p}, \quad (4-9)$$

donde χ es el ángulo de dispersión entre los pares de colisión.

Para fines prácticos en relación con cálculos numéricos, Oen y Robinson [111] propusieron una expresión alternativa para el poder de frenado electrónico dado por 4-9. Ellos propusieron la siguiente parametrización,

$$S_e(p, E) = \frac{0.045}{\pi a^2} K E^{1/2} \exp \left[-\frac{0.3 r_{\min}(p, E)}{a} \right], \quad (4-10)$$

donde K es una constante que se determina de tal forma que el poder de frenado electrónico se ajuste aproximadamente al modelo de Lindhard a altas energías. Se encuentra en general que la magnitud de $S_e(p, E)$ determinada por K es más importante que la forma de la curva.

Para calcular el poder de frenado electrónico independiente del parámetro de impacto, calculamos primero la distancia de acercamiento r_{\min} resolviendo la ecuación $(1 - V(r)/E - p^2/r^2) = 0$. Para cada valor de la energía variamos el parámetro de impacto de 0 a $10a$ en la ecuación, esto determina $r_{\min}(p, E)$. Con este procedimiento podemos calcular el valor del poder de frenado promediado para cada valor de la energía,

$$S_e(E) = (1/10a) \int_0^{10a} S_e(p, E) dp. \quad (4-11)$$

Se puede ver en la figura 4-2 que el poder de frenado electrónico es considerablemente más bajo que lo predicho por la teoría de Lindhard.

4.3. Modelo de Arista

En este enfoque las partículas cargadas que se mueven a través del medio pierden energía en colisiones inelásticas con el gas de electrones no homogéneo que constituye el medio atravesado. Al igual que en el modelo original de Lindhard se usa el formalismo de la función dieléctrica en un marco teórico perturbativo que además es usado ampliamente para modelar pérdidas de energía de partículas cargadas, propiedades ópticas etc [37].

Un modelo completo de la función dieléctrica es de difícil acceso, por ende se usa la aproximación ‘Local Plasma Approximation’ (LPA) la cual consiste en suponer que cada elemento de volumen en el medio responde a la perturbación causada por el paso de iones como si fuera un medio homogéneo formado por un gas de electrones libres (caracterizados por una energía de Fermi). El poder de frenado electrónico puede deducirse del campo eléctrico \bar{E} que produce el ion al perturbar el gas de electrones libres. Podemos ver esto desde el punto de vista quasi-estático ($v_{ion} \ll c$) donde el campo eléctrico esta dado por la ley de Gauss,

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{E} = 4\pi(n_0 - n),$$

donde n_0 es la densidad de carga neta del medio y n es la densidad de

carga inducida por el ion. El efecto de carga inducida puede introducirse directamente por medio de la función dieléctrica $\varepsilon(\omega, \bar{k})$ (para ver la deducción básica de esta función ver Apéndice C) y la definición usual de vector de desplazamiento \bar{D} , es decir,

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{D} = 4\pi n_0.$$

Vamos a suponer que el ion es una partícula puntual con una carga efectiva Z^* que se mueve con una velocidad uniforme \bar{v} en el medio, esto permite definir $n_0 = e(Z^*)\delta^3(\bar{r} - \bar{v}t) = \frac{eZ^*}{(2\pi)^3} \sum_{k,\omega} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}$. En el límite cuasi-estático podemos relacionar el campo eléctrico por el potencial por la relación usual $\bar{E}(\bar{r}, t) = -\bar{\nabla}\phi$, donde ϕ es el potencial electrostático el cual puede expandirse en series de Fourier (notando que por la delta de Dirac $\bar{r} = \bar{v}t$)

$$\begin{aligned} \bar{E}(\bar{v}t, t) &= -\sum_k i\bar{k}\Phi(\bar{k}, \bar{k} \cdot \bar{v}) \\ \varepsilon \cdot k^2\Phi(\bar{k}, \omega) &= 4\pi e n_0(\bar{k}, \omega) \\ \omega &= kv \cos(\hat{k} \cdot \hat{v}), \end{aligned} \tag{4-12}$$

donde $\Phi(\bar{k}, \bar{k} \cdot \bar{v})$ es la transformada de Fourier del potencial. De las Ec.(4-12) se deduce que el campo eléctrico inducido por el ion es

$$\bar{E}(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{Z_1 e}{2\pi^2} \frac{i\bar{k}}{k^2 \varepsilon(\bar{k}, \omega)} e^{i(\bar{k}\cdot\bar{r} - \omega t)}. \tag{4-13}$$

Finalmente usamos la definición de poder de frenado electrónico S_e , el cual

tiene unidades de fuerza en la dirección del movimiento del ion en el medio con una carga Z_2 ,

$$S_e = -Z_1 e \bar{E}(\bar{r}, t) \cdot \left(\frac{\bar{v}}{v} \right), \quad \rightarrow S_e = \frac{Z_1 Z^* e^2}{\pi v^2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} \int_{-kv}^{+kv} d\omega \frac{i\omega}{\varepsilon(\bar{k}, \omega)} \quad (4-14)$$

4.3.1. Poder de Frenado para un gas de electrones libres cuando $v_{ion} \ll v_0$

El gas de electrones libres puede caracterizarse por el parámetro de Lindhard χ^2 y el radio del electrón r_s ; estas cantidades están conectadas a k_F a través de (para más detalles consultar apéndice C)

$$\chi^2 = (\pi k_F a_0)^{-1} = \alpha r_s / \pi.$$

Lindhard definió las variables $z = k/2k_F$ y $u = \omega/kv_F$, las cuales sirven para escribir la función dieléctrica como

$$\varepsilon_L(z, u) = 1 + \frac{\chi^2}{z^2} [f_1(z, u) + i f_2(z, u)] \quad (4-15)$$

donde las funciones f_1 y f_2 son

$$f_1(z, u) = \frac{1}{2} + \frac{1}{8z} [1 - (z - u)^2] \ln \left| \frac{z - u + 1}{z - u - 1} \right| \\ + \frac{1}{8z} [1 - (z + u)^2] \ln \left| \frac{z + u + 1}{z + u - 1} \right|$$

y

$$f_2(z, u) = \begin{cases} \frac{\pi}{2}u & \text{si } z + u < 1 \text{ (I)} \\ \frac{\pi}{8z} [1 - (z - u)^2] & \text{si } |z - u| < 1 < z + u \text{ (II)} \\ 0 & \text{si } |z - u| > 1 \text{ (III)} \end{cases}$$

A bajas velocidades solo la región I es importante, por lo que se usa la aproximación $f_2 = \pi/2u$, además como $u = v/v_F$ se puede usar la simplificación $f_1(z, u) \approx f_1(z, 0)$, con lo que el poder de frenado dado por la Ec.(4-14) se puede poner en la siguiente forma

$$S_e(v) = \frac{8}{\pi^2} \frac{m_e^2 e^4}{\hbar^3} \frac{Z_1^2 v_F^3}{v^2} \int_0^{v/v_F} duu \int_0^\infty dz \times \frac{z^3 f_2(z, u)}{[z^2 + \chi^2 f_1(z, u)]^2 + [\chi^2 f_2(z, u)]^2}, \quad (4-16)$$

que puede simplificarse

$$S_e(v) = \frac{4}{3\pi} \frac{m_e^2 e^4}{\hbar^3} Z_1^2 C_1(\chi^2) v, \quad (4-17)$$

con

$$C_1(\chi^2) \equiv \int_0^1 \frac{z^3}{[z^2 + \chi^2 f_1(z, 0)]^2} dz \quad (4-18)$$

$$f_1(z, 0) = \frac{1}{2} + \frac{1 - z^2}{4z} \ln \left| \frac{z + 1}{z - 1} \right|$$

Para calcular C_1 de forma precisa se supone que $f_1(z, 0) \approx 1 - cz^2$, de modo que se calcule la constante c de modo que coincida con el resultado exacto. En la referencia [37] se encuentra que $c = 0 : 4371017357$ con una

forma funcional para C_1 dada por

$$C_1(\chi^2) = \frac{1}{2(1 - c\chi^2)^2} \left[\ln \left(\frac{1 + (1 - c)\chi^2}{\chi^2} \right) - \frac{(1 - c)\chi^2}{1 + (1 - c)\chi^2} \right]. \quad (4-19)$$

4.3.2. Poder de frenado electrónico

Se puede reinterpretar la $\chi^2 = e^2/\pi\hbar v_F(r)$ [91], como función de la velocidad de Fermi, la cual depende de la distancia de mínimo acercamiento entre iones. Tomando la ecuación 4-17 y dividiendo entre la densidad de electrones $k_F^3/3\pi^2$, se obtiene el poder de frenado electrónico por electrón

$$S = 4\pi Z_1^2 e^2 a_0 \frac{v}{v_0} \left(\frac{v_0}{v_F} \right)^3 C_1(v_F), \quad (4-20)$$

por lo que ahora $C_1(v_F)$ ya no es una constante.

Considerando que la excitación del ion objetivo y proyectil son equivalentes, se puede integrar 4-20 sobre la densidad de electrones

$$S_e = 4\pi Z_1^2 e^2 a_0 \frac{v}{v_0} \int_{r_0}^{\infty} d^3\mathbf{r} \rho(r) \left(\frac{v_0}{v_F} \right)^3 C_1(v_F) \quad (4-21)$$

donde la densidad $\rho(r) \approx \frac{Z}{\pi a^2} \exp(-r/a)$ (donde $a \approx a_0/Z^{1/3}$, es decir $r/a = 0.885x$) es adecuada para bajas energías [112] (potencial Born y Mayer) y además $v_0 \approx v_F$.

Con esto podemos definir una fórmula para el S_e proporcional a la velocidad y a un factor de escala τ_{LS} , ver fig.(4-2);

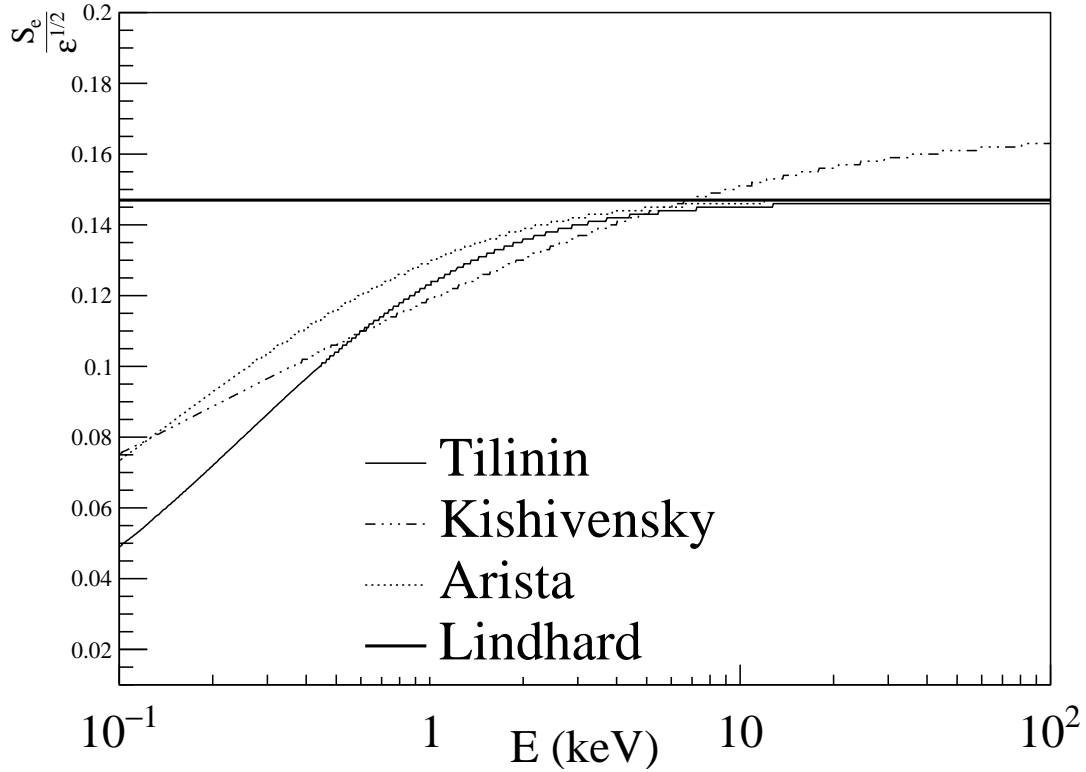


Figura 4-2. Poder de frenado dado por las formulas 4-3,4-22 y 4-9 comparado con el modelo de Lindhard (se ha usado $\xi_e = (5/3)^{3/2}$ en lugar del valor típico $Z^{1/6}$).

$$S_e = 8\pi \frac{Z_1 Z_2}{Z} a_0 e^2 \frac{v}{v_0} \tau_{LS}, \quad \tau_{LS} = \frac{\int_{r_0}^{\infty} d^3 \mathbf{r} \rho(r) C_1(v_F(r))}{\int_0^{\infty} d^3 \mathbf{r} \rho(r) C_1(v_F(r))} \quad (4-22)$$

4.4. Energía de amarre dependiente de la energía del ión

La energía de amarre en este contexto se puede definir como la energía necesaria para producir ionización. Esta energía se puede entender por medio del efecto cuántico de promoción de electrones que explica cómo

las capas internas de los átomos puede excitarse en colisiones a energías demasiado bajas en comparación con las energías de ionización, este efecto también incorpora el efecto Migdal [96, 97]. Este efecto considera que las nubes de electrones no siguen inmediatamente el movimiento del núcleo, sino que los electrones atómicos tardan algún tiempo en reaccionar, lo que resulta en la **ionización y excitación** del átomo. Además por tratarse de un sólido cristalino debemos incorporar a la energía de amarre la energía para crear un par de Frenkel[113], el cual es un tipo de defecto puntual en sólidos cristalinos en el que un átomo es desplazado libremente de su posición original en la red a un sitio intersticial, creando una vacante y un defecto intersticial en la nueva ubicación dentro del mismo elemento sin cambios en las propiedades químicas.

En este modelo vamos a suponer que la energía de amarre solo depende de la energía de dislocación y el efecto Migdal por Promoción de Electrones (MPE), por lo que se propone que la energía total de amarre sea la suma (independiente) producida por cada efecto. Para la energía de dislocación (promedio) vamos a suponer un modelo de energía de amarre constante, por otro lado para el efecto MPE usaremos el modelo de TF (modificado) para un átomo neutro.

La energía de amarre MPE sera calculada tomando en cuenta los potenciales; núcleo-electrón V_{ne} y electrón-electrón V_{ee} del átomo (neutro) en

el contexto del modelo de TF . Estos potenciales se pueden calcular

$$\begin{aligned} V_{ne} &\equiv -e \int d^3\mathbf{r} \phi_n(r) \rho(r), \quad \phi_n(r) \equiv \frac{Ze}{r} \\ V_{ee} &\equiv -\frac{e}{2} \int d^3\mathbf{r} \phi_e(r) \rho(r), \quad \phi_e(r) \equiv -e \int d^3\mathbf{r}' \frac{\rho(r')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \end{aligned} \quad (4-23)$$

donde ρ es la densidad de electrones en el modelo de TF. Estos potenciales se pueden calcular fácilmente de forma directa y con ayuda del teorema del virial para el átomo de TF [114], lo cual resulta

$$V_{ne} = -\frac{7}{3} C_2 \int_{x_0(E)}^{\infty} dx (4\pi x^2 \rho^{5/3}(x)), \quad V_{ee} = -\frac{1}{7} V_{ne} \quad (4-24)$$

donde $x_0(E)$ es la distancia de mínimo acercamiento (depende de la energía). Definiremos la energía de amarre U_{mpe} , como la energía promedio por electrón dada por,

$$\begin{aligned} - \langle V_{ne} + V_{ee} \rangle / Z &= \left(\frac{18e^2 \langle Z^{4/3} \rangle}{25(a_0)0.885} \right) \int_{x_0(E)}^{\infty} dx (X(x)X''(x)) = (4-25) \\ &\quad \left(\frac{54e^2 Z^{4/3}}{175(a_0)0.885} \right) \int_{x_0(E)}^{\infty} dx (X(x)X''(x)), \end{aligned}$$

donde se uso que $\langle Z^{4/3} \rangle = (3/7)Z^{4/3}$. Un punto importante es que la energía de amarre debe ser consistente con la ecuación integro-diferencial 3-9, en particular por el argumento del término $\bar{v}(T_n - U)$ el cual tiende al límite $(T_n - U) \rightarrow (E - U)$ cuando $E \rightarrow U$, y como $T_n - U \geq 0$ entonces

se deduce que la energía de amarre debe cumplir

$$E \geq U(E). \quad (4-26)$$

Para armar un modelo que cumpla esta condición definimos la energía de amarre promedio total como la suma $U(E) = U_{\text{Fr}} + U_{\text{mpe}}(E)$, donde U_{Fr} es la energía de dislocación la cual se considera constante. Para que se cumpla la condición 4-26 se propone una energía E' que cumpla $E' = U_{\text{Fr}} + U_{\text{mpe}}(E')$, de tal modo que como $U_{\text{mpe}} > 0$ entonces, $E' - U_{\text{Fr}} > 0$. Esta energía se puede interpretar como la energía mínima (promedio) para ionizar un electrón en el átomo, por ejemplo en silicio se encuentra que $E' - U_{\text{Fr}} \approx 0.5 \text{ eV}$ la cual corresponde a la energía promedio para excitar un electrón del nivel de Fermi hasta la banda de conducción, que corresponde aproximadamente a $\Delta/2$ donde Δ es el “band gap” del silicio (1.1 eV). Con este análisis podemos bien ahora definir la energía de amarre total que cumpla (4 – 26) por medio de la siguiente función,

$$U(E) = \begin{cases} U_{\text{Fr}} + U_{\text{mpe}}(E') & \text{si } E < E' \\ U_{\text{Fr}} + U_{\text{mpe}}(E) & \text{si } E \geq E' \end{cases} \quad (4-27)$$

El caso asintótico de la Ec.(4-27) debe ser del orden de la energía de amarre promedio de un electrón para todo el átomo, para el silicio por ejemplo siguiendo los valores de las energías de amarre de las capas $1s$, $2s$ y $2p$ se

tiene una energía promedio de 457.8 eV, por otro lado $U_{\text{mpe}} \rightarrow 423$ eV.

Potenciales interatómicos distintos al del modelo de TF pueden ser usados para calcular U_{mpe} , e.g Moliere [55], Ziegler [115] y variantes de estos tienen como fin mejorar el comportamiento asintótico del modelo de TF, efectos de intercambio etc. Estos potenciales están dados por [39, 101]

$$X_{\text{Moliere}}(x) = (0.35)e^{-(0.3)x} + (0.55)e^{-(1.2)x} + (0.1)e^{-(6.0)x} \quad (4-28)$$

$$X_{\text{AVG}}(x) = (0.006905)e^{-(0.131825)x} + (0.166929)e^{-(0.307856)x} + (0.826165)e^{-(0.916760)x} \quad (4-29)$$

$$X_{\text{Ziegler}}(x) = (0.1818)e^{-(3.2)x} + (0.5099)e^{-(0.9423)x} + (0.2802)e^{-(0.4028)x} \quad (4-30)$$

$$+(0.02817)e^{-(0.2016)x}. \quad (4-31)$$

Estos potenciales también pueden cambiar sustancialmente para bajas energías la sección eficaz nuclear y la potencia de frenado electrónica. Como se ve en la figura 4-9 estos potenciales afectan el comportamiento de la energía de amarre.

4.5. Efectos sobre el poder de frenado electrónico a altas energías

Para átomos que se mueven en un medio cristalino, los efectos de captura electrónica y pérdida de electrones inducen en el ion una carga efectiva, esta distribución de carga efectiva en medios sólidos se establece mediante colisiones de intercambio de carga con los átomos del material objetivo.

4.5.1. Criterio de velocidad (“Bohr stripping”)

Consideremos un ion que se mueve con una velocidad v y transporta varios electrones con velocidades orbitales v_e . Visto desde un marco de referencia en movimiento, el ion proyectil está expuesto a un haz de electrones y núcleos objetivo del mismo material. Bohr (1940)[91, 116] dividió los electrones del proyectil en dos grupos según si su velocidad orbital es mayor o menor que v . Aquellos electrones con velocidades orbitales significativamente menores que la

velocidad del proyectil v están débilmente unidos y, en consecuencia, tendrán una sección eficaz de ionización relativamente alta y por lo tanto pueden liberarse de manera eficiente. Por el contrario, aquellos con velocidades orbitales significativamente mayores que v responden de forma adiabática a la perturbación y solo pueden tener una pequeña posibilidad de ionizarse. Con esto hemos llegado al criterio de “stripping de Bohr”: En el equilibrio de estado de carga, los electrones con velocidades orbitales $v_e < v$ son ionizados.

Con esto se puede calcular el número de electrones efectivo Z^\dagger del ion, para ello se pueden usar varios modelos de los cuales destaca el de TF y la parametrización dada por [117]

$$Z_1^\dagger \simeq Z_1 \left(e^{-v/Z_1^{2/3} v_0} \right). \quad (4-32)$$

Además debemos considerar el efecto de número de electrones efectivo en la sección eficaz entre el ion y los electrones, esta sección eficaz como ya se mencionó se calcula usando un análisis de ondas parciales, por lo que depende directamente del “phase shift” $\delta_l(k_F)$. Cuando una carga efectiva Z^* se pone en un medio cristalino, esta tiene el efecto de atraer electrones alrededor de esta cambiando el nivel de Fermi, produciendo estados vacíos que pueden ser ocupados. Para garantizar que el sistema sigue siendo eléctricamente neutro Friedel [105] dedujo

$$\frac{2}{\pi} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) \delta_\ell(v_F) = Z_1. \quad (4-33)$$

Considerando además que la sección eficaz de transporte es proporcional al “phase shift”,

$$\sigma^{(1)} = \int (1 - \cos \Theta) d\sigma(\Theta) = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{\ell} (\ell + 1) \sin^2(\delta_\ell - \delta_{\ell+1}), \quad (4-34)$$

que junto con la fórmula 4-3 predice que el poder de frenado electrónico tiene un comportamiento oscilatorio en función de Z . Podemos suponer que la variación de la carga dada por 4-32 produce oscilaciones en el poder de frenado electrónico. Para el caso del silicio usamos la curva corregida de [52], la cual se muestra en la fig.(4-3). La curva fue obtenida por digitalización y ajustada por un polinomio de quinto grado; $(-0.00010764)Z^5 + (0.0047)Z^4 + (-0.0733)Z^3 + (0.4905)Z^2 +$

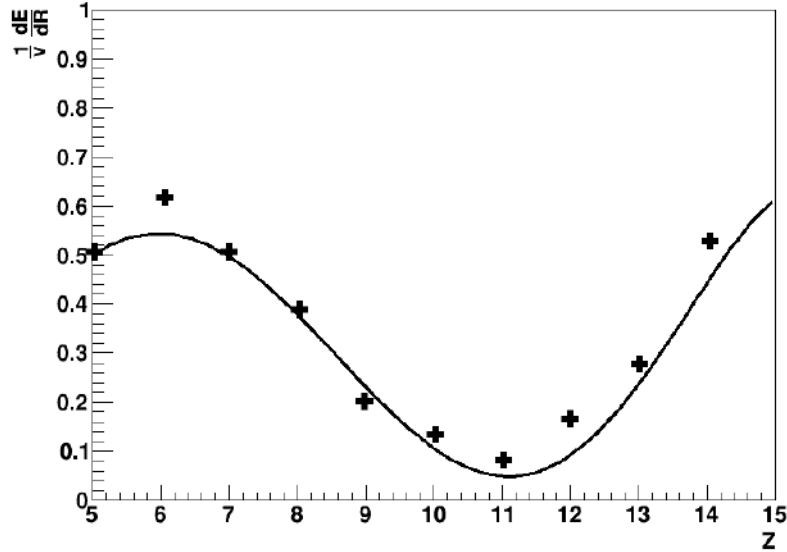


Figura 4-3. Poder de frenado electrónico para el Si considerando iones incidentes (impurezas) con número atómico Z . Digitalizada de [52].

$(-1.336)Z + (1.48)$, esta curva es válida para $Z < 15$. Se puede verificar directamente este efecto con datos del silicio de [53, 54]². Esta comparación se puede ver directamente en la fig.(4-4). Lo cual demuestra que para tener un buen ajuste a los datos es necesario considerar los efectos de apantallamiento de carga del ion así como los cambios que esto produce en el “phase shift” dado por la regla de Friedel 4-33.

4.6. Contribución de “Straggling” electrónico en la ecuación integro-diferencial

4.6.1. Consideraciones generales

Consideremos las fluctuaciones de energía Ω^2 (energía al cuadrado), considerando primero que el ion pierde energía T_j de forma discreta a lo largo de M colisiones, $j = 1, \dots, M$, donde T_j podría representar los niveles de excitación de un átomo blanco. Consideremos ahora un ensamble de tales procesos en donde n_j representa el número de veces que ocurre la j colisión,

²Estos datos también se pueden ver directamente en: https://www-nds.iaea.org/stopping/stopping_201410/index.html

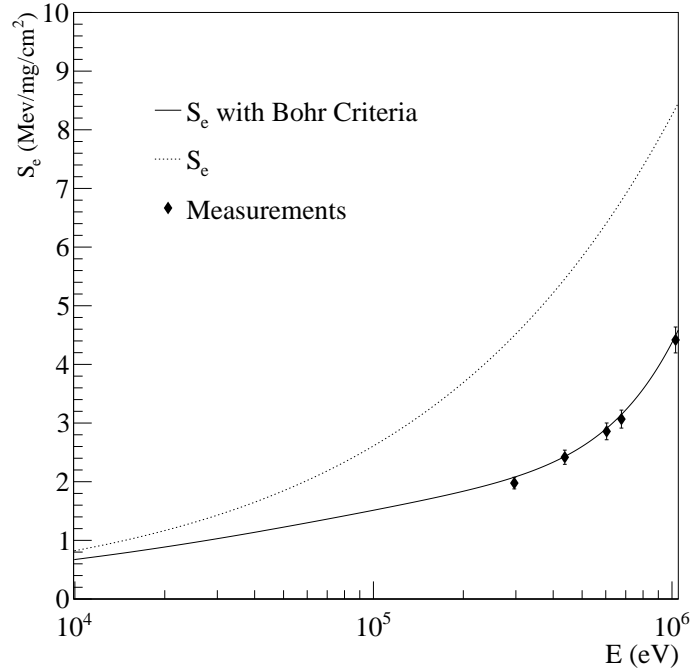


Figura 4-4. Poder de frenado electrónico para Si, comparado con datos y el efecto de “Bohr stripping” usando el potencial TF. Mediciones tomadas de [53, 54].

por lo que podemos definir

$$\Delta E = \sum_j n_j T_j, \quad \langle \Delta E \rangle = \sum_j \langle n_j \rangle T_j. \quad (4-35)$$

Es posible relacionar $\langle n_j \rangle$ con la sección eficaz σ_j para algún T_j de la forma; $\langle n_j \rangle = N \Delta x \sigma_j$, donde N es la densidad de número de blancos y Δx es la distancia (infinitesimal) recorrida por el ion.

