UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
POSGRADO EN INGENIERÍA
INSTITUTO DE INGENIERÍA

ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA INTERACCIÓN FLUIDO-ESTRUCTURA EN CONDUCTOS CIRCULARES CON FLUJO PULSÁTIL

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA MECÁNICA

PRESENTA:
Olvera Mata Alan Josue

DIRECTOR DE TESIS
Dr. José Enrique Guzmán Vázquez
Instituto de ingeniería

Ciudad Universitaria, Cd. Mx. Enero 2021

Universidad Nacional Autónoma de México
UNAM
Biblioteca Central
Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Jurado Asignado

Presidente:	**Dr. Ascanio Gasca Gabriel**
Secretario:	**Dr. Chávez Martínez Rafael**
Primer vocal:	**Dr. Enrique Guzmán Vázquez**
Suplente:	**M. en I. Ledezma Rubio Yahvé Abdul**
Vocal:	**M.I. Echeverría Arjonilla Carlos**

Agradecimientos

Este trabajo tuvo el apoyo de diversos amigos, colegas y familiares. Agradezco al Dr. Enrique Guzmán por las enseñas que me ha brindado tanto a mi como al resto de sus alumnos y amigos míos, por haber haberme permitido formar parte de su equipo de trabajo. Gracias por su continuo apoyo dentro y fuera de la academia y por no dejar que me quedase atrás. Agradezco a mis amigos Marcel Ramírez, Enrique León, Ángel Baez y Alan Lobato por sus interminables contribuciones, por hacer los días de trabajo presencial más ameno aún bajo un ambiente de estrés.

Sobre todo, quiero agradecer a Gerardo Juárez por siempre alentarme a ser la mejor versión de mí, por un sin fin de experiencias y por tanta paciencia que día a día me ha tenido. Se que va a tener éxito en lo que sea se proponga, es la persona más inteligente que he conocido. Espero en unos años recordar todas aquellas anécdotas que nos hacían reír y poder colaborar de manera profesional, pues siempre hicimos buen equipo. Agradezco a Carlos Echeverría por todas las lecciones dentro y fuera del laboratorio, por nunca negarse a enseñar y compartir su gran experiencia profesional con todos y por siempre ser objetivo con sus aportaciones y contribuciones.

Quiero a gradecer a mis padres por su interminable apoyo, sé que ha sido difícil para ellos con todas las decisiones que he tomado. Estos fueron años complicados y siempre estuvieron ahí. Agradezco a mi hermana y mi cuñado por nunca negarme su ayuda, sé que su bebé va a tener unos padres excelentes. También quiero agradecer a Teresa Mata porque aún en la distancia y con mi mal carácter siempre me ha apoyado y alentado a seguir adelante. Aún estoy incierto de qué camino tomar, pero sé que cualquiera que sea puedo contar con mi familia.

RESUMEN

En el presente trabajo se aborda de forma experimental el estudio de las interacciones dinámicas entre un conducto elástico y el flujo en su interior. Se explica la importancia de este tipo de fenómenos en la ciencia e ingeniería denotando trabajos que han abordado esta temática desde diferentes ángulos. Se presenta el esquema del arreglo experimental que se diseñó y construyó. En este trabajo se consideran dos etapas: la primera de ellas es un caso base donde se valida que el flujo inducido dentro de un conducto rígido es de naturaleza pulsátil. Y la segunda, donde se miden las deformaciones que se generan en un conducto elástico debido a los cambios internos de presión.

De forma general, en el Capítulo 1 se resumen una serie de trabajos que se han enfocado en el estudio de flujos pulspatiles y otros a las respuestas del conducto debido a los cambios de presión en su interior. En el Capítulo 2 se presenta el desarrollo matemático del modelo que describe los campos de velocidad de un flujo pulsátil. De igual manera se describe la física del fenómeno de estudio. En el Capítulo 3 se presentan las características del arreglo experimental y las cualidades de las técnicas de medición empleadas. En el Capítulo 4 se muestran los resultados obtenidos haciendo un análisis y discusión del por qué de los mismos. Se realizan comparaciones con las predicciones de modelos teóricos y explica al respecto de sus similitudes y discrepancias. Finalmente en el Capítulo 5 se presentan las conclusiones obtenidas, se mencionan las recomendaciones para quienes pretendan seguir con la temática, y se enlistan las actividades a realizar con el fin de interpretar de mejor manera los resultados.

Contenido

RESUMEN **III**

1. INTRODUCCIÓN **1**

1.1. Interacciones de fluido-estructura en conductos deformables 9

1.2. Objetivo de la tesis 16

1.2.1. Objetivos particulares 16

1.3. Alcances 16

1.4. Hipótesis 17

2. MARCO TEÓRICO **18**

2.0.1. Solución Homogénea 22

2.0.2. Solución Particular 23

2.1. Descripción del proceso físico 29

3. PROGRAMA EXPERIMENTAL **32**

3.1. Dispositivo experimental 33

3.2. Instrumentación 37

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN **41**

4.1. Determinación del campo de velocidad 41

4.2. Determinación de caudal 43

4.3. Determinación de la presión 46

4.4. Validación 49

4.5. Determinación de la deformación superficial 55

4.6. Discusión 62

5. CONCLUSIONES **70**

5.1. Contribuciones 72

5.2. Recomendaciones y trabajo futuro 72

A. Código para control de bomba **74**

Lista de Figuras

1.1. Perfiles de velocidad instantáneos de un flujo pulsátil para un periodo completo como resultado de la superposición entre el perfil de velocidad de un flujo medio constante y perfiles de velocidad oscilantes [46]. 2

1.2. Arreglo experimental para estudio de flujo oscilante empleado en 1991 [17] . 3

1.3. Sistema experimental para investigar los cambios de sentido en flujos oscilantes, 1998 [16] 4

1.4. Instalación en el estudio de flujo pulsátil como proceso fisiológico [44] 5

1.5. Sistema experimental. Estudio de transición de flujo pulsátil [54] 7

1.6. Sistema experimental. Velocimetría para flujo pulsátil [56] 8

1.7. Perfiles de velocidad OFM y PIV [56] 8

1.8. Modos de vibración en conductos cilíndricos elásticos con flujo interno [12] . 10

1.9. Velocidad en conducto rígido y deformable [60] 11

1.10. Arreglo experimental para estudio de flujo en arterias [31]. 12

1.11. Variaciones de caudal y presión para un ciclo cardíaco completo [38]. 13

1.12. Resultados de simulación IFE en arteria carótida. a) magnitudes de velocidad en t=0.21 s, b) magnitud de desplazamientos en t=0.5 s. [38]. 13

1.13. Arreglo experimental para vibraciones mangueras. I)motor eléctrico II) bomba II) acumulador hidroneumático IV) válvula de desagüe V) válvula de control direccional proporcional VI) acumulador hidroneumático VII) sección de pruebas VIII) válvula de estrangulación. [55]. 15

1.14. Modos de vibración a 8.2 Hz y 32.2 Hz para manguera de 1.45 m de largo [55]. 15

2.1. Perfiles de velocidad de los flujos superpuestos en un flujo pulsátil 18

2.2. Sistema interacción fluido-estructura. Se esquematiza en de manera resaltada las oscilaciones del tubo respecto a su posición nominal y los cambios en los perfiles de velocidad que se pueden esperar. 30

2.3. Propagación de esfuerzo cortante producido por un gradiente de presión radial 31

3.1. Arreglo experimental caso base. 1-Depósito de entrada, 2-Depósito de salida, 3-Bomba Peristáltica, 4-Circuito de Control, 5-Mesa óptica, 6-Soportes, 7-Hoja láser, 8-Cámara de alta velocidad, 9-Computadora, 10-manguera de descarga, 11-manguera de entrada. 33

3.2. Arreglo experimental con conducto elástico. 1-Depósito de entrada, 2-Depósito de salida, 3-Bomba Peristáltica, 4-Circuito de Control, 5-Mesa óptica, 6-Soportes, 7-Sensores, 8-Adquisidor de datos, 9-Computadora,10-manguera de descarga, 11-manguera de entrada, 12-Sección de tubo flexible. 35

3.3. Bomba peristáltica en vista explosiva [51]. 37

3.4. Circuito para control para bomba y disparador. 37

3.5. Velocimetría por imágenes de partículas por correlación cruzada [6]. 38

3.6. Arreglo de adquisición de datos para PIV. 39

3.7. Vectores de velocidad para un solo cuadro 40

3.8. Arreglo filmación de desplazamientos. 1-Cámara de alta velocidad Miro M310, 2-área transversal de conducto elástico, 3-Lampara, 4-Soportes, 5-Mesa óptica. 40

4.1. Variación de velocidad promedio en R 42

4.2. Variación de los perfiles de velocidad en un ciclo de pulsación en un plano medio. 43

4.3. Variación de caudal y espectro 44

4.4. Variaciones de caudal y función aproximada por expansión en series de Fourier 45

4.5. Evolución de perfiles de velocidad teóricos para un ciclo. 50

4.6. Comparación entre variaciones de envolventes teóricas y experimentales. El intervalo de confianza de las variaciones experimentales tiene una confianza de 95 % 51

4.7. Variaciones de velocidad y cálculo de conservación de masa para los puntos radiales cerca de la pared. 52

4.8. Variaciones y diferencias de velocidad promedio para la zona centro del conducto, -0.0019 $\leq$ r $\leq$0.0019 m. 53

4.9. Esfuerzos medidos en pared externa del conducto a lo largo del tiempo. . . . 55

4.10. Análisis de ciclos 56

4.11. Espectros de las señales de esfuerzos registradas por los piezoeléctricos . . . 57

4.12. Señales estimadas de deformación y de desplazamientos radiales 58

4.13. Intervalos de variaciones de desplazamientos radiales. Las líneas azules representan la envolvente superior y la línea roja representa la envolvente inferior. El nivel de confianza es de 95 % [13] 58

4.14. Diferencia temporal en el arribo de la deformación máxima de un ciclo. . . . 59

4.15. Esquema de filmación de conducto para medición de desplazamientos del punto C. Se indica la dirección del flujo. 60

4.16. Desplazamientos radiales de la trayectoria del punto C. Envolvente superior línea azul, envolvente inferior línea roja; 95 % de confianza 60

4.17. Desplazamientos axiales de la trayectoria del punto C. Envolvente superior línea azul, envolvente inferior línea roja; 95 % de confianza 61

4.18. Comparación de variaciones temporales. a) Desplazamientos axiales, b) Desplazamientos radiales, c) Desplazamientos radiales medidos por sensores piezoeléctricos, d) Variaciones de esfuerzos, e) Variaciones de caudal. 62

4.19. Comparación de los tiempos de arribo de los valores máximos y mínimos de cada ciclo en las señales de caudal y desplazamientos radiales en el sensor 1. 64

4.20. Comparación de los tiempos de arribo de valores máximos y mínimos de los ciclos de variación de caudal respecto a los desplazamientos radiales y axiales. 65

4.21. Trayectoria de un punto en la pared externa del conducto elástico para los desplazamientos máximos y mínimos de un ciclo de pulsación. 66

4.22. Espectros de frecuencia para las señales de: a) desplazamientos axiales, b) desplazamientos radiales, d) esfuerzo y e) caudal 67

4.23. Desplazamientos radiales experimentales y teóricos en un solo plano [30]. . . 69

A.1. Código implementado en circuito de control 75

Lista de Tablas

3.1. Componentes arreglo experimental 34

3.2. Componentes arreglo estudio IFE 36

4.1. Valores de los coeficiente para series de Fourier 45

NOMENCLATURA

Variables

Módulo de Young	E	Pa
Frecuencia	f	Hz
Presión	P	Pa
Tiempo	t	s
Velocidad	u	$m \cdot s^{-1}$
Caudal	Q	$m^3 \cdot s^{-1}$
Número de Strouhal	Sh	-
Número de Reynolds	Re	-
Número de Mach	Ma	-
Número de Womersley	Wo	-
Número de Euler	Eu	-
Radio externo	R	m
Radio interno	r	m
Longitud axial	L	m

Letras griegas

Relación geométrica	ε	-
Viscosidad Dinámica	μ	Pa·s
Densidad	ρ	$kg \cdot m^{-3}$
Esfuerzo	σ	Pa
Deformación	ϵ	-

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

Los flujos internos, específicamente en conductos de sección circular, constituyen un fenómeno hidrodinámico muy común. En primera instancia, la investigación se puede enfocar en estudiar flujos cuyo conducto se considera rígido, es decir, que las propiedades mecánicas del medio sólido son tales que, los efectos del flujo sobre las paredes son de magnitud despreciable. Aún con esto en cuenta, existe un alto grado de dificultad para encontrar soluciones que expliquen el comportamiento del mismo.

Sin embargo, el acoplamiento dinámico entre el fluido y la estructura que lo contiene siempre ocurre en alguna medida. Cuando las repercusiones de estas interacciones derivan en efectos cuantificables, tanto en el conducto como en el flujo, dicho acoplamiento tiene mayor relevancia. Por ejemplo, la diferencia de velocidad entre las ondas generadas por las perturbaciones que se propagan en ambos medios (deformando el conducto y alterando el flujo).

Dependiendo de cada caso, estas interacciones pueden ocurrir a grandes escalas (flujos volcánicos), así como en pequeñas escalas (flujo sanguíneo). Aunque las propiedades del fluido y el conducto difieren de un caso a otro, existen ciertos aspectos físicos fundamentales comunes que pueden ser considerados en forma general. Usualmente, ambos medios pueden tener características que los hacen complejos y difíciles de estudiar. Buenos ejemplos de ello, son la anisotropía[1] e inhomogeneidad[2] en las propiedades mecánicas del material del conducto, y la reología no newtoniana[3] de los fluidos.

[1]Las propiedades varían dependiendo la dirección en la que se examine el material

[2]Las propiedades cambian de un punto a otro

[3]No existe una relación simple entre el esfuerzo cortante y el gradiente de la velocidad

En este trabajo nos ocupamos, concretamente, de un caso que es ampliamente conocido como flujo pulsátil. Este tipo de flujo se puede producir en una gran variedad de aplicaciones ingenieriles, así como en procesos fisiológicos. A diferencia del caso oscilante en el que la variación del flujo ocurre alrededor de un flujo medio 0, es decir, $Q(t) = \Delta Q(t)$, en el caso pulsátil la variación es en torno a un flujo medio diferente de cero: $Q(t) = \overline{Q} + \Delta Q(t)$ [59][58][46].

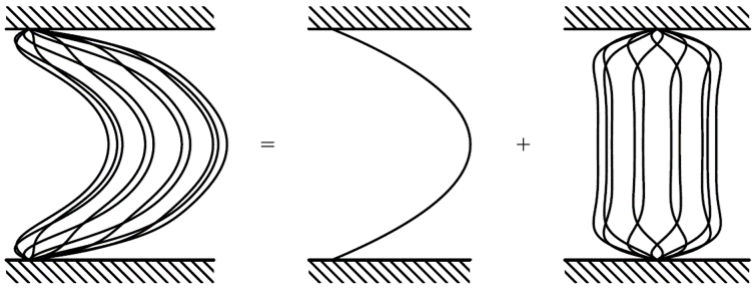


Figura 1.1: Perfiles de velocidad instantáneos de un flujo pulsátil para un periodo completo como resultado de la superposición entre el perfil de velocidad de un flujo medio constante y perfiles de velocidad oscilantes [46].

Cuando las fuerzas viscosas dominan en un flujo oscilante, los perfiles de velocidad son totalmente parabólicos en ambos sentidos, en cambio, cuando las fuerzas inerciales son mayores, los perfiles de velocidad se aplanan en la zona de velocidad máxima. No obstante, las fuerzas inerciales siguen dominando cerca de las paredes por lo que la fase entre presión y velocidad se desplazan al centro del conducto. Cuando se acopla un flujo medio diferente de 0 m/s, el desplazamiento neto es positivo en cada ciclo de pulsación, dicho de otra forma, la magnitud en el cambio de sentido es disminuye.

Los comportamientos que se generan de la superposición de el flujo medio y la oscilación no están entendidos del todo, las perturbaciones varían a lo largo del diámetro del conducto para cada tiempo. Estas variaciones propias de un flujo pulsátil y sus interacciones con los conductos sigue siendo un campo de investigación activo en diversas áreas [1][35][27][43][2]. Para ciertos rangos en los parámetros de velocidad, viscosidad dinámica, densidad, radio del conducto y frecuencia de pulsación, autores como: J.C. Stettler et al. [50], David M. Eckman et al. [17] y R. Trip et al.[54] por mencionar algunos, se enfocaron en investigar la transición a la turbulencia en las zonas de desaceleración y cambio de sentido cerca de las paredes.

Ese comportamiento se definió como el tercer tipo de régimen en el trabajo realizado por Hino et al. [25] para la parte oscilante del flujo. Los cuatro regímenes identificados

en dicho estudio se definieron como: I) flujo laminar, II) flujo laminar distorsionado, III) flujo turbulento intermitente (detectado en la etapa de desaceleración) y IV) capa limite totalmente turbulenta [21]. La figura 1.2 muestra el arreglo experimental empleado en 1991 por D. Eckaman et al. [17] donde, por medio de una bomba d.c., se desplaza un pistón con frecuencia controlada para generar un flujo oscilante dentro de tuberías de plexiglas con orientación vertical. La instrumentación en la zona de pruebas consta de un anemómetro de hilo caliente y un velocímetro láser doppler con los que se adquirieron datos de velocidad.

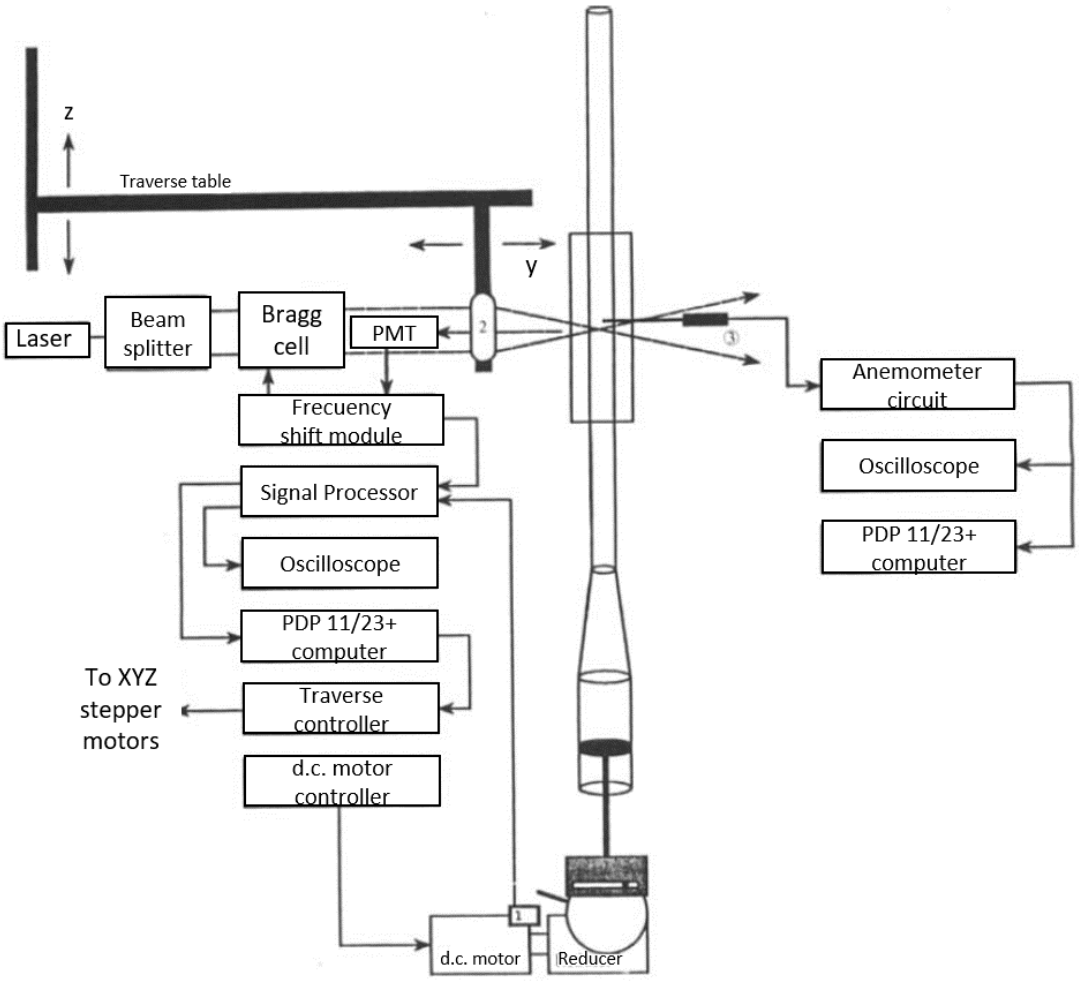


Figura 1.2: Arreglo experimental para estudio de flujo oscilante empleado en 1991 [17]

Los experimentos en dicho trabajo variaron en rangos para tres parámetros adimensionales; el número de Womersley ($9<\mathrm{Wo}<33$), una amplitud A definida como la distancia de carrera[4]

[4]Es la distancia recorrida entre el punto máximo y el mínimo en un periodo.

entre el radio del tubo ($2.4 \leqslant A \leqslant 21.6$) y el número de Reynolds para un flujo oscilante ($34.3 < R_\delta < 854$), el cual está definido como $R_\delta = U\delta\nu^{-1}$, basado en la capa límite de Stokes $\delta = (2\nu\omega^{-1})^{1/2}$ [3], donde U es la magnitud del pico de velocidad, ν es la viscosidad cinemática y ω la frecuencia angular de oscilación. Los resultados que se reportan muestran cambios de sentido de la velocidad cerca de las paredes para los mismos pasos de tiempo e inestabilidades del flujo para $R_\delta > 500$.

Siete años más tarde en el trabajo realizado por D. Debopam y Jaywant H.[16], se investigó de forma experimental el comportamiento de las desaceleraciones y cambios de sentido en el flujo, a lo que erróneamente llamaron flujo con reversa. La figura 1.3 esquematiza el arreglo experimental empleado en dicho estudio, el cual, es un sistema cerrado construido con dos tubos de vidrio conectados entre sí por PVC. En el tubo 1 está instalado un pistón conectado por uno de sus extremos a un motor a pasos; el otro extremo simultáneamente a un potenciómetro cuya señal de salida se utiliza para conocer la velocidad del pistón en función del tiempo.

En la segunda tubería se ubica la zona de visualización. El fluido empleado en todos los experimentos es agua y como trazador se usa una tinta fluorescente, la cual se inyecta únicamente en la parte inferior y superior del conducto. En el extremo de la misma tubería se instaló un anemómetro de hilo caliente para mediciones de velocidad en el centro del conducto. Debopam y Jaywant [16], reportan la visualización de vórtices cerca de las paredes para valores de $Re \geq 2036.5$. Los pasos de tiempo en los que se generan los vórtices coinciden con la parte del periodo de oscilación en que el flujo se desacelera y hace un cambio de sentido.

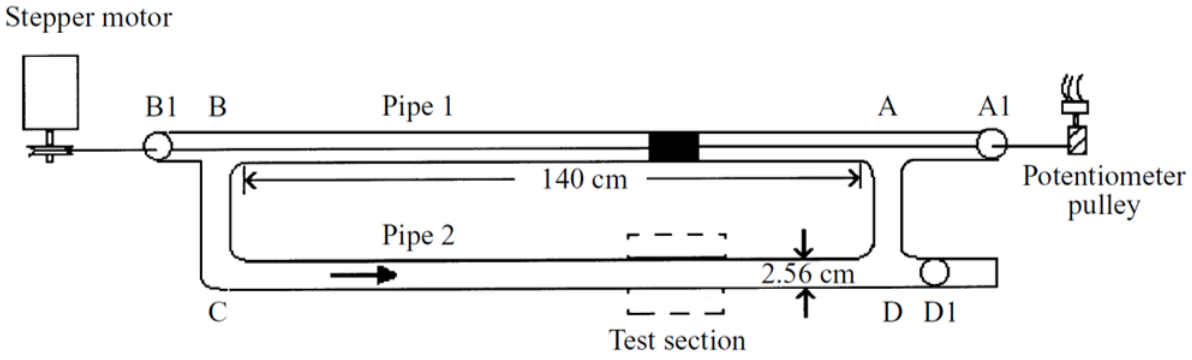


Figura 1.3: Sistema experimental para investigar los cambios de sentido en flujos oscilantes, 1998 [16]

Durante el mismo, año una de las primeras investigaciones enfocadas al flujo pulsátil como parte de un proceso fisiológico, fue realizada por J. Peacock et al. [44]. En dicho trabajo,

estudiaron de manera experimental el comportamiento de este flujo para los intervalos de ($450<Re<12300$) y ($1.5<Wo<55$), para 3 diferentes fluidos; agua, tiocianato de sodio (50 % peso)-agua y glicerina(40 % volumen)-agua. La instalación experimental empleada en dicho trabajo se representa en la figura 1.4. De manera similar a trabajos previos se recurrió a un pistón para generar oscilaciones con frecuencia controlada, añadiendo al sistema una bomba de paletas rotativas para recircular el fluido como un flujo medio constante.

Se utilizaron 4 distintas secciones cilíndricas en la zona de pruebas; caucho de silicón, plexiglas y polietileno con diámetros internos de 0.004 m y 0.009 m para el primer material, 0.014 m y 0.03 m para el segundo y tercer material respectivamente. Las medidas internas de las tuberías seleccionadas están dentro del rango para las dimensiones de arterias humanas. Para medir las velocidades se utilizó un anemómetro láser doppler. En la misma zona, pero en la pared externa del conducto, se colocó una sonda de película caliente con el fin de detectar inestabilidades en el flujo por medio de los esfuerzos cortantes que se pudieran generar sobre en la pared.

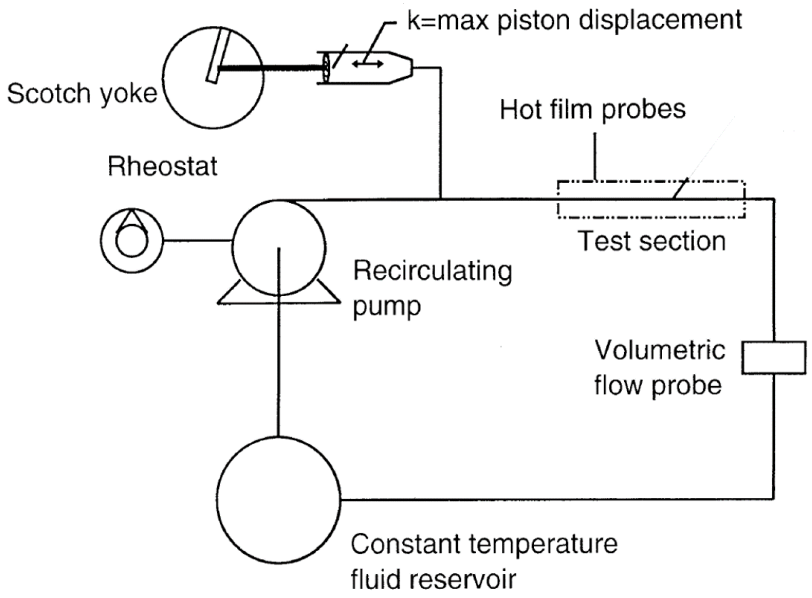


Figura 1.4: Instalación en el estudio de flujo pulsátil como proceso fisiológico [44]

Aguas abajo de la sección de pruebas se instaló una sonda de flujo de ultrasonido para medir caudal. Para el amplio rango de los parámetros de Reynolds y Womersley en los que variaron los experimentos, se reportan promedios para los tres fluidos y 4 conductos utilizado. Las variaciones temporales de los datos de la sonda de película caliente se muestran para

tres regímenes; laminar (Re=1100, Wo=22), uno al que llamaron distorsionado (Re=3200, Wo=22) y turbulento (Re=1200, Wo=22). En cuento a la velocidad, muestran el perfil de la componente media en cada régimen con valores para Re de 530,1720 y 2820, respectivamente y un valor general de Wo de 28.5. No se reportan datos de cambio de sentido en el flujo.

Unos años más tarde, H. Yip y M. Yu [59] aún enfocados en la componente oscilante del flujo, investigan el comportamiento de este en un conducto con una protuberancia con simetría axial. Los experimentos para este trabajo se hicieron dentro de los siguientes rangos de parámetros $445<R_\delta<806$ y $7.2<Wo<12.2$. Reportan la generación de vórtices en ambos sentidos del flujo cuando está totalmente desarrollado y se omite la información para los pasos de tiempo en los que hay transición de cambio de sentido.

Los estudios que trabajaron con la definición completa de flujo pulsátil, hasta ese tiempo, no lograron caracterizar de forma general su comportamiento en contraste como se ha hecho con la parte oscilante. Sin embargo, debido a la presencia de este tipo de flujos en diversos procesos, el entendimiento y caracterización de dicho flujo es necesario. Yilmaz F. y Gundogdu Y. [58] trabajaron en 2009 con los campos de velocidad en la región intermedia del conducto para un flujo pulsátil con variaciones del número de Reynolds promedio de entre 2260 a 4360. El fluido considerado para los experimentos en este trabajo es aire, cuya velocidad se midió por medio de un anemómetro de hilo caliente. Se reportaron comparaciones de los perfiles de velocidad experimentales contra simulaciones numéricas donde el error máximo de las simulaciones es de 0.02 %.

Una de las principales dificultades que se presentan para analizar este tipo flujos son las técnicas de medición. Laurantzon F. et al. [35] en 2012 construyeron una plataforma con la que aseguraron se puede caracterizar un flujo pulsátil; específicamente los que se generan en un motor de combustión interna. Desarrollan lo que llaman un módulo de medición capaz de obtener la distribución de flujo másico en toda el área transversal del conducto y la temperatura del fluido. Los datos reportados están enfocados en demostrar el funcionamiento y precisión del módulo sin dar nueva información sobre el comportamiento del flujo.

