



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS

ESTUDIO EXPERIMENTAL Y ANALÍTICO SOBRE EL COMPORTAMIENTO ANTE
SISMO DE UNIONES VIGA COLUMNA EXTERIORES

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
SANTIAGO RODRIGUEZ SANCHEZ

TUTOR PRINCIPAL
DR. OSCAR ALBERTO LÓPEZ BÁTIZ
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

CIUDAD UNIVERSITARIA, CDMX. ENERO 2021



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Juan José Pérez Gavilán Escalante

Secretario: Dr. Sergio Manuel Alcocer Martínez de Castro

1^{er} Suplente: Dr. Oscar Alberto López Bátiz

2^{do} Suplente: M.I. Ismael Vázquez Martínez

3^{er} Suplente: Dr. Héctor Guerrero Bobadilla

Lugar donde se realizó la tesis:

Instituto de Ingeniería, UNAM.
Laboratorio de Estructuras Grandes del CENAPRED.

TUTOR DE TESIS:

Dr. Oscar Alberto López Bátiz

DEDICATORIA

A Dios por todas sus bendiciones y por brindarme la sabiduría para alcanzar todas mis metas y sueños.

A la memoria de mi padre, Santiago Rodriguez Vázquez, que a pesar de que solía decir que era mejor trabajar que hacer un posgrado, sé que estaba y está muy orgulloso de mis logros.

A mi madre, Cristina Sanchez Sanchez, por su gran amor, apoyo y educación, por enseñarme el valor de la vida y por ayudarme a lograr ser quien soy.

A mi hermano, Abraham Rodriguez Sanchez, por ser mi alarma matutina, mi mejor amigo y mi ejemplo.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, quiero agradecer al Dr. Oscar López Bátiz por su apoyo, guía, paciencia y motivación durante el desarrollo de esta tesis. En especial por siempre atenderme con amabilidad y afabilidad.

A mis sinodales, Dr. Sergio Alcocer, Dr. Juan José Pérez, Dr. Héctor Guerrero y al M.I. Ismael Vázquez, por haber revisado cuidadosamente el contenido de la tesis y por sus sugerencias en la mejora de la misma.

En especial agradezco al Dr. Guerrero por su apoyo y guía durante la primera parte de la investigación.

A Diana Soto por su apoyo, amor y comprensión durante esta etapa. Por todos los fines de semana juntos que me motivaban a seguir adelante.

A mis amigos de la maestría, Oscar Abud, Cristhian Montiel, Juan Solo, Omar Gonzalez, Marco Velazquez, Manuel Ramírez y Juan, que hicieron más amena esta etapa.

A todos los estudiantes, técnicos e investigadores que colaboraron durante las pruebas experimentales, en especial a Juan, Victor, Eduardo, Vladimir y Felipe.

A mi gran amigo Miguel Ángeles por su apoyo en la revisión del documento.

A la empresa Grupo ITISA por la donación de los especímenes de prueba.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico brindado durante mis estudios de posgrado.

RESUMEN

Se presentan los resultados de las pruebas experimentales ante cargas cíclicas reversibles de tres sub-ensambles de uniones exteriores viga-columna de concreto reforzado a escala real colados monolíticamente, cada uno con diferente cuantía de área de acero de refuerzo transversal en la viga, esto con el fin de analizar el efecto de dicha variable en el comportamiento de las articulaciones plásticas en los extremos de estas. Se calcularon las curvas carga-desplazamiento teóricas de las vigas, considerando el punto de falla cuando se producía la ruptura del estribo o el pandeo del refuerzo longitudinal. Se muestra el efecto que tiene la variación de la cuantía de acero de refuerzo transversal en la viga, en el comportamiento general de los especímenes, analizando el efecto en los momentos resistentes últimos, en la ductilidad de desplazamiento, en la degradación de rigidez, en la energía histerética acumulada y en el agrietamiento. Los resultados teóricos y experimentales mostraron que a menor separación de estribos se obtiene mayor capacidad de deformación y energía histerética acumulada. Además, se obtuvo experimental y analíticamente que la contribución de la viga a la distorsión total del espécimen, es del 90%, por lo que se considera de suma importancia utilizar factores de inercia efectiva que reproduzcan fielmente el comportamiento de las vigas de concreto en análisis lineales, por ende, se compara la rigidez efectiva experimental con la propuesta por normatividades vigentes y por modelos analíticos. Asimismo, se muestra que los tres especímenes cumplen con los criterios de aceptación de marcos resistentes a momentos del estándar ACI 374.1-05.

Con base en los resultados experimentales se propone un modelo de comportamiento para elementos lineales con plasticidad concentrada, dicho modelo considera la degradación de la pendiente en descarga y en recarga, de tal manera que dicha degradación varía en función de la energía histerética acumulada y del desplazamiento máximo alcanzado. Además, la curva básica cuenta con una pendiente post-pico negativa para que el modelo degrade de manera acelerada una vez se supere el desplazamiento del punto pico. Se calibra el modelo de comportamiento propuesto al comportamiento experimental de las articulaciones plásticas de las vigas de los especímenes, obteniendo modelaciones similares a las curvas experimentales y con variaciones de energía histerética acumulada menores a diez por ciento. Con base en las calibraciones y en un análisis de sensibilidad se proponen ecuaciones para los parámetros que definen el comportamiento del modelo propuesto, en función del valor de la cuantía de área de acero de refuerzo transversal. Finalmente, se utilizan los valores obtenidos con las ecuaciones propuestas para modelar el comportamiento de las pruebas experimentales, de los tres especímenes reportados y de dos especímenes de sub-ensambles de uniones viga columna prefabricados, obteniéndose resultados satisfactorios.

ABSTRACT

Three experimental test results of RC full-scale beam-column exterior joint sub-assemblages subjected to reversible cyclic loading are shown. Specimens were cast monolithically and each of them had different transverse reinforcement ratio of beams. This in order to analyze the effect of the variable on the behavior of the plastic joints at beam ends. Theoretical load-displacement curves of the beams were calculated, taking into account the point of failure when the transverse reinforcement ruptured or when the longitudinal bar buckling occurred. The effect that the variation of transverse reinforcement ratio of the beam has on the general behavior of the specimens is shown, analyzing the effect in the ultimate moment of resistance, in displacement ductility, in stiffness degradation, in cumulative energy dissipated and in cracking pattern. The theoretical and experimental results showed that the lower the stirrup spacing, the greater deformation capacity and cumulative energy dissipated. In addition, it was obtained experimentally and analytically that the contribution of the beam to the total distortion of the specimen is 90%, so it is considered of utmost importance to use effective inertia factors that faithfully reproduce the behavior of the concrete beams under linear analysis, therefore, the effective experimental rigidity is compared with that proposed by current regulations and analytical models. Also, the three specimens are shown to meet the acceptance criteria for moment resistant frames of the ACI 374.1-05 standard.

Based on the experimental results, a behavioral model for linear elements with concentrated plasticity is proposed, this model considers the degradation of the slope in unloading and in loading, in such a way that said degradation varies as a function of the cumulative energy dissipated and the maximum displacement reached. In addition, the basic curve has a negative post-peak slope so that the model degrades in an accelerated manner once the displacement of the peak point is exceeded. The proposed behavior model is calibrated to the experimental behavior of the beam plastic joints, obtaining models similar to the experimental curves and with cumulative energy dissipated difference of less than ten percent. Based on the calibrations and a sensitivity analysis, equations are proposed for the parameters that define the proposed model behavior, based on the transverse reinforcement ratio. Finally, the values obtained with the proposed equations are used to model the behavior of the experimental tests, of the three reported specimens and of two specimens of prefabricated beam column joint sub-assemblies, obtaining adequate results.

ÍNDICE

RESUMEN.....	V
ABSTRACT.....	VI
LISTA DE FIGURAS.....	XI
LISTA DE TABLAS.....	XVII
1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN.....	2
1.2 JUSTIFICACIÓN.....	2
1.3 OBJETIVOS.....	3
1.4 ALCANCES.....	3
2. REVISIÓN DE ESTUDIOS PREVIOS.....	5
2.1 ESTUDIOS EXPERIMENTALES.....	5
2.2 MODOS DE FALLA POR FLEXIÓN TEÓRICOS.....	7
2.2.1 Falla por ruptura de estribo.....	7
2.2.2 Falla por pandeo de barras de refuerzo longitudinal.....	7
2.3 MODELOS DE HISTÉRESIS PARA ELEMENTOS EN FLEXIÓN.....	8
2.3.1 Modelo bilineal.....	8
2.3.2 Modelo de Clough y Johnston.....	8
2.3.3 Modelo de Takeda.....	8
2.3.4 Modelo de histéresis degradante trilineal.....	9
2.3.5 Modelo de Wang y Shah.....	9
2.3.6 Modelo de Chung, Meyer y Shinozuka.....	9
2.3.7 Modelo de Sivaselvan y Reinhorn.....	9
2.3.8 Modelo de Park, Reinhorn y Kunnath.....	10
2.3.9 Modelo de Ibarra-Medina-Krawinkler (IMK).....	10
3. ESTUDIO EXPERIMENTAL.....	11
3.1 DESCRIPCIÓN DEL EXPERIMENTO.....	11
3.1.1 Descripción de los especímenes.....	11
3.1.2 Configuración del experimento.....	12
3.1.3 Instrumentación.....	15
3.2 SECUENCIA DE PRUEBA.....	18
3.2.1 Secuencia de pruebas programadas.....	18
3.2.2 Secuencia de pruebas aplicadas.....	19

3.3 ANÁLISIS TEÓRICO DEL COMPORTAMIENTO	21
3.3.1 Diagramas momento-curvatura de las vigas	21
3.3.2 Comparación de curvas carga-desplazamiento experimentales y teóricas.....	27
4. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES.....	32
4.1 RELACIONES CARGA-DESPLAZAMIENTO	32
4.1.1 Envoltentes.....	33
4.2 CONTRIBUCIÓN DE LA COLUMNA A LA DISTORSIÓN TOTAL	34
4.2.1 Contribución determinada experimentalmente	34
4.2.2 Contribución determinada analíticamente.....	34
4.3 CONTRIBUCIÓN DEL NUDO A LA DISTORSIÓN TOTAL	38
4.4 CONTRIBUCIÓN DE CADA COMPONENTE A LA DISTORSIÓN TOTAL.....	42
4.5 CURVAS MOMENTO-ROTACIÓN EN ARTICULACIONES PLÁSTICAS.....	44
4.6 REVISIÓN DEL EFECTO DEL PARÁMETRO CARACTERÍSTICO EN LA RESPUESTA DEL MODELO	46
4.6.1 Distorsión de fluencia y ductilidad de desplazamiento.....	46
4.6.2 Comparación de momentos resistentes	52
4.6.3 Degradación de rigidez	53
4.6.4 Energía histerética disipada	57
4.6.5 Amortiguamiento viscoso equivalente.....	58
4.6.6 Agrietamiento y daño visual	60
4.6.7 Efecto de la cuantía volumétrica del refuerzo transversal en la distorsión última.....	63
4.6.8 Anchos de grieta máximos en puntos pico y anchos de grieta remanentes.....	64
5. MODELO DE COMPORTAMIENTO PARA ELEMENTOS LINEALES CON PLASTICIDAD CONCENTRADA	68
5.1 CURVA ESQUELETAL	69
5.2 PARÁMETRO DE DEGRADACIÓN	71
5.3 FORMAS DE DEGRADACIÓN	74
5.4 PROCEDIMIENTO EMPLEADO PARA LA CALIBRACIÓN DEL MODELO A LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES.....	78
5.4.1 Determinación de la curva momento-distorsión en la articulación plástica de la viga	78
5.4.2 Método de calibración del modelo a partir de resultados experimentales	83
5.5 CALIBRACIÓN DEL MODELO A LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES	83
5.5.1 Articulación plástica de la viga del espécimen 1	83
5.5.2 Articulación plástica de la viga del espécimen 2	84
5.5.3 Articulación plástica de la viga del espécimen 3	86
5.5.4 Comparación de la calibración de los tres especímenes	87
5.6 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DEL MODELO.....	88
5.6.1 Efecto de la variación en los parámetros de ajuste de desplazamiento y de ajuste de energía ..	88
5.6.2 Efecto de la variación de la rotación plástica en el punto post-pico	91

5.7 RELACIÓN ENTRE LOS PARÁMETROS QUE DEFINEN EL COMPORTAMIENTO DEL MODELO Y LA CUANTÍA DE ÁREA DE ACERO DE REFUERZO TRANSVERSAL.....	93
5.7.1 Parámetro de ajuste de desplazamientos	94
5.7.2 Parámetro de ajuste de energía.....	95
5.7.3 Rotación plástica post-pico	96
5.7.4 Comparación de los valores calibrados y los valores que se obtendrían con las ecuaciones propuestas.	97
5.8 APLICACIÓN DE LOS PARÁMETROS CALCULADOS EN EL MODELO Y COMPARACIÓN CON LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES	98
5.8.1 Articulación plástica de la viga del espécimen 1	98
5.8.2 Articulación plástica de la viga del espécimen 2	99
5.8.3 Articulación plástica de la viga del espécimen 3	100
5.9 CALIBRACIÓN DEL MODELO EN RESULTADOS EXPERIMENTALES DE UNIONES VIGA COLUMNA PREFABRICADAS	102
5.9.1 Articulación plástica de la viga del espécimen prefabricado 1	102
5.9.2 Articulación plástica de la viga del espécimen prefabricado 2	104
6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	106
6.1 RECOMENDACIONES PARA INVESTIGACIONES FUTURAS	108
REFERENCIAS.....	110
A. MODELO DE TAKEDA BILINEAL	116
B. RESISTENCIAS DE DISEÑO DE LOS ELEMENTOS DE LOS ESPECÍMENES	118
B.1 RESISTENCIA DE LA VIGA	118
B.1.1 Resistencia a flexión.....	118
B.1.2 Resistencia a cortante	123
B.2 RESISTENCIA DE LA COLUMNA	125
B.2.1 Resistencia a flexión de la columna	125
B.2.2 Resistencia a cortante	126
B.3 RESISTENCIA DEL NUDO.....	127
C. PROGRAMA PARA CALCULO DE DIAGRAMAS MOMENTO-CURVATURA	128
D. PROGRAMA DEL MODELO DE HISTÉRESIS PROPUESTO.....	142

LISTA DE FIGURAS

Figura 3-1. Estructura prototipo y esquema del espécimen.	12
Figura 3-2. Dimensiones y armados de los especímenes.	13
Figura 3-3. Vista lateral y corte de la configuración del experimento.	14
Figura 3-4. Fotografías de la configuración del experimento.	14
Figura 3-5. Instrumentación de los especímenes.	15
Figura 3-6. Distribución y ubicación de los transductores de desplazamiento horizontales, dimensiones en mm.	16
Figura 3-7. Distribución y ubicación de los transductores de desplazamiento verticales, dimensiones en mm.	17
Figura 3-8. Distribución y ubicación de los transductores de desplazamiento diagonales, dimensiones en mm.	17
Figura 3-9. Historias de distorsiones y desplazamientos programadas para los especímenes 2 y 3.	18
Figura 3-10. Historia de distorsiones y desplazamientos programada para el espécimen 1.	19
Figura 3-11. Historia de distorsiones y desplazamientos aplicada al espécimen 1.	20
Figura 3-12. Historia de distorsiones y desplazamientos aplicada al espécimen 2.	20
Figura 3-13. Historia de distorsiones y desplazamientos aplicada al espécimen 3.	20
Figura 3-14. Inconsistencia en ciclo 28 y 29 del espécimen 3.	21
Figura 3-15. Curva esfuerzo-deformación del acero de refuerzo longitudinal del Modelo de Mander (1983).	23
Figura 3-16. Variación de la profundidad del eje neutro después del agrietamiento respecto a la curvatura.	24
Figura 3-17. Curva esfuerzo-deformación del concreto confinado del espécimen 1 con el Modelo de Mander et al. (1988).	24
Figura 3-18. Diagramas momento-curvatura de las vigas de los tres especímenes.	27
Figura 3-19. Curvas carga-desplazamiento teóricas y envolvente de curvas de histéresis del espécimen 1.	30
Figura 3-20. Curvas carga-desplazamiento teóricas y envolvente de curvas de histéresis del espécimen 2.	30

Figura 3-21. Curvas carga-desplazamiento teóricas y envolvente de curvas de histéresis del espécimen 3.	30
Figura 4-1. Curvas de histéresis y envolventes de los tres especímenes.....	33
Figura 4-2. Distorsión experimental de las columnas en los tres especímenes.....	36
Figura 4-3. Distorsión experimental y analítica en el espécimen 1 asociado a la rotación de la columna.	37
Figura 4-4. Distorsión experimental y analítica en el espécimen 2 asociado a la rotación de la columna.	37
Figura 4-5. Distorsión experimental y analítica en el espécimen 3 asociado a la rotación de la columna.	37
Figura 4-6. Deformación por cortante en el nudo.	38
Figura 4-7. Curva carga-contribución de los nudos a la distorsión total de los especímenes.	40
Figura 4-8. Contribución del nudo a la distorsión total espécimen 1.....	40
Figura 4-9. Contribución del nudo a la distorsión total espécimen 2.....	41
Figura 4-10. Desplazamiento de los TDDs 5 y 6 del espécimen 1.	41
Figura 4-11. Desplazamiento de los TDDs 5 y 6 del espécimen 2.	41
Figura 4-12. Contribución de cada componente a la distorsión total del espécimen 1.	42
Figura 4-13. Contribución de cada componente a la distorsión total del espécimen 2.	42
Figura 4-14. Contribución en porcentaje de cada componente a la distorsión total de los especímenes 1 y 2.	43
Figura 4-15. Curvas momento-rotación de las articulaciones en las vigas de los tres especímenes.....	45
Figura 4-16. Desviación de los TDVs de la viga debido al inicio del desprendimiento del recubrimiento.	45
Figura 4-17. Método de Pan y Moehle (1989) para determinar la distorsión de fluencia.....	47
Figura 4-18. Método del FEMA 356 (2000) para determinar el punto de fluencia aplicado al espécimen 1.	49
Figura 4-19. Método del FEMA 356 (2000) para determinar el punto de fluencia aplicado al espécimen 1, con la distorsión objetivo al 3%.....	50
Figura 4-20. Rigidez pico a pico y energía histerética en un ciclo.	53
Figura 4-21. Degradación de rigidez en cada ciclo aplicado al espécimen 1 y rigidez promedio de los tres especímenes.	54
Figura 4-22. Degradación de rigidez en el espécimen 1, para ciclos a distorsiones menores a 1.1% (a la izquierda) y para ciclos a distorsiones mayores a 1.1% (a la derecha).	55
Figura 4-23. Energía histerética disipada en cada ciclo grande.	58
Figura 4-24. Energía histerética acumulada.....	58
Figura 4-25. Amortiguamiento viscoso equivalente en cada ciclo grande y promedio.	59
Figura 4-26. Ciclo 4 del espécimen 3 en el rango elástico.....	59

Figura 4-27. Daño en los especímenes al 1% distorsión (a_g = ancho de grieta máximo).	61
Figura 4-28. Daño en los especímenes al 2% distorsión (a_g = ancho de grieta máximo).	61
Figura 4-29. Daño en los especímenes al 3% distorsión (a_g = ancho de grieta máximo).	61
Figura 4-30. Daño en los especímenes al 4% distorsión (a_g = ancho de grieta máximo).	62
Figura 4-31. Daño en los especímenes al final de las pruebas.	62
Figura 4-32. Relación de la cuantía volumétrica del refuerzo transversal contra distorsión última de los especímenes.	63
Figura 4-33. Anchos de grieta máximos remantes, al punto pico positivo y al punto pico negativo.	64
Figura 4-34. Anchos de grieta remantes, al punto pico positivo y al punto pico negativo, en cada ciclo. .	65
Figura 4-35. Relación entre los anchos de grieta máximos remantes y los anchos de grieta máximos en los picos.	66
Figura 5-1. Modelación a nivel estructural de un elemento viga.	68
Figura 5-2. Curva esquelética del modelo propuesto.	70
Figura 5-3. Conjunto de ciclos al 2.2% y un ciclo a 2.75% de distorsión aplicados al primer espécimen. 72	
Figura 5-4. Conjunto de ciclos a 2.75% de distorsión aplicados el espécimen 1.	74
Figura 5-5. Conjunto de ciclos a 3.5% de distorsión aplicados el espécimen 1.	74
Figura 5-6. Curvas carga-desplazamiento con cargas reversibles y monotónicas de vigas similares (Burns y Siess, 1962).	75
Figura 5-7. Curvas carga-desplazamiento con cargas reversibles cargas cíclicas y monotónicas de vigas similares (Burns y Siess, 1962).	75
Figura 5-8. Curvas carga-desplazamiento con monotónicas de dos columnas idénticas (Ingham et al. 2001).	75
Figura 5-9. Calibración del modelo IMK pinching en muro de corte de madera contrachapada probado en la Universidad de California, San Diego (Ibarra et al., 2005).	76
Figura 5-10. Modelo con degradación de rigidez sólo en la recarga, en la izquierda es la degradación en la zona de post-fluencia y en la derecha en la zona post-pico.	77
Figura 5-11. Modelo con degradación de rigidez sólo en la descarga.	78
Figura 5-12. Curvas momento-rotación plástica de la viga del espécimen 2, considerando tres alternativas para su determinación.	81
Figura 5-13. Rotación plástica en cada paso del espécimen 2, considerando tres alternativas para su determinación.	82
Figura 5-14. Modelo calibrado en la articulación plástica de la viga del espécimen 1.	84
Figura 5-15. Energías histeréticas acumuladas paso a paso en la articulación plástica de la viga del espécimen 1, experimental y del modelo.	84

Figura 5-16. Modelo calibrado en la articulación plástica de la viga del espécimen 2.....	85
Figura 5-17. Energías histeréticas acumuladas paso a paso en la articulación plástica de la viga del espécimen 2, experimental y del modelo.	85
Figura 5-18. Modelo calibrado en la articulación plástica de la viga del espécimen 3.....	86
Figura 5-19. Energías histeréticas acumuladas paso a paso en la articulación plástica de la viga del espécimen 3, experimental y del modelo.	86
Figura 5-20. Variación del parámetro de degradación paso a paso, mostrando sus respectivas contribuciones.	87
Figura 5-21. Variación de la relación de la energía histerética acumulada del modelo y la experimental en función de α_1	89
Figura 5-22. Curva momento-rotación plástica de la articulación de la viga del espécimen 1, considerando casos críticos de α_1	89
Figura 5-23. Variación de la relación de la energía histerética acumulada del modelo y la experimental en función de α_2	90
Figura 5-24. Curva momento-rotación plástica de la articulación de la viga del espécimen 1, considerando casos críticos de α_2	91
Figura 5-25. Variación de la relación de la energía histerética del modelo y experimental en función de la relación de rotación en el punto post-pico y la rotación en el punto pico.	92
Figura 5-26. Curva momento-rotación plástica de la articulación de la viga del espécimen 2, considerando casos críticos del valor de la relación z.	93
Figura 5-27. Parámetro de ajuste de desplazamiento en función de la cuantía de área de refuerzo transversal.	95
Figura 5-28. Parámetro de ajuste de energía en función de la cuantía de área de refuerzo transversal.	95
Figura 5-29. Relación de la rotación plástica en el punto post-pico y el punto pico, en función de la cuantía de área de refuerzo transversal.	97
Figura 5-30. Modelo en la articulación plástica de la viga del espécimen 1, con los valores calculados de los parámetros.	98
Figura 5-31. Energías histeréticas acumuladas paso a paso en la articulación plástica de la viga del espécimen 1, experimental y del modelo con los valores calculados de los parámetros.	99
Figura 5-32. Modelo en la articulación plástica de la viga del espécimen 2, con los valores calculados de los parámetros.	100
Figura 5-33. Energías histeréticas acumuladas paso a paso en la articulación plástica de la viga del espécimen 2, experimental y del modelo con los valores calculados de los parámetros.	100

