



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE POSGRADO EN ASTROFÍSICA
ASTROFÍSICA TEÓRICA

SIMULACIONES NUMÉRICAS DE DESTELLOS DE RAYOS GAMMA
EN UN SISTEMA DE REFERENCIA EN MOVIMIENTO

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRA EN CIENCIAS (ASTROFÍSICA)

PRESENTA:
ANA LOURDES JUÁREZ GARCÍA

TUTOR PRINCIPAL
FABIO DE COLLE
INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES, UNAM

CIUDAD UNIVERSITARIA, CDMX, 2021
JUNIO



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. 1

Secretario: Dr. 2

Vocal: Dr. 3

1er. Suplente: Dr. 4

2o. Suplente: Dr. 5

La tesis se realizó en Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM.

TUTOR DE TESIS:

Fabio De Colle
Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM

Reconocimientos

Quisiera agradecer a mi director de tesis Dr. Fabio De Colle por su guía durante mi maestría. El Dr. Fabio dedico tiempo y atención a que tanto mi proyecto de tesis como materias del plan de estudios quedaran claros, buscando explicar todo de manera sencilla. Agradezco su apoyo durante estos dos años. También quisiera agradecer a los profesores que contribuyeron a mi formación en la maestría, así como al grupo de Seminario de Astrofísica de Altas Energías. También a mis compañeros y amigos de quienes recibí mucho apoyo: Rosa, Gerardo, Fernanda, Leonardo, Diego, Felipe y Rogelio,

A mi familia y amigos, por su completo apoyo en las decisiones que me han llevado a este punto. Mis padres Guadalupe y San Juana, a mi hermana Fernanda, y a mi fiel acompañante durante mis noches de desvelo Quinny.

Al Programa Nacional de Becas de Posgrado del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por otorgarme la beca para mis estudios de maestría. Al Programa De Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT), por el equipo de computo obtenido mediante el proyecto AG 100820. A la Dirección General de Cómputo y de Tecnologías de Información y Comunicación (DGTIC), por el tiempo de computo proporcionado en la supercomputadora Miztli mediante el proyecto LANCAD-UNAM-DGTIC-281.

Declaración de autenticidad

Por la presente declaro que, salvo cuando se haga referencia específica al trabajo de otras personas, el contenido de esta tesis es original y no se ha presentado total o parcialmente para su consideración para cualquier otro título o grado en esta o cualquier otra Universidad. Esta tesis es resultado de mi propio trabajo y no incluye nada que sea el resultado de algún trabajo realizado en colaboración, salvo que se indique específicamente en el texto.

Ana Lourdes Juárez García. Ciudad Universitaria, CDMX, 2021

Resumen

Los destellos de rayos gamma (GRBs) son las explosiones más luminosas del universo. De acuerdo a su duración se pueden clasificar en GRBs cortos ($t \leq 2$ s) y GRBs largos ($t \geq 2$ s), que a su vez está relacionado con el tipo de progenitores que los generan. Los GRBs largos provienen del colapso de estrellas masivas, mientras que los GRBs cortos son producidos por la fusión de dos objetos compactos (dos estrellas de neutrones o agujero negro - estrella de neutrones). En ambos procesos dejan como remanente un agujero negro y alrededor de él se forma un disco de acreción y se produce un jet relativista. Dicho jet se va a propagar libremente por el medio ambiente hasta que la acumulación de material en el frente de choque inicia la fase de desaceleración.

El modelo que explica la física de los GRBs se conoce como el modelo de la “bola de fuego” (*fireball*), y supone que la emisión del GRB se divide en dos fases. La fase temprana (*prompt emission*) se caracteriza por la emisión en rayos gamma y rayos X duros. Su duración puede ir entre décimas de segundo hasta varios miles de segundos. La fase tardía (*afterglow*) comienza cuando el jet empieza a desacelerar por su interacción por el medio circundante. En esta fase el jet emite un espectro que tiene frecuencias desde los rayos X hasta radio, y su duración puede ser desde días hasta años lo que permite un análisis más detallado de la evolución del jet.

Durante su fase de expansión relativista, el choque se mueve con factores de Lorentz de $\Gamma_{sh} \gtrsim 100$. La dinámica del choque durante esta fase se puede describir mediante la solución auto-similar de [Blandford & McKee \(1976\)](#). Después, por la interacción con el medio, el jet desacelera hasta llegar a velocidades newtonianas.

Por otro lado, se cree que las ondas gravitacionales se producen a partir de la fusión de dos objetos compactos. Como ya se mencionó los GRBs cortos también tienen como progenitores la fusión de dos objetos compactos, es por esto que se esperaba encontrar una correlación entre un GRB corto y una onda gravitacional. Fue hasta el 17 de agosto del 2017 cuando tuvo lugar la detección de la onda gravitacional GW 170817 con los detectores LIGO-Virgo. De manera independiente y simultánea los satélites *Fermi* e *INTEGRAL* detectaron un destello de rayos gamma GRB 170817A con un tiempo de retraso de ~ 1.7 s, confirmando la correlación entre ambos eventos. Ambos fenómenos fueron producto de la fusión de dos estrellas de neutrones de masas $m_1 \in (1.36 - 2.26) M_\odot$ y $m_2 \in (0.86 - 1.36) M_\odot$, y cuyo remanente fue un objeto compacto de $2.82^{+0.47}_{-0.09} M_\odot$ ([Abbott et al., 2017](#)).

En estos últimos años, la comunidad científica se ha dedicado a entender las observaciones del GRB 170817A por medio de modelos analíticos y numéricos. Los modelos numéricos que se han elaborado comienzan con un jet con un factor de Lorentz $\Gamma \sim 30$ y suponen un modelo analítico para la dinámica del jet a tiempos previos a su simulación (es decir, para estudiar la desaceleración del jet desde factores de Lorentz $\Gamma \gtrsim 100$ hasta $\Gamma \sim 30$). En estos modelos analíticos no se considera la expansión lateral del jet, por lo que en la curva de luz calculada *off-axis* (es decir, el observador se encuentra a un ángulo mayor al ángulo de apertura del jet) se subestima la emisión a tiempos cortos.

Comparando modelos numéricos con las observaciones, se puede determinar la estructura del jet. Varios autores han mostrado que un jet “estructurado” (es decir, con una energía función del ángulo de apertura del jet) es necesario para explicar las observaciones, mientras que un jet *top-hat* (es decir, un jet con energía por ángulo sólido constante angularmente) no produce suficiente emisión cuando es visto a ángulos de $20^\circ - 30^\circ$ comparado con las observaciones. Gill et al. (2019) han sugerido que simulaciones de jets *top-hat*, que empiecen con factores de Lorentz $\Gamma_{sh} \gtrsim 30$ podrían explicar las observaciones. En esta tesis nos proponemos verificar esta hipótesis.

El objetivo de esta tesis es entender si modelos de jets *top-hat* pueden explicar las observaciones del GRB 170817A, considerando su expansión lateral a tiempos muy cortos. Para lograr el objetivo, en esta tesis se estudió la dinámica y emisión de GRBs en la fase de evolución tardía haciendo simulaciones numéricas de jets ultra-relativistas $\Gamma_{sh} \sim 100$ en un sistema de referencia en movimiento (*boosted frame*). Dichas simulaciones se realizaron extendiendo el código hidrodinámico con relatividad especial *Mezcal*. Se realizó un estudio post simulaciones para calcular la radiación emitida por el jet a una frecuencia de 3 GHz. Debido a que los GRBs se pueden observar en radio durante meses o años, y muestran un pico sobre escalas de tiempo de días o meses a esta frecuencia.

La implementación del sistema de referencia en movimiento en las simulaciones permite que jets que originalmente se mueven factores de Lorentz grandes ($\Gamma_{sh} \sim 100$), en la simulación se muevan con un factor de Lorentz mucho menor ($\Gamma'_{sh} \sim 30$). En las simulaciones se utilizan valores estándar de los parámetros observables como: se supone que el medio ambiente externo es uniforme, con una densidad $n = 1 \text{ cm}^3$, una presión despreciable y velocidad nula (medida en el sistema de referencia en reposo). La energía del frente de choque se fija como $E_{iso} = 10^{53}$ ergs, mientras que el jet tiene un ángulo de apertura inicial de $\theta_j = 0.1 \text{ rad} \sim 5.73^\circ$.

Los principales resultados de la tesis son los siguientes: 1. Se logró implementar con éxito un sistema de referencia en movimiento en el código *Mezcal*. Esto permitió que se puedan estudiar jets ultra-relativistas, y nos da la posibilidad de estudiar el movimiento altamente relativista de diferentes transientes en un trabajo a futuro. 2. Las curvas de luz generadas por jets que comienzan con factores de Lorentz de $\Gamma_{sh} = 100$ presentan una gran emisión a tiempos tempranos, explicando la importancia del considerar la emisión de la expansión lateral del jet. 3. Un jet *top-hat* no reproduce las observaciones del GRB 170817A, implicando que este evento estuvo asociado a un

jet estructurado. Por lo tanto, realizar las simulaciones de jets ultra-relativistas en un sistema de referencia en movimiento, permite contar con un modelo más realista, y desde el punto de vista computacional más eficiente.

Índice general

Índice de figuras	XIII
1. Objetivo	1
2. Introducción	3
2.1. Destellos de Rayos Gamma (GRBs)	3
2.2. Observaciones	4
2.2.1. Clasificación	5
2.2.2. Destellos de rayos gamma largos	6
2.2.3. Destellos de rayos gamma cortos	7
2.3. Modelo de la “bola de fuego” (<i>fireball</i>)	9
2.3.1. Emisión de fase temprana (prompt emission)	10
2.3.2. Emisión de fase tardía (<i>Afterglow</i>)	12
3. Marco Teórico	15
3.1. Emisión tardía: Observaciones	15
3.2. Emisión tardía: Modelos	17
3.2.1. Fase de expansión libre	18
3.2.2. Solución de Blandford & McKee	19
3.2.3. Curvas de Luz en la fase Afterglow	21
3.3. Observaciones y modelos del GRB170817A	25
3.3.1. Contrapartes electromagnéticas de ondas gravitacionales	25
3.3.2. Ajuste de la curva de luz del GRB170817A	27
4. Métodos Numéricos	33
4.1. Integración de las ecuaciones de la SRHD	33
4.1.1. Ecuaciones de Euler	34
4.1.2. Ecuaciones de la SRHD	35
4.1.3. Integración de las ecuaciones de la SRHD	36
4.2. Código Mezcal	37
4.3. Sistema de referencia en movimiento (<i>Boosted Frame</i>)	38
4.3.1. Test del código: Pruebas de tubo de choque (<i>shock tube test</i>)	41
4.3.2. Ejemplos	44

4.4. Cálculo de la radiación	46
5. Resultados y Discusión	49
5.1. Condiciones iniciales	49
5.1.1. Determinación del tiempo de integración y tamaño de la caja . . .	49
5.1.2. Parámetros físicos	51
5.1.3. Criterio de Convergencia	52
5.2. Prueba de las condiciones iniciales en BMK	54
5.3. Simulaciones	57
5.4. Curvas de Luz	59
6. Conclusiones	65
A. Apéndice	67
A.1. Cálculos para el <i>boosted-frame</i>	67
A.1.1. Velocidad del sistema de referencia en movimiento	67
A.1.2. Velocidad del objeto en el <i>boosted-frame</i>	68
Bibliografía	71

Índice de figuras

2.1. Histograma T_{90} de los GRBs	5
2.2. Espectro de supernova asociada a un GRB largo	7
2.3. Emisión tardía de GRBs cortos comparada con la ccurva de luz de SN 1998bw	8
2.4. Modelo del fireball	9
2.5. Curva de luz fase temprana de los GRBs	11
2.6. Espectro de fase temprana de los GRBs	12
2.7. Curva de luz Perley et al. (2014)	13
3.1. Curva de luz canónica del afterglow	16
3.2. Evolución dinámica del modelo de <i>fireball</i>	17
3.3. Caricatura modelo fireball	18
3.4. Espectro de GRBs	24
3.5. Curva de luz de GRBs	25
3.6. Contrapartes electromagnéticas de una onda gravitacional	26
3.7. Ajuste de la curva de luz GRB 170817A	28
3.8. Modelos teóricos de la estructura angular del jet	30
3.9. Ajuste de la Curva de luz del GRB 170817A	31
4.1. Estructura de la malla adaptiva	37
4.2. Cambio entre sistemas de referencia	40
4.3. Número de celdas efectivas	42
4.4. Pruebas de tubo de choque	43
4.5. Explosión esférica.	44
4.6. Jet cónico.	45
5.1. Condiciones iniciales	52
5.2. Perfil de densidad numérica con diferentes niveles de resolución	53
5.3. Condiciones iniciales en el sistema de referencia en reposo vs. sistema de referencia en movimiento	56
5.4. Dinámica de las simulaciones	58
5.5. Curvas de luz en diferentes <i>boosted-frames</i>	60
5.6. Curvas de luz <i>on axis</i>	61

ÍNDICE DE FIGURAS

5.7. Curvas de luz <i>off axis</i>	62
5.8. Curvas de luz con observaciones.	63

Objetivo

La mayoría de los cálculos de la emisión de fase tardía utilizan modelos semi-analíticos, es decir, para factores de Lorentz muy grandes la dinámica se resuelve con la solución auto-similar de [Blandford & McKee \(1976\)](#). Estos modelos consideran una expansión esféricamente simétrica, por lo que necesariamente ignoran la expansión lateral que sufre el jet mientras desacelera.

Las simulaciones numéricas de jets altamente relativistas son particularmente complicadas. Por un lado se puede demostrar que el tamaño de la región post-choque es $\propto R_{sh}/\Gamma_{sh}^2$, donde R_{sh} es la posición del choque y Γ_{sh} es el factor de Lorentz del choque. Por lo tanto, para factores de Lorentz muy grandes se vuelve más difícil resolver la región post-choque. Por otro lado, pequeños errores numéricos en el cálculo del momento pueden crear velocidades no-físicas (es decir, $> c$) cuando estas se acercan a la velocidad de la luz. Para superar estas limitaciones en este trabajo se implementó un sistema de referencia en movimiento (*boosted-frame*) en el código hidrodinámico relativista “Mezcal”. En este sistema de referencia se simulan jets altamente relativistas, que ahora se mueven con un factor de Lorentz menor y para su evolución hidrodinámica se utilizan la solución auto-similar de Blandford & McKee.

Como se explicará en el capítulo 3 las ondas gravitacionales y los GRBs cortos provienen de la fusión de dos objetos compactos (BH-NS, NS-NS). Es por esto que se esperaba encontrar una correlación entre ambos fenómenos. El GRB 170817A ha sido el primer GRB directamente asociado a una onda gravitacional (GW 170817). Este GRB presenta una emisión multi-frecuencia que se observa hasta el día de hoy. La emisión en radio y rayos X ha sido interpretada como evidencia de la propagación de un jet “estructurado” (es decir, un jet con una energía dependiente del ángulo del jet). La estructura exacta del jet ha sido estudiada por varios autores. El objetivo de esta tesis es entender si modelos de jets *top-hat*¹ pueden explicar las observaciones del GRB 170817A, considerando su expansión lateral a tiempos muy cortos.

¹En el modelo *top-hat* supone que el jet es uniforme en dirección angular, es decir, la energía, densidad y velocidad del jet son independientes inicialmente del ángulo

1. OBJETIVO

Este trabajo está dividido en 5 capítulos. En el capítulo 2 se encuentra una explicación sobre las características generales, clasificación y la interpretación de las observaciones, que han llevado a comprender la teoría de los GRBs, así como explicar el objetivo de este trabajo. En el capítulo 3 se presenta el marco teórico, donde se hablará de los modelos para explicar la dinámica de emisión de fase tardía de los GRBs, la solución de Blandford-McKee, las observaciones y modelos existentes del GRB 170817A. En el capítulo 4 se presenta el método numérico con el que se realizaron las simulaciones, incluyendo pruebas que validan el código. Posteriormente en el capítulo 5 se presentan los resultados de simulaciones numéricas de jets con factores de Lorentz iniciales mayores a 100. Finalmente en el capítulo 6 se presentan las conclusiones del presente trabajo.

Introducción

2.1. Destellos de Rayos Gamma (GRBs)

Los GRBs (*Gamma-Ray Bursts*) son un conjunto de pulsos cortos e intensos de rayos gamma con una duración que va desde una fracción de segundos hasta cientos de segundos. Cuentan con una luminosidad isotrópica de $\sim 10^{51} - 10^{54}$ erg s⁻¹, por lo que se consideran las explosiones más luminosas en el universo. Su descubrimiento fue hecho en 1967 por los satélites *Vela*. A partir de las observaciones del instrumento *BATSE* (1991-1997), se descubrió que los GRBs están distribuidos de manera isotrópica y tienen origen a distancias cosmológicas, con redshift entre $z \sim 1$ hasta $z \sim 9.2$ (Briggs et al., 1999a).

Cuando se descubrieron los GRBs, los detectores se limitaban a observar la parte espectral en la banda de rayos gamma, lo que actualmente se conoce como “emisión de fase temprana”. Fue hasta 1997 con ayuda del satélite italiano-holandés *BeppoSAX* se detectó una emisión tardía en rayos X (Costa et al., 1997) y óptico (Van Paradijs et al., 1997) del GRB 970228, estas emisiones se podían observar por minutos o hasta años después del evento. A esta emisión se le conoce como “emisión de fase tardía”, y cubre el espectro electromagnético desde rayos X hasta radio.

Debido a que son eventos muy energéticos y de muy corta duración, se sugiere que están relacionados con eventos catastróficos de escala estelar. A partir de las observaciones de la emisión de rayos gamma se han distinguido dos tipos de GRBs, en base al tiempo de duración. Aquellos GRBs que duran un tiempo mayor a ~ 2 s, se les conoce como de “larga duración” (LGRB) y se relacionan con la muerte de estrellas masivas y a supernovas tipo Ic. Mientras que el segundo tipo son los GRBs que duran un tiempo menor a ~ 2 s, se les conoce como de “corta duración” (SGRB), y se relacionan con la fusión de objetos compactos, además de que se encuentran en galaxias con poca formación estelar (Kouveliotou et al., 1993).

2.2. Observaciones

En 1963 entró en vigor el *Comprehensive Test Ban Treaty* prohibiendo las pruebas de armas nucleares, lo que llevó a que diferentes países colocaran satélites en órbita para vigilar posibles detonaciones de bombas nucleares en el espacio. La primera detección de un GRB fue el 2 de julio de 1967, cuando el sistema de satélites *Vela* detectó el GRB 670702 con una duración de 10 segundos y un pico de energía del orden de MeV (Kouveliotou et al., 1993). Sin embargo el descubrimiento fue publicado 6 años después por Klebesadel et al. (1973). En esa misma era otros satélites realizaron detecciones de GRBs, como el *Reuven Ramaty High Energy Solar Spectroscopic Imager* (Cline et al., 1973) y el satélite soviético *Konus/Venera* (Mazets et al., 1974).

A principio de los 90s fue lanzado el *Compton Gamma Ray Observatory*, el cual contenía el instrumento *BATSE* dedicado a aumentar las detecciones de GRBs. Gracias a la mejora en precisión de la localización usando *BATSE*, se sugirió que los GRBs debían tener un origen cosmológico. Además, con la medición del tiempo de duración de los GRBs se identificaron dos tipos de eventos, de larga duración y de corta duración. Un origen cosmológico implicaba que grandes energías estaban involucradas. Por otro lado, se sugirió que eventos como las supernovas podían ser la fuente de los GRBs de larga duración. Además, debido a la distribución angular de los GRBs, se encontró que eran isotrópicos (Briggs et al., 1995).

A finales de los 90s se lanzó *BeppoSAX*, un satélite equipado para observar en el rango de rayos X. En 1997, se combinaron las capacidades de *Beppo SAX* con telescopios terrestres para seguir el GRB 970228, que fue el primer GRB donde se descubrió una contraparte que iba desde rayos X hasta radio, conocida como “emisión de fase tardía”; lo cuál permitió la determinación de las distancias usando los redshifts medidos así como la identificación de su galaxia huésped (Costa et al., 1997; Van Paradijs et al., 1997).

El satélite *Beppo SAX* junto con el satélite *HETE-2* lograron determinar con mayor precisión la localización de más de 100 GRBs, llevando a la detección de su emisión tardía y la medición de sus respectivos redshifts. A partir de estas observaciones, propusieron que el origen de los GRBs largos estaba relacionado con la muerte de estrellas masivas (Galama et al., 1998; Kulkarni et al., 1998).

Posteriormente, en el 2004 la NASA lanzó el observatorio espacial *Swift*. Este observatorio cuenta con tres instrumentos encargados del estudio de GRBs en diferentes bandas. En 2005 se identificaron las galaxias huésped de los GRBs de corta duración (GRB 050509B, GRB 050709 y GRB 050724). Con *Swift* es posible observar la emisión tardía de los GRBs cortos y se determinó que su origen está relacionado con la fusión de objetos compactos (Gehrels et al., 2005). En 2008, la NASA lanzó otro telescopio espacial llamado *Fermi*, dedicado a observar GRBs con dos instrumentos que cubren un rango más grande en rayos γ (desde 8 keV a 300 GeV), permitiendo estudiar la emisión temprana de los GRBs. Actualmente los satélites *Swift* y *Fermi*, junto con telescopios

terrestres se encargan de la observación y el estudio de las curvas de luz¹ de GRBs.

2.2.1. Clasificación

[Kouveliotou et al. \(1993\)](#), a partir de los datos del satélite *BATSE*, fueron los primeros en clasificar los GRBs de acuerdo a su duración. Los datos obtenidos muestran una distribución bimodal en el histograma de GRBs en función del parámetro T_{90} , definido como el intervalo del tiempo donde del 5% al 95% del total de la fluencia (es decir, el total de energía radiada por unidad de área ([Petrosian & Lee, 1996](#))) es medida por el detector ([Zhang, 2018](#)).

La distribución bimodal de los GRBs se muestra en el histograma en la Figura 2.1, con un corte en aproximadamente 2 segundos.

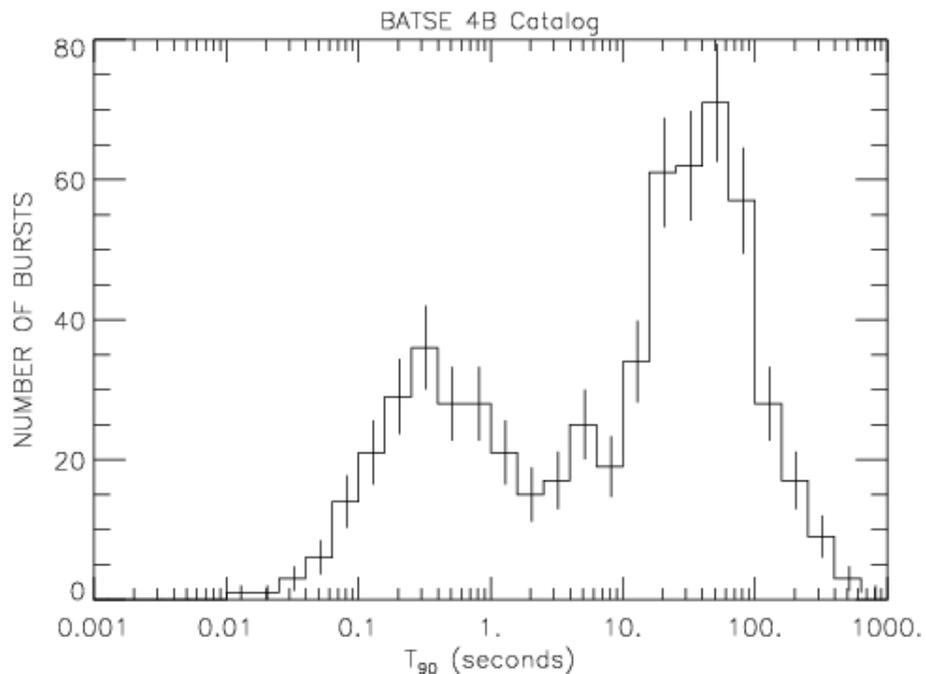


Figura 2.1: Histograma del tiempo T_{90} de GRBs detectados por *BATSE*. Datos tomados del Catalogo *BATSE GRB 4B* (Créditos: Gamma-Ray Astrophysics at NSSTC <https://gammaray.nsstc.nasa.gov/batse/grb/duration/>).

Se pueden observar dos grupos: GRBs de larga duración (LGRBs) con $T_{90} \geq 2$ s con un pico en 20 – 30 s, y GRBs de corta duración (SGRBs) con $T_{90} \leq 2$ s y con

¹Curva de Luz (*light curve*) es un diagrama que representa la variación del flujo de fotones detectados en función del tiempo.

pico en 0.2 – 0.3 s. A continuación se hablará de las principales características de cada grupo.

2.2.2. Destellos de rayos gamma largos

Como ya se mencionó anteriormente, los GRBs largos son aquellos cuya duración es de $T_{90} \geq 2$ s. Gracias a satélites como *Beppo SAX*, se observó que los GRBs largos están asociados con supernovas tipo Ib/Ic. Físicamente, para poder generar una supernova de este tipo se necesita que el núcleo de una estrella masiva colapse. Un modelo capaz de explicar estos eventos, es el modelo del *colapsar* (Woosley, 1993), el cual consiste en una estrella masiva, cuyo núcleo de Hierro colapsa directamente para formar un agujero negro, mientras que el resto de la estrella sigue colapsando y formando un disco de acreción a su alrededor. La intensa producción de neutrinos, los campos magnéticos y la rotación del agujero negro son los candidatos responsables de la producción de un jet relativista en el centro de la estrella, que al interactuar con el medio ambiente produce un GRB (Woosley & Bloom, 2006).

Para poder tener el modelo del colapsar, la estrella progenitora debe rotar lo suficientemente rápido al momento de su colapso para formar un disco de acreción alrededor del agujero negro. La metalicidad baja ayuda a reducir la pérdida de masa y momento angular en las estrellas. Sin embargo, si la estrella retiene su envoltura de hidrógeno se volverá una gigante roja, su núcleo perderá momento angular y no se formará un disco de acreción. Para evitar que la estrella se vuelva gigante roja, la estrella debe rotar lo suficientemente rápido para evitar entrar a la fase de gigantes, en este caso la estrella pasa de estar en la secuencia principal a una estrella de Helio que conserva mayor parte de su momento angular (Yoon & Langer, 2005). Estas estrellas se llaman Estrellas *Wolf-Rayet* y son conocidas por ser progenitoras de supernovas tipo Ib/Ic.

La prueba observacional de la relación entre supernovas y los GRBs largos se basa en la detección de las características espectrales de una supernova en el espectro del GRB largo en la banda del óptico. En la figura 2.2 se observa el espectro de la SN 2003dh supernova tipo Ic (desde 5 hasta 33 días después del GRB) asociada con el GRB 030329, y se compara con el espectro de la SN 1998bw asociada al GRB 980425 a 33 días después del GRB (Hjorth et al., 2003).