La visualización por medio de cámaras de alta velocidad es una de las técnicas por la que algunos autores optaron para obtener información acerca del flujo. Un ejemplo de ello, es el trabajo de R. Trip et al. [54] cuyo arreglo experimental se ilustra en la figura (1.5). Dicho arreglo cuenta con una tubería de plexiglas de 6 m de largo y 0.04 m de diámetro interno. Para generar el flujo se emplea una bomba de engranes cuyas rotaciones son controladas según el caudal que se quiera. Aguas abajo cerca del contenedor del fluido, es evidente la

zona de visualización de donde se adquieren los datos para un posterior análisis PIV. Los resultados obtenidos muestran perfiles de velocidad promedio que denominan laminares y turbulentos para Reynolds de 2160 y 3160, respectivamente.

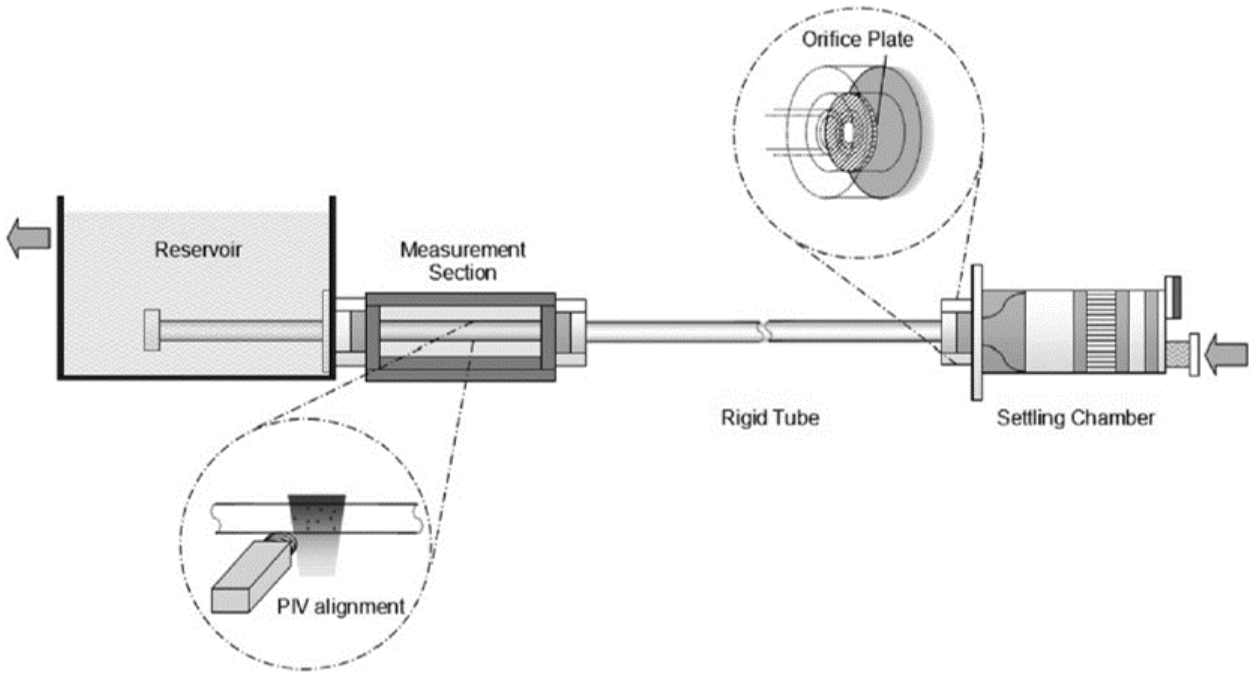


Figura 1.5: Sistema experimental. Estudio de transición de flujo pulsátil [54]

En 2019 un trabajo de velocimetría realizado por Zifeng Y. y M. Johnson [56], enfocados en mediciones por medio de visualización, emplearon tinta como trazador para medir perfiles de velocidad de un flujo pulsátil. Para analizar los datos recolectados utilizaron una técnica que ellos desarrollaron a la que nombraron método óptico de flujo OFM. Así mismo, analizaron los datos mediante PIV para realizar comparaciones los perfiles calculados por medio de OFM.

Los resultados que se obtuvieron por ambos métodos se presentan en la figura 1.7; los perfiles de velocidad corresponden a un solo tiempo. Sin embargo, estos perfiles no son representativos de un flujo pulsátil ya que como, se vio en investigaciones previas, estos flujos tienen variaciones temporales de velocidad por lo que para un periodo completo corresponde un perfil de velocidad distinto en cada Δt, es decir, se tiene un perfil en el punto de velocidad máxima y uno en el punto de velocidad mínima con perfiles intermedios para cada ciclo.

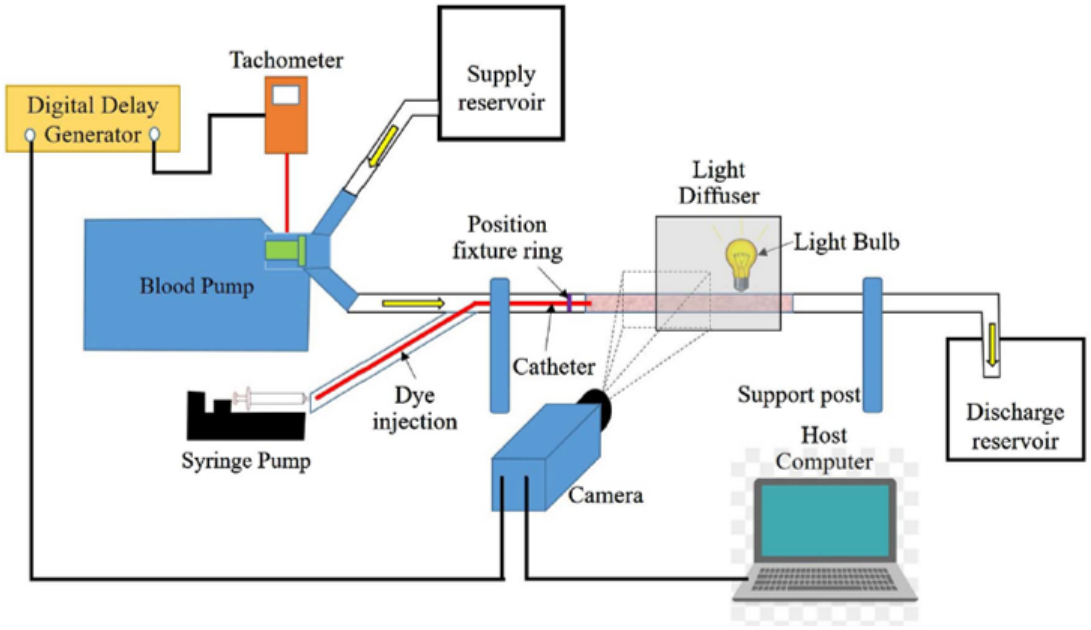


Figura 1.6: Sistema experimental. Velocimetría para flujo pulsátil [56]

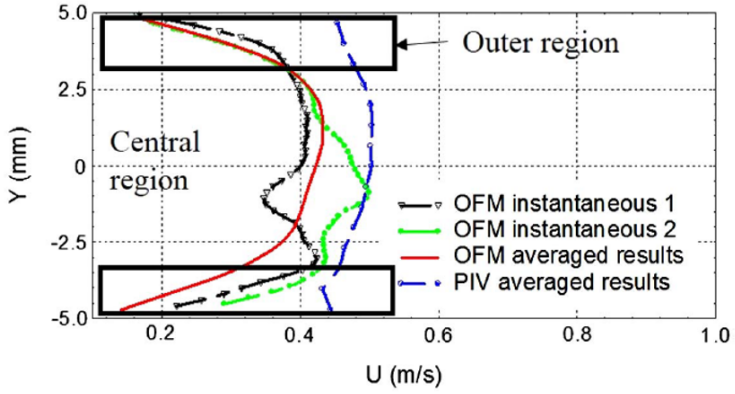


Figura 1.7: Perfiles de velocidad OFM y PIV [56]

La descripción del flujo pulsátil aún tiene incógnitas a resolver para condiciones muy especificas. Sin embargo, experimentalmente ya sea por medio de visualizaciones o mediciones con otros instrumentos la información que se ha obtenido permite entender de manera general el desarrollo de este tipo de flujos para diversos parámetros en diferentes zonas del conducto y pasos de tiempo específicos. Parte del presente trabajo aporta información sobre el desarrollo de los perfiles de velocidad de un flujo pulsátil con fluido viscoso (μ=0.008 Pa·s).

1.1. Interacciones de fluido-estructura en conductos deformables

Cuando las perturbaciones generadas en el sólido por parte del flujo son de magnitud tal que, no se consideran despreciables (el cuerpo se deforma), la interacción entre ambos medios se vuelve relevante en el fenómeno de estudio. La interacción fluido-estructura (IFE) se encarga de analizar las deformaciones en cuerpos elásticos como respuesta a excitaciones hidrodinámicas o aerodinámicas y, simultáneamente, la modificación de esas excitaciones debido a la deformación del cuerpo elástico [32].

Este tipo de interacciones están presentes en un sin fin de procesos de diversas áreas de la ciencia e ingeniería. La propagación de ondas de presión en el medio sólido las conocemos comúnmente como vibraciones [12]. Buen ejemplo de ello, son los tremores volcánicos captados cerca de volcanes activos que, a menudo, se tiene evidencia de movimiento subterráneo de magma cuando estos se producen [29]. La mecánica de generación de sismos volcánicos impulsados por fluidos y su evolución temporal sigue siendo poco conocida [19][28]. En el trabajo de Balmforth N. et al. [8] se modela un conducto idealizado de paredes elásticas por donde fluye un líquido viscoso e incompresible con el fin de predecir la inestabilidad del mismo; atribuyen la generación de tremores al rápido desplazamiento de fluidos de baja viscosidad extraídos del magma a través de las fracturas en la roca.

Las vibraciones en los medios sólidos, particularmente en tuberías, son caso de estudio en el transporte de fluidos [23]. Hunaidi O. et al. [26], Y. Gao et al. [22] y Yazdekhasti S. et al.[57] reportan en sus investigaciones la posible detección de fugas de agua en grandes sistemas, ya que los cambios de presión que estas producen se propagan como ondas de frecuencias particulares que se pueden detectar con acelerómetros, pieszoeléctricos, sensores de ultrasonido y micrófonos. En esta misma índole, autores como Campagna M. et al. [11] y Dinardo G. et al. [18] proponen un método no invasivo para el monitoreo y control de caudal evaluando las vibraciones que el mismo flujo produce sobre las paredes del conducto.

Los modos de propagación axial de ondas en estructuras cilíndricas con flujo interno son descritas por Chambers D.H. [12]. Dicha descripción se ilustra en la figura 1.8 donde se muestra la forma nominal de un conducto elástico y los primeros 5 modos en que se pueden propagar ondas; en n=0, el conducto se expande y contrae simétricamente a medida que se propaga la onda, en n=1 se presenta un modo de flexión donde la tubería se mueve alrededor o de un lado a otro de su posición nominal sin deformar el área transversal. En los modos

superiores se muestran patrones de desplazamiento axiales de mayor complejidad.

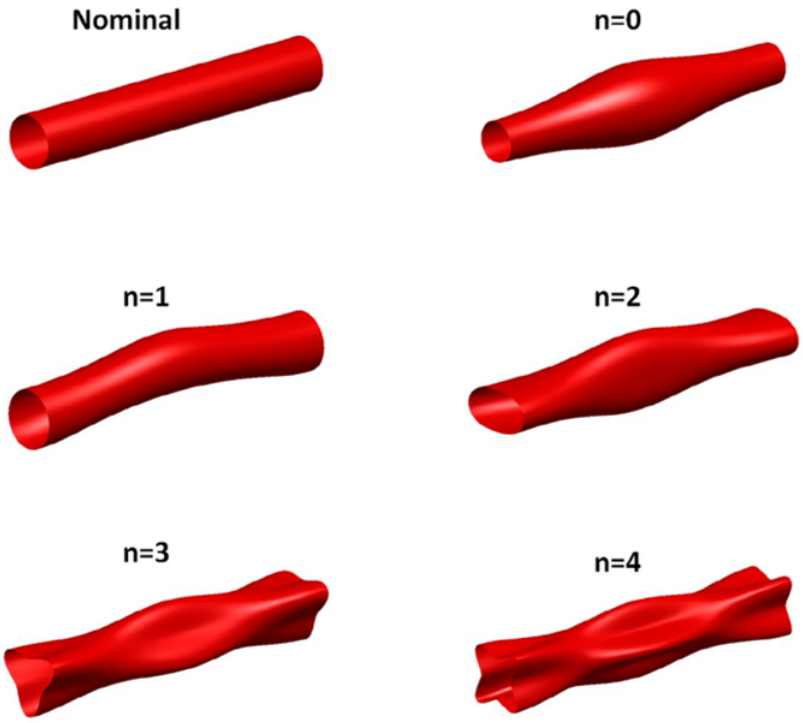


Figura 1.8: Modos de vibración en conductos cilíndricos elásticos con flujo interno [12]

Los fenómenos de interacción fluido-estructura presentes en conductos con flujo interno son analizados para varias condiciones de ambos medios. Lavooij y Tijsseling [36] estudian la IFE en sistemas de tuberías proponiendo un modelo acoplando de la extensión de la teoría de golpe de ariete para el fluido y la teoría de vigas de Euler-Bernoulli para el tubo. Dicho modelo es resuelto mediante el método de las características junto con elemento finito y es validado con datos de presión obtenidos experimentalmente. Los experimentos consisten en una tubería recta de 20 m de largo y 0.813 m de diámetro externo donde fluye agua que se frena por un rápido cierre de válvula.

Una instalación de mayor escala (77.5 m de largo y 0.1087 m de diámetro interno) en la que se generan picos de presión mediante una válvula de cierre de acción rápida es utilizada por Kruisbrink y Heinsbroek [33] para validar un código numérico al que llamaron Flustrin. Ocuparon datos de presión, desplazamiento y deformación promedio de los experimentos para comparar con los generados por la simulación. Investigaciones de IFE similares con base en el golpe de ariete [53][20], limitan el análisis de los efectos de un medio sobre otro siendo pobre

la información que proporcionan del flujo y los cambios que este sufre.

De forma esquemática, en la figura 1.9 se ilustran los efectos en los cambios de velocidad que se pueden presentar en el flujo cuando existe IFE, en comparación a cuando está interacción no es relevante. Si el conducto se considera rígido, es decir, que los cambios de presión sobre las paredes tienen efectos despreciables, solo se tiene la componente de velocidad en dirección axial que depende del tiempo y el radio de la tubería $u_z(r,t)$. En cambio, cuando la estructura sufre deformaciones como respuesta a los cambios de presión del flujo, se suma la presencia del componente de velocidad radial y la dependencia axial para ambas componentes i.e. $u_z(z,r,t)$ y $u_r(z,r,t)$.

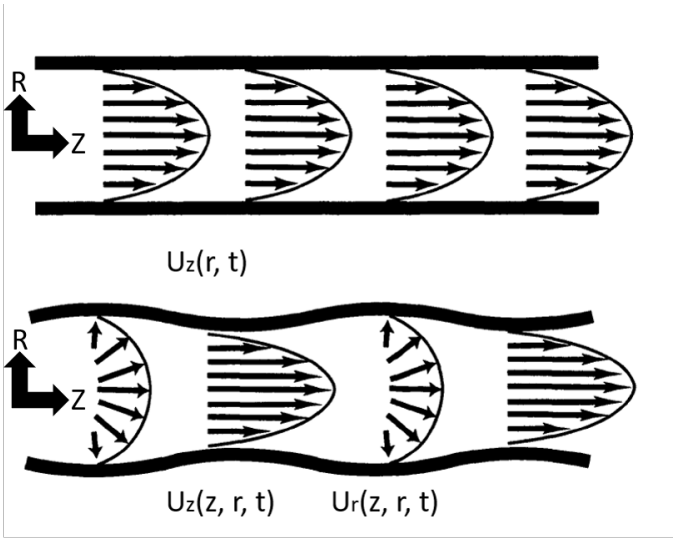


Figura 1.9: Velocidad en conducto rígido y deformable [60]

Generalmente el flujo es el medio fuente de la excitación cuando se tiene un caso de interacción fluido-estructura en sistema de conductos. Si el flujo genera pulsaciones periódicas de presión (flujo pulsátil) sobre las paredes de la estructura que lo contiene, la interacción que se genera entre ambos medios no está entendida en su totalidad [14]. Buenos ejemplos de estos casos particulares de IFE se presentan en diversos procesos fisiológicos; el sistema respiratorio [15] o el flujo sanguíneo [9] por mencionar algunos.

Se han desarrollado trabajos de IFE en dichos procesos para diversas condiciones médicas. Kanyanta et al. [31] presentan una validación experimental para un modelo numérico propuesto de IFE para el flujo en arterias. El arreglo experimental, figura 1.10, consta de una sección de pruebas donde se instala un conducto que simula una arteria construida de poliu-

retano sumergida en un contenedor lleno de agua. El flujo se genera mediante un cabezal de presión de un contenedor elevado y dos válvulas solenoides cuyas aperturas son controladas por el operador. Los datos de presión y caudal son obtenidos mediante transductores y una sonda de flujo ultransónica respectivamente.

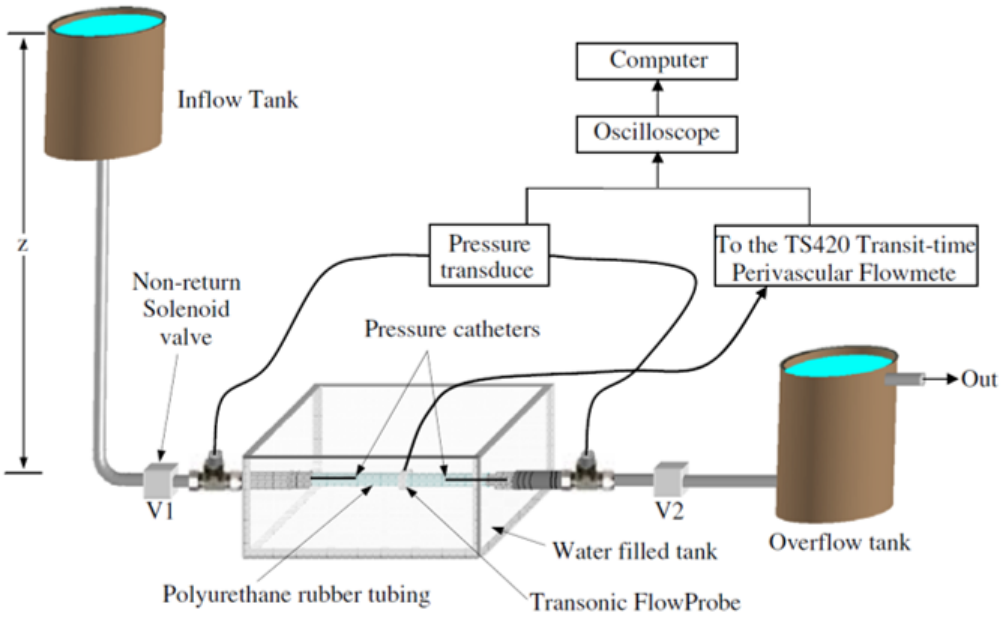


Figura 1.10: Arreglo experimental para estudio de flujo en arterias [31].

La acumulación de grasas, colesterol y diversas sustancias dentro y sobre las paredes de las arterias genera rigidez en estas. El efecto en los cambios de esta propiedad mecánica en la interacción con el flujo sanguíneo, específicamente en la arteria carótida, es investigado por Lopes D. et al. [38]. Las simulaciones del modelo de IFE que proponen se apoya de las ecuaciones de continuidad y Navier-Stokes para describir al fluido y de la conservación de momento lineal para el conducto. Dicho esto, modelan la sangre como un fluido newtoniano e incompresible, y en cuanto a las paredes la arteria, de un material isotrópico y con elasticidad lineal.

La propiedad que varía en cada simulación es el módulo de Young, tomando los valores de: E=1,106 $\times 10^6$ Pa, 1.270 $\times 10^6$ Pa, 1.590 $\times 10^6$ Pa, y 2.12 $\times 10^6$ Pa. Las simulaciones se realizaron para un ciclo cardíaco completo, figura 1.11, en el que el punto de velocidad máxima corresponde a un Reynols de 1146. En el mismo paso de tiempo las magnitudes de velocidad para los valores extremos de E se ilustran en la figura 1.12 al igual que los desplazamientos para t=0.5 s.

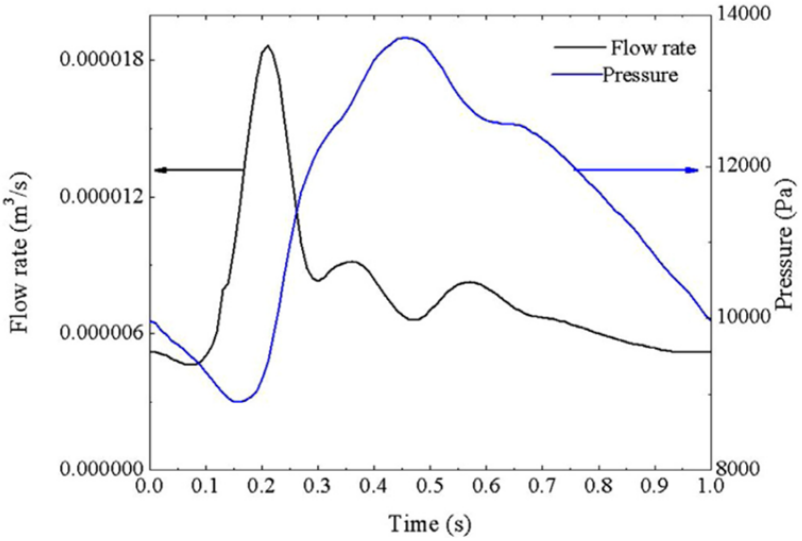


Figura 1.11: Variaciones de caudal y presión para un ciclo cardíaco completo [38].

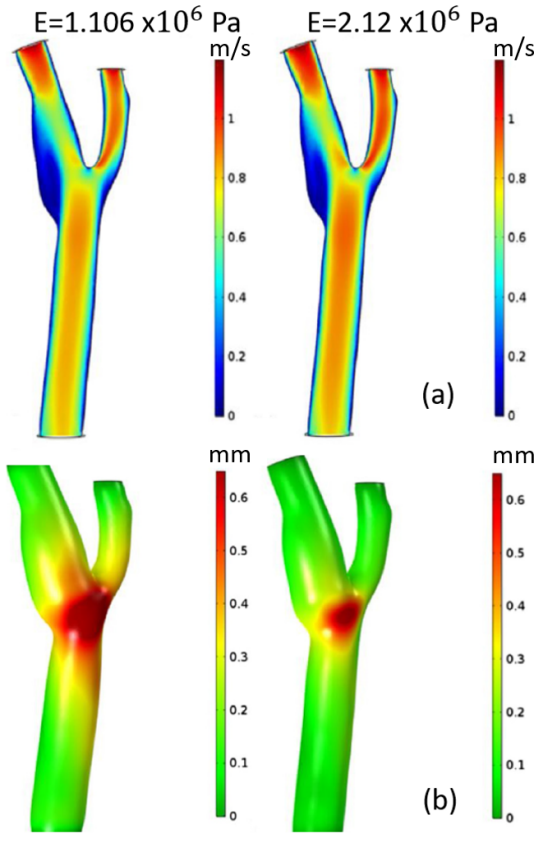


Figura 1.12: Resultados de simulación IFE en arteria carótida. a) magnitudes de velocidad en t=0.21 s, b) magnitud de desplazamientos en t=0.5 s. [38].

Para un fenómeno de IFE en donde el flujo es dinámico, es útil e importante mostrar la evolución temporal de las respuestas de ambos medios, ya que como se describió anteriormente, hay condiciones del flujo muy particulares correspondientes a zonas especificas del periodo de pulsación. Demás condiciones fisiológicas en los que se han hecho investigaciones de ámbito numérico de IFE son: reemplazos de válvulas cardíacas, aneurismas en aortas abdominales y problemas biliares en conductos císticos [4][37][48].

Con un enfoque general, autores como Gorman D. et al. [24] proponen un modelo matemático con el que pretenden describir la IFE de una tubería flexible con flujo pulsátil. Las ecuaciones diferenciales parciales correspondientes al sólido y al fluido se acoplan mediante un balance de fuerzas entre un bloque de fluido y las paredes del conducto que lo contienen. Se incluye un acoplamiento de Poisson, el cual, relaciona las presiones en el flujo con el esfuerzo axial de la tubería por medio de la contracción o expansión radial de la pared del tubo [36]. Las consideraciones cada medio son: un fluido newtoniano , viscoso e incompresible y un sólido de Hooke, isótropo y homogéneo. Con los métodos de las características y diferencias finitas resuelven el modelo numéricamente cuyos resultados se comparan con simulaciones, donde el único parámetro que se varía es la frecuencia de pulsación.

Bajo las mismas consideraciones para un fluido, Tubaldi E. et al.[55] presentan un modelo para predecir la respuesta no lineal de conductos elásticos, y de materiales isótropos, sometidos a variaciones periódicas internas de presión debido al flujo. Una de las causas finales cuando existen vibraciones generadas en un fenómeno de IFE, es la falla del sistema. Claro ejemplo de ello es la resonancia que se genera en los conductos elásticos debido a las excitaciones que el mismo flujo produce. Czerwinski A. y Luczo J. [55] estudian los modos de vibración en mangueras derivado de las excitaciones de flujo pulsátil; el arreglo experimental se ilustra en la figura 1.13.

La sección de pruebas consta de una manguera hidráulica, soportada en los extremos, con diámetro externo de 0.021 m y una longitud que varía de 1.45 m a 1.91 m en cada prueba. La investigación hace enfoque en la influencia que tiene la velocidad media, presión interna, temperatura, frecuencia y amplitud del flujo en los modos de vibrar de la manguera. La matriz experimental muestra variaciones de 1 a 10 $m{\cdot}s^{-1}$ para la velocidad media con pulsaciones en un intervalo de 15 a 27.5 Hz. Los modos de vibración que se reportan en esta investigación coinciden con el modo n=1 reportado por Chambers [12]. La figura 1.14 muestra las instantáneas para el modo de vibración en frecuencias de onda de 8.2 y 32.2 Hz. Concluyen que los parámetros que más afectan las respuestas en los conductos son la temperatura y los cambios de presión interna tanto en magnitud como en frecuencia. No se

hace mención de la condición de pandeo en la sección de pruebas y el efecto que este tiene en en los modos de vibración de la manguera.

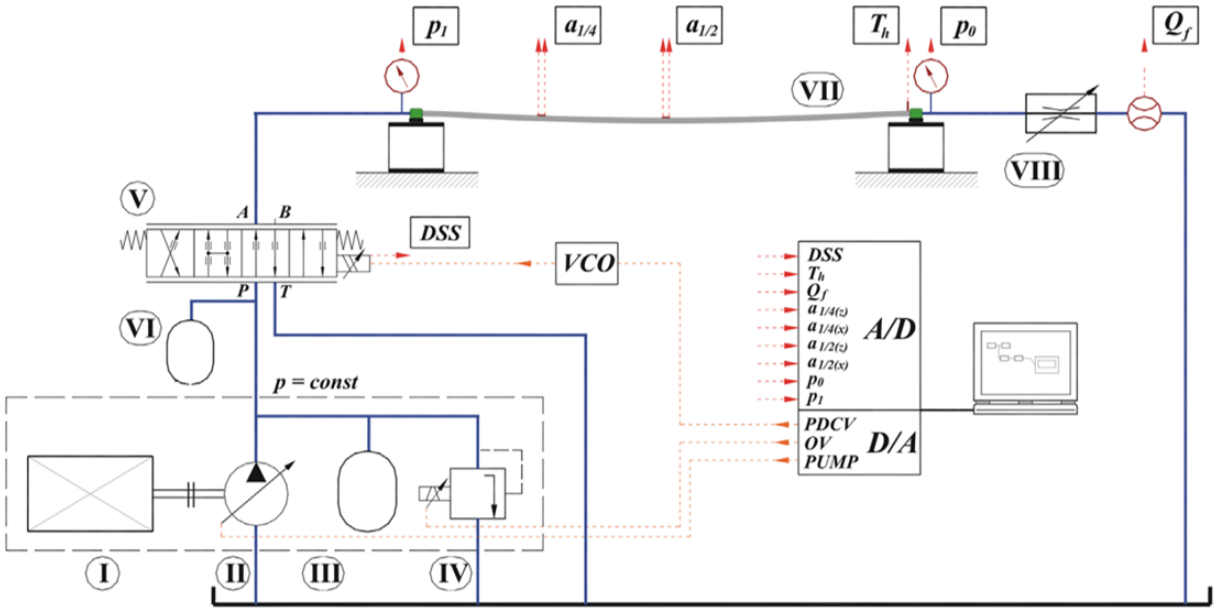


Figura 1.13: Arreglo experimental para vibraciones mangueras. I)motor eléctrico II) bomba II) acumulador hidroneumático IV) válvula de desagüe V) válvula de control direccional proporcional VI) acumulador hidroneumático VII) sección de pruebas VIII) válvula de estrangulación. [55].

Figura 1.14: Modos de vibración a 8.2 Hz y 32.2 Hz para manguera de 1.45 m de largo [55].

El presente trabajo experimental muestra datos confiables de la respuesta de un conducto deformable sometido a variaciones internas de presión. Dichas mediciones pueden ser empleados en la validación de modelos de IFE, entre ellos, el modelo propuesto por Juárez C.G. [30]. El fenómeno particular de un flujo dinámico dentro de un conducto circular deformable,

como ya se ha mencionado, es parte de una gran cantidad de procesos, por lo que parte de la motivación en este trabajo es el aporte datos experimentales como primera aproximación en el estudio de procesos de mayor complejidad.

