



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

**LICENCIATURA EN CIENCIA DE
MATERIALES SUSTENTABLES**

Escuela Nacional de Estudios Superiores
Unidad Morelia

**CARACTERIZACIÓN DE UN FLUJO
ROTATORIO**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
**LICENCIADO EN CIENCIA DE MATERIALES
SUSTENTABLES**

P R E S E N T A

JOSÉ LUIS MORÓN CRUZ

DIRECTOR DE TESIS: DR. ALBERTO BELTRÁN MORALES

Morelia, Michoacán, México

Agosto, 2021



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS SUPERIORES, UNIDAD MORELIA
SECRETARÍA GENERAL
SERVICIOS ESCOLARES

MTRA. IVONNE RAMÍREZ WENCE

DIRECTORA

DIRECCIÓN GENERAL DE ADMINISTRACIÓN ESCOLAR

P R E S E N T E

Por medio de la presente me permito informar a usted que en la **sesión ordinaria 05** del **H. Consejo Técnico** de la Escuela Nacional de Estudios Superiores (ENES) Unidad Morelia celebrada el día **19 de mayo del 2021**, acordó poner a su consideración el siguiente jurado para la presentación del Trabajo Profesional del alumno (a) **José Luis Morón Cruz** adscrito a la Licenciatura en Ciencia de Materiales Sustentables con número de cuenta **417065670**, quien presenta el trabajo titulado: "Caracterización de un flujo rotatorio." bajo la dirección como **tutor** del Dr. Alberto Beltrán Morales.

Presidente:	Dr. Carlos Alberto García Bustamante
Vocal:	Dr. José Núñez González
Secretario:	Dr. Alberto Beltrán Morales
Suplente 1:	Dr. Michel Alejandro Rivero Corona
Suplente 2:	Dr. Juan Cristóbal Camacho Arriaga

Sin otro particular, quedo de usted.

A t e n t a m e n t e
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Morelia, Michoacán a 30 de junio del 2021.

DRA. YESENIA ARREDONDO LEÓN
SECRETARIA GENERAL

CAMPUS MORELIA

Antigua Carretera a Pátzcuaro N° 8701, Col. Ex Hacienda de San José de la Huerta
58190, Morelia, Michoacán, México. Tel: (443)689.3500 y (55)56.23.73.00, Extensión Red UNAM: 80614

www.enesmorelia.unam.mx

AGRADECIMIENTOS INSTITUCIONALES

Agradezco el financiamiento de esta investigación al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) de la UNAM a través del proyecto UNAM-DGAPA-PAPIIT IN108619 *Flujo en un electrodo de metal líquido: Efecto de la velocidad en el potencial eléctrico*.

Le doy las gracias por la oportunidad de realizar mi investigación así como la supervisión de la misma al Dr. Alberto Beltrán Morales quién fungió como mi asesor de tesis. De igual forma agradezco la orientación, comentarios y sugerencias en distintas partes de la investigación al Dr. Michel Alejandro Rivero Corona y a la Lic. Karla Paola Acosta Zamora. Adicionalmente, se agradece al Lic. Alejandro Pompa García y al M. C. Alberto López Vivas por la configuración del software y equipos de cómputo usados para las simulaciones numéricas.

Finalmente, agradezco a mis profesores y compañeros de la licenciatura por mi formación y ayuda a lo largo de la misma. Así como también doy gracias al Lic. Alejandro Rebollar y al Lic. Agustín Martínez del Departamento de Servicios Escolares de la ENES Morelia por su orientación y apoyo para realizar los trámites necesarios para mi titulación.

AGRADECIMIENTOS PERSONALES

Agradezco principalmente a mis padres: Lucina y José Luis que desde el inicio han sido mi apoyo, mi fuerza, mi motivación; para ellos dedico cada triunfo en mi vida.

A mis hermanos: Andrea, Alberto y Hugo; y a mis amigos: Juan Carlos, Pamela, Santiago y Lupita, por siempre estar presentes en cada momento sea bueno o malo y por impulsarme a ser mejor.

A mis compañeros: Felipe, Eduardo, David, Abril, Itzayana y Ernesto, por su apoyo, sus animos y sus consejos.

Especial agradecimiento a Mariana, por su cariño, paciencia y motivación a lo largo de este proceso.

Gracias a mis profesores de la carrera, por enseñarme todo lo que sé y más que eso, guiarme para ser una mejor persona y profesional. Mis especiales agradecimientos al Dr. Alberto Beltrán por apoyarme incondicionalmente en la obtención de este objetivo y depositar su confianza en mí desde el inicio.

Finalmente, a Dios porque sin él nada de esto habría sido posible.

RESUMEN

Si bien el estudio de los flujos estables y rotacionalmente simétricos datan de los años 50's, el estudio de los flujos giratorios confinados es de gran importancia en la ciencia e ingeniería de materiales. Destaca el desarrollo de viscosímetros y maquinaria rotante como bombas y/o turbinas.

En este trabajo se presentan mediciones de perfiles de velocidad obtenidos mediante la técnica de velocimetría de ultrasonido por efecto Doppler (UDV, por sus siglas en inglés), para caracterizar el flujo de agua confinado en un contenedor cilíndrico. En particular, la tapa superior del contenedor rota a una velocidad angular constante en el rango de 50 a 100 rpm y se reportan mediciones de cuatro perfiles en la dirección radial colocados a distintas alturas.

Adicionalmente, se presentan resultados numéricos para dicho flujo. Las ecuaciones de conservación de masa y de Navier-Stokes (ecuación de conservación de cantidad de movimiento lineal) para un fluido incompresible y newtoniano fueron resueltas usando el software comercial COMSOL Multiphysics[®].

Los resultados muestran que el flujo presenta un comportamiento rotatorio similar al movimiento de la tapa giratoria (forzante). Conforme aumenta la velocidad de rotación, el flujo alcanza velocidades más elevadas que se encuentran confinadas cerca de las paredes del contenedor.

Palabras clave: Flujo rotatorio, UDV, COMSOL, agua, número de Reynolds.

ABSTRACT

Although the study of stable and rotationally symmetric flows dates back to the 50s, the study of confined rotating flows is of great importance in materials science and engineering. The development of viscometers and rotating machinery such as pumps and / or turbines stands out.

Measurements of velocity work profiles obtained using the ultrasound velocimetry technique by Doppler effect (UDV) to characterize the flow of water confined in a cylindrical container are presented. In particular, the upper lid of the container rotates at a constant angular speed in the range of 50 to 100 rpm and it has been possible to measure four profiles in the radial direction placed at different heights.

In addition, numerical results are presented for this flow. The Navier-Stokes equations (conservation of linear momentum) for an incompressible and newtonian fluid were solved using the commercial software COMSOL Multiphysics[®].

The results show that the flow presents a rotational behavior similar to the movement of the rotating cap (forcing). As the rotation speed increases, the flow reaches higher speeds that are confined near the walls of the container.

Keywords: Rotational flow, UDV, COMSOL, water, Reynolds number.

ÍNDICE GENERAL

AGRADECIMIENTOS INSTITUCIONALES	3
AGRADECIMIENTOS PERSONALES	4
RESUMEN	5
ABSTRACT	6
ÍNDICE GENERAL	7
ÍNDICE DE FIGURAS	9
ÍNDICE DE TABLAS	12
CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN	1
1.1. Antecedentes	3
CAPÍTULO II: CONFIGURACIÓN EXPERIMENTAL	11
2.1. Diseño experimental	11
2.1.1. Caracterización del motor de pasos	15
2.1.2. Propiedades de los líquidos	17
2.2. Velocimetría de Ultrasonido por efecto Doppler (UDV)	19
CAPÍTULO III: METODOLOGÍA EXPERIMENTAL	22
3.1. Mediciones de perfiles de velocidad	22

CAPÍTULO IV: MODELADO Y SIMULACIÓN	28
4.1. Modelo matemático	28
4.2. Simulación del flujo rotatorio de un líquido	30
4.2.1. Ecuaciones dominantes	31
4.2.2. Condiciones de frontera	32
4.2.3. Mallado de geometría	34
4.3. Simulación de un flujo rotatorio 3D	35
4.3.1. Mallado de geometría	36
4.4. Configuración esperada para el flujo	37
CAPÍTULO V: RESULTADOS Y DISCUSIÓN	38
5.1. Resultados numéricos axisimétricos	38
5.2. Resultados numéricos 3D	41
5.3. Resultados experimentales	44
CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO	49
APÉNDICE A: ESTUDIO MOTORES	52
APÉNDICE B: PROPIEDADES DE MOTOR STP-57D100	57
B.0.1. Propiedades motor	57
B.0.2. Código y conexión	57
REFERENCIAS	60

ÍNDICE DE FIGURAS

2.1.	Vista frontal del modelo gráfico CAD con sus distintos componentes.	12
2.2.	a) Modelo gráfico CAD, b) Diseño real montado en la mesa óptica.	13
2.3.	Vista isométrica del modelo gráfico CAD.	13
2.4.	Vista frontal, isométrica y superior del modelo gráfico CAD de la base del cilindro.	14
2.5.	Vista frontal, isométrica y superior del modelo CAD de la tapa superior rotatoria.	15
2.6.	Vista frontal, superior, isométrica y lateral del modelo CAD de la estructura de soporte del motor.	16
2.7.	Montaje experimental usado para validar la velocidad angular del motor.	16
2.8.	Trayectoria del punto de la tapa a lo largo de la coordenada x y como función del tiempo. De arriba hacia abajo se presentan los resultados para 50, 70, 90 y 100 rpm.	18
2.9.	Haz ultrasónico transmitido a una partícula a diferentes tiempos [20]	20
3.1.	Velocímetro DOP 4000, imagen tomada del fabricante [20].	23
3.2.	Arreglo experimental de los transductores para la medición de los perfiles de velocidad.	24

4.1. La geometría original en 3D puede suponerse en 2D dada la axisimetría del problema.	31
4.2. Condiciones de frontera.	33
4.3. Mallado tetraédrico de la geometría axisimétrica.	34
4.4. Vista isométrica de la geometría de la cavidad cilíndrica. . .	35
4.5. Mallado 3D del dominio del fluido.	36
5.1. Magnitud de velocidad y líneas de corriente para: a) $Re = 1.1 \times 10^4$, b) $Re = 1.5 \times 10^4$, c) $Re = 2 \times 10^4$, y d) $Re = 2.2 \times 10^4$	39
5.2. Perfiles de velocidad numéricos para el transductor P1. . . .	40
5.3. Perfiles de velocidad numéricos para el transductor P2. . . .	40
5.4. Perfiles de velocidad para el transductor P4.	41
5.5. Magnitud de velocidad y líneas de corriente para $Re = 1.1 \times 10^4$ para vistas en los planos a) XZ y b) YZ	42
5.6. Perfil de velocidad a 14, 16, 18 y 20 segundos para el transductor P1.	42
5.7. Perfil de velocidad a 14, 16, 18 y 20 segundos para el transductor P2.	43
5.8. Perfil de velocidad a 14, 16, 18 y 20 segundos para el transductor P4.	44
5.9. Magnitud de los perfiles de velocidad para $Re = 1.1 \times 10^4$ en las posiciones de los transductores: a) P1, b) P2, c) P3, y d) P4.	45
5.10. Velocidad radial para $Re = 1.55 \times 10^4$ en: a) P1 y b) P4. . . .	46
5.11. Velocidad radial para $Re = 2 \times 10^4$ en: a) P1 y b) P4.	46
5.12. Velocidad radial para $Re = 2.2 \times 10^4$ en: a) P1 y b) P4.	47
A.1. Motor de paso bipolar PM55L-048-HHD0, imagen obtenida de [8]	53

A.2. Motor de paso bipolar STP-57D100, imagen obtenida de [10]	54
A.3. Motor de paso bipolar PM55L-048, imagen obtenida de [8]	55
A.4. Motor unipolar NEMA 17hs4401, imagen obtenida de [8]	56
B.1. Conexión de un motor bipolar	58
B.2. Fuente Keithley 2200-32-3, imagen obtenida de [7]	59

ÍNDICE DE TABLAS

1.1. Parámetros usados en el experimento reportado por Brito <i>et al.</i> [5].	6
1.2. Parámetros usados en el experimento reportado por Rivero <i>et al.</i> [17]	8
1.3. Parámetros usados en el experimento reportado por Domínguez <i>et al.</i> [9]	8
1.4. Parámetros usados en el experimento reportado por Rivero <i>et al.</i> [18]	9
2.1. Resultados de la medición de velocidad angular usando el software Tracker versión 5.1.	17
2.2. Densidad, viscosidad dinámica y conductividad eléctrica para el agua desionizada y algunos fluidos conductores.	19
3.1. Posicionamiento vertical y angular de los transductores con respecto al eje del primer transductor.	24
3.2. Parámetros para el análisis experimental en el software UDOP.	27
5.1. Comparación entre periodos del flujo experimental y de la velocidad de rotación de la tapa superior.	47
A.1. Parámetros del motor modelo PM55L-048-HHD	54
A.2. Parámetros del motor modelo STP-57D100	54
A.3. Parámetros del motor modelo PM55L-048	55

A.4. Parámetros del motor modelo NEMA 17hs4401	55
--	----

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

La propiedad fundamental que caracteriza a los fluidos (líquidos y gases) es que carecen de rigidez y en consecuencia se deforman fácilmente. Por este motivo un fluido no tiene forma y diferentes porciones del mismo se pueden acomodar dentro del recipiente que lo contiene [12].

Gran parte de los fluidos utilizados en el mundo tienen como característica física la opacidad, lo cual nos dificulta la posibilidad a simple vista de inferir el comportamiento de flujos al ser manipulados de alguna u otra forma. Además de que, en ocasiones, dichos fluidos son transportados por medio de tuberías rígidas, a través de las cuales tampoco es posible visualizar el flujo.

En la industria existe una gran necesidad de caracterizar el comportamiento de algunos fluidos opacos (petróleo, leche, lodo, metales líquidos, etc.); en especial, caracterización de la velocidad del flujo a través de tuberías (que es por dónde suele ser el transporte). Sin embargo, la mayoría de los métodos para la medición tanto de la velocidad como de otros parámetros son de carácter intrusivo, de manera que al estar en contacto con el fluido pueden modificar los patrones de flujo e incluso contaminarlo.

Una de las aplicaciones tecnológicas de interés para el grupo de trabajo y en donde se tienen metales en estado líquido (fluidos opacos) son las baterías de metal líquido (BML). El almacenamiento de energía a gran escala está preparado para desempeñar un papel fundamental en la mejora de la estabilidad, la seguridad y la confiabilidad de la red eléctrica del mañana, incluido el soporte de recursos renovables intermitentes [15]. Estas baterías son atractivas debido a su pequeño tamaño y ubicación flexible; sin embargo, las tecnologías de batería convencionales no pueden cumplir con los exigentes requisitos de bajo costo y larga vida útil de esta aplicación [4].

En este trabajo se usa la técnica de medición para velocidades de flujos de fluidos conocida como velocimetría de ultrasonido por efecto Doppler (UDV, por sus siglas en inglés) en el cual un emisor envía periódicamente una breve ráfaga ultrasónica y un receptor recolecta continuamente ecos de partículas que pueden estar presentes en la trayectoria del haz ultrasónico. De modo que, al muestrear los ecos entrantes al mismo tiempo en relación con la emisión de las ráfagas, se puede calcular la velocidad de las partículas [20].

