



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

DEMOSTRACIÓN EXPERIMENTAL DE UNA FUENTE
DE PAREJAS DE FOTONES CON
MICRORESONADORES ESFÉRICOS Y SFWM

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICO

P R E S E N T A :

ARTURO GARCÍA ZURITA

TUTOR

DR. ALFRED UREN



CIUDAD UNIVERSITARIA, Cd. Mx., 2021



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*Dedicado a todas las personas que estuvieron conmigo,
a quienes hicieron posible esto.*

Agradecimientos

Quiero agradecer a todas las personas que han hecho posible la elaboración de este trabajo, en especial a aquellas personas que han estado presentes en todo momento y sin las cuales no hubiera sido posible esta tesis.

Quiero agradecer en especial a Bianca Saraim Zavalza, por ser mi compañera y apoyo incondicional a lo largo de esta travesía. A mis padres Valentina Zurita y Sergio García por apoyarme a lo largo de la carrera y a mi hermana Brenda Zurita por ser mi compinche de toda la vida.

Quiero agradecer a mi asesor, el Dr. Alfred Barry U'Ren Cortés por su guía, al Dr. Héctor Cruz Ramírez por su constante apoyo en el laboratorio de óptica cuántica, al MCIM Erasto Ortíz Ricardo y al Lic. César Bertoni Ocampo por todo el aprendizaje en el laboratorio y en especial en el proyecto que permitió esta tesis.

A todos mis compañeros en el Laboratorio de Óptica Cuántica del instituto de Ciencias Nucleares de la UNAM, con los cuales he aprendido valiosas lecciones.

Al proyecto PAPIIT PE105920 bajo la dirección del Dr. Héctor Cruz Ramírez.

Así mismo quiero agradecer a todas aquellas personas que de una u otra manera han colaborado a esta tesis, muchas gracias a todos.

Resumen

En el presente trabajo se demuestra experimentalmente la creación de una fuente de parejas de fotones. En esta fuente, los fotones son generados utilizando microresonadores esféricos, mediante un proceso no lineal de tercer orden denominado *Mezcla de cuatro ondas espontánea* (SFWM, por las siglas en inglés de *Spontaneous Four-Wave Mixing*).

La fuente de fotones consiste en un resonador esférico acoplado mediante una onda evanescente a una fibra óptica adelgazada, en la cuál es suministrado un haz láser de longitud de onda variable. Así mismo, para poner en evidencia la funcionalidad de la fuente se llevó a cabo diversos experimentos que demuestran la existencia de parejas de fotones generados mediante SFWM y el estudio correspondiente de los mismos.

En el capítulo 1, se presenta la teoría básica en la que se basa el experimento. En esta, se desarrollan los conceptos en los que se sustentan los microresonadores ópticos así como sus principales características, tipos y aplicaciones; además, se introduce al lector al tema de fuentes de parejas de fotones y al proceso no lineal SFWM.

En el capítulo 2, se aborda el desarrollo experimental. A lo largo del capítulo se muestra el proceso de manufactura del microresonador y del sistema experimental. El sistema de microresonador consiste en un sistema elaborado a partir de fibra óptica en el que se manufactura una esfera resonadora y se adelgaza una fibra óptica, estos elementos se acoplan mediante una onda evanescente. Por otro lado, el sistema experimental se trata de una serie de arreglos encargados de demostrar que en la fuente se generan parejas de fotones y que se trata, inequívocamente, del resultado de un

proceso SFWM.

Los resultados obtenidos a lo largo de la serie de experimentos son mostrados en el capítulo 3, en donde se prueba que la fuente realiza el proceso SFWM y que en consecuencia es posible obtener una pareja de fotones correlacionados. Además, se presenta el estudio de los fotones generados mediante mediciones espectrales y conteos de coincidencia en los tiempos de arribo en sensores.

Para finalizar, en el capítulo 4 se encuentran las conclusiones, un resumen práctico de los mayores resultados obtenidos, así como propuestas a trabajos futuros.

Todas las fuentes de fotones elaboradas y estudiadas cuentan con un factor de calidad del orden de 10^8 , siendo la fuente construida con una esfera resonadora de $360 \mu m$ de diámetro y bombeo láser de 1550.92 nm la fuente con mayor factor de calidad Q siendo $Q = 6 \times 10^8$.

Índice general

Agradecimientos	II
Resumen	III
Lista de acrónimos	VII
1. Introducción	1
2. Marco teórico	4
2.1. Microresonadores	4
2.1.1. Características de resonadores	5
2.1.2. Tipos de microresonadores	10
2.1.3. Aplicaciones	28
2.2. Fuentes de pares de fotones	30
2.3. Fenómeno espontáneo de mezcla de cuatro ondas (SFWM)	34
2.3.1. SFWM en microresonadores	37
2.3.2. Descripción cuántica de SFWM	38
3. Desarrollo experimental	42
3.1. Fabricación de microresonadores esféricos	42
3.1.1. Esferas resonadoras	43
3.1.2. Fibra adelgazada	47
3.2. Sistema experimental	51
3.2.1. Acoplamiento y resonancia	52

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	VI
3.2.2. Existencia de SFWM	56
3.2.3. Estudio de fotones	63
4. Resultados	66
4.1. Generación de pares de fotones mediante SFWM	66
4.2. Estudio de fotones generados	76
5. Conclusiones	88
5.1. Trabajo futuro	91

Índice de figuras

2.1. Esquemas de WGMs. Representación de WGMs desde la a) óptica geométrica, donde las flechas simbolizan los rayos de luz que se reflejan. b) óptica física, donde los lóbulos representan los modos estables de la luz. Imagen basada en [27].	9
2.2. Definición de las coordenadas esféricas (r, θ, ϕ) con vectores unitarios e_r, e_θ, e_ϕ con base a los vectores unitarios canónicos en \mathbb{R}^3 e_1, e_2, e_3 . Imagen tomada de [21].	13
2.3. Diagrama de acoplamiento de una fibra óptica adelgazada con un microresonador esférico excitando WGMs. Imagen basada en [35].	23
2.4. Diferentes tipos de acoplamiento de un resonador óptico. El panel a) representa la geometría del acoplamiento mediante onda evanescente utilizando una fibra óptica adelgazada, el panel b) ilustra el acoplamiento utilizando un prisma y el panel c) esquematiza el acoplamiento mediante dos fibras ópticas cortadas en ángulo. Imagen basada en [42].	24
2.5. La variación del radio r en una fibra óptica con respecto a z establece la pendiente que da la conicidad en una fibra óptica adelgazada. La disminución del radio que se puede observar ($r_4(z) > r_3(z) > r_2(z) > r_1(z)$) establece un adelgazamiento de la fibra.	26
2.6. Diferentes tipos de fibras ópticas adelgazadas: a) adiabática, b) no adiabática. Imagen tomada de [47].	26

2.7. Esquema de la fabricación de fibras ópticas adelgazadas. Ilustración del antes ($125 \mu m$ de diámetro) y después ($1-3 \mu m$ de diámetro) del proceso de estirado de una fibra mono modo dando como resultado una región estrecha donde la luz es guiada en el aire. 27

2.8. Esquema de acoplamiento entre una fibra óptica y una microesfera resonadora. Espectro de transmisión al final de la fibra óptica acoplada. Imagen tomada de [48]. 28

2.9. Esquema del biosensor usado por F. Vollmer, et al. en la detección de partículas individuales de virus de influenza tipo A [53]. Un láser de longitud de onda variable (tuneable laser) es bombeado a través de una fibra óptica adelgazada a un fotodetector (photodetector) excitando los WGMs dentro del resonador esférico (microsphere cavity), la partícula del virus interacciona con el campo evanescente provocando diferencias de la frecuencia de resonancia sin la partícula. Imagen tomada de [53]. 30

2.10. Diagrama comparativo entre los procesos SPDC y SFWM. En el diagrama las leyes de conservación de energía, momento lineal y momento angular se encuentran representadas mediante flechas para el fotón bombeado (ω_p, k_p, l_p) , fotón señal (ω_s, k_s, l_s) y fotón acompañante (ω_i, k_i, l_i) mientras que el grado de no linealidad de muestra expresando por el grado de χ 33

2.11. Esquema del proceso SFWM. a) proceso SFWM degenerado: la señal de entrada está constituida por dos fotones de bombeo que cumplen con $\omega_{p1} = \omega_p = \omega_{p2}$, mediante el proceso los fotones generados en la salida tienen menor y mayor frecuencia siendo el fotón acompañante (ω_i) y el fotón señal (ω_s) respectivamente. b) proceso SFWM no degenerado: Los fotones de bombeo en la entrada cumplen con $\omega_{p1} \neq \omega_{p2}$ lo que puede generar que en la salida los fotones señal (ω_s) y acompañante (ω_i) tengan la misma frecuencia. 35

2.12. Emisión de peine de frecuencias por el proceso no lineal SFWM. Los fotones señal (rojo) y los fotones acompañantes (azul) generados son simétricos con respecto a la frecuencia de bombeo (verde).	36
2.13. Proceso SFWM degenerado en un microresonador esférico. El acoplamiento mediante onda evanescente entre la microesfera resonadora y la fibra óptica adelgazada permite que los fotones de bombeo (ω_p) generan los fotones señal (ω_s) y acompañante (ω_i) mediante SFWM.	38
3.1. Interfaz del software FPS (Fiber Processing Software): (Izquierda) ventana dedicada a la captura de información de la función especial para elaborar una esfera en punta de fibra óptica. (Derecha) vídeo de las cámaras dentro de la máquina empalmadora permitiendo ver el resultado del proceso. Imagen tomada de [76].	43
3.2. Análisis del tamaño de una microesfera realizado por el programa <i>FPS</i> de Fujikura para una microesfera de $350 \mu m$. EL análisis consta de la medición del diámetro (izquierda) y una gráfica de los mismos datos (derecha), así mismo la configuración completa para la elaboración de la esfera se puede observar en la tabla <i>BALL LENS SETTINGS</i> en la parte inferior derecha de la imagen.	45
3.3. Perfiles de esferas resonadoras con diámetro de $360 \mu m$, $320 \mu m$ y $270 \mu m$ elaboradas en laboratorio. La medición del diámetro de la fibra óptica manipulada permite la determinación del diámetro de la esfera resultante. En cada una de las gráficas se aprecia el diámetro inicial de la fibra ($125 \mu m$) y el diámetro de las esferas.	46
3.4. Fotografía de una microesfera resonadora con diámetro de $260 \mu m$ creada en el laboratorio.	47

3.5. Diagrama de la máquina estiradora. El quemador tiene su propio motor a pasos para moverse entre los dos sujetadores de fibra creando una oscilación. Los sujetadores pueden moverse gracias a sus propios motores. Las flechas rojas indican la dirección en la que es posible el movimiento de cada una de las partes.	48
3.6. Fotografía de la máquina estiradora. El quemador oscila con la flama calentando la fibra óptica al mismo tiempo que ésta es estirada mediante motores y sujetadores, el movimiento provoca que se estire la fibra.	49
3.7. Diagrama del proceso de estirado de una fibra óptica. El quemador con la flama de oxígeno y butano en su punta oscila de un lado a otro entre la fibra óptica. Los sujetadores de fibra se separan estirando la fibra óptica al mismo tiempo que es calentada. Las flechas rojas indican el movimiento.	52
3.8. Vista superior de un acoplamiento entre una fibra adelgazada de $1 \mu m$ de diámetro y una microesfera de $80 \mu m$ de diámetro.	53
3.9. Vista superior de un acoplamiento entre una fibra adelgazada de $1 \mu m$ de diámetro y una microesfera de $250 \mu m$ de diámetro	53
3.10. Vista lateral de un acoplamiento entre una fibra óptica adelgazada (parte superior) de $1 \mu m$ de diámetro y una esfera de $250 \mu m$ de diámetro (parte inferior).	54
3.11. Vista superior de la posición buscada entre el microresonador y la fibra óptica adelgazada. El diámetro central de la microesfera debe coincidir con la fibra óptica.	55
3.12. Vista sagital de la posición buscada entre el microresonador y la fibra óptica adelgazada.	55

3.13. Primer montaje experimental utilizado para la observación del peine de frecuencias generado por SFWM. El montaje consiste en el bombeo generado por un Láser el cuál es filtrado y amplificado (filtrado por un sistema DWDM: “*Dense*” *wavelength division multiplexing device* , amplificado mediante un EDFA: *Erbium-doped fiber amplifier* y vuelto a filtrar por otro sistema DWDM), la señal es controlada en polarización (PC: *Polarization controller*) y acoplada mediante una fibra óptica con sección adelgazada (T: *Fibra óptica adelgazada*) en la microesfera resonadora (MS: *Microsphere*). La señal resultante del acople es mandada a un sistema CWDM: “*Coarse*” *wavelength division multiplexing device* para filtrarla por bandas de frecuencias, una vez filtradas, las señales son unidas nuevamente mediante un *Divisor 50/50* para ser observadas en un un monocromador de rejilla (MC: *Grating-based monochromator*) al mismo tiempo. 58

3.14. Gráfica de transmisión media en los canales del filtro CWDM. Los 3 canales centrados en 1530 *nm*, 1550 *nm* y 1570 *nm* de colores azul, rojo y verde respectivamente, poseen un ancho de 22 *nm* separados entre sí por 20 *nm* por lo que se tiene dos empalmes en los canales. 60

3.15. Gráfica de transmisión medida en los canales del filtro DWDM. Los 8 canales del filtro se encuentran numerados de 46 a 53 y representados por sus respectivos colores. Cada canal posee un ancho de 0.57 *nm* y a su vez se encuentran separados entre sí por 0.8 *nm* 60

3.16. Montaje experimental encargado de demostrar la conservación de energía. El montaje consiste en el mismo bombeo (Láser) filtrado (DWDM), amplificado (EDFA) y controlado en polarización (PC) de la configuración anterior (figura 3.13) antes de ser acoplado al microresonador (empleando una fibra óptica adelgazada T y la microesfera resonadora MS). La señal resultante del acople es dividida en dos bandas mediante un dispositivo CWDM y el con el fin de filtrar la señal se utiliza un monocromador de rejilla (MC) en un canal y un dispositivo DWDM en el otro canal. Ambas señales son unidas de nueva cuenta mediante un divisor 50/50 para observar el espectro en un monocromador de rejilla MC con cámara CCD. 62

3.17. Montaje experimental dedicado a la demostración de generación de pares de fotones y al estudio de estos. El dispositivo tiene como finalidad obtener la distribución de la diferencia de tiempos de emisión. Usando la configuración de Láser, filtrado DWDM, amplificación EDFA y control de polarización PC usada anteriormente (figura 3.13 y 3.16) se realiza el acople del microresonador (mediante fibra óptica adelgazada T y microesfera MS), la señal resultante es dividida en bandas mediante el dispositivo CWDM, cada una de las señales obtenidas es filtrada mediante un monocromador de rejilla (MC) y un dispositivo DWDM para ser mandadas a la entrada de dos fotodiodos de avalancha ID230, la señal es transmitida a un convertidor de tiempo a digital (ID800) con el fin de monitorear la distribución de la diferencia de tiempos de emisión entre los dos fotones 64

4.1.	Superior: Gráfica de transmitancia de los canales utilizados del CWDM. Inferior: Peine de frecuencias obtenido al filtrar la señal de salida por CWDM. Cada uno de los canales se encuentra especializado en filtrar una señal, siendo que el bombeo λ_p se encuentra en el canal $CH1550 nm$ (verde), los fotones señal λ_s en el canal $CH1530 nm$ (rojo) y los fotones acompañantes λ_i en el canal $CH1570 nm$	67
4.2.	Espectro de frecuencias al usar una esfera resonadora de $360 \mu m$ de diámetro y un bombeo de $\lambda_p = 1550.8 nm$. En la gráfica se tiene como resultado de la interacción, los picos A y B del lado del fotón señal y los picos 1 y 2 del lado del fotón acompañante.	68
4.3.	Espectro de frecuencias al usar una esfera resonadora de $320 \mu m$ de diámetro un bombeo de $\lambda_p = 1550.8 nm$. En la gráfica se tiene como resultado de la interacción los picos A, \dots, G del lado del fotón señal y los picos 1, ..., 5 del lado del fotón acompañante.	69
4.4.	Espectro de frecuencias al usar una esfera resonadora de $270 \mu m$ de diámetro un bombeo de $\lambda_p = 1550.8 nm$. En la gráfica se tiene los picos A, \dots, F del lado del fotón señal y los picos 1, ..., 3 del lado del fotón acompañante.	71
4.5.	Medición de espectro de frecuencias generado con filtrado de monocromador y DWDM. En la gráfica se aprecia dos picos correspondientes al fotón señal λ_s y al fotón acompañante λ_i siendo ambos simétricos con respecto al bombeo λ_p	73
4.6.	Gráfica de cuentas del fotón acompañante condicionado a la detección del fotón señal correspondiente. La gráfica presenta un pico importante sientio ampliado en el recuadro de la imagen en donde, mediante un ajuste gaussiano realizado se conoce su ancho ($296.66 ns$).	74

4.7. Gráfica de cuentas del fotón acompañante condicionado a la detección del fotón señal correspondiente implementando un desfase (Delay) de 12.8 Km. La gráfica presenta un pico importante siendo este ampliado en el recuadro de la imagen, en donde se tiene el ajuste realizado para conocer su ancho (266.66 ns). 75

4.8. Mediciones de fotones generados por SFWM utilizando una esfera resonadora de 360 μm de radio, la señal de bombeo es transmitida por el canal 33 del DWDM mientras que la señal del fotón señal es filtrada por el canal 47 del DWDM. (a) gráfica de densidad característica para la emisión del fotón acompañante en el espacio formado por la longitud de onda del fotón acompañante (λ_i) y la diferencia en tiempo de emisión de los fotones señal-acompañante (ΔT), (b) distribución marginal de la gráfica de densidad en términos de λ_i , (c) distribución marginal en términos de la variable ΔT , (d) representación gráfica de las longitudes de onda involucradas en el proceso $\lambda_p, \lambda_i, \lambda_p$ así como el FSR del resonador, (e) medición de la distribución en la diferencia de tiempos de emisión para la frecuencia local indicada por la flecha roja en (a), (f) distribución espectral de intensidad de fotón acompañante inferido. 77

4.9. Mediciones de fotones generados por SFWM utilizando una esfera resonadora de $360 \mu m$ de radio, la señal de bombeo es transmitida por el canal 33 del DWDM mientras que el fotón señal filtrado por el canal 49 del DWDM análoga a la figura 4.8. (g) gráfica de densidad característica para la emisión del fotón acompañante en el espacio $\{\lambda_i, \Delta T\}$, (h) distribución marginal de la gráfica de densidad en términos de λ_i , (i) distribución marginal en términos de la variable ΔT , (j) representación gráfica de las longitudes de onda involucradas en el proceso $\lambda_p, \lambda_i, \lambda_s$ así como el FSR del resonador, (k) medición de la distribución en la diferencia de tiempos de emisión para la frecuencia local indicada por la flecha roja en (g), (l) distribución espectral de intensidad de fotón acompañante inferida. 79

4.10. Mediciones realizadas para una microesfera resonadora con radio de $360 \mu m$, bombeo transmitido a través del canal 34 del DWDM y fotón señal filtrado por el canal 48 del DWDM. (a) gráfica de densidad para la emisión de fotón acompañante en el espacio $\{\lambda_i, \Delta T\}$, (b) distribución marginal en λ_i , (c) distribución marginal en ΔT , (d) representación gráfica de las longitudes de onda λ_p, λ_i y λ_s , (e) medición de la distribución en la diferencia de tiempos de emisión para la frecuencia local indicada por la flecha roja en (a), (f) distribución espectral de intensidad de fotón acompañante inferida. 81

4.11. Mediciones realizadas para una microesfera resonadora con radio de $360 \mu m$, bombeo transmitido a través del canal 34 del DWDM y el fotón señal filtrado por canal 49 del DWDM análogas a las de la figura 4.10. (a) gráfica de densidad para la emisión de fotón acompañante en el espacio $\{\lambda_i, \Delta T\}$, (b) distribución marginal en λ_i , (c) distribución marginal en ΔT , (d) representación gráfica de las longitudes de onda λ_p, λ_i y λ_s , (e) medición de la distribución en la diferencia de tiempos de emisión para la frecuencia local indicada por la flecha roja en (a), (f) distribución espectral de intensidad de fotón acompañante inferida. 82

4.12. Mediciones realizadas para una microesfera resonadora con radio de $270 \mu m$ y bombeo transmitido a través del canal 33 del DWDM. (a) gráfica de densidad para la emisión de fotón acompañante en el espacio $\{\lambda_i, \Delta T\}$ utilizando filtrado de banda estrecha (utilizando el canal 8 del DWDM), (b) distribución marginal espectral de la distribución en (a), (c) distribución marginal en ΔT de la medición (a), (d) gráfica de densidad para la emisión de fotón acompañante en $\{\lambda_i, \Delta T\}$ utilizando filtrado de banda ancha (utilizando el canal central de $1530 nm$ del CWDM), (e) distribución marginal espectral de la distribución en (d) 84

4.13. Mediciones de potencia óptica emanada a través de la sección reducida de fibra óptica empleando una esfera resonadora de $270 \mu m$ de diámetro. La columna de la izquierda muestra a las gráficas en la región $\lambda < \lambda_p$ mientras que las gráficas de la columna derecha a $\lambda > \lambda_p$ 85

4.14. Mediciones de potencia óptica emanada a través de la sección reducida de fibra óptica empleando una esfera resonadora de $320 \mu m$ de diámetro. La columna de la izquierda muestra a las gráficas en la región $\lambda < \lambda_p$ mientras que las gráficas de la columna derecha a $\lambda > \lambda_p$ 86

4.15. Mediciones de potencia óptica emanada a través de la sección reducida de fibra óptica empleando una esfera resonadora de $360 \mu m$ de diámetro. La columna de la izquierda muestra a las gráficas en la región $\lambda < \lambda_p$ mientras que las gráficas de la columna derecha a $\lambda > \lambda_p$. Las tres filas corresponden a las microesferas con diámetro $360 \mu m$, $320 \mu m$ y $270 \mu m$ de manera descendente. 86

Lista de acrónimos

APD Avalanche Photodiode. 60, 64, 65

BBO Beta Barium Borate. 2, 31

CWDM Coarse Wavelength Division Multiplexing. 56–62, 74

DWDM Dense Wavelength Division Multiplexing. 54, 57, 62, 64, 67, 69, 71, 73, 74

EDFA Erbium Doped Fiber Amplifier. 54

FSR Free Spectral Range. 38, 68, 75

FWHM Full Width at Half Maximum. 6, 56, 57, 64

JSA Joint Spectral Amplitude. 37, 38

JTA Joint Temporal Amplitude. 38, 39

MS Microesferas Resonadoras. 41–43

PC Polarization Control. 54

PM Phase Matching. 31, 35, 37

PPKTP Periodically Poled Potassium Titanyl Phosphate. 2, 31

Q Quality factor. 3, 5–7, 9–11, 27, 65, 66, 69, 72, 73, 79

QED Quantum Electrodynamics. 11

QND Quantum nondemolition. 1

SFWM Spontaneous Four-Wave Mixing. 2, 3, 28–38, 40, 49, 53–58, 60–64, 66–69, 77–79

SPDC Spontaneous optical Parametric Down-Conversion. 2, 29–31, 37, 57

T Taper. 23, 44

TEDD Time of Emission Difference Distribution. 69, 70, 72

TIR Total Internal Reflection. 8, 11, 22

WDM Wavelength Division Multiplexing. 53, 54, 56

WGM Whispering Gallery Mode. 1, 7–12, 21, 22, 26, 27

Capítulo 1

Introducción

Los resonadores ópticos se emplearon como dispositivos útiles ya en 1899, cuando Fabry y Perot describieron el uso de un resonador de placa paralela como filtro interferométrico [1], a partir de ese momento su desarrollo y utilización en otros experimentos sería cada vez mayor de manera lenta pero consistente.

En 1969, Szoke, et al. propuso insertar un material no lineal (absorbente saturable) entre los espejos y describió la multiestabilidad óptica con posibles aplicaciones para la lógica óptica [2] dando pie a nuevas ideas experimentales. En 1988 el primer experimento de Quantum nondemolition (QND) fue realizado por Bachor y Levenson et al. usando un resonador anular de fibra óptica [3]. En 1989, Branginsky et al. estudiaron las propiedades no lineales de los modos ópticos Whispering Gallery Modes [4].

Estos y demás experimentos realizados a lo largo de los últimos años han incrementado el interés por los resonadores ópticos. En la actualidad estos resonadores se han convertido en una gran promesa para una variedad de ramas y aplicaciones, desde la óptica cuántica como fuente de fotones [5] hasta en la medicina como biosensores [6].

Por otro lado, una de las consecuencias más importantes de la física cuántica es la existencia de estados entrelazados entre dos partículas. Estos sistemas tienen la característica que una propiedad perteneciente a una partícula puede ser determinada mediante la medición de la misma propiedad de la otra partícula con la que se en-

cuentra entrelazada. Einstein, Podolsky y Rosen fueron los primeros en hacer notar la posibilidad de efectos no locales entre partículas entrelazadas en su famoso artículo de 1935 *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?* [7].

El avance del conocimiento y de la tecnología en la física ha permitido la reciente exploración de los sistemas entrelazados surgiendo así aplicaciones que incluyen la criptografía [8], la codificación densa de bits [9], la teleportación de estados cuánticos [10] entre algunas otras.

Sin embargo, entre todas las posibles aplicaciones de estos sistemas destaca la llamada *computación cuántica* en la que una computadora emplea el entrelazamiento cuántico como recurso de procesamiento, siendo capaz de superar la capacidad de cómputo de cualquier computadora clásica. El conjunto de aplicaciones mencionadas forma parte de una reciente rama de la física denominada *Información cuántica* y tienen en común que para llevarse a cabo algunos de los experimentos y aplicaciones de los mismos se utiliza como recurso una fuente de parejas de fotones. Es por esto por lo que es de vital importancia el desarrollo de nuevas y mejores fuentes. El presente trabajo tiene como finalidad la demostración experimental de una fuente de parejas de fotones. Para esta fuente los fotones son generados mediante un proceso no lineal de tercer orden llamado *mezcla de cuatro ondas espontánea* (SFWM, por las siglas en inglés de Spontaneous Four-Wave Mixing) utilizando microresonadores esféricos.

En la mayoría de los experimentos modernos de óptica cuántica se busca implementar los métodos más eficientes y accesibles para generar parejas de fotones. Entre los métodos más utilizados destacan dos procesos importantes: el proceso no lineal de segundo orden conocido como conversión óptica descendente, paramétrica y espontánea (SPDC: Spontaneous optical Parametric Down-Conversion) y el fenómeno de mezcla de cuatro ondas espontánea (SFWM: Spontaneous Four-Wave Mixing) que se trata de un proceso no lineal de tercer orden.

En el primero de los procesos se utilizan cristales no lineales como los PPKTP (Periodically Poled Potassium Titanyl Phosphate) y BBO (Beta Barium Borate) para

acceder al fenómeno, mientras que en el proceso SFWM puede llevarse a cabo mediante guías de onda por lo que resulta ser más accesible. El presente trabajo fue centrado en el proceso SFWM utilizando un microresonador esférico construido exclusivamente a base fibra óptica.

En la mayoría de las aplicaciones de SFWM como fuente de fotones se implementan microtoros como estructura resonadora [11–13]. Sin embargo, se ha decidido explorar los resonadores esféricos debido a que poseen un factor de calidad Q más alto que cualquier otra estructura y son notablemente más accesibles en cuanto a manufactura en comparación de los microtoros.

Con las ventajas dichas del experimento realizado, la finalidad última del trabajo es crear un aporte a la rama de información cuántica, presentando una fuente de fotones utilizable en otros experimentos o incluso en aplicaciones tecnológicas.

Capítulo 2

Marco teórico

Con el propósito de introducir al lector en los conceptos y tecnicismos necesarios, el presente capítulo contiene definiciones teóricas básicas de los temas en los que se sustenta la teoría de los experimentos.

2.1. Microresonadores

El fenómeno de resonancia se da si se aplica una fuerza periódica a un sistema físico capacitado para vibrar dando como resultado que la amplitud de oscilación de dicho sistema aumente. La resonancia juega un papel importante en muchos sistemas físicos estudiados. Así pues, un resonador es un sistema o dispositivo que es capaz de entrar en resonancia y como consecuencia oscila en determinadas frecuencias llamadas frecuencias de resonancia.

Un ejemplo claro del fenómeno de resonancia son las cavidades resonantes acústicas, en las que los sonidos se producen por el aire que vibra en una cavidad con una apertura. De manera análoga a su equivalente acústico, un microresonador óptico es una estructura capaz de confinar luz, pues ésta es reflejada internamente en los bordes del resonador. El tamaño del resonador depende en gran medida de la longitud de onda de la luz confinada de tal manera que corresponde a múltiplos de dicha longitud

de onda.

Los microresonadores ópticos han demostrado ser una gran promesa para una variedad de aplicaciones en fotónica pues se pueden implementar para aplicaciones tan diversas como láseres, amplificadores, sensores, conmutadores, puertas lógicas, etc [14, 15].

Un modo se define como una distribución del campo electromagnético estacionario consistente bajo las condiciones de frontera del problema de estudio. Dentro de un resonador óptico, un modo de resonancia se da cuando la onda se reproduce a sí misma después de viajar de ida y vuelta dentro del resonador, esto quiere decir que estos modos pueden ser determinados siguiendo el camino de una onda [16].

En un resonador de onda viajera, como un resonador de forma de anillo o esfera, un modo óptico viaja en una dirección a lo largo de un camino cerrado e interfiere consigo mismo sin cambiar la dirección.

Los resonadores ópticos tienen modos longitudinales caracterizados por la distribución del campo electromagnético a lo largo del eje óptico o de propagación del haz. A su vez, cada modo longitudinal tiene un conjunto de modos transversales correspondientes que caracterizan la distribución del campo transversal al eje óptico. Diferentes modos longitudinales y transversales tienen típicamente diferentes frecuencias de resonancia [17].

2.1.1. Características de resonadores

Para determinar y cuantificar las características de un resonador óptico es útil definir parámetros generales de un resonador. Así, los siguientes parámetros son algunos de los implementados.

Factor de calidad

El factor de calidad Q se puede interpretar como una medida de la capacidad del resonador para confinar y mantener circulando la luz. El factor de calidad es proporcional al tiempo de confinamiento en unidades del periodo óptico.

Existen varias maneras de definir el factor Q de un resonador [18]. Utilizando el almacenamiento de energía, el factor Q es 2π veces la relación entre energía almacenada y la energía disipada por un ciclo de oscilación

$$Q = 2\pi \frac{\text{Energía almacenada en el sistema de resonancia}}{\text{Energía perdida en un ciclo de oscilación}}, \quad (2.1)$$

si se considera la potencia, el factor de calidad puede ser calculado mediante

$$Q = \omega \frac{\text{Energía almacenada}}{\text{Potencia perdida}}, \quad (2.2)$$

en donde ω es la frecuencia óptica dada por $\omega = 2\pi c/\lambda$. Así mismo Q también puede ser expresado como

$$Q = \omega\tau, \quad (2.3)$$

donde τ es el tiempo de decaimiento o tiempo de vida de un fotón [19]. Otra manera de definir el factor Q es a través del ancho de banda de resonancia como se ve en [18].

El factor Q es el cociente de la frecuencia de resonancia ν_0 y el ancho de banda $\delta\nu$ (Full Width at Half Maximum, FWHM)

$$Q = \frac{\nu_0}{\delta\nu}, \quad (2.4)$$

donde un valor alto de Q significa que el resonador posee poca pérdida de energía. Como lo demuestra [18] todas las expresiones anteriores son equivalentes para el factor de calidad Q .

