



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

LA TENSIÓN CON LA CONSTANTE DE HUBBLE H_0

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICA

P R E S E N T A :

JOANNA GISSELLE GARRIDO FLORES

TUTOR

DR. AXEL RICARDO DE LA MACORRA PETTERSSON
MORIEL



CIUDAD UNIVERSITARIA, CIUDAD DE MÉXICO, 2021



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Resumen

La constante de Hubble H_0 es un parámetro de gran importancia en cosmología, ya que indica cuál es la edad y la tasa de expansión del Universo, es decir, H_0 da la razón entre la velocidad con la que se aleja un objeto astrofísico de nosotros y la distancia a la que se encuentra; de hecho, podemos tomarnos como punto de referencia no porque estemos en un lugar privilegiado, sino gracias al principio cosmológico. Asimismo, este parámetro está relacionado con la densidad de materia y la curvatura, a través de la métrica FLRW y de las ecuaciones de Einstein de la Relatividad General.

Debido a que este parámetro es tan importante, una gran variedad de proyectos han medido en los últimos años la constante de Hubble usando física del Universo temprano y tardío, y conforme han pasado los años lo hacen de manera más precisa. Sin embargo, se ha encontrado que los resultados basados en física del Universo temprano dan valores diferentes a los basados en física del Universo tardío, y no necesariamente se traslapan entre sí con las incertidumbres, es por eso que se dice que hay una tensión con la constante de Hubble.

Los métodos que se llevaron a cabo a grandes corrimientos al rojo z (Universo temprano) -con corrimiento al rojo se refiere a la velocidad con la que se aleja un objeto astrofísico-, han obtenido valores de la constante de Hubble de $H_0 \sim 67 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, mientras que los basados en física del Universo tardío (bajos z) obtienen que $H_0 \sim 73 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. El experimento más conocido que obtuvo un valor cercano a 67, además de hacerlo de forma precisa, es el proyecto Planck, el cual se basó en el modelo Λ CDM (el más aceptado en la actualidad en el campo de la cosmología porque coincide con la mayoría de las observaciones) e hizo observaciones del CMB, la radiación electromagnética más longeva del Universo y que es una fuente importante de información para conocer la evolución del Universo; en particular, infiere el valor de H_0 en el contexto del modelo Λ CDM. Por otro lado, los proyectos más conocidos que hacen observaciones locales y obtienen valores cercanos a 73 son los de la colaboración SH0ES (*Supernovae, H_0 , for the Equation of State of dark energy*, por Riess et al.), con observaciones de Cefeidas variables (son un tipo de estrella pulsante que, gracias a que los cambios en su luminosidad tienen un periodo y amplitud estables y por tanto están muy bien definidos, se puede conocer la distancia a ella) y Supernovas Tipo Ia (gracias a que sus valores de luminosidad son estables, son buenos objetos calibradores para ser usados como candelas estándares), pues conforme pasan los años

sus resultados son cada vez más precisos.

La pregunta es entonces, ¿cuál de estos experimentos está obteniendo un resultado incorrecto? Porque cada uno tiene sus debilidades: por ejemplo, Planck infirió el valor de H_0 gracias a la información que obtuvo del CMB, basado en el modelo Λ CDM, pero esta interpretación del CMB por dicho modelo puede estar mal; en el caso de SH0ES, es difícil saber si al momento de realizar las mediciones consideró todos los errores sistemáticos que podrían afectar la medición de H_0 .

Para arreglar la tensión que hay entre estos resultados, existen diversas propuestas de solución publicadas en los últimos años que, aunque no resuelven el problema por completo, intentan aliviar esta tensión y dar ideas para hacerlo en un futuro.

En el presente trabajo se busca agregar física nueva al modelo estándar cosmológico, proponiendo partículas relativistas extra en la densidad de radiación a una cierta época del Universo temprano, para así poder reducir el horizonte de sonido (la distancia que han viajado las ondas de sonido producidas por el fluido de fotones-bariones en el Universo temprano hasta una época determinada) en la época de la recombinación (cuando se formaron los primeros átomos de hidrógeno neutro), y que resulte en un valor de la constante de Hubble mayor al inferido por Planck con el CMB.

Asimismo, se estudia la Gravedad Teleparalela (TG), una teoría de gravedad extendida que, en lugar de la curvatura en el caso de la teoría de la Relatividad General (GR) de Einstein, involucra una herramienta llamada torsión y un término de frontera; esta teoría extiende la teoría de la GR y la propuso inicialmente Einstein para tratar de unificar la teoría del electromagnetismo y la gravitación. Una de las aplicaciones de esta teoría es que se puede usar para intentar aliviar la tensión con H_0 , proponiendo modelos dentro de la teoría de TG que implican diferentes ecuaciones de estado (no constantes) para la energía oscura, y obteniendo diferentes valores de H_0 que resultan parecidos al inferido por Planck.

Estas dos propuestas de solución no arreglan el problema de la tensión con la constante de Hubble, pero sí dan una idea de cómo se podría aliviar, y que podrían ser investigadas más a fondo en un futuro para encontrar una solución y una explicación a esta discrepancia.

Índice general

Capítulo 1	5
1. Breve historia de la cosmología	5
1.1. Introducción a la cosmología moderna	5
1.2. Corrimiento al rojo z	6
1.3. Ecuaciones de Friedmann	7
1.3.1. Teoría de la Relatividad General de Einstein	7
1.3.2. Ecuación de aceleración	9
1.3.3. Ecuación de continuidad	9
1.3.4. Densidad crítica ρ_{crit}	10
1.3.5. Parámetro de densidad Ω_x	10
1.4. Ley de Hubble y constante de Hubble H_0	11
1.5. Épocas del Universo	12
1.5.1. Ecuación de estado w	12
1.5.2. Radiación	13
1.5.3. Materia	13
1.5.4. Energía oscura	14
1.6. Modelo estándar cosmológico (Λ CDM)	15
1.7. Supernovas Tipo Ia	16
1.8. CMB	18
1.8.1. Polarización	20
1.9. BAO	20
1.10. Estructura a gran escala	23
1.11. Cronómetros cósmicos	24
Capítulo 2	25
2. Datos observacionales de H_0	25
2.1. La tensión con la Constante de Hubble H_0	25
2.2. Escalera de distancias cósmica	26
2.3. CMB	26
2.4. BAO	28
2.5. Cronómetros Cósmicos	28
2.6. Cefeidas variables	28

2.7. Sirenas estándar	29
2.8. Edades estelares	29
2.9. Punta de la Rama Gigante Roja	30
2.10. Estrellas Mira variables	30
2.11. Lentes gravitacionales	30
2.12. Masers	31
2.13. Fluctuaciones de Brillo en Superficie	31
2.14. Discusión sobre la tensión con H_0	32
Capítulo 3	35
3. Propuesta de solución con grados de libertad extra	35
3.1. Introducción	35
3.2. Desarrollo de la propuesta	36
3.3. Resultados y discusión	41
3.4. Conclusión	45
Capítulo 4	48
4. Propuesta de solución con Gravedad Teleparalela Cosmológica	48
4.1. Introducción	48
4.2. Breve Resumen de la Teoría de la Gravedad Teleparalela $f(T, B)$. . .	49
4.3. Cosmología $f(T, B)$	54
4.4. Datos observacionales utilizados	56
4.4.1. Edades de galaxias (CC)	57
4.4.2. Distancias luminosas de SN's Ia	57
4.4.3. Distancias en BAO	58
4.5. Modelos cosmológicos $f(T, B)$	59
4.5.1. Modelo de Expansión de Taylor	60
4.5.2. Modelo de Ley de Potencias	62
4.5.3. Modelo de Ley de Potencias Mezcladas	64
4.5.4. Modelo de Desviaciones del Término de Frontera al TEGR . .	66
4.6. Discusión sobre H_0	67
4.7. Conclusiones	68
Capítulo 5	70
5. Conclusiones	70
Anexos	74
A. Ecuaciones del Modelo de Expansión de Taylor	75
B. Ecuaciones del Modelo de Ley de Potencias	77
C. Ecuaciones del Modelo de Ley de Potencias Mezcladas	78
D. Ecuaciones del Modelo de Desviaciones del Término de Frontera al TEGR	80

Capítulo 1

Breve historia de la cosmología

1.1. Introducción a la cosmología moderna

Actualmente es bien sabido que el Universo en el que habitamos está expandiéndose de forma acelerada; este descubrimiento fue gracias a Riess et al. dentro del Equipo de Supernovas a Altos corrimientos al rojo[3] en 1998, y a Perlmutter et al.[4] dentro del Proyecto Cosmológico de Supernovas, con datos observacionales de Supernovas Tipo Ia, ya que este tipo de supernovas tiene una luminosidad bastante estable y por tanto son buenos objetos calibradores para ser usados como candelas estándares (véase sección 1.7). A esta fuente de expansión del Universo se le conoce como energía oscura, la cual es uno de los elementos que componen el Universo y en mayor porcentaje, de alrededor del 69%, a diferencia de las otras componentes como lo es la materia bariónica (protones, neutrones, electrones, toda la materia que vemos físicamente) con un 4%, materia oscura con un 25% y el pequeño porcentaje restante de radiación (fotones y neutrinos) $< 1\%$ (véase sección 1.5).

Todas estas componentes del Universo y en qué cantidad se encuentran son parte del modelo estándar cosmológico, o modelo Λ CDM, el cual es el más aceptado hoy en día en cosmología porque coincide con la mayoría de las observaciones (véase sección 1.6), pero tiene algunos problemas que no se pueden explicar con éste; uno de esos problemas es la tensión con la constante de Hubble, la cual es el objetivo principal de esta tesis explicar en qué consiste, cuáles pueden ser sus causas, y de qué formas es posible tratarla.

Al determinar distancias o hablar sobre alguna época del Universo en el pasado es más conveniente para los cosmólogos hablar de corrimiento al rojo (sección 1.2). Las galaxias, por ejemplo, se encuentran a distancias muy grandes de nosotros, pero se detectan al identificar los elementos químicos contenidos en ellas como líneas de emisión o absorción y, como en la mayoría de estas galaxias se observa que las líneas se agrupan y se van al extremo del espectro electromagnético de las frecuencias más bajas, se dice que están corridas hacia el rojo; esto se traduce a que las galaxias se alejan de nosotros. De hecho, Edwin Hubble encontró que entre más lejanas están las

galaxias de nosotros, más rápido parecen alejarse de nosotros, a lo que llamó Ley de Hubble (sección 1.4), la cual es una relación entre las distancias a las galaxias y las velocidades con las que se alejan de nosotros, y esta relación está dada por la constante de Hubble H_0 ; esta constante es importante en cosmología pues da un estimado de la edad del Universo y dice qué tan rápido se está expandiendo.

Se puede modelar la expansión del Universo con la teoría de Relatividad General de Einstein, la cual básicamente dice que la materia y la energía curvan el espacio-tiempo. Si se supone el Principio Cosmológico -el cual dice que el Universo a grandes escalas se ve básicamente igual en todas las direcciones- se obtienen unas ecuaciones llamadas ecuaciones de Friedmann (sección 1.3), las cuales describen cómo el espacio se curva y su expansión. De hecho, estas ecuaciones dicen que el Universo puede ser plano o curvo, y las observaciones apuntan a que es casi plano. A partir de ellas se pueden derivar otras ecuaciones, que pueden servir ya sea para ver cómo modelar la expansión acelerada del Universo, o la evolución de la densidad de energía.

Otra cosa por mencionar de estas ecuaciones es que a partir de ellas la constante de Hubble se puede relacionar con la densidad de energía crítica (sección 1.3.4), la cual es la densidad de energía tal que, si es menor, mayor, o igual a la densidad de energía promedio actual, implicaría que el Universo tiene una geometría plana, esférica o hiperbólica, respectivamente.

También en este capítulo se da una breve explicación del Fondo Cósmico de Microondas -la radiación electromagnética más vieja que llega a nosotros (sección 1.8)-, las Oscilaciones Acústicas Bariónicas -dan una especie de regla estándar para medir distancias en el Universo (sección 1.9)- y la Estructura a Gran Escala -la cual apunta a la existencia de la energía oscura (sección 1.10)-, y por qué son conceptos importantes en cosmología.

1.2. Corrimiento al rojo z

En cosmología se habla habitualmente en términos de corrimiento al rojo (*redshift* en inglés), lo cual es el análogo del efecto Doppler¹ pero aplicado a ondas de luz. Al observar galaxias se encuentran líneas de emisión o absorción correspondientes a frecuencias características ya conocidas, pero si la galaxia se está acercando a nosotros, se observa que las líneas se agrupan y aumentan su frecuencia; como la luz azul está en las frecuencias más altas del espectro electromagnético visible, se dice que la galaxia está corrida al azul (*blueshift* en inglés). Cuando la galaxia se aleja de nosotros, como la luz roja está en el extremo del espectro a bajas frecuencias, se dice que la galaxia está corrida al rojo; de hecho esto es lo más común, por lo que generalmente se habla

¹El efecto Doppler dice cómo cambia la frecuencia de una onda cuando un observador se aleja o se acerca a la fuente de la onda.

de corrimiento al rojo z y matemáticamente se expresa como:

$$z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{em}}{\lambda_{em}}, \quad (1.1)$$

donde λ_{em} y λ_{obs} son las longitudes de onda de la luz en los puntos de emisión (la galaxia) y de observación (nosotros), respectivamente. También se le puede definir -en el contexto de la métrica de FLRW (ec. (4.25), de lo cual se hablará con más detalle en la siguiente sección), la cual modela al Universo en expansión- en términos del factor de escala a , el cual mide la tasa de expansión del Universo y es sólo función del tiempo cósmico:

$$z(t) = \frac{a(t_0)}{a(t)} - 1, \quad (1.2)$$

donde t_0 corresponde al día de hoy y $a(t)$ es el factor de escala en el tiempo en el que un objeto distante a un corrimiento al rojo z emitió la luz. Se puede observar de la ecuación anterior que la época actual corresponde a $z = 0$.

1.3. Ecuaciones de Friedmann

Una ecuación importante en cosmología que describe la expansión del Universo es la ecuación de Friedmann, la cual a continuación se derivará pero, para eso, es necesario una introducción a la teoría de la Relatividad General de Einstein.

1.3.1. Teoría de la Relatividad General de Einstein

Se considera la métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) que describe un espacio-tiempo homogéneo e isotrópico²; se adopta la notación de suma de Einstein, la velocidad de la luz c se toma como $c = 1$, y las coordenadas del espacio-tiempo están denotadas por x^μ o x^ν , donde la coordenada temporal es la primera componente y las otras tres componentes son coordenadas espaciales, es decir, $x^\mu = (t, x^1, x^2, x^3)$:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -dt^2 + a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \text{sen}^2\theta d\phi^2) \right], \quad (1.3)$$

donde ds es el elemento de línea, $g_{\mu\nu}$ es el tensor métrico, $a(t)$ es el factor de escala dependiente del tiempo cósmico t , k es la curvatura constante que puede ser $k = 0, 1, -1$ y corresponde a geometría plana (Universo plano), esférica (Universo cerrado) e hiperbólica (Universo abierto), respectivamente, y (r, θ, ϕ) corresponde a las coordenadas esféricas. También se consideran las ecuaciones de Einstein pues a

²A gran escala se cree que el Universo es homogéneo e isotrópico, refiriéndose a homogéneo como que se ve igual en cada punto, e isotrópico como que se ve igual en todas direcciones.

partir de estas se puede obtener la dinámica cosmológica, definiendo primero el tensor de Einstein $G_{\mu\nu}$:

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R. \quad (1.4)$$

Las siguientes ecuaciones son las ecuaciones de Einstein:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi GT_{\mu\nu}, \quad (1.5)$$

donde G es la constante gravitacional de Newton, R el escalar de Ricci,

$$R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}, \quad (1.6)$$

$R_{\mu\nu}$ el tensor de Ricci definido en términos de los símbolos de Christoffel $\Gamma_{\nu\lambda}^{\mu}$,

$$\Gamma_{\nu\lambda}^{\mu} = \frac{1}{2}g^{\mu\alpha}(g_{\alpha\nu,\lambda} + g_{\alpha\lambda,\nu} - g_{\nu\lambda,\alpha}), \quad g_{\alpha\nu,\lambda} \equiv \frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^{\lambda}}, \quad (1.7)$$

$$R_{\mu\nu} = \Gamma_{\mu\nu,\alpha}^{\alpha} - \Gamma_{\mu\alpha,\nu}^{\alpha} + \Gamma_{\mu\nu}^{\alpha}\Gamma_{\alpha\beta}^{\beta} - \Gamma_{\mu\beta}^{\alpha}\Gamma_{\alpha\nu}^{\beta}, \quad (1.8)$$

$T_{\mu\nu}$ el tensor de energía-momento de las componentes de materia (tema que se tratará con más detalle en la sección 1.5), el cual en el espacio-tiempo de FLRW se puede tomar como el de un fluido perfecto, expresado matemáticamente como:

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_{\mu}u_{\nu} + pg_{\mu\nu}, \quad (1.9)$$

donde $u^{\mu} = (-1, 0, 0, 0)$ es la 4-velocidad del fluido en coordenadas comóviles³ y la densidad de energía ρ y la presión p son funciones de t .

De la ec. (1.5) se puede notar que el lado izquierdo caracteriza la geometría del espacio-tiempo, mientras que el lado derecho describe las energías y momentos de las componentes de materia, es decir que las ecuaciones de Einstein relacionan la geometría del espacio-tiempo con la materia. Así, definiendo el parámetro de Hubble H como la tasa de expansión del Universo,

$$H(t) \equiv \frac{\dot{a}}{a}, \quad (1.10)$$

donde el punto representa la derivada respecto al tiempo cósmico t , y calculando los símbolos de Christoffel (1.7) a partir de las componentes del tensor métrico en la ec. (4.25), sustituyéndolos en el tensor de Ricci (1.8) y calculando el escalar de Ricci (1.6), se llega a que:

$$R_{00} = -3(H^2 + \dot{H}), \quad R_{0i} = R_{i0} = 0, \quad R_{ij} = a^2(3H^2 + \dot{H} + 2k/a^2)\gamma_{ij}, \quad (1.11)$$

³Las coordenadas comóviles son coordenadas que llevan consigo la expansión del Universo y son convenientes de usar en cosmología pues las coordenadas espaciales se consideran constantes (es decir que no varían en el tiempo) para un observador que ve el Universo isotrópico. Para visualizar estas coordenadas, uno se puede imaginar una cuadrícula que se va expandiendo conforme pasa el tiempo.

$$R = 6(2H^2 + \dot{H} + k/a^2), \quad (1.12)$$

donde los índices latinos son las componentes espaciales, el 0 corresponde a la componente temporal, y γ_{ij} es el tensor métrico espacial. Sustituyendo las ecuaciones (1.11) y (1.12) en el tensor de Einstein (1.4) se obtiene (y subiendo un índice mediante el tensor métrico):

$$G_0^0 = -3(H^2 + k/a^2), \quad G_i^0 = G_0^i = 0, \quad G_j^i = -(3H^2 + 2\dot{H} + k/a^2)\delta_j^i, \quad (1.13)$$

con δ_j^i la delta de Kronecker. Casi para terminar, se nota que las componentes 00 e ij de T_ν^μ (ec. (1.9)) son $T_0^0 = -\rho$ y $T_j^i = p\delta_j^i$, e igualando con las componentes 00 e ii de las ecuaciones (1.13), se obtiene:

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2}, \quad (1.14)$$

$$3H^2 + 2\dot{H} = -8\pi Gp - \frac{k}{a^2}. \quad (1.15)$$

A la ecuación (1.14) (y frecuentemente también a la ec. (1.16)) se le llama la ecuación de Friedmann y, como ya se mencionó, modela la expansión de un Universo homogéneo e isotrópico y cómo éste se curva.

1.3.2. Ecuación de aceleración

Las ecuaciones (1.14) y (1.15) son independientes, y a partir de ellas se pueden obtener otras ecuaciones que también son útiles en cosmología, como lo es la ecuación de aceleración, al sumar (1.14) y (1.15) de manera que se elimine k/a^2 :

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p). \quad (1.16)$$

La ecuación de aceleración del factor de escala (1.16) se interpreta de manera que si el material tiene presión, se incrementa la fuerza gravitacional haciendo que desacelere la expansión.

1.3.3. Ecuación de continuidad

También si se multiplica la ec. (1.14) por a^2 , derivando con respecto a t y usando la ec. (1.16) se obtiene la ecuación de continuidad:

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0. \quad (1.17)$$

El primer término en paréntesis se interpreta como una disolución en la densidad porque el volumen ha aumentado⁴, y el segundo es una pérdida de energía debido a la

⁴La ecuación de continuidad (1.17) (o de fluido) también puede surgir de considerar la primera ley de la termodinámica, derivando con respecto a t el volumen V y la energía E en términos del factor de escala a ($V = \frac{4\pi}{3}a^3$ y $E = m = \frac{4\pi}{3}a^3\rho$), y asumiendo una expansión reversible ($dS = 0$, donde S es la entropía).

presión del material que hizo trabajo mientras el volumen del Universo incrementaba; por conservación de energía, la energía perdida por el trabajo hecho en el fluido se vuelve energía potencial gravitacional.

La densidad de energía ρ es la densidad total del Universo, la cual tiene varias componentes: densidad de energía de materia ρ_m , de radiación ρ_r y de energía oscura ρ_{DE} , y la evolución de la densidad de energía va a depender de qué componente se esté hablando, tema que se tratará con más detalle en la sección 1.5.

1.3.4. Densidad crítica ρ_{crit}

Es conveniente definir un parámetro observacional necesario para describir el Universo, el cual es la densidad crítica:

$$\rho_{crit} \equiv \frac{3H^2}{8\pi G}, \quad (1.18)$$

la cual representa la densidad promedio cosmológica en un Universo con geometría plana, y es muy útil porque si se conoce el valor de la densidad crítica al día de hoy, $\rho_{crit}^{(0)}$, y de $G = 6.67 \times 10^{-8} \text{cm}^3 \text{g}^{-1} \text{s}^{-2}$, se puede obtener el valor de H_0 ; se obtiene al hacer $k = 0$ en la ecuación de Friedmann (1.14).

1.3.5. Parámetro de densidad Ω_x

También se define el parámetro de densidad Ω_x que compara la densidad del Universo con la densidad crítica (1.18):

$$\Omega_x(t) \equiv \frac{\rho_x(t)}{\rho_{crit}}. \quad (1.19)$$

A cada componente de materia del Universo (de esto se hablará un poco más en la sección 1.5) le corresponde su parámetro de densidad Ω_x , y de la ecuación (1.14) se llega a que

$$\Omega_{Tot} + \Omega_k = 1, \quad (1.20)$$

en donde Ω_{Tot} engloba materia (bariones y materia oscura), radiación y constante cosmológica (energía oscura):

$$\Omega_{Tot} = \frac{8\pi G}{3H^2}(\rho_m + \rho_r + \rho_\Lambda), \quad \Omega_k = -\frac{k}{(aH)^2}. \quad (1.21)$$

Esto quiere decir que al sumarse todas las componentes obtenemos todo lo que conforma el Universo. También uno se puede referir a los parámetros de densidad actuales, cambiando $\rho_x(t)$ por $\rho_x(t_0) = \rho_x^{(0)}$ y $H(t)$ por $H(t_0) = H_0$.

1.4. Ley de Hubble y constante de Hubble H_0

Un descubrimiento importante en cosmología es la ley de Hubble, atribuida principalmente a Edwin Hubble (1929) pero también fue gracias a Lemaître y Friedmann, la cual dice que la velocidad de recesión de una galaxia (o la velocidad a la que se aleja, la cual se puede medir con el corrimiento al rojo de las líneas espectrales) es proporcional a la distancia a la que se encuentra de nosotros (se pueden medir por medio de paralajes, pero como éstos ya no son tan precisos a grandes escalas, se usan técnicas como las candelas estándar, entre las que se encuentran las Cefeidas variables y las Supernovas de Tipo Ia), y esta constante de proporcionalidad es la constante de Hubble H_0 :

$$\mathbf{v} = H_0 \mathbf{r}, \quad (1.22)$$

pero ésta no es exactamente una igualdad ya que, además de que en la época del descubrimiento de Hubble las mediciones no eran tan precisas como ahora, el principio cosmológico⁵ sólo se cumple a grandes escalas, y las galaxias cercanas tienen movimientos aleatorios conocidos como velocidades peculiares. De forma más general, la ley de Hubble se puede expresar al derivar con respecto a t la definición de coordenadas comóviles, esto es:

$$\mathbf{r} = a(t)\mathbf{x} \quad (1.23)$$

$$\Rightarrow \dot{\mathbf{r}} = H\mathbf{r} + a\dot{\mathbf{x}}, \quad (1.24)$$

donde \mathbf{x} es la distancia comóvil, H es el parámetro de Hubble (ec. (1.10)), y \mathbf{r} es la distancia física de un observador a un objeto. Analizando físicamente la ecuación (1.24), el primer término de velocidad aparece ya que se considera expansión cósmica,

$$\mathbf{v}_H \equiv H\mathbf{r}, \quad (1.25)$$

y al segundo término se le conoce como velocidad peculiar,

$$\mathbf{v}_p \equiv a\dot{\mathbf{x}}, \quad (1.26)$$

y describe el movimiento de un objeto con respecto al flujo local de Hubble. Se puede llegar a la ecuación (1.22) a partir de la ecuación (1.24) haciendo

$$v \equiv \dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}/r, \quad r \equiv |\mathbf{r}|, \quad (1.27)$$

despreciando (1.26) con respecto a (1.25) (pues típicamente la velocidad peculiar de galaxias no excede los 10^6 m/s), y cambiando H por H_0 , lo cual es válido para $z \ll 1$. El primero en medir el valor de H_0 fue Hubble, y obtuvo $H_0 \simeq 500 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$,

⁵El principio cosmológico está apoyado por la evidencia de que el Universo a gran escala se vuelve suave, y dice que no estamos en un lugar privilegiado del Universo, es decir que el Universo se ve igual donde sea, pero este principio no es exacto porque a bajas escalas no es lo mismo estar en el interior del Sol que en el espacio donde hay estrellas, planetas, asteroides, etc., pero a grandes escalas, como por ejemplo considerando un espacio con un millón de galaxias, se ve igual que en cualquier otra dirección.

el cual es mucho mayor que en los proyectos más recientes porque en esa época los aparatos para medir distancias tenían incertidumbres muy grandes; unos de los más recientes han obtenido alrededor de $67 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ y otros $73 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ donde

$$1 \text{ Mpc} = 3.08568 \times 10^{24} \text{ cm} = 3.26156 \times 10^6 \text{ años luz}, \quad (1.28)$$

pero esta discrepancia se discutirá en los siguientes capítulos de esta tesis.

El parámetro de Hubble es importante en cosmología porque da una medida aproximada de la edad del Universo, ya que

$$t_H \equiv 1/H_0, \quad (1.29)$$

y también da la escala más grande que podemos observar hoy en día, mediante la ecuación

$$D_H \equiv c/H_0. \quad (1.30)$$

1.5. Épocas del Universo

1.5.1. Ecuación de estado w

De aquí en adelante se supondrá una curvatura nula $k = 0$ correspondiente a un Universo plano, a menos que se indique lo contrario, y $c = 1$.

Algo importante a considerar cuando se quiere estudiar cómo evoluciona el Universo, es saber de qué está conformado. Para esto, en cosmología se busca relacionar la densidad ρ con la presión p , a lo cual se le llama ecuación de estado w :

$$w \equiv \frac{p}{\rho}, \quad (1.31)$$

la cual depende de qué componente de materia del Universo se esté hablando. La composición del Universo se clasifica en tres grupos: materia (no relativista), radiación (partículas relativistas) y energía oscura.

En la ecuación de continuidad (1.17) se puede sustituir (1.31), y si se integra considerando w constante, se obtiene:

$$\rho(t) = \rho^{(0)} \left(\frac{a(t)}{a_0} \right)^{-3(1+w)}. \quad (1.32)$$

donde $\rho^{(0)}$ es una constante de integración que se interpreta como la densidad de energía del Universo actual, dependiendo de qué especie de materia se esté hablando. Esta es la solución a la ecuación de continuidad (1.17) si se tiene una ecuación de estado (1.31), y depende de qué componente de materia se esté hablando, lo cual se resolverá a continuación.

1.5.2. Radiación

La radiación tiene una ecuación de estado $w = 1/3$, y se refiere a partículas que se mueven a velocidades relativistas, ya sea cercanas a, o a la velocidad de la luz, como los fotones y neutrinos. Estas partículas sí producen presión, llamada presión de radiación y se debe a la energía cinética de las partículas moviéndose a velocidades relativistas. Se puede demostrar que esta presión es

$$p_r = \rho_r/3, \quad (1.33)$$

y si se aplica $w = 1/3$ a la ec. (1.32), se obtiene que

$$w = \frac{1}{3} \Rightarrow \rho_r = \rho^{(0)} \left(\frac{a_0}{a} \right)^4 \quad (1.34)$$

$$\Rightarrow a(t) = \left(\frac{t}{t_0} \right)^{1/2} \quad (\text{radiación}), \quad (1.35)$$

y de aquí se nota que el Universo se expande más lento cuando domina la radiación a cuando domina la materia; esto es una consecuencia de la desaceleración extra que aporta la presión en la ecuación de aceleración (1.16).