En particular, se estudia el flujo creado en una cavidad cilíndrica llena de agua. La tapa superior rota a una velocidad angular constante mientras que la pared lateral y tapa del fondo permanecen estacionarias. El tipo de patrones de flujo generados cobra relevancia en áreas de la ingeniería, como viscosímetros rotacionales, maquinaria centrífuga, bombeo de metales líquidos, crecimiento de cristales de silicio fundido en extractores de cristales de Czochralski, etcétera.

Es importante mencionar que la técnica UDV usada en el presente trabajo ha sido probada con éxito por el grupo de trabajo para la medición de perfiles de velocidad en configuraciones experimentales relacionadas a las BML [14]. Las mediciones experimentales obtenidas se complementan con simulaciones numéricas preliminares obtenidas con el software comercial COMSOL Multiphysics[®] para condiciones similares del flujo.

1.1. Antecedentes

El estudio de flujos estables y rotacionalmente simétricos se datan desde el año de 1950, cuando George Keith Batchelor describió en uno de sus artículos familias de soluciones de uno y dos parámetros para flujo viscoso rotacionalmente simétrico constante. Menciona que la familia de un parámetro representa un flujo, el cual se asocia a la rotación de un cuerpo rígido en el infinito y sobre un plano a través del origen; mientras que, la familia de dos parámetros representa un flujo que es una rotación de cuerpo rígido sobre cada uno de los dos planos a una distancia finita [2].

Batchelor realizó una generalización de un estudio hecho por Theodore Von Karmán en 1921 [13], éste fue un estudio analítico sobre las ecuaciones de movimiento de Navier-Stokes que describe el flujo constante de un fluido viscoso en una región semi-infinita limitada por un disco giratorio infinito.

En este estudio se encuentra una solución para cada valor de γ/ω , siendo γ la velocidad angular uniforme alrededor del eje de rotación del disco y ω la velocidad angular del disco giratorio, tomando valores desde $-\infty$ a $+\infty$.

Se menciona que el caso del número de Reynolds con valor grande es particularmente interesante, ya que los dos planos delimitadores están se-

parados por una región de rotación y traslación del cuerpo rígido en la que los efectos viscosos son insignificantes.

Con base en este trabajo, años más tarde Keith Stewartson realizó un estudio teórico y experimental sobre el movimiento constante de un fluido viscoso confinado entre dos discos giratorios coaxiales [21].

En el trabajo anteriormente realizado por Batchelor, se habían obtenido ecuaciones diferenciales que pueden usarse para determinar el flujo cerca de un disco giratorio cuando el fluido en el infinito gira alrededor del mismo eje, y también el flujo entre dos discos coaxiales giratorios. No obtuvo ninguna solución explícita pero había predicho la naturaleza general del flujo.

Stewartson encontró experimentalmente que cuando los discos están girando en el mismo sentido, el cuerpo principal del fluido gira con una velocidad angular constante entre los de los dos discos, y los discos se atraen entre sí, mostrando que la presión disminuye en la región entre los dos discos. Esto está de acuerdo con las predicciones de Batchelor. Sin embargo, cuando los discos giran en sentidos opuestos, no hay acuerdo. En cambio, se encuentra que el cuerpo principal del fluido no tiene velocidad angular sino solo una ligera velocidad radial hacia adentro y los discos se repelen entre sí, lo que muestra que la presión entre los discos aumenta.

En cuanto a la configuración experimental, Stewartson realizó su estudio con dos discos de cartón liso, cada uno de 6 pulgadas de diámetro, uno de los cuales estaba unido al motor del torno y el otro al carro del torno en el que se fijaba un pequeño motor eléctrico. Usando estos dos motores fue posible dar a cada disco velocidades angulares en cualquier sentido hasta aproximadamente 250 rad/s.

En la investigación teórica realizada por Stewartson, la solución de las ecuaciones se obtuvo como una serie de potencias en el número de Reynolds del movimiento en tres casos típicos. De estos, el primero, cuando los discos giran en la misma dirección con la misma velocidad angular, puede extenderse a la vez a números de Reynolds grandes, pero en los otros dos, es decir, cuando un disco está en reposo o cuando los discos giran en direcciones opuestas con la misma velocidad angular, se debió asumir que la perturbación del cuerpo principal del fluido es pequeña para completar la solución.

En el año de 1998, Bessaih *et al.* [3] presentaron un estudio numérico del flujo laminar MHD impulsado por un disco giratorio en la parte superior de un cilindro lleno de un metal líquido. Además realizaron un estudio sobre el efecto de la conductividad de las paredes superior, inferior y vertical sobre el flujo.

En esta solución numérica usaron una relación de aspecto $H/R = 2.2$, donde H es la altura del cilindro y R es el radio del mismo, con un número de Reynolds $Re = 1000$ y en cuanto al número de Hartmann se usó el valor de $Ha = 100$.

Sus resultados muestran que puede haber un control en el comportamiento del flujo mediante una buena elección de las conductividades eléctricas de las paredes del disco y del cilindro.

En el trabajo de Brito *et al.* [5] hicieron una medición, por primera vez, de la velocidad de flujo en un vórtice de galio líquido. El cual fue medido utilizando la técnica UDV.

En su trabajo se reporta la estructura de funcionamiento con un cilindro de cobre, el cual se llena de galio (Ga) líquido, dentro del cual se introduce un disco y se hace girar para crear un vórtice turbulento con un campo de velocidad simétrico dominante con poca variación en la dirección axial. Los principales parámetros experimentales se muestran en la Tabla 1.1.

Radio interno (mm)	40	Campo magnético (T)	0
Altura	130	Fluido	Ga
Grosor pared (mm)	10	Viscosidad cinemática (m^2/s)	3.3×10^{-7}
Velocidad motor (rpm)	500-3000	Conductividad (S/m)	6.78×10^6

Tabla 1.1: Parámetros usados en el experimento reportado por Brito *et al.* [5].

Al trabajar con Ga en su estado líquido, se mencionan algunas dificultades, las cuales estaban principalmente relacionadas con la excepcional afinidad del galio con el oxígeno. Los óxidos de galio cubren la superficie del galio líquido en pocos minutos cuando no está en contacto con la atmósfera; un contenido de oxígeno tan bajo como 2 ppm es suficiente para que la oxidación comience [16]. La dispersión de las partículas de óxido en las paredes del cilindro causó una atenuación del haz ultrasónico, por lo que no fue posible obtener perfiles confiables con UDV.

Estudios más recientes reportados por Thess *et al.* [23] han mostrado el efecto de un campo magnético uniforme en la descomposición del vórtice en un cilindro cerrado con tapa superior giratoria.

Como fluidos de trabajo se utilizaron Mercurio (Hg) y Galinstano (GaInSn). Para el cilindro se usó una relación de $1.5 < \Gamma < 2$, donde Γ establece la relación $\Gamma = H/R$. Además el trabajo se realizó en un rango para el número de Reynolds $800 < Re < 2300$, donde el número de Reynolds está dado por

$Re = \Omega R^2/\nu$ donde Ω es la velocidad angular y ν es la viscosidad cinemática del fluido. En cuanto al número de Hartmann realizaron una variación en el rango de $0 < Ha < 10$, donde $Ha = BR\sqrt{\sigma/\rho\nu}$ siendo B el campo magnético, σ la conductividad eléctrica y ρ la densidad del fluido.

Los resultados mostraron que, cuando Ha aumenta, la estructura del vórtice es suprimida por el campo magnético, y los comportamientos de la descomposición del vórtice considerando las condiciones de los límites eléctricos son totalmente diferentes.

En el trabajo de Rivero *et al.* [17], se realizó un estudio experimental sobre el flujo magnetohidrodinámico (MHD) inducido por imanes permanentes giratorios en presencia de una capa de GaInSn. Exploraron conjuntos de uno a cinco imanes, ubicados debajo de la capa, distribuidos uniformemente en un distanciador constante del eje de rotación, con imanes de un diámetro de 12.7 mm y la frecuencia de rotación del imán varió de 0.4 a 6.1 Hz obteniendo una frecuencia de forzamiento en los rangos 0.3 - 0.4 Hz. La componente de velocidad radial del flujo fue registrada usando UDV. En la Tabla 1.2 se muestra los principales parámetros del experimento.

Para los conjuntos de imanes colocados en el radio más grande, se observó un flujo rotatorio con una frecuencia de un orden de magnitud menor que la frecuencia de forzamiento. Además, para frecuencias de forzamiento pequeñas, las características de flujo son similares a las observadas con matrices de imanes en el radio más grande, pero para frecuencias de forzamiento grandes, se puede inferir un vórtice giratorio excéntrico a partir de las lecturas de UDV.

Radio interno (mm)	101.6	Campo magnético (T)	0.67
Altura	13	Fluido	GaInSn
Grosor pared (mm)	6	Viscosidad cinemática (m ² /s)	3.3×10 ⁻⁷
Velocidad motor (rpm)	1700	Conductividad (S/m)	3.4×10 ⁶

Tabla 1.2: Parámetros usados en el experimento reportado por Rivero *et al.* [17]

En el trabajo de Domínguez *et al.* [9] se describen observaciones experimentales de una inestabilidad de vórtice de superficie libre en una capa de metal líquido poco profunda, el flujo MHD es generado por diferentes conjuntos de barras magnetizadas giratorias ubicadas debajo del fondo de un recipiente cilíndrico aislado eléctricamente. Los principales parámetros se reportan en la Tabla 1.3.

Radio interno (mm)	101	Campo magnético (T)	0.2
Altura	6 a 17	Fluido	GaInSn
Grosor pared (mm)	6	Viscosidad cinemática (m ² /s)	3.3×10 ⁻⁷
Velocidad motor (rpm)	1700	Conductividad (S/m)	3.4×10 ⁶

Tabla 1.3: Parámetros usados en el experimento reportado por Domínguez *et al.* [9]

Con el objetivo de disminuir la velocidad de oxidación de la aleación, se vertió sobre ella una capa delgada de 3 mm de solución de ácido clorhídrico (HCl). Debajo de la pared inferior del cilindro, se colocaron conjuntos de una, tres, cuatro o cinco barras de imán de neodimio (Nd) rectangulares. Todos los imanes se magnetizaron uniformemente perpendicularmente a un par de caras del área más amplia con una fuerza máxima de $B = 0.2$ T en la superficie del imán. La frecuencia de rotación de los conjuntos de imanes varía de 0 a 7.5 Hz. Con una frecuencia de forzamiento máxima de 35 Hz.

Los resultados mostraron que la inestabilidad aparece espontáneamente siempre que el grosor de la capa de metal líquido sea inferior a 9 mm y las velocidades de rotación sean mayores que un valor crítico que depende

del número de imanes. Estas condiciones crean una región vacía de metal líquido que toma una forma regular que gira de manera uniforme con una frecuencia de un orden de magnitud menor que la frecuencia de forzamiento. Además de que cuando la pared inferior del contenedor está aislada eléctricamente, la estructura triangular parece ser la más estable para los flujos impulsados por tres, cuatro y cinco imanes giratorios.

Finalmente, en el trabajo de Rivero *et al.* [18] se estudió la velocidad de flujo generada por un cilindro sumergido en una capa de fluido inactivo y realizando oscilación torsional (problema denominado como la segunda configuración cilíndrica del problema de Stokes). Además, el grosor de la capa límite fue estimado a partir de tres metodologías diferentes: numérica, integral (relacionada con el flujo de masa total en movimiento) y diferencial (definida en términos de esfuerzo cortante).

Como fluido de trabajo se usó agua con un espesor de capa de 10 cm, contenido en una caja de $30 \times 30 \times 12 \text{ cm}^3$, la cual estaba abierta por la parte de arriba. En el centro geométrico del recipiente de vidrio se encontraba un cilindro rígido de 2 cm de largo y un radio de 1.2 cm, el cual fue acoplado al eje de un motor eléctrico el cual recibía señales sinusoidales a través de un generador de funciones. Los parámetros usados se muestran en la Tabla 1.4.

Radio interno (mm)	6	Campo magnético (T)	0
Altura	100	Fluido	Agua
Grosor pared (mm)	–	Viscosidad cinemática (m^2/s)	10^{-6}
Velocidad motor (rpm)	65	Conductividad (S/m)	5×10^{-2}

Tabla 1.4: Parámetros usados en el experimento reportado por Rivero *et al.*[18]

La velocidad obtenida analíticamente se comparó con las mediciones de velocimetría por imágenes de partículas (PIV, por sus siglas en inglés). Se reporta un buen acuerdo entre las tres metodologías exploradas: analítica, numérica y experimental. Además la solución exacta y los resultados numéricos presentaron un buen acuerdo cuantitativo.

CAPÍTULO II

CONFIGURACIÓN EXPERIMENTAL

En este capítulo se presenta el diseño experimental, la caracterización de parámetros y la técnica de medición.

2.1. Diseño experimental

Para el diseño de cada una de las piezas que componen el dispositivo experimental se usó el software comercial SolidWorks[®] versión 2018.

El modelo físico consiste de cuatro componentes referidos en la Figura 2.1, los cuales son:

1. Una base cuadrada conformada por dos placas paralelas de acrílico, cada una de ellas de 150 mm por lado y 3 mm de grosor; la placa superior con una abertura de 96 mm donde se introduce el cilindro, ver Figura 2.4.
2. Un contenedor cilíndrico de vidrio con diámetro externo de 95 mm, una altura de 90 mm y un grosor de pared de 3.5 mm.
3. Una tapa superior de acrílico de 87 mm de diámetro y 3 mm de grosor. Esta tapa está sujeta a una base cúbica que tiene una cavidad cilíndrica

de 13 mm de diámetro y 12 mm de profundidad en la cual se introduce el eje de un motor de pasos, responsable de hacer girar la tapa, ver Figura 2.5.

4. Estructura de soporte para el motor fabricada en acrílico. Esta base tiene una placa de 3 mm de grosor y dimensiones de 250 mm de largo por 125 mm de ancho. En el centro tiene un perforación de 40 mm de diámetro, por el cual entra el eje del motor que se sujeta a la placa mediante cuatro tornillos colocados en sus esquinas; la placa de la base está soportada por cuatro columnas con una longitud de 125 mm y de sección transversal cuadrada (12 mm de lado). En su base las columnas se encuentran sujetas a una mesa óptica mediante pequeñas placas, de manera que se evita cualquier desplazamiento y se reducen las vibraciones, ver Figura 2.6.

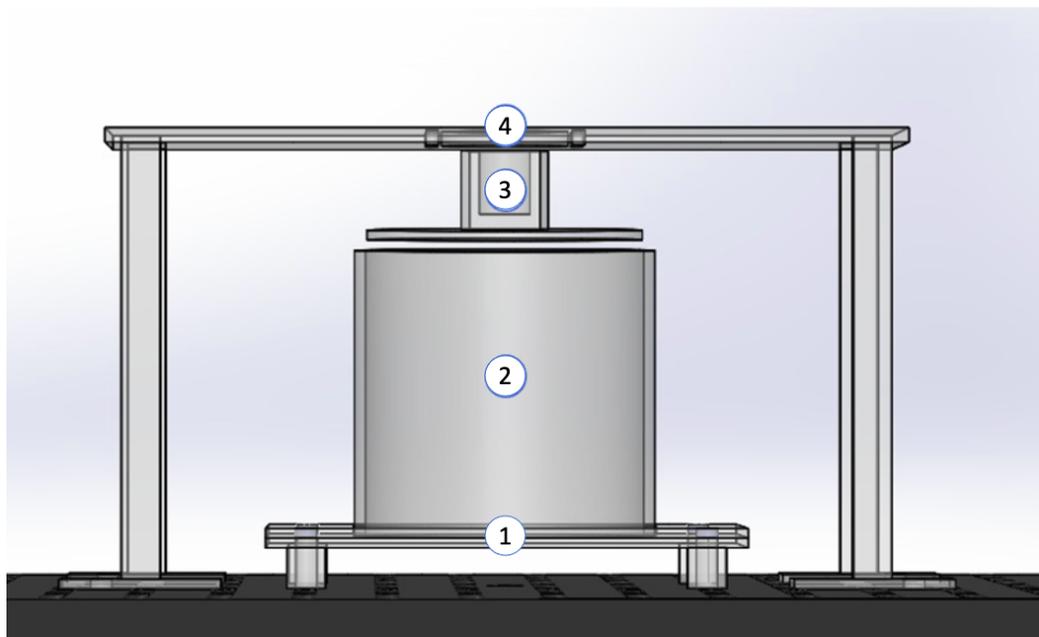


Figura 2.1: Vista frontal del modelo gráfico CAD con sus distintos componentes.

