

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA INGENIERÍA MECÁNICA - DISEÑO MECÁNICO

MODELO PARA PREDECIR PROPIEDADES MECÁNICAS EN COMPONENTES FABRICADOS POR MANUFACTURA ADITIVA MEDIANTE EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

TESIS QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE: DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA: M.I. LUIS EDUARDO SÁNCHEZ BALANZAR

TUTOR DR. FERNANDO VELÁZQUEZ VILLEGAS FACULTAD DE INGENIERIA, UNAM COTUTOR DR. LEOPOLDO RUIZ HUERTA LABORATORIO NACIONAL DE MANUFACTURA ADITIVA Y DIGITAL, INSTITUTO DE CIENCIAS APLICADAS Y TECNOLOGÍA, UNAM

COMITÉ TUTOR

DR. ALBERTO CABALLERO RUIZ INSTITUTO DE CIENCIAS APLICADAS Y TECNOLOGÍA, MADIT,UNAM DR. ALEX ELÍAS ZÚÑIGA INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE MONTERREY DR. HÉCTOR RAFAEL SILLER CARRILLO UNIVERSITY OF NORTH TEXAS

CIUDAD UNIVERSITARIA, CDMX, SEPTIEMBRE 2021



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Leopoldo Ruiz Huerta Secretario: Dr. Alberto Caballero Ruiz 1er. Vocal: Dr. Fernando Velázquez Villegas 2do. Vocal: Dr. Alex Elías Zúñiga 3er. Vocal: Dr. Héctor Rafael Siller Carrillo

Lugares donde se realizó la tesis: Centro de Ingeniería Avanzada (CIA) de la Facultad de Ingeniería (FI) y Laboratorio Nacional de Manufactura Aditiva y Digital (MADiT) del Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología (ICAT) ambos ubicados en Ciudad Universitaria, Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM).

TUTOR DE TESIS: Dr. Fernando Velázquez Villegas

COTUTOR DE TESIS: Dr. Leopoldo Ruiz Huerta

Este trabajo fue realizado en las instalaciones del Laboratorio Nacional de Manufactura Aditiva y Digital (MADiT), ubicado dentro del Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología (ICAT); así como en las instalaciones del Centro de Ingeniería Avanzada (CIA), ubicado dentro de la Facultad de Ingeniería.

Este proyecto se llevó a cabo gracias a los recursos otorgados por la DGAPA-UNAM a los proyectos IN113315 e IG100220. También mediante los proyectos CF-MG-140617 y LN314934 y a la beca para estudios de doctorado (CVU 421438) otorgados y financiados por el CO-NACYT. Agradezco el apoyo brindado.

Agradecimientos

A mi mamá, María Eugenia, gracias por todo el amor, la confianza y el apoyo en todos estos años. Por tu ejemplo de superación, esfuerzo y tenacidad. Por siempre motivarme a seguir adelante a pesar de las dificultades. Gracias por ayudarme a llegar hasta aquí, porque la verdad es que nada de esto hubiera sido posible sin ti. Gracias por tanto.

A ti Gerardo, gracias por tu paciencia y comprensión. Por ayudarme a descubrir que puedo ser capaz de superar mis propios límites. Por todo lo que hemos vivido y me has enseñado en estos años. Por tu cariño y porque tu simple presencia me motiva a querer ser una mejor persona y superarme día con día.

A ti Juan Carlos, gracias por todo tu cariño y todas las formas en las que me has ayudado. Porque tu perseverancia y dedicación me siguen inspirando todos los días.

A Aimee, gracias por todo el apoyo que me has dado. Por tu congruencia y valor. Eres un gran ejemplo a seguir.

A Efrén, Lina, Carlos, Silvia, Nancy y Eduardo por siempre apoyarme, escucharme y ayudarme a crecer. Por todo su cariño.

A mis amigos Julio, Jons, José Luis, Alex y René, por siempre creer en mí. Por no dejarme caer y estar en los días grises y en los días más negros. Por las innumerables charlas, consejos y buenos momentos que hemos compartido.

A mis amigos Pedro y Homero, por todas las pláticas sobre nuestros proyectos de doctorado y sobre la vida misma. Por ayudarme a crecer personal y profesionalmente. Por los buenos ratos y por seguir estando.

A mis amigos y compañeros de generación, Adriana y Horacio, por todos los momentos que pasamos, por compartir su conocimiento conmigo y por todo el apoyo que me han brindado.

A mis amigos del MADiT, Erick, Luisito, Leo, Dany, Rodrigo, Fernando, Alan, Arturo, Pablo, Gio, Orlando, Raúl y Karen, por hacerme disfrutar aún más los momentos que pasé en el lab y en los seminarios; por las risas, los consejos y el intercambio de ideas.

Al Dr. Fernando Velázquez Villegas y el Dr. Leopoldo Ruiz Huerta por invitarme a participar en este proyecto y creer en mí. Por su guía, apoyo y consejos durante todos estos años. Porque al trabajar con ustedes conocí áreas y temas que nunca hubiera imaginado que existían y que me han permitido redescubrir lo maravillosas que pueden ser la ciencia y la ingeniería. Porque al compartir conmigo su conocimiento y su amistad me han hecho crecer tanto personal como profesionalmente. Siempre estaré en deuda con ustedes. También quisiera agradecer al Dr. Alberto Caballero Ruiz por todo el apoyo brindado a lo largo del doctorado, por los consejos, regaños y por todas las enseñanzas. Por su cercanía y amistad.

A las doctoras Yara, Yareli, Karla, Verena y Rosaura y al Dr. Octavio por todos sus consejos, comentarios y palabras de aliento. A Marcos Velázquez por toda su ayuda durante mi estancia en el lab.

Agradezco a los miembros de mi comité tutor, el Dr. Alex Elías Zúñiga y el Dr. Héctor Rafael Siller Carrillo por el tiempo dedicado a la revisión de este trabajo y por las útiles recomendaciones y comentarios realizados para mejorarlo.

Y por último, a la Universidad Nacional Autónoma de México.

Índice general

Introducción 1			
1.	Ant 1.1.	ecedentes La manufactura aditiva	2 2 3 5
2.	Plan 2.1. 2.2. 2.3. 2.4.	nteamiento del problema I Hipótesis Objetivo general Objetivo general I Metas y Alcances I Recursos disponibles I	 12 12 12 12 13
3.	Man 3.1. 3.2. 3.3. 3.4. 3.5. 3.6. 3.7. 3.8.	Proceso de Extrusión de Material Image: Construction of the propied ades mecánicas Image: Constructi	 14 14 17 21 22 23 26 27 28 29 32 36
4.	Des 4.1. 4.2. 4.3.	arrolloImplementación del método multiescala	 39 39 42 43 45 47 48 50 50

		4.3.2.	Construcción	51	
5.	Res	ultados	s y discusiones	53	
	5.1.	Result	ados caracterización mecánica de la materia prima	53	
		5.1.1.	Filamentos	53	
		5.1.2.	Rasters	56	
	5.2.	Result	ados caracterización mecánica de probetas	57	
		5.2.1.	Ángulo de deposición $0^{\circ}/90^{\circ}$	57	
		5.2.2.	Ángulo de deposición $45^{\circ}/-45^{\circ}$	60	
	5.3.	Result	ados de la implementación del modelo multiescala	61	
		5.3.1.	Verificación del modelo multiescala	61	
		5.3.2.	Resultados de RVEs con poros idealizados	62	
		5.3.3.	Validación del modelo multiescala	66	
		5.3.4.	Resultados de RVEs con poros obtenidos por TC	69	
6.	Disc	usione	s Generales	75	
Co	onclu	siones		78	
Re	eferei	ncias		80	
Apéndices					
Apéndice A. Coeficientes de Variación					
Apéndice B. Simetrías del tensor de rigidez					

Índice de figuras

1.1.	Los procesos de la manufacura aditiva y sus tecnologías asociadas	4
1.2.	Clasificación de los procesos de manufactura con base en el tipo de material	
	que utiliza	5
1.3.	Principales ventajas de la manufactura aditiva	6
1.4.	a) Porosidad ingenieril de un andamio fabricado mediante fusión de cama de	
	polvo [1], b)Porosidad aparente de una pieza por extrusión de material [2]	10
1.5.	Tipos de poros $[3]$	11
3.1.	(a) Partes del proceso de extrusión, (b) Etapas del proceso de extrusión $\ .\ .\ .$	15
3.2.	Parámetros de deposición	16
3.3.	Orientación de construcción	17
3.4.	Mesoestructura de pieza construida por extrusión de material $[4]$	18
3.5.	Tipos de poros	19
3.6.	Imagen SEM y CT de la mesoestructura unidireccional del proceso EM con	
	material compuesto	19
3.7.	Imagen CT de la mesoestructura del proceso EM unidireccional y reconstruc-	
	ción de poro inter- <i>raster</i>	20
3.8.	Homogenización de un material homogéneo	23
3.9.	Microstructura real de hueso trabecular y su RVE	24
3.10.	. Diagrama de flujo para el modelado micromecánico de un RVE aleatorio	24
3.11.	. Imagen CT de una estructura metálica microporosa y su RVE	25
3.12.	. Esquema del enfoque computacional propuesto para investigar la relación proceso- microestructura-propiedad de los productos manufacturados con AM material	
	metálico	25
3.13.	. Imagen 2D de una mesoestructura periódica: a) Sin deformación; b) Con de-	
	formación debida a una carga global	30
3.14.	Sistema de referencia de RVE tridimensional	31
3.15.	. Variación del ángulo entre la carga aplicada y el RVE . .	33
3.16.	. Rotaciones angulares necesarias para especificar la rotación general de un sis-	
	tema de coordenadas	34
3.17.	. Sistema de referencia de RVE tridimensional	37
4.1.	Obtención del RVE unidireccional	40
4.2.	Obtención del RVE entrecruzado	40
4.3.	Planos de los RVEs	41

ÍNDICE DE FIGURAS

4.4.	a) Poros obtenidos mediante tomografía computarizada, b) RVE unidireccional	
	y c) RVE entrecruzado con poro obtenido por TC	42
4.5.	Modelo y estrategia de deposición de rasters	43
4.6.	Cargas uniaxiales en RVE	45
4.7.	Cargas cortantes	47
4.8.	Modelo y estrategia de deposición de <i>rasters</i>	49
4.9.	Geometría y dimensiones de la probeta de tensión ASTM-D638	51
4.10.	Cama de construcción con probetas para ensayos de tracción	51
5.1.	Curvas esfuerzo-deformación de los filamentos caracterizados	54
5.2.	Porosidad presente en los filamentos	55
5.3.	Curvas esfuerzo-deformación de los rasters caracterizados	56
5.4.	Curvas esfuerzo-deformación de probetas	59
5.5.	Visualización de las propiedades mecánicas del RVE entrecruzado utilizando	
	las propiedades mecánicas del filamento	65
5.6.	Visualización de las propiedades mecánicas del RVE entrecruzado utilizando	
	las propiedades mecánicas del <i>raster</i>	65
5.7.	RVE unidireccional y sus equivalencias con las orientaciones de construcción	66
5.8.	RVE entrecruzado y sus equivalencias con las orientaciones de construcción	67
5.9.	Comparación entre los resultados experimentales y el modelo multiescala	68
5.10.	Comparación entre los resultados experimentales y el modelo multiescala	68
5.11.	Visualización de las propiedades mecánicas del RVE unidireccional con poro	
	extraido de tomografía computarizada	69
5.12.	Visualización de las propiedades mecánicas del RVE entrecruzado con poro	
	extraido de tomografía computarizada	71
5.13.	Comparación de los resultados experimentales y el modelo multiescala con po-	
	ros de TC	72
5.14.	Comparación de los resultados experimentales y el modelo multiescala con po-	
	ros de TC	73
B.1.	Las ocho clases distintas de simetría del tensor de elasticidad	93

Índice de Tablas

4.1.	Conjunto de condiciones de frontera impuestas a los nodos maestros para pro-	
	ducir cargas uniaxiales	46
4.2.	Conjunto de condiciones de frontera impuestas a los nodos maestros para pro-	
	ducir cargas cortantes	46
4.3.	Parámetros de construcción Insight	49
4.4.	Parámetros de construcción empleados	50
4.5.	Parámetros de construcción probetas ASTM-D638	52
5.1.	Propiedades mecánicas de los filamentos	54
5.2.	Propiedades mecánicas rasters	57
5.3.	Propiedades mecánicas de probetas de tensión	58
5.4.	Características de los modelos utilizados para realizar la verificación de las	
	condiciones de frontera periódicas	61
5.5.	Desplazamientos utilizados para la verificación de los modelos	62
5.6.	Características de los modelos FEM	62
5.7.	Propiedades mecánicas utilizadas para llevar a cabo el análisis multiescala	63
5.8.	Propiedades mecánicas homogeneizadas	63
5.9.	Relación entre la carga aplicada y las orientaciones de construcción para el	
	RVE unidireccional	66
5.10.	Relación entre la carga aplicada y las orientaciones de construcción para el	
	RVE entrecruzado	67
5.11.	Características del modelo $RVE_{TC}^{0^{\circ}}$	69
5.12.	Características del modelo $RVE_{TC}^{00/90^{\circ}}$	70
5.13.	Comparación entre los módulos de Young obtenidos mediante el modelo mul-	
	tiescala al cambiar la geometría del poro.	72
A.1.	Coeficientes de variación de los datos experimentales	92

Introducción

La Manufactura Aditiva (**MA**) es definida por la American Society for Testing and Materials (ASTM, por sus siglas en inglés) como «el proceso de unión de materiales, usualmente capa por capa, para hacer un objeto tridimensional a partir de un modelo digital 3D contrario a las metodologías de manufactura sustractivas»

Aunque la Manufactura Aditiva surgió como un proceso de prototipado rápido, actualmente hay industrias como la aeroespacial, la automotriz o el sector médico que utilizan estos procesos para fabricar piezas finales funcionales. Lo anterior se debe a que la manufactura aditiva produce componentes con diseños de alta complejidad, peso ligero o personalizadas que son difíciles o imposibles de fabricar por procesos de manufactura tradicionales y pueden llegar a tener un costo muy elevado. Sin embargo, esta ventaja es desaprovechada debido, principalmente a la incertidumbre que se tiene acerca de las propiedades mecánicas y al comportamiento mecánico que tendrán las piezas fabricadas bajo las condiciones de carga a las que estarán sometidas, lo cual es crucial para el proceso de diseño. Es la porosidad una de las principales características presentes en los componentes fabricados por manufactura aditiva, que influyen sobre las propiedades mecánicas. La cantidad de poros, su distribución y características están relacionadas con el proceso de manufactura y los parámetros de construcción seleccionados para fabricar una pieza. La presencia de los poros y la relación que guardan con las cargas a las que está sometido un componente genera incertidumbre sobre el comportamiento final de éste.

En este trabajo de investigación se propone un modelo de predicción de propiedades mecánicas de piezas fabricadas por procesos de manufactura aditiva. El enfoque utilizado considera al material de estas piezas como materiales porosos periódicos. Mediante un análisis multiescala basado en el método de homogeneización y el método de los elementos finitos se obtiene el tensor de rigidez que caracteriza el comportamiento elástico del material.

Mientras que en trabajos de investigación previos a éste los resultados se limitan a la predicción de las propiedades mecánicas de piezas fabricadas con un ángulo de deposición de material unidireccional y/o entrecruzado y bajo únicamente tres diferentes orientaciones de construcción, en esta tesis se reportan, mediante la representación gráfica del tensor de rigidez, las propiedades mecánicas elásticas de las piezas bajo la acción de una carga estática orientada en cualquier dirección. Por otra parte, debido a la escasa información sobre las propiedades mecánicas de la materia prima utilizada, en este trabajo se presenta su caracterización mecánica y cómo ésta afecta a la predicción de las propiedades mecánicas. Además, mediante ésta se observan los efectos del proceso de extrusión de material sobre la materia prima utilizada.

Capítulo 1

Antecedentes

1.1. La manufactura aditiva

La Manufactura Aditiva (**MA**) es definida por la American Society for Testing and Materials (ASTM, por sus siglas en inglés) como «el proceso de unión de materiales, usualmente capa por capa, para hacer un objeto tridimensional a partir de un modelo digital 3D contrario a las metodologías de manufactura sustractivas» [5].

Las tecnologías de AM comparten una serie de acciones ordenada para fabricar componentes: 1) la adquisición y almacenamiento digital de la información geométrica de la pieza que se va a construir, 2) el procesamiento del archivo digital de la pieza definiendo los parámetros de construcción, 3) la deposición del material con base en los parámetros asignados [6].

Términos como manufactura aditiva por capas, fabricación aditiva, fabricación de forma libre, manufactura rápida, entre otros, han sido sustituidos por el término Manufactura Aditiva. Aunque el término Impresión 3D¹ es utilizado ampliamente como sinónimo de Manufactura Aditiva, estos términos no son equivalentes ni intercambiables. La Impresión 3D está asociada con máquinas de bajo costo y baja capacidad de fabricación que depositan material utilizando un cabezal de impresión, una boquilla u otra tecnología de impresión [8]. Así pues, la Manufactura Aditiva por su definición abarca diversos tipos de máquinas y tecnologías incluyendo las de Impresión 3D.

La manufactura aditiva se utiliza para fabricar, modelos físicos de componentes cuya función es realizar pruebas de conceptos y evaluar características del diseño como, por ejemplo, su apariencia y dimensiones; prototipos funcionales con los que se verifican y evalúan una o más funciones especificas de un componente, permitiendo tomar decisiones de diseño y producción sobre piezas funcionales. Estas aplicaciones agrupadas bajo el término de Prototipado Rápido [7], no tiene como fin último generar piezas de uso final. Sin embargo, existen aplicaciones de la manufactura aditiva, englobadas bajo el término de Manufactura Rápida [7], que tienen como objetivo fabricar piezas funcionales que cumplan con todas las características de la aplicación para la que fueron diseñados. Dichas piezas pueden tratarse de herramentales, matrices y moldes que auxilien en la fabricación de componentes de uso final o componentes de uso final

¹El término Impresión 3D es también el nombre comercial de una familia de tecnologías de manufactura aditiva desarrollada por el Instituto Tecnológico de Massachusetts [7].

fabricados directamente por tecnologías de manufactura aditiva. Esta última aplicación es conocida también como Manufactura Digital Directa [7].

Entre los sectores e industrias que utilizan las tecnologías de manufactura aditiva se encuentran la aeroespacial, automotriz, médico, dental, biomédico, militar y deportivo [9–11].

1.1.1. Clasificaciones

Existe una gran cantidad de máquinas de manufactura aditiva con tecnologías específicas para fabricar componentes. Varios autores han propuesto diferentes maneras para clasificar dichas tecnologías independientemente del modelo de la máquina con la que estén asociadas [5,7,12,13].

La norma ASTMF42, presenta una propuesta donde las tecnologías son clasificadas en función del proceso que utilizan para depositar y unir el material capa por capa [5]. A continuación, se describen brevemente los 7 procesos de esta clasificación y se mencionan algunas de las tecnologías asociadas a ellos [7,14,15] (Figura 1.1).

- Extrusión de material (*Material extrusion*) : Estas tecnologías presiona un material termoplástico (e.g. ABS, PLA, PC) en forma de filamento, a través de una boquilla sobre una plataforma que se mueve tanto de forma vertical como horizontal. La tecnología de Modelado por Deposición Fundida (FDM) es la tecnología de Extrusión de Material más empleada [14].
- Fusión de cama en polvo (*Powder bed fusion*): Este proceso usa energía térmica proveniente de un haz de electrones o láser para fundir selectivamente material en forma de polvo. Algunas de las tecnologías que utilizan este proceso son la sinterización selectiva por láser (SLS), la fusión multichorro (MJF), la sinterización directa del metal por láser/fusión selectiva por láser (DMLS/SLM), y la fusión por haz de electrones (EBM)
- Laminación de hojas (*Sheet lamination*): Este proceso emplea hojas de papel, cartón o metal que son cortadas por un *cutter* o láser en función de la estrategia de construcción establecida. La adhesión entre las diferentes capas se lleva a cabo empleado un agente aglutinante para finalmente formar un objeto tridimensional. El material no cortado es usado como soporte y puede ser reciclado después del proceso. La Fabricación de objetos laminados (LOM) es una de los tecnologías que usan este proceso.
- Fotopolimerización en tina (*VAT photopolimerization*): Estas tecnologías curan selectivamente un fotopolímero liquido en un tanque usando una luz (e.g. UV), transformándolo en un objeto sólido. Las tecnologías asociadas con este proceso son la estereolitografía (SLA), el procesamiento digital de la luz (DLP) y las tecnologías de producción de interfaz líquida continua (CLIP).
- Rociado de aglutinante (*Binder jetting*): Este proceso utiliza un agente aglutinante, el cual es depositado selectivamente sobre una cama de polvos. Se utiliza un cabezal semejante al de inyección de tinta para depositar el agente adhesivo y unir polvos de material.

- Rociado de material (*Material jetting*): Este proceso típicamente utiliza un cabezal de inyección el cual deposita gotas de material selectivamente conforme se desplaza a lo largo del área de construcción. Estas gotas pueden solidificarse espontáneamente, goteo a demanda (DOD); pueden curarse o fusionarse usando una luz ultravioleta, rociado de material (MJ); o por una fuente de calor, rociado de nanopartículas (NPJ).
- **Deposición por energía dirigida** (*Direct energy deposition*): Este proceso utiliza energía térmica concentrada para fusionar materiales, en forma de polvo, mediante la fundición de estos al ser depositados mediante una boquilla. Implica dos tecnologías: la forma de red de ingeniería láser (LENS) y la manufactura aditiva por haz de electrones (EBAM).



Figura 1.1: Representación de los 7 procesos de la MA y algunas de las tecnologías asociadas a ellos. [16]

La Figura 1.2 muestra la clasificación propuesta por Wang et al. [17]. Dicha clasificación se lleva a cabo con base al material utilizado por cada proceso y distingue a los procesos en aquellos que utilizan materiales metálicos o no metálicos como materia prima.

CAPÍTULO 1. ANTECEDENTES



Figura 1.2: Clasificación de los procesos de manufactura con base en el tipo de material que utiliza [17]

1.1.2. Características

El uso de las tecnologías de manufactura aditiva en aplicaciones de Manufactura Rápida ha revelado características que deben de considerarse si se quiere adoptar una o más de dichas tecnologías dentro del proceso de fabricación de componentes funcionales.

Ya que los componentes son construidos utilizando directamente el archivo digital que contiene sus geometrías y dimensiones, no son necesarios moldes, lo cual, además de reducir los costos en la cadena de producción elimina la necesidad de espacios de almacenamiento [18]. Esto genera un *stock* digital que permite simplificar el intercambio de información, así como la modificación y personalización de los componentes. Lo anterior contribuye a la fabricación bajo pedido reduciendo problemas de inventario, como el riesgo de agotamiento de las existencias y la obsolescencia, al tiempo que mejora el flujo de ingresos, ya que los componentes se pagan antes de ser fabricados [19].

Las tecnologías de manufactura aditiva disponibles actualmente pueden ser económicamente convenientes y competir con los procesos tradicionales para la producción de lotes de piezas pequeños y medianos [14, 20]. A pesar de ello, es necesario considerar que el costo de la máquina por pieza es un componente importante del costo total. En ese sentido, el costo de las máquinas y los materiales utilizados, principalmente en los procesos de manufactura aditiva de metales, son altos; sin embargo, se espera que a medida que la manufactura aditiva se convierta en una técnica de producción más utilizada su costo se reduzca [19, 20].

Gracias a la manufactura aditiva, es posible cambiar la construcción de varias piezas por un único conjunto integrado, lo que reducirá o eliminará los problemas de costo, tiempo y calidad derivados del proceso de ensamblaje. Además, considerando esta característica, se presentan nuevas posibilidades de diseño y rediseño, que permiten generar una relación óptima entre resistencia y peso. Es la aeroespacial una de las industrias que más ha buscado aprovechar lo anterior con el objetivo de que los componentes fabricados cumplan con los requisitos funcionales al tiempo que se minimiza el volumen y el peso de estos [21].

Por otra parte, a diferencia de lo que sucede con los procesos tradicionales, la manufactura aditiva permite fabricar piezas formadas por dos o más materiales de una sola vez, lo que permite incrementar el desempeño y la productividad. Además mediante estas tecnologías es posible embeber componentes o piezas, como por ejemplo sensores, en la construcción, sin que esto implique una mayor dificultad o un costo extra [19,22].

La manufactura aditiva tiene la versatilidad de utilizar procesos como la deposición directa de energía para reparar o añadir material faltante en los componentes donde esto sea necesario. Lo cual, además de extender la vida útil de los componentes dañados, elimina la necesidad de fabricar un componente desde cero, reduciendo los costos de producción [14, 19, 23].

La característica más sobresaliente de la manufactura aditiva es la capacidad para fabricar componentes con geometrías de alta complejidad (Figura 1.3a). El sector médico ha aprovechado esto al diseñar y fabricar componentes o piezas totalmente personalizadas (Figura 1.3b). Implantes, prótesis y órtesis con las dimensiones y características y necesidades especificas de cada paciente son ejemplos claros de lo anterior. Las piezas fabricadas por métodos convencionales presentan, por lo general, una complejidad en su geometría y una personalización limitadas por la propia naturaleza del proceso; sin embargo, con la manufactura aditiva los componentes pueden alcanzar un alto grado de complejidad en su geometría por el mismo costo [24, 25].



Figura 1.3: Principales ventajas de la manufactura aditiva: (a) Generación de geometrías complejas [26], (b) Personalización de las piezas [27]

Por otra parte, la manufactura aditiva presenta características que pueden considerarse como inconvenientes o retos que debe de superar para ampliar su presencia en los sectores industriales y para fabricar piezas de uso final. Entre los problemas significativos que aún persisten en los componentes fabricados por estas tecnologías se encuentran la repetibilidad y la reproducibilidad de sus características [28]. Lo anterior se debe a que la manufactura aditiva es en extremo sensible tanto a las condiciones ambientales como a los parámetros de construcción que intervienen en el proceso utilizado, e.g. fluctuaciones de temperatura, niveles de humedad, uniformidad en el tamaño de los polvos utilizados [29,30].

Mientras que los procesos tradicionales cuentan con una gran variedad de materiales que además ofrecen diferentes comportamientos y funcionalidades, la selección de materiales de los proceso de manufactura aditiva es bastante limitada [29,30]. Las máquinas con mayor volumen de construcción están equipadas con una cámara de construcción de 1 m^3 . Esto podría ser un factor limitante para todas las aplicaciones en las que se utilicen componentes de grandes dimensiones [29,31]. Por lo tanto, será necesario fabricar varias piezas o componentes en vez de sólo una, aumentando los tiempos de ensamblaje y afectando a la cadena de producción; desaprovechando las ventajas expuestas anteriormente.

La deposición capa por capa genera piezas con una rugosidad mucho mayor en comparación con las piezas fabricadas por moldeo por inyección o fresado [32]. Esto afecta directamente a las tolerancias dimensionales de los componentes fabricados y a la calidad de los mismos [33,34]. En el caso de implantes, incluso pequeñas desviaciones dimensionales pueden afectar al ajuste y la funcionalidad [35].

La integración de varias piezas en un ensamblaje complejo de una sola pieza no pueden ser desmontadas, creando así algunos problemas en caso de operaciones de mantenimiento y reparación [29].

