



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

## POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS

ESTABILIZANDO EL VACÍO DE HIGGS EN MODELOS DE CUERDAS  
CON FUERZAS ABELIANAS EXTRA

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN CIENCIAS (FÍSICA)

PRESENTA:  
OMAR PÉREZ FIGUEROA

TUTOR PRICIPAL  
DR. SAÚL NOÉ RAMOS SÁNCHEZ  
INSTITUTO DE FÍSICA

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR  
DR. GENARO TOLEDO SÁNCHEZ  
INSTITUTO DE FÍSICA

DR. ÁNGEL SÁNCHEZ CECILIO  
FACULTAD DE CIENCIAS

CIUDAD UNIVERSITARIA, Cd. Mx., MARZO 2021



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



Dedicado a mis padres.

Agradezco al PNPC del CONACyT por el apoyo recibido bajo el número 723048 durante mis estudios en el programa de Maestría en Ciencias Físicas en el IF de la UNAM.

La investigación asociada a esta tesis fue parcialmente apoyada por el proyecto IN100217 de la DGAPA-PAPIIT y los proyectos F-252167 y 278017 del CONACyT.

Agradezco a mis padres Vicente José Luis Pérez Alarcón y Alicia Figueroa Tréllez por darme las oportunidades y el apoyo necesarios para cumplir mis metas. Junto con mi hermano, Ricardo, agradezco su comprensión y cariño. Sepan que las lecciones de vida que he aprendido a su lado son invaluable para mí y me acompañarán toda la vida.

Quiero dar las gracias a todos los miembros de mi familia que me han apoyado a lo largo de mi trayectoria académica, esta tesis también está dedicada a ellos. De igual manera, estoy agradecido con los amigos que hice en este camino durante mi paso por la Facultad de Ciencias y los Institutos de la UNAM. Gracias por tantas pláticas amenas, ya fueran sobre ciencia o cualquier otra cosa.

Gracias a todos los que fueron mis maestros durante este periodo. En especial, agradezco a mi asesor, el Dr. Saúl Noé Ramos Sánchez, por su guía y motivación. Gracias a su grupo de estudiantes por el interminable intercambio de ideas. En particular, agradezco a Yessenia y Ricardo, los colaboradores del trabajo de investigación.

# Índice general

<b>Introducción</b>	<b>III</b>
<b>1. El modelo estándar y el MSSM</b>	<b>1</b>
1.1. Modelo estándar de partículas elementales . . . . .	1
1.1.1. Rompimiento espontáneo electrodébil . . . . .	4
1.1.2. Evolución de constantes de acoplamiento . . . . .	8
1.1.3. Más allá del modelo estándar . . . . .	10
1.1.4. El problema de meta-estabilidad del vacío . . . . .	12
1.2. El modelo mínimo supersimétrico (MSSM) . . . . .	13
1.2.1. Corrimiento de acoplamientos con SUSY . . . . .	15
<b>2. Extensiones con <math>Z</math>'s</b>	<b>19</b>
2.1. Propiedades básicas . . . . .	19
2.1.1. Acoplamientos . . . . .	19
2.1.2. Mezcla cinética y de masas . . . . .	20
2.1.3. Anomalías y exóticos . . . . .	21
2.2. Modelos de $Z'$ . . . . .	22
2.2.1. Modelos a partir de $E_6$ . . . . .	22
2.2.2. Modelos con mecanismo de Stückelberg . . . . .	23
2.3. Límites experimentales . . . . .	24
<b>3. Generalidades de orbifolios heteróticos</b>	<b>27</b>
3.1. Cuerda heterótica . . . . .	29
3.2. Orbifolios toroidales . . . . .	30
3.2.1. Definiciones . . . . .	31
3.2.2. Planos complejos y encaje . . . . .	32
3.2.3. Supersimetría e invarianza modular . . . . .	33
3.3. Espectro de orbifolios heteróticos . . . . .	33
3.3.1. Sector no torcido . . . . .	36
3.3.2. Sector torcido . . . . .	37

3.3.3. Espectro del orbifold $\mathbb{Z}_3$ . . . . .	38
<b>4. Acoplamientos en orbifolios heteróticos con <math>Z'</math></b> . . . . .	<b>43</b>
4.1. Modelos fenomenológicamente viables . . . . .	44
4.2. Acoplamientos de $U(1)'$ con cuerdas . . . . .	46
4.2.1. Resultados de la búsqueda . . . . .	47
4.3. Estabilidad del vacío de Higgs con $Z'$ . . . . .	53
<b>5. Conclusiones y perspectivas</b> . . . . .	<b>57</b>
<b>Bibliografía</b> . . . . .	<b>61</b>

# Introducción

El modelo estándar de la física de partículas (SM por sus siglas en inglés) es la mejor descripción de la materia e interacciones fundamentales que se ha logrado generar como resultado de una labor experimental y teórica ardua. A pesar de esto, sabemos que el SM no es la última palabra, ya que existen indicios de que debe ser extendido para abarcar fenómenos que se han incorporado al paradigma de física de partículas y de altas energías. Dicha física nueva ha inspirado el nacimiento de propuestas interesantes que la incluyen y, a su vez, conllevan desventajas. Por ejemplo, el problema de jerarquía electrodébil es resuelto en una teoría con supersimetría (SUSY) como el modelo mínimo supersimétrico (MSSM) que también incorpora un candidato a materia oscura, no obstante, aún no se observan las partículas supercompañeras que esta simetría predice. Una motivación teórica importante que propició la supersimetría es la unificación de los acoplamientos de norma, lo cual sugiere la existencia de una teoría de gran unificación (GUT).

Tomando en cuenta la posibilidad de extender el grupo de norma del SM surge la propuesta más simple: añadir una simetría abeliana, que suele denotarse  $U(1)'$  y añade al espectro un bosón  $Z'$ . Este tipo de modelos han sido ampliamente estudiados (ver e.g. [1]) y pueden usarse para generar escenarios que describen materia oscura y la física de los neutrinos al mismo tiempo [2–6] o que permiten obtener las jerarquías correctas para las masas de fermiones [7]. También ha sido señalada la relación entre extensiones abelianas del SM, provenientes de una GUT o de cuerdas, que incluyen de forma natural partículas tipo axión (ALP) que son candidatas para resolver el problema de CP fuerte [8, 9]. Recientemente, se destaca la posibilidad de dar explicación a la jerarquía de sabores dada la existencia de una ALP [10, 11]. Otra propuesta interesante es el rol de un modelo de  $U(1)'$  en cosmología, por ejemplo, se ha buscado identificar al escalar que rompe esa simetría con el inflatón [12, 13].

En particular, en años recientes se ha investigado la estabilización del potencial del Higgs en modelos con  $U(1)'$  [14]. En este trabajo, encontramos que este escenario se puede hallar en modelos que resultan de compactificaciones en teoría de cuerdas. Cabe notar que existen dos enfoques para estudiar modelos de  $U(1)'$  y, en general, extensiones del SM. El que adoptamos en este estudio es del tipo *top-down*, es decir, partimos de una teoría que propone física nueva a altas energías y de la cual derivamos las características de una extensión con una  $U(1)'$ . Por otro lado, en el enfoque *bottom-up* se buscan modificaciones mínimas del SM que alivien uno o varios problemas. En este caso, resulta importante no alterar la fenomenología de partículas verificada y comparar



las predicciones del modelo propuesto contra los límites experimentales relevantes.

En este trabajo, basado en mi artículo publicado [15], tomamos el primer enfoque mencionado. Estudiamos compactificaciones de la teoría de cuerdas, el candidato más fuerte para representar la completitud UV del SM. Esta posición se debe a que es, al momento, la mejor opción para una teoría cuántica de la gravedad. La misión del estudio de la fenomenología de cuerdas es, entonces, encontrar al SM contenido en teoría de cuerdas. Una revisión de ideas relevantes en esta búsqueda se puede consultar en [16]. El origen de modelos con  $Z'$  en un enfoque *top-down* se encuentra, por un lado, en el rompimiento de la simetría de norma de modelos de GUT. Por ejemplo, se ha estudiado y clasificado la fenomenología de aquellos con grupo  $E_6$  [17–20]. Por otro lado, es sabido que en compactificaciones de la teoría de cuerdas es común encontrar varios factores abelianos en el grupo de norma. La fenomenología resultante en algunos de estos modelos ha sido estudiada [21–23]. Por ejemplo, para la cuerda heterótica en la formulación bosónica una  $U(1)'$  puede originar una simetría discreta para garantizar la estabilidad del protón [24].

Con las motivaciones antes mencionadas, la investigación en este trabajo se centra en caracterizar el acoplamiento de las simetrías  $U(1)'$  que aparecen de forma natural en las compactificaciones más simples de las teorías de cuerdas. En particular, estudiamos compactificaciones en orbifolios toroidales  $\mathbb{Z}_8$  de la cuerda heterótica  $E_8 \times E_8$  que contienen el espectro del MSSM. Este tipo de búsquedas ya se han realizado antes, en particular para orbifolios  $\mathbb{Z}_8$  [25] y recientemente para todos los orbifolios abelianos [26].

Como parte del estudio se realizó una revisión de conceptos previos. Se partió desde el modelo estándar de física de partículas y el modelo mínimo supersimétrico, pasando por detalles del grupo de renormalización y propiedades de modelos de  $Z'$  para terminar en la construcción de compactificaciones de la cuerda heterótica en orbifolios toroidales. Esto pone en contexto la investigación que se presenta al final. En ella, obtuvimos *vacíos efectivos* relevantes con grupo de norma  $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y \times U(1)'$ , donde la mezcla cinética puede despreciarse y los exóticos son vectoriales respecto al SM. Suponemos que la simetría  $U(1)'$  es rota de forma espontánea a la escala  $\Lambda_{Z'} = 2$  TeV y que el rompimiento de SUSY se caracteriza por la escala umbral  $\Lambda_{\text{SUSY}} \geq \Lambda_{Z'}$ . Así, determinamos la dependencia con la energía de los acoplamientos de norma en nuestros vacíos efectivos mediante las ecuaciones del grupo de renormalización (RGE) a un lazo. Esta aproximación es consistente debido a que ignoramos otras correcciones, como los efectos de umbral. Al imponer la unificación de los acoplamientos de norma, observamos que el acoplamiento de la  $U(1)'$  queda restringido a cierto intervalo en nuestros vacíos con origen en orbifolios heteróticos. De la misma forma, encontramos límites para la escala de unificación y el acoplamiento de norma unificado evaluado a esa energía.

La estructura del trabajo es la siguiente. En el primer capítulo se revisa el SM incluyendo el mecanismo de Higgs. Además, se escriben las ecuaciones del grupo de renormalización a un lazo para los acoplamientos de norma, los acoplamientos de Yukawa y el acoplamiento cuártico del Higgs. Se introduce también el problema de meta-estabilidad del potencial del Higgs y se dan conceptos básicos de supersimetría. Al final, se muestran las RGE de los acoplamientos de norma en un modelo con SUSY, en particular, se dan los coeficientes de las funciones beta en el MSSM. El segundo

---

capítulo introduce las extensiones del SM con  $Z'$ . Primero se dan detalles de sus propiedades básicas, luego se dan dos ejemplos de clases de modelos y, finalmente, se mencionan los límites experimentales sobre la masa del nuevo bosón vectorial. El tercer capítulo trata algunos detalles de la construcción de los vacíos efectivos desde teoría de cuerdas. Se da una breve descripción de las teorías heteróticas en la formulación bosónica y se construyen los orbifolios toroidales. En esta parte, se enfatizan las constricciones necesarias para tener SUSY en 4 dimensiones y respetar la invarianza modular. Se concluye el capítulo 3 describiendo la manera de obtener el espectro no masivo de una compactificación, dando como ejemplo una en un orbifolio  $\mathbb{Z}_3$ .

El cuarto capítulo trata de mi proyecto de investigación, se describe el escenario donde obtenemos los vacíos efectivos de interés a partir de compactificaciones de la cuerda heterótica  $E_8 \times E_8$  en orbifolios  $\mathbb{Z}_8$ . Se impone que dichos vacíos tengan el grupo de norma de una extensión  $U(1)'$  del SM. Además, se plantean 3 opciones para la escala de rompimiento de SUSY y se identifica a  $\Lambda_{Z'} = 2 \text{ TeV}$  con la del rompimiento de la  $U(1)'$ . Esto permite estudiar las RGE a un lazo de los acoplamientos de norma y descartar los vacíos incompatibles con su unificación o inconsistentes. Como resultado, se obtienen límites sobre el acoplamiento de la nueva simetría abeliana a bajas energías, sobre la escala de unificación y sobre dicho acoplamiento a la escala de unificación. Al final del cuarto capítulo se investiga la estabilización del potencial de Higgs en uno de nuestros vacíos efectivos, se mencionan también unas cuantas características de la fenomenología de ese modelo. Conjeturamos que otros vacíos efectivos de los que obtuvimos pueden presentar esta estabilización. El trabajo finaliza con las conclusiones y perspectivas de trabajo a futuro.



# Capítulo 1

## El modelo estándar y el MSSM

Para poner en contexto nuestra investigación hay que repasar la situación actual de la física de partículas, para ello daremos una revisión breve a las características del modelo estándar (SM por sus siglas en inglés), nuestra mejor descripción al momento de las interacciones de las partículas fundamentales. Esta teoría permite calcular con una precisión excelente los detalles de procesos con los que experimentamos en los colisionadores, como el LHC en el laboratorio del CERN. El éxito del SM radica no solo en su poder predictivo, si no también, en que logra unificar la descripción de tres distintos tipos de interacciones: electromagnética, nuclear débil y nuclear fuerte.

### 1.1. Modelo estándar de partículas elementales

El SM es una teoría cuántica de campos (QFT), en la cual, las partículas se describen como excitaciones de campos que transforman bajo el grupo de Poincaré (rotaciones, empujones o *boosts* y traslaciones) en sus representaciones irreducibles. Además, permite entender las interacciones fundamentales como resultado del grupo de norma  $\mathcal{G}_{SM} = SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ , que es una simetría local de la teoría y expresa una redundancia existente en su descripción matemática. La fuerza nuclear fuerte entre quarks se describe con la simetría de color  $SU(3)_c$ , la simetría asociada a la fuerza débil es  $SU(2)_L$ , que distingue entre fermiones derechos e izquierdos, y  $U(1)_Y$  es la simetría de hipercarga. El espectro de partículas incluye a los bosones de norma que transforman en la representación adjunta de cada grupo, tres generaciones de fermiones que transforman de forma quiral en la fundamental y un escalar, el bosón de Higgs, que permite el rompimiento espontáneo de la simetría electrodébil en el que se reduce  $\mathcal{G}_{SM} \rightarrow SU(3)_c \times U(1)_{em}$  a la vez que se dota de masa a todo el espectro salvo al fotón, los gluones y los neutrinos.

Podemos escribir el Lagrangiano del SM en la forma

$$\mathcal{L}_{SM} = \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_{Kin} + \mathcal{L}_{Higgs} + \mathcal{L}_{Yuk}, \quad (1.1)$$

donde el primer término es el Lagrangiano de Yang-Mills

$$\mathcal{L}_{\text{YM}} = -\frac{1}{2} \text{Tr}[G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}] - \frac{1}{2} \text{Tr}[W_{\mu\nu}W^{\mu\nu}] - \frac{1}{4} B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}, \quad (1.2)$$

que son los términos cinéticos y de auto-interacción de los bosones vectoriales, a saber, gluones y bosones electrodébiles. La convención de signos para la métrica de Minkowski es  $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ . Si denotamos en general a  $V_\mu = G_\mu, W_\mu$  y  $B_\mu$ , entonces se definen

$$V_{\mu\nu} = \frac{i}{g}[D_\mu, D_\nu] = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu - ig[V_\mu, V_\nu] \quad \text{y} \quad V_\mu = T_a V_\mu^a(x), \quad (1.3)$$

con la derivada covariante  $D_\mu = \partial_\mu - igV_\mu$ , donde  $g$  es el acoplamiento de norma correspondiente.  $T_a$  denotan matrices hermitianas que representan los generadores del álgebra asociada al grupo de norma, que, por lo tanto, satisfacen

$$\text{Tr}[T^a T^b] = \frac{1}{2} \delta^{ab} \quad \text{y} \quad [T^a, T^b] = if^{abc} T^c, \quad (1.4)$$

donde  $f^{abc}$  son las constantes de estructura del álgebra. En la ecuación (1.3),  $T^a$  están en la representación adjunta. En el caso de los gluones,  $V = G$ , estas matrices son proporcionales a las de Gell-Mann  $T^a = \frac{1}{2} \lambda^a$  con  $a = 1, 2, \dots, 8$ . Para los bosones de  $\text{SU}(2)_L$ ,  $V = W$ , cumplen la relación análoga con las matrices de Pauli  $T^a = \frac{1}{2} \sigma^a$  con  $a = 1, 2, 3$ . El caso abeliano para  $V = B$  se recupera tomando  $T^a = 1$ , de modo que los conmutadores se anulan y el índice  $a$  no es necesario, se describe un solo campo. La transformación de norma sobre los bosones vectoriales se escribe

$$V_\mu(x) \longrightarrow V'_\mu(x) = H(x) \left( V_\mu(x) + \frac{i}{g} \partial_\mu \right) H^\dagger(x) \quad \text{donde} \quad H(x) \in \text{SU}(N),$$

de donde también puede leerse la transformación del caso abeliano, ya que,  $H(x) = \exp(ig\alpha(x)) \in \text{U}(1)$  implica que

$$B_\mu(x) \longrightarrow B'_\mu(x) = B_\mu(x) + \partial_\mu \alpha(x). \quad (1.5)$$

El segundo término en (1.1) contiene los términos cinéticos de los fermiones y el bosón de Higgs, escritos con la derivada covariante correspondiente según el grupo de norma con el que transformen, el resultado son los términos de Dirac y cinético del Higgs más las interacciones de bosones vectoriales con fermiones  $f$  y el Higgs  $\phi$ . En detalle, escribimos

$$\mathcal{L}_{\text{Kin}} = \sum_f i \bar{f} \gamma^\mu D_\mu f + \frac{1}{2} (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi), \quad (1.6)$$

donde la derivada covariante completa es

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_s G_\mu - ig W_\mu - ig' Y B_\mu, \quad (1.7)$$

$f$	irrep	$s$	irrep	$V_\mu$	irrep
$q$	$(\mathbf{3}, \mathbf{2})_{1/6}$	$\phi$	$(\mathbf{1}, \mathbf{2})_{1/2}$	$G_\mu^a$	$(\mathbf{8}, \mathbf{1})_0$
$\ell$	$(\mathbf{1}, \mathbf{2})_{-1/2}$			$W_\mu^a$	$(\mathbf{1}, \mathbf{3})_0$
$\bar{u}$	$(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1})_{-2/3}$			$B_\mu$	$(\mathbf{1}, \mathbf{1})_0$
$\bar{d}$	$(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1})_{1/3}$				
$\bar{e}$	$(\mathbf{1}, \mathbf{1})_1$				

Tabla 1.1: Representaciones fermiónicas  $f$ , escalares  $s$  y vectoriales  $V_\mu$  del modelo estándar, el primer número indica la representación de  $SU(3)_c$ , el segundo la de  $SU(2)_L$  y el subíndice es la hipercarga.

con  $Y$  la hipercarga de los fermiones,  $Y_f$ , o del Higgs,  $Y_\phi = 1/2$ . La derivada (1.7) actúa sobre cada fermión según la representación en la cual esté, ya que contiene a las matrices  $T_a$ , como muestra la segunda definición en (1.3). Por ejemplo, para los dobletes de  $SU(2)_L$

$$q = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \quad y \quad \ell = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}, \quad (1.8)$$

actúan todos los términos de (1.7) sobre  $q$ , pero tenemos  $G_\mu \ell = 0$  debido a que  $\ell$  es un singlete de  $SU(3)_c$ .

La suma en (1.6) corre sobre los fermiones del modelo estándar que están listados a la izquierda en la tabla 1.1 en términos de fermiones izquierdos. La columna “irrep” muestra las representaciones a las que pertenece cada fermión y su hipercarga. Además, la suma también corre sobre las tres familias: los quarks  $u_i$ , con el índice de sabor  $i = 1, 2, 3$ , son el up, charm y top; los tipo  $d_i$  son el down, strange y bottom; los leptones  $e_i$  son el electrón, muón y tau con sus respectivos neutrinos izquierdos  $\nu_{L,i}$ .

El doblete complejo de Higgs

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

es la única representación escalar en el MS, como muestra la tabla 1.1 del lado derecho, y la derivada (1.7) opera sobre él de la misma manera que sobre  $\ell$ . El tercer término en (1.1) corresponde al potencial escalar, cuya forma es

$$-\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = V(\phi) = \frac{\mu^2}{2} \phi^\dagger \phi + \frac{\lambda}{4} (\phi^\dagger \phi)^2, \quad (1.10)$$

y por último, en el cuarto término tenemos las interacciones tipo Yukawa

$$-\mathcal{L}_{\text{Yuk}} = h_d \bar{d}_R \phi^\dagger q_L + h_u \bar{u}_R \tilde{\phi}^\dagger q_L + h_e \bar{e}_R \phi^\dagger \ell_L + \text{h.c.}, \quad (1.11)$$

donde la última contribución representa la suma sobre los conjugados hermíticos de los términos anteriores. Cabe notar que los fermiones,  $f_i$ , y acoplamientos de Yukawa,  $(h_f)_{ij}$ , llevan índices de sabor  $i, j = 1, 2, 3$  que no están escritos explícitamente y sobre los cuales se suma. Los acoplamientos  $h_f$ , entonces, representan matrices hermitianas. El doblete conjugado del Higgs

$$\tilde{\phi} = i\sigma^2\phi^* = \begin{pmatrix} -\phi^{0*} \\ \phi^- \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

también transforma en la **2**, pero su hipercarga es  $Y_{\tilde{\phi}} = -1/2$ , lo que permite escribir (1.11) respetando las simetrías de norma.

### 1.1.1. Rompimiento espontáneo electrodébil

Hasta ahora, hemos escrito los términos renormalizables que respetan las simetrías del grupo de norma, lo cual nos prohíbe escribir directamente masas para los fermiones y bosones vectoriales débiles. Sin embargo, podemos describir al SM en la fase para la cual  $\mu^2 < 0$  en el potencial de Higgs (ecuación (1.10)), esto le da un valor de expectación en el vacío (VEV) al campo, caracterizado por el mínimo del potencial. Éste valor no es único, pues cumple  $\phi^\dagger\phi = -\mu^2/\lambda \equiv v^2$ , lo cual describe una infinidad de vacíos relacionados por transformaciones de norma.

Para hacer evidente el contenido físico de la teoría es conveniente trabajar en la norma unitaria, en la cual, el doblete de Higgs tiene una sola componente real. Dicha elección fija al mínimo como

$$\langle\phi\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad v \in \mathbb{R}, \quad (1.13)$$

luego, podemos estudiar a la teoría mediante el campo real  $\sigma(x)$  que parametriza las fluctuaciones cerca del vacío. A nivel del Lagrangiano, esto representa la sustitución

$$\phi(x) \longrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ v + \sigma(x) \end{pmatrix}, \quad (1.14)$$

tras la cual el término cinético del Higgs toma la forma

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(D_\mu\phi)^\dagger(D^\mu\phi) &\longrightarrow \frac{1}{2} \left| \left( \partial_\mu - igW_\mu^a \frac{\sigma_a}{2} - i\frac{g'}{2}B_\mu \right) \begin{pmatrix} 0 \\ v + \sigma \end{pmatrix} \right|^2 \\ &= \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma + \frac{1}{8}(v + \sigma)^2 [g^2W_\mu^1W^{1\mu} + g^2W_\mu^2W^{2\mu} \\ &\quad + (g'B_\mu - gW_\mu^3)(g'B^\mu - gW^{3\mu})], \end{aligned}$$

donde podemos leer términos de masa para los bosones  $W^a$ , con  $a = 1, 2$ , denotamos

$$m_W = \frac{1}{2}gv. \quad (1.15)$$

Además, definiendo el bosón  $Z$  y el fotón como las combinaciones lineales ortonormales

$$Z_\mu = \frac{gW_\mu^3 - g'B_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad \text{y} \quad A_\mu = \frac{g'W_\mu^3 + gB_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad (1.16)$$

respectivamente, encontramos la masa del  $Z$  como

$$m_Z = \frac{1}{2} \sqrt{g^2 + g'^2} v \quad (1.17)$$

y notamos que el fotón no adquiere masa. Introducimos el ángulo de mezcla débil (o ángulo de Weinberg)  $\theta_W$  de modo que las combinaciones lineales (1.16) se vean como una rotación en dos dimensiones, entonces

$$\cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad \text{y} \quad \sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad (1.18)$$

de forma que  $m_W/m_Z = \cos \theta_W$ . Vemos que el cambio de base requiere determinar solamente un parámetro.

Según el teorema de Goldstone, al romper espontáneamente una simetría global y continua se generan bosones escalares sin masa, conocidos como bosones de Nambu-Goldstone. Estos nuevos grados de libertad representan fluctuaciones en direcciones del espacio de campos tales que la teoría no sale del vacío. La cantidad de bosones no masivos es igual al número de generadores asociados a transformaciones de la simetría continua que no dejan invariante al vacío. Es posible que un conjunto de los generadores de la simetría original sí lo dejen invariante, entonces generan una simetría aún después del rompimiento espontáneo, en otras palabras, la simetría se rompe parcialmente.

En el caso del SM, se rompe una simetría local continua, lo que permite absorber los grados de libertad de los bosones de Nambu-Goldstone en masas para los bosones de norma débiles. Que el fotón no adquiriera una masa va de la mano de la existencia de una simetría restante, la combinación que deja invariante al vacío (1.13) es

$$e^{ie\alpha(x)/2} e^{ie\alpha(x)\sigma^3/2} \langle \phi \rangle = \begin{pmatrix} e^{ie\alpha(x)} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \langle \phi \rangle,$$

y representa una simetría abeliana  $U(1)$ . Denotamos el rompimiento que ocurre como  $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{\text{em}}$ , donde la simetría restante es el grupo de norma del electromagnetismo. Podemos revisar el conteo de grados de libertad, hay 4 generadores en el grupo de norma original y al romperla espontáneamente 3 de ellos generan la parte del grupo que modifica el vacío. Esto daría lugar a 3 bosones de Nambu-Goldstone, pero la libertad de norma permite absorberlos en 3 masas para bosones vectoriales, lo cual es consistente.

Como resultado de la sustitución (1.14), se identifica una masa para el bosón de Higgs en su potencial (1.10), ya que

$$V(v + \sigma) = \frac{\mu^2}{2} (v + \sigma)^2 + \frac{\lambda}{4} (v + \sigma)^4 = \text{const.} - \mu^2 \sigma^2 + \mathcal{O}(\sigma^3),$$



luego,  $m_\sigma^2 = -2\mu^2 > 0$  tiene el signo correcto y el valor experimental reportado es  $m_\sigma = 125.10 \pm 0.14$  GeV [27]. Por otro lado, de (1.11) se obtienen términos de masa para los quarks y leptones cargados, por ejemplo, para estos últimos

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{\text{Yuk}} \supset h_e [\bar{e}_R \phi^\dagger \ell_L + \bar{\ell}_L \phi e_R] &\longrightarrow h_e \left[ \bar{e}_R \begin{pmatrix} 0 & v + \sigma \\ e_L \end{pmatrix} + (\bar{\nu}_L, \bar{e}_L) \begin{pmatrix} 0 \\ v + \sigma \end{pmatrix} e_R \right] \\ &= h_e v (\bar{e}_R e_L + \bar{e}_L e_R) + h_e \sigma (\bar{e}_R e_L + \bar{e}_L e_R), \end{aligned}$$

obteniendo en el primer término de la segunda línea la matriz de masas para leptones cargados  $m_e = h_e v$ , y en el segundo término, acoplamientos de Yukawa con el bosón de Higgs físico. Cabe resaltar que las masas de fermiones y bosones de norma son proporcionales al VEV del Higgs, cuyo valor es determinado por la constante de Fermi  $G_F$ , y es aproximadamente  $v = (\sqrt{2}G_F)^{-1/2} \approx 246$  GeV.