1.2. Objetivo de la tesis

Medir experimentalmente las deformaciones en la pared exterior de un conducto deformable, sujeto a la acción hidrodinámica de un flujo pulsátil.

1.2.1. Objetivos particulares

- Diseño, construcción e instrumentación de arreglo experimental.
- Realizar una serie de experimentos como caso base para caracterizar el flujo.

1.3. Alcances

En este trabajo se presenta una serie de datos representativos de un caso de interacción fluido-estructura. Se pueden observar las variaciones temporales de los perfiles de velocidad de un flujo pulsátil obtenidos mediante la técnica PIV. Son apreciables perfiles que denotan velocidades negativas cerca de las paredes, lo que representa un cambio de sentido del flujo en esas zonas. La visualización en alta velocidad denota mayor detalle de estos efectos al igual que la no uniformidad en las pulsaciones provenientes de la bomba.

Dicha heterogeneidad en las variaciones de presión internas también se manifiestan en las deformaciones del conducto. La técnica de medición en la pared externa del tubo involucra el uso de sensores piezoeléctricos de alta sensibilidad con una tasa de muestreo de 100×10^3 Hz. También se incorporan mediciones mediante filmación en alta velocidad. Las señales en los sensores es causal según su posición, con lo que se puede estimar la velocidad de propagación de onda que resulta ser del mismo orden de magnitud de lo reportado para materiales similares

Tras obtener información de estas respuestas en el conducto de manera visual, se aprecian desplazamientos en dos direcciones. Tanto las deformaciones como desplazamientos coinci-

den con la frecuencia fundamental de las pulsaciones internas. Este empate en frecuencia es relevante para considerar en el estudio de diversos procesos tomando en cuenta un propagación de onda en donde el conducto se expande y contrae de manera uniforme en una sección trasversal.

1.4. Hipótesis

Dadas las condiciones con las que se genera el flujo y las propiedades del mismo, se espera predominancia de las fuerzas viscosas por parte del flujo medio. Los perfiles de velocidad tenderán a aplanarse en la región media ya que se tiene un valor de Womersley de 10.5 presentando un desfase entre las variaciones de velocidad y las variaciones del gradiente de presión.

Las deformaciones en el conducto elástico como respuesta las excitaciones hidrodinámicas son uniformes en todo el perímetro tanto en las expansiones como en las contracciones.

Los efectos de las deformaciones del conducto sobre el flujo se consideran despreciables en el efecto de una modificación cualitativa en las características del flujo.

Capítulo 2

MARCO TEÓRICO

En un caso de interacción fluido-estructura donde el fluido es el medio fuente de las excitaciones que generan interacciones con el medio sólido; definir la dinámica del flujo dentro del conducto es prudente. El flujo pulsátil, matemáticamente se puede definir como las superposición de dos flujos, Hagen-Poiseuille y Womersley figura 2.1. El segundo de ellos es la solución de las ecuaciones de Navier-Stokes para un flujo oscilante que presume ser incompresible, con simetría axial y en un régimen laminar.

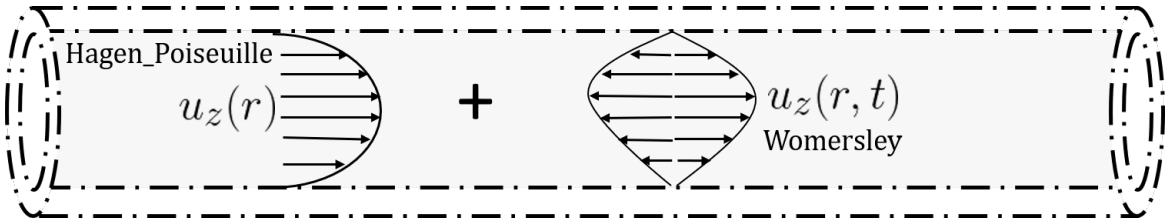


Figura 2.1: Perfiles de velocidad de los flujos superpuestos en un flujo pulsátil

Uno de los parámetros adimensionales relevantes en el flujo pulsátil se deriva de la solución del flujo de Womersley. Es una expresión que relaciona las fuerzas inerciales transitorias con las fuerzas viscosas, y cuyo valor se interpreta como la naturaleza del perfil de velocidad en respuesta a las variaciones de presión. El desarrollo de esta solución se presenta en este trabajo como parte importante en el estudio de un caso base donde donde se analiza el desarrollo de un flujo de este tipo dentro de un conducto que se considera rígido.

Dado que el flujo ocurre en un conducto circular, las ecuaciones se pueden expresar apro-

piadamente en coordenadas cilíndricas. Dicho este preámbulo, el sistema de ecuaciones diferenciales parciales a resolver es

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv_r) + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \tag{2.1}$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r\frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z\frac{\partial v_r}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} + \nu\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\Big(rv_r\Big)\right) + \nu\frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \tag{2.2}$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r\frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z\frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial v_z}{\partial r}\right) + \nu\frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}\ . \tag{2.3}$$

Con este sistema de ecuaciones, pueden surgir una serie de soluciones dependiendo el caso que se esté estudiando. En general resulta conveniente normalizar las Ecs.(2.1),(2.2) y (2.3). Los parámetros escalados que se proponen son los siguientes:

$$r^* = \frac{r}{R}, \quad z^* = \frac{z}{L}, \quad v_r^* = \frac{v_r}{V}, \quad v_z^* = \frac{v_z}{U}, \quad p^* = \frac{p}{P} \quad y \quad t = \frac{t^*}{T}\ .$$

Un detalle que se tiene que observar es la definición que se le puede dar a T. Este tiempo característico, dado que t no está acotada, se le puede asignar una definición aleatoria. Para este caso T tiene la forma

$$T = \frac{1}{f}\ ,$$

donde f es la frecuencia de pulsación del flujo que asociaremos con el forzamiento. De este detalle depende la forma de la solución que podamos obtener. Un parámetro adimensional más es

$$\varepsilon = \frac{R}{L}\ ,$$

al que denominamos como "relación geométrica del conducto", el cual introduce la longitud de la tubería (L) que permite relacionar la diferencia de presión con los dos puntos de referencia, el inicio y final de la tubería. Este parámetro nos indicará la forma de expresar a P, que

comúnmente es la presión dinámica del flujo, entonces, si el valor de la relación geométrica es mucho menor a 1 ($\varepsilon << 1$),

$$P = \frac{1}{2}\rho U^2 \ .$$

Introduciendo estos parámetros en las Ecs.(2.1),(2.2), el nuevo sistema de ecuaciones a resolver es

$$V\frac{1}{r^*}\frac{\partial}{\partial r^*}(r^* v_r^*) + \varepsilon U\frac{\partial v_z^*}{\partial z^*} = 0 \tag{2.4}$$

$$\varepsilon^2 \mathrm{Sh_L Re_L}\frac{\partial v_r^*}{\partial t^*} + \varepsilon^2 \mathrm{Re_L}\left(\frac{V}{\varepsilon U}v_r^*\frac{\partial v_r^*}{\partial r^*} + v_z^*\frac{\partial v_r^*}{\partial z^*}\right) = -\frac{\varepsilon U}{V}\mathrm{Re_L}\frac{\partial p^*}{\partial r^*} + \frac{\partial}{\partial r^*}\left(\frac{1}{r^*}\frac{\partial}{\partial r^*}\left(r^* v_r^*\right)\right) + \varepsilon^2\frac{\partial^2 v_r^*}{\partial z^{*2}} \tag{2.5}$$

$$\varepsilon^2 \mathrm{Sh_L Re_L}\frac{\partial v_z^*}{\partial t^*} + \varepsilon^2 \mathrm{Re_L}\left(\frac{V}{\varepsilon U}v_r^*\frac{\partial v_z^*}{\partial r^*} + v_z^*\frac{\partial v_z^*}{\partial z^*}\right) = -\varepsilon^2 \mathrm{Re_L}\frac{\partial p^*}{\partial z^*} + \frac{1}{r^*}\frac{\partial}{\partial r^*}\left(r^*\frac{\partial v_z^*}{\partial r^*}\right) + \varepsilon^2\frac{\partial^2 v_z^*}{\partial z^{*2}} \ , \tag{2.6}$$

donde,

$\mathrm{Sh}_L = \dfrac{fL}{U}$ es el número de Strouhal respecto a la longitud del conducto,

$\varepsilon = \dfrac{R}{L}$ es la relación geométrica del conducto y

$\mathrm{Re}_L = \dfrac{\rho U L}{\mu}$ es el número de Reynolds respecto a la longitud del conducto.

Para el flujo de Womersley, siendo un flujo dinámico y unidireccional, se necesita resolver las Ecs.(2.4),(2.6) y (2.5), tomando en cuenta una variación temporal del flujo que puede ser periódica, o de alguna otra forma, por lo que podemos decir que

$$v_z^* = v_z^*(r^*, t^*), \qquad v_r^* = 0 \quad y \quad p^* = p^*(z^*, t^*) \ ,$$

con lo que el sistema de ecuaciones se simplifica de la siguiente manera

$$\frac{\partial v_z^*}{\partial z^*} = 0 \tag{2.7}$$

$$\frac{\partial p^*}{\partial r^*} = 0 \tag{2.8}$$

$$\varepsilon^2 \mathrm{Sh_L Re_L} \frac{\partial v_z^*}{\partial t^*} + \varepsilon^2 \mathrm{Re_L} v_z^* \frac{\partial v_z^*}{\partial z^*} = -\varepsilon^2 \mathrm{Re_L} \frac{\partial p^*}{\partial z^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial v_z^*}{\partial r^*} \right) + \varepsilon^2 \frac{\partial^2 v_z^*}{\partial z^{*2}} \ , \tag{2.9}$$

dicho de otra forma, se tiene que resolver la ecuación diferencial parcial

$$\varepsilon^2 \mathrm{Sh_L Re_L} \frac{\partial v_z^*}{\partial t^*} = -\varepsilon^2 \mathrm{Re_L} \frac{\partial p^*}{\partial z^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial v_z^*}{\partial r^*} \right) \ . \tag{2.10}$$

En esta variante, las condiciones de frontera e inicial son

$$v_z^*(1, t^*) = 0 \tag{2.11}$$

$$\frac{\partial v_z^*}{\partial r^*}(0, t^*) = 0 \tag{2.12}$$

$$v_z^*(r^*, 0) = \phi^*(r^*) \quad , \tag{2.13}$$

donde las condiciones de frontera 2.11, 2.12 corresponden al no-deslizamiento y a la axisimetría del flujo. Respecto a la condición inicial 2.13, es una condición de periodicidad de la forma en la que varía el gradiente de presión. Dicho esto, lo que se propone para resolver es

$$v_z^*(r^*, t^*) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[R_n^*(r^*) T_n^*(t^*) + \underline{R_n^*}(r^*) \underline{T_n^*}(t^*) \right] \tag{2.14}$$

donde $R_n^*(r^*)T_n^*(t^*)$ son funciones que representan la solución complementaría y $\underline{R_n^*}(r^*)\underline{T_n^*}(t^*)$ las funciones que representan la solución particular. En este caso solo se tiene dependencia de dos variables, por lo que solo hay un subíndice asociado a la serie de funciones.

2.0.1. Solución Homogénea

Sustituimos la expansión (2.14) en (2.10) y procedemos a resolver la parte homogénea, de forma que

$$\varepsilon^2 \mathrm{Sh_L Re_L} \frac{T_n^{*\prime}}{T_n^*} = \frac{R_n^{*\prime\prime}}{R_n^*} + \frac{R_n^{*\prime}}{r^* R_n^*} \tag{2.15}$$

de donde por medio de separación de variables se deduce que

$$\varepsilon^2 \mathrm{Sh_L Re_L} \frac{T_n^{*\prime}}{T_n^*} = -\gamma_n^{*2} \tag{2.16}$$

$$\frac{R_n^{*\prime\prime}}{R_n^*} + \frac{R_n^{*\prime}}{r^* R_n^*} = -\gamma_n^{*2} \tag{2.17}$$

con lo que llegamos a las ecuaciones diferenciales ordinarias

$$T_n^{*\prime} + \frac{\gamma_n^{*2}}{\varepsilon^2 \mathrm{Sh_L Re_L}} T_n^* = 0 \tag{2.18}$$

$$r^{*2} R_n^{*\prime\prime} + r^* R_n^{*\prime} - (q^2 - \gamma_n^{*2} r^{*2}) R_n^* = 0 \tag{2.19}$$

donde (2.19) es la ecuación de Bessel y q=0. Las soluciones a estas ecuaciones son respectivamente

$$T_n^*(t^*) = \mathcal{C}_n^{(1)} \exp\Big[- \frac{\gamma_n^{*2}}{\varepsilon^2 \mathrm{Sh_L Re_L}} t^* \Big] \tag{2.20}$$

$$R_n^*(r^*) = \mathcal{C}_n^{(2)} \mathrm{J}_0(\gamma_n^* r^*) + \mathcal{C}_n^{(3)} \mathrm{Y}_0(\gamma_n^* r^*) \ , \tag{2.21}$$

donde J_0 es una función de Bessel del primer tipo de orden 0. Esta función es finita en el origen para un orden entero o positivo, y divergen cuando el argumento se aproxima a 0 para ordenes negativos no enteros. Y_0, es una función de Bessel del segundo tipo de orden 0, esta

función diverge en el origen y es multivaluada [5]. Con lo que la solución homogénea de la ecuación es

$$v_{z_{hom}}^{*}(r^{*},t^{*}) = \sum_{n=1}^{\infty}\left[\mathcal{C}_{n}^{(2)}\mathrm{J}_{0}(\gamma_{n}^{*}r^{*}) + \mathcal{C}_{n}^{(3)}\mathrm{Y}_{0}(\gamma_{n}^{*}r^{*})\right]\mathcal{C}_{n}^{(1)}\exp\left[-\frac{\gamma_{n}^{*2}}{\varepsilon^{2}\mathrm{Sh_{L}Re_{L}}}t^{*}\right]. \tag{2.22}$$

2.0.2. Solución Particular

Para la solución particular de (2.10), se propone también que

$$p^{*}(z^{*},t^{*}) = \sum_{n=1}^{\infty} Z_{n}^{*}(z^{*})\Gamma_{n}^{*}(t^{*})$$

con lo que que se llega a

$$\varepsilon^{2}\mathrm{Sh_{L}Re_{L}}\frac{\underline{T_{n}^{*\prime}}}{\underline{T_{n}^{*}}} = -\varepsilon^{2}\mathrm{Re_{L}}\frac{Z_{n}^{*\prime}\Gamma_{n}^{*}}{\underline{R_{n}^{*}T_{n}^{*}}} + \frac{\underline{R_{n}^{*\prime\prime}}}{\underline{R_{n}^{*}}} + \frac{\underline{R_{n}^{*\prime}}}{r^{*}\underline{R_{n}^{*}}}, \tag{2.23}$$

dado que solo se tiene dependencia temporal y radial para poder resolver es necesario que

$$Z_{n}^{*\prime} = k_{n}^{(0)^{*}} \tag{2.24}$$

donde $k_{n}^{(0)^{*}}$ es un constante. Aún con esta consideración, se requieren de más condiciones para poder separar el término del forzamiento. Dicho esto, existen dos posibles condiciones equivalentes entre si, la primera de ellas es

$$\underline{R_{n}^{*}} = k_{n}^{(1)^{*}} \tag{2.25}$$

y la segunda es

$$\Gamma_{n}^{*} = k_{n}^{(2)^{*}}\underline{T_{n}^{*}} \tag{2.26}$$

en donde $k_n^{(1)^*}$ y $k_n^{(2)^*}$ también son constantes.

Primera posibilidad

En caso de se cumpla (2.25), el forzamiento solo tiene dependencia temporal con lo que llegamos a

$$\underline{T_n^{*\prime}} = -\frac{k_n^{(0)^*}}{\mathrm{Sh_L} k_n^{(1)^*}} \Gamma_n^* \tag{2.27}$$

integrando la ecuación anterior y tomando en cuenta a (2.25), obtenemos la solución particular que es

$$v_{z_{par}}^*(r^*, t^*) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_n^{(0)^*}}{\mathrm{Sh_L}} \int \Gamma_n^*(t^*) dt^* \ , \tag{2.28}$$

entonces la solución general sería

$$v_z{}^*(r^*, t^*) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\left[\mathcal{C}_n^{(2)} \mathrm{J}_0(\gamma_n^* r^*) + \mathcal{C}_n^{(3)} \mathrm{Y}_0(\gamma_n^* r^*) \right] \mathcal{C}_n^{(1)} \exp\left[-\frac{\gamma_n^{*2}}{\varepsilon^2 \mathrm{Sh_L Re_L}} t^* \right] - \frac{k_n^{(0)^*}}{\mathrm{Sh_L}} \int \Gamma_n^*(t^*) dt^* \right) . \tag{2.29}$$

Segunda posibilidad

Por otro lado, si se cumple el caso (2.26), el forzamiento solo tiene dependencia radial y llegamos a

$$\varepsilon^2 \mathrm{Sh_L Re_L} \frac{\underline{T_n^{*\prime}}}{\underline{T_n^*}} = -\gamma_n{}^{*2} \tag{2.30}$$

y a

$$\frac{\underline{R_n^{*\prime\prime}}}{\underline{R_n^*}} + \frac{\underline{R_n^{*\prime}}}{r^*\underline{R_n^*}} - \varepsilon^2 \mathrm{Re_L} \frac{{k_n^{(0)}}^* {k_n^{(2)}}^*}{\underline{R_n^*}} = -{\gamma_n}^{*2} \tag{2.31}$$

ambas ecuaciones se reescriben como

$$\underline{T_n^{*\prime}} + \frac{{\gamma_n}^{*2}}{\varepsilon^2 \mathrm{Sh_L Re_L}} \underline{T_n^*} = 0 \tag{2.32}$$

$${r^*}^2 \underline{R_n^{*\prime\prime}} + r^* \underline{R_n^{*\prime}} - (q^2 - {\gamma_n^*}^2 {r^*}^2) \underline{R_n^*} = \varepsilon^2 \mathrm{Re_L} {k_n^{(0)}}^* {k_n^{(2)}}^* {r^*}^2 \qquad ; \qquad q = 0 \ . \tag{2.33}$$

De aquí se observa que la ecuación temporal es igual a (2.18) por lo que

$$T_n^*(t^*) = \underline{T_n^*}(t^*) \ , \tag{2.34}$$

respecto a la ecuación de Bessel (2.33), dado que solo existe una solución para (2.10), tanto la primer como la segunda posibilidad deben cumplirse; se propone que $\underline{R_n^*}$ sea un constante. Dicho esto, la solución de (2.33) es

$$\underline{R_n^*}(r^*) = \frac{\varepsilon^2 \mathrm{Re_L Eu_n} {k_n^{(2)}}^*}{{\gamma_n^*}^2} \ , \tag{2.35}$$

donde $\mathrm{Eu_n}$, es una diferencia de presión para el n-ésimo armónico. Por lo tanto, la solución particular es

$$v_{z_{par}}^*(r^*, t^*) = \sum_{n=1}^{\infty} \underline{R_n^*}(r^*) \exp\Big[- \frac{{\gamma_n^*}^2}{\varepsilon^2 \mathrm{Sh_L Re_L}} t^* \Big] \ , \tag{2.36}$$

entonces, la solución general por este camino sería

$${v_z}^*(r^*, t^*) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\mathcal{C}_n^{(2)} \mathrm{J}_0(\gamma_n^* r^*) + \mathcal{C}_n^{(3)} \mathrm{Y}_0(\gamma_n^* r^*) + \underline{R_n^*}(r^*) \right) \mathcal{C}_n^{(1)} \exp\Big[- \frac{{\gamma_n^*}^2}{\varepsilon^2 \mathrm{Sh_L Re_L}} t^* \Big] \ . \tag{2.37}$$

Dado que los valores propios del sistema son únicos, ${\gamma_n}^*$ tiene el mismo valor en la solución general y homogénea. Para obtener los valores de $\mathcal{C}_n^{(1)}$, $\mathcal{C}_n^{(2)}$ y $\mathcal{C}_n^{(3)}$, y considerando (2.34), podemos rescribir la expansión como

$$v_z^*(r^*,t^*) = \sum_{n=1}^{\infty} \Big[R_n^*(r^*) + \underline{R_n^*}(r^*) \Big] T_n^*(t^*)$$

donde la primera derivada respecto al radio es

$$\frac{\partial v_z^*}{\partial r^*}(r^*,t^*) = \sum_{n=1}^{\infty} \Big[R_n^{*\prime}(r^*) + \underline{R_n^*}'(r^*) \Big] T_n^*(t^*) \tag{2.38}$$

de donde

$$R_n^{*\prime}(r^*) = \gamma_n^* \Big[\mathcal{C}_n^{(2)} \mathrm{J}_1(\gamma_n^* r^*) + \mathcal{C}_n^{(3)} \mathrm{Y}_1(\gamma_n^* r^*) \Big] \ , \tag{2.39}$$

y

$$\underline{R_n^*}'(r^*) = 0 \ . \tag{2.40}$$

Sustituyendo la condición de frontera de axisimetría (2.12) en (2.38), se deduce

$$\mathcal{C}_n^{(3)} = 0 \tag{2.41}$$

con lo que se llega a

$$R_n^*(r^*) + \underline{R_n^*}(r^*) = \mathcal{C}_n^{(2)} \mathrm{J}_0(\gamma_n^* r^*) + \frac{\varepsilon^2 \mathrm{Re_L Eu_n} {k_n^{(2)}}^*}{{\gamma_n^*}^2} \ . \tag{2.42}$$

Aplicando la condición de frontera de no-deslizamiento (2.11) obtenemos el valor para $\mathcal{C}_n^{(2)}$, el cuál es

$$\mathcal{C}_n^{(2)} = \frac{\varepsilon^2 \mathrm{Re_L Eu_n} k_n^{(2)^*}}{\gamma_n^{*2} \mathrm{J}_0(\gamma_n^*)} \ . \tag{2.43}$$

Con (2.41) y (2.43) la forma de $v_z^*(r^*, t^*)$ es

$$v_z^*(r^*, t^*) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varepsilon^2 \mathrm{Re_L Eu_n} k_n^{(2)^*}}{\gamma_n^{*2}} \Big[1 - \frac{\mathrm{J}_0(\gamma_n^* r^*)}{\mathrm{J}_0(\gamma_n^*)}\Big] \mathcal{C}_n^{(1)} \exp\Big[- \frac{\gamma_n^{*2}}{\varepsilon^2 \mathrm{Sh_L Re_L}} t^* \Big] \ ; \tag{2.44}$$

observamos que se necesita conocer $\mathcal{C}_n^{(1)}$ o bien γ_n^{*2}, cuyo valor aún no se ha deducido. Procedemos a aplicar la condición periódica (2.13)

$$v_z^*(r^*, 0) = v_z^*(r^*, 1)$$

con lo que

$$1 = \exp\Big[- \frac{\gamma_n^{*2}}{\varepsilon^2 \mathrm{Sh_L Re_L}} \Big] \ , \tag{2.45}$$

y recordamos que la solución debe ser oscilatoria, por lo que expresamos la parte temporal como una exponencial compleja. Se propone que γ_n^{*2} tenga la siguiente forma

$$\gamma_n^{*2} = i^3 {\lambda_n}^2 \tag{2.46}$$

tal que

$$1 = \exp\Big[i \frac{{\lambda_n^*}^2}{\varepsilon^2 \mathrm{Sh_L Re_L}} \Big] \ . \tag{2.47}$$

Si reescribimos la exponencial en su forma trigonométrica, se evidencia el hecho de que, para que la ecuación se cumpla, pueden existir 2 alternativas

$$\frac{{\lambda_n^*}^2}{\varepsilon^2 \mathrm{Sh_L Re_L}} = \frac{(2n+1)\pi}{2} \tag{2.48}$$

o bien

$$\frac{{\lambda_n^*}^2}{\varepsilon^2 \mathrm{Sh_L Re_L}} = 2n\pi \ ; \tag{2.49}$$

teniendo un desfasamiento de $\frac{\pi}{2}$ entre ambas alternativas. Considerando a (2.49), se deduce que

$${\lambda_n^*}^2 = \varepsilon^2 \mathrm{Sh_L Re_L} 2n\pi \tag{2.50}$$

entonces

$${\gamma_n^*}^2 = i^3 \varepsilon^2 \mathrm{Sh_L Re_L} 2n\pi \ , \tag{2.51}$$

y por lo tanto,

$$-\frac{{\gamma_n^*}^2}{\varepsilon^2 \mathrm{Sh_L Re_L}} = i2n\pi \ . \tag{2.52}$$

Sustituyendo (2.52) en (2.44), la solución general para un flujo de Womersley es

$${v_z}^*(r^*, t^*) = \varepsilon^2 \mathrm{Re_L} \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{\mathrm{J}_0(i^{\frac{3}{2}} n^{\frac{1}{2}} \mathrm{Wo_R} r^*)}{\mathrm{J}_0(i^{\frac{3}{2}} n^{\frac{1}{2}} \mathrm{Wo_R})} \right) \frac{i\mathrm{Eu}_n}{n{\mathrm{Wo_R}}^2} \exp\left[i2\pi n t^* \right] \ . \tag{2.53}$$

donde $\mathrm{Wo_R} = (2\pi \mathrm{Sh_L Re_L})^{\frac{1}{2}}$ es el número de Womersley. Este parámetro adimensional también se puede expresar como

$$Wo = \mathrm{R}(\frac{\omega \ \rho}{\mu}) \tag{2.54}$$

tal que R es el radio del tubo, ω, ρ y μ son la frecuencia angular de pulsación, la densidad y viscosidad dinámica del fluido respectivamente. Si Wo$\leq$2, el perfil de velocidad se desarrolla completamente parabólico entre cada ciclo de pulsación, es decir, que la velocidad estará casi

en fase con el gradiente de presión. A medida que el valor del parámetro crece, la frecuencia de pulsaciones es suficientemente grande para que el perfil de velocidad comience a aplanarse, cuando Wo≥10 el flujo se retrasa respecto al gradiente de presión aproximadamente en $\frac{\pi}{2}$ radianes [60].

En la práctica se trabaja con la parte real o imaginaría. Por último, para la solución de flujo pulsátil, se suma el flujo de Hagen-Poiseuille que es

$$v_z^*(r^*) = \frac{\varepsilon^2 \mathrm{Re_L Eu_0}}{4}(1 - r^{*2}) \ , \tag{2.55}$$

quedando de la forma

$$v_z{}^*(r^*, t^*) = \varepsilon^2 \mathrm{Re_L} \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{\mathrm{J_0}(i^{\frac{3}{2}} n^{\frac{1}{2}} \mathrm{Wo_R} r^*)}{\mathrm{J_0}(i^{\frac{3}{2}} n^{\frac{1}{2}} \mathrm{Wo_R})} \right) \frac{i \mathrm{Eu}_n}{n \mathrm{Wo_R}{}^2} \exp\left[i 2\pi n t^* \right] + \frac{\varepsilon^2 \mathrm{Re_L Eu_0}}{4}(1 - r^{*2}) \ . \tag{2.56}$$

Las variaciones de velocidad que se obtienen de esta solución, se comparan con las obtenidas experimentalmente. Esto con el fin de validar que el flujo inducido en el sistema experimental es pulsáti, y se desarrolla según lo predicho por (2.56) para los valores de Re y Wo que se emplean. Una primera parte de este trabajo está enfocada en dicha validación. La razón recae en que, para el caso de estudio de IFE, la fuente de excitaciones proviene de este medio y es conveniente conocer la preciosidad del flujo. Mayor detalle de esta comparación de presentan más adelante.

2.1. Descripción del proceso físico

El fenómeno de interacción fluido estructura en conductos circulares es el caso de estudio. Cuando las magnitudes de los desplazamientos en las paredes del conducto son de un orden determinado, se vuelven relevantes en el sistema y se tiene un caso de IFE. Este orden varía dependiendo del caso que se tenga. Si el interés radica en la propagación acústica, los desplazamientos tendrán primacía independientemente de su magnitud. Esto también aplica a los problemas de tremores volcánicos.

En ambos casos, y este trabajo no es la excepción, la estructura se mueve debido a las

perturbaciones de un flujo. En concreto, el sistema consiste de dos medios: un fluido Newtoniano y un conducto elástico. Esto denota un amplio rango de posibles casos y aplicaciones. Sin embargo, para este caso en particular, se tiene un conducto finito perfectamente circular en disposición horizontal sujeto por los extremos figura (2.2). Induciendo un flujo pulsátil en el interior de este, se espera que las paredes tanto interna como externa R_i y R_o oscilen alrededor de una posición nominal, la diferencia entre estos radios un espesor h. Los desplazamientos ahora están en función del tiempo y su posición axial señalados por los radios R_{ii} y R_{oo}.