1.5.3. Materia

El término materia tiene una ecuación de estado $w = 0$, y se refiere a toda la materia que no sea relativista, y que la presión que ejerce es despreciable,

$$p_m = 0. \quad (1.36)$$

Esta es una buena aproximación ya cuando el Universo se enfrió, además de que las partículas están mucho más separadas y raramente interactúan; también es una buena aproximación para un conjunto de galaxias, pues no interactúan mas que gravitacionalmente. Para encontrar la evolución de la densidad de energía ρ_m se hace $w = 0$ en la ecuación (1.32) y se obtiene que

$$w = 0 \Rightarrow \rho_m = \rho^{(0)} \left(\frac{a_0}{a} \right)^3, \quad (1.37)$$

es decir que la densidad decrece conforme el volumen del Universo aumenta. A partir de la ecuación de Friedmann (1.14) y la ec. (1.37), se puede encontrar la evolución del factor de escala $a(t)$:

$$a(t) = \left(\frac{t}{t_0} \right)^{2/3} \quad (\text{materia}); \quad (1.38)$$

esto significa que el Universo se expandiría para siempre.

Materia oscura

Otro elemento que a menudo se considera en la componente de materia (ya que las observaciones astrofísicas requieren que exista otro elemento aparte de la materia ordinaria), es la materia oscura, la cual casi no interactúa con las partículas del Modelo Estándar, solamente gravitacionalmente con la materia ordinaria. De hecho, si la materia oscura hubiera sido no relativista en la época del desacople del fotón, se le llama Materia Oscura Fría (CDM), contrario a si hubiera sido relativista se le llama Materia Oscura Caliente (HDM). Aún no se sabe el origen de la materia oscura, pero se puede clasificar en dos grupos: los candidatos astrofísicos (agujeros negros primordiales, estrellas de neutrones y enanas blancas) y los candidatos de partículas (axiones y WIMPs (*Weakly Interacting Massive Particles* en inglés, y Partículas Masivas Débilmente Interactuantes en español).

1.5.4. Energía oscura

La energía oscura tiene una ecuación de estado $w \approx -1$, que a menudo se dice que corresponde a considerar una constante cosmológica Λ^6 (pero también se puede dar el caso en el que dependa del tiempo), y fue introducida por Einstein para permitir que sus ecuaciones (ec. (1.5)) tuvieran una solución estática. Para calcular la densidad de energía para energía oscura ρ_{DE} , consideremos la ecuación de estado para energía oscura $w_{DE} = p_{DE}/\rho_{DE}$ y la ecuación de continuidad (1.17):

$$\rho_{DE} \dot{a} + 3H(\rho_{DE} + p_{DE}) = 0. \quad (1.39)$$

Usando la ecuación (1.10) e integrando la ecuación (1.39) se obtiene:

$$\rho_{DE} = \rho_{DE}^{(0)} \exp \left[- \int_{a_0}^a \frac{1 + w_{DE}}{\tilde{a}} d\tilde{a} \right], \quad (1.40)$$

y si se define una ecuación de estado promedio \hat{w}_{DE} como

$$\hat{w}_{DE}(a) = - \frac{1}{\ln(a_0/a)} \int_{a_0}^a \frac{w_{DE}(\tilde{a})}{\tilde{a}} d\tilde{a} \quad (1.41)$$

$$\Rightarrow \rho_{DE} = \rho_{DE}^{(0)} \left(\frac{a}{a_0} \right)^{-3(1+\hat{w}_{DE})} \quad (1.42)$$

Esta es la forma general de la densidad de energía de energía oscura cuando w_{DE} no es constante.

Cuando se toma a la energía oscura como una constante cosmológica, se tiene una ecuación de estado $w = -1$, y para obtener la presión de la constante cosmológica p_Λ , se nota que la definición de densidad de la constante cosmológica

$$\rho_\Lambda \equiv \Lambda^4, \quad (1.43)$$

⁶A Λ se le llama constante cosmológica porque su densidad de energía es constante en el espacio y tiempo.

es constante y para eso el segundo término en la ecuación de continuidad (1.17) para ρ_Λ debe anularse, esto es que

$$w = -1 \quad i.e \quad p_\Lambda = -\rho_\Lambda. \quad (1.44)$$

Que la constante cosmológica tenga una presión negativa quiere decir que mientras el Universo se está expandiendo, se está haciendo trabajo en el fluido cosmológico constante. Físicamente, a Λ se le puede interpretar como una densidad de energía del vacío, y en física cuántica se cree que tiene su origen como una energía del punto cero. Además, se cree en la existencia de la energía oscura debido a la edad del Universo comparada con las estrellas más viejas, observaciones de Supernovas, el CMB, BAO, y estructura a gran escala (LSS).

1.6. Modelo estándar cosmológico (Λ CDM)

El modelo Λ CDM es el modelo que mejor coincide con las observaciones cosmológicas, es por eso que se le llama Modelo Estándar Cosmológico, y supone a grandes rasgos que se puede usar la misma física en todas partes del Universo observable, debido a la suposición de homogeneidad e isotropía (esto es lo que dice el Principio Cosmológico, pero gracias a las observaciones del CMB es básicamente un hecho) y que la curvatura del Universo es muy pequeña; también supone que la relatividad general es la teoría correcta de la gravedad a escalas cosmológicas.

Entre los componentes del Universo, supone que está la energía oscura asociada con una constante cosmológica Λ y se comporta como la densidad de energía del vacío, que trata de explicar la expansión acelerada del espacio; materia oscura fría (CDM) que no tiene presión, es estable e interactúa con la materia ordinaria sólo gravitacionalmente; materia ordinaria; fotones como los observados del CMB; y neutrinos, partículas con masa muy pequeña que interactúan mínimamente con otras partículas.

La materia oscura se postuló para considerar los efectos gravitacionales observados en estructuras a grandes escalas (por ejemplo las curvas de rotación “planas” de estrellas en las galaxias, las lentes gravitacionales de luz por cúmulos de galaxias) que no pueden ser explicados con la cantidad de materia observada, constituyendo así el 26.5% de la densidad masa-energía del Universo[5]. En este modelo se considera la CDM, refiriéndose a que es no bariónica (materia aparte de protones y neutrones), que su velocidad es mucho menor que la de la luz en la época de igualdad radiación-materia, es no disipativa, y no colisiona (las partículas de DM interactúan entre ellas pero con otras sólo lo hacen gravitacionalmente y posiblemente a través de la fuerza débil).

También considera algunas propiedades del cosmos, como la existencia y estructura del CMB, las abundancias de H, He y Li, y que el Universo se expande aceleradamente gracias a la observación de luz de galaxias distantes y supernovas.

En este modelo la fracción de la densidad total de energía para nuestro Universo que es energía oscura, es la que domina y vale $\Omega_\Lambda = 0.669 \pm 0.038$ según DES (*Dark Energy Survey*, en inglés) (2018), usando supernovas de tipo Ia[6], o $\Omega_\Lambda = 0.6847 \pm 0.0073$ según Planck (2018)[19].

El modelo también supone la Gran Explosión, el cual no fue una explosión sino la aparición instantánea del espacio-tiempo que se encontraba a temperaturas de alrededor de $10^{15} K$, e inmediatamente se expandió exponencialmente, a lo cual se le conoce como inflación cósmica. Luego el Universo se mantuvo caliente (alrededor de 10,000 K) por varios cientos de miles de años, y esto lo observamos como el CMB, como una radiación de muy baja energía que viene de todas partes del cielo.

En este modelo, para describir el Universo observable de justo después de la época inflacionaria al presente y futuro, se usa la métrica de FLRW (ec. (4.25)), las ecuaciones de Friedmann (1.3) y (1.16), y las ecuaciones de estado cosmológicas (1.31).

1.7. Supernovas Tipo Ia

Las Supernovas de Tipo Ia son supernovas que ocurren en sistemas de una enana blanca orbitando y acreta materia de otra estrella que puede ser desde gigante a una enana blanca más pequeña y, cuando se rebasa el límite en el que la enana blanca ya no puede sostenerse por su propio peso con presión degenerativa electrónica⁷ (límite de Chandrasekhar: $1.44M_\odot$ [7]), la enana blanca colapsa para convertirse en una estrella de neutrones; esto se ilustra en la figura 1.1. Estas supernovas se consideran como un buen método para medir distancias a las galaxias que pertenecen gracias a los valores de luminosidad estables producidos por la uniformidad en la masa de las enanas blancas que explotan, ya que la magnitud visual de la explosión depende de la distancia.

De las explosiones de supernovas se detectan líneas de absorción de elementos químicos, y si se detecta una línea de H, la supernova es de tipo II; en otro caso se le llama de tipo I, y si contiene una línea de absorción de Silicio una vez ionizado (Si II), se le llama de tipo Ia (las del tipo Ib contienen una línea de He, mientras que las del tipo Ic carecen de la línea de He y Si), como la que se muestra en la figura 1.2 y de donde se logra apreciar la línea de absorción de Si II en 615 nm.

⁷La presión degenerativa nos da el límite inferior que debe tener la masa de una estrella, y ocurre por efectos cuánticos al aumentar la densidad. Se puede cuantificar para el caso de una partícula no relativista y usando el principio de incertidumbre de Heisenberg: $p_{deg} \approx \frac{\hbar^2}{2m} n^{5/3}$ donde $n = N/V$ es el número de partículas por unidad de volumen y m la masa del fermión en cuestión; generalmente se habla de presión degenerativa de electrones puesto que la de los electrones es 2000 veces más fuerte que la de protones.

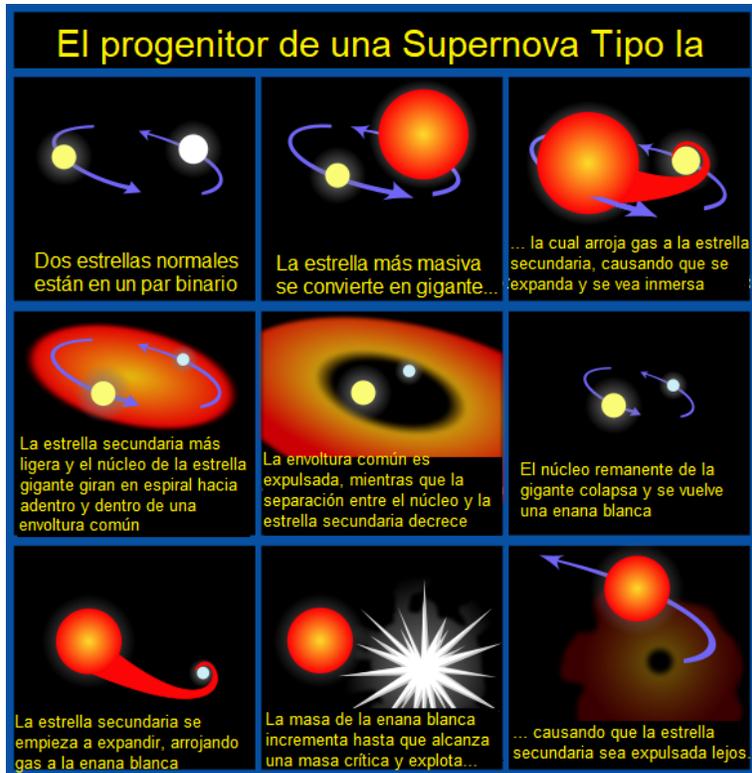


Figura 1.1: Proceso de formación de una Supernova Tipo Ia[9].

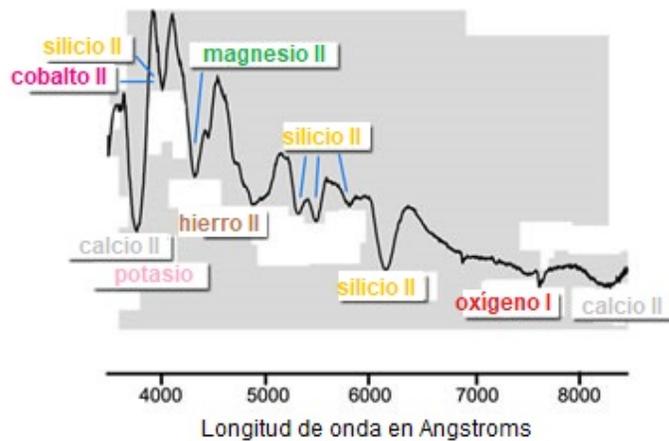


Figura 1.2: Espectro de las líneas de absorción de una Supernova Tipo Ia (SN 1981b), donde se nota la línea del Silicio una vez ionizado (Si II) en 615 nm[10].

En las SN's Ia un elemento importante es la distancia luminosa d_L y sirve para

relacionar la luminosidad de la supernova con la tasa de expansión del Universo. La distancia luminosa se define como:

$$d_L^2 \equiv \frac{L_s}{4\pi\mathcal{F}}, \quad (1.45)$$

donde L_s es la luminosidad absoluta de la fuente y \mathcal{F} es el flujo observado. El flujo \mathcal{F} se define como:

$$\mathcal{F} = \frac{L_0}{S}, \quad (1.46)$$

donde L_0 es la luminosidad observada a una distancia comóvil $\chi = 0$ y $z = 0$, y $S = 4\pi(a_0 f_K(\chi))^2$ es el área de una esfera a $z = 0$ y $f_K(\chi)$ es la función definida por:

$$f_K(\chi) = \begin{cases} \text{sen}\chi & (K = +1), \\ \chi & (K = 0), \\ \text{senh}\chi & (K = -1). \end{cases} \quad (1.47)$$

la cual representa el cambio de coordenadas que se hace en la métrica FLRW (4.25) por coordenadas que corresponden a medidas de distancias cosmológicas, y χ es la distancia comóvil dada por:

$$\chi = d_c = \frac{c}{a_0 H_0} \int_0^z \frac{d\tilde{z}}{E(\tilde{z})}, \quad (1.48)$$

donde

$$E(z) \equiv \frac{H(z)}{H_0}. \quad (1.49)$$

La distancia luminosa también se puede expresar en términos del corrimiento al rojo, al expresar las luminosidades en términos de la energía de la luz emitida en un intervalo de tiempo; la energía se puede expresar en términos de la longitud de onda del fotón, y a su vez esta se relaciona con el corrimiento al rojo. Así, d_L se puede expresar como

$$d_L = \frac{c(1+z)}{H_0} = \frac{c(1+z)}{H_0 \sqrt{\Omega_K^{(0)}}} \text{senh} \left(\sqrt{\Omega_K^{(0)}} \int_0^z \frac{d\tilde{z}}{E(\tilde{z})} \right), \quad (1.50)$$

donde $\Omega_K^{(0)}$ está dada por la ec. (1.21).

De esta manera se puede conocer la historia de expansión del Universo para corrimientos al rojo del orden de 1, al comparar datos observacionales -como magnitudes aparentes y absolutas de SN's Ia- con las distancias luminosas teóricas.

1.8. CMB

La radiación de Fondo Cósmica de Microondas (*Cosmic Microwave Background*, en inglés) es la radiación electromagnética remanente de una etapa temprana del Universo, y fue descubierta accidentalmente en 1964 por los radioastrónomos americanos

Arno Penzias y Robert Wilson[37]; gracias a esto ganaron el Premio Nobel en física en 1978, y otra persona que ganó este premio por la radiación del CMB fue George Smoot en 2006 por el satélite COBE[38], lanzado en 1992. El CMB es una importante fuente de información del Universo temprano porque es la radiación electromagnética más vieja del Universo, que data de la época de la recombinación, y para su detección se necesitan radio telescopios lo suficientemente sensibles como para ver un ruido de fondo débil; este ruido es más fuerte en la región de microondas del espectro de radio.

Antes de que se formaran las estrellas y planetas, el Universo era más denso, más caliente, y estaba lleno de un brillo uniforme debido a un plasma de hidrógeno. Mientras el Universo se expandía, el plasma y la radiación que lo llenaba se volvieron más fríos. Cuando el Universo se enfrió lo suficiente, protones y electrones se combinaron para formar átomos de hidrógeno neutros (época de recombinación); esto ocurrió a un corrimiento al rojo de $z_* = 1089.95$ [19]. A diferencia de los protones y electrones sin combinar, estos nuevos átomos formados no podían dispersar la radiación térmica por medio de dispersión de Thomson (dispersión elástica de una partícula cargada causada por un fotón), y así el Universo se volvió transparente en lugar de ser una neblina opaca[39], por lo que los fotones comenzaron a viajar libremente a través del espacio (desacople del fotón), y para llegar a nosotros lo hicieron con menor energía, pues la expansión del espacio causa que su longitud de onda aumente con el tiempo. La superficie de la última dispersión (o *last scattering* en inglés) se refiere al conjunto de puntos en el espacio a la distancia correcta de nosotros tal que ahora recibimos fotones emitidos originalmente de esos puntos en el tiempo del desacople del fotón.

Se ha encontrado que el CMB tiene un espectro térmico de cuerpo negro a una temperatura de 2.72548 ± 0.00057 K[40], y que en el cielo el brillo que se observa es casi uniforme, pero a diferentes ángulos de observación se encuentran pequeñas anisotropías (figura 1.3), lo cual se traduce en los picos del espectro de potencias. Debido a que el modelo de la Gran Explosión, además de producir la forma general de un espectro de cuerpo negro, explica las fluctuaciones de temperatura, se le considera como la mejor explicación para el CMB.

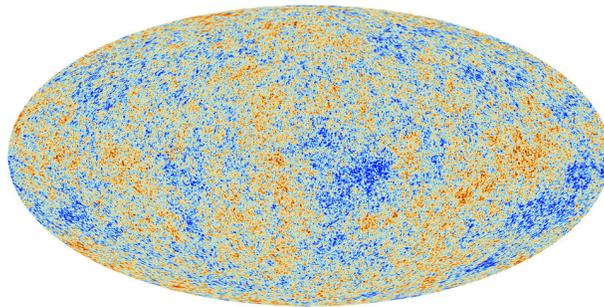


Figura 1.3: Fondo Cósmico de Microondas visto por Planck[11].

Las anisotropías, o dependencias de diferentes propiedades en diferentes direcciones, se clasifican entre primarias y secundarias: las primarias se deben a efectos que ocurrieron en la superficie de la última dispersión y antes; las secundarias se deben a interacciones entre la radiación de fondo con gas caliente o a potenciales gravitacionales, y estos efectos ocurren entre la superficie de la última dispersión y el observador.

Los picos del fondo cósmico tienen significado físico, por ejemplo el primero representa la curvatura del Universo, el segundo determina la densidad de bariones[41], y del tercero se puede obtener información sobre la densidad de materia oscura[42].

1.8.1. Polarización

Los fotones del CMB pueden estar polarizados de dos maneras: modos E y modos B, en analogía con la electrostática, en donde el campo eléctrico (campo E) tiene un rotacional nulo y el campo magnético (campo B) una divergencia nula. Los modos E surgen naturalmente de la dispersión de Thomson en un plasma heterogéneo. Los modos B pueden ser creados por dos maneras: lentes gravitacionales de modos E (los cuales se han medido con el SPT en 2013[43]), y por ondas gravitacionales que surgen de la inflación cósmica.

1.9. BAO

El Universo temprano consistía de un plasma denso de electrones y bariones (protones y neutrones), en el cual los fotones que viajaban en este Universo no podían viajar alguna distancia considerable antes de interactuar con el plasma por medio de la dispersión de Thomson[44]. Mientras el Universo se expandía, el plasma se fue enfriando (a menos de 3000 K), hasta llegar a un punto en el que los electrones y protones en el plasma se combinaron y formaron átomos de hidrógeno neutro (recombinación). Como los fotones casi no interactúan con la materia neutra, en la recombinación el Universo se volvió prácticamente transparente para los fotones, permitiéndoles desacoplarse de la materia y transmitirse libremente por el Universo[44]. A la época en la que los bariones fueron liberados por el arrastre de los fotones se le conoce como la época de arrastre z_{drag} , y ocurrió a un corrimiento al rojo de $z_{drag} = 1059.93$ [19].

Para explicar qué son las Ondas Acústicas Bariónicas (BAO), en esta tesis no nos meteremos con la expresión matemática de las perturbaciones pero, para ilustrarlas cualitativamente, imaginemos una región sobredensa del plasma primordial. Mientras que esta región atrae gravitacionalmente materia a ella, es decir que el fluido de fotones-bariones se ve comprimido por la gravedad, la presión comienza a incrementar provocando que el fluido se expanda hacia afuera. Eventualmente, la presión cae hasta que la gravedad causa que el fluido de fotones-bariones caiga hacia adentro de nuevo, y este ciclo de compresión y expansión continúa hasta el tiempo del desacople del fotón. Estas oscilaciones hacia adentro y hacia afuera del fluido de fotones-bariones

se llaman *oscilaciones acústicas* (*Baryon Acoustic Oscilations*, en inglés), pues representan un tipo de onda de sonido constante en el fluido de fotones-bariones[46]. En la figura 1.4 se ilustra cómo fue evolucionando el contenido de materia con las Oscilaciones Acústicas Bariónicas.

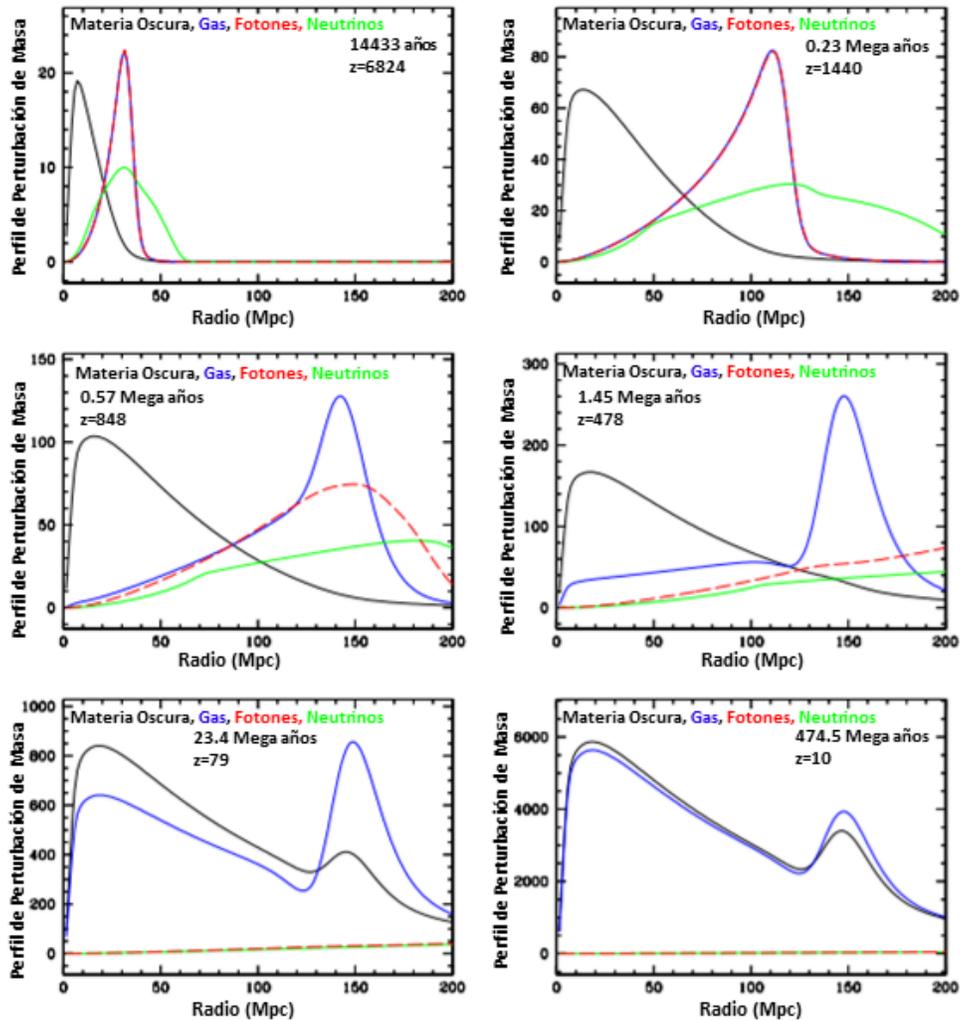


Figura 1.4: Evolución del contenido de materia de las Oscilaciones Acústicas Bariónicas. La curva negra corresponde a materia oscura, la azul a materia bariónica, la roja a fotones y la azul a neutrinos, siendo estas dos últimas lo que se le considera como radiación. Esta imagen fue tomada de la Ref. [12].

Esta región sobredensa contiene materia oscura, bariones y fotones, y la presión se traduce en ondas de sonido esféricas de bariones y fotones que se mueven a una velocidad de un poco más de la mitad que la velocidad de la luz[47][48], hacia afuera de la sobredensidad. La materia oscura interactúa sólo gravitacionalmente, por lo que

se mantiene en el centro de la onda de sonido, el origen de la sobredensidad; para ilustrar estas ondas de sonido se muestra la figura 1.5.

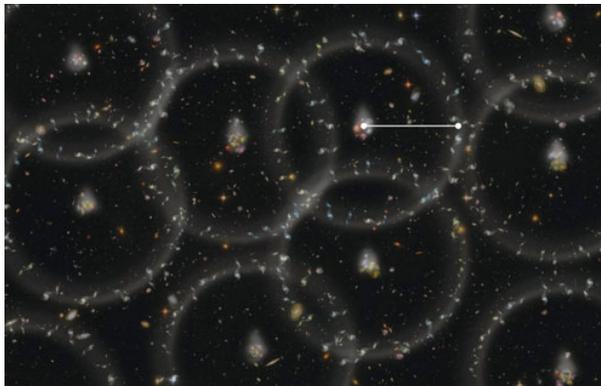


Figura 1.5: Una caricatura producida por el proyecto BOSS que muestra las esferas de bariones alrededor de los grupos iniciales de materia oscura. Los radios son de 150 Mpc[13].

Antes del desacople, los fotones y bariones se movían hacia afuera juntos, mientras que después, los fotones ya no interactuaban con la materia bariónica y se difundieron; eso alivió la presión del sistema, dejando atrás cáscaras de materia bariónica. Fuera de esas cáscaras, que representan diferentes longitudes de onda de ondas de sonido, la cáscara resonante corresponde a la primera como lo es esa cáscara que viaja la misma distancia para todas las sobredensidades antes del desacople. A este radio normalmente se le llama el horizonte de sonido[49] y se define matemáticamente como⁸

$$r_s(a) \equiv \int_{a_i}^a \frac{c_s(a')}{(a')^2 H(a')} da', \quad (1.51)$$

donde c_s es la velocidad del sonido definida por

$$c_s \equiv \frac{\delta p}{\delta \rho} = \frac{1}{\sqrt{3(1+R)}}, \quad R \equiv \frac{3\rho_b}{4\rho_\gamma} = \frac{3\Omega_b}{4\Omega_\gamma} \frac{a}{a_0}. \quad (1.52)$$

Otra cantidad importante en este contexto es la distancia diametral angular comóvil, la cual representa la distancia que hay entre nosotros y la radiación emitida por el CMB, y matemáticamente se expresa como (en el caso de un Universo plano, $k=0$):

$$D_A(a) \equiv \int_a^{a_0} \frac{da'}{(a')^2 H(a')}. \quad (1.53)$$

Las dos distancias anteriores son parecidas matemáticamente pero se diferencian en que r_s representa la distancia que viajaron las ondas de sonido en el tiempo antes de

⁸A la ecuación (1.51) se le llama horizonte de sonido comóvil.

una época determinada, mientras que D_A representa la distancia de nosotros a esa época determinada.

Regresando a la explicación de las oscilaciones acústicas: sin la presión de fotones-bariones llevando al sistema hacia afuera, sólo quedó la fuerza gravitacional entre los bariones. Así, los bariones y la materia oscura (que quedó en el centro de la perturbación) formaron una configuración tal que las sobredensidades de materia quedaron en el sitio original de la anisotropía y en la cáscara en el horizonte de sonido para esa anisotropía[49]. Gracias a la propagación de las ondas bariónicas, los cosmólogos pueden predecir el tamaño del horizonte de sonido en la época de recombinación y, gracias al CMB, se puede obtener una medida de esta escala con gran precisión[49].

En el tiempo entre la recombinación y la época actual, el Universo se ha estado expandiendo; esta expansión está bien apoyada por las observaciones y es uno de los fundamentos del Modelo de la Gran Explosión. En los 90's observaciones de supernovas[4] determinaron que, además de que el Universo se esté expandiendo, lo está haciendo de forma acelerada. Entonces una de las preguntas más importantes en la cosmología actual, es entender la aceleración del universo, o a lo que se le llama energía oscura. Para entender la naturaleza de esta, es importante tener una variedad de maneras de medir la aceleración, y una de esas maneras es medir BAO, al comparar observaciones del horizonte de sonido hoy en día (usando agrupamiento de galaxias) con horizontes de sonido en la época de recombinación (usando el CMB)[49].