Con lo anterior podemos definir las fluctuaciones o ‘straggling’ de la siguiente forma,

$$\Omega^2 = \overline{(\Delta E - \langle \Delta E \rangle)^2} = \sum_{j,l} \overline{(n_j - \langle n_j \rangle)(n_l - \langle n_l \rangle)} T_j T_l. \quad (4-36)$$

Comúnmente para simplificar 4-36 se supone que la variable n_j es independiente y sigue una estadística de Poisson, por lo que para $j \neq l$ la suma en 4-36 se anula y para $j = l$ se debe

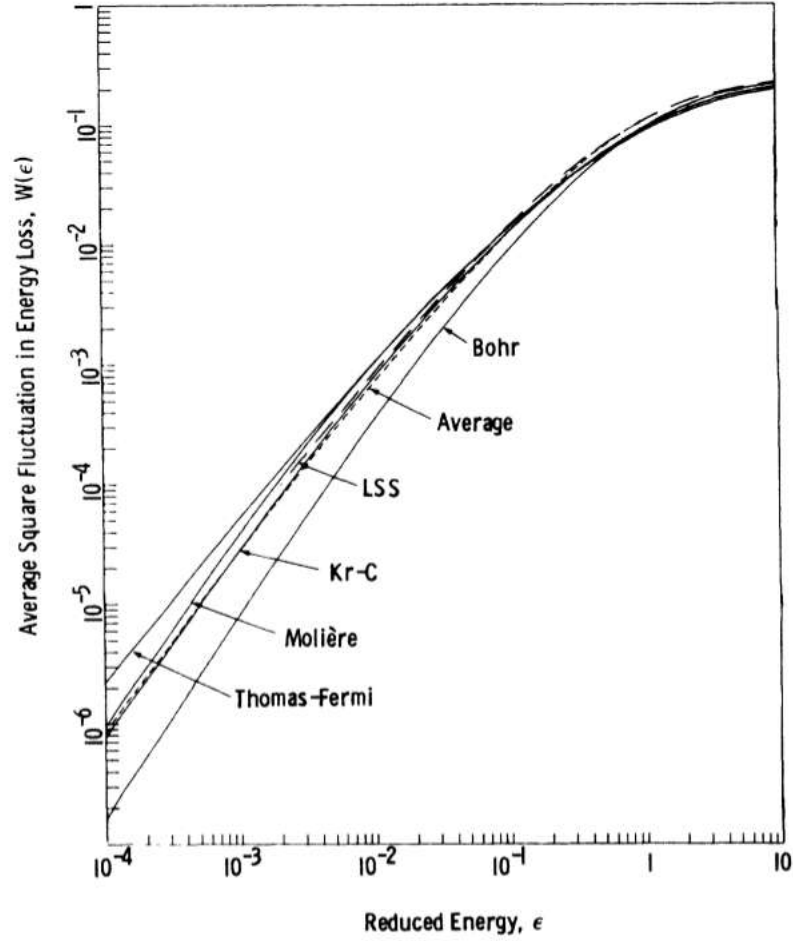


Figura 4-5. Comparación de W , Ec.(4-38) para diferentes potenciales, imagen tomada de [55]

cumplir $\overline{(n_j - \langle n_j \rangle)^2} = \langle n_j \rangle = N\Delta x \sigma_j$, lo cual define el ‘straggling’ como

$$\Omega^2 = \sum_j \langle n_j \rangle T_j^2 = N\Delta x \sum_j T_j^2 \sigma_j. \quad (4-37)$$

Dividiendo entre la densidad de columna $N\Delta x$ se define el “straggling” en dimensiones de (área)(energía)² (en analogía con el poder de frenado electrónico) como, ver Fig(4-5)

$$W \equiv \frac{\Omega^2}{N\Delta x} = \sum_j T_j^2 \sigma_j. \quad (4-38)$$

4.6.2. Efecto del ‘Straggling’ electrónico en la eficiencia de ionización

Primero debemos notar que el ‘straggling’ producido por las interacciones nucleares y electrónicas está relacionado, donde se puede demostrar que de hecho son iguales ya que la energía $E_R = N + H = \bar{N} + \bar{H}$ y dado que $\Omega_e = \langle H - \bar{H} \rangle^2$ entonces es evidente que $\Omega_n = \Omega_e$ [99]. Lindhard usó el formalismo de la función dieléctrica [99] para calcular directamente Ω_e

$$W(v) = \frac{d\Omega_e^2}{Ndx} = 4\pi Z^2 e^4 \frac{3}{2} \frac{v^2}{v_F^2} L_\Omega \quad (4-39)$$

con $L_\Omega \approx \int_0^1 \frac{z^4 dz}{(z^2 + \chi^2)^2}$, $\chi^2 = e^2 / \pi \hbar v_0$.

Por otro lado [55] calcula W por medio de Ω_n , que da resultados similares para energías de varios keV. A bajas energías el cálculo de Lindhard debe ser modificado consistentemente con el modelo de Tilinin para el poder de frenado electrónico, donde se puede definir una función τ_W que penalice a W a bajas energías y $\tau_W \rightarrow 1$ a energías altas. Este efecto puede observarse al comparar la ecuación 4-39 de [55], ver Fig.(4-6). La curva sin el efecto de “Straggling” fue presentada y publicada [35] por el autor de este trabajo en la reunión internacional “Magnificent” CEvNS 2020 (en línea), ver enlace *MagCEvNS2020*. Siguiendo el desarrollo de la función $\bar{\nu}$ del

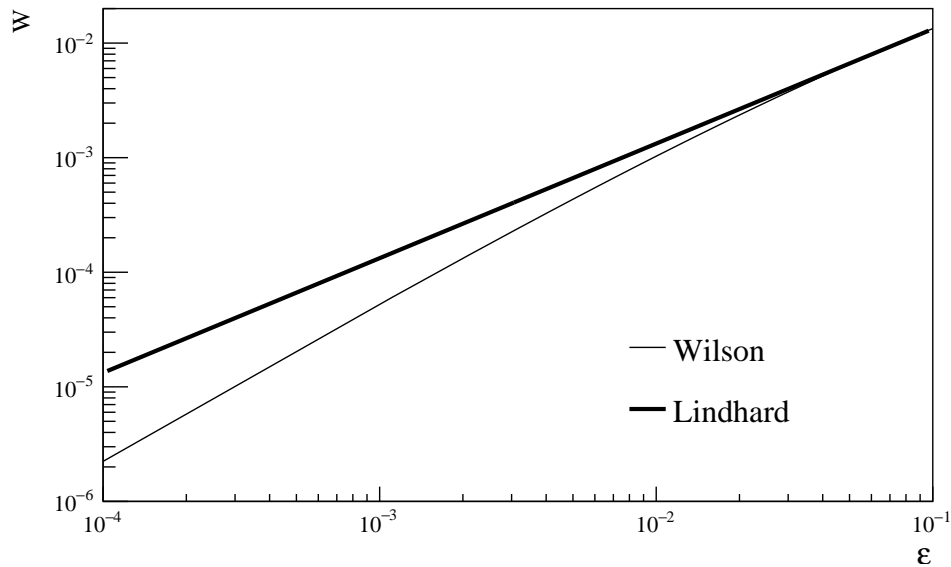


Figura 4-6. Comparación entre el W de Lindhard 4-39 y el calculado por Wilson [55].

capítulo 3, podemos demostrar que el término de segundo orden dominante esta dado por

$$\begin{aligned} \bar{\nu}(E - T_n - \Sigma_i T_{ei}) &\approx \bar{\nu}(E - T_n) - \bar{\nu}'(E) (\Sigma_i T_{ei}) \\ &+ \bar{\nu}''(E) T_n (\Sigma_i T_{ei}) + \frac{1}{2} \bar{\nu}''(E) \underbrace{(\Sigma_i T_{ei})^2}_{W:\text{Stragglng}}. \end{aligned} \quad (4-40)$$

Definimos $W(\varepsilon) = (c_Z)^2/\pi a^2 \int (\Sigma_i T_{ei})^2 d\sigma_e = (c_Z)^2/\pi a^2 \int T^2 d\sigma_n$ ($W(\varepsilon)$ en unidades adimensionales), por lo que podemos identificarlo fácilmente y reescribir la ecuación integro-diferencial 3-9 de tal modo que incluya el **efecto de stragglng**,

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} \varepsilon S_e(\varepsilon) \left(1 + \frac{W(\varepsilon)}{S_e(\varepsilon)\varepsilon}\right) \bar{\nu}''(\varepsilon) + S_e(\varepsilon) \bar{\nu}'(\varepsilon) &= \int_{\varepsilon u}^{\varepsilon^2} dt \frac{f(t^{1/2})}{2t^{3/2}} \\ &\times [\bar{\nu}(\varepsilon - t/\varepsilon) + \bar{\nu}(t/\varepsilon - u) - \bar{\nu}(\varepsilon)]. \end{aligned} \quad (4-41)$$

Como es evidente el término W afecta solo a la segunda derivada de $\bar{\nu}$ el cual es importante cerca del umbral, por lo que es de esperarse que el efecto de ‘stragglng’ electrónico afecte principalmente la eficiencia de ionización en este régimen de bajas energías, por ejemplo este efecto se puede apreciar usando el modelo de Tilinin con el potencial de Ziegler, ver Fig.(4-7). Por otro lado a altas energías el término $W/(\varepsilon S_e) \approx 1$ por lo que aun en ese régimen el “stragglng” debe tener un efecto sobre la eficiencia de ionización, el cual se observa que consiste en aumentarla, siendo más consistente con los datos de Zech y Antonella.

Resumen de hipótesis en el cálculo de la eficiencia de ionización para iones libres

A continuación damos un listado de las hipótesis usadas para calcular la eficiencia de ionización para retrocesos nucleares:

1. Se siguen usando las cinco aproximaciones de Lindhard, ver capítulo 3.
2. Se considera que solo existe ionización cuando el ion es capaz de moverse libremente en la red cristalina.
3. La ecuación integro-diferencial 4-41 se resuelve con el mismo algoritmo del método de “shooting” descrito en el capítulo 3 de esta tesis.

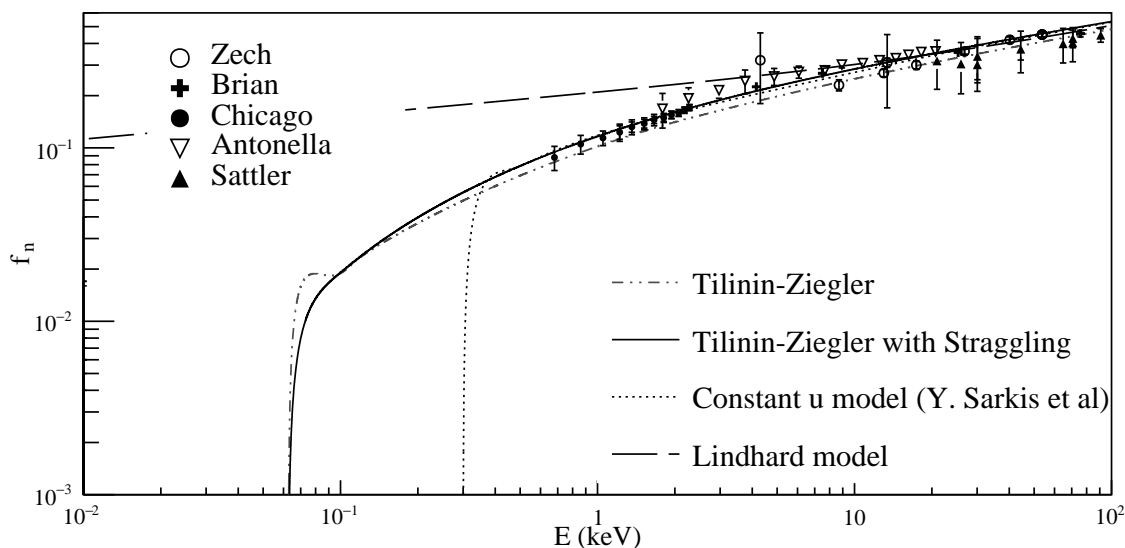


Figura 4-7. QF calculado a partir del potencial de frenado del modelo de Tilinin, con y sin efecto de ‘Stragglng’ electr3nico.

4. No se consideran correlaciones entre los otros iones de la red con el ion incidente y objetivo.
5. Para el poder de frenado electr3nico y el “stragglng” se usa la aproximaci3n continua de frenado o CSDA por sus siglas en ingl3s “The continuous slowing down approximation”.
6. Se ignoran los t3rminos asociados a la tercera derivada de \bar{v} en la ecuaci3n 4-41, como por ejemplo el sesgo y la curtosis electr3nica, etc.

4.7. Resultados para el QF

4.7.1. Silicio

En este estudio a~nadir3mos los datos de Sattler [18] y Gerbier [118] los cuales van de 20 keV a 2.9 MeV (solo usaremos los datos hasta 100 keV) y de 3.3 keV a 21 keV respectivamente, adem3s usaremos los datos ya incluidos en la referencia [34]³. Esta adici3n nos debe permitir una mejor comparaci3n con nuestro modelo. De esta colecci3n de datos notamos discrepancias

³Debido a que la serie de datos se bas3 en [95].

experimentales en el rango de energías menores a 10 keV, en particular con los datos de Zech[15], ANTONELLA[16] y los datos de [17].

El estudio realizado en [34] (Capítulo 3) solo considera el modelo más sencillo con energía de amarre constante, y a la vez suficiente para resolver la ecuación integral básica 3-3. Este modelo resultó exitoso para describir los datos de más baja energía hasta el momento del QF en silicio, pero con la notable característica de tener un umbral de corte del orden de 300 eV ($U_0 = 150$ eV), lo que estaría indicando que solo se produciría ionización y movimiento atómico a energías mayores a U_0 lo cual no es físicamente consistente con la energía promedio para liberar un ion (par de Frenkel) que es del orden de 30 eV [61]. En este estudio se pretende resolver esta dificultad considerando un modelo más realista para la energía de amarre que varíe con la energía del ion. Aun así seguiremos considerando como hipótesis de trabajo que la ionización sólo puede ser producida si el ion es capaz de liberarse de la red y adquirir movimiento cinético. Esta limitación física ignora que los átomos del medio pueden ionizarse adquiriendo movimiento cinético sin que necesariamente sean liberados de la red cristalina. Por lo que esperamos que nuestra predicción del QF en silicio no sea muy realista cerca del umbral. Por otro lado en este estudio consideraremos el efecto de fluctuaciones electrónicas descrito por la Ec. (4-41), este efecto cambia la forma del QF apreciablemente exclusivamente en las regiones cercanas al umbral, ver Fig.(4-7). Además consideraremos que el ion libre puede haber perdido electrones de valencia, siguiendo el esquema dado en [119] tomaremos para el silicio $Z_1 = 14$ y $Z_2 = 12$.

Otra diferencia es importante de este estudio comparado con [34] consiste en considerar un modelo de poder de frenado electrónico más realista a bajas energías que el usado por Lindhard en [34]. En este rango de bajas energías existen varios efectos que pueden comprometer el poder de frenado electrónico, por ejemplo efectos de repulsión Coulombiana, efectos de promoción de electrones. Tres modelos principalmente fueron considerados y estudiados en este análisis; Tilinin [38], Kishinevsky [36] y Arista [37]. Para cada caso también se consideraron diferentes variantes de potencial inter-atómico; Ziegler[115], TF., Moliere y Average [55]. De considerar estos efectos, se deduce que tendremos una lista de doce curvas, ver fig. (4-9, 4-8).

El poder de frenado electrónico además incluye efectos de alta energía debidos a la pérdida

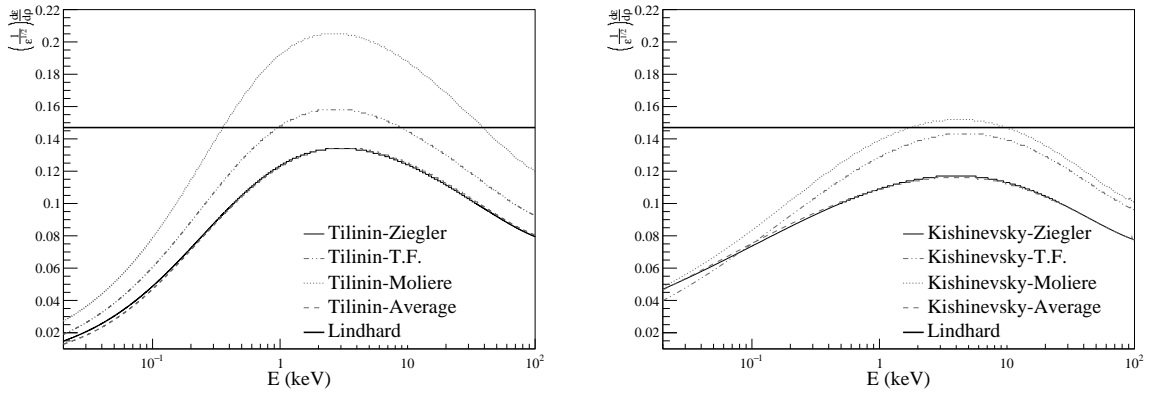


Figura 4-8. Poder de frenado electrónico para el Si obtenido del modelo de Tilinin (izq.) y Kishinevsky (der.) para diferentes potenciales interatómicos.

de electrones disponibles para la ionización (efecto de ‘stripping de Bohr’) y además se considera el efecto de oscilación del poder de frenado electrónico debido al cambio efectivo de la carga Z .

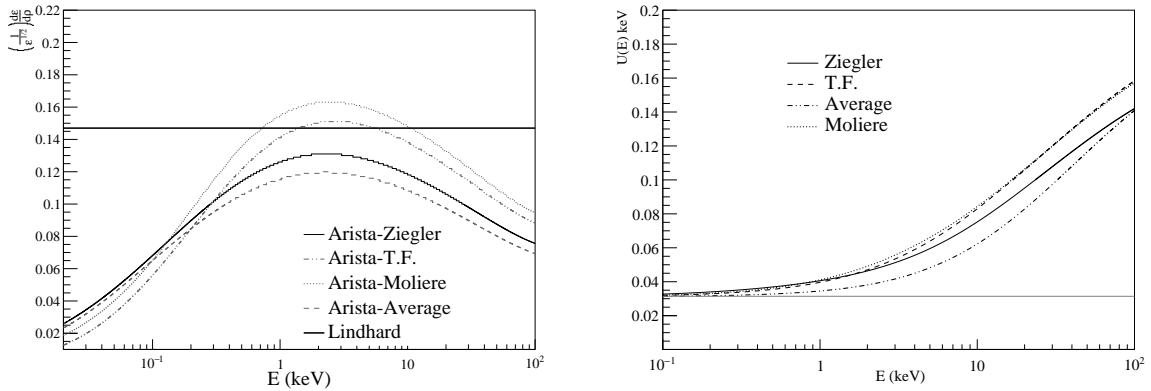


Figura 4-9. (Izq.) Poder de frenado electrónico para el Si obtenido del modelo de Arista para diferentes potenciales interatómico. (Der.) Modelo de energía de amarre variable con la energía para varios potenciales. La línea gris muestra la parte constante del modelo según se explica en este capítulo.

De forma similar para el modelo de energía de amarre se consideran los potenciales de Ziegler, TF, Moliere y Average, ver Fig. (4-9). Este modelo está basado principalmente en el modelo (modificado según lo explicado en este capítulo) de TF, el cual sólo toma en cuenta efectos promedio sobre todo el átomo en la colisión y además asume que este mantiene una simetría esférica. Un modelo más realista debe considerar distinguir los efectos de las capas

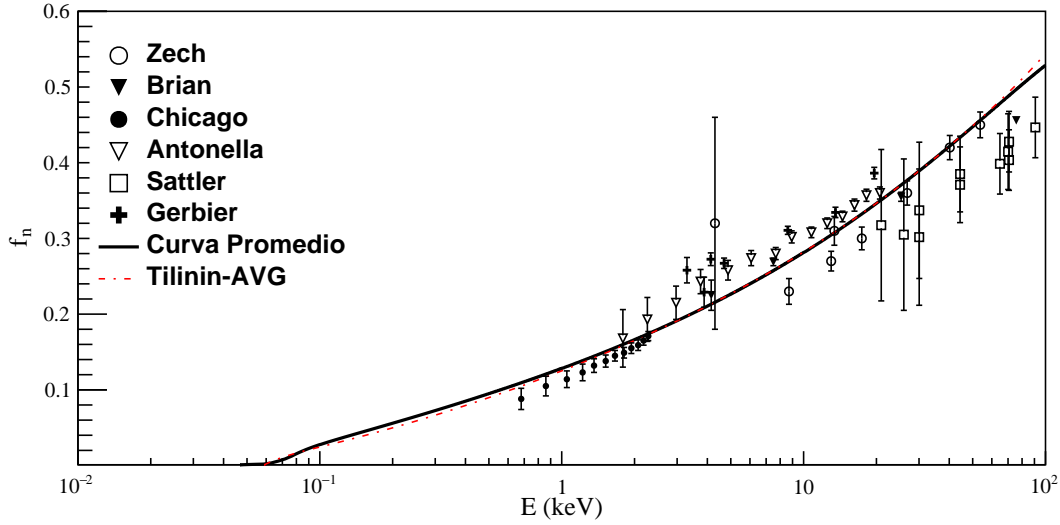


Figura 4-10. Modelo de Tilinin con un potencial interatómico AVG más cercano a la curva promedio.

electrónicas del átomo ($1s2s2p3s3d$ para el Si) lo cual produciría cambios importantes en la densidad de electrones entre capas, lo cual se vería reflejado en la energía de amarre (que es proporcional a la densidad de electrones) como valles y máximos.

Para realizar un ajuste a los datos disponibles del QF en silicio, se realizó una excursión sobre la energía de amarre U de 20-40 eV y el poder de frenado electrónico kS_e en un rango que puede variar entre $0.6 \leq k \leq 1.2$ en una retícula de 10×10 , ver Fig.(4-11). De cada curva se puede obtener el χ^2 por grado de libertad ($N_{dat} = 49$) y extraer el mínimo. Esto se puede hacer para cada modelo del poder de frenado electrónico y cada potencial, lo que resulta en doce curvas para el QF, de las cuales se puede elegir la que de el mejor ajuste a los datos y usar las restantes para estimar la banda de varianza (sistemática) que de esta manera incluya los efectos de los tres modelos y los cuatro potenciales en conjunto, ver Fig.(4-12). Haciendo esto la curva más próxima al promedio es la dada por el poder de frenado electrónico modelado por Tilinin y el potencial AVG, ver Fig.(4-10). Para estimar la variación sistemática del QF debida a la energía de amarre consideramos que la parte constante del modelo de energía de esta energía puede variar entre 20 – 40 eV [61], ver Fig.(4-13). Esto nos puede indicar que los datos de Antonella y Gerbier parecen discrepar de la tendencia suave que conecta al resto de

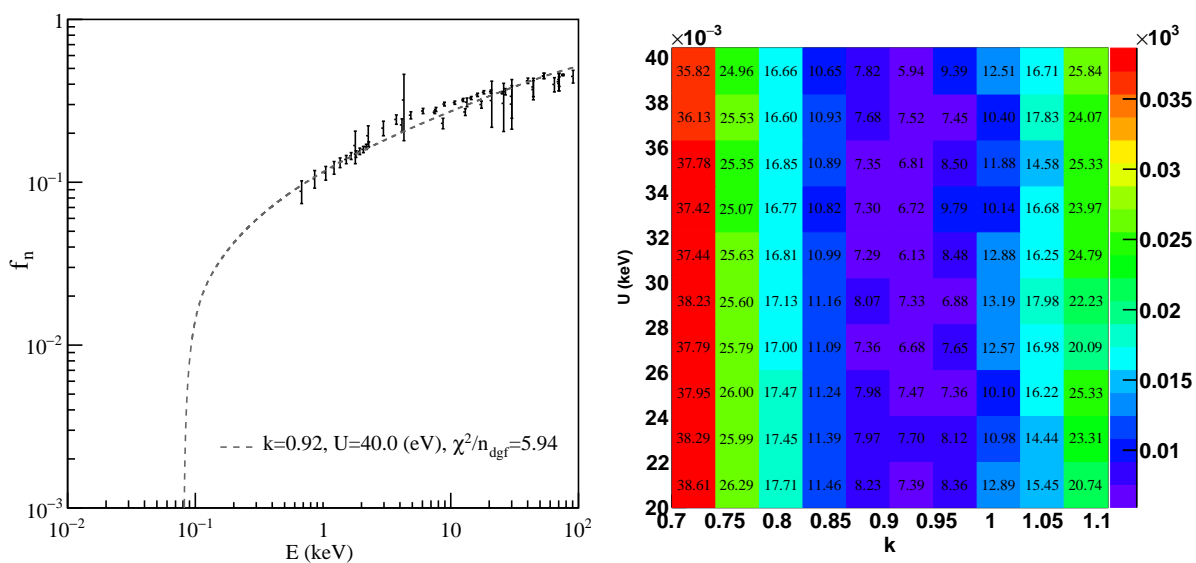


Figura 4-11. (Der) Retícula de 10×10 en U y k para obtener el mejor ajuste a los datos para el modelo de Tilinin con el potencial de Moliere, por un criterio de χ^2 . (Izq) Curva de QF con el mínimo χ^2 por grado de libertad.

