



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA
INSTITUTO DE GEOFÍSICA
EXPLORACIÓN, AGUAS SUBTERRÁNEAS, MODELACIÓN Y
PERCEPCIÓN REMOTA

METODOLOGÍAS DE INVERSIÓN SÍSMICA PARA LA
CARACTERIZACIÓN INTEGRAL DE YACIMIENTOS

T E S I S
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA TIERRA

PRESENTA:

Martín Fernández Vergara

DIRECTOR DE TESIS:

Dr. Martín A. Díaz Viera

Instituto Mexicano del Petróleo

COMITÉ TUTOR:

Dra. Leticia Flores Márquez

Instituto de Geofísica

Dr. Raúl del Valle

Instituto Mexicano del Petróleo

Ciudad Universitaria, CD. MX., Septiembre 2021



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

METODOLOGÍAS DE INVERSIÓN SÍSMICA PARA LA CARACTERIZACIÓN INTEGRAL DE YACIMIENTOS

JURADO EXAMINADOR

Dr. David Parra Guevara
Centro de Ciencias de la Atmósfera

Dr. Ernesto Rubio Acosta
Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y Sistemas

Dr. Martín Alberto Díaz Viera
Instituto Mexicano del Petróleo

Dr. Ambrosio Aquino López
Instituto Mexicano del Petróleo

Dr. Raúl del Valle García
Instituto Mexicano del Petróleo



AGRADECIMIENTOS

Para la realización de este trabajo profundamente quiero agradecer y reconocer al Instituto Mexicano del Petróleo a través de su Dirección de Desarrollo de Talento y la Dirección de Servicios en Exploración y Producción, así como al Comité de Becas de este reconocido Instituto, por el apoyo que me brindaron para la realización de mis estudios de maestría y su culminación en este trabajo de tesis. Particularmente agradezco al Maestro Jorge Alfonso Mendoza Amuchástegui, al Maestro Rafael Ramos Palmeros, al Maestro Saúl Bautista Fragoso, al Maestro Lenin Ulin Jiménez, al Ing. Alfonso Partida Romo, al Ing. Hugo García Torres, al Ing. José Eduardo Campos Iglesias. Así también a la Maestra Rebeca Medina, a la Lic. Consuelo Monterrubio, a la Ing. Maribel Cornelio. Autoridades, compañeras y compañeros que en las diferentes etapas del proceso intervinieron activamente apoyándome en este trayecto que finaliza con la presentación de este trabajo.

De igual forma, mi agradecimiento a la comunidad del Instituto de Geofísica de la Universidad Nacional Autónoma de México, que a través de su Posgrado en Ciencias de la Tierra permitieron ampliar mi campo de conocimiento y cultivaron en mí la semilla de la curiosidad e inquietud científica para profundizar y desarrollar en el conocimiento que resulte útil para la industria, la ciencia y la sociedad. Mi gratitud a las Doctoras y Doctores, por sus cátedras, sus enseñanzas y por ser extraordinarios guías en este nuevo sendero.

También quiero agradecer al Dr. Martín A. Díaz Viera por haber aceptado ser mi tutor y guía en este proceso. Le agradezco y reconozco su entusiasmo, pasión, atención e invaluable apoyo técnico y personal para aspirar a obtener este grado académico. De igual forma, agradezco al Dr. Raúl del Valle García y a la Dra. Leticia Flores Márquez, que como parte del Comité Tutorial me orientaron y direccionaron de buena forma a través de sus aportaciones y observaciones que me hicieron en cada una de las evaluaciones semestrales que sostuvimos. A este párrafo de agradecimientos y reconocimientos se unen como integrantes del Jurado examinador los doctores: Dr. David Parra Guevara, Dr. Ernesto Rubio Acosta y Dr. Ambrosio Aquino López. A ustedes por su valiosa atención y pertinentes críticas u observaciones para hacer de este un mejor trabajo.

La realización de este trabajo no habría sido posible sin la sustancia elemental de análisis,

correspondiente al set de datos como información punto de partida. Para ello hago formal reconocimiento y agradecimiento a los Doctores Ph. D. Per Avseth, Ph. D. Tapan Mukerji y Ph. D. Gary Mavko , por la descarga de información sísmica y de pozo contenida en el libro de su autoría *Quantitative Seismic Interpretation – Applying Rock Physics Tools to Reduce Interpretation Risk*, Cambridge (2005). Correlacionado a este hecho, también hago formal reconocimiento y agradecimiento al sitio web del Directorado Noruego del Petróleo ([Norwegian Petroleum Directorate, 2021]) que permitió la descarga de información adicional y complementaria a la zona de interés analizada.

En otro apartado igualmente relacionado a los datos de estudio, ofrezco mi reconocimiento y agradecimiento al portal Terranubis ([dGB Earth Sciences, 2021]) por permitir la descarga de información sísmica y de pozo que también fue aprovechada para la realización de este trabajo de tesis.

Otro aspecto muy relevante para la realización de este trabajo es lo referente a la implementación computacional. Es por ello que hago sincero agradecimiento y reconocimiento a las siguientes librerías computacionales de Python: [Van Rossum, 2020] [Waskom, 2021], [Harris et al., 2020b], [Harris et al., 2020a], [Wes McKinney, 2010], [Hunter, 2007], [Baudin et al., 2015].

Así también a los tutoriales y librerías computacionales:

- [Welly contributors (2021). Welly, a Python package., 2021].
- [Striplog contributors (2021). Striplog, a Python package., 2021].
- [Bruges contributors (2021). Bruges, a Python package., 2021].
- [lasio is an open source project released under the MIT License, 2021].

La orientación, guía, apoyo y libre acceso que ofrecen estas librerías y tutoriales, me permitieron aprovecharlos como útiles herramientas para obtener los resultados mostrados en este trabajo.

Agradezco también los Scripts generados y compartidos por el Dr. Martín A. Díaz V. y el M. Sc. Huong le Van, así como también los integrantes del *crew* Yarilis y Daniel.



CÓDIGO DE ÉTICA

Declaro conocer el Código de Ética de la Universidad Nacional Autónoma de México, plasmado en la Legislación Universitaria. Con base en las definiciones de integridad y honestidad ahí especificadas, aseguro mediante mi firma al calce que el presente trabajo es original y enteramente de mi autoría. Todas las citas de, o referencias a, las obras de otros autores aparecen debida y adecuadamente señaladas, así como acreditadas mediante los recursos editoriales convencionales.

A handwritten signature in blue ink, which appears to read "Martín V.".

Índice general

Índice general	VIII
Lista de figuras	XV
Lista de cuadros	1
Resumen	2
Abstract	4
1. Introducción	5
1.1. Planteamiento del Problema	6
1.2. Objetivos	6
2. Modelación Sísmica Directa	8
2.1. Introducción	8
2.2. Método de Reflectividad de Incidencia Normal	8
2.3. El Método AVO (variación de amplitud con respecto al offset)	17
2.4. El Método de Trazado de Rayos	23
2.5. Modelación Sísmica Numérica	26
2.6. Modelación Sísmica Física	29
2.7. Relación entre Modelación Sísmica Directa e Inversión Sísmica	33
2.8. Dificultades Inherentes al Problema Inverso	34
2.9. Resumen de capítulo	34
3. Métodos de Inversión Sísmica	36
3.1. Introducción a los Métodos de Inversión Sísmica	36
3.2. Métodos de Inversión Sísmica <i>Poststack</i>	41
3.2.1. Inversión Recursiva (<i>RTI, Recursive Trace Integration Inversion</i>)	41
3.2.2. <i>Coloured Inversion</i>	42
3.2.3. Inversión en bloques o basada en estratos (<i>Layer - based blocky inversion</i>)	43
3.2.4. Inversión <i>Sparse - Spike</i> (<i>Sparse - Spike Inversion</i>)	44
3.2.5. Inversión por Mínimos Cuadrados (<i>Least - Squares Inversion</i>)	46
3.2.6. Inversión Estocástica	46
3.3. Métodos de Inversión Sísmica <i>Prestack</i>	49
3.3.1. Inversión de Impedancia Elástica (<i>EI, Elastic Impedance Inversion</i>)	49

3.3.2.	Inversión Sísmica dependiente del Ángulo (<i>ADI, Angle Dependent Inversion</i>)	50
3.3.3.	Inversión Simultánea	50
3.3.4.	Inversión de Onda completa (<i>FWI, Full Waveform Inversion</i>)	51
3.4.	Inversión Sísmica y estimación de la <i>Impedancia</i>	52
3.5.	Inversión Sísmica Estocástica	53
3.6.	Resumen de capítulo	55
4.	Física de Rocas	56
4.1.	Introducción	56
4.2.	Conceptos básicos de Física de Rocas	57
4.2.1.	Estimaciones de Velocidad	57
4.2.2.	Estimaciones de Densidad	58
4.2.3.	Relación Velocidad - porosidad	58
4.2.4.	Relación $V_p - V_s$	60
4.2.5.	Relaciones V_p/V_s - Impedancia Acústica	61
4.3.	<i>Diagnóstico de Física de Rocas</i>	62
4.4.	El concepto de <i>Plantilla de Física de Rocas</i>	62
4.5.	Modelos de Física de Rocas	62
4.6.	Modelación a través de Física de Rocas	64
4.6.1.	Mezcla de litologías	65
4.6.2.	Concepto de Porosidad crítica	67
4.6.3.	El <i>modelo de Hertz - Mindlin</i>	67
4.6.4.	<i>Límites Hashin - Shtrikman</i>	68
4.6.5.	Ecuaciones de Gassmann	69
4.7.	El modelo de Arena Rígida (<i>Stiff Sand model</i>)	72
4.7.1.	Usos	72
4.7.2.	Suposiciones y limitaciones	72
4.7.3.	Extensión del modelo	72
4.8.	Análisis de <i>Sustitución de fluidos</i>	73
4.8.1.	Ecuaciones de Batzle - Wang	73
4.9.	Resumen de capítulo	73
5.	Metodología y Estudio de Caso	74
5.1.	Metodología	74
5.2.	Estudio de caso	80
5.2.1.	Bloque F3	80
5.2.2.	Campo Glitne	82
5.2.3.	Mapa de ubicación de los pozos de validación y correlación	87
5.3.	Implementación metodológica	88
5.3.1.	Líneas teóricas de arena y arcilla	88
5.3.2.	Gráficos básicos en Física de Rocas	89
5.3.3.	Intervalo productor	92
5.3.4.	Modelo de Arena Rígida (<i>Stiff Sand model</i>)	93
5.3.5.	Reclasificación de Facies bajo el criterio de Física de Rocas	103
5.3.6.	Algoritmo de Inversión de Impedancia	109

5.3.7.	Predicción de <i>facies</i> a través de <i>Machine Learning</i>	116
5.3.8.	Correlación Sísmico-geológica	122
5.3.9.	Identificación de Relaciones de Dependencia	126
5.4.	Resumen de capítulo	131
6.	Resultados	132
6.1.	Modelo Convolutacional (<i>caso sintético</i>)	132
6.1.1.	<i>caso F3-Block</i>	132
6.1.2.	<i>caso WELL-2</i>	139
6.2.	Física de Rocas	140
6.2.1.	Validación del Modelo de Física de Rocas	140
6.3.	Inversión de Impedancia	145
6.3.1.	Inversión de Impedancia en el pozo de validación (<i>WELL-2</i>)	145
6.3.2.	Inversión de Impedancia en el pozo de correlación (<i>WELL-3</i>)	151
6.4.	Exactitud en la Predicción de <i>facies</i> a través de <i>Machine Learning</i>	155
6.5.	Curvas obtenidas del proceso de <i>inversión sísmica y Correlación sísmico-geológica</i>	156
6.6.	Predicción de <i>facies</i> en el <i>pozo de correlación (Well-3)</i>	158
6.7.	Curvas reordenadas muestreadas a partir de Cópulas	160
6.8.	Simulaciones de propiedades petrofísicas	164
7.	Análisis y discusión de Resultados	173
7.1.	Modelación sísmica directa y Sismogramas sintéticos	173
7.2.	Física de Rocas (Validación del modelo y su intervención en la Reclasificación de <i>facies</i>)	173
7.3.	Inversión Sísmica y estimación de Impedancia (<i>intervención del proceso de Correlación Sísmico - geológica</i>)	174
7.4.	Predicción de <i>facies</i> a través del método <i>SVM</i> de <i>Machine Learning</i>	174
7.5.	Estimación de propiedades petrofísicas a través de Cópulas	175
7.6.	Resumen de resultados de la Metodología	175
7.6.1.	El pozo de validación.	176
7.6.2.	Reclasificación de <i>facies</i>	177
7.6.3.	El pozo de correlación.	178
7.6.4.	Estimación de propiedades petrofísicas a través de Cópulas	179
8.	Conclusiones	180
	Referencias Bibliográficas	189
	Apéndices	189
A.	Notación y unidades	191
B.	ApéndiceB	194
B.1.	Simulaciones Geoestadísticas	194
B.1.1.	Simulación Secuencial Gaussiana (<i>SGS</i>)	194
B.1.2.	Simulación Secuencial Indicador (<i>SIS</i>)	196

B.2.	<i>Machine Learning</i>	201
B.2.1.	Tipos de problemas en <i>Machine Learning</i>	201
B.2.2.	Terminología de <i>Machine Learning</i>	204
B.3.	<i>Cóputas</i>	204
B.3.1.	Introducción	204
B.3.2.	Modelación de la dependencia basada en cóputas	205

Índice de figuras

2.1.	Modelo de capas para ejemplificar la Modelación Sísmica 1D.	10
2.2.	Modelo de capas para ejemplificar la Modelación Sísmica 1D con identificación de interfases y serie de reflectividad.	11
2.3.	Cuatro funciones cosenoidales con diferentes valores de frecuencia.	12
2.4.	Ondícula o Pulso Sísmico que se forma a partir de sumar cuatro funciones cosenoidales.	12
2.5.	Ondícula Sísmica de Fase Cero y Fase de 45°	13
2.6.	Sismograma Sintético para un modelo de dos capas.	14
2.7.	Sismograma Sintético para un modelo de tres capas.	15
2.8.	Sismograma Sintético para un modelo de siete capas.	16
2.9.	Rayos de una onda plana que incide oblicuamente en una interfase y se divide en cuatro modos separados.	19
2.10.	Partición de energía para diferentes valores de V_{P2} / V_{P1}	20
2.11.	Respuesta de Amplitud en función del <i>Offset</i> para el caso donde tanto la Impedancia como la relación de Poisson incrementan del medio 1 al medio 2.	22
2.12.	Respuesta de Amplitud en función del <i>Offset</i> para el caso donde tanto la Impedancia como la relación de Poisson decrecen del medio 1 al medio 2.	23
2.13.	Descomposición del modelo en <i>elementos globales</i> y <i>elementos locales</i>	24
2.14.	Modelo compuesto de los puntos de tiro y un conjunto de planos que conforman el reflector sísmico.	25
2.15.	Trazado de Rayos al modelo de la figura 2.14	26
2.16.	Sección sísmica resultante del Trazado de Rayos al modelo de la figura 2.14	26
2.17.	Configuración del problema.	28
2.18.	Configuración de las fuentes sísmicas.	28
2.19.	Tres ejemplos diferentes de generación de sismogramas sintéticos a través de la Modelación Sísmica Numérica.	29
2.20.	Diagrama esquemático de adquisición sísmica.	30
2.21.	Modelo físico de caliza - cera a escala en un tanque de agua.	31
2.22.	Vista en planta de la adquisición sísmica <i>zero - Offset</i>	31
2.23.	Sección sísmica obtenida del modelo físico.	32
2.24.	Comparación entre <i>Modelación Sísmica Directa</i> e <i>Inversión Sísmica</i>	33
3.1.	Métodos de Inversión Sísmica.	37
3.2.	Modelado Directo (<i>Sismograma Sintético</i>).	38
3.3.	Proceso de Inversión.	39
3.4.	Información Sísmica Pre-apilada (<i>Prestack</i>).	40
3.5.	Información Sísmica apilada (<i>Poststack</i>).	41

3.6.	Sección de Impedancia Acústica obtenida a través de una <i>Coloured Inversion</i> .	43
3.7.	Sección obtenida a través de la Inversión <i>Sparse - Spike</i> .	45
3.8.	Flujo de trabajo del proceso de Inversión Estocástica.	47
3.9.	Alcances de la Inversión Estocástica.	48
3.10.	Cubo de Lambda - Rho obtenido a través de una <i>inversión elástica</i> .	49
3.11.	Sección obtenida de una <i>inversión AVO simultánea</i> .	51
3.12.	Efecto de la implementación del proceso de Inversión de Onda completa a una sección de velocidades.	52
3.13.	Esquemas de inversión aplicados a la descripción del yacimiento.	54
4.1.	Comportamiento de la velocidad con respecto a la porosidad (Caso V_p).	59
4.2.	Gráfico cruzado V_p contra V_s para a) lutitas y b) areniscas.	60
4.3.	Gráfico cruzado V_p contra V_s para a) calizas y b) dolomías.	61
4.4.	Situación <i>esfuerzo - deformación</i> en el medio efectivo que lleva a los límites a) Voigt y b) Reuss. ' σ ' representa el <i>esfuerzo compresivo</i> .	66
4.5.	Comparativa de tres curvas calculadas del Módulo Volumétrico para una mezcla mineralógica en función de la fracción volumen de arcilla.	67
4.6.	Representación esquemática de los límites superior e inferior de los <i>módulos elásticos</i> volumétrico (κ) y de corte (μ).	69
5.1.	Etapa 1 de la metodología de inversión sísmica para la caracterización integral de yacimientos.	75
5.2.	Etapa 2 de la metodología de inversión sísmica para la caracterización integral de yacimientos.	77
5.3.	Etapa 3 de la metodología de inversión sísmica para la caracterización integral de yacimientos.	79
5.4.	Ubicación del <i>bloque F3</i> .	80
5.5.	Pozos dentro del <i>bloque F3</i> . Se destaca la ubicación del pozo F06-01.	82
5.6.	Mapa de ubicación del campo Glitne.	83
5.7.	Identificación de intervalos de <i>litofacies</i> en el pozo Well-2.	84
5.8.	Id facies con su nombre litológico correspondiente.	85
5.9.	Indicación del marcador geológico utilizado como referencia para el proceso de Correlación Sísmico-Geológico, en el pozo de validación (Well-2).	86
5.10.	Ubicación espacial y separación entre los pozos Well-2 y Well-3. Además, se indican las fronteras del cubo sísmico.	87
5.11.	Intervalo de análisis. Dentro del recuadro punteado color rojo se destaca la zona saturada de aceite.	88
5.12.	Gráfico de Velocidad de onda P contra Porosidad con escala de color del valor de la curva de Rayos Gamma. En él se distinguen las zonas de arena y arcilla.	89
5.13.	Gráfico de V_p - Phi. a) Intervalo de análisis, b) Intervalo de análisis con Intervalo productor distinguido con color cian.	90
5.14.	Gráfico de V_s - Phi. a) Intervalo de análisis, b) Intervalo de análisis con Intervalo productor distinguido con color cian.	90
5.15.	Gráfico de I_p - Phi. a) Intervalo de análisis, b) Intervalo de análisis con Intervalo productor distinguido con color cian.	91

5.16. Gráfico de Is - Phi. a) Intervalo de análisis, b) Intervalo de análisis con Intervalo productor distinguido con color cian. 91

5.17. Gráfico de M - Phi. a) Intervalo de análisis, b) Intervalo de análisis con Intervalo productor distinguido con color cian. 92

5.18. Gráfico de *relación Vp/Vs* contra la *impedancia acústica* del pozo Well-2. Distinción del *intervalo productor* totalmente saturado de fluido de poro aceite. 93

5.19. Gráfico de Vp - Phi con escala de color del valor de la curva de Rayos Gamma. En él se distinguen las líneas teóricas de arena y arcilla, distinguiendo además líneas de diferente % composicional. 94

5.20. Gráfico de Ip - Phi. En color rojo se muestra la línea teórica denominada “*Tren de areniscas*” (*composición 100 % mineral cuarzo*) y en azul se muestra la línea teórica denominada “*Tren de lutitas*” (*composición 100 % mineral arcilla*). 95

5.21. Gráfico de M - Phi. En color rojo se muestra la línea teórica denominada “*Tren de areniscas*” (*composición 100 % mineral cuarzo*) y en azul se muestra la línea teórica denominada “*Tren de lutitas*” (*composición 100 % mineral arcilla*). 96

5.22. Gráfico de Vp - Phi. En color rojo se muestra la línea teórica denominada “*Tren de areniscas*” (*composición 100 % mineral cuarzo*) y en azul se muestra la línea teórica denominada “*Tren de lutitas*” (*composición 100 % mineral arcilla*). 97

5.23. Gráfico de Vs - Phi. En color rojo se muestra la línea teórica denominada “*Tren de areniscas*” (*composición 100 % mineral cuarzo*) y en azul se muestra la línea teórica denominada “*Tren de lutitas*” (*composición 100 % mineral arcilla*). 98

5.24. Gráfico de Relación Vp/Vs - Ip. En color rojo se muestra la línea teórica denominada “*Tren de areniscas*” (*composición 100 % mineral cuarzo*) y en azul se muestra la línea teórica denominada “*Tren de lutitas*” (*composición 100 % mineral arcilla*). 99

5.25. La importancia de las propiedades de fluido a condiciones de yacimiento. Mostrado en el gráfico cruzado *Vp/Vs* contra *Impedancia*. En línea color azul el *tren de lutitas* y en color rojo el *tren de areniscas*. 103

5.26. Gráfico Ip - Phi con datos de facies **cms** (arena cementada), que exhibe la posibilidad de hacer una Reclasificación de facies. 104

5.27. Clasificación por facies litológicas. Datos del pozo Well-2. 105

5.28. Definición de la facies A para el pozo Well-2. 106

5.29. Definición de la facies B para el pozo Well-2. 106

5.30. Definición de la facies C para el pozo Well-2. 107

5.31. Gráfico conjunto de facies A, facies B y facies C para el pozo Well-2. 108

5.32. Comparación de facies interpretadas para el pozo Well-2. 109

5.33. Traza sísmica extraída más cercana al pozo de validación (*izquierda*) y curva de impedancia en el dominio del tiempo (*derecha*). 110

5.34. Nótese que el comportamiento de la *Serie de Reflectividad* y la prominencia de sus picos(*spikes*) más grandes, están en concordancia con los valores más altos(o bajos) de amplitud de la traza sísmica. 110

5.35. (<i>izquierda</i>) Regresión lineal de los datos de impedancia para estimar la tendencia. (<i>derecha</i>) Comparativa de la curva de impedancia acústica con y sin efecto de tendencia.	111
5.36. (<i>izquierda</i>) Curva de impedancias sin efecto de tendencia. (<i>derecha</i>) <i>Espectro de frecuencias</i> de la curva de impedancias.	111
5.37. Ventana del <i>filtro Butterworth pasa – bajas</i> con frecuencia de corte a 10Hz. .	112
5.38. (<i>arriba</i>) Curva de impedancias preservando su contenido de frecuencias completo. (<i>izquierda</i>) Curva de impedancias preservando sólo el rango de frecuencias de 0 a 10Hz. (<i>derecha</i>) <i>Espectro de frecuencias de la curva de impedancias filtrada</i>	113
5.39. (<i>izquierda</i>) Traza sísmica más cercana al pozo de validación. (<i>derecha</i>) <i>Espectro de frecuencias de la traza sísmica</i> . Nótese que la energía se concentra en el rango de frecuencias de los 10 a 85Hz.	114
5.40. <i>Espectro de frecuencias ‘fusionado’</i> que contiene tanto la contribución de la curva de impedancia como de la traza sísmica.	114
5.41. <i>Trazas sísmicas verdadera original y escalada</i>	115
5.42. <i>Superposición y comparativa de curvas de impedancia en el pozo de validación</i> . (<i>línea negra</i>) Curva de registro de impedancia del pozo. (<i>puntos color magenta</i>) Curva de impedancia calculada mediante el algoritmo de inversión.	116
5.43. <i>Facies de Física de Rocas del pozo de validación Well-2 en el intervalo de análisis</i>	117
5.44. En este caso particular se consideran las curvas de I_p , V_p y Rho . La justificación a ello es que estas curvas son las que intrínsecamente pueden equipararse a las obtenidas mediante el algoritmo de inversión sísmica, así como al proceso de <i>Correlación Sísmico - geológica</i> implementados.	118
5.45. <i>Curvas de registros geofísicos de pozo consideradas (I_p, V_p y Rho) junto con su interpretación de facies del pozo Well-2 en el intervalo de análisis</i>	119
5.46. En el conteo de <i>facies</i> , la suma total debe coincidir con el número total de muestras en el intervalo de análisis.	120
5.47. <i>Sección sísmica que intersecta el pozo de validación Well-2</i>	122
5.48. <i>Sección sísmica de correlación entre los pozos Well-2 y Well-3</i>	123
5.49. <i>Horizonte sísmico de la entrada de la Formación Heimdal. Punto de conexión entre los pozos Well-2 y Well-3</i>	124
5.50. <i>Reflector sísmico que une o correlaciona los pozos Well-2 y Well-3, correspondiente al horizonte sísmico de la entrada de la Formación Heimdal</i>	125
5.51. <i>Columnas estratigráficas de los pozos Well-2 y Well-3</i>	126
5.52. <i>Cálculo de las Relaciones de dependencia de la variable Porosidad (Φ) a través de los coeficientes de Pearson y Spearman</i>	127
5.53. <i>Gráficos de Relación de Dependencia de la variable Porosidad</i>	127
5.54. <i>Cálculo de las Relaciones de dependencia de la variable Contenido de Arcilla (V_{sh}) a través de los coeficientes de Pearson y Spearman</i>	128
5.55. <i>Gráficos de Relación de Dependencia de la variable Contenido de Arcilla</i> . . .	128
5.56. <i>La comprobación del buen funcionamiento del programa, se hizo a través de una función parabólica (curva de referencia)</i>	129

5.57.	Imagen comparativa que describe los datos como originalmente son arrojados por el generador de muestras (<i>izquierda</i>). Y posterior al ordenamiento que efectúa la implementación del programa codificado (<i>derecha</i>).	130
5.58.	<i>a)</i> Curva de densidad (RHO) del pozo de validación, <i>b)</i> Valores de la curva de Densidad (RHO) dispuestos de forma desordenada (aleatoria), <i>c)</i> La curva de densidad (RHO) reordenada por el programa generado para el ordenamiento de valores.	130
6.1.	Criterios para la selección de la ondícula sísmica.	133
6.2.	Ondícula sísmica del tipo <i>Ormsby</i> con su espectro de frecuencias.	133
6.3.	Esquema general del cálculo de reflectividad a partir del registro de impedancia (velocidad y densidad).	134
6.4.	Esquema general para la generación de la Traza sísmica sintética.	135
6.5.	Modelos sísmicos sintéticos validados. <i>a)</i> Traza sísmica sintética validada para un modelo de tres capas, <i>b)</i> Traza sísmica sintética validada para un modelo de ocho capas.	136
6.6.	Traza sísmica verdadera más cercana al pozo F06-01 (<i>medio</i>), así como dos Sismogramas Sintéticos (<i>izquierda y derecha</i>).	137
6.7.	Espectro de frecuencias de la traza sísmica verdadera con el sismograma sintético 1 (<i>izquierda</i>) y con sismograma sintético 2 (<i>derecha</i>).	138
6.8.	Calibración Sísmica - Pozo.	138
6.9.	Traza sísmica extraída en la trayectoria del pozo Well-2 (<i>derecha</i>) y su sismograma sintético (<i>izquierda</i>).	139
6.10.	Espectros de frecuencia de la Traza sísmica extraída en la trayectoria del pozo Well-2 y su sismograma sintético superpuestos.	140
6.11.	(<i>izquierda</i>) Gráfico de Ip Phi. Destacan las líneas de contenido de arcilla (cada 20 %) y distinción del intervalo productor. (<i>derecha</i>) Gráfico de Ip - Phi. Destacan las líneas de contenido de arcilla (cada 20 %) e identificador de clasificación de facies.	141
6.12.	(<i>izquierda</i>) Gráfico de M - Phi. Destacan las líneas de contenido de arcilla (cada 20 %) y distinción del intervalo productor. (<i>derecha</i>) Gráfico de M- Phi. Destacan las líneas de contenido de arcilla (cada 20 %) e identificador de clasificación de facies.	141
6.13.	(<i>izquierda</i>) Gráfico de Vp - Phi. Destacan las líneas de contenido de arcilla (cada 20 %) y distinción del intervalo productor. (<i>derecha</i>) Gráfico de Vp - Phi. Destacan las líneas de contenido de arcilla (cada 20 %) e identificador de clasificación de facies.	142
6.14.	(<i>izquierda</i>) Gráfico de Vs - Phi. Destacan las líneas de contenido de arcilla (cada 20 %) y distinción del intervalo productor. (<i>derecha</i>) Gráfico de Vs- Phi. Destacan las líneas de contenido de arcilla (cada 20 %) e identificador de clasificación de facies.	142
6.15.	(<i>izquierda</i>) Gráfico de Relación Vp/Vs - Ip. Destacan las líneas de contenido de arcilla (cada 20 %) y distinción del intervalo productor. (<i>derecha</i>) Gráfico de Relación Vp/Vs - Ip. Destacan las líneas de contenido de arcilla (cada 20 %) e identificador de clasificación de facies.	143
6.16.	Validación del modelo de Física de Rocas aplicado al pozo Well-2.	144

6.17. Traza sísmica extraída en la trayectoria del pozo Well-2 y su registro de impedancia en el dominio del tiempo.	145
6.18. Traza sísmica extraída en la trayectoria del pozo Well-2 y su Reflectividad.	146
6.19. Registro de Impedancia y Registro de Impedancia ' <i>sin tendencia</i> ' del pozo Well-2.	146
6.20. Registro de Impedancia ' <i>sin tendencia</i> ' del pozo Well-2 y su espectro de frecuencias.	147
6.21. Registro de Impedancia ' <i>sin tendencia</i> ' del pozo Well-2 filtrado a 10Hz (<i>pasabajas</i>).	148
6.22. La traza sísmica extraída en la trayectoria del pozo Well-2 y su espectro de frecuencias.	149
6.23. El espectro de frecuencias fusionado asociado a la traza sísmica escalada para el pozo Well-2.	149
6.24. Impedancia obtenida a partir del proceso de inversión (<i>puntos color magenta</i>) y la curva de Impedancia (<i>línea negra</i>) para el pozo Well-2.	150
6.25. Traza sísmica extraída en la trayectoria del pozo Well-3 y su registro de impedancia en el dominio del tiempo.	151
6.26. Traza sísmica extraída en la trayectoria del pozo Well-3 y su Reflectividad.	152
6.27. Registro de Impedancia y Registro de Impedancia ' <i>sin tendencia</i> ' del pozo Well-3.	152
6.28. Registro de Impedancia ' <i>sin tendencia</i> ' del pozo Well-3 filtrado a 10Hz (<i>pasabajas</i>).	153
6.29. La traza sísmica extraída en la trayectoria del pozo Well-3 y su espectro de frecuencias.	154
6.30. El espectro de frecuencias fusionado asociado a la traza sísmica escalada para el pozo Well-3.	154
6.31. Curva de Impedancia obtenida a partir del proceso de inversión en el pozo Well-3.	155
6.32. Comparación entre la facies de Física de Rocas y la Predicción de facies de Física de Rocas en el pozo de validación (Well-2).	156
6.33. Curvas obtenidas de los procesos de inversión sísmica y Correlación Sísmico-geológica en el pozo de correlación (Well-3).	157
6.34. Predicción de facies a partir de las curvas I_p , V_p y Rho en el pozo de correlación (Well-3).	159
6.35. Curva Rho de referencia para el pozo de correlación Well-3.	160
6.36. Datos muestreados a partir de Cópulas para el pozo de correlación Well-3 (Densidad (<i>izquierda</i>), Porosidad (<i>derecha</i>)).	161
6.37. Curvas de Densidad (<i>izquierda</i>) y Porosidad (<i>derecha</i>) reordenadas bajo el criterio de Curva guía de referencia para el pozo de correlación Well-3.	161
6.38. Curva V_p de referencia para el pozo de correlación Well-3.	162
6.39. Datos muestreados a partir de Cópulas para el pozo de correlación Well-3 (V_p (<i>izquierda</i>), V_{sh} (<i>derecha</i>)).	162
6.40. Curvas V_p (<i>izquierda</i>) y V_{sh} (<i>derecha</i>) reordenadas bajo el criterio de Curva guía de referencia para el pozo de correlación Well-3.	163

6.41. (<i>izquierda</i>) Estimación de la curva Vsh teniendo a la variable Vp como variable primaria. (<i>derecha</i>) Estimación de la curva Phi teniendo a la variable Rho como variable primaria.	164
6.42. Remuestreo de la curva de Densidad.	165
6.43. Curva Phi a partir de Rho con 11 simulaciones.	166
6.44. Curvas de valores máximo y mínimo de la variable Phi a partir de Rho. . .	167
6.45. Curvas de valores promedio y mediana de la variable Phi a partir de Rho. . .	168
6.46. Remuestreo de la curva Vp.	169
6.47. Curva Vsh a partir de Vp con 11 simulaciones.	170
6.48. Curvas de valores máximo y mínimo de la variable Vsh a partir de Vp. . . .	171
6.49. Curvas de valores promedio y mediana de la variable Vsh a partir de Vp. . .	172
7.1. Información inicial del Pozo de Validación Well-2. Curvas de registros de pozo: Ip, Vp y Rho. Curva de interpretación de facies con base a información de núcleos (6 facies).	176
7.2. Después de aplicar el proceso de Reclasificación de facies a través de Física de Rocas, se logró reducir el número de facies de 6 a 3 en el intervalo de análisis considerado.	177
7.3. Diagrama. Con la información inicial del Pozo de Validación Well-2, a través de los procesos de Inversión sísmica, Correlación Sísmico-geológica y Machine Learning fue posible calcular y estimar las curvas Ip, Rho, Vp e Interpretación de facies en el Pozo de Correlación Well-3, respectivamente.	178
7.4. Diagrama. Además, aprovechando la relación de dependencia entre las variables Vsh – Vp y Rho – Phi, a través de Cópulas y un generador de muestras, también fue posible calcular y estimar las curvas de Contenido de arcilla (Vsh) y Porosidad (Phi) en el Pozo de Correlación Well-3.	179
B.1. Ilustración esquemática de distribución de probabilidad $F(z)$ en una serie de cinco valores de corte, $z_k, k = 1, \dots, 5$	197
B.2. Ilustración esquemática de <i>Datos Duros</i> (arriba), <i>Datos Desiguales</i> (en medio) y <i>Datos Suaves</i> (abajo).	199
B.3. Ilustración esquemática de la <i>Distribución de Probabilidad</i> $p^*(k); k = 1, \dots, 5$ para cinco tipos de <i>facies</i>	200
B.4. Diagrama que clarifica el concepto de <i>aprendizaje Supervisado y aprendizaje no – Supervisado</i> . Los datos en el aprendizaje Supervisado se encuentran etiquetados, mientras que en el aprendizaje no – Supervisado se encuentran sin etiquetar.	202
B.5. Ejemplo de <i>Clasificación y Regresión</i> para dos conjuntos diferentes de datos.	203
B.6. <i>Clustering</i> . El conjunto de puntos de datos se ha dividido en grupos identificables a través de los colores rojo, verde y azul.	203

Índice de cuadros

2.1. Resumen de prototipos del modelo físico	30
5.1. Propiedades físicas de las componentes mineralógicas y de fluido.	100
A.1. Nomenclatura	191
A.2. Propiedades y unidades	192
A.3. Simbología	193

Resumen

En el presente trabajo se establece una metodología de inversión sísmica dentro del marco de la caracterización integral de yacimientos petroleros. La metodología desarrollada se validó y se aplicó en un estudio de caso de dos yacimientos areno-arcillosos del mar del Norte con datos de registros de pozo y sísmicos de dominio público. En particular, la metodología consiste en una calibración inicial del método de modelación sísmica directa de manera que se reproduzca la traza sísmica. Como parte de la información de pozo disponible, se tiene una clasificación preestablecida de litofacies sustentada con datos de núcleos. Mediante el ajuste de la información de las curvas de registros geofísicos de pozo a una plantilla de Física de Rocas, se obtiene una nueva clasificación de facies. Posteriormente se aplica el algoritmo de inversión sísmica para la obtención de las curvas de impedancia acústica y se realiza la predicción de facies en un pozo que no cuenta con tal información mediante el método de machine learning conocido como Support Vector Machine. Para finalizar, a través de la correlación sísmico-geológica se obtienen las curvas de velocidad y densidad en ese pozo, además de la estimación de las curvas de propiedades de yacimiento, que se calculan a partir de simulaciones de las propiedades porosidad y contenido de arcilla por medio de las relaciones de dependencia de las variables Densidad-porosidad y Contenido de arcilla-velocidad de onda P; y la modelación de sus funciones de distribución bivariada por medio de cópulas.

Las figuras, procesos y gráficos que se presentan como resultados en cada una de las etapas que conforman la metodología, se generaron a partir de *scripts* o programas que están codificados principalmente en Python, pues la implementación computacional realizada en este trabajo está hecha en este lenguaje de programación.

La metodología que se presenta en este trabajo puede dividirse en tres etapas principales. La primera etapa consiste en aplicar el método de reflectividad de incidencia normal en el pozo denominado *pozo de validación* para generar el sismograma sintético que otorgue validez al proceso de calibración de la información sísmica con la información de pozo. Como parte de la información a priori disponible, el pozo de validación cuenta con registros geofísicos de pozo, de entre los que destacan las curvas de velocidad de onda P, densidad y su producto, la impedancia acústica. Además, el pozo cuenta con una interpretación de litofacies que está sustentada con información de núcleos. A su vez, la información de registros geofísicos del pozo se despliega en gráficos básicos de Física de Rocas, en donde además de ajustársele una plantilla de Física de Rocas, se realiza una reclasificación de facies. La parte última de esta

primer etapa consta de efectuar la inversión sísmica en el pozo de validación y obtener así la estimación de la curva de impedancia acústica.

En la segunda etapa de la metodología destacan el proceso de Correlación Sísmico-geológica y el método de predicción de Machine Learning. El proceso de correlación sísmico-geológica adquiere sentido cuando se introduce un pozo más a la zona de estudio. Es decir, aquél otro pozo que no cuenta con ningún tipo de información a priori y que es denominado como *pozo de correlación*. A partir de la información sísmica y geológica disponibles, es posible estimar las curvas de velocidad y densidad en el pozo de correlación a partir de los registros geofísicos del pozo de validación, mediante la correlación sísmico-geológica. Ahora bien, ya que se validó el proceso de inversión sísmica en el pozo de validación, entonces podrá efectuarse el proceso de inversión sísmica en el pozo de correlación. De esta forma, el pozo de correlación contará con la información de las curvas de velocidad de onda P, densidad e impedancia acústica. También se pretende que el pozo de correlación cuente con información de facies, pero para que ello suceda, se evalúa el método de predicción de Machine Learning en el pozo de validación. El entrenamiento de los datos se realiza con las curvas de velocidad, densidad, impedancia acústica e interpretación de facies del pozo de validación. El resultado arroja un valor del 96 % en la exactitud de la predicción de facies, por lo que se efectúa la predicción de facies en el pozo de correlación.

La tercera y última etapa de la metodología aprovecha la relación de dependencia entre las variables Velocidad de onda P - contenido de arcilla y Densidad - porosidad, para estimar las curvas de Contenido de arcilla y Porosidad en el pozo de correlación, a partir de cópulas y valores obtenidos por medio de simulaciones. La metodología de inversión sísmica para la caracterización integral del yacimiento arroja como resultado el hecho de que para este caso, el pozo de correlación tenga ya información de velocidad, densidad, impedancia acústica, contenido de arcilla y porosidad.

Abstract

The present work states a seismic inversion methodology framed in integrative oil reservoirs characterization. The methodology was applied and validated in a case study from two North Sea shaly sand reservoirs free access well logs and seismic information. Particularly, the methodology begins with seismic calibration to well seismic traces reproducing. Based on well cores Lithologic facies interpretation is part of the information. Well log data framed in a Rock Physics template allows new lithologic facies classification. Then seismic inversion algorithm is applied to get impedance log curve. After this, facies prediction in a lack of info wellbore carries out through SVM Machine Learning method. Finally, due to Seismic geologic correlation, velocity and density log curves are calculated in that lacking wellbore beside reservoir properties by simulations of dependence relations between elastic properties and reservoir properties.

Computational implementation of processes and images showed as a result of every stage of this methodology, are typed in Python programming language scripts.

Seismic inversion methodology framed in integrative oil reservoirs characterization is divided in three main stages. First main stage encompasses seismic modeling process and Rock Physics facies reclassification process. Second stage is formed by Seismic geologic correlation, seismic inversion and Machine Learning facies prediction processes. The last stage correspond to dependence elastic – reservoir properties relation simulations.

Capítulo 1

Introducción

La idea principal de este trabajo consiste en revisar la gama de los métodos de inversión sísmica más actuales e implementar uno de ellos, cuyo alcance sea establecer una metodología orientada a la caracterización integral de yacimientos. Dentro de esta metodología se incluye también a la Física de Rocas.

Además de revisar los modelos matemáticos que fundamentan la metodología, se realiza su implementación computacional en lenguaje de programación Python.

La metodología consta de identificar y seleccionar algún método de inversión sísmica de acuerdo a la información disponible que permita constituir un estudio de caso. Además de generar los sismogramas sintéticos para modelos teóricos de capas y validarlos para posteriormente realizarlo en los pozos F06-01 y Well-2. Después se implementa el modelo de arena rígida a los datos del pozo Well-2 y de esta forma generar la plantilla de Física de Rocas y después validar el modelo. Luego de documentar los modelos matemático y numérico del método de inversión sísmica, se implementa el algoritmo de inversión sísmica en los pozos (F06-01 y Well-2) para poder comparar las curvas de impedancia (curvas de registros de pozo con las curvas de estimación a través del proceso de inversión). A continuación se predicen las facies en el pozo de validación Well-2 a través del método SVM de Machine Learning y se calcula la exactitud de la predicción. Casi para finalizar, se presenta e incluye el proceso de Correlación Sísmico – geológica y su influencia en el pozo de correlación Well-3. Por último, se generan simulaciones de propiedades petrofísicas (porosidad y contenido de arcilla) a través de las relaciones de dependencia de las variables Densidad-porosidad y Contenido de arcilla-Velocidad de onda P y la modelación de sus funciones de distribución bivariada por medio de cópulas.

Este trabajo se compone de nueve capítulos. El capítulo 2 describe los métodos existentes para la modelación sísmica directa, destacando el método de reflectividad de incidencia normal, pues es el que se implementa para generar los sismograma sintéticos de la primera etapa de la metodología. El capítulo 3 muestra la clasificación de los métodos de inversión sísmica de acuerdo al tipo de información sísmica, enfatizando en aquél que se centra en la estimación de la impedancia acústica. El capítulo 4 define conceptos básicos de Física de Rocas y contextualiza en lo referente a modelos de Física de Rocas. Posteriormente, el capítulo 5 menciona las etapas que conforman la metodología de inversión sísmica para la caracterización integral de yacimientos. También presenta la información que constituye el estudio de caso, además de mencionar y describir el método de Machine Learning para la

predicción de facies, así como el proceso de Correlación sísmico - geológica. En los capítulos 6 y 7 se muestran y discuten los resultados obtenidos, respectivamente. Casi para finalizar, el capítulo 8 hace un resumen de los resultados obtenidos, ubicados en el contexto de la metodología. Finalmente, se concluye.

1.1. Planteamiento del Problema

A través de la teoría de inversión es posible estimar un modelo a partir de los datos, siempre que se conozcan las relaciones físicas que asocian las propiedades medidas (Datos) con las propiedades que se desean estimar (parámetros del modelo).

En la modelación del yacimiento se busca estimar un modelo 3D de propiedades como porosidad ϕ , permeabilidad \mathbf{k} , saturación de fluidos (gas, aceite y agua) e información litológica (contenido de arenas y arcilla), aunque generalmente se tienen pocos pozos para poder estimarlas directamente. Sin embargo se pueden relacionar estas propiedades a partir de la sísmica mediante modelos de física de rocas.

Mediante un proceso de inversión se pueden estimar los atributos elásticos tales como densidad ρ , velocidad de onda compresional V_p , velocidad de onda de corte V_s , impedancia acústica I_p e impedancia elástica I_s ; por medio de la información sísmica. A su vez, es posible estimar las propiedades de las rocas por medio de los atributos elásticos estableciendo relaciones de dependencia. Esto se puede hacer mediante un modelo estocástico ([Díaz-Viera et al., 2016])

Al conjuntar los resultados de la inversión y la estimación estocástica de propiedades petrofísicas es factible construir modelos del yacimiento en términos de las propiedades de roca: porosidad, tipo de litología, saturación de fluido. La generación de estos modelos sirve de gran soporte a la ingeniería de yacimientos y en el proceso de validación del modelo sedimentario, máxime porque se podrán proporcionar valores de incertidumbre asociados a la estimación de los parámetros geológicos – petrofísicos.

Una de las formas existentes de solución a los problemas de inversión sísmica es el enfoque estocástico, que conjunta el conocimiento geológico a priori con la información contenida en los datos medidos ([Tarantola, 2005]). La aproximación estocástica se adapta también para propagar la incertidumbre de la sísmica a la petrofísica.

El propósito de la inversión sísmica es conseguir estimaciones confiables de velocidad de onda compresional V_p , velocidad de onda de corte V_s y densidad ρ , a partir de las cuales es posible predecir propiedades de fluido y litología.

En términos generales existen variedad de métodos que pueden emplearse para “extraer” información de propiedades de roca de los datos sísmicos. La selección en la implementación de alguno de esos métodos dependerá de la información sísmica disponible y los objetivos perseguidos.

1.2. Objetivos

El objetivo general de este trabajo es constituir un estudio de caso que, con base a la calidad, cantidad, origen y disponibilidad abierta de su información, permita desarrollar la inversión sísmica que contribuya a la obtención de una metodología enfocada a la caracterización integral de yacimientos. También lo es identificar los modelos matemáticos que

fundamentan todos los procesos que conforman la metodología de caracterización integral de yacimientos y realizar su implementación computacional en lenguaje de programación Python.

Capítulo 2

Modelación Sísmica Directa

2.1. Introducción

La modelación sísmica directa pretende simular las propiedades elásticas de las rocas del subsuelo (*densidad, Velocidad de onda P-, Velocidad de onda S-*), así como la respuesta de la propagación de las ondas sísmicas conforme las ondas viajan a través del medio. Los modelos sísmicos pueden ser 1D, 2D ó 3D. La precisión de estos modelos dependerá exclusivamente de su apego al marco geológico. Pese a que los modelos 1D son apropiados para una geología “plana”, éstos resultarían inapropiados para describir domos de sal, por ejemplo, en el que modelos 2D o 3D resultan ser más confiables.

Los métodos de modelación sísmica se describen a continuación.

2.2. Método de Reflectividad de Incidencia Normal

También conocido como el Método Convolutivo. Éste genera los Sismogramas Sintéticos, que son modelos 1D. Éstos se generan del registro sísmico o algún otro registro de velocidad. El método para calcular Sismogramas Sintéticos es como se describe a continuación:

- 1) Generar un registro de velocidad.
- 2) Integrar el registro de velocidad para generar una curva Tiempo – Profundidad.
- 3) El registro de velocidad (registro sísmico) debe combinarse con un registro de densidad, para que de esta forma puedan calcularse los coeficientes de Reflexión de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$\mathbf{R}_v = \frac{\rho_2 v_2 - \rho_1 v_1}{\rho_2 v_2 + \rho_1 v_1} \quad (2.1)$$

Donde ρ_2 es la densidad del medio inferior, v_2 es la velocidad del medio inferior, ρ_1 es la densidad del medio superior, v_1 es la velocidad del medio superior.

- 4) Convolucionar el registro de Coeficientes de Reflexión con una ondícula pre – seleccionada para generar el Sismograma Sintético.

Este método genera como resultado un modelo obtenido a partir de información de registros geofísicos de pozo, que de forma fehaciente y cercana, simula una traza sísmica en la misma ubicación. En el caso ideal, el Sismograma Sintético generado deberá tener la misma resolución que la traza sísmica verdadera o tener una buena aproximación a la misma. En el

caso particular de este trabajo, este dato se puede visualizar en el gráfico donde se superponen los espectros de frecuencia tanto de la traza sísmica como del Sismograma Sintético. Los Sismogramas Sintéticos ayudan a seleccionar procedimientos de adquisición y procesamiento sísmico, que serán aquellos que mejor conserven la calidad de los datos sísmicos.

Lo anterior en conjunto deja entrever que para que tanto la traza sísmica y la traza sísmica sintética tengan la misma resolución, deberá existir la preservación del contenido de frecuencias en la traza sísmica sintética (Sismograma Sintético).

Generando el Sismograma Sintético

Inicialmente una fuente sísmica genera un campo de ondas que interactúa con la Tierra. Las ondas se transmiten en el medio, por lo que no se espera que estas regresen íntegramente al ser medidas por los receptores en superficie. Esto implica que parte de la energía del campo de ondas es reflejada, regresando así a superficie. El campo de ondas medido en superficie no es más que la respuesta sísmica de la Tierra en esa ubicación.

El modelo de Tierra (*Earth Model*) consiste de aquellas propiedades físicas que influyen en la propagación de las ondas sísmicas. De esta forma, un modelo elástico comprende la velocidad de onda compresional V_p , velocidad de onda de corte V_s y densidad ρ . Por su parte, un modelo acústico sólo comprende la velocidad de onda compresional V_p y la densidad ρ .

El núcleo de la sísmica 1D lo comprenden los registros geofísicos y la creación de un Sismograma Sintético para la identificación de eventos sísmicos y la conversión de tiempo a profundidad. Si algún pozo en cuestión dispone de un VSP (*Vertical Seismic Profile*), entonces el Sismograma Sintético no es necesario (es prescindible). El VSP proporciona la medición directa del tiempo, profundidad y una forma de onda (waveform).

El propósito de la modelación sísmica 1D es generar una traza sísmica *zero offset* que teóricamente habría sido grabada en la ubicación especificada, basada en registros geofísicos de pozo. A esta traza sísmica se le conoce como Sismograma Sintético. Las suposiciones que se consideran para el Sismograma Sintético son:

1. La fuente y receptor son coincidentes con la ubicación del pozo.
2. El echado de los estratos es cero (0°)
3. El pozo es vertical.
4. Las lecturas de los registros de velocidad, densidad y profundidad son confiables.
5. El campo de velocidades sólo varía con respecto a la profundidad.

Modelo de capas

Ya sea para generar un Sismograma Sintético, o bien, para convertir información de pozo de profundidad a tiempo, se necesita de un modelo de velocidades. Esta información de velocidades puede provenir de diversas fuentes, de entre las cuales se encuentran:

1. VSP. El perfil sísmico vertical (VSP, por sus siglas en inglés) consta de una fuente sísmica ubicada en superficie y muchos receptores abajo, a lo largo del pozo. Los receptores al grabar las trazas sísmicas para su interpretación, estas proporcionan tiempos de viaje reales desde la superficie hacia los puntos donde se encuentran los receptores. Este es uno de los métodos para asociar eventos sísmicos con eventos geológicos. El estudio VSP descrito en este punto, se trata de un *zero offset VSP*, lo cual significa que existe una única fuente ubicada en superficie y muy cercana al cabezal del pozo.

2. Registro sónico con *Checkshot*

3. Registro sónico sin *Checkshot*
4. *Checkshot* sin registro sónico
5. Velocidades de Procesamiento

Aunque la información del registro de densidad también participa en la generación del Sismograma Sintético, esta puede estimarse a través del registro sónico mediante las ecuaciones de Wyllie, por ejemplo; entre otras. Por último, el modelo de capas consta de estratos o capas horizontales, en los que se indica el número de capas e interfaces de acuerdo al modelo geológico existente.

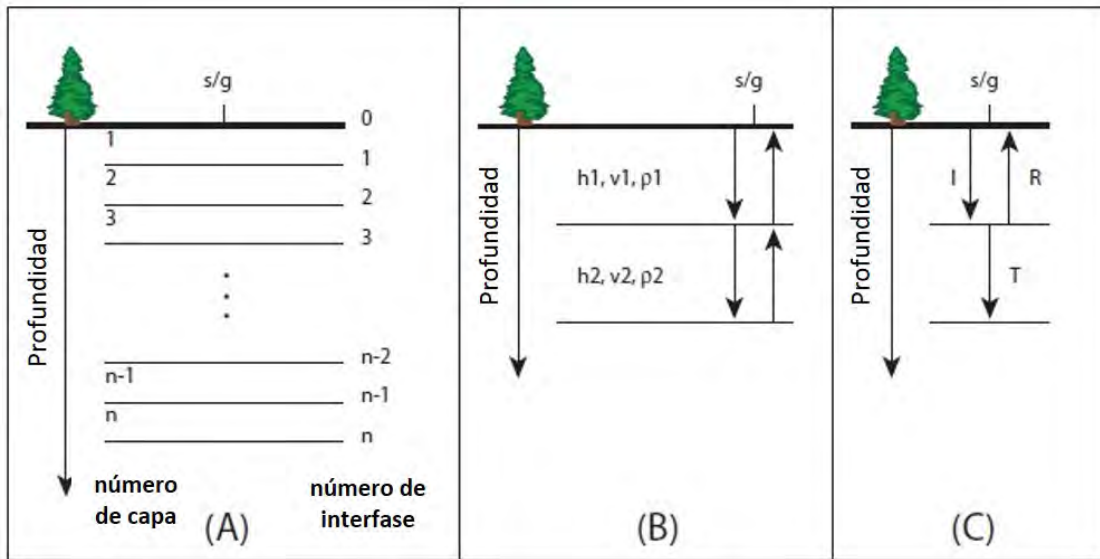


Figura 2.1: Modelo de capas para ejemplificar la Modelación Sísmica 1D (Imagen modificada tomada de [Liner, 2004])

En la figura 2.1 se muestran los siguientes incisos: (A) Modelo de capas que ejemplifica la Modelación Sísmica 1D; (B) Dos capas que muestran que cada una tiene tres parámetros: espesor (h), velocidad de propagación de las ondas sísmicas (v) y densidad (ρ); (C) Modelo de dos capas que muestra el concepto de onda incidente (I), onda reflejada (R) y onda transmitida (T). En todos los casos, el sentido de las flechas describe el sentido en el que viajan y se propagan las ondas sísmicas.

Coefficiente de Reflexión La reflexión de incidencia normal está asociada con el Coeficiente de Reflexión, el cual se calcula mediante la ecuación 2.1. Esta ecuación reescrita queda de la siguiente forma:

$$R_v = \frac{I_2 - I_1}{I_2 + I_1} \quad (2.2)$$

Donde $I = \rho v$ es la *Impedancia Acústica*.

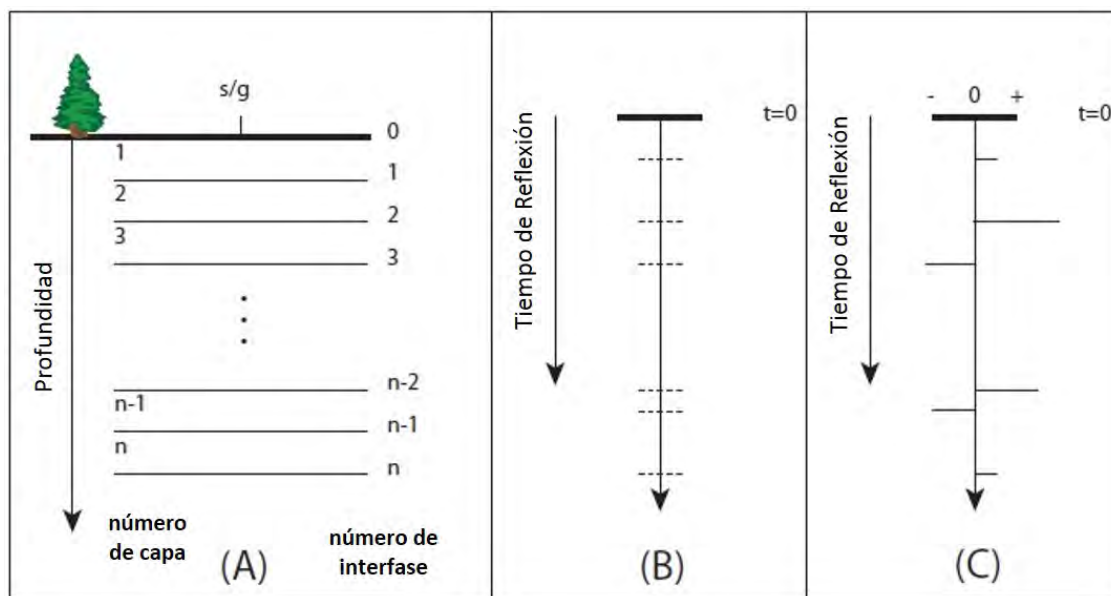


Figura 2.2: Modelo de capas para ejemplificar la Modelación Sísmica 1D con identificación de interfases y serie de reflectividad. (Imagen modificada tomada de [Liner, 2004])

En la figura 2.2 se describen los siguientes incisos: (A) Modelo de Capas para una modelación sísmica 1D; (B) El cálculo de tiempos de viaje proporciona la ubicación de tiempos en la traza sísmica. (C) Los Coeficientes de Reflexión se ubican en el tiempo para generar la Serie de Reflectividad. Este es el caso de una traza sísmica libre de ruido. [Liner, 2004]

Ondícula Sísmica

Matemáticamente puede pensarse la Ondícula Sísmica como construcción de la suma de muchas funciones cosenoidales. La ecuación para una función coseno (equivalente a una componente de la Ondícula) es:

$$\cos 2\pi ft \quad (2.3)$$

Donde f es la frecuencia en Hz y t es el tiempo en segundos. La figura 2.3 muestra cuatro funciones cosenoidales con frecuencias de 1, 2, 3 y 4 Hz.

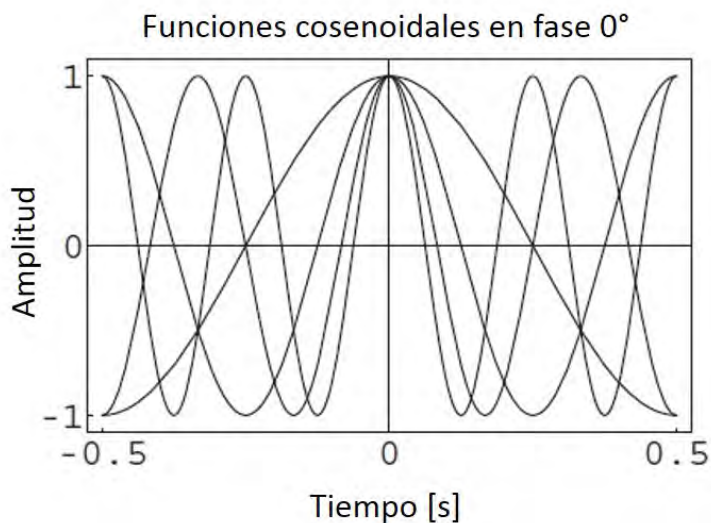


Figura 2.3: Cuatro funciones cosenoidales con diferentes valores de frecuencia. (Imagen modificada tomada de [Liner, 2004])

Ahora bien, si sucede que las funciones cosenoidales mostradas en la figura **2.3** se adicionan, entonces se forma lo que comúnmente se denomina Ondícula sísmica o pulso sísmico. Esta definición de ondícula sísmica se muestra en la figura **2.4**.

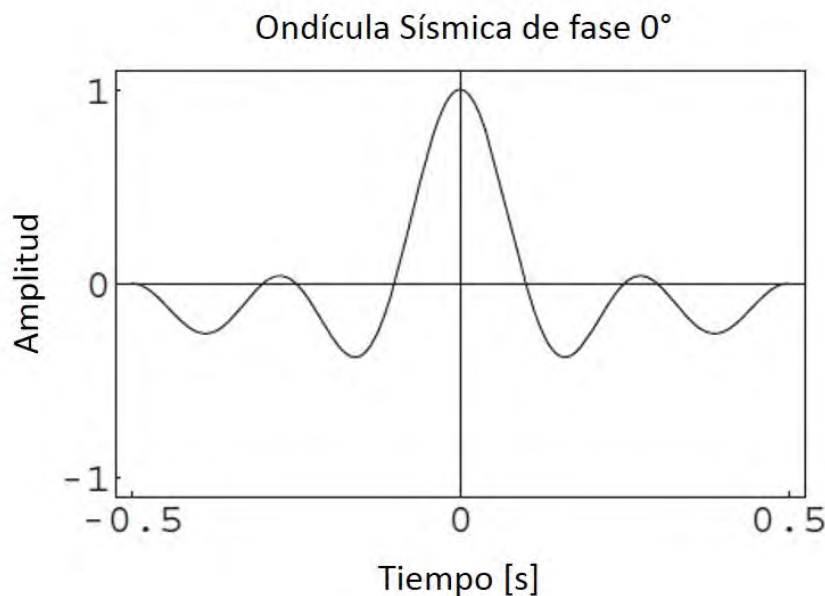


Figura 2.4: Ondícula o Pulso Sísmico que se forma a partir de sumar cuatro funciones cosenoidales. (Imagen modificada tomada de [Liner, 2004])

La frecuencia dominante de la Ondícula mostrada en la figura **2.4** se calcula de la siguiente

forma:

$$f_{dom} = \frac{f_1 + f_2}{2} = \frac{1 + 4}{2} = 2,5Hz \quad (2.4)$$

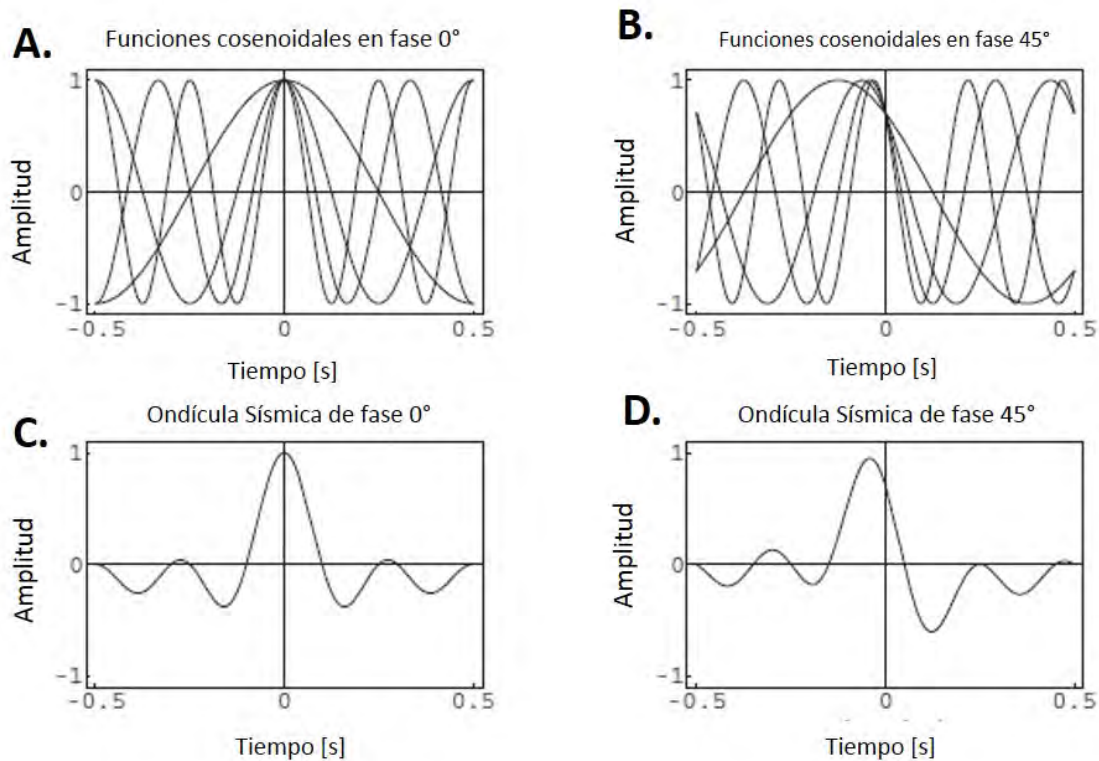


Figura 2.5: Ondícula Sísmica de Fase Cero y Fase de 45°. (Imagen modificada tomada de [Liner, 2004])

La figura 2.5 describe la construcción de una ondícula a través de la adición de funciones cosenoidales. La explicación de cada uno de los incisos: (A) Cuatro funciones cosenoidales de fase cero con frecuencias 1, 2, 3 y 4Hz; (B) Las funciones cosenoidales, salvo que ahora la fase es de 45°; (C) La suma de las funciones cosenoidales de fase cero dan como resultado una ondícula de fase cero con frecuencia dominante de 2.5Hz; (D) Ondícula con fase de 45° y frecuencia dominante de 2.5Hz ([Liner, 2004]).

EJEMPLOS

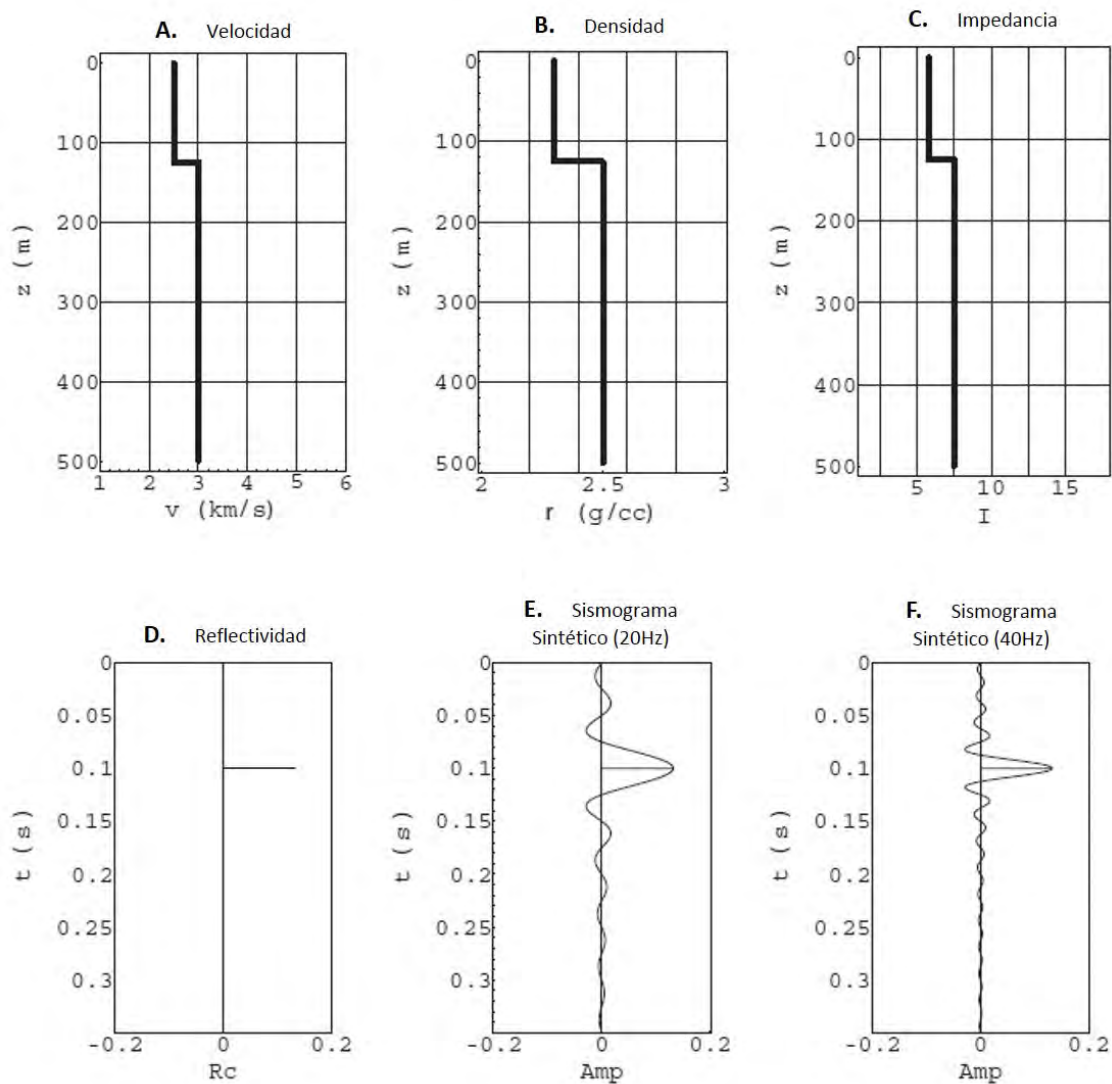


Figura 2.6: Sismograma Sintético para un modelo de dos capas. (Imagen modificada tomada de [Liner, 2004])

La figura **2.6** muestra los elementos necesarios para la generación de un Sismograma Sintético, en específico para un modelo de dos capas. La explicación de cada uno de los incisos: (A) Modelo de Velocidad de Onda compresional. (B) Modelo de Densidad. (C) Modelo de Impedancia Acústica formado a través de la multiplicación de la Velocidad por la Densidad. (D) Serie de Reflectividad que consta de un solo pico. (E) Sismograma Sintético generado empleando una ondícula con una frecuencia dominante de 20 Hz. (F) Sismograma Sintético con una ondícula con frecuencia dominante de 40 Hz ([Liner, 2004]).

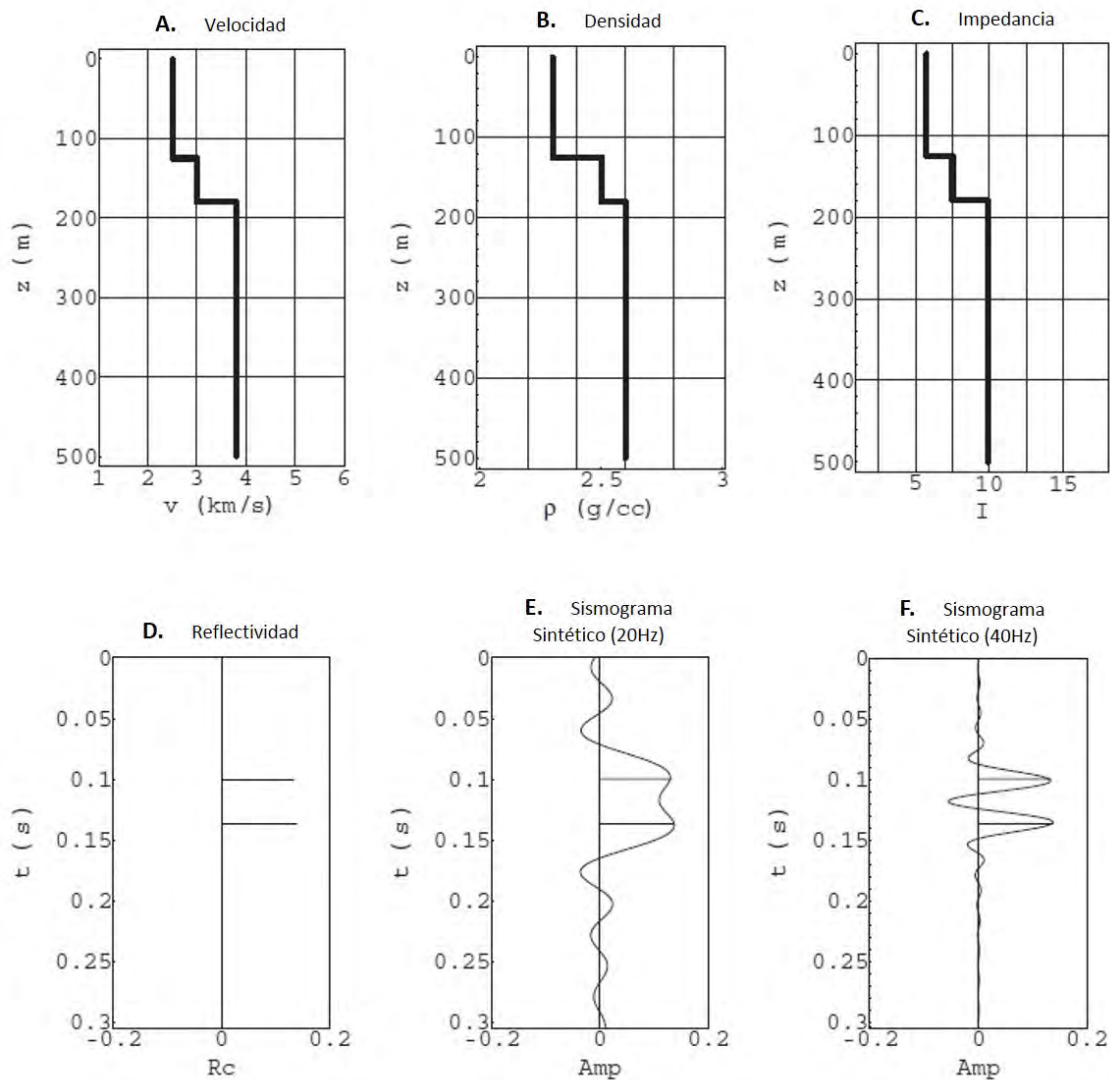


Figura 2.7: Sismograma Sintético para un modelo de tres capas. (Imagen modificada tomada de [Liner, 2004])

La figura **2.7** muestra un Sismograma Sintético pero ahora para el caso de un modelo de tres capas. La explicación de cada uno de los incisos: (A) Modelo de Velocidad de Onda compresional. (B) Modelo de Densidad. (C) Modelo de Impedancia Acústica formado a través de la multiplicación de la Velocidad por la Densidad. (D) Serie de Reflectividad que consta de dos picos asociados a las interfaces. (E) Sismograma Sintético generado empleando una ondícula con una frecuencia dominante de 20 Hz. (F) Sismograma Sintético con una ondícula con frecuencia dominante de 40 Hz ([Liner, 2004]). En esta figura se aprecia que con una ondícula de 20 Hz los picos asociados a las interfaces son pobremente resolutivos, pero claramente identificables con una ondícula de 40 Hz.

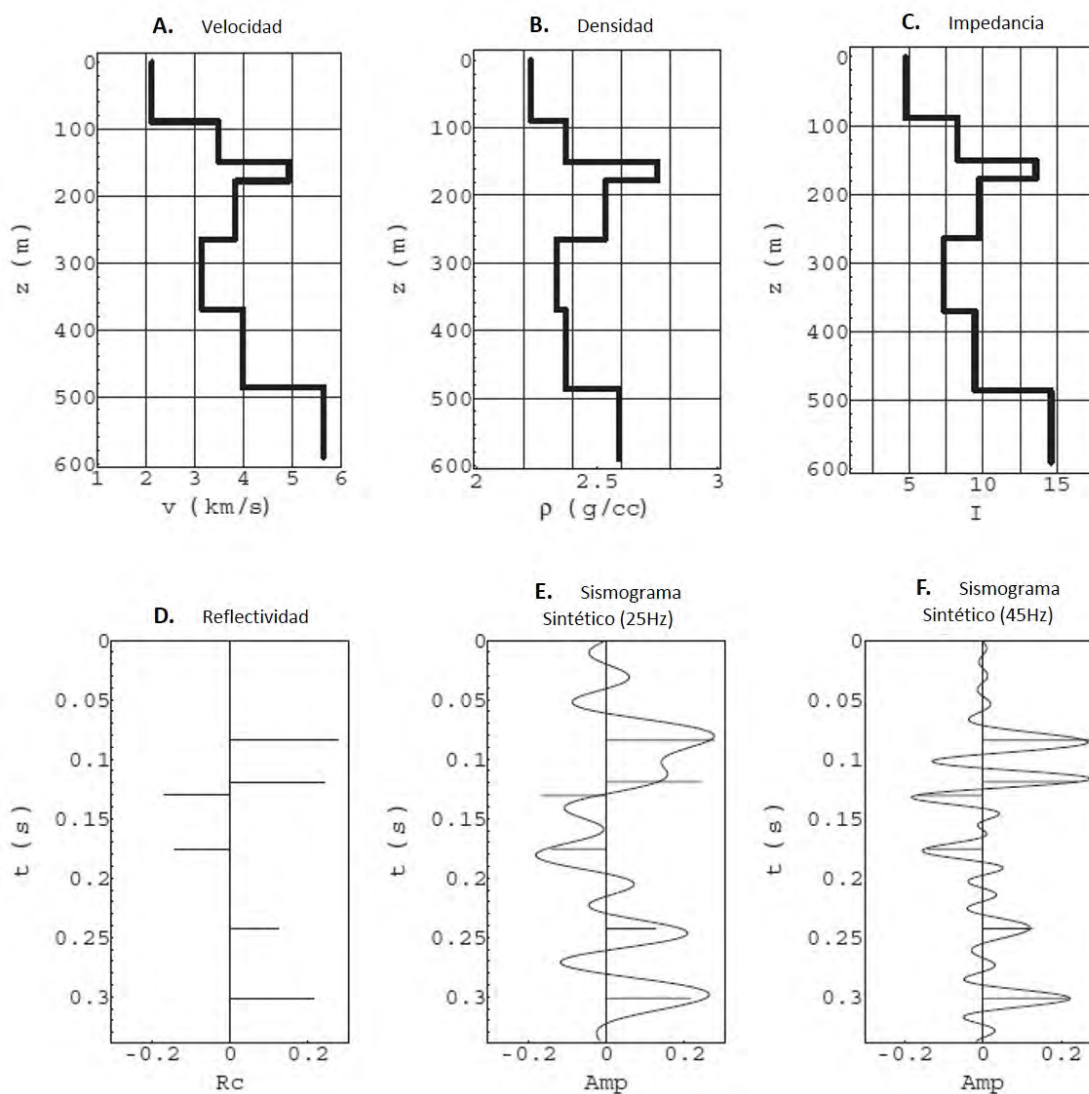


Figura 2.8: Sismograma Sintético para un modelo de siete capas. (Imagen modificada tomada de [Liner, 2004])

En continuación a las dos últimas figuras mostradas previamente, la figura **2.8** muestra un Sismograma Sintético para el caso de un modelo de siete capas. La explicación de cada uno de los incisos: (A) Modelo de Velocidad de Onda compresional. (B) Modelo de Densidad. (C) Modelo de Impedancia Acústica formado a través de la multiplicación de la Velocidad por la Densidad. (D) Serie de Reflectividad que consta de seis picos asociados a cada una de las interfases. (E) Sismograma Sintético generado empleando una ondícula con una frecuencia dominante de 25 Hz. (F) Sismograma Sintético con una ondícula con frecuencia dominante de 45 Hz ([Liner, 2004]). En esta figura puede apreciarse que para la ondícula de 25 Hz los picos asociados a las interfases son pobremente identificables, pero para la ondícula de 45 Hz sí lo son.

En lo que respecta a datos sísmicos reales y modelos de velocidades reales, el nivel de complejidad es mucho mayor que el que se muestra en estos modelos teóricos de capas. No perder de vista que el objetivo es ajustar el Sismograma Sintético a los datos sísmicos, que

en su caso se trata de datos migrados. La Migración sísmica es necesaria debido a que en el eje vertical de tiempo representa el tiempo de viaje vertical, que a su vez permite la comparación con las mediciones de los registros de pozo. En la práctica, muy rara vez se presenta un ajuste perfecto entre el sismograma sintético y los datos sísmicos.

2.3. El Método AVO (variación de amplitud con respecto al offset)

Introducción

En los años 60's, los geofísicos descubrieron que la presencia de gas algunas de las veces está asociado con reflexiones de alta amplitud, también conocidos como "Puntos Brillantes (*Bright Spots*)". Los Puntos Brillantes también son conocidos como "indicadores directos de hidrocarburos" (*DHIs, direct hydrocarbon indicators*). A pesar de que el uso de los Puntos Brillantes incrementó la tasa de éxito en la ubicación de pozos de gas, este método tiene limitaciones; debido a la existencia de condiciones litológicas que también pueden generar las reflexiones de los Puntos Brillantes. Por ejemplo, pozos que perforaron en Puntos Brillantes, encontraron arenas saturadas de agua, lignitos, carbonatos o intrusiones ígneas ([Allen and Peddy, 1993]).

[Ostrander, 1984]demostró que los coeficientes de reflexión en arenas saturadas de gas difieren de forma anómala al incrementar el *offset*, explicando a su vez cómo utilizar este comportamiento anómalo como *indicador directo de hidrocarburos en los datos sísmicos* ([Castagna and Backus, 1993]). Este método es conocido como *análisis de la variación de amplitud con respecto al offset (AVO)*.

AVO, propiedades de roca y fluidos de poro (fluido intersticial)

En el análisis AVO se examinan las reflexiones en un rango de *offsets* fuente – receptor. Los arreglos (*gather*s) de Punto Medio Común (*CMP, common midpoint*) son la norma para la adquisición sísmica moderna. Durante la etapa del Procesamiento Sísmico, las trazas sísmicas son agrupadas en un arreglo CMP, proporcionando así los datos de entrada para el análisis AVO.

El uso del método AVO como *indicador directo de hidrocarburo (DHI)* en rocas clásticas se basa en las diferencias de amplitud de la respuesta sísmica, que se generan por el almacenamiento de gas en los espacios de poro ([Allen and Peddy, 1993]). La teoría en la cual se sustenta el método AVO es: Cuando una onda P- impacta una interfase geológica a un ángulo de incidencia oblicuo, una fracción de energía de la onda P- incidente se convierte en energía de onda S-. El contraste de velocidades de onda P- y onda S- provoca diferentes respuestas de reflexión, por ejemplo, los casos del contacto arena gasífera / lutita y arena gasífera / arena saturada de agua.

Un parámetro de roca que varía en función del cociente de velocidad de onda P- (V_p) y velocidad de onda S- (V_s), es el *coeficiente de Poisson*. Por definición, el *coeficiente de Poisson* es el cociente del cambio relativo radial (contracción transversal) y el cambio relativo en longitud (extensión longitudinal), al estirar una varilla ([Sheriff, 1991]).

En el análisis AVO, es importante tener en cuenta que las ondas P- y las ondas S- tienen diferente "sensibilidad" ante la presencia de fluidos en los poros. Por ejemplo, si se tiene el caso de una cantidad de gas que se almacena en una roca sedimentaria clástica, la velocidad

de la onda P- puede verse reducida drásticamente. Por el contrario, el cambio de velocidad de la onda S- es prácticamente imperceptible. Debido a que las ondas S- no pueden viajar a través de líquidos ni gases, el fluido que satura el espacio de poro no afecta la velocidad de las ondas S-, cuya velocidad depende exclusivamente de la matriz de la roca.

El método AVO ha sido ampliamente usado en yacimientos clásticos como *indicador directo de hidrocarburo*. Por otra parte, en los yacimientos carbonatados es diferente debido a su rigidez. El método AVO se ha usado en yacimientos carbonatados como un intento de detectar zonas de alta porosidad. La porosidad tiene un efecto mayor en la impedancia acústica de una caliza. Los Coeficientes de Reflexión de la cima de un estrato carbonatado (caliza) son algunas veces menores donde la porosidad es alta (*efecto dimming*). Estos efectos de amplitud pueden detectarse en datos sísmicos apilados, sin embargo, no es posible distinguir entre porosidad y cambio de facies. Por su parte, los efectos que dependen del Offset, que son función de otras propiedades físicas de roca, posiblemente podrían distinguir entre una facies de caliza bien cementada y una facies de caliza porosa.

En yacimientos carbonatados, el método AVO no ha probado ser un identificador de fluido de poro pero sí un posible identificador de porosidad. El primer paso en la aplicación del método AVO sería la modelación sísmica, para después comparar las trazas sísmicas sintéticas generadas con los datos sísmicos reales para su evaluación. El comportamiento de amplitud de las trazas sísmicas sintéticas es sensible a la relación V_p/V_s especificada en la zona del yacimiento.

