



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

INVESTIGACIÓN EXPERIMENTAL DE LA ZONA DE
ENTRECRUCE DEL CAMPO SONORO DIFUSO Y EL CAMPO
SONORO MODAL PARA EL DISEÑO ACÚSTICO DE RECINTOS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICO

P R E S E N T A :

CARLOS DUVIGNAU VILLANUEVA

TUTOR

DR. SANTIAGO JESÚS PÉREZ RUIZ



CIUDAD UNIVERSITARIA, 2021



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*A mi familia, amigos y maestros.
Llevo conmigo una parte de ustedes en todo momento.*

Agradecimientos

Agradezco a la Universidad Nacional Autónoma de México, por la inspiración que me ha dado en las aulas, donde experimenté libertad, compromiso, pasión y creatividad. A todos los docentes que guiaron mi enseñanza con sus clases y su ejemplo; Dra. María de los Ángeles Sandoval Romero, Dra. Catalina Elizabeth Stern Forgach, Dr. Federico Ricalde Sánchez, Dr. Carlos Echeverría Arjonilla, Dra. Rosalba Castañeda Guzmán. A los miembros de mi jurado Dr. Francisco Javier Mandujano Sánchez, Dr. Pablo Luis Rendón Garrido, Dr. Felipe Orduña Bustamante, M. en I. David Porta Zepeda y en especial a mi tutor, Dr. Santiago Jesús Pérez Ruiz por compartir conmigo su pasión y conocimiento de la acústica.

A mis padres y a mis hermanos. A mis tíos Quique, Benja y Teté que me inculcaron el amor a la música y me enseñaron que todo es posible. A mi primo Manuel Duvignau por toda la inspiración y apoyo. A mi familia; Duvignau y Villanueva. A mis amigos; la familia Galicia Limón, a Alfredo Lozano, Carlos Hermosillo, Ricardo Ramírez, Diana Martínez, Sebastián Gómez, Jesús Alejandro Murillo, Kevin Castillo, Alan Michelle Gómez, Valentin Galicia, Daniel Sánchez, Luis Ángel, Luis Samuel y Mauro Pérez.

A Sarah por todo tu amor, apoyo e inspiración. Y a la familia Elsmore por acompañarme en esta parte de la aventura.

A mi otra alma mater, Sala de Audio, por las enseñanzas y permitirme compartir con los estudiantes mexicanos la pasión por la Física y el Audio a través de los cursos impartidos durante estos últimos tres años. Y por último, a la familia Walters-Storyk Design Group por invitarme a ser parte del equipo ejerciendo mi carrera como Físico Acústico.

Resumen

En este trabajo se presenta la exploración experimental de un nuevo parámetro acústico propuesto por investigadores de la Universidad Tecnológica Federal de Paraná llamado la frecuencia de entrecruce [1].

La frecuencia de entrecruce divide al campo sonoro modal del estadístico dentro de un recinto mediante el análisis de la curtosis de los valores reales e imaginarios del promedio espacial de las funciones de respuesta en frecuencia medidas en distintas posiciones dentro de un recinto y del cálculo de la desviación máxima de una distribución uniforme de los valores de fase.

Se midieron las funciones de respuesta en frecuencia en cuatro recintos distintos; dos recintos donde se elabora la caracterización de materiales dentro del Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología, UNAM, México y dos en las oficinas principales de Walters Storyk Design Group, en Nueva York, E.E.U.U. donde la escucha crítica de música es el principal objetivo.

La instrumentación se explora a partir de la recomendada en los estándares internacionales de medición ISO 354-1 [6] e ISO 3382-1 [7] con el objetivo de determinar las condiciones de la metodología suficientes para calcular la frecuencia de entrecruce.

Los resultados permiten de forma didáctica, visualizar la condición de campo difuso. Se observa que la frecuencia de entrecruce se encuentra por debajo de la frecuencia de Schroeder, único parámetro teórico utilizado previamente para dividir el campo sonoro y crear predicciones computacionales para el diseño de un recinto.

Se realizan recomendaciones al trabajo posterior con respecto a la instrumentación en las conclusiones del trabajo.

Abstract

This work presents the experimental exploration of a new acoustic parameter proposed by researchers from the Federal Technological University of Paraná called the crossover frequency [1].

The crossover frequency divides the modal sound field from the statistic within a room by analyzing the kurtosis of the real and imaginary values of the spatial average of the frequency response functions measured at different positions within a room and by calculating the maximum deviation from a uniform distribution of phase values.

The frequency response functions were measured in four different rooms; two enclosures where the characterization of materials is elaborated within the Institute of Applied Sciences and Technology, UNAM, Mexico, and two in the main offices of Walters Storyk Design Group, in New York, USA. where critical music listening is the main objective.

The instrumentation is explored based on that recommended in the international measurement standards ISO 354-1 [6] and ISO 3382-1 [7] in order to determine the conditions of the methodology sufficient to calculate the crossover frequency.

The results allow, in a didactic way, to visualize the condition of the diffuse field. It is observed that the crossover frequency is below the Schroeder frequency, the only theoretical parameter previously used to divide the sound field and create computational predictions for designing a room.

Recommendations to the future work regarding the instrumentation technique are made in the work conclusions.

Índice general

Agradecimientos	II
Resumen	III
Abstract	IV
Objetivos	x
1. Acústica en recintos	1
1.1. Campo Sonoro	1
1.2. Densidad modal	6
1.3. Campo sonoro estadístico	10
1.4. Reverberación en recintos	12
1.4.1. Sonido directo y reverberante	17
2. Parámetros acústicos	20
2.1. T_{20} , T_{30}	21
2.2. Parámetros derivados de respuestas en frecuencia	26
2.3. Coeficiente de absorción	27
2.4. Difusión del campo sonoro	31
2.5. Difusividad	31
3. Frecuencia de entrecruce	36
3.1. Frecuencia de Schroeder	36
3.2. Calculo de la frecuencia de entrecruce a partir del análisis estadístico de las funciones de respuestas en frecuencia	39

4. Medición de la frecuencia de entrecruce	42
4.1. Equipo de medición	43
4.2. Diseños experimentales	44
4.3. Resultados	46
4.3.1. Cámara Reverberante	47
4.3.2. Gabinete Alfa	50
4.3.3. Listening Room	53
4.3.4. Acousticave	56
4.4. Análisis	58
4.4.1. Cámara Reverberante	58
4.4.2. Gabinete Alfa	59
4.4.3. Listening Room	59
4.4.4. Acousticave	60
5. Conclusiones	61
5.1. Trabajo posterior	62
6. Apéndice	64
6.1. Imágenes de los recintos medidos	64

Índice de figuras

4.1. Caso i) Valores del T_{30} en tercios de octava de la cámara reverberante sin material de muestra. Se calcula un tiempo de decaimiento de $T_{30,mid} = 11.17 \pm 0.09$ s.	47
4.2. Caso ii) Valores del T_{30} en tercios de octava de la cámara reverberante con material de muestra. Se calcula un tiempo de decaimiento de $T_{30,mid} = 2.79 \pm 0.02$ s.	47
4.3. Caso i) Análisis de la curtosis del promedio espacial de los valores reales e imaginarios de las respuestas en frecuencia medidas en la cámara reverberante sin material de muestra. La frecuencia de entrecruce es de $f_{CR} = 205$ Hz y $f_{CI} = 170$ Hz respectivamente.	48
4.4. Caso ii) Análisis de la curtosis del promedio espacial de los valores reales e imaginarios de las respuestas en frecuencia medidas en la cámara reverberante con material de muestra. La frecuencia de entrecruce es de $f_{CR} = 140$ Hz y $f_{CI} = 170$ Hz respectivamente.	48
4.5. Caso i) Análisis de la desviación máxima de la distribución uniforme de los valores de fase de la cámara reverberante sin material de muestra. La frecuencia de entrecruce es $f_D = 200$ Hz	49
4.6. Caso ii) Análisis de la desviación máxima de la distribución uniforme de los valores de fase de la cámara reverberante con material de muestra. La frecuencia de entrecruce es $f_D = 155$ Hz	49
4.7. Caso i) Valores del T_{30} en tercios de octava de gabinete alfa sin difusores. Se calcula un tiempo de decaimiento de $T_{30,mid} = 1.77 \pm 0.01$ s.	50
4.8. Caso ii) Valores del T_{30} en tercios de octava de gabinete alfa con difusores. Se calcula un tiempo de decaimiento de $T_{30,mid} = 1.66 \pm 0.09$ s.	50

4.9. Caso i) Análisis de la curtosis del promedio espacial de los valores reales e imaginarios de las respuestas en frecuencia medidas en el gabinete alfa sin difusores. La frecuencia de entrecruce es de $f_{CR} = 75$ Hz y $f_{CI} = 110$ Hz respectivamente. 51

4.10. Caso ii) Análisis de la curtosis del promedio espacial de los valores reales e imaginarios de las respuestas en frecuencia medidas en el gabinete alfa con difusores. La frecuencia de entrecruce es de $f_{CR} = 125$ Hz y $f_{CI} = 135$ Hz respectivamente. 51

4.11. Caso i) Análisis de la desviación máxima de la distribución uniforme de los valores de fase del gabinete alfa sin difusores. La frecuencia de entrecruce es $f_D = 320$ Hz. 52

4.12. Caso ii) Análisis de la desviación máxima de la distribución uniforme de los valores de fase del gabinete alfa con difusores. La frecuencia de entrecruce es $f_D = 315$ Hz. 52

4.13. Caso i) Valores del T_{30} en tercios de octava del listening room con tratamiento. Se calcula un tiempo de decaimiento de $T_{30,mid} = 1.37 \pm 0.01$ s. 53

4.14. Caso ii) Valores del T_{30} en tercios de octava del listening room con tratamiento. Se calcula un tiempo de decaimiento de $T_{30,mid} = 0.18 \pm 0.01$ s. 53

4.15. Caso i) Análisis de la curtosis del promedio espacial de los valores reales e imaginarios de las respuestas en frecuencia medidas en el listening room sin tratamiento acústico. En este caso no es posible determinar la frecuencia de entrecruce para ambas partes. 54

4.16. Caso ii) Análisis de la curtosis del promedio espacial de los valores reales e imaginarios de las respuestas en frecuencia medidas en el listening room con tratamiento acústico. En este caso no es posible determinar la frecuencia de entrecruce para ambas partes. 54

4.17. Caso i) Análisis de la desviación máxima de la distribución uniforme de los valores de fase del listening room sin tratamiento acústico. La frecuencia de entrecruce es $f_D = 320$ Hz. 55

4.18. Caso ii) Análisis de la desviación máxima de la distribución uniforme de los valores de fase del listening room con tratamiento acústico. La frecuencia de entrecruce es $f_D = 150$ Hz. 55

4.19. Valores del T_{30} en tercios de octava de la acusticave. Se calcula un tiempo de decaimiento de $T_{30,mid} = 1.287 \pm 0.005$ s. 56

4.20. Análisis de la curtosis del promedio espacial de los valores reales e imaginarios de las respuestas en frecuencia medidas en el listening room sin tratamiento acústico. En este caso no es posible determinar la frecuencia de entrecruce para la parte real. Para la parte real, $f_{CI} = 45$ Hz. 56

4.21. Análisis de la desviación máxima de la distribución uniforme de los valores de fase de la acusticave. La frecuencia de entrecruce es $f_D = 435$ Hz. 57

6.1. Cámara reverberante con material a caracterizar y la fuente omnidireccional usada para la medición de las respuestas en frecuencia en el ICAT. 64

6.2. Posición de la fuente omnidireccional durante la medición de las respuestas en frecuencia dentro del gabinete alfa en el ICAT. Al colocar la fuente en una esquina se obtiene la máxima generación de modos dentro del recinto. 65

6.3. Pared norte del listening room con tratamiento acústico en WSDG. Se observan paneles resonadores de cavidad que permiten una mayor absorción en una frecuencia en específico, colgados en el techo pánels difusores y absorbentes manufacturados por colaboradores de la empresa y pánels en la pared este. En este caso el modelo de los pánels es "BAD Panel"manufacturados por RPG. Aparecen la fuente omnidireccional y el micrófono utilizado para la medición de las respuestas en frecuencia. 66

6.4. Fuente omnidireccional y micrófono de medición utilizados en la medición de las respuestas en frecuencia dentro de la Acusticave en WSDG. 67

Objetivos

El presente trabajo tiene como objetivo explorar el método de análisis estadístico del promedio espacial de respuestas en frecuencia medidas en un recinto a través de la curtosis de los valores reales e imaginarios y el análisis de la máxima desviación de una distribución normal de los valores de fase para determinar la llamada frecuencia de entrecruce, la cual divide el campo sonoro en el campo modal y el campo estadístico y así poder determinar la validez de la condición de campo difuso asumido para el óptimo diseño acústico de un recinto. Otro objetivo es encontrar las limitaciones de la instrumentación recomendada por la norma ISO 3382-1:2009 aplicada a la obtención de la frecuencia de entrecruce. Por último se concluye un método de instrumentación adecuado y se resalta el valor didáctico que el análisis tiene para el estudio de la condición de campo difuso.

Capítulo 1

Acústica en recintos

El fenómeno sonoro en espacios cerrados o recintos, se distingue del comportamiento que tiene en campo libre debido a las superficies en donde las ondas sonoras son afectadas por obstáculos; pudiendo ser absorbidas, reflejadas o dispersadas.

Al tiempo que le toma al fenómeno sonoro alcanzar la presión en equilibrio se le llama tiempo de reverberación. Este tiempo es de suma importancia en el diseño de cuartos de escucha ya que determina qué tipo de mensaje es adecuado para conseguir la óptima transmisión del mensaje. Por ejemplo, una conversación, un recital, una obra de teatro, un concierto musical o incluso un deporte, en el caso de que se considere un recinto grande.

En recintos pequeños se presta especial atención al efecto de la resonancia del recinto en bajas frecuencias debido a la coincidencia entre la geometría de la construcción y la longitud de onda de las ondas sonoras generadas por una fuente. Se encuentran en el recinto posiciones donde la energía sonora es estacionaria, siendo contraproducente para la distribución homogénea de la energía sonora y por lo tanto impactando la calidad del mensaje por transmitir.

1.1. Campo Sonoro

Si un impulso mecánico se imprime en un sistema se genera una vibración específica a ciertas frecuencias. La propagación de la vibración depende de las características del sistema físico. En nuestro caso, el sistema físico será el gas y el recinto que lo contiene. El impulso será la diferencia de presión generada por una fuente sonora como una bocina o un ponente [11].

El fenómeno de resonancia dentro de un recinto se da a partir de la excitación de frecuencias naturales que dependen de la distancia que hay entre sus paredes. Considerando en una sola dimensión al sistema pared-aire-pared se define como frecuencia natural o primer modo de resonancia f_1 a aquella frecuencia cuya media longitud de onda $\lambda/2$ es igual a la distancia entre las paredes L

$$f_1 = \frac{c}{2L} \quad (1.1)$$

donde c es la velocidad del sonido en el medio. A las resonancias en una dimensión se les conoce como modos axiales y se pueden calcular a partir de la frecuencia natural al calcular los múltiplos enteros de ella $f_n = n f_1$.

La excitación de un modo de resonancia generará posiciones dentro del recinto donde la presión sonora es máxima y otros donde es mínima generando así una distribución no homogénea de la energía acústica siendo contraproducente para la propagación de un mensaje a través de la onda sonora.

La impedancia del medio que afecta la propagación de la onda sonora se define como la impedancia acústica $Z = \rho_0 c$ ¹. Se consideran dos tipos de impedancia; la impedancia reactiva local que no depende del ángulo de incidencia, y la impedancia reactiva extendida que depende del material, la estructura de las paredes del recinto, y de las reflexiones y las refracciones acústicas.

Al tomar la ecuación de onda independiente del tiempo, asumiendo que es armónica por su propagación de presión, con una velocidad angular ω , se tiene la ecuación de Helmholtz

$$\Delta p + k^2 p = 0 \quad (1.2)$$

con $k = \frac{\omega}{c}$ el número de onda. Asumiendo que se tienen paredes con impedancia reactiva local, caracterizadas por la impedancia Z y utilizando la componente de la velocidad normal a la frontera

¹En el aire a 20 °C el valor de la impedancia acústica es de 414 kg/m²s

$$v_n = -\frac{1}{i\omega\rho_0}(\nabla p)_n = \frac{i}{\omega\rho_0} \frac{\partial p}{\partial n} \quad (1.3)$$

Reemplazando v_n por p/Z obtenemos

$$Z \frac{\partial p}{\partial n} + i\omega\rho_0 p = 0 \quad (1.4)$$

Siendo esta la condición de frontera necesaria para encontrar las soluciones distintas de cero de la ecuación de Helmholtz. Estas funciones son conocidas como eigenfunciones y describen a la onda sonora en el tiempo y a su distribución espacial dentro del recinto en valores discretos de k , llamados eigenvalores. Cada eigenvalor k_n está asociado con una eigenfunción $p_n(x, y, z)$ que representa una onda sonora estacionaria o modo normal de resonancia del cuarto.

La ortogonalidad de las eigenfunciones indica que si $n \neq m$, entonces

$$\iiint_V p_n(r)p_m(r)dV = \begin{cases} K_n & \text{para } n = m \\ 0 & \text{para } n \neq m \end{cases} \quad (1.5)$$

Si se conocen todas las eigenfunciones y eigenvalores de un recinto es posible determinar las características de la propagación sonora, como la respuesta que tiene el recinto con diferentes fuentes sonoras, la reverberación, la distribución espacial de la densidad de energía acústica, entre otros [11].

En un cuarto construido como prisma rectangular, con dimensiones L_x, L_y, L_z , usamos la ecuación de onda plana para la presión sonora expresada en términos de cada coordenada

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + k^2 p = 0 \quad (1.6)$$

En un sistema cartesiano de tres coordenadas es posible separar la eigenfunción en tres componentes que dependen de una sola coordenada. Para la presión se obtiene

$$p(x, y, z) = p_x(x)p_y(y)p_z(z) \quad (1.7)$$

Sustituyendo en la ecuación de onda obtenemos la separación de tres funciones espaciales:

$$\frac{1}{p_x(x)} \frac{d^2 p_x(x)}{dx^2} + \frac{1}{p_y(y)} \frac{d^2 p_y(y)}{dy^2} + \frac{1}{p_z(z)} \frac{d^2 p_z(z)}{dz^2} = -k^2 = -(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) \quad (1.8)$$

donde k_x , k_y y k_z son los números de onda de los componentes de onda que se propagan en una sola dirección. Es posible separar tres distintas ecuaciones debido a que parte de ella solo dependen de una variable y debe cumplirse para las demás. Por esto, para la variable x podemos reescribir

$$\frac{d^2 p_x(x)}{dx^2} + k_x^2 p_x(x) = 0 \quad (1.9)$$

Cuya solución es

$$p_x(x) = Ae^{jk_x x} + Be^{-jk_x x} \quad (1.10)$$

Esta ecuación de la presión sonora distinta de cero representa dos ondas que viajan en la dirección del eje x de forma opuesta de tal forma que si las amplitudes A y B son iguales será una onda estacionaria en la dirección x .