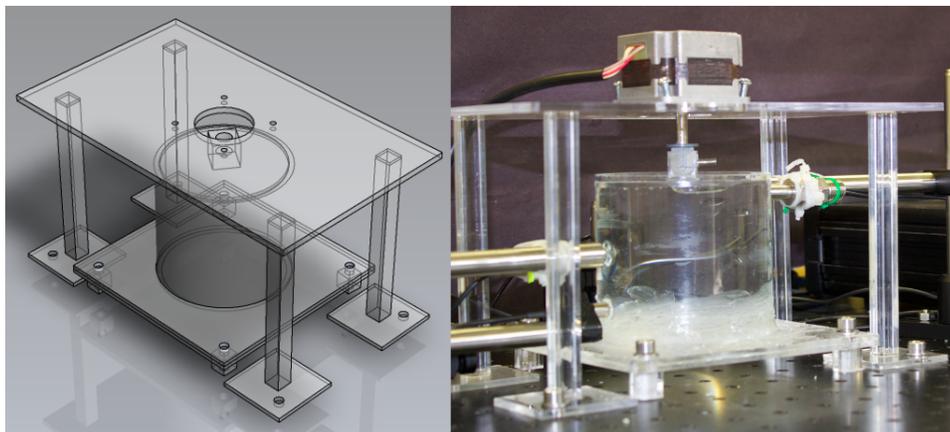


Figura 2.2: a) Modelo gráfico CAD, b) Diseño real montado en la mesa óptica.

Las piezas anteriores conforman el diseño experimental final, cuyo modelo gráfico CAD se muestra en la Figura 2.2a. Una vez definido el diseño, los planos se enviaron a la empresa Acrílicos y Laminados Especiales, quienes se encargaron de la manufactura del mismo siguiendo las medidas y condiciones establecidas, la estructura final se muestra en la Figura 2.2b.

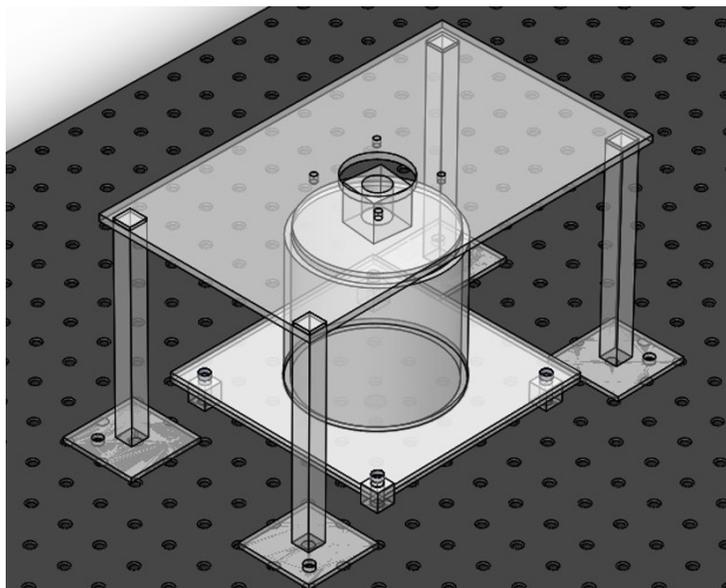


Figura 2.3: Vista isométrica del modelo gráfico CAD.

En la Figura 2.3 se puede observar el montaje del dispositivo en la mesa óptica. En el cilindro se deposita el fluido a ser agitado, en el presente estudio se usó agua desionizada como fluido de trabajo; sin embargo, el montaje permite el uso de prácticamente cualquier fluido a temperatura ambiente.

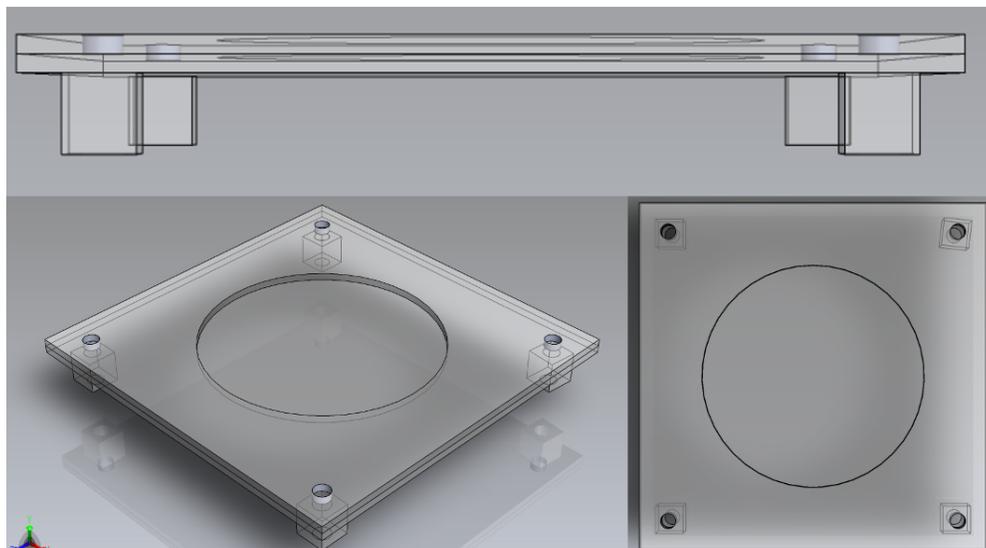


Figura 2.4: Vista frontal, isométrica y superior del modelo gráfico CAD de la base del cilindro.

En un trabajo futuro se contempla agitar fluidos conductores como electrolitos a base de agua y metales líquidos como el GaInSn con los cuales se tiene experiencia en el grupo de trabajo. Para el proceso de agitación es posible colocar imanes permanentes por debajo de la base del cilindro, con objeto de estudiar su efecto en los patrones de flujo.

En la siguiente sección se describen las principales características del motor usado en los experimentos.

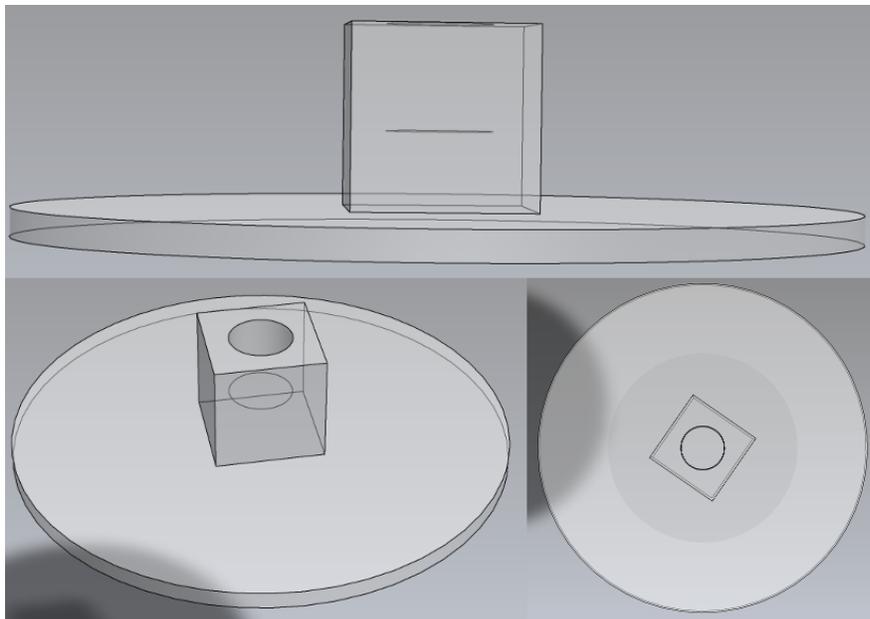


Figura 2.5: Vista frontal, isométrica y superior del modelo CAD de la tapa superior rotatoria.

2.1.1. Caracterización del motor de pasos

Para los experimentos se usó un motor de pasos bipolar modelo Shinano Kenshi STP-57D100, el cual alcanza velocidades angulares (ω) en el rango de 50 a 200 rpm. En el Apéndice A se muestran los motores estudiados y más información sobre ellos; mientras que, en el Apéndice B se muestran las principales características del motor elegido, además del código y circuito, desarrollado y diseñado para su correcto funcionamiento.

El código escrito en Arduino permite fijar un valor de velocidad angular constante. Para verificar la correcta rotación del motor en todo su rango de funcionamiento, se hizo rotar un disco con un punto negro como se muestra en la Figura 2.7. Se grabaron videos de seis segundos para pasos de velocidad angular de 10 rpm los cuales fueron analizados con el software Tracker[®] versión 5.1.

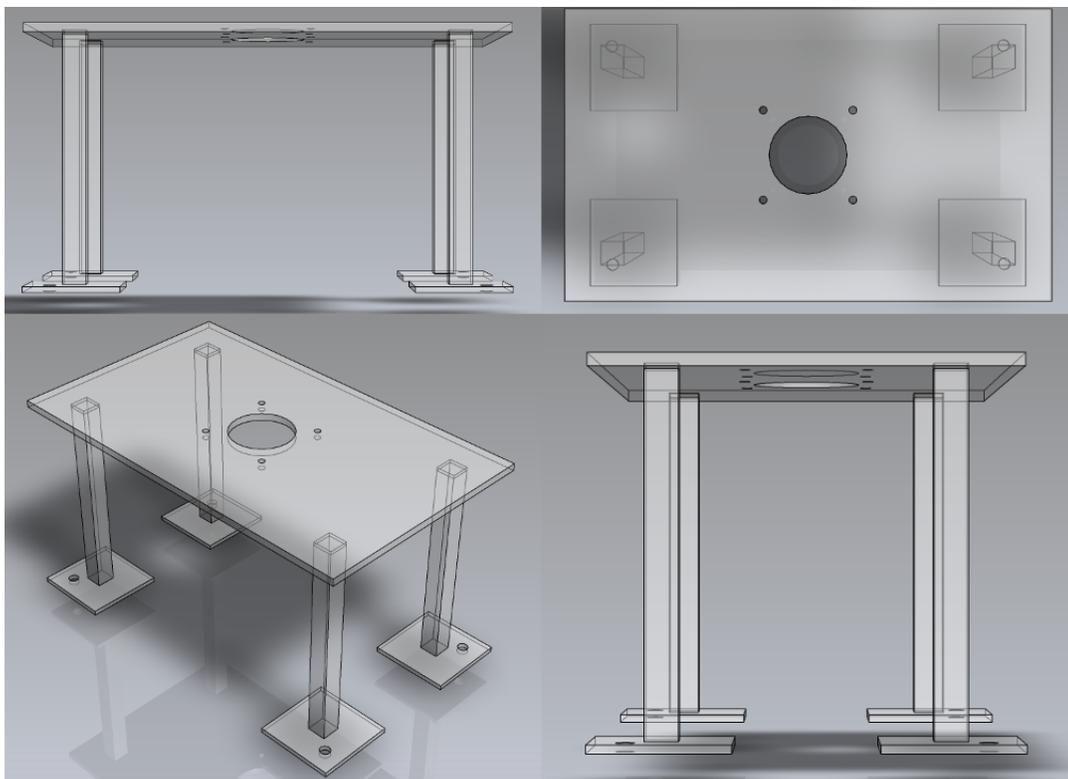


Figura 2.6: Vista frontal, superior, isométrica y lateral del modelo CAD de la estructura de soporte del motor.

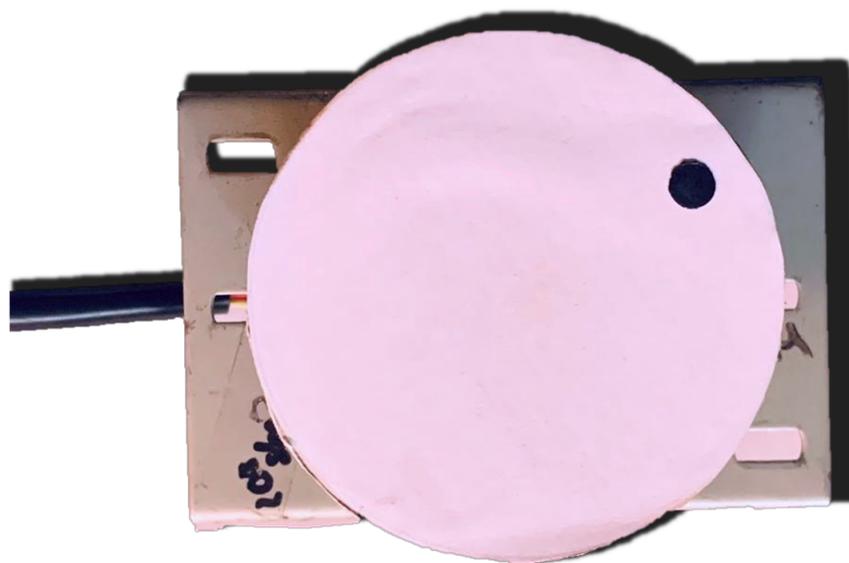


Figura 2.7: Montaje experimental usado para validar la velocidad angular del motor.

La comparación entre resultados teóricos y experimentales para valores de velocidad angular de 50, 70, 90 y 100 rpm (fijados en el programa del motor), se muestran en la Tabla 2.1.

ω teórica (rpm)	Periodo experimental (s)	ω experimental (rpm)	Porcentaje de error (%)
50	1.188	50.50	1
70	0.857	70.01	0.02
90	0.686	90.22	0.44
100	0.577	103.98	7.96

Tabla 2.1: Resultados de la medición de velocidad angular usando el software Tracker versión 5.1.

Mediante el software Tracker es posible hacer el seguimiento del punto del disco en el plano cartesiano, la Figura 2.8 muestra el seguimiento lagrangiano de dicho punto como función del tiempo y a lo largo de la coordenada x .

Analizando los datos de la Tabla 2.1, se tiene un porcentaje de error promedio de 1.31 % entre la velocidad del motor y la fijada en el software Arduino. Analizando para velocidades mayores a 100 rpm se encuentra que este porcentaje aumenta conforme ω incrementa a valores mayores al 10 %.

2.1.2. Propiedades de los líquidos

Dentro de las propiedades físicas de interés para el flujo rotacional aquí estudiado se tiene a la densidad (ρ), la viscosidad dinámica (μ) y la conductividad eléctrica (σ).