Las propiedades cuánticas y no lineales de un resonador óptico son bien descritas por el factor Q . La tasa de emisión espontánea de un sistema de dos niveles dentro de una cavidad es descrita por el factor de Purcell F_p [20]:

$$F_p = \frac{3}{4\pi^2} \frac{Q}{V_m} \left(\frac{\lambda}{n} \right)^3, \quad (2.5)$$

en donde λ es la longitud de onda resonante dentro de la cavidad, n es el índice de refracción de esta y V_m es el factor conocido como volumen de modo, que puede ser calculado de manera numérica para un microresonador compuesto de una esfera dieléctrica al integrar sobre todo el espacio la densidad de energía normalizada por su máximo valor dentro de la microesfera [21]

$$V_m = \frac{1}{\omega_{max}} \int \omega(x_1, x_2, x_3) dx_1 dx_2 dx_3, \quad (2.6)$$

donde ω denota la densidad de energía como función del vector de posición $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$.

Factores de pérdidas

De manera general el total de pérdidas de un resonador acoplado a una guía de onda consiste en la aportación de diversos mecanismos como la pérdida de dispersión, radiación, etc. Así, la suma de estos factores constituye la pérdida intrínseca del resonador, dada por [22]

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_{rad}} + \frac{1}{Q_{mat}} + \frac{1}{Q_{ss}} + \frac{1}{Q_{acoplamiento}}. \quad (2.7)$$

La pérdida por radiación Q_{rad} es debida a la curvatura del resonador y decrece exponencialmente con el incremento del tamaño, con $D/\lambda \geq 15$ se tiene $Q_{rad} > 10^{11}$ en sílice (siendo D el diámetro del microresonador) [23], de tal manera que este factor puede ser despreciado de la suma si se cumplen las condiciones antes dichas.

La pérdida por materia Q_{mat} es debida a la absorción y a la dispersión del material en que fue hecho el resonador. La dispersión en la superficie Q_{ss} es causada por la rugosidad de la superficie. Si el resonador está acoplado a un dispositivo óptico externo mediante un campo evanescente, la reducción del factor Q debido al acoplamiento

($Q_{acoplamiento}$) debe ser tomada en cuenta.

Rango Espectral Libre

Otro factor importante es el Rango Espectral Libre, Free Spectral Range (FSR), el cuál es definido como la diferencia en longitud de onda entre dos modos con la misma polarización. Considerando el espectro del resonador, el FSR se define como la diferencia entre dos picos de máxima (o de mínima) potencia.

El Rango espectral libre puede ser calculado mediante [24]

$$FSR = \frac{\lambda^2}{2\pi n_{eff} R}, \quad (2.8)$$

en donde se ha considerado el índice de modo efectivo n_{eff} y la simetría azimutal de resonadores (radio R) como esferas, esferoides, toroides, etc.

Fineza

Típicamente las resonancias son caracterizadas mediante un parámetro conocido como fineza el cuál describe la periodicidad de los picos de resonancia. La fineza (\mathcal{F}) de un microresonador es definida como como la razón entre la distancia entre frecuencias de resonancia (FSR) y el FWHM de la resonancia

$$\mathcal{F} = \frac{FSR}{FWHM}. \quad (2.9)$$

Whispering Gallery Modes

Los Whispering-gallery modes o WGMs son un tipo de onda capaz de viajar a través de una superficie cóncava [25]. Originalmente estos modos de resonancia fueron descubiertos para ondas sonoras sin embargo, también pueden existir para luz.

Como se verá más adelante existen varios tipos de resonadores ópticos, pero los modos WGMs con características de resonadores con simetría azimutal como un resonador

esférico, que consiste en una esfera transparente dieléctrica con, típicamente, cientos de micras de radio o menos [26].

Cuando el índice de reflexión de la esfera es más grande que el índice de reflexión del medio en el que se encuentra, la luz queda confinada en la esfera gracias al fenómeno de reflexión total interna (Total Internal Reflection, TIR) [24].

La TIR es el reflejo total de una onda incidente entre dos medios, para que esto suceda el ángulo de incidencia de la luz debe ser lo suficientemente oblicuo en la interfaz entre dos medios para provocar que el medio externo sea transparente a dichas ondas.

Del mismo modo, debido a la TIR se generan ondas evanescentes. Una onda evanescente es una onda estacionaria con una intensidad que decae exponencialmente en función de la distancia desde el límite en el cual la onda se produjo. Las ondas evanescentes son de capital importancia en los fenómenos de acoplamiento por proximidad.

En el caso del perfil esférico, si el haz de luz confinado regresa al mismo punto en fase se tienen ondas resonantes estacionarias. Los modos de resonancia generados en estas circunstancias son los WGMs [25] que, como se ha mencionado, corresponden a la onda circulando alrededor de la cavidad como se muestra en la figura 2.1.

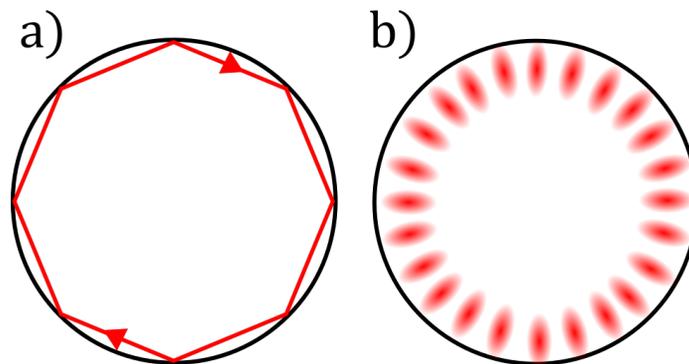


Figura 2.1: Esquemas de WGMs. Representación de WGMs desde la a) óptica geométrica, donde las flechas simbolizan los rayos de luz que se reflejan. b) óptica física, donde los lóbulos representan los modos estables de la luz. Imagen basada en [27].

En recientes años los WGMs han causado gran interés [14, 19, 25, 28] pues con estos modos de resonancia se pueden obtener grandes valores del factor Q , en microresonadores de Sílice (SiO_2) se puede llegar a obtener un factor Q de 8×10^9 que equivale

a un tiempo de vida de un fotón, con por ejemplo 1550 nm , de $6.58 \times 10^{-6} \text{ s}$ [28].

2.1.2. Tipos de microresonadores

Se ha mencionado que los microresonadores esféricos son capaces de albergar WGMs, sin embargo, se han explorado una gran variedad de formas de microresonadores para muy diferentes aplicaciones como se muestra en la tabla 2.1.

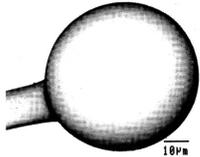
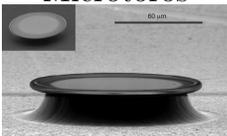
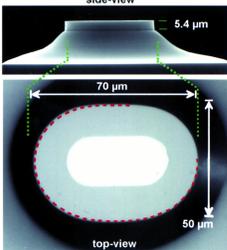
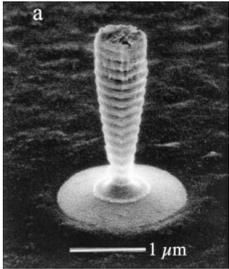
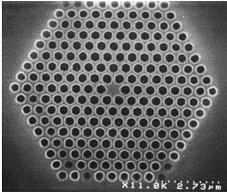
Tipo	Características	Tipo	Características
<p>Microesferas</p>  <p>Imagen tomada de [29].</p>	<p>Muy altos valores de factor Q ($10^7 - 9 \times 10^9$); Grandes volúmenes de modos.</p>	<p>Microtoros</p>  <p>Imagen tomada de [12]</p>	<p>Altos valores de factor Q (5×10^8); Adecuados para integración en chips.</p>
<p>Microdiscos</p>  <p>Imagen tomada de [30].</p>	<p>Pequeños volúmenes de modos; Valores de factor Q elevados ($10^4 - 10^5$); Adecuados para integración plana.</p>	<p>Resonador Cuadrupolar</p>  <p>Imagen tomada de [31].</p>	<p>Bajos valores de factor Q ($850 - 1500$); Eficiente acoplamiento con guías de onda planas.</p>
<p>Micropostes</p>  <p>Imagen tomada de [32].</p>	<p>Grandes valores de factor Q ($1300 - 2000$); Fácil acoplamiento con fibras ópticas.</p>	<p>Cristales fotónicos</p>  <p>Imagen tomada de [33].</p>	<p>Elevados valores de factor Q (4.5×10^4); Adecuados para integración plana.</p>

Tabla 2.1: Principales tipos y características de microresonadores ópticos. Tabla basada en [15].

Aquellas estructuras que poseen simetría rotacional son las más usadas experimen-

talmente pues son capaces de soportar los WGMs y tener valores altos de factor Q , tal es el caso de esferas, cilindros, toroides y discos.

Los microresonadores esféricos de Sílice (SiO_2) presentan los más altos valores de Q [15]. Sin embargo, tienen un espectro muy denso de WGM degenerados, es decir, diferentes modos para una misma frecuencia; este hecho complica su aplicación para el análisis espectral o la estabilización láser, por ejemplo.

Los microresonadores toroidales no solo demuestran factores Q muy elevados con WGMs que se acercan a los de las microesferas [15], sino que también permiten la reducción del volumen y la integración con otros componentes.

Microresonadores circulares o microdiscos basados en guías de onda plana con diámetros de 1-10 μm son utilizados como cavidades de microláser pues soportan WGMs fuertemente confinados y tienen factores Q típicos de 10^4 - 10^5 [15].

Junto con los resonadores de microdiscos circulares, las cavidades de formas elípticas, cuadrupolares y cuadradas han causado interés pues dependiendo de su tamaño y grado de deformación, éstos microresonadores pueden admitir varios tipos de modos ópticos con factores Q significativamente diferentes. Dichos resonadores ofrecen ventajas para varias aplicaciones de filtro y láser, ya que permiten la división de los WGM de doble degeneración, la emisión de luz direccional y un acoplamiento más eficiente entre microresonador y guía de ondas [15].

Se ha demostrado que las microcavidades planas de cristal fotónico formadas, por ejemplo, como arreglos de agujeros de aire grabados en una losa, exhiben simultáneamente altos factores Q y volúmenes modales ultra pequeños de longitud de onda [15]. En estas cavidades, el efecto fotónico de banda se utiliza para un fuerte confinamiento de luz en el plano de la cavidad, y TIR para el confinamiento de luz en la interfaz.

En los resonadores de micropostes o micropilares, el confinamiento en modo transversal se debe a TIR en la interfaz semiconductor-aire, mientras que el confinamiento en la dirección vertical es proporcionado por un par de reflectores Bragg distribuidos [15]. Estos resonadores soportan modos tipo Fabry-Perot con factores Q relativamente al-

tos y volúmenes modales pequeños, lo que los convierte en candidatos prometedores para aplicaciones de micro láseres y la observación de fenómenos de electrodinámica cuántica (QED) de cavidad como los mostrados por D. W. Vernooy y su equipo en [34].

Las propiedades de los resonadores ópticos no solamente dependen de la forma de los mismos sino que también de los materiales con los que son hechos. Esta diversificación puede ser cuantificada mediante el factor de calidad considerando el índice de reflexión efectivo (η_{eff}). Para expandir el panorama, en la tabla 2.2 se tiene otra comparación de factores Q en donde se puede observar la diversidad de factores de calidad que se obtienen al variar la forma y material de un microresonador.

Resonador	Material	factor Q
Esfera	SiO_2	10^7-10^9
Toroide	SiO_2	10^8
Esferoide truncado	CaF_2	10^{11}
Esferoide truncado	MgF_2	10^8

Tabla 2.2: Orden de magnitud de factores de Q asociados a microresonadores con WGMs en diferentes formas y materiales. Tabla tomada de [35].

Por su alto valor de factor Q, facilidad de manufactura y el hecho de que pueden albergar WGMs en el dispositivo experimental de esta tesis se ha utilizado microresonadores esféricos.

Modos de resonancia en resonadores esféricos

Los modos de un resonador esférico dieléctrico son bien conocidos al ser derivados explícitamente de la ecuación de Helmholtz en coordenadas esféricas [36, 37].

Para su análisis se considera que la microesfera está hecha de un material homogéneo, isotrópico y lineal. En específico, se trata de Sílice, un material dieléctrico y homogéneo en el que podemos considerar que la permeabilidad magnética μ y la permitividad eléctrica ϵ son:

$$\mu = \mu_0, \quad \epsilon = n^2 \epsilon_0, \quad (2.10)$$

donde μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío ($\mu_0 = 4\pi 10^{-7} H/m$), ϵ_0 es la per-

mitividad eléctrica del vacío ($\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi}10^{-9}F/m$) y el índice de refracción n es un número real positivo que depende del material y de la longitud de onda incidente en el mismo, para Sílice es cercano a 1.45 en una longitud de onda de 1550 nm [38].

De manera rigurosa los WGMs son una forma particular de campo electromagnético dentro de una guía de onda dieléctrica con simetría axial.

Considerando las coordenadas esféricas r, θ, ϕ mostradas en la figura 2.2.

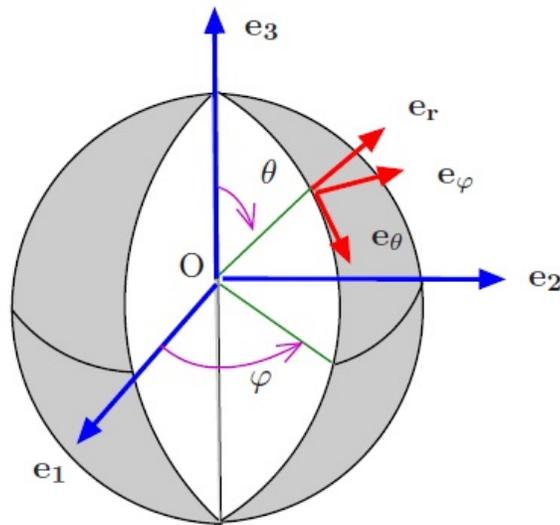


Figura 2.2: Definición de las coordenadas esféricas (r, θ, ϕ) con vectores unitarios e_r, e_θ, e_ϕ con base a los vectores unitarios canónicos en \mathbb{R}^3 e_1, e_2, e_3 . Imagen tomada de [21].

De la imagen 2.2 se tiene que:

- La distancia radial r es la distancia Euclidiana entre el origen O ubicado en el centro de la microesfera y un punto P .
- El ángulo polar θ o inclinación θ es el ángulo medido en dirección hacia el cenit de la posición del vector \vec{OP} , θ es medido de 0 a π radianes.
- El ángulo azimutal ϕ es medido de 0 a 2π en dirección azimutal referente a la dirección de la proyección ortogonal de la posición del vector \vec{OP} .

Para resolver el fenómeno es indispensable resolver la ecuación de Helmholtz pues mediante la solución es posible describir el campo electromagnético de este problema

en particular [21].

$$\nabla^2 \Psi(\vec{x}) + k^2 \Psi(\vec{x}) = 0, \quad (2.11)$$

donde \vec{x} es el vector de posición que, considerando la simetría en cuestión, es conveniente expresarlo en coordenadas esféricas y $k = 2\pi/\lambda$ es el vector de onda [24].

Si se considera la separación de variables en la que $\Psi(r, \theta, \phi)$ se puede expresar como combinación de 3 funciones $R(r), \Theta(\theta), \Phi(\phi)$

$$\Psi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi). \quad (2.12)$$

El operador laplaciano en coordenadas esféricas está dado por

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}, \quad (2.13)$$

por lo que al sustituir la ecuación 2.12 y 2.13 en 2.11 se obtiene

$$\frac{\sin^2 \theta}{R(r)} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right) + \frac{\sin \theta}{\Theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} + k^2 r^2 \sin^2 \theta = 0, \quad (2.14)$$

lo que da pie a un sistema de 3 ecuaciones diferenciales ordinarias

$$r^2 R''(r) + 2rR'(r) + (k^2 r^2 - p^2)R(r) = 0 \quad (2.15a)$$

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} (\sin \theta \Theta''(\theta)) + \left(p^2 - \frac{q^2}{\sin^2 \theta} \right) \Theta = 0 \quad (2.15b)$$

$$\Phi'''(\phi) + q^2 \Phi(\phi) = 0, \quad (2.15c)$$

donde p y q son constantes de separación.

Dependencia angular de la función de onda

Considerando que, debido a la geometría, la función Φ debe ser periódica con periodo

2π la ecuación (2.15c) tiene solución general

$$\Phi(\phi) = c_1 e^{im\phi} + c_2 e^{-im\phi}, \quad (2.16)$$

donde la constante de separación q es consistente con un entero $m \in \mathbb{Z}$, c_1 y c_2 son constantes complejas.

Las propiedades del microresonador son independientes del ángulo azimutal ϕ .

El cambio de variable $\eta = \cos \theta$ en la ecuación (2.15b) genera la ecuación

$$(1 - \eta^2)g''(\eta) - 2\eta g'(\eta) + \left(p^2 - \frac{m^2}{1 - \eta^2}\right)g(\eta) = 0 \quad (2.17)$$

donde la función g es definida mediante la relación $\Theta(\theta) = g(\cos \theta)$.

Las soluciones de la ecuación 2.17 se conocen como funciones hipergeométricas [21]. Esta ecuación tiene soluciones no triviales si $p^2 = \ell(\ell + 1)$ con ℓ un entero no negativo tal que $|m| \leq \ell$ en cuyo caso la solución a la ecuación (2.15b) son los polinomios asociados de Legendre

$$g(\eta) = P_\ell^m(\eta) = \frac{(-1)^m}{2^\ell \ell!} (1 - \eta^2)^{m/2} \frac{d^{\ell+m}}{d\eta^{\ell+m}} (\eta^2 - 1)^\ell, \quad (2.18)$$

que cumplen la condición de ortogonalidad

$$\int_{-1}^1 P_k^m P_\ell^m dx = \frac{2(\ell + m)!}{(2\ell + 1)(\ell - m)!} \delta_{k,\ell}, \quad (2.19)$$

de dicha condición de ortogonalidad es posible dar la solución en términos de Θ

$$\Theta_{\ell m}(\cos \theta) = \sqrt{\frac{2\ell + 1}{2} \frac{(\ell - m)!}{(\ell + m)!}} P_\ell^m(\cos \theta). \quad (2.20)$$

Retomando la función del ángulo azimutal, la solución de Φ tal que cumple con las

condiciones de ortogonalidad es

$$\Phi_m(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im\phi}, \quad m = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \quad (2.21)$$

Así, la solución angular de la ecuación de Helmholtz es el producto de las funciones $\Theta_{\ell m}$ y Φ_m que se conocen como armónicos esféricos

$$Y_{\ell}^m(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{(2\ell+1)(\ell-m)!}{4\pi(\ell+m)!}} P_{\ell}^m(\cos\theta) e^{im\phi} \quad (2.22)$$

De esta forma, la dependencia angular de la función de onda está dada por los armónicos esféricos. Los armónicos esféricos forman un conjunto completo de funciones ortogonales y así ellos forman una base ortogonal de espacio de Hilbert.

Dependencia radial de la función de onda

La dependencia radial de la ecuación de Helmholtz está dada por la ecuación (2.15a)

$$r^2 R''(r) + 2r R'(r) + (k^2 r^2 - \ell(\ell+1)) R(r) = 0, \quad (2.23)$$

haciendo el cambio de variable $x = kr$ se tiene una nueva función $f(x) = R(x/k)$ con la que la ecuación 2.23 se convierte en

$$x^2 f''(x) + 2x f'(x) + (x^2 - \ell(\ell+1)) f(x) = 0. \quad (2.24)$$

Las dos soluciones linealmente independientes de la ecuación diferencial ordinaria de segundo orden lineal 2.24 se conocen como las funciones esféricas de Bessel de primer y segundo tipo, denotadas como j_{ℓ} e y_{ℓ} [21]. Estas funciones están relacionadas con las funciones de Bessel ordinarias de primer tipo J_{ℓ} y las funciones de Bessel ordinarias de segundo tipo Y_{ℓ} para $x > 0$ mediante

$$j_{\ell}(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} J_{\ell+\frac{1}{2}}(x), \quad (2.25)$$

$$y_\ell(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} Y_{\ell+\frac{1}{2}}(x) = (-1)^{\ell+1} \sqrt{\frac{\pi}{2x}} J_{-\ell-\frac{1}{2}}(x). \quad (2.26)$$

Así, la solución radial de la función de onda es la combinación lineal de ambas funciones esféricas de Bessel

$$R(r) = \alpha_\ell j_\ell(kr) + \beta_\ell y_\ell(kr), \quad (2.27)$$

donde α_ℓ y β_ℓ son constantes complejas.

Es conveniente introducir las funciones de Bessel-Riccati [21]

$$\psi_\ell(x) = x j_\ell(x) = \sqrt{\frac{\pi x}{2}} J_{\ell+\frac{1}{2}}(x), \quad (2.28)$$

$$\chi_\ell(x) = -x y_\ell(x) = -\sqrt{\frac{\pi x}{2}} Y_{\ell+\frac{1}{2}}(x). \quad (2.29)$$

En términos de las funciones de Bessel-Riccati $R(r)$ se escribe como

$$R(r) = \alpha_\ell \frac{\psi_\ell(kr)}{kr} - \beta_\ell \frac{\chi_\ell(kr)}{kr}. \quad (2.30)$$

Así, la solución general de la función de onda, al ser el producto de las funciones $R(r)$, $\Theta(\theta)$, $\Phi(\phi)$, en coordenadas esféricas se puede expresar en términos de las funciones de Bessel-Riccati como

$$\begin{aligned} \Psi(r, \theta, \phi) &= \sum_{\ell=0}^{+\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} (\alpha_\ell j_\ell(kr) + \beta_\ell y_\ell(kr)) Y_\ell^m(\theta, \phi) \\ &= \sum_{\ell=0}^{+\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \left(\alpha_\ell \frac{\psi_\ell(kr)}{kr} - \beta_\ell \frac{\chi_\ell(kr)}{kr} \right) Y_\ell^m(\theta, \phi) \end{aligned} \quad (2.31)$$

Como se vio en la sección anterior, la solución de la ecuación de Helmholtz 2.11 en coordenadas esféricas es

$$\Psi_\ell^m(r, \theta, \phi) = z_\ell(kr) Y_\ell^m(\theta, \phi), \quad (2.32)$$

en donde z_ℓ denota una de las soluciones linealmente independientes de la ecuación de Bessel en coordenadas esféricas (j_ℓ o y_ℓ). Sin embargo, dentro de un dominio cerrado de un medio homogéneo, isotrópico y sin fuentes, todos los vectores que caracterizan el campo electromagnético satisfacen la ecuación 2.33 donde \vec{c} denota cualquier vector del campo electromagnético $\vec{E}, \vec{B}, \vec{D}, \vec{H}$ y σ es la conductividad del medio [36].

$$\nabla^2 \vec{c} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{c}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{c}}{\partial t} = 0. \quad (2.33)$$

La variación en el tiempo del campo arbitrario puede construirse a partir de soluciones armónicas y no hay pérdida de generalidad en el supuesto de que \vec{c} contiene el tiempo solo como un factor $e^{-i\omega t}$. Debido a la linealidad de la ecuación de Helmholtz, la ecuación 2.33 se puede leer como

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{c}) - \nabla \times \nabla \times \vec{c} + k^2 \vec{c} = 0, \quad (2.34)$$

donde $k^2 = \epsilon\mu\omega^2 + i\sigma\mu\omega$.

Para campos solenoidales (que no tienen divergencias) la ecuación 2.34 se reduce a [21]

$$\Delta \vec{c} + k^2 \vec{c} = 0. \quad (2.35)$$

En coordenadas esféricas las 3 soluciones vectoriales independientes de 2.34 pueden ser construidas de la forma de la solución característica Ψ_ℓ^m por el método de Hansen descrito en [21], [36] cap. VII y en su serie de artículos [39–41]. Las 3 soluciones vectoriales se construyen como

$$\vec{L}_\ell^m = \nabla \Psi_\ell^m, \quad \vec{M}_\ell^m = \vec{L}_\ell^m \times \vec{r}, \quad \vec{N}_\ell^m = \frac{1}{k} \nabla \times \vec{M}_\ell^m. \quad (2.36)$$

La primera solución, al usar la ecuación 2.32 se lee como

$$\vec{L}_\ell^m(r, \theta, \phi) = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \Psi_\ell^m(r, \theta, \phi) \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \Psi_\ell^m(r, \theta, \phi) \\ \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \Psi_\ell^m(r, \theta, \phi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial r} z_\ell(kr) Y_\ell^m(\theta, \phi) \\ \frac{1}{r} z_\ell(kr) \frac{\partial}{\partial \theta} Y_\ell^m(\theta, \phi) \\ \frac{1}{r \sin \theta} z_\ell(kr) \frac{\partial}{\partial \phi} Y_\ell^m(\theta, \phi) \end{pmatrix}. \quad (2.37)$$

La segunda solución \vec{M}_ℓ^m es

$$\vec{M}_\ell^m(r, \theta, \phi) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \Psi_\ell^m(r, \theta, \phi) \\ -\frac{\partial}{\partial \theta} \Psi_\ell^m(r, \theta, \phi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sin \theta} z_\ell(kr) \frac{\partial}{\partial \phi} Y_\ell^m(\theta, \phi) \\ -z_\ell(kr) \frac{\partial}{\partial \theta} Y_\ell^m(\theta, \phi) \end{pmatrix}. \quad (2.38)$$

La tercera solución independiente es

$$\begin{aligned} \vec{N}_\ell^m(r, \theta, \phi) &= \frac{1}{k} \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sin \theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \Psi_\ell^m(r, \theta, \phi)) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \Psi_\ell^m(r, \theta, \phi) \right) \\ -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(-r \frac{\partial}{\partial \theta} \Psi_\ell^m(r, \theta, \phi) \right) \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \Psi_\ell^m(r, \theta, \phi) \right) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{k} \left(\frac{d^2}{dr^2} (r z_\ell(kr)) + k^2 r \right) Y_\ell^m(\theta, \phi) \\ \frac{1}{kr} \frac{\partial}{\partial r} (r z_\ell(kr)) \frac{\partial}{\partial \theta} Y_\ell^m(\theta, \phi) \\ \frac{1}{kr \sin \theta} \frac{\partial}{\partial r} (r z_\ell(kr)) \frac{\partial}{\partial \phi} Y_\ell^m(\theta, \phi) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (2.39)$$

como z_ℓ es una de las dos soluciones linealmente independiente de la ecuación esférica de Bessel, la ecuación 2.23 se puede reescribir \vec{N}_ℓ^m como

$$\vec{N}_\ell^m(r, \theta, \phi) = \begin{pmatrix} \frac{\ell(\ell+1)}{kr} z_\ell(kr) Y_\ell^m(\theta, \phi) \\ \frac{1}{kr} \frac{\partial}{\partial r} (r z_\ell(kr)) \frac{\partial}{\partial \theta} Y_\ell^m(\theta, \phi) \\ \frac{1}{kr \sin \theta} \frac{\partial}{\partial r} (r z_\ell(kr)) \frac{\partial}{\partial \phi} Y_\ell^m(\theta, \phi) \end{pmatrix}. \quad (2.40)$$

Para simplificar las soluciones \vec{L}_ℓ^m , \vec{M}_ℓ^m y \vec{N}_ℓ^m es conveniente introducir los armónicos

vectoriales esféricos [21] como

$$\vec{Z}_{\ell m} = Y_{\ell}^m \vec{e}_r, \quad \vec{Y}_{\ell m} = r \nabla Y_{\ell}^m, \quad \vec{X}_{\ell m} = \nabla Y_{\ell}^m \times \vec{r}, \quad (2.41)$$

así, las soluciones de la ecuación 2.34 pueden ser escritas como

$$\vec{L}_{\ell}^m(r, \theta, \phi) = k z'_{\ell}(kr) \vec{Z}_{\ell m}(\theta, \phi) + \frac{1}{r} z_{\ell}(kr) \vec{Y}_{\ell m}(\theta, \phi), \quad (2.42)$$

$$\vec{M}_{\ell}^m(r, \theta, \phi) = z_{\ell}(kr) \vec{X}_{\ell m}(\theta, \phi), \quad (2.43)$$

$$\vec{N}_{\ell}^m(r, \theta, \phi) = \frac{\ell(\ell+1)}{kr} z_{\ell}(kr) \vec{Z}_{\ell m}(\theta, \phi) + \frac{1}{kr} \frac{\partial}{\partial r} (r z_{\ell}(kr)) \vec{Y}_{\ell m}(\theta, \phi), \quad (2.44)$$

donde z_{ℓ} denota la función esférica de Bessel de primer o segundo tipo. De este modo, se puede concluir que la solución a la ecuación de Helmholtz vectorial 2.34 es la combinación lineal

$$\vec{C}(r, \theta, \phi) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \alpha_{\ell}^m \vec{L}_{\ell}^m(r, \theta, \phi) + \beta_{\ell}^m \vec{M}_{\ell}^m(r, \theta, \phi) + \gamma_{\ell}^m \vec{N}_{\ell}^m(r, \theta, \phi), \quad (2.45)$$

en donde α_{ℓ}^m , β_{ℓ}^m y γ_{ℓ}^m son constantes complejas.

Como la solución de la ecuación de Helmholtz vectorial es solenoidal el campo magnético \vec{B} y el campo eléctrico \vec{E} , dentro y fuera de la esfera resonadora, pueden expresarse en términos de \vec{M}_{ℓ}^m y \vec{N}_{ℓ}^m [36]. De esta forma se obtienen dos tipos de soluciones:

- Modo Transversal Eléctrico (TE), donde el campo eléctrico es colineal a \vec{M}_{ℓ}^m :

$$\vec{E}(r, \theta, \phi) = A_{i/o}^{TE} \vec{M}_{\ell}^m(r, \theta, \phi), \quad (2.46)$$

en donde $A_{i/o}^{TE}$ denota una constante compleja con diferentes valores dependiendo

del dominio, utilizando el índice i si se trata dentro de la esfera resonadora o el índice o si se trata fuera de la esfera.

- Modo Transversal Magnético (TM), donde el campo eléctrico es colineal a \vec{N}_ℓ^m :

$$\vec{E}(r, \theta, \phi) = A_{i/o}^{TM} \vec{N}_\ell^m(r, \theta, \phi), \quad (2.47)$$

en donde $A_{i/o}^{TM}$ denota una constante compleja con diferentes valores dependiendo del dominio, utilizando el índice i si se trata dentro de la esfera resonadora o el índice o si se trata fuera de la esfera.

Mediante las ecuaciones de Maxwell se deduce que el campo magnético esta dado por $\vec{B} = \frac{1}{\omega} \nabla \times \vec{E}$ [36] por lo que se tiene:

- para modos TE el campo magnético es colineal a $\frac{ik}{\omega} \vec{N}_\ell^m$, i.e.

$$\vec{B}(r, \theta, \phi) = A_{i/o}^{TE} \frac{ik}{\omega} \vec{N}_\ell^m(r, \theta, \phi), \quad (2.48)$$

- para modos TM el campo magnético es colineal a $\frac{ik}{\omega} \vec{M}_\ell^m$, i.e.

$$\vec{B}(r, \theta, \phi) = A_{i/o}^{TM} \frac{ik}{\omega} \vec{M}_\ell^m(r, \theta, \phi). \quad (2.49)$$

Como se ha mostrado anteriormente, \vec{N}_ℓ^m y \vec{M}_ℓ^m pueden expresarse en términos de las funciones de Bessel-Ricatti. Sin embargo, se debe notar el comportamiento de dichas funciones pues las funciones de Bessel-Ricatti de segundo tipo, al igual que las funciones de Bessel de segundo tipo, tienen una singularidad en el origen, en lo que es el centro de la esfera resonadora.

Para determinar el campo electromagnético es necesario una solución no divergente dentro de la esfera. Dentro, los modos TE y TM se expresan únicamente en términos de las funciones de Bessel-Ricatti de primer tipo. Fuera de la esfera los modos TE y TM son expresados como combinación lineal de las funciones de Bessel-Ricatti de primer y segundo tipo.

