UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MEXICO

POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS

INSTITUTO DE FÍSICA, UNAM
FÍSICA DE ALTAS ENERGÍAS, FÍSICA NUCLEAR, GRAVITACIÓN Y FÍSICA MATEMÁTICA

ROMPIMIENTO DE SUPERSIMETRÍA EN MODELOS FINITOS DE GRAN UNIFICACIÓN

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS (FÍSICA)

PRESENTA:
LUIS ENRIQUE REYES RODRÍGUEZ

TUTORA PRINCIPAL:
DRA. MYRIAM MONDRAGÓN CEBALLOS
INSTITUTO DE FÍSICA, UNAM

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR:
DR. GENARO TOLEDO SÁNCHEZ
INSTITUTO DE FÍSICA, UNAM

DR. LUIS FERNANDO URRUTIA RÍOS
INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES, UNAM

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., AGOSTO 2021.

Universidad Nacional Autónoma de México
UNAM
Biblioteca Central
Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A la memoria de mis abuelos Bernardina Salgado y Enrique Rodríguez.

Reconocimientos

Primero que nada quiero expresar mi más grande agradecimiento a la *Universidad Nacional Autónoma de México* y en particular al *Instituto de Física*, ya que siempre he tendido las puertas abiertas en estas instituciones, así como un espacio tranquilo para trabajar.

Agradezco a la Dra. Myriam Mondragón Ceballos, ya que desde muy temprano en mi carrera supo orientarme y aconsejarme sobre el mundo académico y profesional, además de su apoyo incondicional como asesora para la realización de este trabajo de investigación. Convirtiéndose para mi en un ejemplo a seguir como científica y como ser humano.

También a mi familia: a mi hermana Daniela y mi madre Adriana. A mi querida Desiree, por su apoyo y cariño durante estos últimos años de estar juntos, ya que siempre ha estado presente en los momentos felices y sobre todo en los momentos más difíciles.

Al Dr. Eugenio Ley Koo, que se ha convertido en un apoyo incondicional en cuestiones académicas. De su persona he aprendido muchas cosas buenas en su calidad como docente, como profesional y como persona.

Por último, quiero agradecer a la *DGAPA-UNAM*, dentro del programa de apoyo a proyectos de investigación e innovación tecnológica mediante los proyectos *PAPIIT IN111518 e IN109321*, el cual me dio la oportunidad de enfocarme a mi proyecto de investigación. Así como al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el financiamiento dentro de mi programa de maestría.

Índice general

Capítulo 1

Introducción

La implementación de las teorías de unificación proviene del estudio detallado de las interacciones fundamentales de la naturaleza, la fuerza nuclear fuerte, nuclear débil y electromagnética, en el contexto del modelo propuesto por Weinberg, Glashow y Salam [1] que considera a las interacciones descritas en términos de una teoría cuántica de campos con simetría bajo un grupo de norma semisimple; esto junto con un mecanismo para proveer de masa a las partículas constituye al modelo estándar de partículas elementales. Sin embargo este presenta problemas teóricos importantes, así como fenomenológicos. Por ejemplo, la imposibilidad de describir las observaciones experimentales para las masas provenientes de las oscilaciones de neutrinos solares, la existencia de una jerarquía entre masas para fermiones de materia, además del problema de presentar un exceso de parámetros libres, entre otros.

El tipo de teorías que buscan resolver algunos de estos problemas fundamentales se conocen como teorías más allá del modelo estándar o BSM por sus siglas en inglés. En particular, los modelos que consideran las tres interacciones de norma en un mismo esquema se conocen como teorías de gran unificación. Se basan principalmente en la introducción de simetrías adicionales al modelo para encontrar así relaciones entre parámetros válidos a cierta escala de energía. Más concretamente, se busca el unificar a los acoplamientos de norma a altas energías dentro de un grupo de simetrías más grande, tal que se tengan nuevas interacciones y por tanto nuevas predicciones que dejen información de su existencia cuando se considere el modelo a bajas energías. Es decir, se requiere que mediante un mecanismo de rompimiento se recuperé el contenido de materia y las interacciones del modelo estándar a escalas de energía menores.

Adicionalmente la introducción de supersimetría en la teoría de unificación ayuda a curar algunos de los problemas del modelo estándar, tales como el problema de la jerarquía electrodébil [2, 3], en el que las contribuciones extras a la masa del escalar de Higgs se ven suprimidas por el efecto de simetría entre grados de libertad bosónicos y fermiónicos. Y adicionalmente proveé al modelo de información nueva que puede enriquecerlo al nivel de poder explicar las masas de los neutrinos y el tener un candidato a materia oscura, dependiendo del tipo de contenido de materia en la teoría. Por tanto, el tener una teoría de gran unificación con supersimetría presenta las ventajas de reducir el número de parámetros de norma y el no presentar problemas con la jerarquías de las masas.

Hay una serie de modelos supersimétricos que presentan además una característica muy peculiar, la cual es carecer de divergencias en el ultravioleta si se cumplen ciertos requerimientos mínimos [4, 5], esta finitud puede presentarse a uno y dos lazos, e incluso bajo ciertas restricciones complementarías, a todo orden en teoría de perturbaciones. La construcción de este tipo de teorías se basa enteramente en las propiedades de sus masas y acoplamientos cuando corren bajo el grupo de renormalización, es decir, en términos de sus funciones de evolución β y γ que codifican la información de la teoría a distintas escalas energéticas [4, 6]. De la misma forma se encuentra que el método de reducción de acoplamientos adimensionales implementado por Zimmermann [7] puede ser empleado en las teorías supersimétricas, tal que se vuelve un requerimiento para tener finitud que existan relaciones entre parámetros que satisfagan las ecuaciones de reducción y por tanto que sean invariantes ante el grupo de renormalización para tener así una teoría libre de divergencias orden por orden. Particularmente se puede encontrar en la literatura una amplia variedad de teorías supersimétricas finitas dependiendo del grupo de norma y de la cantidad de generadores de supersimetría ($\mathcal{N} = 1, 2, 4$) [8]. Estas teorías que satisfacen las condiciones de finitud presentan la característica de ser invariantes ante el grupo de transformaciones súperconforme, de igual manera bajo ciertas limitaciones, como se verá a su debido tiempo. Esto, de la mano con estudios recientes que se han hecho para encontrar equivalencias entre la invariancia de escala y la invariancia conforme en una teoría cuántica de campos [9].

Las teorías finitas de gran unificación serán el punto de partida en nuestro estudio, ya que presentan una gran variedad de características importantes, una de ellas la invarianza ante el grupo conforme. El estudio se extenderá para hablar de el efecto del rompimiento de una teoría supersimétrica $\mathcal{N} = 1$ dentro de un modelo finito y que consecuencia trae sobre las relaciones invariantes entre parámetros. En particular se analizará el efecto de emplear la reducción de acoplamientos sobre los términos de rompimiento suave, dependiendo el método de comunicación empleado para romper la invarianza del vacío de la teoría ante transformaciones supersimétricas. Ya que se ha visto en trabajos anteriores [10, 11] que los parámetros suaves satisfacen relaciones entre ellos típicas de un escenario de rompimiento de supersimetría mediado por efectos de la anomalía conforme.

El trabajo se estructurará de la siguiente manera, en la siguiente sección se discutirá a detalle el método de reducción de acoplamientos de Zimmermann en una teoría de campos, la sección 3 incluirá el tratamiento de las teorías supersimétricas finitas, resaltando la importancia del efecto de la cancelación de anomalías y la invarianza bajo el grupo súperconforme, así como tratar un par de ejemplos de modelos finitos de unificación. La sección 4 consistirá en un breve resumen de los mecanismos empleados para romper supersimetría y las restricciones dadas por la fenomenología del modelo estándar que limitan a las distintas versiones de rompimiento. Finalmente la sección 5 se hará una discusión detallada a cerca de emplear las condiciones de reducción en el sector de rompimiento suave, y el dar una explicación a la coincidencia de estos con su forma típica proveniente de modelos de rompimiento basados en la violación de la simetría conforme.

Capítulo 2

Método de reducción de acoplamientos

El exceso de parámetros libres sigue siendo hasta hoy en día uno de los principales problemas dentro del modelo estándar de partículas elementales, esto debido a lo complicado de manejar una teoría física con un gran número de variables independientes. Dicha problemática da lugar a la búsqueda de mecanismos teóricos que arrojen como resultado la determinación de estos parámetros o bien, relaciones que los pongan en correspondencia directa unos con otros .

Existen distintos caminos para intentar solucionar el problema del exceso de parámetros, siendo el más usual y conocido el planteado por la teorías de gran unificación [12, 13]. Estos modelos se basan en la búsqueda de relaciones entre parámetros mediante la introducción de simetrías adicionales. Más en específico, se considera un grupo de simetrías de norma que contenga al grupo del modelo estándar; tal que a altas energías las interacciones fundamentales sean descritas por un único acoplamiento de norma. Y que consecuentemente, mediante un mecanismo de rompimiento espontáneo, se recupere el contenido de materia usual del modelo estándar a bajas energías.

Otro camino para atacar este problema dentro de una teoría cuántica de campos es el propuesto por W. Zimmermann en la década de los 80's; mismo que se basa enteramente en principios de renormalizabilidad de la teoría e invariancia ante el grupo de renormalización [7]. De modo que se busca escribir relaciones que fijen todos los parámetros de una teoría en términos de un único acoplamiento independiente. Cabe mencionar que dicho método no entrará en conflicto con la introducción de simetrías, debido a que éstas no afectarán de manera significativa la renormalizabilidad de la teoría.

Ambos escenarios arrojan información teórica relevante, así como predicciones importantes en modelos físicos concretos. Y al no entrar en conflicto uno con el otro, se tendrá como objetivo el implementar de manera conjunta ambos mecanismos para poder así obtener mayor información sobre los parámetros del modelo estándar en función de parámetros más fundamentales y poder así nutrir a una teoría de unificación de las ventajas de ambos formalismos.

En esta sección se estudiará a detalle el proceso general de reducción de acoplamientos descrito por Zimmermann [7, 14] para una teoría cuántica de campos no masiva con

$n+1$ parámetros adimensionales, y se analizará a su vez el proceso cuando se presentan acoplamientos de dimensionalidad mayor. Finalmente se generalizará al caso en el que se tiene una teoría de norma supersimétrica $\mathcal{N} = 1$ y se estudiarán las diferencias en las condiciones para realizar una reducción completa dentro del espacio de parámetros.

2.1. Reducción general de acoplamientos

Consideremos una teoría cuántica de campos no masiva la cual está descrita por $a+1$ parámetros independientes de la forma $g, g_1, \ldots, g_a$ a la escala μ de renormalización. El objetivo entonces será el expresar una relación entre los acoplamientos que sea invariante del grupo de renormalización.

Por tanto, pensemos en tener una reducción completa en la que cada parámetro está descrito en función de un acoplamiento principal llamado g y que se tenga invariancia ante el grupo de renormalización. Nos referiremos a partir de este momento a las relaciones invariantes ante el grupo de renormalización por RGI, por sus siglas en inglés. El pedir que todos los parámetros se describan en función de un único acoplamiento principal g se traduce en pedir que

$$g_a = g_a(g), \tag{2.1}$$

condición que es independiente de la escala, debido a que no depende explícitamente de μ. La función $g_a(g)$ debe ser una función diferenciable en la vecindad definida por g y cumplir la condición

$$\lim_{g \to 0} g_a(g) = 0,$$

es decir, que para un acoplamiento g pequeño la teoría sea asintóticamente libre. Consideremos la invariancia ante el grupo de renormalización codificada dentro de la ecuación de Callan-Symanzik, de modo que para una función de correlación $D(g, g_a, \mu)$ se cumple lo siguiente

$$\Big(\mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} + \sum_a \beta_a \frac{\partial}{\partial g_a} + \beta_g \frac{\partial}{\partial g} + \gamma_a\Big) D = 0, \tag{2.2}$$

dentro de la teoría no reducida, donde β_g y β_a son las funciones beta del grupo de renormalización y γ_a las dimensiones anómalas de los campos de la teoría. A su vez, la teoría reducida contará con una relación de Callan-Symanzik completamente análoga

$$\Big(\mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} + \beta'_g \frac{\partial}{\partial g} + \gamma'_a\Big) D' = 0, \tag{2.3}$$

donde la función de correlación del sistema reducido depende únicamente de g y μ. El hecho de pedir que para la teoría reducida sólo se tenga un único parámetro libre, se traducirá en términos de las funciones de correlación que las funciones D y D' estén relacionadas directamente, tal que $D'(g, \mu) = D(g, g_a(g), \mu)$. Usando este hecho en (2.2) y (2.3), se tendrán las siguientes expresiones que relacionan las funciones del grupo de renormalización del sistema reducido y del sistema completo

$$\gamma_a = \gamma'_a, \qquad \beta_g = \beta'_g, \qquad \beta'_g \tfrac{dg_a}{dg} = \beta_a, \tag{2.4}$$

con lo que se obtiene una condición que deben cumplir los acoplamientos para poder tener una teoría reducida a un parámetro independiente

$$\beta_g \frac{dg_a}{dg} = \beta_a. \tag{2.5}$$

Esta relación consiste en $N-1$ constricciones independientes que son invariantes ante el grupo de renormalización, las llamadas ecuaciones de reducción, que son condiciones necesarias y suficientes para tener una teoría de campos reducida, como se discutirá posteriormente.

Tal deducción de las ecuaciones de reducción sirve para entender como funciona la invarianza ante el grupo de renormalización directamente de la ecuación de evolución, sin embargo hay métodos de obtener dichas relaciones a partir del principio de invariancia de escala, es decir la eliminación directa de la energía de las ecuaciones de evolución. Esto da lugar a las ecuaciones de reducción idénticas a las de la ecuación (2.5), pero restringidas a ciertos límites de energía y singularidades que puedan estar presentes en las funciones beta [15, 16].

La relación (2.5) aparentemente no restringe las posibles soluciones que puede tener para los acoplamientos; tal como su unicidad, teniendo así disponible un gran número de posibles relaciones entre parámetros que son permitidas. Sin embargo, hay una diferencia sustancial si se quiere que la teoría reducida al igual que la teoría original sean perturbativamente renormalizables. Si se quiere que la teoría sea renormalizable, se necesita que las funciones de Green D tengan expansión en potencias de g y g_a y por su parte que las funciones D' tengan expansión en potencias de g, consecuentemente la solución de las ecuaciones de reducción admitirá solución en series de potencias de la forma

$$g_a = \sum_n \rho_a^{(n)} g^{2n+1}, \tag{2.6}$$

teniendo esto en mente, es posible deducir una condición especifica que codifique la renormalizabilidad, por lo menos a ordenes bajos. Consideremos una solución del tipo de la ecuación (2.6), de modo que las funciones del grupo de renormalización se escriban de forma expandida como [4, 7]

$$\beta_g = \beta_g^{(1)} g^3 + \dots, \tag{2.7}$$

$$\beta_a = \sum_{b,c,d\neq g} \beta_a^{(1)bcd} g_b g_c g_d + \sum_{b\neq g} \beta_a^{(1)b} g_b g^2 + \dots, \tag{2.8}$$

donde se considera solo la expansión al primer orden y se hace referencia a los términos de orden superior; con $\beta_g^{(n)}$ y $\beta_a^{(n)bcd}$ los enésimos coeficientes. Utilizando la expresión

(2.6) e insertándola dentro de las ecuaciones de reducción (2.5), al hacer la comparación de las potencias tipo g^{2k+3} con las presentes en la expansión de las funciones beta se obtendrá que el coeficiente que las acompaña es de la siguiente forma[1]

$$\sum_{d\neq g} M(k)_a^d \rho_d^{(k+1)},$$

donde $M(k)_a^d$ es

$$M(k)_a^d = 3\sum_{b,c} \beta_a^{(1)bcd}\rho_b^{(1)}\rho_c^{(1)} + \beta_a^{(1)d} - (2k+1)\beta_g^{(1)}\delta_a^d, \tag{2.9}$$

de modo que al orden más bajo ($k=0$), se tiene que

$$\sum_{d\neq g} M(k)_a^d \rho_d^{(k+1)} = 3\sum_{b,c,d} \beta_a^{(1)bcd}\rho_b^{(1)}\rho_c^{(1)}\rho_d^{(1)} + \sum_{d\neq g}\beta_a^{(1)d}\rho_d^{(1)} - \beta_g^{(1)}\rho_a^{(1)} = 0, \tag{2.10}$$

siendo esta relación la que caracteriza la validez de la solución en potencias. De modo que los coeficientes $\rho_a^{(k)}$ están determinados de manera única si la matriz $M(k)$ es invertible; es decir, la renormalizabilidad perturbativa de la teoría reducida se preserva siempre y cuando se cumpla que $\det M(K)_a^d \neq 0$ para un conjunto de $\rho_a^{(1)}$ dado. Esta condición es muy relevante al momento de querer una reducción parcial de la teoría; es decir, que las relaciones entre parámetros involucren únicamente a un conjunto A de acoplamientos, ya que se probará que al ser renormalizable la teoría reducida, su flujo de renormalización será el mismo que el de la teoría original. Razón por la que en una teoría con reducción parcial y parámetros dimensionales, la existencia de una solución única en potencias dependerá enteramente del tipo de teoría.

En la siguiente sección se hablará a cerca del método de reducción para una teoría con acoplamientos con dimensionalidad mayor, debido a que las condiciones para poder encontrar una solución única en series presenta pequeñas sutilezas.

2.1.1. Reducción de acoplamientos dimensionales

Consideremos ahora una teoría de norma renormalizable, con acoplamientos $\hat{g}$, $\hat{g}_a$, $\hat{h}_l$ y $\hat{m^2}_k$, donde $\hat{h}_l$ es un conjunto de parámetros de dimensionalidad 1, $\hat{m^2}_k$ de dimensionalidad 2 y $\hat{g}$, $\hat{g}_a$ al igual que en el caso anterior son acoplamientos adimensionales. Siguiendo la discusión de Piguet y Sibold [17], así como lo trabajado por W. Zimmermann [18], se analizará el método de reducción para este caso, centrándose principalmente en las condiciones para la existencia de la solución en series a las ecuaciones de reducción.

En principio, el método de reducción fue formulado para teorías con acoplamientos adimensionales, sin embargo, para hacer una extensión apropiada para parámetros con dimensión de masa, es necesario el encontrar requerimientos provenientes de las

[1] Donde $k > n$, un orden intermedio en la expansión.

ecuaciones de evolución[1]. Se considerará inicialmente un esquema de renormalización que sea independiente de la masa; por ejemplo el esquema MS empleado por t'Hooft. Esto por dos motivos particulares, primero, debido a que en este tipo de esquemas las dependencias de las funciones de renormalización respecto a los acoplamientos son muy sencillas, lo cual no hace que se pierda generalidad en los desarrollos debido al segundo punto. Segundo, ya que como fue demostrado por Zimmermann en el año 2000 [19], el proceso de reducción de acoplamientos es independiente de la elección del esquema de renormalización.

Considerando los puntos anteriores, tendremos que una función de correlación cumplirá la ecuación del grupo de renormalización si se cumple lo siguiente

$$\Delta D[\Phi, \hat{g}, \hat{g}_a; \hat{h}_l; \hat{m^2}_k, \mu] = 0, \tag{2.11}$$

con el operador diferencial siendo descrito por

$$\Delta = \mu \frac{\partial}{\partial \mu} + \sum_{a=0}^{N} \beta_a \frac{\partial}{\partial \hat{g}_a} + \sum_{l}^{L} \gamma_l^h \frac{\partial}{\partial \hat{h}_l} + \sum_{k}^{M} \gamma_k^{m^2} \frac{\partial}{\partial \hat{m^2}_k} + \sum_{J} \gamma_J^{\Phi I} \frac{\delta}{\delta \Phi_J}, \tag{2.12}$$

de donde se observa una dependencia de los campos, de los acoplamientos y de la escala energética μ. Con β_a las funciones beta de los parámetros adimensionales, γ las dimensiones anómalas de masa, de acoplamiento y de los campos[2].

En dicho esquema de renormalización, las dimensiones anómalas tendrán una forma muy particular en función del tipo de acoplamiento que tengan asociado, de acuerdo con [6, 10], estas se verán de la siguiente forma

$$\gamma_l^h = \sum_{l=1}^{L} \gamma_l^{h,m}(g_0, \ldots, g_N) \hat{h}_m, \tag{2.13}$$

$$\gamma_k^{m^2} = \sum_{k}^{M} \gamma_k^{m^2,s}(g_0, \ldots, g_N) \hat{m^2}_s + \sum_{mn}^{L} \gamma_k^{m^2,nm}(g_0, \ldots, g_N) \hat{h}_m \hat{h}_n, \tag{2.14}$$

con $\gamma_l^{h,m}$, $\gamma_k^{m^2,s}$ y $\gamma_k^{m^2,nm}$ series de potencias de los parámetros adimensionales. La constricción para tener una teoría reducida consistirá en tener un conjunto de parámetros que sean independientes; en función de estos parámetros fundamentales se podrán escribir una serie de condiciones de reducción análogas a la de la ecuación 2.1.

$$g = \hat{g}, \qquad h_l = \hat{h}_l \qquad 1 \leq l \leq P, \tag{2.15}$$

$$m_k^2 = \hat{m^2}_k, \qquad con \qquad 1 \leq k \leq Q, \tag{2.16}$$

[1]Estas son las ecuaciones del grupo de renormalización (RGE).