Asumiendo que las paredes son reflejantes y no absorben energía de tal forma que la velocidad de partícula normal a las superficies sea nula, la componente de velocidad normal para la coordenada x es

$$u_x(x) = -\frac{1}{\rho_0 c} [(A - B) \cos(k_x x) + j(A + B) \sin(k_x x)] \quad (1.11)$$

Sustituyendo $x = 0$ y $u_x = 0$ resulta en $A = B$. Si sustituimos $u_x = 0$ y $x = L_x$, obtenemos:

$$k_x L_x = m\pi \quad \text{con } m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (1.12)$$

Así obtenemos el número de onda

$$k_m = \frac{m\pi}{L_x} \quad (1.13)$$

y la frecuencia dada por

$$f_m = \frac{c}{2} \frac{m}{L_x} \quad \text{con } m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (1.14)$$

El nombre de la onda sonora plana con un número de onda k_m que se propaga en la dirección x se conoce como onda axial. La frecuencia $f_{m,n,l}$ se conoce como característica o eigenfrecuencia. Cuando la distancia entre paredes sea un múltiplo de la mitad de la longitud de onda, una onda estacionaria existirá. Al resolver para las otras dos variables se encuentra una expresión para el número de onda y la frecuencia dada por:

$$k_{m,n,l} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{L_z}\right)^2} \quad (1.15)$$

$$f_{m,n,l} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{l}{L_z}\right)^2} \quad (1.16)$$

Si dos de los valores l, m, n son cero, la onda se propaga en dirección de un eje coordenado. Si solo uno de los valores es cero entonces la onda se propaga perpendicular a una de las paredes del cuarto y se le conoce como onda tangencial. Cuando los tres valores son distintos de cero se encuentra una onda oblicua que tendrán un ángulo general con respecto a las paredes del cuarto.

La presión de un modo (m,n,l) de amplitud A , de acuerdo a la ecuación anterior es

$$p_{m,n,l}(x, y, z) = A \cos\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{L_y}y\right) \cos\left(\frac{l\pi}{L_z}z\right) \quad (1.17)$$

Los modos afectan la transmisión de la información de la onda sonora ya que los valores de presión en el cuarto serán distintos dependiendo de la frecuencia que se reproduzca debido a la interferencia constructiva y destructiva. Normalmente, modificar o alterar la propagación de estos modos es difícil debido a la construcción de un cuarto. En el diseño de recintos es de gran importancia tratar de resolver esta situación, evitando simetrías entre las paredes, seleccionando la mejor posición para los sistemas de reproducción y la posición de los escuchas.

Una forma de predecir como se comportarán los modos en un recinto es a través del método de elemento finito, mejor conocido como Método de Elemento Finito o FEM por sus siglas en inglés. Con este método es posible determinar el comportamiento de los modos dentro de un cuarto que no necesariamente debe ser rectangular o simétrico.

1.2. Densidad modal

Considerando un sistema coordenado donde cada uno de los tres ejes representan los modos axiales de frecuencia f_n , f_m y f_l , cada punto en el espacio representa un modo. La longitud del vector que va del origen a algún modo representa la frecuencia, dada por la ecuación 1.1. Si se considera el octavo de una esfera de radio f formado en el lado positivo de cada eje y se determina la cantidad de modos dentro de ella se puede determinar el número N de modos que habrá en un intervalo de frecuencias de $0 - f$ por

$$N = \frac{4}{3} \frac{\pi V}{c^3} f^3 + \frac{\pi S}{4c^2} f^2 + \frac{L}{8c} f \quad (1.18)$$

Donde V es el volumen del cuarto, S es la superficie del cuarto y L es la longitud de las orillas. En un cuarto con un volumen pequeño, a una frecuencia baja, los modos que se encuentran son muy pocos. Al aumentar la frecuencia la cantidad de modos aumentará rápidamente debido al primer término con f^3 . Los modos en un cuarto pequeño están bien separados entre si ocasionando que la transmisión sonora no sea óptima debido a los puntos

de máximos y mínimos esparcidos a través del cuarto. En cada frecuencia de resonancia se encuentra un incremento en la presión sonora.

Como ejemplo, en un recinto pequeño de 105 m^3 el número de modos entre 0 a 100 Hz, aproximadamente es $N = 22$ modos y el primer modo es 24 Hz. En un recinto largo de $36\,000 \text{ m}^3$ para el mismo intervalo de frecuencias, $N = 3800$ y la frecuencia del primer modo es 4.8 Hz. Por esto vemos que los modos en recintos pequeños están más separados entre si y que la transmisión de señal es muy irregular debido al efecto de resonancia que eleva la presión sonora.

La densidad modal se define como la cantidad de modos por intervalo de frecuencia

$$n = \frac{dN}{df} = \frac{4\pi V}{c^3} f^2 + \frac{\pi S}{2c^2} f + \frac{L}{8c} \quad (1.19)$$

Cuando se mide la respuesta en frecuencia de un cuarto, se encuentra que los intervalos de frecuencia entre modos es irregular. Sin embargo, un calculo de esta densidad podría determinar la suavidad de la respuesta. ²

Los modos axiales son los que tendrán más energía en un cuarto, los tangenciales tendrán la mitad de la energía de los axiales y los oblicuos la mitad de los axiales. Los picos o máximos en la respuesta de frecuencia de un cuarto es más probable que se encuentren en las frecuencias de los modos.

El amortiguamiento o absorción de la energía sonora de los primeros modos es fundamental para el diseño de un recinto. Al propagarse la onda existe atenuación debido al medio y a los distintos materiales que existen dentro del recinto.

Observemos la ecuación de onda en dirección x :

$$\frac{1}{X(x)} \frac{d^2 X(x)}{dx^2} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 T(t)}{dt^2} = -\bar{k}_x^2 = -\left(\frac{\omega + j\delta}{c}\right)^2 \quad (1.20)$$

donde $X(x)$ es la componente de la presión sonora en dirección x , $T(t)$ es la componente temporal y \bar{k}_x^2 es el número de onda complejo que permite expresar las perdidas a partir del factor de amortiguamiento δ .

²En el diseño de un recinto se mide el índice de espaciamento de frecuencia o FSI determinado a partir de la varianza relativa del espaciamento de los primeros veinticinco modos de un recinto para determinar las mejores dimensiones de construcción. [14]

El número de onda complejo es

$$\bar{k}_x = \frac{\omega + j\delta}{c} = k + j\frac{\delta}{c} = \beta_x + j\alpha_x \quad (1.21)$$

El amortiguamiento cambia de frecuencia al modo, pero cuando existe poco amortiguamiento este cambio es despreciable [10].

Si una fuente es colocada dentro de un recinto y se reproducen señales de audio a través de ellas se generan ondas sonoras consideradas como forzadas, así la función temporal y espacial dependen ahora de la fuente y además de las propiedades del recinto.

Una fuente se caracteriza por la función de densidad, que es la función de distribución $q(r_0)$ que describe su velocidad de volumen en todos los puntos con la coordenada r_0 .

La ecuación de continuidad es expandida por la fuente sonora dentro del recinto de tal forma que la ecuación de onda de la presión sonora es:

$$\Delta p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \rho_0 \frac{\partial q}{\partial t} \quad (1.22)$$

Para una fuente sonora armónica $q(r_0, t) = q(r_0)e^{j\omega t}$, la ecuación de onda cambia:

$$\Delta p(r) + k^2 p(r) = -j\omega\rho_0 q(r_0) \quad (1.23)$$

donde r_0 es un la coordenada de la fuente sonora y r un punto dentro del recinto. La presión sonora $p(r)$ en el recinto, generado por una fuente puntual de la velocidad de volumen Q localizado en el punto r_0 es:

$$p(r, k) = -jk\rho_0 c \frac{Q}{V} \sum_{N=0}^{\infty} \frac{\Psi_N(r_0)\Psi_N(r)}{\Lambda_N(k^2 - k_N^2)} \quad (1.24)$$

donde k_N es el número de onda del modo N , k es el número de onda de la fuente, $\Psi_N(r_0)$ es la eigenfunción evaluada en la fuente puntual, $\Psi_N(r)$ es la eigenfunción evaluada en el

punto r , V es el volumen del recinto y la ortogonalidad es

$$K_n = V\Lambda_N = \iiint_V \Psi_N^2(r) dV \quad (1.25)$$

Los efectos del amortiguamiento dentro del recinto se pueden determinar observando el término $(k^2 - k_N^2)$ de la ecuación 1.2. Si k se aproxima a k_N , la presión sonora aumenta y la transmisión del sonido usualmente generara un pico máximo a frecuencias bajas. El número de onda complejo se expresa como:

$$\bar{k}_N = \frac{\omega_N}{c} + j\frac{\delta_N}{c} = \beta_x + j\alpha_x \quad (1.26)$$

Por lo que el término se vuelve:

$$k^2 - k_N^2 = k^2 - \left(\frac{\omega_N}{c}\right)^2 - j2\frac{\omega_N}{c}\frac{\delta_N}{c} - \left(\frac{\delta_N}{c}\right)^2 \quad (1.27)$$

Si el amortiguamiento expresado en el último término es pequeño, entonces podemos despreciarlo, por lo que la ecuación se convierte en:

$$p(r, k) \approx jk\rho_0c\frac{Q}{V} \sum_{N=0}^{\infty} \frac{\Psi_N(r_0)\Psi_N(r)}{\left(k^2 - k_N^2 - j2k_N\frac{\delta_N}{c}\right)} \quad (1.28)$$

Como la eigenfunción Ψ_N se debe a \bar{k}_N compleja y a la ecuación debe ser real, entonces la ortogonalidad es

$$V\Lambda_N = \iiint_V \Psi_N(r)\Psi_N^*(r) dV \quad (1.29)$$

Otra condición necesaria en el diseño de un recinto es que el ancho de banda de los modos debe ser suficientemente grande. Este se mide por la magnitud de su respuesta en términos de la diferencia de frecuencias Δf cuando la energía es la mitad del máximo en el modo.

Como la energía es función del cuadrado de la presión, es posible calcular el ancho de banda de un modo con la relación dada entre la mitad y la máxima energía

$$\Delta\omega = 2\delta_N \quad (1.30)$$

Si los campos están bien separados, la ecuación permite medir el amortiguamiento modal de la respuesta en frecuencia o la función de transferencia del recinto [10].

1.3. Campo sonoro estadístico

Como los modos existen a ciertas frecuencias, la respuesta en frecuencia en un punto en el cuarto no es suave. Aun cuando se coloca una fuente sonora con respuesta plana en un ambiente libre de reflexiones.

Debido a que la densidad modal depende del cuadrado de la frecuencia, el solapamiento modal crece con respecto a la frecuencia. Así, la respuesta del cuarto puede ser expresada por leyes estadísticas que fueron formuladas por Schroeder y explicadas por Kuttruff [15].

La dependencia temporal de la energía potencial está descrita por

$$p^2(t) = p_0^2 e^{-2\delta t} \quad (1.31)$$

donde p_0^2 es la energía potencial inicial. La curva de decaimiento en el cuarto puede ser medida y el tiempo de reverberación se determina a partir ella. Por definición es el tiempo que le toma a la energía decaer 10^{-6} o $60dB$ con respecto a su valor original. Tomando la ecuación anterior y esta condición se encuentra el factor de decaimiento

$$\frac{p^2(T_{60})}{p^2(0)} = 10^{-6} = e^{-2\delta T_{60}} \quad (1.32)$$

La relación entre el ancho de banda modal y el tiempo de reverberación es entonces

$$T_{60} = \frac{2.2}{\Delta f} \quad (1.33)$$

Aunque no hay una frecuencia definida que separe a la respuesta en frecuencia baja caracterizada por el campo modal de la respuesta generada por las frecuencias altas, se utiliza la Frecuencia de Schroeder. A esta frecuencia, tres modos distintos se sobreponen en un mismo ancho de banda de frecuencia modal y esta dada por

$$f_S = 2000 \sqrt{\frac{T_{60}}{V}} \quad (1.34)$$

Un cuarto con $200m^3$ de volumen y un tiempo de reverberación $T_{60} = 1s$ se obtiene una $f_S = 141$ Hz. En un cuarto con un $V = 50m^3$ y un $T_{60} = 0.5s$, se obtiene $f_S = 200$ Hz.

Al analizar la respuesta en frecuencia se estudian dos tipos de curvas; la primera es aquella que se genera al capturar la respuesta del cuarto al dejar fija la posición del micrófono y generando un barrido de frecuencias desde la fuente. El segundo, es cuando se reproduce una frecuencia fija por la fuente sonora y el micrófono se mueve en línea recta a través del recinto para estudiar el cambio de la respuesta en frecuencia. A la primera se le llama la curva de frecuencia y a la segunda la curva espacial. Ambas son parecidas ya que su distribución estadística es la misma y se generan por la interferencia de modos con distinta amplitud y fases aleatorias. De ahora en adelante, el análisis será únicamente de la curva de frecuencia.

La variable $\xi = \frac{p^2}{\langle p^2 \rangle}$ es una distribución exponencial con la función de distribución ω y la distribución acumulativa F

$$\omega(\xi) = e^{-(\xi)} \quad (1.35)$$

y

$$F = 1 - e^{-(\xi)} \quad (1.36)$$

Los máximos contiguos están separados por una distancia de $\Delta x = 0.5\lambda$. Sin embargo, la distancia promedio de máximos contiguos por encima de la frecuencia de Schroeder en una curva espacial es de $\Delta x = 0.79\lambda$. Los máximos adyacentes son afectados por el amortiguamiento y la distancia de frecuencia es $\Delta f \approx (4/T_{60})$. Entre más amortiguamiento haya, menor tiempo de reverberación y mayor será el intervalo de frecuencia entre los máximos.

A pesar de que la respuesta de la fuente sea constante en el nivel de potencia en todas las frecuencias, la respuesta en frecuencia captada por el micrófono se verá con máximos y mínimos de presión alrededor del cuarto debido a la interferencia constructiva y destructiva de cada modo en el cuarto. Es posible promediar las respuestas en frecuencia medidas en distintas posiciones (r) para obtener una idea general del comportamiento del campo sonoro debido al recinto, a este promedio lo conocemos como promedio espacial.

Los modos de un cuarto son fáciles de generar al localizar una fuente sonora en la esquina del cuarto. Esta posición es óptima para localizar una fuente sonora de frecuencias bajas ya que estará en un punto de máxima amplitud de resonancia para los primeros modos de las tres dimensiones del recinto.

De misma forma, se pueden excitar de distinta manera a los modos de resonancia si se localiza la fuente en distintos puntos del recinto³. Es importante notar esto ya que se pueden colocar las fuentes sonoras de tal forma que el cuarto entregue una respuesta plana [10].

1.4. Reverberación en recintos

Existen distintas aproximaciones para calcular el tiempo de reverberación que dependen de los parámetros físicos del recinto. La ecuación de Sabine fue la primera aproximación para calcular el tiempo de reverberación de un recinto grande pensado para conciertos de música sinfónica que en teoría es un prisma rectangular, sin embargo hoy en día se tiene la necesidad de usar distintas aproximaciones para recintos pequeños, explicadas a continuación.

Se puede calcular la energía sonora que incide en una pared al asumir un campo sonoro difuso que tiene por definición una densidad de energía uniforme w de tal forma que la cantidad de energía en un elemento de volumen dV es $w dV$. Al considerar un anillo de volumen dV que contiene una energía sonora $w dV = w 2\pi \sin \theta r d\theta dr$ propagándose de forma esférica con un radio r de tal forma que la energía incidente en un elemento de superficie dS

³En el diseño de recintos la instalación de altavoces requiere una calibración posterior a través de ecualizadores o filtros que permiten cambiar la intensidad con la que se emiten las distintas frecuencias.

es

$$wdV \frac{dS \cos(\theta)}{4\pi r^2} \quad (1.37)$$

la energía total dE que incide en dS desde un hemisferio de ancho dS es

$$\frac{dE}{dt} = \frac{wc}{4} dS \quad (1.38)$$

donde $dt = dr/c$ y c es la velocidad del sonido. Así la intensidad sonora en la pared es:

$$I_{inc} = \frac{dE}{dSdt} = \frac{wc}{4} \quad (1.39)$$

Esta intensidad sonora incidente en la pared es menor que la intensidad que tiene una onda plana $I_0 = wc$ ya que decrece conforme aumenta el ángulo θ .

Ahora, si suponemos que las paredes tienen un coeficiente de absorción α al colocar una fuente sonora con potencia sonora P . El incremento de energía se calcula con la ecuación de equilibrio para un campo sonoro difuso

$$P = V \frac{dw}{dt} + I_{inc} \alpha S = V \frac{dw}{dt} + \frac{wc}{4} \alpha S \quad (1.40)$$

La potencia disipada será consumida por el incremento de energía dentro del cuarto, expresado por el primer término dependiente del tiempo. Otra parte de la energía es absorbida por las superficies con área S que tienen un coeficiente de absorción α . La solución para $w = 0$ y $t = 0$ es

$$w(t) = \frac{4P}{c\alpha S} \left[1 - e^{-(c\alpha S/4V)t} \right] \quad (1.41)$$

Lo que indica que la densidad de energía tendrá un valor máximo asintótico con valor $\frac{4P}{c\alpha S}$. El cambio de la densidad de energía sonora después de apagar la fuente sonora se conoce

al sustituir $P = 0$ en la ecuación anterior, obteniendo

$$w(t) = w_0 e^{-(c\alpha S/4V)t} \quad (1.42)$$

Con w_0 la densidad de energía inicial. El decaimiento de la energía con respecto al tiempo que se mide dentro de un recinto es fuertemente influenciado por los modos de un cuarto y otros efectos de resonancia haciendo que sea irregular.

Usando la ecuación del decaimiento energético anterior y sustituyendo para $w(T)/w_0 = e^{-(c\alpha S/4V)T} = 10^{-6}$ obtenemos

$$T_{60} = \frac{24}{c \log_{10}(e)} \frac{V}{\alpha S} = 0.161 \frac{V}{\alpha S} \quad (1.43)$$

T_{60} es el tiempo de reverberación, V es el volumen del cuarto, S es la superficie de las paredes y α es un coeficiente de absorción uniforme. Expresado en términos de la intensidad sonora es

$$I(x) = I_0 e^{-mx} \quad (1.44)$$

Con m el coeficiente de atenuación que depende de la frecuencia, temperatura y humedad relativa. Al considerar este coeficiente, la ecuación de Sabine se vuelve

$$T_{60} = 0.161 \frac{V}{S\alpha + 4mV} \quad (1.45)$$

Para frecuencias altas por encima de los 300 Hz [5], cuando la longitud de onda es mucho menor que las dimensiones del cuarto, el sonido se puede interpretar como lo hacemos en óptica geométrica, a partir de rayos.

Se puede calcular una distancia promedio de recorrido por una onda al reflejarse varias veces en las distintas paredes conocida como el camino libre medio. Esta distancia se define

como el valor promedio de la densidad de probabilidad de la distribución del tamaño del camino l que le toma a un rayo para reflejarse entre paredes sucesivas.

Si tomamos la ecuación de la densidad de energía sonora y sustituimos l_t que es la distancia que recorre un rayo en un tiempo t y es igual a n caminos medios de \bar{l} obtenemos:

$$w = w_0 e^{-\alpha(l_t/\bar{l})} = w_0 e^{-\alpha(n\bar{l}/\bar{l})} = w_0 e^{-\alpha n} \quad (1.46)$$

Después de n reflexiones w decrece en $e^{-\alpha n}$, entonces:

$$\bar{l} = \frac{4V}{S} \quad (1.47)$$

Otra aproximación al tiempo de reverberación es la de Eyring, que a diferencia de la de Sabine que suponía un campo sonoro difuso y absorción continua por las paredes conforme el sonido viajaba, esta supone que el sonido se reflejará conforme cada reflexión ocurre.