La carga eléctrica, asociada a la simetría  $U(1)_{\text{em}}$ , puede leerse de los acoplamientos del fotón con fermiones cargados, que se obtienen de la derivada covariante. Por ejemplo, al fijarnos en la parte diagonal del término cinético para el doblete de leptones, encontramos

$$\begin{aligned} i\bar{\ell}_L \gamma^\mu D^\mu \ell_L &= i\bar{\ell}_L \gamma^\mu \left( \partial_\mu - igW_\mu^a \frac{\sigma_a}{2} + i\frac{g'}{2} B_\mu \right) \ell_L \\ &= i(\bar{\nu}_L, \bar{e}_L) \gamma^\mu \left( \partial_\mu - i \begin{pmatrix} X_\mu^1 & gW_\mu^+ \\ gW_\mu^- & X_\mu^2 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

donde hemos definido  $W_\mu^\pm = (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)/2$ , que son los bosones débiles cargados y también,

$$X_\mu^1 = \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2} Z_\mu \quad \text{y} \quad X_\mu^2 = \frac{g'^2 - g^2}{2\sqrt{g^2 + g'^2}} Z_\mu - \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} A_\mu,$$

estos últimos, solamente para que la matriz sea legible. Reconocemos el acoplamiento entre el electrón  $e_L$  y el fotón  $A_\mu$  como

$$e = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad (1.19)$$

donde el signo negativo en  $X_\mu^2$  recuerda que la carga eléctrica del electrón es  $Q_e = -1$  en unidades de  $e$ . Con la normalización usada, se cumple la relación

$$Q = T^3 + Y, \quad (1.20)$$

entre la carga eléctrica  $Q$  en unidades de  $e$ , la proyección de isoespín  $T^3$  y la hipercarga  $Y$  de un campo.

Para completar la descripción de las partículas conocidas hace falta agregar una manera de darle masas a los neutrinos, lo cual se logra de dos formas. Primero reconocemos que el contenido

de campos fermiónicos en la tabla 1.1 está incompleto, requerimos al menos de un singlete de neutrinos derechos  $\nu_R$  ( $\bar{\nu}$  como espinor izquierdo) con números cuánticos  $(\mathbf{1}, \mathbf{1})_0$ . En una primera aproximación, podemos agregar el acoplamiento de Yukawa

$$-\mathcal{L}_{\text{Yuk}} \supset h_\nu \bar{\nu}_R \tilde{\phi}^\dagger \ell_L + \text{h.c.}, \quad (1.21)$$

el cual generaría un término de masa de Dirac para los neutrinos luego del rompimiento electrodébil. Por otro lado, como la parte derecha de los neutrinos es un singlete del SM es posible incluir un término de masa de Majorana

$$\mathcal{L}_{\text{SM}} \supset -M \bar{\nu}_M \nu_M \quad \text{donde} \quad \nu_M = \nu_R + \nu_R^C, \quad (1.22)$$

con  $\nu_R^C$  el espinor conjugado de carga del neutrino derecho. Con los dos términos de masa surge una matriz de masas para los neutrinos, tal que, al darle un valor grande a la masa  $M \gg v$  comparado con el VEV del Higgs, se obtienen eigenestados con masa suprimida por  $1/M$ , correspondientes a los neutrinos ligeros, y estados pesados con masa proporcional a  $M$ . Esto se conoce como mecanismo de *seesaw* (“sube y baja”).

El modelo estándar es una teoría quirral, esto es, contiene fermiones cuyas partes izquierda y derecha transforman en representaciones distintas de los grupos de norma. En particular, los bosones vectoriales se acoplan a corrientes quirales, cuya identidad de Ward adquiere contribuciones de los llamados diagramas de triángulo [28]. Dichos términos son proporcionales a factores que dependen de la representación en la que se encuentran los fermiones, por lo que, para respetar las identidades de Ward —y con ello la invarianza de norma— estos factores deben anularse al considerar el contenido de fermiones en el SM.

De forma explícita, deben respetarse las constricciones

$$\sum_f Y_f = 0, \quad \sum_f Y_f^3 = 0, \quad \sum_{f \in \mathbf{3}, \bar{\mathbf{3}}} Y_f = 0, \quad \text{y} \quad \sum_{f \in \mathbf{2}} Y_f = 0, \quad (1.23)$$

donde las sumas corren sobre fermiones izquierdos  $Y_f = Y_{f_L}$  y antifermiones  $Y_{f_C} = -Y_{f_R}$ . La primer suma corresponde a la anomalía asociada a diagramas de triángulo con el bosón  $B_\mu$  y dos gravitones como patas externas. La segunda suma proviene de diagramas con tres  $B_\mu$ . La tercer suma corre sobre tripletes y antitripletes de SU(3) y representa anomalías de diagramas con un  $B_\mu$  y dos gluones. La cuarta suma corre sobre dobletes de SU(2) y está relacionada a diagramas con un  $B_\mu$  y dos  $W_\mu^a$ . Por ejemplo, la primer constricción se respeta, ya que

$$\sum_f Y_f = 3[6Y_q + 2Y_\ell + 3Y_{u^c} + 3Y_{d^c} + Y_{e^c}] = 3[1 - 1 - 2 + 1 + 1] = 0,$$

gracias a la cancelación de los términos de quarks con los de leptones. Cabe mencionar que el factor de 3 fuera de los corchetes se debe a las tres familias del SM, lo cual ocurre en todas las ecuaciones en (1.23), por lo que la cancelación de anomalías se da en cada generación.

### 1.1.2. Evolución de constantes de acoplamiento

Al ser una teoría cuántica de campos que describe interacciones, el modelo estándar requiere de un paso intermedio antes de poner a trabajar el Lagrangiano (1.1) en cálculos perturbativos. Dicho paso es la renormalización de la teoría, que consiste en elegir la escala de energía a la que se aplicará mediante el intercambio de los parámetros desnudos en el Lagrangiano por los parámetros renormalizados, a la par de un reescalamiento de los campos. Luego de definir los parámetros renormalizados en términos de cantidades medibles es posible proceder con el cálculo de correladores y amplitudes de dispersión.

Una consecuencia agradable de la renormalización es que en el proceso logramos deshacernos de las divergencias ultravioleta (UV) presentes en los cálculos de diagramas de Feynman con lazos. Para lograrlo, se regularizan las expresiones controlando el comportamiento divergente mediante un parámetro que se cancela con los contratérminos provenientes de la renormalización.

Históricamente fue un gran avance el poder controlar las divergencias logrando hacer predicciones precisas, y a la par, las consecuencias de la interpretación física fueron de gran peso sobre nuestro entendimiento de las teorías cuánticas de campo. Aprendimos que una QFT se ve diferente según la energía a la que se use, en particular, los acoplamientos son funciones de la energía o escala de renormalización.

La manera en que un acoplamiento, o en general, una teoría cambia con la energía, su flujo de renormalización, nos permite clasificarla y decidir su rango de validez. El modelo estándar, por ejemplo, es una teoría renormalizable porque todas las interacciones que describe requieren un número finito de contratérminos para cancelar las divergencias. Por otro lado, el SM no es una teoría completa en el UV porque el acoplamiento de norma de la parte abeliana  $g'$  posee un polo de Landau, una divergencia a cierta escala finita. Aún así, se espera que antes de dicha escala se incorporen los efectos de la gravedad cuántica cerca de la escala de Planck  $\sim 10^{19}$  GeV. Por ambas razones, vemos al SM como una teoría efectiva que describe la física a energías observables, delimitada por un corte físico, que requiere de una extensión para describir la física a escalas más altas.

Se conoce como grupo de renormalización al conjunto de transformaciones que caracterizan el corrimiento en el flujo de renormalización de una QFT y, en particular, las ecuaciones del grupo de renormalización (RGE) describen el corrimiento de los acoplamientos. Las denominadas funciones beta  $\beta(g_i)$  para los acoplamientos de norma en el SM, y calculadas perturbativamente a un lazo, tienen la forma

$$\beta(g_i) \equiv \frac{\partial g_i}{\partial \ln \mu} = \frac{b_i g_i^3}{(4\pi)^2}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (1.24)$$

donde renombramos los acoplamientos de la ecuación (1.7) según<sup>1</sup>  $g_1 = \sqrt{5/3}g'$ ,  $g_2 = g$  y  $g_3 = g_s$ .

<sup>1</sup>El reescalamiento de  $g'$  a  $g_1$  se usa para conservar la normalización de la primer ecuación en (1.4) al embeber el grupo del SM en uno de gran unificación, en particular, al acomodar los fermiones en quintupletes de SU(5).

Denotamos la escala de renormalización por  $\mu$  y los coeficientes  $b_i$  se calculan con

$$b_i = -\frac{11}{3}C_2(G_i) + \frac{2}{3}\sum_f n_f C(\mathbf{R}_f) + \frac{1}{3}\sum_s n_s C(\mathbf{R}_s), \quad (1.25)$$

donde  $n_{f,b}$  son las multiplicidades de fermiones o bosones, que incluyen el número de familias y la dimensión de las representaciones a las que pertenece, a excepción de la del grupo  $G_i$ . El Casimir cuadrático  $C_2(G_i)$  del grupo de norma  $G_i$  esta definido por la ecuación

$$T_A^a T_A^a = C_2(G_i)\mathbb{1}, \quad (1.26)$$

con las matrices  $T_A^a$  asociadas a los generadores en la representación adjunta. Para  $G_i = \text{SU}(N)$  se tiene  $C_2(\text{SU}(N)) = N$ . Las constantes  $C(\mathbf{R})$  son los índices cuadráticos (o de Dynkin) definidos por

$$\text{Tr}[T_R^a T_R^b] = C(\mathbf{R})\delta^{ab}, \quad (1.27)$$

y denotamos  $\mathbf{R}_{f,b}$  a la representación en la que transforman los fermiones o bosones escalares, entonces con la ecuación (1.4) elegimos la normalización  $C(\mathbf{R}_{f,s}) = 1/2$ . Para el grupo de norma abeliano  $\text{U}(1)_Y$  el Casimir cuadrático se anula  $C_2(\text{U}(1)_Y) = 0$  y los índices son proporcionales a la hipercarga del fermión o bosón<sup>2</sup>

$$C(\mathbf{R}_{f,s}) = \frac{3}{5}|Y_{f,s}|^2. \quad (1.28)$$

Con el contenido de partículas de la tabla 1.1 los coeficientes de las funciones beta resultan ser

$$(b_1, b_2, b_3) = \left(\frac{41}{10}, -\frac{19}{6}, -7\right) \quad \text{en el SM.} \quad (1.29)$$

Para calcular las funciones beta (1.24) se requiere obtener las contribuciones a un lazo de las auto-energías de los fermiones y bosones de norma involucrados, además de las correcciones al vértice de tres patas (dos fermiones y un bosón de norma). Obtener la solución de la ecuación diferencial es sencillo si realizamos el cambio de variable

$$\alpha_i = \frac{g_i^2}{4\pi}, \quad (1.30)$$

que define las denominadas intensidades de los acoplamientos. Con esto se reescriben las RGEs según

$$\frac{\partial \alpha_i^{-1}}{\partial \ln \mu} = -\frac{b_i}{2\pi}, \quad (1.31)$$

cuya solución en términos de una escala de energía de referencia,  $\mu_0$ , es

$$\alpha_i^{-1}(\mu) = \alpha_i^{-1}(\mu_0) - \frac{b_i}{2\pi} \ln \left( \frac{\mu}{\mu_0} \right). \quad (1.32)$$

---

<sup>2</sup>Empata con la definición de  $g_1$ .

La notación recuerda la definición de la constante de estructura fina

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi}, \quad (1.33)$$

en realidad dependiente de la escala de energía, que se relaciona con las intensidades de los acoplamientos mediante (1.19) y (1.18), de forma que

$$\alpha_1 = \frac{5}{3} \frac{\alpha}{1 - \sin^2 \theta_W} \quad \text{y} \quad \alpha_2 = \frac{\alpha}{\sin^2 \theta_W}. \quad (1.34)$$

Los valores reportados en [27] para  $\alpha$  y  $\sin^2 \theta_W$  a la escala de la masa del bosón  $Z$ ,  $\mu = m_Z = 91.1876 \pm 0.0021$  GeV, permiten encontrar

$$\alpha_1^{-1}(m_Z) = 59.01 \pm 0.01, \quad \alpha_2^{-1}(m_Z) = 29.59 \pm 0.01, \quad \alpha_3(m_Z) = 0.1182 \pm 0.0012, \quad (1.35)$$

usando (1.34), con lo que obtenemos valores iniciales para calcular el corrimiento dado por (1.32).

### 1.1.3. Más allá del modelo estándar

El SM como se ha presentado hasta ahora es una teoría sólida y altamente predictiva, sin embargo, existen razones para buscar ir más allá de la física que describe. Dentro de la misma estructura del SM aparecen preguntas válidas como el origen de la cuantización de la carga, la forma de la mezcla de masas de los fermiones y la razón de la existencia de tres familias o generaciones. Tenemos también evidencia experimental que nos obliga a cuestionar algunos aspectos y buscar la manera de completar la teoría, por ejemplo, queremos hallar la descripción correcta de la naturaleza de las masas de los neutrinos y entender el hecho de que no observamos violación de la simetría CP —conjugación de carga y paridad— en el sector fuerte.

Por si fuera poco, al buscar la conexión con las áreas en las que impacta la física de partículas, encontramos nuevas vertientes por donde el SM puede extenderse y, probablemente, brindar una descripción más completa. En particular, la cosmología se entiende con base en las ideas de la relatividad general, donde es posible brindar un modelo que describe a un Universo en expansión, en acuerdo con las observaciones. Por un lado, necesitamos incluir la descripción de dos componentes que no están presentes en el SM: materia y energía oscuras; y por otro, si aspiramos a describir la física a escalas más pequeñas que la de Planck, hará falta incorporar el aspecto cuántico de la gravedad de una manera consistente.

Otro tipo de motivaciones son de origen teórico y permiten formular extensiones con características que las resuelvan o logren interpretar de manera diferente. En esta línea, ya se mencionó en la sección anterior que las ideas derivadas del estudio del grupo de renormalización del SM lo posicionan como una teoría efectiva con la necesidad de una extensión en el UV. Al buscar teorías que puedan ocupar el lugar de dicha extensión nos encontramos con problemas de *naturalidad*, esto es, cuando cantidades como escalas o acoplamientos requieren un ajuste fino para reproducir las observaciones. Un ejemplo se encuentra en la jerarquía de las masas de los fermiones, tenemos

$m_e, m_u, m_d \sim 1$  MeV por debajo de  $m_\mu, m_s \sim 10^2$  MeV, luego  $m_\tau, m_c, m_b \sim 1$  GeV y finalmente  $m_t \sim 10^2$  GeV.

Dentro de la categoría de problemas de naturalidad se encuentran las correcciones radiativas a la masa del Higgs, que generan el denominado problema de jerarquía electrodébil. Aquí la cuestión es que ninguna simetría protege dichas correcciones, lo que permite que sean tan grandes como la escala de la física nueva (de las partículas pesadas) implicando una cancelación de varios órdenes de magnitud entre parámetros del Lagrangiano para garantizar que la escala electrodébil sea de  $10^2$  GeV. Una posible solución que no requiere un ajuste fino de parámetros, es introducir la supersimetría, que implica la existencia de partículas exóticas conocidas como supercompañeras, asociadas a cada una de las especies del modelo estándar. El espectro completo es, entonces, las partículas del SM y, asociada a cada una de ellas, las supercompañeras que tienen la estadística opuesta, es decir, a los bosones se les asocian fermiones y viceversa. De esta manera las correcciones radiativas del Higgs se cancelan al juntar contribuciones de partículas con supercompañeras, que contribuyen con el signo contrario y tienen la misma masa. Otra ventaja de introducir supersimetría es que contiene un candidato a materia oscura, la partícula supersimétrica más ligera del espectro, que debe ser neutra.

Otra idea relacionada con el grupo de renormalización es la posible unificación de los acoplamientos de norma, lo cual sugiere la existencia de un grupo de norma más grande que, al romperse espontáneamente, genere el del SM. Estos escenarios se conocen como teorías de gran unificación (GUT). En realidad, solamente con el SM no hay una unificación, pero basta incorporar supersimetría en su versión de extensión mínima para considerar de forma seria la posibilidad de unificación de los acoplamientos de norma a una escala de  $M_{\text{GUT}} \sim 10^{16}$  GeV. Vale la pena mencionar que, si en un modelo con mecanismo de seesaw dicha escala se considera como la de nueva física, la masa de los neutrinos ligeros será del orden de  $m_\nu \sim v^2/M_{\text{GUT}} \sim 10^{-3}$  eV, lo cual es compatible con los límites reportados.

En la búsqueda de teorías completas en el UV, la teoría de cuerdas ha sido una de las propuestas más exploradas debido, en parte, a que de entrada es una propuesta simple. Se empieza describiendo objetos de una dimensión que viven en el espacio-tiempo, al cuantizar el sistema se descubren cosas interesantes, de las cuales se hace un resumen en el capítulo 3. Esta teoría posee invarianza ante transformaciones conformes, lo cual implica que es invariante de escala, por lo que los acoplamientos no cambian con la energía. Se dice que se tiene un punto fijo del grupo de renormalización. Una de las consecuencias relevantes y atractivas de la teoría de cuerdas es que aparece una descripción de la gravedad que empata con la relatividad de Einstein a bajas energías. Cabe mencionar que es importante incorporar supersimetría en teoría de cuerdas para obtener fermiones en el espectro de partículas. Además, los grupos de norma son grandes, lo cual requiere de un mecanismo para romperlos al del SM, esto incluye la compactificación de dimensiones extra debido a que se requieren de 9 de espacio y una temporal para que la teoría a altas energías esté bien definida.

En este trabajo se estudia una parte de los modelos provenientes de cuerdas que son candidatos para la física a bajas energías. Para que una compactificación sea considerada como candidata debe tener al menos el contenido de partículas y grupo de norma del SM, sin embargo, puede tener

contenido extra. Es común que se tenga cierto número de factores abelianos en el grupo de norma grande, el cual, puede sobrevivir en la teoría efectiva dando origen a una extensión abeliana del SM. Dichos escenarios se conocen como modelos de  $Z'$  o de fotón oscuro, debido al nuevo bosón que debe incorporarse al espectro y a que llega a jugar el papel de portal entre el SM y el sector oscuro. En otras palabras, el fotón oscuro se acopla al SM, mientras que la materia oscura no lo hace.

Los modelos de  $Z'$  han sido ampliamente estudiados, se discuten algunos de ellos y sus características en el capítulo 2, y pueden pensarse tanto como extensiones mínimas del grupo de norma o motivados desde teorías más grandes, como gran unificación o teoría de cuerdas. Respectivamente, dichos enfoques se conocen como *bottom-up* y *top-down*. Una de las motivaciones fenomenológicas para estudiar extensiones de  $U(1)'$  al SM es la solución del problema de meta-estabilidad del potencial de Higgs [14], que se discute en la siguiente sección.

#### 1.1.4. El problema de meta-estabilidad del vacío

Como ya se revisó para los acoplamientos de norma, es posible obtener la RGE asociada al corrimiento con la energía del auto-acoplamiento cuártico del bosón de Higgs,  $\lambda$  en la ecuación (1.10). En este caso, el cálculo implica revisar las correcciones al vértice de cuatro patas del escalar. La forma de la función beta a un lazo es

$$\beta(\lambda) \equiv \frac{\partial \lambda}{\partial \ln \mu} = \frac{1}{(4\pi)^2} \left[ 24\lambda^2 - \lambda \left( \frac{9}{5}g_1^2 + 9g_2^2 \right) + \frac{9}{8} \left( \frac{3}{25}g_1^4 + \frac{2}{5}g_1^2g_2^2 + g_2^4 \right) + 4\lambda Y_2(S) - 2H(S) \right], \quad (1.36)$$

con las definiciones

$$Y_2(S) \equiv \text{Tr} \left[ 3h_u^\dagger h_u + 3h_d^\dagger h_d + h_e^\dagger h_e \right], \quad (1.37)$$

$$H(S) \equiv \text{Tr} \left[ 3(h_u^\dagger h_u)^2 + 3(h_d^\dagger h_d)^2 + (h_e^\dagger h_e)^2 \right], \quad (1.38)$$

donde las matrices en el espacio de familias  $h_u$ ,  $h_d$  y  $h_e$  son los acoplamientos de Yukawa en (1.11). Además, las RGEs de los acoplamientos de Yukawa se escriben

$$h_u^{-1} \frac{\partial h_u}{\partial \ln \mu} = \frac{1}{(4\pi)^2} \left[ \frac{3}{2} \left( h_u^\dagger h_u - h_d^\dagger h_d \right) + Y_2(S) - \left( \frac{17}{20}g_1^2 + \frac{9}{4}g_2^2 + 8g_3^2 \right) \right], \quad (1.39)$$

$$h_d^{-1} \frac{\partial h_d}{\partial \ln \mu} = \frac{1}{(4\pi)^2} \left[ \frac{3}{2} \left( h_d^\dagger h_d - h_u^\dagger h_u \right) + Y_2(S) - \left( \frac{1}{4}g_1^2 + \frac{9}{4}g_2^2 + 8g_3^2 \right) \right], \quad (1.40)$$

$$h_e^{-1} \frac{\partial h_e}{\partial \ln \mu} = \frac{1}{(4\pi)^2} \left[ \frac{3}{2} h_e^\dagger h_e + Y_2(S) - \frac{9}{4} (g_1^2 + g_2^2) \right], \quad (1.41)$$

e involucran el cálculo de las correcciones a los vértices de dos fermiones y un escalar. Estas ecuaciones pueden consultarse en los apéndices de [29–31], donde se calculan formas generales

de las RGEs a dos lazos para una QFT general. También se pueden consultar en esa forma a uno y dos lazos en [32, 33].

El estudio de la evolución del auto-acoplamiento del Higgs revela que su valor disminuye con la energía hasta volverse negativo, cruzando el valor  $\lambda = 0$  aproximadamente a una escala de  $10^{10}$  GeV [34]. Podemos entender cualitativamente este resultado tomando solamente los términos dominantes en la ecuación (1.36) cuando  $\lambda$  es despreciable y usando que el acoplamiento de Yukawa del top,  $h_t$  ( $= (h_u)_{33}$  en la base de masas), domina respecto al resto. Escribimos, entonces,

$$\beta(\lambda) = \frac{1}{(4\pi)^2} \left[ \frac{9}{8} \left( \frac{3}{25} g_1^4 + \frac{2}{5} g_1^2 g_2^2 + g_2^4 \right) - 6h_t^4 \right] < 0, \quad (1.42)$$

con esto vemos que si  $\lambda$  es pequeña será decreciente con la energía y eventualmente tomará valores negativos.

Cuando  $\lambda(\mu) < 0$  el potencial de Higgs cambia drásticamente, en particular, no está acotado por debajo. Sin un mínimo la teoría no se puede definir consistentemente, por lo que es de esperar que aparezca física nueva que modifique el corrimiento antes de que esto ocurra. Por otro lado, que el potencial adquiriera esa forma puede provocar problemas para la evolución cosmológica, ya que sería probable decaer del vacío electrodébil a uno menor en el cual la física sería distinta [35]. Es, por lo tanto, deseable que un modelo para extender al SM pueda sanar este problema garantizando que  $\lambda(\mu) > 0$  al menos hasta la escala de Planck.

En este punto, resulta conveniente aclarar que existen herramientas para facilitar el análisis de las RGEs, las cuales se explotan en diversas áreas de la física de partículas. Para este trabajo se usó SARAH [36], un paquete para Mathematica, en el cual se puede definir una teoría mediante su contenido de campos, simetrías e interacciones para calcular y resolver las RGEs de modelos con y sin supersimetría. Para el estudio del corrimiento a un lazo de las RGEs en un modelo de interés, en este trabajo usamos como valores iniciales de los acoplamientos relevantes [37]

$$\sqrt{3/5}g_1 = 0.3587, \quad g_2 = 0.6482, \quad g_3 = 1.1645, \quad h_t = 0.9356 \quad \text{y} \quad \lambda = 0.127, \quad (1.43)$$

a la escala de la masa del top  $\mu = m_t = 173.1$  GeV. Los valores de  $g_1(m_t)$  y  $g_2(m_t)$  pueden calcularse con el corrimiento a un lazo desde  $m_Z$ , pero para el resto se toman en cuenta los efectos de diagramas de hasta 4 lazos además de correcciones de umbral.

## 1.2. El modelo mínimo supersimétrico (MSSM)

La supersimetría (SUSY) es una propuesta de extensión del modelo estándar con motivaciones teóricas y fenomenológicas, por un lado, ya se mencionó en la sección anterior cómo las correcciones a la masa del Higgs podrían controlarse al cancelar términos mediante las contribuciones de los supercompañeros, dando una posible solución al problema de jerarquía electrodébil. Por otro, la simetría SU(3) de sabor aproximada en el sector fuerte del modelo estándar inspiró la posibilidad de buscar multipletes más grandes que relacionaran partículas de espín distinto, lo cual sucede en



el modelo de quarks no relativista [38]. Esto llevó a la formulación de un teorema por Coleman y Mandula que restringe, bajo suposiciones razonables de la teoría, las simetrías de la matriz de dispersión —o matriz S— solamente a las de Poincaré e internas que no cambian el espín.

Históricamente, la necesidad de incluir fermiones en teoría de cuerdas impulsó el primer ejemplo de una teoría con supersimetría, primero en dos dimensiones, y eventualmente esto llevó al estudio de SUSY en cuatro dimensiones. La excepción a considerar en el teorema mencionado era la posibilidad de contar con generadores fermiónicos, los cuales, transformarían un estado bosónico en fermiónico y viceversa.

A continuación se resumen las principales características de una teoría supersimétrica, así como las ideas relevantes relacionadas con la consistencia de una extensión del SM que presente esta simetría. Estos puntos serán de utilidad para la discusión posterior. Se pueden consultar [39] y [40] para revisar estas ideas con detalle.

- Los generadores de la transformación supersimétrica  $Q$  son objetos fermiónicos, esto es, cumplen relaciones de anticonmutación y actúan sobre los estados de forma que

$$Q : |\text{Bosón}\rangle \longleftrightarrow |\text{Fermión}\rangle. \quad (1.44)$$

Es posible tener varias copias de generadores fermiónicos, esto se denomina supersimetría extendida, y el número de ellos es comúnmente denotado por  $\mathcal{N}$ .