[2]En una teoría cuántica de campos en $4D$, los acoplamientos de dimensión 1 corresponden a acoplamientos trilineales en los campos.

de modo que

$$\hat{g}_a = \hat{g}_a(g), \qquad a = 1, \ldots, N, \tag{2.17}$$

$$\hat{h}_l = \sum_{m=1}^{P} f_l^m(g) h_m, \qquad l = P+1, \ldots, L, \tag{2.18}$$

$$\hat{m^2}_k = \sum_{s=1}^{Q} e_k^s(g) m_k^2 + \sum_{nm=1}^{P} r_k^{mn}(g) h_m h_n, \qquad k = Q+1, \ldots, M. \tag{2.19}$$

Las relaciones anteriores [4, 10], contienen coeficientes en función del acoplamiento adimensional principal. Al igual que en el caso de acoplamientos sin dimensión de masa, al relacionar las ecuaciones del grupo de renormalización del caso reducido y del caso no reducido para las funciones de correlación D, se obtiene un conjunto de ecuaciones que deben satisfacerse para poder llevar a cabo el proceso de reducción; que son una versión modificada y más general de las RE's de Zimmermann [7], estas son

$$\beta_g = \frac{\partial \hat{g}_a}{\partial g} = \beta_a, \qquad a = 1, \ldots, N, \tag{2.20}$$

$$\beta_g \frac{\partial \hat{h}_l}{\partial g} + \sum_{m=1}^{P} \gamma_m^h \frac{\partial \hat{h}_l}{\partial h_m} = \gamma_a^h, \qquad l = P+1, \ldots, L, \tag{2.21}$$

$$\beta_g \frac{\partial \hat{m^2}_k}{\partial g} + \sum_{l=1}^{P} \gamma_l^h \frac{\partial \hat{m^2}_k}{\partial h_l} + \sum_{s=1}^{Q} \gamma_s^{m^2} \frac{\partial \hat{m^2}_k}{\partial m_s^2} = \gamma_k^{m^2}, \qquad k = Q+1, \ldots, M, \tag{2.22}$$

de donde se deduce que si se cumplen las relaciones (2.17-2.19), no solo es posible realizar el proceso de reducción, sino que el flujo de renormalización de la teoría efectiva será el mismo que el de la teoría completa. A su vez, la necesidad de mantener la renormalizabilidad se refleja en el hecho de tener las soluciones a las funciones $\hat{g}_a$, f_l^m, e_k^s y r_k^{mn} en potencias del acoplamiento principal g, tal que cumple la condición de Zimmermann para acoplamientos pequeños. Resultando en una teoría con todos los parámetros determinados en función de g a una escala de energía μ^*.

Cabe mencionar que la existencia de una única solución para estas funciones depende de la teoría en cuestión con que se esté trabajando, así como del conjunto de parámetros que se escogen como independientes. En la siguiente sección se estudiará el caso en el que se cuenta con una teoría de norma supersimétrica, y el como se verán modificadas las condiciones para obtener una solución para las ecuaciones de reducción en series de potencias del acoplamiento de norma o acoplamiento principal.

2.2. Reducción para una teoría de norma supersimétrica.

Para poder emplear el método de reducción que se ha estado estudiando en las secciones anteriores en el contexto de una teoría de norma con supersimetría, es conveniente considerar el siguiente modelo. Sea una teoría de norma supersimétrica $\mathcal{N} = 1$, quiral y libre de anomalías y con un grupo de norma simple G_g. El súperpotencial de este modelo es

$$W = \frac{1}{2} m_{ij} \Phi^i \Phi^j + \frac{1}{6} C_{ijk} \Phi^i \Phi^j \Phi^k, \tag{2.23}$$

donde Φ^i son súpercampos quirales, correspondientes a los campos de materia transformando en una representación irreducible de G_g; m_{ij} y C_{ijk} estructuras tensoriales invariantes ante el grupo y asociados a acoplamientos cuadráticos y cúbicos en la teoría.

De acuerdo al teorema de no renormalización estudiado por Seiberg [20] y demás autores [21, 22], el súperpotencial carecerá de contribuciones más allá del nivel árbol, esto tiene una gran importancia, ya que las funciones de renormalización de los campos y de los acoplamientos se relacionarán debido a la ausencia de infinitos en los términos de interacción cúbicos y de masa, de modo que

$$Z_{ij}^{i'j'} (Z_{i'}^{i''})^{1/2} (Z_{j'}^{j''})^{1/2} = \delta_{(i}^{i''} \delta_{j)}^{j''} \tag{2.24}$$

$$Z_{ijk}^{i'j'k'} (Z_{i'}^{i''})^{1/2} (Z_{j'}^{j''})^{1/2} (Z_{k'}^{k''})^{1/2} = \delta_{(i}^{i''} \delta_{j}^{j''} \delta_{k)}^{k''}, \tag{2.25}$$

de donde las funciones de renormalización vienen definidas por

$$\Phi_i^0 = (Z_i^j)^{1/2} \Phi_j \tag{2.26}$$

$$m_{ij}^0 = Z_{ij}^{i'j'} m_{i'j'} \tag{2.27}$$

$$C_{ijk}^0 = Z_{ijk}^{i'j'k'} C_{i'j'k'}, \tag{2.28}$$

donde el superíndice 0 hace referencia a las cantidades desnudas. Estas relaciones entre funciones de renormalización hace que los únicos infinitos restantes sean los provenientes de las funciones Z individualmente.

Con todo esto, las funciones del grupo de renormalización a un lazo quedan determinadas por[1] [23, 24]

$$\beta_g^{(1)} = \frac{dg}{dt} = \frac{g^3}{16\pi^2} \Big[\sum_i T(R_i) - 3 G_2(G) \Big], \tag{2.29}$$

$$\beta_{ijk}^{(1)} = \frac{dC_{ijk}}{dt} = C_{ijl} \gamma_k^l + C_{ikl} \gamma_+^l C_{jkl} \gamma_i^l, \tag{2.30}$$

esta última relación toma su forma debido a las ecuaciones (5.8), en virtud del teorema de no renormalización, donde γ_k^i es la dimensión anómala de los campos. A un lazo γ_k^i se escribe como

[1] Se empleó para esto que $t = \ln \frac{\mu}{M}$.

$$\gamma_j^{(1)i} = \frac{1}{32\pi^2}\big[C^{ikl}C_{jkl} - 2g^2C_2(R_i)\delta_j^i\big], \tag{2.31}$$

con $C_2(R_i)$ el operador cuadrático de Casimir de la representación R_i y $T(R_i)$ los índices de Dynkin asociados a cada representación. Estas ecuaciones serán de utilidad para analizar el comportamiento asintótico de la teoría y poder determinar las condiciones para tener una solución a las ecuaciones de reducción (RE's).

Consideremos los acoplamientos adimensionales C_{ijk} y g, de forma que podamos reescribir sus ecuaciones de evolución en términos de sus potencias cuadráticas, para esto se definen las cantidades

$$\alpha = \frac{g^2}{4\pi}, \qquad\qquad \alpha_i = \frac{g_i^2}{4\pi}, \tag{2.32}$$

definiciones que se emplean usualmente en física de partículas elementales [1, 25]. Bajo esta definición, los acoplamientos trilineales se agrupan bajo una sola etiqueta i (con $i = 1, \dots, n$) y sus ecuaciones de evolución, es decir, sus funciones beta cambian a

$$\frac{d\alpha}{dt} = -b^{(1)}\alpha^2 + \dots, \tag{2.33}$$

$$\frac{d\alpha_i}{dt} = -b_i^{(1)}\alpha_i\alpha + \sum_{j,k} b_{i,jk}^{(1)}\alpha_j\alpha_k, \tag{2.34}$$

donde $b^{(1)}$, $b_i^{(1)}$ y $b_{i,jk}^{(1)}$ son coeficientes dados en términos de los parámetros de las funciones (2.29-2.30). Bajo esta definición, las ecuaciones de reducción se escribirán de la siguiente forma

$$\alpha\frac{d\bar{\alpha}}{d\alpha} = -\bar{\alpha}_i + \frac{\beta_i}{\beta}, \tag{2.35}$$

donde se definió a la variable $\bar{\alpha} = \alpha_i/\alpha$. Como se busca analizar las propiedades asintóticas, se buscarán puntos fijos en la ecuación con $\alpha = 0$, de modo que la ecuación de los puntos estacionarios ρ_i, en términos de los parámetros $b^{(1)}$'s será

$$\Big(-1 + \frac{-b_i^{(1)}}{b^{(1)}}\Big)\rho - \sum_{j,k}\frac{b_{i,jk}^{(1)}}{b^{(1)}}\rho_k\rho_k = 0,$$

relación de la que se distinguen dos tipos de puntos fijos, $\rho_i = 0$ si $i = 1, \dots, n'$ y $\rho_i > 0$ si $i = n' + 1, \dots, n$. De tal forma que si $\bar{\alpha}$ con $i \le n'$, se fija a cero, se tendrá una solución para la ecuación de puntos fijos para $i > n'$ en potencias de g de la siguiente forma

$$\bar{\alpha} = \rho_i + \sum_{r=2}\rho_i^{(r)}\alpha^{r-1}, \qquad\qquad i < n' + 1, \dots n. \tag{2.36}$$

Esta solución da lugar a relaciones invariantes ante el grupo de renormalización, y en ellas los acoplamientos α_i son funciones del parámetro α, y por tanto del acoplamiento de norma g. Se tendrá entonces que existe un único acoplamiento independiente, presente a la escala de energía en la que se tiene un punto fijo en la evolución de los acoplamientos.

El efecto de tener supersimetría en la teoría se reflejará principalmente en la forma que adquieren las funciones del grupo de renormalización para los parámetros adimensionales, y con ello la relación invariante entre acoplamientos [10, 21]. Cabe resaltar que el uso de los parámetros C_{ijk} y g para el tratamiento de las ecuaciones del grupo de renormalización fue debido a que los acoplamientos dimensionales m_{ij} en este caso no afectan el comportamiento asintótico de la teoría. Por tanto, se obtiene que para el caso de una teoría de norma con supersimetría el proceso de reducción se lleva a cabo gracias a la existencia de la solución para las ecuaciones de reducción, manteniendo de igual forma la renormalizabilidad dentro de la teoría.

Como se verá de manera explicita más adelante, el método de reducción de parámetros adimensionales en una teoría supersimétrica, será de las claves para construir un modelo de unificación fenomenológicamente viable que carezca de divergencias a altas energías, además de dar pos si mismo mucha información sobre los parámetros que median el rompimiento suave de la supersimetría. Todo esto gracias a las propiedades de las soluciones de las ecuaciones de reducción y su característica de mantener su forma en cualquier esquema de renormalización. El estudio de las teorías libres de divergencias en el ultravioleta se tratará en el siguiente capitulo.

Capítulo 3

Finitud e invarianza conforme

El estudio de las teorías finitas surge en el contexto de las teorías de gran unificación bajo la idea de la ausencia de divergencias a escalas más grandes que la escala de unificación, donde se espera que todas las interacciones se presenten en un mismo esquema. Esta idea se implementa a nivel de las interacciones de norma conocidas; nuclear fuerte, nuclear débil y electromagnética, la cual requiere de cierto grado de simetría en una teoría, razón por la que no es observable a bajas energías el efecto que produciría esta ausencia de divergencias. Debido a esto es que se consideran teorías que incluyen al modelo estándar como una versión a bajas energías y que presentan mayor simetría a escalas mayores a partir de la energía típica de la teoría.

La idea de tener una teoría que sea completa a altas energías; es decir, que no tenga divergencias, viene fundamentada en una imagen teórica en la que la presencia de infinitos en las cantidades físicas reflejaría el hecho de la existencia de grados de libertad e interacciones a una escala de energía mayor que la escala de unificación y cercana a la escala de Planck. Y que por el efecto de lo mismo, la existencia de una teoría a estas energías requeriría que esta fuera completamente finita.

En términos de lo descrito en la sección anterior, la búsqueda de este tipo de teorías entra en consistencia directa con el método de reducción de acoplamientos, de manera que es posible el construir una teoría a altas energías que presente las ventajas del método de reducción, así como estar libre de divergencias en el ultravioleta. Todo esto basado en la búsqueda de relaciones entre parámetros que sean invariantes ante el grupo de renormalización. En este capitulo se hará una descripción detallada de las condiciones que hacen que una teoría de unificación supersimétrica sea finita a todos los ordenes en teoría de perturbaciones, así como las consecuencias inmediatas que surgen al pedir que se cumplan tales condiciones. Se encontrará que entre las implicaciones más interesantes resaltará la existencia de un régimen en el espacio de parámetros que presenta invariancia ante el grupo síperconforme si se satisfacen las condiciones de finitud.

3.1. Finitud en teorías de norma supersimétricas

Existen diversas propuestas de mecanismos por los cuales los sectores de norma y Yukawa dentro de una teoría de unificación se relacionarían, sin embargo algunas de ellas presentan ciertos problemas de consistencia respecto a los valores para las masas de los fermiones de la tercera familia comparadas con los datos experimentales [26, 27], así como la existencia de divergencias adicionales en el infrarrojo [28, 29]. La implementación del método de reducción de acoplamientos de Zimmermann representa una manera natural de realizar la unificación norma-Yukawa en el contexto de una teoría de gran unificación, tal que a cierta escala la teoría estará caracterizada por un único parámetro independiente. Bajo este supuesto se estudiará la posibilidad de construir un modelo finito de gran unificación, analizando los parámetros adimensionales de una teoría de norma supersimétrica, estos son los acoplamientos de Yukawa del súperpotencial y el acoplamiento de norma.

Para nuestros fines se considerará únicamente el estudio de teorías cuánticas del campo supersimétricas $\mathcal{N} = 1$, el tratamiento de teorías con supersimetría extendida ($\mathcal{N} = 2, 4$) se pueden consultar en las referencias [30, 31]. Consideremos entonces una teoría de campos supersimétrica $\mathcal{N} = 1$, con simetría de norma dada por un grupo simple G[1], y libre de anomalías. Su súperpotencial viene dado al igual que la ecuación (2.23) por

$$W = \frac{1}{2} m_{ij}\phi^i\phi^j + \frac{1}{6} C_{ijk}\phi^i\phi^j\phi^k, \tag{3.1}$$

donde ϕ_i transforma en la representación irreducible R_i de G. Al igual que en la discusión de la sección 2.2, las funciones beta del grupo de renormalización a un lazo están constreñidas en su forma gracias al teorema de no renormalización para el súperpotencial [20], ya que éste además de no recibir correcciones de tipo perturbativo, gracias a la holomorficidad en los campos ϕ_i y a la condición (5.8), se imponen severas restricciones sobre las funciones beta para los acoplamientos adimensionales C_{ijk}. De manera que la ecuación de evolución bajo el grupo de renormalización de un parámetro genérico será proporcional al parámetro mismo y a la dimensión anómala γ^i_j de los campos de materia. Con esto, las funciones beta toman una forma idéntica a las ecuaciones (2.29) y (2.30)

$$\beta_g^{(1)} = \frac{g^3}{16\pi^2}\Big[\sum_i T(R_i) - 3C_2(G)\Big], \tag{3.2}$$

$$\beta_{ijk}^{(1)} = C_{ijl}\gamma^l_k + C_{ikl}\gamma^l_+ C_{jkl}\gamma^l_i, \tag{3.3}$$

y por su parte la dimensión anómala de los campos a un lazo vendrá dada por

$$\gamma_j^{(1)i} = \frac{1}{32\pi^2}\Big[C^{ilm}C_{jlm} - 2g^2 C_2(R_i)\delta^i_j\Big]. \tag{3.4}$$

[1] En general es posible aplicar este mismo tratamiento a grupos semisimples formados por productos de la forma $SU(N)^k$ [32]

Es sencillo observar que si las ecuaciones (5.4) y (5.5) se anulan, se tendrá que todas las funciones beta a un lazo de la teoría deberán ser necesariamente nulas también. Esto, de acuerdo a lo descrito por Jones [33], Luccheci, Piguet y Sibold [34], correspondería a condiciones necesarias y suficientes para garantizar la finitud en una teoría por lo menos a primer y segundo orden. La consecuencia directa de pedir esto es una relación entre parámetros del grupo de norma, así como una relación entre los acoplamientos adimensionales, respectivamente

$$\sum_i T(R_i) = 3C_2(G), \tag{3.5}$$

$$C^{ilm}C_{jlm} = (2g^2)C_2(R_i)\delta^i_j, \tag{3.6}$$

donde se distingue el operador cuadrático de Casimir para la representación adjunta del grupo $C_2(G)$. Estas relaciones de finitud a uno y dos lazos tienen implicaciones muy importantes sobre el contenido de materia, ya que restringen las posibles elecciones de representaciones irreducibles dentro de un grupo de norma G. En particular se verifica que bajo estas condiciones el modelo estándar mínimo supersimétrico (MSSM) no presentaría la característica de ser finito, esto debido a que para el grupo $U(1)_Y$ se tiene que $C_2[U(1)] = 0$, lo cual entra en inconsistencia con la condición dada por la ecuación (3.5), por esto mismo se trabajará con modelos de unificación basados en grupos de norma simples o semisimples tipo $SU(N)$.

Otra consecuencia de las funciones beta nulas a un orden, es la relación directa que surge entre los acoplamientos adimensionales de Yukawa y el acoplamiento de norma similar a la esperada para el método de reducción de parámetros.

La información dada para la finitud a uno y dos lazos sirve como inspiración para preguntarse qué sucede a ordenes superiores en teoría de perturbaciones. Las condiciones (3.5) y (3.6), así como la búsqueda de relaciones invariantes del grupo de renormalización serán las bases para buscar finitud a ordenes superiores. Esto último debido a la necesidad de que relaciones entre parámetros similares a la dada por (3.6) se mantengan a cualquier escala de renormalización, lo cual no es trivial y requiere de que dicha correspondencia entre los parámetros sea solución de la ecuación de reducción (2.4). Toda esta información se condensa en un teorema que caracteriza a las teorías finitas, en el cual se deben satisfacer 4 condiciones básicas que son necesarias y suficientes para garantizar finitud a todo orden perturbativo. El teorema se enuncia como sigue.

Teorema 1. Sea una teoría de Yang-Mills supersimétrica $\mathcal{N} = 1$, con grupo de norma simple G. Si cada una de las siguientes condiciones se cumplen,

1. no hay anomalías de norma,

2. la función beta de norma a un lazo se anula, es decir

$$\beta_g^{(1)} = \frac{g^3}{16\pi^2}\Big[\sum_i T(R_i) - 3C_2(G)\Big] = 0,$$

3. existe una solución de la forma

$$C_{ijk} = \sigma_{ijk} g, \tag{3.7}$$

para la condición que anula la dimensión anómala de los campos a un lazo. Donde σ_{ijk} son números complejos.

4. y, esta solución es única y no degenerada cuando se considera como solución de la función beta de Yukawa siendo anulada a un lazo

$$\beta^{(1)}_{ijk} = 0,$$

entonces cada solución del tipo (3.7) dada en la condición 3 puede ser extendida a una serie de potencias en g, de modo que la teoría unificada de Yang-Mills dependerá únicamente de un parámetro adimensional, cuya función beta de norma se anula a todos los ordenes en teoría de perturbaciones y consecuentemente dicha teoría será completa en el ultravioleta [4, 5].

La demostración detallada del teorema se sostiene de dos importantes consideraciones, ambas relacionadas con la estructura matemática de las corrientes y las anomalías quirales en una teoría supersimétrica $\mathcal{N} = 1$ [35, 36, 37]. Para poder dar un panorama comprensible sobre la prueba, se requiere de un análisis detallado del súpermultiplete de corrientes asociado a la teoría, para lo cual se supone lo siguiente.

Consideremos una teoría $\mathcal{N} = 1$ con grupo de norma no abeliano, y que posee un componente k de súpercampos quirales en el súperpotencial $W(\phi_k) = \sum_a y_a W^a(\phi_l)$. Dicha teoría está dotada de invarianza ante transformaciones quirales R con su respectiva corriente de Noether, además de presentar invarianza de escala a nivel clásico, por el contrario del nivel cuántico que tiene asociadas anomalías en el tensor de energía momento. Finalmente, si se considera que la teoría en cuestión es no masiva[1], se tendrá además que es invariante clásicamente ante el grupo de transformaciones súperconformes; mismo que es una extensión del grupo conforme [38], y que de igual manera presenta anomalías en el caso cuántico.