Si una fuente sonora se enciende con una potencia P , le toma un tiempo de onda τ viajar una distancia de camino medio libre \bar{l} . Así, la energía radiada E_0 es

$$E_0 = P \cdot \tau \quad (1.48)$$

y

$$\tau = \frac{1}{n} \quad (1.49)$$

Durante el intervalo de tiempo τ a 2τ , la fuente emite la energía $E = P \cdot \tau$, por lo que la energía en el cuarto será

$$E_1 = E_0 + E'_{rem} = P\tau[1 + (1 - \alpha)] \quad (1.50)$$

Durante el siguiente intervalo de tiempo 2τ y 3τ , la energía será:

$$E_2 = P\tau[1 + (1 - \alpha) + (1 + \alpha)^2] \quad (1.51)$$

Después de cierto tiempo $\tau = kt$ y $k - 1$ reflexiones, la energía será

$$E_{k-1} = P\tau[1 + (1 - \alpha) + \dots + (1 + \alpha)^{k-1}] \quad (1.52)$$

Al sumar cada energía hallamos la densidad de energía

$$\omega = \frac{E_{k-1}}{V} = \frac{P\tau}{V} \frac{1 - (1 - \alpha)^k}{\alpha} \quad (1.53)$$

Usando las relaciones de la aproximación de Sabine, reescribimos esta ecuación

$$w = \frac{4P}{c\alpha S} [1 - (1 - \alpha)^{(cS/4V)t}] = w_0 [1 - e^{\ln(1-\alpha)(cS/4V)t}] \quad (1.54)$$

De ella podemos calcular el tiempo de reverberación. La densidad de energía después del tiempo que transcurre en ocurrir la primera reflexión τ es $w_\tau = w_0(1 - \alpha)$ y después de cada reflexión es:

$$w_{k\tau} = w_0(1 - \alpha)^{(cS/4V)t} = w_0 e^{\ln(1-\alpha)(cS/4V)t} \quad (1.55)$$

El tiempo de reverberación puede obtenerse al usar esta ecuación y sustituir la relación entre la densidad y la densidad inicial sea

$$\frac{w}{w_0} = 10^{-6} = e^{\ln(1-\alpha)(cS/4V)T_60} \quad (1.56)$$

Así, el tiempo de reverberación es

$$T_{60} = -\frac{24 \ln(10)}{c} \frac{V}{S \ln(1 - \alpha) + 4mV} = -0.161 \frac{V}{S \ln(1 - \alpha) + 4mV} \quad (1.57)$$

Esta ecuación es la aproximación al tiempo de reverberación de Eyring. Cuando el coeficiente de absorción es $\alpha < 0.1$ se obtienen resultados muy parecidos a la aproximación de Sabine, por lo que esta aproximación es útil cuando $\alpha > 0.1$. Ambas ecuaciones son útiles cuando la absorción está homogéneamente distribuida alrededor del cuarto y el campo sonoro sea difuso [10].

Otra aproximación útil al tiempo de reverberación es la de Fitzroy la cual supone que la energía sonora es absorbida más en una de las dimensiones que en otra. Esta no uniformidad de la absorción ocasiona que el T_{60} predicho sea muy parecida a la que se obtiene a través de una medición. Considerando un cuarto rectangular con una absorción de 20°C se escribe

$$T_{60} = \left(\frac{S_x}{S}\right) \left[\frac{0.161V}{-S \ln(1 - \alpha_x)}\right] + \left(\frac{S_y}{S}\right) \left[\frac{0.161V}{-S \ln(1 - \alpha_y)}\right] + \left(\frac{S_z}{S}\right) \left[\frac{0.161V}{-S \ln(1 - \alpha_z)}\right] \quad (1.58)$$

Donde α_i es la absorción promedio de las paredes perpendiculares al eje i y S_i es la superficie de cada una de ellas. La superficie total del cuarto es $S = S_x + S_y + S_z$. [13]

1.4.1. Sonido directo y reverberante

La energía sonora en un recinto se divide en la generada por el sonido directo y otra parte generada por el sonido reverberante. Al estar cerca de la fuente sonora encontramos el sonido directo cuya presión sonora decae -6 dB conforme nos alejamos el doble de la distancia. Sin embargo, a una distancia determinada esta relación deja de cumplirse ya que la energía está determinada por el campo difuso, reverberante. Esto quiere decir que a una distancia determinada la presión sonora se mantiene continua al alejarnos de la fuente. La densidad de energía total en un punto es:

$$w = w_d + w_r \quad (1.59)$$

La presión sonora al cuadrado del campo sonoro directo p_d^2 de una fuente sonora tiene

un factor de directividad Q , que es la relación entre la potencia disipada en una dirección determinada y la potencia disipada en todas direcciones. A una distancia r escribimos:

$$p_d^2 = \rho c \frac{PQ}{4\pi r^2} \quad (1.60)$$

Donde P es la potencia disipada. Una fuente omnidireccional utilizada en mediciones acústicas de laboratorio tiene un factor de directividad $Q = 1$.

La potencia sonora que genera el campo reverberante es la potencia que existe en el cuarto después de la primera reflexión, antes de ella se considera el campo directo, por lo que se multiplica por el término de absorción promedio $(1 - \bar{\alpha})$, donde $\bar{\alpha}$ es el promedio de los distintos coeficientes de absorción de los materiales en una banda de frecuencia. Así, la densidad de energía del campo reverberante es

$$w_r = \frac{4P(1 - \bar{\alpha})}{c\bar{\alpha}S} = \frac{4P}{cR} \quad (1.61)$$

Donde $\bar{\alpha}$ es el coeficiente de absorción promedio, S es la superficie total del cuarto y el término $RC = (\bar{\alpha}S)/(1 - \bar{\alpha})$ es conocido como la constante del cuarto.

La presión sonora total al cuadrado es

$$p^2 = \rho_0 c P \left[\frac{Q}{4\pi r^2} + \frac{4}{RC} \right] \quad (1.62)$$

Esta ecuación puede dividirse entre los valores de referencia de la presión sonora $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ PA y la potencia sonora $P_0 = 10^{-12}$ W para obtener el nivel de presión sonora

$$L_p = L_P + 10 \log \left[\frac{Q}{4\pi r^2} + \frac{4}{RC} \right] \quad (1.63)$$

La distancia a la cual la densidad de energía del campo directo y el campo reverberante son iguales se le conoce como el radio de reverberación r_b o la distancia crítica y está dado por [10]

$$r_b = \sqrt{\frac{Q \cdot RC}{16\pi}} = \sqrt{\frac{Q}{16\pi} \frac{1 - \bar{\alpha}}{\bar{\alpha}S}} \quad (1.64)$$

Se pueden tener dos recintos con los mismos tiempos de reverberación, pero con distintas distribuciones de densidad de reflexiones, por lo que cualitativamente se percibiría el fenómeno sonoro de forma claramente distinta. Esto quiere decir que el tiempo de reverberación no es el único parámetro que nos interesa manipular en un recinto. A continuación, se presentan otros parámetros acústicos que nos permiten evaluar la propagación sonora dentro de un recinto.

Capítulo 2

Parámetros acústicos

Se utilizan distintas métricas para describir el comportamiento sonoro dentro de un recinto, sin embargo la calificación subjetiva que una persona realiza al experimentar el fenómeno sonoro es de mayor relevancia, lo que quiere decir que podemos buscar nuevas métricas para descartar, en cierta medida, esta subjetividad. A estas métricas las llamamos parámetros acústicos.

Dos de los órganos encargados de publicar estándares que recomiendan la instrumentación a seguir para la obtención de los parámetros acústicos son La Organización Internacional de Estándares (ISO) y la Asociación Americana para Pruebas y Materiales (ASTM).

Hay distintos tipos de métricas que se pueden usar dependiendo del tipo de recinto y el objetivo que se busque en ellos. Por ejemplo, en el caso de una sala de conciertos de música sinfónica es de interés que la métrica T_{60} , del tiempo de reverberación, sea desde uno a tres segundos.

Otro objetivo acústico es aislar del ruido externo al recinto para que no se transmita algún sonido proveniente del exterior. La métrica asociada a las paredes del recinto es el TL o pérdida de nivel sonora por transmisión, medida en dB por tercios de octava en Hertz.

En un salón de clase o auditorio el T_{60} no es la métrica más importante, sino que se utiliza el Índice de Transmisión del Habla o STI para calificar la claridad de la recepción de un mensaje a través de la voz en una escala de cero a uno. Sin embargo, el STI está definido en términos del T_{60} .

Sin importar de que se trate de un recinto pequeño como un salón de clase o un espacio al aire libre como una zona de aterrizaje, la propagación sonora de cualquier ruido artificial

que sea ajeno al sonido del ambiente no deberá afectar las actividades o condiciones del entorno. Por ejemplo, en la acústica ambiental, al diseñar una carretera cerca de una zona residencial o un ecosistema se busca diseñar barreras para reflejar la energía sonora fuera de las zonas donde esta pueda afectar un ecosistema para no violar los códigos de ruido que establecen el nivel de presión sonora máximo admitido en el límite de una zona específica y depende de las leyes establecidas en cada ciudad o país.

En nuestro caso estudiamos, los parámetros acústicos relacionados con el tiempo de reverberación y la frecuencia de Schroeder debido al interés que hay por solucionar el diseño acústico en recintos pequeños dedicado a la escucha y grabación de contenido musical. A continuación se presentan algunos parámetros acústicos relevantes en el diseño arquitectónico de estos recintos y se presenta un nuevo parámetro acústico llamado la frecuencia de entrecruce que está relacionado con la frecuencia de Schroeder definida en el capítulo anterior.

2.1. T_{20} , T_{30}

El método de medición del tiempo de reverberación discutido a continuación es el recomendado por la norma ISO 3382-1 [7]. La definición del tiempo de reverberación T_{60} vista anteriormente está basada en el supuesto del caso ideal donde hay una relación lineal entre la presión sonora y el tiempo. Además, consideramos que el ruido de fondo es suficientemente bajo para que la relación de nivel de señal a ruido sea al menos de 35dB para mediciones de campo.

Sin embargo, existen cuartos con tiempos de decaimiento cortos donde este supuesto no puede ser usado, por lo que se asume un decaimiento del sonido por una menor cantidad de decibeles y menor tiempo, por ejemplo si se deriva este parámetro del tiempo que tarda el sonido en decaer de 5dB a 25dB de su nivel de presión, entonces lo que se mide es el T_{20} . Si medimos el tiempo para los valores de decaimiento que van de los 5 dB a los 35 dB con respecto al valor de presión inicial, utilizamos T_{30} .

Al medir alguno de estos parámetros se recomienda cubrir el intervalo de frecuencias de 125 Hz a 4000 Hz en cuartos de octava o de 100 Hz a 5000 Hz en tercios de octava. Se utiliza el método de ruido interrumpido que mide las curvas de decaimiento después de excitar un recinto con un ruido que contiene todo el espectro de frecuencias o un ruido con una banda

de frecuencias limitada.

Se pueden realizar las mediciones en las salas de espectáculos con cualquier tipo de ocupación, por otro lado, en cuartos ordinarios el número de personas afecta de forma significativa el tiempo de reverberación del espacio.

Las condiciones termodinámicas de temperatura y humedad relativa deben registrarse con una precisión de al menos $\pm 1^\circ\text{C}$ y 5 %, respectivamente en el caso de medición de salas de espectáculos. En recintos pequeños donde el tiempo de reverberación es menor a 1.5 s en 2000 Hz y menor a 0.8 s en 4000 Hz las condiciones ambientales no son consideradas debido a que la absorción de energía debida al aire es despreciable.

Las normas internacionales dividen tres tipos de categorías para las mediciones del tiempo de reverberación: de encuesta; de ingeniería y precisión. Estas tres categorías establecen el nivel de exactitud de las mediciones. En el caso de utilizar mediciones de laboratorio se utilizan los parámetros establecidos en la categoría de mediciones de precisión. En el caso requerir las características de un cuarto con un intervalo de precisión aceptable se utilizan las mediciones de ingeniería. En el método de encuesta únicamente se busca tener una medida, sin requerir una alta precisión.

El método de medición de encuesta funciona para propósitos de control de ruido y para conocer el impacto de aislamiento sonoro. Los resultados se presentan en octavas y la precisión es de mínimo 10 % de error del valor medido. La forma de medir este valor se muestra más adelante en las ecuaciones 2.4 y 2.5.

El método de medición de ingeniería funciona para conocer el desempeño de un edificio para su comparación con las especificaciones del tiempo de reverberación y la absorción. La precisión es de no menos del 5 % por octava y 10 % en tercios de octava. Por último, en el método de precisión, se obtiene un porcentaje de error no menor del 2.5 % por octava y 5 % por tercios de octava.

Se requiere una fuente sonora que genere 45 dB por encima del nivel de ruido de fondo en cada banda de frecuencia. Esta fuente sonora debe ser lo más omnidireccional posible y se establece un intervalo de desviación máxima de directividad por cada banda de frecuencia. La distancia mínima entre el medidor y la fuente sonora debe ser de metro y medio. En el caso de la medición de un cuarto ordinario en la categoría de encuesta y de ingeniería, la fuente sonora puede no cumplir con los requisitos de omnidireccionalidad, sin embargo deberá entregar la presión necesaria para generar las curvas de decaimiento.

El micrófono de recepción deberá ser omnidireccional y con respuesta de frecuencia plana, además, la cápsula de recepción deberá ser lo más pequeña posible con un diafragma máximo de 13×10^{-3} m. Si se utiliza un micrófono con una cápsula del doble de grande, este deberá tener un factor de corrección de incidencia aleatoria para entregar una respuesta de frecuencia plana.

Al generar el ruido a través de la fuente, este deberá tener una duración suficientemente larga para permitir la determinación del nivel de ruido de fondo después del decaimiento. Por lo que un tiempo de 5 s más el tiempo de reverberación es necesario.

Para generar las curvas de decaimiento se puede utilizar distintos tipos de promedios: exponencial con una curva continua; exponencial con puntos discretos sucesivos y lineal con promedios lineales discretos sucesivos. El tiempo de promedio, es decir la constante de tiempo de un dispositivo de promedio exponencial, debe ser menor o casi igual a $T/30$. Para el promedio lineal el tiempo de promedio deberá ser de $T/12$, donde T es el tiempo de reverberación medido. Si es un dispositivo que registra puntos discretos sucesivos, el intervalo de tiempo entre los puntos debe ser menor a 1.5 veces el tiempo de promedio del dispositivo. Al analizar las curvas de decaimiento, la pendiente deberá ser lo más cercana a 45 deg.

En un recinto de espectáculos la fuente sonora deberá colocarse donde se encontrarían las fuentes naturales a metro y medio por encima del piso. Las posiciones del micrófono deberán estar donde los escuchas o asistentes estarán ubicados durante el espectáculo. Varias posiciones de micrófono se deberán registrar a lo largo del recinto procurando registrar los distintos tipos de zonas y deberá haber una distancia de mínimo media longitud de onda entre ellos, es decir, al rededor de 2 m. La distancia del micrófono a cualquier otra superficie deberá ser de un cuarto de longitud de onda, es decir 1 m con una altura mínima de 1.2 m.

Para saber si los promedios de curvas de decaimientos describen adecuadamente un recinto de espectáculos se debe cumplir que los materiales de absorción están distribuidos homogéneamente entre sus paredes y que no hay un bloqueo visual entre dos puntos del cuarto. El volumen del cuarto es considerado como único si no existen partes de el que tengan las líneas de vista bloqueadas a otra parte del cuarto que sea más del 10 % del volumen total.

En el caso de un recinto convencional se recomienda tomar de 6 a 12 combinaciones de micrófono-fuente para las mediciones de categorías de ingeniería y de precisión respecti-

vamente, con 2 posiciones distintas para la fuente en ambas y de dos a tres posiciones de micrófono respectivamente. En este tipo de cuartos una posición para la fuente deberá ser una esquina del cuarto. Las posiciones del micrófono cumplen las mismas características que las hechas en recintos de espectáculos y el radio de barrido alrededor de la fuente deberá ser de al menos 0.7 m. El plano de medición no deberá ser paralelo a ninguna superficie del cuarto. Para calcular la posición mínima entre la fuente y el micrófono se utiliza la ecuación:

$$d_{min} = 2\sqrt{\frac{V}{c\hat{T}}} \quad (2.1)$$

donde V es el volumen en metros cúbicos, c es la velocidad del sonido en metros por segundo y \hat{T} es el tiempo de reverberación estimado en segundos.

Existen dos métodos con los que se mide el tiempo de reverberación. El primero, llamado método de ruido interrumpido, indica que la señal para excitar el cuarto deberá ser ruido rosa que es una una señal que contiene todas las frecuencias audibles con un ligero aumento en las frecuencias medias y graves. Este sonido proveerá al cuarto de una señal de 88 Hz a 5657 Hz. Por lo que el intervalo de frecuencias cubre los tercios de octava de 100 Hz a 5000 Hz y de 125 Hz a 4000 Hz por octava.

La duración de la señal de excitación del cuarto debe ser suficiente para que el campo sonoro alcance un estado conocido como estacionario, por lo tanto el tiempo de reproducción deberá ser de no menos que la mitad del tiempo de reverberación. Para el tipo de encuesta es posible utilizar un impulso o una señal de corta duración.

Una vez obtenidas las curvas de decaimiento en distintas posiciones se encuentran los tiempos de reverberación individuales y se toma el valor medio de ellos para evaluar el promedio de las medidas. También se puede obtener un promedio de las presiones sonoras elevadas al cuadrado de cada curva de decaimiento.

El segundo método es conocido como el de la respuesta impulsiva integrada la cual puede ser medida de distintas formas como con impulsos de ruidos o barridos de frecuencia. Se genera la curva de decaimiento por cada octava por medio de la integración del cuadrado de la respuesta impulsiva. La integración comienza al final de la respuesta impulsiva hacia el principio de ella. Por lo que el decaimiento como función del tiempo es:

$$E(t) = \int_t^{\infty} p^2(\tau)d\tau = \int_{\infty}^t p^2(\tau)d(-\tau) \quad (2.2)$$

donde p es la presión sonora de la respuesta impulsiva con respecto al tiempo, E es la energía de la curva del decaimiento en función del tiempo y t es el tiempo.

Para determinar el tiempo T_{30} se establece el intervalo de evaluación entre 5 dB a 35 dB por debajo del nivel de estado estacionario. Para el método de integración de respuesta impulsiva, el nivel de estado estacionario es el nivel total de la respuesta impulsiva integrada. Dentro del intervalo de evaluación se realiza un ajuste por mínimos cuadrados a la curva de decaimiento. La pendiente ajustada a las curvas será la tasa de decaimiento d , en decibeles por segundo, con lo que se calcula el tiempo de reverberación como

$$T_{30} = 60/d \quad (2.3)$$

Para calcular el tiempo T_{20} se utiliza el intervalo de 5 dB a 25 dB.

En caso de que la curva de decaimiento no siga un comportamiento lineal esto indica una mezcla de modos con distintos tiempos de reverberación y por lo tanto, el resultado no será confiable.

La incertidumbre de los promedios de las mediciones depende del número de promedios hechos. La desviación estándar para ambos tiempos son:

$$\sigma(T_{20}) = 0.88(T_{20})\sqrt{\frac{1 + 1.90/n}{NBT_{20}}} \quad (2.4)$$

$$\sigma(T_{30}) = 0.55(T_{30})\sqrt{\frac{1 + 1.52/n}{NBT_{30}}} \quad (2.5)$$

Donde B es el ancho de banda en Hertz, n es el número de decaimientos medidos en cada posición, N es el número de puntos de medición independientes. Para el ancho de banda de una octava $B = 0.71f_c$, para tercios de octava $B = 0.23f_c$, donde f_c es la frecuencia de media banda medido en Hertz. Los resultados por octava son más precisos que los calculados por tercios de octava.

2.2. Parámetros derivados de respuestas en frecuencia

A pesar de que el tiempo de reverberación es el parámetro más relevante para describir el comportamiento del sonido dentro de un recinto existen otros parámetros que permiten medir aspectos subjetivos de él. Se dividen en cinco grupos y están fuertemente relacionados con el tiempo de reverberación:

1. Nivel sonoro subjetivo

- Fuerza sonora G , medida en dB:

$$G = 10 \log \frac{\int_0^{\infty} p^2(t) dt}{\int_0^{\infty} p_{10}^2(t) dt} \quad (2.6)$$

donde $p(t)$ es la presión instantánea de la respuesta impulsiva medida y $p_{10}(t)$ es aquella medida a 10 metros en condición de campo libre. Al utilizar una fuente sonora omnidireccional de la que se conoce su potencia sonora, la fuerza sonora G es:

$$G = L_p - L_W + 31 \text{ dB} \quad (2.7)$$

donde L_p es la presión sonora medida en todos los puntos de medición y L_W es la potencia sonora de la fuente sonora.