Figura 5-34. Modelo en la articulación plástica de la viga del espécimen 3, con los valores calculados de los parámetros.	101
Figura 5-35. Energías histeréticas acumuladas paso a paso en la articulación plástica de la viga del espécimen 3, experimental y del modelo con los valores calculados de los parámetros.	101
Figura 5-36. Modelo calibrado en la articulación plástica de la viga del espécimen prefabricado 1.....	103
Figura 5-37. Energías histeréticas acumuladas paso a paso en la articulación plástica de la viga del espécimen prefabricado 1, experimental y del modelo.....	103
Figura 5-38. Modelo calibrado en la articulación plástica de la viga del espécimen prefabricado 2.....	104
Figura 5-39. Energías histeréticas acumuladas paso a paso en la articulación plástica de la viga del espécimen prefabricado 2, experimental y del modelo.....	104
Figura A-1. Curva esquelética del modelo de Takeda bilineal (Takeda et al., 1970).....	116
Figura B-1. Deformaciones unitarias y fuerzas de cada componente.....	121

LISTA DE TABLAS

Tabla 3-1. Propiedades de los especímenes.	12
Tabla 3-2. Dimensiones de la separación horizontal de los TDVs de las vigas, dimensiones en mm.	16
Tabla 3-3. Propiedades del acero de refuerzo.	22
Tabla 4-1. Esfuerzos confinantes y cuantías de área y volumétricas del acero de refuerzo transversal.	46
Tabla 4-2. Cargas y distorsiones asociadas a la fluencia y a la resistencia última, y ductilidades de desplazamiento.	48
Tabla 4-3. Distorsión de fluencia y ductilidad de desplazamiento con el criterio del FEMA 356 (2000), con distorsión objetivo igual al punto con 15% de degradación de resistencia o terminación de la prueba por cuestiones de seguridad.	49
Tabla 4-4. Distorsión de fluencia y ductilidad de desplazamiento con el criterio del FEMA 356 (2000), con distorsión objetivo igual al 3%.	51
Tabla 4-5. Distorsiones y cargas experimentales de la primera fluencia.	51
Tabla 4-6. Comparación de momentos resistentes experimentales, de diseño e ideales.	53
Tabla 4-7. Razones de la rigidez efectiva propuesta por algún código y modelo entre la rigidez experimental.	57
Tabla 5-1. Valores utilizados para la calibración del modelo en cada articulación plástica de la viga de cada espécimen.	88
Tabla 5-2. Parámetro de ajuste de desplazamientos, valores calculados, aceptables y óptimos.	97
Tabla 5-3. Parámetro de ajuste de energías, valores calculados, aceptables y óptimos.	97
Tabla 5-4. Relación z entre la rotación post-pico y la rotación pico, valores calculados, aceptables y óptimos.	97
Tabla B-1. Calculo de deformaciones y fuerzas en el acero de refuerzo.	122
Tabla B-2. Calculo de deformaciones y fuerzas en el acero de refuerzo.	122
Tabla B-3. Momentos resistentes ideales de los tres especímenes.	123
Tabla B-4. Calculo de deformaciones y fuerzas en el acero de refuerzo.	125

CAPÍTULO 1

1. INTRODUCCIÓN

En la práctica de diseño sismo-resistente de marcos resistentes a momento se utiliza la filosofía de columna fuerte-viga débil y se diseña de manera que se eviten las fallas frágiles de cortante, de pérdida de adherencia del refuerzo longitudinal y de compresión, de modo que se formen articulaciones plásticas, preferentemente, en las vigas. Con esto, se espera que las columnas y uniones viga-columna permanezcan en el intervalo elástico o que su incursión en el intervalo inelástico sea bajo, de manera que el daño se concentre en las vigas, permitiendo la disipación de energía a través de éstas.

Con el objetivo de verificar el comportamiento descrito anteriormente, se realizan pruebas experimentales ante cargas cíclicas reversibles de tres sub-ensambles de uniones exteriores viga-columna de concreto reforzado escala real colados monolíticamente, con diferentes cuantías de área de acero de refuerzo transversal en la viga, como variable de estudio. Con base en los resultados experimentales se pretende corroborar la teoría de flexión y teorías de puntos de falla, determinar la influencia de las cuantías de área de acero de refuerzo transversal en las curvas de histéresis y comparar el comportamiento de los especímenes con otros símiles prefabricados reportados por Guerrero et al. (2019).

La mejor manera de evaluar el desempeño de una estructura diseñada con una filosofía de viga débil – columna fuerte, es realizando análisis que consideren el comportamiento inelástico no lineal, para ello la manera más práctica y con menor demanda computacional es el empleo de articulaciones plásticas concentradas. En dichas articulaciones se utilizan modelos de histéresis que simulan el comportamiento inelástico no lineal de los elementos de la estructura.

Aunque en la actualidad existe una gran cantidad y variedad de modelos de comportamiento para elementos con comportamiento predominante en flexión, pocos de estos consideran degradación de rigidez y resistencia, y tan solo algunos consideran una pendiente post-pico negativa que permite una degradación inmediata. Además, los parámetros de degradación de los modelos actuales no consideran de manera conjunta la energía histerética acumulada y el desplazamiento máximo alcanzado. Por lo cual se considera la necesidad de contar con un modelo de histéresis que degrade en resistencia y rigidez en función de la energía y el desplazamiento, y que cuente con una pendiente post-pico negativa.

Una vez que se cuente con el modelo de histéresis mencionado, es indispensable contar con expresiones que relacionen las características geométricas de los elementos con las reglas de histéresis. Con esto se busca tener una herramienta para realizar análisis no lineales que permitan evaluar la capacidad de una estructura al colapso. Debido a que el colapso es un estado límite contemplado en los reglamentos de diseño

actuales, es importante conocer la capacidad al colapso de las estructuras con un método que considere la distribución del daño, como lo es el modelo de comportamiento de plasticidad concentrada propuesto más adelante.

1.1 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

- ¿Qué efecto tiene la variación de la cuantía de área de acero de refuerzo transversal de las vigas en el comportamiento histerético local del elemento?
- ¿Qué efecto tiene la variación de la cuantía de área de acero de refuerzo transversal de las vigas en el comportamiento histerético global de un sub-ensamble de unión viga columna?

1.2 JUSTIFICACIÓN

La investigación surge por la necesidad de conocer el efecto que tiene la variación de la cuantía de área de acero de refuerzo transversal de las vigas en el comportamiento ante sismo de un sub-ensamble, y los modelos que lo representan, para ello se analiza el efecto que se tiene en el comportamiento histerético que involucra la capacidad de deformación, capacidad de disipación de energía y la degradación de rigidez y resistencia. A pesar de que este tema ya se ha estudiado con anterioridad, con esta investigación se pretende, por medio de experimentos a escala real, corroborar algunas teorías de comportamiento y de falla, crear un modelo de histéresis que emule el comportamiento experimental y permita realizar análisis al colapso de edificios con sistema a base de marcos de concreto reforzado resistentes a momento.

El estudio presentado en esta tesis es parte de una investigación referente al comportamiento ante sismo de estructuras prefabricadas, realizada en colaboración entre el Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED) y la empresa Impulsora Tlaxcalteca de Industrias S.A. de C.V. (ITISA). El enfoque del presente estudio es el análisis del comportamiento de tres sub-ensambles monolíticos de uniones viga-columna a escala real; mismo que permitirá realizar una comparación del comportamiento de los especímenes monolíticos y especímenes prefabricados que se estudiaron en la primera parte etapa de la investigación. En la primera parte etapa del proyecto se probaron y analizaron en el laboratorio de Grandes Estructuras del CENAPRED, seis sub-ensambles prefabricados de uniones viga-columna con diferentes niveles de confinamiento en el nodo y diferentes niveles de post-tensando (CENAPRED, 2018).

No obstante, en los estudios antes mencionados, se identifica escases de información experimental que permita establecer una relación con certidumbre entre la variable de estudio, la separación del acero de refuerzo transversal o la cuantía del mismo, y las propiedades de los modelos de comportamiento carga desplazamiento de las zonas donde se asume la concentración del comportamiento inelástico durante el proceso de análisis. Esto motivó el desarrollo del presente estudio.

1.3 OBJETIVOS

- Determinar el efecto de la variación de la cuantía de área de acero de refuerzo transversal de las vigas, en el comportamiento ante cargas cíclicas reversibles de sub-ensambles de uniones exteriores viga columna de concreto reforzado escala real colados monolíticamente.
- Desarrollar un modelo de comportamiento para elementos lineales con plasticidad concentrada que simule el comportamiento inelástico no lineal en vigas con comportamiento predominante a flexión y degradación de resistencia por cortante y/o adherencia.
- Establecer la relación de las características geométricas de vigas con las reglas de histéresis.
- Ajustar el modelo de histéresis a pruebas experimentales de sub-ensambles de uniones viga-columna monolíticas y prefabricadas.

1.4 ALCANCES

Se limita el estudio experimental y teórico a uniones viga-columna exteriores de concreto reforzado coladas monolíticamente, considerando que cumplen con los requisitos del Reglamento de Construcciones de la Ciudad de México (RCDF, 2004). Se detalla la configuración de los experimentos y se muestran las curvas carga-desplazamiento de los tres especímenes, para posteriormente analizar el efecto en el comportamiento estructural que tiene la variación de la cuantía de área de acero de refuerzo transversal de las vigas de uniones viga columna.

Se plantea un modelo de comportamiento para elementos lineales con plasticidad concentrada, el cual considera degradación en la descarga y recarga. Para degradar considera la energía histerética acumulada y el desplazamiento máximo alcanzado por el espécimen. Se ajusta el modelo a los resultados experimentales y se proponen relaciones entre las variables del modelo y la cuantía del refuerzo transversal. El modelo de comportamiento se limita a elementos de concreto reforzado que trabajen predominantemente a flexión.

CAPÍTULO 2

2. REVISIÓN DE ESTUDIOS PREVIOS

2.1 ESTUDIOS EXPERIMENTALES

Debido a que el daño de los especímenes del presente trabajo se concentró en la viga y fue daño principalmente por flexión, el estudio se enfoca en el comportamiento inelástico a flexión de la viga, y por ende la revisión de estudios previos también. La revisión se centró en la primer época de estudios experimentales sobre el tema, mediados de los 40's a mediados de los 70's.

El estudio de la teoría plástica de miembros de concreto reforzado sometidos a flexión data desde los años 40's y 50's con los estudios presentados por Whitney (1942, 1956) y Hognestad et al. (1951, 1955), en los cuales se establece la teoría de análisis plástico del concreto reforzado, permitiendo obtener los momentos resistentes al aplastamiento del concreto. Cabe destacar que dichas teorías permanecen vigentes con variaciones mínimas.

Inicialmente las pruebas experimentales de uniones viga-columna consistían en vigas cargadas en el centro a través de una porción pequeña de la columna y generalmente ante cargas monótonas crecientes. Esto prácticamente solo permite observar el comportamiento a flexión de las vigas, ya que si no se induce una carga lateral tipo sísmica, la unión viga columna no tiene demandas de cortante importantes. Algunas investigaciones referentes se resumen a continuación:

McCollister et al. (1954) ensayaron 25 vigas simplemente apoyadas con claro libre de 2.74 m y con carga monótona creciente aplicada en el centro en una porción pequeña de columna. En la mayoría de vigas se utilizaron estribos con varillas de diámetro de 9.5 mm (No. 3) a separaciones de 150 mm, con el objetivo de evitar una falla por cortante. Las vigas tenían una sección transversal de 150 mm de ancho por 300 mm de peralte, siendo las variables en estudio las cuantías de refuerzo longitudinal a compresión y tensión, y la resistencia especificada a compresión del concreto. En la investigación se demostró que la cuantía de acero de refuerzo longitudinal en compresión tiene un efecto importante en la capacidad de deformación, generando un aumento en dicha capacidad al aumentar la cuantía de refuerzo en compresión.

Ernst (1957) reportó pruebas experimentales de 20 vigas con claro libre de 2.74 m cargadas de manera monótona creciente a través de una porción de la columna de diferentes longitudes. Las vigas tenían una sección transversal de 150 mm de ancho por 300 mm de peralte, siendo las variables en estudio las cuantías de refuerzo longitudinal a compresión y tensión, la resistencia especificada a compresión del concreto y la velocidad de aplicación de carga. Se utilizaron estribos con varillas número tres con separaciones variables, de manera que se evitaran las fallas de cortante.

En las pruebas anteriores se obtuvo un aumento de la capacidad de deformación del 45% aproximadamente al disminuir de 150 mm a 100 mm la separación de estribos en la viga, esto sin aumento de resistencia a pesar de que se aumentó indirectamente el confinamiento de la viga.

Burns y Siess (1962) reportan los resultados experimentales de 21 vigas con claro libre de 3.66 m y cargadas de igual manera a través de una pequeña porción de columna, pero en este caso la carga fue aplicada con cargas repetidas, es decir, con carga y descarga subsecuente. Además algunas vigas fueron sometidas a carga cíclica reversible. Las variables en estudio de estas pruebas fueron el peralte efectivo, la cuantía de refuerzo a compresión y la dirección y secuencia de carga, ya sea con cargas repetidas o cargas reversibles. La sección transversal de las vigas era de 200 mm de ancho y con peralte efectivo variables de 254, 356 y 457 mm. En todas las vigas se utilizaron estribos a separaciones de 150 mm y en casi todas con estribos con varillas del número tres con el objetivo de evitar una falla por cortante.

De la investigación anterior se identificó que el comportamiento ante cargas cíclicas no reversibles y cargas monótonas crecientes es similar, en cambio, para cargas reversibles se obtuvo que la capacidad de deformación se redujo en un 40% aproximadamente, comparada con su símil cargado monótonamente, fallando por pandeo de las barras a compresión. Las envolventes son comparables previo al punto de falla de la envolvente correspondiente a la viga con cargas reversibles, esto indica que el efecto de cargas reversibles en estas pruebas no generó degradación de resistencia.

Debido a que la separación de estribos se mantuvo constante en la investigación anterior, no fue posible ver el efecto de esta variable, pero si se observó que al mantener la separación de estribos y aumentar el diámetro de varilla del estribo permite obtener deflexiones últimas mayores. Sin embargo el comportamiento al punto de fluencia y al punto del primer aplastamiento es prácticamente el mismo. En este caso se asocia que se alcanzó una mayor capacidad de deformación debido a que se evitó la falla por cortante con los estribos de mayor diámetro, es decir, con un incremento de la cuantía de refuerzo transversal. Debido a que las fallas fueron por cortante, no se pudo estudiar a ciencia cierta el efecto del confinamiento.

Finalmente con base en las tres investigaciones mencionadas, se concluye que los principales factores que afectan la ductilidad son la cuantía de acero de refuerzo en compresión y la cuantía del refuerzo transversal. En las investigaciones se comprobaron las teorías de flexión desarrolladas por Whitney y Hognestad, con las cuales se determinaron los momentos flexionantes resistentes, obteniéndose resultados similares comparados con los resultados experimentales.

Brown y Jirsa (1971) realizaron pruebas experimentales de 12 vigas de concreto reforzado en cantiléver sujetas a cargas cíclicas reversibles. Aunque el modo de falla que dominó fue de cortante, se concluyó que al reducir la separación de estribos se puede mantener la carga aplicada e incrementar la capacidad de disipación de energía. Debido a las fallas por cortante presentadas, se observó que al disminuir el claro de cortante o aumentar el cortante aplicado se reducía el número de ciclos necesarios para que se presente la falla.

2.2 MODOS DE FALLA POR FLEXIÓN TEÓRICOS

A partir de estudios más recientes, se propusieron dos modos de falla por flexión teóricos, uno de ellos es por aplastamiento del concreto en compresión, y el otro caso es el del pandeo de las barras longitudinales. Aunque las propuestas de los modos de falla fueron calibradas con pruebas experimentales en columnas, se verá que brindan buenos resultados al aplicarlos en vigas ya que finalmente la flexión pura es un caso particular de la flexocompresión. Los modos de falla consideran que son elementos sometidos a cargas cíclicas reversibles.

2.2.1 Falla por ruptura de estribo

La deformación última del concreto en compresión al momento de la falla por ruptura de estribos se define con la Ec. 2-1 propuesta por Priestley et al. (1996):

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + \frac{1.4\rho_s f_{yh} \varepsilon_{suh}}{f'_{cc}} \quad (2-1)$$

Donde:

ρ_s = Cuantía volumétrica del refuerzo transversal en una columna rectangular con estribos.

ε_{suh} = Deformación unitaria última del acero de refuerzo transversal.

f_{yh} = Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo transversal.

f'_{cc} = Resistencia a compresión del concreto confinado.

2.2.2 Falla por pandeo de barras de refuerzo longitudinal

2.2.2.1 Priestley (2000) determinó que la falla por pandeo de las barras de refuerzo longitudinal se alcanza cuando la deformación máxima en el acero en tracción es igual a $\varepsilon_{smax} = 0.6 \varepsilon_{su}$, donde ε_{su} es la deformación unitaria última del acero de refuerzo longitudinal en tracción.

2.2.2.2 Rodriguez e Iñiguez (2019) proponen la Ec. 2-2 que define la deformación asociada al pandeo de las barras longitudinales. Dicha deformación considera la deformación de la barra en compresión y la deformación en tensión en el semiciclo anterior.

$$\varepsilon_p^* = 0.02 \leq \frac{11 - \frac{s}{d_b}}{150} \leq 0.06 \quad (2-2)$$

Donde:

s = Espaciamiento de estribos.

d_b = Diámetro de las barras longitudinales.

2.3 MODELOS DE HISTÉRESIS PARA ELEMENTOS EN FLEXIÓN

Actualmente existe una gran variedad de modelos de histéresis para elementos de concreto reforzado en flexión con articulaciones plásticas en los extremos, cada uno de ellos con ciertas variaciones, como la posible consideración del punto de agrietamiento, de la pendiente negativa post-pico, de la degradación de rigidez en descarga, degradación de rigidez en recarga, degradación de resistencia y de parámetros de degradación por energía acumulada o por desplazamiento máximo. A continuación se describen brevemente los modelos de histéresis más usuales:

2.3.1 Modelo bilineal

Este modelo surge a partir del modelo elastoplástico perfecto, con el objetivo de considerar el endurecimiento por deformación del acero se propuso que se tuviera una pendiente post-fluencia positiva. Nielsen y Imbeault (1970) propusieron que este modelo tuviera degradación de rigidez en función del desplazamiento máximo alcanzado. La misma rigidez era utilizada para la descarga y recarga, por lo cual el modelo brinda una gran cantidad de disipación energía histerética, lo cual puede considerarse que no es representativo de estructuras de concreto convencionales.

2.3.2 Modelo de Clough y Johnston

El modelo de Clough y Johnston (1966) es comúnmente conocido como el modelo orientado al pico, esto debido a que al momento de la recarga se sigue una línea recta al punto máximo alcanzado en el ciclo anterior. Para la descarga el modelo considera la rigidez elástica inicial sin considerar degradación, y en recarga se considera la degradación de rigidez al seguir la trayectoria rumbo al punto máximo alcanzado en el ciclo anterior. Si en el modelo de Clough se considera el parámetro de degradación de la rigidez en descarga del modelo de Takeda bilineal, ambos modelos darían amplitudes de respuesta máximos similares (Otani, 1981).

2.3.3 Modelo de Takeda

Con base en los resultados experimentales de columnas sometidas a movimientos dinámicos en la base, Takeda, Sozen y Nielsen (1970) propusieron un modelo de histéresis trilineal que considera el punto de agrietamiento del concreto en tensión por flexión, degradación de la rigidez de descarga en función del desplazamiento máximo alcanzado y una serie de reglas de histéresis que indican la dirección de las líneas del modelo en función de los desplazamientos máximos alcanzados. Si se considera el modelo de Takeda bilineal, el cual no considera el punto de agrietamiento, se tendría un modelo similar al de Clough y Johnston pero con más reglas de histéresis, ya que el modelo anterior siempre recarga al punto máximo alcanzado en el ciclo anterior, en cambio, el modelo de Takeda recarga hacia el punto del desplazamiento máximo alcanzado o a un punto que vaya en dirección del punto de desplazamiento máximo. Otani (1981) demostró que considerar el punto de agrietamiento en el modelo de Takeda no tiene un efecto importante para ductilidades iguales o mayores a 4, esto para sistemas de un grado de libertad.

2.3.4 Modelo de histéresis degradante trilineal

Este modelo fue propuesto por Fukada (1969) para elementos dominados por flexión, el modelo tiene características similares al bilineal previo a la fluencia, pero una vez alcanzada la fluencia degrada la rigidez. El índice de disipación de energía histerética no depende del desplazamiento, sino, de la rigidez y resistencia en los puntos de agrietamiento y fluencia. Esto es contrario al comportamiento de elementos de concreto, ya que conforme se incrementa el desplazamiento también se incrementa el daño y por ende la disipación de energía.

2.3.5 Modelo de Wang y Shah

Este modelo es sencillo de implementar y se propuso para simular el comportamiento de miembros de concreto reforzado ante cargas cíclicas, considerando el efecto acumulado de los desplazamientos máximos alcanzados. Para ello se ajustó el modelo con una prueba experimental de una unión viga columna de concreto reforzado a escala reducida (Wang y Shah, 1987). Para degradar en rigidez y resistencia el modelo considera una disminución en la carga del punto objetivo de recarga, siendo este punto el correspondiente al desplazamiento máximo alcanzado. Este modelo considera que si ocurre la descarga en un punto previo al desplazamiento máximo alcanzado, no se acumula el daño, siendo esto una desventaja ya que experimentalmente se ha observado que la historia de desplazamientos afecta la respuesta ante cargas cíclicas (Pujol, Sozen y Ramirez, 2006). Además, el modelo no considera degradación post-pico.

2.3.6 Modelo de Chung, Meyer y Shinozuka

Es un modelo trilineal degradante de comportamiento histerético de elementos de concreto reforzado, el cual muestra la relación momento-curvatura ante cargas cíclicas y considera degradación en función de la curvatura máxima alcanzada, sin considerar el daño acumulado por efecto de repetición de ciclos a un mismo desplazamiento. Este modelo considera el punto de cierre de grietas en la recarga para considerar un aumento de pendiente de la recarga, siendo esto función del claro de cortante. La curva esquelética primaria o curva de deterioro de la resistencia (llamada así por los autores) se obtiene a partir de una idealización trilineal de la curva momento-curvatura llevada a la curvatura de falla para carga monotónica (Chung et al., 1987). El modelo solo degrada de tal manera que las curvas de histéresis se apeguen a la curva momento-curvatura para carga monotónica, siendo esto una desventaja del modelo ya que no genera degradación extra por la aplicación de un conjunto de ciclos aplicados a un mismo desplazamiento.

