



**Universidad Nacional Autónoma de México**  
Programa de Maestría y Doctorado en Arquitectura

# LA FRACTURA SU INTERPRETACIÓN Y APLICACIÓN MECÁNICA EN ARQUITECTURA

## TESIS

Que para optar por el grado de  
**Doctor en Arquitectura**

## PRESENTA:

**Mtro. Arq. César Alejandro Ventura Ruiz Esparza**

### **Tutor Principal**

Dr. Humberto Acedo Espinoza  
Posgrado en Arquitectura, UNAM

### **Miembros del Comité Tutor**

Dra. Gemma Luz Sylvia Verduzco Chirino  
Facultad de Arquitectura, UNAM

Dr. Alberto Muciño Vélez  
Facultad de Arquitectura, UNAM

Ciudad Universitaria, Ciudad de México, septiembre de 2021



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

"Declaro conocer el Código de Ética de la Universidad Nacional Autónoma de México, considerado en la Legislación Universitaria. Con base en las definiciones de integridad y honestidad ahí contenidas, manifiesto que el presente trabajo es original y enteramente de mi autoría. Las citas de otras obras y las referencias generales a otros autores, se consignan con el crédito correspondiente".

## **SÍNODO**

Dr. Humberto Acedo Espinoza  
Dra. Gemma Luz Sylvia Verduzco Chirino  
Dr. Alberto Muciño Vélez  
Dr. Mario de Jesús Carmona y Pardo  
Dr. Carlos Bigurra Alzati

# DEDICATORIA

A Diana

A Patty y Cui

A Esperanza y Rubén

A los que vinieron antes

Para los que vendrán después

# AGRADECIMIENTOS

Al Programa de Maestría y Doctorado en Arquitectura de la UNAM, por la oportunidad de pertenecer nuevamente a su comunidad y por su esfuerzo constante en mantener vigente y operativo este proyecto educativo que permite a los jóvenes mexicanos aspirar a un mejor futuro.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por la beca que hace posible la dedicación de tiempo completo al trabajo de investigación.

Al Dr. Humberto Acedo Espinoza por su guía, su paciencia, sus consejos y disposición a compartir su conocimiento.

A la Dra. Gemma Luz Silvia Verduzco Chirino por su apoyo, dedicación y compromiso con este proyecto de investigación, así como su constante exigencia de calidad.

Al Dr. Alberto Muciño Vélez, por sus consejos, su disposición y sus aportaciones.

Al Dr. Mario de Jesús Carmona y Pardo, y Dr. Carlos Bigurra Alzati, por sus aportaciones y disposición de colaboración.

Al Ing. Juan Francisco Fortis Roa por su apoyo en el desarrollo del proceso experimental.

A la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Unidad Culhuacan del Instituto Politécnico Nacional por facilitar el uso de sus laboratorios para el desarrollo de estudios experimentales.

# ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
ANTECEDENTES	4
<b>1. RELACIÓN DISEÑO-EFICIENCIA MECÁNICA</b>	
1.1. Relación entre sistema estructural y sus elementos	8
1.2. Diseño y eficiencia mecánica	10
1.3. Trabajo como sistema y trayectorias de esfuerzo	15
a) Continuidad estructural	16
1.4. Eficiencia mecánica y criterios de optimización del sistema estructural	18
a) El sistema estructural viga-columna	18
b) Centroide, momento de inercia y módulo de sección	34
c) Torsión y flujo de cortante	34
d) Interacción de esfuerzos de flexión y corte	36
e) Pandeo de Euler	38
f) Continuidad y longitud efectiva	39
g) Consideraciones orientadas al diseño eficiente en el sistema viga-columna	41
1.5. Interpretación del agrietamiento en el sistema viga y columna	42
<b>2. DISCONTINUIDADES Y DESVIACIONES MECÁNICAS</b>	
2.1. El proceso de fractura	52
2.2. Definición de fractura	52
2.3. Origen de las discontinuidades en elementos estructurales	54
a) Fundamentos físicos y teóricos de la Mecánica de Fractura	54
b) El criterio de Inglis	56
c) Intensidad de esfuerzos y tenacidad a la fractura	56
d) El criterio de Griffith	58
e) Modelo para la tasa de liberación de energía y tenacidad a la fractura	60
f) El criterio de la energía de G.R. Irwin	62

2.4. Desarrollo del proceso de fractura	62
a) Inicio y crecimiento de una grieta	63
b) Fractura por crecimiento inestable de una grieta	64
c) Fractura tras el crecimiento estable de una grieta	64
d) Proceso de fractura en fatiga	64
e) Control de la fractura inestable	68
2.5. Modos de origen de fractura	70
a) Relación entre el modo de origen y la trayectoria de la fractura	70
b) Sistematización de los tipos de fractura en elementos y sistemas estructurales	71
2.6. Comportamiento de discontinuidades geométricas	72

### 3. CONTROL DE CALIDAD Y PROCESO CONSTRUCTIVO EN EL DISEÑO EXPERIMENTAL

3.1. Análisis del proceso de fractura en modelos sujetos a esfuerzo de compresión axial	75
a) Objetivos	75
b) Características del ensaye	75
c) Procedimiento	76
d) Análisis del proceso de fractura	76
3.2. Análisis del proceso de fractura en modelos sujetos a esfuerzo de compresión axial con distintas relaciones de esbeltez y modo de fabricación	86
a) Objetivos	86
b) Características del ensaye	86
c) Procedimiento	88
d) Caracterización física y mecánica de las probetas	88
e) Análisis del proceso de fractura	93
3.3. Obtención del módulo de elasticidad dinámico en probetas	99
a) Objetivos	99
b) Características del ensaye	99
c) Procedimiento	100
d) Resultados	100
3.4. Resultados del proceso experimental	101

4. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS	106
REFERENCIAS	112
GLOSARIO	116
ANEXO I. Enfoque histórico de diseño en el laboratorio de modelos	118

# INTRODUCCIÓN

Este proyecto de investigación profundiza en la comprensión de la falla en elementos y sistemas estructurales y en el análisis de la fractura, desde la arquitectura. Se establece que la fractura es el proceso irreversible que se da en un elemento estructural en respuesta a la interacción de este con estímulos externos de tipo mecánico, que provoca la fragmentación del un elemento en dos o más partes y lo incapacita de contener satisfactoriamente la energía de deformación para la cual fue diseñado. Se interpreta el proceso de fractura en sistemas estructurales relacionando la forma de las discontinuidades y su interacción con el flujo de energía de deformación. Se determina la influencia del diseño y del proceso de fabricación en la falla.

La necesidad de la comprensión del proceso de fractura se fundamenta en las observaciones del comportamiento inadecuado de las estructuras ante eventos dinámicos, imagen 1, aun cuando estas son diseñadas y ejecutadas según la normatividad aplicable, adicionalmente el agrietamiento y el desarrollo de deformaciones permanentes en los elementos estructurales no constituyen soluciones aceptadas por la sociedad actual

Se determina que el agrietamiento y la fractura no se interpretan correctamente. Existe una discrepancia entre los postulados de la mecánica de fractura y los métodos de evaluación estructural que fijan el nivel de daño en un elemento estructural a partir de la medición de anchos de grieta. Es necesario identificar de manera precisa el origen del daño, para especificar su peligrosidad y decidir acciones adecuadas de reparación, demolición, reestructuración y corrección de diseño.

Se establece que los métodos actuales de análisis estructural se fundamentan en la mecánica del medio continuo que considera la ausencia de defectos en la materia y la transmisión homogénea de energía de deformación en sólidos sometidos a esfuerzo, mediante la experimentación con modelos se determina que discontinuidades en forma de grietas existen en los elementos estructurales y el esfuerzo fluye de forma ramificada a través de la estructura de los materiales.

El desarrollo de este proyecto es de tipo teórico-experimental y consta de tres capítulos más el análisis y discusión de resultados. En el capítulo uno la investigación se centra en el análisis de la relación entre el diseño y la eficiencia mecánica, a partir de determinar como fluye el esfuerzo en el sistema estructural sometido a deformación para comprender la distribución de las unidades de área y densidad que sustenta la Mecánica de la Fractura. Se comprueba la relevancia de la continuidad estructural, y se profundiza en el flujo de energía de deformación en el sistema viga-columna.

**Imagen 1.** Diapositiva presentada por el Dr. Akira Wada, en la que se observa el daño desarrollado en marcos de concreto tras el terremoto de la costa del Pacífico en la región de Tōhoku de 2011.



En la imagen observamos como la fractura se desarrollan en los puntos de continuidad estructural, lo que evidencia las concentraciones de esfuerzos y un diseño inadecuado.

**Fuente.** XXII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, SMIE, México 2021.

En el capítulo dos se estudian e interpretan los postulados de la Mecánica de la Fractura. Se analizan las etapas del proceso de fractura y los modos de origen del agrietamiento. Se examina el proceso de desarrollo del daño y la interacción de una discontinuidad con el flujo de esfuerzo en función de su forma y orientación.

En el capítulo tres se desarrolla un diseño experimental con modelos que permite establecer el origen de la fractura y comprender la importancia del control de calidad durante los procesos constructivos de la edificación. Los modelos de ensaye sometidos a esfuerzos de compresión axial, con distintas densidades, relación de esbeltez y proceso de elaboración permiten definir las variaciones en las propiedades mecánicas, así como las trayectorias preferentes del proceso de agrietamiento.

En el apartado de análisis y discusión de resultados se expresa el concepto final de fractura, la importancia de la interacción entre forma de agrietamiento y flujo de energía de deformación, el efecto del diseño y el modo de fabricación en el comportamiento mecánico, la importancia del trabajo con modelos sobre el trabajo con materiales aislados y la discrepancia entre la normatividad de análisis de daño existente y las observaciones de este proyecto de investigación.

## ANTECEDENTES

El principal antecedente de este trabajo de investigación se encuentra en la visión complementaria de análisis estructural propuesta por la mecánica de la fractura, que postula que el proceso de fractura tiene su origen en las discontinuidades contenidas en los sólidos y su interacción con los flujos de energía hacia el interior y el exterior de los sistemas estructurales.

### Visión alternativa propuesta por la mecánica de la fractura

Los métodos aceptados para el diseño de estructuras se fundamentan en análisis de medios continuos. Este método de análisis supone la ausencia de discontinuidades en la materia, la realidad es que fisuras o grietas existen en los elementos mecánicos desde su fabricación. El efecto de las discontinuidades en el comportamiento de los elementos estructurales, al ser poco comprendido es abordado mediante el uso de factores de seguridad, que se traducen en el incremento de las dimensiones de los elementos estructurales.

Se busca que los elementos estructurales se esfuercen durante su vida útil dentro de su límite elástico<sup>1</sup>, y se asume que un diseño donde no se desarrolla deformación plástica<sup>2</sup> superficial constituye un diseño inmune a la fractura. Al existir una discontinuidad en un elemento mecánico, las deformaciones profundas y esfuerzos locales en torno a esta, serán superiores a los desarrollados globalmente en el elemento. Lo que anula el análisis desarrollado bajo la visión de medios continuos (Gonzalez, 2005). El comportamiento que presentan los materiales cuando existen discontinuidades es analizado por la mecánica de la fractura, donde la teoría más aceptada es denominada el Criterio de la Energía de Irwin.

El Criterio de la Energía se fundamenta en principios de conservación de energía y postula que la energía interna de un sólido sometido a un esfuerzo se compone de la suma de la energía de deformación elástica<sup>3</sup> almacenada y la energía superficial<sup>4</sup> de la grieta contenida. Para que una grieta contenida en un sólido pueda aumentar su tamaño es necesario un incremento en la energía del sistema. Tal energía que puede provenir del interior del cuerpo, de trabajo mecánico (exterior o interior), o del flujo de calor. Si no se da el incremento necesario de energía, la grieta no se propaga. Si se produce energía por trabajo mecánico o hay un cambio en la energía elástica almacenada y el sistema sale de balance, la grieta incrementa su tamaño (Basu, 2011). La energía de deformación elástica es disipada mediante deformación permanente, calor, sonido, y energía de superficie (Zehnder, 2012).

El análisis de los flujos de energía hacia el interior y el exterior de un cuerpo que es susceptible a la fractura constituye un acercamiento alternativo a la comprensión y prevención de la falla en elementos y sistemas estructuras. Se entiende entonces que los procesos de fractura no

---

<sup>1</sup> El material presenta un comportamiento en donde el esfuerzo y deformación son proporcionales y no se alcanzan estados de deformación irreversible.

<sup>2</sup> Se alcanzan estados de deformación permanente e irreversible.

<sup>3</sup> Energía almacenada internamente por un cuerpo al ser deformado expresada como  $\sigma^2/2E$ , donde  $\sigma$  corresponde al esfuerzo desarrollado en el sólido y  $E$  a la constante de proporcionalidad del material denominada módulo de elasticidad.

<sup>4</sup> Energía necesaria para destruir los enlaces atómicos de un sólido.

proviene únicamente del esfuerzo, sino también de las discontinuidades contenidas en los sólidos y de los flujos de energía en el sistema.

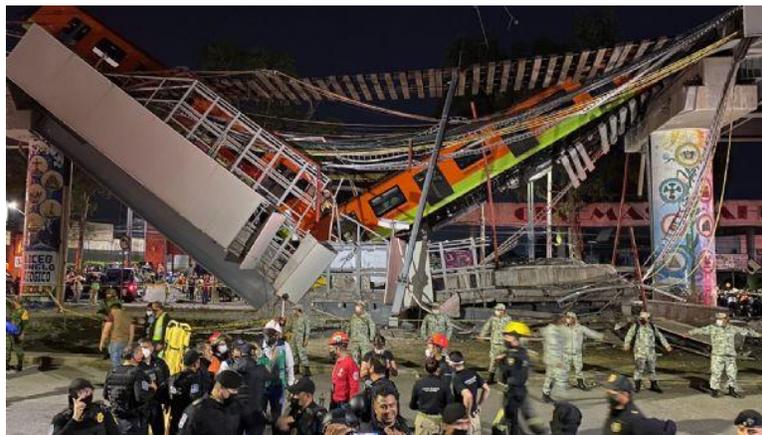
En las industrias aeronáutica, aeroespacial, nuclear, y petrolera, procedimientos de análisis, diseño y mantenimiento derivados de la mecánica de la fractura son aceptados y usados con regularidad, no así en la industria de la construcción. En México desde 2012, la paraestatal Petróleos Mexicanos (PEMEX), ha destinado a la investigación de los procesos de fractura en ductos más de \$500 millones de pesos, a través del Grupo de Análisis de Integridad de Ductos del Instituto Politécnico Nacional (GAID, 2017). Se realizan grandes esfuerzos en el mundo para profundizar la comprensión del fenómeno de fractura (González, 2005).

## Importancia del estudio de la fractura

En 1983 el Instituto Nacional de Ciencia y Tecnología de los Estados Unidos de Norteamérica estimó que las pérdidas económicas en la industria derivadas de la fractura ascendían a \$119 billones de dólares<sup>5</sup> anuales (Roynance, 2001). Además de los incalculables costos por pérdida de vidas y lesiones en personas. La fractura inesperada y el colapso accidental en la edificación y la infraestructura es una de las mayores preocupaciones de la industria. Por lo tanto, los especialistas tienen la obligación de minimizar la posibilidad de falla y la incertidumbre de esta, en todas las maneras que estén a su alcance.

El colapso repentino y catastrófico de estructuras operativas en México no es un fenómeno inexistente. Por el contrario, múltiples casos de colapsos en fechas recientes se encuentran documentados. Tal es el caso de la caída del Puente de Tepalcates en 2003 en el Estado de Colima, que resultó en la pérdida de vidas humanas. O el caso más reciente del lamentable colapso de un tramo elevado en la Línea 12 del Metro de la Ciudad de México, imagen 2, que resultó también en la pérdida de vidas humanas, además de constituir una afectación a infraestructura de carácter estratégico.

Imagen 2. Tramo elevado de la Línea 12 del Metro de la Ciudad de México colapsado.

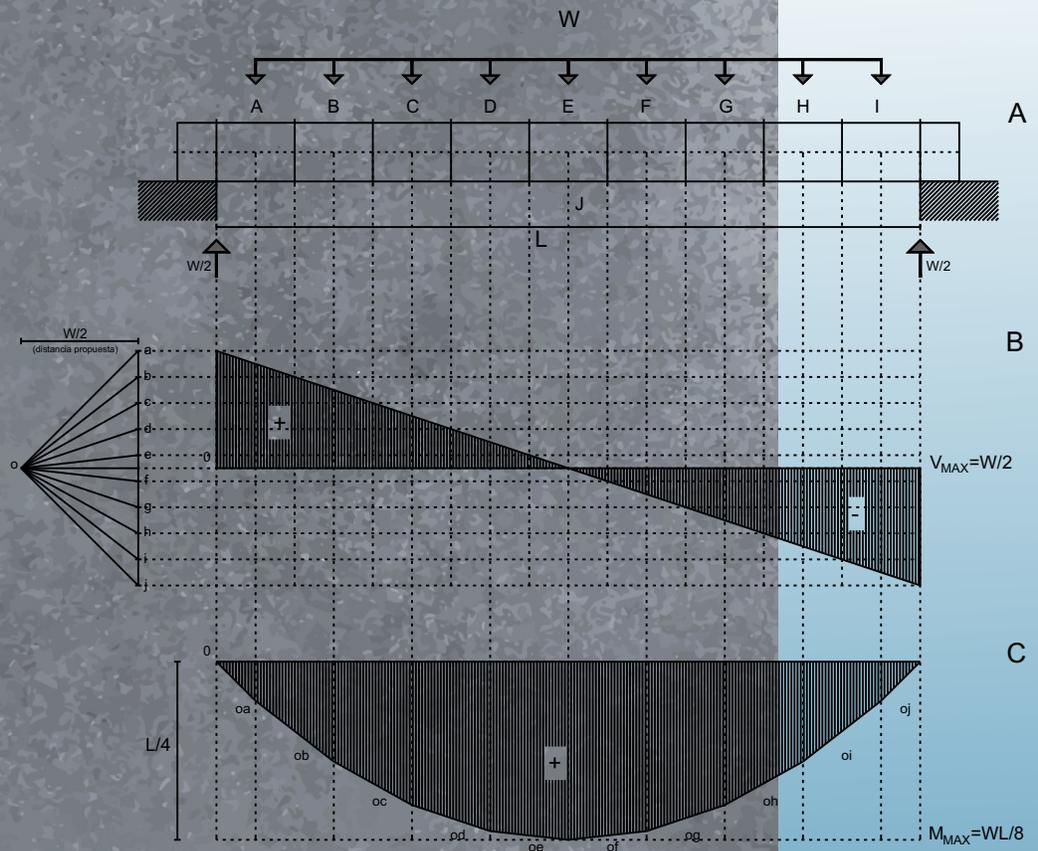


Fuente: <https://www.proceso.com.mx/nacional/2021/5/3/colapsa-estructura-del-metro-cae-tren-con-pasajeros-en-la-linea-12-hay-20-muertos-70-heridos-263206.html> (2021).

---

<sup>5</sup> Dólares de 1982.

Aun cuando los procesos de fractura no conducen al colapso de un sistema estructural, efectos adversos provienen del agrietamiento y la pérdida de integridad mecánica. Se reduce la capacidad de soportar cargas al reducir el área capaz de tomar esfuerzos, el desempeño mecánico es inadecuado e incierto debido a la concentración no homogénea de esfuerzos, y se da una reducción en la vida útil. De igual forma sustancias agresivas del medio ambiente encuentran un camino hacia el interior de los componentes y elementos estructurales, iniciando procesos de corrosión y reducción. De la misma manera, aquellos componentes tóxicos o dañinos para el ser humano contenidos en los materiales son dispersados al ambiente a partir del agrietamiento.



# RELACIÓN DISEÑO-EFICIENCIA MECÁNICA

1

# 1. RELACIÓN DISEÑO-EFICIENCIA MECÁNICA

## 1.1. Relación entre sistema estructural y sus elementos

La interpretación de la fractura parte de la comprensión del sistema estructural y como este integra los elementos, considerando el concepto de continuidad estructural.

### La relación sistema estructural-material

Existe una relación inseparable entre la forma de un sistema estructural y el material con el cual se construye, esta relación tiene su origen en el modo en que un material es capaz de soportar los esfuerzos a los que es sometido, visto de otra forma, la manera en que un material se fractura al ser sometido a cierto tipo de esfuerzo. Así observamos en las imágenes 3 y 4, formas congruentes con el material que las constituye.

Los materiales de naturaleza cerámica y de bajo módulo de elasticidad, con propiedades anisotrópicas como la piedra, el concreto y el barro cocido, se fracturan de manera estable o cuasi-estable y maleable ante esfuerzos de compresión y de manera inestable y frágil ante esfuerzos de tensión. Por tal motivo son empleados en sistemas estructurales que ante todo favorecen la compresión, como arcos y sistemas de columnas poco espaciadas, utilizándose siempre elementos con secciones transversales macizas.

La madera se ha determinado es estable ante esfuerzos de compresión y tensión cuando el esfuerzo se aplica de manera longitudinal a sus fibras, presenta al igual que las cerámicas un comportamiento anisotrópico, se emplea en formas estructurales que favorezcan la compresión, la tensión y la flexión, siempre que los esfuerzos longitudinales sean paralelos al sentido de las fibras.

El concreto reforzado y otros materiales compuestos de bajo módulo de elasticidad también anisotrópicos, superaron la inestabilidad de la fractura ante esfuerzos de tensión gracias a sus fases de refuerzo, y son utilizados en formas estructurales que favorecen la compresión y la flexión, conservan la tendencia a constituir elementos con secciones transversales macizas.

Los metales como el acero, materiales de alto módulo de elasticidad, isotrópicos y estables ante todos los modos de esfuerzo, se utilizan para todos los tipos de estructuras, con estos se pueden constituir secciones transversales tubulares o huecas.

**Imagen 3.** Sistema estructural de vigas de madera de Kengo Kuma.



**Fuente.** <https://newatlas.com/architecture-japan-kengo-kuma/54996/> (2020).

**Imagen 4.** Columnas de concreto armado de Pier Luigi Nervi.



**Fuente.** <https://arquitecturayempresa.es/noticia/el-ingeniero-que-eclipsa-los-arquitectos-pier-luigi-nervi> (2020).

## 1.2 Diseño y eficiencia mecánica

Se profundiza en la relación que existe entre forma y eficiencia mecánica, al respecto se refiere Thompson en su libro *Sobre el crecimiento y la forma*: “*todas las estructuras construidas, en vigas, columnas, y en general de cualquier tipo, se tienen que fabricar con una disposición, de un modo u otro, de dos tipos de fuerza, fuerza para resistir la compresión y fuerza para resistir la tensión. La columna de carga por entero se diseña con vistas a soportar una presión descendente, el alambre, al igual que el tendón de un músculo, está solo adaptado para resistir una tensión de estiramiento; pero en muchos casos o en la mayoría, las dos funciones están interrelacionadas y combinadas*” (Thompson, 2011).

Se parte de un caso de estudio, una viga de carga. Se determina que cuando una viga simplemente apoyada soporta un peso en su centro, esta tiende a desarrollar una curvatura en forma de arco invertido, generando que las partículas externas en su lado convexo tiendan a separarse, o contengan un esfuerzo de tensión, mientras que las partículas externas en su lado concavo tiendan a juntarse o contengan un esfuerzo de compresión. El objetivo de quien diseña una estructura consiste en identificar y separar (especializar), tanto como le sea posible las líneas de compresión de las líneas de tensión, a fin de usar distintos modos de construcción, distinta densidad, o incluso diferentes materiales.

Cuando se diseña y construye una viga, sabemos que se aprovecha el principio de separación de líneas de esfuerzo que se ha mencionado y se ahorra peso, se economiza material y se maximiza la rigidez, aligerando tanto como sea posible la sección media del elemento, todas las partes en la proximidad de la denominada zona neutra, y al hacer esto se construye una viga que incrementa sus unidades de área y densidad en sus extremos, imagen 5, conectados uno a otro por medio de un entramado, asemejándose el conjunto, en un corte de su sección a una I o una H. La viga en I o en H está diseñada para resistir la flexión en una dirección particular (normal a su eje longitudinal), se especializa y cuando se hace necesario resistir la flexión en múltiples direcciones, una estructura de sección tubular conviene más; porque esta disposición tubular hueca puede visualizarse como la viga en I dispuesta a modo de sólido de revolución. Este tipo de estructura es útil en cualquier caso en el que se requiera gran rigidez a la flexión.

**Imagen 5.** Viga simplemente apoyada cuya forma se asemeja a su diagrama de momento, Cité Internationale.



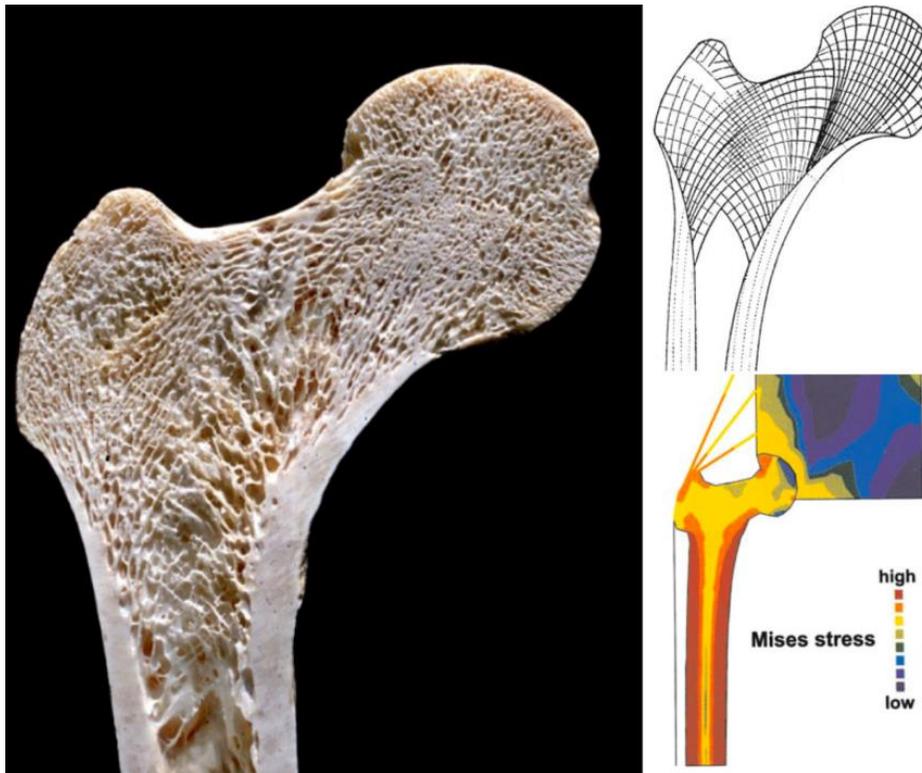
**Fuente.** Allen, E. *Form and forces*. Willey, 2010, pp.451.

Lo mismo ocurre en la disposición de las piezas y uniones que constituyen el esqueleto de un animal. El esqueleto como se expone en un museo es una imagen parcial de la eficiencia mecánica. Desde el punto de vista del diseño se construye un diagrama que muestra todas las líneas de compresión, pero no muestra todas las líneas de tensión; muestra todas las piezas pero no todos los enlaces. En vida, aquella estructura formada por piezas está rodeada y entremezclada con un complicado sistema de enlaces. La capacidad de la construcción mecánica yace, no en una u otra parte, sino en la integración armoniosa que todas las partes, blandas y duras, rígidas y flexibles, las que contienen tensión y las que contienen compresión, se complementan unas a otras.

Hermann Meyer mostro que las trabéculas de los huesos tal como se ven en una sección longitudinal del fémur, se extienden como líneas curvas desde la cabeza hacia la sección central del hueso y que estas porciones lineales de material están intersectadas unas por otras con una regularidad de disposición cercana a ser ortogonal. Carl Culmann del ETH Zúrich, a quien se debe el método de análisis conocido como estática gráfica, entró en la sala de disección de Meyer, donde el anatomista estaba contemplando la sección de hueso. El ingeniero que buscaba una forma eficiente para el diseño de una nueva grúa, vio en un momento que la disposición de las trabéculas óseas constituye un diagrama de las líneas de esfuerzo, o direcciones principales de tensión y compresión en la estructura del fémur cargada, en resumen, que la Naturaleza estaba reforzando el hueso en la manera y dirección precisas en donde se desarrolla el esfuerzo (Thompson, 2011).

En el fémur, como se observa en la imagen 6, las líneas de esfuerzo están espaciadas a lo largo de la cabeza y se concentran en las áreas donde la pared del hueso se hace más densa, en la cabeza del hueso y cerca de ella se propagan a través de la masa central bajo la forma presente y definida de trabéculas óseas. Puede observarse una disposición similar en cualquier otro hueso que soporte peso y que esté sujeto a flexión y en el calcáneo y en la tibia y más o menos en todos los huesos de la extremidad inferior se ve una disposición que resulta ser simple y clara.

Imagen 6. Fémur, su composición y líneas de esfuerzo.



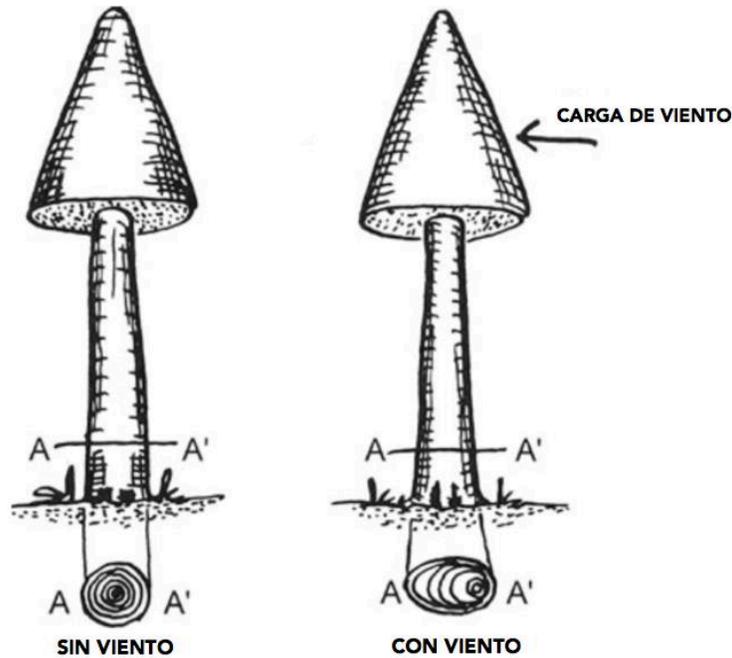
Se observa en el análisis de esfuerzo de Mises la coincidencia entre la densidad máxima en la sección del fémur y el esfuerzo máximo que se desarrolla. Esta operación tiene dos objetivos: se maximiza el momento de inercia de la sección, el esfuerzo máximo se enfrenta con la mayor cantidad de energía superficial necesaria para la fractura.

Fuente. Thompson, D. Sobre el crecimiento y la forma. Akal, 2011, pp. 226.

Los elementos estructurales pueden simplemente sobredimensionarse para eliminar la posibilidad de falla. En ese sentido la idea es utilizar más material para mantener el nivel de esfuerzo actuando a un valor tan bajo que sea lo suficientemente pequeño como para minimizar el crecimiento de grietas. Este procedimiento se considera inadecuado, ya que el elemento tendría un sobrepeso sin sentido, esta es una práctica común.

En la lucha por la existencia que ocurre en la naturaleza, tal diseño ineficiente sería en una sentencia de muerte. Un antílope que arrastra 20 kg. más de peso debido a que sus huesos están mal diseñados o contruidos y contienen material innecesario que no tiene una función real de carga, sería atrapado por el depredador. **Estas consideraciones muestran claramente que solo puede lograrse un buen diseño mecánico cuando no existan puntos débiles (puntos donde los esfuerzos locales sean demasiado altos) y el material se aproveche de forma eficiente (no exista gran diferencia en el valor del esfuerzo en una sección transversal).** Solo en este caso, cada parte del elemento estará completamente aprovechada (Mattheck, 1998).

Imagen 7. Optimización de la sección transversal de un árbol.



Fuente. Mattheck, C. Design in nature. Springer, 1998, pp. 26.

Se puede objetar que la carga puede alterarse durante la vida útil de un elemento: un árbol recibe del norte poco viento y de baja intensidad y una gran cantidad y de alta intensidad del oeste. Esto se puede tener en cuenta mediante una adaptación de la forma respecto al promedio de esfuerzos desarrollados en el tiempo. El árbol inteligente tiene en cuenta la carga de viento moderada desde el norte e intensa desde el oeste, desarrollando una sección transversal elíptica, con el eje de mayor longitud paralelo en la dirección este-oeste, por lo que es más rígido en el sentido de mayor intensidad de carga, ver imagen 7. Todo esto clarifica que la calidad de una estructura está determinada por procesos que se ajustan a la distribución del esfuerzo uniforme, o en su caso a la distribución adecuada de densidad y unidades de área.

Adicionalmente podemos analizar la investigación de la firma Skidmore, Owings and Merrill (SOM). Muchos de los diseños de edificios más representativos de SOM se orientan a la síntesis entre la biomimesis y el diseño de sistemas estructurales. Podemos considerar el siguiente caso de aplicación. La propuesta de competencia para el China World Trade Center, en Beijing, donde el interés en el bambú como forma arquitectónica condujo a relacionar las propiedades físicas y geométricas del bambú con la estructuración de edificios de gran altura.

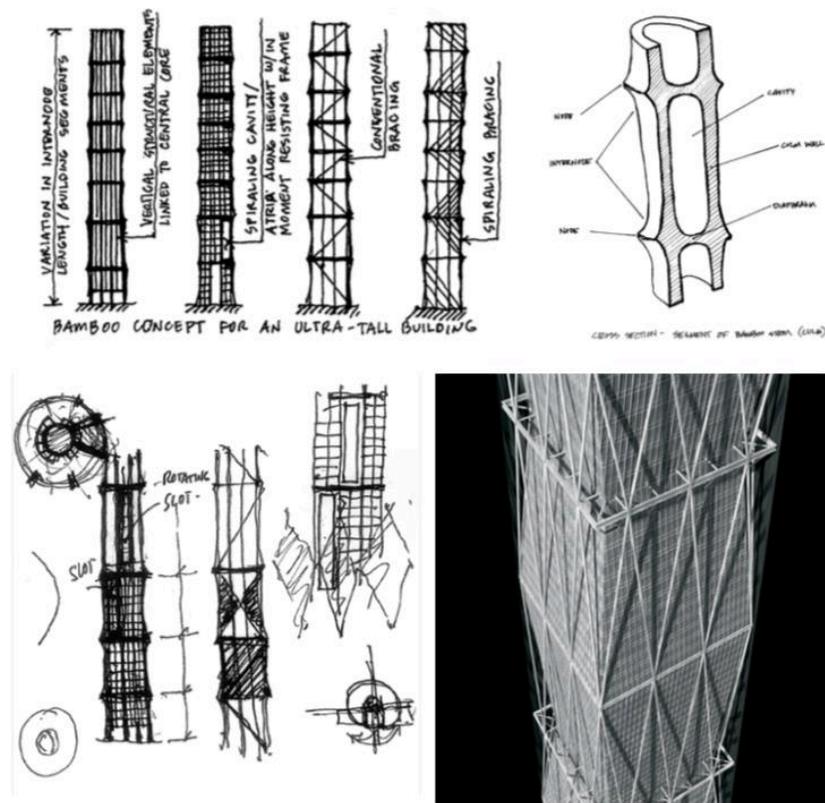
La formación natural del bambú revela características estructurales de interés. Los tallos largos y estrechos brindan soporte para el follaje durante su vida de crecimiento. Cuando el bambú es impactado por tsunamis, este responde de manera efectiva y eficiente al trabajo ante cargas laterales, demostrando lo adecuado de sus propiedades estructurales naturales y su proporción geométrica. Los nodos o diafragmas, como se ve en los anillos a lo largo del tallo, no están espaciados uniformemente, sino se desarrollan menos espaciados en la base, más separados a la altura media, y se acercan nuevamente cerca de la parte superior. Estas ubicaciones de diafragma no son aleatorias y se pueden predecir matemáticamente. Están posicionados para evitar el

pandeo de las delgadas paredes del tallo del bambú cuando soportan cargas de gravedad y cargas laterales. Los espesores de pared y el diámetro del tallo se pueden calcular de manera similar. También son proporcionados para evitar el pandeo. Todas las ecuaciones que definen las ubicaciones de los diafragmas, el diámetro y el grosor de la pared se obtuvieron a través de una formulación cuadrática. Al trazar el diagrama de diámetro del tronco contra la altura, se observa una similitud con el diagrama de flexión de una viga en voladizo sometida a carga uniforme.

El bambú consiste en un culmo o tallo, compuesto de nodos y entrenodos. Los nodos definen la ubicación de los diafragmas y proporcionan la transición para un nuevo crecimiento. Existe un ligero cambio en el diámetro en las transiciones de los nodos. Existen también zonas entre los nodos llamadas internodos. Los internodos son zonas huecas que crean una cavidad interior rodeada por una pared de culmo. El material en el culmo está ubicado en el punto más alejado del eje neutro del tallo, maximizando el momento de inercia y logrando así una mayor resistencia a la flexión. Lo que disminuye el momento debido a las cargas laterales y minimiza el peso total. **La estructura celular de las paredes de bambú revela una densidad celular mayor cerca de la superficie externa de la pared y una menor densidad cerca de la pared interna.** Nuevamente reforzando la idea de la máxima eficiencia del material cuando se somete a cargas de flexión.

Las características geométricas del bambú se utilizaron en el diseño de la propuesta de sistema estructural del proyecto de competencia para la torre del China World Trade Center, imagen 8. La torre se dividió en ocho segmentos a lo largo de su altura. La carga lateral es mayor en la base del tallo del bambú, por lo tanto, las distancias entre los entrenodos son menores en comparación con la altura media. Una separación menor aumenta la capacidad de resistir el momento y minimiza la tendencia al pandeo. Más allá de la altura media del culmo del bambú, las distancias de los entrenodos disminuyen proporcionalmente con el diámetro del diafragma. Por lo tanto, la forma del culmo responde a las cargas laterales. El esquema de competencia para la superestructura del China World Trade Center desarrollado con un núcleo interno interconectado a un tubo perimetral en lugares matemáticamente definidos para sujetar el marco contra el pandeo de acuerdo con el patrón de crecimiento del bambú es extremadamente eficiente, en palabras de sus desarrolladores.

Imagen 8. Estudio de los patrones de crecimiento del bambú para generar una propuesta de estructuración



Se considera que la solución de estructuración final desarrollada por SOM (esquina inferior derecha) sintetizando las propiedades de diseño del bambú es inadecuada por dos razones principales: el bambú alinea sus fibras de manera paralela a su eje longitudinal en contraste la propuesta utiliza un sistema de rigidización diagonal; el bambú incrementa su sección y densidad en los anillos en contraste la propuesta se resuelve mediante un volumen ortodrómico.

Fuente. [https://www.som.com/ideas/research/nature\\_\\_structure](https://www.som.com/ideas/research/nature__structure) (2020).

### 1.3 Trabajo como sistema y trayectorias de esfuerzo

La disposición de elementos estructurales bien lograda constituye sistemas que trabajan en conjunto. El diseñador determina las trayectorias que ha de seguir el esfuerzo a través de la forma estructural, de la organización de los elementos estructurales y de los puntos de continuidad de estos elementos. El concepto de trayectoria de esfuerzo es una herramienta analítica para comprender el flujo de la energía de deformación que describe cómo la energía dentro de una estructura es contenida por ciertos elementos y transferida a otros. El "camino" es la ruta que se visualiza toman los esfuerzos a medida que viajan a través del diseño estructural.

Poder describir una trayectoria de esfuerzo no significa que una estructura sea adecuada. Los elementos estructurales y sus puntos de continuidad deben cumplir dos funciones; contener los esfuerzos para lo cual son diseñados, y transferir la energía de deformación a otros elementos y finalmente al suelo. La idoneidad de una trayectoria se verifica siguiéndola paso a paso, elemento por elemento. Se consideran tres preguntas en cada paso, ¿qué contiene el esfuerzo, cómo, y hacia dónde se transfiere?

## a) Continuidad estructural

Se profundiza en el efecto de la continuidad estructural a través de un caso de estudio, el sistema de marcos rígidos y se contrasta su comportamiento con el sistema de columna y viga. El sistema de marcos rígidos está integrado por elementos lineales, generalmente vigas y columnas conectadas entre sí en sus extremos mediante uniones que no permiten la rotación relativa entre los extremos de los elementos adjuntos, imagen 9 y 10. La conexión pueden rotar como una unidad, los elementos son continuos a través de las conexiones.

Se establece que la diferencia entre el sistema de marcos rígidos y el sistema de columna y viga consiste en la rigidez de sus conexiones, en el sistema de columna y viga se permite la rotación en el punto de contacto viga-columna y en el sistema de marcos no. Una carga vertical en una estructura de columna y viga es contenida por la viga horizontal que desarrolla esfuerzos de flexión y transferida a las columnas, que a su vez transfieren la carga al suelo. En este sistema la viga se apoya simplemente y descansa sobre las columnas generando esfuerzos de apoyo. Debido a la flexión que se desarrolla en la viga, los extremos de esta giran con respecto a la cara de la columna donde se apoya, así el ángulo formado entre la viga y la columna cambia al aumentar el nivel de carga sobre la viga. Este tipo de continuidad no impide de ninguna manera que los extremos de la viga giren, no se transfiere momento a las columnas, por lo tanto, la columna contiene únicamente esfuerzos axiales.

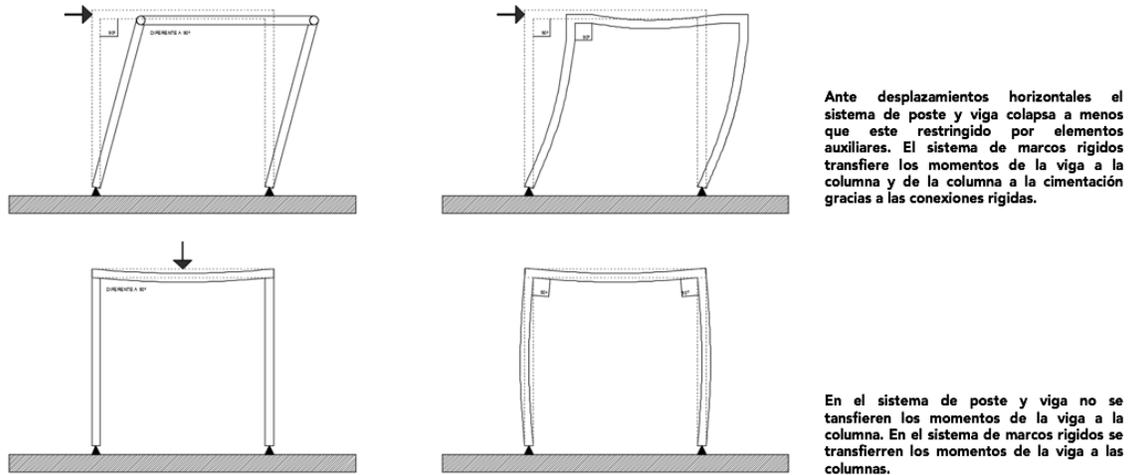
Cuando un sistema de marcos rígidos se somete a una carga vertical, la viga contiene la carga y la transfiere a través de las columnas al suelo. La carga hace que los extremos de la viga tiendan a girar, en el sistema de marcos los extremos de las columnas y los extremos de las vigas están unidos de forma rígida, se restringe la rotación libre. Esta restricción tiene como consecuencia que el momento se transfiere de la viga a la columna, la viga ahora será más rígida, con menor tendencia a la deflexión y desarrollará menores momentos internos que en el caso de una viga simplemente apoyada.