- Los estados de una partícula están en representaciones irreducibles del álgebra de SUSY, conocidas como supermultipletes. Cada uno contiene el mismo número de estados de bosones y de fermiones, que son supercompañeros unos de los otros, tienen la misma masa y están en la misma representación del grupo de norma.
- Los supermultipletes irreducibles para pueden ser quirales, que contienen un fermión de Weyl y un bosón escalar complejo; y multipletes vectoriales o de norma, con un bosón vectorial y un fermión de Weyl sin masa. Si incluimos gravedad, el supercompañero del gravitón es un campo fermiónico de espín 3/2 conocido como gravitino.
- Los objetos básicos para construir un Lagrangiano supersimétrico son el potencial de Kähler, el superpotencial y la función cinética de norma. El primero, es una función real que da origen a los términos cinéticos de fermiones y escalares, además de sus interacciones con bosones vectoriales; el superpotencial es una función holomorfa y genera interacciones entre espinores y escalares; por último, la función cinética de norma caracteriza el término cinético de los bosones vectoriales.
- Un resultado relevante para SUSY en 4 dimensiones con  $\mathcal{N} = 1$  es el *teorema de no-renormalización*, el cual garantiza que el superpotencial no recibe correcciones radiativas en teoría de perturbaciones.

- No observamos supercompañeros de las partículas del SM, por lo que, de estar presente en la naturaleza, la supersimetría está rota y los supercompañeros son partículas pesadas que aún no hemos logrado detectar. Los detalles de este rompimiento no son relevantes para el presente trabajo y serán discutidos en el futuro. Aquí solo proponemos una escala energética umbral  $\Lambda_{\text{SUSY}}$  por debajo de la cual las partículas exóticas se desacoplan.
- Se ha argumentado que el valor de la masa del Higgs puede ser explicado por una escala intermedia de rompimiento de SUSY,  $\Lambda_{\text{SUSY}} \sim 10^{12}$  GeV, lo cual también estabilizaría el potencial del Higgs [41]. Por otro lado, en modelos de cuerdas es posible empatar dicho rompimiento con la escala de cuerdas  $\Lambda_{\text{SUSY}} = M_{\text{str}} = 10^{17}$  GeV.

En la tabla 1.2 se presenta el espectro del modelo mínimo supersimétrico, abreviado MSSM, que es la extensión mínima del SM incluyendo supersimetría. El espectro se presenta en términos de los supercampos, una generalización de los campos que permite escribir a los supermultipletes en un solo objeto, además de hacer explícita la invarianza ante transformaciones de SUSY. Los supercompañeros de los fermiones  $f$  son escalares denotados  $\tilde{f}$  y suelen nombrarse “sfermiones”, por ejemplo, el compañero del electrón es el “selectrón”. En el caso de los bosones, se añade la terminación “-ino” para nombrar a los fermiones que tienen asociados, por ejemplo, los supercompañeros de los gluones  $G_\mu^a$  son los “gluinos”  $\tilde{G}^a$ . Tal como en la tabla 1.1 donde se presentó el contenido de campos del SM, se omiten de nuevo los índices de familia que corren de 1 a 3.

El potencial de Kähler del MSSM es el de una teoría con invarianza de norma y las funciones cinéticas de norma son constantes que dependen de los acoplamientos de norma. El superpotencial está dado por

$$W = h_d \bar{d} Q H_d + h_u \bar{u} Q H_u + h_e \bar{e} L H_d + \mu H_u H_d, \quad (1.45)$$

que es análogo a la ecuación (1.11) pero contiene un término extra. Hay otros términos que son permitidos pero violan las simetrías accidentales observadas<sup>3</sup>, así que se impone una simetría global llamada *paridad R* para evitarlos. Cabe resaltar que son necesarios dos dobletes de Higgs  $H_u$  y  $H_d$  en el espectro por dos razones: para poder escribir los acoplamientos de Yukawa en el superpotencial como términos holomorfos y para cancelar la anomalía de norma a la que contribuiría el Higgsino  $\tilde{\phi}_u$  de ser el único fermión nuevo con hipercarga.

### 1.2.1. Corrimiento de acoplamientos con SUSY

Tal como en el SM, se calculan las RGEs de los acoplamientos de norma en el MSSM a partir de las correcciones radiativas a los vértices de dos fermiones y un bosón de norma, y las auto-energías de fermiones y bosones vectoriales. Dichas ecuaciones tienen la forma dada en (1.24) pero los coeficientes  $b_i$  ya no están dados por (1.25), porque el contenido de campos es más grande. Podemos deducir la expresión para los coeficientes en el MSSM sumando las contribuciones asociadas a

<sup>3</sup>Conservación de números bariónico B y leptónico L.

$\Phi$	$s$	$f$	irrep	$V$	$f$	$V_\mu$	irrep
$Q$	$\tilde{q}$	$q$	$(\mathbf{3}, \mathbf{2})_{1/6}$	$G^a$	$\tilde{G}^a$	$G_\mu^a$	$(\mathbf{8}, \mathbf{1})_0$
$L$	$\tilde{\ell}$	$\ell$	$(\mathbf{1}, \mathbf{2})_{-1/2}$	$W^a$	$\tilde{W}^a$	$W_\mu^a$	$(\mathbf{1}, \mathbf{3})_0$
$\bar{u}$	$\tilde{u}_R^*$	$u_R^\dagger$	$(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1})_{-2/3}$	$B$	$\tilde{B}$	$B_\mu$	$(\mathbf{1}, \mathbf{1})_0$
$\bar{d}$	$\tilde{d}_R^*$	$d_R^\dagger$	$(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1})_{1/3}$				
$\bar{e}$	$\tilde{e}_R^*$	$e_R^\dagger$	$(\mathbf{1}, \mathbf{1})_1$				
$H_u$	$\phi_u$	$\tilde{\phi}_u$	$(\mathbf{1}, \mathbf{2})_{1/2}$				
$H_d$	$\phi_d$	$\tilde{\phi}_d$	$(\mathbf{1}, \mathbf{2})_{-1/2}$				

Tabla 1.2: Representaciones fermiónicas  $f$  —en términos de fermiones izquierdos—, escalares  $s$  y vectoriales  $V_\mu$  del MSSM acomodadas en las representaciones de supercampos quirales  $\Phi$  y vectoriales  $V$  a las que pertenecen. El primer número indica la representación de  $SU(3)_c$ , el segundo la de  $SU(2)_L$  y el subíndice es la hipercarga.

los “gauginos” (supercompañeros de los bosones de norma), sfermiones y Higgsinos. Los primeros contribuyen con un factor de  $(2/3)C_2(G_i)$  porque son fermiones y están en la representación adjunta, los sfermiones añaden  $(1/3)n_\Phi C(\mathbf{R}_\Phi)$  por ser escalares en la representación fundamental, por último, los Higgsinos suman  $(2/3)n_\Phi C(\mathbf{R}_\Phi)$ .

Agregando los términos nuevos se obtienen

$$\begin{aligned}
b_i &= \left(-\frac{11}{3} + \frac{2}{3}\right) C_2(G_i) + \sum_\Phi \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\right) n_\Phi C(\mathbf{R}_\Phi) \\
&= -3C_2(G_i) + \sum_\Phi n_\Phi C(\mathbf{R}_\Phi) \quad (\text{con SUSY}),
\end{aligned} \tag{1.46}$$

donde  $i = 1, 2, 3$  etiqueta los grupos de norma  $U(1)_Y$ ,  $SU(2)_L$  y  $SU(3)_c$ , respectivamente. La multiplicidad  $n_\Phi$  cuenta el número de familias y la dimensión de otras representaciones a las que pertenece el supermultiplete. Como en el SM, mantenemos la normalización  $C(\mathbf{R}_\Phi) = 1/2$  para la representación fundamental de  $SU(N)$ , mientras que, para el grupo abeliano se cumple (1.28). Con el espectro de la tabla 1.2 los coeficientes de las funciones beta son

$$(b_1, b_2, b_3) = \left(\frac{33}{5}, 1, -3\right) \quad \text{en el MSSM.} \tag{1.47}$$

Las soluciones de las RGEs están dadas por la forma de la ecuación (1.32), esto es, los inversos de las intensidades de los acoplamientos  $\alpha_i^{-1}$  son lineales con el logaritmo de la escala de renormalización  $\mu$ . Al considerar este corrimiento es inevitable notar una posible unificación a una escala aproximada de  $M_{\text{GUT}} \sim 10^{16}$  GeV con un valor común de los acoplamientos dado por  $\alpha_1(M_{\text{GUT}}) = \alpha_2(M_{\text{GUT}}) \approx \alpha_3(M_{\text{GUT}}) \sim 1/25$ . En la figura 1.1 tomada de [39] se muestra dicho

corrimiento incluyendo correcciones a dos lazos y tomando las masas de los supercompañeros como un umbral común de energía  $\Lambda_{\text{SUSY}}$  que se varía entre 750 GeV y 2.5 TeV, además, el acoplamiento fuerte  $\alpha_3(m_Z)$  se varía entre 0.117 y 0.120.

La unificación no es perfecta, ya que  $\alpha_3$  tiende a ser más pequeño que el valor común de  $\alpha_1(M_{\text{GUT}}) = \alpha_2(M_{\text{GUT}})$ , que usualmente se toma como la definición de la escala de unificación. Aún así, este resultado motiva a buscar extensiones del SM en forma de teorías de gran unificación o modelos de supercuerdas, ya que, dicha diferencia puede ser atribuida a los efectos de partículas nuevas que aparecerían entre la escala electrodébil y  $M_{\text{GUT}}$ , modificando el corrimiento de los acoplamientos y mejorando su unificación.

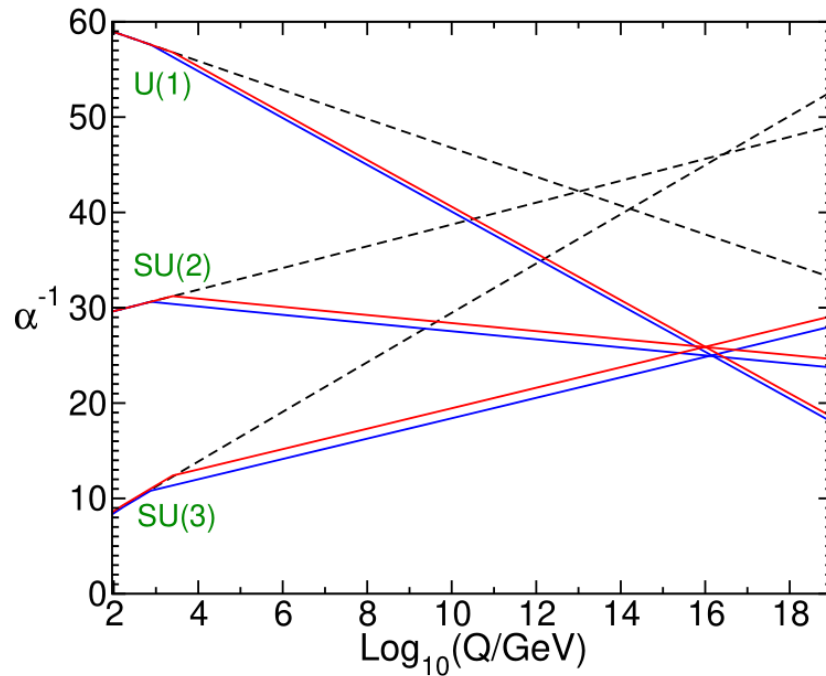


Figura 1.1: Evolución en el grupo de renormalización de los inversos de los acoplamientos de norma a 2 lazos en el SM (líneas punteadas) y el MSSM (líneas sólidas), tomada de [39]. Se varía la escala de energía umbral entre  $750 \text{ GeV} < \Lambda_{\text{SUSY}} < 2.5 \text{ TeV}$  y el acoplamiento  $0.117 < \alpha_3(m_Z) < 0.120$ .



# Capítulo 2

## Extensiones con $Z'$ s

Una extensión común del modelo estándar consiste en añadir una simetría abeliana extra al grupo de norma, obteniendo en total  $\mathcal{G} = \text{SU}(3)_c \times \text{SU}(2)_L \times \text{U}(1)_Y \times \text{U}(1)'$ . Por un lado, los modelos con esta extensión tienen una fenomenología interesante para la física de partículas y la cosmología, por otro, pueden ser motivados desde teorías de gran unificación (GUT) y compactificaciones de la teoría de cuerdas. Siguiendo [1] se revisarán aspectos básicos de estos modelos, luego se mencionarán las características de dos tipos de modelos de estas extensiones y, finalmente, se resumirán los límites experimentales haciendo énfasis en los valores mínimos para la masa del  $Z'$ .

### 2.1. Propiedades básicas

#### 2.1.1. Acoplamientos

Comenzamos escribiendo las interacciones de corrientes neutras en el modelo estándar, que pueden leerse del término cinético (1.6), y están descritas por el Lagrangiano

$$\mathcal{L}_{\text{NC}}^{\text{SM}} = gJ_3^\mu W_\mu^3 + g'J_Y^\mu B_\mu = eJ_{\text{em}}^\mu A_\mu + \tilde{g}_1 J_1^\mu Z_{1\mu}^0, \quad (2.1)$$

donde las corrientes son

$$J_3^\mu = \sum_f \bar{f} \gamma^\mu (T_{f_L}^3 P_L + T_{f_R}^3 P_R) f \quad \text{y} \quad J_Y^\mu = \sum_f \bar{f} \gamma^\mu (Y_{f_L} P_L + Y_{f_R} P_R) f,$$

con la suma corriendo sobre los fermiones del modelo estándar, omitiendo los índices de familias.  $P_{L,R} = (1 \mp \gamma^5)/2$  son los proyectores quirales,  $T^3$  es la tercer componente de isoespín y  $Y$  la hipercarga, recordando que cumplen la relación (1.20). Anticipando el rompimiento espontáneo de simetría —descrito en el capítulo anterior— la segunda igualdad en (2.1) esta en términos de los autoestados de masa definidos en (1.16) denotando  $Z_{1\mu}^0 \equiv Z_\mu$ . El acoplamiento  $e$  está definido en

(1.19), mientras que  $\tilde{g}_1^2 = g^2 + g'^2$  y las corrientes en la nueva base son

$$J_{\text{em}}^\mu = \sum_f Q_f \bar{f} \gamma^\mu f \quad \text{y} \quad J_1^\mu = \sum_f \bar{f} \gamma^\mu (\epsilon_L^1(f) P_L + \epsilon_R^1(f) P_R) f,$$

donde los acoplamientos quirales son  $\epsilon_{L,R}^1(f) = T_{fL,R}^3 - \text{sen}^2 \theta_W Q_f$ .

Ahora, añadimos un bosón vectorial extra al extender el SM al grupo de norma  $\mathcal{G}_{\text{SM}} \times \text{U}(1)'$ , con lo que (2.1) debe incluir una nueva corriente neutra, escribimos<sup>1</sup>

$$\mathcal{L}_{NC} = \mathcal{L}_{NC}^{SM} + \tilde{g}_2 J_2^\mu Z_{2\mu}^0 = e J_{\text{em}}^\mu A_\mu + \sum_\alpha \tilde{g}_\alpha J_\alpha^\mu Z_{\alpha\mu}^0, \quad \text{con} \quad \alpha = 1, 2, \quad (2.2)$$

donde  $\tilde{g}_2$  y  $Z_{2\mu}^0 \equiv Z_\mu^0$  son, respectivamente, el nuevo acoplamiento y bosón de norma de la simetría  $\text{U}(1)'$ . La nueva corriente se puede escribir

$$J_2^\mu = \sum_f \bar{f} \gamma^\mu (\epsilon_L^2(f) P_L + \epsilon_R^2(f) P_R) f,$$

donde  $\epsilon_{L,R}^2(f)$  son las cargas de las componentes izquierda y derecha del fermión  $f$  bajo dicha simetría. Las interacciones con un multiplete complejo escalar de  $\text{SU}(2)$ , como el Higgs  $\phi$ , se obtienen de su término cinético (ver (1.6)). La parte diagonal de la derivada covariante sobre un campo individual  $\phi_j$  es

$$D_\mu \phi_j = \left( \partial_\mu - ie Q_j A_\mu - i \sum_\alpha \tilde{g}_\alpha Q_{\alpha j} Z_{\alpha\mu}^0 \right) \phi_j \quad (2.3)$$

con  $Q_j$  la carga eléctrica del escalar  $\phi_j$ ,  $Q_{1j} = T_j^3 - \text{sen}^2 \theta_W Q_j$  y  $Q_{2j} \equiv Q_j'$  la carga bajo la simetría  $\text{U}(1)'$ .

### 2.1.2. Mezcla cinética y de masas

La parte cinética, del Lagrangiano más general, asociada a los bosones  $Z_{\alpha\mu}^0$  es

$$\mathcal{L}_{\text{Kin}}^Z = -\frac{e_1}{4} F_1^{0\mu\nu} F_{1\mu\nu}^0 - \frac{e_2}{4} F_2^{0\mu\nu} F_{2\mu\nu}^0 - \frac{e_{12}}{2} F_1^{0\mu\nu} F_{2\mu\nu}^0, \quad (2.4)$$

donde  $F_{\alpha\mu\nu}^0 = \partial_\mu Z_{\alpha\nu}^0 - \partial_\nu Z_{\alpha\mu}^0$ , que es invariante de norma, por lo que el tercer término está permitido. Es posible hacer  $e_1 = e_2 = 1$  reescalando los campos y conviene definir  $e_{12} = \text{sen} \chi$ . Cabe resaltar que aún si  $\chi = 0$  a nivel de árbol, efectos del orden de un lazo en adelante pueden generar la mezcla cinética. Se lleva (2.4) a la forma canónica mediante el cambio de base

$$\begin{pmatrix} Z_{1\mu}^0 \\ Z_{2\mu}^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\tan \chi \\ 0 & \sec \chi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{Z}_{1\mu}^0 \\ \hat{Z}_{2\mu}^0 \end{pmatrix} \equiv V \begin{pmatrix} \hat{Z}_{1\mu}^0 \\ \hat{Z}_{2\mu}^0 \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

<sup>1</sup>En esta forma las ecuaciones (2.2) y (2.3) se generalizan a extensiones con varios grupos de norma  $\text{U}(1)'$ .

esto es, en términos de los  $\hat{Z}_{\alpha\mu}^0$  se obtiene  $e_{12} = 0$ . Si solamente los campos escalares  $\phi_j$  eléctricamente neutros adquieren valores de expectación, el fotón no adquiere masa y los campos  $Z_{\alpha\mu}^0$  obtienen los términos

$$\mathcal{L}_{\text{Mass}}^Z = \frac{1}{2} \sum_{\alpha,\beta} M_{\alpha\beta}^2 Z_{\alpha\mu}^0 Z_{\beta}^{0\mu},$$

donde

$$M_{\alpha\beta}^2 = 2\tilde{g}_\alpha\tilde{g}_\beta \sum_j Q_{\alpha j} Q_{\beta j} |\langle \phi_j \rangle|^2.$$

La transformación (2.5) modifica el término de masa sustituyendo la matriz  $M^2$  por  $V^T M^2 V$ , la cual puede diagonalizarse con una matriz ortogonal  $U$ , obteniendo autoestados de masa

$$Z_{\alpha\mu} = \sum_{\beta} U_{\alpha\beta} \hat{Z}_{\beta\mu}^0,$$

es decir,  $UV^T M^2 VU^T = \text{diag}(M_1^2, M_2^2)$ , con autovalores  $M_\alpha^2$  positivos. La masa del bosón  $Z'$ ,  $M_2 \equiv M_{Z'}$ , debería ser del orden de TeV para un modelo viable [27]. Los nuevos acoplamientos pueden escribirse en la forma

$$(\tilde{g}_1 J_1^\mu, \tilde{g}_2 J_2^\mu) \begin{pmatrix} Z_{1\mu}^0 \\ Z_{2\mu}^0 \end{pmatrix} \equiv \mathcal{J}^T \begin{pmatrix} Z_{1\mu}^0 \\ Z_{2\mu}^0 \end{pmatrix} = \mathcal{J}^T V \begin{pmatrix} \hat{Z}_{1\mu}^0 \\ \hat{Z}_{2\mu}^0 \end{pmatrix} = \mathcal{J}^T V U^T \begin{pmatrix} Z_{1\mu} \\ Z_{2\mu} \end{pmatrix},$$

las consecuencias de estas transformaciones se han estudiado en varios modelos, por ejemplo, de manera general en [42].

### 2.1.3. Anomalías y exóticos

Una extensión consistente del grupo de norma del modelo estándar requiere la cancelación de posibles anomalías, como se mencionó en el capítulo 1, la ausencia de la anomalía quirál impone constricciones en las representaciones de los fermiones. Por un lado, deben cumplirse las ecuaciones (1.23), además, se imponen relaciones análogas obtenidas al sustituir las hipercargas  $Y_f$  por las cargas bajo la nueva simetría  $Q'_f$ . También hay condiciones que mezclan las cargas, a saber,

$$\sum_f Y_f Q_f'^2 = 0 \quad \text{y} \quad \sum_f Y_f^2 Q_f' = 0, \quad (2.6)$$

donde las sumas incluyen todos los fermiones quirales en la teoría, como los supercompañeros del Higgs en modelos con supersimetría. Los fermiones no quirales cancelan su contribución con la del antifermión.



Resulta que las condiciones descritas en el párrafo anterior no se pueden satisfacer solamente con los fermiones del modelo estándar si las cargas  $Q'_f$  son las mismas para las tres familias, salvo el caso trivial  $Q'_f = 0$ , por lo tanto, la mayoría de modelos propuestos incluyen fermiones adicionales que se conocen como exóticos.

Los exóticos pueden ser singletes del grupo de norma del SM o llevar números cuánticos no triviales, sin embargo, hay restricciones provenientes de mediciones de precisión en el sector electrodébil que limitan, pero no excluyen, la posibilidad de nuevos fermiones quirales bajo  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . Se pueden agregar fermiones tipo vector, esto es, que sus partes izquierda y derecha transforman bajo la misma representación de cada grupo de norma, de modo que no contribuyen a las condiciones de anomalías, ya que  $Y_{f_L} - Y_{f_R} = 0$ ; sin embargo, modifican las ecuaciones del grupo de renormalización (RGE) de los acoplamientos de norma y pueden ser relevantes para la fenomenología de partículas.

## 2.2. Modelos de $Z'$

Existe una amplia variedad de modelos de  $U(1)'$  que se distinguen, para empezar, por los valores del acoplamiento  $\tilde{g}_2$  en (2.2) ( $\tilde{g}_\alpha$  con  $\alpha \geq 2$  para varias simetrías de norma abelianas), que suele suponerse alrededor de la escala electrodébil pero puede estar por arriba o debajo de ella. La escala de rompimiento de la  $U(1)'$ , que denotamos  $\Lambda_{Z'}$ , también caracteriza estos modelos. Para aquellos que presentan un tratamiento alternativo del rompimiento electrodébil se espera una escala del orden de  $\Lambda_{Z'} \sim \text{TeV}$ , mientras que modelos con supersimetría y/o provenientes de teoría de cuerdas pueden tener una  $\Lambda_{Z'}$  a la misma escala o una superior. Otros detalles relevantes son la asignación de cargas a los fermiones del SM y el doblete de Higgs, el tipo de escalar que rompe la  $U(1)'$ , los exóticos requeridos para cancelar anomalías, si el modelo es supersimétrico y qué acoplamientos permite la simetría abeliana extra.

Con la finalidad de ilustrar aspectos de estos modelos se presentan a continuación dos clases de ellos. Por un lado, la que resulta de teorías de gran unificación con grupo de norma  $E_6$ , y por otro, aquellos en los que se le da masa al bosón  $Z'$  con un mecanismo alternativo al de Higgs, llamado mecanismo de Stückelberg.

### 2.2.1. Modelos a partir de $E_6$

El grupo excepcional de Lie  $E_6$  tiene dimensión 78 y rango 6, los modelos basados en él se enfocan en las simetrías abelianas generadas tras las descomposiciones  $E_6 \rightarrow SO(10) \times U(1)_\psi$  y  $SO(10) \rightarrow SU(5) \times U(1)_\chi$ . El grupo  $U(1)'$  se identifica con la combinación lineal de los factores abelianos que sobrevive a bajas energías, entonces, la carga se puede escribir

$$Q' = \cos \theta_{E_6} Q_\chi + \sin \theta_{E_6} Q_\psi, \quad (2.7)$$

donde  $0 \leq \theta_{E_6} < \pi$  es un ángulo de mezcla y  $Q_{\chi,\psi}$  son las cargas bajo las simetrías abelianas correspondientes (es posible incluir una corrección de mezcla cinética  $\propto Y$ ). En  $E_6$  cada familia de

fermiones izquierdos se acomoda en un multiplete de la representación **27** que contiene los fermiones del SM además de dos singuletes del grupo de norma del SM  $\bar{\nu}$  y  $S$ ; un triplete de color  $D$  con carga eléctrica  $-1/3$  y su conjugado  $\bar{D}$ , ambos singuletes de  $SU(2)_L$ ; y un par de singuletes de color  $\varphi_u$  y  $\varphi_d$ , que son dobletes de  $SU(2)_L$  y transforman como los dos dobletes de Higgs en el MSSM.

El  $\bar{\nu}$  se puede interpretar como el conjugado del neutrino derecho  $\nu_R$  y, en modelos con supersimetría, los supercompañeros escalares del  $S$  y del  $\bar{\nu}$  pueden adquirir un VEV para romper espontáneamente la simetría  $U(1)'$ ; mientras que, un par de supercompañeros escalares de los  $\varphi_{u,d}$  se pueden identificar con los dobletes de Higgs. Que el contenido de fermiones entre en un solo multiplete (cada familia) garantiza que la teoría esté libre de anomalías de triángulo, propiedad que hereda el modelo de  $U(1)'$  a bajas energías. Es posible considerar dichos modelos fuera de la teoría de gran unificación y verlos como propuestas de tipo *bottom-up*, con la ventaja de haber lidiado ya con las anomalías.

Los distintos valores de  $\theta_{E_6}$  caracterizan diferentes modelos, por ejemplo, el modelo  $\chi$  ( $\theta_{E_6} = 0$ ) requiere sólo el  $\bar{\nu}$  como fermión exótico; en el modelo  $\psi$  ( $\theta_{E_6} = \pi/2$ ) los fermiones se acoplan de forma quirral al  $Z_\psi$  y se requieren los 3 multipletes completos en la **27**; otros casos especiales se pueden obtener de compactificaciones de la cuerda heterótica (modelo  $\eta$ ) o continen escenarios con fenomenología interesante (modelo de “sector aislado” [43]).

Los acoplamientos de Yukawa necesarios para generar masas para los fermiones están permitidos, en el caso con SUSY el superpotencial es

$$W = h_d \bar{d} Q H_d + h_u \bar{u} Q H_u + h_e \bar{e} L H_d + h_\nu \bar{\nu} L H_u + \lambda_S S H_u H_d + \lambda_D \bar{D} D S, \quad (2.8)$$

que permite generar un término  $\mu$  (como en la ecuación (1.45)) de manera dinámica, esto es una posible solución al denominado problema  $\mu$ , ya que el acoplamiento efectivo  $\mu_{eff} = \lambda_S \langle S \rangle$  se relaciona con la escala de rompimiento de la  $U(1)'$ .

En principio, también son posibles los acoplamientos con dos quarks  $DQ\bar{Q}$  o  $\bar{D}\bar{u}\bar{d}$  y los de leptones con quarks  $D\bar{u}\bar{e}$  o  $\bar{D}QL$ , que provocarían un decaimiento rápido del protón, por ello, es necesario buscar escenarios donde estos acoplamientos no estén permitidos. En construcciones de la teoría de cuerdas, por ejemplo, es posible desacoplar exóticos vectoriales cuando singuletes del SM adquieren un VEV, en estos modelos es común obtener dichos singuletes que no rompen la  $U(1)'$ .

