



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA ELÉCTRICA - CONTROL

SISTEMAS DE TELEOPERACIÓN BILATERALES CON RETARDOS VARIANTES EN EL TIEMPO

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:

M. I. MAURO GILBERTO LÓPEZ RODRÍGUEZ

TUTOR PRINCIPAL

DR. MARCO ANTONIO ARTEAGA PÉREZ
FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM
COMITÉ TUTOR

DR. EMMANUEL NUÑO ORTEGA
CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS
AVANZADOS, IPN

DR. HÉCTOR BENÍTEZ PÉREZ
FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM

DR. LEONID FRIDMAN
FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. HÉCTOR BENÍTEZ PÉREZ
Secretario: Dr. FRIDMAN LEONID
1^{er} Vocal: Dr. MARCO ANTONIO ARTEAGA PÉREZ
2^{do} Vocal: Dr. RUBÉN GARRIDO MOCTEZUMA
3^{er} Vocal Dr. EMMANUEL NUÑO ORTEGA

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM.

TUTOR DE TESIS:

Dr. MARCO ANTONIO ARTEAGA PÉREZ
FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM

.

*A la Facultad de Ingeniería y a la Universidad Nacional Autónoma de México, que me ha
dado todo a manos llenas.
Es gracias a ellas que es posible el presente trabajo.
En verdad, muchas gracias.
A mi alma mater.*

Reconocimientos

Primero quisiera agradecer a mi tutor y mentor Dr. Marco Antonio Arteaga Pérez por la oportunidad y confianza brindada para trabajar con él, dentro del laboratorio de Robótica. Por su gran capacidad, su apoyo y enseñanzas que me fueron útiles en estos años de doctorado, le estoy muy agradecido.

A mi familia por su apoyo incondicional durante esta etapa maravillosa de mi vida. Papá, Mamá y mi hermano, con ustedes todo es posible.

A cada uno de los profesores del Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería del campo de Control, que me brindaron un conocimiento invaluable en teoría de control.

A todos mis compañeros del Laboratorio de Robótica con quienes tuve el placer de trabajar, y que me aportaron valiosa ayuda, consejos y comentarios, al Dr Javier pliego, Dr Pablo Sánchez, Dr Alejandro Gutiérrez, M.I. Laura López, M.I. Enrique Martínez, M.I. Alethia Ortiz, y al M.I. Óscar Hernández. Por último, un especial agradecimiento a mi buen amigo el Dr. Daniel Castro Diaz.

A los estudiantes de licenciatura que decidieron poner su confianza en mí, Alejandro Albiter, Jair Servín, Jorge Pérez e Iván Torres. También agradezco a los alumnos con los que tuve la oportunidad de trabajar y dirigir, Tonatiuh Vilchis, Brayan Alfonso, Rodrigo Armenta,

Deseo expresar mi eterno agradecimiento a mi alma mater, la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), por brindarme todo lo necesario para poder concluir mis estudios de grado.

*Finalmente quiero agradecer al CONACyT y al proyecto DGAPGA-UNAM **IN117820** por los recursos económicos otorgados durante mis estudios de doctorado y en el desarrollo de este trabajo de tesis.*

Resumen

Hoy en día, los sistemas de teleoperación bilateral son ampliamente usados en diferentes aplicaciones, especialmente en aquellas tareas donde el ser humano puede correr peligro, algunos de estos escenarios son por ejemplo, ambientes submarinos, radioactivos o espaciales. Un efecto natural que puede aparecer en estas aplicaciones con largas distancias, es la aparición de retardos en el envío de la información, siendo este, un factor que influye en gran medida la transparencia y la telepresencia del sistema.

Para poder garantizar la estabilidad de todo el sistema de teleoperación en presencia de retardos, se han propuesto esquemas de control que dan peso a la estabilidad o la telepresencia, sin embargo en la gran mayoría de estos trabajos se establecen condiciones que en la vida real resultan muy difíciles de satisfacer; como lo pueden ser el conocimiento exacto de los parámetros del modelo dinámico, medición de las velocidades articulares, y en otros casos suposiciones sobre el comportamiento o descripción del operador humano o superficie que se han demostrado no ser correctas en muchas situaciones. Para lidiar con estos problemas, en este trabajo de investigación se da una nueva propuesta para el desempeño del sistema de teleoperación en términos de la correspondencia cinemática retardada ideal. Con el fin de verificar esta propuesta, se presentan dos propuestas para el control de posición y fuerza. Respecto al control de posición, se usan técnicas de control por modos deslizantes de segundo orden. La primera propuesta evalúa el desempeño del control *Super twisting* con un estimador de velocidad, mientras que la segunda evalúa una superficie de deslizamiento terminal. Para el seguimiento de fuerza se propone un control proporcional-integral para ambas propuestas. En cuanto a la implementación de las propuestas que se reportan en este trabajo, se presentan varias ventajas, entre las que destacan: el conocimiento de los parámetros dinámicos de ambos robots manipuladores no son necesarios, las condiciones acerca del comportamiento del humano y la superficie son suavizadas para llevar a cabo la prueba de estabilidad, y el esquema es robusto ante retardos constantes de tiempo. Para finalizar, este trabajo presenta diferentes conjuntos de experimentos para dar brindar mayor soporte al diseño teórico de tres propuestas de control para sistemas de teleoperación bilaterales con retardos en el canal de comunicación.

Índice general

| | |
|--|-----------|
| Índice de figuras | ix |
| Índice de tablas | xi |
| 1. Introducción | 1 |
| 1.1. Motivación | 2 |
| 1.2. Estado del arte | 3 |
| 1.3. Planteamiento del problema | 5 |
| 1.4. Contribución | 6 |
| 1.5. Organización de la tesis | 6 |
| 2. Preliminares | 9 |
| 2.1. Notación adoptada | 9 |
| 2.2. Robot <i>Geomagic Touch de 3D Systems</i> | 10 |
| 2.3. Cinemática Directa | 11 |
| 2.4. Cinemática Inversa | 13 |
| 2.5. Cinemática diferencial | 13 |
| 2.6. Modelo Dinámico | 14 |
| 2.6.1. Modelo dinámico del sistema de teleoperación | 14 |
| 2.7. Control de posición/fuerza híbrido | 15 |
| 2.7.1. Principio de ortogonalización | 15 |
| 3. Esquema de Control | 19 |
| 3.1. Propuesta 1 de esquema Control-observador | 19 |
| 3.1.1. Discusión del enfoque propuesto | 23 |
| 3.1.2. Inclusión de realimentación de fuerza | 24 |
| 3.2. Propuesta 2 de esquema Control-observador | 27 |
| 3.3. Propuesta 3 de controlador con superficie deslizante terminal y diferenciador de Levant | 29 |
| 3.3.1. Control de Fuerza | 33 |
| 4. Resultados experimentales | 41 |
| 4.1. CINVESTAV-UNAM: Esquema modificado (Propuesta 2 <i>Control Super twisting</i>) | 41 |
| 4.1.1. CINVESTAV-UNAM: Movimiento libre con el esquema modificado (Propuesta 2 <i>Control Super twisting</i>) | 42 |

ÍNDICE GENERAL

| | | |
|-----------|---|-----------|
| 4.1.2. | CINVESTAV–UNAM: Movimiento restringido con el esquema modificado (Propuesta 2 <i>Control Super twisting</i>) | 45 |
| 4.1.3. | CINVESTAV–CUCEI: Movimiento libre con el esquema original (Propuesta 1) y modificado (Propuesta 2) | 48 |
| 4.1.4. | CINVESTAV–CUCEI: Movimiento restringido con el esquema original (Propuesta 1) y modificado (Propuesta 2) | 54 |
| 4.2. | Modo deslizante terminal: | 62 |
| 4.2.1. | Modo deslizante terminal: Movimiento libre | 62 |
| 4.2.2. | Modo deslizante terminal: Movimiento restringido | 70 |
| 5. | Conclusiones | 81 |
| 5.0.1. | Trabajo futuro | 82 |
| A. | Demostraciones y Publicaciones | 83 |
| A.1. | Demostración del Teorema 3.1 | 83 |
| A.1.1. | Demostración del Corolario 1 | 90 |
| A.2. | Acotamiento y última cota | 95 |
| A.2.1. | Artículos publicados | 96 |
| | Bibliografía | 97 |

Índice de figuras

| | |
|---|----|
| 1.1. Elementos de un sistema de teleoperación bilateral | 2 |
| 1.2. Nikola Tesla mostrando un barco de control remoto, 1898. | 3 |
| 1.3. Raymond Goertz mostrando su Sistema de teleoperación, 1949. Imagen obtenida del archivo fotográfico de la librería de la universidad de Chicago. | 4 |
| 2.1. Robot <i>Geomagic Touch de 3D Systems</i> | 10 |
| 2.2. Vista isométrica | 12 |
| 2.3. Principio de Ortogonalización | 17 |
| 2.4. Representación gráfica de la ecuación 2.23 | 17 |
| 4.1. Centros de investigación mexicanos: CINVESTAV, UNAM y CUCEI. | 42 |
| 4.2. CINVESTAV–UNAM: Movimiento libre. Posición remota $\mathbf{q}_r(t)$ (---) vs posición local retardada $\mathbf{q}_l(t - T_1)$ (—). | 43 |
| 4.3. CINVESTAV–UNAM: Movimiento libre. Error de posición del lado remoto $\Delta\mathbf{q}_r(t)$ | 44 |
| 4.4. CINVESTAV–UNAM: Movimiento libre. Error de observación del lado remoto \mathbf{z}_r | 44 |
| 4.5. CINVESTAV–UNAM: Movimiento restringido. Posición local $\mathbf{q}_r(t)$ (---) vs posición retardada del remoto $\mathbf{q}_l(t - T_1)$ (—) | 45 |
| 4.6. CINVESTAV–UNAM: Movimiento restringido. Error de posición local $\Delta\mathbf{q}_l(t)$ | 46 |
| 4.7. CINVESTAV–UNAM: Movimiento restringido. Fuerza del lado del remoto $\mathbf{F}_e(t)$ (—) vs fuerza del lado del local $\mathbf{F}_h(t - T_1)$ (—), $a)F_x$, $b)F_y$, $c)F_z$ | 47 |
| 4.8. CINVESTAV–UNAM: Movimiento restringido. Error de observación del lado local \mathbf{z}_l | 47 |
| 4.9. CINVESTAV–CUCEI: Movimiento libre. I) esquema modificado (Propuesta 2 <i>Control Super twisting</i>) . II) Esquema original (Propuesta 1). posición del lado remoto $\mathbf{q}_r(t)$ (---) vs posición local retardada $\mathbf{q}_l(t - T_1)$ (—) | 49 |
| 4.10. CINVESTAV–CUCEI: Movimiento libre. I) esquema modificado (Propuesta 2 <i>Control Super twisting</i>) . II) Esquema original (Propuesta 1). Error de posición del lado remoto $\Delta\mathbf{q}_r(t)$ | 50 |
| 4.11. CINVESTAV–CUCEI: Movimiento libre. I) esquema modificado (Propuesta 2 <i>Control Super twisting</i>) . II) Esquema original (Propuesta 1). Error de observación del lado remoto \mathbf{z}_r | 51 |
| 4.12. CINVESTAV–CUCEI: Movimiento libre. I) esquema modificado (Propuesta 2 <i>Control Super twisting</i>) . II) Esquema original (Propuesta 1). Velocidades estimadas del robot remoto $\dot{\mathbf{q}}_r$ | 52 |
| 4.13. CINVESTAV–CUCEI: Movimiento libre. I) esquema modificado (Propuesta 2 <i>Control Super twisting</i>) . II) Esquema original (Propuesta 1). Pares de entrada del robot remoto $\boldsymbol{\tau}_r$ | 53 |

| | |
|---|----|
| 4.14. CINVESTAV–CUCEI: Movimiento restringido. I) esquema modificado (Propuesta 2 <i>Control Super twisting</i>) . II) Esquema original (Propuesta 1). Posición remota $\mathbf{q}_r(t)$ (---) vs posición retardada del robot local $\mathbf{q}_l(t - T_l)$ (—) | 54 |
| 4.15. CINVESTAV–CUCEI: Movimiento restringido. I) esquema modificado (Propuesta 2 <i>Control Super twisting</i>) . II) Esquema original (Propuesta 1). Error de posición del robot local $\Delta\mathbf{q}_l(t)$ | 55 |
| 4.16. CINVESTAV–CUCEI: Movimiento restringido. posiciones cartesianas, I) esquema modificado (Propuesta 2 <i>Control Super twisting</i>). II) Esquema original (Propuesta 1). Posición del robot local, ambiente recreado $\mathbf{Pos}_l(t)$ (—) vs posición del robot remoto, ambiente real $\mathbf{Pos}_r(t - T_r)$ (—). | 56 |
| 4.17. CINVESTAV–CUCEI: Movimiento restringido. I) esquema modificado (Propuesta 2 <i>Control Super twisting</i>). II) Esquema original (Propuesta 1). Fuerza en lado remoto $\mathbf{F}_e(t)$ (—) vs fuerza local retardada $\mathbf{F}_h(t - T_l)$ (—), a) F_x , b) F_y , c) F_z | 57 |
| 4.18. CINVESTAV–CUCEI: Movimiento restringido. I) esquema modificado (Propuesta 2 <i>Control Super twisting</i>). II) Esquema original (Propuesta 1). Error de observación en el lado local \mathbf{z}_l | 58 |
| 4.19. CINVESTAV–CUCEI: Movimiento restringido. I) esquema modificado (Propuesta 2 <i>Control Super twisting</i>). II) Esquema original (Propuesta 1). Velocidades estimadas en el lado local $\dot{\mathbf{q}}_l$ | 59 |
| 4.20. CINVESTAV–CUCEI: Movimiento restringido. I) esquema modificado (Propuesta 2 <i>Control Super twisting</i>). II) Esquema original (Propuesta 1). Par de entrada en el lado remoto $\boldsymbol{\tau}_r$ | 60 |
| 4.21. Sistema de teleoperación | 63 |
| 4.22. Retardo variante en el tiempo [s] (—) | 64 |
| 4.23. Posición remota(—) vs posición local retardada (---) | 65 |
| 4.24. Error de seguimiento $\tilde{\mathbf{q}}_r = \mathbf{q}_{li=1,\dots,3}(t) - \mathbf{q}_{ri=1,\dots,3}(t - T_r(t))$ | 66 |
| 4.25. Posición remota retardada (—) vs posición local (---) | 67 |
| 4.26. Error de seguimiento $\tilde{\mathbf{q}}_L = \mathbf{q}_{ri=1,\dots,3}(t) - \mathbf{q}_{li=1,\dots,3}(t - T_l(t))$ | 67 |
| 4.27. Señal de control robot local $\boldsymbol{\tau}_{li=1,\dots,3}$ | 68 |
| 4.28. Posición local (---) vs posición remoto retardada (—) | 71 |
| 4.29. Error de seguimiento $\tilde{\mathbf{q}}_l = \mathbf{q}_{li=1,\dots,3}(t) - \mathbf{q}_{ri=1,\dots,3}(t - T_r(t))$ | 72 |
| 4.30. Posición remota (—) vs posición local retardada (---) | 73 |
| 4.31. Error de seguimiento $\tilde{\mathbf{q}}_r = \mathbf{q}_{ri=1,\dots,3}(t) - \mathbf{q}_{li=1,\dots,3}(t - T_l(t))$ | 74 |
| 4.32. Señal de control robot local $\boldsymbol{\tau}_{ri=1,\dots,3}$ | 75 |
| 4.33. Superficie real local(—) vs Superficie percibida (---) | 76 |
| 4.34. Esquema I controlador propuesto Superficie real local(—) vs Superficie percibida (---) | 77 |
| 4.35. Esquema II Superficie real local(—) vs Superficie percibida (---) | 77 |
| 4.36. Esquema III Medición de fuerza $F_r(t)$ (—) vs $F_l(t - T_l)$ (---) [°]. | 78 |

Índice de tablas

| | |
|---|----|
| 2.1. Especificaciones del robot <i>Geomagic Touch de 3D Systems</i> | 11 |
| 2.2. Relación giro-cuentas de los codificadores ópticos <i>Geomagic Touch de 3D Systems</i> | 11 |
| 4.1. CINESTAV-UNAM: RMSE de los errores de seguimiento Δq_{ri} y Δq_{li} para $i = 1, 2, 3$ | 48 |
| 4.2. Observación CINESTAV-UNAM: RMSE de los errores en seguimiento de fuerza $\Delta \mathbf{F}_r(t)$ y $\Delta \mathbf{F}_l(t)$ | 48 |
| 4.3. CINESTAV-UNAM: RMSE de los errores de observación z_{ri} y z_{li} para $i = 1, 2, 3$ | 48 |
| 4.4. CINESTAV-CUCEI. RMSE de los errores de posición Δq_{ri} y Δq_{li} para $i = 1, 2, 3$. I) esquema modificado (Propuesta 2 <i>Control Super twisting</i>), II) Esquema original (Propuesta 1). | 60 |
| 4.5. CINESTAV-CUCEI. RMSE de $\Delta \mathbf{F}_r(t)$ y $\Delta \mathbf{F}_l(t)$. I) esquema modificado (Propuesta 2 <i>Control Super twisting</i>), II) Esquema original (Propuesta 1). | 61 |
| 4.6. CINESTAV-CUCEI. RMSE of z_{ri} y z_{li} para $i = 1, 2, 3$. I) Esquema modificado (Propuesta 2 <i>Control Super twisting</i>), II) Esquema original (Propuesta 1). | 61 |
| 4.7. Ganancias del esquema de control para diferentes retardos | 63 |
| 4.8. CINESTAV-CUCEI. RMSE de los errores de posición Δq_{ri} y Δq_{li} para $i = 1, 2, 3$. I) esquema modificado (Propuesta 2 <i>Control Super twisting</i>), II) Esquema original (Propuesta 1). | 69 |
| 4.9. Ganancias del esquema de control movimiento restringido | 70 |
| 4.10. RMSE de los errores de posición Δq_{ri} y Δq_{li} para $q_i = 1, 2, 3$. I) Esquema con superficie terminal (Propuesta 2), II) Esquema Arteaga et al 2019 y III) Esquema Nuño et al 2009. | 79 |
| 4.11. RMSE de $\Delta \mathbf{F}_r(t)$ y $\Delta \mathbf{F}_l(t)$. I) Esquema con superficie terminal (Propuesta 2), II) Esquema Arteaga et al 2019 y III) Esquema Nuño et al 2009. | 79 |

Introducción

En la actualidad, la dependencia que el hombre tiene sobre los robots manipuladores jamás había sido tan importante, en efecto, la velocidad de la demanda en productos y servicios, no podría ser satisfecha sin el uso de la robótica automatizada. Esta creciente demanda, va de la mano con tareas que son llevadas a cabo en espacios más reducidos, mayor velocidad de ejecución y tareas cooperativas que en muchas ocasiones se realizan en ambientes donde restricciones de movimiento y/o posición deben de ser tomadas en cuenta.

Existen múltiples aplicaciones donde un solo robot no logra llevar a cabo la tarea, como solución, la coordinación o sincronización de varios manipuladores resulta ser la mejor opción. En este escenario, tres enfoques principales de control pueden ser encontrados: control centralizado, control descentralizado y sistema maestro esclavo.

Antes de adentrarnos en los sistemas teleoperados es necesario definir concepto de teleoperación, para ello es indispensable conocer la raíz de esta palabra, *tele* proviene del griego y significa *distancia*, por lo que teleoperación significa operación a distancia. Este trabajo está enfocado en el análisis y control de los sistemas de teleoperación del tipo maestro-esclavo o local-remoto como el que se puede apreciar en la Figura 1.1. El interés del análisis de este tipo de sistemas es debido a que son útiles en una amplia gama de tareas, especialmente en; la manipulación de materiales tóxicos, radioactivos, explosivos, o incluso exploración de ambientes inaccesibles como pueden ser submarinos o espaciales.

Los sistemas de teleoperación se componen de cinco elementos fundamentales: un operador humano, un robot local, un canal de comunicación, un robot remoto, y el ambiente remoto. De manera general, el sistema funciona así, el operador humano aplica una fuerza en el lado del robot local, el cual a su vez envía la información a través de un canal de información hacia el robot remoto, de tal modo que este último interactúa con un ambiente rígido aplicando la fuerza comandada por el operador humano [1]. Idealmente, el operador humano identifica, percibe o tiene alguna sensación de la superficie remota, sin embargo, este objetivo se alcanza gracias a la combinación de habilidades humanas, con precisión y la repetibilidad de una manipulación robótica rentable. Por otro lado, este último objetivo puede no ser alcanzado, cuando los manipuladores local y remoto están separados por una larga distancia o que la transferencia de datos este limitada. En estas condiciones, retardos sustanciales variantes o constantes en el tiempo pueden aparecer entre la posición y la fuerza comandada por el operador humano y aquella aplicada por el manipulador remoto, por lo que el desempeño, la estabilidad, la telepresencia y la transparencia pueden verse severamente comprometidos.

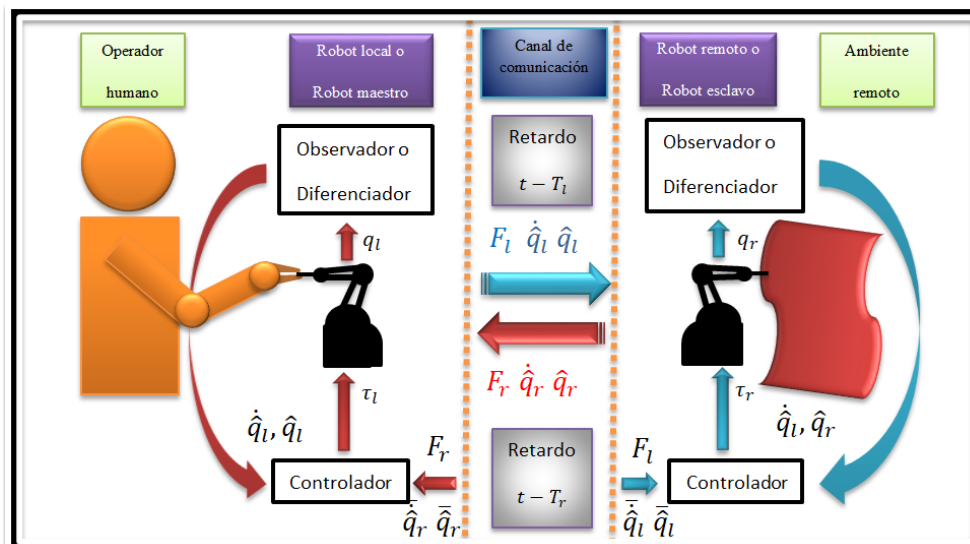


Figura 1.1: Elementos de un sistema de teleoperación bilateral

1.1. Motivación

Uno de los factores más importantes que influyen en el desarrollo de un tema de investigación, es precisamente la motivación que se tiene para desarrollarlo. La robótica me ha llamado la atención desde que inicie mis estudios en ingeniería, quizás con la llegada de nuevas tecnologías, hoy más que nunca he visto el potencial que tienen estos sistemas, comenzando con robots en aplicaciones sencillas, como tomar y colocar objetos, hasta tareas donde los robots pueden emular el comportamiento humano. Hoy en día, tengo la oportunidad de trabajar en el Laboratorio de Robótica del Departamento de Control de la División de Ingeniería Eléctrica de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, donde las aplicaciones hápticas y los sistemas de teleoperación son la parte medular del laboratorio. En realidad el laboratorio brinda a cada uno de sus estudiantes las herramientas necesarias para una investigación de calidad. En cuanto al equipo de robótica, por mencionar algunos robots, se tienen los dispositivos *Phantom* de *3D Systems*, los robots *Novint Falcon* de la empresa *Novint Technologies*, siendo estos, algunos dispositivos que se han usado para la validación de algoritmos de teleoperación, control de posición-fuerza, y más recientemente para aplicaciones hápticas.

Durante mi estancia como estudiante de doctorado, he encontrado un gran placer por trabajar, colaborar, programar y evaluar diferentes esquemas para sistemas de teleoperación bilateral o sincronización de varios agentes. El problema a resolver en estas aplicaciones, es que ambos manipuladores permitan un seguimiento por parte del robot remoto, o que ambos robots logren un movimiento en sincronía. Sin embargo, un reto mayor surge cuando la comunicación entre los robots inducen pequeños retardos, en la vida real estos retardos pueden llevar a la inestabilidad de todo el sistema, en este punto el reto a resolver, es el diseño de un esquema de control de posición y fuerza para sistemas teleoperados que garanticen la estabilidad y robustez del sistema ante los retardos variantes en el tiempo.

1.2. Estado del arte

Los sistemas de teleoperación tienen varios años formando parte de la vida cotidiana, retrocedamos en el tiempo, a finales del siglo XIX. En 1898 el ingeniero Serbio Nikola Tesla presenta en una exhibición en el Madison Square Garden de Nueva York lo que puede ser el primero de los sistemas teleoperados unilaterales, este no era más que un pequeño barco con motor eléctrico el cual era comandado a una corta distancia por señales de radio frecuencia (ver Figura 1.2). Sin embargo, de acuerdo a [16] la teleoperación como tal, comenzó a mediados de

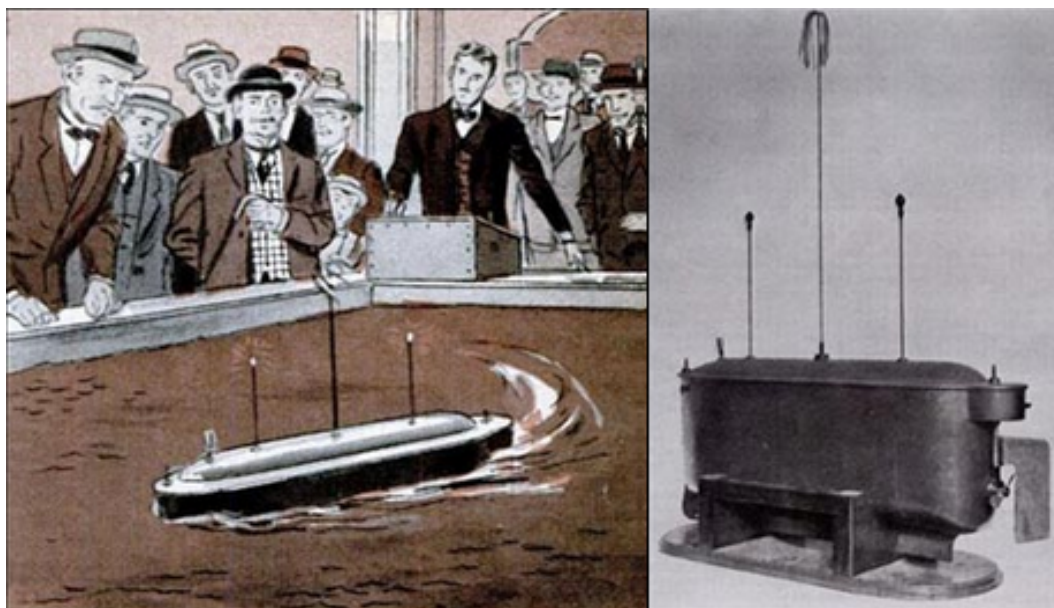


Figura 1.2: Nikola Tesla mostrando un barco de control remoto, 1898.

los años cuarenta, cuando Raymond Goertz implementó y presentó el primer brazo mecánico manejado a distancia cuyo objetivo era la manipulación de materiales peligrosos para la Comisión de Energía Atómica (ver Figura 1.3). No fue hasta los años ochenta que los esquemas de control para sistemas de teleoperación maestro-esclavo fueron diseñados usando la teoría de Lyapunov [25]. Posteriormente con la llegada de la teoría de redes, los esquemas de control por impedancia fueron implementados en los sistemas de teleoperación [10], sin embargo, nuevos conceptos tuvieron que ser definidos como objetivos de control para los sistemas de teleoperación [41].

A medida que las tecnologías de la información iban desarrollándose, la posibilidad de interconectar dos robots a gran distancia también se iba haciendo realidad. Sin embargo, cuando los manipuladores maestro-esclavo o local-remoto están separados por una gran distancia o cuando la transferencia de datos es limitada, retardos sustanciales variantes en el tiempo pueden aparecer en el canal de comunicación, provocando la inestabilidad del sistema en su totalidad [37]. En [27] se presenta uno de los primeros esquemas de control para sistemas teleoperados que toman en cuenta los retardos constantes en el canal de comunicación, mientras que en [17] y [18] las condiciones de estabilidad son suavizadas bajo un marco pasivo de teleoperación, lamenta-

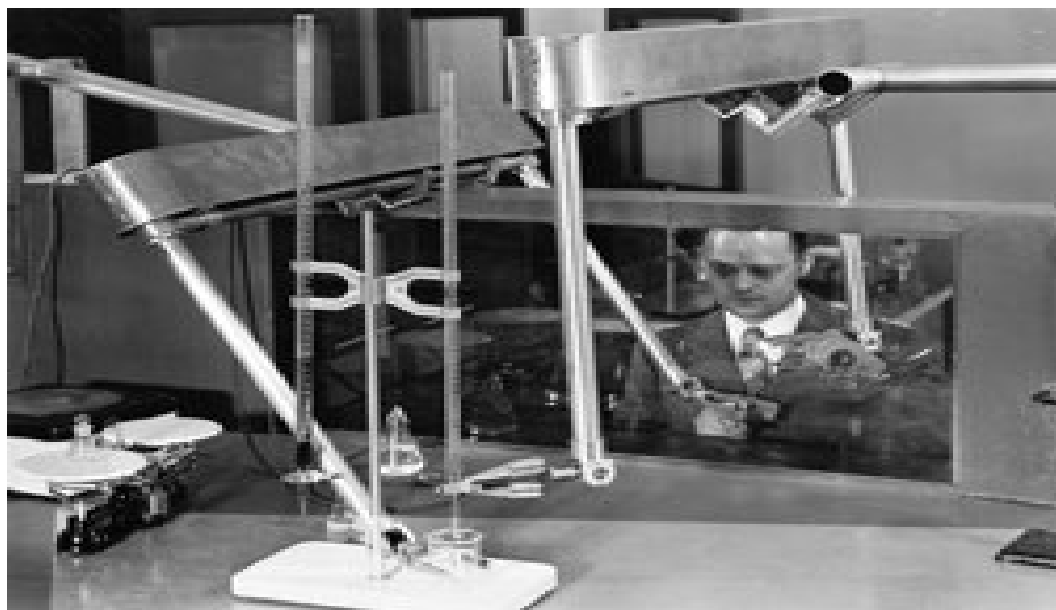


Figura 1.3: Raymond Goertz mostrando su Sistema de teleoperación, 1949. Imagen obtenida del archivo fotográfico de la librería de la universidad de Chicago.

blemente este marco se propone para retardos asimétricos donde las condiciones de estabilidad se basan en desigualdades matriciales, las cuales son obtenidas con el conocimiento del vector de gravedad de los manipuladores local y remoto *a priori*. En [11, 39] estas suposiciones han sido cuestionadas, ya que no parece ser válido para todas las situaciones posibles. Para sobrepone a estos problemas, en [33] se propuso una estrategia de control que funciona en presencia de retardos simétricos variables, pero impone un comportamiento constante en los de pares de entrada por parte del operador humano y el ambiente remoto.

Aunado a los problemas anteriores, en muchas aplicaciones de sistemas de teleoperación también podemos encontrar la posible falta de las mediciones de velocidad. Como solución, podría simplemente acoplarse sensores de velocidad como lo pueden ser tacómetros, sin embargo es muy probable que las mediciones de velocidad se encuentren contaminadas por ruido, sin mencionar que deberían ser acoplados filtros adicionales [26, 28]. Para evitar el uso de estos sensores, una solución es utilizar algún estimador reportado en la literatura. En [13] se utilizan técnicas basadas en modos deslizantes de orden superior para una estimación de estado robusta, mientras que en [36] se utiliza un observador de velocidad basado en inmersión e invariancia (I & I). Sin embargo, para que este funcione, es necesario conocer el modelo del sistema por completo; lo que dificulta su implementación. Como alternativa, en [29] se propone una solución que no requiere el modelo del sistema por completo, basta con el conocimiento del vector de gravedad de cada manipulador para garantizar el consenso. Por un lado se tiene la dependencia del modelo en algunos esquemas y por otro lado no se cuenta con mediciones de velocidad, así que con base en estos problemas abiertos, en [6] se propone un esquema de observación y de control diseñado en conjunto, el cual está basado en técnicas de modos deslizantes de segundo orden permitiendo garantizar que los errores de posición no sólo permanezcan acotados sino que además con un conjunto adecuado de ganancias se logre hacer estos errores arbitrariamente pequeños para el caso de movimiento libre, resolviendo así el problema de consenso. En cuanto a los errores de

observación, estos tienden a cero tanto en movimiento libre como en movimiento restringido. Los resultados se encuentran respaldados por diferentes conjuntos de experimentos.

En [5] se ofrece una discusión completa, del porqué los objetivos habituales como la telepresencia y la transparencia, los cuales fueron definidos para sistemas sin ningún tipo de retardo, no pueden extenderse o aplicarse directamente para sistemas con retardos en el tiempo. Por lo tanto, se hace una propuesta acerca de los criterios de desempeño basados en el concepto de correspondencia cinemática retardada y se propone un esquema de control-observador. Lo más notable es que la prueba de estabilidad se lleva a cabo sin hacer ninguna suposición de pasividad sobre las fuerzas ejercidas por el operador humano. A pesar de que se llevaron a cabo una serie de experimentos para probar el funcionamiento del enfoque, estos se implementaron en un sólo laboratorio y los retardos de tiempo tuvieron que ser introducidos artificialmente vía una distribución normal para hacerlos más grandes.

1.3. Planteamiento del problema

En la comunidad de control, muchos de los investigadores se han enfocado en el diseño de esquemas de control para sistemas de teleoperación. Sin embargo, cuando la distancia o el envío de información se encuentra limitada, retardos constantes o variantes en el tiempo pueden hacerse presentes. En este escenario los objetivos habituales como la telepresencia y la transparencia (los cuales fueron definidos para sistemas sin ningún tipo de retardo), no pueden extenderse o aplicarse directamente para sistemas con retardos en el tiempo. Por lo tanto, es necesario hacer una nueva propuesta acerca de los criterios de desempeño basados en el concepto de correspondencia cinemática unilateral ideal retardada.

El planteamiento del problema puede ser establecido de la siguiente manera;

- Dado un sistema de teleoperación compuesto por un robot local, un robot remoto, un operador humano, un ambiente remoto, y un canal de comunicación que induce retardos al sistema, se debe diseñar un esquema de control robusto ante retardos en el canal de comunicación.
- El diseño de control únicamente puede depender de las mediciones de las posiciones articulares (*i.e.* se asume que las velocidades articulares no están disponibles). Así que técnicas de observación, estimación y derivación deberán de ser consideradas.
- Se debe garantizar la estabilidad del sistema completo en lazo cerrado.

Para estos casos el punto de contacto entre el robot remoto y la superficie es puntual. Para el caso de movimiento restringido se cuenta con un sensor de fuerza de 6 ejes para dar mayor soporte a la correspondencia cinemática retardada.

1.4. Contribución

En este trabajo de tesis se hace una nueva propuesta que permite determinar el desempeño de un sistema de teleoperación basado en el concepto de correspondencia cinemática unilateral ideal retardada, la cual está dada en términos de las posiciones y de las fuerzas medidas. Adicionalmente, se presentan los resultados experimentales y teóricos de tres esquemas de control para sistemas de teleoperación con retardos en el canal de comunicación, los cuales fueron evaluados para los casos de movimiento restringido y movimiento. En cuanto a la estructura de los esquemas, todos están basados en técnicas de modos deslizantes de segundo orden con la diferencia de que la primera propuesta usa una variedad lineal como superficie deslizante, la segunda propuesta hace uso del controlador *Super Twisting*, mientras que la última propuesta emplea una superficie de deslizamiento terminal, logrando propiedades de convergencia en las señales del error más interesantes.

Para finalizar, a diferencia de otros esquemas reportados en la literatura, los esquemas que se presentan aquí, logran un buen desempeño a pesar de las incertidumbres paramétricas del sistema o de las perturbaciones acopladas en el canal de control, ya que no hacen uso del modelo o de una estimación en línea, esta característica hace que sea una ventaja sobre otros trabajos en la implementación. Para finalizar, la última propuesta permite acotar la señal de control mediante el uso de la función tangente hiperbólica, lo cual evita que las señales enviadas a los actuadores crezcan más suavemente que en las otras dos propuestas.

1.5. Organización de la tesis

Este documento está organizado de la siguiente manera. El Capítulo 2 presenta una breve descripción del sistema de teleoperación y se dan algunas propiedades que serán útiles para el diseño de los controladores. El Capítulo 3 presenta los diferentes esquemas de control, todos basados en modos deslizantes, se inicia con un esquema de control-observación con superficie de deslizamiento lineal, después se presenta el control de modos deslizantes de segundo orden *Super twisting*, y se finaliza con el diseño de un controlador basado en modos deslizantes de segundo orden con una superficie terminal. La validación experimental de los diferentes esquemas se da con varios conjuntos de experimentos en el Capítulo 4. Para finalizar, el Capítulo 5 presenta las conclusiones y el trabajo futuro.

Preliminares

Este capítulo inicia con la notación usada a lo largo de este trabajo, posteriormente se da una breve descripción de los robots usados en el sistema de teleoperación. Tanto para el robot remoto como para el robot local se usó el dispositivo háptico *Geomagic Touchde 3D Systems*. Posteriormente se presenta el análisis cinemático, el cual permite describir el movimiento de un cuerpo sin considerar las fuerzas que lo producen.

También se presenta la cinemática diferencial, siendo de gran utilidad para el mapeo de las velocidades articulares y la velocidad lineal y angular del efector final. Continuando con el trabajo, se presenta el modelo dinámico de un sistema de teleoperación, así como las propiedades útiles para el diseño del controlador. Finalmente se presenta de manera muy breve el principio de ortogonalización, útil para el control de fuerza en superficies rígidas.

2.1. Notación adoptada

A continuación se presenta la notación usada:

- Se definen los siguientes conjuntos $\mathbb{R} := (-\infty, \infty)$, $\mathbb{R}_{>0} = (0, \infty)$, $\mathbb{R}_{\geq 0} := [0, \infty)$
- El mínimo y máximo valor propio de alguna matriz \mathbf{A} son denotados como $\lambda_{\min}(\mathbf{A})$ y $\lambda_{\max}(\mathbf{A})$
- $|\mathbf{x}|$ se mantiene para la norma Euclidiana estándar del vector \mathbf{x} .
- Para alguna función $\mathbf{f} : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}^n$, la norma \mathcal{L}_{∞} está definida como $\|\mathbf{f}\|_{\infty} := \sup_{t \geq 0} |\mathbf{f}(t)|$, y la norma \mathcal{L}_2 está definida como $\|\mathbf{f}\|_2 := (\int_0^{\infty} |\mathbf{f}(t)|^2 dt)^{1/2}$. Los espacios \mathcal{L}_{∞} y \mathcal{L}_2 están definidos como los conjuntos $\{\mathbf{f} : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}^n : \|\mathbf{f}\|_{\infty} < \infty\}$ y $\{\mathbf{f} : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}^n : \|\mathbf{f}\|_2 < \infty\}$ respectivamente.
- Los sub índices $i=\{l, r\}$ están asignados para los robots local (o también *maestro*) y remoto (o también *esclavo*) respectivamente.
- En algunos casos el argumento de las señales dependientes del tiempo es omitido $q_i \equiv q_i(t)$, $\dot{q}_i \equiv \dot{q}_i(t)$ etc.
- Las señales con argumento de tiempo más retardo, está dada por (\cdot) , por ejemplo $q_i(t - T_i) \equiv \bar{q}_i(t)$.

2.2. Robot *Geomagic Touch de 3D Systems*

Como plataforma experimental del esquema de teleoperación bilateral se usaron dos robots *Geomagic Touch de 3D Systems* tanto para el robot maestro como para el esclavo. La razón para usar estos dispositivos, principalmente se debe a que existen librerías de código abierto que permite su programación de manera muy sencilla.