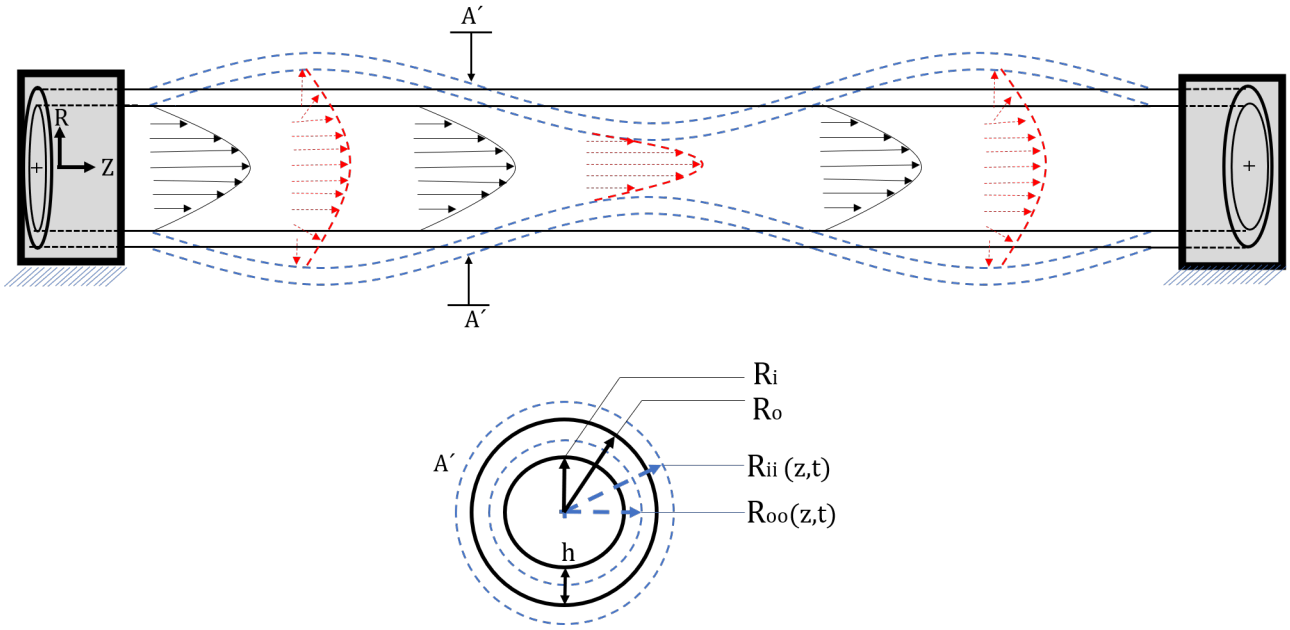


Figura 2.2: Sistema interacción fluido-estructura. Se esquematiza en de manera resaltada las oscilaciones del tubo respecto a su posición nominal y los cambios en los perfiles de velocidad que se pueden esperar.

La variación de presión que induce movimiento en el fluido tiene un comportamiento periódico, usualmente descrito por funciones seno o coseno. Este gradiente de presión (Δp) es una superposición de un gradiente de presión media y uno oscilante i.e. $\Delta p = \overline{\Delta p} + \underline{\Delta p}$. Por consecuente, la velocidad también se descompone de una parte media $\overline{u_z}$ y una oscilante $\underline{u_z}$. Si el cambio de presión es muy lento (baja frecuencia) el correspondiente cambio de velocidad estará casi en fase, pero si el cambio de presión es rápido (alta frecuencia), el flujo se retrasará debido a la inercia del fluido [60], este desfase varía dependiendo de las propiedades del fluido, densidad y viscosidad, además de la frecuencia de pulsación [46].

Suponiendo un conducto rígido, se espera que el flujo a lo largo del tubo responda instan-

táneamente a las variaciones de presión de modo que el perfil de velocidad sea el mismo en cada coordenada axial. Esto se puede considerar cierto cuando los tiempos de propagación son suficientemente rápidos respecto a los tiempos de observación [30]. Sin embargo, en realidad las oscilaciones en las paredes del conducto siempre ocurren en alguna medida. Consecuencia de esto es tener ondas que se propagan tanto en el conducto como en el fluido en su interior.

En ambos medios se presentan las ondas longitudinales, las cuales se propagan por medio de cambios volumétricos, a diferencia de las ondas transversales que se propagan mediante esfuerzos cortantes y solo se presentan en medios sólidos. Cada una de estas ondas tiene una velocidad de propagación diferente [45], cabe aclarar que la velocidad de propagación también depende de las propiedades de cada medio. Para un solo pulso de excitación en el medio sólido, se espera el frente de onda longitudinal tenga un arribo más rápido que el frente de onda transversal.

A medida que cambia la presión en el flujo, el cambio actúa localmente en el conducto deformándose elásticamente. A diferencia del caso de un tubo rígido, la presión ahora tiene un gradiente radial, y ya que se debe tener un equilibrio de fuerzas en la interfase, por tercera ley de Newton, las partículas en la vecindad de la pared se aceleran en dirección radial añadiendo la existencia de la componente de velocidad en esta coordenada. La característica elástica del material hace que el tubo tenga un retroceso deformándose en dirección contraria, esto se propaga aguas abajo seguido de los cambios de presión del flujo. La figura (2.3) esquematiza la oscilación de las paredes del conducto ejemplificando un onda transversal que se desplaza.

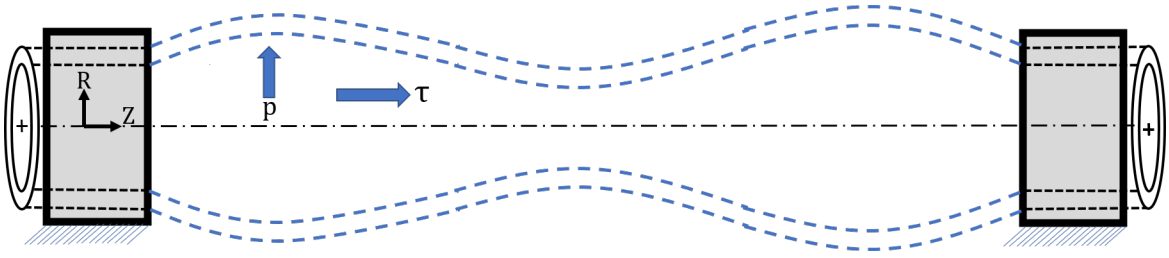


Figura 2.3: Propagación de esfuerzo cortante producido por un gradiente de presión radial

Esta onda forzada el conducto por el flujo también genera forzamiento en dirección contraria. Ahora tanto las componentes de velocidad así como la presión tienen dependencia, axial, radial y temporal i.e. $u_z(z,r,t)$, $u_r(z,r,t)$ y $p(z,r,t)$. Cabe agregar que existe un valor crítico en la velocidad en dirección axial, más allá del cual no es posible que se almacene o disipe energía que proporciona el flujo, en el presente trabajo ese valor no se sobrepasa.

Capítulo 3

PROGRAMA EXPERIMENTAL

En una primera parte de este trabajo, como caso base, se induce un flujo dinámico en un tubo de material suficientemente rígido para que los cambios de presión tengan efectos despreciables sobre las paredes del mismo. El flujo se filma en alta velocidad para un posterior análisis PIV. El fluido de trabajo es una mezcla de glicerina-agua 50 % en porción volumétrica. Con las propiedades de este fluido, que se detallan más adelante, y la relación geométrica ε del conducto, se estiman valores de los parámetros Reynolds, Womersley y Euler.

Con los parámetros estimados y los datos experimentales como valores de entrada en la ecuación (2.56), se comparan los perfiles de velocidad del caso base respecto a lo que predice el modelo con el fin de validar que el flujo inducido tiene la naturaleza de un flujo pulsátil. Posteriormente, para el caso de estudio en cuestión se hace un cambio en la sección de pruebas, esta vez, de un material elástico. Se toma una serie de mediciones correspondientes únicamente al medio sólido. Los valores de deformación se relacionan con los datos del caso base como una buena aproximación en el entendimiento de la interacción que se presenta entre ambos medios.

Cabe mencionar la instrumentación tiene una resolución adecuada con la que se logran obtener detalles del comportamiento de ambos medios. Sin embargo, no se profundiza en los tipos de onda que se propagan en el conducto, así como no se hacen variaciones en los parámetros experimentales relacionados con el flujo. No obstante, se logra un buen empate entre los valores de un modelo de interacción fluido-estructura con los desplazamientos en las paredes de los conductos que se obtienen experimentalmente.

3.1. Dispositivo experimental

El arreglo experimental empelado en la primera parte de este trabajo, se esquematiza en la figura (3.1). Consiste de una bomba dosificadora tipo peristáltica de la marca Kamoer, que alimenta una sección de tubería de 1.6 m de longitud. Todo el conducto está soportado por un total de 5 estructuras de madera a una altura de 0.2 m sobre una mesa óptica. El espacio entre cada soporte es de 0.25 m manteniendo el conducto en disposición horizontal. La bomba peristáltica, está sujeta sobre una plataforma fuera de la mesa óptica de forma tal que, las vibraciones mecánicas que produce el motor estén aisladas del resto del sistema.

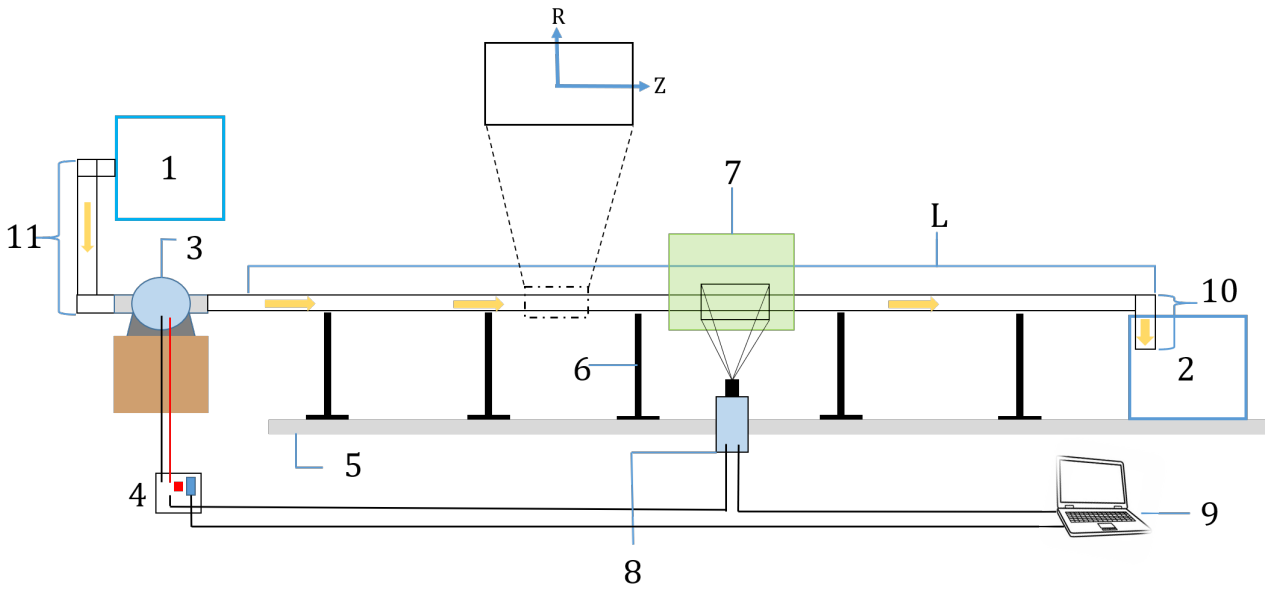


Figura 3.1: Arreglo experimental caso base. 1-Depósito de entrada, 2-Depósito de salida, 3-Bomba Peristáltica, 4-Circuito de Control, 5-Mesa óptica, 6-Soportes, 7-Hoja láser, 8-Cámara de alta velocidad, 9-Computadora, 10-manguera de descarga, 11-manguera de entrada.

La zona de visualización se encuentra a 0.9 m aguas abajo después de la salida de la bomba. El arreglo para la visualización está por debajo del conducto en esta sección, la descripción de este arreglo se presenta más adelante. Cabe mencionar que, todo el conducto acrílico está pulido tanto interna como externamente para una mejor visualización. Se tienen dos contenedores, uno de entrada y uno de descarga con una capacidad de 1.5 litros cada uno, ambos están a presión atmosférica con tapas para evitar el depósito de partículas que afecten la visualización. El depósito de entrada y la bomba están conectados por una sección

de manguera de PVC[1] transparente de 0.25 m de longitud. Una sección de manguera de la misma longitud está conectada al final del conducto para una descarga a presión atmosférica. En tabla (3.1) se muestran las características de los componentes del sistema.

Tabla 3.1: Componentes arreglo experimental

Arreglo experimental caso base

Componente	Características
Fluido	Mezcla glicerina-agua 50 % volumen [47] Densidad (ρ) 1.126 $\frac{kg}{m^3}$ Viscosidad dinámica al corte (μ) 8$\times$ 10^{-3} $\pm$1.2 $\times$ 10^{-3} Pa·s
Conducto	Acrílico extruido Módulo de Young (E) 5×10^{9} Pa Radio interno $3.76\times10^{-3} \pm 0.02\times10^{-3}$ m Radio externo $4.76\times10^{-3} \pm 0.02\times10^{-3}$ m Longitud (L) 1.6m Espesor (h) $1\times10^{-3} \pm 0.02\times10^{-3}$ m
Bomba Peristáltica	Flujo máximo 1300 ml/min a 350 rpm Diámetro interno 6.4 $\times$ 10 $^{-3}$m Diámetro externo 11.4 $\times$ 10 $^{-3}$m Motor a pasos de 24 V a 1.8 A
Soportes	Madera de 0.2 m altura Diámetro del soporte 0.012 m Base del soporte 0.07 x 0.07 m
Contenedor entrada	Construido en acrílico Largo 0.1 m Ancho 0.1 $\pm$ 2×10^{-3}m Altura 0.15 $\pm$ 2×10^{-3} m Volumen 1.5 litros
Contenedor descarga	Construido en acrílico Largo $\pm$ 2×10^{-3} 0.1m Ancho $\pm$ 2×10^{-3} 0.06 m Altura $\pm$ 2×10^{-3} 0.25 m Volumen 1.5 litros
Conexiones	Manguera PVC transparente 5/16 "

[1]La medida nominal de la manguera es 5/16 de pulgada

El flujo inducido en el conducto tiene una periodicidad de 8 ciclos por segundo, esto con la bomba rotando a 160 rpm. Dada la propiedad mecánica E del conducto, se estiman deformaciones (ϵ) máximas de 6×10^{-7}. Esta deformación equivale a un desplazamiento de la pared del conducto de 2.86×10^{-9} m; para términos prácticos se consideran despreciables. Por ello los datos de velocidad corresponden a un flujo dinámico que se mueve en un conducto rígido.

Las modificaciones requeridas en el arreglo experimental para el caso de estudio de IFE, constan únicamente de un cambio de material del conducto en la zona de visualización, figura (3.2). Este material es silicón curado de platino[2] de grado médico. La longitud del conducto en esta sección es de 0.25 m con un diámetro externo de 11.1×10^3 m. Las uniones entre esta sección y las de acrílico consta de coples diseñados e impresos en ácido poliláctico (PLA). Las características de los componentes del arreglo experimental en esta parte del trabajo se describen en la tabla (3.2).

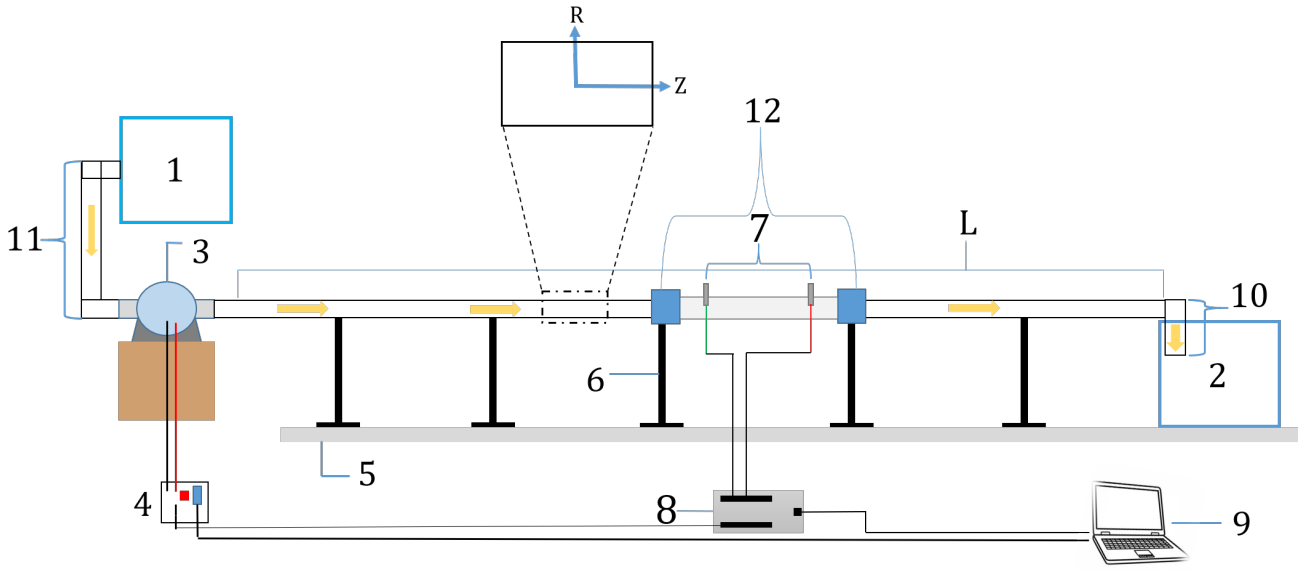


Figura 3.2: Arreglo experimental con conducto elástico. 1-Depósito de entrada, 2-Depósito de salida, 3-Bomba Peristáltica, 4-Circuito de Control, 5-Mesa óptica, 6-Soportes, 7-Sensores, 8-Adquisidor de datos, 9-Computadora,10-manguera de descarga, 11-manguera de entrada, 12-Sección de tubo flexible.

[2]Su nombre en inglés es platinum cured silicone, producido por VENAIR bio ®

Tabla 3.2: Componentes arreglo estudio IFE

Arreglo experimental caso base

Componente	Características
Conducto	Acrílico extruido Módulo de Young (E) 5×10^{9} Pa Radio interno $3.76\times10^{-3} \pm 0.02\times10^{-3}$ m Radio externo $4.76\times10^{-3} \pm 0.02\times10^{-3}$ m Longitud (L) 1.6m Espesor (h) $1\times10^{-3} \pm 0.02\times10^{-3}$ m
Conducto elástico	Silicón curado de platino Dureza Shore 50A Módulo de Young (E) 3.465×10^{6} Pa Radio interno $3.95\times10^{-3} \pm 0.02\times10^{-3}$ m Radio externo $5.55\times10^{-3} \pm 0.02\times10^{-3}$ m Espesor $1.6\times10^{-3} \pm 0.02\times10^{-3}$ m Longitud 0.25 m
Bomba Peristáltica	Flujo máximo 1300 ml/min a 350 rpm Diámetro interno 6.4×10^{-3}m Diámetro externo 11.4×10^{-3}m Motor a pasos de 24 V a 1.8 A
Soportes	Madera de 0.2 m altura Diámetro del soporte 0.012 m Base del soporte 0.07 x 0.07 m
Contenedor entrada	Construido en acrílico Largo $0.1 \pm 2\times10^{-3}$ m Ancho $0.1 \pm 2\times10^{-3}$ m Altura $0.15 \pm 2\times10^{-3}$ m Volumen 1.5 litros
Contenedor descarga	Construido en acrílico Largo $0.1 \pm 2\times10^{-3}$ m Ancho $0.06 \pm 2\times10^{-3}$ m Altura $0.25 \pm 2\times10^{-3}$ m Volumen 1.5 litros
Conexiones	Manguera PVC transparente 5/16 "
Coples	Impresión 3D en PLA Diámetros internos de 9.52 a 11.1 $\times10^{-3} \pm 0.1\times10^{-3}$ m Diámetro externo $0.021 \pm 0.1\times10^{-3}$ m

3.2. Instrumentación

La bomba peristáltica mueve el fluido por medio de rodillos que comprimen de manera uniforme un conducto flexible; de manera progresiva el fluido se va desplazando a medida que la compresión recorre el conducto. Esta bomba cuenta con un arreglo de 3 rodillos con separación angular de 120° impulsados por un motor a pasos. En la figura (3.3) se ilustran los componentes de la bomba instalada.

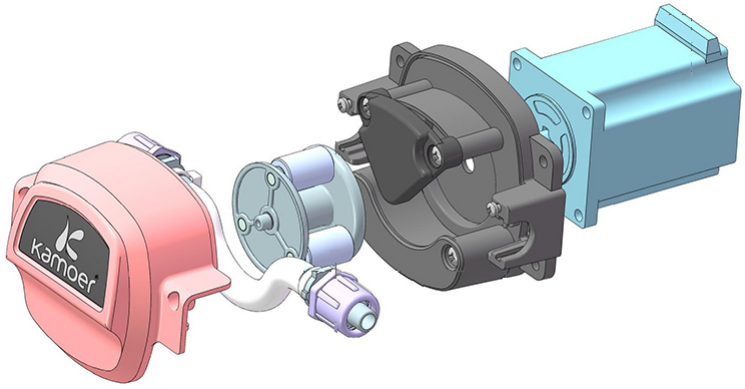


Figura 3.3: Bomba peristáltica en vista explosiva [51].

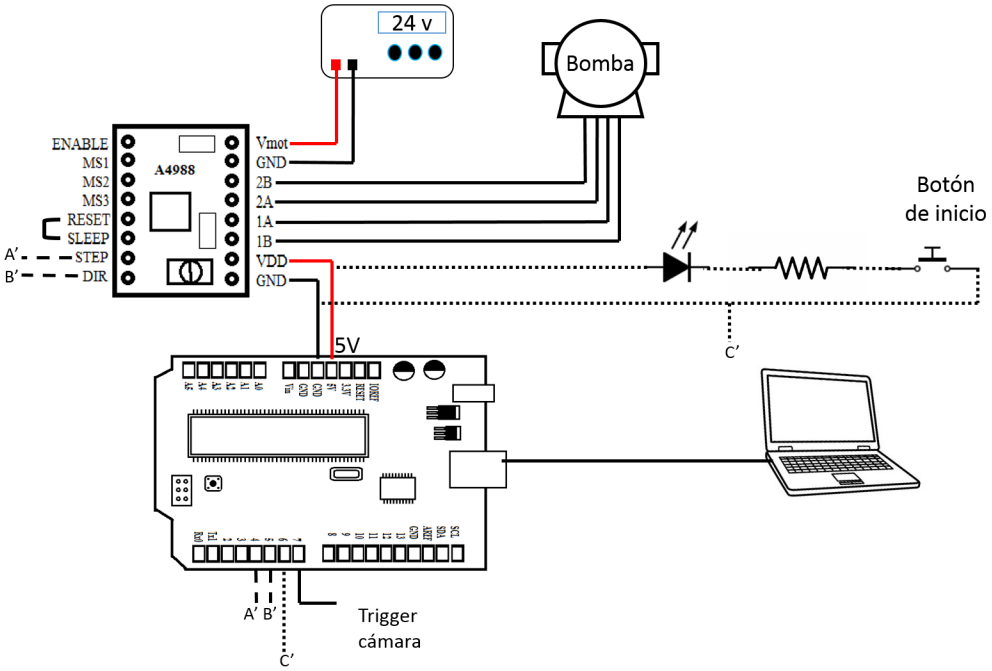


Figura 3.4: Circuito para control para bomba y disparador.

El motor a pasos es alimentado por una fuente a 24 V y controlado por medio de un circuito que incluye un controlador A4988 y un micro controlador arduino. Se integra un interruptor que activa el inicio de las pruebas experimentales y posteriormente genera un pulso que funciona como disparador[3] para la cámara de alta velocidad y los sensores de deformación. Cabe mencionar que el disparo ocurre en sincronía al inicio de un ciclo de pulsación del flujo, el diagrama del circuito se visualiza en la figura (3.4).

La velocimetría por imágenes de partículas (PIV), es una técnica no invasiva que permite obtener la velocidad de un flujo en diversas posiciones de un plano simultáneamente, figura (3.5). El flujo se ilumina en un área objetivo comúnmente con una hoja de luz láser que se dispersa por partículas sembradas en el fluido. Se crean imágenes del plano objetivo en el sensor de un cámara digital. Las exposiciones deben tomarse en un lapso de tiempo corto para poder registrar las mismas partículas en ambas imágenes.

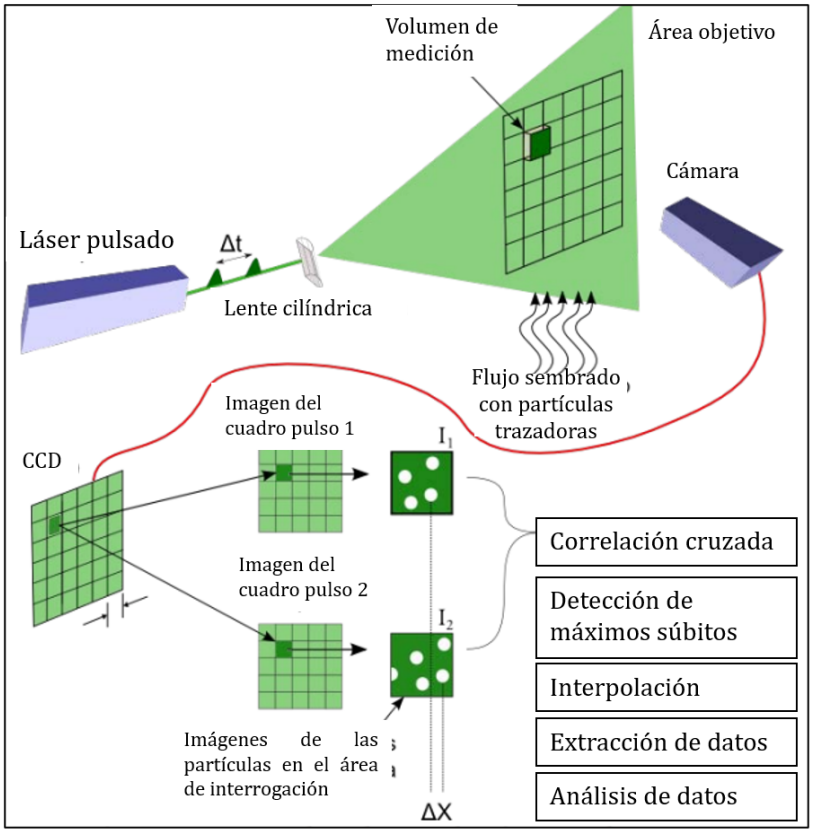


Figura 3.5: Velocimetría por imágenes de partículas por correlación cruzada [6].

[3]En el apéndice A se muestra el código para la sincronización.

En un par de exposiciones, estas se dividen en pequeñas áreas de interrogación, las sub-secciones de cada imagen están correlacionadas entre si píxel a píxel. De la correlación se obtiene un máximo de señal que identifica el desplazamiento de partículas en común. Para una medida precisa del desplazamiento, y por lo tanto también de la velocidad, se hace una interpolación sub-píxel. El mapa vectorial de todo el plano se obtiene repitiendo la correlación para cada área de interrogación en ambas imágenes.

El arreglo que ilumina la zona de visualización se ilustra en la figura (3.6); la hoja de luz (con longitud de onda en un intervalo de entre 520 y 571 $\times 10^{-9}$ m), pasa por el plano medio del conducto visualizando una longitud del conducto de 0.03 m. Las partículas trazadoras en el fluido son micro esferas de vidrio de borosilicato recubiertas de plata (S-HGS) de la marca Dantec Dynamics. El diámetro promedio de las esferas es de 10 $\times 10^{-6}$m y tienen una densidad de 1400 kg·m^{-3}. La filmación se realizó con uno cámara de alta velocidad Miro M310 y una lente k1 CentriMax a una resolución de 1280×800 píxeles con una velocidad de 2000 cuadros por segundo; la distancia entre la lente y la zona de visualización es de 0.13 m.

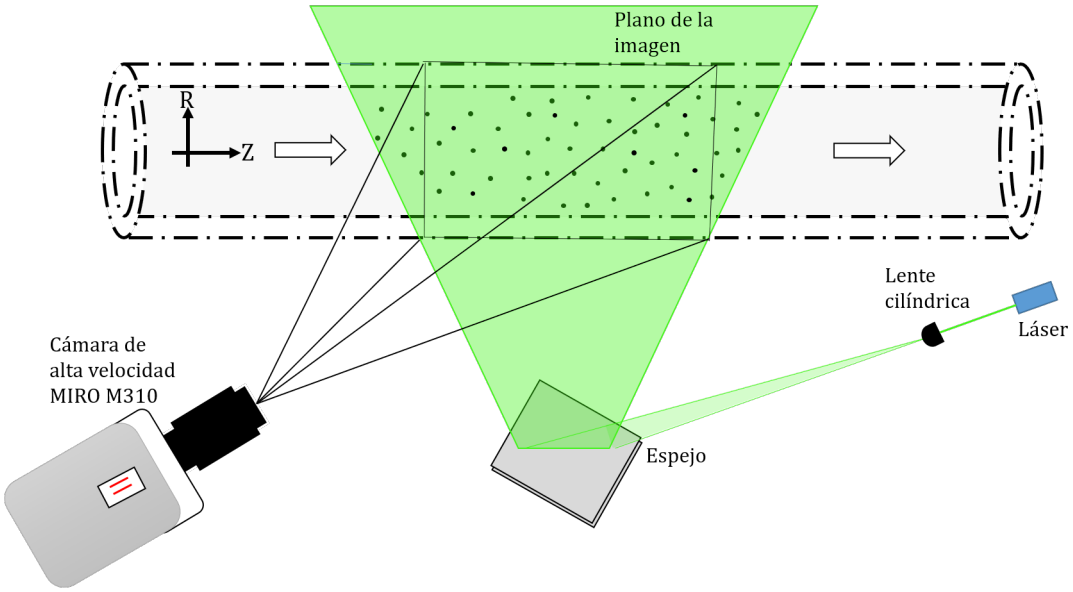


Figura 3.6: Arreglo de adquisición de datos para PIV.

Se filma un total de 2.1545 s obteniendo 4309 cuadros con una separación temporal entre sí de 0.5 $\times 10^{-3}$ s. Se aplica un filtro "Bordes paso alto de 3×3"que resalta los píxles con cambios súbitos en las escalas de grises, i.e delimita los bordes usando máscaras de 3×3 píxeles. El filtro tiene sensibilidad 1 como parámetro en software Pcc phantom. El análisis de imágenes se realizó con la herramienta PIVlab [52] en una región de 821×387 píxeles. La correlación

cruzada usa el algoritmo de la transformada rápida de Fourier (fft) con múltiples pasadas. Este algoritmo permite un análisis de varias áreas de interrogación para una mejor resolución de los vectores de velocidad resultantes. Las máscaras que se ocupan son de 128×128, 64×64, 32×32 y 16×16 píxeles. Los vectores de velocidad para un plano se ilustran en la figura (3.7), obteniendo un arreglo de 41×100 de magnitudes de velocidad en $m \cdot s^{-1}$.