Ejemplos de ello ocurren en ([Chacko, 1989]), en el que se aplica el método AVO de forma exitosa como un intento de detectar alta porosidad al comparar los sismogramas sintéticos generados mediante el método AVO con los correspondientes arreglos de trazas sísmicas de punto medio común (*CMP gathers*). En él se muestra que las facies de caliza porosa saturada de gas pudieran tener valores de V_p/V_s menores que la facies de caliza porosa saturada de agua.

Imágenes descriptivas del Método

Las propiedades físicas del medio que compone la corteza terrestre no son homogéneas debido a variaciones en términos de la litología, porosidad, mineralogía, densidad, permeabilidad o saturación de fluidos en los poros. Para comprender la propagación de ondas sísmicas en este medio se construyen modelos matemáticos simplificados. Uno de esos modelos supone sólo la propagación de ondas compresionales u ondas P- y se le denomina *Modelo de Medio Acústico*.

Cuando una onda P- incide una interfase entre dos sólidos a un ángulo de incidencia menor que el ángulo crítico, esta onda genera ondas P- transmitidas y reflejadas, así como ondas de corte u ondas S-. De forma similar, por ejemplo una onda SV- incidente también genera ondas reflejadas y transmitidas de ambos tipos. Tal proceso se conoce como *conversión de modos (mode conversion, en inglés)*. Los modelos que consideran estos efectos y que contemplan en su totalidad la propagación de ondas S- y las ondas de modo convertido (*mode – converted waves*), además de las ondas P-, se denominan *Modelos de Medio Elástico*. ([Chopra and Castagna, 2014])

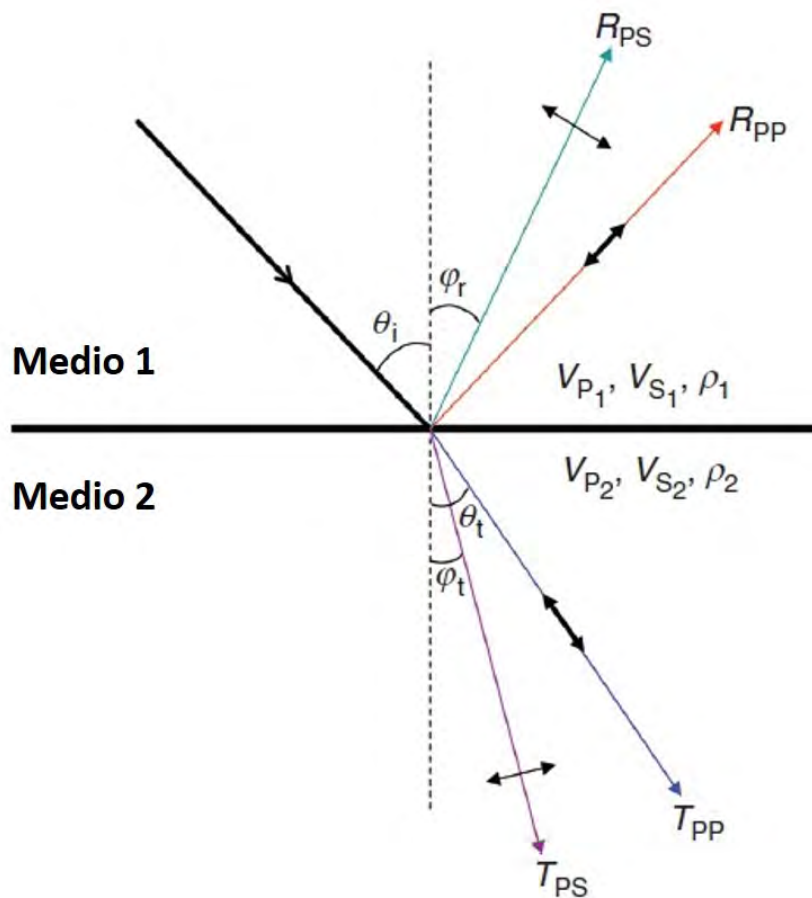


Figura 2.9: Rayos de una onda plana que incide oblicuamente en una interfase y se divide en cuatro modos separados. (Imagen modificada tomada de [Chopra and Castagna, 2014])

En la figura 2.9, V_p es la velocidad de onda compresional, V_s es la velocidad de onda de corte, ρ es la densidad, el subíndice 1 distingue las propiedades para el medio 1, el subíndice 2 distingue las propiedades para el medio 2, θ_i es el ángulo de incidencia de la onda incidente, R_{PP} es la onda P- reflejada, θ_t es el ángulo de transmisión de la onda P- transmitida, R_{PS} es la onda S- reflejada, T_{PP} es la onda P- transmitida, T_{PS} es la onda S- transmitida, φ_r es el ángulo de reflexión de la onda S- reflejada, φ_t es el ángulo de transmisión de la onda S- transmitida.

Partición de energía

Retomando el fenómeno mostrado en la figura 2.9, cuando una onda plana incide la interfase que separa dos medios diferentes a un determinado ángulo oblicuo de incidencia, resulta en la generación de esfuerzos compresivos y de corte. Este hecho provoca una partición de la energía incidente en la interfase, así que además de la reflexión y la transmisión de la onda P- incidente, existe además un modo de conversión de energía de P- a S-. Las relaciones angulares entre los diferentes componentes de onda se rigen bajo la ley de Snell.

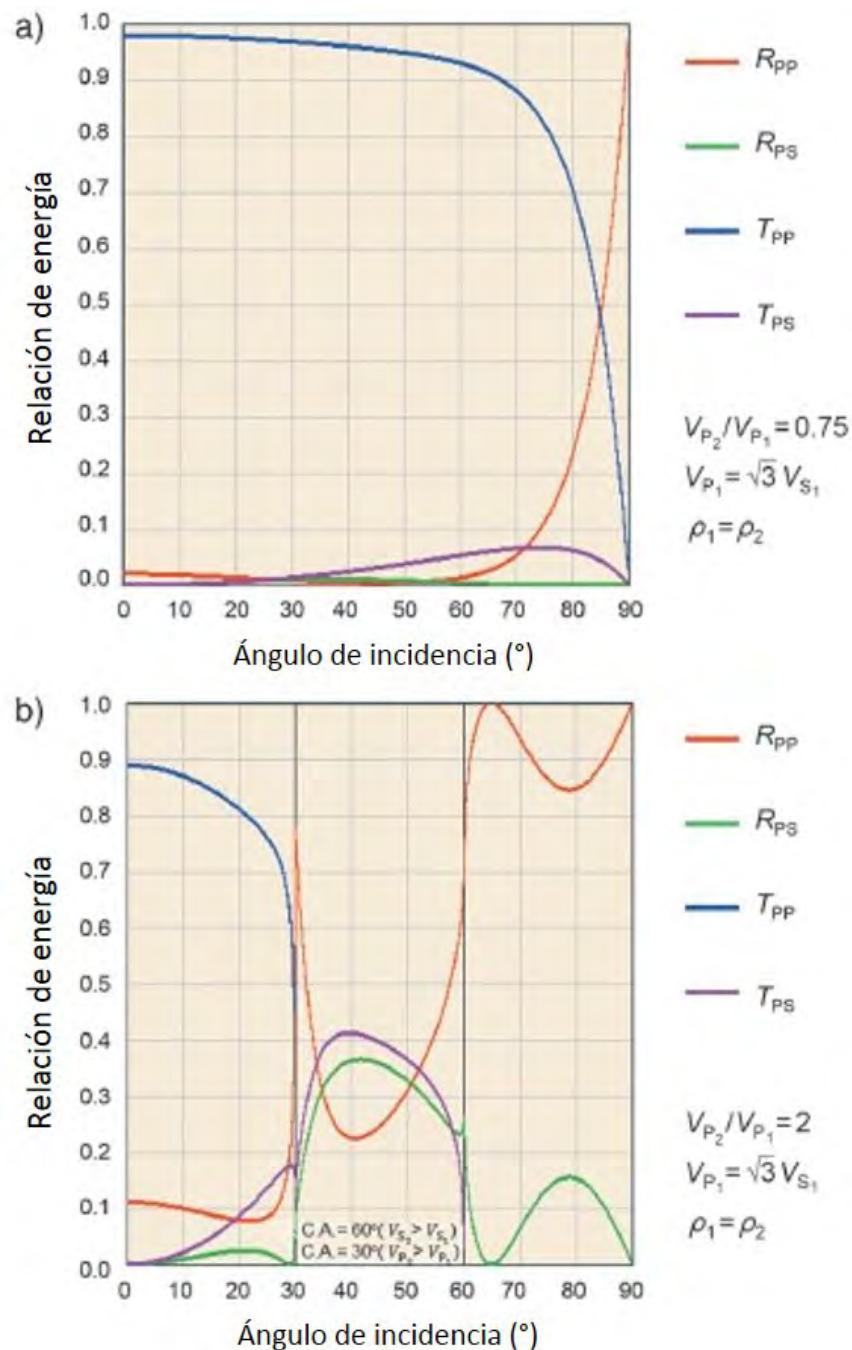


Figura 2.10: Partición de energía para diferentes valores de V_{P2} / V_{P1} . (Imagen modificada tomada de [Chopra and Castagna, 2014])

La figura **2.10** muestra la partición de energía para el caso en el que la relación de velocidades V_{P2} / V_{P1} es 0.75 (inciso **a**) y 2 (inciso **b**), la densidad es la misma en ambos medios ($\rho_1 = \rho_2$) y el valor de la relación de Poisson es el mismo en ambos casos ($\nu_1 = \nu_2 = 0,25$). En el inciso **a**), para ángulos de incidencia pequeños, ya sea la onda P- reflejada (R_{PP}) o transmitida (T_{PP}), concentran la mayor cantidad de energía, lo cual necesariamente implica la nula existencia de ondas S-. Conforme el ángulo de incidencia se incrementa, parte

de la energía va hacia las ondas S- reflejada (R_{PS}) y transmitida (T_{PS}), lo cual implica ahora en este caso la nulidad de las ondas P-. En valores intermedios de ángulo de incidencia, la onda S- reflejada contiene mayor cantidad de energía que la onda P- reflejada. A valores mayores de ángulo de incidencia, la energía de la onda P- reflejada se incrementa y alcanza su valor máximo al ángulo de incidencia igual a 90° , que corresponde al ángulo crítico en este caso.

En el inciso **b)** nuevamente para pequeños ángulos de incidencia, las ondas P- reflejada y transmitida contienen la mayor parte de la energía. Aproximadamente a los 8° o 9° de ángulo de incidencia, la energía de la onda P- comienza a convertirse en energía de onda S-. En este caso, el ángulo crítico para las ondas P- se alcanza a los 30° de ángulo de incidencia, mayor a este no existe energía de onda P- transmitida y la energía para la onda P- reflejada sufre una caída significativa hasta alcanzar los 60° correspondiente al ángulo crítico para las ondas S-. Más allá de los 30° de ángulo de incidencia, las energías de la onda S- reflejada y transmitida primero aumentan y luego decrecen antes de alcanzarse el ángulo crítico.

La partición de energía en interfases de roca provoca variaciones de amplitud en las componentes de onda reflejada y transmitida. En consecuencia, para una onda P- que sea incidente a una interfase de roca, la amplitud de la onda P- reflejada estará en función tanto del ángulo de incidencia como de parámetros físicos (*relación de Poisson, relación de velocidades V_p/V_s*).

Las ecuaciones de Knott – Zoeppritz permiten estudiar la variación de la reflectividad con respecto al ángulo de incidencia, al tiempo que permiten predecir algunas propiedades físicas de las formaciones geológicas. Es decir, a través de las ecuaciones de Knott – Zoeppritz es posible relacionar la variación de amplitudes de las ondas P- reflejadas en función del ángulo de incidencia, a las propiedades físicas del medio. ([Chopra and Castagna, 2014])

Para información más detallada acerca de las Ecuaciones de Knott – Zoeppritz consultar ([Zoeppritz, 1919]), ([Nafe, 1957]), ([Aki and Richards, 1980]), ([Castagna and Backus, 1993]) y ([Allen and Peddy, 1993]).

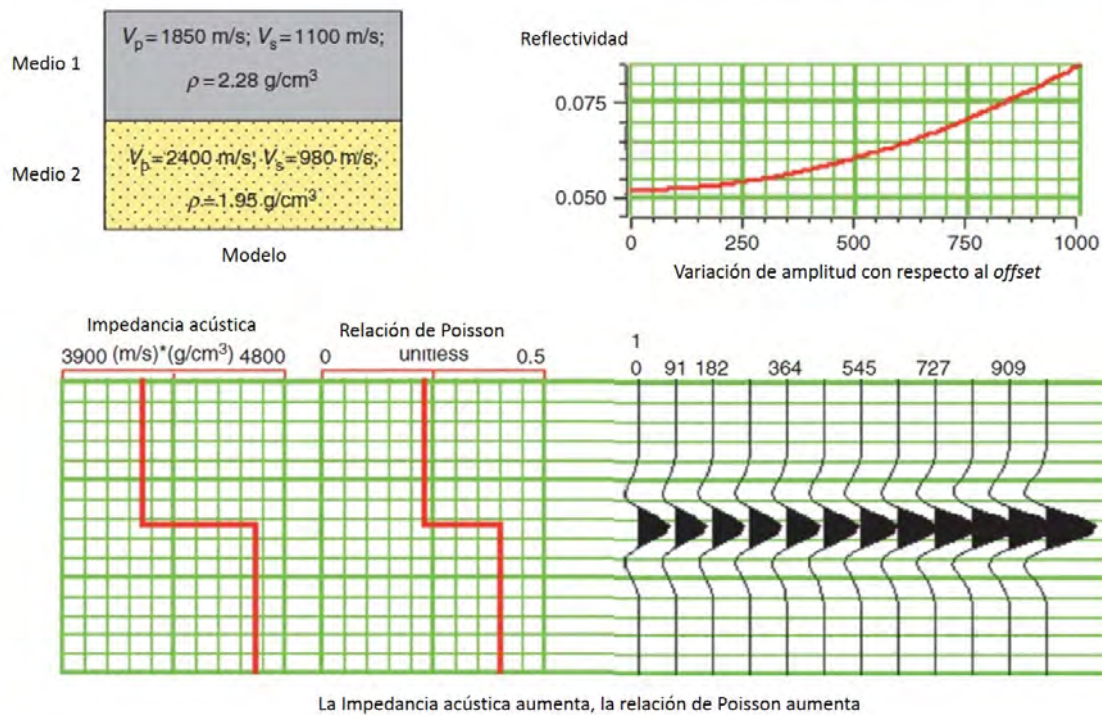


Figura 2.11: Respuesta de Amplitud en función del *Offset* para el caso donde tanto la Impedancia como la relación de Poisson incrementan del medio 1 al medio 2 (Imagen modificada tomada de [Chopra and Castagna, 2014]).

Las ecuaciones de Zoeppritz se emplean para la determinación de la respuesta sísmica en diferentes escenarios de combinaciones de propiedades físicas de roca, primordialmente las relacionadas a contrastes de Impedancia y de valores en la relación de Poisson entre el medio 1 y medio 2 separados por la interfase. La figura 2.11 muestra uno de los casos más comunes, es decir cuando tanto los valores de impedancia como de relación de Poisson aumentan del medio 1 al medio 2. En esta figura se muestra la respuesta sísmica en función del *Offset* con los parámetros físicos de roca indicados. Nótese que para este caso, el valor máximo de amplitud de la respuesta sísmica corresponde con el mayor valor de *Offset*.

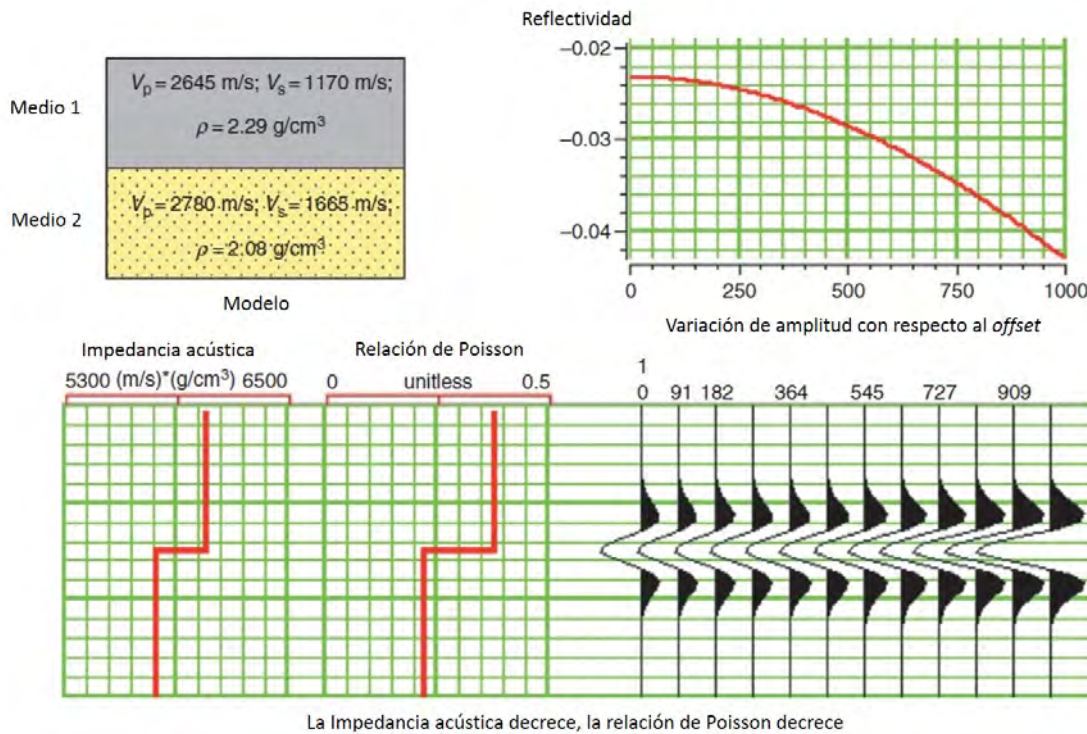


Figura 2.12: Respuesta de Amplitud en función del *Offset* para el caso donde tanto la Impedancia como la relación de Poisson decrecen del medio 1 al medio 2 (Imagen modificada tomada de [Chopra and Castagna, 2014]).

La figura 2.12 muestra otro de los casos más comunes, pero ahora cuando tanto los valores de impedancia como de relación de Poisson decrecen del medio 1 al medio 2. En esta figura se muestra la respuesta sísmica en función del *Offset* con los parámetros físicos de roca indicados. Nótese que para este caso, el valor mínimo de amplitud de la respuesta sísmica corresponde con el valor de *Offset* más grande.

En ambas figuras, la figura 2.11 y la figura 2.12, las trazas sísmicas están en conformidad con la convención de polaridad Norteamericana.

2.4. El Método de Trazado de Rayos

Al aplicar la teoría de rayos a una onda de viaje, se asume que tanto la frecuencia como el número de onda varían muy lentamente. De acuerdo al *principio de Hamilton de "mínima acción"*, la solución requerida para la trayectoria del rayo se encuentra al minimizar el cambio total de fase. Las dos ecuaciones resultantes son conocidas como las *Ecuaciones de Hamilton*. La dualidad Hamiltoniana entre ondas y partículas establece que el vector número de onda de la onda corresponde a la energía de la partícula, y la velocidad de grupo del paquete de ondas corresponde a la velocidad a la que la partícula viaja a lo largo del rayo.

Si se resuelven las Ecuaciones de Hamilton, es posible trazar la trayectoria del rayo. A este procedimiento se le conoce como *Trazado de Rayos*.

Existe una aproximación alternativa al Trazado de rayos, ésta hace uso de la *Ecuación*

Eikonal, que a su vez lleva a dos Ecuaciones de Rayo. Las Ecuaciones de Rayo son equivalentes a las dos Ecuaciones de Hamilton. El *Trazado de Rayos Numérico* es un procedimiento que hace uso de estas ecuaciones para generar un avance de la onda a lo largo del rayo un determinado segmento de trayectoria. El algoritmo puede repetirse para “hacer avanzar la onda” a una distancia deseable.

Un modelo sísmico admite la descripción de un modelo de capas como dato de entrada y generar una imagen sísmica sintética como dato de salida. En la Modelación de Trayectorias, el Trazado de Rayos es implementado para modelos de estructuras multicapas plegadas, así como para generar diagramas de rayos y secciones sísmicas en el dominio del tiempo. El objetivo de la Modelación Sísmica es proporcionar al intérprete sísmico una herramienta que auxilie en la interpretación de estructuras geológicas complejas.

Los métodos de modelación sísmica basados en *Rayos* pueden aplicarse en diversas etapas del proceso de Exploración y Producción. Como una aproximación a las altas frecuencias, el método tiene ciertas limitaciones, particularmente las relacionadas a la confiabilidad de amplitudes sísmicas en presencia de cambios abruptos de parámetros elásticos e interfaces.

Una estrategia para dirimir esta dolencia del método, es la que proponen [Gjøystdal et al., 2007] en la que cada Rayo se define como un elemento de un sistema, es decir, como un proceso compuesto, como lo proponen en el modelo de migración sísmica de Kirchoff. En él, el modelo se descompone de acuerdo a su complejidad en *Elementos de Volumen*, *Elementos Superficiales* o combinación de ambos. Los elementos del modelo serán expuestos e interactuarán con el *Trazado de Rayos*. El resultado final de este proceso compuesto será la simulación de la respuesta sísmica de algún determinado reflector a partir del Trazado de Rayos.

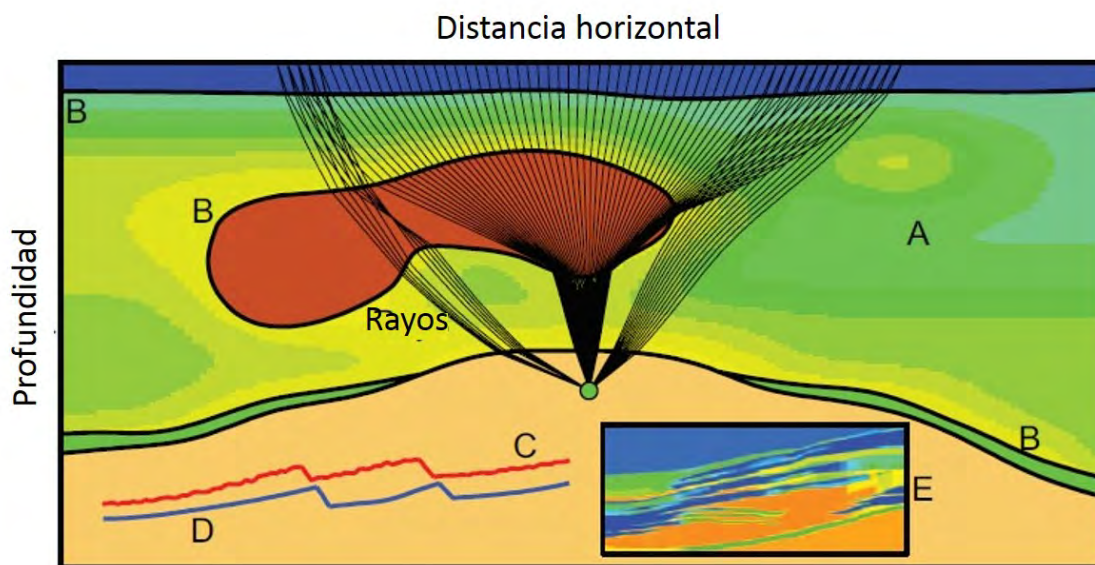


Figura 2.13: Descomposición del modelo en *elementos globales* y *elementos locales* (Imagen modificada tomada de [Gjøystdal et al., 2007]).

La figura 2.13 muestra la descomposición del modelo en *elementos globales* y *elementos locales*. El elemento global o también denominado *modelo de fondo*, consiste de la combinación de un volumen suavizado (A) y elementos superficiales (e.g. estratos e interfases suavizados) (B). Ejemplo de dos elementos superficiales locales pueden ser (C y D). Estos

no pertenecen al modelo de fondo, sino más bien son elementos que se superponen a él y en la figura representan unas fallas geológicas. Por último, el elemento (E) es un elemento de volumen que representa de forma realista variaciones de velocidad. Los colores en los elementos de volumen indican la variación de velocidades de propagación de la onda P-.

Considere el modelo mostrado en la figura 2.14. Consiste de cuatro planos que en conjunto representan un horizonte sísmico (*reflector*) que a su vez funge como la interfase que separa dos medios diferentes. Las velocidades de onda P- son 2000 m/s para el medio encima de la interfase y 2500 m/s para el medio debajo de la interfase, considerando una densidad para ambos medios de 2.5g/cm³. En la misma figura, considérese una línea de adquisición sísmica *cero - offset* central en la dirección Inline con un determinado espaciamiento regular fuente - receptor.

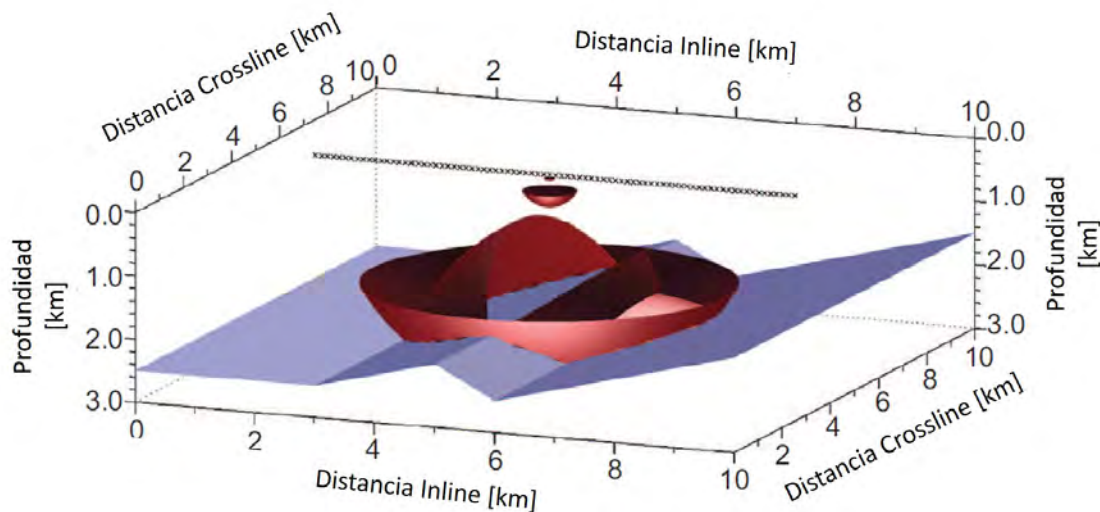


Figura 2.14: Modelo compuesto de los puntos de tiro y un conjunto de planos que conforman el reflector sísmico (Imagen modificada tomada de [Gjøystdal et al., 2007]).

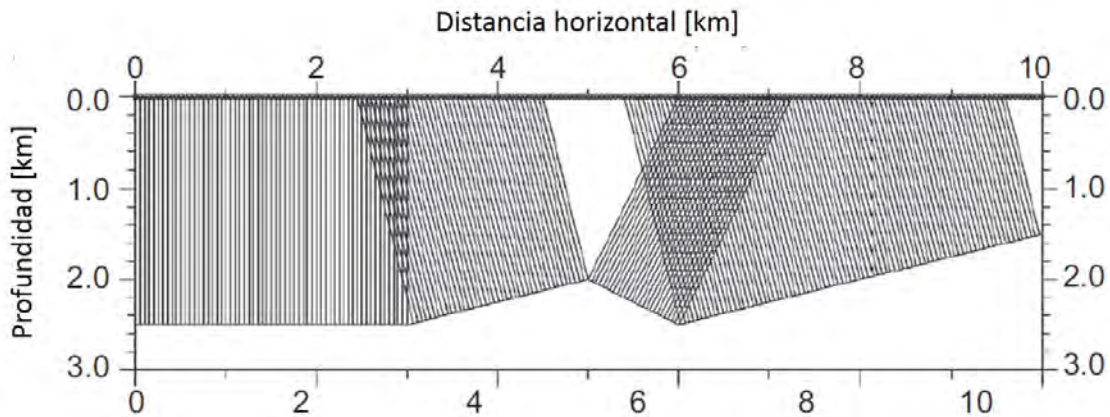


Figura 2.15: Trazado de Rayos al modelo de la figura 2.14 (Imagen modificada tomada de [Gjøystdal et al., 2007]).

La figura 2.15 muestra el trazado de rayos resultante de la construcción de frentes de onda.

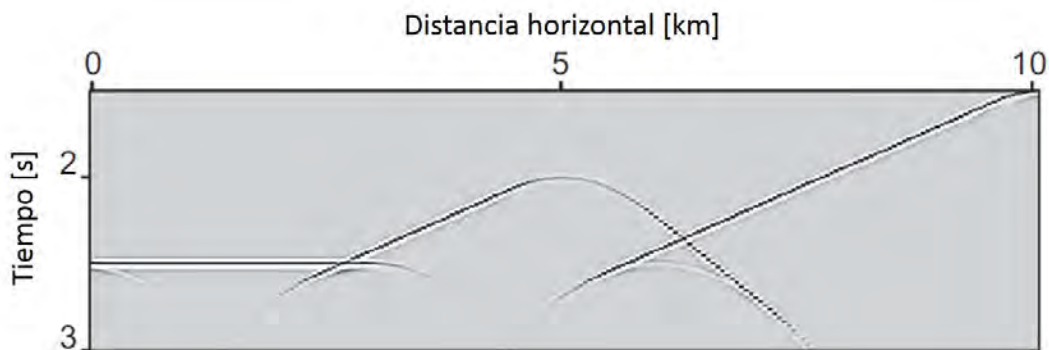


Figura 2.16: Sección sísmica resultante del Trazado de Rayos al modelo de la figura 2.14 (Imagen modificada tomada de [Gjøystdal et al., 2007]).

La figura 2.16 muestra la sección sísmica conformada por los sismogramas sintéticos. Para ello se consideró además una ondícula Ricker fase cero de 20Hz como pulso sísmico. Nótese que el reflector que se distingue en la sección de esta figura describe el horizonte sísmico indicado en el modelo de la figura 2.14.

Para información más detallada y exhaustiva acerca del *Método de Trazado de Rayos*, consultar: [Robinson and Douze, 1985], [Cerveny, 2001], [Cerveny et al., 1977] y [Cerveny and Ravindra, 1971].

2.5. Modelación Sísmica Numérica

De acuerdo a [Carcione et al., 2002], la *Modelación Sísmica Numérica* es una técnica para simular la propagación de ondas en el subsuelo. Su objetivo es predecir los sismogramas

que registrarían un conjunto de sismodetectores, dada una estructura geológica supuesta del subsuelo. Esta técnica es una herramienta valiosa para la interpretación sísmica y una parte esencial de los algoritmos de inversión sísmica. Otra importante aplicación de la Modelación Sísmica recae en la evaluación y diseño de estudios sísmicos (adquisición sísmica).

Dadas las diversas aproximaciones para la *Modelación Sísmica*, en lo que corresponde a la *Modelación Sísmica Numérica* se distinguen tres principales categorías: *métodos directos*, *métodos de ecuaciones integrales* y *métodos de trazado de rayos*.

Para resolver la ecuación de onda a través de los *métodos directos*, se aproxima un modelo geológico mediante una malla numérica, esto es, que el modelo se discretiza en un número finito de puntos. Estos métodos también se denominan *métodos de malla* y *métodos de ecuación de onda completa*, lo último debido a que la solución implícitamente brinda el campo de ondas completo. Los métodos directos no tienen ninguna restricción respecto a la variabilidad de los componentes del medio (subsuelo) y ésta puede ser muy precisa si se implementa un mallado fino.

En lo que respecta a los *Métodos de Ecuaciones Integrales*, se basan en las representaciones integrales del campo de ondas en términos de las ondas, que se originan en puntos fuente. Estos métodos se basan en el Principio de Huygens. En él se establece que, en algunos casos, el campo de ondas puede considerarse como la superposición de ondas que se originan en los puntos fuente localizados en la frontera. Estos métodos son más restrictivos que los métodos directos en su aplicación. Sin embargo, para geometrías tales como objetos limitados en estratos homogéneos, agujeros de pozo o geometrías con muchas inclusiones, los *Métodos de Ecuaciones Integrales* han demostrado ser muy eficientes al brindar soluciones precisas.

Una vez que se haya definido el método de solución a implementarse, como se indica en [Sánchez-Sesma et al., 2010], los pasos a seguir son los siguientes:

1. Formulación del problema. Implica definir la configuración del problema y establecer las condiciones de frontera.

2. El Modelo. Consiste en considerar un modelo simple de acuerdo a la configuración del problema. En este punto se indican los parámetros que definen la geometría del problema, a través de gráficos coordenados que establecen el dominio del problema. Es aquí también donde se indican las propiedades elásticas de los materiales que conforman el modelo.

En esta etapa también se define la configuración de las *fuentes de excitación sísmica*, es decir, las *fuentes sísmicas*.

3. Obtención de los Sismogramas Sintéticos. Implementando el método utilizado, se calcula la respuesta sísmica del modelo de acuerdo a la configuración de las fuentes sísmicas.

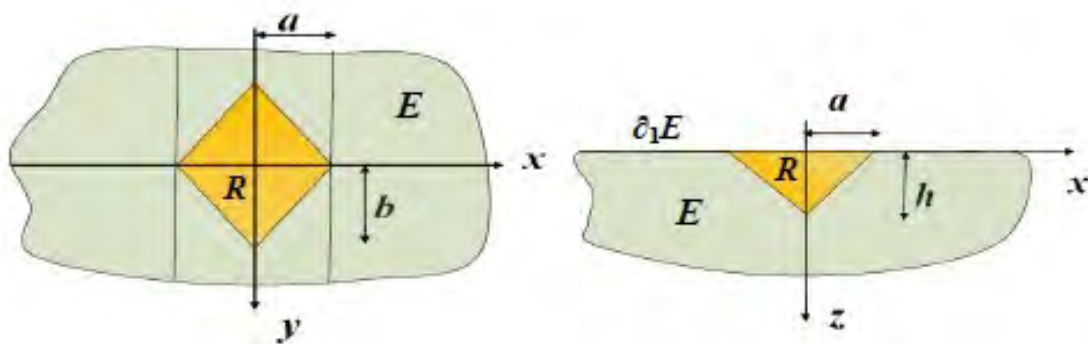


Figura 2.17: Configuración del problema (Imagen tomada de [Sánchez-Sesma et al., 2010]).

La figura 2.17 muestra los parámetros que definen el modelo. Las literales **a**, **h**, **R**, **E**, **b** representan su descripción geométrica, mientras que la literal $\partial_1 E$ define las condiciones de frontera.

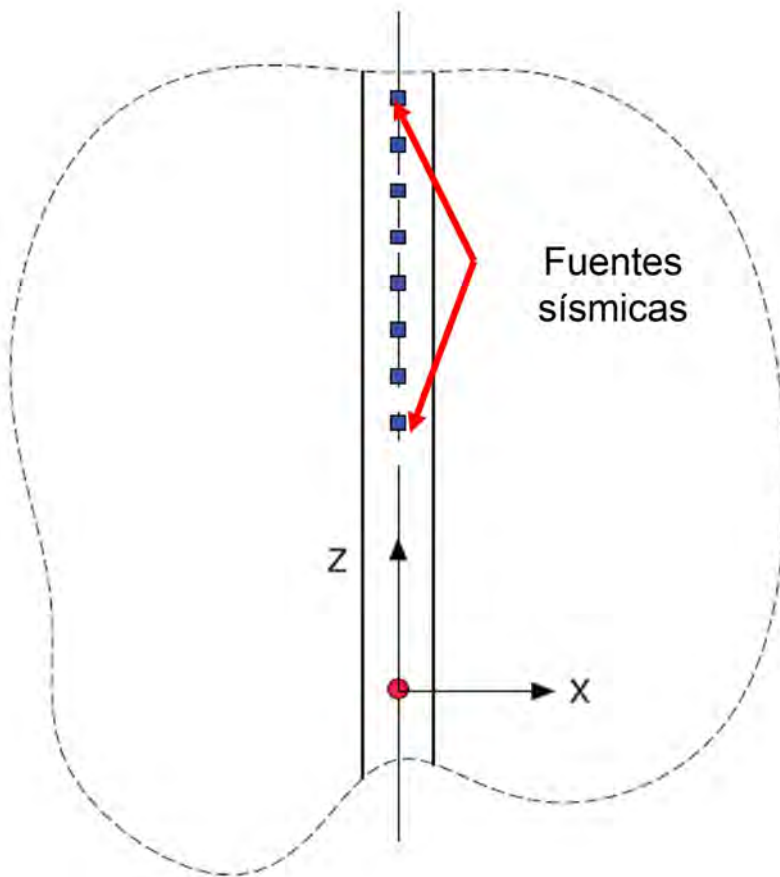


Figura 2.18: Configuración de las fuentes sísmicas (Imagen modificada tomada de [Pérez Gavilán et al., 2009]).

Por su parte, la figura 2.18 muestra la configuración espacial de las fuentes de excitación

sísmica con respecto a la formulación geométrica del problema.

Para finalizar, la figura 2.19 muestra tres ejemplos diferentes con distintas configuraciones de modelo. Los tres incisos corresponden a configuraciones bidimensionales.

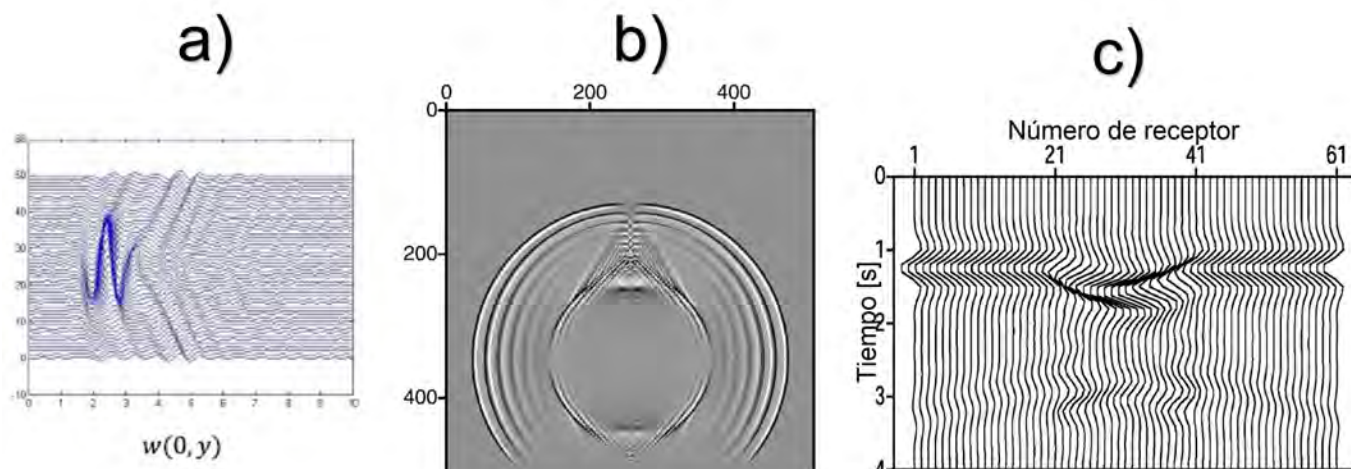


Figura 2.19: Tres ejemplos diferentes de generación de sismogramas sintéticos a través de la Modelación Sísmica Numérica. (Imágenes tomadas de **a)** [Sánchez-Sesma et al., 2010], **b)** [Pérez Gavilán et al., 2009], **c)** [Li-Yun and Bouchon, 2004]).

2.6. Modelación Sísmica Física

El *Modelado Sísmico Físico* proporciona “simulaciones a escala” de escenarios reales, con la ventaja de tener pleno control de la geometría de adquisición y las propiedades físicas del modelo ([Lawton et al., 1998]). Una aplicación del *modelado sísmico físico* resulta en la modelación de fallas y geometrías, que son útiles en el entendimiento de las secciones sísmicas con presencia de fallas y estructuras geológicas ([Angona, 1960]).

Por ejemplo, [Hilterman, 1970] empleó papel y madera para modelar anticlinales, sinclinales y fallas geológicas verticales o de bajo ángulo. En éste, una chispa eléctrica y un micrófono condensador fungieron como fuente y receptor en este experimento.

A partir de la tabla 2.1 y las imágenes subsecuentes, se muestra ejemplo de un caso de modelación sísmica física descrito en [Arthur et al., 2012] , con sus distintas etapas y cuyo objetivo fue modelar el efecto de una falla vertical en una sección sísmica. Este muestra los resultados de la Modelación Sísmica Física de un área con presencia de una Falla geológica vertical. Para ello se generaron varios prototipos (registrados en la tabla 2.1) con materiales de amplio rango de velocidades de propagación de onda y densidades con la intención de simular de mejor forma el escenario geológico.

Cuadro 2.1: Resumen de prototipos del modelo físico (Imagen modificada tomada de [Arthur et al., 2012]).

	Model 1		Model 2		Model 3		Model 4		Model 5	
	Materia	Relleno zona de Falla	Material	Relleno zona de Falla	Material	Relleno zona de Falla	Material	Relleno zona de Falla	Material	Relleno zona de Falla
	yeso	manteca	arenisca	Plastilina epóxica	caliza	cera	caliza	agua	caliza	acrílico
Densidad [g/cm ³]	1.3	0.98	2.6	1.7	2.9	1.1	2.9	1.0	2.9	1.2
Velocidad medida [m/s]	2035	1490	2965	2680	5100	1510	5100	1480	5100	2460

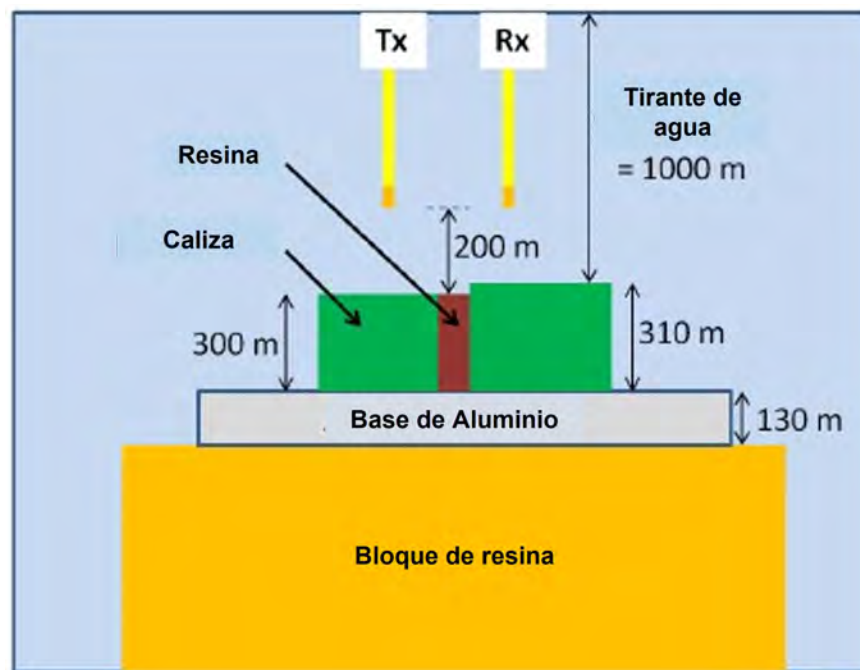


Figura 2.20: Diagrama esquemático de adquisición sísmica sobre un modelo final con dimensiones de campo realistas “a escala” (Imagen modificada tomada de [Arthur et al., 2012]).

Los modelos físicos representados por el diagrama mostrado en la figura **2.20** se sumergieron en un estanque de agua para la modelación de la adquisición sísmica. Cada modelo se situó en una base de aluminio, reposando sobre un bloque de resina.

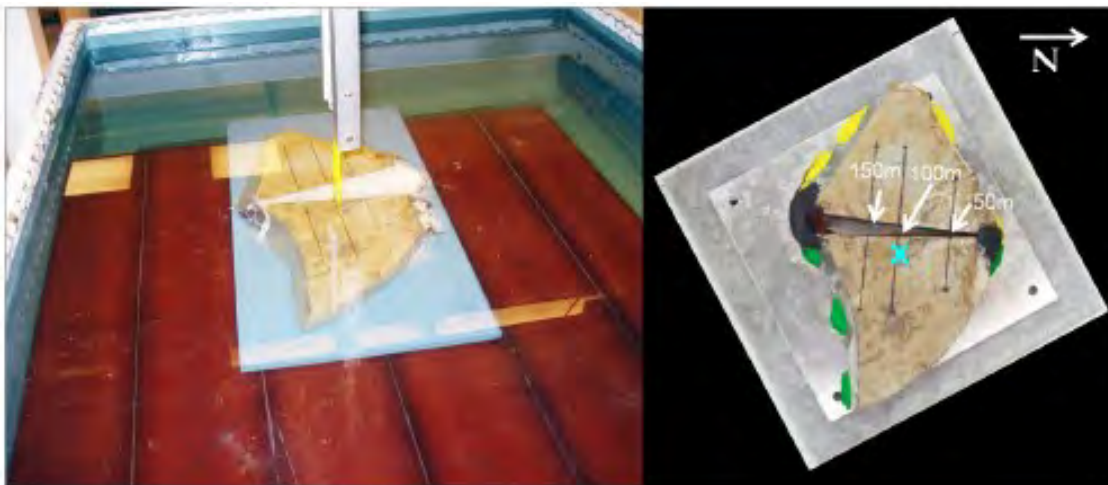


Figura 2.21: Modelo físico de caliza - cera a escala en un tanque de agua (Imagen modificada tomada de [Arthur et al., 2012]).

En la figura **2.21**, los modelos y las mediciones de la adquisición sísmica están a una escala de 1:10000, donde 1mm del modelo físico equivale a 10m.

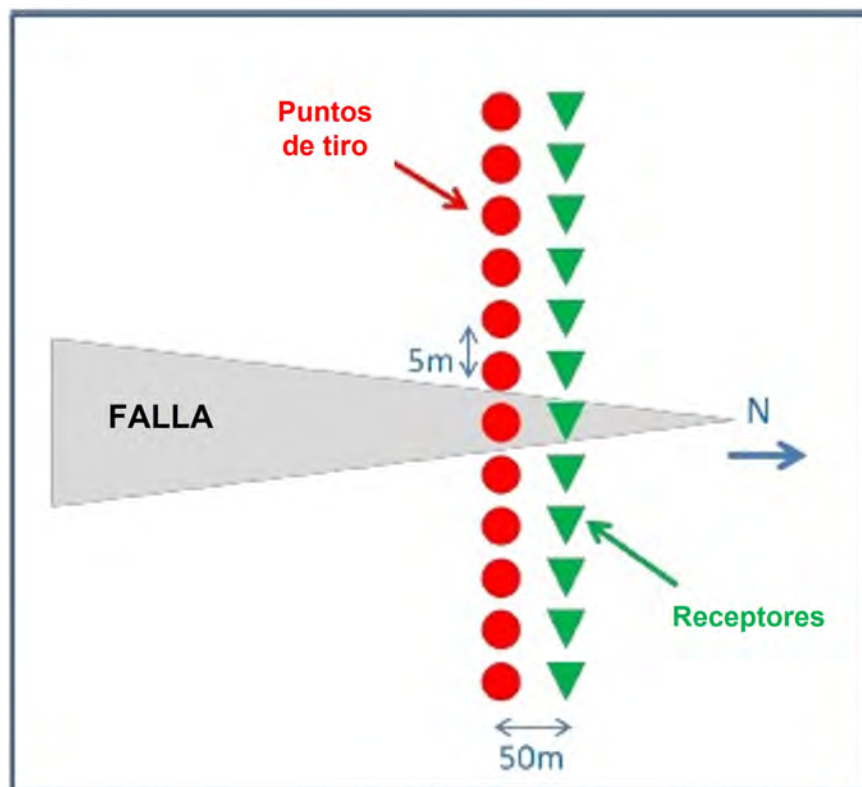


Figura 2.22: Vista en planta de la adquisición sísmica *zero - Offset* (Imagen modificada tomada de [Arthur et al., 2012]).

La distribución espacial de las fuentes - receptores ocurre transversalmente a la dirección

de falla, precisamente para favorecer la detección de la falla en la sección sísmica, como se muestra en la figura 2.22.

Las secciones sísmicas, producto del *Pos-apilamiento* de los datos sísmicos adquiridos del modelo físico a escala, demuestran que la falla geológica es perceptible. Las imágenes sísmicas de este modelo físico con presencia de una falla vertical asemejan a datos sísmicos reales adquiridos en Nueva Zelanda. Posterior a la visualización de los datos sísmicos para fines de control de calidad, se realizaron etapas de procesamiento sísmico como filtrado, ganancia, muting, entre otros.

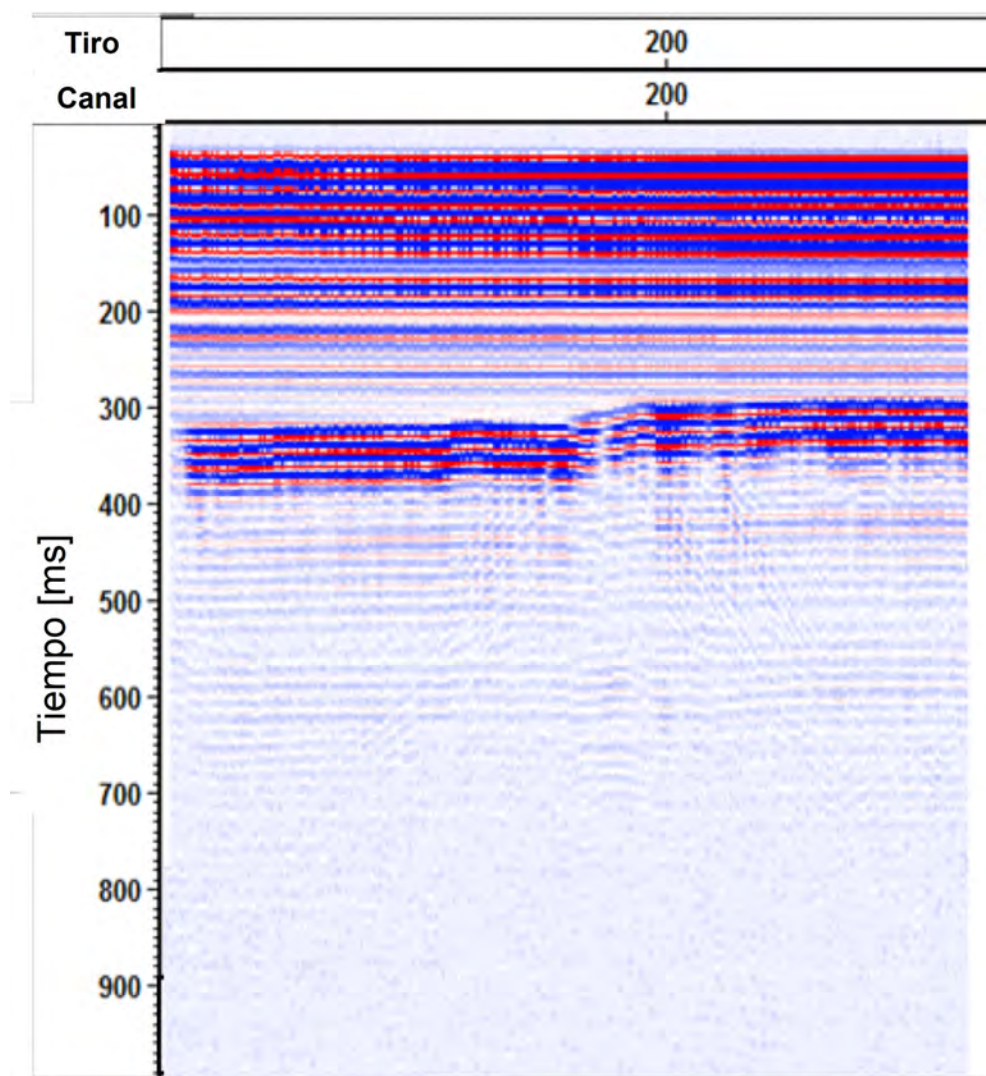


Figura 2.23: Sección sísmica obtenida del modelo físico (Imagen modificada tomada de [Arthur et al., 2012]).

La figura 2.23 muestra una sección sísmica generada a partir del modelo físico a escala en donde puede identificarse la presencia de la representación de la falla geológica posterior a los 300ms.

2.7. Relación entre Modelación Sísmica Directa e Inversión Sísmica

La palabra *Inversión* puede definirse como el procedimiento para la determinación de los parámetros del modelo que adecuadamente describen un conjunto de datos. En el caso particular de los datos geofísicos, las observaciones muestran los efectos de las propiedades de roca en el fenómeno de propagación de ondas sísmicas.

La figura 2.24 muestra la comparación entre el proceso de Inversión y la Modelación Sísmica Directa.

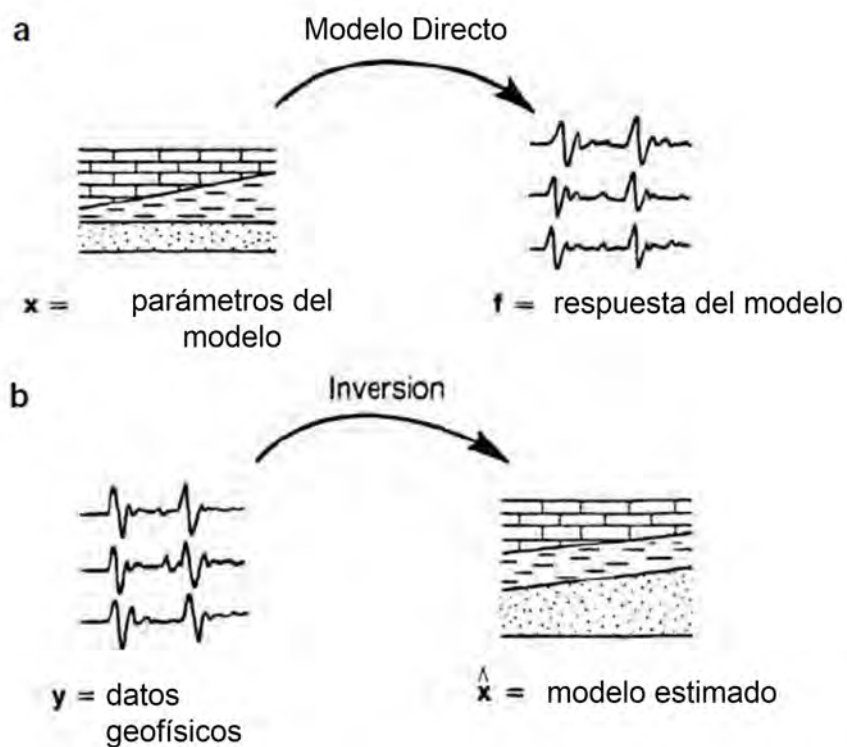


Figura 2.24: Comparación entre *Modelación Sísmica Directa* e *Inversión Sísmica*(Imagen modificada tomada de [Lines and Newrick, 2004]).

El inciso **a** de la figura 2.24 describe el *modelado directo*, en el que se emplea una relación matemática para generar de forma sintética la ‘respuesta de la Tierra’ dado un conjunto de parámetros del modelo. Estos parámetros generalmente incluyen propiedades de roca y la geometría de las interfaces entre capas. En el caso particular del *modelado sísmico directo*, la relación matemática se representa a través de la Ecuación de Onda, que emplea como parámetros la *Densidad de la roca* y la *Velocidad de propagación de la onda* para generar *Sismogramas Sintéticos* como respuesta del modelo.

Por su parte, el inciso **b** describe el *Proceso de Inversión* o *problema Inverso*, en el que para un conjunto de datos dado se busca la mejor combinación de parámetros del modelo que además defina un modelo geológico verosímil y que sea consistente con las observaciones al *Determinar* los parámetros de propiedades de roca que permitan que las respuestas del

modelo ajusten con los datos. Las respuestas del modelo se generan a través del *Modelo Directo*. Esto último destaca la importancia de la apropiada elección del Modelo Directo tan relevante para el proceso de inversión.

2.8. Dificultades Inherentes al Problema Inverso

Como se explica y resume en [Lines and Newrick, 2004], aunque se haya tomado la correcta elección de Modelo Directo, surgen diversos problemas inherentes del proceso de inversión. Para puntualizar estos inconvenientes, se hará uso de la siguiente notación:

Sea $\mathbf{f}=\mathbf{T}(\mathbf{x})$ el proceso de modelo directo visto como una transformación, donde \mathbf{f} es la *respuesta del modelo*, \mathbf{x} el vector que contiene los parámetros geológicos del modelo y \mathbf{T} es la transformación que matemáticamente describe el proceso físico. En el caso sísmico, \mathbf{T} generalmente produce una respuesta del modelo derivada de una solución a la ecuación de onda.

El proceso de inversión se escribe como $\hat{x} = T^{-1}(y)$ donde \hat{x} es el conjunto de parámetros estimados del modelo (espacio del modelo) derivado del vector de datos \mathbf{y} (espacio de datos). El operador T^{-1} es la Transformación inversa del espacio de los datos al espacio de los parámetros del modelo.

Ahora bien, las Dificultades asociadas al problema inverso pueden enlistarse a las siguientes:

1. Puede ocurrir que pese a que la elección del modelo Directo \mathbf{T} es físicamente realista, existe la posibilidad que la solución al problema inverso T^{-1} no exista. Esto implicaría que la *reconstrucción del subsuelo* resulte imposible.

2. Algunos problemas inversos pueden tener más ecuaciones que incógnitas (parámetros). Esto significa que los sistemas de ecuaciones sean *sobredeterminados* y en consecuencia *inconsistentes*, es decir, sin una solución bien planteada.

3. El caso opuesto a **2.**, es posible contar con muchas realizaciones de $\hat{x} = T^{-1}(y)$. Esto generalmente ocurre debido a que los *problemas mal planteados* son producto de mayor número de incógnitas (parámetros) que ecuaciones (*subdeterminado*). Esta situación genera un número incuantificable de posibles soluciones al problema, teniéndose así el problema de *no - unicidad*.

4. Por último, ocurre que los datos se encuentran afectados por el *Ruido*. Por lo tanto, se pasa de $\hat{x} = T^{-1}(y)$ a la situación de $\hat{x} = T^{-1}(y + n)$, donde \mathbf{n} representa el *ruido* o *Vector Error de las mediciones*. El *Ruido* puede provocar amplias variaciones o inestabilidades en la estimación de los parámetros del modelo, pudiendo destruir la validez de la solución.

A pesar de estas problemáticas, el proceso de inversión ha sido empleado exitosamente en diversos estudios de caso para extraer información relevante de los datos geofísicos.

2.9. Resumen de capítulo

En este capítulo se describieron los métodos existentes para la modelación sísmica directa. De esta gama destaca el método de Reflectividad de Incidencia Normal, pues es el que se

implementó para generar los sismogramas sintéticos en el estudio de caso que se presenta en el capítulo 5 y cuyos resultados se exhiben en el capítulo 6.

Capítulo 3

Métodos de Inversión Sísmica

3.1. Introducción a los Métodos de Inversión Sísmica

La *inversión sísmica* es un problema mal planteado (*ill - posed problem*) [Tarantola, 2005]. Es decir, muchos modelos del subsuelo se ajustan a un mismo conjunto de datos, con su respectiva medida del error. La principal tarea en el proceso de interpretación sísmica es elegir y determinar cuál de ellos es geológicamente aceptable.

En términos generales, la inversión geofísica involucra mapear la estructura física y propiedades del subsuelo a través de mediciones hechas en superficie. Ahora bien, la inversión sísmica se restringe a recuperar una curva de impedancia *pseudo-acústica* de una traza sísmica.

Otra forma de visualizar a la inversión sísmica es como una técnica para generar un modelo de tierra empleando los datos sísmicos como datos de entrada. Para entender la inversión sísmica, primero se debe entender el proceso físico involucrado en la generación de los datos sísmicos. Éste comprende el modelo convolucional de la traza sísmica y sus tres componentes: reflectividad, ondícula sísmica y el ruido.

Los métodos más comunes de la *Inversión Sísmica Pos-Stack* se basan en la recursión de una sola traza (*single trace recursion*). Para entender mejor estos procedimientos recursivos de inversión conviene conocer la relación entre *Deconvolución* e *Inversión*, así como la dependencia existente entre cada método y el esquema de Deconvolución seleccionado.

De entre los métodos Deconvolutivos clásicos se encuentran el método *Whitening*, métodos de extracción de ondícula y los métodos de Deconvolución *Sparse Spike* (e.g. Deconvolución de Máxima Similitud y Norma L-1).

Otro método de inversión es la *inversión basada en modelos* (*model-based inversion*), en donde un modelo geológico es actualizado de forma iterativa para encontrar el mejor ajuste con la información sísmica. Después de esto entonces puede mencionarse el caso de *Inversión de tiempo de viaje* (*Travel time inversion*) o también conocida como Tomografía.

Después de los métodos de Inversión *Pos - stack*, existe el caso de los métodos *Pre - Stack*. Estos métodos permiten extraer otros parámetros tales como *Densidad* y *Velocidad de onda de corte*.

De acuerdo a [Latimer, 2011], el primer requisito para realizar cualquier tipo de inversión sísmica es tener el mejor procesado sísmico de datos completo, antes de ejecutarlo. Sin embargo, los datos sísmicos invertidos (e.g. PSTM) pueden ser un indicador para determinar si los datos deberían ser reprocesados, o no. Es decir, el proceso de inversión sísmica es un

indicador de control de calidad del procesamiento sísmico de los datos.

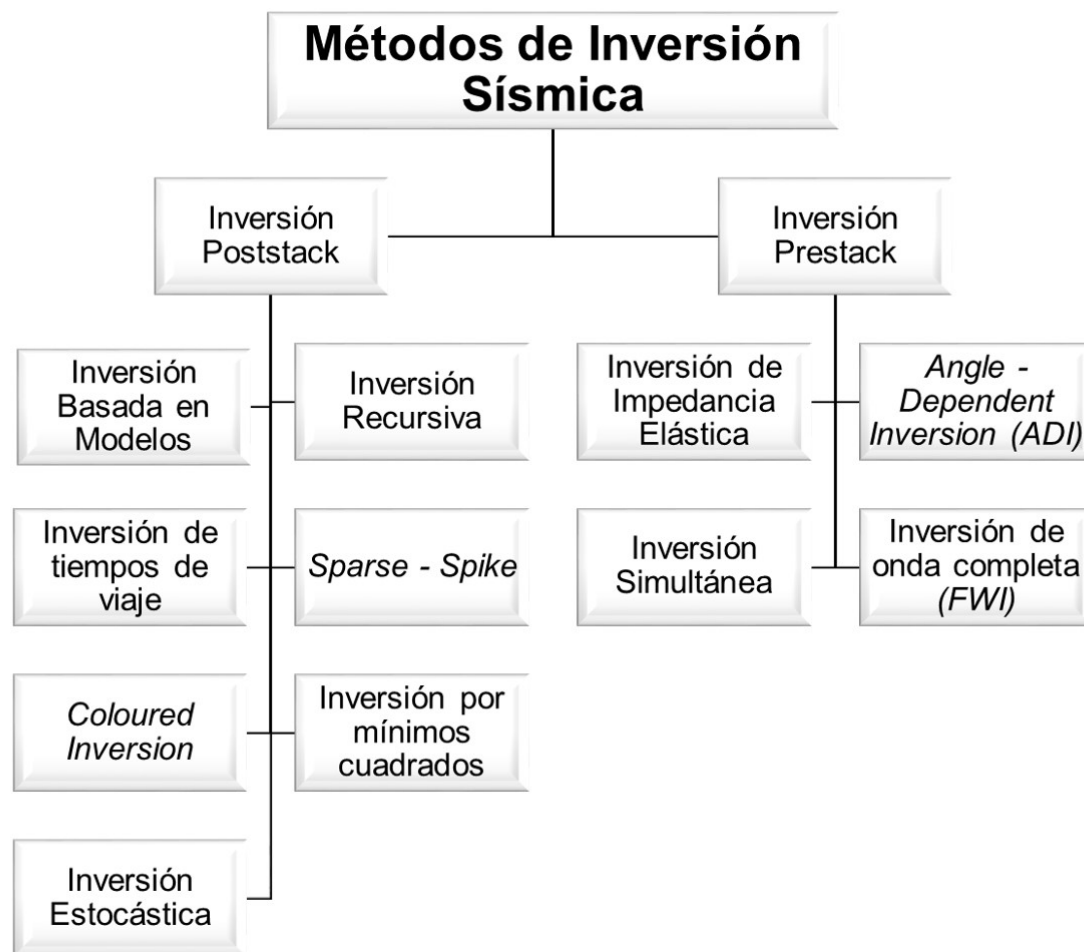


Figura 3.1: Métodos de Inversión Sísmica (Imagen modificada tomada de [Russell, 1988]).

Modelado Directo (Sismograma Sintético)

El modelado directo considera un modelo de propiedades representado por la Impedancia Acústica, obtenida de los registros geofísicos (V_p y $Densidad$) que matemáticamente se convoluciona con una ondícula sísmica, o pulso sísmico, y se obtiene como resultado una traza sísmica sintética (*Sismograma Sintético*).

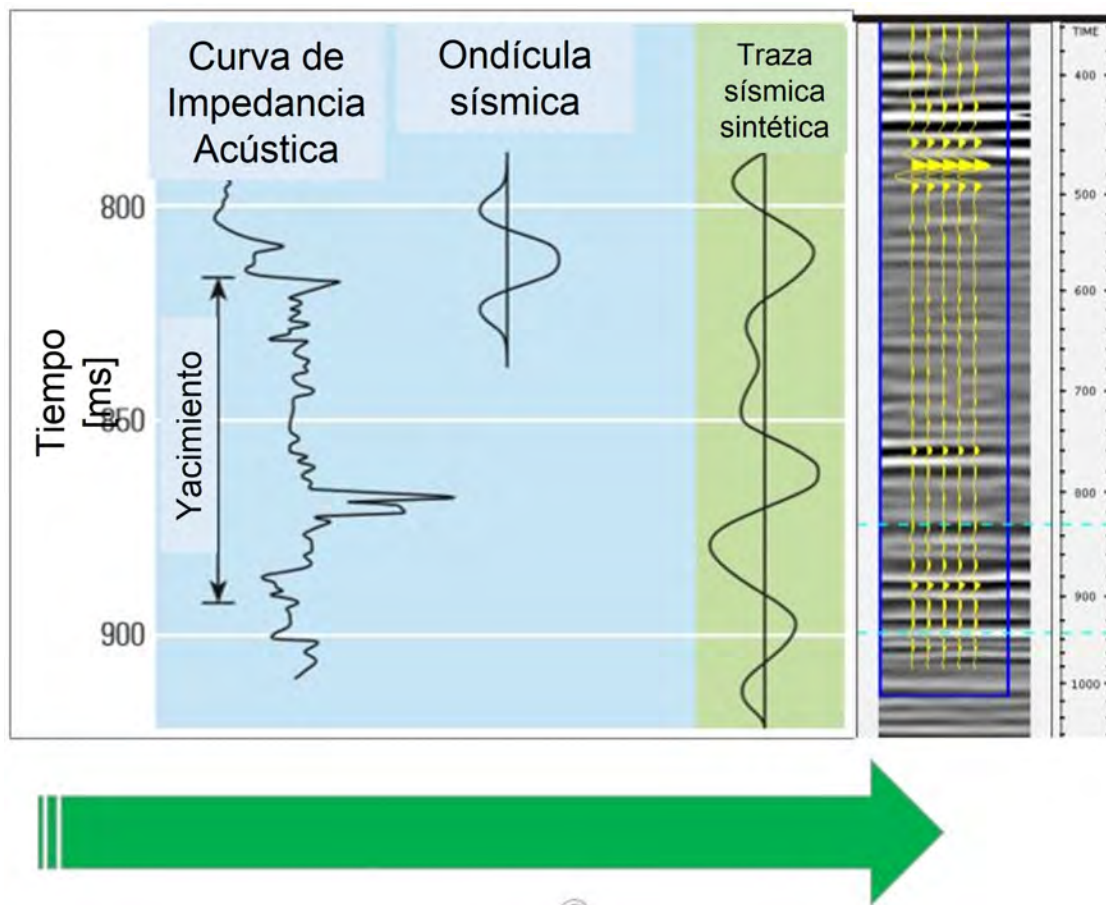


Figura 3.2: Modelado Directo (*Sismograma Sintético*) (Imagen modificada tomada de [Barclay, 2008]).

La figura 3.2 muestra la representación del Modelado Sísmico Directo.

Inversión

De modo contrario, el proceso de inversión inicia con una traza sísmica, removiendo el efecto de una ondícula, generándose así valores de impedancia acústica a cada muestra, como se describe en la figura 3.3.

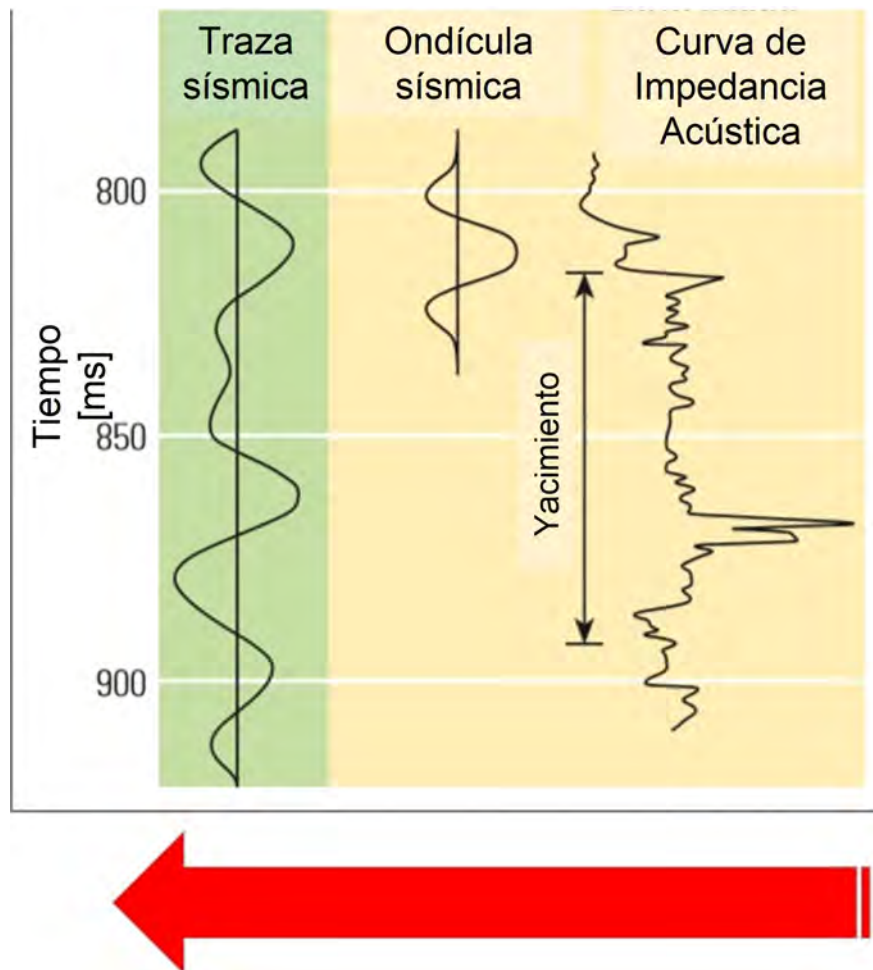


Figura 3.3: Proceso de Inversión (Imagen modificada tomada de [Barclay, 2008]).

Información Sísmica

Como se menciona en [Russell, 1988], para entender la Inversión Sísmica, primero deben entenderse los procesos físicos involucrados en la generación de los datos sísmicos. La figura 3.1 resume los dos grandes grupos de Inversión sísmica, clasificados de acuerdo al tipo de datos sísmicos que se utilicen como datos de entrada. Por un lado se encuentra la *inversión sísmica de datos sísmicos apilados (Poststack)*, cuyo resultado final es la obtención de información de impedancia acústica. Por el otro se encuentra la *inversión sísmica de datos sísmicos pre-apilados (Prestack)*, que cronológicamente es más reciente que el primero y cuyo resultado final es la obtención de información adicional a la impedancia, como la Densidad y la Velocidad de onda S-

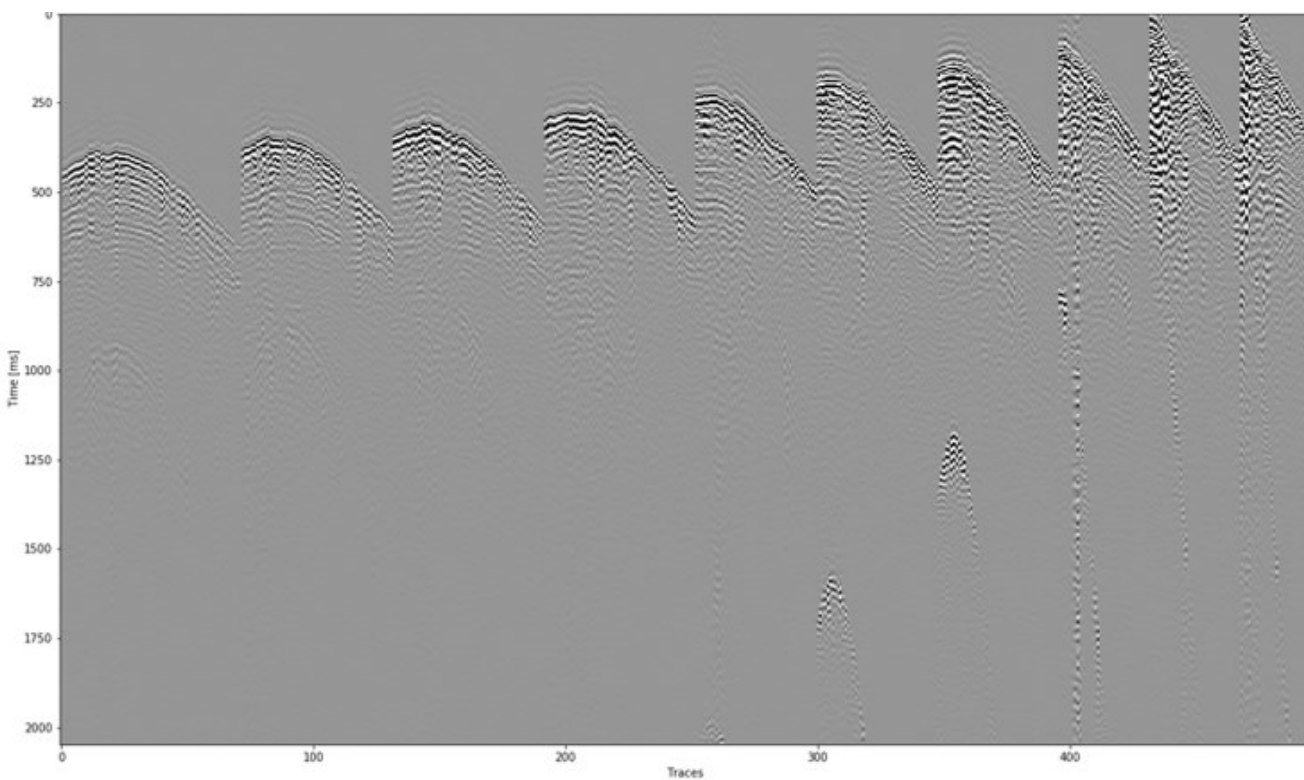


Figura 3.4: Información Sísmica Pre-apilada (*Prestack*)

La figura **3.4** muestra un ejemplo de información sísmica pre-apilada, que corresponde a un conjunto de trazas sísmicas que no han sido sometidas al proceso sísmico de apilamiento (*Stacking*) y cuyo principal rasgo es su agrupación en los denominados *Gathers* sísmicos.

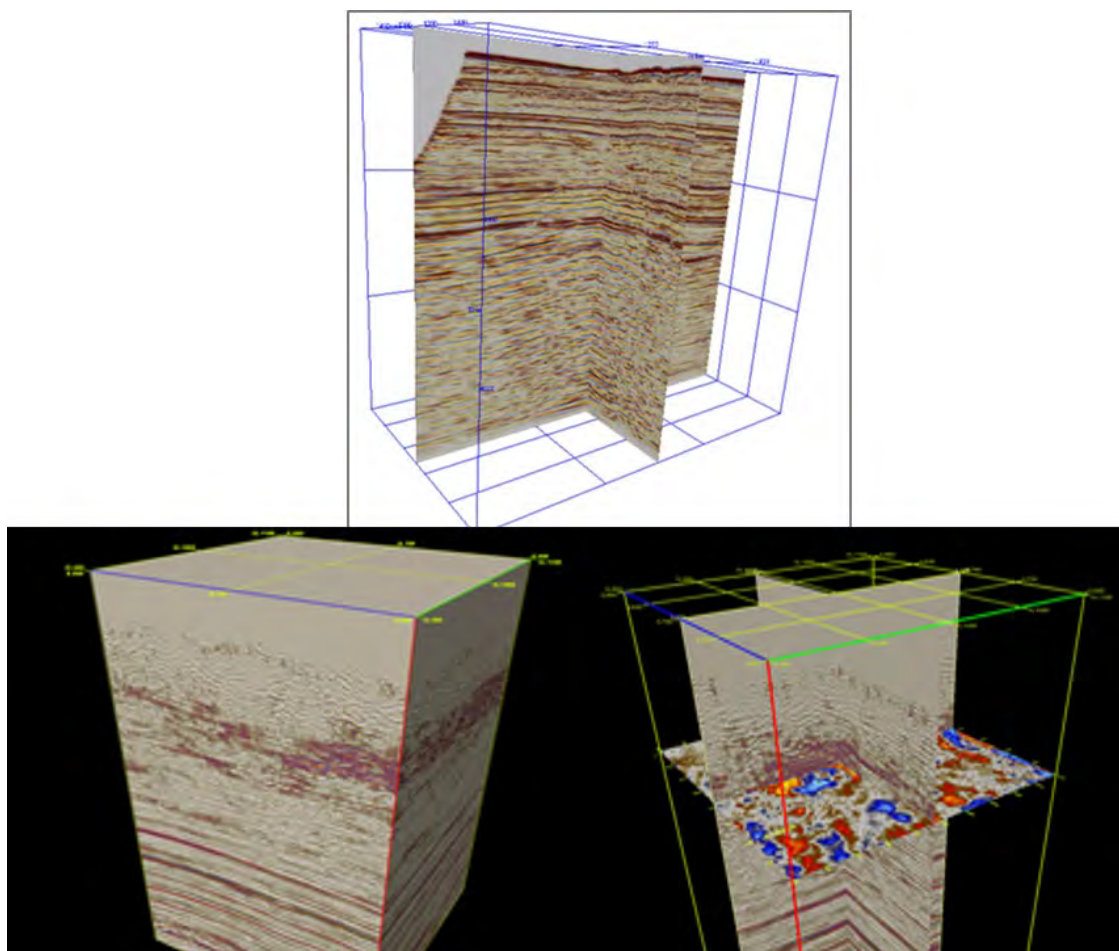


Figura 3.5: Información Sísmica apilada (*Poststack*)

A su vez, la figura **3.5** muestra el ejemplo de información sísmica apilada a través de un cubo de amplitudes sísmicas, que corresponde a un conjunto de trazas sísmicas que ya fueron sometidas al proceso sísmico de apilamiento (*Stacking*) para reforzar la amplitud de los reflectores y que a través de procesos de migración sísmica es posible brindar continuidad lateral a los reflectores.

3.2. Métodos de Inversión Sísmica *Poststack*

3.2.1. Inversión Recursiva (*RTI, Recursive Trace Integration Inversion*)

También conocido como *Inversión de banda limitada* o *Inversión de Impedancia Acústica Relativa*. La *Inversión Recursiva* fue el primer tipo de inversión sísmica, discutido por [Lindseth, 1979]. En él se asume que la traza sísmica representa una aproximación de la reflectividad del subsuelo y matemáticamente puede escribirse de la siguiente forma:

$$\mathbf{s}_t = w_t \star r_t \quad (3.1)$$

Donde s_t es la traza sísmica, r_t es la serie de coeficientes de reflexión, w_t es la ondícula sísmica y ' \star ' representa el operador matemático de *convolución*.

Se asume que la ondícula es de *fase cero*. Los algoritmos empleados para llevar a cabo esta inversión requieren que la sísmica sea de fase cero. Los resultados obtenidos mediante esta inversión deberán ser escalados para obtener rangos apropiados de impedancia.

En términos generales, los métodos de inversión de *banda limitada* carecen de las frecuencias más bajas y de las frecuencias más altas, sólo contiene aquellas frecuencias contenidas en los datos sísmicos. Las componentes de alta frecuencia de la impedancia pueden recuperarse mediante métodos tales como la *Deconvolución*. Por su parte, los componentes de baja frecuencia o modelo de baja frecuencia se interpolan de los datos de pozo, se calibran con la sísmica o pueden obtenerse de procesos determinísticos o estocásticos. Las ventajas del modelo de bajas frecuencias es que los valores de impedancia se asocian directamente a rango de valores de roca. Sus desventajas es que el procesamiento aplicado a la sísmica deberá ser cuidadoso y fino para poder estimar velocidades de apilamiento confiables que den cobertura a las frecuencias más bajas (0 – 2Hz).

3.2.2. *Coloured Inversion*

El método de la *Coloured Inversion* es básicamente una integración de traza sísmica, que se consigue al aplicar una técnica de filtrado especial en el dominio de la frecuencia. El espectro de amplitud del registro de pozo se compara con el de la traza sísmica y ahí es de donde la palabra '*Coloured*' proviene. Se diseña un operador inverso de tal forma que 'lleva' las amplitudes sísmicas de las frecuencias en correspondencia con las vistas con la información del registro de pozo. Posteriormente, este operador se aplica a lo largo del cubo sísmico, si se desea ([Lancaster and Whitcombe, 2000]).

Las *ventajas* de este método radican en su breve tiempo de ejecución computacional, es estable y útil ante presencia de ruido, obtiene buenos y rápidos resultados preliminares. En lo que respecta a las *desventajas*, es que sus resultados son de banda limitada, no considera una ondícula sísmica, la información sísmica de entrada deberá ser de fase – cero. Adicionalmente, la media del espectro de reflectividad de los pozos disponibles se asume sean representativos de la reflectividad real del área de estudio.

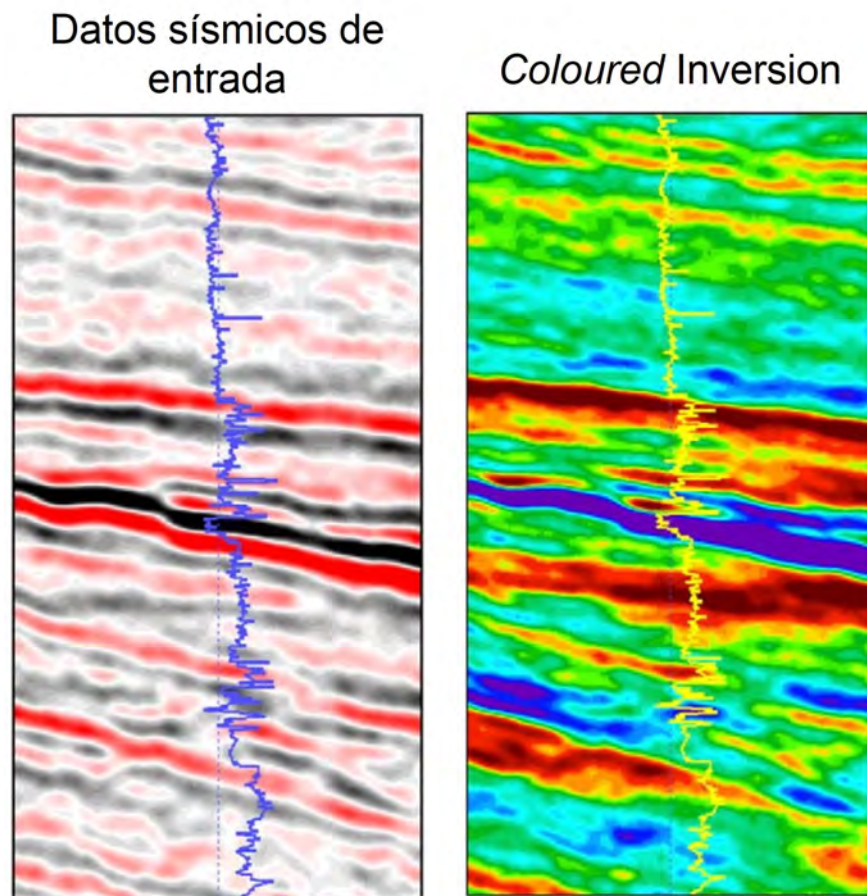


Figura 3.6: Sección de Impedancia Acústica obtenida a través de una *Coloured Inversion* (Imagen modificada tomada de [Veeken, 2007]).