Los problemas derivados del tiempo necesario para fabricar componentes mediante manufactura aditiva son más evidentes cuando es necesaria la producción en serie en tiempos cortos. Por lo cual, para cada aplicación individual es importante estimar si son más adecuados comparados con los procesos tradicionales [29].

Pese a que los procesos de manufactura ya se comercializan, aún falta la comprensión fundamental de algunos de ellos, sus capacidades y limitaciones y es esencial un esfuerzo constante de investigación para poder utilizarlos.

Propiedades Mecánicas

La principal característica que limita el uso de los procesos de manufactura aditiva para fabricar piezas de uso final es la anisotropía que éstas presentan [29, 30, 36], esto además crea incertidumbre sobre las propiedades mecánicas que tendrá un componente. La heterogeneidad en las piezas, así como la porosidad que se presenta debido a la naturaleza de la fabricación capa por capa, son las principales causas de la anisotropía [30, 34]. Diversos autores han reportado la influencia que tienen los parámetros de construcción de cada proceso sobre las propiedades mecánicas de las piezas fabricadas. A continuación se presentan algunos de estos resultados.

Fotopolimerización en tina

Estudios como el de Ahmad et al. [37] muestran que la anisotropía de probetas de material PR40 construidas por el proceso de fotopolimerización en tina es mayor cuando el espesor de capas es de 100 μ m. De las tres orientaciones de construcción propuestas por los autores, vertical, inclinada y horizontal, es ésta última la que presenta la máximo módulo de Young con un valor de 379.6 MPa. Las demás orientaciones presentan una diferencia de hasta un 70 % respecto a ese valor. Kim et al. [38], estudiaron la influencia de la orientación de construcción de probetas de PDMS sobre el módulo de Young, la resistencia a la tracción y la deformación a la fractura. Los resultados muestran que el módulo varia entre 0.87 y 0.96 MPa, la elongación entre 34.7 % y 66.4 % y la resistencia a la tracción entre 0.23 y 0.49 MPa. García et al. muestran en su estudio que parámetros de construcción como la orientación de construcción,

el espesor de capa y el tiempo de post-curado, pueden generar que piezas presenten diferencias de módulo de Young de hasta 342% y de 181% para el esfuerzo último a tracción.

Rociado de material

Barclift et al. [39] analizaron cómo la orientación de construcción y el espaciamiento de las piezas en la cama de construcción influyen sobre las propiedades mecánicas de probetas de tracción de material Fullcure 830 Verowhite fabricadas por la tecnología polyjet. Cuando las probetas son construidas sin espaciamiento la resistencia a la tracción alcanza un valor de entre 31.2 MPa y 37.8 MPa y el módulo de Young se encuentra entre 1501 MPa y 1874 MPa. Si en cambio, son construidas con espaciamiento, estos valores varían hasta en 50 % y un 37 %, respectivamente. Las probetas sin espaciamiento presentan la máxima resistencia a la tracción con un valor 37.8 MPa y disminuye hasta en un 20 % cuando la orientación de construcción es modificada. Estas mismas probetas presentan el máximo valor del módulo de Young con 1874 MPa; sin embargo, disminuye hasta en un 22 % cuando cambia la orientación de construcción. Por otro lado, Kesy et al. [40] estudiaron la dureza y la resistencia a la tracción de probetas de material Fullcure 720 mientras variaban la orientación de construcción. El análisis demostró que la heterogeneidad en la absorción de la energía lumínica por parte del material genera diferencia entre las orientaciones de construcción de hasta un 29 % y un 4 % en la resistencia mecánica y la dureza, respectivamente.

Rociado de aglutinante

Doyle et al. [41] estudiaron la influencia del espesor de capa y la orientación de construcción sobre la resistencia a la tracción, el esfuerzo de cedencia y el módulo de Young de piezas de acero inoxidable SS420 fabricadas mediante el proceso de rociado de aglutinante. Además de identificar que el espesor de capa modifica las fases y su distribución dentro de las piezas, su incremento (de 50 μ m a 200 μ m) reduce entre un 25 % y un 30 % el esfuerzo de cedencia y la resistencia a la tracción. Por otro lado, el módulo de Young disminuye hasta en un 16% cuando el espesor aumenta. Verlee et al. [42] evaluaron la resistencia a la tracción y la deformación de probetas de tracción fabricadas usando polvo de acero inoxidable 316L con diferentes diámetros, 31 μ m y 20-53 μ m, a diferentes temperaturas de sinterizado. Los resultados muestran que el esfuerzo máximo y la deformación a la fractura incrementan en un 50 % y hasta un 97 %, respectivamente, cuando la densidad final aumenta y ésta aumenta cuando la temperatura de sinterizado se incrementa. Por otra parte, se han comparado las propiedades mecánicas de probetas fabricadas por los procesos de rociado de aglutinante y el moldeo por inyección. Nastac et al. [43] muestran que existe una diferencia de hasta un 0.57%, 22%, y 14% en la resistencia a la tracción, el esfuerzo de cedencia y la deformación a la fractura y de un 1% en la dureza y la densidad relativa de probetas hechas por ambos procesos.

Laminación de hojas

Mediante su estudio Pilipovic et al. [44] analizaron la influencia de la posición dentro de la cama de construcción sobre la propiedades mecánicas a tracción y flexión de piezas fabricadas por laminación de hojas de PVC. Sus resultados muestran deformaciones a la fractura hasta de un 207 %. Así mismo, observaron diferencias de hasta un 112 % y 24 % en el esfuerzo de

cedencia y el módulo de Young respectivamente, cuando las orientaciones de construcción de las piezas varían. En el caso de flexión, la diferencia entre módulos alcanza hasta un 78 %. Parámetros como el espesor de capa, la temperatura del rodillo y su velocidad, la velocidad del laser, así como la de la plataforma y el alimentador fueron utilizados por Chryssolouris et al. [45] para observar su relación con la resistencia a la tracción de piezas fabricadas mediante la tecnología LOM. Siendo el espesor de capa el parámetro que mayor influencia tuvo sobre dicha propiedad. Los resultados demuestran que al aumentar el espesor de capa el esfuerzo a la tracción aumenta 26 %. Oliver et al. [46] analizaron la influencia de la orientación de construcción sobre la resistencia a la tracción de piezas fabricadas con hojas de PVC. Cuando las capas dentro de las piezas son perpendiculares a la fuerza aplicada por el ensayo de flexión se alcanza un esfuerzo a la tracción último de 23.68 MPa; en cambio, si la capas están orientadas de forma paralela a dicha fuerza, el esfuerzo se reduce en un 34 %.

Deposición por energía dirigida

Componentes fabricados por el proceso de deposición por energía dirigida presentan propiedades mecánicas iguales o mayores a las que se obtienen mediante procesos de manufactura tradicional como la fundición [23]. Algunos estudios han demostrado que componentes fabricados por este proceso de manufactura aditiva pueden superar hasta en un 4 % el esfuerzo último a la tracción y 0.5 % el esfuerzo de cedencia de sus contra partes fabricados por forja [47,48]. Esos mismos estudios han encontrado que la porosidad presente en las piezas fabricadas reduce hasta en un 20 % la deformación a la ruptura. Varios estudios han demostrado que las propiedades de tensión de un componente dependen fuertemente de la orientación de la construcción del componente [23]. Por ejemplo, Shamsaei et al. [49] fabricaron probetas de tracción en diferentes direcciones, construyendo en la dirección a lo largo de la longitud de la muestra de tracción (dirección X) o depositando perpendicularmente a la longitud de las muestras de tracción (dirección Y). Observaron que el esfuerzo último a la tracción, el esfuerzo de cedencia y el módulo de Young de las muestras fabricadas en la dirección X son mayores en un 0.74 %, 3 % y 14 %, respectivamente, que los de las probetas fabricadas en la dirección Y.

Fusión de cama en polvo

Natali et al. [50] compararon las propiedades mecánicas de hojas de acero inoxidable fabricadas por los procesos de laminado en frío y SLM. Además, tres diferentes espesores fueron seleccionados para analizar la influencia de este parámetro sobre el esfuerzo último a la tracción, el esfuerzo de cedencia y la deformación a la fractura de las hojas. Los resultados muestran que el esfuerzo último a la tracción y la deformación de las piezas fabricadas por manufactura aditiva se reduce en un 9% y 60%, respectivamente, respecto a los de las piezas fabricadas por laminado en frío. Sin embargo, el esfuerzo de cedencia aumenta hasta en un 45%. Las piezas fabricadas por SLM con el menor espesor presentan los valores más bajos de las propiedades; sin embargo, cuando el espesor aumenta, las propiedades incrementan hasta un 10%. Algunos investigadores han estudiado la microestructura de probetas de Ti-6Al-4V fabricadas por SLM y las relaciones de las morfologías de la microestructura con los parámetros del proceso, la geometría y la materia prima [51]. Por ejemplo, el límite elástico y el esfuerzo último a la tracción de los componentes fabricados por manufactura aditiva suelen ser superiores a los del material recocido hasta en un 15% y un 26%, respectivamente y están en

el mismo rango que el Ti-6Al-4V endurecido por envejecimiento. Esto se debe probablemente a la presencia de una microestructura de grano fino en los componentes de AM basados en láser [52]. Por otro lado, la ductilidad de los componentes de Ti-6Al-4V SLM tiende a ir de 6 % a 11 % (dependiendo de la orientación con respecto a la dirección de construcción), que es inferior a las deformaciones del 12-17 % observadas en componentes fabricados por forja [53].

Extrusión de Material

Estudios como los llevados a cabo por Ed-Said [54], Montero [55] y Ahn [56] demuestran que el ángulo de deposición de los filamentos extruidos y la distancia entre ellos tienen un impacto significativo en la resistencia a la tracción y en la rigidez de las piezas fabricadas por el proceso de extrusión. Con base en sus resultados, cuando la distancia entre filamentos extruidos es positiva, se observa una reducción de entre el 11 y 37% de la rigidez de una probeta con distancia igual a cero. Mientras que la resistencia a la tracción encuentra su valor máximo cuando los filamentos extruidos son depositados con un ángulo igual a 0° , colineal con la dirección de la carga de tracción aplicada, resultados que concuerdan con lo reportado por Bagsik [57]. Riddick [58] determina la influencia del ángulo de deposición y de la orientación de construcción de las piezas sobre el módulo elástico y la resistencia a la tracción. Su estudio concluye que sin importar la orientación de construcción las piezas construidas con un ángulo de deposición de 0° presentan un comportamiento dúctil comparado con el comportamiento frágil que exhiben las probetas construidas a 90°. Sus resultados también muestran que la orientación de construcción es un parámetro que impacta significativamente a la resistencia a la tracción, ya que hay una diferencia de hasta un 84 % entre los valores máximo y mínimo al variar la orientación.

Porosidad

La porosidad es una característica presente en los componentes fabricados por manufactura aditiva. De acuerdo a cada uno de los procesos, existen diversos parámetros de construcción que causan la porosidad, por ejemplo, la potencia de del láser utilizado, orientación de construcción, tamaño de grano.



Figura 1.4: a) Porosidad ingenieril de un andamio fabricado mediante fusión de cama de polvo [1], b)Porosidad aparente de una pieza por extrusión de material [2]

La porosidad en la manufactura aditiva puede ser clasificada en dos tipos [3]:

- La porosidad aparente corresponde a los defectos porosos que se forman involuntariamente en la estructura interna y/o en la superficie de los componentes fabricados.
- La porosidad ingenieril que es intencionalmente creada y controlada para fabricar componentes con un desempeño especifico para una aplicación final. La porosidad posee propiedades físicas, incluidas el tamaño, dimensiones, forma y arquitectura, la cual puede generarse mediante un proceso de fabricación utilizado [3] (Figura 1.4).

Diversos estudios han, analizado experimental y computacionalmente, cómo la porosidad influye sobre propiedades mecánicas como la rigidez, la resistencia y la ductilidad [59–61]. De acuerdo a la Figura 1.5 los poros pueden encontrarse en tres zonas en los componentes fabricados por manufactura aditiva: en la superficie excesivamente rugosa, en la sub-superficie, entre las capas depositadas, y dentro de la materia prima [3]. La cantidad y distribución de los poros depende del proceso de manufactura.



Figura 1.5: Tipos de poros [3]

Aunque para algunos procesos de manufactura aditiva, ciertos poros son eliminados o minimizados mediante post-procesos como por ejemplo el prensado isostático en caliente, los componentes siguen presentando poros. Por lo cual, es necesario identificar cómo la presencia de porosidad aparente afecta a las propiedades mecánicas. Autores como Mirzababaei et al. [62] han demostrado que reducir la porosidad en piezas fabricadas por manufactura aditiva mejora las propiedades mecánicas de las mismas. Zwiren et al. [63] demostraron que al aumentar la densidad de probetas fabricadas por el proceso de rociado de aglutinante disminuyen el esfuerzo último y el de cedencia. Por otro lado Hernández et al. [64] demostraron que, para probetas fabricadas por el proceso de extrusión de material, determinar las características de los poros, e.g. su esfericidad, densidad y tamaño, junto con la orientación de los poros con respecto a la carga aplicada a probetas construidas en diferentes orientaciones influyen sobre el módulo de Young y el esfuerzo de cedencia.

Capítulo 2 Planteamiento del problema

La principal característica que distingue a los procesos de manufactura aditiva es la capacidad de producir piezas con geometrías complejas. Sin embargo, las piezas fabricadas por estos procesos presentan porosidad que impacta sobre el comportamiento mecánico de los componentes fabricados.

La porosidad en componentes fabricados por procesos de manufactura aditiva depende de los parámetros de fabricación seleccionados. Debido a que la porosidad aparente no es posible o es muy difícil de controlar y predecir, esta genera incertidumbre sobre las propiedades mecánicas de los componentes construidos. La incapacidad de predecir las propiedades mecánicas de los componentes fabricados mediante manufactura aditiva reduce el nivel de confianza que se podría esperar en componentes fabricados mediante procesos de manufactura tradicionales. Esto por lo tanto, limita y retrasa el uso de las tecnologías de manufactura aditiva como procesos de producción de piezas funcionales.

2.1. Hipótesis

Debido a que las propiedades mecánicas de componentes fabricados por manufactura aditiva se ven afectados por la mesoestructura generada por los parámetros de construcción, entonces estudiar e incorporar las características de los poros en un modelo numérico permitirá predecir el comportamiento mecánico final de las componentes.

2.2. Objetivo general

Desarrollar un método que permita la predicción de propiedades mecánicas al incorporar la porosidad de piezas construidas por el proceso de extrusión de material y la dirección de la carga a la que están sometidas.

2.3. Metas y Alcances

- Describir los procesos de manufactura aditiva sus características y retos.
- Identificar la relación entre algunos de los parámetros de construcción y las propiedades mecánicas de piezas fabricadas por procesos de manufactura.

- Identificar los tipos de porosidades y la relación con las propiedades mecánicas.
- Describir el proceso de extrusión de material.
- Emplear el método de homogenización multiescala para desarrollar un modelo de predicción de propiedades mecánicas.
- Identificar la mesoestructura que se genera en piezas construidas bajo diferentes ángulos de deposición de rasters¹.
- Modelar los elementos representativos volumétricos para las mesosestructuras identificadas.
- Obtener mediante el modelo computacional multiescala la matriz de rigidez que caracteriza el comportamiento mecánico de las piezas.
- Caracterizar mecánicamente la materia prima utilizada en el proceso de extrusión de material.
- Validar el modelo computacional mediante la caracterización mecánica de piezas construidas bajo diferentes ángulos de deposición de *rasters* y orientaciones de construcción.
- Determinar la dependencia direccional de las propiedades mecánicas de las piezas.

2.4. Recursos disponibles

Este trabajo de tesis fue desarrollado en la Ciudad Universitaria de la Universidad Nacional Autónoma de México. La construcción de las probetas, su caracterización mecánica y digital se llevaron a cabo en las instalaciones del Laboratorio Nacional de Manufactura Aditiva y Digital (MADiT) ubicado en el Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología (ICAT). El modelado numérico se llevó a cabo en el Centro de Ingeniería Avanzada (CIA) de la Facultad de Ingeniería. Los recursos disponibles utilizados para este estudio son los siguientes:

- Máquinas de extrusión de material: Fortus 900 mc y Fortus 400 mc.
- Máquina de ensayos universales electromecánica: Shimadzu AGS-X-50kN.
- Tomógrafo computarizado: Nikon XT H 225.
- Software de análisis por elemento finito: Altair Hyperworks 14. [65]

 $^{^1}Raster$ es el término empleado para nombrar al material extruido que sale de la boquilla.

Capítulo 3

Marco Teórico

3.1. Proceso de Extrusión de Material

El proceso de Extrusión de Material es ampliamente conocido debido al uso extendido de la tecnología de Modelado por Deposición Fundida (FDM, por sus siglas en inglés) desarrollada por la empresa Stratasys y aunque es común encontrar que se utiliza FDM para referirse al proceso de Extrusión de Material, esto no es correcto. Existe una gran cantidad de máquinas en el mercado que emplean el proceso de Extrusión de Material (EM), éstas difieren en características tecnológicas específicas como pueden ser las dimensiones de la máquina y el volumen de trabajo, la diversidad y las características de la materia prima que emplean, las condiciones de temperatura a las que se lleva a cabo la construcción, etc. Sin embargo, el proceso por el cual se lleva a cabo la unión entre los filamentos recién extrudidos y las capas de material depositadas previamente es fundamentalmente el mismo y puede dividirse en tres etapas: etapa de alimentación, etapa de calentamiento y etapa de deposición (Figura3.1b).

La materia prima utilizada en este proceso es termoplástico en forma de filamento con un diámetro de entre 1.5 y 3 mm [66] enrollado en un cartucho. En la etapa de alimentación del proceso de EM, el filamento se desenrolla y entra en un cabezal de extrusión, donde un sistema de rodillos contra-rotativos lo conduce a la zona de calentamiento. En esta zona comienza la etapa de calentamiento, donde el filamento desciende a través de una cámara de fundición, donde se encuentran una o más resistencias, alcanzando una temperatura por encima de su punto de transición vítrea, cambiando el estado del filamento de sólido a semilíquido. Mientras tanto, la sección no fundida del filamento actúa como un pistón que presiona la masa fundida desde la cámara de fundición hasta la punta de una boquilla para ser extruida. El cabezal de extrusión se mueve en el plano X-Y depositando el material extruido, conocido como raster ¹, en una plataforma o cama de construcción siguiendo un patrón establecido para formar una capa. Cada vez que se completa una capa, la plataforma de construcción desciende una altura controlada, y la siguiente capa se deposita, el proceso continúa hasta que se logra fabricar la geometría completa (Figura3.1a).

 $^{^{1}}$ En este trabajo de tesis, se usará el término *raster* para nombrar a los filamentos extruidos y diferenciarlos de los filamentos sin extruir.

CAPÍTULO 3. MARCO TEÓRICO



Figura 3.1: (a) Partes del proceso de extrusión, (b) Etapas del proceso de extrusión

Comparado con las técnicas de procesamiento de plásticos tradicionales como el moldeo por inyección, las piezas hechas por EM típicamente muestran propiedades mecánicas inferiores debido a que se presentan discontinuidades en su interior a causa de la forma en la que se lleva la construcción capa por capa. El proceso de unión se lleva cabo cuando *rasters* adyacentes entran en contacto entre si mientras aún se encuentran en un estado semifundido; sin embargo, debido a la geometría del *raster* y a que el proceso de enfriamiento se presenta inmediatamente después de la deposición, los *rasters* solidifican antes de fusionarse completamente con los *rasters* vecinos generando poros en las piezas construidas [67].

Existe una gran cantidad de parámetros involucrados en la fabricación de piezas mediante el proceso de Extrusión de Material. La combinación de estos parámetros junto con las características del material seleccionado (propiedades térmicas y reológicas) determinan la cantidad, distribución, tamaño y geometría de los poros [68, 69].

Entre los parámetros de manufactura que pueden ser modificados para fabricar una pieza se encuentran los siguientes [70–72]: parámetros de deposición de material (Figura 3.2) y de posicionamiento de la pieza (Figura 3.3).

Parámetros de deposición

• Ángulo de deposición de *raster* [°]: Es el ángulo en el que el extrusor deposita el termoplástico semi-fundido capa por capa. El ángulo, medido desde el eje X [73], puede variar de los 0° a los 180° en cada una de las capas.

- Espesor de capa [mm]: Es la altura de los *rasters* depositados en cada capa, que a la vez define la distancia que recorrerá verticalmente el cabezal o la plataforma de trabajo en cada paso. Este parámetro generalmente queda fijo para toda la construcción.
- Ancho de *raster* [mm]: Es el espesor del *raster* depositado. Este valor, está relacionado con el tamaño de la boquilla empleada y puede cambiar en cada capa a lo largo de la construcción. Además, este parámetro puede verse afectado por la expansión que puede sufrir el *raster* al salir de la boquilla referencia.
- Distancia entre rasters[mm]: Es la distancia que existe entre los rasters adyacentes.
 Este parámetro se considera negativo cuando los rasters se traslapan; positivo cuando están separados sin tocarse o cero (el default en la mayoría de los sistemas de EM) cuando los rasters son depositados de manera contigua sin ningún espaciamiento.
- Contornos: Son los *rasters* que se depositan en el perímetro de cada una de las capas. El número de contornos depositados así como su espesor, influyen sobre la densidad de deposición interna.
- Densidad de deposición interna [%]: Los contornos depositados en cada una de las capas conforman la parte sólida de cada pieza conocida como *shell*. Sin embargo, la cantidad de material depositado en el interior, conocido como relleno, puede variar de forma, tamaño y patrones de deposición. La densidad de relleno es el porcentaje de volumen de material en el interior de la pieza.
- Patrón de deposición interna: Es la trayectoria de deposición de los filamentos en el interior de la pieza. Los patrones comúnmente utilizados son: hexagonal, diamante y lineal.



Figura 3.2: Parámetros de deposición

Posicionamiento de la pieza

- Posición en la cama de trabajo: Ubicación dentro de la cama de trabajo (Plano XY) donde se construirá la pieza. En algunas ocasiones la plataforma de construcción es dividida en cuadrantes para definir, mediante ellos, la ubicación de la pieza.
- Orientación de construcción: Se define como la posición y orientación, sobre la cama de construcción, en la que se construye la pieza con respecto a los ejes X, Y y Z. Basados en la norma ISO/ASTM 5291:2013 [73] es posible establecer los ejes de referencia en la cama de construcción. En algunas ocasiones este parámetro es definido de forma numérica (a partir de los ángulos que forma una de las caras de la pieza con uno o más ejes de referencia) o de forma categórica (e.g. en el uso de probetas para caracterización mecánica se emplean generalmente los términos *Flat, Upright y Edge*²) (Figura 3.3).



Figura 3.3: Orientación de construcción [60]

3.1.1. Porosidades

Como resultado de la combinación de esos parámetros y la rápida solidificación de los *rasters*, el proceso de extrusión de material genera un arreglo de *rasters* y, por lo tanto, de poros en el interior de las piezas a nivel mesoscópico (Figura 3.4). Este arreglo es conocido como mesoestructura. Rodríguez et al. [65] identificaron que dicha mesosestructura es el elemento principal que determina las propiedades mecánicas de las piezas finales.

La porosidad en las piezas fabricadas por el proceso de EM depende de muchos parámetros, como el tamaño y la forma de la boquilla, los gradientes de presión y velocidad, las

 $^{^2 {\}rm Aunque}$ estos términos pueden traducirse al español, es más común utilizarlos en inglés y así aparecerá en este trabajo de tesis

orientaciones de los *rasters* y los parámetros termodinámicos, como la temperatura de la cama de construcción y la velocidad de enfriamiento relacionados con las características del material seleccionado. Estos factores contribuyen principalmente a la formación de tres tipos de poros: inter-*rasters*, intra-*rasters* y en la interfaz (Figura 3.5) [69]. Los poros inter-*rasters* se observan entre los *rasters* individuales, lo que es consecuencia del patrón de deposición seleccionado (Figura 3.5b). La forma y el tamaño de estos poros pueden variar en diferentes lugares dependiendo de la orientación, la forma y el tamaño de los *rasters* y de los parámetros termodinámicos relacionados con la solidificación de los mismos. Hay que considerar que la forma y tamaño de los *rasters* están relacionados con la geometría de la boquilla y las características del flujo del material semi-fundido. Será la influencia de estos poros los analizados en esta tesis.



Figura 3.4: Mesoestructura de pieza construida por extrusión de material [4]

Los poros interfaciales suelen observarse en las regiones de mala adherencia entre los *rasters* individuales (Figura 3.5a). La unión entre los *rasters* individuales de la misma capa y de la capa vecina es determinada por la energía térmica del material semifundido. Por lo tanto, el historial térmico de las capas sucesivas es importante para determinar la calidad de la unión. Una vez que el material se deposita y entra en contacto con una capa previamente depositada, la temperatura entre caras debe permanecer por encima de la temperatura de transición vítrea del material antes de la unión. La falta de uniformidad en el flujo del material a la salida de la boquilla, la velocidad de enfriamiento de los *rasters* relacionada con la solidificación de éstos, también dan lugar a poros interfaciales.

Los poros intra-*rasters* se observan al interior de los *rasters* individuales (Figura 3.5c) y estos se presentan debido a los parámetros de solidificación del material. Así mismo, algunos investigadores han demostrado que los filamentos presentan este tipo de poros aún antes de ser extruidos [60,61]. Aunque la cantidad de poros se reduce después de pasar por el proceso de extrusión, no se eliminan por completo [60,61].



Figura 3.5: Tipos de poros: a) Interfaciales [69], b) inter-rasters [74], c) intra-rasters [2]

Para el caso del proceso de EM existe una gran cantidad de trabajos de investigación que han identificado y analizado por medio de microscopia electrónica de barrido (SEM, por sus siglas en inglés) la superficie de fractura de probetas caracterizadas por ensayos de tracción con diferentes parámetros de construcción, lo cual permite observar de manera parcial la mesoestructura de las piezas; sin embargo, debido a que estás imágenes son tomadas una vez fracturada la probeta, la mesoestructura capturada puede presentar discrepancias con respecto a su estado original (previo a ser caracterizada mecánicamente)(Figura3.6a).

En la actualidad el uso de la Tomografía Computarizada (TC) se ha extendido al área de la manufactura aditiva y en específico ha ayudado a identificar las características de la mesoestructura de piezas hecha por el proceso EM (Figura3.6b). Su uso ha permitido obtener reconstrucciones tridimensionales de las piezas sin realizar ninguna modificación a su geometría y estructura originales. A diferencia de las imágenes SEM, la TC permite observar en su totalidad la mesoestructura, lo cual supone una ventaja para el análisis de estas estructuras.



Figura 3.6: (a)Imagen SEM y (b) CT de la mesoestructura unidireccional del proceso EM con material compuesto [75]

Diversos estudios han identificado que los poros inter-*rasters* se presentan como canales en la misma dirección del ángulo en el que los *rasters* fueron depositados. Como se ha mencionado la orientación y distribución de los poros inter-*rasters* depende en gran medida de la orientación de construcción y el ángulo de deposición seleccionados. La Figura 3.7(a) muestra la sección transversal de una de las secciones de la reconstrucción mediante TC de una pieza cuyos *rasters* fueron depositados a 0° en todas sus capas. Es posible observar en este caso que los poros inter-*rasters* se generaron por la alineación de cuatro *rasters*; la Figura 3.7(b) muestra la reconstrucción de uno de estos poros, cuya sección transversal tiene la forma de una estrella de cuatro puntas.