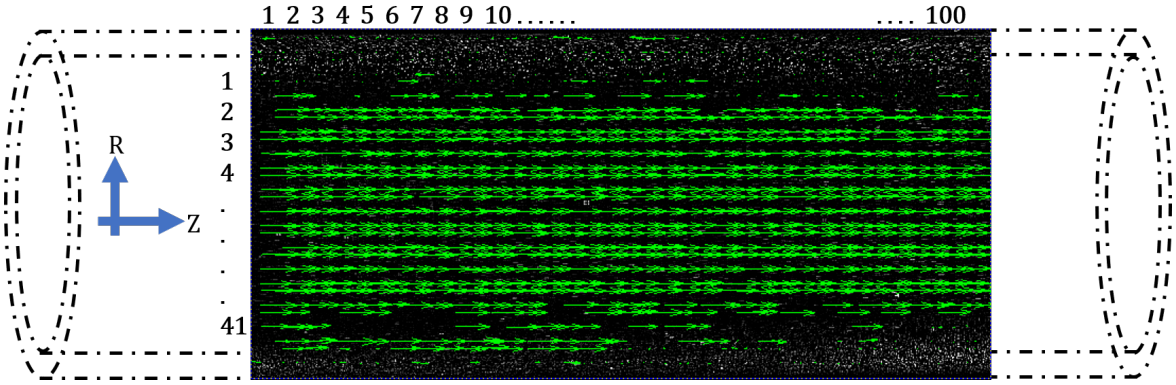


Figura 3.7: Vectores de velocidad para un solo cuadro

Para el caso de estudio en cuestión de IFE, se instrumenta la sección flexible con piezoelectricos de modelo LDT1-028K de la marca Measurment Specialities que miden los esfuerzos en la pared del conducto de silicón. La distancia entre ambos sensores es de 0.2 m y su tasa de muestreo es de 10×10^4 Hz. El desplazamiento de las paredes externas también se mide con el seguimiento de un punto en el radio externo de la pared con la herramienta de medición y seguimiento de Pcc Phantom. El arreglo para filmar la respuesta del conducto elástico se esquematiza en la figura(3.8).

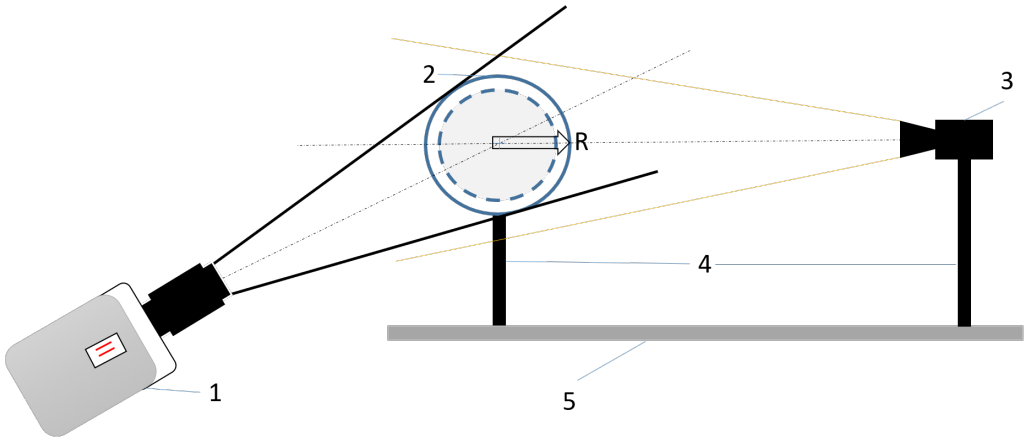


Figura 3.8: Arreglo filmación de desplazamientos. 1-Cámara de alta velocidad Miro M310, 2-área transversal de conducto elástico, 3-Lampara, 4-Soportes, 5-Mesa óptica.

Capítulo 4

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En conjunto, las mediciones de ambas partes experimentales se presentan en secuencia que resulta en la obtención de los perfiles de velocidad del flujo y los desplazamientos de la pared externa del conducto elástico. Se explica el procesamiento y análisis de las series de datos, mostrando así, las variaciones temporales promedio de cada uno de los parámetros de interés. En adición, se muestran comparaciones con predicciones teóricas dando base a una una serie de conclusiones en relación al trabajo experimental.

4.1. Determinación del campo de velocidad

Los datos extraídos del análisis PIV de magnitudes de velocidad se representan en arreglos matriciales, todos los datos son magnitudes de velocidad en (m/s^{-1}). Se obtienen 41 datos para puntos a lo largo del diámetro interno y 100 datos para puntos a lo largo del eje axial, así como se ve en la figura (3.8). Esto se repite para cada uno de los 4188 tiempos (cuadros), teniendo un arreglo de 100 matrices de [4188×41] datos de velocidad. Se considera que para cada tiempo, para la longitud de conducto filmada, el flujo tiene la misma velocidad en cada coordenada axial considerándose así repeticiones experimental de la velocidad en todo el diámetro para el mismo tiempo. De manera que, las magnitudes de la variación de velocidad promedio a lo largo del tiempo en el eje radial se presentan en un sola matriz V=[4188×41].

Tras promediar los datos de velocidad en la coordenada axial, de manera que se pueda ilustrar las variaciones de velocidad del flujo a lo largo del tiempo, se obtiene la media

de la velocidad para los 41 puntos en el diámetro en cada tiempo, llegando a una matriz de datos de velocidad para 4188 tiempos distintos. En la figura(4.1) se muestran los ciclos correspondientes a 1 s de la variación de velocidad media en el diámetro. Si bien se esperaba tener variaciones periódicas alrededor de una velocidad media, se observa un patrón de ciclos que se repiten cada tres periodos (0.375 s). La resolución de filmación implementada en la medición mediante PIV nos permite detectar estas variaciones que se relacionan directamente con el mecanismo que genera el flujo. Se sabe que cada ciclo corresponde al desplazamiento del fluido que genera un solo rodillo de la bomba, por lo tanto, si la bomba tiene 3 rodillos es sensato adjudicar esta periodicidad de ciclos a un funcionamiento no uniforme entre los rodillos de la bomba.

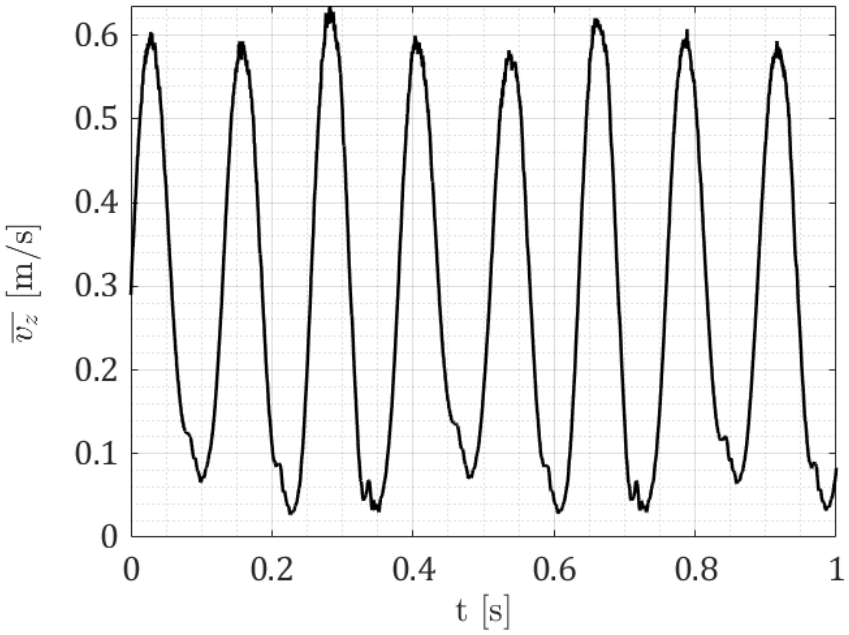


Figura 4.1: Variación de velocidad promedio en R

A lo largo del tiempo de filmación se tiene un total de 16 ciclos completos de la variación de velocidad, dada la tasa de filmación, cada uno está definido por 250 datos. Un promedio de los 16 ciclos resulta en una matriz C=[41×250], es decir, se tienen las variaciones de velocidad a lo largo del diámetro para un periodo de 0.125 s. En la figura (4.2) se muestra la evolución temporal de los perfiles de velocidad para un ciclo con pasos temporales de 2.5 $\times 10^{-2}$s, son evidentes las zonas de velocidad negativa que representan los cambios de sentido en el flujo. No obstante, se observa una asimetría de los perfiles de velocidad respecto a r=0. Dada la orientación de conducto, el decaimiento del frente de velocidad se pude adjudicase al efecto

de la gravedad.

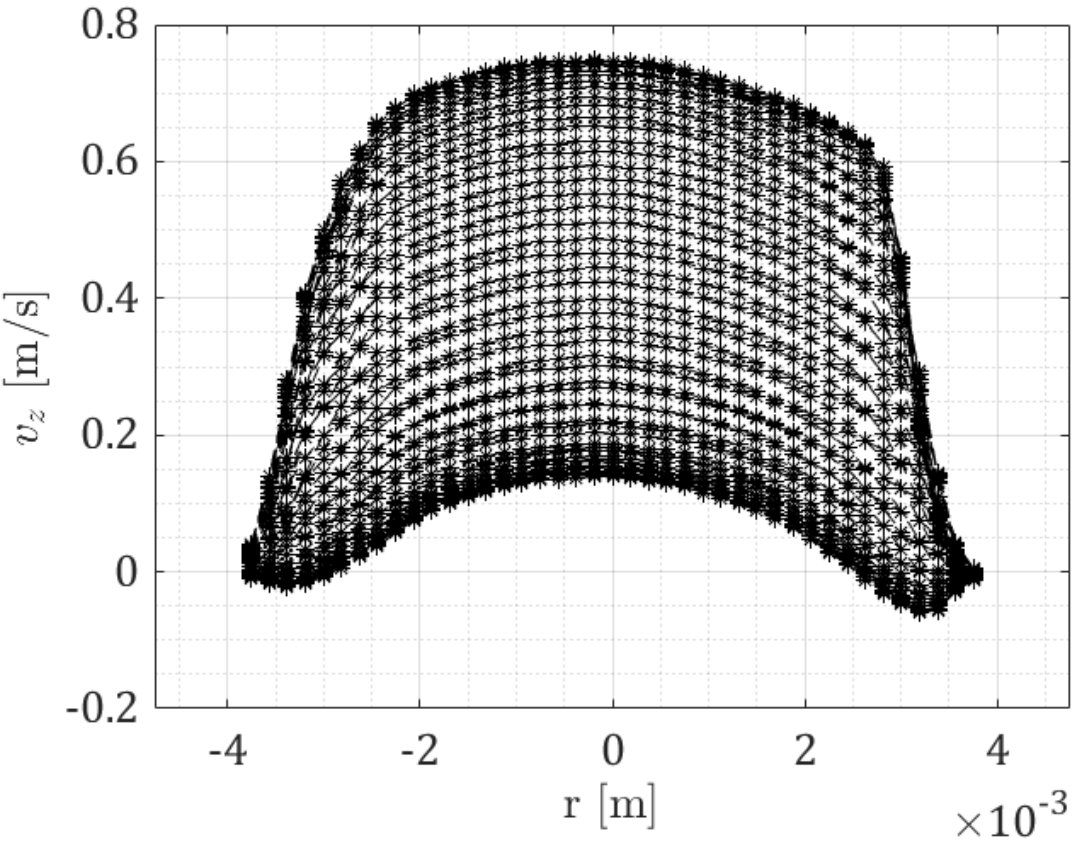


Figura 4.2: Variación de los perfiles de velocidad en un ciclo de pulsación en un plano medio.

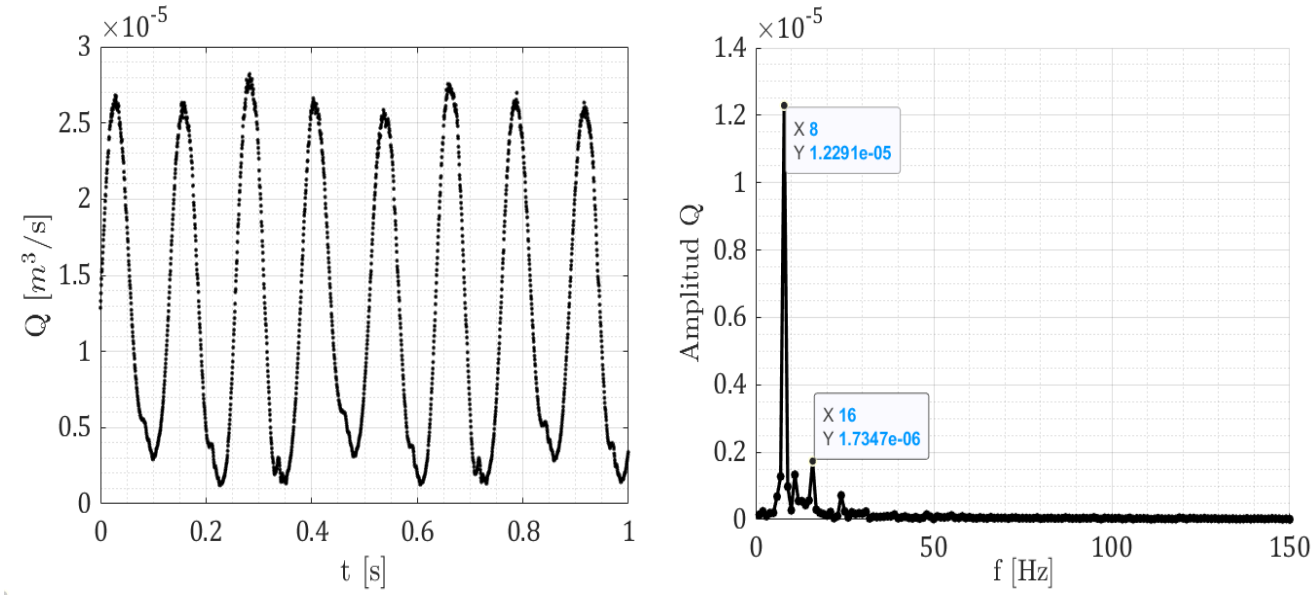
4.2. Determinación de caudal

El modelo descrito en el Capítulo 2 requiere definir valores de los parámetros para calcular la velocidad. Las variaciones temporales del gradiente de presión estarán en función de lo variación de caudal. Para calcular las variaciones de caudal se parte de la forma

$$\overline{Q}(t) = \overline{u_z}(t)A \ , \tag{4.1}$$

donde $\overline{u_z}(t)$ es la variación media temporal de la velocidad descrita en la sección anterior, y A está definida como el área de una circunferencia de radio 3.76×10^{-3}m cuyo valor es

4.44×10^{-5} m^2. Las variaciones de caudal obtenidas experimentalmente se puede apreciar en la figura(4.3a). Si bien es evidente que tiene exactamente el mismo comportamiento que la variación de velocidad, es importante considerar su espectro de frecuencias, figura(4.3b).



(a) Variación temporal promedio de caudal

(b) Espectro de frecuencias de la variación de caudal

Figura 4.3: Variación de caudal y espectro

Con esta serie de datos es posible aproximar una función que represente los valores experimentales. Ya que se tienen variaciones periódicas, se propone una función que se aproxima por una expansión en series de Fourier para un total de dos armónicos, ya que como se ve en el espectro de frecuencias son los primeros 2 armónicos los que dominan la señal. Dicho esto, la función aproximada de caudal tiene la forma

$$\overline{Q}(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{2}(a_n\cos(n\omega t) + b_n\text{sen}(n\omega t)) \ , \tag{4.2}$$

donde a_0 es el caudal medio y ω es la frecuencia angular. Con el uso de la herramienta fit de MATLAB [40], la cual aproxima la serie de datos experimentales mediante mínimos cuadrados no lineales [41] para calcular los coeficientes a_n y b_n de la expansión, los cuales se muestran en la tabla (4.1).

Tabla 4.1: Valores de los coeficiente para series de Fourier

Índice	Valores de Coeficientes		
	valor empleado	mínimo	máximo
a_0	1.289×10^{-5}	1.281×10^{-5}	1.298×10^{-5}
a_1	-2.93×10^{-6}	-3.166×10^{-6}	-2.699×10^{-6}
b_1	1.192×10^{-5}	1.179×10^{-5}	1.206×10^{-5}
a_2	-1.709×10^{-6}	-1.833×10^{-6}	-1.584×10^{-6}
b_2	-2.289×10^{-7}	-3.618×10^{-7}	-9.607×10^{-8}

Los coeficientes calculados se presentan con un intervalo de confianza de 95 % [42]. La función temporal de caudal derivada de la expansión en series de Fourier se compara a los datos experimentales en la figura (4.4).

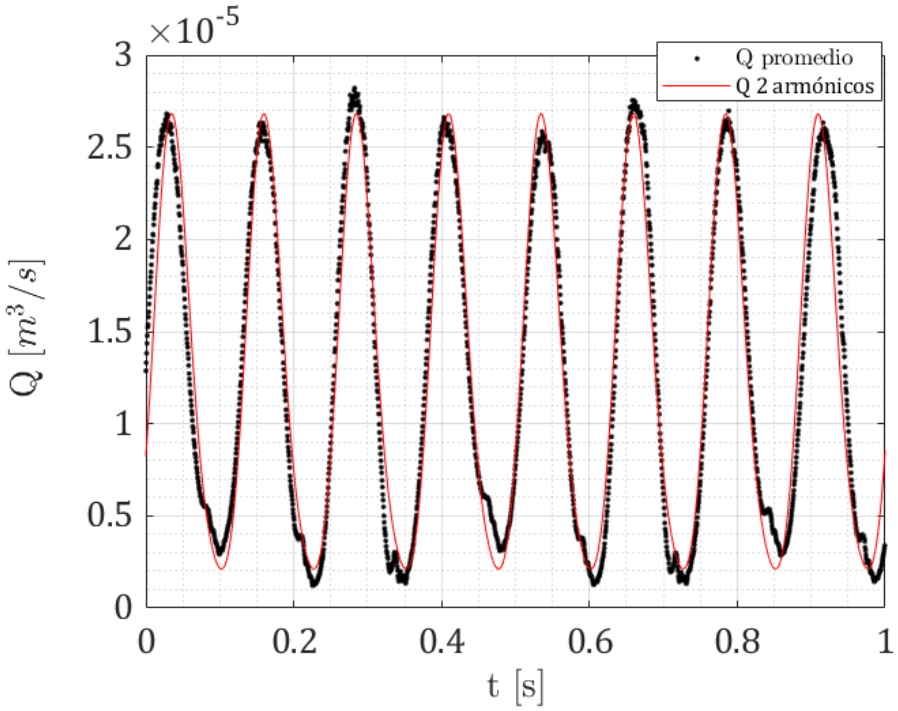


Figura 4.4: Variaciones de caudal y función aproximada por expansión en series de Fourier

El empate entre la función aproximada y los datos experimentales discrepa en mayor medida en en los tiempos en los que la velocidad es mínima. Sin embargo, el empate entre en fase y amplitud es aceptable, el error promedio de la función es de 22.6 %.

4.3. Determinación de la presión

El arreglo experimental no está instrumentado para adquirir datos de presión, sin embargo, es posible que el gradiente de presión esté en función del caudal Q. Partiendo de la forma

$$Q^* = \int_0^1 \int_0^1 {v_z}^*(r^*, t^*) r^* dr^* d\theta^* \ , \tag{4.3}$$

donde los términos escalados son

$$r^* = \frac{r}{R}, \quad \theta^* = \frac{\theta}{2\pi}, \quad v_z^* = \frac{v_z}{U} \quad y \quad Q^* = \frac{Q}{U 2\pi R^2} \ ,$$

de forma que podemos descomponer a (4.3) en

$$Q^* = Q_0^* + Q_p^* = \int_0^1 \int_0^1 {v_z}^*(r^*) r^* dr^* d\theta^* + \int_0^1 \int_0^1 {v_z}^*(r^*, t^*) r^* dr^* d\theta^* \quad . \tag{4.4}$$

Al igual que la velocidad, es evidente que el caudal tenga una componente media (Q_0^*) y una que pulsa en el tiempo (Q_p^*). En el caso del caudal medio, se llega a

$$\mathrm{Eu}_0 = \frac{16 Q_0^*}{\varepsilon^2 \mathrm{Re_L}} \tag{4.5}$$

que, en términos dimensionales, el gradiente medio de presión es

$$\Delta P_0 = \frac{8\mu L}{\pi R^4} Q_0 \ . \tag{4.6}$$

En el caso de la componente de caudal Q_p^* , la velocidad está definida por (2.53), de tal forma que la integral puede reescribir de la forma

$$Q_p^* = \sum_{n=1}^{\infty} \mathcal{Q}_n^* \exp[i2\pi n t^*] = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i\varepsilon^2 \mathrm{Re_L Eu_n}}{n {\mathrm{Wo_R}}^2} \left[\int_0^1 \int_0^1 r^* dr^* d\theta^* - \frac{1}{\mathrm{J_0}(Z)} \int_0^1 \int_0^1 \mathrm{J_0}(Z r^*) r^* dr^* d\theta^* \right] \exp[i2\pi n t^*] \ , \tag{4.7}$$

de donde $\mathcal{Q}_n^*$ son los términos n-ésimos de caudal. Y el término $Z = i^{\frac{3}{2}} n^{\frac{1}{2}} \mathrm{Wo_R}$ por lo que la solución de la integral es

$$Q_p^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varepsilon^2 \mathrm{Re_L Eu_n}}{n \mathrm{Wo_R}^2} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{i^{\frac{3}{2}} n^{\frac{1}{2}} \mathrm{Wo_R}} \frac{\mathrm{J_1}\left(i^{\frac{3}{2}} n^{\frac{1}{2}} \mathrm{Wo_R}\right)}{\mathrm{J_0}\left(i^{\frac{3}{2}} n^{\frac{1}{2}} \mathrm{Wo_R}\right)} \right] i \exp[i 2\pi n t^*] \quad . \tag{4.8}$$

Se busca tener a Eu_n en función del caudal para determinar el gradiente de presión de la parte pulsante del flujo. Sin embargo, a diferencia de la velocidad del flujo $v_z^*(r^*, t^*)$ donde los componentes real e imaginaria son equivalentes, en el gradiente de presión no hay equivalencia. Para cada $\mathcal{Q}_n^*$ también se tienen ambas componentes, y excite un desfase entre entre el gradiente de presión y la velocidad. Desarrollando el termino $i^{\frac{-3}{2}}$ y sustituyendo en (4.8) se llega a

$$Q_p^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varepsilon^2 \mathrm{Re_L Eu_n}}{2n \mathrm{Wo_R}^2} \left[i - \frac{\frac{2}{\sqrt{2}}(1+i)}{n^{\frac{1}{2}} \mathrm{Wo_R}} \frac{\mathrm{J_1}\left(i^{\frac{3}{2}} n^{\frac{1}{2}} \mathrm{Wo_R}\right)}{\mathrm{J_0}\left(i^{\frac{3}{2}} n^{\frac{1}{2}} \mathrm{Wo_R}\right)} \right] \exp[i 2\pi n t^*] \ , \tag{4.9}$$

donde

$$\mathcal{Q}_n^* = \frac{\varepsilon^2 \mathrm{Re_L Eu_n}}{2n \mathrm{Wo_R}^2} \left[i - \frac{\frac{2}{\sqrt{2}}(1+i)}{n^{\frac{1}{2}} \mathrm{Wo_R}} \frac{\mathrm{J_1}\left(i^{\frac{3}{2}} n^{\frac{1}{2}} \mathrm{Wo_R}\right)}{\mathrm{J_0}\left(i^{\frac{3}{2}} n^{\frac{1}{2}} \mathrm{Wo_R}\right)} \right] \ . \tag{4.10}$$

Considerando que

$$\mathcal{Q}_n^* = \mathcal{R}e(\mathcal{Q}_n^*) + \mathcal{I}m(\mathcal{Q}_n^*) \ , \tag{4.11}$$

es conveniente expresar explícitamente la parte real e imaginaria dentro de los corchetes, llegando a

$$\mathcal{Q}_n^* = \frac{\varepsilon^2 \mathrm{Re_L Eu_n}}{2n \mathrm{Wo_R}^2} \left[\left(\frac{\mathcal{I}m(\mathrm{J_0})\left(\mathcal{R}e(\mathrm{J_1}) - \mathcal{I}m(\mathrm{J_1})\right) - \mathcal{R}e(\mathrm{J_0})\left(\mathcal{R}e(\mathrm{J_1}) + \mathcal{I}m(\mathrm{J_1})\right)}{\mathcal{R}e(\mathrm{J_0})^2 + \mathcal{I}m(\mathrm{J_0})^2} \right) \frac{\frac{2}{\sqrt{2}}}{n^{\frac{1}{2}} \mathrm{Wo_R}} + \right. \tag{4.12}$$

$$i\left(1+\frac{\mathcal{R}e(\mathrm{J}_0)\big(\mathcal{R}e(\mathrm{J}_1)-\mathcal{I}m(\mathrm{J}_1)\big)+\mathcal{I}m(\mathrm{J}_0)\big(\mathcal{R}e(\mathrm{J}_1)+\mathcal{I}m(\mathrm{J}_1)\big)}{\mathcal{R}e(\mathrm{J}_0)^2+\mathcal{I}m(\mathrm{J}_0)^2}\right)\frac{\frac{2}{\sqrt{2}}}{n^{\frac{1}{2}}\mathrm{Wo_R}}\Bigg] ,$$

de forma tal que, ahora se conocen las componentes real e imaginaria los términos de $\mathcal{Q}_n^*$. La información dentro de los corchetes es un constante a la que llamaremos Z_n, por lo que (4.10) se puede reescribir de manera simple como

$$\mathcal{Q}_n^* = \frac{\varepsilon^2 \mathrm{Re_L Eu_n}}{2n\mathrm{Wo_R}^2} Z_n \ . \tag{4.13}$$

Despejando Eu_n se llega a

$$\mathrm{Eu_n} = \frac{2n\mathrm{Wo_R}^2}{\varepsilon^2 \mathrm{Re_L}} \frac{\mathcal{Q}_n^*}{Z_n} \ , \tag{4.14}$$

de donde la parte real e imaginaria quedan definidas como

$$\mathcal{R}e(\mathrm{Eu_n}) = \frac{2n\mathrm{Wo_R}^2}{\varepsilon^2 \mathrm{Re_L}} \mathcal{R}e\left(\frac{\mathcal{Q}_n^*}{Z_n}\right) \tag{4.15}$$

$$\mathcal{I}m(\mathrm{Eu_n}) = \frac{2n\mathrm{Wo_R}^2}{\varepsilon^2 \mathrm{Re_L}} \mathcal{I}m\left(\frac{\mathcal{Q}_n^*}{Z_n}\right) \ . \tag{4.16}$$

Recordando la normalización de Q_p^*

$$Q_p^* = \frac{Q_p}{U_z 2\pi R^2} \ ,$$

y a su vez que de (4.7)

$$Q_p^* = \mathcal{Q}_n^* \exp\left[i2\pi n t^*\right]$$

para cada término de la suma, entonces Q_p se puede expresar como

$$Q_p = \left[U 2\pi R^2 \mathcal{Q}_n^*\right] \exp\left[i 2\pi n t^*\right] \ . \tag{4.17}$$

De (4.13) llegamos a la forma no escalda de $\mathcal{Q}_n$, quedando de la forma

$$\mathcal{Q}_n = \frac{\Delta P_n}{4n\pi f L \rho U} Z_n \tag{4.18}$$

por lo que (4.17) en términos dimensionales se define como

$$Q_p = \left[\frac{\Delta P_n R^2}{2nfL\rho} Z_n\right] \exp\left[i 2\pi n t T\right] \tag{4.19}$$

de aquí que la componente real e imaginaria de ΔP_n son

$$\mathcal{R}e(\Delta P_n) = \frac{2n\rho f L}{R^2} \mathcal{R}e\left(\frac{\mathcal{Q}_n}{Z_n}\right) \tag{4.20}$$

$$\mathcal{I}m(\Delta P_n) = \frac{2n\rho f L}{R^2} \mathcal{I}m\left(\frac{\mathcal{Q}_n}{Z_n}\right) \ . \tag{4.21}$$

Dado que $\mathcal{Q}_n$ tiene la forma

$$\mathcal{Q}_n = \frac{a_n + i b_n}{2} \ . \tag{4.22}$$

los coeficientes en la expansión de series de Fourier son datos de entrada para determinar $\mathcal{Q}_n$. Con ello, se obtiene (4.20) y (4.21), y finalmente se calcula (4.15) y (4.16). Así se define el valor de Eu_n para introducir en (2.56).

4.4. Validación

La evolución del perfil de velocidad para un ciclo de pulsación determinado a partir de (2.56), se ilustra en la figura (4.5). De manera análoga a la figura(4.2), se presentan los

perfiles teóricos con pasos de tiempo de 0.0025 s delimitados por sus envolventes máxima y mínima. Es evidente que la envolvente mínima, en comparación con la experimental, es aproximadamente 3 veces mayor para aquellos puntos en la vecindad de las paredes en los que el flujo tiene velocidad máxima en sentido contrario.