Figura 2.1: Robot *Geomagic Touch de 3D Systems*

El sistema de teleoperación está compuesto de dos robots *Geomagic Touch de 3D Systems* conectados vía internet. En la Figura 2.1 se puede apreciar que cada robot cuenta con 6 articulaciones de revolución en configuración antropomórfica con muñeca esférica, teniendo las primeras tres articulaciones actuadas mediante motores de corriente directa. Para las primeras tres articulaciones q_1 , q_2 y q_3 se puede obtener la posición de manera muy precisa por medio de *encoders* o codificadores digitales, mientras que para q_4 , q_5 y q_6 la posición es obtenida con potenciómetros con 5% de linealidad, de aquí en adelante es importante aclarar que solo se usarán los primeros grados de libertad, mientras que los demás serán fijados para que permanezcan constantes.

En la Tabla 2.1 se muestran algunos de las especificaciones del fabricante *3D Systems*.

| Especificaciones | Descripción |
|-----------------------------------|---|
| Peso | 3 Libras (1360.78 g) |
| Grados de Libertad | 6 |
| Rigidez | Eje X 1.26 N / mm Eje Y 2.31 N / mm Eje Z 1.02 N / mm |
| Espacio de trabajo | 160 w x 120 h x 70 d [mm] |
| Comunicación | Puerto Usb, puerto Ethernet RJ45, IEEE 1394 |
| Fuerza máxima nominal | 0.75 lbf (3.3 N) |
| Resolución nominal de la posición | 0.055 [mm] |

Tabla 2.1: Especificaciones del robot *Geomagic Touch de 3D Systems*

Como se mencionó, el fabricante *3D Systems* proporciona las librerías *Open Haptics*, lo cual nos permite obtener el número de pulsos de los *encoders* en las tres primeras articulaciones del robot, además permite enviar o escribir en los motores las señales de par libremente. Es importante mencionar que el acoplamiento entre los motores y cada articulación, es por medio de poleas, logrando así una mayor resolución en la lectura de la posición pero sacrificando un poco la fuerza que se puede aplicar en el efector final. En la Tabla 2.2 se muestra el rango de valores que pueden tomar cada una de las articulaciones.

| Lectura | θ_1 | θ_2 | $\theta_3 = f_{min}(\theta_2)$ | $\theta_3 = f_{max}(\theta_2)$ |
|-------------------------------|--------------|-------------|--------------------------------|--------------------------------|
| Pulsos del codificador óptico | -2435 a 2380 | -60 a -4420 | -841 a 3180 | 2290 a 4901 |
| Grados | -57 a 57 | 0 a 105 | -20.8a < 73.5 | -49.9a 11.25 |

Tabla 2.2: Relación giro-cuentas de los codificadores ópticos *Geomagic Touch de 3D Systems*

Como se puede observar en la Tabla 2.2, el rango para la tercera articulación esta en función de la posición de la segunda articulación, en gran medida esto se debe al uso de las poleas y las colisiones entre los eslabones.

2.3. Cinemática Directa

La cinemática directa permite obtener la posición y orientación del efector final del robot *Geomagic Touch* en función de cada una de las variables articulares. En cada uno de los robots del sistema de teleoperación, se ha acoplado una pieza impresa en 3D para que el operador humano puede sujetar el efector final, de manera similar el robot remoto tiene acoplada una pieza para sujetar el sensor, por lo que es necesario considerar un pequeño *offset* al momento de obtener los modelos cinemáticos.

$${}^0\mathbf{T}_n = \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{R}_n(\mathbf{q}) & {}^0\mathbf{d}_n(\mathbf{q}) \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

La ecuación (2.4) resulta muy útil ya que a partir de ella se pueden recrear las superficies percibidas por el efector final de un manipulador en el espacio cartesiano.

2.4. Cinemática Inversa

El problema de la cinemática inversa puede ser formulado de la siguiente manera; dada la posición y orientación del efector final, se debe determinar el conjunto de coordenadas generalizadas. En general la cinemática inversa suele ser mas complicada que la cinemática directa, debido principalmente a los siguientes factores; i) para encontrar una solución analítica, se tendrían que resolver 12 ecuaciones no lineales simultáneamente, por lo que encontrar una solución cerrada podría ser una tarea cuasi imposible sin la ayuda de un paquete informático, y ii) pueden presentarse múltiples soluciones para una misma posición y orientación del efector final.

Debido a la arquitectura mecánicamente simple del robot *Gemomagic Touch*, se usó el método geométrico para la solución de la cinemática inversa [40].

2.5. Cinemática diferencial

La cinemática diferencial permite establecer la relación que existe entre la velocidad lineal y la velocidad angular del efector final del robot *Geomagic Touch* con respecto a sus velocidades articulares. En general la posición y la orientación se puede escribir como:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{p}_n \\ {}^0\boldsymbol{\phi}_n \end{bmatrix}. \quad (2.5)$$

donde n es el número de grados de libertad, ${}^0\mathbf{p}_n$ es el vector de posición del efector final con respecto al sistemas base y ${}^0\boldsymbol{\phi}_n$ es la orientación obtenida a partir de la parametrización de los ángulos de Euler. Para el caso donde $n = 6$, se tendrá que ${}^0\mathbf{p}_n \in \mathbb{R}^3$ y ${}^0\boldsymbol{\phi}_n \in \mathbb{R}^3$. Suponga que conoce la cinemática directa del manipulador

$$\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{q}), \quad (2.6)$$

derivando con respecto al tiempo se obtiene

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}, \quad (2.7)$$

donde $\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}}$ es el Jacobiano del manipulador *Geomagic Touch*.

En la ecuación (2.7) se puede apreciar la relación que existe entre las velocidades articulares y las velocidades del efector final. Sin embargo existen singularidades en el Jacobiano que se tienen que evitar, estas son las siguientes; i) No existe solución al problema de la cinemática inversa, ii) existen configuraciones desde las cuales ciertas direcciones de movimiento no pueden

ser alcanzadas, iii) puede ser posible que velocidades acotadas del efector final correspondan a velocidades articulares no acotadas, y iv) Las fuerzas y momento acotados del efector final pueden corresponder a momentos no acotados en las articulaciones.

2.6. Modelo Dinámico

Esta sección esta enfocada a describir brevemente el modelo dinámico de un robot manipulador y algunas propiedades del mismo. A diferencia de los modelos cinemáticos, el modelo dinámico estudia las fuerzas o pares que causan el movimiento en un robot manipulador.

2.6.1. Modelo dinámico del sistema de teleoperación

El esquema de control está diseñado bajo las siguientes suposiciones:

- El sistema de teleoperación estará formado por un robot local (l)–remoto (r), ambos con n - grados de libertad.
- No se cuenta con las mediciones de velocidad articular.
- Se cuenta con mediciones de fuerza en tres ejes.

La dinámica del robot local está dada por [31]:

$$\mathbf{H}_l(\mathbf{q}_l)\ddot{\mathbf{q}}_l + \mathbf{C}_l(\mathbf{q}_l, \dot{\mathbf{q}}_l)\dot{\mathbf{q}}_l + \mathbf{D}_l\dot{\mathbf{q}}_l + \mathbf{g}_l(\mathbf{q}_l) = \boldsymbol{\tau}_l - \boldsymbol{\tau}_h \quad (2.8)$$

mientras que la dinámica del robot remoto está dada por:

$$\mathbf{H}_r(\mathbf{q}_r)\ddot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{C}_r(\mathbf{q}_r, \dot{\mathbf{q}}_r)\dot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{D}_r\dot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{g}_r(\mathbf{q}_r) = \boldsymbol{\tau}_e - \boldsymbol{\tau}_r \quad (2.9)$$

donde $i = l, r$, $\mathbf{q}_i \in \mathbb{R}^n$ es el vector coordenadas articulares generalizadas, $\mathbf{H}_i(\mathbf{q}_i) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de inercia positiva definida, $\mathbf{C}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)\dot{\mathbf{q}}_i \in \mathbb{R}^n$ es el vector de Coriolis y de pares centrífugos, $\mathbf{D}_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es una matriz positiva semidefinida que toma en cuenta la fricción viscosa, $\mathbf{g}_i(\mathbf{q}_i) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de gravedad y $\boldsymbol{\tau}_i \in \mathbb{R}^n$ es el par de entrada. $\boldsymbol{\tau}_h \in \mathbb{R}^n$ representa el par aplicado por el humano a el robot local y $\boldsymbol{\tau}_e \in \mathbb{R}^n$ es la interacción con el ambiente.

El modelo (2.8) y (2.9) está conformado por robots de cadena abierta con articulaciones rotacionales, lo cuales tienen las siguientes propiedades [19]:

Propiedad 2.1 *La matriz de inercia $\mathbf{H}(\mathbf{q})$ es simétrica y definida positiva i. e. $\mathbf{x}^T \mathbf{H}(\mathbf{q}) \mathbf{x} > 0$, $\forall \mathbf{q}, \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$.* △

Propiedad 2.2 *Se cumple que $\lambda_{hi} \|\mathbf{x}\|^2 \leq \mathbf{x}^T \mathbf{H}_i(\mathbf{q}_i) \mathbf{x} \leq \lambda_{Hi} \|\mathbf{x}\|^2 \quad \forall \mathbf{q}_i, \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, y $0 < \lambda_{hi} \leq \lambda_{Hi} < \infty$, con $\lambda_{hi} \triangleq \lambda_{\min}(\mathbf{H}_i(\mathbf{q}_i))$ y $\lambda_{Hi} \triangleq \lambda_{\max}(\mathbf{H}_i(\mathbf{q}_i))$. λ_{\min} y λ_{\max} denota el mínimo y el máximo de la matriz, respectivamente.* △

Propiedad 2.3 Con una apropiada definición de $C_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)$, la matriz $\dot{H}_i(\mathbf{q}_i) - 2C_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)$ es antisimétrica. \triangle

Propiedad 2.4 Mediante una apropiada definición de los parámetros del robot, se tiene

$$H_i(\mathbf{q}_i)\ddot{\mathbf{q}}_i + C_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)\dot{\mathbf{q}}_i + D\dot{\mathbf{q}}_i + \mathbf{g}_i(\mathbf{q}_i) = Y_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})\Theta_i, \quad (2.10)$$

donde $Y_i = Y_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i, \ddot{\mathbf{q}}_i) \in \mathbb{R}^{n_i \times l}$ es el regresor y $\Theta_i \in \mathbb{R}^l$ es un vector de parámetros constantes. \triangle

Propiedad 2.5 La dinámica del manipulador define un mapeo pasivo de la entrada $\boldsymbol{\tau}$ a la salida $\dot{\mathbf{q}}$

$$\langle \boldsymbol{\tau}, \dot{\mathbf{q}} \rangle_T = \int_0^T \dot{\mathbf{q}}^T \boldsymbol{\tau} dt \geq -\beta \quad (2.11)$$

para algún $\beta > 0$ y $\forall T > 0$. \triangle

Suposición 2.1 El operador humano y el ambiente definen mapeos pasivos de las entradas $\boldsymbol{\tau}_h$, $\boldsymbol{\tau}_e$ a las salidas $\dot{\mathbf{q}}_m$, $\dot{\mathbf{q}}_e$ $\boldsymbol{\kappa}_i \in \mathbb{R}_0^+$ tal que $\forall t \geq 0$,

$$\int_0^t \dot{\mathbf{q}}_m^T \boldsymbol{\tau}_h d\sigma \geq -\boldsymbol{\kappa}_m, \quad \int_0^t \dot{\mathbf{q}}_s^T \boldsymbol{\tau}_e d\sigma \geq -\boldsymbol{\kappa}_s, \quad (2.12)$$

\triangle

2.7. Control de posición/fuerza híbrido

En los sistemas de teleoperación bilateral, se tiene como objetivo que el operador humano pueda percibir remotamente la superficie que se encuentra en contacto con el robot remoto, en este escenario el operador humano no podrá moverse en aquellas direcciones donde la restricción no permita el movimiento en el robot remoto, mientras que el operador humano aplica una fuerza deseada. Por lo tanto, para poder lograr estos objetivos se requiere un esquema de control de posición y fuerza que tome en cuenta todas estas restricciones.

2.7.1. Principio de ortogonalización

En [34] se propone por primera vez el control híbrido para la posición y fuerza. La idea básica de este nuevo enfoque, es poder seleccionar y distinguir las componentes de control de

posición de las componentes de control de fuerza en coordenadas cartesianas, sin embargo este enfoque solo se puede usar cuando se conoce la superficie *a priori*. No fue hasta 1993 que el principio de ortogonalización fue propuesto en [2], el cual es una versión extendida del control híbrido para robots manipuladores bajo restricciones geométricas. Cuando el efector final del manipulador está en contacto puntual y se mueve a lo largo de una trayectoria aplicando una fuerza, la velocidad será tangente al punto de contacto, mientras que la fuerza aplicada será normal a la superficie. En resumen, el principio de ortogonalización permite descomponer la tarea de control en dos subespacios ortogonales facilitando el diseño de la ley de control.

Para el caso particular del sistema de teleoperación, el objetivo que se persigue es simplemente no moverse en aquellas direcciones en las cuales existen restricciones (la superficie puede ser desconocida pero rígida). Cuando el manipulador esclavo entra en contacto con una superficie rígida, ésta puede ser descrita por la siguiente ecuación algebraica

$$\varphi(\mathbf{q}) = 0, \quad (2.13)$$

donde $\varphi(\mathbf{q}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^l$. Como puede apreciarse la ecuación (2.13) representa una restricción holonoma o integrable, y significa que las fuerzas no realizan trabajo en el modelo dinámico del manipulador. Estas fuerzas pueden ser incluidas en la dinámica usando los multiplicadores de Lagrange,

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{q}} + \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} = \boldsymbol{\tau} + \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{q}} \boldsymbol{\lambda}, \quad (2.14)$$

donde $\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^l$ es el vector de multiplicadores de Lagrange y l es el número de restricciones. Sustituyendo (2.13) en (2.14) se obtiene

$$\mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} + \mathbf{J}_\varphi^T(\mathbf{q})\boldsymbol{\lambda}, \quad (2.15)$$

obteniéndose finalmente que $\mathbf{J}_\varphi^T(\mathbf{q}) = \nabla \varphi(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times l}$ es el Jacobiano de la restricción y permite mapear cualquier vector sobre un plano perpendicular a la superficie en un punto. Derivando la ecuación (2.13) con respecto al tiempo se obtiene

$$\dot{\varphi}(\mathbf{q}) = \mathbf{J}_\varphi(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} = 0. \quad (2.16)$$

En la Figura 2.3 se puede apreciar que la velocidad $\dot{\mathbf{q}}$ pertenece a un plano tangente $\mathbf{Q}(\mathbf{q})$ sobre el punto de contacto, mientras que la fuerza es normal al plano tangente. La matriz $\mathbf{P}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, tal que $\mathbf{P}(\mathbf{q})\mathbf{v} = \mathbf{v}, \forall \mathbf{v} \in \mathbb{R} \{ \mathbf{J}_\varphi^T \}$, donde $\mathbb{R} \{ \mathbf{J}_\varphi^T \}$ es el rango de la matriz $\mathbf{J}_\varphi^T(\mathbf{q})$.

La matriz de proyección está dada por

$$\mathbf{P}(\mathbf{q}) = \mathbf{J}_\varphi^+(\mathbf{q})\mathbf{J}_\varphi(\mathbf{q}), \quad (2.17)$$

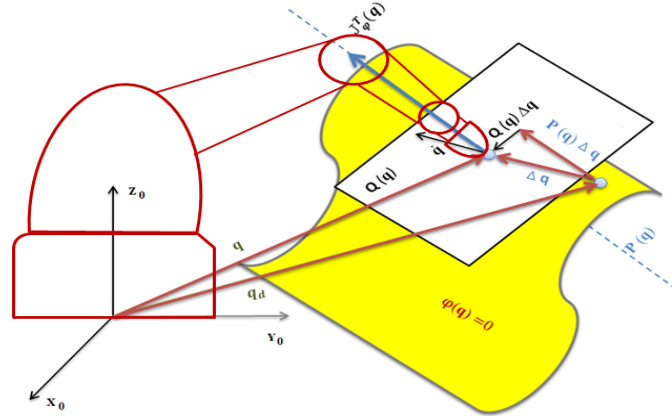
donde $\mathbf{J}_\varphi^+(\mathbf{q})$ es la matriz Pseudo inversa de Moore Penrose

$$\mathbf{J}_\varphi^+(\mathbf{q}) \triangleq \mathbf{J}_\varphi^T(\mathbf{q})[\mathbf{J}_\varphi(\mathbf{q})\mathbf{J}_\varphi^T(\mathbf{q})]^{-1}. \quad (2.18)$$

La matriz de proyección $\mathbf{Q}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ se define tal que $\mathbf{Q}(\mathbf{q})\mathbf{y} = \mathbf{y} \forall \mathbf{y} \in \mathbb{N} \{ \mathbf{J}_\varphi \}$, donde $\mathbb{N} \{ \mathbf{J}_\varphi \}$ es el espacio nulo de la matriz $\mathbf{J}_\varphi(\mathbf{q})$. La matriz de proyección $\mathbf{Q}(\mathbf{q})$ mapea un vector del espacio articular al plano tangente a la superficie en el punto de contacto y está dada por:

$$\mathbf{Q}(\mathbf{q}) = \mathbf{I}_{n \times n} - \mathbf{P}(\mathbf{q}). \quad (2.19)$$

El Jacobiano de la restricción $\mathbf{J}_\varphi(\mathbf{q})$ está contenido en el plano generado por $\mathbf{P}(\mathbf{q})$, por lo que se debe satisfacer $\mathbf{J}_\varphi(\mathbf{q})\mathbf{P}(\mathbf{q}) = \mathbf{J}_\varphi(\mathbf{q})$ y $\mathbf{P}(\mathbf{q})\mathbf{J}_\varphi^T(\mathbf{q}) = \mathbf{J}_\varphi^T(\mathbf{q})$, además $\mathbf{Q}(\mathbf{q})\mathbf{J}_\varphi^T(\mathbf{q}) = 0$ y $\mathbf{Q}(\mathbf{q})\mathbf{J}_\varphi(\mathbf{q}) = 0$.


Figura 2.3: Principio de Ortogonalización

El vector de velocidad $\dot{\mathbf{q}}$ puede escribirse como:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{Q}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{P}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{Q}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}, \quad (2.20)$$

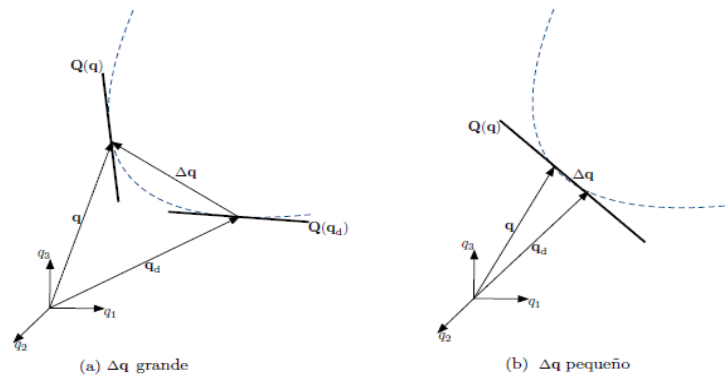
debido a que la velocidad pertenece al plano tangente, el vector de velocidad $\dot{\mathbf{q}}$ no tiene componente en $\mathbf{P}(\mathbf{q})$. Dada una trayectoria deseada para el manipulador \mathbf{q}_d , se debe mantener la siguiente restricción

$$\varphi(\mathbf{q}_d) = 0, \quad (2.21)$$

el error de seguimiento está dado por:

$$\Delta \mathbf{q} = \mathbf{q} - \mathbf{q}_d \quad (2.22)$$

Si el error de seguimiento $\Delta \mathbf{q}$ es suficientemente pequeño, entonces la siguiente aproximación


Figura 2.4: Representación gráfica de la ecuación 2.23

puede ser válida

$$\Delta \mathbf{q} = \mathbf{Q}(\mathbf{q})\Delta \mathbf{q}. \quad (2.23)$$

La Figura 2.4 muestra de manera gráfica la validez de la ecuación 2.21. De forma general el error está dado por

$$\Delta(\mathbf{q}) = \mathbf{Q}(\mathbf{q})\mathbf{q} + \mathbf{P}(\mathbf{q})\mathbf{q} - \mathbf{Q}(\mathbf{q}_d)\mathbf{q}_d - \mathbf{P}(\mathbf{q}_d)\mathbf{q}_d \quad (2.24)$$

Para finalizar, la componente del error proyectada por la matriz $\mathbf{Q}(\mathbf{q})$ domina a la componente obtenida por la matriz $\mathbf{P}(\mathbf{q})$. Por lo tanto la región de validez depende esencialmente del radio de curvatura de la superficie, es decir un radio de curvatura pequeño implica una región de validez pequeña, de igual manera para un radio de curvatura grande la región de validez también es grande.

Vale la pena recalcar que el principio de ortogonalización resulta muy útil cuando la superficie es bien conocida, ya que se puede desacoplar las componentes en dos sub espacios, en el caso de un sistema de teleoperación no siempre es posible tener información de la superficie.

Esquema de Control

Este capítulo inicia con una novedosa propuesta que permite determinar el desempeño del esquema de teleoperación en términos de la correspondencia cinemática que existe entre ambos manipuladores *i.e.* la correspondencia que existe entre las posiciones y de las fuerzas retardadas. Además, se presenta un teorema basado en la correspondencia cinemática ideal retardada que permite determinar la solución para los problemas de movimiento libre y movimiento restringido.

La segunda parte del capítulo presenta tres esquemas de control basados en la nueva correspondencia cinemática retardada ideal y que resuelven los problemas de movimiento libre y movimiento restringido. Las dos primeras propuestas, presentan un esquema de control y observación, mientras que la última propuesta resuelve los mismos problemas, asumiendo velocidades disponibles.

3.1. Propuesta 1 de esquema Control–observador

Como se estableció en [32], la telepresencia en un sistema de teleoperación es una métrica más subjetiva que objetiva, debido a que la sensación que tiene el operador humano de estar tocando el ambiente remoto depende en gran medida de operador; por otra parte la transparencia significa que el medio físico entre el operador y el ambiente no impone ninguna dinámica (la dinámica de los manipuladores local y remoto son compensadas).

Existen dos maneras usuales de definir la transparencia cuando no existen retardos en el canal de comunicación. Por un lado, en [21] se propone como condición de transparencia que la impedancia "sentida" por el operador \mathbf{Z}_t , sea igual a la impedancia de la tarea \mathbf{Z}_e , *i. e.*, $\mathbf{Z}_t \equiv \mathbf{Z}_e$, donde la siguiente relación se cumple $\boldsymbol{\tau}_h(s) = \mathbf{Z}_t(\dot{\mathbf{q}}_1(s))$ y $\boldsymbol{\tau}_e(s) = \mathbf{Z}_e(\dot{\mathbf{q}}_r(s))$. Además de que las velocidades deberían de ser iguales, *i. e.* $\dot{\mathbf{q}}_1(t) = \dot{\mathbf{q}}_r(t)$. Por otro lado, en [41] se proponen tres respuestas ideales para las correspondencia cinemática sin importar la dinámica del operador y del ambiente: *i)* $\mathbf{q}_1(t) = \mathbf{q}_r(t)$, *ii)* $\boldsymbol{\tau}_h(t) = \boldsymbol{\tau}_e(t)$ y *iii)* ambas $\mathbf{q}_1(t) = \mathbf{q}_r(t)$ y $\boldsymbol{\tau}_h(t) = \boldsymbol{\tau}_e(t)$ se cumplen. En [15], se lleva a cabo por primera vez el análisis de estabilidad en el dominio de la frecuencia para sistemas con retardo, además se introduce la noción de correspondencia cinemática y se demuestra que únicamente la correspondencia cinemática retardada *unilateral* es posible, *i. e.* $\dot{\mathbf{q}}_r(t) = \dot{\mathbf{q}}_1(t - T)$, donde T es un retardo constante.

En presencia de retardos variantes en el tiempo, una analogía a los conceptos propuestos en [41] permite establecer una correspondencia cinemática retardada unilateral ideal en términos de las posiciones y las fuerzas. En esencia la correspondencia cinemática debe satisfacer: *i)*

3. ESQUEMA DE CONTROL

$\mathbf{q}_i(t) = \mathbf{q}_j(t - T_j(t))$, *ii*) $\mathbf{F}_i(t) = \mathbf{F}_j(t - T_j(t))$, y *iii*) $\mathbf{q}_i(t) = \mathbf{q}_j(t - T_j(t))$ y $\mathbf{F}_i(t) = \mathbf{F}_j(t - T_j(t))$, donde si $i = 1$, entonces $j = r$ y viceversa. $\mathbf{F}_i \in \mathbb{R}^n$ es ya sea la fuerza del ambiente \mathbf{F}_e para $i = r$ o la fuerza aplicada por el humano \mathbf{F}_h para $i = l$. Note que por motivos de simplicidad a veces también se emplea $\mathbf{F}_e = \mathbf{F}_r$ y $\mathbf{F}_h = \mathbf{F}_l$. Con base en esta propuesta, en este trabajo se realiza la propuesta, diseño y evaluación de tres controladores que permitan resolver los siguientes tres caso de interés:

- Para el caso de movimiento libre, *i. e.*, $\boldsymbol{\tau}_h(t) = \boldsymbol{\tau}_e(t) = \mathbf{0}$, deberá alcanzarse $\mathbf{q}_1(t) = \mathbf{q}_r(t - T_r(t))$ y $\mathbf{q}_r(t) = \mathbf{q}_l(t - T_l(t))$. En este caso hay únicamente dos posibles soluciones, ya sea que resulte en consenso para alcanzar una posición constante igual o se produce un movimiento periódico sincronizado si la suma $T_1(t) + T_r(t)$ es constante.
- Para el caso de movimiento libre del manipulador remoto, *i. e.*, $\boldsymbol{\tau}_h(t) \neq \mathbf{0}$ pero $\boldsymbol{\tau}_e(t) = \mathbf{0}$, entonces debería alcanzarse $\mathbf{q}_r(t) = \mathbf{q}_l(t - T_l(t))$, lo que significa que el manipulador remoto debería seguir la posición retardada del manipulador local.
- Para el caso de movimiento restringido, *i. e.*, $\boldsymbol{\tau}_h(t) \neq \mathbf{0}$ y $\boldsymbol{\tau}_e(t) \neq \mathbf{0}$, entonces una de las tres repuestas unilaterales ideales debería ser alcanzada

$$\begin{aligned} (i) \quad \mathbf{q}_1(t) &= \mathbf{q}_r(t - T_r(t)) \\ (ii) \quad \mathbf{F}_e(t) &= \mathbf{F}_h(t - T_l(t)) \\ (iii) \quad \mathbf{q}_1(t) &= \mathbf{q}_r(t - T_r(t)) \text{ y } \mathbf{F}_e(t) = \mathbf{F}_h(t - T_l(t)), \end{aligned}$$

donde se considera la relación bien conocida [38]

$$\boldsymbol{\tau}_i = \mathbf{J}_i^\top(\mathbf{q}_i)\mathbf{F}_i, \quad (3.1)$$

con $\mathbf{J}_i(\mathbf{q}_i) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ el Jacobiano geométrico del robot. Note que obteniendo $\mathbf{q}_1(t) = \mathbf{q}_r(t - T_r(t))$ garantiza que la superficie de contacto remota o el objeto sea reconstruida en el lado del robot local por el operador humano, mientras alcanzando $\mathbf{F}_e(t) = \mathbf{F}_h(t - T_l(t))$ (escrito de otra manera $\mathbf{F}_r(t) = \mathbf{F}_l(t - T_l(t))$) implica que la fuerza aplicada por el operador humano en el lado local sobre la superficie virtual reconstruida será tomada como la fuerza deseada para el manipulador remoto.

Considere una vez más $i = 1$ (robot local), r (robot remoto) y defina

$$\mathbf{q}_{di}(t) \triangleq \mathbf{q}_j(t - T_j(t)) \quad (3.2)$$

$$\hat{\mathbf{q}}_{di} \triangleq \hat{\mathbf{q}}_j(t - T_j(t)), \quad (3.3)$$

como la trayectoria deseada y una estimación de la no disponible $\hat{\mathbf{q}}_{di}$ respectivamente, donde $\{\hat{\cdot}\}$ denota un valor estimado (observado). Si $i = 1$, entonces $j = r$ y viceversa. Los correspondientes errores de observación y de seguimiento son definidos como

$$\mathbf{z}_i \triangleq \mathbf{q}_i - \hat{\mathbf{q}}_i \quad (3.4)$$

$$\Delta\mathbf{q}_i \triangleq \mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{di}, \quad (3.5)$$

respectivamente, donde $\hat{\mathbf{q}}_i$ es obtenida calculando la integral de la estimada $\hat{\mathbf{q}}_i$ en (3.8). El observador está definido como

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_i = \mathbf{z}_i \quad (3.6)$$

$$\dot{\boldsymbol{\zeta}}_i = \hat{\mathbf{q}}_{di} - \boldsymbol{\Lambda}_{xi}\Delta\mathbf{q}_i + \mathbf{K}_{di}\boldsymbol{\Lambda}_{zi}\boldsymbol{\xi}_i \quad (3.7)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{q}}}_i = \boldsymbol{\zeta}_i + \boldsymbol{\Lambda}_{zi}\mathbf{z}_i + \mathbf{K}_{di}\mathbf{z}_i, \quad (3.8)$$

donde $\Lambda_{zi}, \Lambda_{xi}, \mathbf{K}_{di} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ son matrices diagonales definidas positivas. Para el controlador las siguientes definiciones son necesarias:

$$\mathbf{s}_i = \dot{\hat{\mathbf{q}}}_i - \hat{\mathbf{q}}_{di} + \Lambda_{xi} \Delta \mathbf{q}_i \quad (3.9)$$

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_i = \mathbf{K}_{\beta i} \mathbf{s}_i + \text{sign}(\mathbf{s}_i) \quad (3.10)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_{oi} = \dot{\hat{\mathbf{q}}}_i - \Lambda_{zi} \mathbf{z}_i \quad (3.11)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_{ri} = \hat{\mathbf{q}}_{di} - \Lambda_{xi} \Delta \mathbf{q}_i - \mathbf{K}_{\gamma i} \boldsymbol{\sigma}_i \quad (3.12)$$

$$\mathbf{s}_{oi} \triangleq \dot{\mathbf{q}}_{oi} - \dot{\mathbf{q}}_{ri}, \quad (3.13)$$

donde $\mathbf{K}_{\beta i}, \mathbf{K}_{\gamma i} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ son matrices diagonales definidas positivas y $\text{sign}(\mathbf{s}_i) = [\text{sign}(s_{i1}), \dots, \text{sign}(s_{in})]^T$ con s_{ij} elemento de \mathbf{s}_i para $j = 1, \dots, n$. Suponga que las mediciones de fuerza no están disponibles, de tal modo que las leyes de control para el robot local y remoto están dadas por

$$\boldsymbol{\tau}_l = -\mathbf{K}_{al} \dot{\hat{\mathbf{q}}}_l - \mathbf{K}_{pl} \mathbf{s}_{ol} \quad (3.14)$$

$$\boldsymbol{\tau}_r = \mathbf{K}_{ar} \dot{\hat{\mathbf{q}}}_r + \mathbf{K}_{pr} \mathbf{s}_{or}, \quad (3.15)$$

respectivamente, donde $\mathbf{K}_{al}, \mathbf{K}_{ar}, \mathbf{K}_{pl}, \mathbf{K}_{pr} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ son matrices diagonales positivas definidas.

Suposición 3.1 *Las derivadas del retardo están acotadas por T_i^* , i. e. $0 \leq |\dot{T}_i(t)| \leq T_i^* < \infty$, for $i = l, r$. \triangle*

Suposición 3.2 *Los pares debidos al operador humano y al ambiente, así como sus derivadas, están acotadas para todo tiempo, i. e. entonces existen constantes positivas b_h, b_{dh}, b_e y b_{de} tales que $\|\mathbf{F}_h\| \leq b_h < \infty$, $\|\frac{d}{dt} \mathbf{F}_h\| \leq b_{dh} < \infty$, $\|\mathbf{F}_e\| \leq b_e < \infty$, y $\|\frac{d}{dt} \mathbf{F}_e\| \leq b_{de} < \infty \forall t \geq 0$. Además, los robots manipuladores no alcanzan ninguna singularidad por lo que las matrices inversas $\mathbf{J}_i^{-1}(\mathbf{q}_i)$ siempre existen. \triangle*

3. ESQUEMA DE CONTROL

A continuación se establece el resultado principal de este trabajo con el siguiente teorema.

Teorema 3.1 *Considere el sistema de teleoperación bilateral (2.8)–(2.9) en lazo cerrado con los observadores (3.6)–(3.8) y las leyes de control (3.21)–(3.22). Suponga que las Suposiciones 3.1 y 3.2 se cumplen; entonces para $i, j = l, r$ las ganancias del observador y control pueden ser siempre encontradas de tal manera que*

- i. Todos los errores de seguimiento y observación permanecen acotados para todo tiempo.*
- ii. Los errores de observación tienden a cero, i. e. $\mathbf{z}_i, \dot{\mathbf{z}}_i \rightarrow \mathbf{0}$.*
- iii. En un tiempo finito se cumple para $i = l, r$*

$$\|\Delta \mathbf{q}_i\| \leq \delta_{\max i}, \quad (3.16)$$

donde $\delta_{\max i}$ es una constante positiva que puede ser hecha arbitrariamente pequeña.

Con respecto a los tres casos de interés a, b y c descritos en la Sección 3.1:

a) Siempre que $\boldsymbol{\tau}_h = \boldsymbol{\tau}_e = \mathbf{0}$, si $\delta_{\max i} \approx 0$ entonces

- iv. Todos los errores de seguimiento tienden a cero y el consenso es alcanzado, i. e. $\mathbf{q}_l(t) = \mathbf{q}_r(t) = \mathbf{q}_c$ para alguna constante \mathbf{q}_c , con la excepción dada en el siguiente apartado.*
- v. Los robots tendrán un movimiento sincronizado en el sentido de que se seguirán entre ellos con un comportamiento periódico si la ronda de retardo $T_l(t) + T_r(t)$ es constante.*

b) Si $\boldsymbol{\tau}_h \neq \mathbf{0}$ pero $\boldsymbol{\tau}_e = \mathbf{0}$, entonces

- vi. Si $\|\Delta \mathbf{q}_l\| \approx 0$ se cumple, entonces el operador humano no será capaz de mover el manipulador local y los apartados iv y v aún serán válidos.*
- vii. Si $\|\Delta \mathbf{q}_l\| \approx 0$ no se satisface, entonces el operador humano será capaz de mover el efector final de robot local, mientras el error de seguimiento remoto $\|\Delta \mathbf{q}_r\|$ puede como antes ser hecho arbitrariamente pequeño.*

c) Si $\boldsymbol{\tau}_h \neq \mathbf{0}$ y $\boldsymbol{\tau}_e \neq \mathbf{0}$, entonces

- viii. Suponga que $\|\Delta \mathbf{q}_1\| \approx 0$ no se cumple, de tal forma que el operador humano es capaz de mover el efector final del robot local. Entonces, una vez que el movimiento del robot remoto está restringido, el operador sentirá una correspondencia cinemática retardada en el sentido de que ya no podrá mover libremente el efector final local en la dirección en que el manipulador remoto está aplicando la fuerza de contacto y la superficie de contacto remoto será reproducida localmente con un error no mayor que $\delta_{\text{máx1}}$.
- ix. Para valores grandes de \mathbf{K}_{fi} , ambos \mathbf{F}_h y \mathbf{F}_e tenderán a ser constantes e iguales, pero si únicamente \mathbf{K}_{fr} es lo suficientemente grande, entonces $\Delta \mathbf{F}_r$ puede ser hecha arbitrariamente pequeña y los Casos de intereses c.iii descritos en la Sección 3.1 estarán cumplidos totalmente.

△

Observación 1 La Suposición 3.2 propone una condición más suave respecto al comportamiento del humano que la pasividad, la cual ha sido cuestionada por algunos autores [11], [39]. En [35] también se relaja la condición de pasividad. Sin embargo, suponiendo que $\tau_h, \tau_e \in \mathcal{L}_\infty$ solo se puede concluir el acotamiento de las diferentes señales de error, mientras que para un resultado mas fuerte se debería además suponer que $\tau_h, \tau_e \in \mathcal{L}_2$. Finalmente, note que otras suposiciones comunes son también despreciadas, e.g. el Principio de Ortogonalización o la metodología masa-resorte-amortiguador para modelar la dinámica de humano o la del medio ambiente. Por esta razón, el punto viii es en realidad válido tanto para ambientes rígidos o elásticos como fuente del punto de contacto.

Observación 2 El Teorema 3.1 garantiza el consenso para $\tau_h = \tau_e = 0$ sin la necesidad del conocimiento exacto del vector de gravedad, el cual representa una ventaja sobre enfoques previos e.g. [28].

3.1.1. Discusión del enfoque propuesto

Para comprender como es que el esquema funciona, es necesario describir un poco más del razonamiento que hay detrás para que los objetivos de control sean alcanzados. Suponga que se puede conseguir $\Delta \mathbf{q}_i \equiv 0$ en un tiempo finito. Entonces de acuerdo a (3.35) y (3.5) se debe obtener

$$\mathbf{q}_i(t) = \mathbf{q}_j(t - T_j(t)) = \mathbf{q}_i(t - T_j(t) - T_i(t)). \quad (3.17)$$

Esta última relación debe de seguir siendo válida a pesar de cualquier par debido al operador humano $\boldsymbol{\tau}_h$ o cualquier par del ambiente $\boldsymbol{\tau}_e$, lo cual permite solo dos posibilidades: ya sea $\mathbf{q}_i(t) = \mathbf{q}_j(t) = \mathbf{q}_c(t)$ para algún vector constante, quizás satisfaciendo alguna restricción en el lado del robot remoto, o un movimiento sincronizado que surge cuando la suma de los retardos es constante [8].

Por lo tanto, la definición particular del error de seguimiento igual a cero, impide que el operador humano pueda realizar cualquier movimiento deseado en el lado local mas que una regulación constante. Pero, ¿Qué pasa si se permite ahora un error diferente de cero $\Delta \mathbf{q}_i \equiv 0$?, ¿Y si ahora se persigue $\Delta \mathbf{q}_i \neq 0$, pero acotado?. Entonces, ahora en este escenario el operador humano podría mover el robot local, mientras que al mismo tiempo el robot remoto sigue la trayectoria comandada retardada con bastante precisión si la última cota del error de seguimiento remoto puede ser arbitrariamente pequeño.

Cuando el movimiento del robot remoto es detenido por una restricción física, entonces el movimiento causado por el operador eventualmente incrementa el error de seguimiento local debido a que la posición remota retardada no cambia. Pero si el error local no puede ser cero, este aún garantiza permanecer acotado, así que eventualmente el operador no será capaz de mover el efector final. La fuerza generada en el lado local para detener este movimiento es lo que el operador humano siente o percibe, pero esto no está relacionado a la fuerza que robot remoto está realmente aplicando, *i.e.* serán diferentes. La Sección 4 muestra que todo este análisis, sigue siendo válido para cuerpos (ambientes remotos) que son flexibles.

Note que de acuerdo a la discusión previa, la ecuación 3.16 garantiza únicamente $\|\Delta \mathbf{q}_i\| \leq \delta_{\text{máx } i}$ para una cota arbitraria pequeña. Esto es en realidad nuestro propósito y es la razón del porque el Teorema 3.1 puede garantizar que el esquema de control-observador propuesto resuelve los Casos (a), (b) y c(i).

3.1.2. Inclusión de realimentación de fuerza

El esquema de control-observador de la Sección 3.1 carece de reflexión de fuerza, lo cual hace que su utilidad se reduzca en gran medida porque los Casos (c(ii) o c(iii)) aún no se han resuelto. En esta sección se mostrará como la inclusión del término para la realimentación de fuerza permite resolver también el caso de mayor interés (c(iii)).