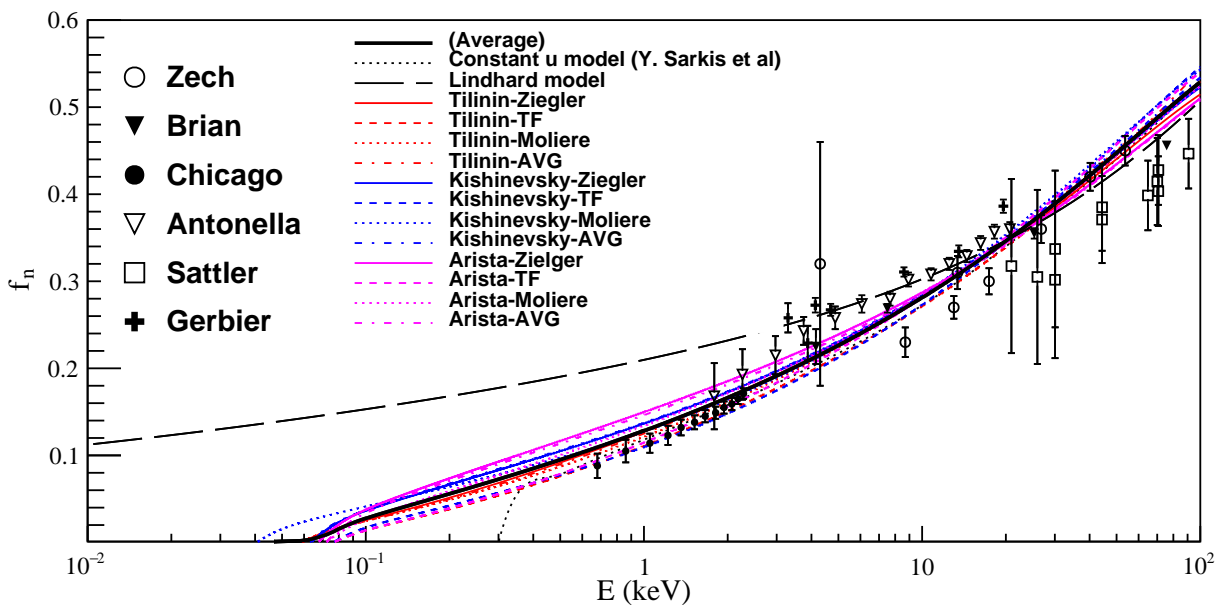


Figura 4-12. QF para los tres modelos considerados y los cuatro potenciales inter- atómicos.

los datos. La curva promedio presenta un ajuste con un $\chi^2/N_{ndf} = 5.63$ a los datos, y nos da una energía de amarre promedio de $U_{th} = 29.5$ eV que es un valor consistente con la energía

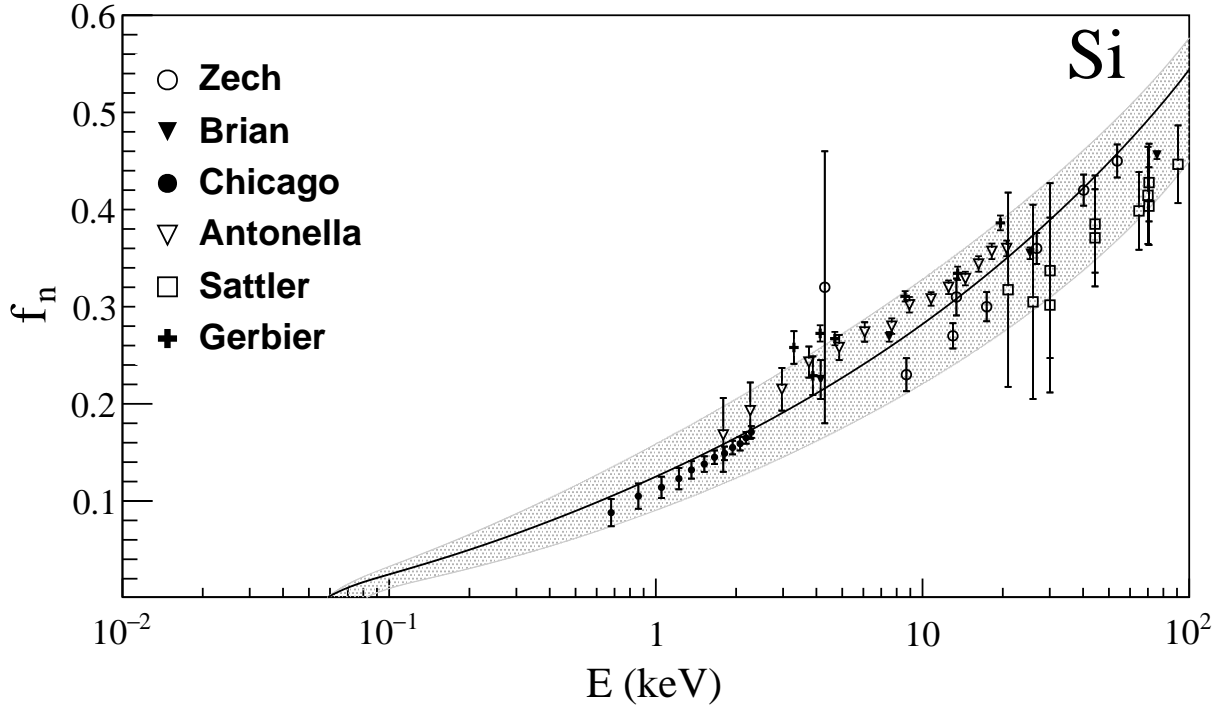


Figura 4-13. Corregir, Curva promedio para el QF en Si cubierta por una banda que cubre la serie de datos.

promedio para dislocar o producir un par de Frenkel (24-36 eV). Esta curva está construida sobre un modelo que supone que solo puede haber ionización si la energía de retroceso nuclear que se implementa al primer ion de la cascada cumple que $E \geq U_{th}$, por lo otro lado se espera que los procesos de ionización sigan existiendo aun cuando el ion no pueda escapar de la red cristalina y solo pueda vibrar, por lo que $f_n \neq 0$ para $E \leq U_{th}$. Considerando que la mayor parte de la ionización proviene de vibraciones de la red cuando $E \leq U_{th}$, es decir $E = N_{ph}E_{ph}$ con $E_{ph} = 0.048$ eV la energía máxima de los fonones en la red podemos estimar suponiendo que el intercambio de energía por ionización esta en equilibrio con los fonones y que además se necesitan muchos fonones para ionizar un electrón $E \approx E_{e-h}$ con $E_{e-h} = 3.6$ eV, entonces que en esta región $f_n \lesssim (1/N_{ph} = E_{ph}/E_{e-h})$, ($f_n \lesssim 0.013$). En nuestra curva esta desigualdad se cumple para $E_R \approx 80$ eV, por lo que podemos sugerir que nuestro modelo debe dar una buena

descripción para la eficiencia de ionización a energías de retroceso nuclear mayores a 80 eV.

4.7.2. Ajustes a los datos de Si sobre cuatro ordenes de magnitud de energía

Dado que el efecto de “Bohr Stripping” describe los datos experimentales de poder de frenado electrónico hasta energías del orden de 1 MeV (ver Fig.(4-4)), es razonable preguntarnos si el modelo es capaz de describir los datos del QF disponibles a energías de ese mismo orden (Sattler [18]). En la Fig.(4-14) se muestra el ajuste del modelo de Tilinin-Ziegler (el que da el menor $\chi^2/N_{ndf} = 7.13$) a todos los datos experimentales disponibles de 0.69 keV hasta 3 MeV. La banda de error representa la varianza de los otros once modelos considerados respecto al de Tilinin-Ziegler. Como puede verse los datos de Antonella y Gerbier (A-G) (de 1.7 a 21 keV) parecen tener el efecto de “jalar” el ajuste hacia valores mayores del QF. En la Fig.(4-15) se muestra el ajuste nuevamente pero eliminando los datos de A-G . El ajuste mejora notablemente ($\chi^2/N_{ndf} = 1.77$) y parece dar una descripción razonable de los datos del QF a lo largo de casi cuatro ordenes de magnitud en energía de retroceso nuclear E_R . En ambas figuras se muestra también el modelo de Lindhard con el valor de $k = 0.147$ (Ec.3-7) esperado para el Si. Es interesante notar que el efecto de “Bohr Stripping” introduce el cambio de pendiente adecuadamente alrededor de 1 MeV y que cuando se ignoran los datos de A-G el modelo ajustado coincide bastante bien con el modelo original de Lindhard a energías mayores a 100 keV. La solución mostrada en la Fig.(4-15) da una descripción satisfactoria del QF en Si desde un umbral de 30 eV (energía para crear pares de Frenkel en Si) hasta 3 MeV. Vale la pena mencionar que si el ajuste se realiza el ajuste para los siete puntos por encima de 1 MeV (Sattler) el modelo predice muy bien los valores medidos por Chicago alrededor de 1 keV.

4.7.3. Germanio

Con excepción de los recientes datos de Collar[56], el modelo de Lindhard para el QF describe los datos experimentales hasta 254 eV. El modelo presentado en el capítulo 3 con energía de amarre constante y poder de frenado de Lindhard ($k\varepsilon^{1/2}$) también describe adecuadamente estos datos. Sin embargo, un primer análisis muestra que el modelo extendido con energía de

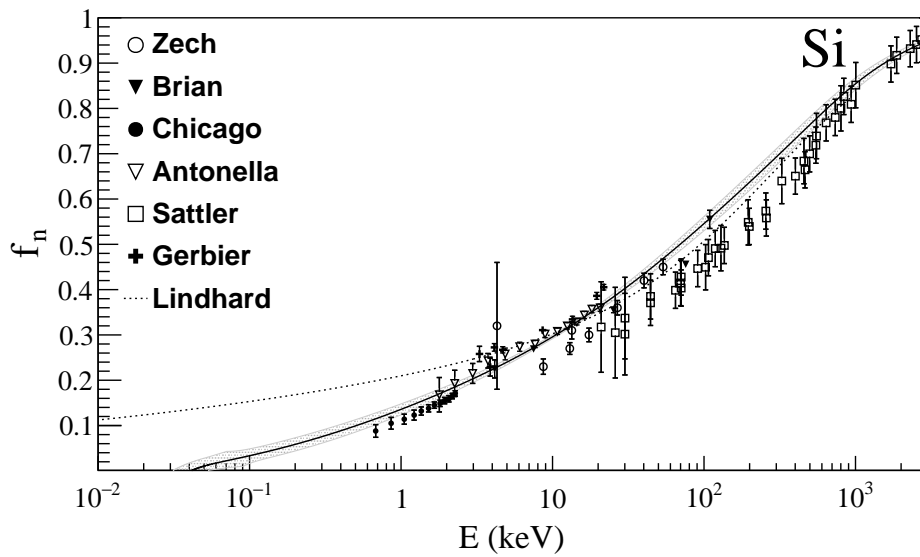


Figura 4-14. Ajuste del modelo Tilinin-Ziegler a los datos de 0.69 keV hasta 3 MeV. La banda se calcula por medio de la varianza de esta curva con los otros once modelos.

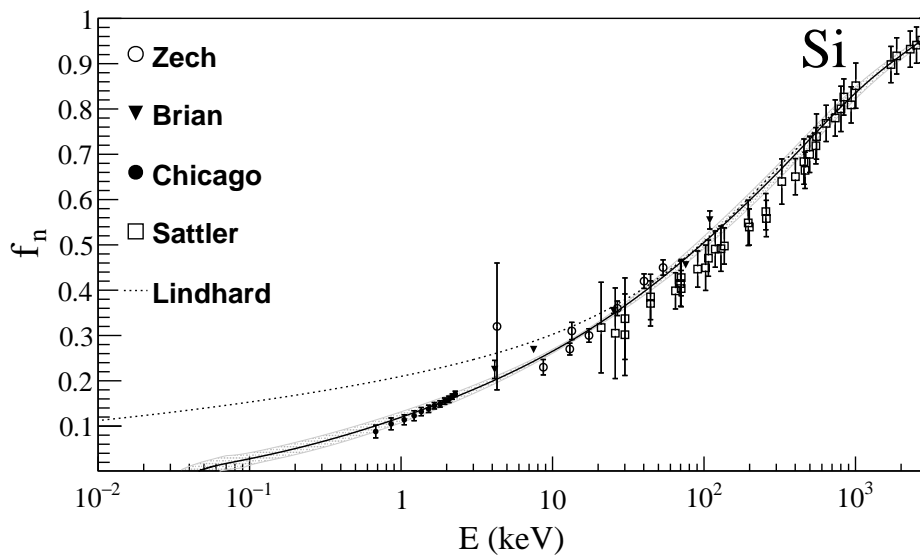


Figura 4-15. Ajuste del modelo Tilinin-Ziegler a los datos de 0.69 keV hasta 3 MeV, donde se han omitido los datos de A-G en el análisis. La banda se calcula por medio de la varianza de esta curva con los otros once modelos.

amarre variable y poder de frenado de Tilinin, Kishinevsky o Arista, resultan en un QF muy por debajo de los datos experimentales para energías ≤ 10 keV. Recordando que para el Ge $Z = 32$ mientras que para el silicio $Z = 14$, es de esperarse que el poder de frenado electrónico para elementos con Z grande (mayor a 20), deba modificarse. Una diferencia notable es que la capa de valencia es el orbital $3d$ para el germanio que está caracterizada por tener una energía de amarre mucho menor que la capa $2p$ del silicio [58, 59].

Un intento por considerar este efecto en el enfoque semi-clásico lo podemos extraer de Tilinin [38], que considera un posible efecto geométrico en la trayectoria del ion que en principio puede ser distinto a la de una línea recta y de ser así tiene el efecto de mejorar el poder de frenado electrónico. Tilinin considera que la mayor contribución al poder de frenado electrónico proviene de parámetros de impacto grandes en comparación con a_0 , por lo que justifica ignorar este efecto suponiendo ángulos de dispersión pequeños ($\theta \lesssim 1$) según la formula aproximada $\theta \approx Z_1 Z_2 (Z_1^{2/3} + Z_2^{2/3})^{-1/2} (e^2/a_0)/2E$, de esta ecuación podemos inferir que sólo a altas energías, o Z_1 y Z_2 bajas, la condición de ángulo pequeño se cumple. Un cálculo numérico preciso usando la fórmula (4) de [39] usando el potencial de TF para evaluar este ángulo da que $\theta < 1$ si la energía es $E < 67$ eV para silicio y $E < 190$ eV para el germanio. Como se esperaba para Si, el límite en la energía es razonable y es del orden de la energía umbral para producir pares de Frenkel, por lo que en Si el modelo de Tilinin puede ser utilizado directamente. Sin embargo para el Ge el modelo es valido para energías mucho mayores que la energía umbral esperada que es del orden de 20 eV (energía para crear pares de Frenkel).

Según el efecto considerado por Tilinin podemos calcular la función $f(\rho, z)$ dada la trayectoria del ion, por ejemplo para una recta $f(\rho, z) = \rho + \tan(\theta)z$. Consideremos ahora una trayectoria helicoidal producida por un movimiento circular causado por el equilibrio termodinámico de los electrones en las capas internas del ion y la velocidad de este. En este caso la función $f(\rho, z) = (\rho^2 + \rho_0^2 - 2\rho\rho_0 \cos(\omega z/v))^{1/2}$, donde ρ_0 , ρ son el parámetro de impacto y el radio de la hélice, ω es la frecuencia de giro del ion y v es la velocidad de este. De acuerdo a

Tilinin este factor geométrico afecta el poder de frenado de la forma,

$$S_e = (\sqrt{(\partial_z f)^2 + 1})(Nm v_0) \int_V n_i(\mathbf{r}) v_F(\mathbf{r}) \sigma_{tr}(v_{Fi}) dV, \quad (4-42)$$

donde el término $(\sqrt{(\partial_z f)^2 + 1})$ originalmente está dentro de la integral, pero aquí solo consideraremos efectos promedio por lo que puede salir de la integral (por el teorema del valor medio) si se entiende que $f(\rho, z)$ es ahora un valor promedio. Si $\rho_0 \gg \rho$, entonces el término $(\partial_z f)^2 = \omega^2 \rho^2 / 2v^2$.

Según [120] este movimiento helicoidal puede entenderse debido a que los electrones dan retrocesos aleatorios al ión cambiando la trayectoria a la de una línea recta. Por lo que se puede modelar el movimiento circular por un caminante aleatorio $P = \frac{P_0}{2\pi(4D\Delta t)} e^{-(x^2+y^2)/4D\Delta t}$, donde D es la constante de difusión causada por los electrones emitidos y en equilibrio con el ion. Si definimos la distancia RMS como el radio de la hélice $\rho^2 = 4D\Delta t$, es posible evaluar el mínimo para $P(y)$, $4D\Delta t = x^2 + y^2$.

Para calcular los coeficientes D y Δt , definimos primero el tiempo característico Δt como la tasa de transición para la ionización de iones que se puede obtener multiplicando el flujo (isotrópico) por la sección eficaz de ionización (en la capa electrónica de interés),

$$(1/\tau) = J\sigma \quad J = \frac{N_k v_l}{4V}, \quad (4-43)$$

donde N_k son los electrones de cada capa atómica a considerar, V es el volumen del átomo ($\approx \frac{4}{3}\pi(2a_0)^3$), v_l es la velocidad orbital de los electrones de valencia y la sección eficaz de ionización esta dada por [121] (donde se ha puesto que la velocidad de los electrones es $v_l + v$ y se desarrolla en Taylor la fórmula (3), ya que $v/v_l \ll 1$)

$$\sigma = N_{val} \sigma_{e-Ion} = \frac{4\pi a_0 R^2 N_k N_{val} M^2}{I^2} \left(\frac{3v}{4v_l} \right), \quad (4-44)$$

donde $M^2 = 0.72$, $R = 13.6$ eV, I es la energía de amarre promedio en eV de la capa atómica a considerar (los capas muy internas son despreciables), a_0 es el radio de bohr, N_{val} son los

electrones de valencia de cada capa y v es la velocidad de los iones.

Entonces, para el coeficiente de difusión D , podemos usar la definición directa $D = \mu E$, donde E es la energía característica que puede modelarse como la energía de amarre de la capa electrónica ($E \approx I$). Por otro lado $\mu = \frac{v_R}{F}$ ($v_R = \sqrt{2I/M} \approx 8.9 \times 10^3$ m/s) esto es considerando un equilibrio termodinámico entre los electrones con energía I y los iones, donde F se define como la fuerza promedio entre un electrón-ion, $F = \frac{Z^* e^2}{2(a\bar{x})^2}$, $a = \frac{0.885a_0}{Z^{1/3}}$, donde $\bar{x} = \bar{r}/a$ y $Z^* = \gamma Z$ es la carga efectiva que siente el electrón al interactuar con el ion ($\gamma = f(z) - zf'(z)$, donde $f(x)$ es la función de apantallamiento del potencial del sistema electrón-ion y z es la distancia de mínima aproximación entre ion-ion). Con esto podemos calcular $\omega = \frac{2\pi}{\tau}$ y $\rho^2 = 4D\Delta t$ (que son cantidades promedio). Se debe considerar a \bar{x} como la distancia promedio de mínimo acercamiento entre los iones.

Para el caso del Ge; $I = 30$ eV, $N_k = 10$, $N_{val} = 4$ and $Z = 32$, lo que resulta

$$R\omega = 0.78(x/\gamma^{1/2})v_0,$$

$$S_e = (1 + 0.61x^2/\gamma)^{1/2}(S_e^{Til}) \gg (S_e^{Til}) \approx S_e^{Lindhard} \quad \text{a bajas energías.}$$

Por otro lado para el Si; $I = 113$ eV, $N_k = 8$, $N_{val} = 4$ y $Z = 12$.

$$R\omega = 0.12(x/\gamma^{1/2})v_0,$$

$$S_e = (1 + 0.014x^2/\gamma)^{1/2}(S_e^{Til}) \approx (S_e^{Til}),$$

lo cual implica que el efecto geométrico de la trayectoria para el Si es despreciable. Y por otro lado para el Ge este factor es considerable sobre todo en las regiones de baja energía aumentando el poder de frenado electrónico.

Para el germanio usamos los modelos de Tilinin, Kishinvesky y Arista para el poder de frenado electrónico, en donde en los tres casos consideramos el efecto geométrico para considerar ángulos de dispersión $\theta > 0.1$. Para cada modelo se consideraron cuatro diferentes potenciales

interatómico, TF, Moliere, AVG y Ziegler. Se calculó para cada modelo y potencial el poder de frenado electrónico añadiendo en todos los casos el factor geométrico 4-42, también se calcularon las energías de amarre para cada potencial inter atómico, ver Fig.(4-16,4-17).

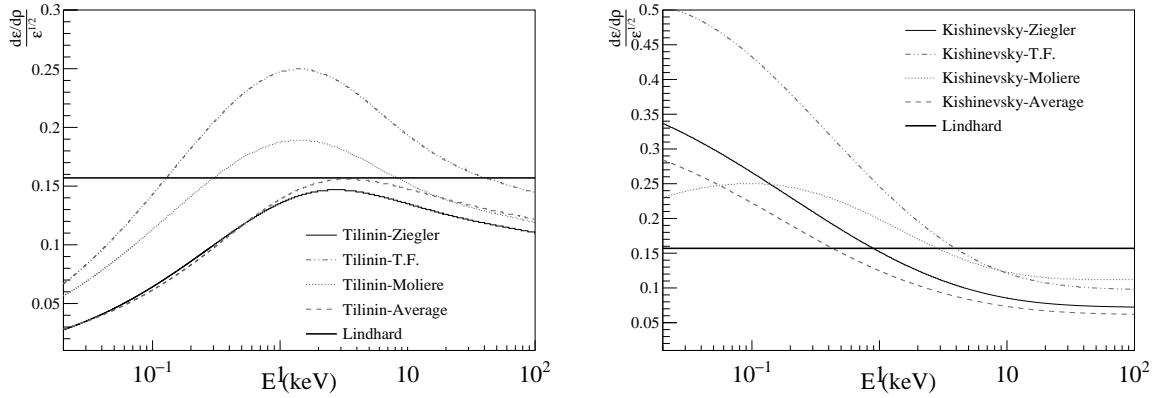


Figura 4-16. Poder de frenado electrónico obtenido del modelo de Tilinin (izq) y Kishinevsky (der) para diferentes potenciales interatómicos.

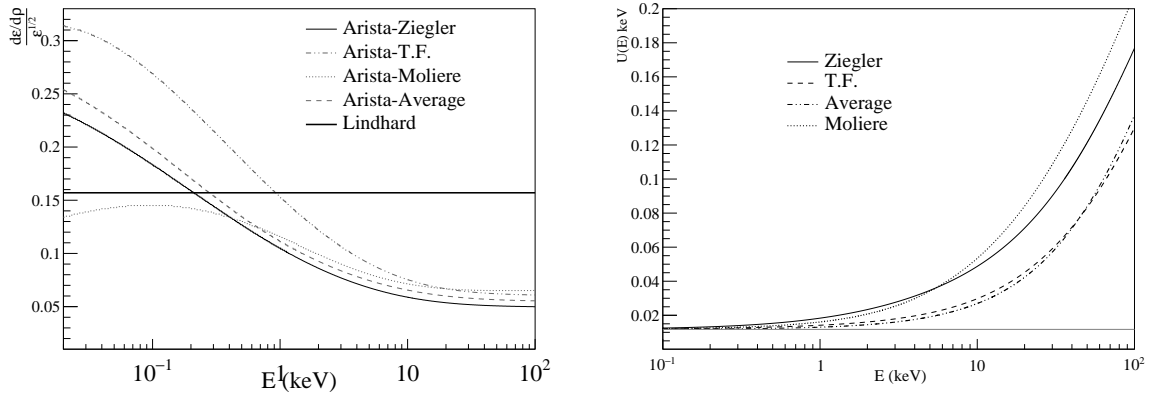


Figura 4-17. (Izq.) Poder de frenado electrónico obtenido del modelo de Arista para diferentes potenciales interatómico. (Der.) Modelo de energía de amarre variable con la energía para varios potenciales. La línea gris muestra la parte constante del modelo según se explicó en este capítulo.

Para obtener el mejor ajuste a los datos disponibles (hasta 2019) se crea para cada modelo y potencial una retícula de 10×10 para la energía de amarre U entre 5-35 eV y el factor de proporcionalidad se varió entre $0.4 \leq k \leq 1.3$ para el poder de frenado electrónico, ver Fig.(4-18).

Esto se puede hacer para cada modelo del poder de frenado electrónico y cada potencial,

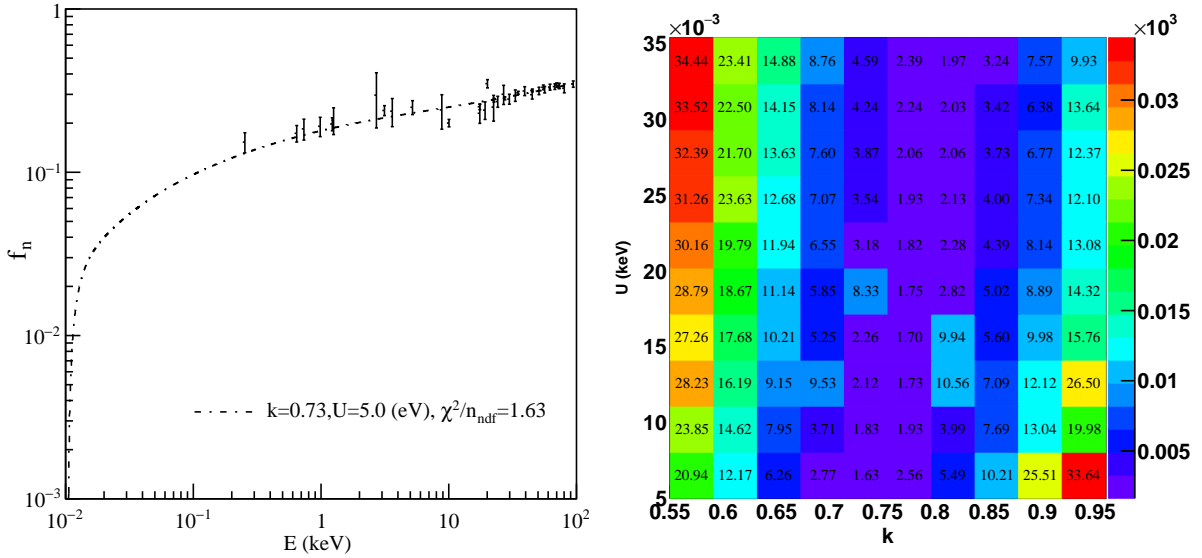


Figura 4-18. (Der) Retícula de 10×10 en U y k para obtener el mejor ajuste a los datos del Ge para el modelo de Tilinin con el potencial de Moliere, por un criterio de χ^2 . (Izq) Curva de QF con el mínimo χ^2 por grado de libertad

lo que resulta en doce curvas para el QF, de las cuales se pueden promediar para obtener de esta manera una curva que incluya los efectos de los tres modelos y los cuatro potenciales en conjunto. De esta curva podemos obtener la curva más cercana al promedio por medio de un criterio de mínima distancia cuadrática de cada curva al promedio, en este caso el modelo que minimiza esta distancia es el de Tilinin con el potencial de Moliere, ver Fig(4-19).

Para estimar la variación sistemática del QF consideramos que la parte constante del modelo de energía de amarre puede variar entre $10 - 30$ eV [60] y dada la discrepancia del conjunto de datos en ciertas regiones se consideró una banda de varianza formada por las curvas de QF de los doce modelos considerados en este trabajo, ver Fig.(4-20). La curva promedio presenta un ajuste con un $\chi^2/N_{ndf} = 1.63$ a los datos, y nos da una energía de amarre promedio de $U_{th} = 22.1$ eV que es un valor consistente con la energía promedio para dislocar o producir un par de Frenkel. Siguiendo una discusión sobre la validez del modelo similar a la realizada para el silicio, podemos decir que nuestra curva es físicamente válida para $E_R > 60$ eV, por lo que nuestro modelo debe funcionar para energías de retroceso nuclear mayores a 60 eV.

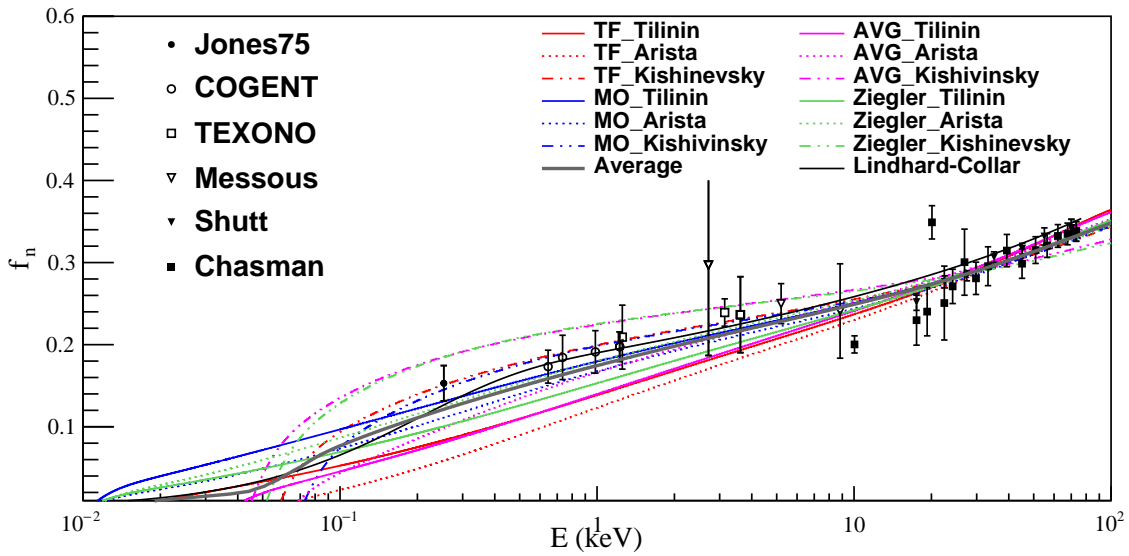


Figura 4-19. QF para Ge con los doce modelos considerados (tres modelos para el poder frenado electrónico y los cuatro potenciales interatómicos).