La junta rígida no proporciona una restricción total en los extremos ni para la viga ni para la columna. A medida que la carga hace que el extremo de la viga tienda a girar, la parte superior conectada de la columna también tiende a girar. La conexión entre la columna y la viga rotará como una unidad. Mientras gira toda la conexión, su rigidez genera que los elementos mantengan su relación angular inicial. La cantidad de rotación que se produce depende de las rigideces relativas de la viga y la columna. Cuanto más rígida es la columna en relación con la viga, menos rotación total ocurre.

Los marcos rígidos se diferencian también de las estructuras de columna y viga en la manera en que las cargas verticales son transportadas al suelo, los marcos desarrollan reacciones horizontales y verticales en los puntos de continuidad con el suelo. La presencia de estas reacciones se ha visualizado a través de la configuración deformada que asumiría el sistema estructural si las bases de las columnas no estuvieran articuladas a la cimentación y en cambio se les permitiera trasladarse horizontalmente. El desarrollo de reacciones horizontales en las bases de las columnas genera que estas conserven su posición original. Los cimientos de un marco rígido deben diseñarse para contener los empujes horizontales generados por las cargas verticales. No se desarrollan tales empujes horizontales en sistemas de postes y vigas que soportan cargas verticales.

En terminos de capacidad de carga horizontal existen diferencias entre el sistema de marcos rígidos y el sistema de columna y viga. El sistema de columna y viga es incapaz de resistir fuerzas laterales de sismo o ciclón. La resistencia lateral que posee este sistema se origina por el peso muerto de la estructura. El sistema de marcos rígidos contiene las fuerzas laterales gracias sus conexiones rígidas capaces de transmitir momento de la viga a la columna y de la columna a la cimentación, las cuales impiden el giro y el desplazamiento que conduciría al colapso de la estructura.

**Imagen 9.** Esquema del funcionamiento de los sistemas de poste y viga (derecha) y marcos rígidos (izquierda).



**Fuente.** Elaboración propia.

**Imagen 10.** Sistema de marcos de concreto del Centro Deportivo de Mülimatt, por Studio Vacchini.



Observamos en la figura como se distribuye la densidad de acero y se concentra en los puntos de transmisión de momento en el sistema de marcos rígidos de concreto a través del cual se resuelve el edificio.

**Fuente.** <https://openscholarship.wustl.edu/bcs/252> (2020)

## 1.4 Eficiencia mecánica y criterios de optimización del sistema estructural

Se determina que la eficiencia mecánica consiste en la distribución adecuada de unidades de área y densidad material según se explica en los apartados anteriores, se analiza el modo de aplicación de esta filosofía en el sistema columna-viga. El siguiente apartado se integra a partir de la revisión de teoría presentada por Shodeck y Bechthold (Shodeck, 2015), Allen y Zalewski (Allen, 2010) y la interpretación que se hace de la teoría para incorporar los principios de eficiencia mecánica.

### a) El sistema estructural viga-columna

Imagen 11. Museo Brasileño de Escultura de Paulo Mendes Da Rocha.



Fuente. <https://arquiscopio.com/archivo/2012/07/17/museo-brasileiro-de-escultura> (2020)

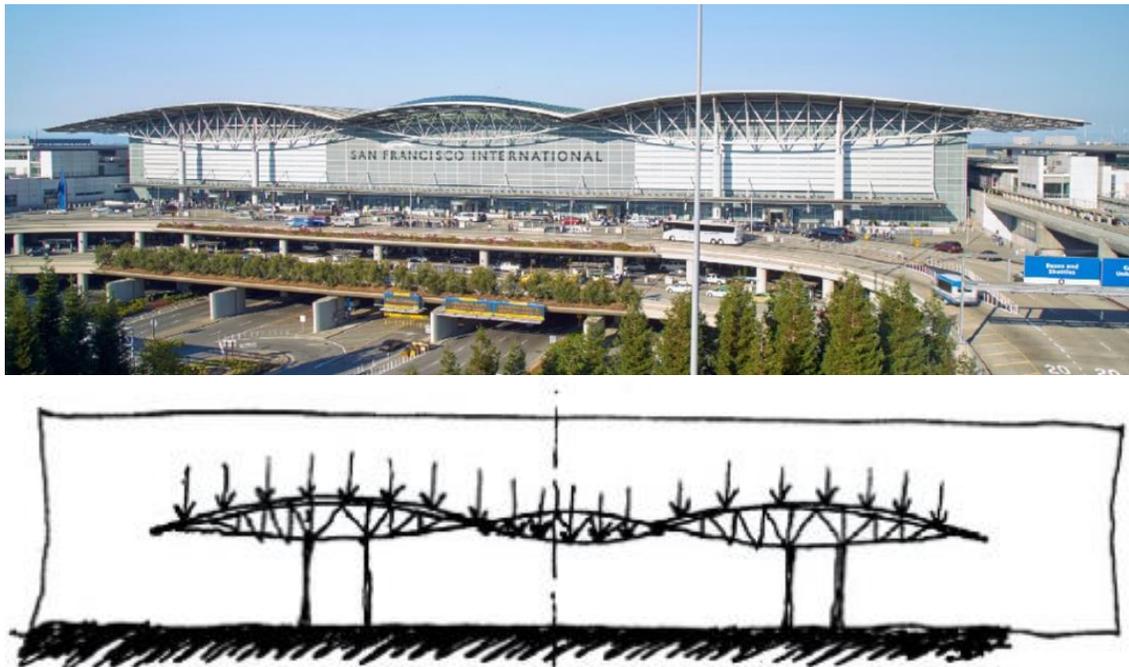
### La viga en el sistema estructural

El sistema estructural integrado por columnas y vigas simplemente apoyadas en el cual un elemento estructural horizontal se apoya en dos elementos verticales conforma un enfoque de construcción generalizado en la arquitectura. Esto se explica debido a la facilidad de proceso derivada del uso de la viga como elemento de construcción. Las vigas tienen una acción de carga y distribución de energía de deformación compleja. El estudio de la flexión se refiere al análisis de los esfuerzos y deformaciones generados en un elemento estructural que desarrolla una curvatura derivada de la acción de cargas aplicadas de manera normal al eje longitudinal del elemento, de modo que las partículas de una cara del volumen se tensionan y las de la cara opuesta se

comprimen. Cuando las vigas conforman el sistema estructural primario en un edificio estas se utilizan típicamente de forma repetitiva y modular. La modulación se da a través de una disposición jerárquica.

Los elementos de transferencia de carga de superficie horizontal plana tienen capacidades de claros limitados, estos se apoyan a intervalos regulares en elementos secundarios con una capacidad de carga mayor para conformar un sistema de dos niveles jerárquicos. Estos elementos son en ocasiones soportados por vigas de mayor capacidad para conformar un sistema de tres niveles jerárquicos. Las cargas que actúan sobre la superficie son en primer lugar transmitidas por los elementos de superficie y en un segundo momento transferidas a los elementos secundarios, que a su vez los transfieren a las vigas colectoras o en su caso a los soportes (elementos verticales). La cantidad de carga que transporta cada elemento aumenta así gradualmente. Este aumento en la carga, en conjunto con un aumento en la longitud, conduce a un aumento progresivo en el tamaño de los elementos. Tal disposición jerárquica puede tener cualquier número de niveles, imagen 12.

**Imagen 12.** Sistema jerárquico en la solución estructural del aeropuerto de San Francisco por SOM. Las armadura principales de los extremos reciben a la armadura secundaria del centro.



**Fuente.** <https://som.medium.com/can-architecture-calm-the-turbulence-of-air-travel-80bd7c439271> (2020).

**Los esfuerzos desarrollados en una viga dependen de la cantidad y distribución de material en la sección transversal del elemento.** La forma en que el material y sus unidades de área se organizan en el espacio es de importancia definitiva. Un elemento rectangular apoyado sobre su lado largo no puede contener la misma cantidad de energía de deformación que un elemento de tamaño equivalente colocado de manera que su profundidad máxima sea paralela y en línea con las cargas aplicadas. Las variables de análisis y diseño básicas de mayor relevancia incluyen las magnitudes y distribución de las cargas actuantes y la naturaleza

de las condiciones de apoyo o continuidad. Se describen así elementos horizontales cargados transversalmente y en un estado de flexión.

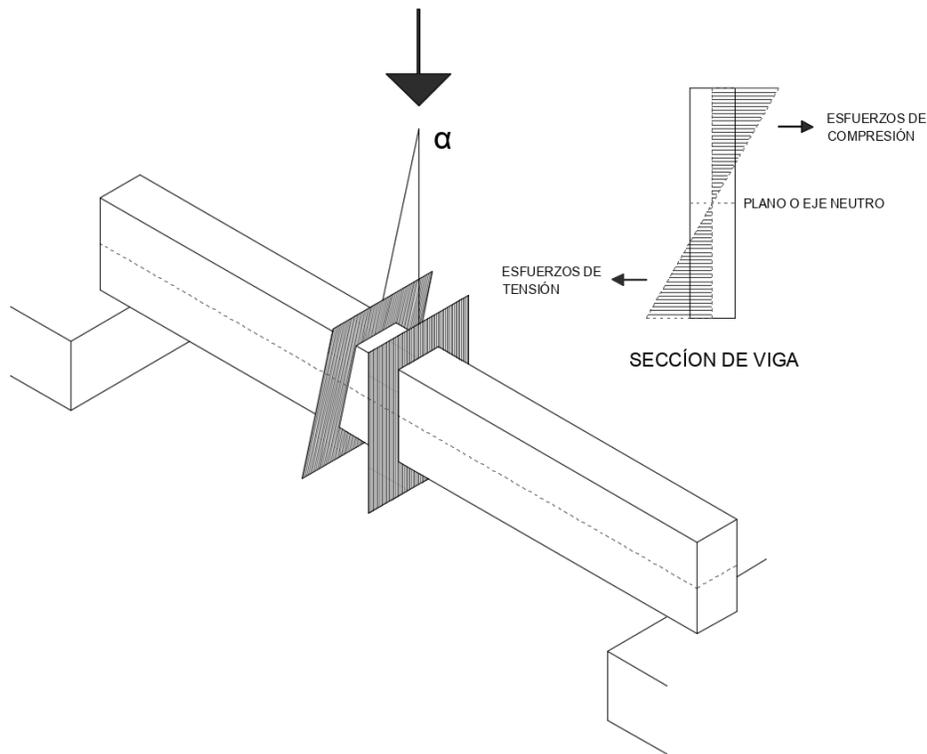
Las cargas externas en una viga producen un conjunto de fuerzas internas, esfuerzos y deformaciones relacionados. Estas acciones son descritas como momentos de flexión y fuerzas de corte. Para conseguir el equilibrio en cada sección del elemento, se desarrollan un conjunto de fuerzas internas en el material cuyo efecto global produce un momento de rotación igual en magnitud, pero opuesto en sentido, al momento de flexión externo, y una fuerza de corte igual en magnitud y opuesta en sentido a la fuerza de corte externa. Estas fuerzas internas de resistencia son generadas por el desarrollo de esfuerzos internos.

En la imagen 13 de una viga cargada en su centro, se determina que las partículas en la cara superior del elemento se comprimen y las de la cara inferior se tensionan, debido a la acción del momento de flexión externo. Se ha postulado que las deformaciones varían de forma lineal o casi lineal desde una tensión máxima en una cara hasta compresión máxima en la otra. Existe un plano en el que las partículas del material tienden a no comprimirse ni tensionarse. Este plano se denomina eje neutro o plano neutro. Para una sección transversal simétrica de un material isotrópico, como en una viga rectangular, se espera que este plano se encuentre en la altura media de la viga. El eje neutro corresponde con el centroide de la sección transversal. Si la viga está construida de un material que es linealmente elástico, los esfuerzos producidos por la flexión son directamente proporcionales a las deformaciones presentes. En la viga en consideración, los esfuerzos inducidos por la carga son máximos en las caras externas de la viga y disminuyen linealmente a cero en el eje neutro. En conjunto, estos esfuerzos se denominan esfuerzos de flexión.

Los esfuerzos de flexión producen un momento resistente interno  $M_R$ , que equilibra el momento de flexión aplicado externamente  $M$ . La resistencia del momento interno es proporcionada por un par, pero sus fuerzas son producidas por campos de esfuerzo de tensión y compresión que actúan sobre porciones de la sección transversal. El conjunto de esfuerzos de compresión actuantes en el área superior al eje neutro, se describen mediante una única fuerza de compresión resultante que actúa en una ubicación particular. Lo mismo ocurre con los esfuerzos de tensión. Puede definirse que el par interno resistente  $M_R$ , es proporcionado por estas dos fuerzas resultantes, separadas por el brazo de momento resultante. Los esfuerzos de flexión en una sección transversal  $f$ , dependen del momento  $M$  actuante, la ubicación de interés  $y$ , hacia arriba o hacia abajo en la sección y una medida de la cantidad y distribución de material presente, denominada momento de inercia  $I$ , esta función se expresa como:

$$f = My/I.$$

Imagen 13. Esfuerzos de flexión en vigas.



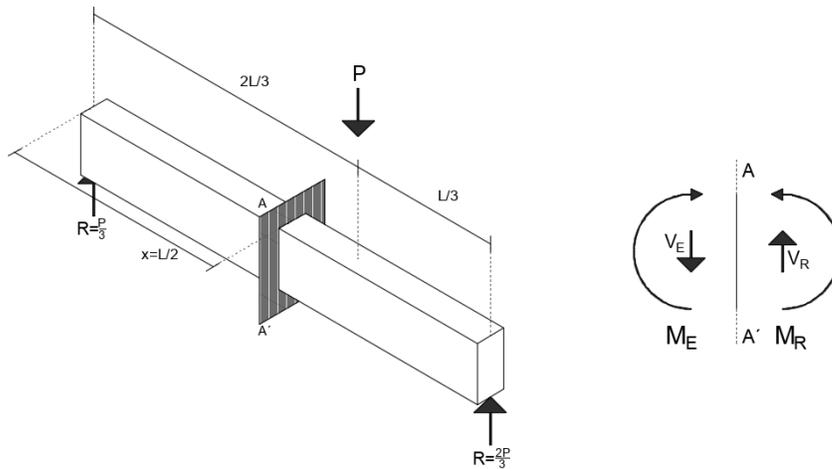
Un elemento estructural originalmente recto, desarrolla una curvatura al someterse a una carga normal a su eje longitudinal. Los esfuerzos varían de tensión máxima a compresión máxima.

Fuente. Elaboración propia.

Los esfuerzos de flexión se desarrollan como respuesta al momento externo aplicado, estos actúan horizontalmente y no contribuyen al equilibrio de fuerzas externas de corte, que se equilibran mediante la aparición de esfuerzos de corte que actúan en el plano de la sección. Estos esfuerzos se postula son máximos en el eje o plano neutro de la sección transversal y disminuyen de manera no lineal hacia las caras exteriores. Los esfuerzos de corte que actúan sobre la cara de la sección transversal producen una fuerza de corte vertical resultante que equilibra la fuerza de corte externa aplicada. También se desarrollan esfuerzos cortantes de otro tipo en vigas, estos esfuerzos actúan horizontalmente en lugar de verticalmente, imagen 14.

La magnitud de los esfuerzos de flexión y corte varían a lo largo de la viga. Debido a que los esfuerzos en una porción de la sección transversal dependen de la magnitud y el sentido de las fuerzas de corte externas y de los momentos externos aplicados. Los principios básicos para encontrar la distribución de cortantes y momentos, consisten en que cuando se considera el equilibrio de un área elemental del elemento, el efecto del conjunto de fuerzas externas produce un efecto rotacional global sobre la sección considerada y una fuerza de traslación vertical neta.

Imagen 14. Desarrollo de esfuerzos de flexión y cortante en una viga.

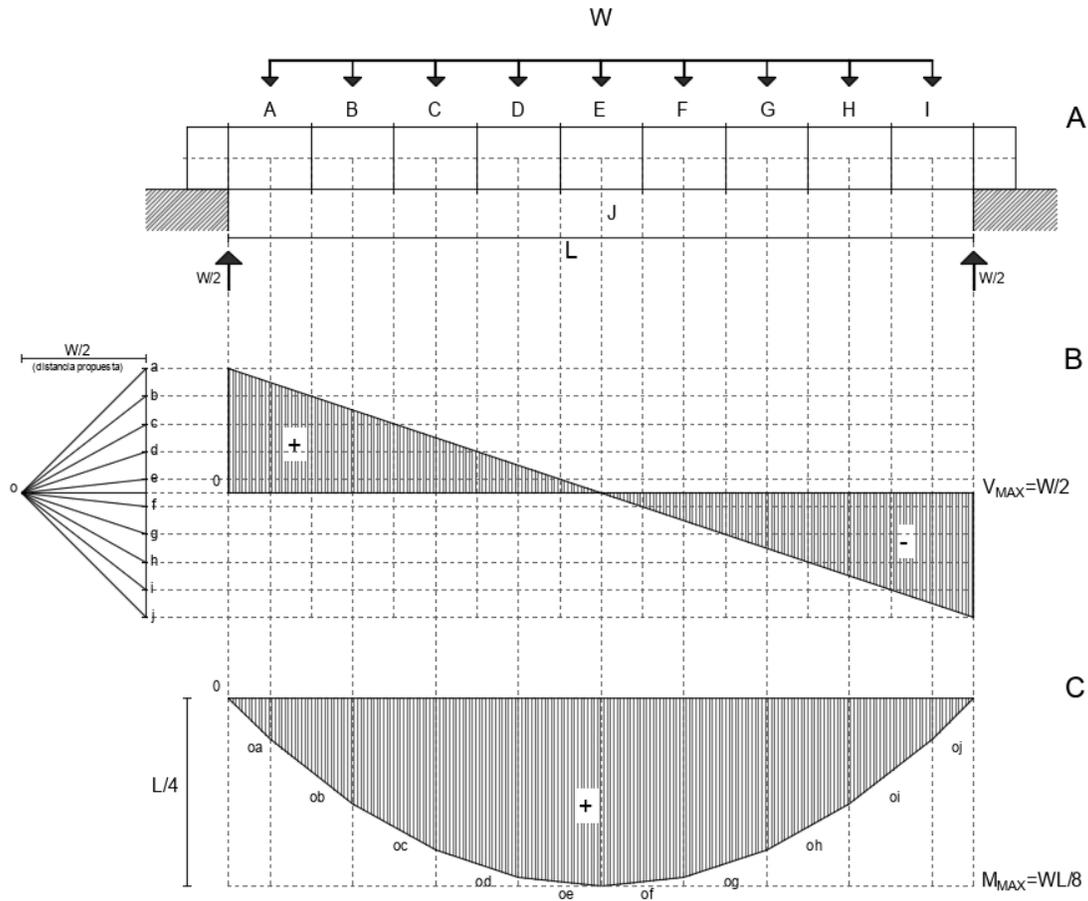


Fuente. Elaboración propia.

Estas cantidades están equilibradas por un conjunto de esfuerzos de corte y momentos desarrollados internamente en la estructura. Las magnitudes de estos esfuerzos y momentos dependen de la extensión de la sección elemental y de las fuerzas que actúan sobre ella. La distribución de tales cortes y momentos se puede encontrar considerando a su vez el equilibrio de diferentes porciones elementales de la estructura y calculando los conjuntos de corte y momento para cada porción elemental. Los valores se pueden representar gráficamente para generar diagramas de corte y momento, como en la imagen 15.

Además de los esfuerzos de flexión y los esfuerzos de corte horizontales y verticales, otras consideraciones importantes en el análisis de una viga incluyen los esfuerzos en los apoyos, los esfuerzos de torsión, los esfuerzos combinados, el centro de cortante de una sección transversal, los esfuerzos principales y las propiedades de deflexión.

Imagen 15. Diagramas de momento y esfuerzos cortantes en una viga simplemente apoyada cargada uniformemente.

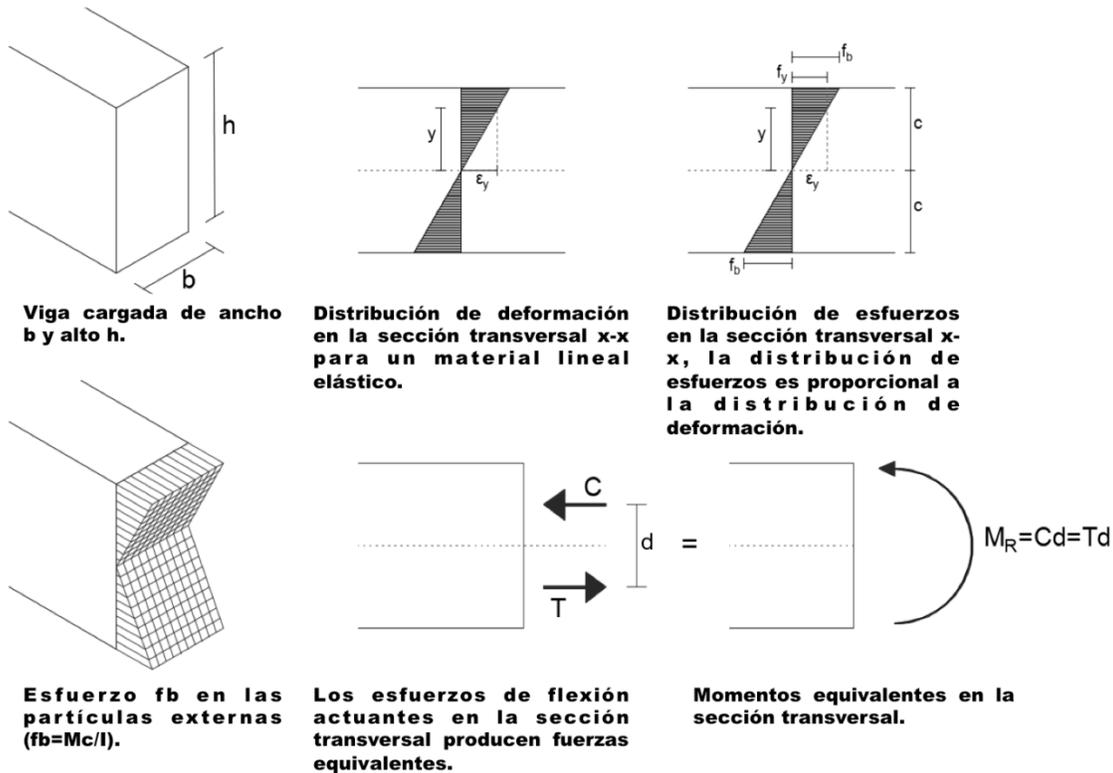


A) Diagrama de cuerpo libre. B) Diagrama de cortante. C) Diagrama de momentos.

Fuente. Elaboración propia.

Los esfuerzos de flexión varían linealmente en una sección transversal y se desarrollan como respuesta a la acción del momento de flexión externo actuante en la viga en un punto exacto, ver imagen 16. La distribución de esfuerzos se establece a partir del supuesto que el esfuerzo depende linealmente de la deformación. La magnitud de los esfuerzos de flexión reales  $f_y$ , que están presentes en un punto dependen directamente de la magnitud del momento externo  $M$ , que está presente en la sección. La magnitud de  $f_y$  también depende directamente de la distancia  $y$ , que define la ubicación del punto considerado con respecto al eje neutro de la viga.

Imagen 16. Efectos de la flexión en una viga rectangular.



Fuente. Elaboración propia.

El esfuerzo de flexión  $f_y$  es inversamente dependiente de un parámetro geométrico designado como momento de inercia,  $I$ . Los esfuerzos reales desarrollados no están influenciados por el material utilizado. Los esfuerzos desarrollados en un elemento que pueden calcularse no deben confundirse con los esfuerzos de resistencia o fractura aceptados en el material. El esfuerzo de flexión  $f_y$  depende directamente del momento  $M$  y del parámetro de ubicación  $y$ , e inversamente de las propiedades de la sección transversal de la viga  $I$ , las variables se relacionan de la siguiente manera:

**M aumenta  $f_y$  aumenta**  
**y aumenta  $f_y$  aumenta**  
**I aumenta  $f_y$  disminuye**

En una viga de cualquier forma de sección transversal, el esfuerzo de flexión máximo  $f_b$ , ocurre en las partículas exteriores de la viga, donde  $y = c$ .

$$f_b = \frac{Mc}{I}$$

Para el caso específico de una viga rectangular con un ancho  $b$  y una altura  $h$ ,  $I = bh^3/12$ , el esfuerzo de flexión máximo desarrollado ocurre donde  $y = h/2$ . En una viga rectangular, el esfuerzo máximo de flexión máximo será:

$$f_b = Mc/I = M(h/2)/(bh^3/12) = M/(bh^2/6)$$

El denominador en esta expresión representa una propiedad de la sección transversal rectangular, el módulo de sección, definido como:

$$S = (bh^2/6).$$

La expresión  $f_b = M/(bh^2/6)$  permite comprender cómo varían los esfuerzos con los cambios en el ancho o la altura de la viga. Duplicar la profundidad (de  $h$  a  $2h$ ) disminuye los esfuerzos de flexión en un factor de 4 (la profundidad es una potencia al cuadrado y en el denominador). Duplicar el ancho de la viga reduce los esfuerzos únicamente por un factor de 2. **Se determina que es más eficiente en términos de esfuerzos longitudinales, aumentar la altura o peralte de una viga en lugar de su ancho.**

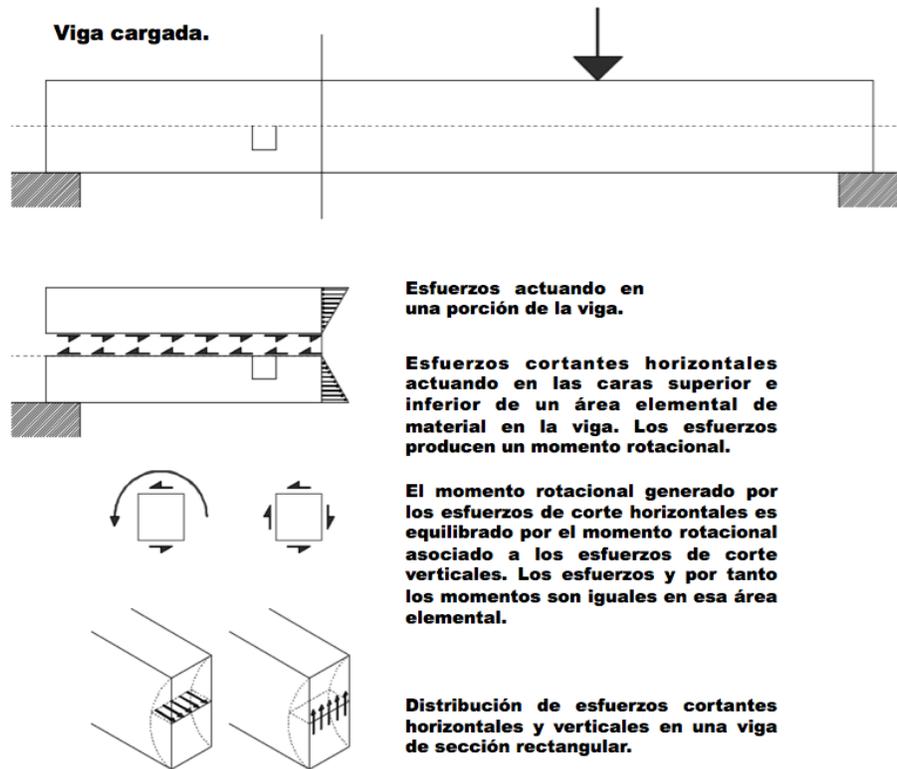
Una parte elemental de la viga permanece en equilibrio con respecto a las fuerzas de corte verticales a través del desarrollo de esfuerzos de corte verticales. La fuerza resultante  $V_R = \int f_V dA$ , es equivalente a estos esfuerzos es igual en magnitud pero opuesta en sentido a la fuerza de corte externa  $V_E$ . Para comprender la magnitud y la distribución del esfuerzo desarrollado se observan primero los esfuerzos de corte horizontal que también existen.

La presencia de esfuerzos de corte horizontal se visualiza considerando dos vigas, una hecha de una serie de planos no conectados y la otra de una pieza sólida de material. Bajo la acción de una carga se produce un deslizamiento entre cada uno de los planos, en el primer caso a medida que se deforma todo el conjunto la estructura se comporta como una serie de vigas superpuestas delgadas.

La segunda estructura se comporta de forma compuesta, es más rígida que la primera y puede soportar una carga mayor. Si las superficies de los planos de la primera estructura estuvieran unidas, la estructura resultante también se comportaría como un todo compuesto. Se desarrollarían esfuerzos que actúan en la unión paralela a las superficies adyacentes porque los planos todavía tendrían una tendencia a deslizarse. Estos esfuerzos se denominan esfuerzos de corte horizontal. Mientras el material pueda contener tales esfuerzos, los planos adyacentes en una viga permanecen continuos y la estructura se comporta como un todo compuesto. Cuando una viga falla debido a un corte horizontal, se produce un deslizamiento entre los planos. La madera y otras clases de materiales compuestos reforzados son particularmente sensibles a este tipo de esfuerzo.

La magnitud de los esfuerzos de corte horizontales se obtienen mediante el equilibrio en la dirección horizontal del área superior izquierda de la viga. Con respecto al equilibrio en la dirección horizontal, los esfuerzos de flexión que actúan sobre el área derecha del elemento producen una fuerza horizontal que actúa hacia la izquierda. Para obtener el equilibrio, la fuerza horizontal debida a la flexión se contrarresta por otras fuerzas internas que actúan en la dirección opuesta, lo que implica la existencia de esfuerzos de corte horizontal. La fuerza de equilibrio es proporcionada por esfuerzos cortantes que actúan en la dirección horizontal sobre la cara horizontal del elemento. Otros planos horizontales en la viga también tienen esfuerzos cortantes, pero de magnitudes variables, imagen 17.

Imagen 17. Distribución de esfuerzos cortantes en una viga rectangular.



Fuente. Elaboración propia.

Los esfuerzos de flexión producen una fuerza en la dirección horizontal que genera esfuerzos de corte en el plano horizontal. Estas fuerzas son más pequeñas que las desarrolladas en la sección transversal de la viga, ya que los esfuerzos de flexión actúan sobre un área más pequeña. En el plano superior de la viga no pueden existir fuerzas ni esfuerzos de corte. Las magnitudes de estos esfuerzos de corte varían parabólicamente (no linealmente) desde un máximo en el eje neutro de la viga hasta cero en las superficies. Los esfuerzos horizontales también varían a lo largo de la longitud de la viga en la mayoría de las situaciones.

Se ha determinado una expresión basada en conceptos similares a los que se acaban de explicar, para el esfuerzo de corte horizontal en una viga. El esfuerzo de corte horizontal en un plano ubicado a una distancia  $y$  del eje neutro se puede calcular mediante  $f_v = VQ/Ib$ , donde  $V$  es la fuerza de corte vertical en la sección vertical bajo consideración,  $b$  es el ancho de la viga en el plano horizontal en consideración,  $I$  es el momento de inercia en la sección y  $Q$  es el primer momento del área a partir del eje neutro, sobre el plano horizontal. Se puede demostrar que las magnitudes de los esfuerzos de corte horizontal y vertical que actúan en un punto son siempre iguales. Por lo tanto, los esfuerzos de corte vertical también varían parabólicamente, con un valor máximo que se produce en el eje neutro.

La ecuación general de esfuerzo cortante  $f_v = VQ/Ib$  se puede evaluar para el caso específico de una viga rectangular. En una viga rectangular, los esfuerzos máximos de corte se producen en el eje neutro del elemento y están dados por  $f_v = 3/2 \left( \frac{V}{bh} \right) = 3/2 \left( \frac{V}{A} \right)$ , donde  $b$  y  $h$  son las

dimensiones de la sección transversal. Por lo tanto, el esfuerzo máximo de corte en una viga rectangular es 1.5 veces el valor del esfuerzo de corte promedio.

El método básico descrito para calcular los esfuerzos en una viga puede aplicarse a vigas de cualquier forma de sección transversal. Cuando la forma de la sección transversal es compleja, la solución también lo es. Para simplificar los cálculos el problema se resuelve en términos generales y los resultados se presentan en la forma  $f_y = My/I$ . Aparece una expresión general para  $I$  que puede evaluarse para cualquier forma diferente de sección transversal. Para derivar la expresión  $f_y = My/I$ , las operaciones se realizan con respecto a un área elemental dentro de la sección transversal.

El momento resistente en una viga de cualquier forma de sección transversal es producto de los esfuerzos actuantes en las unidades de área que generan fuerzas, que a su vez actúan a través de un brazo de palanca para producir un momento resistente. En el caso de un área elemental  $dA$ , la fuerza sobre el elemento es directamente proporcional a  $y$ , y su momento es la fuerza que actúa sobre la distancia  $y$ . El término  $y^2dA$  representa la resistencia a la flexión asociada con el área elemental  $dA$  y su ubicación, definida por  $y$ , en la viga.

El momento resistente total de la viga es la suma de las contribuciones de todas las áreas del elemento, o  $M = \int (f_b/c) (y^2dA)$ . Si  $I$  se define como  $\int y^2dA$ , entonces  $M = f_bI/c$ , o  $f_b = Mc/I$ . El término  $\int y^2dA$ , representa la resistencia total a la flexión asociada con la suma de todas las áreas elementales en la viga. Esta expresión se define como el segundo momento de un área en matemáticas. La expresión se denomina momento de inercia en el campo del diseño estructural.

La expresión  $f_b = Mc/I$  se aplica para encontrar los esfuerzos en las partículas extrema de cualquier viga, ubicadas por la distancia  $c$ . Para los esfuerzos en cualquier punto ubicado por la distancia  $y$ , la expresión se convierte en  $f_y = My/I$ . La distancia  $y$ , al igual que la distancia  $c$ , se mide desde el eje neutro del elemento, por lo que es necesario conocer exactamente dónde se encuentra este eje. El eje neutro generalmente coincide con el centroide de la sección de la viga, este no es el caso de las secciones hechas con múltiples materiales. El centroide de un área de sección transversal, definido por  $\int \bar{y}dA$ , se puede visualizar como el punto en el cual el área geométrica que define la sección transversal se equilibra o esta balanceada.

La ubicación del centroide de una sección determina la ubicación del plano de cero deformaciones y cero esfuerzos de flexión. En las secciones transversales que son simétricas con respecto a sus ejes horizontales, como un rectángulo, un cuadrado o un círculo, el centroide,  $y$ , por lo tanto, el eje neutro, se encuentran en la altura media de la sección.

## La columna en el sistema estructural

Se determina a la columna como un elementos lineal rígido que puede estar inclinado en cualquier dirección, al que se aplica carga en sus extremos de manera paralela a su eje longitudinal y normalmente no esta sujeta a esfuerzos de flexión directamente inducidos por cargas que actúan perpendicularmente a su eje longitudinal.

**Imagen 18.** Columna del Museo de Arte moderno Bechtler de Mario Botta.

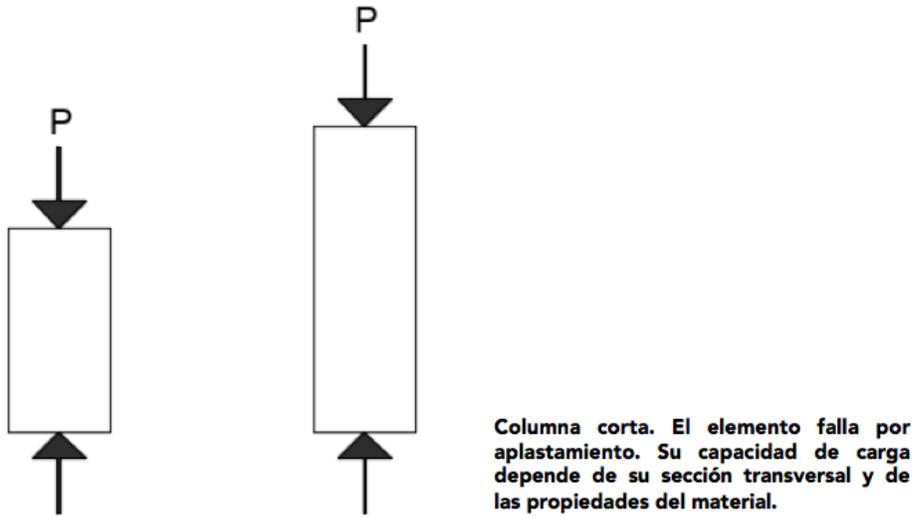


**Fuente.** <https://www.pinterest.com/pin/436145545133964837/> (2020)

Las columnas se pueden clasificar en términos de su longitud como cortas, intermedias o largas. Las columnas cortas tienden a fallar por aplastamiento que implica la fractura del elemento. Las columnas largas tienden a fallar por pandeo, que es una falla por inestabilidad geométrica. Cuando se desarrolla el pandeo la fractura del material ocurre después de que el elemento se ha deformado de tal manera que deja de ser funcional.

El fenómeno del pandeo se describe generalmente en relación con columnas largas, la falla por inestabilidad de este tipo también puede ocurrir en cualquier elemento con poca rigidez transversal que esté sujeto a una fuerza de compresión. El pandeo localizado puede ocurrir en algunas zonas de la sección transversal de una viga. Una placa delgada sometida a fuerzas de compresión también puede sufrir pandeo localizado. En todos estos casos, no se puede desarrollar el potencial de carga completa del material debido al fenómeno de pandeo, que puede ocurrir a bajos niveles de esfuerzo global. El problema fue estudiado por el matemático suizo Leonhard Euler (1707-1783). Euler analizó la respuesta de un elemento largo y delgado bajo una carga axial.

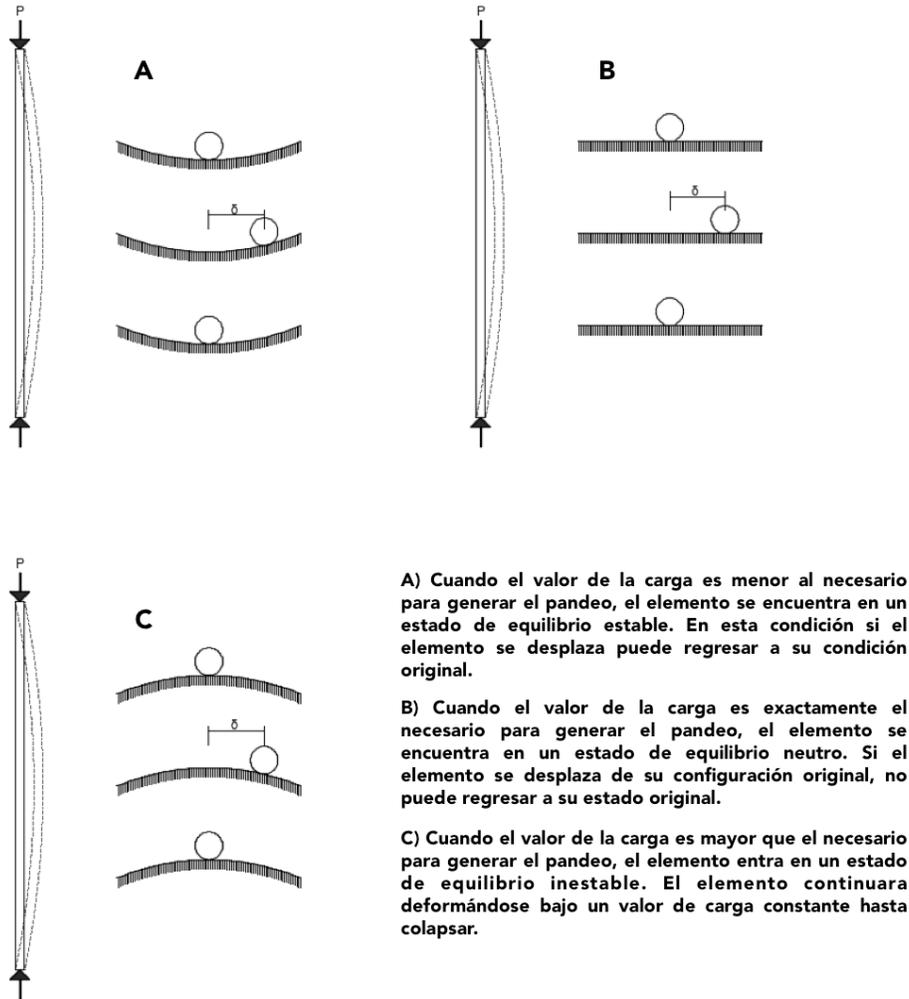
Imagen 19. Esquema de columna corta.



Fuente. Elaboración propia.

Las columnas cortas, imagen 19, son elementos en los que las dimensiones de la sección transversal no son apreciablemente menores en relación con la longitud del elemento. **La capacidad de carga de una columna corta se ha determinado es independiente de su longitud y cuando se carga excesivamente esta falla por aplastamiento. En consecuencia, se establece que su capacidad máxima de carga depende principalmente de la resistencia del material utilizado y su área de sección transversal.** A medida que un elemento sujeto a compresión se hace más y más largo las proporciones relativas cambian y este comienza a ser descrito como un elemento delgado, cuyo comportamiento difiere del de una columna corta.

Imagen 20. Esquema de columna larga.



Fuente. Elaboración propia.

Se analiza el elemento de compresión largo en la imagen 20, y su comportamiento bajo cargas crecientes. Cuando la carga aplicada es pequeña, el elemento mantiene su forma lineal y continúa haciéndolo a medida que aumenta la carga. Cuando se alcanza un nivel de carga particular, el elemento instantáneamente se vuelve inestable y se deforma en la manera ilustrada, este es el fenómeno de pandeo. Cuando el elemento se ha deformado ya no puede contener ninguna carga adicional. Las cargas agregadas causan incrementos en la deformación, que eventualmente hace que el elemento se fracture.

La fractura se considera una falla secundaria debido a que la capacidad máxima de carga es la asociada con el inicio del pandeo. Una estructura pandeada no se puede reparar. El fenómeno de pandeo está asociado con la rigidez del elemento y con una concentración de esfuerzo.

Cuando un elemento inicialmente se vuelve inestable, el elemento no genera y no puede generar fuerzas internas para restaurar la estructura a su configuración original, lo que significa que ha ocurrido un desplazamiento derivado de una concentración de energía de deformación. Dichas

fuerzas de restauración se desarrollan debajo de la carga de pandeo. Una columna esforzada exactamente en la carga de pandeo está en equilibrio neutral. El sistema no tiene características de restauración para restablecer la configuración original del elemento una vez que se desplaza.