Antes que todo, considere la bien conocida relación [38]

$$\boldsymbol{\tau}_i = \mathbf{J}_i^T(\mathbf{q}_i) \mathbf{F}_i, \quad (3.18)$$

donde $\mathbf{J}_i(\mathbf{q}_i) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es el Jacobiano geométrico de robot para $i = 1, r$ y $\mathbf{F}_i \in \mathbb{R}^n$ es ya sea la fuerza del ambiente \mathbf{F}_e para $i = r$ o la fuerza aplicada por el humano \mathbf{F}_h para $i = l$. Defina el error de seguimiento de fuerza como

$$\Delta \mathbf{f}_i = \mathbf{F}_i - \mathbf{F}_{di} \equiv \mathbf{F}_i - \mathbf{F}_j(t - T_j(t)), \quad (3.19)$$

y la correspondiente integral como

$$\Delta \mathbf{F}_i = \int_0^t \Delta \mathbf{f}_i dt. \quad (3.20)$$

Nuevamente, si $i = 1$ entonces $j = r$ y viceversa. En lugar de (3.14)–(3.15), considere las siguientes leyes de control

$$\boldsymbol{\tau}_1 = -\mathbf{K}_{al} \dot{\mathbf{q}}_1 - \mathbf{K}_{f1} \mathbf{s}_{ol} + \mathbf{J}_1^T(\mathbf{q}_1) (\mathbf{F}_{d1} - \mathbf{K}_{f1} \Delta \mathbf{F}_1) \quad (3.21)$$

$$\boldsymbol{\tau}_r = \mathbf{K}_{ar} \dot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{K}_{pr} \mathbf{s}_{or} - \mathbf{J}_r^T(\mathbf{q}_r) (\mathbf{F}_{dr} - \mathbf{K}_{fr} \Delta \mathbf{F}_r), \quad (3.22)$$

donde $\mathbf{K}_{f_i} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ son matrices diagonales positivas definidas. Remplace la Suposición 3.2 por

Suposición 3.3 *Los pares debidos al humano y al ambiente así como sus derivadas son acotadas para todo tiempo, i. e. entonces existen constantes positivas b_h , b_{dh} , b_e y b_{de} tal que $\|\mathbf{F}_h\| \leq b_h < \infty$, $\|\frac{d}{dt}\mathbf{F}_h\| \leq b_{dh} < \infty$, $\|\mathbf{F}_e\| \leq b_e < \infty$, y $\|\frac{d}{dt}\mathbf{F}_e\| \leq b_{de} < \infty \forall t \geq 0$. Además, los robots manipuladores no alcanzan ninguna singularidad así que las matrices inversas $\mathbf{J}_i^{-1}(\mathbf{q}_i)$ siempre existen.* \triangle

Observación 3 *La nueva suposición es solo un poco más restrictiva que la original, pero aún diferente a la propuesta dada por [35]. El acotamiento de las derivada de la fuerza de contacto \mathbf{F}_e tiene como objetivo la consideración de los impactos con el ambiente. Como fue mostrado en [42] esta situación puede ser modelada como una creciente súbita de la fuerza dentro de un lapso de tiempo corto. Por lo tanto, la suposición implica que el robot remoto no entra en contacto con el ambiente de manera tan abrupta que la derivada de la fuerza no sea acotada. Esto podría ser el caso de una función escalón, cuya derivada es una función no acotada Delta de Dirac. Los experimentos llevados a cabo por [42] muestran que esto nunca es el caso, haciendo la interpretación de la suposición razonable. Otra importante conclusión es que en el caso de un impacto el controlador de fuerza debe tomarlo en cuenta explícitamente para incrementar el desempeño. La mayoría de los trabajos en la literatura simplifican dando la vuelta al problema ignorándolo, i.e. se asume que el robot está siempre en contacto con el ambiente. El caso considera que el robot remoto puede cambiar de no estar en contacto a situaciones de contacto y viceversa sin la pérdida de las propiedades de estabilidad.*

Sin embargo, lo más importante es que la implementación de las leyes de control (3.21)–(3.22) requiere de las mediciones de fuerza, las cuales anteriormente no eran necesarias. Note que es estrictamente necesario que ninguno de los manipuladores pasen por alguna singularidad para llevar a cabo el control de fuerza. Finalmente, el acotamiento de la derivada de \mathbf{F}_h puede ser interpretado en la misma manera como para \mathbf{F}_e . \triangle

Corolario 1 *Siempre y cuando que el robot remoto se encuentre en contacto con el ambiente y la Suposición 3.3 se mantenga, entonces para el sistema de teleoperación bilateral (2.8)–(2.9) en lazo cerrado con los observadores (3.6)–(3.8) y las leyes de control (3.21)–(3.22), es siempre posible encontrar una combinación de ganancias para el esquema control-observador tal que los apartados i, ii, iii, vi, vii y viii del Teorema 3.1 aún se cumplen. Además*

c) Si $\tau_h \neq \mathbf{0}$ y $\tau_e \neq \mathbf{0}$, entonces

ix. Para grandes valores de \mathbf{K}_{fi} ambos \mathbf{F}_h y \mathbf{F}_e tienden a ser constantes, pero si únicamente \mathbf{K}_{fr} es establecida lo suficientemente grande, entonces $\Delta \mathbf{f}_r$ puede ser hecha arbitrariamente pequeña y el Caso de Interés c.iii propuesto en la Sección 3.1 está completamente cubierto.

△

La demostración del Corolario 1 está dado en el Apéndice A.

Observación 4 *Note que el controlador propuesto permite estabilizar la fuerza aplicada por el operador humano a un valor constante e igual a aquella fuerza que el manipulador remoto aplica sobre la superficie. Esto, sin embargo, puede ser a costa de aumentar demasiado las ganancias y evitar que el operador mueva el efector final local en absoluto. Por esa razón, es recomendable solo cumplir el Caso de Interés c.iii. Finalmente, note que los apartados iv y v del Teorema 3.1 también se cumplen, pero estos no son de interés para el corolario.*

△

Para más detalles, el lector interesado puede encontrar una discusión completa en el trabajo que se publicó en [5].

3.2. Propuesta 2 de esquema Control–observador

En esta sección se presenta una segunda propuesta de controlador y observador para sistemas de teleoperación. Nuevamente, el enfoque está basado en técnicas de modos deslizantes de segundo orden, debido a sus propiedades, las cuales permiten compensar (teóricamente) exactamente a las perturbaciones acopladas al canal de control forzando a las trayectorias del sistema en una superficie deslizante. En los modos deslizantes de primer orden, este objetivo se puede lograr mediante controladores discontinuos con frecuencia de conmutación infinita, sin embargo, pueden aparecer efectos no deseables como por ejemplo el *chattering*. Para soluciones a este efecto indeseado, esta señal de alta frecuencia puede ser ocultada bajo la integral o elevar el orden del controlador [12].

En este punto es importante aclarar que los modos deslizantes, funcionan sí y solo sí, los retardos de tiempo son muy pequeños. En el caso contrario el mismo controlador inyectará señales de alta frecuencia al sistema e incluso puede llevar a la inestabilidad del sistema.

El esquema reportado en la Sección 3.1, puede mejorar su desempeño haciendo algunos pequeños cambios en la estructura del controlador y observador.

Para el controlador las siguientes definiciones son necesarias:

$$\mathbf{s}_i = \dot{\hat{\mathbf{q}}}_i - \hat{\mathbf{q}}_{di} + \Lambda_{xi} \Delta \mathbf{q}_i \quad (3.23)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_i = \mathbf{C}_i |\mathbf{s}_i|^{1/2} \text{sign}(\mathbf{s}_i) + \mathbf{w}_i \quad (3.24)$$

$$\dot{\mathbf{w}}_i = \mathbf{B}_i \text{sign}(\mathbf{s}_i), \quad (3.25)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_{oi} = \dot{\hat{\mathbf{q}}}_i - \Lambda_{zi} \mathbf{z}_i \quad (3.26)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_{ri} = \hat{\mathbf{q}}_{di} - \Lambda_{xi} \Delta \mathbf{q}_i - \mathbf{K}_{\gamma i} \boldsymbol{\sigma}_i \quad (3.27)$$

$$\mathbf{s}_{oi} \triangleq \dot{\mathbf{q}}_{oi} - \dot{\mathbf{q}}_{ri}, \quad (3.28)$$

donde $\mathbf{K}_{\beta i}, \mathbf{K}_{\gamma i}, \mathbf{C}_i, \mathbf{B}_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ son matrices diagonales definidas positivas y $\text{sign}(\mathbf{s}_i) = [\text{sign}(s_{i1}), \dots, \text{sign}(s_{in})]^T$ con s_{ij} elemento de \mathbf{s}_i para $j = 1, \dots, n$. Note que las ecuaciones (3.24) y (3.25) son el controlador *super twisting* dado en [22], así que la variedad deslizante ya no es más una línea recta sino que ahora es una variedad no lineal. En efecto, esta estructura es un controlador basado en modos deslizantes de segundo orden, por lo que tanto $\boldsymbol{\sigma}_i$ y $\dot{\boldsymbol{\sigma}}_i$ son llevadas a cero en tiempo finito. Además, el signo del término de conmutación de alta frecuencia (\mathbf{s}_i) no es usado directamente en $\boldsymbol{\sigma}_i$ debido a que se oculta bajo la integral. Estas modificaciones permiten compensar con el término integral en las ecuaciones (3.24, 3.25) las incertidumbres paramétricas, perturbaciones y dinámicas no modeladas en el sistema de teleoperación.

En cuanto al observador, simplemente se establece $\mathbf{K}_{di} \equiv \Lambda_{zi}$ en (3.7)–(3.8) para obtener

$$\boldsymbol{\zeta}_i = \hat{\mathbf{q}}_{di} - \Lambda_{xi} \Delta \mathbf{q}_i + \Lambda_{zi}^2 \boldsymbol{\xi}_i \quad (3.29)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{q}}}_i = \boldsymbol{\zeta}_i + 2\Lambda_{zi} \mathbf{z}_i. \quad (3.30)$$

Observación 5 En esencia la estructura del observador (3.29) y (3.30) en lazo cerrado, es un filtro lineal de segundo orden, este hecho permitió disminuir el número de ganancias a ser sintonizadas, esto es debido a que el observador en lazo cerrado, tiene una representación de una función de transferencia con dos polos ubicados en el mismo lugar, por lo que la velocidad

3. ESQUEMA DE CONTROL

de convergencia en el error de estimación resulta ser críticamente amortiguada. Este diseño nos permite variar únicamente la ganancia Λ_{zi} en (3.29) y (3.30), logrando así un menor esfuerzo de sintonización.

Hasta este punto el controlador-observador permite resolver los Casos de interés *a* y *b* del Teorema 3.1, pero aún el esquema no permite resolver el Caso *c*, por lo que sin realimentación de fuerza el esquema no tiene mucha utilidad. A continuación se agrega un término para cubrir el Caso *c* del Teorema 3.1.

Primero es necesario definir el error de seguimiento de fuerza como¹

$$\Delta \mathbf{F}_i = \mathbf{F}_i - \mathbf{F}_{di} \equiv \mathbf{F}_i - \mathbf{F}_j(t - T_j(t)), \quad (3.31)$$

y la correspondiente integral como

$$\Delta \mathbf{p}_i = \int_0^t \Delta \mathbf{F}_i dt, \quad (3.32)$$

con \mathbf{F}_e para $i = r$ y \mathbf{F}_h para $i = l$, y como de igual manera si $i = l$ entonces $j = r$ y viceversa, $\mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^n$ representa el momento lineal y angular. Las leyes de control propuestas están dadas por

$$\boldsymbol{\tau}_l = -\mathbf{K}_{al}\dot{\mathbf{q}}_l - \mathbf{K}_{pl}\mathbf{s}_{ol} + \mathbf{J}_l^T(\mathbf{q}_l)(\mathbf{F}_{dh} - \mathbf{K}_{fl}\Delta \mathbf{p}_l) \quad (3.33)$$

$$\boldsymbol{\tau}_r = \mathbf{K}_{ar}\dot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{K}_{pr}\mathbf{s}_{or} - \mathbf{J}_r^T(\mathbf{q}_r)(\mathbf{F}_{de} - \mathbf{K}_{fr}\Delta \mathbf{p}_r), \quad (3.34)$$

donde $\mathbf{K}_{ai}, \mathbf{K}_{pi}, \mathbf{K}_{fi} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ son matrices diagonales definidas positivas.

Observación 6 El esquema de Control y observación propuesto en esta sección, permite resolver los Casos *a*, *b* y *c* del Teorema 3.1. Es importante mencionar que para la implementación de este esquema es necesario tomar en cuenta la Suposición 3.1 y la Suposición 3.2. Por otro lado el esquema de control y observación con realimentación de fuerza dada por las ecuaciones (3.33) y (3.34) sigue los mismos argumentos dados en el Corolario 1. \triangle

Observación 7 La prueba de estabilidad para el esquema de control-observación dado por las ecuaciones (3.33) y (3.34) fue omitido, sin embargo la prueba sigue los mismos argumentos que el esquema propuesto 1.

¹Debe hacerse una advertencia. Por lo general, en implementaciones prácticas, el operador humano tira del efector final local mientras que el robot remoto presiona el entorno. De esta forma, el signo de la fuerza en las medidas puede ser opuesto y esto debe tenerse en cuenta si es necesario.

3.3. Propuesta 3 de controlador con superficie deslizante terminal y diferenciador de Levant

Esta sección presenta una extensión del controlador reportado en [9]. El diseño que se reporta en este trabajo, presenta una modificación para ser evaluado en un sistema de teleoperación bilateral. En esencia el controlador hace uso de modos deslizantes de segundo orden, pero en esta ocasión con superficies de deslizamiento terminales. Adicionalmente, el esquema propuesto explota propiedades de la función tangente hiperbólica, con el objetivo de suavizar las señales de control enviadas a los actuadores. Para comenzar con el diseño del controlador, es necesario establecer algunas suposiciones acerca del sistema.

A diferencia de la Suposición 3.1, para el diseño del control se debe de suponer que los retardos de tiempo son constantes.

Suposición 3.4 *Suponga que los retardos de tiempo son constantes T_i y están acotadas por \bar{T}_i , i. e., $0 \leq T_i \leq \bar{T}_i < \infty$, para $i = 1, r$.* \triangle

La suposición acerca del comportamiento de los pares del humano y del ambiente son exactamente igual a los establecidos en la Sección 3.1 (ver Suposición 3.2 y la Observación 1).

Primero, es necesario establecer algunas definiciones para el diseño del esquema de control continuo para el seguimiento de posición en tiempo finito. Nuevamente, considere por simplicidad $i = l, r$ y defina

$$\mathbf{q}_{di}(t) \triangleq \mathbf{q}_j(t - T_j(t)) \quad (3.35)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_{di} \triangleq \dot{\mathbf{q}}_j(t - T_j(t)), \quad (3.36)$$

como la trayectoria deseada y la velocidad deseada, la cual es obtenida con un diferenciador de segundo orden de Levant [22]. Los correspondientes errores de seguimiento son definidos como

$$\Delta \mathbf{q}_i \triangleq \mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{di}, \quad (3.37)$$

El siguiente paso es definir la superficie de deslizamiento terminal (a diferencia de la primera propuesta, esta variedad es no lineal)

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{q_l} &= \dot{\mathbf{q}}_l - \bar{\dot{\mathbf{q}}}_r + \mathbf{\Lambda}_{xl} |\mathbf{q}_l - \bar{\mathbf{q}}_r|^\alpha \text{sign}(\mathbf{q}_l - \bar{\mathbf{q}}_r) \\ &\triangleq \Delta \dot{\mathbf{q}}_l + \mathbf{\Lambda}_{xl} |\Delta \mathbf{q}_l|^\alpha \text{sign}(\Delta \mathbf{q}_l) \\ &\triangleq \Delta \dot{\mathbf{q}}_l + \mathbf{\Lambda}_{xl} [\Delta \mathbf{q}_l]^\alpha \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{q_r} &= \dot{\mathbf{q}}_r - \bar{\dot{\mathbf{q}}}_l + \mathbf{\Lambda}_{xr} |\mathbf{q}_r - \bar{\mathbf{q}}_l|^\alpha \text{sign}(\mathbf{q}_r - \bar{\mathbf{q}}_l) \\ &\triangleq \Delta \dot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{\Lambda}_{xr} |\Delta \mathbf{q}_r|^\alpha \text{sign}(\Delta \mathbf{q}_r) \\ &\triangleq \Delta \dot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{\Lambda}_{xr} [\Delta \mathbf{q}_r]^\alpha, \end{aligned} \quad (3.39)$$

donde $\mathbf{\Lambda}_{xi} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ son matrices diagonales positivas definidas y $\alpha \in \mathbb{R}$ de tal manera que debe de satisfacer $\frac{1}{2} < \alpha < 1$. También considere la siguiente variable auxiliar,

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_i = \mathbf{K}_{\beta i} \mathbf{s}_{q_i} + \text{sign}(\mathbf{s}_{q_i}) \quad \boldsymbol{\sigma}_i(0) = \mathbf{0}, \quad (3.40)$$

3. ESQUEMA DE CONTROL

donde $\mathbf{K}_{\beta i} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es una matriz diagonal positiva definida, $\text{sign}(\mathbf{s}_i) = [\text{sign}(s_{i1}), \dots, \text{sign}(s_{in})]^T$ con s_{ij} elemento de \mathbf{s}_i para $j = 1, \dots, n$ y $\text{sign}(s_i(0)) = 0$.

Tomando en cuenta (3.40), la velocidad de referencia para el robot local $\dot{\mathbf{q}}_{rl}$ está dada por

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{q}}_{rl} &= \bar{\mathbf{q}}_r - \Lambda_{xl} |\mathbf{q}_l - \bar{\mathbf{q}}_r|^\alpha \text{sign}(\mathbf{q}_l - \bar{\mathbf{q}}_r) - \mathbf{K}_{\gamma l} \boldsymbol{\sigma}_l \\ &\triangleq \bar{\mathbf{q}}_r - \Lambda_{xl} |\Delta \mathbf{q}_l|^\alpha \text{sign}(\Delta \mathbf{q}_l) - \mathbf{K}_{\gamma l} \boldsymbol{\sigma}_l \\ &\triangleq \bar{\mathbf{q}}_r - \Lambda_{xl} [\Delta \mathbf{q}_l]^\alpha - \mathbf{K}_{\gamma l} \boldsymbol{\sigma}_l, \end{aligned} \quad (3.41)$$

mientras que para el robot local $\dot{\mathbf{q}}_{rr}$ está definida como

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{q}}_{rr} &= \bar{\mathbf{q}}_l - \Lambda_{xr} |\mathbf{q}_r - \bar{\mathbf{q}}_l|^\alpha \text{sign}(\mathbf{q}_r - \bar{\mathbf{q}}_l) - \mathbf{K}_{\gamma r} \boldsymbol{\sigma}_r \\ &\triangleq \bar{\mathbf{q}}_l - \Lambda_{xr} |\Delta \mathbf{q}_r|^\alpha \text{sign}(\Delta \mathbf{q}_r) - \mathbf{K}_{\gamma r} \boldsymbol{\sigma}_r \\ &\triangleq \bar{\mathbf{q}}_l - \Lambda_{xr} [\Delta \mathbf{q}_r]^\alpha - \mathbf{K}_{\gamma r} \boldsymbol{\sigma}_r \end{aligned} \quad (3.42)$$

donde $\mathbf{K}_{\gamma i} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es una matriz diagonal definida positiva.

El siguiente paso es usar las definiciones previas para diseñar un esquema de control en tiempo finito. Si $i = l$, entonces $j = r$ y viceversa, se pueden definir los siguientes vectores

$$[\mathbf{y}_i]^\alpha = |\mathbf{q}_i - \bar{\mathbf{q}}_j|^\alpha \text{sign}(\mathbf{q}_i - \bar{\mathbf{q}}_j) \triangleq |\Delta \mathbf{q}_i|^\alpha \text{sign}(\Delta \mathbf{q}_i) = \begin{bmatrix} |y_{i1}|^\alpha \text{sign}(y_{i1}) \\ \vdots \\ |y_{in}|^\alpha \text{sign}(y_{in}) \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

$$\tanh(\mathbf{y}_i) = \begin{bmatrix} \tanh(y_{i1}) \\ \vdots \\ \tanh(y_{in}) \end{bmatrix}, \quad \forall \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n. \quad (3.44)$$

Para el caso cuando $\alpha = 1$, se recupera el controlador reportado en [5]. La función $|y_i|^\alpha \text{sign}(y_i)$ puede ser escrita como

$$|y_i|^\alpha \text{sign}(y_i) = \begin{cases} y_i^\alpha & y_i > 0 \\ 0 & y_i = 0 \\ -(-y_i)^\alpha & y_i < 0 \end{cases} \quad (3.45)$$

Como se puede ver la función $|y_i|^\alpha \text{sign}(y_i)$ no presenta discontinuidades en el origen ya que se encuentra bien definida en $y = 0$ y además

$$\lim_{y \rightarrow 0^+} |y_i|^\alpha \text{sign}(y_i) = 0, \quad \lim_{y \rightarrow 0^-} |y_i|^\alpha \text{sign}(y_i) = 0.$$

Adicionalmente, $[\mathbf{y}_i]^\alpha$ en (3.43) es un vector de funciones continuas para todo \mathbf{y}_i y su derivada está dada por

$$\frac{d}{dt} [\mathbf{y}_i]^\alpha = \alpha \boldsymbol{\Gamma}([\mathbf{y}_i]^\alpha) \mathbf{y}_i, \quad (3.46)$$

donde $\boldsymbol{\Gamma}([\mathbf{y}_i]^\alpha) = \text{diag} \{ [y_{i1}]^{\alpha-1}, \dots, [y_{in}]^{\alpha-1} \} \in \mathbb{R}^{n \times n}$.

Lema 1 *Suponga que a_1, a_2, \dots, a_n son funciones positivas, por lo tanto las siguientes desigualdades son válidas [14]*

$$\sum_{i=1}^n a_i \geq \left(\sum_{i=1}^n a_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.47)$$

$$\sum_{i=1}^n a_i^c \geq \left(\sum_{i=1}^n a_i \right)^c \quad (3.48)$$

donde $0 < c < 1$.

Por lo tanto, el objetivo es diseñar leyes de control continuas por realimentación de salida y acotadas, tanto para el robot local $\tau_l(\mathbf{q}_l, \dot{\mathbf{q}}_l)$, como para el robot remoto $\tau_r(\mathbf{q}_r, \dot{\mathbf{q}}_r)$. El esquema además, no debe presentar ninguna singularidad, pero debe de llevar la posición del robot remoto a la posición del robot local y viceversa en tiempo finito.

Tomando en cuenta la ecuación (3.46) la derivada respecto al tiempo de $\dot{\mathbf{q}}_{ri}$ está dada por

$$\ddot{\mathbf{q}}_{ri} = \ddot{\mathbf{q}}_j - \alpha \mathbf{\Lambda}_{xi} \Gamma([\Delta \mathbf{q}_i]^{\alpha-1}) \Delta \dot{\mathbf{q}}_i - \mathbf{K}_{\gamma i} \dot{\sigma}_i. \quad (3.49)$$

Una vez sobre la superficie de deslizamiento $\mathbf{s}_{qi} = \mathbf{0}$ se tiene

$$\ddot{\mathbf{q}}_{ri} = \ddot{\mathbf{q}}_j + \alpha \mathbf{\Lambda}_{xi} \Gamma([\Delta \mathbf{q}_i]^{\alpha-1}) \mathbf{\Lambda}_{xi} [\Delta \mathbf{q}_i]^\alpha - \mathbf{K}_{\gamma i} \dot{\sigma}_i. \quad (3.50)$$

Ya que $\mathbf{\Lambda}_{xi}$ y $\Gamma([\Delta \mathbf{q}_i]^{\alpha-1})$ son matrices diagonales, el término $\mathbf{\Lambda}_{xi} \Gamma([\Delta \mathbf{q}_i]^{\alpha-1}) \mathbf{\Lambda}_{xi} [\Delta \mathbf{q}_i]^\alpha$ puede ser escrito como

$$\mathbf{\Lambda}_{xi} \Gamma([\Delta \mathbf{q}_i]^{\alpha-1}) \mathbf{\Lambda}_{xi} [\Delta \mathbf{q}_i]^\alpha = \alpha \mathbf{\Lambda}_{xi}^2 \begin{bmatrix} |\Delta q_{i1}|^{2\alpha-1} \text{sign}(\Delta q_{i1}) \\ \vdots \\ |\Delta q_{in}|^{2\alpha-1} \text{sign}(\Delta q_{in}) \end{bmatrix}.$$

Con el objetivo de evitar la singularidad en $\Delta \mathbf{q}_i = \mathbf{0}$, la constante α forzosamente debe satisfacer $\frac{1}{2} < \alpha < 1$.

Lema 2 *Suponga que $\mathbf{s}_{qi}(t) = \mathbf{0}$ para algún $t \geq t_{r1}$. Entonces el error de posición entre ambos manipuladores debe de converger a cero en tiempo finito, i.e. $\Delta \mathbf{q}_i = \mathbf{0}$ para $t \geq t_{r2}$.*

Demostración 1 *Si $i = l$, entonces $j = r$ y viceversa. Para $t \geq t_{r1}$ las superficies de deslizamiento terminales (3.39), (3.38) se convierten en*

$$\Delta \dot{\mathbf{q}}_i = -\mathbf{\Lambda}_{xi} [\Delta \mathbf{q}_i]^\alpha \quad (3.51)$$

Considere la siguiente función candidata de Lyapunov $V_{qi}(t) = \frac{1}{2} [\Delta \mathbf{q}_i]^2$ donde su derivada a lo largo de las trayectorias (3.51) está dada por

$$\begin{aligned} \dot{V}_{qi}(t) &= -\Delta \mathbf{q}_i^T \mathbf{\Lambda}_{xi} [\Delta \mathbf{q}_i]^\alpha \\ &\leq -\lambda_1 \sum_{i=1}^n [\Delta q_i]^{\alpha+1} = -\lambda_1 \sum_{i=1}^n ([\Delta q_i]^2)^\gamma \end{aligned} \quad (3.52)$$

3. ESQUEMA DE CONTROL

con $\underline{\lambda}_1 = \lambda_{\min}\{\Lambda_{xi}\}$ y $\gamma = \frac{1}{2}(\alpha + 1) < 1$. A partir del Lema 1 se obtiene

$$\dot{V}_{qi}(t) \leq -\underline{\lambda}_1 (\sum_{i=1}^n [\Delta q_i]^2)^\gamma \leq -2^\gamma \underline{\lambda}_1 V_{qi}^\gamma < 0 \quad (3.53)$$

$\forall t \geq t_{r1}$. Por lo tanto, $V_q(t) = 0$ para $t \geq t_{r2}$. Integrando la ecuación (3.53) entre los límites $t \in [t_{r1} \quad t_{r2}]$ se obtiene

$$-\frac{V^{1-\gamma}(t_{r1})}{1-\gamma} \leq -2^\gamma \delta \underline{\lambda}_1 (t_{r2} - t_{r1}) \quad (3.54)$$

lo que implica

$$t_{r2} \leq t_{r1} + \frac{V^{1-\gamma}(t_{r1})}{2^\gamma \delta \underline{\lambda}_1 (1-\gamma)}. \quad (3.55)$$

Una vez llevada a cabo la prueba para la convergencia en tiempo finito para las señales de error, de acuerdo al Lema 2, el objetivo de control es alcanzar $s_{qi} \rightarrow \mathbf{0}$ en tiempo finito. Para este fin, defina la siguiente variable s_i como

$$\begin{aligned} s_i &= \dot{q}_i - \dot{q}_{ri} \\ &= \dot{\tilde{q}}_i + \Lambda_{xi} [\Delta q_i]^\alpha + K_{\gamma i} \sigma_i \\ &= s_{qi} + K_{\gamma i} \sigma_i. \end{aligned} \quad (3.56)$$

Basado en las definiciones previas, las ley de control para el robot local está dada por

$$\tau_l = K_{al} \dot{q}_l + K_{pl} \tanh(s_l), \quad (3.57)$$

mientras que para el robot se tiene

$$\tau_r = -K_{ar} \dot{q}_r - K_{pr} \tanh(s_r) \quad (3.58)$$

donde K_{pr}, K_{pl}, K_{ar} y $K_{al} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ son matrices diagonales positivas definidas. Como se puede apreciar en las ecuaciones (3.57) y (3.58), aún no se considera un término para el control de fuerza, de tal modo que este controlador permite resolver a y b de la Sección 3.1.

Observación 8 *El nuevo diseño de control tiene como objetivo mejorar el desempeño del seguimiento de posición y fuerza de los esquemas de control reportados en las ecuaciones (3.21)–(3.22) y (3.33)–(3.34). El esquema dado en las ecuaciones (3.21)–(3.22) es un caso particular cuando las superficies de deslizamiento son líneas rectas, i.e., esto se presenta cuando el valor de $\alpha = 1$. Esta libre elección del valor de α , permite asignar pesos para cada uno de los robots, i.e. para los Casos de interés a y b se puede asignar a la superficie 3.39 una potencia de $\frac{1}{2} < \alpha_r < 1$ para mejorar el seguimiento del robot remoto hacia el robot local, por otro lado la superficie del lado del robot local puede tomar el valor de $\alpha_l \approx 1$ para permitir que el operador humano mueva el efector final del robot local.*

Observación 9 *Es importante aclarar que la base del análisis de los modos deslizantes, se hace bajo la suposición del muestreo infinito, esto evidentemente no puede ser realidad. ¿Se puede entonces explotar la estructura del controlador deslizante terminal en sistemas de teleoperación? La respuesta, es si, pero con sus reservas. En primer lugar, los modos deslizantes al tener un periodo de muestreo, jamás podría permanecer en la variedad deslizante, en cambio lo que se lograría es tener oscilaciones en una vecindad muy cercana a cero. En segundo lugar, en la discusión dada en la sección 3.1.1, el objetivo es alcanzar $\Delta \mathbf{q}_i \neq 0$ pero acotado y no $\Delta \mathbf{q}_i \equiv 0$, este pequeño error es el que permite al operador humano mover el efector final del robot local. Con la nueva propuesta de controlador se tiene la posibilidad de asignar pesos diferentes al valor de α . Para los Casos de interés a y b el valor que pudiese tomar el controlador del lado remoto podría ser $\frac{1}{2} < \alpha < 1$, mientras que para el robot local se permitiría $\Delta \mathbf{q}_i \neq 0$ pero acotado, con un valor de $\alpha = 1$, el cual sería el valor para la Propuesta 1 de control de la Sección 3.1. Entonces, con base en experimentos reales, los puntos dados en el Teorema 3.1 siguen siendo válidos con menores modificaciones.*

Observación 10 *En este punto vale la pena recalcar que con el controlador dado en las ecuaciones (3.57) y (3.58), se pueden resolver todos los casos de interés a y b dados en la Sección 3.1, sin embargo para poder garantizar una mayor telepresencia por parte del operador humano se decidió agregar un término para el control de control de fuerza.*

3.3.1. Control de Fuerza

Para poder llevar a cabo el control de fuerza en movimiento restringido, se introduce la relación bien conocida [38]

$$\boldsymbol{\tau}_i = \mathbf{J}_i^T(\mathbf{q}_i)\mathbf{F}_i, \quad (3.59)$$

donde $\mathbf{J}_i(\mathbf{q}_i) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es el Jacobiano geométrico del robot para $i = l, r$ y $\mathbf{F}_i \in \mathbb{R}^n$ puede ser la fuerza del ambiente \mathbf{F}_e para $i = r$ o la fuerza aplicada del humano \mathbf{F}_h para $i = l$. Además considere el error de fuerza definido como

$$\Delta \mathbf{F}_i = \mathbf{F}_i - \mathbf{F}_{di} \equiv \mathbf{F}_i - \mathbf{F}_j(t - T_j(t)), \quad (3.60)$$

y la correspondiente integral dada por

$$\Delta \mathbf{p}_i = \int_0^t \Delta \mathbf{F}_i dt. \quad (3.61)$$

Basado en todas las definiciones previas, la ley de control para el robot local está dado por:

$$\boldsymbol{\tau}_l = -\mathbf{K}_{al}\dot{\mathbf{q}}_l - \mathbf{K}_{pl}\tanh(\mathbf{s}_l) + \mathbf{J}_l^T(\mathbf{q}_l)(\mathbf{F}_{dl} - \mathbf{K}_{fl}\Delta \mathbf{p}_l). \quad (3.62)$$

De igual manera el controlador para el robot remoto está dado por

$$\boldsymbol{\tau}_r = \mathbf{K}_{ar}\dot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{K}_{pr}\tanh(\mathbf{s}_r) - \mathbf{J}_r^T(\mathbf{q}_r)(\mathbf{F}_{dr} - \mathbf{K}_{fr}\Delta\mathbf{p}_r). \quad (3.63)$$

En las ecuaciones (3.64) y (3.65) se puede apreciar que para el seguimiento de posición se está usando un controlador PID no lineal, para el control de fuerza se decidió usar un PI, adicionalmente se tiene un término de amortiguamiento. Es importante mencionar que la señal de control auxiliar \mathbf{s}_i es continua y acotada, además no se requiere $\ddot{\mathbf{q}}_r$ para poder llevar a cabo la implementación.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_l = & \underbrace{-\mathbf{K}_{al}\dot{\mathbf{q}}_l}_{Damping} - \underbrace{\mathbf{K}_{pl}\tanh(\Lambda_{xl}|\mathbf{q}_l - \bar{\mathbf{q}}_l|^\alpha \text{sign}(\mathbf{q}_l - \bar{\mathbf{q}}_l))}_P - \underbrace{\mathbf{K}_{pl}\mathbf{K}_{\gamma l} \int (\mathbf{K}_{\beta l}\mathbf{s}_l(v) + \text{sign}(\mathbf{s}_l(v)))dv}_I \\ & - \underbrace{\mathbf{K}_{pl}(\dot{\mathbf{q}}_l - \bar{\dot{\mathbf{q}}}_l)}_D + \underbrace{\mathbf{J}_l^T(\mathbf{q}_l)(\mathbf{F}_{dl} - \mathbf{K}_{fl}\Delta\mathbf{F}_l)}_{PI}, \end{aligned} \quad (3.64)$$

mientras que para el robot remoto se tiene

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_r = & \underbrace{\mathbf{K}_{ar}\dot{\mathbf{q}}_r}_{Damping} + \underbrace{\mathbf{K}_{pr}\tanh(\Lambda_{xr}|\mathbf{q}_r - \bar{\mathbf{q}}_r|^\alpha \text{sign}(\mathbf{q}_r - \bar{\mathbf{q}}_r))}_P + \underbrace{\mathbf{K}_{pr}\mathbf{K}_{\gamma r} \int (\mathbf{K}_{\beta r}\mathbf{s}_r(v) + \text{sign}(\mathbf{s}_r(v)))dv}_I \\ & + \underbrace{\mathbf{K}_{pr}(\dot{\mathbf{q}}_r - \bar{\dot{\mathbf{q}}}_r)}_D - \underbrace{\mathbf{J}_r^T(\mathbf{q}_r)(\mathbf{F}_{dr} - \mathbf{K}_{fr}\Delta\mathbf{F}_r)}_{PI}. \end{aligned} \quad (3.65)$$

A continuación se establece el siguiente Teorema que presenta los casos de análisis.

Teorema 3.2 *Considere el sistema de teleoperación bilateral (2.8)–(2.9) en lazo cerrado con las leyes de control (3.62)–(3.63). Suponga que las Suposiciones 3.2 y 3.4 se cumplen; entonces para $i, j = l, r$ las ganancias del controlador pueden ser siempre encontradas de tal manera que*

- i. Todos los errores de seguimiento permanecen acotados para todo tiempo.*
- ii. De acuerdo al valor asignado al parámetro α_i de cada robot, en un tiempo finito se cumple para $i = l, r$, que los errores de posición y velocidad son prácticamente iguales a cero (teóricamente iguales a cero con muestreo infinito).*

$$\|\Delta\mathbf{q}_i\| \approx 0, \quad \|\Delta\dot{\mathbf{q}}_i\| \approx 0. \quad (3.66)$$

A continuación se enuncian los tres Casos de interés a, b y c

- a) Siempre que $\boldsymbol{\tau}_h = \boldsymbol{\tau}_e = \mathbf{0}$, si $\delta_{\text{máx } i} \approx 0$ entonces

- iii. Todos los errores de seguimiento tienden a cero y el consenso es alcanzado, i. e. $\mathbf{q}_1(t) = \mathbf{q}_r(t) = \mathbf{q}_c$ para alguna constante \mathbf{q}_c , con la excepción dada en el siguiente apartado.
- iv. Los robots tendrán un movimiento sincronizado en el sentido de que se seguirán entre ellos con un comportamiento periódico si la ronda de retardo $T_1(t) + T_r(t)$ es constante.

b) Si $\mathbf{f}_h \neq \mathbf{0}$ pero $\mathbf{f}_e = \mathbf{0}$, entonces

- v. Si $\|\Delta\mathbf{q}_1\| = 0$ se cumple (solo se cumple con muestro infinito), entonces el operador humano no será capaz de mover el manipulador local y los apartados iii y iv aún serán válidos. Este punto es válido únicamente cuando el periodo de muestro tiende a ser cero.
- vi. Si $\|\Delta\mathbf{q}_1\| = 0$ no se satisface (debido al paso de muestreo finito), entonces el operador humano será capaz de mover el efector final de robot local, mientras el error de seguimiento remoto $\|\Delta\mathbf{q}_r\|$ puede como antes ser hecho arbitrariamente pequeño. Este pequeño error es el que permite al operador mover el efector final de robot local. Sin embargo, debido a la elección del valor de α_i , se puede mejorar el desempeño en cada Caso de interés a) y b).

c) Si $\mathbf{f}_h \neq \mathbf{0}$ y $\mathbf{f}_e \neq \mathbf{0}$, entonces

- vii. Suponga que $\|\Delta\mathbf{q}_1\| = 0$ no se cumple (lo cual es el caso al no tener muestreo infinito), de tal forma que el operador humano es capaz de mover el efector final del robot local. Entonces, una vez que el movimiento del robot remoto está restringido, el operador sentirá una correspondencia cinemática retardada en el sentido de que ya no podrá mover libremente el efector final local en la dirección en que el manipulador remoto está aplicando la fuerza de contacto y la superficie de contacto remoto será reproducida localmente con un error no mayor que $\delta_{\text{máx1}}$.
- viii. Para valores grandes de \mathbf{K}_{fi} , ambos \mathbf{f}_h y \mathbf{f}_e tenderán a ser constantes e iguales, pero si únicamente \mathbf{K}_{fr} es lo suficientemente grande, entonces $\Delta\mathbf{F}_r$ puede ser hecha arbitrariamente pequeña y los Casos de interés c.iii descritos en la Sección 3.1 estarán cumplidos totalmente.

△

Observación 11 El Teorema 3.1 muestra que el esquema Control propuesto resuelve los Casos a , b y $c.i.$ Note que un movimiento sincronizado surge para retardos constantes [8]. \triangle

Recuerde que la Suposición 3, es solo válida para el nuevo controlador.