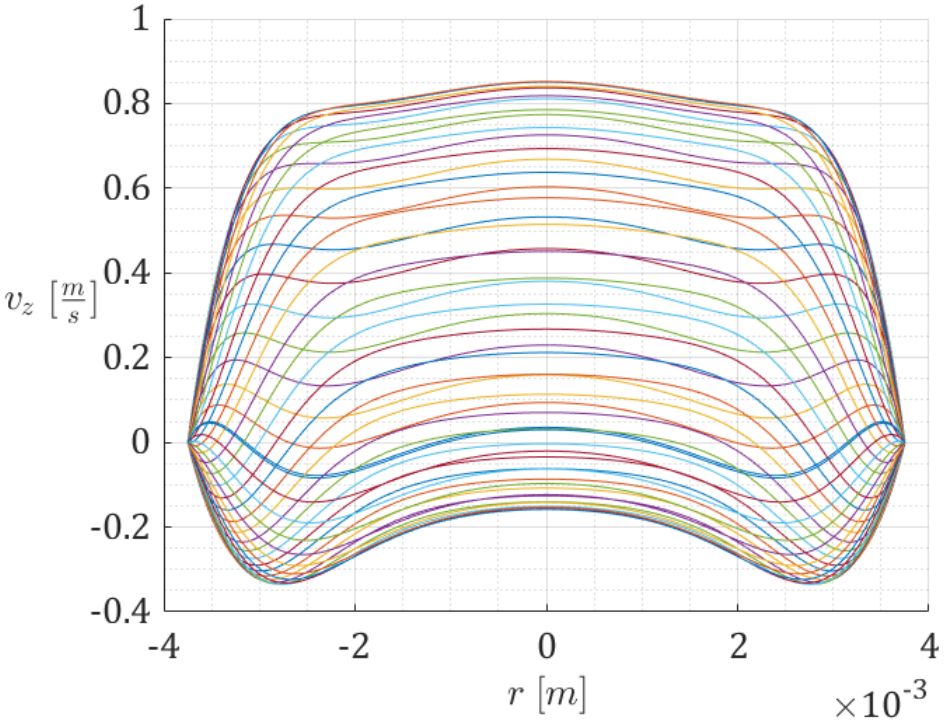


Figura 4.5: Evolución de perfiles de velocidad teóricos para un ciclo.

Implementando el método Montecarlo se calculan las variaciones de ambas envolventes de los perfiles de velocidad calculados a partir de (2.56). En cuanto a la variación de las envolventes experimentales, como ya se mostró en la determinación del campo de velocidad, se tiene un total de 16 ciclo completos. Resulta sensato suponer qué teniendo errores sistemáticos de las mediciones de velocidad, los datos para el mismo tiempo de cada ciclo tengan una distribución normal [13]. Dicho esto, se calcula la variación estándar entre ciclos (Sv) para cada punto a lo largo del diámetro teniendo intervalos de variación de las envolventes.

En la figura (4.6) se plasma la comparación de dichas variaciones. Las líneas negras representan las variaciones teóricas y las líneas de color azul y rojo corresponden al valor medio experimental con variaciones de ± 1.96 Sv a un nivel de confianza del 95 % [13] para cada punto en el eje radial. Se tiene buen empate en las envolventes superiores, en mayor medida para aquellos puntos radiales que estén en un rango de -0.002<r >0.002 m. De manera

contraria, las envolventes mínimas difieren en magnitud, sin embargo, la forma del perfil es similar, más adelante se discute al respecto.

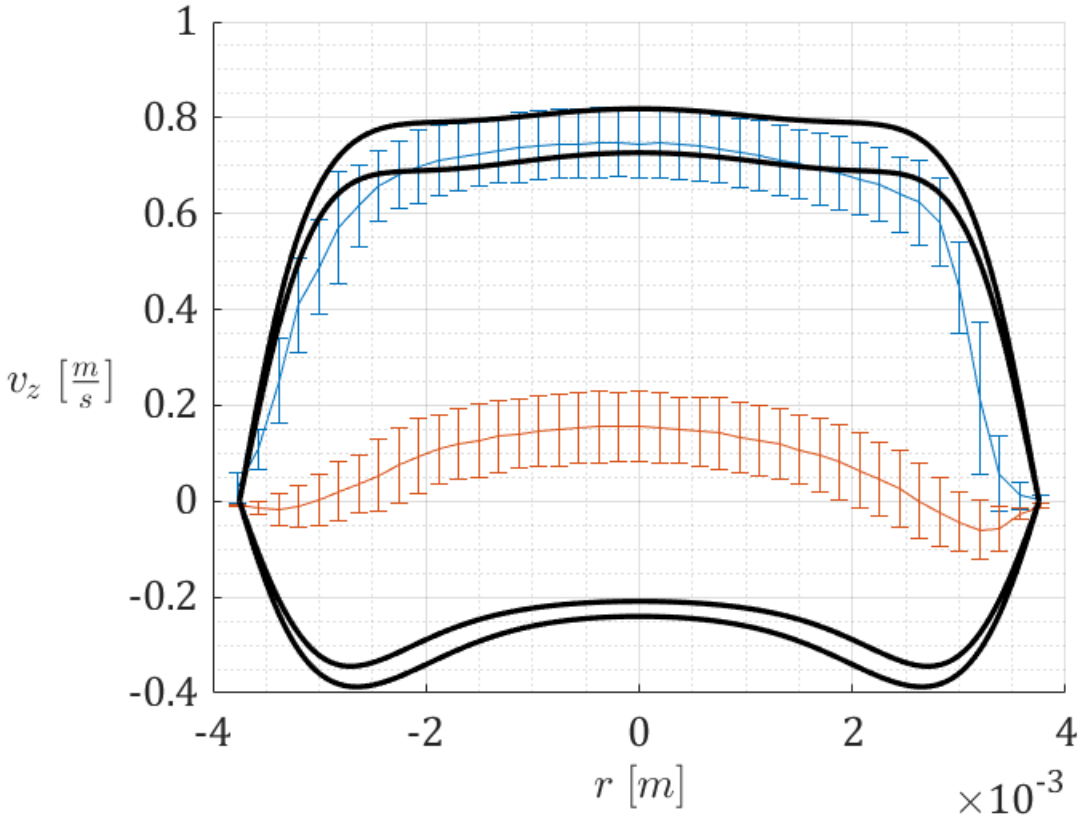


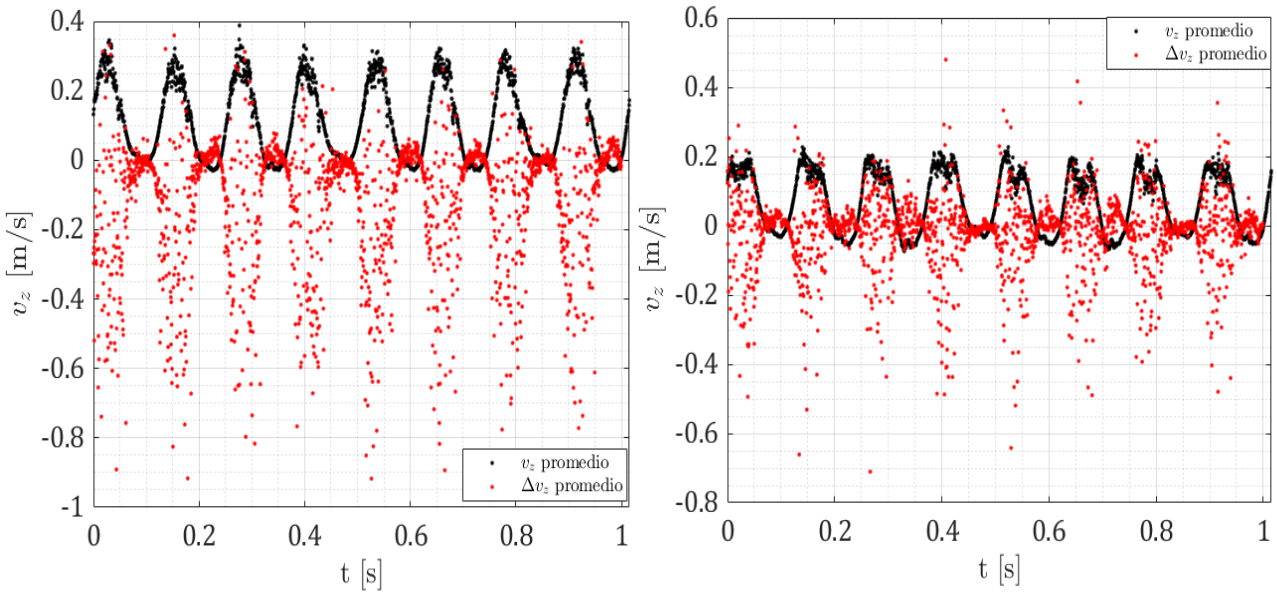
Figura 4.6: Comparación entre variaciones de envolventes teóricas y experimentales. El intervalo de confianza de las variaciones experimentales tiene una confianza de 95 %

Para flujo inducido en el experimento se tiene un número de Womersley de 10.5, lo que para la parte puramente oscilante significa que las fuerzas inerciales dominan en el centro del conducto y que la frecuencia de pulsación es suficientemente alta para que el frente del perfil sea relativamente plano teniendo un desfase de $\frac{\pi}{2}$ radianes entre el gradiente de presión y la velocidad [60]. No obstante, la presencia del flujo medio modifica el perfil para el cual las envolventes experimentales no discrepan en gran medida con sus correspondientes teóricas, sin considerar las magnitudes.

La diferencia de magnitud entre envolventes mínimas puede deberse en gran medida al medio con el que se induce el flujo. Como se explicó en el primer capítulo, el flujo pulsátil tiene una componente media y una oscilante, esta última con simetría con respecto a una media 0. Sin embargo, la mecánica con la que el flujo se mueve con velocidades por debajo

de la media no es equivalente al que genera el movimiento en sentido positivo. El cambio de dirección el flujo se debe a una succión que genera la manguera cunado tiene una recuperación elástica posterior a ser estrangulada por el rodillo. No obstante, los efectos causales de este funcionamiento no van más allá de una suposición, ya que no se tiene un caracterización de la bomba.

Por otro lado, los parámetros de entrada en (2.56) son una aproximación promedio de los cambios de velocidad en el diámetro. Si recordamos la forma en que se determinó el campo de velocidades, hizo un promedio todos los daros del eje axial, sin embargo, haciendo un cálculo de conservación de masa en los puntos cercanos a las paredes internas, se observa que existe una diferencia de velocidad significativa para ciertos tiempos. En las figuras (4.7a - 4.7b) se ilustra el cálculo de conservación de masa y las variaciones de velocidad, ambas promedio, para puntos en la vecindad de las paredes.



(a) Variaciones de velocidad y cálculo de conservación de masa para valores radiales entre -0.0030 $\geq$ r $>$ -0.0038 m

(b) Variaciones de velocidad y cálculo de conservación de masa para valores radiales 0.0030 $\geq$ r $<$ 0.0038 m

Figura 4.7: Variaciones de velocidad y cálculo de conservación de masa para los puntos radiales cerca de la pared.

De forma general, el cálculo de conservación de masa tiene periodicidad similar a las variaciones promedio de velocidad, se aproxima en mayor media a 0 m s^{-1} para aquellos tiempos en donde la velocidad es mínima, y comienza aumentar cuando el flujo se acelera. Resulta sensato asumir que estas diferencias tienen una relación directa a la fidelidad con la que las

partículas trazadoras se mueven con el fluido, es decir, asumir que las partículas pueden tener un retraso significativo en su respuesta respecto a los cambios de velocidad del flujo. No obstante, asumir esto implicaría que las mediciones correspondientes al centro del conducto tendrían, en principio, una mayor deferencia de velocidades ya que los gradientes de aceleración y desaceleración tienen mayor magnitud en esta zona. En la figura (4.8), se muestran las variaciones y diferencias promedio para la zona centro del conducto de manera análoga a la figura (4.7).

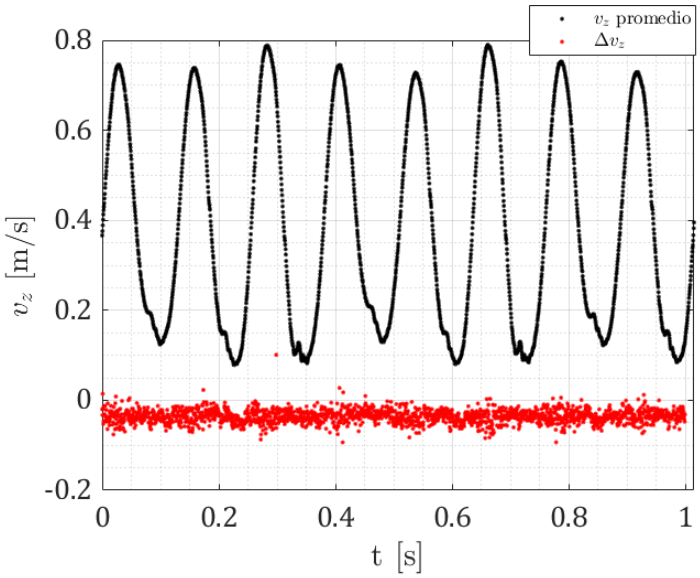


Figura 4.8: Variaciones y diferencias de velocidad promedio para la zona centro del conducto, -0.0019 $\leq$ r $\leq$0.0019 m.

Al contrario de los resultados de conservación de masa de los puntos radiales externos, en el centro del conducto las diferencias se mantienen muy próximas a 0 m s^{-1} a lo largo del tiempo. Se observa que tanto las variaciones cerca de las paredes, así como la parte media del conducto concuerdan con los intervalos de confianza de las envolventes experimentales. En los puntos externos los intervalos de la envolvente mínima son más pequeños respecto a sus correspondientes de la envolvente máxima, lo que concuerda con los cambios en las diferencias de velocidad promedio.

En conjunto con el cálculo de conservación de masa de los puntos en el centro del conducto, el número de Stokes es una medida fehaciente de la advección de las partículas en el flujo. Este está definido como

$$Stk = \frac{t_0 v_0}{l_0} \ , \tag{4.23}$$

en donde v_0 es la velocidad del flujo, l_0 es la longitud característica de la partícula y t_0 es el tiempo de relajación de la partícula, el cual se calcula como

$$t_0 = \frac{\rho_p (D_p)^2}{18\mu} \ , \tag{4.24}$$

ρ_p y D_p son la densidad y el diámetro de la partícula, respectivamente y μ, la viscosidad dinámica al corte del fluido, con lo que se llega a un tiempo de relajación de 9.72×10^{-7} s. En cuanto a la velocidad del fluido, se considera la velocidad máxima promedio, calculando así un número de Stokes de 0.072, lo que indica un seguimiento de las líneas de corriente con un error por debajo de 1 % según Cameron Tropea et al. [10]. Sin embargo, es un número de Stokes aproximado ya que el flujo no es estacionario y la velocidad del flujo libre de partículas no se conoce.

En base a los cálculos de conservación de masa y la comparación de escalas de tiempo, la diferencia de magnitudes entre las envolventes teóricas y experimentales no son debido a los trazadores. Más aún, cabe señalar que el modelo teórico no considera la presencia de dichas partículas en el fluido. En contra parte, es prudente considerar defectos de iluminación debido a la geometría del conducto. Si bien se ilumina el plano medio del tubo, en el cual se enfoca la cámara, existe algún grado de distorsión cerca de las paredes debido a la curvatura de las mismas, lo que concluye en una limitante experimental para obtener mejor información de la velocidad del flujo cerca de las paredes.

Es sensato validar que el flujo inducido experimentalmente es de naturaleza pulsátil, esto respecto a los valores promedio con los que se ha comparado con las predicciones de (2.56). Se tiene un buen empate en cuanto a la forma de los perfiles velocidad y respecto a las magnitudes del perfiles superior. Las diferencias existentes se aluden a una limitante experimental y no a un error de medición.

4.5. Determinación de la deformación superficial

Tras implementar la modificación del cambio de material de la sección de pruebas, se realizan una serie de experimentos para determinar las deformaciones del conducto debido al flujo en su interior. En este caso se realizan 10 repeticiones experimentales sin hacer cambio alguno en los parámetros de flujo o de algún otro componente. El esfuerzo que genera la diferencia de presión sobre la pared del conducto elástico es medido por medio sensores piezoeléctricos. La medición corresponde a la zona de contacto existente entre los sensores y la pared externa del conducto, la distancia entre sensores es de 0.2 m.

La deformación en el sensor se interpreta como una diferencia de voltaje que se almacena en la tarjeta de adquisición de datos (NI USB-6212 OEM), cabe mencionar que la máxima resolución temporal de la tarjeta es de 50×10^{-9}s y la tasa de muestreo empleada en los sensores está 3 órdenes de magnitud por debajo. Los datos adquiridos se suavizan con un filtro de media móvil de grado 3[1] y se multiplican por un factor de conversión propio del sensor [49] obteniendo así las magnitudes del esfuerzo medido. En la figura (4.9), se presentan los promedios de la variación temporal del esfuerzo en la pared externa del conducto medidos por ambos sensores.

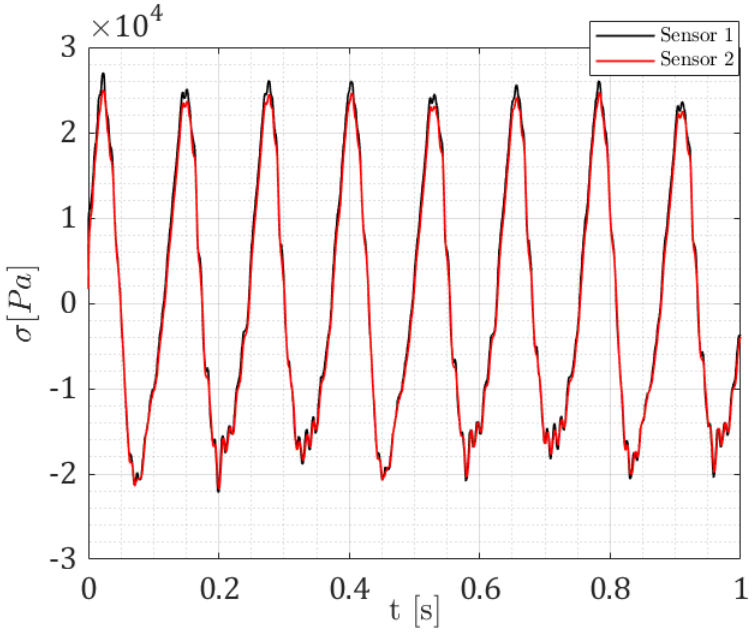
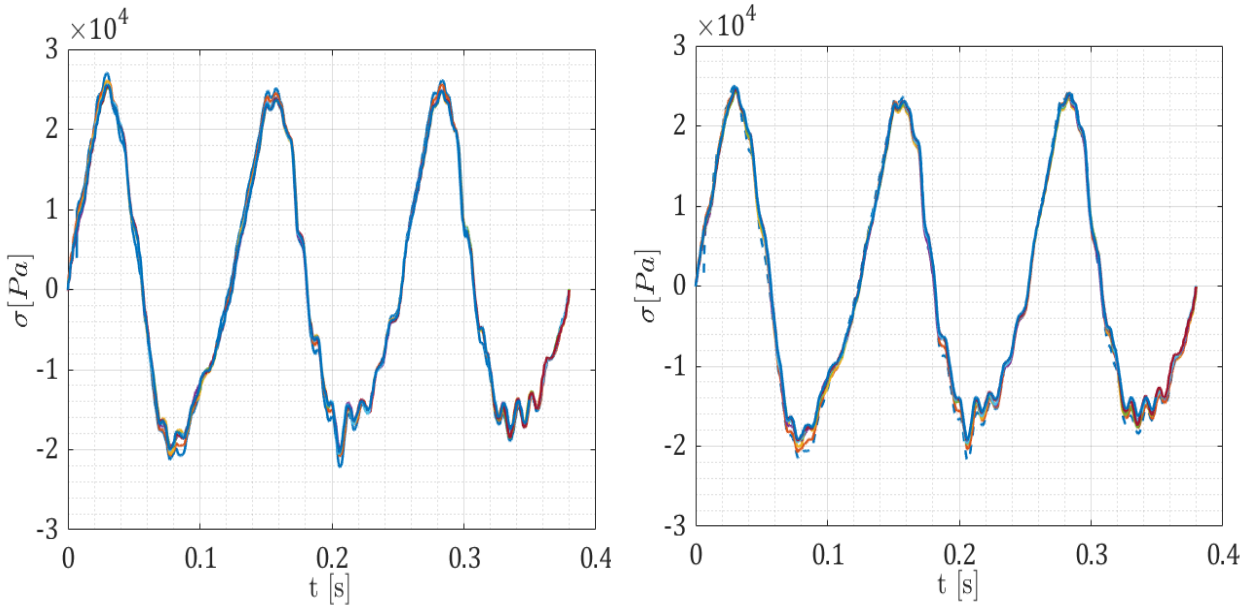


Figura 4.9: Esfuerzos medidos en pared externa del conducto a lo largo del tiempo.

[1]Suaviza la señal obteniendo valores promedio de cada punto con sus puntos vecinos.

Los esfuerzos que se presentan muestran un comportamiento que se repite cada tres ciclos, lo que concuerda con las variaciones promedio de velocidad que depende directamente del funcionamiento de la bomba como ya se explicó. Si agrupamos los datos de cada tres ciclos del tiempo total de medición, figura (4.10), resulta evidente la periodicidad que estos tienen. De igual forma se visualiza que la respuesta que tiene el conducto a cada uno de los pulsos por separado varía de manera mínima en el tiempo. Los esfuerzos medidos en ambas zonas son muy similares, sin embargo, existe una caída promedio de 1095.1 Pa para la distancia que recorre la onda entre sensores.

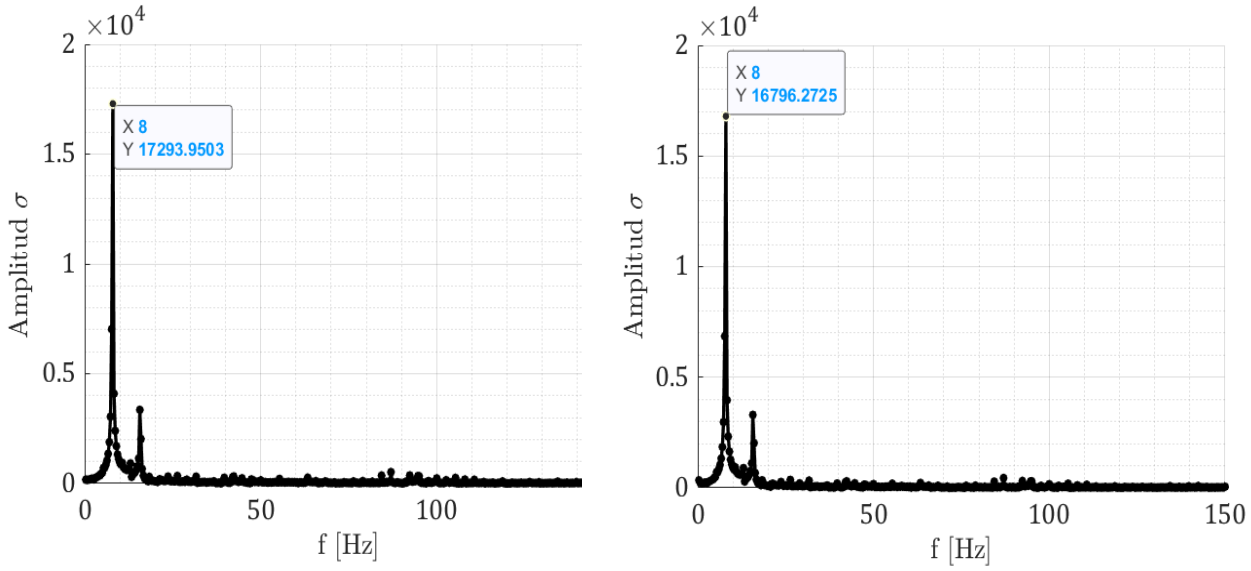


(a) Periodicidad de ciclos de datos del sensor 1

(b) Periodicidad de ciclos de datos del sensor 2

Figura 4.10: Análisis de ciclos

Las figuras(4.11a - 4.11b) son los espectros de frecuencia de las señales de variación de esfuerzos para cada uno de los sensores correspondientemente. Tomando en cuenta que la frecuencia de muestreo empleada en las mediciones es de 100×10^3 Hz, las amplitudes representativas aparecen en 8 y 16 Hz, donde este primer armónico corresponde a la frecuencia principal de pulsación del flujo. Con estos resultados resulta prudente descartar la existencia de señales espurias, que en principio no sean parte de la IFE y qué por lo tanto, se tiene un experimento suficientemente aislado.



(a) Espectro de frecuencias de señal medida por sensor 1 **(b)** Espectro de frecuencias de señal medida por sensor 2

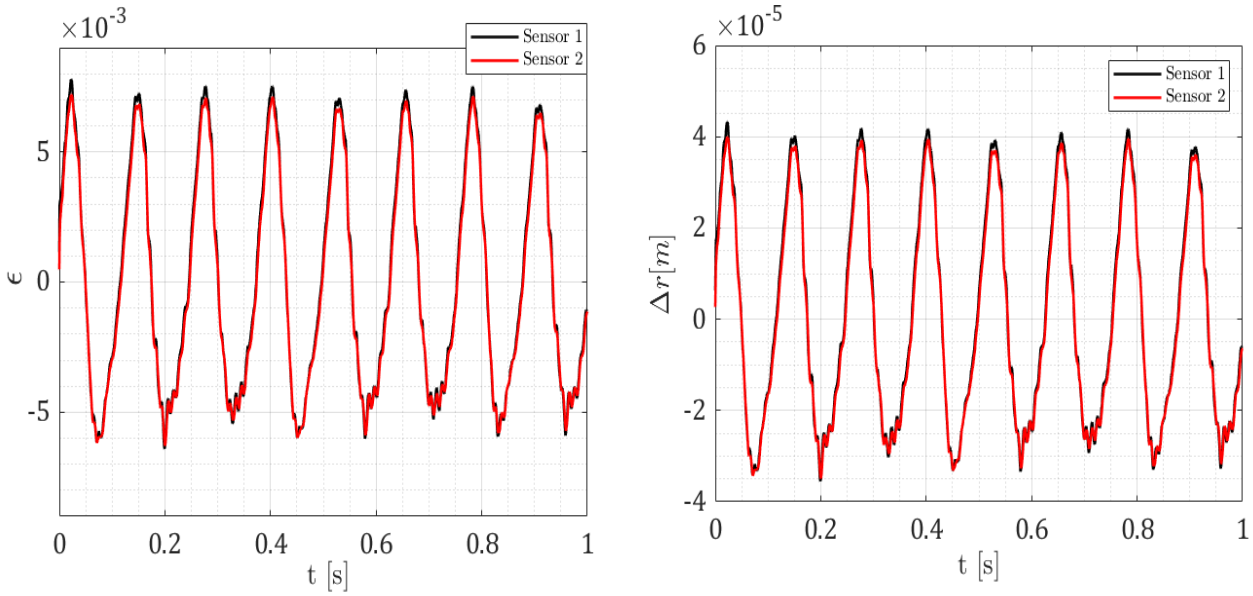
Figura 4.11: Espectros de las señales de esfuerzos registradas por los piezoeléctricos

Para determinar las deformaciones a partir de los esfuerzos medidos, es necesario conocer las propiedades mecánicas del material elástico. La única información que proporciona el proveedor acerca del material es la dureza del mismo en una escala Shore tipo A con un valor de 50. Sin embargo, es posible calcular el módulo de Young mediante relaciones especificas validadas en [34]. Para estimar las deformaciones se considera que el medio del conducto es un material que cumple la ley de Hooke[2], y que los esfuerzos medidos van son en una sola dirección, por lo que es válido utilizar $\sigma = \epsilon \mathrm{E}$. De donde E es el módulo de Young, σ es el esfuerzo y ϵ es la deformación; las variaciones temporales de las deformaciones se muestran en la figura (4.12a).

La deformación que se genera en una sola dirección está definida como una diferencia de longitud entre la longitud nominal, $\epsilon = \Delta \mathrm{L}\ \mathrm{L}^{-1}$. Conociendo la deformación radial en cada tiempo y la longitud del radio externo ($5.55{\times}10^{-3}$ m), resulta evidente la estimación de desplazamientos de la pared externa en ambos puntos de medición. La magnitud de los desplazamientos se plasma en la figura (4.12b). Se estiman las desviaciones estándar entre las 10 repeticiones experimentales (Sr), con lo que se definen los intervalos tiempo a tiempo con un confianza del 95 %. El intervalo promedio en el tiempo es de $\pm 0.37{\times}10^{-5}$ m para la señal medida por el sensor 1 y de $\pm 0.34{\times}10^{-5}$ m para la correspondiente medida con el sensor 2,

[2] Aunque generalmente los cauchos se consideran materiales no hookeanos, para las magnitudes de esfuerzo aplicadas en el material, se puede aproximar la deformación de manera lineal.

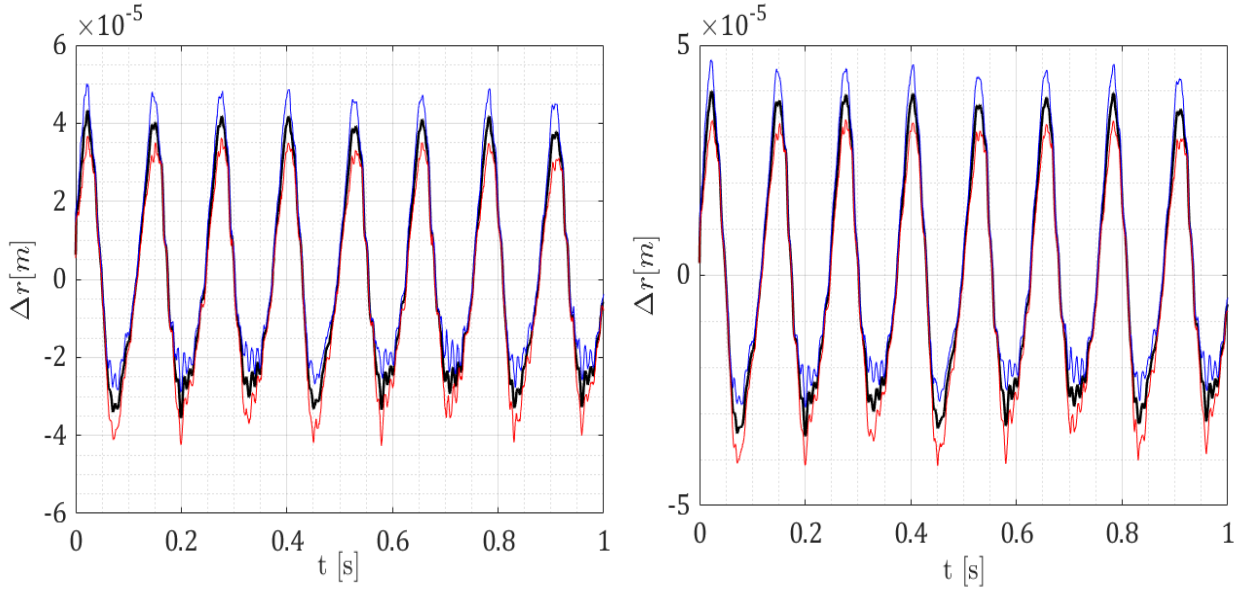
las envolventes de los intervalos de cada señal se ilustran en la figura(4.13).