2. Reverberación percibida

- Tiempo de decaimiento temprano EDT medido en segundos.

Este tiempo se obtiene de la curva de decaimiento con la que medimos el tiempo de reverberación. La pendiente de la curva de decaimiento se determina a partir del ajuste lineal de los primeros 10 dB del decaimiento.

La diferencia entre EDT y T subyace en que la primera métrica es una medición de percepción subjetiva, en cambio T describe una propiedad física del recinto.

3. Claridad sonora percibida

- Claridad C_{80} en decibeles
- Definición D_{50}
- Tiempo central T_S en milisegundos
- Inteligibilidad del habla STI

Se obtiene la relación entre la energía sonora temprana a tardía utilizando un límite de tiempo de 50ms u 80ms, dependiendo del tipo de fuente, es decir, si es música o voz respectivamente.

$$C_{t_e} = 10 \log \frac{\int_0^{t_e} p^2(t) dt}{\int_{t_e}^{\infty} p^2(t) dt} \quad (2.8)$$

donde C_{t_e} es el índice temprano a tardío, t_e es el tiempo temprano límite (C_{80} el el parámetro de Claridad), $p(t)$ es la presión sonora instantánea de la respuesta impulsiva. Normalmente la claridad estará entre los ± 5 dB.

Se puede utilizar la relación temprana a total dada por $t_e = 0.05$ s. A este parámetro se le conoce como la definición y es usado para la transmisión del habla y el resultado está típicamente entre 0.3 y 0.7 [7].

2.3. Coeficiente de absorción

El coeficiente de absorción de un material es otro parámetro que nos permite diseñar el recinto. Los materiales que se coloquen dentro del recinto afectarán directamente el tiempo de reverberación y por ende todos los demás parámetros antes mencionados.

Se puede calcular el coeficiente de absorción de un material dentro de una cámara reverberante que tiene todas sus superficies lisas y prácticamente poco absorbentes con un volumen de entre 150 m^3 a 200 m^3 . Cuando la cámara es mayor a 500 m^3 no es posible determinar el coeficiente de absorción de frecuencias altas debido a la absorción debida al aire.

El recinto debe cumplir que

$$I_{max} < 1.9V^{1/3} \quad (2.9)$$

donde I_{max} es la longitud de la línea recta más larga dentro de las fronteras de la cámara. En un recinto rectangular esta es la diagonal mayor. V es el volumen en metros cúbicos. Las condiciones de temperatura y humedad del recinto deben permanecer a 15°C y entre 30 % y 90 % de humedad relativa.

El procedimiento a seguir consiste en reproducir una señal de ruido intermitente dentro de la cámara a través de una fuente omnidireccional para generar sonido reverberante de tal forma que al detener la reproducción se absorba la energía sonora por las superficies del cuarto. Se registra el tiempo que le toma al recinto en disipar toda la energía sonora primero sin una muestra del material. Después, se introduce el material a caracterizar y se repite el procedimiento.

En un recinto cualquiera, una fracción de la potencia sonora absorbida por una superficie depende del ángulo de incidencia, sin embargo se busca un parámetro que pueda entregar la absorción promedio de todos los ángulos de incidencia. Debido a que la distribución de las ondas sonoras en recintos incluye una gran variedad de ángulos de incidencia, se toma como condición para la medición que existirá una distribución uniforme de ángulos. Además, si la intensidad sonora es independiente de la posición dentro del recinto entonces se dice que el campo sonoro está en la condición de campo sonoro difuso. En una cámara reverberante se garantiza que para las frecuencias a caracterizar se consigue la condición del campo sonoro difuso. Esta condición se analiza en este trabajo para la cámara reverberante del ICAT, UNAM.

La ecuación de Sabine nos ayuda a caracterizar el comportamiento del tiempo de reverberación en un recinto. La densidad de energía \mathcal{E} (energía acústica por volumen) es homogénea al considerar que el campo es difuso. Es por esto que nos conviene trabajar en un recinto como la cámara reverberante, ya que nos permite tener la condición de campo difuso en su interior. Se fija una energía inicial \mathcal{E}_0 , y de aquí obtenemos la densidad de energía acústica.

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 e^{-\frac{t}{\tau_E}} \quad (2.10)$$

Se define $\tau_E = 4V/Ac$ donde V es el volumen de la cámara reverberante, c la velocidad de sonido en el aire considerando las condiciones ambientales y A es el **área de absorción** de la superficie a estudiar:

$$A = \sum_{i=1}^n S_i \alpha_i \quad (2.11)$$

S_i es la i -ésima superficie con un coeficiente de absorción α_i de todos los materiales que se encuentran en el recinto. Se obtiene la siguiente ecuación que nos permite conocer el área de absorción del material introducido a la cámara:

$$A_T = A_2 - A_1 = 55.3V \left(\frac{1}{c_2 t_2} - \frac{1}{c_1 t_1} \right) - 4V(m_2 - m_1) \quad (2.12)$$

Donde m_2 y m_1 son los coeficientes de atenuación, que los consideramos iguales ya que el cuarto no debe cambiar sus condiciones ambientales. t_2 y t_1 son los tiempos de reverberación de la cámara con material y sin material respectivamente. La velocidad del sonido es constante al tener las mismas condiciones ambientales en ambas mediciones, por lo tanto podemos simplificar esta ecuación como

$$A_T = A_2 - A_1 = \frac{55.3V}{c} \left(\frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1} \right) \quad (2.13)$$

Ahora se obtiene el coeficiente de absorción del material en cuestión:

$$\alpha_S = \frac{55.3V}{Sc} \left(\frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1} \right) \quad (2.14)$$

α es la relación entre el área de absorción sonora de la muestra A_T de un material de prueba dividido entre el área de la muestra S . Cuando se tienen materiales dentro de un recinto cuyas ambas caras están expuestas, el coeficiente de absorción sonora es el área de absorción equivalente de la muestra dividido entre el área de ambas caras de la muestra. El área de la muestra deberá ser de entre 10 m^2 a 12 m^2 [12].

Cuando el material de muestra consiste de varios objetos idénticos, el área de absorción equivalente A_{obj} de un objeto individual se encuentra al dividir A_T entre el número de objetos, n :

$$A_{obj} = A_T/n \quad (2.15)$$

De nuevo, se cuentan con las opciones de medición a través del método de ruido in-

terrumpido y respuestas en frecuencia integradas. El primer método entrega una curva de decaimiento como resultado de un proceso estadístico por lo que promediar varias curvas de decaimiento o tiempos de reverberación medidos en una posición es necesario. Para el método de respuesta impulsiva integrada, por ser una función determinista y no estar sujeta a desviaciones estadísticas no es necesario promediar.

Las mediciones requieren distintas posiciones de micrófonos que se encuentren separadas al menos por 1.5 m entre ellas, 2 m de cualquier fuente sonora y 1 m de cualquier otra superficie. Las curvas de decaimiento medidas en distintas posiciones no deberán ser combinadas.

La fuente sonora omnidireccional deberá cambiar de posición en al menos 3 m de su posición original. Por lo menos se requiere que el número de posiciones de micrófono multiplicado por el número de posiciones de la fuente sea 12.

A través del método de ruido interrumpido, la señal de excitación deberá ser continua en el espectro de frecuencias o podrá ser filtrada por octavas. La longitud de la señal deberá ser al menos la mitad del tiempo de reverberación esperado. El nivel de la señal deberá ser suficientemente alto de forma que el nivel de decibeles generado más pequeño sea al menos 10 dB por encima del ruido de fondo.

El promedio de los resultados por este método sigue los que se describieron para el T_{20} y el T_{30} .

Para el método directo por respuesta impulsiva integrada es posible usar una fuente que genere un impulso con suficiente ancho de banda y energía. El método indirecto utiliza barridos de frecuencia o ruido pseudoaleatorio. El ancho de banda de las señales deberá ser mayor que un tercio de octava. El espectro deberá ser plano dentro de cada tercio de octava medido. Alternativamente, el espectro de banda completa puede ser modificado para entregar ruido rosa que cubra de 100 Hz a 5000 Hz

Para evaluar las curvas de decaimiento y estimar los tiempos de reverberación se analiza la curva por debajo de los 5 dB de la presión sonora inicial. El intervalo de evaluación deberá ser de 20 dB y la parte inferior del intervalo de evaluación deberá estar 10 dB por encima del ruido de fondo del sistema. El método de evaluación del decaimiento d utiliza un ajuste de mínimos cuadrados como se explicó para T_{20} y T_{30} .

2.4. Difusión del campo sonoro

Para cumplir con la condición de campo difuso es posible fijar difusores o aspas a las superficies. Deben estar hechos con materiales de baja absorción sonora y con una masa por unidad de área de 5 kg/m^2 . Los difusores deberán ser de distintos tamaños de entre 0.8 m^2 a 3 m^2 de área. Estos, deberán estar curvados y orientados aleatoriamente, distribuidos alrededor del cuarto.

Se recomienda hacer una prueba de campo difuso midiendo el coeficiente de absorción entre 500 Hz y 4000 Hz de algún material con absorción mayor a 0.9 como la fibra de vidrio o la lana mineral. Realizar la medición del coeficiente de absorción sin difusores, luego con un número pequeño de ellos, aproximadamente 5 m^2 de área y por último registrar el coeficiente introduciendo 5 m^2 de área hasta que se tenga el número total de ellos.

Para cada conjunto de mediciones se calcula el valor medio de los coeficientes de absorción entre 500 Hz y 5000 Hz y se grafica con respecto al área correspondiente de los difusores introducidos.

De esta forma se podrá determinar el área óptima de difusión necesaria ya que el valor medio del coeficiente de absorción alcanzara un valor máximo en un área determinada de difusores y permanece constante al aumentar.

Se ha encontrado que el área total de difusores requerida en un cuarto rectangular es de aproximadamente 15% a 25% del área total del cuarto [6].

2.5. Difusividad

Existen parámetros basados en las propiedades de la intensidad sonora la cual describe la magnitud y dirección del flujo de la energía. Para medir estos parámetros es posible realizar mediciones de respuestas en frecuencia y obtener promedios espaciales o temporales de ellas.

Se define el vector complejo de intensidad sonora como

$$C(r) = \frac{1}{2} P(r) \cdot U^*(r) \quad (2.16)$$

Donde $P(r)$ y $U(r)$ son los fasores de presión y velocidad. Los componentes reales e imaginarios de este vector complejo corresponden a la intensidad activa y reactiva:

$$c(r) = I_a(r) + jI_r(r) \quad (2.17)$$

El vector I_a representa el flujo de energía neta a través del punto de medición, I_r representa la energía oscilatoria en el campo sonoro.

Se puede obtener la intensidad activa a través de

$$I_a(r) = \langle I(r) \rangle_t \quad (2.18)$$

Un campo sonoro difuso puede ser obtenido por un número infinito de ondas planas propagándose uniformemente en todas las direcciones y teniendo relaciones de fase aleatorias. Este concepto nos lleva al modelo de onda plana en el cual el campo sonoro difuso se forma a través de la superposición infinita de un número de ondas planas monocromáticas viajando a través del recinto.

Así al analizar la presión sonora en un punto, en una ventana de frecuencia en específico se obtiene obtener una señal que tiene una presión total $P(k, n)$ en el campo a un índice de tiempo n y un índice de frecuencia k dado por

$$P(k, n) = P_{\text{diff}}(k, n) + P_{\text{pw}}(k, n) \quad (2.19)$$

donde P_{diff} es la parte difusa y P_{pw} es el término de la onda plana. Esta ecuación asume que el campo sonoro a una frecuencia en particular es únicamente difuso, es decir, una onda plana determinista o una superposición de ambos componentes. Debido a la naturaleza determinista de la parte no difusa, se utiliza la suposición de la ergodicidad que establece que el valor esperado es igual al valor promediado en un transcurso largo de tiempo para considerar campos sonoros mixtos.

Se introduce una definición de difusividad ideal dada por

$$\Psi_{\text{ref}} = \frac{E [|P_{\text{diff}}|^2]}{E [|P_{\text{diff}}|^2] + E [|P_{\text{pw}}|^2]} \quad (2.20)$$

Al utilizar las suposiciones del modelo de onda plana se puede demostrar que: i) al tener una superposición de ondas planas suficientemente grande con una dirección de arribo aleatorio y relaciones de fase variables en el tiempo que también sean aleatorias entonces

$$||E[I_a(r, k, n)]|| = 0 \quad (2.21)$$

y ii) para una onda simple con una dirección de arribo constante, la intensidad activa:

$$||E[I_a(r, k, n)]|| = E[||I_a(r, k, n)||] \quad (2.22)$$

donde $E[\cdot]$ es el operador de expectación y $||\cdot||$ es la norma [4].

La condición de campo sonoro difuso debe asegurarse en la cámara reverberante ya que se miden propiedades acústicas de los materiales que determinarán el diseño del recinto, como el coeficiente de absorción, la dispersión, la transmisión y la potencia sonora. Se ha encontrado que al obtener estos parámetros para los mismos materiales, en diferentes cámaras, se obtienen distintos resultados, por lo que la cámara de medición afecta la caracterización. Esto puede deberse a su geometría, los tipos de difusores usados o el área total de difusión.

Al aumentar la cantidad de difusores en el cuarto, el campo difuso mejorará y al colocar una muestra absorbente dentro del cuarto la difusión será menor comparada con la del cuarto sin muestra.

En la norma ISO 354-1 [6] detalla una forma de medir la difusividad distinta a las metodologías establecidas en las normas ASTM C423 y la norma ASTM E90 que respectivamente explican los parámetros α_{max} que es el coeficiente de absorción máximo, s_{rel} la desviación estándar relativa al decaimiento sonoro y CI_{tot} el área de absorción.

Se pueden examinar los efectos del campo difuso indirectamente verificando la uniformidad espacial del tiempo de reverberación; la intensidad neta nula debido al arribo aleatorio de la presión en todas direcciones; que no existan cambios súbitos en la presión sonora; la vista de la respuesta en frecuencia en distintas localizaciones de la fuente o utilizando la curtosis para hacer una revisión de la distribución normal de la presión.

Se propone que la curtosis obtenida a partir del promedio espacial de respuestas en frecuencia dentro de un recinto sea una métrica válida para la medición del campo difuso.

En 2016 Cheol-Ho Jeong publicó a través de la Sociedad Acústica de América un trabajo en el que se propone una nueva métrica como indicador de la condición de difusividad [9].

La curtosis es el cuarto momento estadístico que indica la propensión que tiene una distribución a producir valores distintos al valor medio. Algunas referencias [1] la describen como un valor que indica tan angosta o ancha será una distribución de valores y está dada por la ecuación

$$C = \frac{E(p - \mu_p)^4}{\sigma_p^4} \quad (2.23)$$

donde p es la presión en cada tiempo, μ_p es el valor medio de la presión en un intervalo de tiempo y σ_p es la desviación estándar de la presión en ese intervalo de tiempo.

Cuando los valores presión a lo largo del espectro de frecuencia siguen una distribución Gaussiana o normal la curtosis obtiene un valor de $C = 3$.

En nuestro caso utilizamos la curtosis normalizada y la llamaremos simplemente curtosis que está dada por

$$K = \frac{E(p - \mu_p)^4}{\sigma_p^4} - 3 \quad (2.24)$$

Una distribución perfectamente homogénea de valores de presión en un intervalo de frecuencias registra un valor $K = 0$. Sin embargo, la condición de campo difuso se obtiene cuando $K = 2$, como se ha propuesto por Avelar et al. [1] a partir del universo de recintos estudiados por Jeong [9].

La curtosis se utiliza para calcular la densidad de eco en función del tiempo. Polack definió que cuando la curtosis de los valores de presión de la respuesta en frecuencia tiene un valor $K = 0$, entonces se determina el tiempo de mezcla. Esto relaciona las reflexiones tempranas con las tardías por procesos estocásticos. El tiempo de mezcla en el recinto no es lo mismo que la difusión, mas es una condición necesaria, pero no suficiente para el campo difuso.

Al no colocar los difusores como lo recomienda la norma ISO 354 o al no tener un coeficiente de absorción homogéneo pueden ser contraproducentes para la difusividad del recinto ya que llevará a una incidencia de energía anisotrópica.

La condición de mezcla no es afectada por la distribución de superficies de absorción. El tiempo de mezcla es el tiempo necesario para que el cuarto no tenga memoria de su estado inicial. Un absorbente más no cambiará este tiempo ya que la trayectoria de los rayos nunca es afectada por la absorción, solo depende de la uniformidad de las superficies de absorción.

La curtosis de una pequeña ventana de tiempo de una respuesta impulsiva debe comportarse sistemáticamente siguiendo

1. Con difusores distribuidos propiamente la difusión aumenta.
2. Con un material más absorbente, la difusión decrece.

Una descripción estadística del modelo de campo difuso de todo tono puro bajo el régimen de onda planas es usado para probar la variación de la curtosis con el número de ondas planas y su condición isotrópica.

La presión sonora en cualquier punto del recinto $r = [x, y, z]^T$ en un campo sonoro difuso es

$$p(k, t_n, r) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N A_i(k, t_n) e^{-j(kr^T \nu_i(k, t_n) - \phi(k, t_n))} \quad (2.25)$$

donde N es el número de ondas planas, k es el número de onda, ν_i es el vector unitario normal representando el ángulo de incidencia del plano i -ésimo con un ángulo de elevación θ_i de $[-\pi, \pi]$ y el ángulo azimutal, Ψ_i , de $[0, 2\pi]$. ϕ_i es el fasor aleatorio distribuido uniformemente a lo largo del intervalo $[0, 2\pi]$, $r = [1, 1, 1]^T$ y t_n es el índice temporal. ϕ_i varía lentamente. Este modelo asume que un campo difuso es formado por la superposición de ondas planas viajando en el espacio libre.

Esta ecuación difiere de las respuestas en frecuencia en tres formas. Primero, el número de ondas planas en el modelo es fijo, en cambio el número de reflexiones en respuestas impulsivas cambian en el tiempo. Segundo, bajo el supuesto de ondas planas, la presión se atenúa conforme pasa el tiempo. Tercero, se utiliza un tono puro, en cambio las respuestas en frecuencias contienen una banda amplia de frecuencias.

En su trabajo encuentra que para frecuencias más altas la curtosis es cercana a cero, además al cambiar el ángulo sólido que rige la condición de isotropía se hace cada vez más pequeño, mostrando un incremento en la curtosis. [9]

Capítulo 3

Frecuencia de entrecruce

3.1. Frecuencia de Schroeder

La frecuencia de Schroeder es útil para determinar la naturaleza del campo sonoro dentro de un recinto. A partir de esta frecuencia sabemos si el fenómeno sonoro se puede interpretar a través del modelo de ondas planas y propagación con rayos o de ondas esféricas a través de la solución de la ecuación de onda.

Como ya vimos, depende del volumen del recinto y de su tiempo de reverberación. Está relacionada con la frecuencia por encima de la cual hay al menos una superposición de tres modos dentro del ancho de banda de media potencia de una resonancia, en promedio.

Si tomamos la velocidad del sonido $c = 343 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ la ecuación de la frecuencia de Schroeder es:

$$f_s \approx 2000 \sqrt{\frac{T}{V}} \quad (3.1)$$

En recintos largos, la frecuencia de Schroeder está por debajo de los 50 Hz, aquí existe un importante solapamiento en el intervalo de frecuencias de interés como la de los instrumentos de cuerdas o el contenido espectral de distintos tipos de cantantes.