Toda la información referente a cada una de las simetrías y sus respectivas corrientes anómalas está contenida dentro de un súpermultiplete J, que está conformado por el tensor de energía-momento asociado a la simetría traslacional; la corriente axial asociada a la invarianza ante transformaciones quirales R y la corriente de supersimetría, que esquemáticamente se escriben como

$$J = \{T^\mu_\nu, J^\mu_R, Q^\mu_\alpha, \dots\}. \tag{3.8}$$

Para una teoría genérica, no se conserva esta cantidad a nivel clásico, debido a lo que la derivada anti-quiral de la súpercorriente se verá corregida por factores dependientes del súperpotencial. En el caso de considerar esta divergencia a nivel cuántico, surgirán

[1] La teoría no masiva presenta invarianza de escala, por el contrario de la teoría con masa que dicha invariancia se ve restringida por factores dependientes de derivadas del súperpotencial.

términos anómalos de escala, causando que la ecuación de conservación presente además factores dependientes de la escala μ. Con ello, la ecuación para las anomalías quedará expresada en forma general para el súpermultiplete de corrientes como [37, 39]

$$\bar{D}^{\dot{\alpha}} J_{\alpha\dot{\alpha}} = \frac{1}{3} D_\alpha (3W - \sum_k \phi_k \frac{\partial W}{\partial \phi_k}) - D_\alpha \Big[\delta Tr W_\mu W^\mu + \frac{\bar{D}^2}{8} \Sigma_k \gamma_k Z_k \phi_k^\dagger e^V \phi_k \Big], \tag{3.9}$$

de donde se distinguen las amplitudes de renormalización de los súpercampos Z_k, el parámetro de la función beta de norma a un lazo $\delta = [3C_2(G) - \Sigma T(R_k)]$ y γ_k la dimensión anómala asociada a cada súpercampo ϕ_k. En consistencia con lo trabajado por Ferrara y Zumino [40] la ecuación anterior además de contener información sobre la no conservación de las corrientes del multiplete $J_{\alpha\dot{\alpha}}$, también da indicios de la estructura matemática de las anomalías, ya que de acuerdo a lo descrito en el trabajo [37] es posible mostrar que las anomalías presentes en el multiplete de corrientes forman a su vez un nuevo súpermultiplete, con lo que cada una de estas anomalía presenta un coeficiente que las relaciona unas con otras. Esto es de resaltar, debido a que dicho coeficiente común es la función beta de norma a un lazo, lo cual implicaría que si la condición 2 de teorema de finitud se satisface se cumpliría la cancelación de todas las anomalías dentro del multiplete $J_{\alpha\dot{\alpha}}$.

La forma de las funciones beta del grupo de renormalización para los acoplamientos adimensionales de una teoría con súperpotencial $W(\phi_k) = \sum_a y_a W^a(\phi_l)$, con W^a un producto de d_a súpercampos quirales, gracias al teorema de no renormalización se pueden escribir de manera genérica de la siguiente forma

$$\beta_g^{(1)} = f(g) \Big[\sum_i T(R_i) - 3C_2(G) - \sum_i T(\phi_i)\gamma(\phi_i) \Big] = f(g) S_g, \tag{3.10}$$

$$\beta_y^{(1)} = y \Big[- d_W + \sum_i [d(\phi_i) + \frac{1}{2}\gamma(\phi_i) \Big] = y S_y, \tag{3.11}$$

con d_W y $d(\phi_i)$ las dimensiones canónicas del súperpotencial y de los súpercampos, respectivamente. Cabe notar que $f(g)$ es una función suave del acoplamiento de norma dependiente del modelo con que se trabaje y varía de manera implícita con la escala energética de renormalización. De la misma manera el acoplamiento del súperpotencial y_a varía con la escala μ. Los coeficientes S_g y S_y que acompañan estas funciones beta codificarán la invariancia de escala en un punto fijo al ser nulos.

Volviendo a la discusión en torno a la ecuación (3.9), de acuerdo con lo descrito por Piguet y Sibold [35], y el trabajo de Shifman y Vainshtein [37], es posible reescribir esta relación de conservación en términos de las ecuaciones de movimiento para los súpercampos quirales, ya que resultan proporcionales a los términos con dependencia en la escala

$$\phi_k \frac{\partial W}{\partial \phi_k} + \frac{T(R_k)}{16\pi^2} W_\alpha W^\alpha = \frac{\bar{D}^2}{4} Z_k \phi_k^\dagger e^V \phi_k,$$

tal que la anomalía se reescribe como

$$\frac{1}{3}D_\alpha(3W - \sum_k \phi_k \frac{\partial W}{\partial \phi_k})$$
$$- \frac{1}{3}D_\alpha\Big[(\frac{\delta}{32\pi^2})W_\beta W^\beta + \frac{1}{2}\sum_k \gamma_k(\frac{1}{16\pi^2}T(R_k)W_\beta W^\beta + \phi_k\frac{\partial W}{\partial \phi_k})\Big] =$$
$$- \frac{1}{3}D_\alpha\Big[\sum_k \phi_k \frac{\partial W}{\partial \phi_k}(1+\frac{1}{2}\gamma_k) + \frac{W_\alpha W^\alpha}{32\pi^2}\sum_k (T(R_k)\gamma_k + \delta) - 3W\Big], \quad (3.12)$$

y que en términos de los factores W^a del súperpotencial se escribe de la siguiente forma

$$\bar{D}^{\dot{\alpha}} J_{\alpha\dot{\alpha}} = -\frac{1}{3}D_\alpha[\frac{W_\beta W^\beta}{32\pi^2}S_g + \sum_k y_a W^{(a)} S_{y_a}], \quad (3.13)$$

donde los factores S_g y S_{y_a} son los factores de escala antes mencionados. Esta expresión encontrada deja clara la dependencia del multiplete de anomalías con los parámetros de las funciones beta de la teoría, así como exhibir el hecho que las cantidades asociadas a las anomalías axiales, por poner un ejemplo, son cantidades únicamente a un lazo [35, 41]. La corriente axial asociada a las transformaciones quirales R vendrá dado por la componente $\theta = 0$ del súpercampo $J_{\alpha\dot{\alpha}}$, de manera que la ecuación (3.13) para dicha componente representará una identidad de Ward para la corriente Axial. De acuerdo a lo discutido en los trabajos [35, 37], esta corriente tendrá una anomalía asociada que tiene como estructura

$$r = \beta_g(1+x_g) + \beta_{ijk}x^{ijk} - \gamma_A r^A, \quad (3.14)$$

donde las cantidades x_g y x_{ijk} son cantidades radiativas, y γ_A se refiere a combinaciones de las dimensiones anómalas de los campos de materia. Esta estructura se puede inferir directamente de la ecuación de conservación (3.13) cuando se tiene un súperpotencial como el de (3.1). Por tanto, la condición de tener la función beta de norma a un lazo nula será equivalente a la cancelación de la anomalía quiral R. Por su parte, la anulación de la dimensión anómala a un lazo implicará que las funciones beta de Yukawa sean nulas a ese orden, lo que implicará que los coeficientes r^A sean nulos. Con todo esto en mente se tendrá la prueba del teorema 1.

Demostración.

Consideremos la función beta para los acoplamientos de Yukawa dada por la ecuación de reducción

$$\beta_{ijk} = \beta_g \frac{dC_{ijk}}{dg}, \quad (3.15)$$

e insertándola en la relación para la anomalía quiral (3.14), se tendrá

$$0 = \beta_g(1+x_g) + \beta_g\frac{dC_{ijk}}{dg}x^{ijk},$$

ya que las anomalías quirales se anularon, así como los coeficientes r^A [35]. La ecuación homogénea para β resulta como

$$0 = \beta_g(1 + O(\hbar)),$$

la misma que tiene solución en el sentido perturbativo en potencias de $\hbar$, $\beta_g = 0$ orden por orden. Donde se utilizó el hecho de que los coeficientes x_g y x_{ijk} son cantidades a un lazo o en otras palabras, a orden $\hbar$. Por tanto, la teoría será completa en el ultravioleta gracias a la ecuación de reducción, ya que $\beta_{ijk} = 0$ a todos los ordenes.

Existen consecuencias interesantes en este punto que resaltar de este teorema, la primera de ellas es que las anomalías al compartir parámetros en el súpermultiplete, se anularán a todo orden en teoría de perturbaciones, teniendo una teoría libre de anomalías en un régimen altamente simétrico. Particularmente, al no tener anomalías presentes en la teoría a la escala de gran unificación, se tendrá invarianza de escala y las funciones beta en el punto fijo se anularán, lo que da una relación entre los acoplamientos, tal que si se tiene una teoría con k acoplamientos, se tendrán el mismo número de condiciones. La solución de las ecuaciones de reducción el punto fijo determinan una subvariedad en el espacio de acoplamientos, cuya dimensión está determinada por el número de soluciones linealmente independientes, como ya se había mencionado.

Si se hace la suposición de que existe un punto fijo tal que la teoría es conforme (en el sentido supersimétrico), las direcciones del flujo estarán determinadas por un conjunto de operadores cuya adición al potencial generará nuevos punto fijos, estos operadores llamados marginales generan una variedad diferenciable de puntos fijos[1] o variedad conforme asociada a una teoría CFT. En el contexto de las teorías súperconformes, resalta la existencia de este tipo de operadores en casos limitados, dependientes de la dimensionalidad espaciotemporal d y la cantidad de súpermultipletes presentes, siendo únicamente viables $\mathcal{N} = 1, 2, 4$ en $d = 4$ y $\mathcal{N} = 1, 2$ en $d = 3$ [38], en donde se hace una caracterización de las representaciones unitarias del súperálgebra conforme, restringiendo la dimensión de escalamiento y cargas R de acuerdo a sus reglas de recombinación de los operadores.

Uno de los motivos por los cuales la suposición de conformalidad supersimétrica en el punto fijo resulta muy poderosa, es debido a que teorías de este estilo presentan una conservación de la simetría R a nivel cuántico, es decir, el álgebra de las transformaciones R está contenida en el álgebra súperconforme. Por lo que si se tiene un punto fijo súperconforme, en este, la presencia de anomalías R se verá suprimida, además de que los operadores de la teoría formarán una representación del grupo súperconforme. Si se define de manera consistente que los factores multiplicativos que acompañan a las funciones beta (3.10) y (3.11), codifiquen adecuadamente la dependencia de la escala en el corrimiento de los parámetros/acoplamientos, entonces para una teoría SCFT, se tendrá que estos coeficientes S_y y S_g; que llamaremos coeficientes de escala, deben ser necesariamente nulos. Por tanto, esta discusión de conformalidad resulta tener una conexión muy amplia con tener una teoría finita a todo orden. Se estudiará con detalle

[1]No confundir a la variedad solución en un punto fijo con la variedad de puntos fijos.

la siguiente sección el que la invariancia ante el grupo súperconforme de la teoría es una consecuencia directa de las condiciones de finitud dadas por el teorema 1 para ciertos casos.

3.2. Relación entre finitud e invarianza conforme.

Las condiciones de finitud resultan ser consecuencias poderosa en teorías supersimétricas, ya que al estar libres de divergencias en su acción efectiva, resultan de gran interés al momento de construir teorías que unifiquen al modelo estándar a altas energías y que sean fenomenológicamente viables. Sin embargo, es probable que las condiciones del teorema 1 sean más poderosas de lo que se piensa, ya que al ser la teoría invariante de escala en un punto fijo $\mu^* = M_{GUT}$, estas condiciones darían la pauta para la existencia de una variedad conforme asociada a ese punto fijo, tendiendo así un modelo con un grado mucho mayor de simetría, misma que estaría asociada a cada cero de la función beta. Las variedades conformes, de acuerdo con la teoría CFT [42, 43, 44] son generadas por los operadores marginales ligados a las direcciones dentro de la variedad fija, caracterizando así la dimensionalidad de la misma dentro del espacio de parámetros en el lenguaje de Wilson [45]. La presencia de este tipo de operadores en una teoría cuántica de campos implica la existencia de una variedad de este estilo, pero supersimétrica, es decir, conformada por operadores que actúan en el súperespacio, siempre y cuando la teoría sea invariante ante SUSY en este punto fijo.

Teniendo en consideración la estructura algebraica de las teorías súperconformes [38], se enuncia el siguiente teorema/proposición, referente a la simetría dentro de las teorías finitas de gran unificación.

Teorema 2. Sea una teoría de norma supersimétrica $\mathcal{N} = 1$ en $d = 4$, con grupo de norma G y súperpotencial

$$W = m_{ij}\phi_i\phi_j + C_{ijk}\phi_i\phi_j\phi_k,$$

tal que se satisfacen las condiciones 1-4 del teorema 2. Entonces, si existe un punto fijo asociado a una escala de energía μ^*, la teoría es invariante ante el grupo súperconforme en ese punto.

Como consecuencia, si se cumple este teorema, lo operadores de la teoría supersimétrica constituirán una representación unitaria del grupo súperconforme en $d = 4$, así como el multiplete de corrientes correspondiente a las simetrías de la teoría. Adicionalmente, la teoría conforme incluirá en su variedad conjuntos de coeficientes asociados a los operadores primarios; estos son conocidos como coeficientes de la expansión del producto de operadores (OPE) y dimensiones de escalamiento o dimensiones conformes λ_{ijk} y Δ_i respectivamente. La condición de marginalidad en los operadores se reflejará en condiciones sobre estos coeficientes, tal que [44]

$$\hat{\Delta} = d, \quad \lambda_{\hat{\mathcal{O}}\hat{\mathcal{O}}\hat{\mathcal{O}}} = 0,$$

constricción que resultará en una herramienta primordial para la búsqueda de variedades fijas .

Demostración.

Una teoría súperconforme debe de satisfacer tres condiciones primordiales en términos de sus operadores y de su grupo de simetrías; dichas condiciones surgen del estudio algebraico de las teorías SCFT y de lo descrito por varios autores [38, 39, 44].

1. Debe verificarse la invarianza de escala codificada en los coeficientes S_g y $S_{C_{ijk}}$.
2. La corriente quiral R debe ser conservada a nivel cuántico, por lo que la componente $\theta = 0$ dentro del multiplete $J_{\alpha\dot{\alpha}}$ debe ser nula.
3. Deben existir operadores marginales[1] que inducirán que la teoría se manifieste en un régimen súperconforme.

Como se está interesado en una teoría finita a la escala de gran unificación M_{GUT}, tal que la reducción de acoplamientos se lleve a cabo y por tanto existan soluciones para la ecuación (3.7), la invarianza SCFT se busca en los puntos fijos de la teoría.

El primer apartado se verifica de manera trivial para el súperpotencial en cuestión de acuerdo con la condición 1 y 3 del teorema de finitud, ya que los coeficientes de escala son proporcionales a estas condiciones alrededor de $\mu^* = M_{GUT}$. El punto número 2 puede verificarse gracias a la cancelación de las anomalías dentro del súpermultiplete de corrientes como consecuencia de la finitud (3.14), en particular la simetría quiral R es conservada a nivel cuántico [4, 35].

La tercera condición resulta ser la más sutil de probar, ya que la manera de mostrar que existen operadores exactamente marginales y por tanto, una variedad fija súperconforme, es mediante la exhibición directa de los operadores. Para esto, se propone un operador como candidato a marginal, proponiendo entonces al término del súperpotencial cuyo acoplamiento influye en las propiedades criticas de la teoría $\mathcal{O}_1 = C_{ijk}\phi_i\phi_j\phi_k$. De acuerdo a la caracterización dada en [39], este operador verifica que su factor de escala S_C es proporcional al factor de escala del acoplamiento de norma. Esto gracias a la condición 2 del teorema de finitud y al teorema de no renormalización, que da una forma particular para la función beta de Yukawa proporcional a las dimensiones anómalas γ_i^j, obteniendo que el coeficiente de escala de norma es

$$S_g = \Sigma_k T(R_k)\gamma_k,$$

con γ_k los elementos diagonales de la matriz de dimensión anómala. El factor de escala de Yukawa será por tanto

$$S_C = \frac{3}{2}\gamma_k.$$

Con esto, se prueba que el operador $\mathcal{O}_1$ es un buen candidato a ser un operador marginal ya que $S_g \propto S_C$ [2]. Condición que de igual manera se puede deducir tomando

[1] Operadores locales primarios cuya dimensión anómala es nula.

[2] Para todos los valores de i, j y k.

una solución a la ecuación de reducción (3.15) dada por el teorema 1, de forma que se verificará orden a orden esta relación entre S_g y S_C. Otro aspecto sobre $\mathcal{O}_1$ es la ausencia de dimensión anómala asociada a cada uno de los súpercampos que lo componen, lo cual sucede, ya que por la condición 3 del teorema 1, estas se anulan para todo valor i y j.

Finalmente, al tratarse de operadores quirales en una teoría de dimensión $d = 4$, se tendrá de acuerdo a [38] que existe una relación estrecha entre la dimensión canónica del campo y su carga bajo la simetría R, siendo esta $d_k = \frac{3}{2}r_k$. Y como ya se mencionó, la condición sobre los operadores marginales es que su dimensión canónica coincida con su dimensión anómala; es decir $d_k = \Delta_k$, teniendo entonces que $\Delta_k = \frac{3}{2}r_k$. Esto hace que los operadores de la teoría finita sean buenos candidatos para vivir en un súpermultiplete conforme, de acuerdo a la clasificación explicita dada por Córdova y Dimitrescu [38] , y en particular, como los operadores que constituyen al marginal carecen de dimensión anómala, cumplirán la relación entre r_k y Δ_k (ya que en términos de la dimensión anómala, la relación se escribe $3/2r_k = 1 + 1/2\gamma_k$). Por lo tanto, $\mathcal{O}_1$ tiene elementos suficientes para vivir en un multiplete conforme de acuerdo a lo visto anteriormente, y se concluye entonces que es un operador marginal de la teoría finita, en el punto fijo $\mu^* = M_{GUT}$.

Esto prueba que se tiene asociada una variedad conforme a la escala de gran unificación, en la cual la acción efectiva se mantendrá finita y los operadores de la teoría formarán una representación unitaria del grupo súperconforme. ■

Es de resaltar entonces que, al igual que para las condiciones de finitud a todo orden en teoría de perturbaciones, la suposición de reducción de acoplamientos en la teoría a la escala de gran unificación, resulta crucial al momento de probar el teorema conforme antes enunciado. Esto hace notar que el emplear una reducción en los acoplamientos adimensionales de la teoría, reduce el espacio de parámetros de tal forma que el tener como resultado una simetría conforme asociada y por tanto relaciones adicionales entre los parámetros no dependerá únicamente de la adición o existencia de operadores marginales, sino que está ligado de igual forma a las relaciones RGI entre los parámetros, que se mantienen a todo orden perturbativo. Como se verá en posteriores capítulos, las condiciones de reducción y de finitud seguirán siendo compatibles incluso con el rompimiento de supersimetría (salvo excepciones) dentro del modelo, sacrificando con ello la invarianza conforme en el proceso, más no el efecto que tuvo sobre los acoplamientos esta simetría. En afán de explorar esta idea, se estudian los distintos mecanismos para romper supersimetría en el capitulo siguiente.

3.3. Ejemplos de teorías finitas.

3.3.1. Modelo finito $SU(5)$ de gran unificación.

En consistencia con la clasificación para las teorías finitas supersimétricas ($\mathcal{N} = 1$) descrito en la sección anterior y trabajado en [5, 8], la condición sobre las funciones beta a un lazo garantiza que esta finitud se mantenga a dos ordenes y de manera sucesiva para todo orden en teoría de perturbaciones. El modelo $SU(5)$ supersimétrico contará con un súperpotencial con campos quirales en las representaciones fundamentales (anti-fundamental), **10** y en la adjunta, su forma completa es la siguiente

$$W(\mathbf{5},\bar{\mathbf{5}},\mathbf{24},\mathbf{10}) = \sum_i (h_i^u \mathbf{10}_i \mathbf{10}_i H_i^u + h_i^d \mathbf{10}_i \bar{\mathbf{5}}_i \bar{H}_i^d) + aTr\{\mathbf{24}\} \\ + bTr\{\mathbf{24}^2\} + cTr\{\mathbf{24}^3\} + \sum_l g_l (H_l^u \mathbf{24} \bar{H}_l^d + m H_l^u H_l^d), \quad (3.16)$$

donde los súper-campos ϕ_i corresponden con cada uno de los ya enumerados.

Como es necesario que el modelo reproduzca el contenido del modelo estándar, cada representación aparecerá con una multiplicidad fija, dependiendo del numero de familias de fermiones que se requieran. Para este caso, se pide que los multipletes supersimétricos **5**, $\bar{\mathbf{5}}$, **10** y **24** tengan multiplicidad $(4,3,7,1)$, respectivamente. Con esto, se calcula el coeficiente de la función beta de norma, mismo que depende de los índices de Dynkin de cada representación y del operador de Casimir en la representación adjunta ($\sum_i T(R_i) - 3C_2(G)$), que de acuerdo a la tabla 1 de la referencia [8] se tiene que

$$\sum_i T(R_i) - 3C_2(G) = 4T(5) + 3T(10) + 7T(\bar{5}) + T(24) - 3C(G) \\ = 4(1/2) + 3(3/2) + 7(1/2) + 5 - 3(5) = 30/2 - 15 = 0, \quad (3.17)$$

y de la misma manera, se obtiene para los coeficientes de anomalías que

$$\sum_i A(R_i) = 4(1) + 3(1) + 7(-1) + 1(0) = 0.$$

Por tanto, la función $\beta_g^{(1)}$ es nula, así como la suma de los coeficientes anómalos. Esto implica que las condiciones 1 y 2 del teorema 2 se cumplen para el modelo $SU(5)$ con este contenido de materia.