Usualmente la detección de la supernova asociada a GRBs largos ocurre entre una a dos semanas después de la explosión, cuando la emisión de fase tardía en el óptico ha disminuido. Se puede identificar cuando el espectro del GRB se convierte en un espectro típico de supernova y la curva de luz del GRB presenta un crecimiento. En resumen, los GRBs largos se caracterizan por tener una duración larga y ser débiles, es decir, los fotones emitidos son menos energéticos que los GRBs de corta duración.

Por otro lado, las galaxias huésped de los GRBs largos se caracterizan por ser de tipo irregular, con alta tasa de formación estelar y con baja metalicidad (Woosley & Bloom, 2006). Generalmente los GRBs largos residen en las zonas más brillantes de sus galaxias huésped, es decir, se encuentran en la zona de alta formación estelar (Levesque et al., 2012).

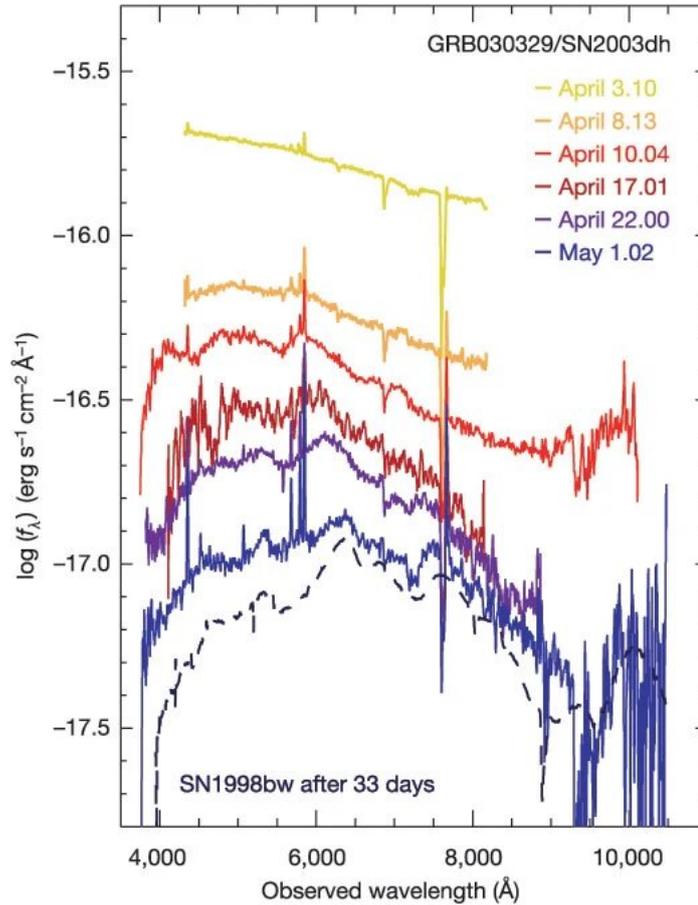


Figura 2.2: Espectro de la supernova tipo Ic SN 2003dh asociada a un GRB en diferentes tiempos, comparada con el espectro de la SN 1998bw a 33 días. Crédito: [Kann et al. \(2011\)](#).

2.2.3. Destellos de rayos gamma cortos

Los GRBs cortos se caracterizan por tener una duración típica de $T_{90} \leq 2$ s. Al igual que los GRBs largos se buscó la correlación entre GRBs cortos y supernovas, sin embargo ninguna detección corelacionada se ha hecho. En la figura 2.3 se muestra las curvas de luz de la emisión tardía de los GRBs cortos sobrepuestas a la curva de luz de la supernova SN 1998bw con ciertos factores de corrección (factor k) ([Kann et al., 2011](#)). A partir de esta comparación se puede descartar una correlación entre supernovas y GRBs cortos.

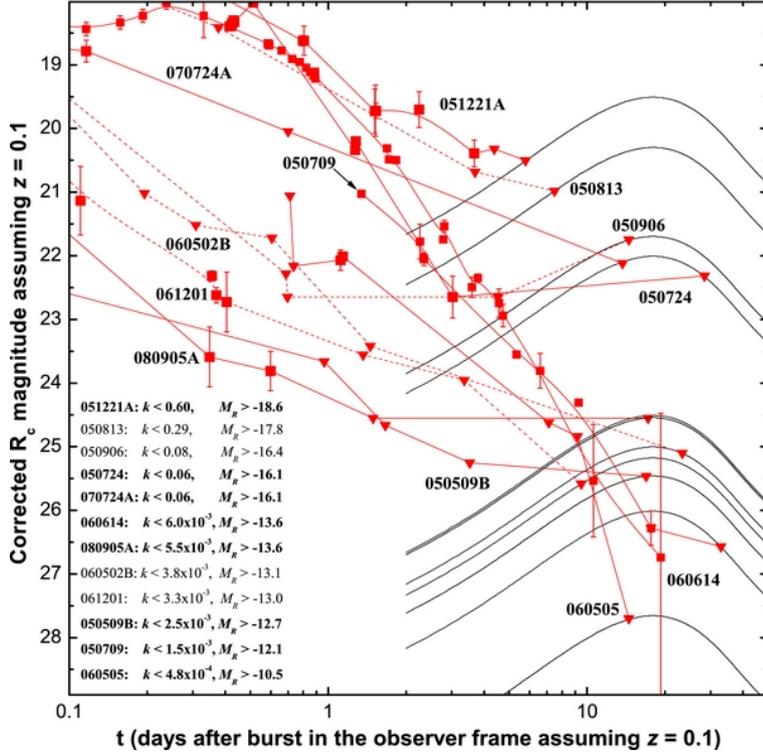


Figura 2.3: Detección tardía o *upper limits* de la emisión tardía de los GRBs cortos (a $z=0.1$), comparada con la curva de luz en la banda R de SN 1998bw, con sus factores de corrección. Crédito: [Kann et al. \(2011\)](#).

Debido a que no están asociados a supernovas, se considera que su progenitor debe estar relacionado con objetos compactos. La fusión de un sistema de objetos compactos como progenitor de los GRBs cortos fue propuesta por [Li & Paczyński \(1998\)](#), y después estudiada por diversos autores (por ejemplo, [Kulkarni 2005](#), [Lee & Ramirez-Ruiz 2007](#), [Metzger et al. 2010](#), [Barnes & Kasen 2013](#), [Yu et al. 2013](#), [Metzger & Piro 2014](#)). El modelo consiste en un sistema binario de dos estrellas de neutrones (NS-NS) o un agujero negro y una estrella de neutrones (BH-NS), con una pequeña separación orbital. Esta separación decrece con el tiempo debido a la pérdida de momento angular por ondas gravitacionales, produciendo la fusión de los objetos compactos. Tras el colapso se espera observar una supernova más débil en las bandas del óptico/IR. A este transiente se le conoce como *kilonova*.

Los GRBs cortos se caracterizan por tener una duración corta y ser duros, es decir, los fotones que emiten son más energéticos que los GRBs largos. Las galaxias huésped de los GRBs cortos son galaxias elípticas, con poca formación estelar, población estelar vieja y con metalicidad alta ([Leibler & Berger, 2010](#)). Los GRBs cortos se encuentran lejos de la zona de formación estelar. Existen GRBs cortos que al momento del colapso del sistema binario fueron expulsados de su galaxia huésped ([Berger, 2010](#)).

2.3. Modelo de la “bola de fuego” (*fireball*)

El modelo más aceptado para estudiar a los GRBs es el “modelo de la bola de fuego” (ej. Piran, 1999). El modelo de la bola de fuego asume que la energía inicial emitida por una explosión térmica durante un evento catastrófico (como el colapso de una estrella masiva o la fusión de dos objetos compactos) es depositada en forma de calor en la base del motor central. Esta bola de fuego se expande debido a su presión térmica y se llega a acelerar a velocidades relativistas (figura 2.4). La mayoría de la energía térmica se convierte en energía cinética del material eyectado, mientras que una fracción de la energía térmica es liberada en fotones dentro de la fotósfera. Posteriormente el material eyectado es desacelerado por su interacción con el medio ambiente circundante, y su energía cinética es disipada en los choques internos y los choques externos (Zhang, 2018).

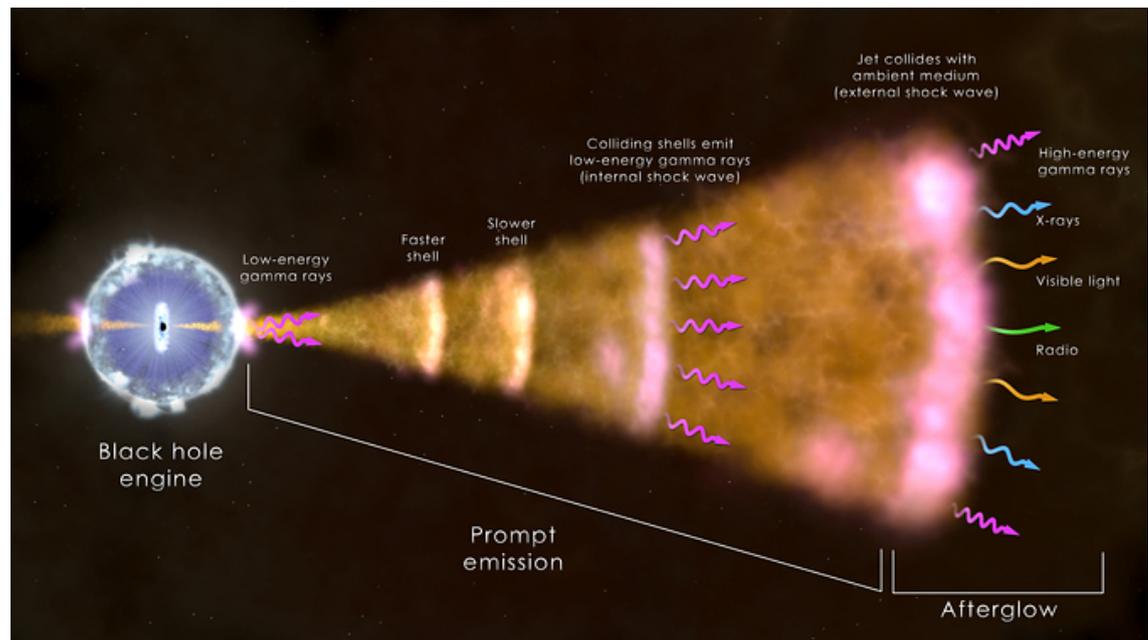


Figura 2.4: Modelo del fireball (Créditos:NASA)

La emisión inicial de rayos γ es posiblemente el resultado de la emisión de choques internos que se crean a través de la bola de fuego en expansión. Esta es la “emisión de fase temprana”. Los choques internos son producidos cuando una capa de materia que se mueve con un factor de Lorentz grande colisiona con otra capa que se mueve con un factor de Lorentz menor. Debido a que la bola de fuego se expande con velocidades cercanas a la velocidad de la luz, el tiempo de observación para un observador externo se contrae, haciendo que el observador vea que la emisión de rayos gamma dura apenas algunos segundos. Mientras la bola de fuego se sigue expandiendo, esta colisionará y

barrerá el medio ambiente circundante, provocando un choque externo que persistirá mientras la bola de fuego desacelera. Este choque externo produce la fase del GRB llamada “emisión de fase tardía” y es el responsable de la emisión desde rayos X hasta radio del GRB (Gehrels et al., 2002).

2.3.1. Emisión de fase temprana (prompt emission)

La fase de emisión temprana se define como la fase temporal durante la cual los detectores miden emisión de rayos γ provenientes del GRBs. Esta fase se origina a través de choques entre capas de material eyectado que viajan a distintas velocidades. A este modelo se le conoce como “modelo de choques internos”. Las capas se mueven con factores Lorentz muy grandes, por lo que al chocar su energía cinética se convierte en emisión de rayos γ . El rango de duración de la fase temprana va desde los milisegundos hasta cientos de segundos (Kouveliotou et al., 1993). Las curvas de luz de la fase temprana son notablemente irregulares (figura 2.5). Se puede observar una diferencia de patrones. Hay eventos con un comportamiento suave y un solo pico, mientras que también se observan eventos con gran variabilidad y muchos picos. La energía isotrópica liberada en esta etapa es de $10^{51} - 10^{55}$ erg.

El espectro observado en la fase de emisión temprana de los GRBs es un espectro no-térmico¹. Generalmente los espectros de GRBs se ajustan utilizando una función matemática, conocida como “Función de Band” (Band et al., 1993). La función de Band se compone de dos leyes de potencias definidas como:

$$N(E) = \begin{cases} A \left(\frac{E}{100\text{keV}}\right)^\alpha \exp\left(-\frac{E}{E_0}\right), & E < (\alpha - \beta) E_0, \\ A \left[\frac{(\alpha - \beta)E_0}{100\text{keV}}\right]^{\alpha - \beta} \exp(\beta - \alpha) \left(\frac{E}{100\text{keV}}\right)^\beta, & E \geq (\alpha - \beta) E_0, \end{cases} \quad (2.1)$$

donde A es un factor de normalización del espectro, E_0 es la energía característica donde se separan los regímenes, α y β son los índices espectrales de baja y alta energía, respectivamente. Estas leyes de potencias están relacionadas por una energía pico E_p , con $E_p = (\alpha - \beta)E_0$. Típicamente $\alpha \sim -1 \pm 1$ y $\beta \sim -2_{-2}^{+1}$, mientras que la energía pico puede valer $100 \text{ keV} < E_p < 400 \text{ keV}$. Es importante recalcar que la función de Band es empírica, carece de un carácter teórico, sin embargo muchos de los espectros de GRBs se pueden ajustar con esta función.

¹Un espectro no-térmico hace referencia a que el espectro de radiación no depende de la temperatura, en cambio depende de otras variables como el campo magnético, los estados excitados de los átomos. Algunos ejemplos de radiación no-térmica son radiación sincrotrón y Compton inverso.

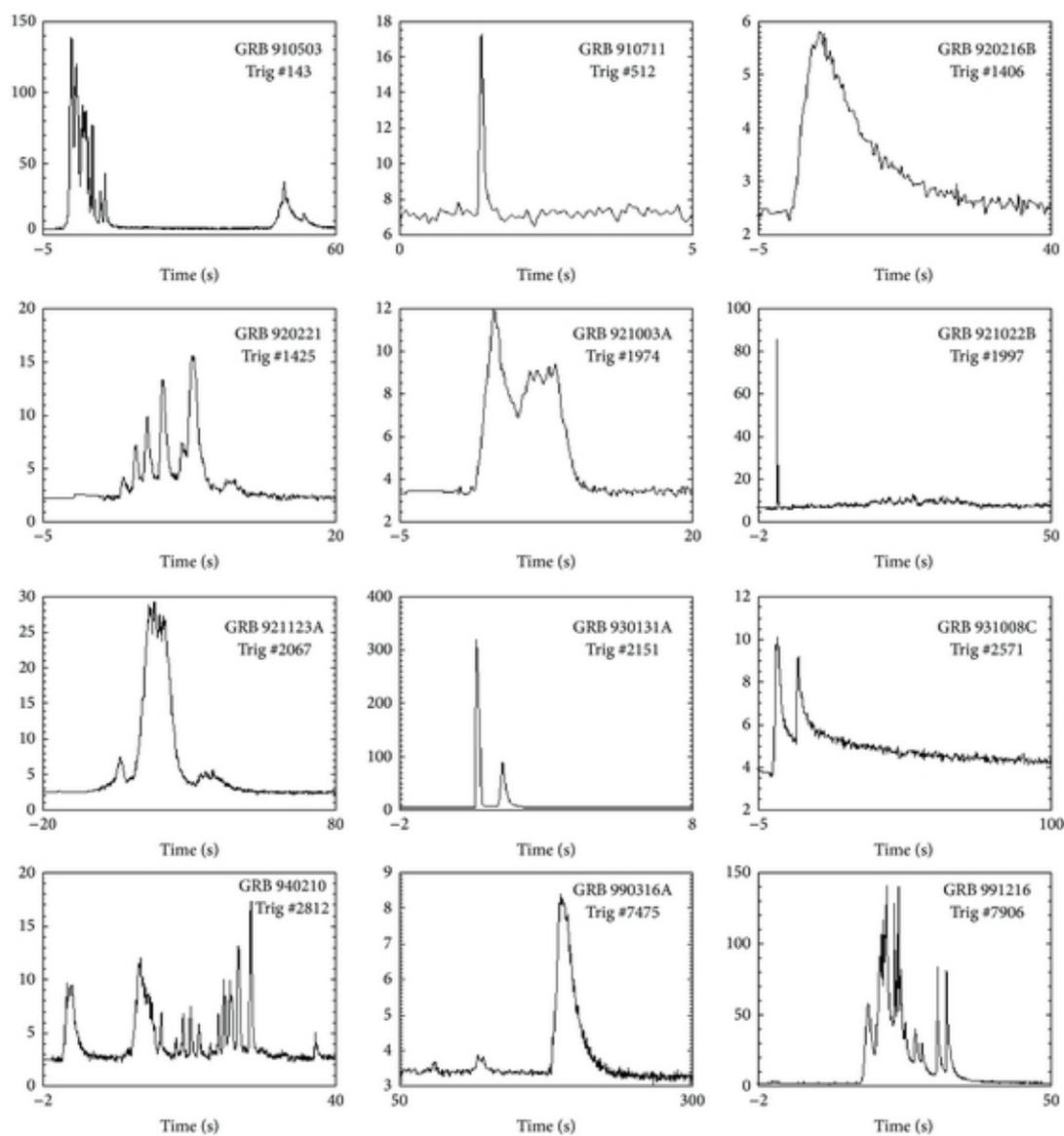


Figura 2.5: Curvas de luz de 12 GRBs detectados por BATSE. La muestra incluye eventos de corta y larga duración. Imagen tomada de Pe’er (2015).

2. INTRODUCCIÓN

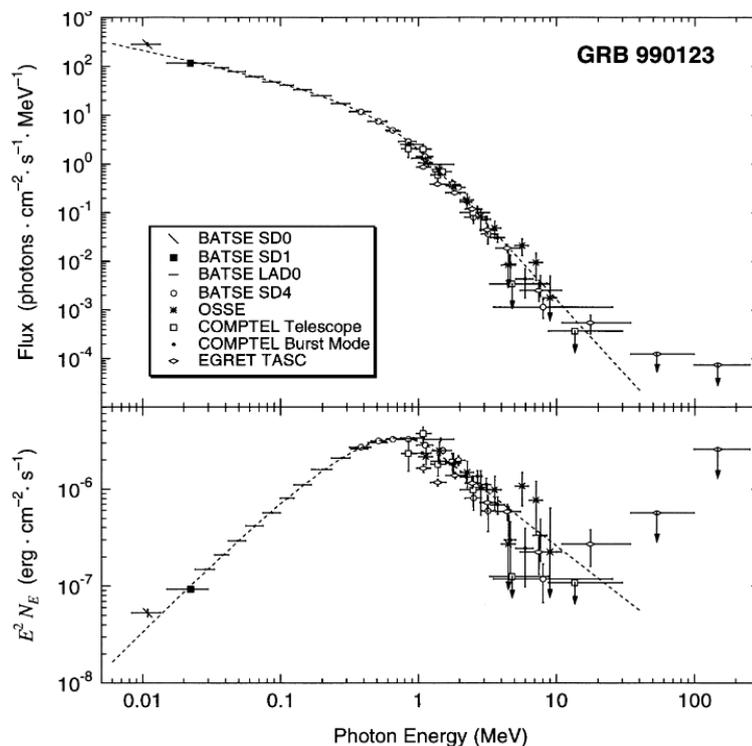


Figura 2.6: Ejemplo del espectro del GRB 990123 con una función de Band de ajuste.

Créditos: [Briggs et al. \(1999b\)](#)

2.3.2. Emisión de fase tardía (*Afterglow*)

Observacionalmente, la fase tardía de los GRBs se define como la fase temporal después de que termina la emisión de rayos γ . También se puede definir como la emisión multi-banda producida durante la interacción entre el material eyectado de la bola de fuego y el medio ambiente circundante. Después de que el *fireball* comienza a expandirse, este colisionará con el medio ambiente provocando la creación de dos choques: un choque moviéndose hacia el medio ambiente conocido como “choque de proa” y un choque que penetra el material eyectado llamado “choque reverso”. A este modelo se le conoce como “modelo de choques externos”. Tanto electrones como protones se acelerarán dentro del choque, produciendo una emisión no-térmica multi-banda a través de radiación de sincrotrón o Compton inverso. Como la bola de fuego se desacelera, la fuerza de los choques se reduce, entonces la emisión se suaviza y se desvanece con el tiempo.

Como ya se mencionó en la sección 2.2, la primera emisión de fase tardía en rayos X y óptico fue descubierta el 28 de Febrero de 1997 por el satélite *Beppo SAX* ([Costa et al., 1997](#); [Van Paradijs et al., 1997](#)). La emisión de fase tardía de los GRBs puede durar desde horas hasta años. Como predice el modelo de choques externos, la fase tardía cubre un rango extenso de frecuencias desde rayos X hasta radio. Y su espectro

sigue diferentes leyes de potencias, al igual que la curva de luz.

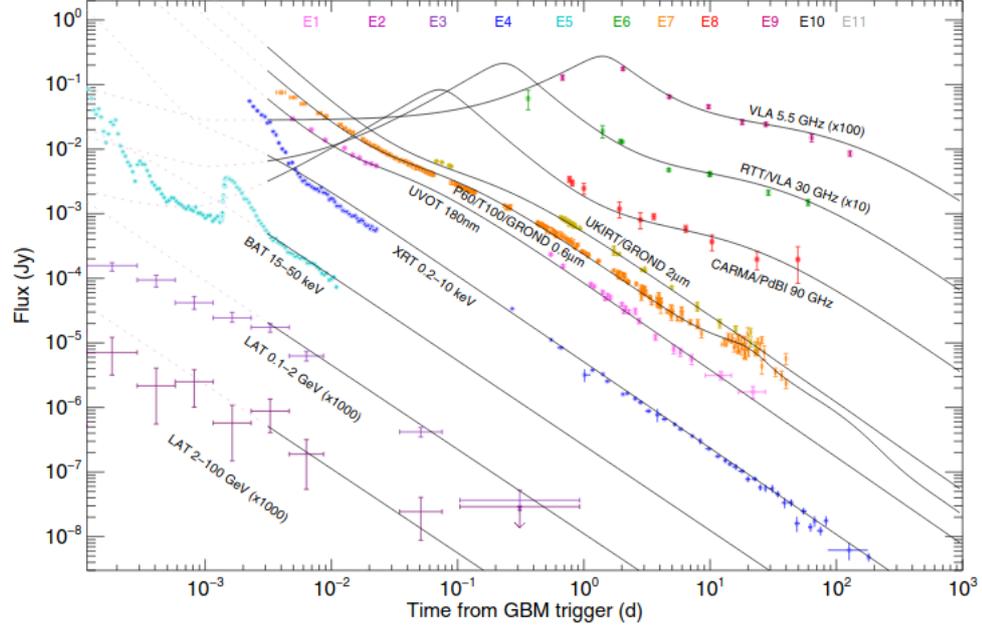


Figura 2.7: Curva de luz en diferentes frecuencias del GRB 130427A, figura tomada de Perley et al. (2014)

A tiempos grandes las curvas de luz decrecen como función de leyes de potencia, así la densidad de flujo se puede caracterizar como

$$F_{\nu}(t, \nu) \propto t^{-\alpha} \nu^{-\beta}, \quad (2.2)$$

donde α es el índice de decaimiento temporal y β es el índice espectral. En la Figura 2.7 se presentan las observaciones en diferentes bandas del GRB 130427A recolectadas por Perley et al. (2014). Desde la banda de radio hasta rayos X se muestra que las curvas de luz siguen el mismo comportamiento decreciente, que puede ser ajustado con varias leyes de potencias, esta parte de la curva de luz corresponde a la etapa de emisión tardía del GRB. El pequeño *bump* en la curva de luz en radio se puede explicar a partir del cambio en el régimen dentro del espectro, o por el choque reverso que se propaga en el jet. En el Capítulo 3 se explicará con detalle la curva de luz y el espectro de emisión en la fase tardía.

Marco Teórico

En este capítulo se discuten las bases teóricas que sustentan el modelo realizado en el capítulo 4 y las simulaciones de GRBs ultra-relativistas (Capítulo 5). Cuando mencionamos jets ultra-relativistas nos referimos a un frente de choque que se mueve con $\Gamma_{sh} \geq 10$. Primero se discuten las características de las curvas de luz observadas en la fase de emisión tardía de los GRBs. Posteriormente, se explican los modelos con los que se describe la evolución de la fase tardía de los GRBs; en particular se explica la solución auto-similar propuesta por [Blandford & McKee \(1976\)](#), la cual describe la expansión relativista de un choque esférico. Esta solución es importante debido a que con sus ecuaciones se inicializan las simulaciones. Además se explican los procesos de emisión en la fase tardía del GRB y su espectro correspondiente. Finalmente se explica la importancia de utilizar un sistema de referencia en movimiento (*boosted frame*) para poder reproducir correctamente las observaciones del GRB 170817A.

3.1. Emisión tardía: Observaciones

En general, la emisión en múltiples bandas de la fase tardía (*afterglow*) proviene de los choques externos (véase [2.3.2](#)), y se caracteriza por tener una curva de luz compuesta por leyes de potencias decrecientes. A partir de los datos recopilados por *Swift*, se obtuvo una curva de luz canónica para la emisión de la fase tardía en rayos X. En la figura [3.1](#) se muestran las diferentes fases de ésta curva de luz. Para las bandas del óptico, radio e IR el análisis de las curvas de luz es similar (Figura [2.7](#)). Como el tiempo en el que sucede el *jet break*¹ es el mismo para las bandas del óptico y rayos X, se considera acromático. A continuación se explicará cada fase.

¹Debido al beaming relativista, solamente la emisión dentro un cono, con un ángulo $\theta_j \sim 1/\Gamma$ contribuye al flujo observado. Cuando la onda de choque desacelera Γ disminuye, entonces θ_j crecerá y se observará una caída en el flujo por falta de energía en los alrededores, a esta caída en la curva de luz se le conoce como *jet break* ([Zhang, 2018](#)).

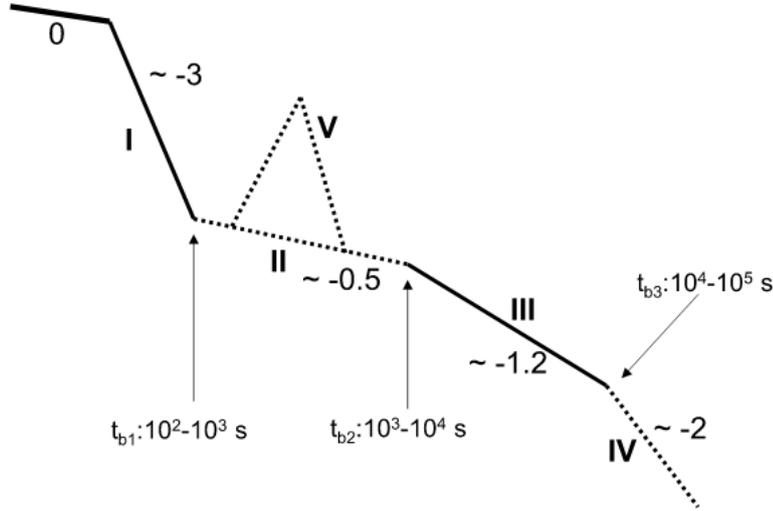


Figura 3.1: Curva de luz canónica en rayos X. En cada fase se muestra su duración y el valor del índice temporal. Fases: 0. Emisión de fase temprana, I. Fase *steep decay*, II. Fase *shallow decay*/plateau, III. Fase de decaimiento normal, IV. Fase después del *jet break* y V. *flares*. Créditos: Zhang et al. (2006).