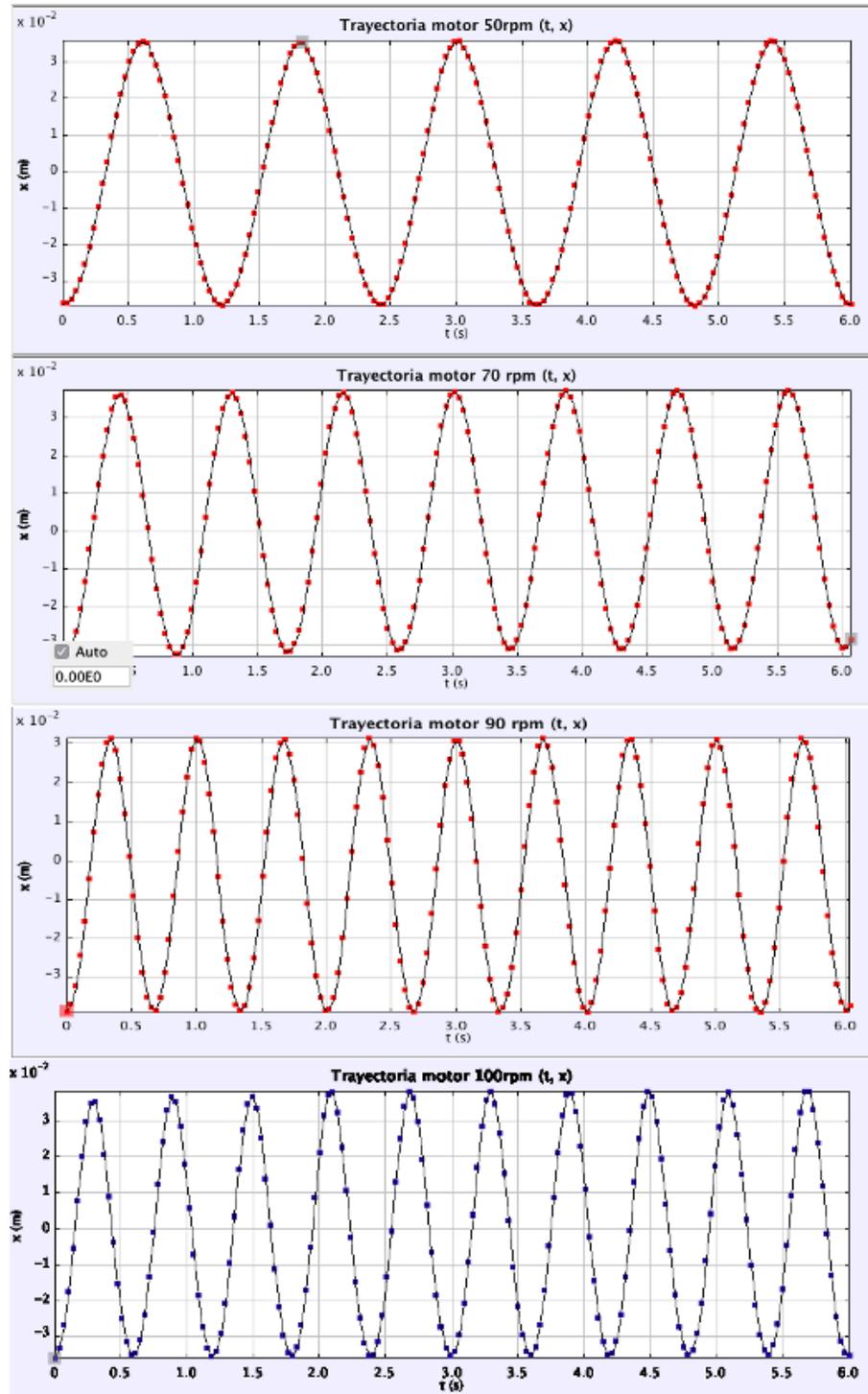


Figura 2.8: Trayectoria del punto de la tapa a lo largo de la coordenada x y como función del tiempo. De arriba hacia abajo se presentan los resultados para 50, 70, 90 y 100 rpm.

Como se ha mencionado el estudio de líquidos conductores se tiene considerado para una etapa futura; sin embargo, se tienen ya valores medidos por el grupo de trabajo para electrolitos que consisten en una solución acuosa de la sal cloruro de potasio (KCl) o bicarbonato de sodio (NaHCO_3) a una concentración de 8.6 % a temperatura ambiente. Existen también reportados en la literatura propiedades para metales líquidos a temperatura ambiente como el Ga y GaInSn, que se tienen disponibles en el laboratorio.

Las propiedades mencionadas anteriormente para estos líquidos y el agua desionizada usada en los experimentos se muestran en la Tabla 2.2.

Propiedades	H ₂ O	KCl	NaHCO ₃	GaInSn
ρ [kg/m ³]	997	1,055	1,059	6,360
μ [Pa · s]	0.91×10^{-3}	0.991×10^{-3}	1.262×10^{-3}	2.4×10^{-3}
σ [S/m]	2.17×10^{-4}	12.193	5.245	3.31×10^6

Tabla 2.2: Densidad, viscosidad dinámica y conductividad eléctrica para el agua desionizada y algunos fluidos conductores.

2.2. Velocimetría de Ultrasonido por efecto Doppler (UDV)

El uso de la técnica de ultrasonido se remonta a más de 30 años, teniendo su mayor campo de aplicación en la medicina; sin embargo, en años más recientes ha sido útil en la mecánica de fluidos, debido a que presenta ciertas ventajas sobre otras técnicas de medición de velocidad. La más importante de ellas es que, en UDV, el principio de funcionamiento se basa en el efecto Doppler de un haz ultrasónico; a diferencia de otras técnicas ópticas en las que se usan haces de luces, esto permite a la técnica UDV estudiar el comportamiento de flujos en líquidos opacos, como metales líquidos, lo cual

no es posible con técnicas ópticas.

El efecto Doppler se define como el cambio en la frecuencia de una onda acústica o electromagnética resultante del movimiento ya sea de un emisor o de un receptor [19]. En el UDV, en lugar de emitir ondas ultrasónicas continuas, un emisor envía periódicamente una breve ráfaga ultrasónica y un receptor recopila continuamente ecos de los partículas que pueden estar presentes en la trayectoria del haz ultrasónico. Al muestrear los ecos entrantes al mismo tiempo en relación con la emisión de las ráfagas, se puede calcular la velocidad de las partículas [20].

Supongamos el caso ilustrado en la Figura 2.9, donde solo hay una partícula en el haz ultrasónico. A partir del conocimiento del retardo de tiempo T_d entre una ráfaga emitida y el eco reflejado por la partícula, la profundidad P de esta partícula se puede calcular mediante:

$$P = \frac{T_d \cdot c}{2}, \quad (2.1)$$

donde c es la velocidad de la onda ultrasónica en el líquido.

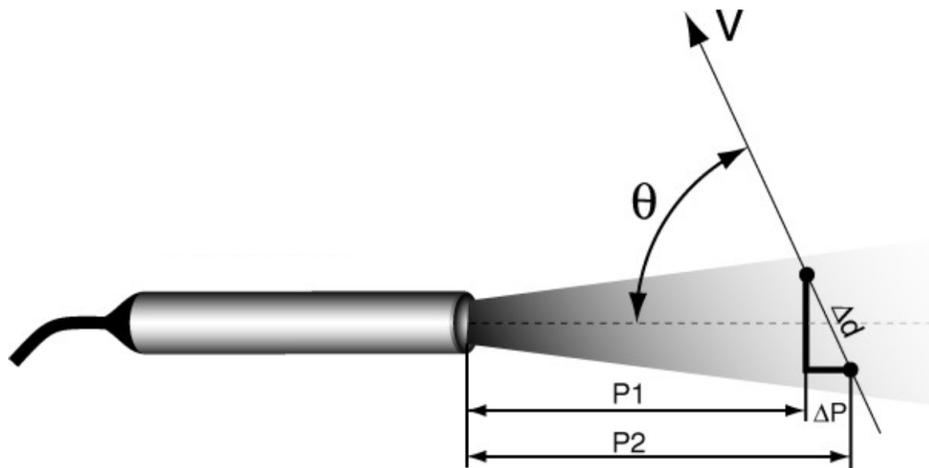


Figura 2.9: Haz ultrasónico transmitido a una partícula a diferentes tiempos [20]

Si la partícula se mueve en un ángulo θ en relación con el eje del haz ultrasónico, su velocidad se puede medir calculando la variación de su profundidad entre dos emisiones separadas en el tiempo:

$$(P_2 - P_1) = \frac{c}{2} \cdot (T_2 - T_1) \quad (2.2)$$

La diferencia entre tiempo ($T_2 - T_1$) es siempre muy corta, la mayoría de las veces menos de un microsegundo. Por lo que es conveniente sustituir esta medición de tiempo por una medición del desplazamiento de fase del eco recibido.

$$\delta = 2\pi \cdot f_e \cdot (T_2 - T_1), \quad (2.3)$$

donde f_e es la frecuencia de emisión. Con esta información, la velocidad del objetivo se expresa mediante:

$$v = \frac{c \cdot f_d}{2 \cdot f_e \cdot \cos\theta}, \quad (2.4)$$

siendo f_d el cambio de frecuencia.

Suponiendo que las partículas se distribuyen aleatoriamente dentro del haz ultrasónico. Los ecos devueltos por cada partícula se combinan de forma aleatoria, dando una señal de eco aleatoria. Es de esperar que exista un alto grado de correlación entre las diferentes emisiones. Este alto grado de correlación se destaca en todas las técnicas de procesamiento digital utilizadas en el UDV para extraer información, como la velocidad.

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

A lo largo de este capítulo se describe la metodología empleada para la medición de los perfiles de velocidad del fluido.

3.1. Mediciones de perfiles de velocidad

El primer paso para caracterizar el flujo fue conectar el motor de pasos al circuito y probar el rango de velocidades por medio del programa Arduino, detalles del circuito se muestran en el Apéndice B. Posteriormente, se fijó la estructura a la mesa para evitar vibraciones que pudiesen hacer ruido en las mediciones y se aisló el circuito eléctrico montado también sobre la mesa.

El agua desionizada usada para llenar el cilindro alcanzo una altura de 82 mm, teniéndose un volumen de 498 ml. Previo a ser vertida en el contenedor, se le integraron partículas de copoliamida con diámetro promedio de 50 μm , para que el pulso ultrasónico de la técnica UDV se disperse con mayor facilidad. El siguiente paso consistió en poner en contacto con el agua a la tapa giratoria, teniendo especial en cuidado en evitar la formación de cúmulos de aire que afectarían las mediciones.

El equipo UDV utilizado para realizar las mediciones de perfiles de velocidad fue el velocímetro DOP 4000 de la compañía Signal Processing S.A. el cual se muestra en la Figura 3.1.



Figura 3.1: Velocímetro DOP 4000, imagen tomada del fabricante [20].

A este equipo se conectaron cuatro transductores o probetas ultrasónicas con una frecuencia de 8 MHz para la medición de perfiles de velocidad del flujo a tres posiciones equidistantes a lo largo del eje del cilindro, de forma que se hicieran las mediciones en posiciones cercanas a las paredes y una pared media.

El primer transductor (P1) fue colocado en la parte superior del cilindro, a 65 mm de altura de la base del cilindro; el segundo (P2) y tercer (P3) transductores son colocados en la zona media del cilindro, ambos a una altura de 40 mm de la base; aunque el segundo fue colocado en línea recta justo debajo el primero, el tercer transductor se colocó en una dirección perpendicular a ambos. El cuarto (P4) y último transductor se colocó en la parte baja del cilindro, a 16 mm de la base. La ubicación de los transductores se detalla en la Figura 3.2; mientras que, su posición y ángulo con respecto al eje vertical de la primera se muestran en la Tabla 3.1.

Transductor	z (mm)	θ°
P1	65	0
P2	40	0
P3	40	90
P4	16	0

Tabla 3.1: Posicionamiento vertical y angular de los transductores con respecto al eje del primer transductor.

Previo a realizar las mediciones con los cuatro transductores, se determinó la velocidad del sonido para este caso particular, obteniendo un valor de 1443 m/s.

Posteriormente, se procedió a realizar la medición de la velocidad para cada uno de los transductores con el software UDOP en su versión 6.06.1. Se tomaron 3 mediciones de 16 segundos por cada transductor. Finalmente, los datos obtenidos fueron comparados con resultados numéricos descritos en el siguiente capítulo.

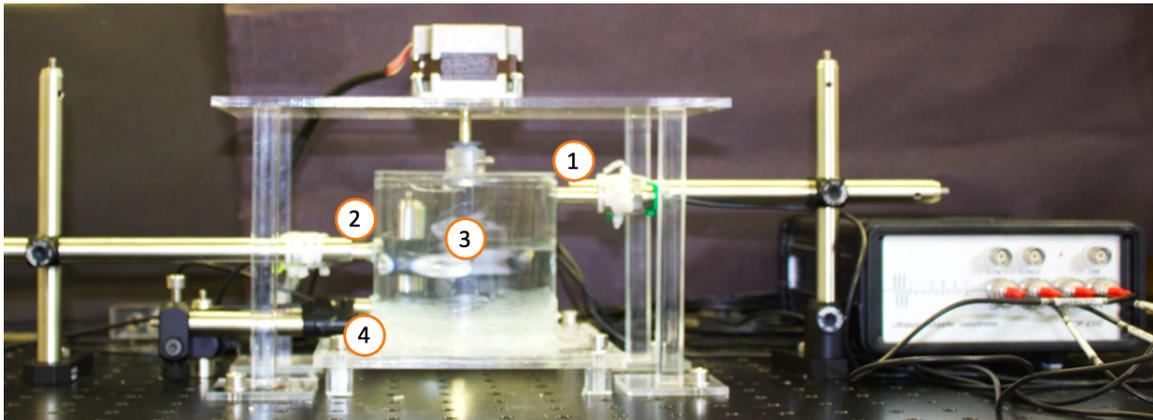


Figura 3.2: Arreglo experimental de los transductores para la medición de los perfiles de velocidad.

Dentro del software UDOP para la caracterización del flujo se requirió de algunos parámetros, cuya descripción se enlista a continuación y sus valores se muestran en la Tabla 3.2.

1. **Frecuencia de emisión [kHz]:** Se puede seleccionar un período de emisión entre 100 y 2220 nanosegundos, con una resolución de 20 nanosegundos.
2. **PRF [us]:** La frecuencia de repetición de pulso o PRF determina la profundidad máxima medible así como la frecuencia máxima de Doppler que se puede medir sin ambigüedades.
3. **No. de puertas:** El número de puertas que se pueden medir depende de la PRF seleccionada, la posición de la primera puerta y la resolución seleccionada.
4. **Resolución [mm]:** UDOP define la resolución como la distancia entre el centro de los volúmenes de muestreo adyacentes.
5. **Factor de escala de velocidad:** UDOP permite medir las velocidades de los líquidos que se acercan o se alejan del transductor. Por definición, la velocidad es positiva si la partícula se aleja del transductor y negativa si va en la otra dirección.
6. **Emisiones por perfil:** La medición de las frecuencias Doppler se basa en la correlación que existe entre diferentes emisiones. Como cada emisión puede verse como una realización particular de un proceso aleatorio, cuantas más muestras estén disponibles, menor será la varianza de la cantidad estimada.
7. **Ángulo de Doppler:** El ángulo Doppler es el ángulo entre el eje del haz ultrasónico y la dirección del vector de velocidad real.