2.3.7 Modelo de Sivaselvan y Reinhorn

Con base en el modelo de Bouc-Wen-Baber-Noori (Baber y Noori, 1986), Sivaselvan y Reinhorn (2000) propusieron un modelo de histéresis suavizado que considera degradación de resistencia y rigidez, además de considerar el adelgazamiento, esto en función del comportamiento inelástico de los materiales. El modelo se basa en la teoría de viscoplasticidad. El modelo permite el uso de una curva básica en forma de línea curva o multi lineal. Es un modelo sofisticado pero a su vez complejo para programar y utilizar.

2.3.8 Modelo de Park, Reinhorn y Kunnath

Este modelo considera una curva esquelética trilineal no simétrica, en la cual considera el punto de agrietamiento y el punto de fluencia. Además, considera tres parámetros que permiten determinar las propiedades de degradación de rigidez, deterioro de resistencia y adelgazamiento de los ciclos por cortante y adherencia. Para la degradación de rigidez en descarga considera un punto común determinado, de tal manera que en la descarga la trayectoria se dirige a dicho punto común. El adelgazamiento de los ciclos está en función de un parámetro fijo, es decir, el modelo adelgazará todos los ciclos en una misma proporción, sin considerar el daño acumulado o desplazamiento máximo alcanzado. Finalmente, la degradación de resistencia se determina en función de la energía dentro de cada ciclo aplicado, y dicha degradación es acumulativa (Park et al., 1987). Es un modelo versátil ya que variando los valores de los tres parámetros que lo definen se pueden simular diferentes respuestas estructurales, ya sea en flexión o cortante. Sin embargo, unas de las desventajas son que al degradar no considera el desplazamiento máximo alcanzado, que existe una dispersión considerable entre los valores de los parámetros calculados y los experimentales con un coeficiente de variación de 60% y que no considera degradación post-pico.

2.3.9 Modelo de Ibarra-Medina-Krawinkler (IMK)

El modelo de Ibarra, Medina y Krawinkler (2005) se basó en el modelo de Rahnama y Krawinkler (1993). El modelo IMK considera una curva básica o esquelética que contempla el punto de fluencia, el punto de momento máximo o pico y el punto de resistencia remanente. Este modelo degrada con un parámetro que está en función de la energía histerética acumulada y un parámetro de la capacidad de disipación de energía. Se consideran cuatro modos de degradación: degradación básica de resistencia, degradación de resistencia post-pico, degradación de rigidez en descarga y degradación de rigidez en recarga.

Una de las ventajas de este modelo es que contempla todos los tipos de degradación vistos en pruebas experimentales, además de que cuenta con una pendiente post-pico negativa que permite incluir una degradación de resistencia inmediata, cosa que los modelos anteriores no consideraban. Cabe mencionar que este modelo se creó con el objetivo de simular el comportamiento de elementos de acero, muros de madera y elementos de concreto reforzado.

Ibarra et al. (2005) destacan que modelos no degradantes y degradantes de resistencia tienen respuestas similares cuando apenas se incursiona en el comportamiento inelástico. La degradación de resistencia se vuelve un factor importante cuando la respuesta de las estructuras se acerca al estado límite de colapso.

Según Otani (1981) los parámetros más significantes en la amplitud de la respuesta de un sistema de un grado de libertad sometido a una excitación sísmica son el nivel de resistencia a la fluencia y el parámetro de degradación de la rigidez en descarga, ya que este último determina la robustez de los ciclos de histéresis. Asimismo, encontró que rigidez post-fluencia tiene un efecto medio en sistemas con periodo corto y que si la curva primaria y la capacidad de disipación son seleccionadas adecuadamente, la amplitud de respuesta máxima no cambia apreciablemente entre modelos de histéresis.

CAPÍTULO 3

3. ESTUDIO EXPERIMENTAL

En este capítulo se explica el estudio experimental llevado a cabo en esta investigación, detallando las propiedades mecánicas y geométricas de los especímenes, la configuración del experimento y las secuencias de pruebas programadas y aplicadas. Finalmente, se muestra un análisis teórico de los diagramas momento-curvatura de las secciones de las vigas, considerando puntos teóricos de falla por flexión, y las curvas carga-desplazamiento obtenidas con base en dichos diagramas. A partir de las curvas carga-desplazamiento se puede estimar las distorsiones máximas que alcanzará cada espécimen y el modo de falla que se presentará.

3.1 DESCRIPCIÓN DEL EXPERIMENTO

3.1.1 Descripción de los especímenes

Los especímenes representan sub-ensambles a escala real de una conexión exterior de un edificio prototipo de cuatro niveles estudiado por Guerrero et al. (2018). En la Figura 3-1 se muestra uno de los marcos del edificio prototipo, cuya planta es cuadrada con dimensiones de diez por diez metros. Dicho edificio se diseñó de acuerdo al Reglamento de Construcciones de la Ciudad de México (RCDF, 2004) y se asumió estar localizado en la zona del lago de la Ciudad de México. En el diseño de los elementos se consideró el criterio de columna fuerte-viga débil, por lo que el daño se espera en las vigas de los especímenes.

Los especímenes fueron construidos en la planta de prefabricados de la empresa Grupo Constructor ITISA, una vez que el concreto adquirió la resistencia de diseño, los especímenes se transportaron al Laboratorio de Estructuras Grandes del CENAPRED para ser probados. En el diseño de los especímenes se consideró la mitad de la longitud de la viga y la mitad de longitud de la columna superior e inferior, asumiendo que en estos puntos se encuentran los puntos de inflexión. Por practicidad de aplicación de la carga, la viga se colocó verticalmente y la columna horizontalmente, como se puede apreciar en la Figura 3-1.

Los tres especímenes son de concreto reforzado colado monolíticamente, cuentan con la misma cuantía de acero de refuerzo longitudinal y tienen las mismas dimensiones en sus elementos, siendo la única variable en estudio la separación del refuerzo transversal en la viga. Para fabricar los especímenes se utilizó un concreto con resistencia especificada a la compresión f'_c de 54 MPa y acero de refuerzo que cumple con la norma NMX-C-407-ONNCE con un esfuerzo de fluencia nominal f_y de 412 MPa. Las resistencias medidas de los materiales al momento de la prueba se reportan en la Tabla 3-1, así como también la separación de estribos utilizada en cada espécimen. Se utilizó un recubrimiento libre de 50 mm en los especímenes.

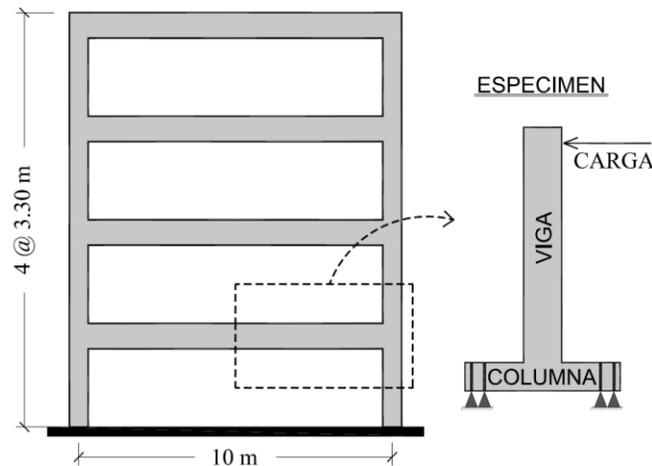


Figura 3-1. Estructura prototipo y esquema del espécimen.

Tabla 3-1. Propiedades de los especímenes.

Espécimen	\hat{f}_c, MPa	\hat{f}_y, MPa	Separación s , mm
1	59.8	444.0	300
2	57.8	444.0	150
3	66.3	444.0	75

En la Figura 3-2, se muestra de forma esquemática las dimensiones de los especímenes y las secciones transversales de sus elementos, con su respectiva configuración del acero de refuerzo y separación, s , de estribos en la viga. Aunque anteriormente se mencionó que la viga se tomó al centro del claro, en los especímenes construidos se aumentó 300 mm la longitud para permitir la colocación de los anclajes y del gato hidráulico. De esta manera la carga se aplica exactamente al centro del claro de la viga prototipo, es decir, a los cinco metros a partir del eje de la columna.

3.1.2 Configuración del experimento

Las cargas se aplicaron de manera cuasiestática en el extremo superior de la viga, utilizando dos gatos hidráulicos con capacidad de 981 kN cada uno, conectados en serie, con la finalidad de alcanzar los desplazamientos esperados en los especímenes. La carga axial de las columnas se despreció, ya que Kurose et al. (1988) demostraron que la carga axial no tiene un efecto significativo en la resistencia a corte en la unión, por lo cual en la porción de la columna no se aplica carga axial durante las pruebas experimentales. Además, el estándar ACI 374.1-05 (2006) indica que no es un requisito aplicar carga axial a las columnas durante este tipo de pruebas, ya que esto tiende a ser conservador.

Las pruebas experimentales se llevaron a cabo en el Laboratorio de Estructuras Grandes del Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED). Para la aplicación de la carga el espécimen se colocó con mortero sobre placas de acero, posteriormente se ancló a la losa de reacción con cuatro varillas, las

cuales fueron postensadas. Finalmente, se colocaron los dos gatos hidráulicos en serie sobre el extremo superior de la viga y apoyados en el muro de reacción, para esto se utilizaron tornillos de alta resistencia. En la Figura 3-3 se puede apreciar la manera en que se habilitó la prueba para ser llevada a cabo, además se muestra un corte del espécimen instalado.

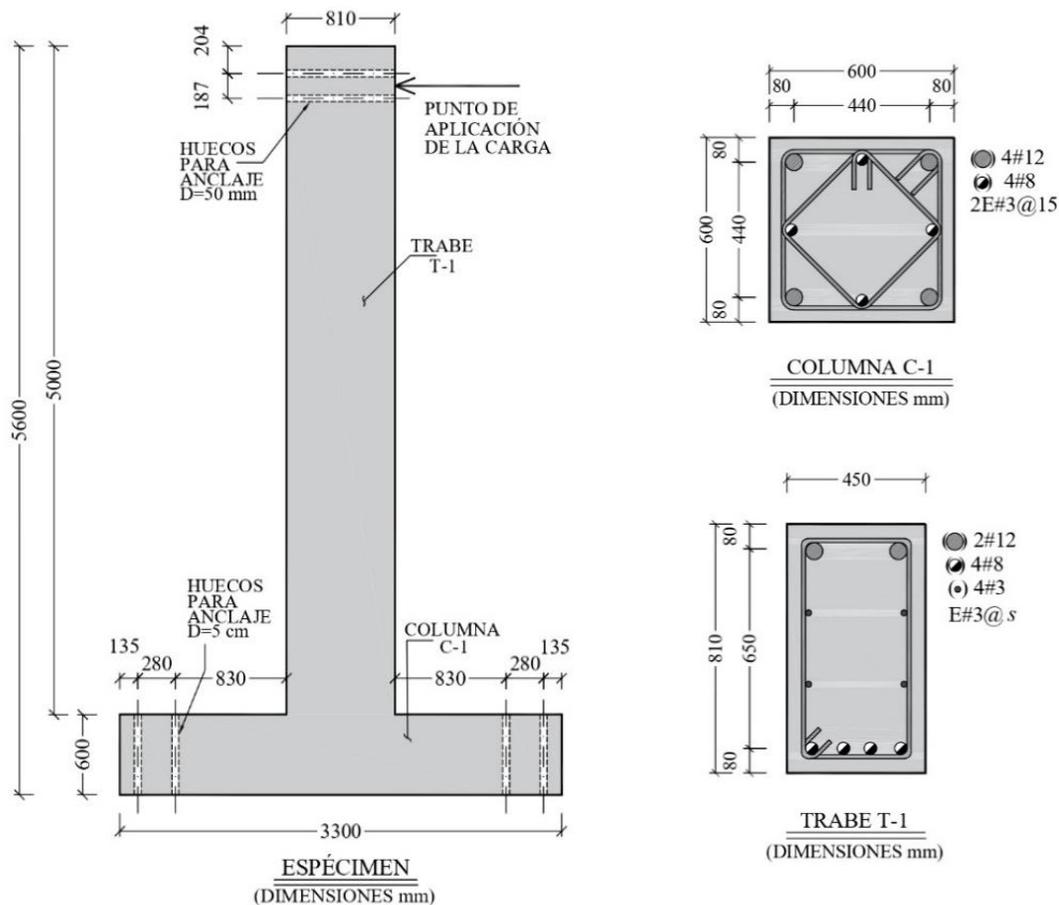


Figura 3-2. Dimensiones y armados de los especímenes.

En la Figura 3-4 se muestran fotografías de la configuración del experimento, la fotografía de la izquierda fue tomada de sureste a noroeste y la de la derecha de suroeste a noreste. En la fotografía de la derecha se indica por medio de flechas rojas y cuadros punteados rojos la ubicación de los transductores de desplazamiento y de las varillas postensadas. Para la ubicación de los transductores de desplazamientos horizontales que se encontraban en la viga se utilizó una viga de apoyo junto con un conjunto de ángulos, lo cual se puede apreciar en la fotografía de la derecha de la Figura 3-4.

Una de las limitaciones de la pruebas es que los apoyos de la columna no son articulaciones perfectas ya que se utilizaron dos varillas postensadas en cada extremo limitando la rotación libre de los extremos. Además, se supuso que los puntos de inflexión de las columnas se encontraban al centro y en el experimento no se cumplió con esta suposición no solo por la imposibilidad de simulación de las articulaciones, sino también porque los anclajes tuvieron que colocarse a una separación menor, es decir, el claro libre entre los

primeros anclajes debería ser de 3.3 metros, y en la prueba fue de 2.47 m. A pesar de todo lo anterior, el error que se introduce es mínimo ya que en estas pruebas particulares el daño no se concentra sobre la columna por lo que la contribución de la columna al desplazamiento es mínima, como se verá más adelante. En la interpretación de los resultados se tomó en cuenta lo mencionado anteriormente.

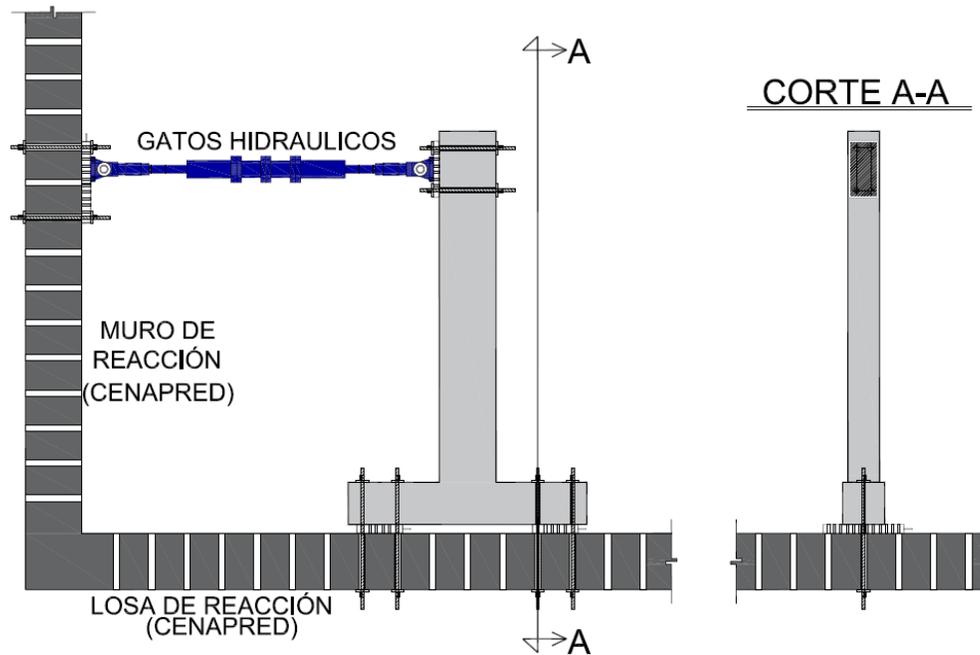


Figura 3-3. Vista lateral y corte de la configuración del experimento.



Figura 3-4. Fotografías de la configuración del experimento.

3.1.3 Instrumentación

Con el objetivo de estudiar el comportamiento estructural de los especímenes se colocaron galgas extensométricas (Strain gauges) y transductores de desplazamiento (LVDTs) distribuidos estratégicamente para analizar el comportamiento particular de cada fenómeno que pudiera contribuir a la distorsión total. En la Figura 3-5 se muestra de manera general la distribución toda la instrumentación instalada en los especímenes, la cual consiste en 27 transductores de desplazamiento y 16 galgas extensométricas.

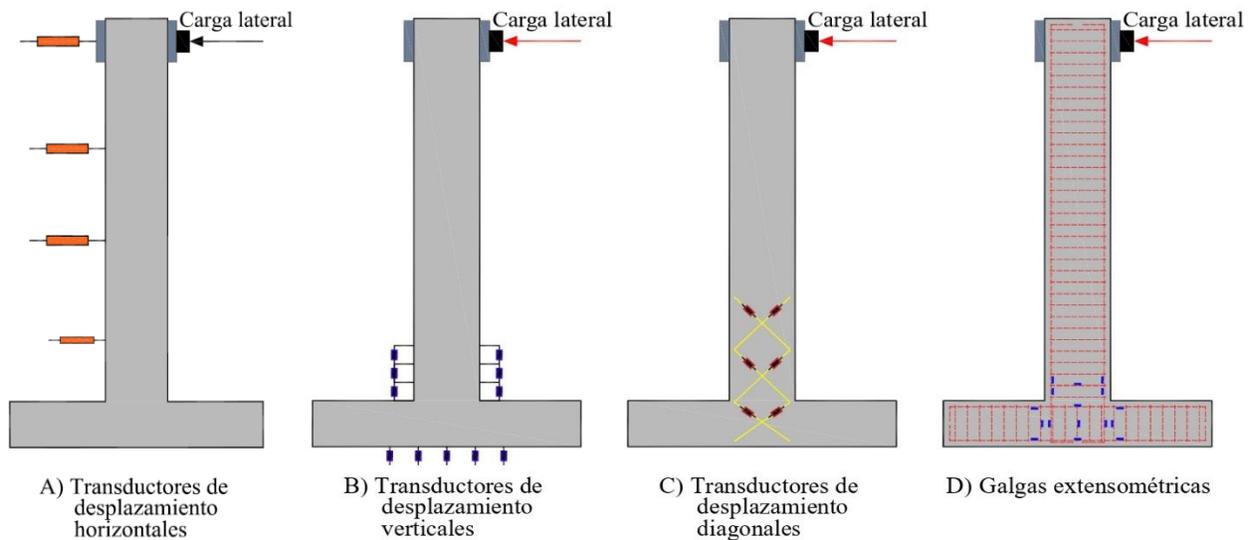


Figura 3-5. Instrumentación de los especímenes.

La distribución de la instrumentación se describe y detalla a continuación:

- Transductores de desplazamiento horizontales (TDH): Se colocaron con el objetivo de medir el desplazamiento lateral de la viga, utilizando cuatro transductores con capacidad de medición de 300 mm y uno con capacidad de 200 mm. Dos transductores de 300 mm (TDH 1 y 2) se colocaron a 4700 mm de altura a partir de la cara de la columna, separados horizontalmente 250 milímetros para permitir medir una posible torsión de la viga. Los TDH 1 y 2 fueron los dispositivos empleados para llevar el control de la prueba en el intervalo de desplazamientos. Los otros dos transductores de 300 mm, TDH 3 y 4, se colocaron a 3300 mm y 2100 mm de altura a partir de la cara de la columna, respectivamente. El transductor de 200 mm, TDH 5, se colocó a 800 mm de altura a partir de la cara de la columna. La distribución de los TDHs se puede apreciar esquemáticamente en la Figura 3-6 y en la Figura 3-4 se muestra la viga de apoyo y los ángulos utilizados para la colocación de los TDHs.
- Transductores de desplazamiento verticales (TDV): Se colocaron verticalmente seis TDVs de 50 mm en las caras oriente y poniente de la viga para medir rotaciones en la zona donde se formaría la articulación plástica. Se ubicaron a 150, 300 y 450 mm de altura a partir de la cara de la columna. Debido a las dificultades de sujeción, las dimensiones de separaciones horizontales entre las caras de las vigas y los TDVs de dichas vigas variaron en cada prueba, tales dimensiones para cada espécimen se muestran en la Tabla 3-2. Solo en esas dimensiones se notó variación considerable entre pruebas y

se consideró importante anotar la dimensión exacta ya que la rotación de la viga será la parte crucial de este estudio. En la Figura 3-7 se puede apreciar detalladamente la ubicación de todos los TDVs. Finalmente, Para medir la rotación de la columna se colocaron diez TDVs en la cara frontal y en la trasera de dicha columna. Aunque es posible medir la rotación de la columna con solo tener cinco transductores, ya sea en la parte frontal o trasera, se colocaron los diez para poder medir posibles torsiones que se pudieran generar en la columna.

- Transductores de desplazamiento diagonales (TDD): Para medir desplazamientos por cortante se colocaron diagonalmente seis TDDs de 25 mm, de los cuales cuatro se colocaron en la parte trasera de la viga y dos en el nodo, también ubicados en las parte trasera. Para colocar los TDDs se anclaron varillas roscadas en los especímenes a una distancia de 100 mm de las caras de los elementos, esto debido a que si se trataba de colocar más a los extremos las varillas topaban con el acero de refuerzo longitudinal y aún más a los extremos el anclaje podría generar un desprendimiento prematuro del recubrimiento. En la Figura 3-8 se muestra la ubicación de cada TDD instalado en los especímenes.
- Galgas extensométricas (Strain gauges): Con el fin de medir la deformación unitaria en el acero, se colocaron galgas extensométricas en el acero de refuerzo longitudinal y transversal en vigas y columnas de los especímenes 1 y 2. Para el caso del espécimen 3 se colocaron la mitad de galgas extensométricas debido a un déficit de estas. En la Figura 3-5.D se muestra la ubicación de las galgas extensométricas.

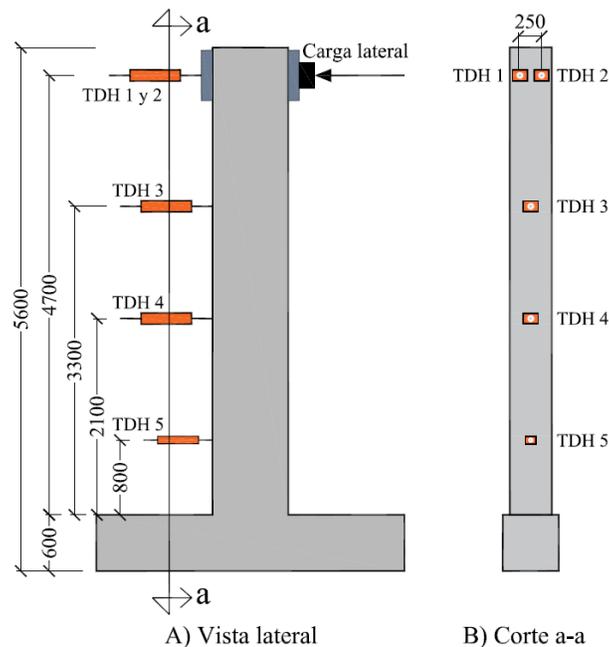


Figura 3-6. Distribución y ubicación de los transductores de desplazamiento horizontales, dimensiones en mm.

Tabla 3-2. Dimensiones de la separación horizontal de los TDVs de las vigas, dimensiones en mm.