- I. Fase *steep decay*: Se le conoce como la “cola” natural de la emisión de fase temprana, es decir, el remanente de la emisión temprana. Tiene una pendiente que decae como ~ -3 . La emisión sucede cuando el motor central del GRB se detiene abruptamente después de la emisión de fase temprana ó se apaga más rápido que la pendiente de la curva de luz en rayos X. Esta emisión ocurre a una distancia relativamente grande del motor central ($R \geq 10^{15}$ cm).
- II. Fase *shallow decay*: Típicamente tiene el exponente de la pendiente varía entre ~ 0 a ~ -0.7 , pero si es cercana a cero se le conoce como “plateau”. Esta fase es consistente con el modelo de choques externos durante la fase de emisión tardía. Ocurre debido a que el motor central sigue activo, entonces hay una inyección continua de energía a la onda de choque; también se explica como la estratificación del factor de Lorentz eyectado por la bola de fuego (*fireball*). Si la pendiente es ≈ 0 , el plateau se cree que proviene de algún proceso de disipación interno, como la disipación del viento de un magnetar.
- III. Fase de Decaimiento normal: Tiene una pendiente con un exponente ~ -1 . Esta emisión proviene de los choques externos. Algunos autores sugieren que proviene de la disipación interna del viento de un motor central de larga duración.
- IV. Fase después del *jet break*: Típicamente la pendiente tiene un exponente ~ -2 o con mayor inclinación. Al igual que el segmento anterior es consistente con el modelo de los choques externos. Varios estudios sugieren que el modelo de los

choques externos puede explicar con éxito la emisión de fase tardía de la mayoría de los GRBs.

V. Flares: Se originan generalmente por una emisión tardía del motor central.

3.2. Emisión tardía: Modelos

Como vimos en la sección 2.3, el modelo de la bola de fuego describe la evolución de un GRB a distintos tiempos. La evolución dinámica de una bola de fuego incluye tres fases (figura 3.2). La primera es la fase de aceleración donde la bola de fuego se expande hasta que toda la energía térmica se convierte en energía cinética. La segunda fase es la fase de emisión temprana (sección 2.3.1), en esta fase el jet se moverá con un factor de Lorentz que escala inicialmente como $\Gamma \propto r$. Una vez que la mayoría de la energía térmica es convertida en energía cinética, el jet se moverá con un factor de Lorentz constante, $\Gamma \sim \text{const.}$. A esta fase se le conoce como etapa de expansión libre (*coasting phase*). Finalmente la fase de desaceleración, como su nombre lo dice, empieza cuando el jet es desacelerado por su interacción con el medio ambiente y su factor de Lorentz decrece como $\Gamma \propto r^{-3/2}$, para choques que se mueven en un medio uniforme.

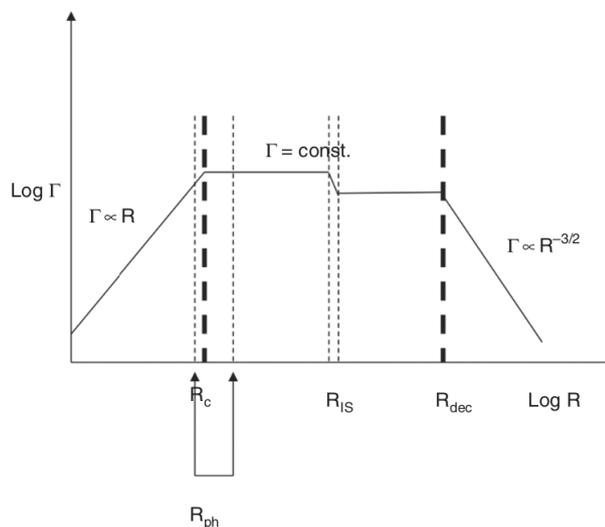


Figura 3.2: Caricatura del factor de Lorentz promedio durante la evolución de la bola de fuego. Créditos: Zhang et al. (2006).

En la figura 3.2 se observan los radios característicos de cada una de las fases. R_c es el radio de expansión libre (*coasting*), donde la bola de fuego alcanza un factor de Lorentz máximo Γ_0 . R_{ph} es el radio fotoesférico y se define como el radio en el cual la profundidad óptica de los fotones es menor que 1. R_{IS} es el radio al cual los choques internos se producen y ocurre la emisión no térmica de rayos γ . Finalmente R_{dec} es

el radio de desaceleración, como su nombre lo dice es el radio a partir del cuál el factor de Lorentz del jet comienza a desacelerar. En está sección nos enfocaremos en la descripción de la fase de expansión libre y la fase de desaceleración, ya que dan lugar a la fase de emisión tardía que es la base de esta tesis.

3.2.1. Fase de expansión libre

En la sección 2.3 se explicó que al momento de que un sistema binario de objetos compactos colapsa u ocurre el colapso del núcleo de una estrella masiva, una gran cantidad de energía es depositada en un volumen pequeño. Como resultado se crea una explosión, por consiguiente se genera una onda de choque que se expande supersónicamente en el medio circundante hasta alcanzar un factor de Lorentz máximo dado por Γ_0 . Se dice que el choque es relativista cuando la energía liberada E es mayor que la energía en reposo, es decir $E \gg Mc^2$, donde M es la masa producto de la explosión.

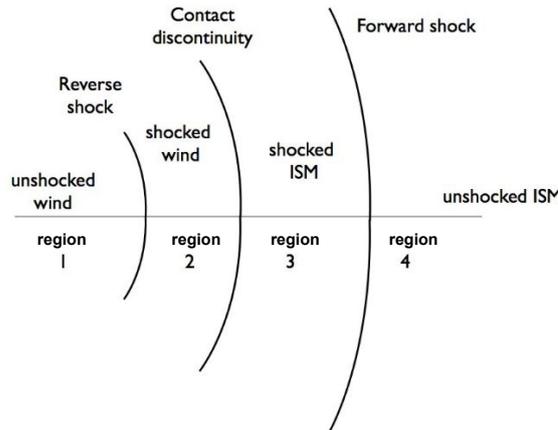


Figura 3.3: Caricatura de la interacción de un choque relativista con un medio frío. A partir del motor central el viento producido (región 1) atraviesa el choque reverso y forma una onda de choque (región 2). A parte del choque reverso se produce un choque de proa hacia el medio ambiente (región 4) produciendo la región del medio ambiente chocado (región 3). Créditos: Lyutikov (2017).

En esta sección se estudiará la dinámica de la onda de choque cuando se propaga hacia el medio ambiente (choque de proa, ver figura 3.3). Las condiciones de salto para un frente de choque relativista que se propaga por un medio ambiente frío, con una velocidad v , con $\beta = v/c$, correspondiente a un factor de Lorentz $\Gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ que se mide desde el sistema de referencia del medio no chocado (región 4), provienen de la conservación de energía ($\omega\Gamma^2\beta$), momento ($\omega\Gamma^2\beta^2 + p$) y la densidad de flujo del número barionico ($n\Gamma\beta$), donde la densidad de energía e , la presión p , la entalpía $\omega = e + p$ y la

densidad n son medidos en el sistema de referencia del fluido. En este caso la presión p se define por la ecuación de estado $p = (\gamma - 1)(e - \rho)$, donde γ es el índice adiabático del fluido y ρ es la densidad medida en el sistema de referencia del fluido. Γ_{43} es el factor de Lorentz del gas chocado (región 3) medido desde el sistema de referencia del medio no chocado (región 4). Las condiciones de salto se pueden escribir como (Blandford & McKee, 1976)

$$\frac{e_3}{n_3} = (\Gamma_{43} - 1)m_p c^2, \quad (3.1)$$

$$\frac{n_3}{n_4} = \frac{\gamma \Gamma_{43} + 1}{\gamma - 1}, \quad (3.2)$$

$$\Gamma_{4s}^2 = \frac{(\Gamma_{43} + 1) [\gamma(\Gamma_{43} - 1) + 1]}{\gamma(2 - \gamma)(\Gamma_{43} - 1) + 2}, \quad (3.3)$$

donde m_p es la masa del protón, c la velocidad de la luz y los subíndices 4 y 3 representan el medio no chocado y el medio chocado, respectivamente. e es la densidad de energía interna, n la densidad numérica de protones y Γ_{3s} es el factor de Lorentz del gas chocado en el sistema de referencia del choque. Estas soluciones sirven para resolver la dinámica del choque en toda su evolución. Para el caso de un choque ultra-relativista, tenemos que el índice adiabático $\gamma = \frac{4}{3}$ y el choque se moverá con un factor de Lorentz muy grande $\Gamma \gg 1$, entonces las ecuaciones de salto (3.1,3.2,3.3) se reducen a

$$\frac{e_3}{n_3} = \Gamma_{43} m_p c^2, \quad (3.4)$$

$$\frac{n_3}{n_4} \simeq 4\Gamma_{43}, \quad (3.5)$$

$$\Gamma_{4s} \simeq \sqrt{2}\Gamma_{43}, \quad (3.6)$$

Las ecuaciones anteriores describen la energía promedio de los protones en la región post-choque, el factor de compresión del material chocado y la velocidad del frente de choque, respectivamente.

3.2.2. Solución de Blandford & McKee

Durante la expansión del jet en el medio ambiente, este chocará con el medio circundante y se creará un cascarón (shell) con toda la masa que el jet barrió del medio ambiente. El jet empieza su fase de desaceleración que puede ser descrita con la solución auto-similar de Blandford & McKee (1976). Posteriormente cuando la velocidad del frente de choque se vuelva no-relativista, su dinámica se puede describir con la solución auto-similar de Sedov-Taylor (Sedov, 1959; Taylor, 1950).

La onda de choque relativista empieza a desacelerar cuando el frente de choque ha barrido la suficiente cantidad de masa, con una energía de masa en reposo equivalente a

3. MARCO TEÓRICO

la energía cinética de la onda de choque. Esto sucederá a una distancia llamada “radio de desaceleración” definida como (Zhang & MacFadyen, 2009)

$$l_s = \left[\frac{(3-k)E}{4\pi A_k c^2 \Gamma^2} \right]^{\frac{1}{(3-k)}}, \quad (3.7)$$

donde E es la energía isotrópica del jet.

Blandford & McKee (1976) describen la propagación auto-similar de una onda de choque esférica ultra-relativista. Consideran que la onda de choque se propaga dentro de un medio estratificado con densidad dada por

$$\rho(r) = A_k r^{-k}, \quad (3.8)$$

donde A_k es la densidad del medio ambiente y $0 \leq k < 4$ agregando la parte estratificada. Cuando $k = 0$ tenemos un medio con densidad constante y cuando $k = 2$ tenemos un viento estratificado. La solución de Blandford & McKee describe a la densidad, factor de Lorentz y densidad de energía interna post-choque en función de una variable auto similar, dada por

$$\chi = 1 + 2(4-k)\Gamma_{sh}^2 \left(1 - \frac{r}{R_{sh}} \right), \quad (3.9)$$

donde r y R_{sh} son la posición radial del elemento de fluido y el frente de choque, respectivamente; Γ_{sh} es el factor de Lorentz con el que se mueve el frente de choque, medido en el sistema de referencia del medio no chocado, y se relaciona con el factor de Lorentz del fluido chocado como $\Gamma(\chi = 1) = \Gamma_{sh}/\sqrt{2}$ (véase ec. 3.6). La posición del frente de choque está dada por

$$R_{sh}(t) = \int_0^t v_{sh}(t') dt' \simeq c \int_0^t \left(1 - \frac{1}{2\Gamma_{sh}^2} \right) dt' \simeq ct \left[1 - \frac{1}{2(4-k)\Gamma_{sh}^2} \right], \quad (3.10)$$

y el factor de Lorentz del frente de choque se puede escribir como

$$\Gamma_{sh}^2 = \frac{(17-4k)E}{8\pi\rho(r)c^5 t^3}, \quad (3.11)$$

donde $\rho(r)$ es la densidad del medio descrita por la ecuación (3.8), E es la energía en la onda de choque. En caso de tener un flujo que no es esférico (i.e., un jet) E es equivalente a la energía isotrópica en el flujo, $E_{iso} = 4\pi(dE/d\Omega)$. A partir de las ecuaciones (3.10),(3.11), se determina el tiempo en el sistema de referencia de laboratorio que corresponde a un cierto factor de Lorentz del frente de choque y está dado por:

$$t \simeq \frac{R_{sh}}{c} \simeq \frac{1}{c} \left[\frac{(17-4k)E}{8\pi A_k c^2 \Gamma_{sh}^2} \right]^{1/(3-k)}. \quad (3.12)$$

Las variables post-choque que describen al jet serán

$$\Gamma = \frac{1}{\sqrt{2}} \Gamma_{sh} \chi^{-1/2}, \quad (3.13)$$

$$\rho = 2^{3/2} \rho_k(r) \Gamma_{sh} \chi^{-\frac{(10-3k)}{[2(4-k)]}}, \quad (3.14)$$

$$p = \frac{2}{3} \rho_k(r) c^2 \Gamma_{sh}^2 \chi^{-\frac{(17-4k)}{[3(4-k)]}}. \quad (3.15)$$

Con la solución de Blanford & McKee se pueden describir las condiciones iniciales de las simulaciones numéricas y definir los parámetros físicos durante la evolución del jet (Capítulo 5).

En el límite no relativista, el comportamiento auto-similar de la onda de choque se puede describir con la solución auto-similar de Sedov-Taylor (Sedov, 1959; Taylor, 1950), donde la posición del choque está dada por

$$R \approx \left[\frac{\alpha_k E_{iso} t^2}{A_k} \right]^{1/(5-k)}. \quad (3.16)$$

Además se moverá con una velocidad dada por $v_{sh} = dR/dt \propto t^{-(3-k)/(5-k)}$.

3.2.3. Curvas de Luz en la fase Afterglow

La fase de emisión tardía se describe como la emisión sincrotrón de los electrones acelerados cuando una capa esférica relativista choca con el medio circundante. La región post-choque puede emitir radiación de sincrotrón, debido a la presencia de campos magnéticos que se intensifican en el frente de choque. Así las partículas cargadas (electrones o protones) seguirán las líneas de campo y serán aceleradas emitiendo radiación.

Consideramos un electrón con carga q_e y masa m_e , que se mueve con un factor de Lorentz Γ_e a través de un campo magnético \vec{B} . El electrón se moverá alrededor de las líneas de campo, trazando una trayectoria helicoidal. El análisis de la emisión de sincrotrón parte de considerar la fuerza de Lorentz,

$$\vec{F} = \frac{q_e}{c} \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right). \quad (3.17)$$

Para efectos prácticos, el campo eléctrico no es significativo ($\vec{E} \rightarrow 0$), y esta ecuación se reduce a:

$$\frac{d}{dt} \left(\Gamma_e m_e \vec{v} \right) = \frac{q_e}{c} \left(\vec{v} \times \vec{B} \right). \quad (3.18)$$

El electrón se moverá con una velocidad descrita por las siguientes componentes $v_{\parallel} = v \cos \theta$ y $v_{\perp} = v \sin \theta$, donde θ es el ángulo entre el vector velocidad y la línea del campo magnético. La aceleración cambia de dirección el vector \vec{v} , pero su magnitud permanece constante. Debido a que la trayectoria del electrón es helicoidal, la componente de la

3. MARCO TEÓRICO

velocidad que importa en la descripción, es la componente perpendicular respecto al campo magnético \vec{B} . Por lo que al despejar la aceleración su magnitud será

$$v_{\perp} = \frac{q_e}{\Gamma_e m_e c} v B \sin \theta. \quad (3.19)$$

Para determinar la frecuencia de giro del electrón se iguala la fuerza centrífuga con la fuerza de Lorentz, y considerando que la masa del electrón está dada por $\Gamma_e m_e$ entonces

$$\omega_{syn} = \frac{q_e B}{\Gamma_e m_e c}. \quad (3.20)$$

Se usa la fórmula generalizada de Larmor ([Schneider, 2014](#)) junto con la aceleración del electrón (ec. 3.19) para determinar la potencia total radiada por el electrón por emisión sincrotrón, escrita como

$$P_e = 2\sigma_T c U_B \Gamma_e^2 \beta_e^2 \sin^2 \theta, \quad (3.21)$$

donde la densidad de energía magnética está dada por $U_B = B^2/8\pi$, $\sigma_T = 8\pi r_0^2/3$ es la sección eficaz de Thomson (donde r_0 es el radio clásico del electrón), y $\beta_e = v/c$ es la velocidad del electrón. En el caso de que la radiación sea isotrópica la integral sobre el ángulo sólido de $\frac{1}{4\pi} \int \sin^2 \theta d\Omega = 2/3$. Entonces la potencia de radiación de un electrón se reduce a

$$P = \frac{4}{3} \sigma_T c \Gamma_e^2 \beta_e^2 \frac{B^2}{8\pi}. \quad (3.22)$$

Si transformamos la potencia de radiación del marco de referencia del fluido chocado al marco de referencia del observador, tenemos que se puede escribir como

$$P(\Gamma_e) = \frac{4}{3} \sigma_T c \Gamma_e^2 \Gamma_{sh}^2 \frac{B^2}{8\pi}. \quad (3.23)$$

y con una frecuencia característica dada por

$$\nu(\Gamma_e) = \frac{q_e B}{2\pi m_e c} \Gamma_{sh} \Gamma_e^2. \quad (3.24)$$

Como ya se explicó en la sección anterior, durante la emisión de fase tardía se genera una onda de choque que colisiona con el medio ambiente, y los electrones recolectados son acelerados a diferentes energías. Siguiendo a [Sari et al. \(1998\)](#), consideramos que los electrones en el choque siguen una distribución de población $N(\Gamma_e) d\Gamma_e \propto \Gamma_e^{-p} d\Gamma_e$ si $\Gamma_e \geq \Gamma_m$, donde p es el índice de la distribución de electrones debe ser $p > 2$ y Γ_m es el factor de Lorentz mínimo que tienen los electrones en el material chocado y se define como

$$\Gamma_m = \epsilon_e \left(\frac{p-2}{p-1} \right) \frac{m_p}{m_e} \Gamma_e. \quad (3.25)$$

De igual forma, consideramos que los parámetros de la microfísica son constantes: ϵ_e , es la fracción de la energía del choque que se convierte en energía de los electrones acelerados en el fluido chocado y ϵ_B , es la fracción de energía del choque que se convierte en densidad de energía magnética detrás del choque.

Los electrones en el choque relativista producirán una potencia de radiación y frecuencia de sincrotrón dadas por las ecuaciones (3.23), (3.24), respectivamente. La potencia máxima alcanzada está dada por

$$P_{\nu, max} \approx \frac{P(\Gamma_e)}{\nu(\Gamma_e)} = \frac{m_e c^2 \sigma_T}{3q_e} \Gamma_{sh} B. \quad (3.26)$$

La descripción anterior es válida mientras los electrones no pierdan una fracción significativa de energía en la radiación. Posteriormente, los electrones se empiezan a enfriar hasta llegar a un factor de Lorentz Γ_c en un tiempo t_c ; el tiempo que tardarán en enfriarse t está dado por

$$t_c \sim \frac{E_c}{P(\Gamma_c)} = \frac{\Gamma_c m_e c^2}{\frac{4}{3} \sigma_T c \Gamma_c^2 \beta_e^2 \frac{B^2}{8\pi}} \simeq \frac{6\pi m_e c}{\sigma_T \Gamma_c B^2}. \quad (3.27)$$

Como vemos los electrones se enfrían en un tiempo $t_c \propto 1/\Gamma_c$. Entonces el factor de Lorentz crítico al cual se enfrían los electrones es

$$\Gamma_c = \frac{6\pi m_e c}{\sigma_T B^2 \Gamma_{sh} t_c}, \quad (3.28)$$

con t_c medido en el sistema del observador. La frecuencia de enfriamiento de sincrotrón está dada por

$$\nu_c = \frac{3q_e B \Gamma_c^2}{4\pi m_e c}, \quad (3.29)$$

es decir, mientras se enfrían los electrones la frecuencia de emisión de sincrotrón varía como $\nu \propto \Gamma_e^2$. Por consiguiente el espectro de emisión varía como $\nu^{-1/2}$ en el rango de frecuencias entre $\nu_c < \nu < \nu(\Gamma_e)$. Para calcular el espectro total de una distribución de electrones, se debe integrar sobre Γ_e . El espectro total consiste de varios segmentos definidos con distintas leyes de potencias (fig. 3.4), en el cuál hay diferentes frecuencias características: ν_m es la frecuencia de sincrotrón típica con la que aceleran los electrones que tienen el factor de Lorentz mínimo, ν_c es la frecuencia de enfriamiento de los electrones y ν_a es la frecuencia de auto-absorción. A tiempos tempranos de la emisión de fase tardía, la frecuencia de auto-absorción es mucho menor que ν_m y ν_c , y se tienen dos escenarios distintos que dependen del factor de Lorentz.

Cuando $\Gamma_m > \Gamma_c$, todos los electrones se van a enfriar en un tiempo t , tal que $t < t_0$, y en ν_c habrá un pico. A este caso se le llama enfriamiento rápido (*fast cooling*). El flujo observado se puede escribir como (Sari et al., 1998)

$$F_\nu = \begin{cases} (\nu/\nu_c)^{1/3} F_{\nu, max}, & \nu < \nu_c, \\ (\nu/\nu_c)^{-1/2} F_{\nu, max}, & \nu_c < \nu < \nu_m, \\ (\nu_m/\nu_c)^{-1/2} (\nu/\nu_m)^{-p/2} F_{\nu, max}, & \nu_m < \nu. \end{cases} \quad (3.30)$$

3. MARCO TEÓRICO

Por otro lado, si $\Gamma_c > \Gamma_m$ solo los electrones con $\Gamma_e > \Gamma_c$ se van a enfriar, los electrones con $\Gamma_e \sim \Gamma_m$ no se pueden enfriar antes de un tiempo $t > t_0$. A este caso se le llama enfriamiento lento (*slow cooling*), debido a que los electrones no pueden enfriarse, y su flujo se puede escribir como

$$F_\nu = \begin{cases} (\nu/\nu_m)^{1/3} F_{\nu,max}, & \nu < \nu_m, \\ (\nu/\nu_m)^{-(p-1)/2} F_{\nu,max}, & \nu_m < \nu < \nu_c, \\ (\nu_c/\nu_m)^{-(p-1)/2} (\nu/\nu_c)^{-p/2} F_{\nu,max}, & \nu > \nu_c. \end{cases} \quad (3.31)$$

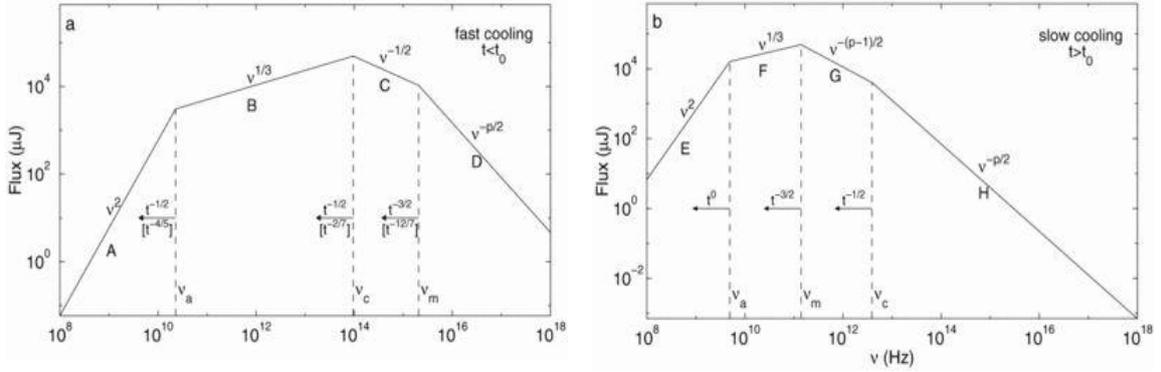


Figura 3.4: Espectro sincrotrón de un choque relativista con una distribución de electrones tipo leyes de potencia. (a) Enfriamiento rápido, se espera a tiempos tempranos ($t < t_0$) en la fase tardía de un GRB. (b) Enfriamiento lento, se espera a tiempos tardíos ($t > t_0$).

Créditos: Sari et al. (1998)

La fase de emisión tardía de los GRBs es caracterizada típicamente por un espectro de sincrotrón en el régimen de enfriamiento lento. Las curvas de luz (fig. 3.5) dependen de la evolución hidrodinámica del choque, debido a que las frecuencias características de la radiación sincrotrón (ν_m, ν_c) dependen de la evolución temporal de varias cantidades. Esta dependencia temporal se ve reflejada en como Γ y N_e cambian en función del tiempo. Existen dos casos límites para describir la evolución hidrodinámica del choque: que sea completamente radiativa, es decir, toda la energía que se genera durante el choque es emitida en forma de radiación; ó completamente adiabática.

En el caso de los GRBs, la evolución hidrodinámica del choque se considera adiabática, es decir, la energía del choque esférico es constante y se puede explicar con las soluciones de Blandford & McKee (1976). Las curvas de luz presentan su pico en las frecuencias características de cada caso: durante el enfriamiento rápido ν_c varía como $\nu_c \propto t^{-1/2}$, mientras que durante el enfriamiento lento ν_m varía como $\nu_m \propto t^{-3/2}$. Para describir la pendiente con la que decaen las curvas de luz se puede escribir el flujo en función del tiempo $F_\nu \sim t^{-\beta}$ con $\beta = 3p/4 - 3/4$ ó $\beta = 3p/4 - 1/2$ donde p es el índice de la distribución de electrones. También el flujo se puede escribir en función del índice

espectral α como $F_\nu \sim \nu^{-\alpha}$ con $\alpha = (p-1)/2$ ó $\alpha = p/2$, correspondientes a los valores de β respectivamente.