Por su parte, de acuerdo a la clasificación para teorías finitas dada por Rajpoot y Taylor [8] para modelos tipo $SU(N)$, y al desarrollo encontrado en [46], se requiere analizar los términos con acoplamiento adimensional dentro del súperpotencial para poder analizar las condiciones 3 y 4 del teorema de finitud. El súper-potencial más general que contempla al contenido de partículas descrito anteriormente es el siguiente (con acoplamientos cúbicos)

$$W = \frac{1}{2} g_{ija}^u \mathbf{10}_i \mathbf{10}_j H_a + g_{ija}^d \mathbf{10}_i \bar{\mathbf{5}}_j \bar{H}_a + \frac{1}{2} g_{ijk}^{'} \mathbf{10}_i \bar{\mathbf{5}}_j \bar{\mathbf{5}}_k + \frac{1}{2} p_{iab} \mathbf{10}_i \mathbf{10}_i \bar{H}_a \bar{H}_a \\ + g_{ab}^f H_a \mathbf{24} \bar{H}_a + \frac{1}{3} g^\lambda (\mathbf{24})^3 + h_{ia} \bar{\mathbf{5}}_i \mathbf{24} H_a, \quad (3.18)$$

con los índices i, j, k, índices de familia y a índice escalar. Debido a la necesidad de satisfacer las condiciones 3 y 4 para este modelo, de acuerdo con la referencia [47], el introducir una simetría discreta $\mathbf{Z}_7 \times \mathbf{Z}_3 \times \mathbf{Z}_2$ restringe aún más los términos del súperpotencial, de forma que la solución de la ecuación (3.15) para el nuevo potencial tenga soluciones no degeneradas. Bajo este supuesto, el nuevo potencial invariante es

$$W = \frac{1}{3} g^u_{iii} \mathbf{10}_i \mathbf{10}_i H_i + g^d_{iii} \mathbf{10}_i \bar{\mathbf{5}}_i \bar{H}_i + g^f_4 H_a \mathbf{24} \bar{H}_a + \frac{1}{3}\lambda(\mathbf{24})^3. \tag{3.19}$$

Por tanto, las relaciones sobre los acoplamientos impuestos por la ecuación (3.6) son

$$4(\sum_i g^d_{iii})^2 + \frac{24}{5}(g^f_4)^2 = 2C_2(\mathbf{5} + \bar{\mathbf{5}})g^2 = \frac{24}{5}g^2, \tag{3.20}$$

$$3(\sum_i u_{iii})^2 + \frac{24}{5}(g^f_4)^2 = 2C_2(\mathbf{5} + \bar{\mathbf{5}})g^2 = \frac{24}{5}g^2, \tag{3.21}$$

$$4(\sum_i g^u_{iii})^2 = 2C_2(\bar{\mathbf{5}})g^2 = \frac{24}{5}^2, \tag{3.22}$$

$$2(\sum_i g^u_{iii})^2 + 3(\sum_i g^d_{iii})^2 = 2C_2(\mathbf{10})g^2 = \frac{36}{5}g^2, \tag{3.23}$$

$$(g^f_4)^2 + \frac{21}{3}8(g^\lambda)^2 = 2C_2(\mathbf{24})g^2 = 10g^2, \tag{3.24}$$

tal que resolviendo el sistema se tienen las siguientes relaciones entre parámetros adimensionales como solución a las RE's

$$\begin{array}{cc} (g^u_{111})^2 = (g^u_{222})^2 = (g^u_{333})^2 = \frac{8}{5}g^2, & (g^d_{111})^2 = (g^d_{333})^2 = (g^d_{222})^2 = \frac{6}{5}g^2, \\ (g^f_4)^2 = g^2, & (g^\lambda)^2 = \frac{15}{7}g^2, \end{array}$$

que por construcción es una solución no degenerada y única. Con esto se concluye que la teoría de gran unificación con grupo de norma $SU(5)$ es finita a todos los ordenes.

La manera en que se logró reproducir el contenido del modelo estándar fue tomando 4 copias de las irreps $\mathbf{5} \oplus \bar{\mathbf{5}}$, 3 copias de $\bar{\mathbf{5}} \oplus \mathbf{10}$ para las familias de fermiones y un $\mathbf{24}$, siendo este último el encargado del rompimiento en el grupo de norma al grupo del modelo estándar. Estas condiciones de finitud dejarán de ser válidas después del rompimiento de la simetría de norma, por lo que teoría resultante a bajas energías no será finita.

3.3.2. Modelo de triunificación $SU(3)^3$

La idea detrás de este modelo es seguir con la idea de un tipo de unificación basada en grupos de norma de la forma $SU(N)$. En este contexto, el modelo de triunificación se considera al intentar construir un modelo finito realista $\mathcal{N} = 1$ basado ahora en un producto de grupos de norma de la forma $SU(N)_1 \times SU(N)_2 \times \cdots \times SU(N)_k$ con n_f copias de los súpermultipletes $(N, N^*, 1, \ldots, 1) + (N, N^*, 1, \ldots, 1) + \cdots + (N, N^*, 1, \ldots, 1)$. Para este tipo de grupos, se tiene que el coeficiente de la función beta de norma a un lazo se escribe para cada N como [32]

$$b = \big(-\frac{11}{3} + \frac{3}{2}\big)N + n_f\big(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\big)\big(\frac{1}{2}\big)2N = -3N + n_f N, \tag{3.25}$$

de modo que, para cumplirse la condición de finitud con la función beta de norma $\beta_g^{(1)} = 0$, hablando en términos del parámetro b se entiende que se debe satisfacer que $n_f = 3$. Entonces de igual forma el contenido de materia necesario para tener una teoría finita también queda determinado.

Entonces, la elección de tres familias en un grupo de unificación $SU(3)^3$ será condición necesaria para que dicho modelo sea finito. Por conveniencia, se considera una simetría discreta $\mathbb{Z}_3$ adicional al modelo para garantizar que los tres acoplamientos de norma asociados sean idénticos a la escala de gran unificación predicha por la teoría. Al igual que en el modelo estándar y el modelo de unificación $SU(5)$, los bosones de norma de la teoría transformarán de acuerdo a la representación adjunta del grupo, teniendo 12 bosones adicionales a los presentes en el modelo estándar. De manera independiente, los fermiones trasformarán en una representación irreducible distinta, dependiendo el tipo de fermión que se trate, tal que

$$q \sim (3, 3^*, 1), \qquad q^c \sim (3^*, 1, 3), \qquad \lambda \sim (1, 3, 3^*), \tag{3.26}$$

donde se distingue entre súpercampos de materia asociados con quarks y leptones, q, q^* y λ, respectivamente. Dichos multipletes se expresan de la siguiente forma

$$q = \begin{pmatrix} d & u & h \\ d & u & h \\ d & u & h \end{pmatrix}, \qquad q^c = \begin{pmatrix} d^c & d^c & d^c \\ u^c & u^c & u^c \\ h^c & h^c & h^c \end{pmatrix}, \qquad \lambda = \begin{pmatrix} N & E^c & \nu \\ E & N^c & e \\ \nu^c & e^c & S \end{pmatrix}. \tag{3.27}$$

Con este contenido de materia, para satisfacer la condición 3 del teorema de finitud, la dimensión anómala nula de los campos y la existencia de una solución a las RE's, es necesario tener los términos explícitos del súperpotencial, que de manera análoga al caso sin supersimetría [48] se escriben para el caso de una sola familia de fermiones como siguen

$$W \sim fTr(\lambda q^c q) + \frac{1}{6} f' \epsilon_{ijk}\epsilon_{abc}(\lambda_{ia}\lambda_{jb}\lambda_{kc} + q^c_{ia}q^c_{jb}q^c_{kc} + q_{ia}q_{jb}q_{kc}), \tag{3.28}$$

donde f y f' son acoplamientos adimensionales de Yukawa. Cuando se considera el caso de 3 familias de fermiones, se tendrá un aumento considerable en el número de acoplamientos tipo f y tipo f', de modo que la condición $\gamma_j^{(1)i} = 0$ queda escrita de la siguiente forma

$$\sum_{jk} f_{ijk}(f_{ljk})^* + \frac{2}{3}\sum_{jk} f'_{ijk}(f'_{ljk})^* = \frac{16}{9} g^2 \delta_{il}. \tag{3.29}$$

Se plantean con esto dos escenarios basados en las posibles soluciones de las ecuaciones de reducción para la tercera condición de finitud en el modelo de triunificación [32, 49], estas se enlistan a continuación

I Una teoría finita a todos los ordenes perturbativos, en el que las masas de todos los leptones son fijadas a cero debido a que es necesario que los acoplamientos f'_{ijk} sean nulos para ser solución a la ecuación de reducción, misma que quedará como

$$f^2 = f_{ijk}^2 = \frac{16}{9} g^2.$$

Desafortunadamente, debido a las condiciones de finitud, se torna imposible introducir masas radiativas a los leptones a través del sector suave.

II Una teoría en la que la finitud se presenta únicamente hasta segundo orden, esto debido a que la solución a la condición 3 del teorema de finitud no es aislada, sino que resulta en una forma paramétrica. En este caso se tiene que los acoplamientos adimensionales f'_{ijk} son no nulos y por tanto se tienen presentes masas para los leptones en la teoría. La solución para este caso es la siguiente,

$$f^2 = r\tfrac{16}{9} g^2, \qquad f'^2 = (1-r)\tfrac{8}{3} g^2,$$

de tal forma que r parametriza la clase de soluciones al teorema de finitud. Esta serie de ecuaciones representarán condiciones de frontera a la escala de gran unificación para el corrimiento bajo el grupo de renormalización de los acoplamientos de Yukawa a bajas energías [4, 32].

Ambos modelos arrojarán información importante para la predicción de las masas de los quarks top y bottom, de acuerdo a varios trabajos [4, 49]

Capítulo 4

Rompimiento de supersimetría

Existen distintos mecanismos por los cuales la simetría entre bosones y fermiones dentro de un mismo esquema se rompe, todos ellos motivados en obtener un modelo fenomenológicamente consistente con lo observado o lo esperado. En lo que corresponde a este trabajo, se considerarán dos escenarios específicos de estos mecanismos, uno de ellos en el que el rompimiento de la supersimetría se da a través de interacciones gravitacionales y un escenario en el que se introducen términos al lagrangiano que rompen explícitamente la simetría, con un acoplamiento relativamente débil. Este último estará en consistencia con la jerarquía entre la escala electrodébil y la escala de gran unificación. Por su parte, se considerará de manera especial el efecto de la existencia de anomalías conformes sobre el vacío de la teoría con supersimetría, de modo que en este escenario sea posible tener una pequeña contribución a las masas del sector suave, provenientes de este efecto.

De manera análoga al rompimiento de la simetría electrodébil en el modelo estándar, se espera que la simetría entre bosones y fermiones se rompa espontáneamente, de forma que el vacío ya no sea invariante ante transformaciones de SUSY y que esta simetría permanezca oculta a bajas energías, justificando así el hecho de que no hayan sido observadas en experimentos de aceleradores las partículas supersimétricas más pesadas. Los escenarios de rompimiento de SUSY a bajas energías basados en la idea de un rompimiento espontáneo de la simetría son conocidos como escenarios de sector oculto (hidden sector). De acuerdo a esta idea, se distinguen dos tipos de sectores dentro de la teoría: el primero de ellos que presenta al contenido usual de materia y que se conoce como *visible*, mientras que el segundo sector se referirá al contenido de campos encargado de romper la simetría (sector *oculto*). De la mano con esto, existirán campos encargados de mediar la comunicación entre ambos sectores, de modo que el rompimiento de SUSY se da del sector oculto al visible, como muestra la figura (4.1). La diferencia primordial radicará en qué tipo de mediación dan las partículas mensajeras, ya que se pueden tener diferentes tipos de mediación, ya sea dada por efectos gravitacionales, o efectos de norma.

Se distinguen entonces tres tipos principales de mediaciones del rompimiento de supersimetría: la mediación por gravedad (SUGRA), mediación a través de interacciones de norma, y mediación por efectos de la anomalía conforme. Como se verá más a detalle en las siguientes secciones, la mediación por la anomalía conforme está siempre presente en un esquema de rompimiento, siendo suprimida en muchos casos por efectos de norma o gravedad. El estudio se centrará en la mediación por efectos de la anomalía y cómo esto tiene relación con la forma de los términos de rompimiento suave típicos del modelo estándar mínimo supersimétrico (MSSM).

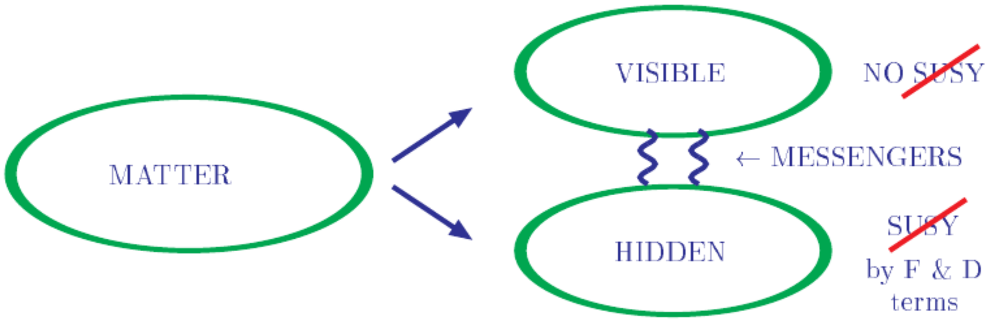

Figura 4.1: Comunicación entre sectores. Tomada de [50].

4.1. Consideraciones generales.

La información referente al rompimiento de una simetría siempre vendrá ligada a la estructura del vacío de la teoría, de manera que si se llegan a satisfacer las siguientes dos ecuaciones en términos de los generadores de simetría de la teoría, el vacío no será invariante ante esta transformación

$$Q_\alpha|0\rangle \neq 0,$$
$$Q^\dagger_{\dot\alpha}|0\rangle \neq 0,$$

lo cual se da por definición.

En términos del operador Hamiltoniano, que se relaciona ampliamente con los generadores de SUSY [2], se tendrá que $H|0\rangle = 0$, con un valor nulo para la energía de dicho estado base si la simetría no está rota. Por el contrario, si se da un rompimiento espontáneo de la simetría, el vacío tendrá energía positiva dada por $\langle 0|H|0\rangle > 0$, que en términos del potencial escalar de una teoría genérica se ve como $\langle 0|H|0\rangle = \langle 0|V|0\rangle$, relación que se cumple de acuerdo a [2, 51], donde V es

$$V = F^{*i}F_i + \frac{1}{2}\sum_a D^a D^a, \tag{4.1}$$

con F^i las componentes auxiliares de los súpercampos quirales, fijadas por interacciones de Yukawa y D^a, componentes de los súpercampos vectoriales responsables de las interacciones de norma en la teoría. En términos de estas componentes auxiliares se encuentra que el rompimiento de supersimetría puede ser codificado si las componentes F^i y D^a de los súpercampos del potencial escalar adquieren un valor de expectación respecto al estado base distinto de cero. Los escenarios de rompimiento se basan principalmente en la suposición de que los términos F o los términos D adquieran un vev no nulo de manera independiente, resultando en un estado base que no sea invariante ante supersimetría.

Sin embargo, de acuerdo a que típicamente un rompimiento espontáneo de una simetría global implica la existencia de modos de Nambu-Goldstone no masivos, en el caso de considerar un rompimiento de la supersimetría global se tendrá que al tratarse a Q^α como el generador de simetría rota, la partícula asociada al modo de Nambu-Goldstone corresponderá a un fermión de Weyl no masivo, conocido típicamente en la literatura como Goldstino. Cuya función de onda es proporcional al valor esperado del vacío de los campos auxiliares D^a y/o F^i.

4.1.1. Rompimiento de supersimetría via término F

Al considerarse el rompimiento espontáneo de supersimetría mediado por el vev no nulo de los términos F^i de los súpercampos del potencial escalar en un modelo, se hará la suposición sobre el vev de los términos D^a, que deberán ser necesariamente cero, para estar en consistencia de que los estados correspondientes no tengan energía cero.

Este tipo de modelos, también llamados de O'Raifeartaigh, consisten en buscar soluciones no simultáneas a las condiciones de extremización del súperpotencial respecto a las componentes escalares de los súpercampos quirales, es decir

$$F^i = -\frac{\delta W^*}{\delta \phi^{*i}} = 0,$$

para un súperpotencial W dado. De forma que el potencial escalar asociado adquiera un valor positivo en el mínimo, es decir, que la simetría haya sido rota.

En el caso en que se tiene más de un súpercampo quiral asociado en el súperpotencial, existe la posibilidad de que las soluciones a la condición $F^i = 0$ presenten indeterminaciones en alguna componente ϕ^k al intentar describir las configuraciones de campo que determinan el mínimo del potencial. Estas indeterminaciones en los campos mejor conocidas como direcciones planas en el potencial (*flat directions*) se pueden tratar al considerar la expansión perturbativa del potencial $V \simeq V_{arbol} + V_1 + \dots$, de manera que el mínimo quede completamente caracterizado a partir de cierto orden [52].

Además, la escala de masa típica del rompimiento de supersimetría vendrá caracterizada por el súperpotencial W, misma que es la única componente auxiliar F^k no nula de las súpercampos que componen al súperpotencial, $\sqrt{F^k}$. Y el goldstino corresponderá a la componente fermiónica de un súpercampo quiral Φ.

4.1.2. Rompimiento de supersimetría via término D

También conocido como rompimiento de Fayet-Iliopoulos, este tipo de rompimiento se basa en la existencia de un vev no nulo en las componentes tipo D en el potencial escalar [2, 3]. Este tipo de rompimiento se puede dar mediante la inclusión de un término en el lagrangiano de la teoría que sea invariante de norma como el siguiente[1]

$$\mathcal{L}_{FI} = -\kappa D,$$

término que únicamente será invariante en el caso de un grupo abeliano como $U(1)$ y además presentará invarianza ante transformaciones de supersimetría. Al determinar el potencial escalar de la teoría se obtendrá que el valor de fondo $\langle D \rangle$ debe ser necesariamente no cero para presentar rompimiento de supersimetría y por tanto un valor definido para el mínimo del potencial. Conidición que se cumple siempre y cuando los campos escalares estén cargados bajo $U(1)$ y se tengan términos de masa escalares no nulas.

En este caso, el goldstino corresponderá a campo que transforma de acuerdo a la componente fermiónica de un súper campo vectorial V. Al igual que en el caso de rompimiento mediante término F, la escala de rompimiento vendrá caracterizada por el valor esperado del vacío del término D.

Debido a la necesidad de la presencia de una simetría de norma abeliana tipo $U(1)$, se puede llegar a pensar que el modelo estándar mínimo supersimétrico presentaría un rompimiento vía término D, sin embargo no es posible ya que el requerimiento de tener masas no nulas en los escalares en el superpotecial no está en consistencia con el espectro de masas de los sleptones, los cuales presentan generación de masas mediante otro tipo de mecanismos.

4.2. Rompimiento suave de supersimetría

Como ya fue mencionado, existen diferentes mecanismos por los cuales la supersimetría se rompe espontáneamente, sin embargo siempre es posible tomar como punto de partida para tratar de entender este rompimiento, considerar un escenario en el que se incluyan factores adicionales en la densidad lagrangiana del modelo, que rompan explícitamente esta simetría. Hacer esto requerirá de hacer consideraciones adicionales sobre el tipo de términos que serán viables para romper supersimetría y no generar complicaciones extra en la teoría. Por ejemplo, este tipo de términos son típicos del rompimiento de supersimetría dentro del modelo estándar mínimo supersimétrico, mismo que restringe la forma genérica de los mismos basado en argumentos relacionados con jerarquías entre masas de partículas. La forma más general de este tipo de factores en el MSSM son los siguientes [53, 54]

[1]Donde el lagrangiano de la teoría se describe en el lenguaje de súpercampos en términos del súperpotencial W, la función cinética de norma f y el potencial de Kähler K [3, 51]

$$-\mathcal{L}_{SSB} = \frac{1}{6}h^{ijk}\phi_i\phi_j\phi_k + \frac{1}{2}b^{ij}\phi_i\phi_j + \frac{1}{2}(m^2)^j_i\phi^{*i}\phi_j + \frac{1}{2}M\lambda\lambda + h.c. + \frac{1}{2}c_i^{jk}\phi^{*i}\phi_j\phi_k + t^i\phi_i + h.c., \quad (4.2)$$

de donde se distinguen distintos tipos de parámetros: masas de gauginos M, masas escalares $(m^2)^j_i$, acoplamientos cuadráticos y cúbicos b^{ij} y h^{ijk}, así como términos t^i y c_i^{jk} asociados a renacuajos (tadpoles) y términos cúbicos no holomorfos, respectivamente. Como se espera poder aparear el rompimiento de supersimetría con las condiciones de finitud en un modelo, los términos del lagrangiano suave (4.2) correspondientes a términos no holomorfos y contribuciones a correlaciones de un punto no serán consideradas debido a que traen consigo divergencias cuadráticas, lo cual entraría en conflicto con los demás términos, ya que carecen de este tipo de divergencias [54]. Esta condición de estar libre de divergencias cuadráticas hace que estos términos reciban el adjetivo de suaves. El resto de los parámetros dentro de (4.2) son permitidos bajo las siguientes consideraciones: la masa unificada de gauginos M está siempre presente por simetría bajo el grupo de norma, los términos cúbicos h^{ijk} y cuadráticos b^{ij} están presentes si y solo si los respectivos términos del súperpotencial C^{ijk} y m^{ij} están presentes, y finalmente las masas escalares $(m^2)^i_j$ las permite la simetría de norma si transforman en multipletes conjugados.

En cierto tipo de modelos es posible considerar factores que posean un término de masa de Dirac involucrando a fermiones y gauginos, este parámetro se vería como

$$\mathcal{L}_{mD} = -M^a\lambda\phi + cc, \quad (4.3)$$

los cuales se incluyen en la teoría si se tienen singletes de norma asociados a gauginos o multipletes quirales transformando de acuerdo la representación adjunta del grupo de norma.

El tipo de rompimiento que modulan los parámetros incluidos dentro de la ecuación (4.2) es un rompimiento explicito de supersimetría, debido a que su inclusión dentro del lagrangiano supersimétrico de una teoría contendrá únicamente componentes escalares de súpercampos y componentes fermiónicas de súpercampos vectoriales, siendo imposible que el lagrangiano total sea invariante ante las transformaciones supersimétricas [2, 3].