Espécimen	A	B	C	D	E	F
1	185	143	101	114	151	177
2	167	120	99	84	109	139
3	178	141	103	113	158	191

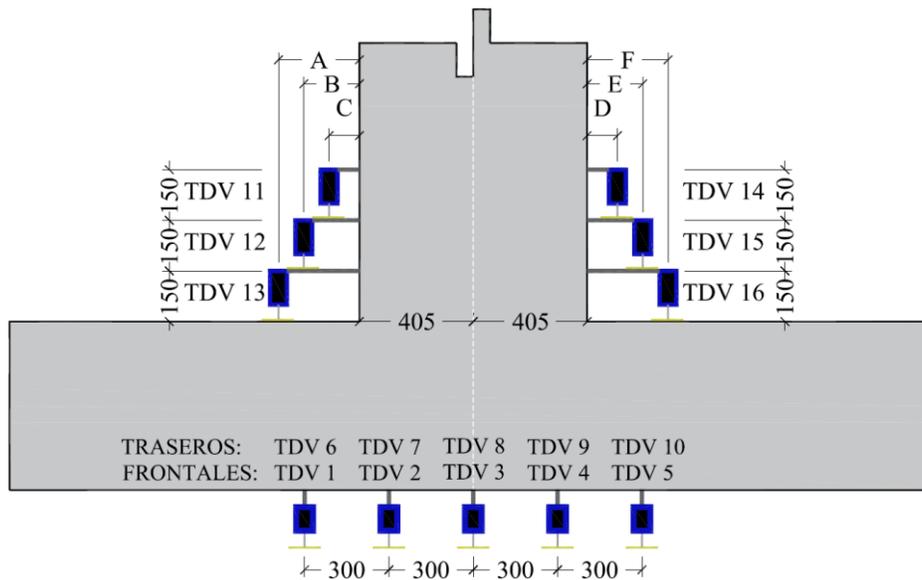


Figura 3-7. Distribución y ubicación de los transductores de desplazamiento verticales, dimensiones en mm.

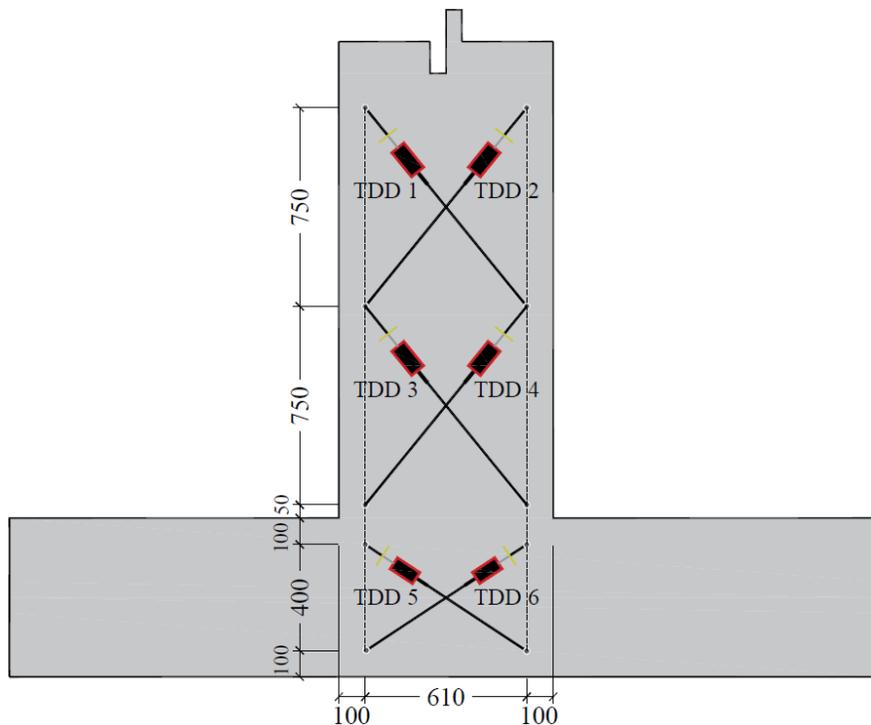


Figura 3-8. Distribución y ubicación de los transductores de desplazamiento diagonales, dimensiones en mm.

3.2 SECUENCIA DE PRUEBA

3.2.1 Secuencia de pruebas programadas

Al inicio de la prueba, en los especímenes 2 y 3 se aplicaron ciclos controlados por carga, con cargas iguales a 20, 42, 63, 83 y 108 kN, esto con la finalidad de medir la rigidez inicial, y la resistencia y desplazamiento al agrietamiento. Para cada carga dada se aplicaron dos ciclos, es decir, hubo 10 ciclos controlados por carga antes de iniciar a controlar la prueba por distorsiones. Posteriormente, se aplicó la historia de distorsiones indicada en la Figura 3-9, la cual se apegó a lo establecido por la guía ACI 374.2R-13 (2013).

Para cada nivel de distorsión se aplicaron dos ciclos y un ciclo pequeño a la mitad de distorsión de los ciclos previos, este último ciclo se aplicó con el objetivo de recentrar el espécimen y de observar el cambio de rigidez entre ciclos, además de que sirve para desarrollar modelos histeréticos.

A pesar de que la guía ACI 374.2R-13 recomienda incrementos en los niveles de distorsión subsecuentes igual a la distorsión de fluencia, no se utiliza esta recomendación porque se busca capturar todos los cambios en el comportamiento de los especímenes, por lo tanto se utilizaron incrementos de 0.5% de distorsión.

El programa de historia de distorsiones en el espécimen 1 fue diferente al programa de los especímenes 2 y 3. Esto debido a que en las pruebas reportadas por Guerrero et al. (2019) se probó un espécimen monolítico con las misma cuantía de acero de refuerzo, dimensiones y separación de estribos que el espécimen 1 utilizando la misma historia de distorsiones que en los especímenes 2 y 3, por lo cual en esta prueba se buscó analizar el comportamiento del espécimen sometiendo a una historia de distorsiones diferente, el cual cuenta con tres ciclos completos en cada nivel de distorsión y un ciclo pequeño subsecuente a la mitad de distorsión de los ciclos previos. Además esto permitirá conocer si la degradación en cada ciclo tiende a ser gradual con cada ciclo aplicado o si el espécimen muestra degradación rápida al aplicar ciclos extras a un mismo nivel de distorsión.

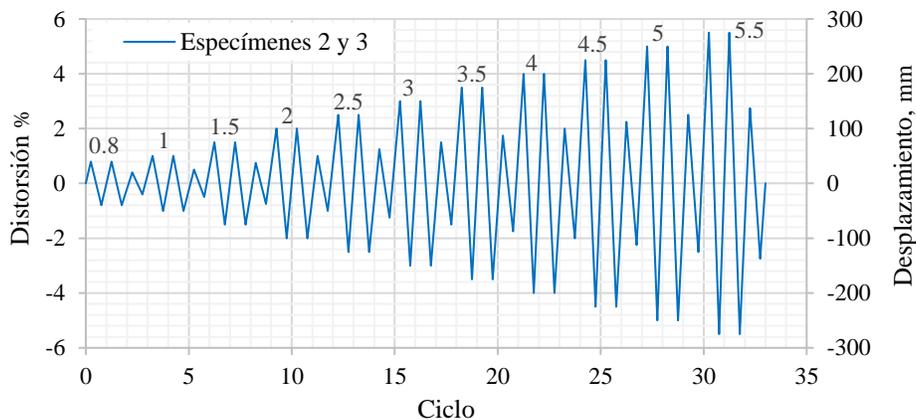


Figura 3-9. Historias de distorsiones y desplazamientos programadas para los especímenes 2 y 3.

La historia de distorsiones aplicada en el espécimen 1 es la mostrada en la Figura 3-10, la cual se basó en la secuencia de prueba de la figura “Fig. R7.0” del estándar ACI 374.1-05 “Acceptance Criteria for Moment Frames Based on Structural Testing and Commentary”, con la diferencia de que se agregó un conjunto de ciclos extra a la distorsión de 4%.

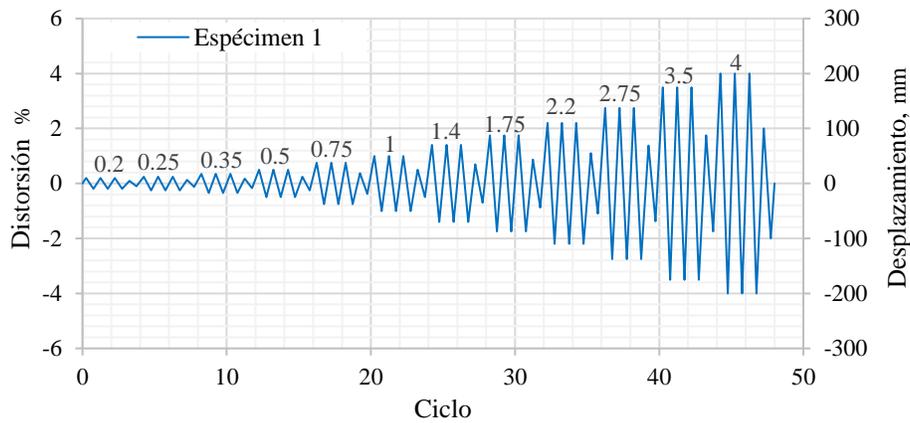


Figura 3-10. Historia de distorsiones y desplazamientos programada para el espécimen 1.

3.2.2 Secuencia de pruebas aplicadas

Durante las pruebas experimentales se trató de llevar los especímenes exactamente a las historias de distorsiones programadas, pero eso no fue posible ya que los gatos hidráulicos se controlaban manualmente, generando que hubiese variaciones en las distorsiones en cada ciclo aplicado respecto a lo programado. Por esta razón a continuación se muestran las historias de distorsiones aplicadas realmente a cada espécimen.

En la Figura 3-11 se muestra la historia de distorsiones aplicada al espécimen 1, en la cual se puede apreciar que las distorsiones aplicadas respecto a las programadas de la Figura 3-10 varían ligeramente y que los últimos ciclos a distorsiones del 4% ya no fue posible aplicarlos por cuestiones de seguridad ya que el espécimen presentaba un fuerte daño estructural.

En la Figura 3-12 se muestra la historia de distorsiones aplicada al espécimen 2, en la cual se muestran los primeros 8 ciclos que fueron controlados por carga y que no se muestran en la Figura 3-9. No se cuenta con los primeros dos ciclos controlados por carga a 20 kN por problemas técnicos, pero si se aplicaron. Además, se puede notar que el espécimen alcanzó a llegar hasta la distorsión de cinco por ciento. También se muestra una línea roja que divide la parte de la prueba controlada por carga y la parte controlada por distorsión, siendo los primeros diez ciclos controlados por carga y el resto de los ciclos por distorsión. El espécimen 2 se colocó rotado 180 grados respecto al eje de la viga por lo que la distorsión inicia con valores negativos.

En la Figura 3-13 se muestra la historia de distorsiones aplicada al espécimen 3, en la cual se muestran los primeros 10 ciclos que fueron controlados por carga y que no se muestran en la Figura 3-9. Además, se puede notar que el espécimen alcanzó la distorsión de entrepiso de 5.5 por ciento pero por el daño estructural observado ya no se concluyó con el ciclo pequeño correspondiente.

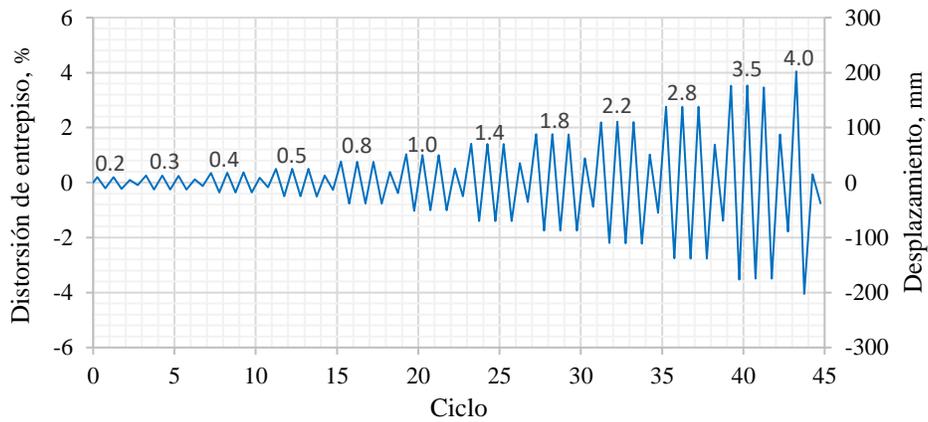


Figura 3-11. Historia de distorsiones y desplazamientos aplicada al espécimen 1.

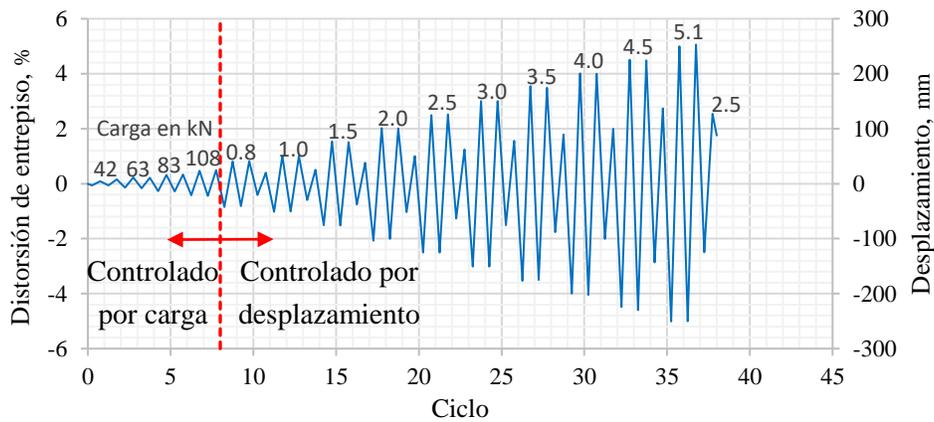


Figura 3-12. Historia de distorsiones y desplazamientos aplicada al espécimen 2.

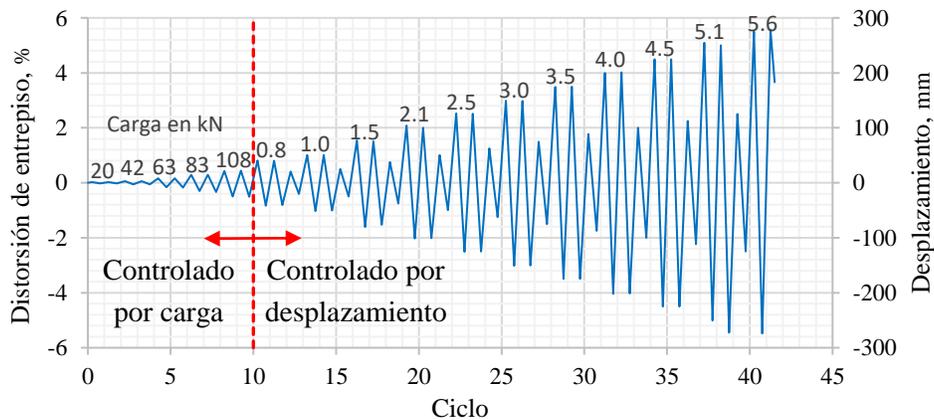


Figura 3-13. Historia de distorsiones y desplazamientos aplicada al espécimen 3.

En los tres especímenes se produjo la inconsistencia en las curvas de histéresis mostrada en la Figura 3-14, esto fue en el momento que se inició la prueba nuevamente después de retirar los transductores de desplazamiento superiores. La razón por la cual se retiraron los transductores de desplazamiento superiores es porque su capacidad de medición no era suficiente para medir desplazamientos mayores a 150 mm. El autor considera que es una falla en la celda de carga debido a que en la zona de la falla si se tienen puntos intermedios con desplazamientos proporcionales al tiempo pero sin aumento de carga para después generar un aumento de carga repentino en poco tiempo. Por lo cual se cree que la celda de carga dejó de registrar la carga por un lapso de tiempo para después mostrar un aumento brusco en la carga hasta estabilizarse. Para evitar estas inconsistencias, se optó por reconstruir la curva con base en una curva similar de ciclos anteriores ajustándola al ciclo a reparar, como se muestra en la Figura 3-14, la cual corresponde al espécimen 3.

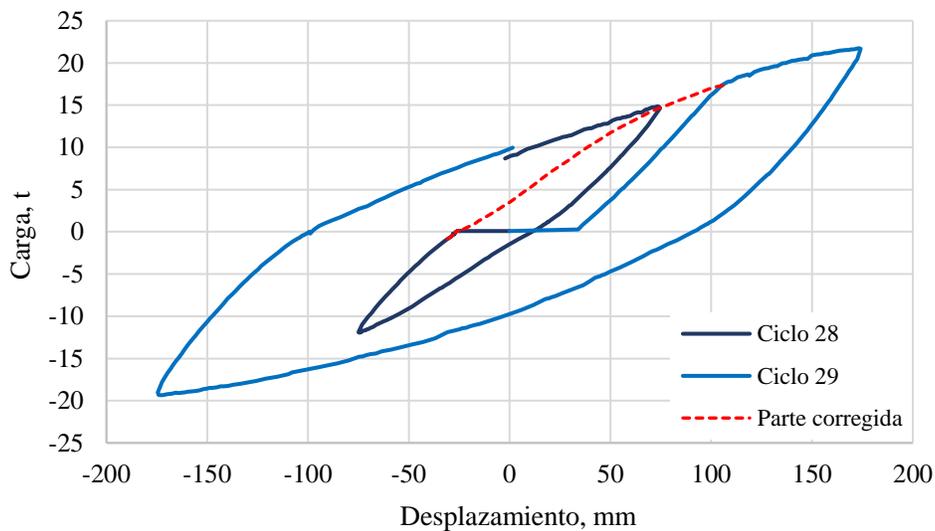


Figura 3-14. Inconsistencia en ciclo 28 y 29 del espécimen 3.

3.3 ANÁLISIS TEÓRICO DEL COMPORTAMIENTO

Debido a que en el diseño del edificio se consideró el criterio de columna fuerte-viga débil se espera que el daño se concentre en la viga y por ende la viga será el elemento que más contribuya al desplazamiento total de los especímenes. Por esta razón el presente estudio se enfoca en el comportamiento de las vigas.

3.3.1 Diagramas momento-curvatura de las vigas

Para determinar los diagramas momento-curvatura de las secciones de las vigas de los especímenes se creó un programa en Mathcad que utiliza el método iterativo de discretización de fibras. En dicho programa se considera que existe adherencia perfecta entre el concreto y el acero, que las secciones planas permanecen planas después de la flexión y que la resistencia a tracción del concreto es nula una vez alcanzado el agrietamiento de la sección. El programa desarrollado se muestra en el Apéndice C.

Modelos de comportamiento esfuerzo-deformación de los materiales

Acero de refuerzo longitudinal

Se consideró la curva esfuerzo-deformación del acero de refuerzo definida por el modelo de Mander (1983), que representa idealmente la zona de endurecimiento por deformación por medio de la Ec. 3-1. En la Figura 3-15; **Error! No se encuentra el origen de la referencia.** se muestra la curva esfuerzo-deformación obtenida utilizando la Ec. 3-1 del modelo mencionado. En la Tabla 3-3, se muestran los parámetros necesarios para obtener la curva esfuerzo-deformación del acero, dichos parámetros fueron obtenidos de resultados de pruebas experimentales realizadas por el fabricante de los modelos y los valores no mencionados en los resultados anteriores se complementaron con los datos promedio de los estadísticos de barras ensayadas por Rodriguez y Botero en (1996).

$$f_s(\varepsilon_s) = \begin{cases} \min(E_s \varepsilon_s, f_y) & \text{si } \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh} \\ f_{su} - (f_{su} - f_y) \left(\frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_s}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}} \right)^P & \text{si } \varepsilon_s > \varepsilon_{sh} \end{cases} \quad (3-1)$$

Donde:

ε_{sh} = Deformación unitaria del acero de refuerzo al inicio del endurecimiento por deformación.

ε_{su} = Deformación unitaria última del acero de refuerzo en tracción.

E_s = Módulo de elasticidad longitudinal del acero, 200 GPa.

f_y = Esfuerzo de fluencia a tracción del acero de refuerzo.

f_{su} = Esfuerzo último del acero de refuerzo en tracción.

P = Parámetro de endurecimiento por deformación.

Tabla 3-3. Propiedades del acero de refuerzo.

Resultados experimentales de Grupo ITISA	Datos promedio de los estadísticos de Rodriguez y Botero
$f_y = 444 \text{ MPa}$	$\varepsilon_{sh} = 0.088$
$f_{su} = 686 \text{ MPa}$	$\varepsilon_{su} = 0.117$
N/A	$P = 3.474$

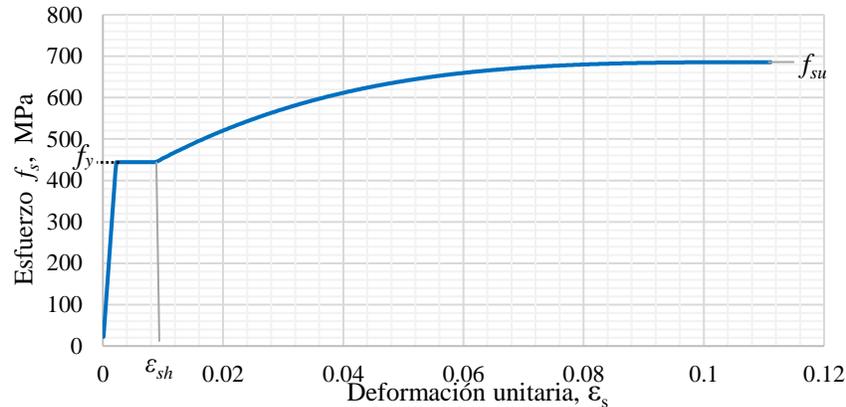


Figura 3-15. Curva esfuerzo-deformación del acero de refuerzo longitudinal del Modelo de Mander (1983).

Concreto confinado

Para la curva esfuerzo-deformación del concreto confinado se utiliza el modelo de Mander et al. (1988), considerando las resistencias medidas del concreto a la compresión que se muestran en la Tabla 3-1. El módulo de elasticidad del concreto fue obtenido con la Ec.3-2, la cual fue determinada experimentalmente con las pruebas presentadas por el fabricante de los modelos.

$$E_c = 3894 \sqrt{f'_c} \quad (3-2)$$

Donde:

f'_c = Resistencia especificada a la compresión del concreto en MPa.

La curva esfuerzo-deformación del concreto confinado definida por el modelo de Mander et al. (1988) se obtiene con la Ec. 3-3.

$$f_c(\varepsilon_c) = \frac{f'_{cc} \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \right)^r}{r + 1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \right)^r} \quad (3-3)$$

Donde:

f'_{cc} = Esfuerzo máximo en compresión de una sección de concreto confinada.

ε'_{cc} = Deformación unitaria del concreto en compresión cuando se alcanza el esfuerzo máximo.

r = Parámetro definido por la Ec. 3-4.

$$r = \frac{E_c}{E_c - \frac{f'_{cc}}{\varepsilon_{cc}}} \quad (3-4)$$

Donde:

E_c = Módulo de elasticidad del concreto obtenido con la Ec. 3-2.