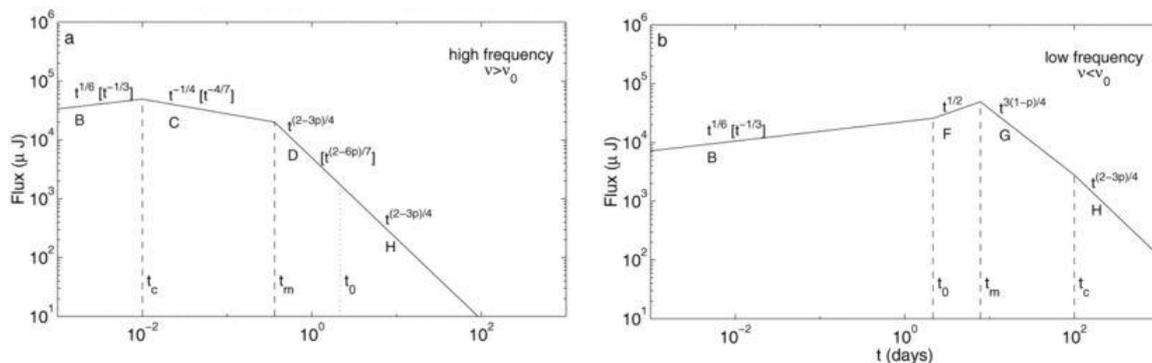


Figura 3.5: Curva de luz debido a la radiación sincrotrón sin tomar en cuenta auto-absorción. (a) Altas frecuencias ($\nu > \nu_0$), los cuatro segmentos son separados por tiempos críticos, t_c , t_m , t_0 cuando $t < t_0$. (b) Bajas frecuencias ($\nu < \nu_0$). Créditos: Sari et al. (1998)

3.3. Observaciones y modelos del GRB170817A

3.3.1. Contrapartes electromagnéticas de ondas gravitacionales

El decaimiento orbital y la subsecuente fusión de binarias de objetos compactos como NS-NS, NS-BH o BH-BH, produce ondas gravitacionales (Taylor & Weisberg, 1989). Lattimer & Schramm (1974) fueron los primeros en considerar que en la fusión de NS-BH el 5% del material de la estrella de neutrones será eyectado. Posteriormente varios autores extendieron esta idea a la fusión de un sistema binario de estrellas de neutrones (Eichler et al., 1989; Symbalisty & Schramm, 1982). A partir de simulaciones numéricas se ha estudiado la evolución de la fusión de dos estrellas de neutrones; antes de que la fusión suceda, las estrellas de neutrones son comprimidas por efectos de marea al orbitar, provocando que eyecten colas de material que crecen mientras se acercan y colisionan entre sí (ej. Radice et al., 2020; Shibata & Hotokezaka, 2019). Posterior a la fusión se forma un disco alrededor del objeto compacto remanente, este disco puede tener hasta $0.1M_\odot$ del material eyectado por las estrellas de neutrones. Los vientos y flujos son causados por los derivados de los remanentes de estrellas masivas de neutrones ó por los neutrinos y campos magnéticos en la superficie del disco (Margutti & Chornock, 2020).

Como ya se mencionó en la sección 2.2.3, la fusión de NS-NS y NS-BH son los mejores candidatos para ser los progenitores de los GRBs cortos, por lo que se esperaba encontrar una correlación entre un GRB corto y una onda gravitacional. Además de

3. MARCO TEÓRICO

la combinación entre el material eyectado de la fusión con la energía proveniente del decaimiento radioactivo, se espera observar un objeto transiente, es decir, una kilonova que se pueda observar en el espectro en las bandas UV, óptico y NIR durante las primeras semanas después del evento (Li & Paczyński, 1998).

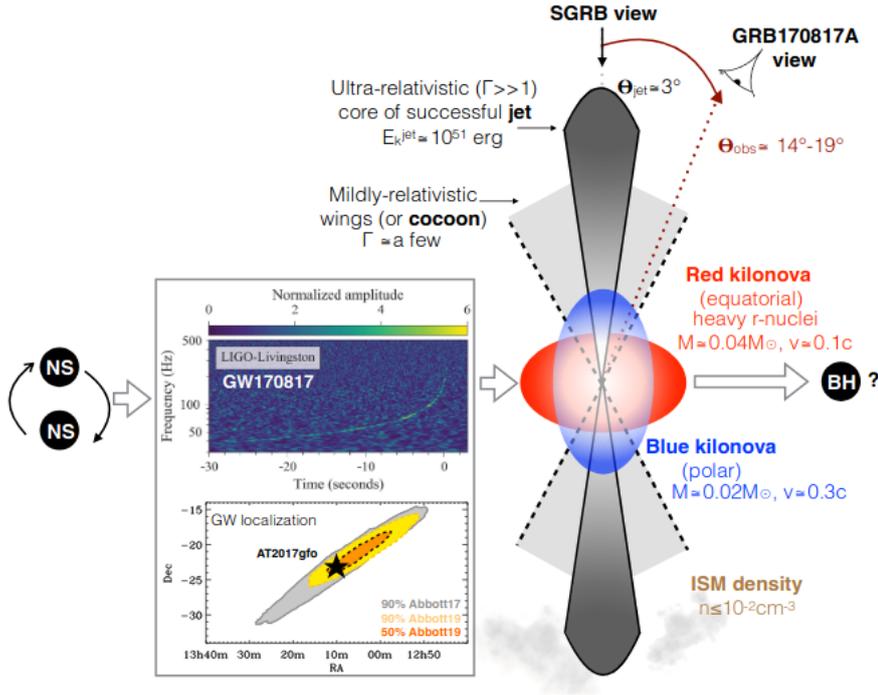


Figura 3.6: Caricatura de la emisión de las contrapartes electromagnéticas de una onda gravitacional al tiempo de la fusión. La emisión de la onda gravitacional es detectable hasta que ocurre la fusión ($t=0$) y se localiza en una sección de $16-20 \text{ deg}^2$. La fusión produce un destello de rayos gamma (GRB 170817A) y una emisión tardía multi-frecuencia producida por un jet relativista colimado con una componente angular de material medianamente relativista (cocoón). Se puede observar una kilonova en las primeras semanas principalmente en UV-óptico-NIR. Créditos: Margutti & Chornock (2020).

El 17 de Agosto del 2017, los detectores *Advanced LIGO* y *Virgo* observaron la onda gravitacional GW 170817. Independientemente el satélite *Fermi* detectó el GRB 170817A, confirmando la correlación entre ambos eventos (Goldstein et al., 2017). El GRB 170817A se encuentra a 40 Mpc de distancia, cerca de la galaxia elíptica NGC 4993 (Coulter et al., 2017). Se detectó la emisión de la kilonova en las bandas del NIR, óptico y UV algunas horas después del evento y su emisión dominó el espectro por varias semanas. La emisión no-térmica de la fase tardía fue detectada 8.9 días después del evento en la banda de rayos X (Troja et al., 2017), 16.4 días después en radio

(Hallinan et al., 2017) y 110 días después en óptico (Lyman et al., 2018). El GRB corto emitió una energía isotrópica de $E_{\gamma,iso} \sim 5 \times 10^{46}$ erg; el valor de la energía isotrópica junto con el atraso de la emisión de la fase tardía del GRB 170817A (Granot et al., 2018; Lazzati et al., 2018), sugieren que el jet fue observado *off-axis*¹ a un ángulo de $\approx 15^\circ - 30^\circ$.

En la figura 3.6 se observan las características de las contrapartes electromagnéticas de la GW 170817. La probabilidad de que se observe un jet relativista depende de que éste logre atravesar el medio circundante. La propagación del jet a través del material eyectado de la fusión puede determinar su estructura angular y la colimación del jet. Mientras atraviesa el material eyectado el jet disipa energía en un *cocoon*; un *cocoon* es una estructura que se forma alrededor del jet, constituido por material chocado por el jet y el material eyectado en la fusión, el *cocoon* se expande con velocidades relativistas después de que el jet atraviesa el material circundante.

3.3.2. Ajuste de la curva de luz del GRB170817A

Makhathini et al. (2020) presentan el ajuste de la curva de luz de la emisión tardía del GRB 170817A (fig. 3.7) utilizando un modelo hidrodinámico semi-analítico, donde los parámetros de la microfísica ϵ_e y ϵ_B , el índice de la distribución de electrones p y la densidad del medio ambiente fueron calculados utilizando el método *Markov-Chain Monte Carlo*.

Debido a que la curva de luz del GRB 170817A presenta un pico aproximadamente 160 días después del evento, y por el decaimiento rápido de la curva de luz después del pico, se determinó que la onda gravitacional GW 170817 logró producir un SGRB, que se observó de manera *off-axis*. Varios modelos asumieron que el jet producido por la onda gravitacional cuenta con una estructura y una distribución de energía con dependencia angular (Ghirlanda et al., 2019; Lamb et al., 2019; Mooley et al., 2018); sin embargo, la estructura exacta del jet aún es tema de controversia. Múltiples estudios utilizan modelos hidrodinámicos y semi-analíticos para modelar la emisión tardía del GRB 170817A y obtener las propiedades de la estructura del jet (Urrutia et al., 2021). En la tabla 3.1, se presentan los parámetros de los modelos $(n_0, \epsilon_e, \epsilon_B, E_0, \theta_v, \theta_j,)$ utilizados por diferentes autores para calcular la curva del luz de la emisión tardía utilizando distintas estructuras del jet.

¹Un jet *off-axis* hace referencia a los chorros relativistas observados en un ángulo mayor al ángulo de apertura del jet (θ_j)

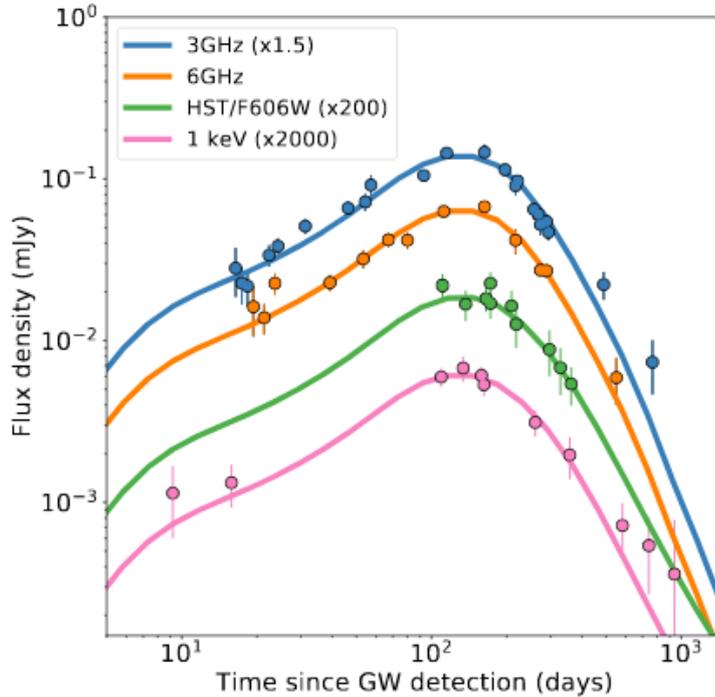


Figura 3.7: Ajuste de la curva de luz del afterglow del modelo de un jet estructurado usando el modelo de choques externos. Solo algunos datos observacionales se usan en la figura. Créditos: [Makhathini et al. \(2020\)](#).

Sin embargo, algunos de los parámetros que se muestran en la tabla 3.1 están degenerados, mientras que otros se encuentran constreñidos por las observaciones. En el caso del GRB 170817A, el ángulo de observación θ_v depende de la detección del movimiento superlumínico en el radio del objeto compacto durante la fase de emisión tardía ($14^\circ \lesssim \theta_v \lesssim 35^\circ$) ([Mooley et al., 2018](#)); el valor de la densidad del medio interestelar n_0 se obtiene de diferentes maneras: La emisión difusa en rayos-X de la galaxia huésped implica $n_0 \leq 9.6 \times 10^{-3} \text{cm}^{-3}$ ([Hajela et al., 2019](#)), la no detección de hidrógeno neutro en la galaxia huésped implica $n_0 \leq 4 \times 10^{-2} \text{cm}^{-3}$ ([Hallinan et al., 2017](#)), mientras que simulaciones cosmológicas inferen un límite inferior $n_0 \geq 2 \times 10^{-5} \text{cm}^{-3}$. Por otro lado, los parámetros de la microfísica ϵ_e y ϵ_B no se han constreñido directamente por las observaciones del GRB. [Takahashi & Ioka \(2021\)](#) encuentran que la emisión depende de diferentes combinaciones de los parámetros $(n_0, \epsilon_B, \epsilon_e)$ dadas por $n_0 \epsilon_B^{(p+1)/(p+5)} \epsilon_e^{4(p-1)/(p+5)} = \text{cte.}$, donde p es el índice espectral de los electrones. Todas las combinaciones de parámetros que satisfacen la ecuación de degeneración producirán la misma curva de luz.

Referencia	Modelo	θ_v (deg)	θ_j (deg)	$\log_{10} E_{0,52}$ (erg)	$\log_{10} n_0$ (cm^{-3})	$\log_{10} \epsilon_e$	$\log_{10} \epsilon_B$
Makhathini et al. (2020)	SJ	$35.2^{+0.6}_{-0.6}$...	-0.2	$-2.0^{+0.1}_{-0.1}$	$-1.1^{+0.1}_{-0.1}$	$-3.0^{+0.1}_{-0.2}$
Lazzati et al. (2017)	SJ	$33.0^{+4.0}_{-2.5}$	$-2.4^{+2.1}_{-2.8}$	$-1.2^{+1.0}_{-1.0}$	$-2.5^{+0.7}_{-0.7}$
Hajela et al. (2019)	BF	$30.4^{+4.0}_{-3.4}$	$5.9^{+1.0}_{-0.7}$	$-1.3^{+0.0}_{-1.0}$	$-2.6^{+0.4}_{-0.6}$	$-0.8^{+0.4}_{-0.6}$	$-2.6^{+0.9}_{-1.2}$
Wu & MacFadyen (2019)	BF	$30.3^{+0.7}_{-0.4}$	$6.3^{+1.1}_{-1.7}$	$-0.8^{+0.2}_{-1.4}$	$-2.0^{+0.7}_{-1.0}$	$-1.0^{+0.6}_{-0.9}$	$-3.6^{+1.3}_{-1.4}$
Resmi et al. (2018)	GJ	$26.9^{+8.6}_{-4.6}$	$6.9^{+2.3}_{-1.7}$	$-0.2^{+0.4}_{-0.5}$	$-2.7^{+0.9}_{-1.0}$	$-0.6^{+0.1}_{-0.5}$	$-4.4^{+1.1}_{-0.5}$
Ryan et al. (2020)	PLJ	$25.2^{+6.9}_{-6.9}$	$2.6^{+0.7}_{-0.7}$	$0.9^{+1.1}_{-0.8}$	$-2.6^{+1.1}_{-1.1}$	$-1.2^{+0.7}_{-1.2}$	$-2.6^{+1.1}_{-0.9}$
"	GJ	$22.9^{+6.3}_{-6.3}$	$3.8^{+1.0}_{-1.0}$	$1.1^{+1.0}_{-0.7}$	$-2.7^{+1.0}_{-1.0}$	$-1.4^{+0.7}_{-1.1}$	$-4.0^{+1.1}_{-0.7}$
Troja et al. (2019)	GJ	$21.8^{+6.3}_{-6.3}$	$3.4^{+1.0}_{-0.6}$	$0.8^{+0.9}_{-0.6}$	$-2.5^{+0.9}_{-1.0}$	$-1.4^{+0.5}_{-0.6}$	$-4.0^{+1.0}_{-0.7}$
Lamb et al. (2019)	2C	$20.6^{+1.7}_{-1.7}$	$4.0^{+0.6}_{-0.6}$	$0.0^{+0.9}_{-0.6}$	$-3.3^{+0.6}_{-1.6}$	$-1.3^{+0.6}_{-0.7}$	$-2.4^{+1.4}_{-0.9}$
"	GJ	$19.5^{+1.1}_{-1.1}$	$5.2^{+0.6}_{-0.6}$	$0.4^{+0.5}_{-0.4}$	$-4.1^{+0.5}_{-0.5}$	$-1.4^{+0.5}_{-0.6}$	$-2.1^{+0.8}_{-1.0}$
Hotokezaka et al. (2019)	GJ	$16.6^{+0.6}_{-0.6}$	$3.4^{+0.6}_{-0.6}$
"	PLJ	$16.6^{+0.6}_{-0.6}$	$2.9^{+0.6}_{-0.6}$
Ghirlanda et al. (2019)	PLJ	$15.0^{+1.5}_{-1.0}$	$3.4^{+1.0}_{-1.0}$	$0.4^{+0.6}_{-7.0}$	$-3.6^{+0.7}_{-0.7}$...	$-3.9^{+1.6}_{-1.6}$
Mooley et al. (2018)	HD	[14, 28]	< 5	[0, 1.5]	[-4, -2.3]	0.1	[-2, -5]

Tabla 3.1: Resumen de las publicaciones que se han realizado con modelos del GW 170817. Nomenclatura: GJ=Jet Gausiano, PLJ= Jet de leyes de potencia, SJ= Otro tipo de jet estructurado, BF=*boosted fireball*, HD=Simulaciones hidrodinámicas, 2C= Dos componentes. Créditos: Makhathini et al. (2020).

Como se describió en la sección 3.2.2, cuando los jets relativistas responsables de la emisión de los GRBs desaceleran a distancias de $10^{16} - 10^{17}$ cm desde el objeto compacto que los generó, forma un cascarón de que se mueve con velocidades ultra-relativistas y con un tamaño angular $\theta_j \lesssim 0.1$ rad (5.73°). Típicamente, se describe la dinámica de este cascarón considerando una porción de una capa esférica, descrita por medio de la solución auto-similar de Blandford & McKee. Esta solución considera una explosión esféricamente simétrica. Se han propuesto diferentes distribuciones angulares de energía en la literatura (ver Fig. 3.8). El modelo más sencillo es el jet *top-hat* (línea azul sólida), que tiene toda su energía uniformemente distribuida y confinada dentro de un ángulo θ , $\mathcal{E}(\theta) = \mathcal{E}_0$ tal que $\theta \leq \theta_{jet}$. En el caso de un jet gausiano (línea punteada verde), la estructura del jet se obtiene a través de un perfil angular gausiano, es decir, $\mathcal{E}(\theta) = \mathcal{E}_0 e^{-(\theta^2/2\theta_0^2)}$ donde θ_0 es el ángulo inicial del jet. Los jets de leyes de potencia son aquellos que su energía escala como una ley de potencia $\mathcal{E}(\theta) = \mathcal{E}_0(\theta/\theta_0)^{-n}$ como función a la distancia angular del eje del jet. En el caso de modelos de dos componentes se considera un jet *top-hat* y un cocoon gausiano. Finalmente modelos con “*boosted fireball*” definen la estructura angular del jet a partir de la energía interna y un factor de Lorentz con el que se mueven las bolas de fuego.

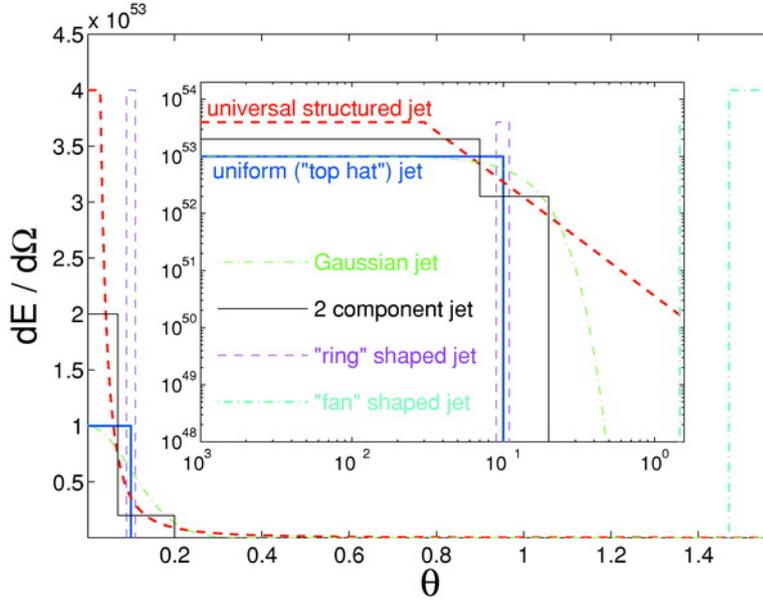


Figura 3.8: Diagrama esquemático de la energía por unidad de ángulo sólido ($dE/d\Omega$), para diferentes estructuras angulares de jets. Se muestra en escala lineal (figura principal) y en escala logarítmica (figura al centro) Créditos: [Granot \(2005\)](#).

[Gill et al. \(2019\)](#) realizan el ajuste de la curva del luz de las observaciones del GRB 170817A, utilizando un jet *top-hat*. Consideran que el jet tenía una apertura de $\theta_j = 15^\circ$, con una energía cinética de $E_K = 10^{50}$ erg y observando desde un ángulo $\theta_{obs} \simeq 28^\circ$ (fig.3.9). Los cálculos presentados en este artículo se basan en simulaciones que empiezan con un $\Gamma_{sh} \approx 30$ y son complementadas con un modelo analítico auto-similar de Blandford & McKee para calcular la radiación emitida cuando la onda de choque se mueve con $\Gamma_{sh} > 30$. El cálculo analítico no incluye la expansión lateral del jet a tiempos cortos y por lo tanto subestima el flujo observado *off axis*. Basándose en este argumento, estos autores sugieren que simulaciones con jets *top-hat* desacelerando desde factores de Lorentz $\Gamma_{sh} > 30$, podrían tener suficiente expansión lateral para explicar las observaciones del GRB 170817A a tiempos $\lesssim 40$ días. Dicho de otra forma, [Gill et al. \(2019\)](#) proponen que la emisión observada requiere un jet con una cierta cantidad de energía a ángulos $\sim 20^\circ - 30^\circ$, esta energía puede estar asociada a un jet estructurado, por ejemplo gaussiano, o a un jet *top-hat* que tuvo suficiente tiempo para expandirse. En el capítulo 5 se buscará comprobar esta hipótesis.

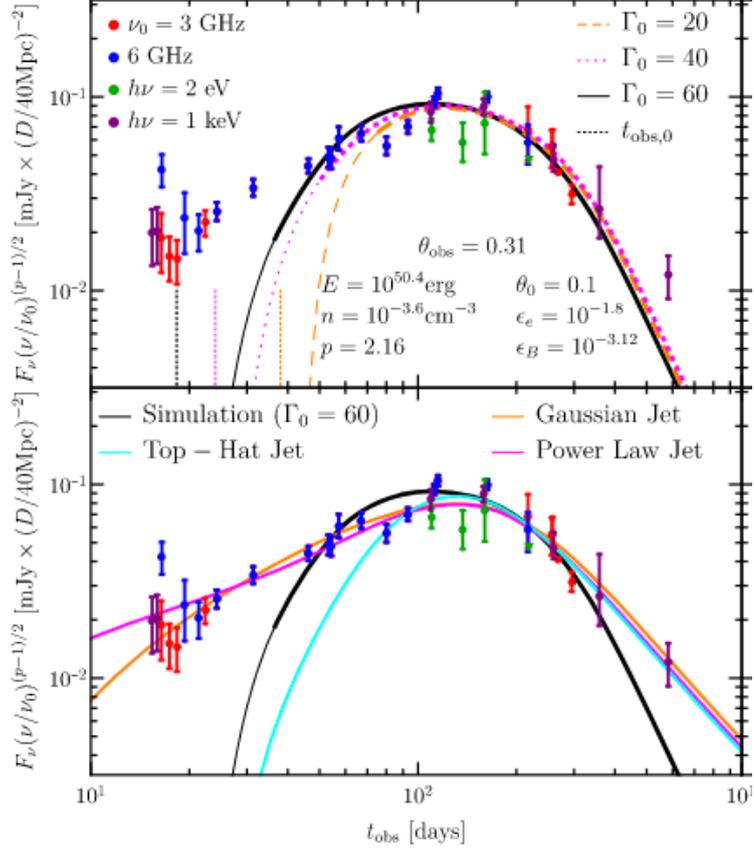


Figura 3.9: Panel superior: Se muestra la comparación de la curva de luz simulada para un jet *top-hat* con observaciones, para diferentes factores de Lorentz (Γ_0). Panel abajo: Se muestran la comparación de distintos modelos semi-analíticos con diferentes estructuras del jet (θ_0). Créditos: Gill et al. (2019).

Los jets relativistas asociados a GRBs al inicio de su evolución se propagan con $\Gamma \gtrsim 100$ en el frente de choque. Es fácil demostrar que la región del frente de choque es muy difícil de resolver numéricamente, ya que el tamaño de la región inicial que contiene el choque será

Para simular jets con $\Gamma \gtrsim 100$ se utiliza un sistema de referencia en movimiento. Autores como van Eerten & MacFadyen (2013) estudiaron las curvas de luz para diferentes jets con $\theta_j \sim 0.05, 0.1, 0.2$ rad y factor de Lorentz inicial $\Gamma_0 \geq 100$. El jet se mueve a través de un medio constante y fue observado a diferentes ángulos desde el eje del jet (*on-axis*) hasta la orilla del jet. Para las simulaciones usaron un sistema de referencia que se mueve con un factor de Lorentz $\Gamma_S = 5$, en la misma dirección de propagación que el jet. Señalan que las ventajas de utilizar un sistema de referencia en movimiento son que el factor de Lorentz del jet se reduce y la contracción de Lorentz

del frente de choque no representa un problema de resolución numérica a tiempos tempranos cuando comienza a desacelerar el jet. Por otro lado, una desventaja es la pérdida de simultaneidad a través de la malla adaptiva con respecto al sistema de referencia en reposo, pero se puede solucionar utilizando las transformaciones de Lorentz inversas.

$$\Delta_0 \sim R_{sh,0}/\Gamma_0^2, \quad (3.32)$$

la ecuación anterior quiere decir que la sección a resolver se vuelve mucho más delgada para Γ_0 muy grande.

En conclusión, no existen modelos numéricos de la evolución del jet con factores de Lorentz $\gtrsim 100$ para reproducir las observaciones del GRB 170817A. Los modelos que asumen la solución auto-similar de Blandford & McKee a tiempos cortos, no consideran la expansión lateral del jet, lo que modifica las curvas de luz y difieren de las observaciones. En esta tesis se usó un sistema de referencia en movimiento con el cuál se pueden simular numéricamente jets *top-hat* con velocidades ultra-relativistas ($\Gamma \gtrsim 100$). Esto se verá a detalle en el siguiente capítulo.

Métodos Numéricos

Como se explicó con anterioridad el objetivo de esta tesis es hacer simulaciones numéricas de jets ultra-relativistas. Para poder realizar las simulaciones se utilizó el código Mezcál (De Colle et al., 2012), el cual es un código hidrodinámico diseñado para resolver las ecuaciones de la hidrodinámica con relatividad especial (SRHD). En esta sección se explicará la teoría y los métodos numéricos que utiliza el código Mezcál para resolver las ecuaciones de la hidrodinámica. Posteriormente se hablará sobre la implementación de un sistema de referencia en movimiento (*boosted frame*), donde se llevaron a cabo las simulaciones numéricas. Además se presentan dos pruebas de tubo de choque que validan la implementación del sistema de referencia en movimiento. Finalmente, se explicará la implementación de los modelos para la descripción de la dinámica del jet dentro del sistema de referencia en movimiento y el tratamiento posterior a las simulaciones para obtener la curvas de luz correspondiente al jet, teniendo en cuenta la evolución en el sistema de referencia en movimiento.