Figura 3.7: Imagen CT de la mesoestructura del proceso EM unidireccional y reconstrucción de poro inter-*raster* [60]

Mientras que las piezas fabricadas por los procesos de manufactura tradicionales tienen una alta repetibilidad [76], los poros introducen incertidumbre sobre las propiedades mecánicas de las piezas construidas por el proceso de EM [59].

Dawoud [77] estudió la influencia de la densidad de material en las probetas de caracterización. Para ello, además de la extrusión de material, utilizó la inyección de polímeros como procesos de manufactura de las piezas. Sus resultados demuestran que las probetas inyectadas presentan la mayor densidad de todas las muestras analizadas y, aunque la distancia entre rasters negativa produce probetas de EM con una menor cantidad de poros, éstas alcanzan el 98 % de la densidad de las probetas inyectadas. Los resultados demuestran la influencia de la porosidad en las propiedades mecánicas, ya que la densidad fue relacionada directamente con la porosidad presente en las piezas y ésta es consecuencia de la distancia entre rasters. Probetas inyectadas presentan los mayores valores de resistencia a la tracción y probetas con una distancia entre rasters positiva presentan una reducción de la densidad de hasta un 10% y de hasta un 25% con respecto a la resistencia de tracción máxima obtenida por inyección. Los resultados también resaltan la anisotropía que se presenta al variar el ángulo de deposición de rasters. Tronvoll et al. [59] asocian la porosidad en probetas con la reducción de la sección transversal. Además, mencionan que la orientación de construcción y del ángulo de deposición de rasters modifican la sección transversal reducida que estará bajo la acción de la carga en el ensayo de tracción, obteniendo variaciones de un -36 % del esfuerzo último.

Liao et al. [78], en cambio, mencionan que la temperatura a la cual se lleva a cabo la fabricación de piezas incide sobre el fenómeno de relajación de las cadenas poliméricas y en la unión entre capas en términos de difusión (i.e. la difusión de las cadenas poliméricas entre dos capas consecutivas). Con base en esto, su estudio analiza la influencia de la temperatura de la cama de construcción y el espesor de las capas sobre la porosidad y el módulo de Young de probetas de PLA. Los resultados demuestran que sin importar el espesor de las probetas el

módulo de Young varia hasta en un 5 % al variar la temperatura de la cama de construcción. Además, la porosidad se ve afectada por el cambio de temperatura, pues varía hasta en un 59 % cuando la temperatura de la cama de construcción es mayor. Por otra parte, las probetas con mayor espesor presentan el mayor módulo de Young, debido a que se promueve la coalescencia entre capas y se reducen los esfuerzos internos [78].

3.2. Modelos de predicción de propiedades mecánicas

Debido a la incertidumbre aún presente en la construcción de piezas hechas por el proceso de EM el esfuerzo de diversos grupos de investigación se ha enfocado en el desarrollo de modelos que permitan predecir las propiedades mecánicas finales de dichas piezas.

Dentro de los enfoques adoptados para predecir las propiedades se encuentran el tratar a las piezas hechas por el proceso de EM como materiales compuestos laminados, donde cada capa es considerada como una lámina [79]. En este enfoque los *rasters* son considerados como la matriz y los poros inter-*rasters* como fibras con rigidez cero. La teoría de clásica de capas laminadas (CLT) combinada con caracterización mecánica ha sido utilizada por autores como Ziemian [80], Somireddy [81] y Casavola [82]. En sus estudios han utilizado la caracterización mecánica para conocer las propiedades mecánicas de monoprobetas construidas con un ángulo de deposición de *raster* de 0°, 90° y 45° y con ellas obtener las propiedades de probetas con diferentes secuencias de apilación. Las predicciones hechas estaban en concordancia con los resultados experimentales, específicamente con una diferencia máxima del 6.6 % en los peores casos. La predicción de las propiedades mecánicas usando la CLT falla cuando la distancia entre filamentos es positiva, esto se debe a que la rigidez en la dirección transversal se vuelve insignificante debido a que no hay unión entre *rasters*. Además, debido a esa falta de unión es imposible obtener las propiedades mecánicas trasversales de láminas cuando la distancia entre filamentos es positiva.

Otro enfoque utilizado para la predicción de propiedades es el del análisis de la micro o mesoescala, el cual lidia con los inconvenientes de la CLT. Dicha propuesta se enfoca en analizar secciones de la mesostructura y las considera como unidades repetidas en lugar de analizar capas y asume que los *rasters* están perfectamente unidos. Resultados a partir de este enfoque han sido desarrollados de forma analítica, por ejemplo por Croccolo [83], en cuyo estudio realizó la predicción de la resistencia y la rigidez de piezas con un ángulo de deposición de 45° y *air gap* positivo. Sus resultados muestran una diferencia del 4% con respecto a los resultados experimentales.

Debido a la complejidad de la mesostructura formada en la piezas hechas por el proceso de EM, se ha utilizado el enfoqué anterior en combinación con métodos computacionales para realizar la predicción de propiedades. Simulaciones computacionales para predecir las propiedades mecánicas se han llevado a cabo mediante el análisis de elementos finitos. Dentro de estas simulaciones se han seguido dos metodologías, la primera modela explicitamente las características de la mesosestructura, con el mayor detalle que sea posible. La segunda metodología obtiene las propiedades homogenizadas de las piezas construidas aditivamente a partir del análisis de elementos que representativos de la mesoestructura generada. En este caso los *rasters* no se modelan explicitamente.

A pesar de que los modelos computacionales que obtienen las propiedades homogenizadas

de la piezas tiene una diferencia con respecto de los resultados experimentales hasta por debajo del 5 % [59,81], estos modelos se han limitado al modelado de ciertas orientaciones de construcción, así como ángulos y patrones de deposición de *rasters*. No obstante, es posible que las cargas a las que estén sometidas las piezas estén orientadas en direcciones diferentes, por lo cual es necesario establecer su comportamiento mecánico de forma global.

3.3. Modelado micromecánico

La secuencia de apilamiento de capas y la orientación de construcción son los principales parámetros que influyen en la orientación y la distribución de los poros en las piezas [84–86]. Las propiedades reológicas y térmicas relacionadas con la viscosidad, el enfriamiento y la transformación de fase influyen en el tamaño y la geometría de los poros [87–89]. Encontrar la relación entre la porosidad y las propiedades macroscópicas es un problema esencial que permitirá tener certidumbre sobre las propiedades mecánicas de los componentes fabricados.

Mediante el uso de la simulación numérica directa (DNS, por sus siglas en inglés) y el método de los elementos finitos (FEM) es posible generar un modelo que considere las características de las porosidades junto con detalles más específicos presentes en la mesoestructura. Sin embargo, este enfoque requiere de una malla de elementos finitos de escala extremadamente fina con un enorme número de grados de libertad. Por ejemplo, Hernandez et al. [60] reportaron, mediante tomografía computarizada, la existencia de poros con diámetros de alrededor de 60 μ m; para que un modelo DNS + FEM sea capaz de incorporar dichos poros la malla alrededor de ellos tendría que contar con elementos finitos de dimensiones menores a 60 μ m. Con este tipo de discretización, el modelo tendría millones de grados de libertad a analizar incluso para un bloque de $1mm^3$, por lo que el análisis de piezas o estructuras de dimensiones mayores y con una aplicación real en ingeniería, como una probeta de tensión o el ala de un avión, sólo podrían llevarse a cabo mediante el uso de computo de alto rendimiento (HPC). No obstante, muchas veces el acceso a este tipo de tecnología no está al alcance de todos y por otro lado es posible que generar modelos con tal detalle sea innecesario convirtiéndose en un gasto de recursos computacionales, económicos y de tiempo. Es en el campo del análisis de materiales compuestos donde ha quedado demostrado que modelos computacionales simplificados pueden alcanzar resultados similares a los obtenidos por modelos DNS con un costo de recursos mucho menor [90].

Estos modelos se basan en el análisis micromecánico del material; su principal objetivo es predecir las propiedades **macroscópicas efectivas** del material heterogenéo en función de sus constituyentes y la interacción entre ellos, este proceso es conocido como **homogeneización**. El método de homogeneización puede utilizarse tanto para la caracterización virtual del material, es decir, para simular su respuesta global bajo condiciones de carga simples, o para modelación constitutiva, donde se predice el conjunto completo de las propiedades del material (Matriz de rigidez y *compliance*³), que al ser empleadas como los datos de entrada de un modelo numérico (generalmente de FEM) simularán el desempeño mecánico de estructuras macroscópicas.

 $^{^{3}}$ compliance es un término en inglés que en ocasiones es traducido como flexibilidad y se refiere al inverso de la rigidez.



Figura 3.8: Homogenización de un material homogéneo [91]

El segundo objetivo de los modelos micromecánicos es predecir los campos locales, tales como los campos de esfuerzo y deformación dentro de la microestructura debido al comportamiento macroscópico. Esta etapa se denomina comúnmente como proceso de **localización** o **deshomogeneización** y permite la evaluación de la la resistencia y estimación de la falla mecánica de materiales heterogéneos. En conjunto la homogeneización y la deshomogeneización forman parte de lo que se conoce como **análisis multiescala de materiales**, el cual no se limita al estudio de las relaciones de la microescala y macroescala, gracias a su versatilidad es posible identificar las relaciones micro-meso, meso-macro e incluso micro-meso-macro.

Es por lo anterior que este trabajo adoptada el análisis multiescala para llevar a cabo la predicción de las propiedades mecánicas macroscópicas de piezas hechas por EM en función de su porosidad.

3.4. Mesoestructura y elemento representativo

Para llevar a cabo el análisis multiescala es indispensable identificar un Elemento Representativo Volumétrico (RVE⁴, por sus siglas en inglés) de la micro/mesoestructura. Un RVE es el volumen más pequeño sobre el que se puede realizar una medición [92, 93]. El RVE debe incluir las características de la micro/mesoestructura (granos, inclusiones, vacíos, fibras, etc.), pero permaneciendo lo suficientemente pequeño para ser considerado como un elemento de volumen de la mecánica del continuo. En general, existen cuatro maneras de obtener la microestructura o mesoestructura de un material:

• Idealización: Es posible generar las características microestructurales del material utilizando simples figuras geométricas como esferas, discos o cubos (Fig.3.9). Ejemplo de

 $^{{}^{4}\}mathrm{RVE}$ será utilizado a lo largo de esta tesis



esto son los cilindros utilizados para representar la fibra en los materiales compuestos reforzados.

Figura 3.9: Microstructura real de hueso trabecular y su RVE (fase líquida y sólida) [94]

Información estadística: Se puede reconstruir una microestructura basado en la información estadística de imágenes 2D. La función de correlación (estadística de 2 puntos, autocorrelación) es una de las técnicas de caracterización y reconstrucción adoptada para microestructuras heterogéneas [95]. (Fig.3.10)



Figura 3.10: Diagrama de flujo para el modelado micromecánico de un RVE aleatorio a partir de puntos de correlación [96]

 Adquisición de imágenes: Es posible reconstruir la microestructura utilizando datos de imágenes reales, por ejemplo a partir del uso de tomografía computarizada. Este enfoque tiene la ventaja de generar un representación más realista de la microestructura, aunque normalmente genera un modelo con una gran cantidad de elementos finitos para el análisis multiescala (Fig.3.11).



Figura 3.11: Imagen CT de una estructura metálica microporosa y su RVE [97]

• Simulación del proceso: El último enfoque se basa en predecir la microestructura a partir de la simulación completa del proceso de fabricación. Como ejemplo de esto la Fig.3.12 muestra la microestructura obtenida al realizar la simulación del proceso de fusión en cama de polvo. Aunque este enfoque permite identificar de mejor forma la relación que existe entre los parámetros de manufactura y la microestructura generada y, por ende, las propiedades mecánicas finales, llevar a cabo la simulación de una estructura macroscópica demanda una gran cantidad de recursos computacionales debido al gran número de variables que pueden estar involucradas y a la complejidad de los modelos (cambios de fase, interacción termodinámica solido-fluido, etc.). En su mayoría, los modelos de este tipo simulan volúmenes de proceso muy pequeños y no la pieza macroscópica en su totalidad.



Figura 3.12: Esquema del enfoque computacional propuesto para investigar la relación procesomicroestructura-propiedad de los productos manufacturados con AM material metálico [75]
3.5. Relaciones micro-macro mecánicas

En un material homogéneo se presentarán estados de esfuerzo y deformación uniformes al estar bajo cargas uniformes; sin embargo, esto no sucede en un material heterogéneo, donde pueden encontrarse diversas fases del mismo material o diferentes materiales generalmente con propiedades mecánicas significativamente diferentes [98]. Ahora bien, ya que los RVE que representan la microestrutura o mesoestrutura de una pieza son idénticos, estos deben de exhibir campos de esfuerzo y deformación idénticos [99]. Debido a lo anterior, desde una perspectiva global, los campos de esfuerzo y deformación serán periódicos en naturaleza excepto en las cercanías de las cargas aplicadas. Estas restricciones de periodicidad son empleadas para determinar las condiciones de desplazamiento apropiadas en los contornos del RVE.

Ya que el RVE es parte del cuerpo macroscópico, el promedio por volumen de las cantidades de interés sobre el RVE pueden calcularse de la siguiente manera

$$\bar{f} = \langle f \rangle = \frac{1}{V} \int_{V} f dV \tag{3.1}$$

donde V es el volumen del RVE y $\langle \rangle$ denotan el promedio por volumen. Se debe aclarar que f puede ser una función escalar, vectorial o tensorial dentro del RVE, mientras \overline{f} es la cantidad efectiva calculada.

Usando la conservación de la masa, la densidad efectiva es

$$\overline{\rho} = \langle \rho \rangle \tag{3.2}$$

Si un cuerpo, en equilibrio estático, está sujeto únicamente a tracciones (**este punto me gustaría discutirlo, ya que la referencia de la que lo tomé lo pone como *traction* y no se cómo traducirlo correctamente**) a lo largo de sus contornos, generadas por la acción del tensor de esfuerzos $\overline{\sigma}_{ij}$, i.e. $t_i^0 = \overline{\sigma}_{ij}n_j$, donde n_j es el vector normal a la superficie, el tensor de esfuerzos promedio dentro del cuerpo es igual a $\overline{\sigma}_{ij}$.

Para facilitar la formulación matemática, se describe la estructura macroscópica utilizando un sistema de coordenadas globales x_i . Como el tamaño del RVE es mucho menor que el tamaño de la estructura macroscópica, se introduce un sistema de coordenadas local $y_i = x_i \lambda$ para describir la RVE, siendo λ un parámetro pequeño.

En general el campo de esfuerzos no es constante dentro del cuerpo, ya que éste es heterogéneo, además considerando que éste está sujeto sólo a tracciones (sin fuerzas de cuerpo), el campo de esfuerzos debe de satisfacer la ecuación de equilibrio Ec.3.3:

$$\sigma_{ij,j} = 0 \tag{3.3}$$

donde la coma indica derivada parcial con respecto al sistema de coordenadas local y_j . Se tiene entonces que:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ik}\delta_{jk} = \sigma_{ik}\frac{\partial y_j}{\partial x_k} = (\sigma_{ik}y_j)_{,k} - \sigma_{ik,k}y_j = (\sigma_{ik}y_j)_{,k}$$
(3.4)

Por lo tanto, a partir de las Ec.3.3, Ec.3.4 y el teorema de Gauss (divergencia) se tiene:

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_{V} \sigma_{ij} dV = \frac{1}{V} \int_{V} (\sigma_{ik} y_j)_{,k} dV = \frac{1}{V} \oint_{\partial V} \sigma_{ik} y_j n_k dS = \frac{\overline{\sigma}_{ik}}{V} \oint_{\partial V} y_j n_k dS = \frac{\overline{\sigma}_{ik}}{V} \int_{V} y_{j,k} dV = \overline{\sigma}_{ij}$$

$$(3.5)$$

donde S es la superficie del volumen del RVE. Está ecuación es fundamental en la micromecánica y es conocida como el **Teorema de esfuerzo promedio** y esencialmente lo que establece es que cuando un cuerpo heterogéneo se encuentra bajo la acción de condiciones de tracción en la frontera producidas por un tensor constante $\overline{\sigma}_{ij}$, el esfuerzo promedio en el cuerpo entero es el mismo $\overline{\sigma}_{ij}$, sin importar la complejidad del campo de esfuerzos que se presente en el interior del cuerpo. La Ec. 3.5 también implica que el esfuerzo promedio de un RVE puede ser calculado mediante las tracciones t_i^0 a lo largo de las fronteras tal que

$$\overline{\sigma}_{ij} = \langle \sigma_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \oint_{\partial V} \sigma_{ik} y_j n_k dS = \frac{1}{V} \oint_{\partial V} t_i^0 y_j dS \tag{3.6}$$

Si un cuerpo se somete a desplazamientos en la frontera de su volumen generados por un tensor de de deformaciones constante $\overline{\varepsilon}_{ij}$, tal que se cumple $u_i^0 = y_j \overline{\varepsilon}_{ij}$, donde y_j son los componentes del vector de posición de un punto sobre la superficie, el promedio del campo de deformaciones infinitesimal del cuerpo es igual a $\overline{\varepsilon}_{ij}$. En general el campo de deformaciones, $\overline{\varepsilon}_{ij}$, no es constante en el interior del cuerpo, ya que es heterogéneo, sin embargo se cumple lo siguiente:

$$\langle \varepsilon_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_{V} \varepsilon_{ij} dV = \frac{1}{2V} \int_{V} (u_{i,j} + u_{j,i}) dV = \frac{1}{2V} \oint_{\partial V} (u_{i}^{0} n_{j} + u_{j}^{0} n_{i}) dS$$

$$= \frac{1}{2V} \oint_{\partial V} (\overline{\varepsilon}_{ik} y_{k} n_{j} + \varepsilon_{jk} y_{k} n_{i}) dS = \frac{1}{2V} \int_{V} (\overline{\varepsilon}_{ik} \delta_{kj} + \varepsilon_{jk} \delta_{ki}) dV = \overline{\varepsilon}_{ik}$$

$$(3.7)$$

Así como el Teorema de esfuerzos promedio es fundamental para la micromecánica la Ec. 3.7 conocida como **Teorema de deformaciones promedio** también lo es e indica que si un cuerpo formado por uno o más constituyentes sujeto a una distribución de desplazamientos de acuerdo a $u_i^0 = y_j \bar{\varepsilon}_{ij}$ el campo de deformaciones promedio sobre el cuerpo completo es el mismo $\bar{\varepsilon}_{ij}$ sin importar la complejidad del campo de deformaciones en el interior de dicho cuerpo. La Ec. 3.7 también implica que la deformación promedio de un RVE puede ser calculada mediante los valores de los desplazamientos a lo largo de sus fronteras.

3.5.1. Tensores de rigidez y compliance

Para lograr la homogeneización del material heterogéneo es necesario establecer las relaciones constitutivas para que el material homogéneo sustituya al material heterogéneo original. Restringiendo el análisis al comportamiento elástico lineal se asume que los constituyentes del material heterogéneo original obedecen a las siguientes relaciones constitutivas:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \tag{3.8}$$

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl}\sigma_{kl} \tag{3.9}$$

donde σ_{ij} y ε_{kl} se refieren al campo de esfuerzos punto a punto y el campo de deformación del material original, también llamados esfuerzos y deformaciones microscópicas (en este trabajo, mesoscópicas); C_{ijkl} y S_{ijkl} son los tensores de rigidez y de *compliance* del material original, respectivamente [100].

Para la homogeneización del material heterogéneo es necesario obtener las siguientes relaciones constitutivas [101]:

$$\overline{\sigma}_{ij} = C^*_{ijkl} \overline{\varepsilon}_{kl} \tag{3.10}$$

$$\overline{\varepsilon}_{ij} = S^*_{ijkl} \overline{\sigma}_{kl} \tag{3.11}$$

donde $\overline{\sigma}_{ij}$, $\overline{\varepsilon}_{kl}$, C^*_{ijkl} y S^*_{ijkl} son los campos de esfuerzo y deformación, los tensores de rigidez y *compliance* homogeneizado del cuerpo homogeneizado, respectivamente. En este caso $\overline{\sigma}_{ij}$ y $\overline{\varepsilon}_{kl}$, también conocidos como esfuerzos y deformaciones macroscópicas, son constantes dentro del RVE homogeneizado equivalente.

Para calcular C_{ijkl}^* y S_{ijkl}^* es necesario relacionar los esfuerzos y deformaciones micro/ mesoscópicas con los esfuerzos y deformaciones macroscópicas. Por lo general, en muchos de los modelos multiescala $\overline{\sigma}_{ij}$, $\overline{\varepsilon}_{kl}$ o una combinación de ellos son aplicados al RVE típicamente en términos de condiciones de frontera para resolver un problema con valores en la frontera para encontrar los σ_{ij} y ε_{kl} dentro del RVE.

3.5.2. Condición de macrohomogenedidad de Hill-Mandel

La relación de transición de micro a macro escala es generalemente establecida con base en la llamada **condición de Hill-Mandel o de macrohomogeneidad** [101] y tiene que ser satisfecha para la conservación de la energía específica entre la transición micro-macro. Es un teorema de energía promedio, basado en argumentos físicos, y establece que la variación local del trabajo macroscópico es igual al promedio por volumen de la variación del trabajo sobre el RVE.

De nuevo, considerando un RVE con un volumen V y una frontera ∂V , para cualquier campo de esfuerzos y deformaciones σ_{ij} y ε_{kl} en un punto dado del RVE bajo condiciones de tracción y deformación en la frontera, se tiene lo siguiente:

$$\langle \sigma_{ij}\varepsilon_{ij}\rangle - \overline{\sigma}_{ij}\overline{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{V}\oint_{\partial_V} (u_i - y_j\overline{\varepsilon}_{ij})(\sigma_{ik}n_k - \overline{\sigma}_{ik}n_k)dS$$
(3.12)

donde los paréntesis angulares denotan el promedio del volumen;

$$\langle \sigma_{ij}\varepsilon_{ij}\rangle = \frac{1}{V}\int_{V}\sigma_{ij}\varepsilon_{ij}dV \tag{3.13}$$

Para probar el lema Ec- 3.12 es necesario expandir los términos que se encuentran en la integral de superficie de la derecha:

$$\oint_{\partial_V} (u_i - y_j \overline{\varepsilon}_{ij}) (\sigma_{ik} n_k - \overline{\sigma}_{ik} n_k) dS = \oint_{\partial_V} (u_i \sigma_{ik} n_k - u_i \overline{\sigma}_{ik} n_k - y_j \overline{\varepsilon}_{ij} \sigma_{ik} n_k + y_j \overline{\varepsilon}_{ij} \overline{\sigma}_{ik} n_k) dS \quad (3.14)$$

Evaluando las integrales de superficie resultantes se obtiene:

$$\oint_{\partial_{V}} u_{i}\sigma_{ik}n_{k}dS = \int_{V} u_{i,j}\sigma_{ij}dV = \int_{V} \varepsilon_{ij}\sigma_{ij}dV = V\langle\sigma_{ij}\varepsilon_{ij}\rangle$$

$$\oint_{\partial_{V}} u_{i}n_{k}\overline{\sigma}_{ik}dS = \overline{\sigma}_{ik}\int_{V} u_{i,k}dV = V\overline{\sigma}_{ij}\overline{\varepsilon}_{ij}$$

$$\oint_{\partial_{V}} \sigma_{ik}n_{k}y_{j}dS = \int_{V} \sigma_{ik}\delta_{ik}dV = V\overline{\sigma}_{ik}$$

$$\oint_{\partial_{V}} y_{j}n_{k}dS = \int_{V} \delta_{jk}dV = V\delta_{jk}$$
(3.15)

Sustituyendo Ec.3.15 en Ec.3.14 se obtiene:

$$\frac{1}{V} \oint_{\partial_V} (u_i - y_j \overline{\varepsilon}_{ij}) (\sigma_{ik} n_k - \overline{\sigma}_{ik} n_k) dS = \langle \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} \rangle - \overline{\varepsilon}_{ik} \overline{\sigma}_{ik} - \overline{\sigma}_{ij} \overline{\varepsilon}_{ij} + \overline{\varepsilon}_{ik} \overline{\sigma}_{ik}$$

$$= \langle \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} \rangle - \overline{\sigma}_{ij} \overline{\varepsilon}_{ij}$$

$$(3.16)$$

lo anterior prueba el lema Ec. 3.12. Un corolario de lo anterior puede establecerse como sigue:

$$\langle \sigma_{ij}\varepsilon_{ij}\rangle = \overline{\sigma}_{ij}\overline{\varepsilon}_{ij} \tag{3.17}$$

si se cumple que $\sigma_{ij}n_j|_S = \overline{\sigma}_{ij}n_j$ o $u_i|_S = \overline{\varepsilon}_{ij}y_j$. En otras palabras, para campos de esfuerzos estáticamente admisibles ($\sigma_{ij}n_j|_S = \overline{\sigma}_{ij}n_j$) o campos de desplazamiento cinemáticamente admisibles ($u_i|_S = \overline{\varepsilon}_{ij}y_j$) el promedio por volumen del producto de estos campos $\langle \sigma_{ij}\varepsilon_{ij} \rangle$ es igual al producto de los promedios por volumen de $\overline{\sigma}_{ij}$ y $\overline{\varepsilon}_{ij}$. El producto $\sigma_{ij}\varepsilon_{ij}$ es dos veces el valor de la densidad de la energía de deformación; la Ec.3.17 implica que el promedio por volumen de la densidad de la energía de deformación de un material heterogéneo puede calcularse a partir de los promedios por volumen de los esfuerzos y deformaciones. Con base en lo anterior, el proceso de homogeneización puede interpretarse como el proceso de obtención de un material homogéneo que es energéticamente equivalente al material heterogéneo que sustituye.

Para un cuerpo homogéneo infinito esta condición se satisface trivialmente, sin embargo, para un cuerpo finito heterogéneo es necesario que esté sujeto a condiciones de frontera específicas [102] para cumplir con dicha condición. Tres tipos de condiciones de frontera que satisfacen la condición de macrohomogeneidad son aplicadas comúnmente: condiciones de frontera de tracción uniforme, de desplazamiento uniforme y periódicas. Se ha demostrado que las condiciones de frontera de desplazamiento y de tracción uniformes subpredicen las propiedades macroscópicas comparadas con las condiciones de frontera periódicas [103–106], por lo que serán estás las empleadas en este trabajo.

3.6. Condiciones de frontera periódicas

Considerando una estructura periódica formada por un arreglo de RVEs, como se muestra en la Figura 3.13(a), donde el área sombreada representa a los poros inter-*rasters*, el campo de desplazamiento puede ser expresado de la siguiente manera:

$$u_i(x_1, x_2, x_3) = \overline{\varepsilon}_{ik} x_k + u_i^*(x_1, x_2, x_3) \qquad (i, k = 1, 2, 3)$$
(3.18)

donde $\overline{\varepsilon}_{ik}$ es el tensor de deformación promedio de la estructura periódica, x_k es la coordenada de un punto material en el sistema cartesiano. En la expresión anterior, el primer término del lado derecho $\overline{\varepsilon}_{ik}x_k$ representa un campo de distribución de desplazamientos lineal y el segundo término, $u_i^*(x_1, x_2, x_3)$, es una función periódica que va de un RVE al otro (Figura3.13(b)) y representa la parte periódica de los desplazamientos sobre la sobre las superficies de los RVEs. Por lo general este término es desconocido y depende de las cargas macroscópicas aplicadas a la estructura y de sus heterogeneidades.