8. **Valor del nivel de amplificación (TGC) [dB]:** El valor del nivel de amplificación mostrado por el instrumento da el aumento del nivel de la señal, desde el transductor hasta la entrada del convertidor interno. Se encuentran disponibles 256 niveles diferentes de amplificación, que cubren un rango de 80 dB.
9. **Sensibilidad:** El parámetro de sensibilidad contiene 5 valores diferentes, que definen el nivel por debajo del cual se cancela el cálculo. Como a veces puede ser útil aceptar el cálculo de la frecuencia Doppler media en presencia de una energía Doppler muy baja, se pueden usar dos niveles denominados “Muy alto” y “Alto” en tal situación. Cuando se selecciona “Alto”, puede aparecer algo de ruido en la pantalla. Cuando se selecciona “Muy alto”, es normal que se muestre ruido en la pantalla.
10. **El poder emisor:** La potencia ultrasónica emitida debe seleccionarse para recibir suficiente energía retrodispersada de las partículas y evitar en la mayor medida posible la saturación en la etapa receptora.
11. **Longitud de ráfaga:** El tamaño longitudinal de los volúmenes de muestreo, o su espesor, se define por la longitud de la ráfaga y/o el ancho de banda de la unidad de recepción electrónica.
12. **Velocidad del sonido:** El conocimiento de la velocidad del sonido en el medio es necesario para transformar los cambios de frecuencia Doppler y para un buen conocimiento de la velocidad del sonido en el medio lo cual ayudará a obtener buenos valores de medición cuantitativos, ya que todos los errores en este parámetro se transfieren directamente a los valores medidos.

Frecuencia de emisión [kHz]	3333	PRF [us]	1000
No. de puertas	210	Resolución [mm]	0.491
Factor de escala de velocidad	1.00	Emisiones por perfil	168
Ángulo de Doppler	0	Tgc[dB]	40
Sensibilidad	medium	Poder emisor	Medium
Longitud de ráfaga	16	Velocidad del sonido [m/s]	1443

Tabla 3.2: Parámetros para el análisis experimental en el software UDOP.

Los resultados del estudio experimental se muestran en el Capítulo V, en el apartado 5.3.

CAPÍTULO IV

MODELADO Y SIMULACIÓN

En esta sección se presentarán las ecuaciones que rigen el comportamiento del flujo rotatorio, las condiciones de frontera y detalles de la implementación numérica.

En este capítulo se mostrarán los parámetros en relación al número de Reynolds (Re) definido como $Re = \Omega R^2 / \nu$, siendo Ω la velocidad angular en rad/s dada por $\Omega = \frac{\pi}{30} \omega$, R el radio del cilindro y $\nu = \mu / \rho$ la viscosidad cinemática.

El número de Reynolds ayuda a predecir patrones de flujo en diferentes situaciones de flujo de fluidos. Con números de Reynolds bajos, los flujos tienden a estar dominados por el flujo laminar, mientras que con números de Reynolds altos, los flujos tienden a ser turbulentos.

4.1. Modelo matemático

La conservación de masa y cantidad de momento lineal son las ecuaciones principales que rigen el comportamiento de cualquier flujo hidrodinámico; la primera de estas, que se suele denominar ecuación de continuidad, nos dice que el flujo neto de masa a través de cualquier superficie cerrada de un fluido incompresible es nulo; la segunda expresa la segunda Ley de Newton,

esto es, que la tasa de cambio de la cantidad de movimiento de una porción de fluido es igual a la resultante de las fuerzas que actúan sobre esta porción. De forma general, estas ecuaciones se escriben de la siguiente forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (4.1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{F}, \quad (4.2)$$

donde \mathbf{u} es la velocidad del fluido, ρ es la densidad del mismo, p es la presión, $\boldsymbol{\tau}$ es el tensor de esfuerzos viscosos y \mathbf{F} son las fuerzas de cuerpo que actúan sobre el fluido.

El tensor de esfuerzos $\boldsymbol{\tau}$ para fluidos newtonianos describe la oposición del fluido a deformaciones. Para un fluido newtoniano, depende linealmente del gradiente de velocidad. En estos casos, $\boldsymbol{\tau}$ toma la forma

$$\boldsymbol{\tau} = \mu \left(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{u} \right) + \lambda \nabla \cdot \mathbf{u}, \quad (4.3)$$

donde μ y λ son coeficientes de viscosidad.

Sustituyendo la ecuación (4.3) en la ecuación (4.2) tenemos:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \left[\mu \left((\nabla \mathbf{u}) + (\nabla \mathbf{u})^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{u} \right) \right] + \nabla \cdot (\lambda \nabla \cdot \mathbf{u}) + \mathbf{F}, \quad (4.4)$$

Suponiendo que μ y λ no varían en el espacio, la divergencia del tensor de esfuerzos puede ser escrita como:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = \mu \left(\nabla^2 \mathbf{u} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \frac{2}{3} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) \right) + \lambda \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}), \quad (4.5)$$

$$= \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \left(\lambda + \frac{1}{3} \mu \right) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}). \quad (4.6)$$

Entonces la ecuación de conservación de momento (4.2) queda de la forma

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \left(\lambda + \frac{1}{3} \mu \right) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mathbf{F}. \quad (4.7)$$

Para fluidos incompresibles (agua en este estudio), podemos decir que la densidad ρ no varía en el tiempo ni en el espacio y que $\lambda = -\frac{1}{3}\mu$, por lo que las ecuaciones (4.1) y (4.7) pueden escribirse como:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (4.8)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{F}. \quad (4.9)$$

Las ecuaciones (4.8) y (4.9) son conocidas como ecuaciones de continuidad y de Navier-Stokes para un fluido incompresible y viscoso.

4.2. Simulación del flujo rotatorio de un líquido

En esta sección se presentan simulaciones para el flujo rotatorio descrito en capítulos anteriores. Han sido realizadas con el software COMSOL

Multiphysics[®] en su versión 5.5. La geometría del modelo se muestra en la Figura 4.1; dada la simetría del problema, es posible modelarlo como una sección transversal en 2D. Sin embargo, las velocidades en la dirección angular difieren de cero, por lo que el modelo debe incluir los tres componentes de la velocidad, aunque la geometría esté en 2D.

Se realizaron estudios para $Re = 1.1 \times 10^4$, 1.5×10^4 , 2×10^4 , y 2.2×10^4 .

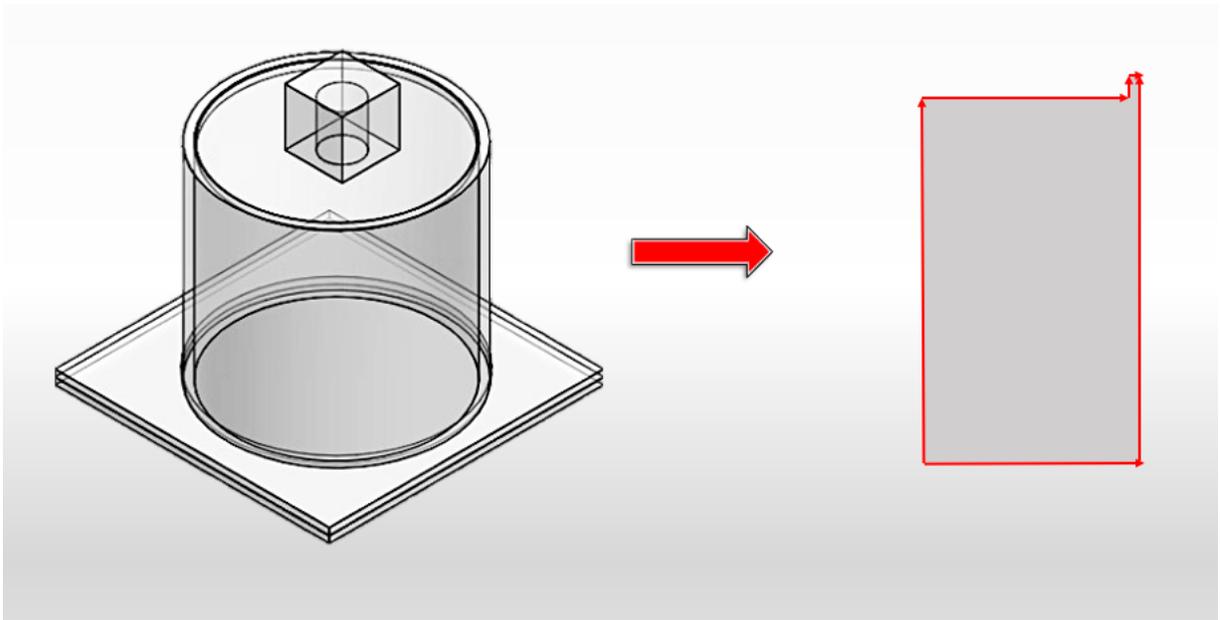


Figura 4.1: La geometría original en 3D puede suponerse en 2D dada la axisimetría del problema.

4.2.1. Ecuaciones dominantes

El flujo está gobernado por las ecuaciones (4.8) y (4.9), descritas al inicio de este capítulo. Aunque COMSOL Multiphysics[®] resuelve las ecuaciones en un sistema de coordenadas cartesianas, tradicionalmente los flujos axisimétricos se describen por las ecuaciones en coordenadas cilíndricas. El modulo usado en COMSOL para la simulaciones axisimétricas también considera las ecuaciones en dicho sistema coordenado.

Para un flujo estacionario y con axisimetría como el aquí considerado, las ecuaciones de flujo se reducen a

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (4.10)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{v^2}{r} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\partial p}{\partial r} = \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{u}{r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right], \quad (4.11)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{uv}{r} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \frac{v}{r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right], \quad (4.12)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{\partial p}{\partial z} = \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right]. \quad (4.13)$$

donde u es la componente radial, v es la azimutal y w es la axial. En las ecuaciones anteriores, las componentes de fuerza volumétrica son cero dado que la única fuente de movimiento viene de la tapa superior (condición de frontera).

4.2.2. Condiciones de frontera

Las condiciones que fueron establecidas en las fronteras del modelo 2D, presentado anteriormente, se muestran en la Figura 4.2.

En la tapa giratoria se utiliza la condición de pared deslizante para especificar las velocidades.

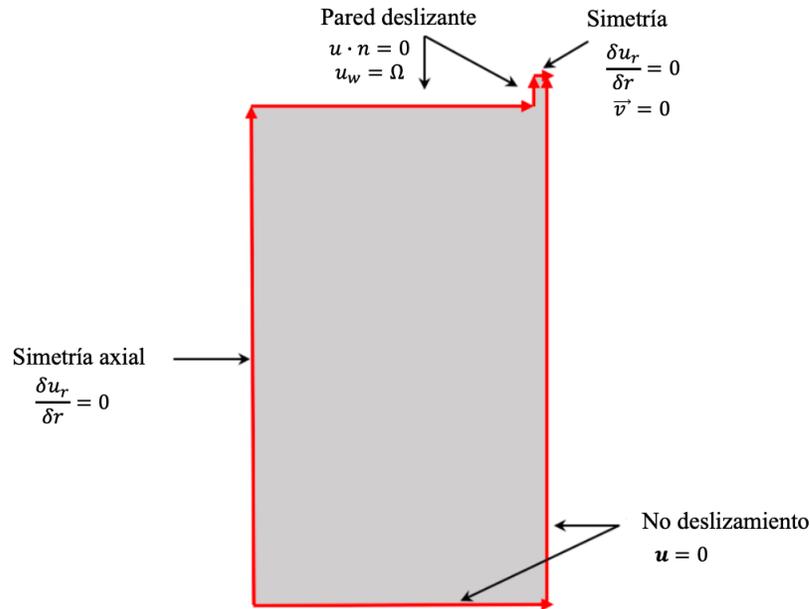


Figura 4.2: Condiciones de frontera.

Para esta condición, las componentes de la velocidad son cero excepto en la componente w que es igual a:

$$w(r) = \Omega r. \quad (4.14)$$

En la superficie lateral del cilindro y tapa del fondo se aplica la condición de no deslizamiento, que indica que todos los componentes de la velocidad son iguales a cero:

$$\mathbf{u} = (0, 0, 0). \quad (4.15)$$

En el límite correspondiente al eje de rotación, se utiliza la condición de límite de simetría axial que permite el flujo en la dirección tangencial del límite pero no en la dirección normal. Esto se obtiene estableciendo la derivada de la componente radial igual a cero.

$$u = 0. \quad (4.16)$$

Para la región de superficie libre entre la tapa rotatoria y la pared lateral del cilindro, se usa la condición de simetría para permitir el flujo en las direcciones axial y rotacional solamente.

4.2.3. Mallado de geometría

Para construir el mallado también se usó el software COMSOL Multiphysics[®]; se construyó un mallado tetraédrico en todo el dominio del fluido, con un tamaño de los elementos extra fino, y un refinamiento de las esquinas. Se usaron un total de 22,173 elementos. En la Figura 4.3 se puede observar este mallado.

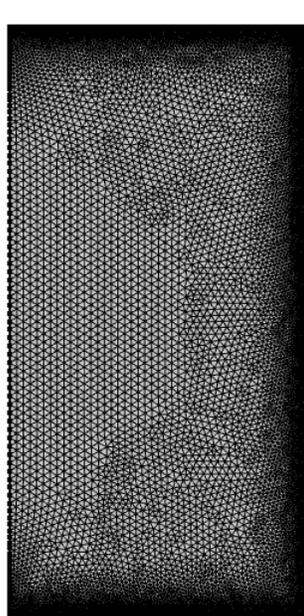


Figura 4.3: Mallado tetraédrico de la geometría axisimétrica.

Los resultados de este estudio se muestran en la Sección 5.1 del siguiente capítulo, así como su comparación con los resultados experimentales.

4.3. Simulación de un flujo rotatorio 3D

En el año de 1994, Sørensen *et al.* realizaron un estudio sobre la simulación numérica directa del flujo giratorio de un fluido contenido en un cilindro cerrado [22]. En este artículo se estudia el escenario de transición en un flujo rotante, donde el movimiento es creado por una tapa giratoria.

Sørensen menciona que a números de Reynolds mayores a 3.5×10^3 se muestran efectos tridimensionales en los experimentos, por lo que el escenario axisimétrico no se vuelve físico. Es por esto que se decidió realizar una simulación tridimensional para un $Re = 1.1 \times 10^4$ en el software COMSOL Multiphysics[®]. Dicho valor del número de Re corresponde a una velocidad angular de 50 rpm.

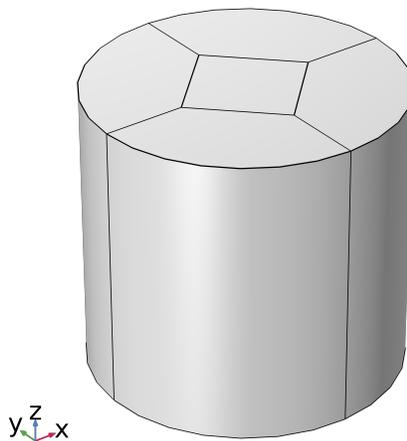


Figura 4.4: Vista isométrica de la geometría de la cavidad cilíndrica.

La configuración estudiada se muestra en la Figura 4.4. Consiste en un cilindro de 88 mm de diámetro y 82 mm de altura; lo cual representa la cavidad cilíndrica en la que esta contenida el fluido.

Se realizó un estudio de flujo laminar dependiente del tiempo y se fijó un estudio de 0 a 20 segundos en pasos de 0.05 segundos. Se fijaron las mismas propiedades en las paredes que en el caso axisimétrico en 2D, presentadas previamente en la Sección 4.2.2.