4.1. Integración de las ecuaciones de la SRHD

La hidrodinámica es la rama de la mecánica de fluidos que se encarga del estudio de los fluidos en movimiento. La forma más sencilla para modelar un fluido en movimiento es utilizando las ecuaciones de Euler. Las ecuaciones de Euler son un caso particular de las ecuaciones de Navier Stokes, en donde el fluido es inviscido, no contiene conductividad térmica y no está sometido a fuerzas de cuerpo (como gravedad, campos magnéticos o eléctricos). El estudio de la evolución de un fluido queda definido enteramente por la conservación de tres cantidades: masa, momento y energía.

Consideramos una cantidad escalar por unidad de volumen U y el flujo \vec{F} , el cual se define como la cantidad U que cruza la unidad de superficie por unidad de tiempo. Las contribuciones de las fuentes pueden dividirse en volúmenes y superficies, Q_V y \vec{Q}_S . Es así que la forma diferencial de una ley de conservación para la cantidad U es

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{F} = Q_V + \nabla \cdot \vec{Q}_S. \quad (4.1)$$

4.1.1. Ecuaciones de Euler

Para obtener la primera ecuación de Euler, la cantidad conservada será la densidad, esto es $U = \rho$, y el flujo, en ausencia de fuentes de masas externas será $\vec{F} = \rho\vec{v}$, de esta manera obtenemos que la ecuación de conservación de masa es

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\vec{v}) = 0. \quad (4.2)$$

El momento es una cantidad vectorial definida como el producto de la masa por la velocidad, el cual expresado por unidad de volumen nos dice que, $U = \rho\vec{v}$. Dado que la cantidad conservada es un vector, entonces el flujo será una cantidad tensorial y la parte convectiva estará dada por el producto tensorial $\vec{F} = \rho\vec{v} \otimes \vec{v}$. Para poder determinar todos los términos de la ecuación de momento es necesario definir las fuentes que influyen la variación de momento. Estas fuerzas serán externas (f_e) e internas (f_i) por unidad de masa. La fuerza interna se debe a deformaciones del fluido y generalmente se obtiene del producto del tensor de esfuerzo (cizallamiento) y el vector normal a la superficie $f_i = \sigma \cdot n$. En un fluido Newtoniano $\sigma = -pI + \tau$, donde I es el tensor unitario y τ es el tensor de cizallamiento. En las ecuaciones de Euler la viscosidad es cero, $\tau = 0$. De esta manera obtenemos la ecuación de conservación de momento

$$\frac{\partial \rho\vec{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\vec{v} \otimes \vec{v} + pI) = \rho\vec{f}_e. \quad (4.3)$$

En un fluido la cantidad que se conserva es la energía total del sistema que es la suma de la energía interna y la cinética por unidad de volumen.

$$E = \rho \left(\frac{1}{2} \vec{v}^2 + e \right), \quad (4.4)$$

donde e es la energía interna específica dada por una ecuación de estado $e = e(\rho, p)$.

De acuerdo a la primera ley de la termodinámica la variación de la energía total se debe al trabajo de las fuerzas que actúan sobre el sistema. Ahora bien el flujo convectivo de energía por unidad de volumen será

$$\vec{F} = \rho\vec{v} \left(\frac{1}{2} \vec{v}^2 + e \right). \quad (4.5)$$

Las fuentes de energía de volumen son la suma del trabajo de las fuerzas externas y fuentes de calor que no sean conducción, así $Q_V = \rho f_e$. Las fuentes de superficie son el resultado del trabajo hecho sobre el fluido por fuerzas de cizallamiento que actúan sobre la superficie del volumen considerado $Q_S = \sigma \cdot \vec{v} = -p\vec{v}$. Entonces la ecuación de conservación de energía es

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot [\vec{v}(E + p)] = W_f, \quad (4.6)$$

donde W_f es el trabajo de fuerzas externas. Finalmente, para poder tener una descripción completa del conjunto de variables que gobiernan la evolución del fluido necesitamos una ecuación de estado, en este caso consideramos un gas polítopo dado por $e = \frac{p}{\gamma-1}$ con $\gamma = 4/3$ para la fase relativista y $\gamma = 5/3$ para la no relativista.

4.1.2. Ecuaciones de la SRHD

Las ecuaciones de la hidrodinámica en relatividad especial se pueden construir a partir de las ecuaciones (4.2), (4.3), (4.6) haciendo una transformación de Lorentz. Para ello se incluye el factor de Lorentz $\Gamma = (1 - \vec{\beta}^2)^{-1/2}$ con $\beta = v/c$ la velocidad del objeto a estudiar y la entalpía específica h . Así las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía serán, respectivamente:

$$\frac{\partial \rho \Gamma}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \Gamma \vec{v}) = 0, \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial \rho \Gamma^2 h \vec{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \Gamma^2 h \vec{v} \otimes \vec{v} + p \mathbf{I}) = 0, \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial (\rho \Gamma^2 h - p)}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho \Gamma^2 h \vec{v}] = 0, \quad (4.9)$$

donde p es la presión térmica, $\vec{v} = \vec{\beta}c$ la velocidad del flujo y c la velocidad de la luz. Las ecuaciones se pueden reescribir de la siguiente forma

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \nabla \cdot (D \vec{v}) = 0, \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial \vec{S}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{S} \vec{v} + p \mathbf{I}) = 0, \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} + \nabla \cdot (\tau \vec{v} + p \vec{v}) = 0, \quad (4.12)$$

donde las variables conservadas ahora serán la densidad de masa D , momento \vec{S} y energía τ medidas en el sistema de referencia del laboratorio. La relación de las variables primitivas (ρ, \vec{v}, p) y las variables conservadas es

$$D = \rho \Gamma, \quad (4.13)$$

$$\vec{S} = D h \Gamma \vec{v}, \quad (4.14)$$

$$\tau = D h \Gamma c^2 - p - D c^2, \quad (4.15)$$

donde Γ es el factor de Lorentz, ρ es la densidad medida en el marco de referencia del laboratorio y h es la entalpía específica. El sistema de ecuaciones (4.10)-(4.12) está

cerrado por la ecuación de estado que relaciona h con p y ρ . Es importante ver que restando la masa en reposo en la definición de la densidad de energía τ , se pueden recuperar las ecuaciones de la hidrodinámica cuando $\beta \ll 1$. La ecuación de estado para un gas relativista perfecto está dado por (Synge, 1971)

$$h = \frac{K_3(1/\Theta)}{K_2(1/\Theta)}, \quad (4.16)$$

donde $\Theta = p/(\rho c^2)$ y K_i es la función modificada de Bessel de orden n .

4.1.3. Integración de las ecuaciones de la SRHD

Las ecuaciones de la hidrodinámica en relatividad especial (4.10)-(4.12) son un sistema de ecuaciones hiperbólicas que puede resolverse usando métodos similares a los desarrollados para resolver la dinámica de gases clásica no-relativista. La resolución de ecuaciones diferenciales parciales con métodos numéricos consiste en reemplazar el problema original y continuo, por una representación de valores discretos. Estos se obtienen de reemplazar los valores del dominio en un conjunto de puntos o volúmenes vía una malla de cálculo. La solución para un sistema de ecuaciones hiperbólico (4.1, con todas las fuentes iguales a cero) en 1D está dado por

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x_i} \left(F_{i+1/2}^{n+1/2} - F_{i-1/2}^{n+1/2} \right), \quad (4.17)$$

donde x_i representa la posición del centro de la celda i con volumen $\Delta x_i = x_{i+1/2} - x_{i-1/2}$, con $x_{i\pm 1/2}$ la posición de las interfases entre las celdas x_i y $x_{i\pm 1}$; n representa el paso en el tiempo. El promedio espacial de las variables conservadas y el promedio temporal de los flujos están dados por:

$$U_i^n = \frac{1}{\Delta x_i} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} u_i(t^n, x) dx, \quad (4.18)$$

$$F_{i\pm 1/2}^{n+1/2} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} f(t, x_{i\pm 1/2}) dt. \quad (4.19)$$

La ecuación (4.17) representa una solución exacta para la ecuación diferencial parcial, se introduce una aproximación cuando se calculan los flujos (4.19). El método numérico que utiliza el código Mezcal (De Colle et al., 2012) para calcular los flujos de la solución, es el método creado por Harten, Lax y van Leer conocido como “metodo HLL” (Harten et al., 1983), este método no resuelve de manera adecuada la discontinuidad de contacto dentro del choque y tiene un nivel alto de difusividad numérica, en comparación a otros métodos. Por otro lado, que el método HLL sea muy difusivo permite evitar resultados sin sentido físico, como presiones negativas o factores de Lorentz imaginarios. Para obtener una precisión de segundo orden en el tiempo y espacio, el código mezcal utiliza un integrador de Runge-Kutta y una reconstrucción espacial de las variables primitivas.

4.2. Código Mezcal

El código Mezcal (De Colle et al., 2012) fue desarrollado con el objetivo de estudiar flujos relativistas provenientes de los destellos de rayos gamma (GRBs). El código cuenta con un refinamiento de malla adaptativa y la solución a las ecuaciones de la hidrodinámica con relatividad especial (SRHD). Las ecuaciones de la SRHD se resuelven utilizando soluciones conservativas en un volumen finito, con una interpolación de segundo orden en el espacio y tiempo.

La evolución del jet relativista se lleva a cabo dentro de una malla adaptativa (AMR) (Figura 4.1). En el código, al principio de simulación se construye una malla que se refina según las condiciones iniciales y la evolución subsecuente del flujo. Posteriormente la malla computacional se divide en bloques de $2^{n_{dim}}$ celdas, donde n_{dim} es el número de dimensiones del problema. A cada paso del tiempo, todos los bloques se barren y se refinan si cumplen con un criterio definido en el código. Generalmente, el criterio se basa en si hay gradientes significativos de presión o densidad. Cuando un bloque es refinado, se crean $2^{n_{dim}}$ nuevos bloques y el bloque original es eliminado de la memoria.

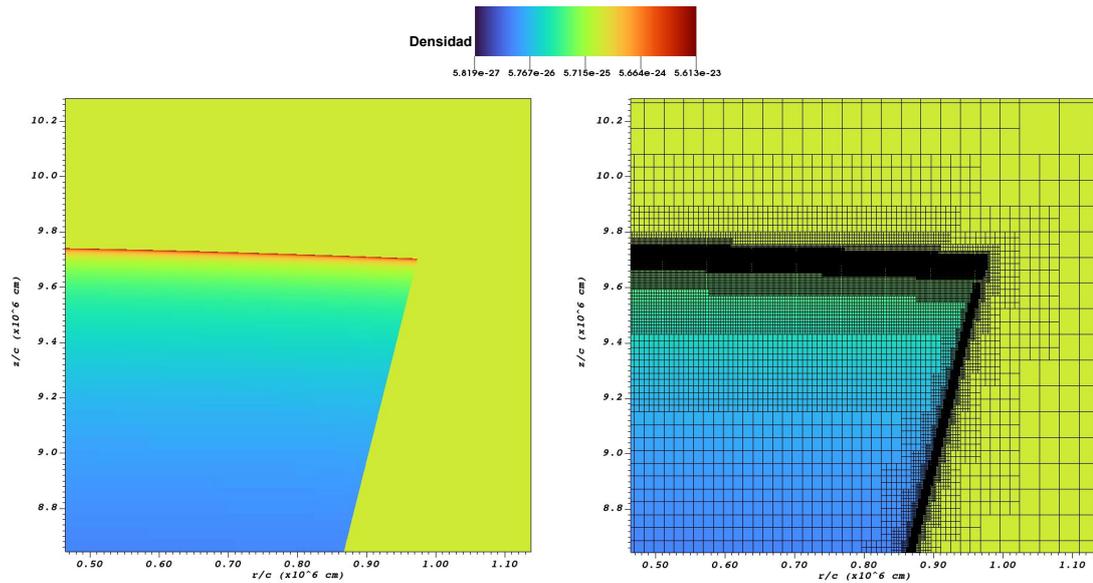


Figura 4.1: Estructura de la malla adaptativa para la condición inicial de una simulación jet *top-hat*, donde el gradiente de colores representa las densidades de la región chocada y la región amarilla representa el medio ambiente. Izquierda: Mapa de densidad, Derecha: Mapa de densidad y malla adaptativa correspondiente.

Para disminuir el tiempo de computo y la memoria utilizada, el código Mezcal está paralelizado usando la librería *Message Passing Interphase* (MPI). Para evolucionar las ecuaciones de la SRHD, el código utiliza el mismo intervalo en cada paso tiempo Δt

para todos los procesadores y todos los niveles de la malla computacional. El paso de tiempo se calcula como el Δt mínimo de cada procesador y se define como

$$\Delta t = N_c \min \left(\frac{\Delta x_i}{v_i + c_{s,i}} \right), \quad (4.20)$$

donde el número de Courant es $N_c < 0.5$ (para simulaciones en 2D), Δx_i es el tamaño de la celda, v_i es la velocidad del fluido en la celda y $c_{s,i}$ es la velocidad del sonido en la celda. Además se reduce el tiempo por la forma en que se calcula el flujo, primero se calcula el flujo en cada bloque, localizando a sus respectivos bloques vecinos y considerando el número de celdas que comparten la misma cara; esto se realiza en todos los bloques que se encuentran en el mismo procesador y posteriormente se comparte la información para calcular el flujo en los bloques de los extremos.

4.3. Sistema de referencia en movimiento (*Boosted Frame*)

Uno de los objetivos principales de esta tesis es poder simular un jet que se mueve con velocidades ultra-relativistas ($\Gamma \sim 100$), al implementar un cambio de sistema de referencia en el código Mezcal. A este nuevo sistema de referencia se le llamó *boosted frame*, se caracteriza por moverse en la misma dirección que la propagación del jet y por moverse con cierta velocidad, tal que dentro de este sistema el jet se mueva con velocidades relativistas ($\Gamma \sim 10$). El sistema de referencia en movimiento se desarrolló en coordenadas cilíndricas (r, z) en dos dimensiones, donde el eje z coincide con la dirección de propagación del objeto. Además suponemos que conocemos las condiciones iniciales del jet.

Es importante recordar que en las ecuaciones de la hidrodinámica con relatividad especial (4.10)-(4.12), la densidad y presión se encuentran definidos en el sistema de referencia propio, así como las velocidades v_r, v_z se miden en el sistema de referencia del laboratorio.

Se requiere hacer la simulación en un sistema de referencia en movimiento que se mueve con un factor de Lorentz de Γ_v , correspondiente a una velocidad v en la dirección z' (paralela a z) con respecto al sistema de referencia en reposo. La velocidad a la que se mueve el sistema de referencia en movimiento se define como

$$\Gamma_v = \frac{\Gamma'_u}{\left(1 - \frac{uv}{c^2}\right)\Gamma_u}, \quad (4.21)$$

donde Γ_u es el factor de Lorentz con el que se mueve un objeto en el sistema en reposo, mientras que Γ'_u es el factor de Lorentz con la que se mueve el mismo objeto medido en el sistema en movimiento y corresponden a una velocidad u y u' dependiendo si el sistema se encuentra en reposo o en movimiento.

Generalmente, en el sistema de referencia en reposo, el gas tiene una velocidad máxima u_{max} , y una velocidad mínima u_{min} . Por lo que en el sistema de referencia en movimiento, estas velocidades serán u'_{max} y u'_{min} , definidas como

$$\Gamma'_{u_{min}} = \Gamma_v \left(1 - \frac{u_{min}v}{c^2}\right) \Gamma_{u_{min}}, \quad (4.22)$$

$$\Gamma'_{u_{max}} = \Gamma_v \left(1 - \frac{u_{max}v}{c^2}\right) \Gamma_{u_{max}}, \quad (4.23)$$

El objetivo del cambio de sistema de referencia es minimizar la velocidad máxima de movimiento del gas en el sistema de referencia en movimiento. Esto se obtiene asumiendo $\Gamma'_{u_{min}} = \Gamma'_{u_{max}}$. Al igualar las ecuaciones se obtiene una expresión para la velocidad del sistema de referencia en movimiento v/c y Γ_v (Véase A.1.1, para los calculos completos).

$$\frac{v}{c} = \frac{(\Gamma_{u_{max}} - \Gamma_{u_{min}})c}{(u_{max}\Gamma_{u_{max}} - u_{min}\Gamma_{u_{min}})}, \quad (4.24)$$

$$\Gamma_v = \frac{(\beta_{max}\Gamma_{u_{max}} - \beta_{min}\Gamma_{u_{min}})}{\sqrt{2[\Gamma_{u_{max}}\Gamma_{u_{min}}(1 - \beta_{max}\beta_{min}) - 1]}}. \quad (4.25)$$

donde $\beta_i = u_i/c$ con $i = max, min$. En nuestro caso nos interesa estudiar un jet que se mueve con una velocidad $u_{max} = u$, mientras que el medio circundante se considera estático $u_{min} = 0$. Al pasar al sistema de referencia en movimiento, que se mueve con una velocidad v con respecto al sistema en reposo, tenemos que el jet se moverá con una velocidad $u'_{max} = u'$ mientras que el medio se mueve en la dirección contraria con una velocidad igual a $u'_{min} = -v$.

De las ecuaciones (4.24) y (4.25) se deduce que el valor de la velocidad del sistema de referencia en movimiento es

$$\frac{v}{c} = \left(1 - \frac{1}{\Gamma_u}\right) \frac{c}{u}, \quad (4.26)$$

$$\Gamma_v = \sqrt{\frac{\Gamma_u + 1}{2}}. \quad (4.27)$$

Despejando de la ecuación (4.21) y suponiendo que $\Gamma_u \gg \Gamma_v$, se puede encontrar la velocidad del objeto en el sistema de referencia en movimiento (Véase A.1.2, para los cálculos completos).

$$\Gamma'_v \approx \frac{\Gamma_u}{2\Gamma_v}. \quad (4.28)$$

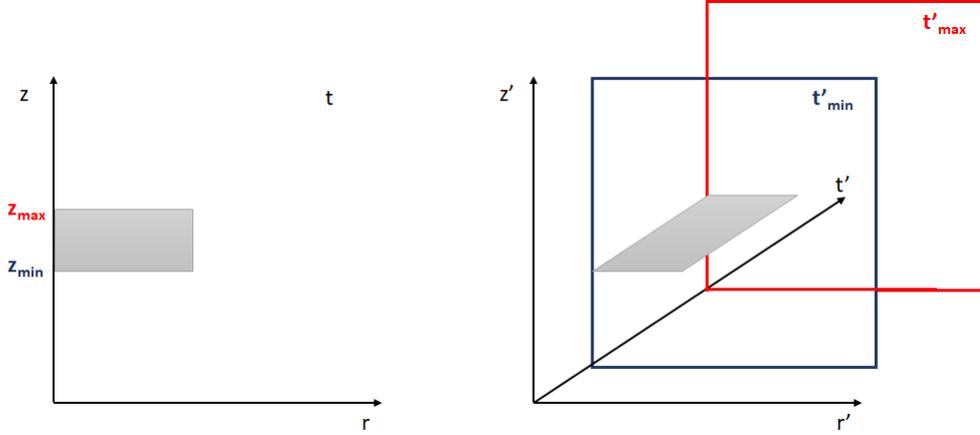


Figura 4.2: Caricatura del cambio del sistema de referencia. Izquierda: se representa el sistema de referencia del laboratorio, donde se encuentra la información antes de iniciar la simulación. Derecha: se representa el sistema de referencia en movimiento, donde se llevará a cabo la simulación numérica.

Para pasar la simulación a un tiempo t del sistema de referencia en reposo al sistema de referencia en movimiento, se utilizan las transformaciones de Lorentz de las coordenadas y las velocidades. Se usará $\beta = v/c$ y $\Gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$

$$t' = \Gamma(t - \beta \frac{z}{c}), \quad (4.29)$$

$$t = \Gamma(t' + \beta \frac{z'}{c}), \quad (4.34)$$

$$z' = \Gamma(z - \beta ct), \quad (4.30)$$

$$z = \Gamma(z' + \beta ct'), \quad (4.35)$$

$$r' = r, \quad (4.31)$$

$$r = r'. \quad (4.36)$$

$$v'_z = \frac{v_z - v}{1 - \frac{\beta v_z}{c}}, \quad (4.32)$$

$$v_z = \frac{v'_z + v}{1 + \frac{\beta v'_z}{c}}, \quad (4.37)$$

$$v'_r = \frac{v_r}{\Gamma \left(1 - \frac{\beta v_z}{c}\right)}. \quad (4.33)$$

$$v_r = \frac{v'_r}{\Gamma \left(1 + \frac{\beta v'_z}{c}\right)}. \quad (4.38)$$

A partir de las transformaciones de Lorentz se puede observar que al fijar el tiempo t en el sistema de referencia del laboratorio, cada par de coordenadas (r, z) dentro de la malla nos mandará a un tiempo t' distinto en el sistema de referencia en movimiento (Véase fig. 4.2). Para este trabajo se decidió iniciar la simulación en el sistema de referencia en movimiento al tiempo t'_0 calculado a partir del tiempo inicial de la simulación en el sistema de referencia en reposo (t_0) y la distancia a la que se encuentra el frente

de choque R_{sh} (sobre el eje z) en el sistema de referencia del laboratorio con la ecuación (4.29). Toda la simulación se realizó en el sistema de referencia en movimiento. Para calcular las variables primitivas (ρ, p, v_r, v_z) se regresaba al sistema de referencia en reposo con las ecuaciones (4.34)-(4.38).

4.3.1. Test del código: Pruebas de tubo de choque (*shock tube test*)

Para determinar si la implementación del sistema de referencia en movimiento fue correcta, se realizaron dos pruebas de tubo de choque. Éstas se usan como test estándar para códigos en una dimensión, debido a que son muy fáciles de implementar y su solución analítica se conoce. El test consiste en una membrana que separa a dos fluidos con diferentes condiciones iniciales, al tiempo $t = 0$ de la simulación se retira la discontinuidad y se deja a los dos fluidos interaccionar. En este caso se realizaron dos test con diferentes condiciones iniciales. El número de Courant se estableció igual a 0.8, el índice politropico es de $4/3$ en ambos test. Se realizaron varias pruebas para determinar la resolución necesaria para reproducir los resultados de De Colle et al. (2012). En el sistema de referencia del laboratorio se considera una malla de $-1 \leq z/c \leq 1$ con una discontinuidad inicial en $z/c = 0$, se encontró que se reproduce de manera aproximada la solución analítica usando 1000 celdas y un nivel de refinamiento (fig. 4.3). En De Colle et al. (2012) se usaron 3200 celdas (400 celdas en el nivel base y 4 niveles de refinamiento), para obtener resultados similares.

Las pruebas de tubo de choque que se realizaron representan la propagación de ondas de choque inducidas durante una explosión. En la primera prueba el fluido a la izquierda tiene como condiciones iniciales $p_L = 40/3$, $\rho_L = 10$, mientras que a la derecha se tiene $p_R = 10^{-6}$, $\rho_R = 1$. La segunda prueba consiste de un fluido a la izquierda con $p_L = 1000$, $\rho_L = 1$, y el fluido de la derecha tiene como condiciones iniciales $p_R = 0.01$, $\rho_R = 1$. Ambas pruebas se realizaron en una malla de $-1 \leq z/c \leq 1$ con una discontinuidad inicial en $z/c = 0$. Se realizaron las simulaciones en un sistema que se mueve con $\Gamma_v = 2$ y $\Gamma_v = 3$, y se compararon con los resultados de la simulación en el sistema de referencia del laboratorio ($\Gamma = 1$). Debido al gran gradiente de presión se produce una onda de choque medio relativista (prueba 1) y una onda de choque altamente relativista (prueba 2) con $\Gamma \approx 6$. Como se puede ver en la Figura 4.4, en ambos casos la solución consiste en una fuerte onda de choque que se mueve a la derecha y una onda de rarefacción que se propaga hacia la izquierda. No se observan oscilaciones.

Dado que en el sistema de referencia en movimiento la resolución es mejor, en las figuras se observa que las curvas con un sistema de referencia en movimiento son más suaves que la curva calculada en el sistema de referencia en reposo. Utilizar un sistema de referencia en movimiento ayuda a la convergencia de las simulaciones, ahorrando resolución.

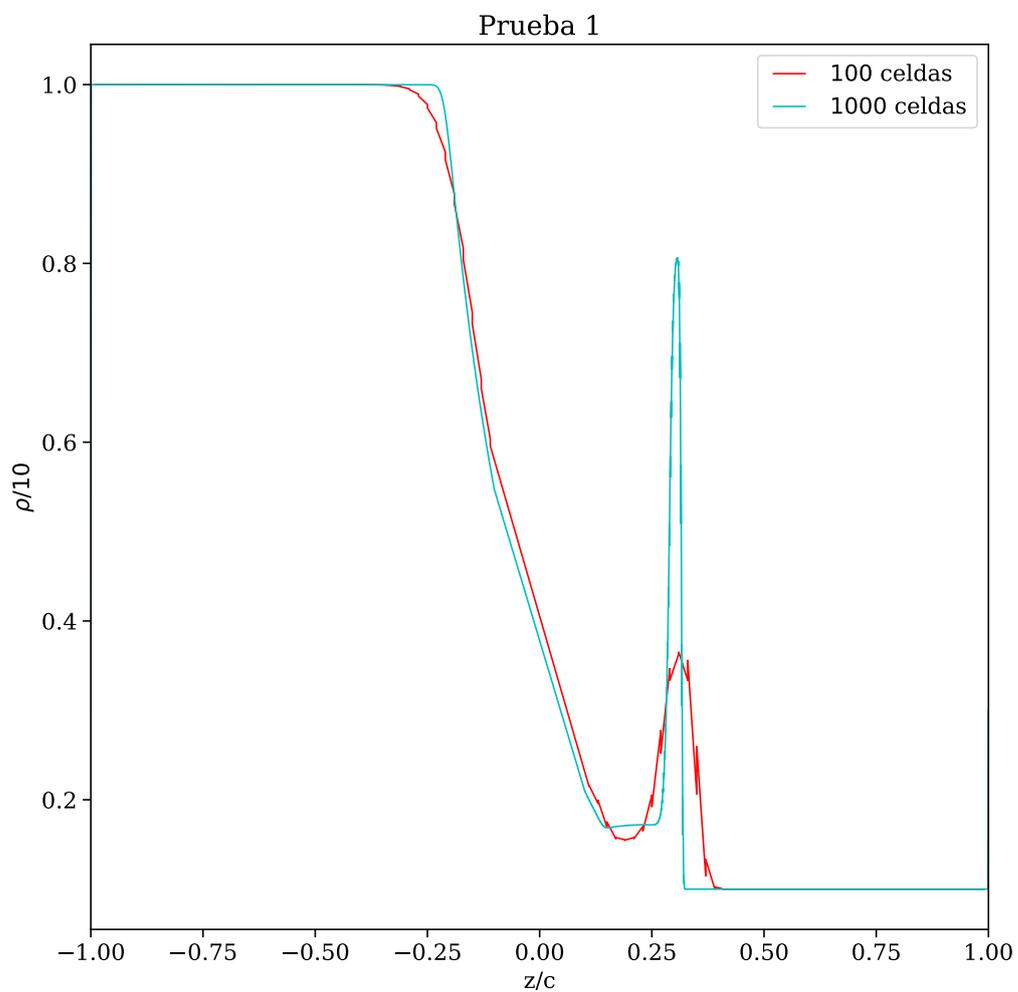


Figura 4.3: Prueba con diferente número de celdas para determinar la resolución necesaria. Las simulaciones se hicieron con 100 y 1000 celdas con un solo nivel de refinamiento en el sistema de referencia del laboratorio.