Para un modelo de  $U(1)'$  que resulta de una GUT de  $E_6$  se tiene una unificación de los acoplamientos por arriba de cierta escala y, al correrlos hacia abajo hasta unos cuantos TeV, es común obtener un acoplamiento de la  $U(1)'$  cercano al valor de  $g_2$ . En el escenario que plantea este trabajo, es posible confirmar lo anterior para modelos de la cuerda heterótica, donde se parte del grupo de norma  $E_8 \times E_8 \supset E_6$ .

### 2.2.2. Modelos con mecanismo de Stückelberg

Es posible escribir un Lagrangiano invariante de norma para un bosón masivo  $C_\mu$ , asociado a una simetría  $U(1)$ , para ello, añadimos un campo pseudoescalar  $\sigma$  en la forma

$$\mathcal{L}_{St} = -\frac{1}{4} C_{\mu\nu} C^{\mu\nu} + \frac{1}{2} (m C_\mu + \partial_\mu \sigma) (m C^\mu + \partial^\mu \sigma), \quad (2.9)$$

donde  $C_{\mu\nu}$  es la intensidad de campo del  $C_\mu$ , que transforma tal como el bosón  $B_\mu$  en (1.5), mientras que exigimos la transformación de norma para el escalar

$$\sigma(x) \longrightarrow \sigma'(x) = \sigma(x) - m\alpha(x),$$

con lo cual se verifica la invarianza local de (2.9). Para mostrar explícitamente el contenido de la teoría, se añade el término para fijar la norma (“gauge fixing”)

$$\mathcal{L}_{\text{g.f.}} = -\frac{1}{2\xi} (\partial_\mu C^\mu - \xi m\sigma)^2,$$

que está presente a nivel cuántico. Esto cancela el término cruzado en (2.9) dejando una masa  $m$  para el vector y desacoplando al escalar. Lo anterior es análogo al mecanismo de Higgs con la diferencia de que ningún campo adquiere un VEV y no hay un bosón escalar físico.

El mecanismo de Stueckelberg puede usarse en un modelo de  $U(1)'$  con o sin SUSY [44], por ejemplo, al cambiar el segundo término en (2.9) por  $(M_1 B_\mu + M_2 C_\mu + \partial_\mu \sigma)^2/2$  habrá una mezcla entre el  $C_\mu$ ,  $B_\mu$  y el  $W_\mu^3$  tras el rompimiento electrodébil. Al diagonalizar la matriz de mezcla se encuentra un autoestado no masivo, que se identifica con el fotón,  $A_\mu$  y dos bosones masivos, el  $Z_\mu$  y un  $Z'_\mu$ . El modelo está constreñido a  $\epsilon \equiv M_1/M_2 \ll 1$  con lo que el  $Z'$  es relativamente ligero, de unos cuantos GeV, y según exista o no un sector oculto de fermiones, su ancho de decaimiento estará en la región de GeV o MeV, respectivamente. Si el  $C$  se acopla a exóticos, la mezcla con el fotón  $A$  induce cargas eléctricas irracionales de orden  $\epsilon$  para dichos exóticos.

### 2.3. Límites experimentales

Un nuevo bosón  $Z'$  podría ser producido en una colisión de dos protones para luego decaer en un par de fermiones del SM, el proceso  $pp \rightarrow Z'X \rightarrow \bar{f}fX$ , donde  $X$  denota otras partículas, se detectaría como una resonancia en el espectro de la masa invariante del par de fermiones. Suelen reportarse los límites de búsquedas de un bosón vectorial nuevo en términos de la sección eficaz de dicho proceso contra la masa  $M_{Z'}$ . Por ejemplo, las colaboraciones CMS [45] y ATLAS [46] del LHC reportan, para un decaimiento de  $Z'$  en  $e^+e^-$  y  $\mu^+\mu^-$ , un límite superior en la sección eficaz de hasta 0.02 fb y un límite inferior de hasta 4.9 TeV para su masa.

En la figura 2.1 se muestran barras de valores excluidos por el CMS para la masa del  $Z'$  en reacciones con distintos productos finales tras la colisión de protones. Los límites se presentan en el contexto de tres modelos: el secuencial (SSM) donde el  $Z'$  tiene los mismos acoplamientos que el  $Z$  con fermiones, el modelo  $\psi$  (modelos de  $E_6$ ) en el contexto de supercuerdas y para un  $Z'$  leptofóbico, esto es, que no se acopla a los leptones del SM. Estos modelos se usan para reportar como referencia, ya que, para un modelo en particular los límites suelen cambiar. En este trabajo usamos el límite conservador de  $M_{Z'} > 2$  TeV, que asociamos también a la escala de rompimiento de la  $U(1)'$  y la usamos como la escala umbral  $\Lambda_{Z'} \sim M_{Z'}$ , bajo la cual se desacoplan el  $Z'$  y los exóticos.

La detección de una resonancia en el decaimiento a dos leptones permitiría determinar la masa y tasa de decaimiento del  $Z'$ , así como delimitar una banda permitida para otros parámetros que determinan la sección eficaz al medirla. Las distribuciones angulares se pueden usar para determinar otros parámetros y el espín del  $Z'$ , y por otro lado, la asimetría “forward-backward” en función del parámetro de rapidez del  $Z'$  es sensible a los acoplamientos de quarks y leptones, lo cual puede usarse para distinguir entre posibles modelos.

Otro proceso con el que puede encontrarse un  $Z'$  es la colisión electrón-positrón  $e^+e^- \rightarrow \bar{f}f$ , la posible contribución a la sección eficaz se buscó en el experimento LEP-II sin resultados positivos para acoplamientos mayores a  $\sim 10^{-2}$  y  $M_{Z'} < 209$  GeV. Por último, mediciones resultantes de experimentos de dispersión de neutrinos a bajas energías; reacciones  $e^\pm e^-, \ell^\pm$ -hadrón y  $\bar{p}p$ ; procesos de  $e^+e^-$  en la resonancia del  $Z$  y mediciones de las masas del  $W$  y del top son sensibles a la masa del  $Z'$  y a la mezcla  $Z - Z'$ . Dichos procesos permiten medir las observables de la denominada física electrodébil de precisión (ver por ejemplo [47]), relevantes para modelos de  $Z'$ , sin embargo, los límites más altos para la masa del nuevo bosón se obtienen de las colisiones a altas energías mencionadas arriba.

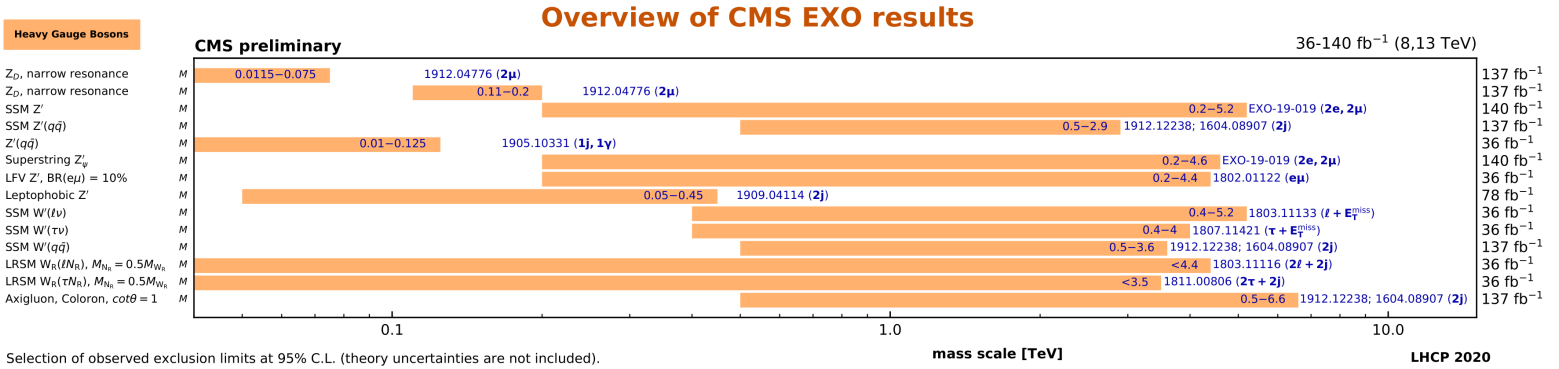


Figura 2.1: Regiones excluidas para la masa de un bosón exótico  $Z'$ , asociado a una nueva simetría abeliana o  $W'$ , un análogo del  $W$ . En cada barra se cita la referencia al preprint correspondiente en azul. Tomada de [48].



## Capítulo 3

# Generalidades de orbifolios heteróticos

En este capítulo se presentan algunas generalidades sobre las compactificaciones de la teoría heterótica de cuerdas en orbifolios, lo cual sirve el propósito de poner en contexto el trabajo descrito en el capítulo siguiente. Para comenzar, se hace un breve resumen de las ideas principales en teoría de cuerdas, luego se precisa qué es la cuerda heterótica y, finalmente, se describen solamente los puntos representativos de las compactificaciones en orbifolios.

Las ideas presentadas aquí pueden consultarse con detalle en [49–53] para teoría de cuerdas en general con temas avanzados a nivel introductorio, en [54] se puede consultar en particular sobre compactificaciones en orbifolios y en [16] sobre la fenomenología de la teoría de cuerdas de forma introductoria.

- La teoría de cuerdas describe objetos de una dimensión que se propagan en el espacio-tiempo, la sábana que trazan a su paso se conoce como hoja de mundo. La cuerda se describe con los grados de libertad  $X^M(\tau, \sigma)$  con  $M = 0, 1, 2, \dots, D - 1$  que se pueden identificar con las coordenadas en el espacio-tiempo de  $D$  dimensiones, mientras que  $\tau$  y  $\sigma$  se pueden pensar como coordenadas de espacio y tiempo, respectivamente, sobre la hoja de mundo.
- La acción de Nambu-Goto es la que describe cuerdas relativistas, sin embargo, no es polinomial lo cual es deseable para cuantizar el sistema. Para ello se recurre a la acción de Polyakov, que describe la misma física a nivel de las ecuaciones de movimiento. Los campos —sobre la hoja de mundo— cumplen la ecuación de ondas  $(\partial_\tau^2 - \partial_\sigma^2)X^M = 0$ , junto con condiciones de frontera que son periódicas para la cuerda cerrada  $X^M(\tau, \sigma + 2\pi) = X^M(\tau, \sigma)$  o de Neumann para la cuerda abierta  $\partial_\sigma X^M|_{\sigma=0, 2\pi} = 0$ .
- La solución a la ecuación de onda se puede separar en modos derechos e izquierdos  $X^M(\tau, \sigma) =$

$X_L^M(\tau + \sigma) + X_R^M(\tau - \sigma)$  que, para la cuerda cerrada, tienen expansiones

$$X_L^M(\tau + \sigma) = \frac{x^M}{2} + \sqrt{\frac{\alpha'}{2}} \alpha_0^M(\tau + \sigma) + i\sqrt{\frac{\alpha'}{2}} \sum_{n \neq 0} \frac{\alpha_n^M}{n} e^{-in(\tau + \sigma)}, \quad (3.1)$$

$$X_R^M(\tau - \sigma) = \frac{x^M}{2} + \sqrt{\frac{\alpha'}{2}} \tilde{\alpha}_0^M(\tau - \sigma) + i\sqrt{\frac{\alpha'}{2}} \sum_{n \neq 0} \frac{\tilde{\alpha}_n^M}{n} e^{-in(\tau - \sigma)}, \quad (3.2)$$

donde  $\alpha'$  es la pendiente de Regge que está relacionada con la tensión de la cuerda. Los  $x^M$  y  $p^M = \sqrt{2/\alpha'} \alpha_0^M = \sqrt{2/\alpha'} \tilde{\alpha}_0^M$  son las coordenadas y el momento del centro de masa de la cuerda y los  $\alpha_n^M$ ,  $\tilde{\alpha}_n^M$  son los modos de oscilación. Al cuantizar, estas cantidades se vuelven operadores y, en particular, los  $\alpha_{-n}^M$ ,  $\tilde{\alpha}_{-n}^M$  con  $n > 0$  son operadores de creación. Las excitaciones sobre la cuerda se ven como diferentes modos de vibración en el espacio-tiempo y, en el límite de bajas energías, corresponden a las diferentes partículas de una teoría de campos.

- La teoría de cuerdas es una teoría de campos conforme (CFT), por lo cual requiere fijar la libertad de norma en algún momento. Si se fija la *norma del cono de luz* antes de cuantizar perdemos invarianza explícita bajo Poincaré y, si cuantizamos primero, debemos limpiar la teoría de estados que no son físicos. Además, para que la teoría de cuerdas cerradas sea consistente necesita  $D = 26$  dimensiones de espacio-tiempo.
- Hasta este punto se ha descrito la teoría de cuerdas bosónica, ya que sólo se obtienen bosones en el espectro. En particular, se encuentra un taquión, una partícula cuya masa al cuadrado es un número negativo. De manera importante, aparece también una excitación de espín 2, el gravitón, que cumple la ecuación de la relatividad general de Einstein en 26 dimensiones como límite a bajas energías. Aunado a la ausencia de divergencias UV en teoría de cuerdas, gracias a las restricciones que impone la invarianza modular, vemos la razón de que se le considere como candidata de una descripción cuántica de la gravedad.
- Al agregar supersimetría a la teoría de cuerdas se logra incorporar fermiones al espectro, esta vez, una teoría consistente requiere  $D = 10$ . Además de los  $X^M$  se incluyen los grados de libertad  $\Psi^M(\tau, \sigma)$  que son espinores en la hoja de mundo, pero aún son vectores en el espacio-tiempo. Se pueden satisfacer dos tipos de condiciones de borde: de Ramond o periódicas (**R**)  $\Psi^M(\tau, \sigma + 2\pi) = \Psi^M(\tau, \sigma)$  y de Neveu-Schwarz o antiperiódicas (**NS**)  $\Psi^M(\tau, \sigma + 2\pi) = -\Psi^M(\tau, \sigma)$ . Las expansiones en modos de oscilación también se separan en modos izquierdos y derechos  $\Psi^M = \Psi_L^M + \Psi_R^M$ , donde

$$\Psi_L^M(\tau + \sigma) = \sum_{r \in \mathbb{Z} + \Delta} \psi_r^M e^{-ir(\tau + \sigma)} \quad \text{y} \quad \Psi_R^M(\tau - \sigma) = \sum_{r \in \mathbb{Z} + \tilde{\Delta}} \tilde{\psi}_r^M e^{-ir(\tau - \sigma)}, \quad (3.3)$$

con  $\Delta, \tilde{\Delta} = 0$  en el sector **R** y  $\Delta, \tilde{\Delta} = 1/2$  en **NS**.

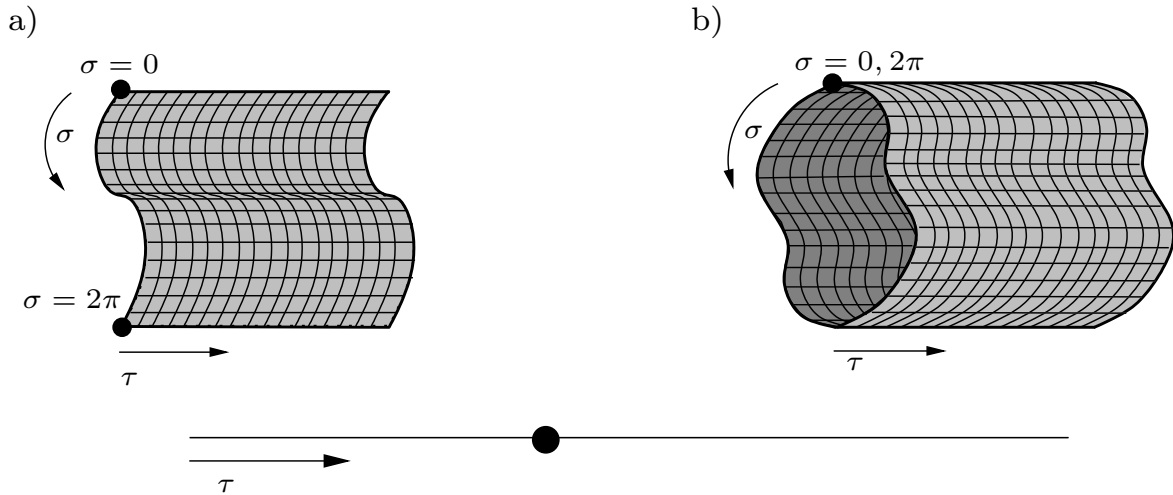


Figura 3.1: Hojas de mundo de a) una cuerda abierta y b) una cuerda cerrada comparadas con la línea de mundo de una partícula (abajo).

- Al considerar interacciones de cuerdas aparecen constricciones asociadas a la invarianza modular de las amplitudes en la teoría, esto define maneras adecuadas de combinar los sectores **R** y **NS** para modos izquierdos y derechos. El resultado son dos teorías con supersimetría  $\mathcal{N} = 2$ , las tipo IIA y IIB, y una teoría con  $\mathcal{N} = 1$ , la tipo I que debe tener a  $SO(32)$  como grupo de norma para evitar la aparición de anomalías. Una consecuencia importante de aplicar dichas constricciones es que el taquión ya no es parte del espectro.
- Existe otra manera de construir teorías de cuerdas interactuantes de forma consistente, para ello, se pueden ocupar los modos derechos de la supercuerda y los izquierdos de la cuerda bosónica. Esto da origen a tres teorías heteróticas, dos con  $\mathcal{N} = 1$  que tienen asociados los grupos de norma  $SO(32)$  y  $E_8 \times E_8$ , y una teoría sin supersimetría con grupo de norma  $SO(16) \times SO(16)$  [55]. Estas teorías tampoco presentan un taquión.

### 3.1. Cuerda heterótica

La teoría heterótica de cuerdas se construye aprovechando la independencia entre modos izquierdos y derechos, se elige para los izquierdos la cuerda bosónica en  $D = 26$  y para los derechos la supercuerda en  $D = 10$ . En la formulación bosónica, los modos derechos incluyen a los bosones  $X_R^\mu$ ,  $X_R^m$  y los fermiones  $\Psi_R^\mu$ ,  $\Psi_R^m$  con  $\mu = 0, 1, 2, 3$  y  $m = 4, 5, \dots, 9$ . Los modos izquierdos son todos bosónicos  $X_L^\mu$ ,  $X_L^m$  y  $X_L^I$ , con  $I = 10, 11, \dots, 25$ . Para obtener una teoría en 10 dimensiones de espacio-tiempo se compactifican las 16 extra en un toro  $T^{16}$ , donde viven los modos izquierdos  $X_L^I$ .



El toro puede definirse mediante una retícula con vectores base  $e_a = (e_a^I)_{I=10,\dots,25}$ , esto es,  $\Lambda = \{n_a e_a | n_a \in \mathbb{Z}, a = 1, \dots, 16\}$ , entonces el cociente  $\mathbb{T}^{16} = \mathbb{R}^6 / \Lambda$  identifica los puntos

$$X^I \sim X^I + 2\pi \sum_{a=1}^{16} n_a R_a e_a^I, \quad (3.4)$$

donde  $R_a$  son los radios,  $n_a$  son enteros arbitrarios y los vectores  $e_a$  son unitarios. La nueva periodicidad de las coordenadas permite la generalización de las condiciones de frontera

$$X^I(\tau, \sigma + 2\pi) = X^I(\tau, \sigma) + 2\pi L^I, \quad \text{con} \quad L^I = \sum_{a=1}^{16} n_a R_a e_a^I, \quad (3.5)$$

donde los  $L^I$  se conocen como números de enrollamiento. Al imponer que el operador de traslación sobre estados cuánticos sea univaluado, se encuentra la cuantización de los momentos

$$p^I = \sum_{a=1}^{16} \frac{m_a e_a^{*I}}{R_a}, \quad \text{donde} \quad \sum_{I=10}^{25} e_a^I e_b^{*I} = \delta_{ab}, \quad (3.6)$$

para  $m_a$  enteros y donde los vectores  $e_a^{*I}$  generan la retícula dual  $\Lambda^*$ .

Hasta ahora se ha planteado una teoría de cuerdas bosónica compactificada en un toro, pero si los modos izquierdos representan los de la cuerda heterótica, se deben apagar los modos derechos  $X_R^I = 0$ , en particular, de  $\tilde{\alpha}_0^I = 0$  en la ecuación (3.2) se obtiene  $\alpha' p^I = L^I$  lo cual se puede satisfacer solamente para una retícula auto-dual  $\Lambda^* = \Lambda$ , con los radios críticos  $R_a = \sqrt{\alpha'}$ . Visto esto, resulta conveniente redefinir el momento de manera que sea adimensional, esto se logra con  $p^I = (1/\sqrt{2})\alpha_0^I$  bajo lo cual  $\sqrt{\alpha'} p^I = L^I$  y se sustituye  $R_a \rightarrow 1$  solo en la ecuación (3.6), de esta manera  $p \in \Lambda$ .

Ya se mencionó la invarianza modular como una condición importante para una teoría de cuerdas consistente, al aplicarla a un lazo sobre la función de partición de la cuerda heterótica se encuentra que la retícula  $\Lambda$  debe ser par y auto-dual. En 16 dimensiones resulta que las dos únicas retículas con esas características corresponden a las de las raíces de las álgebras de Lie de  $E_8 \times E_8$  y  $SO(32)$  (globalmente  $Spin(32)/\mathbb{Z}_2$ ). De esta forma, estados con momento interno  $p \in \Lambda$  transformarán en una representación del grupo de norma correspondiente, asociada al peso  $p$ . En resumen, los bosones  $X_L^I$  compactificados en el toro  $\mathbb{T}^{16}$  dotan con un grupo de norma a la teoría en 10 dimensiones.

## 3.2. Orbifolios toroidales

Para obtener finalmente una teoría en 4 dimensiones que describa la física observada a bajas energías, es necesario compactificar otras 6 de manera que el grupo de norma en 10 dimensiones se rompa y el contenido de campos sea el adecuado. En este trabajo nos concentramos en la cuerda heterótica con grupo de norma  $E_8 \times E_8$ , así que, en una situación ideal este grupo se rompe al del SM y el contenido de campos incluye las 3 generaciones de quarks y leptones.

Hay dos opciones para compactificar, por un lado están las variedades de Calabi-Yau, con las cuales es posible obtener modelos similares al MSSM, sin embargo, es difícil calcular los objetos en la teoría. La alternativa amigable son las compactificaciones en orbifolios, que son relativamente simples y permiten estudiar de forma directa la fenomenología de los modelos que generan. Dadas las ventajas, nos enfocamos en compactificaciones en orbifolios.

### 3.2.1. Definiciones

El cociente del toro de 6 dimensiones por un grupo discreto de isometrías  $\mathcal{P}$  forma un orbifolio toroidal  $\mathcal{O} = \mathbb{T}^6/\mathcal{P}$ . Si la retícula  $\Gamma = \{n_\alpha e_\alpha | n_\alpha \in \mathbb{Z}, \alpha = 1, \dots, 6\}$  genera el toro ( $\mathbb{T}^6 = \mathbb{R}^6/\Gamma$  como en la sección anterior), entonces  $\mathcal{P}$ , conocido como el *grupo de punto*, debe actuar de manera cristalográfica sobre  $\Gamma$ , esto es,

$$\theta e_\alpha \in \Gamma \quad \text{para toda} \quad \theta \in \mathcal{P}, \quad (3.7)$$

donde  $\{e_\alpha\}_{\alpha=1,\dots,6}$  son los vectores que generan la retícula. En este trabajo nos enfocamos en grupos de punto abelianos, por ejemplo, si  $\mathcal{P} = \mathbb{Z}_N$  entonces sus elementos son las potencias de un generador  $\vartheta$ , de orden  $N$  ( $\vartheta^N = 1$ ), que corresponde a una rotación por un ángulo de  $2\pi/N$ .

En el orbifolio  $\mathcal{O}$  se identifican los puntos

$$X \sim \theta X + n_\alpha e_\alpha, \quad \text{con} \quad \theta = \vartheta^k \in \mathcal{P} = \mathbb{Z}_N, \quad k \in \mathbb{Z}, \quad (3.8)$$

para  $X = (X^m)_{m=4,\dots,9}$ . Con esto se intuye que el *dominio fundamental*, la región más pequeña de  $\mathbb{R}^6$  que basta para describir el espacio cociente, es más pequeña en el caso del orbifolio que en el del toro. Resulta conveniente definir el *grupo de espacio* como el producto semidirecto  $\mathcal{S} = \mathcal{P} \ltimes \Gamma$ , entonces

$$g = (\theta, n_\alpha e_\alpha) \quad \text{para toda} \quad g \in \mathcal{S}, \quad (3.9)$$

lo cual permite redefinir el orbifolio como  $\mathcal{O} = \mathbb{R}^6/\mathcal{S}$ , debido a la relación (3.8). La acción de dos o más elementos de  $\mathcal{S}$  en el orbifolio puede ser equivalente, por lo que es necesario agrupar elementos en las clases de equivalencia  $[g] = \{hgh^{-1} | h \in \mathcal{S}\}$ .

Los puntos fijos del orbifolio se reconocen como aquellos que, tras una rotación  $\theta \in \mathcal{P}$ , son equivalentes a ellos mismos bajo una traslación de la retícula  $\Gamma$ . Si el punto fijo tiene coordenadas  $X_f^m$ , se cumple

$$X_f = g_f X_f = \theta^f X_f + n_\alpha^f e_\alpha, \quad \text{para un} \quad g_f = (\theta^f, n_\alpha^f e_\alpha) \in \mathcal{S}, \quad (3.10)$$

así que dicho punto puede asociarse a un único elemento del grupo de espacio. La clase de conjugación  $[g_f]$  describe un conjunto infinito de puntos fijos que son equivalentes.

### 3.2.2. Planos complejos y encaje

Ahora introducimos la notación en coordenadas complejas

$$Z^1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(X^4 + iX^5), \quad Z^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(X^6 + iX^7) \quad \text{y} \quad Z^3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(X^8 + iX^9), \quad (3.11)$$

que es conveniente si suponemos que se puede factorizar  $\mathbb{T}^6 = \mathbb{T}^2 \otimes \mathbb{T}^2 \otimes \mathbb{T}^2$ , de manera que el grupo de punto actúe independientemente en cada toro de 2 dimensiones. Por ejemplo, el generador de  $\mathbb{Z}_N$  en este espacio toma la forma

$$\vartheta = \text{diag} \left( e^{2\pi i v^1}, e^{2\pi i v^2}, e^{2\pi i v^3} \right), \quad (3.12)$$

que corresponde a una rotación en cada plano complejo. En este caso, el *vector de torcedura*,  $v = (0, v^1, v^2, v^3)$ , determina por completo la acción del grupo de punto. Un elemento del grupo de espacio  $g = (\vartheta^k, n_\alpha e_\alpha)$ , con  $k \in \mathbb{Z}$ , actúa en estas coordenadas con

$$Z^a \xrightarrow{g} e^{2\pi i k v^a} Z^a + n_\alpha e_\alpha^a, \quad \text{donde} \quad a = 1, 2, 3 \quad \text{y} \quad \alpha = 1, \dots, 6, \quad (3.13)$$

para vectores base  $e_\alpha$  de la retícula  $\Gamma$  también en coordenadas complejas.