4.3.1. Mallado de geometría

Para el mallado, al igual que en el caso axisimétrico, se utilizaron las herramientas de COMSOL Multyphysics[®]. Se eligió construir un mallado tipo O-grid con una malla cuadrícula refinada en distancias cercanas a las caras circulares del cilindro. Un total de 80,000 elementos fueron usados. El dominio mallado se muestran en la Figura 4.5.

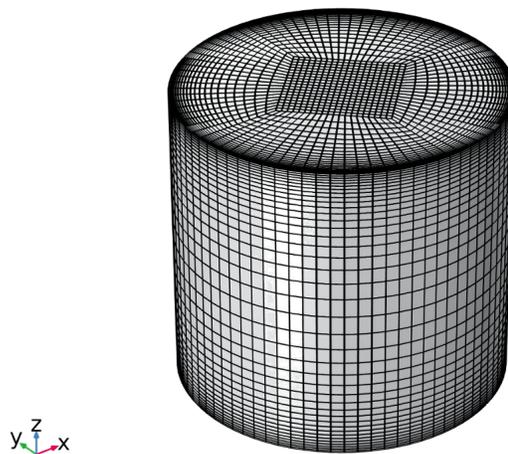


Figura 4.5: Mallado 3D del dominio del fluido.

4.4. Configuración esperada para el flujo

Con base en la descripción de la geometría, modelo matemático, y condiciones de frontera se espera obtener patrones de flujo con altas velocidades muy cerca de la pared rotatoria y con bajas velocidades al fondo del recipiente. Dado que para el presente problema el transporte de momento está dominado por la difusión. Adicionalmente, cerca de la pared lateral se espera la formación de capas límite, dado que ahí la velocidad debe anularse y el disco que genera el flujo se encuentra también muy cercano a dicha pared.

De la literatura se sabe que al centro del flujo se tienen velocidades uniformes en la dirección ascendente (y/o descendentes) dependiendo de la dirección de giro de la tapa. Dichas observaciones se han corroborado al momento de realizar los experimentos descritos en el Capítulo 3 y se confirmaron con las mediciones experimentales y numéricas reportadas en el siguiente capítulo.

En el siguiente capítulo, en la Sección 5.2, se muestran los resultados para este estudio, así como una discusión sobre los mismos.

CAPÍTULO V

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este trabajo se realizó un estudio experimental y numérico para caracterizar un flujo rotatorio. Mediciones experimentales permitieron obtener hasta 4 perfiles de velocidad en la dirección radial y a diferentes alturas. En este capítulo se presentarán los resultados obtenidos en cada uno de estos estudios y así como una comparación entre ellos.

Los estudios se presentan de acuerdo a la notación mencionada en la Tabla 3.1.

Se iniciará mostrando los resultados numéricos con geometría axisimétrica (2D), después los resultados 3D y finalmente, se presentarán los resultados experimentales.

5.1. Resultados numéricos axisimétricos

Se realizó un estudio numérico para 4 velocidades de giro del motor: 50, 70, 90 y 100 rpm. Se determinaron el campo de velocidad y las líneas de corriente; éstas últimas son definidas como una familia de curvas que son instantáneamente tangentes al vector de velocidad del flujo y que muestran la dirección en la que viajará un elemento fluido sin masa en cualquier momento.

Los resultados del estudio se pueden observar en la Figura 5.1, que muestra el flujo para la geometría, es decir, de $0 \leq r \leq R$.

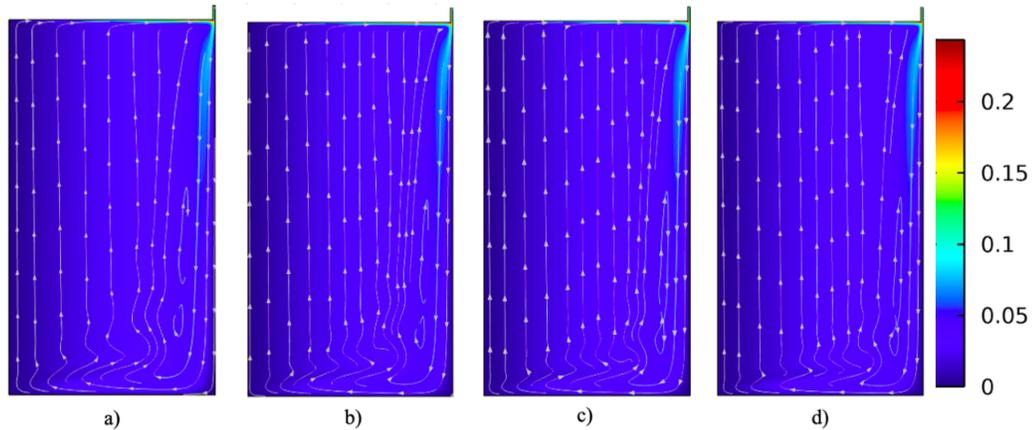


Figura 5.1: Magnitud de velocidad y líneas de corriente para: a) $Re = 1.1 \times 10^4$, b) $Re = 1.5 \times 10^4$, c) $Re = 2 \times 10^4$, y d) $Re = 2.2 \times 10^4$.

Se puede observar los cambios en las líneas de corriente a medida que aumenta el Re . Interesantemente, en la mayor parte del dominio el flujo muestra una trayectoria ascendente y descende con mayor velocidad en la zona más cercana a la pared externa.

En la Figura 5.2 se puede observar el perfil de velocidad a una distancia similar al transductor P1 (del estudio experimental), es decir, para la probeta más cercana a la tapa giratoria.

Es claro que la magnitud de la velocidad crece en distancias cercanas al borde exterior y aumenta con el Re .

Un comportamiento similar se obtiene para el perfil de velocidad a una distancia media, sin embargo, al estar más lejos de la tapa giratoria se obtienen velocidades menores, ver Figura 5.3.

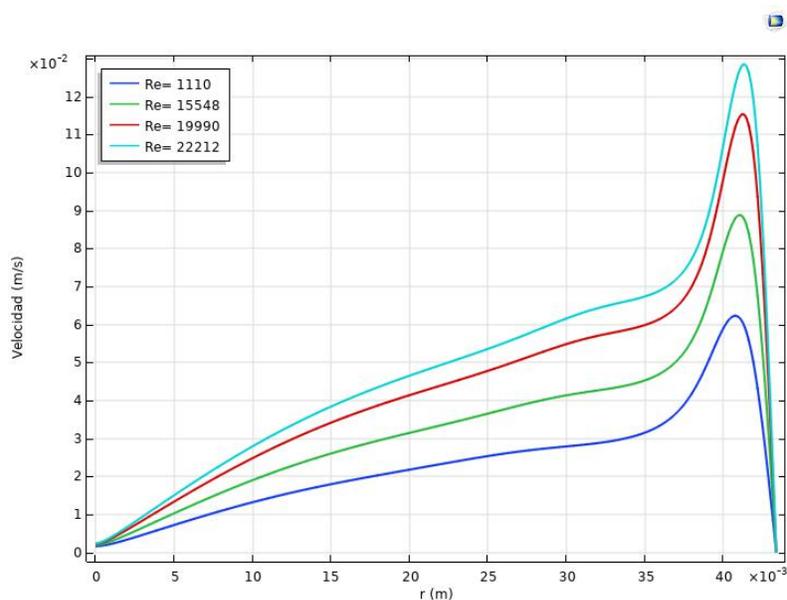


Figura 5.2: Perfiles de velocidad numéricos para el transductor P1.

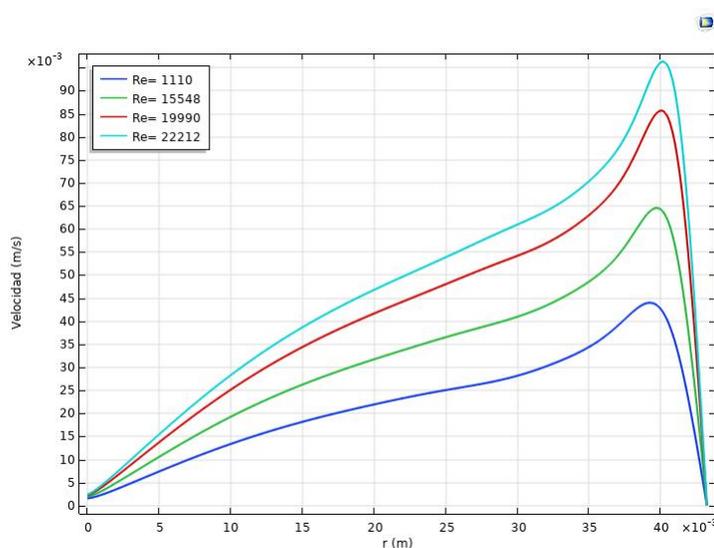


Figura 5.3: Perfiles de velocidad numéricos para el transductor P2.

Finalmente, la Figura 5.4 muestra que a distancias más lejanas se obtienen las velocidades más bajas.

El perfil es más uniforme en la dirección radial a diferencia de los reportados para distancias similares para P1 y P2, que aumentaban sus valores

muy cerca de la pared exterior.

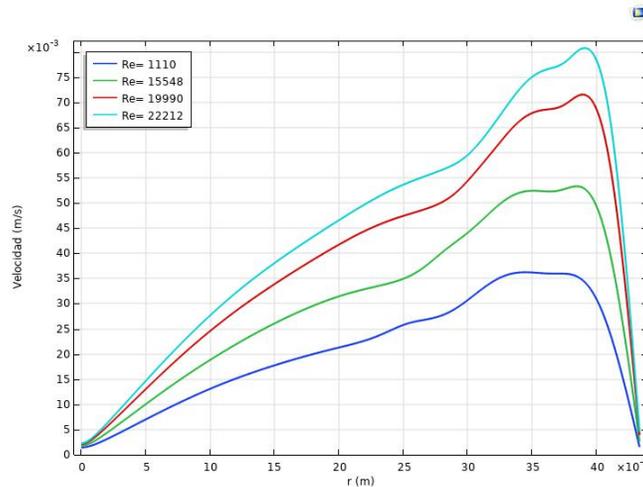


Figura 5.4: Perfiles de velocidad para el transductor P4.

5.2. Resultados numéricos 3D

Debido a que los tiempos de cálculo para las simulaciones 3D son muy extensos, únicamente se presentan resultados para la velocidad de giro de la tapa rotatoria a 50 rpm ($Re = 1.1 \times 10^4$). Al igual que en el caso axisimétrico, se determinó el campo de velocidad, así como las líneas de corriente y los perfiles de velocidad a las alturas predeterminadas por los transductores P1, P2 y P4.

En la Figura 5.5a y 5.5b se pueden mostrar las líneas de corriente en una vista de los planos XZ y YZ respectivamente. La Figura 5.5 muestra el campo de velocidad y las líneas de corriente del flujo.

Comparando con el caso axisimétrico, las líneas de corriente de igual manera muestran una zona de recirculación cerca de las paredes del cilindro, aunque no muestran un comportamiento similar.

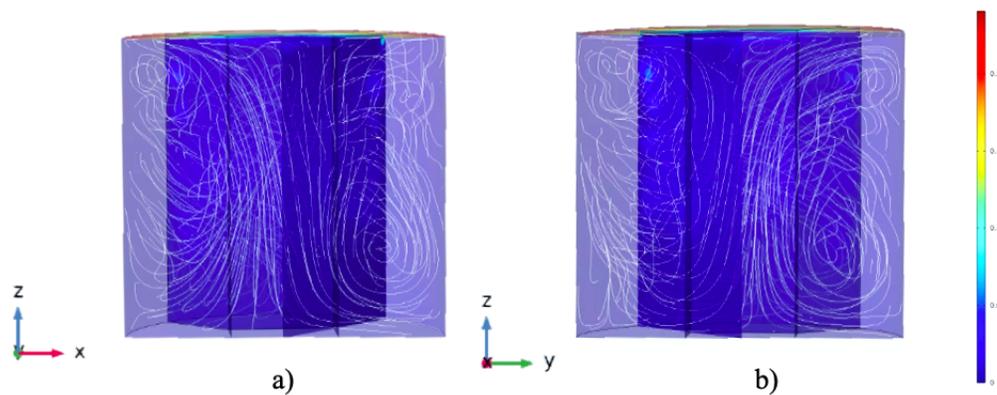


Figura 5.5: Magnitud de velocidad y líneas de corriente para $Re = 1.1 \times 10^4$ para vistas en los planos a) XZ y b) YZ .

Los perfiles de velocidad para distancias similares a los transductores P1, P2 y P4 (del método experimental) se muestran en las Figuras 5.6, 5.7 y 5.8, respectivamente. Se graficaron perfiles de 14 a 20 segundos en cada 2 segundos, para tiempos menores se despreciaron ya que la magnitud de la velocidad es muy pequeña.

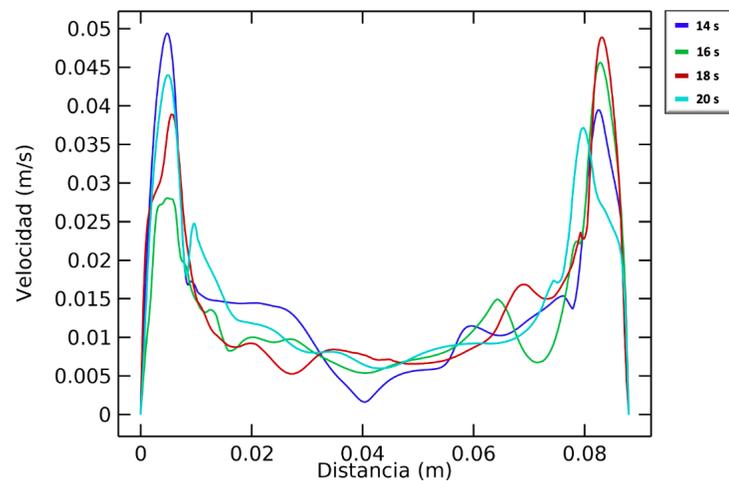


Figura 5.6: Perfil de velocidad a 14, 16, 18 y 20 segundos para el transductor P1.

Los perfiles nos muestran un comportamiento parecido a los resultados

mostrados en la sección anterior para el caso axisimétrico, en distancias cercanas a la tapa giratoria se muestran una magnitud mayor y conforme la distancia a la pared giratoria aumenta, esta magnitud disminuye. Sin embargo, la magnitud de la velocidad se muestra mayor para el caso axisimétrico. Esto va de acuerdo a lo predicho por Sørensen *et al.* quienes mencionan que a números de Reynolds mayores a 3.5×10^3 se muestran efectos tridimensionales, por lo que el escenario de exisimetría se vuelve no viable.

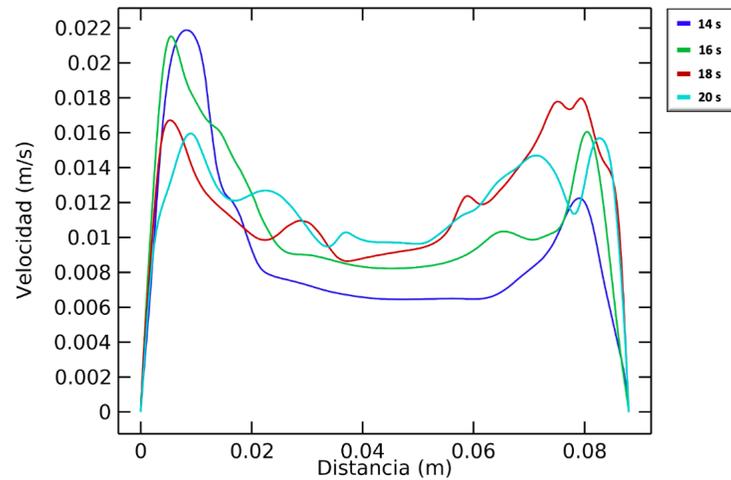


Figura 5.7: Perfil de velocidad a 14, 16, 18 y 20 segundos para el transductor P2.