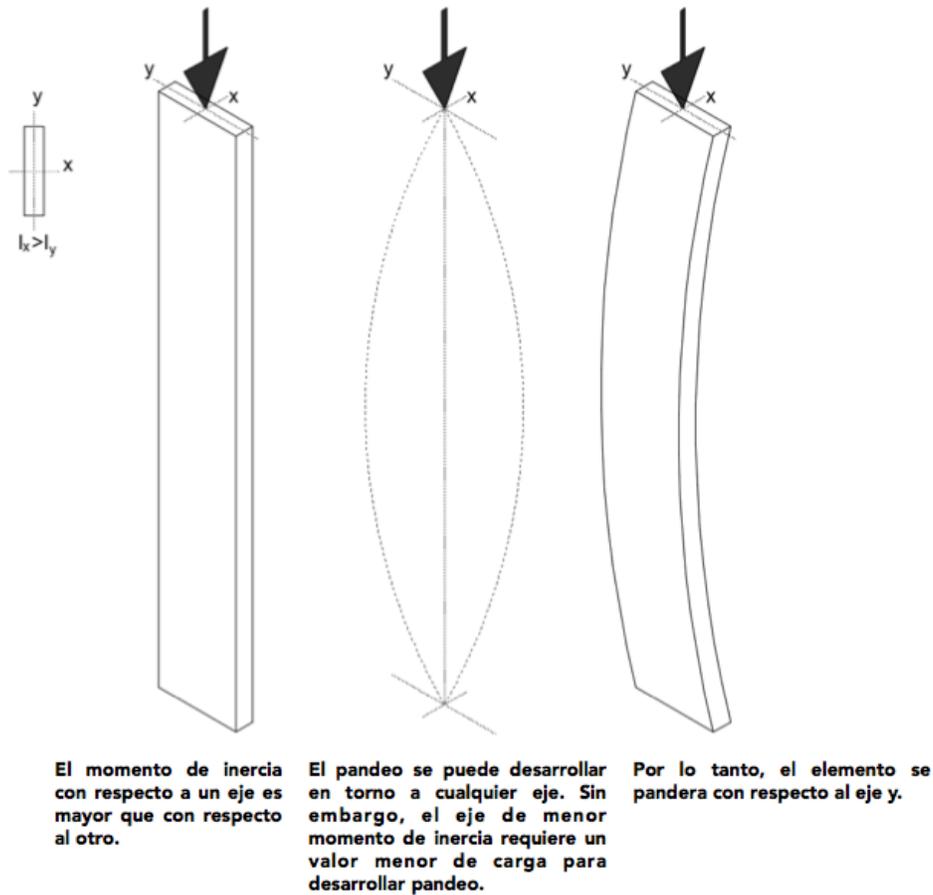
Se enuncian los factores que influyen en la carga de pandeo, denotada  $P_{cr}$ , de un elemento de compresión largo. La capacidad de carga de una columna varía inversamente al cuadrado de su longitud. Otros factores que influyen en la carga necesaria para hacer que un elemento se pandee están asociados con sus características de rigidez, tanto las que resultan de las propiedades inherentes del material específico utilizado, como se refleja en su módulo de elasticidad y aquellas que resultan de la cantidad de material utilizado en una sección transversal y cómo se distribuye ese material.

A este respecto es útil el momento de inercia,  $I$ , que combina la cantidad de material presente con la forma en que se distribuye en una única característica de rigidez como se explica en el caso de las vigas. El elemento rectangular delgado ilustrado en la imagen 21, se demuestra experimental o teóricamente que este siempre se pandeara en la dirección indicada.

El pandeo reduce la capacidad de carga de los elementos en compresión, y esta varía inversamente con el cuadrado de su longitud. Las columnas largas y delgadas fallan con cargas menores que la carga de aplastamiento. De ello se deduce que el nivel de esfuerzo global presente cuando se produce el pandeo (el esfuerzo de pandeo crítico) es menor que el esfuerzo de aplastamiento o fluencia (es decir,  $f_{cr} = P_{cr}/A \leq f_{fluencia}$ ). El nivel de esfuerzo global presente en cualquier elemento de compresión cargado simétricamente, largo o corto, siempre viene dado por  $f = P/A$ .

Los elementos de compresión que fallan principalmente por una acción de aplastamiento y cuya capacidad de carga máxima es independiente de las longitudes de los elementos se analizan de la siguiente manera. Cuando la carga se aplica en el centroide de la sección transversal del elemento cargado, se desarrollan esfuerzos de compresión uniformes de una magnitud  $f = P/A$ . La falla ocurre cuando el esfuerzo directo real excede el esfuerzo de aplastamiento del material. La carga de aplastamiento viene dada por  $P_y = Af_y$ , donde  $A$  es el área de la sección transversal de la columna y  $f_y$  es el esfuerzo de aplastamiento del material. Los métodos de análisis incorporan factores de seguridad adicionales.

Imagen 21. Pandeo en una columna de sección rectangular.



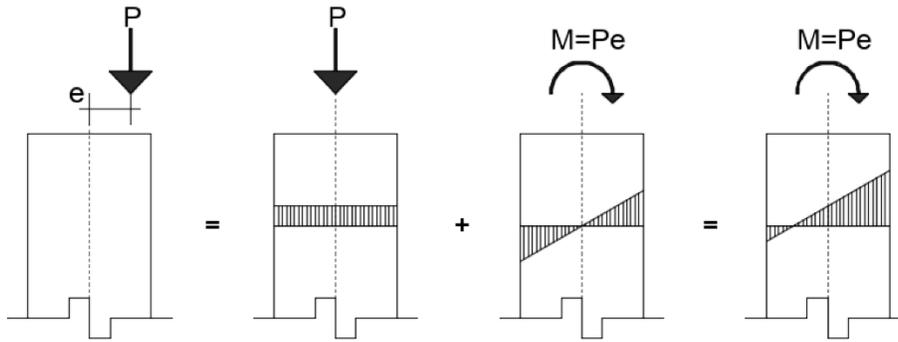
Fuente. Elaboración propia.

Cuando las cargas se aplican excéntricamente la distribución de esfuerzo resultante no es uniforme. Las cargas excéntricas producen esfuerzos de flexión en el elemento, que a su vez interactúan con los esfuerzos de compresión directos. Si la carga se aplica de manera considerablemente excéntrica, incluso se pueden desarrollar esfuerzos de tensión en lugar de compresión en una sección transversal. Se analiza el elemento que se muestra en la imagen 22, que está sujeto a una carga excéntrica  $P$  que actúa a una distancia  $e$  del eje centroidal del elemento. Los esfuerzos producidos por esta carga se pueden encontrar resolviendo la carga excéntrica en una fuerza axial estáticamente equivalente que produce solo esfuerzos uniformes  $f_a$  y un par (momento) que produce solo esfuerzos de flexión  $f_b$ . Esta resolución se ilustra en la figura. Los esfuerzos finales son la combinación de las dos distribuciones de esfuerzo. Esfuerzos uniformes =  $f_a = P/A$ ; esfuerzos de flexión =  $f_b = Mc/I$ , donde  $M = Pe$ . Por lo tanto,  $f_b = \frac{(Pe)c}{I}$ . Finalmente, esfuerzos combinados =  $f_{real} = f_a + f_b = \pm \frac{P}{A} \pm \frac{(Pe)c}{I}$ .

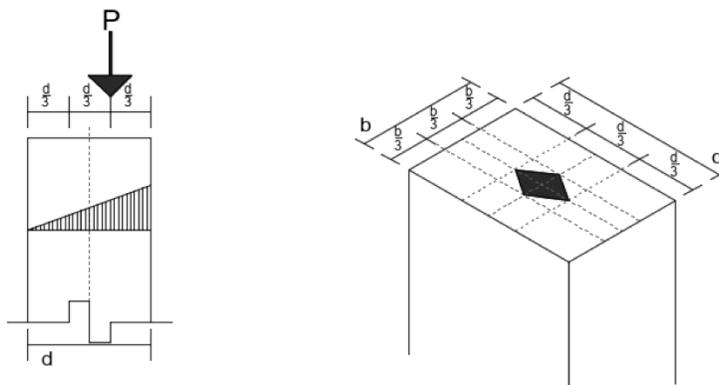
Una inspección de las distribuciones de esfuerzos en la imagen 21 sugiere que la magnitud de los esfuerzos de flexión es proporcional a la excentricidad  $e$  de la carga. En una situación de este tipo, la carga vertical  $P$  puede producir esfuerzos de tensión en una cara del elemento si la excentricidad es grande (es decir, los esfuerzos de flexión  $f_b$  dominan sobre los esfuerzos axiales o normales). Cuando  $e = 0$ , solo existen esfuerzos de compresión  $f_a$ . Debe existir un límite a la

excentricidad de la carga si la intención es tener solo esfuerzos de compresión en el elemento. Este punto límite se puede encontrar simplemente igualando el esfuerzo resultante a cero ( $f_a + f_b = 0$ ) y resolviendo la excentricidad, o  $P/A = (Pe)c/I$  y  $e = I/Ac$ . Para una sección transversal rectangular,  $Pe(\frac{d}{2})/(\frac{bd^3}{12})$  y  $e = d/6$ .

Imagen 22. Distribución de esfuerzos en una columna con carga excéntrica.



a) Distribución de esfuerzos bajo cargas excéntricas.



b) Si el elemento se carga en su tercio medio, se producirán únicamente esfuerzos de compresión en la sección transversal.

Fuente. Elaboración propia.

Si la carga se aplica dentro de este valor máximo, los esfuerzos producidos serían todos compresivos. Colocando la carga exactamente en el punto tal que  $e = d/6$  produzca esfuerzos cero en la cara opuesta. Exceder esta excentricidad hace que se desarrollen esfuerzos de tensión en esa cara. Esta ubicación se denomina el núcleo de la sección (o kern). Para una carga que puede variar en cualquier dirección, el núcleo se encuentra a ambos lados del eje centroidal. Estas ubicaciones son tercios en la cara del elemento. La existencia de estos puntos da lugar a la regla del tercio medio, a la que a menudo se hace referencia en el diseño de estructuras de mampostería particularmente en un contexto histórico, donde la intención de diseño es mantener la carga dentro del tercio medio para evitar esfuerzos de tensión que la mampostería no puede contener.

## b) Centroide, momento de inercia y módulo de sección

El centroide y el momento de inercia de una forma constituyen descriptores de las propiedades de la sección transversal. La ubicación del centroide de una forma geométrica se puede considerar como el punto en el que se puede equilibrar la sección transversal. Para una forma circular este sería el punto central del círculo, para un rectángulo es el punto medio. Cuando solo se considera un eje el centroide puede considerarse una línea. Para formas no simétricas la ubicación debe encontrarse usando la expresión  $\int y^2 dA = 0$  o algún procedimiento gráfico. Esta expresión indica que los momentos a cada lado del centroide son iguales (por lo tanto, la forma se equilibra en el centroide). El centroide de un triángulo se encuentra en un punto de un tercio de la altura del triángulo desde una base de referencia. El centroide para la sección en forma de T se encuentra más cerca de la parte superior de la T que a media altura, pero su ubicación exacta depende de los tamaños relativos de las partes horizontal y vertical de la T.

**El momento de inercia I de una sección transversal puede considerarse una medida de la rigidez y, por lo tanto, de la resistencia a la flexión. Los esfuerzos de flexión disminuyen cuando se utilizan miembros con un momento de inercia mayor.** Los valores de momento de inercia se pueden obtener en relación con los ejes  $x - x$  e  $y - y$  de una forma. Como se señaló anteriormente, el momento de inercia de una sección transversal se define por  $I = \int y^2 dA$ . Esta expresión puede ser evaluada para diferentes formas de sección transversal.

El momento de inercia I puede ser evaluado para formas geométricas circulares, triangulares y otras. Es necesario tener en cuenta la importancia de los valores I y c en la determinación de los niveles de esfuerzo. Al evaluar secciones de vigas con dos distancias c diferentes, el esfuerzo crítico que determina la capacidad de la viga generalmente se asocia con la mayor distancia c.

Se determinan las dimensiones requeridas de la sección transversal de una viga simétrica simple para contener un momento de flexión conocido de manera segura a través de un proceso directo. Se selecciona un material y se definen los esfuerzos permisibles ante flexión. Las propiedades de sección requeridas se encuentran a continuación, sobre la base de hacer que el nivel de esfuerzo de flexión en la viga sea igual o inferior al nivel de esfuerzo permisible. Este proceso se basa en el uso de la relación de esfuerzo de flexión  $f_y = My/I$ . El esfuerzo máximo se produce cuando y es máxima ( $y = c$ ). Para lograr que el esfuerzo de flexión real en  $y = c$  sea igual al esfuerzo permisible, sustituimos  $F_b$  (esfuerzo admisible para el material) por  $f_y$ , c por y, y resolvemos los otros términos en la relación  $f_y = My/I$ . Por lo tanto, para cualquier forma de viga,

$$S_{requerido} = \left(\frac{I}{c}\right)_{requerido} = M/F_b$$

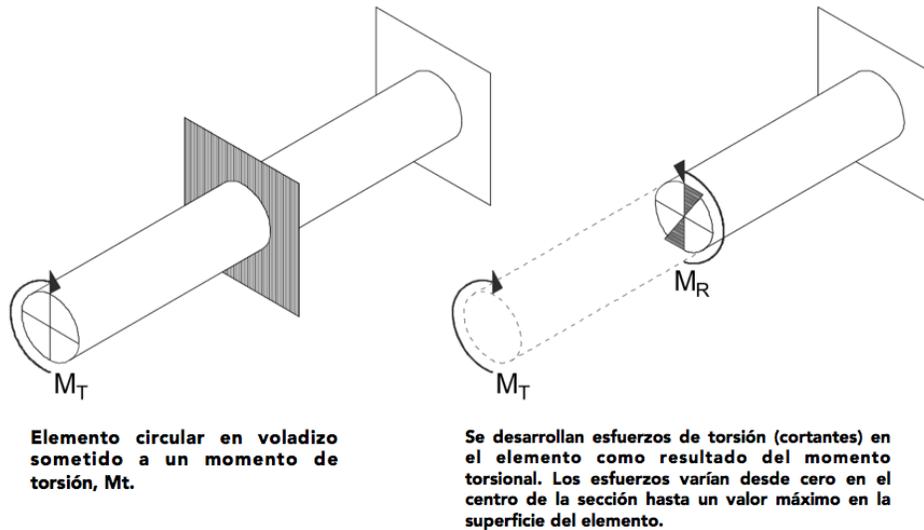
La expresión  $I/c$  define el módulo de sección S de la sección transversal de la viga.

## c) Torsión y flujo de cortante

Las fuerzas de torsión se desarrollan a través de la aplicación directa de un momento de torsión  $M_t$ , o **pueden desarrollarse indirectamente debido a una carga o aplicación de fuerza de manera desequilibrada.**

La imagen 23 ilustra el tipo de esfuerzos generados en el elemento por el par aplicado. Las fuerzas resultantes de los esfuerzos desarrollados producen un par que equilibra el momento de torsión aplicado. El esfuerzo en un punto  $\tau$ , depende de la magnitud del momento de torsión aplicado  $M_T$ , la ubicación del punto se define por la distancia  $r$  desde el centroide y las propiedades de la sección transversal se designan con el símbolo  $J$ . La relación entre estos parámetros viene dada por  $\tau = Mr/J$ . Esta expresión es análoga a la expresión utilizada para calcular esfuerzos de flexión ( $f_y = My/I$ ).  $J$  es análogo a  $I$  y nuevamente está dado por  $\int r^2 dA$ , excepto que ahora se usan coordenadas polares y  $J$  se convierte en el momento polar de inercia.

Imagen 23. Desarrollo de la torsión en elementos de sección circular.

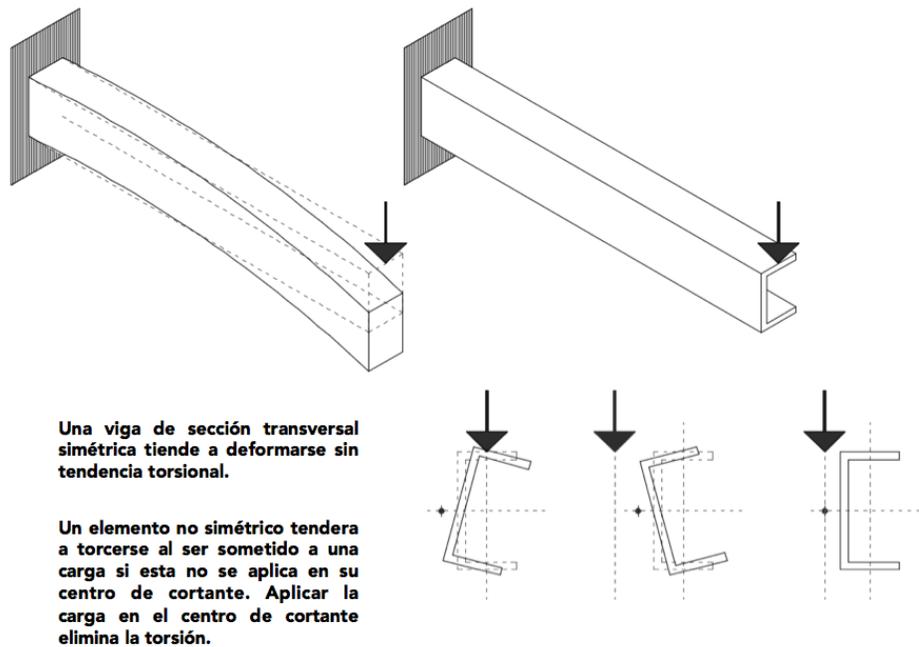


Fuente. Elaboración propia.

Es necesario tener en cuenta el fenómeno de la torsión bajo la acción de cargas transversales cuando se utilizan miembros que no son simétricos con respecto a los ejes verticales y que están compuestos por secciones de paredes delgadas. Una sección simétrica, como una viga rectangular como se ilustra en la imagen, se deforma en la manera indicada cuando está cargada. Una sección de canal que lleve la misma carga se torcería como se indica en la imagen, debido a que la línea de acción de la carga no pasa a través de lo que se denomina centro de cortante del elemento.

La torsión se puede predecir mediante una investigación detallada de la acción de los esfuerzos presentes en la sección y se puede describir en términos de flujo de cortante. La presencia de la torsión complica, pero no excluye el uso de elementos tales como elementos de viga, ya que una sección aún puede diseñarse para transportar fuerzas externas de manera segura. Si se deseara usar un miembro de este tipo para transportar fuerzas transversales sin torcerse, es posible hacerlo ubicando la carga de manera que pase a través del centro de corte de la viga, imagen 24.

Imagen 24. Desarrollo de torsión en vigas de sección asimétrica.



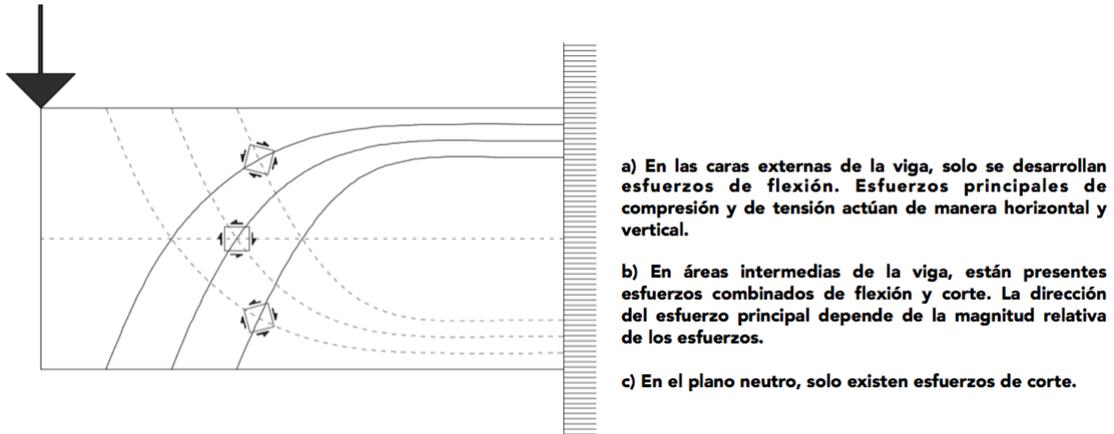
Fuente. Elaboración propia.

#### d) Interacción de esfuerzos de flexión y corte

Se determina cómo interactúan los esfuerzos de flexión y corte al interior de un elemento. Los esfuerzos que actúan en diferentes direcciones no se pueden sumar algebraicamente pero su interacción resultante se puede encontrar de la misma manera que se puede encontrar un vector de fuerza resultante para representar la acción combinada de varias fuerzas diferentes que actúan en un punto. En una viga la interacción entre los esfuerzos de flexión y corte produce un conjunto de esfuerzos de tensión y compresión resultantes típicamente llamados esfuerzos principales que actúan en una dirección distinta con respecto a los esfuerzos de flexión o corte analizados de forma individual.

Se ilustra en la imagen 25 los esfuerzos actuantes en una viga en voladizo. Se pueden observar un conjunto de esfuerzos principales de tensión y compresión equivalentes. Para un volumen de material en el eje neutro de la viga donde los esfuerzos de flexión son cero, solo existen esfuerzos de corte. Como se muestra en el diagrama de la figura, estos esfuerzos pueden resolverse en esfuerzos de tensión y compresión principales equivalentes que actúan en ángulos de  $45^\circ$  con respecto al eje neutro. En las superficies extremas de la viga, el volumen de material solo soporta esfuerzos de flexión ya que los esfuerzos de corte son nulos.

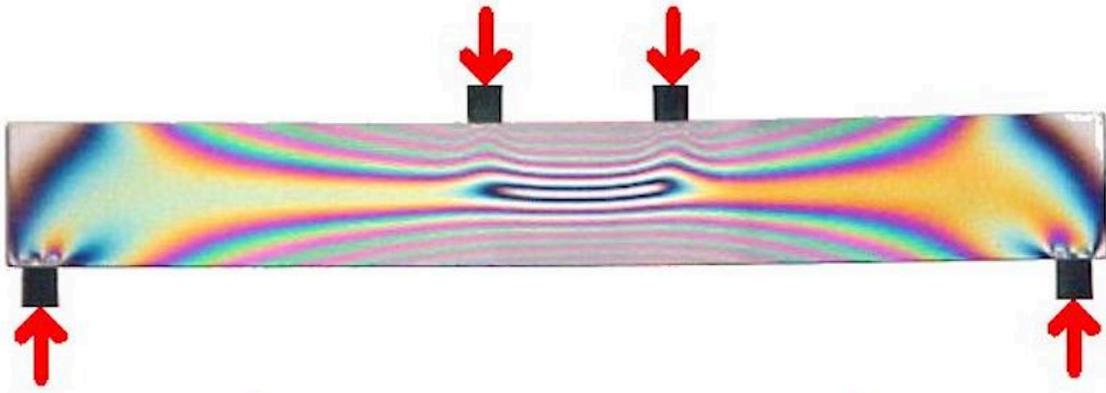
Imagen 25. Esfuerzos principales en una viga en voladizo.



Fuente. Elaboración propia.

Para un volumen de material intermedio sujeto a esfuerzos cortantes y de flexión, los esfuerzos principales tienen una inclinación que depende de las magnitudes relativas de los esfuerzos actuantes. Al considerar volúmenes en otras secciones de la viga, las trayectorias de esfuerzo se pueden dibujar como se ilustra. Es importante tener en cuenta que las trayectorias no son líneas de esfuerzo constante, sino que son líneas de dirección de esfuerzos principales. La intensidad del esfuerzo, por lo tanto, puede variar dependiendo de las magnitudes relativas y las distribuciones de los esfuerzos de corte y flexión en la viga.

Imagen 26. Análisis fotoelástico de viga sometida a flexión de cuatro puntos.



Fuente. <https://classes.mst.edu/civeng50/lessons/12/photoelasticity/index.html> (2019)

La imagen 26 ilustra las trayectorias de esfuerzos presentes en una viga simplemente apoyada. Se puede calcular que los esfuerzos de tensión y compresión principales máximos y mínimos se producen en planos de esfuerzo cortante cero y los esfuerzos cortantes máximos se producen en planos con ángulos de  $45^\circ$  con respecto a los planos de esfuerzos principales de tensión y compresión.

## e) Pandeo de Euler

Leonhard Euler fue el primer investigador en formular una expresión para la carga crítica de pandeo de una columna. La carga crítica de pandeo para una columna articulada, denominada carga de pandeo de Euler, es:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

$E$  = módulo de elasticidad

$I$  = momento de inercia

$L$  = longitud efectiva de la columna

La expresión muestra que la capacidad de carga de una columna depende inversamente del cuadrado de su longitud, directamente del valor del módulo de elasticidad del material utilizado y directamente del valor del momento de inercia de la sección transversal. El momento de inercia de interés es el mínimo sobre cualquier eje de la sección transversal si el elemento no está confinado.

La expresión de Euler postula que cuando una columna se hace indefinidamente larga, la carga requerida para hacer que el elemento se pandee comienza a acercarse a cero. Lo que sucede es que a medida que el elemento se acorta el modo de falla cambia al de aplastamiento. **La expresión de Euler no es válida para elementos cortos porque predice valores muy elevados.** La resistencia al aplastamiento se convierte en un límite para la aplicabilidad de la expresión de Euler.

La dependencia de la carga de pandeo en el inverso del cuadrado de la longitud de la columna es importante. Duplicar la longitud de una columna reduce su capacidad de carga en un factor de 4. Por lo tanto, si  $P_1 = \pi^2 EI/L_1^2$  y  $L_2 = 2L_1$ , entonces  $P_2 = \pi^2 EI/(L_2)^2$  o  $\pi^2 EI/(2L_1)^2$ . Del mismo modo, reducir a la mitad la longitud de la columna aumenta su capacidad de carga en un factor de 4 (es decir,  $P_2 = \frac{\pi^2 EI}{(\frac{1}{2}L_1)^2} = 4P_1$ ). La carga de pandeo de una columna es sensible a los cambios su longitud.

Cuando un elemento sin refuerzo no es simétrico, es necesario tener en cuenta los diferentes momentos de inercia. Los elementos de este tipo se restringen en la dirección de su menor dimensión, o más precisamente, alrededor de su eje más débil. Una columna rectangular típica tiene dos momentos principales de inercia,  $I_x$  e  $I_y$ . Se asocia una carga con cada momento de inercia que hará que el miembro se pandee sobre cada eje respectivo,  $P_{crx}$  y  $P_{cry}$ . La carga que producirá el pandeo será la menor de estos dos valores.

$$P_{crx} = \frac{\pi^2 EI_x}{L_x^2} \text{ y } P_{cry} = \frac{\pi^2 EI_y}{L_y^2}$$

La expresión de Euler a menudo se reescribe en una forma ligeramente diferente que es más útil como herramienta de diseño. La carga crítica de pandeo para una columna se puede convertir en un esfuerzo crítico de pandeo dividiendo ambos lados de la expresión de Euler por el área  $A$  de la

columna. Por lo tanto,  $f_{cr} = \frac{P}{A} = \pi^2 EI / AL^2$ . Esta expresión contiene dos medidas relacionadas con las propiedades dimensionales de la columna,  $I$  y  $A$ , que se pueden combinar en una sola medida llamada radio de giro,  $r$ , definido por  $r = \sqrt{I/A}$ . Tenga en cuenta que  $I = Ar^2$ . Aceptando esto como una definición, podemos reescribir la expresión para el esfuerzo de pandeo crítico de una columna como:

$$f_{cr} = \frac{P}{A} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{L}{r}\right)^2}$$

**El término  $L/r$  se denomina relación de esbeltez de la columna. El esfuerzo crítico de pandeo depende inversamente del cuadrado de la relación de esbeltez, es decir, cuanto mayor es el índice de esbeltez, menor es el esfuerzo crítico que causa el pandeo y viceversa.** La relación de esbeltez es una forma importante de pensar en las columnas porque es el único parámetro medible del que depende el pandeo de una columna.

El radio de giro,  $r$ , se puede interpretar de la siguiente manera: el momento de inercia del área de la sección transversal de la columna es igual al producto del área y al cuadrado de la distancia  $r$ , por definición (es decir,  $I = Ar^2$ ). Cuanto mayor es el radio de giro de una sección más resistente es la sección al pandeo (aunque la verdadera medida de resistencia al pandeo es la relación  $L/r$ ).

## Falla por pandeo en elementos horizontales

La aplicación de una carga puede causar pandeo lateral en una viga, y se producirá una falla por inestabilidad antes de que se pueda alcanzar la resistencia de la sección. Se produce una inestabilidad en la dirección lateral debido a las fuerzas de compresión desarrolladas en la región superior de la viga junto con una rigidez insuficiente de la viga en esa dirección. Dependiendo de las proporciones de la sección transversal del elemento, el pandeo lateral puede ocurrir a niveles de esfuerzo relativamente bajos. El pandeo lateral se puede prevenir de dos formas principales: utilizando refuerzos transversales y haciendo que la viga sea rígida en la dirección lateral.

## f) Continuidad y longitud efectiva

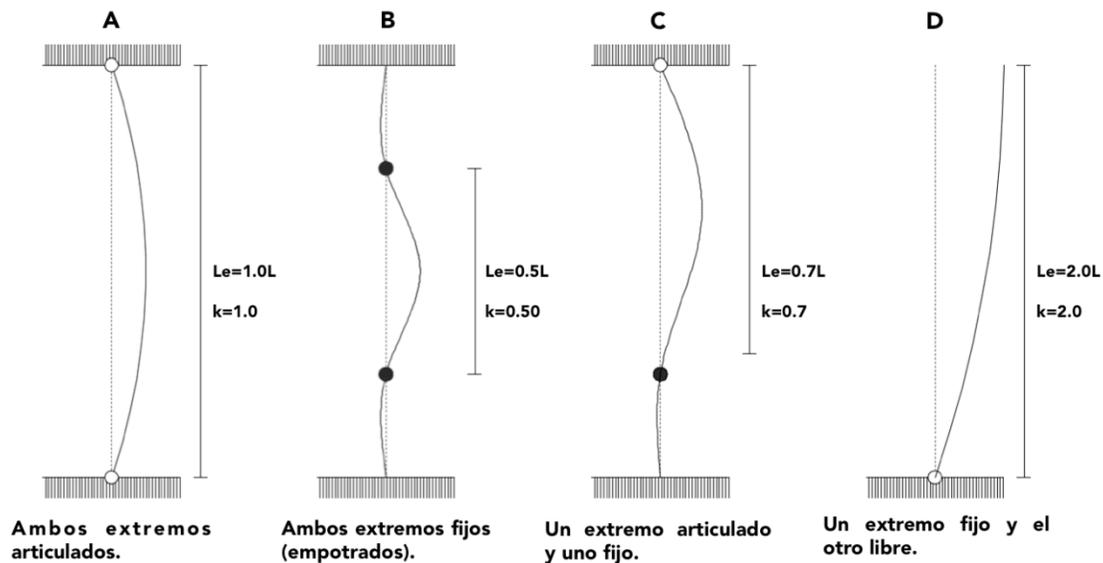
La discusión de pandeo se centró en elementos que tienen conexiones articuladas en las que sus extremos podían rotar pero no trasladarse en cualquier dirección. Esta condición permite que el elemento se deforme como se ilustra en la imagen 27. Son posibles otras condiciones de apoyo. La restricción de los extremos de una columna de una condición de rotación libre aumenta la capacidad de carga de la columna. Permitir la traslación y las rotaciones en los extremos de una columna reduce su capacidad de carga.

Se considera la capacidad de carga relativa de cuatro columnas idénticas en todos los aspectos, excepto por sus condiciones de apoyo. Las condiciones se ilustran en la imagen y representan extremos teóricos porque las condiciones finales en la práctica son a menudo combinaciones de estas condiciones primarias. La columna *A* representa la columna estándar articulada. La columna *B* tiene ambos extremos fijos o empotrados (es decir, no pueden ocurrir rotaciones). La columna

*C* tiene un extremo fijo y el otro articulado. La columna *D* tiene un extremo fijo y el otro completamente libre.

Es posible conocer la capacidad de carga de la columna a través de considerar los efectos de las condiciones de apoyo en su configuración deformada. La forma deformada del elemento de extremos fijos (columna *B*) ilustrada de manera exagerada en la imagen expresa que la forma de la curva se puede trazar al observar que una condición de extremo fijo del tipo ilustrado hace que la tangente del elemento permanezca vertical en cada extremo. Bajo la carga de pandeo, la columna comenzaría a deformarse como se indica, con la curvatura comenzando inmediatamente al finalizar la conexión.

Imagen 27. Condiciones de continuidad en columna.



Fuente. Elaboración propia.

Para que la curva sea continua, como debe ser, la curva resultante debe ser similar a la ilustrada. Deben existir puntos de inflexión en dos ubicaciones donde cambia el sentido de la curvatura. Las ubicaciones de estos puntos se pueden estimar, en este caso son  $L/4$  de cada extremo, donde  $L$  es la longitud real de la columna. Se considera que la forma de la columna entre esos dos puntos de inflexión es similar a la de una columna con extremos articulados. De ello se deduce que esta parte de la columna se comporta como si fuera una columna articulada de una longitud igual a la distancia entre los puntos de inflexión, en este caso, la mitad de la longitud real de la columna, o  $L/2$ . Esta distancia se denomina longitud efectiva ( $L_e$ ) de la columna de extremos fijos. Esta porción de la columna controla la carga de pandeo de toda la columna. La carga de pandeo de la porción viene dada por  $P_B = \pi^2 EI / L_e^2$ , donde  $L_e$  es la distancia entre los puntos de inflexión.

En consecuencia, la carga de pandeo de la columna, en términos de su longitud original, es  $P_B = \pi^2 EI / (\frac{L_1}{2})^2 = 4\pi^2 EI / L_1^2$ . Debido a que la carga de pandeo inicial para una columna articulada de la misma longitud real es  $P_A = \pi^2 EI / L_1^2$ , el efecto de empotrar ambos extremos de

la columna es aumentar su capacidad de carga en un factor de 4. Este aumento sustancial es equivalente al causado por reducir a la mitad la longitud de la columna.

El proceso anterior se repite para otras condiciones de apoyo. Se dibujan formas deformadas y se encuentran ubicaciones de puntos de inflexión. Las longitudes efectivas se determinan a continuación. Las cargas críticas de pandeo son dadas por  $P = \pi^2 EI / L_e^2$ . La longitud efectiva de una columna con un extremo articulado y el otro fijo es  $L_e = 0.7L_1$ . Su carga de pandeo es por lo tanto  $P_C = \pi^2 EI / (\frac{1}{0.7L})^2$  o el doble de una columna articulada en ambos extremos. Para la columna de asta bandera, la forma deformada de la columna real es la mitad de la forma análoga a la de una columna articulada. Su longitud efectiva es por lo tanto  $2L$ . En consecuencia,  $P_D = \frac{\pi^2 EI}{(2L_1)^2} = 1/4 \pi^2 EI / L_1^2$ , o una cuarta parte de aquella de una columna articulada de la misma longitud.

El concepto de longitud efectiva es útil para analizar columnas con diferentes condiciones de apoyo porque proporciona un atajo para hacer predicciones sobre sus capacidades de carga. El valor numérico que modifica la longitud real ( $L$ ) se denomina factor  $k$  de la columna. Por lo tanto,  $k = 1.0$  para una columna articulada. Por lo tanto,  $L_e = kL = 1.0L$  y  $P_C = \pi^2 EI / (1.0L)^2$ . Además,  $k = 0.5$  para una columna con extremos fijos, entonces  $L_e = kL = 0.5L$  y  $P_C = \pi^2 EI / (0.5L)^2$ .

Puede ocurrir que una columna tenga condiciones de apoyo diferentes con respecto a un eje que a otro. Ahora, se debe tener cuidado de acoplar la longitud efectiva correcta con el momento apropiado de inercia o radio de giro. Así,

$$P_{crx} = \frac{\pi^2 EI_x}{(kL_x)^2} \text{ y } P_{cry} = \frac{\pi^2 EI_y}{(kL_y)^2}$$
$$f_{crx} = \frac{\pi^2 E}{(kL_x/r_x)^2} \text{ y } f_{cry} = \frac{\pi^2 E}{(kL_y/r_y)^2}$$

La carga de pandeo crítica para toda la columna está gobernada por el valor más pequeño de  $P_{crx}$  y  $P_{cry}$ .

### g) Consideraciones orientadas al diseño eficiente en el sistema viga-columna

Con base en el comportamiento analizado en el sistema viga-columna se emiten una serie de recomendaciones de diseño orientadas a lograr la eficiencia mecánica.

- Para contener de manera más adecuada los esfuerzos de flexión incrementar el momento de inercia respecto al eje normal al sentido de carga principal.
- Para contener de manera más adecuada los esfuerzos cortantes máximos, incrementar el área preferentemente a través del peralte, donde se determine que estos actúan de manera más intensa, generalmente en un punto cercano a los puntos de continuidad o apoyo.

- Favorecer el uso de secciones cerradas que minimicen la tendencia a fallas torsionales y tener siempre en cuenta el centro de cortante de una sección.
- Cuidar la relación base peralte, preferentemente cercana a 1:2, para minimizar la tendencia de la viga a la falla o inestabilidad de origen torsional.
- Ante todo se debe optimizar la relación entre la altura de la columna y su momento de inercia para minimizar la tendencia al pandeo.

## 1.5 Interpretación del agrietamiento en el sistema viga-columna

Analizada la forma en que se distribuye la de energía de deformación en elementos estructurales se interpreta la relación existente entre la forma del elemento, su modo de carga, sus puntos de continuidad y el origen y tendencia de fractura y abordar los siguientes aspectos:

- i) Determinar el origen del agrietamiento o en su caso la fractura.
- ii) Establecer la peligrosidad del agrietamiento y posible trayectoria.
- iii) Elaborar una propuesta de optimización geométrica o material.

El procedimiento de análisis es el siguiente:

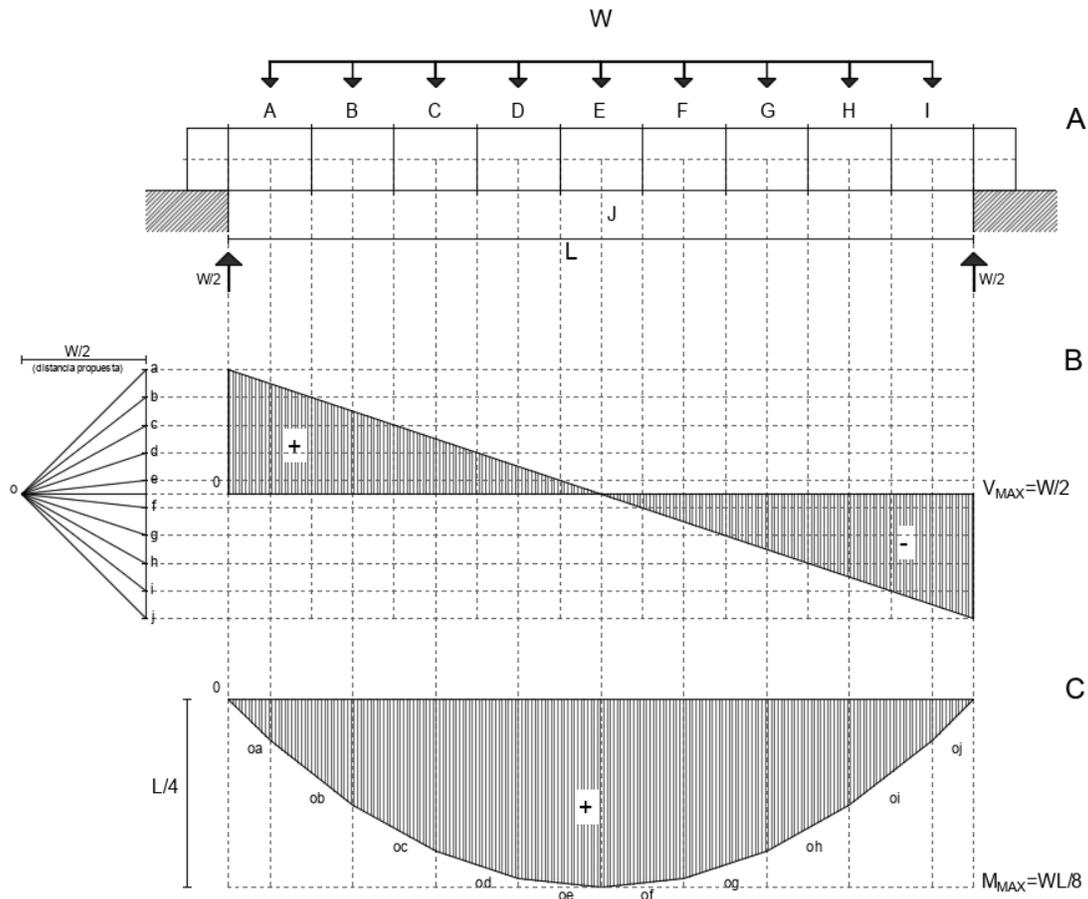
- I) Se define el elemento y se elabora su diagrama de cuerpo libre.
- II) Se desarrollan los diagramas de fuerzas actuantes. Por ejemplo, en el caso de una viga podemos iniciar por diagramas de cortante y momento.
- III) Se desarrolla la interpretación de distribución de energía de deformación y se relaciona con la teoría de fractura.
- IV) Se genera la propuesta de optimización.

### Aplicación del procedimiento en vigas

Se aplica el procedimiento, en este caso una viga simplemente apoyada de claro L, que soporta una carga uniformemente distribuida.

Se sintetizan los pasos I y II en los siguientes diagramas, ver imagen 28. En este caso se propone el uso de un método gráfico.

Imagen 28. Diagramas de análisis de viga simplemente apoyada.



A) Diagrama de cuerpo libre. B) Diagrama de cortante. C) Diagrama de momentos.

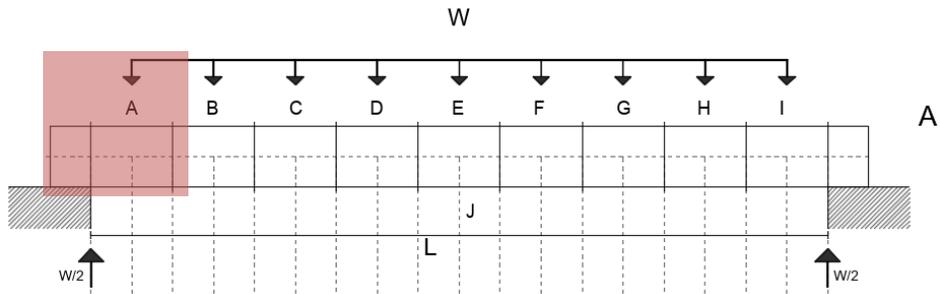
Fuente. Elaboración propia.

Se interpreta de los diagramas que en los extremos de la viga se desarrollan las máximas fuerzas cortantes y en el centro de la viga el máximo momento externo. Por lo tanto, el agrietamiento puede interpretarse de la siguiente forma:

**Agrietamiento por cortante.** En la zona donde se desarrollan las máximas fuerzas cortantes, como se analizó anteriormente, los esfuerzos serán máximos cerca del plano neutro del elemento donde los esfuerzos de flexión son mínimos y estos actuarán de manera horizontal y vertical, generando resultantes oblicuas. La fractura se desarrollará con tendencia a ser normal a la resultante de tensión de los esfuerzos cortantes, entre  $45^\circ$  y  $60^\circ$  con respecto al eje longitudinal de la viga, imagen 29 y 30.