Una compactificación de la cuerda heterótica en un orbifoldo requiere, además de especificar el grupo de punto, encajar la acción del orbifoldo sobre los 16 grados de libertad de norma. El grupo de dicho encaje, que denotamos  $\mathcal{G}$ , es en general un subgrupo de los automorfismos del álgebra de Lie de  $E_8 \times E_8$ . Si nos restringimos a automorfismos internos, al grupo de punto abeliano  $\mathbb{Z}_N$  y a un encaje traslacional<sup>1</sup>, entonces el encaje  $\mathcal{S} \hookrightarrow \mathcal{G}$  mapea

$$g = (\vartheta^k, n_\alpha e_\alpha) \longmapsto (kV, n_\alpha A_\alpha), \quad \text{con} \quad k, n_\alpha \in \mathbb{Z}, \quad (3.14)$$

donde el *vector de traslación*  $V$ , en 16 dimensiones, parametriza el encaje del grupo de punto y las  $A_\alpha$  son líneas de Wilson (WL), transformaciones de norma asociadas a los lazos no contraíbles a un punto en cada dirección del toro  $e_\alpha$ . La acción del grupo  $\mathcal{G}$  en los grados de libertad de norma es

$$X^I \longrightarrow X^I + kV^I + n_\alpha A_\alpha^I, \quad I = 10, \dots, 25. \quad (3.15)$$

Debido a que se encaja la acción del generador  $\vartheta$  de orden  $N$  y por la condición (3.7) se mapea  $(\vartheta, e_\alpha)^N \longmapsto (0, 0)$ , y en consecuencia

$$NV \in \Lambda \quad \text{y} \quad NA_\alpha \in \Lambda, \quad (3.16)$$

donde  $\Lambda$  es la retícula de las raíces del álgebra de  $E_8 \times E_8$  descrita en la sección 3.1. Cabe mencionar que la acción del orbifoldo puede implementar relaciones entre las WL, dejando un conjunto independiente más pequeño. Por ejemplo, para un orbifoldo  $\mathbb{Z}_3$  con retícula  $\Gamma = \text{SU}(3)^3$  se cumple  $\vartheta e_2 = e_1$ , entonces  $A_1 \approx A_2$ , lo cual denota equivalencia salvo una traslación de la retícula  $\Lambda$ .

<sup>1</sup>Existen encajes rotacionales para el grupo de punto, tales que  $\theta \in \mathcal{P}$  se mapea a  $\Theta$ , una rotación en  $\Lambda$ .

### 3.2.3. Supersimetría e invarianza modular

Al compactificar 6 dimensiones en un orbifolio debemos tomar en cuenta el rompimiento de la simetría de Lorentz. En la norma del cono de luz se tendrá  $SO(8) \rightarrow SO(2) \times SO(6)$ , donde el grupo  $SO(6) \sim SU(4)$  corresponde al grupo más general de holonomía que puede haber sobre el orbifolio. El grupo de holonomía es el conjunto de transformaciones generadas tras el transporte paralelo alrededor de un circuito cerrado. De manera importante, la supersimetría en 4 dimensiones está determinada por el número de supercargas conservadas y, a su vez, estas corresponden al número de gravitinos (en 4 dimensiones) covariantemente constantes.

Resulta relevante para la fenomenología de partículas pedir supersimetría con  $\mathcal{N} = 1$  en 4 dimensiones, ya que para  $\mathcal{N} = 2$  o mayor no hay acoplamientos quirales. Esta condición equivale a que el grupo de holonomía sea  $SU(3)$ , con lo cual el grupo de punto debe cumplir  $\mathcal{P} \subset SU(3)$ , y en el caso abeliano esto implica la restricción

$$v^1 + v^2 + v^3 = 0, \quad (3.17)$$

sobre el vector de torcedura. Al requerir que la acción del orbifolio sea cristalográfica en  $\Gamma$  (ecuación (3.7)) junto con (3.17), el grupo de punto queda determinado como  $\mathbb{Z}_N$  para  $N = 3, 4, 6, 7, 8, 12$ , o bien  $\mathbb{Z}_N \times \mathbb{Z}_M$  con  $M$  un múltiplo de  $N$  y  $M = 2, 3, 4, 6$ . En algunos casos, estos grupos pueden presentar dos vectores de torcedura que no son equivalentes. En [56] se clasifican sistemáticamente los grupos de punto de orbifolios simétricos<sup>2</sup> compatibles con las condiciones anteriores y se encuentran 138 con geometrías inequivalentes.

Una vez más, se encuentran condiciones a cumplir para respetar la invarianza modular de la función de partición a un lazo. Por un lado, para un orbifolio  $\mathbb{Z}_N$  se pide

$$N(V^2 - v^2) = 0 \pmod{2}, \quad (3.18)$$

y al incluir líneas de Wilson se deben respetar

$$N_\alpha(A_\alpha \cdot V) = 0 \pmod{2}, \quad (3.19a)$$

$$N_\alpha(A_\alpha^2) = 0 \pmod{2}, \quad (3.19b)$$

$$\gcd(N_\alpha, N_\beta)(A_\alpha \cdot A_\beta) = 0 \pmod{2} \quad (\alpha \neq \beta), \quad (3.19c)$$

donde  $N_\alpha$  es el orden de la WL  $A_\alpha$ , es decir, el entero tal que  $N_\alpha A_\alpha \in \Lambda$  (sin suma sobre  $\alpha$ ) y  $\gcd(N_\alpha, N_\beta)$  denota el máximo común divisor de  $N_\alpha$  y  $N_\beta$ .

## 3.3. Espectro de orbifolios heteróticos

El espectro de la cuerda heterótica es descrito por los modos de oscilación de cuerdas cerradas, para encontrar el espectro no masivo comenzamos con las expresiones de las masas de modos

<sup>2</sup>En orbifolios asimétricos la acción del grupo de punto es distinta para modos derechos e izquierdos.

izquierdos y derechos. En la norma del cono de luz los grados de libertad independientes son  $X^M$  y  $\Psi^M$  con  $M = 2, \dots, 9$ , por lo que escribimos, para los dos sectores de modos derechos

$$\frac{\alpha' m_R^2}{4} = \sum_{n>0} \tilde{\alpha}_{-n}^M \tilde{\alpha}_n^M + \sum_{\substack{r>0 \\ r \in \mathbb{Z} + \Delta}} r \tilde{\psi}_{-r}^M \tilde{\psi}_r^M - \Delta, \quad (3.20)$$

donde  $\Delta = 0$  para **R** y  $\Delta = 1/2$  para **NS**. La constante  $-\Delta$  se conoce como energía del punto cero y resulta del ordenamiento normal de los osciladores. Vemos que se satisface  $m_R = 0$  para estados  $\psi_{-1/2}^M |0\rangle_R$ , en el sector NS, que forman la representación vectorial  $\mathbf{8}_v$  de  $\text{SO}(8)$  y son bosones en el espacio-tiempo. En el sector R, los estados base  $\psi_0^M |0\rangle_R$  forman la representación espinorial  $\mathbf{8}_s$  de  $\text{SO}(8)$  porque los osciladores cumplen el álgebra de Clifford

$$\{i\sqrt{2}\psi_0^M, i\sqrt{2}\psi_0^N\} = 2\eta^{MN}. \quad (3.21)$$

Conviene escribir ambos estados en la forma  $|q\rangle_R$ , donde  $q$  es el peso de la representación correspondiente de  $\text{SO}(8)$ , entonces

$$|q\rangle_R = \begin{cases} |\pm 1, 0, 0, 0\rangle_R \sim \mathbf{8}_v, & \mathbf{NS}, \\ |\pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2}\rangle_R \sim \mathbf{8}_s, & \mathbf{R}, \end{cases} \quad (3.22)$$

donde se subraya el primer estado para representar la permutación de las entradas y la representación espinorial debe tener un número par de entradas con signos positivos. De esta manera la ecuación (3.20) para estados no masivos se reduce a

$$\frac{\alpha' m_R^2}{4} = \frac{1}{2} q^2 - \frac{1}{2}. \quad (3.23)$$

La expresión para la masa de los modos izquierdos incluye osciladores en las direcciones compactificadas en el toro de 16 dimensiones, tendremos

$$\frac{\alpha' m_L^2}{4} = \frac{1}{2} p^2 + N - 1, \quad \text{donde} \quad N = \sum_{n>0} (\alpha_{-n}^M \alpha_n^M + \alpha_{-n}^I \alpha_n^I), \quad (3.24)$$

con  $N$  el operador de número, la contribución  $-1$  es la energía del punto cero en la cuerda bosónica y  $p \in \Lambda$  es el momento adimensional descrito en la sección 3.1. Los estados izquierdos no masivos son de tipo  $\alpha_{-1}^M |0\rangle_L$  con  $M = 2, \dots, 9$ ,  $\alpha_{-1}^I |0\rangle_L$  con  $I = 10, \dots, 25$  y  $|p\rangle_L$  con  $p^2 = 2$ . Los últimos corresponden a la parte izquierda de bosones de norma (y gauginos) de  $E_8 \times E_8$ .

Al compactificar la teoría en un orbifolio se puede separar el espectro en dos tipos o sectores: el *torcido* y el *no torcido*. Las cuerdas en el sector no torcido son cerradas en el toro de 6 dimensiones, por lo que cumplen la condición de frontera periódica

$$Z(\tau, \sigma + 2\pi) = Z(\tau, \sigma) + n_\alpha e_\alpha, \quad n_\alpha \in \mathbb{Z}. \quad (3.25)$$

En cambio, las cuerdas en el sector torcido son cerradas bajo la identificación de puntos debida a la acción del orbifolio, esto es, luego de aplicar el generador  $\vartheta$ . La condición de frontera para el sector torcido es

$$Z(\tau, \sigma + 2\pi) = \vartheta^k Z(\tau, \sigma) + n_\alpha e_\alpha, \quad k \in \mathbb{Z}, \quad (3.26)$$

donde vemos, al comparar con la ecuación (3.10), que una cuerda en este sector está asociada a un punto fijo del orbifolio. Podemos separar en  $N-1$  sectores torcidos según el valor de  $k = 1, \dots, N-1$ , el número de veces que se aplica el generador.

En general, se asocian estados en el espectro a elementos  $g \in \mathcal{S}$  denominados *constructores*. Por ejemplo, los estados no torcidos se asocian a  $g = (\mathbb{1}, 0)$  y son de la forma

$$|q\rangle_R \otimes \alpha_{-1}^x |p\rangle_L \quad (3.27)$$

para  $x = M = 2, \dots, 9$  o  $x = I = 10, \dots, 25$ . En cambio, los estados asociados a un elemento constructor  $g = (\vartheta^k, n_\alpha e_\alpha)$ , con  $k = 1, \dots, N-1$ , pertenecen al sector torcido y se pueden expresar como

$$|q_{\text{sh}}\rangle_R \otimes \alpha |p_{\text{sh}}\rangle_L \equiv |q + v_g\rangle_R \otimes \alpha |p + V_g\rangle_L, \quad (3.28)$$

donde definimos la torcedura y traslación locales como

$$v_g = kv \quad \text{y} \quad V_g = kV + n_\alpha A_\alpha, \quad (3.29)$$

respectivamente. Además,  $\alpha$  en (3.28) denota un producto de osciladores de la forma  $\alpha_{-\eta^a}^a$  (o  $\alpha_{-1+\eta^a}^{\bar{a}}$ )<sup>3</sup> en las direcciones complejas  $a = 1, 2, 3$  (o sus conjugados  $\bar{a} = \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}$ ), con

$$\eta^a = kv^a \pmod{1}, \quad \text{tal que} \quad 0 < \eta^a \leq 1. \quad (3.30)$$

Notemos que los estados que cumplen la condición de frontera

$$Z(\tau, \sigma + 2\pi) = gZ(\tau, \sigma), \quad g \in \mathcal{S}, \quad (3.31)$$

definen un espacio de Hilbert  $\mathcal{H}_g$  que debe ser compatible con la acción del orbifolio. Si tomamos un elemento del centralizador  $\mathcal{Z}_g \equiv \{h \in \mathcal{S} | [g, h] = 0\}$ , entonces debe cumplirse

$$(hZ)(\tau, \sigma + 2\pi) = g(hZ)(\tau, \sigma), \quad \text{para toda} \quad h \in \mathcal{Z}_g, \quad (3.32)$$

es decir, el estado descrito por las coordenadas  $hZ$  pertenece al mismo espacio de Hilbert  $\mathcal{H}_g$ , por lo tanto,  $h$  debe actuar de forma trivial sobre estados en  $\mathcal{H}_g$

$$|q_{\text{sh}}\rangle_R \otimes \alpha |p_{\text{sh}}\rangle_L \xrightarrow{h} \Phi |q_{\text{sh}}\rangle_R \otimes \alpha |p_{\text{sh}}\rangle_L \stackrel{!}{=} |q_{\text{sh}}\rangle_R \otimes \alpha |p_{\text{sh}}\rangle_L, \quad (3.33)$$

donde  $\Phi$  es una fase que depende de  $g$  y  $h$ . Los estados que no satisfacen (3.33) para toda  $h \in \mathcal{Z}_g$  deben ser proyectados fuera del espectro.

<sup>3</sup>Los modos de oscilación fraccionarios surgen de la condición de periodicidad (3.26), para el detalle se puede consultar [54].

### 3.3.1. Sector no torcido

Los estados se construyen respetando la condición de empatamiento de niveles  $m_L = m_R$ , que en el sector no torcido implica usar las ecuaciones (3.23) y (3.24) para generar estados no masivos  $m_L = 0 = m_R$ . Esto se satisface para  $q^2 = 1$  en los modos derechos y para  $p^2 = 0$ ,  $N = 1$  o  $p^2 = 2$ ,  $N = 0$  en los modos izquierdos, sin embargo, falta considerar la proyección del orbifolio. Se puede mostrar que la fase  $\Phi$  (definida en (3.33)) adquirida por estados en el sector no torcido, tras la acción de un  $h \in \mathcal{S}$ , es

$$\begin{aligned} |q\rangle_R \otimes |p\rangle_L : \quad \Phi &= e^{2\pi i[p \cdot V_h - q \cdot v_h]}, \\ |q\rangle_R \otimes \alpha_{-1}^x |0\rangle_L : \quad \Phi &= e^{2\pi i[-q \cdot v_h + (\delta_{x,a} - \delta_{x,\bar{a}}) v_h^{a,\bar{a}}]}, \end{aligned} \quad (3.34)$$

para  $x = M$  o  $x = I$  como antes. El elemento constructor del sector no torcido es  $g = (\mathbb{1}, 0)$ , cuyo centralizador es el grupo de espacio completo, de modo que este sector contiene los estados no masivos que son invariantes bajo todos los elementos de  $\mathcal{S}$ . Podemos resumir el contenido del sector no torcido en:

- El gravitón  $g^{\mu\nu}$ , el dilatón  $\varphi$  y el tensor antisimétrico  $B^{\mu\nu}$  en 4 dimensiones ( $\mu = 2, 3$ ), junto con sus supercompañeros, que corresponden a los estados

$$|q\rangle_R \otimes \alpha_{-1}^\nu |0\rangle_L, \quad \text{con} \quad q = \begin{cases} \pm(1, 0, 0, 0), \\ \pm(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}). \end{cases} \quad (3.35)$$

- Los módulos geométricos, que son escalares en 4 dimensiones, vienen de los estados

$$|q\rangle_R \otimes \alpha_{-1}^{a,\bar{a}} |0\rangle_L, \quad \text{con} \quad q \cdot v_h \mp v_h^{a,\bar{a}} = 0 \pmod{1}, \quad (3.36)$$

para los índices en las direcciones compactas  $a = 1, 2, 3$  (y sus conjugados  $\bar{a} = \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}$ ) con el signo  $- (+)$  en la segunda ecuación y para toda  $h \in \mathcal{S}$ . Estos estados son singletes del grupo de norma y surgen de las componentes compactificadas del gravitón y del tensor antisimétrico en 10 dimensiones, junto con los supercompañeros.

- Los 16 bosones de norma sin carga, y sus correspondientes gauginos, vienen de estados

$$|q\rangle_R \otimes \alpha_{-1}^I |0\rangle_L, \quad (3.37)$$

con  $q$  como en la ecuación (3.35) e  $I = 10, \dots, 25$ . Estos estados están asociados a los generadores de Cartan del grupo de norma en 4 dimensiones.

- Los 480 bosones de norma cargados (más supercompañeros) de la forma

$$|q\rangle_R \otimes |p\rangle_L, \quad \text{con} \quad p^2 = 2, \quad (3.38)$$

donde deben cumplirse las condiciones  $q \cdot v_h = 0 \pmod{1}$  y  $p \cdot V_h = 0 \pmod{1}$ . Los pesos asociados a osciladores derechos,  $q$ , que respetan esto son los de la ecuación (3.35) y la condición sobre  $p$ , el momento de osciladores izquierdos, debe valer para todo  $h \in \mathcal{S}$  con lo que se puede reescribir como

$$\begin{aligned} p \cdot V &= 0 \pmod{1}, \\ p \cdot A_\alpha &= 0 \pmod{1}, \quad \alpha = 1, \dots, 6, \end{aligned} \tag{3.39}$$

donde  $A_\alpha$  son las líneas de Wilson. Dichos estados transforman en la representación adjunta del grupo de norma en 4 dimensiones y el que aparezcan estados con momento  $p$  que no satisface las condiciones (3.39) implica el rompimiento la simetría de norma.

- Los llamados estados de materia cargada del sector no torcido, de la forma (3.38) y que satisfacen la condición de invarianza más general

$$p \cdot V_h - q \cdot v_h = 0 \pmod{1}, \tag{3.40}$$

para toda  $h \in \mathcal{S}$ , donde los  $q$  son de la forma dada en la ecuación (3.22) con la primer entrada igual a 0 en el sector **NS** y sin repetir las últimas tres entradas en el sector **R**. En otras palabras, no se satisfacen  $q \cdot v_h = 0 \pmod{1}$  y  $p \cdot V_h = 0 \pmod{1}$  por separado. En cada sector, tres de estos pesos  $q$  corresponden a una partícula y, los otros tres, a su conjugado bajo CP (antipartícula). En conjunto, estos estados forman supermultipletes quirales y transforman de manera no trivial bajo el grupo de norma, según su momento  $p$ .

### 3.3.2. Sector torcido

En este punto cabe mencionar que el espectro de la cuerda heterótica compactificada en un orbifolio debe tener necesariamente un sector torcido, debido a que el sector no torcido está incompleto en el sentido de que presenta anomalías. Al tener ambos sectores en la teoría las anomalías se cancelan satisfactoriamente, esto no es coincidencia, se trata de una consecuencia de la invarianza modular de la función de partición.

Los estados en el sector torcido están asociados a elementos constructores  $g$  que corresponden a los puntos fijos del orbifolio. En general, se obtienen estados de materia no masivos. Las condiciones para los modos de oscilación derechos e izquierdos son

$$\begin{aligned} \frac{\alpha' m_R^2}{4} &= \frac{1}{2} q_{\text{sh}}^2 - \frac{1}{2} + \delta c \stackrel{!}{=} 0 \\ \frac{\alpha' m_L^2}{4} &= \frac{1}{2} p_{\text{sh}}^2 + N - 1 + \delta c \stackrel{!}{=} 0, \end{aligned} \tag{3.41}$$

donde  $\delta c$  parametriza el cambio en la energía del punto cero debido a la existencia de modos de oscilación torcidos  $\alpha_{-\eta^a}^a$ ,  $\alpha_{-1+\eta^a}^{\bar{a}}$ . Dicho cambio tiene la expresión

$$\delta c = \frac{1}{2} \sum_a \eta^a (1 - \eta^a), \tag{3.42}$$



con los números  $\eta^a$  definidos en (3.30). El operador de número (fraccionario) sobre estados torcidos no masivos toma la forma

$$N = \sum_{a=1}^3 \eta^a (N_g^a + N_g^{*\bar{a}}), \quad (3.43)$$

donde  $N_g^a$  y  $N_g^{*\bar{a}}$  son los operadores de número (enteros) que cuentan los osciladores en las direcciones holomorfas  $a$  y antiholomorfas  $\bar{a}$ .

Bajo la acción de un elemento del centralizador  $h \in \mathcal{Z}_g$ , los estados en el sector torcido (de la forma (3.28)) adquieren la fase

$$\Phi = e^{2\pi i [p_{\text{sh}} \cdot V_h - q_{\text{sh}} \cdot v_h + (N_g - N_g^*) \cdot v_h]} \Phi_{\text{vac}}, \quad (3.44)$$

donde la fase del vacío, cuyo origen son las propiedades geométricas de las cuerdas en el sector torcido, tiene la forma [57]

$$\Phi_{\text{vac}} = e^{2\pi i [-\frac{1}{2}(V_g \cdot V_h - v_g \cdot v_h)]}. \quad (3.45)$$

### 3.3.3. Espectro del orbifolio $\mathbb{Z}_3$

Por completez, podemos resumir brevemente el espectro de la cuerda heterótica compactificada en el orbifolio  $\mathbb{Z}_3$ , omitiendo las demostraciones. En este caso el toro de 6 dimensiones se genera con la retícula de las raíces de  $\Gamma = \text{SU}(3)^3$ , el vector de torcedura que preserva supersimetría con  $\mathcal{N} = 1$  en 4 dimensiones es

$$v = \left(0, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right), \quad (3.46)$$

donde debemos leer al generador  $\vartheta$  en (3.12) como una rotación por  $2\pi/3$  en cada plano complejo, lo cual corresponde a cada una de las 3 subretículas  $\text{SU}(3)$ . El encaje del grupo de punto en los grados de libertad de norma se elige al determinar el vector de traslación

$$V = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 0, 0, 0\right) \left(\frac{2}{3}, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\right), \quad (3.47)$$

que respeta junto, con el vector de torcedura, la condición de invarianza modular (3.18).

En el sector no torcido tenemos al gravitón, el campo antisimétrico y el dilatón más sus supercompañeros, como se describió en la sección anterior. También aparecen 9 módulos geométricos de la forma (3.36) que cumplen la condición de invarianza bajo la acción del orbifolio. Los 16 bosones de norma que corresponden a generadores de Cartan son invariantes, así que el rango del grupo de norma es 16. Para obtener el rompimiento explícito de  $E_8 \times E_8$  se deben caracterizar los momentos izquierdos  $p$  que cumplen (3.39), identificándolos con las raíces de un grupo en particular. En ausencia de líneas de Wilson, de los  $240 + 240$  momentos de  $E_8 \times E_8$  sobreviven 72 en el primer factor y 84 en el segundo. Al sumar los  $8 + 8$  generadores de Cartan, se obtienen las representaciones

adjuntas  $72 + 8 \rightarrow \mathbf{80}$  de  $SU(9)$  y la  $84 + 8 \rightarrow \mathbf{91} \oplus \mathbf{1}$  de  $SO(14) \times U(1)$ . Con lo anterior se llega a determinar el rompimiento

$$E_8 \times E_8 \longrightarrow \mathcal{G}_{4D} = SU(9) \times SO(14) \times U(1) \quad (3.48)$$

como resultado del encaje (3.47).

Para encontrar los estados de materia cargada se buscan los momentos izquierdos  $p$  y los pesos  $q$  de osciladores derechos que satisfacen (3.40), de modo que se obtengan estados invariantes. Mediante los momentos  $p$  y las raíces de cada factor del grupo de norma es posible identificar la representación a la que pertenece cada estado. La carga bajo la simetría  $U(1)$  es  $q = t \cdot p$ , donde se define

$$t = (0^8) (-18, 0^7), \quad (3.49)$$

con la potencia denotando el número de entradas iguales repetidas en el vector de 16 dimensiones. Por esta razón se conoce a  $t$  como el generador de la  $U(1)$ . En este orbifolio se encuentran estados con momento  $p$  que forma las representaciones  $(\mathbf{84}, \mathbf{1})_0$ ,  $(\mathbf{1}, \mathbf{14})_{-18}$  y  $(\mathbf{1}, \mathbf{64})_9$ , donde las entradas en negritas denotan las representaciones bajo los factores no abelianos del grupo de norma en 4 dimensiones (ecuación (3.48) en ese orden) y el subíndice es la carga bajo el factor abeliano. Siguiendo las observaciones de la sección anterior, cada estado izquierdo con momento  $p$  se une a 6 posibles estados derechos con pesos  $q$ , donde la mitad se asocian a partículas y la otra a sus antipartículas. Recordando que escalares y fermiones se combinan para formar un solo supermultiplete, vemos que la multiplicidad de los estados de materia cargada en el sector no torcido es 3.

El sector torcido se caracteriza por los 27 puntos fijos del orbifolio  $\mathbb{Z}_3$ , que se encuentran al contar 3 puntos fijos de cada factor correspondiente a un toro en 2 dimensiones con las identificaciones de puntos del orbifolio, ya que el grupo de punto actúa como una rotación en cada plano complejo. Se puede separar el espectro en dos sectores torcidos asociados a los elementos  $g = (\vartheta, 0)$  y  $(\vartheta^2, 0)$ , revisemos el primero de ellos. Recordemos que los estados se identifican mediante el peso  $q_{sh} = q + v_g$  y el momento  $p_{sh} = p + V_g$ , trasladados localmente, donde  $v_g = v$  y  $V_g = V$  en este sector. Sin líneas de Wilson, la traslación y torcedura locales son las mismas para todos los puntos fijos, por lo tanto, el espectro en cada uno de ellos es el mismo. Esto resulta en 27 copias del espectro en el origen, que es uno de los puntos fijos.

Las condiciones (3.41) sobre estados no masivos resultan en

$$\begin{aligned} q_{sh}^2 &= (q + v)^2 \stackrel{!}{=} 1 - 2\delta c = \frac{1}{3}, \\ p_{sh}^2 &= (p + V)^2 \stackrel{!}{=} 2 - 2N - 2\delta c = \frac{4}{3} - 2N, \end{aligned} \quad (3.50)$$

donde se usó (3.42) para calcular  $\delta c = 1/3$ . Nótese que como  $V^2 = 4/3$  y  $N$  no es negativo, la segunda ecuación solamente tiene solución para  $N = 0$ . Es posible encontrar 2 pesos y 9 momentos trasladados que son solución de las ecuaciones anteriores, los cuales se presentan en la tabla 3.1. Con dichas soluciones se forma la representación  $(\mathbf{9}, \mathbf{1})_{-12}$  con quiralidad derecha y en la notación

$q_{\text{sh}}: \begin{pmatrix} 0, & \frac{1}{3}, & \frac{1}{3}, & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2}, & -\frac{1}{6}, & -\frac{1}{6}, & -\frac{1}{6} \end{pmatrix}$	$p_{\text{sh}}: \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}, & \frac{1^3}{3}, & -\frac{1}{3}, & 0^3 \\ \frac{1^4}{3}, & \frac{2}{3}, & 0^3 \\ -\frac{1^4}{6}, & \frac{1}{6}, & \frac{1^2}{2}, & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1^4}{6}, & \frac{1}{6}, & -\frac{1^3}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{2}{3}, & 0^7 \\ \frac{2}{3}, & 0^7 \\ \frac{2}{3}, & 0^7 \\ \frac{2}{3}, & 0^7 \end{pmatrix}$
--	--

Tabla 3.1: Pesos y momentos trasladados en el primer sector torcido del orbifoldio  $\mathbb{Z}_3$  que satisfacen las condiciones para estados no masivos. Las entradas se subrayan para denotar la permutación de esos elementos.

ya mencionada. Resulta que en el segundo sector torcido, asociado a  $g = (\vartheta^2, 0)$ , los pesos y momentos son los del primer sector con signo contrario. Esto caracteriza a los estados conjugados en la representación  $(\bar{\mathbf{9}}, \mathbf{1})_{12}$  y con quiralidad derecha.