El confinamiento en las vigas de los tres especímenes fue mínimo debido a que la cuantía volumétrica del acero de refuerzo transversal era baja, se obtuvo un incremento en resistencia a compresión del concreto debido al confinamiento de 1.6%, 4.6% y 7.7% para los especímenes 1, 2 y 3, respectivamente. Además, la profundidad del eje neutro es pequeña, lo cual indica que la mayor parte de la viga se encuentra en tracción y con el concreto agrietado generando que el confinamiento del concreto en compresión sea incierto. Por estas razones se podría omitir el efecto del confinamiento en este análisis sin repercusiones notables en las curvas momento-curvatura. En la Figura 3-16 se muestra la relación de la profundidad del eje neutro y el peralte de la viga en función de la curvatura de la viga del espécimen 1. El decremento en la relación de profundidad del eje neutro-peralte es debido a la pérdida del recubrimiento.

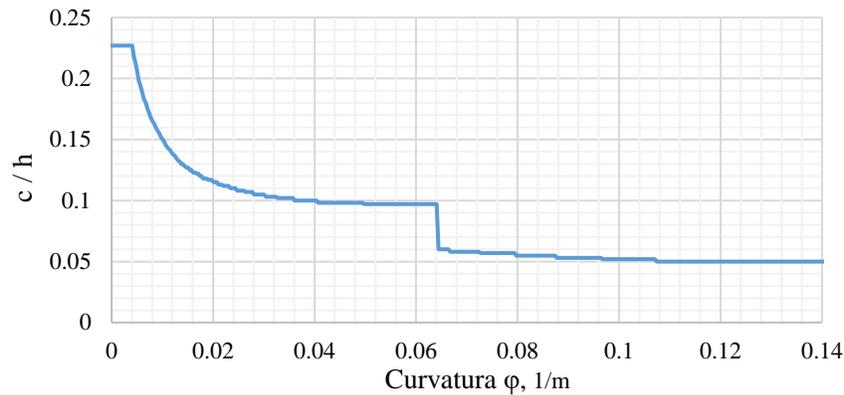


Figura 3-16. Variación de la profundidad del eje neutro después del agrietamiento respecto a la curvatura.

En la Figura 3-17 se muestra la curva esfuerzo-deformación del concreto confinado del espécimen 1 obtenida con la Ec. 3-3 del Modelo de Mander et al. (1988).

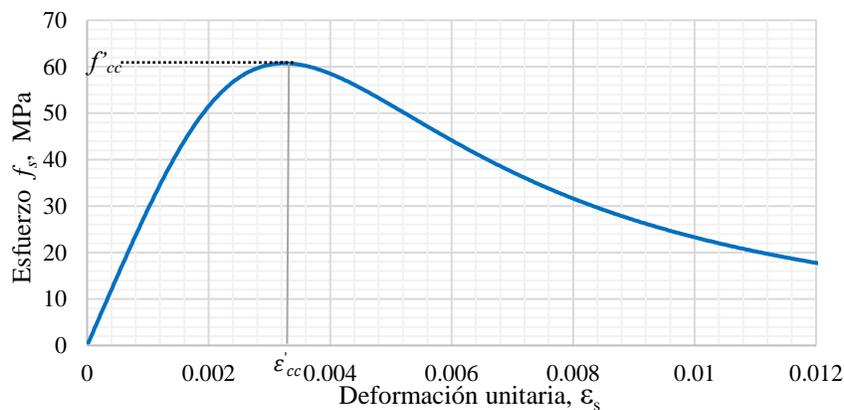


Figura 3-17. Curva esfuerzo-deformación del concreto confinado del espécimen 1 con el Modelo de Mander et al. (1988).

Modos de falla

Se consideran dos modos de falla en la viga, uno de ellos es por aplastamiento del concreto en compresión debido a la pérdida de confinamiento por la ruptura del acero de refuerzo transversal, y el otro caso es el del pandeo de las barras longitudinales. Dichos modos de falla se describieron en el subcapítulo 2.2.

Deformación unitaria de pérdida del recubrimiento

La deformación en compresión en elementos de concreto reforzado en el inicio de la pérdida del recubrimiento se considera igual a 0.005 para el análisis en los diagramas momento-curvatura. Para determinar el valor de deformación unitaria a la cual sucede este fenómeno, se consideró que Priestley y Park (1984, 1987) indicaron que el desprendimiento se presentó a una deformación unitaria del concreto de al menos 0.005 y Watson y Park (1994) indicaron un valor de al menos 0.0066. Por lo tanto el utilizar un valor de 0.005 es conservador. En las pruebas experimentales no fue posible observar directamente el fenómeno de pérdida del recubrimiento por aplastamiento ya que el desprendimiento que sucedió se atribuye al pandeo de las barras longitudinales.

Diagramas momento-curvatura

Los diagramas momento-curvatura se desarrollaron para momentos positivos y negativos, con la finalidad de observar las variaciones generadas por la asimetría en cuantías de acero de refuerzo y diámetros de las barras. Debido a que los momentos positivos tienden a ser mayores que los negativos, a que el pandeo de las barras longitudinales depende del diámetro de las barras utilizadas y a que la falla del refuerzo transversal está ligada con la distribución de esfuerzos en la sección que cambia ligeramente por las diferencias en las áreas de acero.

El programa realizado para crear los diagramas momento-curvatura utiliza el método iterativo de discretización de fibras, de tal manera que para una curvatura dada se incrementa de manera discreta la profundidad del eje neutro hasta encontrar el equilibrio en la sección. Para determinar la resultante de las fuerzas de compresión en el concreto se utiliza la Ec. 3-5.

$$F_c = \alpha_c f_c c b \quad (3-5)$$

Donde:

b = Ancho de la sección.

f_c = Esfuerzo en el concreto a una deformación ϵ_c , determinado con la Ec. 3-3.

c = Profundidad del eje neutro.

α_c = Parámetro que define la relación entre el esfuerzo medio del concreto y el esfuerzo f_c en toda la longitud de la profundidad del eje neutro para una curvatura dada, determinado con la Ec. 3-6.

$$\alpha_c = \frac{\int_0^{\epsilon_c} f_c(\epsilon_c) d\epsilon_c}{f_c(\epsilon_c) \epsilon_c} \quad (3-6)$$

Donde:

ϵ_c = Deformación unitaria del concreto en la fibra extrema de la sección para una curvatura dada.

$f_c(\epsilon_c)$ = Esfuerzo de compresión del concreto del modelo de Mander et al. (1988) en función de ϵ_c .

La ubicación relativa, a partir de la fibra extrema en compresión, de la resultante de la fuerza del concreto dentro de la curva esfuerzo-deformación se determina con el parámetro γ_c , calculado con la Ec. 3-7 basada en un promedio pesado.

$$\gamma_c = 1 - \frac{\int_0^{\epsilon_c} f_c(\epsilon_c) \epsilon_c d\epsilon_c}{\epsilon_c \int_0^{\epsilon_c} f_c(\epsilon_c) d\epsilon_c} \quad (3-7)$$

Donde:

ϵ_c = Deformación unitaria del concreto en la fibra extrema de la sección para una curvatura dada.

$f_c(\epsilon_c)$ = Esfuerzo de compresión del concreto del modelo de Mander et al. (1988) en función de ϵ_c .

Finalmente, el momento resistente creíble se determina haciendo sumatoria de momentos en la fibra extrema en compresión, con la Ec. 3-8.

$$M_{cd} = \sum_{i=1}^n f_{s_i}(\epsilon_{s_i}) A_{s_i} y_{s_i} - F_c \gamma_c c \quad (3-8)$$

Donde:

$f_{s_i}(\epsilon_{s_i})$ = Esfuerzo en el acero de refuerzo longitudinal del lecho i en función de la deformación unitaria existente en dicho lecho, calculado con la Ec. 3-1.

y_{s_i} = Distancia entre la fibra extrema en compresión y el centroide del acero de refuerzo del lecho i .

A_{s_i} = Área del acero de refuerzo longitudinal en el lecho i .

F_c = Resultante de las fuerzas de compresión en el concreto, determinada con la Ec. 3-5.

γ_c = Ubicación relativa de la resultante de las fuerzas del concreto a partir de la fibra extrema en compresión.

c = Profundidad del eje neutro.

n = Número de lechos del acero de refuerzo longitudinal.

En la Figura 3-18 se muestran los diagramas momento-curvatura de las secciones de las vigas de los especímenes 1, 2 y 3. En estas Figuras se puede apreciar que la pendiente inicial es grande comparada con las pendientes subsecuentes, esto debido a que se consideró la rigidez de la sección transformada no agrietada hasta la curvatura de agrietamiento teórica. Además, en los tres diagramas se muestra una disminución de la carga a una curvatura un poco mayor a 0.06, esta disminución de la carga es generada por la pérdida del recubrimiento. Se observa claramente que los momentos positivos tienden a ser mayores que los momentos negativos, lo cual es consistente con las cuantías de acero, porque se tiene un 10% aproximadamente más de acero de refuerzo longitudinal para las cargas positivas.

Es importante mencionar que los momentos positivos en las gráficas momento-curvatura están asociados al momento que genera tracción en las varillas número 12, tal como se muestra en el dibujo de la sección. En realidad las varillas número 12 están pensadas para cuando la viga trabaje a momento negativo, sin embargo se presentan los resultados del momento negativo como positivo en todas las gráficas de aquí en

adelante para ser congruentes con la primera etapa de investigación realizada por Guerrero et al. (2019) donde se presentaron los resultados de esa manera.

Con las teorías de falla de Priestley, en los especímenes 1 y 2 la falla ocurre por la ruptura del estribo, en cambio, en el espécimen 3 la falla ocurre por el pandeo longitudinal. Esto debido a que en el espécimen 3 se tiene mayor cuantía volumétrica de refuerzo transversal, evitando la ruptura del estribo, y a que el pandeo de barras longitudinales está asociado a una deformación unitaria fija sin considerar la separación de estribos o diámetro de las barras.

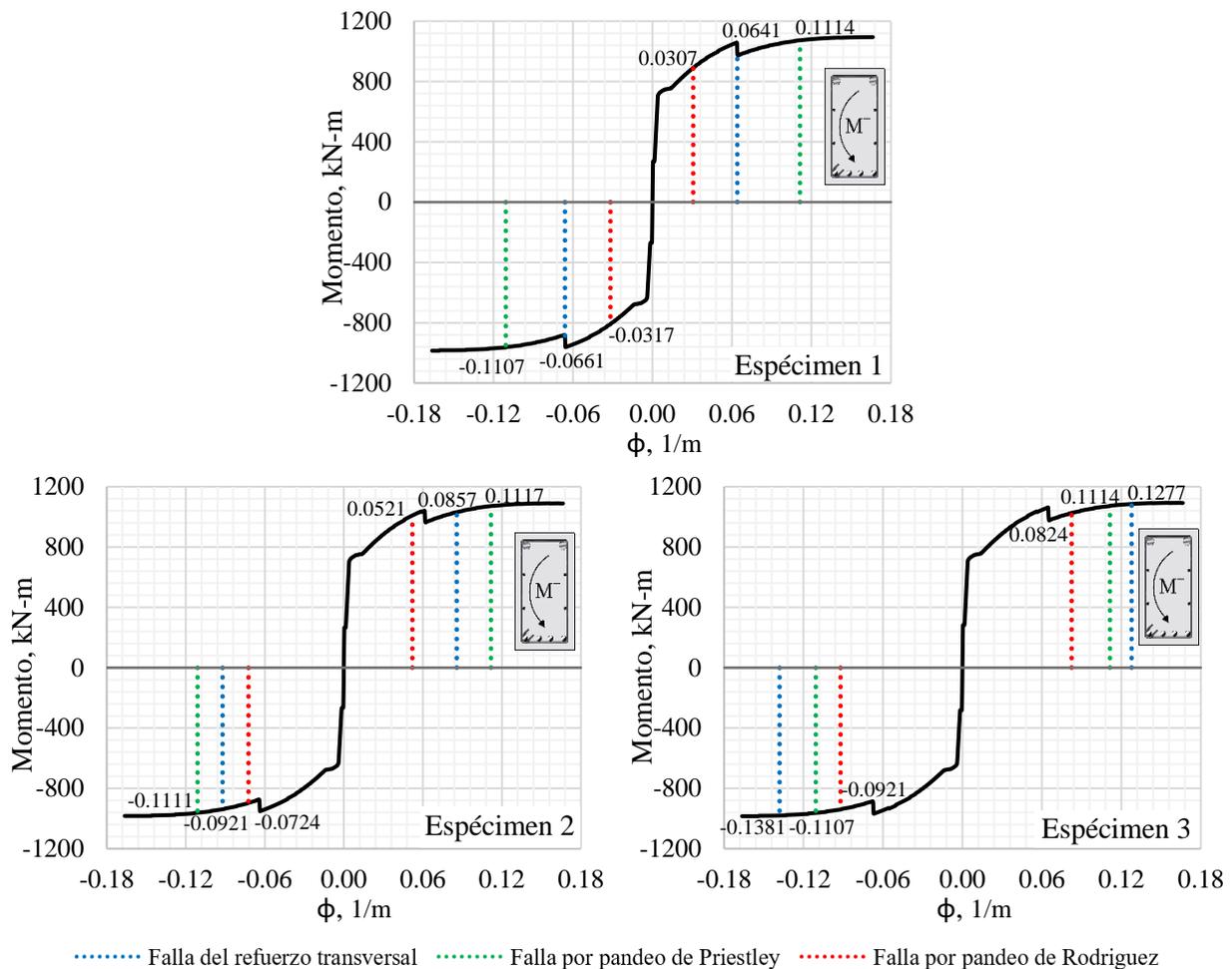


Figura 3-18. Diagramas momento-curvatura de las vigas de los tres especímenes.

3.3.2 Comparación de curvas carga-desplazamiento experimentales y teóricas

Con base en los diagramas momento-curvatura se obtiene el desplazamiento generado en la viga considerando dos métodos, el método de área de momentos y el método propuesto por Priestley et al. (2007). En el programa desarrollado para crear los diagramas momento-curvatura se incluye el

procedimiento utilizado para calcular los desplazamientos con los dos métodos mencionados y dicho programa se muestra en el Apéndice C. Para el cálculo previo solo se considera la contribución de la viga a la deformación ya que durante las pruebas experimentales de la primera etapa se observó que este elemento era el que más contribuía a la deformación del subensamble, lo cual es congruente con el análisis presentado por Guerrero et al. (2019). Más adelante se verá que la contribución de la columna al desplazamiento es solo del 6% aproximadamente en distorsiones cercanas a la falla.

En el método de Priestley et al. (2007), la curvatura de fluencia se puede determinar con la Ec. 3-9 que es una expresión simplificada, sin embargo, en este trabajo se utilizó otra expresión más racional propuesta por los mismos autores, indicada en la Ec. 3-10. Esto debido a que es posible obtener la curvatura a la primera fluencia y la curvatura del momento nominal con base en el programa del diagrama momento-curvatura.

La curvatura de la primera fluencia se define como la curvatura en la cual se alcanza la fluencia en las barras extremas en tensión o se alcanza una deformación unitaria del concreto en 0.002. El momento nominal M_n se define como el momento flexionante cuando se alcanza una deformación unitaria de 0.004 en la fibra extrema del concreto en compresión o el refuerzo en tracción alcanza una deformación de 0.015 (Priestley et al., 2007).

Ecuación simplificada para calcular la curvatura de fluencia para columnas rectangulares (Priestley et al., 2007):

$$\phi_y = \frac{2.1\varepsilon_y}{h} \quad (3-9)$$

Donde:

ε_y = Deformación unitaria de fluencia del acero de refuerzo.

h = Peralte de la sección.

Con la Ec. 3-10 se puede calcular la curvatura de fluencia que involucra la primera fluencia del acero de refuerzo longitudinal.

$$\phi_y = \phi'_y \frac{M_n}{M'_y} \quad (3-10)$$

Donde:

M'_y = Momento flexionante a la primera fluencia.

ϕ'_y = Curvatura a la primera fluencia.

M_n = Momento nominal, definido anteriormente.

En las Figura 3-19, 3-20 y 3-21 se muestran las curvas carga-desplazamiento para los especímenes 1, 2 y 3, obtenidas con el método de área de momentos, el método de Priestley et al. (2007) y las obtenidas experimentalmente. Las curvas carga-desplazamiento experimentales son las envolventes de las curvas de histéresis considerando la carga aplicada por el sistema de gatos y el desplazamiento medido en el mismo punto de aplicación de la carga. Las curvas teóricas calculadas terminan en el punto de falla de ruptura del estribo o pandeo de barras definido por Priestley (2000), lo que sucede primero, y adicionalmente se muestran líneas verticales verdes que indican la falla asociada al pandeo de barras de refuerzo longitudinales, definida por Rodríguez e Iñiguez (2019).

El método de área momentos, que implícitamente involucra la integración de las curvaturas obtenidas de los diagramas momento-curvatura, es el método que más se apega a los resultados experimentales. En cambio, el método de Priestley et al. (2007) brinda mayores desplazamientos para una misma carga dada, debido a que este método considera una longitud de penetración de la fluencia en el nodo, de 372 mm para este caso. Además considera que la articulación plástica inicia dentro del nodo a una distancia igual a la longitud de penetración de la fluencia, generando que los desplazamientos sean mayores. Es aún más notable la diferencia de desplazamientos en cuanto se supera el punto de fluencia, debido a que la articulación plástica propuesta en este método está calibrada para el punto de falla y no para desplazamientos cercanos a la fluencia, por ello tienen una mejor aproximación las distorsiones cercanas al punto de falla.

En las Figuras 3-19, 3-20 y 3-21 se puede observar que las curvas teóricas terminan después del punto de falla experimental, a pesar de que aún falta sumarle a la distorsión la contribución teórica de la columna. Como ya se mencionó, las curvas teóricas terminan en el punto de falla definido por los criterios de Priestley (2000) y en el caso de los especímenes 1 y 2 según dichos criterios la falla es por ruptura de estribo, que como se verá más adelante, el inicio de la falla de los especímenes estuvo dada por el pandeo de las barras longitudinales. Sin embargo, no se considera que el método para determinar la ruptura de estribo se encuentre mal calibrado, sino que el método de Priestley (2000) para determinar el pandeo es impreciso y tiende a no ser conservador ya que no toma en cuenta la separación de los estribos y simplemente propone un valor que va en función de la deformación unitaria última del acero de refuerzo longitudinal.

La propuesta de pandeo de las barras de refuerzo longitudinal de Rodríguez e Iñiguez (2019), predice correctamente el punto de falla en los especímenes 2 y 3, sin embargo, en el espécimen 1 hay una variación considerable debido a que la propuesta fue calibrada con relaciones de espaciamiento del refuerzo transversal a diámetro de las barras longitudinales iguales o menores a ocho, y el espécimen 1 tiene una relación aproximadamente de 12.

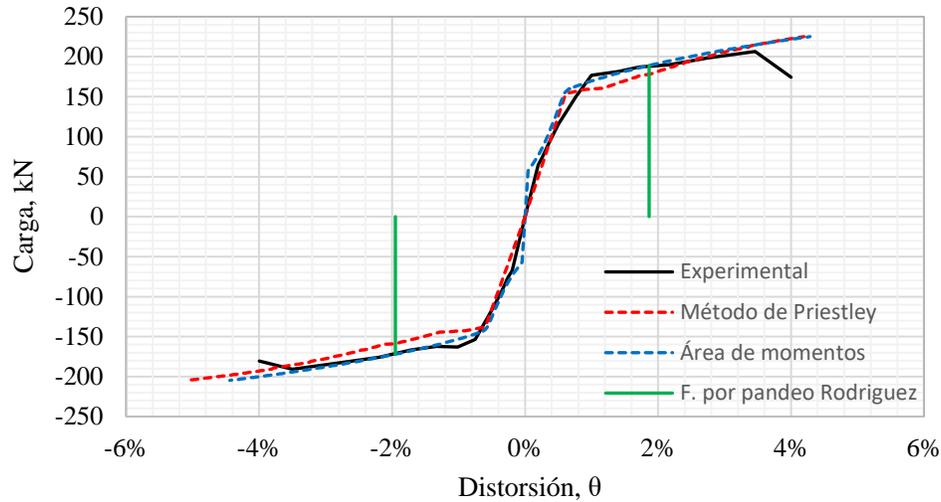


Figura 3-19. Curvas carga-desplazamiento teóricas y envolvente de curvas de histéresis del espécimen 1.

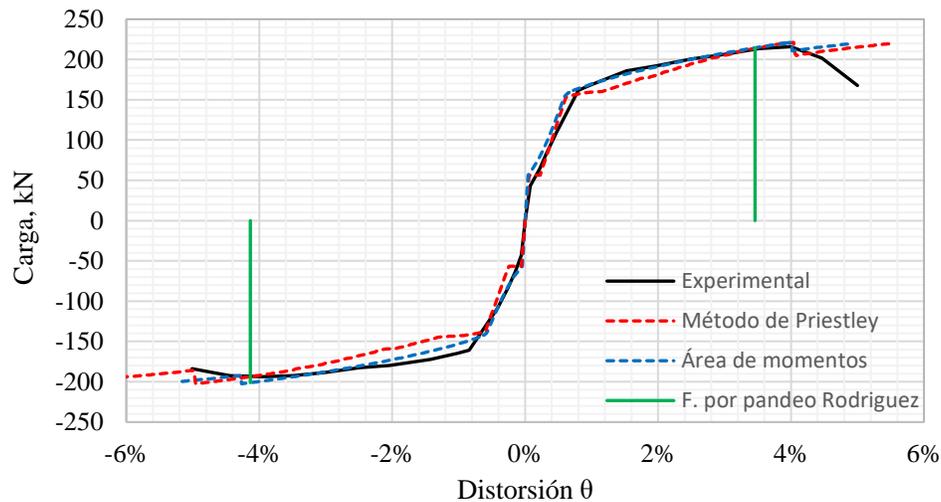


Figura 3-20. Curvas carga-desplazamiento teóricas y envolvente de curvas de histéresis del espécimen 2.

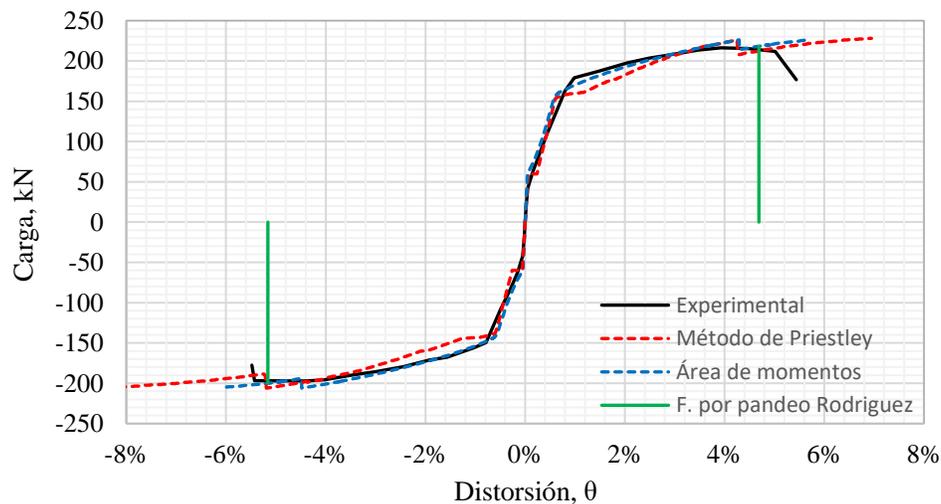


Figura 3-21. Curvas carga-desplazamiento teóricas y envolvente de curvas de histéresis del espécimen 3.