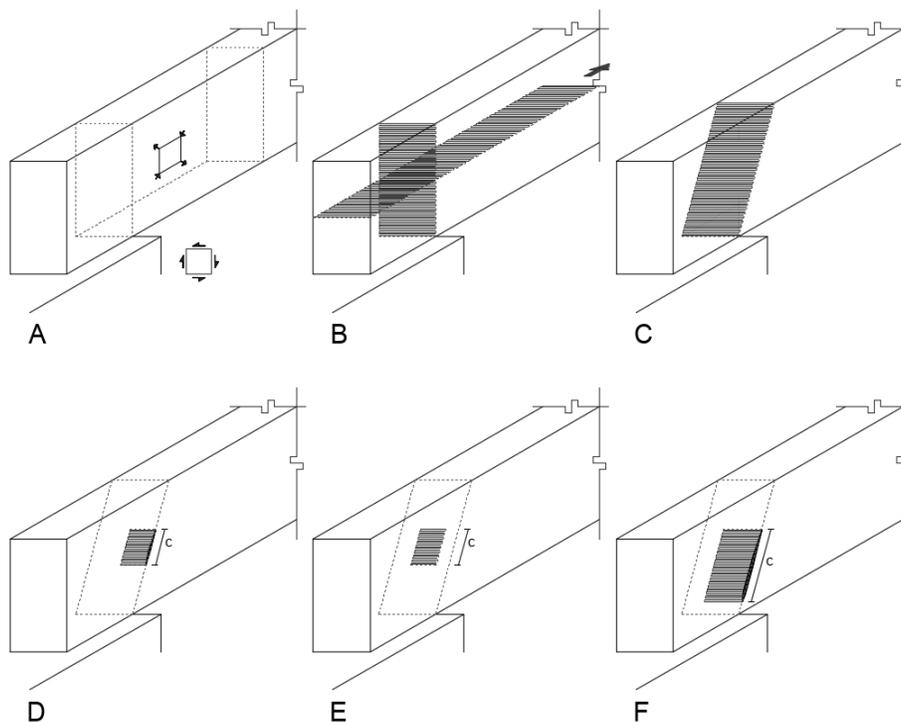
En este caso, los esfuerzos actuantes son máximos en secciones internas del elemento, por lo tanto, el agrietamiento puede iniciar de manera superficial o de manera interna, en el caso de que esta inicie al exterior se determina origen torsional.

Imagen 29. Diagrama de cuerpo libre indicando en rojo la zona de análisis.



Fuente. Elaboración propia.

Imagen 30. Análisis de agrietamiento por esfuerzos cortantes.

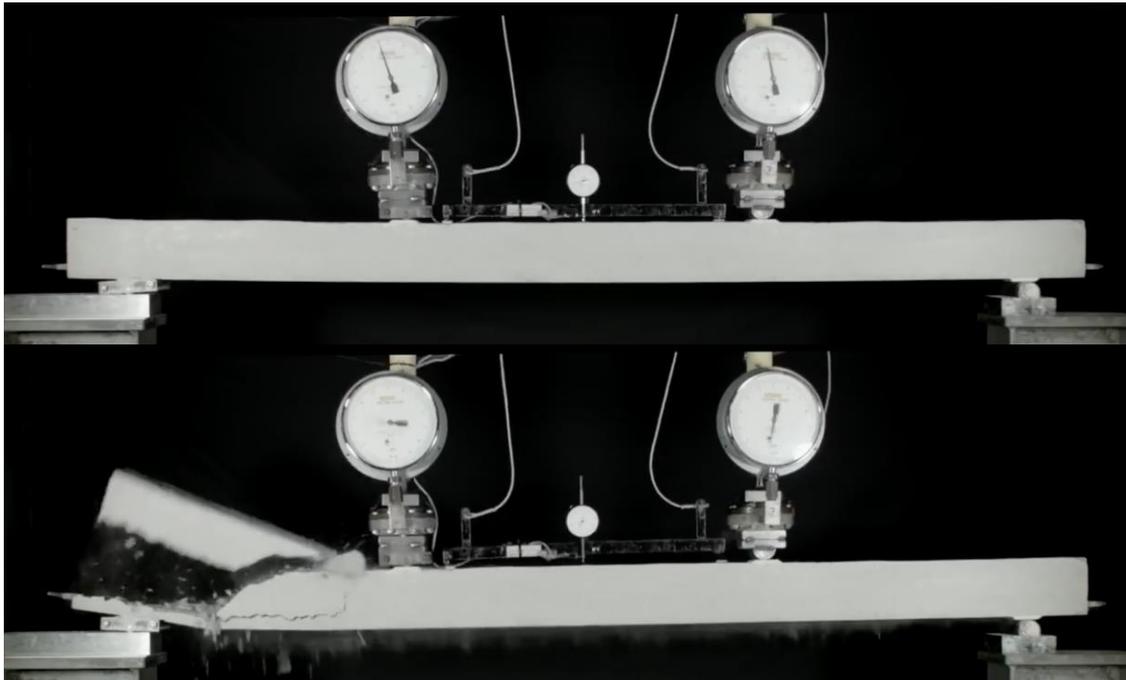


A) Diagrama de esfuerzos cortantes. B) Planos de esfuerzos cortantes máximos. C) Plano oblicuo de fractura. D) Grieta superficial. E) Grieta interna. F) Crecimiento de la superficie agrietada.

Fuente. Elaboración propia.

De observarse agrietamiento, imagen 31, la peligrosidad de este puede estimarse interpretando como se ha afectado la superficie resistente, ya que la capacidad de contener esfuerzos de corte en una viga depende de este parámetro, por lo tanto, es necesario buscar determinar el área del plano de grieta.

Imagen 31. Fractura por cortante en viga de concreto simplemente reforzada.



Fuente. <https://www.youtube.com/watch?v=WIKSsr95xeM> (2019).

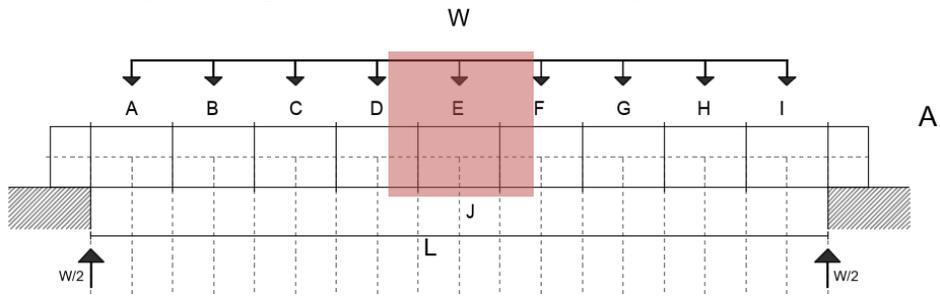
En términos de diseño o fabricación el agrietamiento por cortante puede minimizarse de las siguientes maneras:

- I) Incrementando el momento de inercia o la base de la sección, ya que para una sección el esfuerzo cortante esta dado por  $f_v = VQ/Ib$ .
- II) Haciendo más densa la zona de máximos esfuerzos cortantes, incrementando así la energía superficial.

En la zona donde se desarrolla el momento máximo, como se examinó anteriormente, los esfuerzos serán máximos en las caras externas del elemento que son normales a la línea de carga, y estos actuaran de manera longitudinal. La fractura se desarrollarla de dos posibles maneras: normal al esfuerzo de tensión longitudinal máximo; oblicua entre  $45^\circ$  y  $60^\circ$  con respecto al eje longitudinal de la viga debido al flujo de cortante originado por la componente de compresión, imágenes 32 y 33.

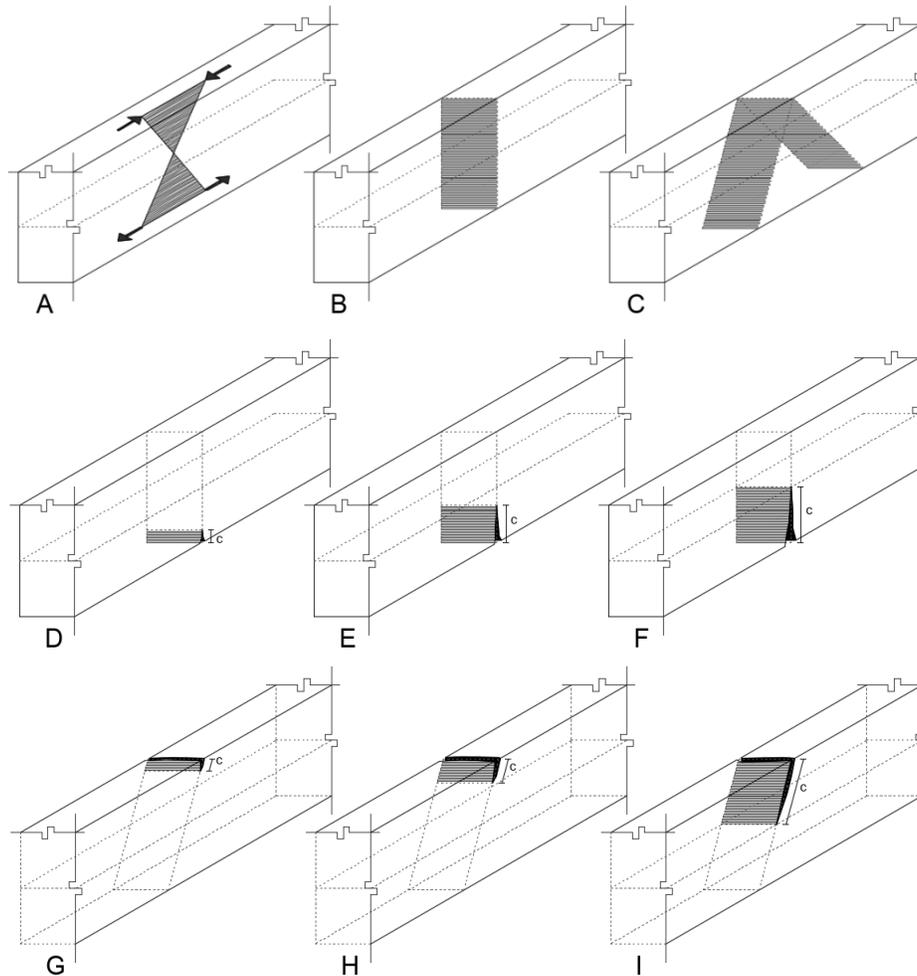
Los esfuerzos longitudinales actuantes son máximos en las caras externas del elemento, por lo tanto, el agrietamiento iniciara de manera superficial.

Imagen 32. Diagrama de cuerpo libre indicando en rojo la zona de análisis.



Fuente. Elaboración propia.

Imagen 33. Análisis de agrietamiento por esfuerzos de flexión.

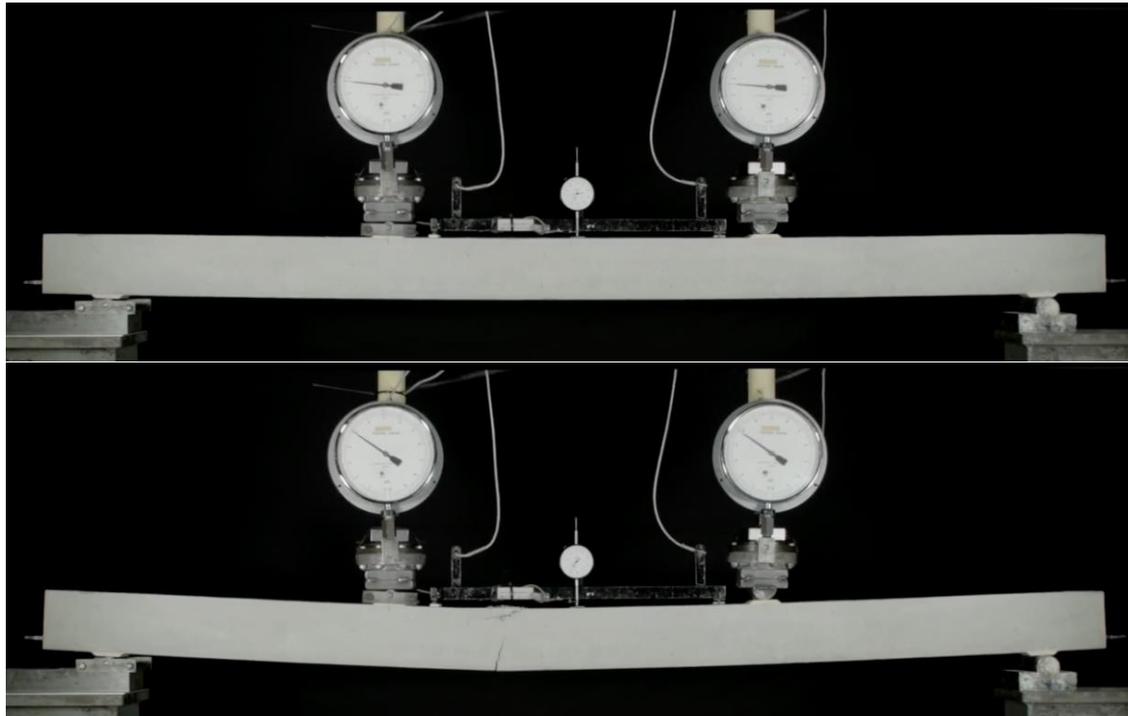


**A)** Diagrama de esfuerzos de flexión. **B)** Plano de fractura por tensión. **C)** Planos de fractura por compresión. **D)** Grieta superficial por tensión. **E y F)** Crecimiento de la superficie agrietada. **G)** Grieta superficial por compresión. **H e I)** Crecimiento de la superficie agrietada.

Fuente. Elaboración propia.

De observarse agrietamiento, imagen 34, la peligrosidad de este debe estimarse interpretando como se ha afectado el momento de inercia de la sección, ya que la capacidad de contener esfuerzos de flexión en una viga depende de este parámetro, se hace necesario determinar la longitud y ancho de grieta.

Imagen 34. Fractura por flexión en viga de concreto reforzada.



Fuente. <https://www.youtube.com/watch?v=GPOAeISOLFs> (2019).

En términos de diseño o fabricación, el agrietamiento por flexión puede minimizarse de las siguientes maneras:

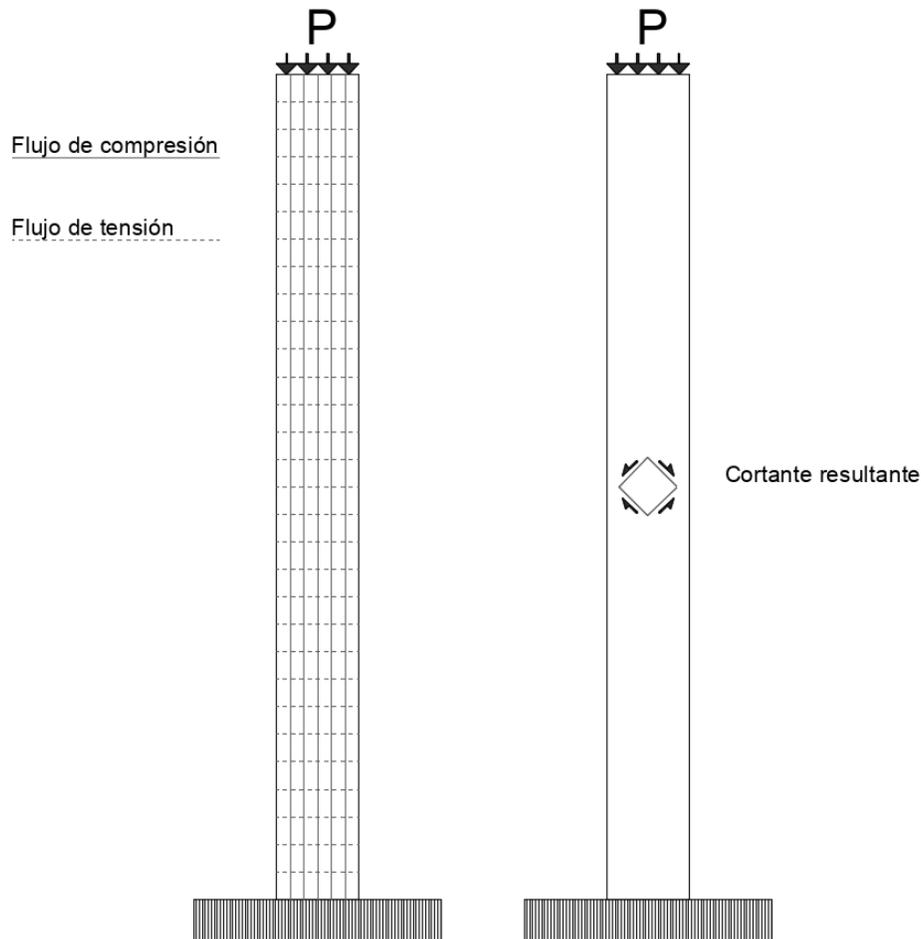
- I) Incrementando el momento de inercia de la viga, ya que para una sección el esfuerzo de flexión esta dado por  $f_y = My/I$ .
- II) Haciendo más densa la zona de máximos esfuerzos longitudinales (caras externas), incrementando así la energía superficial.

## Aplicación del procedimiento en columnas

Se aplica el procedimiento, en este caso una columna empotrada en su base, de sección cuadrada y relación de lados 1:10, que soporta una carga uniformemente distribuida.

Se sintetizan los pasos I y II en los siguientes diagramas, ver imagen 35. En este caso se propone el uso de un método gráfico.

Imagen 35. Diagramas de análisis del flujo de esfuerzo en columna con carga uniformemente distribuida.



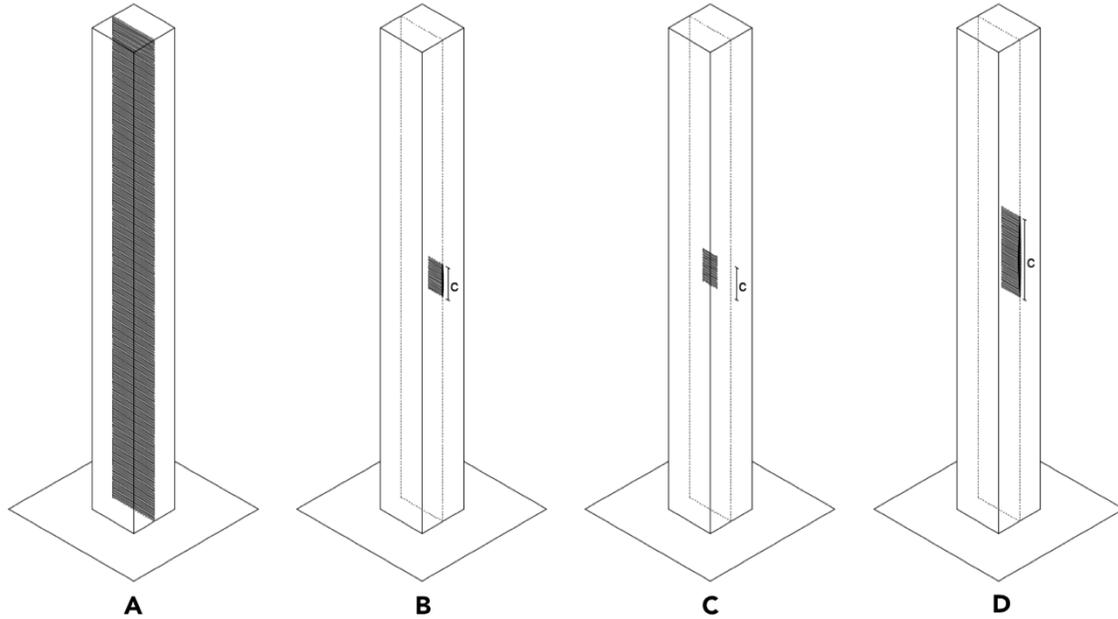
Fuente. Elaboración propia.

Se interpreta de los diagramas que, el flujo de compresión se desarrolla de forma homogénea a lo largo de la columna, se generan líneas de tensión derivadas de la Relación de Poisson, lo que da origen al desarrollo de esfuerzos tangenciales. Por lo tanto, el agrietamiento puede desarrollarse de la siguiente forma:

**Agrietamiento perpendicular a las líneas de tensión.** La fractura se desarrolla normal a las líneas de tensión derivadas de la Relación de Poisson. El agrietamiento se desarrollará con tendencia a ser paralelo al eje longitudinal de la columna. Ver imagen 36.

En este caso, los esfuerzos actuantes son máximos tanto en secciones internas como externas del elemento, por lo tanto, el agrietamiento puede iniciar de manera superficial o de manera interna.

Imagen 36. Análisis del agrietamiento perpendicular a las líneas de tensión.



A) Plano de fractura. B) Grieta interna. C) Grieta superficial. D) Crecimiento de la superficie agrietada.

Fuente. Elaboración propia.

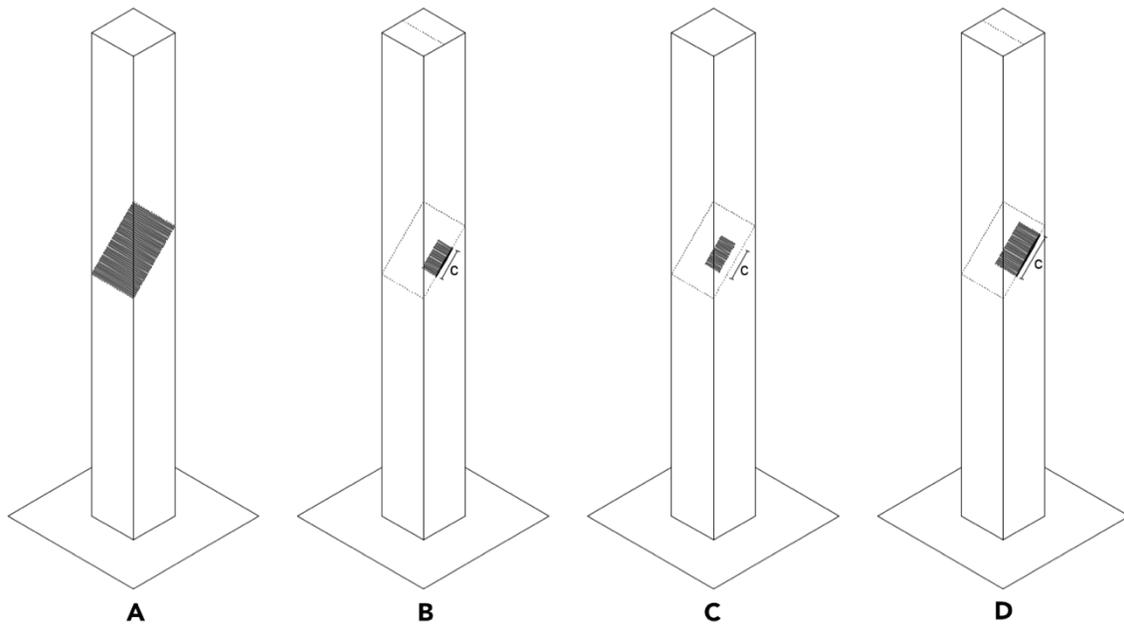
De observarse agrietamiento, la peligrosidad de este debe estimarse interpretando como se ha afectado la superficie resistente, ya que la capacidad de contener esfuerzos de corte depende de este parámetro, por lo tanto, es necesario buscar determinar el área del plano de grieta. En términos de diseño o fabricación, el agrietamiento perpendicular a las líneas de tensión puede minimizarse de las siguientes maneras:

- I) Incrementando el área del plano de fractura, a través de la optimización de la forma del elemento.
- II) Haciendo más densa el área de posibles planos de fractura incrementando así la energía superficial.

**Agrietamiento por cortante.** Al existir líneas de compresión y de tensión normales, se desarrollan resultantes oblicuas, y por lo tanto esfuerzos cortantes. La fractura se desarrolla oblicua entre  $45^\circ$  y  $60^\circ$  con respecto al eje transversal de la columna, imagen 37.

En este caso, los esfuerzos actuantes son máximos tanto en secciones internas como externas del elemento, por lo tanto, el agrietamiento puede iniciar de manera superficial o de manera interna, de iniciar de manera externa este es de origen torsional.

Imagen 37. Análisis del agrietamiento perpendicular a las líneas de tensión.

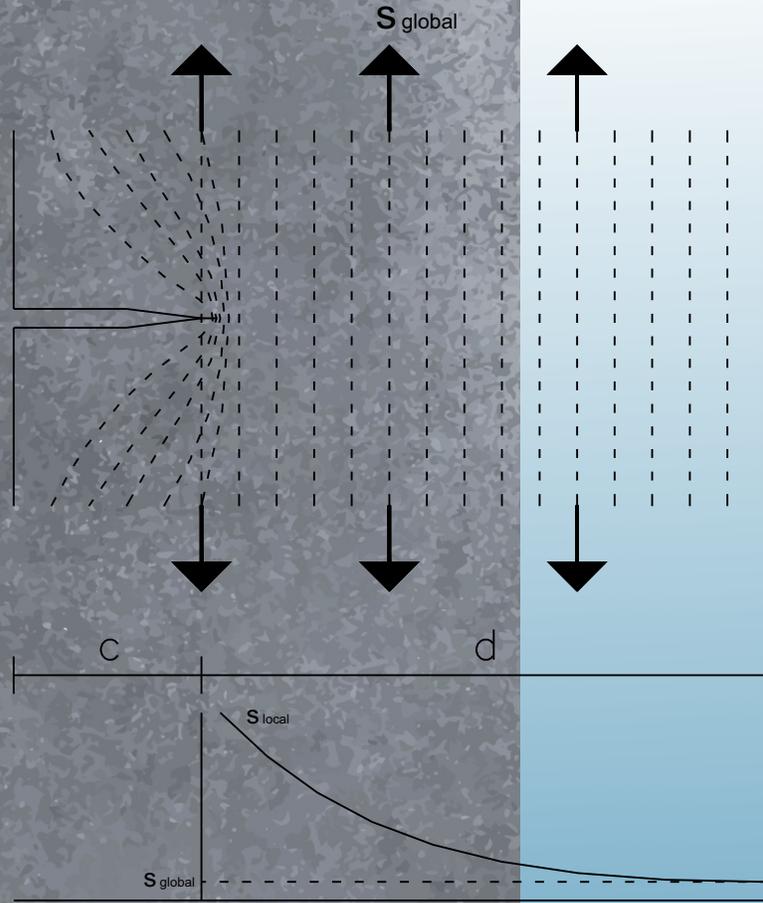


A) Plano de fractura. B) Grieta interna. C) Grieta superficial. D) Crecimiento de la superficie agrietada.

Fuente. Elaboración propia.

De observarse agrietamiento, la peligrosidad de este debe estimarse interpretando como se ha afectado la superficie resistente, ya que la capacidad de contener esfuerzos de corte depende de este parámetro, por lo tanto, es necesario buscar determinar el área del plano de grieta. En términos de diseño o fabricación, el agrietamiento por cortante puede minimizarse de las siguientes maneras:

- I) Incrementando el área del plano de fractura, a través de la optimización de la forma del elemento.
- II) Haciendo más densa el área de posibles planos de fractura incrementando así la energía superficial.



# DISCONTINUIDADES Y DESVIACIONES MECÁNICAS

2

## 2. DISCONTINUIDADES Y DESVIACIONES MECÁNICAS

Analizada la relación entre diseño y eficiencia mecánica se desarrolla la interpretación del proceso de fractura en el sistema estructural.

### 2.1. El proceso de fractura

La fractura es un fenómeno complejo, para cuya explicación no existe una teoría universalmente aceptada, que incorpore todas las variables que permitan prevenir la falla en sistemas estructurales. Los fundamentos teóricos postulados por la Mecánica de la Fractura constituyen el avance más significativo en el desarrollo de un marco de pensamiento que permita explicar el origen y anticipar el comportamiento del agrietamiento. Minimizar la propensión a la fractura en sistemas estructurales requiere el logro de dos objetivos: la correcta disposición de las unidades de área y densidad; y la distribución uniforme de energía de deformación.

Se establece que los métodos de diseño de estructuras basados en la suposición de ausencia de defectos, que consideran su influencia a través del uso de factores de sobredimensionamiento no constituyen procedimientos adecuados y requieren mayor fundamentación. Los defectos en forma de grieta existen en los elementos estructurales desde su proceso de fabricación y estos se desarrollan o crecen a lo largo de la vida útil, existe la necesidad de comprender la influencia de dichos defectos en el comportamiento mecánico de los elementos estructurales (González, 2018). El estudio de la fractura permite obtener los fundamentos para analizar elementos agrietados, así como determinar el origen y la peligrosidad de una grieta y construir edificaciones más seguras. El fenómeno de fractura puede analizarse desde distintas escalas, como se explica en la imagen 38, y por lo tanto distintas disciplinas. La escala de estudio de la fractura que interesa a la Arquitectura es aquella visible al ojo humano, por lo tanto, es la escala macroscópica.

Imagen 38. Escalas del fenómeno de fractura.



Fuente. González, J. Mecánica de Fractura. Limusa, 2005, p. 15.

### 2.2. Definición de fractura

Se precisa el origen y efecto de la fractura, así como del termino asociado agrietamiento. Las siguientes son las interpretaciones expresadas en literatura especializada, que sirven como base para construir la definición del concepto de fractura:

- "Entendemos como fractura el proceso de fragmentación parcial o total de un sólido en múltiples superficies, denominadas superficies de fractura" (Finnie, 2016).

- "La fractura consiste en la separación de un cuerpo en dos o más piezas en respuesta a un esfuerzo y a temperaturas relativamente bajas en comparación con la temperatura de fusión del material" (Callister, 2016).
- "La fractura puede definirse como la interrupción del comportamiento lineal y reversible de un material, para dar lugar a un proceso irreversible, que implica la incapacidad de un material de soportar cargas significativas" (Christensen, 2013).
- "Desde la perspectiva de la termodinámica, clasificamos la deformación elástica como un proceso reversible, donde una gran parte del trabajo mecánico realizado es recuperado. La deformación plástica y el proceso de fractura en contraste son procesos irreversibles, ya que el trabajo mecánico es totalmente disipado" (Buehler, 2008).
- "Denominamos grietas o fisuras, a las áreas de separación local o vacío en la estructura de un material" (Hans, 2016).
- "El estudio y comprensión del fenómeno de fractura requiere del análisis de la naturaleza física de los materiales, así como de los procesos que ocurren en estos cuando se encuentran interactuando con campos o acciones externas y ambientes agresivos. El fenómeno de fractura debe visualizarse como un proceso físico que se desarrolla en función del tiempo en el sistema atómico-molecular de la materia, y este ocurrirá aun sin la existencia de cargas, ya que, campos externos originan variaciones mecánicas, magnéticas, térmicas, ultrasónicas, y químicas en los materiales" (Komarovsky, 2003).
- "La fractura es el resultado de un incremento en el esfuerzo en una zona localizada del material, que activa un proceso de separación de los enlaces atómicos, generando la creación de nuevas superficies. La fractura se desarrolla en zonas específicas de los elementos estructurales, lo que evidencia concentraciones de esfuerzos" (González, 2018).

Se determina que la fractura es el proceso irreversible (efecto) que se da en un elemento estructural en respuesta a la interacción de este con estímulos externos (causa) de tipo mecánico, que provoca la fragmentación del elemento original en dos o más partes, y que lo incapacita de contener satisfactoriamente la energía de deformación para la cual fue diseñado, conservando las propiedades físicas originales del material.

Se denomina grieta a la separación local en el elemento estructural, que no ha fragmentado al sólido original en dos o más partes, ver imagen 39.

Imagen 39. Diferencia entre fractura y grieta en un sólido.



Fuente. Elaboración propia.

## 2.3. Origen de las discontinuidades en elementos estructurales

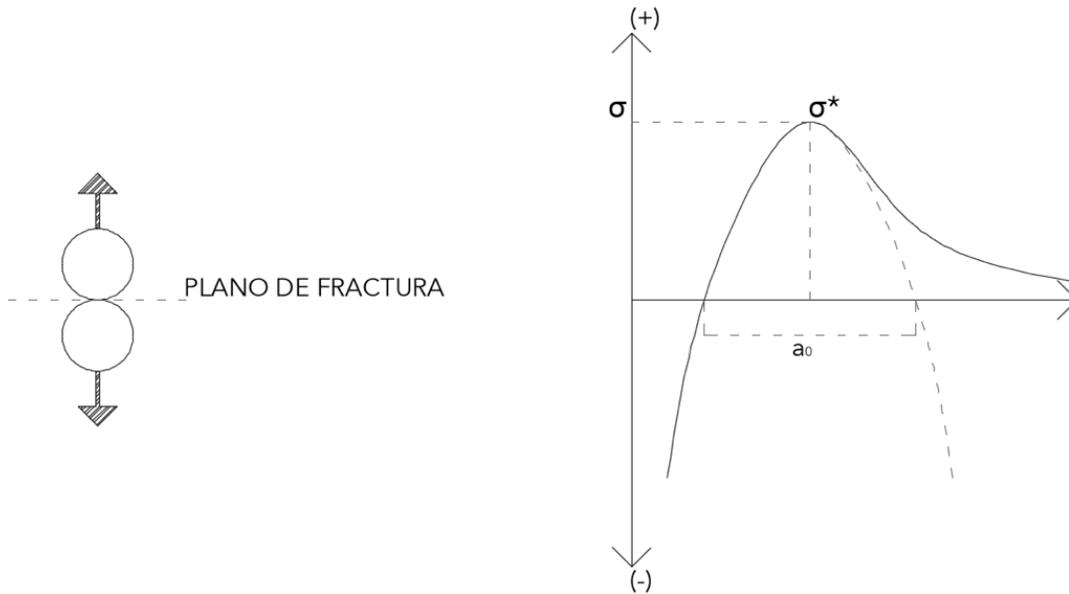
### a) Fundamentos físicos y teóricos de la Mecánica de Fractura

El modelo fundamental para comprender la fractura consiste en la separación directa de los planos de un material cristalino. Un material cristalino es aquel cuyos átomos están situados en una disposición repetitiva a lo largo de distancias atómicas largas, donde existe un orden atómico de largo alcance tal, que los átomos se organizan en un patrón tridimensional repetitivo en el cual cada átomo queda enlazado con sus vecinos más próximos. Los metales, las cerámicas, y algunos polímeros, son considerados sólidos cristalinos. Bajo este modelo de análisis, el esfuerzo necesario para destruir los enlaces atómicos de un sólido se denomina esfuerzo de fractura. La resistencia que ejerce un material a la separación de sus enlaces atómicos es denominada resistencia cohesiva.

La resistencia cohesiva expresa la fuerza o intensidad de los enlaces atómicos de un material y define la cantidad de energía necesaria para separar completamente los átomos de un sólido. Mientras más fuerte es la energía cohesiva, más fuertes son las uniones atómicas, y mayor es el módulo de elasticidad de un material. De aquí, la relación del módulo de elasticidad de un material con una serie de propiedades mecánicas que reflejan su oposición a ser destruido, como la dureza y su punto de fusión.

El modelo de análisis de la resistencia cohesiva postula que esta varía en función de la separación interatómica de un material. Atendiendo el modelo expresado por González (González, 2005), ver imagen 40, cuando la separación en el plano de fractura es igual a  $a_0/2$ , donde  $a_0$  corresponde a un valor crítico de distancia entre planos cristalinos, donde la atracción interatómica es nula, la resistencia cohesiva es alcanzada y se desencadena el proceso de fractura. Con base en este análisis, el trabajo suministrado por las cargas y estímulos exteriores constituye la energía disponible para la creación de superficies de fractura.

Imagen 40. Modelo de la resistencia cohesiva.



Fuente. González, J. Mecánica de Fractura. Limusa, 2005, p. 33.

Es posible establecer la resistencia cohesiva a partir del siguiente procedimiento. La variación de la resistencia cohesiva  $\sigma^*$ , en función de la separación interatómica  $a_0$ , puede expresarse como:

$$\sigma = \sigma^* \text{sen}(2\pi x/a_0)$$

Cuando la separación interplanar  $x$ , corresponde a un valor muy pequeño se asume como válida la siguiente aproximación:

$$\sigma = \sigma^*(2\pi x/a_0)$$

Si aceptamos que la separación produce una deformación elástica  $\varepsilon$ , podemos calcular el esfuerzo aplicado a partir de la Ley de Hooke  $\sigma = \varepsilon E$ , donde  $E$  representa la constante elástica del material, y la deformación en el sentido de  $x$  es igual a  $x/a_0$ ; igualando estos términos en la función anterior tenemos que:

$$\sigma^*(2\pi x/a_0) = E(x/a_0).$$

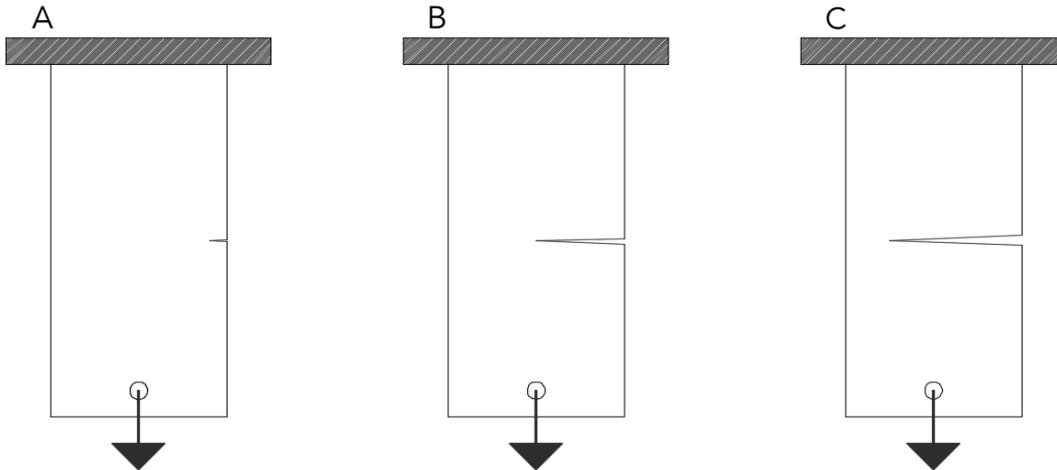
Por lo tanto:

$$\sigma^* = E/2\pi$$

Al sustituir valores típicos de  $E$  en la función  $\sigma^* = E/2\pi$ , se observa que la resistencia cohesiva conduce a un valor muy distinto que el esfuerzo de fractura medido mediante procedimientos experimentales. Tal observación implica que la fractura en los materiales se da debido a la presencia de defectos en la materia, que resultan en una disminución de la resistencia cohesiva teórica.

Para clarificar el enunciado anterior, se plantea la siguiente situación, ilustrada en la imagen 41. Cuando a un volumen de material al se aplica una fuerza  $F$ , contiene una grieta pequeña y afilada, misma que reduce su sección transversal  $A$ , y como sabemos el esfuerzo  $\sigma$  se define como  $F/A$ , la grieta incrementará el valor del esfuerzo en su plano de acción por el simple hecho de disminuir el área de la sección transversal.

Imagen 41. Reducción de la sección transversal durante el proceso de crecimiento de una grieta.



Fuente. Elaboración propia.

## b) El criterio de Inglis

En 1913 Inglis (Inglis, 1913) analizó el efecto de la presencia de grietas en la resistencia de un material. En una placa de dimensiones infinitas con un hueco elíptico en su centro, de longitud  $2c$  y radio en la punta de la grieta  $r$ , con esfuerzo aplicado  $\sigma$ , el esfuerzo máximo en la punta del hueco será:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \sigma[1 + 2(c/r)^{1/2}]$$

Cuando el radio de la punta tiende a cero aceptamos:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = 2\sigma(c/r)^{1/2}$$

Al existir una grieta microscópica de longitud  $c = 1 * 10^{-6}m$ , y un radio en la punta de la grieta de un espacio interatómico  $r = 3 * 10^{-10}m$ , la magnitud del esfuerzo se incrementa notablemente, casi igualando la resistencia cohesiva. Este razonamiento dio origen a la Mecánica de Fractura.

## c) Intensidad de esfuerzos y tenacidad a la fractura

Las grietas son concentradoras de esfuerzo. Se analiza el modelo presentado por Ashby (Ashby, 2018) sobre cómo las grietas afectan el flujo de energía de deformación en torno a ellas

observando la imagen 42. Al visualizar "líneas de esfuerzo" uniformemente espaciadas a lo largo de un volumen de material, se determina que la presencia de una discontinuidad interrumpe la continuidad en la transmisión de trabajo, entonces las líneas tienden a agruparse alrededor de la grieta. El esfuerzo aumenta abruptamente a medida que nos acercamos a la punta de la grieta. El análisis del estado de esfuerzo elástico por delante de una grieta aguda de longitud  $c$  muestra que el esfuerzo local a una distancia  $d$  de su punta, causado por un esfuerzo de tensión uniforme global es:

$$\sigma_{local} = \sigma \left( 1 + Y \sqrt{\frac{\pi c}{2\pi d}} \right)$$

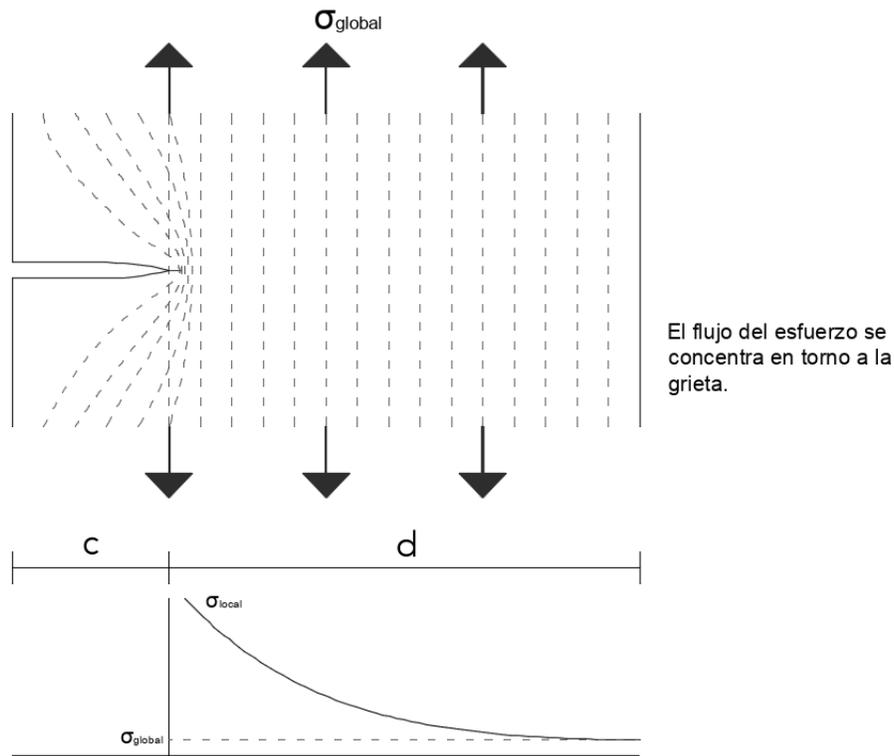
donde  $Y$  es una constante con valor cercano a la unidad que depende débilmente de la geometría del volumen agrietado. Lejos de la grieta, donde  $d > c$ , el esfuerzo local disminuye al valor del esfuerzo global; cerca de la punta de la grieta, donde  $d < c$ , el esfuerzo se eleva drásticamente, y podemos estimarlo a través de:

$$\sigma_{local} = Y \frac{\sigma \sqrt{\pi c}}{\sqrt{2\pi d}}$$

Entonces, para cualquier valor dado de  $d$ , el esfuerzo local incrementa en función de  $\sigma \sqrt{\pi c}$ , que por lo tanto expresa la medida de la "intensidad" del estado local de esfuerzo en función de la longitud de una grieta (la inclusión de  $\pi$  es una convención utilizada universalmente). Esta cantidad se denomina factor de intensidad de esfuerzo en *Modo 1* (*Modo 1* significa esfuerzo de tensión perpendicular a la grieta), y se le da el símbolo  $K_1$  (con unidades  $\frac{MPa}{\sqrt{m}}$ ):

$$K_1 = Y \sigma \sqrt{\pi c}$$

Imagen 42. Concentración del flujo de esfuerzo en torno a una grieta.