La introducción de este tipo de términos de rompimiento son típicos del modelo estándar mínimo supersimétrico, y son escogidos de esta manera para estar en consistencia con la no violación de los números bariónico y leptónico dentro del modelo, y por lo tanto con la no observación del decaimiento del protón. En caso de considerarse los términos más generales permitidos por la simetría de norma, se obtendrían factores que inducen un decaimiento rápido del protón en el sector sleptónico [53, 55].

Adicionalmente se postula en el sector suave del MSSM la posibilidad de satisfacer una *universalidad* de los términos de rompimiento, en virtud de no tener presentes contribuciones problemáticas adicionales a violación de CP ni a la existencia de corrientes neutras que cambien sabor [2, 53]. Las condiciones de universalidad se caracterizan en función de la estructura y propiedades matemáticas de los términos suaves y se escriben de la siguiente forma:

I. Una restricción sobre las matrices de masa de los escalares (sleptones)

$$\mathbf{m}_{\phi}^{\mathbf{2}} = m_{\phi}^{2}\mathbb{I}, \tag{4.4}$$

esto se asocia a tener flavor blind para las masas de sleptones.

II. Una relación directa entre los parámetros cúbicos con los acoplamientos adimensionales de Yukawa en el súperpotencial

$$h = A_0 C, \tag{4.5}$$

que se raduce en tener acoplamientos tipo h fuertemente acoplados a la tercera familia de sleptones[1].

III. Finalmente una condición sobre la realidad de las masas de los gauginos y los acoplamientos cúbicos

$$Im(M) = 0 = Im(A_0), \tag{4.6}$$

misma que tiene como consecuencia evidente que los términos suaves no introducirán fases complejas y por lo tanto violaciones extra a CP. Esto deja a las fases de la matriz de CKM como las únicas fuentes de violación de CP.

Este tipo de constricciones se consideran en el MSSM como condiciones de frontera a la escala μ_0 para los parámetros de rompimiento suave bajo su corrimiento con el grupo de renormalización a bajas energías. Todo esto se tomará en cuenta debido a la necesidad de recuperar el modelo mínimo supersimétrico en modelos de gran unificación una vez rota la simetría de norma, además de notar la similitud de la condición **II** de universalidad con lo postulado por la reducción de acoplamientos. La relación entre este tipo de condiciones y la reducción de parámetros se analizará más adelante.

El origen de los términos de rompimiento suave se puede entender en el contexto del rompimiento de supersimetría vía interacciones de gravedad o de norma, escribiendo dichos factores en función de súpercampos, de forma que al considerar las cantidades que caracterizan a la teoría en el súperespacio; la función cinética de norma f, el súperpotencial $W(\Phi)$ y el potencial de Kähler $K(\Phi, \Phi^*)$, éstas contengan información tanto de los campos en el sector visible (de materia) Φ_k, así como de los campos del sector oculto X y posibles interacciones entre ellos dependiendo del tipo de comunicación que exista entre los sectores.

[1] Se da por hecho que la relación de proporcionalidad se mantiene para cada uno de los parámetros h_{ijk}

Una vez que se da el rompimiento dinámico de supersimetría; al adquirir un vev no nulo en la componente F y/o D de los campos mensajeros, los términos de rompimiento se generarán entonces al hacer la integración de los campos auxiliares correspondientes a cada Φ_k en la expresión general del lagrangiano para una teoría supersimétrica

$$\mathcal{L} = \Big[K(\Phi_k, \Phi^{*k})\Big]_D + \Big(\Big[\frac{1}{4}f(\Phi_k)\mathcal{W}^{a\alpha}\mathcal{W}^b_\alpha + W(\Phi_k)\Big]_F + c.c.\Big), \tag{4.7}$$

donde $\mathcal{W}^a_\alpha$ es la intensidad de campo. Esta forma de proceder adicionalmente da información relevante sobre la evolución de los parámetros suaves vía el grupo de renormalización, al relacionar las funciones de renormalización de los súpercampos de materia antes y después del rompimiento. Obteniendo con ello relaciones para las funciones beta de cada parámetro de (4.2) [56]

4.3. Rompimiento de supersimetría mediado por interacciones gravitacionales

Como su nombre bien lo indica, este escenario de rompimiento dinámico de supersimetría se basa en considerar que la comunicación entre sectores se da a través de interacciones gravitacionales, más en específico, mediante la influencia de interacciones efectivas no renormalizables provenientes de una teoría de súpergravedad [2, 50, 53]. En este escenario los campos dentro del sector oculto serán los que adquieran valores de expectación distintos de cero en su componente F, y se comunicarán con los campos de materia por medio de interacciones entre ellos, suprimidos por la escala de Planck M_P. Por simplicidad, si se considera que sólo existe un campo en el sector oculto X[1], de forma que la expansión del súperpotencial efectivo y de las demás cantidades se expresan en potencias de $1/M_P$, se tendrá que

$$W_{eff} \sim \frac{1}{M_P}\Big(\frac{1}{6}A^{ijk}\Phi_i\Phi_j\Phi_k X + \frac{1}{2}B^{ij}\Phi_i\Phi_j X\Big) + \mathcal{O}(\frac{1}{M_P^2}) \tag{4.8}$$

$$K_{eff} \sim \Phi^{*k}\Phi_k + \frac{1}{M_P}\alpha_i^j\Phi^{*i}\Phi_j X + c.c + \frac{1}{M_P^2}\omega_i^j\Phi^{*i}\Phi_j XX^* + \mathcal{O}(\frac{1}{M_P^3}) \tag{4.9}$$

$$f^{ab}_{eff} \sim \frac{\delta_{ab}}{g^2} + \frac{\delta_{ab}}{M_P g^2}fX + \mathcal{O}(\frac{1}{M_P^2}), \tag{4.10}$$

donde $\mathcal{O}(1/M_P^n)$ hace referencia a operadores formados por productos de campos X y Φ_k, modulados por potencias más altas en la masa de Planck. Con esta expansión, de la mano con el lagrangiano para el sector visible, se tendrá que los términos de rompimiento estarán determinados al hacer la integración correspondiente de lo términos

[1] O mejor dicho, que sólo este campo X es relevante, dado que dota al modelo de comunicación entre los sectores.

auxiliares en los campos de materia, así como la escala típica del rompimiento, misma que vendrá dada por el valor de expectación del término auxiliar de X ($\langle F \rangle_X = F$) esta es

$$m_{soft} \sim \frac{F}{M_P}.$$

Dependiendo del tipo de mensajero que está presente en la teoría de súpergravedad, es el como van a estar relacionados los parámetros suaves con la escala m_{soft}, ya que requerimientos fenomenológicos imponen restricciones importantes, una de ellas es que el valor de expectación del término F sea del orden $\sim 10^{11} GeV$ para tener un espectro supersimétrico pesado ($1 \sim TeV$). Además de la necesidad de poseer ceguera ante el sabor por parte de los términos de masa, por lo menos de manera aproximada, lo cual se traduce en una forma diagonal para las matrices de masas escalares, análogo a lo discutido en el contexto de la universalidad. Adicionalmente el no tener fuentes extra provenientes de las fases de los parámetros suaves que violen CP en las interacciones débiles. Este tipo de restricciones, junto con las relaciones entre parámetros funcionan como condiciones de frontera a la escala M_P para la evolución de los acoplamientos a bajas energías.

Debido a que los problemas principales que pueden identificarse para modelos con rompimiento mediado por gravedad se relacionan a el gran número de parámetros a determinar en expansiones de las cantidades W, K y f_{ab} como las presentadas en las ecuaciones (4.8-4.10), se vuelve necesario el encontrar mecanismos para reducir esta arbitrariedad en la elección de acoplamientos entre los sectores. Usualmente, relaciones entre parámetros suaves se justifican a escalas de la teoría de súpergravedad o de teoría de cuerdas, en ellas se propone una sobre-simplificación de los parámetros, tal como se estudiará en el siguiente capitulo, que se plantea una forma de relacionar y constreñir los términos suaves en función de los acoplamientos del súperpotencial y del parámetro de norma, basándose en la idea de la reducción de acoplamientos adimensionales estudiado en la sección 2.1.

El rompimiento de supersimetría traerá consigo además la existencia de un fermión de Goldstone sin masa, el cual será absorbido por una partícula de spin 3/2 para formar la componente longitudinal del llamado *gravitino* y proveerlo así de masa mediante un proceso similar al mecanismo de Higgs en el modelo estándar[1]. La masa asociada al gravitino será del orden de los parámetros suaves, denotado como $m_{3/2}$ y siendo proporcional a la cantidad F/M_P. De donde se observa que si se restaura supersimetría, es decir que el vev sea nulo, la masa asociada al gravitino será necesariamente nula.

[1] Esto en virtud de que en el caso de teorías de súpergravedad (SUGRA), la supersimetría es una simetría local.

4.4. Constricciones fenomenológicas para un modelo de rompimiento

Como se ha mencionado anteriormente, existen distintas constricciones sobre los parámetros que median el rompimiento de supersimetría, predominantemente estas restricciones son impuestas por observaciones experimentales o aspectos fenomenológicos. Por ejemplo, al no existir a la fecha mediciones experimentales que den indicios de la existencia de las partículas supersimétricas [57, 58], es necesario el restringir la teoría de rompimiento para que de explicaciones consistentes con observaciones a bajas energía, es decir, para que reproduzca de maneta exitosa la física a escalas del modelo estándar. Siguiendo la discusión al respecto presente en [59], se enumeran algunas de las principales constricciones que es necesario tomar en cuenta sobre una teoría de rompimiento para que pueda ser fenomenológicamente consistente.

A. Se deben tener valores correctos en orden magnitud para las partículas súpercompañeras, es decir, masas del orden de 100 GeV.

B. Las masas del Higgs, del squark tipo top, y de los gauginos no deberán exceder los TeVs. Es decir, que por lo menos se debe presentar que algunas masas escalares sean del mismo orden de magnitud que la masa de los gauginos

$$m_\phi \sim M,$$

sin suprimirse unas a otras a nivel perturbativo.

C. Las masas de los escalares de la teoría deben cumplir que $m_\phi^2 > 0$, requerimiento que en escenarios de rompimiento mediado por la anomalía conforme suele ser un problema.

D. El parámetro que mezcla a los campos de Higgs en el término $\mu H_u H_d$ del súperpotencial de una teoría supersimétrica debe presentar un valor entre 100 GeV y 1TeV. Siendo la cota inferior requerida para obtener un valor aceptable en la masa del chargino.

E. No deben incluirse violaciones extra de CP provenientes del sector de rompimiento.

F. Condiciones impuestas sobre la presencia de corrientes neutras que cambien sabor restringen las posibles violaciones de sabor provenientes del sector de squarks, así como del sector sleptónico dentro de sus respectivas matrices de masa. Estas restricciones se imponen en función de los parámetros fraccionarios que codifican la violación de sabor y proviene de cotas experimentales del proceso $\mu \to e\gamma$ en el caso del sector de sleptones.

G. En consistencia con lo discutido en el contexto de universalidad, es necesario el tener fases pequeñas para los términos suaves h_{ijk} y b_{ij}, por consistencia con el momento dipolar eléctrico del electrón.

H. En modelos de rompimiento que presentan sector oculto se requiere de mecanismos para generar masas asociadas a los gauginos de la teoría, así como el no tener fases extra que violen CP.

4.5. La anomalía conforme y su efecto en el rompimiento de supersimetría.

Existe la posibilidad de no poseer comunicación (términos de acoplamiento) entre el sector oculto y el sector visible a nivel árbol, sin embargo a nivel cuántico esto no sería del todo válido.

La violación de la invariancia ante reescalamientos provee de un mecanismo para comunicar el rompimiento de supersimetría al sector visible, generando con ello términos asociados a masas de gauginos y términos de masas para escalares (squarks y sleptones). Este tipo de comunicación siempre presenta contribuciones a las masas, debido a que la invariancia de escala o incluso la invariancia conforme está presente en algunas teorías de gran unificación supersimétricas y se rompe al caer en un régimen de bajas energías; en particular, a la escala de rompimiento de supersimetría. Sin embargo, sus efectos se ven poco magnificados comparados con los efectos gravitacionales, dando estos últimos contribuciones mayores para las masas de los gauginos a nivel árbol. La manera de tener una dominación de este tipo de efectos de anomalía sobre los efectos de gravedad consistiría en tener separación entre los sectores oculto y visible de manera análoga a lo presentado por L. Randall [59], en el que el sector de SUGRA sea el que acople de manera indirecta a estos, tal que las contribuciones a los parámetros suaves provenientes de gravedad se vean suprimidos frente a los provenientes de la anomalía de escala.

El sector de materia en principio se espera que sea invariante ante transformaciones súperconformes, si se da que a nivel clásico esta simetría es exacta, los gauginos de la teoría carecerán de masa asociada. Es bien sabido [60, 61] que las interacciones de norma en un esquema supersimétrico presentan una anomalía al transformar bajo el grupo conforme (anomalía de escala), dicha anomalía, según se discutió a detalle en la sección 3.1 está relacionada directamente con la función beta de norma a un lazo. En función de esto, se puede obtener [53, 59] un término de masa para gauginos a primer orden en teoría de perturbaciones dado por

$$M = -b_0 g^2 F, \tag{4.11}$$

donde b_0 es el parámetro de la función beta de norma a un lazo, y F el valor de expectación en el vacío de la componente auxiliar de campo mensajero. Se aprende con esto que es posible obtener los parámetros de masas suaves al tener el rompimiento de la simetría conforme en un modelo de unificación.

Sin embargo, al estar interesados durante el desarrollo del trabajo en teorías de gran unifiación supersimétricas que sean finitas, como ya se discutió, las corrientes asociadas a transformaciones súperconformes viven dentro del mismo súpermultiplete que las transformaciones quirales R, de manera que el rompimiento de la simetría R será de vital importancia para la generación de términos de masa de Majorana para los gauginos [38, 53].

El efecto de codificar el rompimiento de supersimetría al sector de materia mediante la anomalía de escala inducirá términos a primer orden que romperán de manera explícita la simetría R, por tanto es conveniente tener en mente aspectos generales sobre este tipo de invariancias dentro de una teoría supersimétrica.

4.5.1. Simetría global R

Se hace referencia a simetrías R en un modelo supersimétrico cuando se habla de una transformación global tipo $U(1)_R$ continua, que deja invariante al lagrangiano de la teoría, tal que los generadores de transformaciones de supersimetría Q_α y $Q^\dagger_\alpha$ cambian bajo esta como

$$Q_\alpha \rightarrow \mathrm{e}^{-i\epsilon} Q_\alpha, \qquad\qquad Q^\dagger_\alpha \rightarrow \mathrm{e}^{i\epsilon} Q^\dagger_\alpha, \tag{4.12}$$

con ϵ un parámetro real y adimensional. De donde se sigue que los generadores de R no conmutan con Q y $Q^\dagger$. De acuerdo a estas reglas de transformación para los generadores de supersimetría, se tendrá que un modelo R-invariante poseerá transformaciones para su constituyente de súpercampos dado por la siguiente tabla.

Campo	ϕ	ψ	F_ϕ	W	W_α	A^μ	λ_α	D	V
Carga-R	r_ϕ	$\mathrm{r}_\phi - 1$	$\mathrm{r}_\phi - 2$	$+2$	$+1$	0	$+1$	0	0

Tabla 4.1: Cargas bajo R del componente de súpercampos.

De donde se infiere que los términos en el lagrangiano acarrearán carga R neta cero. Entonces resulta evidente que los términos de masa asociada a gauginos del tipo $1/2M\lambda\lambda$ no son invariantes ante esta simetría del lagrangiano supersimétrico [50].

En estos mismos términos, el súperpotencial más general que es renormalizable no es invariante bajo esta transformación global término a término, sin embargo usualmente es utilizada su contribución con acoplamientos cúbicos adimensionales tipo C_{ijk}, y que es invariante ante R si $r_\phi = 2/3$. Es posible construir súperpotenciales que sean invariantes con la elección correcta y cuidadosa de cargas R para cada súpercampo Φ_k. Este tipo de simetrías globales suelen romperse espontáneamente por medio del vev de la componente F, mismo que se corresponde con el mínimo global del potencial escalar que rompe supersimetría. De forma que el estudio de el rompimiento de supersimetría va de la mano con la violación de la simetría R en un modelo de unificación.

Capítulo 5

Finitud en el sector de rompimiento suave

Como se discutió en secciones anteriores, en una teoría de unificación supersimétrica en la que se tiene un gran número de parámetros libres como consecuencia directa de la existencia de un grupo de norma más grande que el del modelo estándar, y conjuntamente de la descripción supersimétrica, es posible encontrar relaciones entre dichos parámetros que se mantengan a todo orden perturbativo y en cualquier esquema de renormalización. En función de dichas relaciones, se codifica una característica especial que poseen ciertas teorías, la cual es carecer de divergencias ultravioleta. Toda esta información se encuentra contenida en el teorema 1 enunciado en la sección 3.1, mismo que tiene como base la reducción de acoplamientos adimensionales del súperpotencial.

Sin embargo, al estar hablando en el contexto de teorías con supersimetría, es obligado el preguntarse qué sucede con la finitud presente a la escala de gran unificación una vez que se da el rompimiento de esta simetría entre grados de libertad bosónicos y fermiónicos. Para esto, hay que tener en consideración el tipo de mecanismo que se está empleando para el rompimiento de supersimetría y la naturaleza de la interacción que actua de mediador. Típicamente al trabajar con un modelo de rompimiento se considera únicamente la forma genérica de los términos de rompimiento suave, sin preocuparse por la interacción que los genera. Sin embargo es importante siempre tomar en consideración la información relevante referente a interacciones contenida dentro de ellos para tener consistencia con los observado en el modelo estándar a bajas energías.

El origen de los términos de rompimiento suave es un tema de discusión abierto hoy en día, debido a que estos pueden ser generados por distintos mecanismos y estar relacionados con teorías más fundamentales como teorías de cuerdas [62]. En esta sección estaremos interesados en estudiar cual es el efecto de la introducción de estos parámetros dentro del lagrangiano de un modelo finito y qué información sobre las cantidades a bajas energías pueden surgir al hacer dicha consideración.

Adicionalmente, se espera poder explicar el origen de relaciones invariantes ante el grupo de renormalización entre parámetros dentro del sector de suave, las cuales presentarán una forma característica del rompimiento de supersimetría mediado por la anomalía conforme. La manera de proceder será el suponer un modelo de rompimiento de sector oculto con mediación vía interacciones gravitacionales, y tener en consideración los efectos de la anomalía de Weyl que surge a un nivel perturbativo. La forma de los parámetros suaves, en particular la presente para las masas de gauginos depende enteramente de no tener contribuciones gravitacionales a nivel árbol, por lo mismo se buscará una correlación entre dos cosas; la implementación del método de reducción de acoplamientos en el sector suave y, el no tener presentes estas contribuciones dominantes y problemáticas.

5.1. Reducción de parámetros aplicado a los términos de rompimiento suave.

El tratamiento desarrolado por Zimmermann para encontrar relaciones entre acoplamientos adimensionales [7] puede ser extendido para el manejo de los parámetros presentes en los términos que median el rompimiento *suave* de superismetría, los cuales consisten en acoplamientos con dimensión de masa uno y dos. La discusión siguiente se basará ampliamente en lo trabajado en las referencias [4, 56, 63].

Consideremos una teoría de norma supersimétrica $\mathcal{N} = 1$ basada en un grupo de norma G y con súperpotencial idéntico a la ecuación (2.23), tal que

$$W = \frac{1}{2}M^{ij}\Phi_i\Phi_j + \frac{1}{6}C^{ijk}\Phi_i\Phi_j\Phi_k, \tag{5.1}$$

con Φ_i súpercampos quirales. Se asumirá además que el rompimiento de supersimetría trae consigo términos de rompimiento suave de forma idéntica a los trabajados para el modelo estándar mínimo supersimétrico (MSSM), que están restringidos en forma por consideraciones fenomenológicas y que están dado por la ecuación (4.2)

$$-\mathcal{L}_{SSB} = \frac{1}{6}h^{ijk}\phi_j\phi_j\phi_k + +\frac{1}{2}b^{ij}\phi_i\phi_j + \frac{1}{2}(m^2)^i_j\phi^{*j}\phi_i + \frac{1}{2}M\lambda\lambda + h.c., \tag{5.2}$$

donde no se consideraron factores responsables de ocasionar violación de número bariónico (B) ni leptónico (L). A su vez, se identifican parámetros de dimensionalidad uno, h^{ijk} y de dimensión dos b^ij, $(m^2)^i_j$ y M[1]. Este último corresponde a la masa de los gauginos y en general contendrá una etiqueta a, haciendo referencia al número de gauginos presentes dependiendo de la estructura del grupo de norma de la teoría.