En cambio, en recintos pequeños, una parte importante del intervalo de frecuencias está por debajo de f_s y las propiedades acústicas están determinados gran parte por los valores y los anchos de banda de media potencia de eigenfrecuencias individuales.

Para calcular el número esperado de eigenfrecuencias en el intervalo de 0 a f_s Hz, se

utiliza

$$N_{f_s} \approx 800 \sqrt{\frac{T^3}{V}} \quad (3.2)$$

En un cuarto de 200 m^3 y un tiempo de reverberación de 1 s, alrededor de sesenta a setenta eigenfrecuencias dominan el comportamiento acústico por debajo de la frecuencia de Schroeder, que es aproximadamente de 140 Hz. Este ejemplo demuestra que la acústica de cuartos pequeños es más complicada que la de cuartos grandes donde la función de transferencia está determinada por el campo sonoro estadístico.

De la frecuencia de Schroeder (ecuación 3.1) se puede determinar que un cuarto es acústicamente grande si

$$V > \left(\frac{2000}{f} \right)^2 T \quad (3.3)$$

con una frecuencia $f > f_s$.

Para frecuencias por encima de la frecuencia de Schroeder, si un recinto es excitado con un tono puro, su respuesta de estado estacionario se compone de contribuciones de varios modos normales con fases distribuidas aleatoriamente. La presión sonora resultante es la suma vectorial de todas sus componentes. Al realizar el análisis para una frecuencia distinta o para otro punto en el cuarto encontramos que la respuesta de estado estacionario cambia.

Como las componentes pueden ser consideradas independientes, el teorema de límite central de probabilidad se puede aplicar a la parte real y la parte imaginaria de la presión sonora.

De acuerdo a este teorema, ambas cantidades son variables aleatorias obedeciendo una distribución Gaussiana. Esto implica que el cuadrado del valor absoluto de la presión sonora dividido entre su promedio, que es proporcional a la densidad de energía, se distribuye de acuerdo a una ley exponencial. La probabilidad de encontrar esta cantidad entre y y $y + dy$ está dada por

$$P(y)dy = \exp(-y)dy \quad (3.4)$$

El valor promedio $\langle y \rangle$ y la varianza $\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2$ de la distribución es igual a uno. La probabilidad de que un valor en particular de y exceda un límite dado y_0 es:

$$P(y > y_0) = \int_{y_0}^{\infty} \exp(-y) dy = \exp(-y_0) \quad (3.5)$$

La distribución de la densidad de energía es completamente independiente del tipo de cuarto, es decir, de su volumen, geometría y del material del que está hecho. La energía final depende de la absorción de las fronteras del cuarto. Uno podría pensar que también depende de la estructura del campo de onda, la distribución del máximo y mínimo de la presión sonora, u otras cualidades del recinto, pero esto no es así.

La división del campo sonoro a partir de la f_s es relevante al realizar el diseño arquitectónico en un recinto, ya que asegura que podremos manipular la propagación sonora con materiales con el objetivo de lograr una distribución de energía sonora óptima en el lugar de interés de un recinto, por ejemplo en el público o en el lugar de escucha. Sin embargo, la frecuencia de Schroeder incrementa de manera directamente proporcional con respecto al $T60$ e inversamente proporcional al volumen V del cuarto y no es adecuada para recintos de volumen pequeño como en un estudio de grabación con un volumen $V \approx 25 \text{ m}^3$ debido a que la aproximación del $T60$ es para salas de conciertos con $V \approx 250 \text{ m}^3$. Además, no es muy precisa para la simulación de cuartos a través de programas computacionales basados en la geometría acústica. Una solución a esto puede ser analizar la desviación estándar de la presión sonora en cada banda de frecuencia, dadas varias posiciones de medición. Así, bajo la condición de alto solapamiento modal, los valores de la parte real e imaginaria de las funciones de transferencia de un recinto, considerados como variables aleatorias, siguen una distribución normal.

El intervalo de frecuencias en el que el campo modal deja de predominar y el campo estadístico se presenta se le nombra como la zona de entrecruce. En este intervalo de frecuencias es donde los resultados de nuestro análisis se encontraran. Es una zona crítica para el diseño de recintos ya que los materiales introducidos al recinto tendrán un efecto distinto al debido al comportamiento de ondas esféricas o el comportamiento de rayos de ondas planas.

Para comprobar que se obtiene un campo difuso es necesario que se cumpla la condición de homogeneidad e isotropía de energía sonora [8]. Indirectamente se puede verificar el campo

difuso si existe un decaimiento exponencial del sonido, hay intensidad neta igual a cero, no hay cambios súbitos de la presión sonora en la respuesta impulsiva, la sensibilidad de la posición de la fuente sonora en el recinto, el número de máximos o realizando una prueba de normalidad o, como lo haremos a continuación, con el análisis estadístico de las respuestas en frecuencia.

3.2. Cálculo de la frecuencia de entrecruce a partir del análisis estadístico de las funciones de respuestas en frecuencia

Por medio de métodos estadísticos se puede analizar si la parte real e imaginaria de las funciones de transferencia siguen una distribución normal y si los valores de fase siguen una distribución uniforme. A continuación se explica la metodología para este análisis y en el siguiente capítulo se presentan los resultados hallados de la frecuencia de entrecruce medida en distintos recintos.

Una función de transferencia se puede expresar en coordenadas cartesianas y polares

$$H = X + iY = Re^{i\phi} \quad (3.6)$$

Supongamos que por encima de una frecuencia, X y Y son procesos aleatorios estadísticamente independientes, distribuidos normalmente, con media cero y misma varianza, bajo estas condiciones que muchos trabajos han encontrado como satisfactorios en un universo de recintos, uno puede encontrar que la distribución de probabilidad P de la magnitud R es

$$P(R) = \frac{R}{\sigma^2} \exp\left(\frac{-R^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.7)$$

la cual denota una distribución de Rayleigh, donde σ es la desviación estándar de los valores de magnitud. La función de distribución de probabilidad asociada a la fase ϕ es

$$P(\phi) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi}, & -\pi < \phi < \pi \\ 0, & \text{de otra forma} \end{cases} \quad (3.8)$$

que denota una distribución uniforme.

Regresando a la ecuación de la curtosis, 2.23 cuando K se aproxima a cero, se espera que la distribución de los valores de presión dentro de una ventana de frecuencia sea uniforme. Es importante notar que la condición de solapamiento modal se cumplirá cuando la curtosis de ambas partes, real e imaginaria, de la función de transferencia estén suficientemente cercanas a cero.

La curtosis no es una prueba formal para determinar si una distribución es normal. Sin embargo, se ha estudiado ampliamente la hipótesis de que la parte real e imaginaria seguirán una distribución normal por encima de una frecuencia y es muy probable que esta condición se cumpla, asegurando la condición de campo difuso.

Se utiliza un valor de referencia para la curtosis de $K = 2$. Por debajo de este valor los valores de la función de transferencia de la parte real e imaginaria deberán seguir una distribución normal. De esta forma se ha encontrado que los valores para la frecuencia de entrecruce son comparables con los obtenidos para la frecuencia de Schroeder. Como mencionamos anteriormente, la condición estricta para determinar la frecuencia de entrecruce es utilizar como valor de referencia $K = 0$.

La segunda forma de calcular la frecuencia de entrecruce es realizando un análisis de los valores de fase de las respuestas en frecuencia en intervalos de frecuencia de manera análoga al procedimiento de la curtosis.

Cuando se tiene un alto solapamiento modal en las frecuencias altas se espera que la distribución de probabilidad (ecuación 3.8) asuma una distribución normal ya que los valores de fase se distribuyen homogéneamente entre $-\pi$ a π , condición del campo difuso. Para verificar esto se construyen histogramas que representan el número de ocurrencias para los valores de fase medidos en ventanas de frecuencia que cubran el espectro de interés, en este caso de 20 a 500 Hz. El procedimiento propuesto por Avelar et al. (2020) [1] sugiere construir estos histogramas en intervalos de dieciocho grados y ventanas de frecuencia constante, así si los valores de fase estuvieran distribuidos uniformemente, cada intervalo tendría 5 % del número total de muestras de la señal.

Al calcular la desviación máxima del valor que representa la distribución uniforme podemos saber qué tan cercana está la distribución de cada intervalo de análisis en ser normal. Entre más lejos esté de ser normal, la desviación máxima será mayor en porcentaje y, al contrario, cuando se aproxime más el porcentaje será más pequeño. Se espera que la desviación

máxima sea inversamente proporcional a la frecuencia.

Para definir el valor de la frecuencia de entrecruce a partir de este método se toma aquella frecuencia para la cual, después de ella, las siguientes frecuencias oscilan sus desviaciones entre un valor calculado a partir del promedio de ellas, al cual llamamos ruido de fondo (no confundir con el ruido de fondo de un sistema de medición). Al tratar con datos experimentales no se podrá definir un valor de referencia que sea constante para usar en distintos recintos, sino que deberá registrarse a partir de las mediciones correspondientes a cada uno.

Capítulo 4

Medición de la frecuencia de entrecruce

Se exploran los métodos estadísticos propuestos por Avelar et al. [1] para el cálculo de la frecuencia de entrecruce a partir de las respuestas en frecuencia medidas en distintos recintos. El objetivo es determinar la frecuencia a partir de la cual se cumple la condición de campo difuso dentro de un recinto y posteriormente utilizar este resultado para la optimización del diseño de un recinto consiguiendo una propagación de la energía sonora deseada.

Se escogieron cuatro recintos a medir. Dos recintos ubicados en el Laboratorio de Acústica y Vibraciones del Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología, de la Universidad Nacional Autónoma de México en Ciudad Universitaria, CDMX. Y otros dos recintos en las oficinas principales de la firma de acústica arquitectónica WSDG, Walters-Storyk Design Group, ubicados en el estado de Nueva York, EEUU:

1. Cámara reverberante en laboratorio de acústica y vibraciones ($V \approx 218 \text{ m}^3$).
2. Gabinete alfa en laboratorio de acústica y vibraciones ($V \approx 34 \text{ m}^3$).
3. Acousticave en WSDG ($V \approx 50 \text{ m}^3$).
4. Listening room en WSDG ($V \approx 43 \text{ m}^3$).

En la cámara reverberante del Laboratorio de Acústica del ICAT se miden los coeficientes de absorción de distintos materiales bajo la metodología descrita por la norma ISO 354 [6]. Por su construcción este recinto asegura un campo sonoro difuso a partir de los 125 Hz, por lo que se esperaría hallar una frecuencia de entrecruce por debajo de este valor.

El gabinete alfa es un recinto adaptado de un antiguo cubículo de oficina que puede funcionar como un recinto para caracterización. Como no fue construido como la cámara reverberante, es importante conocer a partir de qué frecuencia se halla la condición de campo sonoro difuso.

Se comparan los resultados hallados para el gabinete alfa sin y con difusores dentro del recinto, esperando que al introducir los difusores los valores de frecuencia, en general, sigan una distribución más normal.

El Listening Room o cuarto de escucha es un cuarto con el propósito de crear un ambiente óptimo para la transmisión sonora de contenido musical, como su nombre lo dice. Este tipo de recintos son importantes de estudiar ya que en la industria de la construcción y la arquitectura hay gran un gran interés por buscar soluciones para músicos, artistas y en general creadores de contenido audiovisual dentro de este tipo de espacios. Otros recintos que podrían ser similares en cuanto al objetivo son los estudios de grabación, las salas de conciertos y los auditorios.

Por último, la Acousticave es un recinto con un volumen muy pequeño, de paredes lisas, piso de concreto y cielo raso con tablas de triplay o laminado de madera. El propósito de esta cámara inicialmente es el de caracterizar tratamientos acústicos de baja frecuencia como los resonadores de membrana.

4.1. Equipo de medición

Siguiendo la metodología propuesta por las normas ISO y la principal y única referencia hasta el momento sobre el estudio de la frecuencia de entrecruce, se miden respuestas en frecuencia a través del uso de un barrido de frecuencias como señal de excitación que será reproducida por una fuente omnidireccional colocada dentro de los recintos. En un solo caso, se utiliza una fuente no omnidireccional.

Para la reproducción y captura de las señales de audio se utiliza MATLAB y la caja de herramientas *ITA Toolbox* desarrollada por el Instituto para Tecnologías de Audición y Acústica de la Universidad Técnica de Aquisgrán, cuyo uso es libre al usuario que tenga una licencia activa de MATLAB. Otros programas de medición como Room EQ Wizard y EASERA fueron evaluados, sin embargo es más eficiente utilizar una sola plataforma para la medición y el análisis.

En las mediciones realizadas en el ICAT se utiliza el equipo de medición que consta de varios micrófonos Brüel & Kjær 4943(2880604) colgados a lo largo de la cámara reverberante. En la cámara alfa se utiliza un trípode giratorio donde se coloca un micrófono de medición y se hace girar. Se utilizó la fuente sonora omnidireccional modelo *OmniPower Sound Source Type 4292-L* de Brüel & Kjær. La interfaz de audio para digitalizar la señal de voltaje captado por los micrófonos fue la TASCAM US-144MKII.

Para las mediciones tomadas de los cuartos en WSDG, la fuente omnidireccional es una fuente de tipo dodecaedro modelo RealDodec 1204-A fabricada por RealAkoustix. El micrófono de medición utilizado fue el Bruel & Kjaer 4007 conectado a una interfaz de audio RME BabyFace Pro. En este caso se registran menos mediciones que en el ICAT con el objetivo de explorar las limitaciones de la instrumentación en recintos pequeños.

Ambas interfaces fueron configuradas con una tasa de muestreo de 48 000 Hz a 24 bits y conectadas a través del puerto USB de la computadora. Todas las mediciones siguen las mismas características en cuanto al equipo de medición y su configuración, a menos de que se especifique lo contrario.

4.2. Diseños experimentales

En la cámara reverberante se toman mediciones en seis posiciones distintas de micrófono y una posición de fuente bajo las condiciones; i) con la cámara vacía y ii) con la cámara con material acústico como muestra de un material a caracterizar. Se espera que al aumentar la superficie de absorción, disminuya el tiempo de reverberación y por lo tanto, aumente la frecuencia de Schroeder.

En el gabinete alfa se toman doce posiciones distintas de micrófono y dos de fuente para; i) la cámara sin difusores y ii) con difusores semicilíndricos montados en las paredes. En total se registran veinticuatro mediciones.

En el recinto Acousticave no hay alguna condición especial. Se considera como una medición de un cuarto convencional. En este caso la tasa de muestreo se aumenta a 96 000 Hz.

En el Listening Room se realizan las mediciones en; i) el cuarto vacío y con una fuente no omnidireccional de frecuencias bajas, mejor conocida como *subwoofer* y ii) con tratamiento acústico, utilizando la fuente omnidireccional.

La siguiente tabla muestra las características de las señales de las mediciones en cada caso

y cuarto. En el apéndice se pueden hallar imágenes de cada uno de los recintos estudiados. Se utilizan únicamente las iniciales del cuarto por simplicidad.

Características	CR i)	CR ii)	GA i)	GA ii)	LR i)	LR ii)	A
Micrófonos	6	6	12	12	12	9	3
Fuentes	1	1	2	2	1	2	2
Mediciones	6	6	24	24	12	18	6
Tamaño DFT	2^{21}	2^{21}	2^{21}	2^{21}	2^{19}	2^{18}	2^{18}
f_N [Hz]	48000	48000	48000	48000	48000	96000	44100
Δf [Hz]	0.022	0.022	0.091	0.091	0.09	0.36	0.1682
Muestras	220	220	55	55	55	13	30

Tabla 4.1: Características digitales de las señales de las mediciones tomadas; número de posiciones de receptores, combinaciones de fuente, mediciones totales, tamaño de la transformada discreta de Fourier, frecuencia de muestreo f_N , intervalo de frecuencia entre muestras Δf y el total de muestras por cada intervalo de 1 Hz

Se obtienen más puntos de análisis cuando el valor del intervalo de frecuencias entre muestra Δf o *bins* sea menor. Resultado de

$$\Delta f = \frac{1}{N\Delta t} \quad (4.1)$$

donde N es el número total de puntos de la respuesta en frecuencia en tiempo medidos y Δt es el periodo de muestreo dado por $1/f_N$ [2].

Se escribió un programa en MATLAB para obtener de las respuestas en frecuencia de cada uno de los puntos de los valores reales, imaginarios y de fase de sus respuestas en frecuencia y con ellos realizar el análisis estadístico usando las funciones ya incluidas en el programa.

Para el primer método se obtiene la curtosis de cada una de las ventanas de análisis de las partes reales e imaginarios en intervalos de 5 Hz, entre más pequeña sea Δf es decir entre menos distancia haya entre muestras, más puntos de análisis se obtendrán por lo que el resultado será más confiable. Después, se promedia espacialmente la curtosis de las ventanas de análisis para todas las mediciones hechas dentro del recinto y se grafica el resultado con respecto a frecuencia mínima de cada ventana. Las gráficas interpolan los resultados para observar con claridad la línea que describe su comportamiento.

El segundo método es análogo al primero, pero siguiendo la metodología propuesta por Avelar et. al, descrita anteriormente. Se construyen los histogramas para calcular el porcen-

taje de la desviación uniforme para cada intervalo de fase de dieciocho grados y de cada ventana de análisis con un intervalo constante de 5 Hz. Luego se promedian estos resultados para cada medición de respuesta en frecuencia, generando un promedio espacial del resultado.

4.3. Resultados

En las siguientes figuras se muestran las gráficas de los resultados del T_{30} medido, los valores de curtosis con respecto a la frecuencia de la parte real e imaginaria de las distintas ventanas de análisis tomado del promedio espacial de las respuestas en frecuencia y el valor de la desviación máxima de la distribución uniforme con respecto a la frecuencia para los valores de fase. Como referencia se muestra con una línea punteada de color rojo el valor de la frecuencia de Schroeder medido a partir del $T_{30, \text{mid}}$.

En las figuras de los análisis estadísticos de cada recinto se presentan las líneas de los valores de referencia para determinar la frecuencia de entrecruce. En el caso de la curtosis se muestra la línea de referencia que determina el valor de difusividad $K = 2$ según Jeong [9] y para la desviación máxima de la distribución uniforme se muestra el valor ruido de fondo mencionado anteriormente.

P1, P2, ..., Pn corresponden a cada una de las mediciones hechas en las distintas posiciones donde se ubico el micrófono de medición dentro del recinto en cuestión.

4.3.1. Cámara Reverberante

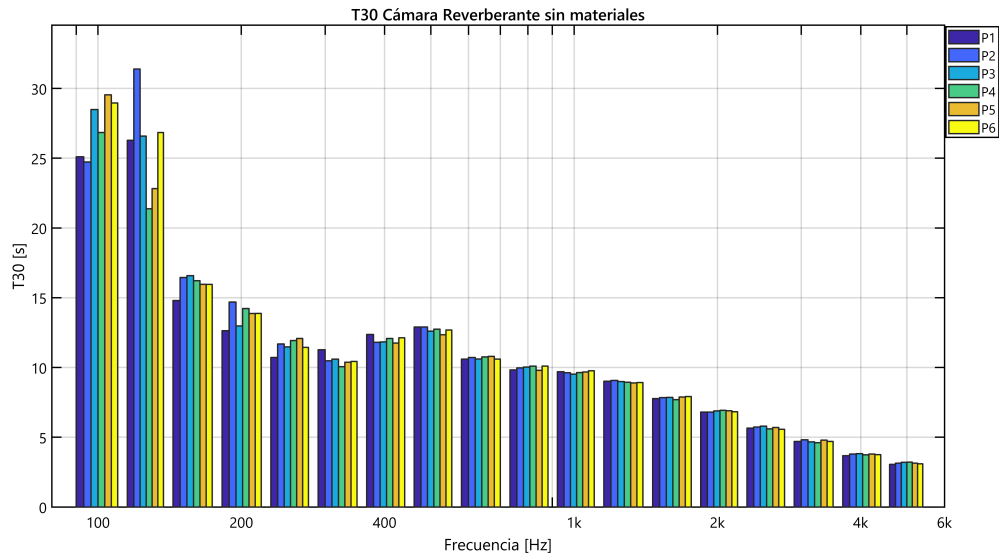


Figura 4.1: Caso i) Valores del T_{30} en tercios de octava de la cámara reverberante sin material de muestra. Se calcula un tiempo de decaimiento de $T_{30,mid} = 11.17 \pm 0.09$ s.