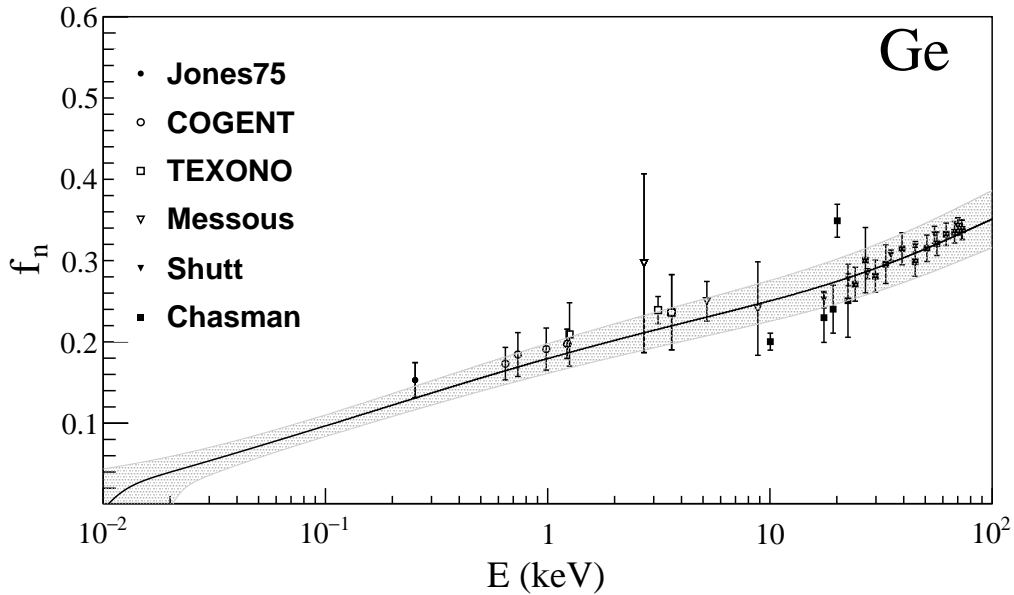


Figura 4-20. Curva más próxima (Tilinin-Moliere) al promedio para el QF en Ge cubierta por una banda que cubre la serie de datos.

Datos de Collar (2021)

A principios del año 2021 se publicaron nuevos datos, ver Fig.(4-21) para el QF en germanio en el rango de bajas energías $E > 250$ eV,[56] usando una fuente de neutrones inducida por fotones gamma $^{88}\text{Y}/\text{Be}$ que produce neutrones mono energéticos de 152 keV provenientes de la desintegración foto nuclear del Berilio.

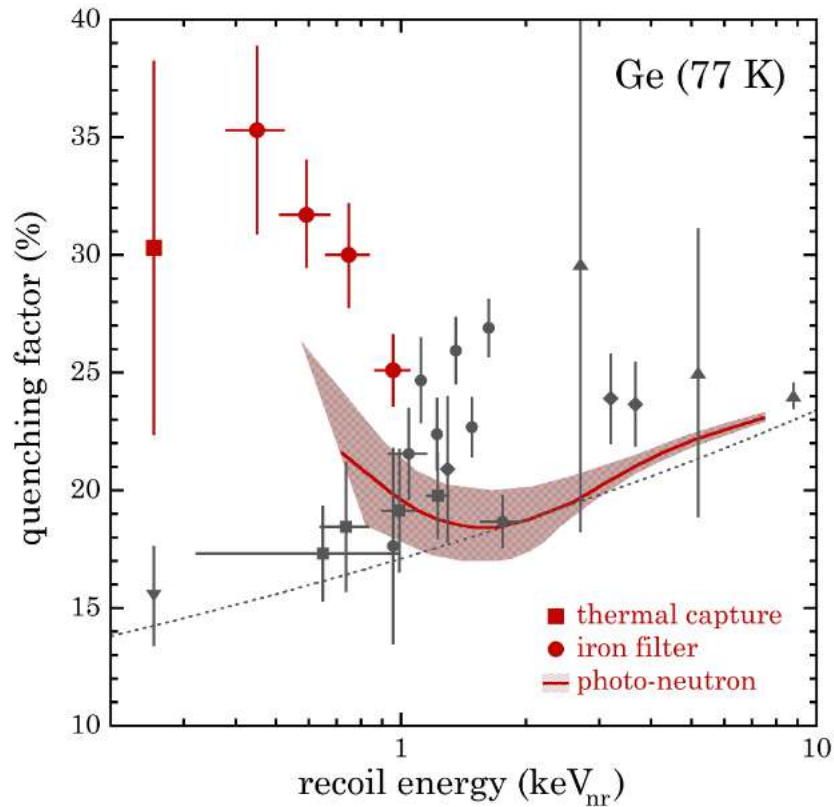


Figura 4-21. Resultados de QF para germanio, etiquetados por técnica de calibración, figura tomada de [56].

De esta nueva serie de datos destaca el punto a más bajas energías de 0.254 keV con un valor de $f_n = 0.303$ que difiere por la medición de Jones de $f_n = 0.154$, donde es evidente, dado los errores presentados, que ambas mediciones no son compatibles entre si. El artículo [56] menciona que este efecto puede explicarse con un modelo de juguete basado en el efecto Migdal (resaltando la importancia de la capa $3d$ del Ge).

En nuestro caso para el germanio podemos usar alguno de los tres modelos para el poder

de frenado electrónico y la energía de amarre. Notamos por la figura 4-16 que el modelo de Kishinevsky junto con la mejora del factor geométrico muestra un comportamiento creciente del poder de frenado electrónico a energías menores a 1 keV (en promedio el valor del poder de frenado entre $\varepsilon^{1/2}$ es del orden de 0.1, lo cual está en acuerdo con la teoría de Lindhard para este factor). Dada la naturaleza del problema es de esperarse que este comportamiento del poder de frenado electrónico aumente la eficiencia de ionización a energías menores a 1 keV.

La posible explicación física de este comportamiento puede deberse a la interacción de la capa $3d$ del Ge con los iones en equilibrio, dado que esta capa se caracteriza por tener muchos electrones en comparación con las otras capas internas, esto debería promover más ionización que un átomo como el silicio. Podemos ver que para el caso del silicio los cuatro electrones de valencia forman el gas de electrones libres y el átomo de silicio esencialmente interactúa con los electrones de la capa $2s2p$ (Neón) por lo que esperamos que estos electrones no puedan ionizarse fácilmente, por otro lado aplicando el mismo argumento para el germanio la capa con la que interactúa sería $3s3d$ que no es una capa llena, por el contrario es una capa fuertemente apantallada más susceptible de ionizarse. El modelo de Kishinevsky considera que la velocidad del ion a bajas energías no es uniforme debido a los potenciales interatómicos, esto se contrasta con los modelos de Tilinin y Arista basados en la existencia de un plasma formado por electrones libres ligados débilmente a los iones.

Presentamos un estudio preliminar que muestra como es posible explicar los datos de Collar con el modelo semi clásico de Kishinevsky, ver Fig.(4-22). Se observa que los modelos de Arista y Tilinin comparados con el modelo de Kishinevsky, muestran un comportamiento muy diferente en la región de energías menor a 10 keV. De los cuatro potenciales usados el mejor modelo que ajusta los datos es el de TF.-Kishinevsky.

QF a energías menores a 100 eV

Pedir que la derivada en $\bar{\nu}$ sea discontinua en $\varepsilon = u$ es un aspecto clave para resolver la ecuación integro diferencial 3-9. Esta discontinuidad solo se ha comentado como un aspecto matemático del modelo, sin embargo es posible manejar una interpretación física basada en las

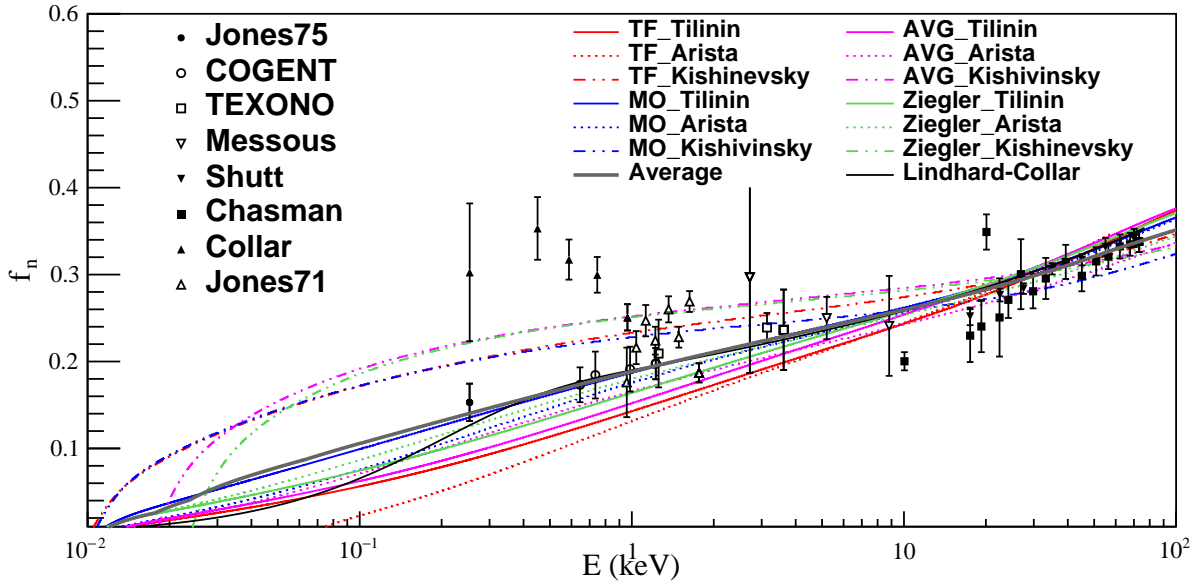


Figura 4-22. Modelos de poder de frenado de Tilinin, Kishinevsky y Arista ajustados a los datos de Collar[56]

siguientes observaciones: Si la energía del ion es un poco mayor que U este se comporta como un gas libre (ionizado) dentro de un sólido y si la energía es un poco menor que U entonces el ion solo puede oscilar dentro del sólido en una fase estructural.

Observando que $\bar{\eta}'$ es cero cuando $\varepsilon < u_0$ y distinto de cero para $\varepsilon \geq u_0$, podemos interpretar a $\bar{\eta}'$ como un parámetro de orden [122] (discontinuo) que describe una transición de fase de primer orden, ver Fig.(4-23). La interpretación física de este parámetro de orden se puede entender por medio de la derivada $df_n/d\bar{\eta} = \bar{\eta}$, este término aparece directamente en la tasa diferencial de eventos cuando se incluye el QF, por ejemplo de una señal de $CE\nu NS$. Por lo que $\bar{\eta}'$ es el parámetro que escala este espectro de acuerdo con el efecto debido al QF de desplazar eventos de alta energía a energías más bajas, por lo que $\bar{\eta}'$ debe ser siempre positivo.

Si en la descripción del QF involucra una transición de fase de primer orden y por ende tiene implicado un parámetro de orden con una discontinuidad en el umbral de energía (cerca de ≈ 40 eV). Esto tiene implicaciones directas en la interpretación de señales cuyos espectros dependen del QF, como por ejemplo la $CE\nu NS$. Un primer análisis muestra que cualquier señal

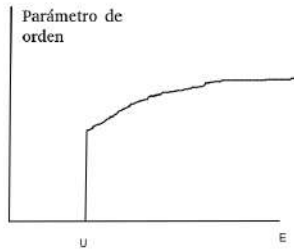


Figura 4-23. Diagrama que ilustra el comportamiento general del parámetro de orden para una transición de primer orden.

cerca de este umbral debe ser más grande que si el QF fuese continuo en su primera derivada, mas aun el comportamiento de divergencia característico de una transición de primer orden está asociado al espectro diferencial de la señal con QF, lo cual por ejemplo en el caso de CONNIE aumentaría los eventos esperados por la $CE\nu NS$, por lo que este efecto contrastaría con la hipótesis de nueva física en esas energías y solo sería visto como un error sistemático.

4.8. Estudio de la señal $CE\nu NS$ en keV_{ee}

Finalmente como aplicación de este estudio sobre la eficiencia de ionización podemos analizar la señal esperada de anti-neutrinos en un detector tipo CONNIE, usando la misma eficiencia y umbral de energía. Usamos los mismos espectros de anti-neutrinos de reactor que en el capítulo 2 y seguimos el mismo procedimiento para calcular el espectro de eventos, ver Fig.(4-24). De

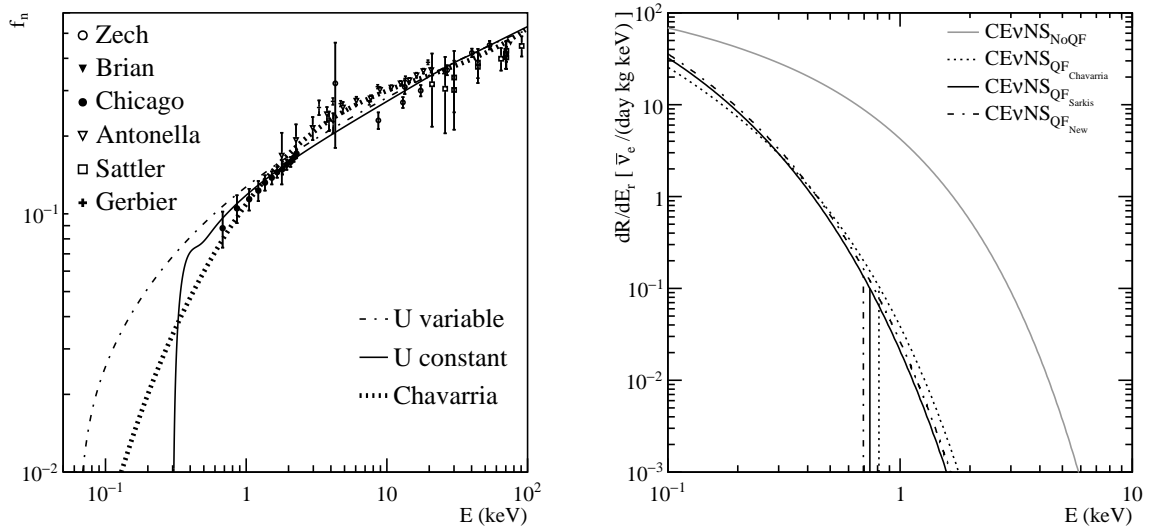


Figura 4-24. (Izq.) “Quenching factors” para tres modelos; Chavarria[46],U constante (Sarkis) [34] y el QF de la Fig.(4-12). (Der.) Espectro de señal $CE\nu NS$ sin ningún efecto y con efecto de QF para los tres modelos indicando el valor umbral de 75 eV_{ee} convertida a energía de retrocesos nucleares.

esta manera al espectro de la Fig.(4-24) es multiplicado por la eficiencia 2-21 y después se escala por el QF según la fórmula 2-10. Esto se realiza para el QF dado por Chavarria 2-23 el cual se basa en un ajuste fenomenológico, el QF descrito en [34] (Capítulo 3) que considera la energía de amarre (constante) y el poder de Frenado de Lindhard y el QF descrito en este capítulo el cual incorpora efectos de Bohr “stripping”, “Z oscillations”, efectos de repulsión coulombiana y un modelo de energía de amarre variable con la energía, ver Fig.(4-25).

Del gráfico 4-25 se observa que la predicción $CE\nu NS$ para un detector tipo CONNIE con un umbral de 0.075 keV_{ee} es sensible a los distintos modelos del QF exclusivamente para el

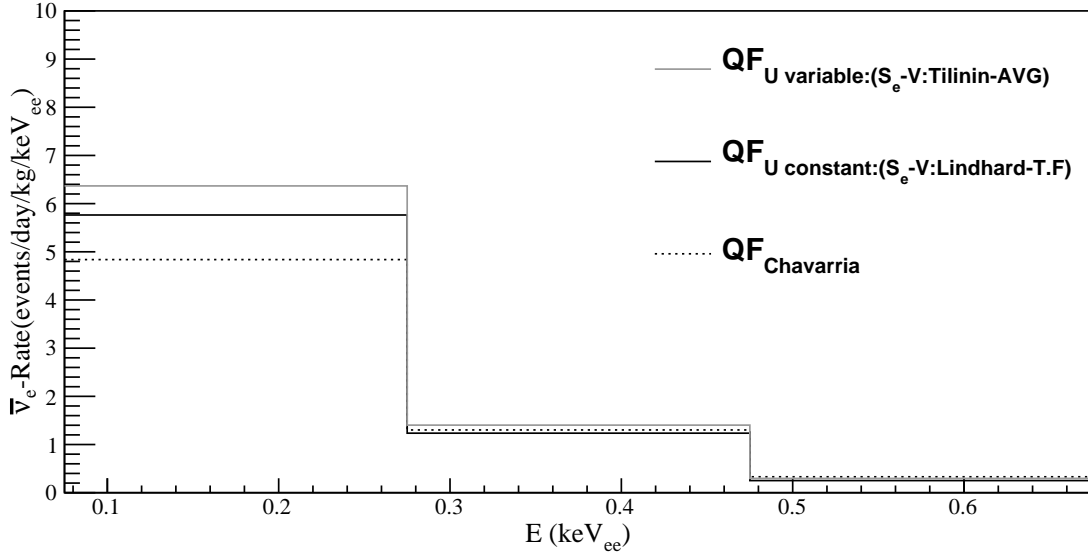


Figura 4-25. Señal esperada de anti-neutrinos en CONNIE (“ 1×1 ”) para distintos QF; Chavarria [46], Sarkis [34] y el QF descrito en este trabajo.

Rango de energía (keV)	Señal $CE\nu NS$ Chavarria	Señal $CE\nu NS$ Sarkis	Señal $CE\nu NS$ Este trabajo
0.075 – 0.275	4.8	5.8	6.4
0.275 – 0.475	1.3	1.2	1.4
0.475 – 0.675	0.3	0.3	0.3

Tabla 4-1. Señal $CE\nu NS$ en (eventos/día/kg/keV) esperada suponiendo tres “quenching factors”, Chavarria [46], Sarkis [34] y el QF descrito en este trabajo.

primer bin, ya que en esta región de energías visibles ($E_R \approx 700 - 1200$ eV) el QF de Chavarria pasa por los puntos centrales de los puntos [17] mientras que los otros QF toman en cuenta el efecto global de los otros datos a bajas energías [16, 118] que pasan por encima de los datos de Chavarria, lo que produce que los otros QF predigan un valor mayor al de Chavarria en esta región particular, ver tabla 4-1.

≈ CAPÍTULO 5

Banco de pruebas de CCD de calidad científica del ICN

El grupo del ICN que participa en CONNIE y DAMIC ha trabajado en la instalación de un banco de pruebas de CCD para la caracterización de estos sensores. El autor estuvo a cargo de la instalación inicial de este montaje como parte de su trabajo en el doctorado y de maestría. Este trabajo consistió en el ensamblado físico de la cápsula de vacío, implementar los sensores de temperatura y presión a la cápsula (así como hacer cotizaciones y conseguir algunas piezas). También se hicieron pruebas junto con el investigador Juan Estrada de Fermilab, que nos permitieron saber que nuestro sistema electrónico es operativo.

5.1. Montaje experimental del banco de pruebas

El banco de pruebas para sensores CCD del Laboratorio de Detectores del ICN consta actualmente de una cápsula cúbica de vacío de acero inoxidable de 10" de arista, con 3 puertos de acceso para: *i*) una bomba de vacío seco (Pfeiffer, HiCube-Echo 80), *ii*) la cabeza fría de un criorefrigerador (Cryomech PT-90), y *iii*) un puerto de interfase pasa-cables atmósfera/vacío con 2 conectores de 50 pines tipo DC-50. Un esquema de la cápsula se muestra en la figura 5-1, y *iv*) un sistema leach y una computadora con CENTOS 6 instalado. La presión del sistema se monitorea a través de un transductor de rango amplio (MKS 979B) conectado en la entrada de la cápsula. La temperatura de la cabeza fría del PT-90 es mantenida en un valor predefinido

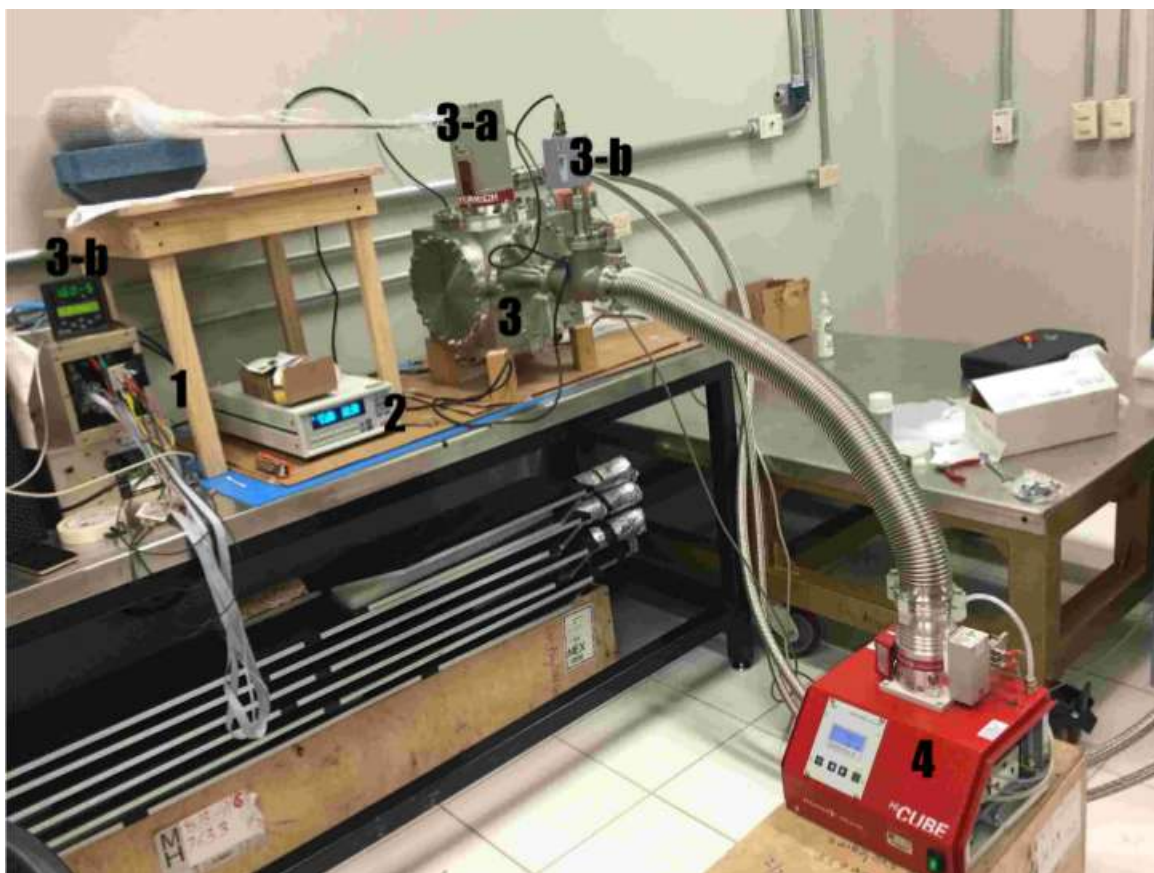


Figura 5-1. Banco de pruebas en el laboratorio de detectores del ICN actual 2016. 1: Sistema LEACH para lectura de CCD, 2: Lakeshore 335 controlador de temperatura, 3: Cápsula de vacío kurt lesker de 10", 3-a: PT90 dedo frío, 3-b: Medidor piezoeléctrico de presión e indicador de presión MKS 900 y 4: Bomba de vacío Hi-cube Pfeiffer

mediante un controlador de temperatura (LakeShore 335) dotado de un sensor de temperatura tipo RTD (Cernox, cx-1070-AA-4L), y un calentador de cartucho de 25Ω y 75 Watts. La presión y temperatura son registradas a través del software provisto por los fabricantes del controlador y el sensor de presión, instalados en una computadora de escritorio corriendo el sistema operativo Centos 6, con un emulador de Windows 7.

Los sensores CCD se acoplarán a la cabeza fría del PT-90 mediante una pieza metálica que ha sido diseñada por el estudiante, y que será construida en el taller mecánico del ICN-UNAM. Una película de material aislante de plástico con baja tasa de degasificación al alto vacío (e.j. Kapton) se colocará entre el soporte de la CCD y la pieza de acople para mantenerla

aislada eléctricamente y regular la capacidad de enfriamiento del criorefrigerador. La lectura de los CCD se realizará a través de un sistema comercial Leach producido por la empresa Astronomical Research Cameras, Inc. con el que se cuenta en el laboratorio.

Cápsula de vacío

Para que la cápsula pueda alcanzar un vacío de 10^{-5} torr y preservar la integridad de la cápsula, es necesario seguir las siguientes recomendaciones:

- Tener un espacio libre donde se pueda albergar la cápsula, de preferencia que esté separada de paredes y bordes de mesa.
- Lubricar los tornillos tipo esparrago y corroborar que éstos embonen en las cavidades diseñadas para estos, de no ser así se debe usar un machuelo para corregir los posibles defectos de la cavidad y/o eliminar la rebaba del tornillo.
- Usar un torquímetro que pueda alcanzar una torca de 15 libras-pie (180-libras-pulgada); para atornillar las tuercas de todas las tapas.
- Limpiar la cápsula y las tapas de acero con una gasa empapada en acetona pura.
- Atornillar las tuercas de las tapas en forma de cruz y repetir hasta alcanzar la torca de 15 libras-pie.
- Usar los sellos de cobre adecuados para cada tapa. Se debe intentar inclinar unos 10 grados la cápsula en dirección del sello para evitar que éste se deslice al embonar la tapa de acero.
- Para colocar la cabeza fría (PT-90) debe usarse un O-ring con grasa de vacío

Los sellos de cobre se pueden rehusar si son ajustados a una torca de 16.5 libra-pie (200 libra-pulgada), con esta torca se observa que los sellos pueden deformarse lo suficiente para sellar la cápsula. La eficiencia de este proceso es de una falla por cada 6 aproximadamente.

Sensor de Presión MKS

El MKS-900 es un sensor piezoeléctrico que puede ser conectado directamente a la cápsula de vacío por medio de una extensión T. Este sensor puede ser controlado por una hiper terminal en windows (versión 1.936b), a través de un cable RS-232. La configuración inicial de la hiper terminal debe ser: “Baud rate:9600”, “Data Bits:8”, “Parity:None Stop Bits:1”.