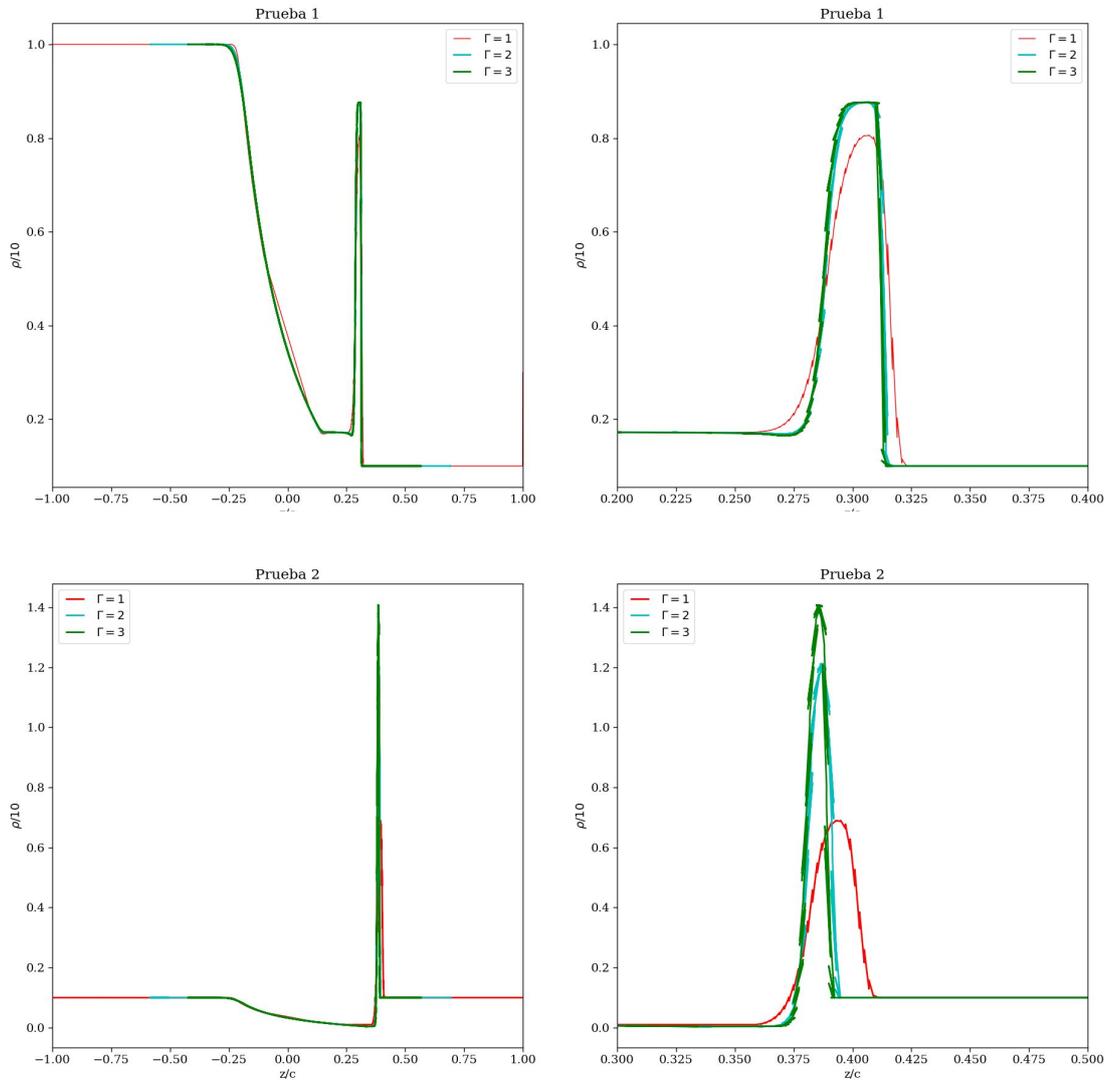


Figura 4.4: Se muestra la densidad de las pruebas de tubo de choque en sistemas de referencia con diferente velocidad Γ (diferentes colores). Con una discontinuidad inicial en $z/c = 0$, $N_c = 0.8$, con 1000 celdas de resolución y un solo nivel de refinamiento. Los paneles corresponden a la primera (arriba) y segunda (abajo) prueba de tubo de choque. En la primera columna (izquierda) se observa el tubo de choque en toda la malla, mientras que en la segunda columna (derecha) se hace un acercamiento a la onda de choque de cada prueba.

4.3.2. Ejemplos

A continuación se presentan las simulaciones de diferentes objetos en el sistema de referencia en movimiento. Cabe aclarar que estos ejemplos son completamente ilustrativos, se realizaron para observar la dinámica de distintos objetos dentro el sistema de referencia en movimiento y como prueba del funcionamiento del método numérico. No se realizaron comparaciones con su solución analítica, es decir, no se realizaron las simulaciones en el sistema de referencia del laboratorio.

El primer ejemplo es la simulación de una explosión esférica. En la figura 4.5 se observan los mapas de densidad de una esfera homogénea, en el sistema de referencia en movimiento con factor de Lorentz de $\Gamma'_{esf} \approx 3$. Los vectores representan la velocidad en cada punto de la malla. Se pueden observar varios efectos provocados por el cambio de sistema de referencia. El primero es que existe un gradiente de densidad dentro de la esfera en expansión, que en el sistema de referencia del laboratorio era homogénea. Además se puede observar que la densidad siempre es mayor en la dirección en la que se propaga la esfera. Para inicializar la densidad en el sistema de referencia en movimiento, se necesita conocer la densidad de la esfera a distintos tiempos en el sistema del laboratorio, anteriores respecto al tiempo inicial de la simulación.

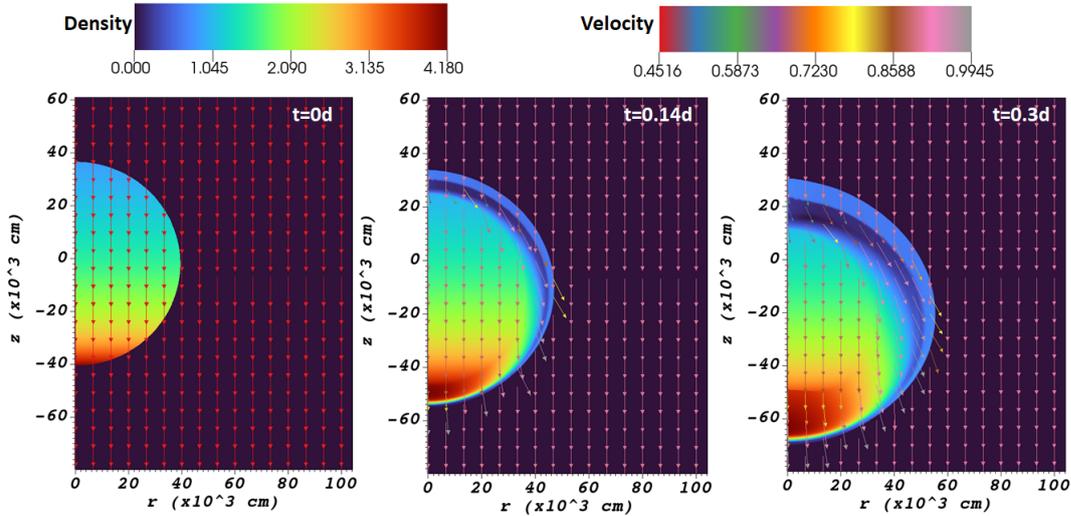


Figura 4.5: Dinámica de una explosión esférica que se mueve con $\Gamma = 10 \implies \Gamma' \approx 3$. Imágenes de la simulación a distintos tiempos de su evolución. Los vectores indican la velocidad en cada punto.

La simulación comienza al tiempo t_0 , la explosión tiene una masa m y un radio R_0 , que después se expande con velocidad constante. Entonces la densidad a tiempos anteriores está dada por $\rho = 3m/(4\pi R^3)$ y $R = vt$, con $v(r) = v_0 r/R$ y $v_0 = \sqrt{1 - 1/\Gamma_{esf}^2}$. Si en $t = t_0$ tenemos $\rho = \rho_0$ y $R = R_0$, entonces

$$\rho_0 = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi R_0^3} \quad y \quad \rho = \rho_0 \left(\frac{R_0}{R} \right)^3, \quad (4.39)$$

siendo $R_0 = vt_0$, tenemos

$$\therefore \rho = \rho_0 \left(\frac{t_0}{t} \right)^3. \quad (4.40)$$

Otro efecto del cambio de sistema de referencia se observa en las velocidades a la orilla de la explosión. En el sistema de referencia del laboratorio los vectores son radiales a la explosión, en cambio debido al movimiento del sistema de referencia sobre el eje z , la dirección de la velocidad se ve afectada y dejan de ser completamente radiales.

En el segundo ejemplo se observó la propagación de un jet cónico, que se mueve originalmente con un factor de Lorentz de $\Gamma_j = 10$ pero en el sistema de referencia en movimiento su factor de Lorentz será $\Gamma_j \approx 3$. Al igual que en el ejemplo de la explosión, en la Figura 4.6 se presentan los mapas de densidad y los vectores representan la velocidad en cada punto de la malla. De nuevo, se puede observar que la dirección de la velocidad dentro del jet deja de ser radial, por el movimiento del sistema de referencia sobre el eje z . Por otro lado se observa que mientras el jet evoluciona se crea una región de alta densidad cerca de la cabeza del jet. Esto se debe a que tenemos dos flujos (el material del jet y el medio ambiente) que se mueven en diferentes direcciones pero que convergen en la región de alta densidad.

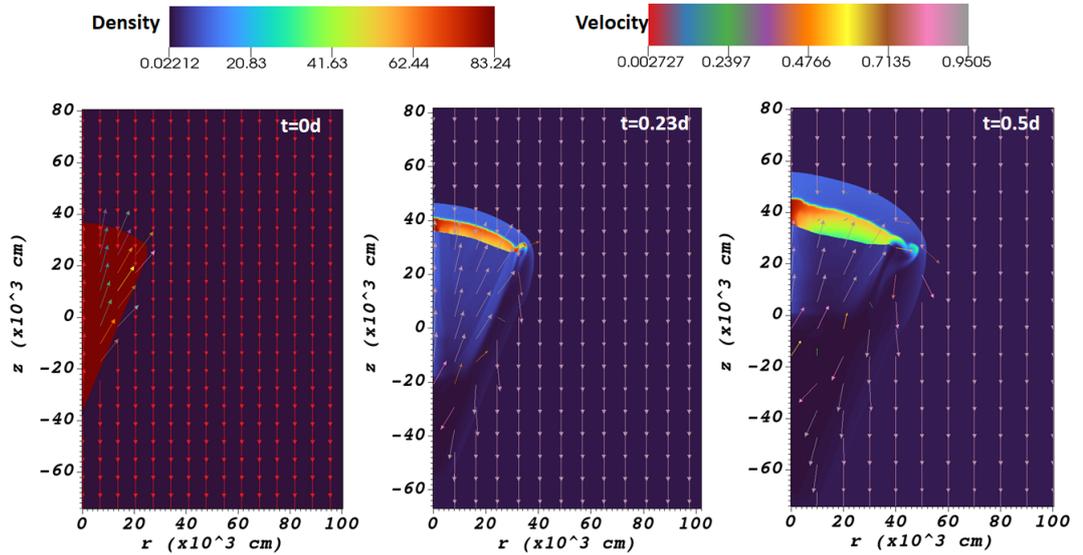


Figura 4.6: Dinámica de un jet cónico que se mueve con $\Gamma = 10 \implies \Gamma' \approx 3$. Imágenes de la simulación a distintos tiempos de su evolución. Los vectores indican la velocidad en cada punto.

4.4. Cálculo de la radiación

El cálculo de la radiación de sincrotrón se hace a partir del modelo discutido en la sección 3.2.3. El cálculo de la radiación se realiza después de la simulación hidrodinámica. El objetivo es calcular la densidad de flujo observado, $F_\nu = dE/dAd\nu dt$, el cuál es la energía por unidad de área, frecuencia y tiempo en la dirección \hat{n} respecto a la superficie emisora de la fuente y está dado por (De Colle et al., 2012)

$$F_\nu(t_{obs}, \hat{n}) = \frac{(1+z)}{d_L^2(z)} \int d^4x \delta \left(t_z - \frac{\hat{n} \cdot \vec{r}}{c} - \frac{t_{obs}}{1+z} \right) \times \frac{j'_\nu}{\Gamma^2(1 - \hat{n} \cdot \vec{\beta})^2}, \quad (4.41)$$

donde $d_L(z)$ es la distancia luminosa, t_z es el tiempo medido en el sistema de referencia de la fuente, \vec{r} es el vector de la superficie emisora centrado en la fuente, $d^4x = dt_z dV_z$ es el elemento de volumen medido en el sistema de referencia de la fuente, $j'_\nu = dE'/dV' d\Omega' d\nu' dt'$ es la emisividad comóvil local, es decir, en cada elemento de fluido, los cuales se mueven a una velocidad $\vec{\beta}c$ en el sistema de referencia de la fuente.

Para calcular el flujo observado F_ν de una simulación numérica el tiempo de observación, t_{obs} , se divide en un número finito (N_t) de pedazos de tamaño $\Delta t_{obs,i}$ centrados en $t_{obs,i}$ (para $i = 1, \dots, N_t$). Así el tiempo i -ésimo corresponde a $t_{obs,i} - \Delta t_{obs,i}/2 < t_{obs} < t_{obs,i} + \Delta t_{obs,i}/2$. Para varios sistemas físicos es conveniente dividir el tiempo de observación de forma logarítmica, con una constante $\Delta t_{obs,i}/t_{obs,i}$. Si la división del tiempo de observación está lo suficientemente espaciado, tal que la segunda derivada con respecto a $t_{obs,i}$ del flujo es muy pequeña, entonces $F_\nu(t_{obs,i}, \hat{n})$ se puede aproximar como su valor promedio, es decir,

$$F_\nu(t_{obs,i}, \hat{n}) = \frac{1}{\Delta t_{obs,i}} \int_{\Delta t_{obs,i} - \Delta t_{obs,i}/2}^{\Delta t_{obs,i} + \Delta t_{obs,i}/2} dt_{obs} F_\nu(t_{obs}, \hat{n}). \quad (4.42)$$

Sustituyendo esta aproximación en la ecuación (4.41), se puede reescribir como

$$F_\nu(t_{obs}, \hat{n}) = \frac{(1+z)}{d_L^2(z) \Delta t_{obs,i}} \int d^4x H \left(\frac{\Delta t_{obs,z,i}}{2} - \left| t_{obs,z,i} - t_z + \frac{\hat{n} \cdot \vec{r}}{c} \right| \right) \times \frac{j'_\nu}{\Gamma^2(1 - \hat{n} \cdot \vec{\beta})^2}, \quad (4.43)$$

donde $H(x)$ es la función de Heaviside y $t_{obs,z} = t_{obs}/(1+z)$. Para su implementación en el código, si la ecuación anterior en el argumento de la función $H(x)$ se cumple que

$$\left| t_{obs,z,i} - t_z + \frac{\hat{n} \cdot \vec{r}}{c} \right| < \frac{\Delta t_{obs,z,i}}{2}, \quad (4.44)$$

entonces el calculo del flujo se puede aproximar como

$$\Delta F_{\nu,i,jk}(\hat{n}) = \frac{(1+z)}{d_L^2(z)} \frac{\Delta V_{jk}^{(4)}}{\Delta t_{obs,z,i}} \frac{j'_\nu}{\Gamma^2(1 - \hat{n} \cdot \vec{\beta})^2}, \quad (4.45)$$

donde $\Delta V_{jk}^{(4)} = \Delta t_{z,j} \Delta V_{jk}^{(3)}$ es el volumen en la celda en 3D al tiempo del j -ésimo archivo de salida. En esta tesis se hicieron simulaciones 2D, donde asumimos que existe simetría axisimétrica respecto al eje z . Entonces \hat{n} se puede escribir en términos del ángulo de observación $\cos \theta_{obs}$ (donde $\theta_{obs} = \hat{n} \cdot \hat{z}$)

$$\hat{n} = \hat{x} \sin \theta_{obs} + \hat{z} \cos \theta_{obs}, \quad (4.46)$$

así en coordenadas esféricas (r, θ, ϕ) tenemos

$$\hat{n} \cdot \vec{r} = r (\sin \theta \cos \phi \sin \theta_{obs} + \cos \theta \cos \theta_{obs}), \quad (4.47)$$

$$\begin{aligned} \hat{n} \cdot \vec{\beta} &= (\beta_r \sin \theta + \beta_\theta \cos \theta) \cos \phi \sin \theta_{obs} \\ &+ (\beta_r \cos \theta - \beta_\theta \sin \theta) \cos \theta_{obs}. \end{aligned} \quad (4.48)$$

Los resultados de una simulación numérica se guardan en un numero finito (n_t) de archivos de salida que se imprimen a los tiempo $t_{z,j}$, donde $j = 1, \dots, n_t$. Cada archivo de salida contiene los valores de presión, densidad y velocidad calculados en el centro de cada celda computacional que conforma la malla. Ya que estos datos son calculados en una simulación dentro de un sistema de referencia en movimiento, es necesario al principio del cálculo regresar al sistema de referencia del laboratorio usando las ecuaciones (4.34)-(4.38). Con estos datos dinámicos, en el sistema del laboratorio, se calculan las frecuencias características para determinar la evolución del espectro. En total se evalúan ~ 1000 archivos de salidas, se suman las contribuciones de sus celdas y se producen las curvas de luz.

Resultados y Discusión

A continuación se presentan los resultados más importantes de este trabajo. Primero se presentan las condiciones iniciales de las simulaciones. Después se comprueba el funcionamiento del sistema de referencia en movimiento utilizando las condiciones iniciales y se compara con la solución analítica. Además se discute la dinámica del jet *top-hat*. Así mismo, se presentan las curvas de luz calculadas para el modelo, tomando en cuenta que la radiación se debe medir desde el sistema de referencia del observador, y se discuten las implicaciones para las observaciones del GRB 170817A.

5.1. Condiciones iniciales

Las simulaciones se realizaron con el código Mezcál (De Colle et al., 2012), en dos dimensiones en coordenadas cilíndricas, (r, z) . En la simulación final se utilizaron 60×40 celdas con 16 niveles de refinamiento, es decir que cada celda puede llegar a dividirse hasta en 2^{15} veces. Se estableció un número de Courant de $N_c = 0.4$ y el índice adiabático de $\gamma = 4/3$. Es importante aclarar que en el código la velocidad y coordenadas espaciales están normalizadas con respecto a la velocidad de la luz, es decir, suponemos $c = 1$.

5.1.1. Determinación del tiempo de integración y tamaño de la caja

El tiempo de integración y el tamaño de la caja están definidos en función de los siguientes parámetros: el perfil de densidad del medio ambiente, la energía isotrópica de la onda de choque E_{iso} , el factor de Lorentz inicial del frente de choque $\Gamma_{sh,0}$, así como el factor de Lorentz del frente de choque al terminar la simulación $\Gamma_{sh,f}$. Comenzamos definiendo el tiempo inicial t_0 en el sistema de referencia del laboratorio utilizando la ecuación (3.12), a partir de este tiempo podemos determinar la distancia a la que se encuentra el frente de choque al inicio de la simulación con la ecuación (3.10), medido en el sistema de referencia del laboratorio.

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para definir el tiempo final t_f de la simulación sabemos de la solución auto-similar de Blanford & McKee que el tiempo $t \propto \Gamma_{sh}^{-2/3}$ (ec. 3.12). Usando esta relación podemos definir el tiempo final de la simulación en función del tiempo inicial y los factores de Lorentz inicial y final del frente de choque

$$t_f = \left(\frac{\Gamma_{sh,0}}{\Gamma_{sh,f}} \right)^{\frac{2}{3}} t_0. \quad (5.1)$$

Como el objetivo de esta tesis es realizar la simulación numérica en un sistema de referencia en movimiento (*boosted frame*) y el tiempo final (ec. 5.1) está definido en el sistema de referencia del laboratorio, se deben cambiar los tiempos al sistema de referencia en movimiento. Utilizando la transformación de Lorentz para el tiempo (ec. 4.29) y la velocidad del sistema de referencia (ec. 4.28), se transforma el tiempo inicial t_0 y el tiempo final t_f . Con los valores ya transformados definimos el tiempo de integración de nuestra simulación.

Las condiciones iniciales de las simulaciones están definidas en el sistema de referencia del laboratorio, y después transformadas al sistema de referencia en movimiento. Por ejemplo, para definir la densidad en la posición (r', z', t') en el sistema de referencia en movimiento se usan las transformaciones de Lorentz para calcular la correspondiente posición (r, z, t) en el sistema de referencia del laboratorio y evaluar la densidad en este punto. Como el sistema de referencia se mueve a lo largo del eje z , entonces el tamaño de la coordenada radial r es invariante ($r = r'$).

Para encontrar los valores mínimos de la caja, suponemos que en el sistema del laboratorio la caja tiene un vértice en el origen $(r_{min}, z_{min}) = (0, 0)$. Al pasar al sistema de referencia en movimiento sabemos que la coordenada radial es invariante; mientras que para la coordenada z se utiliza las transformaciones de Lorentz (ec. 4.35), para escribirla en función del tiempo de inicio en el sistema de referencia en movimiento t'_0 . Así, el nuevo tamaño de la caja estará dado por

$$z'_{min} = -\beta ct'_0. \quad (5.2)$$

Tras varias simulaciones, se observó que en la parte cercana al origen del jet la malla refinaba demasiado, y como consecuencia el tiempo computacional era muy grande. Para optimizar las simulaciones se optó por sólo simular la parte del jet donde se pudiera observar tanto el frente de choque como su expansión por completo. Así pues el tamaño mínimo de la caja en dirección del eje z se redujo de la siguiente forma

$$z'_{min} = -\beta ct'_0 + \epsilon \frac{R_s h_0}{\Gamma_v}, \quad (5.3)$$

donde ϵ es la fracción del jet que queremos incluir en la simulación y puede tomar valores $0 \leq \epsilon \leq 1$. De esta forma se redujo el tiempo computacional de la simulación y el tamaño de los archivos de salida del código.

En resumen, el algoritmo está escrito para definir las condiciones iniciales en el sistema de referencia del laboratorio, después son transformadas al sistema de referencia

en movimiento usando las transformaciones de Lorentz (ec. 4.29-4.33). Posteriormente, con las condiciones del sistema de referencia en movimiento se comienza la simulación numérica. El análisis de la radiación debe hacerse post simulaciones (ver sec. 4.4) en el sistema de referencia del laboratorio, por lo que debemos regresar la simulación al sistema de referencia del laboratorio utilizando las transformaciones de Lorentz (ec. 4.34-4.38).

5.1.2. Parámetros físicos

En la simulación inicial definimos las variables primitivas (presión, densidad y velocidad) en el dominio computacional. En las simulaciones suponemos que el medio ambiente externo es uniforme ($k = 0$), con una densidad $A_0 = \rho_0 = n_0 m_p = 1.67 \times 10^{-24} \text{ gcm}^{-3}$, una presión despreciable ($P \ll \rho c^2$), y en el sistema de referencia del laboratorio, un medio ambiente que se mueve con velocidad nula. Para las simulaciones consideramos un jet *top-hat* con un ángulo inicial de apertura de $\theta_j = 0.1 \text{ rad} \sim 5.73^\circ$, donde la onda de choque tiene una energía isotrópica de $E_{iso} = 10^{53} \text{ erg}$ (Gill et al., 2019; Granot et al., 2018). Además se supone que a tiempos anteriores la energía por ángulo sólido no ha cambiado, es decir, que cada fracción angular evoluciona como si fuera parte de un flujo esférico. Esto es consistente con la solución de Blandford & McKee, que está basada en que en flujos ultra-relativistas la expansión lateral es pequeña.

Como se explicó en la sección 3.2, cuando termina la fase de aceleración la onda de choque entra a la etapa de expansión libre (*coasting phase*) y comienza a desacelerar. El comportamiento al principio de esta etapa está descrito por la solución auto-similar de Blandford & McKee (1976). Como las simulaciones no alcanzan velocidades newtonianas, no debemos preocuparnos por el cambio durante la fase de desaceleración de relativista a newtoniana.

Para determinar la densidad, presión y velocidad inicial el algoritmo usa las transformaciones de Lorentz para regresar al sistema de laboratorio, corroborando si la posición del punto se encuentra post-choque o en el medio ambiente. Con el modelo de Blandford & McKee (ec. 3.13-3.15) se encuentran las variables primitivas iniciales. Posteriormente se regresa al sistema de referencia en movimiento transformando las velocidades en cada dirección (ec. 4.32-4.33).

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

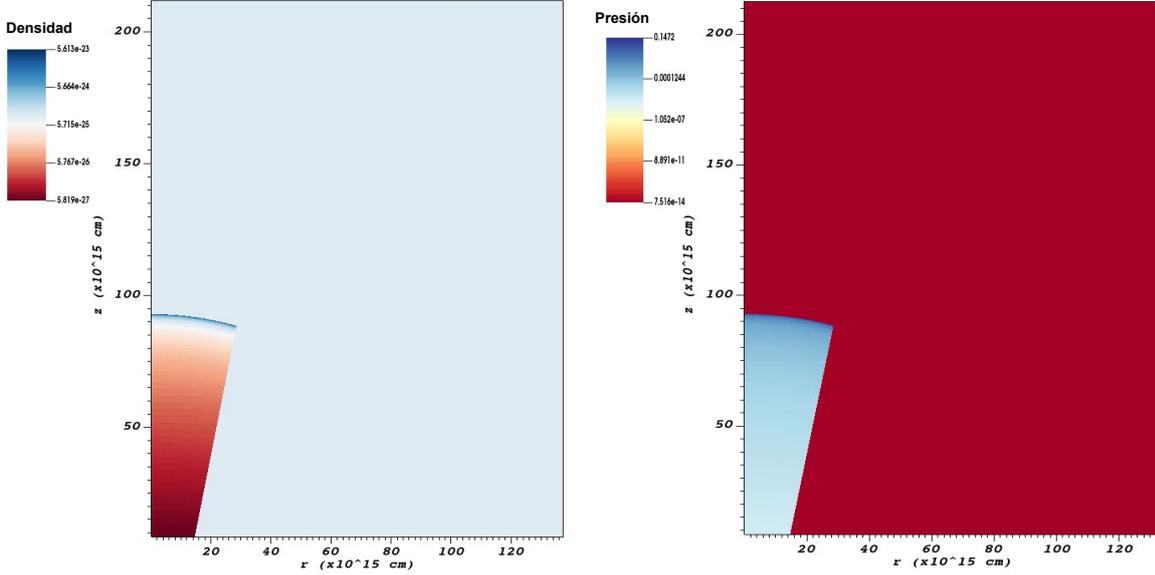


Figura 5.1: Condiciones iniciales en el sistema de referencia en movimiento ($\Gamma_v = 5$) para un jet *top hat* con $\Gamma_{sh} = 30\sqrt{2}$ en el sistema del laboratorio correspondiente a $\Gamma'_{sh} \approx 3\sqrt{2}$ en el sistema de referencia en movimiento. Izquierda: Gráfica de la densidad en las condiciones iniciales. Derecha: Gráfica del factor de Lorentz de las condiciones iniciales.