(a) Deformaciones de la pared externa del conducto

(b) Variación del desplazamiento radial externo

Figura 4.12: Señales estimadas de deformación y de desplazamientos radiales



(a) Intervalos de confianza de las señales de desplazamiento radial de sensor 1

(b) Intervalos de confianza de las señales de desplazamiento radial de sensor 2

Figura 4.13: Intervalos de variaciones de desplazamientos radiales. Las líneas azules representan la envolvente superior y la línea roja representa la envolvente inferior. El nivel de confianza es de 95 % [13]

El arribo de los frentes de onda de cada ciclo entre las posiciones de los sensores es causal. En promedio la diferencia temporal del arribo en el sensor 1 a la segunda posición es de 6.5×10^{-4} s. Teniendo una distancia entre sensores de 0.2 m, la velocidad de onda estimada en el medio sólido es de 307 ms^{-1}. El orden de magnitud de la velocidad estimada de la onda se puede adjudicar a la porosidad del material, Abdoulaye Ba et al. [7] reportan velocidades que decaen un orden de magnitud en cauchos de silicón teniendo porosidad de 1 %. En la figura (4.14) se ilustra un acercamiento en la zona de valores máximos para un ciclo donde se evidencia la diferencia temporal entre arribos.

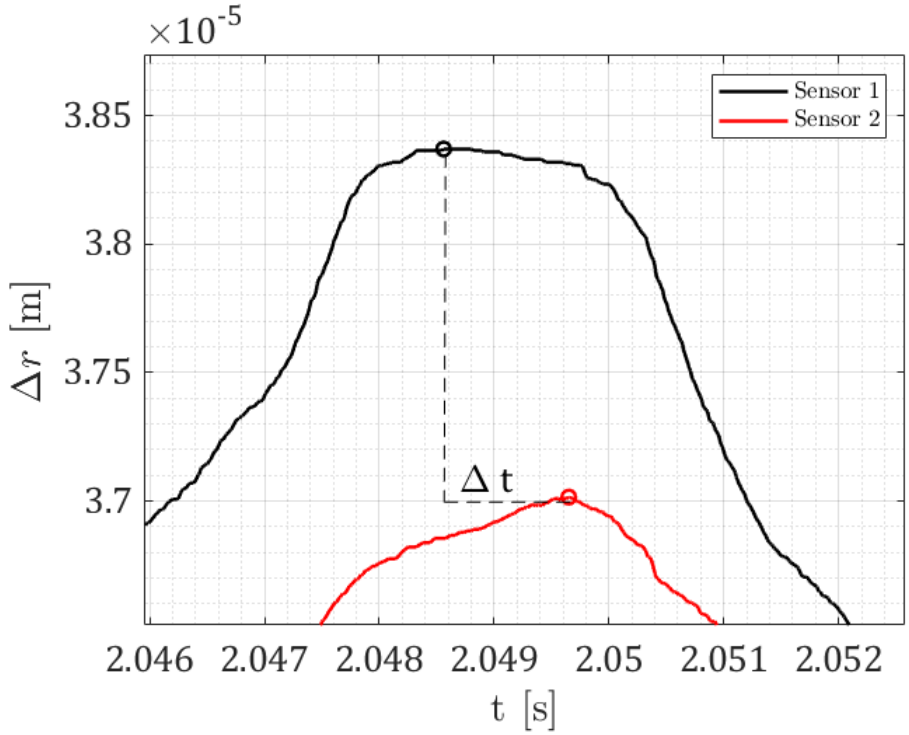


Figura 4.14: Diferencia temporal en el arribo de la deformación máxima de un ciclo.

Con el arreglo mostrado en la figura (3.8), se realizan tres filmaciones a una tasa de 1000 cuadros por segundo y una resolución de 1280×800 píxeles cada una. En cada filmación se observa 0.03 m de longitud de conducto con la pared externa bien defina así como se esquematiza en la figura (4.15). Se selecciona un punto sobre la pared externa (Punto C) para medir sus desplazamientos a lo largo del tiempo con el mismo eje de referencia que se presenta en la figura.

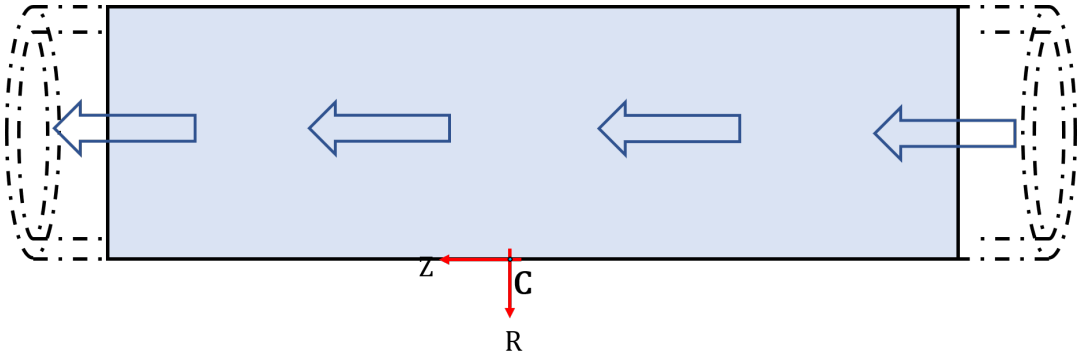


Figura 4.15: Esquema de filmación de conducto para medición de desplazamientos del punto C. Se indica la dirección del flujo.

A diferencia de los desplazamientos estimados mediante los sensores piezoeléctricos, la filmación en alta velocidad detecta desplazamientos tanto en dirección radial como axial. Las magnitudes de las trayectorias en ambas direcciones del punto C se presentan en las figuras (4.16-4.17). Los desplazamientos se muestran con sus envolventes indicando los intervalos tiempo a tiempo, en promedio para los desplazamientos radiales se tiene intervalos de $\pm 0.2\times10^{-4}$ m y en dirección axial de $\pm 0.22\times10^{-5}$m ambos con una confianza del 95 %.

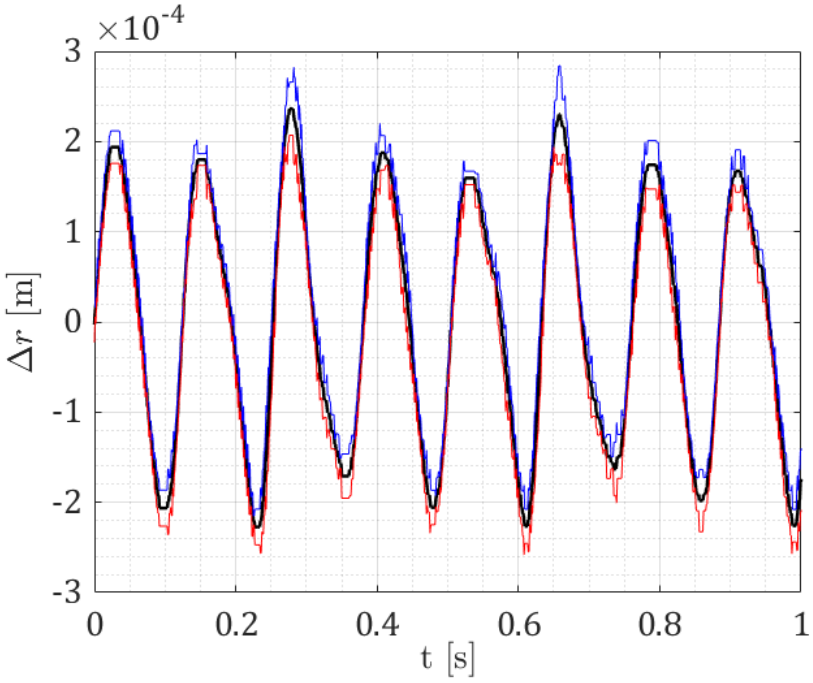


Figura 4.16: Desplazamientos radiales de la trayectoria del punto C. Envolvente superior línea azul, envolvente inferior línea roja; 95 % de confianza

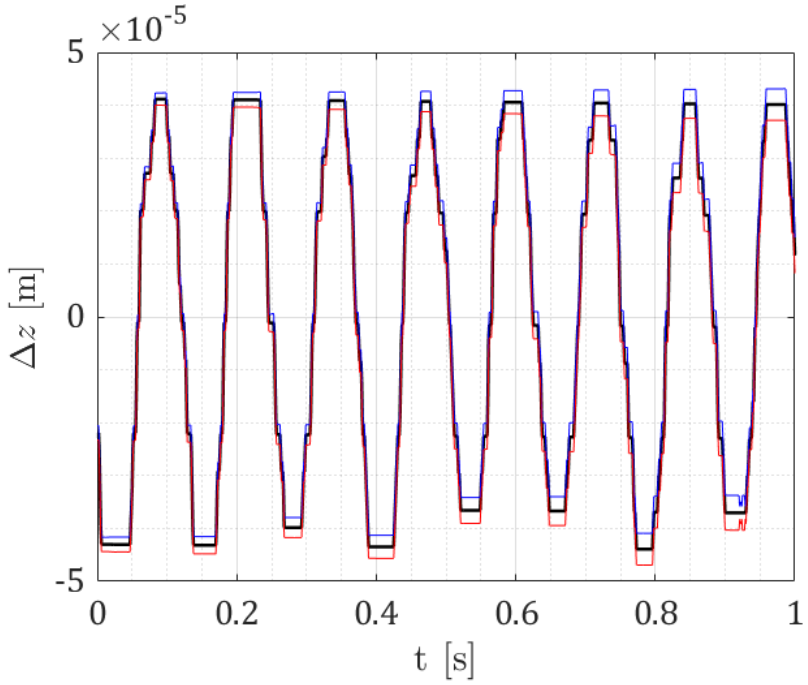


Figura 4.17: Desplazamientos axiales de la trayectoria del punto C. Envolvente superior línea azul, envolvente inferior línea roja; 95 % de confianza

Los desplazamientos en ambas direcciones, al igual que los desplazamientos medidos con los sensores y las variaciones de caudal, se desarrollan 8 ciclos por segundo. En cuanto a los desplazamientos en la dirección radial son de un orden de magnitud más grandes que los estimados por los sensores piezoeléctricos. Esto puede deberse al efecto de la gravedad, ya que el punto de medición (Punto C) está en la parte inferior del conducto. Sin embargo, también se presenta una periodicidad cada 3 ciclos de la misma forma que en las variaciones promedio de velocidad.

En contraste, las variaciones de la respuesta axial son del mismo orden de magnitud que los desplazamientos radiales estimados con los sensores, sin embargo, tiene un desfase respecto a la señal de la respuesta en dirección radial. Aun habiendo concordancia con la frecuencia principal de las señales de caudal y deformaciones, en la respuesta axial no se evidencia una periodicidad cada 3 ciclos. Resulta sensato asumir que la velocidad de filmación es más lenta que la velocidad con la que la pared se desplaza en dirección axial ya que la señal se presenta escalonado a lo largo de su desarrollo en el tiempo.

4.6. Discusión

Una serie de variaciones en el tiempo se han presentado a lo largo de este trabajo, variaciones de velocidad del flujo, variaciones de caudal, esfuerzos en la pared externa, deformaciones y desplazamientos. Todas estas señales están en sincronía respecto al tiempo 0, es decir, todas las mediciones inician con el mismo paso de tiempo después de accionada la bomba. Por ello, es válido presentar las variaciones en conjunto, las cuales se ilustran en la figura (4.18).

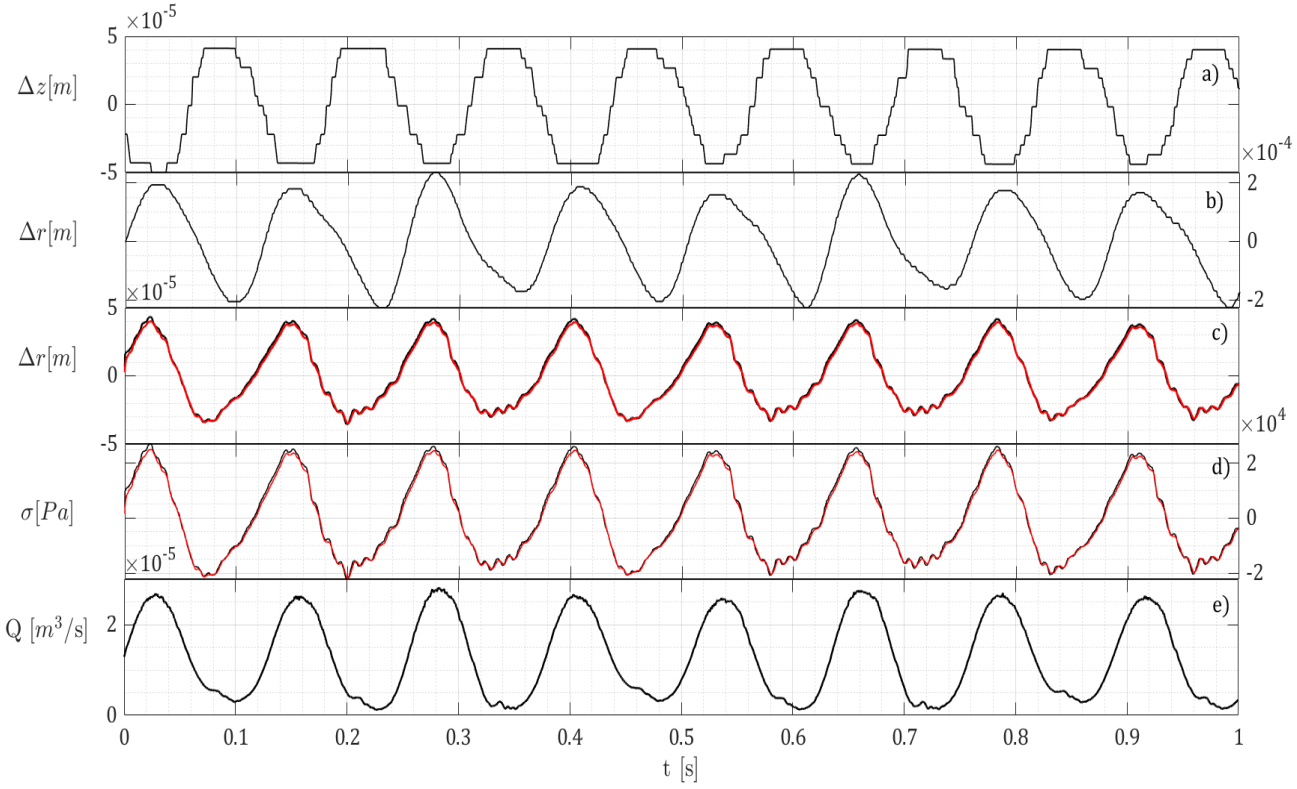


Figura 4.18: Comparación de variaciones temporales. a) Desplazamientos axiales, b) Desplazamientos radiales, c) Desplazamientos radiales medidos por sensores piezoeléctricos, d) Variaciones de esfuerzos, e) Variaciones de caudal.

Las dos gráficas superiores (a y b) del conjunto de la figura anterior son las trayectorias de los desplazamientos axiales y radiales de la zona inferior del conducto que se muestra en la figura(4.15). Las señales c) y d) son los desplazamientos radiales y los esfuerzos medidos en la pared externa por los sensores piezoeléctricos, respectivamente y la señal e) es la variación del caudal en un conducto rígido. Esta última, en cuanto a su comparación con las predicciones

de (2.56), si bien no se tiene un empate al 100 % se está dentro de los rangos que se estiman.

Las señales de las respuestas del medio elástico a los cambios de presión interna tienen variaciones temporales con periodicidad similar a la del flujo volumétrico en un conducto rígido. Aunque esta similitud puede resultar evidente, entre las señales a),b) y c),d) hay una diferencia de dos órdenes de magnitud respecto a la tasa de muestreo empleada para su medición. Resulta sensato asumir que dichas respuestas del conducto varían, en principio, con la misma frecuencia que lo hace el caudal. No obstante, para ciclos definidos con un periodo de 0.125 s, hay diferencias especificas entre las señales de desplazamientos, más adelante discute al respecto.

Las variaciones de los esfuerzos (gráfica d), muestran una serie de perturbaciones en los tiempos donde cada ciclo tiene valores mínimos. Esto se puede deber a diversos factores, en primer lugar, coincide con las velocidades mínimas del flujo, sin embargo, las variaciones de caudal del caso de tubo rígido son un promedio en el diámetro y las perturbaciones en los valores mínimos se debe en gran medida a limitantes experimentales. Por otro lado, se debe tomar en cuenta la recuperación elástica del material, y dada la sensibilidad de los sensores y el paso de tiempo con el que se mide (1×10^{-5} s), las perturbaciones en la señal pueden deberse al propio comportamiento elástico del medio.

Los desplazamientos radiales determinados a partir de las deformaciones (gráfica c), son medidos en la parte superior del conducto con variaciones máximas promedio de $\pm3.59\times10^{-5}$ m. De forma general, los valores máximos de los cambios radiales en cada ciclo arriban con diferencias de tiempo muy cortas respecto a los frentes de onda de caudal (aparente fase), en contraste a los mínimos en donde las variaciones radiales llegan de manera anticipada en cuanto a los correspondientes de flujo volumétrico. En la figura (4.19) se resaltan los tiempos donde se tienen valores mínimos y máximos para una serie de ciclos evidenciando lo antes mencionado.

La diferencia temporal promedio de arribos de los valores mínimos entre ambas señales es de 0.026 s, está dinámica se presenta en cada ciclo de la señal y es cauto adjudicarlo, al igual que en la señal de esfuerzos, a las propiedades mecánicas del medio sólido. Empero, al no tener información de los cambios en el flujo debido a las deformaciones del conducto, lo que de manera fehaciente pude influir en las diferencias de arribos, las comparaciones temporales de amabas señales son una buena aproximación de dicha interacción en un solo sentido, es decir, los efectos del flujo sobre el conducto.

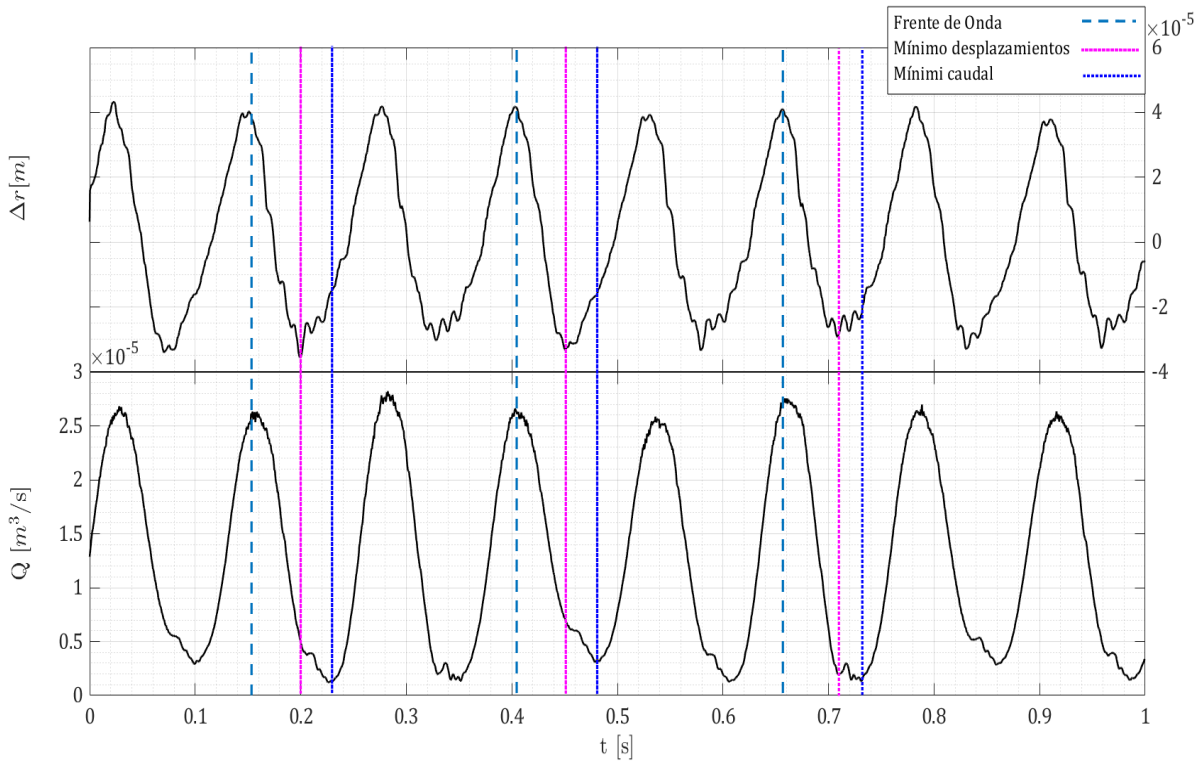


Figura 4.19: Comparación de los tiempos de arribo de los valores máximos y mínimos de cada ciclo en las señales de caudal y desplazamientos radiales en el sensor 1.

Los desplazamientos de las gráficas a) y b) de la figura (4.18), como trayectorias de un punto en la parte inferior de la pared externa del conducto, y bajo la hipótesis de un expansión y contracción uniforme del tubo (modo de vibración n=0), se esperan desplazamientos radiales con la misa periodicidad y magnitud que los medidos en la parte superior. No obstante, el peso mismo del fluido genera desplazamientos de la pared que sumado al aumento de presión interna generan variaciones con una magnitud mayor a las presentadas en la figura (4.19).

Si bien se planteó la posible causa de las diferencias de magnitud de los desplazamientos radiales, también puede ser causa de las diferencias temporales entre los arribos de los cambios radiales máximos negativos de la parte superior e inferior del tubo. Esto es, la recuperación elástica del material en la parte inferior del conducto tiene un retraso en su contracción respecto a la parte superior debido al peso del fluido. No obstante, no se tienen suficientes datos que validen este argumento. En la figura (4.20) se muestran los tiempos de arribo en varios ciclos del flujo volumétrico en relación a sus correspondientes en los desplazamientos radiales y axiales.

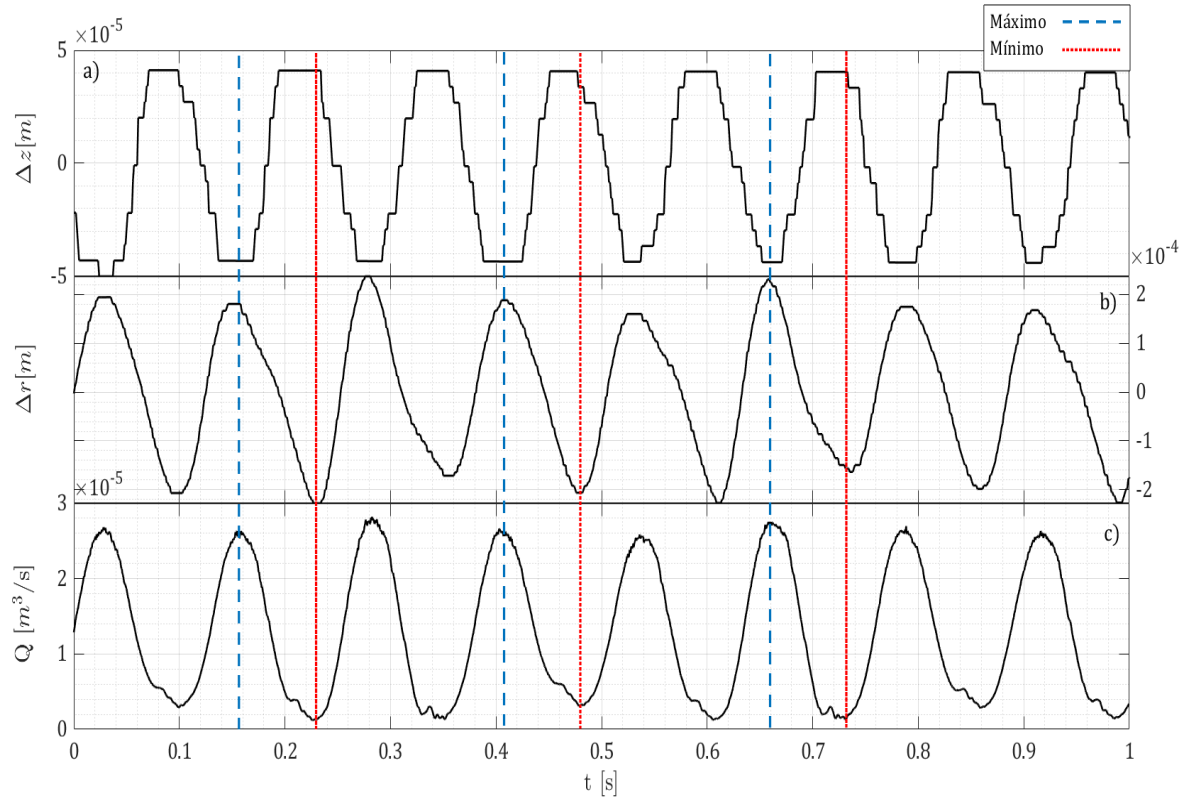


Figura 4.20: Comparación de los tiempos de arribo de valores máximos y mínimos de los ciclos de variación de caudal respecto a los desplazamientos radiales y axiales.

En contraste con los cambios radiales de la parte superior, los tiempos de arribos de máximos y mínimos de cada ciclo coinciden de mejor manera con los respectivos cambios de caudal. No obstante, de manera cauta esto podría ser coincidencia dados los efectos físicos ya mencionados, y podría variar empleando un fluido con diferente densidad. Por otro lado, los desplazamientos axiales están desfasados $\frac{\pi}{2}$ radianes respecto al resto de las señales y el orden de magnitud coinciden con los desplazamientos radiales de la parte superior.

En un material isótropo y con elasticidad lineal, cuando se estira longitudinalmente, en la dirección perpendicular se contrae[3], extrapolado esto a la pared externa del conducto (y recordando que el tubo está sujeto por ambos extremos), con cada variación radial, la pared del conducto es estira o contrae en dirección axial. En la figura (4.21) se esquematiza de manera engrosada la trayectoria de un punto en la pared externa del conducto para un ciclo de variación. A diferencia de las respuestas del conducto en dirección radial, los

[3]Esta contracción se mide mediante el coeficiente de Poisson [39]

desplazamientos axiales no tienen una periodicidad cada tres ciclos, esto se alude a una baja resolución temporal empleado en la medición, lo que de igual manera explica que se tenga una señal escalonada.

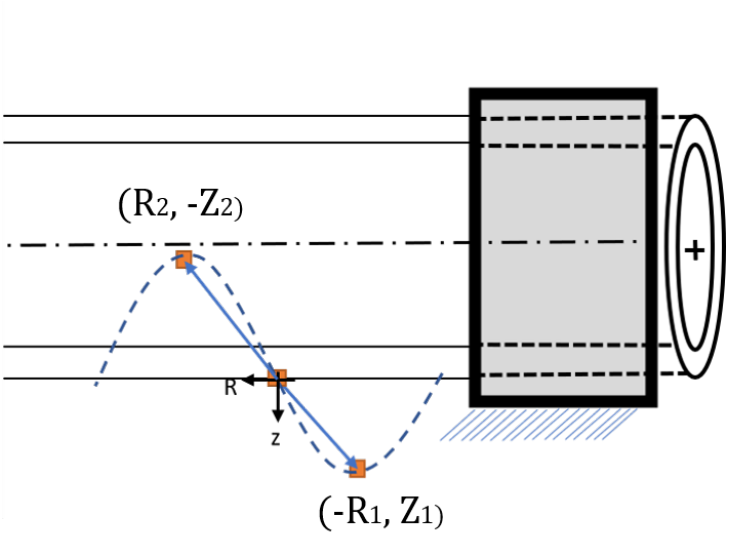


Figura 4.21: Trayectoria de un punto en la pared externa del conducto elástico para los desplazamientos máximos y mínimos de un ciclo de pulsación.

Pese a que se han presentado diferencias con relación a los desplazamientos radiales, el conducto tiende a expandirse de manera simultánea en la sección transversal por donde viaja el frente de presión del flujo. La diferencia de magnitudes se relaciona a causas físicas que se manifiestan debido a la orientación del tubo, mismas que influyen en su recuperación elástica. Las comparaciones temporales que se han realizado entre señales, figuras (4.19) y (4.20), como ya se mencionó, son una aproximación en el entendimiento de la interacción fluido-estructura en un solo sentido.

Con base en las mediciones promedio, es sensato asumir que bajo las condiciones experimentales que se tienen, en un plano axial, el medio sólido va a responder con la misma frecuencia fundamental con la que varían los cambios de presión en su interior. Esta aseveración se ilustra en la figura (4.22), comparando los espectros de frecuencia de las señales a,b,d y e de la figura (4.18); ninguno de los espectros muestra información en frecuencias superiores a los 24 Hz (tercer armónico).