CAPÍTULO 4

4. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES

En este capítulo se describe el desempeño estructural de los especímenes probados, para lo cual, se muestran las curvas de histéresis experimentales de cada espécimen, con sus respectivas curvas envolventes, se analiza y se muestra la contribución de cada componente a la distorsión total del espécimen, y se analiza el efecto del parámetro característico en la respuesta estructural de los especímenes. A la luz de los resultados experimentales, la variación en la cuantía de acero de refuerzo transversal no repercute en la tendencia degradante de la rigidez, ni en el amortiguamiento viscoso equivalente, pero si en la capacidad de deformación y en la energía histerética acumulada final.

4.1 RELACIONES CARGA-DESPLAZAMIENTO

La distorsión total del espécimen se calculó con el desplazamiento en el extremo de la viga dividido entre cinco metros, distancia asumida entre el eje de la columna y el punto de inflexión. El desplazamiento en el extremo de la viga se obtuvo de los transductores de desplazamiento horizontales TDH 1 y 2 que se pueden apreciar en la Figura 3-6, y cuando se alcanzaron distorsiones mayores al 3% se utilizaron los TDH 3 y 4.

En la Figura 4-1, se muestran las curvas experimentales carga-desplazamiento de los tres especímenes, mostrándose la envolvente de las curvas de histéresis, así como también la carga resistente de diseño determinada con las ecuaciones de las NTC-C 2017 y la carga resistente ideal. Considerando, para la obtención de la carga resistente ideal, las resistencias medidas de los materiales y un factor de reducción de resistencia igual a la unidad. En el apéndice B se muestran los cálculos de las cargas resistentes de diseño.

Todos los especímenes se llevaron a distorsiones distintas ya que los puntos de falla de cada uno de ellos fueron diferentes. Para definir el punto de falla de un espécimen se utilizó el criterio de la pérdida de resistencia de un 20%, es decir, cuando la carga aplicada es menor al 80% de la carga máxima registrada, o en su defecto, el criterio de la integridad y seguridad de los equipos y del personal.

En los tres especímenes la carga resistente máxima medida, es considerablemente mayor que la carga de diseño y que la carga resistente ideal, además para distorsiones mayores a 0.8% la carga mostrada en las curvas histeréticas es mayor que la carga resistente ideal en los tres especímenes. Este hecho es relevante cuando se realizan diseños por capacidad ya que la demanda de cortante al formarse articulaciones plásticas será mayor que la determinada en los cálculos produciendo un mayor riesgo de una falla frágil. También la demanda sobre las columnas incrementaría pudiendo generar articulaciones plásticas en ellas, de manera que el criterio de columna fuerte-viga débil no se cumpliría cabalmente.

4.1.1 Envoltentes

En la Figura 4-1 también se muestra una comparación de las envoltentes de los tres especímenes, permitiendo inferir que el efecto de la disminución de la separación de estribos en vigas es aumentar la capacidad de deformación al evitar el pandeo de las barras. La separación de estribos no tiende a aumentar la resistencia significativamente, ya que la resistencia en el momento de la falla del tercer espécimen fue un 12% mayor que en los otros dos especímenes. Se considera que el ligero aumento de resistencia en el tercer espécimen es porque se llega a desplazamientos mayores, generando que el acero de refuerzo incurriere más en la zona de endurecimiento por deformación. Además de que la resistencia a compresión medida del concreto del tercer espécimen es 13% mayor, aproximadamente, respecto al concreto de los otros especímenes.

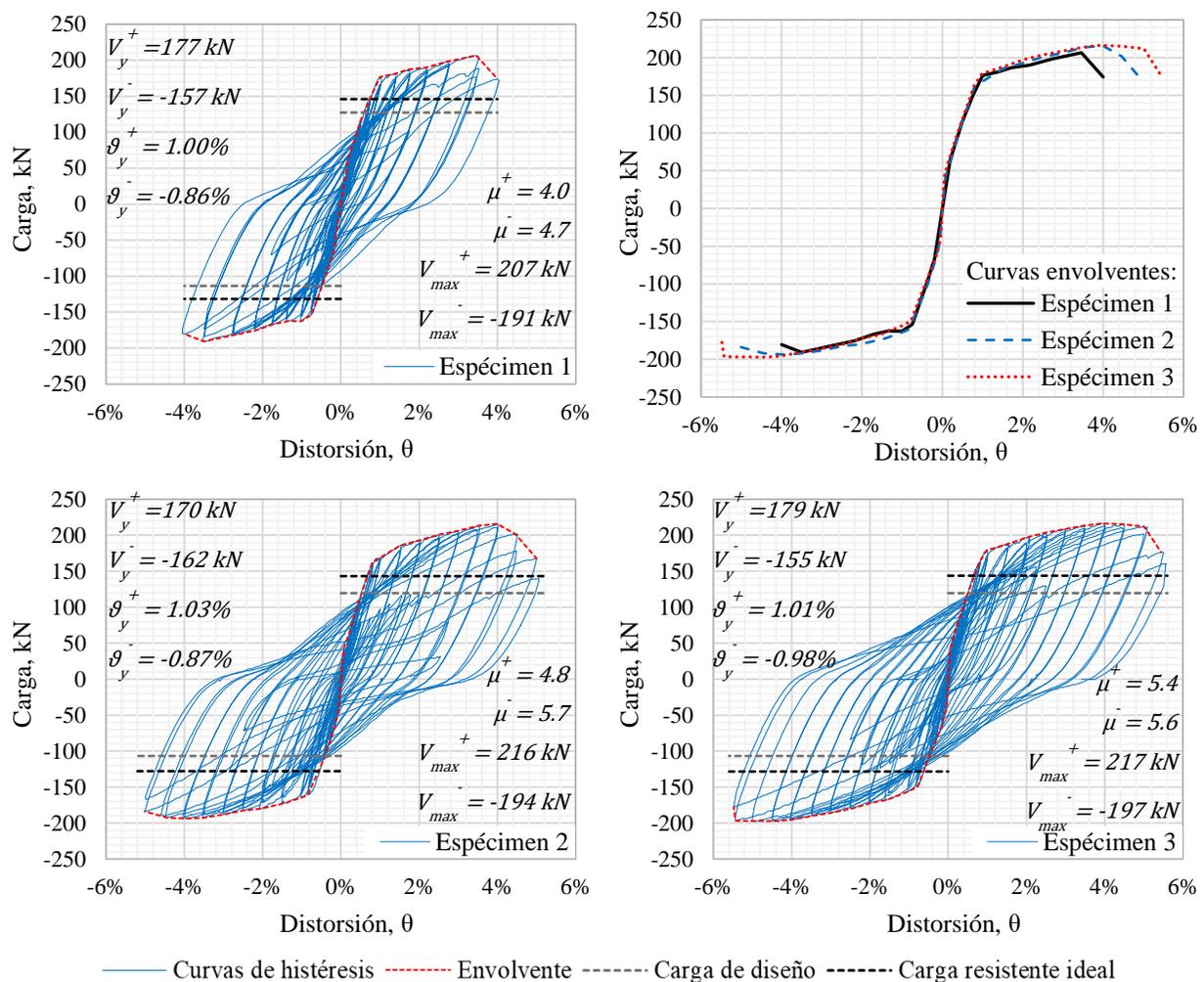


Figura 4-1. Curvas de histéresis y envoltentes de los tres especímenes.

La carga positiva tiende a ser mayor que la carga negativa debido a la asimetría en las cuantías de acero en la viga. Se tiene una cuantía igual 0.69% para cargas positivas, cuando las dos varillas número 12 se encuentran en tensión, y una cuantía igual a 0.62% para el otro caso. Es decir, se tiene un 10% aproximadamente más de acero de refuerzo longitudinal para las cargas positivas.

4.2 CONTRIBUCIÓN DE LA COLUMNA A LA DISTORSIÓN TOTAL

4.2.1 Contribución determinada experimentalmente

Para determinar la contribución de la columna a la distorsión total del espécimen se hace uso del registro de desplazamientos de los transductores de desplazamiento verticales TDVs 2, 4, 7 y 9 que se muestran en la Figura 3-7. La rotación en el centro de la columna es la contribución a la distorsión total del espécimen, por lo que al sacar la diferencia de desplazamientos entre dos TDVs del centro y dividir el resultado entre la separación de los TDVs se obtendría dicha rotación. Con la Ec. 4-1 se puede determinar la rotación promedio de la columna, obtenida con los cuatro TDVs cercanos al centro.

$$\theta_{c \text{ exp}} = \frac{\left(\frac{d_{TDV4} - d_{TDV2}}{s_{4-2}} + \frac{d_{TDV9} - d_{TDV7}}{s_{9-7}} \right)}{2} \quad (4-1)$$

Donde:

d_{TDVi} = Desplazamiento del transductor vertical i que corresponda.

s_{4-2} = Distancia horizontal entre los TDVs 2 y 4.

s_{9-7} = Distancia horizontal entre los TDVs 7 y 9.

En la Figura 4-1 se muestra las curvas de histéresis de las columnas de los tres especímenes. Con el fin de comparar con los demás figuras de este documento, en las curvas se muestra la carga aplicada en el extremo de la viga pero en realidad la carga que se tendría en la columna sería mayor proporcionalmente a la relación de la longitud de viga y la longitud de columna.

En las tres curvas de histéresis de las columnas, en especial las de los especímenes 2 y 3, se observa de manera general un cambio brusco en la pendiente como si la columna hubiese llegado a la fluencia. Sin embargo, el daño visual de las columnas durante las pruebas fue mínimo y es notable que las curvas de histéresis de ciclos particulares no tienen un área considerable, por lo tanto se asume que realmente las columnas permanecieron en el intervalo elástico. Además, en el Apéndice B se determinó el momento de la primera fluencia de la columna y para que se alcance esta primera fluencia se requiere aplicar una carga de 242 kN en la viga, considerando las dos porciones de columna, y dicha carga no se alcanzó en ninguno de los especímenes.

4.2.2 Contribución determinada analíticamente

Para determinar analíticamente la contribución de la columna a la distorsión total se considera que la columna se encuentra empotrada en los puntos de apoyo más cercanos al nudo; siendo así, la distorsión asociada a la flexión de la columna se puede determinar con la Ec. 4-2, que sería igual a la ecuación para determinar la rotación en el centro del claro. La suposición de empotramiento es adecuada ya que al colocar dos varillas postensadas en cada extremo de la columna se evita la rotación. No obstante, si se considera como apoyos articulados simplemente se obtendrían distorsiones de la columna un 33% mayor.

$$\theta_{cfa} = \frac{C_e l_v l_c}{16 E_c I_{eff}} \quad (4-2)$$

Donde:

C_e = Carga aplicada en el extremo superior de la viga, en N.

l_v = Longitud de la viga, 5000 mm.

l_c = Longitud de la columna, siendo para este caso asumida en 2470 mm.

E_c = Módulo de elasticidad del concreto, determinado con la Ec. 3-2.

I_{eff} = Inercia efectiva de la columna, en mm⁴.

La inercia efectiva para columnas agrietadas que se recomienda en las NTC-C 2017 es de 0.7 veces la inercia bruta, pero debido a que durante los experimentos no se aplicó carga axial, se podría considerar la columna como viga. Al ser así, las normas indican que la inercia efectiva es de 0.5 veces la inercia bruta, sin embargo, como se verá más adelante el valor indicado está sobreestimado por lo que se determinó la inercia efectiva al punto de fluencia con ayuda del programa momento-curvatura del Apéndice C, obteniéndose una inercia efectiva de 0.32 veces la inercia bruta. Finalmente, se utilizó este último valor para el cálculo de la distorsión de la columna.

También se consideró la distorsión generada por el cortante en la columna, a pesar de que se prevé que será mínima. La distorsión por cortante de la columna se determina con la Ec. 4-3.

$$\theta_{cca} = \frac{C_e l_v}{A_v G_{eff}} \quad (4-3)$$

Donde:

C_e = Carga aplicada en el extremo superior de la viga, en N.

l_v = Longitud de la viga, 5000 mm.

l_c = Longitud de la columna, siendo para este caso asumida en 2470 mm.

A_v = Área efectiva de cortante igual a 5/6 del área bruta.

G_{eff} = Módulo de cortante efectivo igual a 0.2 E_c .

El módulo de cortante efectivo previo al agrietamiento por cortante es de 0.4 E_c pero conforme aumenta el agrietamiento este valor disminuye. Para la práctica ingenieril, Elwood y Eberhard (2009) sugieren un valor del módulo de cortante efectivo de 0.2 E_c para todos los niveles de deformación, por lo cual en este estudio se utiliza la propuesta anterior.

Considerando la carga máxima experimental obtenida en los especímenes, 216 kN, la distorsión de la columna por cortante es de tan solo 0.025% y la distorsión por flexión es de 0.164%. La contribución del cortante a la distorsión en la columna es de 15%. La contribución teórica de la columna a la distorsión total del subensamble sería aproximadamente de 3.8%.

La comparación de las distorsiones de las columnas obtenidas experimentalmente y las obtenidas analíticamente se muestra en la Figura 4-3 para el espécimen 1, en la Figura 4-4 para el espécimen 2 y en la Figura 4-5 para el espécimen 3. En la distorsión analítica se consideró la contribución de la distorsión por flexión y por cortante. En general las distorsiones experimentales y las analíticas fueron similares en los especímenes 2 y 3, en cambio, en el espécimen 1 si hubo variaciones notables de hasta un 60%, siendo mayor lo analítico que lo experimental.

Todos los especímenes cuentan con un número de pasos diferentes ya que durante las pruebas el adquisidor de datos grababa la información cada cierto lapso de tiempo definido y cada vez que existía una cierta diferencia de distorsión. La variación en el número de pasos fue debida a la diferencia de los tiempos en que se detenía la prueba en desplazamientos máximos para marcar y medir grietas.

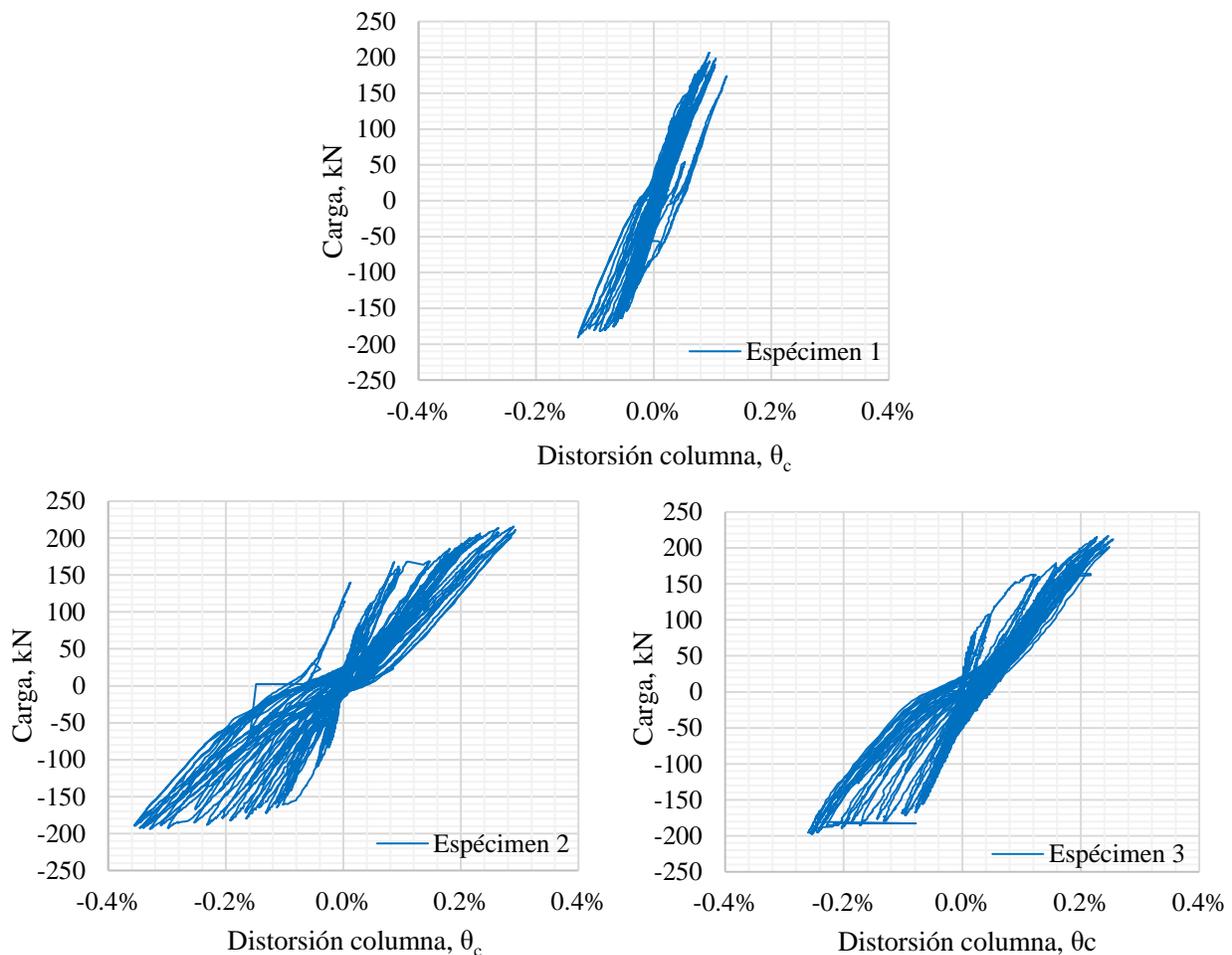


Figura 4-2. Distorsión experimental de las columnas en los tres especímenes.

En los tres especímenes se observa la tendencia de que la distorsión analítica es considerablemente mayor para los primeros ciclos, debido a que la rigidez experimental a flexión y a cortante es mayor a distorsiones bajas cuando el elemento se encuentra en estado sano y en el cálculo analítico se considera una rigidez invariable durante todos los ciclos.

En general, en los últimos pasos de los especímenes 2 y 3 la distorsión experimental de la columna fue mayor que la analítica. Pero si se considera que las condiciones de apoyo simulaban articulaciones, la distorsión analítica incrementaría un 33%, siendo así más parecida a la distorsión experimental en los pasos mayores a 2000. Además, se debe tomar en cuenta que los transductores, utilizados para determinar la contribución experimental de la columna a la distorsión total, se encontraban en la zona del nudo por lo que de manera indirecta se está considerando la deformación del nudo.

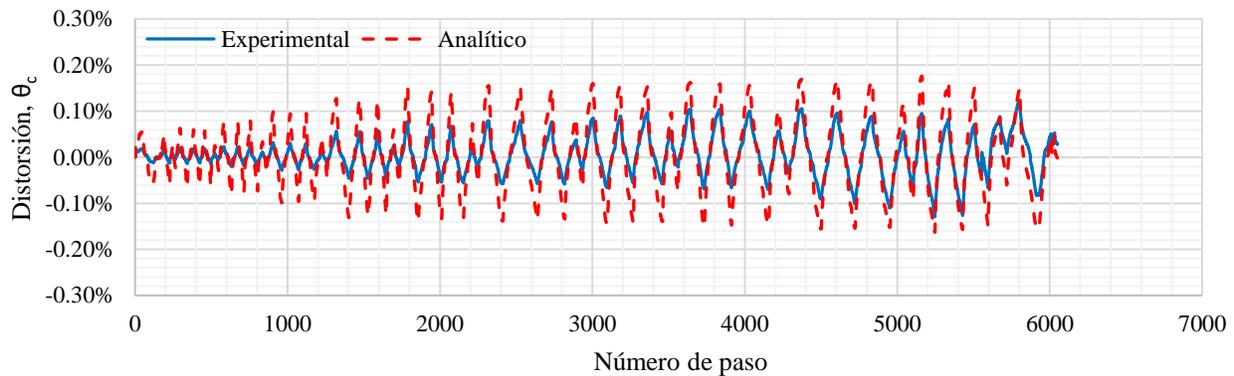


Figura 4-3. Distorsión experimental y analítica en el espécimen 1 asociado a la rotación de la columna.

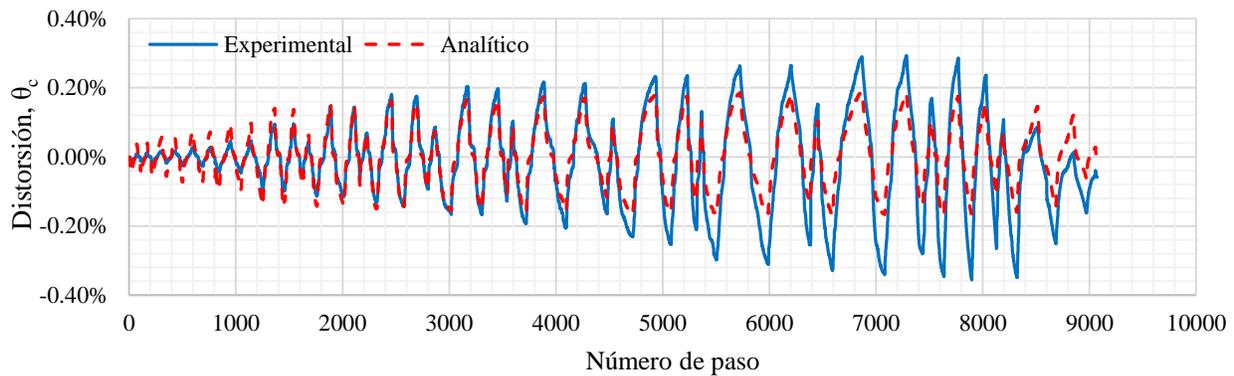


Figura 4-4. Distorsión experimental y analítica en el espécimen 2 asociado a la rotación de la columna.

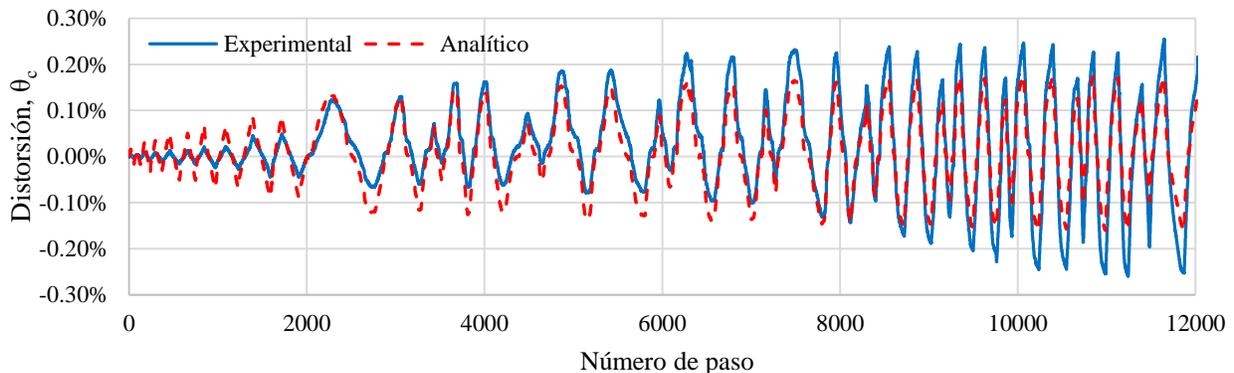


Figura 4-5. Distorsión experimental y analítica en el espécimen 3 asociado a la rotación de la columna.