Se configura inicialmente con un código en 'bash', el cual por ejemplo sigue la siguiente lógica: primero se pone la dirección del puerto, luego se da la orden y se da la opción de consulta o cambio de orden; por ejemplo para consultar la presión en función del tiempo se pone: @249DLT?;FF # 003 003 003 00000011, el último número es solo para saltar de línea en la hiperterminal . Estas instrucciones vienen explicadas en el manual del MKS-900. Y se puede ajustar el intervalo de tiempo de monitoreo en formato de horas:minutos:segundos, con un límite de 769 mediciones.

Sensor de Temperatura Lakeshore-335

El sistema de control de temperatura Lakeshore, es un dispositivo que utiliza un sensor de temperatura (diodo negativo) cernox1077-AA que funciona en un rango de temperatura de 0.1 K a 325 K. El sistema tiene una salida para colocar una resistencia de hasta 75 watts. Añadiendo además el sistema de enfriamiento cryomech PT-90 que es capaz de alcanzar una temperatura de 80 K en quince minutos (sin carga) y llegar a una temperatura mínima de 32 K. Para que esto suceda el compresor debe estar en un ambiente de temperatura controlado, esto se puede lograr en un laboratorio cerrado con un aire acondicionado o colocando el criofrigerador en el exterior. De no controlar el calor del compresor, el sistema solo puede llegar hasta 55 K como mínimo.

Se armó el cable del sensor cernox para conectarlo al lakeshore, usando un alambre de calibre 22 awg, soldado siguiendo el esquema de la figura 5-2. En donde es suficiente con distinguir la polaridad de los voltajes y corrientes.

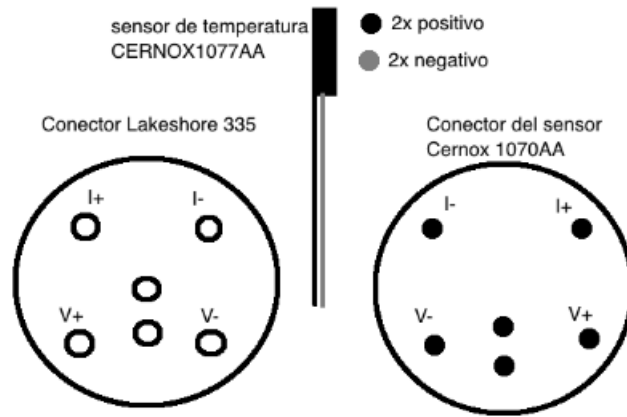


Figura 5-2. Esquema de conexiones para el cable del sensor de temperatura cernox1077AA

Pruebas de control de temperatura

Se empezó por obtener la curva de trabajo de la cabeza fría PT-90, lo cual se hizo poniendo un sensor de temperatura y la resistencia conectadas directamente a la cabeza por medio de un amarre de cobre. Se hizo variar la potencia de la resistencia de cero hasta el máximo posible que es de 55 Watts, esta potencia fue medida directamente con un amperímetro conectado en serie y un voltímetro en paralelo. El resultado es comparable con la curva obtenida por el fabricante como puede verse en la figura 5-3.

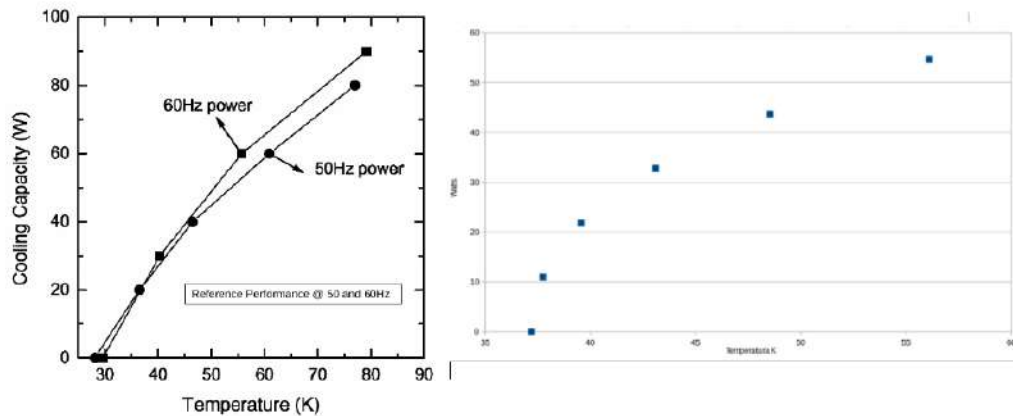


Figura 5-3. (izq) curva de trabajo del fabricante, (der) curva de trabajo medida en el laboratorio.

En nuestro caso particular es necesario que tengamos nuestro sistema dedo-frío (PT-90) y

CCD a 140 K, y como sabemos de la curva de trabajo con la resistencia solo podemos alcanzar hasta 75 K. Para resolver el problema se propuso poner una placa de acrílico entre la cabeza fría y el sistema sensor-resistencia puestos en una placa de cobre cuadrada de igual tamaño que la placa de acrílico, ver figura 5-4. El degradamiento del flujo de calor debido a la placa produce un gradiente de temperatura entre la placa de cobre y la cabeza fría. Ignorando las pérdidas radiativas, matemáticamente se puede modelar de la siguiente manera:

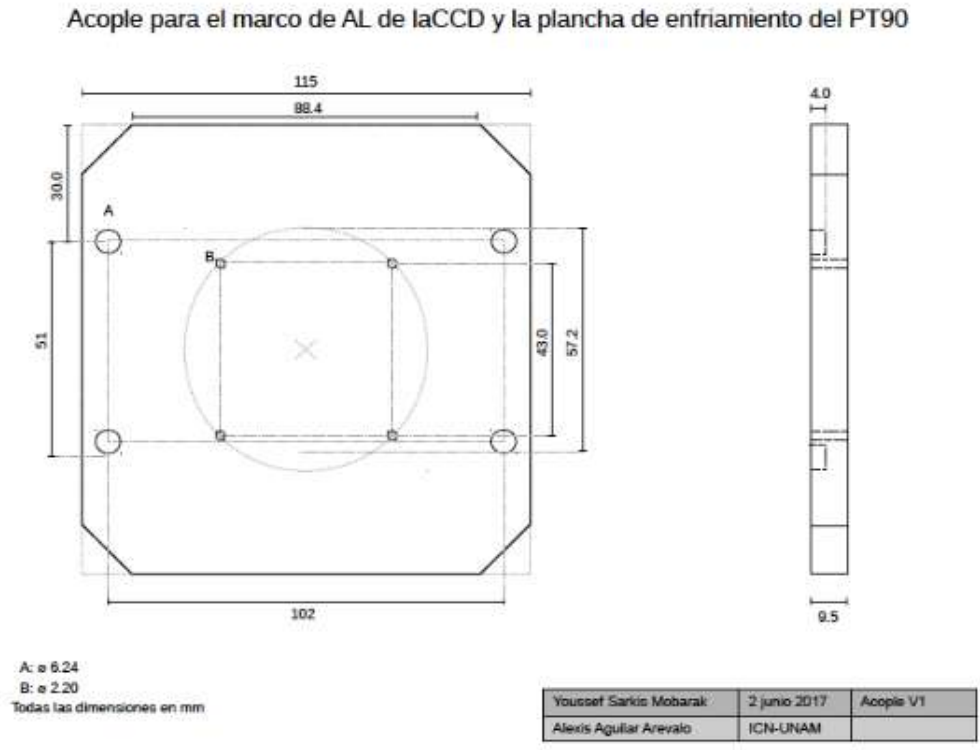


Figura 5-4. Diagrama de diseño para la placa de cobre.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{q\delta(x-L)}{\rho C_p A}$$

$$T(0, t) = 32$$

$$\frac{\partial T(L, t)}{\partial x} = \alpha(P)$$

$$T(x, 0) = 300$$
(5-1)

considerando T como la temperatura en grados Kelvin, L el grosor de la placa de acrílico, κ la constante de difusividad térmica, q la fuente de calor proporcionada por la resistencia en

watts, α una constante proporcional al flujo de calor que absorbe el criorefrigerador y C_p el calor específico a presión constante. En este modelo se ha considerado que el tiempo de enfriamiento de la cabeza fría es mucho más rápido que el de la placa de cobre aislada con la placa de acrílico conectada a la cabeza fría, ver figura 5-5. La ecuación 5-1 se puede resolver analíticamente para

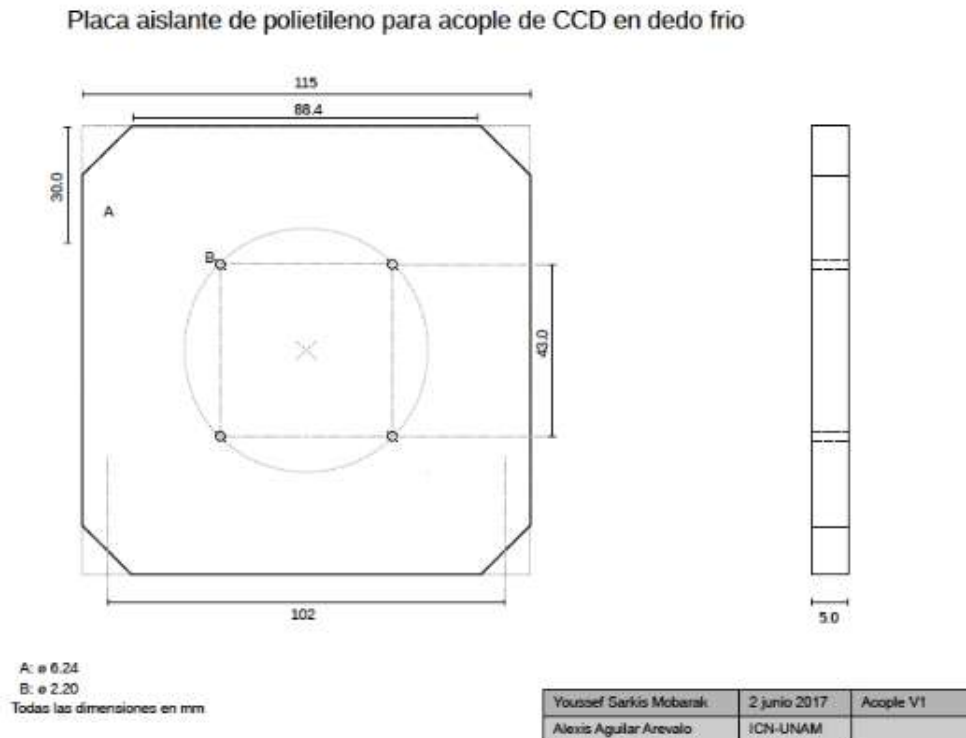


Figura 5-5. Diagrama de diseño para la placa de acrílico la cual va a estar acoplada a la placa de cobre.

obtener la evolución de temperatura de la placa de cobre $T(x, y)$ (ver apéndice C). De esta solución general para nuestro sistema de enfriamiento podemos obtener tres resultados:

- Poder determinar la temperatura mínima de la placa de cobre en estado estacionario de equilibrio térmico.
- Tener un modelo que determine la temperatura de la placa de cobre en función de la potencia de la resistencia. Y determinar cual debe ser la potencia máxima de la resistencia para que no pase del límite de temperatura del sensor cernox (325 K). Este parámetro se

puede ajustar en el lake-shore y además ayuda a que el sistema sea más estable.

- Determinar la capacidad calorífica y la conductividad en función de la temperatura de diversos materiales que puedan adoptar la forma de la placa de cobre.

Para determinar la temperatura mínima final de la placa de cobre, tomamos en nuestro modelo el caso sin fuente y $t \rightarrow \infty$ lo que resulta en $T(x, t) = 32 + \alpha x$. El valor de α se puede determinar de forma teórica usando la relación $\frac{\dot{Q}}{kA}$, donde \dot{Q} es la potencia del criorefrigerador, k la constante de conductividad y A el área transversal. Estos valores se pueden obtener de la curva de trabajo del criorefrigerador la cual se midió en nuestro caso y se obtiene un $\dot{Q} = 55 \pm 5$ watts, el área transversal de la placa se midió con vernier 0.012 m^2 con incertidumbre despreciable y el valor de la conductividad térmica del acrílico se obtuvo de una tabla $k = 0.2 \text{ M/Km}$. De esta manera se obtiene un valor teórico de la constante térmica de $\alpha = 2.27 \times 10^{-4} \text{ K/m}$. Comparamos este valor con el experimental el cual fue obtenido de la siguiente manera; se colocó una placa de acrílico de 4.5 mm entre la placa de cobre y la cabeza fría, después se dejó enfriar durante 8 horas y de esos datos se hizo un ajuste de una exponencial más una constante para determinar el punto estacionario de la temperatura. Se obtuvo así, una temperatura estacionaria de $128 \pm 0.11 \text{ K}$, junto con la longitud de la placa y este valor de la temperatura se puede determinar la constante $\alpha = 2.2 \times 10^{-4} \text{ K/m}$. Obteniendo un error relativo con el valor esperado de un 3 %.

Como conclusión de este punto, podemos probar que el modelo funciona considerando α como una constante para el acrílico. Para otros materiales podría haber rangos de validez para la constante α en función de la temperatura. Obtenemos una relación lineal entre la temperatura mínima de la placa de cobre y el ancho de la placa aislante entre esta y la cabeza fría (placa de acrílico). Con ésta información es posible determinar el grosor de la placa aislante para alcanzar una temperatura de equilibrio dada.

Si ahora se considera la fuente de calor que es en este caso la resistencia. Se puede obtener de la ecuación 5-1 una predicción de la temperatura en función de la longitud de la placa aislante de acrílico y en función de la potencia de la resistencia Siguiendo este modelo resulta; $T(x, t) = 32 + \alpha x + \beta x$ con $\beta = \frac{\dot{q}}{\rho C_P \kappa A}$.



Figura 5-6. Modelo simplificado del sistema placa de cobre-placa de acrílico y dedo frío.

Se probó este modelo, el cual está representado esquemáticamente en la figura 5-6, considerando diferentes potencias de la resistencia y observando el punto de equilibrio. Los datos medidos con una placa de acrílico de 1.42 mm son, ver tabla 5-7. De estos datos se obtiene un

Temperatura K	Potencia Watts (50 W max)
140	14.5
150	17.5
180	27
200	32.5
290	45

Figura 5-7. Valores de potencia de la resistencia para mantener un valor de la temperatura de la placa de cobre dentro de la cápsula de vacío.

ajuste lineal $T = 62.1 + 4.75q$. Esto determina β y para ver que los datos son consistentes con el modelo se compara el valor constante 62.1 obtenido del ajuste, con el valor esperado del modelo dado α y el espesor de la placa 1.42 mm, esto da un valor de $\alpha x + 32 = 63, 2$. Obteniendo un error relativo del 2%.

Con estas mediciones podemos caracterizar el sistema, pudiendo controlar la temperatura

en función del ancho de la placa aislante y la potencia de la fuente de calor. También este método nos da como ya se comentó una forma de determinar la conductividad térmica en función de la temperatura, que en este caso del acrílico podemos concluir que a primer orden este valor permanece constante en el rango de 128-290 K. El siguiente paso, consiste en utilizar las herramientas del controlador Lake-shore para auto ajustar los valores de la potencia de la fuente de calor para llegar a una temperatura dada. Esto se puede controlar usando los modelos anteriores que nos ayudan a verificar si el sistema es capaz de llegar a una temperatura dada, y se pueden ajustar los parámetros de grosor de placa de acrílico y potencia inicial de la fuente de calor en un punto óptimo. Esto se puede lograr de la siguiente manera ($T < 200\text{K}$): Se ajusta el ancho de la placa aislante para que la temperatura mínima de la placa de cobre esté por debajo de la temperatura deseada en el rango de 10-5 K, esto es debido a que se necesita mucho tiempo para alcanzar la temperatura de equilibrio mínima predicha por el modelo, tampoco es muy recomendable que la temperatura de equilibrio esté muy distante de la temperatura deseada, ya que esto obliga a que la fuente de calor llegue al límite y pueda llegar a usar el 100 % de su capacidad (High), así que es recomendable usar el rango medio del sistema lakeshore (med) el cual es solo un 10 % de la potencia máxima. También es crucial que la fuente de calor esté lo más cerca posible del sensor de temperatura, para evitar la inercia térmica.

El sistema lake-shore utiliza una lógica que obedece a la siguiente ecuación para la fuente de calor (resistencia):

$$q = P \left(e + I \int e dt + D \frac{de}{dt} \right), \quad (5-2)$$

$$e = T_0 - T_{\text{medida}}$$

Donde los parámetros P, I y D (PID) son auto ajustados por el sistema, también está la opción de cambiarlos manualmente y T_0 es la temperatura de equilibrio deseada. Si se siguen las recomendaciones anteriores el sistema podrá llegar a calcular los valores PID, en donde si no hay otra fuente de calor adicional a la proporcionada por el Lakeshore se puede poner siempre $R = 0$ $D = 0$ (sin sesgo). El parámetro I, funciona de tal forma que si e es constante se cumpla $I \int_0^t e dt = 1000e$ lo cual implica $It = 1000$ segundos y se consideran tanto e positivas

como negativas. Este parámetro I es crucial para estabilizar el sistema, de fijarlo en cero la temperatura oscilará indefinidamente. Con la relación anterior se puede estimar el valor de I, si manualmente se pone $I=D=0$ y se deja auto ajustar el valor P. Una vez hecho esto se mide el tiempo de oscilación y se usa este tiempo para estimar el valor de I. Se elaboró un script en Centos y root C++ para leer los datos de temperatura en función del tiempo y poder monitorearlos en gráficas, con la opción de usar estos datos para obtener, promedios de temperatura, de potencia de la resistencia etc, ver figura 5-8 .

Sistema Leach

La lectura de los CCD se realizará a través de un sistema comercial Leach producido por la empresa Astronomical Research Cameras, Inc. con el que se cuenta en el laboratorio. El software de control del sistema Leach (Owl) ha sido instalado correctamente en el laboratorio.

El leach consta de tres partes principales: Una fuente de poder (Arc-82), una tarjeta de conexión a puertos PCI de una CPU con software centos 6 instalado (Arc-22,Arc-64 y Arc-74) y una caja con ranuras para insertar las tarjetas encargadas de controlar los relojes y los voltajes de sustrato de la CCD, así como la tarjeta de vídeo de dos canales (Arc-70,Arc-33,Arc-32 y Arc-45).

Se cuenta con el software (owl 3.5) y los programas para hacer funcionar las tarjetas de reloj y de voltaje de sustrato, estos programas fueron usados en Fermilab con éxito. Cabe destacar que además se necesita una fuente de -30 V externa que alimente el pin J11 en tarjeta de bias (ARC33), verificando que hay conductividad entre la carcasa del Leach y la de la fuente, a la vez que están conectadas a la tierra física del edificio.

Se verificó que todos los voltajes de relojes de la tarjeta arc-32 funcionaran con ayuda de un osciloscopio. Se puede controlar también el voltaje de sustrato de la tarjeta arc-33, sin embargo esta tarjeta no reconoce los otros voltajes que deben ser negativos. Esto fue verificado por un experto de la universidad de Chicago el Dr. Alvaro Chavarria, aconsejándonos que contactemos directo al proveedor para obtener más detalles de este fallo.

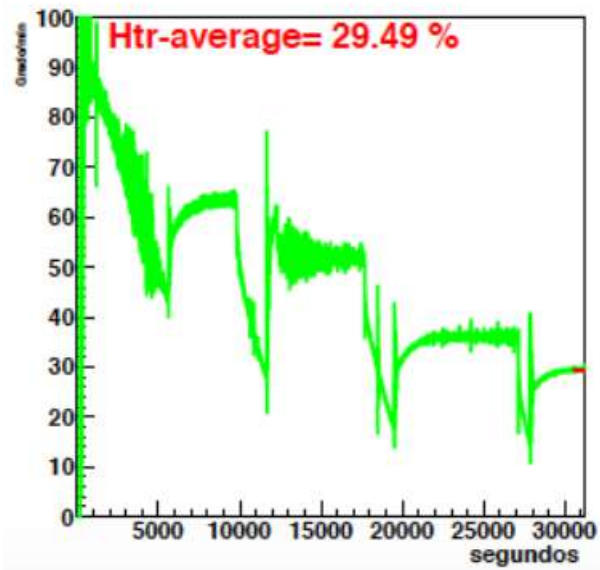
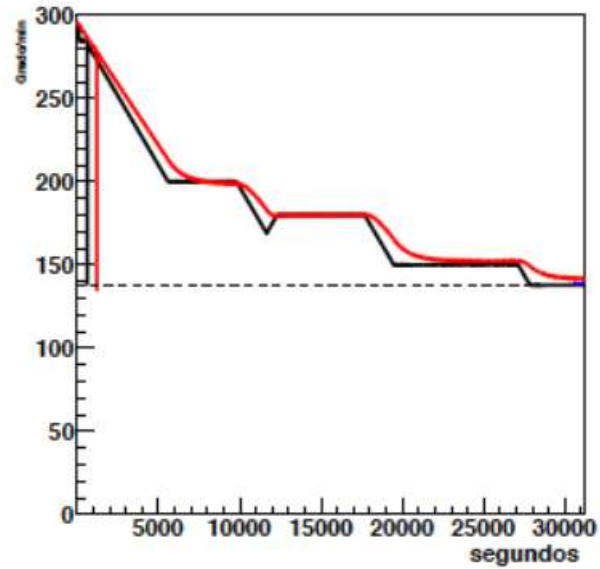


Figura 5-8. Prueba de temperatura en función de la potencia de la fuente de calor del lake-shore.

5.1.1. Banco de pruebas y sistema LTA

El estatus del banco de pruebas se vio modificado por la visita de el investigador Juan Estrada y el Técnico Claudio Chavez, los cuales instalaron un sistema LTA (“Low Threshold Acquisition”) junto con el software necesario para operar el dispositivo.

Aunado a esto debido a que se tenía sospecha sobre el mal funcionamiento de la CCD instalada previamente en la cápsula, se sustituyó ésta por otra CCD de prueba del experimento DeCam, la cual fue facilitada por la colaboración de Fermilab. Esta CCD necesitó una pieza adicional para poderse acoplar al dedo frío del criorefrigerador, la cual fue elaborada por el equipo de Fermilab, ver figura 5-9. Finalmente se pudo integrar el sistema LTA al equipo de laboratorio de detectores del ICN junto con una computadora con UBUNTU 16.04 proporcionada por el ICN.

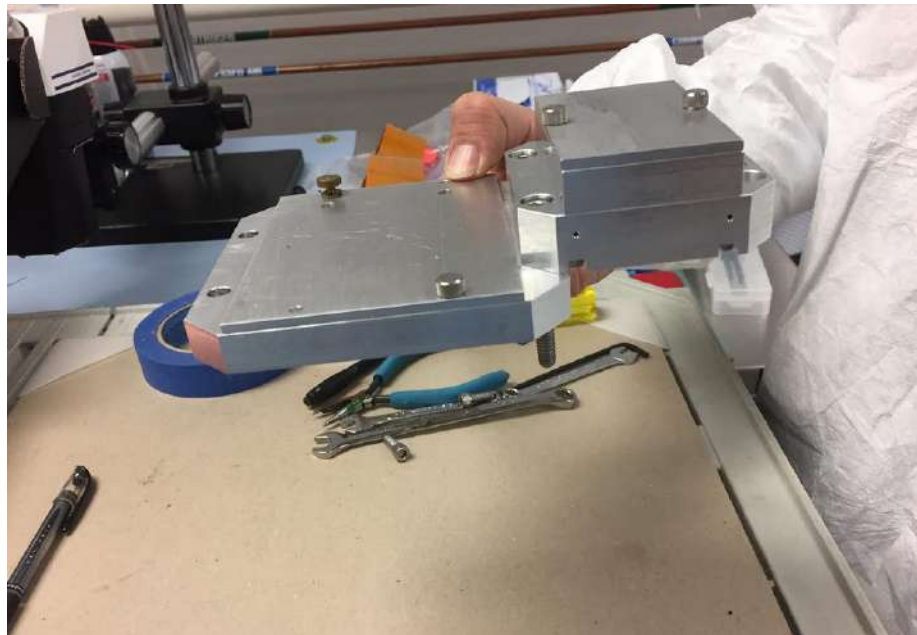


Figura 5-9. Pieza adicional traída desde Fermilab para montar la CCD de Decam en la cápsula del banco de pruebas del ICN.

Con esta nueva adquisición se logró obtener imágenes de la CCD de calidad, pudiendo identificar trazas de partículas (como electrones rayos alfa y muones) en cada exposición de la CCD, ver figura. También pudimos instalar las herramientas de procesamiento de imágenes en una computadora con ubuntu 16.04. Esto con el fin de tener una cadena de procesamiento de imágenes similar que en Fermilab que nos permita analizar espectros de energía para una colección (grande) de imágenes de CCD.

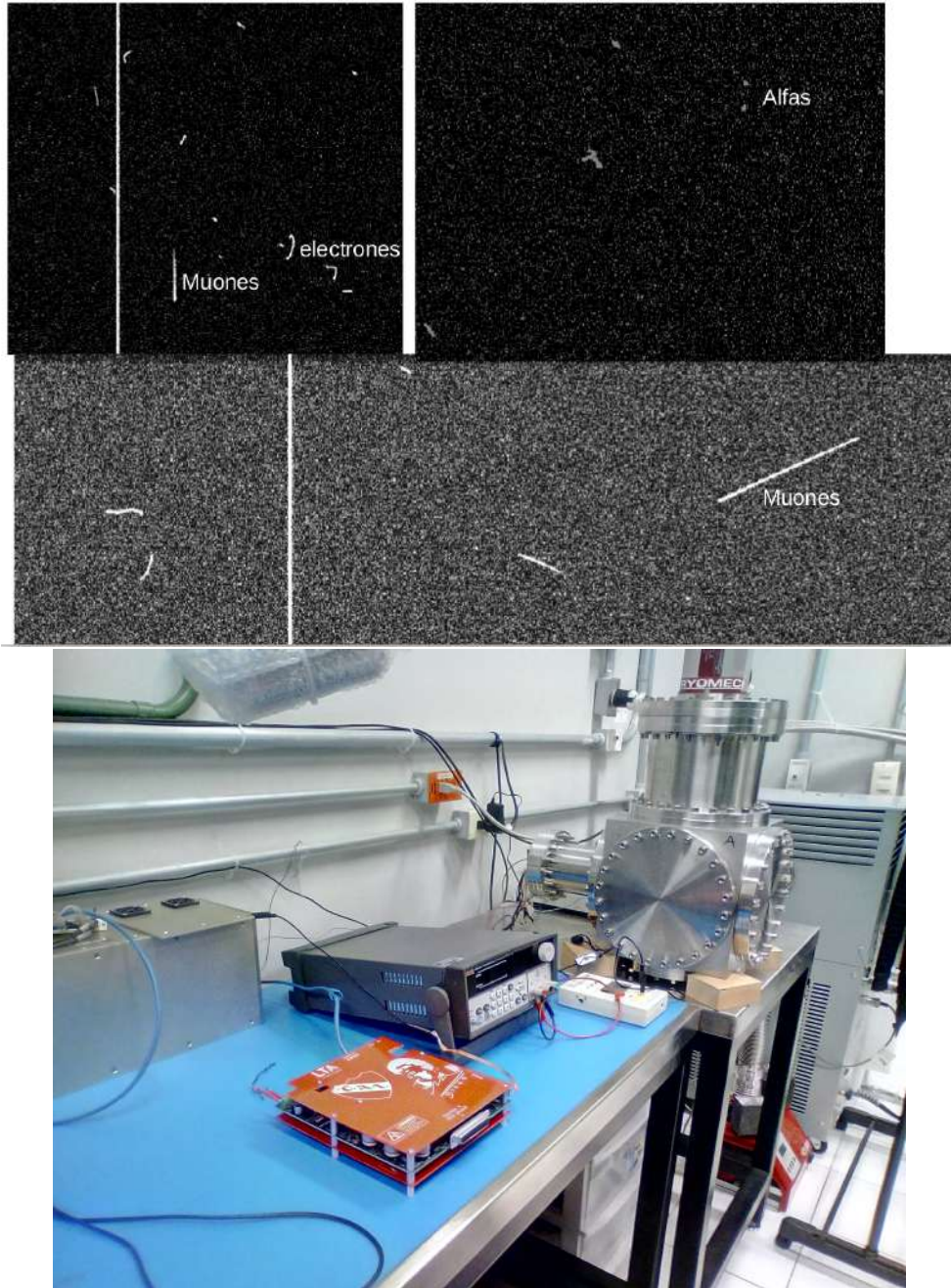


Figura 5-10. (arriba) Primeras imágenes tomadas con el sistema LTA en el laboratorio de detectores del ICN, (abajo) tarjeta de adquisición LTA (diego) en el laboratorio.