Debido a que el arreglo periódico de los RVEs representa un cuerpo macroscópico, dos condiciones de continuidad deben de cumplirse en las fronteras de los RVEs. La primera establece que los desplazamientos deben de ser continuos, i.e., que RVEs vecinos no pueden estar separados o traslapados despues de la deformación. La segunda condición establece que la distribución de tracciones en fronteras paralelas opuestas de un RVE deben de ser simétricas.



Figura 3.13: Imagen 2D de una mesoestructura periódica: a) Sin deformación; b) Con deformación debida a una carga global [107]

Para cualquier RVE, sus superficies de frontera deben aparecer siempre en pares paralelos, el desplazamiento de un par de fronteras paralelas opuestas (con sus normales a lo largo del eje x_j) son

$$u_i^{j+} = \overline{\varepsilon}_{ik} x_k^{j+} + u_i^* \tag{3.19}$$

$$u_i^{j-} = \overline{\varepsilon}_{ik} x_k^{j-} + u_i^* \tag{3.20}$$

donde el superíndice "j+" indica la superficie positiva a lo largo del eje x_j y "j+" indica la superficie negativa a lo largo del eje x_j (Figura 3.14).

Debe señalarse que $u_i^*(x_1, x_2, x_3)$ es identica para dos superficies paralelas (periodicidad), por lo tanto, la diferencia entre las Ec. 3.19 y Ec. 3.20 puede ser escrita como

$$u_i^{j+} - u_i^{j-} = \overline{\varepsilon}_{ik} (x_k^{j+} - x_k^{j-}) = \overline{\varepsilon}_{ik} \Delta x_k^j$$
(3.21)

donde Δx_k^j es constante para cualquier par de superficies opuestas paralelas (Figura3.14). El término en el lado derecho de la Ec.3.21 se vuelve constante al aplicar esfuerzos globales específicos $\bar{\varepsilon}_{ik}$.



Figura 3.14: Sistema de referencia de RVE tridimensional

La Ec.3.21 es un tipo especial de condición de frontera, donde en lugar de imponer desplazamientos conocidos, se específica la diferencia de desplazamientos entre dos fronteras opuestas. La aplicación de estas condiciones de frontera garantiza la continuidad en los campos de desplazamientos y tracciones en las fronteras opuestas [107]. Además, pueden ser empleadas en conjunto con el método de los elementos finitos como ecuaciones de desplazamiento nodal.

Finalmente, mediante la aplicación de las condiciones de frontera periódicas y el método de los elementos finitos es posible calcular el tensor de rigidez, C_{ijkl} , que caracteriza el comportamiento del material y cumple con la relación constitutiva $\sigma_{ij} = C_{ij}\varepsilon_{ij}$, donde σ_{ij} son los componentes del tensor de esfuerzos y ε_{ij} son los componentes del tensor de deformación infinitesimal. Lo anterior puede representarse de forma matricial mediante la notación Voigt [108] Ec. 3.22.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix}$$
(3.22)

Así mismo, a partir del tensor de rigidez C_{ijkl} , es posible calcular el tensor de compliance S_{ijkl} sabiendo que $S_{ijkl} = C_{ijkl}^{-1}$.

3.7. Dependencia direccional de las propiedades mecánicas

La anisotropía que exhiben las piezas fabricadas por el proceso de EM ha sido estudiada y reportada ampliamente por diversos grupos de investigación [77,80,82,83,109]. Aunque se han dedicado esfuerzos para reducir esta característica mediante la modificación de los parámetros de construcción [110,111], el uso de métodos de optimización o tratamientos post proceso, es extremadamente difícil y costoso caracterizar las piezas construidas en todas las direcciones posibles en las que puede estar sometida bajo la acción de una carga. Por lo tanto, contar con una herramienta que permita predecir cómo varían las propiedades mecánicas de un pieza en función de la orientación de la carga aplicada es vital en la etapa de diseño.

Como se mencionó en la sección 3.1.1 los poros inter-*rasters* presentes en la mesoestructura se generan por la alineación de *rasters* adyacentes en una misma capa y su orientación con respecto a una carga aplicada depende del ángulo de deposición y orientación de construcción definidos. Ahora bien, bajo el enfoque descrito en la sección , la predicción de propiedades mecánicas al variar el ángulo entre la carga aplicada y el RVE, requerirá generar RVE específicos para cada ángulo de deposición que se desee analizar debido a la presencia de los poros inter-*rasters*. Dicha acción implica remodelar completamente el RVE y en una etapa posterior, generar mallas con un grado de complejidad alto para poder implementar las condiciones de frontera periódicas y llevar a cabo el análisis por elementos finitos. En esta sección se presenta un enfoqué diferente al anterior para llevar a cabo la predicción de las propiedades mecánicas sin modificar los RVEs propuestos originalmente.

Mediante la Figura 3.15 se observa un ejemplo claro de cómo la orientación entre la mesosestructura y la carga aplicada varía. Cuando se caracteriza un material mediante el ensayo de tracción la carga siempre es aplicada colineal al eje longitudinal de la probeta. En la Figura 3.15 se observa que para una probeta fabricada mediante el proceso EM y con ángulo de deposición de *raster* unidireccional a 0°, los poros inter-*rasters* se encuentra a 0° también. Tomando el eje longitudinal del poro como referencia es posible observar que el ángulo que forma éste con la carga aplicada es 0°. Sin embargo, cuando se lleva a cabo una deposición unidireccional en un ángulo ϕ diferente a 0° el ángulo entre la carga aplicada y el eje longitudinal del poro inter-*rasters* del RVE es igual a ϕ .

Fijando un sistema de coordenadas X_1, X_2, X_3 en el centro del RVE, donde el eje X_1 es colineal al eje longitudinal del poro, el eje X_2 es perpendicular al eje X_1 y corre a lo largo del plano de deposición de *rasters* y finalmente el eje X_3 es perpendicular a los anteriores ejes, se establece esta posición como la posición de referencia. Con base en la propuesta multiescala presentada a lo largo de este capítulo, es posible obtener el tensor de rigidez de esta posición de referencia.

Se puede evaluar la variación de las propiedades mecánicas mediante la transformación del tensor de rigidez utilizando un matriz de rotación en función de los ángulos de Euler [112]. En este trabajo se establece que la rotación estará definida por la orientación de la carga aplicada sobre el RVE.

Son necesarios tres ángulos (ϕ, θ, ψ) para especificar la orientación mutua de dos conjuntos de ejes ortogonales. La forma habitual de obtener la matriz de rotación general es la siguiente.

I. Primera rotación: una rotación de ϕ en sentido contrario a las manecillas del reloj sobre



Figura 3.15: Variación del ángulo entre la carga aplicada y el RVE

el eje X_3 :

$$(a)_I = \begin{pmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0\\ -\sin\phi & \cos\phi & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(3.23)

II. Segunda rotación: una rotación de θ en sentido contrario a las manecillas del reloj sobre el eje X_1' :

$$(a)_{II} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\theta & \sin\theta\\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$
(3.24)

III. Tercera rotación: una rotación de ψ en sentido contrario a las manecillas del reloj sobre el eje X_3'' :

$$(a)_{III} = \begin{pmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0\\ -\sin\psi & \cos\psi & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(3.25)

La rotación general es el producto de las tres rotaciones individuales:

$$(a) = (a)_I (a)_{II} (a)_{III}$$
(3.26)



Figura 3.16: Rotaciones angulares necesarias para especificar la rotación general de un sistema de coordenadas

Como otros tensores de segundo grado, el tensor de esfuerzos se transforma de la siguiente manera:

$$\sigma'_{ij} = a_{ik}a_{jl}\sigma_{kl} \tag{3.28}$$

En forma matricial y bajo la notación Voigt, se tiene:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1' \\ \sigma_2' \\ \sigma_3' \\ \sigma_4' \\ \sigma_5' \\ \sigma_6' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} & \alpha_{15} & \alpha_{16} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} & \alpha_{25} & \alpha_{26} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \alpha_{34} & \alpha_{35} & \alpha_{36} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} & \alpha_{45} & \alpha_{46} \\ \alpha_{51} & \alpha_{52} & \alpha_{53} & \alpha_{54} & \alpha_{55} & \alpha_{56} \\ \alpha_{61} & \alpha_{62} & \alpha_{63} & \alpha_{64} & \alpha_{65} & \alpha_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}$$
(3.29)

Los coeficientes α_{ij} en la matriz de transformación (α) se determinan escribiendo las transformaciones del tensor de rigidez y de la matriz (a) y equiparando los términos equivalentes. Para el componente de esfuerzo $\sigma'_{11} = \sigma'_1$ se tiene

$$\sigma_1' = \alpha_{11}\sigma_1 + \alpha_{12}\sigma_2 + \dots + \alpha_{16}\sigma_6$$

$$\sigma_{11}' = a_{11}^2\sigma_{11} + a_{11}a_{12}\sigma_{12} + a_{21}a_{11}\sigma_{21} + \dots + a_{12}^2\sigma_{22} + \dots$$

Los demás coeficientes se obtienen de manera similar. A continuación se presentan la matriz de transformación (α) completa y su inversa (α)⁻¹

$$(\alpha) = \begin{pmatrix} a_{11}^2 & a_{12}^2 & a_{13}^2 & 2a_{12}a_{13} & 2a_{13}a_{11} & 2a_{11}a_{12} \\ a_{21}^2 & a_{22}^2 & a_{23}^2 & 2a_{22}a_{23} & 2a_{23}a_{21} & 2a_{21}a_{22} \\ a_{31}^2 & a_{32}^2 & a_{33}^2 & 2a_{32}a_{33} & 2a_{33}a_{31} & 2a_{31}a_{32} \\ a_{21}a_{31} & a_{22}a_{32} & a_{23}a_{33} & a_{22}a_{33} + a_{23}a_{32} & a_{21}a_{33} + a_{23}a_{31} & a_{22}a_{31} + a_{21}a_{32} \\ a_{31}a_{11} & a_{32}a_{12} & a_{33}a_{13} & a_{12}a_{33} + a_{13}a_{32} & a_{13}a_{31} + a_{11}a_{33} & a_{11}a_{32} + a_{12}a_{31} \\ a_{11}a_{21} & a_{12}a_{22} & a_{13}a_{23} & a_{12}a_{23} + a_{13}a_{22} & a_{13}a_{21} + a_{11}a_{23} & a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21} \end{pmatrix}$$

$$(3.30)$$

$$(\alpha)^{-1} = \begin{pmatrix} a_{11}^2 & a_{21}^2 & a_{31}^2 & 2a_{21}a_{31} & 2a_{31}a_{11} & 2a_{11}a_{21} \\ a_{12}^2 & a_{22}^2 & a_{32}^2 & 2a_{22}a_{32} & 2a_{23}a_{12} & 2a_{12}a_{22} \\ a_{13}^2 & a_{23}^2 & a_{33}^2 & 2a_{23}a_{33} & 2a_{33}a_{13} & 2a_{13}a_{23} \\ a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{22} & a_{33}^2 & 2a_{23}a_{33} & 2a_{33}a_{13} & 2a_{13}a_{23} \\ a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{22} & a_{32}^2 & a_{22}a_{23}a_{23} & 2a_{23}a_{23} & 2a_{23}a_{13} & 2a_{13}a_{23} \\ a_{12}a_{12}a_{12}a_{23} & a_{23}^2 & a_{23}^2 & 2a_{23}a_{33} & 2a_{33}a_{13} & 2a_{13}a_{23} \\ a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{23} & a_{23}a_{23} & 2a_{23}a_{33} & 2a_{33}a_{13} & 2a_{13}a_{23} \\ a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{13}a_{13} & 2a_{13}a_{23} \\ a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{13}a_{13} & 2a_{13}a_{23} \\ a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{13}a_{13} & 2a_{13}a_{23} \\ a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{13}a_{13} & 2a_{13}a_{23} \\ a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{12}a_{13}a_{13} & 2a_{13}a_{23} \\ a_{12}a_{13}a_{13}a_{13}a_{12}a_{13}a_{12}a_{12}a_{$$

$$\begin{pmatrix} a_{12}a_{13} & a_{22}a_{23} & a_{32}a_{33} & a_{22}a_{33} & a_{32}a_{33} & a_{32}a_{33} & a_{32}a_{33} & a_{32}a_{33} & a_{32}a_{33} & a_{31}a_{33} & a_{31}a_{32} & a_$$

Por lo tanto la expresión 3.28 se expresa de forma matricial de la siguiente manera:

$$(\sigma') = (\alpha)(\sigma) \tag{3.32}$$

donde σ es el tensor de esfuerzo en el nuevo sistema de coordenadas expresado en forma matricial, (α) es la matriz de rotación que relaciona ambos sistemas coordenados por medio de los ángulos de Euler y σ es el tensor de esfuerzos en el sistema de coordenadas de referencia.

El tensor de deformación se transforma como un tensor de segundo orden de la siguiente manera:

$$\varepsilon_{ij}' = a_{ik}a_{jl}\varepsilon_{kl} \tag{3.33}$$

A partir de la energía de deformación es posible describir cómo se lleva a cabo la transformación del tensor de deformación. La energía de deformación definida como el producto del esfuerzo y la deformación es una cantidad escalar y se expresa en forma indicial como $W = \sigma_i \varepsilon_i$ y de forma matricial de la siguiente manera:

$$W = \varepsilon_i \sigma_i = \varepsilon_1 \sigma_1 + \varepsilon_2 \sigma_2 + \varepsilon_3 \sigma_3 + \varepsilon_4 \sigma_4 + \varepsilon_5 \sigma_5 + \varepsilon_6 \sigma_6$$
$$= \left(\varepsilon_1 \quad \varepsilon_2 \quad \varepsilon_3 \quad \varepsilon_4 \quad \varepsilon_5 \quad \varepsilon_6\right) \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = (\varepsilon)_T(\sigma)$$
(3.34)

Ya que la densidad de energía es un escalar, tiene el mismo valor en ambos sistemas de coordenadas (W' = W).

$$W = (\varepsilon)_T(\sigma) = (\varepsilon)_T(\alpha)^{-1}(\alpha)(\sigma)$$

= $(\varepsilon)_T(\alpha)^{-1}(\sigma')$
= $W' = (\varepsilon')_T(\sigma')$

Por lo tanto, $(\varepsilon')_T = (\varepsilon)_T(\alpha)^{-1}$ Tomando la transpuesta a ambos lados de la igual se tiene

$$((\varepsilon')_T)_T = (\varepsilon') = [(\varepsilon)_T(\alpha)^{-1}]_T = (\alpha)_T^{-1}(\varepsilon)$$

Por lo tanto, la transformación del tensor de deformación se expresa de forma matricial de la siguiente manera:

$$(\varepsilon') = (\alpha)_T^{-1}(\varepsilon) \tag{3.35}$$

Teniendo la ley de Hooke generalizada en forma indicial, $\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}$, su transformación en el nuevo sistema de coordenadas se obtiene de la siguiente manera:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}$$

$$\sigma'_{ij} = a_{ik}a_{jl}\sigma_{kl} = a_{ik}a_{jl}C_{klmn}\varepsilon_{mn}$$

$$= a_{ik}a_{jl}C_{klmn}a_{om}a_{pn}\varepsilon'_{op}$$

$$= C'_{ijop}\varepsilon'_{op}$$

Por lo cual, la transformación del tensor de rigidez del sistema de coordenadas de la posición de referencia al nuevo sistema de coordenadas se expresa de forma indicial como:

$$C'_{ijop} = a_{ik}a_{jl}a_{om}a_{pn}C_{klmn} \tag{3.36}$$

A partir de las Ecuaciones 3.32 y 3.35 es posible obtener la expresión en forma matricial de la transformación del tensor de rigidez C_{ijkl} .

$$(\sigma') = (\alpha)(\sigma)$$

$$(\sigma') = (\alpha)(C)(\varepsilon) = (\alpha)(C)(\alpha)_T(\varepsilon')$$

$$(\sigma') = (C')(\varepsilon')$$

Por lo tanto la transformación del tensor de rigidez se expresa en forma matricial como

$$(C') = (\alpha)(C)(\alpha)_T \tag{3.37}$$

Con la relación 3.37 es posible entonces es posible analizar cómo varia el tensor de rigidez y en consecuencia las propiedades mecánicas en cualquier dirección.

3.8. Representación gráfica de las propiedades mecánicas

Aunque el tensor de esfuerzos describe de forma completa el comportamiento del material, sus componentes rara vez son empleados de forma independiente para describirlo. Esto se debe a que es difícil relacionarlos *per se* con cantidades que puedan medirse directamente a través de un ensayo de caracterización del material. Esto se complica aún más cuando el material analizado no es isotrópico. Por lo que, a pesar de la ventaja que supone contar con el tensor de rigidez completo y aunque existe una extensa literatura acerca de cómo expresar los componentes de éste en función de propiedades mecánicas elásticas, es conveniente representarlo de una manera en la que sea más sencilla su interpretación [100, 113]. Con esto además se puede analizar la anisotropía del material, beneficiando la selección de materiales en la etapa de diseño. Como se ha mencionado a lo largo de este trabajo, el ensayo de tracción es comúnmente empleado para determinar el módulo de Young del material entre otras propiedades mecánicas y a partir de él se ha observado que debido a los parámetros de construcción seleccionados, los componentes fabricados presentan anisotropía. Es posible definir este ensayo mediante un estado de esfuerzo axial en dirección de la tracción **d** y mediante el uso de un simple producto externo, $\mathbf{T} = \sigma \mathbf{d} \otimes \mathbf{d}$. El tensor de deformación correspondiente está dado por $\mathbf{E} = \mathbf{S}[\mathbf{T}] = \sigma \mathbf{S}[\mathbf{d} \otimes \mathbf{d}]$. El esfuerzo de tracción σ y la deformación correspondiente ε son los componentes de los tensores de esfuerzo y deformación con respecto al tensor base $\mathbf{d} \otimes \mathbf{d}$, por lo tanto se tiene que $\sigma = \mathbf{T} \cdot \mathbf{d} \otimes \mathbf{d}$ y $\varepsilon = \mathbf{E} \cdot \mathbf{d} \otimes \mathbf{d}$, respectivamente. El módulo de Young $Y(\mathbf{d})$ está definido por el cociente del esfuerzo de tracción σ y la deformación a la tracción ε , *i.e.*, $Y = \sigma/\varepsilon$. Combinando las relaciones anteriores se obtiene la expresión (3.38) para calcular el módulo de Young en cualquier dirección \mathbf{d} [100, 114].

$$Y(\mathbf{d}) = \frac{1}{\mathbf{d} \otimes \mathbf{d} : \mathbf{S} : \mathbf{d} \otimes \mathbf{d}}$$
(3.38)

Con base en la metodología propuesta por Bohlke [100], se emplea un sistema de coordenadas esférico para llevar a cabo la representación gráfica del módulo de Young (Figura3.17), donde **d** es el vector de dirección de la carga aplicada, ϕ es el ángulo polar y θ el ángulo azimutal. La longitud de **d** es igual a uno ($||\mathbf{d}|| = 1$) para asegurar que el módulo de Young no se reescala. El vector **d** se expresa de forma matricial de la siguiente manera:





Figura 3.17: Sistema de referencia de RVE tridimensional [100]

Aunque la notación Voigt es utilizada ampliamente para representar el conjunto de ecuaciones tensoriales en forma matricial [108], este esquema de representación es inconveniente cuando se consideran materiales anisotrópicos, debido a que, aunque cumple con la relación $\mathbf{t}^T \mathbf{e} = \mathbf{T} : \mathbf{E}$, se tiene que $\mathbf{t}^T \mathbf{t} \neq \mathbf{T} : \mathbf{T} \ge \mathbf{e}^T \mathbf{e} \neq \mathbf{E} : \mathbf{E}$ [115]. Por lo cual, para llevar a cabo la representación gráfica del módulo de Young se utiliza la notación Mandel-Kelvin (Ec.3.40) que no presenta dichos inconvenientes.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sqrt{2}\sigma_{23} \\ \sqrt{2}\sigma_{13} \\ \sqrt{2}\sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & \sqrt{2}C_{1123} & \sqrt{2}C_{1113} & \sqrt{2}C_{1112} \\ C_{1122} & C_{2222} & C_{2233} & \sqrt{2}C_{2223} & \sqrt{2}C_{2213} & \sqrt{2}C_{2212} \\ C_{1133} & C_{2233} & C_{3333} & \sqrt{2}C_{3323} & \sqrt{2}C_{3313} & \sqrt{2}C_{3312} \\ \sqrt{2}C_{1123} & \sqrt{2}C_{2223} & \sqrt{2}C_{3323} & 2C_{2323} & 2C_{2313} & C_{1212} \\ \sqrt{2}C_{1113} & \sqrt{2}C_{2213} & \sqrt{2}C_{3313} & 2C_{2313} & 2C_{1313} & 2C_{1312} \\ \sqrt{2}C_{1112} & \sqrt{2}C_{2212} & \sqrt{2}C_{3312} & 2C_{2312} & 2C_{1312} & 2C_{1212} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\sqrt{2}\varepsilon_{23} \\ 2\sqrt{2}\varepsilon_{23} \\ 2\sqrt{2}\varepsilon_{23} \\ 2\sqrt{2}\varepsilon_{13} \\ 2\sqrt{2}\varepsilon_{13} \\ 2\sqrt{2}\varepsilon_{13} \\ 2\sqrt{2}\varepsilon_{12} \end{bmatrix}$$
(3.40)

Utilizando la notación Mandel-Kelvin el tensor base $\mathbf{d}\otimes\mathbf{d}$ puede expresarse de forma matricial como:

$$\mathbf{D} = \mathbf{d} \otimes \mathbf{d} = \begin{pmatrix} d1d1 & d1d2 & d1d3 \\ d1d2 & d2d2 & d2d3 \\ d1d3 & d2d3 & d3d3 \end{pmatrix} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j \iff \mathbf{d}_v = \begin{pmatrix} d1d1 \\ d2d2 \\ d3d3 \\ \sqrt{2}d2d3 \\ \sqrt{2}d2d3 \\ \sqrt{2}d1d3 \\ \sqrt{2}d1d2 \end{pmatrix}$$
(3.41)

por lo tanto, al utilizar la Ec.3.41 la Ec.3.38 se puede definir de forma matricial de la siguiente manera:

$$Y(\mathbf{d}) = [\mathbf{d}_v^T \mathbf{S} \mathbf{d}_v]^{-1} \tag{3.42}$$

Capítulo 4

Desarrollo

En este capítulo se describen las actividades realizadas para el desarrollo de un modelo de predicción de propiedades mecánicas para componentes hechos por manufactura aditiva.

4.1. Implementación del método multiescala

4.1.1. Generación del RVE para el proceso EM

En este trabajo se utilizó la tomografía computarizada para observar la distribución de las porosidades en la mesoestructura de piezas construidas a 0° y 0°/90°. La Figura 4.1(a) muestra la reconstrucción final de una de las secciones de la pieza analizada; es posible observar, mediante la vista frontal Figura 4.1 (b), que los poros¹ se distribuyen de manera periódica. El RVE seleccionado se muestra en la Figura 4.1 (c), el cual es un sólido paralelepípedo con un poro en el centro, la sección transversal de este poro corresponde a la de la estrella de 4 picos mencionada anteriormente. Es posible observar que si el RVE seleccionado es replicado en las direcciones X, Y y Z generará una mesosestructura similar a la obtenida por medio de la tomografía computarizada, aunque con poros idealizados Figura 4.1 (d).

La Figura 4.2(a) muestra la reconstrucción de la mesosestructura para una pieza con secuencia de deposición *entrecruzada*. Es posible a partir de dicha imagen identificar los rasters depositados a 0° en una capa y los *rasters* de la siguiente capa a 90° . Como sucedió con la mesosestructura *unidireccional*, es evidente que existe periodicidad en la distribución de los poros, sin embargo está se da en las dos direcciones de deposición.

¹a partir de este momento se utiliza la palabra poro para referirse a los poros inter-*rasters*



Figura 4.1: Obtención del RVE unidireccional RVE (a) Reconstrucción de la mesoestructura mediante CT; (b) Vista frontal de la mesoestructura; (c) RVE propuesto; (d)Mesoestructura idealizada a partir del RVE propuesto

En la Figura 4.2(c) se define el RVE para está secuencia de deposición. Se identificó que en cada capa dos *rasters* contiguos generan dos poros en espejo, ambos con una sección transversal similar a la mitad de la ya mencionada estrella de cuatro puntas. Con base en esto, se generó el RVE mostrado en la Figura 4.2(c), el cual se define como un paralelepípedo con cuatro poros, dos de los cuales corren a lo largo del ancho del paralelepípedo y los restantes son perpendiculares a los primeros.



Figura 4.2: Obtención del RVE unidireccional RVE (a) Reconstrucción de la mesoestructura mediante CT; (b) Vista frontal de la mesoestructura; (c) RVE propuesto; (d)Mesoestructura idealizada a partir del RVE propuesto

Tal y como sucede con el RVE unidireccional al replicar el RVE *entrecruzado* a lo largo de los ejes X, Y y Z se genera una mesosestructura idealizada, similar a la obtenida originalmente por medio de la tomografía computarizada (Fig. 4.2(d)).

Para ambos RVEs se tomaron las siguientes consideraciones:

- Dado que en las imágenes obtenidas mediante CT no se observan cambios de densidad en la interfaz de unión entre los filamentos y las capas, se considera que dichas interfaces presentan las mismas propiedades que el resto del *raster*. Por lo tanto, en este trabajo las mesoestructuras de las piezas de ME se tratan como sólidos homogéneos con poros.
- La forma y el tamaño del área de la sección transversal de los poros son constantes a lo largo de su eje longitudinal.
- La sección transversal de los poros es simétrica.

La Fig. 4.3 presenta los planos de cada una de los RVEs generados, cuyas dimensiones están relacionadas con parámetros de deposición del proceso; en donde LT es el espesor de capa, **RW** el ancho de *raster*. La estrella de cuatro puntos escogida como la sección transversal de los poros para el RVE *unidireccional*, fue generada mediante la union de cuatro cuartos de una elipse, teniendo a **a** como su eje mayor y **b** como el eje menor. Como se mencionó anteriormente para el RVE *entrecruzada* la sección transversal de los y corresponde a una semi-estrella de cuatro puntas, donde **a** y **b** están definidos de la misma forma que para el RVE *unidireccional*. [60]



Figura 4.3: Planos de los RVEs (a) unidireccional, (b) entrecruzado

Las dimensiones de los RVE unidireccional y entrecruzado se seleccionaron teniendo en cuenta que la pieza fabricada por el proceso ME fue construida con un espesor de capa LT = 0,254mm y un ancho de raster RW = 0.508mm. Por lo tanto, las dimensiones del RVE unidireccional son 0.508 mm x 0.1 mm x 0.254 mm, y 0.508 mm x 0.508 mm x 0.508 mm para el RVE entrecruzado.