1.10. Estructura a gran escala

Otra de las maneras en la que los cosmólogos prueban la existencia de la energía oscura es con la Estructura a Gran Escala (LSS, en inglés); esta consiste en los patrones que forman las galaxias y la materia a grandes escalas, principalmente causados por la gravedad y la expansión acelerada del Universo, o lo que se cree es energía oscura. Por ejemplo, así como se observa que la gravedad actúa a bajas escalas, es decir que junta partículas de gas para formar estrellas y junta estrellas para formar galaxias, también actúa a grandes escalas, en el sentido de que las galaxias se juntan hasta llegar a observar filamentos de galaxias y vacíos entre ellas, algo así como una red de araña, que se le denomina como “red cósmica” [8].

La LSS da información sobre la energía oscura, pues en la mayoría de los modelos teóricos la energía oscura contrarresta a la gravedad que crea las grandes estructuras; esto se refiere a que mientras el Universo se expande de forma acelerada, la materia tarda en juntarse más tiempo y tiene que viajar una distancia más grande para hacerlo.

1.11. Cronómetros cósmicos

Otros objetos astrofísicos que pueden ayudar a medir la tasa de expansión del Universo son los Cronómetros Cósmicos (CC), los cuales calculan la edad diferencial del Universo al medir directamente la derivada dt/dz , y esta representa el cambio en el tiempo cósmico como función del corrimiento al rojo. Esta derivada está relacionada con el parámetro de Hubble mediante la ecuación (1.10), la cual también se puede escribir de la siguiente manera:

$$H(z) \equiv \frac{\dot{a}}{a} = -\frac{1}{1+z} \frac{dz}{dt}. \quad (1.54)$$

Los mejores CC parecen ser galaxias que evolucionan muy lentamente en una escala de tiempo mucho más grande que su diferencia de edad. De hecho, las observaciones muestran que las galaxias más masivas (o que están en regiones de muy alta densidad en cúmulos) contienen poblaciones de las estrellas más viejas, y que dichas galaxias formaron su contenido estelar a $z \gtrsim 2$ [14] y han evolucionado pasivamente desde ese tiempo, sin que se formaran más estrellas nuevas.

Una de las maneras para determinar de forma directa la edad de la galaxia, es al analizar las líneas de absorción de metales en su espectro continuo, en particular, la línea de 4000 \AA que tiene una dependencia lineal con la edad de poblaciones estelares viejas. Así, si se conoce la metalicidad se puede saber la diferencia en edades entre dos galaxias, que es proporcional a la diferencia entre las amplitudes de sus líneas de 4000 \AA .

Una de las ventajas de usar CC, en lugar de otros métodos para medir $H(z)$, es que no se necesita integrar cantidades, como por ejemplo la distancia luminosa, por lo que no requiere una suposición de un modelo en particular, el cual puede sesgar las interpretaciones de los datos.

Capítulo 2

Datos observacionales de H_0

2.1. La tensión con la Constante de Hubble H_0

La mayoría de los proyectos que midieron la constante de Hubble H_0 han usado física del Universo temprano y tardío, pero los resultados del primero dan valores diferentes a los del segundo, y no necesariamente se traslapan entre sí con las incertidumbres.

Los proyectos que realizaron estas mediciones de H_0 (o que las infirieron), usaron diferentes tipos de observaciones, como es el Fondo Cósmico de Microondas (CMB), Oscilaciones Acústicas Bariónicas (BAO), Cronómetros Cósmicos (CC), Cefeidas variables, sirenas estándar, edades estelares, Punta de la Rama Gigante Roja (TRGB), estrellas Mira variables, lentes gravitacionales, masers, y Fluctuaciones de Brillo en Superficie (SBF). Dichos métodos se explican con un poco más de detalle en las siguientes secciones.

Los primeros dos métodos mencionados se llevaron a cabo a grandes corrimientos al rojo z (Universo temprano), y han obtenido valores de $H_0 \sim 67 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. La radiación del CMB dio lugar a dos Premios Nobel, en 1978 por el descubrimiento de Penzias y Wilson en 1965 [37] y a George Smoot en 2006 por el satélite COBE[38], lanzado en 1992.

Los métodos restantes están basados en física del Universo tardío (bajos z), es decir que están basadas en la astrofísica de estrellas. El estudio de las Supernovas tipo Ia, dio lugar al descubrimiento de la aceleración del Universo a tiempos tardíos en 1998 y fue galardonado con el Premio Nobel en 2011, a Riess y su equipo en el Equipo de Supernovas a Altos corrimientos al rojo[3], y a Perlmutter y su equipo en el Proyecto Cosmológico de Supernovas[4]. Estos experimentos obtuvieron valores de $H_0 \sim 73 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.

Cuando se habla de corrimientos al rojo en esta sección, así como se explicó en la sec-

ción 1.2, se refiere a qué tan rápido se está alejando un determinado objeto astrofísico de nosotros; por ejemplo un objeto que se aleja a 10,000 km/s de nosotros está a un corrimiento al rojo de [36] $z = 10,000 \frac{km}{s} \cdot \frac{1}{c} \simeq 10,000 \frac{km}{s} \cdot \frac{1}{300,000 \frac{km}{s}} \simeq 0.033$.

A continuación se presentan con un poco más de detalle los proyectos que usaron estos métodos y una breve descripción de en qué consisten; algunos de estos proyectos se mencionan aquí gracias al resumen del trabajo de Licia Verde [15][16]. Todo se resume en la tabla 2.1, junto con los corrimientos al rojo z en los que fueron llevados a cabo estos proyectos, y para ilustrar estos valores de una mejor manera se muestra la figura 2.2.

2.2. Escalera de distancias cósmica

Para determinar distancias a objetos astronómicos que se encuentran muy lejos de nosotros, en astrofísica se usa la escalera de distancias cósmica, la cual consiste en medir primero la distancia a objetos relativamente cercanos (unos miles de pársecs) con distintos métodos, y usar estos resultados para medir objetos cada vez más lejanos (desde cientos de miles hasta millones de pársecs). Este método para medir distancias se ilustra en la figura 2.1.

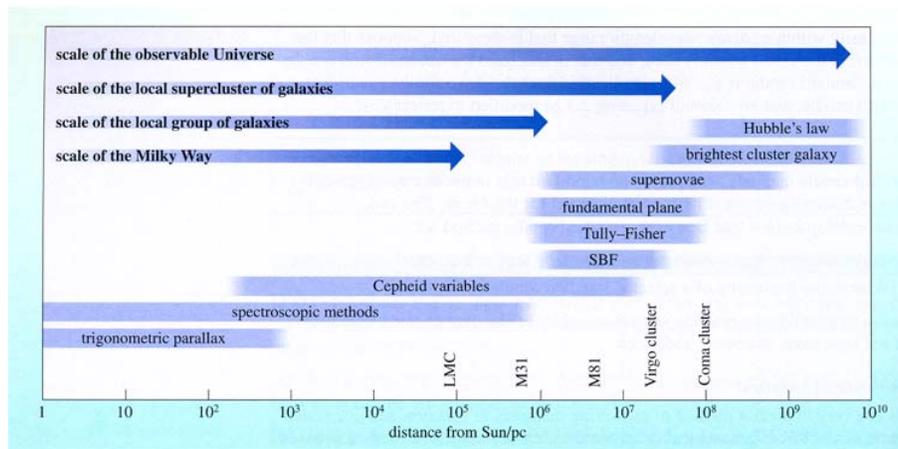


Figura 2.1: Diagrama que ilustra la escalera de distancias. A la izquierda se encuentran algunos ejemplos de métodos para medir distancias a escalas bajas, mientras que a la derecha están otros ejemplos de métodos para medir distancias a escalas altas, pero que necesitan de la calibración de los métodos de la izquierda. Imagen tomada de [17].

Nombre del equipo	Método utilizado	Valor de H_0 [$\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$]	Corrimiento al rojo utilizado z
WMAP (2012)	CMB+BAO+SNIa	69.32 ± 0.80	$0.08 < z < 1.06$
Planck (2018)	CMB+BAO+SNIa	67.36 ± 0.54	$0 \lesssim z \lesssim 10$
Abbott et al. (2018)	DES+BAO+BBN	$67.4^{+1.1}_{-1.2}$	$0.106 < z < 2.40$
Haridasu et al. (2018)	Cronómetros cósmicos	68.5 ± 2.9	$0.0708 \lesssim z < 1.965$
Riess et al. (2016)	Cefeidas variables	73.24 ± 1.74	$0.01 < z < 0.15$
Riess et al. (2018)	Cefeidas variables	73.48 ± 1.66	-
LIGO (2017)	Sirenas estándar	70^{+12}_{-8}	$\simeq 0.055$
LIGO (2019)		68^{+14}_{-7}	$0.09 \leq z \leq 0.35$
Verde et al. (2019)	Edades estelares de GC	71.0 ± 2.8	$11 < z_f < 30$
Verde et al. (2019)	Edades de estrellas con muy baja metalicidad	69.3 ± 2.7	$11 < z_f < 30$
CCHP (2019)	TRGB	69.8 ± 1.9	$0.0023 < z < 0.15$
Yuan, Riess, et al. (2019)		72.4 ± 2.0	-
Riess et al. (2019)	Estrellas Mira variables	73.6 ± 3.9	-
H0LiCOW (2019)	Lentes gravitacionales	$73.3^{+1.7}_{-1.8}$	$z_d = 0.6304, z_s = 1.394;$ $z_d = 0.295, z_s = 0.654;$ $z_d = 1.693, z_s = 0.4546;$ $z_d = 0.661, z_s = 1.662;$ $z_d = 0.729, z_s = 2.316$
Reid et al. (MCP, 2008)	Masers	74.8 ± 3.1	$\simeq 0.011$
Pesce et al. (MPC, 2020)		73.9 ± 3.0	$0.002 \leq z \leq 0.033$
Reid, Pesce, Riess (2019)	Masers+TRGB	71.1 ± 1.9	-
Jensen et al. (2000)	SBF	72 ± 2.3	$\simeq 0.033$

Cuadro 2.1: Tabla comparativa de los proyectos que midieron H_0 con el método que utilizaron y a qué corrimiento al rojo z lo llevaron a cabo. Los que no incluyen dicho z se deben a que en dicho trabajo no especificaron los corrimientos al rojo utilizados.

2.3. CMB

A través de datos de anisotropías en la radiación del CMB (Fondo Cósmico de Microondas) se ha podido medir H_0 ; esta radiación es la radiación electromagnética remanente de la Gran Explosión y ocurrió en $z \simeq 1084$ [19]. WMAP (2012) obtuvo con estos datos $H_0 = 69.32 \pm 0.80 \text{ km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$ [18], y Planck (2018) obtuvo $H_0 = 67.36 \pm 0.54 \text{ km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$ [19], derivado de los espectros de potencias de la temperatura del CMB, polarización y de lente, además de que se basó en el modelo Λ CDM; cabe mencionar que tanto WMAP como Planck, además de usar mediciones

del CMB, usaron BAO y SN's Ia. Como se puede observar de estos valores de H_0 , sus márgenes de error son bastante pequeños, del 1.1 % (WMAP) y del 0.8 % (Planck).

WMAP llevó a cabo sus mediciones con corrimientos al rojo de $0.08 < z < 1.06$, mientras que el satélite Planck llevó a cabo las mediciones con $0 \lesssim z \lesssim 10$. El CMB es una importante fuente de información del Universo temprano porque es la radiación electromagnética más vieja del Universo, que data de la época de la recombinación, y gracias a ella se puede saber más sobre el Universo detallado; de hecho el valor de H_0 es predicho con el CMB en el contexto del modelo Λ CDM. En la sección 1.8 se habla de la radiación del CMB con más detalle.

2.4. BAO

Como ejemplo de un proyecto que usó BAO (Oscilaciones Acústicas Bariónicas), está el equipo de Abbott (2018) que combinó resultados de DES (Dark Energy Survey), BAO y BBN (*Big Bang Nucleosynthesis* en inglés, Nucleosíntesis de la Gran Explosión¹ en español) para constreñir la constante de Hubble, para lo cual asumieron un modelo Λ CDM, y obtuvo que $H_0 = 67.4^{+1.1}_{-1.2} \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ con medidas de corrimiento al rojo de $0.106 < z < 2.40$ [21]. Los márgenes de error son pequeños, del 1.6 % (límite superior) y 1.7 % (límite inferior).

Este resultado es independiente de las determinaciones de la constante de Hubble con anisotropías del CMB (de temperatura y polarización), con las distancias tipo escalera, y con lentes gravitacionales. Se detalla un poco más el concepto de BAO en la sección 1.9.

2.5. Cronómetros Cósmicos

Un equipo que usó Cronómetros Cósmicos (CC) para calcular la constante de Hubble, fue el de B. S. Haridasu en 2018, en donde obtuvieron un valor de la constante de Hubble de $H_0 = 68.5 \pm 2.9 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ [22], con corrimientos al rojo de $0.0708 \lesssim z < 1.965$; los márgenes de error son un poco más grandes, del 4.2 %. Este método consiste en considerar estrellas o galaxias en las que se conozca de manera precisa su evolución para así obtener medidas de la tasa de expansión cósmica; también se les conoce como relojes estándar, y se describen con un poco más de detalle en la sección 1.11.

2.6. Cefeidas variables

Un equipo que ha utilizado el método de las Cefeidas variables -un tipo de método de las distancias tipo escalera- para medir la constante de Hubble, fue el de SH0ES

¹BBN se refiere a la época en el Universo donde se formaron determinados elementos ligeros.

(Supernovas, H_0 , para la Ecuación de Estado de la Energía Oscura) liderado por Adam Riess en 2016, de donde obtuvieron que $H_0 = 73.24 \pm 1.74 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ con corrimientos al rojo de $0.01 < z < 0.15$ [23], y en 2018 obtuvieron que $H_0 = 73.48 \pm 1.66 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ [24] con Cefeidas que están a distancias de nosotros de $1.7 \text{ kpc} < D < 3.6 \text{ kpc}$ (no especifican corrimientos al rojo en su trabajo); los márgenes de error son del 2.3 % (Riess 2016) y del 2.2 % (Riess 2018), lo cual quiere decir que la medición del 2018 fue más precisa al hacerla dos años después de la primera. Una Cefeida variable es un tipo de estrella que pulsa radialmente, variando en diámetro y temperatura y produciendo cambios en la luminosidad con un periodo y amplitud estables que ya están muy bien definidos. Así, se puede conocer la verdadera luminosidad de una Cefeida observando su periodo de pulsación, lo que permite conocer la distancia a la estrella, comparando la luminosidad conocida con el brillo observado.

2.7. Sirenas estándar

Otro método para calcular la constante de Hubble son las sirenas estándar, lo cual hizo el equipo de B. P. Abbott (2017) como parte del proyecto LIGO; usaron el evento GW170817 (fusión de un sistema binario de estrellas de neutrones) a un corrimiento al rojo de $z \simeq 0.055$ como una sirena estándar para medir la constante de Hubble, para lo cual combinaron la distancia a la fuente inferida únicamente de la señal de la onda gravitacional, con la velocidad de recesión inferida de medidas de corrimiento al rojo usando los datos electromagnéticos. Así obtuvieron $H_0 = 70_{-8}^{+12} \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ [25], el cual es consistente con los valores obtenidos con métodos de la escalera de distancias cósmica, aunque es completamente independiente de ellos; los márgenes de error son bastante grandes, del 17.1 % (límite superior) y 11.4 % (límite inferior), pues midieron sólo un evento, y se necesitarían más para hacer una mejor estadística. Dos años después usaron el mismo evento (GW170817) junto con detecciones de agujeros negros binarios, con corrimientos al rojo de $0.09 \leq z \leq 0.35$, y obtuvieron una medida actualizada de $H_0 = 68_{-7}^{+14} \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ [26]; los márgenes de error siguen siendo bastante grandes, del 20.5 % (límite superior) y del 10.2 % (límite inferior). Las sirenas estándar son eventos generadores de ondas gravitacionales cuya teoría permite estimar la forma y la intensidad de las ondas emitidas; la intensidad de las ondas observadas permite calcular la distancia al evento (en analogía con las candelas estándar y las ondas electromagnéticas, por ejemplo Cefeidas o Supernovas de tipo Ia).

2.8. Edades estelares

En el 2019, el equipo de Licia Verde calculó la constante de Hubble usando edades estelares de cúmulos globulares y de estrellas de muy baja metalicidad, al combinar constricciones en la edad del Universo t_U con estimados del parámetro de densidad de materia $\Omega_{m,0}$ (ya que en el modelo Λ CDM t_U y H_0 están relacionados con $\Omega_{m,0}$ vía la

ecuación $\Omega_{m,0} = \frac{8\pi G\rho_m(t=t_0)}{3H_0^2}$). Así, obtuvieron valores de $H_0 = 71.0 \pm 2.8 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ para cúmulos globulares y $H_0 = 69.3 \pm 2.7 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ para las estrellas con muy baja metalicidad, y llevaron a cabo estos cálculos con corrimientos al rojo de formación estelar z_f en el intervalo de $11 < z_f < 30$ [15]. Los márgenes de error son del 3.9% para el caso de cúmulos globulares y del 3.8% para el caso de estrellas con muy baja metalicidad.

2.9. Punta de la Rama Gigante Roja

En el 2019, el proyecto CCHP (Carnegie-Chicago Hubble Program) usó el método de calibración de TRGB (*Tip of the Red Giant Branch* en inglés, Punta de la Rama Gigante Roja en español) en Supernovas de tipo Ia, y con corrimientos al rojo de $0.0023 < z < 0.15$ obtuvo un valor de $H_0 = 69.8 \pm 1.9 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ [27], el cual se encuentra en medio del rango de la tensión de Hubble actual; el margen de error es del 2.7%.

Otro equipo que en ese mismo año usó este método para calcular H_0 fue el de Yuan, Riess, et al., el cual calibró las magnitudes de la TRGB en la Gran Nube de Magallanes y en SN's Ia para obtener $H_0 = 72.4 \pm 2.0 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ [28]; el margen de error es del 2.8%.

El método de TRGB es bastante preciso y es paralelo al de las Cefeidas pero independiente de las distancias tipo escalera. También este método usa estrellas en poblaciones estelares viejas (de Población II); en particular, usa la luminosidad de las estrellas más brillantes de la rama gigante roja (RGB, la cual es la parte de la rama gigante donde ocurre la ignición de helio en el curso de la evolución estelar; es la etapa que le sigue a la secuencia principal para estrellas de masas bajas a intermedias) en una galaxia como una candela estándar para medir la distancia a esa galaxia.

2.10. Estrellas Mira variables

Otro método para obtener el valor de H_0 es el de las estrellas Mira variables, por Riess et. al (2019); usaron observaciones (en el infrarrojo cercano) por el HST (Hubble Space Telescope) de estrellas Mira variables en la galaxia NGC 1559 -en la cual se encuentra la Supernova de tipo Ia 2005df- que se encuentran a distancias de $5 \text{ Mpc} < D < 50 \text{ Mpc}$ de nosotros (no especifican corrimientos al rojo en el trabajo), y obtuvieron un valor de $H_0 = 73.6 \pm 3.9 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ [29] (con un margen de error de 5.2%); esto es parecido al valor derivado usando Cefeidas y varias Supernovas de tipo Ia calibradoras. Las Mira variables son estrellas pulsantes altamente evolucionadas y con bajas masas, y caracterizadas por sus colores muy rojos. Estas estrellas son lo suficientemente masivas que han sufrido fusión de helio en sus núcleos pero son menores a dos masas solares.

2.11. Lentes gravitacionales

La colaboración de H0LiCOW (H_0 Lenses in COSMOGRAIL's Wellspring, 2019) obtuvo un valor de la constante de Hubble, de su análisis a cinco sistemas de cuásares a través de lentes gravitacionales fuertes, de $H_0 = 73.3_{-1.8}^{+1.7} km s^{-1} Mpc^{-1}$ (con un margen de error de 2.3 % para el límite superior y 2.4 % para el límite inferior), con cinco pares de corrimientos al rojo de los lentes z_d y de las fuentes z_s : $z_d = 0.6304$, $z_s = 1.394$; $z_d = 0.295$, $z_s = 0.654$; $z_d = 1.693$, $z_s = 0.4546$; $z_d = 0.661$, $z_s = 1.662$; $z_d = 0.729$, $z_s = 2.316$ [31]. Esta medición de H_0 es independiente de las mediciones de la escalera de distancias local pero está de acuerdo con ellas.

Las lentes gravitacionales se refieren a que cuando la luz de un objeto distante (fuente) llega a nosotros, se ve curvada debido a que atravesó un objeto muy masivo (lente).

2.12. Masers

Mark Reid en el MCP (Megamaser Cosmology Project, 2008) presentó mediciones de cuatro masers, los cuales son una fuente natural de emisión estimulada de líneas espectrales, por lo general en la parte del microondas en el espectro electromagnético; en otras palabras son, por ejemplo, galaxias que su luz actúa como un tipo láser y se pueden usar para determinar distancias. Dicha emisión puede ocurrir en nubes moleculares, cometas, atmósferas planetarias, o atmósferas estelares. Al combinar los masers, medidos a distancias de $D > 20$ Mpc de nosotros y con una velocidad de recesión de $3325 km s^{-1}$ (es decir, $z \simeq 0.011$), se obtuvo un valor de la constante de Hubble de $H_0 = 74.8 \pm 3.1 km s^{-1} Mpc^{-1}$ [32], con un margen de error del 4.1 %. Asimismo, en el 2019 Reid, Pesce y Riess calcularon la distancia a la galaxia NGC 4258 ($D = 7.576 \pm 0.082(estat) \pm 0.076(sist) Mpc$) gracias a que contiene masers de agua en su núcleo. Con esta distancia, calibraron la magnitud absoluta de la TRGB y, como consecuencia, determinaron que $H_0 = 71.1 \pm 1.9 km s^{-1} Mpc^{-1}$ [33]; el margen de error es del 2.7 %.

El año siguiente, en el 2020, Reid et al. midió la constante de Hubble a partir de mediciones mejoradas de distancias a cuatro galaxias (las mismas que consideró el MCP, y que se encuentran a corrimientos al rojo de $0.002 \leq z \leq 0.033$) que contienen megamasers; la H_0 que obtuvieron fue de $H_0 = 73.9 \pm 3.0 km s^{-1} Mpc^{-1}$, y tiene un margen de error del 4.1 %.

2.13. Fluctuaciones de Brillo en Superficie

Un último método por mencionar son las SBF (*Surface Brightness Fluctuations* en inglés, Fluctuaciones de Brillo en Superficie en español), las cuales son indicadores de distancia que se usan para estimar distancias a galaxias, y es útil a 100 Mpc; las amplitudes de estas fluctuaciones son más notorias en las longitudes de onda en el infrarrojo que en el óptico. Este método mide la varianza en la distribución de

luz de una galaxia que surge de fluctuaciones en los números y luminosidades de estrellas individuales. También cabe resaltar que el método es independiente del uso de Supernovas de tipo Ia y se calibra con Cefeidas, TRGB y modelos de población estelar. El valor obtenido por el equipo de Jensen (2000), a un corrimiento al rojo de $z \simeq 0.033$, fue de $H_0 = 72 \pm 2.3 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ [35][36], con un margen de error del 3.1 %.

2.14. Discusión sobre la tensión con H_0

Los valores de la constante de Hubble H_0 considerados en este capítulo se pueden apreciar con más claridad en la figura 2.2 obtenida a partir de los datos de la tabla 2.1; en dicha gráfica se ilustra la discrepancia que hay al medir H_0 con diferentes métodos, con valores que van desde $67.36 \pm 0.54 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ (Planck 2018) hasta $74.8 \pm 3.1 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ (MCP 2008).

Al menos con los valores incluidos en este capítulo, se ve que hay seis que están cercanos a $67 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ (los primeros siete de la figura 2.2, de abajo hacia arriba) y once están cercanos a $73 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ (los últimos once, de arriba hacia abajo). Si se hace un aproximado de la edad del Universo sacando los inversos de estos valores de H_0 y haciendo la conversión de 1 megapársec (ecuaciones (1.29) y (1.28)), se tiene que:

$$H_0 \sim 67 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \rightarrow t_H \simeq 14.6 \text{ Gyr}, \quad (2.1)$$

$$H_0 \sim 73 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \rightarrow t_H \simeq 13.4 \text{ Gyr}, \quad (2.2)$$

de donde se ve que entre un valor de H_0 al otro, hay una gran diferencia de lo que sería la edad del Universo, de al menos 1 Gyr.

Asimismo, cada valor tiene su margen de error, unos más grandes que otros, como por ejemplo el de Planck (2018) es el que tiene el error más pequeño (del 0.8 %) mientras que los de la colaboración LIGO (2017, 2019) son los que tienen el error más grande (del 17.1 % y 20.5 %, respectivamente); al menos en estos últimos, como para obtener el valor de H_0 usaron un solo evento de ondas gravitacionales, era evidente que el error iba a ser muy grande, pues se necesita una muestra de datos más grande para hacer una mejor estadística.

Actualmente se dice que hay una tensión entre el valor de la constante de Hubble que obtuvo Planck -porque fue uno de los experimentos que dedujo H_0 de forma precisa-, y entre la que se obtiene al considerar observaciones locales, como por ejemplo las de Riess et al. (2018) -porque conforme pasan los años las mediciones las hace cada vez más precisas, además de que sus mediciones no tienen una teoría de fondo-, pues obtienen valores que no coinciden y que ni con los márgenes de error se traslapan.

Es importante mencionar que Planck infirió el valor de H_0 a través del CMB en

el contexto del modelo estándar cosmológico, y el problema con esto es que la interpretación del CMB por este modelo puede ser incorrecta, dando como resultado un valor erróneo de H_0 . En cambio, la mayoría de los demás proyectos que han medido H_0 , como por ejemplo Riess con su equipo, lo han hecho con observaciones astrofísicas, en su mayoría con Cefeidas y SN's Ia; conforme pasan los años, los instrumentos de medición van siendo cada vez más precisos y, por tanto, las mediciones de H_0 son cada vez más precisas, así como los márgenes de error. El problema con este tipo de mediciones es que acarrear errores sistemáticos, como por ejemplo al calibrar los instrumentos con los que se harán las mediciones, o si se usan filtros.

Con lo anterior se tiene la pregunta entonces, de si la tensión puede ser causada debido a que hay física nueva que se debe agregar al modelo Λ CDM, o se debe proponer una nueva teoría, o si hay errores sistemáticos que no se están considerando a la hora de hacer mediciones locales.

En la actualidad se han publicado una gran variedad de artículos en donde intentan dar una explicación del por qué existe esta tensión y cómo se podría arreglar. Algunos ejemplos son: partir de la teoría de la Relatividad General de Einstein pero modificando la ecuación de estado[79]; extensiones al modelo Λ CDM[54]; interacciones de materia oscura con neutrinos[80]; decaimiento de materia oscura a una partícula sin masa y otra con masa[81]; interacción de energía oscura con materia oscura[82][83], sólo por mencionar algunos.

En los próximos dos capítulos se abordan dos maneras de tratar de aliviar la tensión con la constante de Hubble H_0 : la primera, la cual se discute en el capítulo 3, agrega física nueva al Universo temprano, a través de unas partículas relativistas extra a la densidad de radiación; la segunda, la cual se discute en el capítulo 4, consiste en una teoría extendida de la gravedad, la llamada Gravedad Teleparalela. Estas propuestas no resuelven el problema de la tensión pero sí dan una idea de cómo se podría aliviar.

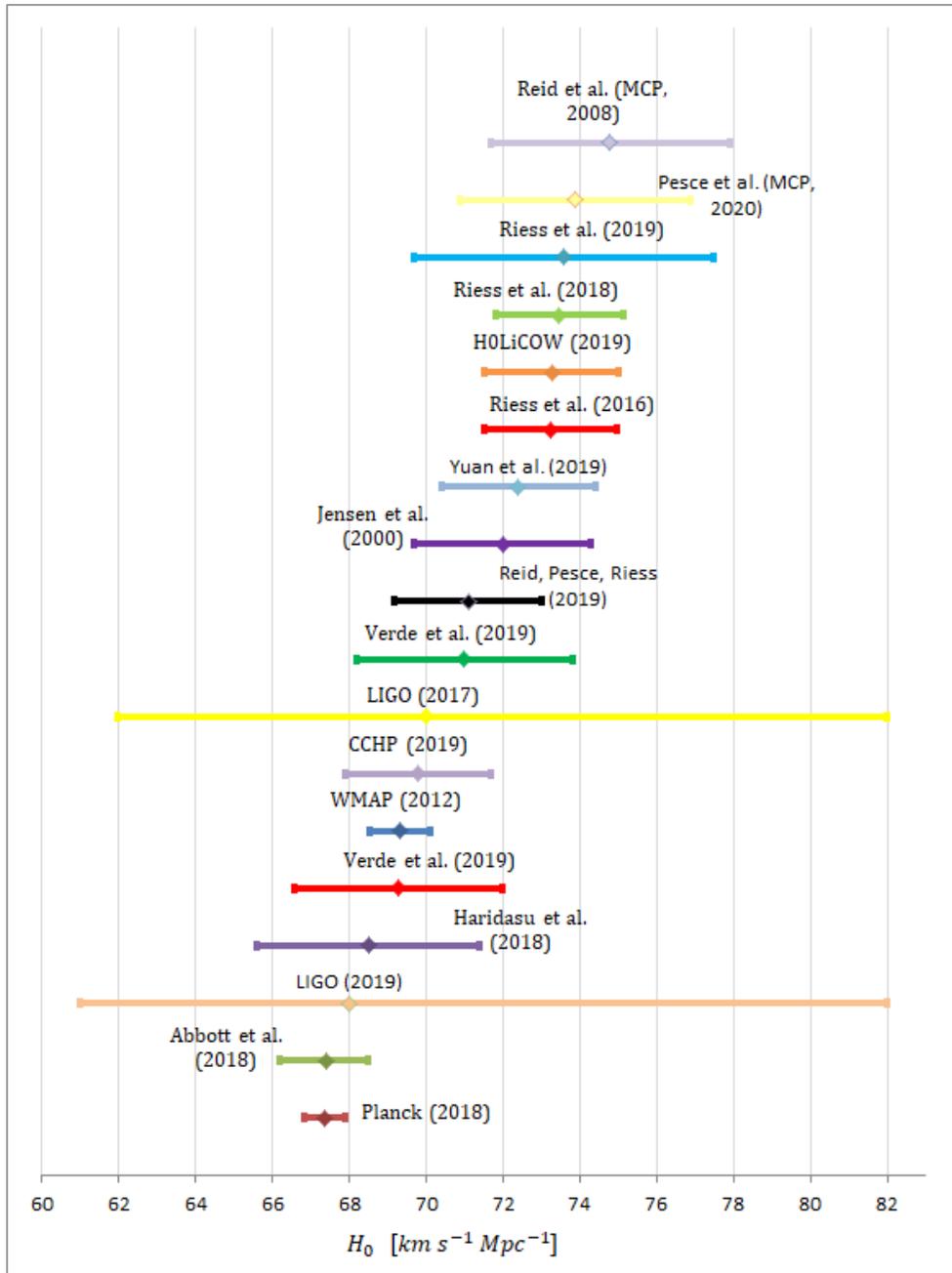


Figura 2.2: Gráfica comparativa de los valores de H_0 que han obtenido algunos proyectos.