Las funciones del grupo de renormalización a un lazo para los parámetros C^{ijk} y el acoplamiento de norma g son respectivamente las siguientes (ecuaciones (2.7,2.30))

$$\beta^{(1)}_{ijk} = C_{ijl}\gamma^l_k + C_{ikl}\gamma^l_+ C_{jkl}\gamma^l_i, \tag{5.3}$$

[1]No confundir con los parámetros M^{ij} del súperpotencial.

$$\beta_g^{(1)} = \frac{g^3}{16\pi^2}\Big[\sum_i T(R_i) - 3C_2(G)\Big], \tag{5.4}$$

$$\gamma_j^{(1)i} = \frac{1}{32\pi^2}\Big[C^{ilm}C_{jlm} - 2g^2C_2(R_i)\delta_j^i\Big], \tag{5.5}$$

la última ecuación refiriéndose a la dimensión anómala a un lazo, correspondiente a los campos de materia. Adicionalmente se dará por hecho que se cumple la reducción de acoplamientos para los parámetros adimensionales del súperpotencial C^{ijk}, es decir, que existirá una solución a las ecuaciones de reducción (2.1), en términos de potencias del acoplamiento principal g de la siguiente forma

$$C^{ijk} = \sum_{n=0} \sigma_{(n)}^{ijk} g^{2n+1}. \tag{5.6}$$

Ahora bien, como se desea encontrar información relevante a cerca de los parámetros suaves de (4.2) a nivel perturbativo, serán necesarias relaciones entre las funciones beta de cada acoplamiento en términos de las funciones del grupo de renormalización (5.4, 5.3) que son conocidas por lo menos a dos ordenes. Siguiendo esta idea y la discusión de Kazakov para encontrar dichas relaciones entre funciones beta [56], consideremos la descripción de los parámetros suaves en el lenguaje de súpercampos. En este sentido, pueden escribirse a nivel de lagrangiano de la siguiente forma

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{SSB} = \int d^2\theta \frac{1}{4g^2}(1-\mu\theta^2)Tr\mathcal{W}^{\alpha}\mathcal{W}_{\alpha} + h.c. + \int d^{22}\bar{\theta}\Phi^{*i}(\delta_i^k - (m^2)_i^k\eta\bar{\eta})(e^V)_j^i\Phi_j + \\ \int d^2\theta\Big[1/6(C^{ijk} - h^{ijk}\eta)\Phi_i\Phi_j\Phi_k + 1/2(M^{ij} - b^{ij}\eta)\Phi_i\Phi_j\Big] + h.c.,\end{aligned} \tag{5.7}$$

donde μ es un parámetro de dimensión 2 y está relacionado con la masa de los gauginos, y las variables η y $\bar{\eta}$ son funciones de las variables de Grassman ($\eta = \theta^2$ y $\bar{\eta} = \bar{\theta^2}$), y se considera como el vev de un campo responsable de mediar el rompimiento de simetría. En este punto no será relevante la naturaleza de este campo, ya que se busca únicamente la relación entre los términos de renormalización para los parámetros de la teoría con supersimetría rota.

A este nivel, se obtiene que pueden relacionarse las amplitudes de renormalización $Z(g, C, \mu)$ de los súpercampos de la teoría sin rompimiento con las renormalizaciones de la teoría rota suavemente, de la siguiente manera

$$\bar{Z}_i(g, C_{ijk}, \mu) = Z_i(\bar{g}^2, \bar{C}_{ijk}, \mu), \tag{5.8}$$

donde se redefinió a los acoplamientos con barra en función de los parámetros g, C_{ijk} y demás términos suaves de acuerdo a lo descrito por Yamada [64], Jack y Jones [65],

$$\bar{g}^2 = g^2(1 + \mu\eta + \bar{\mu}\bar{\eta} + 2\mu\bar{\mu}\eta\bar{\eta}), \tag{5.9}$$

$$\bar{C}^{ijk} = C^{ijk} - h^{ijk}\eta + \frac{1}{2}(C^{njk(m^2)_n^i} + C^{ink}(m^2)_n^j + C^{ijn}(m^2)_n^k)\eta\bar{\eta}, \tag{5.10}$$

donde se da por hecho que el acoplamiento C_{ijk} es real por lo que no tendrá fases complejas adicionales. Gracias a estas ecuaciones y a la relación entre las funciones de renormalización (5.8), se obtienen las funciones beta para los parámetros suaves a todo orden [4, 65], expresadas en términos de las funciones β_g, γ^i_j y $\beta_{C^{ijk}}$ de la siguiente forma

$$\beta_M = 2\Big(Mg^2\frac{\partial}{\partial g^2} - h^{lmn}\frac{\partial}{\partial C^{lmn}}\Big)\frac{\beta_g}{g}, \tag{5.11}$$

$$\beta_h^{ijk} = \gamma^i_l h^{ljk} + \gamma^j_l h^{ilk} + \gamma^k_l h^{ijl} - \tag{5.12}$$

$$2(\gamma_1)^i_l C^{ljk} - 2(\gamma_1)^j_l C^{ilk} - 2(\gamma_1)^k_l C^{ijl}, \tag{5.13}$$

$$(\beta_{m^2})^i_j = \Big[\Delta + \mathcal{X}\frac{\partial}{\partial g}\Big]\gamma^i_j, \tag{5.14}$$

donde se definen los operadores diferenciales Δ y $\mathcal{O}$, así como la dimensión anómala γ_1 como

$$\Delta = 2\mathcal{O}\mathcal{O}^* + 2|M|^2 g^2\frac{\partial}{\partial g^2} + \hat{C}_{lmn}\frac{\partial}{\partial C_{lmn}} + \hat{C}^{lmn}\frac{\partial}{\partial C^{lmn}}, \tag{5.15}$$

$$\mathcal{O} = \Big(Mg^2\frac{\partial}{\partial g^2} - h^{lmn}\frac{\partial}{\partial C^{lmn}}\Big), \tag{5.16}$$

$$\hat{C}^{ijk} = (m^2)^i_l C^{ljk} + (m^2)^j_l C^{ilk} + (m^2)^k_l C^{ijl}, (\gamma_1)^i_j = \mathcal{O}\gamma^i_j. \tag{5.17}$$

En términos de estas ecuaciones se obtendrán las relaciones entre parámetros buscadas, que serán invariantes ante el grupo de renormalización y validas a todo orden con ayuda adicional de las siguientes suposiciones:

1. Se considerará que existe una superficie solución invariente ante el grupo de renormalización para los acoplamientos adimensionales C^{ijk} que satisfacen que

$$\frac{dC^{ijk}}{dg} = \frac{\beta^{ijk}}{dg}, \tag{5.18}$$

es decir, que la el proceso de reducción de parámetros es posible para los acoplamientos del súperpotencial.

2. Además, se asumirá que debe existir de igual forma una superficie solución a la condición

$$h^{ijk} = -M\frac{dC(g)^{ijk}}{d\ln g}, \tag{5.19}$$

que hace referencia a una relación directa[1] entre las cantidades adimensionales C^{ijk} y los acoplamientos trilineales h^{ijk}. Esta relación deberá ser invariante ante el grupo de renormalización y mantenerse a todo orden en teoría de perturbaciones.

[1]De proporcionalidad en el espacio de parámetros, mejor dicho.

Al considerar que la teoría sobre la que se basan estos argumentos es finita en el sentido del teorema 1, se tendrá por supuesto que la función beta de norma a un lazo será nula, así como la función del grupo de renormalización γ^i_j, con una solución en potencias en potencias de g para esta última. Por tanto, la ecuación (5.19) contendrá información sobre la finitud codificada en el acoplamiento h^{ijk} al pedir que exista tal solución.

Con todo esto, de acuerdo a lo trabajado por Hisano y Shifman [66], y posteriormente en las referencias [65, 67] se pueden deducir las siguientes relaciones invariantes y válidas a todo orden

$$M = M_0\frac{\beta_g}{g}, \qquad h^{ijk} = -\, M_0\beta_{C^{ijk}}, \tag{5.20}$$

$$b^{ij} = -M_0\beta^{ik}_M, \qquad (m^2)^i_j = \frac{1}{2}|M_0|^2\mu\frac{\partial\gamma^i_j}{\partial\mu}, \tag{5.21}$$

con M_0 una escala de energía de referencia que puede tratarse de la escala de gran unificación (M_{GUT}) en teorías tipo GUT o bien la masa asociada al gravitino en un contexto de súpergravedad ($m_{3/2}$) [50, 56].

De acuerdo a la expresión a un lazo para la función $\beta_{C_{ijk}}$, se observa que la relación

$$h^{ijk} = -M_0\beta_{C_{ijk}}$$

está en consistencia por lo menos a primer orden con la condición de universalidad de los parámetros suaves, al igual que la relación para las masas escalares. Esto se da siempre y cuando se tenga que el parámetro de masa M_0 sea una cantidad real, además de que se cumpla que $(m^2)^i_j = m^2_i\delta^i_j$[1].

Tomando en cuanta las consideraciones anteriores (**1** y **2**), además de las condiciones de finitud, es posible encontrar una regla de sumas que gobierne el comportamiento de las masas escalares a todo orden perturbativo y que al igual que la expresión (5.19) mantenga su forma a diferentes escalas de energía [10, 63]

$$m^2_i + m^2_j + m^2_k = |M|^2\left\{\frac{1}{1 - g^2C_2(G)/(8\pi^2)}\frac{d\ln C^{ijk}}{d\ln g} + \frac{1}{2}\frac{d^2\ln C^{ijk}}{d(\ln g)^2}\right\} + \tag{5.22}$$

$$\sum_l \frac{m^2_l T(R_l)}{C_2(G) - 8\pi^2/g^2}\frac{d\ln C^{ijk}}{d\ln g} \tag{5.23}$$

donde la suma corre sobre las representaciones irreducibles del grupo de norma. La obtención de esta regla de sumas se basa en el uso de la función beta de evolución para los parámetros m^2_i dada en la ecuación (5.14), en las condiciones de finitud, así como

[1] Se ha encontrado en cierto tipo de modelos que consideran universalidad en el sector de rompimiento suave del MSSM, que el cuadrado de las masas escalares resulta negativo [11, 59].

en el uso de la función beta para el acoplamiento de norma en el esquema NSVZ dada por [68]

$$\beta_g^{NSVZ} = \frac{g^2}{16\pi^2}\Big[\frac{\sum_l T(R_l)(1-\gamma_l/2) - 3C_2(G)}{1 - g^2 C_2(G)/8\pi^2}\Big]. \tag{5.24}$$

Esta relación es un resultado que es válido a todo orden perturbativo para teorías de Yang-Mills supersimétricas $\mathcal{N} = 1$ y surge de considerar soluciones de tipo instantón en la teoría supersimétrica. En ellas es necesario considerar la contribución de los modos cero bosónicos y fermiónicos en la medida de integración de la acción efectiva. Por su parte, las contribuciones que provienen de modos no cero se verán suprimidos a ordenes superiores de la expansión en lazos así como cualquier efecto no perturbativo [69].

Volviendo a la discusión en torno a la regla de sumas (5.22), esta puede escribirse en función de únicamente de la masa de los gauginos M si se considera una solución específica a las ecuaciones de reducción, es decir, una expresión $C = C(g)$ como en la ecuación (5.6). Con esto la regla de sumas escalares se expresa de la siguiente forma simplificada

$$m_i^2 + m_j^2 + m_k^2 = |M|^2 \frac{d \ln C^{ijk}}{d \ln g}, \tag{5.25}$$

con $\frac{d \ln C^{ijk}}{d \ln g} = 1$ por ser líneal la relación entre parámetros en la solución (5.6), teniendo entonces una expresión que será independiente del modelo y función de un único parámetro $|M|^2$.

Llegados a este punto es conveniente el resaltar un par de aspectos. Primero que nada, al obtener las funciones del grupo de renormalización para los parámetros suaves en términos de las ecuaciones de evolución para los acoplamientos del súperpotencial se tendrá que la finitud de dichos parámetros vendrá codificada en estas relaciones si es que se cumple que estos adoptan la forma invariante ante el grupo de renormalización idéntica a las ecuaciones (5.20, 5.21) [4, 56]. Es decir, las funciones beta se anularán a todo orden si la solución a la condición (5.19) existe, por tanto la teoría con rompimiento será finita. Sin embargo esta a su vez no poseerá invarianza ante el grupo súperconforme codificada en el teorema 2.

Por otro lado, las relaciones obtenidas para cada parámetro del lagrangiano suave (5.20 y (5.21) son idénticas a las encontradas en la literatura para un escenario de generación de términos suaves mediante el efecto de rompimiento de supersimetría por mediación del rompimiento de la simetría conforme [11, 59, 70], en particular si se tiene que la escala de referencia M_0 es la masa asociada al gravitino $m_{3/2}$. La forma específica de tales expresiones hace suponer que la invariancia súperconforme en la teoría de gran unificación se ha de romper en algún límite, muy presumiblemente a la par que el rompimiento de supersimetría, generando así este tipo de términos invariantes. Sin embargo la aparición de estos, como ya se vio, dependerá de la supresión de efectos de gravedad a nivel árbol, por lo que se espera que cualquier suposición que se haga en afán de obtener las relaciones (5.20) y (5.21) esté ligada a la supresión de estos efectos gravitacionales por lo menos a nivel cero en la expansión perturbativa [53, 62].

A su vez, la existencia de una regla de sumas para las masas escalares es de gran utilidad para estudiar la fenomenología de los modelos finitos, ya que al presentar esta clase de teorías los términos típicos del rompimiento de supersimetría a través de la anomalía conforme, la diferencia sustancial con estos radica en que no se tiene presente un espectro de sleptones taquiónicos, es decir que m_i^2 no es negativa a ninguna escala de energía[1]. Todo esto gracias a la condición para las masas que mantiene su forma a distintas escalas de energía, en particular a escalas de unificación. De la misma forma, al ser invariantes bajo el grupo de renormalización los acoplamientos del sector suave, esto querrá decir que son ciegos ante el cambio de sabor, por lo que la constricción dada por la fenomenología para modelos de rompimiento se cumple para modelos finitos con este tipo de términos suaves (los típicos del modelo estándar mínimo supersimétrico).

Todas estas relaciones obtenidas en [4, 67] para los parámetros suaves serán válidas a partir de la escala de gran unificación y funcionarán como condiciones a la frontera para el corrimiento a bajas energías de los acoplamientos y masas provenientes de modelos finitos. Tal que el comportamiento de los parámetros una vez que se da el rompimiento de supersimetría estará gobernado por las ecuaciones del grupo de renormalización del MSSM [2].

En la siguiente sección se busca el dar una respuesta satisfactoria a las interrogantes que surgen al trabajar el sector suave en el contexto de la reducción de parámetros. En particular a la coincidencia de las relaciones invariantes ante el grupo de renormalización para los términos suaves con los típicos en un rompimiento de supersimetria mediado por efectos de anomalías de escala.

5.2. Relación entre la finitud en el sector suave y el efecto de la anomalía conforme

Como bien se mencionó anteriormente, la generación de los términos de rompimiento suave está directamente relacionada con el tipo de mecanismo que codifica el rompimiento de supersimetría en un modelo y por el tipo de interacción responsable de llevar esa comunicación. Se está en pleno interés de encontrar la conexión existente entre la forma de los términos de rompimiento suave y el proceso de reducción de acoplamientos para obtener relaciones invariantes a cualquier escala energética dadas en las ecuaciones (5.20) y (5.21) que son clásicas en una comunicación dominada por los efectos de la anomalía conforme. Para ello conviene considerar el siguiente escenario, en el que no se asumirá la forma de los términos de rompimiento del sector suave.

Sea una teoría de norma supersimétrica $\mathcal{N} = 1$ basada en un grupo G que cumple las condiciones del teorema de finitud dadas en la sección 3.1 por el teorema 1. Consi-

[1]Claro está que esto no es cierto a energías mas abajo de la escala de rompimiento, pero esta condición de no negatividad servirá como condición de frontera para el corrimiento ante el grupo de renormalización para energías menores.

deremos además que el rompimiento de supersimetría se da a través de la interacción de los campos de materia que conforman a la teoría finita con campos en un sector oculto. Donde los campos del sector visible se denotan por Φ_i y con X a los campos del sector oculto.

La interacción encargada de mediar la comunicación entre ambos sectores es la gravitacional a través del valor esperado del vacío de la componente auxiliar (escalar) de un súpercampo quiral Σ[1]. De acuerdo a lo estudiado para la mediación por gravedad, se espera que las funciones encargadas de describir el comportamiento de la teoría en el súperespacio $W(\Phi)$, $f(\Phi)$ y $K(\Phi, \Phi^*)$ posean términos efectivos no renormalizables suprimidos por la masa de Planck M_P, tanto en el sector oculto como en el visible. La determinación de los acoplamientos no renormalizables se da a al considerar la frontera entre esta teoría finita y una teoría más fundamental cerca de la escala de Planck, tal como una teoría de supergravedad (SUGRA). Ejemplos de estas serían las mediaciones dominadas por campos del dilatón en teorías de cuerdas o por campos modulares [2, 62, 71]. En este punto no se hará ninguna suposición concreta sobre el tipo de modelo que media vía gravedad, únicamente se supondrá que el súpercampo asociado a esta interacción lleva la comunicación sobre el rompimiento del sector oculto al sector visible, es decir, no hay comunicación directa (términos que acoplen a X con Φ_i) entre ellos.

Consideremos ahora la teoría en el límite en el que los campos de supergravedad se *apagan*, o más formalmente que[2]

$$\Sigma = 1, \qquad\qquad g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}, \tag{5.26}$$

o bien, que se está tomando el límite en que $M_P \to \infty$. Con estas consideraciones el potencial de Kähler K y el súperpotencial W serán a un nivel renormalizable, respectivamente funciones bilineales y trilineales de los campos Φ y X. La suposición de presentar un sector oculto hace que en el límite sin gravedad estos sean de la siguiente forma

$$K^0 = K^0_{vis} + K^0_{oc}, \tag{5.27}$$

$$W^0 = W^0_{vis} + W^0_{oc}, \tag{5.28}$$

donde el subíndice 0 denota al límite *sin* gravead, $M_P \to \infty$.

Si se encendieran de nuevo las interacciones provenientes de súpergravedad, deben de existir términos de acoplamiento entre Σ y Φ y entre Σ y X, donde Σ está estructurada únicamente por una componente escalar F_Σ, misma que adquiere un valor esperado en el vacío no nulo. El campo Σ servirá como campo tipo espurión para así generar los términos de rompimiento suave.

[1] Dicho súpermultiplete contendrá al ya antes mencionado campo del gravitino.

[2] En las teorías de súpergravedad aparece la métrica $g_{\mu\nu}$ a nivel del lagrangiano [71]

$$\langle\Sigma\rangle = 1 + \langle F_\Sigma\rangle\theta^2.$$

Los términos de acoplamiento surgirán al encender de nuevo la interacción con la teoría de súpergravedad, donde los acoplamientos serán determinados por el rompimiento de la simetría de Weyl [59, 62].

Consideremos un súperpotencial en el sector visible en el límite de *cero* gravedad, con la siguiente forma genérica

$$W^0(\Phi) = M_1\Phi^2 + \lambda\Phi^3 + \frac{1}{M_-1}\Phi^4 + \dots, \tag{5.29}$$

con una asignación de cargas R para los súpercampos como $R_\Phi = 2/3$. Con dicha asignación, en general el súperpotencial no será invariante ante transformaciones R. Si se toma en cuenta ahora una asignación de cargas para el súpercampo de SUGRA como $R_\Sigma = 2/3$ y dimensión de escalamiento $\Delta = 1$, y se acopla este campo a los demás términos en el súperpotencial del sector visible tal que la combinación sea simétrica ante R, se obtendrá lo siguiente

$$\begin{aligned} W^0(\Phi) \longrightarrow & M_1\Sigma\Phi^2 + \lambda\Phi^3 + \frac{1}{M_{-1}\Sigma}\Phi^4 + \frac{1}{M_{-2}}\Phi^5 + \dots + \\ & \frac{1}{M_{-(n-3)}\Sigma^{n-3}}\Phi^n = \Sigma^3 W^0(\Phi/\Sigma), \end{aligned} \tag{5.30}$$

donde en la última igualdad se definió un reescalamiento Φ/Σ y además dicho potencial será invariante de escala. El procedimiento es análogo para la parte del súperpotencial que depende de campos en el sector oculto. La ecuación (5.30) representa a los términos de acoplamiento al encender las contribuciones gravitacionales, estos factores son encargados de generar ciertos términos de rompimiento. Al ser invariantes de escala e invariantes ante transformaciones quirales R no se generarán vía el súperpotencial téminos suaves a nivel árbol a través del sector visible. Es decir, estos surgirán a nivel perturbativo y/o por medio de acoplamientos efectivos que no sean invariantes de escala, debido a que la expresión del potencial W^0 es estable gracias al teorema de no renormalización. Tal es este súperpotencial que, a nivel perturbativo la presencia de términos que contengan a Σ romperá la invarianza de escala así como la simetría R.

Un tratamiento similar se puede implementar para la función cinética de norma f, que se acopla al sector de norma [72] a nivel de súpercampos, de forma que los términos suaves tampoco serán generados por medio de dicho sector. El problema surge para los términos provenientes del potencial de Kähler K, ya que el introducir los campos de SUGRA a la expresión del potencial no es tan directa de modo que no se generen estos a nivel árbol.

Además, el teorema de no renormalización para K [3, 21] establece que este tendrá contribuciones a todo orden, por lo tanto habrá que tomar en cuenta los acoplamientos entre Σ y X que aparezcan a nivel perturbativo. Entonces los términos suaves surgirán de la expresión para la contribución al potencial escalar para una teoría de súpergravedad dado por

$$V \propto (W^i + \frac{W}{M_P^2}K^i)K_{ij}^{-1}(W_j + \frac{W}{M_P^2}K_j)^* - 3\frac{|W|^2}{M_P^2} \tag{5.31}$$

con W^i y K^i derivadas del súperpotencial y del potencial de Kähler respecto a las componentes escalares de Φ_i y K_{ij} la métrica de Kähler. Por tanto, los términos suaves dependerán de la forma específica del potencial de Kähler respecto a los campos en el sector oculto y visible.