Los estados en ambos sectores torcidos se combinan en supermultipletes de SUSY, ya que así completan estados con quiralidad izquierda y derecha. Es agradable que todos los estados que cumplen (3.41) son invariantes bajo la acción del orbifoldio, lo cual es un resultado general para los sectores asociados a  $g = (\vartheta, 0)$  y  $(\vartheta^{N-1}, 0)$  de orbifoldios  $\mathbb{Z}_N$ . De esta forma, el espectro de estados no masivos del orbifoldio  $\mathbb{Z}_3$  con encaje (3.47), omitiendo el multiplete de gravedad, los módulos y bosones de norma, es el de la tabla 3.2.

Vale la pena mencionar cómo se modifican estos resultados si se incluyen líneas de Wilson, por ejemplo, se pueden hacer

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \left( 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \frac{2}{3} \right) \left( 0, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 0, 0, 0, 0, 0 \right), \\
 A_3 &= \left( \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, 0, \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right) \left( \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 0, 0, 0, 0, 0, 0 \right),
 \end{aligned} \tag{3.51}$$

respetando la invarianza modular, es decir, las ecuaciones (3.19). Hay que tomar en cuenta que en orbifoldios  $\mathbb{Z}_3$  se cumple  $A_\alpha = A_{\alpha+1}$  para  $\alpha = 1, 3, 5$ . En el espectro, solamente los estados con momento izquierdo  $p$  no trivial sentirán la presencia de las WL, entonces el gravitón, el dilatón,

#	irrep
3	$(\mathbf{84}, \mathbf{1})_0$
3	$(\mathbf{1}, \mathbf{14})_{-18}$
3	$(\mathbf{1}, \mathbf{64})_9$
27	$(\bar{\mathbf{9}}, \mathbf{1})_{12}$

Tabla 3.2: Espectro de estados de materia (salvo módulos) del orbifoldio  $\mathbb{Z}_3$  con encaje (3.47) y sin líneas de Wilson. La primer columna es la multiplicidad de cada estado.

el campo antisimétrico y los módulos geométricos no se verán modificados. Los bosones cargados, en cambio, deben cumplir ambas ecuaciones en (3.39) lo cual disminuye el número de estados invariantes y da un rompimiento del grupo de norma distinto. En este caso, solamente habrá 8 momentos  $p$  invariantes en el primer factor  $E_8$  y 40 en el segundo, junto con los 16 generadores de Cartan, se encuentra la forma del rompimiento

$$\mathcal{G}_{4D} \longrightarrow \mathcal{G}'_{4D} = \text{SU}(3) \times \text{SU}(2) \times [\text{U}(1)^5 \times \text{SO}(10) \times \text{U}(1)^3], \quad (3.52)$$

donde  $\mathcal{G}_{4D}$  se definió en (3.48). A primera vista, este modelo es un buen candidato para describir la física a bajas energías, ya que contiene los factores necesarios para formar el grupo de norma del modelo estándar. No obstante, hace falta revisar otros aspectos fenomenológicos como el obtener los valores adecuados de los acoplamientos de Yukawa, el decaimiento del protón y la generación de masa de los neutrinos.

Por último, cabe aclarar que el espectro de materia también se ve modificado al requerir que se satisfagan las condiciones de invarianza modular. Ahora está involucrada la estructura del grupo de espacio, por ejemplo, el centralizador de  $g = (\mathbb{1}, 0)$  se genera no sólo con  $(\vartheta, 0)$ , también están los elementos  $(\mathbb{1}, e_\alpha)$  con  $\alpha = 1, \dots, 6$ . Como resultado, los momentos  $p$  y  $p_{\text{sh}}$  deben satisfacer condiciones más restrictivas. En el sector torcido, ya no habrá una degeneración de estados debida a los puntos fijos, más bien, cada uno de ellos genera contenido diferente según el elemento constructor al que se asocian.



## Capítulo 4

# Acoplamientos en orbifolios heteróticos con $Z'$

En este capítulo se presentan los resultados del trabajo publicado en nuestro artículo [15], en colaboración con Yessenia Olgún Trejo, Ricardo Pérez Martínez y Saúl Noé Ramos Sánchez. Se realizó una búsqueda de modelos, provenientes de la compactificación de la cuerda heterótica, que son buenos candidatos a extensiones tipo  $U(1)'$  del SM y MSSM a bajas energías. Estos modelos, como se mencionó en el capítulo 2, son relevantes fenomenológicamente, por ejemplo, pueden usarse para la física de neutrinos y materia oscura, podrían dar una explicación a la anomalía<sup>1</sup>  $g_\mu - 2$  o estabilizar el potencial del Higgs. Con esta motivación, buscamos observar el acoplamiento de norma de la  $U(1)'$  a bajas energías en modelos viables, nuestra búsqueda tiene dos fases principales.

Primero se generó una lista de modelos cuyo grupo de norma contiene, de forma genérica, varios factores abelianos y presentan exóticos de tipo vectorial respecto al grupo de norma del SM. Pensando en un escenario en el que el rompimiento del grupo de la compactificación puede llevarse a cabo, desacoplando los exóticos vectoriales y dejando un grupo de norma efectivo  $\mathcal{G}_{\text{eff}} = \mathcal{G}_{\text{SM}} \times U(1)'$ , analizamos el posible valor del acoplamiento de norma de la  $U(1)'$  a bajas energías, donde podrían observarse sus efectos.

Suponiendo que ocurre un rompimiento espontáneo de la simetría abeliana extra a una escala umbral  $\Lambda_{Z'} = 2 \text{ TeV}$  (ver sección 2.3) y que la supersimetría se rompe en  $\Lambda_{\text{SUSY}} \geq \Lambda_{Z'}$ , caracterizamos la evolución de los acoplamientos de norma mediante las ecuaciones del grupo de renormalización (RGE) a un lazo. El orden de esta aproximación es consistente dado que existen correcciones de umbral que no tomamos en cuenta. Al restringir nuestros vacíos efectivos bajo la condición de la unificación de los acoplamientos de norma, observamos que en orbifolios heteróticos existen rangos permitidos para los valores del acoplamiento de la  $U(1)'$  a la escala de TeV, el acoplamiento unificado y la misma escala de unificación.

---

<sup>1</sup>Una discrepancia entre el valor del momento magnético del muón en el SM y su medición.

Orbifolio	Condiciones sobre las líneas de Wilson
$\mathbb{Z}_8$ -I (1,1)	$2A_1 \approx 2A_5 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4; A_5 \approx A_6$
$\mathbb{Z}_8$ -I (2,1)	$2A_1 \approx 2A_5 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4; A_5 \approx A_6$
$\mathbb{Z}_8$ -I (3,1)	$4A_1 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4 \approx A_5 \approx A_6$
$\mathbb{Z}_8$ -II (1,1)	$2A_1 \approx 2A_5 \approx 2A_6 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4$
$\mathbb{Z}_8$ -II (2,1)	$4A_1 \approx 2A_6 \approx 0; A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4 \approx A_5$

Tabla 4.1: Orden y relaciones entre las WL de orbifolios  $\mathbb{Z}_8$  según la geometría de la compactificación.  $A_\alpha \approx A_\beta$  denota equivalencia salvo una traslación en la retícula de raíces de  $E_8 \times E_8$ .

## 4.1. Modelos fenomenológicamente viables

Para nuestro escenario consideramos la compactificación de la cuerda heterótica, con grupo de norma  $E_8 \times E_8$ , en un orbifolio toroidal  $\mathbb{Z}_8$  que preserva supersimetría con  $\mathcal{N} = 1$  en cuatro dimensiones. Esta elección se debe a que dicho orbifolio presenta la mayor cantidad de modelos que contienen al MSSM hallados en búsquedas anteriores [26], esto garantiza que tomaremos una buena cantidad de modelos con fenomenología prometedora. Usamos la notación  $\mathbb{Z}_8$ -I y  $\mathbb{Z}_8$ -II para referirnos a los dos grupos de punto posibles para el orbifolio dada la existencia de dos vectores de torcedura válidos  $v_I = \frac{1}{8}(1, 2, -3)$  y  $v_{II} = \frac{1}{8}(1, 3, -4)$ , respectivamente. Entre los dos grupos de punto hay 5 geometrías del toro  $\mathbb{T}^6$  inequivalentes (en [25] se pueden consultar los detalles) que denotamos por  $\mathbb{Z}_8$ -I ( $i, 1$ ) para  $i = 1, 2, 3$  y  $\mathbb{Z}_8$ -II ( $j, 1$ ) para  $j = 1, 2$  siguiendo a [56].

Tal como se discutió con detalle en el capítulo anterior, se requiere de un encaje de la acción del orbifolio en los grados de libertad de norma, que está dado por el vector de traslación  $V$  y las líneas de Wilson  $A_\alpha$ ,  $\alpha = 1, \dots, 6$ . Junto con el vector de torcedura, deben satisfacerse las condiciones de invarianza modular (3.18) y (3.19) con  $N = 8$ ; además, la acción del orbifolio determina el orden de cada WL y las relaciones entre ellas. Para orbifolios  $\mathbb{Z}_8$  se presentan estas restricciones en la tabla 4.1.

Dadas las condiciones descritas arriba es posible calcular el espectro de estados no masivos de cuerdas, lo cual se ha automatizado en el programa `orbifolder` [58]. Con dicha herramienta se encuentran los modelos consistentes, se calculan los espectros correspondientes y se identifican modelos fenomenológicamente viables. Por un lado, el grupo de norma a la escala de la compactificación en estos modelos es

$$\mathcal{G}_{4D} = \mathcal{G}_{SM} \times [U(1)']^n \times \mathcal{G}_{hidden}, \quad (4.1)$$

donde  $\mathcal{G}_{hidden}$  es un grupo de norma no abeliano (suele consistir en factores  $SU(M)$ ) que se considera oculto debido a que la mayoría de los campos del MSSM no están cargados bajo él. En (4.1)  $n \leq 10$  según el modelo y a lo más uno de los factores abelianos es (pseudo-)anómalo, es decir, hay contribuciones a diagramas de triángulo que parecen ser un problema. Esto se resuelve porque la teoría presenta las contribuciones adecuadas para cancelar las anomalías, lo cual se hace evidente

Orbifolio	# modelos tipo MSSM	vacíos efectivos	Orbifolio	# modelos tipo MSSM	vacíos efectivos
$\mathbb{Z}_8$ -I (1,1)	268	1,362	$\mathbb{Z}_8$ -II (1,1)	2,023	10,023
$\mathbb{Z}_8$ -I (2,1)	246	1,097	$\mathbb{Z}_8$ -II (2,1)	505	2,813
$\mathbb{Z}_8$ -I (3,1)	389	1,989			

Tabla 4.2: Número de modelos no equivalentes tipo MSSM encontrados en [26] para cada geometría del orbifolio  $\mathbb{Z}_8$  de la cuerda heterótica. En la tercera y sexta columnas se lee, en cada caso, el número de vacíos efectivos con propiedades tipo MSSM y grupo de norma  $\mathcal{G}_{\text{eff}} = \mathcal{G}_{\text{SM}} \times \text{U}(1)'$ .

mediante el mecanismo de Green-Schwarz. En  $\mathcal{G}_{\text{SM}} = \text{SU}(3)_c \times \text{SU}(2)_L \times \text{U}(1)_Y$  el grupo de norma abeliano asociado a la hipercarga no es anómalo.

El espectro no masivo de las compactificaciones incluye el del MSSM, además de exóticos vectoriales respecto a  $\mathcal{G}_{\text{SM}}$ . Resulta importante que en todos los modelos existe un buen número de singuletes del SM, estos, adquieren un VEV de orden  $\mathcal{O}(0.1)$  (en unidades de Planck) generando masas grandes para los exóticos tipo vector y para ellos mismos. De esta forma, los campos de materia extra se desacoplan de la teoría efectiva a bajas energías. A la vez, estos singuletes están cargados bajo el factor  $[\text{U}(1)']^n$  del grupo de norma, lo que permite su rompimiento.

Respecto al grupo de norma a bajas energías, siempre se puede encontrar una configuración de los VEV de los singuletes del SM de forma que se conserve la supersimetría y se obtenga el grupo de norma efectivo

$$\mathcal{G}_{\text{eff}} = \mathcal{G}_{\text{SM}} \times \text{U}(1)' \subset \mathcal{G}_{4\text{D}}, \quad (4.2)$$

tras el rompimiento espontáneo. Nótese que dejamos de lado el sector de norma oculto  $\mathcal{G}_{\text{hidden}}$ . El grupo  $\text{U}(1)'$  puede ser alguno de los factores  $\text{U}(1)'_\alpha$ ,  $\alpha = 1, \dots, n$ , en (4.1) o una combinación lineal de ellos. En este trabajo, nos restringimos a que sea alguno de los factores sin anomalía originales  $\text{U}(1)'_\alpha$  por razones prácticas. De esta forma hallamos 17,284 vacíos efectivos, en la tabla 4.2 se presenta el número de ellos para cada geometría del orbifolio  $\mathbb{Z}_8$ , los vectores de traslación y líneas de Wilson de cada modelo pueden consultarse en [59].

Como se mencionó al final del capítulo anterior, las cargas de los estados bajo las simetrías abelianas están dadas por  $q_\alpha = t_\alpha \cdot p$  con  $p \in \Lambda$ , la retícula de raíces de  $\text{E}_8 \times \text{E}_8$ . Los  $t_\alpha$  son los generadores de las  $\text{U}(1)'_\alpha$ , ya que los bosones de norma de estas simetrías se pueden descomponer como

$$T_\alpha = \sum_{I=1}^{16} t_\alpha^I H_I, \quad \alpha = 1, \dots, n, \quad (4.3)$$

donde los  $H_I$  son los generadores de Cartan de  $\text{E}_8 \times \text{E}_8$ . Adaptamos la normalización  $k|t_\alpha|^2 = 1$  para las  $\text{U}(1)'$  ( $|t_1|^2 = 5/6$  para la hipercarga) y todas las álgebras asociadas al grupo de norma tienen nivel de Kac-Moody  $k = 2$ . En este caso, la función cinética de norma a nivel de árbol es



$f_\alpha = S$ , donde  $S$  es la componente escalar del (axio-)dilatón. En consecuencia, el acoplamiento de norma a nivel de árbol cumple  $g_s^{-2} = \langle \text{Re}S \rangle$  a la escala de la cuerda (heterótica)  $M_{\text{str}} \approx 10^{17}$  GeV.

Una característica de los modelos con varios factores de norma abelianos es la posible mezcla cinética, lo cual se describió en el capítulo 2. En el caso de los orbifolios heteróticos, se encuentra que para modelos con características viables la mezcla cinética es del orden de  $10^{-4} - 10^{-2}$  [60], con lo cual su efecto no es relevante para nuestro análisis. Antes de seguir, también hay que mencionar que de manera general el espectro del MSSM y los exóticos de nuestros modelos están cargados bajo la  $U(1)'$ . De ahí que los exóticos vectoriales respecto a  $\mathcal{G}_{\text{eff}}$  se desacoplan de la teoría a bajas energías, esto permite interacciones entre campos del SM y los exóticos, lo cual resulta en nueva fenomenología. En particular, esto modifica la evolución de los acoplamientos mediante las ecuaciones del grupo de renormalización, como veremos a continuación.

## 4.2. Acoplamientos de $U(1)'$ con cuerdas

Para estudiar el valor del acoplamiento de las  $U(1)'$  en nuestros modelos imponemos la unificación de los acoplamientos de norma a cierta escala y partimos de los valores para el SM a bajas energías. Esto se debe a que, a pesar de que conocemos el acoplamiento  $g_s^{-2} = \langle \text{Re}S \rangle$  a la escala  $M_{\text{str}}$ , por debajo de ella los acoplamientos adquieren contribuciones diferentes de los demás módulos. La estabilización de estos campos también es un desafío [61, 62], por lo que no es práctico el calcular los valores de los acoplamientos en la teoría efectiva.

Comenzamos, entonces, con los valores de los acoplamientos de norma a la escala de la masa del bosón  $Z$ ,  $m_Z = 91.18$  GeV, ya mencionados en (1.35) y obtenemos sus valores a energías mayores mediante las RGE. Como se ha adelantado en los capítulos 1 y 2, debemos aplicar restricciones a dicha evolución para hacerla consistente con las observaciones. Por un lado, el umbral para un bosón  $Z'$  es elegido en  $\Lambda_{Z'} = 2$  TeV, así que por debajo de esa escala solo el contenido de campos del SM afecta las ecuaciones. Por arriba de dicha escala aparecen los exóticos y es relevante la evolución del acoplamiento de la simetría abeliana extra.

Además, nuestros vacíos efectivos presentan SUSY con  $\mathcal{N} = 1$  que debe romperse a una escala compatible con las observaciones. Elegimos tres distintas escalas de rompimiento de supersimetría, primero  $\Lambda_{\text{SUSY}} = \Lambda_{Z'}$  cubre el caso en el que se puede observar SUSY a las energías que llegan los colisionadores. Como se mencionó en la sección 1.2, la física del Higgs podría estar relacionada con una escala del orden de  $\Lambda_{\text{SUSY}} = 10^{12}$  GeV, y por último, puede ser importante el caso con rompimiento a la escala de cuerdas  $\Lambda_{\text{SUSY}} = 10^{17}$  GeV. Esto define tres escenarios para cada modelo, tales que por arriba de  $\Lambda_{\text{SUSY}}$  el espectro del SM se complementa con el del MSSM y los exóticos adquieren supercompañeros.

En la figura 4.1 se describe con detalle el escenario planteado. Esperamos la unificación de los acoplamientos a cierta escala  $M_{\text{GUT}}$  y denotamos la intensidad del acoplamiento unificado por  $\alpha_{\text{GUT}}$ . De las ecuaciones del grupo de renormalización a un lazo obtenemos la evolución de los acoplamientos del SM,  $\alpha_i$  con  $i = 1, 2, 3$ . Comenzando a una energía igual a la masa del  $Z$ , calculamos la evolución hacia energías mayores hasta encontrar la escala de unificación, si es que

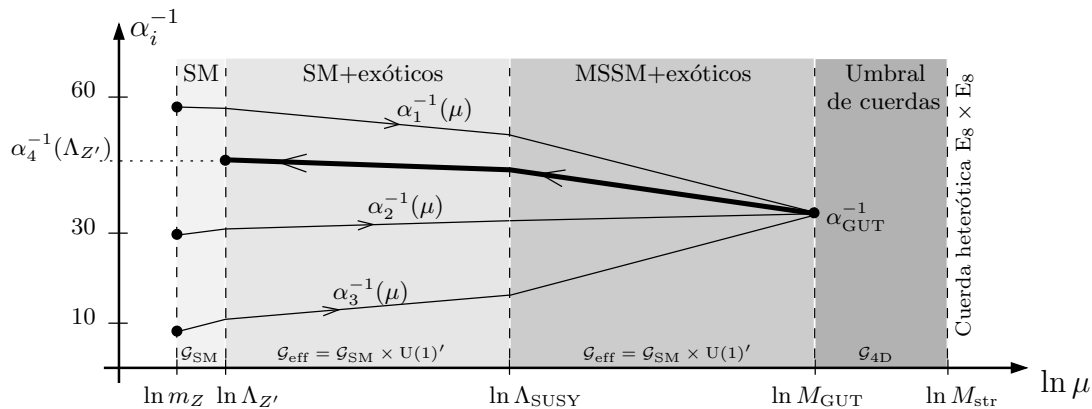


Figura 4.1: Esquema de nuestro método para determinar la intensidad de acoplamiento  $\alpha_4$ , la escala de unificación  $M_{\text{GUT}}$  y el valor del acoplamiento unificado  $\alpha_{\text{GUT}}$ . Tomamos  $\Lambda_{Z'} = 2$  TeV y los tres casos  $\Lambda_{\text{SUSY}} = \Lambda_{Z'}, 10^{12}$  GeV y  $10^{17}$  GeV con  $M_{\text{str}} \approx 10^{17}$  GeV. Se representa el caso  $\Lambda_{Z'} < \Lambda_{\text{SUSY}} < M_{\text{GUT}}$ .

existe en el modelo. Luego, calculamos cómo cambia el acoplamiento de la  $U(1)'$ , que nombramos  $\alpha_4$ , desde  $M_{\text{GUT}}$  hacia energías menores hasta llegar a la escala de rompimiento  $\Lambda_{Z'}$ . Por arriba de  $\Lambda_{\text{SUSY}}$  tenemos supermultipletes completos en el espectro, sin embargo al cruzar dicho umbral varios campos se desacoplan. Sin entrar en detalles sobre el rompimiento de SUSY, postulamos que por debajo de  $\Lambda_{\text{SUSY}}$  nuestros modelos mantienen las representaciones fermiónicas y escalares del SM, mientras que los exóticos consisten en su mayoría de fermiones, a excepción de un único escalar. Dicho campo escalar es un singulete del SM y, en un escenario mínimo, rompe la simetría  $U(1)'$  al adquirir un VEV.

Entre la escala de cuerdas  $M_{\text{str}}$  y la de unificación de los acoplamientos  $M_{\text{GUT}}$  los exóticos vectoriales adquieren masas a la vez que el grupo de norma  $\mathcal{G}_{4\text{D}}$  se rompe en  $\mathcal{G}_{\text{eff}}$ . Esto puede ocurrir en varias escalas intermedias en las que esperamos también los efectos del mecanismo de Green-Schwarz y la estabilización de los módulos. Suponemos que estas correcciones de umbral provenientes de cuerdas no evitan la unificación de los acoplamientos, aunque sí provocan una diferencia entre el valor de  $\alpha_{\text{GUT}}$  y el acoplamiento  $\alpha_{\text{str}} = g_s^2/4\pi$  según el modelo.

#### 4.2.1. Resultados de la búsqueda

Al calcular los coeficientes de las funciones beta para los acoplamientos de norma —las constantes  $b_i$  en la ecuación (1.46)— encontramos que una fracción de ellos presentan espectros de partículas que no están cargadas bajo la  $U(1)'$ , es decir,  $b_4 = 0$ . En detalle, 3.5% de los vacíos efectivos en la tabla 4.2 tienen  $(b_1, b_2, b_3, b_4) = (33/5, 1, -3, 0)$ , esto es, presentan el espectro del MSSM (cf. con (1.47)) por arriba de  $\Lambda_{\text{SUSY}}$ . Además, el 1.3% de los vacíos tienen  $b_4 = 0$  a pesar de presentar exóticos, es decir,  $b_i \neq b_i^{\text{MSSM}}$ . En ambos casos el acoplamiento del bosón  $Z'$  con la materia observable está suprimido, razón por la cual no consideramos estos modelos en el análisis.

48 CAPÍTULO 4. ACOPLAMIENTOS EN ORBIFOLIOS HETERÓTICOS CON  $Z'$

Orbifolio	Vacíos MSSM	Vacíos efectivos de interés					
		$\Lambda_{\text{SUSY}} = \Lambda_{Z'}$		$\Lambda_{\text{SUSY}} = 10^{12} \text{ GeV}$		$\Lambda_{\text{SUSY}} = 10^{17} \text{ GeV}$	
		$\alpha_1 = \alpha_2$	unificados	$\alpha_1 = \alpha_2$	unificados	$\alpha_1 = \alpha_2$	unificados
$\mathbb{Z}_8\text{-I (1,1)}$	58	681	2	1,218	8	1,253	20
$\mathbb{Z}_8\text{-I (2,1)}$	116	421	0	940	2	958	3
$\mathbb{Z}_8\text{-I (3,1)}$	76	1,101	8	1,792	7	1,844	20
$\mathbb{Z}_8\text{-II (1,1)}$	245	6,476	60	8,970	181	9,245	114
$\mathbb{Z}_8\text{-II (2,1)}$	111	1,929	7	2,567	71	2,631	51
totales	606	10,608	77	15,487	269	15,931	208

Tabla 4.3: Número de vacíos efectivos que contienen el espectro del MSSM (tipo MSSM) y surgen de orbifolios heteróticos  $\mathbb{Z}_8$  con simetrías  $U(1)'$  y unificación de los acoplamientos de norma. Para cada geometría del orbifolio, la segunda columna muestra el número de vacíos donde la evolución de las RGE es exactamente la del MSSM, es decir, con  $b_i = b_i^{\text{MSSM}} \in \{33/5, 1, -3, 0\}$ . Descartando estos modelos, al igual que otros que son inconsistentes, se encuentra el número de vacíos dado en las siguientes columnas con unificación parcial ( $\alpha_1 = \alpha_2$ ) y total de los acoplamientos de norma ( $\alpha_{\text{GUT}} = \alpha_i$ ) para cada elección de  $\Lambda_{\text{SUSY}}$ .

A pesar de esto, dichos escenarios pueden ser relevantes y sus consecuencias fenomenológicas han sido consideradas (por ejemplo en [63, 64]).

Usamos la solución de las RGE (ecuación (1.32)) para encontrar la evolución de los acoplamientos, sobre la cual debemos imponer constricciones que evitan modelos con inconsistencias. En primer lugar, la escala de unificación no puede ser  $M_{\text{GUT}} < m_Z$  o  $M_{\text{GUT}} > M_{\text{str}}$ , el primer caso está excluido por las observaciones y el segundo no aplica porque los vacíos efectivos son válidos debajo de la escala  $M_{\text{str}}$ . En segundo lugar, descartamos modelos en los cuales los acoplamientos  $\alpha_i = g_i^2/4\pi$  adquieren valores negativos y en los que superan el límite perturbativo  $\alpha_i > 1$  a cierta escala, ya que provienen de la teoría de cuerdas débilmente acoplada.

Obtuvimos los vacíos efectivos de interés, es decir, aquellos con acoplamientos de norma unificados en dos pasos. Primero caracterizamos los modelos con unificación  $SU(2)_L - U(1)$ , esto es, aquellos con  $\alpha_1 = \alpha_2$ . Luego, imponemos la condición  $\alpha_{\text{GUT}} \equiv \alpha_1 = \alpha_2 \approx \alpha_3$ , lo cual define la escala  $M_{\text{GUT}}$  y donde permitimos una desviación pequeña  $|\alpha_{\text{GUT}}^{-1} - \alpha_3^{-1}(M_{\text{GUT}})| < 0.26$ . Esta diferencia corresponde al intervalo de  $3\sigma$  alrededor de la medición del acoplamiento fuerte  $\alpha_3(m_Z)$ , donde  $\sigma$  es la desviación estándar. En la tabla 4.3 se presentan el número de modelos encontrados en cada paso para las tres opciones de escala  $\Lambda_{\text{SUSY}}$ . Debe notarse que el número de vacíos efectivos que cumplen todas las restricciones es reducido, del orden de cientos para todos los orbifolios  $\mathbb{Z}_8$ . Los detalles de estos vacíos efectivos pueden consultarse en [65].

Cabe mencionar que el número de vacíos encontrados y filtrados con las condiciones que imponemos varía según la geometría del orbifolio  $\mathbb{Z}_8$  que se analice. Por ejemplo, en el caso del  $\mathbb{Z}_8\text{-I}$

(1,1) con  $\Lambda_{\text{SUSY}} = 2 \text{ TeV}$  encontramos 1,362 vacíos efectivos. De estos, 205 presentan una escala de unificación  $M_{\text{GUT}}$  fuera del intervalo admisible, en 321 se obtienen valores negativos para alguno de los acoplamientos  $\alpha_i$  y en 89 vacíos se supera el límite perturbativo ( $\alpha_i > 1$ ) para algún acoplamiento. En la tabla 4.3 vemos que, tras descartar esos vacíos, nos quedamos con 681 donde es posible analizar la unificación parcial  $\alpha_1 = \alpha_2$ , no obstante, solamente 2 de ellos presentan unificación de los tres acoplamientos del SM según nuestro criterio.