Espectros de energía

La figura 5-11 muestra el tipo de espectro de energía que se espera obtener para realizar la calibración con una fuente de Fe-56. El autor tiene experiencia procesando imágenes con

este software para generar catálogos que pueden analizarse para producir espectros de energía y otra información útil. Se pretende que una vez que el banco de pruebas sea completamente operativo, se realizarán estudios de fluorescencia con C, O, Al, Si y otros elementos ingresando diversos materiales a la cápsula y usando una fuente de rayos gamma como Co-60. La unidad de irradiación del ICN-UNAM cuenta con algunas de estas fuentes.

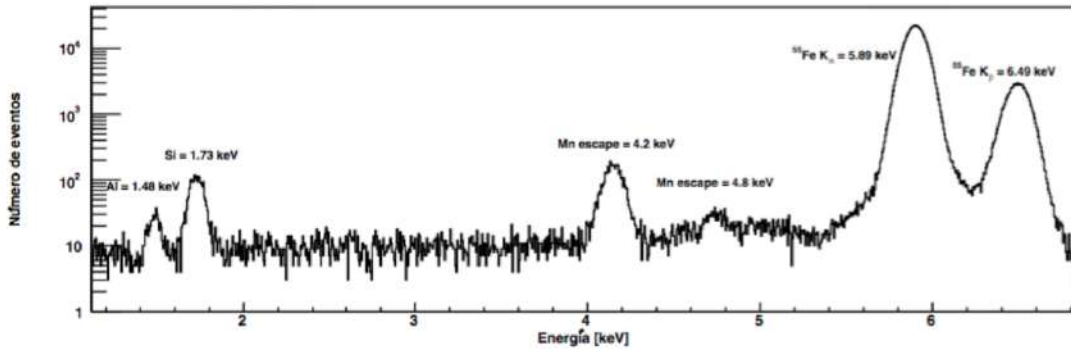


Figura 5-11. Espectro en unidades de energía (KeV)

Posteriormente se instalará un diodo emisor de luz (LED) en el interior de la cápsula iluminando el CCD. Se adquirirán imágenes a intensidades variables para determinar la curva de transferencia fotónica del sensor. En este estudio, la cantidad de carga en los píxeles deberá incrementar linealmente con el tiempo de la exposición, así mismo, el ruido RMS en la carga de cada píxel debería incrementar como la raíz cuadrada del tiempo de exposición, evidenciando la naturaleza poissoniana del proceso de generación de carga. Estimando la cantidad de energía depositada por el LED en el CCD se estimará la constante de calibración para energías cercanas al umbral de detección de ~ 40 eV.

Conclusiones

En esta tesis se describen diferentes contribuciones del autor en el experimento CONNIE, el cual busca detectar neutrinos de reactores nucleares a través de la $CE\nu NS$. Entre las cuales destacan los estudios de calibración y estabilidad del detector. Se realizó un estudio estadístico para imponer límites a un modelo de DP con los datos de CONNIE. El autor también hizo contribuciones teóricas novedosas y sin precedentes en el estudio de la eficiencia de ionización a bajas energías a partir de la teoría de Lindhard. En este trabajo también describe las contribuciones más relevantes del autor en el montaje y ensamblado del banco de pruebas de CCD en el laboratorio de detectores del ICN.

Se estudiaron el pico principal $K\alpha$ de fluorescencia del cobre en las CCD de CONNIE, usando un ajuste (optimizado) de una gaussiana más una constante para periodos de 5 a 30 imágenes. De este ajuste se obtuvieron la posición del pico identificado con la media de la gaussiana, la tasa de eventos como el área de la gaussiana y el valor de la constante de calibración que se interpreta como “background”. Este estudio muestra que tanto la calibración, la tasa de eventos y el “background” son muy estables durante toda la corrida del experimento y es independiente del estado del reactor, y con ayuda de un análisis de cuantiles y discriminador de histograma se mostró que las fluctuaciones entre los periodos de encendido y apagado del reactor son consistentes con las estadísticas de Poisson.

Se estudió un modelo de fotón oscuro (DP) caracterizado por una masa $m_{A'}$ y un acople g_{B-L} con núcleos, con la cualidad de tener un espectro mucho mayor al del ME en las regiones de baja energía (< 1 keV). Se estudiaron también las secciones eficaces del DP producidos por interacción con electrones considerando términos de interferencia con el ME, que en teoría

también se pueden añadir estos efectos a los núcleos. Considerando un detector con las características de CONNIE, como la eficiencia, el QF y el tipo de reactor así como la distancia del detector a este, se calculó el espectro de retrocesos nucleares producidos por el DP así como de la CE ν NS para un detector de silicio (CCD). Con esto se pudo realizar un análisis de sensibilidad basado en un estadístico tipo χ^2 para un modelo de DP suponiendo una exposición igual a la del experimento CONNIE y considerando errores estadísticos y sistemáticos por medio de matrices de covarianza. Los errores estadísticos se introducen por medio de matrices diagonales mientras que los errores sistemáticos se consideran en general matrices no diagonales (simétricas), para estas últimas se usaron los modelos del QF y la eficiencia de CONNIE muestreados por el método de Cholesky. Usando también los datos del experimento del periodo de 2016 a 2018 en la configuración “1 \times 1” de CONNIE se pudo poner un límite en la región de parámetros del DP. Tanto la sensibilidad como el límite muestran ser competitivos comparándolos con otros experimentos como GEMMA. Este estudio sirvió para verificar otro estudio de DP para bosones ligeros escalares y vectoriales, el cual fue publicado [62].

Desde 1963 que Lindhard formuló su ecuación integral básica para modelar procesos que puedan depositar energía en forma de ionización, sólo se conocía una solución aproximada válida a altas energías. En este trabajo se encontró una forma apropiada para la ecuación integro diferencial básica que describe la energía dada a la movimiento por retrocesos nucleares en un medio homogéneo en cristales puros, cuando la energía de amarre se toma en cuenta. Suponiendo que esta energía de amarre es constante y usando el poder de frenado electrónico dado por Lindhard, caracterizado por la constante k , se obtuvieron curvas de QF para Si y Ge consistentes con las mediciones más recientes a bajas energías. Donde en cada caso se obtuvo una constante de poder de frenado con valores entre $0.1 < k < 0.2$ y energías de amarre del orden de 100 eV y de 20 eV para silicio y germanio respectivamente. Por otro lado esta misma ecuación integro-diferencial puede ser mejorada introduciendo el efecto de “straggling” electrónico el cual es relevante sobretodo a bajas energías, esta nueva ecuación también puede ser utilizada con una energía de amarre dependiente de la energía y un poder de frenado electrónico que incorpora efectos de baja energía (sub-keV). La ecuación puede ser resuelta numéricamente para producir

el QF para retrocesos nucleares hasta la escala de la energía de creación de pares Frenkel en un cristal, como el silicio por ejemplo. Se estudian tres modelos de poder de frenado electrónico y cuatro potenciales ínter atómicos para producir doce curvas de QF en silicio y germanio, aunque para este último es necesario introducir el efecto de factor geométrico esbozado por Tilinin. Con estas modificaciones se demuestra que el QF puede ajustarse a los datos más recientes a bajas energías en Si y Ge. Datos recientes en Ge parecen mostrar un incremento en el QF alrededor de 500 eV, en desacuerdo con mediciones anteriores. Este trabajo conformó el principal tema de estudio de esta tesis y dio lugar a un publicación de autoría principal del autor de esta tesis.

Se dio una descripción detallada del montaje experimental inicial para instalar el banco de pruebas en el laboratorio de detectores del ICN. Se mostró la capacidad de control de presión y temperatura de la cápsula de vacío, así como su monitoreo en una computadora del laboratorio. Hasta la fecha se ha logrado implementar la electrónica de lectura de CCD LTA (Low Threshold acquisition) con una CCD de 250 micrómetros para obtener imágenes de un sensor de espesor proporcionado por la colaboración CONNIE. Se han presentado pósteres y platicas sobre el banco de pruebas en el LXI congreso nacional de física y en el XVI congreso de estudiantes del PCF.

APÉNDICE A

Modelo de esfera semi-dura

El modelo de esfera semi-dura para una colisión entre iones del mismo tipo se puede utilizar para calcular el ángulo de dispersión mínimo, y por tanto el valor mínimo de t . Tomando en cuenta la energía de amarre u , la energía total es $\varepsilon + \nu$, donde ν es

$$v = \begin{cases} 0 & \text{for } r \in [R, \infty] \\ -u & \text{for } r \in [R_0, R] \\ \infty & \text{for } r \in [0, R_0] \end{cases} \quad (\text{A-1})$$

Para estimar el ángulo de dispersión mínimo para este escenario usamos como aproximación la fórmula clásica para el ángulo de dispersión de un potencial

$$\theta_{\text{mín}} = \pi - 2b \int_{r_{\text{mín}}}^{\infty} \frac{dr}{r^2 \sqrt{1 - (b/r)^2 - v/(\varepsilon + v)}} \quad (\text{A-2})$$

donde b es el parámetro de impacto (tal que R_0 es como se muestra en la Fig.(A-1)), $r_{\text{mín}}$ es el punto de retorno del potencial y ν esta dado por Ec.(A-1).

Para el potencial de la Ec.(A-1) podemos dividir la integral (A-2) en tres partes: una de cero a R_0 , otra de R_0 a R y la tercera de R a ∞ . La primer integral es cero, por lo que el ángulo mínimo esta dado por

$$\theta_{\text{mín}} = \pi - \int_{R_0}^R \frac{2R_0 dr}{r^2 \sqrt{1 - (R_0/r)^2 + u/(\varepsilon - u)}} - \int_R^{\infty} \frac{2R_0 dr}{r^2 \sqrt{1 - (R_0/r)^2}}. \quad (\text{A-3})$$

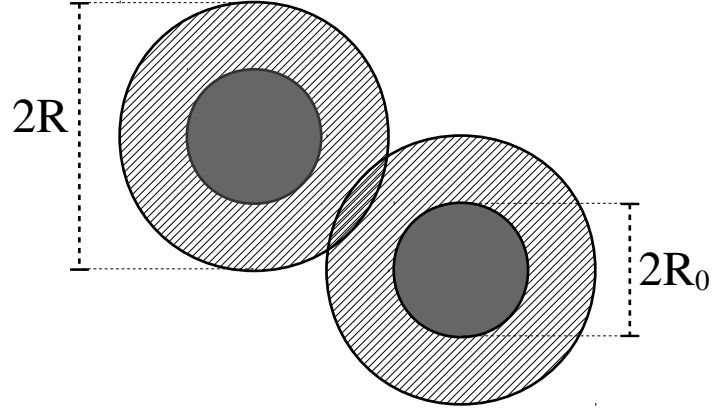


Figura A-1. Diagrama de una colisión entre dos esferas semi-duras.

Suponiendo que $R_0 \propto a_0/Z$, donde a_0 es el radio de Bohr y $R \propto 2a_0$, para $Z > 5$ tenemos que $R \gg R_0$, de modo que podemos aproximar la Ec.(A-3) por

$$\theta_{\min} \cong \pi - \int_{R_0}^{\infty} \frac{2R_0 dr}{r^2 \sqrt{1 - (R_0/r)^2 + u/(\varepsilon - u)}}. \quad (\text{A-4})$$

Calculamos la integral (A-4) se llega a

$$\sin^2(\theta_{\min}/2) = \frac{u}{\varepsilon}, \quad (\text{A-5})$$

que en términos de la variable t tiene un mínimo en $t_{\min} = u\varepsilon$, como se usa en la Ec.(3-9).

APÉNDICE B

Término de segundo orden en la ecuación integro diferencial modificada

Sustituyendo la Ec.(3-8) en 3-3 e integrando sobre las secciones eficaces nucleares y electrónicas, usando también la aproximación (D), conduce a la aparición del poder de frenado electrónico

$$\int d\sigma_{n,e} \bar{\nu}'(E) (\Sigma_i T_{ei}) = \nu'(E) \int d\sigma_e (\Sigma_i T_{ei}) \propto \nu'(\varepsilon) S_e(\varepsilon) \quad (\text{B-1})$$

donde el primer término derivado, está como en la formulación original de Lindhard. En el término de la segunda derivada, podemos aplicar el teorema integral del valor medio (ponderado [123]) para escribir

$$\int d\sigma_{n,e} \bar{\nu}''(E) T_n (\Sigma_i T_{ei}) = \nu''(E) \bar{T}_n \int d\sigma_e (\Sigma_i T_{ei}) \propto \nu''(\varepsilon) \bar{t}_n S_e(\varepsilon), \quad (\text{B-2})$$

donde $\bar{t}_n = c\bar{T}_n$ es un valor promedio adecuado de la energía transferida $t_n = \varepsilon \sin^2(\theta/2)$, la cual aproximaremos por $\bar{t}_n \approx \langle t_n \rangle = \frac{1}{2}\varepsilon$, que conduce a la forma final de nuestra ecuación integral simplificada modificada Ec.(3-9).

≈ APÉNDICE C

Poder de frenado nuclear y electrónico en el contexto de la función dieléctrica.

C.0.1. Poder de frenado electrónico y nuclear

Cuando una partícula cargada pasa a través de un medio, pierde energía a través de dos procesos: por detención electrónica o por detención nuclear. En la parada electrónica (dispersión inelástica), la partícula cargada interactúa directamente con los electrones de los átomos en el medio, perdiendo su energía excitándolos o ionizándolos. Para la detención nuclear (dispersión elástica), la partícula cargada interactúa con todos los átomos transfiriendo energía y momento. Como resultado de estas interacciones, la partícula se desvía, ya que las fuerzas y masas involucradas en la interacción son considerables. El poder de frenado electrónico domina el frenado nuclear, cuando las partículas son altamente energéticas (si $v > Z^{2/3}v_0$), y generalmente es aceptable considerar que toda la energía se disipa en pérdidas electrónicas, usando por ejemplo para protones la ecuación de Bethe-Bloch [124]. De manera similar, la nuclear domina a la electrónica cuando las partículas tienen poca energía.

Poder de frenado

Comenzamos por definir la sección eficaz de una interacción ion-ion como el número de eventos observados en un medio macroscópico de partículas objetivo en alguna configuración arbitraria (como un ensamblaje aleatorio de moléculas en un gas o una estructura regular de átomos en un cristal) sobre las partículas del haz por unidad de área y partículas objetivo. Suponiendo también que los proyectiles individuales solo interactúan con el medio de detención y no el uno con el otro.

Ahora podemos definir la pérdida de energía de un ion (o cualquier partícula cargada) en el medio ionizante como la fracción de energía total transferida a los átomos del medio, y así sufrir una disminución continua en la velocidad, suponiendo que la energía típica perdida en un solo encuentro es pequeña en comparación con la energía del proyectil. Como las colisiones pueden tratarse como un proceso discreto, la pérdida de energía se puede estudiar en bins discretos T_j , con $j = 1, 2, \dots$, y que $T_j \ll E$ para todos j , donde E es la energía cinética inicial del ion. Podemos relacionar la energía T_j con los niveles de excitación por encima del estado fundamental de un átomo o molécula objetivo en el medio de detención. Para un medio de espesor Δx puede ocurrir n_j número de colisiones y el ión pierde una energía ΔE dada por

$$\Delta E = \sum_j n_j T_j. \quad (\text{C-1})$$

Ahora podemos usar un argumento estadístico para evaluar la pérdida de energía media $\langle \Delta E \rangle$ de la ecuación. (C-1). Si asumimos que las energías discretas T_j son constantes para cada tipo de evento j y el número de colisiones está relacionado con la sección eficaz microscópica σ por $\langle n_j \rangle = N \Delta x \sigma$, donde N es la densidad de átomos objetivo en el medio, por lo tanto

$$\langle \Delta E \rangle = N \Delta x \sum_j T_j \sigma_j, \quad (\text{C-2})$$

definiendo la sección eficaz por

$$S = \sum_j T_j \sigma_j, \quad (\text{C-3})$$

luego podemos definir el poder de frenado como

$$\frac{\langle \Delta E \rangle}{\Delta x} = NS = N \sum_j T_j \sigma_j. \quad (\text{C-4})$$

También puede ser conveniente extender la definición de fuerza de frenado al límite continuo, es decir, el número de eventos es comparable al número de átomos en el medio para cada longitud de trayectoria diferencial,

$$\frac{dE}{dx} = NS = N \int_D T d\sigma, \quad (\text{C-5})$$

para el dominio adecuado D de integración para cada situación física. Históricamente, el paso más importante fue la experiencia de que los rayos alfa y beta, pierden energía gradualmente, en lugar de ser absorbida, esta propiedad fue el primer estudio de Sklodowska-Curie (1900) y posteriormente fue desarrollada más formalmente por Thompson (1912).

C.0.2. Poder de frenado nuclear

Cinemática

La interacción de una partícula cargada en movimiento con los núcleos de un medio dispersor se describe generalmente mediante procesos clásicos de dispersión elástica. Suponiendo interacciones de colisiones binarias, solo la energía (no relativista) y el momento deben conservarse, ver Fig. (C-1),

$$\begin{aligned} E_0 &= \frac{M_1 v_0^2}{2} = \frac{M_1 v_1^2}{2} + \frac{M_2 v_2^2}{2} \\ M_1 v_0 &= M_1 v_1 \cos(\vartheta) + M_2 v_2 \cos(\varphi) \\ 0 &= M_1 v_1 \sin(\vartheta) + M_2 v_2 \sin(\varphi) \end{aligned} \quad (\text{C-6})$$

donde E_0 es la energía inicial de la partícula, v_0 la velocidad inicial, v_1 es la velocidad de dispersión de la partícula incidente y la masa M_1 , v_2 es la velocidad de dispersión de la partícula

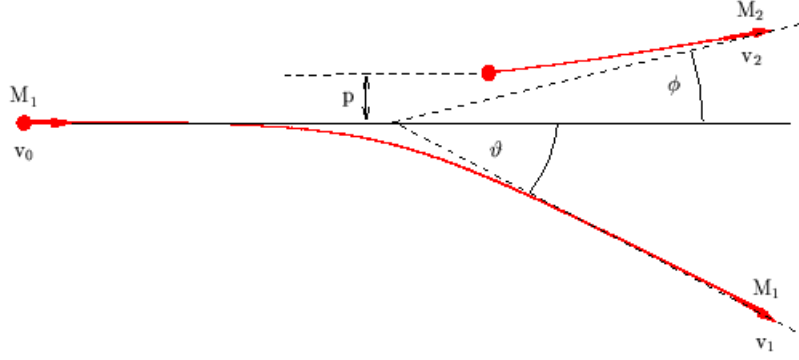


Figura C-1. Proceso de dispersión de dos partículas en el sistema de laboratorio.

objetivo y la masa M_2 , ϑ y ϕ son los ángulos de reflexión respectivamente. Es conveniente resolver el problema en el marco CM ya que necesitamos el cambio en la energía dada absorbida por la partícula objetivo $\Delta E = \frac{1}{2}M_2v_2^2 - 0$, entonces en este marco de referencia esta cantidad es

$$\begin{aligned}
 \Delta E \equiv T &= \frac{M_2v_2^2}{2} = \frac{M_2(v_{CM} - v_{CM}\cos(\theta))^2}{2} \\
 &= 2M_2\left(\frac{v_0\mu}{M_2}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)^2 = \frac{2}{M_2}\frac{2E_C}{\mu}\left(\mu\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)^2 \\
 &= \frac{4E_{CM}M_1}{M_1+M_2}\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{4E_0M_1M_2}{(M_1+M_2)^2}\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)
 \end{aligned} \tag{C-7}$$

donde E_C , μ , v_{CM} son la energía en el centro de masa, la masa y velocidad reducidas y θ es el ángulo de dispersión C.M. Aquí es conveniente definir $\gamma = \frac{4M_1M_2}{(M_1+M_2)^2}$, y escribir $T = \gamma E_0 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$. Para nuestros propósitos, vamos a estudiar el caso especial $M_1 = M_2$ entonces $\gamma = 1$.

Definiciones y modelos para el poder de frenado nuclear

Definimos $\left(-\frac{dE}{dx}\right)_n$ o $NS_n(E)$ como la energía perdida en los núcleos objetivo cuando un proyectil de energía E atraviesa un espesor diferencial dx de un objetivo con una densidad definida. Para simplificar, formulamos $\left(-\frac{dE}{dx}\right)_n$ asumiendo que cada núcleo objetivo actúa independientemente de todos los demás núcleos en el frenado del proyectil, ignorando cualquier posible interacción entre núcleos. Esto proporciona una buena aproximación para medios cris-

talinos (y otro tipo de materiales). El poder de frenado nuclear $S_n = \int T d\sigma$ depende de la energía de la partícula E del número atómico y de nucleón (asumimos que el ion incidente es el mismo tipo de iones en el medio objetivo). El principal concepto físico para describir el poder de frenado nuclear es la sección eficaz microscópica para una interacción del núcleo apantallado, que discutiremos en detalle en esta sección.

Para una interacción átomo-átomo neutra, deben tenerse en cuenta tanto el campo eléctrico repulsivo del núcleo como la nube de electrones. Es conveniente usar unidades adimensionales de energía motivadas en la estimación de energía de amarre total de un átomo dada por el modelo de Thomas-Fermi $U_{TF} \propto Z^{7/3} e^2 / a_0$, tales unidades pueden ser definidas

$$\varepsilon \equiv E \frac{0.885 a_0}{\sqrt{22} Z^{7/3} e^2}, \quad (\text{C-8})$$

donde E es la energía en keV.

Cuando un átomo neutro en el marco del LAB choca con otro átomo (mismo número atómico Z y masa A), puede interactuar con la nube de electrones atómicos hasta que a altas energías $\varepsilon > 1$ domina la interacción de Coulomb de los núcleos. Para energías bajas tenemos que usar la estimación de Bohr y la teoría de Thomas-Fermi (TF) usando el potencial de Coulomb φ_n para los dos átomos, esto incluye la contribución a la energía electrostática entre electrones, la energía dada para el núcleo-electrón y el energía cinética de los electrones,

$$V = \kappa_k \int d^3 \mathbf{r} \rho(\mathbf{r})^{5/3} - e \int d^3 \mathbf{r} \rho(\mathbf{r}) \varphi_n(\mathbf{r}) + \frac{e^2}{2} \int d^3 \mathbf{r} \int d^3 \mathbf{r}' \frac{\rho(\mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \quad (\text{C-9})$$

donde κ_k es una constante deducida del modelo TF y ρ es la densidad electrónica de la nube de electrones, que se encuentra aproximadamente por superposición de las distribuciones de carga atómica no perturbadas separadas de cada átomo $\rho_1 + \rho_2$. La evaluación numérica de los potenciales resultantes por Firsov [110] lo llevó a proponer el potencial de apantallamiento

$$V = \frac{Z^2 e^2}{r} \chi(r/a), \quad \text{con la escala atómica } a = \frac{0.885 a_0}{(2^{2/3} Z^{1/3})}, \quad (\text{C-10})$$

donde χ es una función de apantallamiento definida por las propiedades $\chi > 0$ y $0 < \chi < 1$ para todos los r . La mecánica clásica permite una mayor simplificación en el que una sola partícula se mueve bajo un potencial central. Esto se puede resolver para la ecuación de la órbita para un potencial central de dos cuerpos, que da el ángulo de dispersión θ (en coordenadas del centro de masa) en términos de la energía inicial de las partículas y el parámetro de impacto. Una simplificación para calcular la sección eficaz, consiste en aproximar las funciones de onda del electrón por el la densidad de electrones libres, e ignorar las modificaciones de las nubes de electrones durante la colisión. Lindhard [13] propuso definir una función universal $f(x)$ para describir la sección eficaz del potencial usando la Ec.(C-10) usando la aproximación de ángulo pequeño y definiendo la variable de penetración $t = \varepsilon^2 \sin^2(\theta/2)$,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = a^2 \frac{f(t^{1/2})}{8\varepsilon \sin^3 \frac{\theta}{2}} \quad \text{o equivalentemente} \quad \frac{d\sigma}{dt} = \pi a^2 \frac{f(t^{1/2})}{2t^{3/2}}. \quad (\text{C-11})$$

La función $f(t^{1/2})$ depende de la función de apantallamiento que adoptemos para describir la densidad de carga, algunos ejemplos de estas funciones son TF, Moliere, Ziegler, etc. [55], ver Fig.(C-2). De $f(t^{1/2})$ podemos obtener el poder de frenado nuclear adimensional,

$$s_n(\varepsilon) = \int_0^{\varepsilon^2} \left(\frac{t}{\varepsilon} \right) d\sigma = \int_0^{\varepsilon^2} \left(\frac{t}{\varepsilon} \right) \frac{f(t^{1/2})}{2t^{3/2}} dt \quad \Rightarrow \quad \frac{d(\varepsilon s_n)}{d\varepsilon} = f(\varepsilon). \quad (\text{C-12})$$

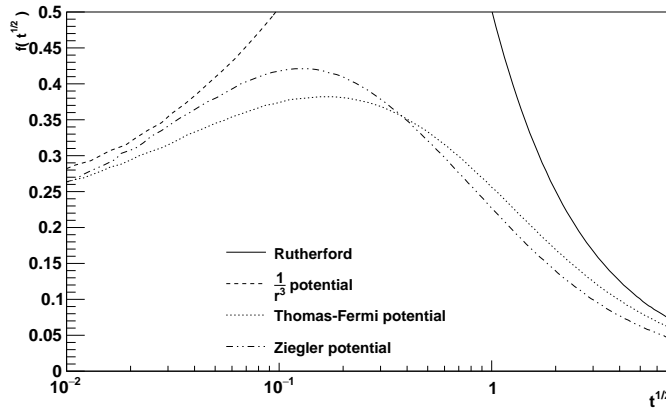


Figura C-2. Ejemplos de funciones $f(t^{1/2})$ para diferentes potenciales inter-atómicos.

C.1. Poder de frenado electrónico

C.1.1. Definición

El poder de frenado electrónico se define como la energía media que un átomo pierde por excitaciones electrónicas por distancia recorrida a través del detector, $\left(\frac{dE}{dx}\right)_e$. En un medio denso como en un sólido los iones blanco pueden interactuar entre sí, por lo que en este escenario el campo eléctrico que actúa en los electrones puede verse afectado por la presencia de otros átomos. Y también, la distribución en el espacio y el tiempo de distintos eventos de colisiones pueden no seguir una estadística de Poisson [108].