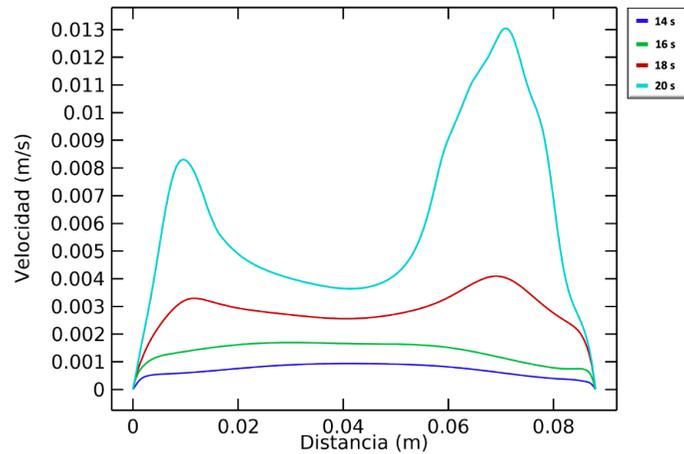


Figura 5.8: Perfil de velocidad a 14, 16, 18 y 20 segundos para el transductor P4.

5.3. Resultados experimentales

Se midieron los perfiles de velocidad en los ejes axiales del contenedor cilíndrico. En la Figura 5.9 se muestran los resultados de las mediciones para un $Re = 1.1 \times 10^4$ que como se ha mencionado corresponde a la velocidad angular de 50 rpm. Como se observa, se tiene la magnitud de los perfiles de velocidad para cada uno de los transductores (P1-P4) como función del tiempo de medición.

El hecho de que en la la Figura 5.9a), se muestren magnitudes máximas y mínimas de 20 y -20 mm/s, respectivamente, tiene que ver con una oscilación de la velocidad radial del flujo dentro de esos valores. Como se observa se tiene un flujo desarrollado en el intervalo de tiempo.

A las alturas de los transductores P2 y P3 se muestra un comportamiento similar. Ambos perfiles tienen una magnitud de velocidad radial menor comparada con P1, y muestran un comportamiento muy similar, lo cual confirma el carácter axisimétrico del patrón de flujo.

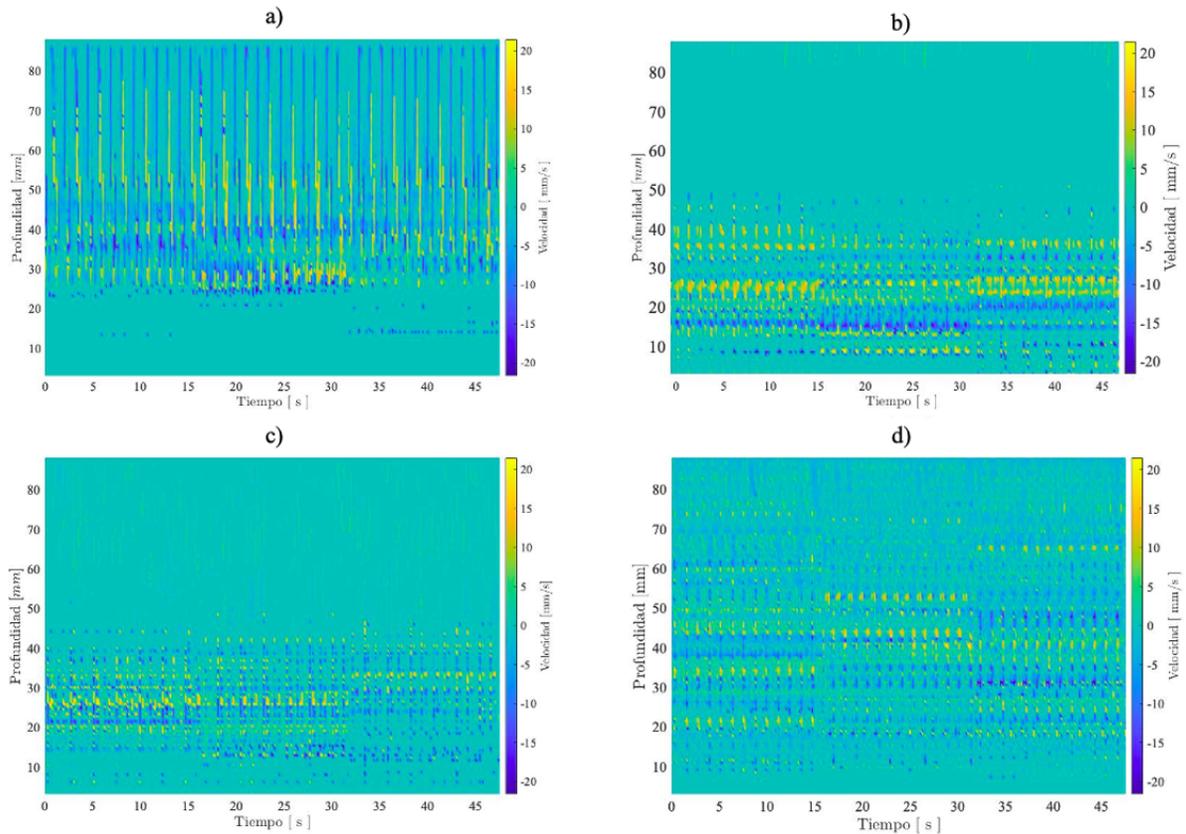


Figura 5.9: Magnitud de los perfiles de velocidad para $Re= 1.1 \times 10^4$ en las posiciones de los transductores: a) P1, b) P2, c) P3, y d) P4.

Por último, la gráfica para P4, nos muestra una velocidad más uniforme a lo largo de la profundidad del cilindro, aunque de menor magnitud comparada con P1, P2 y P3.

Con objetivo de comparar el comportamiento a diferentes velocidades de giro, se presentan también las gráficas de velocidad radial para $Re = 1.55 \times 10^4$, 2×10^4 y 2.2×10^4 en las Figuras 5.10, 5.11 y 5.12, respectivamente.

En estas gráficas se muestra un aumento en el número de oscilaciones en la magnitud de velocidad, y a su vez, adquiriendo velocidades más altas conforme el Re aumenta en distancias cercanas a la pared deslizante;

mientras que, a distancias lejanas a la tapa (probeta P4), el flujo muestra velocidades más bajas y magnitudes desiguales.

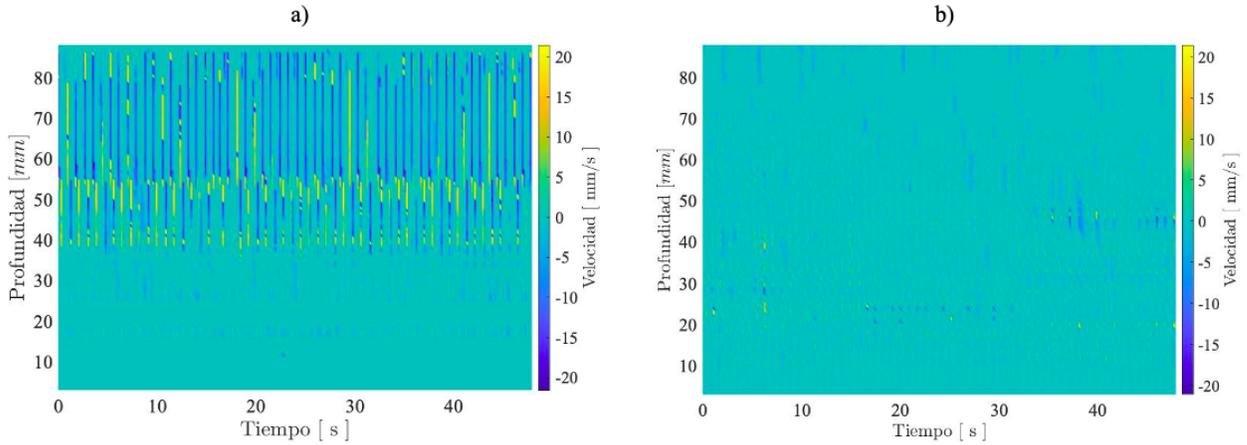


Figura 5.10: Velocidad radial para $Re= 1.55 \times 10^4$ en: a) P1 y b) P4.

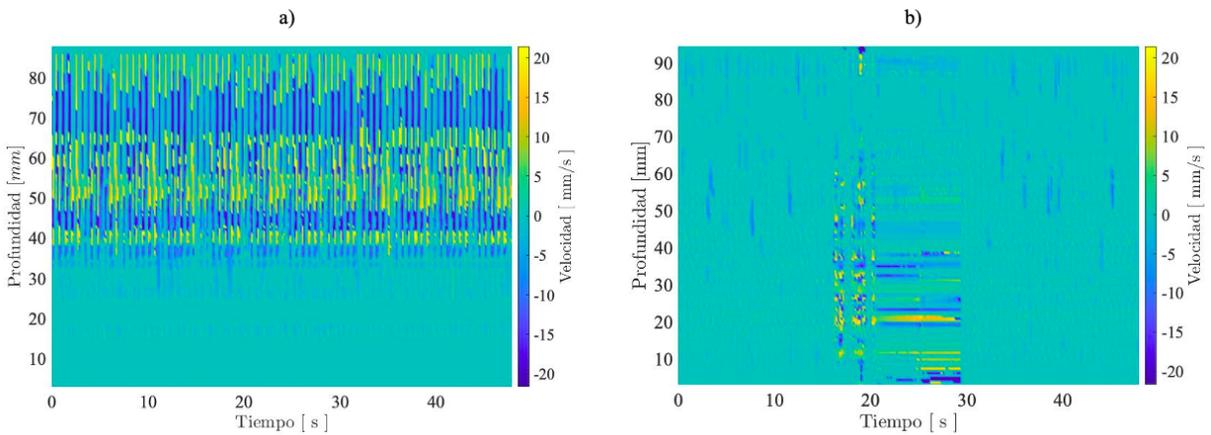


Figura 5.11: Velocidad radial para $Re= 2 \times 10^4$ en: a) P1 y b) P4.

Con base en las figuras anteriormente descritas es posible determinar el periodo de las oscilaciones en los resultados experimentales, y compararlas con el periodo teórico de la velocidad angular a la cual se realizó la medición.

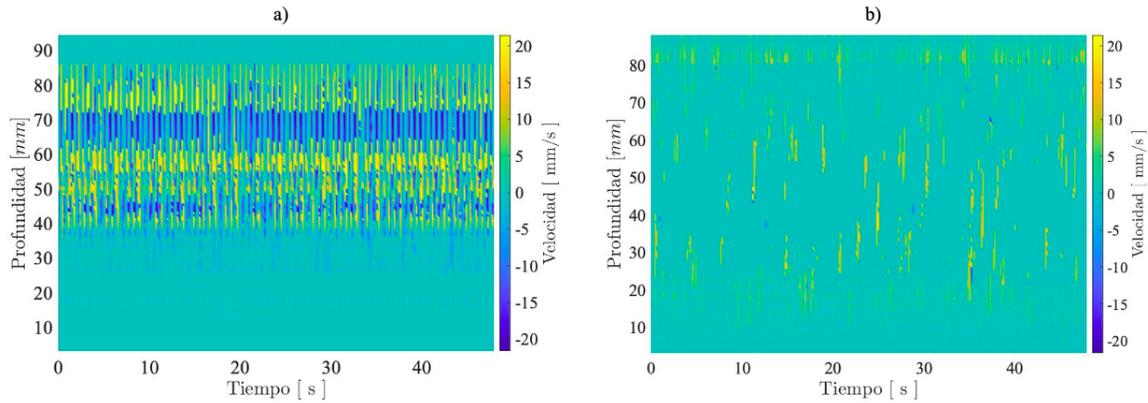


Figura 5.12: Velocidad radial para $Re= 2.2 \times 10^4$ en: a) P1 y b)P4.

La expresión para determinar el periodo teórico de la velocidad de giro es de la forma:

$$T_t = \frac{60}{\omega}. \quad (5.1)$$

Siendo ω la velocidad de la tapa giratoria en rpm.

En la Tabla 5.1 se muestran los resultados del periodo experimental del flujo para P1, obtenidos de las mediciones hechas con el UDV, comparados con el periodo de la velocidad angular del motor.

ω [rpm]	T_t [s]	Periodo flujo [s]
50	1.2	1.29
70	0.85	0.96
90	0.66	0.74
100	0.6	0.64

Tabla 5.1: Comparación entre periodos del flujo experimental y de la velocidad de rotación de la tapa superior.

Los resultados indican que el periodo del flujo en movimiento varía con un factor promedio del 9% en relación con el periodo de la tapa giratoria. Lo cual muestra que el flujo presenta un comportamiento rotatorio similar

al movimiento del forzante.

Adicionalmente, conforme aumenta la velocidad de rotación, el flujo alcanza velocidades más elevadas que se encuentran confinadas cerca de las paredes del contenedor.

Comparando los resultados numéricos con los experimentales, encontramos un comportamiento similar en cuanto a la magnitud de velocidad, ya que en ambos casos se tiene una magnitud mayor en distancias cercanas a la tapa giratoria y conforme aumenta esta distancia se tiene una disminución en esta magnitud. Sin embargo se observa un decaimiento en la magnitud, ya que en la simulación se alcanza una velocidad máxima de 50 mm/s, mientras en el caso experimental solo llega a 20 mm/s. Este decaimiento se cree que puede deberse a diversos factores como el cambio en la velocidad angular del motor, fallas en la estructura experimental, entre otros.

En el caso experimental, las gráficas que muestran las magnitudes del flujo no muestran con tanta claridad las velocidades máximas en los bordes, esto se debe a que se tuvieron algunos problemas con la tapa giratoria, ya que el ensamble con la cabeza giratoria del motor no fue óptimo, por lo que se mostró en los resultados que el giro tenía un ángulo de inclinación que modifica los resultados.

CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

En este trabajo se realizó un estudio numérico-experimental para la caracterización del flujo rotatorio de agua confinado en una cavidad cilíndrica donde la tapa superior se hace rotar a una velocidad angular constante.

A través del presente trabajo ha sido posible obtener los conocimientos básicos para diseñar, simular y construir un dispositivo experimental para realizar la caracterización de un flujo rotatorio a través de la medición de perfiles de velocidad en diferentes regiones del mismo con una técnica de medición no intrusiva como la velocimetría de ultrasonido por efecto Doppler. Adicionalmente, la geometría del problema permitió realizar estudios numéricos suponiendo tanto un flujo axisimétrico como un comportamiento 3D. Todas las simulaciones numéricas se llevaron a cabo con la relación de aspecto fijada en $R = 44$ mm y $H = 82$ mm y el número de Reynolds varió sistemáticamente en el rango de 2.2×10^4 , que corresponde a velocidades angulares de la tapa de rotación en el rango de 50 a 100 rpm.