Fuente. Ashby, M. Materials: engineering, science, processing and design. ELSEVIER, 2018, p. 200.

El factor de intensidad de esfuerzos  $K_1$  es, por lo tanto, una medida del estado de esfuerzo elástico cerca de la punta de una grieta. Es necesario tener en cuenta que cuando  $d \rightarrow 0$ , esta igualdad predice un esfuerzo infinito. El esfuerzo en la región de la punta de una grieta que tiende a producir una fractura es un campo de esfuerzo elástico que escala con  $K_1$ . Entonces la cantidad  $K_{1c}$  viene dada por:

$$K_{1c} = K_1 = Y\sigma^*\sqrt{\pi c} \approx \sigma^*\sqrt{\pi c}$$

Se ha postulado que la resistencia a la fractura es una propiedad material, y esto puede interpretarse como que su valor es independiente de la forma en que se mide, y que esta propiedad puede utilizarse para tomar decisiones de diseño. Observamos dos maneras importantes en las que podríamos usar la ecuación  $K_{1c} = K_1 = Y\sigma^*\sqrt{\pi c} \approx \sigma^*\sqrt{\pi c}$ , para encontrar el esfuerzo de fractura, si sabemos que hay una grieta de un tamaño conocido presente en un elemento estructural; y de manera inversa, para encontrar la "longitud crítica de grieta", que es el tamaño máximo de grieta que podemos tolerar sin fractura, para un estado de esfuerzos dado.

#### d) El criterio de Griffith

Alan. A. Griffith derivó la primera expresión para evaluar el esfuerzo de fractura en materiales frágiles. Partió del principio de que un sólido deformado elásticamente como el que se representa

en la imagen 43, almacena energía potencial elástica (energía almacenada internamente por un cuerpo al ser deformado expresada como  $\sigma^2/2E$ ; o trabajo realizado por unidad de volumen en un material, representa el área bajo la curva esfuerzo-deformación partiendo de  $\sigma = 0$  hasta alcanzar un valor final de  $\sigma^*$ ,  $U = \int_0^{\sigma^*} \sigma d\varepsilon = \sigma^{*2}/2E$ ), y postuló que esta energía impulsa el crecimiento de las grietas. Griffith definió que la energía elástica se convierte en energía de superficie de fractura, generando el crecimiento de la grieta. El desarrollo que elaboró es el siguiente.

Al evaluar una placa con una grieta en su centro, que es deformada elásticamente:

$$U = \frac{\pi\sigma^2 a^2}{E}$$

donde  $\sigma$  es el esfuerzo en la placa,  $a$  es el tamaño de la grieta y  $E$  es la constante elástica del material. En un proceso de fractura frágil, la energía de fractura es la energía necesaria para crear dos superficies de fractura. De esta manera la energía almacenada se convierte en energía de superficie  $\gamma$ , por lo tanto, el cambio de energía es:

$$\Delta U = U + 4\gamma a$$

Para que la grieta se propague se requiere que la rapidez de conversión de energía almacenada sea por lo menos igual a la rapidez de creación de energía de superficie:

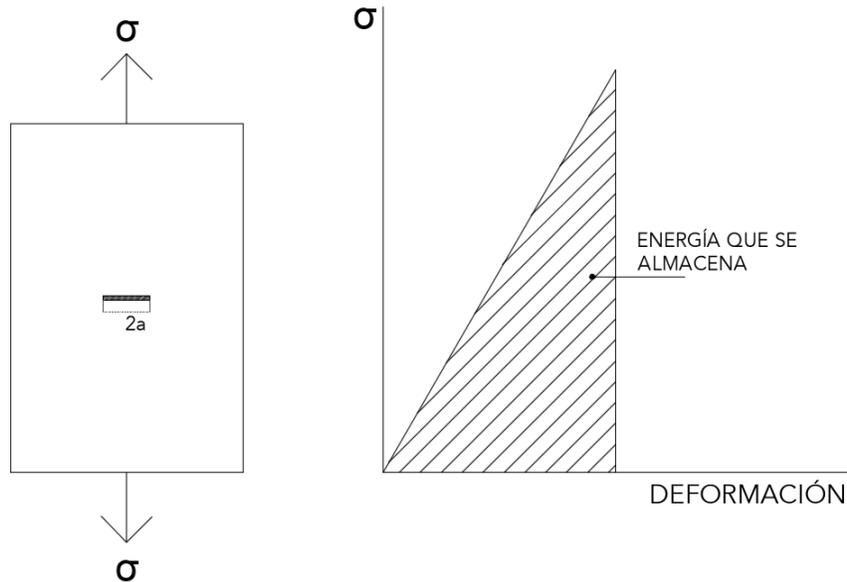
$$\frac{d\Delta U}{da} = 0$$

Cuando se sustituyen términos y se resuelve para el esfuerzo se obtiene la función del esfuerzo de fractura de Griffith:

$$\sigma = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi a}}$$

La aportación del criterio de Griffith consiste en el razonamiento que determina que la fractura resulta de un proceso de disipación de energía, que no depende únicamente del esfuerzo, sino también del tamaño del defecto contenido.

Imagen 43. Modelo de Griffith.



Fuente. González, J. Mecánica de Fractura. Limusa, 2005, p. 35.

### e) Modelo para la tasa de liberación de energía $G$ y tenacidad a la fractura $G_c$

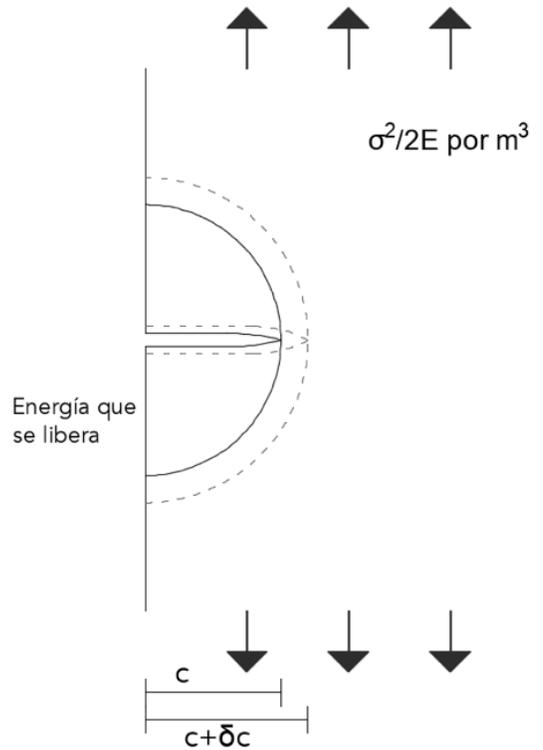
Se analiza el modelo de Ashby (Ashby, 2018) para la liberación de energía. Cuando un volumen de material se fractura, se crea una nueva superficie, ver imagen 44. Las superficies poseen energía, la energía de superficie  $\gamma$ , con unidades de Joules por metro cuadrado (típicamente  $1J/m^2$ ). Si se fractura una muestra con un área de sección transversal  $A$ , crea un área  $2A$  de superficie nueva, que requiere una energía de al menos  $2A\gamma$  para hacerlo. Se considera la condición necesaria para la fractura, esta es que exista suficiente trabajo externo, o se libere suficiente energía elástica, para al menos suministrar la energía de superficie  $\gamma$ , por unidad de área, de las dos nuevas superficies que se crean. Definimos esto como:

$$G \geq 2$$

donde  $G$  se denomina tasa de liberación de energía. Para hacer crecer una grieta es necesario suministrar energía  $G_c J/m^2$ , una energía superficial efectiva, que reemplaza a  $2\gamma$ . Esta energía es denominada tenacidad (o tasa crítica de liberación de energía de deformación). La tenacidad  $G_c$ , está relacionada con la resistencia a la fractura  $K_{1c}$  de la siguiente manera. Se considera una placa de material de espesor unitario que contiene un esfuerzo  $\sigma$ . La energía elástica almacenada en ella por unidad de volumen es:

$$U_v = \frac{\sigma^2}{2E}$$

Imagen 44. Liberación de energía potencial elástica conforme avanza una grieta.



Fuente. Ashby, M. Materials: engineering, science, processing and design. ELSEVIER, 2018, p. 204.

Se considera una grieta de longitud  $c$ . La grieta relaja el esfuerzo en un medio cilindro de radio  $c$ , liberando la energía que contenía:

$$U(c) = \frac{\sigma^2}{2E} \cdot \frac{1}{2} \pi c^2$$

Si la grieta se extiende  $\delta c$ , libera la energía elástica en el segmento donde incrementa el radio. Esta energía debe pagar por la superficie adicional creada, y el costo es  $G_c \delta c$ . Por lo tanto, al diferenciar la ecuación anterior, la condición de fractura se convierte en:

$$\delta U = \frac{\sigma^2 \pi c}{2E} \delta c = G_c \delta c$$

Pero  $\sigma^2 \pi c$  es solo  $K_{1c}^2$ , entonces de la ecuación, tomando  $Y = 1$ ;

$$\frac{K_{1c}^2}{2E} = G_c$$

Esta derivación es aproximada. Una más rigurosa muestra que la forma de la ecuación es correcta, pero que es demasiado pequeña por un factor de 2. Por lo tanto, correctamente, el resultado es:

$$K_{1c} = \sqrt{EG_c}$$

La tenacidad  $G_c$  también es una propiedad del material, y esta relacionada con la física de la fractura: un material tenaz requiere disipar más energía para que una grieta se propague. La equivalencia física de los dos criterios, expresada por la ecuación, es directa: **el crecimiento de una grieta es impulsado por la liberación de energía elástica almacenada (G), y este incrementa con el campo de esfuerzo elástico en la punta de grieta (K).**

## f) EL criterio de la energía y el concepto de tenacidad a la fractura de G.R. Irwin

Alrededor de 1950, George. R. Irwin, científico del Laboratorio de Investigación Naval de los E.U.A. (U.S. Naval Research Laboratory, 2019), desarrolló el criterio de la energía, en función del siguiente procedimiento. Cuando un sólido es deformado elásticamente por la aplicación de una carga, este almacena una cantidad de energía potencial elástica, adicionalmente existe trabajo proporcionado por la carga misma, de tal manera, el agrietamiento crece a expensas de estas dos energías. Si definimos  $F$  como el trabajo proporcionado por una carga,  $U$  como la energía potencial elástica almacenada, y  $W$  como la energía necesaria para extender una grieta, entonces el balance se logrará cuando:

$$F - U - W = 0$$

La diferencia  $F - U$  representa la energía que entra menos la energía que se almacena, y consiste en la energía disponible en el sistema para realizar trabajo<sup>1</sup>. La razón de cambio entre la diferencia  $F - U$  con respecto al cambio de tamaño de grieta representa la rapidez de liberación de energía durante el agrietamiento. Si  $G$  representa la rapidez de liberación de energía ( $G = \frac{d(F-U)}{da}$ ), y  $R$  consiste en la cantidad de trabajo necesario para provocar un incremento en las dimensiones de la grieta  $R = dW/da$ , entonces cuando  $G \geq R$  la rapidez de liberación de energía es mayor que la energía requerida para extender la grieta, por lo tanto, la grieta se propagará.

La rapidez de liberación de energía disponible para el agrietamiento es proporcional al factor de intensidad de esfuerzos<sup>2</sup>,  $K$ , de manera que  $K$  alcanza un valor crítico cuando  $G = R$ , es entonces cuando la grieta se propaga. El valor de  $K$  elástico,  $K_{cI}$ , ha sido denominado tenacidad a la fractura, y se ha establecido que cuando  $K > K_{cI}$ , se desencadena la fractura.

## 2.4. Desarrollo del proceso de fractura

Se establece que el proceso de fractura en elementos estructurales posee dos fases: la aparición o inicio del agrietamiento; y la propagación de las grietas. La aparición de una grieta se da durante el proceso de conformado del material, debido entre otras cosas a las contracciones diferenciales

---

<sup>1</sup> **Primera ley de la termodinámica:** el aumento en la energía interna de un sistema es igual a la cantidad de calor que se le añade menos la cantidad de trabajo realizado por él, de tal forma,  $\Delta U = Q - W$ , donde  $U$  representa la energía interna del sistema,  $Q$  la cantidad de calor que se añade, y  $W$  la cantidad de trabajo realizado por él.

<sup>2</sup> Irwin desarrolló el procedimiento de cálculo de esfuerzos en torno a una grieta para una placa delgada deformada elásticamente en modo de fractura I,  $K_I = \sigma\sqrt{\pi a}$ . Funciones similares se han desarrollado para los modos de fractura II,  $K_{II} = \tau\sqrt{\pi a}$ , y III,  $K_{III} = \tau\sqrt{\pi a}$ . Donde el factor de intensidad de esfuerzos,  $K$ , representa la magnitud de la intensidad del esfuerzo en la región de la punta de una grieta, ya sea en modo de fractura I, II, o III.

durante el secado o enfriamiento, y se asume que estas grietas existirán inevitablemente en los materiales y por lo tanto en los elementos estructurales.

La propagación de una grieta se origina como respuesta a la alteración del estado de esfuerzo, deformación o desplazamiento, en el elemento estructural. El agrietamiento de un elemento comenzara en el punto donde se encuentre la discontinuidad que concentre la mayor cantidad de energía. A su vez, la propagación de una grieta puede darse de dos maneras: de forma lenta y estable, o de forma veloz e inestable.

### a) Inicio y crecimiento de una grieta

Se clasifica la fractura y al agrietamiento desde diferentes puntos de vista fenomenológicos. Las etapas del comportamiento de una grieta sometida a un esfuerzo se caracterizan de la siguiente manera. Mientras la grieta no cambie su longitud, esta será denominada **estacionaria**. Bajo condiciones de esfuerzo o deformación crítica, respectivamente, tiene lugar el inicio del crecimiento de la grieta, esta comienza a propagarse y se vuelve **no estacionaria**. El crecimiento de grietas es denominado **estable** si un aumento en su longitud requiere un aumento de la carga externa. El crecimiento es denominado **inestable** si la grieta a partir de una configuración específica, avanza espontáneamente sin ningún incremento de la carga externa.

El crecimiento de grietas a muy baja velocidad,  $1 \text{ mm/s}$  o menos, bajo condiciones de carga constante es denominado **subcrítico**. Bajo carga cíclica, la grieta puede propagarse en pequeños "pasos", de aproximadamente  $10^{-6} \text{ mm}$  por ciclo, este modo de propagación es denominado **fatiga**. Si la grieta se propaga con una velocidad que se aproxima al orden de la velocidad del sonido en el material  $600 \text{ m/s}$  o más, el agrietamiento es denominado **veloz**. Si una grieta rápida se detiene, llamamos a este proceso **arresto de grieta** (Hans, 2012).

Se distingue entre propagación de grietas de manera **estática** y **dinámica**. Con la diferencia de la relevancia de las fuerzas de inercia en la fractura dinámica que carecen de interés en la fractura estática. Adicionalmente se ha demostrado que la fractura está acompañada por la liberación de ondas elásticas, calor, sonido, y emisiones electromagnéticas (Carpinteri, 2015).

La vida útil total de un elemento estructural se subdivide en fase de inicio del agrietamiento y fase de propagación del agrietamiento. Las fases de inicio del agrietamiento y propagación del agrietamiento difieren significativamente en duración dependiendo de la situación y el tipo de iniciación. Cuando se desarrolla el agrietamiento en superficies lisas, el período de inicio de crecimiento de grieta es más prolongado que el de propagación. Es decir, el 80 – 90% de la vida útil total de un elemento transcurre antes de que cualquier grieta comience a crecer hasta alcanzar un tamaño peligroso. Cuando una grieta se inicia en un cambio de geometría del elemento, la fase de iniciación se acortará en función de la intensidad de concentración de esfuerzo. La vida útil total también tiende a ser más corta que la de los componentes con superficies lisas. Los componentes con defectos tienen una fase de inicio de grietas corta en comparación con la fase de crecimiento, así como una vida útil total reducida.

## b) Fractura por crecimiento inestable de una grieta

La fractura que se desarrolla tras el agrietamiento veloz e inestable se presenta cuando la relación entre las propiedades del material y las condiciones de carga son tales, que el crecimiento de grieta libera una mayor cantidad de energía que aquella que el proceso de fractura es capaz de disipar, una vez iniciada la propagación esta será imposible de detener. El crecimiento inestable puede originarse de dos maneras: fractura por sobrecarga; o como etapa final de la fractura inducida por fatiga.

Denominamos fractura por sobrecarga al proceso de fractura que ocurre inmediatamente después de la aplicación de una carga excesiva; esto es, el desarrollo de un estado de esfuerzos que supera la capacidad elástica del material, y en su caso la capacidad plástica tras un único ciclo de carga. En esta clase de fractura pueden desarrollarse velocidades de más de  $1000 \text{ m/s}$  y en algunos casos llegar a alcanzar velocidades supersónicas (Gross, 2011).

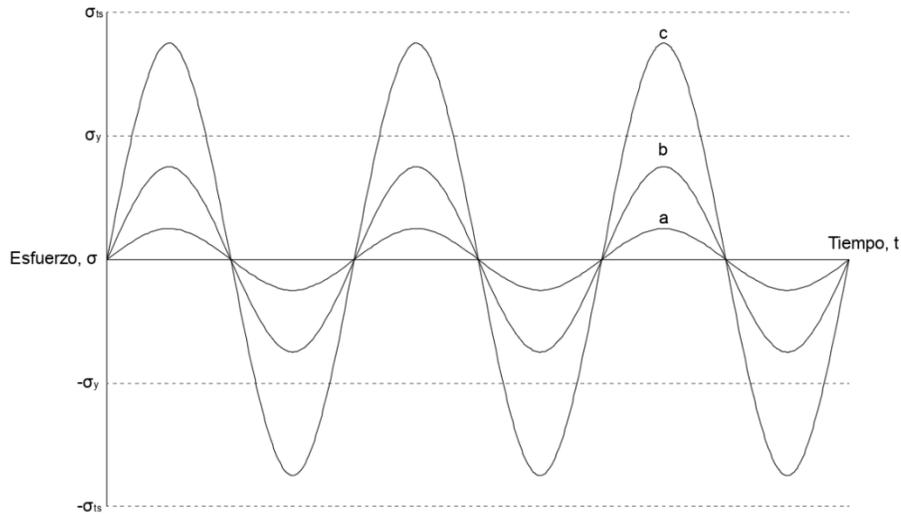
## c) Fractura tras el crecimiento estable de una grieta

El crecimiento estable de una grieta se da como respuesta al efecto de los flujos de energía de deformación en función del tiempo, donde las grietas crecerán una pequeña cantidad durante cada ciclo de estímulo. El agrietamiento lento y estable de un elemento mecánico se logra cuando la tasa de crecimiento de una grieta puede ser controlada, ya sea mediante el desplazamiento, el ajuste de las cargas aplicadas, u otros medios de disipación, el crecimiento de una grieta requiere un incremento en el esfuerzo. Cuando el agrietamiento se da a velocidades de  $1 \text{ mm/s}$  o menos es considerado subcrítico. Bajo condiciones de esfuerzo cíclico crecimientos de grieta de  $10^{-6} \text{ mm por ciclo}$  son típicos en el agrietamiento por fatiga<sup>3</sup> (Gross, 2011).

## d) Proceso de fractura en fatiga

Se analiza el proceso a través del cual se disipa energía, y se desarrolla el daño en un elemento estructural, **entendiendo como daño al proceso de crecimiento progresivo de grieta, cuando los elementos estructurales se cargan de manera cíclica y repetitiva,** observemos la imagen 45.

Imagen 45. Variación del esfuerzo en función del tiempo en carga cíclica.



a) Vibración acústica de muy baja amplitud. b) Esfuerzo de fatiga de alto ciclo, nótese que la amplitud máxima siempre se encuentra debajo de  $\sigma_y$ . c) Esfuerzo de fatiga de bajo ciclo, la amplitud del esfuerzo es mayor que  $\sigma_y$ .

**Fuente.** Ashby, M. Materials: engineering, science, processing and design. ELSEVIER, 2018, p. 228.

Cuando la amplitud de un ciclo de esfuerzo es pequeña, se produce cierta disipación o amortiguamiento de energía principalmente por el consumo de energía elástica durante el proceso de deformación, sin que ocurra daño. Amplitudes de esfuerzo mayores causan la acumulación de daño, un poco en cada ciclo, hasta que se alcanza un punto crítico en el que se desarrolla un tamaño de grieta peligroso. La carga cíclica continua hace que la grieta crezca hasta que el elemento se fracture repentinamente. Conócenos dos clases de fatiga: de bajo ciclo o alta amplitud de esfuerzo y de alto ciclo o baja amplitud de esfuerzo.

La imagen 46 muestra cómo se miden y grafican los esfuerzos de fatiga. Una probeta u elemento se esfuerza cíclicamente con una amplitud de  $\Delta\sigma/2$ , sobre un valor de esfuerzo medio  $\sigma_m$ , y se registra el número de ciclos para causar fractura. Los datos se presentan como curvas de  $\Delta\sigma - N_f(S - N)$ , donde  $\Delta\sigma$  representa el rango pico a pico sobre el cual varía el esfuerzo y  $N_f$  representa el número de ciclos hasta la fractura. La mayoría de las pruebas usan una curva de esfuerzo variable sinusoidal con una amplitud de  $\sigma_a$  de:

$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$

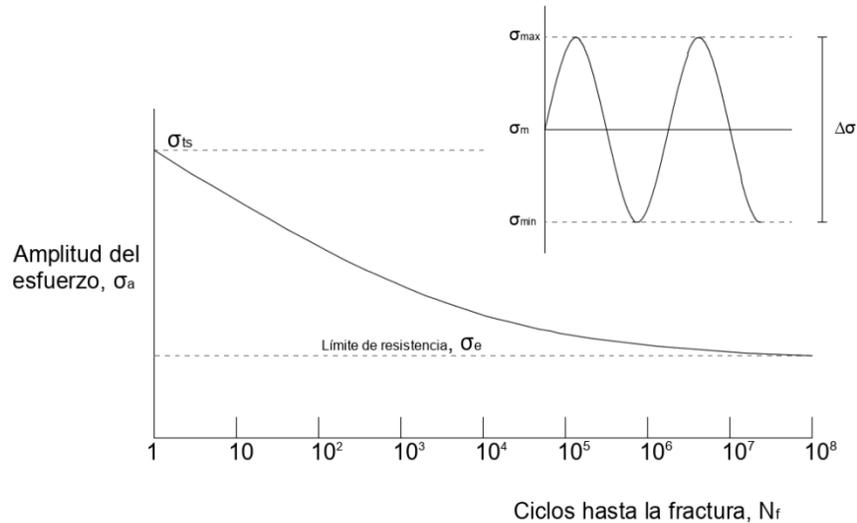
y un esfuerzo medio  $\sigma_m$ , de:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

Los datos de fatiga generalmente se reportan para un valor  $R$  especificado:

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$$

Imagen 46. Esquema de gráfica S-N, ciclos en escala logarítmica.



Fuente. Elaboración propia.

Un valor  $R$  de  $-1$  significa que el esfuerzo medio es cero; y un valor  $R$  de  $0$  significa que los ciclos de esfuerzo van desde  $0$  hasta  $\sigma_{max}$ . Para muchos materiales existe un límite de resistencia a la fatiga,  $\sigma_e$ , expresado en  $MPa$ . Es la amplitud del esfuerzo  $\sigma_a$ , sobre un esfuerzo medio de cero, por debajo de la cual un esfuerzo cíclico no produce fractura o el número de ciclos para producirla es mayor a  $10^7$ . El diseño en contra de la fatiga de alto ciclo se orienta a mantener el esfuerzo máximo que se desarrollara en el elemento por debajo de  $\sigma_e$ . En fatiga de alto ciclo, donde los esfuerzos permanecen generalmente en su rango elástico y llegan a estar muy por debajo de  $\sigma_y$ , también se desarrollan grietas y su crecimiento causa fractura (Ashby, 2018).

En fatiga de alto ciclo, ver imagen 47, una vez que se desarrolla una grieta esta se propagara de la siguiente manera. Durante el desarrollo de un ciclo de esfuerzo se forma una pequeña zona plástica o zona de proceso en la punta de la grieta que se abre y crea una nueva superficie. En la etapa compresiva del ciclo la grieta se cierra y la superficie recién formada se pliega hacia adelante, avanzando la grieta. La repetición de ciclos hace avanzar la grieta lentamente, dejando marcadas pequeñas ondas en la cara de la grieta que indican su posición en cada ciclo de carga. Estas "estrías u ondas" son características de tal proceso de fractura y son útiles, en un sentido forense, para revelar dónde comenzó la grieta y qué tan rápido se propagó.

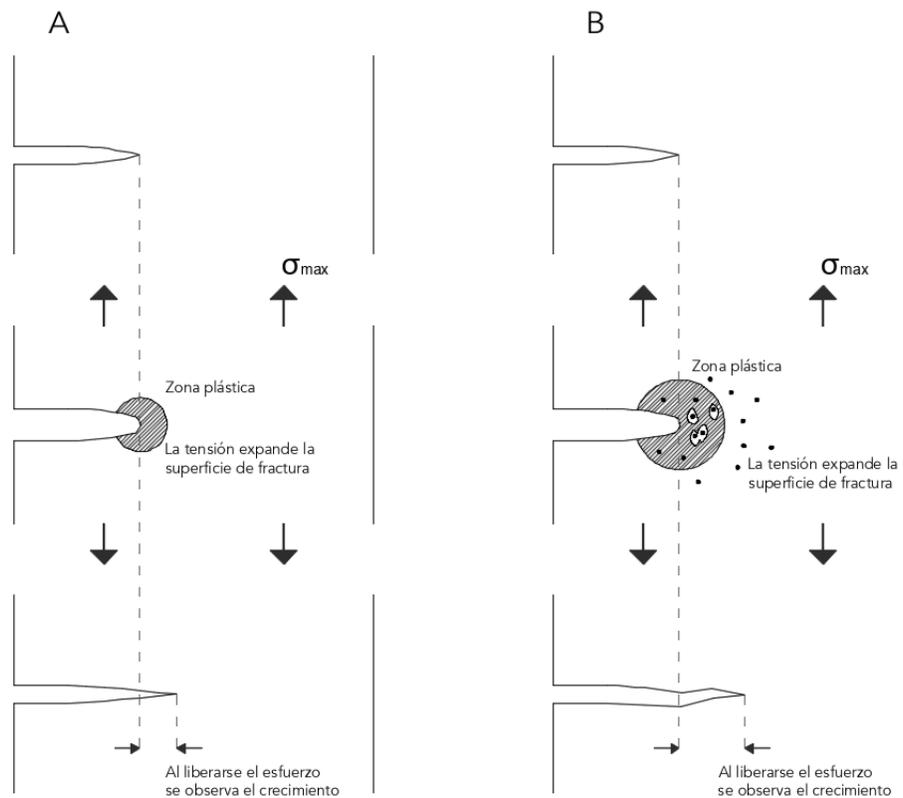
En fatiga de bajo ciclo, ver imagen 42, los esfuerzos son mayores y la zona plástica o de proceso es más grande. Puede ser tan grande que todo el elemento entre en una etapa de deformación plástica o de microgrietamiento. Las "ondas o estrías" más grandes se encuentran en la punta de

la grieta, donde la plasticidad ahora hace que los huecos nucleen, crezcan y se unan, al igual que en la fractura dúctil.

Las grietas se propagan durante el desarrollo de la tensión en un ciclo de esfuerzo; los esfuerzos de compresión fuerzan las caras de la grieta a encontrarse, generando que esta se cierre. Las grietas por fatiga pueden comenzar en la superficie o al interior del elemento estructural. Se sabe que el esfuerzo cíclico causa daños que se acumulan lentamente hasta que cualquier grieta existente crece lentamente y se vuelve inestable. Este es un comportamiento pernicioso y de alta peligrosidad: **las grietas pueden ser invisibles o muy difíciles de visualizar hasta que se produce una falla repentina y catastrófica.**

La carga cíclica a largo plazo que un material o elemento estructural puede tolerar, su límite de resistencia,  $\sigma_e$ , es generalmente una tercera parte de su resistencia a la fluencia o límite elástico,  $\sigma_y$ .

Imagen 47. Crecimiento de grieta en fatiga de alto y bajo ciclo.



A) En fatiga de alto ciclo, la zona plástica o de proceso en la punta de la grieta es pequeña.

B) En fatiga de bajo ciclo, la zona plástica o de proceso en la punta de la grieta es grande.

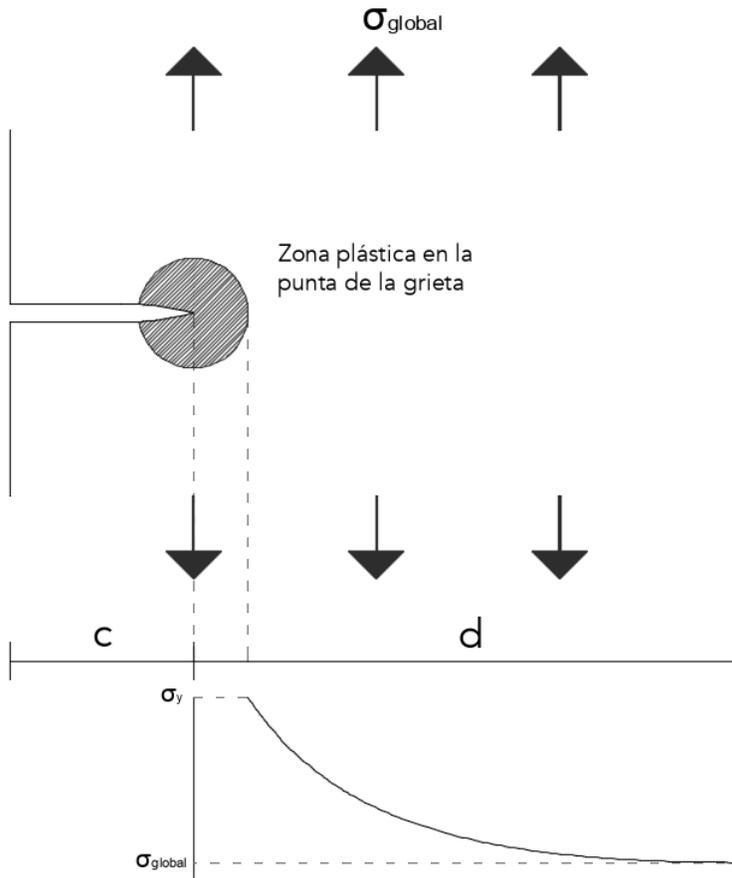
Fuente. Ashby, M. Materials: engineering, science, processing and design. ELSEVIER, 2018, p. 237.

### e) Control de la fractura inestable

El campo de esfuerzos en la punta de una grieta, ver imagen 48, genera una denominada zona de proceso, donde se desarrolla: deformación plástica en materiales dúctiles, microagrietamiento en materiales cerámicos, y delaminación, desunión o extracción del refuerzo en materiales compuestos reforzados con fibras.

Dentro de la zona de proceso se desarrolla trabajo para lograr la deformación plástica o vencer las fuerzas de fricción. Se estima el tamaño de la zona plástica que se desarrolla en la punta de la grieta de la siguiente manera. El esfuerzo aumenta a razón de  $1/\sqrt{a}$  a medida que nos acercamos a la punta de la grieta. En el punto en el que se alcanza el límite elástico del material  $\sigma_y$ , el material cede, y a excepción de existir endurecimiento por deformación, el esfuerzo no puede ser mayor que este.

Imagen 48. Zona de proceso en la punta de una grieta.



Fuente. Elaboración propia.

La distancia de la punta de la grieta donde  $\sigma_{local} = \sigma_y$  puede encontrarse igualando la función  $\sigma_{local} = Y \frac{\sigma\sqrt{\pi c}}{\sqrt{2\pi d}}$  con  $\sigma_y$  y resolviendo para  $d$ . La parte truncada del campo de esfuerzo elástico se redistribuye, haciendo que la zona plástica sea más grande. El análisis conduce a la siguiente conclusión: el radio  $d_y$  de la zona plástica, que permite la redistribución del esfuerzo, es el doble del valor de esfuerzo elástico expresado, dando:

$$d_y = 2 \left( \frac{\sigma^2 \pi c}{2\pi \sigma_y^2} \right) = \frac{K_1^2}{\pi \sigma_y^2}$$

(tomando  $Y = 1$ ). El tamaño de la zona plástica se reduce rápidamente a medida que aumenta  $\sigma_y$ . Las grietas en los metales blandos tienen grandes zonas plásticas, las cerámicas tienen zonas plásticas muy pequeñas o ninguna.

Cuando las grietas son pequeñas los materiales se deforman antes de fracturarse, cuando son grandes sucede lo contrario. Cuando la grieta es pequeña el esfuerzo es igual al límite elástico, cuando es grande disminuye de acuerdo con la siguiente función, (tomando  $Y = 1$ ):

$$\sigma_f = \frac{K_{1c}}{\sqrt{\pi c}}$$

La transición de deformación a fractura es suave, esta ocurre cuando  $\sigma_f = \sigma_y$ , dando la longitud de la grieta de transición:

$$c_{crit} = \frac{K_{1c}^2}{\pi \sigma_y^2}$$

Estas longitudes de grietas son una medida de la tolerancia al daño del material, ver tabla 1. Los metales tenaces son capaces de contener grietas grandes, pero aun así fallan de manera predecible y dúctil. Las cerámicas, que siempre contienen pequeñas grietas, fallan de manera frágil en esfuerzos muy por debajo de su esfuerzo de fractura teórico. Los polímeros son percibidos como tenaces, debido a su resistencia al impacto cuando no están agrietados, pero los defectos de menos de 1 mm. pueden ser suficientes para que algunos polímeros fallen de una manera frágil (Ashby, 2018).

Tabla 1. Tamaño crítico de grieta.

Clase de material	Longitud de grieta de transición, $c_{crit}$ (mm)
Metales	1-1000
Polímeros	0.1-10
Cerámicas	0.01-0.1
Materiales compuestos	0.1-10

Fuente. Ashby, M. Materials: engineering, science, processing and design. ELSEVIER, 2018, p. 207.

La temperatura de operación puede también generar una transición dúctil-frágil, al igual que la segregación química.

## 2.5. Modos de origen de fractura

### a) Relación entre el modo de origen y la trayectoria de la fractura

Al producirse agrietamiento o fractura en un elemento estructural, el análisis del daño puede proporcionar información sobre la causa y el proceso que condujo a la fractura, la dirección de carga, lo que conduce a plantear medios de prevención y de reparación. El análisis de las superficies de fractura es informativo sobre el origen del agrietamiento que ha surgido. A través del análisis macroscópico de la superficie de fractura se puede reconocer, por ejemplo, si se trata de una fractura frágil o una fractura dúctil, a qué modo de carga estuvo expuesto el elemento estructural y si se desarrolló una fractura por fatiga o una fractura por sobrecarga.

En una fractura frágil el esfuerzo normal máximo en el elemento puede ser decisivo. Las superficies de fractura pueden relacionarse con el flujo de esfuerzo principal y se produce con poca o ninguna deformación. La fractura dúctil es iniciada por esfuerzos cortantes en el elemento. Las grietas por fatiga crecen con poca deformación, incluso en materiales dúctiles. La orientación de las superficies de grietas por fatiga es, por lo tanto, comparable a la de las superficies de fractura frágil (Hans, 2012). Podemos tomar en cuenta las siguientes observaciones experimentales, aplicables a fracturas frágiles y por fatiga:

- Bajo carga uniaxial de tensión por esfuerzo normal, la grieta crece perpendicular a esta fuerza normal.
- En caso de carga biaxial, una grieta crecerá perpendicular al esfuerzo normal principal más grande.
- Bajo condiciones de esfuerzo cortante, la grieta se propagará perpendicular al esfuerzo normal máximo.

Si se ha producido una fractura por fatiga, el punto de partida de la grieta y su trayectoria pueden reconocerse en la superficie de la fractura, como se observa en la imagen 49. También se puede observar la transición del crecimiento de grieta estable a inestable. La superficie de agrietamiento por fatiga se distingue de la superficie de fractura forzada.

Imagen 49. Superficie de fractura por fatiga.



Fuente. Hans, R. Fatigue crack growth. Springer, 2012, p. 31.

## b) Sistematización de los tipos de fractura en elementos y sistemas estructurales

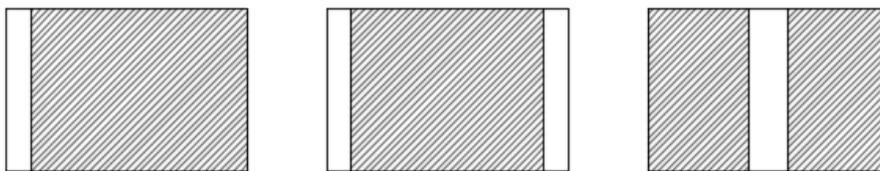
Para examinar y estimar:

- ¿Qué esfuerzos son responsables del proceso de agrietamiento?;
- ¿Hasta donde y como podría crecer una grieta?;
- ¿Con que velocidad podría desarrollarse el agrietamiento?;
- ¿Qué peligros existen en caso de fractura inestable?

es necesario reconocer y comprender las trayectorias básicas de fractura en elementos estructurales. Se definen trayectorias comunes de grietas que resultan de la relación entre modo de carga y diseño de los elementos estructurales. La "trayectoria" es el curso o recorrido que sigue una grieta o fractura en un elemento o sistema estructural. Se distingue esencialmente entre los siguientes tipos de grietas:

- **Grietas a través del elemento.** Una grieta a través de un elemento se desarrolla en todo su espesor, imagen 50.

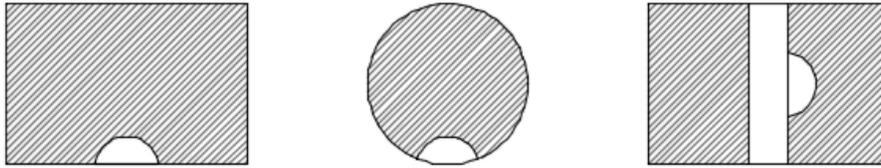
Imagen 50. Grietas a través del elemento, en elementos estructurales vistos en planta.



Fuente. Elaboración propia.

- **Grietas superficiales.** Comienzan en la superficie del elemento estructural y crecen en una forma semielíptica o semicircular, imagen 51. Las grietas superficiales a menudo inician en puntos de cambio de sección o perforaciones.

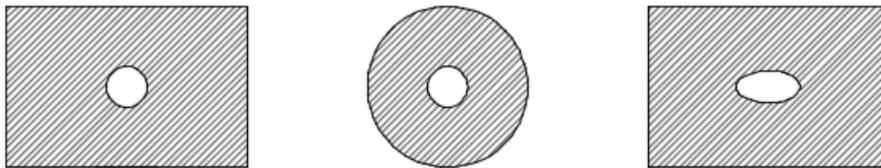
Imagen 51. Grietas superficiales, en elementos estructurales vistos en planta.



Fuente. Elaboración propia.

- **Grietas internas.** Son grietas que se encuentran al interior del elemento estructural que no alcanzan la superficie, imagen 52. Como resultado, tampoco pueden observarse en la superficie del elemento. Las grietas internas se propagan como grietas por fatiga en forma circular o elíptica.

Imagen 52. Grietas internas, en elementos estructurales vistos en planta.



Fuente. Elaboración propia.

- **Grietas de borde.** Generalmente comienzan en un borde o esquina del elemento, imagen 53. Después de un extenso crecimiento de grieta, las grietas de borde pueden convertirse en grietas a través del elemento.

Imagen 53. Grietas de borde, en elementos estructurales vistos en planta.

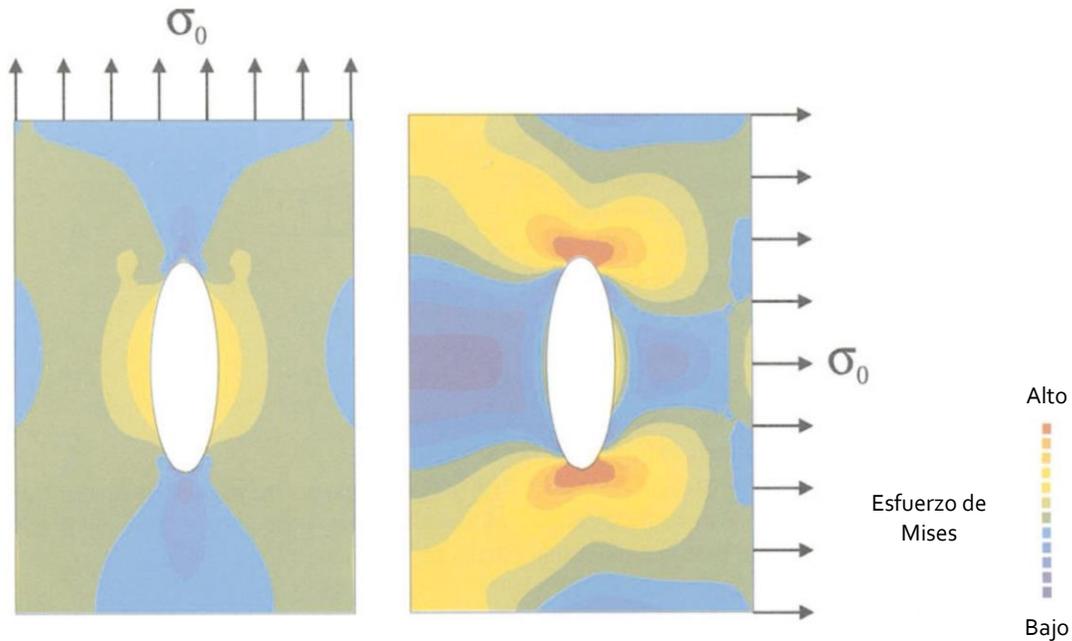


Fuente. Elaboración propia.

## 2.6. Comportamiento de discontinuidades geométricas

Se analiza el comportamiento de las discontinuidades geométricas. Se denomina discontinuidad geométrica a toda muesca, agujero, ranura, y cambio en la sección transversal, en un elemento estructural. La distribución de esfuerzos en una placa sometida a un esfuerzo de tensión que contiene una discontinuidad elíptica se muestra en la imagen 54. El esfuerzo  $\sigma$  que se aplica desde el exterior actúa a cierta distancia por encima y por debajo de la discontinuidad.

Imagen 54. Distribución de esfuerzos en torno a una discontinuidad.



Fuente. Mattheck, C. Design in Nature. Springer, 1998, pp. 16.