En la figura 4.2 se presentan los resultados para modelos con unificación  $SU(2)_L - U(1)$ . Las gráficas en la columna de la izquierda muestran la frecuencia con la que aparecen modelos con acoplamiento  $\alpha_4$  (se grafica el inverso  $\alpha_4^{-1}$  en el eje vertical) a la escala  $\Lambda_{Z'} = 2 \text{ TeV}$  y con  $\alpha_1 = \alpha_2$  a la energía denotada por  $M_{\text{GUT}}$ . En estas gráficas el tamaño y color de la burbuja, centrada en cada combinación de valores, representa la frecuencia de modelos. Las burbujas pequeñas en color morado corresponden a lo más a 6 modelos, mientras que las rojas están centradas en la combinación más frecuente. En la columna derecha se grafica el inverso del acoplamiento unificado  $\alpha_{\text{GUT}}^{-1}$  contra  $M_{\text{GUT}}$ , en este caso las burbujas moradas corresponden a menos de 50 vacíos con esos valores.

Antes de restringir los vacíos con la última condición podemos hacer algunas observaciones sobre los rangos de valores obtenidos y la regularidad de las gráficas de frecuencia. Sin importar la escala de rompimiento de SUSY, encontramos que los vacíos efectivos provenientes de orbifolios  $\mathbb{Z}_8$  restringen el valor del acoplamiento de la simetría  $U(1)'$  a bajas energías. De manera robusta obtenemos valores de la intensidad del acoplamiento en  $20 < \alpha_4^{-1}(2 \text{ TeV}) < 80$ , lo cual corresponde a  $0.4 < g_4(2 \text{ TeV}) < 0.8$ . Esperamos que este límite, o uno similar, sea válido también para otros modelos de la cuerda heterótica con propiedades semi-realistas. Este rango de valores para el acoplamiento  $g_4$  es el resultado principal del trabajo, debe notarse que el intervalo se refina levemente al restringir los modelos a unificación completa.

El valor más común de  $\alpha_4^{-1}(2 \text{ TeV})$  fue de  $\alpha_4^{-1} \sim 30$  para rompimiento de supersimetría a bajas energías, y de  $\alpha_4^{-1} \sim 60$  para rompimiento a energía intermedia y alta. De las gráficas de frecuencia podemos ver otros límites generales, a saber,  $\alpha_{\text{GUT}}^{-1} < 30$  para rompimiento de SUSY a bajas energías, mientras que  $\alpha_{\text{GUT}}^{-1} < 45$  para las otras escalas. En los tres casos se obtiene  $M_{\text{GUT}} > 10^8 \text{ GeV}$ . Podemos calcular promedios para resumir la distribución de los valores, aunque quizá ningún modelo tenga como acoplamiento o escala de unificación tal valor. Para rompimiento de SUSY a bajas energías  $\overline{M_{\text{GUT}}} \approx 10^{16} \text{ GeV}$  y  $\overline{\alpha_{\text{GUT}}^{-1}} \approx 13$ , y en los otros dos casos  $\overline{M_{\text{GUT}}} \approx 10^{15} \text{ GeV}$  y  $\overline{\alpha_{\text{GUT}}^{-1}} \approx 30$ . Estas observaciones no son definitivas pues la mayoría de los modelos resultan ser descartados, una medida de esto se obtiene al calcular el promedio de las diferencias  $\Delta \equiv |\alpha_{\text{GUT}} - \alpha_3(M_{\text{GUT}})|$  que es de  $\overline{\Delta} \approx \alpha_{\text{GUT}}$  para rompimiento de SUSY a bajas energías y de  $\overline{\Delta} \approx \frac{1}{3}\alpha_{\text{GUT}}$  para  $\Lambda_{\text{SUSY}}$  intermedia y alta.

Al observar las gráficas en 4.2 salta a la vista que varios vacíos efectivos se acomodan en líneas verticales o diagonales. Para el caso con  $\Lambda_{\text{SUSY}} = \Lambda_{Z'}$  las soluciones de las RGE a un lazo (1.32) implican que

$$\ln \frac{M_{\text{GUT}}}{\Lambda_{Z'}} = 2\pi \frac{\alpha_1^{-1}(\Lambda_{Z'}) - \alpha_2^{-1}(\Lambda_{Z'})}{b_1 - b_2},$$

## 50 CAPÍTULO 4. ACOPLAMIENTOS EN ORBIFOLIOS HETERÓTICOS CON $Z'$

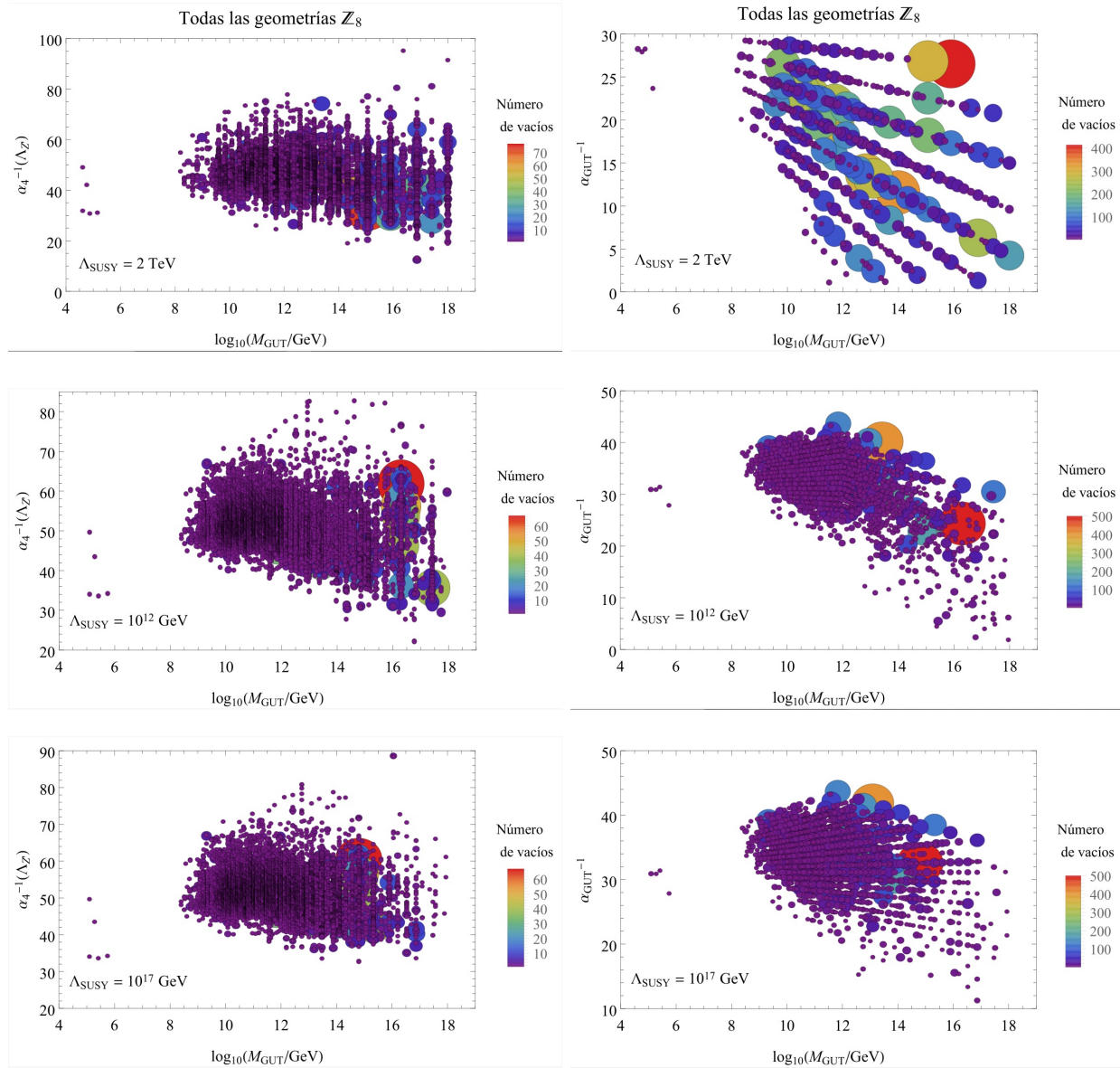


Figura 4.2: Gráficas de frecuencia de vacíos efectivos con determinados valores de  $M_{GUT}$  contra  $\alpha_4^{-1}(\Lambda_{Z'})$  (columna de la izquierda) o contra  $\alpha_{GUT}^{-1}$  (columna de la derecha) para las tres elecciones de escala  $\Lambda_{SUSY}$  y con unificación parcial de los acoplamientos de norma  $\alpha_{GUT} \equiv \alpha_1 = \alpha_2 \neq \alpha_3$ . El número de vacíos se representa por el radio y color de la burbuja centrada en cada combinación de valores.

donde solo  $M_{\text{GUT}}$  y  $b_1 - b_2$  dependen del modelo. Por esta razón, los vacíos efectivos con el mismo valor de la diferencia  $b_1 - b_2$  tendrán la misma escala de unificación, formando las líneas verticales. Aún más, como los  $b_i$  son siempre números racionales sus diferencias generan valores de  $M_{\text{GUT}}$  tales que las líneas están separadas y se pueden distinguir en las gráficas. Por otro lado, las líneas diagonales se explican con la ecuación

$$\alpha_{\text{GUT}}^{-1} = \alpha_2^{-1}(M_{\text{GUT}}) = \alpha_2^{-1}(\Lambda_{Z'}) - \frac{b_2}{2\pi} \ln \frac{M_{\text{GUT}}}{\Lambda_{Z'}},$$

que se obtiene de la evolución de la intensidad de acoplamiento  $\alpha_2$ . Diferentes vacíos con el mismo valor de  $b_2$  están en la misma línea diagonal en la gráfica de  $M_{\text{GUT}}$  contra  $\alpha_{\text{GUT}}^{-1}$ .

En la figura 4.3 se presentan, finalmente, las gráficas de frecuencia de los valores de  $M_{\text{GUT}}$  contra  $\alpha_4^{-1}(2 \text{ TeV})$  y  $\alpha_{\text{GUT}}^{-1}$  de los vacíos del orbifoldio  $\mathbb{Z}_8$  que presentan unificación de los acoplamientos de norma. Las primeras dos gráficas corresponden al rompimiento de SUSY a bajas energías, en cuyo caso el acoplamiento de la  $U(1)'$  queda restringido a  $25 \leq \alpha_4^{-1}(2 \text{ TeV}) \leq 60$ , o bien  $0.46 \leq g_4(2 \text{ TeV}) \leq 0.7$ . Solamente obtuvimos tres escalas de unificación  $M_{\text{GUT}} \in \{10^{12} \text{ GeV}, 6.6 \times 10^{13} \text{ GeV}, 4.1 \times 10^{16} \text{ GeV}\}$  y el acoplamiento unificado toma unos cuantos valores entre  $5.6 \leq \alpha_{\text{GUT}}^{-1} \leq 21.4$ . El valor más común  $g_4 \approx 0.6$  se acerca por debajo al del acoplamiento de  $SU(2)_L$ . La mayoría de los vacíos adquieren la escala de unificación más alta, esto es, 62 de los 77 totales. A esa escala, el valor  $\alpha_{\text{GUT}} \approx 1/21$  es el que más se repite y es cercano al que suele usarse en teorías de gran unificación  $\alpha_{\text{GUT}} \approx 1/25$ .

Cabe mencionar que el límite de perturbatividad que usamos,  $\alpha_i < 1$ , podría sustituirse por la condición más restrictiva  $g_i < 1$ . En el caso de rompimiento de SUSY a bajas energías, esto resulta en la exclusión de vacíos con  $\alpha_{\text{GUT}}^{-1} \lesssim 11$ . Tal límite descarta la escala de unificación más baja para este caso  $M_{\text{GUT}} = 10^{12} \text{ GeV}$ .

Para rompimiento de SUSY a escala intermedia hay una mayor variedad de valores ocupados por los vacíos efectivos. Aún así el acoplamiento de la simetría abeliana extra está restringido, en este caso, a  $38 < \alpha_4^{-1}(2 \text{ TeV}) \leq 64$  que resulta en  $0.44 \leq g_4(2 \text{ TeV}) < 0.6$ . La escala de unificación toma unos cuantos valores entre  $4.3 \times 10^{11} \text{ GeV} \leq M_{\text{GUT}} \leq 10^{16} \text{ GeV}$ , con acoplamientos a esas energías en el intervalo  $17 < \alpha_{\text{GUT}}^{-1} < 36$ . La distribución de valores es más uniforme, por lo que el valor promedio  $\overline{g_4(2 \text{ TeV})} \approx 0.5$  puede ser representativo. La mayoría de los vacíos caen en  $M_{\text{GUT}} \approx 4.3 \times 10^{11} \text{ GeV}$  con  $\alpha_{\text{GUT}} \approx 1/33$ . Una observación interesante es que a mayor escala de rompimiento de SUSY, los valores de la escala de unificación más comunes tienden a ser menores.

Es notable que el escenario con rompimiento de supersimetría a la escala de cuerdas  $\Lambda_{\text{SUSY}} = M_{\text{str}}$  arroja resultados similares, casi idénticos, en nuestra aproximación a los de vacíos con rompimiento de SUSY a escala intermedia. En particular, el rango de valores para  $\alpha_4^{-1}(2 \text{ TeV})$  es el mismo, salvo un único vacío efectivo que podríamos ignorar. Con esto vemos que, de nuevo, se obtiene el valor promedio  $\overline{g_4(2 \text{ TeV})} \approx 0.5$ . Salta a la vista que en las gráficas de frecuencia de  $M_{\text{GUT}}$  contra  $\alpha_{\text{GUT}}^{-1}$  aparece la misma burbuja roja acompañada de otras más pequeñas alrededor. Esto sugiere que la mayoría de los modelos tienen los mismos valores de dicha escala y acoplamiento, lo cual es confirmado con la lista de datos.

## 52 CAPÍTULO 4. ACOPLAMIENTOS EN ORBIFOLIOS HETERÓTICOS CON $Z'$

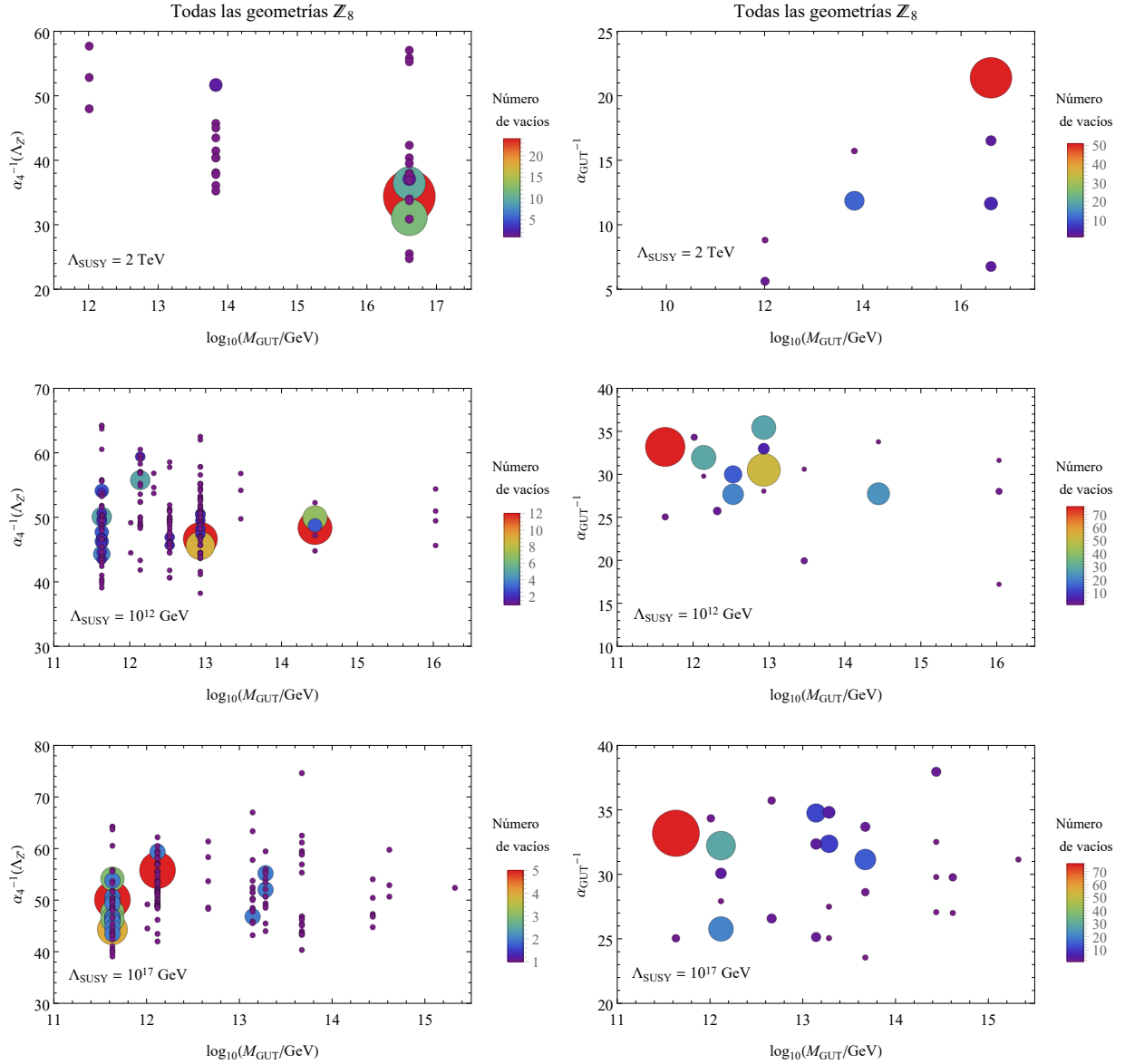


Figura 4.3: Gráficas de frecuencia de vacíos efectivos con determinados valores de  $M_{GUT}$  contra  $\alpha_4^{-1}(\Lambda_{Z'})$  (columna de la izquierda) o contra  $\alpha_{GUT}^{-1}$  (columna de la derecha) para las tres elecciones de escala  $\Lambda_{SUSY}$  y con unificación total de los acoplamientos de norma  $\alpha_{GUT} \equiv \alpha_1 = \alpha_2 \approx \alpha_3$ . El número de vacíos se representa por el radio y color de la burbuja centrada en cada combinación de valores.

### 4.3. Estabilidad del vacío de Higgs con $Z'$

En esta sección se investiga la posibilidad de estabilizar el potencial del Higgs en uno de nuestros vacíos efectivos con unificación de los acoplamientos de norma. La razón para tener esta expectativa es el escenario que se describe en [14], donde se consideran extensiones de  $U(1)'$  al SM con exóticos fermiones y escalares que son singuletes del grupo de norma del SM. En dicho estudio encuentran que, si se respetan algunas constricciones sobre las cargas bajo la nueva simetría, se garantiza que el acoplamiento cuártico del Higgs será positivo a toda escala de energía.

Podemos describir de forma cualitativa el efecto que tiene la nueva simetría y partículas exóticas en las RGE, de forma que se estabiliza el potencial de Higgs. La nueva contribución a la ecuación del acoplamiento cuártico del Higgs (1.36) a un lazo tiene la forma

$$\Delta\beta(\lambda) \propto g_4^2 Q_\phi'^2 + c g_4^4 Q_\phi'^4, \quad (4.4)$$

donde  $Q_\phi'$  es la carga del Higgs bajo la  $U(1)'$ . Por otro lado, la función beta del Yukawa del top —que se puede leer de (1.39)— recibe la contribución

$$\Delta\beta(h_t) \propto -g_4^2(Q_q'^2 + Q_t'^2)h_t, \quad (4.5)$$

donde  $Q_q'$  y  $Q_t'$  denotan las cargas  $U(1)'$  de quarks izquierdos y del top, respectivamente. En ambas ecuaciones las constantes de proporcionalidad ( $c$  y las implícitas) son positivas a la escala de la masa del quark top. Los términos (4.4) tienen el efecto de aumentar el valor de  $\lambda$ , mientras que (4.5) disminuye el de  $h_t$ . Ambas modificaciones contrarrestan la acción del acoplamiento de Yukawa del top, discutida en la sección 1.1.4 con la ecuación (1.42), logrando que  $\lambda > 0$  a toda escala al respetar ciertas condiciones sobre las cargas bajo la simetría abeliana extra.

El análisis hecho en [14] inspira a buscar en nuestros modelos, tras considerar las restricciones en las cargas probamos con un vacío efectivo asociado al orbifoldo  $\mathbb{Z}_8$ -II (2.1) cuyo encaje en el grupo de norma está definido por el vector de desplazamiento  $V$  y las líneas de Wilson  $A_\alpha$ , dados por

$$V = \frac{1}{4} \left( -\frac{7}{2}, 0, 0, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{5}{2}, 3 \right) \left( -4, -1, 0, 0, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 3 \right), \quad (4.6)$$

$$A_1 = \frac{1}{4} \left( 1, -7, -7, -5, 2, 2, 1, -3 \right) \left( -3, 3, -6, -4, 1, -3, 3, 5 \right) \quad \text{y} \quad A_6 = 0.$$

El grupo de norma que resulta del rompimiento debido al encaje es  $\mathcal{G}_{4D} = \mathcal{G}_{SM} \times [U(1)']^6 \times SU(2)^6$ , donde uno de los factores  $U(1)'$  es (pseudo-)anómalo. Al romper espontáneamente  $\mathcal{G}_{4D} \rightarrow \mathcal{G}_{eff}$  mediante una configuración de VEV para los singuletes del SM, se identifican los generadores de hipercarga y de la  $U(1)'$  como

$$t_1 = \frac{1}{4} \left( 1, \frac{5}{3}, \frac{5}{3}, -\frac{5}{3}, 1, 1, 1, 1 \right) \left( 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 \right), \quad (4.7)$$

$$t_4 = \frac{1}{12\sqrt{2}} \left( -3, 0, 0, 0, 1, 1, 1, -2 \right) \left( 0, 0, 0, 0, 0, 8, 8, 0 \right). \quad (4.8)$$



54 CAPÍTULO 4. ACOPLAMIENTOS EN ORBIFOLIOS HETERÓTICOS CON  $Z'$

#	irrep	$f$	#	irrep	$f$	#	irrep	$s$
2	$(\mathbf{1}, \mathbf{2})_{(-1/2, -7/12\sqrt{2})}$	$\ell_{1,2}$	1	$(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1})_{(1/3, 3/4\sqrt{2})}$	$\bar{x}_i$	1	$(\mathbf{1}, \mathbf{2})_{(1/2, -1/3\sqrt{2})}$	$\phi_u$
1	$(\mathbf{1}, \mathbf{2})_{(-1/2, 1/3\sqrt{2})}$	$\ell_3$	1	$(\mathbf{3}, \mathbf{1})_{(-1/3, 1/12\sqrt{2})}$	$x_i$	1	$(\mathbf{1}, \mathbf{2})_{(-1/2, 1/12\sqrt{2})}$	$\phi_d$
2	$(\mathbf{1}, \mathbf{1})_{(1, -1/6\sqrt{2})}$	$\bar{e}_{1,2}$	8	$(\mathbf{1}, \mathbf{2})_{(0, 1/6\sqrt{2})}$	$\eta_i$	1	$(\mathbf{1}, \mathbf{1})_{(0, -1/4\sqrt{2})}$	$s_1$
1	$(\mathbf{1}, \mathbf{1})_{(1, 1/12\sqrt{2})}$	$\bar{e}_3$	8	$(\mathbf{1}, \mathbf{1})_{(1/2, 1/6\sqrt{2})}$	$\zeta_i$	1	$(\mathbf{1}, \mathbf{1})_{(0, 1/3\sqrt{2})}$	$s_2$
2	$(\mathbf{3}, \mathbf{2})_{(1/6, -1/6\sqrt{2})}$	$q_{1,2}$	8	$(\mathbf{1}, \mathbf{1})_{(-1/2, 7/12\sqrt{2})}$	$\bar{\zeta}_i$			
1	$(\mathbf{3}, \mathbf{2})_{(1/6, 1/4\sqrt{2})}$	$q_3$	8	$(\mathbf{1}, \mathbf{1})_{(-1/2, -1/12\sqrt{2})}$	$\bar{\kappa}_i$			
2	$(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1})_{(-2/3, -1/6\sqrt{2})}$	$\bar{u}_{1,2}$	8	$(\mathbf{1}, \mathbf{1})_{(1/2, -1/6\sqrt{2})}$	$\kappa_i$			
1	$(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1})_{(-2/3, 1/12\sqrt{2})}$	$\bar{u}_3$	11	$(\mathbf{1}, \mathbf{1})_{(0, 1/3\sqrt{2})}$	$N_i^a$			
2	$(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1})_{(1/3, -7/12\sqrt{2})}$	$\bar{d}_{1,2}$	10	$(\mathbf{1}, \mathbf{1})_{(0, -2/3\sqrt{2})}$	$N_i^b$			
1	$(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1})_{(1/3, 3/4\sqrt{2})}$	$\bar{d}_3$	8	$(\mathbf{1}, \mathbf{1})_{(0, -1/12\sqrt{2})}$	$N_i^c$			
			6	$(\mathbf{1}, \mathbf{1})_{(0, -5/12\sqrt{2})}$	$N_i^d$			
			4	$(\mathbf{1}, \mathbf{1})_{(0, 7/12\sqrt{2})}$	$N_i^e$			
			2	$(\mathbf{1}, \mathbf{1})_{(0, -1/4\sqrt{2})}$	$N_i^f$			

Tabla 4.4: Espectro de partículas no masivas para el vacío efectivo estudiado en esta sección. El grupo de norma es  $\mathcal{G}_{\text{eff}}$ , las representaciones respecto a  $\text{SU}(3)_c \times \text{SU}(2)_L$  se escriben en negritas, mientras que la hipercarga y la carga bajo la  $\text{U}(1)'$  se escriben en el subíndice con ese orden. Las columnas etiquetadas con “#” muestran la multiplicidad de cada estado. La primer tabla a la izquierda contiene los fermiones del SM, la de en medio muestra a los fermiones exóticos y la última a los escalares, incluyendo dos dobletes de Higgs.

El espectro no masivo de este vacío efectivo, luego de que los exóticos vectoriales respecto a  $\mathcal{G}_{\text{eff}}$  se han desacoplado y por debajo de  $\Lambda_{\text{SUSY}} = 10^{12}$  GeV, se presenta en la tabla 4.4. Se identifica el contenido del SM, un bosón de Higgs extra y otros exóticos que son en su mayoría fermiones e incluyen singuletes del SM. Se eligen dos escalares,  $s_1$  y  $s_2$ , para el rompimiento espontáneo de la  $\text{U}(1)'$ , de modo que todos los exóticos obtengan masa.