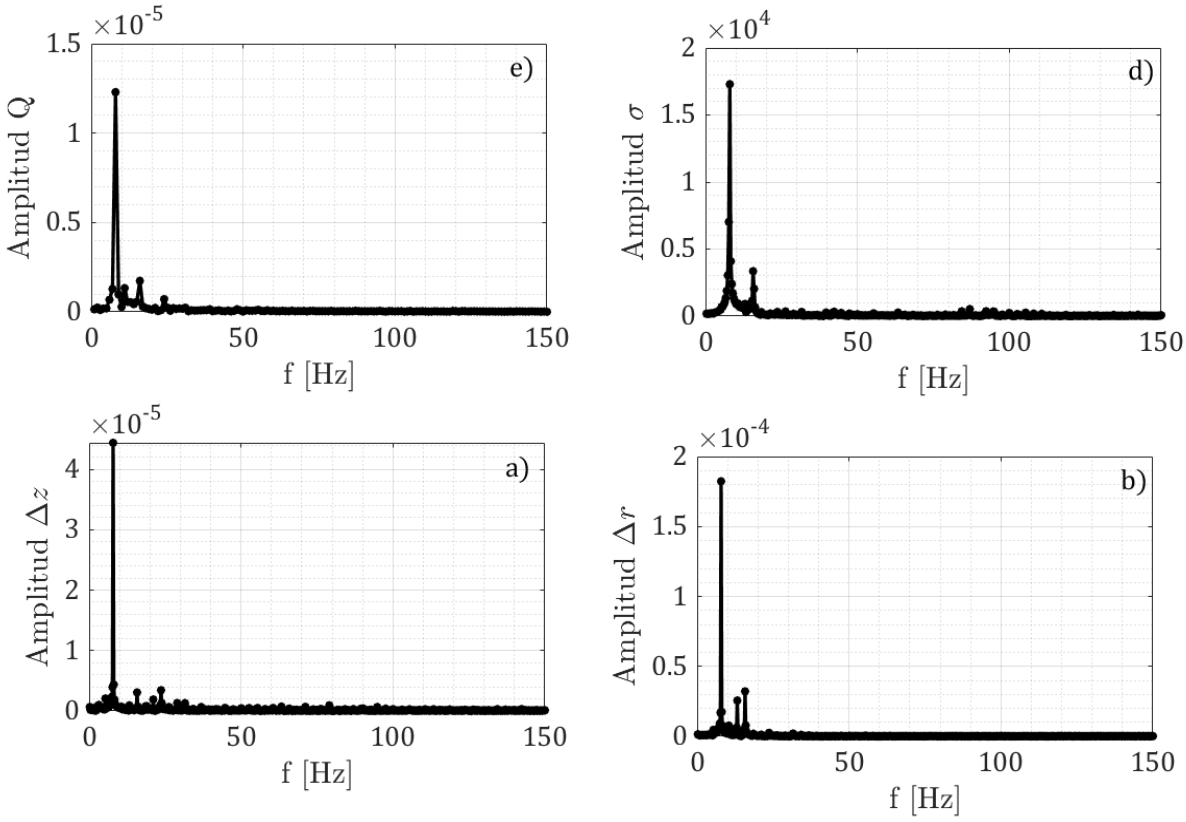


Figura 4.22: Espectros de frecuencia para las señales de: a) desplazamientos axiales, b) desplazamientos radiales, d) esfuerzo y e) caudal

Experimentalmente las señales contienen información tanto de las señales de ida, así como las señales reflejadas. Sin embargo, diferenciar unas de las otras queda fuera de los alcances de esta tesis. De forma general, se toman como referencia los desplazamientos radiales estimados a partir de las mediciones realizadas con los sensores piezoeléctricos como datos de entrada en un modelo teórico que intenta explicar la interacción entre ambos medios. En particular, el modelo desarrollado en la tesis de G.Juárez Chávez [30] no considera las reflexiones de ondas producidas en las superficies del conducto. Esto significa que la validación es aceptable únicamente en términos de los valores promedio. Para ilustrar este punto, consideramos la forma explícita de las componentes axiales y radiales del campo de velocidad:

$$v_z^{\mathrm{I}^*}(r^*, z^*, t^*) = \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} -\frac{\mathrm{Eu}_{nm}}{2m\pi a_z \mathrm{Sh}_{\mathrm{L}}}\left[\frac{\chi_z^{\mathrm{I}^*}}{\varepsilon\chi^*}\mathrm{J}_0\left(\sqrt{i^3 n\mathrm{Wo}_{\mathrm{R}}^2 - 4\pi^2 m^2\varepsilon^2}\, r^*\right)\right.$$

$$+a_r\lambda_{nm}^{(1)^*}k_m^{(2)^*}k_n^{(3)^*}\mathrm{J}_0\left(2m\pi i\varepsilon r^*\right)\Bigg]\exp\left[2\pi i\left(nt^*-mz^*\right)\right] \tag{4.25}$$

$$v_r^{\mathrm{I}^*}(r^*,z^*,t^*)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\mathrm{Eu}_{nm}\frac{U_z^{\mathrm{I}}}{U_r^{\mathrm{I}}}k_m^{(5)^*}}{\mathrm{Sh}_{\mathrm{L}}}\Bigg[\frac{\chi_r^{\mathrm{I}^*}}{\varepsilon\chi^*}\mathrm{J}_1\Big(\sqrt{i^3n\mathrm{Wo}_{\mathrm{R}}^2-4\pi^2m^2\varepsilon^2}r^*\Big)$$
$$-2m\pi k_n^{(6)^*}\mathrm{J}_1\Big(2m\pi i\varepsilon r^*\Big)\Bigg]\exp\left[2\pi i\left(nt^*-mz^*\right)\right] \tag{4.26}$$

$$u_z^{\mathrm{II}^*}(r^*,z^*,t^*)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}-i\frac{\mathrm{Ma}_\alpha\mathrm{Ma}_\beta^2\varrho^{\mathrm{I,II}}\mathrm{Eu}_{nm}k_m^{(5)^*}}{2m\pi a_z\mathrm{Sh}_{\mathrm{L}}}\Bigg[\frac{\chi_{z_1}^{\mathrm{II}^*}}{\varepsilon\chi^*}\mathrm{J}_0\Big(\sqrt{n^2\Pi_{\mathrm{R}}^2-4\pi^2m^2\varepsilon^2}r^*\Big)$$
$$-\frac{\chi_{z_2}^{\mathrm{II}^*}}{\varepsilon\chi^*}\mathrm{Y}_0\Big(\sqrt{n^2\Pi_{\mathrm{R}}^2-4\pi^2m^2\varepsilon^2}r^*\Big)\Bigg]\exp\left[2\pi i\left(nt^*-mz^*\right)\right] \tag{4.27}$$

$$u_r^{\mathrm{II}^*}(r^*,z^*,t^*)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\mathrm{Ma}_\alpha^2\mathrm{Ma}_\beta^2\varrho^{\mathrm{I,II}}\mathrm{Eu}_{nm}k_m^{(5)^*}}{a_r\mathrm{Sh}_{\mathrm{L}}\lambda_{nm}^{(1)^*}}\Bigg[\frac{\chi_{r_1}^{\mathrm{II}^*}}{\varepsilon\chi^*}\mathrm{J}_0\Big(\sqrt{n^2\Pi_{\mathrm{R}}^2-4\pi^2m^2\varepsilon^2}r^*\Big)$$
$$-\frac{\chi_{r_2}^{\mathrm{II}^*}}{\varepsilon\chi^*}\mathrm{Y}_0\Big(\sqrt{n^2\Pi_{\mathrm{R}}^2-4\pi^2m^2\varepsilon^2}r^*\Big)\Bigg]\exp\left[2\pi i\left(nt^*-mz^*\right)\right]\ . \tag{4.28}$$

Este conjunto de ecuaciones corresponde a las perturbaciones que se propagan aguas abajo desde el plano de entrada del conducto. La figura (4.23) muestra los desplazamientos radiales experimentales y teóricos para un solo plano z.

La señal de los datos experimentales es de menor magnitud que las reportadas en la figura (4.20) ya que se considera el radio interno del conducto (3.95×10^{-3} m) como longitud característica para determinar los desplazamientos radiales a partir de las deformaciones (ϵ). Cabe señalar que se emplean únicamente los datos medidos por el sensor 1 dado que teóricamente no se considera la disipación de energía. Más aún, en este caso solo se considera el primer armónico de la señal experimental. Respecto a las predicciones teóricas, se muestran los los cambios temporales para un dominio donde $R_i \leq \mathrm{r} \leq R_o$. En comparación, las predicciones teóricas empatan en magnitud con las experimentales de forma gruesa dentro del dominio radial que se considera.

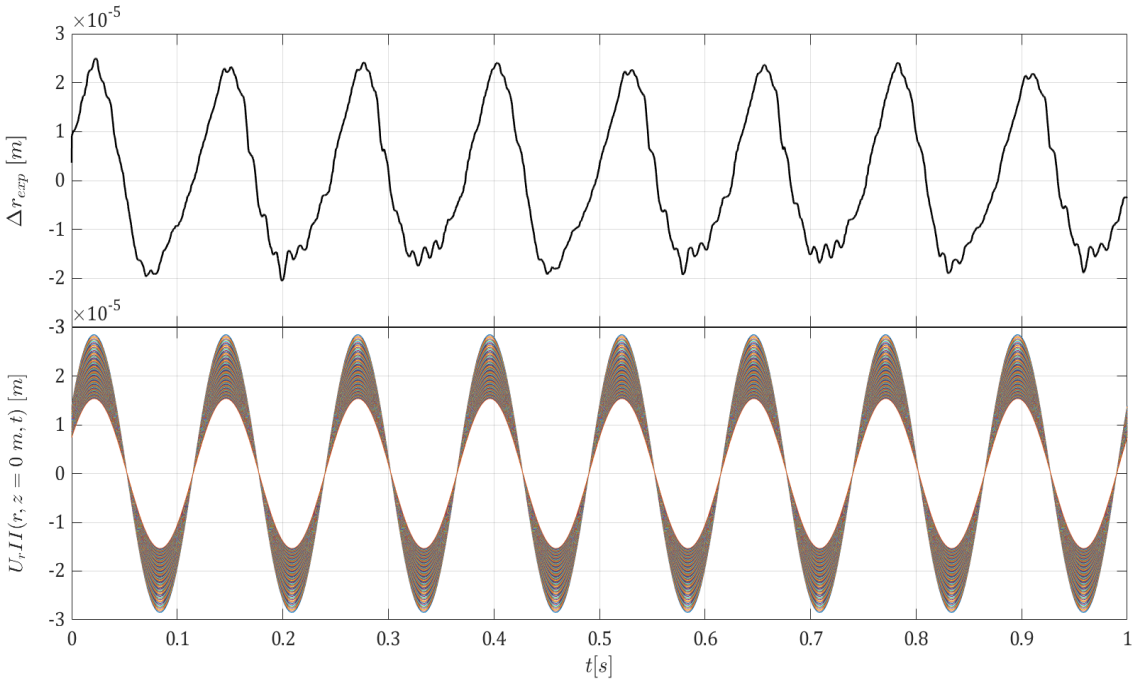


Figura 4.23: Desplazamientos radiales experimentales y teóricos en un solo plano [30].

Capítulo 5

CONCLUSIONES

1. Se diseñó y construyó un dispositivo experimental para estudiar la interacción dinámica entre un fluido y un conducto elástico.

    - La instalación se utilizó para analizar un flujo dinámico como caso base en donde el conducto se considera rígido, es decir, que tiene deformaciones despreciables.

2. La determinación de los campos de velocidad se validó respecto a los valores promedio en comparación al modelo teórico que superpone el flujo de Womersley y el flujo de Hagen-Poiseuille.

    - No se realizaron mediciones de los cambios de presión dentro del conducto, sin embargo, se pudieron determinar en función de las variaciones de caudal.
    - Se descartaron defectos en las mediciones obtenidas mediante la técnica PIV. Esto con base en comparaciones del cálculo de las diferencias de velocidad de la salida y entrada del área de análisis, aunado a una comparación de escalas de tiempo.
    - El flujo tiene un número de Womersley de 10.5, lo que para la parte oscilante del flujo significa que la pulsación es suficientemente alta para que el perfil de velocidades sea relativamente plano y que las fuerzas inerciales sean dominantes en el centro del conducto. No obstante, la presencia del flujo medio diferente de 0 modifica el perfil. Se tuvo buen empate en cuanto a la forma de los perfiles experimentales y teóricos.

3. Las mediciones tomadas de dos puntos en la pared externa del conducto tienen arribos causales. Se consideró la diferencia temporal promedio para determinar la velocidad de

propagación de la onda en el medio sólido. El orden de magnitud de la velocidad de propagación de la onda concuerda con lo reportado por Abdoulaye Ba et al. [7], para cauchos de silicón.

4. Se calcularon los desplazamientos radiales a partir de las de formaciones, esto bajo la consideración de que el material es isótropo y tiene elasticidad lineal, i.e. es un material que cumple la ley de Hooke.

5. Se realizó una filmación en alta velocidad de las perturbaciones del medio elástico, con lo que se definieron desplazamientos radiales y axiales de la pared externa del conducto en la parte inferior.

6. La periodicidad cada tres ciclos para todas las señales se evidencio denotando como fuente causal el funcionamiento de la bomba.

7. Dada la sincronía del tiempo cero de las mediciones con los ciclos que genera la bomba, se hizo un comparación temporal de las variaciones de caudal, desplazamientos radiales y axiales.

8. Pese a no tener mediciones de los cambios de velocidad en flujo debido a las deformaciones del conducto, se hicieron comparaciones de los arribos de los frentes de onda y de los valores máximos negativos de cada ciclo respecto a las variaciones de flujo volumétrico.

9. Se determinaron los espectros de frecuencia de todas las variaciones aseverando así que las respuestas del conducto en un plano axial tienen la misma frecuencia fundamental que las variaciones del flujo. Más aún, con el espectro de frecuencias de las señales medidas por lo sensores piezoeléctricos, siendo estas las de mayor resolución temporal, se afirmó tener un arreglo experimental suficientemente aislado.

10. Para los desplazamientos radiales de la parte superior del conducto, se hizo una comparación con las predicciones teóricas del modelo propuesto por Juárez C.G. [30], con las que tuvo un buen empate en cuanto a magnitudes y periodicidad promedios y bajo las consideraciones teóricas con las que se modeló.

5.1. Contribuciones

Los resultados experimentales obtenidos en del caso base de este trabajo son complementarios a los disponibles en otros trabajos, tales como el trabajo de velocimetría en 2019 de Yang Z.F. et al. [56]. Así como en aquellos trabajos en donde se habla de turbulencia en los tiempos en donde ocurre una transición en el cambio de sentido del flujo, Trip R. et al. [54], ya que bajo los parámetros de este del flujo en este trabajo, Re=417, el flujo es totalmente laminar.

Se aportan una serie de datos que, como una primera aproximación, permiten entender la dinámica de las deformaciones en un conducto elástico en disposición horizontal que está sometido a cambios periódicos de presión en su interior. Se demuestra que dichos datos son representativos del fenómeno de interacción fluido-estructura, cuando este se analiza en un solo sentido. Más aún, se presenta una estimación de la velocidad de propagación de la onda en el medio sólido y, para conductos soportados por los extremos, como es la expansión y contracción del conducto en un plano transversal respecto a el desarrollo de un ciclo del flujo interno.

5.2. Recomendaciones y trabajo futuro

De forma puntual, se deben hacer cambios en el arreglo experimental, en primer lugar, tener una bomba de mejor calidad y por otro lado mejorar soportería y conexiones. En cuanto a los conductos, es acertado conocer de forma fehaciente las propiedades mecánicas del material, en especifico: dureza, módulo de Young coeficiente de Poisson, porosidad y densidad. Dado el interés en realizar velocimetría del flujo mediante PIV, que los conductos sean transparentes es ideal. Aunado a esto, una forma de mejorar la resolución espacial, es hacer un enchaquetado de la zona de visualización, no obstante, aumentar el diámetro interno del conducto también es opción.

Se puede reducir a longitud del conducto elástico disminuyendo la catenaria que produce asimetría en las deformaciones, no obstante, esta opción es cuestionable. En contraparte, aumentar la longitud del conducto permite realizar mediciones en más puntos equidistantes lo que mejora la estimación de la velocidad de onda en el medio. Dada la tendencia respecto a la frecuencia de las señales, los filtros de media móvil son suficientes para filtrar señales

espurias que se pudiesen presentar. Para un plano axial, vale la pena tomar mediciones en varios puntos a lo largo del perímetro. Dado que se induce un flujo dinámico, aumentar el número de filmaciones, bajo un buen control de los parámetros, mejora el intervalo de incertidumbre de los resultados.

Como trabajo futuro:

1. Realizar velocimetría del flujo variando parámetros como: frecuencia de pulsación, magnitud de flujo medio y viscosidad del fluido.
2. Hacer mediciones en un mayor número de puntos tanto en el eje axial como en la coordenada θ.
3. Sincronizar las mediciones del flujo interno con las deformaciones del conducto elástico.
4. Incorporar la instrumentación para medir de forma directa los cambios de presión dentro del conducto.
5. Realizar mediciones bajo los mismos parámetros del flujo modificando la orientación del conducto (de horizontal a vertical).

Apéndice A

Código para control de bomba

Para el arreglo experimental el control de la bomba es primordial, para ello el código empleado se muestra a continuación, en donde se puede apreciar la facilidad para hacer cambios en la velocidad de la bomba y por tanto en el la frecuencia de pulsación del flujo, aunado a esto, se coloca la generación de un disparador para el inicio de mediciones en relación a los pasos del motor de la bomba.

control_bomba

```
const int STEP = 4; // pin step
const int DIR = 5; // pin dir
const int pasos_por_vuelta = 3000; // pasos por vuelta de nuestro motor(esto se calcula para tiempo de exp)

int CAM = 8;  //trigger camara
int TRIG= 7; // trigger inicio

int val=0;

void setup() {
  // pines de salida


  pinMode(STEP, OUTPUT);
  pinMode(DIR, OUTPUT);
  pinMode(TRIG, INPUT);
  pinMode(CAM, OUTPUT);
}

void loop(){
  val=digitalRead(TRIG);
  if (val == HIGH){           //trigger para inicio de programa(lee botón)

  digitalWrite(DIR,HIGH);

  //Haz pasos_por_vuelta iteraciones

  for(int i=0; i<pasos_por_vuelta; i++){

  digitalWrite(STEP, HIGH);
  delayMicroseconds(937);
  digitalWrite(STEP, LOW);
  delayMicroseconds(937);

  if(i==400){            //manda pulso trigger para camara.
    digitalWrite(CAM,HIGH);
    delayMicroseconds(500);
    digitalWrite(CAM,LOW);
    }
   }
  }
 }
```

Figura A.1: Código implementado en circuito de control

Bibliografía

[1] R. Absi. Oscillatory and pulsatile flows in environmental, biological and industrial applications. *8th International Conference on Fluid Mechanics (ICFM8)*, 2018.

[2] A. A. Ala, S. C. Tan, A. Eltayeb, and Z. P. Mi. Experimental study of velocity components of low-re pulsatile flow through bare rod bundle. *Annals of Nuclear Energy*, 131:221–232, 2019.

[3] M. Amaratunga, H. A. Rabenjafimanantsoa, and R. W. Time. Comparison of oscillatory flow conditions in newtonian and non-newtonian fluids using piv and high-speed image analysis. *Flow Measurement and Instrumentation*, 70, 2019.

[4] S. Annerel, T. Claessens, J. Degroote, P. Segers, and J. Vierendeels. Validation of a numerical fsi simulation of an aortic bmhv by in vitro piv experiments. *Medical Engineering and Physics*, 36(8):1014–1023, 2014.

[5] G. B. Arfken. *Mathematical Mtehods for Physicists*. 3 edition, 2013.

[6] C. E. Arjonilla. *Implementación de la técnica velocimetría por sombras de partículas (PSV) para el estudio de las interfaces de un flujo supersónico*. Thesis, 2013.

[7] A. Ba, A. Kovalenko, C. Aristegui, O. Mondain-Monval, and T. Brunet. Soft porous silicone rubbers with ultra-low sound speeds in acoustic metamaterials. *Scientific Reports*, 7, 2017.

[8] N. J. Balmforth, R. V. Craster, and A. C. Rust. Instability in flow through elastic conduits and volcanic tremor. *Journal of Fluid Mechanics*, 527:353–377, 2005.

[9] M. Bukac, S. Canic, J. Tambaca, and Y. F. Wang. Fluid-structure interaction between pulsatile blood flow and a curved stented coronary artery on a beating heart: A four stent computational study. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 350:679–700, 2019.

[10] T. Cameron, Y. Alexander, and J. Foss. *Springer Handbook of Experimental Fluid Mechanics*. Springer, 2007.

[11] M. M. Campagna, G. Dinardo, L. Fabbiano, and G. Vacca. Fluid flow measurements by means of vibration monitoring. *Measurement Science and Technology*, 26(11), 2015.

[12] D. H. Chambers. Acoustically driven vibrations in cylindrical structures. *Lawrence Livermore National Laboratory*, 2013.

[13] W. Coleman, Hugh and W. Steele, Glenn. *Experimentation, validation, and uncertainity analysis for engineers*. USA, 2018.

[14] A. Czerwiński and J. Łuczko. Parametric vibrations of flexible hoses excited by a pulsating fluid flow, part ii: Experimental research. *Journal of Fluids and Structures*, 55:174–190, 2015.

[15] H. L. Dailey and S. Ghadiali. Fluid-structure analysis of microparticle transport in deformable pulmonary alveoli. *Journal of Aerosol Science*, 38(3):269–288, 2007.

[16] D. Das and J. H. Arakeri. Transition of unsteady velocity profiles with reverse flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 374:251–283, 1998.

[17] E. M. David and G. B. James. Experiments on transition to turbulence in oscillatory pipe flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 222:329–350, 1991.

[18] G. Dinardo, L. Fabbiano, G. Vacca, and A. Lay-Ekuakille. Vibrational signal processing for characterization of fluid flows in pipes. *Measurement*, 113:196–204, 2018.

[19] M. Fazio, P. M. Benson, and S. Vinciguerra. On the generation mechanisms of fluid-driven seismic signals related to volcano-tectonics. *Geophysical Research Letters*, 44(2):734–742, 2017.

[20] D. Ferras, P. Manso, D. Covas, and A. Schleiss. Fluid–structure interaction in pipe coils during hydraulic transients. *Journal of Hydraulic Research*, pages 1–15, 2017.

[21] G. Formato, R. Romano, A. Formato, J. Sorvari, T. Koiranen, A. Pellegrino, and F. Villecco. Fluid-structure interaction modeling applied to peristaltic pump flow simulations. *Machines*, 7(3), 2019.

[22] Y. Gao, M. J. Brennan, P. F. Joseph, J. M. Muggleton, and O. Hunaidi. On the selection of acoustic/vibration sensors for leak detection in plastic water pipes. *Journal of Sound and Vibration*, 283(3-5):927–941, 2005.

[23] J. P. Gomes and H. Lienhart. Fluid–structure interaction-induced oscillation of flexible structures in laminar and turbulent flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 715:537–572, 2013.

[24] D. G. Gorman, J. M. Reese, and Y. L. Zhang. Vibration of a flexible pipe conveying viscous pulsating fluid flow. *Journal of Sound and Vibration*, 230(2):379–392, 2000.

[25] M. Hino, M. Sawamoto, and S. Takasu. Experiments on transition to turbulence in an oscillatory pipe-flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 75(MAY27):193–207, 1976.

[26] O. Hunaidi, W. Chu, A. Wang, and W. Guan. Detecting leaks in plastic pipes. *Journal American Water Works Association*, 92(2):82–94, 2000.

[27] T. O. Jelly, R. C. Chin, S. J. Illingworth, J. P. Monty, I. Marusic, and A. Ooi. A direct comparison of pulsatile and non-pulsatile rough-wall turbulent pipe flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 895, 2020.

[28] J. B. Johnson, L. M. Watson, J. L. Palma, E. M. Dunham, and J. F. Anderson. Forecasting the eruption of an open-vent volcano using resonant infrasound tones. *Geophysical Research Letters*, 45(5):2213–2220, 2018.

[29] B. R. Julian. Volcanic tremor - nonlinear excitation by fluid-flow. *Journal of Geophysical Research-Solid Earth*, 99(B6):11859–11877, 1994.

[30] C. Juárez. *Modelo matemático de interacción fluido-estructura en conductos deformables sujetos a flujos pulsantes.* Tesis, 2020.

[31] V. Kanyanta, A. Ivankovic, and A. Karac. Validation of a fluid–structure interaction numerical model for predicting flow transients in arteries. *Journal of Biomechanics*, 42(11):1705–1712, 2009.

[32] A. Korobkin, I. Parau, and J. Vanden-Broeck. The mathematical challenges and modelling of hydroelasticity. *Phil. Trans R. Soc. A.*, 369:2803–2812, 2011.

[33] A. Kriusbrink and A. Heinsbroek. Fluid-structure interaction in non-rigid pipeline systems -large scale validation test-. *Industrial Technology Division Delft Hydraulics*, 1992.

[34] K. Larson. Can you estimate modulus from durometer hardness for silicones? *The dow chemical company*, pages 1–5, 2019.

[35] F. Laurantzon, N. Tillmark, R. Orlu, and P. H. Alfredsson. A flow facility for the characterization of pulsatile flows. *Flow Measurement and Instrumentation*, 26:10–17, 2012.

[36] C. Lavooij and A. Tijsseling. Fluid-structure interaction in liquid-filled piping systems. *Journal of fluids and structures*, 5(5):573–595, 1991.

[37] S. M. Lin, L. X. Gu, and Asme. Effects of turburlent blood flow on abdominal aortic aneurysms: A fluid-structure interaction study. *Proceedings of the Asme International Mechanical Engineering Congress and Exposition, 2013, Vol 3a*, 2014.

[38] D. Lopes, H. Puga, J. C. Teixeira, and S. F. Teixeira. Influence of arterial mechanical properties on carotid blood flow: Comparison of cfd and fsi studies. *International Journal of Mechanical Sciences*, 160:209–218, 2019.

[39] O. B. Luis. *Elasticidad*. McGraw-Hill, tercera edición edition, 1998.

[40] MATLAB. Fourier series. 2019a, 2001.

[41] MATLAB. Nonlinear least squares. 2019a, 2001.

[42] MATLAB. Confidence interval. 2019a, 2006.

[43] N. I. Mikheev, A. E. Goltsman, A. A. Paereliy, I. Saushin, and Iop. Experimental setup for generation and control of sinusoidal pulsatile channel flow. In *International Conference on Problems of Thermal Physics and Power Engineering (PTPPE)*, volume 891 of *Journal of Physics Conference Series*, 2017.

[44] J. Peacock, T. Jones, C. Tock, and R. Lutz. The onset of turbulence in physiological pulsatile flow in a straight tube. *Experiments in Fluids*, 24(1):1–9, 1998.

[45] M. Perton, F. J. Sanchez-Sesma, J. H. Spurlin, E. Flores, M. Navarrete, R. Gomez, and H. Marengo-Mogollon. Numerical and ultrasonic experimental simulations of elastic wave propagation around hollow cylinder. *Journal of Computational Acoustics*, 20(2), 2012.

[46] B. Pier and P. Schmid. Linear and nonlinear dynamics of pulsatile channel flow. *Jouranl of Fluid Mechanics*, 815:435–480, 2017.

[47] H. Processing. Physical properties of glycerine and its solutions. *Gulf Publishing Company*, page 28, 1967.

[48] O. Renn-Chan, L. Xiao-Yu, C. S. Boon, A. G. Johnson, and N. Bird. Fluid-structure interaction (fsi) simulation of the human cystic duct. In *Florida: Summer Bioengineering Conference*, pages 25–29.

[49] M. Specialties. Piezo fiilm sensors technical manual. *Sensor Productos Division*, 1999.

[50] C. J. Stettler and M. K. Hussain Fazle. On transition of the pulsatile flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 170:169–197, 1986.

[51] K. F. Tech. Stepper motor large peristaltic pump. *http://kamoer.com/Products/showproduct.php?id=241=en*, 2018.

[52] W. Thielicke and E. Stamhuis J. Pivlab – towards user-friendly, affordable and accurate digital particle image velocimetry in matlab. *Journal of Open Research Software*, 2, 2014.

[53] A. S. Tijsseling. Fluid-structure interaction in liquid-filled pipe systems: A review. *Journal of Fluids and Structures*, 10(2):109–146, 1996.

[54] R. Trip, D. J. Kuik, J. Westerweel, and C. Poelma. An experimental study of transitional pulsatile pipe flow. *Physics of Fluids*, 24(1), 2012.

[55] E. Tubaldi, M. Amabili, M. P. Paidoussis, and Asme. Fluid structure interaction for non-linear response of aorta replacement. *Proceedings of the Asme International Mechanical Engineering Congress and Exposition, , Vol 4a*, 2016.

[56] Z. F. Yang and M. Johnson. Velocimetry based on dye visualization for a pulsatile tubing flow measurement. *Applied Optics*, 58(10):C7–C13, 2019.

[57] S. Yazdekhasti, K. R. Piratla, S. Atamturktur, and A. Khan. Experimental evaluation of a vibration-based leak detection technique for water pipelines. *Structure and Infrastructure Engineering*, 14(1):46–55, 2018.

[58] F. Yilmaz and M. Y. Gundogdu. Experimental and computational investigation of velocity field for intermediate region of laminar pulsatile pipe flow. *Isi Bilimi Ve Teknigi Dergisi-Journal of Thermal Science and Technology*, 30(2):21–35, 2010.

[59] T. H. Yip and S. C. M. Yu. Oscillatory flows in straight tubes with an axisymmetric bulge. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 26(8):947–961, 2002.

[60] M. Zamir. *The Physics of Pulsatile Flow*. AIP PRESS, springer edition, 2000.