4.1.2. RVE con poro obtenido por Tomografía computarizada

Como segundo caso de estudio se utilizó la tomografía computarizada para observar y extraer la sección transversal uno de los poros que se presentan en las piezas hechas pro el proceso de extrusión de material, para incorporarlo en los RVE's unidireccionales y entrecruzados en lugar del poro idealizado propuesto. Con base en la imagen obtenida, se identificó que los poros presentes en la pieza tienen una geometría irregular. De igual forma, la distribución de ellos es considerada periódica y se observa también. Es importante señalar que para este caso, la sección transversal del poro, se considera constante a lo largo de su eje longitudinal. La Figura 4.4a muestra la geometría del poro, así mismo se muestran el RVE unidireccional (RVE_{TC})(Figura 4.4b) y el entrecruzado (Figura 4.4c). No se busca en este caso de estudio generar un poro representativo a partir de la tomografía computarizada, sino mostrar la capacidad del modelo para analizar RVE's con poros con geometrías más realistas que la propuesta en el poro idealizado.



Figura 4.4: a) Poros obtenidos mediante tomografía computarizada, b) RVE unidireccional y c) RVE entrecruzado con poro obtenido por TC

4.1.3. Definición del dominio del RVE y condiciones de frontera periódicas

Como primer paso para la implementación del proceso de homogeneización es necesario definir el dominio de la frontera del RVE, Ω_{RVE} . Fijando un sistema de referencia X_1, X_2, X_3 en el centro del RVE tridimensional, es posible identificar los tres elementos que conforman la frontera Ω_{RVE} : las superficies, las aristas y vértices del modelo. Existen tres pares de superficies paralelas: $(S_{X_1^+}, S_{X_1^-})$; perpendiculares al eje X_1 ; $(S_{X_2^+}, S_{X_2^-})$, perpendiculares al eje X_2 y $(S_{X_3^+}, S_{X_3^-})$, perpendiculares al eje X_3 colocadas a una distancia Δx_k , (k = 1, 2, 3), respectivamente. Así mismo, existen doce aristas que están definidas por la intersección de un par de superficies ortogonales de la siguiente manera:

$$\begin{split} & L_{CD} = S_{X_2^-} \cap S_{X_3^+} \quad ; \quad L_{C'D'} = S_{X_2^+} \cap S_{X_3^+} \quad ; \quad L_{AB} = S_{X_2^-} \cap S_{X_3^-} \\ & L_{A'B'} = S_{X_2^+} \cap S_{X_3^-} \quad ; \quad L_{CB} = S_{X_1^+} \cap S_{X_2^-} \quad ; \quad L_{C'B'} = S_{X_1^+} \cap S_{X_2^+} \\ & L_{AD} = S_{X_1^-} \cap S_{X_2^-} \quad ; \quad L_{A'D'} = S_{X_1^-} \cap S_{X_2^+} \quad ; \quad L_{CC'} = S_{X_1^+} \cap S_{X_3^+} \\ & L_{BB'} = S_{X_1^+} \cap S_{X_3^-} \quad ; \quad L_{DD'} = S_{X_1^-} \cap S_{X_3^+} \quad ; \quad L_{AA'} = S_{X_1^-} \cap S_{X_3^-} \end{split}$$



Figura 4.5: Localización de nodos esclavos y maestros en el RVE; ubicación de nodos paralelos opuestos en las diferentes superficies.

Finalmente existen ocho vértices definidos por la intersección de tres superficies como se

muestra en la Fig. 4.5

$$N_{A} = S_{X_{1}^{-}} \cap S_{X_{2}^{-}} \cap S_{X_{3}^{-}} ; \quad N_{B} = S_{X_{1}^{+}} \cap S_{X_{2}^{-}} \cap S_{X_{3}^{-}}$$

$$N_{C} = S_{X_{1}^{+}} \cap S_{X_{2}^{-}} \cap S_{X_{3}^{+}} ; \quad N_{D} = S_{X_{1}^{-}} \cap S_{X_{2}^{-}} \cap S_{X_{3}^{+}}$$

$$N_{A'} = S_{X_{1}^{-}} \cap S_{X_{2}^{+}} \cap S_{X_{3}^{-}} ; \quad N_{B'} = S_{X_{1}^{+}} \cap S_{X_{2}^{+}} \cap S_{X_{3}^{-}}$$

$$N_{C'} = S_{X_{1}^{+}} \cap S_{X_{2}^{+}} \cap S_{X_{3}^{+}} ; \quad N_{D'} = S_{X_{1}^{-}} \cap S_{X_{2}^{+}} \cap S_{X_{3}^{+}}$$

$$(4.2)$$

Ya que se emplea el método de los elementos finitos para realizar el análisis multiescala aplicando condiciones de frontera periódica, el método clásico (CM) [116–118] establece que es necesario construir una malla idéntica en las fronteras del RVE [119], donde las condiciones de frontera periódicas serán aplicadas. Por lo tanto, para aplicar ecuación la Ec. 4.3 (Sección 3.6) cada nodo localizado en una cara j^+ tendrá que estar relacionado con un nodo en la misma posición en la cara j^- Figura 4.5.

$$u_i^{j+} - u_i^{j-} = \overline{\varepsilon}_{ik} (x_k^{j+} - x_k^{j-}) = \overline{\varepsilon}_{ik} \Delta x_k^j$$

$$\tag{4.3}$$

Para evitar redundancia en la generación de relaciones de nodos mediante la Ec. 4.3 como consecuencia de la presencia de nodos en más de una superficie, se identifican tres tipos de nodos: de superficie, de arista y de vértice [120, 121] y las condiciones de frontera periódicas se imponen en conjuntos separados utilizando la técnica de nodos maestros y esclavos [122] En la Figura 4.5 se muestra el RVE unidireccional descrito en el capítulo anterior, donde los nodos $A, A', B \neq D$ son seleccionados como los nodos maestros y los nodos restantes en las superficies son los nodos esclavos. Para las pareja de nodos $\zeta - \zeta', \eta - \eta' \neq \xi - \xi'$ ubicadas en superficies paralelas opuestas y las lineas que los unen son paralelas a los ejes coordenados, respectivamente, la Ecuación 4.3 se reduce a:

$$u_{i}^{\zeta} - u_{i}^{\zeta^{-}} = u_{i}^{B} - u_{i}^{A}$$

$$u_{i}^{\eta} - u_{i}^{\eta^{-}} = u_{i}^{A'} - u_{i}^{A}$$

$$u_{i}^{\xi} - u_{i}^{\xi^{-}} = u_{i}^{D} - u_{i}^{A}$$
(4.4)

La relación anterior se utiliza para imponer las condiciones de frontera periódicas a los nodos de superficies. Para los nodos de vértice (C, D', B', C') la Ecuación 4.3 se reduce a:

$$u_{i}^{C} - u_{i}^{D} = u_{i}^{B} - u_{i}^{A}$$

$$u_{i}^{D} - u_{i}^{D'} = u_{i}^{A'} - u_{i}^{A}$$

$$u_{i}^{B'} - u_{i}^{A'} = u_{i}^{B} - u_{i}^{A}$$

$$u_{i}^{C'} - u_{i}^{C} = u_{i}^{A'} - u_{i}^{A}$$
(4.5)

Para los nodos sobre las aristas definidas en 4.3 sin considerar los vértices la Ecuación 4.3 se expresa como sigue:

$$u_{i}^{C'D'} - u_{i}^{CD} = u_{i}^{A'} - u_{i}^{A}$$

$$u_{i}^{C'D'} - u_{i}^{A'B'} = u_{i}^{D} - u_{i}^{A}$$

$$u_{i}^{A'B'} - u_{i}^{AB} = u_{i}^{A'} - u_{i}^{A}$$
(4.6)

$$u_{i}^{C'C} - u_{i}^{D'D} = u_{i}^{B} - u_{i}^{A}$$

$$u_{i}^{C'C} - u_{i}^{BB'} = u_{i}^{D} - u_{i}^{A}$$

$$u_{i}^{B'B} - u_{i}^{A'A} = u_{i}^{B} - u_{i}^{A}$$
(4.7)

$$\begin{aligned} u_i^{BC} - u_i^{AD} &= u_i^B - u_i^A \\ u_i^{C'B'} - u_i^{CB} &= u_i^{A'} - u_i^A \\ u_i^{B'C'} - u_i^{A'D'} &= u_i^B - u_i^A \end{aligned} \tag{4.8}$$

Debido a la gran cantidad de nodos que pueden presentarse en las superficies, aristas y vértices establecer la relación entre nodos opuestos puede llegar a ser una tarea complicada de realizar manualmente por lo cual se generó un *script* en *Mathematica-Wolfram* para crear dichas relaciones automáticamente. Estas relaciones pueden ser aplicadas fácilmente en cualquier software de elemento finito mediante el uso de ecuaciones de restricción [123].

4.1.4. Condiciones de carga

Bajo el análisis multiescala expuesto en el capítulo anterior es necesario imponer ciertas restricciones a los nodos maestros para simular diferentes condiciones de carga en el RVE lo cual permitirá obtener los renglones de la representación matricial del tensor de rigidez del material [59]

Cargas axiales

Con el objetivo de generar deformaciones axiales independientes en cualquiera de los ejes del sistema coordenado (X_1, X_2, X_3) las condiciones de frontera mostradas en la Tabla 4.1 son aplicadas a los nodos maestros. La Figura 4.6 muestra una representación esquemática de la deformación del RVE debido a la tracción en los tres ejes coordenados, respectivamente. Así mismo, es posible aplicar una deformación negativa al RVE lo cual representaría una carga de compresión.



Figura 4.6: Cargas uniaxiales: (a) Eje $X_1;$ (b) Eje X_2 y (c) Eje X_3

Uniaxial (Eje X_1)			
	$U_{X_1}^{N_B} = \delta_{11}$	$U_{X_1}^{N_{A'}} = 0$	$U_{X_1}^{N_D} = 0$
$U^{N_A} = 0$	$U_{X_2}^{\hat{N}_B} = 0$	$U_{X_2}^{N_{A'}} = 0$	$U_{X_2}^{\dot{N_D}} = 0$
	$U_{X_3}^{\tilde{N_B}} = 0$	$U_{X_3}^{\mathcal{N}_{A'}} = 0$	$U_{X_3}^{\tilde{N_D}} = 0$
Uniaxial (Eje X_2)			
	$U_{X_1}^{N_B} = 0$	$U_{X_1}^{N_{A'}} = 0$	$U_{X_1}^{N_D} = 0$
$U^{N_A} = 0$	$U_{X_2}^{N_B} = 0$	$U_{X_2}^{N_{A'}} = \delta_{22}$	$U_{X_2}^{N_D} = 0$
	$U_{X_3}^{\tilde{N_B}} = 0$	$U_{X_3}^{N_{A'}} = 0$	$U_{X_3}^{\tilde{N_D}} = 0$
Uniaxial (Eje X_3)	u .		
	$U_{X_1}^{N_B} = 0$	$U_{X_1}^{N_{A'}} = 0$	$U_{X_1}^{N_D} = 0$
$U^{N_A} = 0$	$U_{X_2}^{N_B} = 0$	$U_{X_2}^{N_{A'}} = 0$	$U_{X_2}^{N_D} = 0$
	$U_{X_3}^{\bar{N_B}} = 0$	$U_{X_3}^{N_{A'}} = 0$	$U_{X_3}^{N_D} = \delta_{33}$

Tabla 4.1: Conjunto de condiciones de frontera impuestas a los nodos maestros para producir cargas uniaxiales

Cargas cortantes

De manera similar a lo ocurrido con las cargas axiales, las restricciones impuestas en los nodos maestros para crear deformaciones cortantes (Figura 4.7) se encuentran reportados en la Tabla 4.2. En ambos casos al nodo maestro N_A se le han asignado desplazamientos nulos para evitar los movimientos rígidos del cuerpo. Como resultado, los únicos nodos a los que se puede aplicar el desplazamiento son los nodos maestros N_B , $N_{A'}$ y N_D .

Tabla 4.2: Conjunto de condiciones de frontera impuestas a los nodos maestros para producir cargas cortantes

Cortante (Plano X_1X_2)			
	$U_{X_1}^{N_B} = 0$	$U_{X_1}^{N_{A'}} = 0$	$U_{X_1}^{N_D} = 0$
$U^{N_A} = 0$	$U_{X_2}^{N_B} = \delta_{12}$	$U_{X_2}^{\mathcal{N}_{A'}} = 0$	$U_{X_2}^{N_D} = 0$
	$U_{X_3}^{\bar{N}_B} = 0$	$U_{X_3}^{N_{A'}} = 0$	$U_{X_3}^{\bar{N_D}} = 0$
Cortante (Plano X_2X_3)			
	$U_{X_1}^{N_B} = 0$	$U_{X_1}^{N_{A'}} = 0$	$U_{X_1}^{N_D} = 0$
$U^{N_A} = 0$	$U_{X_2}^{N_B} = 0$	$U_{X_2}^{N_{A'}} = 0$	$U_{X_2}^{N_D} = 0$
	$U_{X_3}^{N_B} = 0$	$U_{X_3}^{N_{A'}} = \delta_{23}$	$U_{X_3}^{N_D} = 0$
Cortante (Plano X_1X_3)			
	$U_{X_1}^{N_B} = 0$	$U_{X_1}^{N_{A'}} = 0$	$U_{X_1}^{N_D} = 0$
$U^{N_A} = 0$	$U_{X_2}^{N_B} = 0$	$U_{X_2}^{N_{A'}} = 0$	$U_{X_2}^{N_D} = 0$
	$U_{X_3}^{N_B} = \delta_{13}$	$U_{X_3}^{N_{A'}} = 0$	$U_{X_3}^{N_D} = 0$



Figura 4.7: Cargas cortantes: (a)Plano X_1X_2 , (b)Plano X_1X_3 y (c) Plano X_2X_3

4.2. Caracterización de la materia prima

La generación de un modelo que permita la predicción del comportamiento mecánico de las piezas fabricadas por el proceso EM no asegura, por si mismo, que los resultados obtenidos de él modelen, dentro de un intervalo de precisión satisfactorio, las propiedades mecánicas observadas mediante ensayos experimentales [124]. Para llevar a cabo la predicción de las propiedades mecánicas de las piezas construidas mediante la EM, es necesario que el modelo desarrollado en este trabajo sea *alimentado* con las propiedades mecánicas de la materia prima con la que la pieza será fabricada.

Materiales como el ABS, el PLA o el PC, han sido ampliamente utilizados por los procesos de manufactura tradicional y la caracterización de probetas construidas por dichos procesos ha permitido tener una base de datos de las propiedades de estos y otros materiales. Trabajos previos [15] han utilizado las propiedades de probetas construidas por inyección de plásticos para *alimentar* sus modelos. Otros más como [125] han cortado filamentos en segmentos simulando una *peletización* con el objetivo de construir y caracterizar probetas de inyección con ellos, lo cual supone obtener las propiedades mecánicas de los filamentos empleados. Sin embargo, es necesario tener en cuenta que las propiedades mecánicas finales se ven afectadas por el proceso por el cual una pieza es construida. Por otra parte, existen materiales desarrollados específicamente para ser utilizados en el proceso de EM y no tienen una contraparte en los procesos tradicionales, e.g. ULTEM, PC-ABS.

También, aunque los polímeros utilizados pueden tener un nombre similar, sus propiedades pueden variar significativamente dependiendo de los refuerzos, aditivos y la formulación incluida para ser utilizados como materia prima en el proceso. Diversos estudios han demostrado que un material en forma de filamento debe contar con propiedades especificas para ser considerado como materia prima y procesado por el proceso de extrusión de material para manufactura aditiva [126–131].

Además, a pesar de que la mayoría de los materiales (filamentos) presentes en el mercado cuentan con fichas técnicas, éstas presentan las propiedades mecánicas en función de la caracterización de probetas fabricadas aditivamente. Lo anterior representa un inconveniente, pues además de que no se mencionan todos los parámetros de construcción empleados, las propiedades mecánicas reportadas se limitan a describir el comportamiento mecánico de las probetas caracterizadas. Debido a la marcada dependencia que existe entre las piezas construidas y sus propiedades mecánicas finales las presentadas en las hojas de especificación no pueden tomarse como las propiedades de la materia prima.

Debido a todo lo anterior, la comprensión de las propiedades de la materia prima y su efecto en su procesabilidad y en las piezas fabricadas es de gran importancia [128]. Esto puede ayudar a configurar rápidamente el proceso, reducir los problemas de procesamiento que se producen habitualmente y a predecir la calidad de la producción.

4.2.1. Caracterización mecánica de filamentos y rasters

Los materiales poliméricos más comúnmente utilizados en este tipo de proceso son los termoplásticos amorfos como el ácido poliláctico (PLA) y el acrilonitrilo butadieno estireno (ABS). El ABS puede sintetizarse mediante la mezcla mecánica del copolímero de estireno-acrilonitrilo con el butadieno, o mediante el injerto de estireno y acrilonitrilo en el polibutadieno con temperaturas de procesamiento entre 176 y 260 °C. Esto hace que el ABS sea extremadamente versátil, permitiendo que el material se adapte a muchas aplicaciones, además de tener un bajo costo y tener una larga vida útil. [24, 132]. El polímero utilizado en este trabajo es ABS-M30 de la marca Stratasys. La utilización de este material no limita al modelo en su aplicación.

Preparación de las muestras

Para llevar a cabo la caracterización del filamento se tomaron directamente del canister, en el cual está contenido, cinco secciones de filamento de 300 mm de longitud, cuyo radio es de 1.78. Para evitar que los filamentos y sus propiedades se vieran afectadas por la humedad presente en el área donde se llevó a cabo la caracterización mecánica, las cinco secciones de filamento fueron colocadas en un horno de secado y calentamiento.

Para la deposición de los *rasters*, fue utilizada la máquina FortusTM 900 mc de StratasysTM. Para llevar a cabo la extrusión de los *rasters*, se empleo el mismo canister de donde fueron extraídos los filamentos.

A continuación se describe la metodología utilizada para obtener los rasters depositados.

 Diseño de la pieza CAD: Mediante el software Nx UnigrahicsTM, se generó el modelo digital de un paralelepípedo rectangular, cuyas dimensiones se muestran en la Figura 4.8.

CAPÍTULO 4. DESARROLLO



Figura 4.8: (a)y (b)Dimensiones del modelo CAD para la obtención de los *rasters*, (c) Estrategia de deposición de *raters*

Construcción: El archivo digital generado fue procesado en el programa Insight para definir la boquilla empleada, el espesor de la capa depositada, el ancho y ángulo de deposición de los *rasters* y el espacio entre ellos,(Tabla 4.3). Al escoger un espaciamiento entre *rasters* con un valor positivo, es posible depositar *rasters* independientes sin traslape entre ellos, Fig 4.8c. Al haber escogido el espesor de filamento como la altura del paralelepípedo, se depositará únicamente una capa de material de modelo. Sin embargo, debido a las características de fabricación de la máquina utilizada (FortusTM 900mc, StratasysTM) dos capas de material de soporte son depositadas entre la hoja de construcción y el paralelepípedo.

Tabla 4.3: Parámetros de cor	nstrucción Insight
Parámetro	Valor
Ángulo de deposición	0
Boquilla	T16
Espesor de capa	$0.254~\mathrm{mm}$
Ancho de raster	$0.508~\mathrm{mm}$
Distancia entre rasters	$0.508~\mathrm{mm}$

- Remoción del material: Una vez terminada la construcción, se separó de la hoja de acetato el paralelepípedo fabricado junto con las capas subyacentes de material de soporte soluble. El material de soporte se introdujo en una tina de limpieza llena de una solución de agua con sosa a una temperatura de 80 °C durante 4 horas, como indica el protocolo de limpieza, para disolverlo.
- Secado: Una vez disuelto por completo el material de soporte, sólo se conserva el paralelepípedo de *rasters*. Para eliminar la humedad presente en los *rasters* se dejó secar el paralelepípedo al aire libre por dos horas y después se introdujo en un horno de secado y calentamiento a 90 °C antes de realizar las pruebas de caracterización mecánica.

Los ensayos de tracción de los filamentos y de los *rasters* se realizaron en una máquina de ensayos universales AGS-X de ShimadzuTM con una celda de carga de 5 kN. Se utilizaron mordazas especiales para cordeles para sujetar los filamentos y *rasters* y llevar a cabo la caracterización. Las pruebas se realizaron a una velocidad de 5 mm/min de acuerdo con la norma ASTM- D638. Para cada una de las cinco muestras, de los filamentos y *rasters*, la máquina registra cada 0.01 segundos la fuerza aplicada y el desplazamiento del material hasta la ruptura. Junto con estos datos y la sección transversal de cada muestra, se obtuvieron sus respectivas gráficas esfuerzo-deformación.

4.3. Caracterización de probetas estandarizadas

La caracterización de probetas estandarizadas permitirá validar el modelo de predicción propuesto en este trabajo. Al igual que en la sección 4.2.1 el material utilizado en la construcción de las probetas es ABS-M30 mediante la máquina Fortus 900 mc.

4.3.1. Preparación de las probetas

Con base en la norma ASTM-D638 se generó en el programa NX Unigraphics la geometría de la probeta de tensión con las dimensiones mostradas en la Fig. 4.9. Aunque esta norma y esta geometría no están diseñadas específicamente para la caracterización de piezas hechas por el proceso de EM, éstas han sido adoptadas por diversos trabajos de investigación para dicho fin. La probeta tipo I utilizada en este trabajo es la recomendada por la norma ASTM-D638 para caracterizar polímeros rígidos y semirígidos como lo es el ABS.

Probeta	Ángulo de <i>raster</i>	Orientación de construcción
$\overline{F_{90}}$	<u>0°/90°</u>	Flat
E_{90}	$0^{\circ}/90^{\circ}$	Edge
U_{90}	$0^{\circ}/90^{\circ}$	Up-Right
F_{45}	$45^{\circ}/-45^{\circ}$	Flat
E_{45}	$45^{\circ}/-45^{\circ}$	Edge
U_{45}	$45^{\circ}/-45^{\circ}$	Up-Right

Tabla 4.4: Parámetros de construcción empleados



Figura 4.9: Geometría y dimensiones de la probeta dogbone Tipo I para caracterización de polímeros mediante ensayo de tensión (ASTM D638) [133]

Debido a que la orientación de construcción y el ángulo de deposición de filamentos son los parámetros que mayor influencia tienen sobre el ángulo que forman los poros de la mesoestructura y la carga aplicada a las probetas, estos parámetros fueron modificados en al construcción de las probetas. La Tabla 4.4 muestra los parámetros empleados en la construcción de las probetas.

4.3.2. Construcción

Para cada una de las combinaciones de orientación de construcción y ángulo de deposición de rasters mostrados en la Tabla 4.4 se construyeron 10 probetas. Todas estas probetas se construyeron juntas en la máquina Fortus 900mc (Fig.4.10).



Figura 4.10: (a)Cama de construcción con probetas para ensayos de tracción; (b) Ensayo de tracción

Además de las orientaciones de construcción y los ángulos de deposición mostrados en la Tabla 4.4, en la Tabla 4.5 se muestran los parámetros de construcción restantes utilizados para la construcción de las probetas.

Tabla 4	4.5:	Parámetros	de	construcción	probetas	ASTM-D638
Tabla	T.O.	I arannou ob	ao	computation	probotub	1101111 D000

Parámetro	Valor
Espesor de capa	$0.254~\mathrm{mm}$
Ancho de raster	$0.508~\mathrm{mm}$
No. de contornos	1
g (air gap)	$0 \mathrm{mm}$

Capítulo 5

Resultados y discusiones

En este capítulo se presentan los resultados de la caracterización mecánica de los filamentos y *rasters*. Además se muestran el comportamiento mecánico de las probetas construidas con diferentes orientaciones de construcción y deposición de material. Por otra parte, este capítulo muestra la predicción de las propiedades mecánicas mediante el modelo propuesto. Se muestra cómo varían las predicciones cuando las propiedades del filamento y del *raster* son utilizadas en el modelo. Finalmente, se presentan los resultados de la validación del modelo.

5.1. Resultados caracterización mecánica de la materia prima

5.1.1. Filamentos

La Figura 5.1 muestra las curvas esfuerzo-deformación de los cinco filamentos caracterizados experimentalmente. Los resultados demuestran que existe una mínima variación en el módulo de Young y el esfuerzo de cedencia de las muestras caracterizadas. Así mismo, es posible observar que las muestras 1, 3 y 4 muestran un comportamiento típico de un polímero termoplástico, presentando una marcada deformación dúctil, en donde sobresale la deformación de la muestra 1 superando el 40 % de su longitud inicial. Las muestras 2 y 5 en cambio presentan un comportamiento frágil típicamente asociado con un polímero termofijo. Además es posible observar que los filamentos presentan una variación mínima con respecto a su esfuerzo de cedencia.

Es evidente entonces, auxiliados de la Fig. 5.1 y de la Tabla 5.1, que existe homogeneidad en las propiedades mecánicas elásticas de los filamentos y existe una mayor variabilidad en su comportamiento mecánico una vez superado el límite elástico. Una de las posibles razones que pueden explicar este comportamiento fue reportado por Hernandez et. al [60] y por du Plessis et. al [61], en sus trabajos, demuestran mediante el uso de tomografía computarizada, la presencia de porosidades en el interior de los filamentos contenidos en los carretes. En ambos trabajos se demuestra que la distribución, tamaño y geometría de los poros varía a lo largo del filamento Fig. 5.2.



Figura 5.1: Curvas esfuerzo-deformación de los filamentos caracterizados

Probeta	Módulo de Young [MPa]	Esfuerzo de cedencia [MPa]	Esfuerzo a la ruptura [MPa]	Deformación a la ruptura [%]
F_1	2049.25	41.05	33.96	45.1
F_2	2199.64	42.25	36.51	4.07
F_3	2002.65	40.68	33.33	10.06
F_4	2025.27	39.94	32.78	12.37
F_5	2061.55	38.54	37.58	2.21
Promedio	$2067.67 \pm \\77.17$	40.49 ± 1.37	34.83 ± 2.10	14.76 ± 17.46

Tabla	5.1:	Propied	lades	mecánicas	de	\log	filamentos	3
-------	------	---------	-------	-----------	----	--------	------------	---

CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIONES



Figura 5.2: Porosidad presente en los filamentos: (a) Carrete completo, donde los puntos negros son los poros presentes en el material; secciones de filamentos con porosidad (b) y sin porosidad (c). [61]

Esta presencia de porosidad puede llegar a disminuir la ductilidad de los filamentos, causando su precipitada ruptura o en su ausencia mejorarla. Así mismo, los valores de rigidez (Módulo de Young) mostrados en la Tabla 5.1 varían hasta en un 10% con respecto a los reportados en la hoja de especificaciones del material (Módulo de Young 2180 - 2230 MPa]). Con respecto al esfuerzo de cedencia, su valor promedio supera hasta en un 50% al reportado por el fabricante (26 - 31 MPa), sin embargo, para el esfuerzo a la ruptura el valor promedio de los filamentos supera al del fabricante por un 20%. Esta diferencia en las propiedades mecánicas está relacionada como menciona [?] a la porosidad generada por la naturaleza del proceso y los parámetros de construcción seleccionados. Donde se presenta una mayor diferencia es en los valores de la deformación a la ruptura, pues es posible tener una diferencia hasta del 100 % entre los valores aquí reportados y los proporcionados por el fabricante. Estos resultados subrayan la importancia de la caracterización de la materia prima.

5.1.2. Rasters

La Figura 5.3 presenta los resultados de la caracterización mecánica de los rasters. Es evidente, a diferencia de lo observado en los filamentos, que los cinco rasters caracterizados presenten un comportamiento completamente frágil, una vez alcanzado el punto de cedencia, se presenta una mínima deformación plástica y después se presenta la ruptura del especimen. Aunque es indudable que el material posee la característica de termoplasticidad [128] sus propiedades mecánicas son significativamente afectadas por el proceso de extrusión de material.