Fuera de la esfera los modos TM y TE coinciden con las ondas que se propagan fuera de la esfera, estas ondas pueden ser expresadas como una combinación lineal de las funciones Bessel-Ricatti de primer y segundo tipo correspondientes a las llamadas funciones de Bessel-Ricatti de tercer tipo [21]

$$\zeta_l = \psi_l + \chi_l. \quad (2.50)$$

Finalmente, los modos TE del campo electromagnético en coordenadas esféricas están dados por

$$\vec{E}(r, \theta, \phi) = \begin{cases} A_i^{TE} \frac{\psi_\ell(kr)}{kr} \vec{X}_{\ell m}(\theta, \phi), & \text{para } r \leq R \\ -A_o^{TE} \frac{\zeta_\ell(k_0 r)}{k_0 r} \vec{X}_{\ell m}(\theta, \phi), & \text{para } r > R \end{cases},$$

y

$$\vec{B}(r, \theta, \phi) = \begin{cases} A_i^{TE} \frac{ik}{\omega} (\ell(\ell+1)) \frac{\psi_\ell(kr)}{k^2 r^2} \vec{Z}_{\ell m}(\theta, \phi) + \frac{\psi'_\ell(kr)}{kr} \vec{Y}_{\ell m}(\theta, \phi), & \text{para } r \leq R \\ -A_o^{TE} \frac{ik_0}{\omega} (\ell(\ell+1)) \frac{\zeta_\ell(k_0 r)}{k_0^2 r^2} \vec{Z}_{\ell m}(\theta, \phi) + \frac{\zeta'_\ell(k_0 r)}{k_0 r} \vec{Y}_{\ell m}(\theta, \phi), & \text{para } r > R \end{cases},$$

donde $\vec{X}_{\ell m}$, $\vec{Y}_{\ell m}$ y $\vec{Z}_{\ell m}$ son los armónicos esféricos vectoriales, ψ_ℓ y ζ_ℓ que denotan, respectivamente, las soluciones de Bessel-Ricatti de primer y tercer tipo. Para los modos TM el campo electromagnético es

$$\vec{E}(r, \theta, \phi) = \begin{cases} A_i^{TM} (\ell(\ell+1)) \frac{\psi_\ell(kr)}{k^2 r^2} \vec{Z}_{\ell m}(\theta, \phi) + \frac{\psi'_\ell(kr)}{kr} \vec{Y}_{\ell m}(\theta, \phi), & \text{para } r < R \\ -A_o^{TM} (\ell(\ell+1)) \frac{\zeta_\ell(k_0 r)}{k_0^2 r^2} \vec{Z}_{\ell m}(\theta, \phi) + \frac{\zeta'_\ell(k_0 r)}{k_0 r} \vec{Y}_{\ell m}(\theta, \phi), & \text{para } r > R \end{cases},$$

y

$$\vec{B}(r, \theta, \phi) = \begin{cases} A_i^{TM} \frac{ik}{\omega} \frac{\psi_\ell(kr)}{kr} \vec{X}_{\ell m}(\theta, \phi), & \text{para } r < R \\ -A_o^{TM} \frac{ik_0}{\omega} \frac{\zeta_\ell(k_0 r)}{k_0 r} \vec{X}_{\ell m}(\theta, \phi), & \text{para } r > R \end{cases}.$$

De esta manera se puede describir el campo eléctrico y magnético en un resonador

esférico.

Excitación de WGMs en microresonadores esféricos

Es posible excitar WGMs en el interior de una esfera resonadora al acoplar una onda evanescente con la superficie de la esfera. El campo evanescente externo puede ser creado de múltiples maneras diferentes, por ejemplo, mediante TIR de la luz en un prisma y mediante una fibra óptica delgada [13]. Este trabajo se enfocará en este último método, el cual se muestra en el esquema de la figura 2.3.

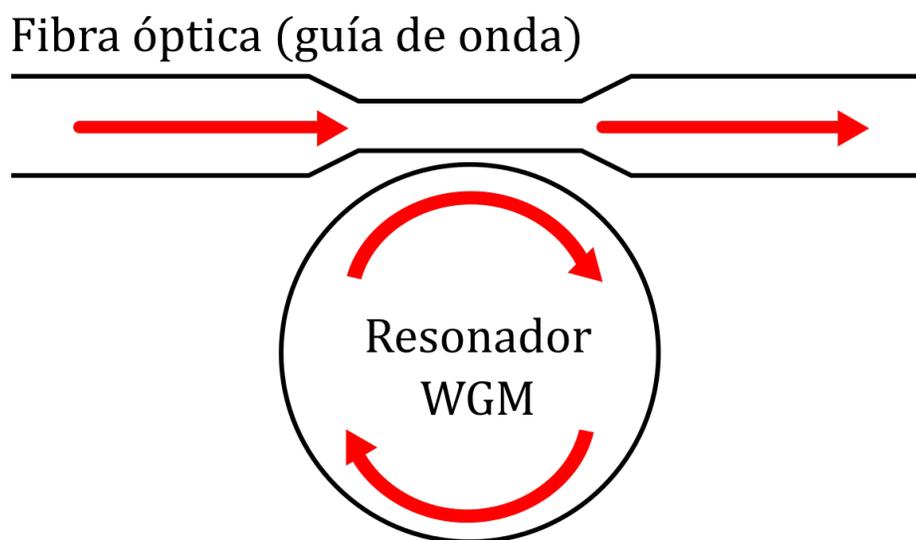


Figura 2.3: Diagrama de acoplamiento de una fibra óptica adelgazada con un microresonador esférico excitando WGMs. Imagen basada en [35].

Existen diversos métodos para transferir la luz a microcavidades ópticas, por ejemplo, la figura 2.4 representa los métodos de acoplamiento más utilizados. El primer método implementado en 1989 para acoplar luz en microesferas de Sílice fundida fue utilizar un prisma que se acerca al resonador [42] como se observa en la figura 2.4b, en este acoplamiento la luz láser se enfoca en un punto cercano al microresonador y experimenta una reflexión total interna dentro del prisma. La coincidencia entre el modo del haz en espacio libre y el modo del resonador, además del tamaño correcto de separación entre el prisma y el resonador, permite que la onda evanescente de luz se acople.

Otro método está basado en fibras ópticas cortadas en ángulo [42] como se muestra en la figura 2.4c, este método requiere dos fibras para acoplarse dentro y fuera del resonador lo que duplica los grados de libertad para el posicionamiento correcto de las fibras [42].

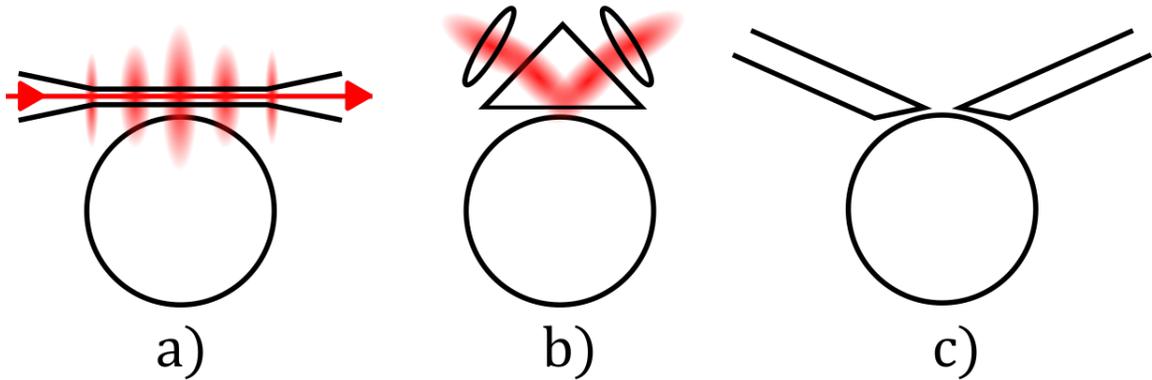


Figura 2.4: Diferentes tipos de acoplamiento de un resonador óptico. El panel *a*) representa la geometría del acoplamiento mediante onda evanescente utilizando una fibra óptica adelgazada, el panel *b*) ilustra el acoplamiento utilizando un prisma y el panel *c*) esquematiza el acoplamiento mediante dos fibras ópticas cortadas en ángulo. Imagen basada en [42].

Por último, en la figura 2.4a se tiene el acoplamiento por onda evanescente utilizando una fibra óptica adelgazada [42]. Este método, al ser el implementado, es el que se abordará más detalladamente.

Como las fibras ópticas presentan bajas pérdidas ($<0.2\text{dB/km}$ en una longitud de onda de 1550 nm), son compactas, relativamente robustas y son el medio natural de transporte de energía óptica, son preferidas como método de acoplamiento.

El uso de fibra óptica significa que tanto la onda incidente como cualquier onda que interactúe con una cavidad o se genere a partir de ella puede ser manipulada en un sistema utilizando componentes estándar, esto facilita la alineación e integración. Además, las pérdidas bajas de este medio de transporte lo hacen ideal para la generación y transporte de estados cuánticos de luz [43].

Una fibra óptica adelgazada (denominada en algunas ocasiones como Taper, T) consiste en una fibra óptica con una región reducida en diámetro, con el diámetro reducido

adecuado es posible que el campo que circula en la fibra se extienda al entorno donde puede interactuar con, por ejemplo, un microresonador óptico [6]. En la parte experimental de esta tesis se ocuparon fibras mono modo de $125 \mu\text{m}$ de diámetro (fibra estándar de TELECOM SFM-28) adelgazadas.

El proceso de reducción de diámetro en fibras es gradual y aunque existen diversos métodos [42] en este trabajo se realizó mediante un proceso de estirado mecánico asistido por software y equipo especializado (máquina estiradora elaborada por la compañía ChyLas S.L.).

Dicho proceso se describe a detalle en una futura sección, sin embargo, consiste en colocar una fibra óptica en una llama compuesta de oxígeno y butano para alcanzar una temperatura cercana a la de fusión del Sílice (1710°C) [44, 45] para que, de esta manera, sea posible tensar y jalar la fibra hasta la cintura donde, mediante un control adecuado de los perfiles de calentamiento y estiramiento se satisface la condición de disminución adiabática [46] que se define a continuación:

$$\left| \frac{dr(z)}{dz} \right| \leq \frac{r(\beta_1(r) - \beta_2(r))}{2\pi}, \quad (2.51)$$

donde $\beta_1(r)$ y $\beta_2(r)$ son respectivamente las constantes de propagación local en la transición [46], del modo fundamental y del modo de orden superior al que es más probable que se pierda la potencia; r es el radio de la conicidad adiabática en función de z , que es la distancia a lo largo del eje longitudinal cónico [47].

En general, las fibras ópticas estrechadas pueden clasificarse en dos tipos: abruptas o no adiabáticas y graduales o adiabáticas [47]. Así pues, la clasificación de la fibra adelgazada depende si cumple o no el criterio adiabático (ecuación 2.51) y es observable en la conicidad resultante del proceso.

Normalmente una conicidad adiabática tiene un cambio local muy pequeño en el radio de cono como se muestra en la figura 2.6. Es importante mantener la condición adiabática pues esta conduce a que la mayor parte de la energía luminosa permanezca en el modo fundamental y no se transfiera a modos de orden superior.

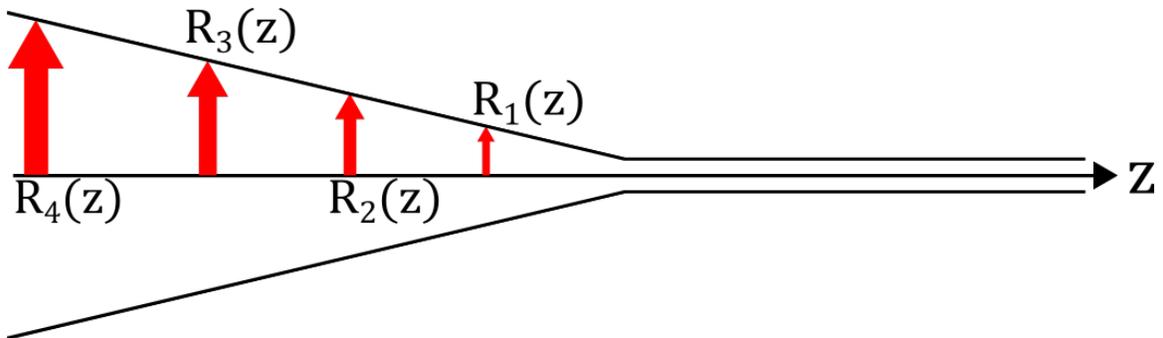


Figura 2.5: La variación del radio r en una fibra óptica con respecto a z establece la pendiente que da la conicidad en una fibra óptica adelgazada. La disminución del radio que se puede observar ($r_4(z) > r_3(z) > r_2(z) > r_1(z)$) establece un adelgazamiento de la fibra.

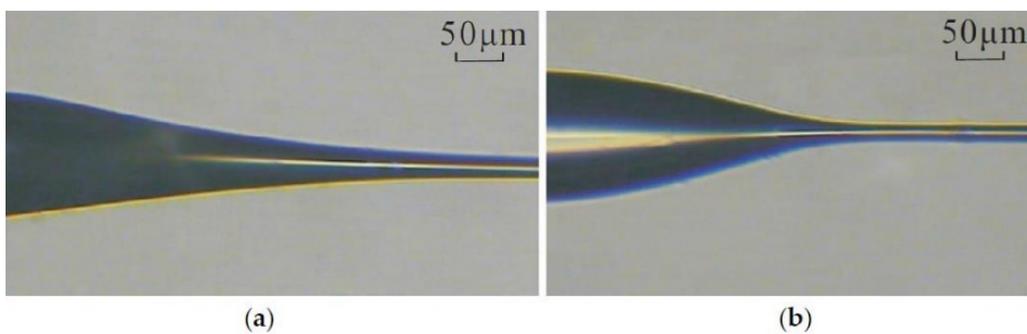


Figura 2.6: Diferentes tipos de fibras ópticas adelgazadas: a) adiabática, b) no adiabática. Imagen tomada de [47].

Como resultado del proceso de estirado se tiene un hilo estrecho con aproximadamente 1 a 3 μm de diámetro (la variación de los parámetros en el proceso permite manipular el diámetro final). La pérdida de la fibra debe ser, en principio, arbitrariamente baja con valores por debajo de 0.1 dB (2%).

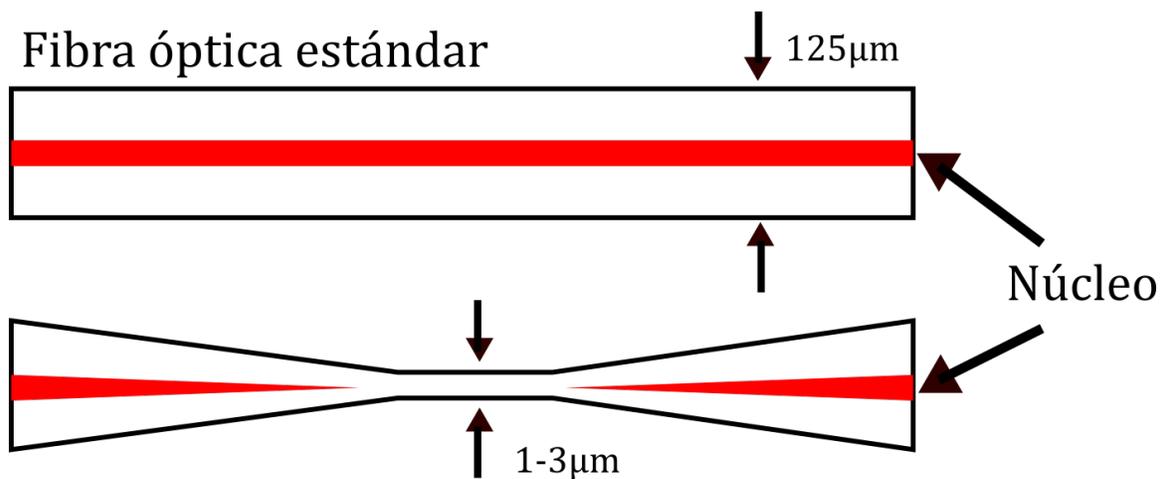


Figura 2.7: Esquema de la fabricación de fibras ópticas adelgazadas. Ilustración del antes (125 μm de diámetro) y después (1-3 μm de diámetro) del proceso de estirado de una fibra mono modo dando como resultado una región estrecha donde la luz es guiada en el aire.

Teniendo lo anteriormente dicho en mente, la fibra óptica adelgazada elaborada para el experimento es tal que se trata de una fibra óptica estrecha adiabática tal y como lo muestra la figura 2.7. Ahora bien, el siguiente factor que hay que tomar en cuenta es el propio acoplamiento de la fibra con la esfera resonadora. El acoplamiento óptico a las microesferas usando fibras cónicas o adelgazadas permite el estudio de efectos no lineales en condiciones extremadamente bien controladas con solo unos pocos mW de potencia de bombeo ($< 10mW$).

El acoplamiento crítico a una microesfera es una técnica muy sensible para estudiar muchos tipos diferentes de interacciones desde la detección de un solo átomo hasta la optomecánica [42]. Este acoplamiento es equivalente a la adaptación de impedancia y se produce cuando las pérdidas de la cavidad intrínseca son iguales a las pérdidas parasitarias debidas al acoplamiento.

Cuando se acopla críticamente, la luz en la esfera está fuera de fase con la luz en

la fibra cónica, esto crea una interferencia destructiva en la unión esfera-acoplador que resulta en una transmisión cero. Cualquier pequeño cambio en la condición de acoplamiento destruye esta interferencia destructiva.

La Figura 2.8 (recuadro izquierdo) muestra el espectro de transmisión como función de la longitud de onda desde el extremo de una fibra óptica estrechada acoplada a una microesfera de Sílice. Las caídas en la potencia en el espectro de transmisión corresponde a los WGMs de la esfera [48].

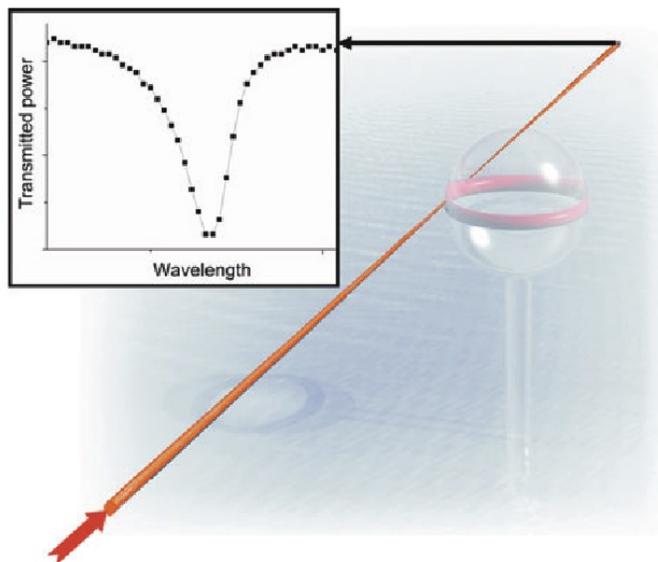


Figura 2.8: Esquema de acoplamiento entre una fibra óptica y una microesfera resonadora. Espectro de transmisión al final de la fibra óptica acoplada. Imagen tomada de [48].

2.1.3. Aplicaciones

Existe una gran cantidad de aplicaciones plausibles para los resonadores esféricos con WGMs, desde procesamiento de señales ópticas a biosensores, por ejemplo, los microresonadores elaborados de SiO_2 son ocupados en procesamiento de señales debido a que presentan poca absorción en longitudes de onda del intervalo de telecomunicaciones además de tener valores de Q altos [48]. En esta sección se hablará de algunas aplicaciones que tienen estos resonadores.

Microesferas pasivas en elementos ópticos

La gran eficiencia en el acoplamiento y los valores de Q que se pueden alcanzar hacen a los microresonadores de Sílice candidatos óptimos para realizar filtros ópticos de ancho de línea estrecho y aplicarlos como herramientas únicas en multiplexación por división de longitud de onda (WDM) [49, 50].

Además, en años recientes la integración de microresonadores a circuitos fotónicos ha sido un tema de creciente interés como lo muestra los estudios realizados en [51].

Sensores

De manera general el mecanismo en el que se basa la creación de sensores mediante microresonadores es la monitorización de variaciones de las longitudes de onda que entran en resonancia de los WGMs, dichas variaciones son inducidas por cambios físicos en el sistema de resonancia.

Los grandes valores de Q y las ondas evanescentes hacen que las variaciones de los WGMs sean muy sensibles. Los microresonadores con WGMs se han desarrollado en una gran variedad de sensores como los implementados para detectar una sola molécula/átomo, sensor de índice de refracción, sensor de temperatura y sensor de humedad [52].

Uno de los casos más interesantes son los biosensores. Cuando una molécula se une a la superficie del resonador, las frecuencias de resonancia de los modos cambian, ya que el campo evanescente del resonador polariza la molécula [11].

Basados en este principio, Su J., et al. desarrolló un sensor de una sola molécula llamado resonador evanescente óptico de frecuencia bloqueada que se puede usar para detectar una amplia gama de objetos a nanoescala con radios de 100 a 2.5 nm , incluidos exosomas, ribosomas, inmunoglobulina G de ratón e interleucina-2 humana [11].

Otro ejemplo es el reporte de una partícula del virus de la influenza tipo A de F. Vollmer, et al. al medir cambios de la frecuencia de resonancia como se muestra en la

Figura 2.9 [53].

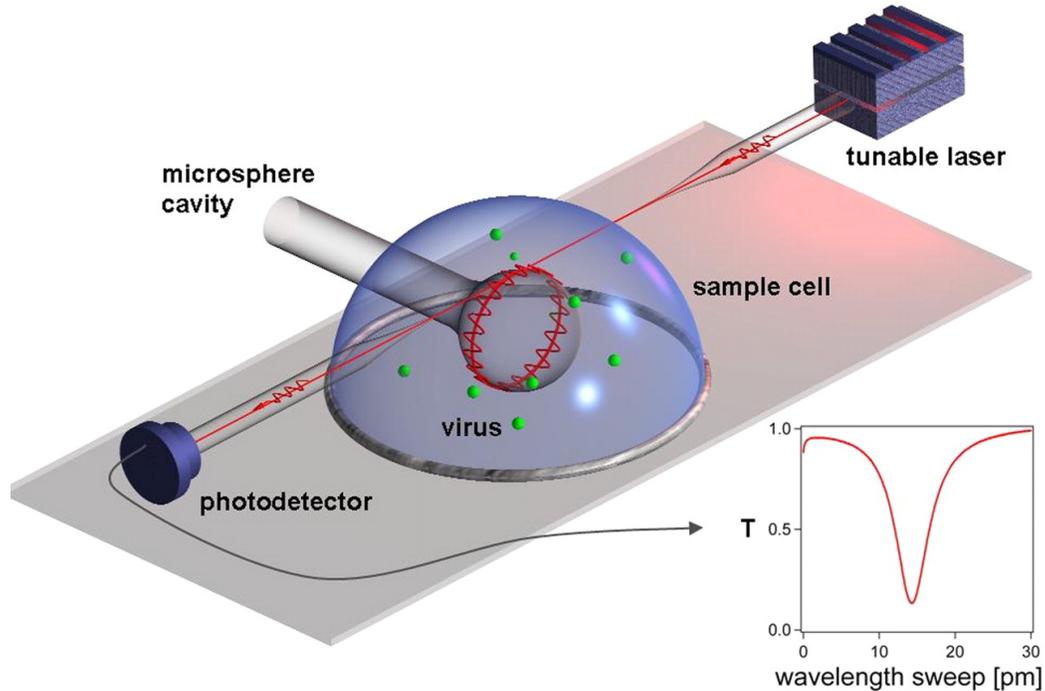


Figura 2.9: Esquema del biosensor usado por F. Vollmer, et al. en la detección de partículas individuales de virus de influenza tipo A [53]. Un láser de longitud de onda variable (tunable laser) es bombeado a través de una fibra óptica adelgazada a un fotodetector (photodetector) excitando los WGMs dentro del resonador esférico (microsphere cavity), la partícula del virus interacciona con el campo evanescente provocando diferencias de la frecuencia de resonancia sin la partícula. Imagen tomada de [53].

Todas las aplicaciones mencionadas son de gran interés para el avance de la ciencia y tecnología en diferentes ámbitos, sin embargo, el presente trabajo se ha enfocado en una aplicación de la rama de la información cuántica, pues la idea principal es la implementación de microresonadores esféricos como una fuente de parejas de fotones mediante un proceso no lineal de tercer orden llamado Spontaneous Four-Wave Mixing (SFWM).

2.2. Fuentes de pares de fotones

Una de las ramas más prometedoras dentro de la física es la denominada *Información cuántica*. Esta nueva ciencia que surgió en años recientes tiene como objetivo la uti-

lización de las leyes fundamentales de la física cuántica para mejorar la transmisión y el procesamiento de información.

Algunas de las promesas más interesantes de la información cuántica es la computación y criptografía cuántica, sin embargo, para llevarlas a cabo es necesario en gran medida contar con sistemas físicos de estados entrelazados.

En física cuántica los estados entrelazados pueden definirse de manera general como los estados de un sistema compuesto en los que no es posible asignar un (único) vector de estado a los subsistemas que lo constituyen [54]. En la actualidad se prefiere abordar el entrelazamiento usando fotones como sistema físico a estudiar pues es experimentalmente más fácil preparar estados dos fotones altamente correlacionados.

De acuerdo con el análisis estándar del entrelazamiento cuántico, dos fotones que nacen de una misma fuente coherente estarán entrelazados, de ahí la importancia de obtener fuentes de parejas de fotones.

Generalmente existen dos métodos para la generación de fotones individuales: uno se encuentra basado en la excitación-reemisión de fotones en un punto cuántico semiconductor [55], un solo defecto en el centro NV [56] o un solo átomo [57]; otro método conveniente se basa en la emisión espontánea basada en un proceso no lineal de segundo [58] o de tercer orden [59].

Usualmente se tiene en cuenta dos procesos para generar fotones no clásicos: el proceso no lineal de segundo orden denominado Spontaneous optical Parametric Down-Conversion (SPDC) y el proceso no lineal de tercer orden llamado Spontaneous Four-Wave Mixing (SFWM).

En ambos procesos la energía, el momento lineal y el momento angular es conservado por lo que, bajo estas leyes de conservación, las parejas de fotones generadas pueden correlacionarse en varios grados de libertad como polarización, momento angular orbital, momento angular, etc [60].

En el proceso SPDC un fotón de bombeo con mayor frecuencia (ω_p) es convertido en un par de fotones con frecuencia menor en un medio no lineal de segundo orden

[61]; estos dos fotones son usualmente llamados señal (ω_s) y acompañante (ω_i). Las leyes de conservación de energía, momento lineal y momento angular requieren que la frecuencia, momento lineal (k) y momento angular (l) del fotón bombeado, señal y acompañante cumplan las siguientes condiciones:

$$\omega_p = \omega_s + \omega_i \quad (2.52a)$$

$$k_p = k_s + k_i \quad (2.52b)$$

$$l_p = l_s + l_i. \quad (2.52c)$$

En contraste, el proceso SFWM es un proceso no lineal de tercer orden en el que es necesario el bombeo de dos haces (p_1 y p_2) en comparación con el SPDC que solo necesita un bombeo (véase imagen 2.10) obteniendo como resultado la generación de una pareja de fotones siendo ω_s y ω_i la frecuencia del fotón señal y acompañante respectivamente. Las leyes de conservación en SFWM requieren que los correspondientes parámetros del fotón bombeado, fotón señal y fotón acompañante tengan las siguientes relaciones:

$$\omega_{p1} + \omega_{p2} = \omega_s + \omega_i \quad (2.53a)$$

$$k_{p1} + k_{p2} = k_s + k_i \quad (2.53b)$$

$$l_{p1} + l_{p2} = l_s + l_i. \quad (2.53c)$$

Para una descripción cuántica del proceso SPDC y del SFWM el Hamiltoniano de los dos procesos pueden ser expresado como [62]:

$$\widehat{H} = \hbar\xi(\widehat{a}_s^\dagger \widehat{a}_i^\dagger + H.C.), \quad (2.54)$$

donde ξ depende de la intensidad del bombeo, el coeficiente no lineal del cristal, longitud del cristal y de los parámetros de enfoque.

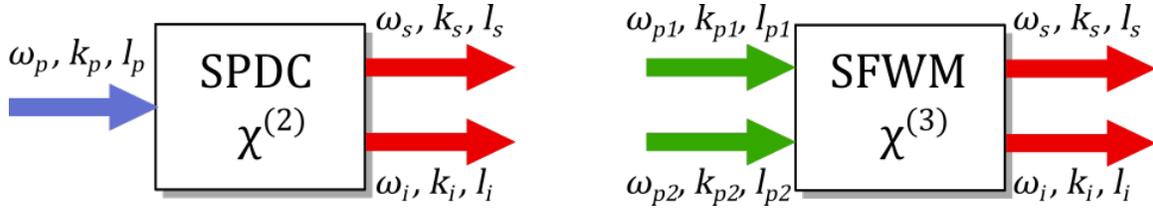


Figura 2.10: Diagrama comparativo entre los procesos SPDC y SFWM. En el diagrama las leyes de conservación de energía, momento lineal y momento angular se encuentran representadas mediante flechas para el fotón bombeado (ω_p, k_p, l_p), fotón señal (ω_s, k_s, l_s) y fotón acompañante (ω_i, k_i, l_i) mientras que el grado de no linealidad de muestra expresando por el grado de χ .

Para hablar de los materiales con los que crean estos dos procesos hay que recordar que todos los materiales tienen no linealidad de tercer orden, pero solamente aquellos materiales que no presentan centro de simetría poseen no linealidad de segundo orden [62].

Los materiales usualmente más usados para SPDC se pueden dividir en dos tipos de acuerdo al emparejamiento de fase o Phase Matching (PM) que tienen: el primero se refiere a materiales con coincidencia de fase de ángulo birrefringente, como cristales LBO, BBO, KTP y LN [63]; el segundo tipo se trata de cristales con cuasiemparejamiento de fases (quasi-phase-matching, QPM) como PPKTP y PPLN [61]. Los cristales QPM tienen las ventajas de una alta tasa de generación y un ancho de banda estrecho lo que los hace sumamente utilizados para generar parejas de fotones en experimentos modernos.

Para el SFWM, los materiales más comunes son ensamblajes de átomos fríos o calientes [64] y materiales de guía de onda como lo son fibras ópticas, fibras ópticas desplazadas por dispersión (DSF) [65], fibras de cristal fotónico (PCF) [66, 67], etc.

La búsqueda de nuevos materiales no lineales que funcionen como fuentes de fotones individuales es un tema de suma importancia en el desarrollo de la información cuántica, de ahí la necesidad de explorar nuevos métodos como el SFWM mediante microresonadores esféricos.

2.3. Fenómeno espontáneo de mezcla de cuatro ondas (SFWM)

Como se ha mencionado en la sección anterior, el proceso SFWM se puede utilizar como un método para generar parejas de fotones al utilizar la no linealidad de tercer orden $\chi^{(3)}$.

El proceso es atractivo de investigar porque está presente en muchos materiales comunes como la fibra óptica y guías de onda semiconductoras presentando un futuro prometedor en el desarrollo de tecnologías.

Para comenzar con la descripción del proceso hay que dar una idea general del mismo. Durante el proceso los dos fotones iniciales del bombeo cambian de frecuencia cumpliendo la conservación de la energía. El primer fotón pierde energía por lo que disminuye su frecuencia mientras que el segundo fotón gana energía lo que se traduce como un aumento en su frecuencia como consecuencia de la conservación de la energía del sistema. El material actúa como catalizador y da origen a un proceso paramétrico [68].

En el caso en que las frecuencias de bombeo ω_{p1} y ω_{p2} sean iguales ($\omega_{p1} = \omega_{p2}$) el proceso toma el nombre de SFWM de bombeo degenerado o simplemente SFWM degenerado, de la misma manera si se cumple con $\omega_{p1} \neq \omega_{p2}$ se conoce el proceso como SFWM no degenerado. Ambos casos son esquematizados en la imagen 2.11.

En el caso de SFWM degenerado (figura 2.11a) los fotones señal y acompañante generados se presentan con frecuencia mayor ($\omega_s > \omega_p$) y menor ($\omega_i < \omega_p$) respectivamente. Para el caso de SFWM no degenerado (figura 2.11b) los fotones señal y acompañante pueden ser generados en la misma frecuencia intermedia entre las frecuencias de bombeo.