Demostración 2 Nuevamente defina si $i = l, r$, considere el sistema de teleoperación (2.8) en lazo cerrado con (3.57) y la ecuación (2.9) en lazo cerrado con (3.58). Usando (3.56), y las suposiciones 3.3 y 3.4, se obtiene

$$\mathbf{H}_i(\mathbf{q})_i \dot{\mathbf{s}}_i + \mathbf{C}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i) \mathbf{s}_i + \mathbf{K}_{vi}(\dot{\mathbf{q}}_i) \mathbf{s}_i = \mathbf{K}_{pi} \tanh(\mathbf{s}_i) + \mathbf{y}_{ai} + \boldsymbol{\tau}_{pi} \quad (3.67)$$

donde $\boldsymbol{\tau}_{pl} = -\boldsymbol{\tau}_h, \boldsymbol{\tau}_{pr} = \boldsymbol{\tau}_e, \mathbf{y}_{ai} \triangleq \mathbf{H}(\mathbf{q}_{ri}) \ddot{\mathbf{q}}_{ri} + \mathbf{C}(\mathbf{q}_{ri}, \dot{\mathbf{q}}_{ri}) \dot{\mathbf{q}}_{ri} + \mathbf{D}(\dot{\mathbf{q}}_{ri}) \dot{\mathbf{q}}_{ri} + \mathbf{K}_{ai} \dot{\mathbf{q}}_{ri} + \mathbf{g}(\mathbf{q}_i)$ y $\mathbf{K}_{vi} \triangleq \mathbf{D}_i + \mathbf{K}_{ai}$. Defina el vector de estado para la dinámica en lazo cerrado (3.67) como

$$\mathbf{x} \triangleq [\mathbf{s}_l^T \quad \mathbf{s}_r^T]^T. \quad (3.68)$$

Además, defina la siguiente región de interés

$$\mathcal{D} = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{2n} \mid \|\mathbf{x}\| \leq x_{\text{máx}}\} \quad (3.69)$$

para algún $0 < x_{\text{máx}} < \infty$. Como fue mostrado en [6], siempre y cuando $\|\mathbf{x}\|$ permanezca acotado por $x_{\text{máx}}$ (i. e. $\mathbf{x} \in \mathbb{R}$), entonces cualquier otra señal relacionada en lazo cerrado del sistema está acotada, con la posible excepción de las posiciones \mathbf{q}_l y \mathbf{q}_r .

i) El primer paso consiste en mostrar que cualquier variable en lazo cerrado permanece acotada siempre y cuando $\mathbf{x} \in \mathcal{D}$. Nótese que esto no implica asumir que $\mathbf{x} \in \mathbb{R}$. Sin embargo, si $\mathbf{x}(t_0) \in \mathcal{D}$, entonces no puede dejar a \mathcal{D} , lo que se puede mostrar es que cualquier otra señal de interés está acotada siempre que $\mathbf{x}(t_0) \in \mathcal{D}$. Tomando en cuenta (3.40) y (3.56), la derivada de $\boldsymbol{\sigma}_i$ puede ser escrita como

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\sigma}}_i &= \mathbf{K}_{\beta i} \underbrace{(\mathbf{s}_i - \mathbf{K}_{\gamma i} \boldsymbol{\sigma}_i)}_{\mathbf{s}_{qi}} + \text{sign}(\mathbf{s}_{qi}), \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}}_i &= -\mathbf{K}_{\gamma i} \mathbf{K}_{\beta i} \boldsymbol{\sigma}_i + \mathbf{K}_{\beta i} \mathbf{s}_i + \text{sign}(\mathbf{s}_{qi}). \end{aligned} \quad (3.70)$$

Ahora para analizar el acotamiento de $\boldsymbol{\sigma}_i$ en \mathcal{D} , considere la función escalar positiva definida $V_{\sigma i} = \frac{1}{2} \|\boldsymbol{\sigma}_i\|^2$ cuya derivada a lo largo de (3.70) está dada por

$$\dot{V}_{\sigma i} = -\boldsymbol{\sigma}_i^T \mathbf{K}_{\gamma i} \mathbf{K}_{\beta i} \boldsymbol{\sigma}_i + \boldsymbol{\sigma}_i^T \mathbf{K}_{\beta i} \mathbf{s}_i + \boldsymbol{\sigma}_i^T \text{sign}(\mathbf{s}_{qi}). \quad (3.71)$$

Una cota superior de (3.71) puede ser obtenida como sigue

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{\sigma_i} &\leq -\underline{k}_{\gamma\beta_i}\|\sigma_i\|^2 - \lambda_{\max}\{\mathbf{K}_{\beta_i}\}\|\sigma_i\|\|\mathbf{s}_i\| + n\|\sigma_i\| \\
 &\leq -\frac{1}{2}\underline{k}_{\gamma\beta_i}\|\sigma_i\|^2 - \|\sigma_i\| \left(\frac{1}{2}\underline{k}_{\gamma\beta_i}\|\sigma_i\| - \delta_{\sigma_i}\right) \\
 &\leq -\frac{1}{2}\underline{k}_{\gamma\beta_i}\|\sigma_i\|^2, \quad \forall\|\sigma_i\| \geq \mu_{\sigma_i}
 \end{aligned} \tag{3.72}$$

donde $\underline{k}_{\gamma\beta_i} \triangleq \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_{\gamma_i}\mathbf{K}_{\beta_i}\}$, $\delta_{\sigma} \triangleq \lambda_{\max}\{k_{\beta_i}\}\mathbf{x}_{\max} + n$ por lo que

$$\mu_{\sigma_i} = \frac{2\delta_{\sigma}}{\underline{k}_{\gamma\beta_i}}.$$

Del análisis anterior se puede concluir que σ_i está acotada y está finalmente acotado por μ_{σ_i} [20]. El acotamiento de \mathbf{s}_i y σ_i implica que $\|\mathbf{s}_{q_i}\| \leq \delta_{q_i}$ para algún $\delta_{q_i} > 0$. Por otro lado, las ecuaciones (3.38)–(3.39) pueden ser escritas como

$$\Delta\dot{\mathbf{q}}_i = -\Lambda_{xi}[\Delta\mathbf{q}_i]^\alpha + \mathbf{s}_{q_i}. \tag{3.73}$$

Considere la siguiente función candidata de Lyapunov $V_{q_i} = \frac{1}{2}\|\Delta\mathbf{q}_i\|^2$, se sabe de (3.52)–(3.53) que \dot{V}_{q_i} satisface

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{q_i} &\leq -\sum_{k=1}^n \lambda_{xik}[\Delta\mathbf{q}_i]^\alpha + \Delta\mathbf{q}_i^T \mathbf{s}_{q_i} \\
 &\leq -\underline{\lambda}_{xi} \sum_{k=1}^n ([\Delta\mathbf{q}_i]^2)^\gamma + \Delta\mathbf{q}_i^T \mathbf{s}_{q_i}
 \end{aligned} \tag{3.74}$$

donde $\underline{\lambda}_{xi} = \lambda_{\max}\{\Lambda_{xi}\}$ y $\gamma = \frac{1}{2}(\alpha + 1)$. Aplicando el Lema 1 se obtiene

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{q_i} &\leq -\underline{\lambda}_{xi} \sum_{k=1}^n ([\Delta\mathbf{q}_i]^2)^\gamma + \delta_{q_i}\|\Delta\mathbf{q}_i\| \\
 &\leq -\frac{1}{2}\underline{\lambda}_{xi}\|\Delta\mathbf{q}_i\|^{\alpha+1} - \|\Delta\mathbf{q}_i\| \left(\frac{1}{2}\underline{\lambda}_{xi}\|\Delta\mathbf{q}_i\|^\alpha - \delta_{q_i}\right) \\
 &\leq -\frac{1}{2}\underline{\lambda}_{xi}\|\Delta\mathbf{q}_i\|^{\alpha+1}, \quad \forall\|\Delta\mathbf{q}_i\| \geq \mu_{q_i}
 \end{aligned} \tag{3.75}$$

donde

$$\mu_{q_i} \triangleq \left(\frac{\delta_{q_i}}{\underline{\lambda}_{xi}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}.$$

Por lo tanto, los errores de posición entre ambos manipuladores $\Delta\mathbf{q}_i$ están acotados con última cota μ_{q_i} .

El siguiente paso es mostrar que una apropiada combinación de las ganancias del control en (3.62) y (3.63) puede garantizar que $\mathbf{s}_i \in \mathcal{D} \forall t \geq 0$. Para este fin, considere la siguiente función escalar positiva

$$V(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\mathbf{x}^T \mathbf{M}\mathbf{x}. \tag{3.76}$$

donde $\mathbf{M} \triangleq \text{diag}\{\mathbf{H}_1(\mathbf{q}_1), \mathbf{H}_r(\mathbf{q}_r)\}$. Como puede verse se satisface la Propiedad 2.2

$$\lambda_1 \|\mathbf{x}\|^2 \leq V(\mathbf{x}) \leq \lambda_2 \|\mathbf{x}\|^2 \quad (3.77)$$

con $\lambda_1 \triangleq \frac{1}{2} \lambda_{\min}(\mathbf{M})$ y $\lambda_2 \triangleq \frac{1}{2} \lambda_{\max}(\mathbf{M})$. La derivada de $V(\mathbf{x})$ a lo largo de (3.67) está dada por

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{x}) &= \mathbf{x}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{x}} + \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \dot{\mathbf{M}} \mathbf{x} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1^T & \mathbf{s}_r^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{s}}_1 \\ \dot{\mathbf{s}}_r \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1^T & \mathbf{s}_r^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{H}}_1 & 0 \\ 0 & \dot{\mathbf{H}}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{s}_r \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{s}_1^T \mathbf{H}_1 \dot{\mathbf{s}}_1 + \mathbf{s}_r^T \mathbf{H}_r \dot{\mathbf{s}}_r + \frac{1}{2} \mathbf{s}_1^T \dot{\mathbf{H}}_1 \mathbf{s}_1 + \frac{1}{2} \mathbf{s}_r^T \dot{\mathbf{H}}_r \mathbf{s}_r \\ &= \mathbf{s}_1^T [-\mathbf{K}_{pl} \tanh(\mathbf{s}_1) + \mathbf{y}_{al} - \boldsymbol{\tau}_h - \mathbf{C}_1 \mathbf{s}_1 - \mathbf{K}_{vl} \mathbf{s}_1] + \frac{1}{2} \mathbf{s}_1^T \dot{\mathbf{H}}_1 \mathbf{s}_1, \\ &\quad + \mathbf{s}_r^T [-\mathbf{K}_{pr} \tanh(\mathbf{s}_r) + \mathbf{y}_{ar} + \boldsymbol{\tau}_e - \mathbf{C}_r \mathbf{s}_r - \mathbf{K}_{vr} \mathbf{s}_r] + \frac{1}{2} \mathbf{s}_r^T \dot{\mathbf{H}}_r \mathbf{s}_r, \end{aligned}$$

tomando en cuenta la Propiedad 2.3, se obtiene

$$\begin{aligned} &= -\mathbf{s}_1^T \mathbf{K}_{vl} \mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_1^T [\mathbf{y}_{al} - \boldsymbol{\tau}_h] - \mathbf{s}_1^T \mathbf{K}_{pl} \tanh(\mathbf{s}_1) \\ &\quad - \mathbf{s}_r^T \mathbf{K}_{vr} \mathbf{s}_r + \mathbf{s}_r^T [\mathbf{y}_{ar} + \boldsymbol{\tau}_e] - \mathbf{s}_r^T \mathbf{K}_{pr} \tanh(\mathbf{s}_r). \end{aligned}$$

Tomando en cuenta las propiedades de la función tanh dadas en [19], se tiene

$$\begin{aligned} &\leq -\lambda_{\min} \{\mathbf{K}_{vl}\} \|\mathbf{s}_1\|^2 + \|\mathbf{s}_1\| \|\mathbf{y}_{al} - \boldsymbol{\tau}_h\| - \lambda_{\min} \{\mathbf{K}_{pl}\} \|\mathbf{s}_1\| \tanh(\|\mathbf{s}_1\|) \\ &\quad - \lambda_{\min} \{\mathbf{K}_{vr}\} \|\mathbf{s}_r\|^2 + \|\mathbf{s}_r\| \|\mathbf{y}_{ar} + \boldsymbol{\tau}_e\| - \lambda_{\min} \{\mathbf{K}_{pr}\} \|\mathbf{s}_r\| \tanh(\|\mathbf{s}_r\|) \end{aligned} \quad (3.78)$$

Recuerde que el interés es mostrar el comportamiento de las trayectorias del sistema únicamente cuando $\mathbf{x} \in \mathcal{D}$, como se mencionó anteriormente deben existir constantes positivas tales que

$$\alpha_1 \triangleq \max_{\forall \mathbf{x} \in \mathcal{D}} \|\mathbf{y}_{al} - \boldsymbol{\tau}_h\|, \quad (3.79)$$

$$\alpha_r \triangleq \max_{\forall \mathbf{x} \in \mathcal{D}} \|\mathbf{y}_{ar} + \boldsymbol{\tau}_e\|, \quad (3.80)$$

considerando (3.79) y (3.80), se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{x}) &\leq -\lambda_{\min} \{\mathbf{K}_{vl}\} \|\mathbf{s}_1\|^2 + \|\mathbf{s}_1\| \alpha_1 - \lambda_{\min} \{\mathbf{K}_{pl}\} \|\mathbf{s}_1\| \tanh(\|\mathbf{s}_1\|) \\ &\quad - \lambda_{\min} \{\mathbf{K}_{vr}\} \|\mathbf{s}_r\|^2 + \|\mathbf{s}_r\| \alpha_r - \lambda_{\min} \{\mathbf{K}_{pr}\} \|\mathbf{s}_r\| \tanh(\|\mathbf{s}_r\|). \end{aligned} \quad (3.81)$$

Tomando en cuenta las propiedades de la función tanh dadas en [19] y las ecuaciones (3.79) y (3.80), la derivada de $V(\mathbf{x})$ satisface

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{x}) &\leq -\lambda_{\min} \{\mathbf{K}_{vl}\} \|\mathbf{s}_1\|^2 + \|\mathbf{s}_1\| \alpha_1 - \lambda_{\min} \{\mathbf{K}_{pl}\} \|\mathbf{s}_1\| \epsilon_1 \|\mathbf{s}_1\| \\ &\quad - \lambda_{\min} \{\mathbf{K}_{vr}\} \|\mathbf{s}_r\|^2 + \|\mathbf{s}_r\| \alpha_r - \lambda_{\min} \{\mathbf{K}_{pr}\} \|\mathbf{s}_r\| \epsilon_r \|\mathbf{s}_r\| \end{aligned} \quad (3.82)$$

donde $\epsilon_1, \epsilon_r > 0$. Organizando términos se obtiene

$$\begin{aligned} &\leq -\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_{v1}\}\|\mathbf{s}_1\|^2 + \|\mathbf{s}_1\|\alpha_1 - \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_{p1}\}\epsilon_1\|\mathbf{s}_1\|^2 \\ &\quad -\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_{vr}\}\|\mathbf{s}_r\|^2 + \|\mathbf{s}_r\|\alpha_r - \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_{pr}\}\epsilon_r\|\mathbf{s}_r\|^2 \end{aligned} \quad (3.83)$$

suponga que las ganancias pueden ser encontradas de tal manera que se satisfaga

$$\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_{v1}\} + \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_{p1}\}\epsilon_1 \geq \delta_x \quad (3.84)$$

$$\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_{vr}\} + \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_{pr}\}\epsilon_r \geq \delta_x. \quad (3.85)$$

donde δ_x es una constante positiva. Tomando en cuenta (3.84) y (3.85), $\dot{V}(\mathbf{x})$ se puede escribir

$$\leq -\delta_x\|\mathbf{x}\|^2 + \beta\|\mathbf{x}\| = -\frac{1}{2}\|\mathbf{x}\|^2 - \|\mathbf{x}\|\left(\frac{1}{2}\delta_x\|\mathbf{x}\| - \beta\right) \quad (3.86)$$

defina

$$\mu_x \triangleq \frac{2\beta}{\delta_x}. \quad (3.87)$$

Entonces, siempre y cuando $\|\mathbf{x}\| \geq \mu_x$ se cumple

$$\dot{V}(\mathbf{x}) \leq -\frac{1}{2}\|\mathbf{x}\|^2 \triangleq -W(\mathbf{x}). \quad (3.88)$$

Ahora, defina la región

$$\mathcal{D}_r = \left\{ \mathbf{x} \mid \|\mathbf{x}\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}}r \right\} \subset \mathcal{D} \quad (3.89)$$

con $r \leq x_{\max}$. Con el fin de garantizar que $\mathbf{x} \in \mathcal{D} \forall t \geq 0$ las siguientes condiciones deben de ser satisfechas

$$\mu_x \leq \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}}r \quad \text{y} \quad \mathbf{x}(0) \in \mathcal{D}_r. \quad (3.90)$$

Las condiciones previas pueden ser satisfechas incrementando la ganancia $\delta_x(\mathbf{K}_{pi}, \mathbf{K}_{vi})$ (ver ecuaciones (3.84) y (3.85)). Por lo tanto, las trayectorias del sistema en lazo cerrado $\mathbf{x}(t)$ una vez que inician en \mathcal{D}_r entrarán al conjunto $\mathcal{D}_\mu = \{\mathbf{x} \in \mathcal{D} \mid \|\mathbf{x}\| \leq \mu_x\}$ sin dejar el conjunto $\mathcal{D}_r \subset \mathcal{D}$. Por lo tanto, las leyes de control (3.57) y (3.58) garantizan el acotamiento del vector de estado \mathbf{x} con una cota final dada por

$$b \triangleq \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}}\mu_x.$$

ii) De acuerdo al Lema 2 para probar que $\Delta \mathbf{q}_i$ converge a cero en tiempo finito, es necesario probar que $\mathbf{s}_{qi}(t) = \mathbf{0}$ en tiempo finito. Tomando en cuenta las ecuaciones (3.38), (3.39) y (3.56) la derivada de \mathbf{s}_{qi} está dada por

$$\dot{\mathbf{s}}_{qi} = -\mathbf{K}_{\gamma i} \mathbf{K}_{\beta i} \mathbf{s}_{qi} - \mathbf{K}_{\gamma i} \text{sign}(\mathbf{s}_{qi}) + \dot{\mathbf{s}}_i. \quad (3.91)$$

La ecuación previa describe el comportamiento de la superficie deslizante terminal. Para (3.91) considere la función de Lyapunov $V_{si}(t) = \frac{1}{2} \|\mathbf{s}_{qi}\|^2$ cuya derivada está dada por

$$\dot{V}_{si}(t) = -\mathbf{s}_{qi}^T \mathbf{K}_{\gamma i} \mathbf{K}_{\beta i} \mathbf{s}_{qi} - \mathbf{s}_{qi}^T \mathbf{K}_{\gamma i} \text{sign}(\mathbf{s}_{qi}) + \mathbf{s}_{qi}^T \dot{\mathbf{s}}_i. \quad (3.92)$$

Ya que cualquier variable en lazo cerrado está acotada a excepción posiblemente de las posiciones, se puede ver de (3.67) y la Propiedad 2.1 que $\|\dot{\mathbf{s}}_i\| \leq \delta$. Por lo tanto, una cota superior de $\dot{V}_{si}(t)$ está dada por

$$\dot{V}_{si}(t) = \|\mathbf{s}_{qi}\| \frac{d}{dt} \|\mathbf{s}_{qi}\| \leq -(\underline{k}_\lambda - \delta) \|\mathbf{s}_{qi}\| \quad (3.93)$$

donde $\underline{k}_\lambda = \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_{\gamma i}\}$. Mediante la elección de las ganancias del control $\mathbf{k}_{\gamma i}$ tal que $\underline{k}_\lambda = \eta + \delta$, con $\eta > 0$ se consigue

$$\frac{d}{dt} \|\mathbf{s}_{qi}\| \leq -\eta. \quad (3.94)$$

Así, $\mathbf{s}_{qi}(t) = \mathbf{0}$ en tiempo finito $t_{r1} \leq \eta^{-1} \|\mathbf{s}_{qi}(0)\|$ [12]. Esto completa la prueba.

Observación 12 Es importante mencionar que el esquema reportado en las ecuaciones (3.15) y (3.14), toma en cuenta un término para el control de fuerza, sin embargo la prueba de estabilidad para este controlador no fue presentada en este trabajo, ya que solo bastaría con extender el estado, y seguir los mismos argumentos como lo fue hecho en [5].

Resultados experimentales

Este capítulo tiene como objetivo, mostrar los resultados experimentales de cada uno de los controladores de modos deslizantes. Primero se presentan los resultados obtenidos de los experimentos en condiciones más desafiantes tanto para el algoritmo de control-observador dado por (3.21)-(3.22) reportado en [5] (abreviado *Esquema original o Propuesta 1*), así como el esquema de control y observación dado en (3.33)-(3.34) (abreviado *esquema modificado o Propuesta 2 Control Super twisting*). Por último se presentan los resultados obtenidos para el esquema de control con superficie terminal dado en las ecuaciones (3.62)-(3.63).

4.1. CINVESTAV–UNAM: Esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*)

Los manipuladores utilizados fueron dos robots *Geomagic Touch* de 6 grados de libertad (6 GDL o 6 *DOF* por sus siglas en inglés) de la empresa *3D systems* conectados vía protocolo de Internet TCP/IP entre tres universidades diferentes de México. Antes de cada experimento se hizo un *PING* para corroborar la velocidad de la comunicación entre ambas universidades, obteniendo una media de 120 [ms] de ida y regreso. Los esquemas de control-observador se programaron en el *IDE* de *Microsoft Visual Studio* en lenguaje C++. La interfaz gráfica de usuario se desarrolló con *Microsoft Foundation Class*. Se decidió usar *MFC* en C++ debido a que esta herramienta permite; escribir, desarrollar, depurar y probar aplicaciones complejas en C++, controlar de manera más precisa los tiempos de muestreo con el reloj interno del sistema operativo, las librerías de ambos robots se encuentran disponibles para ser usadas en este lenguaje, y por último, la comunicación con los *Sockets* ya estaba resuelta. En los experimentos se utilizaron solo las 3 primeras articulaciones de los 6-DOF de los manipuladores, debido a que estas son las únicas actuadas. Las tres instituciones mexicanas que participaron en el presente estudio son el CINVESTAV (*Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN*) y la UNAM (*Universidad Nacional Autónoma de México*) en la Ciudad de México, y el CUCEI (*Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías de la Universidad de Guadalajara*) en la Ciudad de Guadalajara. La Figura 4.1 muestra un mapa de México con la distancia máxima aproximada entre los diferentes centros de investigación. Se muestra además el comportamiento del retardo de ida y vuelta *RTT* entre el CUCEI y el CINVESTAV, como se puede apreciar el retardo describe un comportamiento variante. A continuación se presentan cuatro experimen-

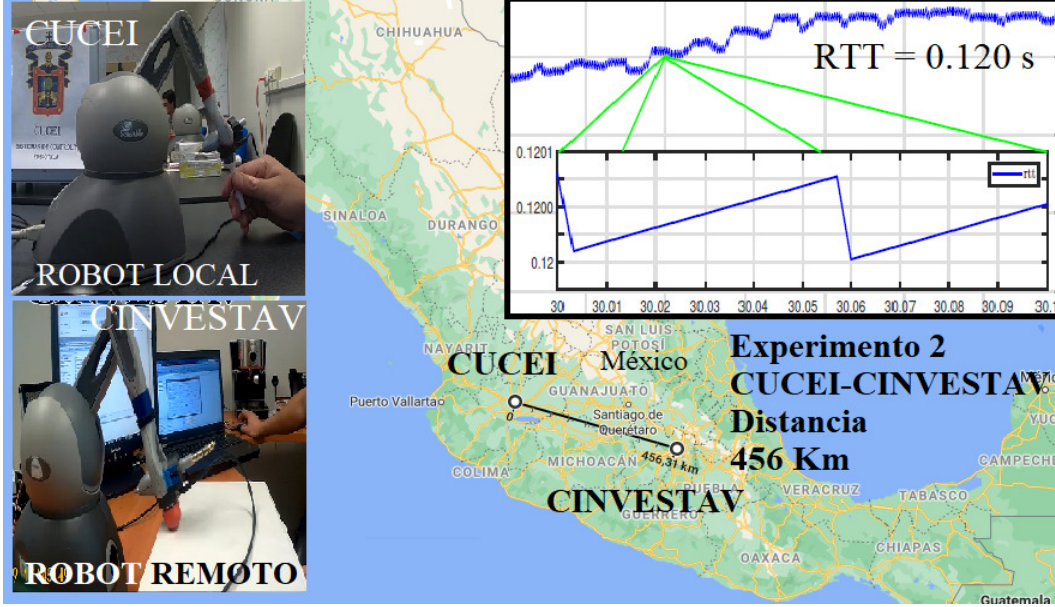


Figura 4.1: Centros de investigación mexicanos: CINVESTAV, UNAM y CUCEI.

tos, dos para movimiento libre y dos más para movimiento restringido:

Experimento 1 CINVESTAV–UNAM: 21 [km] con un RTT 20 [ms]. Solo se presenta el esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*) (*Control Super twisting*) para una distancia corta.

Experimento 2 CINVESTAV–CUCEI: 456 [km] con un RTT 120 [ms]. El esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*) y el original (Propuesta 2) son probados para una distancia más grande.

4.1.1. CINVESTAV–UNAM: Movimiento libre con el esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*)

Esta sección presenta los primeros resultados para el esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*). Hasta este punto ninguna comparación es llevada a cabo con el enfoque original. El objetivo es describir el comportamiento del sistema de teleoperación cuando el operador humano mueve el efector final local ($\tau_h \neq \mathbf{0}$ y $\tau_e = \mathbf{0}$), Caso b) de la Sección 2, y después lo suelta ($\tau_h = \tau_e = \mathbf{0}$), convirtiéndose así en el Caso a) de la Sección 2. El operador humano (manipulador local) está ubicado en la UNAM, mientras que el robot remoto está localizado en el Cinvestav. El promedio de la ronda de retardo de tiempo de ida y regreso (RTT) es aproximadamente de 20 [ms]. Las velocidades y posiciones iniciales para los manipuladores local y remoto son $\dot{\mathbf{q}}_i = \mathbf{0}^\circ/\text{s}$, $\mathbf{q}_i = [0, 90^\circ, 90^\circ]$. Las ganancias del esquema control–observador se omiten por tema de espacio.

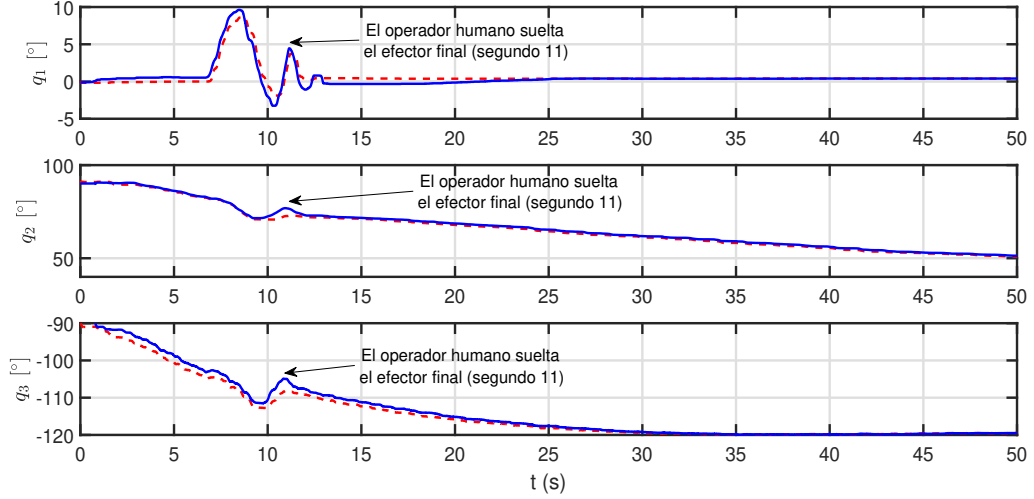


Figura 4.2: CINVESTAV–UNAM: Movimiento libre. Posición remota $q_r(t)$ (- - -) vs posición local retardada $q_l(t - T_i)$ (—).

El primer conjunto de experimentos tiene el propósito de mostrar que el consenso es alcanzado. El experimento inicia con una trayectoria oscilante inducida por el operador humano, después en el segundo 11 aproximadamente el sistema de teleoperación se vuelve autónomo (El operador humano suelta el efector final del robot local). La Figura 4.2 muestra que el robot remoto sigue la posición retardada del robot local (que se convierte en la trayectoria deseada), mientras que en la Figura 4.3 puede ser apreciado que una vez que el operador humano suelta el efector final del robot local $t = 11$ [s], el consenso es alcanzado en el segundo $t = 20$ [s]. Finalmente, la Figura 4.4 muestra los errores de observación en el lado del robot remoto. Con base en estas figuras, se puede determinar que el esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*) presenta un buen desempeño, tanto en seguimiento de las posiciones, como en la parte de observación. Los resultados son muy similares para el lado del robot local por lo tanto, se omitieron las figuras del lado local, sin embargo se muestran los índices de desempeño de seguimiento y observación en la Tablas 4.1 y 4.3.

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

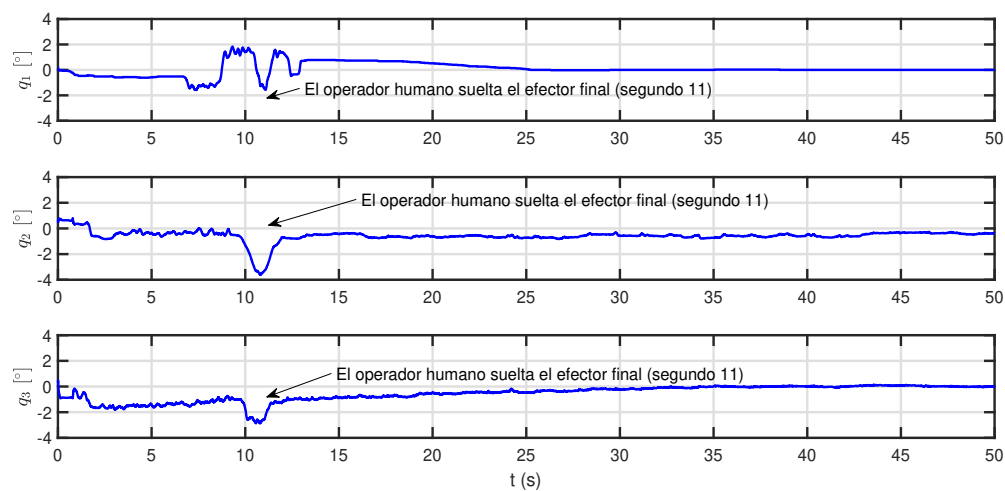


Figura 4.3: CINVESTAV–UNAM: Movimiento libre. Error de posición del lado remoto $\Delta \mathbf{q}_r(t)$.

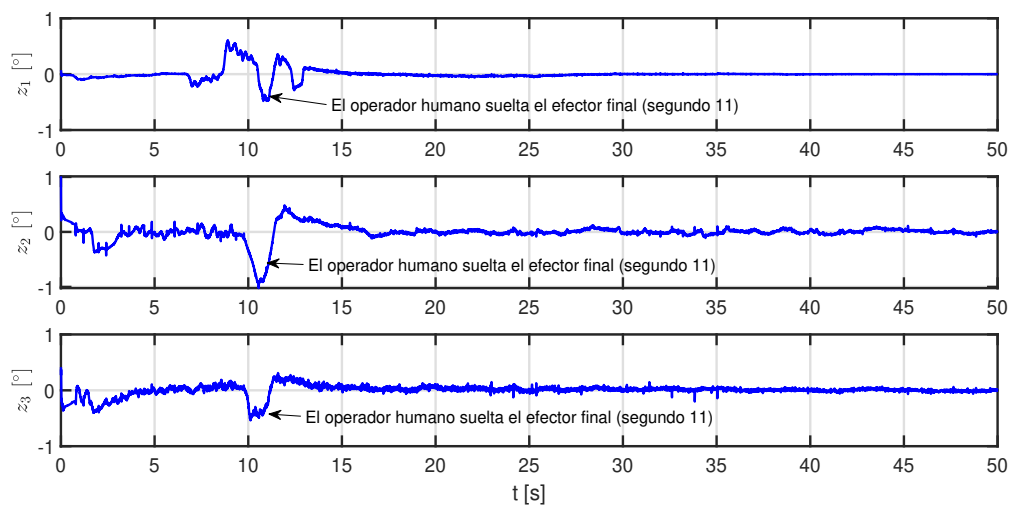


Figura 4.4: CINVESTAV–UNAM: Movimiento libre. Error de observación del lado remoto \mathbf{z}_r .

4.1.2. CINVESTAV–UNAM: Movimiento restringido con el esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*)

Para el segundo experimento, el operador humano moverá hacia abajo el efector final local, hasta que perciba que el robot remoto entra en contacto con una superficie rígida, en este caso la ronda de retardo es similar a la de movimiento libre.

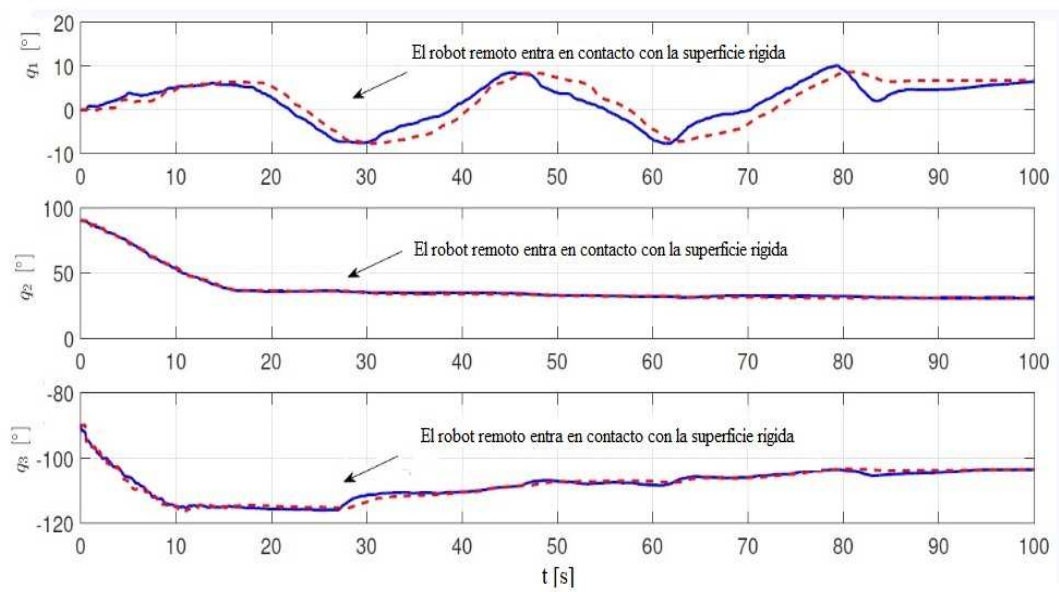


Figura 4.5: CINVESTAV–UNAM: Movimiento restringido. Posición local $\mathbf{q}_r(t)$ (---) vs posición retardada del remoto $\mathbf{q}_1(t - T_1)$ (—)

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

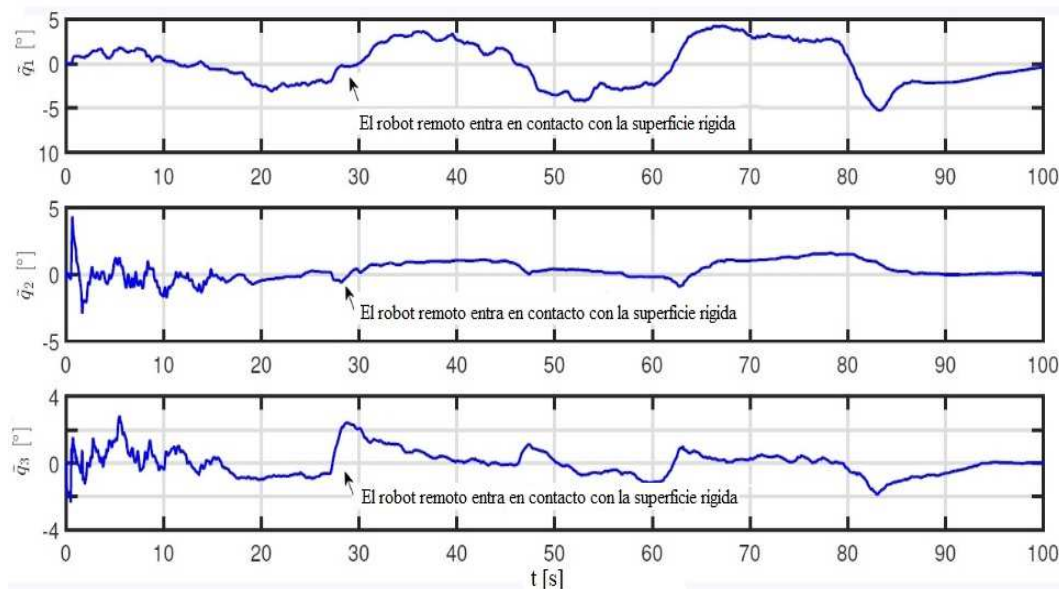


Figura 4.6: CINVESTAV–UNAM: Movimiento restringido. Error de posición local $\Delta \mathbf{q}_1(t)$.

En la Figura 4.5 se puede apreciar que una vez el movimiento del robot remoto se encuentra restringido por la superficie rígida (en $t = 29$ [s]), el movimiento del manipulador local también se vuelve restringido, lo que le da a la persona la sensación de correspondencia cinemática retardada como se indica en el Caso *c.iii* de la Sección 3.1 y soportada además en el apartado *c.viii* del Teorema 3.1. Este objetivo se logra porque el manipulador local sigue hasta cierto punto la posición retardada del robot remoto. Esto también se puede verificar observando el error local en la Figura 4.6. Es muy importante entender que, como se explica completamente en [5], los errores de seguimiento solo pueden permanecer acotados, mientras que $\delta_{\text{máx1}}$ más pequeño, como efecto inmediato, sería más difícil mover el efector final local por parte del operador humano. Por lo tanto, se debe permitir que los errores de seguimiento sean relativamente grandes. Como se explica en la Sección 3.1, si la posición local sigue la posición retardada, entonces físicamente significa que el operador está sintiendo una reconstrucción de la superficie remota. Por otro lado, se desea que el robot remoto aplique la fuerza proporcionada por el operador. La Figura 4.7 muestra los resultados de este experimento. Al igual que antes, los errores correspondientes no pueden ser cero a menos que las fuerzas deseadas sean constantes. Nótese que se podría obtener un mejor desempeño si se conociera la superficie remota *a priori*, porque de esa manera el controlador de fuerza podría ser híbrido, en lugar de un simple PI. En cuanto al observador, la Figura 4.8 muestra el error de observación local, nuevamente estos errores no solo permanecen acotados sino que son muy pequeños.

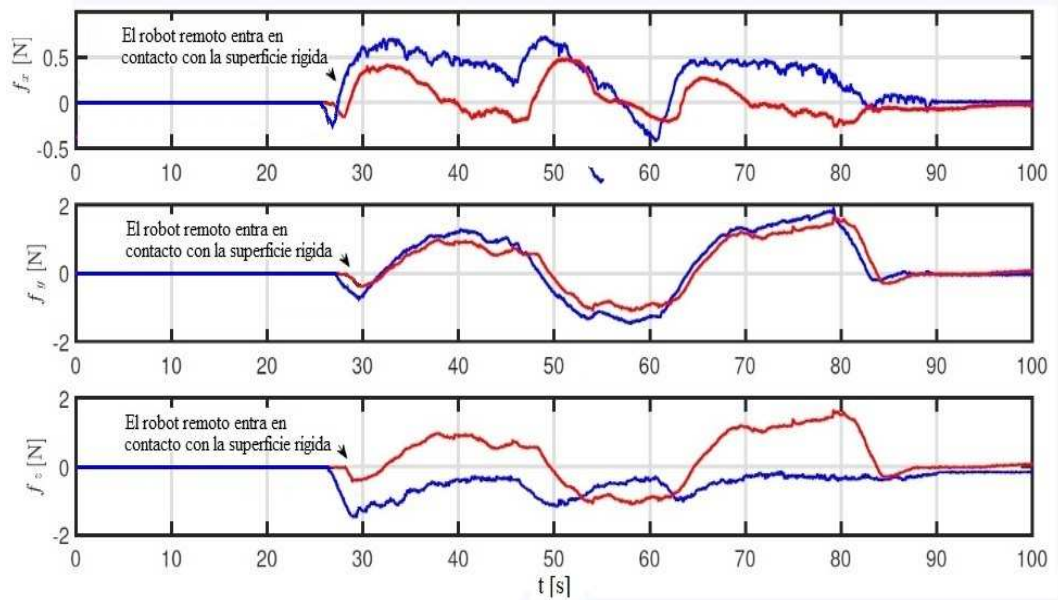


Figura 4.7: CINVESTAV–UNAM: Movimiento restringido. Fuerza del lado del remoto $F_e(t)$ (—) vs fuerza del lado del local $F_h(t - T_1)$ (—), a) F_x , b) F_y , c) F_z .