4.3 CONTRIBUCIÓN DEL NUDO A LA DISTORSIÓN TOTAL

Cuando existen cargas laterales en los marcos resistentes a momentos se demanda una fuerza cortante en los nudos. La resistencia de los nudos a la fuerza cortante se puede representar por un puntal diagonal, por un modelo de armadura o por la combinación de ambos. Si se idealiza que la resistencia está dada por el puntal diagonal, la deformación del nudo sería como se muestra en la Figura 4-6, el puntal diagonal en compresión se acortaría y el otro puntal se alargaría.

La manera de determinar experimentalmente la distorsión por cortante de un nudo es por medio de transductores de desplazamiento que midan la deformación diagonal del nudo. Con el uso de los transductores de desplazamientos diagonales TDD 5 y TDD 6, mostrados en la Figura 3-8, se determinará la distorsión del nudo. Para determinar la distorsión total del nudo se tiene que determinar la distorsión del nudo con respecto al eje horizontal y también respecto al eje vertical, para ello se proyectan los desplazamientos de las diagonales, tal como se muestra en la Ec. 4-4 y la Ec. 4-5. En las ecuaciones se considera que un acortamiento generaría un desplazamiento negativo. Este procedimiento se realiza de manera similar en otras investigaciones realizadas por Abbas (2004) y Beckingsale (1980).

$$\gamma_1 = \frac{\frac{\delta_1 h_v}{2 D_1} - \frac{\delta_2 h_v}{2 D_2}}{h_c} \quad (4-4)$$

$$\gamma_2 = \frac{\frac{\delta_1 h_c}{2 D_1} - \frac{\delta_2 h_c}{2 D_2}}{h_v} \quad (4-5)$$

Donde:

δ_1 = Desplazamiento de la diagonal D_1 , en este caso del TDD 6.

δ_2 = Desplazamiento de la diagonal D_2 , en este caso del TDD 5.

D_1 = Longitud de la diagonal 1.

D_2 = Longitud de la diagonal 2.

h_v = Peralte de la viga.

h_c = Peralte de la columna en la dirección de análisis.

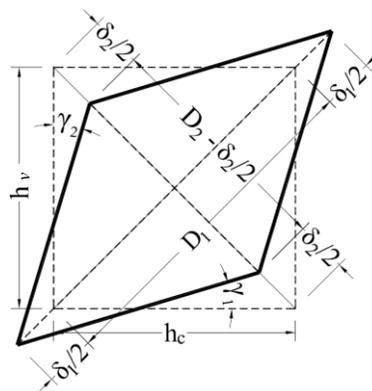


Figura 4-6. Deformación por cortante en el nudo.

Por cuestiones de montaje las diagonales de la Figura 3-8, se encuentran 100 mm desplazadas hacia el interior del nudo, por lo tanto, en las ecuaciones anteriores los valores del peralte de la viga y del peralte de la columna serían 200 mm menores, quedando de 610 mm y 400 mm respectivamente. Esto solo aplica para las dos ecuaciones anteriores.

La contribución de la distorsión del nudo a la distorsión total de los especímenes se determina a continuación, donde γ_1 genera un desplazamiento en la columna que incrementa la distorsión total, pero a su vez genera un desplazamiento en la viga que decrementa la distorsión total, lo mismo sucede con γ_2 pero en este caso el desplazamiento de la viga incrementa y el de la columna decrementa la distorsión total. En el segundo sumando de la Ec. 4-6 a la longitud de la viga se le resta la mitad del peralte de la columna, debido a que en uniones viga columna exteriores la viga solo está de un lado del nudo, por lo que no afecta el peralte completo de la columna.

$$\theta_{c\ nudo} = \frac{\gamma_1(l_c - h_v) - \gamma_2 h_v}{l_c} + \frac{\gamma_2(l_v - \frac{h_c}{2}) - \gamma_1 \frac{h_c}{2}}{l_v} \quad (4-6)$$

Al reordenar la ecuación anterior se obtiene la Ec. 4-7, la cual se usará para determinar la contribución del nudo a la distorsión total.

$$\theta_{c\ nudo} = \gamma_1 + \gamma_2 \left(1 - \frac{h_v}{l_c} - \frac{h_c}{2l_v}\right) \quad (4-7)$$

Donde:

γ_1 = Angulo de deformación del nudo formado con respecto al eje horizontal, determinado con la Ec. 4-4.

γ_2 = Angulo de deformación del nudo formado con respecto al eje vertical, determinado con la Ec. 4-5.

h_v = Peralte de la viga, 810 mm.

h_c = Peralte de la columna en la dirección de análisis, 600 mm.

l_v = Longitud de la viga, 5000 mm.

l_c = Longitud de la columna, siendo para este caso asumida en 2470 mm.

Considerando la ecuación anterior y el subensamble de unión viga columna, el 61% de la distorsión total del nudo contribuirá directamente a la distorsión del subensamble.

En la Figura 4-7 se muestran las curvas de la carga aplicada en el extremo superior de la viga contra la contribución del nudo a la distorsión total del espécimen. Solo se muestra las curvas de los especímenes 1 y 2 ya que una de las diagonales en el espécimen 3 no registró desplazamiento, por lo que imposibilitó el cálculo de la distorsión del nudo. Al analizar las curvas se puede inferir que el nudo del espécimen 1 permaneció en el intervalo elástico y el nudo del espécimen 2 en los últimos ciclos apenas comenzó a responder inelásticamente. Lo anterior concuerda con los daños visuales de los nudos, porque las grietas que se presentaron en el nudo no llegaron a abrirse, conservándose anchos de grietas menores a 0.2 mm durante toda la prueba.

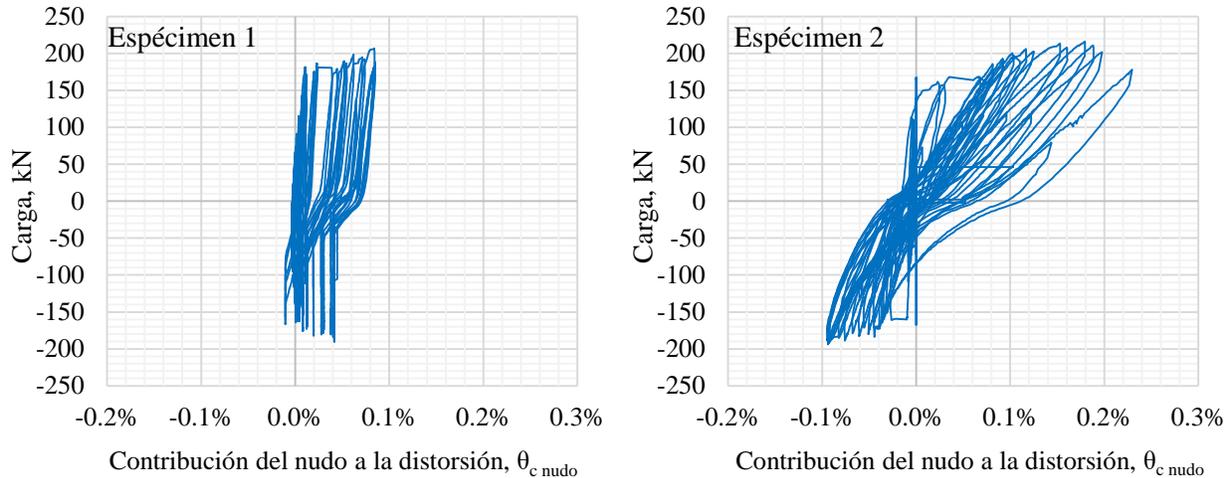


Figura 4-7. Curva carga-contribución de los nudos a la distorsión total de los especímenes.

La contribución del nudo a la distorsión total durante todos los pasos de las pruebas se muestra en la Figura 4-8 y en la Figura 4-9, para los especímenes 1 y 2, respectivamente. Es posible notar que la contribución del nudo del espécimen 1 a la distorsión total no fue simétrica en ambos sentidos de la carga, esto porque el registro de desplazamientos del TDD 6, mostrado en la Figura 4-10, presentó un comportamiento anómalo incrementando conforme aumentaba el número de pasos, que además no representa la variación por la aplicación de la carga en un sentido u otro. También el TDD 5 del espécimen 1 mostró un comportamiento anómalo ya que no registró desplazamientos positivos mayores a 0.1 mm, lo cual indica un problema por una posible falta de mantenimiento del transductor, ya que el vástago no lograba salir adecuadamente. El registro de los TDDs del espécimen 2 mostró un buen comportamiento ya que muestra de manera definida los ciclos aplicados. Ambos desplazamientos de los TDDs tienden a aumentar positivamente conforme aumentan los pasos, lo cual indica que existió una expansión en el nudo.

Considerando lo anterior los resultados mostrados de la contribución del nudo a la distorsión total se deben interpretar de manera sesuda, ya que las variaciones entre los nudos de los especímenes 1 y 2 son mayores al 50%, siendo que ambos nudos se reforzaron de la misma manera. Considerando los desplazamientos de los TDDs, se infiere que la contribución a la distorsión del nudo del espécimen 2 es la más acertada.

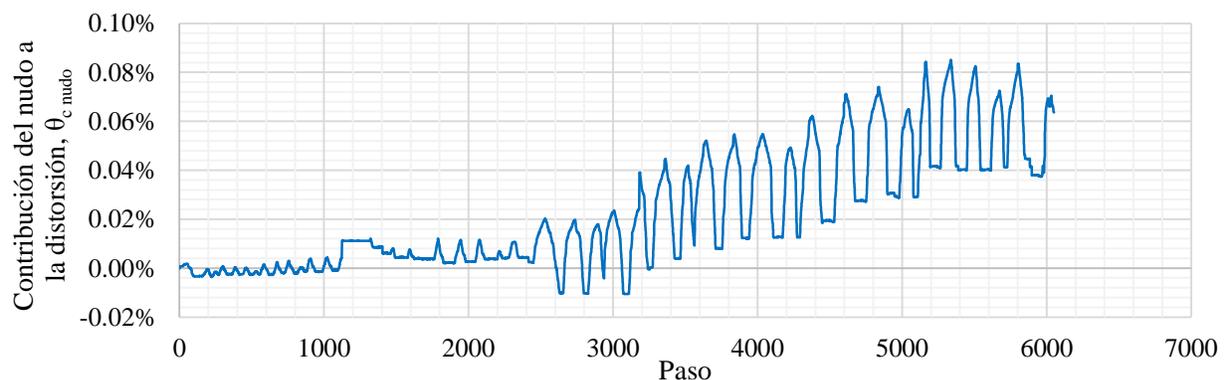


Figura 4-8. Contribución del nudo a la distorsión total espécimen 1.

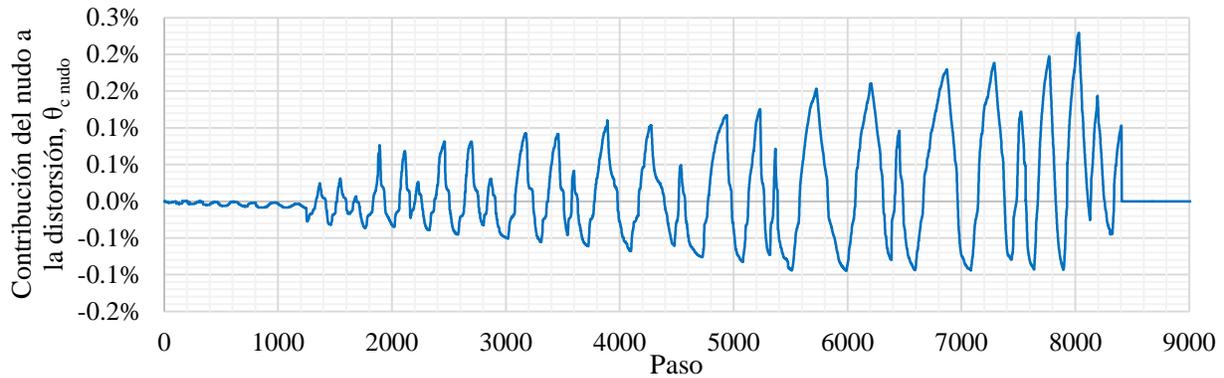


Figura 4-9. Contribución del nudo a la distorsión total espécimen 2.

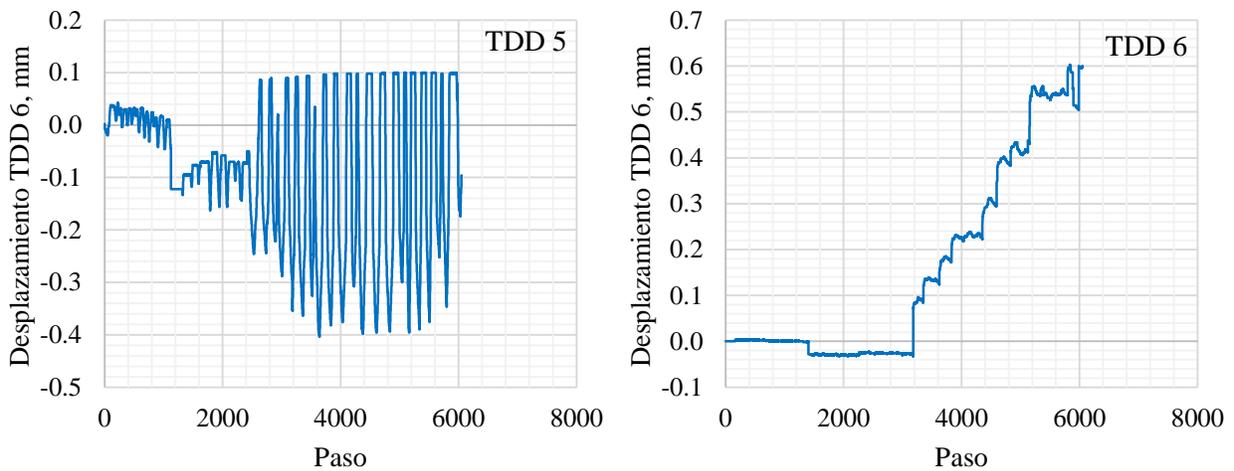


Figura 4-10. Desplazamiento de los TDDs 5 y 6 del espécimen 1.

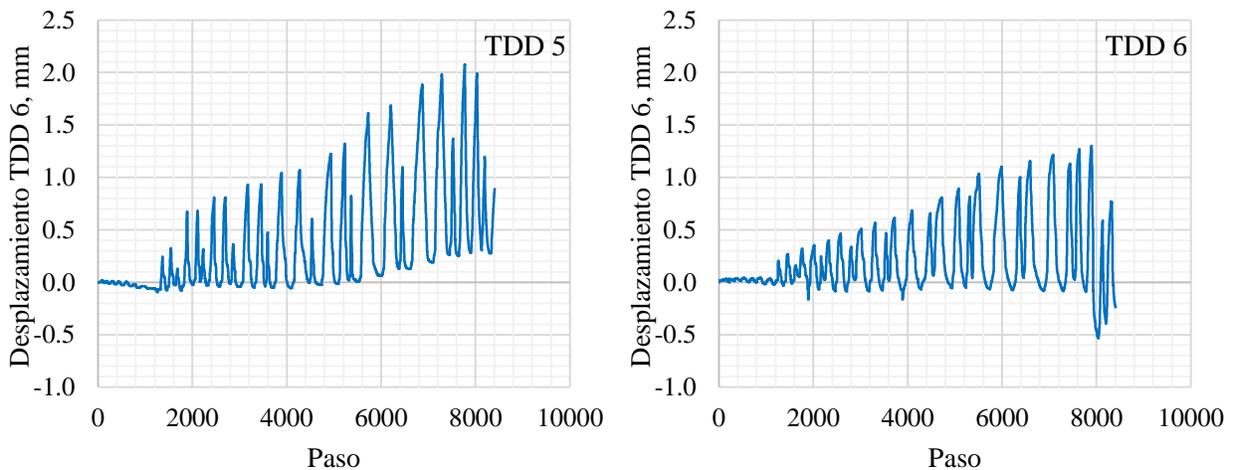


Figura 4-11. Desplazamiento de los TDDs 5 y 6 del espécimen 2.

4.4 CONTRIBUCIÓN DE CADA COMPONENTE A LA DISTORSIÓN TOTAL

Se determinó la contribución de cada componente a la distorsión total de los especímenes 1 y 2, las cuales se muestran en la Figura 4-12 y en la Figura 4-13, respectivamente. Para el espécimen 2 se determinaron las contribuciones ante ciclos con distorsiones de 1, 2, 3 y 4% y en el espécimen 1 ante ciclos con distorsiones de 1, 2.2, 2.75 y 4%. Lo anterior debido a que en el espécimen 1 no se aplicaron ciclos exactamente a 2 y 3%. La contribución del nudo y de la columna se determinó experimentalmente como se mostró en los subcapítulos anteriores. La distorsión por cortante de la viga se calculó de manera similar como se realizó para determinar la distorsión por cortante de la columna. La distorsión elástica por flexión de la viga se calculó considerando una inercia efectiva igual a 0.5 veces la inercia bruta, tal cual lo sugieren las NTC-C 2017. El resto de la distorsión necesaria para completar la distorsión de análisis, se consideró que correspondía a la contribución de la distorsión inelástica en la viga por flexión.

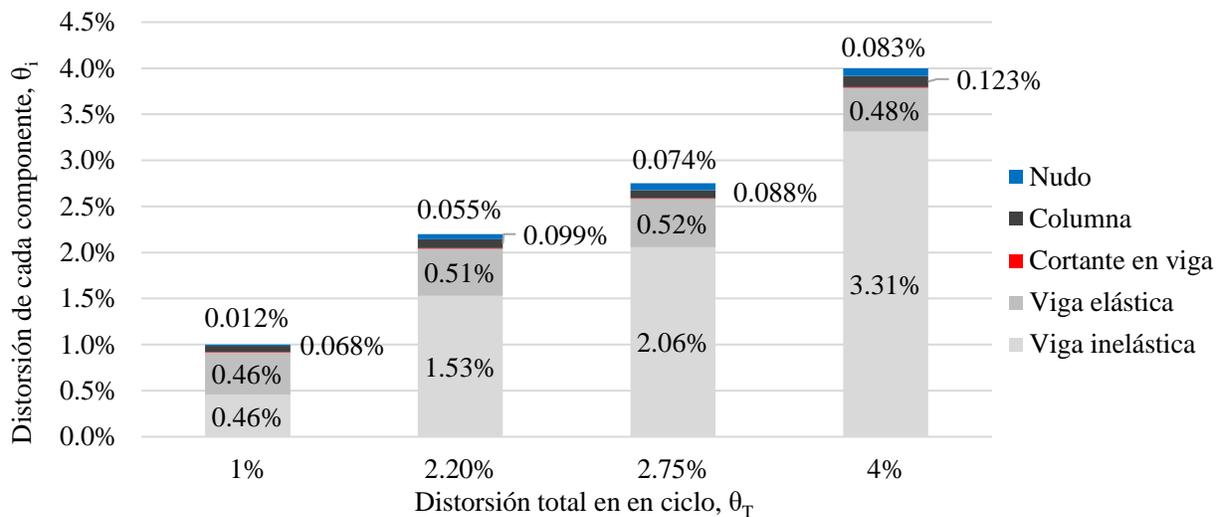


Figura 4-12. Contribución de cada componente a la distorsión total del espécimen 1.

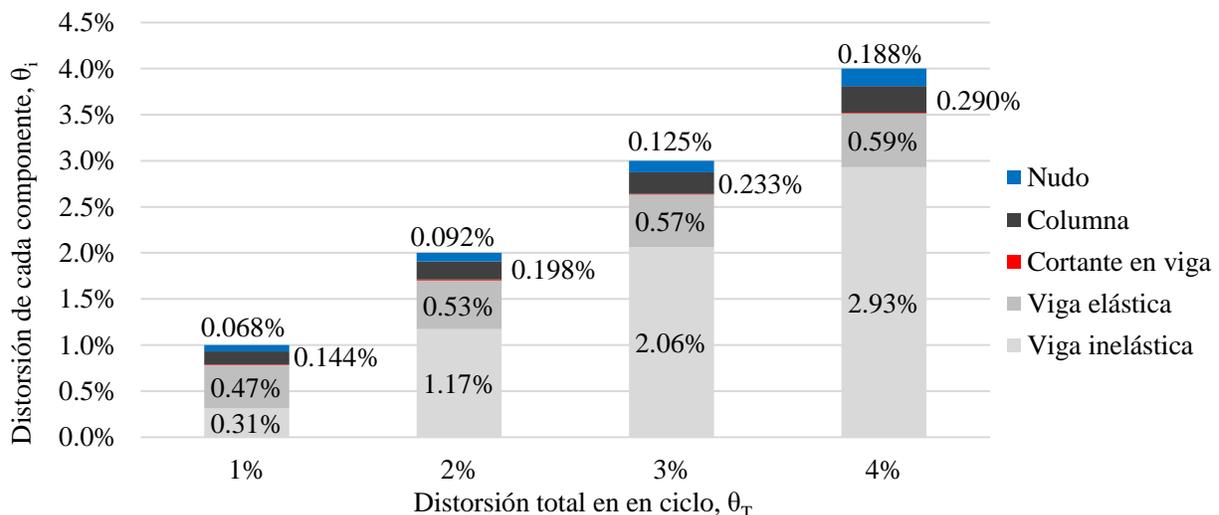


Figura 4-13. Contribución de cada componente a la distorsión total del espécimen 2.

No se muestra la figura del espécimen 3 debido a que no fue posible determinar la contribución del nudo a la distorsión total, como ya se mencionó anteriormente. No obstante, a pesar de que tampoco se logró determinar experimentalmente la contribución de la deformación por cortante en las vigas a la distorsión total, si se muestra esta contribución ya que es sencilla de calcular analíticamente, en cambio la distorsión de un nudo no.

En la Figura 4-14 se muestran la contribución en porcentaje de cada componente a la distorsión total de los especímenes 1 y 2. Para cualquier nivel de distorsión, en el espécimen 1 más del 90% de la distorsión total corresponde a la viga. Para el espécimen 2, de la distorsión del 2% en adelante, más del 85% de la distorsión total corresponde a la viga. Esto es congruente con el análisis presentado por Guerrero et al. (2019), donde se representan los desplazamientos de un subensamble de unión viga columna por medio de tres resortes en serie, de tal manera que se puede observar que la mayor parte del desplazamiento (>82%) de todo el subensamble lo toma el resorte correspondiente a la viga.

En el espécimen 1 tanto la contribución de la columna como la contribución del nudo tienden a ser bajas comparadas con los valores del espécimen 2. Con base en el análisis de los resultados de los subcapítulos anteriores, se considera que los valores del espécimen 2 son los que tienden a ser más realistas. La contribución de la distorsión por cortante en la columna a la distorsión total de la columna es del 15% aproximadamente, en cambio, para la viga esta contribución tiende ser del 0.2%. Por lo que, se considera que el no haber determinado experimentalmente la distorsión por cortante en la viga no generará diferencias importantes.