Un microresonador tiene múltiples frecuencias de resonancia lo que genera mediante SFWM un peine de frecuencias. Es decir, el espectro resultante tiene un conjunto de picos en frecuencia equiespaciados, mostrados en la figura 2.12 en color rojo y azul.

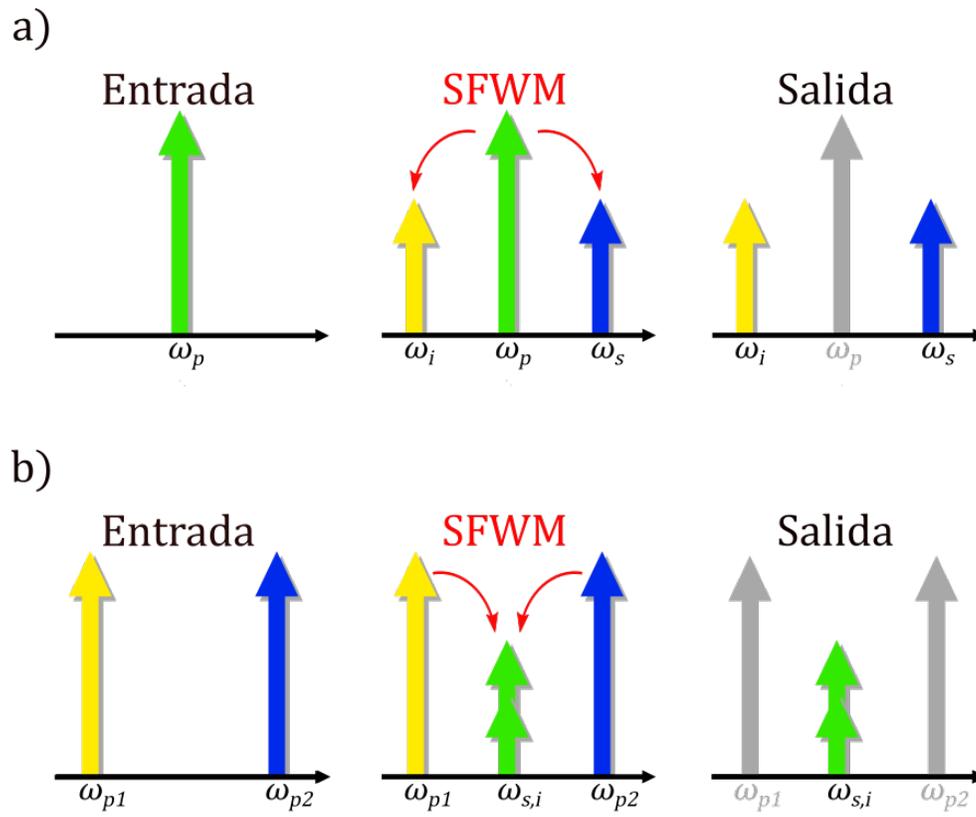


Figura 2.11: Esquema del proceso SFWM. a) proceso SFWM degenerado: la señal de entrada está constituida por dos fotones de bombeo que cumplen con $\omega_{p1} = \omega_p = \omega_{p2}$, mediante el proceso los fotones generados en la salida tienen menor y mayor frecuencia siendo el fotón acompañante (ω_i) y el fotón señal (ω_s) respectivamente. b) proceso SFWM no degenerado: Los fotones de bombeo en la entrada cumplen con $\omega_{p1} \neq \omega_{p2}$ lo que puede generar que en la salida los fotones señal (ω_s) y acompañante (ω_i) tengan la misma frecuencia.

Los picos del peine de frecuencias corresponden a los fotones señal y acompañante generados siendo simétricos, con respecto a la longitud de onda del bombeo, por la manera en la que se conserva la energía.

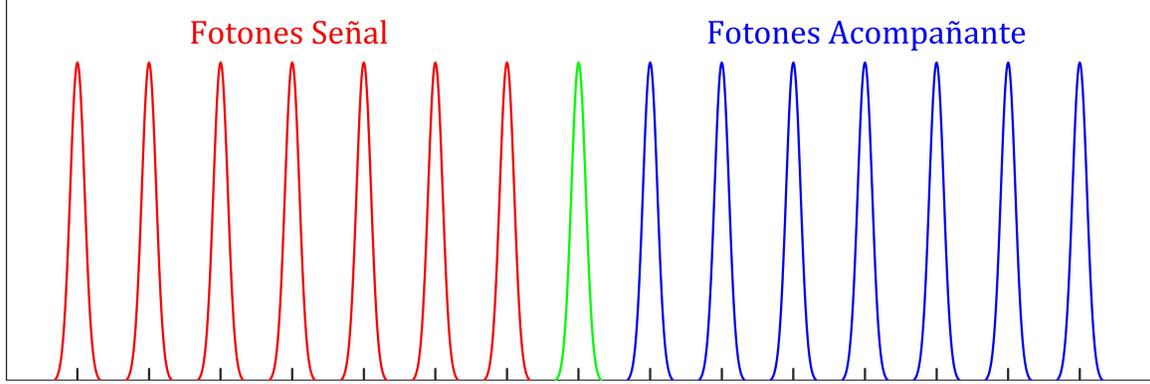


Figura 2.12: Emisión de peine de frecuencias por el proceso no lineal SFWM. Los fotones señal (rojo) y los fotones acompañantes (azul) generados son simétricos con respecto a la frecuencia de bombeo (verde).

Ahora bien, la emisión de parejas de fotones en un resonador con no linealidad $\chi^{(3)}$ por SFWM depende de varios factores, a saber, la probabilidad de generación de parejas de fotones en un resonador con guía de onda anular durante un tiempo Δt es descrita por [69] por la ecuación

$$p = \gamma^2 P^2 \Delta t \frac{L}{4} v_g \frac{t^8}{(1 - r\tau)^7}, \quad (2.55)$$

en donde γ es la constante de acoplamiento efectivo de SFWM, L la longitud de la guía de onda del resonador, v_g la velocidad de grupo de la guía de onda en el resonador, P es la intensidad del bombeo, t , r son respectivamente las constantes de acoplamiento entre la fibra óptica adelgazada con el resonador y entre la guía de onda del resonador con la fibra adelgazada respectivamente, así mismo τ es la transmisión de amplitud de ida y vuelta en el resonador [69].

Dicho lo anterior, la tasa de emisión de parejas de fotones en un tiempo Δt puede ser descrita como

$$R = \gamma^2 P^2 \frac{L}{4} v_g (1 - r\tau) F_{max}^8. \quad (2.56)$$

Como 4 fotones son involucrados en el proceso, el factor F_{max}^2 puede ser interpretado como un factor de mejora en intensidad (F_{max}^2) para cada fotón involucrado: dos correspondientes al bombeo, uno del fotón señal y otro del fotón acompañante [69].

De la ecuación 2.56 hay que notar que la emisión de parejas de fotones posee una dependencia cuadrática con respecto a la potencia de bombeo como se espera de un proceso no lineal de tercer orden. Experimentalmente dicha emisión puede observarse realizando un conteo de coincidencias de fotones, en este tipo de medición una cuenta significa que una pareja de fotones es generada dentro de un mismo margen de tiempo. En la sección siguiente se aborda la implementación del SFWM en estructuras resonadoras.

2.3.1. SFWM en microresonadores

Las estructuras resonadoras son la solución natural a querer reducir el tamaño del dispositivo generador de fotones mientras se mantiene la eficiencia sin aumentar la intensidad de bombeo. Por ello en este trabajo se ha realizado el estudio con microresonadores esféricos para los cuales ya se han presentado sus características.

En las estructuras típicas que poseen simetría rotacional (microanillos, microdiscos, microesferas) los fotones tienen la capacidad de viajar a lo largo de un circuito cerrado durante su tiempo de vida. Esto requiere que los fotones satisfagan la condición de resonancia $n_i L = m \lambda_i$ donde n_i es el índice de reflexión efectivo en la longitud de onda de resonancia λ_i , L es la circunferencia del resonador y m es el número cuántico relacionado al modo de resonancia.

Las dimensiones del resonador determinan las propiedades básicas de SFWM. Para el caso de los resonadores con simetría rotacional hay que recordar que tienen una estructura básica que consta de un canal circular y una guía de onda en donde se transmite el bombeo. Propiedades como la circunferencia del canal circular junto al

espacio entre el canal y la guía de onda son variables que determinan la mejora de proceso además de determinar las condiciones de Phase Matching.

La brecha entre la guía de onda y el canal circular puede ser optimizada para almacenar la máxima potencia de bombeo en el canal circular y de esta manera mejorar la interacción no lineal, a este espacio optimizado se denomina distancia de acoplamiento crítico.

Para el caso de microresonadores esféricos el canal circular en donde viajan los fotones es la circunferencia formada por el punto donde se realiza el acoplamiento y para acceder a la microesfera resonadora se utiliza una fibra óptica adelgazada como guía de onda al acoplarse mediante onda evanescente. El diagrama del proceso se puede apreciar en la figura 2.13.

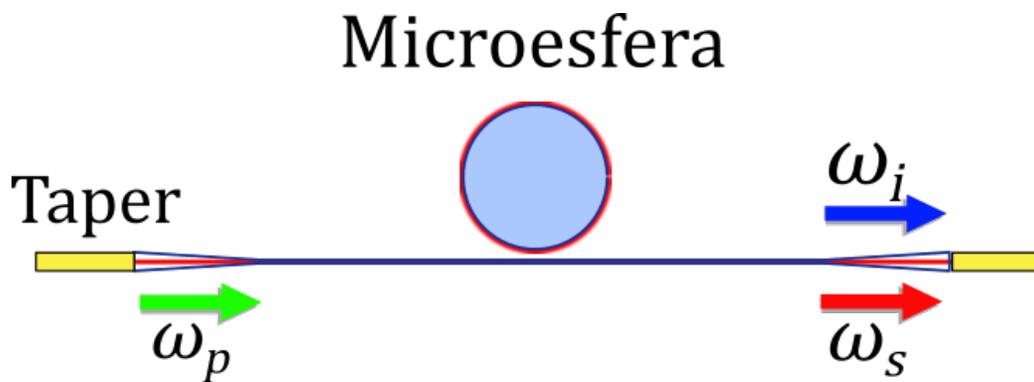


Figura 2.13: Proceso SFWM degenerado en un microresonador esférico. El acoplamiento mediante onda evanescente entre la microesfera resonadora y la fibra óptica adelgazada permite que los fotones de bombeo (ω_p) generen los fotones señal (ω_s) y acompañante (ω_i) mediante SFWM.

2.3.2. Descripción cuántica de SFWM

Una vez explorado las propiedades básicas de SFWM en estructuras resonadoras esféricas conviene retomar el desarrollo del formalismo cuántico en las parejas de fotones generadas.

Comenzando con la descripción más completa del estado cuántico que se produce en fuentes de pares espontáneos. En esta parte la descripción se restringe a fuentes

integradas que pueden representarse en el dominio de frecuencia. Ignorando los efectos de múltiples pares y parásitos como la generación espontánea de Raman o la pérdida de dispersión, el estado completo generado es [70]

$$|\psi\rangle = \exp\left(\frac{\nu}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha,\beta} \int_0^\infty d\omega_s \int_0^\infty d\omega_i \phi_{\alpha,\beta}(\omega_s, \omega_i) \hat{a}_{\alpha\omega_s}^\dagger \hat{a}_{\alpha\omega_i}^\dagger - H.c\right) |vac\rangle, \quad (2.57)$$

donde $H.c$ es el hermitiano conjugado, los subíndices α y β denotan el tipo de modo de cada fotón, $|vac\rangle$ es estado del vacío, $\hat{a}_{\alpha\omega_s}^\dagger$ y $\hat{a}_{\alpha\omega_i}^\dagger$ son los operadores de creación para el modo α y los fotones señal y acompañante respectivamente. La función $\phi_{\alpha,\beta}(\omega_1, \omega_2) = \phi_{\beta,\alpha}(\omega_1, \omega_2)$ se conoce como “función de onda bi-fotónica” o Joint Spectral Amplitude (JSA) para el par de fotones en los modos α y β .

En el límite de una baja probabilidad de producción de parejas, $|\nu|^2 \ll 1$, el estado puede ser aproximado como [70]:

$$|\psi\rangle = |vac\rangle + \nu|\psi_2\rangle, \quad (2.58)$$

donde el estado de la pareja $|\psi_2\rangle$ se describe como

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha,\beta} \int_0^\infty d\omega_1 \int_0^\infty d\omega_2 \phi_{\alpha,\beta}(\omega_1, \omega_2) \hat{a}_{\alpha\omega_1}^\dagger \hat{a}_{\alpha\omega_2}^\dagger |vac\rangle. \quad (2.59)$$

Siempre que se normalicen los componentes de la función de onda bi-fotónica mediante

$$\sum_{\alpha,\beta} \int_0^\infty d\omega_i \int_0^\infty d\omega_s |\phi_{\alpha,\beta}(\omega_s, \omega_i)|^2 = 1, \quad (2.60)$$

se puede interpretar $|\nu|^2$ como el número promedio de parejas generado por pulso [70].

Es de notar que la ecuación 2.59 es aplicable de igual manera para los procesos SPDC y SFWM. La diferencia radica en la función $\phi_{\alpha,\beta}$ junto a cuestiones como el Phase Matching y la dependencia a la potencia de bombeo [70]. De esta manera el estado

de los dos fotones generado por SFWM puede ser descrito mediante [71–73]

$$|\psi\rangle = |0\rangle_s |0\rangle_i + \eta \int_{-\infty}^{\infty} d\Omega \phi(\Omega) |\omega_p + \Omega\rangle_s |\omega_p - \Omega\rangle_i, \quad (2.61)$$

donde ω_p es la frecuencia de bombeo, las frecuencias de los fotones señal y acompañante son $\omega_s = \omega_p + \Omega$ y $\omega_i = \omega_p - \Omega$ respectivamente descritas en términos de la variable $\Omega = (\omega_s \omega_i)/2$; $\phi(\Omega)$ representa la función JSA del estado de los fotones y η es una constante relacionada a la eficiencia de conversión.

Al considerar que la fuente SFWM esta constituida mediante un microresonador en un medio no lineal es posible modelar la JSA $\phi(\Omega)$ como un peine de frecuencias con $f(\Omega)$ como la dependencia funcional de cada pico individual, $d\Omega$ como la reparación espectral entre picos vecinos (FSR) y con una función envolvente $F(\Omega)$ [74, 75], de esta manera la función $\phi(\Omega)$ puede escribirse mediante

$$\phi(\Omega) = F(\Omega) \cdot f(\Omega) * comb_{\delta\Omega}(\Omega) \quad (2.62)$$

en donde $*$ denota la convolución y la función $\phi(\Omega)$ queda escrita en términos de la función peine de Dirac, que a su vez es definida como

$$comb_{\Delta}(x) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \delta(x - \Delta j). \quad (2.63)$$

En el estudio de la pareja de fotones es ilustrativo el estado en el dominio temporal además de la descripción en el dominio espectral anterior. Para este fin, se define la Joint Temporal Amplitude (JTA) mediante la transformación de Fourier de la JSA [75]

$$\tilde{G}(T) = \mathcal{F}\{\phi(\Omega)\}, \quad (2.64)$$

donde \mathcal{F} denota la transformación de Fourier. Usando la definición de 2.62 la JTA

$\tilde{G}(T)$ se escribe como

$$\tilde{G}(T) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \tilde{f}\left(\frac{1}{\delta\Omega}j\right) \tilde{F}\left(T - \frac{1}{\delta\Omega}j\right). \quad (2.65)$$

en donde $\tilde{f}(T)$ y $\tilde{F}(T)$ son las transformadas de Fourier de las funciones $f(\Omega)$ y $F(\Omega)$ respectivamente.

De esta manera la JTA está compuesta de una función peine de Dirac en la variable temporal T con picos individuales definidos con una función $\tilde{F}(T)$, la separación entre picos individuales está dada por $1/\delta\Omega$ y posee una envolvente $\tilde{f}(T)$.

Es notorio que las funciones en el dominio de frecuencias $F(\Omega)$ y $f(\Omega)$ tienen utilidad inversa a sus análogas en el dominio del tiempo $\tilde{F}(T)$ y $\tilde{f}(T)$. Es decir, bajo la transformada de Fourier la función que define la envolvente en el dominio de frecuencias establece la dependencia temporal de los picos individuales; mientras que la dependencia funcional de los picos individuales en el dominio de frecuencias bajo la transformada de Fourier establece la envolvente en el dominio temporal.

En el desarrollo experimental presentado no es posible la resolución de picos individuales que componen la función $\tilde{F}(T)$, sin embargo si que es medible la intensidad de la envolvente temporal $|\tilde{f}(T)|^2$.

De la medición de $|\tilde{f}(T)|^2$ se puede obtener $\tilde{f}(T)$ computando la raíz cuadrada y de la misma manera, a través de la transformación inversa de Fourier numérica, se puede calcular $|f(\Omega)|^2$, el perfil de intensidad de una frecuencia individual del pico peine.

Capítulo 3

Desarrollo experimental

En este capítulo se describe a detalle el procedimiento de elaboración de un microresonador óptico esférico y el montaje experimental para demostrar la generación de pares de fotones mediante el proceso SFWM. En el laboratorio se crearon esferas resonadoras de diferentes diámetros como cavidades resonadoras utilizando fibras ópticas típicas de TELECOM *SFM-28*, a su vez, estas cavidades fueron acopladas a una fibra óptica adelgazada de diámetro cercano a $2 \mu m$ elaborada en el laboratorio.

3.1. Fabricación de microresonadores esféricos

Una parte fundamental del montaje experimental es la elaboración de la cavidad esférica y de la fibra adelgazada, pues ambos elementos forman en conjunto el microresonador óptico.

En este caso, tanto la esfera resonadora como la fibra óptica adelgazada son elaborados de Sílice por lo que para llevarlas a cabo fueron modificadas fibras ópticas de mono núcleo comerciales *SFM-28* (con diámetro exterior de $125 \mu m$) mediante diferentes procesos que se detallan a continuación.

Para todos los procesos que se llevaron a cabo la fibra óptica no debe tener recubrimiento plástico en la región en la que se manipula y debe estar completamente

limpia pues cualquier impureza o suciedad en la fibra mientras se realiza un proceso de elaboración significa anomalías no deseadas en el resultado final.

3.1.1. Esferas resonadoras

Para la manufactura de Microesferas Resonadoras (MS) se utilizó la máquina empalmadora *Fujikura ARCMaster® FSM-100P*. Esta máquina consta de un arco eléctrico y está diseñada para manipular mediante diferentes procesos fibras ópticas, cuenta con funciones especiales entre las que se encuentra la elaboración de esferas en puntas de fibra óptica.

Los parámetros de la función para crear esferas, como el diámetro de la esfera, pueden ser editados mediante el uso del software *FPS* de Fujikura, siendo este la interfaz proporcionada por el fabricante entre la máquina y el control del usuario asistido por computadora, este software se puede observar en la figura 3.1.

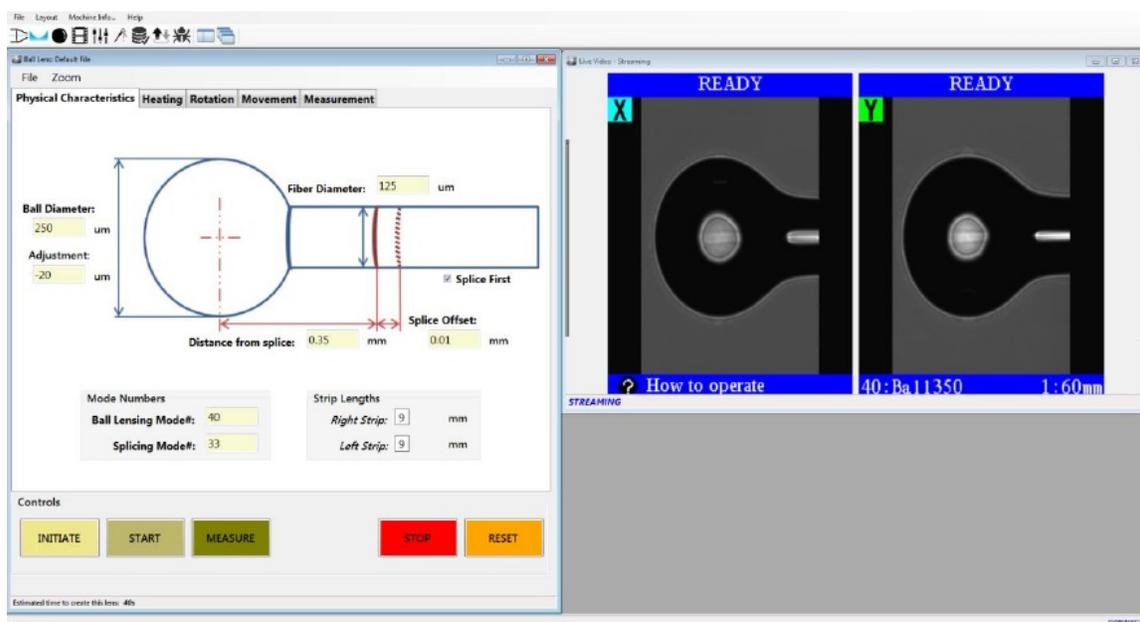


Figura 3.1: Interfaz del software FPS (Fiber Processing Software): (Izquierda) ventana dedicada a la captura de información de la función especial para elaborar una esfera en punta de fibra óptica. (Derecha) vídeo de las cámaras dentro de la máquina empalmadora permitiendo ver el resultado del proceso. Imagen tomada de [76].

En la elaboración de esferas se deben tener en cuenta varios factores importantes

cómo es que el mínimo diámetro posible está determinado por el diámetro de la fibra en la que se elaborará ($125 \mu m$ en este caso), así pues si se desea una esfera de menor tamaño se tendría que adelgazar la fibra en un proceso previo. Del mismo modo, si se utiliza una fibra con diámetro de $125 \mu m$ la microesfera de mayor tamaño que se puede generar con este sistema experimental es de $360 \mu m$ de diámetro.

El proceso de elaboración consta de fundir la fibra óptica al mismo tiempo que se desplaza y gira de tal manera que, por tensión superficial, se obtiene una forma esférica que permanece cuando la fibra se enfría. El tamaño de la microesfera resultante es afectado por parámetros como el desplazamiento de la fibra, la velocidad de rotación y potencia del arco eléctrico de la máquina.

La cantidad de fibra fundida para generar la microesfera depende de la velocidad del desplazamiento de esta, para la fabricación de MS con diámetro de $360 \mu m$ (para obtener así un valor de $FSR = 0.736 nm$), por ejemplo, se utilizó una velocidad de $0.03 \mu m/ms$. El resultado de usar velocidades menores a la mencionada es una estructura esférica incompleta, ovalada, ya que pequeñas velocidades no permitirán que se funda el suficiente material en el extremo de la fibra. En contraste, si la velocidad es mayor, el arco eléctrico no incidirá el tiempo suficiente para fundir la fibra lo que resultará en la formación de una micro gota o una estructura no esférica.

Otro parámetro de importancia es la rotación de la fibra pues este determina la simetría a la esfera resultante, si el proceso se lleva a cabo sin rotación la fibra únicamente es calentada en el área donde incide el arco eléctrico directamente produciendo una deformación a la fibra. La velocidad de rotación que se utilizó para la elaboración de las esferas de $360 \mu m$ fue de $150^\circ/s$.

Además de permitir el ingreso de información para los procesos el programa *FPS* contiene un asistente para analizar esferas y asegurar resultados una vez terminado el proceso, en la figura 3.2 se puede observar el análisis realizado a una prueba en la que se programó una esfera de $350 \mu m$ de diámetro.

En este ejemplo el análisis mostrado en la figura 3.2 se muestra el valor medido

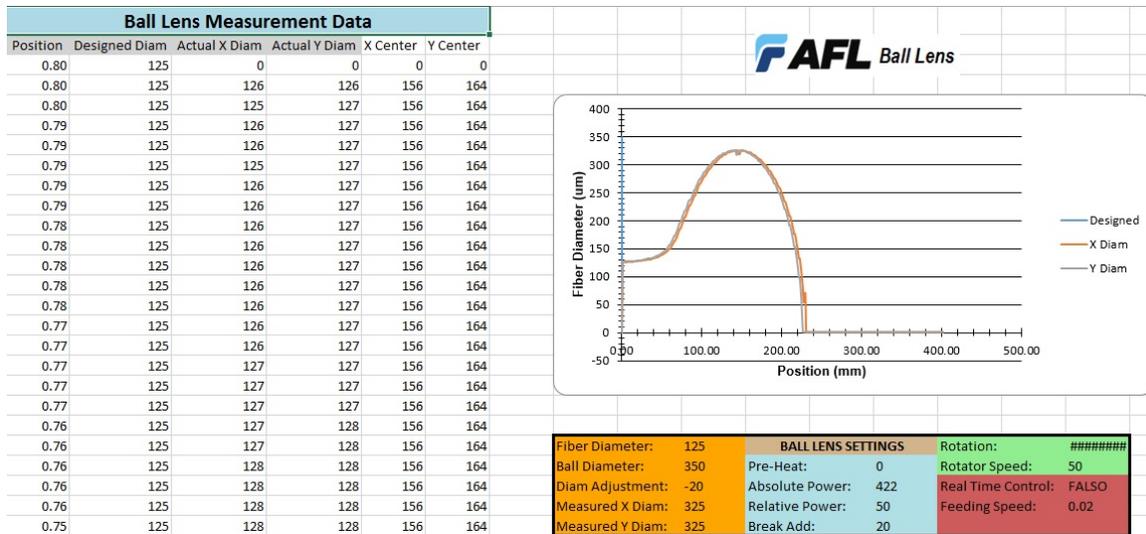


Figura 3.2: Análisis del tamaño de una microesfera realizado por el programa *FPS* de Fujikura para una microesfera de $350 \mu m$. EL análisis consta de la medición del diámetro (izquierda) y una gráfica de los mismos datos (derecha), así mismo la configuración completa para la elaboración de la esfera se puede observar en la tabla *BALL LENS SETTINGS* en la parte inferior derecha de la imagen.

del diámetro por la misma máquina empalmadora a lo largo de un barrido de la posición de la esfera. En las primeras mediciones mostradas en la figura se aprecia una diferencia de 1 o $2 \mu m$ con lo que corresponde al diámetro de la fibra óptica, esta pequeña diferencia se atribuye a que el derretimiento de la punta de la fibra óptica ocasiona un pequeño aumento del diámetro en la zona cercana de la esfera.

Los parámetros fueron programados para obtener una esfera de $350 \mu m$ con un ajuste de $-20 \mu m$ dando como resultado una esfera de $325 \mu m$ de diámetro uniforme tanto en la dirección x (*Measured X Diam* en la tabla de figura 3.2) como en la dirección y (*Measured Y Diam* en la tabla de la figura 3.2). Para obtener un resultado más próximo a las opciones configuradas el valor de este ajuste debe ser cero o cercano a cero.

Con el análisis proporcionado por el software es posible asegurar la correcta manufactura de todas las esferas resultantes. Así, debido a que el software para programar la máquina empalmadora tiene la mayoría de los parámetros de configuración pre-establecidos y que básicamente sólo se deben ingresar datos sobre la geometría y

velocidades, este método resulta muy práctico para elaborar diversas MS en el laboratorio de manera eficiente.

Mediante este proceso se elaboraron las microesferas con diámetro de $260 \mu m$, $320 \mu m$ y $360 \mu m$ utilizadas en todo el experimento como cavidades resonadoras. Las gráficas de la medición de diámetro de cada una de ellas se encuentran la Figura 3.3. Dicha gráfica muestra el diámetro promediado de la medición en la dirección x y de la medición en la dirección y con su respectiva desviación estándar.

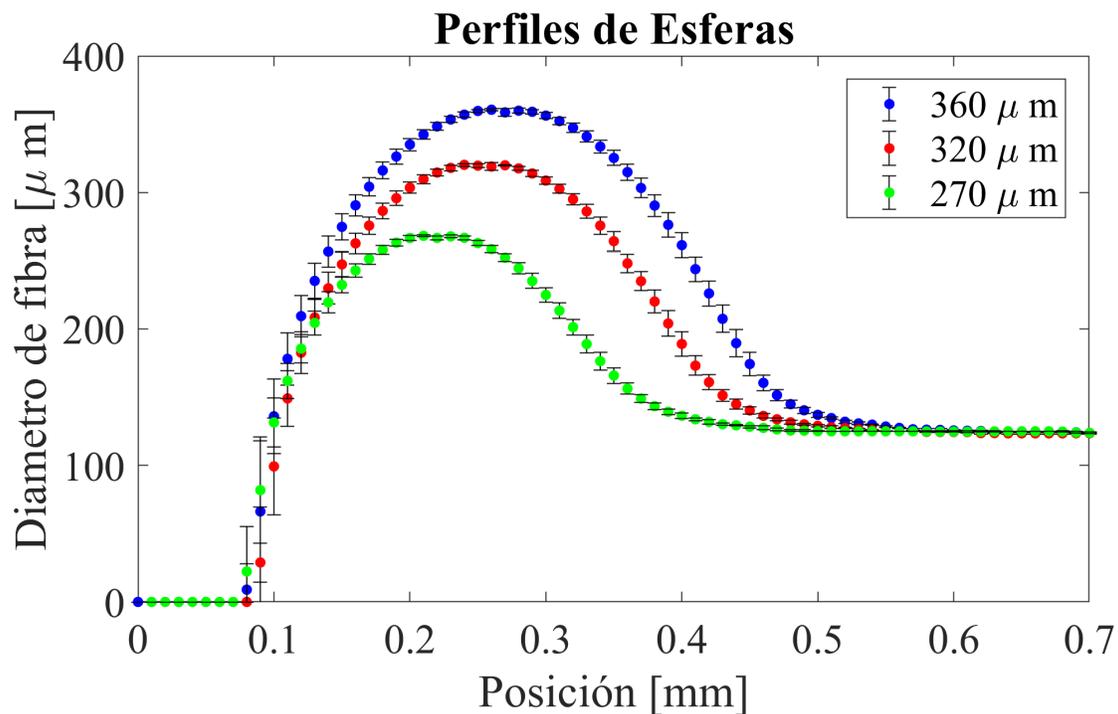


Figura 3.3: Perfiles de esferas resonadoras con diámetro de $360 \mu m$, $320 \mu m$ y $270 \mu m$ elaboradas en laboratorio. La medición del diámetro de la fibra óptica manipulada permite la determinación del diámetro de la esfera resultante. En cada una de las gráficas se aprecia el diámetro inicial de la fibra ($125 \mu m$) y el diámetro de las esferas.

Mientras que en la fotografía de la figura 3.4 se aprecia una esfera creada de $270 \mu m$ de diámetro.

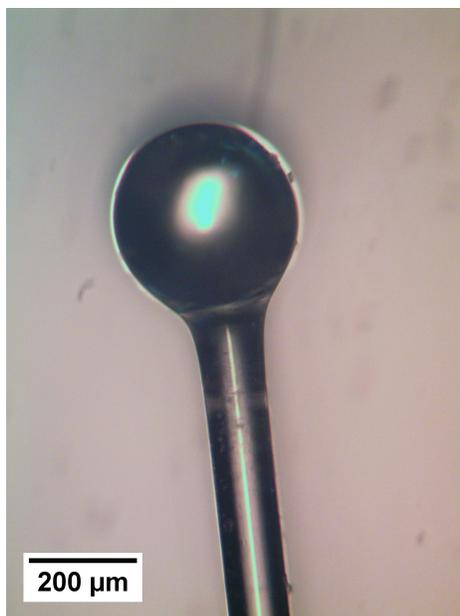


Figura 3.4: Fotografía de una microesfera resonadora con diámetro de $260 \mu m$ creada en el laboratorio.

3.1.2. Fibra adelgazada

Para la construcción de fibras adelgazadas se utilizó una maquina estiradora de fibra óptica elaborada por *ChyLas S.L.* La idea general del procedimiento seguido es tensar y jalar la fibra óptica mientras que es calentada de tal manera que, sin perder las propiedades de la fibra, el resultado sea un diámetro menor al original.