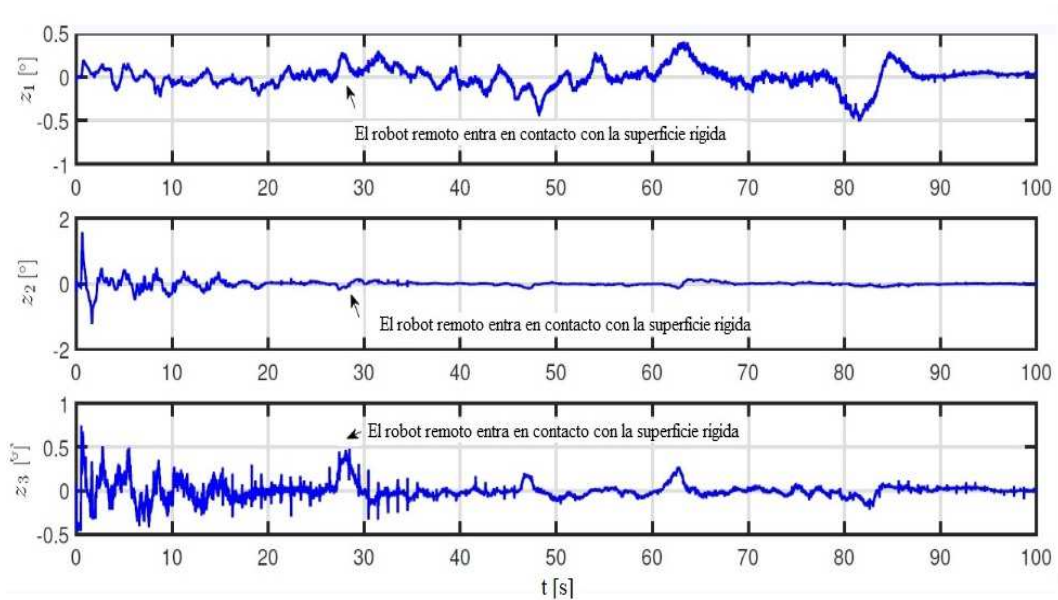


Figura 4.8: CINVESTAV–UNAM: Movimiento restringido. Error de observación del lado local z_1 .

Con el fin de tener una idea más objetiva del rendimiento general del sistema, se han

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

obtenido los errores medios cuadráticos (RMSE) de todos los errores representativos tanto en el lado local como en el remoto. Por ejemplo, para los errores de observación se tiene $\text{RMSE}(z_{ij}) = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m (z_{ij}(k))^2$, donde m es el número de muestras, $i = 1, r$ y $j = 1, 2, 3$. Los resultados son sintetizados en la Tabla 4.1 para los errores de posición, la Tabla 4.2 para los errores de fuerza y finalmente la Tabla 4.3 para los errores de observación.

| RMSE [°] | i = 1 | i = 2 | i = 3 |
|---|--------|--------|--------|
| Movimiento libre $\Delta q_{ri}(t)$ | 0.6240 | 1.216 | 1.0173 |
| Movimiento libre $\Delta q_{li}(t)$ | 0.4142 | 1.0421 | 0.7025 |
| Movimiento restringido $\Delta q_{ri}(t)$ | 2.9016 | 1.7021 | 1.3113 |
| Movimiento restringido $\Delta q_{li}(t)$ | 2.7932 | 1.5667 | 1.6054 |

Tabla 4.1: CINVESTAV–UNAM: RMSE de los errores de seguimiento Δq_{ri} y Δq_{li} para $i = 1, 2, 3$.

| RMSE [N] | x | y | z |
|---|--------|--------|--------|
| Movimiento restringido $\Delta \mathbf{F}_r(t)$ | 0.3063 | 0.4269 | 1.2471 |
| Movimiento restringido $\Delta \mathbf{F}_l(t)$ | 0.2828 | 0.2971 | 1.1405 |

Tabla 4.2: Observación CINVESTAV–UNAM: RMSE de los errores en seguimiento de fuerza $\Delta \mathbf{F}_r(t)$ y $\Delta \mathbf{F}_l(t)$.

| RMSE [°] | i = 1 | i = 2 | i = 3 |
|---------------------------------|--------|--------|--------|
| Movimiento libre z_{ri} | 0.2171 | 0.1237 | 0.1221 |
| Movimiento libre z_{li} | 0.3485 | 0.1169 | 0.1083 |
| Movimiento restringido z_{ri} | 0.2332 | 0.2923 | 0.1876 |
| Movimiento restringido z_{li} | 0.2082 | 0.1608 | 0.1490 |

Tabla 4.3: CINVESTAV–UNAM: RMSE de los errores de observación z_{ri} y z_{li} para $i = 1, 2, 3$.

4.1.3. CINVESTAV–CUCEI: Movimiento libre con el esquema original (Propuesta 1) y modificado (Propuesta 2)

Los resultados de las Secciones 4.1.1 y 4.1.2 muestran un buen desempeño para el esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*) introducido en este trabajo. Sin embargo, el RRT es menor a 20 [ms], por lo que se desea evaluarlo para retardos mayores y por lo tanto en condiciones más exigentes. En lugar de introducir un retardo de tiempo artificial como se hizo en [5], para este trabajo, con una colaboración con el CUCEI en la ciudad de Guadalajara fue posible aumentar la distancia de 21 [km] a 456 [km], aproximadamente. Esto permite aumentar el RTT hasta los 120 [ms] (ver Figura 4.1). Bajo este escenario más desafiante, han sido implementados el Esquema original (Propuesta 1) y modificado (Propuesta 2), así como una comparación de sus resultados. Como antes, se consideran los casos de movimiento libre y restringido en el lado robot remoto.

Para estos experimentos el robot local está ubicado en el CUCEI, mientras que el robot remoto está en el CINVESTAV. Como antes, las condiciones iniciales son $\dot{\mathbf{q}}_i = \mathbf{0}[\text{°}/\text{s}]$ y $\mathbf{q}_i = [0, 90^\circ, 90^\circ]$ para $i = 1, r$. Debido a que el RTT es seis veces más grande, las diferentes ganancias del control–observador tuvieron que ser sintonizadas nuevamente. El primer objetivo es como antes, resolver el problema de movimiento libre, donde el operador primero mueve el efector final local (Caso b) de la Sección 3.1), y luego lo suelta (Caso a) de la Sección 3.1). Tenga en cuenta que no hay forma de que una persona pueda repetir los mismos movimientos dos veces, por lo que la duración de los dos experimentos es un poco diferente, además el operador humano suelta el efector final en $t = 15$ [s] para el esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*), mientras que en $t = 20$ [s] para el Esquema original (Propuesta 1). Para una mayor comodidad, los resultados del esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*) se muestran en la columna de la izquierda y los del Esquema original (Propuesta 1) en la columna de la derecha.

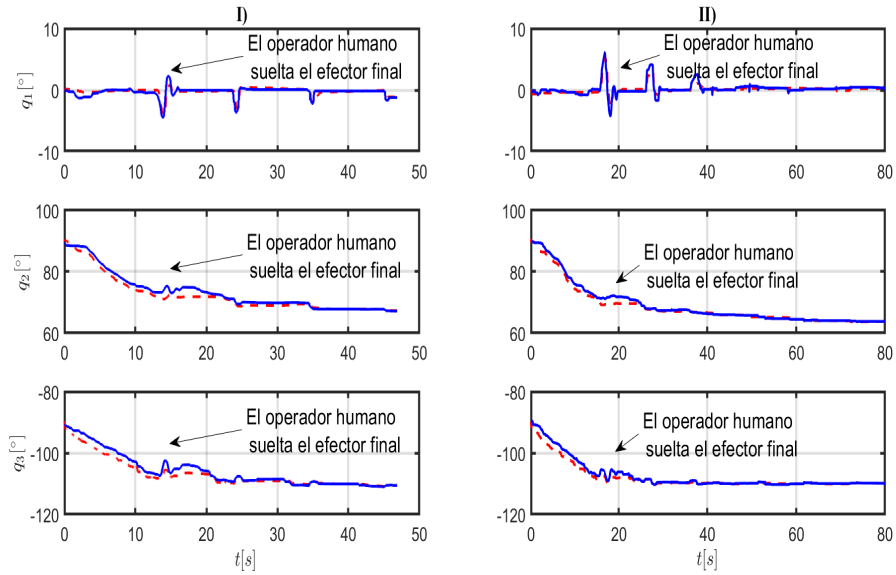


Figura 4.9: CINVESTAV–CUCEI: Movimiento libre. I) esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*) . II) Esquema original (Propuesta 1). posición del lado remoto $\mathbf{q}_r(t)$ (- - -) vs posición local retardada $\mathbf{q}_1(t - T_1)$ (—)

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

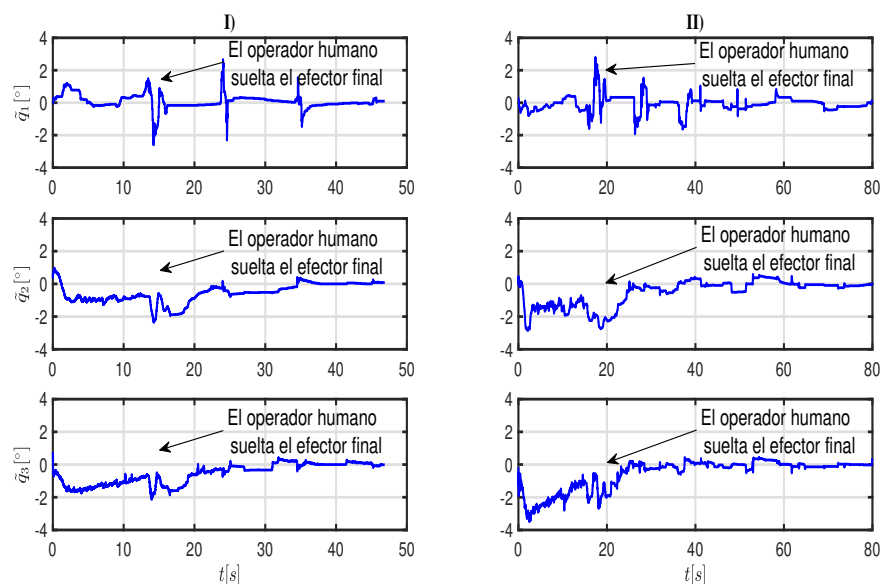


Figura 4.10: CINVESTAV–CUCEI: Movimiento libre. I) esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*). II) Esquema original (Propuesta 1). Error de posición del lado remoto $\Delta \mathbf{q}_r(t)$.

Con esta ronda de retardo en el tiempo ($RTT = 120 [ms]$), es natural que el seguimiento que se da por parte del manipulador remoto hacia el local muestre un error mas grande como se aprecia en la Figura 4.9 ($\mathbf{q}_r(t)$ vs $\mathbf{q}_l(t - T_1)$), sin embargo con una sintonización adecuada de las ganancias ambos esquemas logran tener un buen desempeño. Cabe recordar que el objetivo que se persigue es que el robot remoto siga la posición local retardada hasta que el operador suelte el efector final local y se alcance el consenso. Los errores de seguimiento correspondientes se pueden ver en la Figura 4.10, los cuales nunca son más grandes que $\pm 4^\circ$ y además se puede observar que tienden a cero una vez que el efector final local se encuentra libre, a pesar de que no se está realizando una compensación de gravedad.

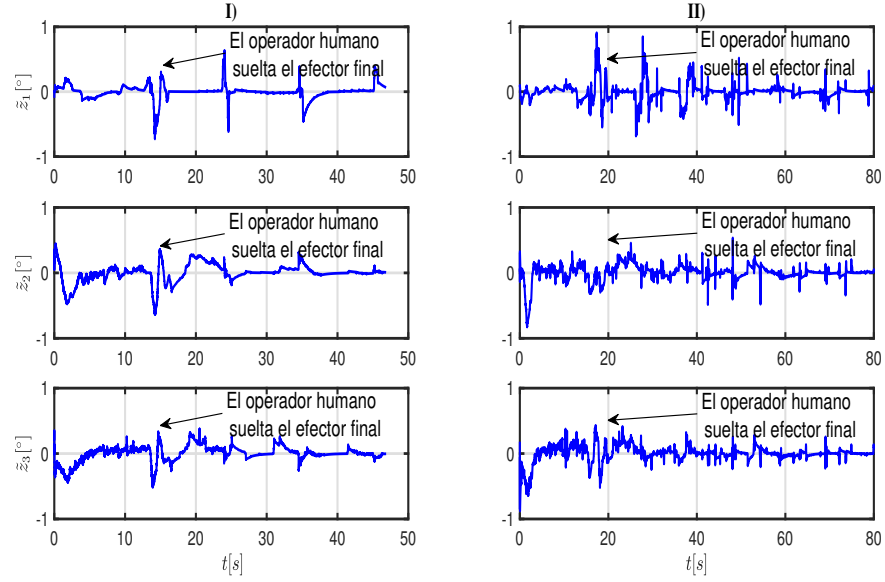


Figura 4.11: CINVESTAV–CUCEI: Movimiento libre. I) esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*) . II) Esquema original (Propuesta 1). Error de observación del lado remoto z_r .

Nuevamente, vale la pena señalar que la modificación del controlador dada por (3.24)-(3.25), permite compensar las dinámicas no modeladas, permitiendo un mejor seguimiento en posición. El resultado anterior se logra gracias a una mejor estimación de las velocidades. Esto se puede verificar analizando los errores de observación del robot remoto mostrados en la Figura 4.11.

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

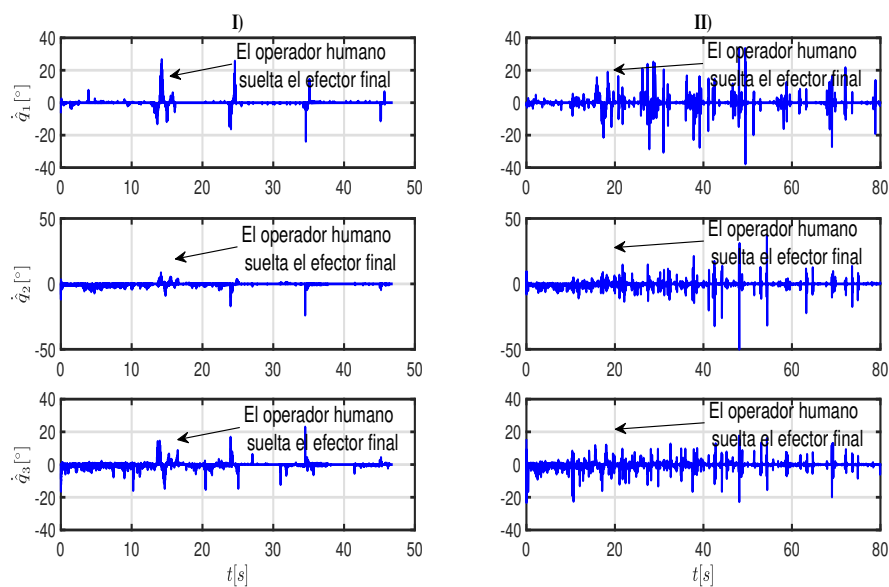


Figura 4.12: CINVESTAV–CUCEI: Movimiento libre. I) esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*). II) Esquema original (Propuesta 1). Velocidades estimadas del robot remoto $\dot{\mathbf{q}}_r$.

Como puede observarse, los resultados para ambos casos son similares, lo que era de esperarse porque al final la estructura del observador es muy similar. Sin embargo, cuando se comparan las velocidades estimadas, la ventaja de la modificación propuesta se vuelve más evidente porque hay mucho menos picos o sobre pasos (ver Figura 4.12). Como consecuencia directa, los pares de entrada correspondientes también son más suaves con el esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*). La Figura 4.13 muestra los pares de entrada en el lado remoto, mientras que los resultados para el manipulador local describen un comportamiento similar.

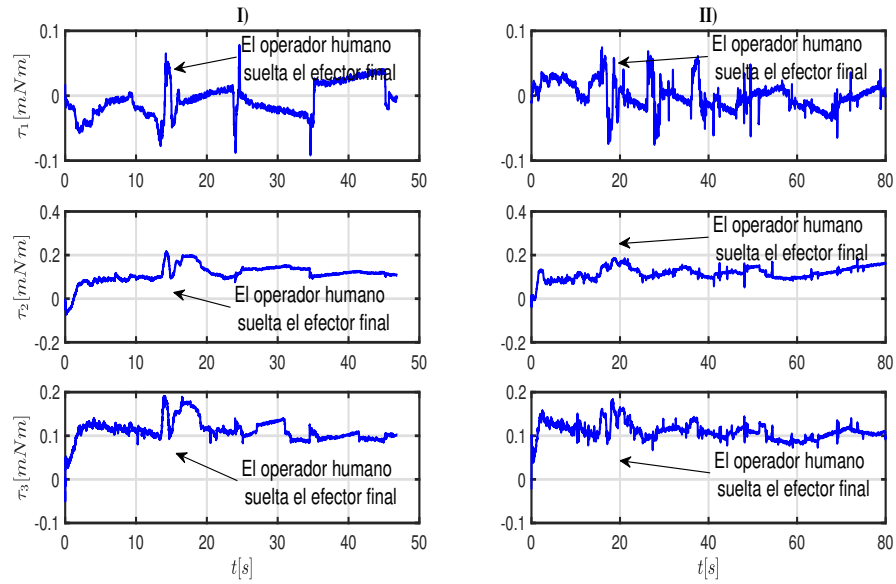


Figura 4.13: CINVESTAV–CUCEI: Movimiento libre. I) esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*) . II) Esquema original (Propuesta 1). Pares de entrada del robot remoto τ_r .

4.1.4. CINVESTAV–CUCEI: Movimiento restringido con el esquema original (Propuesta 1) y modificado (Propuesta 2)

Para el segundo conjunto de experimentos, los dos esquemas fueron evaluados, como antes, el operador humano lleva hacia abajo el efector final local hasta que el robot remoto entre en contacto con un objeto.

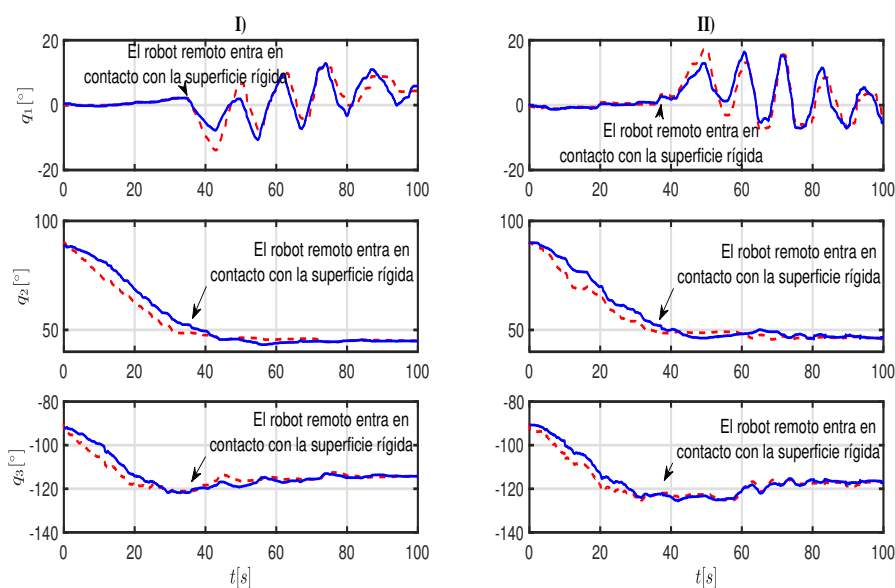


Figura 4.14: CINVESTAV–CUCEI: Movimiento restringido. I) esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*). II) Esquema original (Propuesta 1). Posición remota $\mathbf{q}_r(t)$ (---) vs posición retardada del robot local $\mathbf{q}_1(t - T_1)$ (—)

Se le recuerda al lector que el objetivo es que la posición remota siga la posición local (percibir o identificar la superficie), mientras que la fuerza aplicada sobre la superficie sea la que el operador humano está aplicando sobre el robot local. Para poder validar lo anterior, a ambos robots se les acopló en el efector final un sensor de fuerza *NANO 17* de la empresa *ATI Industrial Automation*. Como era de esperarse, en la Figura 4.14 se observa que la posición local del efector final sigue la posición retardada del manipulador remoto, esto puede llevar a la conclusión de que el operador humano está percibiendo la superficie remota, es decir se logra la telepresencia. En la Figura 4.15 se muestran los errores de seguimiento correspondientes. Pese a que los errores se observan ser grandes, hay muchas razones para este comportamiento. En primer lugar, como se menciona en [5], la estabilidad del lazo cerrado está garantizada, independientemente de lo grande que sean los retardos, pero esto es a costa de un peor desempeño. En segundo lugar, cuanto más pequeños se intenten hacer los errores, más difícil será para el operador humano mover el efector final local. En tercer lugar, la superficie remota elegida para los experimentos, tiene efectos de alta fricción que dificultan el movimiento del efector final remoto y, como consecuencia, genera una trayectoria deseada difícil de seguir para el controlador en el lado del robot local.

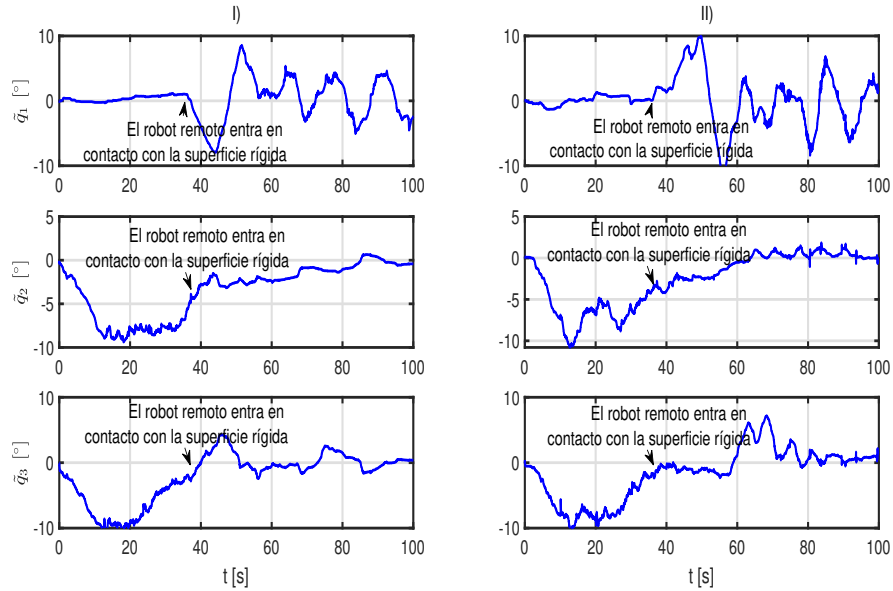


Figura 4.15: CINVESTAV–CUCEI: Movimiento restringido. I) esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*) . II) Esquema original (Propuesta 1). Error de posición del robot local $\Delta q_1(t)$.

Para mejorar el desempeño en el seguimiento de posición, sería necesario tener más información sobre la superficie de contacto, pero esto disminuiría la aplicabilidad del enfoque. A pesar de que los errores son relativamente grandes, esto no significa necesariamente que el operador humano no esté siguiendo una reconstrucción de la superficie remota. El punto anterior es respaldado con la Figura 4.16 donde se pueden apreciar en coordenadas cartesianas las superficies real y recreada. Claramente, el efector final del robot local está describiendo un plano, lo que significa que el operador tiene la sensación de estar tocando una superficie muy similar a la superficie remota. Nuevamente, la razón de la magnitud de los errores proviene de un desfase entre las posiciones locales y remotas retardadas, a pesar de esto, los perfiles de posición y fuerza prácticamente tienen la misma forma y por lo tanto, la superficie remota es reconstruida correctamente. Si bien esto no es deseable, se ha logrado al menos el objetivo principal de proporcionar una reconstrucción precisa.

Debido a que la componente de la fuerza principal está en el eje normal a la superficie de contacto (*i.e.* z), se espera que el seguimiento sea más pobre en las direcciones donde la fricción está presente x y y . Se debe tomar en cuenta que la fuerza aplicada en el lado local es tomada como una referencia deseada para el manipulador remoto. Una vez en contacto con la superficie, ambos sensores brindan mediciones.

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

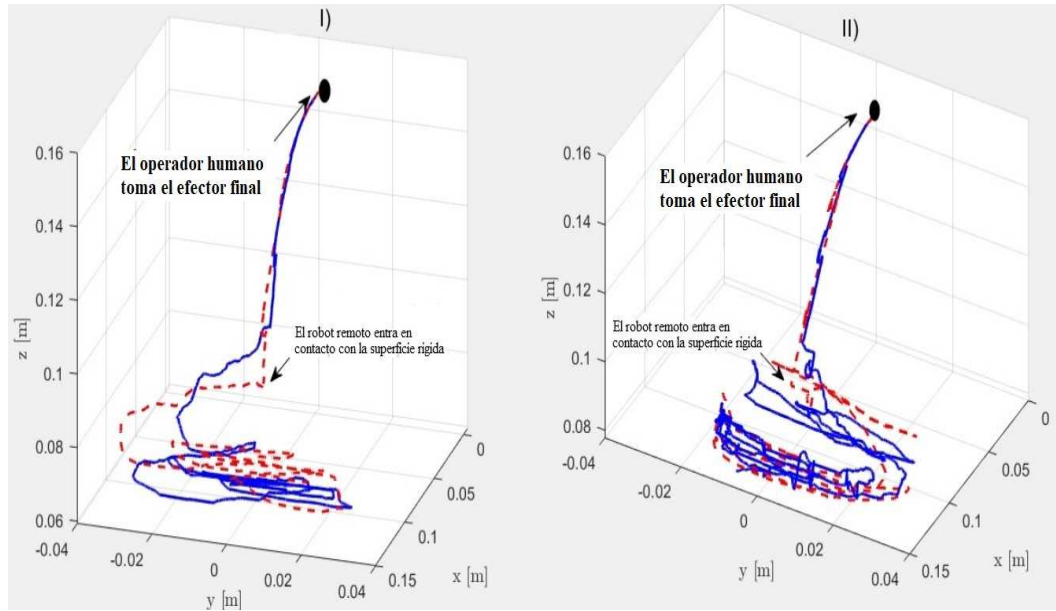


Figura 4.16: CINVESTAV–CUCEI: Movimiento restringido. posiciones cartesianas, I) esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*). II) Esquema original (Propuesta 1). Posición del robot local, ambiente recreado $Pos_l(t)$ (—) vs posición del robot remoto, ambiente real $Pos_r(t-T_r)$ (---).

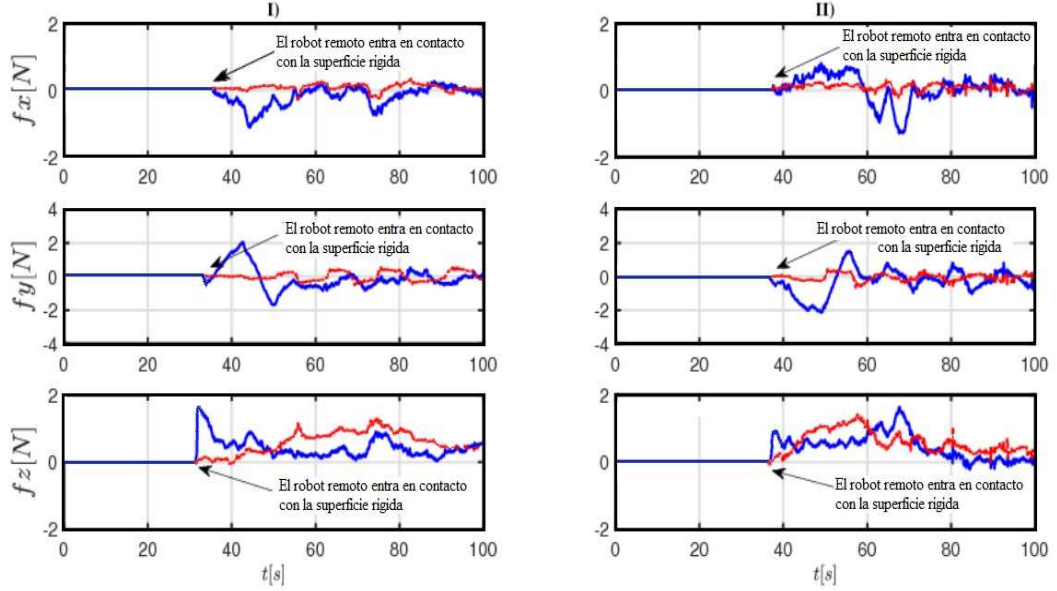


Figura 4.17: CINVESTAV–CUCEI: Movimiento restringido. I) esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*). II) Esquema original (Propuesta 1). Fuerza en lado remoto $\mathbf{F}_e(t)$ (—) vs fuerza local retardada $\mathbf{F}_h(t - T_1)$ (—), a) F_x , b) F_y , c) F_z .

Como se puede apreciar en la Figura 4.17, los resultados son similares para ambos esquemas. Como se señaló anteriormente, no hay forma de que un operador humano pueda recrear el mismo perfil de fuerza deseado dos veces; sin embargo, se trató en lo posible de tener repetibilidad en los experimentos. Esto debe tenerse en cuenta para la comparación en los desempeños. Nuevamente se le recuerda al lector que los algoritmos de control garantizan un error igual a cero solo si las fuerzas de contacto son constantes, por lo que era de esperarse que el seguimiento en fuerza no fuese exacto desde el principio del experimento. La Figura 4.18 muestra los errores de observación local. Como se puede apreciar, los resultados obtenidos son muy similares para ambos esquemas. Sin embargo, en la Figura 4.19 se puede ver que el esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*) proporciona una estimación de velocidades con picos o sobrepasos más pequeños, lo que a su vez permite tener señales de control más suaves, como se muestra en la Figura 4.20.

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

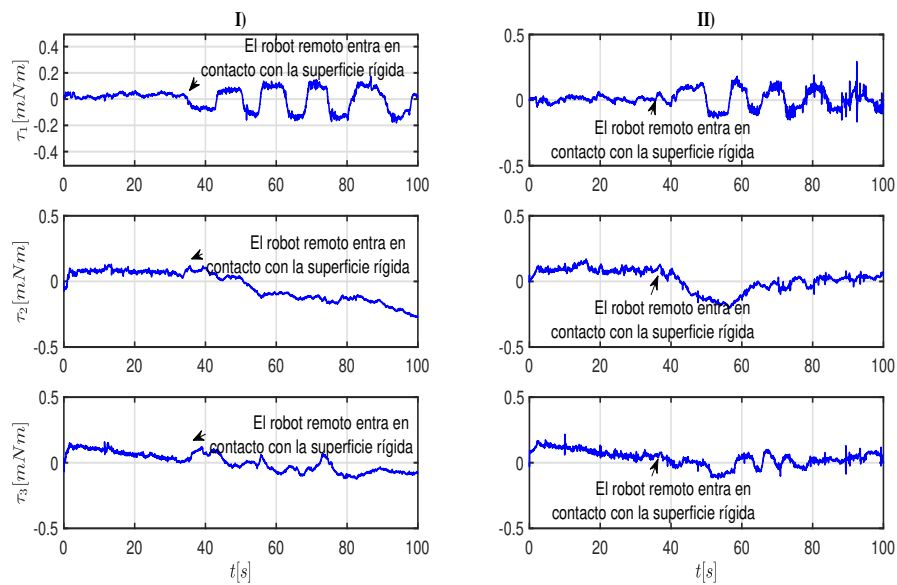


Figura 4.18: CINVESTAV–CUCEI: Movimiento restringido. I) esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*). II) Esquema original (Propuesta 1). Error de observación en el lado local z_1 .

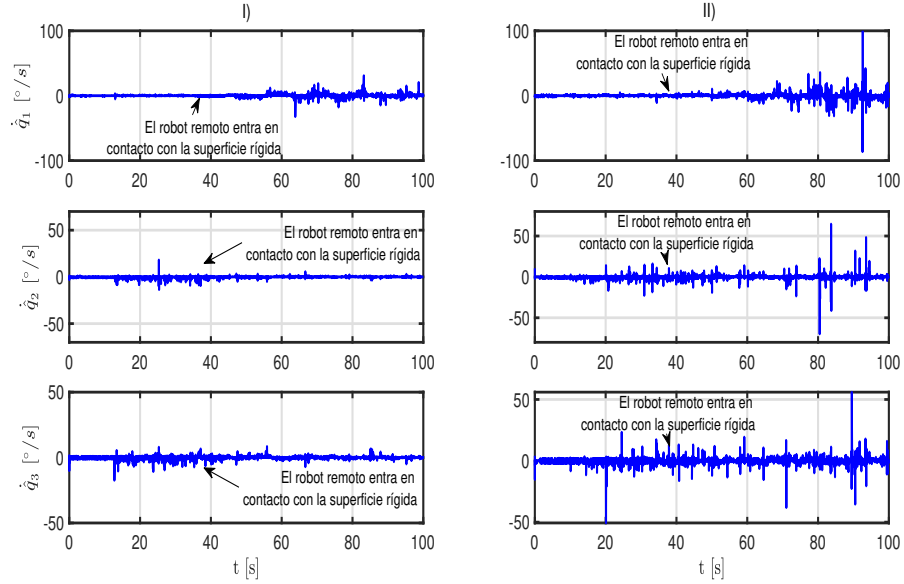


Figura 4.19: CINVESTAV–CUCEI: Movimiento restringido. I) esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*). II) Esquema original (Propuesta 1). Velocidades estimadas en el lado local $\dot{\mathbf{q}}_1$.

Con el fin de obtener una comparación más objetiva, se han obtenido los valores *RMSE* correspondientes. En la Tabla 4.8 se puede apreciar que todos los errores son menores para el esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*), lo que justifica las modificaciones propuestas al algoritmo original. Recuerde que el objetivo es un $\Delta \mathbf{q}_r(t)$ más pequeño para movimiento libre y un $\Delta \mathbf{q}_1(t)$ más grande en movimiento restringido.

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

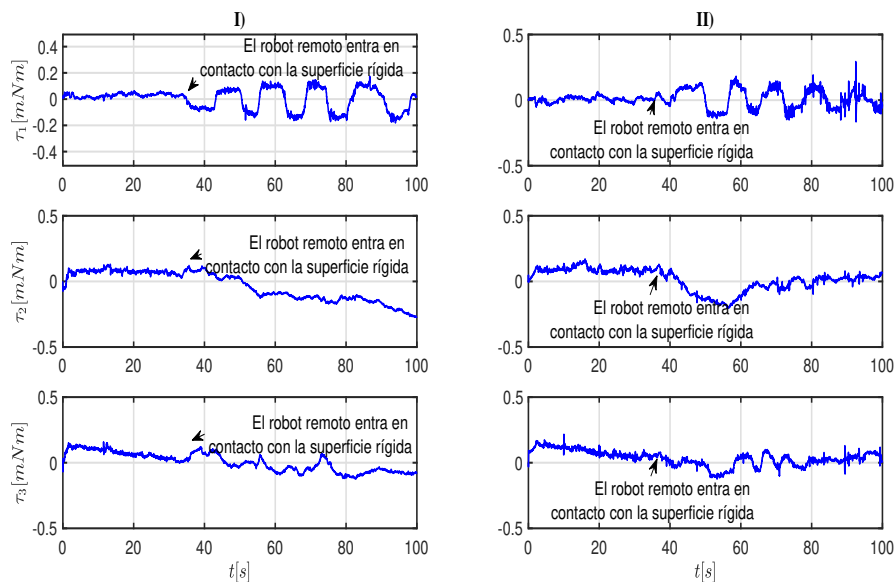


Figura 4.20: CINVESTAV–CUCEI: Movimiento restringido. I) esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*). II) Esquema original (Propuesta 1). Par de entrada en el lado remoto τ_r .

En comparación con los resultados de la Tabla 4.1, se puede concluir que los resultados son mejores para movimiento libre, lo que no es necesariamente sorprendente porque esta situación es menos exigente y, como se mencionó anteriormente, se garantiza la estabilidad de lazo cerrado para cualquier retardo. Por otro lado, los errores de fuerza se muestran en la Tabla 4.5, donde por el contrario se busca un $\Delta \mathbf{F}_r(t)$ (i. e. $\Delta \mathbf{F}_e(t)$) pequeño.

| | | | |
|--|-------|-------|-------|
| RMSE [°] esquema modificado (Propuesta 2 <i>Control Super twisting</i>) | i = 1 | i = 2 | i = 3 |
| Movimiento libre $\Delta q_{ri}(t)$ | 0.464 | 0.821 | 0.80 |
| Movimiento libre $\Delta q_{li}(t)$ | 0.755 | 3.17 | 2.92 |
| RMSE [°] Esquema original (Propuesta 1) | i = 1 | i = 2 | i = 3 |
| Movimiento libre $\Delta q_{ri}(t)$ | 0.462 | 0.899 | 0.997 |
| Movimiento libre $\Delta q_{li}(t)$ | 0.776 | 3.534 | 3.66 |
| RMSE [°] esquema modificado (Propuesta 2 <i>Control Super twisting</i>) | i = 1 | i = 2 | i = 3 |
| Movimiento restringido $\Delta q_{ri}(t)$ | 3.26 | 2.40 | 2.97 |
| Movimiento restringido $\Delta q_{li}(t)$ | 2.54 | 3.41 | 3.18 |
| RMSE [°] Esquema original (Propuesta 1) | i = 1 | i = 2 | i = 3 |
| Movimiento restringido $\Delta q_{ri}(t)$ | 3.41 | 2.76 | 3.29 |
| Movimiento restringido $\Delta q_{li}(t)$ | 3.45 | 3.75 | 3.94 |

Tabla 4.4: CINVESTAV–CUCEI. RMSE de los errores de posición Δq_{ri} y Δq_{li} para $i = 1, 2, 3$. I) esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*), II) Esquema original (Propuesta 1).

Con base en estos datos, el esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*) muestra un mejor desempeño que el Esquema original (Propuesta 1). Es importante hacer notar que los errores de fuerza son más pequeños que los errores obtenidos con el esquema [5], en ambos esquemas el seguimiento no es tan preciso como sería deseable (consulte la Figura 4.17). Comparando los resultados con la Tabla 4.2, está claro una vez más que con retardos de tiempo más grandes, no se afecta la estabilidad del lazo cerrado, pero el desempeño se ve afectado. Finalmente, en la Tabla 4.6 se muestran todos los errores de observación. Se puede concluir que el desempeño en ambos trabajos, tanto para movimiento libre como restringido es similar, y en realidad muy parecidos a los resultados de la Tabla 4.3.

| RMSE [N] esquema modificado (Propuesta 2 <i>Control Super twisting</i>) | x | y | z |
|--|-------|-------|------|
| Movimiento restringido $\Delta \mathbf{F}_r(t)$ | 0.306 | 0.626 | 1.04 |
| Movimiento restringido $\Delta \mathbf{F}_1(t)$ | 0.282 | 0.597 | 1.01 |
| RMSE [N] Esquema original (Propuesta 1) | x | y | z |
| Movimiento restringido $\Delta \mathbf{F}_r(t)$ | 0.446 | 0.691 | 1.09 |
| Movimiento restringido $\Delta \mathbf{F}_1(t)$ | 0.417 | 0.636 | 1.05 |

Tabla 4.5: CINVESTAV–CUCEI. RMSE de $\Delta \mathbf{F}_r(t)$ y $\Delta \mathbf{F}_1(t)$. I) esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*), II) Esquema original (Propuesta 1).

| RMSE [°] esquema modificado (Propuesta 2 <i>Control Super twisting</i>) | $i = 1$ | $i = 2$ | $i = 3$ |
|--|---------|---------|---------|
| Movimiento libre z_{ri} | 0.103 | 0.074 | 0.0488 |
| Movimiento libre z_{li} | 0.096 | 0.107 | 0.045 |
| RMSE [°] Esquema original (Propuesta 1) | $i = 1$ | $i = 2$ | $i = 3$ |
| Movimiento libre z_{ri} | 0.070 | 0.062 | 0.050 |
| Movimiento libre z_{li} | 0.128 | 0.117 | 0.117 |
| RMSE [°] esquema modificado (Propuesta 2 <i>Control Super twisting</i>) | $i = 1$ | $i = 2$ | $i = 3$ |
| Movimiento restringido z_{ri} | 0.100 | 0.045 | 0.052 |
| Movimiento restringido z_{li} | 0.435 | 0.175 | 0.189 |
| RMSE [°] Esquema original (Propuesta 1) | $i = 1$ | $i = 2$ | $i = 3$ |
| Movimiento restringido z_{ri} | 0.112 | 0.055 | 0.063 |
| Movimiento restringido z_{li} | 0.425 | 0.230 | 0.194 |

Tabla 4.6: CINVESTAV–CUCEI. RMSE of z_{ri} y z_{li} para $i = 1, 2, 3$. I) Esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*), II) Esquema original (Propuesta 1).