Capítulo 3

Propuesta de solución con grados de libertad extra

3.1. Introducción

Ya que se presentaron los principales proyectos que han medido H_0 , se pudo notar que los resultados obtenidos en el Universo temprano, y que se basan en el modelo estándar cosmológico, tienden a valores de $H_0 \sim 67 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, mientras que los de mediciones locales tienden a $H_0 \sim 73 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, por lo que claramente hay una discrepancia entre los valores obtenidos; a lo anterior se le conoce como la tensión con la constante de Hubble. Para identificar qué es lo que puede causar esta tensión, se necesitaría mejorar las medidas locales y enfocarse en mejorar la precisión, exactitud, y diseño experimental, para controlar los efectos sistemáticos en las medidas. Una opción para intentar explicar la tensión es tratar de agregar física nueva al modelo estándar cosmológico (Λ CDM, sección 1.6).

En el presente capítulo se presenta una propuesta para aliviar la tensión, inspirada en un trabajo que está elaborando mi director de tesis, el Dr. Axel De la Macorra (De la Macorra, A., et al., *work in preparation*), en la que se considera una cantidad de grados de libertad (d.o.f., *degrees of freedom* en inglés) relativistas extra en el Universo temprano para, de esta manera, poder reducir el horizonte de sonido en la época de la recombinación, y que resulte en un valor de la constante de Hubble mayor al inferido por Planck con el CMB[19]; lo anterior se da debido a que el parámetro de Hubble es inversamente proporcional al horizonte de sonido (ec. (1.51)). En la sección 3.2 se explica a detalle la teoría detrás de la propuesta, incluyendo las ecuaciones que habitualmente se usan en cosmología, además de los datos observacionales útiles para esta propuesta. En la sección 3.3 se muestran las ecuaciones que se resolvieron numéricamente para tratar de arreglar la tensión, así como los resultados más relevantes; los cálculos de esta sección fueron hechos por mí y aún no están publicados. Por último, en la sección 3.4 se muestran las conclusiones de este capítulo.

3.2. Desarrollo de la propuesta

Antes de empezar a explicar el desarrollo de la propuesta, es importante tener en cuenta que, cuando se mencione que un parámetro se extrajo del trabajo Planck (2018) (Ref. [19]), el parámetro se obtuvo de la cuarta columna de la tabla 2 de dicho trabajo, la cual considera datos del espectro del CMB de TT (de anisotropías de temperatura), TE (de anisotropías de temperatura con polarización), EE+bajoE (de polarización) con límites del 68%, y en conjunto dan básicamente la medición de la luz con polarización del CMB. Asimismo, en todo el capítulo se considera un Universo plano, es decir $k = 0$ en la ecuación de Friedmann (1.14).

Uno de los parámetros que se puede tomar como fijos, pues ha sido medido de manera precisa por Planck, es la escala angular de los picos del CMB[19] $\theta_* = \theta(a_*)$, donde a_* es el factor de escala en la época de recombinación; θ_* está dada por el cociente entre el horizonte de sonido comóvil en la recombinación $r_s(a_*)$ -la cual representa la distancia de las perturbaciones en el fluido de fotones y bariones, en la época de la recombinación (ec. (1.51))- con la distancia diametral angular comóvil $D_A(a_*)$ -la cual mapea la distancia a un ángulo subtendido en el cielo, o la distancia que le tomó a los fotones del CMB llegar a nosotros (ec. (1.53))-:

$$\theta_* = \frac{r_s(a_*)}{D_A(a_*)}. \quad (3.1)$$

Así, si se quiere mantener constante la θ_* medida por Planck, hay que disminuir la r_s y D_A en la misma proporción, haciendo pequeños cambios en otros parámetros cosmológicos, como lo es la densidad de radiación y la constante de Hubble.

La propuesta de solución consiste en agregar una cantidad de partículas extra (o d.o.f. extra) a la densidad de energía ρ (o a N_{eff}) en el Universo temprano, es decir, hasta un cierto corrimiento al rojo crítico z_c (o factor de escala crítico a_c) para reducir el horizonte de sonido r_s , y después de esta a_c dichas partículas extra desaparecen. Esta disminución de r_s se da porque la cantidad de partículas está relacionada con el parámetro de Hubble H y este es inversamente proporcional a r_s , mediante las ecuaciones (1.14) y (1.51).

Consideremos dos modelos para abordar el problema: el primero es el modelo estándar (Λ CDM), en el que se considera la cantidad de partículas que ya se conocen en el modelo estándar. Los parámetros que en este capítulo tengan subíndice sm indican que se consideran dentro del modelo estándar. En este sentido, la ecuación de Friedmann es (ec. (1.14)):

$$H_{sm}^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_{sm}, \quad (3.2)$$

donde ρ_{sm} es la densidad de energía y H es el parámetro de Hubble en el modelo estándar. Supongamos que el valor de la constante de Hubble considerado en este

modelo es el inferido por Planck[19],

$$H_{sm}(a(t_0)) \equiv H_{sm}(a_0) \equiv H_0(\text{Planck}) \equiv H_0^P = 67.27 \pm 0.60 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}, \quad (3.3)$$

donde t_0 indica el tiempo actual; en este capítulo, cada vez que se tenga un parámetro con subíndice cero se refiere a dicho parámetro evaluado al día de hoy.

El segundo modelo es el modelo estándar junto con una cantidad extra de partículas en un cierto periodo del Universo temprano. Los parámetros que en este capítulo tengan subíndice *exsm* indican que se consideran dentro del modelo estándar junto con las partículas extra. La densidad de energía en este modelo, ρ_{exsm} , es la densidad en el modelo estándar, ρ_{sm} , más la densidad de partículas extra, ρ_{ex} :

$$\rho_{exsm} = \rho_{sm} + \rho_{ex}. \quad (3.4)$$

Esta densidad está definida en un rango de $a \leq a_c \leq a_*$, donde a_c es un factor de escala crítico y a_* es el factor de escala en la época de recombinación; en el caso de $a > a_c$ se tiene que $\rho_{ex} = 0$. Así, la ecuación de Friedmann en este modelo es:

$$H_{exsm}^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho_{sm} + \rho_{ex}), \quad (3.5)$$

y el valor de la constante de Hubble considerado es el medido por Riess[20],

$$H_{exsm}(a_0) \equiv H_0(\text{Riess}) \equiv H_0^R = 74.03 \pm 1.42 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}. \quad (3.6)$$

Para relacionar estos dos modelos se recurre a la definición de la escala angular en la época de la recombinación θ_* (ec. (3.1)); esta cantidad fue precisamente medida por Planck[19], con

$$100\theta(a_*) = 1.0411 \quad (3.7)$$

$$\Rightarrow \theta(a_*) = 0.0104. \quad (3.8)$$

De esta manera, debe pasar que con los dos modelos esta cantidad sea la misma, es decir,

$$\theta_* = \frac{r_s(a_*)_{sm}}{D_A(a_*)_{sm}} = \frac{r_s(a_*)_{exsm}}{D_A(a_*)_{exsm}}, \quad (3.9)$$

o equivalentemente,

$$\frac{r_s(a_*)_{sm}}{r_s(a_*)_{exsm}} = \frac{D_A(a_*)_{sm}}{D_A(a_*)_{exsm}}, \quad (3.10)$$

y como $D_A(a_*)_{sm} \propto \frac{1}{H_0^P}$ y $D_A(a_*)_{exsm} \propto \frac{1}{H_0^R}$ (ec. (1.53)), entonces

$$\frac{D_A(a_*)_{sm}}{D_A(a_*)_{exsm}} \simeq \frac{H_0^R}{H_0^P} = \frac{74.03}{67.27} = 1.10049. \quad (3.11)$$

Esta última aproximación implica que el horizonte de sonido en el SM $r_s(a_*)_{sm}$ es mayor que en el EXSM $r_s(a_*)_{exsm}$; igualmente, dicha aproximación implica que $D_A(a_*)_{sm}$

es mayor que $D_A(a_*)_{exsm}$. Más adelante se calcula el valor exacto de $D_A(a_*)$ en ambos modelos (ec. (3.42)) y se confirma que el del SM es mayor que el del EXSM.

Para relacionar el parámetro de Hubble H con el número de d.o.f. relativistas N_{eff} , primero relacionemos este último con la densidad de energía. Como vimos en la sección 1.5, la densidad de energía en el SM está compuesta por materia (bariones y materia oscura), radiación y energía oscura, es decir:

$$\rho_{sm} = \rho_m + \rho_r + \rho_\Lambda, \quad (3.12)$$

mientras que en el EXSM a la densidad de energía del SM se le agrega una densidad de partículas extra ρ_{ex} , esto es:

$$\rho_{exsm} = \rho_m + \rho_r + \rho_\Lambda + \rho_{ex}, \quad (3.13)$$

con la evolución de cada una de las densidades, en términos del factor de escala a , dada por:

$$\rho_m(a) = \rho_{m_0} \left(\frac{a_0}{a} \right)^3, \quad \rho_r(a) = \rho_{r_0} \left(\frac{a_0}{a} \right)^4, \quad \rho_\Lambda = \text{constante}, \quad (3.14)$$

y la ρ_{ex} se explica más adelante (véase ec. (3.24)); los valores con subíndice 0 indican que se trata de la densidad correspondiente a la época actual. Como hipótesis de trabajo se consideran las mismas densidades de materia y radiación en los dos modelos -debido a que la contribución de partículas en el modelo estándar está bien medida- (pero la densidad de energía oscura no es la misma), es decir, si por simplicidad al SM le llamamos modelo A y al EXSM modelo B, y usamos las ecuaciones (1.18) y (1.19), se tiene que

$$\rho_{m_0}^A = \rho_{m_0}^B \quad \Rightarrow \quad \Omega_{m_0}^A (\rho_c^{(0)})^A = \Omega_{m_0}^B (\rho_c^{(0)})^B \quad (3.15)$$

$$\Rightarrow \quad \Omega_{m_0}^B = \frac{(H_0^A)^2}{(H_0^B)^2} \Omega_{m_0}^A = \frac{(H_0^P)^2}{(H_0^R)^2} \Omega_{m_0}^A. \quad (3.16)$$

donde los parámetros de densidad con superíndice P y R denotan si son los valores deducidos por Planck y Riess, respectivamente. Las ecuaciones anteriores son para el caso de materia, y el mismo cálculo se puede hacer para el caso de radiación; la ecuación (3.16) muestra la relación entre la cantidad de materia en el modelo B con la del modelo A, y sólo difieren por el cociente de la constante de Hubble en los dos modelos.

Ahora, usando la ecuación de Friedmann (1.14) para un Universo plano en los dos modelos y considerando que en el modelo B se agregan partículas extra:

$$H^A = \sqrt{\frac{8\pi G}{3} (\rho_m^A + \rho_r^A + \rho_\Lambda^A)}, \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned}
H^B &= \sqrt{\frac{8\pi G}{3}(\rho_m^B + \rho_r^B + \rho_\Lambda^B + \rho_{ex})} \\
&= \sqrt{\frac{8\pi G}{3}(\rho_m^A + \rho_r^A + \rho_\Lambda^B + \rho_{ex})}.
\end{aligned} \tag{3.18}$$

De las ecuaciones anteriores es evidente que el parámetro de Hubble H no es el mismo para ambos modelos: la densidad de materia y radiación son las mismas pero lo que cambia es la energía oscura y la densidad de partículas relativistas extra.

Ahora, si en las expresiones de H anteriores se usa la ecuación que da la evolución de la densidad de las especies de materia en términos del factor de escala (3.14), la definición del parámetro de densidad (1.19), y la definición de la densidad crítica (1.18), se obtiene para cada modelo:

$$H^A = H_0^P \sqrt{\Omega_{m_0}^A a^{-3} + \Omega_{r_0}^A a^{-4} + \Omega_{\Lambda_0}^A}, \tag{3.19}$$

$$H^B = H_0^R \sqrt{\Omega_{m_0}^B a^{-3} + \Omega_{r_0}^B a^{-4} + \Omega_{ex} a^{-4} + \Omega_{\Lambda_0}^B}, \tag{3.20}$$

donde se hizo $a_0 = 1$, y las partículas extra evolucionan como radiación por suponer que son relativistas (véase ec. (3.24)). Usando que la suma de los parámetros de densidad debe ser 1 (es decir que el parámetro de densidad total debe ser 1, ec. (1.20)) para un Universo plano, las ecuaciones anteriores se pueden reescribir como

$$H^A = H_0^P \sqrt{1 + \Omega_{m_0}^A (a^{-3} - 1) + \Omega_{r_0}^A (a^{-4} - 1)}, \tag{3.21}$$

$$H^B = H_0^R \sqrt{1 + \frac{(H_0^P)^2}{(H_0^R)^2} [\Omega_{m_0}^A (a^{-3} - 1) + \Omega_{r_0}^A (a^{-4} - 1)] + \Omega_{ex} (a^{-4} - 1)}, \tag{3.22}$$

donde en el caso del modelo B (ec. (3.22)), se usó la ecuación (3.16) y la ecuación del parámetro de densidad total escrita de la siguiente manera:

$$\Omega_{\Lambda_0}^B = 1 - \Omega_{m_0}^B - \Omega_{r_0}^B - \Omega_{ex}. \tag{3.23}$$

De las ecuaciones anteriores se puede ver cómo difiere H del modelo B con la del modelo A: tienen la misma cantidad de materia y de radiación pero no de energía oscura, además de que hay un factor (el cociente de la constante de Hubble en los dos modelos) que multiplica a las cantidades de materia y radiación; asimismo, en el modelo B se incluye la cantidad de partículas extra.

Las partículas relativistas que entran dentro de la densidad de radiación en el SM son los fotones (γ) y neutrinos (ν), junto con la cantidad extra de partículas consideradas en el EXSM. Como la radiación del CMB se puede considerar un cuerpo negro, entonces la densidad de energía de radiación es proporcional a la temperatura a la

cuarta potencia. De esta manera, las componentes de radiación tienen las siguientes densidades de energía¹:

$$\rho_\gamma = \frac{\pi^2}{30} g_\gamma T_\gamma^4, \quad \rho_\nu = \frac{\pi^2}{30} \left(\frac{7}{4}\right) g_\nu T_\nu^4, \quad \rho_{ex} = \frac{\pi^2}{30} \left(\frac{7}{4}\right) g_{ex} T_{ex}^4, \quad (3.24)$$

donde el factor de (7/4) en la densidad de neutrinos tiene que ver con la suposición de que estos son fermiones de Majorana, es decir que se supone que los neutrinos son su propia antipartícula; por convención, también se le agrega este factor a la densidad de partículas extra. Se tomó por simplicidad $c = \hbar = \kappa_B = 1$. Los d.o.f. g dan una descripción de cómo el número de diferentes partículas evolucionan.

Usando la relación $(T_\nu/T_\gamma)^4 = (4/11)^{4/3}$ ² y $g_\nu = 2[1]$, se tiene que

$$\rho_\nu = \frac{\pi^2}{30} \left(\frac{7}{4}\right) g_\nu T_\nu^4 = \frac{\pi^2}{30} g_\nu \left(\frac{7}{4}\right) \left(\frac{4}{11}\right)^{\frac{4}{3}} T_\gamma^4 = g_\nu \left(\frac{7}{8}\right) \left(\frac{4}{11}\right)^{\frac{4}{3}} \rho_\gamma, \quad (3.25)$$

es decir que se puede expresar la densidad de energía de neutrinos en términos de la de los fotones. Definiendo $N_\nu = g_\nu = 3.046^3$ y tomando por convención $T_{ex} = T_\nu$, podemos definir la densidad de energía efectiva como una suma de la densidad extra y la de neutrinos, es decir,

$$\rho_{eff} = N_{eff} \left(\frac{7}{8}\right) \left(\frac{4}{11}\right)^{\frac{4}{3}} \rho_\gamma, \quad N_{eff} \equiv N_\nu + N_{ex}. \quad (3.26)$$

Por tanto, la cantidad total de radiación es[1]

$$\rho_r = \rho_\gamma + \rho_{eff} = \rho_\gamma \left(1 + N_{eff} \left(\frac{7}{8}\right) \left(\frac{4}{11}\right)^{\frac{4}{3}}\right), \quad (3.27)$$

siendo N_{ex} la contribución extra de partículas relativistas al SM ($N_{eff} = N_\nu = 3.046$ para tres neutrinos y si $N_{ex} = 0$). También se pueden definir los d.o.f. en el SM, EXSM y los extra, si se toma $T_{sm} = T_\gamma$:

$$g_{sm} \equiv 1 + N_\nu \left(\frac{7}{8}\right) \left(\frac{4}{11}\right)^{4/3}, \quad (3.28)$$

$$g_{ex} \equiv N_{ex} \left(\frac{7}{8}\right) \left(\frac{4}{11}\right)^{4/3}, \quad (3.29)$$

$$g_{exsm} \equiv 1 + N_{eff} \left(\frac{7}{8}\right) \left(\frac{4}{11}\right)^{4/3}, \quad (3.30)$$

¹Las constantes de proporcionalidad entre la densidad de energía y la temperatura se obtienen con un análisis de mecánica estadística; para ver la derivación se puede consultar la Ref. [53].

²Esta relación viene de la conservación de la entropía antes y después de la aniquilación de electrones (e^-) y positrones (e^+).

³Que el valor de grados de libertad de los neutrinos N_ν sea igual a 3.046 y no a 3, tiene que ver con que los 3 tipos de neutrinos del modelo estándar no estaban completamente desacoplados en la aniquilación electrón-positrón.

lo cual resulta en el siguiente parámetro de densidad de las partículas extra, en términos de N_{ex} :

$$\Omega_{ex} \equiv \frac{\rho_{ex}}{\rho_{exsm}} = \frac{g_{ex}}{g_{exsm}} = \frac{N_{ex} \left(\frac{7}{8}\right) \left(\frac{4}{11}\right)^{4/3}}{1 + (3.046 + N_{ex}) \left(\frac{7}{8}\right) \left(\frac{4}{11}\right)^{4/3}}. \quad (3.31)$$

Así, metiendo la ecuación (3.27) en la (3.22), el parámetro de Hubble en el EXSM se puede reescribir de la siguiente forma:

$$H(a)_{exsm} = H_0^R \sqrt{1 + \Omega_{m_0}^R (a^{-3} - 1) + \Omega_{\gamma_0}^R \left(1 + N_{eff} \left(\frac{7}{8}\right) \left(\frac{4}{11}\right)^{\frac{4}{3}}\right) (a^{-4} - 1)}. \quad (3.32)$$

En el caso del SM, el parámetro de Hubble se puede escribir de la siguiente manera:

$$H(a)_{sm} = H_0^P \sqrt{1 + \Omega_{m_0}^P (a^{-3} - 1) + \Omega_{\gamma_0}^P \left(1 + N_{\nu} \left(\frac{7}{8}\right) \left(\frac{4}{11}\right)^{\frac{4}{3}}\right) (a^{-4} - 1)}. \quad (3.33)$$

Las ecuaciones (3.33) y (3.32) son útiles en la siguiente sección, para resolver las integrales de r_s y D_A .

Para concluir esta sección, cabe mencionar que se usaron los siguientes valores[19]:

$$\Omega_{b_0} h_0^2 = 0.02236, \quad \Omega_{c_0} h_0^2 = 0.1202, \quad \Omega_{m_0} h_0^2 = 0.1432, \quad \Omega_{\gamma_0} h_0^2 = 2.469 \times 10^{-5}, \quad (3.34)$$

donde los subíndices b , c , m y γ denotan la cantidad de bariones, materia oscura fría, materia (bariones + materia oscura fría) y fotones, en ese orden; asimismo, estos parámetros dependen de los valores de $h_0 = H_0/100$: el de Riess, $h_0^R = 0.7403$ para el EXSM y el de Planck $h_0^P = 0.6727$ para el SM. Se usaron los valores de la ec. (3.34) porque están en términos de H_0 , por lo que se tiene la libertad de poner el valor de H_0 dependiendo del modelo que se considere. También se puede notar que los parámetros de densidad Ω para los dos modelos son diferentes, y varían dependiendo del valor de H_0 en cuestión, a diferencia de las densidades ρ de materia y radiación que, por hipótesis de trabajo, son iguales en los dos modelos.

3.3. Resultados y discusión

En esta sección, es importante mencionar que los cálculos fueron hechos por mí y aún no están publicados.

Con las herramientas de la sección anterior podemos calcular el horizonte de sonido (ec. (1.51)) en el SM y en el EXSM, con las siguientes expresiones, y usando las

ecuaciones (3.33) y (3.32):

$$\begin{aligned}
r_s(a_*)_{sm} &= \int_{a_i}^{a_*} \frac{c_s^P}{a^2 H_{sm}} da \\
&= \int_{a_i}^{a_*} \frac{c_s^P}{a^2 H_0^P \sqrt{1 + \Omega_{m_0}^P (a^{-3} - 1) + \Omega_{\gamma_0}^P \left(1 + N_\nu \left(\frac{7}{8}\right) \left(\frac{4}{11}\right)^{\frac{4}{3}}\right) (a^{-4} - 1)}} da,
\end{aligned} \tag{3.35}$$

$$\begin{aligned}
r_s(a_*)_{exsm} &= \int_{a_i}^{a_*} \frac{c_s^R}{a^2 H_{exsm}} da \\
&= \int_{a_i}^{a_c} \frac{c_s^R}{a^2 H_0^R \sqrt{1 + \Omega_{m_0}^R (a^{-3} - 1) + \Omega_{\gamma_0}^R \left(1 + (N_\nu + N_{ex}) \left(\frac{7}{8}\right) \left(\frac{4}{11}\right)^{\frac{4}{3}}\right) (a^{-4} - 1)}} da \\
&\quad + \int_{a_c}^{a_*} \frac{c_s^R}{a^2 H_0^R \sqrt{1 + \Omega_{m_0}^R (a^{-3} - 1) + \Omega_{\gamma_0}^R \left(1 + N_\nu \left(\frac{7}{8}\right) \left(\frac{4}{11}\right)^{\frac{4}{3}}\right) (a^{-4} - 1)}} da,
\end{aligned} \tag{3.36}$$

donde $\Omega_{m_0} h_0^2 = 0.1432$, $\Omega_{\gamma_0} h_0^2 = 2.469 \times 10^{-5}$ (ec. (3.34)), la velocidad del sonido c_s viene dada por la ecuación (1.52), es decir,

$$c_s = \frac{1}{\sqrt{3 \left(1 + \frac{3}{4} \frac{\Omega_{b_0}}{\Omega_{\gamma_0}} \frac{a}{a_0}\right)}}, \quad \Omega_{b_0} h_0^2 = 0.02236, \quad \Omega_{\gamma_0} h_0^2 = 2.469 \times 10^{-5}, \tag{3.37}$$

con valores de Ω_{b_0} y Ω_{γ_0} tomados de la ecuación (3.34) -además se puede notar que el valor de c_s depende del valor de h_0 que se maneje-, a_i es un factor de escala inicial muy pequeño (también puede ser cero y la integral en cuestión se puede resolver), $a_* = 9.314 \times 10^{-4}$ es el factor de escala en la época de la recombinación[19], a_c con $a_i < a_c \leq a_*$ es el factor de escala crítico en donde se cuenta la cantidad de partículas relativistas extra y, además, domina la radiación.

Las cantidades de radiación se calcularon con las ecuaciones (3.27), (3.34), $h_0^R = 0.7403$ y, como la ecuación (3.27) depende de N_{eff} (dada por la ec. (3.26)), los valores que se usaron fueron de $N_{eff} = 4, 5, 7$, obteniendo como resultado:

$$\begin{aligned}
N_{eff} = 4 &\rightarrow (\Omega_{r_0})_{exsm} = 8.59769 \times 10^{-5}, \\
N_{eff} = 5 &\rightarrow (\Omega_{r_0})_{exsm} = 9.62083 \times 10^{-5}, \\
N_{eff} = 7 &\rightarrow (\Omega_{r_0})_{exsm} = 1.16671 \times 10^{-4}.
\end{aligned} \tag{3.38}$$

Asimismo, la integral en la ecuación (3.36) se dividió en dos integrales, para considerar en la primera las partículas extra y, después de a_c , estas partículas desaparecen. La diferencia entre las ecuaciones (3.35) y (3.36) es que se usaron los valores $h_0^P = 0.6727$ y $h_0^R = 0.7403$ en $r_s(a_*)_{sm}$ y $r_s(a_*)_{exsm}$, respectivamente, además de que

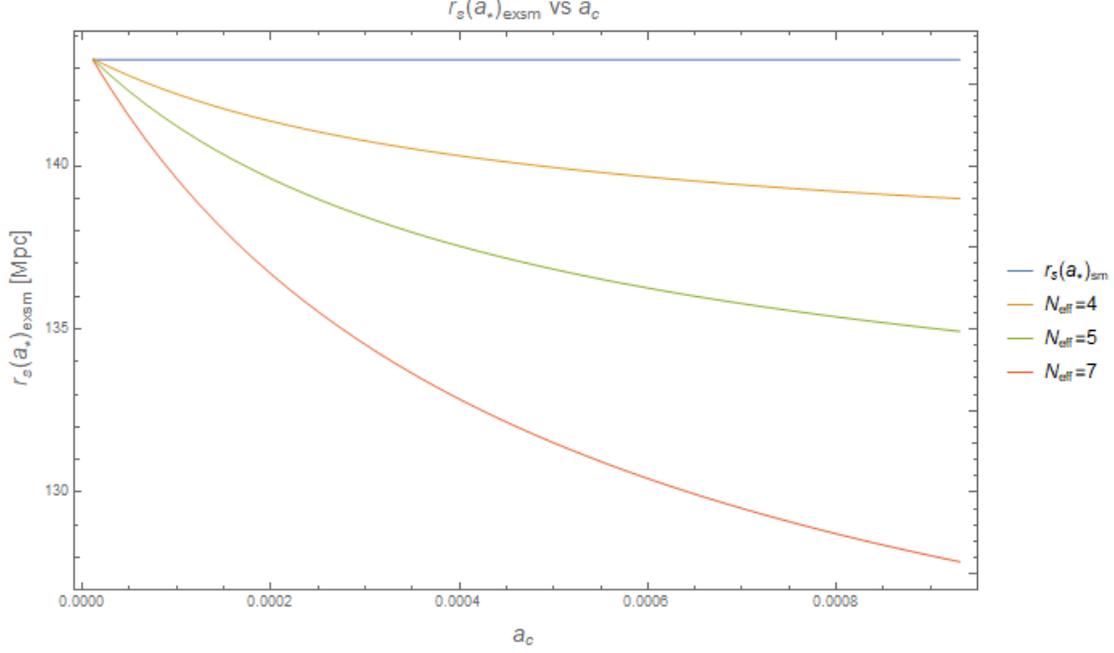


Figura 3.1: Gráfica de $r_s(a_*)_{exsm}$ como función de a_c para $N_{eff} = 3.046, 4, 5, 7$.

en el EXSM se agregó una densidad extra en la radiación, parametrizada por N_{ex} . Se resolvieron estas integrales numéricamente usando Mathematica, de donde se varió a_c en la $r_s(a_*)_{exsm}$ en el intervalo $a_i < a_c < a_*$ para $N_{eff} = 4, 5, 7$, es decir para $N_{ex} = 0.954, 1.954, 3.954$, y con una $a_i = 1 \times 10^{-5}$.