La máquina consta de motores a pasos que tienen como finalidad tensar la fibra; además cuenta con un quemador en el cuál se genera un flama compuesta por oxígeno y butano, las proporciones de los gases en la flama pueden ser variadas con el software controlador que además de regular la flama, determina y fija la posición de los motores y ajusta el funcionamiento general del sistema.

El diagrama de la máquina estiradora puede verse en la figura 3.5 mientras que en la figura 3.6 se tiene una foto de la misma.

Los parámetros editables desde la interfaz del programa de la máquina estiradora que se deben configurar antes de realizar un proceso de estirado son:

- Posición inicial: Se debe ingresar la posición inicial de los motores y del quema-

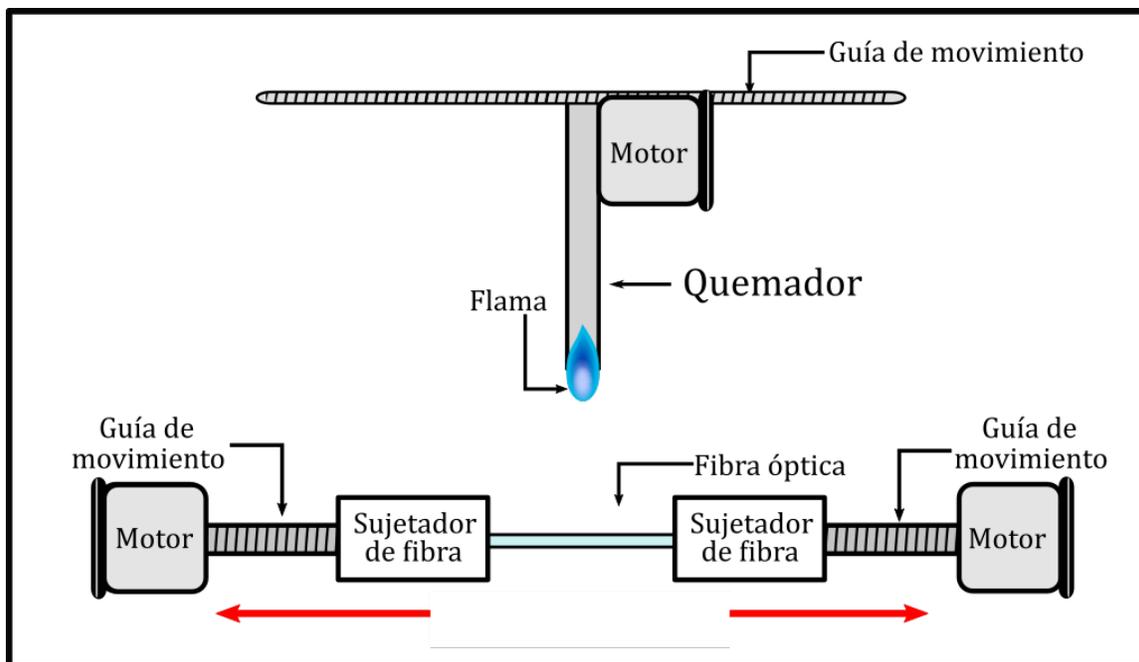


Figura 3.5: Diagrama de la máquina estiradora. El quemador tiene su propio motor a pasos para moverse entre los dos sujetadores de fibra creando una oscilación. Los sujetadores pueden moverse gracias a sus propios motores. Las flechas rojas indican la dirección en la que es posible el movimiento de cada una de las partes.

dor de tal manera que se conozca la separación inicial de los motores.

- Gases: Mediante variables se puede controlar la proporción entre los gases que ingresan al quemador. La combinación de gases para el proceso de estirado es *oxígeno/butano* = 2110/804.

Del mismo modo, antes de iniciar el proceso de estrechar fibra óptica en la máquina estiradora se deben configurar los parámetros característicos de la fibra adelgazada deseada, estos son:

- Diámetro de cuello final: Se debe ingresar el diámetro deseado para la región adelgazada de la fibra, se trata de la cintura de la fibra óptica adelgazada y se debe especificar en micrómetros.
- Velocidad de estiramiento: Se debe introducir la velocidad deseada en la que se estira la fibra, es decir, con la que se separan los motores.
- Velocidad de quemador: Se puede determinar la velocidad en la que el quemador

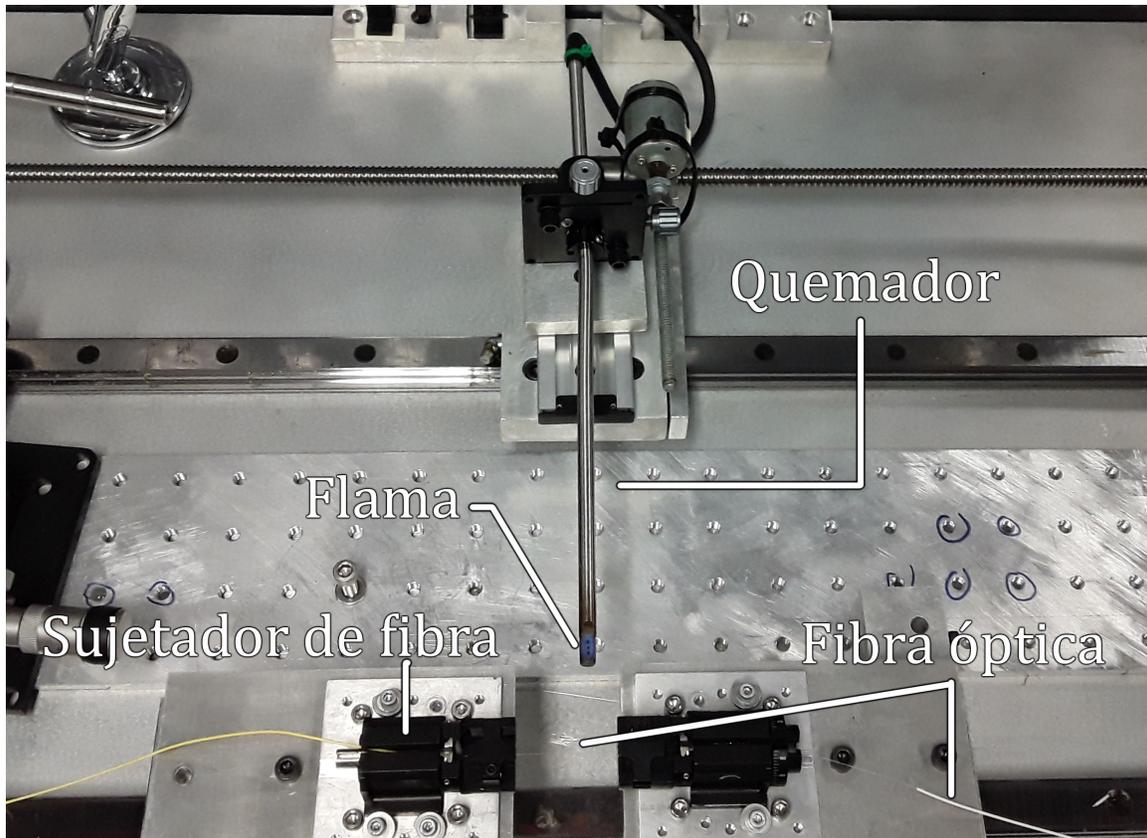


Figura 3.6: Fotografía de la máquina estiradora. El quemador oscila con la flama calentando la fibra óptica al mismo tiempo que ésta es estirada mediante motores y sujetadores, el movimiento provoca que se estire la fibra.

se mueve. El quemador es la parte móvil que se encarga de calentar la fibra, con la flama a base de Oxígeno y butano oscila sobre la zona central de la fibra óptica.

- Amplitud inicial de oscilación: Se trata de la posición en la que comienza el movimiento del quemador.

Una vez introducidos estos parámetros el software los valida y realiza los cálculos necesarios para dar comienzo al proceso. Como resultado se obtienen los datos calculados por la máquina como el tiempo del proceso y la longitud de la zona estirada. La máquina se encuentra dentro de una caja aislante de acrílico pues todo el proceso debe ser realizado en un ambiente aislado ya que corrientes de aire afectan a la fibra, además, si la velocidad de estiramiento es muy rápida o el diámetro de cuello es muy delgado se corre el riesgo de reventar la fibra a mitad del proceso. Se debe tener en cuenta que no existe una referencia única y clara sobre los parámetros que se han de seguir para obtener diferentes fibras ópticas estrechas pues estos dependen del método, materiales y condiciones del laboratorio por lo que es necesario realizar varias pruebas para tener el resultado que se requiera.

Una vez introducidos y validados todos los parámetros necesarios se puede dar inicio al proceso de estirado. El proceso consiste en una serie de pasos:

- Paso 0: Los motores se posicionan en el origen.
- Paso 1: Los motores se colocan en la posición inicial.
- Paso 2: Se coloca la fibra óptica preparada (limpia) en los sujetadores para la misma.
- Paso 3: Los motores se separan generando la tensión inicial, al finalizar este paso se debe posicionar el quemador con la flama para que esté en contacto con la fibra.
- Paso 4: Proceso de estirado, los motores se alejan provocando la tensión de la fibra al mismo tiempo que se calienta en una zona debido al movimiento del

quemador.

- Paso 5: Finalizado el proceso de estirado el software da la posibilidad de repetir el proceso con los mismos parámetros.

Un ejemplo de las configuraciones empleadas es una fibra óptica adelgazada realizado previo al experimento que consta de diámetro de cuello de $1\ \mu\text{m}$, una velocidad de estiramiento de $25\ \mu\text{m}/\text{min}$, una velocidad de quemador de $5\text{mm}/\text{s}$ y una amplitud de oscilación igual a 15mm dando como resultado una distancia de estiramiento igual a 144.849mm y una longitud de cuello de 15mm en un tiempo de estiramiento de $5.78\ \text{minutos}$. En la figura 3.7 se observa un diagrama general del proceso.

Para asegurar la calidad de todos los procesos de adelgazamiento de fibra óptica hechos, se midió la potencia de salida de un haz láser *New Focus TLB-6700 Tunable Laser* suministrado a la fibra al mismo tiempo que se realizaba el proceso de estirado. La mediciones de potencia fueron realizadas con un medidor de potencia *Thorlabs*. Al suministrar 10mW de entrada con una longitud de onda de $1550\ \text{nm}$ se obtuvo una potencia final de 7mW , indicando así que se tuvo una pérdida del 30% al final del proceso. Las pérdidas debido al proceso de estirado son comunes pero no perjudiciales para el experimento, en caso de que las pérdidas de potencia superarán el 30% el proceso tenía que ser repetido. Este método sirve como control de calidad para todas las fibras ópticas adelgazadas realizadas.

El sistema formado por la esfera resonadora acoplada con la fibra óptica es denominado de aquí en adelante como sistema microresonador.

3.2. Sistema experimental

El sistema experimental consiste en diferentes configuraciones para diferentes propósitos, estas composiciones serán tratadas de manera separada en la sección presente. Para dar una idea general del montaje y el para que del mismo en sus diferentes partes hay que considerar el objetivo principal del experimento, demostrar la generación de parejas de fotones mediante SFWM.

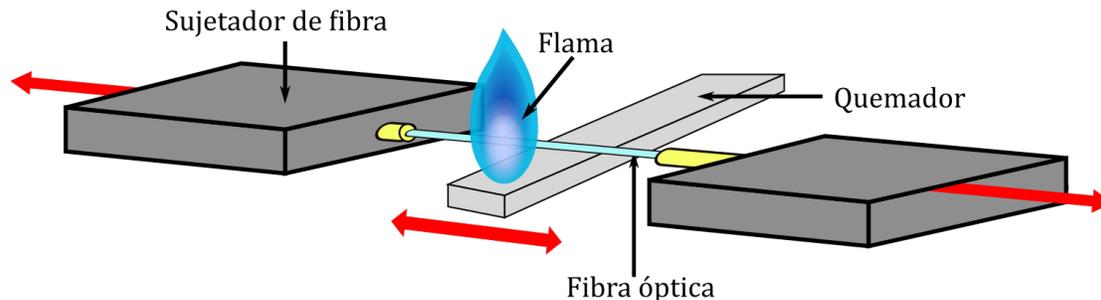


Figura 3.7: Diagrama del proceso de estirado de una fibra óptica. El quemador con la flama de oxígeno y butano en su punta oscila de un lado a otro entre la fibra óptica. Los sujetadores de fibra se separan estirando la fibra óptica al mismo tiempo que es calentada. Las flechas rojas indican el movimiento.

Así pues, en primer lugar hay que tener en cuenta la formación del sistema resonador, el acoplamiento entre la esfera resonadora y la fibra óptica adelgazada. Para el montaje, se buscó que el acoplamiento fuera óptimo buscando la existencia de resonancias, para esto se midió el espectro resultante en el extremo de la fibra al bombear con un haz láser de 1550 nm en todo momento del acoplamiento.

Una vez que se comprobó el fenómeno de resonancia, el dispositivo experimental tuvo como finalidad demostrar que se trata del proceso de SFWM y la generación de pares de fotones por este proceso no lineal. Así pues, terminando con el desarrollo, el dispositivo experimental tiene como última finalidad el estudio de la fuente en diferentes circunstancias.

3.2.1. Acoplamiento y resonancia

Aclarada la idea principal y el orden experimental que se siguió hay que tener en claro que para comenzar cualquiera de los distintos arreglos es necesario considerar el acoplamiento del microresonador, pues es de vital importancia y constante a lo largo de los experimentos.

Para hablar del acoplamiento primero hay que describir el sistema de posicionamiento

de la esfera y la fibra óptica. Debido a que la fibra adelgazada es delicada para su manipulación está permaneció en la máquina de estiramiento en todo momento. Por su parte, la microesfera resonadora fue colocada en un sujetador de fibra óptica el cuál, a su vez, fue instalado en un par de picomotores marca *Physics Instruments, PI* y en un *MicroBlock* de 3 ejes *THORLABS*. El *MicroBlock* permite un ajuste rápido de la posición mientras que los picomotores permiten ajustar la posición de la esfera de manera precisa.

Para conocer la posición de la microesfera en todo momento se ocupó un sistema de dos cámaras colocadas para proporcionar una vista superior y lateral tanto de la esfera como de la fibra óptica. Al posicionar las cámaras se definió el eje z como la altura y eje x como la posición horizontal, tal como se observa en la figura 3.12

La cámara superior, en el eje z , se trata de un microscopio viajero *Digital Microscope* con conexión USB, las figuras 3.8 y 3.9 muestran la vista superior para dos acoplamientos distintos. La cámara lateral, en el eje x , se trata de una cámara CCD *Digital Camera THORLABS* con un objetivo de microscopio *Olympus 0.65 UIS2* con aumento de $40x$ para observar el microresonador, en la figura 3.10 se puede observar la vista lateral para el acoplamiento mostrado en la figura 3.9.

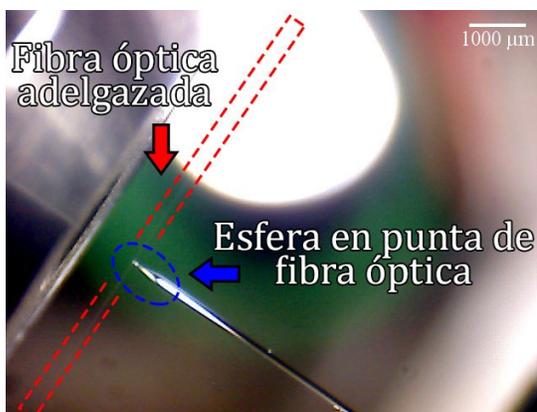


Figura 3.8: Vista superior de un acoplamiento entre una fibra adelgazada de $1 \mu m$ de diámetro y una microesfera de $80 \mu m$ de diámetro.



Figura 3.9: Vista superior de un acoplamiento entre una fibra adelgazada de $1 \mu m$ de diámetro y una microesfera de $250 \mu m$ de diámetro

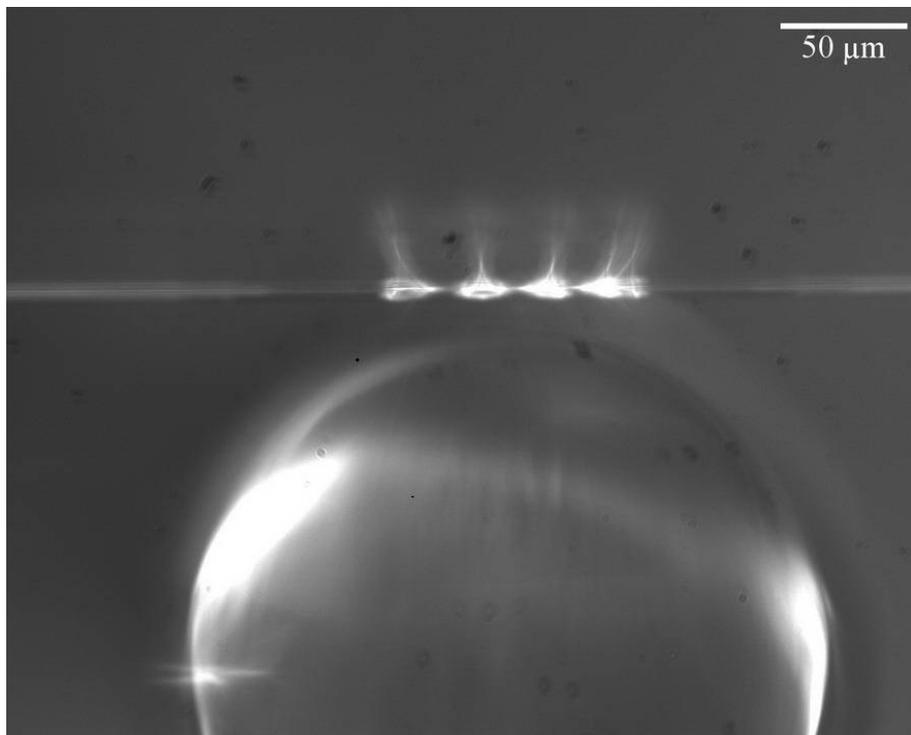


Figura 3.10: Vista lateral de un acoplamiento entre una fibra óptica adelgazada (parte superior) de $1 \mu m$ de diámetro y una esfera de $250 \mu m$ de diámetro (parte inferior).

Cabe mencionar que la figura 3.10 presenta la fibra adelgazada un brillo particular en la zona cercana a la esfera y en la esfera misma, este brillo es debido a la reflexión de la luz de una lámpara ubicada en la parte superior y no es relevante al fenómeno SFWM. Así mismo, la figura sirve para ilustrar la separación entre la esfera y la fibra óptica pues en este caso en particular la separación es de $84 \pm 15 \mu m$ (medido al analizar la imagen mediante software); durante todo el experimento y en las diferentes configuraciones la separación entre la esfera y la fibra óptica adelgazada varía dentro de un intervalo de 70 a $120 \mu m$ dependiendo de la esfera y el acoplamiento deseado.

Una vez colocada la microesfera y las cámaras, se prosiguió a posicionar el resonador. La posición debe ser tal que se cuiden dos factores importantes; por un lado la fibra óptica adelgazada se debe mantener lo más próximo posible al diámetro central de la esfera como se muestra en la figura 3.11 mientras que, por otro lado, la altura de la esfera debe permitir un distanciamiento entre esfera y la fibra óptica que sea observable en la cámara como se puede apreciar en la figura 3.12 y 3.10. Para posicionar la fibra

en el diámetro central de la esfera se manipuló manualmente el *MicroBlock*, mientras que para acercar la esfera con la fibra óptica adelgazada, se aumentó la altura del resonador implementando el control asistido por computadora de los picomotores.

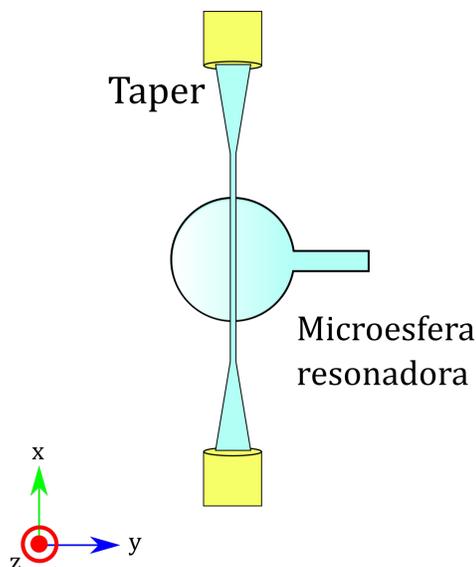


Figura 3.11: Vista superior de la posición buscada entre el microresonador y la fibra óptica adelgazada. El diámetro central de la microesfera debe coincidir con la fibra óptica.

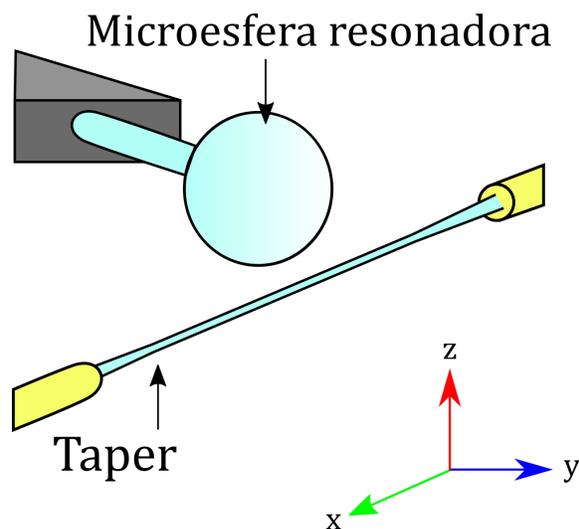


Figura 3.12: Vista sagital de la posición buscada entre el microresonador y la fibra óptica adelgazada.

Una vez posicionados los elementos, para acoplar la microesfera con la fibra óptica adelgazada mediante onda evanescente y usando la vista proporcionada por la cámara lateral se redujo la distancia entre esfera y fibra con ayuda del software controlador de los picomotores *PI*. Así, se acercó la esfera con pasos cada vez más finos mientras se observaba el espectro producido al final de la fibra con sección reducida al bombear luz láser.

Para tener un correcto acoplamiento entre la fibra y el resonador es necesario observar el fenómeno de resonancia en el espectro monitoreado. Para ello, y como se mencionó anteriormente, se acercó la microesfera a pasos aproximados de 50 nm dados por los picomotores mientras se observaba el espectro producido al final de la fibra óptica al bombear un haz láser de 1550 nm , la medición fue hecha mediante un fotodiodo rápido y un osciloscopio. Este procedimiento se realizó hasta observar variaciones en

las señales proporcionadas por el fotodiodo rápido, estas alteraciones se encuentran en forma de caídas estrechas en el espectro. La señal mencionada es la característica de resonancia y una vez que se observa este fenómeno la distancia de separación entre esfera y fibra óptica adelgazada se fijó.

Cabe destacar que al tratarse de dos elementos microscópicos de Sílice las cargas eléctricas juegan un papel importante pues fuerzan a las estructuras a mantenerse unidas. Para evitar la acumulación de cargas estáticas y que la fibra óptica estrecha no tocara la esfera resonadora se implementó un sistema de luz ultravioleta formado por una lampara UV comercial ya que, como se reporta en [77], la luz UV elimina cargas estáticas en estructuras de Sílice.

3.2.2. Existencia de SFWM

Una vez acoplado el sistema y sabiendo que existen resonancias es importante demostrar la existencia del fenómeno de interés en este trabajo. Así pues, hay que demostrar que el experimento cumple con las características necesarias y suficientes de SFWM.

Peine de frecuencias

El fenómeno de SFWM genera un peine de frecuencias característico, por lo que a primera instancia es importante la observación de la generación de dicho peine. Con esto en mente fue ideada una primera configuración experimental en la que es posible ver el espectro completo de la salida de la fibra óptica acoplada.

El montaje comienza con el bombeo de luz a través de un láser de longitud de onda variable *New Focus TLB-6700*. La señal obtenida del láser fue filtrada mediante un dispositivo de multiplexión por división de longitud de onda (WDM, por las siglas del inglés Wavelength Division Multiplexing), amplificada y controlada en polarización para luego ser transmitida a través de la fibra óptica con sección reducida y acoplada al resonador esférico mediante onda evanescente.

El láser utilizado para generar el bombeo tiene como principal característica la va-

riación de la longitud de onda en un intervalo de 1500 nm a 1630 nm con un ancho de banda $< 200\text{ KHz}$ y una salida a fibra óptica. Sin embargo, hay que mencionar que cuando se trabaja con un ancho de banda pequeño el láser presenta emisión de frecuencias no deseadas o parásitas lo que lleva inevitablemente a necesitar un sistema de filtrado. Con lo anterior dicho, se necesitaba un sistema de filtrado por bandas que eliminara las frecuencias parásitas del bombeo.

El proceso de multiplexión por longitud de onda se basa en mandar señales de información que ocupen una misma banda de frecuencias a través de una misma fibra óptica sin que interfieran entre sí, así que, aplicando este proceso en una única señal se tiene un filtro efectivo en las bandas de los canales de un dispositivo de multiplexión por división de longitud de onda WDM. El sistema de filtrado del bombeo se basó en dos dispositivos WDM y se denominó como DWDM (*Dense WDM*) por sus características. El DWDM es funcional en un intervalo de longitudes de onda que abarca de 1529.55 nm hasta 1560.61 nm , dicho intervalo está dividido en canales que poseen un ancho de banda relativamente pequeño (teniendo un valor medido de $FWHM = 0.57\text{ nm}$ cada uno) y una separación de 0.8 nm entre canales.

Una vez que la salida ha sido filtrada se utilizó un amplificador de fibra óptica dopado con erbio (EDFA) con una ganancia de 24 dB para obtener una potencia láser utilizable de 40 mW . A lo largo de los experimentos la configuración de la amplificación fue constante y la potencia utilizada menor a 7 mW . De igual manera, la salida amplificada es filtrada por un DWDM para mejorar la señal y controlada en polarización por un controlador mecánico por paletas, Polarization Control (PC).

Una vez explicada la configuración inicial del bombeo, constante a lo largo de todo el experimento, se puede detallar el arreglo experimental para la observación del peine de frecuencias producido por el SFWM. Para comenzar hay que tener en cuenta que la señal de salida resultante del acoplamiento entre fibra óptica adelgazada y resonador esférico es la que contiene toda la información del proceso obtenido. Así, la manera más práctica de observar el peine de frecuencias es teniendo un espectro completo de la señal de salida. El diagrama del montaje se muestra en la figura 3.13.

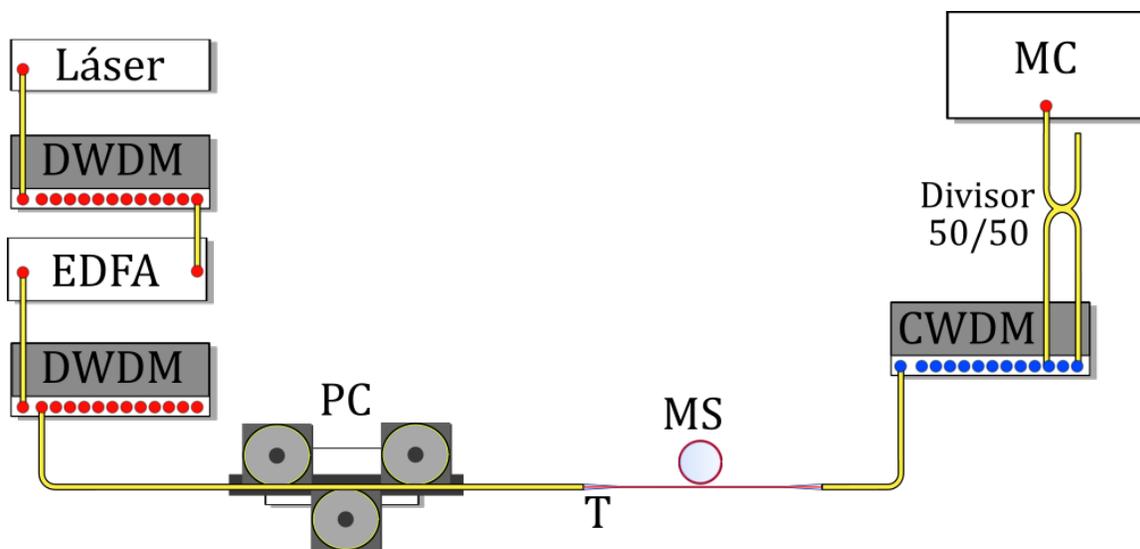


Figura 3.13: Primer montaje experimental utilizado para la observación del peine de frecuencias generado por SFWM. El montaje consiste en el bombeo generado por un Láser el cuál es filtrado y amplificado (filtrado por un sistema DWDM: “Dense” *wavelength division multiplexing device*, amplificado mediante un EDFA: *Erbium-doped fiber amplifier* y vuelto a filtrar por otro sistema DWDM), la señal es controlada en polarización (PC: *Polarization controller*) y acoplada mediante una fibra óptica con sección adelgazada (T: *Fibra óptica adelgazada*) en la microesfera resonadora (MS: *Microsphere*). La señal resultante del acople es mandada a un sistema CWDM: “Coarse” *wavelength division multiplexing device* para filtrarla por bandas de frecuencias, una vez filtradas, las señales son unidas nuevamente mediante un *Divisor 50/50* para ser observadas en un un monocromador de rejilla (MC: *Grating-based monochromator*) al mismo tiempo.

Para el acople mediante onda evanescente se utilizó una esfera resonadora de $360 \mu m$ de diámetro y una fibra óptica adelgazada con un diámetro reducido de $\sim 3 \mu m$ en una sección de $\sim 2 cm$ de largo, teniendo un FSR teórico igual $0.74 nm$ ($FSR = 0.74 nm$). La señal obtenida del control de polarización es conectada a la fibra óptica con sección cónica de estrechamiento creando así el sistema de SFWM.

Dentro de todo el montaje experimental hay que tener muy en cuenta los efectos térmicos que tiene el uso del haz láser, a saber, el uso prolongado ocasiona la deformación del sistema SFWM pues varía el radio de la esfera lo suficiente para sacar de resonancia el sistema. Para eliminar este problema térmico se alteró la frecuencia del láser mediante una señal triangular originada por un generador de funciones DS35 con $2.5V$ en amplitud y una frecuencias de $100Hz$. La señal triangular suministrada al láser origina una oscilación en la frecuencia de bombeo de $\pm 12.5GHz$. Con esta variación se puede asegurar que aunque el sistema deja de estar en resonancia vuelve a estarlo dos veces por periodo de oscilación.

Ahora bien, para facilitar la obtención del espectro completo es conveniente dividir la salida en bandas correspondientes a cada fotón generado. Basándose en la teoría del proceso de SFWM los fotones generados deben conservar energía de una manera específica, esto permite conocer las bandas optimas de la separación. Así que, teniendo en cuenta esto último, al tener un bombeo cercano a $1550 nm$ el fotón señal debe ser generado dentro de una banda aproximada a $1540 nm$ y el fotón acompañante debe ser generado en una banda aproximada a $1560 nm$. Con la finalidad de separar dichas bandas en la señal de salida del microresonador se conectó un dispositivo WDM de banda gruesa denominado CWDM (coarse WDM).

El CWDM utilizado se caracteriza por tener canales con $FWHM$ medido de $22 nm$ separados entre si por $20 nm$ y opera entre un intervalo de $1270 nm$ a $1610 nm$. El hecho de que la separación entre canales sea más pequeña que el FWHM de los mismos sea grande origina un empalme entre canales vecinos. En la imagen 3.14 se muestra la gráfica de transmisión medida para cada uno de los canales del filtro CWDM.