4.2. Modo deslizante terminal:

En esta subsección se presentan los resultados experimentales para el modo deslizante con superficie terminal dado en las ecuaciones (3.62)-(3.63). En este caso se usaron nuevamente los robots *Geomagic Touch* conectados vía protocolo de Internet TCP/IP.

4.2.1. Modo deslizante terminal: Movimiento libre

A diferencia de la sección anterior, aquí no se pudieron llevar a cabo experimentos entre diferentes instituciones, así que los experimentos realizados fueron llevados a cabo en un solo sitio. Antes de cada experimento se hizo un *PING* para corroborar la velocidad de la comunicación entre ambas computadoras, obteniendo una media de 3 [ms] de ida, con un tiempo de regreso similar. Los esquemas de control se programaron en el *IDE* de *Microsoft Visual Studio* en lenguaje C++, con un periodo de muestreo de 5 [ms]. La interfaz gráfica de usuario se desarrolló con *Microsoft Foundation Class*. Se decidió usar *MFC* en C++ debido a que esta herramienta permite; escribir, desarrollar, depurar y probar aplicaciones complejas en C++, controlar de manera más precisa los tiempos de muestreo con el reloj interno del sistema operativo, las librerías de ambos robots se encuentran listas para ser usadas en este lenguaje, y por último, la comunicación con los *Sockets* ya había sido resuelta con anterioridad.

En los experimentos se utilizan solo las 3 primeras articulaciones de los 6-DOF de los manipuladores, debido a que estas son las únicas actuadas, mientras que las últimas 3 articulaciones fueron fijadas de manera mecánica. En la Figura 4.21 se muestra la plataforma experimental usada en este trabajo. Cada uno de los experimentos fue llevado a cabo con retardos variantes naturales en la red ¹, sin embargo para incrementar los retardos y verificar la robustez del esquema, se programó un retardo extra como una distribución Gaussiana, además de usar el ancho de banda descargando y viendo una película.

¹Esto se hizo para validar la robustez del esquema, pero hay que tener en cuenta que el alcance es únicamente para retardos constantes en el canal de comunicación.



Figura 4.21: Sistema de teleoperación

Para la implementación del esquema propuesto se decidió usar el diferenciador de Levant de segundo orden reportado inicialmente en [23] y puesto a prueba en el control de sistemas por retroalimentación de salida sin mediciones de velocidad en [24].

Las ganancias del esquema de control que fueron usadas para el primer conjunto de experimentos, son mostradas en la Tabla 4.7. La elección del parámetro α_i fue obtenido a partir de la rigidez que mostraba el sistema, para el caso cuando $\alpha_i = 1$ se recupera el esquema de teleoperación reportado en [6], [7] y [8]. Con $\alpha_i = 1$ las variedades deslizantes en (3.38) y (3.39) se convierten en una línea recta, si se opta por aproximar a α_i muy próximo a 0.5 las variedades (3.38) y (3.39) comienzan a parecerse a la función signo(*), por lo que tomar este valor de α puede provocar mayores oscilaciones al sistema.

| Ganancia | Robot local | Robot remoto |
|----------------|-------------------------------|-------------------------------|
| Λ_{xi} | diag {5.5, 7.6, 6.5} | diag {6.3, 8.0, 7.5} |
| $K_{\gamma i}$ | diag {0.005, 0.008, 0.005} | diag {0.006, 0.01, 0.006} |
| $K_{\beta i}$ | diag {0.0001, 0.0001, 0.0001} | diag {0.0001, 0.0001, 0.0001} |
| $K_{p i}$ | diag {0.1, 0.12, 0.11} | diag {0.15, 0.18, 0.12} |
| $K_{a i}$ | diag {0.003, 0.003, 0.003} | diag {0.003, 0.003, 0.003} |
| α_i | {0.99, 0.99, 0.99} | {0.9, 0.9, 0.9} |

Tabla 4.7: Ganancias del esquema de control para diferentes retardos

En la Figura 4.22 se muestra el comportamiento dinámico del canal de comunicación. Para el caso de movimiento libre se presenta el esquema reportado bajo diferentes condiciones de

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

retardo, para el primer conjunto de experimentos se propuso un retardo de ida de regreso 0.050 [ms], bajo estas condiciones de retardo, el algoritmo muestra tener mayor telepresencia, pero es muy susceptible a inestabilizarse, por lo tanto no es muy fácilmente inducir oscilaciones crecientes. Para el segundo conjunto de experimentos el retardo se estableció en 100 [ms]. En este escenario el esquema no permite que un movimiento muy rápido sea generado, por lo que se logran pequeñas oscilaciones. Para el último retardo propuesto de 210 [ms] de RTT el controlador es muy susceptible a oscilar con trayectorias rápidas, de tal manera que el último retardo se descarta para realizar los experimentos de movimiento restringido.

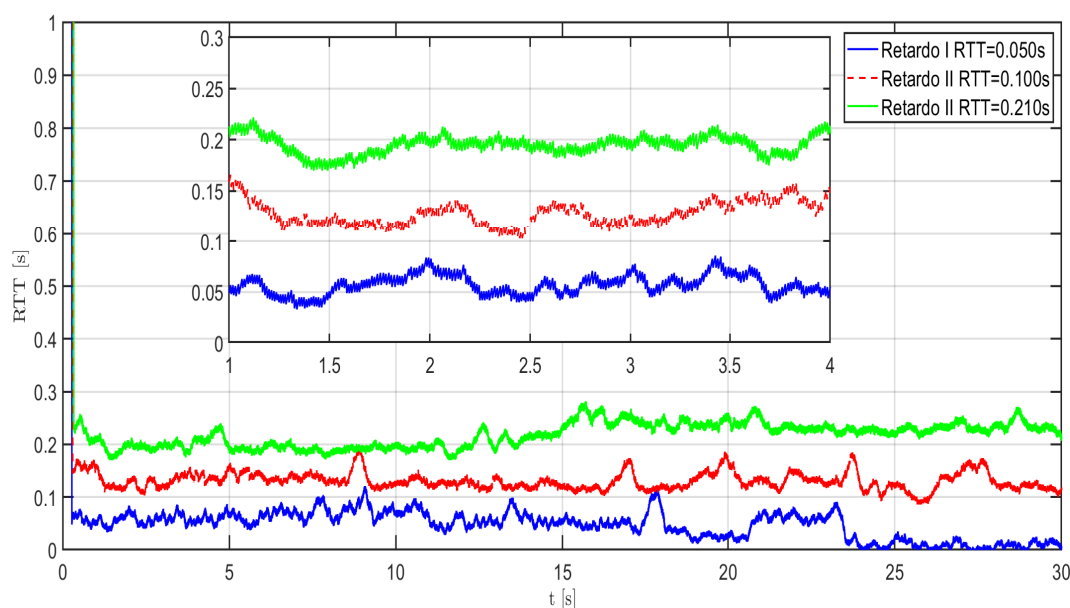


Figura 4.22: Retardo variante en el tiempo [s] (—)

Para este conjunto de experimentos se busca resolver los casos de interés *a)* y *b)* planteados en el Teorema 3.2 del Capítulo 3. En este escenario deberá suceder lo siguiente: 1) el operador humano sujetará el efector final del robot local con la intención de inducir oscilaciones al sistema, en esta situación el robot remoto tendrá que seguir la posición retardada del robot local, como se estableció en *a)* del Teorema 3.2, 2) después de soltar el efector final, el sistema se volverá autónomo, pueden suceder dos cosas, que ambos robots entren en una trayectoria oscilante o que ambos robots converjan a un mismo punto en su posición.

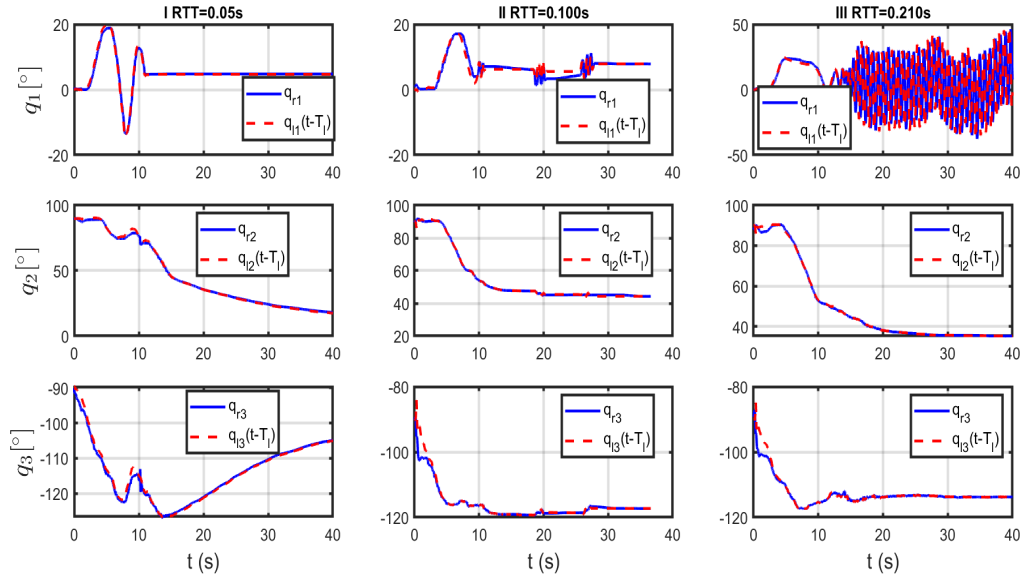


Figura 4.23: Posición remota(—) vs posición local retardada (- - -)

En la Figura 4.23 se muestra la comparativa que existe con los tres diferentes retardos, para el caso cuando el retardo es muy pequeño (Columna I) las trayectorias vistas desde el lado del robot remoto nos permiten concluir que lleva a cabo el seguimiento en posición de manera muy exacta, por lo que el consenso se alcanza casi de manera inmediata al instante que el operador humano suelta el efector final de robot local. Para el caso mostrado en la Columna II, el consenso se logra después de un instante de tiempo más grande, mientras que para el caso donde se tiene un retardo de 0.210 [s] de RTT , el controlador provoca oscilaciones crecientes al sistema de teleoperación, por lo que este último retardo, con el conjunto de ganancias encontradas ya no logra mantener la estabilidad del sistema. En la Figura 4.24 se puede observar la velocidad de convergencia de la señal del error de posición, la cual logra ser contenida en una vecindad muy cercana a cero en un tiempo finito como se formuló en el Teorema 3.1.

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

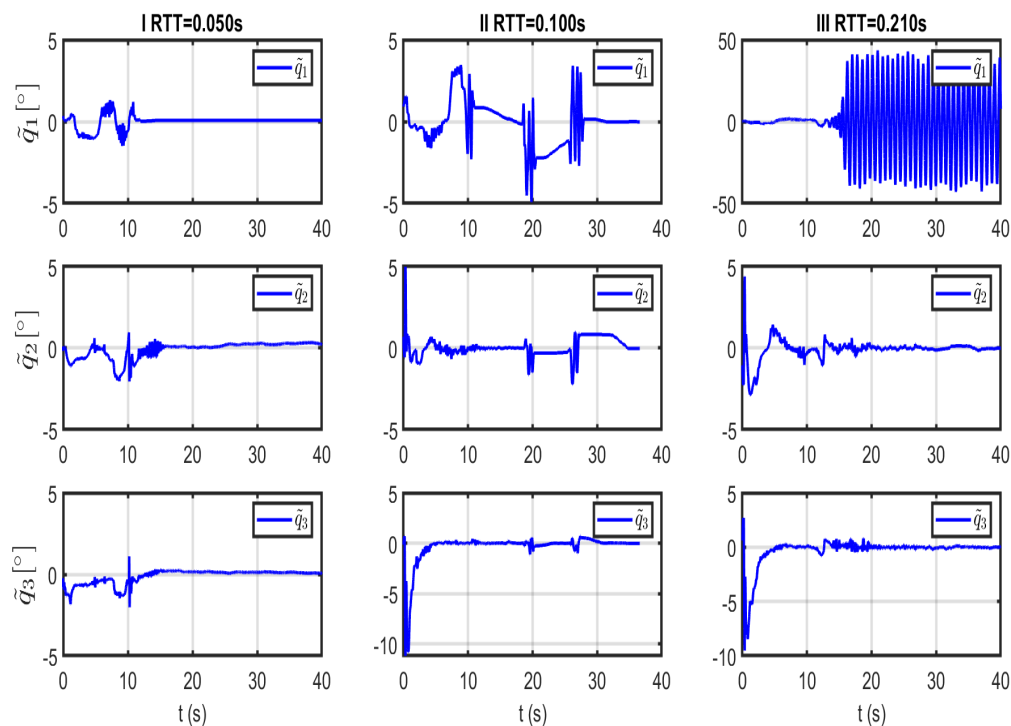


Figura 4.24: Error de seguimiento $\tilde{\mathbf{q}}_r = \mathbf{q}_{li=1,\dots,3}(t) - \mathbf{q}_{ri=1,\dots,3}(t - T_r(t))$

Recuerde que el objetivo para movimiento libre es que el robot remoto siga la posición del robot local retardada, y cuando el sistema se haga autónomo (el operador humano suelta el efector final), ambos robots deben llegar al mismo punto, así que para demostrar este punto, es necesario analizar el comportamiento visto desde el lado del robot local. Como se puede observar, las posiciones tienden al mismo punto (ver Figura 4.25).¹

¹En este punto, puede sonar contra intuitivo a que si los errores de seguimiento son exactamente iguales a cero, el operador humano no debería poder mover el efector final del robot local, esto sin duda se puede hacer gracias a las versatilidad que presenta el esquema en la rigidez ($\frac{1}{2} < \alpha < 1$).

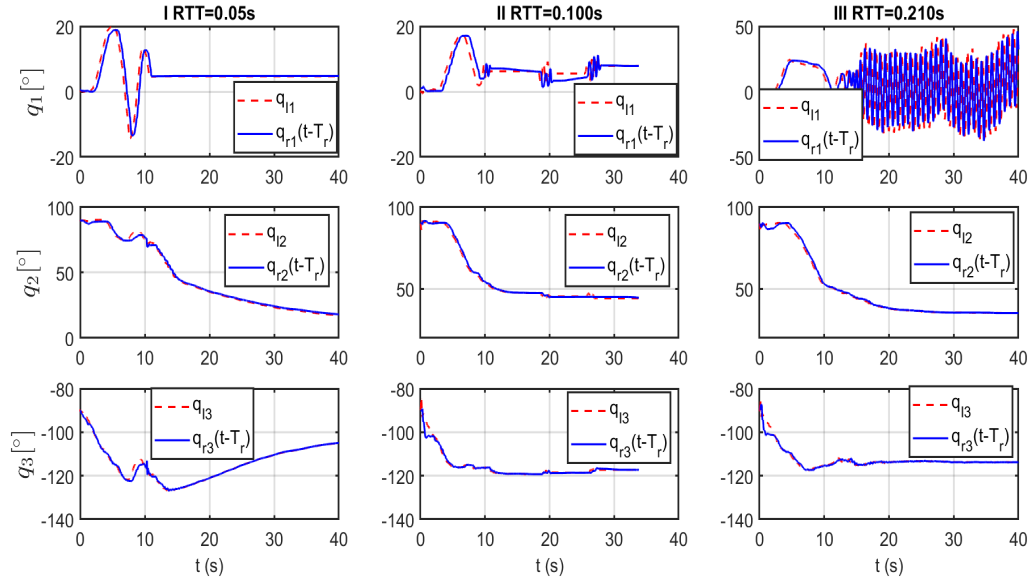


Figura 4.25: Posición remota retardada (—) vs posición local (- - -)

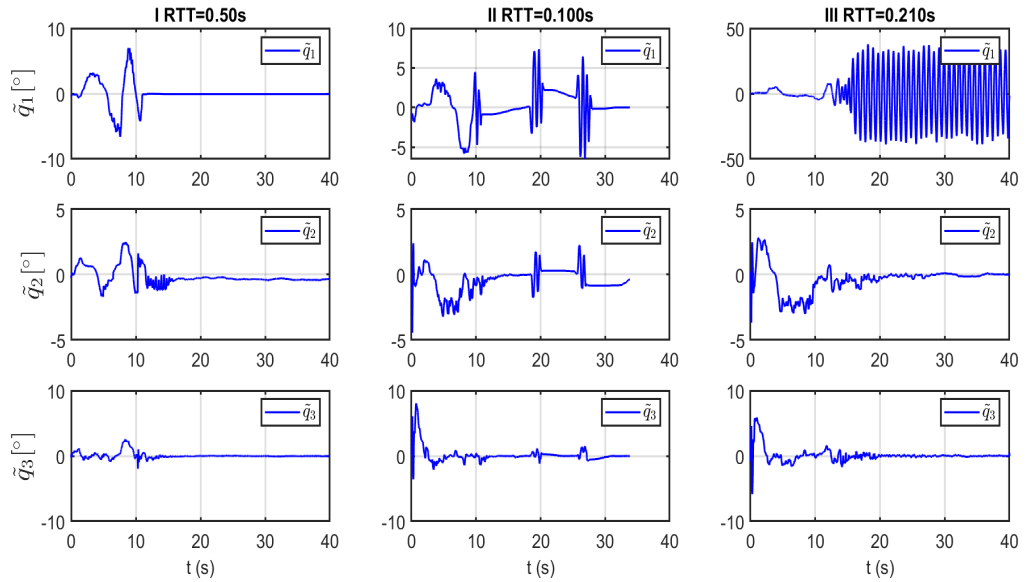


Figura 4.26: Error de seguimiento $\tilde{\mathbf{q}}_L = \mathbf{q}_{ri=1,\dots,3}(t) - \mathbf{q}_{li=1,\dots,3}(t - T_i(t))$

En la Figura 4.26 se pueden apreciar los errores de seguimiento, y efectivamente, cuanto mayor es el retardo mayor es el tiempo de convergencia. En la Columna I se muestra que la velocidad de convergencia es mayor, en este punto vale la pena aclarar que las trayectorias que se pueden inducir no deben de ser muy rápidas, ya que con este juego de ganancias el sistema

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

puede llegar a inestabilizarse (ver Columna III, articulación 1).

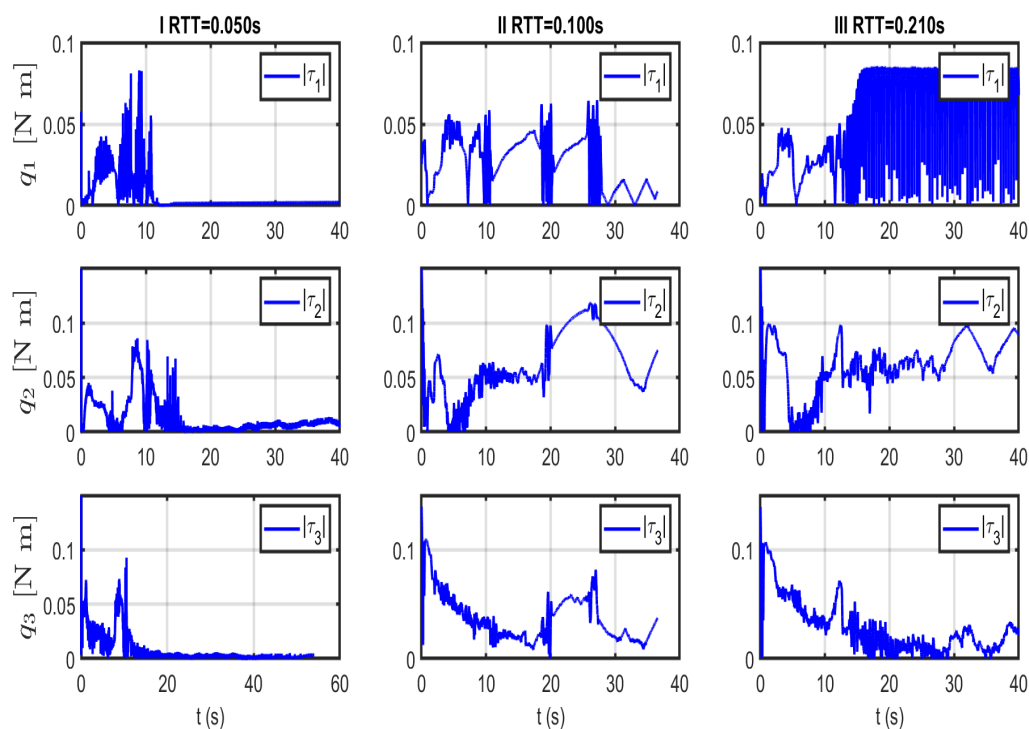


Figura 4.27: Señal de control robot local $\tau_{li=1,\dots,3}$.

Por último, en la Figura 4.27 se muestran las señales de control, únicamente las del lado del robot local, ya que el robot remoto describe el mismo comportamiento. Con el fin de mostrar el esfuerzo que tiene cada uno de los motores, las Columnas I, II, III muestran que tan demandantes son las señales de control ante diferentes retardos. En general se esperaba una señal de alta frecuencia ya que el controlador diseñado está basado en este tipo de señales, lo importante aquí, es que al usar la función tangente hiperbólica, se puede acotar la amplitud de la señal de control, esto es muy bueno ya que evita el crecimiento tan abrupto de las señales de control (ante errores grandes de posición), sobre todo en el caso de movimiento restringido.

| | | | |
|--|-------|-------|-------|
| RMSE [°] esquema modificado (Propuesta 2 <i>Control Super twisting</i>) | i = 1 | i = 2 | i = 3 |
| Movimiento libre $\Delta q_{ri}(t)$ | 0.464 | 0.821 | 0.80 |
| Movimiento libre $\Delta q_{li}(t)$ | 0.755 | 3.17 | 2.92 |
| RMSE [°] Esquema original (Propuesta 1) | i = 1 | i = 2 | i = 3 |
| Movimiento libre $\Delta q_{ri}(t)$ | 0.462 | 0.899 | 0.997 |
| Movimiento libre $\Delta q_{li}(t)$ | 0.776 | 3.534 | 3.66 |
| RMSE [°] esquema modificado (Propuesta 2 <i>Control Super twisting</i>) | i = 1 | i = 2 | i = 3 |
| Movimiento restringido $\Delta q_{ri}(t)$ | 3.26 | 2.40 | 2.97 |
| Movimiento restringido $\Delta q_{li}(t)$ | 2.54 | 3.41 | 3.18 |
| RMSE [°] Esquema original (Propuesta 1) | i = 1 | i = 2 | i = 3 |
| Movimiento restringido $\Delta q_{ri}(t)$ | 3.41 | 2.76 | 3.29 |
| Movimiento restringido $\Delta q_{li}(t)$ | 3.45 | 3.75 | 3.94 |

Tabla 4.8: CINESTAV–CUCEI. RMSE de los errores de posición Δq_{ri} y Δq_{li} para $i = 1, 2, 3$. I) esquema modificado (Propuesta 2 *Control Super twisting*), II) Esquema original (Propuesta 1).

4.2.2. Modo deslizante terminal: Movimiento restringido

Para esta sección se realizó un nuevo conjunto de experimentos, los esquemas de control fueron programados en el *IDE* de *Microsoft Visual Studio* en lenguaje C++, con un periodo de muestreo de 5 [ms]. Como se observa el periodo de muestreo se vio afectado, esto fue debido a que en esta ocasión se conectó un sensor de fuerza de 6 ejes (3 fuerzas y 3 pares). El sensor usado fue el *NANO 17* de la empresa ATI en su mínima escala de calibración. La conexión del sensor se realizó usando una tarjeta de adquisición de datos 6009 de la empresa *National Instruments*, nuevamente toda la adquisición y programación se realizó con una interfaz gráfica de usuario desarrollada con *Microsoft Foundation Class*.

Con el objetivo de mostrar el buen desempeño, fue llevado a cabo un conjunto de experimentos con el esquema propuesto en las ecuaciones (3.14), (3.15), nótese que a diferencia de la sección anterior, se usó un término para el control de fuerza para poder demostrar el punto de interés c) del Teorema 3.1 del Capítulo 3. Se decidió además, realizar una comparativa del esquema propuesto con otros dos esquemas reportados en la literatura.

- Esquema I Reportado en las ecuaciones (3.14) y (3.15).
- Esquema II Arteaga *et. al.*, 2019. [5].
- Esquema III Nuño *et. al.*, 2009. [30].

Las ganancias del esquema de control que fueron usadas para el segundo conjunto de experimentos, son mostradas en la Tabla 4.9. Nuevamente, la elección del parámetro α_i fue obtenido a partir de la rigidez que mostraba el sistema.

| Ganancia | Robot local | Robot remoto |
|----------------|-------------------------------|-------------------------------|
| Λ_{xi} | diag {5.5, 7.6, 6.5} | diag {5.2, 7.7, 7.3} |
| $K_{\gamma i}$ | diag {0.005, 0.008, 0.005} | diag {0.005, 0.009, 0.005} |
| $K_{\beta i}$ | diag {0.0001, 0.0001, 0.0001} | diag {0.0001, 0.0001, 0.0001} |
| K_{pi} | diag {0.1, 0.12, 0.11} | diag {0.15, 0.18, 0.12} |
| K_{ai} | diag {0.003, 0.003, 0.003} | diag {0.003, 0.003, 0.003} |
| K_{fi} | diag {0.0024, 0.0025, 0.0022} | diag {0.0028, 0.0028, 0.0026} |
| α_i | {0.9, 0.9, 0.9} | {0.9, 0.9, 0.9} |

Tabla 4.9: Ganancias del esquema de control movimiento restringido

Como en el caso de movimiento libre, el retardo elegido para este set de experimentos fue de aproximadamente 100 [ms] (ver Figura 4.22). Es importante mencionar que tanto el esquema propuesto como el esquema de Arteaga *et. al* contemplan un término de fuerza, mientras que para el esquema III no se consideran mediciones de fuerza, sin embargo en este trabajo se le acopló el mismo término de fuerza dado en las ecuaciones (3.14) y (3.15). El desempeño de los tres esquemas se muestra a continuación.

Para este experimento el operador humano sujetará el efector final del robot local, el robot remoto empezará a seguir la posición retardada del robot local hasta que entre en contacto con alguna superficie desconocida, la cual puede ser rígida o suave. Una vez el robot remoto entra

en contacto con la superficie, el operador humano deberá percibir o sentir una superficie. En este escenario, el caso de interés *c*) del Teorema 3.1, permite establecer tres posibles respuestas, 1) la posición del robot remoto tendrá que ser la que el operador humano está enviando (con el retardo de la red), 2) la fuerza suministrada por el operador humano, deberá ser similar a la que el robot remoto aplica sobre la superficie y 3) pueden presentarse simultáneamente los casos 1) y 2).

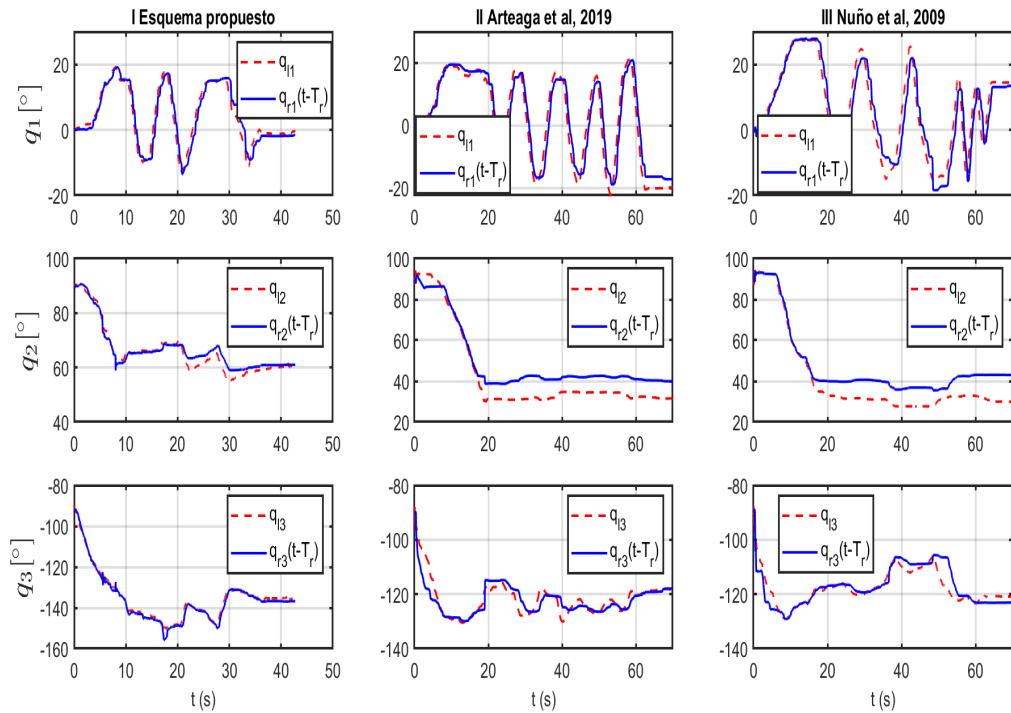


Figura 4.28: Posición local (---) vs posición remoto retardada (—)

En la Figura 4.28 se muestra el desempeño de los tres esquemas de teleoperación, en la Columna I se aprecia el esquema propuesto, en la Columna II se puede apreciar el esquema reportado en [5], mientras que en la Columna III se puede apreciar el esquema reportado en [30]. Como se puede ver los tres esquemas tienen un buen desempeño, la posición del robot local es muy similar a la posición recibida del lado del robot remoto, en este punto vale la pena mencionar que el esquema de la Columna III necesita el conocimiento parcial de los parámetros de ambos manipuladores (*i. e.* es necesario conocer el vector de gravedad). Por otro lado, en estado permanente presenta un pequeño error, a diferencia de los otros dos esquemas no puede compensar este error en estado permanente y es debido a la falta de un término integral, esto podría solucionarse con una mejor estimación del vector de gravedad, a pesar de ello el esquema realmente funciona muy bien.

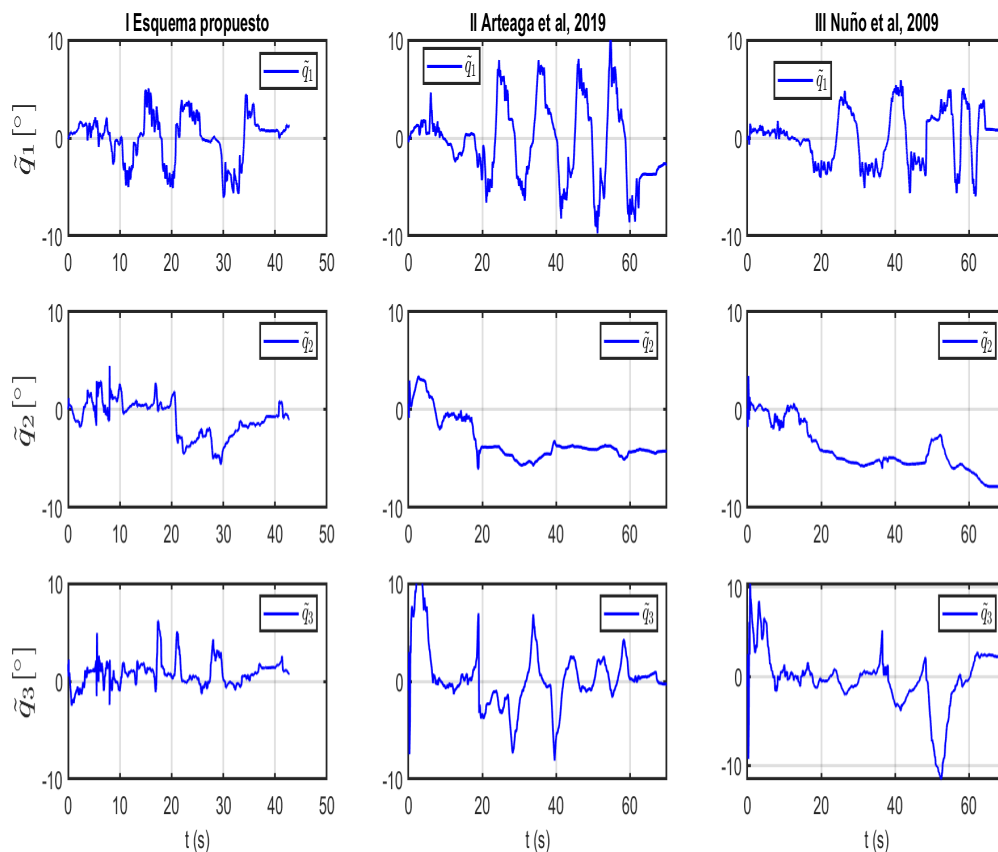


Figura 4.29: Error de seguimiento $\tilde{\mathbf{q}}_l = \mathbf{q}_{i=1,\dots,3}(t) - \mathbf{q}_{ri=1,\dots,3}(t - T_r(t))$

En la Figura 4.29 se pueden apreciar los errores de seguimiento, en ninguno de los tres esquemas se logra alcanzar el error igual a cero, esto se puede explicar gracias al hecho que el operador humano no deja de aplicar una fuerza durante todo el experimento,¹ así que habrá

¹Además de esta explicación, existen otros factores que impiden hacer el error cero y no necesariamente significa que es un mal resultado. Para los esquemas 1 y 2, cuyos resultados son mostrados en las Columnas I y II, se tiene que recalcar que los algoritmos están basados en teoría de modos deslizantes, lo cual a su vez exhibe propiedades de convergencia en tiempo finito bajo la suposición de un paso de muestro muy pequeño. Esta suposición obviamente no puede ser del todo cierta, en particular para este trabajo el periodo de muestro se ve seriamente afectado por tres factores principalmente; la primera es debida a la conexión del sensor de fuerza, segunda al protocolo de comunicación USB usado, y por último a los retardos. Adicionalmente a estos tres factores, el algoritmo funciona bien, es que ambos robots están filtrando las señales de alta frecuencia del controlador, respondiendo a la velocidad que el robot puede responder, esto nuevamente afectaría la velocidad de convergencia de los errores a cero, y después alcanzando pequeñas oscilaciones cercanas a una vecindad de cero, sin llegar a ser cero. Este último punto es un tema que aún queda por profundizar, ya que es un resultado obtenido mediante la realización de los experimentos.

algunas direcciones donde se aplicará más fuerza que en otras, sin embargo vale la pena resaltar que los errores son pequeños en los tres esquemas por lo cual se puede concluir que el operador humano está teniendo la sensación de estar tocando algún objeto, por lo que el objetivo de telepresencia sería alcanzado por los tres controladores.

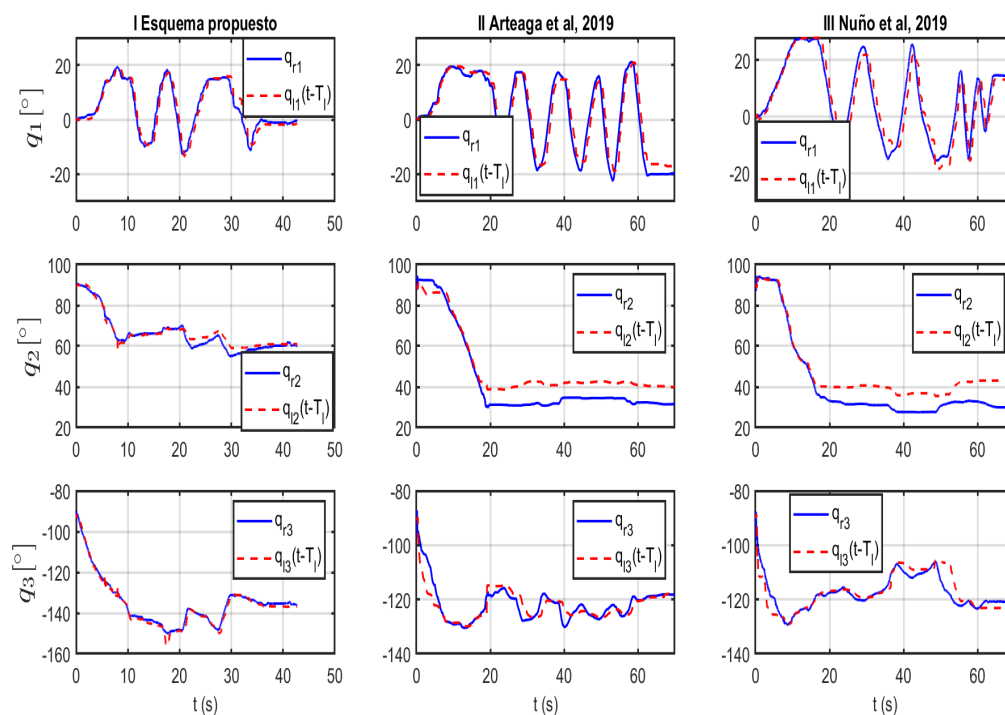


Figura 4.30: Posición remota (—) vs posición local retardada (- - -)

En la Figura 4.30 se puede apreciar que los perfiles de posición son similares, logrando un buen desempeño en los tres esquemas de control. Esta figura tiene mucho valor, ya que efectivamente se está demostrando que la posición del robot local es la posición del robot remoto (con retardo), esto quiere decir que a pesar de que exista una superficie rígida no se está penetrando, por lo que el humano no puede mover el robot local es esa dirección.

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

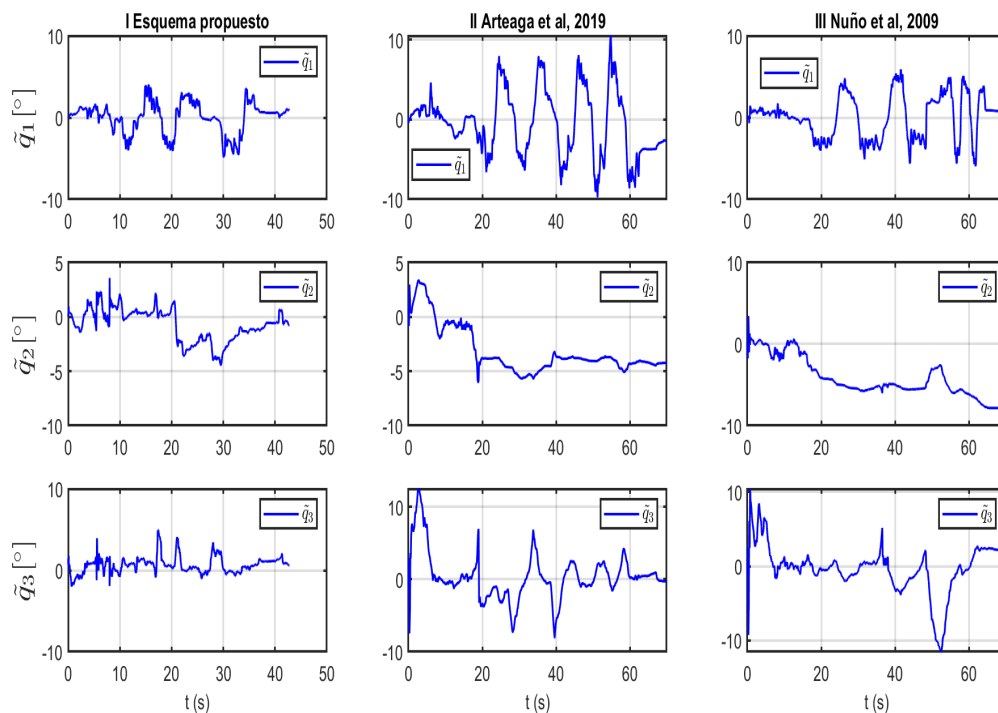


Figura 4.31: Error de seguimiento $\tilde{\mathbf{q}}_r = \mathbf{q}_{ri=1,\dots,3}(t) - \mathbf{q}_{li=1,\dots,3}(t - T_l(t))$

En la Figura 4.31 se muestran los errores de seguimiento, y como puede verse permanecen en una región muy cercana a cero. Teóricamente se podría lograr un error igual a cero aumentando las ganancias del controlador, pero esto tiene una desventaja muy importante, con la presencia del retardo y la discretización en el muestreo, ningún manipulador podría ser sacado de la región donde el error es igual a cero. Una consecuencia inmediata de subir las ganancias, es que el modo deslizante trataría de compensar el operador humano o la superficie rígida, o dicho de otra manera, el controlador trataría de compensar al humano y a la superficie al considerarlos como una perturbación o una incertidumbre paramétrica.