Lindhard (1954) [99] demostró que todas las pérdidas por colisión entre iones pueden describirse en términos de las ecuaciones de Maxwell. Propuso una generalización de la constante dieléctrica con la propiedad de que los campos puedan variar rápidamente no solo en el tiempo sino también en el espacio. Esto implicó la introducción de una función dieléctrica $\varepsilon(k, \omega)$ dependiendo tanto del número de onda como de la frecuencia, mientras que el modelo clásico de Drude-Lorentz, utilizado para la interacción de la radiación con la materia, que solo permitía la dependencia de la frecuencia.

Dado que no existe una deducción directa y detallada de la fórmula de Lindhard en la literatura común, a continuación mostraremos una deducción detallada para el poder de frenado electrónico mediante los argumentos dados por Lindhard, utilizando su función dieléctrica propuesta, y vamos a discutir todas las aproximaciones que tienen que hacerse. Por otro lado, se puede hacer otro enfoque usando un enfoque semi-clásico, donde un electrón se excita cuando choca con un núcleo, donde la física está codificada en la sección eficaz de transferencia, Trubnikov y Yavlinsky [125]. Ambos enfoques predicen en general que el poder de frenado electrónico debe ser proporcional a la velocidad del ion. También vamos a hacer una deducción completa de este enfoque que nos permitirá estudiar la dependencia del poder de frenado electrónico para interacciones a bajas energías.

C.1.2. Poder de frenado electrónico (Lindhard)

Ecuaciones de Maxwell

Primero vamos a describir las características más generales de las ecuaciones del campo electromagnético en la materia (unidades gaussianas), como preliminar a los cálculos a continuación.

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E} &= 4\pi\rho_e \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}_e,\end{aligned}\tag{C-13}$$

donde \mathbf{J}_e es la densidad de corriente y ρ_e es la densidad de carga. Reescribimos los campos en términos de los potenciales; vectorial magnético \mathbf{A} y el potencial escalar φ .

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= -\nabla\varphi(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \\ \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) &= \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}, t),\end{aligned}\tag{C-14}$$

donde es conveniente usar la norma de Coulomb $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$, entonces las ecuaciones para los potenciales son

$$\begin{aligned}\nabla^2 \varphi &= -4\pi\rho_e \\ \nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} - \frac{1}{c} \nabla \frac{\partial \varphi}{\partial t} &= -\frac{4\pi}{c} \mathbf{J}_e\end{aligned}$$

Definimos la correspondencia de Fourier

$$\rho_e(\mathbf{r}, t) = \int d^3k \int d\omega \rho_e(\mathbf{k}, \omega) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$$

y de forma similar para $\mathbf{J}_e(\mathbf{r}, t)$ y los potenciales. De esto se pueden deducir las ecuaciones para los potenciales en el espacio de Fourier,

$$\begin{aligned} k^2\varphi(k, \omega) &= 4\pi\rho_e(k, \omega) \\ \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\right) \mathbf{A}(k, \omega) + \frac{\omega}{c} \mathbf{k}\varphi(k, \omega) &= \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}_e(\mathbf{k}, \omega) \end{aligned} \quad (\text{C-15})$$

Es conveniente separar la densidad de corriente $J_e(k, \omega)$ en una parte longitudinal $J_{e,L}$ paralelo a k y uno transversal $J_{e,T}$ perpendicular a k . Notando que $k \cdot A(k, \omega) = 0$ en vista de la norma de Coulomb separamos C-15 en las partes longitudinal y transversal,

$$\begin{aligned} \frac{\omega}{c} \mathbf{k}\varphi(k, \omega) &= \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}_{e,L}(\mathbf{k}, \omega) \\ \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\right) \mathbf{A}(k, \omega) &= \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}_{e,T}(\mathbf{k}, \omega), \end{aligned} \quad (\text{C-16})$$

finalmente es importante escribir la ecuación de continuidad de la carga en el espacio de Fourier

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{J}_{e,L}(\mathbf{k}, \omega) - \omega\rho_e(\mathbf{k}, \omega) = 0. \quad (\text{C-17})$$

Porque estamos interesados en el límite no relativista, o velocidades inferiores a la velocidad de Bohr v_0 , podemos ignorar la ecuación transversal dada en C-16, que entonces usando C-17 podemos deducir de C-16 aplicando el producto punto con \mathbf{k}

$$k^2\varphi(k, \omega) = 4\pi\rho_{e,L}(k, \omega), \quad (\text{C-18})$$

esta fórmula puede identificarse simplemente como la ecuación de Poisson ($\nabla^2\varphi = -4\pi\rho(\mathbf{r}, t)$) válida en el caso electrostático y que se utilizará como la ecuación principal para evaluar el potencial electrostático en lo que sigue.

Teoría cuántica de campos no relativista con interacciones en un campo auto-consistente

Ahora vamos a estudiar un sistema eléctricamente neutro que consta de electrones e iones cargados positivamente, es decir, un plasma. Aquí asumiremos que el plasma es isotrópico y homogéneo; entonces, las propiedades físicas son traslacionalmente invariantes. Es conveniente adoptar un método autoconsistente para la interacción de estas partículas de carga, donde las partículas interactúan con un potencial electrostático φ , que a su vez este debe ser calculada para el plasma a partir de la densidad de carga promedio $\rho_e(\mathbf{r}, t)$, usando la Ec. (C-18) (forma espacio-temporal).

Debido a que estamos tratando con partículas dentro del plasma que pueden ser creadas y destruidas, es conveniente usar un formalismo de segunda cuantización, esto implica que el hamiltoniano del plasma debe incluir el término libre cinético y la interacción potencial,

$$\hat{H} = \sum_i \int d^3x \hat{\Psi}_i^\dagger \left[\frac{\hbar^2}{2m_i} \nabla^2 + e_i \varphi \right] \Psi_i = \hat{H}_0 + \hat{H}_I, \quad (\text{C-19})$$

donde m_i denota la masa de los iones ($i = 0$) y los electrones ($i = 1$) donde m_i denota la masa de los iones ($i = 0$) y electrones ($i = 1$) donde la función de onda para cada caso tiene que ser de la forma

$$\Psi_i = \sum_q \hat{b}_{iq} \frac{e^{iq \cdot \mathbf{x}}}{\sqrt{V}}, \quad (\text{C-20})$$

donde V es un volumen arbitrario y \hat{b}_{iq} son operadores de creación y aniquilación que cumplen

$$[\hat{b}_q, \hat{b}_{q'}^\dagger] = \delta_{q,q'}, \quad [\hat{b}_q, \hat{b}_{q'}] = 0, \quad [\hat{b}_{\dagger q}, \hat{b}_{\dagger q'}^\dagger] = 0. \quad (\text{C-21})$$

Podemos usar estos operadores para calcular el hamiltoniano total usando la transformada de

Fourier del potencial φ y la función de Dirac ¹

$$\hat{H}_0 = \sum_i \sum_q \frac{\hbar^2 \mathbf{q}^2}{2m_i} \hat{b}_{i\mathbf{q}}^\dagger \hat{b}_{i\mathbf{q}} \quad (\text{C-22})$$

$$\tilde{\varphi}(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1) = \int \frac{d^3x}{V} e^{i(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1) \cdot \mathbf{x}} \varphi(\mathbf{x}) \quad (\text{C-23})$$

esto implica que el hamiltoniano de interacción tenga la forma

$$\hat{H}_1 = \sum_i \sum_{\mathbf{q}_1} \sum_{\mathbf{q}_2} e_i \hat{b}_{i\mathbf{q}_1}^\dagger \hat{b}_{i\mathbf{q}_2} \tilde{\varphi}(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1). \quad (\text{C-24})$$

Dado que estamos tratando con partículas que interactúan, puede ocurrir transferencia de momento y es conveniente estudiar el operador general $N_{i\mathbf{q},\mathbf{q}'} = \hat{b}_{i\mathbf{q}}^\dagger \hat{b}_{i\mathbf{q}'}$. Como en nuestro caso solo nos interesan los electrones, ignoraremos el índice (i). La dependencia del tiempo para $N_{i\mathbf{q},\mathbf{q}'}$ (cualquier otro operador) se rige por la ecuación de movimiento de Heisenberg:

$$\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial t} (\hat{b}_{\mathbf{q}'}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{q}}) = [(\hat{H}_0 + \hat{H}_1), (\hat{b}_{\mathbf{q}'}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{q}})]. \quad (\text{C-25})$$

Para evaluar esta expresión se desarrollan los siguientes conmutadores

$$\begin{aligned} q''^2 [\hat{b}_{\mathbf{q}''}^\dagger, \hat{b}_{\mathbf{q}'}^\dagger, \hat{b}_{\mathbf{q}'}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{q}}] &= \hat{b}_{\mathbf{q}''}^\dagger [\hat{b}_{\mathbf{q}''}, \hat{b}_{\mathbf{q}'}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{q}}] + [\hat{b}_{\mathbf{q}''}^\dagger, \hat{b}_{\mathbf{q}'}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{q}}] \hat{b}_{\mathbf{q}''} \\ &= \hat{b}^\dagger \left([\hat{b}_{\mathbf{q}''}, \hat{b}_{\mathbf{q}'}^\dagger] \hat{b}_{\mathbf{q}} + \hat{b}_{\mathbf{q}'}^\dagger [\hat{b}_{\mathbf{q}'}, \hat{b}_{\mathbf{q}}] \right) + \left([\hat{b}_{\mathbf{q}''}^\dagger, \hat{b}_{\mathbf{q}'}^\dagger] \hat{b}_{\mathbf{q}} + \hat{b}_{\mathbf{q}'}^\dagger [\hat{b}_{\mathbf{q}'}, \hat{b}_{\mathbf{q}}] \right) \hat{b}_{\mathbf{q}''} \\ &= q'^2 \hat{b}_{\mathbf{q}'}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{q}} - q^2 \hat{b}_{\mathbf{q}'}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{q}}, \end{aligned} \quad (\text{C-26})$$

algo análogo se puede hacer para el conmutador $[\hat{b}_{\mathbf{q}_1}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{q}_2}, \hat{b}_{\mathbf{q}'}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{q}}]$. Entonces podemos llevar la ecuación de movimiento C-25 en la forma

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{b}_{\mathbf{q}'}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{q}} = \frac{i}{\hbar} (E_{\mathbf{q}'} - E_{\mathbf{q}}) \hat{b}_{\mathbf{q}'}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{q}} + \frac{ie}{\hbar} \sum_p [\tilde{\varphi}(\mathbf{p} - \mathbf{q}') \hat{b}_{\mathbf{q}'}^\dagger \hat{b}_p - \tilde{\varphi}(\mathbf{q}' - \mathbf{p}) \hat{b}_p^\dagger \hat{b}_{\mathbf{q}}]. \quad (\text{C-27})$$

¹Notar $\int d^3x e^{i(\mathbf{q} - \mathbf{q}') \cdot \mathbf{x}} = V \delta_{\mathbf{q},\mathbf{q}'}$

El primer término entre corchetes aniquila una partícula con momento \mathbf{p} y crea otra con momento \mathbf{q}' ; describe el aumento en el número de partículas con momento \mathbf{q}' debido a dispersión de otros estados de momento. El segundo término entre corchetes describe la disminución del número de partículas con \mathbf{q}' debido a dispersiones con momento \mathbf{p} [126]. Ahora es conveniente introducir la función de Wigner mediante un ket arbitrario $|\alpha\rangle$

$$F(\mathbf{q}', \mathbf{q}, t) = \sum_{\alpha} P_{\alpha} \langle \alpha | \hat{b}_{i\mathbf{q}'}^{\dagger} \hat{b}_{i\mathbf{q}} | \alpha \rangle, \quad (\text{C-28})$$

donde P_{α} es la probabilidad de encontrar el estado en $|\alpha\rangle$. Entonces la ecuación C-27 puede llevarse a la forma

$$\frac{\partial}{\partial t} F_i(\mathbf{q}', \mathbf{q}, t) = \frac{i}{\hbar} (E_{i\mathbf{q}'} - E_{i\mathbf{q}}) F_i(\mathbf{q}', \mathbf{q}, t) + \frac{ie_i}{\hbar} \sum_{\mathbf{p}} [\tilde{\varphi}(\mathbf{p} - \mathbf{q}) F_i(\mathbf{q}', \mathbf{p}, t) - \tilde{\varphi}(\mathbf{q}' - \mathbf{p}) F_i(\mathbf{p}, \mathbf{q}, t)], \quad (\text{C-29})$$

Es importante enfatizar que la función de Wigner no es una distribución de probabilidad clásica ya que solo se puede conectar el operador de densidad $\hat{N} = \hat{\Psi}^{\dagger} \hat{\Psi}$ con el espacio de coordenadas o el espacio de momento, pero no con ambos. Para completar la ecuación de evolución C-29 de una manera auto consistente, podemos usar la ecuación C-18 (en el límite no relativista) y la definición del número de densidad promedio $\langle \hat{N}(\mathbf{x}, t) \rangle = \sum_{\alpha} P_{\alpha} \langle \alpha | \hat{\psi}^{\dagger}(\mathbf{x}, t) \hat{\psi}(\mathbf{x}, t) | \alpha \rangle$,

$$\nabla^2 \varphi = - \sum_{\mathbf{q}} \sum_{\mathbf{p}} \frac{4\pi e}{V} F(\mathbf{p}, \mathbf{p} + \mathbf{q}, t) e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}}, \quad (\text{C-30})$$

las ecuaciones C-29 y C-30 son la analogía de la mecánica cuántica con las llamadas ecuaciones de Vlasov [127] en la física clásica del plasma. Ahora vamos a utilizar el enfoque de Hartree para resolver este sistema de ecuaciones, esto implica expandir la función de Wigner y el potencial en forma de serie. $F(\mathbf{q}', \mathbf{q}, t) = F^{(0)}(\mathbf{q}) \delta_{\mathbf{q}\mathbf{q}'} + F^{(1)}(\mathbf{q}', \mathbf{q}) e^{-i\omega t}$ y $\varphi = \varphi^{(0)} + \varphi^{(1)} e^{-i\omega t}$. donde $\varphi^{(0)} = 0$ ya que en ausencia de una fuente externa el campo eléctrico puede ser cero, y $F^{(0)}$ es la solución a la Ec. (C-29) con $\varphi = 0$, donde se debe conservar el número de partículas (por eso aparecen $\delta_{\mathbf{q},\mathbf{q}'}$), entonces se deben evaluar los parámetros $F^{(1)}$ y $\varphi^{(1)}$, en un caso especial, el término de

Wigner, y ω es una frecuencia general del plasma. Introduciendo esto en la Ec.(C-29) se tiene

$$\begin{aligned} i\omega F^{(1)}(\mathbf{q}', \mathbf{q}) e^{-i\omega t} &= i\nu(\mathbf{q}', \mathbf{q}) F^{(1)}(\mathbf{q}', \mathbf{q}) e^{-i\omega t} \\ &+ \frac{ie}{\hbar} \sum_{\mathbf{p}} \left[\tilde{\varphi}^{(1)}(\mathbf{p} - \mathbf{q}) e^{-i\omega t} \left(F^{(0)}(\mathbf{q}') \delta_{\mathbf{q}'\mathbf{p}} + F^{(1)}(\mathbf{q}', \mathbf{p}) e^{-i\omega t} \right) \right. \\ &\left. - \tilde{\varphi}^{(1)}(\mathbf{q}' - \mathbf{p}) e^{-i\omega t} \left(F^{(0)}(\mathbf{q}) \delta_{\mathbf{p}\mathbf{q}} + F^{(1)}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) e^{-i\omega t} \right) \right] \end{aligned}$$

donde $\nu(\mathbf{q}', \mathbf{q}) = (1/\hbar)(E_{i\mathbf{q}'} - E_{i\mathbf{q}})$. Despreciando los términos de segundo orden la ecuación puede ser simplificada

$$\begin{aligned} i[\omega - \nu(\mathbf{q}', \mathbf{q})] F^{(1)}(\mathbf{q}', \mathbf{q}) \\ \approx \frac{ie}{\hbar} \left(\tilde{\varphi}^{(1)}(\mathbf{q}' - \mathbf{q}) F^{(0)}(\mathbf{q}') - \tilde{\varphi}^{(1)}(\mathbf{q}' - \mathbf{q}) F^{(0)}(\mathbf{q}) \right), \end{aligned}$$

por lo que implica

$$F^{(1)}(\mathbf{q}', \mathbf{q}) = \frac{e}{\hbar} \tilde{\varphi}^{(1)}(\mathbf{q}', \mathbf{q}) \frac{(F^{(0)}(\mathbf{q}') - F^{(0)}(\mathbf{q}))}{\omega - \nu_i(\mathbf{q}', \mathbf{q})}. \quad (\text{C-31})$$

Ahora usamos la ecuación C-30, y la acoplamos con la ecuación de arriba

$$\nabla^2 \varphi = \sum_{\mathbf{q}} \sum_{\mathbf{p}} \frac{4\pi e_i^2}{\hbar V} \tilde{\varphi}^{(1)}(-\mathbf{q}) \frac{(F^{(0)}(\mathbf{p}) - F^{(0)}(\mathbf{p} + \mathbf{q}))}{\omega - \nu(\mathbf{p}, \mathbf{p} + \mathbf{q})} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}} = - \sum_{\mathbf{q}} q^2 \tilde{\varphi}^{(1)}(-\mathbf{q}) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}}, \quad (\text{C-32})$$

ahora podemos asociar a la función dieléctrica $\epsilon(\mathbf{q}, \omega)$ por el factor $\epsilon(\mathbf{q}, \omega) q^2 \varphi(1)$ que puede identificarse en la Ec. (C-32), por lo que finalmente tenemos

$$\epsilon(\mathbf{q}, \omega) = 1 + \sum_{\mathbf{p}} \frac{4\pi e^2}{q^2 \hbar V} \frac{(F^{(0)}(\mathbf{p}) - F^{(0)}(\mathbf{p} - \mathbf{q}))}{\omega - \nu(\mathbf{p}, \mathbf{p} - \mathbf{q})}. \quad (\text{C-33})$$

Ahora podemos usar el enfoque semiclásico para asociar la función de Wigner a la distribución de densidad de velocidad $f(\mathbf{v})$, por lo que también podemos convertir la suma en \mathbf{p} en una integral sobre la velocidad y expandiendo $\nu(\mathbf{p}, \mathbf{p} - \mathbf{q}) = \frac{\hbar^2}{2m}(2\mathbf{p} \cdot \mathbf{q} - q^2)$ obtenemos la función dieléctrica en su versión cuántica (longitudinal)

$$\epsilon(\mathbf{q}, \omega) = 1 + \frac{4\pi e^2}{q^2 \hbar} \int d^3v \frac{(f^{(0)}(\mathbf{v}) - f^{(0)}(\mathbf{v} - \hbar\mathbf{q}/m))}{\omega - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v} + \hbar q^2/2m}. \quad (\text{C-34})$$

Conexión con el poder de frenado

Antes de continuar con el cálculo de la ecuación anterior, estudiemos la fricción electrónica que nos interesa o poder de frenado electrónico. Solo queremos considerar la región de baja energía, esta región se caracteriza por el gas de electrones con una energía E_F que se excita, por lo que para velocidades de iones por debajo de $v_F = Z^{2/3}v_0$ esperamos que la frecuencia radiada en el gas será despreciable en comparación con la frecuencia del tiempo de colisión de los electrones con el ion, $\omega \ll qv_F$ donde q es el número de onda del ion.

Entonces supongamos que la partícula iónica con carga Z se mueve con velocidad uniforme en el medio, esto porque energía perdida por ionización de electrones es pequeña en comparación con la energía de dispersión del ión por el potencial interatómico. El ion también puede tratarse como una partícula de carga puntual, ya que su longitud de onda de De Broglie es pequeña en comparación con el radio del átomo (para energías > 10 eV), por lo que la densidad de carga externa se puede describir mediante

$$\rho_{e,l}(\mathbf{r}, t) = Ze\delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t), \quad (\text{C-35})$$

ahora podemos calcular esta densidad en el espacio de Fourier²

$$\rho_{e,l}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{Ze}{(2\pi)^3} \delta(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}). \quad (\text{C-36})$$

Como no nos preocupan las velocidades relativistas, podemos despreciar el efecto del vector actual. Entonces podemos calcular el campo eléctrico,

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \int d^3\mathbf{k} \int d\omega e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} (-i\mathbf{k}\varphi(\mathbf{k}, \omega)), \quad (\text{C-37})$$

²donde usamos la identidad: $\delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} = \frac{\int d^3\mathbf{x} e^{i\mathbf{x} \cdot (\mathbf{k} - \mathbf{k}')}}{V}$.

por las Ec.(C-18), Ec.(C-36) y la definición de la función dieléctrica podemos deducir

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \int d^3\mathbf{k} \int d\omega e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)} \left(\frac{4\pi\delta(\omega - \mathbf{k}\cdot\mathbf{v})}{\epsilon(\mathbf{k}, \omega)k^2} \right) -i\mathbf{k}. \quad (\text{C-38})$$

Para un medio homogéneo, isotrópico e infinito, la fuerza de frenado se dirige en dirección opuesta a la velocidad, por lo que podemos definir el poder de frenado electrónico por el campo de fuerza producido por un electrón en campo eléctrico del ion,

$$-\frac{dE}{dx} = -\frac{e}{v}\mathbf{v}\cdot\mathbf{E}(\mathbf{v}, t), \quad (\text{C-39})$$

por ende usando la Ec.(C-38)

$$-\frac{dE}{dx} = \text{Im} \left\{ \frac{iZe^2}{2\pi^2v} \int \frac{d^3\mathbf{k}}{k^2} (\mathbf{k}\cdot\mathbf{v}) \left(\frac{1}{\epsilon(\mathbf{k}, \omega)} \right) \right\}, \quad (\text{C-40})$$

donde asumimos que la función dieléctrica puede ser compleja, entonces para mantener la fuerza como un número real tenemos que tomar la parte imaginaria de C-40, evidentemente la fuerza es cero si la función dieléctrica es solo un número real.

Bibliografía

- [1] J. Janesick, “Scientific charge-coupled devices,” *Ser. Press Monograph Series Society of Photo Optical*, 2001.

- [2] A. Aguilar-Arevalo, D. Amidei, X. Bertou, M. Butner, G. Canelo, A. Castañeda Vázquez, B. A. Cervantes Vergara, A. E. Chavarria, C. R. Chavez, J. R. T. de Mello Neto, J. C. D’Olivo, J. Estrada, G. Fernandez Moroni, R. Gaïor, Y. Guardincerri, K. P. Hernández Torres, F. Izraelevitch, A. Kavner, B. Kilminster, I. Lawson, A. Letessier-Selvon, J. Liao, V. B. B. Mello, J. Molina, J. R. Peña, P. Privitera, K. Ramanathan, Y. Sarkis, T. Schwarz, C. Sengul, M. Settimo, M. Sofo Haro, R. Thomas, J. Tiffenberg, E. Tiouchichine, D. Torres Machado, F. Trillaud, X. You, and J. Zhou, “Search for low-mass wimps in a 0.6 kg day exposure of the damic experiment at snolab,” *Phys. Rev. D*, vol. 94, p. 082006, Oct 2016.

- [3] A. Aguilar-Arevalo, X. Bertou, C. Bonifazi, M. Butner, G. Canelo, A. C. Vázquez, B. C. Vergara, C. Chavez, H. D. Motta, J. D’Olivo, J. D. Anjos, J. Estrada, G. F. Moroni, R. Ford, A. Foguel, K. H. Torres, F. Izraelevitch, A. Kavner, B. Kilminster, K. Kuk, H. L. Jr., M. Makler, J. Molina, G. Moreno-Granados, J. Moro, E. Paolini, M. S. Haro, J. Tiffenberg, F. Trillaud, and S. Wagner, “Results of the engineering run of the coherent neutrino nucleus interaction experiment (CONNIE),” *Journal of Instrumentation*, vol. 11, pp. P07024–P07024, jul 2016.

- [4] G. Fernandez Moroni, J. Estrada, E. E. Paolini, G. Canelo, J. Tiffenberg, and J. Molina,

- “Charge coupled devices for detection of coherent neutrino-nucleus scattering,” *Phys. Rev. D*, vol. 91, p. 072001, Apr 2015.
- [5] D. Z. Freedman, “Coherent effects of a weak neutral current,” *Phys. Rev. D*, vol. 9, pp. 1389–1392, Mar 1974.
- [6] D. A. et al, “COHERENT experiment: current status,” *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 798, p. 012213, Jan 2017.
- [7] D. Akimov, J. B. Albert, P. An, C. Awe, P. S. Barbeau, B. Becker, V. Belov, I. Bernardi, M. A. Blackston, L. Blokland, A. Bolozdynya, B. Cabrera-Palmer, N. Chen, D. Chernyak, E. Conley, R. L. Cooper, J. Daughhetee, M. del Valle Coello, J. A. Detwiler, M. R. Durand, Y. Efremenko, S. R. Elliott, L. Fabris, M. Febbraro, W. Fox, A. Galindo-Uribarri, A. Gallo Rosso, M. P. Green, K. S. Hansen, M. R. Heath, S. Hedges, M. Hughes, T. Johnson, M. Kaemingk, L. J. Kaufman, A. Khromov, A. Konovalov, E. Kozlova, A. Kumpan, L. Li, J. T. Librande, J. M. Link, J. Liu, K. Mann, D. M. Markoff, O. McGoldrick, H. Moreno, P. E. Mueller, J. Newby, D. S. Parno, S. Penttila, D. Pershey, D. Radford, R. Rapp, H. Ray, J. Raybern, O. Razuvaeva, D. Reyna, G. C. Rich, D. Rudik, J. Runge, D. J. Salvat, K. Scholberg, A. Shakirov, G. Simakov, G. Sinev, W. M. Snow, V. Sosnovtsev, B. Suh, R. Tayloe, K. Tellez-Giron-Flores, R. T. Thornton, I. Tolstukhin, J. Vanderwerp, R. L. Varner, C. J. Virtue, G. Visser, C. Wiseman, T. Wongjirad, J. Yang, Y.-R. Yen, J. Yoo, C.-H. Yu, and J. Zettemoyer, “First measurement of coherent elastic neutrino-nucleus scattering on argon,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 126, p. 012002, Jan 2021.
- [8] D. K. Papoulias, T. S. Kosmas, and Y. Kuno, “Recent probes of standard and non-standard neutrino physics with nuclei,” *Frontiers in Physics*, vol. 7, p. 191, 2019.
- [9] R. Harnik, J. Kopp, and P. A. Machado, “Exploring signals in dark matter detectors,” *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2012, pp. 026–026, Jul 2012.
- [10] A. G. Beda, V. B. Brudanin, V. G. Egorov, D. V. Medvedev, V. S. Pogosov, M. V.

Shirchenko, and A. S. Starostin, “Upper limit on the neutrino magnetic moment from three years of data from the GEMMA spectrometer,” 5 2010.