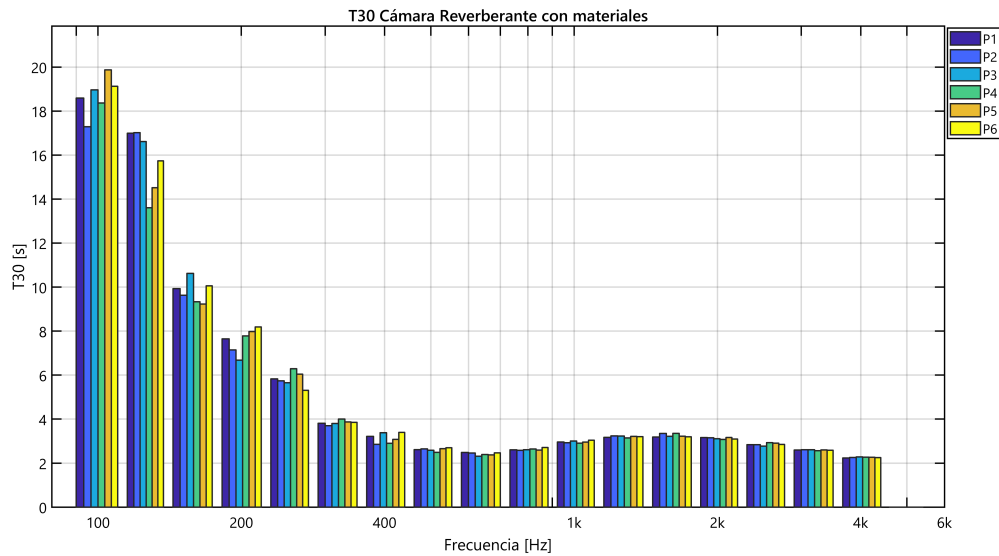


Figura 4.2: Caso ii) Valores del T_{30} en tercios de octava de la cámara reverberante con material de muestra. Se calcula un tiempo de decaimiento de $T_{30,mid} = 2.79 \pm 0.02$ s.

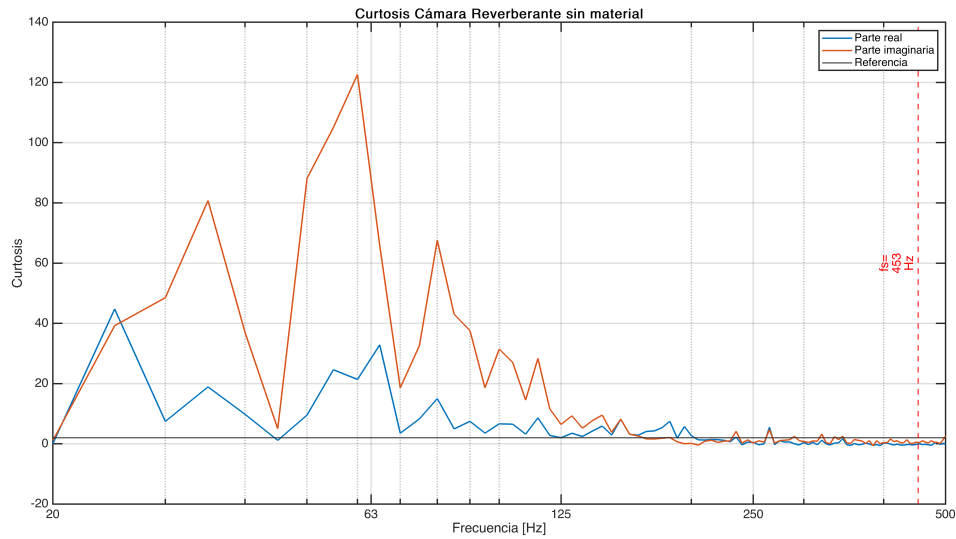


Figura 4.3: Caso i) Análisis de la curtosidad del promedio espacial de los valores reales e imaginarios de las respuestas en frecuencia medidas en la cámara reverberante sin material de muestra. La frecuencia de entrecruce es de $f_{CR} = 205$ Hz y $f_{CI} = 170$ Hz respectivamente.

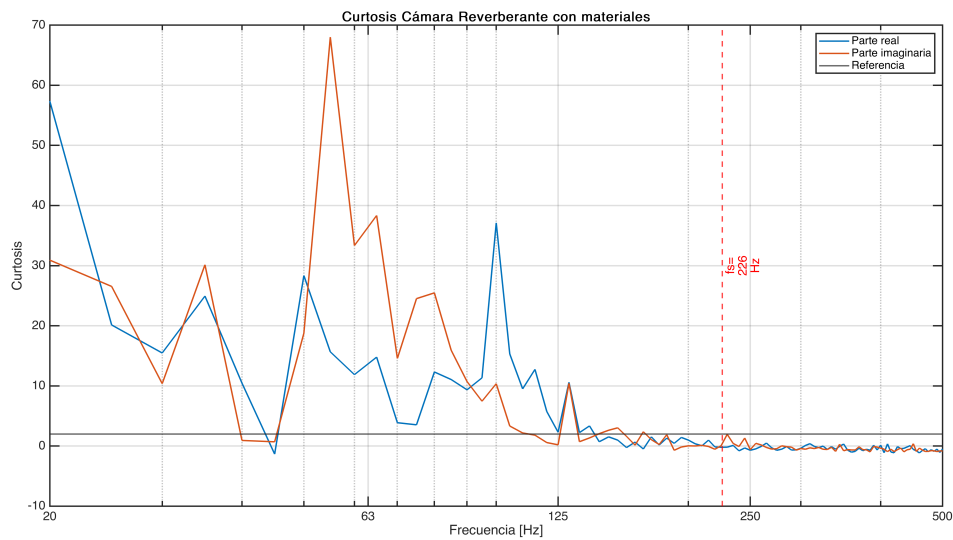


Figura 4.4: Caso ii) Análisis de la curtosidad del promedio espacial de los valores reales e imaginarios de las respuestas en frecuencia medidas en la cámara reverberante con material de muestra. La frecuencia de entrecruce es de $f_{CR} = 140$ Hz y $f_{CI} = 170$ Hz respectivamente.

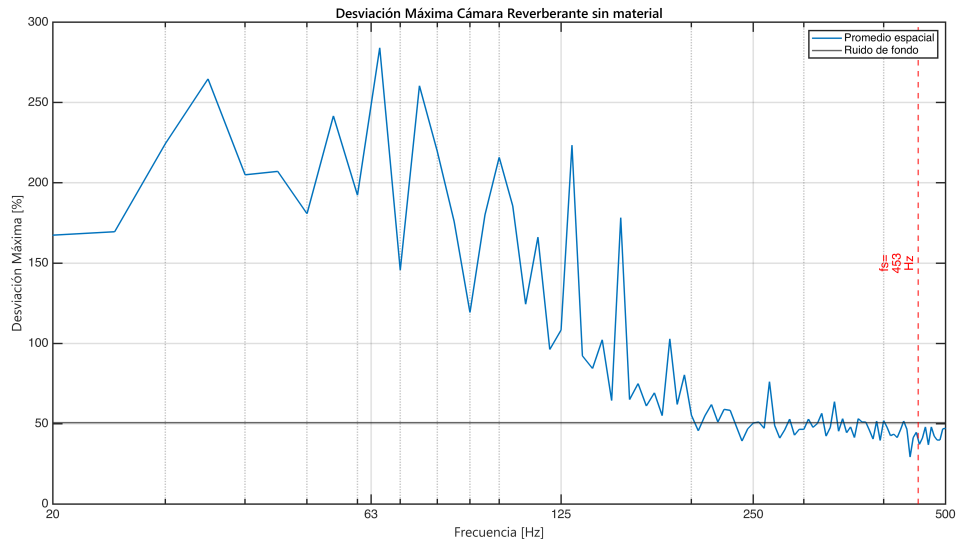


Figura 4.5: Caso i) Análisis de la desviación máxima de la distribución uniforme de los valores de fase de la cámara reverberante sin material de muestra. La frecuencia de entrecruce es $f_D = 200$ Hz

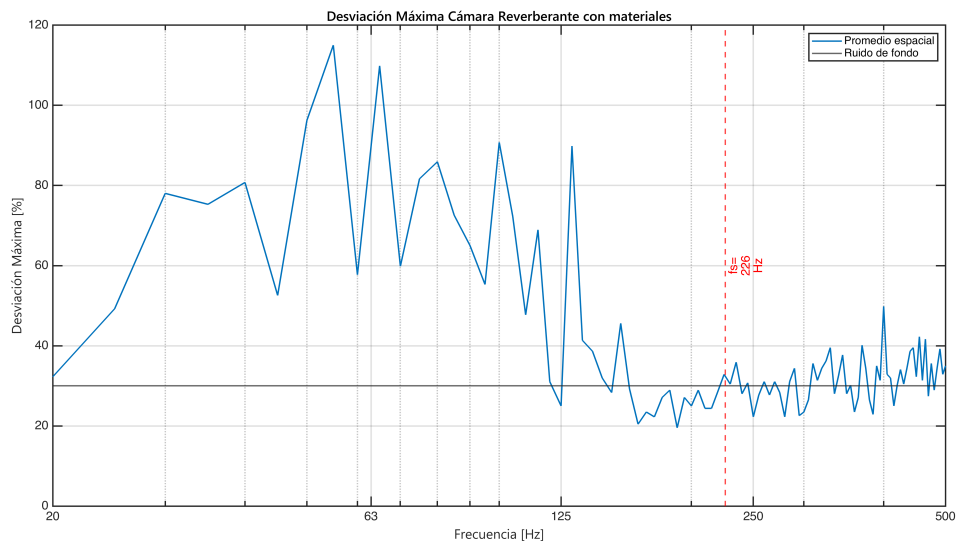


Figura 4.6: Caso ii) Análisis de la desviación máxima de la distribución uniforme de los valores de fase de la cámara reverberante con material de muestra. La frecuencia de entrecruce es $f_D = 155$ Hz

4.3.2. Gabinete Alfa

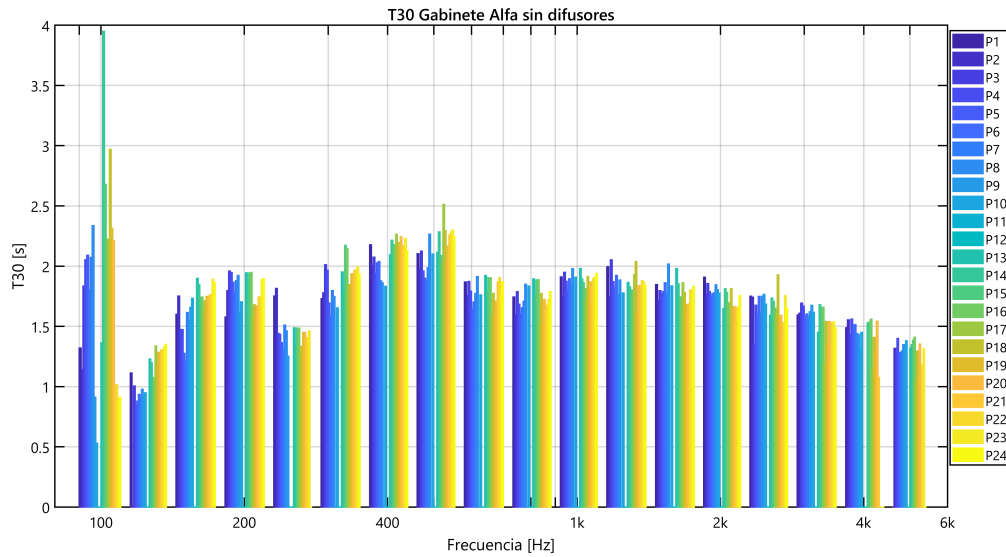


Figura 4.7: Caso i) Valores del T_{30} en tercios de octava de gabinete alfa sin difusores. Se calcula un tiempo de decaimiento de $T_{30,mid} = 1.77 \pm 0.01$ s.

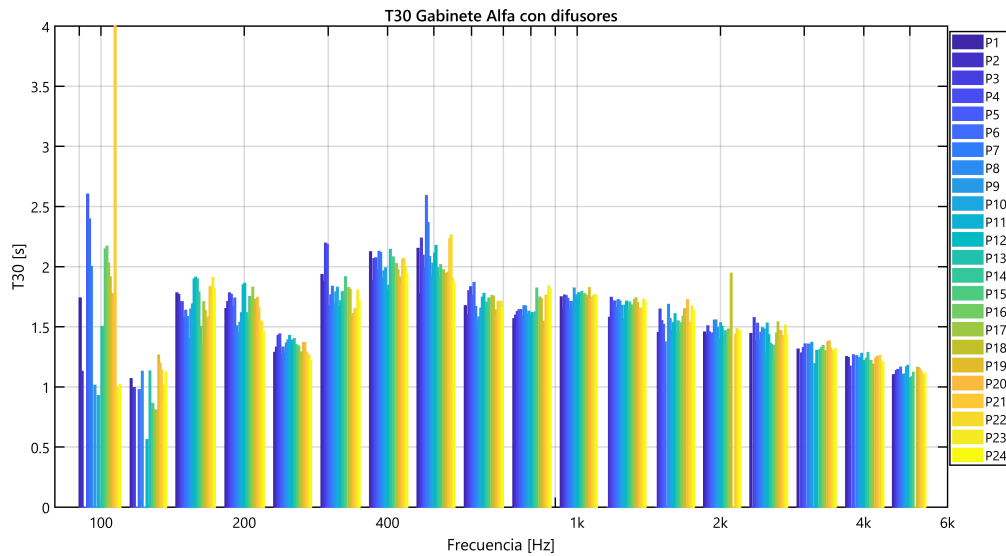


Figura 4.8: Caso ii) Valores del T_{30} en tercios de octava de gabinete alfa con difusores. Se calcula un tiempo de decaimiento de $T_{30,mid} = 1.66 \pm 0.09$ s.

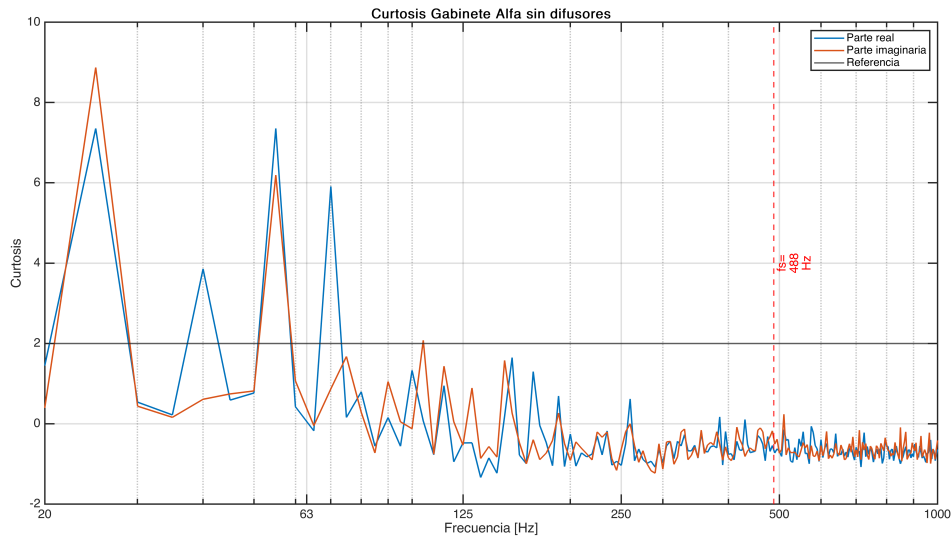


Figura 4.9: Caso i) Análisis de la curtosis del promedio espacial de los valores reales e imaginarios de las respuestas en frecuencia medidas en el gabinete alfa sin difusores. La frecuencia de entrecruce es de $f_{CR} = 75$ Hz y $f_{CI} = 110$ Hz respectivamente.

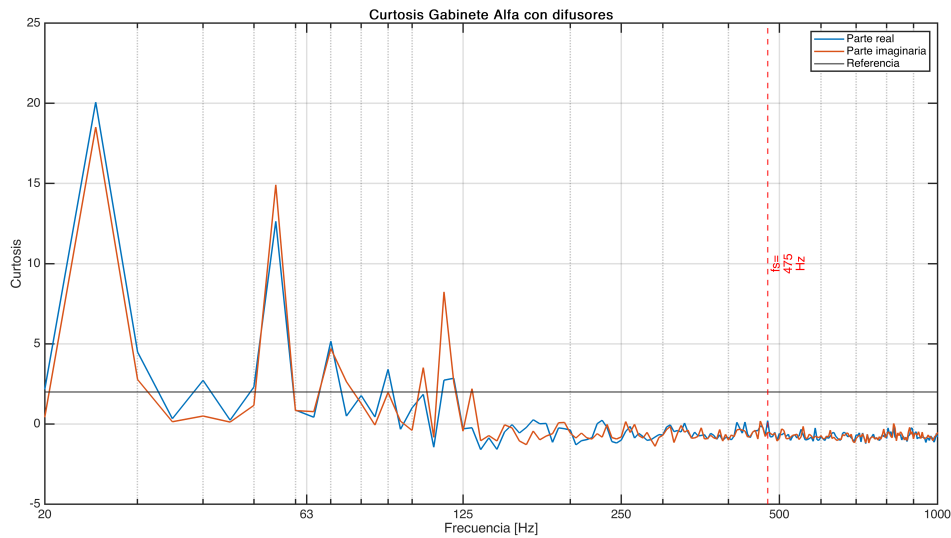


Figura 4.10: Caso ii) Análisis de la curtosis del promedio espacial de los valores reales e imaginarios de las respuestas en frecuencia medidas en el gabinete alfa con difusores. La frecuencia de entrecruce es de $f_{CR} = 125$ Hz y $f_{CI} = 135$ Hz respectivamente.

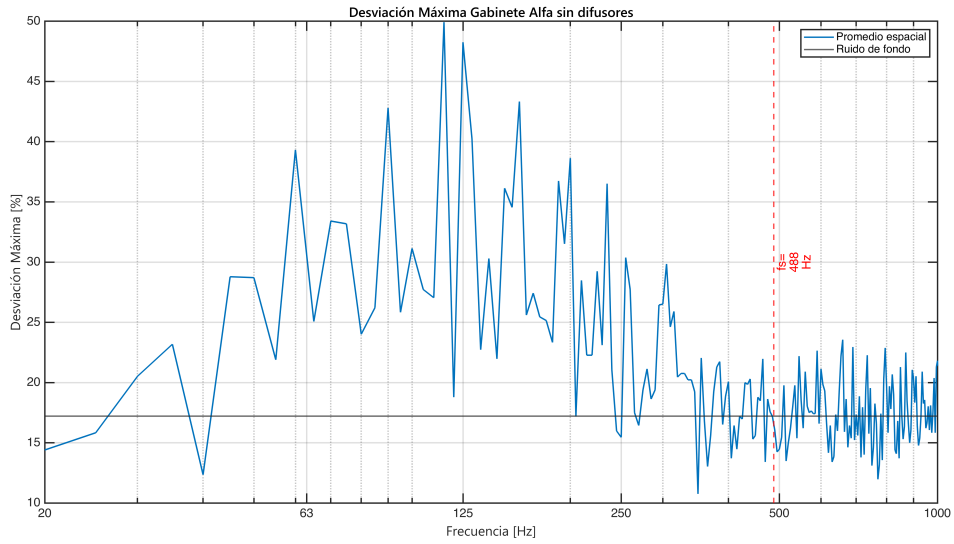


Figura 4.11: Caso i) Análisis de la desviación máxima de la distribución uniforme de los valores de fase del gabinete alfa sin difusores. La frecuencia de entrecruce es $f_D = 320$ Hz.