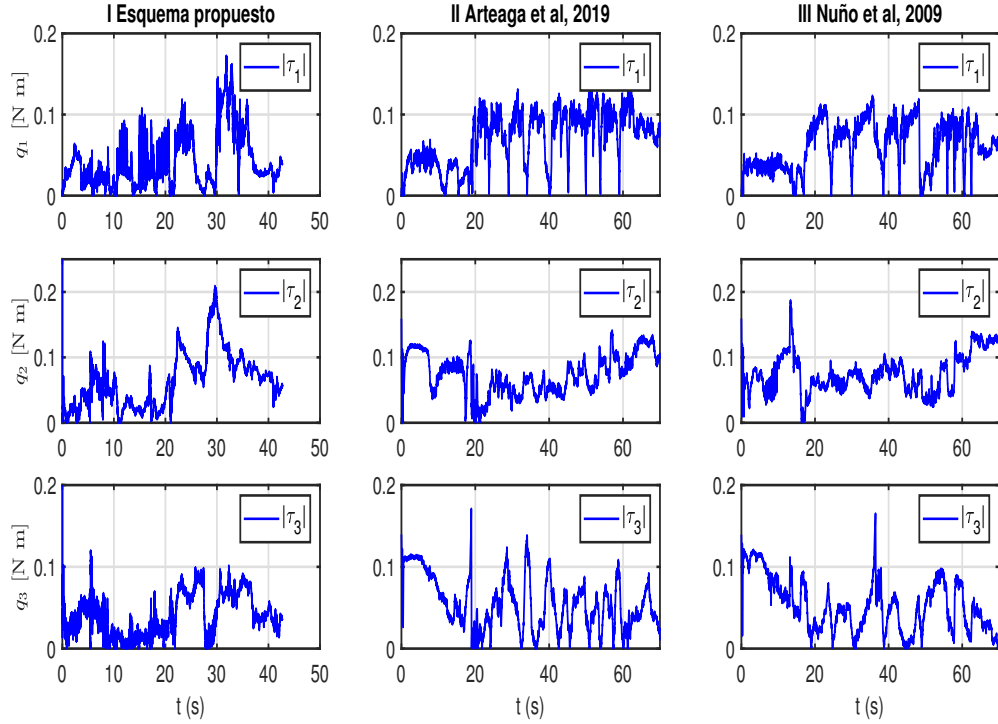


Figura 4.32: Señal de control robot local $\tau_{ri=1,\dots,3}$

En la Figura 4.32 se muestran las señales de control que son enviadas al robot local ¹. En la primera columna se pueden apreciar las del esquema con superficie terminal, en la segunda se muestran las señales del esquema de Arteaga et al, 2019 y por último en la tercera columna las de Nuño et al, 2009. En esta figura es muy difícil concluir cual esquema tuvo el mejor desempeño, ya que a pesar de que se intentó reproducir el experimento exactamente igual, no fue así, además los tiempos del experimento tampoco son iguales. En las dos primeras columnas se puede apreciar que la cantidad de *chattering* es similar, pero la amplitud de los esfuerzos son mejores para el esquema con superficie terminal.

¹Las señales de control del lado del robot local son muy similares y se omiten por tema de espacio

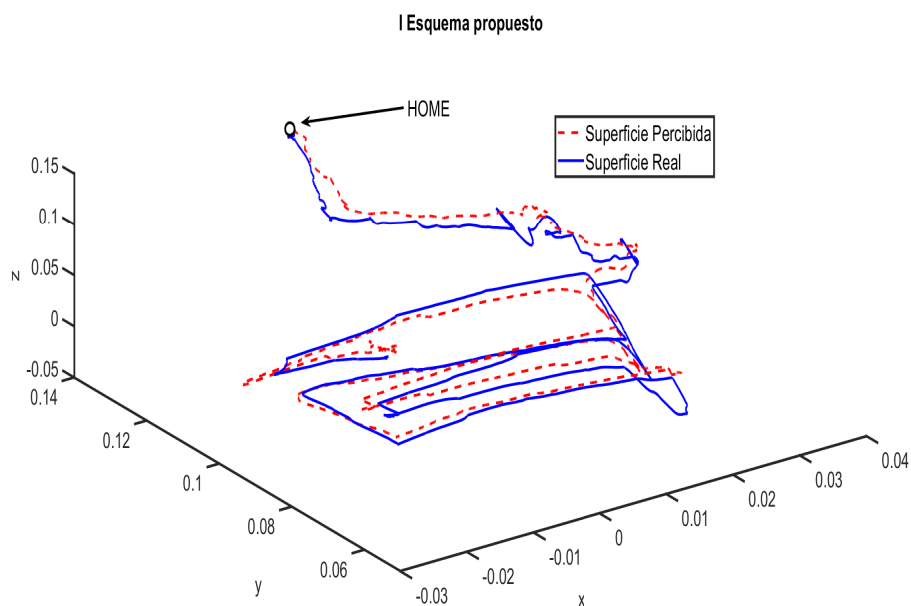


Figura 4.33: Superficie real local(—) vs Superficie percibida (- - -)

En las Figuras 4.33, 4.34 y 4.35 se muestran tanto la superficie real, así como la superficie recreada o percibida por el operador humano, como puede apreciarse en los tres esquemas se observa un plano, esto permite concluir que el humano sintió o percibió un objeto rígido con forma planar. Con base en todas estas figuras se puede apreciar que el esquema propuesto describe dos planos sin tanto error en el eje z , a diferencia del esquema II y III que muestran un error bastante grande en el eje z , esto no necesariamente significa un mal desempeño, la explicación más obvia pudiese ser que el humano aplicó un poco más de fuerza en esa dirección, en este punto, vale la pena recordar que es muy difícil repetir de manera exacta la misma trayectoria para la comparación de los tres esquemas de teleoperación.

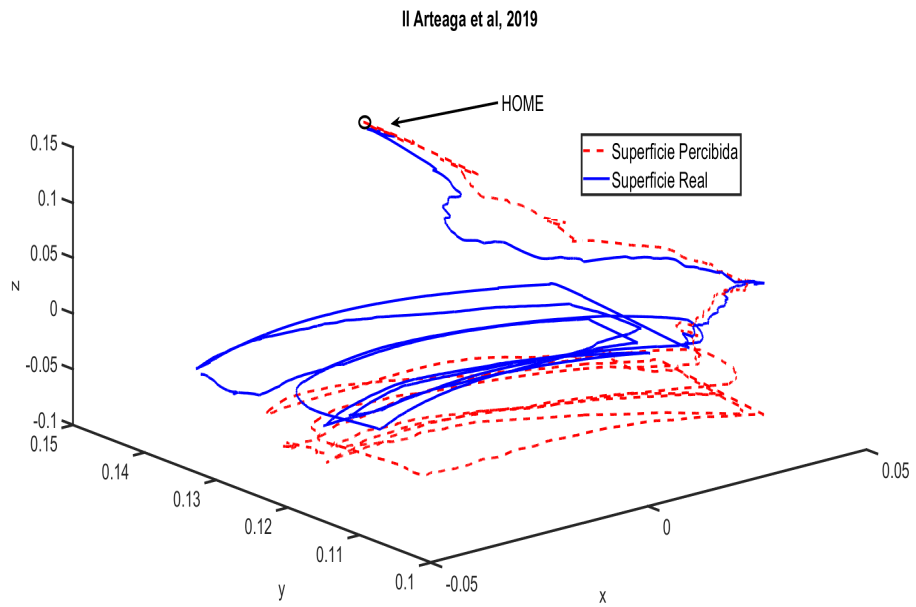


Figura 4.34: Esquema I controlador propuesto Superficie real local(—) vs Superficie percibida (- - -)

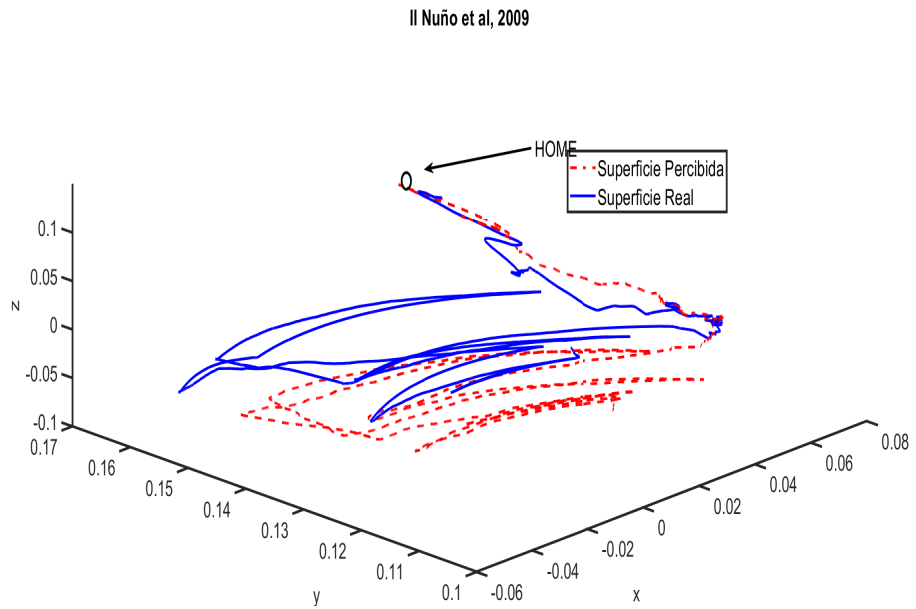


Figura 4.35: Esquema II Superficie real local(—) vs Superficie percibida (- - -)

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

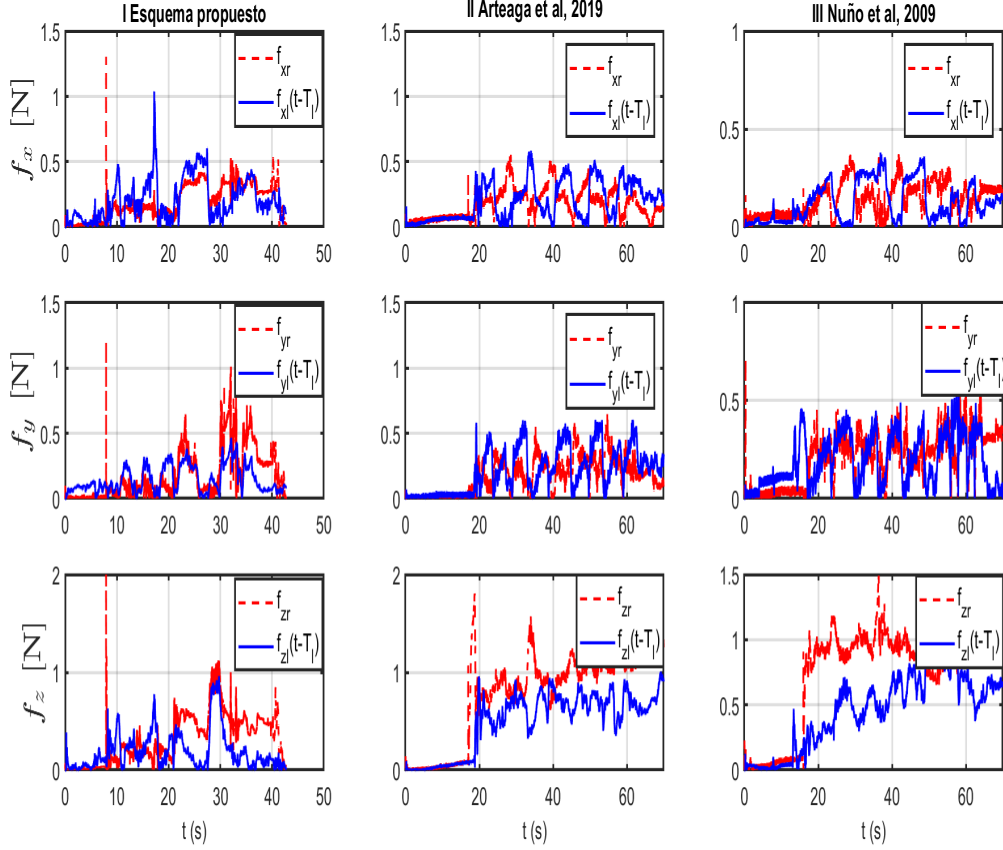


Figura 4.36: Esquema III Medición de fuerza $F_r(t)$ (—) vs $F_l(t - T_1)$ (- - -) [°].

En la Figura 4.36 se muestran las fuerzas ejercidas por el operador humano y las aplicadas por el robot sobre una superficie plana, como puede verse los perfiles de fuerzas del lado del robot remoto son bastantes parecidos, tienen ciertas variaciones, pero esto nuevamente puede deberse a varios factores. En primer lugar no se puede repetir el experimento tres veces, en segundo lugar, la superficie rígida usada fue una caja de metal, la cual presentaba mucha fricción, este efecto pudiese ser la causa principal de los errores de fuerza, y en tercer lugar el humano no puede aplicar exactamente la misma fuerza en todo el experimento.

Con el fin de tener un criterio más objetivo del desempeño general de los tres controladores, los errores medios cuadráticos (RMSE) de todos los errores representativos tanto en el lado local como en el remoto han sido obtenidos. Por ejemplo, para los errores de seguimiento se tiene $RMSE(\Delta q_{ij}) = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m (\Delta q_{ij}(k))^2$, donde m es el número de muestras, $i = 1, r$ y $j = 1, 2, 3$. Los resultados obtenidos son sintetizados en la Tabla 4.10. Como puede apreciarse el desempeño es realmente bueno para los tres esquemas, sin embargo, es difícil asegurar cual es el mejor esquema ya que resulta imposible hacer el experimento exactamente igual tres veces, lo que se puede asegurar es que los tres esquemas en esta comparación permiten resolver los problemas de movimiento libre como de movimiento restringido. Por último, en la Tabla 4.11 se presentan los errores de fuerza, aquí se puede ver que el esquema basado en la superficie deslizante terminal

es el que presenta el peor desempeño en algunas articulaciones, esto puede ser debido a que la estructura del modo deslizante terminal intenta compensar ya sea las perturbaciones o al operador humano o superficie remota. El desempeño del esquema puede ser mejorado eligiendo de mejor manera el valor de α .

| RMSE [°] Esquema con superficie terminal (Propuesta 2) | i = 1 | i = 2 | i = 3 |
|--|--------|--------|--------|
| Movimiento libre $\Delta q_{ri}(t)$ con m=148021 muestras | 0.4148 | 0.9286 | 0.7638 |
| Movimiento libre $\Delta q_{li}(t)$ con m=17933 muestras | 1.7642 | 1.23 | 0.8108 |
| RMSE [°] Esquema Arteaga et al 2019 | i = 1 | i = 2 | i = 3 |
| Movimiento libre $\Delta q_{ri}(t)$ con m=12199 muestras | 1.3297 | 0.5701 | 1.5098 |
| Movimiento libre $\Delta q_{li}(t)$ con m=11136 muestras | 2.1656 | 1.0284 | 1.1752 |
| RMSE [°] Esquema Nuño et al 2009 | i = 1 | i = 2 | i = 3 |
| Movimiento libre $\Delta q_{ri}(t)$ con m=22631 muestras | 4.8280 | 0.8246 | 1.0738 |
| Movimiento libre $\Delta q_{li}(t)$ con m=21559 muestras | 3.9310 | 1.1210 | 0.9849 |
| RMSE [°] Esquema con superficie terminal (Propuesta 2) | i = 1 | i = 2 | i = 3 |
| Movimiento restringido $\Delta q_{ri}(t)$ con m=14243 muestras | 1.2131 | 4.0225 | 1.4896 |
| Movimiento restringido $\Delta q_{li}(t)$ con m=14165 muestras | 2.3765 | 4.0533 | 1.5056 |
| RMSE [°] Esquema Arteaga et al 2019 | i = 1 | i = 2 | i = 3 |
| Movimiento restringido $\Delta q_{ri}(t)$ con m=26501 muestras | 2.2220 | 7.8295 | 3.2263 |
| Movimiento restringido $\Delta q_{li}(t)$ con m=25386 muestras | 3.9176 | 7.9030 | 3.0985 |
| RMSE [°] Esquema Nuño et al 2009 | i = 1 | i = 2 | i = 3 |
| Movimiento libre $\Delta q_{ri}(t)$ con m=25681 muestras | 2.5973 | 9.3262 | 3.4162 |
| Movimiento libre $\Delta q_{li}(t)$ con m=24495 muestras | 2.2615 | 4.8587 | 3.2810 |

Tabla 4.10: RMSE de los errores de posición Δq_{ri} y Δq_{li} para $q_i = 1, 2, 3$. I) Esquema con superficie terminal (Propuesta 2), II) Esquema Arteaga et al 2019 y III) Esquema Nuño et al 2009.

| RMSE [N] Esquema con superficie terminal (Propuesta 2) | x | y | z |
|--|--------|--------|--------|
| Movimiento restringido $\Delta \mathbf{F}_r(t)$ con m=14243 muestras | 0.9338 | 0.8541 | 1.2033 |
| Movimiento restringido $\Delta \mathbf{F}_1(t)$ con m=14165 muestras | 0.9363 | 0.8706 | 1.1923 |
| RMSE [N] Esquema Arteaga et al 2019 | x | y | z |
| Movimiento restringido $\Delta \mathbf{F}_r(t)$ con m=26501 muestras | 0.2015 | 0.4479 | 0.4699 |
| Movimiento restringido $\Delta \mathbf{F}_1(t)$ con m=25386 muestras | 0.1909 | 0.4453 | 0.4547 |
| RMSE [N] Esquema Nuño et al 2009 | x | y | z |
| Movimiento restringido $\Delta \mathbf{F}_r(t)$ con m=25681 muestras | 0.2468 | 0.4363 | 0.5307 |
| Movimiento restringido $\Delta \mathbf{F}_1(t)$ con m=24495 muestras | 0.2316 | 0.4320 | 0.5047 |

Tabla 4.11: RMSE de $\Delta \mathbf{F}_r(t)$ y $\Delta \mathbf{F}_1(t)$. I) Esquema con superficie terminal (Propuesta 2), II) Esquema Arteaga et al 2019 y III) Esquema Nuño et al 2009.

Conclusiones

En este trabajo se abordó el problema de seguimiento de posición y fuerza para un sistema de teleoperación con retardos en el canal de comunicación bajo diferentes enfoques. Primero se estableció un nuevo enfoque que permite determinar el desempeño del sistema, en términos de la cinemática retardada unilateral ideal, logrando identificar tres posibles respuestas ideales del sistema de teleoperación. Una vez establecido el problema, se propuso el diseño en conjunto de un innovador y práctico esquema de control y observación. Con base en la experiencia, se permitió identificar los objetivos a perseguir basados en la correspondencia cinemática retardada unilateral. Después, sirviendo como base este último trabajo, se propuso un esquema de control basado en modos deslizantes de segundo orden (*Super twisting*) con la inclusión de un observador de velocidad que mostró tener buen desempeño vía experimentación. Como última propuesta para alcanzar la respuesta deseada de la cinemática retardada unilateral ideal, se diseñó un controlador de segundo orden con una superficie terminal que resulta ser un caso general de la primera propuesta de la superficie de deslizamiento, logrando un buen desempeño, sin sacrificar la telepresencia. En general, las tres propuestas demuestran tener un buen desempeño, y presentan una ventaja en común, y es que no se necesita del conocimiento de los parámetros dinámicos del modelo del sistema de teleoperación, esto representa una diferencia importante respecto a otros trabajos, ya que no hay que realizar ninguna estimación en línea de los parámetros.

Para los tres esquemas, se logran resolver los casos análisis identificados para el movimiento libre como movimiento restringido, sin embargo la última propuesta de controlador, garantiza que las señales de control no crezcan de manera abrupta, el cual es un problema grave en aquellos trabajos donde se usan términos integrales de las señales de error. El diseño en sí, explota las propiedades de la función tangente hiperbólica, acotando la señal de control que se envía a los actuadores. Adicionalmente a este control de posición, un controlador PI en fuerza con el objetivo de verificar si el robot remoto aplica la misma fuerza que el operador humano aplica sobre el efector final del robot local.

Finalmente, se presentan resultados experimentales de los tres esquemas propuestos. Para la primera y segunda propuesta se presentan los resultados de los esquemas de controlador-observador, bajo una larga distancia entre diferentes instituciones de México. Para la tercera propuesta se presentan los resultados experimentales con condiciones de laboratorio (retardos programados) de un esquema de control basado en modos deslizantes de segundo orden con una superficie terminal y un diferenciador de Levant.

5.0.1. Trabajo futuro

Con base en la experimentación se demostró que las tres propuestas son muy prácticas y representan otra alternativa para realizar el control de posición y fuerza para sistemas de teleoperación con buen desempeño. Sin embargo aún quedaron algunos problemas abiertos.

Respecto al controlador *Super twisting* y al observador propuesto, queda pendiente la prueba de estabilidad formal para dar soporte teórico.

Respecto al tercer esquema propuesto, uno de los problemas que se presentaron en la experimentación fue el efecto de la fricción, a pesar de que el controlador intenta compensarlo, no logra combatir este efecto en su totalidad, por lo que hay movimientos o direcciones donde el error puede crecer a tal punto que el sistema pueda inestabilizarse.

También queda de trabajo futuro, llevar los tres esquemas a robots del tipo industrial como lo puede ser el CRS 465 o el CRS 255 de *CRS Robotics*, ya que se podrían extender los resultados a tareas más complejas si se emplean más grados de libertad.

Respecto al tercer esquema se debe de explorar la posibilidad de agregar al argumento de la función \tanh el control PI en fuerza, ya que al contener un término integral la señal de control puede crecer, pero este crecimiento podría ser atenuado con la función \tanh .

Por último, queda pendiente la evaluación del tercer esquema con retardos naturales en el canal de comunicación, ya que en este trabajo se tuvieron que programar.

Demostraciones y Publicaciones

A.1. Demostración del Teorema 3.1

Sea la dinámica del error del sistema (2.8)–(2.9) en lazo cerrado con el observador (3.6)–(3.8) y las leyes de control (3.14) y (3.15). Defina para $i = 1, r$,

$$\mathbf{s}_{qi} \triangleq \dot{\mathbf{q}}_i - \dot{\mathbf{q}}_{ri} \quad (\text{A.1})$$

$$\mathbf{r}_i \triangleq \dot{\mathbf{q}}_i - \dot{\mathbf{q}}_{oi} = \dot{\mathbf{z}}_i + \mathbf{\Lambda}_{zi} \mathbf{z}_i. \quad (\text{A.2})$$

Ahora, considere el sistema (2.8) en lazo cerrado con la ley de control (3.14), y (2.9) en lazo cerrado con (3.15). Mediante el uso de (3.13), (A.1), (A.2) y tomando en cuenta que $\mathbf{s}_{oi} = \dot{\mathbf{q}}_{oi} - \dot{\mathbf{q}}_{ri} = \mathbf{s}_{qi} - \mathbf{r}_i$ se puede obtener

$$\mathbf{H}_i \dot{\mathbf{s}}_{qi} + \mathbf{C}_i \mathbf{s}_{qi} + \mathbf{K}_{vi} \mathbf{s}_{qi} = \mathbf{K}_{ai} \dot{\mathbf{z}}_i + \mathbf{K}_{pi} \mathbf{r}_i + \mathbf{y}_{ai} + \boldsymbol{\tau}_{pi}, \quad (\text{A.3})$$

donde $\boldsymbol{\tau}_{pl} = -\boldsymbol{\tau}_h$, $\boldsymbol{\tau}_{pr} = \boldsymbol{\tau}_e$, $\mathbf{y}_{ai} \triangleq -(\mathbf{H}_i \ddot{\mathbf{q}}_{ri} + \mathbf{C}_i \dot{\mathbf{q}}_{ri} + \mathbf{D}_i \dot{\mathbf{q}}_{ri} + \mathbf{K}_{ai} \dot{\mathbf{q}}_{ri} + \mathbf{g}_i)$, y $\mathbf{K}_{vi} \triangleq \mathbf{D}_i + \mathbf{K}_{ai} + \mathbf{K}_{pi}$. Para los observadores, de (3.6)–(3.8), (3.12), (A.1) y (A.2) uno puede conseguir después de algunas manipulaciones la dinámica en lazo cerrado está dada como

$$\dot{\mathbf{r}}_i + \mathbf{K}_{di} \mathbf{r}_i = \dot{\mathbf{s}}_{qi} - \mathbf{K}_{\gamma i} \dot{\boldsymbol{\sigma}}_i. \quad (\text{A.4})$$

Defina el estado del error para la dinámica en lazo cerrado (A.3) y (A.4) como

$$\mathbf{x} \triangleq [\mathbf{s}_{q1}^T \quad \mathbf{s}_{qr}^T \quad \mathbf{r}_1^T \quad \mathbf{r}_r^T]^T. \quad (\text{A.5})$$

Además, defina la siguiente región de interés

$$\mathcal{D} \triangleq \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{4n} \mid \|\mathbf{x}\| \leq x_{\max}\}, \quad (\text{A.6})$$

para algún $0 < x_{\max} < \infty$. Como se mostró en [6], *siempre y cuando* $\|\mathbf{x}\|$ esté acotado por x_{\max} (*i. e.* $\mathbf{x} \in \mathcal{D}$), entonces cualquier otra señal relacionada al sistema en lazo cerrado está acotada, con la posible excepción de las posiciones articulares \mathbf{q}_1 y \mathbf{q}_r . Tome en cuenta este hecho para probar el Teorema 3.1:

i. El primer paso es demostrar que se pueden encontrar ganancias para *forzar* el estado $\mathbf{x}(t)$ para permanecer acotado para todo tiempo, *i. e.* $\mathbf{x} \in \mathcal{D} \forall t$, siempre que la condición inicial $\mathbf{x}(0)$ también está contenido en \mathcal{D} . Con el objetivo de hacer esto, considere

$$V(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{M} \mathbf{x}, \quad (\text{A.7})$$

con $\mathbf{M} \triangleq$ diagonal a bloques $\{\mathbf{H}_l(\mathbf{q}_l), \mathbf{H}_r(\mathbf{q}_r), \mathbf{I}, \mathbf{I}\}$. Claramente, se satisface la Propiedad 2.2

$$\lambda_1 \|\mathbf{x}\|^2 \leq V(\mathbf{x}) \leq \lambda_2 \|\mathbf{x}\|^2, \quad (\text{A.8})$$

con $\lambda_1 \triangleq \frac{1}{2} \lambda_{\min}(\mathbf{M})$ y $\lambda_2 \triangleq \frac{1}{2} \lambda_{\max}(\mathbf{M})$. Tomando en cuenta la Propiedad 2.3, la derivada de $V(\mathbf{x})$ a lo largo (A.3) y (A.4) está dada por

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{x}) &= -\mathbf{s}_{ql}^T \mathbf{K}_{vl} \mathbf{s}_{ql} + \mathbf{s}_{ql}^T (\mathbf{K}_{al} \dot{\mathbf{z}}_l + \mathbf{K}_{pl} \mathbf{r}_l + \mathbf{y}_{al} - \boldsymbol{\tau}_h) \\ &\quad -\mathbf{s}_{qr}^T \mathbf{K}_{vr} \mathbf{s}_{qr} + \mathbf{s}_{qr}^T (\mathbf{K}_{ar} \dot{\mathbf{z}}_r + \mathbf{K}_{pr} \mathbf{r}_r + \mathbf{y}_{ar} + \boldsymbol{\tau}_e) \\ &\quad -\mathbf{r}_l^T \mathbf{K}_{dl} \mathbf{r}_l + \mathbf{r}_l^T (\dot{\mathbf{s}}_{ql} - \mathbf{K}_{\gamma l} \dot{\boldsymbol{\sigma}}_l) \\ &\quad -\mathbf{r}_r^T \mathbf{K}_{dr} \mathbf{r}_r + \mathbf{r}_r^T (\dot{\mathbf{s}}_{qr} - \mathbf{K}_{\gamma r} \dot{\boldsymbol{\sigma}}_r) \\ &\leq -\lambda_{\min}(\mathbf{K}_{vl}) \|\mathbf{s}_{ql}\|^2 - \lambda_{\min}(\mathbf{K}_{vr}) \|\mathbf{s}_{qr}\|^2 \\ &\quad + \|\mathbf{s}_{ql}\| (\lambda_{\max}(\mathbf{K}_{al}) \|\dot{\mathbf{z}}_l\| + \lambda_{\max}(\mathbf{K}_{pl}) \|\mathbf{r}_l\|) \\ &\quad + \|\mathbf{s}_{ql}\| \|\mathbf{y}_{al} - \boldsymbol{\tau}_h\| \\ &\quad + \|\mathbf{s}_{qr}\| (\lambda_{\max}(\mathbf{K}_{ar}) \|\dot{\mathbf{z}}_r\| + \lambda_{\max}(\mathbf{K}_{pr}) \|\mathbf{r}_r\|) \\ &\quad + \|\mathbf{s}_{qr}\| \|\mathbf{y}_{ar} + \boldsymbol{\tau}_e\| \\ &\quad - \lambda_{\min}(\mathbf{K}_{dl}) \|\mathbf{r}_l\|^2 + \|\mathbf{r}_l\| \|\dot{\mathbf{s}}_{ql} - \mathbf{K}_{\gamma l} \dot{\boldsymbol{\sigma}}_l\| \\ &\quad - \lambda_{\min}(\mathbf{K}_{dr}) \|\mathbf{r}_r\|^2 + \|\mathbf{r}_r\| \|\dot{\mathbf{s}}_{qr} - \mathbf{K}_{\gamma r} \dot{\boldsymbol{\sigma}}_r\|. \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Recuerde que el interés está en el comportamiento de las trayectorias del $\mathbf{x} \in \mathcal{D}$, donde como se mencionó antes deben existir constantes positivas tales que

$$\alpha_l \triangleq \max_{\mathbf{x} \in \mathcal{D}} \|\mathbf{y}_{al} - \boldsymbol{\tau}_h\| \quad (\text{A.10})$$

$$\alpha_r \triangleq \max_{\mathbf{x} \in \mathcal{D}} \|\mathbf{y}_{ar} + \boldsymbol{\tau}_e\| \quad (\text{A.11})$$

$$a_l \triangleq \max_{\mathbf{x} \in \mathcal{D}} \|\dot{\mathbf{s}}_{ql} - \mathbf{K}_{\gamma l} \dot{\boldsymbol{\sigma}}_l\| \quad (\text{A.12})$$

$$a_r \triangleq \max_{\mathbf{x} \in \mathcal{D}} \|\dot{\mathbf{s}}_{qr} - \mathbf{K}_{\gamma r} \dot{\boldsymbol{\sigma}}_r\| \quad (\text{A.13})$$

Para encontrar una cota para $\|\dot{\mathbf{z}}_i\|$, note primero, que después de la definición (A.2) uno debe tener n sistemas lineales independientes de la forma

$$\dot{z}_{ij} = -\lambda_{zij} z_{ij} + r_{ij}, \quad (\text{A.14})$$

donde \dot{z}_{ij} , z_{ij} y r_{ij} son los j -elementos $\dot{\mathbf{z}}_i$, \mathbf{z}_i y \mathbf{r}_i , respectivamente, y $\lambda_{zij} > 0$ es el j -elemento (valor propio) de la diagonal de $\mathbf{\Lambda}_{zi}$, respectivamente para $j = 1, \dots, n$. Como es bien conocido, la solución de (A.14) está dada por

$$z_{ij}(t) = z_{ij}(0)e^{-\lambda_{zij}t} + \int_0^t e^{-\lambda_{zij}(t-\varphi)} r_{ij}(\varphi) d\varphi. \quad (\text{A.15})$$

Ya que se está analizando solo en el caso para $\mathbf{r}_i \in \mathcal{D}$, es claro que al final cualquier elemento de \mathbf{r}_i satisface $|r_{ij}(t)| \leq x_{\text{máx}}$, lo cual lo que a su vez implica que

$$\begin{aligned} |z_{ij}(t)| &= \left| z_{ij}(0)e^{-\lambda_{zij}t} + \int_0^t e^{-\lambda_{zij}(t-\varphi)} r_{ij}(\varphi) d\varphi \right| \\ &\leq |z_{ij}(0)e^{-\lambda_{zij}t}| + \left| \int_0^t e^{-\lambda_{zij}(t-\varphi)} r_{ij}(\varphi) d\varphi \right| \\ &\leq |z_{ij}(0)| + \int_0^t e^{-\lambda_{zij}(t-\varphi)} |r_{ij}(\varphi)| d\varphi \\ &\leq |z_{ij}(0)| + x_{\text{máx}} e^{-\lambda_{zij}t} \int_0^t e^{\lambda_{zij}\varphi} d\varphi \\ &= |z_{ij}(0)| + x_{\text{máx}} \frac{1}{\lambda_{zij}} (1 - e^{-\lambda_{zij}t}) \\ &\leq |z_{ij}(0)| + \frac{1}{\lambda_{zij}} x_{\text{máx}} \\ &\leq |z_{ij}(0)| + \frac{1}{\lambda_{\text{mín}}(\mathbf{\Lambda}_{zi})} x_{\text{máx}} \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Note que a partir $\|\mathbf{z}_i\| = \sqrt{|z_{i1}|^2 + \dots + |z_{in}|^2} \leq |z_{i1}| + \dots + |z_{in}|$ entonces uno puede concluir que

$$\|\mathbf{z}_i\| \leq |z_{i1}(0)| + \dots + |z_{in}(0)| + \frac{n}{\lambda_{\text{mín}}(\mathbf{\Lambda}_{zi})} x_{\text{máx}} \triangleq z_{i\text{máx}} \quad (\text{A.17})$$

mientras que directamente de (A.2)

$$\|\dot{\mathbf{z}}_i\| \leq \lambda_{\text{máx}}(\mathbf{\Lambda}_{zi}) z_{i\text{máx}} + \|\mathbf{r}_i\|. \quad (\text{A.18})$$

Tomando en cuenta (A.10)–(A.18), es posible reescribir $\dot{V}(\mathbf{x})$ en (A.9) como

$$\begin{aligned}
\dot{V}(\mathbf{x}) &\leq -\lambda_{\min}(\mathbf{K}_{v1})\|\mathbf{s}_{q1}\|^2 & (A.19) \\
&+ \|\mathbf{s}_{q1}\|\lambda_{\max}(\mathbf{K}_{al}) (\lambda_{\max}(\mathbf{\Lambda}_{z1})z_{1\max} + \|\mathbf{r}_1\|) \\
&+ \|\mathbf{s}_{q1}\| (\lambda_{\max}(\mathbf{K}_{p1})\|\mathbf{r}_1\| + \alpha_1) \\
&- \lambda_{\min}(\mathbf{K}_{vr})\|\mathbf{s}_{qr}\|^2 - \lambda_{\min}(\mathbf{K}_{d1})\|\mathbf{r}_1\|^2 + \|\mathbf{r}_1\|a_1 \\
&+ \|\mathbf{s}_{qr}\|\lambda_{\max}(\mathbf{K}_{ar}) (\lambda_{\max}(\mathbf{\Lambda}_{zr})z_{r\max} + \|\mathbf{r}_r\|) \\
&+ \|\mathbf{s}_{qr}\| (\lambda_{\max}(\mathbf{K}_{pr})\|\mathbf{r}_r\| + \alpha_r) \\
&- \lambda_{\min}(\mathbf{K}_{dr})\|\mathbf{r}_r\|^2 + \|\mathbf{r}_r\|a_r,
\end{aligned}$$

o

$$\begin{aligned}
\dot{V}(\mathbf{x}) &\leq -\lambda_{\min}(\mathbf{K}_{v1})\|\mathbf{s}_{q1}\|^2 + \beta_1\|\mathbf{s}_{q1}\|\|\mathbf{r}_1\| - \lambda_{\min}(\mathbf{K}_{d1})\|\mathbf{r}_1\|^2 & (A.20) \\
&- \lambda_{\min}(\mathbf{K}_{vr})\|\mathbf{s}_{qr}\|^2 + \beta_r\|\mathbf{s}_{qr}\|\|\mathbf{r}_r\| - \lambda_{\min}(\mathbf{K}_{dr})\|\mathbf{r}_r\|^2 \\
&+ \beta\|\mathbf{x}\|,
\end{aligned}$$

donde β_1 , β_r y β son definidas como

$$\beta_1 \triangleq (\lambda_{\max}(\mathbf{K}_{al}) + \lambda_{\max}(\mathbf{K}_{pl})) \quad (A.21)$$

$$\beta_r \triangleq (\lambda_{\max}(\mathbf{K}_{ar}) + \lambda_{\max}(\mathbf{K}_{pr})) \quad (A.22)$$

$$\beta \triangleq \alpha_1 + \alpha_r + a_1 + a_r \quad (A.23)$$

$$+ \lambda_{\max}(\mathbf{K}_{al})\lambda_{\max}(\mathbf{\Lambda}_{z1})z_{1\max} + \lambda_{\max}(\mathbf{K}_{ar})\lambda_{\max}(\mathbf{\Lambda}_{zr})z_{r\max}.$$

Asuma que las ganancias son escogidas de tla manera que se satisfaga

$$\lambda_{\min}(\mathbf{K}_{v1}) \geq 1 + 2\delta \quad (A.24)$$

$$\lambda_{\min}(\mathbf{K}_{vr}) \geq 1 + 2\delta \quad (A.25)$$

$$\lambda_{\min}(\mathbf{K}_{d1}) \geq \frac{\beta_1^2}{4} + 2\delta \quad (A.26)$$

$$\lambda_{\min}(\mathbf{K}_{dr}) \geq \frac{\beta_r^2}{4} + 2\delta \quad (A.27)$$

donde δ es una constante positiva. Entonces, es fácil conseguir

$$\dot{V}(\mathbf{x}) \leq -2\delta\|\mathbf{x}\|^2 + \beta\|\mathbf{x}\| = -\delta\|\mathbf{x}\|^2 - \|\mathbf{x}\|(\delta\|\mathbf{x}\| - \beta). \quad (A.28)$$

Defina

$$\mu \triangleq \frac{\beta}{\delta}. \quad (A.29)$$

Entonces, siempre y cuando $\|\mathbf{x}\| \geq \mu$ uno tiene

$$\dot{V}(\mathbf{x}) \leq -\delta\|\mathbf{x}\|^2 \triangleq -W_3(\mathbf{x}). \quad (\text{A.30})$$

Mediante la elección de $\alpha_1(\|\mathbf{x}\|) = \lambda_1\|\mathbf{x}\|^2$ y $\alpha_2(\|\mathbf{x}\|) = \lambda_2\|\mathbf{x}\|^2$ entonces las condiciones (4.39) y (4.40) del Teorema 4.18 en [20] puede entonces ser completamente satisfecha en \mathcal{D} . De acuerdo al mismo teorema, la condicional inicial debe cumplir con

$$\|\mathbf{x}(t_0)\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} x_{\text{máx}}, \quad (\text{A.31})$$

y después de (4.43) el estado será finalmente acotado por

$$\|\mathbf{x}(t)\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}} \mu \triangleq b_f. \quad (\text{A.32})$$

Note que uno debe forzar $\mu < \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} x_{\text{máx}}$ mediante la selección de las ganancias lo suficientemente grande ¹. Esto prueba el apartado (*item*) *i* del Teorema 3.1.

ii. Una vez ha sido mostrado que \mathbf{x} está acotado (y así cada error), el siguiente paso es mostrar que los errores de observación tienden a cero. Considere (3.12) y (A.1) para conseguir $\mathbf{s}_{qi} = \dot{\mathbf{q}}_i - \mathbf{q}_{vi} + \mathbf{\Lambda}_{xi}\Delta\mathbf{q}_i + \mathbf{K}_{\gamma i}\boldsymbol{\sigma}_i$, y después (3.9) y (3.10)

$$\dot{\mathbf{s}}_i = -\mathbf{K}_{\gamma i}(\mathbf{K}_{\beta i}\mathbf{s}_i + \text{sign}(\mathbf{s}_i)) + \dot{\mathbf{s}}_{qi} - \ddot{\mathbf{z}}_i. \quad (\text{A.33})$$

Mediante el uso de esta ecuación y el hecho que $\dot{\mathbf{s}}_{qi} - \ddot{\mathbf{z}}_i$ está acotado en \mathcal{D} , puede ser mostrado que $\mathbf{s}_i \equiv \mathbf{0}$ en un tiempo finito [3]. Entonces, tomando en cuenta (3.6)–(3.9) se consigue $\mathbf{s}_i = (\mathbf{\Lambda}_{zi} + \mathbf{K}_{di})\mathbf{z}_i + \mathbf{K}_{di}\mathbf{\Lambda}_{zi}\boldsymbol{\xi}_i$. Una vez $\mathbf{s}_i \equiv \mathbf{0}$ uno puede calcular $(\mathbf{\Lambda}_{zi} + \mathbf{K}_{di})\dot{\mathbf{z}}_i + \mathbf{K}_{di}\mathbf{\Lambda}_{zi}\mathbf{z}_i = \mathbf{0}$, lo cual representa un filtro lineal estable para \mathbf{z}_i con entrada cero, así que $\mathbf{z}_i, \dot{\mathbf{z}}_i \rightarrow \mathbf{0}$. Esto prueba el apartado (*item*) *ii* del Teorema 3.1.

iii. Como se acaba de mostrar $\mathbf{s}_i = \mathbf{0}$ en tiempo finito, así que de (3.36) y (3.9) uno tiene

$$\dot{\mathbf{q}}_i - \dot{\mathbf{q}}_j(t - T_j(t)) + \mathbf{\Lambda}_{xi}\Delta\mathbf{q}_i = \dot{\mathbf{z}}_i - \dot{\mathbf{z}}_j(t - T_j(t)) \quad (\text{A.34})$$

Considere que a partir de (3.35) se tiene $\dot{\mathbf{q}}_{di} = (1 - \dot{T}_j(t))\dot{\mathbf{q}}_j(t - T_j(t))$, así que uno consigue

$$\Delta\dot{\mathbf{q}}_i + \mathbf{\Lambda}_{xi}\Delta\mathbf{q}_i = \dot{\mathbf{z}}_i - \dot{\mathbf{z}}_j(t - T_j(t)) + \dot{T}_j(t)\dot{\mathbf{q}}_j(t - T_j(t)), \quad (\text{A.35})$$

lo cual es un filtro lineal estable de la forma $\Delta\dot{\mathbf{q}}_i = -\mathbf{\Lambda}_{xi}\Delta\mathbf{q}_i + \mathbf{u}_i$, con $\mathbf{u}_i = \dot{\mathbf{z}}_i - \dot{\mathbf{z}}_j(t - T_j(t)) + \dot{T}_j(t)\dot{\mathbf{q}}_j(t - T_j(t))$. De acuerdo a [20], $\Delta\mathbf{q}_i$ está acotado por $\|\Delta\mathbf{q}_i\| \leq k_i e^{-\lambda_i t} \|\Delta\mathbf{q}_i(0)\| +$

¹Observe (A.24)–(A.27) y (A.29) uno puede concluir que la cota final b_f puede ser hecha arbitrariamente pequeña mediante la selección de las ganancias lo suficientemente grande, pero esto no es necesario.