La figura 3.6 muestra un ejemplo de la ejecución de una *Coloured Inversion* alrededor de un pozo de interés. Nótese que las unidades litoestratigráficas se reconocen mejor a través de la sección resultante de la *Coloured Inversion*.

3.2.3. Inversión en bloques o basada en estratos (*Layer - based blocky inversion*)

Los algoritmos de este método modelan el subsuelo como estratos descritos por la impedancia acústica. Este método asume estratos con límites bien definidos. El enlace con los datos sísmicos es mediante el *Modelo Convolutacional*, que puede incorporar cualquier ondícula sísmica.

El problema de *no-unicidad* se contrarresta al restringir el número de estratos relacionado al número de muestras sísmicas. Mientras los estratos sean más delgados que la resolución sísmica, el problema de *no - unicidad* incrementa.

Estos métodos pueden estabilizarse a un modelo inicial, y en este contexto es que se emplea el término de *Inversión basada en modelos (Model Based Inversion)*.

3.2.4. Inversión *Sparse - Spike* (*Sparse - Spike Inversion*)

Este método asume la serie de coeficientes de reflexión (reflectividad) como *escasa*, es decir, que la traza sísmica puede modelarse con pocos coeficientes de reflexión, menor que el número de muestras de la traza.

En los métodos *Sparse - Spike* el enlace con la sísmica es a través del modelo convolucional.

La inversión *Sparse - Spike* emplea un número mínimo de interfaces de impedancia acústica para modelar la reflectividad del subsuelo (figura **3.7a**). Se adopta una aproximación 3D y se proporcionan restricciones para la solución mediante las variaciones de baja frecuencia observadas por los pozos de control.

La figura **3.7** muestra la versión restringida o acotada de la inversión *Sparse Spike*, en la que se emplea un modelo de bajas frecuencias (información de registros de pozo) como guía o referencia. El resultado del proceso de inversión sustituye a la traza sísmica **3.7a** por una curva o traza de pseudo impedancia acústica **3.7b** en cada ubicación de trazas sísmicas.

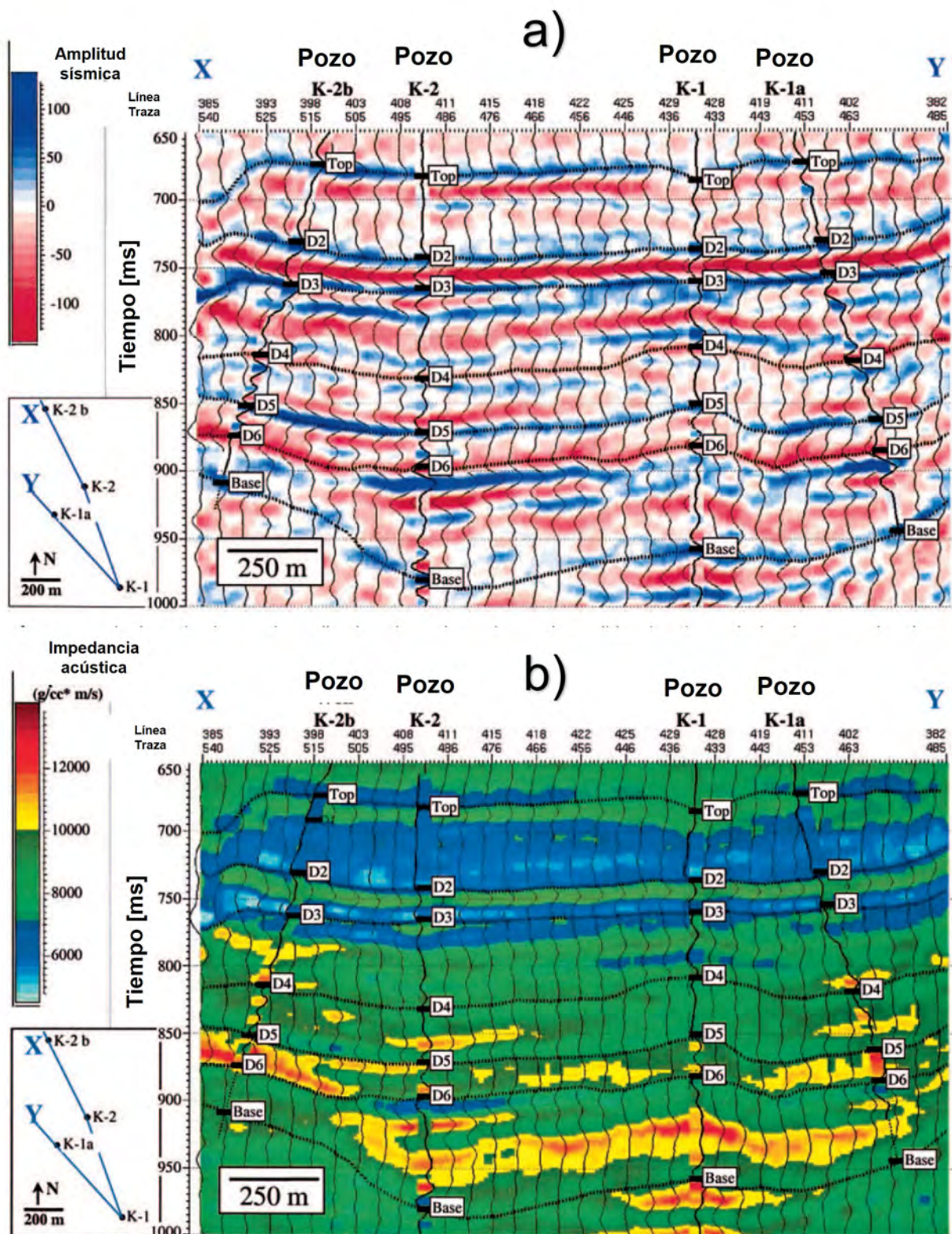


Figura 3.7: Sección obtenida a través de la Inversión *Sparse - Spike* (Imagen modificada tomada de [Ronghe and Surarat, 2002]).

3.2.5. Inversión por Mínimos Cuadrados (*Least - Squares Inversion*)

Estos métodos comienzan con un modelo del subsuelo para después actualizarlo hasta que la respuesta sísmica sintética (*sismograma sintético*) del modelo final se ajuste a los datos sísmicos con el error por mínimos cuadrados más pequeño.

Para iniciar el proceso, se requiere de un modelo inicial así como una ondícula sísmica estimada. El modelo usualmente se construye de los registros sísmico y densidad, también haciendo uso de los horizontes sísmicos interpretados para extender lateralmente los valores de impedancia en el área de estudio.

En lo que respecta a cada ubicación de los pozos, deberá efectuarse el ajuste Sísmica – Pozo. Este proceso tiene enorme relevancia dado que de él depende la construcción del modelo inicial.

El método de Inversión por mínimos cuadrados puede aplicarse tanto a datos sísmicos apilados (*Poststack*) como datos sísmicos pre - apilados (*Prestack*).

3.2.6. Inversión Estocástica

La *inversión estocástica* combina el análisis geoestadístico de los datos y modelación con la inversión sísmica. El algoritmo de simulación de la inversión estocástica se modifica simultáneamente a la vez que respeta los datos de pozo con los datos sísmicos mientras estima los parámetros del yacimiento entre los pozos.

Los modelos deben respetar (honrar) los datos de pozo, de otro modo se rechazan. Se establecen funciones de densidad de probabilidad (*pdf*) para cada punto del mallado y estos se emplean para llevar a cabo una simulación aleatoria. Los datos de entrada para las pdf provienen de los registros de pozo, propiedades espaciales (*variogramas*) y distribuciones de litología.

El algoritmo Estocástico calcula para cada simulación una traza sintética, la compara con la traza sísmica real y ya sea que suceda que la acepte o la rechace. Para ello puede emplearse un proceso de *Simulated Annealing*.

Por su parte, los datos sísmicos son mediciones indirectas de porosidad, tipo de fluido, mineralogía y compresibilidad de roca. Sirven como guía para la extrapolación de parámetros como *volumen de poro*, *espesor neto de pago*, *ambientes de depósito*, *etc*, que son útiles para ubicar las unidades de flujo dentro del yacimiento y mejorar la predicción de la permeabilidad hacia afuera de los pozos. Las restricciones geológicas ayudan a mejorar la confiabilidad de las simulaciones y brindan errores de aproximación más realistas.

La *inversión estocástica* emplea funciones de densidad de probabilidad (*pdf*) para simular modelos de Tierra, que se convolucionan matemáticamente con la ondícula sísmica y se compara con la traza sísmica real. La *cuantificación realista de la Incertidumbre* juega un papel esencial en este método. Los resultados se presentan con una probabilidad especificada.

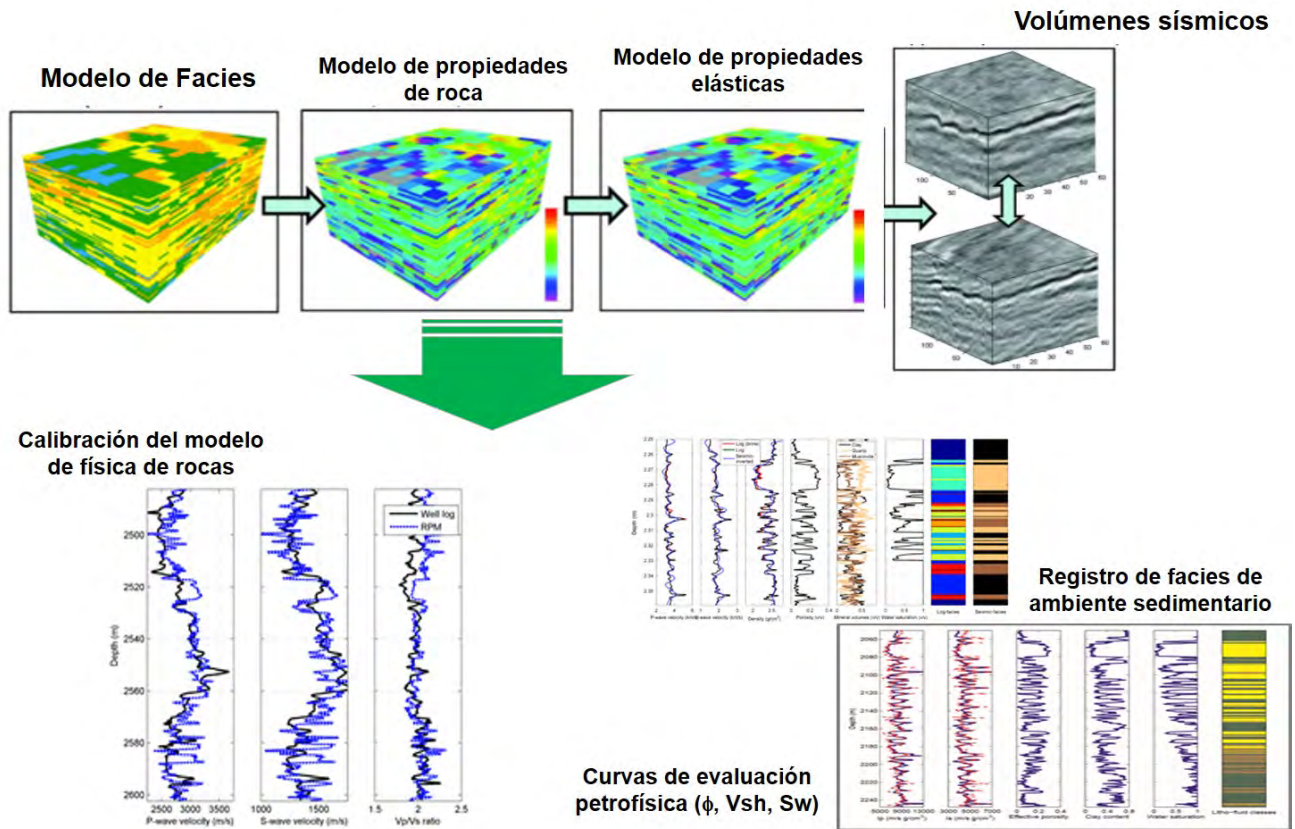


Figura 3.8: Flujo de trabajo del proceso de Inversión Estocástica (Imágenes modificadas tomadas de [Grana, 2013] y [Grana et al., 2016]).

El flujo de trabajo propuesto por [Grana, 2013] y mostrado en la figura 3.8 puede resumirse a través de los siguientes numerales: **1. CALIBRACIÓN DEL MODELO DE FÍSICA DE ROCAS**, en el que se establece un modelo de Física de Rocas empleando información de registros geofísicos de pozo para predecir atributos elásticos (velocidades o impedancias) a partir de propiedades petrofísicas; **2. INVERSIÓN SÍSMICA LINEALIZADA BAYESIANA**, en el que se estiman propiedades elásticas a partir de *Gathers* sísmicos apilados agrupados por ángulo; **3. ESTIMACIÓN DE PROBABILIDADES CONDICIONALES**, donde se calculan las probabilidades condicionales de las variables petrofísicas y clases lito-fluidos en un modelo de multipropiedades y multiescala.

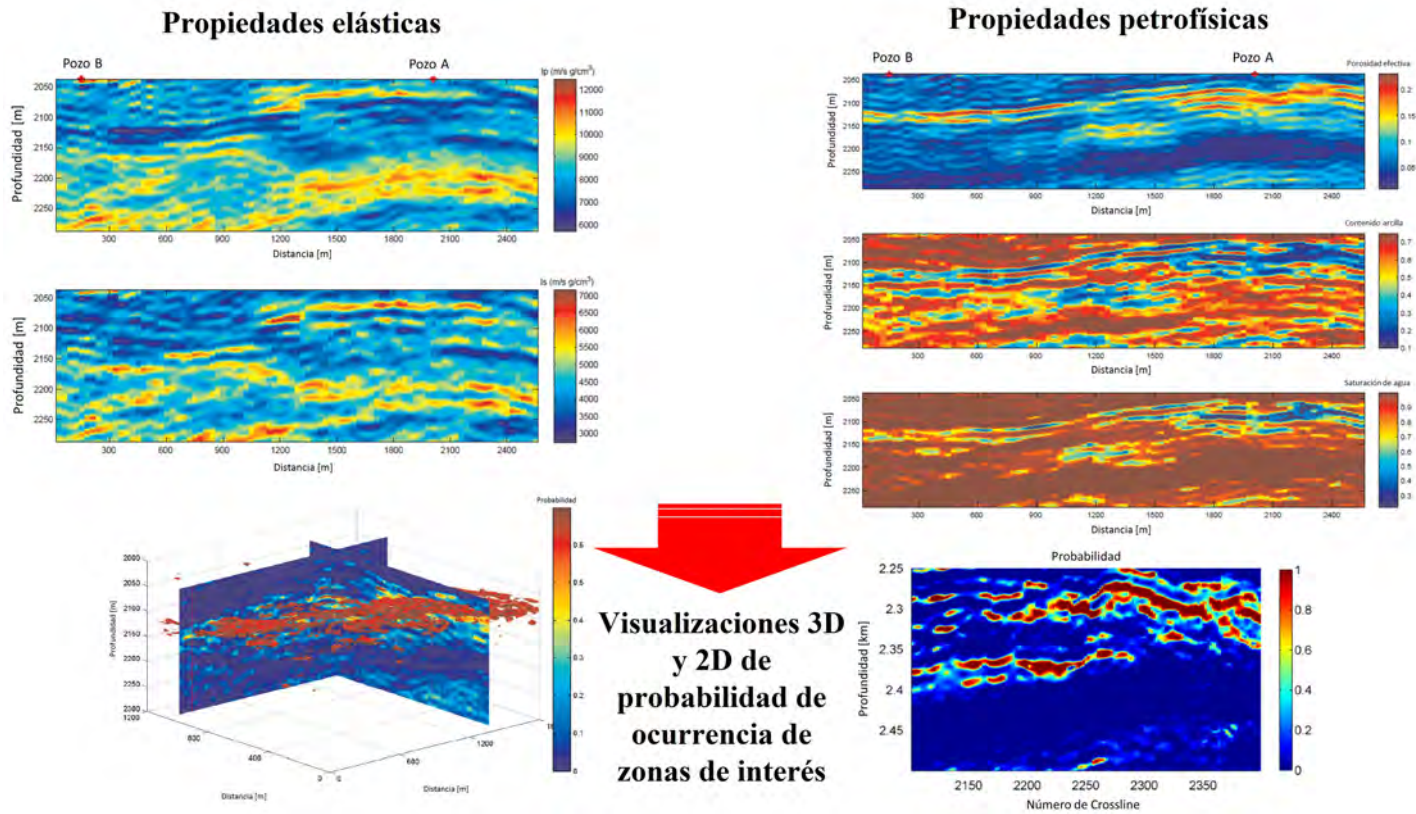


Figura 3.9: Alcances de la Inversión Estocástica (Imágenes modificadas tomadas de [Grana, 2013] y [Grana et al., 2016]).

La figura **3.9** muestra las secciones de impedancia obtenidas del proceso de inversión Bayesiana, I_p e I_s . Así también, se muestran las secciones obtenidas para la porosidad efectiva, contenido de arcilla y saturación de agua. Finalmente, en la parte inferior de la figura se muestran una visualización 3D (tridimensional) y una sección 2D de la probabilidad de ocurrencia de un rasgo de interés, que para este caso corresponde a arenas almacenadoras de aceite.

Los alcances de la Inversión Estocástica comprenden *llevar a escala sísmica* parámetros elásticos, geológicos y petrofísicos tales como: *impedancia acústica, impedancia elástica, porosidad, volumen de arcilla, saturación de agua, velocidad de onda compresional, velocidad de onda de corte, densidad, litofacies*. No solamente consiste en la estimación de estos parámetros a dicha escala, sino también a la incertidumbre asociada a su estimación.

La *inversión estocástica* representa un método alternativo para incluir información que no se encuentra en el ancho de banda de la sísmica. Estos algoritmos emplean control de pozo y control geológico espacialmente descritos por un algoritmo estocástico.

No se pierda de vista que este método tiene el beneficio del modelado de parámetros 3D previo. Las ventajas de este modelo es que incluyen la interpretación geológica inicial, los datos de pozo y los datos sísmicos. Dada la participación del modelo de interpretación geológico, la aplicación exitosa del método exige la adecuada *calibración sísmica - pozo* de los pozos con la información sísmica, así como una interpretación geológica detallada tanto estructural como estratigráficamente, previos a correr el método de inversión.

3.3. Métodos de Inversión Sísmica *Prestack*

3.3.1. Inversión de Impedancia Elástica (*EI, Elastic Impedance Inversion*)

El esquema de aproximación fue formulado por [Connolly, 1999]. La *impedancia elástica* es la impedancia matemática generada por la función de reflectividad linealizada de Aki – Richards, asumiendo que la reflectividad es la derivada del logaritmo de la impedancia. Esto implica que el cociente V_p/V_s es constante. En términos generales, la *Inversión elástica* se usa para cualquier inversión *Prestack* en la que los parámetros elásticos son el resultado.

En la inversión sísmica *Poststack* se hace la suposición que los rayos sísmicos inciden al reflector a un ángulo muy cercano a cero (*Incidencia Vertical*). Esta *incidencia normal* de los rayos sísmicos responden a la impedancia acústica. Por su parte, a ángulos de incidencia diferentes de cero, los datos sísmicos “responden” a la *impedancia elástica*.

Este efecto se calcula empleando las *ecuaciones de Zoeppritz*. Los métodos de inversión *Prestack* (para ángulos mayores que cero) comenzaron a desarrollarse entre 1995 y el año 2000. Como todo, éstos métodos han sido mejorados desde entonces. En la *inversión Prestack*, tanto la *Impedancia de onda P-* como la *Impedancia de onda S-* se calculan para obtener los modelos elásticos. Además, cuando se calculan junto con el parámetro Densidad, el proceso es denominado *Inversión Simultánea*.

La *inversión Prestack* es especialmente útil cuando se desea obtener propiedades de fluido a partir de los datos sísmicos.

El proceso se desarrolla en múltiples datos apilados por ángulo (*Angle - Stack*) o en datos pre - apilados (*Prestack*) en el dominio angular (*CDP gathers* o *Angle - Stacks*). Este proceso genera la *Impedancia Acústica* (I_p), *Impedancia Elástica o de corte* (I_s) o la relación V_p/V_s .

En lo que respecta a los algoritmos, existen diferentes aproximaciones tales como Zoeppritz – Knott, la aproximación completa no lineal de Aki – Richards o su aproximación exacta.

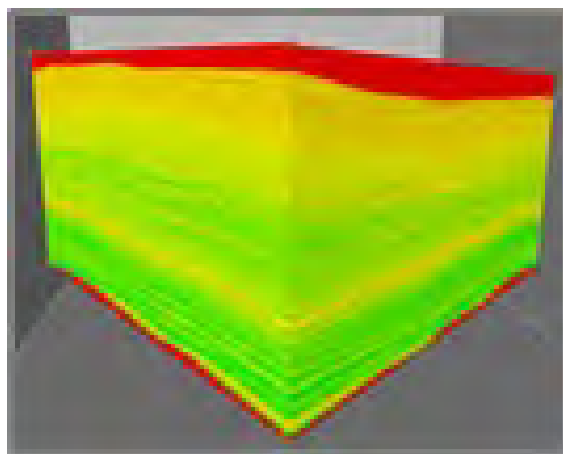


Figura 3.10: Cubo de Lambda - Rho obtenido a través de una *inversión elástica*.

La figura 3.10 muestra la visualización de la multiplicación de las propiedades lambda y

rho obtenidas del proceso de Inversión Elástica aplicado a un cubo de amplitudes sísmicas. En la imagen, el color amarillo corresponde a valores altos de esta propiedad, mientras que el color verde está asociado a valores bajos.

3.3.2. Inversión Sísmica dependiente del Ángulo (*ADI, Angle Dependent Inversion*)

De acuerdo a lo que se menciona en [Brown, 2011], la Inversión Sísmica dependiente del Ángulo es un método desarrollado en el año 2000. Esta inversión integra un modelo geológico detallado con múltiples datos sísmicos *Angle - Stack* y registros geofísicos de pozo para así generar un volumen 3D de Impedancia Acústica con un mejoramiento en el ancho de banda con respecto a los datos sísmicos de entrada (*se agrega información de bajas frecuencias*).

El método funciona invirtiendo cada uno de los *Angle - Stacks* empleando su ondícula sísmica asociada, convirtiendo las propiedades de la interface sísmica en propiedades de estrato o capa, e integrando un modelo de bajas frecuencias.

La información de amplitud *Near - Stack* está relacionada a cambios en la densidad y velocidad de onda compresional (V_p). La información de amplitud *Far - Stack* se relaciona a la densidad, velocidad de onda compresional (V_p) y velocidad de onda de corte (V_s), que en conjunto se denominan *Propiedades elásticas*.

La inversión dependiente del ángulo (*ADI*) involucra dividir los CDPs en grupos de ángulo constantes, apilarlos y llevar a cabo la inversión. Los datos pueden ser calibrados a salmuera, aceite, gas al modelar usando una función densidad de probabilidad para así permitir una discriminación de fluido. El proceso es rápido y usualmente suficiente para propósitos de exploración de hidrocarburos.

3.3.3. Inversión Simultánea

La inversión simultánea AVO emplea un conjunto de datos de *offset parciales* o *Angle - Stacks*, cada cual con sus propias ondículas sísmicas, además de modelos de baja frecuencia para la *Impedancia de onda P -*, *Impedancia de onda S -* y una medida de la densidad para estimar *simultáneamente* volúmenes de inversión para impedancia de onda P-, cizalla o corte y densidad.

Este algoritmo fue descrito entre el año 2000 y 2003 y emplea las ecuaciones exactas de Zoeppritz en una forma no basada en modelos (*non - model- based*), implementación *sparse - spike* con un control arbitrario de bajas frecuencias proveniente de un modelo geológico.

[Hampson et al., 2005] describieron un algoritmo de *Inversión Simultánea Prestack basada en modelos* para estimar Impedancia de onda P- e Impedancia de onda S- de *Angle gathers*. Este método se basa en una *inversión AVO lineal* [Buland and Omre, 2003]. Las restricciones se usan de un modo No - Bayesiano, y la inversión es para Impedancia y Densidad más que para velocidad y densidad.

El algoritmo se basa en tres supuestos:

1. La reflectividad es un proceso lineal.
2. La reflectividad PP y PS se describen como función del ángulo de incidencia.
3. Existe una relación lineal entre las Impedancias de onda P - y S - y la densidad.

Los resultados de la inversión (*Impedancia acústica, Impedancia elástica y la relación V_p/V_s*), pueden transformarse a los *atributos elásticos* (*Lambda - Rho, Mu - Rho*). Estos

atributos elásticos son útiles para distinguir entre litologías y propiedades de fluido.

Resulta provechoso invertir los *stacks* simultáneamente porque de los resultados se puede estimar las velocidades V_p , V_s y la densidad, así como cualquier combinación de ellas, incluidas la *impedancia acústica* y de *cizalla*.

Cuando se emplea sólo la *inversión sísmica Pos - Stack*, podrían ocurrir imprecisiones en la diferenciación entre litologías y fluidos; esta complicación puede esclarecerse y verse disminuida con la aplicación de *métodos de Inversión sísmica Pre - Stack*, de ser posible.

La *inversión simultánea* requiere de un *modelo a priori* de bajas frecuencias para la estimación de las *impedancias de Onda P -*, *S-*, así como la densidad. También, es beneficioso que los datos sísmicos cuenten con un buen procesamiento sísmico.

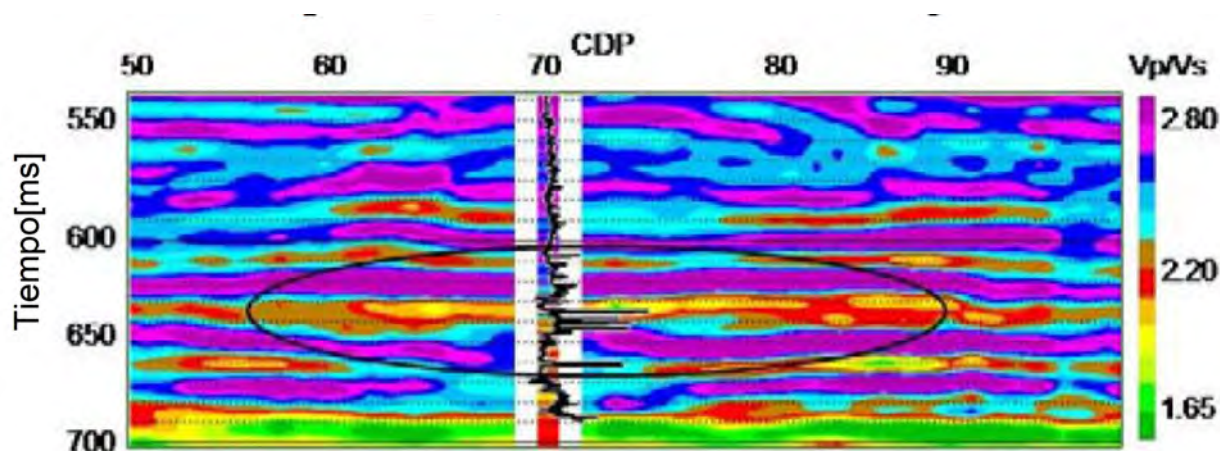


Figura 3.11: Sección obtenida de una *inversión AVO simultánea* (Imagen modificada tomada de [Hampson et al., 2005]).

En la figura 3.11 se muestra el ejemplo de un caso real en el que se implementó la Inversión Simultánea de datos sísmicos *Prestack*. Se trata de acumulación gasífera de edad Cretácico en la parte central de Alberta, Canadá. Esta muestra la relación V_p/V_s estimada, donde la acumulación de gas almacenado en arenas se indica en la figura a través de la elipse cuyo perímetro es de color negro. Nótese que en la región que circunscribe la elipse, existe una caída en la relación V_p/V_s , asociada precisamente a la presencia de la acumulación de gas.

3.3.4. Inversión de Onda completa (*FWI, Full Waveform Inversion*)

La *inversión de onda completa (FWI)* es una técnica de alta resolución sísmica que se basa en emplear el contenido entero de las trazas sísmicas para extraer los parámetros físicos del medio, muestreados por las ondas sísmicas. Los métodos de *inversión de onda completa* proporcionan los medios para estimar las propiedades elásticas, o acústicas. FWI aprovecha los datos sísmicos agrupados en arreglos de punto fuente común *CSG (common shot gathers)*, sin procesos de migración. Es por ello que la *modelación sísmica* requiere reproducir las amplitudes de ondas sísmicas y sus apropiados tiempos de arribo de las fuentes a los receptores.

Las técnicas de modelación sísmica directa comúnmente empleadas usan esquemas explícitos de diferencias finitas ya sea en el tiempo o en el dominio de la frecuencia, o elementos finitos.

Dado que los datos sísmicos de entrada requieren mucho menor procesamiento sísmico que en los casos de *inversión sísmica Poststack*, se afirma que los datos sísmicos de entrada son ajenos a incertidumbre significativa asociada al procesamiento sísmico, aunque esta incertidumbre se transfiere a través de la etapa de modelación sísmica directa.

El fundamento teórico de los *métodos de onda completa FWI* fueron desarrollados por Tarantola entre 1984 y 1986, y representan la solución general para resolver los datos sísmicos bajo una suposición elástica.

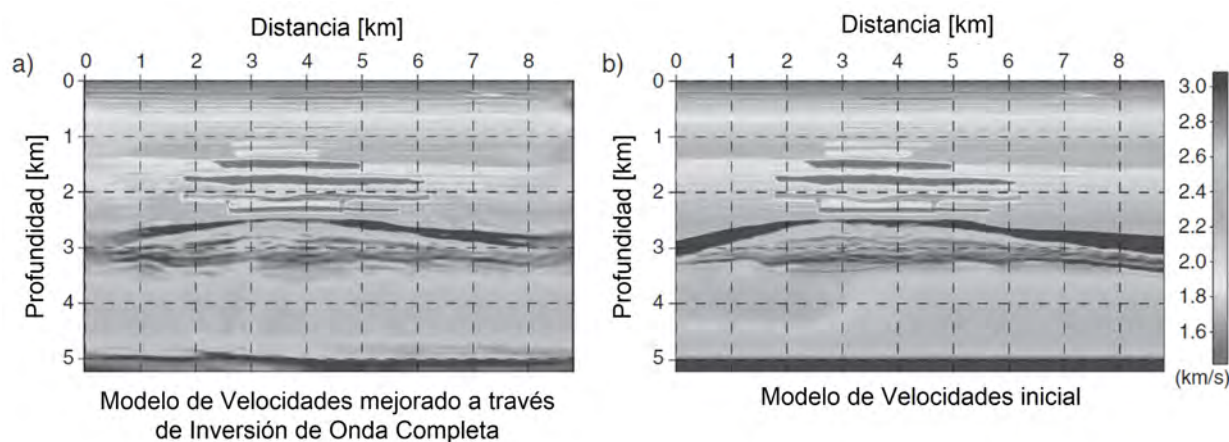


Figura 3.12: Efecto de la implementación del proceso de Inversión de Onda completa a una sección de velocidades (Imagen modificada tomada de [Virieux et al., 2014]).

En la figura 3.12 se muestra el ejemplo de un caso en el que un modelo suavizado de velocidades (b) se emplea como modelo inicial en el proceso de Inversión de Onda Completa. Nótese que el resultado es la reconstrucción mejorada del modelo de velocidades (a). El mejoramiento mostrado en (a) se debe al incremento del contenido de número de onda.

3.4. Inversión Sísmica y estimación de la *Impedancia*

El trabajo desarrollado por [Hendrick and Hearn, 1993] dejó entrever la importancia de incorporar *información confiable de bajas frecuencias* al proceso de inversión de trazas sísmicas, específicamente a los métodos clásicos de *inversión sísmica Recursiva post-stack*. Posterior a ello, el trabajo de [Ferguson and Margrave, 1996] incorpora precisamente esta *información confiable de bajas frecuencias* a través de *registros geofísicos de pozo*, o bien, alguna *función de impedancia* conocida. Este hecho refuerza lo que mencionan [Lines and Treitel, 1984], donde se afirma que para aproximar la impedancia del subsuelo a través de los datos sísmicos es necesario tomar en consideración la naturaleza de la banda de frecuencias limitada de los datos sísmicos, especialmente en las bajas frecuencias.

A su vez, el trabajo de [Ferguson and Margrave, 1996] se basa en el esquema de inversión desarrollado por [Waters, 1978]. El método de Waters es una aproximación simple para cal-

cular valores de impedancia a partir de los datos sísmicos. Una estimación de impedancia, ya sea a partir de registros geofísicos de pozo o velocidades de apilamiento (*stacking velocities*), primero se combina en el dominio de las frecuencias con *datos sísmicos ‘integrados’*. Al resultado de esto se le aplica Transformación Inversa de Fourier para así obtener la *traza de impedancia*. De esta forma, valores detallados de impedancia se obtienen a partir de los datos sísmicos ‘integrados’, mientras que la tendencia de baja frecuencia se obtiene a través del registro de pozo.

3.5. Inversión Sísmica Estocástica

Introducción

El hecho de integrar la variada información relacionada a un yacimiento (*sísmica, registros geofísicos de pozo, física de rocas, correlaciones espaciales, etc*) dentro del enfoque del problema inverso, en un modelo con más de un componente (*propiedades, estructura*), relaciones y conexiones entre los componentes del modelo y múltiples restricciones de los conjuntos de datos, puede resultar problemático. Sin embargo, las ventajas al considerar este *esquema conjunto de inversión* puede resumirse en los siguientes dos puntos: **1)** Las incertidumbres asociadas con las observaciones y el modelo pueden ser identificadas y continuarse rigurosamente hasta las estimaciones finales de las propiedades del yacimiento, apropiadamente combinadas y **2)** La precisión de este *esquema combinado de inversión* es mejor en comparación con aquél esquema ‘paso a paso’(de “*cascada*” o *secuencial*) de inversión cuando las funciones del modelo geofísico y petrofísico no son lineales y/o cuando sus funciones de densidad de probabilidad se alejan de una distribución normal, aspecto que ocurre comúnmente ([Bosch et al., 2017]).

En la figura **3.13** se muestran cuatro esquemas diferentes de inversión aplicados a la descripción del yacimiento.

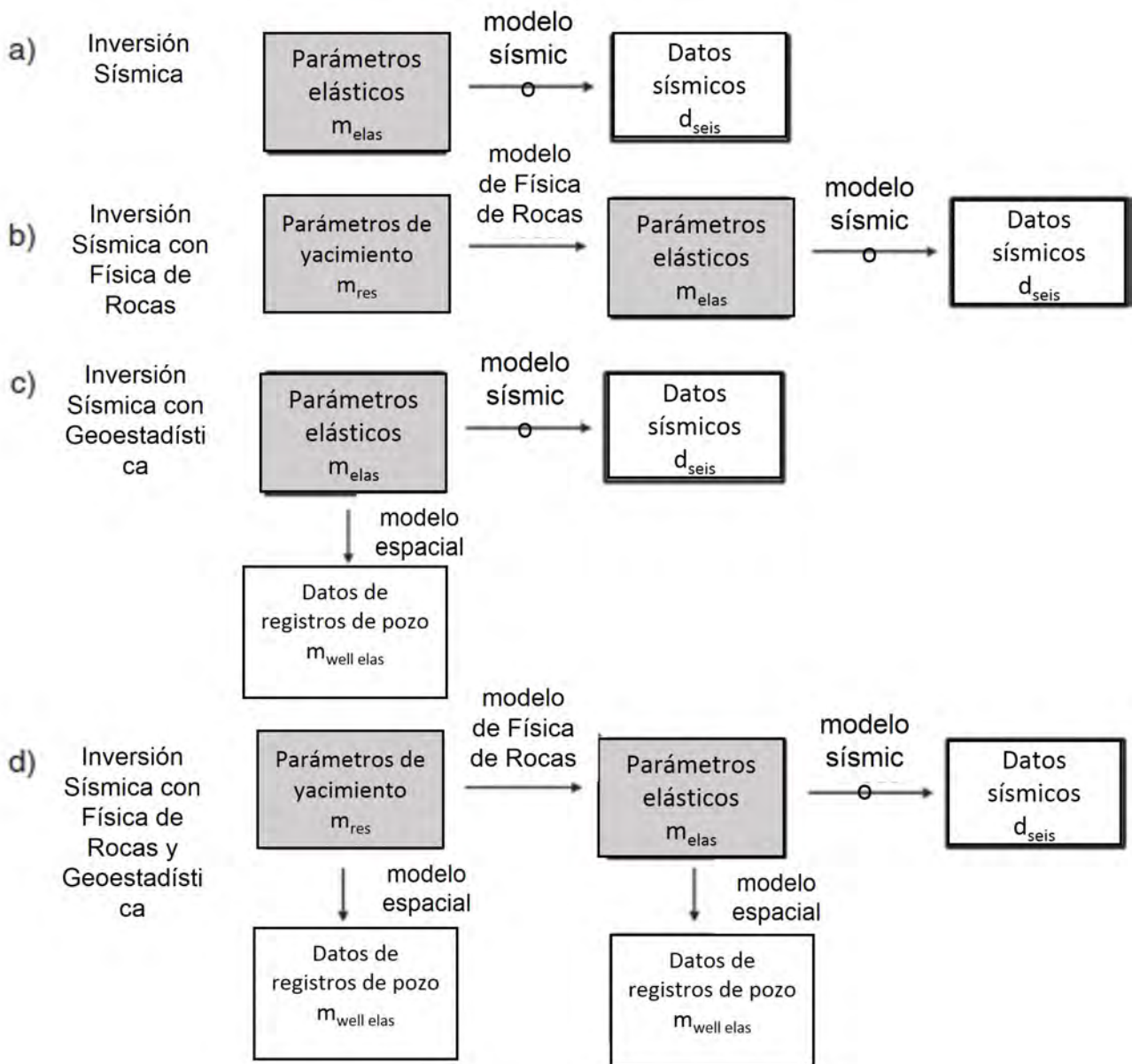


Figura 3.13: Esquemas de inversión aplicados a la descripción del yacimiento (Imagen modificada tomada de [Bosch et al., 2017]).

La figura 3.13 describe: **a)** Muestra las componentes del modelo, información y datos involucrados en lo que puede denominarse *inversión sísmica 'convencional'*, que permite la estimación de los parámetros elásticos del medio, **b)** Describe el esquema conjunto de *inversión sísmica y Física de Rocas*, para una estimación conjunta de parámetros elásticos y de yacimiento, **c)** Muestra el enfoque de inversión sísmica con restricciones a los parámetros elásticos del medio debidas a los registros geofísicos de pozo, dado un *modelo estadístico espacial*, **d)** Describe la sísmica, la Física de Rocas y la inversión geoestadística condicionadas por los registros geofísicos de pozo. En este último caso, los resultados obtenidos de manera conjunta “honran” o respetan los datos sísmicos, los modelos de Física de Roca y las restricciones de los registros de pozo en la trayectoria de los pozos.

En el presente trabajo, se desarrollará y tendrá mayor énfasis el esquema 'b)', es decir, el esquema de *Inversión Sísmica Física de Rocas*. Como se indica en [Bosch et al., 2010], el objetivo de aplicar los métodos geofísicos para la caracterización de yacimientos va más allá de la estimación de propiedades físicas, también se pretende estimar propiedades del yacimiento tales como la *litología, saturación de fluidos y porosidad*. A su vez, la combinación de las estimaciones de las propiedades elásticas obtenidas mediante la inversión sísmica y la Física de Rocas o información petrofísica para *predecir propiedades de yacimiento* constituye un procedimiento de gran relevancia en la *caracterización de yacimientos*. En este ámbito, *las relaciones de Física de Rocas* se imponen como *restricciones* al proceso de inversión.

Planteamiento del problema

De acuerdo a [Bosch et al., 2010], existen varias aproximaciones para la estimación cuantitativa de propiedades de yacimiento a partir de la inversión sísmica. La formulación general Bayesiana para el problema inverso puede implementarse a través de dos diferentes flujos de trabajo:

1. Aproximación de cascada o secuencial: En esta aproximación primero se invierten los datos sísmicos, de forma *determinista o estocástica*, en propiedades elásticas. Luego, los *Modelos de Física de Rocas* transforman esas propiedades elásticas en propiedades de yacimiento.

2. Aproximación Conjunta o simultánea: Calcula los parámetros elásticos y propiedades de yacimiento, frecuentemente por medio de una formulación Bayesiana, garantizando consistencia entre las propiedades elásticas y de yacimiento. La Física de Rocas juega un papel fundamental al relacionar parámetros elásticos tales como impedancias y velocidades a propiedades de yacimiento como litología, porosidad y saturación de fluidos.

La justificación de una *formulación conjunta* para las inversión sísmica y petrofísica puede plantearse en términos de exactitud, precisión y cuantificación de incertidumbres. La exactitud en la estimación de los parámetros (media, probabilidad máxima, mediana) es equivalente entre los enfoques *secuencial y conjunto*, siempre que la relación entre los parámetros elásticos y de yacimiento sea *lineal*. En caso de no ser así, la *aproximación conjunta* mejora la exactitud de la estimación.

3.6. Resumen de capítulo

Este tercer capítulo parte de un aspecto de suma importancia como lo es el tipo de información sísmica. A partir de esto se muestra la clasificación de métodos de inversión sísmica existentes, de acuerdo al tipo de información sísmica que se disponga (ver figura **3.1**). Al respecto, el presente trabajo dispuso de información sísmica apilada y el método de inversión sísmica implementado se centra en la estimación de impedancia acústica. Como parte de la integración de la información diversa disponible, el capítulo presenta además los diversos escenarios de esquemas conjuntos de inversión sísmica (ver figura **3.13**).

Capítulo 4

Física de Rocas

4.1. Introducción

De acuerdo a [Chopra and Castagna, 2014], la *Física de Rocas* es una correlación directa entre la litología y la información sísmica ‘migrada’ y/o ‘apilada’. Los registros geofísicos de pozo ‘acústicos’ como el *sónico* son pobres indicadores o diferenciadores de litología. La principal razón de ello es debido a que rocas como arenisca, caliza o lutita, presentan un rango de variación amplio de velocidades, lo cual a su vez puede generar que los rangos de velocidad se “traslapen” y exista imprecisión. Sin embargo, si se combina con otros registros como el de *densidad* o *porosidad*, este aspecto puede mejorar. Además, la información de registros es limitada ya que sólo se encuentra disponible en la ubicación del pozo, mientras que la información sísmica está disponible más allá.

La respuesta sísmica de las rocas del subsuelo depende del contraste de *velocidades de onda compresional V_p* y *velocidades de onda de corte (V_s)*, así como del contraste de *densidades*. Estos contrastes a su vez dependen de la *litología*, *porosidad*, *saturación de fluido* y *presión*, aspectos que influyen en la propagación de las ondas sísmicas ([Gregory, 1977]; [Castagna and Backus, 1993]).

La *Física de Rocas* brinda el enlace entre las propiedades físicas de las rocas y su respuesta sísmica. Tal enlace establece la *velocidad de onda P (V_p)*, *velocidad de onda S (V_s)* y *densidad* de la roca, con sus asociaciones con los *módulos elásticos* de las rocas (módulo volumétrico o compresibilidad κ y el módulo de corte o cizalla μ), *porosidad*, *saturación de fluido*, *temperatura* y *presión*.

Como lo proponen [Castagna and Backus, 1993], tras describir de forma breve conceptos básicos, el tema de *Física de Rocas* puede desarrollarse de acuerdo a los siguientes puntos:

- 1) Recopilar toda la información disponible de velocidad de onda P (V_p), velocidad de onda S (V_s) y densidad (ρ).
- 2) Con la información recopilada, ajustar los datos a modelos empíricos en los gráficos cruzados V_p versus V_s , V_p versus densidad para determinar litología en común.
- 3) Discutir a detalle la dependencia de la *Presión*, *Temperatura* y *composición* en la densidad y compresibilidad de mezclas de saturación de fluido.
- 4) Mostrar el *Reemplazamiento (sustitución) de Fluidos en rocas* empleando las ecuacio-

nes de Biot – Gassmann y desglosar las propiedades de roca requeridas para dichos cálculos.

4.2. Conceptos básicos de Física de Rocas

4.2.1. Estimaciones de Velocidad

Las velocidades de onda P y de onda S para rocas homogéneas, no porosas e isótropas, en términos del módulo volumétrico (compresibilidad) y el módulo de cizalla (corte) se calculan de acuerdo a las siguientes ecuaciones:

$$V_p = \sqrt{\frac{\kappa + \frac{4}{3}\mu}{\rho}} \quad (4.1)$$

$$V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (4.2)$$

Estas ecuaciones relacionan las velocidades sísmicas con las propiedades de roca. En ambas se asume que la propagación de las ondas elásticas ocurre en un medio elástico isótropo. No obstante, un medio poroso y por tanto rocas porosas, estrictamente no es elástico.

Las propiedades elásticas de cualquier material deformable se definen a través de sus *módulos elásticos*. El *módulo volumétrico* κ y el *módulo de cizalla* μ son parte de esos módulos elásticos. ‘ λ ’ es otro ejemplo de constante elástica, denominada *primera constante de Lamé*, que a su vez se relaciona con los otros dos módulos elásticos descritos anteriormente, mediante la ecuación:

$$\kappa = \lambda + 2\mu/3 \quad (4.3)$$

La velocidad de onda P (V_p) reescrita en términos de las *constantes de Lamé* se muestra en la ecuación siguiente:

$$V_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad (4.4)$$

Donde μ además de ser el *módulo de corte o cizalla*, también se le conoce como la *segunda constante de Lamé*.

Para un medio homogéneo e isótropo que se deforma elásticamente debido a una compresión uniaxial, se define la *relación de Poisson* como la variación fraccional negativa a lo ancho dividido entre la variación fraccional a lo largo. Además, la *relación de Poisson* se asocia directamente a la relación V_p/V_s a través de la siguiente ecuación:

$$\nu = \frac{0,5 (V_p/V_s)^2 - 1}{(V_p/V_s)^2 - 1} \quad (4.5)$$

Un valor de “cero” en la *relación de Poisson* corresponde a un valor de 1.41 en la *relación* V_p/V_s . Los *fluidos* tienen una relación de Poisson igual a 0.5, lo cual implica que la *relación* V_p/V_s sea infinita.

4.2.2. Estimaciones de Densidad

La forma más simple de calcular la densidad es empleando la ecuación de balance de masa, representada por la siguiente ecuación:

$$\rho_{sat} = \rho_m(1 - \phi) + \rho_w S_w \phi + \rho_{hc}(1 - S_w)\phi \quad (4.6)$$

Donde ϕ es la porosidad, S_w es la saturación de agua, ρ_m es la densidad de la matriz de la roca, ρ_{sat} es la densidad de la roca saturada, ρ_w es la densidad de la salmuera y ρ_{hc} es la densidad del hidrocarburo. En esta ecuación se asume que la densidad promedio de la matriz de la roca es ρ_m y que se tienen dos fluidos, agua (*salmuera*) e hidrocarburo, que 'saturan' el espacio poroso de la roca.

Para un yacimiento de gas, la densidad decae más rápidamente que para un yacimiento de aceite; esa distinción es útil y significativa en la interpretación de las respuestas sísmicas AVO.

Dada una determinada porosidad, la *densidad decrece* conforme la *saturación de agua también decrece*. De forma similar, la *densidad decrece* conforme la *porosidad aumenta*, dada una saturación.

4.2.3. Relación Velocidad - porosidad

Como tendencia general, las rocas con 'alta porosidad' exhiben un comportamiento de *velocidades sísmicas bajas*, tanto velocidades de onda P como de onda S, en comparación con rocas de 'baja porosidad'. Sin embargo, no perder de vista el hecho que las velocidades sísmicas dependen de una variedad de otros factores, tales como la *litología, forma de poro, tipo de fluido y saturación, presión efectiva, temperatura, frecuencia, cementación, coordinación, contacto entre granos, arreglo estructural*.

Ejemplos de relaciones empíricas *velocidad - porosidad* pueden observarse en ([Wyllie et al., 1956]; [Wyllie et al., 1958]), en donde la velocidad de onda P se descompone en su componente *matriz, agua e hidrocarburo*. Representada mediante la ecuación conocida como la *ecuación volumen promedio*:

$$\frac{1}{V_p} = \frac{1 - \phi}{V_{pma}} + \frac{S_w \phi}{V_w} + \frac{(1 - S_w)\phi}{V_{hc}} \quad (4.7)$$

Donde V_{pma} es la *velocidad de onda P de la matriz de la roca*, ϕ es la *porosidad*, S_w es la *saturación de agua* y V_{hc} es la *velocidad de onda P del hidrocarburo*.

La ecuación de Wyllie (2.12) puede funcionar adecuadamente para areniscas 'limpias', bien litificadas y con un rango de porosidades de entre el 10 - 25%. No obstante, sobreestima la velocidad de onda P en porosidades altas y en rocas pobremente litificadas [Chopra and Castagna, 2014]. Además, no predice el efecto generado por saturación de hidrocarburo de forma correcta, por lo que no deberá emplearse para este fin.

Por otra parte, se encuentra la ecuación propuesta por [Raymer et al., 1980], que es similar a la anterior excepto porque agrupa el componente de *fluido* (salmuera e hidrocarburo) en un solo término:

$$V_{p_{sat}} = (1 - \phi)^2 V_{pma} + \phi V_f \quad (4.8)$$

Esta ecuación tiene mejor validez o aceptación para areniscas litificadas con porosidades menores a 37%. No deberá considerarse válida en todas las circunstancias y podría tener adecuaciones.

Tanto la ecuación de Wyllie como la de Raymer, su validez se restringe a *areniscas*. Ambas presentan imprecisiones de estimación para casos de *areniscas poco o no consolidadas*, *areniscas arcillosas* y *lutitas*.

Similar a la ecuación (2.13), es aquella propuesta por [Castagna et al., 1985] y [Castagna et al., 1993], pero para el caso de velocidad de onda S:

$$V_s = (1 - \phi)^2 V_{sma} \quad (4.9)$$

Por otro lado, las ecuaciones propuestas por [Han et al., 1986], brindan un panorama más general al considerar areniscas con diferentes rangos de porosidad y contenido de arcilla (*volumen de arcilla*).

$$V_p = 5,59 - 6,93\phi - 2,18C \quad (4.10)$$

$$V_s = 3,52 - 4,91\phi - 1,89C \quad (4.11)$$

Donde ambas velocidades de onda, se expresan en $[km/s]$ y C es el volumen o fracción del contenido de arcilla. Ambas ecuaciones son válidas para areniscas saturadas de agua y una presión confinante de 40MPa.

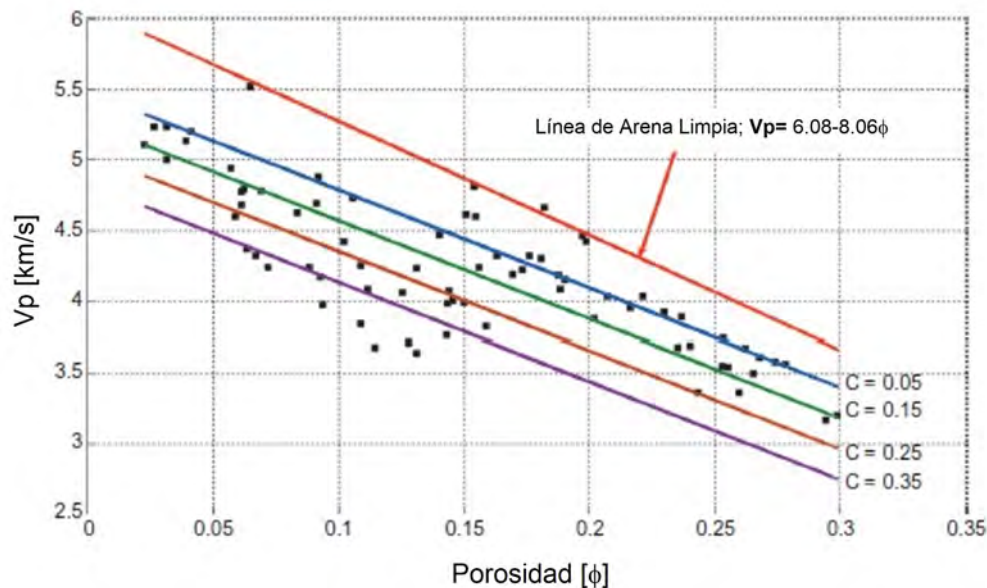


Figura 4.1: Comportamiento de la velocidad con respecto a la porosidad (Caso V_p). Las líneas de tendencia de acuerdo a las ecuaciones propuestas por [Han et al., 1986] (Imagen modificada tomada de [Chopra and Castagna, 2014]).

Como se muestra en la figura (4.1), [Han et al., 1986] descubrieron que las velocidades tienden a decrecer conforme la porosidad incrementa, pero exhiben dispersión alrededor de

las líneas de regresión cuando la arcilla se encuentra presente (y saturada de agua). Los efectos de la porosidad y contenido de arcilla en la Velocidad V_s son más notorios que para el caso de V_p .

Relaciones empíricas similares a las ecuaciones propuestas por [Han et al., 1986] pueden observarse en [Tosaya and Nur, 1982] y [Castagna et al., 1985].

Las relaciones o tendencias V_p-V_s pueden definirse de manera más precisa que las relaciones *Velocidad - porosidad*, debido a que la *porosidad, forma de poro y presión* tienden a afectar V_p y V_s por igual.

4.2.4. Relación $V_p - V_s$

Como lo indican [Castagna and Backus, 1993], es importante enfatizar que las rocas están compuestas de minerales. Debido a ello, para el caso de una roca ‘bien litificada’ y de *baja porosidad*, se espera que su *velocidad sísmica* sea fuertemente dependiente del mineral que compone a dicha roca. Por el contrario, para una roca ‘poco consolidada’ y con *alta porosidad*, se espera que su *velocidad sísmica* sea débilmente dependiente del mineral que la compone precisamente debido a su alto volumen de poro. Para las rocas monominerálicas (e.g. cuarzo, calcita, arcilla) con porosidad cercana a cero, se espera que sus velocidades sísmicas se aproximen a las *velocidades sísmicas del mineral*.

Generalmente, cuando se realiza un gráfico cruzado, entre V_p y V_s , se espera que por una parte, se encuentre un extremo del gráfico que representa la velocidad mineral con una determinada porosidad y presión confinante. El otro extremo del gráfico representa el caso cuando la roca se vuelve ‘más fluida’, y por ende su velocidad de onda P es más cercana a la velocidad sísmica del agua, y en consecuencia un valor de V_s cercano a cero.

En la literatura existen diversas relaciones empíricas V_p-V_s , representadas mediante gráficos cruzados para diferentes litologías. Ejemplos de ello se muestran en las figuras (4.2) y (4.3).

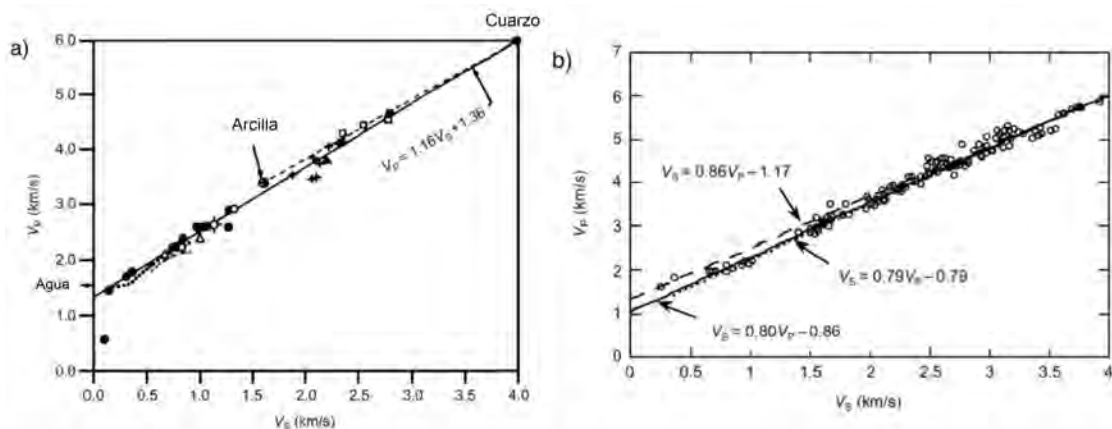


Figura 4.2: Gráfico cruzado V_p contra V_s para **a)** lutitas y **b)** areniscas (Imagen modificada tomada de [Castagna and Backus, 1993]).

Para rocas sedimentarias siliciclásticas de grano fino (denominadas *Mudrocks*), [Castagna et al., 1985] determinaron que la relación matemática entre V_s y V_p es la que se indica en la figura (4.2a).

Esta ecuación es válida para rocas siliciclásticas compuestas primordialmente de arcilla y partículas de tamaño de limo. A su vez, la figura (4.2b) muestra el ajuste de datos asociados a litología arenisca a una línea de regresión (línea sólida) y dos relaciones matemáticas distintas.

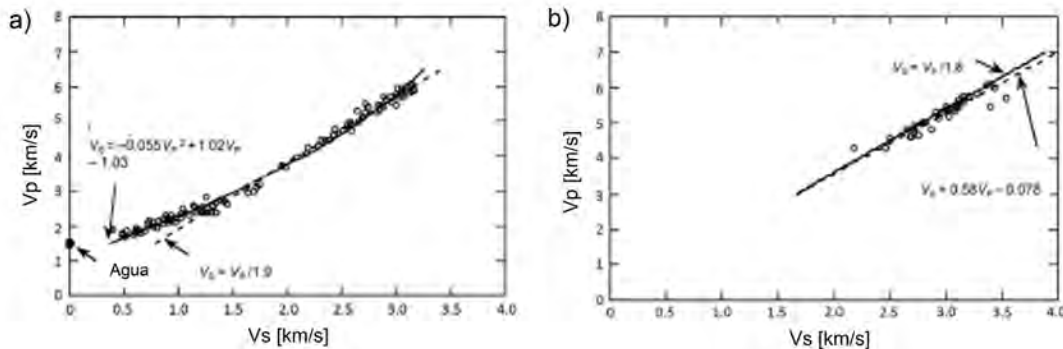


Figura 4.3: Gráfico cruzado V_p contra V_s para **a)** calizas y **b)** dolomías (Imagen modificada tomada de [Castagna and Backus, 1993]).

La figura (4.3a) muestra la relación matemática entre V_s y V_p para rocas calizas. Por su parte, la figura (4.3b) también muestra la relación matemática entre V_s y V_p , pero para dolomías. En ambas figuras, además de mostrarse las ecuaciones de las líneas de regresión (línea sólida), también se indican las ecuaciones resultantes de acuerdo al trabajo de [Pickett, 1963].

La relación V_p/V_s es un buen diferenciador de litología, y este puede expresarse mediante la siguiente ecuación:

$$\left(\frac{V_p}{V_s}\right)^2 = \frac{\kappa}{\mu} + \frac{4}{3} \quad (4.12)$$

Por ejemplo, una arena saturada de gas mostraría un decremento en la velocidad V_p (como resultado de un módulo volumétrico menor y un valor de densidad menor), pero sólo un ligero incremento en la velocidad V_s , como resultado del decremento en la densidad. Por lo tanto, la relación V_p/V_s resulta ser un buen indicador de presencia de gas en el espacio poroso. Este hecho es la base de la *detección directa de hidrocarburo*, empleando AVO.

4.2.5. Relaciones V_p/V_s - Impedancia Acústica

El gráfico cruzado de *Impedancia Acústica* versus la *relación V_p / V_s* permite llevar a cabo el análisis de Física de Rocas no sólo para datos de pozo, sino también para atributos sísmicos como aquellos obtenidos a partir de una inversión sísmica elástica. Esta es la principal razón por la que este *scatterplot* es comúnmente utilizado, porque la *Impedancia Acústica*, V_p y V_s son *datos de salida típicos* de la inversión sísmica.

4.3. *Diagnóstico de Física de Rocas*

La técnica del *Diagnóstico de Física de Rocas* fue presentada por [Dvorkin and Nur, 1996] como un medio para inferir la microestructura de la roca a partir de las relaciones *Velocidad – Porosidad*. El Diagnóstico se efectúa al ajustar una curva asociada a un modelo teórico de medio – efectivo a una tendencia en los datos. Se asume que la microestructura de los sedimentos ajusta con la utilizada en el modelo.

Esta tecnología del *Diagnóstico de Física de Rocas* se aplica ajustando un modelo teórico de medio efectivo a una tendencia en los datos de *Velocidad – Porosidad*. Al superponer las curvas del modelo en los gráficos cruzados en el plano Velocidad – Porosidad, es posible clasificar los datos en agrupaciones de datos denominados *clusters*. Estos *clusters* se definen a través de propiedades típicas sedimentológicas y de Física de Rocas. Comúnmente suelen referirse como *Litofacies sísmicas*. Al asociar las Litofacies a las propiedades de Física de Rocas se mejora la capacidad de utilizar la información de amplitudes sísmicas para la interpretación de sistemas sedimentológicos deposicionales y la caracterización de heterogeneidades del yacimiento dentro de estos sistemas ([Avseth et al., 2005]).

En resumen, algunas aplicaciones del *Diagnóstico de Física de Rocas* son que puede implementarse para cuantificar la cementación y el volumen de arcilla, así como el grado de selección de grano ([Avseth et al., 2000]) o para inferir el tipo de roca y textura a partir de las relaciones Velocidad – Porosidad ([Dvorkin and Nur, 1996]).

4.4. El concepto de *Plantilla de Física de Rocas*

De acuerdo con ([Avseth et al., 2005]), una *Plantilla de Física de Rocas* es donde se restringen los *modelos de Física de Rocas* a parámetros geológicos locales que incluyen *textura, litología y profundidad*, y muestran como éstos pueden ayudar a efectuar una mejor discriminación de hidrocarburos a través de la información sísmica y de registros geofísicos de pozo.

4.5. Modelos de Física de Rocas

De acuerdo con [Bosch et al., 2017], de entre los diversos modelos de Física de rocas que pueden emplearse, se distinguen tres clases generales:

- Modelos teóricos
- Modelos empíricos
- Modelos heurísticos

Dentro de los *modelos teóricos* se encuentran los denominados **modelos de contacto**, que son aquellos modelos que aproximan a la roca como una colección de granos separados, cuyas propiedades elásticas se determinan a través de la deformabilidad y rigidez de los contactos grano – a – grano.

Los parámetros clave para determinar la rigidez de la roca son los módulos elásticos de los granos esféricos y la superficie de contacto entre ellos, lo cual es consecuencia de su deformabilidad bajo una determinada presión. La mayoría de estos modelos se basan en la solución de Hertz – Mindlin ([Mindlin, 1949]) para el comportamiento elástico de dos esferas elásticas en contacto.

Los *modelos de Física de Rocas* se pueden emplear para cualquiera de los siguientes propósitos:

- 1.- Para interpretar velocidades sísmicas y sónicas en términos de parámetros del yacimiento.
- 2.- Para validar los datos de pozo (*QC, control de calidad*).
- 3.- Para extrapolar la información más allá de las cercanías del pozo para así examinar diversos posibles escenarios.

Si se desean *predecir* las velocidades sísmicas de una roca, sólo conociendo su *porosidad, composición mineralógica y los módulos elásticos* de sus componentes mineralógicos, entonces es preciso determinar los límites superior e inferior de las velocidades sísmicas. Si además se conocen aspectos geométricos como el arreglo o empaque o arreglo de granos y poros, entonces las propiedades sísmicas pueden predecirse con mayor exactitud.

Existen diversos modelos que consideran la *microestructura y textura* de las rocas, y éstos en principio permiten ir en el sentido inverso, es decir, predecir el tipo de roca y su microestructura a partir de las velocidades sísmicas asociadas a ellas.

A continuación se mencionan algunos modelos que describen el comportamiento de la *Velocidad – Porosidad – Presión* para un medio compuesto de rocas y sedimentos de *alta porosidad*; aunque también los hay para medios de baja porosidad ([Avseth et al., 2005]).

- Modelo de Arena No – consolidada.
- Modelo de Cementante de contacto.
- Modelo de Cementación constante.
- Modelo de incremento de Cementación.
- Modelo de arcilla constante.
- Modelo Dvorkin – Gutierrez de Arena Arcillosa.
- Modelo Dvorkin – Gutierrez de Lutita arenosa – limosa.
- Modelo Yin – Marion de Arena arcillosa.

- Modelo Yin – Marion de Lutita limosa.
- Modelo de Arena Rígida.

4.6. Modelación a través de Física de Rocas

Tal como lo plantean [Odegaard and Avseth, 2004], el primer paso en la *Modelación a través de Física de Rocas* consiste en calcular las tendencias de Velocidad – porosidad para cada agrupación litológica o litofacies contenida en los datos. Esto requiere de información geológica y petrofísica como datos de entrada. La información de registros geofísicos de pozo, así como de estudios de laboratorio de Física de Rocas, si se disponen, son usados como datos de entrada para la generación y validación de las *plantillas de Física de Rocas*. La teoría de *Hertz – Mindlin* se emplea para calcular la dependencia de la presión en el punto de máxima porosidad. El otro punto extremo corresponde a la *cero – porosidad* y éste contiene los módulos Volumétrico ' κ ' y de cizalla ' μ ' del mineral sólido. Estos dos puntos extremos se conectan en el plano módulo elástico – porosidad a través de una curva dada por los límites *Hashin – Shtrikman* para la mezcla de dos fases: la fase porosa original y la fase sólida.

El siguiente paso es calcular los módulos elásticos de rocas saturadas, ya sea de salmuera o hidrocarburo. Las propiedades de “roca seca ” calculadas anteriormente mediante la combinación *Hertz – Mindlin* y *Hashin – Shtrikman* son utilizadas como datos de entrada en las *Ecuaciones de Gassmann* para calcular las propiedades de roca “saturada”, asumiéndose una saturación de fluido uniforme. A partir de éstas es posible calcular V_p , V_s y la densidad de rocas saturadas de agua o hidrocarburo, y finalmente la Impedancia Acústica (I_p) y la relación V_p/V_s .

En la *Modelación a través de Física de Rocas* se respetan y toman en consideración los factores geológicos propios de la cuenca geológica de la zona de estudio. Dentro de ellos se incluye:

- Litología
- Mineralogía
- Profundidad de sepultamiento
- Diagénesis
- Presión efectiva
- Temperatura

Por ejemplo, la profundidad del contacto de agua y la profundidad de sepultamiento determinan la *presión efectiva*, la *presión de poro* y la *presión litostática*. La *presión de poro* es importante para el cálculo de propiedades de fluido. La reducción de porosidad asociada con compactación de roca y diagénesis están directamente relacionados a la profundidad de sepultamiento.

4.6.1. Mezcla de litologías

Como se menciona en [Chopra and Castagna, 2014], cuando no se dispone de datos de laboratorio, entonces se usan los registros geofísicos de pozo y las relaciones de Física de Rocas para determinar los parámetros que serán datos de entrada para las Ecuaciones de Gassmann. Los *límites elásticos* pueden emplearse para determinar los *módulos elásticos efectivos* para rocas compuestas de diferente número de capas y diferentes constituyentes minerales.

Para entender las diferentes propiedades de roca se necesita información referente a los siguientes puntos: **1) Fracción o volumen de los diversos constituyentes**, **2) Módulos elásticos de las diversas fases**, **3) Detalles respecto al arreglo geométrico de las fases** ([Avseth et al., 2005]). Sin embargo, sólo con tener información acerca de la fracción volumen de los constituyentes y sus correspondientes módulos elásticos, es posible predecir los límites inferior y superior de los *módulos elásticos y velocidades de propagación de ondas* de las ‘rocas compuestas’.

[Voigt, 1928] propuso el límite superior o rígido (*Stiff*) de los módulos elásticos efectivos. El límite superior o rígido (*Stiff*) describe una situación de ‘*iso-deformación*’ (figura **2.40a**), esto porque la deformación es igual para todas las capas. En consecuencia, los *esfuerzos* deberán ser diferentes en cada capa.

El *límite superior Voigt* de módulos elásticos efectivos para una mezcla de N *fases materiales* es:

$$\mathbf{M}_V = \sum_{i=1}^N f_i M_i \quad (4.13)$$

Donde f_i es la *fracción volumen* del i -ésimo componente y M_i es el *módulo elástico* del i -ésimo componente.

Por su parte, [Reuss, 1929] propuso el límite inferior o suave (*Soft*) de los módulos elásticos efectivos. El límite inferior o suave (*Soft*) describe una situación de ‘*iso-esfuerzo*’ (figura **4.4b**), debido a que Reuss asumió que el esfuerzo aplicado a cada capa es el mismo, pero la deformación es diferente. Las capas ‘más compresibles’ se verán mayormente deformadas por el esfuerzo compresivo que las capas rígidas. El *límite inferior Reuss* está dado por:

$$\frac{1}{\mathbf{M}_R} = \sum_{i=1}^N \frac{f_i}{M_i} \quad (4.14)$$

Donde ‘ M ’ representa cualquier módulo, por ejemplo volumétrico o de cizalla, y el subíndice ‘ R ’ denota Reuss.

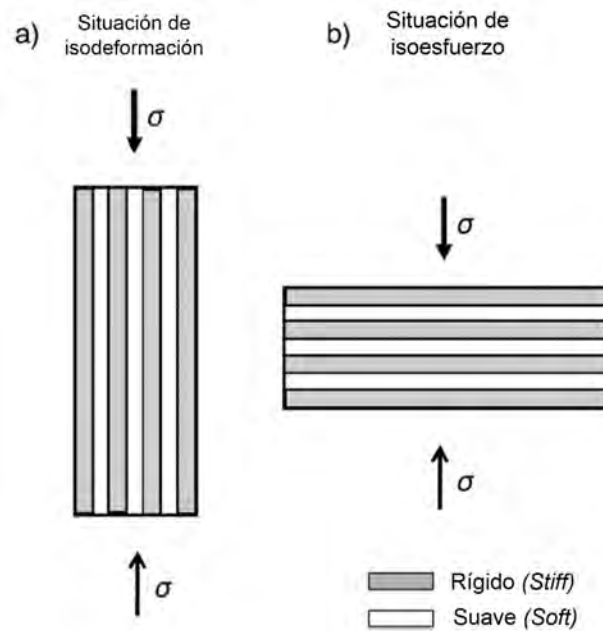


Figura 4.4: Situación *esfuerzo - deformación* en el medio efectivo que lleva a los límites **a)** Voigt y **b)** Reuss. ' σ ' representa el *esfuerzo compresivo* (Imagen modificada tomada de [Chopra and Castagna, 2014]).

[Hill, 1963] mostró que cuando el *módulo de cizalla* es el mismo en todos los componentes, el módulo de la 'mezcla' es la media aritmética de los límites de Voigt y Reuss. El promedio generalmente se emplea para calcular las propiedades de la matriz efectiva y funciona bien cuando los *módulos de corte* son similares. No obstante, el error puede ser significativo cuando se combinan componentes 'suaves' con 'rígidas' (e.g. cuarzo y arcilla).

En resumen, cuando se conoce la 'mineralogía de la roca', el *promedio Reuss - Voigt - Hill* se emplea para calcular los *módulos efectivos volumétrico* y de *rigidez (cizalla)*, mediante la siguiente ecuación:

$$\mathbf{M} = \frac{1}{2} (\mathbf{M}_V + \mathbf{M}_R) \quad (4.15)$$

Donde \mathbf{M} es el *módulo efectivo*, que puede ser *volumétrico (compresibilidad)* o de *rigidez (cizalla)*. Los subíndices V y R indican *Voigt* y *Reuss*, respectivamente. Se asume que el medio es *isotrópico, lineal y elástico*.

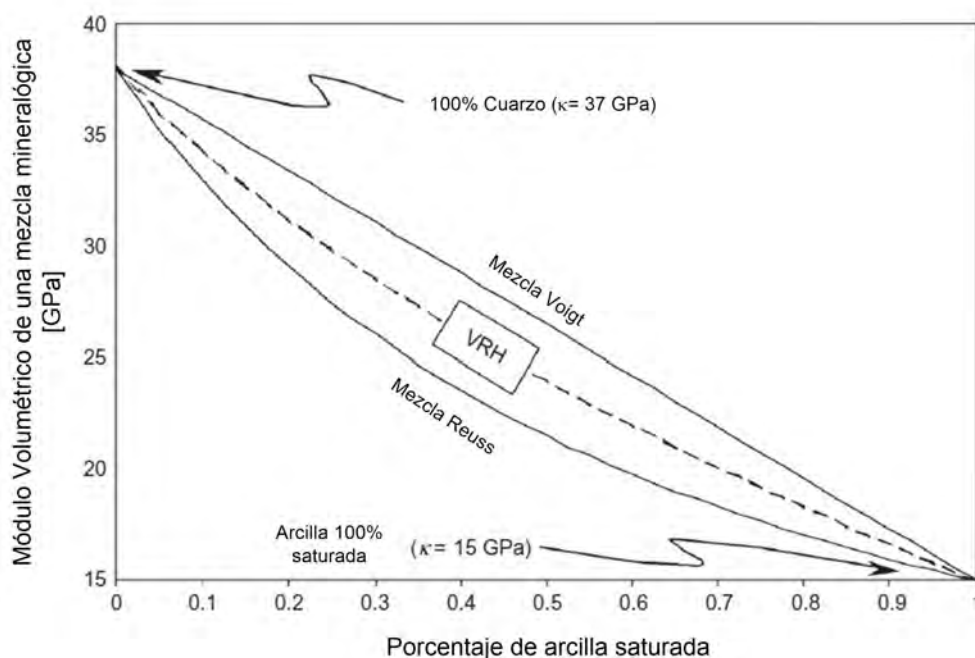


Figura 4.5: Comparativa de tres curvas calculadas del Módulo Volumétrico para una mezcla mineralógica en función de la fracción volumen de arcilla (Imagen modificada tomada de [Chopra and Castagna, 2014]).

La figura 4.5 muestra las curvas calculadas del Módulo Volumétrico para una mezcla mineralógica que es función de la fracción volumen de arcilla. Se muestra que el *límite rígido de Voigt* y el *límite blando de Reuss* se calculan a través de cuarzo puro y arcilla. El *promedio VRH (Voigt-Reuss-Hill)* es el promedio de los límites de Voigt y Reuss.

4.6.2. Concepto de Porosidad crítica

La *porosidad crítica* ϕ_c se denomina a la porosidad a la que la roca comienza a ‘litificarse’ y de este modo desarrolla rigidez ([Chopra and Castagna, 2014]).

4.6.3. El modelo de Hertz - Mindlin

Como se indica en [Mavko et al., 2009], para un empaque de granos esféricos cualquiera, los *módulos efectivos volumétrico y de cizalla* pueden calcularse en función de la porosidad ϕ , el *número de coordinación* C (el número promedio de contactos por esfera), el *radio de la esfera* R y las *rigideces ‘normal’* S_n y *‘tangencial’* S_τ , para una combinación de 2 esferas.

$$\kappa_{eff} = \frac{C(1-\phi)}{12\pi R} S_n \quad (4.16)$$

$$\mu_{eff} = \frac{C(1-\phi)}{20\pi R} (S_n + 1,5S_\tau) \quad (4.17)$$

El *modelo de Hertz* de compresión normal para dos esferas idénticas, está en función del *área de contacto* \mathbf{a} y el *desplazamiento normal* δ , que a su vez dependen del *módulo de corte* μ y la *relación de Poisson* ν del material del grano. Otro factor que interviene es una *presión hidrostática de confinamiento* \mathbf{P} que actúa sobre el empaque de dos esferas idénticas. A partir de estos parámetros es posible calcular el *módulo volumétrico efectivo para cualquier empaque ‘seco’ de granos esféricos idénticos*:

$$\kappa_{eff} = \left[\frac{C^2 (1 - \phi)^2 \mu^2}{18\pi^2 (1 - \nu)^2} P \right]^{1/3} \quad (4.18)$$

A su vez, [Mindlin, 1949] mostró que si en cambio, los granos esféricos primero se ven sometidos a un efecto compresivo y enseguida se les aplica una fuerza tangencial, ocurrirá un deslizamiento en los bordes de contacto. El deslizamiento dependerá del *coeficiente de fricción* η existente entre los granos. La *rigidez normal* se calcula de igual forma como en el *modelo de Hertz*. Mientras que la *rigidez de corte* estará en función de la *relación de Poisson* ν y *módulo de corte* μ del material, de las fuerzas normal y tangencial aplicadas a los granos esféricos, así como también del *coeficiente de fricción* η .

Es así como el *módulo efectivo de corte para cualquier empaque ‘seco’ de granos esféricos idénticos* se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$\mu_{eff} = \frac{5 - 4\nu}{5(2 - \nu)} \left[\frac{3C^2 (1 - \phi)^2 \mu^2}{2\pi^2 (1 - \nu)^2} P \right]^{1/3} \quad (4.19)$$

Por lo tanto, el *modelo Hertz-Mindlin* es usado para describir las *propiedades elásticas* de un sistema de roca granular en estado de *‘pre - compactación’*.

4.6.4. *Límites Hashin - Shtrikman*

Como lo indican [Mavko et al., 2009], si se requiere predecir teóricamente los *módulos elásticos efectivos* de una mezcla de composición de granos y poros, se necesita especificar tres puntos: **1)** Las fracciones de volumen de las diferentes fases componentes, **2)** Los módulos elásticos de las diferentes fases componentes, **3)** El arreglo geométrico en el que se encuentran acomodadas las fases componentes, una con respecto de la otra. No obstante, con tan sólo especificar 1 y 2, entonces es posible predecir sus límites extremos, superior e inferior.

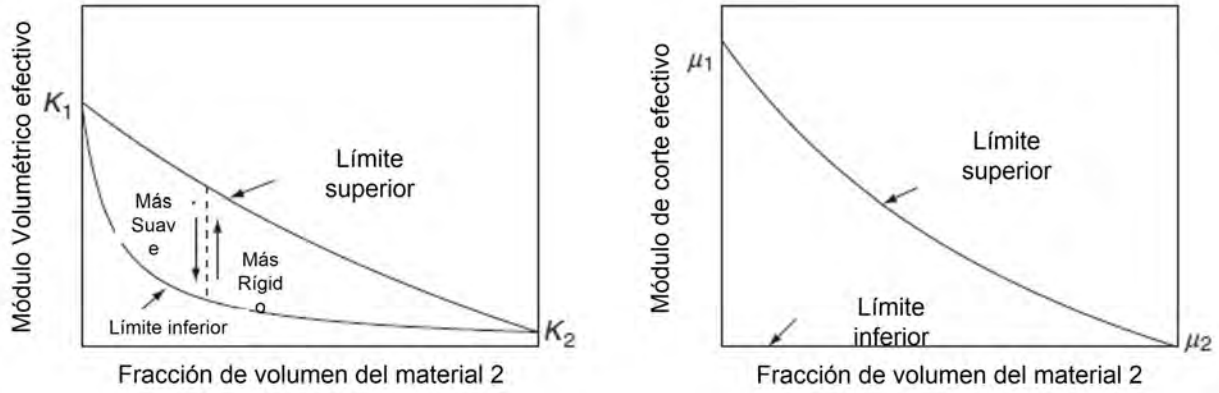


Figura 4.6: Representación esquemática de los límites superior e inferior de los *módulos elásticos* volumétrico (κ) y de corte (μ) (Imagen modificada tomada de [Mavko et al., 2009]).

De esta forma la figura 4.6 describe que a cualquier fracción volumen de las fases componentes, los *módulos efectivos* se ubicarán en cualquier punto dentro de estos límites extremos. Para un valor más preciso, entonces se requeriría de los detalles referentes a su arreglo geométrico.

En este contexto se emplean los términos Rígido (“*Stiff*”) y Suave (“*Soft*”). Formas ‘más rígidas’ provocan que los valores se ubiquen más hacia arriba o valores más altos dentro del rango permitido; a su vez, formas ‘más suaves’ generan los valores más bajos.

Para un medio compuesto *elástico isótropo lineal*, los ‘*límites Hashin-Shtrikman*’ ([Hashin and Shtrikman] proporcionan el rango más estrecho posible de valores de los *módulos compuestos*, sin resultar necesario especificar nada respecto el arreglo geométrico de sus componentes. Para cuando es el caso de dos fases componentes, los *límites Hashin-Shtrikman* se calculan mediante las siguientes ecuaciones:

$$\kappa^{HS\pm} = \kappa_1 + \frac{f_2}{(\kappa_2 - \kappa_1)^{-1} + f_1 (\kappa_1 + \frac{4}{3}\mu_1)^{-1}} \quad (4.20)$$

$$\mu^{HS\pm} = \mu_1 + \frac{f_2}{(\mu_2 - \mu_1)^{-1} + 2f_1 (\kappa_1 + 2\mu_1) / [5\mu_1 (\kappa_1 + \frac{4}{3}\mu_1)]} \quad (4.21)$$

κ_1 y κ_2 son los *módulos volumétricos* de las fases componentes individuales, μ_1 y μ_2 son los *módulos de corte o cizalla*, f_1 y f_2 son las fracciones de volumen de cada una de las fases componentes. Estas ecuaciones asumen que la fase componente con el *módulo volumétrico mayor* también tiene el *módulo de corte mayor* y viceversa.

Para un medio con más de dos fases componentes, revisar el trabajo de [Berryman, 1995].

4.6.5. Ecuaciones de Gassmann

Cuando una onda sísmica atraviesa y se propaga a través de una ‘roca porosa saturada’, el fluido que ‘satura’ la roca *contribuye a la resistencia de la roca ante un efecto compresivo*. Precisamente, el cociente o relación del esfuerzo volumétrico aplicado entre la compresión volumétrica resultante es lo que define al módulo volumétrico ‘ κ ’ ([Chopra and Castagna, 2014]).

Además, como se menciona en [Bachrach, 2006], si se asume que el medio es *isótropo* y *elástico lineal*, la respuesta sísmica de la roca puede caracterizarse a partir de tres parámetros: **1)** módulo volumétrico κ , **2)** módulo de corte μ y **3)** densidad volumétrica ρ_b . El efecto de la *compresibilidad del fluido* en la roca saturada puede modelarse a través de la teoría de Biot – Gassmann ([Gassmann, 1951]; [Biot, 1956]). Bajo la suposición de módulos minerales homogéneos y saturación homogénea, dentro de la banda de frecuencias de la sísmica, el efecto del fluido que satura la roca se modela a través de la *Ecuación de Gassmann ‘cuasi - estática’*:

$$\frac{\kappa_{sat}}{\kappa_0 - \kappa_{sat}} = \frac{\kappa_{dry}}{\kappa_0 - \kappa_{dry}} + \frac{\kappa_f}{\phi(\kappa_0 - \kappa_f)} \quad (4.22)$$

O lo que es lo mismo:

$$\kappa_{sat} = \kappa_{dry} + \frac{\left(1 - \frac{\kappa_{dry}}{\kappa_0}\right)^2}{\frac{\phi}{\kappa_f} + \frac{(1-\phi)}{\kappa_0} - \frac{\kappa_{dry}}{\kappa_0^2}} \quad (4.23)$$

Lo que esta ecuación expresa textualmente es lo siguiente: dado un *módulo volumétrico del fluido que ‘satura’* κ_f , un *módulo volumétrico de ‘roca seca’* (*módulo volumétrico de la ‘roca porosa’* (*drenada de cualquier tipo de fluido*)) κ_{dry} y una porosidad ϕ con un *módulo volumétrico de la matriz mineral de la roca* κ_0 , entonces es posible calcular el módulo volumétrico de la roca cuando se encuentre *completamente saturada de otro fluido diferente*.

y:

$$\mu_{dry} = \mu_{sat} \quad (4.24)$$

Suposiciones del modelo

Como se indica en [Smith et al., 2003], la aplicación de la *Ecuación de Gassmann* se basa en ciertas suposiciones, que son:

1. El modelo asume que la roca es homogénea e isótropa, y que el espacio poroso está completamente conectado.
2. La *ecuación de Gassmann* es válida sólo a ‘bajas frecuencias’ sísmicas. Para frecuencias altas, deberán implementarse las formulaciones presentadas por [Biot, 1956].