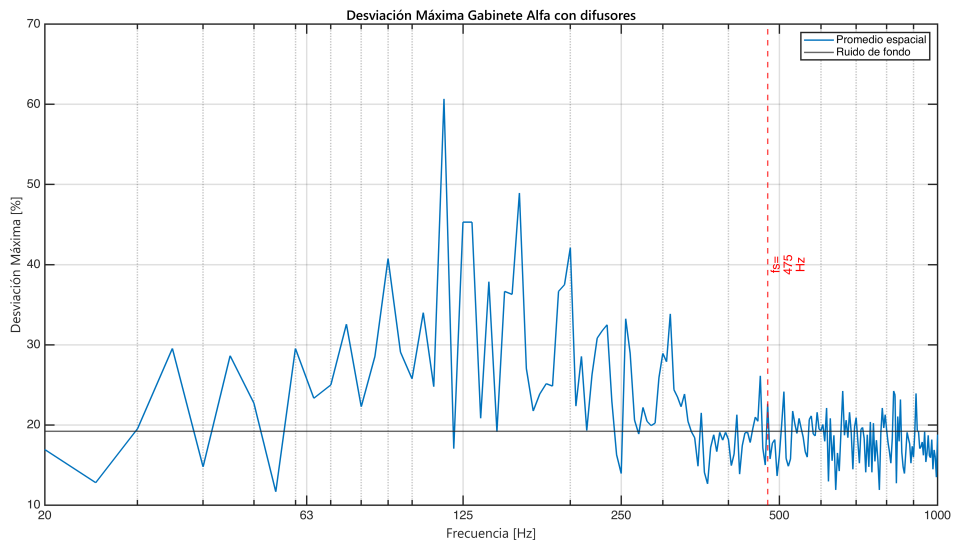


Figura 4.12: Caso ii) Análisis de la desviación máxima de la distribución uniforme de los valores de fase del gabinete alfa con difusores. La frecuencia de entrecruce es $f_D = 315$ Hz.

4.3.3. Listening Room

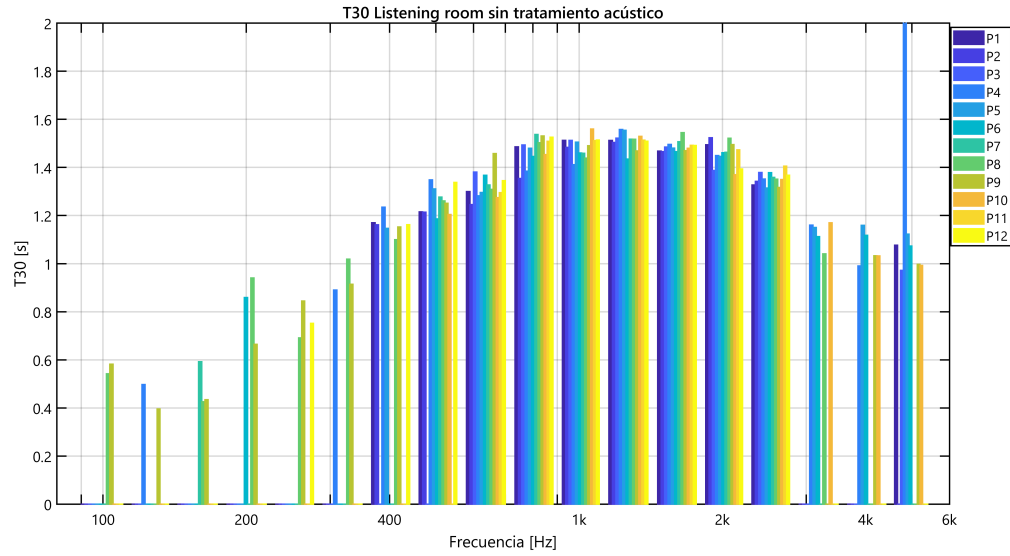


Figura 4.13: Caso i) Valores del T_{30} en tercios de octava del listening room con tratamiento. Se calcula un tiempo de decaimiento de $T_{30,mid} = 1.37 \pm 0.01$ s.

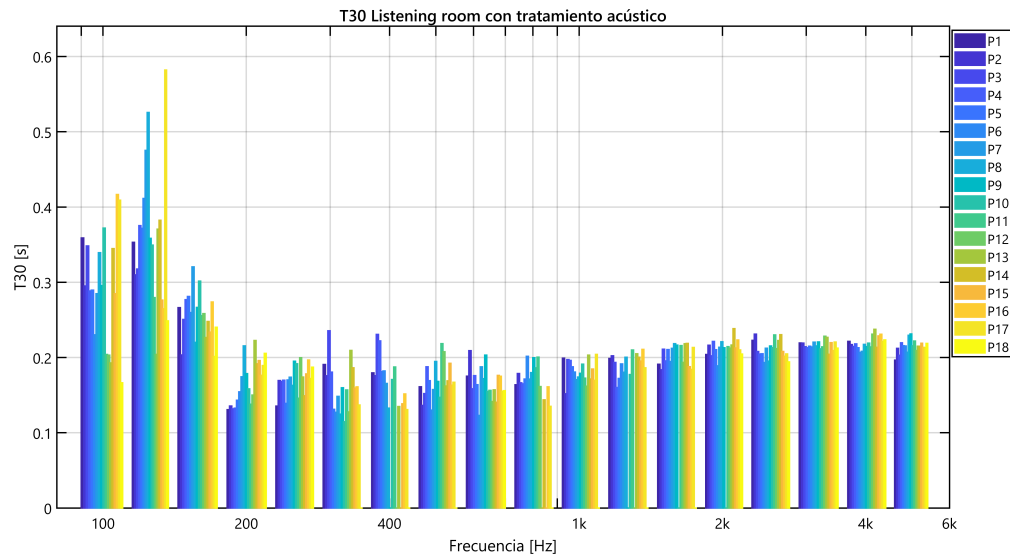


Figura 4.14: Caso ii) Valores del T_{30} en tercios de octava del listening room con tratamiento. Se calcula un tiempo de decaimiento de $T_{30,mid} = 0.18 \pm 0.01$ s.

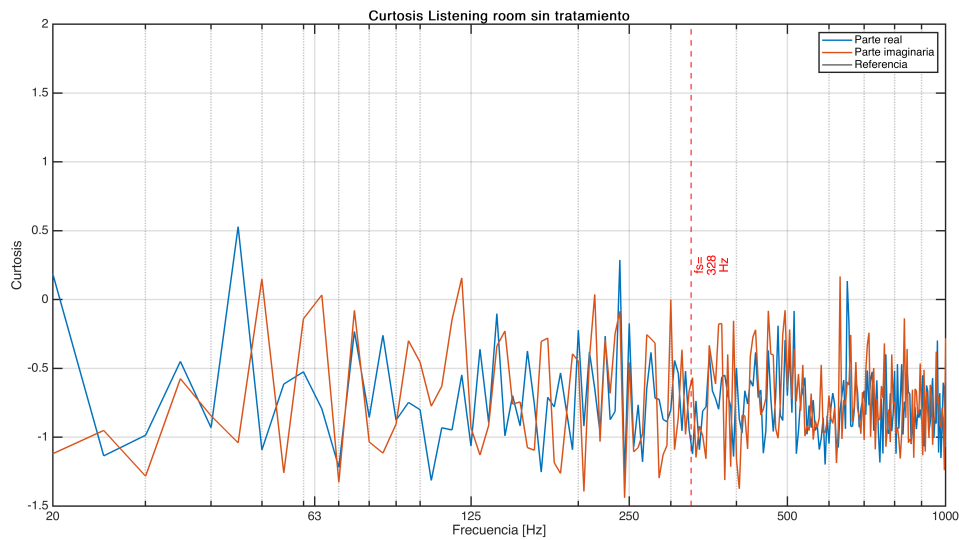


Figura 4.15: Caso i) Análisis de la curtosis del promedio espacial de los valores reales e imaginarios de las respuestas en frecuencia medidas en el listening room sin tratamiento acústico. En este caso no es posible determinar la frecuencia de entrecruce para ambas partes.

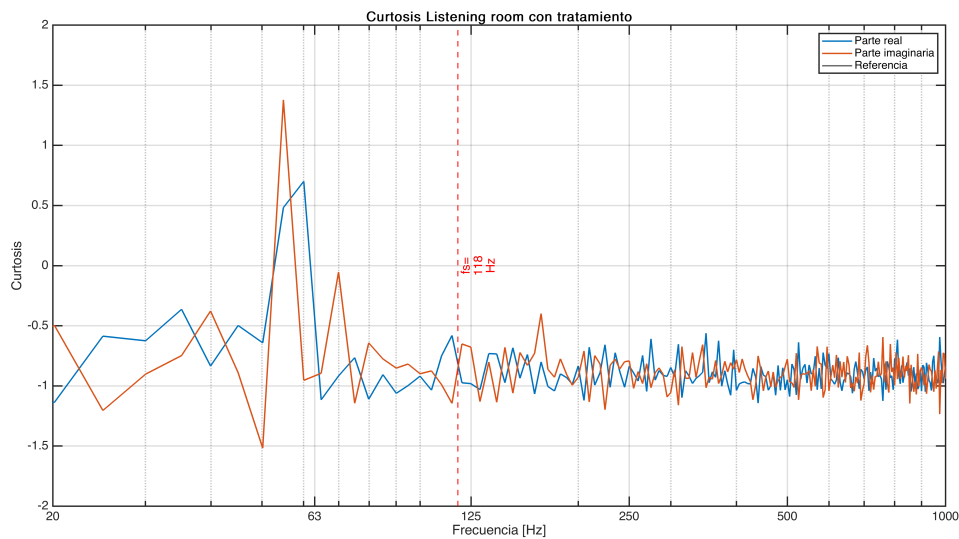


Figura 4.16: Caso ii) Análisis de la curtosis del promedio espacial de los valores reales e imaginarios de las respuestas en frecuencia medidas en el listening room con tratamiento acústico. En este caso no es posible determinar la frecuencia de entrecruce para ambas partes.

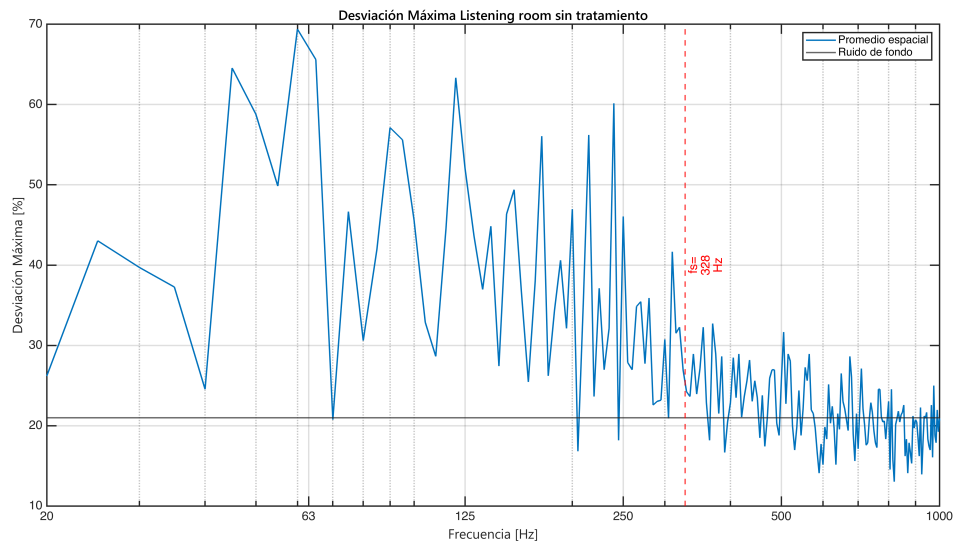


Figura 4.17: Caso i) Análisis de la desviación máxima de la distribución uniforme de los valores de fase del listening room sin tratamiento acústico. La frecuencia de entrecruce es $f_D = 320$ Hz.

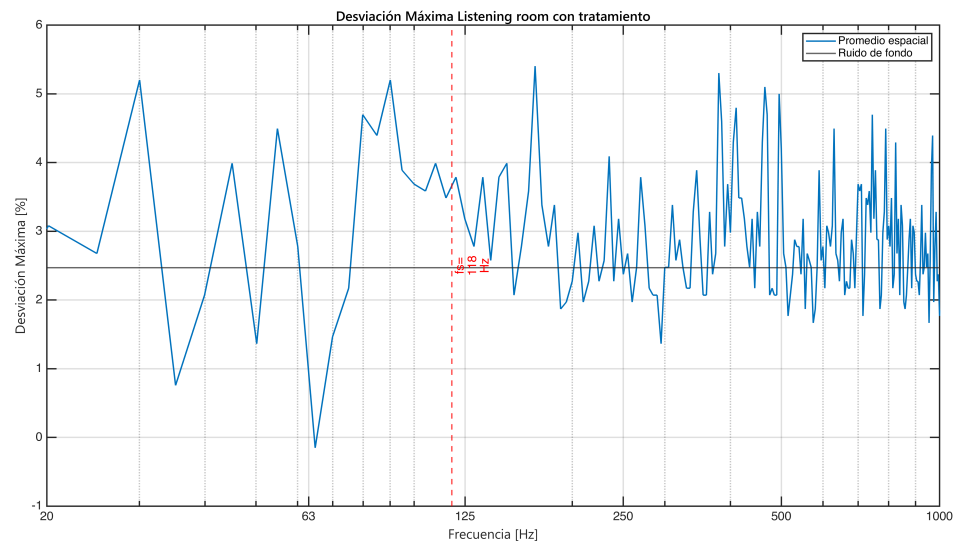


Figura 4.18: Caso ii) Análisis de la desviación máxima de la distribución uniforme de los valores de fase del listening room con tratamiento acústico. La frecuencia de entrecruce es $f_D = 150$ Hz.

4.3.4. Acousticave

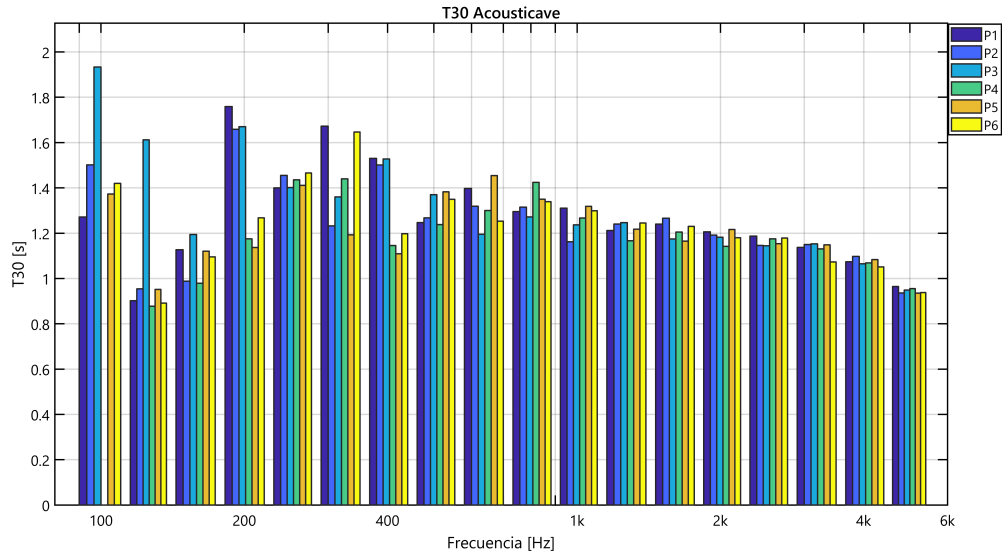


Figura 4.19: Valores del T_{30} en tercios de octava de la acousticave. Se calcula un tiempo de decaimiento de $T_{30,mid} = 1.287 \pm 0.005$ s.

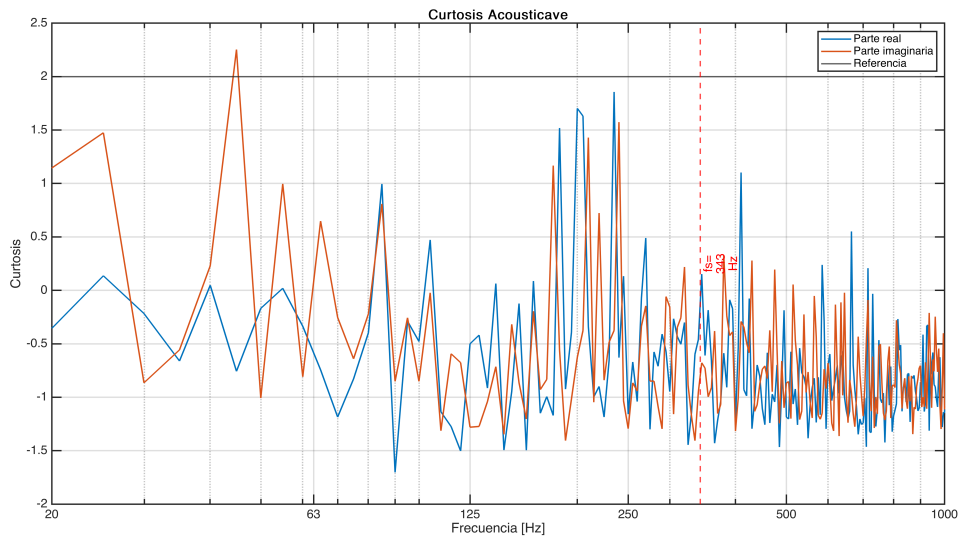


Figura 4.20: Análisis de la curtness del promedio espacial de los valores reales e imaginarios de las respuestas en frecuencia medidas en el listening room sin tratamiento acústico. En este caso no es posible determinar la frecuencia de entrecruce para la parte real. Para la parte real, $f_{CI} = 45$ Hz.

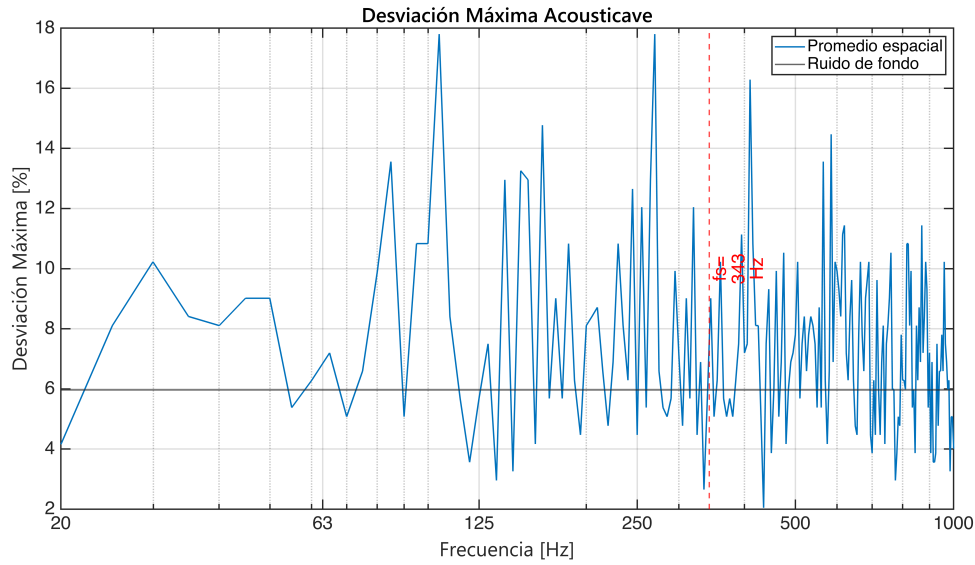


Figura 4.21: Análisis de la desviación máxima de la distribución uniforme de los valores de fase de la acousticave. La frecuencia de entrecruce es $f_D = 435$ Hz.