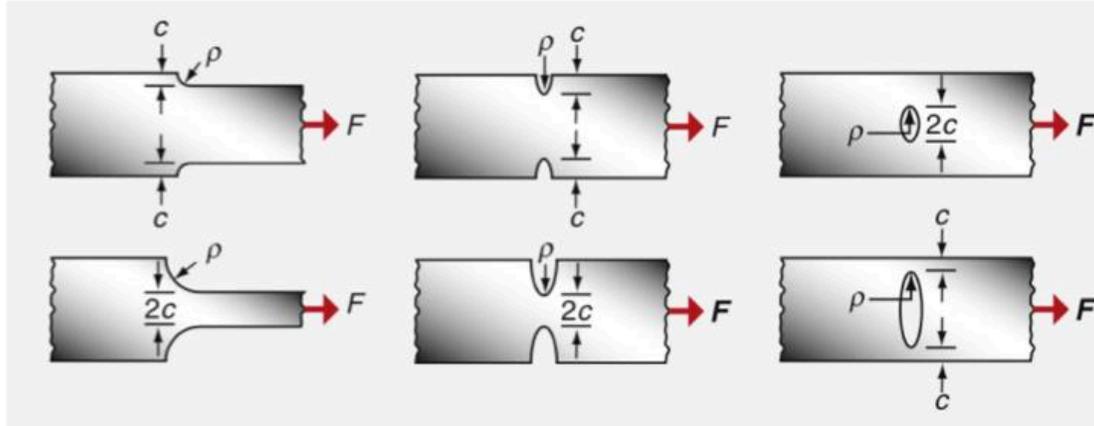
La presencia de la discontinuidad genera un doble efecto, reduce la sección transversal de la placa, debido a su mera presencia, causando un incremento en el valor del esfuerzo  $\sigma$ , y actúa como un punto de concentración de energía de deformación. Ya que **el flujo de energía al aproximarse a la discontinuidad desde arriba y desde abajo debe desviarse a su alrededor, de la misma forma que lo haría un líquido que fluye**. Este es el origen del incremento del valor del esfuerzo en torno a discontinuidades, incremento que dependerá de la brusquedad de la desviación. El agrietamiento y la deformación plástica tienden a comenzar en estos puntos de concentración, aunque la mayor parte del elemento continúe en su rango elástico.

Para clarificar el efecto de la brusquedad de la desviación del flujo de esfuerzo, la imagen 55 muestra algunas formas de discontinuidad que difieren en peligrosidad. Se debe tener en cuenta la dependencia del efecto de concentración en función de la orientación de la discontinuidad con respecto a la dirección de carga. Los factores  $F$  representan la relación entre el esfuerzo máximo  $\sigma_{\max}$ , y el esfuerzo aplicado  $\sigma$ :

$$F = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma}$$

Este factor de concentración de esfuerzo determina el aumento del esfuerzo debido a la presencia de una discontinuidad en el elemento y, por lo tanto, su peligrosidad con respecto al posible desarrollo de agrietamiento y fractura. Para evitar el inicio de un proceso de agrietamiento no deseado, tiene sentido evitar tanto los puntos de concentración de energía de deformación, como el material superfluo, lo que en el análisis final es exactamente lo que significa la distribución uniforme de esfuerzo.

Imagen 55. Distribución de esfuerzos en torno a una discontinuidad.



**El cambio en la sección transversal genera una concentración de esfuerzos, y lo hace de manera más amplificada cuando la curvatura de la transición es más afilada.**

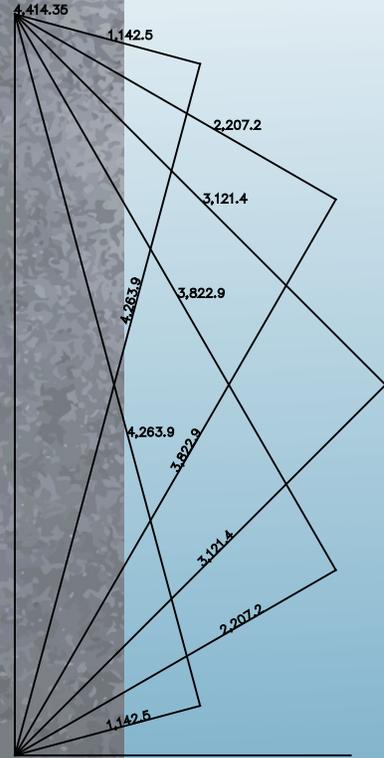
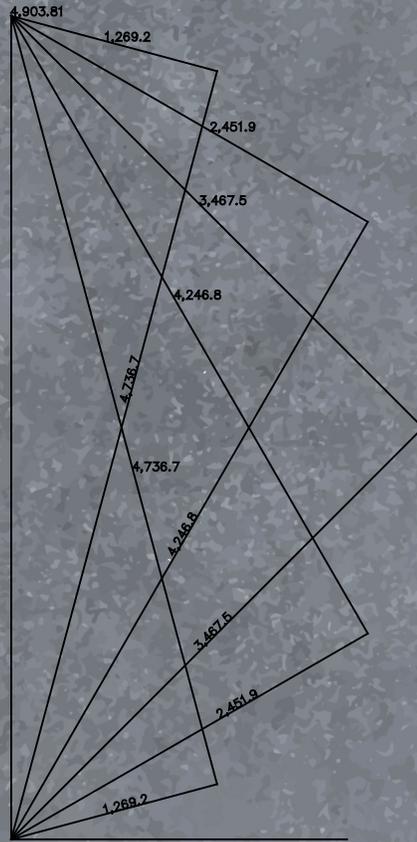
Fuente. Ashby, M. Materials: engineering, science, processing and design. ELSEVIER, 2018, p. 174.

Se observa que una discontinuidad no siempre causa un valor elevado de concentración de esfuerzo; la relación entre su diseño, orientación y el flujo de energía es determinante. Una discontinuidad que ha sido sometida a un proceso de optimización desvía el flujo de energía de manera tan suave que no se producen concentraciones críticas (Mattheck, 1998).

El esfuerzo local máximo en torno a una discontinuidad se encuentra aproximadamente multiplicando el esfuerzo nominal por un factor de concentración:

$$K_{sc} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{nom}}} = 1 + \alpha \left( \frac{c}{\rho_{sc}} \right)^{1/2}$$

Donde  $\rho_{sc}$  corresponde al radio de curvatura mínimo de la discontinuidad que origina la concentración de esfuerzo,  $c$  es una dimensión característica asociada con la discontinuidad o el cambio de sección: ya sea un medio del ancho de sección restante, la mitad del ancho de la discontinuidad contenida, la longitud de una discontinuidad de borde, o la altura de un hombro, lo que sea menor. El factor  $\alpha$  es aproximadamente 2 para esfuerzos de tensión, y es cercano a 1/2 para esfuerzos de torsión y flexión. Esta función representa una aproximación de trabajo adecuada para muchos problemas de diseño, mayor precisión puede consultarse en el manual Roark's Formulas for Stress and Strain (Ashby, 2018).



# CONTROL DE CALIDAD Y PROCESO CONSTRUCTIVO EN EL DISEÑO EXPERIMENTAL

3

### 3. CONTROL DE CALIDAD Y PROCESO CONSTRUCTIVO EN EL DISEÑO EXPERIMENTAL

El diseño experimental en el laboratorio de modelos permite identificar el proceso de fractura en el elemento estructural. La relevancia e impacto del diseño se expresa en la imagen 56.

Imagen 56. Importancia de los elementos estructurales y consecuencias de su falla.



Fuente. Curso de la Red Nacional de Evaluadores, Centro Nacional de Prevención de Desastre, (2019).

### 3.1. Análisis del proceso de fractura en modelos sujetos a esfuerzo de compresión axial.

#### a) Objetivos

- I) Se desarrolla un modelo de análisis de la dinámica de agrietamiento y fractura en un elemento trabajando ante esfuerzo de compresión axial (columna), fabricado de material granular (mortero cemento-arena).
- II) Se determina a partir del análisis del agrietamiento la forma de la distribución del esfuerzo (energía de deformación).
- III) Se genera un modelo de obtención de forma optimizada.

#### b) Características del ensayo

Ensayo destructivo de compresión axial monotónica en probetas de sección regular de  $40 \times 40 \text{ mm}$  y altura  $200 \text{ mm}$ , imagen 57, fabricadas con mortero cemento-arena, elaborado con una proporción 1:3 en volumen, con relación agua cemento en peso igual a 0.75. Las probetas se ensayaron después de 28 días de su fabricación.

Se utilizó una maquina universal Shimadzu AG-I de 5 toneladas con accesorios de compresión Instron.

Figura 57. Planta y alzado de la probeta tipo.



Fuente: elaboración propia.

### c) Procedimiento

- 1) Se fabricaron 10 probetas en las dimensiones especificadas, denominadas PMR.
- 2) Se garantizó el paralelismo del ensaye mediante el cabeceo de las probetas con yeso.
- 3) De las 10 probetas fabricadas, 8 fueron ensayadas exitosamente. De estas 8, 5 fueron llevadas a su esfuerzo de fractura, dos modelos fueron sometidos a esfuerzos menores a su esfuerzo de fractura para analizar el desarrollo del daño. Una probeta fue conservada como unidad de control.
- 5) Las probetas ensayadas que no manifestaron daño fueron seccionadas en dos partes por su centro y en sentido longitudinal utilizando un cortador con disco de diamante.
- 6) Se analizaron las probetas seccionadas con lente magnificador y microscopio digital de 150 aumentos.

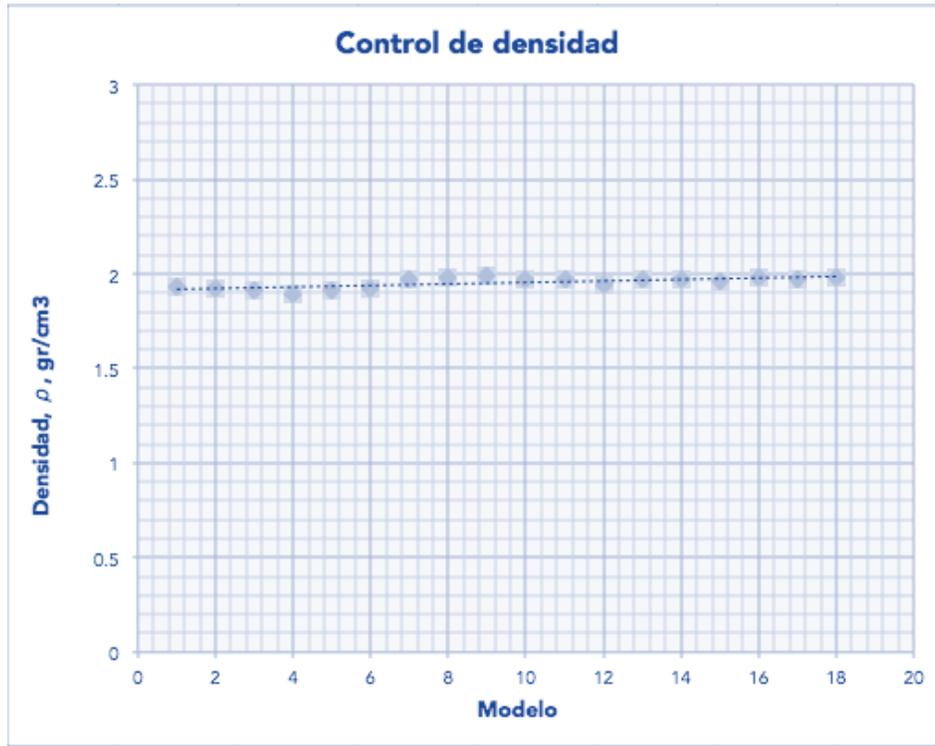
### d) Análisis del proceso de fractura

El primer paso de análisis de las propiedades de las probetas consiste en su control dimensional, de peso y densidad. El lado, ancho y alto de las probetas se mantiene constante. El peso medio se determina en 647.82 *gr*, con una desviación estándar de 7.15 *gr* y la densidad media se establece en 2.24 *gr/cm<sup>3</sup>*, con una desviación estándar de 0.02 *gr*, ver tabla 2 e imagen 58.

Tabla 2. Control dimensional.

Control dimensional				
Modelo	Lado, cm	Altura, cm	Peso, gr	Densidad gr/cm <sup>3</sup>
PMR 2	4.00	20.00	641.00	2.22
PMR 3	4.00	20.00	641.00	2.22
PMR 4	4.00	20.00	646.00	2.24
PMR 5	4.00	20.00	648.00	2.24
PMR 6	4.00	20.00	655.00	2.27
PMR 7	4.00	20.00	639.00	2.21
PMR 8	4.00	20.00	652.00	2.26
PMR 9	4.00	20.00	651.00	2.25
PMR 10	4.00	20.00	661.00	2.29
PMR 11	3.80	20.00	638.00	2.21
Media			647.82	2.24
Desviación estándar			7.15	0.02
Coefficiente de variación			1.10%	1.10%

Imagen 58. Control de densidad.



Fuente: elaboración propia.

Se utilizan las siguientes funciones para el cálculo de las propiedades mecánicas de los modelos, estas se obtuvieron del estándar ASTM-C1424-15.

Esfuerzo de fractura

$$\sigma_f = \frac{P_f}{\text{Área original}}$$

Deformación de fractura

$$\varepsilon = \frac{(\text{longitud final} - \text{longitud original})}{\text{longitud original}}$$

Módulo de elasticidad estático

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Posterior al control dimensional, 5 probetas fueron ensayadas exitosamente hasta su esfuerzo de fractura, ver tabla 3. Se determina el esfuerzo medio de fractura en  $301.83 \text{ kg/cm}^2$ , con una desviación estándar de  $24.65 \text{ kg/cm}^2$ . El parámetro que refleja un mayor rango y coeficiente de variación corresponde a la deformación alcanzada al momento de la fractura con un valor medio

de -1.63 mm y un coeficiente de variación del 23.45 %. Se determina el módulo de elasticidad volumétrico en un valor medio de 39,035 kg/cm<sup>2</sup> y un coeficiente de variación de 8.17 %.

Tabla 3. Caracterización mecánica.

Caracterización mecánica						
Probeta	Área, cm <sup>2</sup>	Pf, kg	Df, mm	σf, kg/cm <sup>2</sup>	εf	E, kg/cm <sup>2</sup>
PMR 2	16.00	4134.95	1.56	286.35	0.0078	36712.04
PMR 4	16.00	3844.33	1.43	266.23	0.00715	37234.66
PMR 8	16.00	4903.81	1.97	339.60	0.00985	34477.06
PMR 9	16.00	4414.35	2.14	305.70	0.0107	28570.37
PMR 10	16.00	4494.91	1.07	311.28	0.00535	58183.52
Media		4358.47	1.63	301.83	0.0082	39035.53
Desviación estándar		355.93	0.38	24.65	0.0019	10055.71
Coeficiente de variación		8.17%	23.45%	8.17%	23.45%	25.76%

Pf: carga de fractura; Df: Desplazamiento de fractura; σf: esfuerzo de fractura;  
εf: deformación en fractura; E: módulo de elasticidad estático.

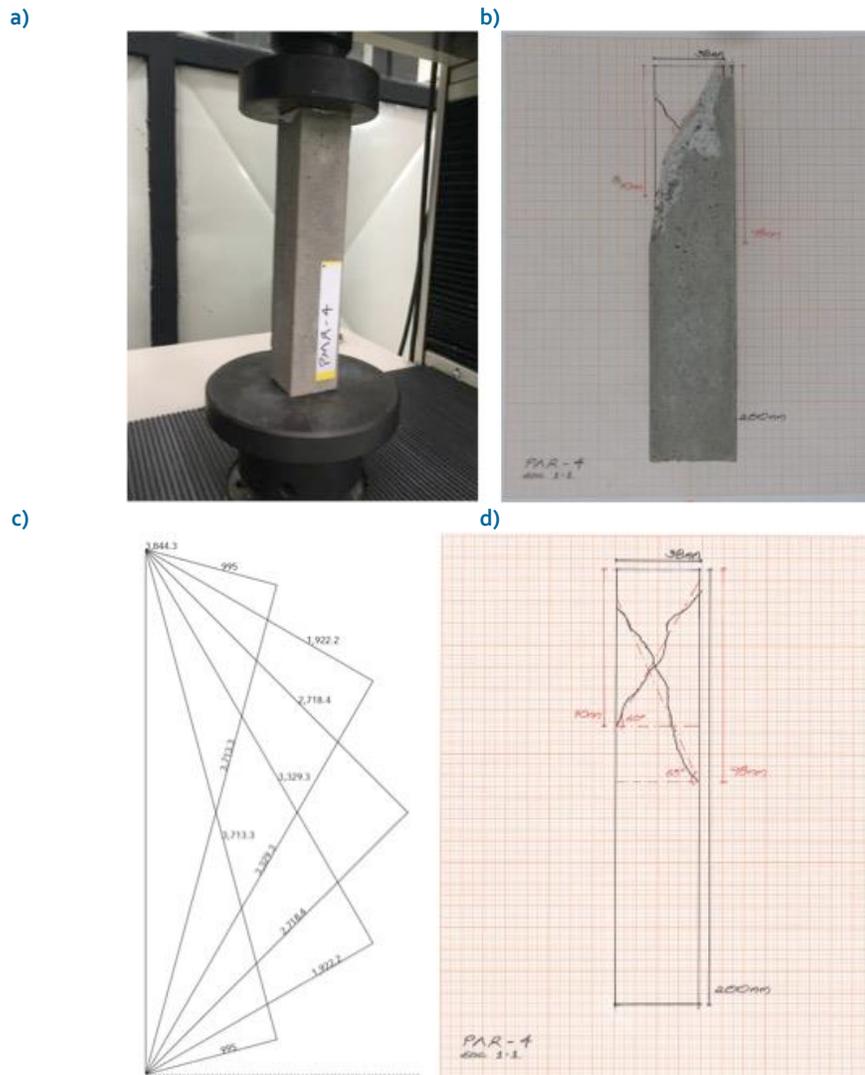
Se procede al desarrollo de un modelo de análisis de los planos de fractura en las probetas 4, 8 y 9.

- Probeta PMR-4

Tabla 4. Caracterización mecánica PMR-4.

Caracterización mecánica						
Probeta	Área, cm <sup>2</sup>	Pf, kg	Df, mm	$\sigma_f$ , kg/cm <sup>2</sup>	$\epsilon_f$	E, kg/cm <sup>2</sup>
PMR 4	16.00	3844.33	1.43	266.23	0.00715	37234.66

Imagen 59. Análisis de los planos de fractura en PMR-4.



a) Probeta montada en la maquina universal. b) Probeta fracturada. c) Análisis gráfico de las componentes normal y tangencial. d) Análisis gráfico de los planos de fractura.

Fuente: elaboración propia.

Tabla 5. Esfuerzos en probeta PMR-4.

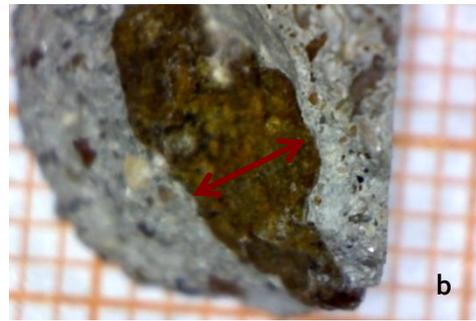
Esfuerzos en probeta PMR-4				
A	Componente normal, $kg$	Esfuerzo normal, $kg/cm^2$	Componente tangencial, $kg$	Esfuerzo tangencial, $kg/cm^2$
0	3844.30	266.23	0.00	0.00
15	3713.30	248.4	995.00	66.56
30	3329.30	199.67	1922.20	115.28
45	2718.40	133.11	2718.40	133.11
60	1922.20	66.56	3329.30	115.28
75	995.00	17.83	3713.30	66.56

Del análisis se determina que la fractura es de origen tangencial y esta se inició en un plano cercano a  $60^\circ$  respecto al eje horizontal; siendo el esfuerzo actuante estimado de  $115.28 \text{ kg/cm}^2$ .

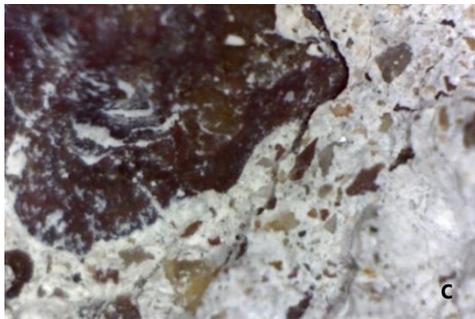
Imagen 60. Fotografías obtenidas con el microscopio digital de PMR-4.



Aproximadamente 2.5 mm.



Aproximadamente 2.0 mm.



Ancho de grieta menor a 1 mm.



Ancho de grieta menor a 1 mm.

a) Agregado fracturado. b) Agregado fracturado. c) Grieta rodeando el agregado. d) Grieta a través del agregado.

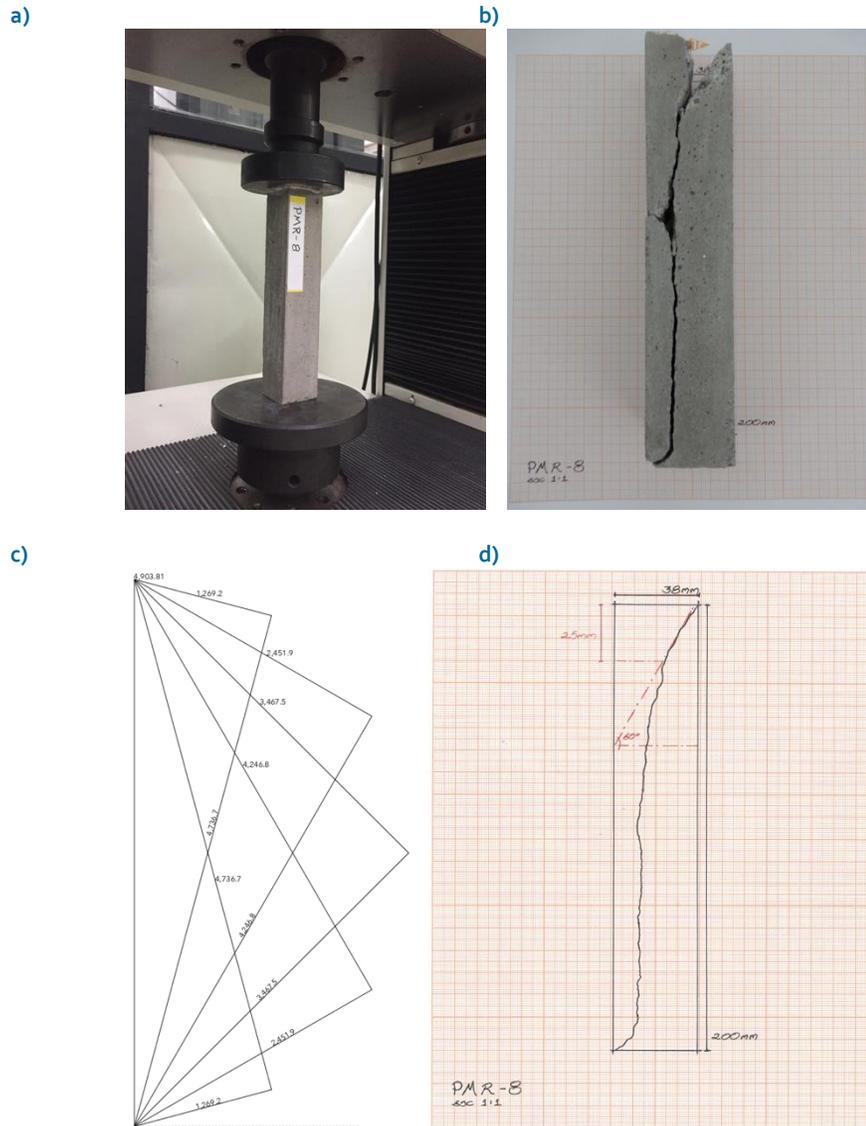
Fuente: elaboración propia.

- Probeta PMR 8

Tabla 6. Caracterización mecánica PMR-8.

Caracterización mecánica						
Probeta	Área, cm <sup>2</sup>	Pf, kg	Df, mm	$\sigma_f$ , kg/cm <sup>2</sup>	$\epsilon_f$	E, kg/cm <sup>2</sup>
PMR 8	14.44	4903.81	1.97	339.60	0.0099	34477.06

Imagen 61. Análisis de los planos de fractura en PMR-8.



a) Probeta montada en la maquina universal. b) Probeta fracturada. c) Análisis gráfico de las componentes normal y tangencial. d) Análisis gráfico de los planos de fractura.

Fuente: elaboración propia.

Tabla 7. Esfuerzos en probeta PMR-8.

Esfuerzos en probeta PMR-8				
A	Componente normal, <i>kg</i>	Esfuerzo normal, <i>kg/cm<sup>2</sup></i>	Componente tangencial, <i>kg</i>	Esfuerzo tangencial, <i>kg/cm<sup>2</sup></i>
0	4903.81	339.60	0.00	0.00
15	4736.70	316.85	1269.20	84.90
30	4246.80	254.70	2451.90	147.04
45	3467.50	169.80	3467.50	169.80
60	2451.90	84.90	4246.80	147.04
75	1269.20	22.75	4736.70	84.90

Del análisis se determina que la fractura es de origen tangencial y esta se inició en un plano cercano a 60° respecto al eje horizontal; siendo el esfuerzo cortante actuante estimado de 147.04 *kg/cm<sup>2</sup>*.

Imagen 62. Fotografías obtenidas con el microscopio digital de PMR-8.



Aproximadamente 3.0 mm.



Aproximadamente 3.0 mm.



Ancho de grieta menor a 1 mm.



Ancho de grieta menor a 0.5 mm.

- a) Agregado fracturado. b) Agregado fracturado. c) Grieta observada en la superficie externa de la probeta. d) Grieta observada en la superficie externa de la probeta.

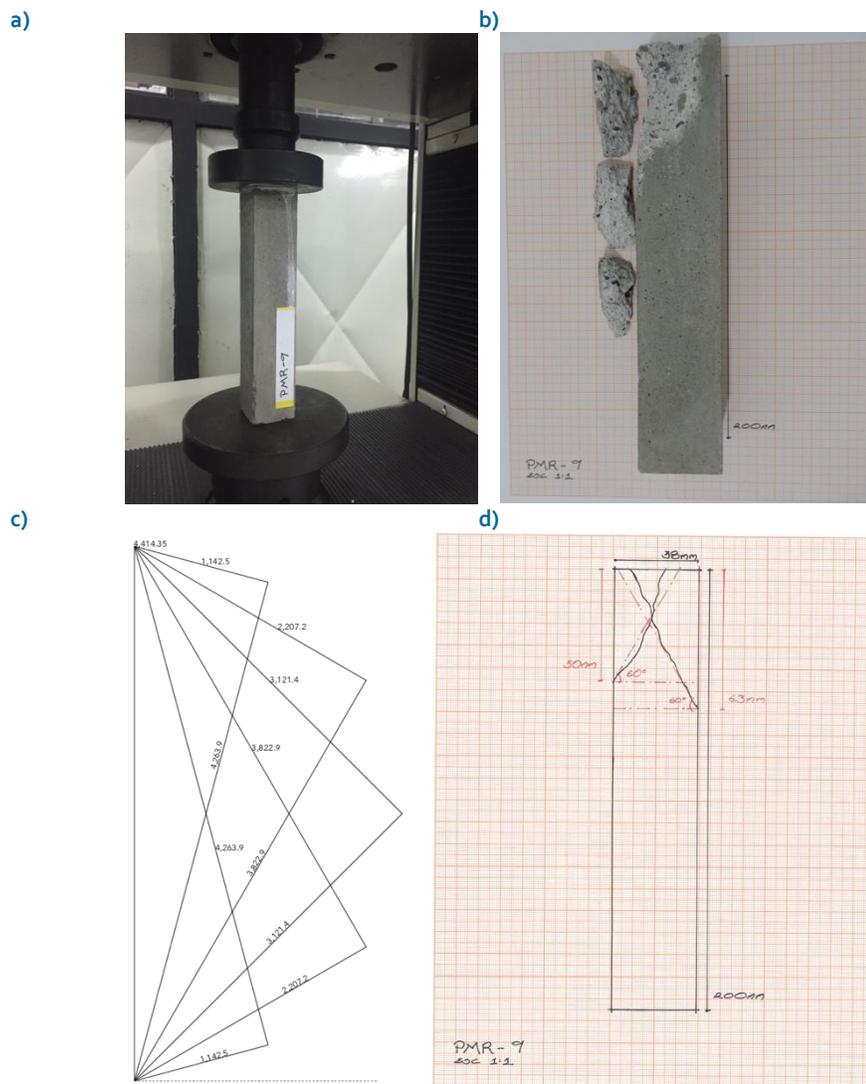
Fuente: elaboración propia.

- Probeta PMR 9

Tabla 8. Caracterización mecánica PMR-9.

Caracterización mecánica						
Probeta	Área, cm <sup>2</sup>	Pf, kg	Df, mm	$\sigma_f$ , kg/cm <sup>2</sup>	$\epsilon_f$	E, kg/cm <sup>2</sup>
PMR 9	14.44	4414.35	2.14	305.70	0.0107	28570.37

Imagen 63. Análisis de los planos de fractura en PMR-9.



a) Probeta montada en la maquina universal. b) Probeta fracturada. c) Análisis gráfico de las componentes normal y tangencial. d) Análisis gráfico de los planos de fractura.

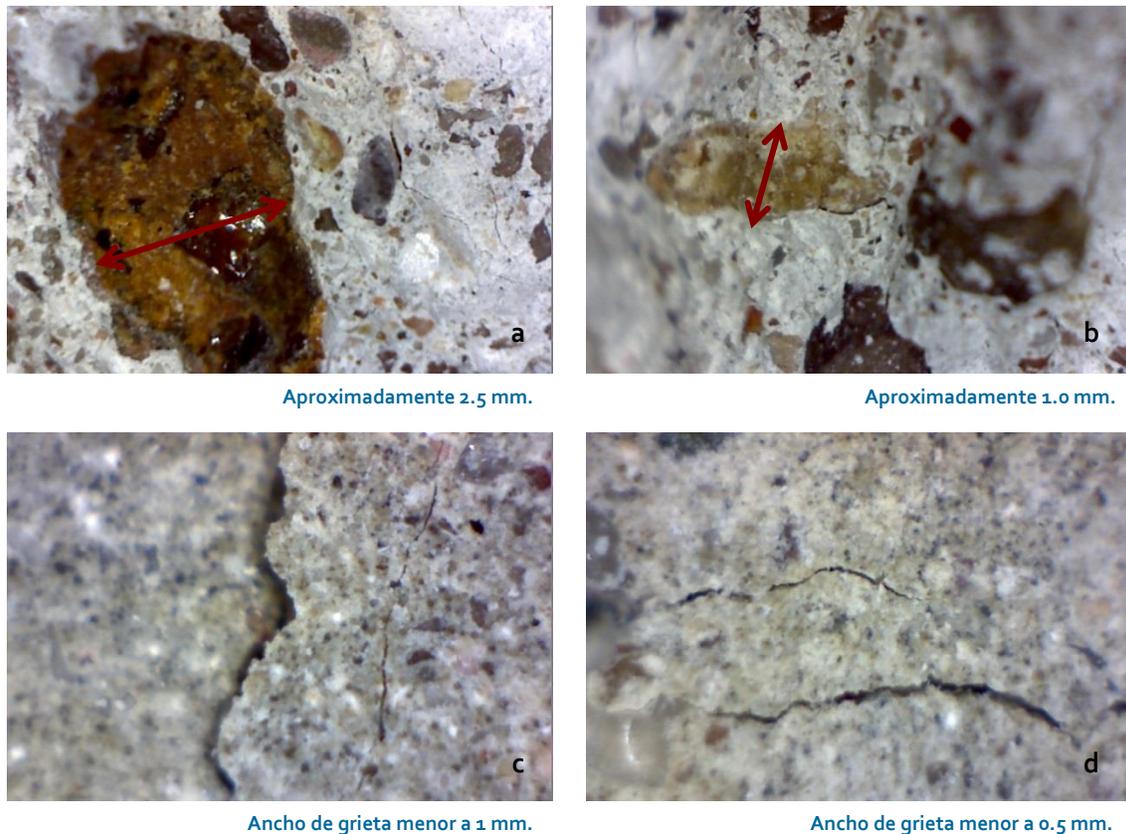
Fuente: elaboración propia. propia.

Tabla 9. Esfuerzos en probeta PMR-9.

Esfuerzos en probeta PMR-9				
$\alpha$	Componente normal, $kg$	Esfuerzo normal, $kg/cm^2$	Componente tangencial, $kg$	Esfuerzo tangencial, $kg/cm^2$
0	4414.35	305.70	0.00	0.00
15	4263.90	285.23	1142.50	76.43
30	3822.90	229.27	2207.20	132.37
45	3121.40	152.85	3121.40	152.85
60	2207.20	76.43	3822.90	132.37
75	1142.50	20.48	4263.90	76.43

Del análisis se determina que la fractura es de origen tangencial y este inició en planos a  $60^\circ$  o  $120^\circ$  respecto al eje horizontal; siendo el esfuerzo cortante actuante estimado de  $132.37 kg/cm^2$ .

Imagen 64. Fotografías obtenidas con el microscopio digital de PMR-9.



- a) Agregado fracturado. b) Agregado fracturado. c) Grieta observada en la superficie externa de la probeta.  
d) Zona de grietas observada en la superficie externa de la probeta.

Fuente: elaboración propia.

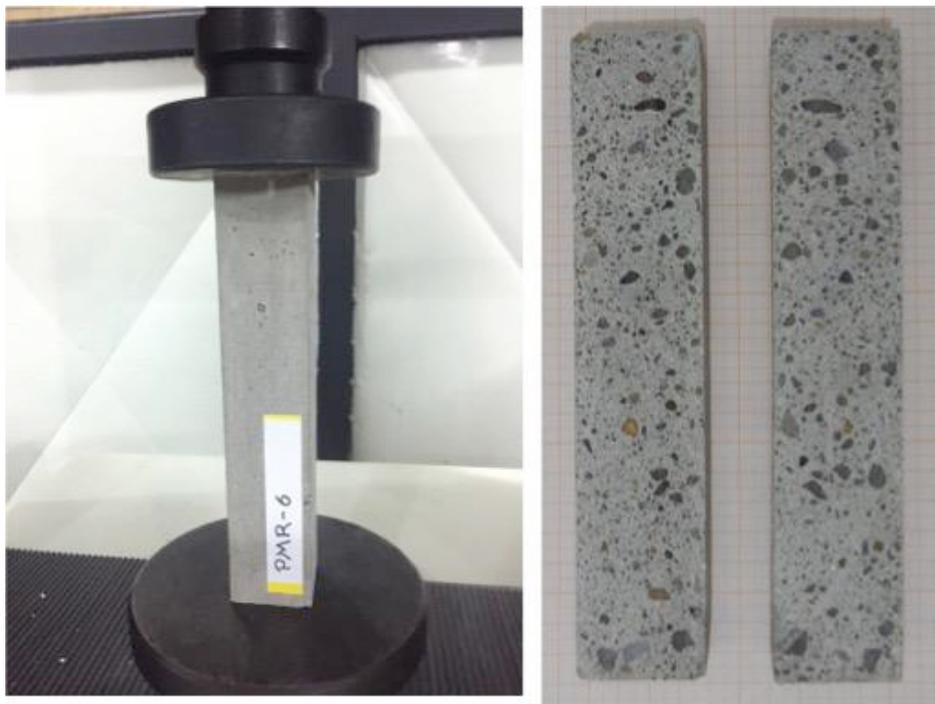
### - Probetas esforzadas y seccionadas por su centro

Las probetas PMR-6 y PMR-11 fueron cargadas sin que estas alcanzaran su esfuerzo de fractura, con la finalidad de seccionarlas por su centro con ayuda de un cortador de disco de diamante y analizar el daño en su interior. La probeta PMR-6 se esforzó hasta  $317.78 \text{ kg/cm}^2$ , y la probeta PMR-11 se esforzó hasta  $247.16 \text{ kg/cm}^2$ . Hasta este momento, en ninguno de los casos fue posible revelar el proceso de agrietamiento. Lo que sugiere que el daño ocurre a una escala menor a la microscópica.

Tabla 8. Caracterización mecánica PMR 6 Y 11.

Caracterización mecánica						
Probeta	Área, cm <sup>2</sup>	Pf, kg	Df, mm	$\sigma_f$ , kg/cm <sup>2</sup>	$\epsilon_f$	E, kg/cm <sup>2</sup>
PMR 6	14.44	4588.72	-	317.78	-	-
PMR 11	14.44	3569.01	-	247.16	-	-

Imagen 65. PMR-6 montada en la maquina universal y seccionada después del ensaye.



Fuente: elaboración propia.

### 3.2. Análisis del proceso de fractura en modelos sujetos a esfuerzo de compresión axial con distintas relaciones de esbeltez y modo de fabricación.

Se profundiza en el estudio de las variables que determinan el proceso de fractura, se modifica la relación de esbeltez respecto a las probetas descritas en el apartado anterior, al igual que la densidad y el proceso de fabricación.

#### a) Objetivos

I) Analizar la dinámica de agrietamiento y fractura en elementos trabajando ante esfuerzo de compresión axial (columna), fabricados de material granular (mortero cemento-arena).

II) Medir la variación en las propiedades mecánicas de probetas prismáticas de material granular, con diferentes relaciones de esbeltez y diferentes procesos de fabricación.

III) Generar una propuesta para la obtención de formas optimizadas.

#### b) Características del ensaye

Ensaye destructivo de compresión axial monotónica en probetas de sección regular de  $40 \times 40 \text{ mm}$  y altura  $80 \text{ mm}$ , y  $40 \times 40 \text{ mm}$  y altura  $200 \text{ mm}$ ; fabricadas con mortero cemento-arena, elaborado con una proporción 1:3 en volumen, con relación agua cemento en peso igual a 0.5. Se fabricaron 18 probetas con las siguientes características:

a) 6 probetas de sección  $40 \times 40 \text{ mm}$  y altura  $80 \text{ mm}$ , coladas verticalmente.

Imagen 66. Probetas  $40 \times 40 \times 80 \text{ mm}$ .



Fuente: elaboración propia.

b) 6 probetas de sección  $40 \times 40 \text{ mm}$  y altura  $200 \text{ mm}$ , coladas verticalmente.

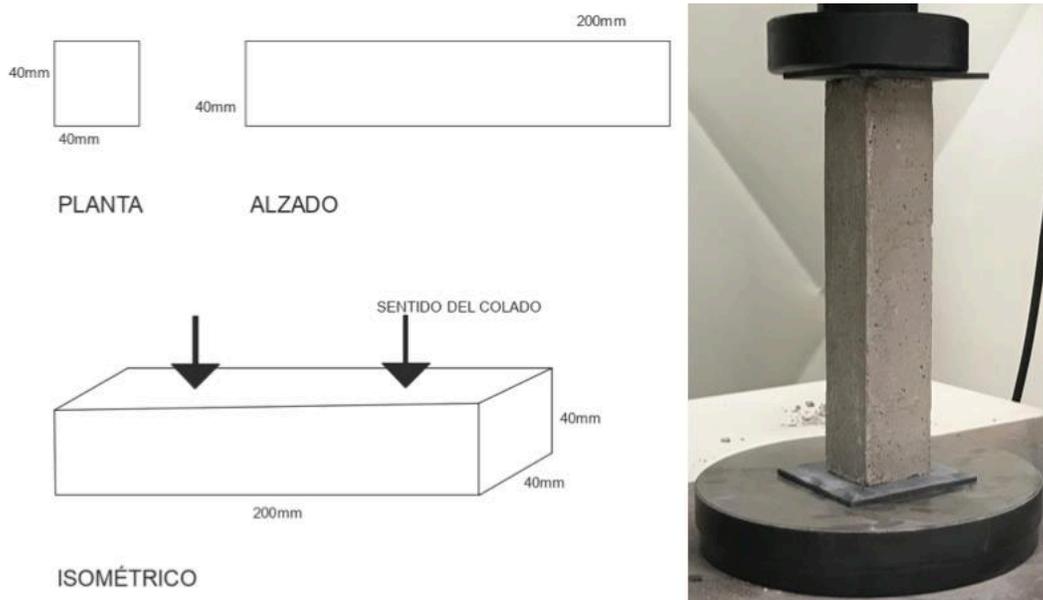
Imagen 67. Probetas  $40 \times 40 \times 200 \text{ mm}$ .



Fuente: elaboración propia.

c) 6 probetas de sección  $40 \times 40 \text{ mm}$  y altura  $200 \text{ mm}$ , coladas horizontalmente.

Imagen 68. Probetas  $40 \times 40 \times 200 \text{ mm}$ .



Fuente: elaboración propia.

Las probetas se ensayaron después de 28 días de su fabricación.

### c) Procedimiento

- 1) Se fabricaron 18 probetas en las dimensiones y forma especificada.
- 2) Se garantizó el paralelismo del ensaye mediante el cabeceo de las probetas con una placa de neopreno de 3 mm, dureza Shore A 76.
- 3) Se ensayaron las probetas ante esfuerzo de compresión axial. Se utilizó una máquina universal Shimadzu AG-I de 5 toneladas con accesorios de compresión Instron.
- 4) Se procedió a medir el comportamiento mecánico de las probetas y se analizaron las superficies de fractura.

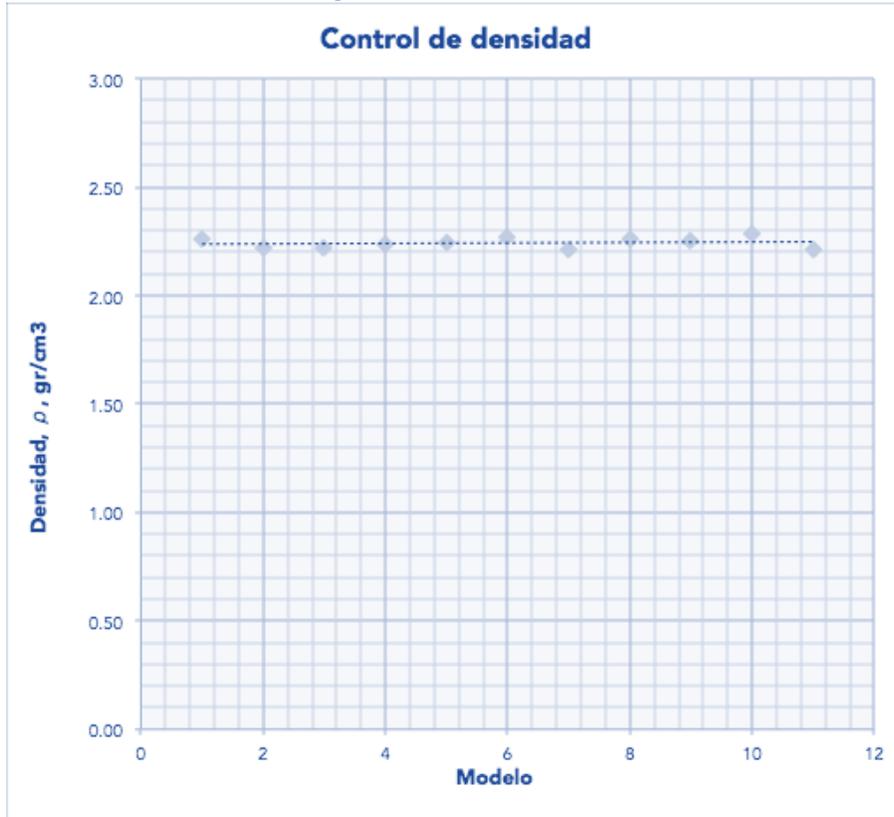
### d) Caracterización física y mecánica de las probetas

El primer paso de análisis de las propiedades de las probetas consiste en su control dimensional, de peso y densidad, tabla 9 e imagen 69.

Tabla 9. Control dimensional.