Resultados poco confiables por parte de la *ecuación de Gassmann* ocurren cuando se aplica a arenas de baja porosidad, a arenas arcillosas o a rocas carbonatadas. Esto sucede principalmente porque no se cumple la suposición de frecuencia o conectividad de poro.

Propiedades de roca

Es importante reconocer que el *módulo volumétrico saturado* ' κ_{sat} ' de la roca es sensible a la composición del *fluido que satura* la roca, mientras que el módulo de corte μ no lo es. Es decir: $\mu_{dry} = \mu_{sat}$ ([Biot, 1956]; [Berryman and Milton, 1991]; [Berryman, 1999]). Por lo tanto, el *módulo de corte no varía o permanece constante* durante el proceso de '*Sustitución de fluidos*'. Este hecho es fundamental para la aplicación de la *teoría Biot – Gassmann* y específicamente en la ecuación de Gassmann.

Una ecuación que también es necesaria para llevar a cabo el proceso de *Sustitución de fluidos* es la definición de la *densidad volumétrica de la roca*, que describe la relación entre la *densidad del fluido* ' ρ_f ', la porosidad ϕ y la *densidad de grano de la matriz de la roca* ' ρ_g '.

$$\rho_b = \rho_g (1 - \phi) + \rho_f \phi \quad (4.25)$$

Aplicación de la Ecuación de Gassmann

Antes de utilizar la ecuación de Gassmann para sustitución de fluidos, debe determinarse: **1)** La porosidad de la roca ϕ , **2)** las propiedades del fluido que ocupa el espacio poroso (κ_f , ρ_f), **3)** el módulo volumétrico de la matriz mineral de la roca κ_0 y **4)** el módulo volumétrico de la roca porosa ('roca seca') κ_{dry} . Estos parámetros deben estar definidos ya sea mediante mediciones de laboratorio o información de registros de pozo.

Por su parte, los *módulos volumétrico y de corte 'saturados'* están relacionados con las velocidades a través de las siguientes ecuaciones:

$$V_p = \sqrt{\frac{\kappa_{sat} + \frac{4}{3}\mu_{sat}}{\rho_b}} \quad (4.26)$$

$$\kappa_{sat} = \rho_b V_p^2 - \frac{4}{3}\mu_{sat} \quad (4.27)$$

$$V_s = \sqrt{\frac{\mu_{sat}}{\rho_b}} \quad (4.28)$$

$$\mu_{sat} = V_s^2 \rho_b \quad (4.29)$$

Las ecuaciones para el cálculo de V_p y V_s son ecuaciones para el cálculo de velocidad para ondas elásticas que se propagan en un medio elástico. Estrictamente hablando, una roca porosa no es elástica. Las ondas sísmicas sufren atenuación y dispersión, por lo tanto, las ecuaciones para el cálculo de velocidades resultan ser más complicadas [Biot, 1956]. No obstante, se asumirá que estas ecuaciones son aplicables dentro del rango de las frecuencias sísmicas [Chopra and Castagna, 2014].

4.7. El modelo de Arena Rígida (*Stiff Sand model*)

Como se menciona en [Mavko et al., 2009], el modelo de Arena Rígida para medios granulares conecta ambos miembros extremos del plano *Porosidad – módulos elásticos* a través de límites modificados de Hashin – Shtrikman:

$$\kappa_{eff} = \left[\frac{\phi/\phi_0}{K_{HM} + \frac{4}{3}\mu} + \frac{1 - \phi/\phi_0}{K + \frac{4}{3}\mu} \right]^{-1} - \frac{4}{3}\mu \quad (4.30)$$

$$\mu_{eff} = \left[\frac{\phi/\phi_0}{\mu_{HM} + \frac{\mu}{6} \left(\frac{9\kappa + 8\mu}{\kappa + 2\mu} \right)} + \frac{1 - \phi/\phi_0}{\mu + \frac{\mu}{6} \left(\frac{9\kappa + 8\mu}{\kappa + 2\mu} \right)} \right]^{-1} - \frac{\mu}{6} \left(\frac{9\kappa + 8\mu}{\kappa + 2\mu} \right) \quad (4.31)$$

El Modelo de Arena Rígida genera curvas de *Velocidad – Porosidad* esencialmente idénticas a las del modelo empírico Raymer – Hunt – Gardner.

Este modelo conecta dos miembros extremos, uno es de *cero porosidad* y módulos elásticos de fase sólida, mientras que el otro es de *porosidad alta* y módulos elásticos dependientes de la Presión, proporcionados por la teoría de Hertz – Mindlin. El extremo final de alta porosidad no necesariamente tiene que ser calculado a través de la teoría de Hertz – Mindlin, puede estimarse experimentalmente en arenas de alta porosidad de un determinado yacimiento. Posteriormente, para estimar los módulos elásticos a diferentes porosidades, pueden utilizarse las ecuaciones de Hashin – Shtrikman modificadas.

Por último, el Modelo de Arena Rígida proporciona estimación de velocidades para arenas no – cementadas, así como también para arenas cuya porosidad exceda de 0.36.

4.7.1. Usos

El método puede usarse para modelar rocas de alta porosidad, así como también rocas con diverso rango de porosidades, dependiendo el tipo de transformación diagenética que redujo la porosidad alta original.

4.7.2. Suposiciones y limitaciones

Los Modelos de contacto de granos presuponen lo siguiente:

- Las deformaciones son pequeñas.
- Los granos son idénticos, homogéneos, isótropos, esferas elásticas.
- El empaque se asume aleatorio y estadísticamente isótropo. Excepto para aquellos modelos para empaques regulares.

4.7.3. Extensión del modelo

Para calcular los *módulos elásticos efectivos* de rocas saturadas (y sus velocidades acústicas de baja frecuencia), se implementan las Ecuaciones de Gassmann.

4.8. Análisis de *Sustitución de fluidos*

La *sustitución de fluidos* es el problema de la Física de Rocas enfocado de entender y predecir la relación de las *Velocidades sísmicas e Impedancia* y su dependencia con los fluidos de poro. El corazón del problema de sustitución de fluidos son las Ecuaciones de Gassmann, que predicen cómo los módulos elásticos cambian con la variación de fluidos de poro [Avseth et al., 2005].

4.8.1. Ecuaciones de Batzle - Wang

Al calcular la sustitución de fluidos es importante utilizar las propiedades del fluido de poro apropiadas. Las ecuaciones de Batzle – Wang ([Batzle and Wang, 1992]) son las ecuaciones de referencia para este propósito. Como se menciona en [Avseth et al., 2005], a continuación se describe lo más destacable de las ecuaciones de Batzle – Wang:

- La *densidad y módulo volumétrico* de la mayoría de fluidos de yacimiento aumentan conforme la presión de poro también aumenta.
- La *densidad y módulo volumétrico* de la mayoría de fluidos de yacimiento disminuyen conforme la temperatura aumenta.
- Las Ecuaciones de Batzle – Wang describen la dependencia empírica del gas, aceite y salmuera con la *temperatura, presión y composición*.
- Los módulos volumétricos de Batzle – Wang son *módulos adiabáticos*, que resultan apropiados para la propagación de ondas.

4.9. Resumen de capítulo

Como parte de la información diversa que puede integrarse a algún esquema conjunto de inversión sísmica se encuentra el que es el tema de este capítulo: la Física de Rocas. Es por ello que este cuarto capítulo se encarga de definir conceptos básicos de Física de Rocas, mostrar sus gráficos básicos que conllevan a la conceptualización de las plantillas de Física de Rocas. Posteriormente se define y contextualiza lo correspondiente a modelos de Física de Rocas, enfatizando en uno de ellos: el modelo de Arena Rígida. Por último, destaca la importancia de las propiedades del fluido en el proceso conocido como la sustitución de fluidos.

Capítulo 5

Metodología y Estudio de Caso

5.1. Metodología

La metodología de inversión sísmica para la caracterización integral de yacimientos consta de tres etapas principales. La primera etapa comprende dos procesos principales, que es la aplicación del método de reflectividad de incidencia normal para la generación de sismogramas sintéticos y la aplicación de Física de Rocas, tanto para la generación de las plantillas de Física de Rocas como para llevar a cabo la reclasificación de facies litológicas.

Por su parte, la segunda etapa de la metodología se destaca por tres procesos principales: la Correlación Sísmico-geológica, el proceso de inversión sísmica y la predicción de facies a través del método de predicción de Machine Learning. La tercera y última etapa de la metodología aprovecha las relaciones de dependencia entre variables de registros geofísicos de pozo y variables de interpretación petrofísica para la obtención de propiedades petrofísicas en un pozo que carece de este tipo de información.

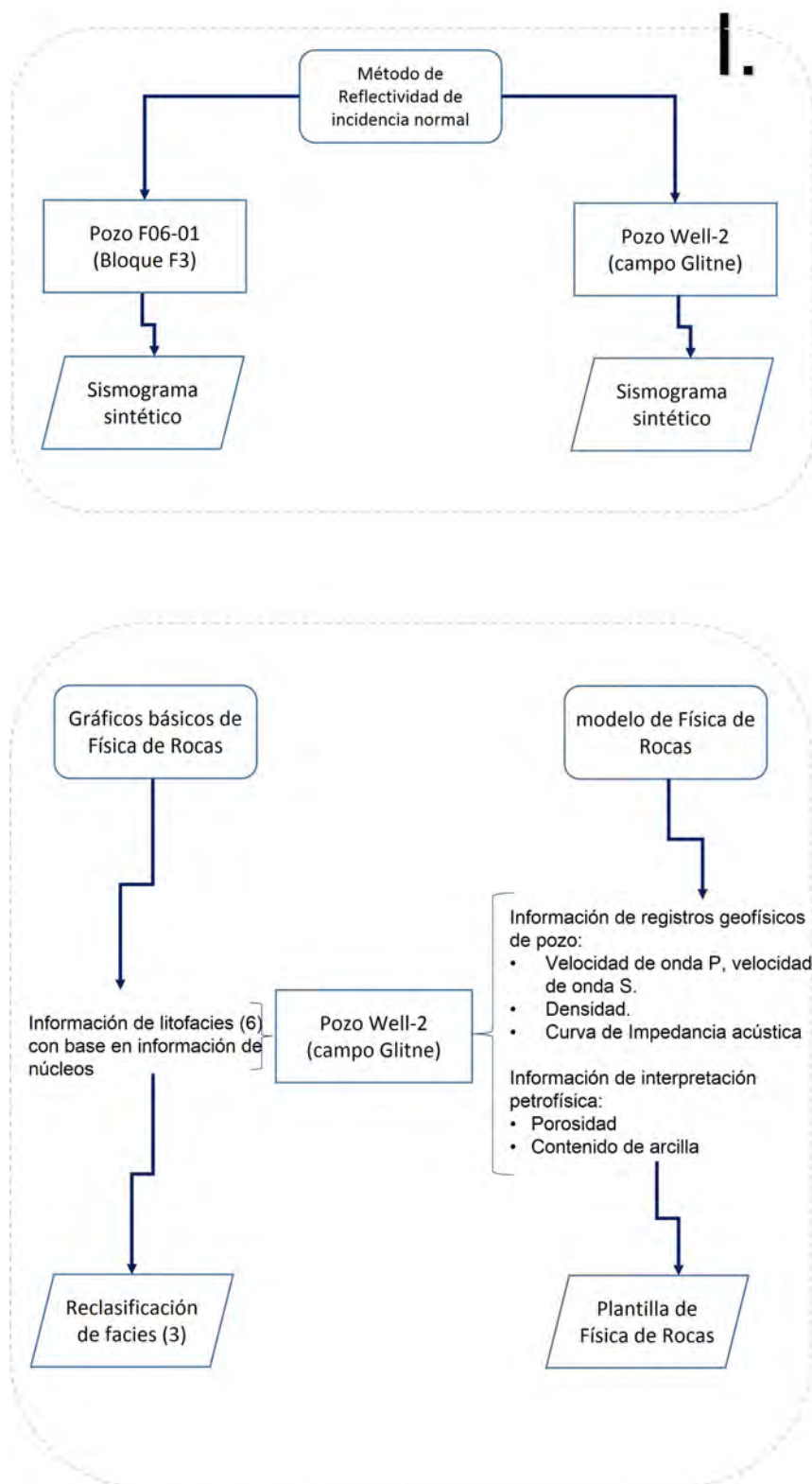


Figura 5.1: Etapa 1 de la metodología de inversión sísmica para la caracterización integral de yacimientos.

En la figura **5.1** se observa que el método de reflectividad de incidencia normal para la generación de las trazas sísmicas sintéticas se aplica en dos pozos diferentes y de diferente zona de estudio. La razón es que las características de los cubos sísmicos para cada caso son diferentes. El contenido de frecuencias del cubo sísmico del bloque F3 es más amplio y en consecuencia más completo, mientras que el del campo Glitne tiene una banda de frecuencias más acotado y cuyo mayor contenido se encuentra hacia las frecuencias más bajas. Este aspecto influye en los sismogramas sintéticos, como se muestra más adelante en este trabajo. También se observa que el conocimiento de Física de Rocas se aplicó en dos sentidos: a través de los gráficos básicos de Física de Rocas para efectuar la reclasificación de facies litológicas, así como también para la generación de las plantillas de Física de Rocas.

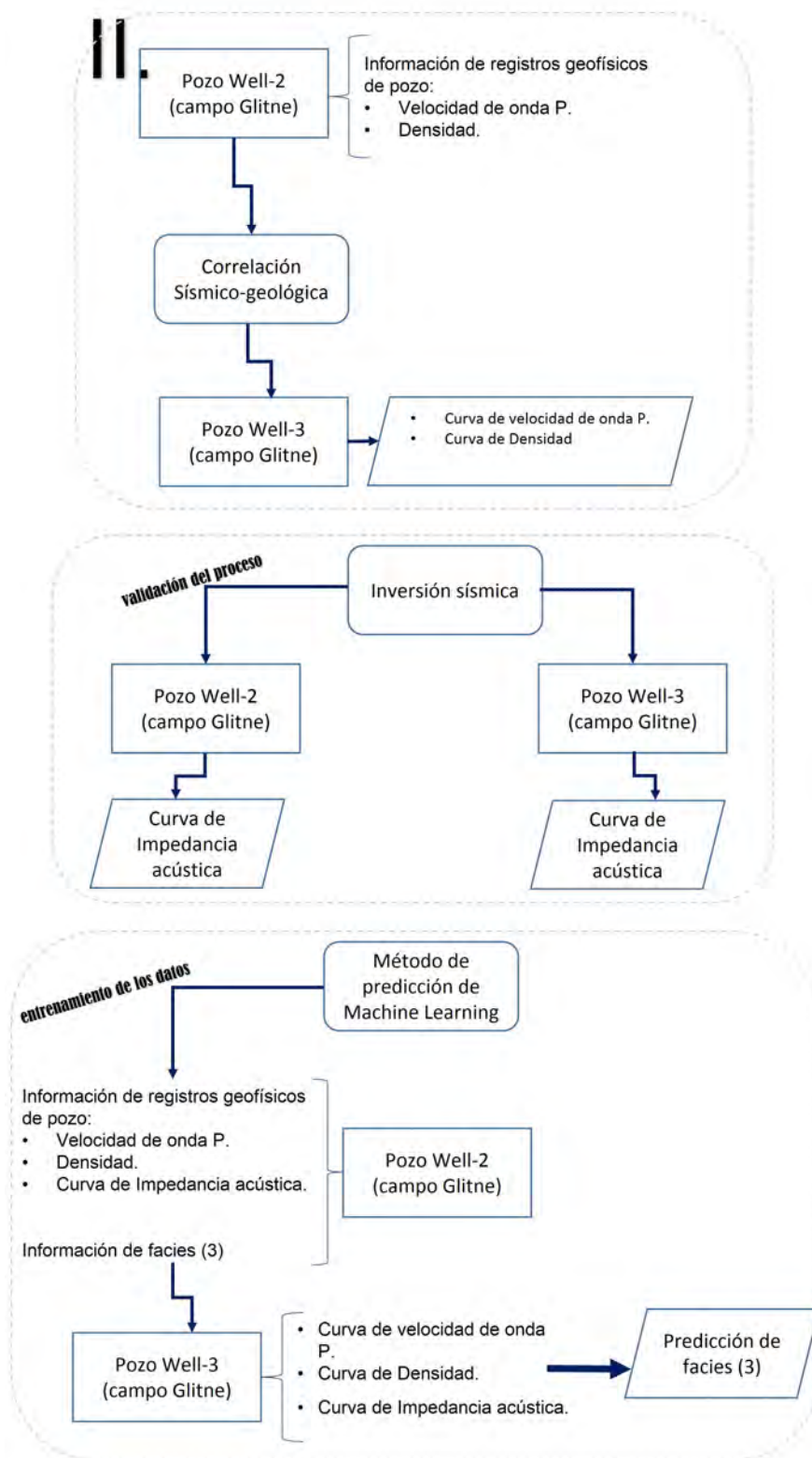


Figura 5.2: Etapa 2 de la metodología de inversión sísmica para la caracterización integral de yacimientos.

A su vez, la figura **5.2** distingue los tres procesos principales que conforman la etapa 2 de la metodología. La Correlación Sísmico-geológica aprovecha la información de registros del pozo Well-2 (pozo de validación) para estimar las curvas de velocidad de onda P y densidad en el pozo Well-3 (pozo de correlación). El proceso de inversión sísmica primero se realiza en el pozo Well-2; una vez validado, se efectúa en el pozo Well-3 para estimar su curva de impedancia acústica. Por último, el entrenamiento de los datos del método de predicción de Machine Learning se realiza con la información del pozo Well-2, para posteriormente llevar a cabo la predicción de facies en el pozo Well-3 a partir de las curvas estimadas mediante los procesos de Correlación Sísmico-geológica y de inversión sísmica.

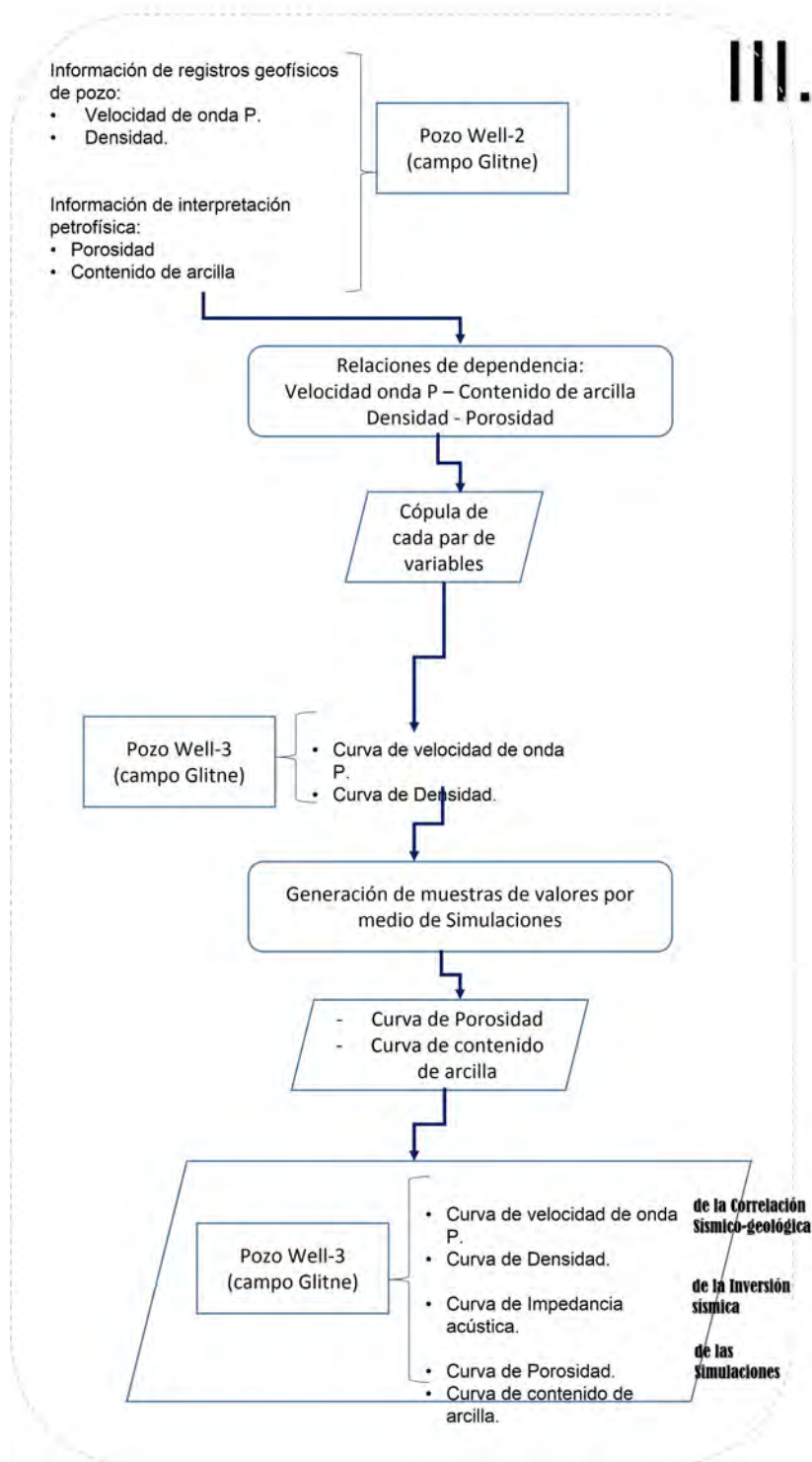


Figura 5.3: Etapa 3 de la metodología de inversión sísmica para la caracterización integral de yacimientos.

La figura 5.3 corresponde a la última etapa de la metodología, en la que se aprovechan las relaciones de dependencia entre propiedades elásticas (V_p y densidad) y propiedades de yacimiento (porosidad y contenido de arcilla), con información proporcionada por el pozo

Well-2. Se determinan las cópulas que describen las funciones de distribución bivariadas de ambos pares y posteriormente se realizan simulaciones a través de las cuales se generan valores de las propiedades de yacimiento que conforman las curvas de porosidad y contenido de arcilla, en el pozo Well-3.

De tal forma que los resultados o productos finales que arroja la Metodología de Inversión Sísmica para la caracterización integral de yacimientos es: información de velocidad, densidad, impedancia acústica, determinación de facies litológicas, así como la determinación de la porosidad y contenido de arcilla; en un pozo (Well-3) que a priori no cuenta con esa información.

5.2. Estudio de caso

5.2.1. Bloque F3

Para la aplicación de los procesos de inversión sísmica, se ha seleccionado la información sísmica y de pozo de la región *bloque F3*, ubicado en el Mar del Norte.

El Mar del Norte es rico en depósitos de hidrocarburos. La placa continental del Mar del Norte se ubica fuera de las costas de Holanda, la cual está dividida en zonas geográficas, identificadas por letras del abecedario. Dentro de estas zonas se encuentran áreas más pequeñas identificadas por números. Una de estas áreas es el Bloque F3, cuyas dimensiones son 16km x 24km.

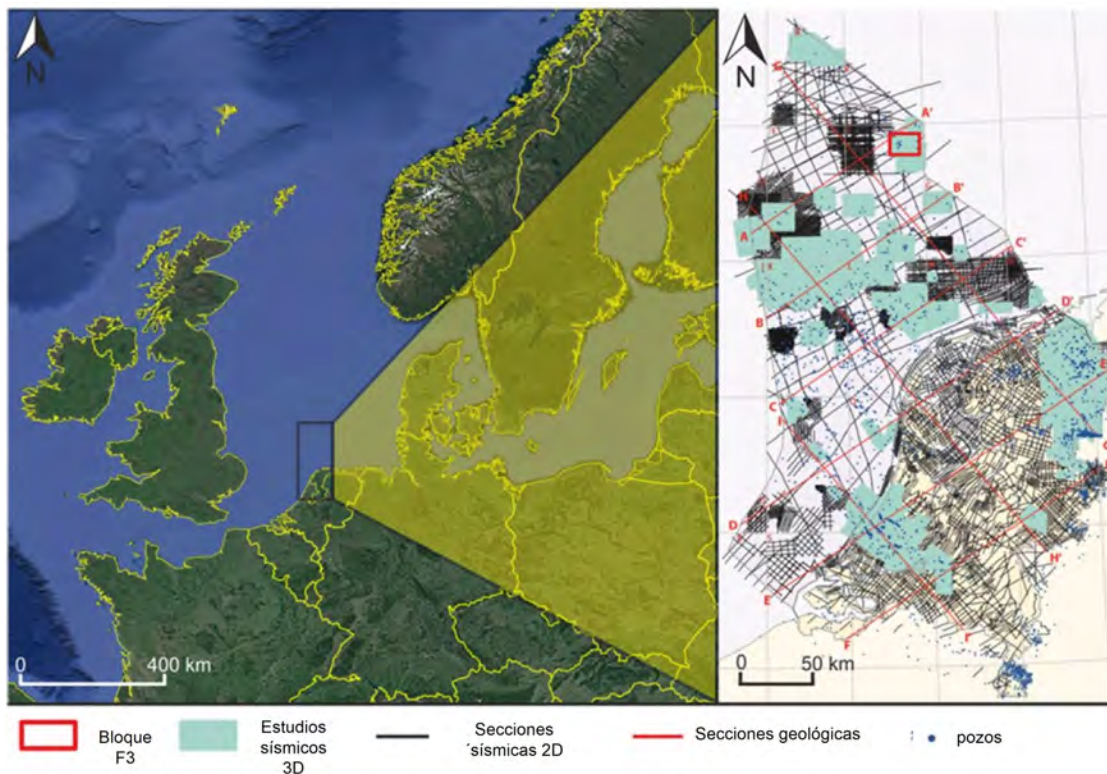


Figura 5.4: Ubicación del *bloque F3*. (Imagen modificada tomada de [Alaudah et al., 2019])

El listado de la información sísmica y de pozo disponibles para esta región es amplio y diverso, no obstante para los fines del presente trabajo sólo se utilizó la siguiente información:

Información sísmica disponible

- cubo sísmico PSTM, 3D
- horizontes sísmicos interpretados

Información de pozo

Sólo la relacionada al pozo F06-01. La información utilizada de este pozo la conforman el siguiente listado:

- curvas de registros geofísicos de pozo (*rayos gamma, resistividad, densidad, sónico, porosidad efectiva, litofacies*)
- informes geológicos y de facies
- marcadores geológicos (*cimas geológicas*)
- tabla TZ (Tiempo - Profundidad)
- fallas geológicas interpretadas

La geología del bloque F3

Dentro de la placa continental del Mar del Norte, se han identificado 10 grupos de unidades litoestratigráficas. A continuación se listan estos grupos y sus principales unidades litoestratigráficas, del más reciente al más antiguo:

- 1. Grupo Mar del Norte superior:** rocas arcillosas y areniscas del Mioceno al Cuaternario.
- 2. Grupos Mar del Norte medio e inferior:** arenas, areniscas y rocas arcillosas del Paleoceno al Mioceno.
- 3. Grupo tiza (Chalk):** carbonatos del Cretácico superior y Paleoceno.
- 4. Grupo Rijnland:** formaciones arcillosas con areniscas del Cretácico superior.
- 5. Grupos Schieland, Scruff y Niedersachsen:** rocas arcillosas del Jurásico superior y Cretácico inferior.
- 6. Grupo Altena:** rocas arcillosas y carbonatos del Jurásico medio e inferior.
- 7. Grupo Triada germánica inferior y superior:** areniscas y rocas arcillosas del Triásico.
- 8. Grupo Zechstein:** evaporitas y carbonatos de Zechstein.
- 9. Grupos Rotliegend superior e inferior:** rocas silíceas y basaltos del Zechstein inferior.
- 10. Grupo Limburgo:** rocas silíceas del Carbonífero superior.

El bloque F3 se localiza en el límite de 2 estructuras tectónicas: el *Graben Step* y el *Graben Dutch Central*. Estas estructuras tectónicas se caracterizan por diferentes unidades litoestratigráficas de espesor variable. El espesor variable es resultado de la actividad tectónica ([Ziegler, 1988]; [Ziegler, 1990]), que comenzó en la orogenia Variscan. El área dentro del *Graben Step* está fuertemente distorsionada por diapiros salinos, que fueron activos en diversas ocasiones entre el periodo Zechstein y el Paleógeno.

Por otra parte, y como resultado de la subsidencia de rocas Jurásicas, los grupos Altena, Scruff, Schieland y Niedersachsen se observan únicamente dentro del *Graben Dutch Central*.

Existe además un modelo geológico 3D del bloque F3, generado a partir de la información sísmica e información de registros geofísicos de pozo. La información de pozo corresponde

a 26 pozos localizados dentro del Bloque F3 y sus vecindades. La ubicación exacta de estos pozos se visualizan en la figura 5.5, en la que se destaca la ubicación del pozo F06-01.

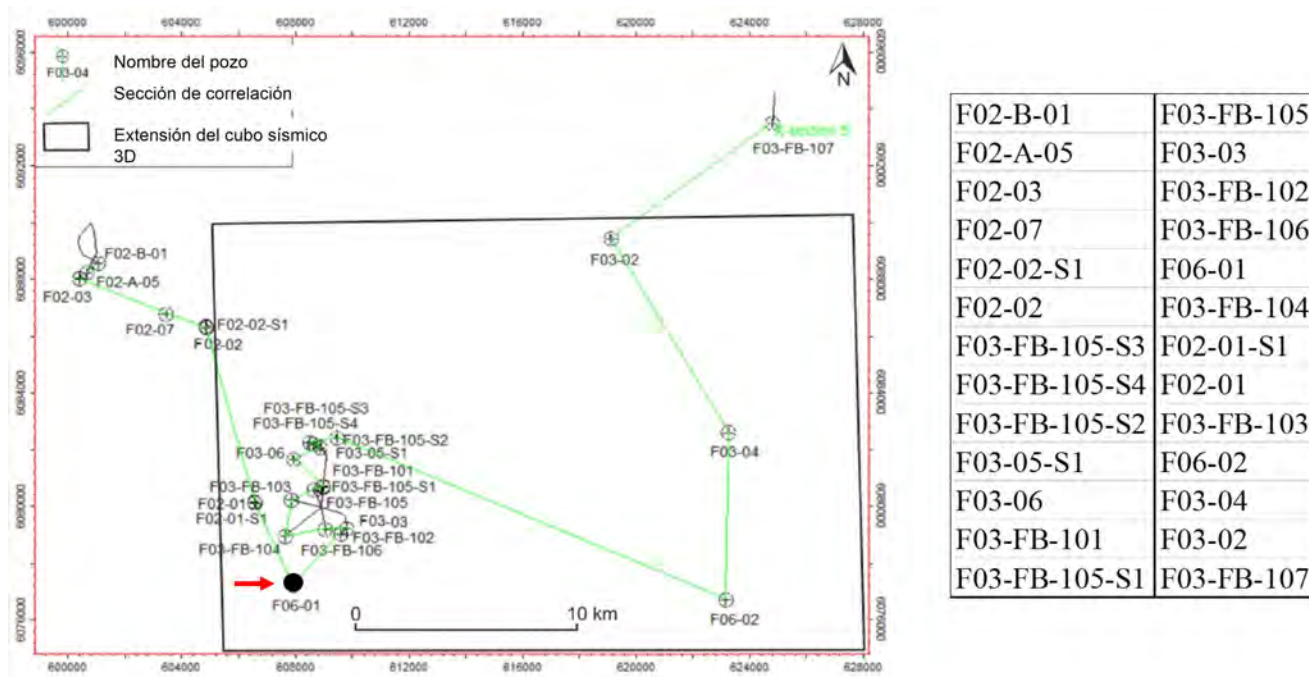


Figura 5.5: Pozos dentro del *bloque F3*. Se destaca la ubicación del pozo F06-01.(Imagen modificada tomada de [Alaudah et al., 2019])

5.2.2. Campo Glitne

El campo *Glitne* pertenece a un sistema turbidítico de edad Paleoceno, localizado en la región sur del *Graben Vikingo*, del Mar del Norte. La zona de yacimiento, composicionalmente constituido de arenas se encuentra en la formación Heimdal, del Paleoceno tardío.

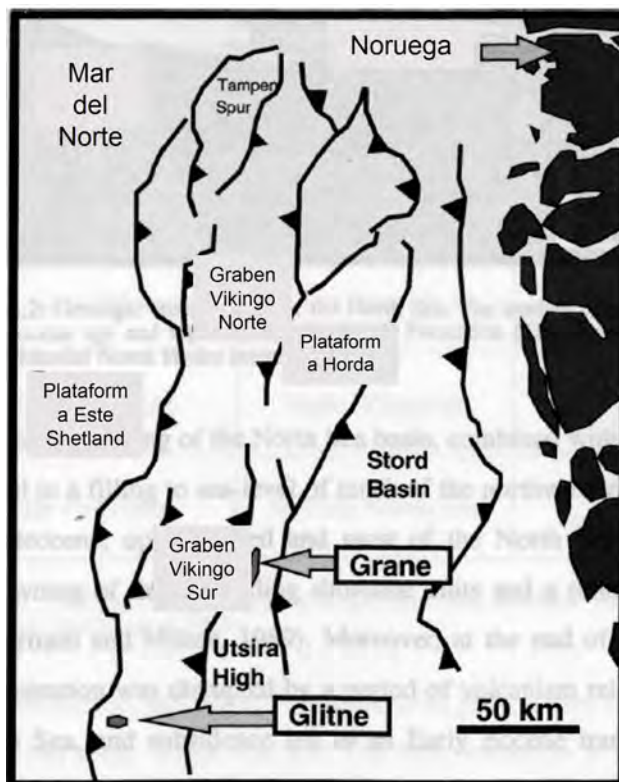


Figura 5.6: Mapa de ubicación del campo Glitne (Imagen modificada tomada de [Avseth, 2000]).

El pozo de validación: WELL-2

En el sistema turbidítico donde se ubica el pozo Well-2, se reconocen las siguientes facies: cls, cms, ss1, ss2, ssh y sh. En las figuras 5.7 y 5.8 se indican sus intervalos y su correspondencia litológica.

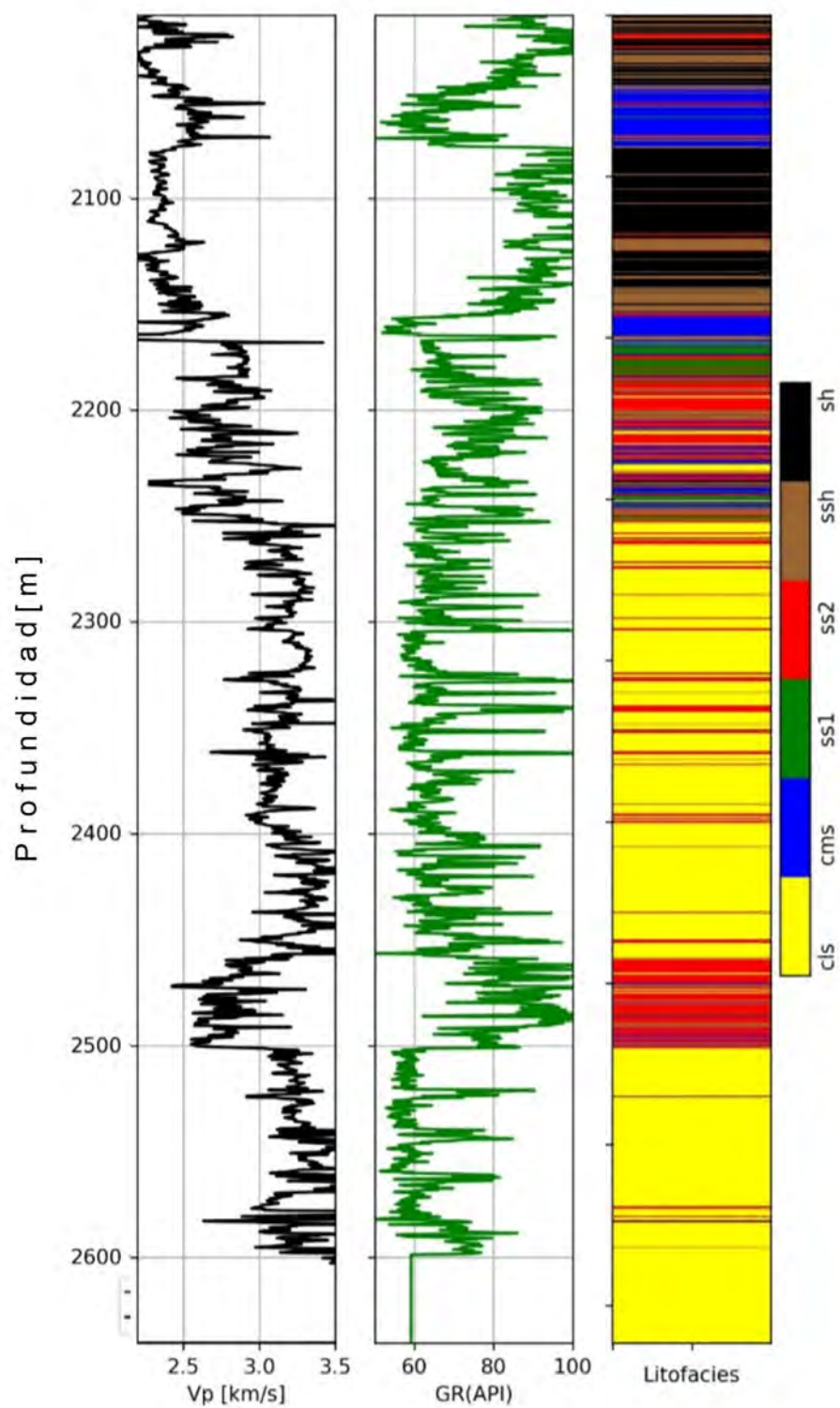


Figura 5.7: Identificación de intervalos de *litofacies* en el pozo Well-2 de acuerdo con la información contenida en [Avseth et al., 2005].



Figura 5.8: Id facies con su nombre litológico correspondiente. Nomenclatura de acuerdo con la información contenida en [Avseth et al., 2005].

De acuerdo a lo que mencionan [Avseth et al., 2001], en el pozo Well-2 se tienen facies del tipo *arenas cementadas*. Si bien la *cementación* volumétricamente no es significativa (*entre el 2 % y 4 %*) en términos de propiedades elásticas tiene un impacto importante, pues aumenta la rigidez; lo cual provoca que las velocidades sísmicas y las impedancias sean relativamente altas. Además, las *facies* mostradas e indicadas en las figuras 5.7 y 5.8 fueron determinadas a través de núcleos y láminas delgadas. En aquellos intervalos donde no fueron tomados núcleos ni láminas delgadas, estas fueron diagnosticadas por la teoría de Física de Rocas [Dvorkin and Nur, 1996].

El pozo de correlación: WELL-3

La capacidad *Predictiva de facies* probada y a probarse en el pozo de validación Well-2, se pretende sea implementada en otro pozo que recibirá el nombre de pozo de correlación Well-3, localizado también dentro de la región del cubo sísmico. El proceso consiste primero en realizar la Inversión sísmica en la trayectoria del pozo Well-3 y posteriormente implementar el modelo de Machine Learning. El objetivo es predecir las facies de Física de Rocas en el pozo Well-3, que no cuenta con ninguna interpretación de facies.

La conexión entre los pozos *Well-2* y *Well-3* se realizará a través de una *Correlación Sísmico – Geológica*. La continuidad sísmico espacial entre los pozos *Well-2* y *Well-3* se efectúa a través del horizonte sísmico que corresponde a la cima de la Formación geológica ‘*Heimdal*’.

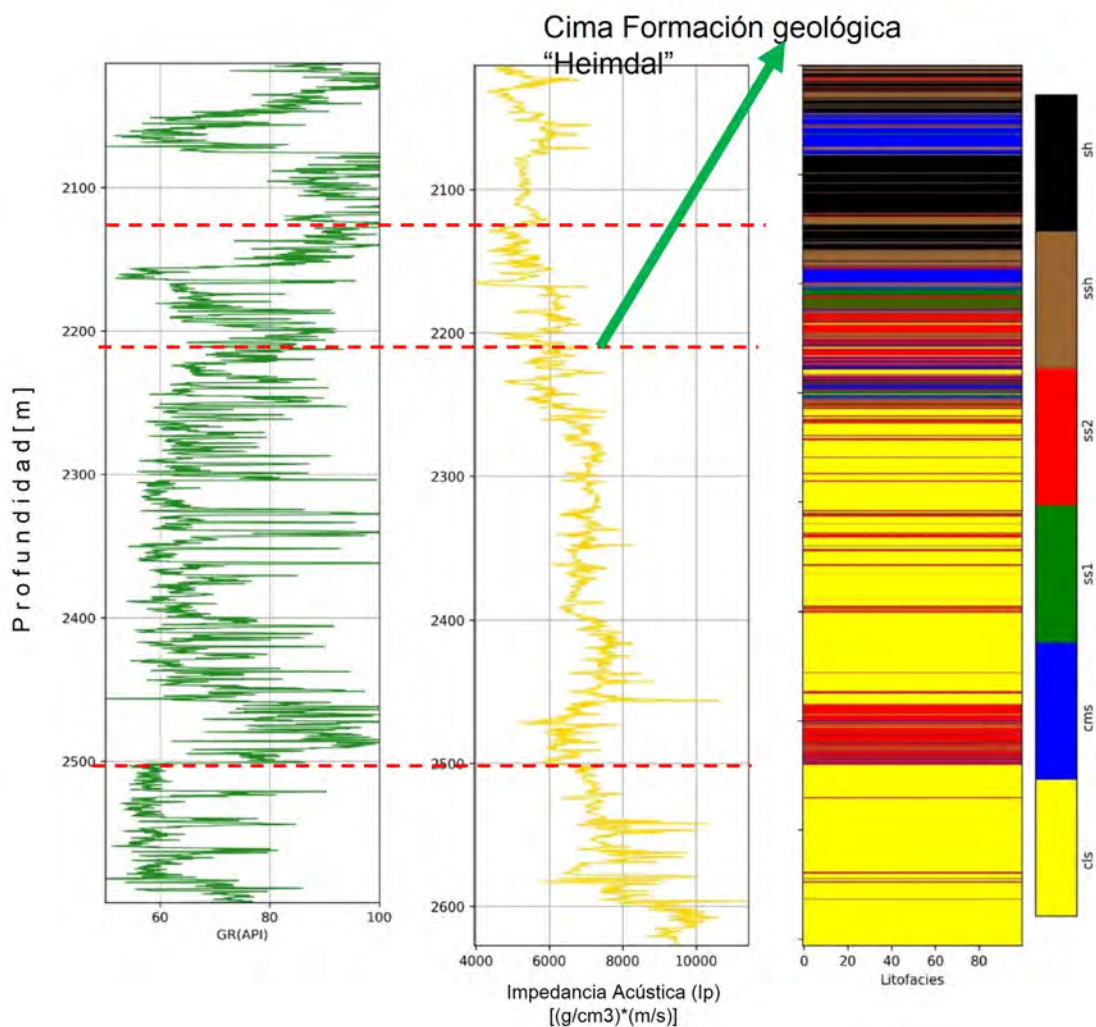


Figura 5.9: Indicación del marcador geológico utilizado como referencia para el proceso de Correlación Sísmico-Geológico, en el pozo de validación (Well-2). Se muestran en tres carriles separados las curvas de Rayos Gamma (GR), Impedancia Acústica (Ip) y Litofacies.

La figura 5.9 muestra el marcador geológico correspondiente a la entrada de la formación geológica "Heimdal", utilizado como referencia para llevar a cabo la Correlación Sísmico-Geológica entre los pozos Well-2 y Well-3.

5.2.3. Mapa de ubicación de los pozos de validación y correlación

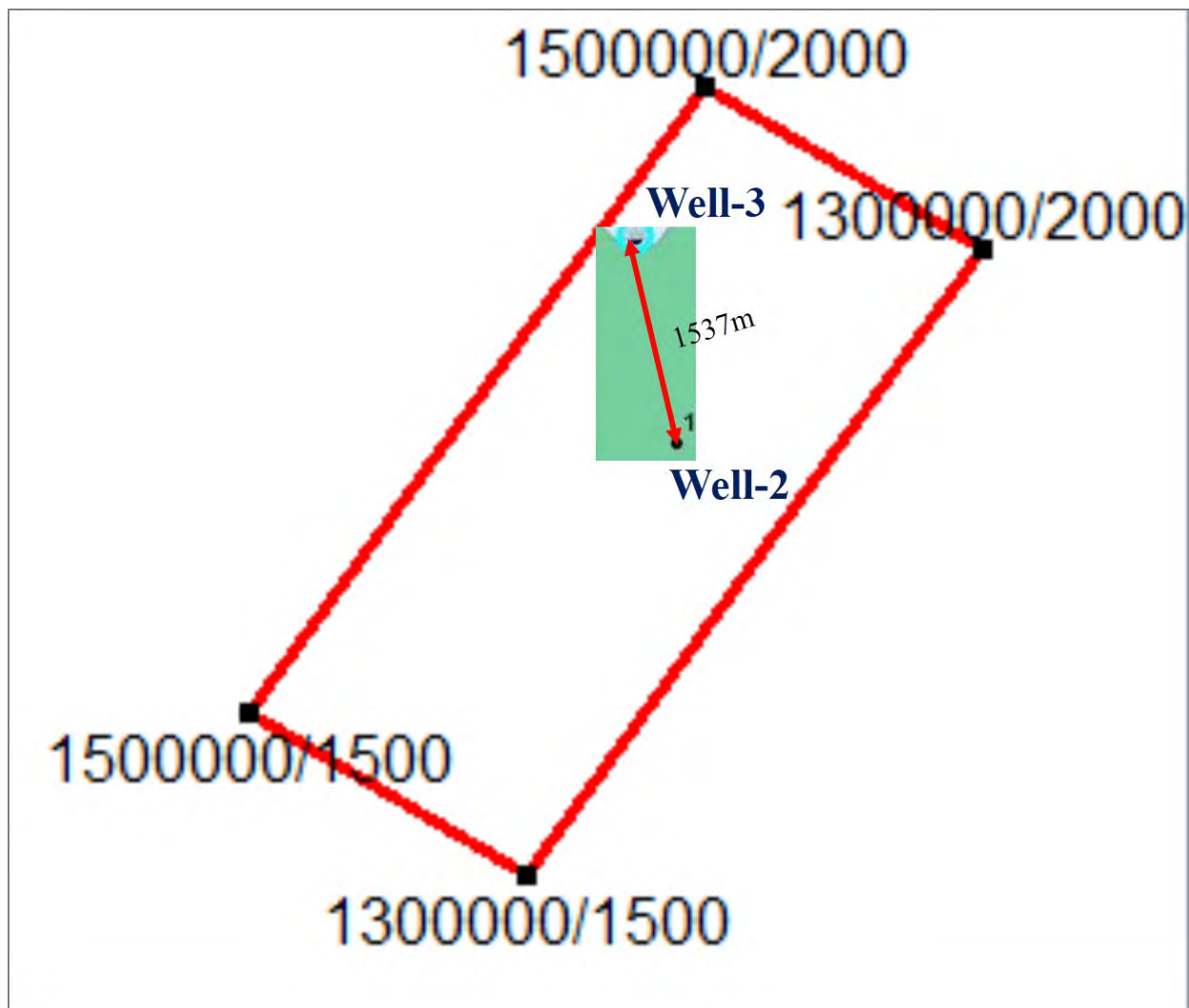


Figura 5.10: Ubicación espacial y separación entre los pozos Well-2 y Well-3. Además, se indican las fronteras del cubo sísmico.

En la figura 5.10 se indican en líneas de color rojo, las fronteras del cubo sísmico. El cubo sísmico utilizado en la zona del campo Glitne consiste de un cubo sísmico apilado con recuperación de amplitud verdadera, tiene una extensión de poco más de 16km^2 , con tamaño de bin de $10 \times 12.71\text{m}$. Está recortado en el sentido vertical, por lo que el eje del tiempo va de los 1500 a los 2496[ms].

5.3. Implementación metodológica

5.3.1. Líneas teóricas de arena y arcilla

En la *modelación de Física de Rocas* resalta particular importancia la estimación precisa de las denominadas *líneas teóricas de arena y arcilla*, ya que establecen los límites composicionales del intervalo analizado. Además, plasmadas en cualquiera de los gráficos cruzados comúnmente usados en Física de Rocas, permiten evidenciar las zonas más saturadas por algún fluido de poro (*aceite, gas, salmuera*).

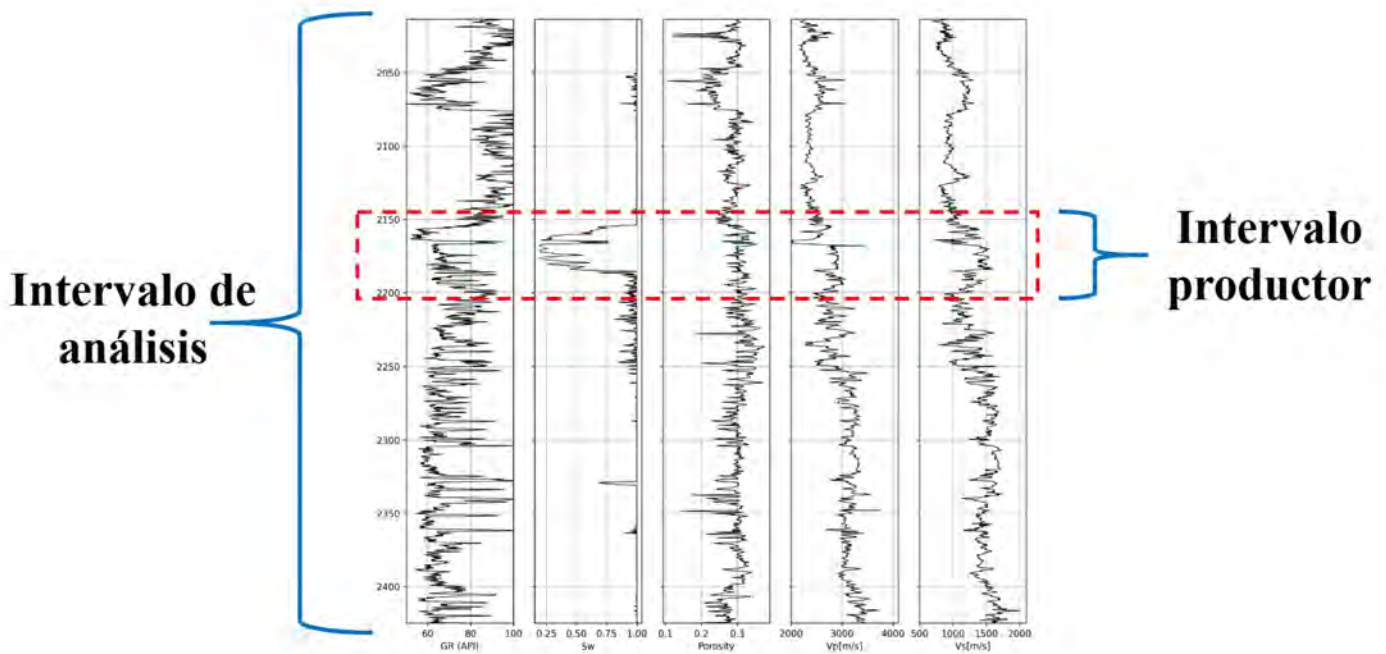


Figura 5.11: Intervalo de análisis. Dentro del recuadro punteado color rojo se destaca la zona saturada de aceite.

De manera gráfica y visual se busca distinguir composicionalmente las arenas de las arcillas. Una forma de hacerlo es mediante el gráfico que se muestra en la figura 5.12, en el cual se grafica la velocidad de onda P contra la porosidad, empleándose como escala de color los valores de la curva de Rayos Gamma. El color azul distingue el rasgo de arenas y los colores verde – amarillo – marrón distinguen el rasgo de arcillas.

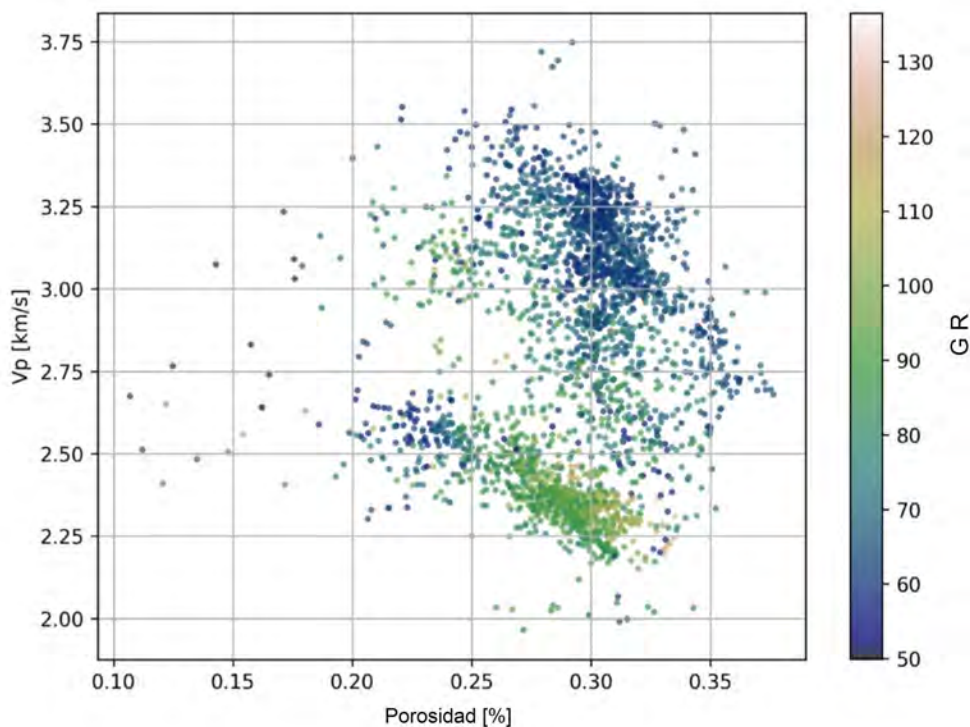


Figura 5.12: Gráfico de Velocidad de onda P contra Porosidad con escala de color del valor de la curva de Rayos Gamma. En él se distinguen las zonas de arena y arcilla.

En la figura 5.12 logran distinguirse dos agrupaciones de datos. Por una parte se encuentran los datos de color predominantemente color azul oscuro, y por el otro se encuentran los datos de color verde - marrón claro. Los primeros corresponden a datos de composición de arenas (valores bajos de GR) y los segundos a datos de composición de arcilla (valores altos de GR).

5.3.2. Gráficos básicos en Física de Rocas

Para que los datos de un determinado intervalo de análisis puedan ser descritos mediante algún modelo de Física de Rocas, dichos datos deberán plasmarse en alguno de sus gráficos básicos. Estos gráficos son: 1) V_p - Φ , 2) V_s - Φ , 3) I_p - Φ , 4) I_s - Φ , 5) M - Φ y 6) V_p/V_s - I_p .

Los gráficos anteriormente descritos se consideran esenciales en la Física de Rocas porque a partir de ellos es posible distinguir agrupaciones y comportamientos. Y también porque a partir de ellos se ajustarán líneas delimitantes que a su vez están asociadas a algún modelo teórico de Física de Rocas.

Lo anterior en conjunto converge en la generación de las *Plantillas de Física de Rocas*.

Para los gráficos descritos, para el caso de estudio desarrollado en este trabajo se consideraron dos subdivisiones del intervalo analizado:

1.- *Intervalo de análisis* (2013.41 - 2424.89m).

2.- *Intervalo productor* (2153 - 2189m). Intervalo en el que el pozo es productor de aceite hidrocarburo.

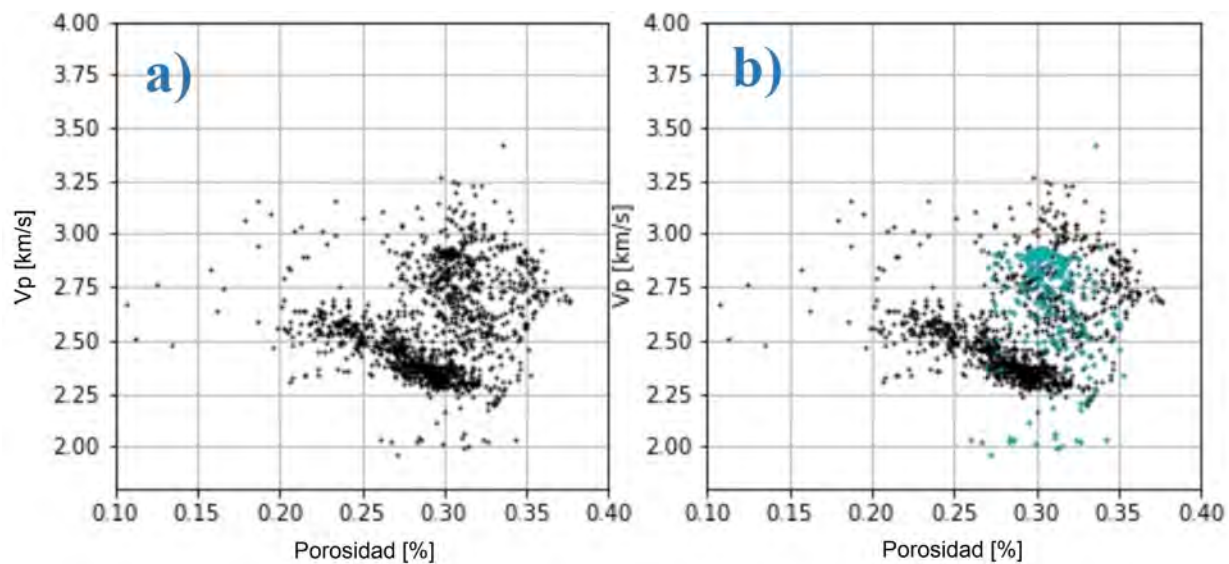


Figura 5.13: Gráfico de Vp - Phi. a) Intervalo de análisis, b) Intervalo de análisis con Intervalo productor distinguido con color cian.

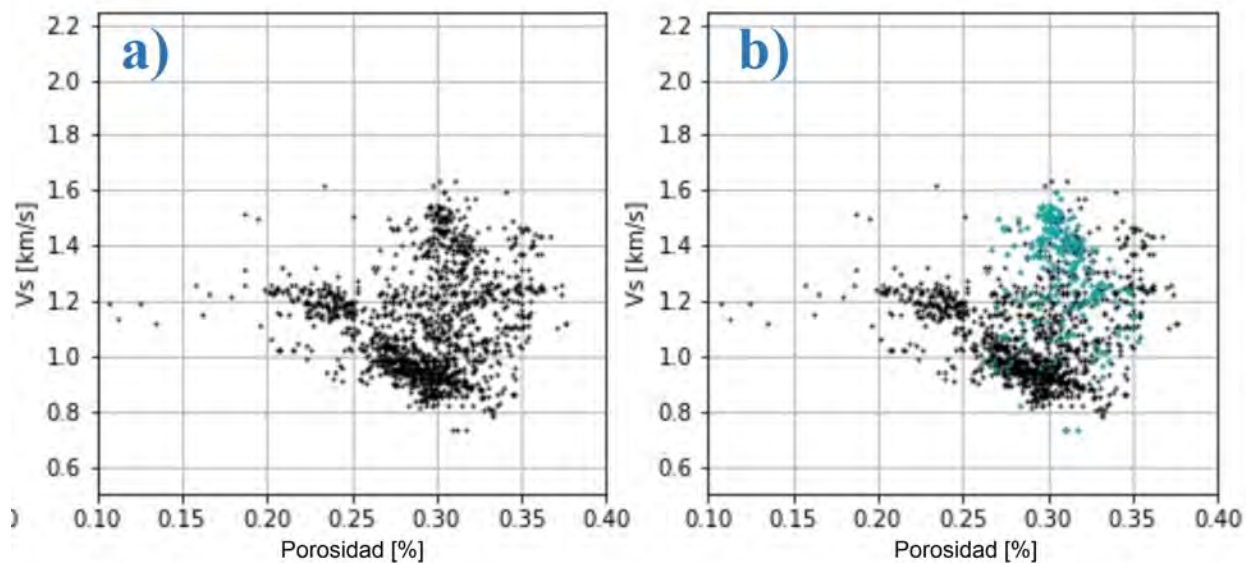


Figura 5.14: Gráfico de Vs - Phi. a) Intervalo de análisis, b) Intervalo de análisis con Intervalo productor distinguido con color cian.

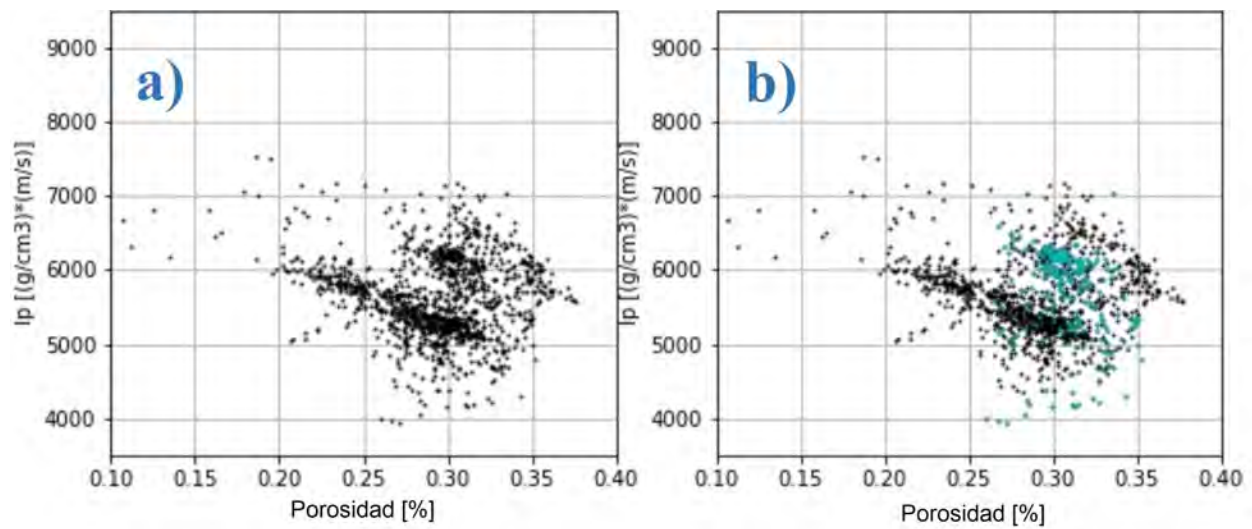


Figura 5.15: Gráfico de Ip - Phi. a) Intervalo de análisis, b) Intervalo de análisis con Intervalo productor distinguido con color cian.

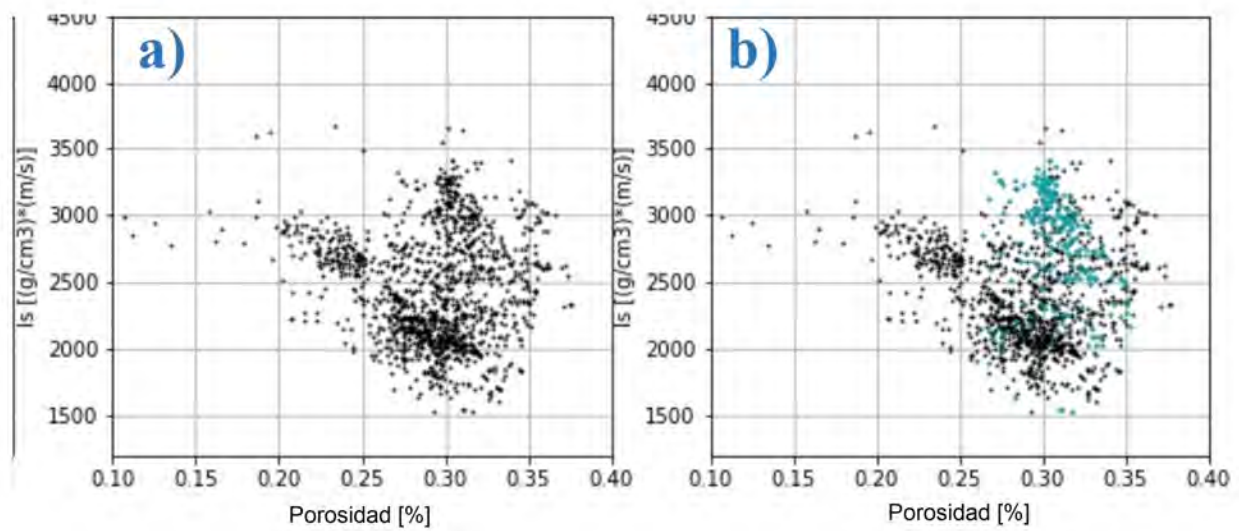


Figura 5.16: Gráfico de Is - Phi. a) Intervalo de análisis, b) Intervalo de análisis con Intervalo productor distinguido con color cian.

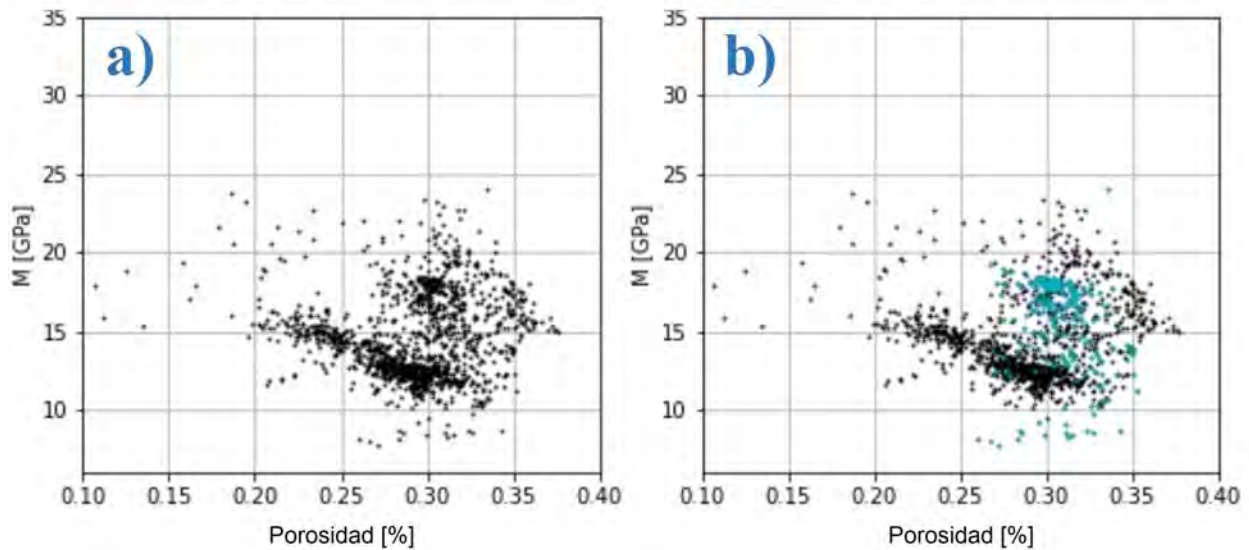


Figura 5.17: Gráfico de M - Phi. a) Intervalo de análisis, b) Intervalo de análisis con Intervalo productor distinguido con color cian.

Las figuras 5.13 a 5.17 corresponden a los gráficos básicos de Física de Rocas. En el inciso a) se grafican todos los datos que se encuentran en el Intervalo de análisis, especificado líneas arriba. Dentro de ese Intervalo de análisis se encuentra el Intervalo productor, es decir, aquél intervalo de profundidad que se encuentra saturado de aceite hidrocarburo. Los datos de este intervalo de interés se distinguen mediante puntos de color cian. A su vez, el inciso b) lo que muestra es la superposición de ambos conjuntos de datos. Nótese que en todos los casos, la gran mayoría de los datos del Intervalo productor se encuentra en la zona intermedia de lo que en la figura 5.12 se definió como agrupaciones de datos de composición arenosa y arcillosa.

5.3.3. Intervalo productor

En la figura 5.18 se muestra el gráfico de *relación V_p/V_s* contra la *impedancia acústica*, del pozo Well-2. Se había dicho que la idea era distinguir las zonas saturadas por algún fluido de poro. En el gráfico se resalta con color azul el intervalo productor totalmente saturado de aceite. Éste se distingue o separa del resto del intervalo de análisis, que se encuentra saturado de agua (*salmuera*) representado en color negro.

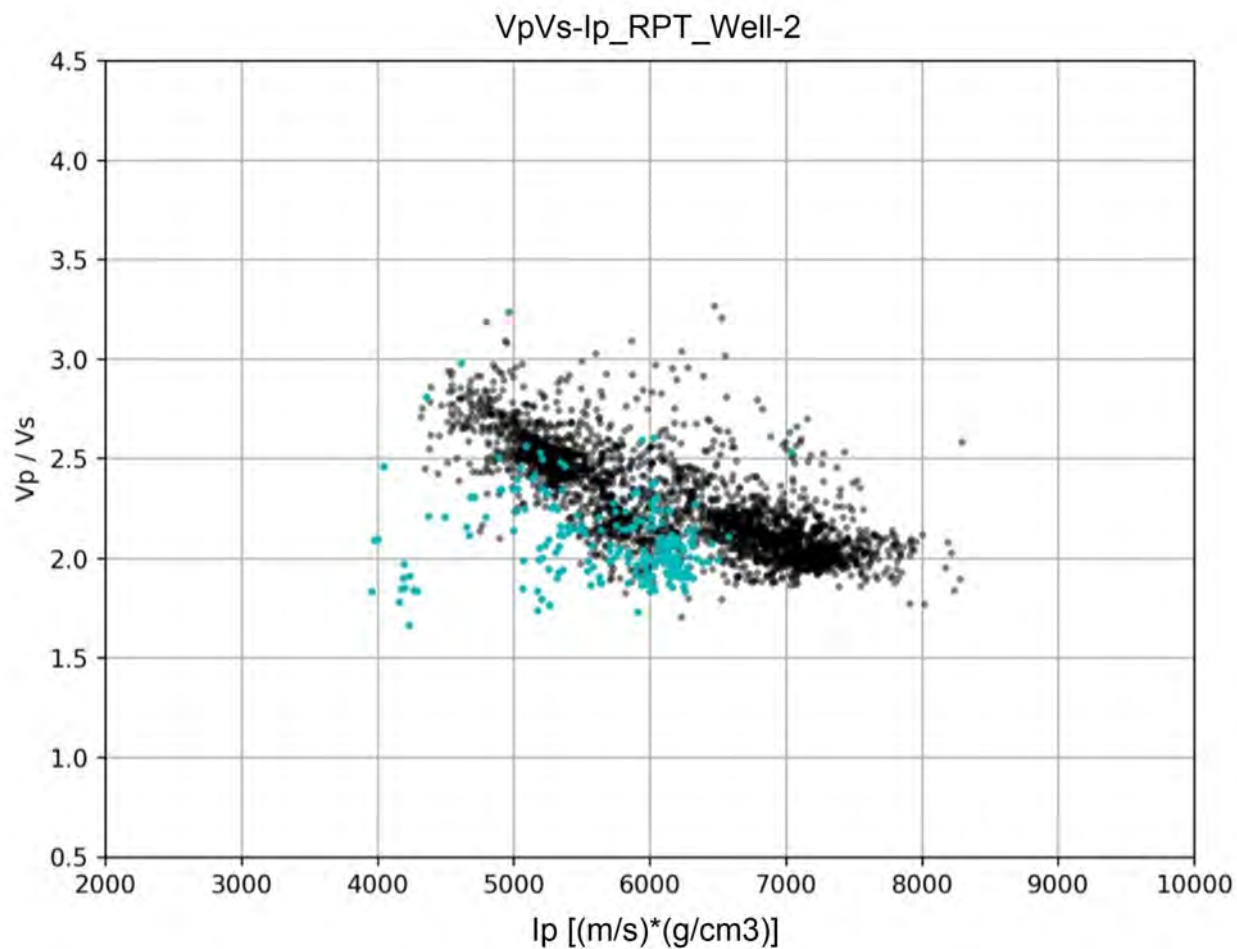


Figura 5.18: Gráfico de *relación* V_p/V_s contra la *impedancia acústica* del pozo Well-2. Distinción del *intervalo productor* totalmente saturado de fluido de poro aceite (color cian)

5.3.4. Modelo de Arena Rígida (*Stiff Sand model*)

Si se considera el intervalo de análisis en el pozo Well-2 y sus correspondientes gráficos básicos de Física de Rocas, éstos adquieren particular relevancia porque a partir de ellos los datos analizados serán ajustados mediante *líneas teóricas*. Estas líneas teóricas se calculan mediante algún Modelo de Física de Rocas y las ecuaciones de Gassmann.

En la literatura se describen al menos nueve modelos diferentes de Física de Rocas, cada uno con sus particulares consideraciones y litología de enfoque. Del universo de modelos teóricos de Física de Rocas para describir datos litológicos, particularmente terrígenos, se seleccionó el *Modelo de arena rígida (Stiff Sand Model)* por afinidad a la litología del Intervalo de análisis. A partir de él es posible generar y esbozar las plantillas de Física de Rocas.

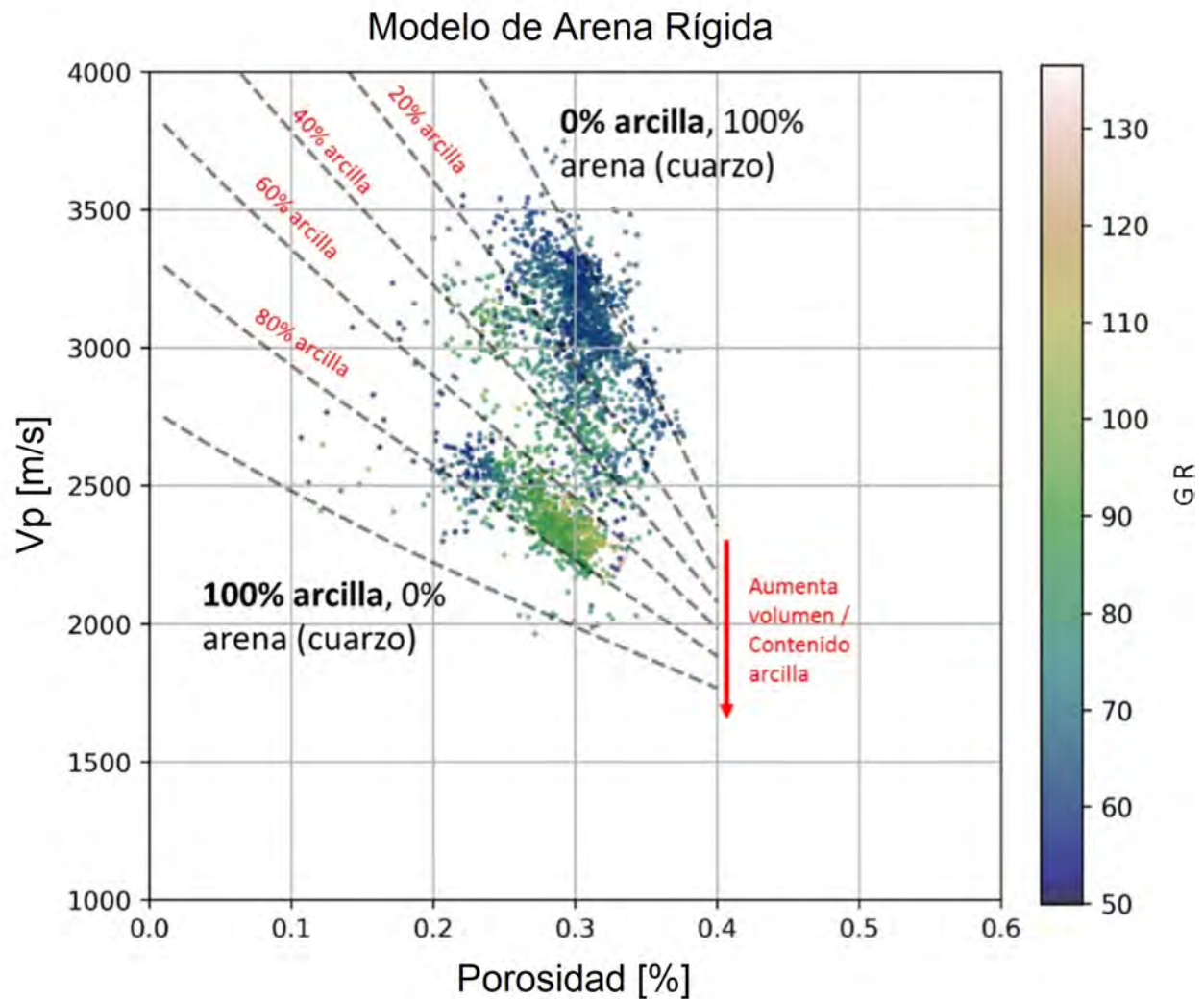


Figura 5.19: Gráfico de Vp - Phi con escala de color del valor de la curva de Rayos Gamma. En él se distinguen las líneas teóricas de arena y arcilla, distinguiendo además líneas de diferente % composicional.

El *Modelo de Arena Rígida* ajusta aceptablemente bien con los datos del pozo Well-2. Es decir, el modelo es capaz de describir la mayoría de los datos. Esta afirmación puede apreciarse con mayor claridad en la figura 5.19. Este hecho permite a su vez generar la Plantilla de Física de Rocas que mejor ajusta a los datos, diferenciando a su vez el *intervalo productor* que se encuentra saturado de aceite hidrocarburo.

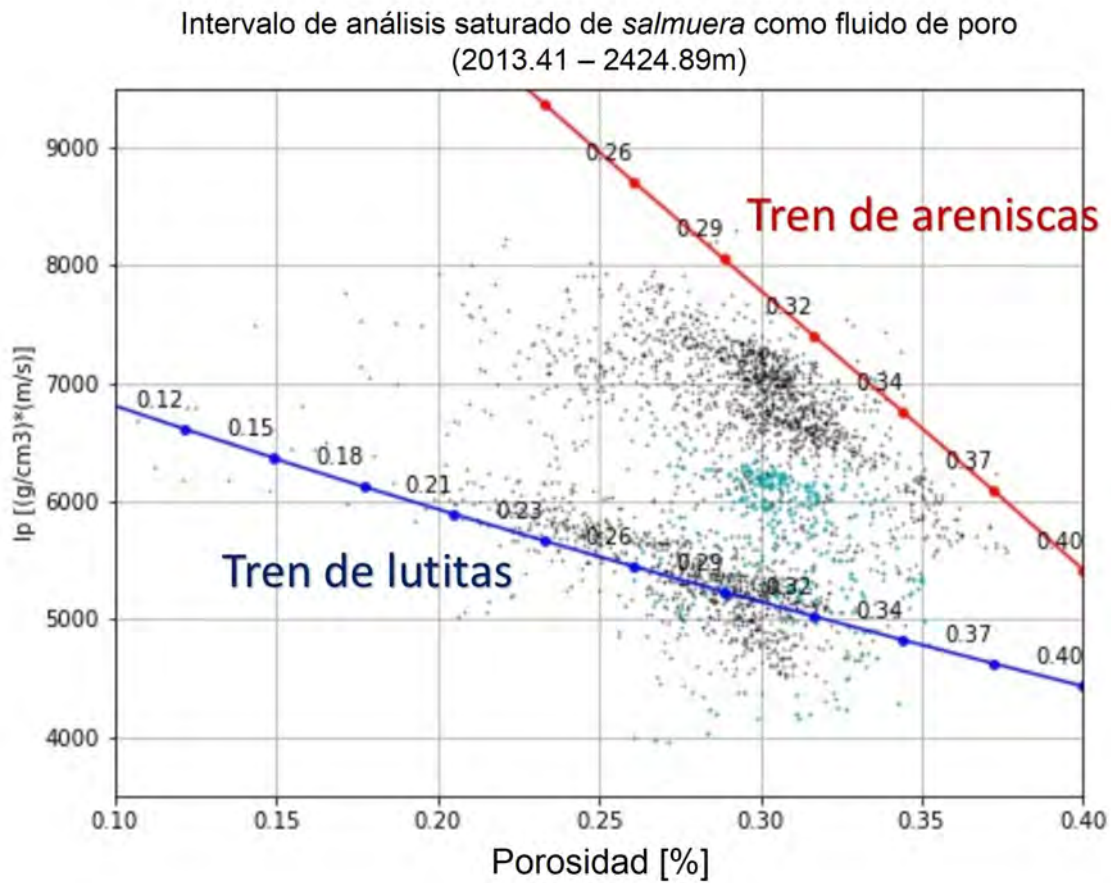


Figura 5.20: Gráfico de Ip - Phi. En color rojo se muestra la línea teórica denominada “*Tren de areniscas*” (composición 100 % mineral cuarzo) y en azul se muestra la línea teórica denominada “*Tren de lutitas*” (composición 100 % mineral arcilla). Los puntos de color cian pertenecen al Intervalo productor.

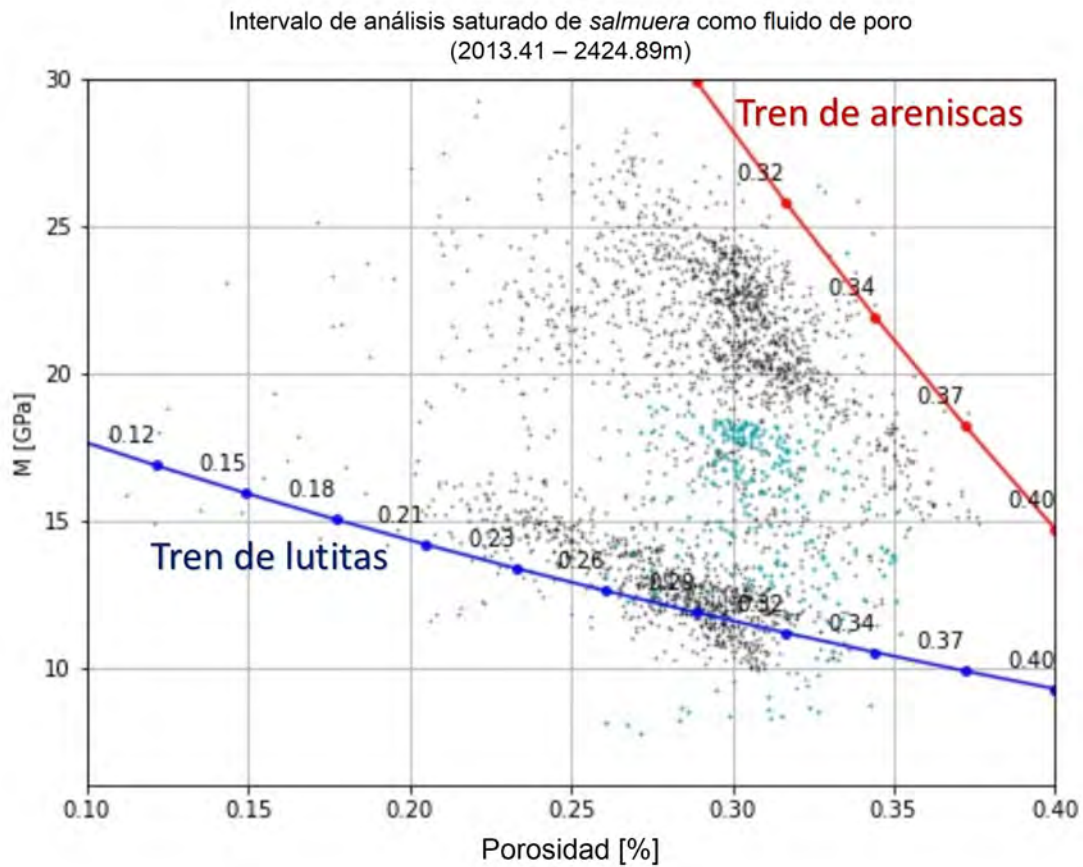


Figura 5.21: Gráfico de M - Phi. En color rojo se muestra la línea teórica denominada “*Tren de areniscas*” (composición 100% mineral cuarzo) y en azul se muestra la línea teórica denominada “*Tren de lutitas*” (composición 100% mineral arcilla). Los puntos de color cian pertenecen al Intervalo productor.