Para esto consideremos el potencial de Kähler más geneal en función de los campos del sector oculto y visible en el límite de cero gravedad. Es decir, la expresión para K^0 por un lado es

$$K^0 = K^0(\Phi) + K^0(X), \tag{5.32}$$

pero en general en términos de una expansión en potencias se tendrá que, al ser K una función de la forma $K(\Phi, \Phi^*, X, X^*, D^2\Phi, (D^2\Phi)^*)$ este recibirá contribuciones del tipo $J(X, X^*, X + X^*, \dots)$ [3], y esto se verá esquemáticamente de la siguiente forma

$$\begin{aligned} K^0 \sim &\Phi^*\Phi + X^*X + aX\Phi^*\Phi + bX^*\Phi^*\Phi + \frac{\sigma}{2}X^*X\Phi^*\Phi + \frac{w}{2}\Phi^*\Phi\Phi^*\Phi + \\ &\frac{J}{2}X^*XX^*X + \alpha X^*X\Phi + \beta X^*X\Phi^* + \mathcal{O}(D^2\Phi, D^2X) \\ &\mathcal{O}((X^*X)^{2n} \leftrightarrow (\Phi^*\Phi)^{2n+1}, (X^*X)^{2n} \leftrightarrow (\Phi^*\Phi)^{2n}), \end{aligned} \tag{5.33}$$

con acoplamientos de distinta dimensionalidad de masa y donde se incluyen implícitamente factores de derivadas de los súpercampos. Hay que notar un par de cosas, en principio se busca la forma del potencial de Kähler tal que carezca de contribuciones a orden árbol mediante acoplamientos directos con gravedad, sin embargo de la expansión (5.33) se tendrá que a orden perturbativo se generan términos de acoplamiento entre X y Φ que generarán contribuciones a las masas escalares donde sus acoplamientos tendrán dimensión de masa $[m]^{-n}$ de modo que deben estar suprimidos por una escala de masa M_0 muy grande. Esta escala no necesariamente se refiere a que los efectos del rompimiento son por gravedad, pero sí que pueden estar relacionados con otra teoría cercana a la escala de Planck.

Los términos correspondientes a derivadas de los súpercampos no se consideran debido a que se está interesado especialmente en la evolución de los términos suaves y estos no están en correspondencia directa con factores derivativos. Además de que mediante un análisis de potencias se verifica que los términos que involucran derivadas no presentan un comportamiento peligroso cerca del ultravioleta [73].

Por su parte, se espera poder realizar el mismo procedimiento empleado para el súperpotencial y buscar una expresión del potencial de Kähler que sea invariante de escala a nivel árbol en presencia de interacciones gravitacionales vía el campo de SUGRA, para esto consideremos la siguiente expresión, donde de igual manera se supone que el súpercampo Σ tiene cargas $r_\Sigma = 2/3$ y dimensión de escalamiento $\Delta_\Sigma = 1$, idéntica a su dimensión de masa.

$$
\begin{aligned}
&K^0 \to \Phi^*\Phi + X^*X + a\Big(\frac{X}{\Sigma}\Big)\Phi^*\Phi + b\Big(\frac{X}{\Sigma}\Big)^*\Phi^*\Phi + \frac{\sigma}{2}\Big(\frac{X}{\Sigma}\Big)^*\Big(\frac{X}{\Sigma}\Big)\Phi^*\Phi + \\
&\frac{w}{2}\Phi^*\Big(\frac{\Phi}{\Sigma}\Big)\Big(\frac{\Phi}{\Sigma}\Big)^*\Phi + \frac{J}{2}\Big(\frac{X}{\Sigma}\Big)^*\Big(\frac{X}{\Sigma}\Big)X^*X + \alpha\Big(\frac{X}{\Sigma}\Big)^*\Big(\frac{X}{\Sigma}\Big)\Phi + \beta\Big(\frac{X}{\Sigma}\Big)^*\Big(\frac{X}{\Sigma}\Big)\Phi^* + \ldots,
\end{aligned}
\tag{5.34}
$$

donde se han eliminado los términos con derivadas. Sin embargo, como se quiere tener invariancia conforme y de transformaciones R en K, los términos con acoplamientos a, b, α, β y cualquiera que posea potencias impares en X y/o Φ no son admisibles, ya que violan la condición de ser simétricos ante R. Por tanto, se tendrá la siguiente simplificación a la relación (5.34)

$$
\begin{aligned}
K^0 \sim\ &\Phi^*\Phi + X^*X + \frac{\sigma}{2}\Big(\frac{X}{\Sigma}\Big)^*\Big(\frac{X}{\Sigma}\Big)\Phi^*\Phi + \frac{w}{2}\Phi^*\Big(\frac{\Phi}{\Sigma}\Big)\Big(\frac{\Phi}{\Sigma}\Big)^*\Phi + \frac{J}{2}\Big(\frac{X}{\Sigma}\Big)^*\Big(\frac{X}{\Sigma}\Big)X^*X + \\
&\frac{p}{3}\Big(\frac{\Phi}{\Sigma}\Big)^*\Big(\frac{\Phi}{\Sigma}\Big)(\Phi^*\Phi)^2 + \frac{q}{3}\Big(\frac{X}{\Sigma}\Big)^*\Big(\frac{X}{\Sigma}\Big)(X^*X)^2 + \frac{s}{3}\Big(\frac{\Phi}{\Sigma}\Big)^*\Big(\frac{\Phi}{\Sigma}\Big)(X^*X)^2 + \\
&\frac{t}{3}\Big(\frac{X}{\Sigma}\Big)^*\Big(\frac{X}{\Sigma}\Big)(\Phi^*\Phi)^2 + \ldots,
\end{aligned}
\tag{5.35}
$$

en donde se introdujeron términos de orden superior en la expansión. Si ahora se hace la factorización del producto $\Sigma^*\Sigma$ en cada término de la serie se tendrá que

$$
\begin{aligned}
K^0 \sim \Sigma^*\Sigma\Big[&\Big(\frac{\Phi}{\Sigma}\Big)^*\frac{\Phi}{\Sigma} + \Big(\frac{X}{\Sigma}\Big)^*\frac{X}{\Sigma} + \frac{\sigma}{2}\Big(\frac{X}{\Sigma}\Big)^*\frac{X}{\Sigma}\Big(\frac{\Phi}{\Sigma}\Big)^*\frac{\Phi}{\Sigma} + \frac{w}{2}\Big(\frac{\Phi^*\Phi}{\Sigma^*\Sigma}\Big)^2 + \frac{J}{2}\Big(\frac{X^*X}{\Sigma^*\Sigma}\Big)^2 + \\
&\frac{p}{3}\Big(\frac{\Phi^*\Phi}{\Sigma^*\Sigma}\Big)^3 + \frac{q}{3}\Big(\frac{X^*X}{\Sigma^*\Sigma}\Big)^3 + \frac{s}{3}\Big(\frac{X^*X}{\Sigma^*\Sigma}\Big)\Big(\frac{\Phi^*\Phi}{\Sigma^*\Sigma}\Big)^2 + \frac{t}{3}\Big(\frac{\Phi^*\Phi}{\Sigma^*\Sigma}\Big)\Big(\frac{X^*X}{\Sigma^*\Sigma}\Big)^2 + \ldots\Big].
\end{aligned}
\tag{5.36}
$$

Hay que resaltar un aspecto adicional, si se considera que la expansión (5.33) genera términos de rompimiento modulados por una escala de masa más grande $\bar{M}$, se hace la siguiente identificación en términos de los coeficientes de la expansión

$$
\sigma, J, w \sim \frac{1}{\bar{M}^2}, \qquad\qquad p, q, s, t \sim \frac{1}{\bar{M}^4}, \tag{5.37}
$$

y definiendo a la función $f(\Phi, X)$ como la combinación $\Phi^*\Phi + X^*X$ a primer orden, se tendrá que es posible escribir a la expansión del potencial de Kähler de la siguiente forma simplificada

$$
K^0 \sim \Sigma^*\Sigma\Big[f\Big(\frac{\Phi}{\Sigma}, \frac{X}{\Sigma}\Big) + \frac{f(\frac{\Phi}{\Sigma}, \frac{X}{\Sigma})^2}{2\bar{M}^2} + \frac{f(\frac{\Phi}{\Sigma}, \frac{X}{\Sigma})^3}{3\bar{M}^4} + \frac{f(\frac{\Phi}{\Sigma}, \frac{X}{\Sigma})^4}{4\bar{M}^6} + \ldots\Big], \tag{5.38}
$$

donde al comparar con una expansión genérica en potencias de x tendiendo al infinito de la función $-x\ln(1-f(y,z)/x)$ se tendrá que en el límite sin gravedad el potencial de Kähler queda expresado como

$$K = -\bar{M}^2 \ln\Big(1 - \frac{f(\Phi, X)}{\bar{M}^2}\Big), \tag{5.39}$$

tal que al excluir los factores con derivadas se tendrá finalmente que

$$K = -\bar{M}^2 \ln\Big(1 - \frac{K^0(\Phi)}{\bar{M}^2} - \frac{K^0(X)}{\bar{M}^2}\Big). \tag{5.40}$$

En el límite en el que los efectos de gravedad son relevantes, de acuerdo a la relación (5.36) la expresión del Kähler será entonces

$$\Sigma^*\Sigma K(\Phi/\Sigma, X/\Sigma), \tag{5.41}$$

relación que es invariante de escala. Por tanto, no hay generación de términos suaves a nivel árbol en la teoría. Sin embargo, se hizo la consideración de tomar un límite, tal que se esté lejos de la escala de Planck M_P, pero existe la posiblidad de que incluso con esta expansión, los términos de rompimiento suave no se presenten a nivel perturbativo, debido principalmente al desacople $M_P \to \infty$. Hay que notar que la expresión del potencial de Kähler (5.41) y del súperpotencial (5.30) coinciden con las expresiones de una teoría que presenta invarianza de escala o incluso invariancia conforme [53].

Ahora bien, la generación de los términos suaves al nivel de súpercampos está completamente conectada con el proceso de regularización y renormalización de la teoría- Para ello hay una gran cantidad de esquemas en los cuales se trabaja, tales como el esquema NSVZ, el esquema de reducción dimensional $\bar{DR}$ e incluso los llamados esquemas holomorfos [53, 68, 74]. En ellos, la información del rompimiento está completamente conectada con la forma de las amplitudes de renormalización Z_i de los campos de materia, tal es esto que en escenarios con rompimiento por efectos de la anomalía conforme se tiene que estas adquieren una dependencia en términos del campo de gravedad (llamado *regulador* en algunos casos) y de la escala de renormalización.

$$Z_i = Z_i(\Lambda/\Sigma).$$

Si en general no se hace ninguna suposición de la forma o dependencia de las amplitudes Z_i, se tendrá que los términos cinéticos de la acción supersimétrica en el lenguaje de Wilson recibirán renormalizaciones del tipo

$$\mathcal{L} = \int d^4\theta Z_0 \Phi^*\Phi, \tag{5.42}$$

donde la función Z_0 es promovida a ser un súpercampo para llevar a cabo el tratamiento del rompimiento de supersimetría, al igual que los acoplamientos de la teoría. De a cuerdo al teorema de no renormalización para el súperpotencial W en teorías $\mathcal{N} = 1$ [21], las posibles divergencias asociadas a los términos del sector de materia deberán de provenir de la función Z. Por tanto, al regular la teoría supersimétrica se espera que se preserve la simetría entre grados de libertad bosónicos y fermiónicos, entonces las divergencias serán absorbidas por contratérminos tales como

$$Z_0 = Z(\mu) + \delta Z(g, C^{ijk}, \Lambda/\mu),$$

dependencia con los acoplamientos que surge a raíz de las relaciones (5.8) y (2.25) en el sector de materia y análogamente en le sector de norma [75]. Al gual que en las teorías de campos no supersimétricas, se pueden definir estos contratérminos tras hacer un análisis de las gráficas de Feynman para vértices y propagadores con acoplamientos renormalizados y escogerlos tal que cancelen las divergencias. Entonces, la función Z_0 puede escribirse de la siguiente forma

$$Z_0 = Z(\mu)[1 + C(g, C^{ijk}, h^{ijk}, m_i^2, \Lambda/\mu)], \tag{5.43}$$

donde la función $Z(\mu)$ contiene la información de la dependencia con la escala de renormalización y la función C la información de la dependencia con los acoplamientos de la teoría, la cual se determina realizando una expansión en potencias de las variables de Grassmann θ y $\bar{\theta}$. Sin embargo, si se considera la condición impuesta para encontrar relaciones invariantes ante el grupo de renormalización en el sector suave, se tendrá en particular que en realidad se están buscando puntos fijos para h^{ijk} y C^{ijk} en el espacio de parámetros, tal que estén relacionados por

$$h^{ijk} = -M\frac{dC^{ijk}(g)}{d\ln g}, \tag{5.44}$$

donde C^{ijk} es una función del acoplamiento de norma gracias a las condiciones de finitud, y M es el término asociado a la masa de los gauginos. Gracias a esta relación que se busca dentro de un régimen en el espacio de parámetros, la dependencia en la función C puede reescribirse en términos de una escala de energía M_0 al integrar la condición de punto fijo dada por la ecuación (5.44). Con esto la función C tendrá ahora una dependencia dada por

$$Z_0(\mu) = Z(\mu)[1 + C(g, h^{ijk}, m_i^2, \Lambda M_0/\mu^2)], \tag{5.45}$$

hay que notar que la dependencia con el acoplamiento de norma se mantiene gracias a la reducción de los acoplamientos del súperpotencial, la misma que es perturbativamente consistente. La dependencia con la escala M_0 surge debido a la relación entre C^{ijk} y h^{ijk}. Como la información sobre la evolución de ciertas cantidades físicas está codificada por las derivadas de $\ln Z$, se escribe la expresión para Z_0 en términos de un logaritmo natural

$$\ln Z_0(\mu) = \ln Z(\mu) + \ln\left(1 + C(g, h^{ijk}, m_i^2, \Lambda M_0/\mu^2)\right). \tag{5.46}$$

Al tomar una expasión en potencias de θ y $\bar{\theta}$ respecto a la dependencia con la energía se tendrá que

$$\ln Z_0 = \ln Z(\mu) + \theta^2 \frac{d \ln Z}{d \ln \mu} M_0 + h.c. + \mu \frac{d\gamma_i}{d\mu} M_0^2 \theta^2 \bar{\theta}^2. \tag{5.47}$$

La información referente a la dependencia de Z con la escala de corte Λ queda contenida en $\gamma_i = \mu \frac{d \ln Z_i}{d\mu}$. Por su parte, de acuerdo a lo descrito por Hisano y Shifman [66] así como a lo trabajado en la referencia [73, 76], es posible hacer una expansión en términos de las variables de Grassmann de C en función de los parámetros dependientes de la escala de energía μ, esto es

$$\ln Z_0 = \ln Z_i(\mu) + \theta^2 f(h^{ijk}(\mu)) + h.c. + \theta^2 \bar{\theta}^2 g(m_i^2), \tag{5.48}$$

con $f(h)$ y $g(m^2)$ funciones suaves. Por tanto, haciendo una identificación de los términos de las expansiones (5.47) y (5.48) se tendrá que

$$\gamma_i M_0 \propto h^{ijk}(\mu), \tag{5.49}$$

$$\mu \frac{d\gamma_i}{d\mu} M_0^2 \propto m_i^2(\mu), \tag{5.50}$$

que de acuerdo a [59, 66, 76] son relaciones invariantes ante el grupo de renormalización. Un procedimiento similar se puede hacer para el tratamiento del sector de norma, al considerar que el acoplamiento g se puede promover a súpercampo y obtener con ello una relación complementaria para la masa de los gauginos, en consistencia con [66]. Observemos que la relación (5.49) es idéntica a la condición (5.20) para el acoplamiento trilineal si se satisface la condición de finitud que relaciona a C^{ijk} con g. Por otro lado, la ecuación (5.50) es de igual forma idéntica a la relación que se obtendría para las masas escalares m_i^2 en (5.21).

Con todo lo anterior se pueden hacer las siguientes observaciones. Los resultados obtenidos para la implementación del método de reducción de acoplamientos en el sector de rompimiento suave de una teoría finita, dejan ver que hay una coincidencia con lo que usualmente se obtiene para los parámetros suaves en un modelo con rompimiento de supersimetría mediado por la anomalía conforme. En principio no se hizo ninguna suposición sobre el mecanismo de rompimiento ni sobre la interacción que lo media. Sin embargo, se pueden analizar un par de aspectos que están de fondo.

Primero, solo se hizo la suposición de la forma de los términos suaves, los cuales son fenomenológicamente consistentes con el modelo estándar mínimo supersimétrico. Esto es bastante útil si se quieren analizar el efecto de la teoría sobre la física a las escalas del modelo estándar. Como bien se describió, es posible obtener estos términos de rompimiento suave con un escenario de mediación por gravedad o por alguna teoría a la escala de Planck. Si se supone esto, habrá necesidad de buscar suprimir los efectos de la interacción gravitacional sobre las masas y los demás parámetros suaves a nivel árbol, para esto se debe considerar una teoría descrita por el súperpotencial W y el potencial de Kähler K como en las ecuaciones (5.30) y (5.41), tal que a los límites de rompimiento no se generen contribuciones de gravedad más que a un nivel perturbativo.

Lo segundo a considerar es la suposición de reducción, o más concretamente de la utilización de puntos fijos en h^{ijk} y C^{ijk}, mismos que introducen una modificación en las amplitudes de renormalización de los campos de materia, en particular por la forma de la condición (5.44) se introduce una dependencia en la escala M_0. Con esto. se recuperan las relaciones para los parámetros suaves (trilineal y masas de escalares) idénticas a las descritas por mediación por anomalía conforme, identificando a M_0 con la masa $m_{3/2}$.

Es así como queda al descubierto que la relación entre el proceso de reducción y el rompimiento de supersimetría por anomalía conforme radica en presentar un escenario de rompimiento por gravedad y a su vez, una relación entre los parámetros que codifique la violación en la escala de las cantidades físicas. Por tanto, el proceso de reducción, por lo menos para el tratamiento del rompimiento, codifica la pérdida de la simetría conforme a pesar de aún manifestar explícitamente finitud por la anulación de las funciones beta.

Capítulo 6

Conclusiones

Durante las secciones anteriores se estuvo estudiando a las teorías de gran unificación supersimétricas bajo diferentes perspectivas, todo esto con el objetivo de construir un modelo finito que sea fenomenológicamente viable. En estos términos la finitud hace referencia a la ausencia de divergencias a escalas muy altas de energía, es decir divergencias ultravioleta.

Para la implementación de un modelo finito es necesario el tomar en consideración ciertos aspectos, uno de los más importantes es el método de reducción de acoplamientos empleado por Zimmermann [7], en el que se obtienen relaciones entre parámetros que son invariantes ante el grupo de renormalización si se satisface la ecuación de reducción (2.4). Este método, como ya se discutió, puede ser extendido a una gran variedad de modelos, en particular a teorías de norma supersimétricas. En ellas se encuentran relaciones entre los parámetros adimensionales del súperpotencial y del acoplamiento de norma. Con ayuda de estas relaciones y con los requerimientos impuestos por el teorema de finitud para teorías de súper Yang-Mills $\mathcal{N} = 1$, se obtiene que se puede construir una teoría que posea esta libertad de divergencias a uno y dos órdenes, e inclusive a todo orden en teoría de perturbaciones. Consecuencias adicionales al teorema son, por ejemplo, la ausencia de anomalías quirales y de escala [4, 5].

Con la idea en mente de no tener anomalías de escala en el multiplete de corrientes [4, 37], y debido a que uno de los requerimientos de finitud es tener las funciones beta de los acoplamientos nulas a todo orden [5], se plantea la idea de que la teoría presente invarianza no solo de escala, sino también simetría bajo el grupo súperconforme. Esta condición de invarianza conforme sería una consecuencia directa de la finitud en la teoría. Para probar esto se hizo uso de conceptos propios de teoría de campos conformes, en los que se buscan puntos fijos en los cuales la teoría sea invariante ante este nuevo grupo de simetrías. Satisfactoriamente se demuestra que si se cumplen las condiciones del teorema de finitud, además de que la dimensionalidad de la teoría sea $d = 4$, existe una variedad generada por operadores marginales, tal que la teoría es conforme en ella y se conserva cuánticamente la simetría quiral R. La información de una teoría con más simetría resulta de gran ayuda, ya que existirán nuevas relaciones entre parámetros que funcionarán como condiciones de frontera a altas energías para las ecuaciones de evolución de los acoplamientos, de manera que quedará información de la teoría conforme a bajas energías.

El siguiente paso para tener una teoría consistente con el modelo estándar, es incluir el rompimiento de supersimetría. El rompimiento se puede codificar exitosa y consistentemente con la fenomenológia del modelo estándar si se introducen términos en el lagrangiano que rompan supersimetría de manera explicita, estos son los términos de rompimiento suave. La introducción de estos términos suele estar justificada si se considera que el rompimiento de supersimetría se dio por medio de algún mecanismo, en el que un súpercampo que se acopló a los multipletes de materia, adquirió un valor de expectación no nulo, dando con ello la generación de términos que violan esta simetría. Con esta idea, el rompimiento de supersimetría se codifica por medio de interacciones gravitacionales, de norma o inclusive por efectos de violación en la invarianza de escala. Todas estas mediaciones cumplen con ciertas restricciones, impuestas principalmente por fenomenología.