5.1.3. Criterio de Convergencia

La resolución de 16 niveles de refinamiento se eligió después de estudiar la convergencia de un jet *top-hat* con cinco simulaciones. Las simulaciones tienen el mismo ángulo de apertura del jet $\theta_j = 0.1 \text{ rad} \sim 5.73^\circ$, energía $E = 10^{53} \text{ erg}$. El frente de choque se mueve con una velocidad máxima de $\Gamma = 30\sqrt{2}$ en el sistema de referencia del laboratorio. Mientras que el sistema de referencia, donde se realiza la simulación, se mueve con factor de Lorentz $\Gamma_v = 5$ por lo que ahora el frente de choque se mueve con un factor de Lorentz de $\Gamma' \approx 3\sqrt{2}$. La diferencia entre las simulaciones radica en el nivel de refinamiento de la malla, $N = 5 - 16$ niveles.

A partir de las simulaciones se grafica el perfil de densidad numérica de la condición inicial (Fig. 5.2) y se compararon con la solución analítica de Blandford & McKee. En la figura las curvas con diferentes niveles se desplazaron verticalmente 5 unidades entre cada una, por claridad.

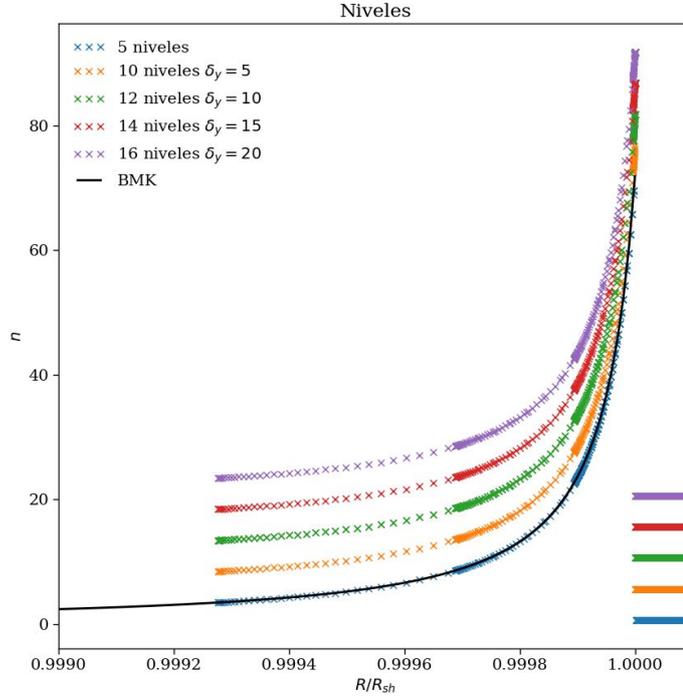


Figura 5.2: Perfil de densidad numérica (en el sistema de referencia del laboratorio) para diferentes niveles de refinamiento con $k = 0$ al principio de la simulación.

Se eligió correr las simulaciones usando $N = 16$ niveles de refinamiento, porque además de que con la prueba de convergencia se obtuvo un resultado similar a la solución analítica, la dinámica observada en las simulaciones no se veía afectada. En el caso de las simulaciones con menor nivel de refinamiento, la condición inicial presentaba discontinuidades abruptas en la cabeza del jet *top-hat* que durante la evolución del jet contribuyen con pequeñas inestabilidades. Mientras que al aumentar el número de niveles, las discontinuidades en la cabeza del jet disminuían, por consiguiente la presencia de inestabilidades se eliminaba. Esto se presenta ya que el problema que se quiere resolver en esta tesis cuenta con simetría esférica, mientras que estamos tratando de solucionarlo usando coordenadas cilíndricas. Con 16 niveles de resolución las discontinuidades eran imperceptibles y la evolución del jet se comporta de manera normal.

Para resolver mejor la cabeza del jet, se implementó un *subgrid*. Cuando usamos solamente la malla computacional el cálculo de las variables primitivas (ρ , p , v'_r , v'_z) se realiza en un punto al centro de la celda. En la región del frente de choque puede que la celda sea muy grande, tal que el punto central sobre el que se calculan las variables primitivas se encuentre fuera del frente de choque. En cambio con un *subgrid*

se calcularan las variables primitivas (ρ, p, v'_r, v'_z) en diferentes puntos distribuidos aleatoriamente dentro de la celda (no sólo al centro de la celda). Para determinar el valor de las variables primitivas de la celda se calcula el promedio de las variables en cada punto aleatorio. Con el *subgrid* se toma en cuenta la contribución del frente de choque aunque este no cubra la celda en su totalidad.

5.2. Prueba de las condiciones iniciales en BMK

Una vez que se fijó el nivel de refinamiento, es importante asegurarnos que los parámetros físicos de la simulación sean correctos, tanto en el sistema de referencia del laboratorio como en el sistema de referencia en movimiento. Como ya se explicó anteriormente, el algoritmo para calcular la densidad, presión y velocidad inicial consiste en realizar la transformaciones de Lorentz para cada una de los puntos hacia el sistema de referencia de laboratorio. Se determina si el punto se encuentra en una posición post-choque o pre-choque. En el caso de que se encuentre antes del choque las variables primitivas tomarán los valores del medio ambiente, y en el caso de estar después del choque, a partir del modelo de Blandford & McKee se encuentra el valor de las variables post-choque.

Los archivos de salida de las simulaciones contienen la siguiente información. Primero se escribe el número de celdas que se están utilizando, el paso en el tiempo correspondiente, además se salva el tamaño de la celda en el nivel más bajo. Posteriormente para cada celda, en diferentes columnas se guardan los valores de las variables: coordenada (r) , coordenada (z) , densidad (ρ) , presión (p) , velocidad en la dirección r (v_r) y la velocidad en la dirección z (v_z) . Es importante asegurarnos que los valores obtenidos en las simulaciones tengan sentido físico, ya que a partir de los archivos de salida se realizará el cálculo de la radiación.

En la figura 5.3 se muestran las condiciones iniciales, es decir, se obtuvieron con el primer archivo de salida de la simulación de un jet *top-hat*. El frente de choque se movía con un factor de Lorentz inicial de $\Gamma_0 = 30\sqrt{2}$, la simulación terminaba cuando el frente de choque alcanzaba un factor de Lorentz de $\Gamma_f \gtrsim 1$. El radio inicial del choque se encuentra a una distancia $R_{sh}/c = 9.752477 \times 10^6$ s en el sistema de referencia del laboratorio ($\Gamma_v = 1$), que corresponde a una distancia de $R'_{sh}/c = 3.098743 \times 10^6$ s en el sistema de referencia en movimiento (con $\Gamma_v = 5$).

Se comparó el comportamiento del perfil de densidad, presión y velocidad radial $v = \sqrt{v_r^2 + v_z^2}$ con la solución analítica del modelo de Blandford & McKee (ec. 3.13-3.15) para la simulación en el sistema de referencia en movimiento. Mientras que la prueba regresando al sistema de referencia del laboratorio se puede ver en la figura 5.2. En este caso, para poder regresar al sistema de referencia del laboratorio se debe de fijar un intervalo de tiempo al cuál regresar. Se debe a que las transformaciones de Lorentz dependen de la posición en z' y del tiempo t' del output, por lo que cada dupla (z', t') regresará a un tiempo t diferente en el sistema de referencia del laboratorio.

Se puede observar que los perfiles se sobrepone a la solución analítica, lo que

muestra que la implementación del sistema de referencia en movimiento fue exitosa. La física en el sistema de referencia en movimiento se conserva, y el sistema de referencia en movimiento está listo para usarse en la resolución de cualquier fenómeno ultra-relativista.

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

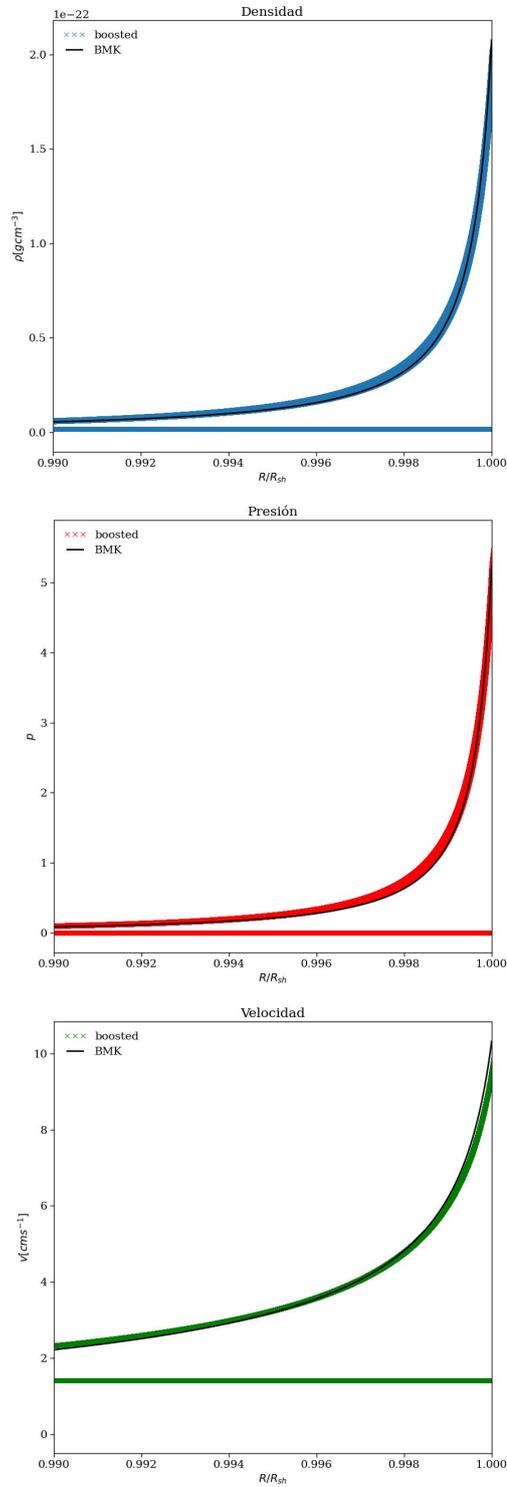


Figura 5.3: Perfil de densidad (arriba), presión (centro) y velocidad (abajo) radial del frente de choque al principio de la simulación en el sistema de referencia en movimiento $\Gamma_v = 5$.

5.3. Simulaciones

En la figura 5.4 se presenta la evolución del jet a tiempos diferentes, se grafica la densidad del jet (izquierda) y la presión (derecha). En el panel superior se presentan las condiciones iniciales. El jet es inicializado con un factor de Lorentz de $\Gamma_{sh} = 30\sqrt{2}$ que corresponde a un factor de Lorentz de $\Gamma'_{sh} = 3\sqrt{2}$ en el sistema de referencia en movimiento. La evolución del jet *top-hat* depende de la energía del jet y de la densidad del medio ambiente. En fases posteriores el jet (panel central) presenta expansión lateral, que empieza cuando $\Gamma_{sh} \sim 1/\theta$ (es decir, en el denominado *jet-break*). La expansión principalmente radial del jet se ve deformada por el movimiento del sistema de referencia, es decir, la velocidad radial deja de ser radial y se observa una expansión preferente del jet en la dirección de propagación del jet. En algunos trabajos, por ejemplo Granot & Piran (2012), se discute sobre la débil expansión lateral del jet. En las simulaciones presentadas en este trabajo la expansión lateral para el jet *top-hat* es notable.

Los resultados obtenidos de las simulaciones de jets *top-hat* (mostrados en la figura 5.4) son similares a los que se presentan en estudios previos (De Colle et al., 2012; Gill et al., 2019), lo que permite confirmar el funcionamiento de la simulación utilizada. En Gill et al. (2019) realizan simulaciones hidrodinámicas de jets *top-hat* con ángulos de apertura de $\theta_j = 0.1, 0.2$ rad y factores de Lorentz iniciales de $\Gamma_{sh} = 20, 40$ y 60 , con una energía de $E_{iso} = 10^{53}$ erg que se expanden en un medio uniforme ($k = 0$) con densidad $\rho_0 = nm_p$ donde n es la densidad numérica y m_p la masa del protón. En esta tesis, para las simulaciones se tomaron las condiciones iniciales anteriores (Gill et al., 2019) pero se realizaron simulaciones de jets *top-hat* con $\theta_j = 0.1$ rad y factores de Lorentz iniciales de $\Gamma_{sh} = 30, 60, 90, 120$, que se movían en un sistema de referencia con $\Gamma_v = 1.73, 3, 5$.

A tiempos grandes (panel inferior) se pueden observar inestabilidades dentro del jet que son ondas de choque reflejadas hacia el interior del jet. Estas inestabilidades se originan por el gradiente de velocidades y temperatura en la discontinuidad de contacto. El efecto de estas inestabilidades se ve reflejado en la dirección de la velocidad radial, que como ya se mencionó, dejará de ser radial. En la orilla del jet se puede observar un gradiente de densidad entre el jet y el medio ambiente, al momento de que el jet evoluciona y se presenta la expansión lateral, los gradientes de densidad y presión se vuelven mayores. Debido a estos gradientes y las diferentes direcciones en las que se mueve el jet y el medio ambiente se genera un efecto de *shearing*, por lo que se crean vacíos donde se calculan densidades no físicas. Cuando esto sucede, se detiene la simulación. Se observó que entre más rápido se mueva el jet, el efecto de *shearing* se presenta a tiempos menores, obligándonos a detener la simulación a tiempos mucho más tempranos.

Este problema limita el factor de Lorentz con la que se pueden simular jets y el rango temporal en el que se desea estudiar la evolución del jet. Al aumentar la resolución el problema disminuye pero aparecerá en algún punto de la simulación. Una solución que se utiliza en la literatura es considerar una distribución angular de energía fuera del jet.

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

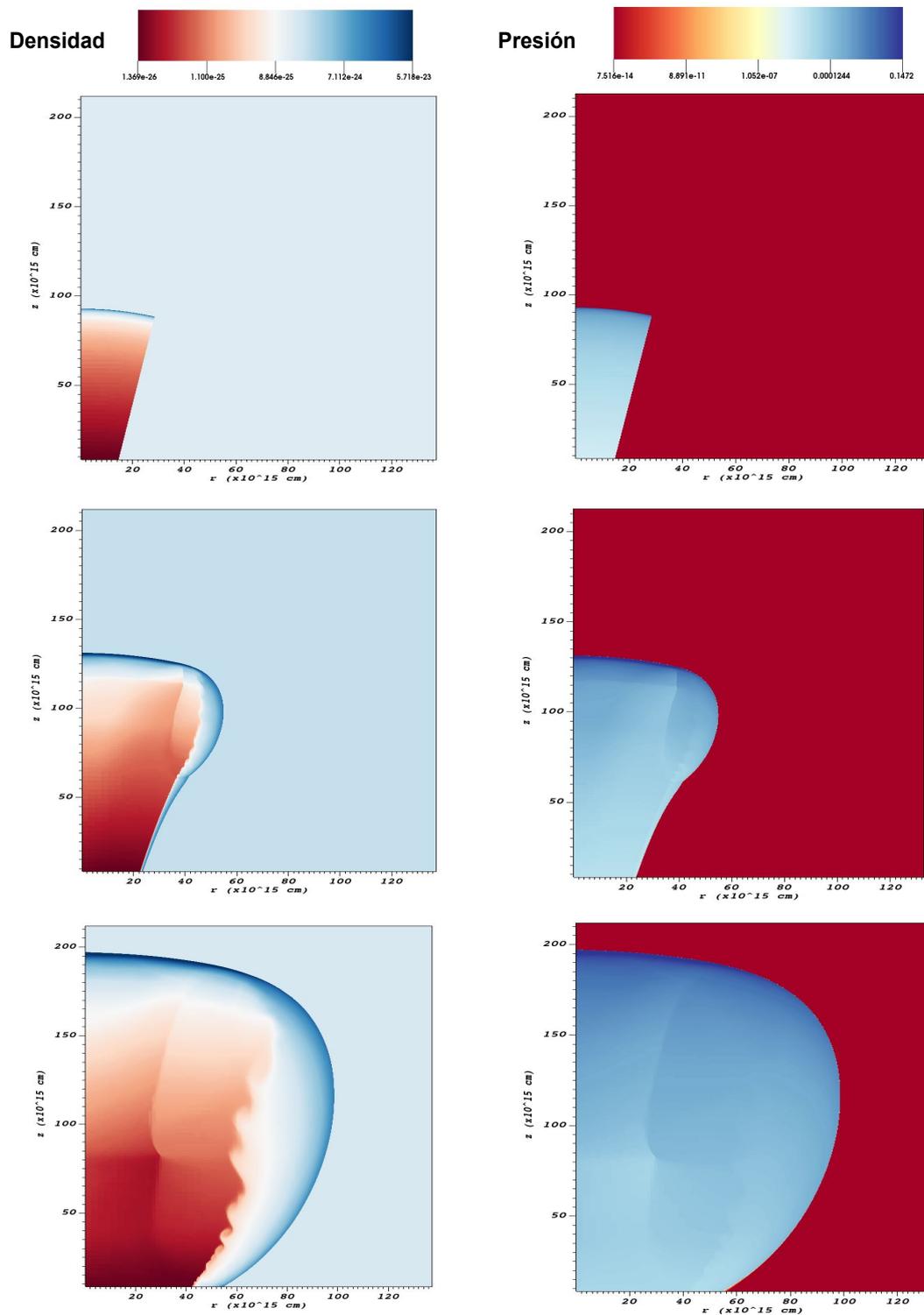


Figura 5.4: Mapas de densidad (izquierda) y presión (derecha) de un jet *top-hat* con un factor de Lorentz inicial de $\Gamma_{sh} = 30\sqrt{2} \implies \Gamma'_{sh} = 3\sqrt{2}$ que se propaga en el sistema de referencia en movimiento. Arriba: Condición inicial $t_0 = 3102310$ s, Centro: $t = 4370689$ s, Abajo: Último archivo $t_f = 6594294$ s

5.4. Curvas de Luz

En esta sección se analizan las curvas de luz producidas por las simulaciones, a una frecuencia $\nu = 3$ GHz, que es la frecuencia que utiliza Gill et al. (2019). La emisión está determinada por la posición del observador, es decir que se observará mayor flujo si se observa cerca del eje de simetría del jet. Durante el cálculo de la radiación se utilizan parámetros típicos de la microfísica el índice de la distribución de electrones $p = 2.16$, $\epsilon_e = 0.1$ y $\epsilon_B = 0.001$ (similares a los valores de la tabla 3.1). Suponemos un jet *top-hat* con apertura inicial de $\theta_j = 0.1$ rad $\sim 5.73^\circ$, energía isotropa de $E_{iso} = 1 \times 10^{53}$ erg y se supone una distancia de 40 Mpc similar al GRB 170817A.

Lo primero que se determinó fue la velocidad con la que se moverá el sistema de referencia para realizar las simulaciones. Se consideraron las siguientes velocidades $\Gamma_v = 1.73, 3, 5$. Las curvas de luz se compararon con una curva de luz con ($\Gamma_v = 1$) calculada en un sistema de referencia en reposo (Urrutia, in prep.). Se fijaron las mismas condiciones iniciales que la curva de luz con $\Gamma_v = 1$, se consideró un frente de choque que se movía inicialmente con $\Gamma_0 = 30\sqrt{2}$ y el tiempo de integración fue de tiempo $t = 2 \times 10^9$ s. Las curvas de luz se calcularon con un ángulo de observación *on-axis* ($\theta_{obs} = 0^\circ$).

Las curvas de luz que se obtuvieron con diferentes velocidades para el sistema de referencia se muestran en la figura 5.5. En el panel de arriba se muestran las curvas de luz completas, mientras que en el panel de abajo se muestra un acercamiento al pico de las curvas. Es importante especificar que la curva de luz $\Gamma_v = 1$ se obtuvo considerando coordenadas esféricas, mientras que en este trabajo se consideran coordenadas cilíndricas. El hecho de utilizar diferentes sistemas de referencia, se refleja en que en coordenadas cilíndricas la curva de luz $\Gamma_v = 1.73$ presenta ruido a tiempos pequeños ($t < 10^{-1}$ s), es decir, en el panel inferior se observa que la curva tiene irregularidades. Mientras que, la curva de luz calculada usando simulaciones hechas en coordenadas esféricas (con $\Gamma_v = 1$) tiene un comportamiento suave, es decir, se puede observar que la curva crece sin irregularidades y después decrece. Este ruido se debe a utilizar coordenadas cilíndricas para representar el jet, que inicialmente es un problema esférico. Pero a la vez se observa que para las curvas de luz con $\Gamma_v = 3$ y 5 su comportamiento cerca del pico también es suave, es decir se ha mejorado la resolución.

En el panel superior, podemos observar que entre más rápido se mueve el sistema de referencia, la radiación termina a tiempos más tempranos. En el panel inferior de la figura se observa que la curva de luz es más alta cuando Γ es mayor y la disipación numérica a tiempos cortos disminuye. Debido a que el sistema de referencia cuenta con un *subgrid* y la caja que se toma para resolver el jet es más pequeña, la resolución con la que el frente de choque se resuelve es mejor en el sistema de referencia en movimiento que en el sistema del laboratorio.

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

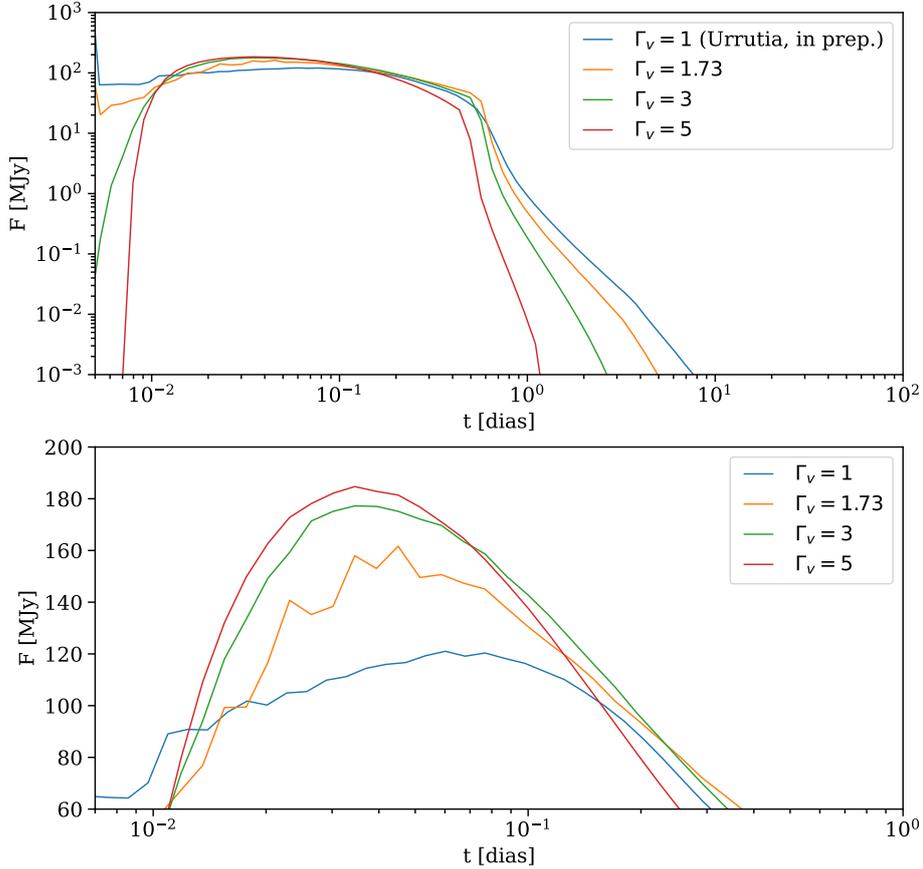


Figura 5.5: Arriba: Curvas de luz producidas por un jet *top-hat* observado sobre el eje de simetría en un sistema de referencia con distintas velocidades. Abajo: Acercamiento al pico de las curvas de luz anteriores

Con las simulaciones anteriores se ha demostrado que las curvas de luz se muestran mucho más precisas si incrementamos la velocidad del sistema de referencia. En el siguiente paso se corrieron simulaciones con factores de Lorentz iniciales del choque ($\Gamma_{sh} \gg 30$) para estudiar el efecto que la expansión lateral del jet tiene sobre las curvas de luz.

Se calcularon las curvas de luz para diferentes ángulos de observación usando un sistema de referencia en movimiento con $\Gamma_v = 3$. Como en la simulación anterior se consideró un jet *top-hat* con un ángulo de apertura inicial de $\theta_j = 0.1$ rad, energía isotropa de $E_{iso} = 1 \times 10^{53}$ erg y se supone una distancia de 40 Mpc similar al GRB 170817A.

Los parámetros de la microfísica se conservaron igual que la simulación anterior. En este caso se inicializó la velocidad del frente de choque como $\Gamma_{sh} = 30, 60, 90, 120$, y se simuló hasta que el frente de choque desacelerara a $\Gamma_{sh} = 10$, para todos los casos.

En la figura 5.6 se observan las curvas de luz producidas por un jet *top-hat* con un frente de choque que se mueve con distintas velocidades y son calculadas sobre el eje de simetría del jet. El flujo observado es mayor cuando el factor de Lorentz Γ_{sh} es mayor, esto se debe a que en la simulación el jet comienza a una distancia menor. Además es fácil probar que el tiempo al que se puede observar la emisión del jet se calcula con la ecuación 3.12, y al sustituir los valores de la simulación se puede reescribir como

$$t_{obs} \cong \frac{1}{c} \left[\frac{(17 - 4k)E}{8\pi A_k c^2 \Gamma_{sh}^2} \right]^{1/(3-k)} \propto 6 \times 10^6 \left[E_{53}^{1/3} \Gamma_{sh,100}^{-2/3} n^{-1/3} \right] s. \quad (5.4)$$

Con la ecuación anterior es posible ver que cuando $\Gamma_{sh} = 120 \implies t_{obs} \sim 300$ s, mientras que cuando $\Gamma_{sh} = 30 \implies t_{obs} \sim 7500$ s. Estos resultados son congruentes con la gráfica presentada. También se puede observar que a tiempos cortos la emisión se comporta como $F \propto t^{1/2}$ correspondiente al caso del enfriamiento rápido de los electrones cuando el jet comienza su desaceleración, figura 3.4, (Sari et al., 1998). Las curvas de luz alcanzan un pico en ~ 3 días

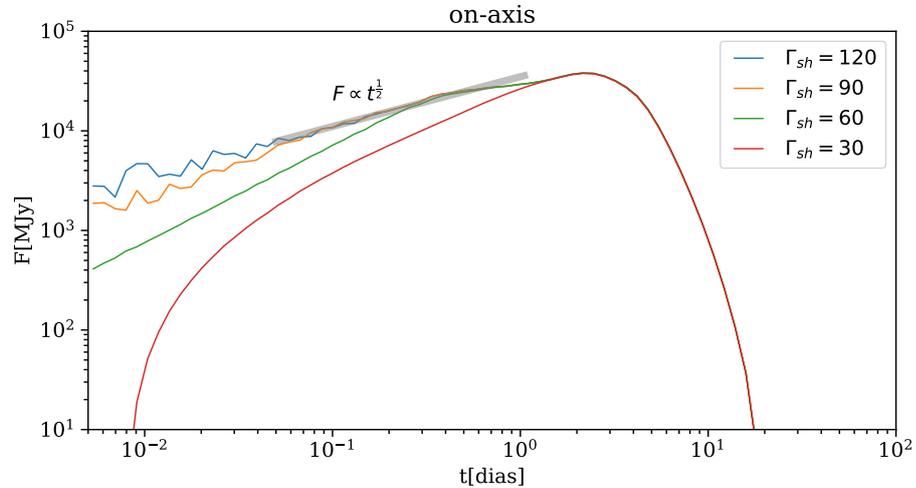


Figura 5.6: Curvas de luz producidas por un jet *top-hat* observado sobre el eje de simetría en un sistema de referencia con distintas velocidades.