- [11] S. Bilmiş, I. Turan, T. M. Aliev, M. Deniz, L. Singh, and H. T. Wong, “Constraints on dark photon from neutrino-electron scattering experiments,” *Phys. Rev. D*, vol. 92, p. 033009, Aug 2015.
- [12] P. Vogel and J. Engel, “Neutrino electromagnetic form factors,” *Phys. Rev. D*, vol. 39, pp. 3378–3383, Jun 1989.
- [13] J. Lindhard, V. Nielsen, M. Scharff, and P. Thomsen, “Integral equations governing radiation effects,” *Kong.Dan.Vid.Sel.Mat.Fys.Med.*, vol. 33, no. 10, p. 10, 1963.
- [14] B. L. Dougherty, “Measurements of ionization produced in silicon crystals by low-energy silicon atoms,” *Phys. Rev. A*, vol. 45, pp. 2104–2107, Feb 1992.
- [15] P. Zecher, D. Wang, J. Rapaport, C. J. Martoff, and B. A. Young, “Energy deposition of energetic silicon atoms within a silicon lattice,” *Phys. Rev. A*, vol. 41, pp. 4058–4061, Apr 1990.
- [16] F. Izraelevitch *et al.*, “A Measurement of the Ionization Efficiency of Nuclear Recoils in Silicon,” *JINST*, vol. 12, no. 06, p. P06014, 2017.
- [17] A. E. Chavarria *et al.*, “Measurement of the ionization produced by sub-keV silicon nuclear recoils in a CCD dark matter detector,” *Phys. Rev.*, vol. D94, no. 8, p. 082007, 2016.
- [18] A. R. Sattler, “Ionization produced by energetic silicon atoms within a silicon lattice,” *Phys. Rev.*, vol. 138, no. 6A, p. 1815, 1965.
- [19] P. S. Barbeau, J. I. Collar, and O. Tench, “Large-mass ultralow noise germanium detectors: performance and applications in neutrino and astroparticle physics,” *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2007, pp. 009–009, sep 2007.

- [20] C. Chasman, K. W. Jones, and R. A. Ristinen, “Measurement of the Energy Loss of Germanium Atoms to Electrons in Germanium at Energies Below 100 keV,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 15, pp. 245–248, 1965.
- [21] C. Chasman, K. W. Jones, H. W. Kraner, and W. Brandt, “Band-Gap Effects in the Stopping of Ge-72* Atoms in Germanium,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 21, pp. 1430–1433, 1968.
- [22] K. W. Jones and H. W. Kraner, “Energy lost to ionization by 254-eV Ge-73 atoms stopping in Ge,” *Phys. Rev.*, vol. A11, pp. 1347–1353, 1975.
- [23] Y. Messous, “Calibration of a Ge crystal with nuclear recoils for the development of a dark matter detector,” *Astropart. Phys.*, vol. 3, pp. 361–366, 1995.
- [24] B. J. Scholz, A. E. Chavarria, J. I. Collar, P. Privitera, and A. E. Robinson, “Measurement of the low-energy quenching factor in germanium using an $^{88}\text{Y}/\text{Be}$ photoneutron source,” *Phys. Rev. D*, vol. 94, p. 122003, Dec 2016.
- [25] C. E. Aalseth *et al.*, “Cogent: A search for low-mass dark matter using p -type point contact germanium detectors,” *Phys. Rev. D*, vol. 88, p. 012002, Jul 2013.
- [26] B. J. Scholz, A. E. Chavarria, J. I. Collar, P. Privitera, and A. E. Robinson, “Measurement of the low-energy quenching factor in germanium using an $^{88}\text{Y}/\text{Be}$ photoneutron source,” *Phys. Rev. D*, vol. 94, p. 122003, Dec 2016.
- [27] Y. Messous *et al.*, “Calibration of a ge crystal with nuclear recoils for the development of a dark matter detector,” *Astroparticle Physics*, vol. 3, no. 4, pp. 361 – 366, 1995.
- [28] T. Shutt *et al.*, “Measurement of ionization and phonon production by nuclear recoils in a 60 g crystal of germanium at 25 mk,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 69, pp. 3425–3427, Dec 1992.
- [29] B. Lenardo *et al.*, “Measurement of the ionization yield from nuclear recoils in liquid xenon between 0.3 – 6 keV with single-ionization-electron sensitivity,” *arXiv:1908.00518 [physics.ins-det]*, Aug 2019.

- [30] Akerib *et al.*, “Tritium calibration of the lux dark matter experiment,” *Phys. Rev. D*, vol. 93, p. 072009, Apr 2016.
- [31] E. Aprile, K. L. Giboni, P. Majewski, K. Ni, M. Yamashita, R. Hasty, A. Manzur, and D. N. McKinsey, “Scintillation response of liquid xenon to low energy nuclear recoils,” *Phys. Rev. D*, vol. 72, p. 072006, Oct 2005.
- [32] E. o. Aprile, “Simultaneous measurement of the light and charge response of liquid xenon to low-energy nuclear recoils at multiple electric fields,” *Phys. Rev. D*, vol. 98, p. 112003, Dec 2018.
- [33] E. Aprile *et al.*, “New measurement of the relative scintillation efficiency of xenon nuclear recoils below 10 keV,” *Phys. Rev. C*, vol. 79, p. 045807, Apr 2009.
- [34] Y. Sarkis, A. Aguilar-Arevalo, and J. C. D’Olivo, “Study of the ionization efficiency for nuclear recoils in pure crystals,” *Phys. Rev. D*, vol. 101, p. 102001, May 2020.
- [35] Y. Sarkis, A. Aguilar-Arevalo, and J. C. D’Olivo, “A study of the ionization efficiency for nuclear recoils in pure crystals,” *Physics of Atomic Nuclei*, vol. 84, pp. 590–594, Jul 2021.
- [36] L. Kishinevsky *Izv. Akad. Nauk SSSR*, vol. 26, p. 1410, 1962.
- [37] J. M. Fernández-Varea and N. R. Arista, “Analytical formula for the stopping power of low-energy ions in a free-electron gas,” *Radiation Physics and Chemistry*, vol. 96, pp. 88–91, 2014.
- [38] I. S. Tilinin, “Elastic scattering of electrons and positrons by complex atoms at medium energies,” *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, vol. 94, pp. 96–103, Aug 1988.
- [39] W. D. Wilson, L. G. Haggmark, and J. P. Biersack, “Calculations of nuclear stopping, ranges, and straggling in the low-energy region,” *Phys. Rev. B*, vol. 15, pp. 2458–2468, Mar 1977.
- [40] M. Robbins, “Displacement damage guideline.”

- [41] M. S. Haro, *SENSORES MULTIPIXEL CCD DE ULTRA BAJO RUIDO DE LECTURA PARA DETECCIÓN DE PARTÍCULAS*. Universidad Nacional de Cuyo, 2017.
- [42] G. F. Moroni, *Diseño e Implementación de Sistemas CCDs de Bajo Ruido para la Detección de Antineutrinos Provenientes de un Reactor Nuclear*. UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR, 2015.
- [43] J. Zhou, “Direct dark matter detection with the damic experiment at snolab,” 2015.
- [44] C. collaboration, A. Aguilar-Arevalo, J. Bernal, X. Bertou, C. Bonifazi, G. Canelo, V. G. P. B. de Carvalho, B. A. Cervantes-Vergara, C. Chavez, G. C. Corrêa, J. C. D’Olivo, J. C. dos Anjos, J. Estrada, A. R. F. Neto, G. F. Moroni, A. Foguel, R. Ford, J. G. Barbuscio, J. G. Cuevas, S. Hernandez, F. Izraelevitch, B. Kilminster, K. Kuk, H. P. L. J. au2, M. Makler, M. M. Montero, L. H. Mendes, J. Molina, P. Mota, I. Nasteva, E. Paolini, D. Rodrigues, Y. Sarkis, M. S. Haro, D. Stalder, and J. Tiffenberg, “Search for coherent elastic neutrino-nucleus scattering at a nuclear reactor with connie 2019 data,” 2021.
- [45] A. Aguilar-Arevalo *et al.*, “Results of the Engineering Run of the Coherent Neutrino Nucleus Interaction Experiment (CONNIE),” *JINST*, vol. 11, no. 07, p. P07024, 2016.
- [46] A. E. Chavarria, J. Tiffenberg, A. Aguilar-Arevalo, D. Amidei, X. Bertou, G. Canelo, J. C. D’Olivo, J. Estrada, G. F. Moroni, F. Izraelevitch, B. Kilminster, Y. Langisetty, J. Liao, J. Molina, P. Privitera, C. Salazar, Y. Sarkis, V. Scarpine, T. Schwarz, M. S. Haro, F. Trillaud, and J. Zhou, “Damic at snolab,” *Physics Procedia*, vol. 61, pp. 21 – 33, 2015. 13th International Conference on Topics in Astroparticle and Underground Physics, TAUP 2013.
- [47] J. Liao and D. Marfatia, “Coherent constraints on nonstandard neutrino interactions,” *Physics Letters B*, vol. 775, pp. 54–57, 2017.
- [48] K. N. Abazajian and J. Heck, “Observing dirac neutrinos in the cosmic microwave background,” *Phys. Rev. D*, vol. 100, p. 075027, Oct 2019.

- [49] H. T. Wong, H. B. Li, S. T. Lin, F. S. Lee, V. Singh, S. C. Wu, C. Y. Chang, H. M. Chang, C. P. Chen, M. H. Chou, M. Deniz, J. M. Fang, C. H. Hu, H. X. Huang, G. C. Jon, W. S. Kuo, W. P. Lai, S. C. Lee, J. Li, H. Y. Liao, F. K. Lin, S. K. Lin, J. Q. Lu, H. Y. Sheng, R. F. Su, W. S. Tong, B. Xin, T. R. Yeh, Q. Yue, Z. Y. Zhou, and B. A. Zhuang, “Search of neutrino magnetic moments with a high-purity germanium detector at the kuo-sheng nuclear power station,” *Phys. Rev. D*, vol. 75, p. 012001, Jan 2007.
- [50] R. Agnese, A. J. Anderson, T. Aramaki, I. Arnquist, W. Baker, D. Barker, B. Thakur, *et al.*, “Projected sensitivity of the supercdms snolab experiment,” *Phys. Rev. D*, vol. 95, p. 082002, Apr 2017.
- [51] P. D. W. Möller, *Fundamentals of Ion-Surface Interaction*. Forschungszentrum Rossendorf, 2004.
- [52] M. Peñalba, A. Arnau, and P. Echenique, “Z1 oscillations in slow channeled ion stopping power,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*, vol. 67, no. 1, pp. 66–68, 1992.
- [53] K. Arstila, “An experimental method for precise determination of electronic stopping powers for heavy ions,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*, vol. 168, no. 4, pp. 473–483, 2000.
- [54] N. Hecking *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B*, vol. B59/60, 619.
- [55] W. D. Wilson, L. G. Haggmark, and J. P. Biersack, “Calculations of nuclear stopping, ranges, and straggling in the low-energy region,” *Phys. Rev. B*, vol. 15, pp. 2458–2468, Mar 1977.
- [56] J. I. Collar, A. R. L. Kavner, and C. M. Lewis, “Germanium response to sub-keV nuclear recoils: A multipronged experimental characterization,” *Phys. Rev. D*, vol. 103, p. 122003, Jun 2021.

- [57] P. Vogel and J. Engel, “Neutrino electromagnetic form factors,” *Phys. Rev. D*, vol. 39, pp. 3378–3383, Jun 1989.
- [58] J. A. Bearden and A. F. Burr, “Reevaluation of x-ray atomic energy levels,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 39, pp. 125–142, Jan 1967.
- [59] M. Cardona and E. L. Ley, “Photoemission in solids i: General principles,” *Springer-Verlag, Berlin*, 1978.
- [60] E. Holmström, K. Nordlund, and A. Kuronen, “Threshold defect production in germanium determined by density functional theory molecular dynamics simulations,” *Physica Scripta*, vol. 81, p. 035601, mar 2010.
- [61] E. Holmström, A. Kuronen, and K. Nordlund, “Threshold defect production in silicon determined by density functional theory molecular dynamics simulations,” *Phys. Rev. B*, vol. 78, p. 045202, Jul 2008.
- [62] B. C. Aurea, “ESTUDIO DE LOS RETROCESOS DE NÚCLEOS DE SI DE UN CCD DEBIDOS A LA DISPERSIÓN DE NEUTRONES, CONSIDERANDO EFECTOS DE “CHANNELING”,” *Tesis Maestria ICN-UNAM*, 2018.
- [63] D. Z. Freedman, “Coherent effects of a weak neutral current,” *Phys. Rev. D*, vol. 9, pp. 1389–1392, Mar 1974.
- [64] F. Hasert, H. Faissner, W. Krenz, J. Von Krogh, D. Lanske, J. Morfin, K. Schultze, H. Weerts, G. Bertrand-Coremans, J. Lemonne, J. Sacton, W. Van Doninck, P. Vilain, C. Baltay, D. Cundy, D. Haidt, M. Jaffre, P. Musset, A. Pullia, S. Natali, J. Pattison, D. Perkins, A. Rousset, W. Venus, H. Wachsmuth, V. Brisson, B. Degrange, M. Haguenaer, L. Kluberg, U. Nguyen-Khac, P. Petiau, E. Bellotti, S. Bonetti, D. Cavalli, C. Conta, E. Fiorini, M. Rollier, B. Aubert, L. Chounet, P. Heusse, A. Lagarrigue, A. Lutz, J. Vialle, F. Bullock, M. Esten, T. Jones, J. McKenzie, A. Michette, G. Myatt, J. Pinfold, and W. Scott, “Search for elastic muon-neutrino electron scattering,” *Physics Letters B*, vol. 46, no. 1, pp. 121–124, 1973.

- [65] C. Giunti and C. W. Kim, *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*. 2007.
- [66] M. S. Haro, *SENSORES MULTIPÍXEL CCD DE ULTRA BAJO RUIDO DE LECTURA PARA DETECCIÓN DE PARTÍCULAS*. Tesis, Instituto Balseiro, 2017.
- [67] J. Barreto, H. Cease, H. Diehl, J. Estrada, B. Flaughner, N. Harrison, J. Jones, B. Kilminster, J. Molina, J. Smith, T. Schwarz, and A. Sonnenschein, “Direct search for low mass dark matter particles with ccds,” *Physics Letters B*, vol. 711, no. 3, pp. 264–269, 2012.
- [68] K. Pearson, J. A. Harris, A. E. Treloar, and M. Wilder, “On the theory of contingency,” *Journal of the American Statistical Association*, vol. 25, pp. 320–327, 2021/07/15/ 1930. Full publication date: Sep., 1930.
- [69] N. Gagunashvili, “Comparison of weighted and unweighted histograms,” 2007.
- [70] N. Gagunashvili, “Comparison of weighted and unweighted histograms,” *PoS(ACAT)054*, 2006.
- [71] A. Aguilar-Arevalo *et al.*, “The CONNIE experiment,” *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 761, no. 1, p. 012057, 2016.
- [72] A. Aguilar-Arevalo, X. Bertou, C. Bonifazi, G. Canelo, A. Castañeda, B. Cervantes Vergara, C. Chavez, J. C. D’Olivo, J. a. C. dos Anjos, J. Estrada, A. R. Fernandes Neto, G. Fernandez Moroni, A. Foguel, R. Ford, J. Gonzalez Cuevas, P. Hernández, S. Hernandez, F. Izraelevitch, A. R. Kavner, B. Kilminster, K. Kuk, H. P. Lima, M. Makler, J. Molina, P. Mota, I. Nasteva, E. E. Paolini, C. Romero, Y. Sarkis, M. Sofo Haro, I. a. M. S. Souza, J. Tiffenberg, and S. Wagner, “Exploring low-energy neutrino physics with the coherent neutrino nucleus interaction experiment,” *Phys. Rev. D*, vol. 100, p. 092005, Nov 2019.
- [73] D. G. Cerdeño, M. Fairbairn, T. Jubb, P. A. N. Machado, A. C. Vincent, and C. Boehm,

- “Physics from solar neutrinos in dark matter direct detection experiments,” *Journal of High Energy Physics*, vol. 2016, p. 118, May 2016.
- [74] B. Dutta, S. Liao, S. Sinha, and L. E. Strigari, “Searching for beyond the standard model physics with coherent energy and timing data,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 123, p. 061801, Aug 2019.
- [75] J. Colaresi, J. I. Collar, T. W. Hossbach, A. R. L. Kavner, C. M. Lewis, A. E. Robinson, and K. M. Yocum, “First results from a search for coherent elastic neutrino-nucleus scattering (CE ν NS) at a reactor site,” 8 2021.
- [76] J. Billard, J. Johnston, and B. J. Kavanagh, “Prospects for exploring new physics in coherent elastic neutrino-nucleus scattering,” *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2018, pp. 016–016, nov 2018.
- [77] H. Davoudiasl, H.-S. Lee, and W. J. Marciano, “Muon $g - 2$, rare kaon decays, and parity violation from dark bosons,” *Phys. Rev. D*, vol. 89, p. 095006, May 2014.
- [78] M. Pospelov, A. Ritz, and M. Voloshin, “Bosonic super-wimps as kev-scale dark matter,” *Phys. Rev. D*, vol. 78, p. 115012, Dec 2008.
- [79] S. Bilmiş, I. Turan, T. M. Aliev, M. Deniz, L. Singh, and H. T. Wong, “Constraints on dark photon from neutrino-electron scattering experiments,” *Phys. Rev. D*, vol. 92, p. 033009, Aug 2015.
- [80] H. T. Wong, H. B. Li, S. T. Lin, F. S. Lee, V. Singh, S. C. Wu, C. Y. Chang, H. M. Chang, C. P. Chen, M. H. Chou, M. Deniz, J. M. Fang, C. H. Hu, H. X. Huang, G. C. Jon, W. S. Kuo, W. P. Lai, S. C. Lee, J. Li, H. Y. Liao, F. K. Lin, S. K. Lin, J. Q. Lu, H. Y. Sheng, R. F. Su, W. S. Tong, B. Xin, T. R. Yeh, Q. Yue, Z. Y. Zhou, and B. A. Zhuang, “Search of neutrino magnetic moments with a high-purity germanium detector at the kuo-sheng nuclear power station,” *Phys. Rev. D*, vol. 75, p. 012001, Jan 2007.

- [81] P. Vogel and J. Engel, “Neutrino electromagnetic form factors,” *Phys. Rev. D*, vol. 39, pp. 3378–3383, Jun 1989.
- [82] S. Alexander, “Status and perspectives of neutrino magnetic moments,” *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 718, p. 062076, may 2016.
- [83] C. Giunti, “Neutrino electromagnetic interactions: a window to new physics,” [*hep-ph*], 2015.
- [84] K. Fujikawa and R. E. Shrock, “Magnetic moment of a massive neutrino and neutrino-spin rotation,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 45, pp. 963–966, Sep 1980.
- [85] H. T.-K. Wong, “Taiwan experiment on neutrino — history and prospects,” *International Journal of Modern Physics A*, vol. 33, no. 16, p. 1830014, 2018.
- [86] A. Aguilar-Arevalo, X. Bertou, C. Bonifazi, M. Butner, G. Canelo, A. C. Vázquez, B. C. Vergara, C. Chavez, H. D. Motta, J. D’Olivo, J. D. Anjos, J. Estrada, G. F. Moroni, R. Ford, A. Foguel, K. H. Torres, F. Izraelevitch, A. Kavner, B. Kilminster, K. Kuk, H. L. Jr., M. Makler, J. Molina, G. Moreno-Granados, J. Moro, E. Paolini, M. S. Haro, J. Tiffenberg, F. Trillaud, and S. Wagner, “Results of the engineering run of the coherent neutrino nucleus interaction experiment (CONNIE),” *Journal of Instrumentation*, vol. 11, pp. P07024–P07024, jul 2016.
- [87] M. Parker, “Chapter 13 - matrix inversion,” in *Digital Signal Processing 101 (Second Edition)* (M. Parker, ed.), pp. 149–162, Newnes, second edition ed., 2017.
- [88] C. Giunti and A. Studenikin, “Neutrino electromagnetic interactions: a window to new physics,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 87, p. 531, 2015.
- [89] K. Scholberg, “Prospects for measuring coherent neutrino-nucleus elastic scattering at a stopped-pion neutrino source,” *Phys. Rev. D*, vol. 73, p. 033005, Feb 2006.
- [90] F. L. and S. R., “Die Geschwindigkeitsabnahme der-Strahlen in Materie,” *Ann Physik*, vol. 50, no. 655, 1916.

- [91] P. Sigmund, *Particle Penetration and Radiation Effects Volume 2*. Springer International Publishing, 2014.
- [92] T. L.H., “On the capture of electrons by swiftly moving electrified particles,” *Proc Roy Soc*, vol. 114, no. 561, 1927.
- [93] J. R. Oppenheimer, “On the quantum theory of the capture of electrons,” *Phys. Rev.*, vol. 31, pp. 349–356, Mar 1928.
- [94] B. H.C. and K. H.A., “Zur Theorie der Einfangung von Elektronen durch Alpha-Teilchen,” *Proc Roy Acad Amsterdam*, vol. 33, no. 973-984, 1930.
- [95] P. Sorensen, “Atomic limits in the search for galactic dark matter,” *Phys. Rev. D*, vol. 91, p. 083509, Apr 2015.
- [96] A. B. Migdal, “Ionization of atoms accompanying α and β decay,” *J. Phys*, vol. 4(1-6), pp. 449–453, 1941.
- [97] G. Baur, F. Rosel, and D. Trautmann, “Ionisation induced by neutrons,” *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics*, vol. 16, pp. L419–L423, jul 1983.
- [98] E. Fermi, “Eine statistische methode zur bestimmung einiger eigenschaften des atoms und ihre anwendung auf die theorie des periodischen systems der elemente,” *Zeitschrift für Physik*, vol. 48, pp. 73–79, Jan 1928.
- [99] J.Lindhard, “ON THE PROPERTIES OF A GAS OF CHARGED PARTICLES,” *Matematisk-fysiske Meddelelser*, vol. Vol: 28, No. 8, 1 1954.
- [100] A. A. Correa, “Calculating electronic stopping power in materials from first principles,” *Computational Materials Science*, vol. 150, pp. 291 – 303, 2018.
- [101] J. F. Ziegler and J. P. Biersack, *The Stopping and Range of Ions in Matter*, pp. 93–129. Boston, MA: Springer US, 1985.

- [102] J. Gascon, “Quenching measurements in solid-state detectors,” in *Journée Matière Sombre France*, (j.gascon@ipnl.in2p3.fr), LPNHE, 11 2017. Conference meeting.
- [103] M. Tufan *et al.*, “Stopping power calculations for partially stripped projectiles in high energy region,” *Acta Physica Polonica A*, vol. 107, p. 459, Nov 2005.
- [104] P. Sigmund, “Kinetic theory of particle stopping in a medium with internal motion,” *Phys. Rev. A*, vol. 26, pp. 2497–2517, Nov 1982.
- [105] P. Sigmund, “Stopping of slow ions,” *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*, vol. 72, pp. 569–578, May 2008.
- [106] T. Alexander, J. Forster, auG.C. Ball, W. Davies, and K. Winterbon, “Z1 and z2 variations in the stopping powers of z1=10 to 18 ions deduced from dsam lifetime measurements,” *Physics Letters B*, vol. 74, no. 3, pp. 183–186, 1978.
- [107] P. Gombas, “Die statistische theorie des atoms und ihre anwendungen,” *Springer-Verlag Wie*, 1949.
- [108] P. Sigmund, *Particle Penetration and Radiation Effects*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006.
- [109] I. S. Tilinin, “Elastic scattering of medium energy electrons and positrons by complex atoms,” *Zhurnal Eksperimental’noj i Teoreticheskoy Fiziki*, vol. 94, no. 8, pp. 96–103, 1988.
- [110] F. O.B., “Calculation of the interaction potential of atoms,” *Zh Eksp TeorFiz*, vol. 33, no. 696, 1958.
- [111] O. S. Oen and M. T. Robinson, “Computer studies of the reflection of light ions from solids,” *Nuclear Instruments and Methods*, vol. 132, pp. 647–653, 1976.
- [112] M. Born and J. E. Mayer, “Zur gittertheorie der ionenkristalle,” *Zeitschrift für Physik*, vol. 75, pp. 1–18, Jan 1932.

- [113] J. Frenkel, “Über die wärmebewegung in festen und flüssigen körpern,” *Zeitschrift für Physik*, vol. 35, pp. 652–669, Aug 1926.
- [114] P. M. J., “Modelo de thomas fermi,”
- [115] .F. Ziegler, J.P. Biersack, and U. Littmark, “The Stopping and Range of Ions in Solids,” *Pergamon Press New York*, 1985.
- [116] N. Bohr, “Scattering and stopping of fission fragments,” *Phys. Rev.*, vol. 58, pp. 654–655, Oct 1940.
- [117] T. E. Pierce and M. Blann, “Stopping powers and ranges of 5-90-mev s^{32} , cl^{35} , br^{79} , and i^{127} ions in h_2 , he , n_2 , ar , and kr : A semiempirical stopping power theory for heavy ions in gases and solids,” *Phys. Rev.*, vol. 173, pp. 390–405, Sep 1968.
- [118] G. Gerbier, E. Lesquoy, J. Rich, M. Spiro, C. Tao, D. Yvon, S. Zylberajch, P. Delbourgo, G. Haouat, C. Humeau, F. Goulding, D. Landis, N. Madden, A. Smith, J. Walton, D. O. Caldwell, B. Magnusson, M. Witherell, B. Sadoulet, and A. Da Silva, “Measurement of the ionization of slow silicon nuclei in silicon for the calibration of a silicon dark-matter detector,” *Phys. Rev. D*, vol. 42, pp. 3211–3214, Nov 1990.
- [119] L. Ying-Tai, Z. Qi-Ren, and G. Chun-Yuan, “Ionization of atoms and the thomas–fermi model for the electric field in crystal planar channels,” *Communications in Theoretical Physics*, vol. 38, pp. 361–364, sep 2002.
- [120] M. Vana, F. Aumayr, C. Lemell, and H. Winter, “Ion-induced electron emission from solid surfaces: information content of the electron number statistics,” *International Journal of Mass Spectrometry and Ion Processes*, vol. 149-150, pp. 45–57, 1995. Honour Biography David Smith.
- [121] M. A. R. Patoary, A. Haque, M. I. Hossain, M. E. Hosain, M. Uddin, A. Basak, M. Haque, M. Maaza, and B. Saha, “An analytical model for the electron impact k-shell ionization

cross sections of atoms,” *International Journal of Mass Spectrometry*, vol. 415, pp. 1–8, 2017.

- [122] L. P. Kadanoff, “More is the same; phase transitions and mean field theories,” *Journal of Statistical Physics*, vol. 137, p. 777, Sep 2009.
- [123] M. Spivak, *Cálculo Infinitesimal (Vol. 1 y 2)*. Editorial Reverté, 1970.
- [124] E. S. H. S. H. A. B. J. A. et al, *Experimental nuclear physics. volume I*. New York : John Wiley and sons ; London : Chapman and Hall, cop., 1953.
- [125] B. A. Trubnikov and Y. N. Yavlinskii, “Slowing down of slow protons in metals,” *Zh. Eksperim. i Teor. Fiz.*, vol. Vol: 48, 1 1965.
- [126] W. Greiner, *quantum Mechanic special chapters*. Springer International Publishing, 1989.
- [127] A. A. Vlasov, “On the vibrational properties of electron gas,” *Usp. physical sciences*, vol. 93, no. 11, pp. 444–470, 1967.