Los resultados numéricos mostraron que la componente radial es intensa muy cerca de la tapa rotatoria y disminuye conforme nos alejamos de ella, las variaciones de velocidad más intensas se tienen hacia la pared lateral donde se forma una capa límite que se hace mas delgada conforme aumenta el Re , en el centro del flujo se presenta básicamente un flujo ascendente.

Sørensen *et al.* mencionan en su trabajo que, a números de Reynolds altos ($Re \geq 3500$) se muestran efectos tridimensionales en experimentos y, como consecuencia, el escenario de axisimetría se vuelve no físico [22]. Nuestra solución numérica para $Re = 1.1 \times 10^4$ parece predecir el mismo comportamiento, es decir, el flujo es no axisimétrico.

En los resultados numéricos, se encontraron velocidades máximas del orden de 120 mm/s, en el caso axisimétrico y de 50 mm/s para la simulación en 3D, en ambos casos estas velocidades se mostraron para los Re más altos y a distancias más cercanas a la tapa giratoria. En los resultados experimentales se obtuvieron velocidades máximas de 20 mm/s. Sin embargo, en cuanto a la variación de la velocidad con respecto al número de Reynolds y la distancia a la tapa giratoria, en ambos resultados se observó una disminución gradual de la velocidad conforme Re disminuye. Se piensa que el cambio en la magnitud de la velocidad comparando los tres casos se puede deber a factores como la velocidad de rotación, las características del fluido o el tamaño del experimento, así como posibles errores en la medición.

Es importante mencionar que el diseño experimental presenta ciertos problemas que deberán evitarse en futuras investigaciones. La primera es que la tapa giratoria se encontró muy inestable al sujetarse a la cabeza del motor, por lo cual el flujo se vio afectado de cierta manera. Otra desventaja es el material de la tapa giratoria (acrílico), ya que en su fabricación pudo verse afectado por la temperatura para su moldeamiento y esto afecta al flujo porque no se tiene un giro en una dirección uniforme.

Dentro de los resultados de los perfiles de velocidad, como ya se había mencionado, se obtuvieron magnitudes de velocidad de -20 a 20 mm/s.

Estos resultados nos muestran que el flujo presenta un comportamiento oscilatorio, similar al comportamiento de la tapa giratoria. Disminuyendo su periodo conforme aumenta la velocidad angular del motor. A distancias cercanas a dicha tapa, el flujo adquiere un movimiento similar, y conforme la distancia aumenta, éste va disminuyendo tanto su velocidad como el comportamiento oscilante.

En trabajos futuros se contempla la caracterización de flujos de líquidos conductores, como electrolitos a base de agua y metales líquidos como el GaInSn con los cuales se tiene experiencia en el grupo de trabajo. Se contempla la idea de colocar imanes permanentes por debajo de la base del cilindro, con objeto de estudiar el efecto del campo magnético en los patrones de flujo.

APÉNDICE A

ESTUDIO MOTORES

Se realizó un estudio sobre motores de paso, los cuales se dice que son ideales para la construcción de mecanismos en donde se requieren movimientos muy precisos [11]. La característica principal de estos motores es el hecho de poder moverlos un paso a la vez por cada pulso que se le aplique. Estos motores se pueden clasificar en unipolares y bipolares:

Los motores de paso unipolar suelen tener 5 o 6 cables de salida dependiendo de su conexión interna. Este tipo se caracteriza por ser más simple de controlar, estos utilizan un cable común a la fuente de alimentación y posteriormente se van colocando las otras líneas a tierra en un orden específico para generar cada paso, si tienen 6 cables es porque cada par de bobinas tienen un común separado, si tiene 5 cables es porque las cuatro bobinas tienen un polo común; un motor unipolar de 6 cables puede ser usado como un motor bipolar si se deja las líneas del común al aire.

Los motores de paso a paso bipolares tienen generalmente cuatro cables de salida. Necesitan ciertos trucos para ser controlados, debido a que requieren del cambio de dirección del flujo de corriente a través de las bobinas en la secuencia apropiada para realizar un movimiento. Dada la configuración de la bobina, la corriente puede fluir en dos direcciones, necesitando un control bidireccional o bipolar. En general, con respecto al sentido de giro

de los motores a pasos bipolares, el sentido de giro depende de la dirección del flujo de la corriente por las bobinas ya que ésta induce en el embobinado un campo magnético que genera un polo magnético norte y sur, de ahí que el rotor se mueva para que uno de los polos del rotor sea opuesto al de la bobina [6].

Para nuestra investigación probamos 4 motores diferentes, midiendo la velocidad máxima que alcanzan, así como su voltaje y corriente de funcionamiento. La velocidad reportada fue medida experimentalmente, y es la velocidad máxima antes de presentar una pérdida en el movimiento uniforme del motor, asimismo, el voltaje y corriente son medidas experimentales a las cuales se alcanzó dicha velocidad.

El primer motor analizado fue un modelo PM55L-048-HHD0, del cual podemos ver sus características en la Tabla A.1 y su estructura se puede observar en la Figura A.1.



Figura A.1: Motor de paso bipolar PM55L-048-HHD0, imagen obtenida de [8]

El segundo motor que se estudió fue un modelo STP-57D100 (Figura A.2). De este modelo se muestran los datos obtenidos en la Tabla A.2. Este modelo en especial resultó de nuestro interés por ser el de mayor tamaño, y por consiguiente, el de mayor torque.

Fabricante	NMB Technologies Corporation	Pasos por vuelta	48
Tipo	Bipolar	Velocidad (rpm)	160
Voltaje (V)	24	Torque máximo(mNm)	167
Corriente (mA)	600	Longitud del eje (mm)	15
Resistencia (Ω)	5.5	Diámetro de eje (mm)	4
Grados por paso	7.5	Peso(g)	320

Tabla A.1: Parámetros del motor modelo PM55L-048-HHD



Figura A.2: Motor de paso bipolar STP-57D100, imagen obtenida de [10]

Fabricante	Shinano Kenshi	Pasos por vuelta	200
Tipo	Bipolar	Velocidad (rpm)	200
Voltaje (V)	9	Torque máximo(mNm)	500
Corriente (mA)	800	Longitud del eje (mm)	38.5
Resistencia (Ω)	3	Diámetro de eje (mm)	12
Grados por paso	1.8	Peso(g)	420

Tabla A.2: Parámetros del motor modelo STP-57D100

La tercer prueba se hizo en un motor unipolar PM55L-048, Tiene una altura de 23mm, el eje tiene una longitud de 8mm y el diametro superior es de 54mm, tal como se observa en la Figura A.3. Y se pueden observar los parámetros medidos en la Tabla A.3

Fabricante	NMB Technologies Corporation	Pasos por vuelta	48
Tipo	Unipolar	Velocidad (rpm)	60
Voltaje (V)	24	Torque máximo(mNm)	201
Corriente (mA)	800	Longitud del eje (mm)	23
Resistencia (Ω)	5.5	Diámetro de eje (mm)	6.3
Grados por paso	7.5	Peso(g)	272

Tabla A.3: Parámetros del motor modelo PM55L-048



Figura A.3: Motor de paso bipolar PM55L-048, imagen obtenida de [8]

El último motor estudiado fue un modelo de motor unipolar NEMA (National Electrical Manufacturers Association) el cual se puede observar en la Figura A.4, así como de la misma manera se pueden observar sus parámetros en la Tabla A.4.

Fabricante	NEMA	Pasos por vuelta	192
Tipo	Unipolar	Velocidad (rpm)	140
Voltaje (V)	24	Torque máximo(mNm)	300
Corriente (mA)	800	Longitud del eje (mm)	–
Resistencia (Ω)	1.5	Diámetro de eje (mm)	–
Grados por paso	1.875	Peso(g)	200

Tabla A.4: Parámetros del motor modelo NEMA 17hs4401



Figura A.4: Motor unipolar NEMA 17hs4401, imagen obtenida de [8]

APÉNDICE B

PROPIEDADES DE MOTOR STP-57D100

El motor usado fue un motor de paso bipolar STP-57D100. Se realizó una investigación de éste con base en su modelo, estudiando su manual del sistema.

B.0.1. Propiedades motor

El motor usado se puede observar en la Figura A.2 y las propiedades de este modelo se muestran en la Tabla A.2.

B.0.2. Código y conexión

Para la creación del código y conexión de los motores, el compañero Luis Javier Vega del Instituto de Investigaciones en Materiales fue un apoyo para estudiar la secuencia de los motores bipolares y unipolares; y, en conjunto, se realizó una conexión adecuada para el funcionamiento correcto de todos ellos.

El código desarrollado para Arduino versión 1.8.10 y a través del cual es posible controlar la velocidad de rotación es el siguiente:

```

#include <Stepper.h>

#define STEPS 200 // Número de pasos por revolución

Stepper stepper(STEPS, 8, 9, 10, 11)

void setup()

{
void loop
}

stepper.step(-200); // Pasos que dará en un ciclo

```

Y la conexión del motor para su funcionamiento se puede observar en la figura B.1.

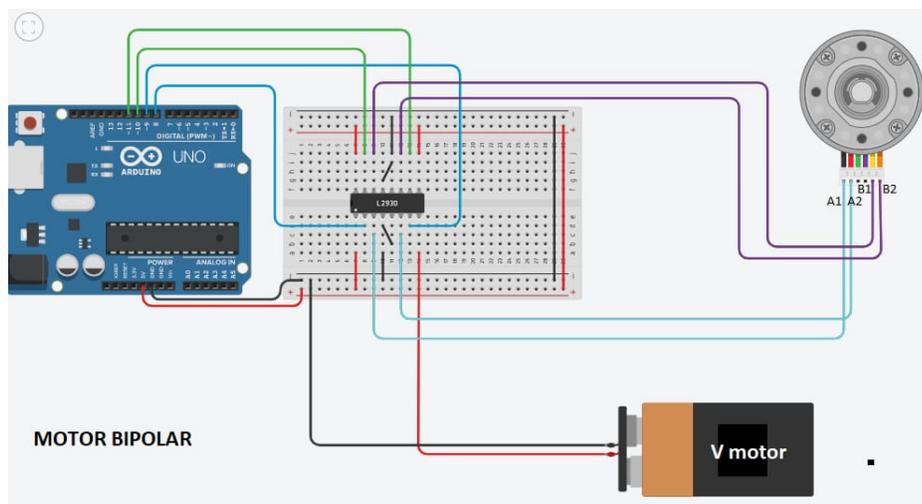


Figura B.1: Conexión de un motor bipolar



Figura B.2: Fuente Keithley 2200-32-3, imagen obtenida de [7]

A diferencia del esquema, a nivel laboratorio el voltaje del motor se manipula con una fuente de poder de la marca Keithley®200-32-3, ver Figura B.2. Dicha fuente permite fijar el voltaje y la corriente usadas por el motor, la cual determina el voltaje y corriente determinado para cada uno de ellos.

Después de la conexión se pudo realizar un estudio sobre la velocidad experimental de los motores (que ya había sido tomada teóricamente por el programa de funcionamiento del motor). En este caso se tomo una grabación de cada uno de los motores desde la parte superior de éstos, y posteriormente se estudió en el software Tracker para determinar las revoluciones por minuto de cada uno. Es importante mencionar que esta velocidad depende de el voltaje y la corriente inyectada al motor, así que, se usaron valores a los cuales se consideró una velocidad óptima.

REFERENCIAS

- [1] Academica-e: *Control de un motor paso a paso: PIC, USB y C.* <http://academica.unavarra.es/bitstream/handle/2454/3547/577435.pdf?sequence=1>, 2007.
- [2] Batchelor, G.K.: *Note on a class of solutions of the Navier-Stokes equations representing steady rotationally-symmetric flow.* The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, páginas 29–41, 1951. <https://doi.org/10.1093/qjmam/4.1.29>.
- [3] Bessaih, R., Marty, Ph. y Kadja, M.: *Numerical study of disk driven rotating MHD flow of a liquid metal in a cylindrical enclosure.* Acta Mechanica, páginas 153–167, 1999.
- [4] Bradwell, D. y Hojong k.: *MagnesiumAntimony Liquid Metal Battery for Stationary Energy Storage.* Journal of the American Chemical Society, páginas 1895–1897, 2012.
- [5] Brito, D., N., Henri Claude y Cardin, P.: *Ultrasonic Doppler velocimetry in liquid gallium.* Experiments in Fluids. Springer-Verlag, páginas 653–663, 2001.
- [6] Canto, Carlos: *Motores de paso o Stepper motors.* https://www.ecured.cu/Motor_paso_a_paso#:~:text=motores%20controlados%20digitalmente.-,Caracteristicas,pulso%20que%20se%20le%20aplique.

- [7] CEDESA: *Instrumentos de medición, diagnóstico, análisis y prueba*. <https://www.cedesa.com.mx/keithley/fuentes-poder/dc-sencillas/2200-32-3/>.
- [8] Digikey: *Motores de paso*. <https://www.digikey.com.mx/>.
- [9] Domínguez, J.C. y Cuevas, S.: *Instabilities in swirling liquid metal flows driven by rotating permanent magnets*. *Magneto hydrodynamics*, páginas 79–88, 2017.
- [10] eBay: *Motores de paso*. <https://www.ebay.com/>.
- [11] EcuRed: *Motor paso a paso*. http://galia.fc.uaslp.mx/~cantocar/microcontroladores/SLIDES_8051_PDF/21_MOTOR.PDF.
- [12] Gratton, J.: *Introducción a la Mecánica de Fluidos*. 1ª edición, 2002.
- [13] Karmán, Th. V.: *Über laminare und turbulente Reibung*. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, página 244, 1921. <https://doi.org/10.1002/zamm.19210010401>.
- [14] L.Aguilar-García, Tania, Rivero, Michel, Nuñez, José, Alfonso, Ismeli y Beltrán, Alberto: *Effect of electromagnetically driven liquid metal flows on the electric potential difference in a cuboid vessel*. *Journal of Power Sources*, página 229162, 2021.
- [15] Programme: *Energy Storage Technologies: A Review Paper; Australian Greenhouse Office*. Department of the Environment and Heritage: Commonwealth of Australia, 2005.
- [16] Rhoané, P.: *Ultrasonic Doppler velocimetry in liquid gallium*. Grenoble Cedex 09, página 0, 2001.

- [17] Rivero, M., Cuevas, S. y Ramos, E.: *Magnetohydrodynamic flow induced by arrays of rotating permanent magnets*. Experimental Thermal and Fluid Science, páginas 30–40, 2016.
- [18] Rivero, M. y Garzón, F.: *Study of the flow induced by circular cylinder performing torsional oscillation*. European Journal of Mechanics / B Fluids, páginas 245–251, 2019.
- [19] S.A, Communications System: *What is the Doppler effect?* <https://www.qrg.northwestern.edu/projects/vss/docs/communications/3-what-is-the-doppler-effect.html>, 2019.
- [20] S.A, Signal Processing: *Functioning principles of pulsed Doppler ultrasound*. <https://www.signal-processing.com/background.php>, Signal Processing, 2019.
- [21] Stewartson, K.: *On the flow between two rotating coaxial disks*. Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, páginas 333–341, 1953.
- [22] Sørensen, Jens Nødrkæ y Christensen, Erik Adler: *Direct numerical simulation of rotating fluid flow in a closed cylinder*. páginas 764–778, 1994.
- [23] Thess, A., Yu, Y. y Bi, B.W.: *The effect of a uniform magnetic field on vortex breakdown in a cylinder with rotating upper lid*. Computers Fluids, páginas 510–523, 2013.