De la gráfica de $r_s(a_*)_{exsm}$ como función de a_c obtenida en la figura 3.1, para $N_{eff} = 3.046, 4, 5, 7$, se puede concluir que si se aumenta N_{eff} disminuye r_s ; además se comprobó que $r_s(a_*)_{sm} > r_s(a_*)_{exsm}$ para $a < a_c < a_*$. Como el objetivo es mantener constante la θ_* de la ecuación (3.9) -lo cual es equivalente a tener la igualdad en la ecuación (3.10)-, se calcularon las distancias diametrales angulares $D_A(a_*)$ en el SM y EXSM (ec. (1.53)), metiendo las siguientes expresiones (considerando un Universo plano, $k = 0$) en Mathematica:

$$\begin{aligned}
 D_A(a_*)_{sm} &= \int_{a_*}^{a_0} \frac{da}{a^2 H_{sm}} \\
 &= \int_{a_*}^{a_0} \frac{da}{a^2 H_0^P \sqrt{1 + \Omega_{m_0}^P (a^{-3} - 1) + \Omega_{\gamma_0}^P \left(1 + N_\nu \left(\frac{7}{8}\right) \left(\frac{4}{11}\right)^{\frac{4}{3}}\right) (a^{-4} - 1)}},
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

$$\begin{aligned}
D_A(a_*)_{exsm} &= \int_{a_*}^{a_0} \frac{da}{a^2 H_{exsm}} \\
&= \int_{a_*}^{a_0} \frac{da}{a^2 H_0^R \sqrt{1 + \Omega_{m_0}^R (a^{-3} - 1) + \Omega_{\gamma_0}^R \left(1 + N_\nu \left(\frac{7}{8}\right) \left(\frac{4}{11}\right)^{\frac{4}{3}}\right) (a^{-4} - 1)}},
\end{aligned} \tag{3.40}$$

de donde la única diferencia entre estas ecuaciones es el valor de h_0 (de Planck o de Riess). Cabe mencionar que en las integrales de D_A no hay contribución de partículas extra (parametrizada por N_{ex}), pues las integrales están tomadas después de a_* y, por hipótesis, las partículas extra se consideran antes de a_* . De esta manera, al resolver las integrales (3.39) y (3.40) en Mathematica, se obtuvo que:

$$D_A(a_*)_{sm} = 13,886.9 \text{ Mpc}, \quad D_A(a_*)_{exsm} = 13,627.1 \text{ Mpc}, \tag{3.41}$$

$$\Rightarrow \frac{D_A(a_*)_{sm}}{D_A(a_*)_{exsm}} = 1.01907. \tag{3.42}$$

Algo importante a mencionar es que, para obtener tanto D_A como r_s en unidades de Mpc , se multiplicaron las respectivas definiciones (ecuaciones (3.39) y (3.40) en el caso de D_A , y (3.35) y (3.36) en el caso de r_s) por $c = 299,792.458 \text{ km/s}$. De la ecuación (3.42) se puede comprobar que la distancia angular diametral en el SM es mayor que en el EXSM. Así, se hizo coincidir el cociente de los horizontes de sonido en los dos modelos con el valor fijo en la ecuación (3.42), donde se obtuvo una r_s en el SM de:

$$r_s(a_*)_{sm} = 143.253 \text{ Mpc}, \tag{3.43}$$

y los valores de a_c que logran esto son:

$$N_{ex} = 0.954 \rightarrow a_c = 3.40576 \times 10^{-4} \rightarrow z_c \simeq 2,935, \tag{3.44}$$

$$N_{ex} = 1.954 \rightarrow a_c = 1.36181 \times 10^{-4} \rightarrow z_c \simeq 7,342, \tag{3.45}$$

$$N_{ex} = 3.954 \rightarrow a_c = 7.32861 \times 10^{-5} \rightarrow z_c \simeq 13,644, \tag{3.46}$$

es decir, a mayor cantidad de partículas extra añadidas al modelo estándar, menor es el factor de escala en lo que esto pasa o, equivalentemente, la época a la que pasa esto es cada vez más lejana de la época actual. Con estas a_c se obtuvo una $r_s(a_*)_{exsm}$ de

$$r_s(a_*)_{exsm} = 140.572 \text{ Mpc}, \tag{3.47}$$

de la cual se puede ver que efectivamente es menor a $r_s(a_*)_{sm}$ (ec. (3.43)).

Para verificar que se hayan obtenido valores de r_s y D_A razonables con resultados ya publicados en la comunidad cosmológica (por ejemplo Planck, con una $r_s(a_*) = 144.39 \text{ Mpc}$ [19] y $D_A(a_*) = 13,883.6 \text{ Mpc}^4$), si se hace el cociente entre la $r_s(a_*)_{sm}$

⁴El valor de $D_A(a_*)$ se calculó usando los valores de $r_s(a_*)$ y θ_* obtenidos por Planck y sustituyéndolos en la ec. (3.9)

(ec. (3.43)) y $D_A(a_*)_{sm}$ (ec. (3.41)), calculadas numéricamente, se obtiene una θ_* de:

$$\theta_* = 0.0103. \quad (3.48)$$

Igualmente, al hacer el cociente entre la $r_s(a_*)_{exsm}$ (ec. (3.47)) y $D_A(a_*)_{exsm}$ (ec. (3.41)), calculadas numéricamente, se obtiene una θ_* idéntica a la de la ecuación (3.48); esto significa que se cumplió con el objetivo de reducir r_s y D_A en este nuevo modelo EXSM, en la misma proporción para que dé lo mismo al hacer el cociente de estas distancias en el modelo estándar; además, se comprobó que las distancias obtenidas en este trabajo son del mismo orden de magnitud que las distancias registradas por Planck y, por consecuencia, la θ_* obtenida en este capítulo es congruente con el valor que midió Planck (ec. (3.8)), de $\theta_*(Planck) = 0.0104$.

Asimismo, con la ecuación (3.31) se puede calcular el parámetro de densidad de las partículas extra para cada caso de N_{ex} :

$$N_{ex} = 0.954 \rightarrow \Omega_{ex} = 0.113528, \quad (3.49)$$

$$N_{ex} = 1.954 \rightarrow \Omega_{ex} = 0.207801, \quad (3.50)$$

$$N_{ex} = 3.954 \rightarrow \Omega_{ex} = 0.346745. \quad (3.51)$$

Al analizar todas las soluciones, en la primera en la ecuación (3.44) se tiene un número de d.o.f. efectivo, $N_{eff} = 4$, un poco mayor al que se tiene en el SM, de $N_\nu = 3.046$, que implica una $\Omega_{ex} = 0.113528$ (ec. (3.49)); ésta sería entonces la contribución de partículas extra relativistas al modelo estándar, la cual es menor a cualquier parámetro de densidad de materia considerado en este capítulo. Cabe mencionar que la cantidad de energía oscura en este caso, si se hace uso de la ecuación (3.23) y los valores de Ω_{m_0} , Ω_{r_0} y Ω_{ex} correspondientes, es de $\Omega_{\Lambda_0}^B = 0.626261$.

En la segunda solución (ec. (3.45)) se tiene un número de d.o.f. efectivo mayor respecto al anterior ($N_{eff} = 5$), por lo que $\Omega_{ex} = 0.207801$ (ec. (3.50)), el cual es parecido al parámetro de densidad de materia inferido por Riess, de $\Omega_{m_0}^R = 0.260125$. En este caso, haciendo un cálculo parecido al de la solución anterior, se obtiene una cantidad de energía oscura de $\Omega_{\Lambda_0}^B = 0.531978$.

En la tercera y última solución (ec. (3.46)) se tiene un número de d.o.f. efectivo mayor respecto al anterior ($N_{eff} = 7$), por lo que $\Omega_{ex} = 0.346745$ (ec. (3.51)), el cual es parecido al parámetro de densidad de materia inferido por Planck, de $\Omega_{m_0}^R = 0.315032$. Para este último caso, la cantidad de energía oscura obtenida es de $\Omega_{\Lambda_0}^B = 0.393013$.

De estos resultados podemos corroborar que, entre más d.o.f. extra relativistas se agreguen al SM, es mayor la contribución de la cantidad de partículas extra al parámetro de densidad total, además de que la contribución de energía oscura obtenida es cada vez menor, por construcción.

A modo de resumen, en la tabla 3.3 se incluyen los resultados relevantes de esta sección.

N_{eff}	4	5	7
N_{ex}	0.954	1.954	3.954
$\mathbf{a}_c (\times 10^{-4})$	3.40576	1.36181	0.73286
\mathbf{z}_c	2,935	7,342	13,644
Ω_{ex}	0.113528	0.207801	0.346745
$\Omega_{\mathbf{r}_0} (\times 10^{-4})$	0.859769	0.962083	1.16671
Ω_{Λ_0}	0.626261	0.531978	0.393013
θ_*^a	0.0103	-	-
$\mathbf{r}_s(\mathbf{a}_*)_{\text{exsm}}$ [Mpc] ^a	140.572	-	-
$\mathbf{r}_s(\mathbf{a}_*)_{\text{sm}}$ [Mpc] ^b	143.253	-	-
$\mathbf{D}_A(\mathbf{a}_*)_{\text{sm}}$ [Mpc] ^b	13,886.9	-	-
$\mathbf{D}_A(\mathbf{a}_*)_{\text{exsm}}$ [Mpc] ^b	13,627.1	-	-
$\theta_*(\text{Planck})^b$	0.0104	-	-
$\mathbf{r}_s(\mathbf{a}_*)(\text{Planck})$ [Mpc] ^b	144.39	-	-
$\mathbf{D}_A(\mathbf{a}_*)(\text{Planck})$ [Mpc] ^b	13,883.6	-	-

Cuadro 3.1: Tabla comparativa de cómo cambian algunos parámetros (si no se especifica, en el EXSM) dependiendo de N_{ex} . Los parámetros con superíndice a tienen el mismo valor para $N_{\text{ex}} = 0.954, 1.954, 3.954$, y los parámetros con superíndice b tienen valores que no dependen de N_{ex} . Los parámetros que tienen entre paréntesis “Planck” fueron extraídos del Proyecto Planck (2018)[19], y se muestran en esta tabla sólo para comparar con los parámetros obtenidos en este capítulo.

3.4. Conclusión

En resumen, se puede tratar la tensión con la constante de Hubble suponiendo como cierto el mayor valor de H_0 en este capítulo (en este caso el de Riess) y plantear un nuevo modelo, parecido al modelo estándar pero que difiere por unos grados de libertad (d.o.f.) relativistas extra considerados en el Universo temprano y parametrizados por N_{eff} (o N_{ex}); al hacer esto se logra reducir tanto el horizonte de sonido comóvil r_s como la distancia diametral angular comóvil D_A de este nuevo modelo, con ambas cantidades evaluadas en la época de recombinación, a_* . Para llevar a cabo lo anterior, se calculó el cociente entre la distancia diametral angular comóvil D_A en el SM con la del EXSM, usando los valores de H_0 de Planck y de Riess respectivamente y, como era de esperarse, la primera distancia es mayor que la segunda; además, los valores de esta distancia, tanto en el SM como en el EXSM, dieron del mismo orden de magnitud que la $D_A(a_*)$ registrada por Planck. Gracias a la relación que hay entre r_s y D_A evaluados en a_* (la escala angular θ_* que Planck midió precisamente), se pudo comparar el cociente de las D_A con el cociente de las r_s del SM y del EXSM evaluadas

en a_* (las cuales dieron del mismo orden de magnitud que la $r_s(a_*)$ registrada por Planck), usando valores de H_0 de Planck y de Riess respectivamente; de esta manera, dado un número de d.o.f. relativistas extra, se obtuvo un factor de escala crítico a_c en donde el cociente de las r_s coincide con el de las D_A , donde este último es un valor fijo (pues no depende de los d.o.f. relativistas extra, por construcción). Esto significa que se puede resolver el problema de la tensión agregando unos d.o.f. relativistas extra a la densidad de radiación en el Universo temprano hasta una cierta época (lo cual viene parametrizado por la a_c) y, después de esta época, estas partículas extra desaparecen. Cabe mencionar que no existe sólo una solución para este modelo, sino que hay toda una familia de soluciones y en este trabajo se incluyen tres de ellas. También se notó que entre más d.o.f. relativistas extra se consideraban, resultaban cada vez menores las r_s y las a_c y, además de lo anterior, se mostró que con un mayor número de d.o.f. la época en la que se tienen estas partículas extra es cada vez más lejana a nosotros.

Asimismo, se cumplió con el objetivo de este capítulo, el cual era disminuir el horizonte de sonido comóvil en la recombinación $r_s(a_*)$ y la distancia diametral angular comóvil en la recombinación $D_A(a_*)$ en la misma proporción de manera que, al hacer el cociente de estas cantidades para obtener la escala angular θ_* , se obtenga lo mismo que midió el Proyecto Planck, o lo que en este capítulo denotamos como SM (modelo estándar).

Respecto a los parámetros de densidad de partículas extra obtenidos se puede concluir que, entre más partículas extra se agreguen, resulta mayor el parámetro de densidad correspondiente pero menor el parámetro de densidad de energía oscura, pues así se construyó. En particular, los parámetros de densidad de partículas extra para los últimos dos casos son del orden de magnitud de los parámetros de densidad de materia deducidos por Riess y Planck.

Capítulo 4

Propuesta de solución con Gravedad Teleparalela Cosmológica

4.1. Introducción

Como ya se discutió en capítulos anteriores, la tensión con la constante de Hubble H_0 es uno de los problemas que presenta el modelo estándar cosmológico (Λ CDM) (sección 1.6), pues experimentos que han medido H_0 con física del Universo temprano, como por ejemplo Planck (2018)[19], obtienen¹ $H_0 = 67.4 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, mientras que los que lo hacen con mediciones locales, por ejemplo SH0ES+H0LiCOW[30][31], obtienen una $H_0 = 73.8 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.

En los últimos años se han propuesto diversas soluciones para aliviar la tensión de Hubble; en el capítulo anterior se habló de una propuesta que agrega unas partículas extra a tiempos tempranos (capítulo 3). En este capítulo se habla de una propuesta que intenta aliviar la tensión de Hubble agregando nuevos términos a las ecuaciones de Einstein de la teoría de la Relatividad General.

La propuesta de solución tratada en este capítulo es un reporte del artículo de la Ref. [54] (Escamilla y Levi, 2019) y consiste en hacer una modificación a la teoría de la Relatividad General de Einstein en la parte de gravedad o geometría: en lugar de considerar la curvatura del espacio-tiempo, se considera la torsión, la cual busca conectarse con un fenómeno observable, que en este caso es un término de frontera. La teoría en cuestión es la Gravedad Teleparalela, y se habla con más detalle de ella en la sección 4.2. Después, en la sección 4.3 se habla sobre cómo se puede aplicar esta teoría en la cosmología para tratar de aliviar la tensión con H_0 .

¹Este valor de H_0 es ligeramente diferente al de la tabla 2.1 (sección 2.1) porque considera datos del espectro del CMB de TT (de anisotropías de temperatura), TE (de anisotropías de temperatura con polarización), EE+bajoE+lensing (de polarización, y *lensing* da una noción del camino de la luz, qué tanto se desvió) con límites del 68%, y en conjunto dan básicamente la medición de la luz con polarización del CMB[19].

Es importante mencionar que todos los cálculos de este capítulo no fueron hechos por mí, sino que se encuentran publicados en el artículo de la Ref. [54].

En la sección 4.4 se muestran los datos observacionales que usaron en la Ref. [54] para hacer el análisis estadístico, para lo cual utilizaron datos de CC+Pantheon+BAO y los ajustaron con la teoría en cuestión, para así obtener los mejores valores posibles de parámetros cosmológicos, como lo es la constante de Hubble. Asimismo, en esta sección se da una breve explicación de cómo trabajan los códigos utilizados para encontrar los mejores valores de los parámetros cosmológicos.

Después, en la sección 4.5, se investigan 4 modelos dentro de la teoría de la Gravedad Teleparalela, para observar la evolución de las ecuaciones de estado resultantes y analizar qué modelos reproducen valores de H_0 que coinciden con las mediciones en el Universo temprano o si alguno coincide con las mediciones locales. En la sección 4.6 se discuten qué valor de H_0 obtuvo cada modelo y las implicaciones que tienen dichos resultados. Por último, en la sección 4.7, se discuten las conclusiones del capítulo.

También es importante mencionar que en este capítulo sólo se toca la teoría necesaria para entender cómo funciona la propuesta, pues el objetivo de esta tesis es exponer que existen diversas propuestas de solución para aliviar la tensión de Hubble, que van desde una propuesta más sencilla como la que se vio en el capítulo 3, hasta una más complicada como la de este capítulo.

4.2. Breve Resumen de la Teoría de la Gravedad Teleparalela $f(T, B)$

Para entender qué tiene de diferente la teoría de la Gravedad Teleparalela con la teoría de la Relatividad General de Einstein, primero hay que hacer notar que lo que hace el modelo estándar cosmológico (Λ CDM) es tomar las ecuaciones de Einstein (1.5) (véase sección 1.3.1) y modificar la parte de la materia, agregando una constante cosmológica Λ para satisfacer las observaciones, es decir, que modifica la parte del tensor energía momento $T_{\mu\nu}$. Otra opción es, en lugar de considerar modificar la parte de la materia, cambiar la parte de la gravedad o geometría, es decir, la parte con el tensor de Ricci $R_{\mu\nu}$. Este es el caso de la Gravedad Teleparalela (TG, *Teleparallel Gravity* en inglés) que, en lugar de considerar la curvatura en Relatividad General (GR, *General Relativity* en inglés) para manifestar a la gravedad, considera a la torsión[60] y, en lugar de usar la conexión de Levi-Civita en GR, se usa la conexión de Weitzenböck, que se definirá a continuación.

En términos matemáticos, la TG se expresa a nivel de la acción gravitacional como un escalar de torsión T (en lugar del escalar de Ricci R en la acción de Einstein-Hilbert),

a lo cual se le conoce como el Equivalente Teleparalelo de la Relatividad General (TEGR, *Teleparallel Equivalent of General Relativity* en inglés); este consiste en hacer iguales la GR y TG hasta un término de frontera B , que igualmente se definirá más adelante en esta sección.

Antes de empezar a describir matemáticamente la teoría, es importante mencionar que en este capítulo se considera la signatura:

$$\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1), \quad (4.1)$$

y aclaramos que los índices latinos corresponden a las coordenadas del espacio tangente², y los índices griegos a las coordenadas generales de la variedad. También se adopta de ahora en adelante la convención de que, cuando se escriba \mathring{R} , se refiere al escalar de Ricci calculado con la conexión de Levi-Civita $\mathring{\Gamma}^\sigma_{\mu\nu}$, mientras que cuando se escriba R , se refiere al escalar de Ricci calculado con la conexión de Weitzenböck $\Gamma^\sigma_{\mu\nu}$.

A continuación introduciremos con mayor detalle la TG, para lo cual empezamos recordando la conexión de Levi-Civita (símbolos de Christoffel) (ec. (1.7)) de la sección 1.3.1, denotada por $\mathring{\Gamma}^\sigma_{\mu\nu}$.

Existen otras herramientas en la geometría Riemanniana para describir a la gravedad como deformación geométrica, como lo es la conexión de Weitzenböck $\Gamma^\sigma_{\mu\nu}$, una conexión sin curvatura y que satisface la condición de metricidad[60][61]:

$$g_{\mu\nu;\rho} = \partial_\rho g_{\mu\nu} - \Gamma^\alpha_{\mu\rho} g_{\alpha\nu} - \Gamma^\alpha_{\nu\rho} g_{\mu\alpha} = 0, \quad (4.2)$$

donde el “;” representa la derivada covariante respecto a la conexión de Weitzenböck. Esta conexión está definida como

$$\Gamma^\sigma_{\mu\nu} := e_a^\sigma \partial_\mu e^a_\nu + e_a^\sigma \omega^a_{b\mu} e^b_\nu, \quad (4.3)$$

donde e^a_ρ es la tétrada o campo tétrado (e_a^μ es el transpuesto), y $\omega^a_{b\mu}$ es la conexión de espín. En gravedad teleparalela, las tétradas $\mathbf{e}_a(x^\mu)$ son las variables fundamentales que describen la geometría de la variedad. Estas forman una base ortonormal para el espacio tangente en cada punto x^μ de la variedad, es decir que $\mathbf{e}_a \cdot \mathbf{e}_b = \eta_{ab}$, donde η_{ab} es la métrica de Minkowski en el espacio-tiempo tangente. La tétrada en su forma componente se escribe como:

$$\mathbf{e}_a = e_a^\mu \partial_\mu. \quad (4.4)$$

Las componentes de la tétrada cumplen con las siguientes condiciones de ortogonalidad[61]:

$$e^a_\mu e_b^\mu = \delta_b^a, \quad e^a_\mu e_a^\nu = \delta_\mu^\nu. \quad (4.5)$$

²El espacio tangente en geometría diferencial a grandes rasgos es el conjunto formado por todos los vectores tangentes a un punto de una variedad diferenciable. En una variedad se pueden extender las nociones de cálculo diferencial que normalmente usamos en \mathbb{R}^n .

donde δ_ν^λ es la delta de Kronecker.

Algo interesante es que se puede pasar de la métrica de Minkowski a una variedad general por medio de tétradas:

$$g_{\mu\nu} = e^a{}_\mu e^b{}_\nu \eta_{ab}, \quad \eta_{ab} = e_a{}^\mu e_b{}^\nu g_{\mu\nu}. \quad (4.6)$$

En relatividad especial un marco inercial está representado en términos de una base coordenada por $e^a{}_\mu = \partial_\mu x^a$. Se pueden relacionar marcos inerciales con transformaciones globales de Lorentz $\Lambda^a{}_c$. Los marcos no inerciales se pueden obtener al llevar a cabo Transformaciones Locales de Lorentz[61] (LLT, *Local Lorentz Transformations* en inglés),

$$x^a \rightarrow \Lambda^a{}_c(x) x^c. \quad (4.7)$$

donde $\Lambda^a{}_c(x)$ es una LLT y x^a son las coordenadas. En gravedad teleparalela, dichos marcos no inerciales se expresan por medio de la tétrada, la cual es la derivada covariante de Fock-Ivanenko de las coordenadas del espacio tangente, es decir:

$$e^a{}_\mu \equiv D_\mu x^a = \partial_\mu x^a + \omega^a{}_{b\mu} x^b, \quad (4.8)$$

donde la conexión de espín $\omega^a{}_{b\mu}$ es:

$$\omega^a{}_{b\mu} = \Lambda^a{}_c \partial_\mu \Lambda_b{}^c. \quad (4.9)$$

La conexión de espín es una conexión de Lorentz y su función es conservar la invariancia de las teorías teleparalelas bajo LLT[84]. Los efectos de la conexión de espín pueden interpretarse como sólo locales[85][86][87]. Así la conexión de espín se puede expresar como la combinación completamente inercial de LLT, tal como se muestra en la ec. (4.9).

En conjunto, la tétrada y su conexión de espín asociada juegan el papel del tensor métrico en teorías de gravedad basadas en la curvatura.

También hay una clase de marcos en donde no hay presentes efectos inerciales, así que la conexión inercial de espín es nula:

$$\omega^a{}_{b\mu} = 0, \quad (4.10)$$

lo cual consideraron en el trabajo de Escamilla y Levi [54]. De hecho con esta condición, la definición de conexión de Weitzenböck (4.3) se reduce a:

$$\partial_\mu e^a{}_\nu - \Gamma^\sigma{}_{\mu\nu} e^a{}_\sigma = 0. \quad (4.11)$$

A esto se le llama condición de paralelismo absoluto, y está caracterizada por una conexión de Lorentz particular (se tiene el caso en el que la conexión de espín es cero) que transporta paralelamente a las tétradas por todos lados.

Como punto de comparación, el tensor métrico $g_{\mu\nu}$ lo que hace es expresar la deformación geométrica a través de medir distancias, mientras que la tétrada $e^a{}_\mu$ relaciona el espacio tangente con la variedad general.

El tensor de torsión se define como[64]

$$T^\sigma{}_{\mu\nu} := \Gamma^\sigma{}_{\mu\nu} - \Gamma^\sigma{}_{\nu\mu}, \quad (4.12)$$

y es una medida de la intensidad del campo de gravitación, en analogía con el tensor de Riemann.

Algo importante por mencionar es que la curvatura medida por el tensor de Riemann (calculado con la conexión de Weitzenböck) es cero en TG porque la conexión de Weitzenböck es de curvatura nula, mientras que el tensor de torsión depende de la forma de la tétrada y su conexión de espín asociada. De esta manera, en esta teoría la gravedad está representada por la torsión, no por la curvatura.

Otro tensor importante en esta teoría es el de contorsión, el cual es la diferencia entre la conexión de Levi-Civita y la de Weitzenböck[65]

$$K^\sigma{}_{\mu\nu} := \Gamma^\sigma{}_{\mu\nu} - \mathring{\Gamma}^\sigma{}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}(T^\sigma{}_{\mu\nu} + T^\sigma{}_{\nu\mu} - T^\sigma{}_{\mu\mu}), \quad (4.13)$$

y el superpotencial, definido como:

$$S_a{}^{\mu\nu} := K^{\mu\nu}{}_a - e_a{}^\nu T^{\alpha\mu}{}_\alpha + e_a{}^\mu T^{\alpha\nu}{}_\alpha. \quad (4.14)$$

El escalar de torsión, que es de gran interés para la propuesta de solución de este capítulo, se obtiene al contraer el tensor superpotencial y el de torsión:

$$T := S_a{}^{\mu\nu} T^a{}_{\mu\nu}. \quad (4.15)$$

El escalar de Ricci calculado con la conexión de Weitzenböck R se define en términos del escalar de Ricci calculado con la conexión de Levi-Civita \mathring{R} , el escalar de torsión T , y un término de divergencia total[67]:

$$R = \mathring{R} + T - \frac{2}{e} \partial_\mu (e T^\sigma{}_{\sigma}{}^\mu) = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathring{R} = -T + \frac{2}{e} \partial_\mu (e T^\sigma{}_{\sigma\mu}) := -T + B, \quad (4.16)$$

donde la segunda igualdad se da porque la conexión de Weitzenböck es cero, además de que

$$B = \frac{2}{e} \partial_\mu (e T^\sigma{}_{\sigma\mu}), \quad (4.17)$$

es el término de frontera entre el escalar de Ricci y el de torsión, y e es el determinante del campo de tétrada,

$$e = \det(e^a{}_\mu) = \sqrt{-g}. \quad (4.18)$$

Para motivar la teoría de Gravedad Teleparalela $f(T, B)$, hay que mencionar que una manera de modificar la teoría de la gravedad es con las teorías $f(\overset{\circ}{R})$ en donde, en lugar de considerar el escalar de Ricci $\overset{\circ}{R}$ en la acción de Einstein-Hilbert (E-H),

$$\mathcal{S}_{EH} = -\frac{1}{\kappa^2} \int d^4x \sqrt{-g} \overset{\circ}{R} + \mathcal{S}_m, \quad (4.19)$$

(donde $\kappa^2 = 8\pi G/c^4$, $g = \det(g_{\mu\nu})$ y \mathcal{S}_m es la acción de materia) se cambia $\overset{\circ}{R}$ por una función de este, $f(\overset{\circ}{R})$ (por ejemplo $\overset{\circ}{R}^2$, $\log(\overset{\circ}{R})$):

$$\mathcal{S}_{f(\overset{\circ}{R})} = -\frac{1}{\kappa^2} \int d^4x \sqrt{-g} f(\overset{\circ}{R}) + \mathcal{S}_m. \quad (4.20)$$

De esta manera, para definir la Gravedad Teleparalela $f(T, B)$ se puede definir una acción en la teoría de TG con la torsión T como densidad Lagrangiana, a lo cual se le llama TEGR; en lugar de $\overset{\circ}{R}$ en la acción de E-H (ec. (4.19)), se tiene que:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{TEGR} &= \frac{1}{\kappa^2} \int d^4x e T + \mathcal{S}_m \\ &= \frac{1}{\kappa^2} \int d^4x e (-\overset{\circ}{R} + B) + \mathcal{S}_m, \end{aligned} \quad (4.21)$$

de donde en la última igualdad se usó la ecuación (4.16). Un dato curioso es que, debido a que el escalar de torsión T sólo difiere por un término de frontera B con el escalar de Ricci $\overset{\circ}{R}$, las ecuaciones de campo obtenidas al variar la acción de E-H (ec. (4.19)) son las mismas que al variar la acción TEGR (ec. (4.21)).

Otro hecho importante es que las teorías $f(T)$ son de segundo orden, por lo que el manejo de las ecuaciones es un poco más fácil que con las teorías $f(\overset{\circ}{R})$, que por lo general son de órdenes más altos.

Así, se puede generalizar la acción de una función de la torsión, $f(T)$:

$$\mathcal{S}_{f(T)} = \frac{1}{\kappa^2} \int d^4x e f(T) + \mathcal{S}_m. \quad (4.22)$$

Algo que vale la pena mencionar es que, así como al variar la acción de E-H se hace con respecto a la métrica, ahora al variar la acción de TEGR se hace con respecto a la tétrada.