Control dimensional				
Modelo	Lado, cm	Altura, cm	Peso, gr	Densidad gr/cm <sup>3</sup>
V 1	4.00	8.00	247.00	1.93
V 2	4.00	8.00	246.00	1.92
V 3	4.00	8.00	245.00	1.91
V 4	4.00	8.00	242.00	1.89
V 5	4.00	8.00	245.00	1.91
V 6	4.00	8.00	246.00	1.92
V 7	4.00	20.00	632.00	1.98
V 8	4.00	20.00	635.00	1.98
V 9	4.00	20.00	637.00	1.99
V 10	4.00	20.00	631.00	1.97
V 11	4.00	20.00	630.00	1.97
V 12	4.00	20.00	621.00	1.94
H 13	4.00	20.00	630.00	1.97
H 14	4.00	20.00	630.00	1.97
H 15	4.00	20.00	627.00	1.96
H 16	4.00	20.00	633.00	1.98
H 17	4.00	20.00	632.00	1.98
H 18	4.00	20.00	634.00	1.98
Media				1.95
Desviación estándar				0.03

Imagen 69. Control de densidad.



Fuente: elaboración propia.

Se determinan mínimas variaciones dimensionales y de densidad, se establece la densidad media en  $1.95 \text{ gr/cm}^3$ , con una desviación estándar de  $0.03 \text{ gr}$  y un coeficiente de variación del  $1.5 \%$ . Se continua con el ensaye destructivo y al análisis de resultados, eliminando el valor mínimo y máximo en cada conjunto, tablas 10, 11, 12 y 13, imágenes 65 y 66. Se utilizan las siguientes funciones para el cálculo de las propiedades mecánicas de los modelos, estas se obtuvieron del estándar ASTM-C1424-15.

Esfuerzo de fractura

$$\sigma_f = \frac{P_f}{\text{Área original}}$$

Deformación de fractura

$$\varepsilon = \frac{(\text{longitud final} - \text{longitud original})}{\text{longitud original}}$$

Módulo de elasticidad estático

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Tabla 10. Compresión en modelos colados verticalmente de 8 cm de altura.

Compresión en modelos colados verticalmente de 8 cm de altura					
Modelo	Lado, cm	Altura, cm	Área, cm <sup>2</sup>	Pf, kg	$\sigma_f$ , kg/cm <sup>2</sup>
V <sub>2</sub> 2	4.00	8.00	16.00	1621.32	101.33
V <sub>3</sub> 3	4.00	8.00	16.00	1618.26	101.14
V <sub>5</sub> 5	4.00	8.00	16.00	1428.60	89.29
V <sub>6</sub> 6	4.00	8.00	16.00	1394.95	87.18
Media				1515.78	94.74
Desviación estándar				104.69	6.54
Coeficiente de variación				6.91%	6.91%

Pf: carga de fractura;  $\sigma_f$ : esfuerzo de fractura.

Tabla 11. Compresión en modelos colados verticalmente de 20 cm de altura.

Compresión en modelos colados verticalmente de 20 cm de altura					
Modelo	Lado, cm	Altura, cm	Área, cm <sup>2</sup>	Pf, kg	$\sigma_f$ , kg/cm <sup>2</sup>
V <sub>9</sub> 9	4.00	20.00	16.00	2016.97	126.06
V <sub>10</sub> 10	4.00	20.00	16.00	1784.48	111.53
V <sub>11</sub> 11	4.00	20.00	16.00	1655.99	103.50
V <sub>12</sub> 12	4.00	20.00	16.00	1675.37	104.71
Media				1783.20	111.45
Desviación estándar				143.58	8.97
Coeficiente de variación				8.05%	8.05%

Pf: carga de fractura;  $\sigma_f$ : esfuerzo de fractura.

Tabla 12. Compresión en modelos colados horizontalmente de 20 cm de altura.

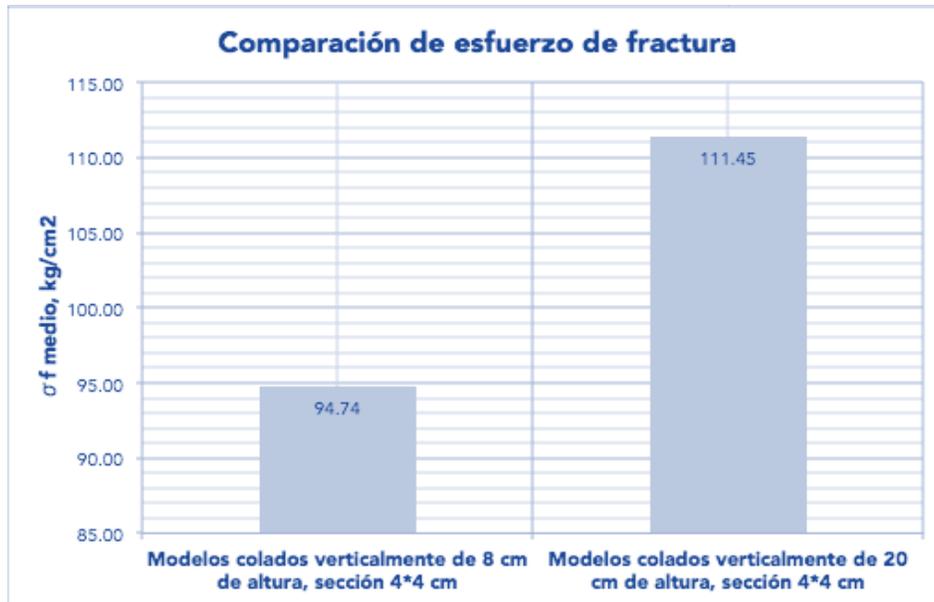
Compresión en modelos colados horizontalmente de 20 cm de altura					
Modelo	Lado, cm	Altura, cm	Área, cm <sup>2</sup>	Pf, kg	$\sigma_f$ , kg/cm <sup>2</sup>
H <sub>2</sub> 14	4.00	20.00	16.00	1628.46	101.78
H <sub>3</sub> 15	4.00	20.00	16.00	1310.31	81.89
H <sub>4</sub> 16	4.00	20.00	16.00	1663.13	103.95
H <sub>5</sub> 17	4.00	20.00	16.00	1420.44	88.78
Media				1505.59	94.10
Desviación estándar				146.03	9.13
Coeficiente de variación				9.70%	9.70%

Pf: carga de fractura;  $\sigma_f$ : esfuerzo de fractura.

Tabla 13. Tabla comparativa.

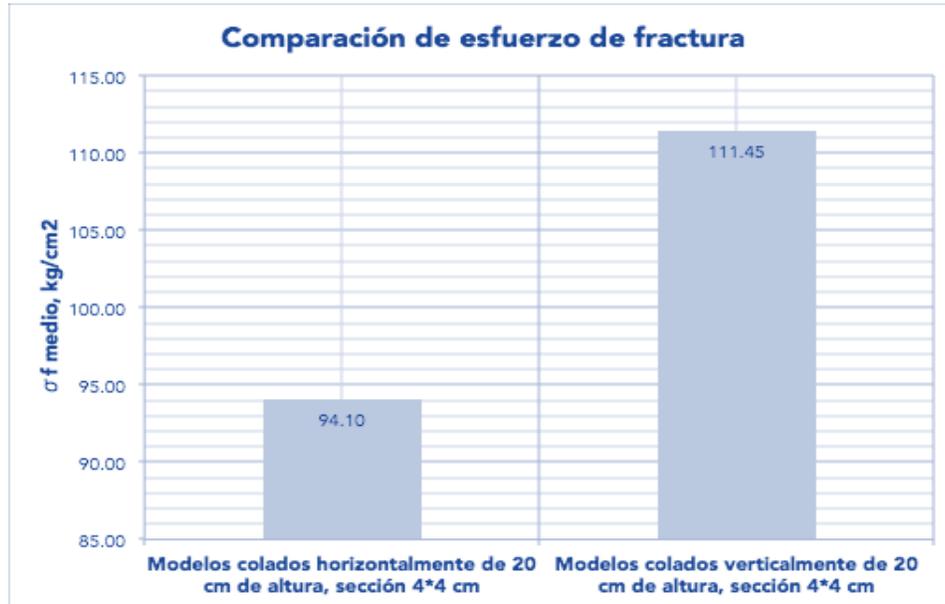
Tabla comparativa	
	Esfuerzo de fractura $\sigma_f$ , kg/cm <sup>2</sup>
Modelos colados verticalmente de 8 cm de altura, sección 4*4 cm	94.74
Modelos colados verticalmente de 20 cm de altura, sección 4*4 cm	111.45
Modelos colados horizontalmente de 20 cm de altura, sección 4*4 cm	94.10

Imagen 70. Comparación de esfuerzo de fractura.



Fuente: elaboración propia.

Imagen 71. Comparación de esfuerzo de fractura.



Fuente: elaboración propia.

Se determina el esfuerzo de fractura medio para las probetas de sección  $40 \times 40 \text{ mm}$ , y altura  $80 \text{ mm}$  coladas verticalmente en  $94.74 \text{ kg/cm}^2$ ; para las probetas de  $40 \times 40 \text{ mm}$ , y altura  $200 \text{ mm}$  coladas verticalmente en  $111.45 \text{ kg/cm}^2$ ; y para las probetas de  $40 \times 40 \text{ mm}$ , y altura  $200 \text{ mm}$  coladas horizontalmente en  $94.10 \text{ kg/cm}^2$ .

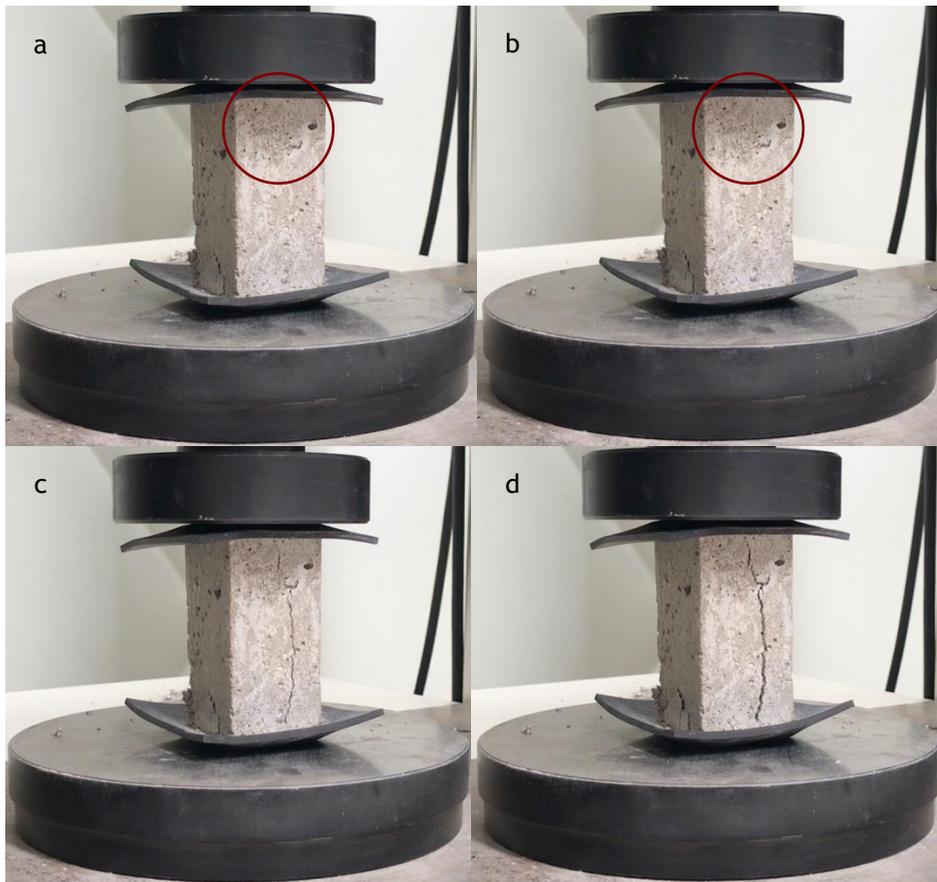
### e) Análisis del proceso de fractura

Se analiza el proceso de fractura en los modelos para establecer las trayectorias preferentes y una posible propuesta de optimización.

#### - Probeta V-2

La probeta V-2 alcanza un esfuerzo de fractura de  $101.33 \text{ kg/cm}^2$ . El agrietamiento que conduce a la falla comienza a desarrollarse en la zona superior de la probeta. La fractura avanza en un plano cercano a  $90^\circ$  respecto a la horizontal. Al analizar la superficie de fractura se observan agregados alineados al centro de las superficies generadas.

Imagen 72. Proceso de fractura de probeta V2.

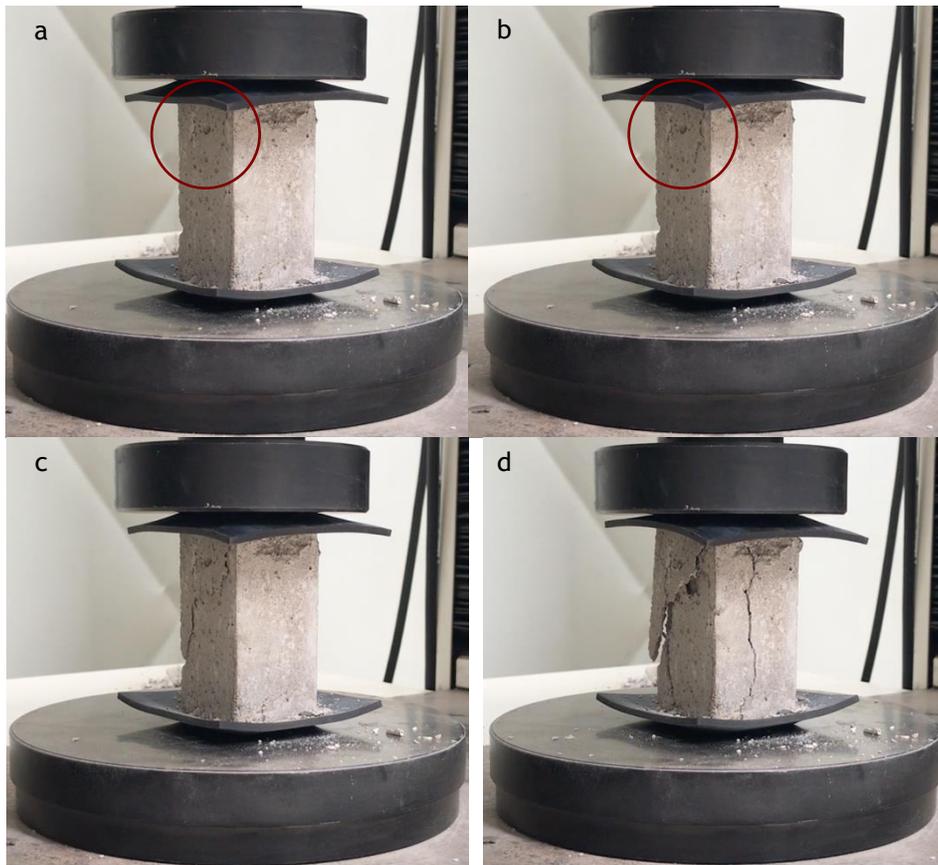


Fuente. Elaboración propia.

### - Probeta V-3

La probeta V-3 alcanza un esfuerzo de fractura de  $101.14 \text{ kg/cm}^2$ . El agrietamiento que conduce a la falla comienza a desarrollarse en la zona superior de la probeta. El agrietamiento inicia en un plano cercano a  $90^\circ$  respecto a la horizontal, gira y se acerca a los  $30^\circ$  y nuevamente gira y se acerca a los  $90^\circ$ . Al analizar la superficie de fractura se observan agregados alineados al centro de las superficies generadas.

Imagen 73. Proceso de fractura de probeta V3.

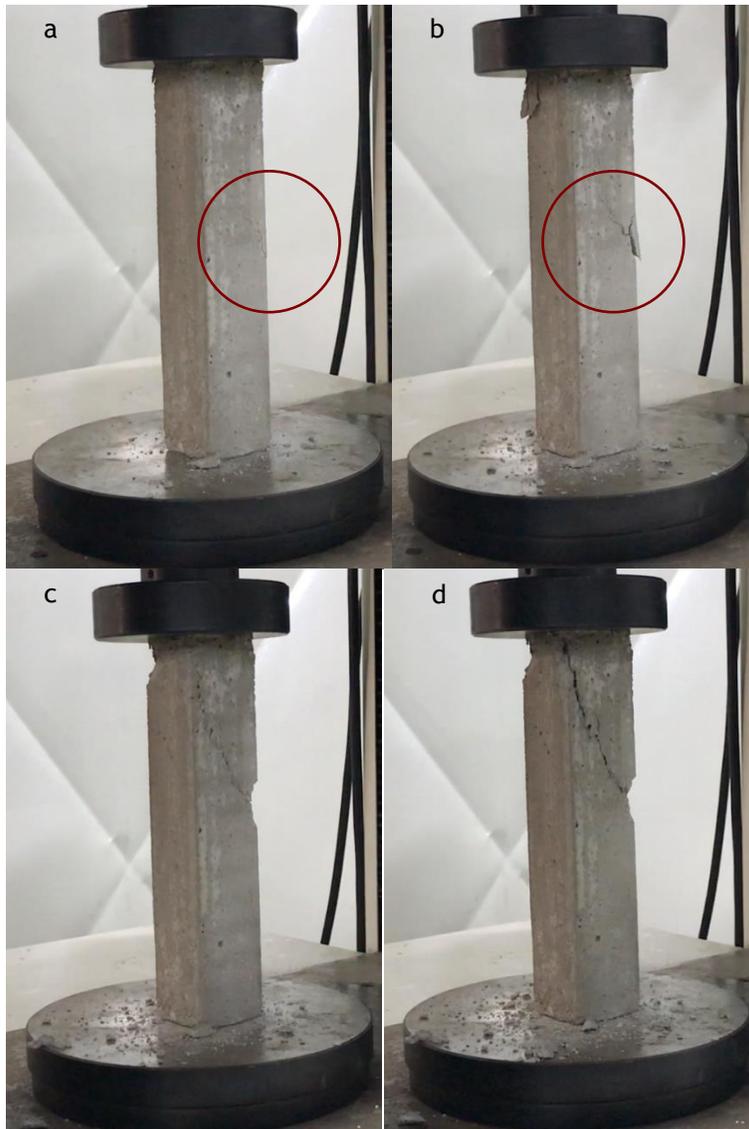


Fuente. Elaboración propia.

### - Probeta V-12

La probeta V-12 alcanza un esfuerzo de fractura de  $104.71 \text{ kg/cm}^2$ . El agrietamiento que conduce a la falla comienza a desarrollarse en la zona central de la probeta. La fractura se desarrolla en un plano cercano a  $60^\circ$  respecto a la horizontal. Al analizar la superficie de fractura se observan agregados alineados al centro de las superficies generadas.

Imagen 74. Proceso de fractura de probeta V12.

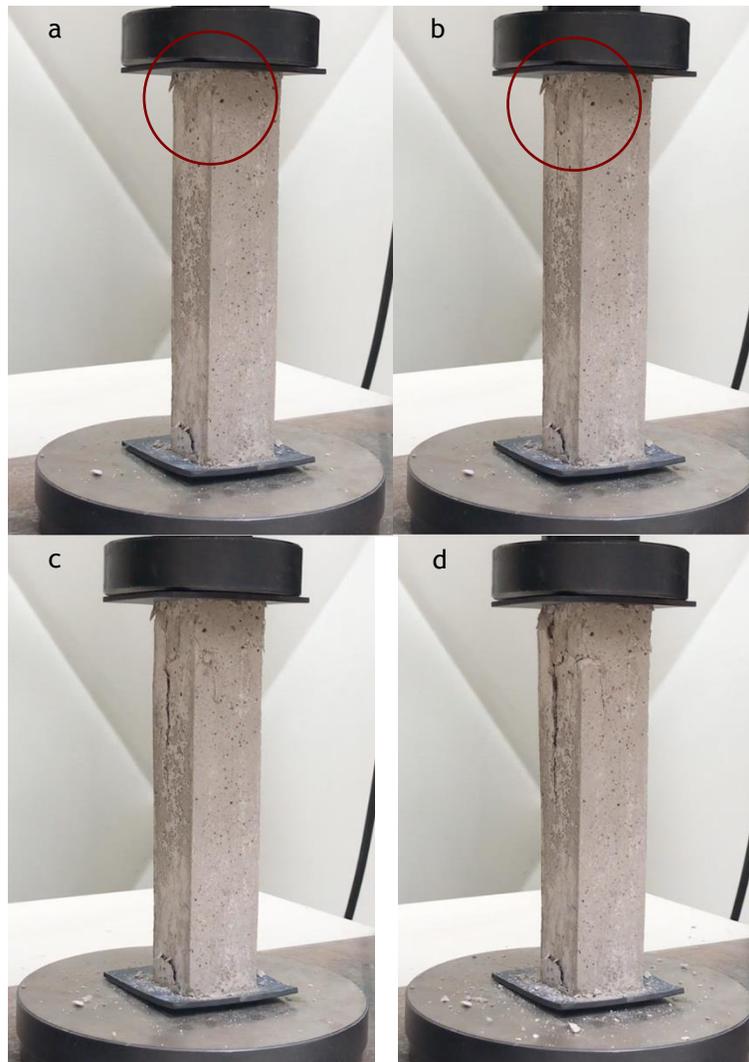


Fuente. Elaboración propia.

### - Probeta V-11

La probeta V-11 alcanza un esfuerzo de fractura de  $103.50 \text{ kg/cm}^2$ . El agrietamiento que conduce a la falla comienza a desarrollarse en la zona superior de la probeta. La fractura inicia en un plano cercano a  $60^\circ$  respecto a la horizontal y gira para desarrollarse cercano a  $90^\circ$ . Al analizar la superficie de fractura se observan agregados alineados al centro de las superficies generadas.

Imagen 75. Proceso de fractura de probeta V11.

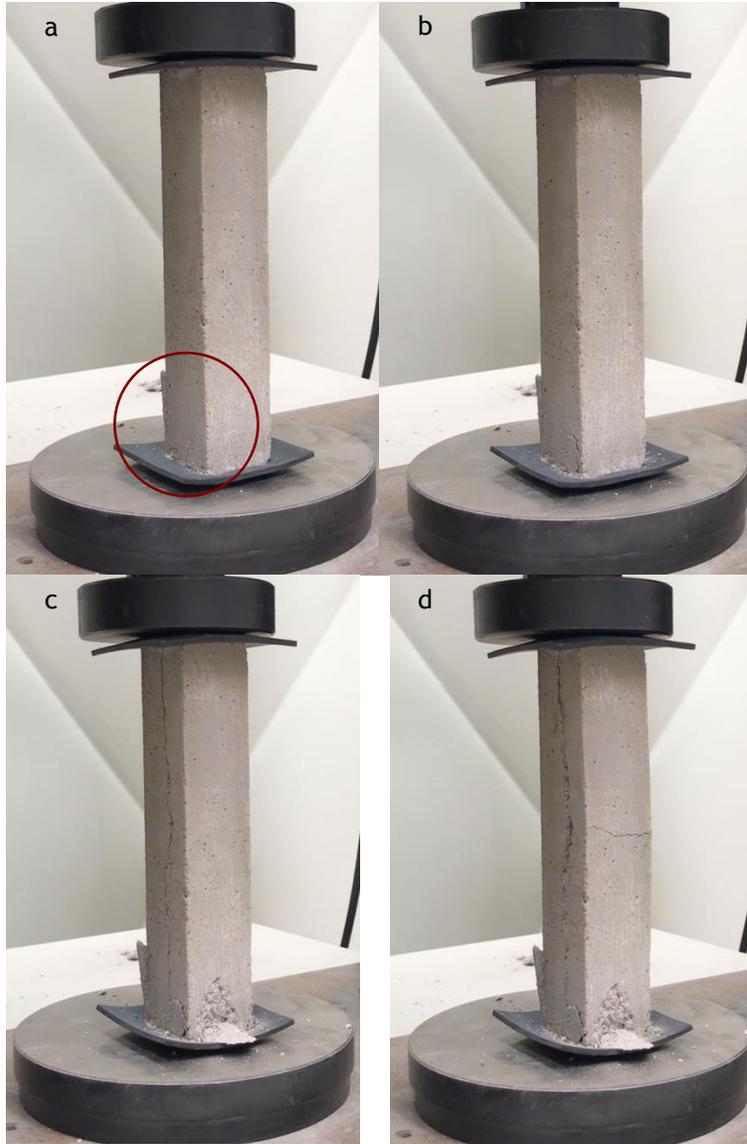


Fuente. Elaboración propia.

### - Probeta H-3

La probeta H-3 alcanza un esfuerzo de fractura de  $81.89 \text{ kg/cm}^2$ . El agrietamiento que conduce a la falla comienza a desarrollarse en la zona inferior de la probeta. La fractura se desarrolla en un plano cercano a  $90^\circ$  respecto a la horizontal. Al analizar la superficie de fractura se observan agregados alineados al centro de las superficies generadas.

Imagen 76. Proceso de fractura de probeta H3.

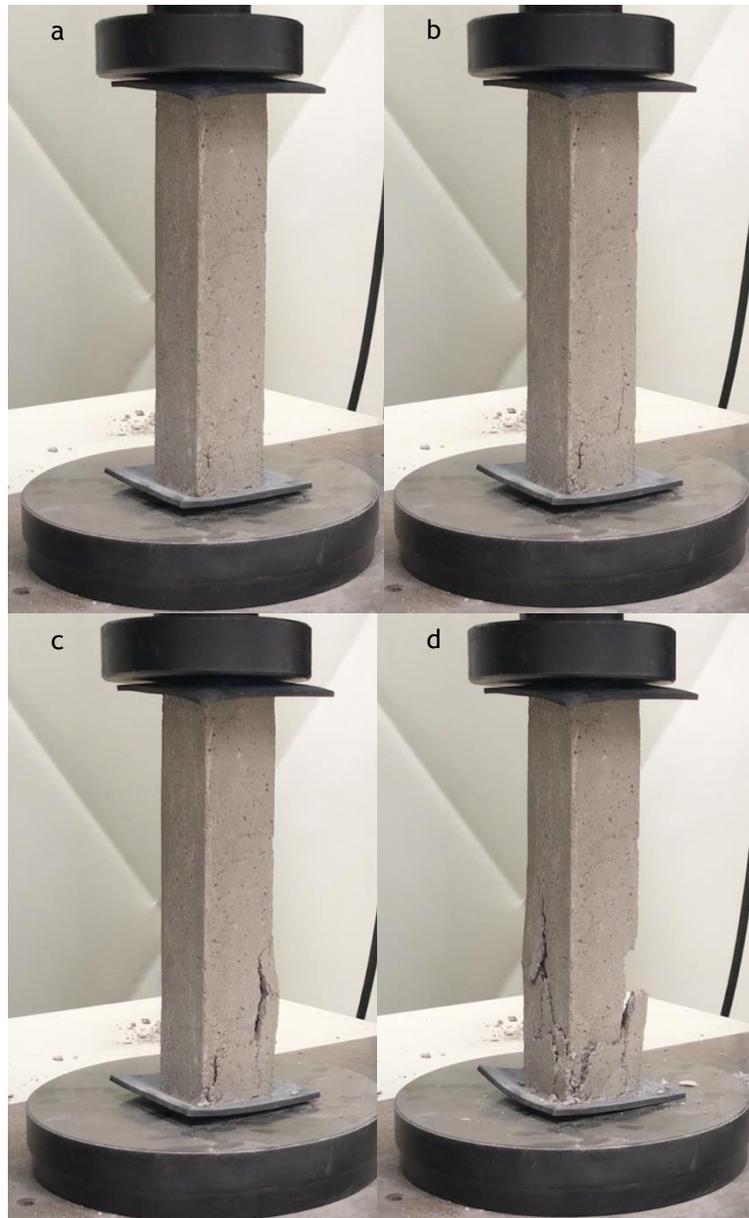


Fuente. Elaboración propia.

### - Probeta H-5

La probeta H-5 alcanza un esfuerzo de fractura de  $88.78 \text{ kg/cm}^2$ . El agrietamiento comienza a desarrollarse en la zona inferior de la probeta. La fractura se desarrolla en un plano cercano a  $60^\circ$  respecto a la horizontal. Al analizar la superficie de fractura se observan agregados alineados al centro de las superficies generadas.

Imagen 77. Proceso de fractura de probeta H5.



Fuente. Elaboración propia.

### 3.3. Obtención del módulo de elasticidad dinámico en probetas de 40x40x200mm.

Se desarrolla un estudio experimental que permite comparar propiedades mecánicas obtenidas por métodos estáticos y dinámicos, que a su vez son destructivos y no destructivos.

#### a) Objetivos

l) Determinar el módulo de elasticidad dinámico en probetas prismáticas fabricadas con material granular para contrastarlo con el módulo de elasticidad estático.

#### b) Características del ensaye

Ensaye no destructivo de pulso ultrasónico utilizando un transductor de onda de cortante de 250 kHz marca Proceq, figura 73, en probetas de sección regular de 40x40 mm y 200 mm de fabricadas con mortero cemento-arena.

Se utilizan las siguientes funciones para el cálculo de las propiedades mecánicas dinámicas de las probetas sometidas a análisis, estas se obtienen del manual de operación de Proceq: Shear wave transducers 250 kHz.

Módulo de onda longitudinal (compresión)

$$M = \rho V_p^2$$

Módulo de onda transversal (cortante)

$$G = \rho V_s^2$$

Relación de Poisson

$$\nu = \frac{M - 2G}{2M - 2G}$$

Módulo de elasticidad dinámico

$$E = 2G(1 + \nu)$$

Imagen 78. Probetas analizadas y equipo de pulso ultrasónico Proceq.



Fuente: elaboración propia.

### c) Procedimiento

- 1) Se sometieron a análisis tres probetas con las dimensiones descritas. Se colocan los transductores en los extremos longitudinales de las probetas y se emite un pulso ultrasónico. La velocidad de las ondas de compresión y cortante es medida y visualizada en el accesorio electrónico con pantalla digital.

### d) Resultados

Conocidas las propiedades geométricas, peso y densidad de las probetas, según se describe en el apartado III.I.d, se calculan a partir de determinar velocidad de onda longitudinal y velocidad de onda cortante: módulo de compresión, módulo de rigidez al corte y módulo de elasticidad. Se determina un valor medio de módulo de elasticidad dinámico de  $261,577.3 \text{ kg/cm}^2$ , con una desviación estándar de  $15,148.61 \text{ kg/cm}^2$  y un coeficiente de variación de  $5.79\%$ , tabla 14.

Tabla 14. Probetas sometidas a pulso ultrasónico.

Probetas sometidas a pulso ultrasónico						
	PMR-4		PMR-8		PMR-10	
Vp	3,364	<i>m/s</i>	3.633	<i>m/s</i>	3,633	<i>m/s</i>
Tp	54.60	<i>microsegundos</i>	55.10	<i>microsegundos</i>	55.10	<i>microsegundos</i>
Vs	2,122	<i>m/s</i>	2.204	<i>m/s</i>	2,204	<i>m/s</i>
Ts	94.20	<i>microsegundos</i>	96.70	<i>microsegundos</i>	96.70	<i>microsegundos</i>
Distancia	0.20	<i>m</i>	0.20	<i>m</i>	0.20	<i>m</i>
Densidad, $\rho$	2,236.84	<i>kg/m<sup>3</sup></i>	2.257.62	<i>kg/m<sup>3</sup></i>	2,288.78	<i>kg/m<sup>3</sup></i>
M	303,851	<i>kg/cm<sup>2</sup></i>	258,123	<i>kg/cm<sup>2</sup></i>	308,045	<i>kg/cm<sup>2</sup></i>
G	111,828	<i>kg/cm<sup>2</sup></i>	102,708	<i>kg/cm<sup>2</sup></i>	113,372	<i>kg/cm<sup>2</sup></i>
v	0.17		0.21		0.21	
Ed	240,245	<i>kg/cm<sup>2</sup></i>	270,327	<i>kg/cm<sup>2</sup></i>	274,100	<i>kg/cm<sup>2</sup></i>

Vp: velocidad de onda longitudinal; Tp: tiempo de onda longitudinal; Vs: velocidad de onda transversal;  
Ts: tiempo de onda transversal; M: módulo de onda longitudinal; G: módulo de cortante;  
v: relación de Poisson; Ed: módulo de elasticidad dinámico.

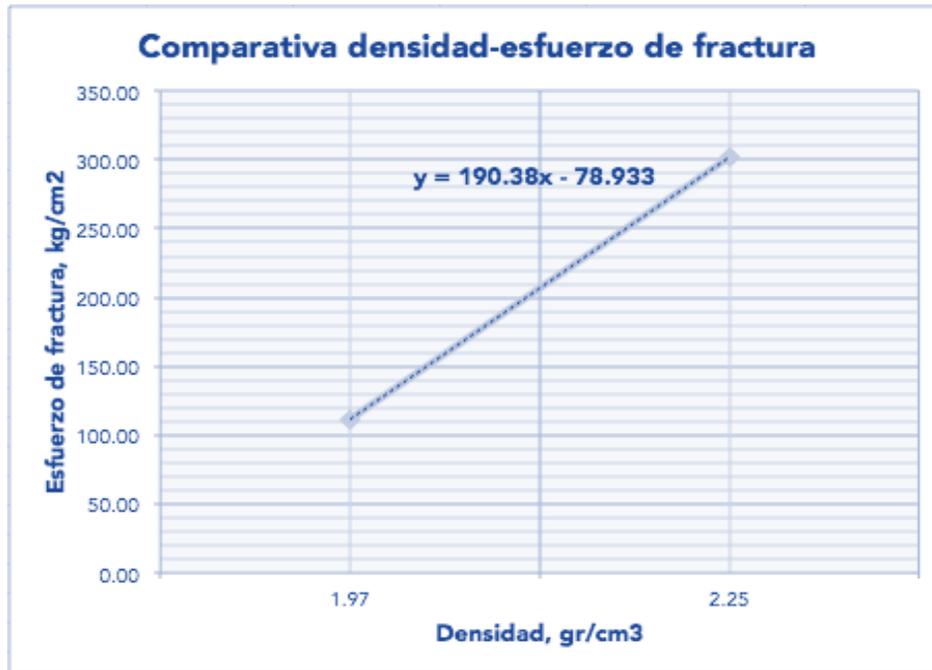
### 3.4. Resultados del proceso experimental

Las propiedades geométricas y físicas de los modelos de los apartados III.II y III.III muestran poca variación, como se comprueba en el control dimensional y de densidad, lo que refleja un buen control de calidad en su fabricación y la disminución del sesgo posible inducido por estos factores.

En el ensaye de compresión ejecutado con las probetas del apartado III.II, se determina la carga de fractura con un valor medio de 4,358 *kg* y el esfuerzo de fractura con un valor medio de 301 *kg*, indicadores que exhibieron un comportamiento constante con un coeficiente de variación del 8%, lo que se considera aceptable. El valor medio de módulo de elasticidad se determina en 39,035 *kg/cm<sup>2</sup>*, con un coeficiente de variación cercano al 25%, lo que indica una gran influencia de las propiedades de la probeta, del material y de las características de la prueba y del equipo, en la obtención de este valor. Se observa que los planos de fractura se desarrollan a 60°, no a 45° como indicaría el calculo de esfuerzo máximo, situación que sugiere una distribución de esfuerzo distinta a la idealizada.

Se elabora una comparación entre la densidad y el esfuerzo de fractura medio, medidos en los conjuntos de probetas de 40x40x200 *mm* desarrollados en los apartados III.II y III.III, imagen 79. Ambos conjuntos fueron fabricados de la misma manera.

Imagen 79. Comparativa densidad esfuerzo de fractura.



Fuente. Elaboración propia.

De la comparación se establece, que **el esfuerzo de fractura aumenta con el incremento de la densidad**. Esto se interpreta tiene su origen en una mayor necesidad de energía superficial requerida para generar planos de fractura. Aunque el esfuerzo de fractura incrementa, **las trayectorias de agrietamiento son similares en ambos conjuntos de probetas, ya que esta se encuentra más relacionada con la geometría y el modo de fabricación**.

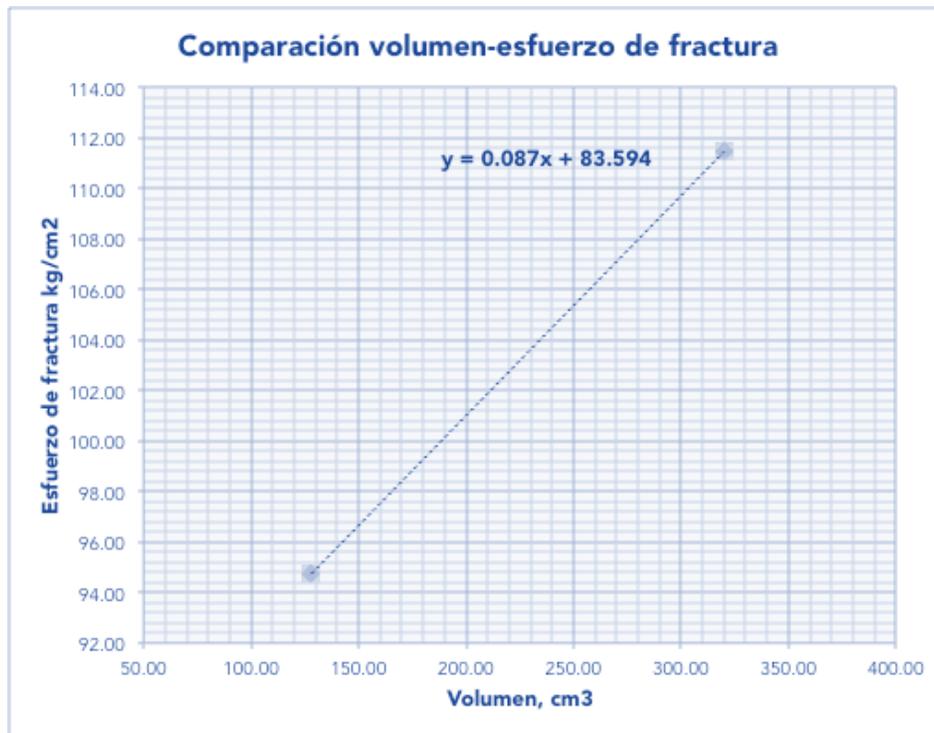
Respecto al modo de fabricación, se comprobó en probetas de  $40 \times 40 \times 200$  mm que fueron coladas vertical y horizontalmente, cuya densidad media se caracterizo en ambos casos en  $1.97$  gr/cm<sup>3</sup>, un mayor esfuerzo de fractura en aquellas probetas que fueron fabricadas en el sentido de aplicación de la carga, siendo este igual  $111.45$  kg/cm<sup>2</sup>, en contraste con el medido en aquellas probetas que fueron fabricadas en un sentido normal al de aplicación de la carga, igual a  $94.10$  kg/cm<sup>2</sup>. Ya que la densidad del material es la misma, se postula que **el sentido de fabricación produjo un ordenamiento del material y un estado de agrietamiento inicial, que favoreció el comportamiento de las probetas en el caso en el que coincidió con el sentido de carga**.

De la contrastación del proceso de fractura en probetas fabricadas en el mismo sentido, pero con diferentes alturas, se observa una diferencia tanto en el esfuerzo de fractura, como en las trayectorias de fractura. El esfuerzo de fractura medio en los modelos de  $40 \times 40 \times 80$  mm con un volumen de  $128$  cm<sup>3</sup> se determina en  $94.74$  kg/cm<sup>2</sup>, y en las probetas de  $40 \times 40 \times 200$  mm con un volumen de  $320$  cm<sup>3</sup> se determina en  $111.45$  kg/cm<sup>2</sup>, observándose una correlación directa entre estas variables.

Respecto a las trayectorias de fractura en probetas de 200 mm de altura esta se desarrolla cercana a 60° mientras que en aquellas de 80 mm de altura el agrietamiento tiende a desarrollarse a 90°.

Es aceptado que en elementos sometidos a cargas de compresión el aumento en el esfuerzo de fractura puede lograrse mediante un crecimiento en la sección transversal, sin embargo, de este proceso experimental se concluye que la ampliación en el área del plano de fractura preferente que se desarrolla genera también un incremento en el valor de esfuerzo de fractura que en este caso se logra a través del crecimiento de la sección longitudinal, de igual manera **existe influencia del volumen del modelo en su capacidad de carga., imagen 80.**

Imagen 80. Comparación volumen-esfuerzo de fractura.



Fuente. Elaboración propia.

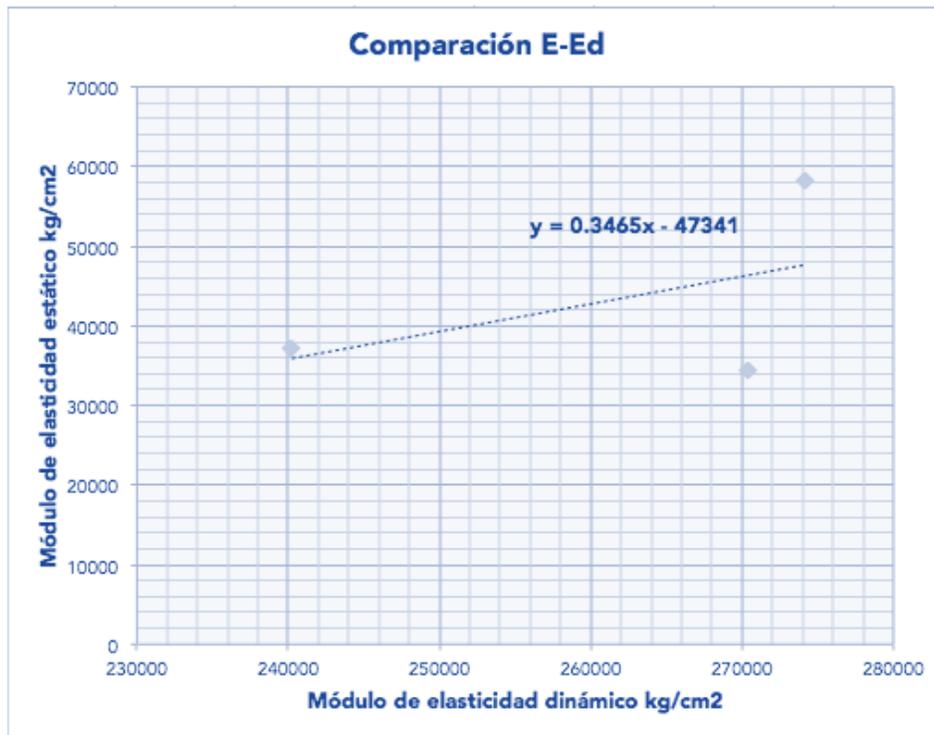
Respecto a la contrastación entre el módulo de elasticidad estático con un valor medio de 39,035 kg/cm<sup>2</sup> y un coeficiente de variación igual a 25.76%, el módulo de elasticidad dinámico con un valor medio de 261,577.3 kg/cm<sup>2</sup>, presenta una mínima desviación estándar de 18,553 kg/cm<sup>2</sup>, y coeficiente de variación de 5.8%, lo que refleja un proceso más confiable de obtención de información. Más investigación es necesaria en esta contrastación con la finalidad de obtener procedimientos que nos permitan remplazar el módulo de elasticidad estático por el módulo de elasticidad dinámico en el momento de toma de decisiones de diseño.

Tabla 15.