En la figura 5.7 se pueden observar las curvas de luz que se obtuvieron con el jet *top-hat*, previamente descrito, pero observado desde distintos ángulos $\theta_{obs} = 0.25$ rad, 0.30 rad, 0.35 rad, 0.52 rad ($\sim 15^\circ - 30^\circ$), que es el rango definido por los modelos presentados en la tabla 3.1. En cada gráfica se puede observar que la emisión es mayor cuando Γ_{sh} es mayor. Mientras que cada vez que aumentamos el ángulo de observación la emisión se puede observar a tiempos mayores, además de que la emisión disminuye.

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

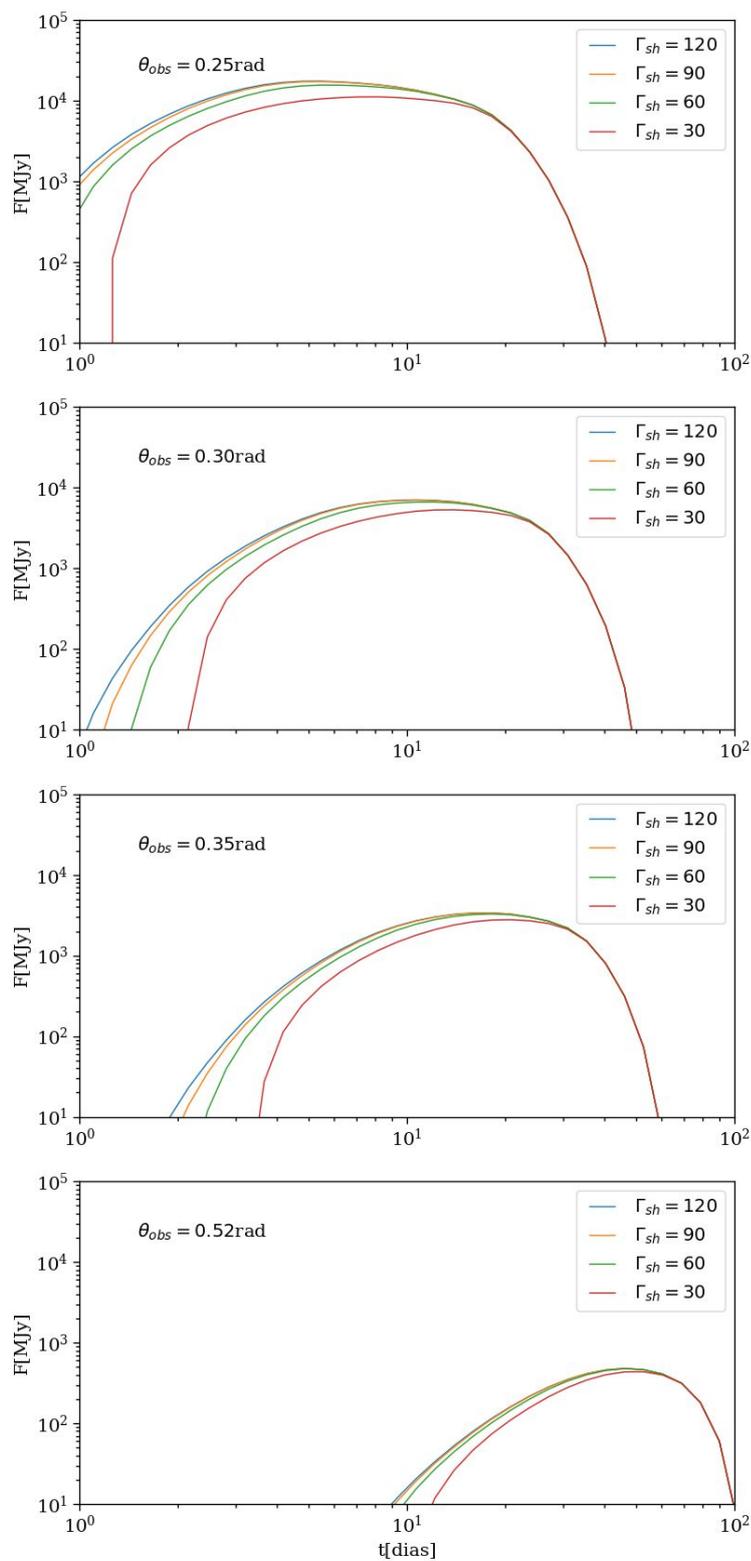


Figura 5.7: Curvas de luz producidas por un jet *top-hat* observado desde distintos ángulos.

En las curvas de luz *off axis* la emisión a tiempos tempranos cambia como $F \propto \nu^{-(p-1)/2}$ (usualmente $p = 2.16$) correspondiente a la fase de desaceleración del jet, tal como se observa en el espectro de Sari et al. (1998) para el caso de enfriamiento lento (*slow cooling*).

Finalmente, con las curvas de luz en la figura 5.7 se realizó la comparación con los datos del GRB 170817A a $\nu = 3$ GHz. El ángulo $\theta_{obs} = 0.32$ rad ($\sim 18^\circ$) es el más parecido al ángulo de observación de las contrapartes electromagnéticas del evento GW 170817. Las curvas de luz que se presentan en la figura 5.8, muestran una caída a tiempos más cortos que las observaciones del GRB 170817A. Por lo que, con el modelo de un jet *top-hat* con $\Gamma_{sh} \leq 120$ no se logran reproducir las observaciones del GRB 170817A. Se necesitan modelos estructurados del jet, donde se cuenta con una distribución de energía dependiente del ángulo que cambiará la radiación emitida a tiempos tempranos. Estos cálculos ya no son parte de este trabajo.

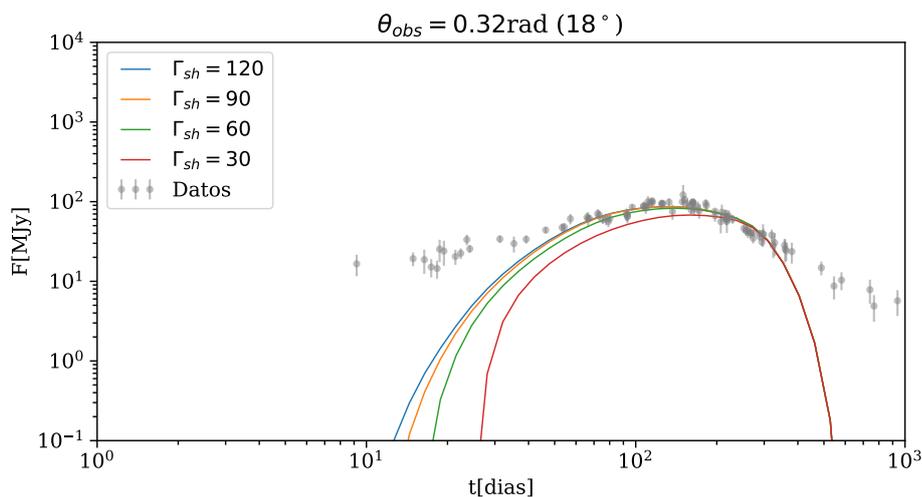


Figura 5.8: Comparación de la curva de luz a $\theta_{obs} = 0.32$ rad con las observaciones del GRB 170817A.

Conclusiones

La desaceleración de un jet relativista puede explicar la emisión de la fase tardía de los GRBs. En este trabajo se estudió la dinámica de jets altamente relativistas, que cuentan con factores de Lorentz de $\Gamma \sim 100$, dentro de un sistema de referencia en movimiento. Se implementó el sistema de referencia en movimiento, junto con las condiciones iniciales de los modelos del GRB 170817A y se calcularon las curvas de luz que se producen tanto para observadores *on-axis* como *off axis*, para posteriormente comparar con las observaciones.

Utilizando las transformaciones de Lorentz se implementó una sistema de referencia en movimiento dentro del código numérico Mezcal, permitiendo cambiar entre sistemas de referencia de manera satisfactoria. Para verificar el funcionamiento del sistema de referencia en movimiento se llevaron a cabo pruebas de tubo de choque, que se compararon con sus soluciones analíticas. Además, se observó el comportamiento dinámico de un choque esférico y un jet cónico dentro del sistema de referencia en movimiento.

Posteriormente se implementó un jet *top-hat*, se definieron las condiciones iniciales en el sistema de referencia del laboratorio para posteriormente transformarlas al sistema de referencia en movimiento. Los parámetros físicos se implementaron por medio de las soluciones auto-similares de Blandford & McKee para choques relativistas.

Con el sistema de referencia en movimiento se estudió la dinámica de un jet *top-hat* altamente relativista. Se mostró que este jet presenta un cierto grado de expansión lateral a tiempos cortos, lo que afecta la emisión producida. La importancia de este resultado radica en que los modelos con los que se estiman los parámetros de la contraparte electromagnética del GW 170817 asumen una solución analítica del jet cuando se mueve con velocidades grandes, ignorando la expansión lateral del jet, obteniendo una emisión menor en la curva de luz. Por lo que es necesario iniciar las simulaciones numéricas a tiempos tempranos con velocidades grandes.

Al calcular las curvas de luz para jets altamente relativistas y compararlas con las curvas de jets con velocidades menores tanto para observadores *on-axis* como *off-axis*, se observó la contribución de la expansión lateral a la emisión en la curva de luz, obteniendo curvas de luz con mayor flujo a tiempos menores en comparación con las curvas de jets relativistas. Se mostró que las curvas de luz *off-axis* no logran reproducir

6. CONCLUSIONES

las observaciones del GRB 170817A a tiempos $\lesssim 40$ días.

El uso de un sistema de referencia en movimiento nos permitió observar la dinámica de jets altamente relativistas que al pasar al sistema de referencia en movimiento tienen velocidades mucho menores. Además se demostró que en el sistema de referencia en movimiento se puede utilizar una malla más pequeña y tener mejor resolución para poder resolver de manera satisfactoria el jet. Como consecuencia se minimizaron los problemas de difusión numérica que se presentaban a tiempos tempranos en la simulación. Sin embargo, debido a que en el sistema de referencia en movimiento el medio ambiente también se encontrará en movimiento (generalmente se supone en reposo), se crean efectos de “*shearing*” en las orillas del jet, provocando que la simulación se detenga por cálculos de densidades no físicas cuando la velocidad del sistema de referencia es muy grande.

Como trabajo a futuro el uso de un sistema de referencia en movimiento nos permitirá estudiar otros tipos de problemas, como la dinámica de los choques internos que se presentan en la fase temprana de los GRBs, los cuales presentan una distribución de energía lateral que no se toma en cuenta para simplificar el problema; también durante la fase temprana de los GRBs se podrá estudiar la transición entre jet y *shell*.

Apéndice

A.1. Cálculos para el *boosted-frame*

A.1.1. Velocidad del sistema de referencia en movimiento

Para determinar la velocidad del sistema de referencia en movimiento, suponemos que el objeto se moverá a una velocidad u_{max} , mientras que el medio se moverá a una velocidad u_{min} en dirección contraria al objeto. Partiendo de las ecuaciones (4.22) y (4.23)

$$\Gamma'_{u_{min}} = \Gamma_v \left(1 - \frac{u_{min}v}{c^2}\right) \Gamma_{u_{min}},$$

$$\Gamma'_{u_{max}} = \Gamma_v \left(1 - \frac{u_{max}v}{c^2}\right) \Gamma_{u_{max}}.$$

Igualamos $\Gamma'_{u_{min}} = \Gamma'_{u_{max}}$, para que el objeto y el medio se muevan con la misma velocidad en el sistema de referencia en movimiento tenemos

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{u_{min}v}{c^2}\right) \Gamma_{u_{min}} &= \left(1 - \frac{u_{max}v}{c^2}\right) \Gamma_{u_{max}} \\ \frac{v}{c^2} u_{max} \Gamma_{u_{max}} - \frac{v}{c^2} u_{min} \Gamma_{u_{min}} &= \Gamma_{u_{max}} - \Gamma_{u_{min}} \\ \frac{v}{c} \left(\frac{u_{max} \Gamma_{u_{max}} - u_{min} \Gamma_{u_{min}}}{c} \right) &= \Gamma_{u_{max}} - \Gamma_{u_{min}} \\ \implies \frac{v}{c} &= \frac{(\Gamma_{u_{max}} - \Gamma_{u_{min}})c}{u_{max} \Gamma_{u_{max}} - u_{min} \Gamma_{u_{min}}}. \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Para calcular Γ_v sabemos que $\Gamma_v^2 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. Sustituyendo la ecuación anterior.

$$\Gamma_v^2 = \frac{1}{1 - \frac{(\Gamma_{u_{max}} - \Gamma_{u_{min}})^2 c^2}{(u_{max} \Gamma_{u_{max}} - u_{min} \Gamma_{u_{min}})^2}}, \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{aligned}
\implies \frac{1}{\Gamma_v^2} &= 1 - \frac{(\Gamma_{u_{max}} - \Gamma_{u_{min}})^2 c^2}{(u_{max} \Gamma_{u_{max}} - u_{min} \Gamma_{u_{min}})^2} \\
&= \frac{(u_{max} \Gamma_{u_{max}} - u_{min} \Gamma_{u_{min}})^2 - (\Gamma_{u_{max}} - \Gamma_{u_{min}})^2 c^2}{(u_{max} \Gamma_{u_{max}} - u_{min} \Gamma_{u_{min}})^2} \\
&= \frac{\Gamma_{u_{max}}^2 (u_{max}^2 - c^2) + \Gamma_{u_{min}}^2 (u_{min}^2 - c^2) - 2\Gamma_{u_{max}} \Gamma_{u_{min}} (u_{max} u_{min} - c^2)}{(u_{max} \Gamma_{u_{max}} - u_{min} \Gamma_{u_{min}})^2} \\
&= \frac{\Gamma_{u_{max}}^2 c^2 (\beta_{max}^2 - 1) + \Gamma_{u_{min}}^2 c^2 (\beta_{min}^2 - 1) - 2\Gamma_{u_{max}} \Gamma_{u_{min}} c^2 (\beta_{max} \beta_{min} - 1)}{(u_{max} \Gamma_{u_{max}} - u_{min} \Gamma_{u_{min}})^2}.
\end{aligned}$$

Usando que $1 - \beta^2 = \frac{1}{\Gamma^2}$

$$\begin{aligned}
\implies \frac{1}{\Gamma_v^2} &= \frac{2\Gamma_{u_{max}} \Gamma_{u_{min}} c^2 (1 - \beta_{max} \beta_{min}) - 2c^2}{(u_{max} \Gamma_{u_{max}} - u_{min} \Gamma_{u_{min}})^2} \\
&= \frac{2c^2 [\Gamma_{u_{max}} \Gamma_{u_{min}} (1 - \beta_{max} \beta_{min}) - 1]}{(u_{max} \Gamma_{u_{max}} - u_{min} \Gamma_{u_{min}})^2} \\
&= \frac{2[\Gamma_{u_{max}} \Gamma_{u_{min}} (1 - \beta_{max} \beta_{min}) - 1]}{(\beta_{max} \Gamma_{u_{max}} - \beta_{min} \Gamma_{u_{min}})^2}. \\
\therefore \Gamma_v &= \frac{(\beta_{max} \Gamma_{u_{max}} - \beta_{min} \Gamma_{u_{min}})}{\sqrt{2[\Gamma_{u_{max}} \Gamma_{u_{min}} (1 - \beta_{max} \beta_{min}) - 1]}}. \tag{A.3}
\end{aligned}$$

A.1.2. Velocidad del objeto en el *boosted-frame*

Partimos de la ecuación (4.21), de donde podemos obtener la velocidad con la que se moverá el objeto (Γ'_u) en el sistema de referencia en movimiento

$$\Gamma'_u = \Gamma_v \Gamma_u \left(1 - \frac{uv}{c^2}\right) = \Gamma_v \Gamma_u (1 - \beta_u \beta_v), \tag{A.4}$$

donde $\beta = v/c$ y u la velocidad del objeto, usando que $\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\Gamma^2}}$ y recordando que la velocidad original del objeto es $\Gamma_u \sim 100$ y $\Gamma_u \gg \Gamma_v$.

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \Gamma'_u &= \Gamma_v \Gamma_u \left[1 - \left(\sqrt{1 - \frac{1}{\Gamma_u^2}} \right) \left(\sqrt{1 - \frac{1}{\Gamma_v^2}} \right) \right] \\
 &\approx \Gamma_v \Gamma_u \left[1 - \left(1 - \frac{1}{2\Gamma_u^2} \right) \left(1 - \frac{1}{2\Gamma_v^2} \right) \right] \\
 &\approx \Gamma_v \Gamma_u \left[\cancel{1} - \left(\cancel{1} - \frac{1}{2\Gamma_u^2} - \frac{1}{2\Gamma_v^2} + \frac{1}{4\Gamma_u^2 \Gamma_v^2} \right) \right] \\
 &\approx \Gamma_v \Gamma_u \left[\frac{1}{2\Gamma_u^2} + \frac{1}{2\Gamma_v^2} \right] \\
 &\approx \frac{\cancel{\Gamma_v} \Gamma_u}{2\Gamma_v^2}, \tag{A.5}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \Gamma'_u \sim \frac{\Gamma_u}{2\Gamma_v} \tag{A.6}$$

Bibliografía

- Abbott B. P., et al., 2017, *The Astrophysical Journal Letters*, 848, L13 [VII](#)
- Band D., et al., 1993, *The Astrophysical Journal*, 413, 281 [10](#)
- Barnes J., Kasen D., 2013, *The Astrophysical Journal*, 775, 18 [8](#)
- Berger E., 2010, *The Astrophysical Journal*, 722, 1946 [8](#)
- Blandford R., McKee C., 1976, *The physics of Fluids*, 19, 1130 [VII](#), [1](#), [15](#), [19](#), [20](#), [24](#), [51](#)
- Briggs M. S., et al., 1995, arXiv preprint astro-ph/9509078 [4](#)
- Briggs M. S., Pendleton G. N., Kippen R. M., Brainerd J., Hurley K., Connaughton V., Meegan C. A., 1999a, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 122, 503 [3](#)
- Briggs M., et al., 1999b, *The Astrophysical Journal*, 524, 82 [12](#)
- Cline T., Desai U., Klebesadel R., Strong I., 1973, in *Gamma-ray Astrophysics: A Symposium Held at NASA Goddard Space Flight Center, April 30 to May 2, 1973*. p. 175 [4](#)
- Costa E. e., et al., 1997, *Nature*, 387, 783 [3](#), [4](#), [12](#)
- Coulter D., et al., 2017, *Science*, 358, 1556 [26](#)
- De Colle F., Granot J., López-Cámara D., Ramirez-Ruiz E., 2012, *The Astrophysical Journal*, 746, 122 [33](#), [36](#), [37](#), [41](#), [46](#), [49](#), [57](#)
- Eichler D., Livio M., Piran T., Schramm D. N., 1989, *Nature*, 340, 126 [25](#)
- Galama T. J., et al., 1998, *Nature*, 395, 670 [4](#)
- Gehrels N., Piro L., Leonard P. J., 2002, *Scientific American*, 287, 84 [10](#)
- Gehrels N., et al., 2005, *Nature*, 437, 851 [4](#)
- Ghirlanda G., et al., 2019, *Science*, 363, 968 [27](#), [29](#)

BIBLIOGRAFÍA

- Gill R., Granot J., De Colle F., Urrutia G., 2019, *The Astrophysical Journal*, 883, 15
[VIII](#), [30](#), [31](#), [51](#), [57](#), [59](#)
- Goldstein A., et al., 2017, *The Astrophysical Journal Letters*, 848, L14 [26](#)
- Granot J., 2005, *The Astrophysical Journal*, 631, 1022 [30](#)
- Granot J., Piran T., 2012, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 421, 570 [57](#)
- Granot J., Gill R., Guetta D., De Colle F., 2018, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 481, 1597 [27](#), [51](#)
- Hajela A., et al., 2019, *The Astrophysical Journal Letters*, 886, L17 [28](#), [29](#)
- Hallinan G., et al., 2017, *Science*, 358, 1579 [27](#), [28](#)
- Harten A., Lax P. D., Leer B. v., 1983, *SIAM review*, 25, 35 [36](#)
- Hjorth J., et al., 2003, *Nature*, 423, 847 [6](#)
- Hotokezaka K., Nakar E., Gottlieb O., Nissanke S., Masuda K., Hallinan G., Mooley K. P., Deller A. T., 2019, *Nature Astronomy*, 3, 940 [29](#)
- Kann D., et al., 2011, *The Astrophysical Journal*, 734, 96 [7](#), [8](#)
- Klebesadel R. W., Strong I. B., Olson R. A., 1973, *The Astrophysical Journal*, 182, L85
[4](#)
- Kouveliotou C., Meegan C. A., Fishman G. J., Bhat N. P., Briggs M. S., Kosshut T. M., Paciesas W. S., Pendleton G. N., 1993, *The Astrophysical Journal*, 413, L101 [3](#), [4](#),
[5](#), [10](#)
- Kulkarni S. R., 2005, arXiv preprint astro-ph/0510256 [8](#)
- Kulkarni S., et al., 1998, *Nature*, 395, 663 [4](#)
- Lamb G., et al., 2019, *The Astrophysical Journal Letters*, 870, L15 [27](#), [29](#)
- Lattimer J. M., Schramm D. N., 1974, *The Astrophysical Journal*, 192, L145 [25](#)
- Lazzati D., López-Cámara D., Cantiello M., Morsony B. J., Perna R., Workman J. C., 2017, *The Astrophysical Journal Letters*, 848, L6 [29](#)
- Lazzati D., Perna R., Morsony B. J., Lopez-Camara D., Cantiello M., Ciolfi R., Giacomazzo B., Workman J. C., 2018, *Physical Review Letters*, 120, 241103 [27](#)
- Lee W. H., Ramirez-Ruiz E., 2007, *New Journal of Physics*, 9, 17 [8](#)
- Leibler C., Berger E., 2010, *The Astrophysical Journal*, 725, 1202 [8](#)

-
- Levesque E. M., Chornock R., Soderberg A. M., Berger E., Lunnan R., 2012, *The Astrophysical Journal*, 758, 92 [6](#)
- Li L.-X., Paczyński B., 1998, *The Astrophysical Journal Letters*, 507, L59 [8](#), [26](#)
- Lyman J., et al., 2018, *Nature Astronomy*, 2, 751 [27](#)
- Lyutikov M., 2017, arXiv preprint arXiv:1705.01014 [18](#)
- Makhathini S., et al., 2020, arXiv e-prints, p. arXiv:2006.02382 [27](#), [28](#), [29](#)
- Margutti R., Chornock R., 2020, arXiv e-prints, p. arXiv:2012.04810 [25](#), [26](#)
- Mazets E., Golenetskij S., Il'Inskij V., 1974, *PZETF*, 19, 126 [4](#)
- Metzger B. D., Piro A. L., 2014, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 439, 3916 [8](#)
- Metzger B., et al., 2010, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 406, 2650 [8](#)
- Mooley K., et al., 2018, *Nature*, 561, 355 [27](#), [28](#), [29](#)
- Perley D., et al., 2014, *The Astrophysical Journal*, 781, 37 [13](#)
- Petrosian V., Lee T. T., 1996, *The Astrophysical Journal Letters*, 467, L29 [5](#)
- Piran T., 1999, , [314](#), [575](#) [9](#)
- Radice D., Bernuzzi S., Perego A., 2020, *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 70, 95 [25](#)
- Resmi L., et al., 2018, *The Astrophysical Journal*, 867, 57 [29](#)
- Ryan G., Van Eerten H., Piro L., Troja E., 2020, *The Astrophysical Journal*, 896, 166 [29](#)
- Sari R., Piran T., Narayan R., 1998, , [497](#), [L17](#) [22](#), [23](#), [24](#), [25](#), [61](#), [63](#)
- Schneider P., 2014, *Extragalactic astronomy and cosmology: an introduction*. Springer [22](#)
- Sedov L. I., 1959, *Similarity and Dimensional Methods in Mechanics* [19](#), [21](#)
- Shibata M., Hotokezaka K., 2019, *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 69, 41 [25](#)
- Symbalisty E., Schramm D. N., 1982, *Astrophysical Letters*, 22, 143 [25](#)
- Synge J., 1971, *JL Amsterdam (Netherlands): North-Holland Publishing Company*193 p [36](#)
-

BIBLIOGRAFÍA

- Takahashi K., Ioka K., 2021, , 501, 5746 28
- Taylor G., 1950, *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, 201, 159 19, 21
- Taylor J. H., Weisberg J. M., 1989, *The Astrophysical Journal*, 345, 434 25
- Troja E., et al., 2017, *Nature*, 551, 71 26
- Troja E., et al., 2019, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 489, 1919 29
- Urrutia G., De Colle F., Murguía-Berthier A., Ramírez-Ruiz E., 2021, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 503, 4363 27
- Van Paradijs J., et al., 1997, *Nature*, 386, 686 3, 4, 12
- Woosley S. E., 1993, *The Astrophysical Journal*, 405, 273 6
- Woosley S., Bloom J., 2006, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 44, 507 6
- Wu Y., MacFadyen A., 2019, *The Astrophysical Journal Letters*, 880, L23 29
- Yoon S.-C., Langer N., 2005, *Astronomy & Astrophysics*, 443, 643 6
- Yu Y.-W., Zhang B., Gao H., 2013, *The Astrophysical Journal Letters*, 776, L40 8
- Zhang B., 2018, *The physics of gamma-ray bursts*. Cambridge University Press 5, 9, 15
- Zhang W., MacFadyen A., 2009, *The Astrophysical Journal*, 698, 1261 20
- Zhang B., Fan Y. Z., Dyks J., Kobayashi S., Mészáros P., Burrows D. N., Nousek J. A., Gehrels N., 2006, *The Astrophysical Journal*, 642, 354 16, 17
- van Eerten H., MacFadyen A., 2013, , 767, 141 31