En términos de las teorías finitas, se puede emplear el rompimiento de supersimetría implementando los términos suaves, esta elección en combinación con el procedimiento de reducción de acoplamientos arrojan resultados interesantes. Si se supone que se satisfacen las condiciones de finitud, y se buscan superficies solución que relacionen a los parámetros de rompimiento suave con los parámetros del súperpotencial, se pueden construir relaciones invariantes ante el grupo de renormalización para cada acoplamiento del lagrangiano suave, y que sean válidas a todo orden en teoría de perturbaciones. Entre estas relaciones resalta la obtención de una regla de sumas para las masas escalares, es decir, la masa de los sleptones y squarks, en el lenguaje del contenido de materia del MSSM. Dicha relación establece una conexión entre estas masas en función de un parámetro libre M_0, de forma que se se elimina la posibilidad de tener masas taquiónicas en el sector escalar [59, 70]. Una de las observaciones más importantes y sobre la que se basó nuestro trabajo es la forma idéntica que presentan las relaciones invariantes para los términos suaves (5.20) y (5.21) con las ecuaciones obtenidas para los mismos pero en un escenario de rompimiento mediado por efectos de la anomalía conforme [11, 53]. Esto es de sorprender porque en principio no se hizo ninguna suposición sobre la interacción que generó los términos suaves.

Para dar solución a esta interrogante se realizó el procedimiento de suponer un rompimiento mediado por interacciones gravitacionales, en el que un campo de SUGRA es el encargado de llevar la comunicación entre el sector oculto y el sector visible o de materia. En este sentido, se realizó un análisis para averiguar bajo que condiciones la gravedad no contribuye dominantemente en los cálculos de masas y acoplamientos trilineales y demás parámetros suaves. Se encontró así que una forma invariante de escala, y de acuerdo a lo visto en [59, 76] invariante conforme, del potencial de Kähler y el súperpotencial en presencia de gravedad resulta estable gracias a dicha invarianza y por tanto no genera contribuciones a estos acoplamientos a nivel árbol, sin embargo sí puede hacerse a nivel perturbativo. Dentro de este desarrollo se encontraron relaciones importantes para K y W dados por las ecuaciones (5.41) y (5.30), respectivamente, las mismas que además son invariantes ante transformaciones R.

Una vez encontrada la forma estable de las funciones del súperespacio que caracterizan a una teoría física, el problema a tratar es el descubrir que suposición es la que hace que se tengan contribuciones típicas del rompimiento vía la anomalía de conforme en una teoría finita. Para ello, se realizó un tratamiento a nivel de la regularización y renormalización de la teoría en el formalismo de súpercampos. Esto debido a que en el estudio de las amplitudes de renormalización de los campos Z_i, se puede caracterizar a la evolución de los parámetros y codificar la forma de los términos suaves. En lo que respecta a este punto, se encontró que tras imponer las condiciones de finitud y trabajar con la amplitud de renormalización de los campos de materia como función de los parámetros de la teoría, esta se restringe a nivel funcional al momento en el que nos interesamos en un régimen especial del espacio de parámetros, es decir, al pedir que se cumpla la relación de punto fijo entre el acoplamiento trilineales y los acoplamientos del súperpotencial (5.44). Esta condición hace que la dependencia de la función Z presente una parte proporcional a una escala de energía M_0, este efecto traerá consigo que la expansión en potencias de las variables de Grassman se relacione con una expansión en términos de los acoplamientos encontrando con ello que se satisfacen las mismas relaciones invariantes que en el caso con anomalía conforme tratado en [11, 59].

Este resultado deja en claro que el efecto del rompimiento de la simetría conforme está ampliamente conectado con el proceso de reducción de Zimmermann, pero a un nivel más profundo, en términos de la regularización y renormalización de la teoría de campos en el súperespacio. El hecho de encontrar relaciones invariantes ante el grupo de renormalización será independiente de los efectos de la anomalía, sin embargo son un reflejo de la elección de superficies en la que los parámetros se relacionan, que consecuentemente está ampliamente conectado con el haber tenido una teoría con mucho mayor simetría en un régimen de energía mayor. La invarianza de las relaciones de los parámetros no solo funcionan como condiciones de frontera a alta energía para la evolución de las masas y los acoplamientos, sino que al ser invariantes presentan la característica, como su nombre bien lo deja ver, de ser insensibles a la física a alta energía. Por otro lado, los efectos de cambios en sabor no estarán presentes en modelos de este estilo, debido a que el rompimiento de la invarianza conforme es la principal fuente que contribuye a tener las relaciones entre los parámetros suaves invariantes ante el grupo de renormalización, con ello no se tendrán acoplamientos peligrosos a nivel clásico que permitan la posibilidad de dar violación de sabor en términos de la matriz cuadrada de squarks, además de que al tener una expresión para las masas cuadradas como en (5.21), los efectos de física a alta energía que no respeta las simetrías de sabor no deja ningún indicio perceptible. Por tanto, la información sobre las contribuciones a efectos que causan corrientes neutras que cambian sabor están contenidas en la forma específica del potencial de Kähler, y a su vez en la amplitud de renormalización Z_i de los campos de materia Φ_i, debido a que a nivel de la renormalización se encontró que su estructura está ampliamente relacionada con los parámetros de masas, de modo que al elegir una condición específica en el espacio de parámetros (5.44) se llega a una relación de masas escalares independiente de dichos efectos de violación. Con ello, se tiene que un modelo de rompimiento en una teoría finita cumple con más de una de las constricciones presentadas en el capitulo 4 [53, 59].

El siguiente paso a seguir sería el verificar que efectos adicionales presenta el rompimiento de la simetría conforme y consecuentemente de la simetría R en la teoría a bajas energías. Adicionalmente se podría plantear un rompimiento de simetría distinto a los usualmente presentados y verificar si es posible tener la misma forma de términos suaves para un modelo finito y con ello las relaciones invariantes.

Bibliografía

[1] F. Halzen, A. D. Martin, and N. Mitra, “Quarks and leptons: An introductory course in modern particle physics,” 1985. 1, 12

[2] S. P. Martin, “A Supersymmetry primer,” pp. 1–98, 1997. [Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.18,1(1998)]. 1, 30, 32, 33, 34, 35, 47, 48

[3] S. Krippendorf, F. Quevedo, and O. Schlotterer, “Cambridge lectures on supersymmetry and extra dimensions,” *arXiv preprint arXiv:1011.1491*, 2010. 1, 32, 33, 49, 50

[4] S. Heinemeyer, M. Mondragón, N. Tracas, and G. Zoupanos, “Reduction of couplings and its application in particle physics,” *Physics Reports*, vol. 814, p. 1–43, Jun 2019. 2, 7, 10, 18, 23, 28, 42, 44, 46, 47, 57

[5] C. Lucchesi and G. Zoupanos, “All-order finiteness in n= 1 sym theories: Criteria and applications,” *Fortschritte der Physik/Progress of Physics*, vol. 45, no. 2, pp. 129–143, 1997. 2, 18, 24, 57

[6] H. Kleinert and V. Schulte-Frohlinde, *Critical properties of phi4-theories.* World Scientific, 2001. 2, 9

[7] W. Zimmermann, “Reduction in the number of coupling parameters,” *Communications in Mathematical Physics*, vol. 97, no. 1, pp. 211–225, 1985. 2, 5, 7, 10, 42, 57

[8] S. Rajpoot and J. Taylor, “On finite quantum field theories,” *Physics Letters B*, vol. 147, no. 1-3, pp. 91–95, 1984. 2, 24, 25

[9] Y. Nakayama, “Scale invariance vs conformal invariance,” *Physics Reports*, vol. 569, pp. 1–93, 2015. 2

[10] J. Kubo, M. Mondragon, and G. Zoupanos, “Perturbative unification of soft supersymmetry-breaking terms,” *Physics Letters B*, vol. 389, no. 3, pp. 523–532, 1996. 2, 9, 10, 13, 45

[11] T. Gherghetta, G. F. Giudice, and J. D. Wells, "Phenomenological consequences of supersymmetry with anomaly induced masses," *Nuclear Physics B*, vol. 559, no. 1-2, pp. 27–47, 1999. 2, 45, 46, 58, 59

[12] H. Georgi, *Lie algebras in particle physics: from isospin to unified theories*. CRC Press, 2018. 5

[13] W. Greiner, B. Müller, and D. A. Bromley, *Gauge theory of weak interactions*, vol. 5. Springer, 1996. 5

[14] R. Oehme, K. Sibold, and W. Zimmermann, "Construction of gauge theories with a single coupling parameter for yang-mills and matter fields," *Physics Letters B*, vol. 153, no. 3, pp. 142–146, 1985. 5

[15] R. Oehme and W. Zimmermann, "Analyticity of effective coupling and propagators in massless models of quantum field theory," *Communications in Mathematical Physics*, vol. 85, no. 3, pp. 363–379, 1982. 7

[16] G. Bandelloni, C. Becchi, A. Blasi, and R. Collina, "Renormalization of models with radiative mass generation," *Communications in Mathematical Physics*, vol. 67, no. 2, pp. 147–178, 1979. 7

[17] O. Piguet and K. Sibold, "Reduction of couplings in the presence of parameters," *Physics Letters B*, vol. 229, no. 1-2, pp. 83–88, 1989. 8

[18] W. Zimmermann, "Reduction of couplings in massive models of quantum field theory," in *Theoretical Physics Fin de Siecle*, pp. 304–314, Springer, 2000. 8

[19] W. Zimmermann, "Scheme independence of the reduction principle and asymptotic freedom in several couplings," *Communications in Mathematical Physics*, vol. 219, no. 1, pp. 221–245, 2001. 9

[20] N. Seiberg, "The Power of holomorphy: Exact results in 4-D SUSY field theories," in *PASCOS '94: Proceedings, 4th International Symposium on Particles, Strings and Cosmology, Syracuse, New York, USA, May 19-24, 1994*, pp. 0357–369, 1994. 11, 16

[21] Y. Shirman, "Introduction to Supersymmetry and Supersymmetry Breaking," in *Proceedings of Theoretical Advanced Study Institute in Elementary Particle Physics on The dawn of the LHC era (TASI 2008): Boulder, USA, June 2-27, 2008*, pp. 359–422, 2010. 11, 13, 49, 52

[22] H. Sonoda and K. Ülker, "An elementary proof of the non-renormalization theorem for the wess-zumino model," *Progress of Theoretical Physics*, vol. 123, no. 6, pp. 989–1002, 2010. 11

[23] D. Jones and L. Mezincescu, "The chiral anomaly and a class of two-loop finite supersymmetric gauge theories," *Physics Letters B*, vol. 138, no. 4, pp. 293–295, 1984. 11

[24] A. Parkes and P. West, “Finiteness in rigid supersymmetric theories,” *Physics Letters B*, vol. 138, no. 1-3, pp. 99–104, 1984. 11

[25] K. A. Olive *et al.*, “Review of Particle Physics,” *Chin. Phys.*, vol. C38, p. 090001, 2014. 12

[26] R. Decker and J. Pestieau, “Lepton self-mass, higgs scalar and heavy-quark masses,” *Lettere al Nuovo Cimento (1971-1985)*, vol. 29, no. 17, pp. 560–564, 1980. 16

[27] M. Chaichian, R. G. Felipe, and K. Huitu, “On quadratic divergences and the higgs mass,” *Physics Letters B*, vol. 363, no. 1-2, pp. 101–105, 1995. 16

[28] B. Pendleton and G. G. Ross, “Mass and mixing angle predictions from infra-red fixed points,” *Physics Letters B*, vol. 98, no. 4, pp. 291–294, 1981. 16

[29] W. Zimmermann, “Infrared behaviour of the coupling parameters in the standard model,” *Physics Letters B*, vol. 308, no. 1-2, pp. 117–122, 1993. 16

[30] M. T. Grisaru, D. Kazakov, and D. Zanon, “Five-loop divergences for the n= 2 supersymmetric non-linear sigma-model,” *Nuclear Physics B*, vol. 287, pp. 189–204, 1987. 16

[31] D. I. Kazakov and L. V. Bork, “Conformal invariance= finiteness and beta deformed = 4 sym theory,” *Journal of High Energy Physics*, vol. 2007, no. 08, p. 071, 2007. 16

[32] E. Ma, M. Mondragon, and G. Zoupanos, “Finitesu(n)kunification,” *Journal of High Energy Physics*, vol. 2004, p. 026–026, Dec 2004. 16, 27, 28

[33] D. Jones and L. Mezincescu, “The chiral anomaly and a class of two-loop finite supersymmetric gauge theories,” *Physics Letters B*, vol. 138, no. 4, pp. 293–295, 1984. 17

[34] C. Lucchesi, O. Piguet, and K. Sibold, “Necessary and sufficient conditions for all order vanishing β-functions in supersymmetric yang-mills theories,” *Physics Letters B*, vol. 201, no. 2, pp. 241–244, 1988. 17

[35] O. Piguet and K. Sibold, “Nonrenormalization theorems of chiral anomalies and finiteness in supersymmetric yang-mills theories,” *International Journal of Modern Physics A*, vol. 1, no. 04, pp. 913–942, 1986. 18, 19, 20, 21, 23

[36] O. Piguet and K. Sibold, “The supercurrent in n= 1 supersymmetric yang-mills theories:(i). the classical case,” *Nuclear Physics B*, vol. 196, no. 3, pp. 428–446, 1982. 18

[37] M. A. Shifman and A. Vainshtein, “Solution of the anomaly puzzle in susy gauge theories and the wilson operator expansion,” *Nuclear Physics B*, vol. 277, pp. 456–486, 1986. 18, 19, 20, 57

[38] C. Córdova, T. T. Dumitrescu, and K. Intriligator, "Multiplets of superconformal symmetry in diverse dimensions," *Journal of High Energy Physics*, vol. 2019, no. 3, pp. 1–143, 2019. 18, 21, 22, 23, 24, 39

[39] R. G. Leigh and M. J. Strassler, "Exactly marginal operators and duality in four dimensional n= 1 supersymmetric gauge theory," *Nuclear Physics B*, vol. 447, no. 1, pp. 95–133, 1995. 19, 23

[40] S. Ferrara and B. Zumino, "Transformation properties of the supercurrent," *Nuclear Physics B*, vol. 87, no. 2, pp. 207–220, 1975. 19

[41] M. T. Grisaru, B. Milewski, and D. Zanon, "Supercurrents, anomalies, and the adler-bardeen theorem," *Physics Letters B*, vol. 157, no. 2-3, pp. 174–178, 1985. 20

[42] R. Blumenhagen and E. Plauschinn, "Introduction to conformal field theory: With applications to string theory, vol. 779 of lect," *Notes Phys. Springer*, 2009. 22

[43] S. Gukov, "Counting RG flows," *JHEP*, vol. 01, p. 020, 2016. 22

[44] C. Behan, "Conformal manifolds: Odes from opes," *Journal of High Energy Physics*, vol. 2018, no. 3, p. 127, 2018. 22, 23

[45] M. Peskin, "An introduction to quantum field theory, by michael edward peskin and daniel v. schroeder. isbn 13 978-0-201-50397-5, isbn-10 0-201-50397-2," 1995. 22

[46] X.-d. Jiang and X.-j. Zhou, "Finite n= 1 supersymmetric theories of classical groups," *Physics Letters B*, vol. 216, no. 1-2, pp. 160–166, 1989. 25

[47] S. Heinemeyer, M. Mondragón, G. Zoupanos, *et al.*, "Finite unification: theory and predictions," *SIGMA. Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications*, vol. 6, p. 049, 2010. 26

[48] K. Babu, X.-G. He, and S. Pakvasa, "Neutrino masses and proton decay modes in su (3)$\times$ su (3)$\times$ su (3) trinification," *Physical Review D*, vol. 33, no. 3, p. 763, 1986. 27

[49] S. Heinemeyer, J. Kalinowski, W. Kotlarski, M. Mondragón, G. Patellis, N. Tracas, and G. Zoupanos, "Probing unified theories with reduced couplings at future hadron colliders," *The European Physical Journal C*, vol. 81, no. 2, pp. 1–20, 2021. 28

[50] D. I. Kazakov, "Beyond the standard model (in search of supersymmetry)," *arXiv preprint hep-ph/0012288*, 2000. 30, 35, 39, 45

[51] T. Goto, "Formulae for supersymmetry," 2015. 30, 32

[52] M. A. Luty and W. Taylor IV, “Varieties of vacua in classical supersymmetric gauge theories,” *Physical Review D*, vol. 53, no. 6, p. 3399, 1996. 31

[53] D. Chung, L. Everett, G. Kane, S. King, J. Lykken, and L.-T. Wang, “The soft supersymmetry-breaking lagrangian: Theory and applications,” *Physics Reports*, vol. 407, no. 1-3, pp. 1–203, 2005. 32, 33, 34, 35, 38, 39, 46, 52, 58, 60

[54] L. Girardello and M. T. Grisaru, “Soft breaking of supersymmetry,” *Nuclear Physics B*, vol. 194, no. 1, pp. 65–76, 1982. 32, 33

[55] F. Zwirner, “Observable δb= 2 transitions without nucleon decay in a minimal supersymmetric extension of the standard model,” *Physics Letters B*, vol. 132, no. 1-3, pp. 103–106, 1983. 33

[56] D. Kazakov, “Finiteness of soft terms in finite n= 1 susy gauge theories,” *Physics Letters B*, vol. 421, no. 1-4, pp. 211–216, 1998. 35, 42, 43, 45, 46

[57] D. Roy, “Higgs and susy searches at lhc: An overview,” *arXiv preprint hep-ph/0303106*, 2003. 37

[58] S. Cassel, D. Ghilencea, S. Kraml, A. Lessa, and G. Ross, “Fine-tuning implications for complementary dark matter and lhc susy searches,” *Journal of High Energy Physics*, vol. 2011, no. 5, p. 120, 2011. 37

[59] L. Randall and R. Sundrum, “Out of this world supersymmetry breaking,” *Nuclear Physics B*, vol. 557, no. 1-2, pp. 79–118, 1999. 37, 38, 45, 46, 49, 54, 58, 59, 60

[60] L. Alvarez-Gaume and P. Ginsparg, “The structure of gauge and gravitational anomalies,” in *Supergravities in Diverse Dimensions: Commentary and Reprints (In 2 Volumes)*, pp. 1078–1145, World Scientific, 1989. 38

[61] W. A. Bardeen and B. Zumino, “Consistent and covariant anomalies in gauge and gravitational theories,” *Nuclear Physics B*, vol. 244, no. 2, pp. 421–453, 1984. 38

[62] D. Chung, L. Everett, G. Kane, S. King, J. Lykken, and L.-T. Wang, “The soft supersymmetry-breaking lagrangian: Theory and applications,” *Physics Reports*, vol. 407, no. 1-3, pp. 1–203, 2005. 41, 46, 48, 49

[63] T. Kobayashi, J. Kubo, and G. Zoupanos, “Further all-loop results in softly-broken supersymmetric gauge theories,” *Physics Letters B*, vol. 427, no. 3-4, pp. 291–299, 1998. 42, 45

[64] Y. Yamada, “Two-loop renormalization group equations for soft supersymmetry-breaking scalar interactions: supergraph method,” *Physical Review D*, vol. 50, no. 5, p. 3537, 1994. 43

[65] I. Jack and D. Jones, “The gaugino β-function,” *Physics Letters B*, vol. 415, no. 4, pp. 383–389, 1997. 43, 44, 45

[66] J. Hisano and M. Shifman, "Exact results for soft supersymmetry-breaking parameters in supersymmetric gauge theories," *Physical Review D*, vol. 56, no. 9, p. 5475, 1997. 45, 54

[67] I. Jack and D. Jones, "Rg invariant solutions for the soft supersymmetry breaking parameters," *Physics Letters B*, vol. 465, no. 1-4, pp. 148–154, 1999. 45, 47

[68] V. Novikov, M. A. Shifman, A. Vainshtein, and V. I. Zakharov, "The beta function in supersymmetric gauge theories. instantons versus traditional approach," *Physics Letters B*, vol. 166, no. 3, pp. 329–333, 1986. 46, 52

[69] S. Vandoren and P. van Nieuwenhuizen, "Lectures on instantons," 2008. 46

[70] G. F. Giudice, R. Rattazzi, M. A. Luty, and H. Murayama, "Gaugino mass without singlets," *Journal of High Energy Physics*, vol. 1998, no. 12, p. 027, 1999. 46, 58

[71] Z. Daniel, "Freedman and antoine van proeyen, supergravity," 2012. 48

[72] R. Rattazzi, A. Strumia, and J. D. Wells, "Phenomenology of deflected anomaly-mediation," *Nuclear Physics B*, vol. 576, no. 1-3, pp. 3–28, 2000. 49

[73] A. Pomarol and R. Rattazzi, "Sparticle masses from the superconformal anomaly," *Journal of High Energy Physics*, vol. 1999, no. 05, p. 013, 1999. 50, 54

[74] E. Boyda, H. Murayama, and A. Pierce, "Dreded anomaly mediation," *arXiv preprint hep-ph/0107255*, 2001. 52

[75] W. Lucha and H. Neufeld, "Finite quantum field theories," *Physical Review D*, vol. 34, no. 4, p. 1089, 1986. 53

[76] N. Arkani-Hamed, G. F. Giudice, M. A. Luty, and R. Rattazzi, "Supersymmetry-breaking loops from analytic continuation into superspace," *Physical Review D*, vol. 58, no. 11, p. 115005, 1998. 54, 58