Figura 5.3: Curvas esfuerzo-deformación de los rasters caracterizados

Propiedades como el módulo de Young y el esfuerzo de cedencia disminuyen hasta casi un 50 % de su valor con respecto al observado en los filamentos. Así mismo, el esfuerzo a la ruptura de los rasters presenta una diferencia de hasta un 40 % con respecto al de los filamentos. Con base en lo presentado en las Tablas 5.1 y 5.3 es posible identificar que la deformación es la característica mecánica que más se ve afectada disminuyendo hasta en un 82 % su valor. Sin embargo, a diferencia de lo que ocurre con el comportamiento plástico de los filamentos, en los rasters la variación de la deformación total no es tan marcada. Esto puede deberse a una compactación del material al momento de ser fundido y extruido fuera de la boquilla [58].

	Tabla 5.2: Propi	edades mecánica	s rasters	
Probeta	Módulo de Young [MPa]	Esfuerzo de cedencia [MPa]	Esfuerzo a la ruptura [MPa]	Deformación a la ruptura [%]
R_1	1069.43	22.12	21.81	3.21
R_2	1184.08	22.84	22.58	2.46
R_3	1074.91	20.62	19.72	2.42
R_4	1130.08	17.91	17.72	1.84
R_5	1088.12	22.20	22.09	2.74
Promedio	${1109.32} \pm {48.07}$	21.14 ± 1.98	20.78 ± 2.03	2.53 ± 0.50

Tabla 5.2: Propledades mecanicas raste	Tabla	5.2:	Propiedades	mecánicas	raster
--	-------	------	-------------	-----------	--------

5.2. Resultados caracterización mecánica de probetas

Ángulo de deposición 0°/90° 5.2.1.

La Figura 5.4 muestra los resultados de la caracterización de la probetas. Se observa que existen dos comportamientos definidos dependiendo principalmente de la dirección de construcción. Para las probetas construidas con un ángulo de deposición $0^{\circ}/90^{\circ}$ es posible observar que cuando son construidas en las direcciones Flat y Edge su comportamiento es mucho más dúctil que el que se observa en la dirección Up-Right donde una vez alcanzado el punto de cedencia se presenta una mínima deformación plástica fracturándose de inmediato.

Los resultados experimentales obtenidos para las direcciones Flat y Edge muestran un comportamiento similar a lo observado al llevar a cabo la caracterización de los filamentos. Existe una mínima variación en las propiedades mecánicas elásticas (módulo de Young y esfuerzo de cedencia), así como en el esfuerzo a la ruptura de las 10 probetas caracterizadas para cada una de estás direcciones de construcción, teniendo un coeficiente de variación (CV)menor al 2%. Para ambas direcciones es evidente que el comportamiento plástico tiene una mayor variación, en este caso para la dirección Flat se tiene un CV = 27.1% y para Edge un CV = 15.4%. En el caso de las probetas construidas en Up-Right se presenta una mayor variación en el módulo de Young y en los esfuerzos de cedencia y a la ruptura (Ver Apéndice A), sin embargo, el CV para estas propiedades está por debajo del 4%. La mayor dispersión se presenta en la deformación a la ruptura, como se ha venido observando para todas las probetas y especímenes caracterizados hasta este punto, aunque teniendo una menor variación (CV < 8.5%) comparada con Flat y Edge.

Probeta	Módulo de Young [MPa]	Esfuerzo de cedencia [MPa]	Esfuerzo a la ruptura [MPa]	Deformación a la ruptura [%]
F_{90}	$2002.03 \pm \\18.57$	29.16 ± 0.34	26.72 ± 0.23	3.61 ± 0.98
E_{90}	1975.97 ± 16.08	30.69 ± 0.24	26.15 ± 0.39	3.32 ± 0.51
U_{90}	$\frac{1809.98}{24.64} \pm$	24.08 ± 0.89	23.92 ± 0.94	1.76 ± 0.15
F_{45}	2040.93 ± 24.50	31.95 ± 0.39	27.23 ± 0.78	3.39 ± 0.63
E_{45}	2081.24 ± 27.68	30.1 ± 0.67	27.26 ± 0.68	3.22 ± 0.57
U_{45}	$\frac{1909.07 \pm }{42.97}$	27.80 ± 0.94	27.27 ± 1.22	2.08 ± 0.19

Tabla 5.3: Propiedades mecánicas de probetas de tensión



Figura 5.4: Curvas esfuerzo-deformación de probetas bajo diferentes orientaciones de construcción y ángulos de deposición de rasters

Los resultados del promedio del módulo de tensión de todos los especímenes de con ángulo de deposición de $0^{\circ}/90^{\circ}$ indican que los módulos para las tres direcciones de construcción se encuentran dentro del rango de 1809.98 y 2002.03 MPa; un rango de menor al 10 %, siendo esta propiedad mecánica donde se encuentra la menor variación entre las orientaciones de construcción. Aunque existe una variación significativa (24 %) del esfuerzo de cedencia, es la deformación a la ruptura la propiedad que más varía en virtud de la dirección en la que es construida la probeta, alcanzando una variación de hasta un 69 % en los valores promedios. Es claro, que la orientación Up-Right presenta propiedades mecánicas menores a las dos orientaciones restantes, sin embargo no existe una diferencia significativa entre estás últimas que permita concluir que una es mejor que la otra.

Con respecto a la información presentada por el fabricante los valores aquí reportados presentan una disminución del 11% en el módulo de Young, 52% en la deformación a la fractura y de 15% en el esfuerzo de cedencia para la orientación Edge. Para la orientación Up-Right se tiene una caída del 17% del módulo de Young, del 12% para la deformación a la ruptura y de un 7% en el esfuerzo de cedencia. Estas diferencias están asociadas a la diferencia en la estrategia de construcción empleadas por el proveedor y en este trabajo. Resaltando de nuevo la influencia de está sobre las propiedades mecánicas de las piezas y evidenciando la desventaja de usar los resultados de caracterización de probetas como las propiedades de la materia prima.

5.2.2. Ángulo de deposición 45°/-45°

Las Figuras 5.4 (d), (e) y (f) muestran las gráficas obtenidas después de la caracterización mecánica de las probetas con ángulo de deposición $45^{\circ}/-45^{\circ}$. Es posible observar que las tres orientaciones tienen una comportamiento similar al mostrado por sus contrapartes con ángulo de deposición 0/90. Aunque es necesario mencionar que en su mayoría, las probetas a $45^{\circ}/-45^{\circ}$ exhiben mejores propiedades mecánicas. Los valores promedio de las probetas F_{45} tienen un incremento del 2% en el módulo de elasticidad, del 9% en el esfuerzo de cedencia y del 2% en el esfuerzo a la ruptura; sin embargo, presenta una caída del 6% en la deformación a la ruptura. Con respecto al valores promedio las probetas E_{90} , las probetas tienen un incremento del 5% para el módulo de elasticidad y del 4% para el esfuerzo a la ruptura. Finalmente, las probetas U_{45} muestran un incremento en su valor promedio para todas las propiedades aquí enlistadas, siendo el esfuerzo de cedencia y la deformación a la ruptura las propiedades más beneficiadas: 15% y 18%, respectivamente, comparado con los valores exhibidos por las probetas U_{90} .

Es necesario mencionar que las probetas con ángulo de deposición $45^{\circ}/-45^{\circ}$ muestran mayor dispersión en sus valores respecto a lo observado en las probetas a $0^{\circ}/90^{\circ}$ (Ver Apéndice A).

Pese a que la variación entre los valores promedio para todas las propiedades disminuye con respecto a lo observado en las probetas a $0^{\circ}/90^{\circ}$, son el módulo de Young y el esfuerzo a la ruptura las propiedades mecánicas que tienen variaciones por debajo del 5% entre las tres orientaciones estudiadas. Las variaciones del esfuerzo de cedencia y de la deformación a la ruptura se encuentran en aproximadamente un 14% y 48%, respectivamente.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIONES

Al igual que lo sucedido para el ángulo de deposición $0^{\circ}/90^{\circ}$, la orientación de construcción UpRight resulta ser la que tiene menores propiedades; sin embargo, de nuevo, no existe una diferencia significativa entre las orientaciones restantes, que permita concluir que una es mejor que la otra.

Con respecto a la información presentada por el proveedor los valores aquí reportados presentan una disminución menor al 7% en el módulo de Young, 54% en la deformación a la fractura y de 3% en el esfuerzo de cedencia para la orientación Edge. Para la orientación Up-Right se tiene una caída de aproximadamente 12% del módulo de Young, del 4% para la deformación a la ruptura y de un 7% en el esfuerzo de cedencia.

Al llevar a cabo la comparación entre las propiedades mecánicas de los filamentos y de las probetas caracterizadas, se observa que las propiedades de estas últimas en su mayoría son menores a las de la materia prima. Con respecto al módulo de Young, es esta propiedad la que presenta una menor variación, pues las probetas exhiben una disminución menor al 12% e incluso muestran un valor superior al del filamento de aproximadamente 1%. Aunque las probetas construidas en las orientaciones Flat y Edge muestran un comportamiento dúctil, es evidente que debido al proceso de extrusión, esta ductilidad se ve reducida hasta en casi un 90\%. Así mismo, una vez que el filamento ha sido empleado en la construcción de las probetas, es notoria la disminución de los esfuerzos de cedencia y de ruptura, hasta en un 40% y un 30%, respectivamente.

5.3. Resultados de la implementación del modelo multiescala

5.3.1. Verificación del modelo multiescala

El script generado en Mathematica-Wolfram fue sometido a verificación antes de ser aplicado a un RVE de importancia práctica. Como primer paso se crearon los dos RVEs, unidireccional y entrecruzado con las dimensiones antes mencionadas, sin embargo, para esta etapa de validación no se incluyeron los poros en cada RVE, es decir, los RVEs son completamente sólidos sin poros. Los RVEs sin poros fueron mallados utilizando el software Hypermesh; como propiedad de entrada se utilizó el módulo de Young del filamento caracterizado y reportado en el capítulo anterior. La Tabla 5.4 muestra las características de los modelos para cada simulación.

 nomena periodicas		
$E = 2067.67 \mathrm{MPa}$	$\nu = 0.34$	Tamaño de elemento $= 0.1$
RVE	No. de elementos	No. de nodos
Unidirectional (0°)	12750	14872
Entrecruzado $(0^{\circ} / 90^{\circ})$	58956	63700

Tabla 5.4: Características de los modelos utilizados para realizar la verificación de las condiciones de frontera periódicas

Se aplicaron desplazamientos uniaxiales independientes en dirección de los tres ejes coordenadas como lo indica la Tabla 4.1, para generar una deformación de 0.001 mm/mm, respectivamente, para cada RVE (Tabla 5.5). Una correcta configuración y aplicación de las ecuaciones que definen las condiciones de frontera periódicas que permitan el análisis multiescala del RVE, deberá producir distribuciones uniformes de deformación y esfuerzo en ambos
RVEs no porosos y estos esfuerzos y deformaciones deberán estar relacionados con las propiedades del material predicho por la simulación; las cuales deberán de ser iguales a las utilizadas como entrada para llevar a cabo el análisis. De lo contrario, cualquier error podría indicar un error en la formulación o aplicación de las condiciones de frontera periódicas en los RVE o en los datos de entrada [134].

Tabla 5.5: Desplazamientos utilizados para la verificación de los modelos

RVE	$\delta_{11} \; [\mu \mathrm{m}]$	δ_{22} [µm]	δ_{33} [µm]
Unidirectional (0°)	0.1	0.508	0.254
Entrecruzado $(0^{\circ}/90^{\circ})$	0.508	0.508	0.508

Resultados de la verificación del modelo multiescala

Con base en el método multiescala el módulo de Young obtenido para el RVE unidireccional sin poros es de E = 2068 MPa, 0.016 mayor al módulo de Young aplicado y el coeficiente de Poisson es igual a $\nu = 0.34$ igual que el coeficiente de Poisson empleado como entrada para la simulación, por lo cual pueden considerarse iguales. Para el RVE entrecruzado sin poros se tiene que el módulo de Young obtenido es de E = 2068 MPa y el coeficiente de Poisson es igual a $\nu = 0.34$.

Los resultados mostrados confirman la correcta implementación de las ecuaciones de restricción multipunto para generar las condiciones de frontera periódicas. Estos resultados serán considerados como los de una pieza sin porosidad.

5.3.2. Resultados de RVEs con poros idealizados

A continuación se presentan los resultados obtenidos al emplear el método multiescala en los RVEs unidireccional y entrecruzado utilizando las propiedades mecánicas de los filamentos y *rasters* caracterizados previamente (sección 5.1).

Para evitar que la malla utilizada para discretizar los modelos RVE's influya sobre los resultados del análisis multiescala, se refinó ésta hasta no encontrar variación en los esfuerzos y deformaciones locales para cada una de las condiciones de carga establecidas.

La Tabla 5.6 muestra las características de los modelos utilizados para llevar acabo el análisis multiescala mediante el método de los elementos finitos. Una vez generadas las mallas para cada RVE se impusieron los 6 conjuntos de condiciones de frontera mostrados en las Tablas 4.1 y 4.2 y se obtuvieron las matrices de rigidez y *compliance*.

Tabla 5.6: Características de los modelos FEM						
RVE	No. de elementos	No. de nodos				
Unidirectional (0°)	52200	56940				
Entrecruzado $(0^{\circ}/90^{\circ})$	542728	566117				

Matriz de compliance, $S_{fil.}^{0^{0}}$, para el RVE unidireccional utilizando las propiedades mecánicas del filamento:

Tabla 5.7: Propiedades mecánicas utilizadas para llevar a cabo el análisis multiescala

	Módulo de Young (E)	Coeficiente de Poisson (ν)
Filamento	$2067.67 \mathrm{MPa}$	0.34
Raster	$1109.32 \mathrm{MPa}$	0.34

$$S_{fil.}^{0^{0}} = \begin{bmatrix} 4.88 * 10^{-4} & -1.66 * 10^{-4} & -1.66 * 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ -1.66 * 10^{-4} & 5.0 * 10^{-4} & -1.72 * 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ -1.66 * 10^{-4} & -1.73 * 10^{-4} & 5.38 * 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.36 * 10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.38 * 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.32 * 10^{-3} \end{bmatrix}$$

$$(5.1)$$

Matriz de *compliance*, $S_{ras.}^{0^{0}}$, para el RVE unidireccional utilizando las propiedades mecánicas del raster:

$$S_{ras.}^{0^{0}} = \begin{bmatrix} 9.09 * 10^{-4} & -3.09 * 10^{-4} & -3.09 * 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ -3.09 * 10^{-4} & 9.32 * 10^{-4} & -3.22 * 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ -3.09 * 10^{-4} & -3.22 * 10^{-4} & 1.00 * 10^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.53 * 10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.57 * 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.46 * 10^{-3} \end{bmatrix}$$
(5.2)

A partir de la observación de las matrices de *compliance* $(S_{fil}^{0^{\circ}}, S_{ras.}^{0^{\circ}/90^{\circ}})$ se puede concluir que el comportamiento del RVE unidireccional corresponde a un material ortotrópico [100,108, 135] (Ver ApéndiceB), coincidiendo con lo reportado anteriormente por diversos autores. Por lo tanto, el material cuenta con tres planos de simetría y son necesarias nueve constantes de elasticidad para describir su comportamiento. Es posible entonces, mediante los componentes de la de cada una de estas matrices y las siguientes relaciones para un material ortotrópico [121,136], obtener las propiedades mecánicas que se reportan en la Tabla 5.8.

$$S_{11} = 1/E_{11} \qquad S_{12} = -\nu_{21}/E_{22} \qquad S_{13} = -\nu_{31}/E_{33}$$

$$S_{21} = -\nu_{12}/E_{11} \qquad S_{22} = 1/E_{22} \qquad S_{23} = -\nu_{32}/E_{33}$$

$$S_{31} = -\nu_{13}/E_{11} \qquad S_{32} = -\nu_{23}/E_{22} \qquad S_{13} = 1/E_{33}$$

$$S_{44} = 1/G_{23} \qquad S_{55} = 1/G_{13} \qquad S_{66} = 1/G_{12}$$
(5.3)

Tabla 5.8: Propiedades mecánicas homogeneizadas

RVE 0°						8			
	E_{11}	E_{22}	E_{33}	ν_{12}	ν_{23}	ν_{13}	G_{12}	G_{23}	G_{13}
Filamento	2049.85	1999.61	1857.68	0.332	0.345	0.34	757.09	737.01	725.98
Raster	1099.73	1072.83	996.26	0.34	0.345	0.34	406.3	395.28	389.44

Matri de *compliance*, $S^{0^{\circ}/90^{\circ}}$, para el RVE entrecruzado utilizando las propiedades mecánicas del filamento:

$$S_{fil.}^{0^{0}/90^{0}} = \begin{bmatrix} 4.93 * 10^{-4} & -1.66 * 10^{-4} & -1.69 * 10^{-4} & 0 & 0 & 0\\ -1.66 * 10^{-4} & 4.93 * 10^{-4} & -1.69 * 10^{-4} & 0 & 0 & 0\\ -1.69 * 10^{-4} & -1.69 * 10^{-4} & 5.96 * 10^{-4} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1.44 * 10^{-3} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.44 * 10^{-3} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.32 * 10^{-3} \end{bmatrix}$$
(5.4)

Matriz de *compliance*, $S^{0^{\circ}/90^{\circ}}$, para el RVE entrecruzado utilizando las propiedades mecánicas del raster:

$$S_{ras.}^{0^{0}/90^{0}} = \begin{bmatrix} 9.21 * 10^{-4} & -3.1 * 10^{-4} & -3.15 * 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ -3.1 * 10^{-4} & 9.21 * 10^{-4} & -3.15 * 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ -3.15 * 10^{-4} & -3.15 * 10^{-4} & 1.11 * 10^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.69 * 10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.69 * 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.46 * 10^{-3} \end{bmatrix}$$
(5.5)

A diferencia de lo que sucede con el RVE unidireccional, el RVE entrecruzado correspondiente a la estrategia de deposición de raster $0^{\circ}/90^{\circ}$, tiene un comportamiento tetragonal (Ver Apéndice B) [100, 108, 135]. Por lo tanto, para este caso la extracción de propiedades como el módulo de Young o el coeficiente de Poisson no es trivial como lo es para el caso isotrópico o el ortogonal.

Es en este punto en donde se emplea la representación gráfica de las propiedades mecánicas descrita en la sección 3.7. La Figura 5.5 muestra la representación superficial del modulo de Young; a diferencia de lo que sucede en el caso isotrópico, es evidente que hay variación en el valor del módulo de Young en función de la dirección de medición. Se presenta esta variación en los planos X_1X_2 , X_1X_3 X_3X_2 . Estos planos permitirán validar el modelo de forma sencilla al ubicar como cambia la propiedad en para un ángulo específico. Se puede observar que en el plano X_1X_2 el comportamiento del módulo de Young es cuasi-isotrópico, lo cual no se presenta para los otros dos planos. Entre el valor máximo y el valor mínimo del módulo de elasticidad para este RVE es de 16.

Así mismo, se presentan las representaciones gráficas del coeficiente de Poisson (ν) y del modulo a cortante (G) para ambas matrices de rigidez, $S_{fil.}^{0^{0}/90^{0}}$ (5.5) y $S_{ras.}^{0^{0}/90^{0}}$ (5.6). A diferencia de lo que sucede con el módulo de Young donde se tiene un escalar para una dirección determinada, el coeficiente de Poisson (ν) y el módulo cortante (G)se definen como la relación entre las deformaciones lateral y la axial, y la relación entre el esfuerzo y la deformación cortantes, respectivamente [137]. Para ambas propiedades, dichas relaciones involucran dos direcciones ortogonales entre ellas, por lo tanto, para el vector **d** de una dirección específica existen una cantidad infinita de vectores ortogonales **n** [108, 137]. En este trabajo además se emplea el criterio de la media aritmética [138] para mostrar la representación de los valores

CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIONES

promedio de ambas propiedades (ν_{prom} , G_{prom}). Sin importar las propiedades mecánicas utilizadas para llevar a cabo la predicción, el coeficiente de Poison de las piezas con deposición entrecruzada tiene una variación de 13 % entre los valores mínimo y máximo. En cambio, para el módulo a cortante esta diferencia es marginal y se encuentra por debajo del 4 %.



Figura 5.5: Visualización de las propiedades mecánicas del RVE entrecruzado utilizando las propiedades mecánicas del filamento



Figura 5.6: Visualización de las propiedades mecánicas del RVE entrecruzado utilizando las propiedades mecánicas del *raster*

5.3.3. Validación del modelo multiescala

Para llevar a cabo la validación del modelo es necesario comparar las propiedades obtenidas experimentalmente mediante los ensayos de tracción reportadas en la sección 5.2 y las propiedades homogeneizadas. Para alcanzar este objetivo es necesario identificar cómo está orientada la mesoestructura en el interior de las probetas utilizadas para llevar a cabo la caracterización con respecto a la carga de tracción. La Figura 5.7 muestra el RVE unidireccional bajo dos cargas de tracción independientes, una en dirección del eje X_1 y la otra en dirección del eje X_3 . Aplicar un carga de tracción en el eje X_1 al RVE unidireccional equivale a traccionar una probeta construida con orientación Up-right.

Cuando se lleva a cabo la tracción de probetas con orientación de construcción Edge el RVE se encuentra rotado 90° con respecto a la orientación Flat, por lo cual el resultado de someter al RVE unidireccional a carga en dirección del eje X_1 es equivalente para ambas orientaciones. La Tabla 5.9 resume estas equivalencias. Para el caso del RVE entrecruzado la Figura. 5.8 y la Tabla 5.10 muestran estas equivalencias. Es importante mencionar que debido a la simetría del RVE entrecruzado aplicar una carga en el eje X_1 es lo mismo que aplicar una carga de la misma magnitud en el eje X_2 y viceversa.

Probetas de t	RVE Unidirectional	
Orientación de construcción	Ángulo de deposición	Dirección de la carga
Flat	0°	X_1
Edge	0^{o}	X_1
Up-Right	0^{o}	X_3

Tabla 5.9: Relación entre la carga aplicada y las orientaciones de construcción para el RVE unidireccional



Figura 5.7: RVE unidireccional y sus equivalencias con las orientaciones de construcción

Probetas de	RVE Entrecruzado	
Orientación de construcción	Ángulo de deposición	Dirección de la carga
Flat	0°/90°	X_1
Edge	$0^{\circ}/90^{\circ}$	X_2
Up-Right	$0^{\circ}/90^{\circ}$	X_3

Tabla 5.10: Relación entre la carga aplicada y las orientaciones de construcción para el RVE entrecr<u>uzado</u>



Figura 5.8: RVE entrecruzado y sus equivalencias con las orientaciones de construcción

Con base en estás equivalencias y auxiliados de la representación gráfica de las propiedades mecánicas (coordenadas polares), se obtuvieron los resultados mostrados en las Figuras 5.9 y 5.10. Para ambos casos se presentan los resultados obtenidos con las propiedades mecánicas del filamento y el *raster*, respectivamente.

Es posible observar que para ambas estrategias de deposición, $0^{\circ}/90^{\circ}$ y $45^{\circ}/-45^{\circ}$ los resultados obtenidos con el modelo multiescala utilizando las propiedades mecánicas presentan una diferencia de entre el 45 % y el 53 % con respecto a los resultados de la caracterización mecánica de las probetas. En cambio los resultados obtenidos al utilizar las propiedades del filamento como propiedad de entrada en el modelo multiescala se tiene diferencias por debajo del 5 % para las orientaciones de construcción *Edge* y *Flat* y de alrededor de entre un 7% y un 12% para la orientación *Up-Right*. Por lo cual, es conveniente descartar las propiedades de los *rasters* como propiedades base para llevar a cabo la predicción de algunas propiedades mecánicas elásticas de piezas fabricadas por el proceso EM mediante el proceso de homogeneización multiescala.

Al comparar los resultados obtenidos con las propiedades de filamento con los obtenidos en la etapa de verificación del modelo multiescala (Sección 5.3.1), se puede notar que la presencia de los poros disminuye las propiedades mecánicas de las piezas hechas por el proceso EM hasta en un 20 %, hablando del módulo de Young. Como se mencionó anteriormente el RVE entrecruzado presenta un tensor de rigidez tetragonal y en las representaciones gráficas de las propiedades esto se refleja como una cuasi-esfera para todas las propiedades. Los resultados muestran que todas las propiedades mecánicas presentan su máximo en el plano X_1X_2 de la cuasi esfera y el mínimo en la parte superior de la misma (eje X_3), correspondiente a la orientación Up-Right.



Ángulo de deposición: 0°/90°

Figura 5.9: Comparación entre los resultados experimentales y el modelo multiescala



Figura 5.10: Comparación entre los resultados experimentales y el modelo multiescala

5.3.4. Resultados de RVEs con poros obtenidos por TC

La Tabla 5.11 muestra las características del modelo utilizado para llevar a cabo el análisis multiescala.

Tabla 5.11: Características del modelo $\text{RVE}_{TC}^{0^{\circ}}$ E = 2067.67 MPa $\nu = 0.34$ RVENo. de elementosNo. de elementosNo. de elementosVIIIdireccional (0°)4780051912

El análisis multiescala permitió obtener el tensor de rigidez del $\text{RVE}_{TC}^{0^{\text{o}}}(C_{TC}^{0^{\text{o}}})$, a partir de su análisis se observa que corresponde a un material con comportamiento monoclínico, teniendo sólo un plano de simetría y son necesarias 13 constantes elásticas para describir su comportamiento (Ver Apéndice B).



Figura 5.11: Visualización de las propiedades mecánicas del RVE unidireccional con poro extraido de tomografía computarizada

Como se observa en la Figura 5.11 la representación gráfica de las propiedades mecánicas dista de ser esférica o cuasi-esférica, sobre todo para el coeficiente de Poisson y el módulo a cortante, esto debido precisamente a las característica monoclínica del material que se encuentra más cerca de ser anisotrópica que isotrópica, contrario a lo que sucede con el RVE con el poro idealizado donde se tiene más planos de simetría. Lo anterior demuestra que la geometría de los poros influye significativamente en el comportamiento mecánico de las piezas analizadas.

Con respecto al módulo de Young el valor mínimo se presenta justo en el plano X_1, X_2 y varía de forma heterogénea en toda la superficie. Con respecto al coeficiente de Poisson y el módulo a cortante es aún más claro el comportamiento anisotrópico producido por la presencia de porosidad, ya que las representaciones gráficas están alejadas de la geometría esférica que presenta un material isotrópico. Esto se debe principalmente a que la variación de la propiedad es anisotrópica y heterogénea. El módulo de Young varia en un 9% comparando los valores máximos y mínimos. Aunque la variación del coeficiente de Poison varia en un 11%, de manera similar a lo encontrado para el análisis con poros idealizados; el módulo a cortante varia un 7.5%. Estás variaciones pueden deberse a la naturaleza monoclínica expuesta por el tensor de *compliance*.

Por otra parte, se generó un RVE entrecruzado $(RVE_{TC}^{0^{\circ}/90^{\circ}})$ incorporando el poro obtenido a partir de la tomografía computarizada. La Tabla 5.12 muestra las características del modelo utilizado para realizar el análisis multiescala.