Si ahora se supone que la función $f(T)$ depende también del término de frontera B , se llega a la gravedad $f(T, B)$:

$$\mathcal{S}_{f(T,B)} = \frac{1}{\kappa^2} \int d^4x e f(T, B) + \mathcal{S}_m. \quad (4.23)$$

Al variar esta acción con respecto a la tétrada (cuyo cálculo no se hará en esta tesis para fines prácticos), se obtienen las siguientes ecuaciones (Ref.[62], [63]):

$$2e\delta_\nu^\lambda \square f_B - 2e\nabla^\lambda \nabla_\nu f_B + eB f_B \delta_\nu^\lambda + 4e[(\partial_\mu f_B) + (\partial_\mu f_T)] S_\nu^{\mu\lambda} + 4e_\nu^a \partial_\mu (e S_a^{\mu\lambda}) f_T - 4e f_T T^\sigma_{\mu\nu} S_\lambda^{\lambda\mu} - e f \delta_\nu^\lambda = 16\pi e \Theta_\nu^\lambda \quad (4.24)$$

donde δ_ν^λ es la delta de Kronecker, $f_T = \partial f / \partial T$, $f_B = \partial f / \partial B$, ∇_σ es la derivada covariante con respecto a la conexión de Levi-Civita, Θ_ν^λ es el tensor de energía-momento, y $\square = \nabla^\mu \nabla_\mu$.

4.3. Cosmología $f(T, B)$

Para llevar la teoría $f(T, B)$ a un enfoque más cosmológico, consideremos una métrica, plana, homogénea e isotrópica, como la de FLRW, en coordenadas cartesianas:

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2(dx^2 + dy^2 + dz^2), \quad (4.25)$$

con $a(t)$ el factor de escala. Se escoge la tétrada[68]

$$e^a_\mu = \text{diag}(1, a(t), a(t), a(t)), \quad (4.26)$$

para que las componentes de conexión de espín resulten ser cero, i.e. $\omega^a_{b\mu} = 0$ [62]; además se satisface la condición (4.5).

Con la elección de la tétrada (4.26) y la métrica (4.25) podemos calcular el escalar de torsión de la ec. (4.15), usando las definiciones de $S_\rho^{\mu\nu}$ (ec. (4.14)) y $T^\lambda_{\mu\nu}$ (ec. (4.12)), se tiene que:

$$\begin{aligned} T &\equiv S_\rho^{\mu\nu} T^\rho_{\mu\nu} \\ &= \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{2} (T^{\mu\nu}_\rho - T^{\nu\mu}_\rho - T_\rho^{\mu\nu}) + \delta_\rho^\mu T^{\alpha\nu}_\alpha - \delta_\rho^\nu T^{\alpha\mu}_\alpha \right] T^\rho_{\mu\nu} \\ &= \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{2} \left(g^{\nu\beta} T^\mu_{\beta\rho} - g^{\mu\beta} T^\nu_{\beta\rho} - g_{\rho\alpha} g^{\mu\beta} g^{\nu\gamma} T^\alpha_{\beta\gamma} \right) + \delta_\rho^\mu g^{\nu\beta} T^\alpha_{\beta\alpha} - \delta_\rho^\nu g^{\mu\beta} T^\alpha_{\beta\alpha} \right] T^\rho_{\mu\nu} \\ &= \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{2} \left(g^{\nu\beta} \{e_a^\mu (\partial_\beta e^a_\rho - \partial_\rho e^a_\beta)\} - g^{\mu\beta} \{e_a^\nu (\partial_\beta e^a_\rho - \partial_\rho e^a_\beta)\} - g_{\rho\alpha} g^{\mu\beta} g^{\nu\gamma} \{e_a^\alpha (\partial_\beta e^a_\gamma - \partial_\gamma e^a_\beta)\} \right) \right. \\ &\quad \left. + \delta_\rho^\mu g^{\nu\beta} \{e_a^\alpha (\partial_\beta e^a_\alpha - \partial_\alpha e^a_\beta)\} - \delta_\rho^\nu g^{\mu\beta} \{e_a^\alpha (\partial_\beta e^a_\alpha - \partial_\alpha e^a_\beta)\} \right] e_a^\rho (\partial_\mu e^a_\nu - \partial_\nu e^a_\mu). \end{aligned} \quad (4.27)$$

Los términos que sobreviven de esta última igualdad, debido a la forma de la tétrada (4.26) y de la métrica (4.25), son los siguientes (los índices repetidos implican una

suma):

$$\begin{aligned}
T &= \frac{1}{4}g^{00}e_I^i(\partial_0e^I_j)e_J^j(\partial_0e^J_i) + \frac{1}{4}g_{ij}g^{00}g^{kl}e_I^j(\partial_0e^I_\ell)e_J^i(\partial_0e^J_k) - \frac{1}{2}\delta_j^i g^{00}e_I^k(\partial_0e^I_k)e_J^j(\partial_0e^J_i) \\
&\quad + \frac{1}{4}g^{00}e_I^i(\partial_0e^I_j)e_J^j(\partial_0e^J_i) + \frac{1}{4}g_{ij}g^{kl}g^{00}e_I^j(\partial_0e^I_\ell)e_J^i(\partial_0e^J_k) - \frac{1}{2}\delta_j^i g^{00}e_I^k(\partial_0e^I_k)e_J^j(\partial_0e^J_i) \\
&= -\frac{3}{4}\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 - \frac{3}{4}\left(\frac{a\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{9}{2}\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 - \frac{3}{4}\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 - \frac{3}{4}\left(\frac{a\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{9}{2}\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 \\
&= \left(-\frac{12}{4} + \frac{36}{4}\right)\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2.
\end{aligned} \tag{4.28}$$

Esto implica que el escalar de torsión está dado por

$$T = 6H^2, \tag{4.29}$$

De forma similar al cálculo anterior, se puede obtener el término de frontera (4.17) usando la forma de la tétrada (4.26), el cual resulta ser:

$$B = 6(3H^2 + \dot{H}). \tag{4.30}$$

Sustituyendo las ecuaciones (4.29) y (4.30) en (4.16), se obtiene el valor del escalar de Ricci calculado con la conexión de Levi-Civita:

$$\dot{R} = -T + B = 6(\dot{H} + 2H^2). \tag{4.31}$$

Al evaluar las ecuaciones de Einstein para un fluido perfecto, se llega a las siguientes ecuaciones de Friedmann modificadas (Ref. [62], [63]):

$$-3H^2(3f_B + 2f_T) + 3H\dot{f}_B - 3\dot{H}f_B + \frac{1}{2}f = \kappa^2\rho_m, \tag{4.32}$$

$$-(3H^2 + \dot{H})(3f_B + 2f_T) - 2H\dot{f}_T + \ddot{f}_B + \frac{1}{2}f = -\kappa^2p_m, \tag{4.33}$$

donde ρ_m y p_m son la densidad y presión del contenido de materia (radiación, bariones, materia oscura, y energía oscura), respectivamente.

Al hacer el siguiente mapeo de la densidad Lagrangiana:

$$f(T, B) \longrightarrow -T + f(T, B), \tag{4.34}$$

las ecuaciones (4.32) y (4.33) se convierten en las siguientes:

$$3H^2 = \kappa^2(\rho_m + \rho_{eff}), \tag{4.35}$$

$$3H^2 + 2\dot{H} = -\kappa^2(p_m + p_{eff}), \tag{4.36}$$

pues $f_B \rightarrow f_B$, $f_T \rightarrow f_T - 1$, $f \rightarrow f - T = f - 6H^2$; de las ecuaciones anteriores se definieron la densidad y presión del fluido efectivo como

$$\kappa^2 \rho_{eff} = 3H^2(3f_B + 2f_T) - 3H\dot{f}_B + 3\dot{H}f_B - \frac{1}{2}f, \quad (4.37)$$

$$\kappa^2 p_{eff} = \frac{1}{2}f - (3H^2 + \dot{H})(3f_B + 2f_T) - 2H\dot{f}_T + \ddot{f}_B. \quad (4.38)$$

Esta forma de escribir a la densidad de energía como una efectiva, implica que se incluyen varios fluidos o sólo un fluido y su evolución en varias etapas del Universo. Combinando las ecs. (4.35) y (4.36), se obtiene

$$2\dot{H} = -\kappa^2(\rho_m + p_m + \rho_{eff} + p_{eff}). \quad (4.39)$$

Es importante mencionar que el fluido efectivo satisface la ecuación de continuidad:

$$\dot{\rho}_{eff} + 3H(\rho_{eff} + p_{eff}) = 0. \quad (4.40)$$

Además, lo más importante de este desarrollo es que se puede escribir una ecuación de estado con este fluido efectivo:

$$w_{eff} = \frac{p_{eff}}{\rho_{eff}} = -1 + \frac{\ddot{f}_B - 3H\dot{f}_B - 2\dot{H}f_T - 2H\dot{f}_T}{3H^2(3f_B + 2f_T) - 3H\dot{f}_B + 3\dot{H}f_B - \frac{1}{2}f}, \quad (4.41)$$

de donde se nota que se puede volver al modelo Λ CDM ($w_{eff} = -1$) si se apagan los términos con B y T .

Ya que w_{eff} depende de la forma de $f(T, B)$, en la Ref. [54] consideraron 4 modelos cosmológicos con diferentes $f(T, B)$, de los cuales se hablará en detalle en la sección 4.5. De esta manera, a través de la ecuación de estado (4.41) se puede aplicar la teoría de TG en la cosmología y describir la dinámica tanto del fluido como de la ecuación de Friedmann.

También se puede notar que, al sumar $3H^2$ a la ec. (4.37):

$$H^2 = \frac{1}{3}[3H^2(1 - 3f_B - 2f_T) + 3H\dot{f}_B - 3\dot{H}f_B + \frac{1}{2}f] + \frac{\kappa^2}{3}\rho, \quad (4.42)$$

de donde se ve que esta ecuación se puede comparar con la ec. de Friedmann (1.14) para una geometría plana, $H^2 = \frac{\kappa^2}{3}(\rho + \rho_X)$, donde ρ_X corresponde a un fluido-X, y definiendo a ρ_X como el término en los paréntesis cuadrados de la ec. (4.42), es decir:

$$\kappa^2 \rho_X := 3H^2(1 - 3f_B - 2f_T) + \frac{1}{2}f + 3H\dot{f}_B - 3\dot{H}f_B. \quad (4.43)$$

4.4. Datos observacionales utilizados

Para estudiar el Universo actual en el sentido de estudiar el fenómeno que vemos como aceleración cósmica, en la Ref. [54] usaron distintos conjuntos de datos que indican que hay aceleración cósmica: distancias luminosas d_L de SN's Ia por Pantheon[69] (1048 puntos), muestras de corrimiento al rojo y cocientes de distancias de BAO (7 puntos), y medidas de $H(z)$ con edades de Galaxias (Cronómetros Cósmicos, CC)[70] (38 puntos); esto da un total de 1093 puntos, los cuales son suficientes para hacer una buena estadística. Se usó el código CLASS para meter la ecuación de Friedmann (1.14) escrita de la siguiente forma

$$\left(\frac{H(z)}{H_0}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho_m + \rho_{DE})[\Omega_{m_0}(1+z)^3 + \Omega_{DE_0}f(z)], \quad (4.44)$$

$$f(z) = \exp\left[3 \int_0^z \frac{1+w(\tilde{z})}{1+\tilde{z}} d\tilde{z}\right], \quad (4.45)$$

de donde los prefijos “m” y “DE” indican que se trata de materia y energía oscura, respectivamente; no se considera radiación pues es despreciable con respecto a los demás parámetros de densidad en el Universo tardío. En $f(z)$ se introduce la ecuación de estado (4.41) con una cierta $f(T, B)$ (véase sección 4.5 para las formas explícitas de $f(T, B)$). Junto con CLASS, se usó un código Monte Python, el cual es una herramienta estadística que calcula los mejores valores posibles de parámetros libres cosmológicos, en este caso los de la ecuación de estado (4.41) y la ecuación (4.44), para lo cual usa conjuntos de datos astrofísicos. Para calcular los mejores valores posibles de estos parámetros libres, Monte Python usa Cadenas de Markov, el cual es un método que toma datos observacionales (en este caso de CC, SNIa, ó BAO) y cada dato lo compara con el valor que diría la teoría en cuestión; la Cadena de Markov empieza en el primer punto del conjunto de datos, calcula el valor de χ^2 (es una medida estadística que permite obtener el mejor valor de un parámetro determinado, y Monte Python ya trae incluida la fórmula de χ^2) y se va al siguiente punto más cercano, de ahí al siguiente, y así sucesivamente hasta acabar con toda la muestra, para después sacar el promedio de todos esos mejores valores que calculó punto por punto.

4.4.1. Edades de galaxias (CC)

Las distancias tipo escalera (para ejemplos de estos métodos, véase el capítulo 2) teóricamente integran $H(z)$ pero, como en estas integrales se pierde información además de que aumentan el error, es más conveniente usar datos observacionales de $H(z)$. Para ello, se usó una muestra de Cronómetros Cósmicos (CC), el cual es un método que consiste en considerar estrellas o galaxias en las que se conozca de manera precisa su evolución para así obtener medidas de la tasa de expansión cósmica; también se les conoce como relojes estándar.

Las 38 medidas consideradas de $H(z)$ por CC se encuentran en el rango $0.07 < z < 2.36$ y están en la Ref. [70].

4.4.2. Distancias luminosas de SN's Ia

Las Supernovas Tipo Ia (SN Ia) son buenos objetos astrofísicos para medir distancias luminosas d_L (véase sección 1.7); con estas distancias se puede determinar el módulo de distancia μ -que está en términos de la magnitud aparente y absoluta de las SN's Ia-:

$$\mu(z) = 5 \ln \left[\frac{d_L(z)}{1 \text{Mpc}} \right] + 25, \quad (4.46)$$

donde la distancia luminosa está en unidades de Mpc y dada por la ecuación (1.50); además, a este módulo de distancia se le agrega un parámetro libre de “ruido” M . En general, los parámetros de ruido se toman en cuenta porque cuando una supernova explota, el telescopio que la observa tiene que estar calibrado, y la calibración depende de varios factores: del filtro que se haya usado, del color de la estrella, y del ancho de la estrella en el momento que explotó y se reportó la luminosidad. A lo anterior se le llama parámetros de ruido y, como no es conveniente tener tantos de estos parámetros libres, lo que se hace es hacerlos constantes; el único parámetro de ruido que no se dejó libre es M .

Asumiendo que el espacio es plano, la distancia luminosa se relaciona con la distancia comóvil D al hacer el caso límite $K = 0$ en la ec. (1.50), pues $\sinh(x)/x \rightarrow 1$ si $x \rightarrow 0$:

$$d_L(z) = \frac{c}{H_0}(1+z)D(z), \quad (4.47)$$

con c la velocidad de la luz y, al usar las ecuaciones (4.46) y (4.47), se obtiene:

$$D(z) = \frac{H_0}{c}(1+z)^{-1} 10^{\frac{\mu(z)}{5}-5}. \quad (4.48)$$

Dado que la distancia comóvil está dada por la ec. (1.48), se puede obtener el parámetro de Hubble $H(z)$ al tomar el inverso de la derivada de $D(z)$ con respecto al corrimiento al rojo y, así, incluir la teoría $f(T, B)$ a través de la ecuación de Friedmann (4.44).

Al hacer el análisis estadístico en Monte Python con la muestra de 1048 puntos de Pantheon[69], fijando el valor de H_0 por Planck (ec. (4.49)) con TT, TE, EE+bajoE+lentes y después el valor de H_0 del Universo tardío (ec. (4.50))³,

$$H_0 = 67.4 \pm 0.5 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \quad (\text{Planck}, 2018), \quad (4.49)$$

$$H_0 = 73.8 \pm 1.1 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \quad (\text{Universo tardío}, \text{SH0ES+H0LiCOW}). \quad (4.50)$$

obtuvieron que $M = -19.63$ para Planck (2018) y $M = -32.79$ para SH0ES+H0LiCOW[54].

³El valor de H_0 en esta ecuación es el mismo que el que se muestra en la tabla 2.1 por H0LiCOW, pero en el artículo de la Ref. [54] está escrito de esta manera para que sea un antecedente (*prior*, en inglés) gaussiano, es decir, que el valor de H_0 sea una distribución gaussiana.

4.4.3. Distancias en BAO

Las Oscilaciones Acústicas Bariónicas (BAO), como ya se explicó en la sección 1.9, son consideradas una regla estándar en cosmología, pues dan una escala de lo que viajaron las ondas de sonido del fluido de fotones-bariones (en el Universo temprano) hasta una época determinada; a esto se le llama horizonte de sonido. En el trabajo de Escamilla[54] usaron 7 cocientes de distancias de BAO a varios corrimientos al rojo z , mostrados en la tabla 4.4.3.

Para entender un poco las mediciones de dicha tabla, en las mediciones de BAO es común calcular el cociente $r_s(z_{drag})/D_V(z)$ [72], donde D_V es una escala de distancia que mezcla la distancia diametral angular D_A (dada por la ecuación (1.53)) con $H(z)$:

$$D_V(z) = \left[(1+z)^2 D_A^2 \frac{cz}{H(z)} \right]^{1/3}, \quad (4.51)$$

y el horizonte de sonido comóvil r_s en la época de arrastre de bariones z_d se expresa como:

$$r_s(z_{drag}) = \int_{z_{drag}}^{\infty} \frac{c_s(z)}{H(z)} dz, \quad (4.52)$$

con c_s la velocidad del sonido:

$$c_s^2 = \frac{c^2}{3 \left[1 + \frac{3\Omega_{b_0}}{4\Omega_{\gamma_0}(1+z)} \right]}, \quad (4.53)$$

donde c es la velocidad de la luz, y Ω_{b_0} y Ω_{γ_0} son los parámetros de densidad de bariones y fotones al presente, respectivamente.

De las distancias en las ecuaciones anteriores, se observa que en $H(z)$ se puede incluir la teoría $f(T, B)$ a través de la ecuación de Friedmann (4.44).

Los datos de la tabla 4.4.3 fueron registrados por muestreos de corrimiento al rojo de la galaxia como 6dFGS (*six-degree-field galaxy survey*, en inglés), SDSS DR7 (*Sloan Digital Sky Survey Data Release 7*, en inglés) y SDSS(R) (el valor reconstruido de SDSS), así como también medidas del último resultado de la sonda completa de BOSS (*Baryon Oscillation Spectroscopic*, en inglés), SDSS DR12 y medidas del bosque Lyman- α por BOSS DR11.

4.5. Modelos cosmológicos $f(T, B)$

En el artículo de Escamilla[54] consideraron cuatro modelos de $f(T, B)$ que reprodujeran la aceleración cósmica que dicen las observaciones, en los que se cambia la densidad Lagrangiana $f(T, B)$ de la acción (4.23) por diferentes funciones del escalar de torsión T y el término de frontera B , para ver cómo evoluciona la ecuación de estado (4.41). El primer modelo es una expansión de Taylor de $f(T, B)$; el segundo

Conjunto de datos	z	$r_s(z_{drag})/D_V(z)$
6dF	0.106[72]	0.336
SDSS DR7	0.15[73]	0.2239
SDSS(R) DR7	0.35[74]	0.1137
SDSS(R)-III DR12	0.38[75]	0.100
	0.61[76]	0.0691
	2.34[77]	0.0320
	2.36[78]	0.0329

Cuadro 4.1: Medidas de $r_s(z_{drag})/D_V(z)$ y z consideradas en la Ref. [54].

expresa a $f(T, B)$ como una suma de Ley de Potencias de T y B ; el tercero es parecido al segundo modelo sólo que combina potencias de T y B ; y el último modelo considera una función lineal de T con una contribución de una función logarítmica de B . Asimismo, se incluyen gráficas y tablas que son resultado de hacer el ajuste con los datos descritos en la sección 4.4, para así obtener la constante de Hubble respectiva a cada modelo cosmológico $f(T, B)$.

4.5.1. Modelo de Expansión de Taylor

El primer modelo considerado en el artículo de Escamilla[54], está inspirado en la Ref. [71], y considera tomar a $f(T, B)$ como una Expansión de Taylor en términos de T y B :

$$\begin{aligned}
f(T, B) = & f(T_0, B_0) + f_T(T_0, B_0)(T - T_0) + f_B(T_0, B_0)(B - B_0) + \\
& \frac{1}{2!} f_{TT}(T_0, B_0)(T - T_0)^2 + \frac{1}{2!} f_{BB}(T_0, B_0)(B - B_0)^2 + \\
& f_{TB}(T_0, B_0)(T - T_0)(B - B_0) + \mathcal{O}(T^3, B^3).
\end{aligned} \tag{4.54}$$

Si T_0 y B_0 son el escalar de torsión y el término de frontera en un espacio-tiempo local, es decir de Minkowski, estos tienen los siguientes valores:

$$T_0 = 0, \quad B_0 = 0. \tag{4.55}$$

Si se consideran las diferentes $f_i(T_0, B_0)$ como constantes A_i , la expansión de Taylor de la densidad Lagrangiana se puede escribir como:

$$f(T, B) \simeq A_0 + A_1 T + A_2 T^2 + A_3 B^2 + A_4 T B, \tag{4.56}$$

donde se eliminó el término lineal B porque una forma lineal de una función de B no introduce ningún cambio en las ecuaciones de campo.

Para obtener la ecuación de estado en la cosmología $f(T, B)$ (ec. (4.41)), se calcularon las derivadas necesarias de la densidad Lagrangiana (4.56), y se usaron las ecuaciones (4.29) y (4.30). Las derivadas resultantes se encuentran en el anexo A,

en las ecuaciones (A.1)-(A.5) y, para fines del análisis numérico, es mejor expresar la ecuación de estado en términos del corrimiento al rojo z ; este cálculo, por simplicidad, no se desarrolla en la presente tesis, pero viene detallada en la Ref. [54] que se tomó como base. Así, la ecuación de estado para el modelo de la expansión de Taylor de $f(T, B)$ en términos del corrimiento al rojo z , obtenida en dicho artículo es:

$$w(z) = \frac{w(z)_1 + 6[w(z)_2 - w(z)_6] + 24[w(z)_3 - w(z)_4 - w(z)_5]}{-w(z)_1 - 6w(z)_7 + 72[w(z)_8 - w(z)_9 - w(z)_{10}] - \frac{12}{(z+1)^7}}, \quad (4.57)$$

con las respectivas definiciones de $w(z)_i$, incluidas en el anexo A, en las ecuaciones (A.6)-(A.15).

Para hacer el análisis del comportamiento de la ecuación de estado (4.57) asociada con el fluido-X, los parámetros libres -propios de la teoría de TG- en el código descrito en la sección 4.4 son las A_i con $i = 0, 1, 2, 3, 4$, y se consideraron cuatro casos (físicos, en el sentido de que sólo se consideran parámetros reales, no imaginarios):

- *Caso 1.1:* si $T < B$ y $A_i > 0$: el escalar de torsión domina sobre el término de frontera.
- *Caso 1.2:* si $T > B$ y $A_i > 0$: el término de frontera domina sobre el escalar de torsión.
- *Caso 2.1:* si $T < B$ y $A_{i+1} > A_i$: el escalar de torsión domina sobre el término de frontera.
- *Caso 2.2:* si $T > B$ y $A_{i+1} < A_i$: el término de frontera domina sobre el escalar de torsión.

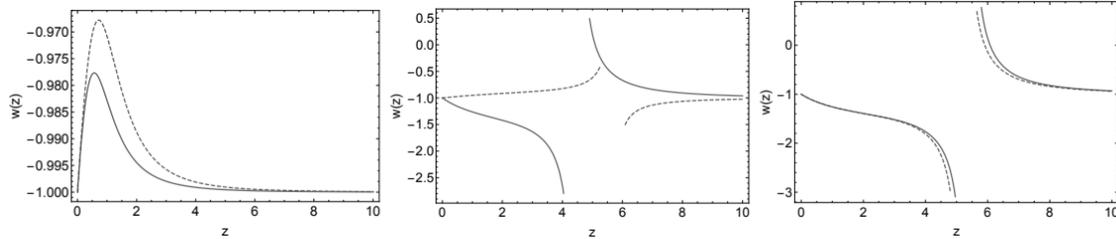


Figura 4.1: Evolución de la ecuación de estado w (4.57) como función de z , del modelo $f(T, B)$ como expansión de Taylor. Izquierda: $A_i > 0$ con $T < B$ (línea sólida) y $T > B$ (línea discontinua). En medio: $A_{i+1} > A_i$ con $T < B$ (línea sólida) y $T > B$ (línea discontinua). Derecha: $A_{i+1} < A_i$ con $T < B$ (línea sólida) y $T > B$ (línea discontinua)[54].

Para fines ilustrativos de mostrar la evolución de la ecuación de estado w con un modelo $f(T, B)$ en series de Taylor, se incluye la gráfica de la figura (4.1) que obtuvieron en la Ref. [54]. En dichas gráficas se puede observar que, en el caso cuando

$A_i > 0$ (gráfica de la izquierda), para $z < 1$ y z 's grandes no se nota gran diferencia entre T y B , es decir, que eran indistinguibles al día de hoy y a tiempos tempranos; asimismo, en $z \approx 1$ el caso más cercano al modelo Λ CDM ($w = -1$) es el de $T < B$. A grandes z , es decir en el Universo temprano, la ecuación de estado tiende a la del Λ CDM. Sin embargo, las gráficas donde $A_{i+1} > A_i$ y $A_{i+1} < A_i$ (en medio y derecha) muestran una divergencia debido a las degeneraciones de las constantes A_i , pero en ciertas épocas (dependiendo de cada caso) se acercan al modelo Λ CDM.

También ajustaron el conjunto de datos observacionales discutido en la sección 4.4 con este modelo $f(T, B)$ (ec. (4.57)). El resultado de este análisis hecho en la Ref. [54], donde los parámetros libres propios de las ecuaciones de Friedmann son Ω_m y w , se muestra en la figura (4.2), de donde los puntos de la elipse representan los valores posibles de w y Ω_m y los del centro representan los mejores valores posibles (estos corresponden a los picos de la función de distribución posterior (PDF) en el segundo cuadro de la figura 4.2), los cuales tienden a una $w < -1$ (tipo fantasma) y a un parámetro de densidad de materia de $\Omega_m \approx 0.3$, es decir que está de acuerdo con los datos de Planck[19].

Algo por mencionar es que en este modelo de expansión de Taylor no calcularon la constante de Hubble H_0 porque en este tipo de series es difícil saber dónde detenerlas y que no diverjan. Es por eso que propusieron el modelo de Ley de Potencias en la siguiente sección, el cual tiene coeficientes que acompañan al escalar de torsión T y al término de frontera B elevados a potencias, para así garantizar la convergencia.

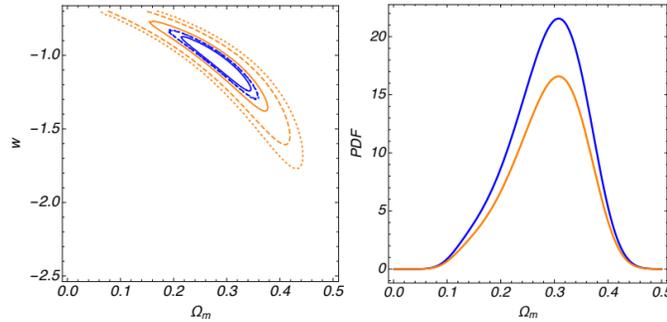


Figura 4.2: Gráficas de mejores valores posibles de los parámetros w y Ω_m en el modelo $f(T, B)$ en expansión de Taylor para los casos 1.1 (color naranja) y 1.2 (color azul) usando datos de CC+Pantheon+BAO[54].

4.5.2. Modelo de Ley de Potencias

El segundo modelo de $f(T, B)$ está inspirado en la Ref. [62], y es una densidad Lagrangiana en forma de potencias de T y B :

$$f(T, B) = b_0 B^k + t_0 T^m. \quad (4.58)$$

Nuevamente, se calcularon las derivadas de esta densidad Lagrangiana $f(T, B)$ para obtener la ecuación de estado (4.41) en términos del corrimiento al rojo z , las cuales se encuentran en el anexo B, en las ecuaciones (B.1)-(B.5). La ecuación de estado para el modelo de Ley de potencias que obtuvieron en la Ref. [54] es:

$$w(z) = -1 + \frac{b_0 3^k 8^{k-2} (k-1) k (z+1)^{12} \left[\frac{1}{(z+1)^2} \right]^k w(z)_1 - t_0 2^{m+2} 3^m (m-1) m (z+1)^5 w(z)_2 \left[\frac{1}{(z+1)^2} \right]^{m+1}}{3 \left\{ -b_0 B^k - (z+1)^3 w(z)_3 - b_0 2^{3k-1} 3^k (k-1) k \left[\frac{1}{(z+1)^2} \right]^k - t_0 T^m + \frac{6}{(z+1)^2} \right\}}, \quad (4.59)$$

con las definiciones de $w(z)_i$ incluidas en el anexo B en las ecuaciones (B.6)-(B.8).