De la misma manera en la gráfica de la figura 3.15 se tiene la transmisión medida de

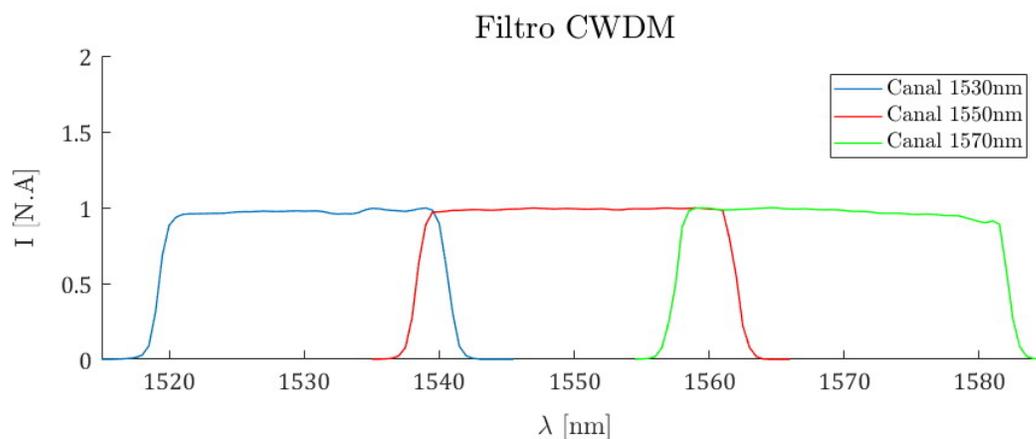


Figura 3.14: Gráfica de transmisión media en los canales del filtro CWDM. Los 3 canales centrados en 1530 nm , 1550 nm y 1570 nm de colores azul, rojo y verde respectivamente, poseen un ancho de 22 nm separados entre sí por 20 nm por lo que se tiene dos empalmes en los canales.

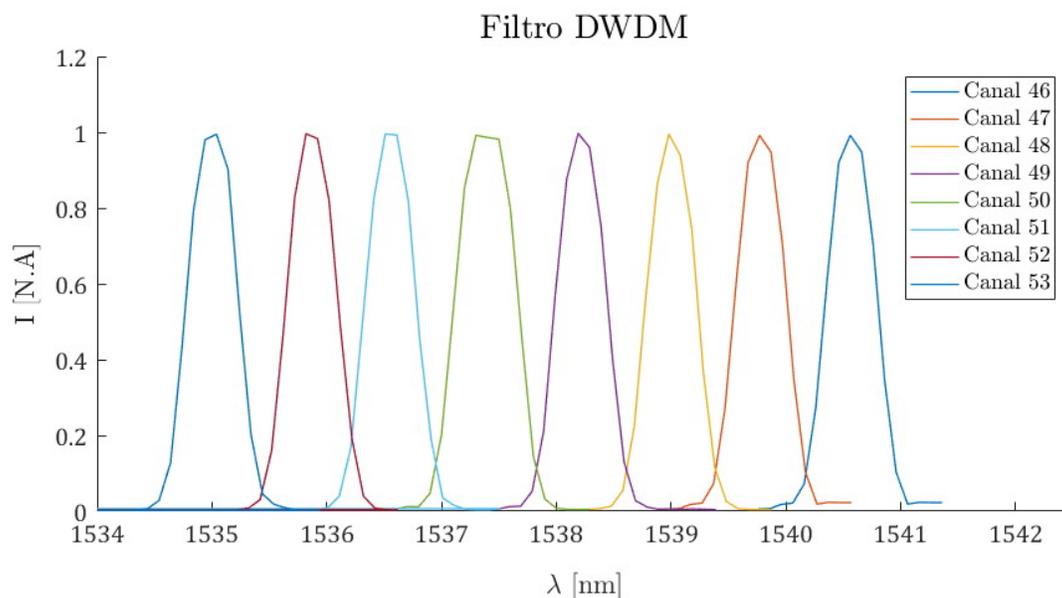


Figura 3.15: Gráfica de transmisión medida en los canales del filtro DWDM. Los 8 canales del filtro se encuentran numerados de 46 a 53 y representados por sus respectivos colores. Cada canal posee un ancho de 0.57 nm y a su vez se encuentran separados entre sí por 0.8 nm

los canales del filtro DWDM, cada canal tiene un ancho de banda FWHM de 0.57 nm con una separación de 0.8 nm . El canal con centro en 1530 nm de CWDM fue utilizado como banda para los fotones señal mientras que el canal centrado en 1570 nm fue la banda para los fotones acompañantes.

Finalmente, para observar el peine de frecuencias se conectaron cada una de las salidas del CWDM a un divisor $50 : 50$ de fibra óptica con la finalidad de unificar la señal nuevamente. Dicha señal se conectó en última instancia a un espectrómetro *Andor Idus* de rejilla con cámara de CCD de InGaAs como sensor para visualizar el espectro completo.

Conservación de energía

Como se ha mencionado, e incluso tenido en cuenta para el montaje anterior, los fotones generados mediante SFWM deben conservar energía de una manera característica frente a otros medios de generación de pares de fotones como SPDC, a saber, los fotones generados mediante SFWM deben cumplir con $2\omega_p = \omega_s + \omega_i$.

Así, para observar inequívocamente la conservación de energía característica del proceso se procedió a realizar una variación en el dispositivo experimental. Para visualizar únicamente un par de picos del peine de frecuencias que demuestren la conservación de la energía se realizó un nuevo filtrado en la salida de cada banda en el CWDM empleado anteriormente. El filtrado de los canales se realizó mediante el uso de otro monocromador de rejilla *Andor Idus* en un canal y el uso de un dispositivo CWDM en otro canal como lo muestra la Figura 3.16.

El resultado del filtrado es la medición de un único par de fotones siendo el fotón señal (en la banda de 1530 nm) y el fotón acompañante (en la banda de 1570) obtenidos por el bombeo central.

Estas dos configuraciones experimentales (Figura 3.13 y 3.16) ponen en manifiesto el fenómeno de SFWM sin embargo, no estudian propiamente los fotones generados mediante el proceso. Por este motivo se tuvieron que realizar nuevamente variaciones

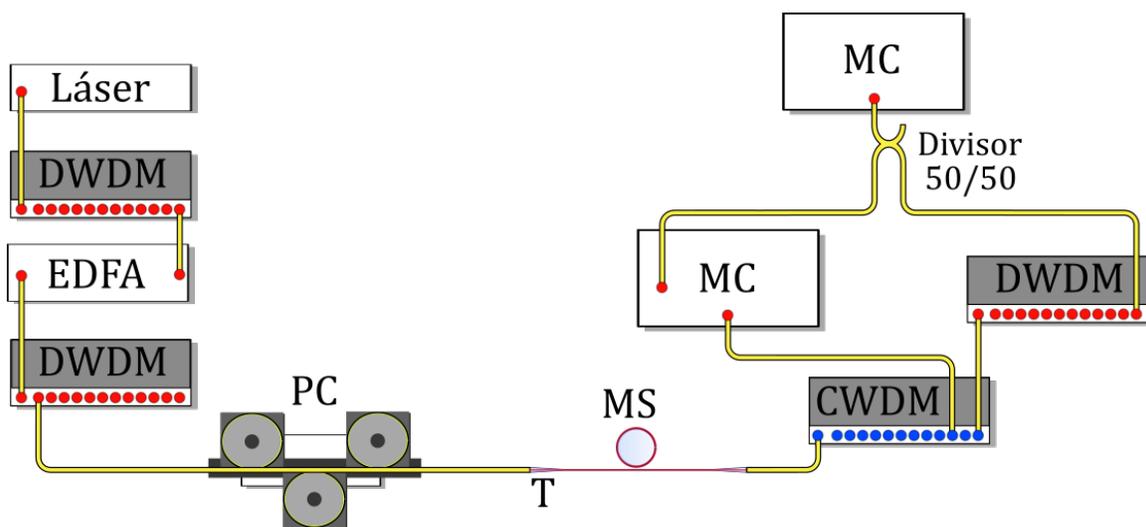


Figura 3.16: Montaje experimental encargado de demostrar la conservación de energía. El montaje consiste en el mismo bombeo (Láser) filtrado (DWDM), amplificado (EDFA) y controlado en polarización (PC) de la configuración anterior (figura 3.13) antes de ser acoplado al microresonador (empleando una fibra óptica adelgazada T y la microesfera resonadora MS). La señal resultante del acople es dividida en dos bandas mediante un dispositivo CWDM y el con el fin de filtrar la señal se utiliza un monocromador de rejilla (MC) en un canal y un dispositivo DWDM en el otro canal. Ambas señales son unidas de nueva cuenta mediante un divisor 50/50 para observar el espectro en un monocromador de rejilla MC con cámara CCD.

al dispositivo experimental.

3.2.3. Estudio de fotones

Dos fotones son generados en el proceso de manera espontánea si y solo si coinciden en su tiempo de emisión. Así que cuando se habla de generación de pares de fotones se ha de realizar mediciones en coincidencia en tiempo de arribo al sensor para demostrar que, efectivamente, los fotones son generados al mismo tiempo y conocer más de los mismos.

Con esto en mente se procedió a realizar una variación del montaje antes desarrollado para medir dichas coincidencias. El montaje experimental para medir la coincidencia entre fotones generados se puede apreciar en la figura 3.17.

En este montaje se elimina el divisor 50/50 encargado de unificar la señal separada por bandas mediante el dispositivo CWDM y de la misma manera se eliminó el monocromador final con el que se observaba el espectro completo. En lugar de estos elemento cada una de las salidas del CWDM filtradas espectralmente son conectadas mediante dos fibras a los puertos de entrada de dos fotodiodos de avalancha *InGas ID230* (APD) de funcionamiento libre.

Los dos dispositivos APD sirven como detectores del fotón señal y del fotón acompañante. Los pulsos producidos son enviados a un convertidor de tiempo a digital (ID800) con el fin de monitoriar la distribución de la diferencia de tiempos de emisión entre los dos fotones. De esta manera se puede obtener un único pico característico cuando la diferencia entre los tiempos de emisión sea cero.

Por otro lado, para tener un análisis más detallado de la distribución de coincidencias se realizaron las mediciones individuales antes mencionadas mientras que se resolvía el espectro del fotón acompañante. Es decir, la medición de los eventos de coincidencias fue tomada como función de la frecuencia del fotón acompañante transmitido mediante el monocromador. El resultado es una gráfica de densidad, como las resultantes en las figuras 4.8 y 4.9 por ejemplo, en donde los ejes dos dimensionales denotan la

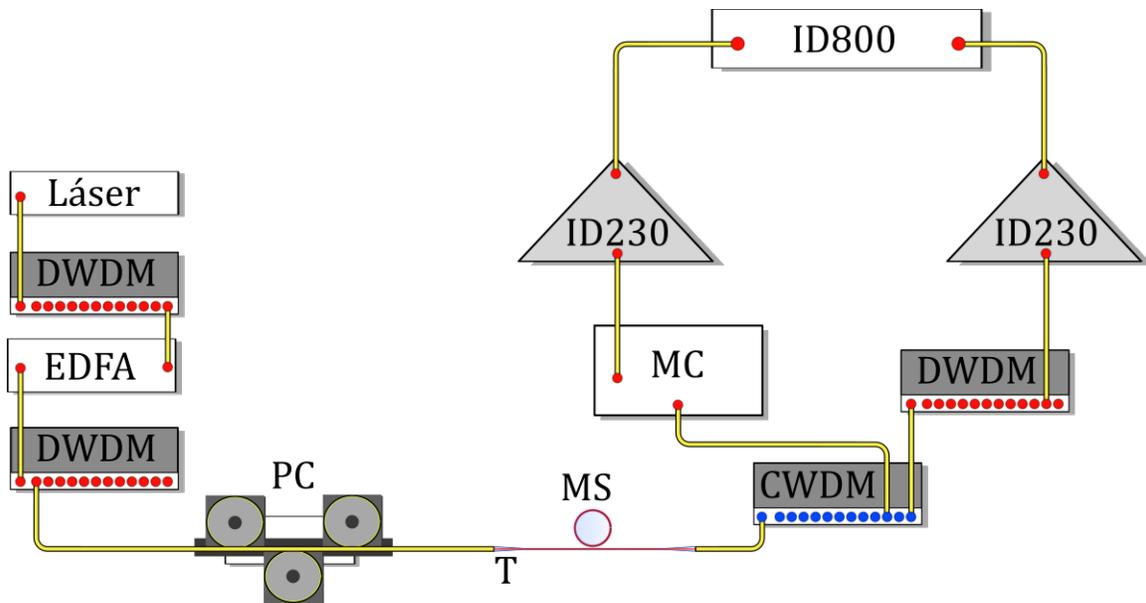


Figura 3.17: Montaje experimental dedicado a la demostración de generación de pares de fotones y al estudio de estos. El dispositivo tiene como finalidad obtener la distribución de la diferencia de tiempos de emisión. Usando la configuración de Láser, filtrado DWDM, amplificación EDFA y control de polarización PC usada anteriormente (figura 3.13 y 3.16) se realiza el acople del microresonador (mediante fibra óptica adelgazada T y microesfera MS), la señal resultante es dividida en bandas mediante el dispositivo CWDM, cada una de las señales obtenidas es filtrada mediante un monocromador de rejilla (MC) y un dispositivo DWDM para ser mandadas a la entrada de dos fotodiodos de avalancha ID230, la señal es transmitida a un convertidor de tiempo a digital (ID800) con el fin de monitorear la distribución de la diferencia de tiempos de emisión entre los dos fotones

longitud de onda del fotón acompañante y la diferencia de tiempos de arribo mientras que el tercer eje muestra las cuentas de los eventos de coincidencia.

Mediante la disposición de estos montajes experimentales planteados no solamente se puede asegurar la existencia del proceso SFWM en las microcavidades esféricas si no que demuestra la existencia de la generación de parejas de fotones y el estudio de los mismos.

Capítulo 4

Resultados

A partir de los dispositivos experimentales antes mostrados se demostró la generación de parejas de fotones mediante SFWM. En el presente capítulo se encuentran planteados los principales resultados que concluyeron en esta demostración. Además, se reúne el estudio hecho sobre estos mencionados pares de fotones. La investigación se encuentra basada en conteo de coincidencias como función de la diferencia de tiempo de emisión y, a su vez, como función de la frecuencia del fotón acompañante.

4.1. Generación de pares de fotones mediante SFWM

La prueba de la generación de fotones se consiguió mediante las características del fenómeno SFWM que son observables experimentalmente. De este modo, los resultados tienen que mostrar el peine de frecuencias característico y que, a su vez, los picos que lo conforman conservan energía como lo indica la teoría del proceso no lineal.

Como se mencionó en el capítulo anterior, para observar la existencia de un peine de frecuencias generado es de interés tres canales del filtro CWDM, dichos canales se encuentran centrados en 1530 nm , 1550 nm y 1570 nm pues el bombeo utilizado es siempre cercano a $\lambda_p = 1550\text{ nm}$ y es de esperar que el fotón señal se encuentre cercano a 1530 y el fotón acompañante en 1570 .

El uso de canales en el filtrado se puede ejemplificar con una primera medición del espectro resultante al emplear una esfera resonadora de $360 \mu m$ de diámetro y un bombeo de $\lambda_p = 1550.92 \pm 0.25 \text{ nm}$.

De este modo y mediante el montaje experimental mostrado en la figura 3.13 se obtuvo el peine de frecuencias resultante del proceso mostrado en la figura 4.1. Además, dicha gráfica es presentada junto a las curvas de transmitancia de los canales del CWDM para ilustrar, justamente, cuáles fueron los canales encargados de la medición.

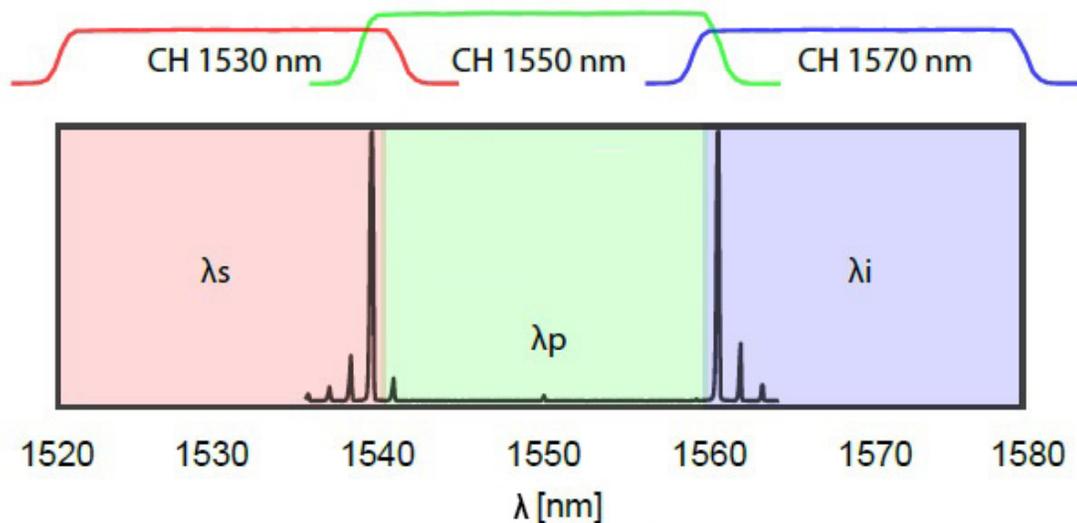


Figura 4.1: Superior: Gráfica de transmitancia de los canales utilizados del CWDM. Inferior: Peine de frecuencias obtenido al filtrar la señal de salida por CWDM. Cada uno de los canales se encuentra especializado en filtrar una señal, siendo que el bombeo λ_p se encuentra en el canal $CH1550 \text{ nm}$ (verde), los fotones señal λ_s en el canal $CH1530 \text{ nm}$ (rojo) y los fotones acompañantes λ_i en el canal $CH1570 \text{ nm}$.

En la gráfica de la figura 4.1 los colores ilustran los canales utilizados del CWDM y se observan pares de picos simétricos con respecto a la longitud de onda del bombeo, principalmente se observan 3 pares simétricos que indican que conservan energía junto a picos adicionales en el canal de 1530 nm y 1550 nm que no tienen una contra parte simétrica evidente.

El hecho de que se presenten picos sin contra parte simétrica con intensidad baja sugiere que la contra parte no es observable por el filtrado realizado pues hay que recordar que la intensidad del peine de frecuencias se reduce entre más se encuentre

alejado del bombeo y de la longitud central del canal de filtrado. Teniendo intensidades cada vez más pequeñas los picos son más susceptibles a ser eliminados por el filtrado, esto sin significar que no están presentes.

La existencia del peine de frecuencias es señal de generación de fotones mientras que el hecho de que los picos sean simétricos en la medición, los picos anteriormente descritos, sugiere que son producidos por SFWM.

Siguiendo la misma configuración de filtros, los datos obtenidos de manera directa para las diferentes esferas resonadoras siguen presentando un peine de frecuencias simétrico con respecto a la longitud de onda de bombeo. De esta manera, en el caso de un bombeo con $\lambda_p = 1550.8 \text{ nm}$ y una esfera resonadora de $360 \mu\text{m}$ de diámetro el espectro resultante se puede apreciar en la gráfica de la figura 4.2.

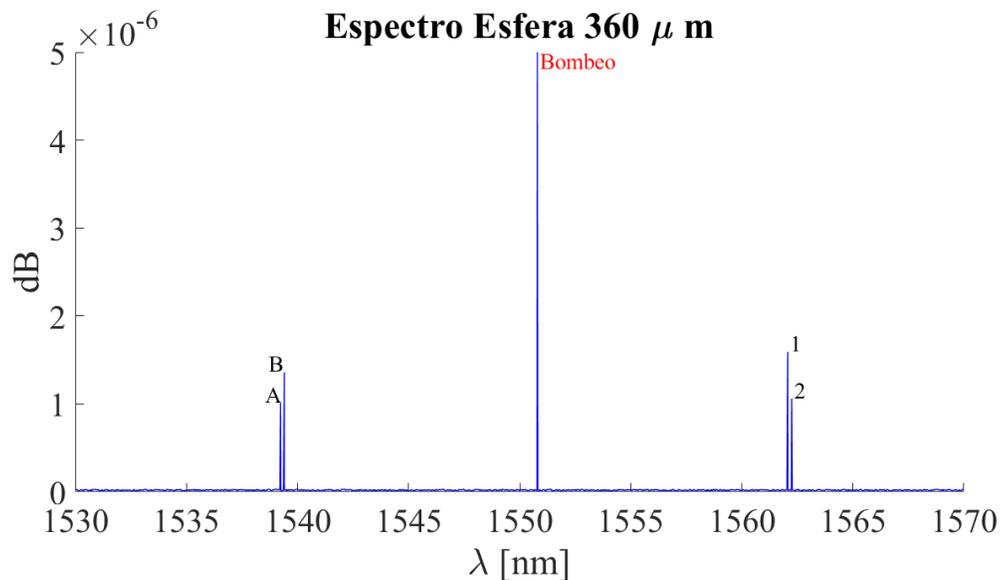


Figura 4.2: Espectro de frecuencias al usar una esfera resonadora de $360 \mu\text{m}$ de diámetro y un bombeo de $\lambda_p = 1550.8 \text{ nm}$. En la gráfica se tiene como resultado de la interacción, los picos *A* y *B* del lado del fotón señal y los picos 1 y 2 del lado del fotón acompañante.

En el espectro de la figura 4.2 los picos *A* y *B* se encuentran del lado del filtro para el fotón señal mientras que los picos 1 y 2 en el lado del filtro del fotón acompañante. Esto corresponde a que *A* y 2 sean una pareja de fotones generados, con *A* el fotón señal y 2 el fotón acompañante. Del mismo modo, *B* y 1 son una segunda pareja con

B el fotón señal y 1 el fotón acompañante.

Para confirmar lo anteriormente dicho hay que reparar en la ecuación 2.53a con la que se puede calcular la longitud de onda del bombeo considerando la longitud de onda de los fotones señal y acompañante. Así, en el caso de la primera pareja los cálculos indican un bombeo de $\lambda_{pA2} = 1550.74 \pm 0.50 \text{ nm}$. Por otro lado, la segunda pareja indica un resultado análogo, siendo entonces que la longitud de onda del bombeo calculada por la segunda pareja es $\lambda_{pB1} = 1550.73 \pm 0.50 \text{ nm}$.

Al ser el bombeo suministrado de $\lambda_p = 1550.8 \pm 0.25 \text{ nm}$ se comprueba que los picos presentes corresponden a dos parejas de fotones que conservan energía como lo dicta la generación de fotones mediante SFWM.

Con la misma frecuencia de bombeo y una esfera de $320 \mu\text{m}$ de diámetro en la figura 4.3 se encuentra el espectro resultante de una nueva medición. En este, los picos A, \dots, G se encuentran en el filtro del fotón señal y los picos 1, ..., 5 en el filtro del fotón acompañante conformando parejas de fotones entre sí.

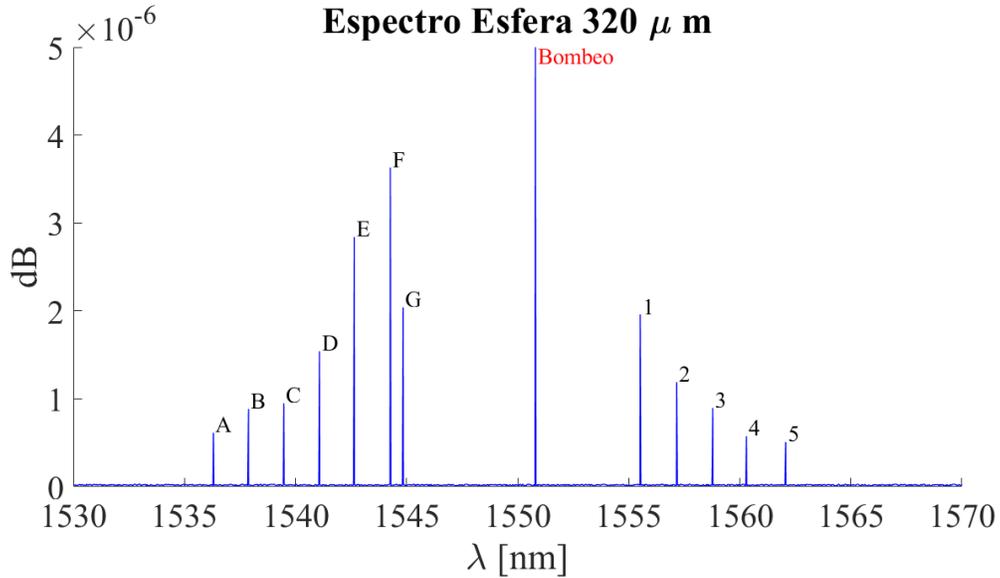


Figura 4.3: Espectro de frecuencias al usar una esfera resonadora de $320 \mu\text{m}$ de diámetro un bombeo de $\lambda_p = 1550.8 \text{ nm}$. En la gráfica se tiene como resultado de la interacción los picos A, \dots, G del lado del fotón señal y los picos 1, ..., 5 del lado del fotón acompañante.

Al igual que en el espectro presentado en la figura 4.1 algunos picos en el espectro de

4.3 no tienen un correspondiente simétrico, tal es el caso de los picos A, B y C en el lado de los fotones señal. Sin embargo, los demás picos forman parejas de fotones con los que se puede calcular la longitud de onda del bombeo mediante la ecuación 2.53a.

De esta manera, los picos que conforman las parejas de fotones generados y la longitud de onda del bombeo calculado con los mismos se tiene en la tabla 4.1.

Fotón señal λ_s	Fotón acompañante λ_i	Diferencia $\Delta\lambda$ [± 0.50 nm]	Bombeo calculado λ_{pc} [± 0.50 nm]
C (1539.475 nm)	5 (1562.065 nm)	22.59	1550.77
D (1541.08 nm)	4 (1560.3 nm)	19.22	1550.69
E (1542.65 nm)	3 (1558.785 nm)	16.135	1550.72
F (1544.27 nm)	2 (1557.16 nm)	12.89	1550.72
G (1544.845 nm)	1 (1555.5175 nm)	10.6725	1550.18

Tabla 4.1: Picos que conforman parejas de fotones en el espectro de una esfera de $320 \mu m$ de diámetro y un bombeo de $\lambda_p = 1550.8$ nm. Los picos corresponden al espectro presentado en la figura 4.3 en donde C, \dots, G corresponden a fotones señal, $1, \dots, 5$ corresponden a fotones acompañantes y se ha calculado el bombeo considerando la conservación de energía en el proceso SFWM y la longitud de onda de la pareja de fotones.

Todos los valores del bombeo calculado en la tabla 4.1 coinciden, dentro de la incertidumbre asociada, a la longitud de onda del bombeo real de $\lambda_p = 1550.8 \pm 0.25$ nm a excepción de la pareja $G, 1$. Esta variación se debe al filtrado por bandas pues el pico G se encuentra en el límite del filtro por lo que su posición no es en la que se haya una máxima potencia local.

Bajo estas consideraciones el espectro de la figura 4.3 tiene un total de 5 parejas de frecuencias simétricas con respecto al bombeo que conservan la energía como lo dicta el fenómeno SFWM.

Análogo a los casos anteriores, la gráfica de la figura 4.4 presenta el espectro resultante con una esfera resonadora de $270 \mu m$ de diámetro y un bombeo de $\lambda_p = 1550.8$ nm.

Del espectro de la figura 4.4 se puede observar únicamente tres parejas de frecuencias ya que, de nueva cuenta, no hay contraparte simétrica a algunos picos debido al filtrado en la banda del fotón acompañante. Así, los picos que conforman una pareja

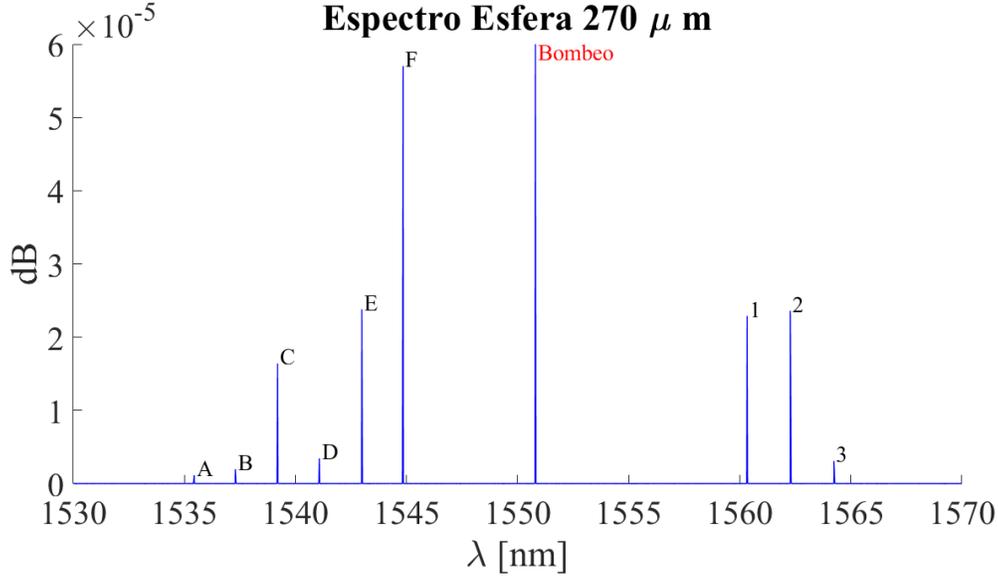


Figura 4.4: Espectro de frecuencias al usar una esfera resonadora de $270 \mu m$ de diámetro un bombeo de $\lambda_p = 1550.8 \text{ nm}$. En la gráfica se tiene los picos A, \dots, F del lado del fotón señal y los picos $1, \dots, 3$ del lado del fotón acompañante.

de fotones generada y su correspondiente longitud de onda de bombeo calculado mediante la ecuación 2.53a se concentran en la tabla 4.2.

Fotón señal λ_s	Fotón acompañante λ_i	Diferencia $\Delta\lambda [\pm 0.50 \text{ nm}]$	Bombeo calculado $\lambda_{pc} [\pm 0.50 \text{ nm}]$
b (1537.295 nm)	3 (1564.235 nm)	26.94	1550.77
c (1539.195 nm)	2 (1562.2725 nm)	23.078	1550.73
d (1541.0725 nm)	1 (1560.332 nm)	19.26	1550.70

Tabla 4.2: Picos que conforman parejas de fotones en el espectro de una esfera de $270 \mu m$ de diámetro y un bombeo de $\lambda_p = 1550.8 \text{ nm}$. Los picos corresponden al espectro presentado en la figura 4.4 en donde B, C, D corresponden a fotones señal, $1, 2, 3$ corresponden a fotones acompañantes y se ha calculado el bombeo considerando la conservación de energía en el proceso SFWM y la longitud de onda de la pareja de fotones.

Como se ha mencionado, el filtrado de la banda de la señal acompañante es el responsable de la aparición de únicamente 3 picos correspondientes a fotones señal, ocasionando a su vez que el espectro de la figura 4.4 solo presente 3 parejas de fotones generados mediante SFWM

Los tres espectros presentados en los que se ha variado el tamaño de la esfera reso-

nadora contienen las características del proceso SFWM indicando que no se trata de un caso aislado sino del fenómeno en cuestión.

Cabe aclarar que, aunque, en los espectros presentados los picos del peine de frecuencias tienen mucha menos intensidad que el bombeo (teniendo una diferencia de cinco ordenes de magnitud menos, observable en las gráficas 4.2, 4.3 y 4.4 teniendo en cuenta que se encuentran en escala logarítmica) lo importante es la estructura presentada y el hecho de la potencia sea tan pequeña es otro motivo por lo que en algunos casos no se observa un pico con contraparte simétrica.

Siguiendo con el desarrollo experimental, y a fin de asegurar de una manera aún más concisa que la conservación de la energía en los fotones generados corresponde a la dictada por el fenómeno con $\chi^{(3)}$, la información del fotón señal ($\lambda < \lambda_p$) se transmitió a través del filtro DWDM mientras que la señal del fotón acompañante ($\lambda > \lambda_p$) fue transmitida mediante un monocromador. Esta configuración de filtros fue abordada en la sección anterior y en la figura 3.16.

El nuevo filtrado es a fin de obtener únicamente la medición de la pareja de picos simétricos con mayor intensidad. Estos picos son correspondientes, a su vez, a la pareja de fotones generados en primera instancia y a la frecuencia de resonancia estudiada. El resultado de la medición es apreciable en la figura 4.5.