Haciendo uso del paquete SARAH [36] se calculó la evolución de los acoplamientos de norma a un lazo con el método antes descrito. Se encontró un acoplamiento a bajas energías de  $g_4(2 \text{ TeV}) \approx 0.49$  y una escala de unificación  $M_{\text{GUT}} \sim \Lambda_{\text{SUSY}} = 10^{12}$  GeV. Es necesario suponer que los dos escalares  $s_1$  y  $s_2$  adquieren un VEV, de forma que los acoplamientos permitidos con fermiones exóticos resulten en términos de masa que los desacoplen por debajo de  $\Lambda_{Z'} = 2 \text{ TeV}$ . Tomando los valores de la ecuación (1.43) como condiciones iniciales, evolucionamos los acoplamientos del SM por debajo de  $\Lambda_{Z'}$ . Para el rango de la escala de renormalización entre  $\Lambda_{Z'} < \mu < \Lambda_{\text{SUSY}}$  se incluye el espectro de la tabla 4.4. Suponemos que la contribución del doblete de Higgs tipo up,  $\phi_u$ , domina el valor del acoplamiento cuártico del Higgs, de manera que nos podemos enfocar en la dependencia con la energía de dicho acoplamiento.

En la figura 4.4 se presenta el resultado de las RGE a un lazo, la dependencia con la energía de los acoplamientos de norma y el cuártico del Higgs,  $\lambda$ , cuyo rango extendemos más allá de  $\Lambda_{\text{SUSY}}$ . Dicha extensión permite revisar que el acoplamiento sea positivo y no deje de ser perturbativo. Para

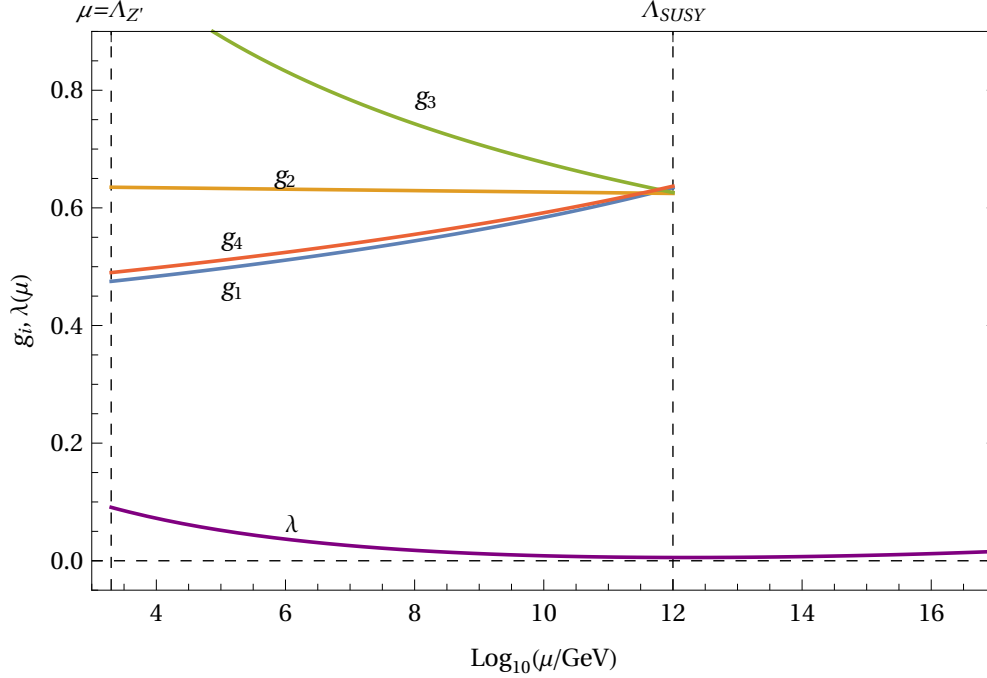


Figura 4.4: Dependencia de los acoplamientos de norma ( $g_i$ ) y del cuártico del Higgs ( $\lambda$ ) con la escala de renormalización para el vacío efectivo del orbifoldio  $\mathbb{Z}_8$ -II (2,1) que analizamos en esta sección. Obtuvimos estas funciones resolviendo las RGE a un lazo con el paquete SARAH. Los acoplamientos de norma se unifican en  $M_{\text{GUT}} \approx 10^{12}$  GeV tomando el valor  $\alpha_{\text{GUT}} \approx 1/32$ . El acoplamiento de la simetría  $U(1)'$  a la escala  $\Lambda_{Z'} = 2$  TeV es  $g_4 \approx 0.49$ . Observamos que  $\lambda$  es positivo y permanece en el régimen perturbativo con lo que obtenemos, potencialmente, un modelo viable que soluciona la meta-estabilidad del potencial del Higgs.

revisar el posible alcance de nuestro estudio permitimos valores no nulos para otros acoplamientos cuárticos del resto de los escalares ( $\phi_d$ ,  $s_1$  y  $s_2$ ) y encontramos que los resultados no se alteran si los valores de dichos acoplamientos son cercanos al de  $\lambda$  a una escala igual a la masa del quark top  $\mu = m_t$ . En conjunto, esto permite concluir que el espectro y el acoplamiento de la  $U(1)'$  en el modelo elegido tienen el efecto de estabilizar el potencial de Higgs, a pesar de ser distinto a los casos estudiados en [14].

Para terminar con la presentación del vacío efectivo que elegimos, se puede comentar sobre la generación de las masas para fermiones. A nivel del Lagrangiano efectivo, las contribuciones dominantes a los términos de masa son

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \supset & -h_{33}^u \bar{u}_3 \tilde{\phi}_u^\dagger q_3 - h_{11,22}^u \bar{u}_{1,2} \tilde{\phi}_u^\dagger q_{1,2} s_2^2 - h_{33}^d \bar{d}_3 \tilde{\phi}_d^\dagger q_3 s_1^2 s_2^2 - h_{11,22}^d \bar{d}_{1,2} \tilde{\phi}_d^\dagger q_{1,2} s_2^2 \\ & - h_{33}^e \bar{e}_3 \tilde{\phi}_d^\dagger \ell_3 s_1^2 - h_{11,22}^e \bar{e}_{1,2} \tilde{\phi}_d^\dagger \ell_{1,2} s_2^2 - h_{ii}^\nu N_i^b \tilde{\phi}_u^\dagger \ell_3 s_2^2 - k_{ij} N_i^a N_j^c s_1 + \text{h.c.}, \end{aligned} \quad (4.9)$$

donde  $\tilde{\phi}_{u,d}$  denotan los dobletes conjugados de  $\mathcal{CP}$ , como en la sección 1.1. Suponiendo que podemos

ajustar el orden de magnitud de los VEV obtenemos una jerarquía de masas. La masa más grande la obtiene el quark top, ya que su acoplamiento de Yukawa ( $\propto h_{33}^u$ ) está permitido por todas las simetrías, de modo que no está suprimido. Eligiendo, por ejemplo, las relaciones  $\langle s_1 \rangle \sim \mathcal{O}(10)$ ,  $\langle s_2 \rangle \sim \mathcal{O}(10^{-5})$  y  $\langle \phi_d \rangle \sim \mathcal{O}(10^{-4}) \langle \phi_u \rangle$  se llega a las jerarquías correctas  $m_t/m_u \approx 10^5$ ,  $m_t/m_b \approx 10^2$  y  $m_t/m_\tau \approx 10^2$  con coeficientes  $h^{u,d,e}$  de orden uno. Esto último se debe a que los acoplamientos son entre campos del sector no torcido<sup>2</sup>. Podemos ver que el orden de los VEV elegidos impone diferencias de varios órdenes de magnitud, esto es, se requiere de un ajuste fino considerable y que es arbitrario.

Observando los términos con singuletes del SM,  $N_i$ , en (4.9) se reconocen los ingredientes necesarios para un mecanismo de *seesaw* de tipo I, donde se identifican dichos campos con los neutrinos derechos pesados. Cabe notar que los exóticos en la columna central de la tabla 4.4 también obtienen masas de orden  $\langle s_{1,2} \rangle$  tras el rompimiento de la  $U(1)'$ . De ser detectadas, estas partículas podrían indicar la viabilidad del tipo de modelos que obtuvimos. Como parte de las desventajas, obtenemos las relaciones  $m_t/m_e = m_t/m_d \approx 10^9$ , esto es, el electrón y el quark down resultan ser más ligeros de lo observado. Además, existe una simetría de sabor residual entre la primera y segunda generaciones de fermiones del SM. Finalmente, el espectro de la tabla 4.4 se ha separado en representaciones fermiónicas y escalares de manera arbitraria, usando solamente los escalares necesarios para romper la  $U(1)'$  y tener dos dobletes de Higgs. Este truncamiento arbitrario introduce anomalías de norma espurias que un análisis detallado del rompimiento de supersimetría y de la simetría de sabor revelarán inexistentes. Dichas consideraciones quedan fuera del alcance de este trabajo, por lo que fueron omitidas.

---

<sup>2</sup>El orden de los acoplamientos de Yukawa se calcula en el apéndice C de [66].

## Capítulo 5

# Conclusiones y perspectivas

En esta tesis, basada en mi artículo publicado [15], se realizó primero una revisión de conceptos previos y un trabajo de investigación. Se comenzó el primer capítulo con un estudio del modelo estándar de partículas como teoría cuántica de campos. Esta revisión incluyó el rompimiento espontáneo de la simetría electrodébil, conocido como mecanismo de Higgs, para generar las masas observadas. Se resumieron las ideas del grupo de renormalización a nivel conceptual y se escribieron las ecuaciones de los acoplamientos relevantes para el estudio posterior. Se estudió el problema de la meta-estabilidad del vacío en el SM. Esto se refiere a la evolución con la energía del acoplamiento cuártico del Higgs que lo vuelve negativo por arriba de los  $10^{10}$  GeV. A continuación, se introdujo brevemente la supersimetría mencionando algunas de sus propiedades. Principalmente, se presentó el modelo mínimo supersimétrico y la evolución de los acoplamientos de norma que resulta de su espectro de partículas. Adicionalmente, se mencionó la posible unificación de dichos acoplamientos cerca de  $10^{16}$  GeV en el MSSM.

A continuación, para el segundo capítulo, se introdujeron particularidades de los llamados modelos de  $Z'$ . Estos son extensiones del SM que amplían el grupo de norma con un factor abeliano, que denotamos  $U(1)'$ . Se expusieron propiedades básicas generales y se dieron un par de ejemplos de clases de modelos: los originados del rompimiento de  $E_6$  y los que implementan el mecanismo de Stückelberg. Se presentaron los límites experimentales para la masa de un nuevo bosón  $Z'$ , de donde obtuvimos el límite conservador sobre la escala umbral  $\Lambda_{Z'} = 2$  TeV para el rompimiento de la nueva simetría abeliana.

En el tercer capítulo, se revisaron las ideas en teoría de cuerdas necesarias para obtener modelos efectivos a bajas energías a partir de compactificaciones. Se dio una breve introducción a las ideas básicas en teoría de cuerdas y se describió la construcción de la cuerda heterótica. Después, se estudió con detalle la construcción de orbifolios toroidales haciendo énfasis en las constricciones sobre el vector de desplazamiento y las líneas de Wilson. Se describió la manera en que se obtiene el espectro no masivo de una compactificación en un orbifolio heterótico. Esto incluyó el estudio de los dos sectores: el torcido y el no torcido, según actúe sobre la cuerda el grupo de espacio completo o solamente la identificación bajo el toro de 6 dimensiones. Para terminar el capítulo, se presentó

como ejemplo el espectro de una compactificación de la cuerda heterótica  $E_8 \times E_8$  en un orbifoldo  $\mathbb{Z}_3$ .

El cuarto capítulo presenta mi proyecto de investigación. Estudiamos modelos que son vacíos efectivos obtenidos de la compactificación de la cuerda heterótica en orbifoldos  $\mathbb{Z}_8$ , de los cuales existen 5 geometrías inequivalentes. Obtuvimos el espectro no masivo de dichas compactificaciones, el cual incluye al menos al del MSSM y, en general, varios exóticos extra. Planteamos un escenario particular para el rompimiento del grupo de norma que resulta de la compactificación. En nuestro esquema, el grupo efectivo (a bajas energías) es el del SM extendido por una  $U(1)'$  libre de anomalías. En particular, nos enfocamos en estudiar la dependencia con la energía de los acoplamientos de norma en estos vacíos. Para ello, resolvemos las RGE a un lazo y luego descartamos los modelos no viables. Es decir, buscamos modelos con unificación de los acoplamientos de norma, debido a su origen en cuerdas, y que sean compatibles con las observaciones. Un número reducido de modelos, entre 0.5-1.5%, satisfacen todas las condiciones impuestas.

Se plantearon tres distintas escalas umbral para caracterizar el desacoplamiento de los supercompañeros como resultado del rompimiento de SUSY. Cuando la escala de rompimiento de supersimetría es de 2 TeV, energía que se alcanza en los colisionadores actualmente, el acoplamiento de la simetría  $U(1)'$  queda restringido a  $0.46 < g_4 < 0.7$  evaluado a la energía de 2 TeV. En este escenario la escala de unificación también está restringida a tener valores de  $10^{14}$  GeV o bien  $10^{16}$  GeV. Al aumentar la escala de rompimiento de SUSY a  $10^{12}$  GeV o  $10^{17}$  GeV, encontramos que el acoplamiento de la  $U(1)'$  está ahora acotado por  $0.44 < g_4 < 0.6$  a bajas energías (2 TeV). Para este caso, la escala de unificación en la mayoría de vacíos se ubica alrededor de los  $10^{12}$  GeV.

La fenomenología a bajas energías de los vacíos que encontramos está caracterizada por fermiones exóticos y un bosón  $Z'$  con masa del orden de varios TeV. De encontrar estas partículas tendríamos un argumento a favor de los modelos que estudiamos, así como de la física a altas energías de la cual se originan. Una de las consecuencias prometedoras de estos modelos es que existe la posibilidad de estabilizar el vacío de Higgs en modelos de  $Z'$ . Por esta razón, decidimos estudiar con detalle las RGE de un modelo con rompimiento de SUSY a escala intermedia. Al resolver para los acoplamientos de norma ( $g_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ ), el acoplamiento de Yukawa del top ( $h_t = h_{33}^u$ ) y el acoplamiento cuártico del Higgs ( $\lambda$ ) a un lazo con el paquete SARAH, encontramos que el espectro del modelo elegido conspira para mantener  $\lambda > 0$  a toda escala. Conjeturamos que otros modelos poseen las mismas cualidades.

En el modelo estudiado a detalle notamos que se requiere un ajuste fino sobre parámetros que lo determinan para establecer la jerarquía entre las escalas de rompimiento y la escala de cuerdas  $\Lambda_{Z'} \ll \Lambda_{\text{SUSY}} \ll M_{\text{str}}$ . En nuestra construcción, consideramos que los VEV de algunos campos exhiben una jerarquía de 6 órdenes de magnitud con el propósito de producir las masas observadas de fermiones en el SM. A este nivel, el ajuste fino es arbitrario. Sin embargo, es posible que los detalles del rompimiento de las simetrías y el desacoplamiento de los supercompañeros (ver [67]) conduzcan dinámicamente a este escenario.

Este trabajo entra en el contexto de los modelos de  $Z'$  provenientes de cuerdas referidos en [1]. En particular, se logra caracterizar estos modelos por el valor del acoplamiento de norma para

la nueva simetría abeliana. Esto representa un paso en la dirección de clasificar tales modelos, sin embargo quedan detalles importantes por estudiar. Por ejemplo, no hemos analizado los mecanismos de rompimiento de SUSY y de la  $U(1)'$ . Este análisis será parte de estudios posteriores. Además, queda por explorar el escenario de los modelos provenientes de la cuerda heterótica sin SUSY, cuyo grupo de norma es  $SO(16) \times SO(16)$ . Una ventaja de este tipo de modelos es que no ocurre el rompimiento de SUSY, lo cual garantiza un espectro libre de anomalías a nivel del análisis que se hizo en este trabajo.

Cabe mencionar que un estudio exhaustivo de los detalles de nuestros modelos podría mostrar una variedad de escenarios, como un  $Z'$  leptofóbico, higgsfóbico u otros que no se han considerado en la literatura. Otra propuesta que vale la pena investigar en nuestros modelos es la de materia oscura. Además de que debe existir uno o varios candidatos a materia oscura, se requiere que sean estables. Es posible que las simetrías  $U(1)'$  que aparecen en nuestros modelos implementen esta condición. Por otro lado, un estudio completo de los escenarios provenientes de las compactificaciones en teoría de cuerdas debe incluir todos los elementos anteriores y un mecanismo de estabilización de los módulos, lo cual es aún una pregunta abierta.



# Bibliografía

- [1] P. Langacker, *Rev. Mod. Phys.* **81** (2009), 1199–1228, [arXiv:0801.1345].
- [2] O. Lebedev and Y. Mambrini, *Physics Letters B* **734** (2014), 350–353, [arXiv:1403.4837].
- [3] J. G. Rodrigues, A. C. O. Santos, J. G. Ferreira Jr, and C. A. de S. Pires, *Chin. Phys. C* **45** (2021), no. 2, 025110, [arXiv:1807.02204].
- [4] J. Ellis, M. Fairbairn, and P. Tunney, *Phenomenological constraints on anomaly-free dark matter models*, 2018, [arXiv:1807.02503].
- [5] L. J. Flores, N. Nath, and E. Peinado, *Journal of High Energy Physics* **2020** (2020), no. 6, [arXiv:2002.12342].
- [6] T. Nomura and H. Okada, *Nuclear Physics B* **941** (2019), 586–599, [arXiv:1705.08309].
- [7] V. V. Vien, A. E. C. Hernández, and H. N. Long, (2021), [arXiv:2101.03506].
- [8] Q. Bonnefoy and E. Dudas, *Int. J. Mod. Phys. A* **33** (2018), no. 34, 1845001, [arXiv:1809.08256].
- [9] C. Corianò, P. H. Frampton, A. Tatullo, and D. Theofilopoulos, *Physics Letters B* **802** (2020), 135273, [arXiv:1906.05810].
- [10] Y. A. Garnica, R. Martinez, and H. Vargas, (2019), [arXiv:1911.05923].
- [11] L. M. G. de la Vega, N. Nath, S. Nellen, and E. Peinado, (2021), [arXiv:2102.03631].
- [12] N. Okada, S. Okada, and D. Raut, *Phys. Rev. D* **95** (2017), no. 5, 055030, [arXiv:1702.02938].
- [13] D. Borah, S. Jyoti Das, and A. K. Saha, *Eur. Phys. J. C* **81** (2021), no. 2, 169, [arXiv:2005.11328].
- [14] S. Di Chiara, V. Keus, and O. Lebedev, *Physics Letters B* **744** (2015), 59–66, [arXiv:1412.7036].
- [15] Y. Olguín-Trejo, O. Pérez-Figueroa, R. Pérez-Martínez, and S. Ramos-Sánchez, *Phys. Lett. B* **795** (2019), 673–681, [arXiv:1901.10102].



- [16] L. E. Ibanez and A. M. Uranga, *String theory and particle physics: An introduction to string phenomenology*, Cambridge University Press, 2 2012.
- [17] J. Erler, P. Langacker, S. Munir, and E. Rojas, JHEP **11** (2011), 076, [arXiv:1103.2659].
- [18] J. Erler, P. Langacker, S. Munir, and E. Rojas, *Z' bosons from e(6): Collider and electroweak constraints*, 2011, [arXiv:1108.0685].
- [19] E. Rojas and J. Erler, JHEP **10** (2015), 063, [arXiv:1505.03208].
- [20] R. H. Benavides, L. Muñoz, W. A. Ponce, O. Rodríguez, and E. Rojas, Int. J. Mod. Phys. A **33** (2018), no. 35, 1850206, [arXiv:1801.10595].
- [21] G. B. Cleaver and A. E. Faraggi, Int. J. Mod. Phys. A **14** (1999), 2335–2356, [arXiv:hep-ph/9711339].
- [22] C. Corianò, A. Faraggi, and M. Guzzi, The European Physical Journal C **53** (2007), no. 3, 421–428, [arXiv:0704.1256].
- [23] M. Cvetič, J. Halverson, and P. Langacker, JHEP **11** (2011), 058, [arXiv:1108.5187].
- [24] H. M. Lee, S. Raby, M. Ratz, G. G. Ross, R. Schieren, K. Schmidt-Hoberg, and P. K. S. Vaudrevange, Nucl. Phys. B **850** (2011), 1–30, [arXiv:1102.3595].
- [25] S. G. Nibbelink and O. Loukas, JHEP **12** (2013), [arXiv:1308.5145].
- [26] Y. Olguín-Trejo, R. Pérez-Martínez, and S. Ramos-Sánchez, Physical Review D **98** (2018), no. 10, [arXiv:1808.06622].
- [27] Particle Data Group, P. A. Zyla et al., Progress of Theoretical and Experimental Physics **2020** (2020), no. 8, [<https://academic.oup.com/ptep/article-pdf/2020/8/083C01/33653179/ptaa104.pdf>], 083C01.
- [28] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An Introduction to quantum field theory*, Addison-Wesley, Reading, USA, 1995.
- [29] M. E. Machacek and M. T. Vaughn, Nuclear Physics B **222** (1983), no. 1, 83 – 103.
- [30] M. E. Machacek and M. T. Vaughn, Nuclear Physics B **236** (1984), no. 1, 221 – 232.
- [31] M. E. Machacek and M. T. Vaughn, Nuclear Physics B **249** (1985), no. 1, 70 – 92.
- [32] M. Luo and Y. Xiao, Physics Letters B **555** (2003), no. 3-4, 279–286, [arXiv:0212152v2].
- [33] M. Luo, H. Wang, and Y. Xiao, Physical Review D **67** (2003), no. 6, [arXiv:0211440].

- [34] D. Buttazzo, G. Degrassi, P. P. Giardino, G. F. Giudice, F. Sala, A. Salvio, and A. Strumia, *Journal of High Energy Physics* **2013** (2013), no. 12, [arXiv:1307.3536].
- [35] J. R. Espinosa, G. F. Giudice, and A. Riotto, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2008** (2008), no. 05, 002, [arXiv:0710.2484].
- [36] F. Staub, *Computer Physics Communications* **185** (2014), no. 6, 1773–1790, [arXiv:1309.7223].
- [37] N. Khan and S. Rakshit, *Physical Review D* **90** (2014), no. 11, [arXiv:1407.6015].
- [38] S. Weinberg, *The quantum theory of fields. Vol. 3: Supersymmetry*, Cambridge University Press, 6 2013.
- [39] S. P. Martin, *Advanced Series on Directions in High Energy Physics* (1998), 1–98, [arXiv:9709356].
- [40] F. Quevedo, S. Krippendorff, and O. Schlotterer, *Cambridge Lectures on Supersymmetry and Extra Dimensions*, 11 2010, [arXiv:1011.1491].
- [41] L. E. Ibáñez and I. Valenzuela, *Journal of High Energy Physics* **2013** (2013), no. 5, [arXiv:1301.5167].
- [42] K. S. Babu, C. Kolda, and J. March-Russell, *Physical Review D* **57** (1998), no. 11, 6788–6792, [arXiv:9710441].
- [43] J. Erler, P. Langacker, and T. Li, *Physical Review D* **66** (2002), no. 1, [arXiv:hep-ph/0205001].
- [44] D. Feldman, Z. Liu, P. Nath, and A. Misra, *AIP Conference Proceedings* (2007), [arXiv:0705.2924].
- [45] CMS Collaboration, (2019), <https://cds.cern.ch/record/2684757/files/EXO-19-019-pas.pdf>, Report number: CMS-PAS-EXO-19-019.
- [46] G. Aad, B. Abbott, D. Abbott, O. Abdinov, A. Abed Abud, K. Abeling, D. Abhayasinghe, S. Abidi, O. AbouZeid, N. Abraham, and et al., *Physics Letters B* **796** (2019), 68–87, [arXiv:1903.06248].
- [47] J. Erler, P. Langacker, S. Munir, and E. Rojas, *JHEP* **08** (2009), 017, [arXiv:0906.2435].
- [48] CMS, *Overview of CMS EXO results*, Exotica Summary plots for 13 TeV data, [https://twiki.cern.ch/twiki/pub/CMSPublic/SummaryPlotsEXO13TeV/CurrentBarChartVersion\\_v6.pdf](https://twiki.cern.ch/twiki/pub/CMSPublic/SummaryPlotsEXO13TeV/CurrentBarChartVersion_v6.pdf), revisado por última vez el 20/01/2020.
- [49] J. Polchinski, *String theory. Vol. 1: An introduction to the bosonic string*, Cambridge Monographs on Mathematical Physics, Cambridge University Press, 12 2007.

- [50] J. Polchinski, *String theory. Vol. 2: Superstring theory and beyond*, Cambridge Monographs on Mathematical Physics, Cambridge University Press, 12 2007.
- [51] M. B. Green, J. H. Schwarz, and E. Witten, *Superstring Theory. Vol. 1: Introduction*, Cambridge Monographs on Mathematical Physics, 7 1988.
- [52] M. B. Green, J. H. Schwarz, and E. Witten, *Superstring Theory. Vol. 2: Loop amplitudes, anomalies and phenomenology*, 7 1988.
- [53] K. Becker, M. Becker, and J. H. Schwarz, *String theory and M-theory: A modern introduction*, Cambridge University Press, 12 2006.
- [54] D. Bailin and A. Love, Phys. Rept. **315** (1999), 285–408.
- [55] L. Alvarez-Gaume, P. H. Ginsparg, G. W. Moore, and C. Vafa, Phys. Lett. B **171** (1986), 155–162.
- [56] M. Fischer, M. Ratz, J. Torrado, and P. K. Vaudrevange, Journal of High Energy Physics **2013** (2013), no. 1, [arXiv:1209.3906].
- [57] F. Plöger, S. Ramos-Sánchez, P. K. Vaudrevange, and M. Ratz, Journal of High Energy Physics **2007** (2007), no. 04, 063–063, [arXiv:hep-th/0702176].
- [58] H. Nilles, S. Ramos-Sánchez, P. Vaudrevange, and A. Wingerter, Computer Physics Communications **183** (2012), no. 6, 1363–1380, [arXiv:1110.5229].
- [59] Y. Olguín-Trejo, R. Pérez-Martínez, and S. Ramos-Sánchez, *Tables of Abelian heterotic orbifolds and their flavor symmetries*, 2018, <http://stringpheno.fisica.unam.mx/stringflavor/>.
- [60] M. Goodsell, S. Ramos-Sánchez, and A. Ringwald, Journal of High Energy Physics **2012** (2012), no. 1, [arXiv:1110.6901].
- [61] S. L. Parameswaran, S. Ramos-Sánchez, and I. Zavala, Journal of High Energy Physics **2011** (2011), no. 1, [arXiv:1009.3931].
- [62] B. Dundee, S. Raby, and A. Westphal, Physical Review D **82** (2010), no. 12, [arXiv:1002.1081].
- [63] J. Kumar and J. D. Wells, Phys. Rev. D **74** (2006), 115017, [hep-ph/0606183].
- [64] W. F. Chang, J. N. NG, and J. M. S. Wu, Fundamental Interactions (2007), [arXiv:0706.2345].
- [65] Y. Olguín-Trejo, O. Pérez-Figueroa, R. Pérez-Martínez, and S. Ramos-Sánchez, *Tables of  $Z_8$  heterotic orbifolds with gauge coupling unification and  $U(1)'$* , 2019, <http://stringpheno.fisica.unam.mx/zprime/>.

- [66] S. L. Parameswaran, S. Ramos-Sanchez, and I. Zavala, *JHEP* **01** (2011), 071, [arXiv:1009.3931].
- [67] M. Beneke, P. Ruiz-Femenía, and M. Spinrath, *Journal of High Energy Physics* **2009** (2009), no. 01, 031–031, [arXiv:0810.3768].