$\frac{k_i}{\lambda_i} \sup_{0 \leq \tau \leq t} \|\mathbf{u}_i(\tau)\|$, para algunas constantes positivas k_i y λ_i . Para simplificar la discusión, suponga que los valores propios de \mathbf{A}_{xi} son diferentes para tener $k_i = n$ y $\lambda_i = \min |\lambda(\mathbf{A}_{xi})|$ [4]. Note que λ_i puede entonces ser seleccionada arbitrariamente grande. Recalcando que cada variable está acotada en \mathcal{D} , entonces allí debe existir una constante positiva $u_{\max i}$ tal que $\|\mathbf{u}_i\| \leq u_{\max i} < \infty \forall t$.

Ya que $e^{-\lambda t} \rightarrow 0$, entonces para un tiempo lo suficientemente grande la última cota para $\|\Delta \mathbf{q}_i\|$ se deberá satisfacer ¹

$$\|\Delta \mathbf{q}_i\| \leq \frac{k_i}{\lambda_i} u_{\max i} \triangleq \delta_{\max i}. \quad (\text{A.36})$$

Trivialmente de (A.36), mediante la elección de λ_i lo suficientemente grande entonces $\delta_{\max i}$ se hace arbitrariamente pequeña. Esto prueba el apartado (*item*) *iii* del Teorema 3.1.

a) Suponga que $\boldsymbol{\tau}_h = \boldsymbol{\tau}_e = \mathbf{0}$.

iv. Suponga que las cotas $\delta_{\max i}$ en (3.16) (*i. e.* también en (A.36)) son escogidas lo suficientemente pequeña para hacer el error de seguimiento despreciable, *i. e.* $\Delta \mathbf{q}_l \approx \mathbf{0}$ y $\Delta \mathbf{q}_r \approx \mathbf{0}$, tal que la siguiente ecuación se cumple

$$\mathbf{q}_i(t) \approx \mathbf{q}_j(t - T_j(t)) \approx \mathbf{q}_i(t - T_i(t) - T_j(t)). \quad (\text{A.37})$$

La ecuación (A.37) es válida para cualquier retardo variante en el tiempo $T_i(t)$ y $T_j(t)$, lo cual en general puede ser solo satisfecho si y solo si $\mathbf{q}_r(t) = \mathbf{q}_l(t) \equiv \mathbf{q}_c$ para alguna constante \mathbf{q}_c , *i. e.* el consenso es alcanzado. Esto también implica que $\dot{\mathbf{q}}_i \rightarrow \mathbf{0}$ y así la entrada del filtro en (A.35) se convierte a cero si los retardos de tiempo son variantes, lo que significa que uno tiene $\Delta \dot{\mathbf{q}}_i, \Delta \mathbf{q}_i \rightarrow \mathbf{0}$ exactamente, no solo aproximadamente. Esto prueba el apartado (*item*) *iv* del Teorema 3.1.

v. La ecuación (A.37) puede ser también satisfecha si los manipuladores se siguen el uno al otro con un comportamiento periódico. Esto, sin embargo, depende de las características particulares de los retardos de tiempo $T_i(t)$ y $T_j(t)$ (su sumatoria debe de ser una constante o casi constante) y es un comportamiento que no se puede inducir mediante el ajuste de ganancias. Esto prueba el apartado (*item*) *v* del Teorema 3.1.

¹Note que en efecto se podría haber usado $\|\mathbf{z}_i\| \leq k_i e^{-\lambda_i t} \|\mathbf{z}_i(0)\| + \frac{k_i}{\lambda_i} \sup_{0 \leq \tau \leq t} \|\mathbf{r}_i(\tau)\|$ para calcular una cota para \mathbf{z}_i como fue dada en (A.17). Sin embargo, se prefirió utilizar enfoques ligeramente diferentes, ya que de (A.17) el objetivo es encontrar una cota superior para $\|\mathbf{z}_i\|$ lo cual es válido para todo tiempo independientemente del hecho de que más tarde se demuestra que $\mathbf{z}_i \rightarrow \mathbf{0}$, mientras en (A.36) el objetivo es encontrar una cota final la cual define una región donde $\|\Delta \mathbf{q}_i\|$ va a entrar en un tiempo finito para no salir nunca más.

b) Suponga que $\tau_h \neq \mathbf{0}$ y $\tau_e = \mathbf{0}$.

vi. La ecuación (A.36) es válida independientemente de τ_h y τ_e , *i.e.* independientemente de los valores de b_h y b_e . Así, para un valor suficientemente pequeño de $\delta_{\text{máxl}}$ para $i=1$ en (3.16) el operador humano será tratado como una perturbación y compensado o rechazado por el controlador, así que el/ella no será capaz de mover libremente el efector final. Esto prueba el apartado (*item*) *vi* del Teorema 3.1.

vii. El valor de $\delta_{\text{máxl}}$ puede ser hecho arbitrariamente pequeño, pero no debe ser así con el fin de garantizar el acotamiento final. En efecto, al no elegirlo demasiado pequeño, aumenta la cota final de los errores de seguimiento en el lado local, lo que significa que las perturbaciones, *e.g.* τ_h , no son completamente rechazadas. Esto es lo que permite al operador humano mover libremente el efector final local, pero ya no habrá consenso ni sincronización, *i.e.* *iv.* y *v.* ya no serían válidos. A pesar de todo, la cota final $\delta_{\text{máxr}}$ para $i=r$ en (3.16) (o (A.36)) puede ser establecida lo suficientemente pequeña para conseguir precisión en el seguimiento de los errores del lado remoto $\Delta \mathbf{q}_r$. Esto significa que el manipulador remoto seguirá la posición retardada del lado local. Esto es lo que establece el apartado (*item*) *vii.* del Teorema 3.1.

c) Suponga que $\tau_h \neq \mathbf{0}$ y $\tau_e \neq \mathbf{0}$.

viii. Recuerde que la ecuación (A.36) es válida independientemente de los valores de b_h y b_e . Como antes, la suposición tiene que ser hecha para que la cota $\delta_{\text{máxl}}$ sea pequeña pero no tan pequeña como para evitar que el operador humano mueva el efector final local en absoluto. Sin embargo, una vez el movimiento del manipulador remoto está restringido, si el operador humano intenta mover el efector final local en la dirección de la restricción, entonces el valor de $\|\Delta \mathbf{q}_l\|$ necesariamente aumentará, pero al final no puede ser mayor que $\delta_{\text{máxl}}$ en (A.36), lo que significa que el movimiento del manipulador local también se verá limitado y el operador será capaz de sentirlo. Esto es lo que establece el apartado (*item*) *viii.* del Teorema 3.1.

A.1.1. Demostración del Corolario 1

Antes que todo, se debe notar que la dinámica en lazo cerrado es una vez más dada por (A.3), pero esta vez con

$$\boldsymbol{\tau}_{pi} = \mp \mathbf{J}_i^T(\mathbf{q}_i)(\Delta \mathbf{f}_i + \mathbf{K}_{fi} \Delta \mathbf{F}_i), \quad (\text{A.38})$$

donde el signo $-$ es para $i = 1$ y el signo $+$ es para $i = r$. Así, deberían $\boldsymbol{\tau}_{p1}$ y $\boldsymbol{\tau}_{pr}$ ser acotadas, entonces *exactamente* la misma conclusión que para el Teorema 3.1 puede ser llevada a cabo, en particular los apartados (*items*) *i*, *ii*, *iii*, *vi*, *vii* y *viii*. Sin embargo, mientras que la Suposición 3.3 garantiza el acotamiento de $\Delta \mathbf{f}_i$, la de $\Delta \mathbf{F}_i$ no puede ser realizada y se tiene que forzar mediante la sintonización de las ganancias. Para hacer esto, es conveniente reescribir (A.3) como

$$\mathbf{H}_i \dot{\mathbf{s}}_{pi} + \mathbf{C}_i \mathbf{s}_{pi} + \mathbf{K}_{vi} \mathbf{s}_{pi} = \mathbf{K}_{ai} \dot{\mathbf{z}}_i + \mathbf{K}_{pi} \mathbf{r}_i + \mathbf{y}_{bi}, \quad (\text{A.39})$$

donde

$$\mathbf{s}_{pi} = \mathbf{s}_{qi} - \mathbf{K}_{vi}^{-1} \boldsymbol{\tau}_{pi} = \mathbf{s}_{qi} \pm \mathbf{K}_{vi}^{-1} \mathbf{J}_i^T(\mathbf{q}_i)(\Delta \mathbf{f}_i + \mathbf{K}_{fi} \Delta \mathbf{F}_i), \quad (\text{A.40})$$

y

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{bi} \triangleq & -(\mathbf{H}_i(\ddot{\mathbf{q}}_{ri} + \mathbf{K}_{vi}^{-1} \dot{\boldsymbol{\tau}}_{pi}) + \mathbf{C}_i(\dot{\mathbf{q}}_{ri} + \mathbf{K}_{vi}^{-1} \boldsymbol{\tau}_{pi}) \\ & + \mathbf{D}_i \dot{\mathbf{q}}_{ri} + \mathbf{K}_{ai} \dot{\mathbf{q}}_{ri} + \mathbf{g}_i). \end{aligned} \quad (\text{A.41})$$

Ahora, si se cambia la definición de (A.5) por

$$\mathbf{x} \triangleq [\mathbf{s}_{p1}^T \quad \mathbf{s}_{pr}^T \quad \mathbf{r}_1^T \quad \mathbf{r}_r^T]^T. \quad (\text{A.42})$$

Claramente, la función positiva definida $V(\mathbf{x})$ en (A.7) puede ser empleada una vez más para una nueva región apropiada \mathcal{D} y todas las ecuaciones desde (A.10) a (A.32) serían válidas, por lo que $\Delta \mathbf{F}_i$ está acotada ($\Delta \frac{d}{dt} \mathbf{f}_i$ está acotado por la Suposición 3.3). Ciertamente, los valores de las constantes en (A.10)–(A.13) y (A.21)–(A.23) serían diferentes (por ejemplo, uno tendría $b_e = b_h = 0$), pero eso sigue siendo un detalle menor ya que el acotamiento final de las trayectorias del sistema podrían aún ser garantizadas mediante la sintonización de las ganancias.

Recordando que mediante la Suposición 3.3 la inversa $\mathbf{J}_i^{-T}(\mathbf{q}_i)$ siempre existe. Entonces, para asegurar el acotamiento de $\Delta \mathbf{F}_i$, la ecuación (A.40) puede ser reescrita como

$$\Delta \mathbf{f}_i = -\mathbf{K}_{fi} \Delta \mathbf{F}_i \mp \mathbf{J}_i^{-T}(\mathbf{q}_i) \mathbf{K}_{vi} (\mathbf{s}_{pi} - \mathbf{s}_{qi}) \quad (\text{A.43})$$

lo que permite describir la dinámica en lazo cerrado del sistema mediante (A.4), (A.39) y (A.43) y para definir un nuevo estado en lazo cerrado como

$$\mathbf{y} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{pl}^T & \mathbf{s}_{pr}^T & \mathbf{r}_l^T & \mathbf{r}_r^T & \Delta \mathbf{F}_l^T & \Delta \mathbf{F}_r^T \end{bmatrix}^T \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T & \Delta \mathbf{F}^T \end{bmatrix}^T. \quad (\text{A.44})$$

Como se hizo antes para el estado original \mathbf{x} , una nueva región de interés

$$\mathcal{D}_y \triangleq \{ \mathbf{y} \in \mathbb{R}^{6n} \mid \|\mathbf{y}\| \leq y_{\max} \}, \quad (\text{A.45})$$

para algún $0 < y_{\max} < \infty$ puede ser definida para el estado \mathbf{y} y el acotamiento de cada señal de interés este garantizada en \mathcal{D}_y . El procedimiento para demostrarlo es el mismo que antes (ver [6]), pero esto es bastante obvio ya que la misma conclusión se puede obtener de (A.3) y (A.4) mediante la suposición de una nueva τ_{pi} acotada, lo cual es el caso para $\Delta \mathbf{F}_i$ acotada.

La utilidad de (A.4), (A.39) y (A.43) es que siendo $\Delta \mathbf{F}_i$ parte del estado, entonces condiciones pueden ser encontradas para forzar el acotamiento de \mathbf{y} . Esto es hecho, empleando una vez más el Teorema 4.18 en [20].

Entonces el objetivo es obtener una ecuación de la forma (A.28) pero esta vez para \mathbf{y} . Como una cuestión de hecho, como se dijo antes y sin pérdida de generalidad $V(\mathbf{x})$ en (A.7) puede ser usada para llegar exactamente a (A.28) solo por el apropiado cambio de las definiciones de las constantes en (A.10)–(A.13) y (A.21)–(A.23) para la nueva región \mathcal{D}_y . Por tema de simplicidad se cumple la misma notación en las constantes. Sobre la otra mano, se define

$$V_f(\Delta \mathbf{F}) = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{F}^T \Delta \mathbf{F} = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{F}_l^T \Delta \mathbf{F}_l + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{F}_r^T \Delta \mathbf{F}_r, \quad (\text{A.46})$$

y

$$V_y(\mathbf{y}) = V(\mathbf{x}) + V_f(\Delta \mathbf{F}) = \frac{1}{2} \mathbf{y}^T \mathbf{N} \mathbf{y}, \quad (\text{A.47})$$

donde $\mathbf{N} \triangleq$ es una matriz diagonal a bloques $\{\mathbf{H}_l(\mathbf{q}_l), \mathbf{H}_r(\mathbf{q}_r), \mathbf{I}, \mathbf{I}, \mathbf{I}, \mathbf{I}\}$. Como antes, esto satisface después la Propiedad 2.2 $\lambda_{y1} \|\mathbf{y}\|^2 \leq V_y(\mathbf{y}) \leq \lambda_{y2} \|\mathbf{y}\|^2$, con $\lambda_{y1} \triangleq \frac{1}{2} \lambda_{\min}(\mathbf{N})$ y $\lambda_{y2} \triangleq \frac{1}{2} \lambda_{\max}(\mathbf{N})$. La derivada de $V_f(\Delta \mathbf{F})$ a lo largo de (A.43) está dada por

$$\begin{aligned} \dot{V}_f(\Delta \mathbf{F}) &= -\Delta \mathbf{F}_l^T \mathbf{K}_{fl} \Delta \mathbf{F}_l - \Delta \mathbf{F}_l^T \mathbf{J}_l^{-T}(\mathbf{q}_l) \mathbf{K}_{vl} (\mathbf{s}_{pl} - \mathbf{s}_{ql}) \\ &\quad -\Delta \mathbf{F}_r^T \mathbf{K}_{fr} \Delta \mathbf{F}_r + \Delta \mathbf{F}_r^T \mathbf{J}_r^{-T}(\mathbf{q}_r) \mathbf{K}_{vr} (\mathbf{s}_{pr} - \mathbf{s}_{qr}). \end{aligned} \quad (\text{A.48})$$

Por simplicidad del resto de la demostración, suponga que $\mathbf{K}_{fl} = \mathbf{K}_{fr} = k_f \mathbf{I}$ y $\mathbf{K}_{vl} = \mathbf{K}_{vr} = k_v \mathbf{I}$, donde k_f y k_v son constantes positivas. También por tema de simplicidad suponga que

$k_v \equiv 1 + 2\delta$ tal que (A.24) se mantenga y (A.28) sea aún válida en \mathcal{D}_y . De esta forma (A.48) se convierte en

$$\dot{V}_f(\Delta \mathbf{F}) \leq -k_f \|\Delta \mathbf{F}\|^2 + (1 + 2\delta)\beta_f \|\Delta \mathbf{F}\|, \quad (\text{A.49})$$

donde

$$\beta_f = \max_{\forall \mathbf{y} \in \mathcal{D}_y} \left\| \begin{bmatrix} -\mathbf{J}_1^{-T}(\mathbf{q}_1) (\mathbf{s}_{pl} - \mathbf{s}_{ql}) \\ \mathbf{J}_r^{-T}(\mathbf{q}_r) (\mathbf{s}_{pr} - \mathbf{s}_{qr}) \end{bmatrix} \right\|. \quad (\text{A.50})$$

A continuación se selecciona $k_f = \delta + \gamma$ donde γ es un valor positivo. Con esta elección, (A.28) y (A.49) puede ser combinada para conseguir

$$\begin{aligned} \dot{V}_y(\mathbf{y}) &\leq -2\delta \|\mathbf{x}\|^2 + \beta \|\mathbf{x}\| - (\delta + \gamma) \|\Delta \mathbf{F}\|^2 + (1 + 2\delta)\beta_f \|\Delta \mathbf{F}\| \\ &= -\delta \|\mathbf{y}\|^2 - \delta \|\mathbf{x}\|^2 - \gamma \|\Delta \mathbf{F}\|^2 + \beta \|\mathbf{x}\| + (1 + 2\delta)\beta_f \|\Delta \mathbf{F}\|. \end{aligned} \quad (\text{A.51})$$

Como se dijo antes, el objetivo es mostrar que allí existen un valor constante pequeño arbitrario μ tal que si $\|\mathbf{y}\| \geq \mu$ entonces $\dot{V}_y(\mathbf{y}) \leq -\delta \|\mathbf{y}\|^2$ se cumple. Note, sin embargo, que el análisis tiene que ser diferente al de la última vez. Suponiendo, sin pérdida de generalidad que $(1 + 2\delta)\beta_f > \beta$ (porque δ tiene que ser seleccionado arbitrariamente grande), uno podría tener $\beta \|\mathbf{x}\| + (1 + 2\delta)\beta_f \|\Delta \mathbf{F}\| \leq (1 + 2\delta)\beta_f \|\mathbf{y}\|$, así que sería tentador elegir $\gamma = \delta$ con el fin de conseguir $\dot{V}_y(\mathbf{y}) \leq -\delta \|\mathbf{y}\|^2 - \|\mathbf{y}\|(\delta \|\mathbf{y}\| - (1 + 2\delta)\beta_f)$. Para ese caso, $\dot{V}_y(\mathbf{y}) \leq -\delta \|\mathbf{y}\|^2$ se cumple siempre que $\|\mathbf{y}\| \geq \frac{(1+2\delta)\beta_f}{\delta} = \mu$. Claramente, μ no puede ser arbitrariamente pequeña ya que esta tiende a $2\beta_f$ cuando $\delta \rightarrow \infty$.

Para mostrar que de hecho es posible encontrar un conjunto de ganancias para hacer μ arbitrariamente pequeña, recuerde que $\dot{V}_y(\mathbf{y}) = \dot{V}_x(\mathbf{x}) + \dot{V}_f(\Delta \mathbf{F})$, y defina de (A.28)

$$f_x(\mathbf{x}) = -\delta \|\mathbf{x}\|^2 + \beta \|\mathbf{x}\| \quad (\text{A.52})$$

y de (A.49)

$$f_F(\Delta \mathbf{F}) = -\gamma \|\Delta \mathbf{F}\|^2 + (1 + 2\delta)\beta_f \|\Delta \mathbf{F}\|. \quad (\text{A.53})$$

Obviamente, si $\|\mathbf{x}\| \geq \mu$ o si $\|\Delta \mathbf{F}\| \geq \mu$ entonces $\|\mathbf{y}\| \geq \mu$. Ahora, el máximo valor para $f_x(\mathbf{x})$ toma lugar cuando $\|\mathbf{x}_{\text{máx}}\| = \frac{\beta}{2\delta}$ y está dada por $f_x(\mathbf{x}_{\text{máx}}) = \frac{\beta^2}{4\delta}$. De la misma manera uno tiene $f_F(\Delta \mathbf{F}_{\text{máx}}) = \frac{(1+2\delta)^2 \beta_f^2}{4\gamma}$. Claramente,

$$f_x(\mathbf{x}) + \frac{(1 + 2\delta)^2 \beta_f^2}{4\gamma} = -\delta \|\mathbf{x}\|^2 + \beta \|\mathbf{x}\| + \frac{(1 + 2\delta)^2 \beta_f^2}{4\gamma} \leq 0, \quad (\text{A.54})$$

si

$$\begin{aligned} \|\mathbf{x}\| &\geq \frac{\beta + \sqrt{\beta^2 + \delta \frac{(1+2\delta)^2 \beta_f^2}{\gamma}}}{2\delta} \\ &= \frac{\beta}{2\delta} + \sqrt{\frac{\beta^2}{4\delta^2} + \frac{(1+2\delta)^2 \beta_f^2}{4\gamma\delta}} \triangleq \mu_x. \end{aligned} \quad (\text{A.55})$$

Estableciendo δ y γ lo suficientemente grande permite conseguir una μ_x arbitrariamente pequeña. Note que γ tiene que ser mucho más larga que δ para compensarlo en el numerador de la fracción que se encuentra dentro de la raíz cuadrada. Usando la misma lógica, uno puede ver que

$$f_F(\Delta \mathbf{F}) + \frac{\beta^2}{4\delta} = -\gamma \|\Delta \mathbf{F}\|^2 + (1+2\delta)\beta_f \|\Delta \mathbf{F}\| + \frac{\beta^2}{4\delta} \leq 0, \quad (\text{A.56})$$

si

$$\begin{aligned} \|\Delta \mathbf{F}\| &\geq \frac{(1+2\delta)\beta_f + \sqrt{((1+2\delta)\beta_f)^2 + \gamma \frac{\beta^2}{\delta}}}{2\gamma} \\ &= \frac{(1+2\delta)\beta_f}{2\gamma} + \sqrt{\frac{((1+2\delta)\beta_f)^2}{4\gamma^2} + \frac{\beta^2}{4\delta\gamma}} \triangleq \mu_f. \end{aligned} \quad (\text{A.57})$$

Una vez más es claro que estableciendo δ y γ apropiadamente grande permitiría a μ_f ser arbitrariamente pequeña. Por esa razón, y mediante la elección de $\mu = \max(\mu_x, \mu_f)$ uno puede concluir que si $\|\mathbf{y}\| \geq \mu$ entonces $\dot{V}_y(\mathbf{y}) \leq -\delta \|\mathbf{y}\|^2$ y el Teorema 4.18 en [20] puede ser empleado exactamente como antes para \mathbf{y} y \mathcal{D}_y . Esto prueba que es siempre posible encontrar un conjunto de ganancias para mantener $\|\Delta \mathbf{F}\|$ acotado (a pesar de que en la práctica usualmente no es necesario establecer k_f demasiado grande). Como se discutió previamente, solo el acotamiento de $\|\Delta \mathbf{F}\|$ asegura que los apartados (*items*) *i.* a *iii.* y *vi.* a *viii.* del Teorema 3.1 aún se cumplen como se estableció en el Corolario 1.

ix. De (A.43) es posible obtener

$$\frac{d}{dt} \Delta \mathbf{f}_i = -\mathbf{K}_{f_i} \Delta \mathbf{f}_i \mp \boldsymbol{\omega}_i \quad (\text{A.58})$$

donde $\boldsymbol{\omega}_i = \frac{d}{dt} \left\{ \mathbf{J}_i^{-T}(\mathbf{q}_i) \mathbf{K}_{v_i} (\mathbf{s}_{p_i} - \mathbf{s}_{q_i}) \right\}$ y está acotado en \mathcal{D}_y . Como se acaba de mostrar, \mathbf{K}_{f_i} debe de ser establecida lo suficientemente grande para compensar los valores de \mathbf{K}_{v_i} , pero ya que (A.58) representa un filtro lineal estable, valores grandes de \mathbf{K}_{f_i} implica

que la cota final de $\Delta \mathbf{f}_i$ puede ser hecha arbitrariamente pequeña. Sin embargo, como se explicó antes para el seguimiento de posición, debido a los retardos en el tiempo, esto conduce a una contradicción a menos que las fuerzas humanas y de contacto tiendan a ser constantes e iguales. Vea el apartado (*item*) *iv.* de esta demostración. En particular, una ecuación de la forma (A.37) surgiría pero para la fuerza del operador humano y del ambiente. Por el contrario, estableciendo solo \mathbf{K}_{fr} lo suficientemente grande permitiría al robot manipulador remoto seguir la fuerza aplicada por el operador, lo cual concluye que la demostración del Caso de interés *c.iii* es resuelto.

A.2. Acotamiento y última cota

Teorema A.1 *Khalil (2002)* Permite a $D \subset \mathbb{R}^n$ ser un dominio que contiene al origen y $V : [0, \infty) \times D \rightarrow \mathfrak{R}$ ser una función continuamente diferenciable tal que

$$\alpha_1(\|\mathbf{y}\|) \leq V(t, \mathbf{y}) \leq \alpha_2(\|\mathbf{y}\|) \quad (\text{A.59})$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{y}} \mathbf{f}(t, \mathbf{y}) \leq -W_3(\mathbf{y}), \forall \|\mathbf{y}\| \geq \mu > 0 \quad (\text{A.60})$$

$\forall t \geq 0$ y $\forall \mathbf{y} \in D$, donde α_1 y α_2 son funciones clase K , $W_3(\mathbf{y})$ es una función definida positiva continua y $\mathbf{f} : [0, \infty) \times D \rightarrow \mathbb{R}^n$ es pieza continua en t y localmente Lipschitz en \mathbf{y} sobre $[0, \infty) \times D$. Tomar $r > 0$ tal que $B_r = \{\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n \mid \|\mathbf{y}\| \leq r\} \subset D$ y suponga que

$$\mu < \alpha_2^{-1}(\alpha_1(r)) \quad (\text{A.61})$$

entonces, existe una función β clase KL y para estado inicial $\mathbf{y}(t_0)$, que satisfacen

$$\|\mathbf{y}(t_0)\| < \alpha_2^{-1}(\alpha_1(r)) \quad (\text{A.62})$$

hay $T \geq 0$ (dependiente de $\mathbf{y}(t_0)$ y μ) tal que la solución de $\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{f}(t)\mathbf{y}$ satisfaga

$$\|\mathbf{y}\| \leq \beta(\|\mathbf{y}(t_0)\|, t - t_0), \forall t_0 \leq t \leq t_0 + T \quad (\text{A.63})$$

$$\|\mathbf{y}\| \leq \alpha_1^{-1}(\alpha_2(\mu)), \forall t \geq t_0 + T \quad (\text{A.64})$$

Además, si $D = \mathbb{R}^n$ y α_1 pertenecen a la clase K_∞ , entonces (A.63)-(A.64) se cumple para todo estado inicial $\mathbf{y}(t_0)$, con ninguna restricción cuan largo sea μ .

A.2.1. Artículos publicados

A continuación se muestran los resultados obtenidos durante este doctorado:

1. 2016, M. A. Arteaga-Pérez, M Morales, M López, E Nuño. IECON 2016-42nd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, Observer based bilateral teleoperation for delayed systems: New proposal and experimental results.
2. 2017, M. A. Arteaga-Pérez, L López-Recillas, M. López, E. Nuño. IFAC-PapersOnLine, Observer design for bilateral teleoperation systems with variable time delays
3. 2018, M. A. Arteaga-Pérez, M. Morales, M López, E. Nuño. European Journal of Control, Observer design for the synchronization of bilateral delayed teleoperators
4. 2019, M. A. Arteaga-Pérez, M. López, E. Nuño, Ó, Hernández-Ortiz. International Journal of Control, On the delayed kinematic correspondence with variable time delays for the control of the bilateral teleoperation of robots.
5. 2020, J. Pliego-Jiménez, M. A. Arteaga-Pérez, M. López-Rodríguez. Control Engineering Practice, Finite-time control for rigid robots with bounded input torques.
6. 2021, M. López-Rodríguez, M. A. Arteaga-Pérez, E. Nuño, A. Gutiérrez Giles. RIAI, Experimental results on the control of a robot bilateral teleoperation system with time varying delays.

Bibliografía

- [1] R. J. Anderson and M. W. Spong. Bilateral control of teleoperators with time delay. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 34(5):494–501, May 1989. [1](#)
- [2] S. Arimoto, Y. H. Liu, and T. Naniwa. Model-based adaptive hybrid control for geometrically constrained robots. In *Proceedings of the 1993 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 618–623, 1993. [16](#)
- [3] M. A. Arteaga-Pérez, A. M. Castillo-Sánchez, and V. Parra-Vega. Cartesian control of robots without dynamic model and observer design. *Automatica*, 42:473–480, 2006. [87](#)
- [4] M. A. Arteaga-Pérez and A. Gutiérrez-Giles. On the GPI approach with unknown inertia matrix in robot manipulators. *International Journal of Control*, 87(4):844–860, 2014. [88](#)
- [5] M. A. Arteaga-Pérez, M. López, E. Nuño, and O. Hernández-Ortiz. On the delayed kinematic correspondence with variable time delays for the control of the bilateral teleoperation of robots. doi:10.1080/00207179.2019.1707287. *International Journal of Control*, 2019. [5](#), [26](#), [30](#), [40](#), [41](#), [46](#), [48](#), [54](#), [61](#), [70](#), [71](#)
- [6] M. A. Arteaga-Pérez, L. López-Recillas, M. López, and E. Nuño. Observer design for bilateral teleoperation systems with variable time delays. In *Proceedings of the 20th World Congress. The International Federation of Automatic Control*, pages 14933–14938, Toulouse, France, July 2017. [4](#), [36](#), [63](#), [83](#), [91](#)
- [7] M. A. Arteaga-Pérez, M. Morales, M. López, and E. Nuño. Observer based bilateral teleoperation for delayed systems: New proposal and experimental results. In *Proceedings of the 42nd IEEE Industrial Electronics Conference (IEEE IECON2016)*, Florence. Italy, October 2016. [63](#)

- [8] M. A. Arteaga-Pérez, M. Morales, M. López, and E. Nuño. Observer design for the synchronization of bilateral delayed teleoperators. doi: 10.1016/j.ejcon.2018.06.001. *European Journal of Control*, 43:20–32, 2018. [24](#), [36](#), [63](#)
- [9] M. A. Arteaga-Pérez, J. Pliego-Jiménez, and M. G. López Rodríguez. Finite-time control for rigid robots with bounded input torques. 2020. [29](#)
- [10] F. T. Buzan and T. B. Sheridan. A model-based predictive operator aid for telemanipulators with time delay. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Systems Man and Cybernetics*, 1989. [3](#)
- [11] M. Dyck, A. Jazayeri, and M. Tavakoli. Is the human operator in a teleoperation system passive? In *Proceedings of IEEE World Haptics Conference 2013*, pages 683–688, Daejeon, Korea, April 2013. [4](#), [23](#)
- [12] L. Fridman, J. Moreno, and R. Iriarte. *Lecture notes in control and some open problems*. 2011. [27](#), [40](#)
- [13] L. G. García-Valdovinos, V. Parra-Vega, and M. A. Arteaga-Pérez. Higher-order sliding mode impedance bilateral teleoperation with robust state estimation under constant unknown time delay. In *Proceedings of the 2005 IEEE/ASME International Conference on Advance Intelligent Mechatronics*, pages 1293–1298, Monterey, California, USA, July 2005. [4](#)
- [14] H. Hardy, J. Littlewood, and G. Polya. *Inequalities*, Cambridge University Press. 1934. [31](#)
- [15] K. Hashtrudi-Zaad and S. E. Salcudean. Transparency in time-delayed systems and the effect of local force feedback for transparent teleoperation. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 18(1):108–114, 2002. [19](#)
- [16] P. Hokayem and M. Spong. Bilateral teleoperation: an historical survey. *Automatica*, 42(12):2035–2057, 2006. [3](#)
- [17] C. Hua and P. X. Liu. Delay-dependent stability criteria of tele-operation systems with unsymmetrical time-varying delays. *IEEE Transactions on Robotics*, 26(5):925–932, 2010. [3](#)
- [18] S. Islam, P. X. Liu, and A. E. Saddik. Teleoperation systems over wide-area communication networks delay. pages 12–17, Chongqing, China, August 2013. [3](#)

- [19] R. Kelly, V. Santibáñez, and A. Loria. *Control of robot manipulators in joint space*. Springer–Verlag, London, Great Britain, 2005. [14](#), [38](#)
- [20] H. K. Khalil. *Nonlinear Systems, 3rd ed.* Prentice–Hall, Upper Saddle River, New Jersey. U .S. A., 2002. [37](#), [87](#), [91](#), [93](#)
- [21] D. A. Lawrence. Stability and transparency in bilateral teleoperation. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 9(5):624–637, 1993. [19](#)
- [22] A. Levant. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. *International Journal of Control*, 58:1247–1263, 1993. [27](#), [29](#)
- [23] A. Levant. In *Controlling output variables via higherorder sliding modes*, 1999. [63](#)
- [24] A. Levant. Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. *International Journal of Control*, 76:924–941, 2003. [63](#)
- [25] F. Miyazaki, T. Matsubayashi, and S. Arimoto. Telemanipulation with force-based display of proximity fields. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation 3*, pages 997–1002, 1986. [3](#)
- [26] M. Namvar. A class of globally convergent velocity observer for robotic manipulators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 54(8):1956–1961, 2009. [4](#)
- [27] G. Niemeyer and J. J. E. Slotine. Designing force reflecting teleoperators with large time delays to appear as virtual tools. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1997. [3](#)
- [28] E. Nuño. Consensus of Euler–Lagrange systems using only position measurements’. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, DOI: 10.1109/TCNS. 2016.2620806, 2016. [4](#), [23](#)
- [29] E. Nuño, M. Arteaga-Pérez, and G. Espinosa-Pérez. Control of bilateral teleoperators with time delays using only position measurements (doi: 10.1002/rnc.3903). *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 28:808–824, 2018. [4](#)
- [30] E. Nuño, L. Basañez, R. Ortega, and M. W. Spong. Position tracking for non-linear teleoperators with variable time delay. *International Journal of Robotics Research*, 28(7):895–910, 2009. [70](#), [71](#)

- [31] E. Nuño, R. Ortega, N. Barabanov, and L. Basañez. A globally stable PD controller for bilateral teleoperators. *IEEE Transactions on Robotics*, 24(3):753–758, 2008. [14](#)
- [32] C. Passenberg, A. Peer, and M. Buss. A survey of environment-, operator-, and task-adapted controllers for teleoperation systems. *Mechatronics*, 20:787–801, 2010. [19](#)
- [33] I. G. Polushin, P. X. Liu, and C. H. Lung. A force-reflection algorithm for improved transparency in bilateral teleoperation with communication de-lay,. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 12:361–374, 2007. [4](#)
- [34] M. Raibert and J. Craig. Hybrid position/force control of manipulators. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 103:126–133, 1981. [15](#)
- [35] I. Sarras, E. Nuño, and L. Basañez. An adaptive controller for nonlinear teleoperators with variable time–delays. *Journal of The Franklin Institute*, 351:4817–4837, 2014. [23](#), [25](#)
- [36] I. Sarras, E. Nuño, L. Basañez, and M. Kinnaert. Position tracking in delayed bilateral teleoperators without velocity measurements. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 26(7):1437–1455, 2016. [4](#)
- [37] T. Sheridan. Space teleoperation through time delay. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 9(5):592–606, 1993. [3](#)
- [38] B. Siciliano, L. Sciavicco, L. Villani, and G. Oriolo. *Robotics: Modelling, Planning and Control*. Springer–Verlag, London, Great Britain, 2010. [20](#), [24](#), [33](#)
- [39] T. Sonoura, Y. Matsuo, and T. Inaba. Passivity analysis of a human operator in a human-machine control system considering maneuverability. In *Proceedings of the 41st SICE Annual Conference. SICE 2002*, pages 2715–2720, Osaka, Japan, August 2002. [4](#), [23](#)
- [40] M. W. Spong, S. Hutchinson, and M. Vidyasagar. *Robot Modeling and Control*. John Wiley & Sons, U .S. A., 2006. [12](#), [13](#)
- [41] Y. Yokokohji and T. Yoshikawa. Bilateral control of master–slave manipulators for ideal kinesthetic coupling: Formulation and experiments. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 10(5):605–620, 1994. [3](#), [19](#)
- [42] K. Youcef-Toumi and D. A. Gutz. Impact and force control: Modeling and experiments. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 116:89–98, 1994. [25](#)