En la gráfica de la figura 4.5 se localiza el fotón señal en $\lambda_s = 1536.78 \text{ nm}$ mientras que el fotón acompañante se ubica con $\lambda_i = 1565.48 \text{ nm}$. Estos dos fotones son dependientes entre sí pues se comprobó que la obstrucción de la señal de uno se ve reflejada en la desaparición del otro fotón, de esta manera el espectro se caracterizó por contener los dos fotones.

A primera instancia la pareja de fotones es simétrica con respecto a la frecuencia del bombeo y al emplear la conservación de la energía dictada por el SFWM se obtiene un bombeo calculado de $\lambda_{p_{calc}} = 1551.13 \pm 0.5 \text{ nm}$, siendo originalmente la longitud de onda del bombeo suministrado $\lambda_p = 1550.8 \pm 0.25 \text{ nm}$.

Con este resultado, queda demostrado que los fotones señal y acompañante cumplen

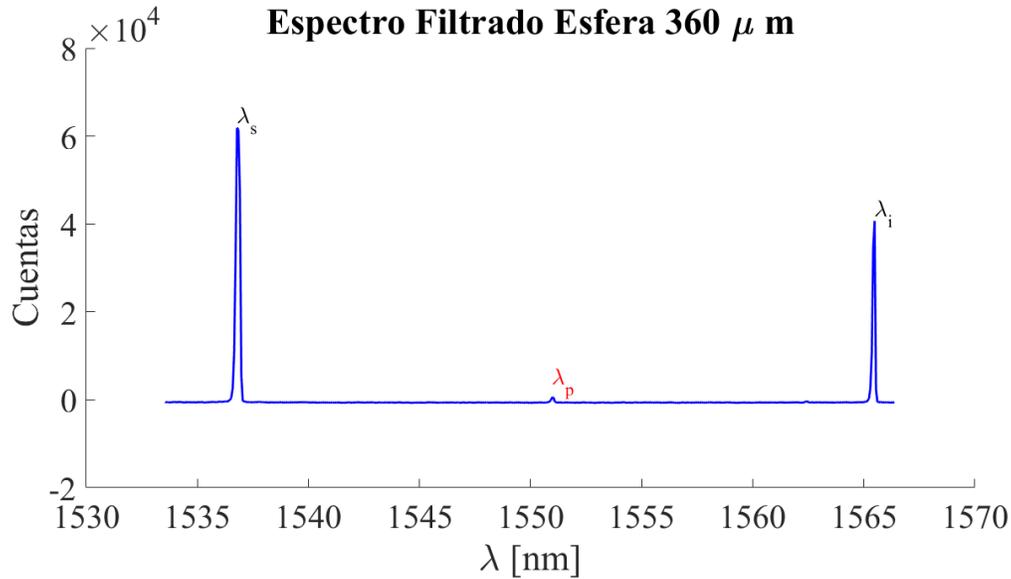


Figura 4.5: Medición de espectro de frecuencias generado con filtrado de monocromador y DWDM. En la gráfica se aprecia dos picos correspondientes al fotón señal λ_s y al fotón acompañante λ_i siendo ambos simétricos con respecto al bombeo λ_p .

con la conservación de la forma $2\omega_p = \omega_s + \omega_i$ y ponen en manifiesto el comportamiento de picos individuales.

Dicho lo anterior se puede asegurar que los fotones generados son producto del proceso SFWM pues no solamente se demuestra la estructura de peine de frecuencias si no que al ser filtrada la misma se deja ver un único par simétrico que conserva energía según el proceso no lineal.

Para observar experimentalmente la coincidencia de eventos en la generación de la pareja de fotones se cambió el dispositivo experimental al mostrado en la figura 3.17.

En este, se conectaron las salidas del fotón señal, filtrado por DWDM, y del fotón acompañante filtrado por un monocromador a los puertos de los APD correspondientes con el fin de monitorear la distribución de diferencia en tiempo de emisión mediante un etiquetador de tiempo ID800.

En la figura 4.6 se tiene la gráfica en cuentas para el fotón acompañante condicionado a la detección del fotón señal transmitido a través del canal 1570 nm del DWDM. En la gráfica se observa un único pico importante, bien definido y con el máximo número

de cuentas cercano al cero el cuál a su vez tiene un ancho de FWHM de 296.66 ns .

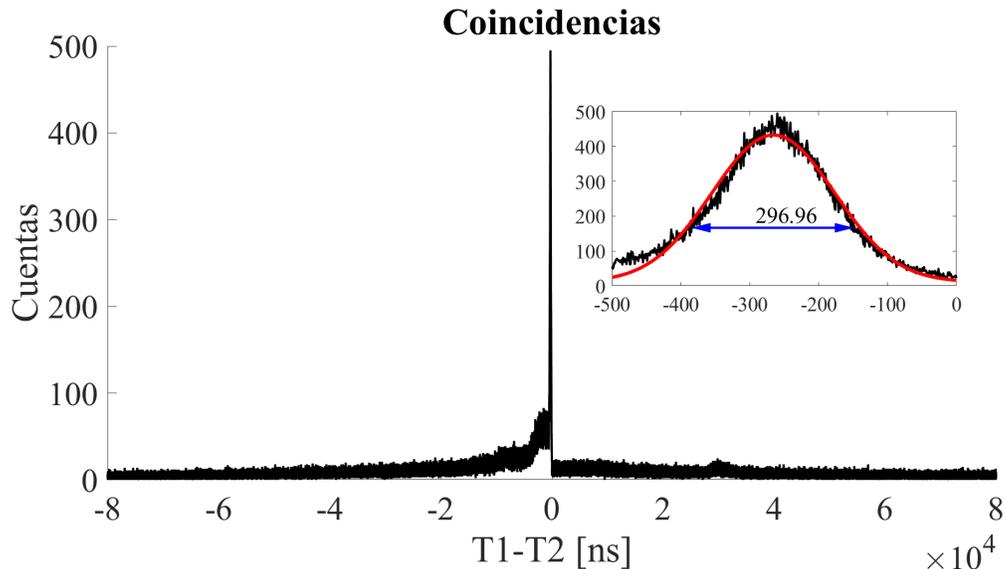


Figura 4.6: Gráfica de cuentas del fotón acompañante condicionado a la detección del fotón señal correspondiente. La gráfica presenta un pico importante sientto ampliado en el recuadro de la imagen en donde, mediante un ajuste gaussiano realizado se conoce su ancho (296.66 ns).

El pico descrito se presenta bien definido por tener cuentas elevadas y estar ubicado cercano a $T_1 - T_2 = 0$, esto es característico de la emisión de dos fotones simultáneamente pues únicamente hay cuentas cuando su tiempo de arribo es el mismo. Sin embargo, es de notar que posee un ancho de 296.66 ns mostrado con plano detalle en la figura 4.6.

El sesgo negativo en la posición del pico indica que los fotones señal poseen un tiempo de arribo mayor que los fotones acompañantes ($T_2 > T_1$), esto sugiere que los fotones señal tienen un tiempo de vida en la cavidad de aproximadamente 296.66 ns más grande que los fotones acompañantes. Esto se traduce, a su vez, en un desequilibrio en el parámetro Q del microresonador para los fotones señal generados.

Como prueba de las afirmaciones anteriores se elaboró una variación del experimento. Se añadió una extensión de fibra óptica de 12.8 Km antes de la entrada del APD en el camino correspondiente al fotón señal. La medición resultante se puede observar en la imagen 4.7 en la que se tiene un corrimiento del pico observado anteriormente

sin que cambie su estructura.

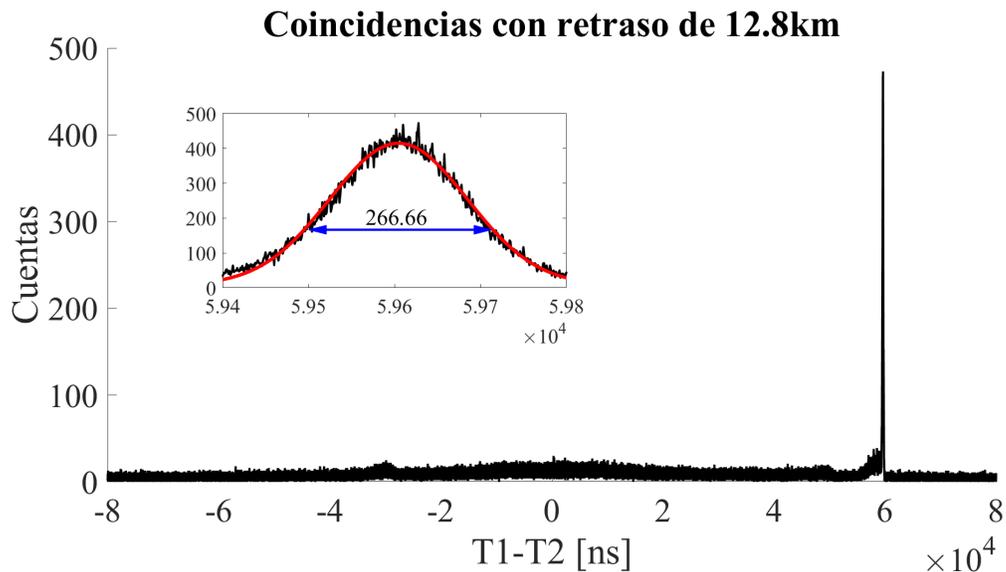


Figura 4.7: Gráfica de cuentas del fotón acompañante condicionado a la detección del fotón señal correspondiente implementando un desfase (Delay) de 12.8 Km. La gráfica presenta un pico importante siendo este ampliado en el recuadro de la imagen, en donde se tiene el ajuste realizado para conocer su ancho (266.66 ns).

La gráfica de la figura 4.7 confirma que los fotones generados conservan las características de la configuración anterior, es decir, sigue existiendo el pico indicativo de generación de fotones con un ancho similar de 266.66 ns (siendo ligeramente menor únicamente por el nuevo ajuste realizado, pero no excediendo una discrepancia del 11 % con respecto al ancho anterior) que denota al desequilibrio del parámetro Q.

De manera resumida, la extensión en el camino del fotón señal se ve traducida únicamente en el corrimiento de los picos, indicando que las características de emisión son consistentes.

El resultado de estas observaciones es que se tiene la comprobación experimental de generación de fotones mediante proceso SFWM, además se conoce que el fotón señal tiene un tiempo de vida en la cavidad mayor que el el fotón acompañante.

4.2. Estudio de fotones generados

Una vez comprobado que los fotones son generados por el proceso SFWM es natural buscar obtener más información de dichos fotones. Con esto en mente se realizaron modificaciones experimentales que permiten poner en manifiesto la relación que existe entre los fotones generados.

La primera modificación importante es la medición de tiempos de emisión condicional anteriormente descrita, pero esta vez, como función de la frecuencia acompañante transmitida por el monocromador. De esta manera es posible obtener la gráfica de densidad mostrada en la figura 4.8. La esfera resonadora utilizada es de $360 \mu m$ de diámetro, el bombeo es transmitido a través del canal 33 ($\lambda_p = 1550.92 \pm 0.25 \text{ nm}$) y el fotón señal es transmitido por el canal 47 del DWDM ($\lambda_s = 1539.77 \pm 0.25 \text{ nm}$).

Como se ha visto anteriormente el fotón acompañante cumple con la conservación de energía para SFWM ($\omega_i = 2\omega_p - \omega_s$) y esto de nueva cuenta se pone en manifiesto en la gráfica 4.8(a) al existir un pico bien definido cercano a 1562.5 nm . Además de esto, existen eventos residuales de mucha menor intensidad que aparecen particularmente en múltiplos de FSR ($FSR = 1.4 \text{ nm}$) que sugieren ser remanentes del filtrado del peine de frecuencias.

En la gráfica de la figura 4.8(b) se tiene una distribución marginal en la longitud de onda, dicha distribución fue obtenida al integrar de manera numérica la densidad como función del tiempo T . Así mismo, en la figura 4.8(c) se muestra la distribución marginal en la diferencia de tiempo de emisión obtenida al integrar sobre la frecuencia. Ambas distribuciones marginales presentan inequívocamente un aumento en la detección del fotón acompañante, lo que permite la ubicación del fotón en la gráfica de densidad en el espacio $\{\lambda_i, \Delta T\}$ dentro de la vecindad señalada por líneas blancas punteadas de 4.8(a).

Siguiendo el análisis es importante estudiar la distribución de tiempo de emisión (TEDD) del sistema. Así, la figura 4.8(e) muestra la TEDD medido para el fotón señal filtrado por el canal 47 del DWDM y el fotón acompañante filtrado por un

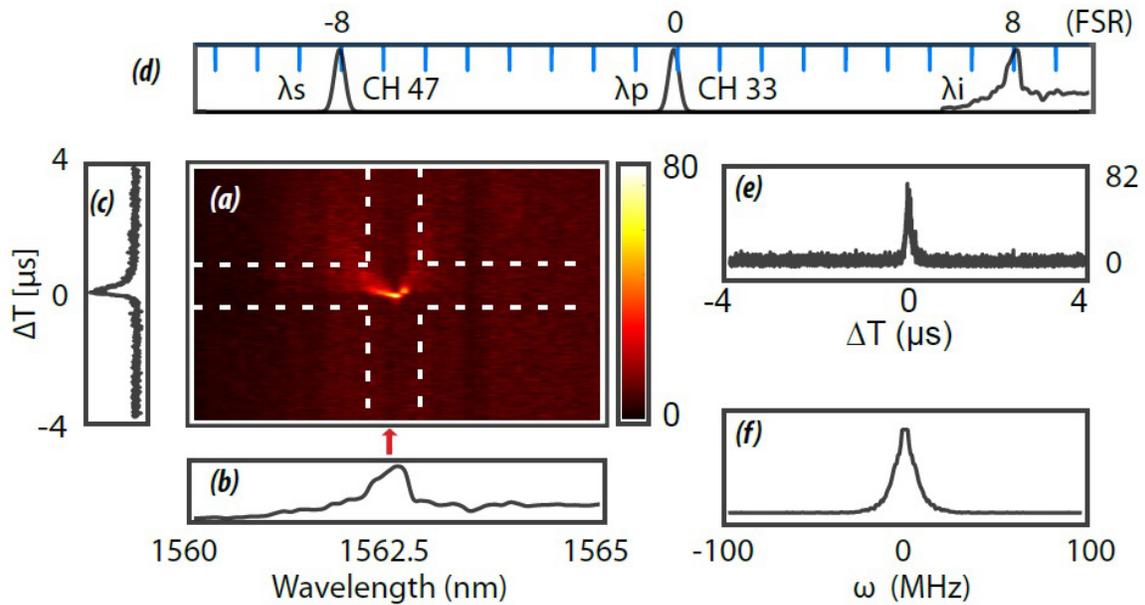


Figura 4.8: Mediciones de fotones generados por SFWM utilizando una esfera resonadora de $360 \mu\text{m}$ de radio, la señal de bombeo es transmitida por el canal 33 del DWDM mientras que la señal del fotón señal es filtrada por el canal 47 del DWDM. (a) gráfica de densidad característica para la emisión del fotón acompañante en el espacio formado por la longitud de onda del fotón acompañante (λ_i) y la diferencia en tiempo de emisión de los fotones señal-acompañante (ΔT), (b) distribución marginal de la gráfica de densidad en términos de λ_i , (c) distribución marginal en términos de la variable ΔT , (d) representación gráfica de las longitudes de onda involucradas en el proceso λ_p , λ_i , λ_p así como el FSR del resonador, (e) medición de la distribución en la diferencia de tiempos de emisión para la frecuencia local indicada por la flecha roja en (a), (f) distribución espectral de intensidad de fotón acompañante inferido.

monocromador centrado en 1562.5 nm como lo muestra la marca roja de la figura 4.8(a).

En la figura 4.8(f) se tiene el perfil del espectro de emisión $|f(\Omega)|^2$ para el fotón acompañante, dicho perfil fue obtenido al realizar numéricamente la transformada de Fourier de la raíz cuadrada de la TEDD. Con las mediciones anteriores es de notar que el ancho de banda con el que cuenta el fotón acompañante observado es de $\Delta = 8 \text{ MHz}$ lo que a primera instancia es un valor pequeño pero es correspondiente a un considerable alto valor del factor Q , siendo este de $Q = 1.3 \times 10^8$.

Como se ha abordado desde la introducción, en el proceso SFWM los fotones señal y acompañante generados se encuentran correlacionados espectralmente así que es de esperarse que al cambiar el filtrado de longitud de onda en el fotón señal (cambiando el canal con el que se filtra en el DWDM) se obtenga un cambio espectral respectivo en el fotón acompañante. Con este fin se realizó una nueva variación al experimento.

Con esto en mente, se cambió el canal del DWDM en el que se transmite el fotón señal. El cambio del canal 47 al 49 (cambio de λ central de 1538.98 nm a 1538.12 nm) resultó en la medición del fotón acompañante de la figura 4.9.

De la figura 4.9 se tiene las graficas análogas del caso anterior. Teniendo entonces en la figura 4.9(i) la distribución marginal en longitud de onda, en 4.9(h) la distribución marginal de diferencia de tiempos de emisión, en 4.9(k) la TEDD de la configuración, en 4.9(l) el perfil de espectro de emisión del fotón acompañante se encuentra y en 4.9(j) un resumen gráfico de la configuración.

La principal diferencia entre los resultados mostrados en la figura 4.9 con los mostrados en la figura 4.8 es la observación de un pico distinto. En la figura 4.9(h) es posible notar la existencia de tres picos ubicados en diferentes longitudes de onda, siendo el central (ubicado cercano a 1562.5 nm) el pico estudiado es la figura 4.8.

Como resultado del cambio de canal de filtrado, el pico vecino de los fotones señal generados mas cercano a la longitud de onda central del filtro (1538.12 nm) adquiere mayor intensidad mientras que la intensidad de los demás picos disminuye. Esto es

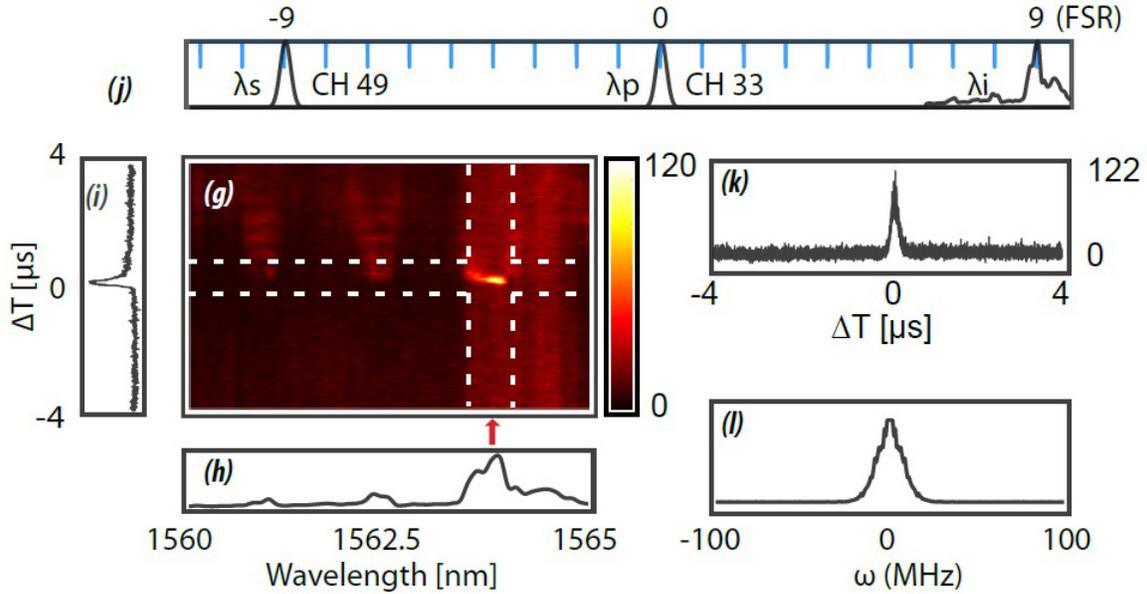


Figura 4.9: Mediciones de fotones generados por SFWM utilizando una esfera resonadora de $360 \mu m$ de radio, la señal de bombeo es transmitida por el canal 33 del DWDM mientras que el fotón señal filtrado por el canal 49 del DWDM análoga a la figura 4.8. (g) gráfica de densidad característica para la emisión del fotón acompañante en el espacio $\{\lambda_i, \Delta T\}$, (h) distribución marginal de la gráfica de densidad en términos de λ_i , (i) distribución marginal en términos de la variable ΔT , (j) representación gráfica de las longitudes de onda involucradas en el proceso $\lambda_p, \lambda_i, \lambda_p$ así como el FSR del resonador, (k) medición de la distribución en la diferencia de tiempos de emisión para la frecuencia local indicada por la flecha roja en (g), (l) distribución espectral de intensidad de fotón acompañante inferida.

observable experimentalmente en la medición del fotón acompañante pues en la figura 4.9(a) se aprecian dos picos con poca intensidad y uno con mayor intensidad que se encuentra a la derecha en comparación de la medición anterior de 4.8, además, en la distribución marginal de la figura 4.9(h) se tienen tres picos en diferentes longitudes de onda. Los dos picos con menor intensidad son correspondientes a fotones señal filtrados por la nueva configuración mientras que el tercero es correspondiente al fotón señal favorecido por el cambio de filtro.

El resultado de la medición es un ancho espectral de 10MHz y $Q = 1.2 \times 10^8$, valores que son similares a la configuración anterior al tener el mismo orden de magnitud.

Variación de bombeo

Ahora bien, para continuar con el estudio de los fotones generados hay que recordar que las características de emisión dependen en esencia de dos factores importantes: la frecuencia del bombeo y las dimensiones de la esfera resonadora. Con esto en mente es ilustrativo hacer notar estas dependencias mencionadas experimentalmente.

Para esto fin se varió la frecuencia de bombeo (cambiando a $\lambda = 1550.12\text{ nm}$, transmitida por el canal 34 del DWDM) con una esfera de mismo radio ($360\text{ }\mu\text{m}$) dando como resultado las mediciones de la Figura 4.10.

Las gráficas mostradas en la figura 4.10 siguen la misma organización de las mostradas anteriormente. En la imagen 4.10(a) se tiene la gráfica de densidad, en 4.10(b) la distribución marginal en longitud de onda, en 4.10(c) la distribución marginal de diferencia de tiempos de emisión, en 4.10(d) la configuración del arreglo, en 4.10(e) la TEDD y en 4.10(f) el perfil de espectro de emisión.

El comportamiento cualitativo de las gráficas de la figura 4.10 sigue siendo el mismo que en gráficas pasadas, es decir, existe un pico pronunciado que corresponde al fotón acompañante. Sin embargo es más notable la existencia de un par de colas en el espacio $\{\lambda_i, T\}$ que se extienden a valores positivos de T . Los análisis anteriores sugieren que dichas colas corresponden al desfase en el valor de Q anteriormente descrito.

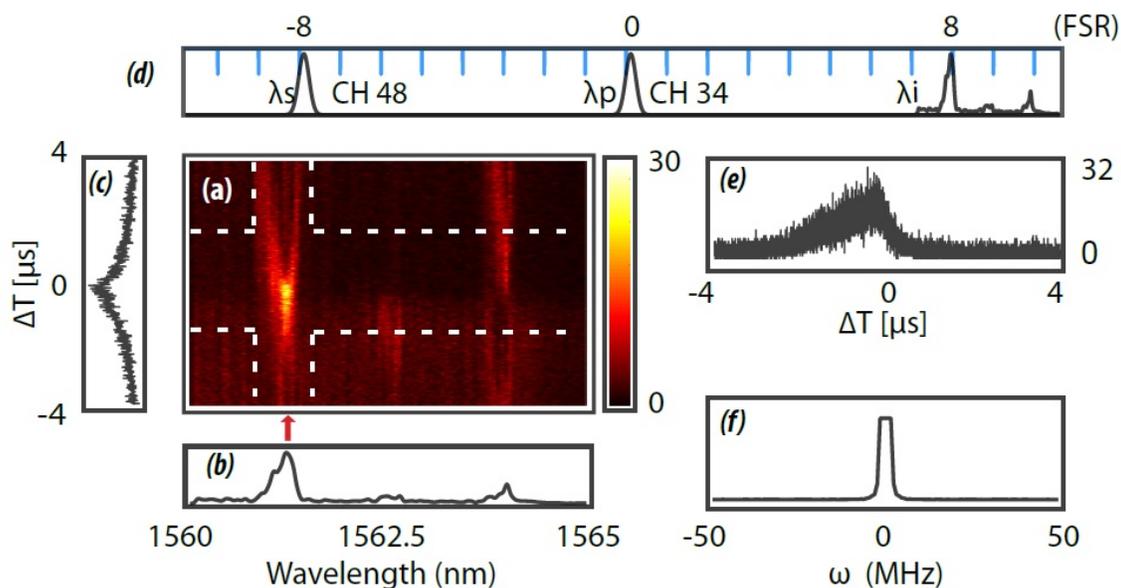


Figura 4.10: Mediciones realizadas para una microesfera resonadora con radio de $360 \mu\text{m}$, bombeo transmitido a través del canal 34 del DWDM y fotón señal filtrado por el canal 48 del DWDM. (a) gráfica de densidad para la emisión de fotón acompañante en el espacio $\{\lambda_i, \Delta T\}$, (b) distribución marginal en λ_i , (c) distribución marginal en ΔT , (d) representación gráfica de las longitudes de onda λ_p , λ_i y λ_s , (e) medición de la distribución en la diferencia de tiempos de emisión para la frecuencia local indicada por la flecha roja en (a), (f) distribución espectral de intensidad de fotón acompañante inferida.

Además, para mostrar el desplazamiento espectral del fotón acompañante en respuesta al filtrado del fotón señal se cambió el canal de DWDM obteniendo las gráficas de la figura 4.11.

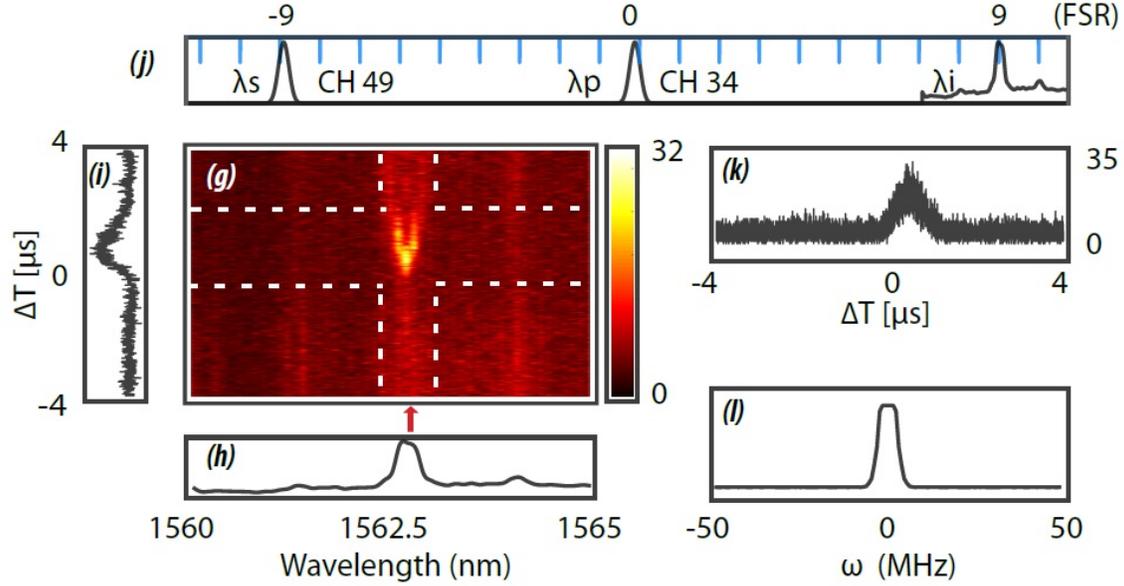


Figura 4.11: Mediciones realizadas para una microesfera resonadora con radio de $360 \mu m$, bombeo transmitido a través del canal 34 del DWDM y el fotón señal filtrado por canal 49 del DWDM análogas a las de la figura 4.10. (a) gráfica de densidad para la emisión de fotón acompañante en el espacio $\{\lambda_i, \Delta T\}$, (b) distribución marginal en λ_i , (c) distribución marginal en ΔT , (d) representación gráfica de las longitudes de onda λ_p , λ_i y λ_s , (e) medición de la distribución en la diferencia de tiempos de emisión para la frecuencia local indicada por la flecha roja en (a), (f) distribución espectral de intensidad de fotón acompañante inferida.

En las gráficas de la figura 4.11 se tiene el aparente desplazamiento del fotón acompañante esperado junto con las colas antes mencionadas. Es decir, el fotón acompañante cambia de frecuencia en respuesta a la selección de un canal DWDM diferente con el que se filtra el fotón señal. Este caso es análogo al de las gráficas de la figura 4.9.

Aunque el comportamiento se mantiene de manera general a lo largo de las distintas mediciones realizadas, el fotón acompañante para las mediciones de la figura 4.10 y 4.11 exhibe una banda de emisión considerablemente mas pequeña que en los casos de las figuras 4.8 y 4.9 resultando en $2MHz$ y $4MHz$ en comparación con los $8MHz$ y $10MHz$ reportados anteriormente.

Estos valores de banda de emisión representan un mayor valor del factor Q dando un resultado de $Q = 6 \times 10^8$ y $Q = 3 \times 10^8$ (figuras 4.10 y 4.11) en contraste con los valores $Q = 1.5 \times 10^8$ y $Q = 1.2 \times 10^8$ de las mediciones de las figuras 4.8 y 4.9.

Tipos de filtrado

Así mismo, es interesante experimentar con el filtrado del fotón señal. Para demostrar la diferencia que presenta el fotón acompañante al aplicar un filtrado de banda ancha en lugar de uno de banda estrecha en el fotón señal, se ha utilizado dos configuraciones de filtrado distintas.

Usando una microesfera de $270 \mu m$ de diámetro y un bombeo de $1550.92 nm$, transmitido a través del canal 33 del DWDM, en el medición del experimento se han utilizado dos configuraciones de filtrado en el camino del fotón señal.

La primera configuración, de banda estrecha, esta basada en el filtrado del fotón señal por el canal 48 del DWDM (centrado en $1538.98 nm$ con un ancho de $0.5 nm$). La segunda configuración, de banda ancha, se basa en la utilización del filtrado dado por el canal 33 de del CWDM (centrado en $1530 nm$ con $20 nm$ de ancho).

Los resultados de las mediciones son apreciables en las gráficas de la figura 4.12 en donde se presenta la diferencia de los tipos de filtrado.

De la figura 4.12 los paneles (a) y (d) muestran las características de emisión de fotones en el espacio $\{\lambda_i, T\}$ de la configuración con banda estrecha y banda ancha respectivamente. Así mismo, para cada uno de estos panales se presenta una distribución marginal en longitud de onda obtenida de integrar sobre el tiempo en los paneles (b) y (e). Igualmente, se tiene en la gráfica la distribución marginal en diferencia de tiempo de emisión obtenida al integrar sobre la longitud de onda se presenta en el panel (c) para el caso de la configuración de banda angosta.