Tablas de resultados

Parámetro	Cámarar Rev. sin material	Cámara Rev. con material
$T_{30,mid}$ [s]	11.17 ± 0.09	2.79 ± 0.02
f_s [Hz]	453	226
f_{CR} [Hz]	205	140
f_{CI} [Hz]	170	170
f_D [Hz]	200	155

Tabla 4.2: Resultados del tiempo de reverberación medio promedio, frecuencia de Schroeder y frecuencia de entrecruce a partir del análisis estadístico de las respuestas en frecuencia en la cámara reverberante para el caso i) sin material de muestra y ii) con material de muestra.

Parámetro	Gabinete Alfa sin difusores	Gabinete Alfa con difusores
$T_{30,mid}$ [s]	1.77 ± 0.01	1.66 ± 0.09
f_s [Hz]	488	475
f_{CR} [Hz]	75	125
f_{CI} [Hz]	110	135
f_D [Hz]	320	315

Tabla 4.3: Resultados del tiempo de reverberación medio promedio, frecuencia de Schroeder y frecuencia de entrecruce a partir del análisis estadístico de las respuestas en frecuencia en la cámara reverberante para ambos casos.

Parámetro	List. Room sin tratamiento	List. Room con tratamiento
$T_{30,mid}$ [s]	1.37±0.01	0.18±0.01
f_s [Hz]	328	118
f_{CR} [Hz]	No determinado	No determinado
f_{CI} [Hz]	No determinado	No determinado
f_D [Hz]	320	150

Tabla 4.4: Resultados del tiempo de reverberación medio promedio, frecuencia de Schroeder y frecuencia de entrecruce a partir del análisis estadístico de las respuestas en frecuencia en el listening room para el caso i) sin tratamiento y ii) con tratamiento.

Parámetro	Acousticave
$T_{30,mid}$ [s]	1.287±0.005
f_s [Hz]	343
f_{CR} [Hz]	NA
f_{CI} [Hz]	45
f_D [Hz]	435

Tabla 4.5: Resultados del tiempo de reverberación medio promedio, frecuencia de Schroeder y frecuencia de entrecruce a partir del análisis estadístico de las respuestas en frecuencia en la acousticave,

4.4. Análisis

4.4.1. Cámara Reverberante

Se observa claramente la dependencia que tienen ambos métodos estadísticos con respecto al cambio del tiempo de reverberación del recinto. En la cámara reverberante cambia de $T_{30,mid} = 11.17 \pm 0.09$ s al estar vacía (figura 4.1) a un valor de $T_{30,mid} = 2.79 \pm 0.02$ s al introducir muestra de material absorbente (figura 4.2), como era de esperarse. Esto ocasiona que la frecuencia de Schroeder disminuya de $f_s = 453$ Hz a $f_s = 226$ Hz.

La gráfica de la curtosis muestra en el primer caso (figura 4.3) que se obtiene el valor de curtosis de referencia $K = 2$ en la frecuencia de entrecruce de $f_{CR_1} = 205$ Hz para la parte real y de $f_{CI_1} = 170$ Hz para la parte imaginaria. En el segundo caso (figura 4.4) los valores de la frecuencia de entrecruce estimados son de $f_{CR_2} = 140$ Hz y $f_{CI_2} = 175$ Hz para la parte real e imaginaria respectivamente.

En el análisis de la desviación máxima de los valores de fase en el primer caso (figura 4.5) se estima una frecuencia de entrecruce de $f_{D_1} = 200$ Hz y en el segundo caso (figura 4.6) de $f_{D_2} = 155$ Hz.

De estos resultados se observa que todos los valores obtenidos a partir del análisis estadístico están por debajo de las frecuencias de Schroeder calculadas

4.4.2. Gabinete Alfa

En este recinto se observa que para ambos casos el tiempo de reverberación disminuye poco al introducir los difusores debido a que este material no es absorbente, por lo que la frecuencia de Schroeder también disminuye muy poco. Los difusores propician que la energía sonora se distribuya homogéneamente dentro del recinto con el objetivo de generar la condición de campo difuso.

Al analizar los resultados de la curtosis se encuentra para el primer caso una frecuencia de entrecruce de $f_{CR} = 75 \text{ Hz}$ y de $f_{CI} = 110 \text{ Hz}$ para los valores reales e imaginarios respectivamente. En el segundo caso son de $f_{CR} = 125 \text{ Hz}$ y $f_{CI} = 135 \text{ Hz}$, respectivamente. De estos resultados se observa que al introducir difusores dentro del recinto se reduce el intervalo entre las dos frecuencias de entrecruce calculadas.

En el análisis de los valores de fase, la frecuencia de entrecruce disminuye de $f_{D_1} = 320 \text{ Hz}$ en el primer caso a $f_{D_2} = 315 \text{ Hz}$ en el segundo caso. A pesar de que la presión esté distribuida de manera más homogénea por los difusores como es posible de observar en el segundo caso del análisis de la curtosis, los valores de fase no muestran un cambio significativo en el análisis de los valores de fase.

En este recinto también es posible observar que el análisis estadístico brinda resultados por debajo de las frecuencias de Schroeder calculadas.

4.4.3. Listening Room

En este tipo de cuartos nos interesa tomar mediciones siguiendo el método de encuesta que considera el uso de una fuente no omnidireccional y menor número de mediciones. En el primer caso se utiliza una fuente de frecuencias graves o *subwoofer* con un patrón de propagación sonora direccional en el intervalo de 30 a 4000 Hz y en el segundo caso una fuente omnidireccional.

El cuarto tiene una geometría de tipo prisma rectangular haciendo evidente la influencia de los modos de resonancia en la propagación sonora para frecuencias bajas, sin embargo esto no se observa en la gráfica del tiempo de reverberación medido ya que en la norma ISO no se realiza un análisis para frecuencias menores a 100 Hz. Se han desarrollado métodos de análisis espectral de frecuencias graves a través de modelos computacionales o por instrumentación que lleva a resultados con una precisión poco confiable.

El recinto tiene un $T_{30,mid} = 1.37 \pm 0.01$ cuando no hay tratamiento acústico dentro de él (primer caso) y disminuye a $T_{30,mid} = 0.18 \pm 0.01$ al introducir tratamiento acústico (segundo caso) que consta de paneles de membrana resonante para mitigar el tiempo de reverberación en frecuencias graves y resonadores de cavidad para tratar a las frecuencias medias sin mitigar el efecto de reverberación en las frecuencias altas [3]. Aun con tratamiento acústico se observa que los valores del tiempo de reverberación son mayores por debajo de los 200 Hz.

En el análisis de la curtosis no es posible determinar una frecuencia de entrecruce debido a que todos los valores están por debajo del valor de referencia $K = 2$. En esta medición las ventanas de análisis de 5 Hz cuentan con 35 puntos. Sin embargo, es posible ver para el segundo caso que los valores de la parte real e imaginaria oscilan alrededor de un nivel de ruido por debajo de la frecuencia de Schroeder, a partir de aproximadamente 80 Hz, lo que podría interpretarse como un indicador de campo difuso.

La fluctuación de la desviación máxima de los valores de fase alrededor del valor de referencia permite estimar una frecuencia de entrecruce de $f_{D_1} = 320$ Hz en el primer caso, estando por debajo de la frecuencia de Schroeder. En el segundo caso, la frecuencia de entrecruce estimada es de $f_{D_2} = 150$ Hz.

Por lo tanto, el uso de la fuente direccional beneficia al análisis de la máxima desviación de los valores de fase, mientras que el uso de una fuente omnidireccional brinda resultados más claros en el análisis de la curtosis de los valores reales e imaginarios de presión de una función de respuesta en frecuencia dentro del recinto.

4.4.4. Acousticave

Por último, en el caso donde menos mediciones fueron registradas con un total de seis y siendo el recinto más pequeño para probar nuestro análisis se tiene un tiempo de reverberación de $T_{30,mid} = 1.287 \pm 0.005$ s, el cual resulta en una frecuencia de Schroeder de $f_S = 343$ Hz.

Este recinto totalmente vacío, teniendo una geometría irregular y distintos materiales reflejantes en las paredes, tiene una frecuencia de entrecruce de $f_{CI} = 45$ Hz al analizar la curtosis, muy por debajo de la frecuencia de Schroeder. El análisis de la desviación máxima de los valores de fase permite estimar una frecuencia de entrecruce de $f_D = 435$ Hz, por encima de la frecuencia de Schroeder.

Capítulo 5

Conclusiones

Utilizar el análisis estadístico de la curtosis y la desviación máxima para la obtención de la frecuencia de entrecruce a partir de las respuestas en frecuencia de un recinto permitió definir una frecuencia de entrecruce que divide al campo modal del estadístico además de poder observar la condición de difusividad dentro de los distintos recintos.

Ambos métodos estadísticos permitieron determinar resultados para la cámara reverberante y el gabinete alfa del ICAT. Para los recintos en WSDG; el Listening Room y la Acousticave, no fue posible determinar valores de la frecuencia de entrecruce a través de la curtosis, pero sí a través de la desviación máxima de una distribución uniforme para los valores de fase.

Es posible definir la frecuencia de entrecruce al tomar únicamente seis combinaciones micrófono-fuente con una sola fuente en recintos con como la cámara reverberante debido a que por construcción se asume una condición de campo difuso. En cambio, para recintos genéricos de escucha como el Listening Room o el Gabinete Alfa será necesario seguir la metodología usada en el gabinete alfa, cuyo volumen es menor. Es decir, utilizando el método de ingeniería especificado en la ISO [6] con una fuente omnidireccional y asegurando que el intervalo de frecuencia entre puntos sucesivos sea menor a 0.1 Hz.

Las gráficas de los resultados con respecto a la frecuencia permiten visualizar el efecto que tienen el campo difuso y el campo modal en la distribución de densidad de los valores promedio de presión en un recinto, donde se asegura a partir de qué frecuencia se consigue el comportamiento de campo sonoro difuso, situación que antes solo se podía corroborar con la frecuencia de Schroeder.

Vemos que en frecuencias graves la curtosis adquiere valores altos y va disminuyendo conforme la frecuencia aumenta como era de esperarse. Así, se puede determinar el intervalo de frecuencias donde la propagación modal empieza a tener mayor superposición modal para convertirse en el campo estadístico.

El valor didáctico de este análisis es el de conocer el efecto que tiene de la condición de difusividad sobre los niveles de presión sonora y el arribo de la onda sonora en todas direcciones a frecuencias por encima de la frecuencia de entrecruce. Además es valioso reconocer que la metodología sugerida por los estándares de medición de las funciones de respuesta en frecuencia dentro un recinto funcionó como punto de partida para determinar las limitaciones de la instrumentación propuesta.

En la cámara reverberante y el gabinete alfa del ICAT la frecuencia de Schroeder estimada está por encima de los valores de la frecuencia de entrecruce encontrada a partir de los análisis estadísticos. En cambio, para el Listening Room y la Acousticave de WSDG.

Aquellos materiales que afectan de manera más significativa al recinto para asegurar un campo difuso a frecuencias menores son los materiales absorbentes, como se observa en el caso de la cámara reverberante del ICAT. Por otro lado, la introducción de difusores a un recinto, como en el caso del gabinete alfa del ICAT, no asegura que disminuya la frecuencia de entrecruce, sin embargo se observa que los valores de fase se comportan como una distribución más uniforme para las mismas ventanas de frecuencia. Se comprueba así que los difusores deben ser diseñados con geometrías específicas para que tengan efecto en las frecuencias deseadas.

El análisis de la máxima desviación de la distribución normal de los valores de fase se observa como un método más adecuado para calcular la frecuencia de entrecruce independientemente del tipo de fuente sonora utilizada, de la frecuencia de muestreo N o de la distancia entre puntos de frecuencia Δf o *bins* ya que en los cuatro recintos estudiados fue posible determinar una frecuencia de entrecruce a través de este método.

5.1. Trabajo posterior

Se recomiendan ajustar las ventanas de análisis dinámicamente de tal forma que la curtosis pueda brindar resultados más precisos, además de cambiar al valor referencia de la

curtosis de la misma forma ¹. Probar este método con otro tipo de recintos como oficinas, salones de clase, recámaras habitacionales, o recintos comunes.

Este método de análisis de la zona de entrecruce sugiere validar la precisión de los modelos numéricos utilizados que buscan predecir la propagación sonora dentro de un recinto de tal forma que pueda afinar estos modelos al considerar las distintas geometrías del recinto y los materiales dentro de él.

¹L. H. Sant Ana, comunicación personal, 30 de junio de 2021.

Capítulo 6

Apéndice

6.1. Imágenes de los recintos medidos

Cámara reverberante

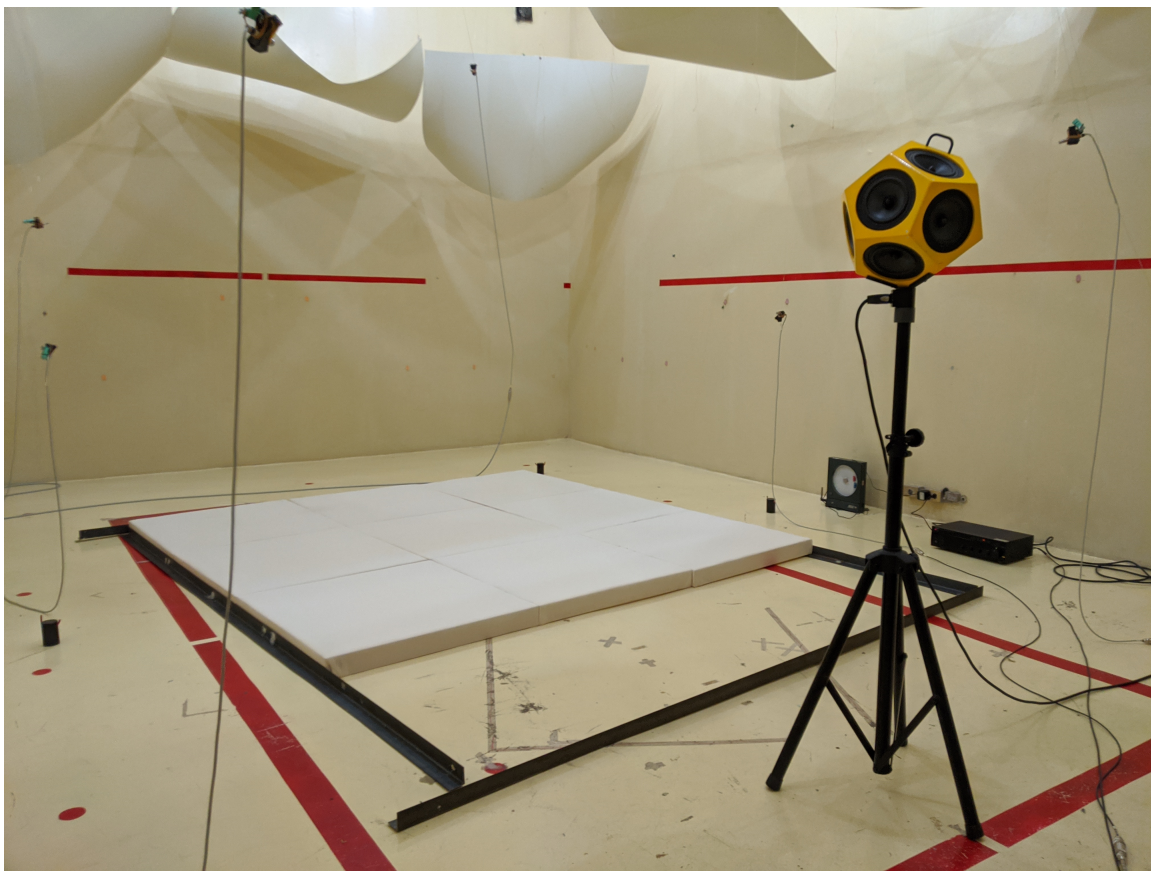


Figura 6.1: Cámara reverberante con material a caracterizar y la fuente omnidireccional usada para la medición de las respuestas en frecuencia en el ICAT.

Gabinete alfa

Figura 6.2: Posición de la fuente omnidireccional durante la medición de las respuestas en frecuencia dentro del gabinete alfa en el ICAT. Al colocar la fuente en una esquina se obtiene la máxima generación de modos dentro del recinto.

Listening room



Figura 6.3: Pared norte del listening room con tratamiento acústico en WSDG. Se observan paneles resonadores de cavidad que permiten una mayor absorción en una frecuencia en específico, colgados en el techo pánels difusores y absorbentes manufacturados por colaboradores de la empresa y pánels en la pared este. En este caso el modelo de los pánels es "BAD Panel" manufacturados por RPG. Aparecen la fuente omnidireccional y el micrófono utilizado para la medición de las respuestas en frecuencia.

Acousticave



Figura 6.4: Fuente omnidireccional y micrófono de medición utilizados en la medición de las respuestas en frecuencia dentro de la Acousticave en WSDG.

Bibliografía

- [1] M. Avelar, P. Bonifacio, L. Sant’Ana, E. Brandao, E. Bertoti, and R. Catai. Evaluation of the crossover frequency based on the analysis of room transfer functions through statistical estimators. *Applied Acoustics*, 164, 2020.
- [2] M. Cerna and A. Harvey. *The Fundamentals of FFT-Based Signal Analysis and Measurement*. National Instruments.
- [3] T. J. Cox, P. D’Antonio, and M. Schroeder. *Acoustic Absorbers and Diffusers, Theory, design and application*, volume 117. CRC Press, 2005.
- [4] G. Del Galdo, M. Taseska, O. Thiergart, J. Ahonen, and V. Pulkki. The diffuse sound field in energetic analysis. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 131(3):2141–2151, 2012.
- [5] F. A. Everest and N. A. Shaw. *Master Handbook of Acoustics*. McGraw-Hill, 2001.
- [6] I. O. for Standardization. *Acoustics — Measurement of sound absorption in a reverberation room*. International Organization for Standardization, Vernier, Geneva, Switzerland, iso 354:2003 edition, 2003.
- [7] I. O. for Standardization. *Acoustics — Measurement of room acoustic parameters. Part 1: Performance spaces*. International Organization for Standardization, Vernier, Geneva, Switzerland, iso 3382-1:2009 edition, 2009.
- [8] F. Jacobsen, P. M. Juhl, and P. Firm. *Fundamentals of general linear acoustics*. John Wiley and Sons Inc, 2013.

- [9] C.-H. Jeong. Kurtosis of room impulse responses as a diffuseness measure for reverberation chambers. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 139(5):2833–2841, 2016.
- [10] M. Kleiner and J. Tichy. *Acoustics of Small Rooms*. CRC Press, 2014.
- [11] H. Kuttruff. *Room Acoustics*. CRC Press, 2018.
- [12] M. Long. *Architectural acoustics*. Elsevier Academic Press., 2014.
- [13] R. Neubauer and B. Kostek. Prediction of the reverberation time in rectangular rooms with non-uniformly distributed sound absorption. *Consulting Bureau, Ingolstadt, Alemania*, 2001.
- [14] J. H. Rindel. Preferred dimensions ratios of small rectangular rooms. *Journal of the Acoustic Society of America*, 2021.
- [15] M. Schroeder and H. Kuttruff. On frequency response curves in rooms. Comparison of experimental, theoretical, and Monte Carlo results for the average frequency spacing between maxima. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 34(34):76–80, 1962.