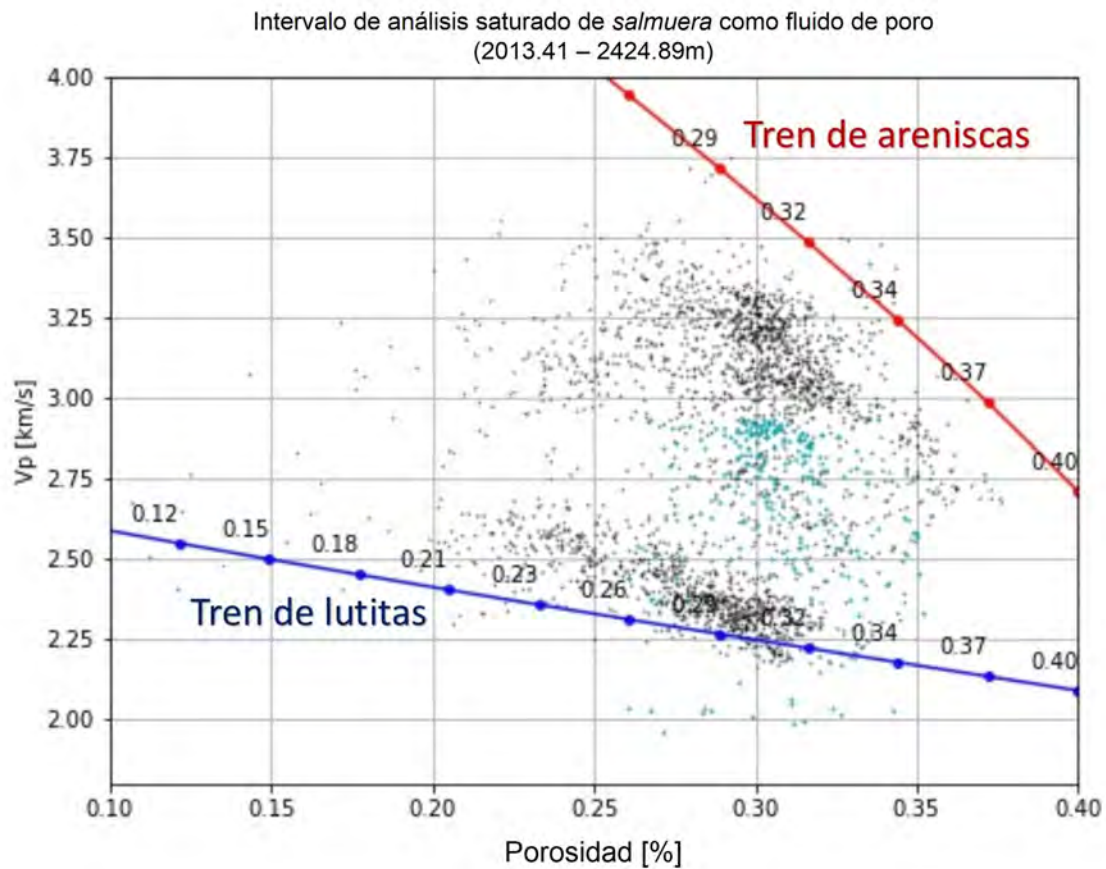


Figura 5.22: Gráfico de Vp - Phi. En color rojo se muestra la línea teórica denominada “Tren de areniscas” (composición 100 % mineral cuarzo) y en azul se muestra la línea teórica denominada “Tren de lutitas” (composición 100 % mineral arcilla). Los puntos de color cian pertenecen al Intervalo productor.

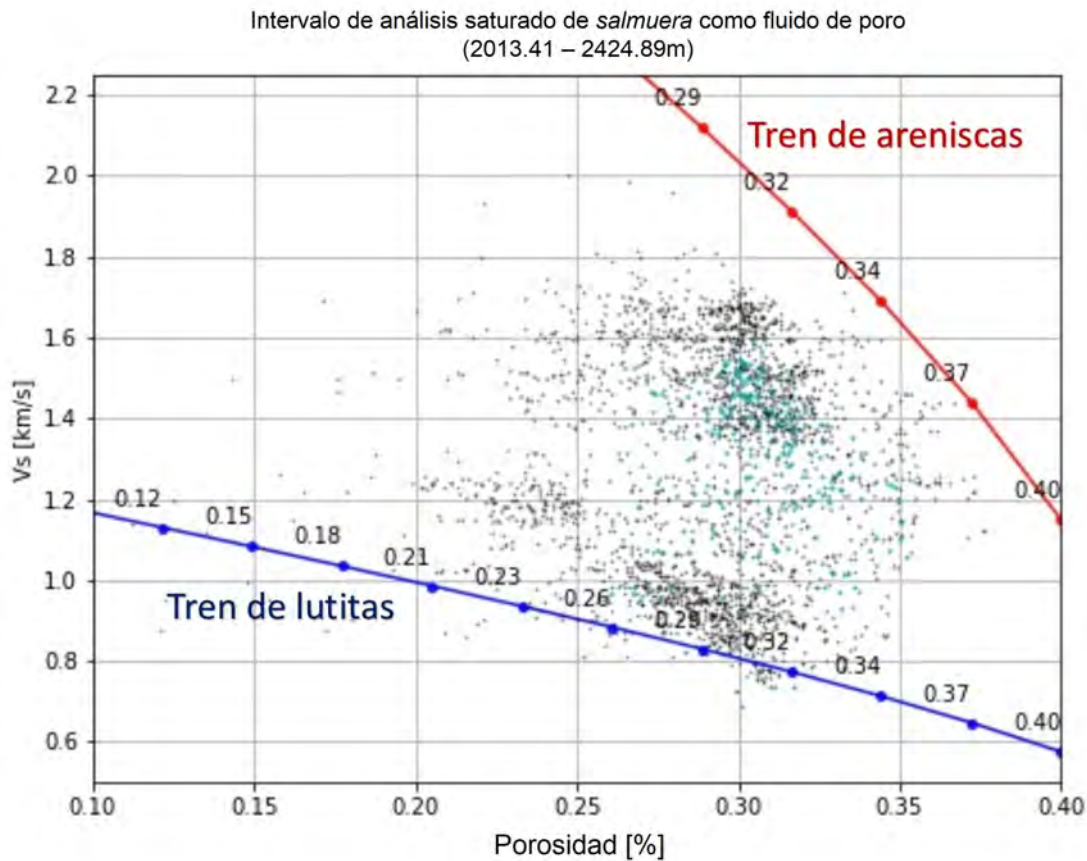


Figura 5.23: Gráfico de Vs - Phi. En color rojo se muestra la línea teórica denominada “*Tren de areniscas*” (composición 100 % mineral cuarzo) y en azul se muestra la línea teórica denominada “*Tren de lutitas*” (composición 100 % mineral arcilla). Los puntos de color cian pertenecen al Intervalo productor.

Los gráficos mostrados en las figuras 5.20 a 5.23 se consideró a la salmuera como el fluido de poro que satura todo el intervalo de análisis. Nótese que en estos, inclusive los datos que corresponden al intervalo productor (puntos color cian) se ubican entre las líneas “*Tren de areniscas*” y “*Tren de lutitas*”.

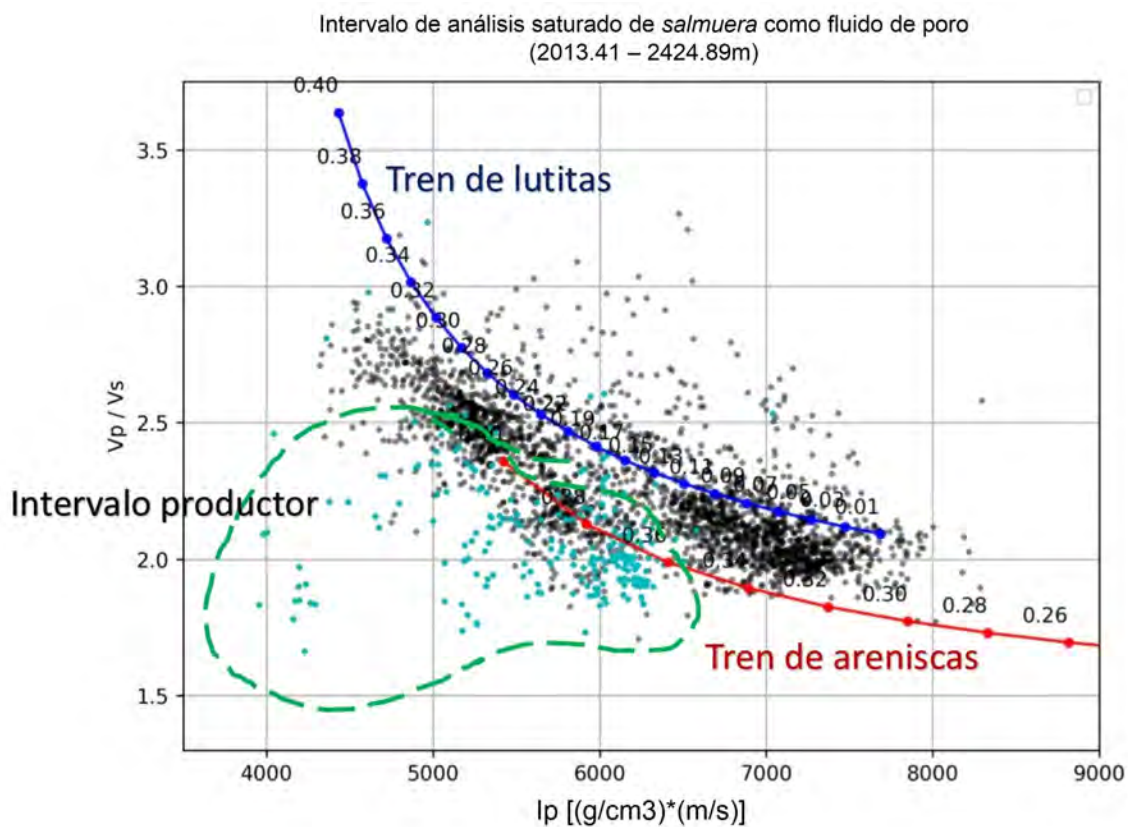


Figura 5.24: Gráfico de Relación V_p/V_s - I_p . En color rojo se muestra la línea teórica denominada “Tren de areniscas” (composición 100 % mineral cuarzo) y en azul se muestra la línea teórica denominada “Tren de lutitas” (composición 100 % mineral arcilla). Los puntos de color cian pertenecen al Intervalo productor.

En la figura 5.24 se aprecia como el conjunto de datos del intervalo productor (puntos color cian) se separa del resto de puntos que conforman el intervalo de análisis. Inclusive, estos se localizan afuera y más allá de la línea “Tren de areniscas”. La línea punteada de color verde circunscribe los valores correspondientes al intervalo productor, intervalo que se encuentra saturado de aceite hidrocarburo. A diferencia de los gráficos de las figuras 5.20 a 5.23, en esta figura los ejes son Relación V_p/V_s - I_p . El gráfico con estos ejes tiene la particularidad de resaltar zonas con saturación de fluidos de poro diferentes.

Paso-a-paso en la implementación del Modelo de Arena Rígida

Propiedades físicas

En este apartado se indican los valores que fueron considerados en el programa computacional para las propiedades: *densidad*, *módulo de corte* y *módulo volumétrico*, tanto de las componentes mineralógicas de la litología de análisis (cuarzo [qz] y arcilla [sh]) como las *propiedades de fluido* (salmuera [b], aceite [o], gas [g]).

Cuadro 5.1: Propiedades físicas de las componentes mineralógicas y de fluido.

Tabla de propiedades físicas

	Densidad [g/cm ³]
Cuarzo	2.6
Arcilla	2.8
Salmuera	1.1
Aceite	0.8
Gas	0.2

	Módulo Volumétrico [GPa]
Cuarzo	37
Arcilla	15
Salmuera	2.8
Aceite	0.9
Gas	0.06

	Módulo Rigidez [GPa]
Cuarzo	44
Arcilla	5

Otro requerimiento de definición es el referente al *número de Coordinación (Cn)*, *porosidad crítica (phic)*, *factor de corrección del módulo de corte (f)* y *el vector de porosidades (phi)*; a los que se les asignaron los siguientes valores: 8, 0.4 y 1, respectivamente. El vector de porosidades comprende el rango de 0.01 a 0.4, con segmentación equiespaciada a 15 puntos.

Funciones (*scripts*) fundamentales

Son cuatro los *scripts* fundamentales que permiten implementar el *Modelo de Arena Rígida* a los datos que son objeto de estudio en este trabajo. La generación de estos *scripts* se hicieron tomando como referencia a [Mavko et al., 2009] y los trabajos de [Amato del Monte, 2017] y [Amato del Monte, 2015].

1) Promedio *Voigt-Reuss-Hill*

Este *script* es de primordial relevancia sobre todo en lo que respecta a porcentajes de mezclas mineralógicas (dos componentes), pues arroja los valores de los módulos elásticos para diferentes porcentajes de composición mineralógica. En el caso específico de este trabajo, diversas mezclas mineralógicas de mineral cuarzo y arcilla.

Las ecuaciones que resuelve este *script* se muestran a continuación:

$$M_{Voigt} = fM_1 + (1 - f)M_2 \quad (5.1)$$

$$M_{Reuss} = \frac{1}{\frac{f}{M_1} + \frac{1-f}{M_2}} \quad (5.2)$$

$$M_{VRH} = \frac{M_{Voigt} + M_{Reuss}}{2} \quad (5.3)$$

Donde f es la fracción volumétrica del mineral número 1, M_1 es el módulo elástico del mineral número 1 y M_2 es el módulo elástico del mineral número 2.

2) Teoría de *Hertz - Mindlin*

Este *script* calcula los *módulos volumétrico y de rigidez* de acuerdo a la teoría de Hertz - Mindlin. Las ecuaciones que resuelve se muestran a continuación:

$$\nu = \frac{3\kappa_0 - 2\mu_0}{6\kappa_0 + 2\mu_0} \quad (5.4)$$

$$\mu_{HM} = \frac{2 + 3f - \nu(1 + 3f)}{5(2 - \nu)} \sqrt[3]{P \frac{3Cn^2(1 - \phi)^2 \mu_0^2}{2\pi^2(1 - \nu)^2}} \quad (5.5)$$

$$\kappa_{HM} = \frac{5(2 - \nu)}{3[2 + 3f - \nu(1 + 3f)]} \mu_{HM} \quad (5.6)$$

Donde ν es la *relación de Poisson*. μ_0 y κ_0 son el módulo de rigidez y el volumétrico, respectivamente, de la componente mineral (en [GPa]). ϕ es la porosidad. \mathbf{P} es la presión de confinamiento a la profundidad de análisis, que para este trabajo toma el valor de 20 [MPa].

3) El Modelo de Arena Rígida

Este *script* contiene las ecuaciones para el cálculo de los módulos de rigidez y volumétrico denominados "*de esqueleto*" o *matriz (dry)*. Este término se refiere a los valores de los módulos elásticos asociados a la parte sólida de la roca, es decir, sin la influencia de fluido alguno.

$$\kappa_{dry} = -\frac{4}{3}\mu_0 + \left[\frac{\frac{\phi}{\phi_c}}{\kappa_{HM} + \frac{4}{3}\mu_0} + \frac{1 - \frac{\phi}{\phi_c}}{\kappa_0 + \frac{4}{3}\mu_0} \right]^{-1} \quad (5.7)$$

$$tmp = \frac{\mu_0}{6} \left(\frac{9\kappa_0 + 8\mu_0}{\kappa_0 + 2\mu_0} \right) \quad (5.8)$$

$$\mu_{dry} = -tmp + \left[\frac{\frac{\phi}{\phi_c}}{\mu_{HM} + tmp} + \frac{1 - \frac{\phi}{\phi_c}}{\mu_0 + tmp} \right]^{-1} \quad (5.9)$$

4) Ecuaciones de Gassmann

Este *script* contiene las ecuaciones que permiten calcular la *Velocidad de onda P-* y *onda S-* a partir de la estimación de los módulos elásticos con la influencia de fluidos.

$$\rho = \rho_0(1 - \phi) + \rho_f\phi \quad (5.10)$$

$$\kappa = \kappa_{dry} + \frac{\left(1 - \frac{\kappa_{dry}}{\kappa_0}\right)^2}{\frac{\phi}{\kappa_f} + \frac{1-\phi}{\kappa_0} - \frac{\kappa_{dry}}{\kappa_0^2}} \quad (5.11)$$

$$\mu^* = \mu_{dry} = \mu_{sat} \quad (5.12)$$

$$V_p = \sqrt{\frac{\kappa + \frac{4}{3}\mu_{dry}}{\rho}} \quad (5.13)$$

$$V_s = \sqrt{\frac{\mu_{dry}}{\rho}} \quad (5.14)$$

ρ_0 es la densidad del componente mineral y ρ_f es la densidad del *fluido de poro*. La densidad ρ en [g/cm³]. Los módulos elásticos definidos en [GPa] y las velocidades V_p y V_s en [km/s].

Línea teórica de arenas (*Tren de areniscas*)

Corresponde a la estimación de los módulos elásticos para todos los elementos del vector de porosidad, con saturación de *salmuera* como fluido de poro en la roca y utilizando el Modelo de Arena Rígida; se hace considerando una composición mineralógica del 100 % cuarzo.

Línea teórica de arcillas (*Tren de lutitas*)

Corresponde a la estimación de los módulos elásticos para todos los elementos del vector de porosidad, con saturación de *salmuera* como fluido de poro en la roca y utilizando el Modelo de Arena Rígida; se hace considerando una composición mineralógica del 100 % arcilla.

Mezclas mineralógicas

Corresponde a la estimación de los módulos elásticos para todos los elementos del vector de porosidad, con saturación de *salmuera* como fluido de poro en la roca y utilizando el Modelo de Arena Rígida; se hace considerando composiciones intermedias de mineral cuarzo y mineral arcilla. Es decir, las mezclas siguientes: 80 % cuarzo - 20 % arcilla, 60 % cuarzo - 40 % arcilla, 40 % cuarzo - 60 % arcilla, 20 % cuarzo - 80 % arcilla. La estimación de los módulos elásticos para cada uno de los porcentajes (%) de composición, es aplicación directa del *Promedio Voigt - Reuss - Hill*.

La importancia de las propiedades de fluido a condiciones de yacimiento

Con la información inicial de estudio, se sugería un valor de 2.8 [GPa] para el módulo volumétrico del fluido *salmuera*. No obstante, en la figura 3.22 puede constatarse que dicho valor en realidad es mayor (4.9 [GPa]). La propuesta y eventual selección de este último valor se hizo en apego a los criterios de Batzle - Wang.

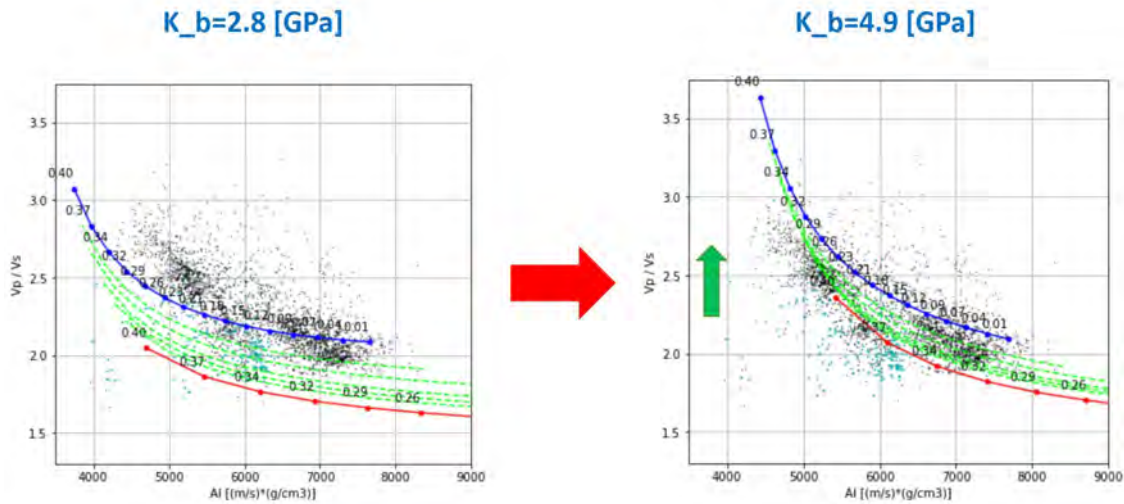


Figura 5.25: La importancia de las propiedades de fluido a condiciones de yacimiento. Mostrado en el gráfico cruzado V_p/V_s contra *Impedancia*. En línea color azul el *tren de lutitas* y en color rojo el *tren de areniscas*.

La figura 5.25 demuestra la importancia y repercusión de las propiedades del fluido de poro en la plantilla de Física de Rocas, que están en función de su composición y condiciones de Temperatura y Presión, como lo establecen las Ecuaciones de Batzle - Wang.

5.3.5. Reclasificación de Facies bajo el criterio de Física de Rocas

Del análisis estadístico efectuado para las variables *Impedancia acústica* y *relación V_p/V_s* , clasificados de acuerdo a la interpretación por facies litológicas, se concluye que no es posible determinar correctamente las relaciones de dependencia entre las variables. El motivo es que existe traslape entre varios de los límites de las variables por facies litológica, aspecto que va en contra del requisito de 'exclusión'. Este hecho se describe en la figura 5.26.

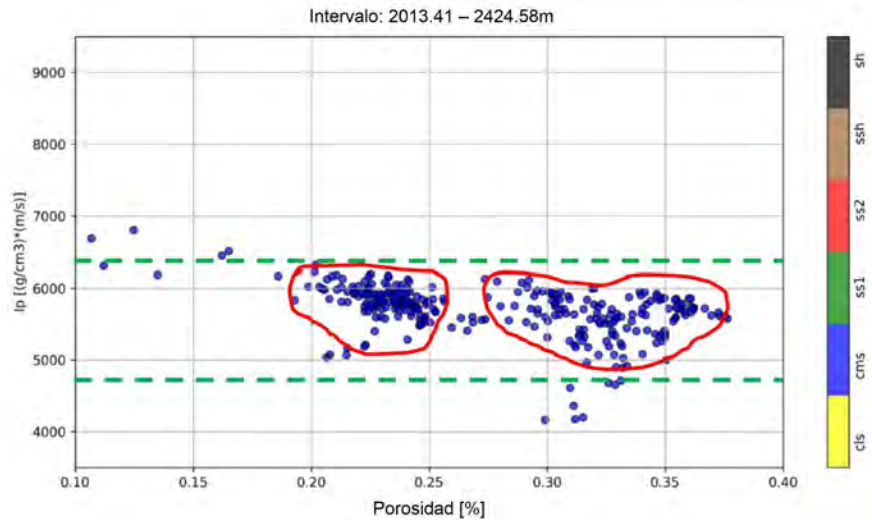


Figura 5.26: Gráfico I_p - Φ con datos de facies **cms** (arena cementada), que exhibe la posibilidad de hacer una Reclasificación de facies.

La figura **5.26** describe que para un determinado intervalo de la variable *Impedancia acústica* (I_p), existen dos grandes grupos de nubes de puntos para la variable *Porosidad*. Es decir, no existe relación “uno a uno”. Este hecho demuestra que no es posible determinar correctamente las relaciones de dependencia entre las variables consideradas de acuerdo a la *clasificación por facies litológicas*. Aprovechando el avance hasta ahora alcanzado de los Modelos de Física de Rocas, se plantea una *Reclasificación de facies bajo el criterio de Física de Rocas*.

Para ello se emplea uno de los gráficos básicos considerados en Física de Rocas: el gráfico de I_p - Φ . En la figura **5.27** se muestra cada uno de los tipos de facies graficados por separado:

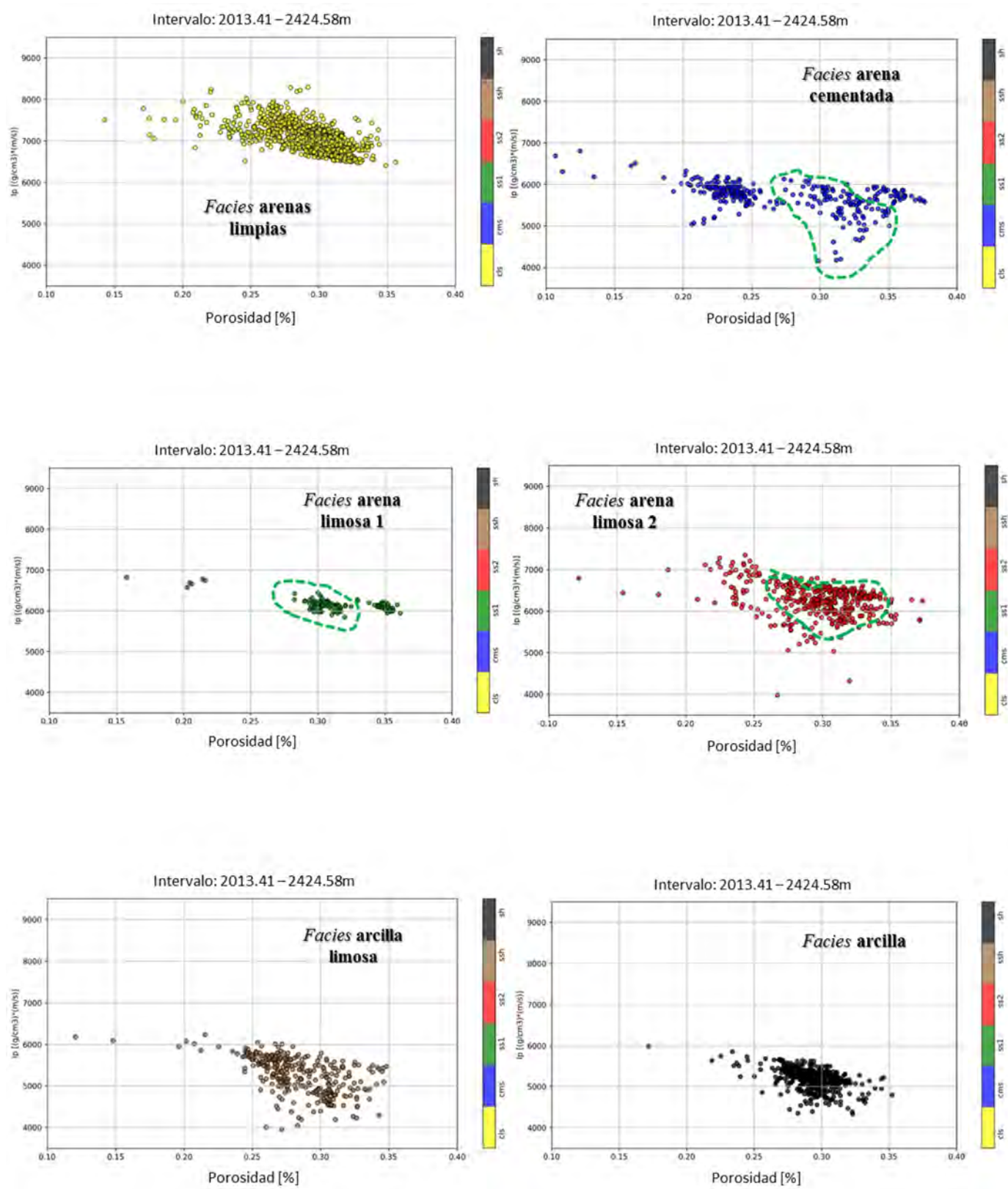


Figura 5.27: Clasificación por facies litológicas. Datos del pozo Well-2.

La figura 5.27, en las facies de arena cementada, arena limosa 1 y 2, se identifica segregación o separación de grupos de datos. Por tal motivo se plantea la *Reclasificación de facies* a través de la reagrupación de datos. De esta forma surgen las **facies A, B y C**.

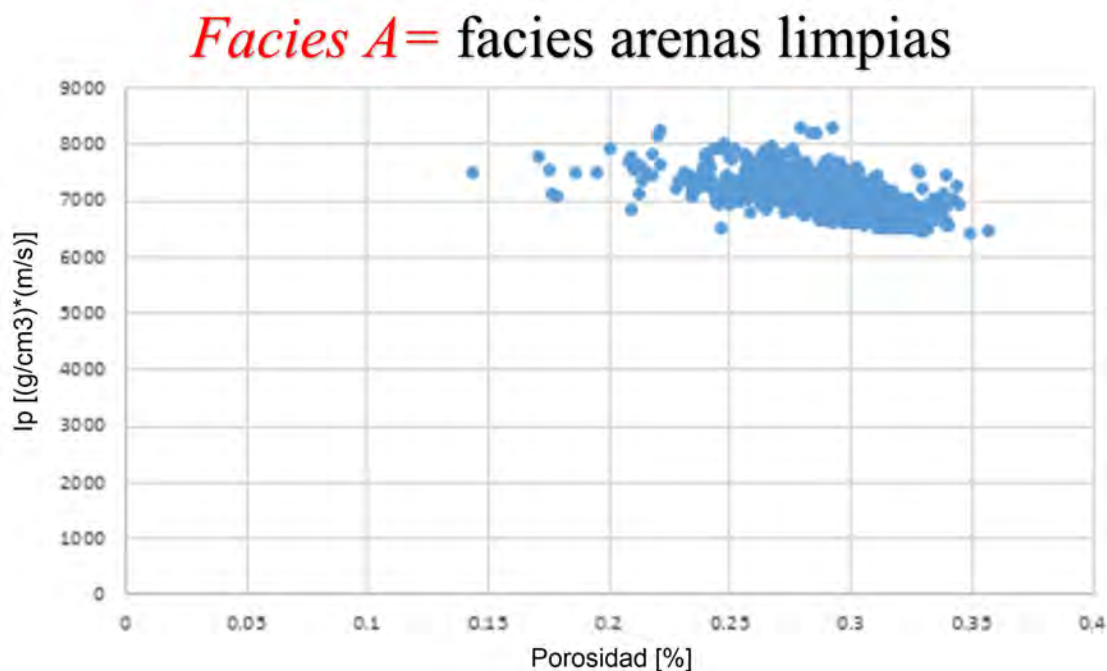


Figura 5.28: Definición de la facies A para el pozo Well-2.

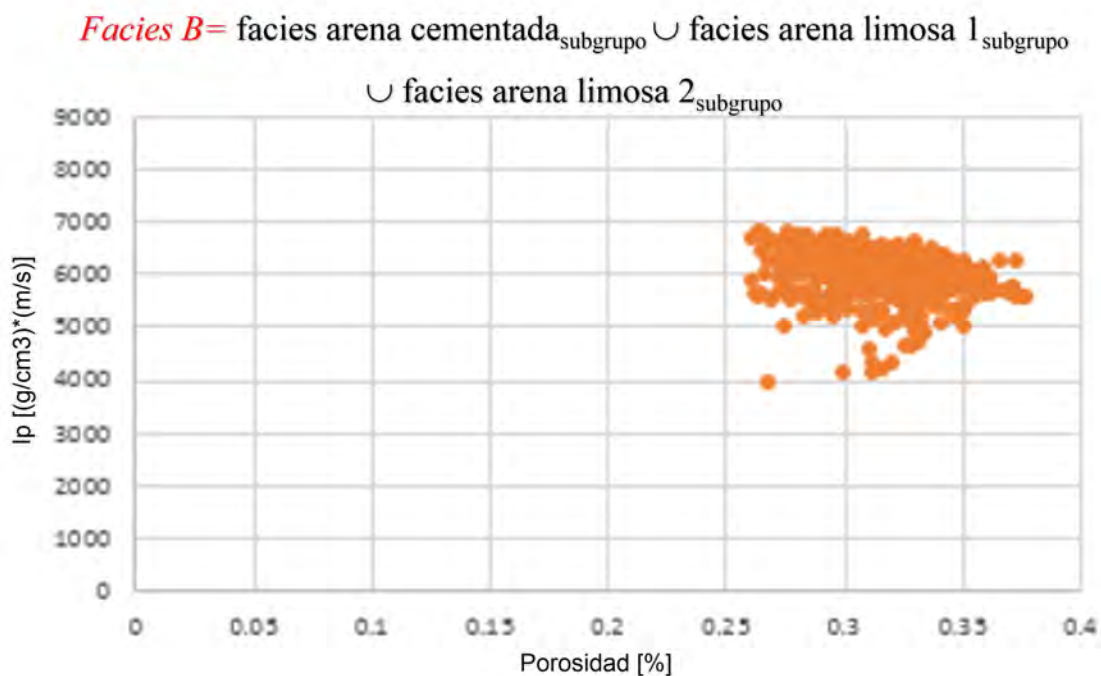


Figura 5.29: Definición de la facies B para el pozo Well-2.

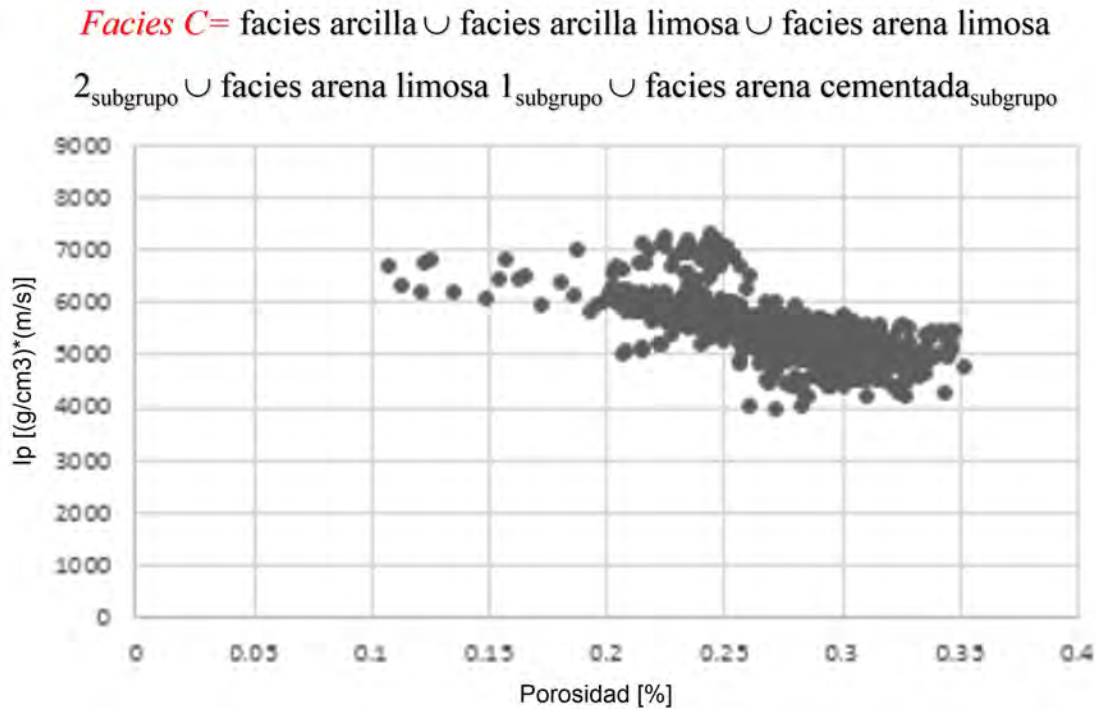


Figura 5.30: Definición de la facies C para el pozo Well-2.

Las figuras 5.28, 5.29 y 5.30 describen las definiciones de las nuevas facies a considerar, esto es, aquellas que surgen a partir del gráfico básico de Física de Rocas, I_p - Φ . Es decir, la figura 5.28 establece que la facies A toma todos los datos de la facies litológica “arenas limpias”. A su vez, la 5.29 establece que la facies B se compone de un subconjunto de puntos de la facies litológica “arena cementada”, un subconjunto de puntos de la facies “arena limosa 1” y otro subconjunto de puntos de la facies “arena limosa 2”. El símbolo \cup representa la Unión matemática de teoría de conjuntos.

De tal modo que esta reclasificación a través de la *reagrupación de las facies litológicas* llevan al gráfico de la figura 5.31:



Figura 5.31: Gráfico conjunto de facies A, facies B y facies C para el pozo Well-2.

La Reagrupación de facies bajo el criterio de Física de Rocas erradica la segregación o separación de datos en una misma facies. Este proceso reduce el número en la clasificación de facies de seis a tres.

La figura 5.32 muestra la comparación entre la Clasificación de facies a seis grupos (facies litológicas) y la Clasificación de facies a tres grupos (facies Física de Rocas), en el intervalo de análisis considerado.

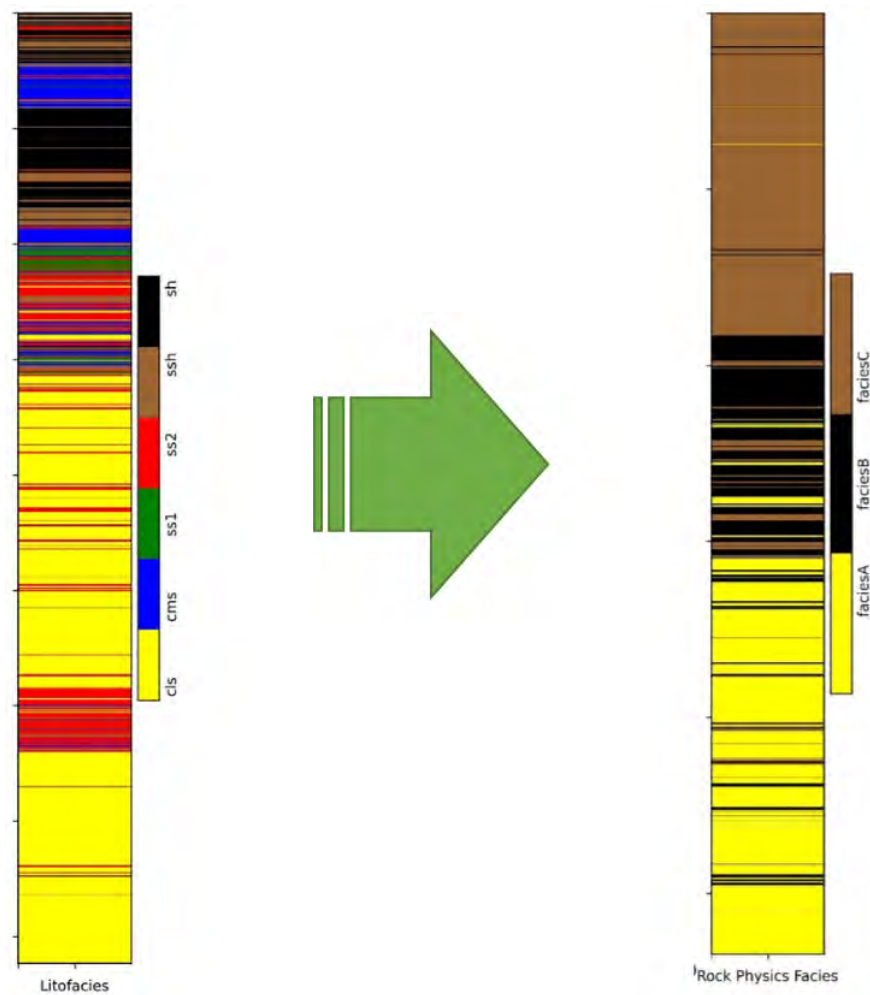


Figura 5.32: Comparación de facies interpretadas para el pozo Well-2.

5.3.6. Algoritmo de Inversión de Impedancia

Para el desarrollo de este esquema de inversión de impedancias es importante mencionar que se basa en el artículo de [Ferguson and Margrave, 1996]. A continuación se describe el desarrollo de la implementación de este esquema de inversión.

1.- El punto de partida consiste en extraer la traza sísmica más cercana al pozo de validación. Además, es necesario contar con la curva de impedancia en el dominio del tiempo. En este caso, la curva de impedancia que servirá como referencia es el registro de impedancia del pozo.

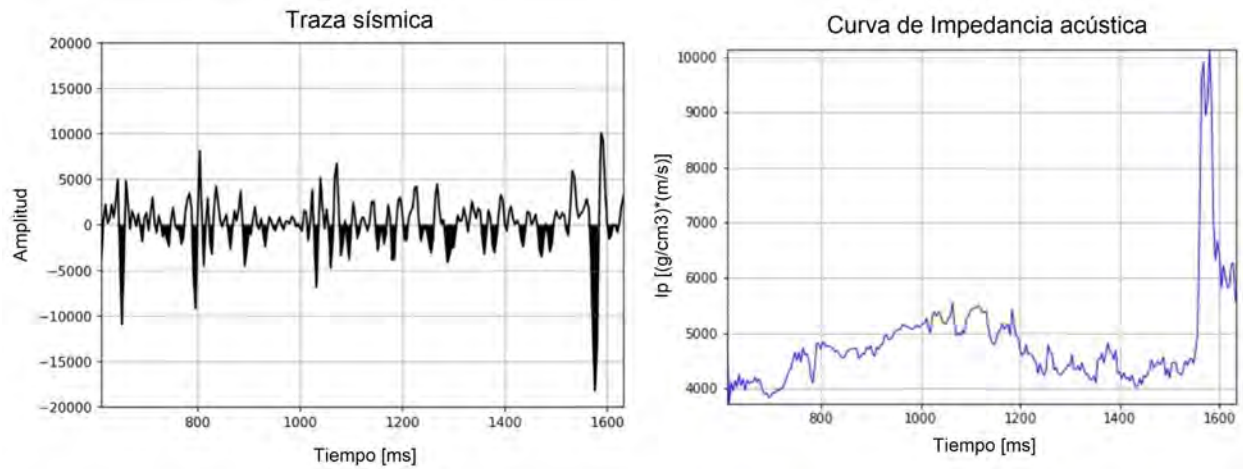


Figura 5.33: Traza sísmica extraída más cercana al pozo de validación (*izquierda*) y curva de impedancia en el dominio del tiempo (*derecha*).

2.- A partir de la curva de impedancia es posible calcular los valores de los coeficientes de reflexión en cada punto, hecho que a su vez conforma lo que comúnmente se conoce como *Reflectividad* o *Serie de Reflectividad*.

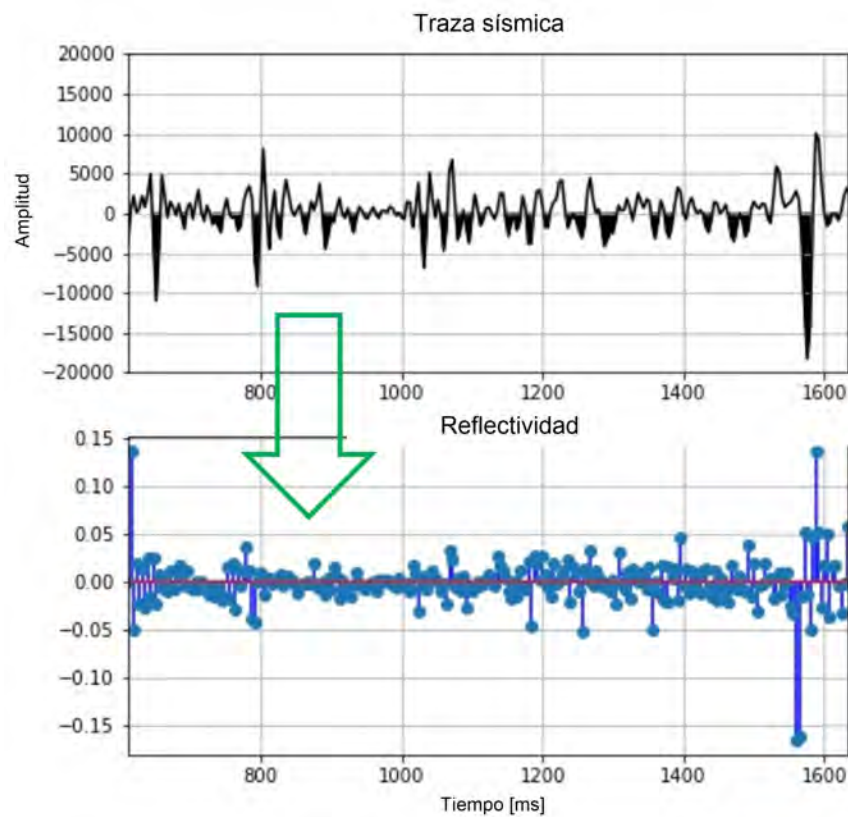


Figura 5.34: Nótese que el comportamiento de la *Serie de Reflectividad* y la prominencia de sus picos(*spikes*) más grandes, están en concordancia con los valores más altos(o bajos) de amplitud de la traza sísmica.

3.- Un aspecto físico que toma en consideración el algoritmo de inversión de impedancia es el efecto de compactación debido a la presión o carga litostática. Este efecto provoca que la curva de impedancia presente inherentemente una tendencia con pendiente positiva. Lo que se hace es estimar esta tendencia para que, una vez conocida, se elimine este efecto de la curva de impedancia.

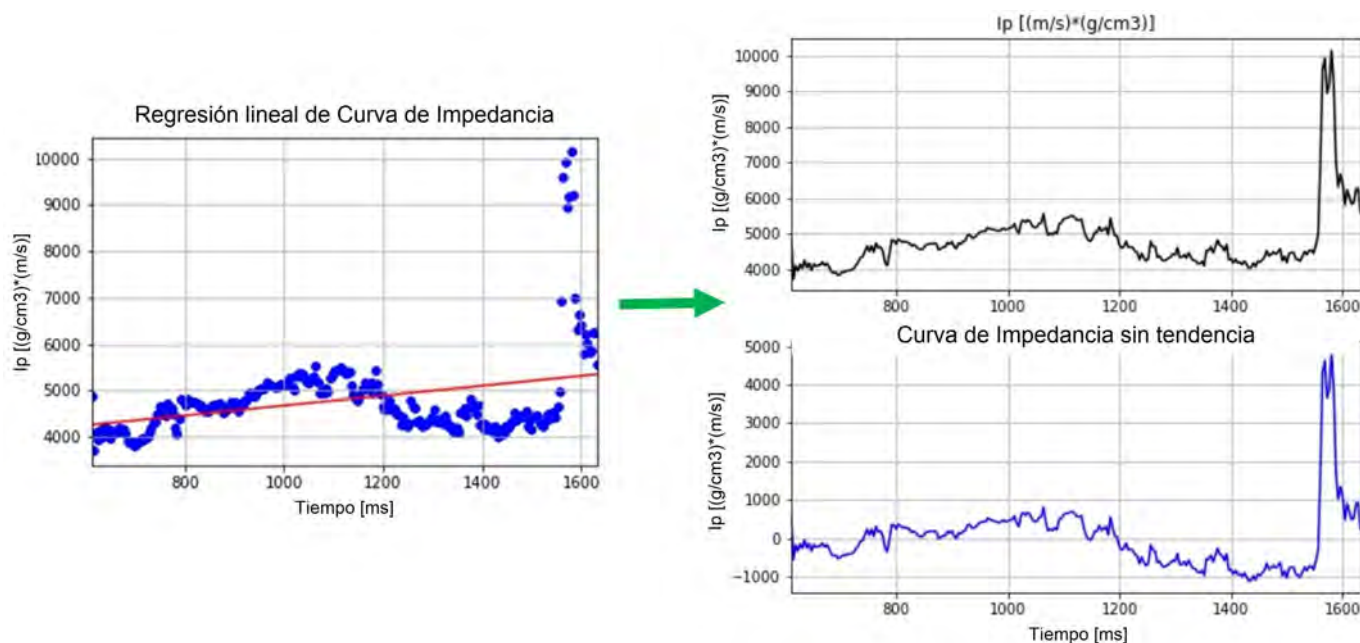


Figura 5.35: (izquierda) Regresión lineal de los datos de impedancia para estimar la tendencia. (derecha) Comparativa de la curva de impedancia acústica con y sin efecto de tendencia.

4.- Una vez que se ha removido la tendencia debida al efecto de compactación litostática de la curva de impedancia, se calcula el espectro de frecuencias de la curva de impedancias. Tradicionalmente, este espectro se calcula mediante la aplicación de la transformada de Fourier a la curva de impedancias.

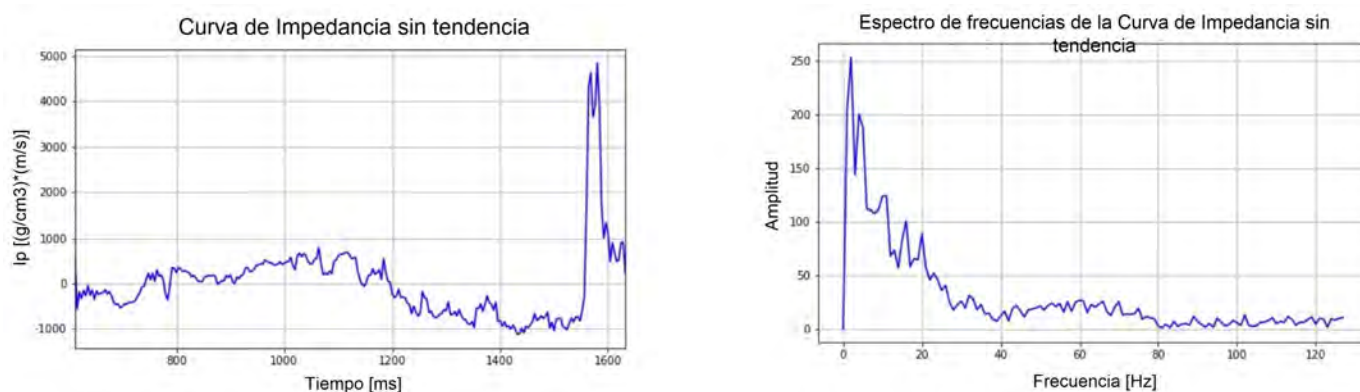


Figura 5.36: (izquierda) Curva de impedancias sin efecto de tendencia. (derecha) Espectro de frecuencias de la curva de impedancias.

En la figura 5.36 se observa que la energía de la curva de impedancias se concentra en las bajas frecuencias, es decir, de frecuencias cercanas a cero hasta aproximadamente los 20 – 30Hz, la energía decae a su mínimo.

5.- Ya que se conoce el espectro de frecuencias de la curva de impedancias, se busca preservar y aprovechar la información de *bajas frecuencias* contenida en la curva de impedancias. Del espectro de frecuencias se puede concluir que la mayor energía se concentra entre las frecuencias cercanas a cero y los 10Hz. Por lo tanto, el paso a realizar consiste en *filtrar* la curva de impedancias preservando exclusivamente las frecuencias que van de los 0 a los 10Hz.

Para realizar el filtrado de la curva de impedancias se implementó un *filtro Butterworth pasa – bajas*.

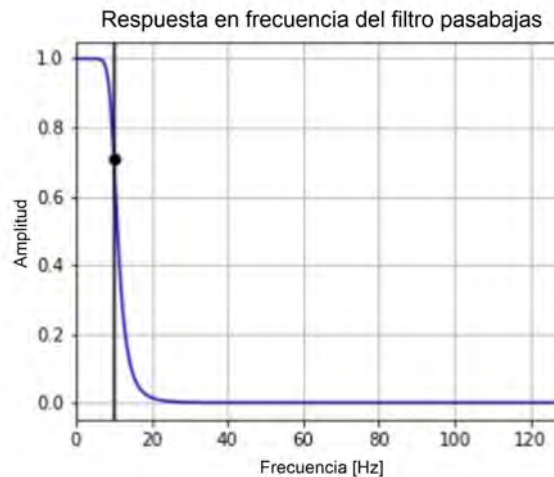


Figura 5.37: Ventana del *filtro Butterworth pasa – bajas* con frecuencia de corte a 10Hz.

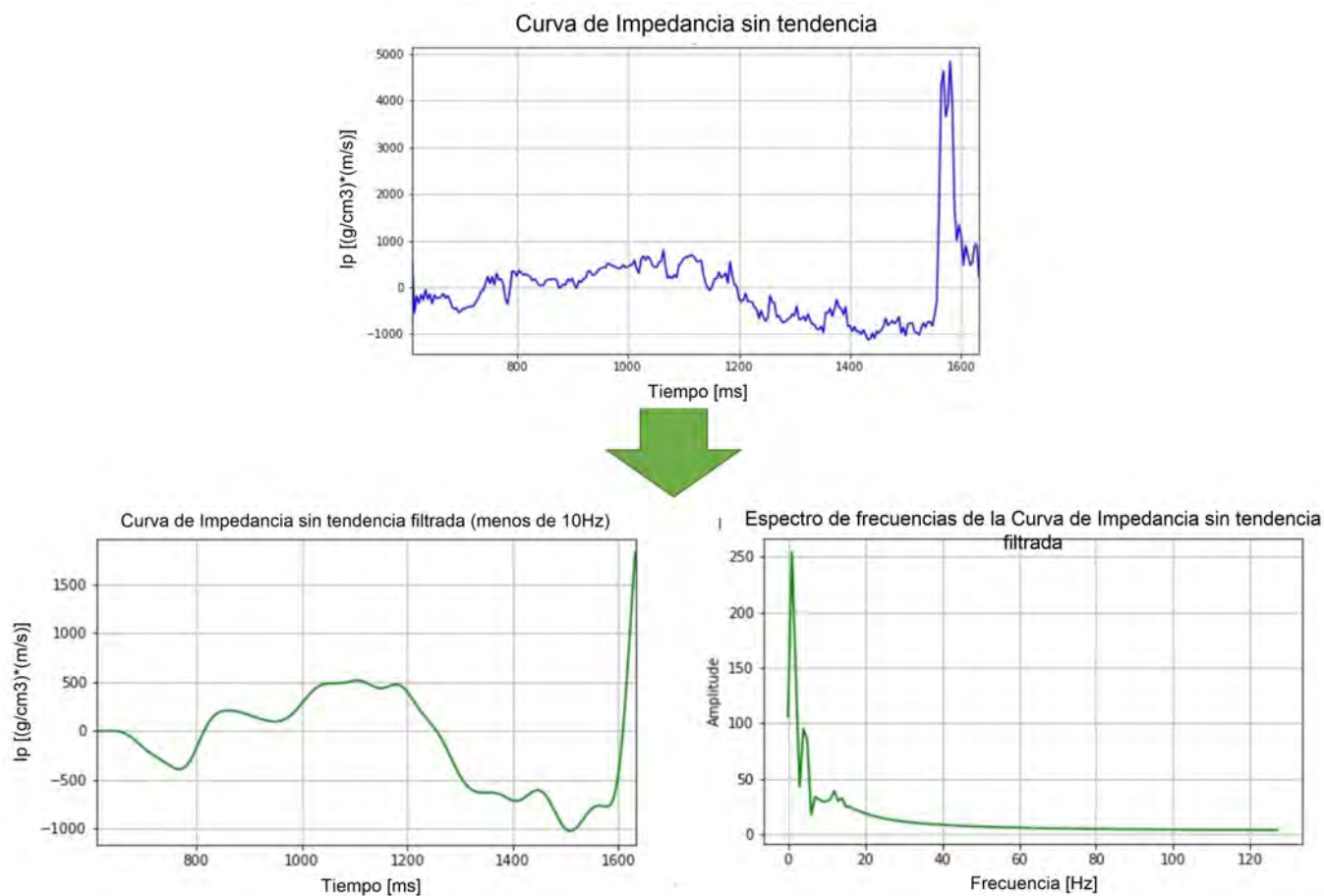


Figura 5.38: (arriba) Curva de impedancias preservando su contenido de frecuencias completo. (izquierda) Curva de impedancias preservando sólo el rango de frecuencias de 0 a 10Hz. (derecha) Espectro de frecuencias de la curva de impedancias filtrada.

6.- Al igual que sucedió con la curva de impedancias, se calcula también el *espectro de frecuencias* de la traza sísmica más cercana al pozo de validación.

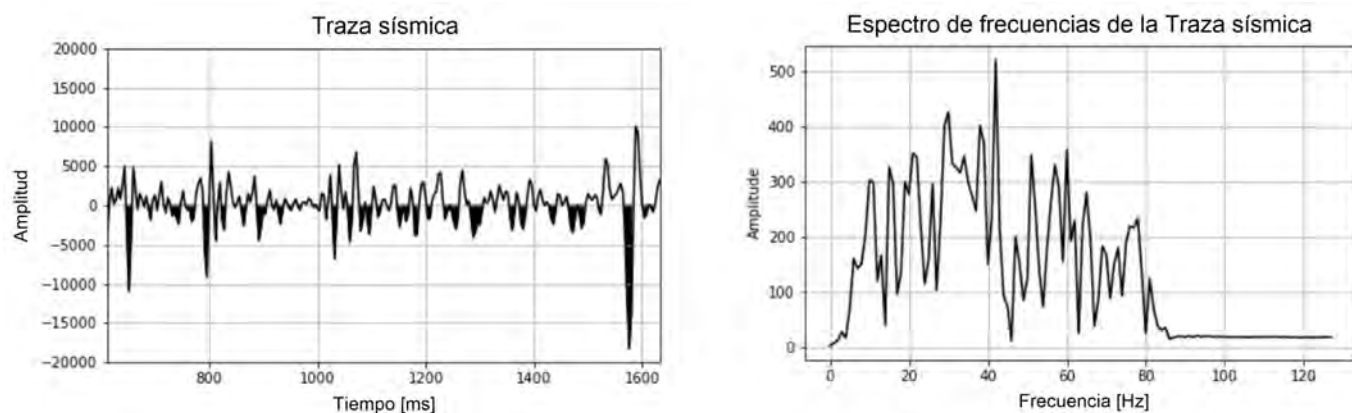


Figura 5.39: (izquierda) Traza sísmica más cercana al pozo de validación. (derecha) Espectro de frecuencias de la traza sísmica. Nótese que la energía se concentra en el rango de frecuencias de los 10 a 85Hz.

Ya que se han calculado los espectros de frecuencias tanto de la curva de impedancia como de la traza sísmica, entonces se realiza el siguiente punto:

7.- Se *'fusionan'* el espectro de frecuencias del registro de impedancia con el espectro de frecuencias de la traza sísmica. Dicho proceso se consigue mediante un factor de escalamiento.

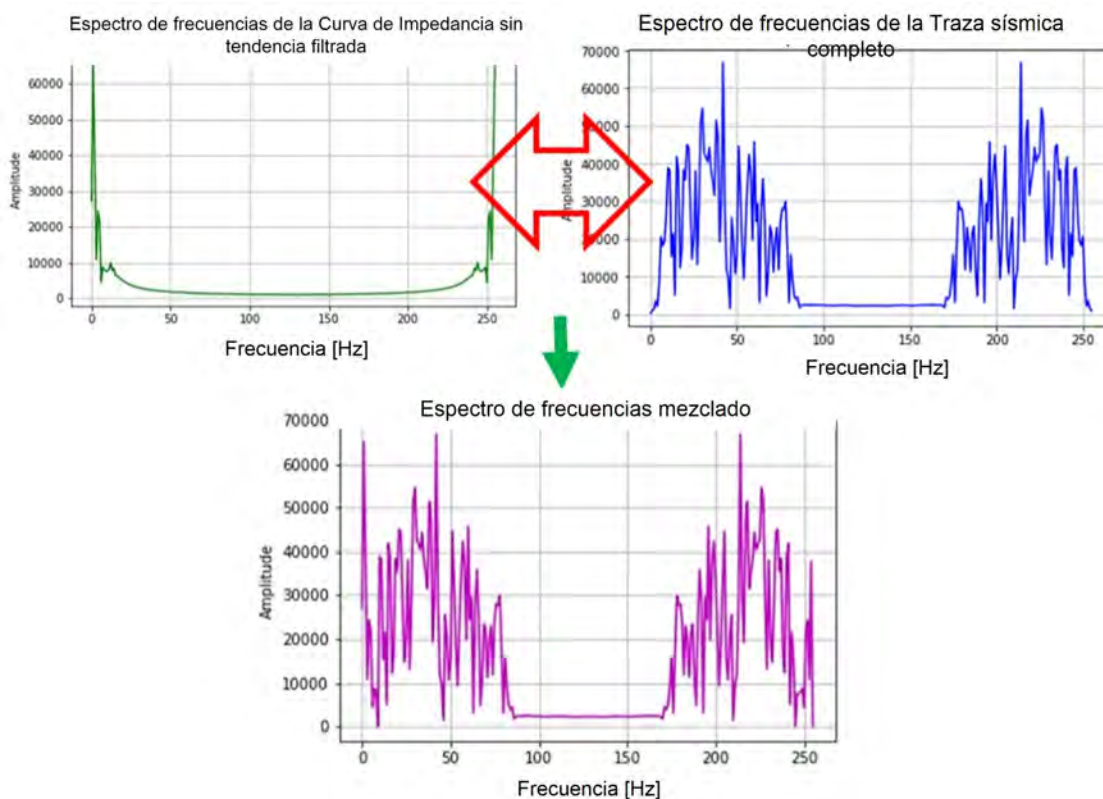


Figura 5.40: Espectro de frecuencias *'fusionado'* que contiene tanto la contribución de la curva de impedancia como de la traza sísmica.

8.- Una vez obtenido el *espectro de frecuencias fusionado o combinado*, se le aplica transformación inversa de Fourier para así recuperar la *'traza sísmica escalada'*.

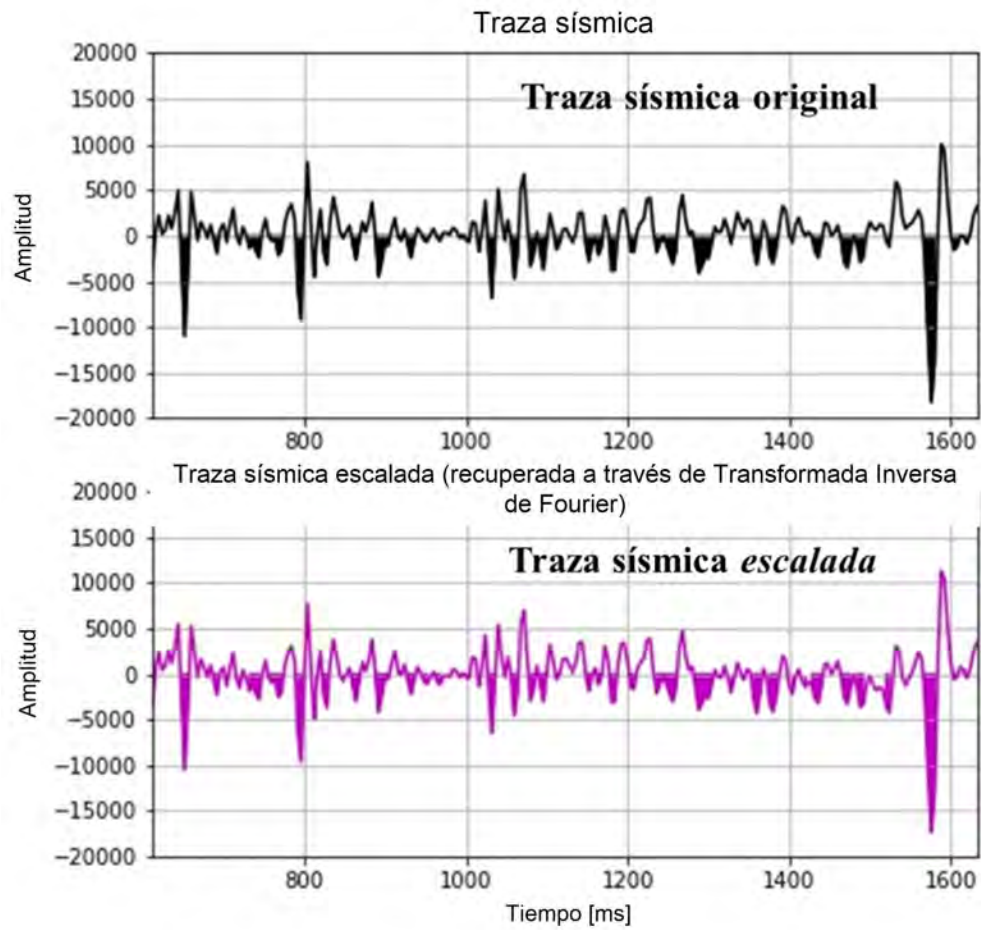


Figura 5.41: Trazas sísmicas verdadera original y escalada.

9.- Obtención de la curva de impedancia a través del algoritmo de inversión.



Figura 5.42: Superposición y comparativa de curvas de impedancia en el pozo de validación. (línea negra) Curva de registro de impedancia del pozo. (puntos color magenta) Curva de impedancia calculada mediante el algoritmo de inversión.

5.3.7. Predicción de *facies* a través de *Machine Learning*

En un capítulo previo se logró reducir de seis a tres el número de facies consideradas dentro del intervalo de análisis, debido al conocimiento previo obtenido de los modelos de Física de Rocas. Ahora bien, lo que se busca entonces es aprovechar las curvas de registros geofísicos y la interpretación de facies del pozo de validación para realizar una predicción en otros pozos o regiones en donde no se cuente con esta información.

La Predicción de facies se llevará a cabo mediante la implementación de técnicas de Machine Learning. A continuación se describen los pasos del desarrollo del proceso de Predicción. Este sigue y se basa en el trabajo de [Hall, 2016].

1. Asociar las facies a una barra de colores.

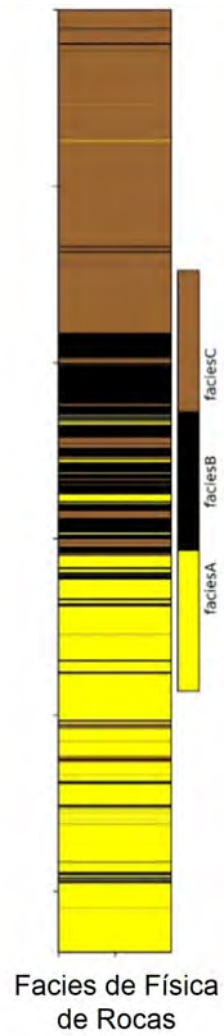


Figura 5.43: Facies de Física de Rocas del pozo de validación Well-2 en el intervalo de análisis.

2. Información Estadística de las curvas de registros geofísicos de pozo a considerar.

	Facies	Depth	AI	VP	RHO
count	2673.000000	2673.000000	2673.000000	2673.000000	2673.000000
mean	2.001122	2219.277415	6181.364055	2804.489787	2.203352
std	0.877828	118.985992	855.411028	367.733448	0.078851
min	1.000000	2013.560000	3953.960000	1964.700000	1.750000
25%	1.000000	2116.120000	5409.910000	2451.800000	2.170000
50%	2.000000	2219.600000	6186.280000	2846.700000	2.200000
75%	3.000000	2322.320000	6930.590000	3127.500000	2.250000
max	3.000000	2424.580000	8292.840000	3747.500000	2.560000

Figura 5.44: En este caso particular se consideran las curvas de I_p , V_p y Rho . La justificación a ello es que estas curvas son las que intrínsecamente pueden equipararse a las obtenidas mediante el algoritmo de inversión sísmica, así como al proceso de Correlación Sísmico - geológica implementados.

3. Graficar las curvas de registros geofísicos de pozo consideradas junto con su interpretación de facies (*Facies de Física de Rocas*).

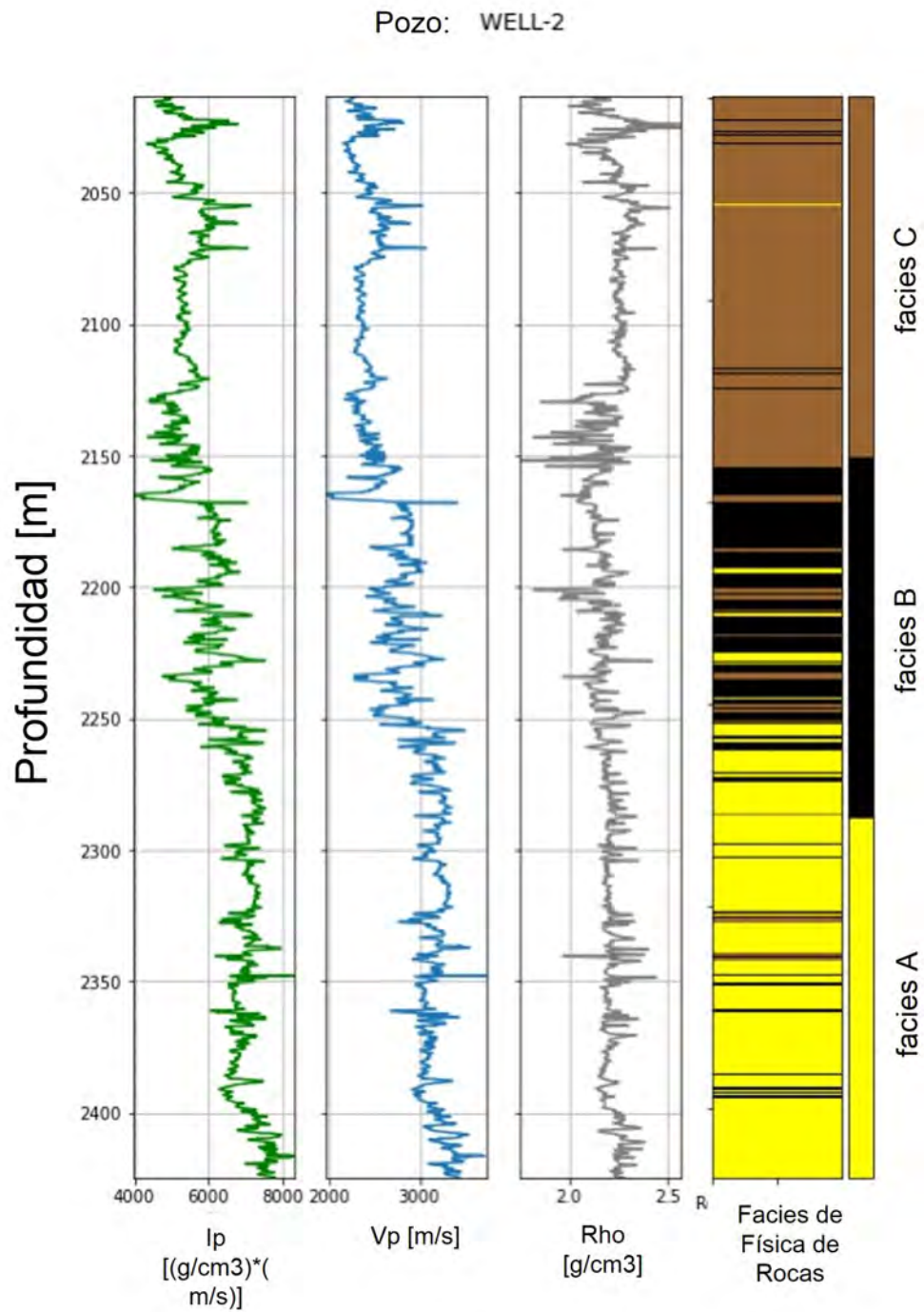


Figura 5.45: Curvas de registros geofísicos de pozo consideradas (I_p , V_p y Rho) junto con su interpretación de facies del pozo Well-2 en el intervalo de análisis.

De forma análoga al trabajo de [Hall, 2016], en este caso el conjunto de datos consiste de tres *features* (mediciones de las curvas de registros geofísicos de pozo *Impedancia Acústica*, *Velocidad de Onda P-* y *Densidad*) y una etiqueta de facies. En terminología de *Machine Learning*, el conjunto de curvas de medición a cada intervalo de profundidad comprende lo que se conoce como *feature vector*, cada uno de los cuales está asociado a una *clase* (*tipo de facies*).

Además, en el caso particular de este trabajo, sólo se consideran las curvas de registros del Pozo de validación (Well-2). Como se ha mostrado en el numeral 1, éste pozo ya tiene interpretadas clases de litofacies asociadas al análisis de Física de Rocas. Toda vez que se haya entrenado (*trained*) el *clasificador*, éste se utilizará para asignar o interpretar facies en el Pozo de correlación (Well-3).

4. Conteo de facies en el intervalo de análisis.

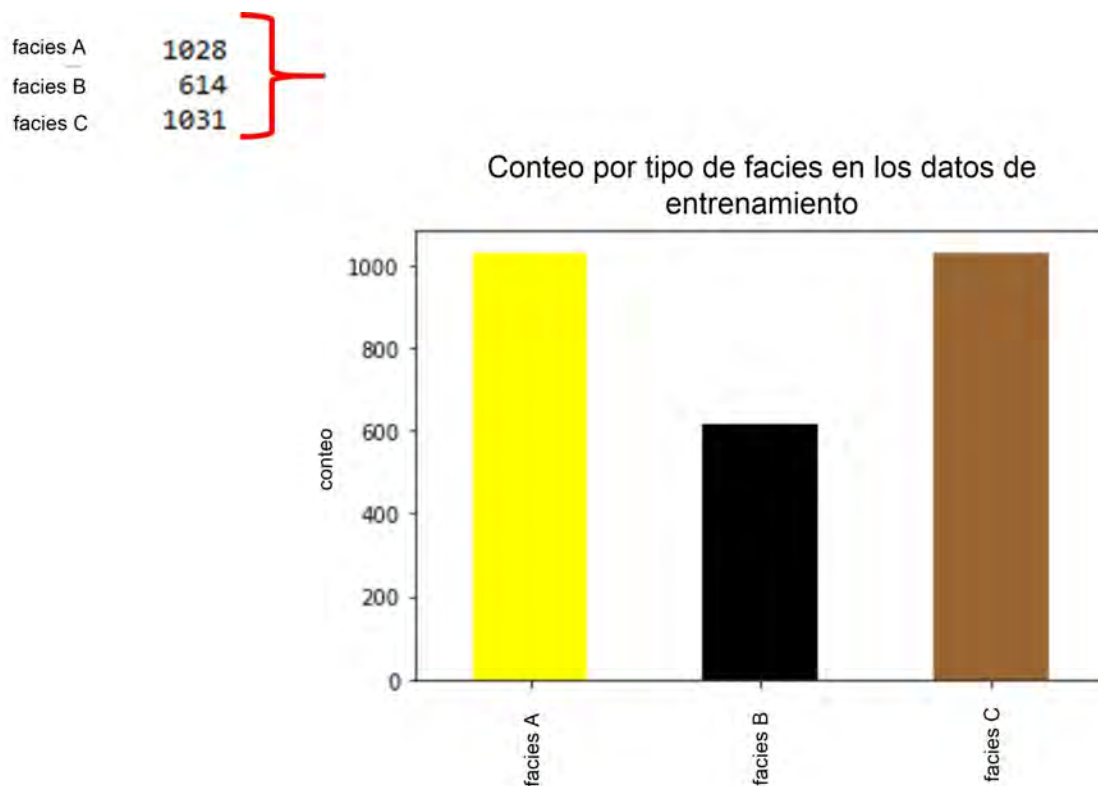


Figura 5.46: En el conteo de *facies*, la suma total debe coincidir con el número total de muestras en el intervalo de análisis.

5. Generación de los gráficos cruzados (*crossplots*) de las tres curvas de registros geofísicos de pozo analizados (*Impedancia acústica*, *velocidad de Onda P-* y *Densidad*).

6. Condicionando el conjunto de Datos.

Muchos algoritmos de *Machine Learning* asumen o presuponen que los *features* están normalmente distribuidos (*e.g. distribución Gaussiana con media cero y varianza unitaria*).

Este hecho no necesariamente ocurre en todos los casos. Cuando esto sucede, lo que se hace es *condicionar* o *estandarizar* los datos de entrenamiento (*training data*) para que tengan esta propiedad de normalidad. Los mismos factores o parámetros usados para estandarizar los datos de entrenamiento deberán aplicarse también al conjunto de datos subsecuente para su clasificación.

7. Entrenando el *Clasificador*.

El conjunto de *datos condicionados* obtenido puede ahora utilizarse para entrenar algún *SVM* para clasificar facies. Si los datos fueran *linealmente separables*, sería cosa fácil distinguir los límites de las distintas clases en los datos de entrada. No obstante, suele pasar que esto no ocurre (*no son linealmente separables*). Por lo anterior, existe una técnica denominada “*kernel trick*”, en la que los datos se proyectan a un espacio dimensional superior donde éstos ya son *linealmente separables*. Es decir, los márgenes, límites o fronteras pueden distinguirse con facilidad en este espacio. Los límites o fronteras se generan durante la *etapa de entrenamiento (training step)*.

8. Se implementa el método de *Machine Learning* denominado “*SVM (support vector machine)*”.

Como se ha mencionado, el algoritmo de *Support Vector Machine* se encuentra dentro de los algoritmos de clasificación y en este caso se utiliza para identificar litofacies basadas en mediciones de registros geofísicos de pozo. Un *Support Vector Machine (SVM)* es un tipo de algoritmo de *aprendizaje supervisado (Supervised-learning)*, al cual es necesario suministrarle *datos de entrenamiento (training data)* para que aprenda las relaciones existentes entre las mediciones (*features*) y las clases asignadas.

La implementación del *SVM* considera o toma un número importante de parámetros. Éstos pueden relacionarse al control de la *tasa de aprendizaje (learning rate)* o bien, a la especificación de las funciones kernel. La elección de estos parámetros pueden afectar la precisión del *Clasificador*, aspecto por el cual es importante encontrar la opción óptima de parámetros en la etapa denominada *Selección del modelo*.

9. Para fortalecer y favorecer la capacidad predictiva del modelo de *Machine Learning*, se define un *vector de ‘facies adyacentes’*. Este vector indica los contactos existentes entre cada una de las facies, en todo el intervalo de análisis.

10. Evaluando el *Clasificador*.

Esta etapa básicamente se reduce al hecho de aplicar la técnica del *pozo ciego* y comparar las *facies predichas* contra las *facies actuales / reales*.

Otra práctica útil, además de la remoción de datos (e.g. remoción de un pozo del conjunto original de datos para su comparación), es la *validación cruzada (cross-validation data set)*.

11. *Predicción de facies* a partir del *modelo de Machine Learning*, utilizando como insumos las curvas de registros geofísicos del pozo de validación.

5.3.8. Correlación Sísmico-geológica

La conexión entre los pozos Well-2 y Well-3 se realizará a través de una Correlación Sísmico – Geológica. La continuidad sísmico espacial entre los pozos Well-2 y Well-3 se efectúa a través del horizonte sísmico que corresponde a la cima de la Formación geológica ‘Heimdal’.

Del pozo Well-3 sólo se cuenta con la información de coordenadas del pozo (*Well head*), el giroscópico o *Survey* del pozo y sus marcadores geológicos (*Well picks*). Para efectuar la Correlación sísmico-geológica es necesario que el pozo Well-3 además cuente con su tabla Tiempo – Profundidad. Dicha tabla se generó a partir del registro sísmico tomando como punto de calibración la cota correspondiente al horizonte sísmico de la entrada de la formación Heimdal.

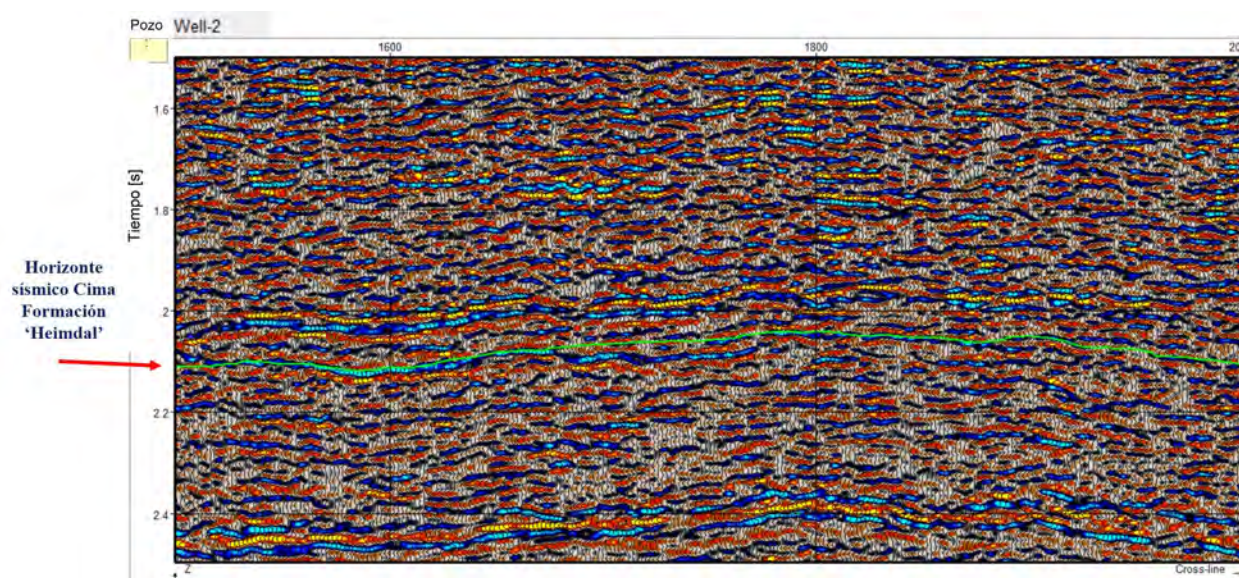


Figura 5.47: Sección sísmica que intersecta el pozo de validación Well-2.

La figura 5.47 además muestra el horizonte sísmico que fungirá como punto de referencia para la Correlación entre los pozos Well-2 y Well-3. Nótese que el horizonte sísmico interpretado se realiza en color sísmico azul, que a su vez se asocia con un pico de amplitud sísmica positiva del *wiggle*.