Tabla 5.12: Características del modelo $\text{RVE}_{TC}^{0^{\circ}/90^{\circ}}$ E = 2067.67MPa $\nu = 0.34$ RVENo. de elementosNo. de nodosEntrecruzado (0°/90°)36212066783

El análisis multiescala permitió obtener el tensor de rigidez del $\text{RVE}_{TC}^{0^{\circ}/90^{\circ}}$ ($C_{TC}^{0^{\circ}/90^{\circ}}$), a partir de su análisis se observa que corresponde a un material con comportamiento tetragonal. Lo cual coincide con lo observado en el análisis del RVE entrecruzado con el poro idealizado propuesto.

$$C_{TC}^{0^{\circ}/90^{\circ}} = \begin{bmatrix} 3058.63 & 1551.45 & 1541.12 & 0 & 0 & 0 \\ 1551.45 & 3058.43 & 1541.12 & 0 & 0 & 0 \\ 1541.12 & 1541.12 & 3018.42 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 854.68 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 854.68 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 749.22 \end{bmatrix}$$
(5.7)

Es importante observar que pese a qué el poro obtenido mediante tomografía genera que las piezas hechas por el proceso de EM tengan un comportamiento monoclínico con un sólo plano de simetría, es decir un comportamiento cuasi-anisotrópico el cambiar la estrategia de construcción a una entrecruzada el comportamiento se vuelve más isotrópico teniendo 5 planos de simetría.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIONES



Figura 5.12: Visualización de las propiedades mecánicas del RVE entrecruzado con poro extraido de tomografía computarizada

En este caso el módulo de Young y el módulo a cortante varían por debajo del 10% y el coeficiente de Poison por debajo de 1% respecto a sus valores mínimos y máximos. Aunque se presentan estás variaciones es importante resaltar la ventaja que presenta el observar cómo varían dichas propiedades en cualquier dirección. Además estos resultados demuestran la influencia de los parámetros sobre las propiedades mecánicas ya que aunque la geometría real del poro introduce anisotropía a las piezas fabricadas, el ángulo de deposición modifica significativamente el comportamiento mecánico, pasando de un comportamiento cuasi-anisotrópico a un comportamiento cuasi-isotrópico.

La Tabla 5.13 muestra cómo varían los resultados del modelo cuando el poro utilizado es el obtenido mediante la tomografía computarizada. Es posible observar que, sin importar el ángulo de deposición de los *rasters*, para las direcciones *Flat* y *Edge* la diferencia entre modelos no es mayor al 1%. Por lo que para estás estrategias de construcción, el modelo no sólo predice la reducción del módulo de Young respecto al del filamento con una diferencia por debajo del 4%, sino también muestra que cuando la dirección de la carga y el eje longitudinal del poro son coplanares, la geometría de este no influye sobre la predicción. Sin embargo, para el caso de la dirección Up-*Right* la diferencia entre el modelo con el poro de geometría idealizada y el obtenido por tomografía computarizada es de arriba de 18%, lo cual muestra que para está dirección la geometría tiene mayor influencia sobre la predicción. En este caso la diferencia entre el modelo con el poro de geometría idealizada y el obtenido por tomografía computarizada es de arriba de 18%, lo cual muestra que para está dirección la geometría tiene mayor influencia sobre la predicción la geometría tiene mayor influencia sobre la predicción la geometría tiene

La Figura 5.13 muestra la comparación entre los resultados experimentales y las propie-

	Ángulo de deposición $0^{\circ}/90^{\circ}$			Ángulo de	Ángulo de deposición $45^{\circ}/-45^{\circ}$		
	Modelo	Modelo		Modelo	Modelo		
Orientación de	con poro	con poro	dif. $\%$	con poro	con poro	dif. $\%$	
construcción	idealizado	de TC		idealizado	de TC		
Flat	2027.36	2014.42	-0.6	2026.18	2006.6	-1	
Up- $Right$	1678.33	1988.01	18.4	1678.33	1988.01	18.4	
Edge	2027.19	2014.29	-0.6	2026.18	2006.6	-1	

Tabla 5.13: Comparación entre los módulos de Young obtenidos mediante el modelo multiescala al cambiar la geometría del poro.

dades obtenidas mediante el modelo de predicción mecánica para una pieza con estrategia de deposición entrecruzada $(0^{\circ}/90^{\circ})$ con poros idealizados y poros obtenidos por tomografía computarizada. Los resultados muestran una predicción por debajo del 10 % para cada una de las direcciones de construcción sin importar la geometría del poro. Sin embargo, es evidente que a excepción de la orientación Up-Right para las otras dos direcciones, el uso del poro real mejora la predicción del modulo de Young. La diferencia de los resultados experimentales y los modelos para la orientación de construcción puede deberse a que en estos no se incorporan características presentes en la unión entre capas, como delaminación o poros interfaciales.





Figura 5.13: Comparación de los resultados experimentales y el modelo multiescala con poros de ${\rm TC}$

La Figura 5.13 muestra la comparación entre los resultados experimentales y las propiedades obtenidas mediante el modelo de predicción mecánica para una pieza con estrategia de deposición entrecruzada $(45^{\circ}/-45^{\circ})$ con poros idealizados y poros obtenidos por tomografía computarizada. Los resultados muestran una predicción por debajo del 12 % cuando los modelos incorporan al poro idealizado y por debajo del 4.1 % cuando el poro utilizado es el obtenido por tomografía computarizada.

Como sucede con los resultado para la deposición de *rasters* a $0^{\circ}/90^{\circ}$ la predicción del módulo de Young en la orientación de construcción *Up-Right* presenta las mayores diferencias con respecto a los resultados experimentales. Sin embargo, para el caso del poro real esta diferencia no es significativa. Del otro lado, la diferencia debido al uso del poro idealizado puede deberse como se mencionó a que no se incorporan características presentes en la unión entre capas, como delaminación o poros interfaciales. Es necesario mencionar que en este caso, autores como Papon et al. [69] han demostrado que la orientación de deposición modifica significativamente la geometría del poro. Por lo que, aunque probetas construidas con ángulo de deposición de *rasters* de $0^{\circ}/90^{\circ}$ y probetas con ángulo de deposición de los *rasters* son depositados con una diferencia de 90° entre una capa y otra. La deposición de los *rasters* no se lleva a cabo de la misma forma y esto conlleva a diferentes geometrías de poros. De igual modo, la consideración de sección transversal continua a lo largo del eje longitudinal de los poros puede estar afectando a la predicción del modelo. Pese a la clara ventaja de utilizar modelos con poros con geometrías reales, el mallado para realizar el análisis por elementos finitos se complica justo por la geometría irregular de los poros.



Ángulo de deposición: 45°/-45°

Figura 5.14: Comparación de los resultados experimentales y el modelo multiescala con poros de TC

Debido a la forma irregular de los poros que se presentan en las piezas por el proceso de extrusión de material, es complicado designar uno como el poro representativo de la mesostructura. Además, debido al alto costo tanto de los equipos de tomografía computarizada como de su tiempo de uso, no es tan sencillo contar con tomografías de la mesostructura de las piezas de donde extraer información de los poros. Es aquí donde la propuesta de un poro idealizado adquiere mayor importancia, pues permite predecir las propiedades mecánicas sin necesidad de un equipo altamente especializado. Sin embargo, es necesario realizar mayor investigación sobre cómo la geometría del poro afecta las propiedades mecánicas de los componentes fabricados por este tipo de procesos.

Capítulo 6 Discusiones Generales

En esta tesis se propuso un modelo multiescala basado en el método de homogenización y el método de los elementos finitos para predecir las propiedades mecánicas de piezas hechas por manufactura aditiva. El modelo fue empleado para predecir el módulo de Young, coeficiente de Poisson y modulo a cortante de probetas fabricadas por el proceso de Extrusión de Material (EM) con dos ángulos de deposición $(0^{\circ}/90^{\circ} \text{ y } 45^{\circ}/-45^{\circ})$ y tres orientaciones de construcción (*flat, upright y Edge*).

A pesar de que los modelos propuestos previamente por Somireddy et al. [81, 86] y Casavola et al. [82], consideran a las piezas fabricadas por el proceso de EM como materiales compuestos laminados, sólo Somireddy [86] llevó a cabo la caracterización de la materia prima. Tanto la teoría clásica de laminados (TCL) empleada por estos autores, así como las teorías de homogenización y micromodelado utilizadas por Tronvoll et al. [59], Anoop et al. [74] y Sheth et al. [139], requieren conocer las propiedades mecánicas del material o materiales que constituyen las piezas para lograr predecir las propiedades finales. En este sentido, Somireddy caracteriza probetas monocapas para conocer los módulos de Young (E1 y E2) y el esfuerzo a cortante (G) necesarios en la TLC. Así mismo, las propiedades del filamento antes de ser extruido o las propiedades de probetas inyectadas han sido consideradas por los autores restantes como las propiedades base de la mesosestrcutura de las piezas.

Los enfoques mencionados dejan de lado las propiedades del *raster* depositado incluso en aquellos trabajos donde éste es considerado como el bloque de construcción mínimo de las piezas [59,65,139]. En esta tesis, los resultados de la caracterización mecánica del filamento y el *raster* demuestran en principio, que las propiedades mecánicas de la materia prima se ven afectadas por el proceso de extrusión, reduciendo su rigidez y esfuerzo de cedencia casi en un 50% y hasta en un 40% para el esfuerzo a la ruptura. Estos resultados difieren a lo presentado por Bellini et al. en [140], donde la rigidez y el esfuerzo a la cedencia disminuyen en un 2% al pasar de filamento a *raster*.

Por otro lado, los trabajos de Rankouhi et al. [141] y Letcher et al. [142] demuestran que la rigidez y el esfuerzo de cedencia aumentan al incrementar el número de capas (de 1 a 35) construidas de una probeta. Esto demuestra la influencia de la interacción entre *rasters* sobre las propiedades mecánicas, ya que mientras menos *rasters* estén unidos entre sí, las propiedades mecánicas disminuirán. Por lo que se esperaría que al disminuir el número de *rasters* dentro de una capa las propiedades también disminuirán hasta ser las obtenidas par un solo *raster*. Cuando los valores del módulo de Young del filamento y el raster, obtenidos mediante la caracterización mecánica, son empleados como propiedades de entrada en el modelo de predicción propuesto, se justifica el uso de las propiedades del filamento en los modelos de predicción. Esto debido a que los resultados demuestran que al usar las propiedades del filamento se tienen diferencias de entre un 5 % y un 12 % de la rigidez obtenida por el modelo y la obtenida experimentalmente. En cambio, al utilizar las propiedades del raster estás diferencias se encuentran entre un 45 % y un 53 %. Además, es posible obtener de forma más sencilla una muestra de filamento que una de raster para llevar a cabo la caracterización mecánica, esto debido a las dimensiones y a la fragilidad de los últimos. Es necesario mencionar que las propiedades obtenidas con el modelo propuestos están limitadas al comportamiento elástico, por lo cual sería necesario ampliar este estudio si es que se desean predecir las propiedades plásticas.

El modelo empleado confirma que la presencia de poros en las piezas construidas por el proceso de extrusión de material influye sobre la rigidez de ésta. La reducción de esta propiedad depende del tamaño y la geometría del poro. Además de esta reducción, el comportamiento mecánico también se ve afectado por la porosidad. Estudios como los desarrollados por Rodriguez [65], Casavola [82], Sheth [139] han considerado que las piezas hechas por este proceso presentan un comportamiento ortotrópico y con base en ello buscan predecir las propiedades mecánicas de las piezas. Sin embargo, esta consideración puede llegar a limitar el uso de las piezas fabricadas por este proceso de manufactura y al proceso en si mismo. Los resultados obtenidos por autores como se han limitado a predecir y validar las propiedades mecánicas de piezas fabricadas aditivamente únicamente en las direcciones principales de un material ortotrópico, sin explorar si esta consideración se cumple para otras direcciones. Los resultados presentados en esta tesis demuestran que el modelo propuesto es capaz de predecir comportamientos diferentes al ortotrópico. A partir de un elemento representativo (RVE) donde se incluye la porosidad que presentan las piezas fabricadas por el proceso de ME y la representación gráfica de la matriz de rigidez, el modelo presenta las propiedades elásticas (módulo de Young, coeficiente de Poisson, módulo a cortante) en cualquier dirección. Esto permite observar de mejor manera el comportamiento global de las piezas sin la necesidad de generar un RVE para cada ángulo de deposición que se desee estudiar, como Sheth [139] propuso anteriormente. Reduciendo recursos computacionales y tiempo en las etapas de pre-procesamiento, procesamiento y post-proceamiento de modelos.

Gracias a que el modelo incorpora la porosidad en el RVE es posible estudiar cómo las características de los poros impactan sobre las propiedades mecánicas finales. A diferencia de los modelos presentados por Somireddy [86], Cerda [143] y Gorski [144], se incorporaron poros con características idealizadas y otros poros con geometrías más cercanas a la realidad. Cuando poros con geometrías idealizadas son incorporados unidireccionalmente al RVE se obtienes piezas con comportamiento ortotrópico en concordancia con lo presentado por Somireddy [81]. Sin embargo, esto cambia cuando el poro tiene una geometría más realista provocando que las piezas tengan menos ejes de simetría, obteniendo un comportamiento más cercano a la anisotropía. En cambio, es posible obtener comportamientos más cercanos al isotrópico si la estrategia de deposición es entrecruzada, esto sin importar la geometría de poro utilizada. Aunque esto último no significa que la distribución de la propiedad sea la misma.

Los resultados demuestran que el uso de geometrías poros realistas en el modelo producen resultados con diferencias menores al 10% respecto a los resultados experimentales. No obs-

tante, los resultados obtenidos con geometrías idealizadas presentan diferencias de alrededor del $12\,\%$ respecto a los resultados experimentales.

A pesar de los resultados obtenidos, los hallazgos y ventajas del método presentado, algunos problemas no han sido resueltos o abordados. Primero, las propiedades que se pueden predecir están limitadas a las mecánicas elásticas. En consecuencia, no es posible conocer el punto de fractura. En este caso, una completa caracterización de la materia sería necesaria y una modificación del modelo para su incorporación. Aunado a esto, sería conveniente considerar la influencia de la unión entre filamentos sobre las propiedades mecánicas. Segundo, debido a la gran influencia de las características del poro sobre las propiedades mecánicas y a que estas características dependen de los parámetros de manufactura empleados, aún es necesario establecer una relación entre ellos. Una pregunta que también se deriva de estos resultados, es si es posible obtener un poro representativo que pueda ser incorporado al RVE para llevar a cabo la predicción de propiedades

Conclusiones

En el presente trabajo se describe la manufactura aditiva así como los procesos que la integran. Además, se presentan algunas de sus ventajas sobre los procesos de manufactura tradicionales y también algunos de los retos que debe de superar para su mayor adopción como proceso de manufactura de piezas funcionales. Como resultado se identificó como principal reto la incertidumbre que se tiene sobre las propiedades mecánicas de los componentes fabricados además de la anisotropía que presentan. Al ser la porosidad una de las características que más impacto tiene sobre las propiedades mecánicas, se identificaron los tipos de poros que existen. Con base en el estudio del proceso de extrusión de material se propuso un modelo multiescala que predice las propiedades mecánicas en función de la porosidad presente en piezas fabricadas por este proceso. Se identificaron dos mesoestruturas con base en el ángulo de deposición de *rasters* y a partir de ellas se propusieron dos RVEs con los cuales realizar el modelado multiescala. Fue necesario caracterizar la materia prima (filamentos y *rasters*) para tener las propiedades mecánicas que predice propuesto.

Se identificó que el proceso de extrusión afecta significativamente a las propiedades mecánicas de la materia prima. Cuando el filamento es extruido y se convierte en un *raster*, el material exhibe más fragilidad que su comportamiento dúctil original antes de la extrusión.

Aunque las curvas esfuerzo-deformación de los filamentos y las probetas construidas en las orientaciones Edge y Flat tienen un comportamiento mecánico similar, la rigidez y ductilidad de los probetas son menores que las de los filamentos, debido a que éstas últimas presentan poros que actúan como concentradores de esfuerzo. Por otro lado, las probetas construidas en la orientación Up-Right tienen un comportamiento frágil como se observa en los *rasters*, sin embargo, las probeta son más rígidas y más frágiles, debido a la unión entre capas, la cual ha sido reportada es menor que se da entre *rasters* de la misma capa.

Con respecto al modelo multiescala propuesto, los resultados muestran que el uso de las propiedades mecánicas elásticas del filamento como propiedades del material de entrada en un análisis de FE conduce a predicciones más precisas que los resultados obtenidos con las propiedades mecánicas de los *rasters*. Estos resultados muestran que el modelo multiescala con la geometría de poro simplificada tiene una diferencia inferior al 8% con respecto a los resultados experimentales, excepto para la dirección Up-Right con una muestra de ángulo de deposición de *raster* de 45°/-45°, donde la diferencia es cercana al 12%. Sin embargo, cuando la geometría del poro es más cercana a la realidad, el modelo multiescala exhibe una diferencia inferior al 10% respecto de los resultados experimentales. Estos resultados sugieren que no es necesario utilizar un modelo altamente definido para predecir la rigidez de las piezas fabricadas por el proceso de ME.

CAPÍTULO 6. DISCUSIONES GENERALES

El modelo multiescala utilizado en este trabajo permite obtener la matriz de rigidez de las piezas y conocer el módulo de Young en cualquier dirección. Los resultados del análisis muestran que, independientemente de la geometría del poro utilizada dentro del modelo entrecruzado, las piezas hechas por EM exhiben un comportamiento tetragonal. Sin embargo, aún con el mismo comportamiento la dependencia direccional de las propiedades mecánicas no es similar. En cambio, la geometría del poro para el caso unidireccional impacta significativamente en las propiedades mecánicas de las piezas. Este trabajo muestra que aunque al realizar el análisis multiescala con geometrías simplificadas se obtienen predicciones de propiedades acordes con los resultados experimentales en direcciones especificas, de manera integral puede haber diferencias importantes con el comportamiento mecánico total en todas las direcciones.

Es necesario investigar más sobre cómo la geometría de los poros afecta a las propiedades mecánicas de las piezas y ampliar la investigación sobre la caracterización mecánica de las materias primas que se usan en el proceso de extrusión de material y cómo sus propiedades afectan a los criterios de diseño mecánico.

Referencias

- S. L. Sing, Y. Miao, F. E. Wiria, and W. Y. Yeong, "Manufacturability and mechanical testing considerations of metallic scaffolds fabricated using selective laser melting: a review," *Biomedical Science and Engineering*, 2016.
- [2] A. R. T. Perez, D. A. Roberson, and R. B. Wicker, "Fracture surface analysis of 3dprinted tensile specimens of novel abs-based materials," *Journal of Failure Analysis and Prevention*, vol. 14, no. 3, pp. 343–353, 2014.
- [3] A. Y. Al-Maharma, S. P. Patil, and B. Markert, "Effects of porosity on the mechanical properties of additively manufactured components: a critical review," *Materials Research Express*, 2020.
- [4] H. Li, S. Zhang, Z. Yi, J. Li, A. Sun, J. Guo, and G. Xu, "Bonding quality and fracture analysis of polyamide 12 parts fabricated by fused deposition modeling," *Rapid Prototyping Journal*, 2017.
- [5] A. C. F. on Additive Manufacturing Technologies and A. C. F. on Additive Manufacturing Technologies. Subcommittee F42. 91 on Terminology, *Standard terminology for additive manufacturing technologies*. ASTM International, 2012.
- [6] D. Bourell, J. P. Kruth, M. Leu, G. Levy, D. Rosen, A. M. Beese, and A. Clare, "Materials for additive manufacturing," *CIRP Annals*, vol. 66, no. 2, pp. 659–681, 2017.
- [7] A. Gebhardt and J.-S. Hötter, Additive manufacturing: 3D printing for prototyping and manufacturing. Carl Hanser Verlag GmbH Co KG, 2016.
- [8] A. Standard, "F2792. 2012. standard terminology for additive manufacturing technologies," ASTM F2792-10e1, 2012.
- [9] T. D. Ngo, A. Kashani, G. Imbalzano, K. T. Nguyen, and D. Hui, "Additive manufacturing (3d printing): A review of materials, methods, applications and challenges," *Composites Part B: Engineering*, vol. 143, pp. 172–196, 2018.
- [10] L.-Y. Zhou, J. Fu, and Y. He, "A review of 3d printing technologies for soft polymer materials," Advanced Functional Materials, p. 2000187.
- [11] K. V. Wong and A. Hernandez, "A review of additive manufacturing," International scholarly research notices, vol. 2012, 2012.

- [12] O. Abdulhameed, A. Al-Ahmari, W. Ameen, and S. H. Mian, "Additive manufacturing: Challenges, trends, and applications," *Advances in Mechanical Engineering*, vol. 11, no. 2, p. 1687814018822880, 2019.
- [13] H. Bikas, P. Stavropoulos, and G. Chryssolouris, "Additive manufacturing methods and modelling approaches: a critical review," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 83, no. 1-4, pp. 389–405, 2016.
- [14] I. Gibson, D. Rosen, and B. Stucker, Additive Manufacturing Technologies: 3D Printing, Rapid Prototyping, and Direct Digital Manufacturing. Springer, 2014.
- [15] M. Molitch-Hou, "Overview of additive manufacturing process," in Additive Manufacturing, pp. 1–38, Elsevier, 2018.
- [16] K. Vithani, A. Goyanes, V. Jannin, A. W. Basit, S. Gaisford, and B. J. Boyd, "An overview of 3d printing technologies for soft materials and potential opportunities for lipid-based drug delivery systems," *Pharmaceutical research*, vol. 36, no. 1, p. 4, 2019.
- [17] X. Wang, M. Jiang, Z. Zhou, J. Gou, and D. Hui, "3d printing of polymer matrix composites: A review and prospective," *Composites Part B: Engineering*, vol. 110, pp. 442–458, 2017.
- [18] I. Sirichakwal and B. Conner, "Implications of additive manufacturing for spare parts inventory," *3D printing and Additive Manufacturing*, vol. 3, no. 1, pp. 56–63, 2016.
- [19] S. Ford and M. Despeisse, "Additive manufacturing and sustainability: an exploratory study of the advantages and challenges," *Journal of cleaner Production*, vol. 137, pp. 1573–1587, 2016.
- [20] H. Paris, H. Mokhtarian, E. Coatanéa, M. Museau, and I. F. Ituarte, "Comparative environmental impacts of additive and subtractive manufacturing technologies," *CIRP Annals*, vol. 65, no. 1, pp. 29–32, 2016.
- [21] S. Mohd Yusuf, S. Cutler, and N. Gao, "The impact of metal additive manufacturing on the aerospace industry," *Metals*, vol. 9, no. 12, p. 1286, 2019.
- [22] T. Pereira, J. V. Kennedy, and J. Potgieter, "A comparison of traditional manufacturing vs additive manufacturing, the best method for the job," *Procedia Manufacturing*, vol. 30, pp. 11–18, 2019.
- [23] A. Saboori, D. Gallo, S. Biamino, P. Fino, and M. Lombardi, "An overview of additive manufacturing of titanium components by directed energy deposition: microstructure and mechanical properties," *Applied Sciences*, vol. 7, no. 9, p. 883, 2017.
- [24] H. T. Black, M. C. Celina, and J. R. McElhanon, "Additive manufacturing of polymers: Materials opportunities and emerging applications.," tech. rep., Sandia National Lab.(SNL-NM), Albuquerque, NM (United States), 2016.
- [25] M. Jiménez, L. Romero, I. A. Domínguez, M. d. M. Espinosa, and M. Domínguez, "Additive manufacturing technologies: An overview about 3d printing methods and future prospects," *Complexity*, vol. 2019, 2019.

- [26] W. Tao and M. C. Leu, "Design of lattice structure for additive manufacturing," in 2016 International Symposium on Flexible Automation (ISFA), pp. 325–332, IEEE, 2016.
- [27] A. L. Jardini, M. A. Larosa, R. Maciel Filho, C. A. de Carvalho Zavaglia, L. F. Bernardes, C. S. Lambert, D. R. Calderoni, and P. Kharmandayan, "Cranial reconstruction: 3d biomodel and custom-built implant created using additive manufacturing," *Journal* of Cranio-Maxillofacial Surgery, vol. 42, no. 8, pp. 1877–1884, 2014.
- [28] S. A. Tofail, E. P. Koumoulos, A. Bandyopadhyay, S. Bose, L. O'Donoghue, and C. Charitidis, "Additive manufacturing: scientific and technological challenges, market uptake and opportunities," *Materials today*, vol. 21, no. 1, pp. 22–37, 2018.
- [29] A. Bacciaglia, A. Ceruti, and A. Liverani, "Additive manufacturing challenges and future developments in the next ten years," in *International Conference on Design, Simulation, Manufacturing: The Innovation Exchange*, pp. 891–902, Springer, 2019.
- [30] W. Gao, Y. Zhang, D. Ramanujan, K. Ramani, Y. Chen, C. B. Williams, C. C. Wang, Y. C. Shin, S. Zhang, and P. D. Zavattieri, "The status, challenges, and future of additive manufacturing in engineering," *Computer-Aided Design*, vol. 69, pp. 65–89, 2015.
- [31] M. Attaran, "The rise of 3-d printing: The advantages of additive manufacturing over traditional manufacturing," *Business Horizons*, vol. 60, no. 5, pp. 677–688, 2017.
- [32] B. Ahuja, M. Karg, and M. Schmidt, "Additive manufacturing in production: challenges and opportunities," in *Laser 3d manufacturing II*, vol. 9353, p. 935304, International Society for Optics and Photonics, 2015.
- [33] A. Khoshkhoo, A. L. Carrano, and D. M. Blersch, "Effect of surface slope and build orientation on surface finish and dimensional accuracy in material jetting processes," *Procedia Manufacturing*, vol. 26, pp. 720–730, 2018.
- [34] L. Xu, Q. Huang, A. Sabbaghi, and T. Dasgupta, "Shape deviation modeling for dimensional quality control in additive manufacturing," in ASME 2013 International Mechanical Engineering Congress and Exposition, American Society of Mechanical Engineers Digital Collection.
- [35] A. Unkovskiy, S. Spintzyk, D. Axmann, E.-M. Engel, H. Weber, and F. Huettig, "Additive manufacturing: A comparative analysis of dimensional accuracy and skin texture reproduction of auricular prostheses replicas," *Journal of Prosthodontics*, vol. 28, no. 2, pp. e460–e468, 2019.
- [36] S. Guessasma, W. Zhang, J. Zhu, S. Belhabib, and H. Nouri, "Challenges of additive manufacturing technologies from an optimisation perspective," *International Journal* for Simulation and Multidisciplinary Design Optimization, vol. 6, p. A9, 2015.
- [37] K. W. Ahmad, Z. Mohamad, N. Othman, S. H. C. Man, and M. Jusoh, "The mechanical properties of photopolymer prepared via 3d stereolithography printing: The effect of uv curing time and anisotropy," *Chemical Engineering Transactions*, vol. 78, pp. 565–570, 2020.