De la ec. de estado (4.59) se puede notar que si $f(T, B) = 0$ se recupera el modelo Λ CDM, $w = -1$ pero, en general, se analiza tomando 7 casos, donde los parámetros libres -proprios a la teoría de TG- son m , k , b_0 , y t_0 :

- *Caso 1.1:* si $T < B$.
- *Caso 1.2:* si $T > B$.
- *Caso 2.1:* si $m > k$.
- *Caso 2.2:* si $m < k$.
- *Caso 3.1:* si $b_0 < t_0$.
- *Caso 3.2:* si $b_0 > t_0$.
- *Caso 4:* si $t_0 < 0$ y $m < 0$.

Nuevamente, para fines ilustrativos de mostrar la evolución de w con un modelo $f(T, B)$ en Ley de Potencias, se incluye la gráfica de la figura (4.3) que obtuvieron en la Ref. [54]. De dichas gráficas se puede observar que en el caso de $T < B$ y $T > B$ (izquierda superior) para antes de $z \approx 3$ hay una expansión cósmica acelerada y después de esta z es desacelerada, aunque en el caso $T > B$ dicha desaceleración comienza antes que en el caso $T < B$; a $z = 0$ (época actual) se tiene el modelo Λ CDM.

En el caso de $m < k$ y $m > k$ (derecha superior) se observa una w que sólo vale $w = -1$ en la época actual, pero entre $z = 2$ y $z = 4$ para el caso de $m < k$, w tiende al modelo Λ CDM. Si $m < k$ hay expansión acelerada y desacelerada antes y después de $z \approx 0.5$, respectivamente, y después de $z \approx 6$ de nuevo es acelerada. Si $m > k$ la expansión es acelerada y desacelerada antes y después de $z \approx 2.5$, respectivamente.

Para cuando $b_0 < 0$ con $t_0 > 0$, y $b_0 > 0$ con $t_0 < 0$ (izquierda inferior), entre $z = 0$ y $z = 2$ no se nota diferencia entre las w ; además, para z 's grandes w tiende

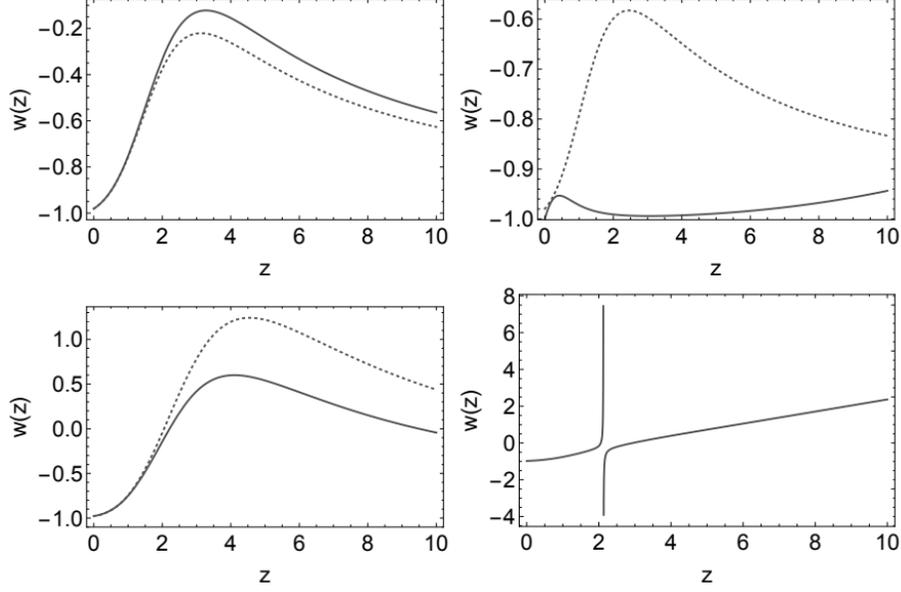


Figura 4.3: Evolución de la ecuación de estado w de Ley de Potencias (4.59) como función de z . Izquierda superior: $T < B$ (línea sólida) y $T > B$ (línea discontinua). Derecha superior: $m < k$ (línea sólida) y $m > k$ (línea discontinua). Izquierda inferior: $b_0 < 0, t_0 > 0$ (línea sólida), y $b_0 > 0, t_0 < 0$ (línea discontinua). Derecha inferior: $t_0 < 0$ y $m < 0$ [54].

a cero, es decir, una ecuación de estado tipo materia. Igualmente que en la gráfica izquierda superior, se observa una expansión acelerada y después una desacelerada, alrededor de $z \approx 4$.

En el caso cuando $t_0 < 0$ y $m < 0$ (derecha inferior) la w tiene un comportamiento oscilatorio antes de $z \approx 6$, pero en $z = 2$ hay una divergencia debido a que la densidad de energía (de la ec. de Friedmann) correspondiente se vuelve cero.

También ajustaron el conjunto de datos observacionales discutido en la sección 4.4 con este modelo $f(T, B)$ (ec. (4.59)). El resultado de este análisis hecho en la Ref. [54], donde el parámetro libre propio de las ecuaciones de Friedmann es H_0 , se muestra en la tabla 4.5.2[54].

4.5.3. Modelo de Ley de Potencias Mezcladas

El siguiente modelo igualmente está inspirado en la Ref. [62], en donde se considera una densidad Lagrangiana con una Ley de potencias combinada, es decir:

$$f(T, B) = f_0 B^k T^m, \quad (4.60)$$

con f_0 una constante positiva y k, m constantes arbitrarias; estos son los parámetros libres propios de la teoría de TG para este modelo. Las derivadas de $f(T, B)$ necesarias

Parámetros	Mejor ajuste
H_0	$67.74 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
m	78.93
k	49.62
b_0	8.16×10^{15}
t_0	8.94×10^{15}

Cuadro 4.2: Mejores valores posibles de parámetros para el modelo de Ley de Potencias[54].

para calcular la ecuación de estado (4.41) se muestran en el anexo C en las ecuaciones (C.1)-(C.5). Sustituyendo las derivadas en la ecuación de estado (4.41), y recalando que el cálculo completo está en la Ref. [54], se obtuvo que:

$$w(z) = \frac{(z+1)[w(z)_1 + w(z)_2 + 24w(z)_3 + 12w(z)_4 - 12w(z)_5 + 576w(z)_6 - 6w(z)_7]}{B[w(z)_8 + 36w(z)_9 - w(z)_{10} + w(z)_{11}]}, \quad (4.61)$$

con las definiciones de $w(z)_i$ incluidas en el anexo C en las ecuaciones (C.6)-(C.20). De esta ecuación de estado no se puede ver a simple vista si, al apagar los términos con T y B se regrese al modelo Λ CDM pero, para eso y para ver la evolución de w (ec. 4.61), se analizaron 4 casos:

- *Caso 1.1:* si $T < B$.
- *Caso 1.2:* si $T > B$.
- *Caso 2.1:* si $m > k$.
- *Caso 2.2:* si $m < k$.

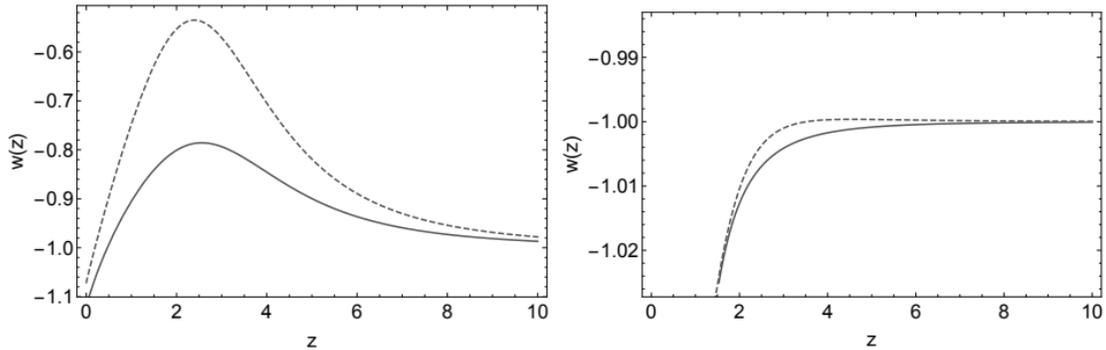


Figura 4.4: Evolución de la ecuación de estado w de Ley de Potencias combinadas (4.61) como función de z . Izquierda: $T < B$ (línea sólida) y $T > B$ (línea discontinua). Derecha: $m < k$ (línea sólida) y $m > k$ (línea discontinua)[54].

De nuevo se incluye una gráfica para ilustrar la evolución de w con un modelo $f(T, B)$ en Ley de Potencias Mezcladas (figura 4.4), extraída de la Ref. [54]. Cuando $T < B$ y $T > B$ (izquierda) se observa una expansión acelerada antes de $z \approx 2.5$ y, después de ese punto, una expansión desacelerada; también se observa que a grandes z la ecuación de estado tiende al modelo Λ CDM.

Cuando $m > k$ y $m < k$ (gráfica derecha) la ecuación de estado antes de $z \approx 4$ es menor a -1 y, conforme z crece, w tiende a la del modelo Λ CDM.

También ajustaron el conjunto de datos observacionales discutido en la sección 4.4 con este modelo $f(T, B)$ (ec. (4.61)). El resultado de este análisis hecho en la Ref. [54], donde el parámetro libre propio de las ecuaciones de Friedmann es H_0 , se muestra en la tabla 4.5.3[54].

Parámetros	Mejor ajuste
H_0	67.92 $km s^{-1} Mpc^{-1}$
m	36.59
k	2.55
f_0	1.653×10^{11}

Cuadro 4.3: Mejores valores posibles de parámetros para el modelo de Ley de Potencias Mezcladas[54].

4.5.4. Modelo de Desviaciones del Término de Frontera al TEGR

El último modelo que propusieron, inspirado también en la Ref. [62], consiste en un Lagrangiano en donde se considera un escalar de torsión lineal y una función logarítmica del término de frontera multiplicada por una lineal:

$$f(T, B) = -T + g(B), \quad (4.62)$$

$$g(B) = f_1 B \ln B, \quad (4.63)$$

con f_1 una constante, la cual es el parámetro libre propio de la teoría de TG. Las derivadas de $f(T, B)$ necesarias para calcular la ecuación de estado (4.41) se encuentran en el anexo D en las ecuaciones (D.1)-(D.5).

Así, la ecuación de estado para el modelo de desviación del término de frontera al TEGR resultante es[54]:

$$w(z) = \frac{B^2(z+1)^4[T(z+1)^2 + 6] - f_1[B^3(z+1)^6 \ln B + 288(B(z+1)(z+4) - 16)]}{B(z+1)[f_1(B^2(z+1)^5 \ln B + 288(z+4)) - B(z+1)^3(T(z+1)^2 + 6)]}, \quad (4.64)$$

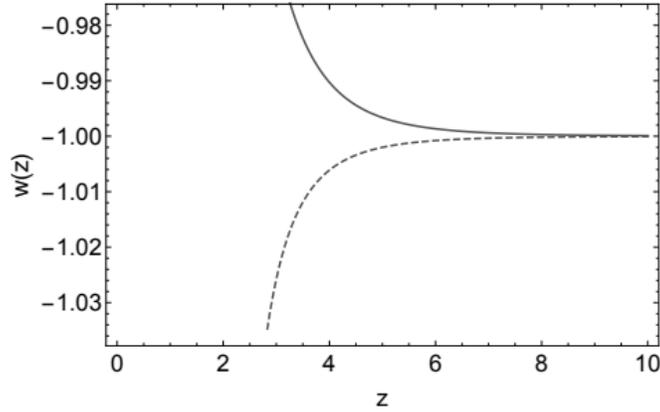


Figura 4.5: Evolución de la ecuación de estado w de desviación del término de frontera al TEGR (4.64) como función de z , si $T < B$ (línea sólida) y si $T > B$ (línea discontinua)[54].

Parámetros	Mejor ajuste
H_0	$79.77 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
f_1	0.203

Cuadro 4.4: Mejores valores posibles de parámetros para el modelo de Desviaciones del TEGR[54].

en la cual no se puede ver a simple vista si para $f(T, B) = 0$ se recupera el modelo Λ CDM, pero para eso se analizan dos casos: cuando $T < B$ y $T > B$.

Para ilustrar la evolución de w en este modelo, se incluye la gráfica de la figura 4.5 de la Ref. [54], y se observa que antes de $z \approx 4$ las dos gráficas tienen comportamientos contrarios: si $T > B$ (línea discontinua) la ecuación de estado es menor a -1, y si $T < B$ (línea continua) la ecuación de estado es mayor a -1; sin embargo, después de esta z las dos ecuaciones de estado tienden al modelo Λ CDM.

También ajustaron el conjunto de datos observacionales discutido en la sección 4.4 con este modelo $f(T, B)$ (ec. (4.64)). El resultado de este análisis hecho en la Ref. [54], donde el parámetro libre propio de las ecuaciones de Friedmann es H_0 , se muestra en la tabla 4.5.4[54].

4.6. Discusión sobre H_0

A modo de resumen, se incluyen en la tabla 4.6 los mejores valores posibles de la constante de Hubble H_0 para cada modelo discutido en la sección 4.5. En el modelo de serie de Taylor no se calculó H_0 (porque en este tipo de series es difícil saber dónde

detenerlas y que no diverjan, por eso se calculó H_0 en el modelo de Ley de Potencias, parecido al modelo de Expansión de Taylor pero con coeficientes que detengan esa divergencia), pero se calculó el parámetro de densidad de materia Ω_m que resultó ser de 0.3, en concordancia con Planck (2018), y este valor se fijó para hacer el análisis de los tres modelos restantes.

En el modelo de Ley de Potencias el valor de H_0 obtenido es un poco más bajo que

Modelo	$f(T, B)$	Valor de H_0 [$km\ s^{-1}Mpc^{-1}$]
Serie de Taylor	$A_0 + A_1T + A_2T^2 + A_3B^2 + A_4TB$	-
Ley de Potencias	$b_0B^k + t_0T^m$	67.34
Ley de Potencias Mezcladas	$f_0B^kT^m$	67.92
Desviaciones de B	$-T + f_1B \ln B$	79.77

Cuadro 4.5: Tabla comparativa de los mejores valores ajustados de H_0 para varios modelos $f(T, B)$.

el registrado por Planck (ec. (4.49)), mientras que en el de Ley de Potencias Mezcladas es un poco más alto, pero los dos coinciden bastante bien con el resultado de Planck, lo que quiere decir que estos dos modelos sirven para aliviar la tensión con la constante de Hubble.

En el modelo de Desviaciones del Término de Frontera la constante de Hubble resultó ser muy alta, incluso mayor que la obtenida por SH0ES+H0LiCOW (ec. (4.50)), lo cual significa que este modelo no es muy bueno para resolver la tensión.

De esta manera, a partir de una teoría extendida de la gravedad, la Gravedad Teleparalela $f(T, B)$, se puede abordar el problema de la tensión con H_0 sin necesidad de tener como teoría de fondo el modelo Λ CDM, sino una extensión de él; para abordar el problema de la tensión se probaron distintas funciones del escalar de torsión T y el término de frontera B . Dos de las funciones consideradas (Ley de Potencias, y Ley de Potencias Mezcladas) indican que los resultados de Planck están bien, aunque Planck en su estadística sí usa el modelo Λ CDM, y lo ideal es medir un parámetro cosmológico sin tener una teoría de fondo tan restringida.

Los modelos considerados aquí no coinciden con los resultados de la medición de H_0 por observaciones locales (como por ejemplo SH0ES+H0LiCOW que usó observaciones de Cefeidas), las cuales no usan una teoría de fondo pero sí están sujetas a tener errores sistemáticos. Esto implicaría que la tensión está en los errores sistemáticos. Sin embargo, puede que existan modelos $f(T, B)$ bien definidos⁴ que, al hacer el análisis estadístico, indiquen que el resultado de H_0 obtenido por mediciones locales

⁴Para que un modelo $f(T, B)$ esté bien definido, tiene que cumplir con varias características: entre ellas, la conservación de energía, que el Laplaciano del tensor energía-momento sea cero, que no hayan divergencias.

es correcto y, por tanto, la tensión estaría al suponer el modelo Λ CDM.

4.7. Conclusiones

El objetivo de este capítulo fue mostrar una forma de aliviar la tensión con la constante de Hubble H_0 , al tener una nueva teoría de la gravedad, la Gravedad Teleparalela, y proponer cuatro modelos que son funciones del escalar de torsión T y el término de frontera B , de los cuales dos (Ley de Potencias, Ley de Potencias Mezcladas) resultan coincidir con el valor de H_0 inferido por Planck, sin necesidad de basarse en el modelo Λ CDM; uno de estos modelos (Desviaciones del Término de Frontera) arroja una H_0 mucho más alta, incluso más alta que la que obtuvo SH0ES+H0LiCOW, por lo que no es buena opción para aliviar la tensión. Estos modelos conducen a diferentes ecuaciones de estado w (no constantes) en función del corrimiento al rojo z , las cuales se puede ver su evolución haciendo un análisis estadístico para encontrar los mejores valores posibles de los parámetros libres -tanto propios de la teoría de TG como los propios a las ecuaciones de Friedmann-, al meter datos observaciones que reproduzcan la expansión acelerada del Universo (CC+SNIa+BAO) en los códigos CLASS y Monte Python. En algunas de estas ecuaciones de estado se puede reproducir lo que observamos en el Universo actual, es decir expansión cósmica acelerada, además de que en algún momento del Universo se asemejan al modelo Λ CDM.

En el modelo expresado en Series de Taylor se pudo encontrar el mejor valor posible del parámetro de densidad Ω_m igual a 0.3, que concuerda con el resultado medido por Planck.

De esta manera, se puede ver que esta teoría extendida de la gravedad, la Gravedad Paralela $f(T, B)$, puede aliviar la tensión con la constante de Hubble, pues los modelos considerados en este capítulo indican que el valor inferido por Planck de H_0 es el correcto y que la tensión está entonces en los errores sistemáticos en las mediciones locales de H_0 , como lo hizo por ejemplo SH0ES+H0LiCOW. Esto no significa que no existan modelos dentro de esta teoría que obtengan un valor de H_0 parecido al que se obtiene con observaciones locales, haciendo parecer que la tensión está al suponer como base el modelo Λ CDM.

Esta teoría de Gravedad Teleparalela es complicada principalmente en el manejo de las ecuaciones y en el formalismo que hay detrás pero, como ya se mencionó, el propósito de este capítulo no era dar una explicación completa de esta teoría, sino hacer visible que existen maneras de tratar el problema de la tensión con la constante de Hubble, y una de esas son las teorías extendidas de la gravedad.

Capítulo 5

Conclusiones

Para finalizar con este trabajo escrito, se procede a resumir lo que se estudió en los capítulos anteriores, así como dar las conclusiones finales del trabajo en general. Entre los objetivos de este trabajo estuvo mostrar la importancia de la constante de Hubble, qué información nos da acerca del Universo, con qué métodos la miden y qué valor obtienen, mostrar que hay una discrepancia entre estos valores medidos, qué propuestas de solución han tratado de resolver esta discrepancia, e investigar dos propuestas de solución a detalle.

La constante de Hubble H_0 es una cantidad importante en cosmología, pues da la tasa de expansión del Universo y su edad; para entender cómo esta constante se relaciona con estos conceptos, se estudiaron las ecuaciones de Friedmann, unas ecuaciones que modelan la expansión de un Universo homogéneo e isotrópico y cómo éste se curva y, para deducirlas, se estudió un poco de la teoría de Relatividad General de Einstein. Primero se partió de la métrica Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker que describe a un Universo homogéneo e isotrópico y cómo se miden distancias en él; esta métrica se evaluó en las ecuaciones de Einstein, las cuales relacionan la geometría del espacio-tiempo con la materia que lo contiene, y se obtuvieron las ecuaciones de Friedmann, que relacionan el parámetro de Hubble con la densidad de energía del Universo (incluye a la materia bariónica, materia oscura, radiación y energía oscura) y su curvatura. Después con la Ley de Hubble se estudió que la constante de Hubble a grandes escalas es la proporción entre la velocidad a la que se alejan las galaxias y la distancia hasta nosotros; a pequeñas escalas también entran en juego los movimientos aleatorios de las galaxias. Asimismo, esta constante da un aproximado de la edad del Universo al sacar su inverso y, si $H_0 \sim 67 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, la edad del Universo sería de $t_H \simeq 14.6 \text{ Gyr}$, mientras que si $H_0 \sim 73 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ la edad sería de $t_H \simeq 13.4 \text{ Gyr}$, por lo que una pequeña diferencia entre los valores de H_0 obtenidos por diferentes proyectos implicaría un gran margen de error en la edad del Universo.

Se estudió también la definición de ecuación de estado w , la cual caracteriza las componentes del Universo a través de la razón entre su densidad de energía y su presión. Después, se dio una introducción a fenómenos astrofísicos importantes que dan

información acerca de la evolución del Universo, como lo son: las Supernovas Tipo Ia (SNIa) son buenas para medir distancias a las galaxias que las contienen porque tienen una luminosidad estable; la radiación del Fondo Cósmico de Microondas (CMB) es la radiación electromagnética más vieja del Universo, por lo que da información valiosa del Universo temprano; las Oscilaciones Acústicas Bariónicas (BAO) son consideradas una regla estándar en cosmología porque dan una escala de lo que viajaron las ondas de sonido del fluido de fotones-bariones en el Universo temprano hasta una época determinada; y la Estructura a Gran Escala (LSS) consiste en que las galaxias y la materia forman ciertos patrones a gran escala, causados principalmente por la acción de la gravedad y la expansión del Universo.

Posteriormente, se investigaron varios proyectos que midieron la constante de Hubble con distintos métodos, de entre los que figuran el CMB, BAO, SNIa, Cronómetros Cósmicos, Cefeidas variables, sirenas estándar, edades estelares de cúmulos globulares y de estrellas con muy baja metalicidad, Punta de la Rama Gigante Roja, estrellas Mira variables, lentes gravitacionales, masers, y Fluctuaciones de Brillo en la Superficie. Cada uno de estos métodos da un valor de H_0 diferente, pero generalmente apuntan a que H_0 es $67 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ o $73 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$; los más relevantes son: el proyecto Planck (2018), que con datos del CMB basado en el modelo Λ CDM, infirió un valor de H_0 de $67.27 \pm 0.60 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ [19], y las observaciones a Cefeidas y SNIa por Riess y su equipo (2019), que dan como resultado una H_0 de $74.03 \pm 1.42 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ [20]. El problema con estos valores es que ni con los márgenes de error se traslapan, y en la presente tesis se discutió que esta discrepancia puede ser debida a que: o la interpretación del CMB por el modelo Λ CDM no es correcta y por tanto se obtiene un valor de H_0 incorrecto, o en las observaciones en Cefeidas y SNIa hay errores sistemáticos que no se consideraron y pudieron afectar en la medición de H_0 .

Para tratar de aliviar la tensión, se discutieron dos propuestas de solución que, aunque no resuelven el problema de la tensión, dan ideas para investigarlas más a fondo en un futuro; estas dos propuestas básicamente añaden física nueva al modelo Λ CDM.

La primera propuesta consistió en considerar la constante de Hubble obtenida por Planck y la de Riess como ciertas, y se adaptaron a dos modelos: el primero era el modelo estándar cosmológico suponiendo la H_0 de Planck; el segundo era un nuevo modelo que difiere del modelo estándar cosmológico en que tiene partículas relativistas extra (o grados de libertad extra, parametrizados por N_{ex} , donde para el modelo estándar $N_{ex} = 0$) agregadas sólo en una cierta época del Universo temprano (después de esta época desaparecen), y suponiendo la H_0 de Riess. El objetivo de hacer esto fue relacionar estos dos modelos mediante la escala angular en la época de recombinación $\theta(a_*)$, la cual Planck midió de forma precisa ($\theta(a_*) = 0.0104$), y que se define como el cociente del horizonte de sonido comóvil en la época de recombinación $r_s(a_*)$ y la escala diametral angular comóvil en esta misma época $D_A(a_*)$. Para hacer esta relación, se tuvo que reducir tanto $r_s(a_*)$ como $D_A(a_*)$ en el nuevo modelo en

una cierta época, porque lo que se buscó fue hacer iguales los cocientes en el modelo estándar y en el nuevo modelo; esta reducción se dio gracias a las partículas relativistas extra y suponiendo un valor de H_0 mayor, en este caso el de Riess. Se obtuvo que esta igualdad de cocientes se pudo haber dado desde el inicio del Universo ($z \rightarrow \infty$) hasta varios corrimientos al rojo críticos z_c : en $z_c \simeq 2,935$ si el número de grados de libertad extra era de $N_{ex} = 0.954$; en $z_c \simeq 7,342$ si $N_{ex} = 1.954$; y en $z_c \simeq 13,644$ si $N_{ex} = 3.954$; para z_c 's menores a las anteriores, las partículas extra desaparecen. Asimismo, en el contexto del nuevo modelo se obtuvo que conforme N_{ex} fuera mayor, el parámetro de densidad de radiación Ω_{r_0} aumentó (lo cual era de esperarse), mientras que el parámetro de densidad de energía oscura Ω_{Λ_0} disminuyó, lo cual es congruente para compensar el aumento en la densidad de radiación. También se hizo notar que estas tres soluciones no son las únicas, sino que hay toda una familia de soluciones: dada la N_{ex} se puede obtener la z_c , o a la inversa.

La segunda propuesta consistió en estudiar la teoría de la Gravedad Teleparalela (TG) $f(T, B)$, una teoría extendida de la gravedad que agrega nuevos términos a las ecuaciones de Einstein de la teoría de la Relatividad General (GR), y que trata de aliviar la tensión con la constante de Hubble; estos nuevos términos fueron el escalar de torsión T y un término de frontera B , que jugaron el papel del escalar de Ricci \mathring{R} en GR. Se hizo notar que algunas de las diferencias entre TG y GR eran que GR maneja la conexión de Levi-Civita, mientras que TG maneja la conexión de Weitzenböck, la cual se definió en términos de la tétrada $e^a{}_\mu$, que en este caso jugó el papel de la métrica $g_{\mu\nu}$ en GR (pues la conexión de espín $\omega^a{}_{b\mu}$ se hizo nula en ese capítulo, lo cual se hizo para no considerar efectos inerciales). Otra diferencia que se hizo notar es que el tensor de Riemann en TG es cero porque la conexión de Weitzenböck es de curvatura nula, mientras que en GR no necesariamente es así; esto quiere decir que en TG la gravedad no se representó por medio de curvatura, sino por medio de la torsión. El resultado más relevante de la teoría de TG $f(T, B)$ fue que se pudo aplicar en la cosmología para obtener unas ecuaciones de Friedmann modificadas y que llevaron a una ecuación de estado efectiva w_{eff} , que representó al Universo como un fluido perfecto y su evolución; además, esta w_{eff} se escribió en términos de f y sus derivadas y, si se apagaban estos términos de f , se recuperaba el modelo Λ CDM ($w = -1$). Así, para esta ecuación de estado se estudiaron cuatro modelos $f(T, B)$ que estaban en términos de funciones del escalar de torsión T y del término de frontera B , de los cuales dos arrojaron valores de la constante de Hubble que resultaron ser parecidos al valor inferido por Planck (2018), por lo que estos modelos indicaron que la tensión está entonces en los errores sistemáticos en las mediciones locales de H_0 ; esto no significa que no existan modelos dentro de esta teoría que puedan obtener un valor de H_0 parecido al que se obtiene con observaciones locales, haciendo parecer que la tensión está al suponer como base el modelo Λ CDM. Asimismo, el comportamiento de las ecuaciones de estado (que eran no constantes) para los modelos que se consideraron, reprodujo lo que se observa en el Universo al día de hoy, además de que en algún momento en la evolución del Universo se asemejaron al modelo Λ CDM.

Para concluir con esta tesis, se reitera que las propuestas discutidas aquí no arreglan el problema de la tensión con la constante de Hubble, y que en la actualidad todavía nadie ha encontrado una solución, pero sí dan ideas sobre cómo hacerlo en un futuro.