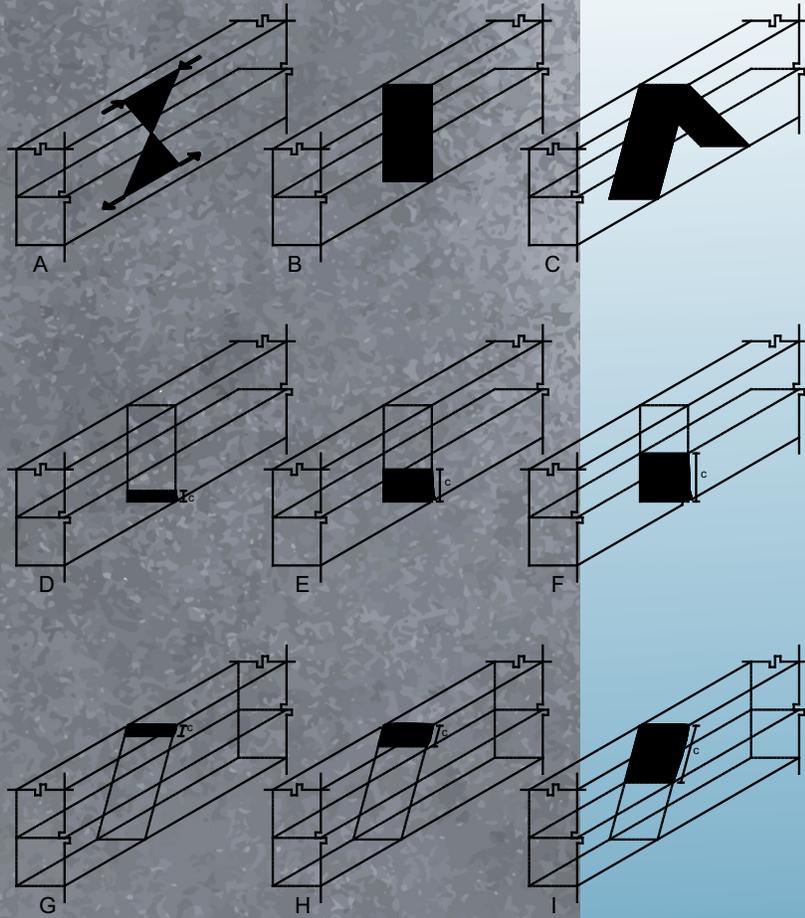
Contrastación E-Ed		
Probeta	E, kg/cm <sup>2</sup>	Ed, kg/cm <sup>2</sup>
PMR 4	37234.66	240245.00
PMR 8	34477.06	270327.00
PMR 10	58183.52	274100.00
Media	43298.42	261557.33
Desviación estándar	10585.40	15148.61
Coefficiente de variación	24.45%	5.79%

La obtención del módulo de elasticidad estático conociendo el módulo de elasticidad dinámico con base en los datos obtenidos puede hacerse utilizando la siguiente igualdad:

Imagen 81. Comparación de módulos de elasticidad.



Fuente: elaboración propia.



## ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

4

## 4. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

La fractura es el proceso irreversible en el cual se disipan los esfuerzos, a través de la generación de superficies de agrietamiento, que se da en un sistema estructural como respuesta a la interacción de este con estímulos externos de tipo mecánico, que provocan la fragmentación de sus elementos.

El comportamiento de un elemento estructural que contiene una grieta debe determinarse considerando la discontinuidad en el flujo del esfuerzo que se da, a través de la identificación del plano de trabajo interrumpido, que se establece a partir del área de la grieta (largo y ancho). Los modelos de análisis propuestos por la mecánica de la fractura basados en la longitud de grieta como parámetro crítico, al igual que establecer el nivel de daño en un elemento estructural a través de la medición del ancho de grieta observable, proporcionan rangos parciales.

La fractura de un elemento estructural esta determinada por su relación diseño-eficiencia mecánica y por su proceso de elaboración. La capacidad de trabajo de un elemento estructural puede optimizarse a partir de la interpretación de los planos de fractura, lo que genera una modificación del diseño. **El análisis del daño debe efectuarse con base en un modelo que relacione las trayectorias del esfuerzo, áreas de agrietamiento, y daños originados en el proceso de control de calidad.**

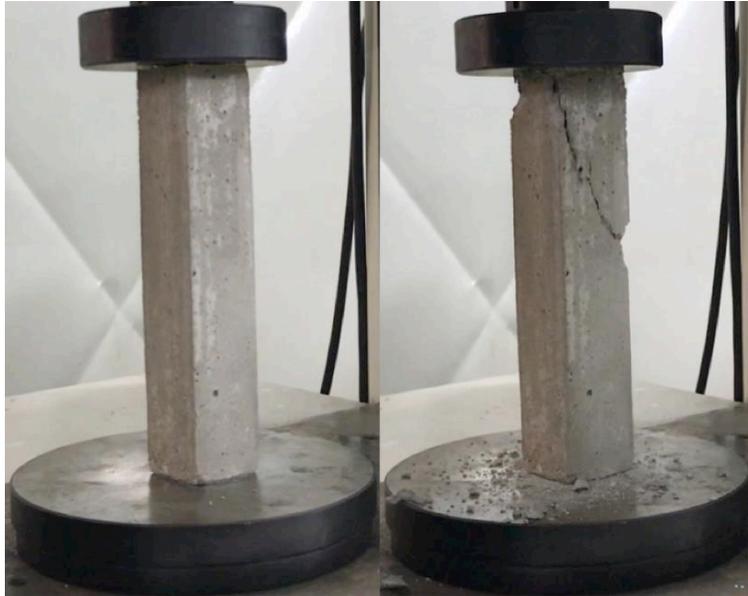
En el caso de los modelos utilizados en el diseño experimental, las piezas de 200 *mm* de altura tendieron a fracturarse a 60° con respecto al eje horizontal, no a 45° como indicaría el esfuerzo máximo obtenido mediante procedimientos numéricos. Lo que establece una distribución de esfuerzo ramificada como es descrita por Noselli (2011).

**El daño se desarrolla en los elementos estructurales desde su ejecución, se demostró que existe una influencia del proceso de elaboración en el estado de agrietamiento inicial, lo que se reflejó en las propiedades mecánicas de los modelos, se determina en modelos de 40x40x200 *mm* elaborados de forma vertical y horizontal, un mayor esfuerzo de fractura en aquellos modelos elaborados en el sentido de aplicación de la carga, siendo este igual 111.45 kg/cm<sup>2</sup>, en contraste con el medido en aquellos modelos que fueron elaborados en un sentido normal al de aplicación de la carga, igual a 94.10 kg/cm<sup>2</sup>, observación que no se ajusta a la teoría de diseño aceptada para elementos trabajando ante esfuerzos de compresión que no alcanzan su carga de pandeo la cual establece que este valor depende únicamente de las propiedades de la sección transversal.**

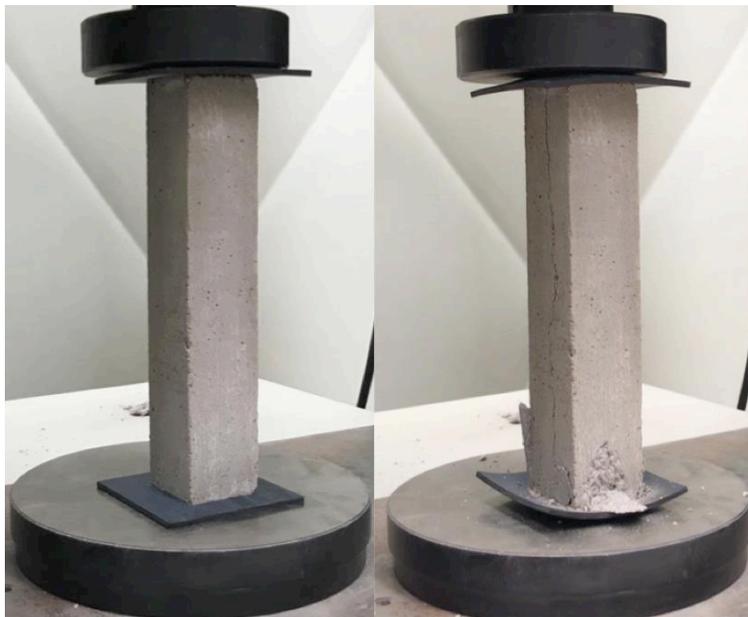
En el caso de los modelos ensayados, las trayectorias de fractura son indicadoras de diseño y proceso de elaboración optimizado.

**Imagen 82.** Comparativa de las trayectorias de fractura en modelos con distinto modo de elaboración.

(A)



(B)



En la imagen observamos como la fractura se desarrollan cercana a los  $60^\circ$  (A) en modelos elaborados en el mismo sentido de aplicación de carga y cercana a  $90^\circ$  en modelos elaborados en un sentido normal al de aplicación de carga (B).

**Fuente.** Elaboración propia.

**El diseño de un elemento estructural influye en el esfuerzo de fractura alcanzado y en las trayectorias de fractura. Al comparar el comportamiento de modelos con una misma sección transversal, pero con un diseño distinto, se determina una diferencia tanto en el esfuerzo como en las trayectorias de fractura. El esfuerzo de fractura en los modelos de 40x40x80 mm con un volumen de 128 cm<sup>3</sup> se determina en 94.74 kg/cm<sup>2</sup>, y en modelos de 40x40x200 mm con un volumen de 320 cm<sup>3</sup> se determina en 111.45 kg/cm<sup>2</sup>, demostrándose la influencia del diseño.**

Como parte de la discusión se elabora la siguiente tabla que permite establecer un enfoque comparativo entre el laboratorio de ensaye de materiales y el laboratorio de modelos.

Tabla 16.

Conceptos comparativos	Laboratorio de modelos	Laboratorio de ensaye de materiales
Observación del comportamiento de la propuesta estructural.	Si	No
Análisis esfuerzos y deformaciones.	Si	Si
Observación de las alteraciones continuas y discontinuas.	Si	No
Simulación adecuada de las condiciones de comportamiento.	Si	No
Observación de diferentes tipos de inestabilidad y deformación.	Si	Si
Análisis de presiones externas.	Si	No
Análisis del flujo de ondas mecánicas.	Si	No
Desarrollo de herramientas de medición y pruebas.	Si	Si
Replica similar de condiciones y variaciones ambientales (temperatura, humedad relativa, etc.).	Si	Si
Uso de equipos y aparatos costosos.	Si	Si
Se establecen métodos de control de calidad.	Si	Si
Métodos de prueba y resultados universales.	Si	Si
Se controlan variables y se establecen correlaciones.	Si	Si
Existe calidad estadística.	Si	Si
Análisis de formas de servicio.	Si	No
Análisis de procesos de conformado.	Si	Si

Se enuncian también las ventajas y desventajas del análisis del volumen y la forma de elementos y sistemas estructurales cuando su estudio se aborda ya sea en el laboratorio de modelos o en el laboratorio de ensaye de materiales.

## Laboratorio de modelos

### Ventajas

- Cuando se somete a esfuerzo, el comportamiento de la propuesta estructural se visualiza con claridad, por lo tanto, es una herramienta didáctica.
- Se pueden observar los cambios en la propuesta estructural conforme se aplican las cargas.
- Es posible analizar esfuerzos y deformaciones.
- Algunos comportamientos estructurales se pueden escalar linealmente del modelo a la estructura en tamaño real, como; las dimensiones lineales; las formas funiculares obtenidas mediante cadenas colgantes o membranas; configuraciones que desarrollan estabilidad estática.
- A través de técnicas como la fotoelasticidad, se pueden observar alteraciones continuas y discontinuas.
- Si se simulan adecuadamente las condiciones de comportamiento, cuando la estructura se somete a esfuerzo, se puede analizar su efecto (cuantitativa y cualitativamente), y observarse el modo de falla derivado de la interacción entre la forma estructural y sus puntos de continuidad.
- Es posible analizar diferentes tipos de inestabilidad y deformación.
- Con el uso de modelos se pueden analizar las presiones externas de viento, agua, etc.
- Se puede analizar el efecto del flujo de ondas mecánicas en modelos que reproducen adecuadamente las condiciones de comportamiento estructural.
- Contribuye al desarrollo de herramientas de medición y pruebas.

### Desventajas

- Algunos fenómenos no se pueden escalar linealmente, como: la masa de los elementos y el sistema estructural; la resistencia y rigidez de los elementos sometidos a flexión; las cargas de pandeo e inestabilidad.
- Fenómenos dinámicos que afectan a la estructura no pueden ser visualizados correctamente, por ejemplo, los efectos del flujo de energía térmica relacionados directamente con la masa de la estructura.
- No siempre es posible replicar de forma exacta las condiciones y variaciones ambientales y gravitacionales bajo las cuales trabajara el elemento o sistema estructural en estudio. Por lo tanto, no se pueden observar los efectos de estas condiciones.
- Hay variaciones en el comportamiento del material a escala, derivadas de su proceso de fabricación, o del tamaño de las partículas que lo integran.

## Laboratorio de ensaye de materiales

### Ventajas

- El ensaye en probetas nos da referencias sobre el trabajo estructural más adecuado para cada material.
- Es posible establecer métodos de control de calidad, como control de la composición química y propiedades físicas.
- Se pueden establecer métodos de pruebas universales orientados a la uniformidad de resultados.
- Contribuye al desarrollo de herramientas de medición y pruebas.
- Se pueden controlar variables y generar correlaciones experimentales.
- Se busca el desarrollo de pruebas equivalentes, con sistemas de datos equivalentes, para aplicaciones globales.
- Se desarrollan métodos que garanticen calidad estadística.

### Desventajas

- Trabajar con probetas de geometría estandarizada evitan una comprensión clara sobre la influencia del volumen y la forma en el trabajo mecánico del material.
- Se estudian las propiedades de un material de manera aislada, no trabajando como un sistema.
- El desarrollo de una geometría óptima para aplicaciones estructurales debe hacerse con base en un análisis que tome en consideración modo de fabricación y uso final una vez que se constituya un elemento o sistema estructural.
- Se requieren procesos de actualización constante, sobre todo por el desarrollo en los procesos de manufactura de materiales.
- Se depende de la calibración y del técnico certificado.

Se expone a la diferencia de enfoques propuestos para el análisis de la fractura determinado por la normatividad vigente y el trabajo de investigación desarrollado.

### Clasificación del daño en los elementos y su impacto en el comportamiento de la edificación según la Norma de Rehabilitación Sísmica, CDMX 2017

La normatividad establece que la magnitud o severidad del daño en elementos estructurales se podrá clasificar en tres niveles:

- i) Ligero, cuando afecta ligeramente la capacidad estructural. Se requieren medidas de reparación para la mayor parte de los elementos y de modos de comportamiento. Grietas de hasta  $0.2\text{ mm}$  de grosor en elementos de concreto reforzado se pueden considerar como daños ligeros. Los muros de mampostería de carga sin refuerzo interior vertical ni horizontal se considerarán con daño ligero si las grietas tienen hasta  $1.00\text{ mm}$  de grosor y en la mampostería sin refuerzo interior ni horizontal en muros de cargas superiores a  $1.00\text{ mm}$  y hasta de  $5.00\text{ mm}$ . Se considerará que los muros no estructurales de mampostería tienen daño intermedio si el grosor de las grietas es mayor que  $5.00\text{ mm}$  y hasta  $10.00\text{ mm}$

ii) Intermedio, cuando afecta medianamente la capacidad estructural. La rehabilitación de los elementos dañados requerirá su reparación y reforzamiento y dependerá del tipo de elemento y modo de comportamiento. Se considera como daño intermedio a las grietas en el concreto superiores  $0.2 \text{ mm}$  y hasta de  $1.00 \text{ mm}$  de grosor y en la mampostería sin refuerzo interior ni horizontal en muros de cargas superiores a  $1.00 \text{ mm}$  y hasta de  $5.00 \text{ mm}$ . Se considerará que los muros no estructurales de mampostería tienen daño intermedio si el grosor de las grietas es mayor que  $5.00 \text{ mm}$  y hasta  $10.00 \text{ mm}$ .

iii) Grave, cuando el daño afecta significativamente la capacidad estructural. La rehabilitación implica una intervención amplia, con reemplazo o reforzamiento de algunos elementos. Ejemplos de daños graves son barras de refuerzo expuestas o pandeadas, concreto con aplastamiento significativo o con grietas mayores a  $1.00 \text{ mm}$ , o muros de carga de mampostería sin refuerzo interior vertical ni horizontal, con grietas mayores de  $5.00 \text{ mm}$  de grosor o con piezas aplastadas o desprendidas; o muros no estructurales, con grietas mayores de  $10.00 \text{ mm}$  o con piezas aplastadas y desprendidas. Se considerará daño grave la presencia de grietas que indiquen la formación de conos o pirámides truncados derivados de fallas en cortante por penetración entre columnas y losas planas.

**Se determina entonces que la normatividad indica que la magnitud del daño debe hacerse estableciendo el ancho de grieta como parámetro crítico.**

Una interpretación más precisa del daño debe efectuarse con base en un análisis que relacione área y trayectorias de agrietamiento con el flujo de energía de deformación, según se explica en el Capítulo II de este documento de investigación. **El ancho de grieta, aunque permite establecer el modo de origen de la fractura es un indicador parcial del nivel de daño.**

### Continuidad de investigación

Queda pendiente el análisis tridimensional del proceso de daño, se intentó revelar el proceso de agrietamiento al seccionar modelos que fueron sometidos a deformación, pero no alcanzaron su esfuerzo de fractura, como se comenta en el apartado 3.2.d. se requiere desarrollar un diseño experimental que permita revelar este proceso.

Se determina importante profundizar en el análisis de los procesos o efectos ambientales que generan o requieren orientaciones específicas de rigidez, se pudo demostrar en este caso la influencia del sentido de elaboración.

Se observó que es común el daño por pandeo en elementos estructurales que se someten a un evento dinámico, lo que establece la necesidad de determinar la validez de las funciones de pandeo de Euler ante condiciones dinámicas.



## **REFERENCIAS**

## REFERENCIAS

### Artículos

Alkaysi, M. (2016). Crack propagation speed in ultra-high-performance concrete. ELSEVIER: Construction building materials.

Armstrong, R. (2015). Fracturing across the multi-scales of diverse materials. The Royal Society: Philosophical transactions A.

Berejnoi, C. (2015). Analysis of size and temperature effects in the ductile to brittle transition region of ferritic steels. ELSEVIER: Engineering fracture mechanics.

Carpinteri, A. (2005). Size effect upon grained materials tensile strength. ELSEVIER: Theoretical and applied fracture Mechanics.

Drazic, J. (2016). The influence of configuration on to the seismic resistance of a building. ELSEVIER: Procedia Engineering.

Farid, A. (2005). How fast can cracks move. ELSEVIER: Journal of Materials Modeling.

Inglis, C. (1913). Stress in a plate due to the presence of cracks and sharp corners. Institution of Naval Architects.

Johannes, T. (2017). Investigation of cleavage fracture under dynamic loading conditions: Part 1 fractographic analysis. ELSEVIER: Engineering Fracture Mechanics.

Liew, A. (2017). Design, fabrication and testing of a prototype, thin-vaulted, unreinforced concrete floor. ELSEVIER: Engineering Structures.

Neuenschwander, M. (2017). Elevated temperature mechanical properties of solid section structural steel. ELSEVIER: Construction and building materials.

Pineau, A. (2016). Failure of metals I: Brittle and ductile fracture. ELSEVIER: Acta Materialia

Pineau, A. (2016). Failure of metals II: Fatigue. ELSEVIER: Acta Materialia

Roylance, D. (2001). Introduction to fracture mechanics. EUA: MIT.

Sanborn, B. (2017). High strain tensile response of A572 and 4140 steel. ELSEVIER: Dynamic fracture of ductile materials.

Sobek, W. (2015). Development of Weight-Optimised, Functionally Graded Precast Slabs. Universidad de Stuttgart.

Van Melle, T. (2015). Structural stone surfaces. EUA: Wiley.

## Libros

- Ashby, M. (2011). Materials selection in mechanical design. EUA: ELSEVIER.
- Allen, E. (2010). Form and forces. EUA: Wiley.
- Buehler, M. (2008). Atomistic modeling of materials failure. EUA: MIT.
- Callister, W. (2012). Fundamentals of Materials Science and Engineering. EUA: Wiley.
- Carpinteri, A. (2015). Acoustic, electromagnetic, neutron emissions from fracture and earthquake. Italia: Springer.
- CENAPRED (2000). Curso sobre diseño y construcción sismo resistente de estructuras. México: Secretaria de Gobernación.
- Christensen, R. (2013). The theory of materials failure. EUA: Oxford.
- Dharan, C. (2016). Finnie's notes on fracture mechanics. EUA: Berkeley.
- González, J. (2005). Mecánica de Fractura. México: Limusa.
- González, J (2018). Fractography and failure analysis. EUA: Springer.
- Gross, D. (2011). Fracture mechanics. Alemania: Springer.
- Hans, R. (2012). Fatigue crack growth. EUA: Springer.
- Majewski, T. (2017). Vibraciones en sistemas físicos. México: Alfaomega.
- Mattheck, C.. (1998). Design in nature: learning from trees. Berlín: Springer.
- Meli, R. (2018). Diseño sísmico de edificios. México: Limusa.
- McEvily, A. (2013). Metal failures. EUA: Wiley.
- Otegui, J. (2014). Mechanisms of damage and failure. Suiza: Springer.
- Schodek, D. (2015). Structures. EUA: Prentice Hall.
- Stevens, P. (1995). Patrones y pautas en la naturaleza. España: Salvat.
- Thompson, D'Arcy. (2011). Sobre el crecimiento y la forma. España: Akal.
- Torroja, E. (2010) Razón y ser de los tipos estructurales. España: Consejo Superior de Investigaciones Científicas.
- Zehnder, A. (2012). Fracture Mechanics. EUA: Springer.

## Tesis

Noselli, G. (2011). Structural-model experiments revealing bifurcation, instability and localization. Italia: Universidad de Trento.

## Normas

C1424-15 (2018). Monotonic compressive strength of advanced ceramics at ambient temperature. EUA: ASTM.

Shear wave transducers 250 kHz (2015). Operating instructions. Suiza: Proceq.

Normas para la rehabilitación sísmica de edificios de concreto dañados por el sismo del 19 de septiembre de 2017 (2017). México: Ciudad de México.

## Revistas

Detail Engineering 4 (2016). SOM Structural Engineering. Munich: Detail.

## Sitios web

U.S. Naval Research Laboratory (2019). Fracture Mechanics. Washington DC, EUA. Recuperado de: <https://www.nrl.navy.mil/accomplishments/materials/fracture-mechanics>

Skidmore, Owings and Merrill LLP (2020). Nature / structure. Structural efficiency through natural geometries. Chicago, EUA. Recuperado de: <https://www.som.com>



**GLOSARIO**

## GLOSARIO

**Anisotrópico.** Material donde se manifiestan distintas propiedades mecánicas en función de la dirección o caras donde se aplique el esfuerzo.

**Comportamiento.** Manera determinada de funcionar; propiedades mecánicas observables.

**Eficiencia.** Capacidad para cumplir o realizar adecuadamente una función, con la menor cantidad de recursos posible.

**Falla.** Entendemos como falla de un elemento o sistema estructural, el estado en el que este no puede cumplir con su capacidad de carga en su fase de utilización.

**Fractura dúctil.** Ocurre después de una deformación visible del elemento mecánico, las partes resultantes no forman una unidad homogénea.

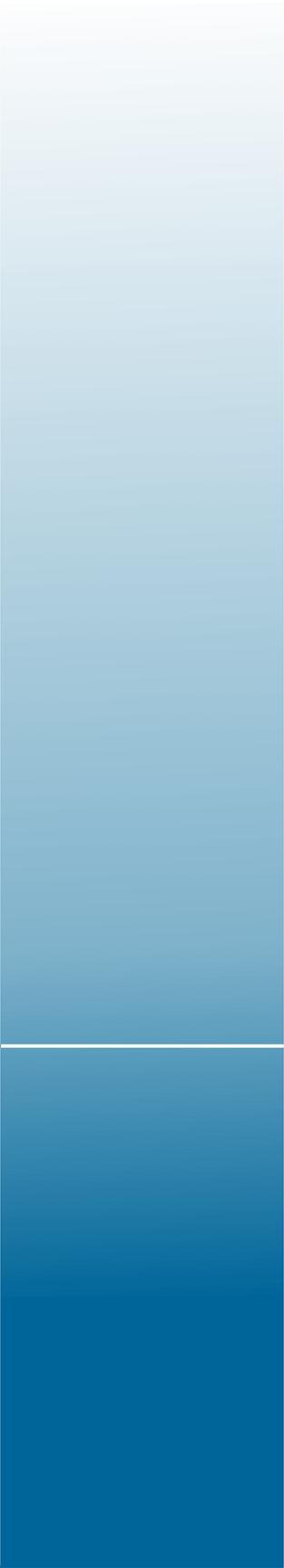
**Fractura frágil.** Ocurre sin la deformación visible del elemento mecánico, las partes resultantes pueden ser rellenadas con facilidad.

**Isotrópico.** Material donde se manifiestan las mismas propiedades mecánicas independientemente de la dirección o caras donde se aplique el esfuerzo.

**Matriz.** En materiales compuestos corresponde al material que se utiliza para dar forma al elemento, transmite los esfuerzos al material de refuerzo, lo protege y da cohesión al conjunto.

**Módulo de elasticidad.** Propiedad que relaciona la rigidez o dificultad de deformar un material.

**Segregación.** Técnica de separación mecánica en el que una mezcla de sólidos con diferentes características materiales se separa en fracciones con iguales características.



## **ANEXO I.**

Enfoque histórico de diseño en el laboratorio de modelos.

## ANEXO I.

### Enfoque histórico de diseño en el laboratorio de modelos

Los diseñadores de estructuras han empleado modelos durante al menos 2500 años. La contribución de la teoría estructural al desarrollo de la ingeniería estructural ha sido reconocida desde hace mucho tiempo y es objeto de análisis. La contribución de las pruebas con modelos, al diseño de estructuras de forma inédita o innovadora como al progreso de la ingeniería estructural, no ha sido debidamente reconocida (Chiorino, 2003).

#### Las características de los modelos a escala.

Existen dos tipos de comportamientos estructurales, aquellos que se pueden escalar linealmente, como:

- Las dimensiones lineales de una estructura;
- La forma de una cadena colgante de pesos o una membrana y, por la ley de inversión de Hooke, de arcos funiculares, bóvedas y cúpulas;
- La estabilidad de las estructuras de compresión de mampostería, incluidos arcos, bóvedas y cúpulas.

Y aquellos que no se pueden escalar linealmente, como:

- La masa de una estructura;
- La resistencia y rigidez de una viga;
- La carga de pandeo de una columna o cascara delgada.

La primera mención de la no linealidad de la escala fue la de Galileo Galilei, quien señaló (en lo que ahora llamamos la ley del cuadrado-cubo) que mientras el área aumenta con el cuadrado del factor de escala, el volumen y, por lo tanto, la masa, aumenta al cubo de la escala. Lo que distingue a las dos categorías de fenómenos es que la primera es independiente de las propiedades estructurales de los materiales involucrados, mientras que la segunda no lo es (Addis, 2013).

Hacer el modelo a escala de una estructura es la primera etapa del proceso de estudio, luego este se somete a ciertas cargas y se observa y analiza el comportamiento del modelo, su deformación y su colapso. Existen cuatro aspectos a considerar para hacer un modelo a escala:

- Su forma y organización (el tamaño y disposición de elementos y componentes);
- La naturaleza de las conexiones o de continuidad estructural;
- Las cargas;
- El material.

## Modelos para exploración de forma

**Estructuras de compresión.** La primera evidencia con la que se cuenta de un modelo utilizado para ayudar a determinar la forma de una estructura fue la de Robert Hooke (1635-1703) y Christopher Wren (1632-1723) para la cúpula de la Catedral de San Pablo de Londres. En 1676 Hooke notó que la forma de equilibrio de un arco era la misma, aunque invertida, que la que desarrolla una cadena colgante con los mismos pesos que el arco (Heyman, 1998).

Más conocida es la obra del arquitecto catalán Antoni Gaudí (1852-1926) que utilizó modelos colgantes bidimensionales y tridimensionales, hechos con cadenas y sacos de arena para establecer la forma de los arcos y bóvedas de sus edificios de mampostería. Gaudí utilizó los resultados de las pruebas de sus modelos para complementar sus cálculos estáticos y métodos de estática gráfica para establecer las formas ramificadas de sus columnas y bóvedas (Tomlow, 2011).

Heinz Isler (1926-2009) considerado uno de los grandes constructores de cáscaras de concreto del siglo XX, imagen 83, aportó su enfoque único al desarrollo de modelos estructurales. Exploró de forma tridimensional la premisa de Hooke sobre la catenaria invertida utilizando láminas y membranas para fabricar modelos colgantes, que luego amplió para reproducir su geometría funicular a escala 1:1 (Chilton, 2000).

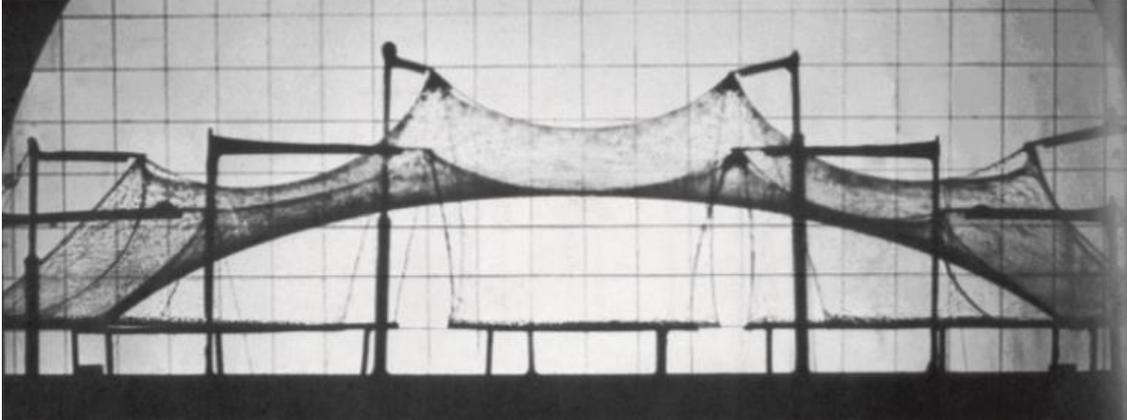
**Imagen 83.** Cubierta de un área de descanso en Deitingen, Soleura, Suiza, por Heinz Isler.



**Fuente:** [http://es.wikipedia.org/wiki/Heinz\\_Isler](http://es.wikipedia.org/wiki/Heinz_Isler) (2020)

**Estructuras de tensión.** Los modelos de cadenas colgantes se utilizaron en el diseño de puentes colgantes desde sus primeros días a principios del siglo XIX, por ejemplo, por Thomas Telford (1757-1834) en 1814 (Smith, 1977). Los modelos se utilizaron para establecer la geometría de la funicular y cómo variaba esta con distintos modos de carga. Frei Otto (1925-2015) considerado un innovador en el uso de modelos para determinar la forma de las estructuras de tensión. Comenzó a utilizar modelos en la década de 1950 como única forma de establecer la forma de estructuras tridimensionales, de membrana y de red de cables, cuya geometría final no podía, en ese momento previo a la modelación digital, ser determinada mediante métodos analíticos, imagen 84 (Roland, 1965).

**Imagen 84.** Imagen invertida de un modelo de Frei Otto para el desarrollo de una cubierta de membrana.



**Fuente:** Addis, B. A history of using physical models in structural design.  
The institution of structural engineers, U.K. (2013)

### Modelos utilizados para predecir el comportamiento estructural

Existen referencias en los escritos de Palladio (1508-1580) y Clause Perrault (1613-1688) en el desarrollo de modelos para el estudio de puentes de madera, los cuales fueron escalados hasta su tamaño final, utilizando la proporción directa. Una de las primeras referencias del uso de un modelo de prueba para predecir la resistencia de una estructura no construida, se encuentra en un libro del ingeniero de puentes alemán Caspar Walter (1701-1769). Leonard Euler (1707-1783) conocía la obra de Walter y se dio cuenta de que era incorrecto utilizar proporciones directas simples.

Teniendo en cuenta el peso propio de la estructura, propuso una serie de factores a través de los cuales las diferentes dimensiones en el modelo deben escalarse a tamaño real. La comprensión temprana de Euler de los efectos de escala en las pruebas de modelos tuvo poca influencia en los diseñadores de puentes de madera que, a principios del siglo XIX, comenzaron a usar la estática para ayudar a determinar las dimensiones de sus puentes. La introducción del hierro como material estructural para puentes y el uso de formas estructurales sin precedentes, nuevamente empujó a los ingenieros a usar modelos para ayudarlos a diseñar una estructura. El ejemplo más conocido fue el Puente Britannia, con una viga cajón continua de hierro forjado de más de 450 m, con dos claros centrales de 150 m (Addis, 2013).

### Análisis de esfuerzos por técnicas fotoelásticas

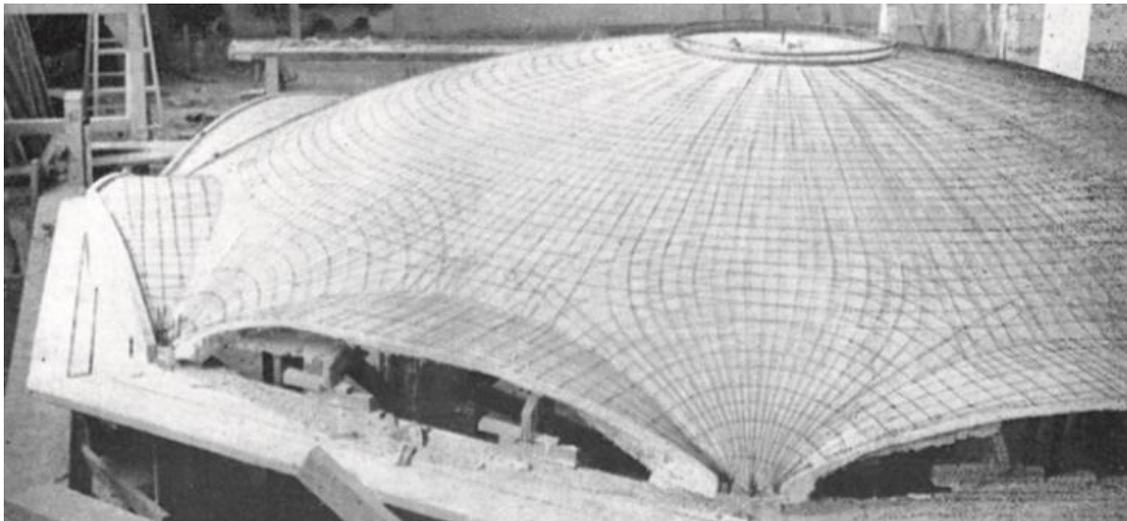
El análisis de esfuerzos fotoelásticos jugó un papel importante en el desarrollo del análisis de esfuerzos experimentales en la primera mitad del siglo XX. La técnica depende de la propiedad de ciertos materiales transparentes, como el vidrio, y algunas resinas epoxi, para cambiar el índice de refracción en proporción a los esfuerzos internos. En la industria de la construcción, su papel más valioso es determinar el flujo del esfuerzo a través de conexiones de acero en las que los orificios de remaches, tornillos o soldaduras provocaban trayectorias y concentraciones de esfuerzo inusuales.

## Uso de modelos a principios del siglo XX en el diseño de estructuras de edificios

**Cáscaras delgadas de concreto armado.** Los primeros diseñadores de cascarones de concreto utilizaron el análisis de membranas para determinar los momentos de flexión en cáscaras simples, pero este método no fue útil para analizar el comportamiento de pandeo de las secciones delgadas de concreto. Los diseñadores recurrieron al uso y análisis del comportamiento de modelos como una herramienta de diseño cuando los claros comenzaron a aumentar y el espesor de las cubiertas comenzó a reducirse, a mediados de la década de 1920 (Addis, 2013).

El ingeniero español Eduardo Torroja (1899-1961) explotó al máximo las cualidades arquitectónicas de las cáscaras de concreto armado. Su primera gran cubierta de cascara fue para la sala del mercado de Algeciras en España (1933) que tenía un claro de 47.8 m, una altura de 8 m y un espesor de 90 mm. En este modelo se desarrollaron pruebas en una maqueta a una escala 1:10 en el Instituto de la Construcción (ICON), que Torroja había ayudado a montar. El modelo se realizó en micro concreto, utilizando arena como agregado y alambres de acero como refuerzo.

**Imagen 85.** Modelo de la cubierta del mercado de Algeciras desarrollado por Eduardo Torroja.



**Fuente:** Addis, B. A history of using physical models in structural design.  
The institution of structural engineers, U.K. (2013)

El desarrollo del modelo se considera un logro, ya que se cubrieron casi 5 m con un espesor de cascara de 9 mm. Se desarrollaron en el modelo los mismos esfuerzos en el concreto que se estimó se desarrollarían en la estructura de tamaño real. Se midieron las deflexiones elásticas bajo diferentes condiciones de carga para corroborar los cálculos teóricos. Torroja utilizó pruebas de modelos en la etapa de competencia o diseño de esquemas para una serie de otros proyectos que no se construyeron (Torroja, 1958).

## Ensayo de estructuras en túnel de viento

El primer túnel de viento de circuito cerrado fue desarrollado por el físico alemán Ludwig Prandtl (1875-1953) en la Universidad de Göttingen en 1916 para probar el rendimiento de las secciones de perfil aerodinámico. En 1927, Otto Flachsbart (1898-1957), uno de los colaboradores de Prandtl, llevó a cabo los primeros experimentos con túneles de viento en edificios, para estudiar las presiones del viento. Uno de los primeros edificios que se probaron en un túnel de viento en los E.U.A. Fue el Empire State Building en

1930. La presión se midió en varios puntos alrededor del perímetro del edificio modelo de 2 m de altura y en diferentes alturas para determinar las cargas de viento de forma global y en ventanas individuales. En este momento, solo se investigaron las cargas estáticas. Las cargas periódicas o cíclicas, causadas por los vórtices en los bordes de las estructuras expuestas, se reconocieron por primera vez durante la investigación colapso del puente Tacoma Narrows en 1940.

## Comportamiento dinámico de edificios

El primer modelo de prueba para investigar el comportamiento de los edificios durante un sismo se llevó a cabo en Japón en 1890 por John Milne (1850-1913), un ingeniero científico inglés que había fundado el Instituto Sismológico de Japón en 1880. Milne y Fusakichi Omori (1868-1923), director del Instituto, realizaron los primeros experimentos de "mesa vibratoria" para simular el movimiento de un sismo tirando de una mesa que estaba fijada a una serie de resortes que se soltaba repentinamente.

La primera investigación sistemática sobre viviendas de madera sismo resistentes comenzó en 1929 tanto en el Instituto de Investigación de Terremotos de Tokio como por el profesor Lydik Jacobsen (1897-1976) en la Universidad de Standford. Jacobsen reconoció la necesidad de modelos más sofisticados para permitir el estudio del comportamiento de los edificios de gran altura y en 1930-1931 trabajó con estudiantes de investigación para realizar las primeras pruebas del modelo de mesa vibratoria en un edificio de varios pisos. Este trabajo inicio el desarrollo de estudios pioneros emprendidos por Jacobsen y sus alumnos. El análisis de los resultados elevó la comprensión de los efectos de los terremotos en los edificios de gran altura a un nivel que permitió a los ingenieros estructurales considerar las cargas debidas a los terremotos al diseñar sus edificios.

## Desarrollos de la segunda mitad del siglo XX en las pruebas con modelos

El desarrollo más significativo de la segunda mitad del siglo XX fue, quizás, el uso de números adimensionales en las pruebas de modelos estructurales. Las instalaciones y la experiencia establecidas en los laboratorios de pruebas se pusieron a disposición de cualquier diseñador de estructuras inusuales cuya complejidad las colocó fuera de los precedentes establecidos y más allá de lo que se podía calcular en la era anterior a la informática. Este fue especialmente el caso en los años 50 y 60 de las grandes cascaras de concreto armado, cuyo comportamiento es intrínsecamente complejo y estaba siendo empujado por los arquitectos hacia formas cada vez más inusuales y no funiculares. Durante este período, las técnicas de prueba de modelos continuaron desarrollándose. Se establecieron cuatro tipos diferentes:

- Modelos de búsqueda de forma (form finding);
- Modelos elásticos a pequeña escala (1: 200 a 1:50) hechos de material homogéneo;
- Modelos de resistencia a mayor escala (1:30 a 1:10) hechos de material destinado a modelar con precisión el material del que estaría hecha la estructura a escala real. Normalmente se trataba de un modelo de concreto hecho con yeso o micro concreto utilizando arena como agregado, con refuerzo de modelo;
- Modelos de efectos de viento (típicamente entre 300 mm y 2 m según el tamaño del túnel de viento utilizado para la prueba) hechos de cualquier material conveniente como madera, plástico o yeso, ya que solo necesitan lograr similitud geométrica.

Además de idear muchas formas ingeniosas de aplicar cargas a los modelos, la otra vía principal de progreso fue el desarrollo de nuevas técnicas que permitieron medir la deformación en la superficie de los modelos, todas las cuales se desarrollaron por primera vez en la industria aeronáutica:

- Galgas extensométricas mecánicas se hicieron más pequeñas, más precisa y sensible;
- Galgas extensométricas ópticas, que utilizan haces de luz reflejada para medir pequeñas deformaciones;
- Recubrimientos de laca quebradizos, que se agrietan cuando se esfuerzan y revelan rápidamente la dirección y extensión de las deformaciones, así como su magnitud aproximada;
- Recubrimientos fotoelásticos utilizados para medir la tensión superficial en un área completa, dando imagen general del flujo de fuerzas a través de la estructura.

## Reflexión final sobre el uso de modelos

Los diseñadores de estructuras han utilizado modelos para tres propósitos principales:

- a) Analizar y medir: esfuerzos, momentos, deformaciones, modo y cargas de colapso, y factores de seguridad para estructuras de tamaño real;
- b) Como un medio para corroborar las predicciones de estas cantidades elaboradas utilizando procesos de cálculo.
- c) Generar formas estructurales de gran eficiencia o demostrar la viabilidad de una forma propuesta.

Las pruebas con modelos se llevan a cabo para estudiar nuevos planteamientos o sistemas estructurales sin precedentes o cuyo comportamiento es demasiado complejo para modelarse matemáticamente. Se han empleado modelos a escala para determinar el comportamiento dinámico de las estructuras en sismos y estudiar los efectos del viento sobre las estructuras.

## Referencias

Addis, B. (2007). Building: 3000 years of Design, engineering and construction. New York and London: Phaidon.

Addis, B. (2005). A history of using scale models to inform the design of structures. Madrid: Instituto Juan de Herrera.

Addis, B. (2013). Toys that saved millions. London: The Institution of Structural Engineers.

Heyman, J. (1998) Structural Analysis: A historical approach. Cambridge: Cambridge Universitie Press.

Chiorino, M.A. (2003). Structural models: historical notes and new frontiers. Milan: Franco Angeli.

Chilton, J. The engineer's contribution to contemporary architecture: Heinz Isler. London: Thomas Thelford.

Tomlow, J. (2011). Gaudi's reluctant attitude towards the inverted catenary. London: The Institution of Structural Engineers.

Smith, D. (1977). The use of models in 19th-century suspension bridge design. U.S.A.: Wiley.

Roland, C. (1965). Frei Otto - spans: ideas and attempts at lightweight construction. Berlin: Ullstein.

Torroja, E. (1958). The Structures of Eduardo Torroja. New York: F.W. Dodge Corporation.