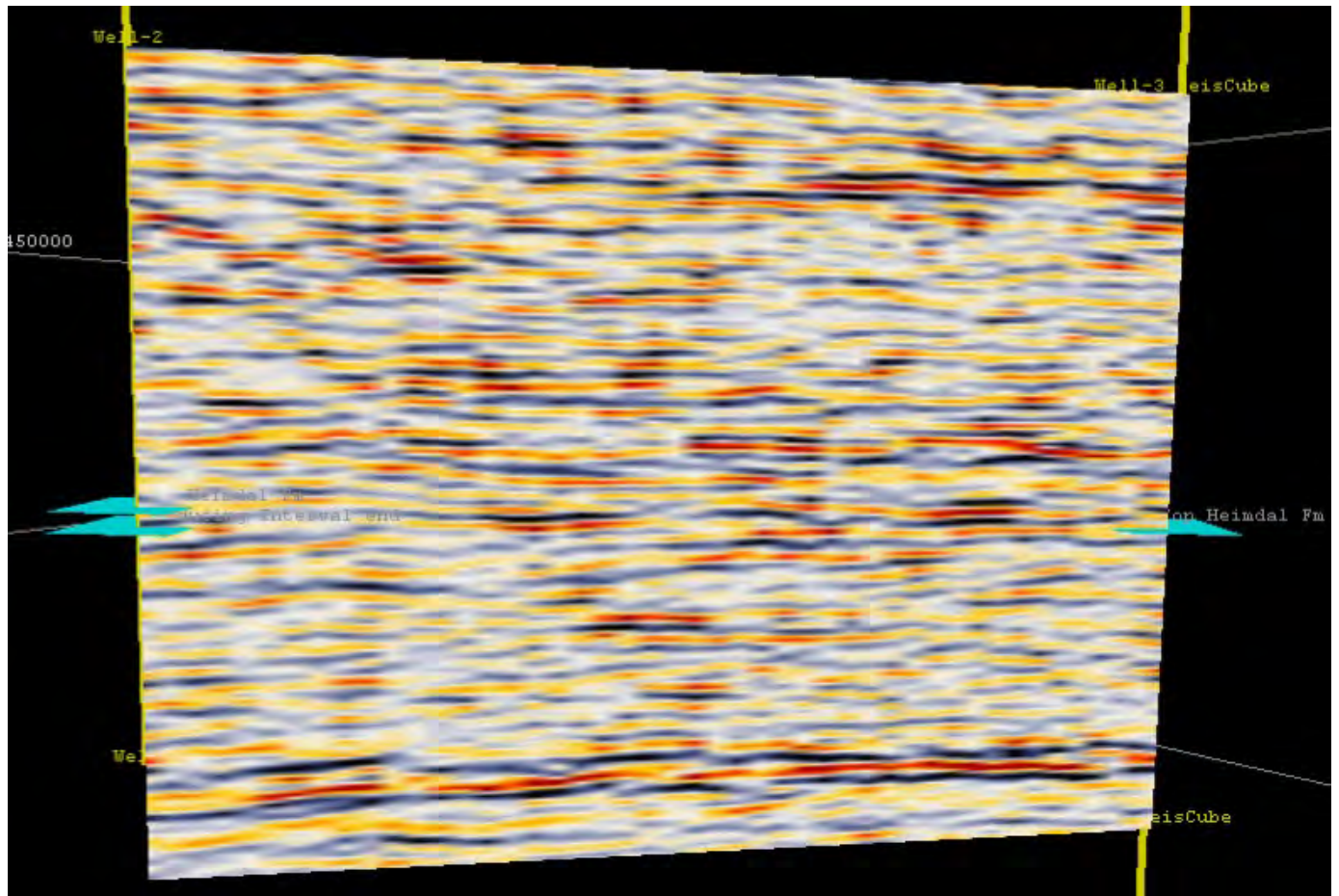


Figura 5.48: Sección sísmica de correlación entre los pozos Well-2 y Well-3.

Los planos color azul mostrados en la figura 5.48 representan los marcadores geológicos de la entrada de la formación Heimdal, en ambos pozos.

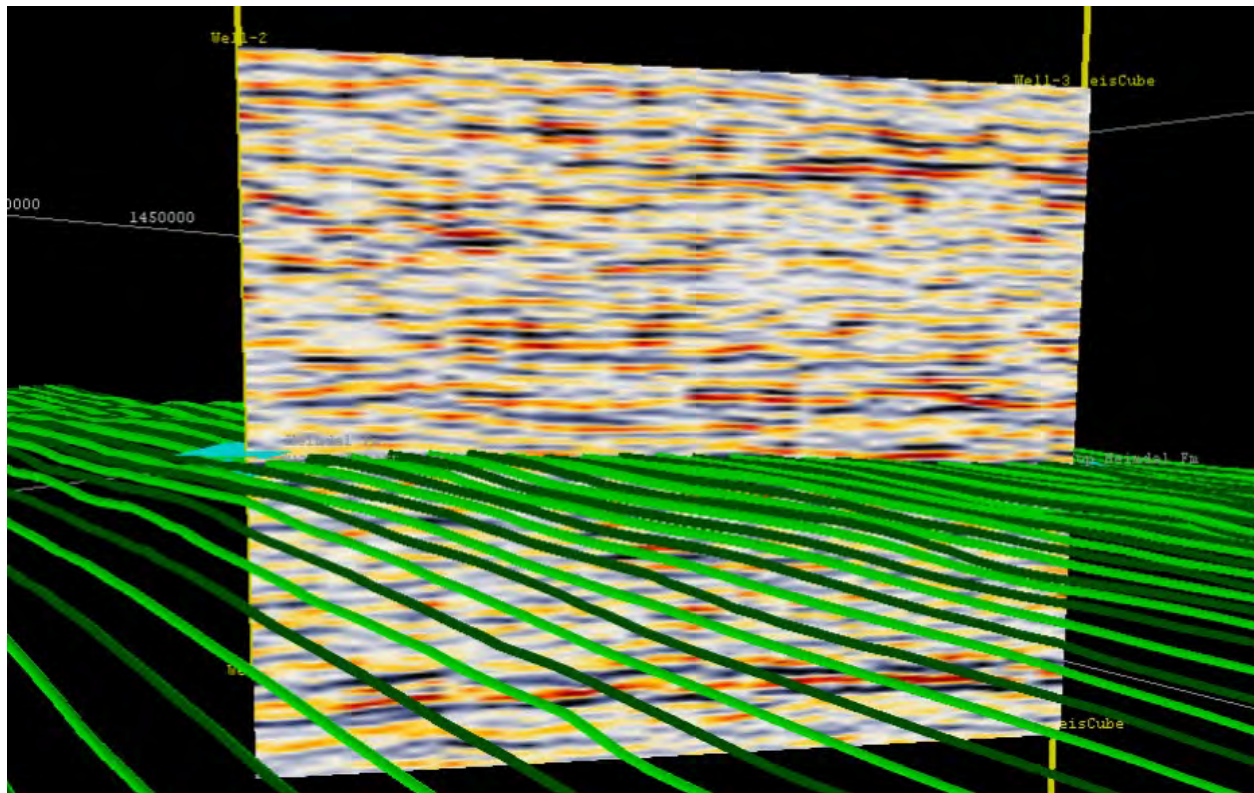


Figura 5.49: Horizonte sísmico de la entrada de la Formación Heimdal. Punto de conexión entre los pozos Well-2 y Well-3.

Las líneas de color verde mostradas en la figura 5.49 conforman la malla de interpretación sísmica asociada al horizonte sísmico de la cima de la formación geológica Heimdal.

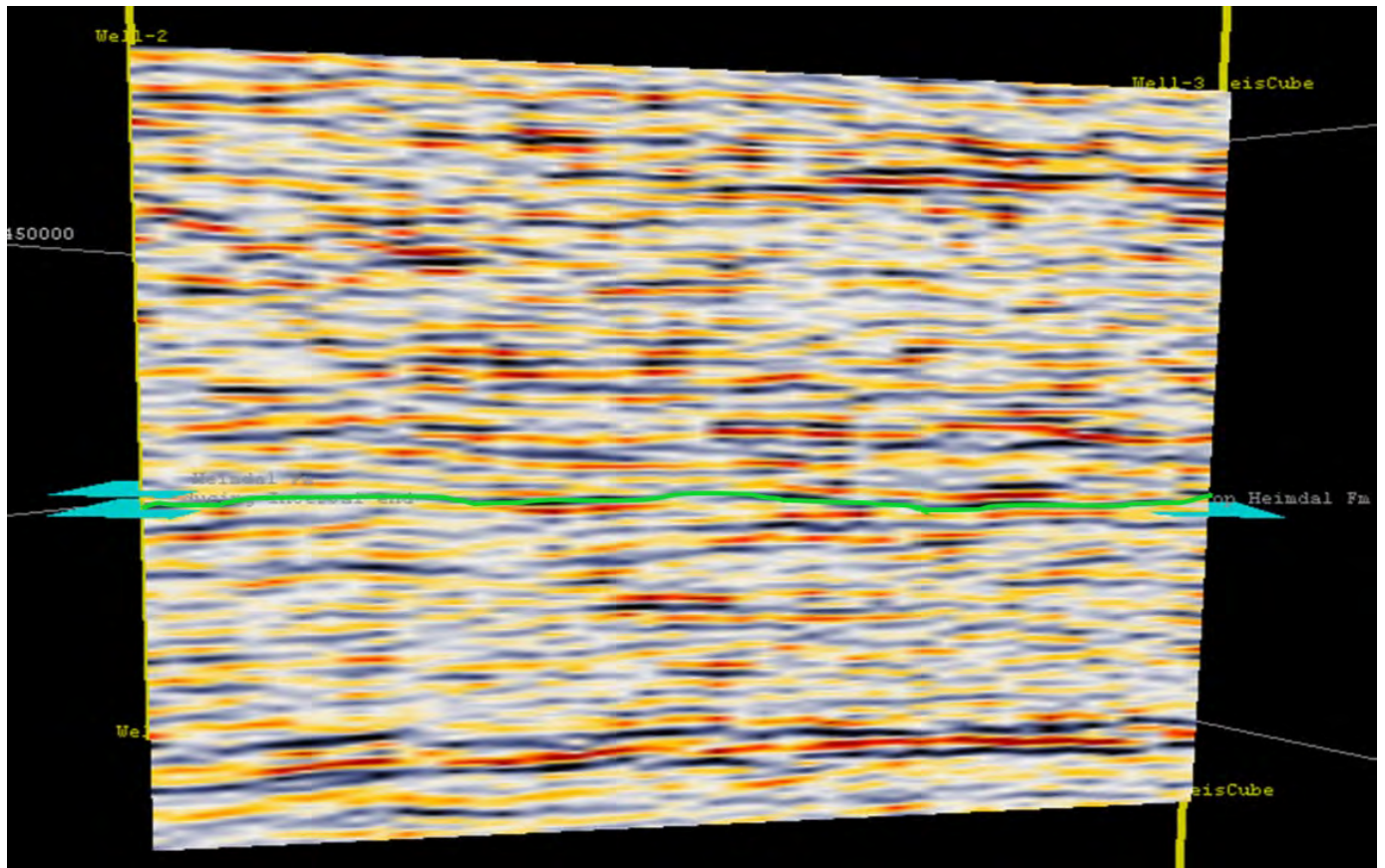


Figura 5.50: Reflector sísmico que une o correlaciona los pozos Well-2 y Well-3, correspondiente al horizonte sísmico de la entrada de la Formación Heimdal.

Las figuras 5.47 a 5.50 otorgan validez a la Correlación Sísmico-Geológica al establecer continuidad lateral entre los pozos Well-2 y Well-3, permitiendo una correlación entre ellos a través del cubo sísmico. El paso siguiente es aprovechar la columna estratigráfica del pozo Well-2 para de esta forma extrapolar las curvas de I_p , V_p y Rho al pozo Well-3.

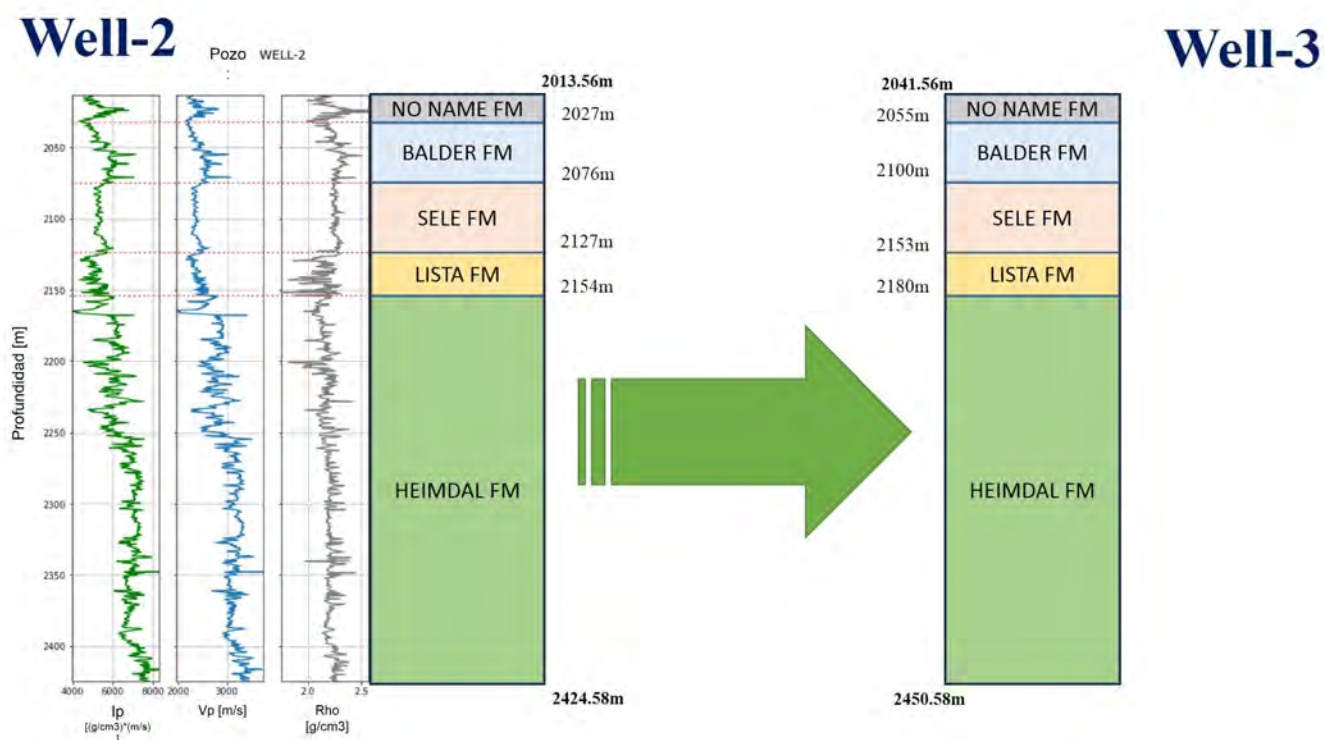


Figura 5.51: Columnas estratigráficas de los pozos Well-2 y Well-3.

En la figura 5.51, para el caso del pozo de validación además de su columna estratigráfica, se agregan las curvas de Ip, Vp y Rho.

5.3.9. Identificación de Relaciones de Dependencia

Toda vez que el algoritmo de inversión sísmica y el proceso de Correlación Sísmico - geológica han arrojado las curvas de estimación (Ip, Vp, Rho) en la trayectoria del pozo de Correlación (Well-3), se desea también estimar propiedades petrofísicas por medio de esas curvas de información.

Las propiedades petrofísicas son Porosidad (Phi) y Contenido de arcilla (Vsh). Para ello, se aprovechará esta información disponible en el pozo de validación (Well-2), para calcular, identificar y privilegiar la relación de dependencia más prominente para cada variable. A continuación se muestran las imágenes que describen este propósito.

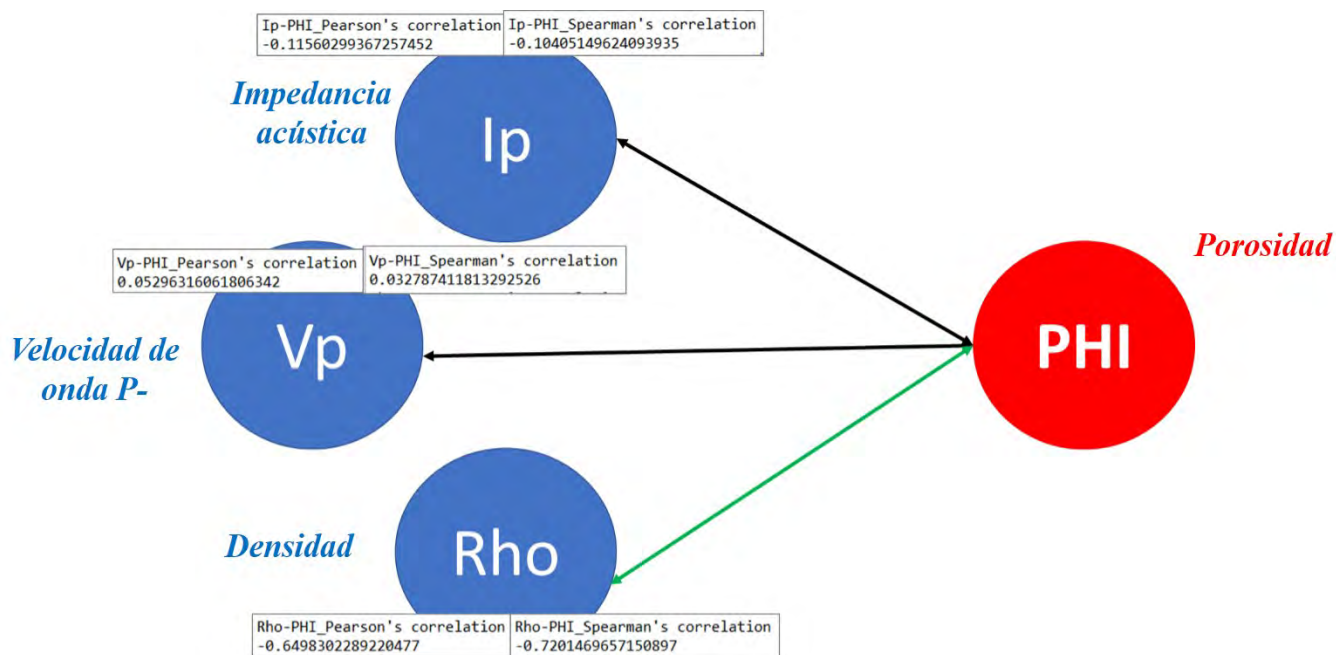


Figura 5.52: Cálculo de las Relaciones de dependencia de la variable Porosidad (Phi) a través de los coeficientes de Pearson y Spearman.

La figura 5.52 destaca a través de la flecha color verde, la relación más fuertemente dependiente de la variable Phi con las variables de las curvas de estimación, de acuerdo a los coeficientes de Pearson y Spearman. De los tres casos, la relación de la variable Phi con la variable Rho es la que tiene el valor más alto de dependencia. A su vez, la figura 5.53 muestra sus respectivos gráficos de Relación de dependencia para los tres casos.

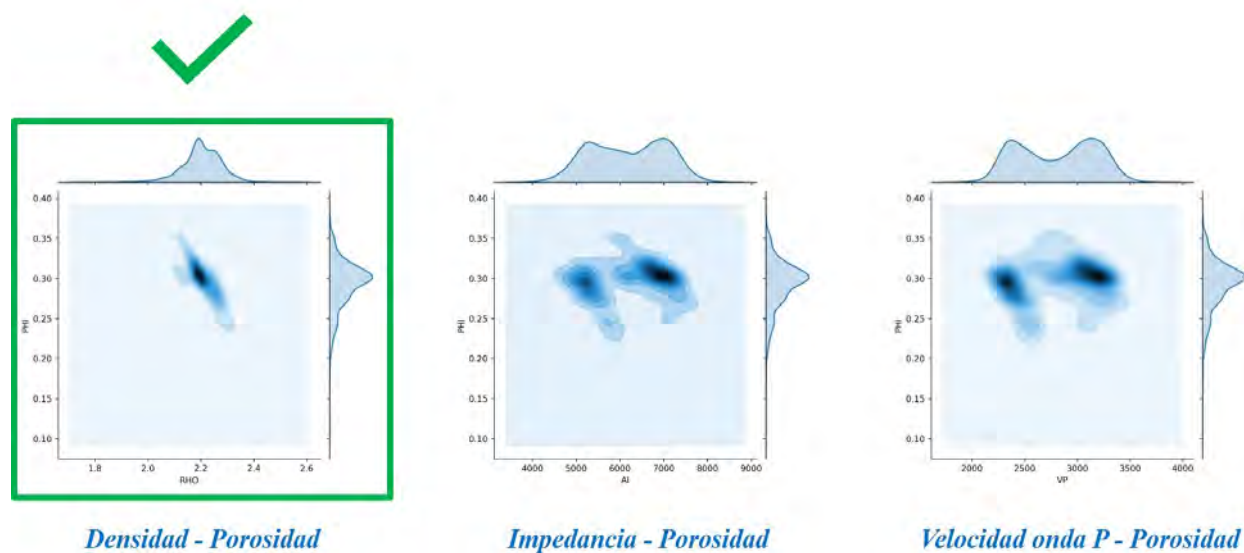


Figura 5.53: Gráficos de Relación de Dependencia de la variable Porosidad.

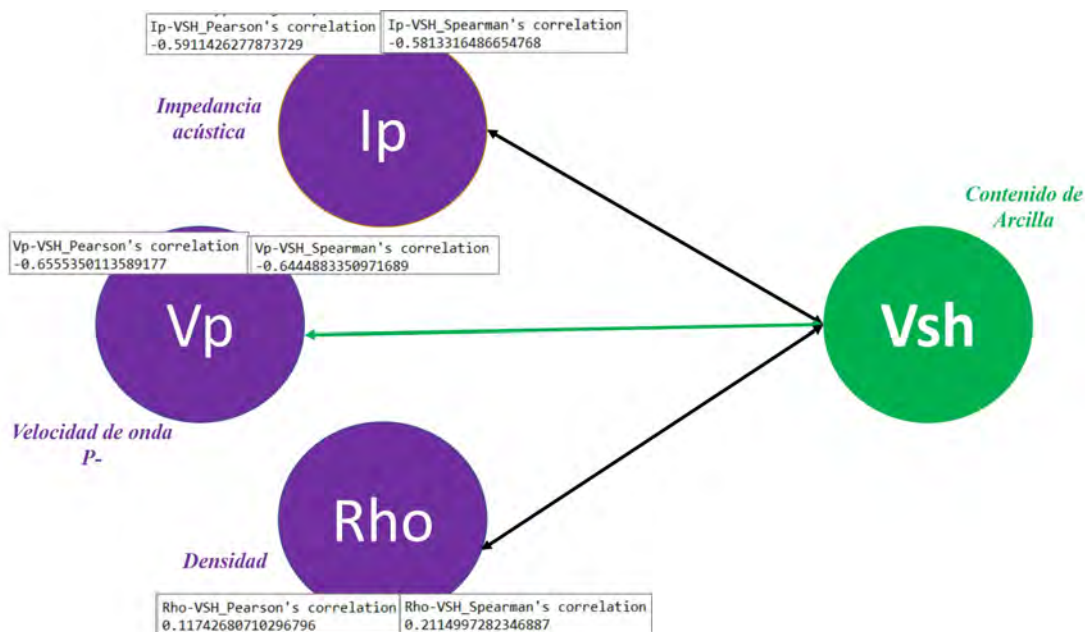


Figura 5.54: Cálculo de las Relaciones de dependencia de la variable Contenido de Arcilla (Vsh) a través de los coeficientes de Pearson y Spearman.

La figura 5.54 destaca a través de la flecha color verde, la relación más fuertemente dependiente de la variable Vsh con las variables de las curvas de estimación, de acuerdo a los coeficientes de Pearson y Spearman. De los tres casos, la relación de la variable Vsh con la variable Vp es la que tiene el valor más alto de dependencia. La figura 5.55 muestra sus respectivos gráficos de Relación de dependencia para los tres casos.

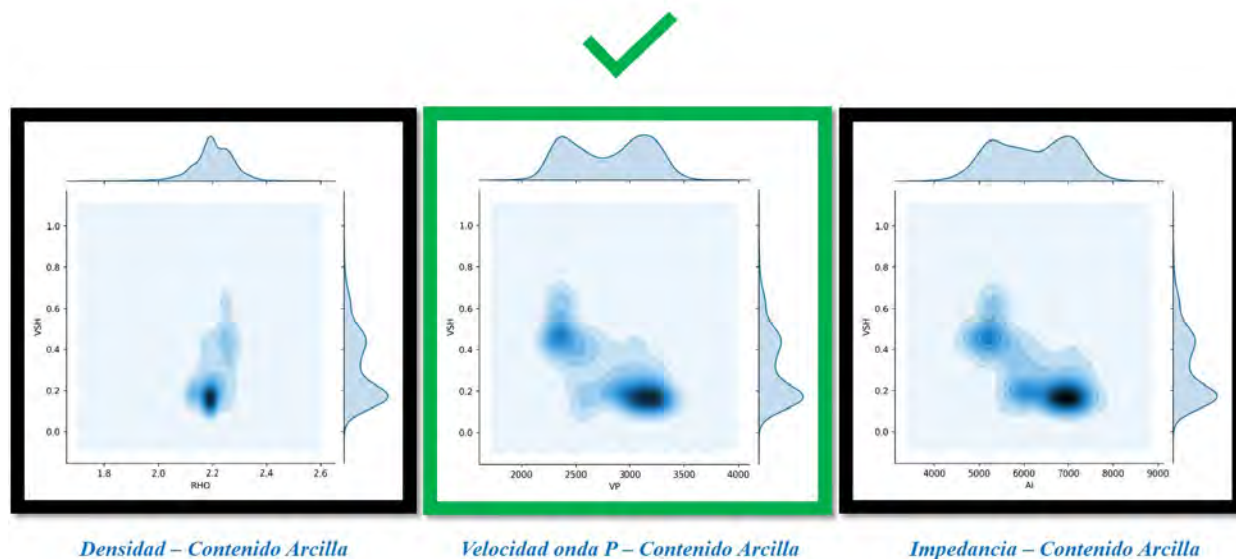


Figura 5.55: Gráficos de Relación de Dependencia de la variable Contenido de Arcilla.

Algoritmo de ordenamiento de datos con base a una curva de referencia

Ya que se identificaron las relaciones de dependencia más fuertes, destacando las parejas de variables Densidad – Porosidad (Rho-Phi) y V_p - V_{sh} . Las curvas de registros de estas parejas de datos en el pozo de validación (Well-2) servirán además para estimar y generar las curvas de Porosidad y Contenido de arcilla a partir de las curvas de Densidad y Velocidad de onda P obtenidas del proceso de Correlación Sísmico - geológica, a través de un generador de muestras a partir de la modelación de la función de distribución bivariada por medio de Cópulas; en el pozo de correlación (Well-3).

El detalle es que el generador de muestras para las variables de interés (*Porosidad, Contenido de arcilla*) arroja la curva pero con los "datos desordenados". Para corregir este aspecto, se tuvo que codificar un programa que *reordena* cada una de las curvas con base a *curvas guía o de referencia*.

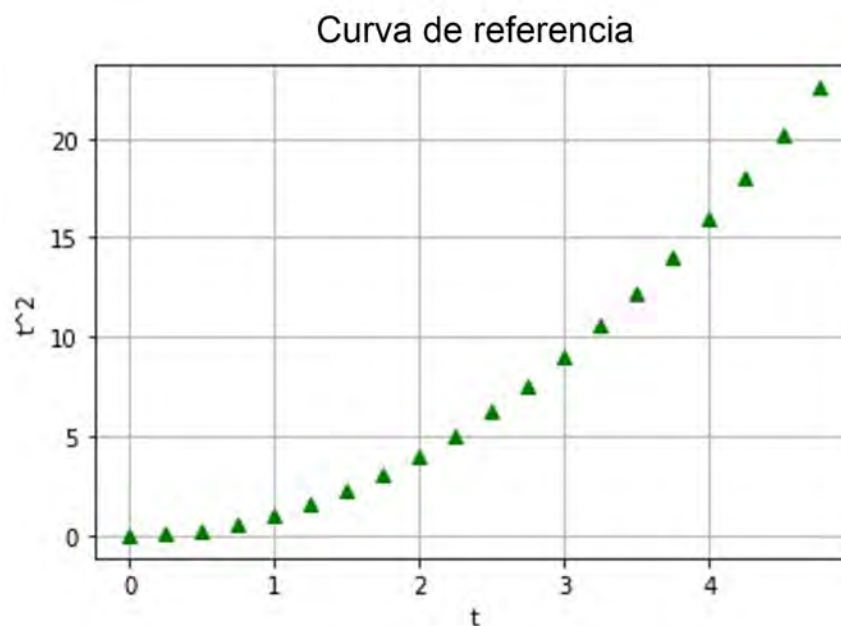


Figura 5.56: La comprobación del buen funcionamiento del programa, se hizo a través de una función parabólica (curva de referencia).

Este caso es ejemplificativo, pues los datos desordenados o desagrupados corresponden a los mismos valores de la curva de referencia pero agrupados de forma aleatoria. El funcionamiento del programa codificado se describe en los siguientes numerales:

1. Comparar cada valor de la serie desordenada de datos con cada valor de la curva de referencia.
2. La comparación valor a valor permite identificar la distancia o diferencia mínima (cero o muy cercana a cero) entre la serie desordenada de datos y la curva de referencia (matriz de diferencias o distancias mínimas).
3. La identificación de las distancias o diferencias mínimas permite a su vez reconocer su posición (index, índice) dentro de la serie desordenada de datos para cada paso del ciclo

(vector de posiciones).

4. Se termina de conformar todo el vector de posiciones, que es del mismo tamaño que el vector curva de referencia.

5. Se ordena el vector de posiciones de forma creciente.

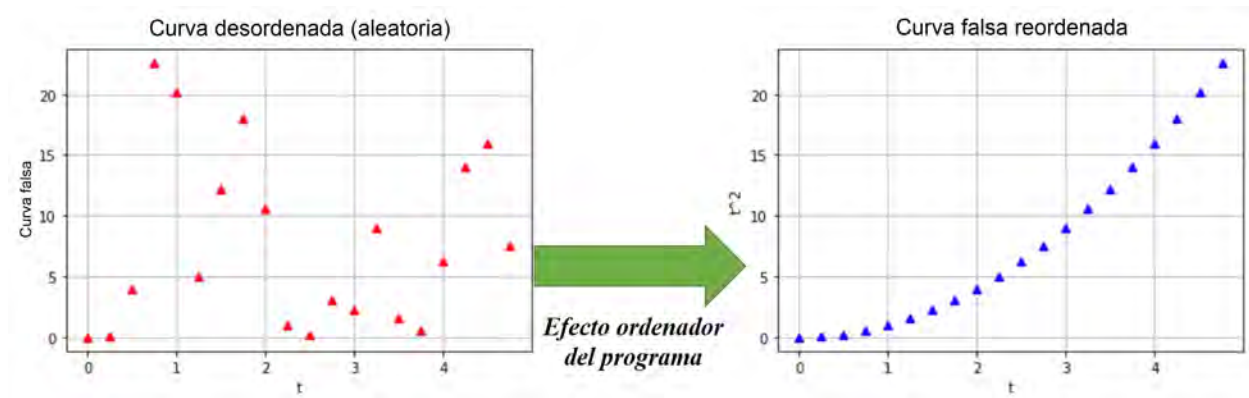


Figura 5.57: Imagen comparativa que describe los datos como originalmente son arrojados por el generador de muestras (*izquierda*). Y posterior al ordenamiento que efectúa la implementación del programa codificado (*derecha*).

El proceso de ordenamiento a la curva de densidad (Rho) se muestra en la figura 5.58.

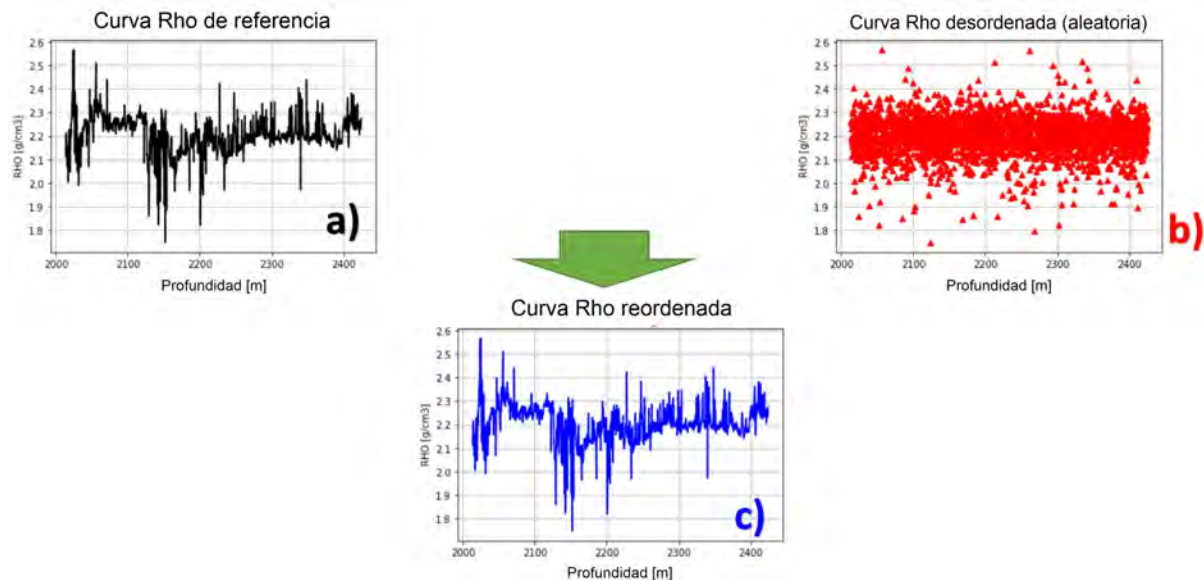


Figura 5.58: *a)* Curva de densidad (RHO) del pozo de validación, *b)* Valores de la curva de Densidad (RHO) dispuestos de forma desordenada (aleatoria), *c)* La curva de densidad (RHO) reordenada por el programa generado para el ordenamiento de valores.

De la imagen anterior, el inciso *b)* muestra exactamente los mismos valores de la curva de densidad (RHO) del pozo de validación (inciso *a)*) pero dispuestos de forma desordenada

o aleatoria. La intención de este fenómeno es simular la forma en que los valores simulados de la curva de densidad son arrojados por el muestreador o generador de muestras para esta curva.

5.4. Resumen de capítulo

Este capítulo se encarga de mostrar las etapas que conforman a la Metodología de Inversión Sísmica para la caracterización integral de yacimientos. Es por ello que se presenta la información que constituye al estudio de caso que permite desarrollarla. De esta forma se precisan cada una de las etapas realizadas en Física de Rocas en el contexto de su integración al esquema de inversión sísmica. Una vez establecido esto, se describe la implementación del algoritmo de inversión de impedancia. Para finalizar, el capítulo muestra la descripción del método de Machine Learning para realizar la predicción de facies y concluye con la explicación del proceso de Correlación Sísmico - geológica.

Capítulo 6

Resultados

6.1. Modelo Convolutivo (*caso sintético*)

6.1.1. *caso F3-Block*

Se emplea el método de reflectividad de incidencia normal como *método directo* para generar el sismograma sintético que emule la traza sísmica real cercana al pozo. Para conseguirlo, se proponen dos ondículas sísmicas del tipo *Ormsby*, cuya diferencia radica en su frecuencia dominante. La selección de este tipo de ondícula sísmica se apoya en lo que muestra la figura **6.1**, en la que se distinguen diferencias entre diversos tipos de ondículas sísmicas. Si se compara la ondícula Ormsby con la ondícula Ricker, puede notarse que la diferencia principal se observa en sus espectros de frecuencia. Mientras que el espectro de frecuencias de la ondícula Ricker admite una frecuencia dominante, el de la ondícula Ormsby admite un ancho de banda de frecuencias en el que coexisten varias frecuencias dominantes. Dado que este último rasgo es más común en la información sísmica, por esta razón se seleccionó la ondícula Ormsby.

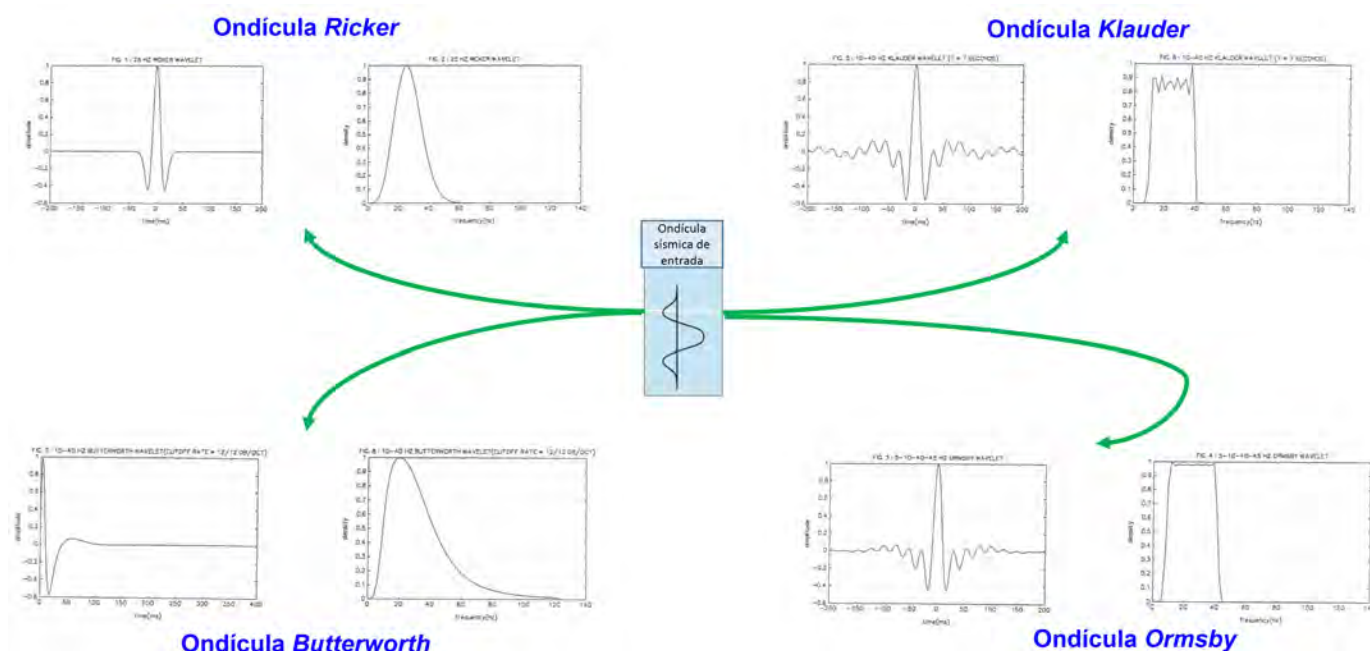


Figura 6.1: Criterios para la selección de la ondícula sísmica (Imagen modificada tomada de [Ryan, 1994]).

La figura 6.2 muestra la ondícula sísmica considerada con su correspondiente espectro de frecuencias. Como puede observarse en esta figura, la ondícula sísmica Ormsby admite un ancho de banda de frecuencias y no sólo una única frecuencia dominante. Puede notarse que el ancho de banda de frecuencias de la ondícula está definido de 5 - 10 - 80 - 85Hz. Esta banda de frecuencias está definida de esta forma en apego al espectro de frecuencias de la información del cubo sísmico. La ondícula tiene un periodo de 0.7s y es de fase cero, es decir, centrada en 0s.

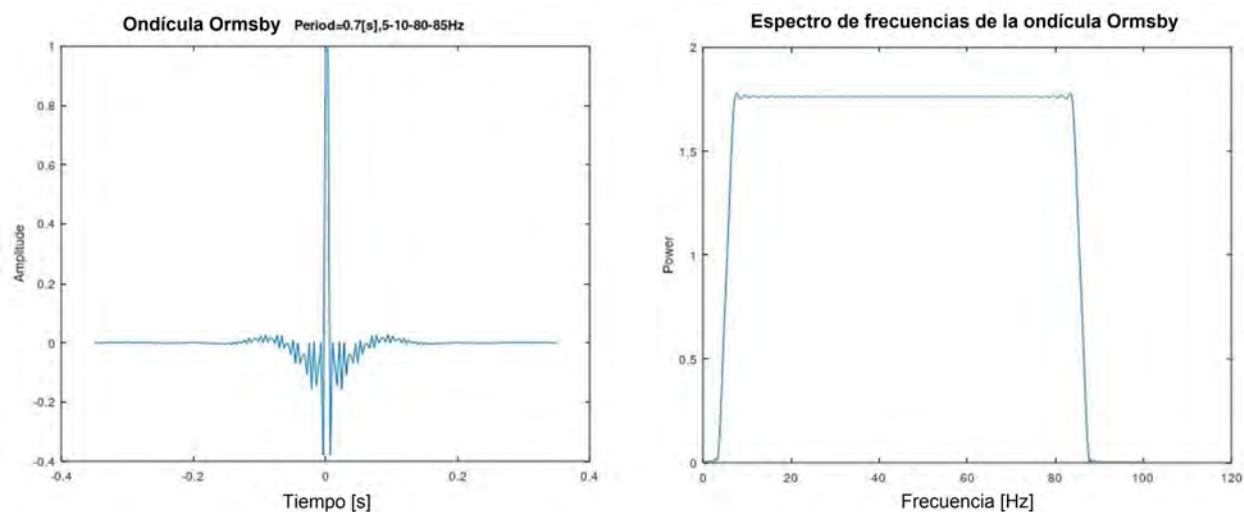


Figura 6.2: Ondícula sísmica del tipo *Ormsby* con su espectro de frecuencias.

Inicialmente se replica este método de modelación sísmica directa en un modelo teórico de tres capas (dos interfases) y posteriormente en uno de ocho capas (siete interfases), para efectos de validación. Para ello deberá contarse con registros de velocidad y densidad, o de impedancia acústica de forma equivalente, pues se sabe que la impedancia acústica es el resultado de multiplicar la velocidad por la densidad. Una vez que se cuenta con el registro de impedancia acústica, a partir de él se calcula punto a punto el coeficiente de reflexión, y de esta forma se construye lo que se conoce como la Serie de Reflectividad.

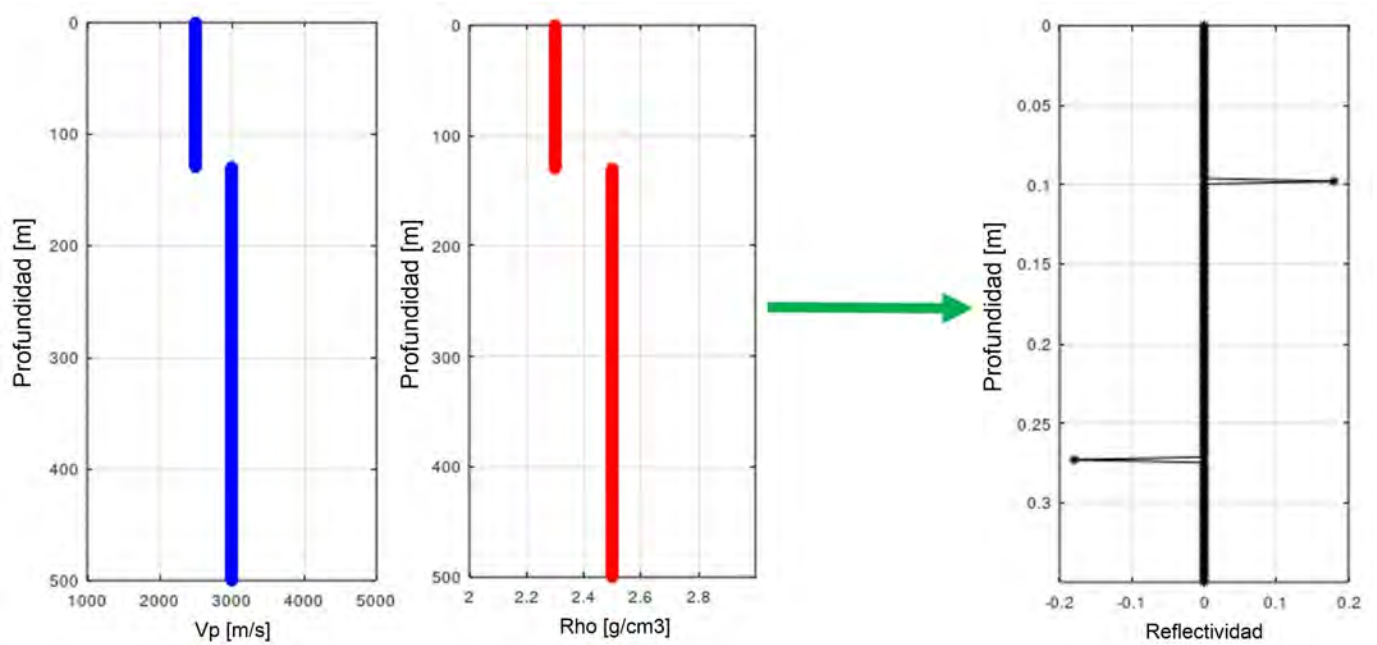


Figura 6.3: Esquema general del cálculo de reflectividad a partir del registro de impedancia (velocidad y densidad).

La figura **6.3** exhibe el hecho que la Serie Reflectividad presenta picos de amplitud, ya sean positivos o negativos, en aquellos puntos en los que exista un contraste o variación en los valores de impedancia. Toda vez que se determinen la Serie de Reflectividad y la Ondícula Sísmica, entonces podrá implementarse el Esquema general para la generación de una Traza sísmica sintética mostrado en la figura **6.4**.

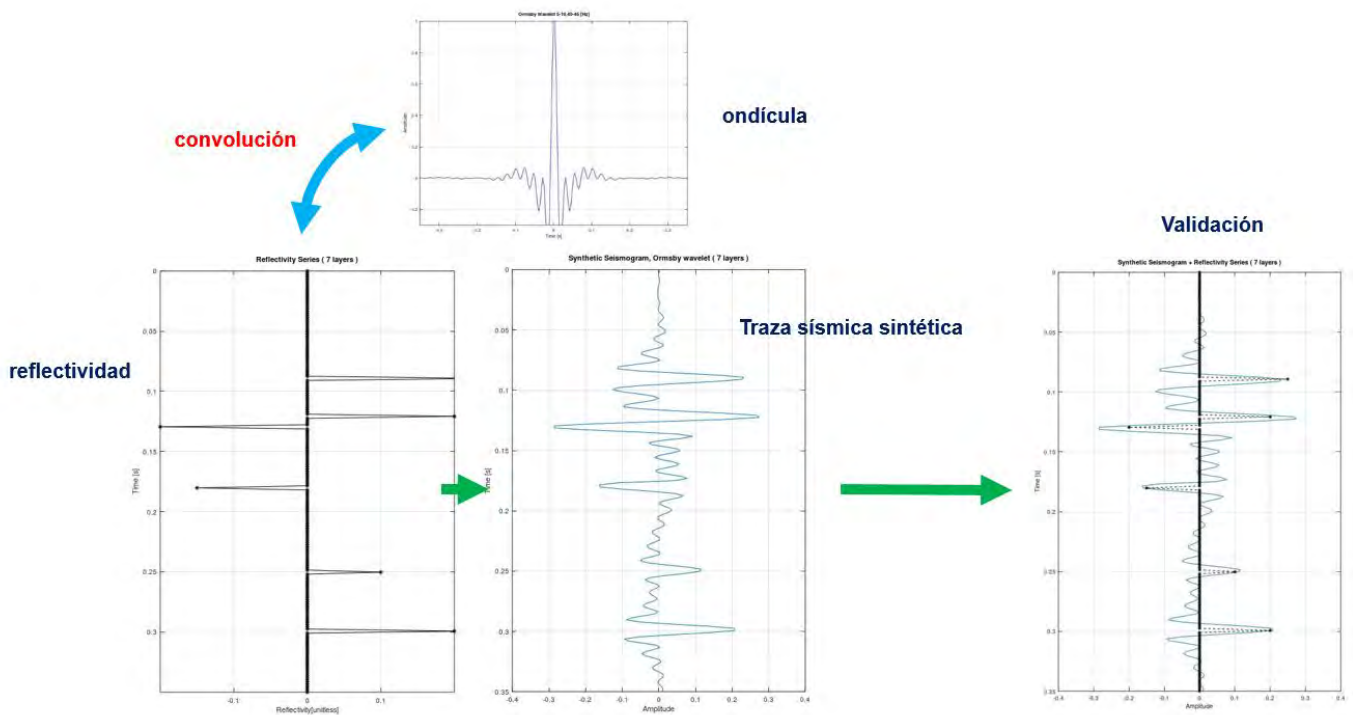


Figura 6.4: Esquema general para la generación de la Traza sísmica sintética.

El esquema general que se muestra en la figura 6.4, describe que la ondícula sísmica se convoluciona matemáticamente con la Serie de Reflectividad para generar de esta forma la traza sísmica sintética. Su validación ocurre cuando en un mismo gráfico se superponen la Serie de Reflectividad con la traza sísmica sintética generada y deberán coincidir sus respectivos picos de amplitud. Las trazas sísmicas sintéticas 'validadas' para modelos teóricos de tres y ocho capas se muestran en la figura 6.5.

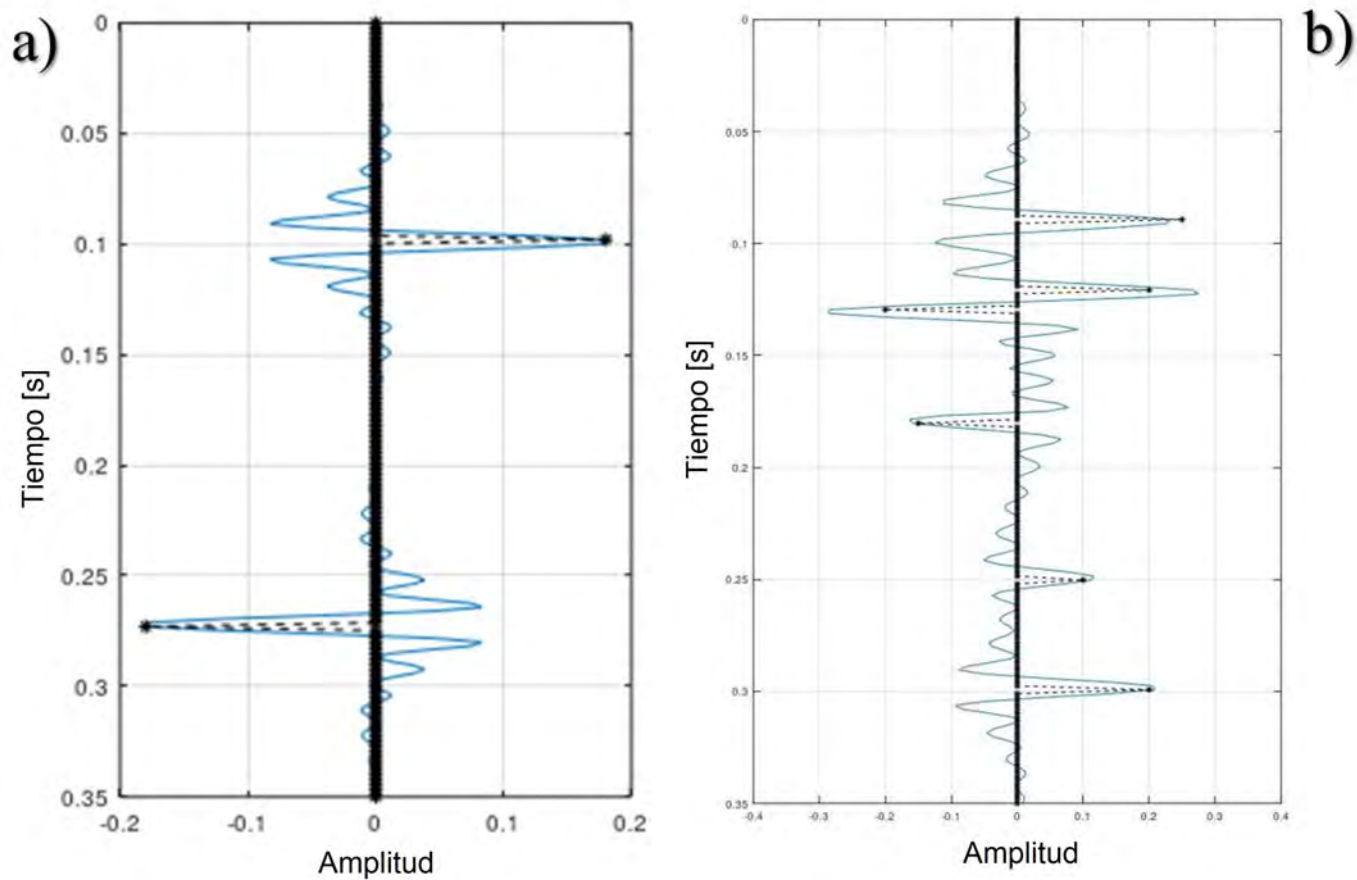


Figura 6.5: Modelos sísmicos sintéticos validados. a) Traza sísmica sintética validada para un modelo de tres capas, b) Traza sísmica sintética validada para un modelo de ocho capas.

Ya que se obtuvo la validación en modelos teóricos, se procede a efectuar el mismo procedimiento pero con la información de registros geofísicos del pozo F06-01, así como la traza sísmica verdadera más cercana a dicho pozo. A continuación se muestra una imagen que presenta la Traza sísmica verdadera más cercana al pozo F06-01, así como dos trazas sísmicas obtenidas de forma sintética.

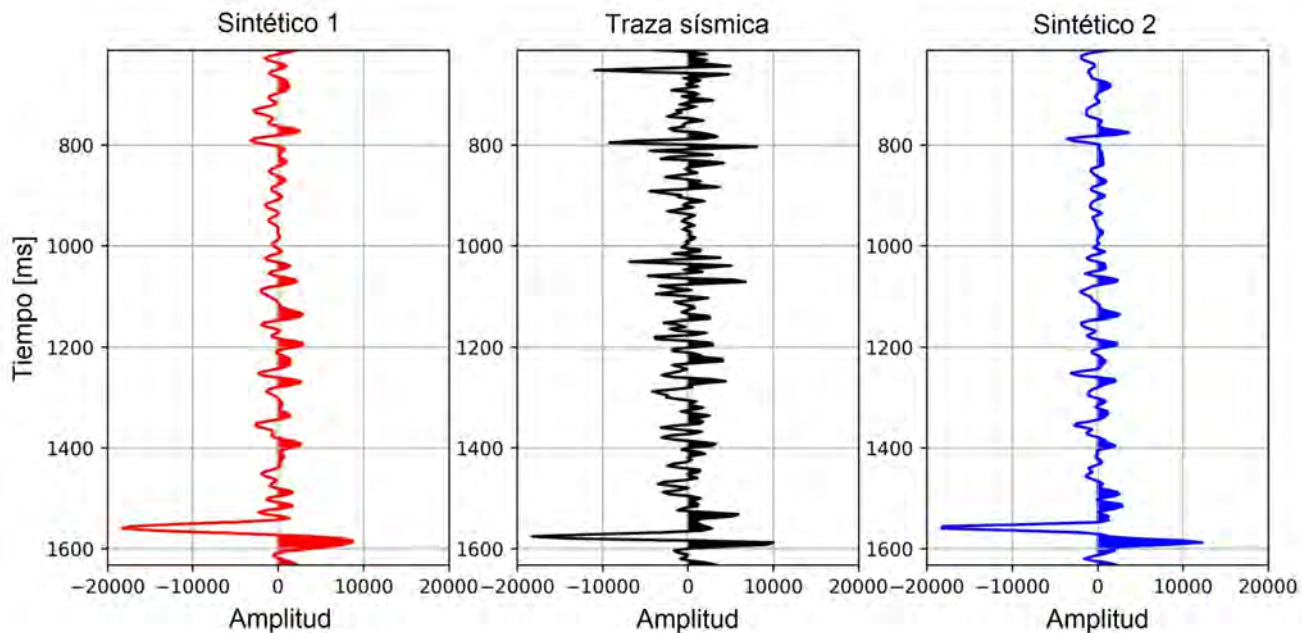


Figura 6.6: Traza sísmica verdadera más cercana al pozo F06-01 (*medio*), así como dos Sismogramas Sintéticos (*izquierda y derecha*).

Si se efectúa el cálculo de los espectros de frecuencia tanto de la Traza sísmica verdadera como de los dos sismogramas sintéticos estimados, puede apreciarse que el contenido de frecuencias de la traza sísmica verdadera se encuentra entre los 5 y 80Hz, mientras que para el sismograma sintético 1 su contenido de frecuencias decae ligeramente por encima de los 40Hz. Para el sismograma sintético 2, el contenido de frecuencias decae aproximadamente a los 70Hz y de inmediato se observa un leve rebote hasta los 85Hz. Estos rasgos descritos se observan en la figura 6.7, en donde las líneas de color rojo representan el espectro de la traza sísmica.

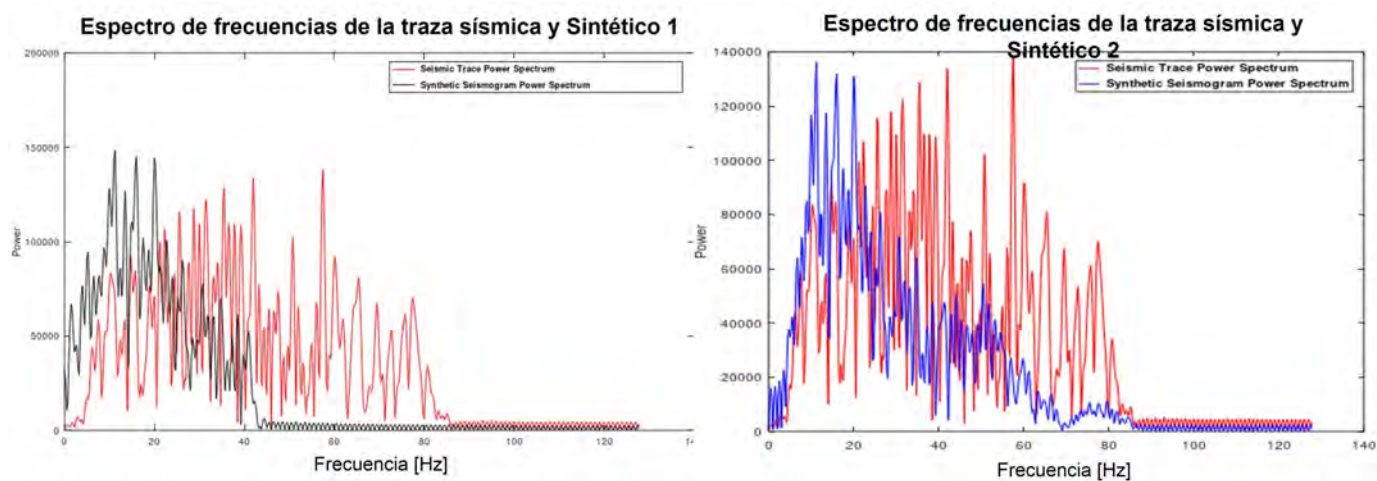


Figura 6.7: Espectro de frecuencias de la traza sísmica verdadera con el sismograma sintético 1 (*izquierda*) y con sismograma sintético 2 (*derecha*).

Un aspecto que proporciona validez en la calibración del sismograma sintético (traza sísmica sintética) con la traza sísmica verdadera (cercana al pozo), es la superposición y semejanza notable entre las curvas de *velocidad interválica*, calculada a partir de la tabla Tiempo - Profundidad, y la *velocidad "sónica"* calculada a partir del registro sísmico. La figura 6.8 muestra la calibración del pozo con la sísmica.

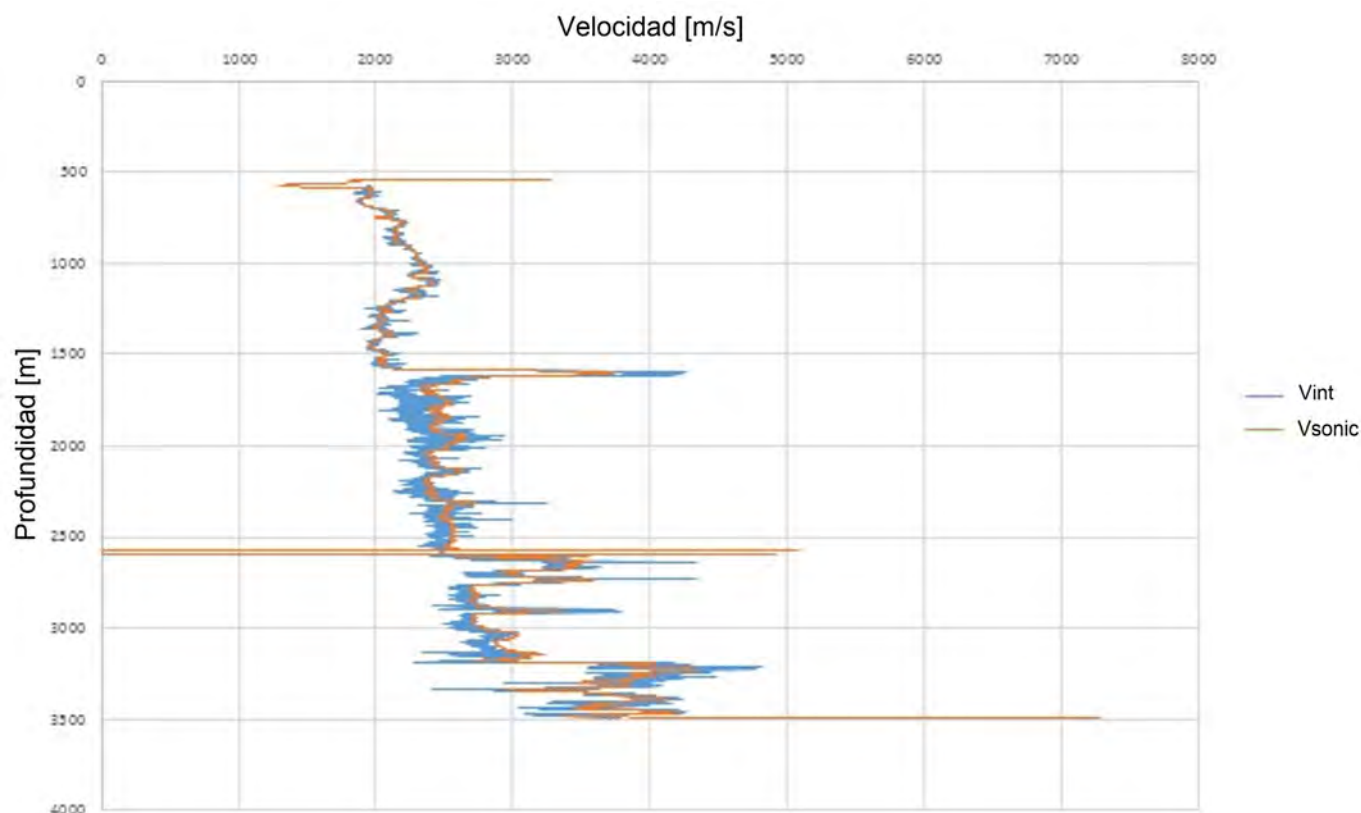


Figura 6.8: Calibración Sísmica - Pozo.

6.1.2. caso *WELL-2*

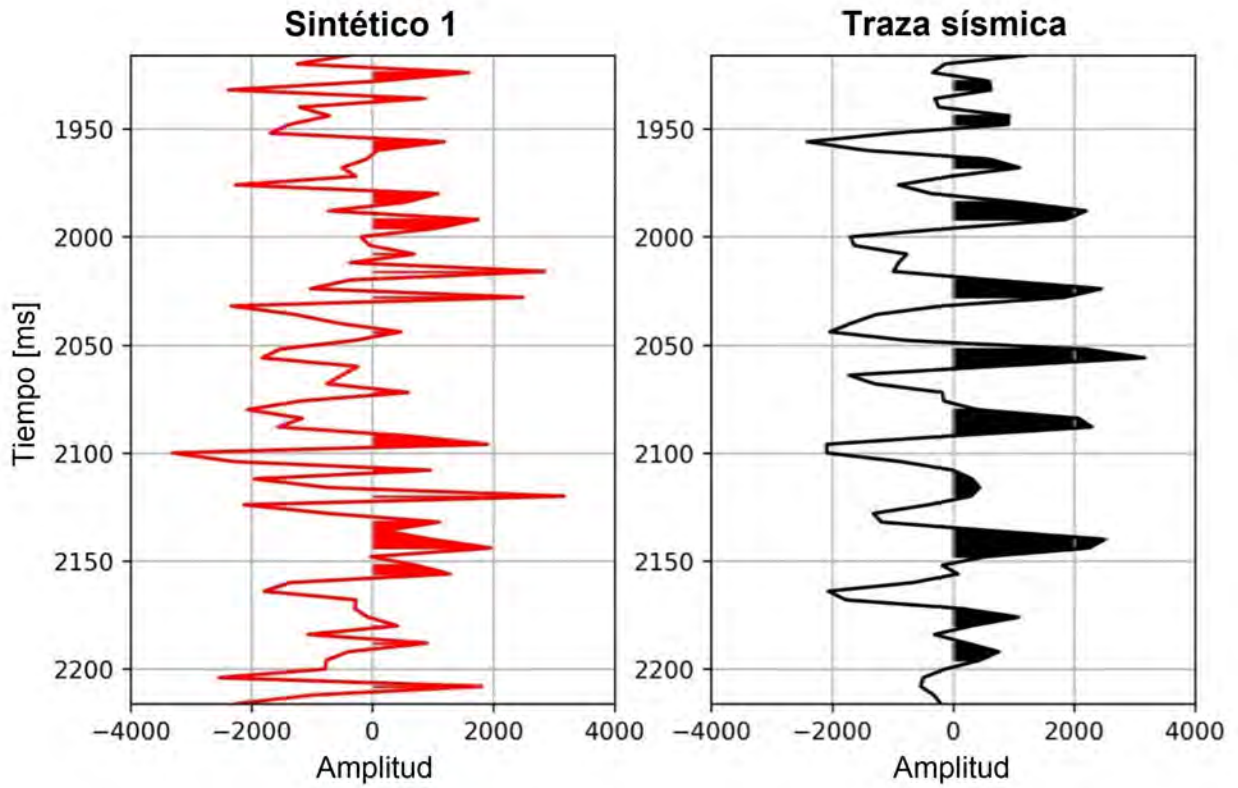


Figura 6.9: Traza sísmica extraída en la trayectoria del pozo Well-2 (derecha) y su sismograma sintético (izquierda).

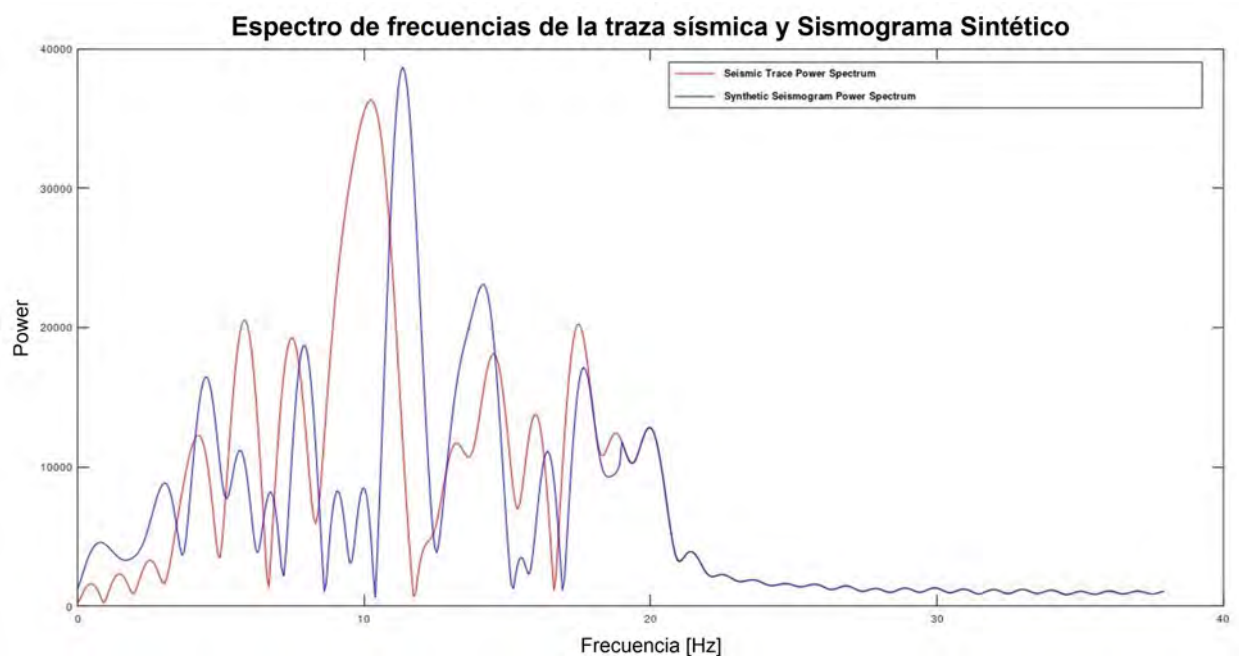


Figura 6.10: Espectros de frecuencia de la Traza sísmica extraída en la trayectoria del pozo Well-2 y su sismograma sintético superpuestos.

En la figura **6.10**, la línea roja corresponde a la traza sísmica. Puede notarse que a diferencia del caso del pozo F06-01 del bloque F3, el contenido de frecuencias de la traza sísmica del cubo sísmico del campo Glitne en la trayectoria del pozo Well-2, su espectro de frecuencias alcanza hasta poco más de los 20Hz.

6.2. Física de Rocas

6.2.1. Validación del Modelo de Física de Rocas

Se había mencionado que el Modelo de Arena Rígida ajusta y describe aceptablemente bien el set de datos analizado. Es por ello que a continuación se muestran los gráficos complementarios que incluyen la distinción en la clasificación de facies, la identificación de los porcentajes de contenido de arcilla y la validación del modelo.

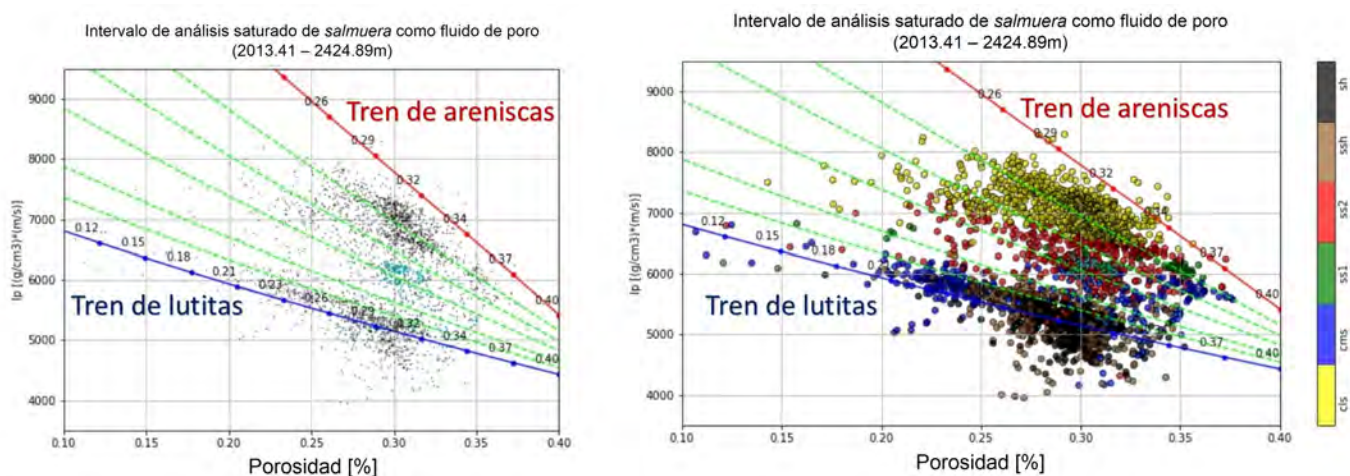


Figura 6.11: (*izquierda*) Gráfico de Ip Phi. Destacan las líneas de contenido de arcilla (cada 20 %) y distinción del intervalo productor. (*derecha*) Gráfico de Ip - Phi. Destacan las líneas de contenido de arcilla (cada 20 %) e identificador de clasificación de facies.

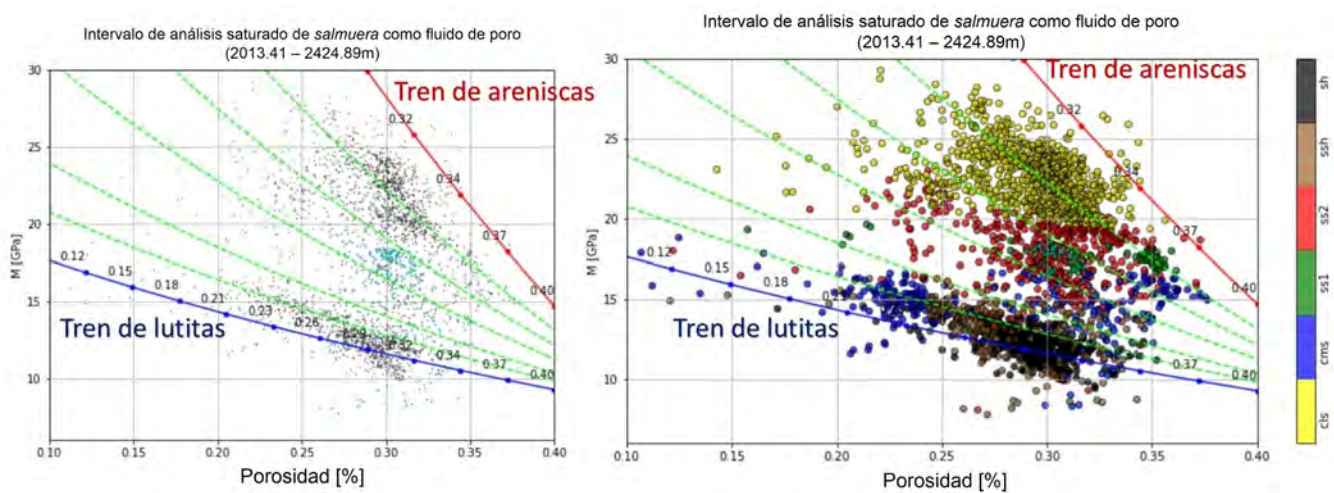


Figura 6.12: (*izquierda*) Gráfico de M - Phi. Destacan las líneas de contenido de arcilla (cada 20 %) y distinción del intervalo productor. (*derecha*) Gráfico de M- Phi. Destacan las líneas de contenido de arcilla (cada 20 %) e identificador de clasificación de facies.

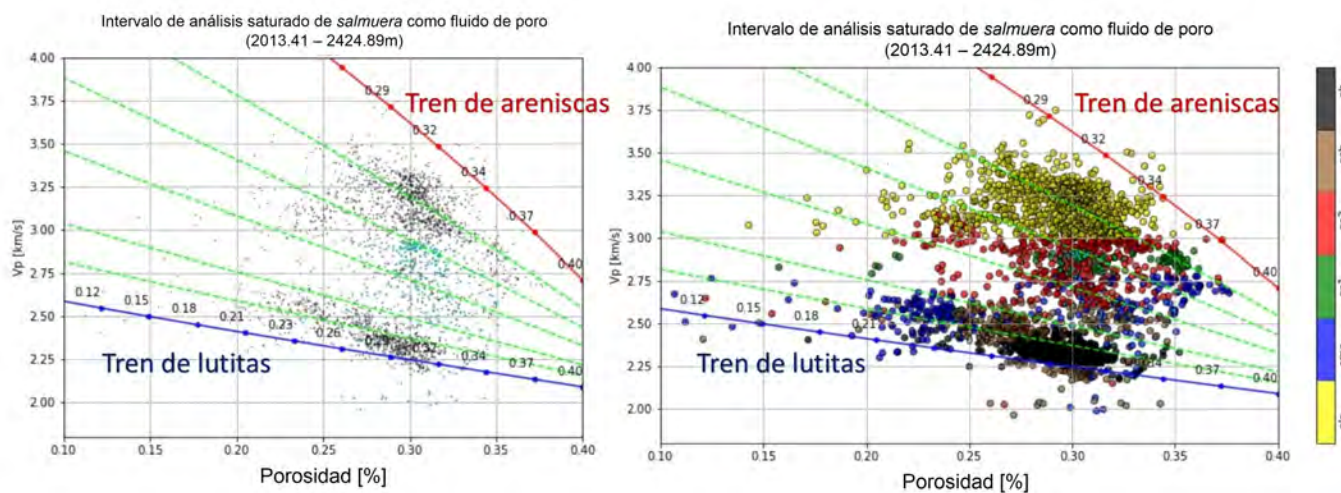


Figura 6.13: (*izquierda*) Gráfico de Vp - Phi. Destacan las líneas de contenido de arcilla (cada 20 %) y distinción del intervalo productor. (*derecha*) Gráfico de Vp - Phi. Destacan las líneas de contenido de arcilla (cada 20 %) e identificador de clasificación de facies.

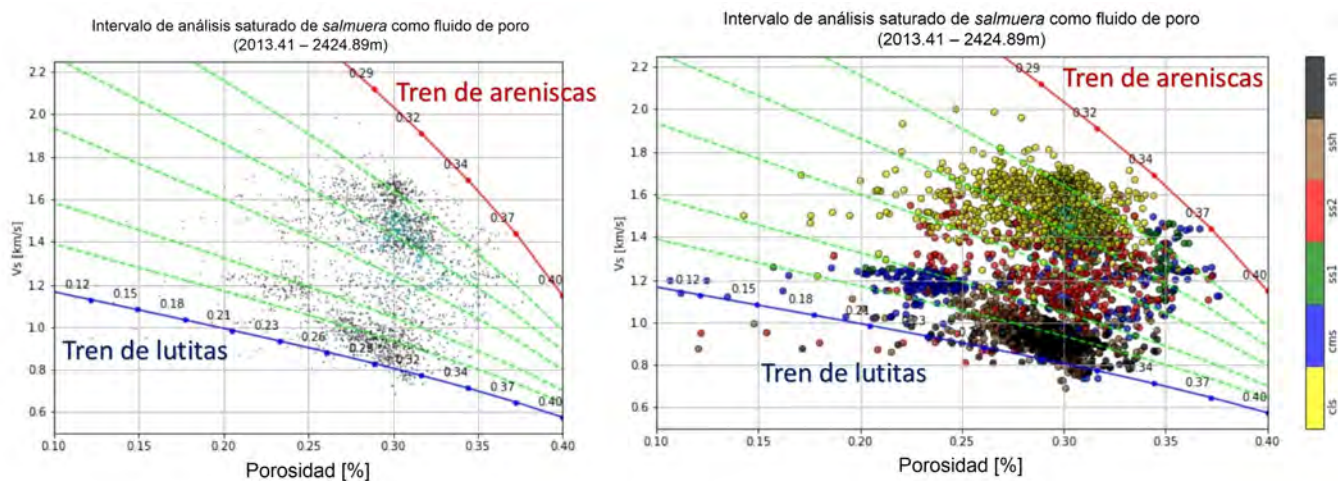


Figura 6.14: (*izquierda*) Gráfico de Vs - Phi. Destacan las líneas de contenido de arcilla (cada 20 %) y distinción del intervalo productor. (*derecha*) Gráfico de Vs- Phi. Destacan las líneas de contenido de arcilla (cada 20 %) e identificador de clasificación de facies.

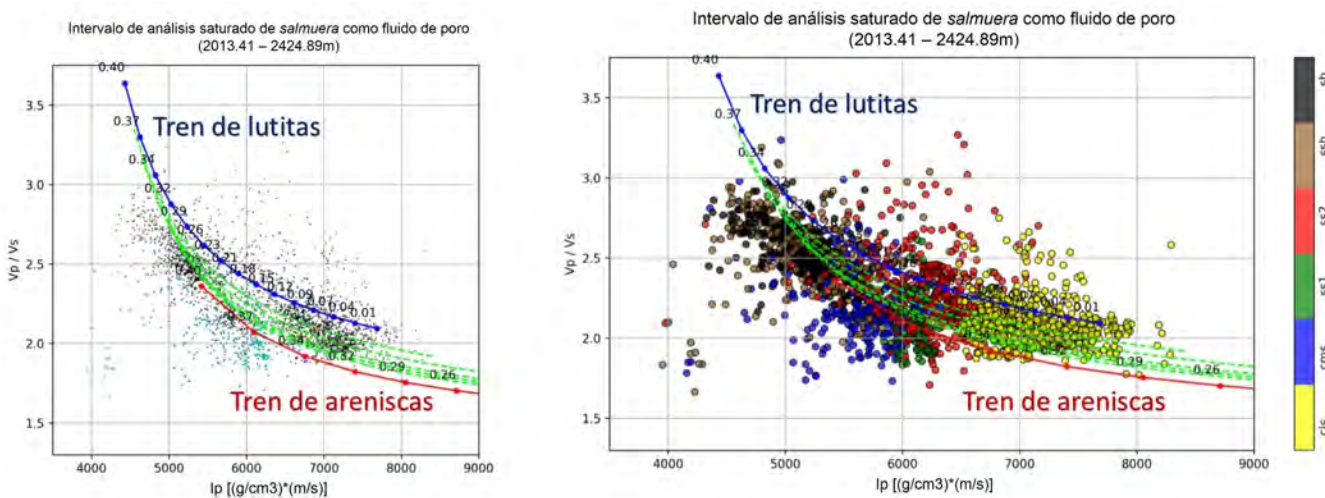


Figura 6.15: (*izquierda*) Gráfico de Relación V_p/V_s - I_p . Destacan las líneas de contenido de arcilla (cada 20%) y distinción del intervalo productor. (*derecha*) Gráfico de Relación V_p/V_s - I_p . Destacan las líneas de contenido de arcilla (cada 20%) e identificador de clasificación de facies.

Las figuras 6.11 a 6.15 contribuyen a la validación del modelo de Física de Rocas aplicado al pozo Well-2 en el sentido que sus límites composicionales mineralógicos (tren de areniscas y tren de lutitas), así como los diferentes porcentajes de contenido de arcilla (líneas punteadas color verde), logran abarcar la mayoría de los puntos del intervalo de análisis. A excepción de algunos puntos que salen de estos límites y que pertenecen a la facies arcilla (sh), principalmente.

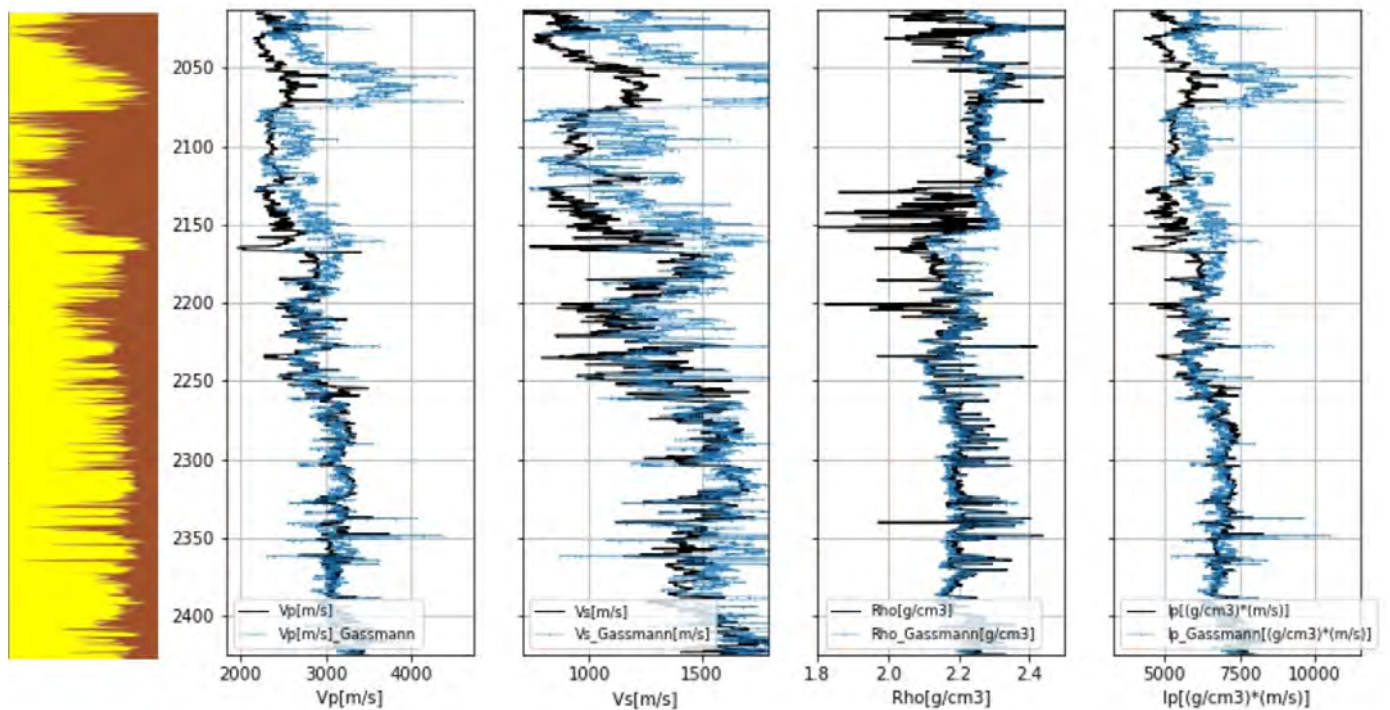


Figura 6.16: Validación del modelo de Física de Rocas aplicado al pozo Well-2.