Anexos

Anexo A

Ecuaciones del Modelo de Expansión de Taylor

Para obtener la ecuación de estado w_{eff} en la cosmología $f(T, B)$ (ec. (4.41)), se calcularon las derivadas necesarias de la densidad Lagrangiana (4.56) en el Modelo de Expansión de Taylor, y se usaron las ecuaciones (4.29) y (4.30). Se obtiene que:

$$f_T = A_1 + 2A_2T + A_4B, \quad (\text{A.1})$$

$$\dot{f}_T = 24A_2H\dot{H} + 6A_4(6H\dot{H} + \ddot{H}), \quad (\text{A.2})$$

$$f_B = 2A_3B + A_4T, \quad (\text{A.3})$$

$$\dot{f}_B = 12A_3(6H\dot{H} + \ddot{H}) + 12A_4H\dot{H}, \quad (\text{A.4})$$

$$\ddot{f}_B = 12A_3(6\dot{H}^2 + 6H\ddot{H} + \ddot{H}) + 12A_4(\dot{H}^2 + H\ddot{H}). \quad (\text{A.5})$$

Las definiciones de $w(z)_i$ de la ecuación de estado w para el modelo de la expansión de Taylor de $f(T, B)$ en términos del corrimiento al rojo z , son las siguientes:

$$w(z)_1 = -\frac{A_3B^2 + T(A_4B + A_2T + A_1) + A_0}{(z+1)^5}, \quad (\text{A.6})$$

$$w(z)_2 = \frac{\frac{2}{(z+1)^3} - \frac{96A_3}{(z+1)^5}}{(z+1)^4}, \quad (\text{A.7})$$

$$w(z)_3 = \frac{(8A_2 + 36A_3 + 17A_4)}{(z+1)^{10}}, \quad (\text{A.8})$$

$$w(z)_4 = \frac{\frac{2(4A_2+27A_3+11A_4)}{(z+1)^3} + \frac{4A_2+12A_3+7A_4}{(z+1)^2}}{(z+1)^7} \quad (\text{A.9})$$

$$w(z)_5 = \frac{\frac{6(9A_3+2A_4)}{(z+1)^6} + \frac{2\left(\frac{2(4A_2+3A_4)}{(z+1)^3} - \frac{2(2A_2+9A_3+4A_4)}{(z+1)^2}\right)}{(z+1)^3}}{(z+1)^4}, \quad (\text{A.10})$$

$$w(z)_6 = \frac{\frac{16(3A_3+A_4)}{(z+1)^6} - \frac{24\left(-\frac{2A_3}{(z+1)^2} - \frac{2A_4}{(z+1)^3}\right)}{(z+1)^4} + \frac{1}{(z+1)^4}}{(z+1)^3}, \quad (\text{A.11})$$

$$w(z)_7 = -\frac{\frac{72A_3}{(z+1)^4} + \frac{1}{(z+1)^2}}{(z+1)^5}, \quad (\text{A.12})$$

$$w(z)_8 = \frac{(3A_3 + A_4) \left[\frac{2}{(z+1)^3} + \frac{6}{(z+1)^4} \right]}{(z+1)^6}, \quad (\text{A.13})$$

$$w(z)_9 = \frac{4A_2 + 12A_3 + 7A_4}{(z+1)^{10}}, \quad (\text{A.14})$$

$$w(z)_{10} = \frac{\frac{4A_3+A_4}{(z+1)^2} - \frac{2(4A_2+9A_3+6A_4)}{(z+1)^3}}{(z+1)^7}. \quad (\text{A.15})$$

Anexo B

Ecuaciones del Modelo de Ley de Potencias

Para obtener la ecuación de estado w_{eff} en la cosmología $f(T, B)$ (ec. (4.41)), se calcularon las derivadas necesarias de la densidad Lagrangiana (4.58) en el Modelo de Ley de Potencias, y se usaron las ecuaciones (4.29) y (4.30). Se obtiene que:

$$f_T = t_0 m T^{m-1}, \quad (\text{B.1})$$

$$\dot{f}_T = 12t_0 m(m-1)H\dot{H}(6H^2)^{m-2}, \quad (\text{B.2})$$

$$f_B = b_0 k B^{k-1}, \quad (\text{B.3})$$

$$\dot{f}_B = 6b_0 k(k-1)[6(3H^2 + \dot{H})]^{k-2}(6H\dot{H} + \ddot{H}), \quad (\text{B.4})$$

$$\ddot{f}_B = 6b_0 k(k-1)[6(3H^2 + \dot{H})]^{k-2} \left\{ \frac{k-1}{3H^2 + \dot{H}} (6H\dot{H} + \ddot{H}) + 6\dot{H}^2 + 6H\ddot{H} + \ddot{\dot{H}} \right\}. \quad (\text{B.5})$$

Las definiciones de $w(z)_i$ de la ecuación de estado w para el modelo de Ley de Potencias de $f(T, B)$ en términos del corrimiento al rojo z , son las siguientes:

$$w(z)_1 = -\frac{6(k+1)}{(z+1)^9} + \frac{2 \left[\frac{24}{(z+1)^5} - \frac{3(k-1)}{(z+1)^2} \right]}{(z+1)^7} + \frac{\frac{24}{(z+1)^9} - \frac{\frac{12}{(z+1)^7} - \frac{2 \left[\frac{2(k-1)}{(z+1)^2} + \frac{24}{(z+1)^5} \right]}{(z+1)^2}}{(z+1)^3}}{(z+1)^3} - \frac{108}{(z+1)^{12}}, \quad (\text{B.6})$$

$$w(z)_2 = \frac{1}{(z+1)^4} - \frac{\frac{2}{(z+1)^3} - \frac{1}{(z+1)^2}}{z+1}, \quad (\text{B.7})$$

$$w(z)_3 = \frac{b_0 2^{3k-1} 3^{k+1} (k-1) k \left[\frac{1}{(z+1)^2} \right]^k}{(z+1)^4} + \frac{t_0 2^{m+2} 3^m (m-1) m \left[\frac{1}{(z+1)^2} \right]^m}{(z+1)^4}. \quad (\text{B.8})$$

Anexo C

Ecuaciones del Modelo de Ley de Potencias Mezcladas

Para obtener la ecuación de estado w_{eff} en la cosmología $f(T, B)$ (ec. (4.41)), se calcularon las derivadas necesarias de la densidad Lagrangiana (4.60) en el Modelo de Ley de Potencias Mezcladas, y se usaron las ecuaciones (4.29) y (4.30). Se obtiene que:

$$f_T = f_0 m B^k T^{m-1}, \quad (C.1)$$

$$\dot{f}_T = 6f_0 m B^{k-1} T^{m-2} [kT(6H\dot{H} + \ddot{H}) + 2H\dot{H}(m-1)B], \quad (C.2)$$

$$f_B = f_0 k B^{k-1} T^m, \quad (C.3)$$

$$\dot{f}_B = 6f_0 k B^{k-2} T^{m-1} [(k-1)(6H\dot{H} + \ddot{H})T + 2mBH\dot{H}], \quad (C.4)$$

$$\begin{aligned} \ddot{f}_B = & 6f_0 k \{ [(m-1)B^{k-2}T^{m-2} + 6(k-2)B^{k-3}T^{m-1}(6H\dot{H} + \ddot{H})][2mBH\dot{H} + \\ & (k-1)(6H\dot{H} + \ddot{H})] + B^{k-2}T^{m-1}[12H\dot{H}(k-1)(6H\dot{H} + \ddot{H}) + (k-1)T \\ & (6\dot{H}^2 + 6H\ddot{H} + \ddot{H}) + 2m(6H\dot{H}(6H\dot{H} + \ddot{H}) + B\dot{H}^2 + BH\ddot{H})] \}. \end{aligned} \quad (C.5)$$

Las definiciones de $w(z)_i$ de la ecuación de estado w para el modelo de Ley de Potencias Mezcladas de $f(T, B)$ en términos del corrimiento al rojo z , son las siguientes:

$$w(z)_1 = -\frac{T^{m+2} f_0 B^{k+3}}{(z+1)^6}, \quad (C.6)$$

$$w(z)_2 = \frac{6 \left(\frac{2B^2 T^2}{(z+1)^3} - 2B^k (k-1) k T^m \left(\frac{24T^2}{(z+1)^5} - \frac{6(m-1)}{(z+1)^4} \right) f_0 \right) B}{(z+1)^5}, \quad (C.7)$$

$$\begin{aligned} (z+1)^9 f_0 w(z)_3 = & \frac{12kT(((k-1)(7B+12k-24) + 7B(k-2)m)T^m B^k + 7mTB^3)}{(z+1)^3} \\ & - \frac{B^{k+1}T^m(4(m-1)mB^3 - (8B+9)kmTB - 18(k-1)kT^2)}{(z+1)^2}, \end{aligned} \quad (C.8)$$

$$(z+1)^6 w(z)_4 = B^k T^m \left(- \frac{72k((k-1)(2B+3k-6) + 2B(k-2)m)T}{(z+1)^6} \right. \\ \left. - w(z)_{12} + w(z)_{13} \right) - 6B^3 km T^2 \left(\frac{B}{(z+1)^4} + \frac{12}{(z+1)^6} \right) f_0, \quad (C.9)$$

$$w(z)_5 = \frac{T^m w(z)_{14} B^k + \frac{4kmT^2 \left(\frac{36}{(z+1)^4} - \frac{5B}{(z+1)^2} \right) B^3}{(z+1)^3} f_0}{(z+1)^5}, \quad (C.10)$$

$$w(z)_6 = \frac{kT(B^k((1-k)(B+2k-4) - B(k-2)m)T^m - B^3 m T) f_0}{(z+1)^{12}}, \quad (C.11)$$

$$(z+1)^4 w(z)_7 = 2kT^m \left(w(z)_{15} + \frac{216(k-2)(k-1)T}{(z+1)^8} + \frac{2B}{(z+1)^3} \right. \\ \left. \left[\frac{6(k-1)T^2}{(z+1)^3} - \frac{(m-1)(3k+2Bm-3)}{(z+1)^2} \right] \right) f_0 B^k + T^2 \left(\frac{40Bkmf_0}{(z+1)^6} + \frac{1}{(z+1)^4} \right) B^3, \quad (C.12)$$

$$w(z)_8 = \frac{36kT^{m+1} \left[\frac{2(2Bm+3(k-1)T)}{(z+1)^3} - \frac{6(-2mB^2-3kT+3T)}{(z+1)^4} \right] f_0 B^k}{(z+1)^6}, \quad (C.13)$$

$$w(z)_9 = \frac{T^m \left[\frac{2(-4(m-1)mB^3+6(B+1)kmTB+9(k-1)kT^2)}{(z+1)^3} - \frac{2kT(Bm+2(k-1)T)}{(z+1)^2} \right] f_0 B^k}{(z+1)^7}, \quad (C.14)$$

$$w(z)_{10} = \frac{72T^m(-2(m-1)mB^3 + (4B+3)kmTB + 6(k-1)kT^2) f_0 B^k}{(z+1)^{10}}, \quad (C.15)$$

$$w(z)_{11} = \frac{T^{m+2} f_0 B^{k-2}}{(z+1)^5} - \frac{12T^2 B^2}{(z+1)^7} - \frac{6T^2 \left(- \frac{36(k-1)kT^m f_0 B^k}{(z+1)^4} - \frac{B^2}{(z+1)^2} \right)}{(z+1)^5}, \quad (C.16)$$

$$w(z)_{12} = \frac{\frac{2B(-4(m-1)mB^3+2(2B+9)kmTB+27(k-1)kT^2)}{(z+1)^3} - \frac{72k((k-1)(B+4k-8)+B(k-2)m)T}{(z+1)^4}}{(z+1)^2}. \quad (C.17)$$

$$w(z)_{13} = \frac{4B[(m-1)mB^3 - 2kmTB^2 - 3(k-1)kT^2]}{(z+1)^4}, \quad (C.18)$$

$$w(z)_{14} = 2B \left(\frac{4m(-2mB+2B+3kT)B^2}{(z+1)^6} + \frac{k(m-1)(2k+Bm-2)}{(z+1)^4} \right. \\ \left. - \frac{2(-2(m-1)mB^3+3kmTB^2+9(k-1)kT^2)}{(z+1)^5} \right) \quad (C.19)$$

$$- \frac{6kT \left(- \frac{24((k-1)(B+3k-6)+B(k-2)m)}{(z+1)^3} - \frac{B(4mB^2+9(k-1)T)}{(z+1)^2} \right)}{(z+1)^4},$$

$$w(z)_{15} = \frac{12B \left[\frac{2B^2 m}{(z+1)^3} - \frac{mB^2 - kT + T}{(z+1)^2} \right] T}{(z+1)^4}. \quad (C.20)$$

Anexo D

Ecuaciones del Modelo de Desviaciones del Término de Frontera al TEGR

Para obtener la ecuación de estado w_{eff} en la cosmología $f(T, B)$ (ec. (4.41)), se calcularon las derivadas necesarias de la densidad Lagrangiana (4.62) en el Modelo de Desviaciones del Término de Frontera al TEGR, y se usaron las ecuaciones (4.29) y (4.30). Se obtiene que:

$$f_T = -1, \quad (D.1)$$

$$\dot{f}_T = 0, \quad (D.2)$$

$$f_B = f_1 \ln B + f_1, \quad (D.3)$$

$$\dot{f}_B = 6f_1 \frac{6H\dot{H} + \ddot{H}}{B}, \quad (D.4)$$

$$\ddot{f}_B = \frac{6f_1}{B^2} [(6\dot{H}^2 + 6H\ddot{H} + \ddot{H})B - 6(6H\dot{H} + \ddot{H})^2]. \quad (D.5)$$

Bibliografía

- [1] Amendola, L., Tsujikawa, S., “*Dark Energy Theory and Observations*”. Cambridge University Press, EEUU, 2010.
- [2] Liddle, A., “*An Introduction to Modern Cosmology*”. Wiley, Inglaterra, 2a. ed., 2003.
- [3] Riess, A., et al. (High-Z Supernova Search Team) (1998). “Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant”. *AJ*, 116:1009-1038.
- [4] Perlmutter, S.; et al. (1999). “Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae”. *The Astrophysical Journal*. 517 (2): 565–586. arXiv:astro-ph/9812133.
- [5] Tanabashi, M.; et al. (Particle Data Group) (2019). “Astrophysical Constants and Parameters”(PDF). *Physical Review D. Particle Data Group*. 98 (3): 030001. doi:10.1103/PhysRevD.98.030001
- [6] Maeder, Andre; et al. (DES Collaboration) (2018). “First Cosmology Results using Type Ia Supernovae from the Dark Energy Survey: Constraints on Cosmological Parameters”. *The Astrophysical Journal*. 872 (2): L30. arXiv:1811.02374.
- [7] Mazzali, P. A.; K. Röpke, F. K.; Benetti, S.; Hillebrandt, W. (2007). “A Common Explosion Mechanism for Type Ia Supernovae”. *Science*. 315 (5813): 825–828. arXiv:astro-ph/0702351.
- [8] The Dark Energy Survey, “Large Scale Structure”, <https://www.darkenergysurvey.org/supporting-science/large-scale-structure/> consultado el 2 de septiembre de 2020.
- [9] Hubble Site. <http://hubblesite.org/newscenter/archive/releases/star/supernova/2004/34/image/d/> consultado el 16 de octubre del 2020.
- [10] Preuss, P. (Octubre, 2005). “Supernovae: The Stellar Route to Understanding Dark Energy Part 1: The Fundamental Role of Type Ia Supernovae”, Science Berkeley Lab. Recuperado de <https://www2.lbl.gov/Science-Articles/Archive/sabl/2005/October/04-supernovae.html>

- [11] Planck Collaboration, “Planck 2018 results. I. Overview and the cosmological legacy of Planck”, 2018, arXiv:1807.06205.
- [12] Eisenstein, D. J., Seo, H.-J., and White, M. ApJ, 664: 660-674 (2007b).
- [13] <http://www.astro.ucla.edu/~wright/BAO-cosmology.html> consultada el 16 de agosto de 2019.
- [14] Melia, F., Maier, R. “Cosmic Chronometers in the $R_h = ct$ Universe”. 2013, arXiv:1304.1802.
- [15] Jimenez, R., Cimatti, A., Verde, L., Moresco, M., Wandelt, B. “*The local and distant Universe: stellar ages and H_0* ”. 2019, JCAP, 043, arXiv:1902.07081
- [16] Verde, L., Treu, T., Riess, A. “*Tensions between the Early and the Late Universe*”. 2019, Nature Astronomy, 891, 895, arXiv:1907.10625
- [17] Jones, M., Lambourne, R. “An Introduction to Galaxies and Cosmology”, Cambridge University Press, 1a. ed., 2007.
- [18] Hinshaw, G.; et al. (2013). “Nine-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Parameters and Results”. The Astrophysical Journal Supplement Series. 208 (2): 19. <https://doi.org/10.1088/0067-0049/208/2/19>
- [19] Planck Collaboration; Aghanim, N.; et al. (2018). “Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters”. arXiv:1807.06209
- [20] Riess, A., et al. “Large Magellanic Cloud Cepheid Standards Provide a 1 % Foundation for the Determination of the Hubble Constant and Stronger Evidence for Physics Beyond LambdaCDM”. 2019, ApJ, arXiv:1903.07603.
- [21] Abbott, T. M. C., Abdalla, F. B., Annis, J., et al. “Dark Energy Survey Year 1 Results: A Precise H_0 Estimate from DES Y1, BAO, and D/H Data”. 2018, MNRAS, 480, 3879
- [22] Haridasu B. S., Lukovic V. V., Moresco M., Vittorio N. “An improved model-independent assessment of the late-time cosmic expansion”. 2018, JCAP. arXiv:1805:03595
- [23] Riess, A. G., et al. “A 2.4 % Determination of the Local Value of the Hubble Constant”. 2016, ApJ, 826:56, <https://doi.org/10.3847/0004-637X/826/1/56>
- [24] Riess, A. G., et al. “New Parallaxes of Galactic Cepheids from Spatially Scanning the Hubble Space Telescope: Implications for the Hubble Constant”. 2018, ApJ, 855, 136

- [25] Abbott, B. P., Abbott, R., Abbott, T. D., et al. “A Gravitational-Wave Standard Siren Measurement of the Hubble Constant”. 2017, *Nature*, 551, 85.
- [26] Abbott, B. P., Abbott, R., Abbott, T. D., et al. “A gravitational-wave measurement of the Hubble Constant following the second observing run of Advanced LIGO and Virgo”. 2019, arXiv:1908.06060.
- [27] Freedman, W., Madore, B., et al. “The Carnegie-Chicago Hubble Program. VIII. An Independent Determination of the Hubble Constant Based on the Tip of the Red Giant Branch”. 2019. arXiv:1907.05922
- [28] Yuan, W., Riess, A., et al. “Consistent Calibration of the Tip of the Red Giant Branch in the Large Magellanic Cloud on the Hubble Space Telescope Photometric System and a Re-determination of the Hubble Constant”. *ApJ*, 886:61 (2019), arXiv:1908.00993.
- [29] Huang, C., Riess, A., et al. “Hubble Space Telescope Observations of Mira Variables in the Type Ia Supernova Host NGC 1559: An Alternative Candle to Measure the Hubble Constant”. 2019. arXiv:1908.10883
- [30] A. Riess, “SHOES-Supernovae, HO, for the Equation of State of Dark energy”. HST Proposal, July, 2006.
- [31] Wong, K., Suyu, S., et al. “H0LiCOW XIII. A 2.4% measurement of H_0 from lensed quasars: 5.3σ tension between early and late-Universe probes”. *MNRAS*, 498 (2019), arXiv:1907.04869
- [32] Reid, M., Braatz, J., et al. “The Megamaser Cosmology Project: I. VLBI observations of UGC 3789”. 2008. arXiv:0811.4345
- [33] Reid, M., Pesce, D., Riess, A. “An Improved Distance to NGC 4258 and Its Implications for the Hubble Constant”. *ApJL*. 886:2 (2019), arXiv:1908.05625
- [34] Pesce, D., et al. “The Megamaser Cosmology Project. XIII. Combined Hubble constant constraints”. *ApJL*. 891:1 (2020), arXiv:2001.09213
- [35] Jensen, J., Tonry, J., et al. “The Infrared Surface Brightness Fluctuation Hubble Constant”. 2000. arXiv:astro-ph/0011288
- [36] Huchra, J., Harvard Smithsonian Center for Astrophysics. “Extragalactic Redshifts”, <https://ned.ipac.caltech.edu/help/zdef.html> consultado el 4 de septiembre de 2020.
- [37] Penzias, A. A.; Wilson, R. W. (1965). “A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s”. *The Astrophysical Journal*. 142 (1): 419–421.

- [38] Smoot, G.F.; et al. (1992). “Structure in the COBE differential microwave radiometer first-year maps”. *Astrophysical Journal*. 396 (1): L1–L5. doi:10.1086/186504
- [39] Kaku, M. (2014). “First Second of the Big Bang”. *How the Universe Works*. Discovery Science.
- [40] Fixsen, D. J. (2009). “The Temperature of the Cosmic Microwave Background”. *The Astrophysical Journal*. 707 (2): 916–920. arXiv:0911.1955
- [41] Wayne Hu. “Baryons and Inertia”, <http://background.uchicago.edu/~whu/intermediate/baryons.html> consultado el 1 de septiembre de 2020.
- [42] Wayne Hu. “Radiation Driving Force”, <http://background.uchicago.edu/~whu/intermediate/driving.html> consultado el 1 de septiembre de 2020.
- [43] Hanson, D.; et al. (2013). “Detection of B-mode polarization in the Cosmic Microwave Background with data from the South Pole Telescope”. *Physical Review Letters*. 111 (14): 141301. arXiv:1307.5830
- [44] Dodelson, S. (2003). *Modern Cosmology*. Academic Press.
- [45] Eisenstein, D. J. (2005). “Dark energy and cosmic sound”. *New Astronomy Reviews*. 49 (7-9): 360.
- [46] Ryden, B. (2006) *Introduction to Cosmology*. Department of Astronomy, The Ohio State University.
- [47] Sunyaev, R.; Zeldovich, Ya. B. (1970). “Small-Scale Fluctuations of Relic Radiation”. *Astrophysics and Space Science*. 7 (1): 3.
- [48] Peebles, P. J. E.; Yu, J. T. (1970). “Primeval Adiabatic Perturbation in an Expanding Universe”. *The Astrophysical Journal*. 162: 815.
- [49] Eisenstein, D. J.; et al. (2005). “Detection of the Baryon Acoustic Peak in the Large-Scale Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies”. *The Astrophysical Journal*. 633 (2): 560–574. arXiv:astro-ph/0501171.
- [50] Tegmark, M., et al. [SDSS Collaboration], *Cosmological constraints from the SDSS luminous red galaxies*, *Phys. Rev. D* 74 (2006), 123507.
- [51] Poulin, V., Smith, T., Kamionkowski, M. (2019). “Early Dark Energy Can Resolve The Hubble Tension”. arXiv:1811.04083.
- [52] Poulin, V., et al. (2018). “Cosmological implications of ultra-light axion-like fields”. arXiv:1806.10608.
- [53] Husdal, L. “On Effective Degrees of Freedom in the Early Universe”. *Galaxies*, 4(4), 78 (2016), arXiv:1609.04979.

- [54] Escamilla, C., Levi, J. (2019). “Cosmological viable models in $f(T, B)$ gravity as solutions to the H_0 tension”. *Classical and Quantum Gravity* 37:16 (2020), arXiv:1909.10328.
- [55] Riess, A. et al., “Milky Way Cepheid Standards for Measuring Cosmic Distances and Application to Gaia DR2: Implications for the Hubble Constant”, *Astrophys. J.* 861, 126 (2018), arXiv:1804.10655.
- [56] Beutler F. et al., “The 6dF Galaxy Survey: Baryon Acoustic Oscillations and the Local Hubble Constant”, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 416, 3017–3032 (2011), arXiv:1106.3366.
- [57] Ross A. et al., “The clustering of the SDSS DR7 main Galaxy sample – I. A 4 per cent distance measure at $z = 0.15$ ”, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 449, 835–847 (2015), arXiv:1409.3242.
- [58] Alam, S. et al. (BOSS), “The clustering of galaxies in the completed SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: cosmological analysis of the DR12 galaxy sample”, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 470, 2617–2652 (2017), arXiv:1607.03155.
- [59] Scolnic, D. et al., “The Complete Light-curve Sample of Spectroscopically Confirmed SNe Ia from Pan-STARRS1 and Cosmological Constraints from the Combined Pantheon Sample”, *ApJ.* (2018), arXiv:1710.00845.
- [60] R. Weitzenböck, “*Invariantentheorie*”. Noordhoff, Gronningen, 1923.
- [61] R. Aldrovandi and J. Pereira, *An Introduction to Geometrical Physics*. World Scientific, 1995.
- [62] S. Bahamonde and S. Capozziello, *Noether Symmetry Approach in $f(T, B)$ teleparallel cosmology*, *Eur. Phys. J. C* 77 (2017) 107, arXiv:1612.01299.
- [63] S. Bahamonde, M. Zubair and G. Abbas, *Thermodynamics and cosmological reconstruction in $f(T, B)$ gravity*, *Phys. Dark Univ.* 19 (2018) 78, arXiv:1609.08373.
- [64] S. Bahamonde, C. G. Böhmmer and M. Krššák, *New classes of modified teleparallel gravity models*, *Phys. Lett. B* 775 (2017) 37, arXiv:1706.04920.
- [65] Y.-F. Cai, S. Capozziello, M. De Laurentis and E. N. Saridakis, *$f(T)$ teleparallel gravity and cosmology*, *Rept. Prog. Phys.* 79 (2016) 106901, arXiv:1511.07586.
- [66] V. C. de Andrade, L. C. T. Guillen and J. G. Pereira, *Gravitational energy momentum density in teleparallel gravity*, *Phys. Rev. Lett.* 84 (2000) 4533, [gr-qc/0003100].
- [67] S. Bahamonde, C. G. Böhmmer and M. Wright, *Modified teleparallel theories of gravity*, *Phys. Rev. D* 92 (2015) 104042, arXiv:1508.05120.

- [68] M. Krššák, R. J. Van Den Hoogen, J. G. Pereira, C. G. Boehmer and A. A. Coley, *Teleparallel Theories of Gravity: Illuminating a Fully Invariant Approach*, arXiv:1810.12932.
- [69] D. M. Scolnic et al., *The Complete Light-curve Sample of Spectroscopically Confirmed SNe Ia from Pan-STARRS1 and Cosmological Constraints from the Combined Pantheon Sample*, *Astrophys. J.* 859 (2018) 101, arXiv:1710.00845.
- [70] M. Moresco, L. Pozzetti, A. Cimatti, R. Jimenez, C. Maraston, L. Verde et al., *A 6% measurement of the Hubble parameter at $z \sim 0.45$: direct evidence of the epoch of cosmic re-acceleration*, *JCAP* 1605 (2016) 014, arXiv:1601.01701.
- [71] G. Farrugia, J. L. Said, V. Gakis and E. N. Saridakis, *Gravitational Waves in Modified Teleparallel Theories*, *Phys. Rev. D* 97 (2018) 124064, arXiv:1804.07365.
- [72] F. Beutler, C. Blake, M. Colless, D. H. Jones, L. Staveley-Smith, L. Campbell et al., *The 6dF Galaxy Survey: Baryon Acoustic Oscillations and the Local Hubble Constant*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 416 (2011) 3017, arXiv:1106.3366.
- [73] C. Howlett, A. Ross, L. Samushia, W. Percival and M. Manera, *The clustering of the SDSS main galaxy sample - II. Mock galaxy catalogues and a measurement of the growth of structure from redshift space distortions at $z = 0.15$* , *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 449 (2015) 848, arXiv:1409.3238.
- [74] K. T. Mehta, A. J. Cuesta, X. Xu, D. J. Eisenstein and N. Padmanabhan, *A 2% Distance to $z = 0.35$ by Reconstructing Baryon Acoustic Oscillations - III : Cosmological Measurements and Interpretation*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 427 (2012) 2168, arXiv:1202.0092.
- [75] D. Stoppacher, F. Prada, A. D. Montero-Dorta, S. Rodriguez-Torres, A. Knebe, G. Favole et al., *A semi-analytical perspective on massive galaxies at $z \sim 0.55$* , *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 486 (2019) 1316, arXiv:1902.05496.
- [76] BOSS collaboration, *The clustering of galaxies in the completed SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: cosmological analysis of the DR12 galaxy sample*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 470 (2017) 2617, arXiv:1607.03155.
- [77] BOSS collaboration, *Baryon acoustic oscillations in the Ly α forest of BOSS DR11 quasars*, *Astron. Astrophys.* 574 (2015) A59, arXiv:1404.1801.
- [78] BOSS collaboration, *Quasar-Lyman α Forest Cross-Correlation from BOSS DR11 : Baryon Acoustic Oscillations*, *JCAP* 1405 (2014) 027, arXiv:1311.1767.
- [79] Escamilla, C., “Status on Bidimensional Dark Energy Parameterizations Using SNe Ia JLA and BAO Datasets”, 2016, arXiv:1605.02702
- [80] Di Valentino, E., Boehm, C., Hivon, E., Bouchet, F., “Reducing the H_0 and Σ_8 tensions with Dark Matter-neutrino interactions”, 2017, arXiv:1710.02559.

- [81] Vattis, K., Koushiappas, S., “Late universe decaying dark matter can relieve the H_0 tension”, 2019, arXiv:1903.06220.
- [82] Di Valentino, E., Melchiorri, A., Mena, O., “Can interacting dark energy solve the H_0 tension?”, 2017, arXiv:1704.08342.
- [83] Pan, S., Yang, W., Di Valentino, E., et al., “Interacting scenarios with dynamical dark energy: observational constraints and alleviation of the H_0 tension”, 2019, arXiv:1907.07540.
- [84] B. Li, T. P. Sotiriou and J. D. Barrow, “ $f(T)$ gravity and local Lorentz invariance”, Phys. Rev. D83 (2011) 064035 arXiv:1010.1041.
- [85] J. W. Maluf, “The Teleparallel Equivalent of General Relativity and the Gravitational Centre of Mass”, Universe 2 (2016) 19 arXiv:1508.02465.
- [86] J. W. Maluf, “The teleparallel equivalent of general relativity”, Annalen Phys. 525 (2013) 339 arXiv:1303.3897.
- [87] M. Krššák and J. G. Pereira, “Spin Connection and Renormalization of Teleparallel Action”, Eur. Phys. J. C75 (2015) 519 arXiv:1504.07683.