- [38] D. S. D. Kim, J. Suriboot, C.-C. Shih, A. Cwiklik, M. A. Grunlan, and B. L. Tai, "Mechanical isotropy and postcure shrinkage of polydimethylsiloxane printed with digital light processing," *Rapid Prototyping Journal*, 2020.
- [39] M. W. Barclift and C. B. Williams, "Examining variability in the mechanical properties of parts manufactured via polyjet direct 3d printing," in *International Solid Freeform Fabrication Symposium*, pp. 6–8, University of Texas at Austin Austin, Texas, 2012.
- [40] A. KESY and J. KOTLISKI, "Mechanical properties of parts produced by using polymer jetting technology," OF CIVIL AND MECHANICAL ENGINEERING, vol. 10, no. 3, p. 37, 2010.
- [41] M. Doyle, K. Agarwal, W. Sealy, and K. Schull, "Effect of layer thickness and orientation on mechanical behavior of binder jet stainless steel 420+ bronze parts," *Proceedia Manufacturing*, vol. 1, pp. 251–262, 2015.
- [42] B. Verlee, T. Dormal, and J. Lecomte-Beckers, "Density and porosity control of sintered 316l stainless steel parts produced by additive manufacturing," *Powder Metallurgy*, vol. 55, no. 4, pp. 260–267, 2012.
- [43] M. Nastac, R. Lucas, and A. Klein, "Microstructure and mechanical properties comparison of 316l parts produced by different additive manufacturing processes," *Proceedings* of the 28th Annual International Solid Freeform Fabrication, Austin, TX, USA, pp. 7–9, 2017.
- [44] A. Pilipović, P. Raos, and M. Šercer, "Experimental analysis of properties of materials for rapid prototyping," *The International Journal of Advanced Manufacturing Techno*logy, vol. 40, no. 1-2, pp. 105–115, 2009.
- [45] G. Chryssolouris, J. Kechagias, P. Moustakas, and E. Koutras, "An experimental investigation of the tensile strength of parts produced by laminated object manufacturing (lom) process," *CIRP Journal of Manufacturing Systems*, vol. 32, no. 5, pp. 319–322, 2003.
- [46] D. Olivier, J. A. Travieso-Rodriguez, S. Borros, G. Reyes, and R. Jerez-Mesa, "Influence of building orientation on the flexural strength of laminated object manufacturing specimens," *Journal of mechanical science and technology*, vol. 31, no. 1, pp. 133–139, 2017.
- [47] C. Selcuk, "Laser metal deposition for powder metallurgy parts," *Powder Metallurgy*, vol. 54, no. 2, pp. 94–99, 2011.
- [48] L. Costa and R. Vilar, "Laser powder deposition," Rapid prototyping journal, 2009.
- [49] N. Shamsaei, A. Yadollahi, L. Bian, and S. M. Thompson, "An overview of direct laser deposition for additive manufacturing; part ii: Mechanical behavior, process parameter optimization and control," *Additive Manufacturing*, vol. 8, pp. 12–35, 2015.
- [50] S. Natali, A. Brotzu, and D. Pilone, "Comparison between mechanical properties and structures of a rolled and a 3d-printed stainless steel," *Materials*, vol. 12, no. 23, p. 3867, 2019.

- [51] Q. Zhang, J. Xie, T. London, D. Griffiths, I. Bhamji, and V. Oancea, "Estimates of the mechanical properties of laser powder bed fusion ti-6al-4v parts using finite element models," *Materials & Design*, vol. 169, p. 107678, 2019.
- [52] B. Vrancken, L. Thijs, J.-P. Kruth, and J. Van Humbeeck, "Heat treatment of ti6al4v produced by selective laser melting: Microstructure and mechanical properties," *Journal* of Alloys and Compounds, vol. 541, pp. 177–185, 2012.
- [53] B. E. Carroll, T. A. Palmer, and A. M. Beese, "Anisotropic tensile behavior of ti-6al-4v components fabricated with directed energy deposition additive manufacturing," *Acta Materialia*, vol. 87, pp. 309–320, 2015.
- [54] O. Es-Said, J. Foyos, R. Noorani, M. Mendelson, R. Marloth, and B. Pregger, "Effect of layer orientation on mechanical properties of rapid prototyped samples," *Materials* and Manufacturing Processes, vol. 15, no. 1, pp. 107–122, 2000.
- [55] M. Montero, S. Roundy, D. Odell, S.-H. Ahn, and P. K. Wright, "Material characterization of fused deposition modeling (fdm) abs by designed experiments," *Society of Manufacturing Engineers*, vol. 10, no. 13552540210441166, pp. 1–21, 2001.
- [56] S.-H. Ahn, M. Montero, D. Odell, S. Roundy, and P. K. Wright, "Anisotropic material properties of fused deposition modeling abs," *Rapid Prototyping Journal*, vol. 8, pp. 248– 257, 2002.
- [57] V. Schöppner and K. P. KTP, "Mechanical properties of fused deposition modeling parts manufactured with ultem* 9085," in *Proceedings of 69th Annual Technical Conference* of the Society of Plastics Engineers (ANTEC'11), vol. 2, pp. 1294–1298, 2011.
- [58] J. C. Riddick, M. A. Haile, R. Von Wahlde, D. P. Cole, O. Bamiduro, and T. E. Johnson, "Fractographic analysis of tensile failure of acrylonitrile-butadiene-styrene fabricated by fused deposition modeling," *Additive Manufacturing*, vol. 11, pp. 49–59, 2016.
- [59] S. A. Tronvoll, N. P. Vedvik, C. W. Elverum, and T. Welo, "A new method for assessing anisotropy in fused deposition modeled parts using computed tomography data," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 105, no. 1-4, pp. 47– 65, 2019.
- [60] C.-R. A. Ruiz-Huerta L, Hernández-Contreras A.I., "Relationship between inner porosity of filaments and fdm manufactured pieces by computed tomography," in *American Society for Precision Engineering, Dimensional Accuracy and Surface Finish in Additive Manufacturing*, 2016.
- [61] A. du Plessis, S. G. le Roux, and F. Steyn, "Quality investigation of 3d printer filament using laboratory x-ray tomography," 3D Printing and Additive Manufacturing, vol. 3, no. 4, pp. 262–267, 2016.
- [62] S. Mirzababaei and S. Pasebani, "A review on binder jet additive manufacturing of 316l stainless steel," *Journal of Manufacturing and Materials Processing*, vol. 3, no. 3, p. 82, 2019.

- [63] A. Zwiren, "Comparison of binder jetting additive manufacturing to press and sinter 316l stainless steel," 2018.
- [64] A. Hernandez-Contreras, L. Ruiz-Huerta, A. Caballero-Ruiz, V. Moock, and H. R. Siller, "Extended ct void analysis in fdm additive manufacturing components," *Materials*, vol. 13, no. 17, p. 3831, 2020.
- [65] J. F. Rodriguez, J. P. Thomas, and J. E. Renaud, "Characterization of the mesostructure of fused-deposition acrylonitrile-butadiene-styrene materials," *Rapid Prototyping Journal*, vol. 6, no. 3, pp. 175–186, 2000.
- [66] B. N. Turner, R. Strong, and S. A. Gold, "A review of melt extrusion additive manufacturing processes: I. process design and modeling," *Rapid Prototyping Journal*, vol. 20, no. 3, pp. 192–204, 2014.
- [67] T. J. Coogan and D. O. Kazmer, "Bond and part strength in fused deposition modeling," *Rapid Prototyping Journal*, vol. 23, no. 2, pp. 414–422, 2017.
- [68] R. K. Chen, T. T. Lo, L. Chen, and A. J. Shih, "Nano-ct characterization of structural voids and air bubbles in fused deposition modeling for additive manufacturing," in AS-ME 2015 International Manufacturing Science and Engineering Conference, American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, 2015.
- [69] E. A. Papon and A. Haque, "Tensile properties, void contents, dispersion and fracture behaviour of 3d printed carbon nanofiber reinforced composites," *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, vol. 37, no. 6, pp. 381–395, 2018.
- [70] A. Dey and N. Yodo, "A systematic survey of fdm process parameter optimization and their influence on part characteristics," *Journal of Manufacturing and Materials Processing*, vol. 3, no. 3, p. 64, 2019.
- [71] G. Goh, Y. Yap, H. Tan, S. Sing, G. Goh, and W. Yeong, "Process-structure-properties in polymer additive manufacturing via material extrusion: A review," *Critical Reviews* in Solid State and Materials Sciences, pp. 1–21, 2019.
- [72] G. C. Onwubolu and F. Rayegani, "Characterization and optimization of mechanical properties of abs parts manufactured by the fused deposition modelling process," *International Journal of Manufacturing Engineering*, vol. 2014, 2014.
- [73] "Astm 5291:2013 standard terminology for additive manufacturing."
- [74] M. Anoop and P. Senthil, "Homogenisation of elastic properties in fdm components using microscale rve numerical analysis," *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, vol. 41, no. 12, pp. 1–16, 2019.
- [75] P. Liu, Z. Wang, Y. Xiao, R. Lebensohn, Y. Liu, M. Horstemeyer, X. Cui, and L. Chen, "Integration of phase-field model and crystal plasticity for the prediction of processstructure-property relation of additively manufactured metallic materials," *International Journal of Plasticity*, vol. 128, p. 102670, 2020.

- [76] W. K. Liu, P. Cheng, O. L. Kafka, W. Xiong, Z. Liu, Y. Wentao, and J. Smith, "Linking process, structure, and property in additive manufacturing applications through advanced materials modelling," in COMPLAS XIII: proceedings of the XIII International Conference on Computational Plasticity: fundamentals and applications, pp. 23–39, CIMNE, 2015.
- [77] M. Dawoud, I. Taha, and S. J. Ebeid, "Mechanical behaviour of abs: An experimental study using fdm and injection moulding techniques," *Journal of Manufacturing Proces*ses, vol. 21, pp. 39–45, 2016.
- [78] Y. Liao, C. Liu, B. Coppola, G. Barra, L. Di Maio, L. Incarnato, and K. Lafdi, "Effect of porosity and crystallinity on 3d printed pla properties," *Polymers*, vol. 11, no. 9, p. 1487, 2019.
- [79] E. Cuan-Urquizo, E. Barocio, V. Tejada-Ortigoza, R. B. Pipes, C. A. Rodriguez, and A. Roman-Flores, "Characterization of the mechanical properties of fff structures and materials: A review on the experimental, computational and theoretical approaches," *Materials*, vol. 12, no. 6, p. 895, 2019.
- [80] S. Ziemian, M. Okwara, and C. W. Ziemian, "Tensile and fatigue behavior of layered acrylonitrile butadiene styrene," *Rapid Prototyping Journal*, 2015.
- [81] M. Somireddy and A. Czekanski, "Mechanical characterization of additively manufactured parts by fe modeling of mesostructure," *Journal of Manufacturing and Materials Processing*, vol. 1, no. 2, p. 18, 2017.
- [82] C. Casavola, A. Cazzato, V. Moramarco, and C. Pappalettere, "Orthotropic mechanical properties of fused deposition modelling parts described by classical laminate theory," *Materials & design*, vol. 90, pp. 453–458, 2016.
- [83] D. Croccolo, M. De Agostinis, and G. Olmi, "Experimental characterization and analytical modelling of the mechanical behaviour of fused deposition processed parts made of abs-m30," *Computational Materials Science*, vol. 79, pp. 506–518, 2013.
- [84] J. Riddick, A. Hall, M. Haile, R. Von Wahlde, D. Cole, and S. Biggs, "Effect of manufacturing parameters on failure in acrylonitrile-butadiane-styrene fabricated by fused deposition modeling," in 53rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference 20th AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Conference 14th AIAA, p. 1571.
- [85] O. Bamiduro, G. Owolabi, M. A. Haile, and J. C. Riddick, "The influence of load direction, microstructure, raster orientation on the quasi-static response of fused deposition modeling abs," *Rapid Prototyping Journal*, 2019.
- [86] M. Somireddy, C. Singh, and A. Czekanski, "Analysis of the material behavior of 3d printed laminates via fff," *Experimental Mechanics*, vol. 59, no. 6, pp. 871–881, 2019.
- [87] L. C. Sanchez, C. A. G. Beatrice, C. Lotti, J. Marini, S. H. P. Bettini, and L. C. Costa, "Rheological approach for an additive manufacturing printer based on material extrusion," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 105, no. 5-6, pp. 2403–2414, 2019.

- [88] A. E. Costa, A. F. da Silva, and O. S. Carneiro, "A study on extruded filament bonding in fused filament fabrication," *Rapid Prototyping Journal*, 2019.
- [89] J. E. Seppala, S. H. Han, K. E. Hillgartner, C. S. Davis, and K. B. Migler, "Weld formation during material extrusion additive manufacturing," *Soft Matter*, vol. 13, no. 38, pp. 6761–6769, 2017.
- [90] G. A. Drosopoulos, P. Wriggers, and G. E. Stavroulakis, "A multi-scale computational method including contact for the analysis of damage in composite materials," *Computational materials science*, vol. 95, pp. 522–535, 2014.
- [91] V. P. Nguyen, M. Stroeven, and L. J. Sluys, "Multiscale continuous and discontinuous modeling of heterogeneous materials: a review on recent developments," *Journal of Multiscale Modelling*, vol. 3, no. 04, pp. 229–270, 2011.
- [92] Y. Cao, "Representative volume element (rve) finite-element analysis (fea) of al metalmatrix composites," 2016.
- [93] G. Lijun, W. Chengyu, L. Zhanli, and Z. Zhuang, "Theoretical aspects of selecting repeated unit cell model in micromechanical analysis using displacement-based finite element method," *Chinese Journal of Aeronautics*, vol. 30, no. 4, pp. 1417–1426, 2017.
- [94] S. Ilic, K. Hackl, and R. Gilbert, "Application of the multiscale fem to the modeling of cancellous bone," *Biomechanics and modeling in mechanobiology*, vol. 9, no. 1, pp. 87– 102, 2010.
- [95] H. Xu, D. A. Dikin, C. Burkhart, and W. Chen, "Descriptor-based methodology for statistical characterization and 3d reconstruction of microstructural materials," *Computational Materials Science*, vol. 85, pp. 206–216, 2014.
- [96] W. Wang, Y. Dai, C. Zhang, X. Gao, and M. Zhao, "Micromechanical modeling of fiberreinforced composites with statistically equivalent random fiber distribution," *Materials*, vol. 9, no. 8, p. 624, 2016.
- [97] N. Korshunova, J. Jomo, G. Lékó, D. Reznik, P. Balázs, and S. Kollmannsberger, "Image-based material characterization of complex microarchitectured additively manufactured structures," arXiv preprint arXiv:1912.07415, 2019.
- [98] C. Sun and R. Vaidya, "Prediction of composite properties from a representative volume element," *Composites Science and Technology*, vol. 56, no. 2, pp. 171–179, 1996.
- [99] Z. Xia, Y. Zhang, and F. Ellyin, "A unified periodical boundary conditions for representative volume elements of composites and applications," *International journal of solids* and structures, vol. 40, no. 8, pp. 1907–1921, 2003.
- [100] T. Böhlke, K. Jöchen, O. Kraft, D. Löhe, and V. Schulze, "Elastic properties of polycrystalline microcomponents," *Mechanics of Materials*, vol. 42, no. 1, pp. 11–23, 2010.
- [101] M. G. Geers, V. G. Kouznetsova, K. Matouš, and J. Yvonnet, "Homogenization methods and multiscale modeling: nonlinear problems," *Encyclopedia of Computational Mechanics Second Edition*, pp. 1–34, 2017.

- [102] D. H. Pahr and P. K. Zysset, "Influence of boundary conditions on computed apparent elastic properties of cancellous bone," *Biomechanics and modeling in mechanobiology*, vol. 7, no. 6, pp. 463–476, 2008.
- [103] D. Garoz, F. Gilabert, R. Sevenois, S. Spronk, and W. Van Paepegem, "Consistent application of periodic boundary conditions in implicit and explicit finite element simulations of damage in composites," *Composites Part B: Engineering*, vol. 168, pp. 254–266, 2019.
- [104] J. J. Espadas-Escalante, N. P. van Dijk, and P. Isaksson, "A study on the influence of boundary conditions in computational homogenization of periodic structures with application to woven composites," *Composite Structures*, vol. 160, pp. 529–537, 2017.
- [105] B. PENG and W. YU, "A new micromechanics theory for homogenization and dehomogenization of heterogeneous materials," in *American Society of Composites-30th Technical Conference*, 2015.
- [106] M.-J. Pindera, H. Khatam, A. S. Drago, and Y. Bansal, "Micromechanics of spatially uniform heterogeneous media: A critical review and emerging approaches," *Composites Part B: Engineering*, vol. 40, no. 5, pp. 349–378, 2009.
- [107] Z. Xia, C. Zhou, Q. Yong, and X. Wang, "On selection of repeated unit cell model and application of unified periodic boundary conditions in micro-mechanical analysis of composites," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 43, no. 2, pp. 266–278, 2006.
- [108] J. Nordmann, M. Aßmus, and H. Altenbach, "Visualising elastic anisotropy: theoretical background and computational implementation," *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, vol. 30, no. 4, pp. 689–708, 2018.
- [109] S. Mahmood, A. Qureshi, K. L. Goh, and D. Talamona, "Tensile strength of partially filled fff printed parts: meta modelling," *Rapid Prototyping Journal*, 2017.
- [110] O. A. Mohamed, S. H. Masood, and J. L. Bhowmik, "Optimization of fused deposition modeling process parameters for dimensional accuracy using i-optimality criterion," *Measurement*, vol. 81, pp. 174–196, 2016.
- [111] A. Qattawi, B. Alrawi, A. Guzman, et al., "Experimental optimization of fused deposition modelling processing parameters: a design-for-manufacturing approach," Proceedia Manufacturing, vol. 10, pp. 791–803, 2017.
- [112] R. E. Newnham, Properties of materials: anisotropy, symmetry, structure. Oxford University Press on Demand, 2005.
- [113] K. M. Knowles and P. R. Howie, "The directional dependence of elastic stiffness and compliance shear coefficients and shear moduli in cubic materials," *Journal of Elasticity*, vol. 120, no. 1, pp. 87–108, 2015.
- [114] C. Schumacher, S. Marschner, M. Gross, and B. Thomaszewski, "Mechanical characterization of structured sheet materials," ACM Transactions on Graphics (TOG), vol. 37, no. 4, pp. 1–15, 2018.

- [115] P. Vannucci, Anisotropic elasticity. Springer.
- [116] O. Ouchetto, B. Essakhi, S. Jai-Andaloussi, and S. Zaamoun, "Handling periodic boundary conditions on arbitrary mesh," *IET Microwaves, Antennas Propagation*, vol. 12, no. 8, pp. 1266–1272, 2018.
- [117] V.-D. Nguyen, E. Béchet, C. Geuzaine, and L. Noels, "Imposing periodic boundary condition on arbitrary meshes by polynomial interpolation," *Computational Materials Science*, vol. 55, pp. 390–406, 2012.
- [118] A. Akpoyomare, M. Okereke, and M. Bingley, "Virtual testing of composites: Imposing periodic boundary conditions on general finite element meshes," *Composite Structures*, vol. 160, pp. 983–994, 2017.
- [119] M. Okereke and S. Keates, "Finite element applications," Cham: Springer International Publishing AG, 2018.
- [120] F. Ye and H. Wang, "A simple python code for computing effective properties of 2d and 3d representative volume element under periodic boundary conditions," arXiv preprint arXiv:1703.03930, 2017.
- [121] S. L. Omairey, P. D. Dunning, and S. Sriramula, "Development of an abaqus plugin tool for periodic rve homogenisation," *Engineering with Computers*, vol. 35, no. 2, pp. 567– 577, 2019.
- [122] X. Jia, Z. Xia, and B. Gu, "Micro/meso-scale damage analysis of three-dimensional orthogonal woven composites based on sub-repeating unit cells," *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, vol. 47, no. 5, pp. 313–328, 2012.
- [123] W. Wu, J. Owino, A. Al-Ostaz, and L. Cai, "Applying periodic boundary conditions in finite element analysis," in *SIMULIA Community Conference, Providence*, pp. 707–719, 2014.
- [124] W. L. Oberkampf and C. J. Roy, Verification and validation in scientific computing. Cambridge University Press, 2010.
- [125] S. H. Masood, "Advances in fused deposition modeling," 2014.
- [126] S. Kumar, "Selective laser sintering/melting," 2014.
- [127] E. Fuenmayor, M. Forde, A. V. Healy, D. M. Devine, J. G. Lyons, C. McConville, and I. Major, "Material considerations for fused-filament fabrication of solid dosage forms," *Pharmaceutics*, vol. 10, no. 2, p. 44, 2018.
- [128] J. Aho, J. P. Bøtker, N. Genina, M. Edinger, L. Arnfast, and J. Rantanen, "Roadmap to 3d-printed oral pharmaceutical dosage forms: feedstock filament properties and characterization for fused deposition modeling," *Journal of pharmaceutical sciences*, vol. 108, no. 1, pp. 26–35, 2019.
- [129] N. Venkataraman, S. Rangarajan, M. Matthewson, B. Harper, A. Safari, S. Danforth, G. Wu, N. Langrana, S. Guceri, and A. Yardimci, "Feedstock material property-process relationships in fused deposition of ceramics (fdc)," *Rapid Prototyping Journal*, 2000.

- [130] J. Comb, W. Priedeman, and P. W. Turley, "Fdm® technology process improvements," in 1994 International Solid Freeform Fabrication Symposium, 1994.
- [131] J. M. Nasereddin, N. Wellner, M. Alhijjaj, P. Belton, and S. Qi, "Development of a simple mechanical screening method for predicting the feedability of a pharmaceutical fdm 3d printing filament," *Pharmaceutical research*, vol. 35, no. 8, p. 151, 2018.
- [132] C. M. González-Henríquez, M. A. Sarabia-Vallejos, and J. Rodriguez-Hernandez, "Polymers for additive manufacturing and 4d-printing: Materials, methodologies, and biomedical applications," *Progress in Polymer Science*, vol. 94, pp. 57–116, 2019.
- [133] A. Standard, "D638, 2010,"standard test method for tensile properties of plastics,.^astm international, west conshohocken, pa, 2010, doi: 10.1520/d0638-10."
- [134] S. Li and A. Wongsto, "Unit cells for micromechanical analyses of particle-reinforced composites," *Mechanics of materials*, vol. 36, no. 7, pp. 543–572, 2004.
- [135] W.-N. Zou, C.-X. Tang, and W.-H. Lee, "Identification of symmetry type of linear elastic stiffness tensor in an arbitrarily orientated coordinate system," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 50, no. 14-15, pp. 2457–2467, 2013.
- [136] A. K. Kaw, Mechanics of composite materials. CRC press, 2005.
- [137] D. Healy, N. E. Timms, and M. A. Pearce, "The variation and visualisation of elastic anisotropy in rock forming minerals," *Solid earth*, 2020.
- [138] C. Hergl, T. Nagel, O. Kolditz, and G. Scheuermann, "Visualization of symmetries in fourth-order stiffness tensors," in 2019 IEEE Visualization Conference (VIS), pp. 291– 295, IEEE, 2019.
- [139] S. Sheth, R. M. Taylor, and H. Adluru, "Numerical investigation of stiffness properties of fdm parts as a function of raster orientation," *Solid Freeform Fabrication*, 2017.
- [140] A. Bellini and S. Güçeri, "Mechanical characterization of parts fabricated using fused deposition modeling," *Rapid Prototyping Journal*, 2003.
- [141] B. Rankouhi, S. Javadpour, F. Delfanian, and T. Letcher, "Failure analysis and mechanical characterization of 3d printed abs with respect to layer thickness and orientation," *Journal of Failure Analysis and Prevention*, vol. 16, no. 3, pp. 467–481, 2016.
- [142] T. Letcher, B. Rankouhi, and S. Javadpour, "Experimental study of mechanical properties of additively manufactured abs plastic as a function of layer parameters," in ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, vol. 57359, p. V02AT02A018, American Society of Mechanical Engineers, 2015.
- [143] S. N. Cerda-Avila, H. I. Medellín-Castillo, and D. F. de Lange, "Analysis and numerical simulation of the structural performance of fused deposition modeling samples with variable infill values," *Journal of Engineering Materials and Technology*, vol. 141, no. 2, p. 021005, 2019.

- [144] F. Górski, W. Kuczko, R. Wichniarek, and A. Hamrol, "Computation of mechanical properties of parts manufactured by fused deposition modeling using finite element method," in 10th International Conference on Soft Computing Models in Industrial and Environmental Applications, pp. 403–413, Springer, 2015.
- [145] S. C. Cowin and M. M. Mehrabadi, "On the identification of material symmetry for anisotropic elastic materials," *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, vol. 40, no. 4, pp. 451–476, 1987.
- [146] E. B. Tadmor, R. E. Miller, and R. S. Elliott, Continuum mechanics and thermodynamics: from fundamental concepts to governing equations. Cambridge University Press, 2012.

Apéndice A

Coeficientes de Variación

La Tabla A.1 muestra los coeficientes de variación (CV) de los datos experimentales. Para obtener el CV se utiliza la formula

$$CV = \frac{Desviacionestandar}{Promedio}$$
(A.1)

Especimen	Módulo de Young [%]	Esfuerzo de cedencia [%]	Esfuerzo a la ruptura [%]	Deformación a la ruptura [%]
Filamentos	3.7	3.4	6	118
Rasters	4.3	9.3	9.8	19
F_{90}	0.92	1.2	0.9	27.1
E_{90}	0.81	0.8	1.5	15.4
U_{90}	1.4	3.7	4	8.5
F_{45}	1.2	1.2	2.8	18.6
E_{45}	1.3	2.2	2.5	17.7
U_{45}	2.2	3.4	4.5	9.1

Tabla A.1: Coeficientes de variación de los datos experimentales

Apéndice B Simetrías del tensor de rigidez

La relación entre las diferentes clases de simetría es ilustrada en la Fig. B.1. Las flechas indican como una clase de simetría es obtenida a partir de otra al añadir planos de simetría.



Figura B.1: Las ocho clases distintas de simetría del tensor de elasticidad [138,145,146]

A continuación, se enlistan las matrices correspondientes a las ocho diferentes clases de simetría. Las matrices se dan junto con el número de constantes elásticas N_C y el número de

planos de simetría N_P [100, 108, 135].

Triclínico o anisotrópico ($N_C = 21, N_P = 0$):

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & sim. & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix}$$
(B.1)

Monoclínico ($N_C = 13, N_P = 1$):

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & 0 & 0 \\ & & C_{33} & C_{34} & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & & C_{66} \end{bmatrix}$$
(B.2)

Ortotrópico o rómbico $(N_C = 9, N_P = 3)$:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & sim. & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix}$$
(B.3)

Trigonal $(N_C = 6, N_P = 3)$:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{13} & -C_{14} & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & sim. & & C_{44} & C_{14} \\ & & & & & (C_{11} - C_{12})/2 \end{bmatrix}$$
(B.4)

Tetragonal($N_C = 6, N_P = 5$):

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & & C_{44} & 0 \\ & & & & & & C_{66} \end{bmatrix}$$
(B.5)

Transversalmente isotrópico o hexagonal ($N_C = 5, N_P = 1 + \infty$):

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & sim. & & C_{44} & 0 \\ & & & & & (C_{11} - C_{12})/2 \end{bmatrix}$$
(B.6)

Cúbico $(N_C = 3, N_P = 9)$:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ sim. & & & C_{44} & 0 \\ & & & & & C_{44} \end{bmatrix}$$
(B.7)

Isotrópico $(N_C = 2, N_P = \infty)$:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & (C_{11} - C_{12})/2 & 0 & 0 \\ & sim. & & & (C_{11} - C_{12})/2 & 0 \\ & & & & & (C_{11} - C_{12})/2 \end{bmatrix}$$
(B.8)