La figura **6.16** muestra la validación del modelo de Física de Rocas. Nótese que las curvas de color azul, calculadas a través del modelo de Física de Rocas considerado, son similares a las curvas de registros geofísicos de pozo (color negro). Estas presentan mayor separación en el tramo de análisis más superficial, debido a que el contenido de arcilla es mayor, como se muestra en el *track* de la izquierda.

6.3. Inversión de Impedancia

6.3.1. Inversión de Impedancia en el pozo de validación (*WELL-2*)

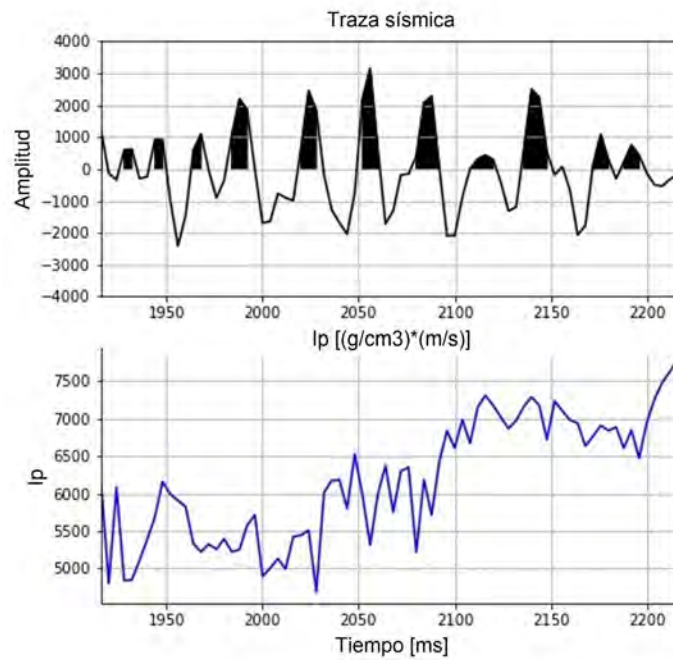


Figura 6.17: Traza sísmica extraída en la trayectoria del pozo Well-2 y su registro de impedancia en el dominio del tiempo.

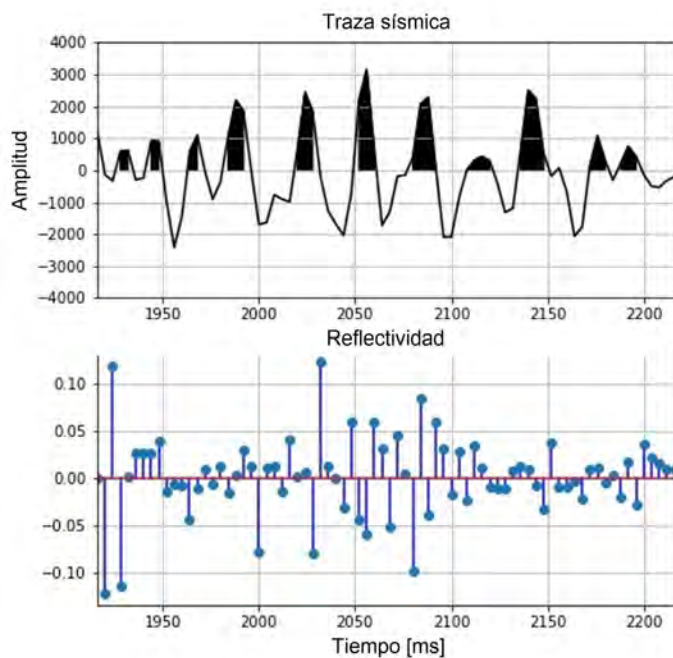


Figura 6.18: Traza sísmica extraída en la trayectoria del pozo Well-2 y su Reflectividad.

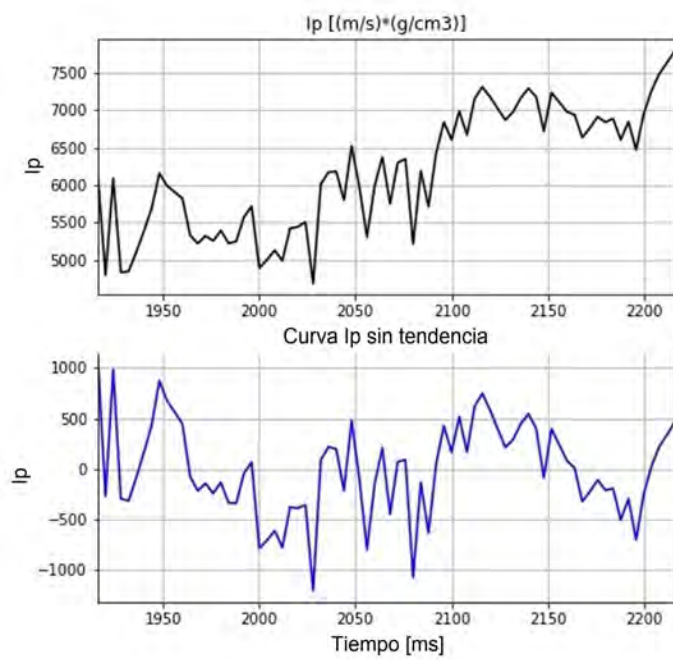


Figura 6.19: Registro de Impedancia y Registro de Impedancia 'sin tendencia' del pozo Well-2.

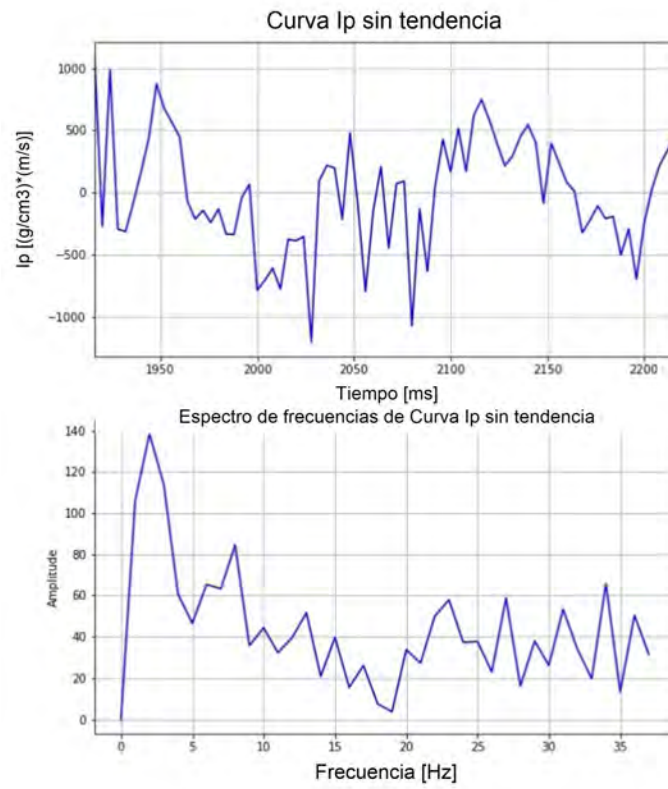


Figura 6.20: Registro de Impedancia '*sin tendencia*' del pozo Well-2 y su espectro de frecuencias.

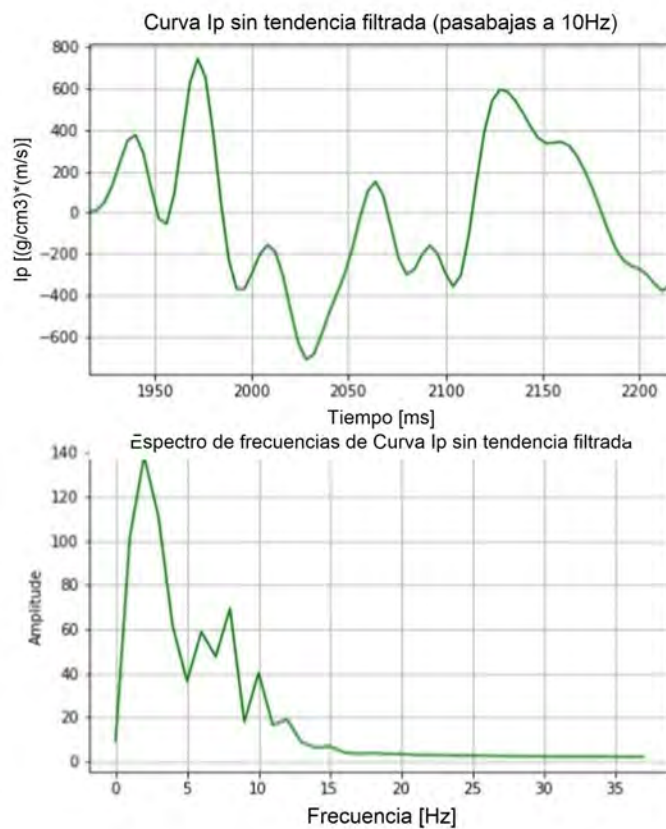


Figura 6.21: Registro de Impedancia 'sin tendencia' del pozo Well-2 filtrado a 10Hz (*pasabajas*).

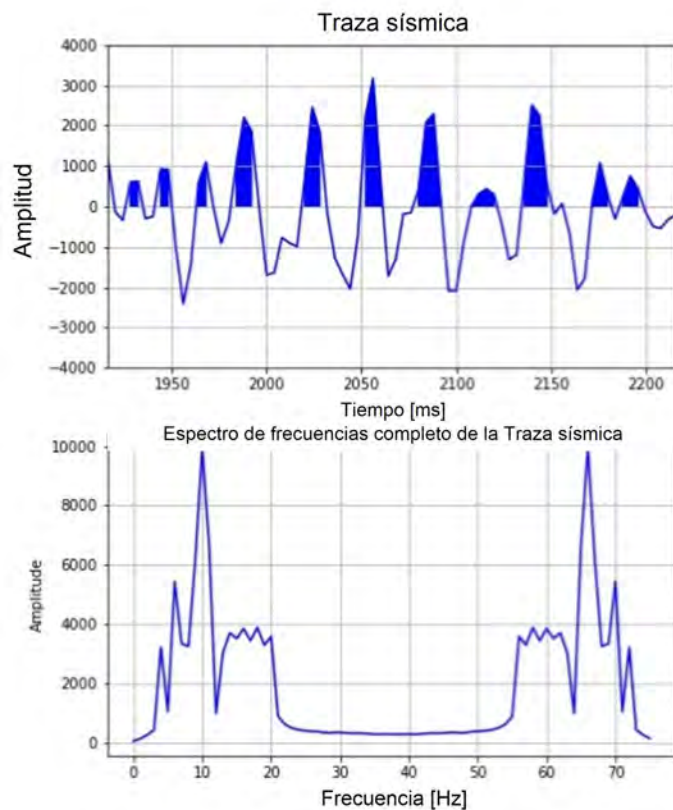


Figura 6.22: La traza sísmica extraída en la trayectoria del pozo Well-2 y su espectro de frecuencias.

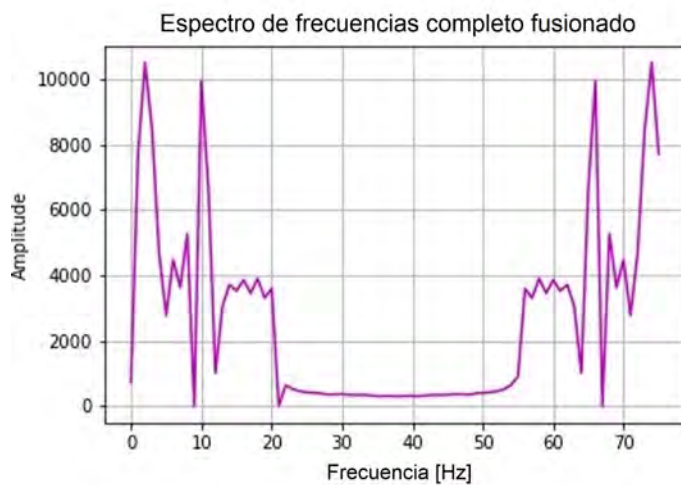


Figura 6.23: El espectro de frecuencias fusionado asociado a la traza sísmica escalada para el pozo Well-2.

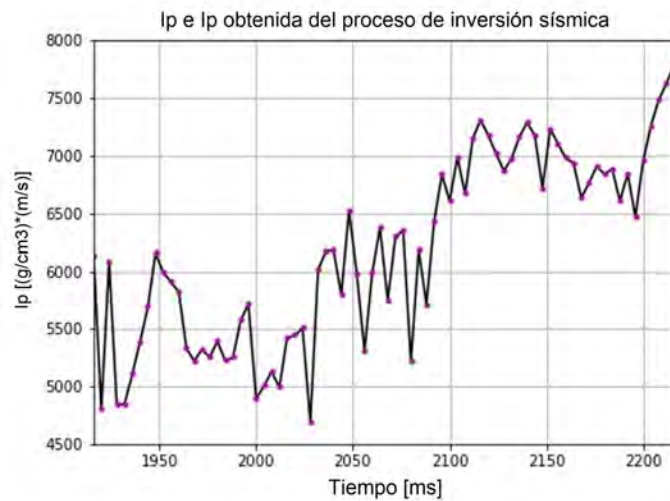


Figura 6.24: Impedancia obtenida a partir del proceso de inversión (*puntos color magenta*) y la curva de Impedancia (*línea negra*) para el pozo Well-2.

Las figuras **6.17** a **6.24** muestran el flujo de trabajo descrito en un capítulo anterior con el subtema “Algoritmo de inversión de impedancia”, con información del pozo Well-2. La figura **6.24** ofrece además la validación del proceso de inversión sísmica en el pozo Well-2, al comparar directamente la curva de impedancia estimada por el proceso de inversión sísmica con aquella calculada a partir de los registros geofísicos de pozo.

6.3.2. Inversión de Impedancia en el pozo de correlación (*WELL-3*)

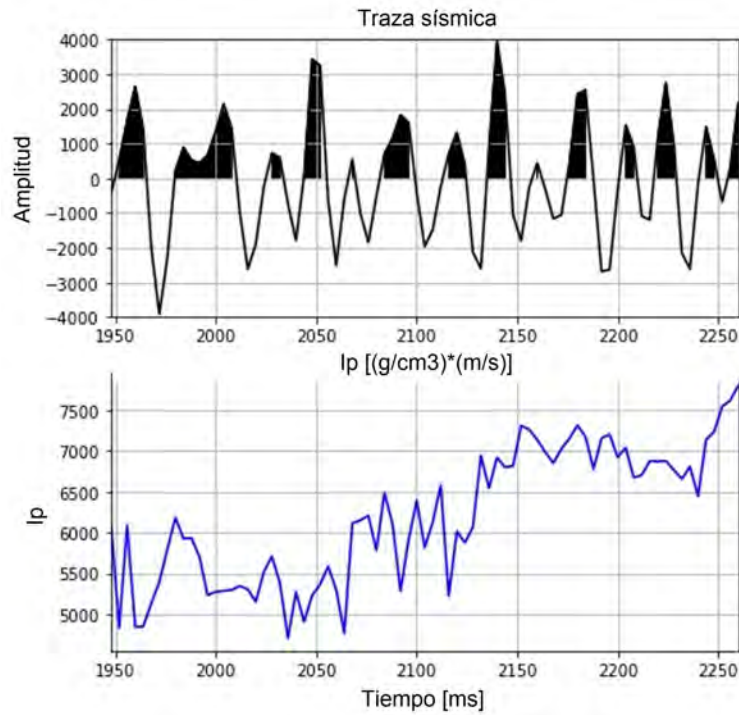


Figura 6.25: Traza sísmica extraída en la trayectoria del pozo Well-3 y su registro de impedancia en el dominio del tiempo.

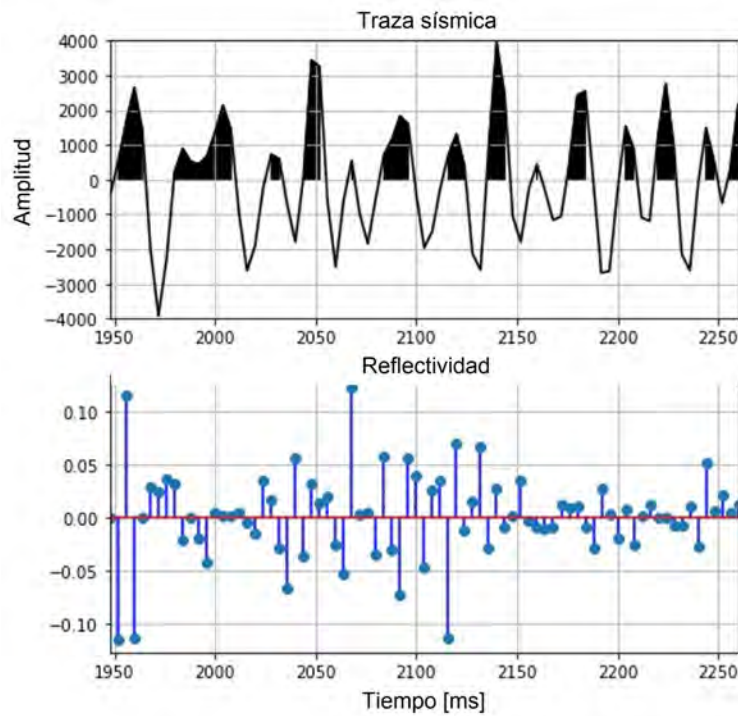


Figura 6.26: Traza sísmica extraída en la trayectoria del pozo Well-3 y su Reflectividad.

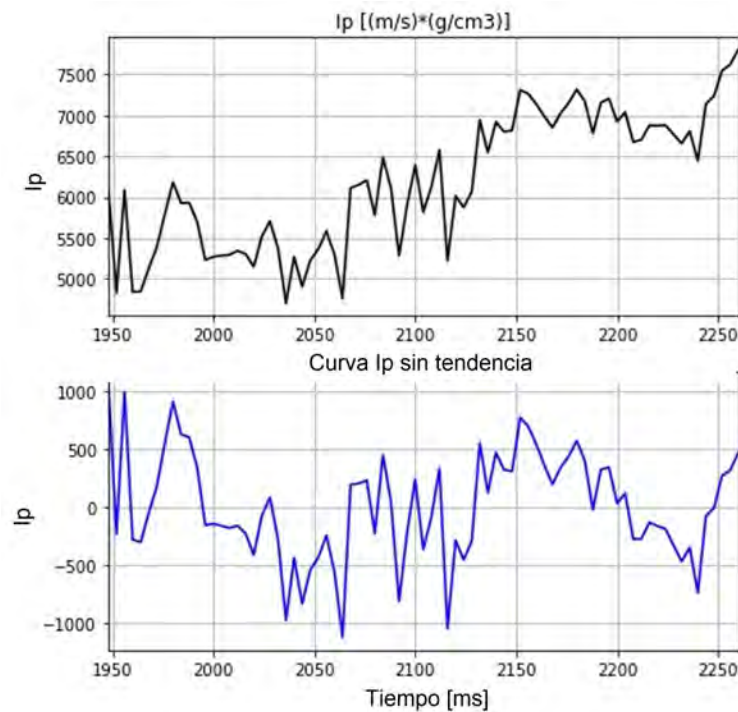


Figura 6.27: Registro de Impedancia y Registro de Impedancia 'sin tendencia' del pozo Well-3.

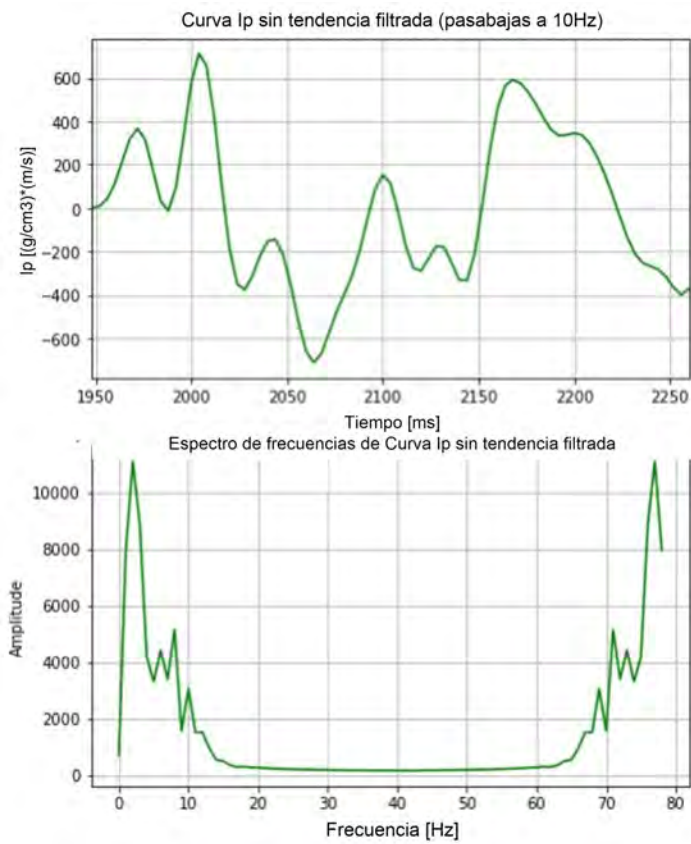


Figura 6.28: Registro de Impedancia 'sin tendencia' del pozo Well-3 filtrado a 10Hz (pasabajas).

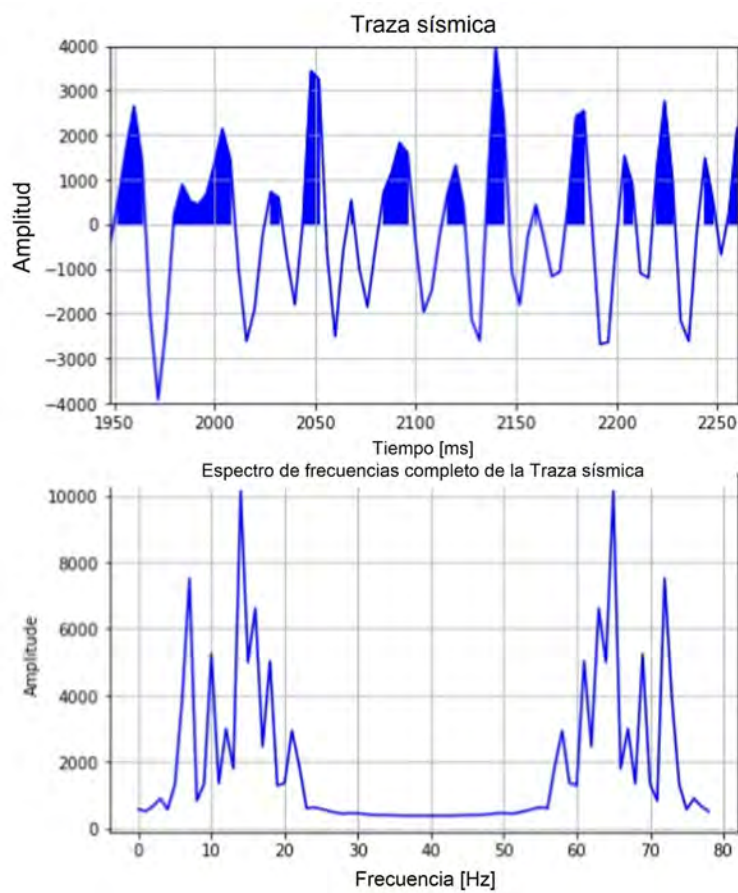


Figura 6.29: La traza sísmica extraída en la trayectoria del pozo Well-3 y su espectro de frecuencias.

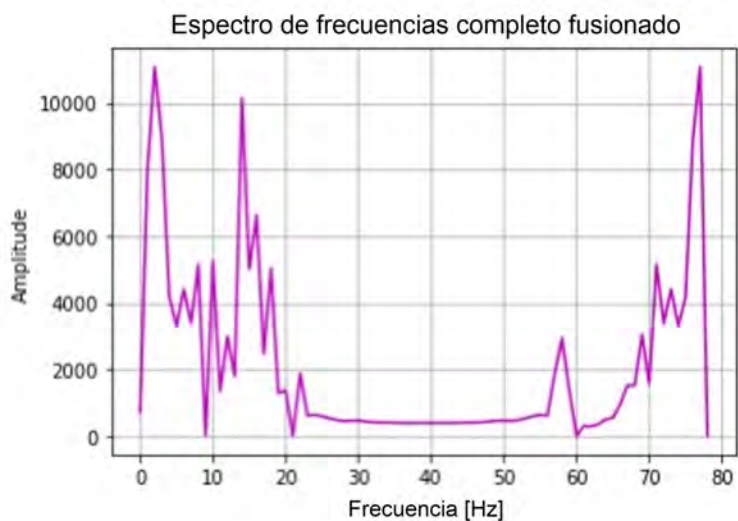


Figura 6.30: El espectro de frecuencias fusionado asociado a la traza sísmica escalada para el pozo Well-3.

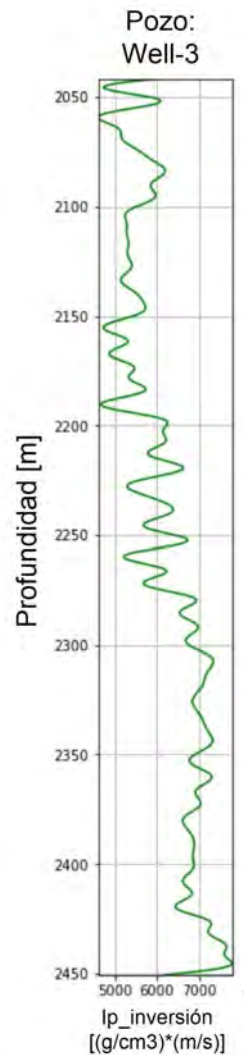


Figura 6.31: Curva de Impedancia obtenida a partir del proceso de inversión en el pozo Well-3.

Las figuras 6.25 a 6.31 muestran el flujo de trabajo descrito en un capítulo anterior con el subtema “Algoritmo de inversión de impedancia”, para la obtención de la curva de impedancia a través del proceso de inversión sísmica, en el pozo Well-3.

6.4. Exactitud en la Predicción de facies a través de Machine Learning

La figura 6.32 muestra la comparación de las facies reclasificadas a través de Física de Rocas con aquellas predichas por medio del método SVM de Machine Learning, en el intervalo

de análisis del pozo Well-2. Además, muestra el valor de la exactitud de la predicción. La comparación se efectúa en dos sentidos: 1) Graficando los registros de facies y 2) Calculando numéricamente la exactitud de la predicción.

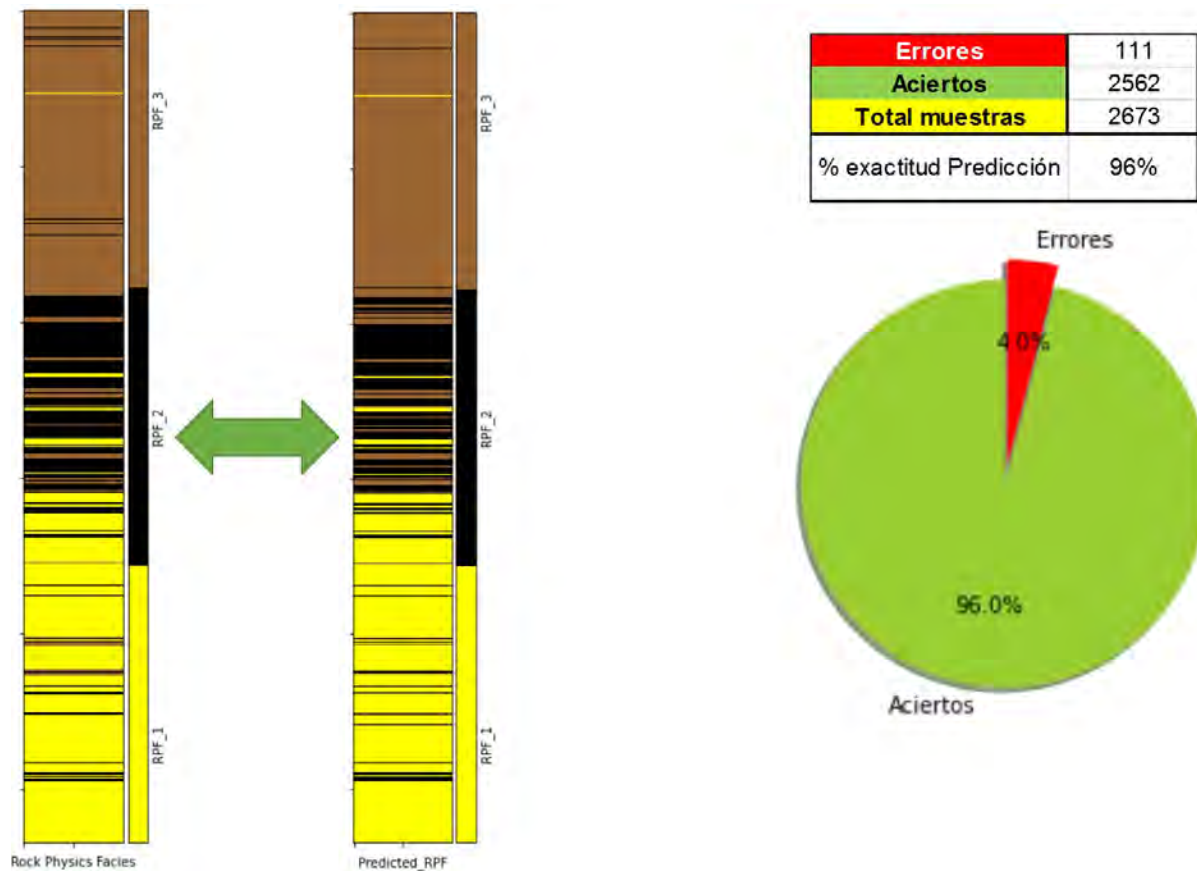


Figura 6.32: Comparación entre la facies de Física de Rocas y la Predicción de facies de Física de Rocas en el pozo de validación (Well-2).

6.5. Curvas obtenidas del proceso de *inversión sísmica* y *Correlación sísmico-geológica*

La figura 6.33 muestra las curvas obtenidas de los procesos de inversión sísmica y Correlación Sísmico-geológica en el pozo Well-3. La curva I_p fue obtenida del proceso de inversión sísmica, mientras que las curvas V_p y Rho fueron obtenidas por Correlación Sísmico-geológica.

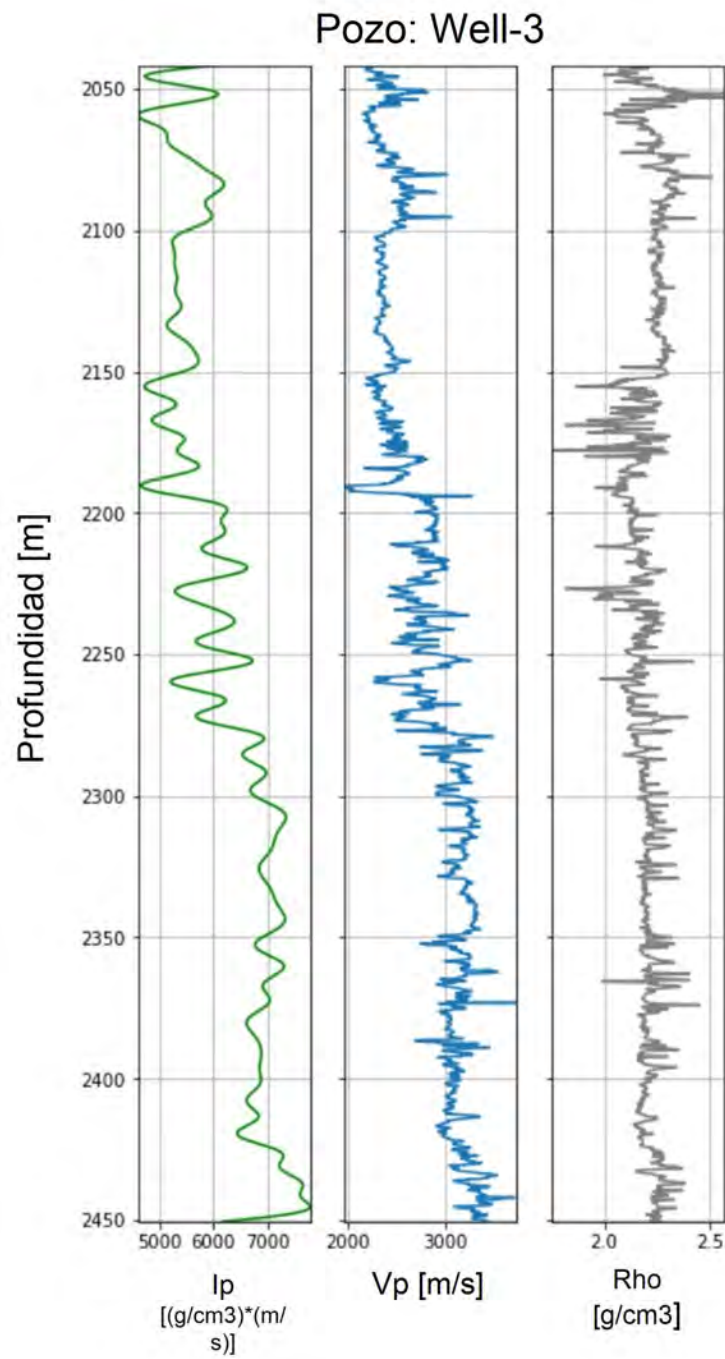


Figura 6.33: Curvas obtenidas de los procesos de inversión sísmica y Correlación Sísmico-geológica en el pozo de correlación (Well-3).

6.6. Predicción de *facies* en el *pozo de correlación (Well-3)*

Una vez que las curvas de I_p , V_p y Rho han sido estimadas a partir de los procesos de inversión sísmica y correlación sísmico-geológica en el pozo Well-3. Además, que la predicción de facies mediante el método de *Machine Learning* ha sido validada en el pozo de validación (Well-2), se ingresan las curvas estimadas en el pozo de correlación (Well-3) para obtener la predicción de facies en este pozo.

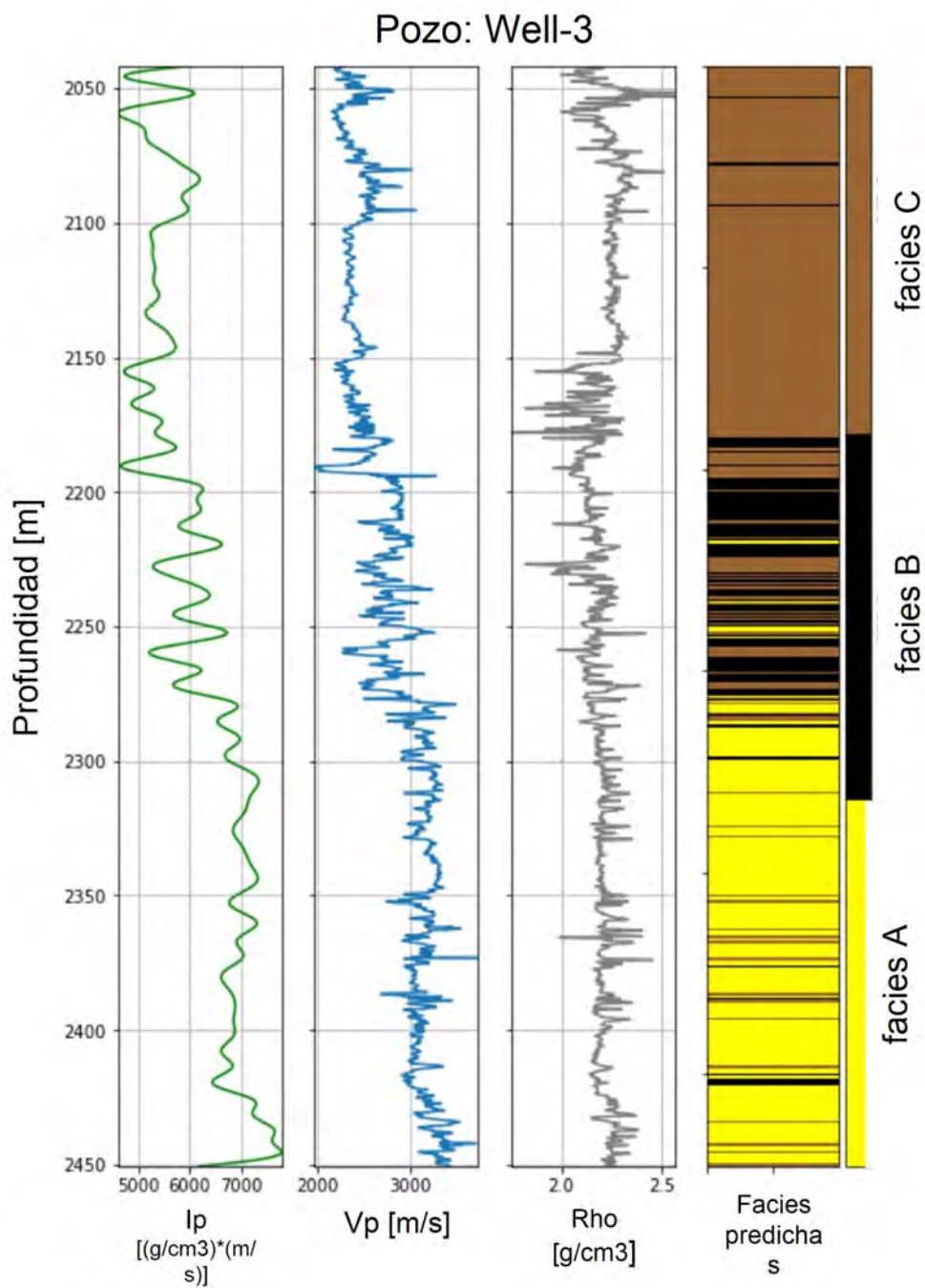


Figura 6.34: Predicción de facies a partir de las curvas Ip, Vp y Rho en el pozo de correlación (Well-3).

La figura **6.34** muestra el set completo de curvas obtenidas de los procesos de inversión sísmica y correlación sísmico-geológica, así como predicción de facies en el pozo Well-3.

6.7. Curvas reordenadas muestreadas a partir de Cópulas

A continuación se muestra el caso que corresponde a conjuntos de datos muestreados a partir de la Cópula que mejor describe la función de distribución bivariada de las variables Densidad (Rho) y Porosidad (Phi).

Los datos muestreados son generados de forma aleatoria, de tal modo que estos datos no se encuentran ordenados espacialmente. Para conseguir este ordenamiento espacial y específicamente en el sentido de la profundidad, se soporta en el concepto de *Curva de referencia o Curva guía*, que en este caso corresponde a la curva de densidad obtenida del proceso de Correlación Sísmico – geológica para el pozo Well-3.

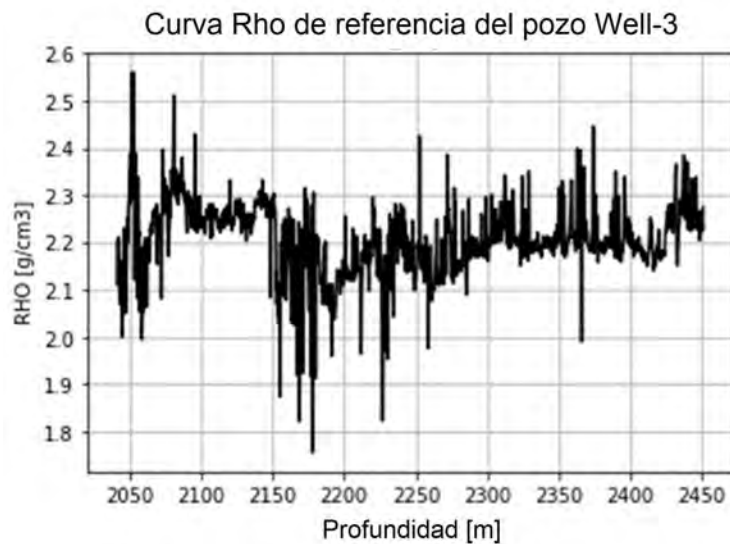


Figura 6.35: Curva Rho de referencia para el pozo de correlación Well-3.

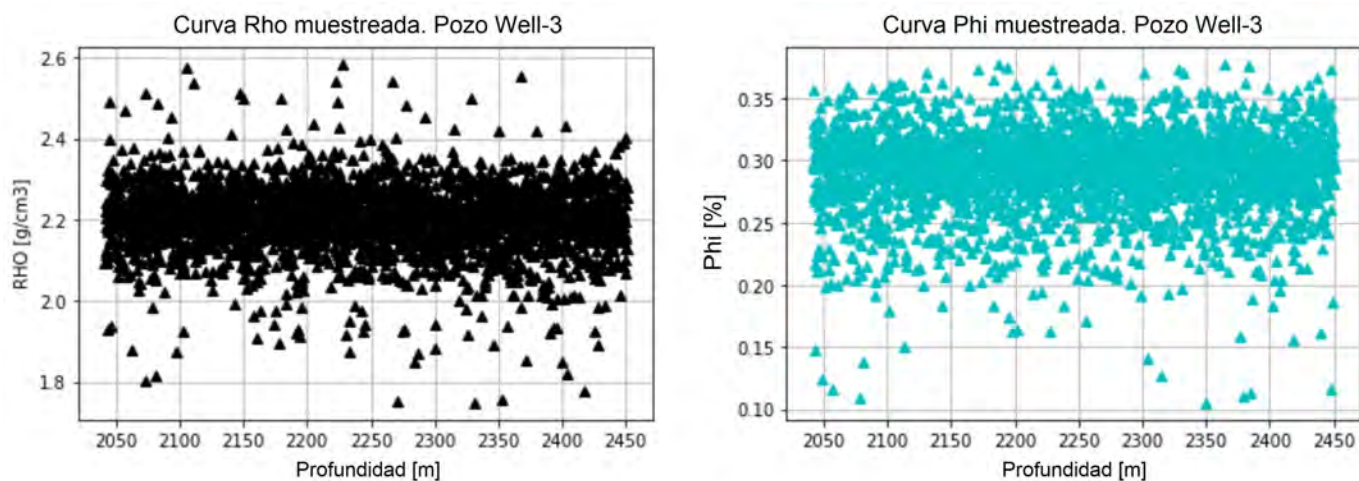


Figura 6.36: Datos muestreados a partir de Cópulas para el pozo de correlación Well-3 (Densidad (*izquierda*), Porosidad (*derecha*)).

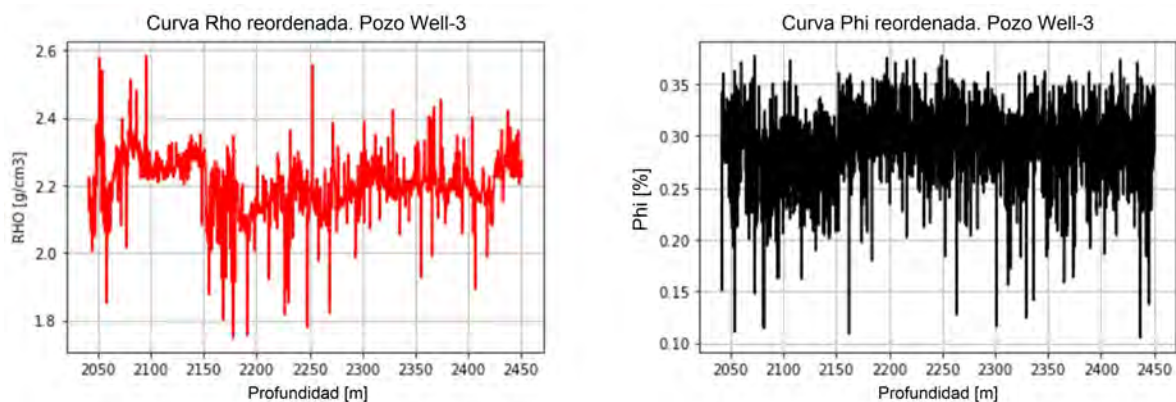


Figura 6.37: Curvas de Densidad (*izquierda*) y Porosidad (*derecha*) reordenadas bajo el criterio de Curva guía de referencia para el pozo de correlación Well-3.

Ahora se muestran las curvas V_p y V_{sh} (contenido de arcilla). Tal como ocurrió en el caso de las curvas Densidad – Porosidad, también se aplica el concepto de Curva guía o de referencia para la curva de V_p , obtenida del proceso de Correlación Sísmico – geológica para el pozo Well-3.

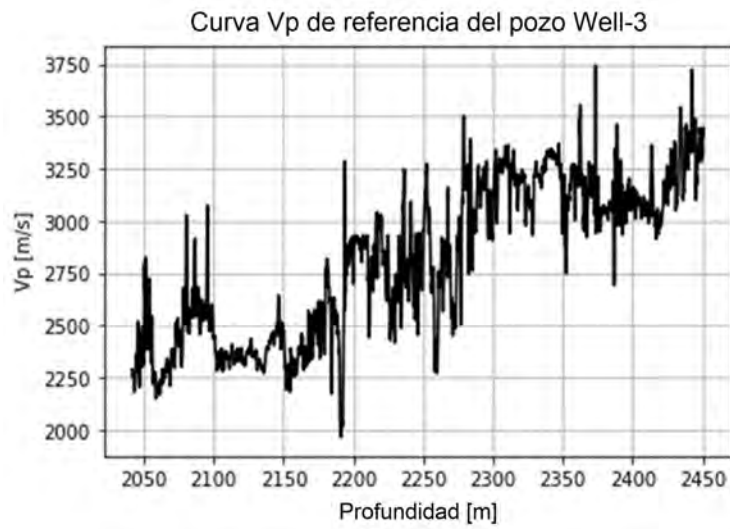


Figura 6.38: Curva Vp de referencia para el pozo de correlación Well-3.

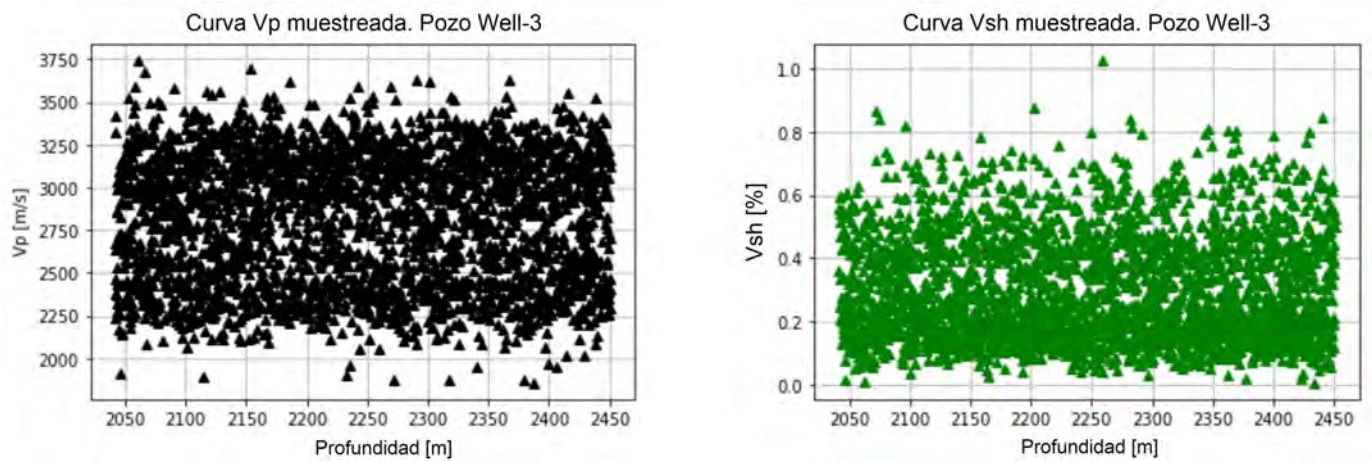


Figura 6.39: Datos muestreados a partir de Cópulas para el pozo de correlación Well-3 (V_p (izquierda), V_{sh} (derecha)).

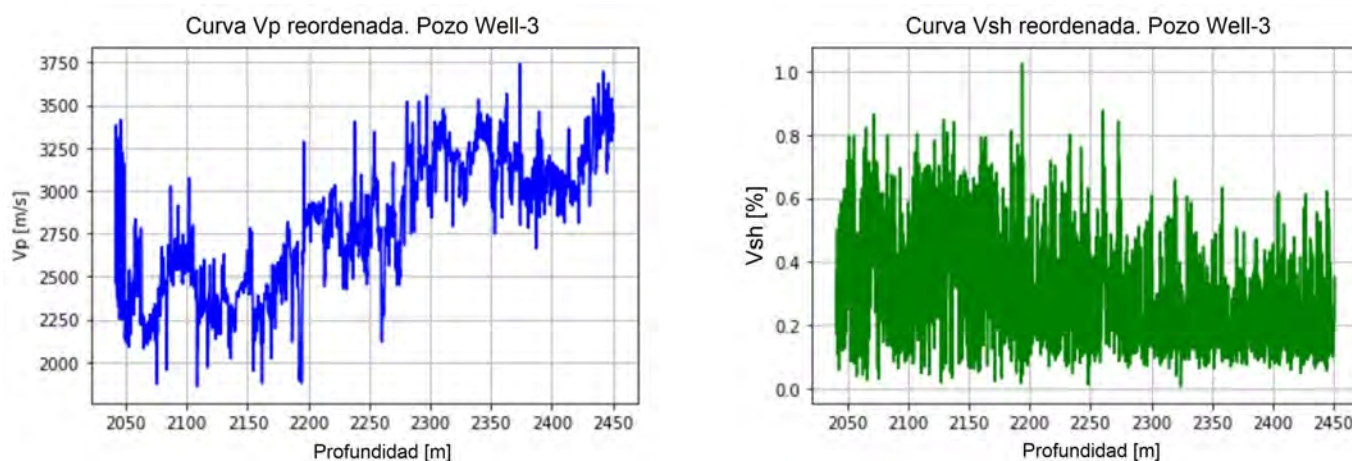


Figura 6.40: Curvas V_p (izquierda) y V_{sh} (derecha) reordenadas bajo el criterio de Curva guía de referencia para el pozo de correlación Well-3.

Las figuras **6.37** y **6.40** demuestran que el pozo Well-3 ya cuenta con su *set* de curvas completo. Es decir, ya cuenta con sus curvas I_p (obtenida del proceso de inversión sísmica), Rho y V_p (obtenidas del proceso de Correlación Sísmico - geológica) y además, las curvas de interpretación petrofísica Φ y V_{sh} , obtenidas a partir del favorecimiento de las relaciones de dependencia de éstas con las curvas Rho y V_p (*cópulas no paramétricas de Bernstein*).

6.8. Simulaciones de propiedades petrofísicas

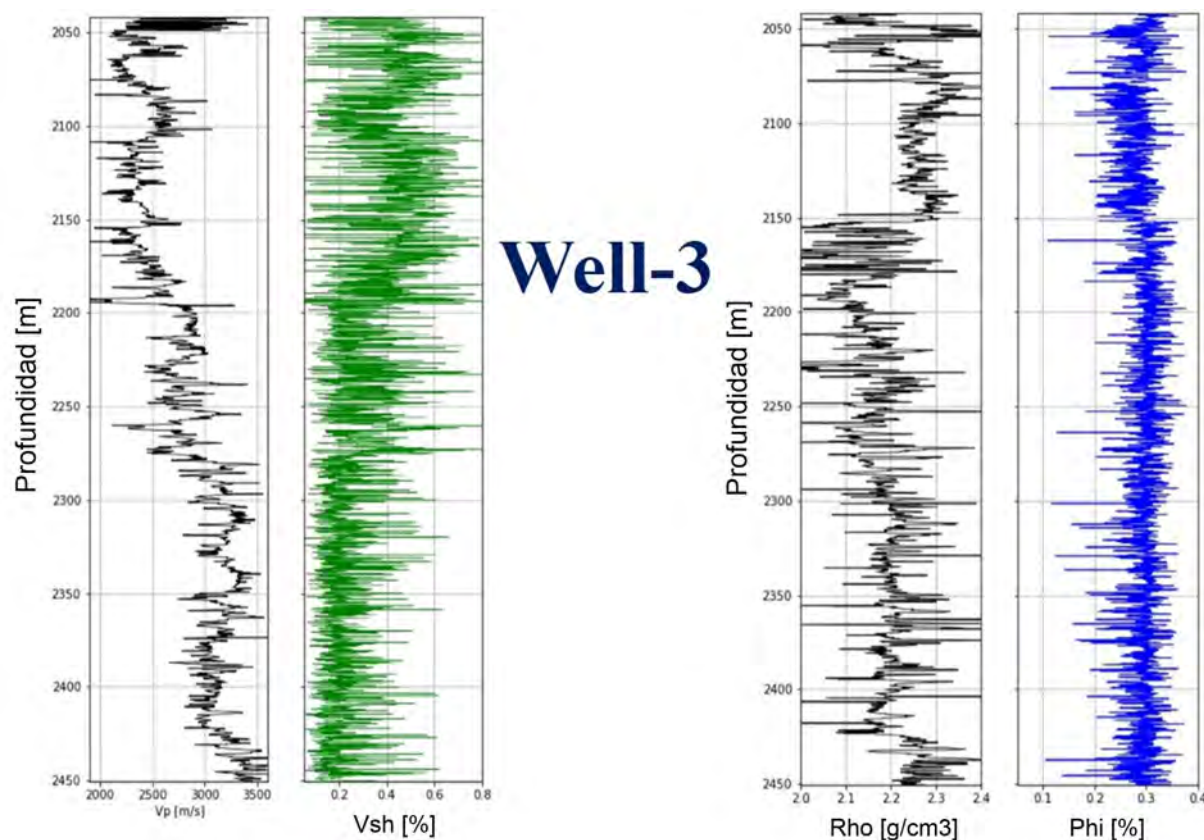


Figura 6.41: (izquierda) Estimación de la curva Vsh teniendo a la variable Vp como variable primaria. (derecha) Estimación de la curva Phi teniendo a la variable Rho como variable primaria.

La figura 6.41 muestra únicamente el resultado de una sola Simulación para las propiedades petrofísicas Vsh y Phi. No obstante, existe la necesidad de generar más de una simulación no sólo para fines estadísticos, sino también para conocer la precisión con la que las Simulaciones replican las propiedades estadísticas de las variables Contenido de arcilla y Porosidad.

Para el propósito de generar más de una simulación hubo un aspecto que tuvo que tenerse en consideración: para el intervalo de análisis, cada una de las curvas se compone de 2728 muestras, hecho que incrementa considerablemente el tiempo de cómputo. Por tal motivo, lo que se hizo fue remuestrear las curvas aproximadamente al 10 % del número total (250 muestras). Al hacer esto se provocó el fenómeno de filtrado natural a la curva de análisis, eliminándose así los picos (*Despike*). La figura 6.42 muestra este hecho.

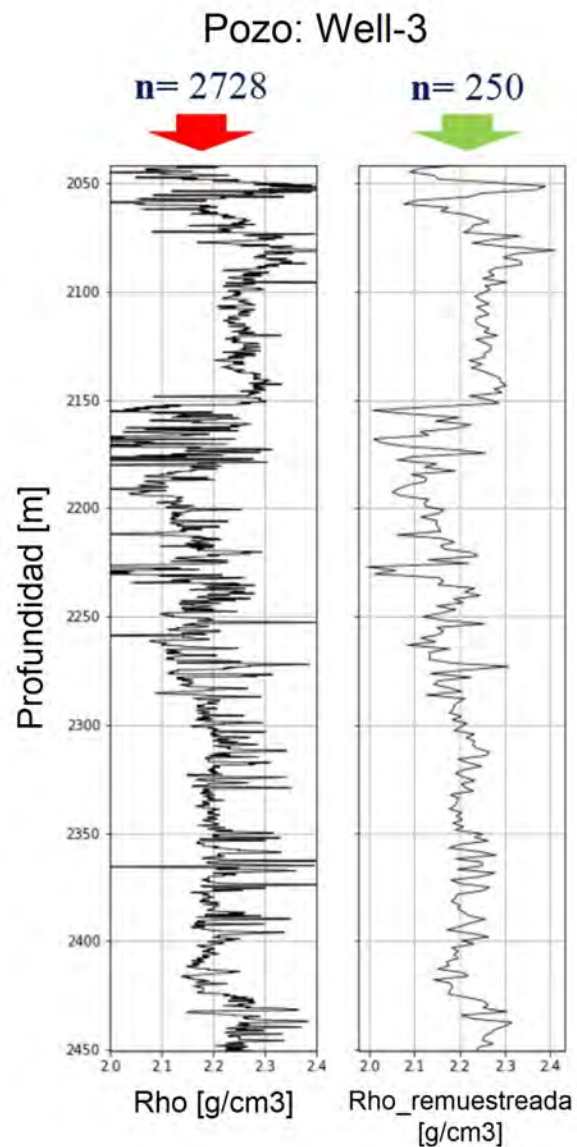


Figura 6.42: Remuestreo de la curva de Densidad.

La figura 6.43 muestra 11 simulaciones para la propiedad Porosidad a través de la variable primaria Densidad. En el lado derecho, la línea punteada color azul representa la curva de referencia para la variable Porosidad y las líneas continuas color rojo son sus simulaciones.

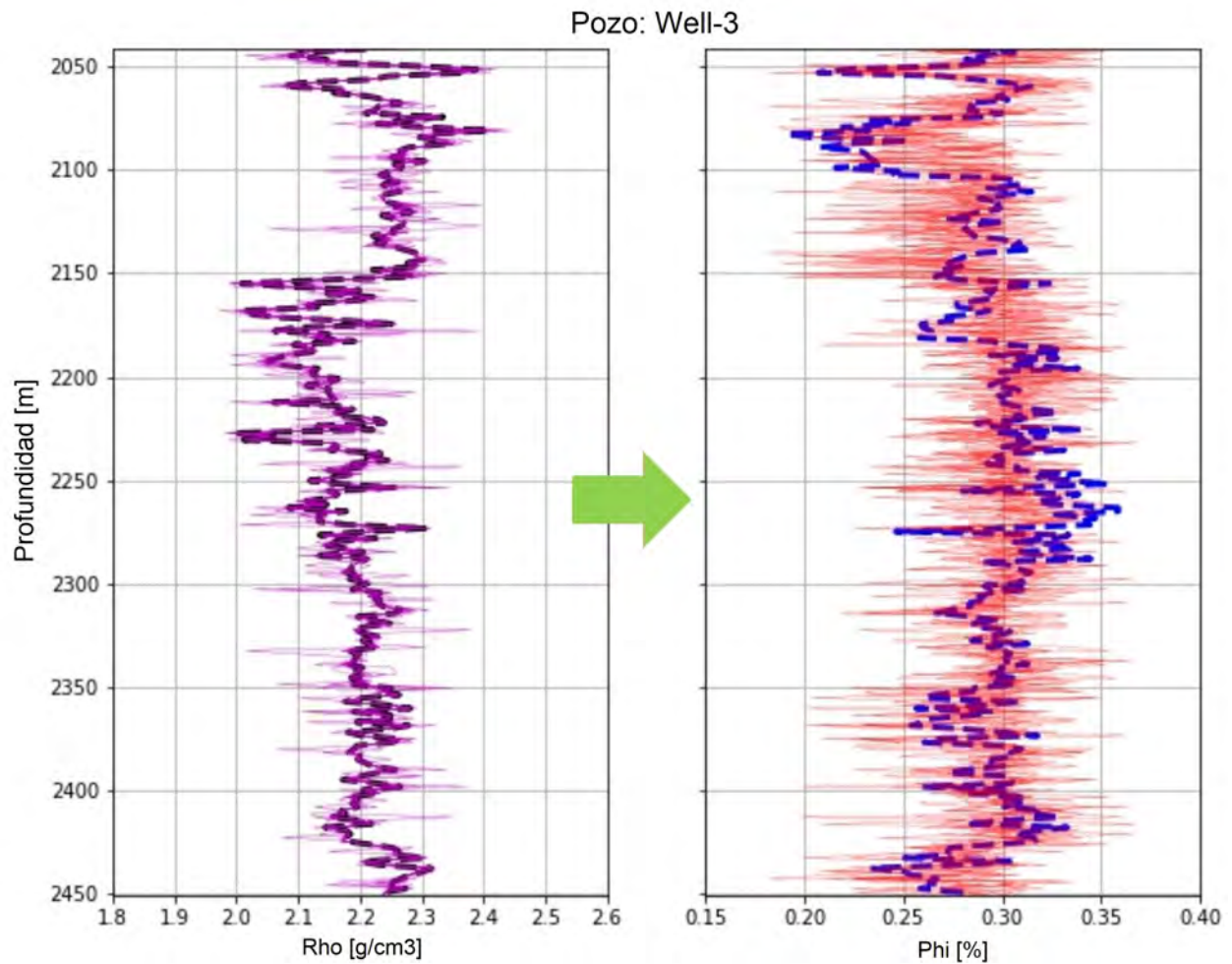


Figura 6.43: Curva Phi a partir de Rho con 11 simulaciones.

La figura 6.44 muestra las curvas de valores máximo y mínimo de las simulaciones generadas. En el lado derecho, la línea punteada color azul representa la curva de referencia para la variable Porosidad, la línea continua color verde representa la curva de simulación de valores máximos y la línea continua color rojo la curva de simulación de valores mínimos.

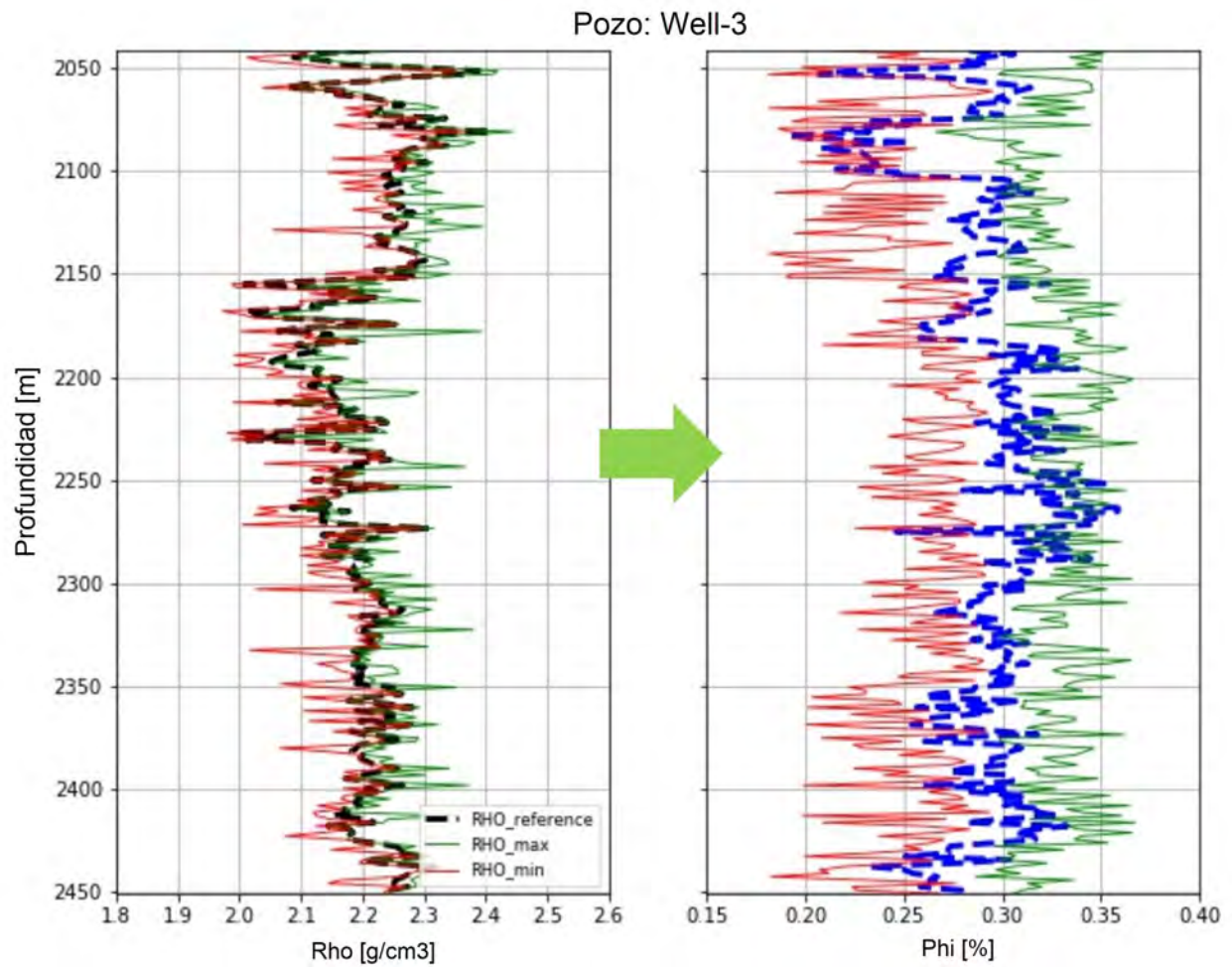


Figura 6.44: Curvas de valores máximo y mínimo de la variable Phi a partir de Rho.

La figura **6.45** muestra las curvas promedio y mediana de las simulaciones generadas. En el lado derecho, la línea punteada color azul representa la curva de referencia para la variable Porosidad, la línea continua color anaranjado representa la curva de simulación de valores promedios y la línea continua color rojo la curva de simulación de valores mediana.

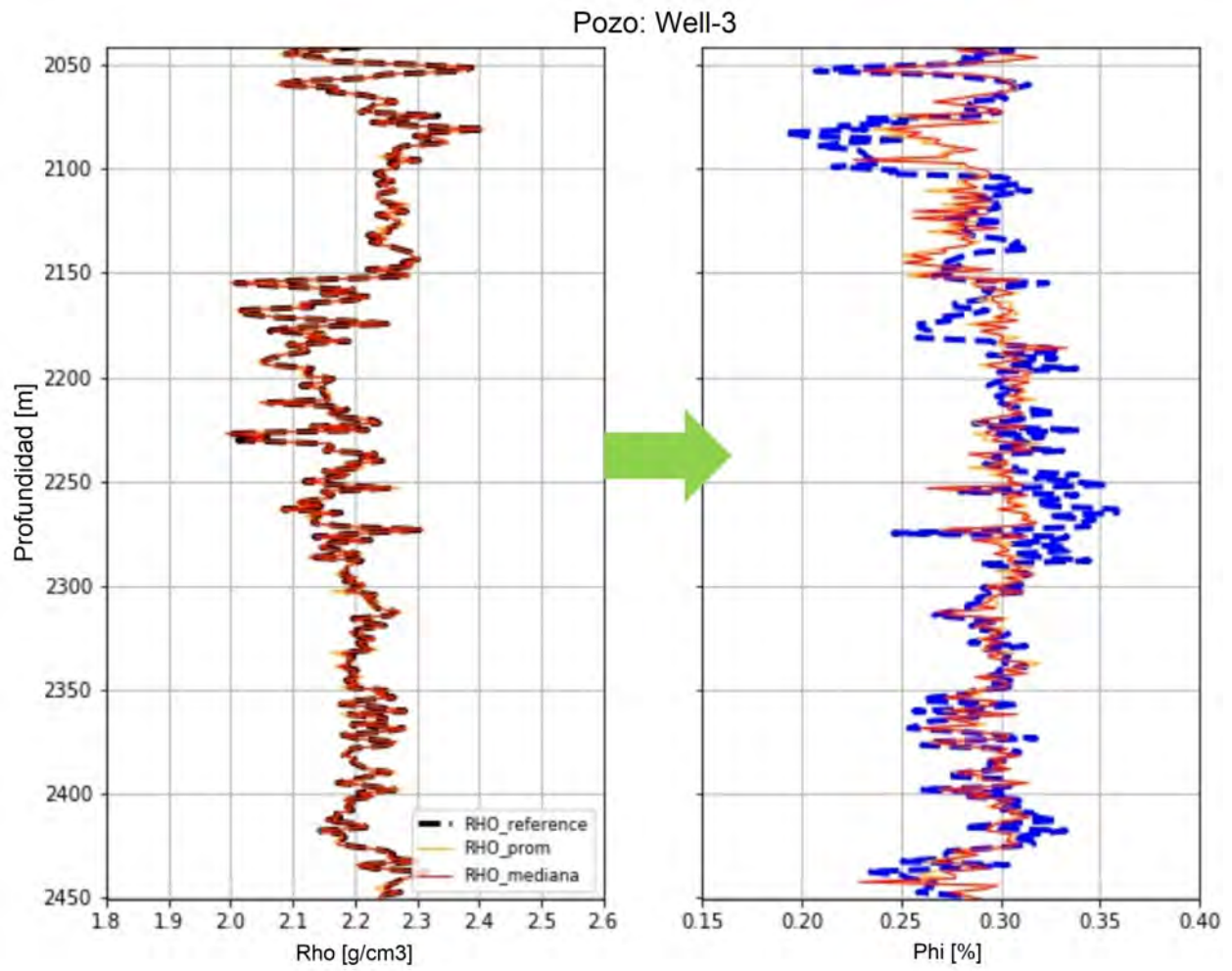


Figura 6.45: Curvas de valores promedio y mediana de la variable Phi a partir de Rho.

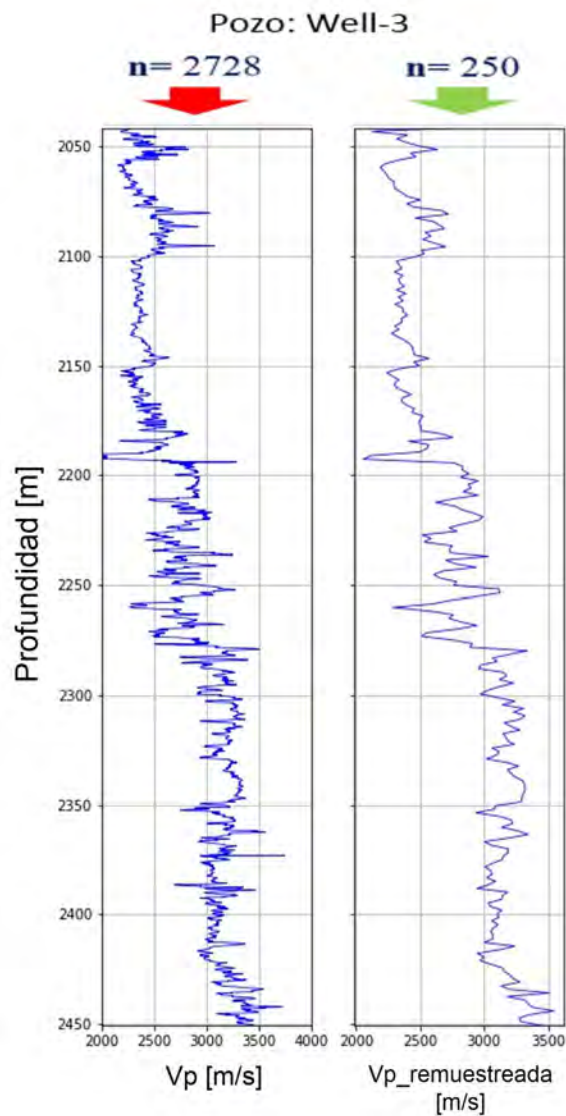


Figura 6.46: Remuestreo de la curva Vp.

La figura 6.47 muestra 11 simulaciones para la propiedad Contenido de arcilla a través de la variable primaria Vp. En el lado derecho, la línea punteada color verde representa la curva de referencia para la variable Vsh y las líneas continuas color rojo son sus simulaciones.

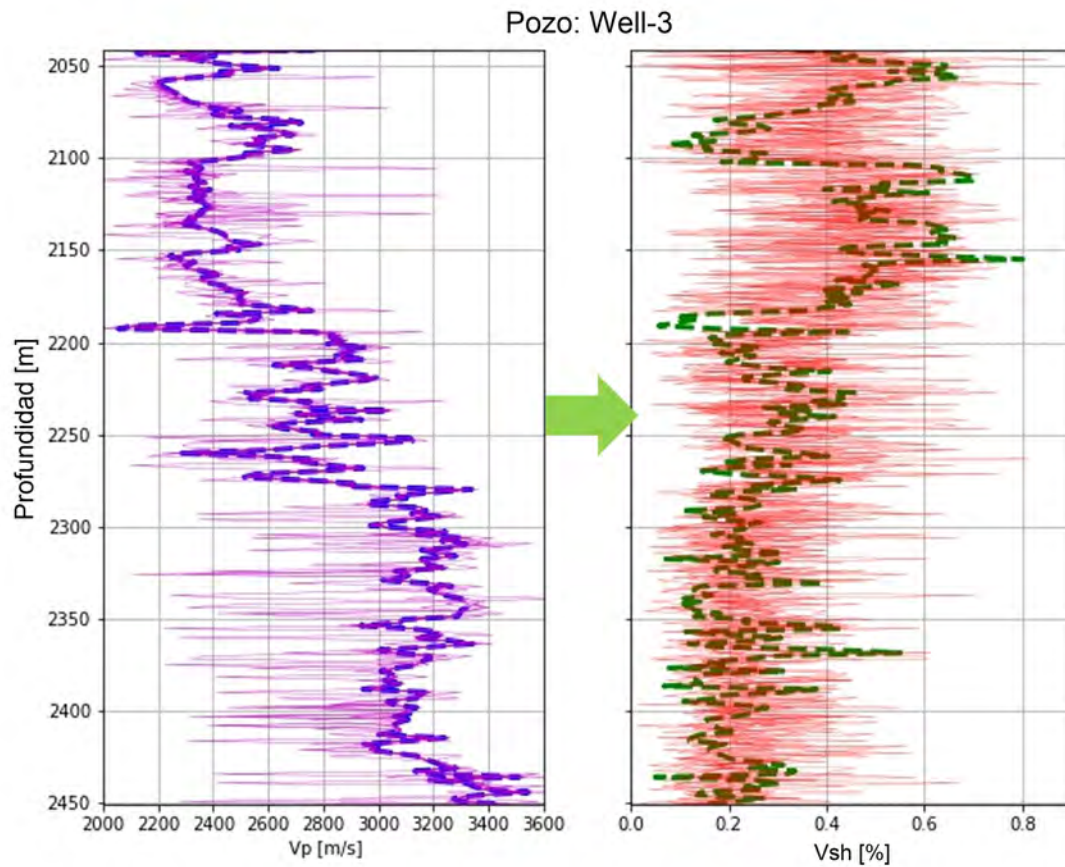


Figura 6.47: Curva Vsh a partir de Vp con 11 simulaciones.

La figura **6.48** muestra las curvas de valores máximo y mínimo de las simulaciones generadas. En el lado derecho, la línea punteada color verde representa la curva de referencia para la variable Vsh, la línea continua color verde representa la curva de simulación de valores máximos y la línea continua color rojo la curva de simulación de valores mínimos.

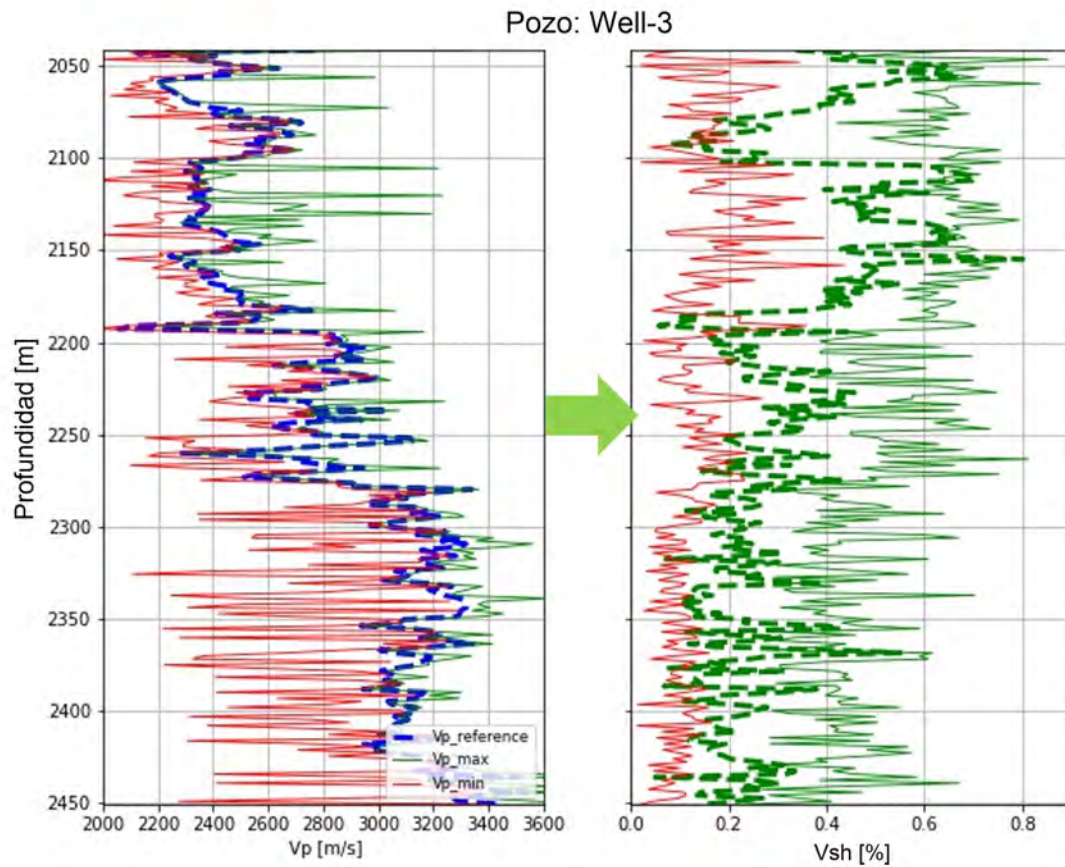


Figura 6.48: Curvas de valores máximo y mínimo de la variable Vsh a partir de Vp.

La figura **6.49** muestra las curvas promedio y mediana de las simulaciones generadas. En el lado derecho, la línea punteada color verde representa la curva de referencia para la variable Vsh, la línea continua color anaranjado representa la curva de simulación de valores promedios y la línea continua color rojo la curva de simulación de valores mediana.

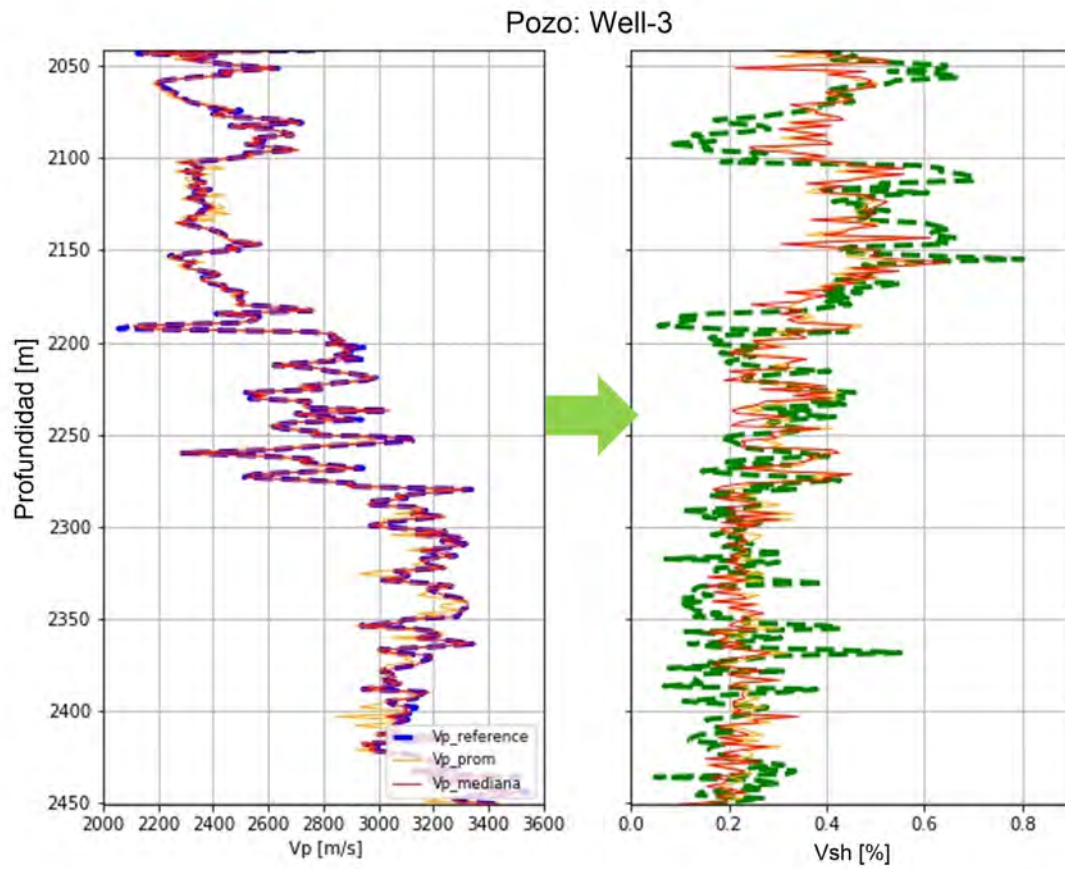


Figura 6.49: Curvas de valores promedio y mediana de la variable Vsh a partir de Vp.

Capítulo 7

Análisis y discusión de Resultados

La discusión de resultados se hará con base en los siguientes apartados: 1) Modelación sísmica directa y Sismogramas sintéticos, 2) Física de Rocas (Validación del modelo y su intervención en la Reclasificación de facies) , 3) Inversión Sísmica y estimación de Impedancia (intervención del proceso de Correlación Sísmico - geológica), 4) Predicción de facies a través del método SVM de Machine Learning, 5) Estimación de propiedades petrofísicas a través de Cópulas.

7.1. Modelación sísmica directa y Sismogramas sintéticos

La validación del método de reflectividad de incidencia normal para la generación de los sismogramas sintéticos tanto en el modelo teórico de capas como en el pozo F06-1 del bloque F3 del Mar del Norte, destaca la enorme importancia del correcto ajuste o calibración entre la información sísmica (dominio del tiempo) con la información de pozo (dominio de la profundidad).

Este hecho trasciende además en el pozo de validación Well-2, primordialmente en la estimación de impedancia, pues uno de los requisitos del algoritmo de inversión sísmica, es que la fuente de información de impedancia como dato de entrada (el registro de impedancia, en este caso) esté correctamente dispuesto en el dominio del tiempo. Esto no es posible sin el correcto ajuste entre la información sísmica y la información de pozo (registros geofísicos de pozo).

7.2. Física de Rocas (Validación del modelo y su intervención en la Reclasificación de facies)

La validación del modelo de Física de Rocas se hizo directamente al comparar las curvas V_p , V_s , Rho e I_p estimadas a partir de las ecuaciones de Gassmann bajo la consideración del Modelo de Arena Rígida; con sus equivalentes curvas de registros geofísicos del pozo de validación Well-2. Al hacer esto, puede afirmarse que la separación entre curvas es más marcada en el intervalo cuyo contenido de arcilla es mayor al 10 % (mayor contenido de arcilla). Este fenómeno es consistente, pues no se pierda de vista que se está considerando

un Modelo de Arena Rígida, cuya fortaleza precisamente es describir de mejor manera las arenas limpias (bajo contenido de arcilla).

Por otra parte, dentro de la información inicial del pozo de validación Well-2 se tiene una interpretación de facies sustentada con información de núcleos de pozo. No obstante, esta clasificación de facies tiene el inconveniente que no existe una separación bien diferenciada entre grupos si se grafican en alguno de los gráficos cruzados básicos de Física de Rocas. Esto representa una problemática posterior sobre todo en la etapa de Simulaciones estadísticas y generación de muestras. Por tal razón es que fue posible realizar la Reclasificación de facies a través del gráfico básico de Física de Rocas $I_p - \Phi$.