Para el caso de la configuración de banda estrecha el resultado es un pico de emisión análogo al de los estudios anteriores por lo que el comportamiento es similar al descrito por las mediciones anteriores. Sin embargo, para el caso de la configuración de banda

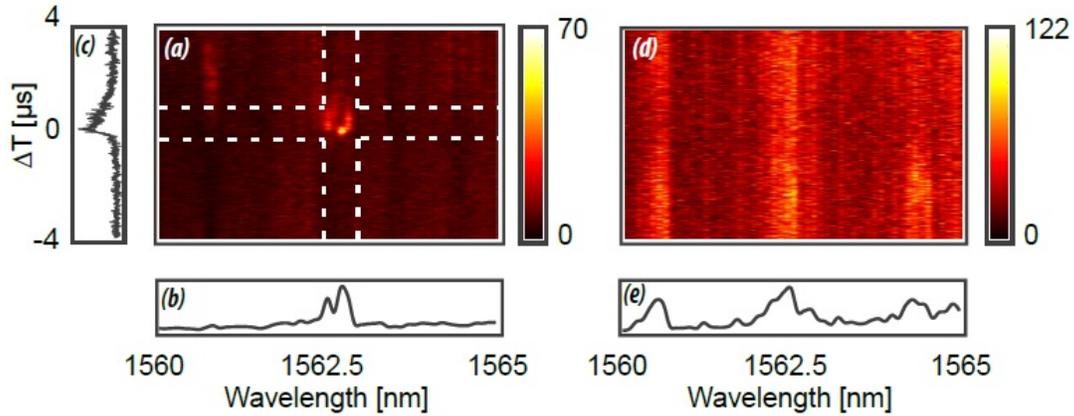


Figura 4.12: Mediciones realizadas para una microesfera resonadora con radio de $270 \mu m$ y bombeo transmitido a través del canal 33 del DWDM. (a) gráfica de densidad para la emisión de fotón acompañante en el espacio $\{\lambda_i, \Delta T\}$ utilizando filtrado de banda estrecha (utilizando el canal 8 del DWDM), (b) distribución marginal espectral de la distribución en (a), (c) distribución marginal en ΔT de la medición (a), (d) gráfica de densidad para la emisión de fotón acompañante en $\{\lambda_i, \Delta T\}$ utilizando filtrado de banda ancha (utilizando el canal central de $1530 nm$ del CWDM), (e) distribución marginal espectral de la distribución en (d)

angosta hay una respuesta notoriamente diferente.

Esencialmente el filtrado con banda angosta presenta una respuesta continua sobre el tiempo y tres regiones de emisión sobre λ_i separadas por el FSR que corresponden a los tres modos espectrales del microresonador.

Este comportamiento es consistente con la existencia de la correlación espectral del fotón señal y acompañante pues cuando existe un filtrado más amplio en el espectro del fotón señal se se verá reflejado con un intervalo de generación espectral de fotón acompañante similarmente más amplio.

También es importante hacer la mención de que para la configuración con banda ancha no se encuentra la presencia de ningún pico notable en la diferencia de tiempos de emisión lo que sugiere la pérdida del carácter de emisión de pares de fotones probablemente como consecuencia del mecanismo de ruido.

Medición clásica de potencia

Es ilustrativo analizar el espectro característico de emisión a través de una medición clásica de la potencia que tiene la sección reducida de fibra óptica. La potencia es medida a través del flujo que emana de la fibra con sección reducida mediante un analizador de espectro óptico *AnritsuMS9740B*.

A lo largo de las imágenes 4.13, 4.14 , 4.15, la primera columna muestra espectros con longitud de onda menor a la del bombeo ($\lambda < \lambda_p$) mientras que la segunda columna muestra espectros con longitud de onda mayor ($\lambda > \lambda_p$). De esta manera, las tres imágenes corresponden a diferentes configuraciones en donde la variable es el diámetro de la esfera resonadora siendo estos $270 \mu m$, $320 \mu m$ y $360 \mu m$ respectivamente.

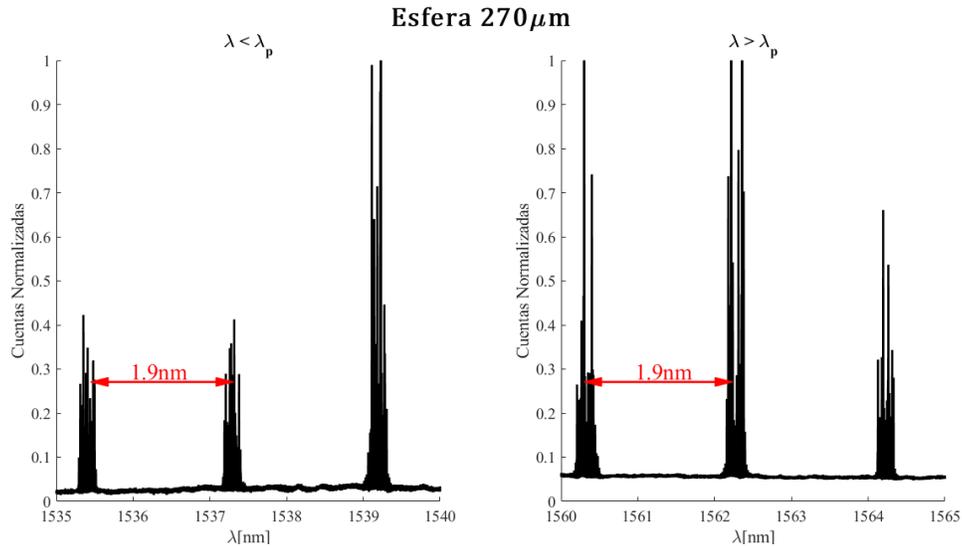


Figura 4.13: Mediciones de potencia óptica emanada a través de la sección reducida de fibra óptica empleando una esfera resonadora de $270 \mu m$ de diámetro. La columna de la izquierda muestra a las gráficas en la región $\lambda < \lambda_p$ mientras que las gráficas de la columna derecha a $\lambda > \lambda_p$.

Mediante estas mediciones es posible calcular de manera efectiva el FSR en cada caso.

En las gráficas de la figura 4.13 los picos se encuentran separados por 1.9 nm , para las gráficas de la figura 4.14 se encuentran distantes por 1.6 nm y para en el caso de la figura 4.15 por 1.4 nm .

Por otro lado, los tres pares de gráficas muestran porciones del peine de frecuencias

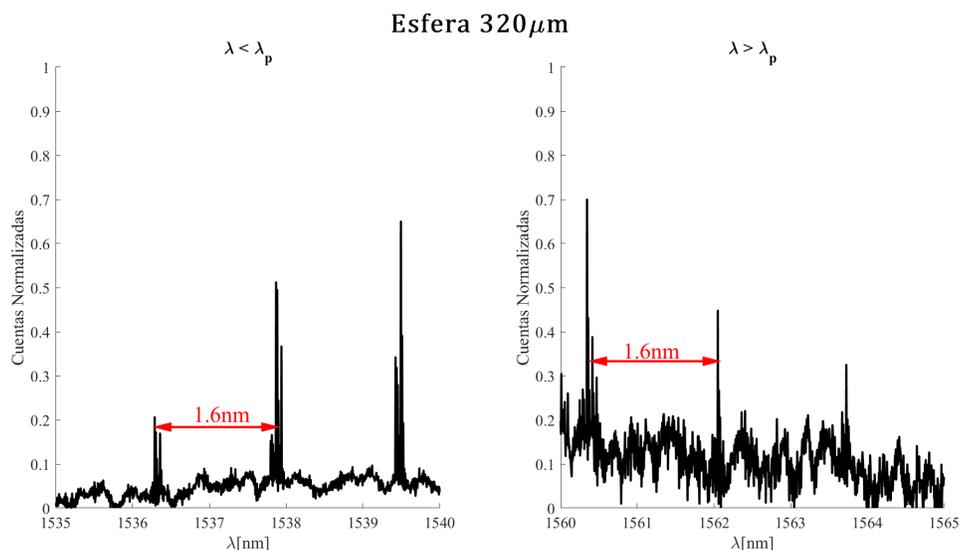


Figura 4.14: Mediciones de potencia óptica emanada a través de la sección reducida de fibra óptica empleando una esfera resonadora de 320 μm de diámetro. La columna de la izquierda muestra a las gráficas en la región $\lambda < \lambda_p$ mientras que las gráficas de la columna derecha a $\lambda > \lambda_p$.

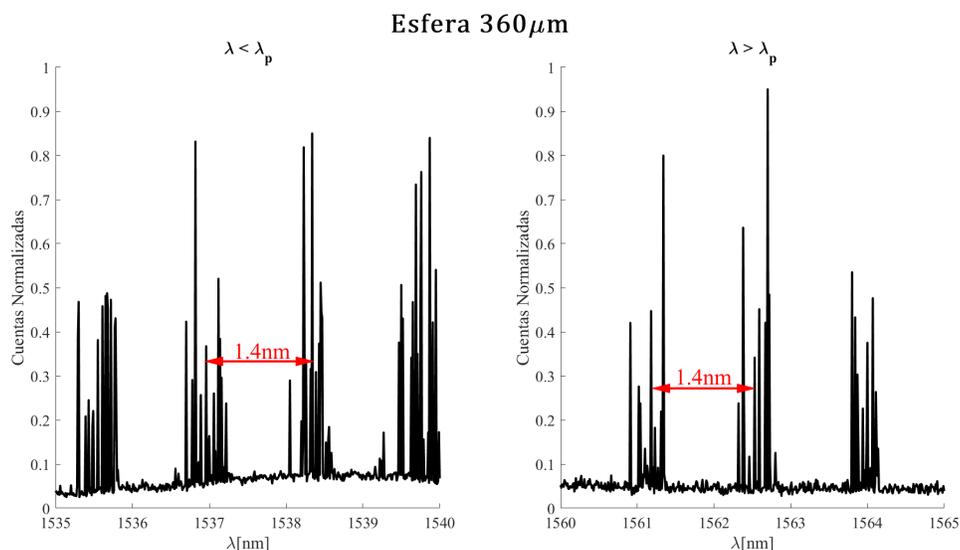


Figura 4.15: Mediciones de potencia óptica emanada a través de la sección reducida de fibra óptica empleando una esfera resonadora de 360 μm de diámetro. La columna de la izquierda muestra a las gráficas en la región $\lambda < \lambda_p$ mientras que las gráficas de la columna derecha a $\lambda > \lambda_p$. Las tres filas corresponden a las microesferas con diámetro 360 μm , 320 μm y 270 μm de manera descendente.

generado por SFWM, sin embargo, presentan una subestructura dentro de lo que debería ser un pico definido. Como se ha visto anteriormente la estructura observable es corregible al implementar filtros, no obstante, resulta de interés estudiar la misma.

La estructura que se encuentra presente en lo que debería corresponder a cada pico individual se encuentra constituida por caídas de potencia, estas variaciones se deben a la oscilación del bombeo. Debido a que el láser tiene frecuencia oscilante para mantener un acople a lo largo del tiempo sin importar los efectos térmicos la potencia baja abruptamente para volver a subir pero lo suficientemente rápido para no alterar el fenómeno. Otro factor importante a considerar, a lo largo de los experimentos, son los efectos térmicos pues aunque se intentaron reducir a lo más mínimo pueden ocasionar variaciones en la amplitud de la resonancia en un mismo resonador [69].

Todas las observaciones y mediciones de las parejas de fotones generadas hacen posible el estudio en el sistema resonador para cada una de las configuraciones experimentales y demuestran el control que se tiene en el proceso SFWM en el laboratorio.

Capítulo 5

Conclusiones

Mediante el monitoreo espectral de la emisión del sistema resonador se ha demostrado que microresonadores esféricos fabricados en laboratorio son capaces de generar parejas de fotones como resultado del proceso SFWM.

Para ello fue estudiado la emisión al final del sistema resonador. Con el espectro resultante se presentó el característico peine de frecuencias generado por SFWM. Así mismo, mediante mediciones espectrales de dicho peine se demostró la conservación de energía en pares de fotones generados, el resultado de esto es la confirmación de la preservación de energía de manera tal que los fotones son simétricos a la frecuencia de bombeo.

Estas comprobaciones, siendo características propias del proceso SFWM, son las que verifican la generación de parejas de fotones mediante el proceso con $\chi^{(3)}$.

Por otro lado, con el fin de no solamente demostrar la existencia de parejas de fotones generados sino de presentar además un estudio de los mismos, se realizó la detección de coincidencias en función de la diferencia de tiempo de llegada entre las señales de los fotones señal y acompañante.

Estas mediciones representan las características de emisión de un fotón acompañante anunciado por su fotón señal para configuración dada por el diámetro de la esfera

resonadora, la longitud de onda del bombeo suministrado y la disposición de filtrado en la señal de ambos fotones.

Cumpliendo la conservación de energía de la manera esperada el fotón acompañante ilustra la distribución de diferencia en tiempos de detección característica del proceso SFWM.

Con estos resultados, y agregando distancia óptica, se ha demostrado que un desplazamiento espectral en la ventana de transmisión del fotón señal resulta en un desplazamiento respectivo en el fotón acompañante.

Los experimentos presentados muestran la resolución de picos individuales mediante la distribución de los tiempos de emisión y la transformada de Fourier numérica.

Estos resultados son el colofón general de diversos experimentos con sus respectivas alteraciones en los que se han variado el diámetro de la esfera resonadora, la frecuencia de bombeo y los canales de filtrado. Como resultado de cada una de estas variantes los valores obtenidos de FSR, $\Delta\omega$ y Q han sido diferentes entre cada diferente configuración.

Para dar un panorama general de los diferentes resultados obtenidos en la tabla 5.1 se tiene el resumen de los mismos.

Tomando en cuenta que el factor Q indica la calidad de la resonancia y la tasa de pérdida de energía es de notar que todos los valores obtenidos en los experimentos son del orden de $\times 10^8$ siendo no solamente comparables a los reportados en revistas científicas [14, 21, 71] si no que en muchos casos superados por el factor Q más grande presentado, $Q = 6 \times 10^8$.

Todos estos resultados no solamente demuestran que es viable la generación de parejas de fotones mediante estructuras resonadoras esféricas, sino que también perfila este método de generación como unos de los más eficientes debido al gran valor de Q fácilmente obtenible. Sin embargo, presenta algunas desventajas experimentales.

En primer lugar, y siendo la mayor desventaja presente a lo largo de los experimentos,

<i>Diámetro</i> [μm]	λ_p [nm]	λ_s [nm]	λ_i [nm]	<i>FSR</i> [nm]	$\Delta\omega$ [MHz]	<i>Q</i> [$\times 10^8$]
360	CH33 [1550.92]	CH47 [1550.92]	1562.30	1.4	8	1.5
360	CH33 [1550.92]	CH49 [1538.19]	1563.70	1.4	10	1.2
360	CH34 [1550.12]	CH48 [1538.98]	1561.31	1.4	2	6
360	CH34 [1550.12]	CH49 [1538.19]	1562.70	1.4	4	3
270	CH33 [1550.92]	CH48 [1538.98]	1562.70	1.9	10	1.2

Tabla 5.1: Resumen y detalles de los experimentos mostrados en las figuras 4.8, 4.9, 4.10, 4.11, 4.12. En la tabla se muestra el Diámetro, la longitud de onda de bombeo (λ_p), la longitud de onda del fotón señal (λ_s), la longitud de onda del fotón acompañante (λ_i), el valor de *FSR*, el ancho de banda resultante del fotón acompañante y el factor *Q* asociado.

se encuentra la manipulación del sistema resonador. Si bien la microesfera no presenta problemas considerables en lo que a manufactura y manejo se trata, la fibra óptica adelgazada es el elemento con mayor dificultad para su manipulación debido a su delgadez en la zona de acople y su relativa gran longitud (comparando la longitud de la fibra con su diámetro adelgazado).

Del mismo modo, en las mediciones espectrales de los fotones generados el estudio de los picos del peine de frecuencias fue limitada a los picos visibles considerando las ventanas de detección para los CWDM y DWDM. Para mejorar y permitir el estudio, abarcando más picos individuales, es recomendable un filtro espectral sintonizable.

Así pues es interesante un futuro estudio del mismo fenómeno considerando nuevas geometrías y alteraciones.

5.1. Trabajo futuro

Para continuar con el aporte a la investigación de fuentes de parejas de fotones mediante SFWM se pretende como trabajo a futuro la exploración del fenómeno en diferentes geometrías, así como mejorar la implementación del sistema presentado.

Estructuras resonadoras como microdiscos y resonadores en chips son algunas de las estructuras por explorar. Teóricamente estos resonadores deben tener factores de calidad inferior a los obtenidos con las esferas, sin embargo, la puesta en marcha de los mismos tiende a ser menos complicada a comparación de resonadores con geometría esférica por lo que son elementos a considerar en el desarrollo de nuevas tecnologías.

Para mejorar la implementación del sistema resonador expuesto se pretende crear un método más preciso en el acople entre el resonador y la fibra óptica, para que así sea más sencillo y rápido conseguir el acoplamiento crítico mediante, por ejemplo, el monitoreo en tiempo real de la distancia entre fibra óptica adelgazada y esfera. Mejoras en el acoplamiento y en la configuración de filtros permitirán obtener fuentes de fotones con factores de calidad aún más altos.

Todas estas mejoras y actividades futuras deben aportar al desarrollo de fuentes de fotones, teniendo como finalidad el desarrollo de ramas de la física como la información cuántica y a su vez a las aportaciones tecnológicas que eso conlleve.

Bibliografía

- [1] C. Fabry and A. Perot, “Theorie et applications d’une nouvelle methode de spectroscopie interferentielle,” *Annales de Chimie et de Physique*, 7. Série, vol. 16, 01 1899.
- [2] A. Szoke, V. Daneu, J. Goldhar, and N. A. Kurnit, “Bistable optical element and its applications,” *Applied Physics Letters*, vol. 15, pp. 376–379, Dec. 1969.
- [3] H.-A. Bachor, M. D. Levenson, D. F. Walls, S. H. Perlmuter, and R. M. Shelby, “Quantum nondemolition measurements in an optical-fiber ring resonator,” *Physical Review A*, vol. 38, pp. 180–190, July 1988.
- [4] V. I. Braginskii, V.B.and 'Chenko, “Properties of optical dielectric microresonators,” *Soviet Physics Doklady*, vol. 32, p. 306, Apr. 1987.
- [5] R. M. Camacho, “Entangled photon generation using four-wave mixing in azimuthally symmetric microresonators,” *Optics Express*, vol. 20, p. 21977, Sept. 2012.
- [6] H. K. Hunt, J. L. Dahmen, and C. E. Soteropulos, “Interfacing whispering gallery mode microresonators for environmental biosensing,” in *Laser Resonators, Microresonators, and Beam Control XVI* (A. V. Kudryashov, A. H. Paxton, V. S. Ilchenko, L. Aschke, and K. Washio, eds.), SPIE, Mar. 2014.
- [7] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, “Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?,” *Physical Review*, vol. 47, pp. 777–780, May 1935.

- [8] A. K. Ekert, “Quantum cryptography based on bell’s theorem,” *Physical Review Letters*, vol. 67, pp. 661–663, Aug. 1991.
- [9] C. H. Bennett and S. J. Wiesner, “Communication via one- and two-particle operators on einstein-podolsky-rosen states,” *Physical Review Letters*, vol. 69, pp. 2881–2884, Nov. 1992.
- [10] D. Bouwmeester, J.-W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, “Experimental quantum teleportation,” *Nature*, vol. 390, pp. 575–579, Dec. 1997.
- [11] J. Su, A. F. Goldberg, and B. M. Stoltz, “Label-free detection of single nanoparticles and biological molecules using microtoroid optical resonators,” *Light, science & applications*, vol. 5, pp. e16001–e16001, Jan 2016. 30167109[pmid].
- [12] V. Lefèvre-Seguin, “Whispering-gallery mode lasers with doped silica microspheres,” *Optical Materials*, vol. 11, no. 2, pp. 153 – 165, 1999.
- [13] S. M. Spillane and K. Vahala, *Fiber-coupled ultra-high-Q microresonators for nonlinear and quantum optics*. PhD thesis, 2004.
- [14] J. Heebner, R. Grover, and T. Ibrahim, *Optical Microresonators: Theory, Fabrication, and Applications*. Springer, 2008.
- [15] T. Benson, S. Boriskina, P. Sewell, A. Vukovic, S. Greedy, and A. Nosich, *Micro-optical resonators for microlasers and integrated optoelectronics: recent advances and future challenges*, pp. 40–70. 08 2005.
- [16] B. E. A. Saleh, *Fundamentals of photonics*. Wiley, 2019.
- [17] M. Kuznetsov, M. Stern, and J. Coppeta, “Single transverse mode optical resonators,” *Opt. Express*, vol. 13, pp. 171–181, Jan 2005.
- [18] A. Pasquazi, M. Peccianti, L. Razzari, D. J. Moss, S. Coen, M. Erkintalo, Y. K. Chembo, T. Hansson, S. Wabnitz, P. Del’Haye, and et al., “Micro-combs: A novel generation of optical sources,” *Physics Reports*, vol. 729, p. 1–81, 2018.

- [19] H. Matjaz and M. evicc Igor, *Liquid-crystal microdroplets as optical microresonators and lasers: doctoral dissertation = Tekoccekristalne mikrokapljice kot opticni mikroresonatorji in laserji: doktorska disertacija*. PhD thesis, 2012.
- [20] E. M. Purcell, “Spontaneous emission probabilities at radio frequencies,” *Phys. Rev.*, vol. 69, no. 681, 1946.
- [21] S. Balac and P. Feron, “Whispering gallery modes volume computation in optical micro-spheres,” Dec. 2014.
- [22] L. He, “Whispering gallery mode microresonators for lasing and single nanoparticle detection,” 2012.
- [23] M. L. Gorodetsky, A. A. Savchenkov, and V. S. Ilchenko, “Ultimate q of optical microsphere resonators,” *Opt. Lett.*, vol. 21, pp. 453–455, Apr 1996.
- [24] E. Hecht, *Óptica*. Pearson, 2017.
- [25] K. J. Vahala, “Optical microcavities,” *Nature*, vol. 424, no. 6950, pp. 839–846, 2003.
- [26] A. Ashkin and J. M. Dziedzic, “Observation of optical resonances of dielectric spheres by light scattering,” *Appl. Opt.*, vol. 20, pp. 1803–1814, May 1981.
- [27] “Whispering gallery modes.” <https://www.ijs.si/ijs/dept/f5-softmatter/wgms.html>. Soft Matter Laboratory.
- [28] D. W. Vernooy, V. S. Ilchenko, H. Mabuchi, E. W. Streed, and H. J. Kimble, “High-q measurements of fused-silica microspheres in the near infrared,” *Opt. Lett.*, vol. 23, pp. 247–249, Feb 1998.
- [29] L. L. Martín, C. Pérez-Rodríguez, P. Haro-González, and I. R. Martín, “Whispering gallery modes in a glass microsphere as a function of temperature,” *Opt. Express*, vol. 19, pp. 25792–25798, Dec 2011.
- [30] T. Baba, P. H. Fujita, A. Sakai, M. Kihara, and R. Watanabe, “Lasing characteristics of gainasp-inp strained quantum-well microdisk injection lasers with

- diameter of 2-10 μm ,” *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 9, pp. 878–880, 1997.
- [31] C. Gmachl, F. Capasso, E. E. Narimanov, J. U. Nöckel, A. D. Stone, J. Faist, D. L. Sivco, and A. Y. Cho, “High-power directional emission from microlasers with chaotic resonators,” *Science*, vol. 280, no. 5369, pp. 1556–1564, 1998.
- [32] G. S. Solomon, M. Pelton, and Y. Yamamoto, “Single-mode spontaneous emission from a single quantum dot in a three-dimensional microcavity,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 86, pp. 3903–3906, Apr 2001.
- [33] O. J. Painter, A. Husain, A. Scherer, J. O’Brien, I. Kim, and P. Dapkus, “Room-temperature photonic crystal defect laser at near-infrared wavelengths in indium phosphide,” *Lightwave Technology, Journal of*, vol. 17, pp. 2082–2088, 12 1999.
- [34] D. W. Vernooy, A. Furusawa, N. P. Georgiades, V. S. Ilchenko, and H. J. Kimble, “Cavity qed with high- q whispering gallery modes,” *Phys. Rev. A*, vol. 57, pp. R2293–R2296, Apr 1998.
- [35] G. Righini, Y. Dumeige, P. Feron, M. Ferrari, G. Nunzi Conti, D. Ristić, and S. Soria, “Whispering gallery mode microresonators: Fundamentals and applications,” *La Rivista del Nuovo Cimento*, vol. 34, p. 435, 07 2011.
- [36] J. A. Stratton, *Electromagnetic theory*. Wiley, 2007.
- [37] B. E. Little, J.-P. Laine, and H. A. Haus, “Analytic theory of coupling from tapered fibers and half-blocks into microsphere resonators,” *J. Lightwave Technol.*, vol. 17, p. 704, Apr 1999.
- [38] K. Oh and U.-C. Paek, *Silica Optical Fiber Technology for Devices and Components: Design, Fabrication, and International Standards*. John Wiley and Sons, 2012.
- [39] W. W. Hansen, “A new type of expansion in radiation problems,” *Phys. Rev.*, vol. 47, pp. 139–143, Jan 1935.

- [40] W. W. Hansen, “Directional characteristics of any antenna over a plane earth,” *Physics*, vol. 7, no. 12, pp. 460–465, 1936.
- [41] W. W. Hansen, “Transformations useful in certain antenna calculations,” *Journal of Applied Physics*, vol. 8, no. 4, pp. 282–286, 1937.
- [42] P. DelHaye, *Optical frequency comb generation in monolithic microresonators*. PhD thesis, 2011.
- [43] J. I. Cirac, P. Zoller, H. J. Kimble, and H. Mabuchi, “Quantum state transfer and entanglement distribution among distant nodes in a quantum network,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 78, pp. 3221–3224, Apr 1997.
- [44] “Silicon dioxide.” <https://pubchem.ncbi.nlm.nih.gov/compound/Silicon-dioxide>. National Center for Biotechnology Information. PubChem Compound Database.
- [45] L. Ding, C. Belacel, S. Ducci, G. Leo, and I. Favero, “Ultralow loss single-mode silica tapers manufactured by a microheater,” *Applied Optics*, vol. 49, no. 13, p. 2441, 2010.
- [46] T. A. Birks and Y. W. Li, “The shape of fiber tapers,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 10, pp. 432–438, April 1992.
- [47] M. Planillo Carrera, *Estudio experimental de fibras estrechadas para su uso como sensores de fibra óptica*. PhD thesis, Universidad Pública de Navarra, Jun 2017.
- [48] J. Ward and O. Benson, “Wgm microresonators: sensing, lasing and fundamental optics with microspheres,” *Laser & Photonics Reviews*, vol. 5, no. 4, pp. 553–570, 2011.
- [49] M. Cai, P. O. Hedekvist, A. Bhardwaj, and K. Vahala, “5-gbit/s ber performance on an all fiber-optic add/drop device based on a taper-resonator-taper structure,” *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 12, pp. 1177–1179, Sep. 2000.

- [50] T. Bilici, S. Isci, A. Kurt, and A. Serpenguzel, “Gainnas microspheres for wavelength division multiplexing,” *IEEE Proceedings - Optoelectronics*, vol. 150, pp. 89–91, Feb 2003.
- [51] C. Wang, M. Zhang, M. Yu, R. Zhu, H. Hu, and M. Loncar, “Monolithic lithium niobate photonic circuits for kerr frequency comb generation and modulation,” *Nature Communications*, vol. 10, no. 1, p. 978, 2019.
- [52] Y. Zheng, Z. Wu, P. P. Shum, Z. Xu, G. Keiser, G. Humbert, H. Zhang, S. Zeng, and X. Q. Dinh, “Sensing and lasing applications of whispering gallery mode microresonators,” *Opto-Electronic Advances*, vol. 1, no. 9, p. 180015, 2018.
- [53] F. Vollmer, S. Arnold, and D. Keng, “Single virus detection from the reactive shift of a whispering-gallery mode,” *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 105, no. 52, pp. 20701–20704, 2008.
- [54] P. L. de., *Introducción a la mecánica cuántica*. Fondo de Cultura Economica, 2006.
- [55] P. Lodahl, “Quantum-dot based photonic quantum networks,” *Quantum Science and Technology*, vol. 3, p. 013001, Oct. 2017.
- [56] C. Kurtsiefer, S. Mayer, P. Zarda, and H. Weinfurter, “Stable solid-state source of single photons,” *Physical Review Letters*, vol. 85, pp. 290–293, July 2000.
- [57] A. Kuhn, M. Hennrich, and G. Rempe, “Deterministic single-photon source for distributed quantum networking,” *Physical Review Letters*, vol. 89, July 2002.
- [58] D. C. Burnham and D. L. Weinberg, “Observation of simultaneity in parametric production of optical photon pairs,” *Physical Review Letters*, vol. 25, pp. 84–87, July 1970.
- [59] H. Takesue and K. Inoue, “Generation of polarization-entangled photon pairs and violation of bell’s inequality using spontaneous four-wave mixing in a fiber loop,” *Physical Review A*, vol. 70, Sept. 2004.

- [60] Z.-Y. Zhou and B.-S. Shi, “Generation and manipulation of nonclassical photon sources in nonlinear processes,” in *Single Photon Manipulation [Working Title]*, IntechOpen, Nov. 2019.
- [61] J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, and P. S. Pershan, “Interactions between light waves in a nonlinear dielectric,” *Physical Review*, vol. 127, pp. 1918–1939, Sept. 1962.
- [62] K. Xia, *Single photon manipulation*. IntechOpen, 2020.
- [63] R. W. Boyd, *Nonlinear optics*. Academic Press, 3 ed., 2008.
- [64] D.-S. Ding, Z.-Y. Zhou, B.-S. Shi, X.-B. Zou, and G.-C. Guo, “Generation of nonclassical correlated photon pairs via a ladder-type atomic configuration: theory and experiment,” *Optics Express*, vol. 20, p. 11433, May 2012.
- [65] X. Li, P. L. Voss, J. E. Sharping, and P. Kumar, “Optical-fiber source of polarization-entangled photons in the 1550 nm telecom band,” *Physical Review Letters*, vol. 94, Feb. 2005.
- [66] J. Fulconis, O. Alibart, J. L. O’Brien, W. J. Wadsworth, and J. G. Rarity, “Nonclassical interference and entanglement generation using a photonic crystal fiber pair photon source,” *Physical Review Letters*, vol. 99, Sept. 2007.
- [67] O. Cohen, J. S. Lundeen, B. J. Smith, G. Puentes, P. J. Mosley, and I. A. Walmsley, “Tailored photon-pair generation in optical fibers,” *Physical Review Letters*, vol. 102, Mar. 2009.
- [68] K. Rottwitt and P. Tidemand-Lichtenberg, *Nonlinear optics: principles and applications*. CRC Press, 2015.
- [69] D. J. L. e. Lorenzo Pavesi, *Silicon Photonics III: Systems and Applications*. Topics in Applied Physics 122, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1 ed., 2016.
- [70] S. Wabnitz, *All-optical signal processing: data communication and storage applications*. Springer, 2015.

- [71] J. Chen, X. Li, and P. Kumar, “Two-photon-state generation via four-wave mixing in optical fibers,” *Physical Review A*, vol. 72, Sept. 2005.
- [72] K. Garay-Palmett, H. J. McGuinness, O. Cohen, J. S. Lundeen, R. Rangel-Rojo, A. B. U’Ren, M. G. Raymer, C. J. McKinstrie, S. Radic, and I. A. Walmsley, “Photon pair-state preparation with tailored spectral properties by spontaneous four-wave mixing in photonic-crystal fiber,” *Optics Express*, vol. 15, no. 22, p. 14870, 2007.
- [73] K. Garay-Palmett, A. B. U’Ren, and R. Rangel-Rojo, “Conversion efficiency in the process of copolarized spontaneous four-wave mixing,” *Physical Review A*, vol. 82, Oct. 2010.
- [74] I. N. Chuprina, P. P. An, E. G. Zubkova, V. V. Kovalyuk, A. A. Kalachev, and G. N. Gol’tsman, “Optimisation of spontaneous four-wave mixing in a ring microcavity,” *Quantum Electronics*, vol. 47, pp. 887–891, oct 2017.
- [75] K. Garay-Palmett, Y. Jeronimo-Moreno, and A. B. U’Ren, “Theory of cavity-enhanced spontaneous four wave mixing,” *Laser Physics*, vol. 23, p. 015201, nov 2012.
- [76] F. Ltd., *Fiber Processing Software. User’s Guide. For FSM-100, LZM-100, and LZM-110. V4.* 2016.
- [77] C. J. Rodden, “Removal of static charges from glassware by ultraviolet light,” *Industrial & Engineering Chemistry Analytical Edition*, vol. 12, pp. 693–693, Nov 1940.