7.3. Inversión Sísmica y estimación de Impedancia (*intervención del proceso de Correlación Sísmico - geológica*)

La curva de impedancia estimada a través de la inversión sísmica en el pozo de validación Well-2, en realidad es una estimación de buena calidad en el sentido que si se compara con la curva de impedancia calculada a partir de registros geofísicos de pozo, la diferencia entre estas no supera el valor de diez en unidades de impedancia $((m/s)*(g/cm^3))$, en todos los puntos.

El pozo de validación además cuenta con curvas de registro V_p y Rho , que junto con la de Impedancia, también fueron objeto de interés para estimar en el pozo de correlación Well-3. El proceso de Correlación Sísmico – geológica fue una herramienta muy importante para reforzar y realizar esta tarea. Este proceso fue viable debido a la suficiencia y alcance de la información disponible, pues además de contar con las ubicaciones de los pozos, sus trayectorias y sus columnas estratigráficas, se contaba con un horizonte sísmico que unía ambos pozos y al que fue posible dar seguimiento a través de su visualización en una sección sísmica. Para ello fue necesario realizar el ajuste sísmico – pozo en el pozo de correlación.

En resumen, el proceso de correlación Sísmico – geológica reforzó la inversión sísmica para la estimación de impedancia, al tiempo que fue el medio para estimar las curvas V_p y Rho , en el pozo de correlación Well-3.

7.4. Predicción de facies a través del método *SVM* de *Machine Learning*

La exactitud en la predicción de facies con el método SVM de *Machine Learning* en el pozo de validación Well-2 fue del 96%. Por tal razón, la extrapolación de esta técnica al pozo de correlación Well-3 debe preservar este orden de exactitud, en un pozo carente de esta información como lo es el pozo Well-3. Otro factor de confianza que suma en este propósito, es que las curvas I_p , V_p y Rho tienen la influencia del rasgo geológico presente en la trayectoria del pozo Well-3, a través de su columna estratigráfica.

7.5. Estimación de propiedades petrofísicas a través de Cópulas

La generación de muestras para las variables Porosidad y Contenido de arcilla (propiedades petrofísicas) a través de simulaciones vía Cópulas no fue suficiente para estimar estas propiedades en todo el intervalo de análisis. Las muestras arrojadas para estas propiedades se generaron de forma aleatoria, es decir, sin apego alguno en el sentido de la profundidad. Para conseguirlo, se aprovecharon las curvas Rho y Vp estimadas en el pozo de correlación Well-3 para jugar el rol de Curvas guía o de referencia y de esta forma incorporar el sentido con respecto a la profundidad a las propiedades muestreadas generadas.

7.6. Resumen de resultados de la Metodología

El propósito de esta sección consiste en mostrar los resultados obtenidos y consideraciones de la metodología presentada en el capítulo 5.

7.6.1. El pozo de validación.

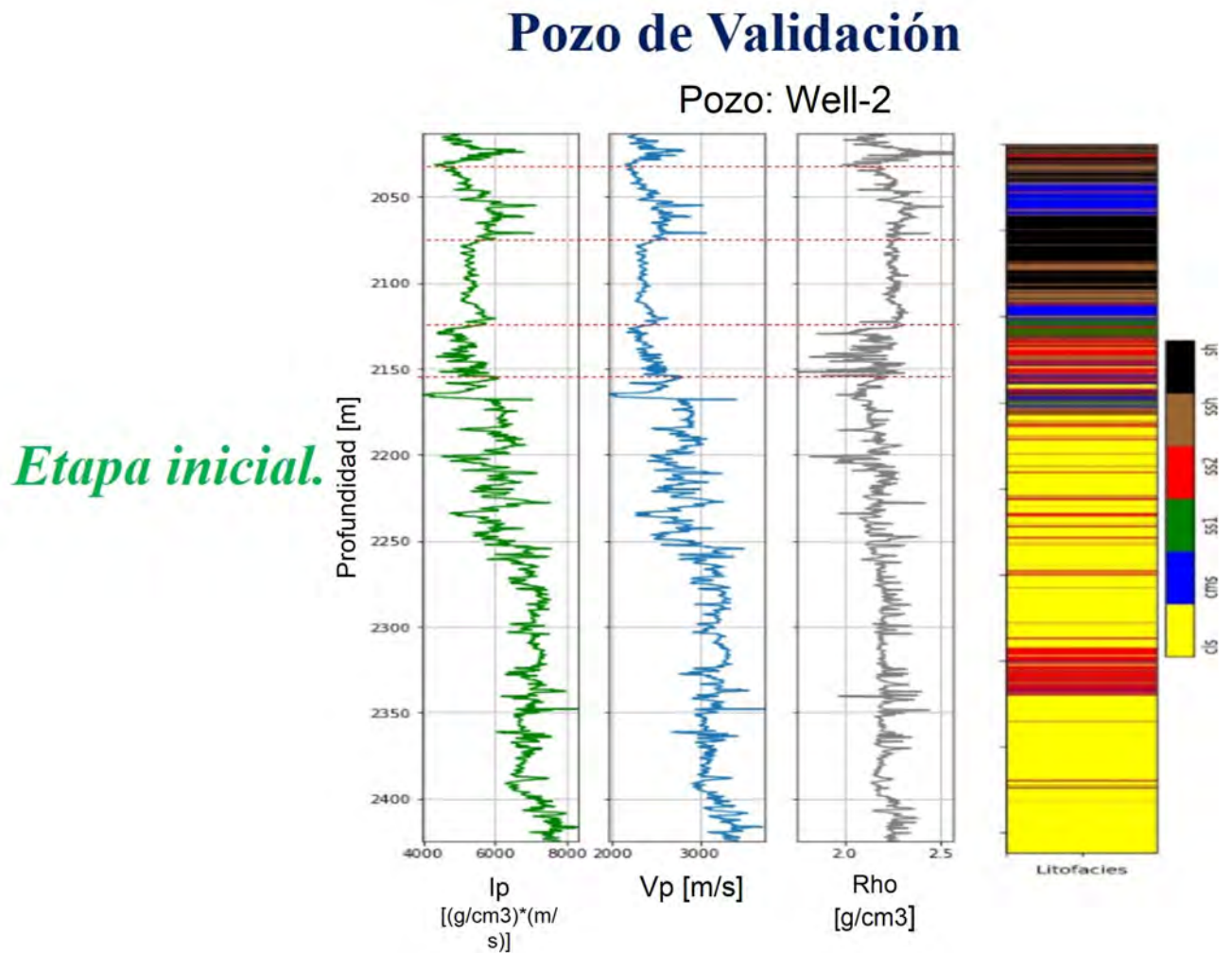


Figura 7.1: Información inicial del Pozo de Validación Well-2. Curvas de registros de pozo: I_p , V_p y Rho . Curva de interpretación de facies con base a información de núcleos (6 facies).

7.6.2. Reclasificación de facies.

Reclasificación de facies a través de Física de Rocas

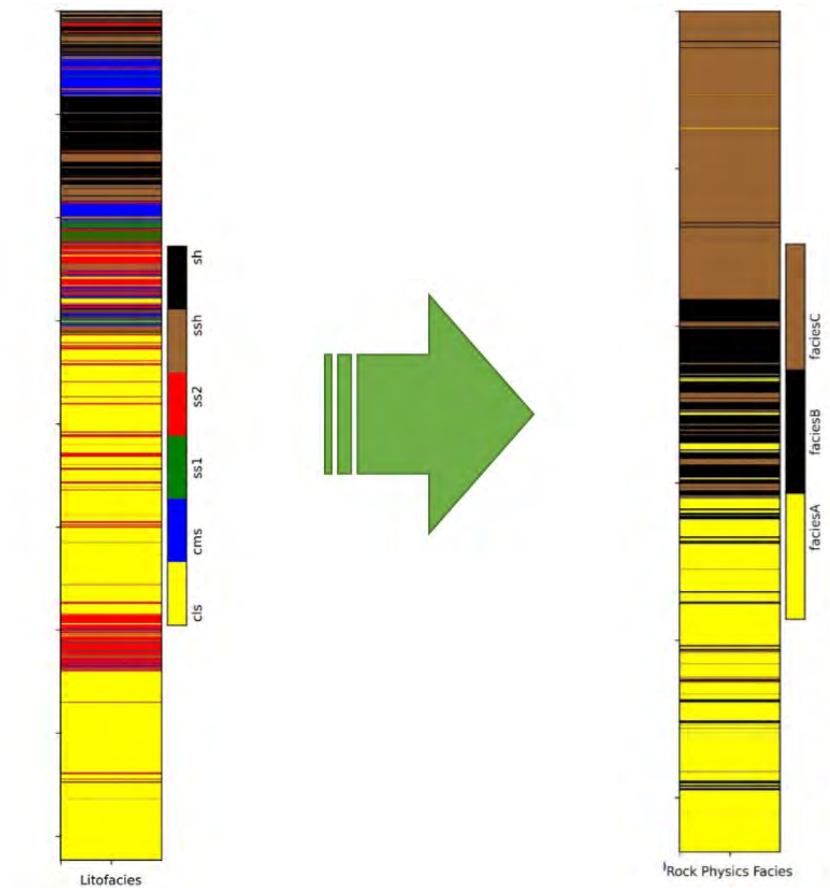


Figura 7.2: Después de aplicar el proceso de Reclasificación de facies a través de Física de Rocas, se logró reducir el número de facies de 6 a 3 en el intervalo de análisis considerado.

La figura **7.2** muestra la Reclasificación de facies en el pozo de validación Well-2. Inicialmente, en el intervalo de análisis se tenían seis tipos de facies litológicas. Posteriormente y de acuerdo a la justificación indicada para hacer la Reclasificación, estas se redujeron a tres debido al conocimiento proporcionado por los gráficos básicos de Física de Rocas.

7.6.3. El pozo de correlación.

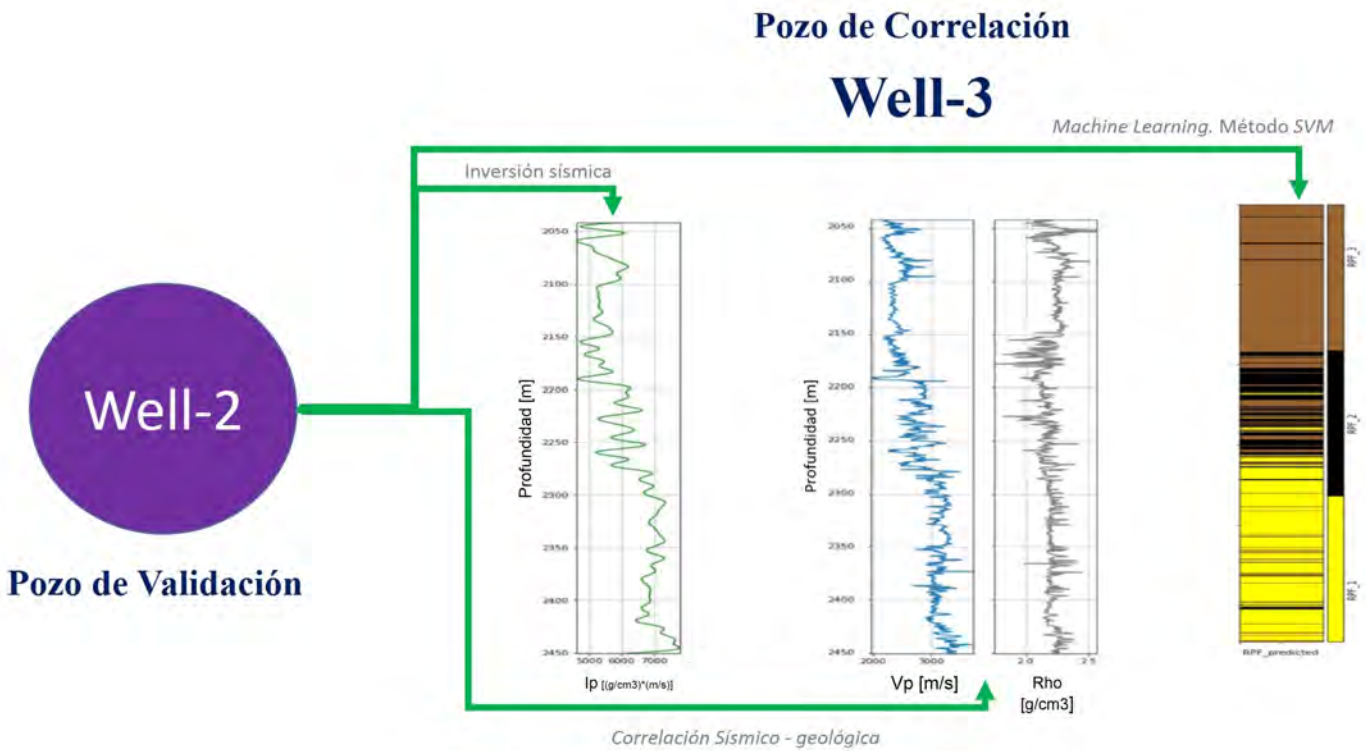


Figura 7.3: Diagrama. Con la información inicial del Pozo de Validación Well-2, a través de los procesos de Inversión sísmica, Correlación Sísmico-geológica y Machine Learning fue posible calcular y estimar las curvas I_p , Rho , V_p e Interpretación de facies en el Pozo de Correlación Well-3, respectivamente.

7.6.4. Estimación de propiedades petrofísicas a través de Cópulas

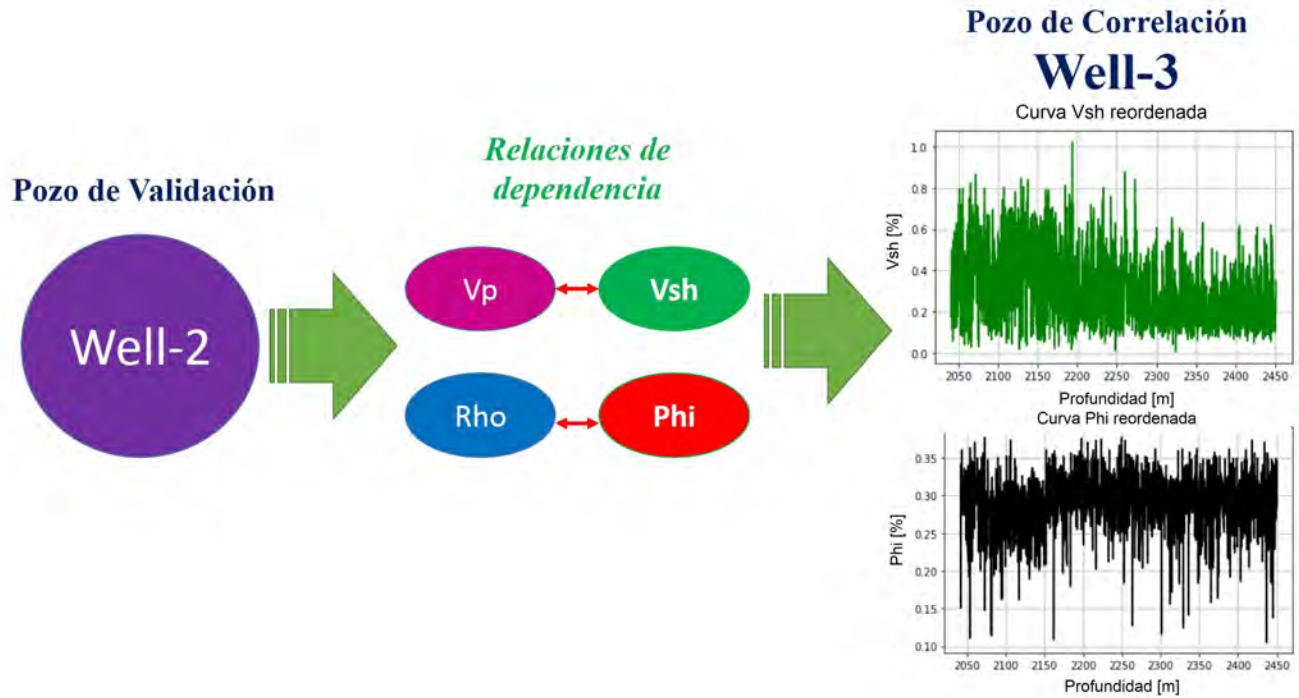


Figura 7.4: Diagrama. Además, aprovechando la relación de dependencia entre las variables V_{sh} – V_p y Rho – Φ , a través de Cópulas y un generador de muestras, también fue posible calcular y estimar las curvas de Contenido de arcilla (V_{sh}) y Porosidad (Φ) en el Pozo de Correlación Well-3.

Capítulo 8

Conclusiones

Las curvas I_p , V_p y Rho se estimaron a través de los procesos de inversión sísmica y Correlación Sísmico – geológica, sólo a lo largo de las trayectorias de los pozos Well-2 (pozo de validación) y el pozo Well-3 (pozo de correlación), en los intervalos de profundidad analizados. No obstante, tales procedimientos bien podrían extenderse a toda la sección sísmica y así estimar su correspondiente Sección de Impedancias, Sección de Velocidades V_p y Sección de Densidades.

La aplicación de Física de Rocas en este trabajo resultó ser de *'doble propósito'*: por una parte a través de un gráfico básico de Física de Rocas fue posible realizar una Reclasificación de facies que permitió diferenciar las propiedades de cada uno de los tres grandes grupos de datos identificados; así como también ajustar un modelo teórico de Física de Rocas (Modelo de Arena Rígida) al set de datos del estudio de caso.

En la estimación de las propiedades petrofísicas Φ y V_{sh} a través de cópulas, se generaron once simulaciones para cada variable las cuales se encuentran cercanas a sus respectivas curvas de referencia. Esto necesariamente implica que el generador de muestras vía cópulas, replica aceptablemente bien las propiedades estadísticas descritas por la función de distribución bivariada ($Rho - \Phi$ y $V_{sh} - V_p$).

Bibliografía

- [Aki and Richards, 1980] Aki, K. and Richards, P. G. (1980). *Quantitative seismology: Theory and methods*. W. H. Freeman and Co. (Citado en la página 21.)
- [Alaudah et al., 2019] Alaudah, Y., Michałowicz, P., Alfarraj, M., and AlRegib, G. (2019). A machine-learning benchmark for facies classification. *Interpretation*, 7, Issue 3. (Citado en las páginas 80 y 82.)
- [Allen and Peddy, 1993] Allen, J. L. and Peddy, C. P. (1993). *Amplitude variation with offset — Gulf Coast case studies*. SEG. (Citado en las páginas 17 y 21.)
- [Amato del Monte, 2015] Amato del Monte, A. (2015). Seismic petrophysics: Part 1 and part 2. *Geophysical Tutorial — THE LEADING EDGE*. (Citado en la página 100.)
- [Amato del Monte, 2017] Amato del Monte, A. (2017). Seismic rock physics. *Geophysical Tutorial — THE LEADING EDGE*. (Citado en la página 100.)
- [Angona, 1960] Angona, F. (1960). Two-dimensional modeling and its application to seismic problems. *Geophysics*, 25:468–482. (Citado en la página 29.)
- [Arthur et al., 2012] Arthur, J. M., Lawton, D. C., and Wong, J. (2012). Physical seismic modeling of a vertical fault. Technical report, CREWES Research Report, 24. (Citado en las páginas 29, 30, 31 y 32.)
- [Avseth, 2000] Avseth, P. (May,2000). Combining rock physics and sedimentology for seismic reservoir characterization of north sea turbidite systems. Technical report, Submitted to the department of geophysics And the committee on graduate studies Of Stanford University In partial fulfillment of the requirements For the degree of Doctor of philosophy. (Citado en la página 83.)
- [Avseth et al., 2000] Avseth, P., Dvorkin, J., Mavko, G., and Rykkje, J. (2000). Rock physics diagnostic of north sea sands: Link between microstructure and seismic properties. *Geophysical Research Letters*, VOL. 27, NO. 17:2761–2764. (Citado en la página 62.)
- [Avseth et al., 2001] Avseth, P., Mukerji, T., Jorstad, A., Mavko, G., and Veggeland, T. (2001). Seismic reservoir mapping from 3-d avo in a north sea turbidite system. *Geophysics*, 66:1157–1176. (Citado en la página 85.)
- [Avseth et al., 2005] Avseth, P., Mukerji, T., and Mavko, G. (2005). *Quantitative Seismic Interpretation - Applying Rock Physics Tools to Reduce Interpretation Risk*. Cambridge University Press. (Citado en las páginas 62, 63, 65, 73, 84 y 85.)

- [Bachrach, 2006] Bachrach, R. (2006). Joint estimation of porosity and saturation using stochastic rock-physics modeling. *Geophysics*, 71, NO. 5:O53–O63. (Citado en la página 70.)
- [Barclay, 2008] Barclay, F. e. a. (2008). Inversión sísmica: Lectura entre líneas. *Oilfield Review*, 25:44–66. (Citado en las páginas 38 y 39.)
- [Batzle and Wang, 1992] Batzle, M. and Wang, Z. (1992). Seismic properties of pore fluids. *Geophysics*, 57, NO. 11:1396–1408. (Citado en la página 73.)
- [Baudin et al., 2015] Baudin, M., Dutfoy, A., Iooss, B., and Popelin, A.-L. (2015). Open turns: An industrial software for uncertainty quantification in simulation. (Citado en la página III.)
- [Berryman, 1995] Berryman, J. (1995). Mixture theories for rock properties. In *Rock Physics and Phase Relations: a Handbook of Physical Constants*, ed. T.J. Ahrens. Washington, DC. American Geophysical Union, pp. 205–228. (Citado en la página 69.)
- [Berryman, 1999] Berryman, J. G. (1999). Origin of gassmann’s equations. *Geophysics*, 64, no. 5. (Citado en la página 71.)
- [Berryman and Milton, 1991] Berryman, J. G. and Milton, G. W. (1991). Exact results for generalized gassmann’s equation in composite porous media with two constituents. *Geophysics*, 56, no. 12:1950–1960. (Citado en la página 71.)
- [Biot, 1956] Biot, M. A. (1956). Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solid. i. low frequency range and ii. higher-frequency range. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 28, no. 2:168–178. (Citado en las páginas 70 y 71.)
- [Bosch et al., 2010] Bosch, M., Mukerji, T., and Gonzalez, E. F. (2010). Seismic inversion for reservoir properties combining statistical rock physics and geostatistics: A review. *Geophysics*, 75, NO. 5:75A165–75A176. (Citado en la página 55.)
- [Bosch et al., 2017] Bosch, M., Mukerji, T., and Gonzalez, E. F. (2017). Seismic, rock physics, spatial models, and their integration in reservoir geophysics. In *Encyclopedia of Exploration Geophysics, SEG*. (Citado en las páginas 53, 54 y 62.)
- [Brown, 2011] Brown, A. R. (2011). *Interpretation of Three-Dimensional Seismic Data*. Seventh Edition, AAPG Memoir 42 SEG Investigations in Geophysics, No. 9. (Citado en la página 50.)
- [Bruges contributors (2021). Bruges, a Python package., 2021] Bruges contributors (2021). Bruges, a Python package. (05 de Septiembre de 2021). <https://github.com/agile-geoscience/bruges>. (Citado en la página III.)
- [Buland and Omre, 2003] Buland, A. and Omre, H. (2003). Bayesian linearized avo inversion. *Geophysics*, 68:185–198. (Citado en la página 50.)
- [Carcione et al., 2002] Carcione, J., Herman, G. C., and ten Kroode, A. P. E. (2002). Seismic modeling. *Geophysics*, 67, no. 4:1304–1325. (Citado en la página 26.)

- [Castagna and Backus, 1993] Castagna, J. P. and Backus, M. M. (1993). *Offset-dependent reflectivity — Theory and practice of AVO analysis*. SEG. (Citado en las páginas 17, 21, 56, 60 y 61.)
- [Castagna et al., 1985] Castagna, J. P., Batzle, M., and Eastwood, R. L. (1985). Relationships between compressional-wave and shearwave velocities in clastic silicate rocks. *Geophysics*, 50, no. 4:571–581. (Citado en las páginas 59 y 60.)
- [Castagna et al., 1993] Castagna, J. P., Batzle, M. L., and Kan, T. K. (1993). Rock physics: The link between rock properties and avo response. In *J. P. Castagna and M. M. Backus, eds., Offsetdependent reflectivity — Theory and practice of AVO analysis: SEG Investigations in Geophysics No. 8, 135– 171*. (Citado en la página 59.)
- [Cerveny, 2001] Cerveny, V. (2001). *Seismic Ray Theory*. Cambridge University Press. (Citado en la página 26.)
- [Cerveny et al., 1977] Cerveny, V., Molotkov, I., and Psencik, I. (1977). *Ray Method in Seismology*. Univerzita Karlova. (Citado en la página 26.)
- [Cerveny and Ravindra, 1971] Cerveny, V. and Ravindra, R. (1971). *Theory of seismic head waves*. University of Toronto Press. (Citado en la página 26.)
- [Chacko, 1989] Chacko, S. (1989). Porosity identification using amplitude variations with offset: Examples from south sumatra. *Geophysics*, 54:942–951. (Citado en la página 18.)
- [Chopra and Castagna, 2014] Chopra, S. and Castagna, J. P. (2014). *AVO*. Investigations in Geophysics Series No. 16, SEG. (Citado en las páginas 18, 19, 20, 21, 22, 23, 56, 58, 59, 65, 66, 67, 69 y 71.)
- [Connolly, 1999] Connolly, P. (1999). Elastic impedance. *The Leading Edge*, 18:438–452. (Citado en la página 49.)
- [Deutsch, 2002] Deutsch, C. V. (2002). *Geostatistical Reservoir Modeling*. Applied Geostatistics series, Oxford University Press. (Citado en la página 196.)
- [dGB Earth Sciences, 2021] dGB Earth Sciences (05 de Septiembre de 2021). <https://terranubis.com/datainfo/F3-Demo-2020>. (Citado en la página III.)
- [Díaz-Viera and Casar-González, 2005] Díaz-Viera, M. A. and Casar-González, R. (2005). Stochastic simulation of complex dependency pattern of petrophysical properties using t-copulas. Technical report, Instituto Mexicano del Petroleo, Mexico DF. (Citado en la página 204.)
- [Díaz-Viera et al., 2016] Díaz-Viera, M. A., Kurdaliova, T. K., and del Valle García, R. (2016). Metodología para la simulación estocástica espacial de propiedades petrofísicas basada en cópulas de bernstein usando atributos sísmicos como variables secundarias. Technical report, IMP (México). (Citado en las páginas 6, 204 y 205.)
- [Dvorkin and Nur, 1996] Dvorkin, J. and Nur, A. (1996). Elasticity of high-porosity sandstones: Theory for two north sea data sets. *Geophysics*, 61, NO.5:1363–1370. (Citado en las páginas 62 y 85.)

- [Erdely and Diaz-Viera, 2009] Erdely, A. and Diaz-Viera, M. (2009). Nonparametric and semiparametric bivariate modeling of petrophysical porosity-permeability dependence from well log data. Technical report, Instituto Mexicano del Petroleo, Mexico DF. (Citado en las páginas 204 y 205.)
- [Ferguson and Margrave, 1996] Ferguson, R. J. and Margrave, G. F. (1996). A simple algorithm for band-limited impedance inversion. *CREWES Research Report*, 8. (Citado en las páginas 52 y 109.)
- [Gassmann, 1951] Gassmann, F. (1951). Uber die elastizitat poroser medien. *Vier. der Natur Gesellschaft*, 96:1–23. (Citado en la página 70.)
- [GeeksforGeeks, 2021] GeeksforGeeks (05 de Septiembre de 2021). <https://www.geeksforgeeks.org/getting-started-machine-learning/>. (Citado en las páginas 201, 202, 203 y 204.)
- [Gjøystdal et al., 2007] Gjøystdal, H., Iversen, E., Lecomte, I., Kaschwich, T., Drottning, ., and Mispel, J. (2007). Improved applicability of ray tracing in seismic acquisition, imaging, and interpretation. *Geophysics*, 47, no. 3:261–271. (Citado en las páginas 24, 25 y 26.)
- [Grana, 2013] Grana, D. (2013). Bayesian inversion methods for seismic reservoir characterization and time-lapse studies. Technical report, STANFORD UNIVERSITY. (Citado en las páginas 47 y 48.)
- [Grana et al., 2016] Grana, D., Lang, X., and Wu, W. (2016). Statistical facies classification from multiple seismic attributes: comparison between bayesian classification and expectation–maximization method and application in petrophysical inversion. *Geophysical Prospecting*, page 1–19. (Citado en las páginas 47 y 48.)
- [Gregory, 1977] Gregory, A. R. (1977). Aspects of rock physics from laboratory and log data that are important to seismic interpretation: Section 1, fundamentals of stratigraphic interpretation of seismic data. In *C. E. Payton, ed., Seismic stratigraphy — Applications to hydrocarbon exploration: AAPG Memoir 26, 15–46*. (Citado en la página 56.)
- [Hall, 2016] Hall, B. (2016). Facies classification using machine learning. *Geophysical Tutorial — THE LEADING EDGE*. (Citado en las páginas 116, 120 y 201.)
- [Hampson et al., 2005] Hampson, D. P., Russell, B. H., and Bankhead, B. (2005). Simultaneous inversion of pre-stack seismic data. *75th Annual International Meeting SEG, Expanded abstracts*, 24:1633–1637. (Citado en las páginas 50 y 51.)
- [Han et al., 1986] Han, D., Nur, A., and Morgan, D. (1986). Effects of porosity and clay content on wave velocities in sandstones. *Geophysics*, 51, no. 11:2093–2107. (Citado en las páginas 59 y 60.)
- [Harris et al., 2020a] Harris, C. R., Millman, K. J., van der Walt, S. J., Gommers, R., Virtanen, P., Cournapeau, D., Wieser, E., Taylor, J., Berg, S., Smith, N. J., Kern, R., Picus, M., Hoyer, S., van Kerkwijk, M. H., Brett, M., Haldane, A., del Río, J. F., Wiebe, M.,

- Peterson, P., Gérard-Marchant, P., Sheppard, K., Reddy, T., Weckesser, W., Abbasi, H., Gohlke, C., and Oliphant, T. E. (2020a). Array programming with NumPy. *Nature*, 585(7825):357–362. (Citado en la página III.)
- [Harris et al., 2020b] Harris, C. R., Millman, K. J., van der Walt, S. J., Gommers, R., Virtanen, P., Cournapeau, D., Wieser, E., Taylor, J., Berg, S., Smith, N. J., Kern, R., Picus, M., Hoyer, S., van Kerkwijk, M. H., Brett, M., Haldane, A., Fernández del Río, J., Wiebe, M., Peterson, P., Gérard-Marchant, P., Sheppard, K., Reddy, T., Weckesser, W., Abbasi, H., Gohlke, C., and Oliphant, T. E. (2020b). Array programming with NumPy. *Nature*, 585:357–362. (Citado en la página III.)
- [Hashin and Shtrikman, 1963] Hashin, Z. and Shtrikman, S. (1963). A variational approach to the elastic behavior of multiphase materials. *J. Mech. Phys. Solids*, 11:127–140. (Citado en la página 69.)
- [Hendrick and Hearn, 1993] Hendrick, N. and Hearn, S. (1993). Evaluation of seismic trace inversion techniques. *Exploration Geophysics*, 24 (4):549–560. (Citado en la página 52.)
- [Hernandez-Maldonado, 2014] Hernandez-Maldonado, V. (2014). Simulación estocástica espacial de propiedades petrofísicas usando copulas de Bernstein. Technical report, Tesis doctoral, Programa Académico de Posgrado, Instituto Mexicano del Petróleo, México DF. (Citado en la página 205.)
- [Hill, 1963] Hill, R. (1963). Elastic properties of reinforced solids. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 11:357–372. (Citado en la página 66.)
- [Hilterman, 1970] Hilterman, F. J. (1970). Three-dimensional seismic modeling. *Geophysics*, 35:1020–1037. (Citado en la página 29.)
- [Hunter, 2007] Hunter, J. D. (2007). Matplotlib: A 2d graphics environment. *Computing in Science & Engineering*, 9(3):90–95. (Citado en la página III.)
- [Isaaks, 1990] Isaaks, E. H. (1990). The application of Monte Carlo methods to the analysis of spatially correlated data. Technical report, PhD thesis, Stanford University, Stanford, CA. (Citado en la página 196.)
- [Joe, 1997] Joe, H. (1997). *Multivariate Models and Dependence Concepts*. Chapman Hall, London. (Citado en la página 204.)
- [Lancaster and Whitcombe, 2000] Lancaster, S. and Whitcombe, D. (2000). Fast-track ‘coloured’ inversion. *SEG 2000 Expanded Abstracts*. (Citado en la página 42.)
- [lasio is an open source project released under the MIT License, 2021] lasio is an open source project released under the MIT License (05 de Septiembre de 2021). <https://github.com/kinverarity1/lasio>. (Citado en la página III.)
- [Latimer, 2011] Latimer, R. B. (2011). Inversion and interpretation of impedance data. In *Interpretation of Three-Dimensional Seismic Data*, Brown, A. R., Seventh Edition, AAPG Memoir 42 SEG Investigations in Geophysics, No. 9. (Citado en la página 36.)

- [Lawton et al., 1998] Lawton, D., Margrave, G., and Gallant, E. (1998). Physical modeling of an anisotropic thrust. Technical report, CREWES Research Report, 10, no. 15, 1-9. (Citado en la página 29.)
- [Li-Yun and Bouchon, 2004] Li-Yun, F. and Bouchon, M. (2004). Discrete wavenumber solutions to numerical wave propagation in piecewise heterogeneous media – i. theory of two-dimensional sh case. *Geophys. J. Int.*, 157:481–498. (Citado en la página 29.)
- [Lindseth, 1979] Lindseth, R. . (1979). Synthetic sonic logs-a process for stratigraphic interpretation. *Geophysics*, 44:3–26. (Citado en la página 41.)
- [Liner, 2004] Liner, C. L. (2004). *Elements of 3D Seismology*. PennWell. (Citado en las páginas 10, 11, 12, 13, 14, 15 y 16.)
- [Lines and Treitel, 1984] Lines, L. and Treitel, S. (1984). Tutorial: A review of least-squares inversion and its application to geophysical problems. *Geophysical Prospecting*, 32:159–186. (Citado en la página 52.)
- [Lines and Newrick, 2004] Lines, L. R. and Newrick, R. T. (2004). *FUNDAMENTALS OF GEOPHYSICAL INTERPRETATION*. Geophysical monograph series, no. 13, SEG. (Citado en las páginas 33 y 34.)
- [Mavko et al., 2009] Mavko, G., Mukerji, T., and Dvorkin, J. (2009). *The Rock Physics Handbook - Tools for Seismic Analysis of Porous Media*. Second Edition, Cambridge University Press. (Citado en las páginas 67, 68, 69, 72 y 100.)
- [Mindlin, 1949] Mindlin, R. (1949). Compliance of elastic bodies in contact. *J. Appl. Mech.*, 16:259–268. (Citado en las páginas 63 y 68.)
- [Nafe, 1957] Nafe, J. E. (1957). Reflection and transmission coefficients at a solid-solid interface of high velocity contrast. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 47, no. 3:205–219. (Citado en la página 21.)
- [Nelsen, 2006] Nelsen, R. B. (2006). *An Introduction to Copulas*. Springer Series in Statistics, 2nd Edition, New York, Springer. (Citado en la página 205.)
- [Norwegian Petroleum Directorate, 2021] Norwegian Petroleum Directorate (05 de Septiembre de 2021). <https://factpages.npd.no/en/wellbore/PageView>. (Citado en la página III.)
- [Odegaard and Avseth, 2004] Odegaard, E. and Avseth, P. (2004). Well log and seismic data analysis using rock physics templates. *First Break*, 22(10):37–43. (Citado en la página 64.)
- [Ostrander, 1984] Ostrander, W. J. (1984). Plane wave reflection coefficients for gas sands at nonnormal angles of incidence. *Geophysics*, 49:1637–1648. (Citado en la página 17.)
- [Pickett, 1963] Pickett, G. R. (1963). Acoustic character logs and their applications in formation evaluation. *Journal of Petroleum Technology*, 15:659–667. (Citado en la página 61.)

- [Pérez Gavilán et al., 2009] Pérez Gavilán, J., Flores, E., and Sánchez-Sesma, F. (2009). Wave propagation in a biphasic fluid-solid media, with a pseudo-spectral fd scheme. In *Numerical Modeling Of Coupled Phenomena In Science and Engineering: practical uses and examples*, CRC Press. (Citado en las páginas 28 y 29.)
- [Pyrzcz and Deutsch, 2014] Pyrcz, M. J. and Deutsch, C. V. (2014). *Geostatistical Reservoir Modeling*. 2nd Ed., Oxford University Press. (Citado en las páginas 197, 199, 200 y 201.)
- [Raymer et al., 1980] Raymer, L. L., Hunt, E. R., and Gardner, J. S. (1980). An improved sonic transit time-to-porosity transform. *21st Annual Logging Symposium, Society of Professional Well Log Analysts, Transactions*, page 1–13. (Citado en la página 58.)
- [Reuss, 1929] Reuss, A. (1929). Berechnung der fließgrenzen von mischkristallen. *Z. Angew. Math. Mech.*, 9:49–58. (Citado en la página 65.)
- [Robinson and Douze, 1985] Robinson, E. A. and Douze, E. J. (1985). Ray tracing and seismic modeling. In *Acoustical Imaging/Proceedings of the 14th International Symposium on Acoustical Imaging*. (Citado en la página 26.)
- [Ronghe and Surarat, 2002] Ronghe, S. and Surarat, K. (2002). Acoustic impedance interpretation for sand distribution adjacent to a rift boundary fault, suphan buri basin, thailand. *AAPG Bulletin*, 86:1753–1771. (Citado en la página 45.)
- [Russell, 1988] Russell, B. H. (1988). *Introduction to Seismic Inversion Methods*. Course Notes Series, No. 2 S. N. Domenico, Series Editor Society of Exploration Geophysicists. (Citado en las páginas 37 y 39.)
- [Ryan, 1994] Ryan, H. (1994). Ricker, ormsby, klauder, butterworth – a choice of wavelets. *CSEG Recorder*, 19 No. 7. (Citado en la página 133.)
- [Sancetta and Satchell, 2004] Sancetta, A. and Satchell, S. (2004). The bernstein copula and its applications to modeling and approximations of multivariate distributions. *Econometric Theory*, 20:535–562. (Citado en la página 204.)
- [Sheriff, 1991] Sheriff, R. (1991). *Encyclopedic dictionary of exploration geophysics*. SEG. (Citado en la página 17.)
- [Sklar, 1959] Sklar, A. (1959). Fonctions the repartition a n dimensions et leurs marges. *Publ. Inst. Statist*, 8:229–331. (Citado en la página 205.)
- [Smith et al., 2003] Smith, T. M., Sondergeld, C. H., and Raiz, C. S. (2003). Gassmann fluid substitutions: A tutorial. *Geophysics*, 68, NO. 2:430–440. (Citado en la página 70.)
- [Sánchez-Sesma et al., 2010] Sánchez-Sesma, F. J., Arellano-Guzmán, M., Pérez-Gavilán, J. J., Suarez, M., Marengo-Mogollón, H., Chaillat, S., Jaramillo, J. D., Gómez, J., Iturrarán-Viveros, U., and Rodríguez-Castellanos, A. (2010). Seismic response of three-dimensional rockfill dams using the indirect boundary element method. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, 10, 012167:1–10. (Citado en las páginas 27, 28 y 29.)

- [Striplog contributors (2021). Striplog, a Python package., 2021] Striplog contributors (2021). Striplog, a Python package. (05 de Septiembre de 2021). <https://github.com/agile-geoscience/striplog>. (Citado en la página III.)
- [Tarantola, 2005] Tarantola, A. (2005). *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*. SIAM. (Citado en las páginas 6 y 36.)
- [Tosaya and Nur, 1982] Tosaya, C. and Nur, A. (1982). Effects of diagenesis and clays on compressional velocities in rocks. *Geophysical Research Letters*, 9:5–8. (Citado en la página 60.)
- [Van Rossum, 2020] Van Rossum, G. (2020). *The Python Library Reference, release 3.8.2*. Python Software Foundation. (Citado en la página III.)
- [Veeken, 2007] Veeken, P. C. (2007). *SEISMIC STRATIGRAPHY, BASIN ANALYSIS AND RESERVOIR CHARACTERISATION*. HANDBOOK OF GEOPHYSICAL EXPLORATION, SEISMIC EXPLORATION, Elsevier, Volume 37. (Citado en la página 43.)
- [Virieux et al., 2014] Virieux, J., Asnaashari, A., Brossier, R., L.Métivier, Ribodetti, A., and Zhou, W. (2014). An introduction to full waveform inversion. In *ENCYCLOPEDIA OF EXPLORATION GEOPHYSICS, SEG*. (Citado en la página 52.)
- [Voigt, 1928] Voigt, W. (1928). Lehrbuch der kristallphysik. *B. B. Teubner, Leipzig*, page 739. (Citado en la página 65.)
- [Waskom, 2021] Waskom, M. L. (2021). seaborn: statistical data visualization. *Journal of Open Source Software*, 6(60):3021. (Citado en la página III.)
- [Waters, 1978] Waters, K. H. (1978). *Reflection seismology*. John Wiley and Sons. (Citado en la página 52.)
- [Welly contributors (2021). Welly, a Python package., 2021] Welly contributors (2021). Welly, a Python package. (05 de Septiembre de 2021). <https://github.com/agile-geoscience/welly>. (Citado en la página III.)
- [Wes McKinney, 2010] Wes McKinney (2010). Data Structures for Statistical Computing in Python. In Stéfan van der Walt and Jarrod Millman, editors, *Proceedings of the 9th Python in Science Conference*, pages 56 – 61. (Citado en la página III.)
- [Wyllie et al., 1958] Wyllie, M. R. J., Gregory, A. R., and Gardner, G. H. F. (1958). An experimental investigation of factors affecting elastic wave velocities in porous media. *Geophysics*, 23, no. 3:459–493. (Citado en la página 58.)
- [Wyllie et al., 1956] Wyllie, M. R. J., Gregory, A. R., and Gardner, L. W. (1956). Elastic wave velocities in heterogeneous and porous media. *Geophysics*, 21, no. 1:41–70. (Citado en la página 58.)
- [Zhu, 1991] Zhu, H. (1991). Modeling mixture of spatial distributions with integration of soft data. Technical report, PhD thesis, Stanford University, Stanford, CA. (Citado en la página 198.)

- [Ziegler, 1988] Ziegler, P. A. (1988). Evolution of the arctic-north atlantic and the western tethys: A visual presentation of a series of paleogeographic-paleotectonic maps. *AAPG Memoir*, 43:164–196. (Citado en la página 81.)
- [Ziegler, 1990] Ziegler, P. A. (1990). *Geological atlas of western and Central Europe*. Geological Society of London, Shell International Petroleum Maatschappij. (Citado en la página 81.)
- [Zoeppritz, 1919] Zoeppritz, K. (1919). On the reflection and transmission of seismic waves at surfaces of discontinuity. *Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-physikalische Klasse*, VII, VII B:66–84. (Citado en la página 21.)

Apéndices

Apéndice A

Notación y unidades

Cuadro A.1: Nomenclatura

Nomenclatura	Significado
a	área de contacto
ADI	inversión sísmica dependiente del ángulo
Angle stack	apilamiento respecto al ángulo
AVO	variación de la amplitud con respecto al offset
CDP	punto común de profundidad
cls	litofacies "arenas limpias"
CMP	punto medio común
cms	litofacies "arena cementada"
Cn	número de coordinación
CSG	arreglo de trazas sísmicas de punto de tiro común
DHI's	indicadores directos de hidrocarburos
EI	inversión de impedancia elástica
f	factor de corrección del módulo de corte
Far stack	apilamiento de ángulos lejanos
FWI	inversión sísmica de onda completa
f_i	fracción volumen del i-ésimo componente
Gathers	arreglos sísmicos, agrupación de trazas sísmicas
GR	registro geofísico de Rayos Gamma
K_b	módulo volumétrico de la salmuera
M	módulo efectivo
M_i	módulo elástico del i-ésimo componente
M_R	límite inferior Reuss de cualquier módulo elástico
M_{Reuss}	módulo elástico calculado a partir de la ecuación de Reuss, para dos componentes mineralógicos
M_V	límite superior de Voigt de módulos elásticos efectivos para una mezcla de N fases materiales
M_{Voigt}	módulo elástico calculado a partir de la ecuación de Voigt, para dos componentes mineralógicos
M_{VRH}	módulo elástico calculado a partir del promedio Voigt-Reuss-Hill, para dos componentes mineralógicos
Near stack	apilamiento de ángulos cercanos
Offset	distancia entre fuente sísmica y receptor
onda P	onda compresional
onda SV	onda de corte vertical
P	presión de confinamiento
pdf	función de densidad de probabilidad
Poststack	pos - apilamiento
Prestack	pre - apilamiento
PSTM	información sísmica migrada en tiempo pos - apilamiento
QC	control de calidad
R	radio de la esfera

Nomenclatura	Significado
RTI	inversión sísmica recursiva de integración de traza
Rx	receptor
R_{PP}	onda P reflejada
R_{PS}	onda S reflejada
r_t	serie de coeficientes de reflexión, Reflectividad
Stacking	apilamiento
sh	litofacies "arcilla"
ssh	litofacies "arcilla limosa"
ss1	litofacies "arena limosa 1"
ss2	litofacies "arena limosa 2"
S_n	rigidez normal
s_t	traza sísmica
S_w	saturación de agua [%]
S_τ	rigidez tangencial
Tx	fuelle o transmisor
T_{PP}	onda P transmitida
T_{PS}	onda S transmitida
Tx	fuelle o transmisor
VRH	promedio Voigt-Reuss-Hill
V_f	velocidad de onda P de la componente de fluido
V_{hc}	velocidad de onda P del hidrocarburo
V_{Pma}	velocidad de onda P de la matriz de la roca
V_{Psat}	velocidad de onda P del fluido que satura la roca
V_{Sma}	velocidad de onda S de la matriz de la roca
V_w	velocidad de onda P del agua
w_t	ondícula sísmica

Cuadro A.2: Propiedades y unidades

Propiedad	Símbolo	Unidades
atributo elástico lambda-rho	$\lambda\rho$	(GPa)*(g/cm ³)
atributo elástico mu-rho	$\mu\rho$	(GPa)*(g/cm ³)
coeficiente de Reflexión	R_v	adimensional
contenido de arcilla	Vsh	adimensional
densidad	ρ	g/cm ³
densidad del medio inferior	ρ_2	g/cm ³
densidad del medio superior	ρ_1	g/cm ³
espesor	h	m
frecuencia	f	Hz
frecuencia dominante	f_{dom}	Hz
impedancia acústica	I_P	(g/cm ³)*(m/s)
impedancia acústica del medio inferior	I_2	(g/cm ³)*(m/s)
impedancia acústica del medio superior	I_1	(g/cm ³)*(m/s)
impedancia elástica	I_S	(g/cm ³)*(m/s)

Propiedad	Símbolo	Unidades
módulo de compresión	M	GPa
módulo de rigidez, corte o cizalla	μ	GPa
módulo volumétrico o compresibilidad	κ	GPa
primer constante de Lamé	λ	kg/(m*s ²)
relación de Poisson	ν	adimensional
relación de Poisson del medio 1	ν_1	adimensional
relación de Poisson del medio 2	ν_2	adimensional
tiempo	t	segundos
velocidad de onda P, velocidad de onda compresional	V_p	m/s
velocidad de onda S, velocidad de onda de corte	V_s	m/s
velocidad de propagación de las ondas sísmicas	v	m/s
velocidad del medio inferior	v_2	m/s
velocidad del medio superior	v_1	m/s

Cuadro A.3: Simbología

Simbología	Significado
δ	desplazamiento normal
η	coeficiente de fricción
κ_{dry}	módulo volumétrico de la roca seca porosa
κ_{eff}	módulo efectivo volumétrico
κ_f	módulo volumétrico del fluido que satura la roca
κ_{HM}	módulo volumétrico calculado a partir de la teoría de Hertz-Mindlin
κ_{sat}	módulo volumétrico de la roca completamente saturada de algún fluido
κ_0	módulo volumétrico del componente mineralógico de la roca
$\kappa^{HS\pm}$	límites Hashin-Shtrikman del módulo volumétrico
μ_{dry}	módulo de corte de la roca seca porosa
μ_{eff}	módulo efectivo de corte
μ_{HM}	módulo de corte calculado a partir de la teoría de Hertz-Mindlin
μ_{sat}	módulo de corte de la roca completamente saturada de algún fluido
μ_0	módulo de rigidez del componente mineralógico de la roca
$\mu^{HS\pm}$	límites Hashin-Shtrikman del módulo de corte
π	número irracional pi
ρ_b	densidad volumétrica
ρ_g	densidad de grano de la matriz de la roca
ρ_{hc}	densidad de hidrocarburo
ρ_m	densidad de la matriz de la roca
ρ_{sat}	densidad de la roca saturada
ρ_w	densidad de la salmuera
ρ_0	densidad del componente mineralógico de la roca
σ	esfuerzo compresivo
ϕ_c	ϕ_{hc} , porosidad crítica
ϕ_0	porosidad de matriz de la roca

Apéndice B

Apéndice B

B.1. Simulaciones Geoestadísticas

B.1.1. Simulación Secuencial Gaussiana (SGS)

Repasando la teoría que sustenta al método SGS, el estimador Kriging simple:

$$Y^*(\mathbf{u}) = \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} \cdot Y(u_{\beta}) \quad (\text{B.1})$$

y el correspondiente sistema Kriging simple:

$$\sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} C(\mathbf{u}_{\alpha} - \mathbf{u}_{\beta}) = C(u - u_{\alpha}); u_{\alpha} = 1, \dots, n \quad (\text{B.2})$$

La Covarianza entre la estimación Kriging y uno de los datos puede escribirse como:

$$Cov\{Y^*(\mathbf{u}), Y(\mathbf{u}_{\alpha})\} = E\{Y^*(\mathbf{u}), Y(u_{\alpha})\} \quad (\text{B.3})$$

$$= E\left\{\left[\sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} \cdot Y(u_{\beta})\right] \cdot Y(u_{\alpha})\right\} \quad (\text{B.4})$$

$$= \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} C(u_{\alpha} - u_{\beta}) \quad (\text{B.5})$$

$$= C(u - u_{\alpha}) \quad (\text{B.6})$$

Las ecuaciones que sustentan el método de Kriging forzan que la covarianza entre los valores reales (*datos duros*) y los valores estimados mediante Kriging sean correctos. Sin embargo, la varianza es demasiado pequeña y la covarianza entre las estimaciones de Kriging por sí mismas es incorrecta. Se ocurre que para corregir este aspecto, la covarianza entre las estimaciones Kriging sucedan *secuencialmente*, esto es, emplear los valores predichos (estimados) en subsecuentes predicciones (estimaciones).

Aunque la covarianza entre las estimaciones Kriging y los datos es correcta, *la varianza es demasiado pequeña*. La varianza de una función aleatoria estacionaria debe ser $\sigma^2 = C(0)$. Este modelo de varianza estacionario debe ser constante en cualquier parte:

$$\sigma^2(\mathbf{u}) = \sigma^2; \forall \mathbf{u} \in A \quad (\text{B.7})$$

El efecto de suavizamiento del método Kriging contribuye a reducir esta varianza, particularmente en zonas alejadas de los datos duros. Otra propiedad del método Kriging es que la varianza de la estimación es conocida:

$$\text{Var}\{Y^*(\mathbf{U})\} = C(0) - \sigma_{SK}^2(u) \quad (\text{B.8})$$

Esta relación nos indica qué tanta varianza hace falta, es decir, la varianza de la estimación Kriging $\sigma_{SK}^2(u)$. Esta varianza faltante debe ser adicionada de vuelta sin modificar el cálculo de la covarianza del método Kriging. Es por ello que una componente independiente con *media cero* y la *varianza correcta* pueden adicionarse a la estimación Kriging:

$$\mathbf{Y}_s(\mathbf{u}) = Y^*(u) + R(u) \quad (\text{B.9})$$

La covarianza entre el valor simulado $Y_s(u)$ y uno de los datos empleados en la estimación puede calcularse como:

$$\text{Cov}\{\mathbf{Y}_s(\mathbf{u}), \mathbf{Y}(\mathbf{u}_\alpha)\} = E\{Y_s(u), Y(u_\alpha)\} \quad (\text{B.10})$$

$$= E\left\{\left[\sum_{\beta=1}^n \lambda_\beta \cdot Y(u_\beta) + R(u)\right] \cdot Y(u_\alpha)\right\} \quad (\text{B.11})$$

$$= \sum_{\beta=1}^n \lambda_\beta \cdot E\{Y(u_\beta) \cdot Y(u_\alpha)\} + E\{R(u) \cdot Y(u_\alpha)\} \quad (\text{B.12})$$

Nótese que $E\{R(u) \cdot Y(u_\alpha)\} = E\{R(u)\} \cdot E\{Y(u_\alpha)\}$. Dado que $R(u)$ es independiente de cualquier dato, el valor esperado del residual $E\{R(u)\} = 0$, por lo tanto $E\{R(u) \cdot Y(u_\alpha)\} = 0$.

Así, la covarianza entre el *valor simulado* y los datos es correcta, esto es:

$$\text{Cov}\{\mathbf{Y}_s(\mathbf{u}), \mathbf{Y}(\mathbf{u}_\alpha)\} = \text{Cov}\{Y^*(u), Y(u_\alpha)\} = C(u, u_\alpha) \quad (\text{B.13})$$

En virtud de las dos características descritas previamente: (1) la reproducción de la covarianza del método Kriging y (2) covarianza invariante al adicionar un residual independiente, el algoritmo de la *Simulación Secuencial Gaussiana (SGS)* es como sigue:

Algoritmo Simulación Secuencial Gaussiana

1. Transformar - Z los datos originales a una distribución normal estándar (todo el trabajo se hace en el espacio Normal). Éste corresponde al paso (a).
2. Ubicar los datos transformados *condicionados* en el modelo. Éste es el paso (b).
3. Ir a una ubicación aleatoria \mathbf{u} y buscar todos los datos vecinos así como nodos previamente simulados. Éste es el punto (c).
4. Efectuar el método Kriging con estos datos y los nodos previamente simulados para obtener la *estimación Kriging* y la correspondiente varianza Kriging. Éste es el punto (d).

$$\mathbf{Y}^*(\mathbf{u}) = \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} \cdot Y(u_{\beta}) \quad (\text{B.14})$$

$$\sigma_{SK}^2(\mathbf{u}) = C(0) - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} C(u, u_{\alpha}) \quad (\text{B.15})$$

5. Calcular un residual aleatorio $R(\mathbf{u})$ que sigue una distribución normal con media 0.0 y varianza $\sigma_{SK}^2(\mathbf{u})$.

6. Sumar / Adicionar la *estimación Kriging* y el *residual* para obtener el *valor simulado*:

$$\mathbf{Y}_s(\mathbf{u}) = Y^*(u) + R(u) \quad (\text{B.16})$$

* Notar que $Y_s(u)$ podría obtenerse de forma equivalente al calcular una distribución normal con media $Y^*(u)$ y varianza $\sigma_{SK}^2(u)$. Éste es el punto (e). El residual independiente $R(\mathbf{u})$ se calcula a través de una *Simulación clásica Monte Carlo*. Es importante mencionar que en este paso cualquier generador de números pseudo – aleatorios confiable puede emplearse. Es una buena práctica “congelar” la semilla del generador de números aleatorios para permitir reconstruir el modelo de ser necesario.

7. Agregar /Adicionar $Y_s(u)$ al conjunto de datos para asegurar que la covarianza con este valor y todas las futuras predicciones sean correctas. Éste es el punto (f).

Tal como se estableció anteriormente, ésta es la idea clave de la *Simulación Secuencial*, esto es, considerar los valores simulados previamente como datos para poder reproducir la covarianza entre todos los valores simulados.

8. Visitar todas las ubicaciones de forma aleatoria. Éste es el punto (g). En realidad, teóricamente no es requisito o exigencia seguir una forma aleatoria, sin embargo, la práctica indica que seguir un orden regular puede inducir anomalías / tendencias / irregularidades / imprecisiones ([Isaaks, 1990]).

9. Anti – Transformar todos los datos y valores simulados al realizar el poblado del modelo. Éste es el punto (h).

10. Generar cualquier número de realizaciones repitiendo con diferentes “semillas” para generar los números aleatorios. Una semilla diferente lleva a diferentes secuencias de números aleatorios y en consecuencia, diferentes *formas aleatorias* y diferentes residuales para cada nodo simulado. Cada realización es “igualmente probable” y frecuentemente se dice que es *equiprobable*.

Para un conocimiento más profundo del tema consultar [Deutsch, 2002].

B.1.2. Simulación Secuencial Indicador (*SIS*)

El Formalismo Indicador

La idea clave detrás del formalismo indicador es codificar todos los datos en un formato común: *como valores de probabilidad*. Las dos principales ventajas de esta aproximación son: 1) Integración simplificada de los datos debido a la codificación común en términos de probabilidad, y 2) Mayor flexibilidad para contar para diferente continuidad de valores extremos. La comparación en términos de rendimiento de los *métodos Indicadores* ha sido ampliamente estudiada por *Goovaerts*.

El *formalismo indicador* aplicado a datos categóricos ha visto una aplicación amplia en el *modelado de facies*, particularmente en yacimientos carbonatados y yacimientos siliciclásticos con alto *NTG* (*net - to - gross*).

Sin importar el tipo de variable, el *enfoque indicador* lleva directamente a una distribución (histogramas) que es un modelo de incertidumbre en cada ubicación no muestreada donde se hizo la estimación.

En datos continuos...

El objetivo del formalismo indicador para variables continuas es estimar directamente la distribución de la Incertidumbre $F_z(u)$ en localizaciones \mathbf{u} que no fueron muestreadas. La función de distribución acumulada (cfd) se estima a través de una serie de valores de corte (*threshold*): $z_k, k = 1, \dots, K$.

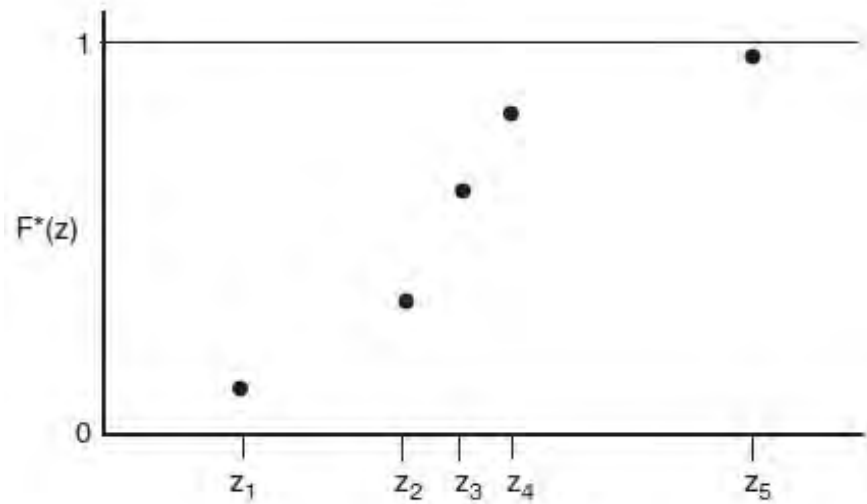


Figura B.1: Ilustración esquemática de distribución de probabilidad $F(z)$ en una serie de cinco valores de corte, $z_k, k = 1, \dots, 5$ (Imagen tomada de [Pyrcz and Deutsch, 2014]).

A modo de ejemplo, la figura **B.1** muestra un $K=5$ valores de probabilidad en 5 valores de corte (*threshold*) que proporcionan una distribución de la incertidumbre. Los valores de probabilidad se evalúan en primera instancia al codificar los datos como *indicadores o valores de probabilidad*. La *codificación indicador* en la localización u_α se escribe como:

$$i(\mathbf{u}_\alpha; \mathbf{z}_k) = \text{Prob}\{Z(u_\alpha) \leq z_k\} \quad (\text{B.17})$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} 1, z(u_\alpha) \leq z_k \\ 0, \text{otro} \end{array} \right\} \quad (\text{B.18})$$

El valor esperado de esta variable indicador es que la probabilidad estacionaria previa sea menor que el valor de corte, esto es, $F_z(z_k)$. Consideremos los datos residuales:

$$\mathbf{Y}(\mathbf{u}_\alpha; \mathbf{z}_k) = i(u_\alpha; z_k) - F(z_k) \quad (\text{B.19})$$

Donde $\alpha = 1, \dots, n$; $k = 1, \dots, K$. Si se considera una estimación lineal de este residual:

$$\mathbf{Y}^*(\mathbf{u}; \mathbf{z}_k) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}(z_k) \cdot Y(u_{\alpha}; z_k) \quad (\text{B.20})$$

Donde $Y^*(u; z_k)$ es el residual estimado de la probabilidad previa (*prior*) al valor de corte (*threshold*) z_k . Por su parte, $F(u; z_k)$, $\lambda_{\alpha}(z_k)$, $\alpha = 1, \dots, n$ son los pesos. $Y(u_{\alpha}; z_k)$, $\alpha = 1, \dots, n$ son los valores residuales.

Del *Kriging Indicador* se deriva la función de distribución acumulada en una ubicación que no tiene dato o no fue muestreada, en un valor de corte (*threshold*) z_k , éste se calcula como:

$$F_{IK}(\mathbf{u}; \mathbf{z}_k) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}(z_k) [i(u_{\alpha}; z_k) - F(z_k)] + F(z_k) \quad (\text{B.21})$$

En ausencia de datos ($n=0$), la estimación de la distribución de incertidumbre del *Kriging Indicador (IK)* es simplemente el promedio previo en ese valor de corte, esto es, $F(z_k)$. El proceso del *Kriging Indicador* se repite para todos los valores de corte $K, z_k; k = 1, \dots, K$, que discretizan el intervalo de variabilidad del atributo o propiedad continua Z .

La distribución de la incertidumbre, construida del ensamble de las K estimaciones del *Kriging Indicador*, representa un *modelo probabilístico* para la incertidumbre del valor no muestreado $z(u)$.

El *Kriging Indicador* requiere que un variograma mida la correlación correspondiente a cada valor de corte (*threshold*) $z_k, k = 1, \dots, K$, para que los pesos $\lambda_{\alpha}(z_k), \alpha = 1, \dots, n; k = 1, \dots, K$ puedan ser determinados.

La correcta selección de los valores de corte z_k para el *Kriging Indicador* es esencial: Demasiados valores de corte provocan que tanto la inferencia como el cómputo sean innecesariamente tediosa y costosa; si son muy pocos, los detalles de la distribución se pierden. Usualmente se escogen entre 5 y 11 valores de corte. Los valores de corte se establecen entre los cuantiles 0.1 y 0.9. Frecuentemente se propone que sean equiespaciados.

Los *datos indicador* $i(u_{\alpha}; z_k)$ son datos duros en el sentido en que se evalúan como “0” o como “1” y se encuentran a cualquier valor de corte “ z ”. Alguna de la información z - se debe a datos secundarios *suaves*, tales como los datos sísmicos. Los *datos suaves* pueden ingresar al *Kriging Indicador* en una variedad de aproximaciones:

1. Los *datos suaves* se calibran a los *datos duros*.

2. Considerar los valores $F(u; z_k)$ como covariados en un contexto *coKriging*. En este, cualquier *modelo de correogionalización* puede emplearse, incluidos el *modelo de correogionalización lineal* o un *modelo colocado*.

En este sentido, el modelo de Markov – Bayes [Zhu, 1991] es un *modelo de correogionalización* especialmente formulado para *datos duros y suaves indicador*.

3. Considerar a los *datos suaves* como límites de desigualdades o *datos indicador suaves*.

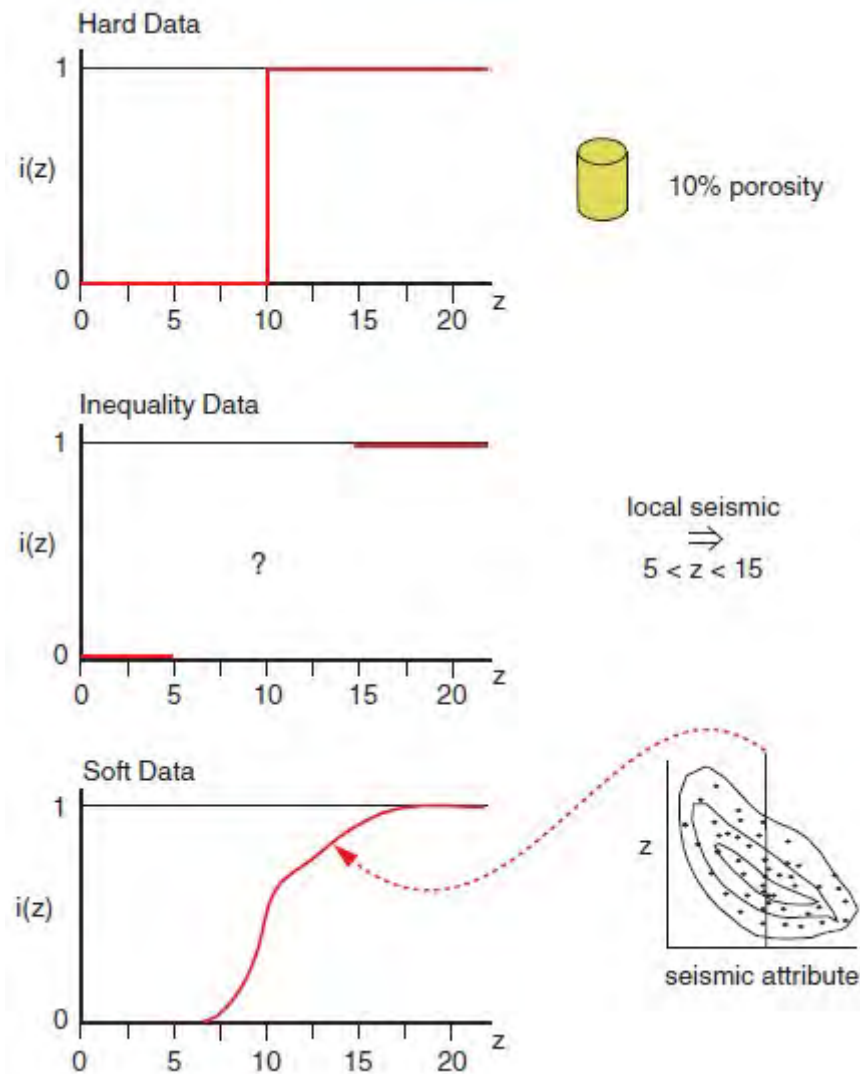


Figura B.2: Ilustración esquemática de *Datos Duros*(arriba), *Datos Desiguales*(en medio) y *Datos Suaves*(abajo) (Imagen tomada de [Pyrzcz and Deutsch, 2014]).

En datos categóricos...

El objetivo del *formalismo indicador* para variables categóricas es estimar directamente la distribución de la incertidumbre en la variable categórica *facies*. La distribución de probabilidad consta de las probabilidades estimadas para cada categoría: $p^*(k); k = 1, \dots, K$. A continuación se muestra un ejemplo en el que se muestra $K=5$ valores de probabilidad para 5 *facies*.

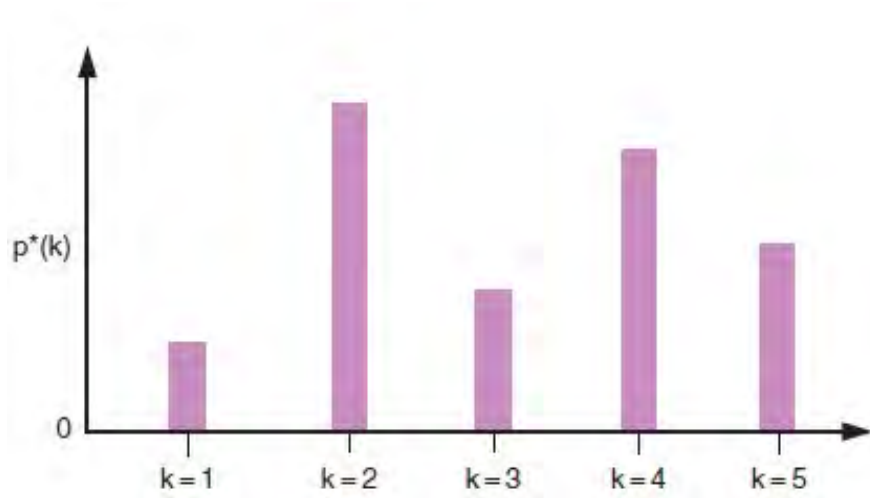


Figura B.3: Ilustración esquemática de la *Distribución de Probabilidad* $p^*(k); k = 1, \dots, 5$ para cinco tipos de *facies* (Imagen tomada de [Pyrcz and Deutsch, 2014]).

Los valores de probabilidad se estiman en primera instancia al codificar los datos como *indicadores* o *valores de probabilidad*:

$$i(\mathbf{u}_\alpha; \mathbf{z}_k) = \text{Prob}\{\text{facies } k \text{ esté presente}\} \quad (\text{B.22})$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} 1, \text{ presente} \\ 0, \text{ otro} \end{array} \right\} \quad (\text{B.23})$$

El valor esperado de esta *variable indicador* es la probabilidad estacionaria previa de la facies k , esto es, $p(k)$. Como se mencionó previamente, se consideran los datos residuales:

$$\mathbf{Y}(\mathbf{u}_\alpha; \mathbf{z}_k) = i(\mathbf{u}_\alpha; \mathbf{z}_k) - F(\mathbf{z}_k) \quad (\text{B.24})$$

Donde $\alpha = 1, \dots, n; k = 1, \dots, K$. La aplicación del *método Kriging* a estos datos residuales se usa para conocer la probabilidad de cada una de las facies $k=1, \dots, K$ en una localización que no tenga datos. Una vez más, se requiere de la generación de un variograma que mida la correlación de cada facies $k=1, \dots, K$.

El resultado del *Kriging Indicador* es un *modelo de incertidumbre* en la ubicación \mathbf{u} :

$$p_{IK}(\mathbf{u}; \mathbf{k}) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_\alpha(k) \cdot [i(\mathbf{u}_\alpha; k) - p(k)] + p(k) \quad (\text{B.25})$$

$k = 1, \dots, K$. La información sísmica y otras fuentes de datos secundarios pueden ser codificados como *probabilidades suaves* en la aplicación del *método coKriging*.

Algoritmo Simulación Secuencial Indicador

Tal como ocurre en el contexto de la *Simulación Secuencial Gaussiana (SGS)*, para la obtención del *modelo de incertidumbre* basado en *indicadores*, los nodos del grid se calculan secuencialmente en trayectorias aleatorias. En cada nodo del grid:

1. Buscar los datos cercanos y valores simulados previamente.

2. Implementar el método *Kriging Indicador* para construir una *distribución de incertidumbre*.

3. Establecer el valor simulado obtenido de la distribución de incertidumbre.

Después se generan múltiples realizaciones repitiendo el procedimiento con diferentes valores aleatorios de “semilla”. Éste método Indicador proporciona un método de simulación flexible basada en variogramas para variables categóricas, aunado a la habilidad de restringir la continuidad espacial para cada categoría. El variograma indicador es sólo una medida de la probabilidad de transición de una determinada categoría a cualquier otra categoría.

Para un conocimiento más profundo del tema consultar [Pyrz and Deutsch, 2014].

B.2. *Machine Learning*

Machine Learning puede pensarse como un conjunto de métodos de análisis de datos enfocados o direccionados a las actividades de *Clasificación*, *Clustering* y *Regresión*. Estos algoritmos se utilizan para *descubrir* contenidos (*features*) y tendencias dentro de los datos. En esencia, aprender (‘learning’) de los datos mismos ([Hall, 2016]).

B.2.1. Tipos de problemas en *Machine Learning*

De acuerdo a [GeeksforGeeks, 2021], existen varias maneras de clasificar los problemas hacia los cuales se direcciona *Machine Learning*. Entre las más importantes, destacan las siguientes dos:

1. Con base a la naturaleza de la señal de aprendizaje o retroalimentación disponibles al sistema de aprendizaje.

- **Aprendizaje supervisado (*Supervised learning*)**. Se presentan ejemplos de datos de entrada y sus datos de salida ‘deseables’. Datos proporcionados por un teacher. El objetivo es aprender una regla general que mapee o convierta las entradas en salidas. El proceso de entrenamiento continúa hasta que el modelo consiga el nivel de precisión deseable en los datos de entrenamiento. Algunos ejemplos son:

Clasificación de imágenes. Entrena con imágenes o etiquetas. En el futuro se proporciona una imagen nueva y se espera que la computadora reconozca el nuevo objeto.

Regresión / Predicción de mercado. Entrena con datos históricos de mercado y se pide a la computadora que prediga el nuevo precio en el futuro.

- **Aprendizaje no – supervisado (*Unsupervised learning*)**. En éste no se proporcionan etiquetas al algoritmo de aprendizaje, dejándole que por su propia cuenta encuentre alguna estructura en los datos de entrada. Se emplea para clasificar poblaciones (*clustering*) en diferentes grupos. El *aprendizaje no – supervisado* es en sí mismo un *goal* u objetivo (*descubrir patrones escondidos en los datos*).

Clustering. Se le pide a la computadora que separe datos similares en *clusters*.

Visualización en alta dimensión. Se emplea la computadora para ayudar a visualizar datos en dimensiones más altas.

Modelos generativos. Después de que el *modelo* capture la distribución de probabilidad de los datos de entrada, el modelo tendrá la capacidad de *generar* más datos. Esta capacidad resulta muy útil para hacer al *Clasificador* más robusto.

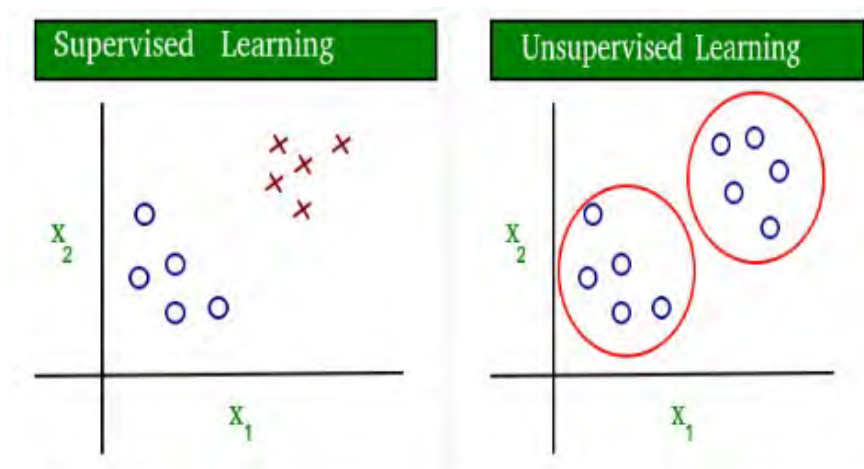


Figura B.4: Diagrama que clarifica el concepto de *aprendizaje Supervisado* y *aprendizaje no Supervisado*. Los datos en el aprendizaje Supervisado se encuentran etiquetados, mientras que en el aprendizaje no Supervisado se encuentran sin etiquetar (Imagen tomada de [GeeksforGeeks, 2021]).

- **Aprendizaje *Semi* – *supervisado*.** Problemas en los que se tienen enormes cantidades de datos de entrada y sólo algunos están etiquetados.
- **Reforzamiento del aprendizaje.** En el que el programa computacional interactúa con un ambiente dinámico en el que se debe llevar a cabo un determinado objetivo. Al programa se le retroalimenta en términos de premios y castigos conforme navega en su espacio del problema (*e.g. conducir un vehículo o jugar contra un oponente*).

2. Con base en la *salida (output)* deseable de un sistema de aprendizaje.

- **Clasificación.** Los datos de entrada se dividen en dos o más clases. Esta actividad se realiza generalmente en una forma *Supervisada*.
- **Regresión.** También es un problema de *aprendizaje Supervisado*, pero los datos de salida son continuos en lugar de discretos. Por ejemplo, predecir los precios de mercado usando datos históricos.

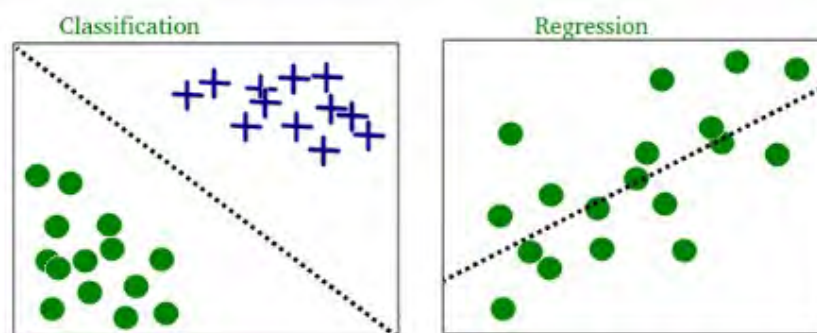


Figura B.5: Ejemplo de *Clasificación y Regresión* para dos conjuntos diferentes de datos (Imagen tomada de [GeeksforGeeks, 2021]).

- **Clustering.** En éste, un conjunto de datos de entrada se divide en grupos. A diferencia de la *Clasificación*, en éste los grupos no son conocidos o determinados *a priori*, haciéndolo un proceso *no - Supervisado*.

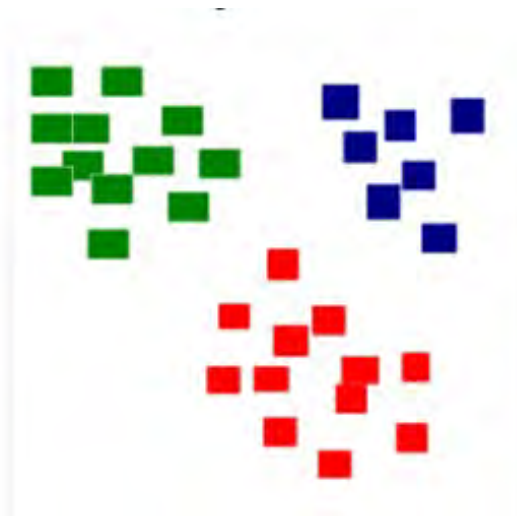


Figura B.6: *Clustering*. El conjunto de puntos de datos se ha dividido en grupos identificables a través de los colores rojo, verde y azul (Imagen tomada de [GeeksforGeeks, 2021]).

- **Estimación de la densidad.**
- **Reducción de dimensionalidad.**

Dentro de la base de todos estos problemas o tareas de *Machine Learning*, se tiene un número de algoritmos encargados de cumplir estas asignaciones. Diversos algoritmos comúnmente utilizados son los de *Regresión Lineal*, *Regresión Logística*, *Árbol de decisiones*, *SVM (Support vector machines)*, *Bayes ingenuo (Naive Bayes)*, *KNN (K nearest neighbors)*, *K-means*, *Random Forest*, entre otros.

B.2.2. Terminología de *Machine Learning*.

A continuación, definiciones importantes de la jerga de *Machine Learning* de acuerdo a [GeeksforGeeks, 2021].

1. Modelo. Un *modelo* es una representación específica aprendida de los datos al aplicar alguno de los algoritmos de *Machine Learning*. También conocido como *hipótesis*.

2. Feature. Es una propiedad individual medible de los datos. Un conjunto de *features* numéricos pueden describirse convenientemente a través de un vector (*feature vector*). Los *feature vectors* alimentan como datos de entrada al modelo. Por ejemplo, para predecir una fruta, pueden haber *features* como el color, olor, sabor, etc.

3. Objetivo, Etiqueta (*Target (Label)*). Una *variable objetivo o etiqueta* es el valor a ser predicho por el modelo. Para el ejemplo de la fruta, la etiqueta con cada conjunto de datos de entrada serían nombres de fruta como manzana, naranja, plátano, etc.

4. Entrenamiento (*Training*). La idea es proporcionar un conjunto de datos de entrada (*features*) y sus valores esperados o valores de salida (*labels*), para que después de la etapa de entrenamiento (*Training*), se tenga un *modelo (hipótesis)* que mapeará o convertirá nuevos datos de entrada en alguna de las categorías implementadas en el entrenamiento.

5. Predicción. Una vez que el modelo está listo, se le puede proporcionar nuevos datos de entrada a los que se les proporcionarán etiquetas o valores de salida.

B.3. Cópulas

B.3.1. Introducción

La forma moderna de analizar dependencias es por vía *cópulas* [Joe, 1997]. El enfoque de *cópulas* no supone *a priori* un predeterminado tipo de dependencia, a partir de los datos se intenta establecer el mejor modelo que representa la dependencia existente entre ellos. El método consiste básicamente en establecer un *modelo de dependencia* entre una *variable primaria* y una *secundaria*. Tiene la ventaja de no requerir dependencia lineal o un tipo específico de distribución ([Díaz-Viera et al., 2016]).

En teoría de probabilidad y estadística, una *Cópula* es una *función de distribución acumulada multivariada* para la cual la *distribución de probabilidad marginal* de cada variable es uniforme en el intervalo $[0, 1]$. Las *Cópulas* se usan para describir la dependencia entre variables aleatorias. Su nombre proviene del latín para “unir”, “enlazar”.

Las *Cópulas* son populares en aplicaciones estadísticas ya que permiten modelar de forma fácil y estimar la distribución de vectores aleatorios estimando las *marginales* y la *Copula* de forma separada.

En particular, en este trabajo se siguió un enfoque *no paramétrico* para modelar la dependencia mediante el uso de *cópulas de Bernstein*. Sin embargo, otros enfoques, *paramétrico* ([Díaz-Viera and Casar-González, 2005]) y *semi-paramétrico* ([Erdely and Diaz-Viera, 2009]) también son posibles. Las *cópulas de Bernstein* introducidas por [Sancetta and Satchell, 2004]

no son más que una aproximación de la cópula muestral mediante polinomios de Bernstein ([Díaz-Viera et al., 2016]).

Detalles adicionales acerca de la formulación matemática del método de Cópulas y su implementación computacional se pueden encontrar en ([Hernandez-Maldonado, 2014]).

B.3.2. Modelación de la dependencia basada en cópulas

Tal como se describe este apartado en [Díaz-Viera et al., 2016], [Sklar, 1959] demostró un teorema que afirma que existe una relación funcional entre la *función de distribución de probabilidad conjunta* de un vector aleatorio y sus *funciones de distribución marginales univariadas*. En el caso de dos variables, si (X, Y) es un vector aleatorio con distribución de probabilidad conjunta $F_{XY}(x, y) = P(X \leq x, Y \leq y)$, entonces las funciones de distribución marginales de X y Y son $F_X(x) = P(X \leq x) = F_{XY}(x, \infty)$ y $F_Y(y) = P(Y \leq y) = F_{XY}(\infty, y)$, respectivamente, pero en la *marginalización* de F_{XY} alguna información se pierde ya que con el único conocimiento de las distribuciones marginales F_X y F_Y en general no es posible especificar F_{XY} porque las marginales solamente explican el comportamiento individual de probabilidad de las variables aleatorias que representan. El *teorema de Sklar* demuestra que existe una función $C_{XY} : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ tal que:

$$F_{XY}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = C_{XY}(F_X(x), F_Y(y)) \quad (\text{B.26})$$

donde C_{XY} es llamada *función cópula asociada* a (X, Y) y contiene información acerca de la relación de dependencia entre X y Y, independientemente de su comportamiento probabilístico marginal. Para conocer las diversas propiedades de las funciones *cópula*, ver [Nelsen, 2006].

Las funciones *cópula* son una herramienta útil para construir modelos de probabilidad conjunta de una manera más flexible ya que podemos elegir por separado los modelos univariantes para las variables aleatorias de interés y la función cópula que representa mejor la dependencia entre ellos. Por ejemplo, en el caso de un modelo normal multivariante, todas las distribuciones marginales tienen que ser distribuidas normalmente. De hecho, el modelo normal multivariante es un caso particular cuando la cópula subyacente es Gaussiana y todos las marginales univariadas se distribuyen normalmente.

Para mayores detalles adicionales acerca de este proceso y descripción de algoritmos, consultar [Díaz-Viera et al., 2016] y [Erdely and Diaz-Viera, 2009].