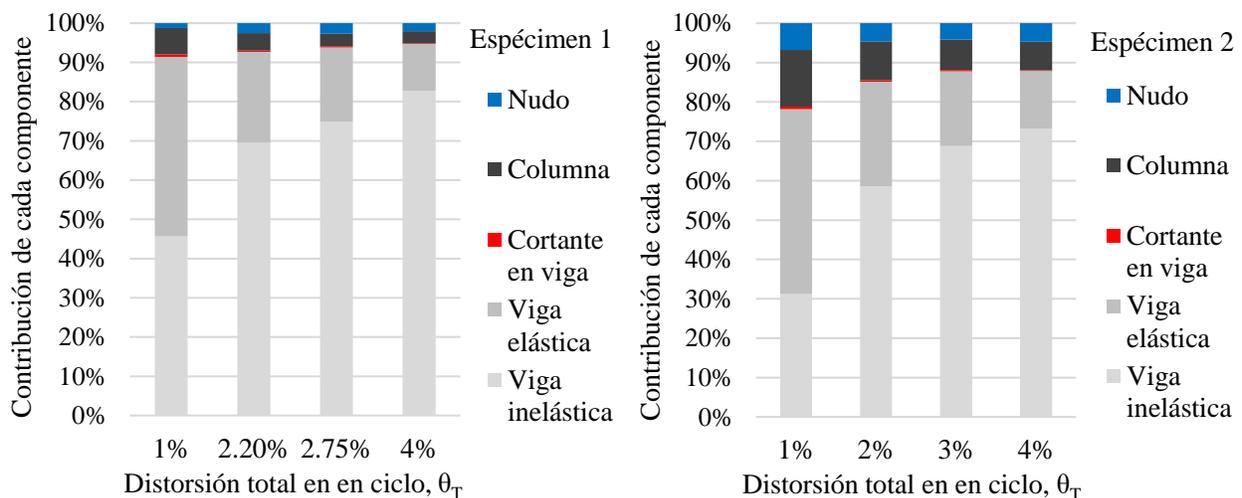


Figura 4-14. Contribución en porcentaje de cada componente a la distorsión total de los especímenes 1 y 2.

4.5 CURVAS MOMENTO-ROTACIÓN EN ARTICULACIONES PLÁSTICAS

Las articulaciones plásticas se produjeron en la viga y para determinar las rotaciones en la zona de la articulación plástica se hace uso del registro de desplazamientos de los TDVs del 11 al 16 que se muestran en la Figura 3-7. Cada par de TDVs tiene una separación vertical de 150 mm y como se tienen tres pares la longitud de articulación que se podrá medir directamente con los datos de los TDVs será de 450 mm. Para calcular la rotación total en la zona de medición se utiliza la Ec. 4-8.

$$\theta_{av} = \frac{d_{TDV16} - d_{TDV13}}{s_{16-13}} + \frac{d_{TDV15} - d_{TDV12}}{s_{15-12}} + \frac{d_{TDV14} - d_{TDV11}}{s_{14-11}} \quad (4-8)$$

Donde:

d_{TDVi} = Desplazamiento del transductor vertical i que corresponda.

s_{16-13} = Distancia horizontal entre los TDVs 16 y 13.

s_{15-12} = Distancia horizontal entre los TDVs 15 y 12.

s_{14-11} = Distancia horizontal entre los TDVs 14 y 11.

No se tiene registro completo de datos de los TDVs utilizados para determinar la rotación de la viga porque los transductores se retiraban cuando el desprendimiento del recubrimiento ponía en riesgo la seguridad de los instrumentos.

En la Figura 4-15 se muestran las curvas momento-rotación de las articulaciones en las vigas de los tres especímenes. Los momentos mostrados son obtenidos al multiplicar la carga aplicada en el extremo de la viga por la longitud al centro de la articulación plástica supuesta, que en este caso la longitud de la articulación plástica fue de 450 mm.

En el último ciclo registrado de los especímenes 1 y 3 se nota un incremento notable en la rotación de las vigas; siendo la razón de ese incremento el inicio del desprendimiento del recubrimiento, ya que cuando el concreto se empezó a desprender, las varillas roscadas, que sostenían los TDVs, tendían a desviarse de su posición original como se puede apreciar en la Figura 4-16. El desprendimiento del recubrimiento se asocia al pandeo del acero de refuerzo longitudinal, que se discutirá más adelante. En el espécimen 2 no se observó dicho fenómeno ya que se retiraron los TDVs de la viga en cuanto se marcaron las primeras grietas asociadas al desprendimiento del recubrimiento, dichas grietas son grietas verticales paralelas al acero de refuerzo longitudinal.

Los TDVs de la viga se retiraron en los ciclos 40, 32 y 34.5, correspondientes a los ciclos con distorsiones de 3.5%, 4% y 4.5% para los especímenes 1, 2 y 3, respectivamente. En los ciclos previos al momento cuando se retiraron los TDVs, la contribución de la articulación plástica a la distorsión total fue aproximadamente de 67%, 70% y 72% para los especímenes 1, 2 y 3, respectivamente. La rotación calculada corresponde a una articulación plástica con longitud 25% menor que la longitud sugerida por las NTC-C 2017 y aproximadamente 50% menor a la observada visualmente, donde se puede notar el daño concentrado. Por lo tanto, las rotaciones reales de las articulaciones plásticas serían mayores.

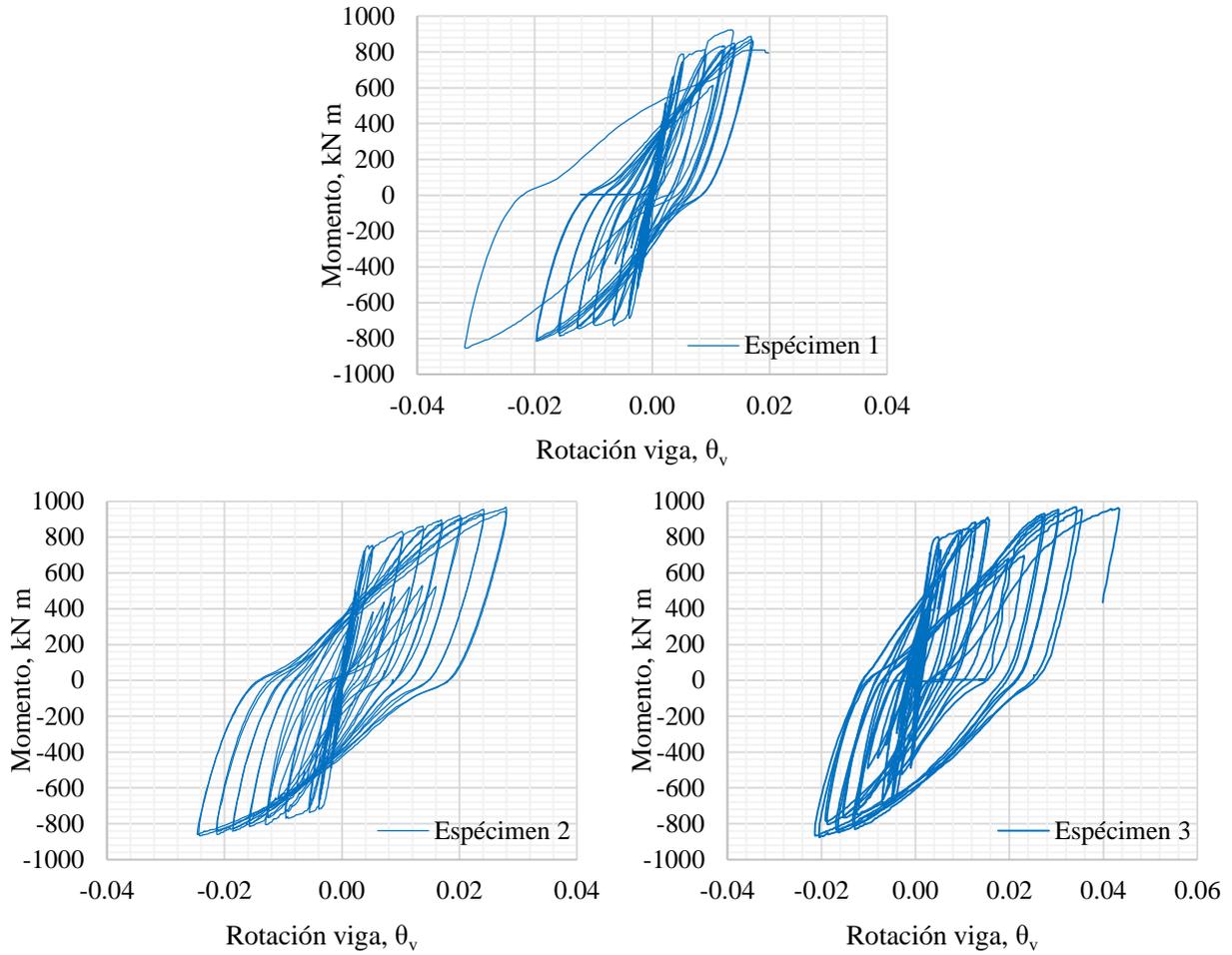


Figura 4-15. Curvas momento-rotación de las articulaciones en las vigas de los tres especímenes.

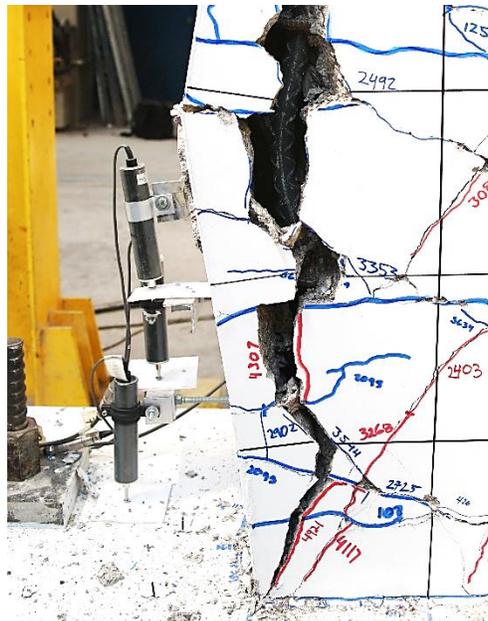


Figura 4-16. Desviación de los TDVs de la viga debido al inicio del desprendimiento del recubrimiento.

4.6 REVISIÓN DEL EFECTO DEL PARÁMETRO CARACTERÍSTICO EN LA RESPUESTA DEL MODELO

El parámetro característico en los especímenes de estas pruebas experimentales es la separación del refuerzo transversal de la viga del sub-ensamble de unión de viga columna. Por lo tanto, el objeto de estudio es determinar el efecto que tendrá este parámetro en la respuesta estructural del sub-ensamble. A continuación, se muestra la Tabla 4-1 para observar las diferencias entre los tres especímenes en la cuantía de área y volumétrica del acero de refuerzo transversal y en el esfuerzo confinante, que genera la variación en la separación del refuerzo transversal.

Tabla 4-1. Esfuerzos confinantes y cuantías de área y volumétricas del acero de refuerzo transversal.

Espécimen	Cuantía de área	Cuantía volumétrica	Esfuerzo confinante, MPa
1	0.11 %	0.12 %	0.47
2	0.21 %	0.25 %	0.94
3	0.42 %	0.49 %	1.87

4.6.1 Distorsión de fluencia y ductilidad de desplazamiento

Para determinar la distorsión o desplazamiento de fluencia se utiliza el método propuesto por Pan y Moehle (1989), que es un procedimiento empírico que utiliza datos experimentales y consiste en trazar una línea desde el origen hacia el punto de la envolvente donde se tiene un carga con magnitud igual a 2/3 del momento o carga máxima y esa línea extenderla hasta que alcance la magnitud del momento o carga máxima, siendo este último punto de intersección el punto asociado a la distorsión de fluencia. El procedimiento mencionado tiene la bondad de que no es necesario tener bien definida la primera fluencia o la carga de fluencia en las curvas carga-desplazamiento experimentales, ya que no consideran esos parámetros. Sin embargo, al utilizar la carga máxima experimental como parámetro para determinar el punto fluencia puede generar variaciones en elementos que fluyen aproximadamente en el mismo punto pero tienen cargas máximas diferentes, como se verá más adelante.

En la Figura 4-17, se muestra gráficamente el método propuesto por Pan y Moehle (1989) para determinar la distorsión o desplazamiento de fluencia. La carga de fluencia es la carga de la envolvente donde se tiene la distorsión de fluencia. La distorsión de fluencia se puede calcular con la Ec. 4-9.

$$\theta_y = \theta_{2/3pm\acute{a}x} \frac{M_{pm\acute{a}x}}{M_{2/3pm\acute{a}x}} \quad (4-9)$$

Donde:

$M_{pm\acute{a}x}$ = Momento resistente del punto máximo o pico.

$M_{2/3pm\acute{a}x}$ = Momento resistente igual a 2/3 del momento resistente máximo.

$\theta_{2/3pm\acute{a}x}$ = Distorsión asociada al punto donde se alcanza el momento igual a 2/3 del momento máximo.

Pan y Moehle (1989), definen la ductilidad de desplazamiento como el cociente de la distorsión en la carga máxima y la distorsión de fluencia, sin embargo en este trabajo se considera la ductilidad de desplazamiento como el cociente de la distorsión de fluencia y la distorsión en la carga en el punto de falla definido anteriormente, esto siguiendo el protocolo sugerido por el FEMA P-795. De esta manera la ductilidad de desplazamiento se calcula con la Ec. 4-10.

$$\mu = \frac{\theta_u}{\theta_y} \quad (4-10)$$

Donde:

θ_u = Distorsión en el punto de falla, cuando se alcanza la degradación de resistencia de un 20% o se pone en peligro la integridad de los equipos y personal.

θ_y = Distorsión de fluencia calculada con la Ec. 4-9.

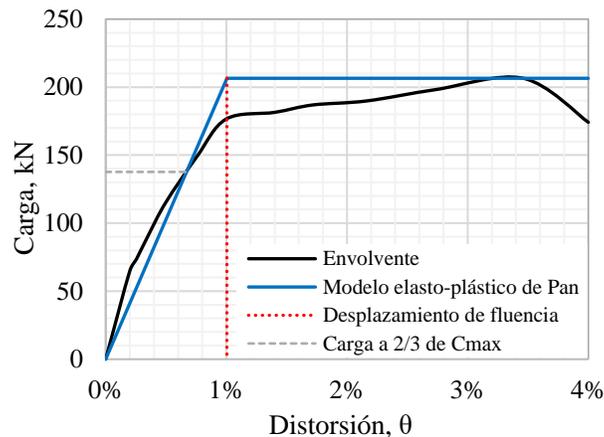


Figura 4-17. Método de Pan y Moehle (1989) para determinar la distorsión de fluencia.

En la Tabla 4-2 se muestran los valores de los tres especímenes de la distorsión de fluencia θ_y , de la distorsión en el punto de la carga máxima $\theta_{pmáx}$, de la distorsión en el punto de falla θ_u , de la ductilidad de desplazamiento alcanzada μ y de las cargas asociadas a la fluencia V_y , a la carga máxima $V_{pmáx}$ y a la carga en la vecindad de la falla V_u . Todos los especímenes alcanzaron ductilidades promedio de desplazamiento mayores a cuatro y también tuvieron un aumento de resistencia mayor al 19% después de la fluencia.

Las distorsiones asociadas a la fluencia varían en los tres especímenes debido a que el procedimiento de Pan y Moehle (1989) considera la carga máxima para determinar el punto de fluencia. Debido a que el espécimen 3 tiene cargas máximas mayores y el espécimen 1 tiene las cargas máximas menores, se obtuvo una distorsión de fluencia promedio mayor en el espécimen 3 y menor en el espécimen 1. Sin embargo, si se determina analíticamente, basándose en la Ec. 3-9 propuesta por Priestley et al. (2007), se obtendría la misma distorsión en los tres especímenes y si se aprecian las envolventes de la Figura 4-1 se puede notar que los tres especímenes tienen un cambio drástico en la pendiente de la curva carga-desplazamiento entre 0.9% y 1% sin alguna tendencia definida de cual fluye primero.

A pesar de que la viga del espécimen 1 no cumple con los requisitos de estructuras de ductilidad media y alta de las NTC-C 2017, en el apéndice B se detalla esa información, el espécimen en general mostró un comportamiento estructural adecuado, alcanzando ductilidades de desplazamiento mayores a 4. Además, alcanzó una distorsión mayor de 3.5% sin degradación de resistencia mayor al 25% de la carga máxima aplicada, cumpliendo así con los criterios de aceptación para marcos de momento del ACI 374.1-05.

Tabla 4-2. Cargas y distorsiones asociadas a la fluencia y a la resistencia última, y ductilidades de desplazamiento.

Carga	Especimen	θ_y	$\theta_{pm\acute{a}x}$	θ_u	μ	V_y (kN)	$V_{pm\acute{a}x}$ (kN)	V_u (kN)
Semi-ciclo positivo	1	1.00%	3.46%	4.00%	3.98	176.64	206.50	174.13
	2	1.03%	3.99%	4.92%	4.77	169.69	215.82	172.66
	3	1.01%	3.93%	5.44%	5.39	179.40	216.31	176.58
Semi-ciclo negativo	1	-0.86%	-3.50%	-4.00%	4.66	-157.36	-190.80	-180.50
	2	-0.87%	-3.94%	-5.01%	5.73	-161.56	-193.75	-183.94
	3	-0.98%	-4.38%	-5.48%	5.58	-154.94	-197.18	-177.56
Promedio	1	0.93%	3.48%	4.00%	4.32	167.00	198.65	177.32
	2	0.95%	3.96%	4.97%	5.25	165.62	204.78	178.30
	3	1.00%	4.15%	5.46%	5.49	167.17	206.75	177.07

Con el fin de contar con un parámetro de comparación adicional, se utiliza la metodología del FEMA 356 (2000) para obtener el punto de fluencia. Esta metodología consiste en trazar una curva fuerza-desplazamiento idealizada, de tal manera que el área debajo de la envolvente sea igual al área debajo de la curva idealizada. Para eso el primer segmento de recta parte del origen en dirección al punto de la envolvente donde se tiene una carga igual a 0.6 veces la carga de fluencia, posteriormente se extiende el segmento de recta hasta alcanzar la carga de fluencia, este último punto será el punto de fluencia del modelo. Finalmente, el segundo segmento de recta parte del punto de fluencia y llega al punto de desplazamiento objetivo. Este desplazamiento objetivo no está definido en la metodología, por lo que queda a criterio del investigador la definición de dicho punto, generando ambigüedad en la aplicación del método.

En el presente documento se establece como distorsión objetivo, la distorsión en la cual se tiene una degradación de resistencia del 15% con respecto a la resistencia experimental máxima, o en su defecto, cuando la prueba se paraba por cuestiones de seguridad e integridad el personal y equipos. Comúnmente se utiliza como parámetro del punto de falla cuando se alcanza el 20% de pérdida de resistencia, sin embargo, durante las pruebas sólo se obtuvo esa degradación en el espécimen 2 con carga positiva. Esta degradación solo se dio para carga positiva, en cambio, para carga negativa la degradación fue mínima, ya que en carga negativa el acero en compresión no manifestó pandeo. En carga negativa la distorsión objetivo del método fue la última distorsión máxima registrada.

En la Figura 4-18 se muestra gráficamente la aplicación del método en el espécimen 1, la curva de la izquierda corresponde a cargas positivas y la curva de la derecha a cargas negativas. Se invirtió la curva de cargas negativas solo para efectos de comparación. En los tres especímenes, para cargas positivas, donde se alcanzó la degradación de resistencia del 15%, se observa que determina adecuadamente la distorsión de

fluencia, pero la carga de fluencia y la curva idealizada en general tienden a ser poco representativas de los resultados experimentales. Por el contrario, para cargas negativas la curva idealizada es representativa de la envolvente, pero la distorsión de fluencia tiende a ser subestimada.

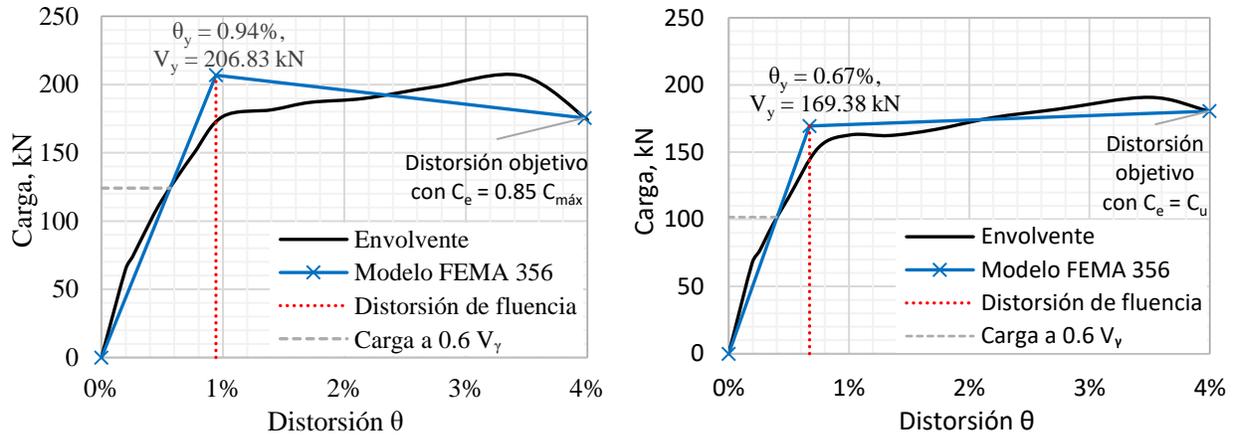


Figura 4-18. Método del FEMA 356 (2000) para determinar el punto de fluencia aplicado al espécimen 1.

En la Tabla 4-3 se muestran las distorsiones de fluencia y ductilidad de desplazamiento de los tres especímenes, obtenidas con el criterio del FEMA 356 (2000), tanto para cargas positivas como para cargas negativas y promedio de ambas. Para cargas positivas la distorsión de fluencia concuerda con lo experimental, pero la carga de fluencia es similar a la carga máxima experimental, lo cual es inadecuado. La carga de fluencia obtenida con este criterio es en promedio 18% mayor que la carga de fluencia experimental y la obtenida con el criterio de Pan y Moehle (1989). Para cargas negativas la distorsión de fluencia es en promedio un 17% menor que la experimental.

Tabla 4-3. Distorsión de fluencia y ductilidad de desplazamiento con el criterio del FEMA 356 (2000), con distorsión objetivo igual al punto con 15% de degradación de resistencia o terminación de la prueba por cuestiones de seguridad.

Carga	Especímen	θ_y FEMA 356	θ_u	μ FEMA 356	V_y FEMA 356 (kN)	θ_y FEMA 356 / θ_y P&M	V_y FEMA 356 / V_y P&M
Semi-ciclo positivo	1	0.94%	4.00%	4.24	206.50	0.94	1.17
	2	0.99%	4.92%	4.97	215.23	0.96	1.27
	3	0.96%	5.44%	5.67	216.31	0.95	1.21
Semi-ciclo negativo	1	-0.67%	-4.00%	5.94	-169.38	0.78	1.08
	2	-0.70%	-5.01%	7.20	-181.73	0.80	1.12
	3	-0.90%	-5.48%	6.10	-191.87	0.92	1.24
Promedio	1	0.81%	4.00%	5.09	188.10	0.87	1.13
	2	0.84%	4.97%	6.09	198.48	0.88	1.20
	3	0.93%	5.46%	5.88	204.09	0.93	1.22

Considerando que las NTC-S 2017 establecen una distorsión máxima de entrepiso igual a 3%, se establece este valor como la distorsión objetivo del método del FEMA 356 (2000). Esto con el objetivo de contar con una curva bilineal que represente el comportamiento de los especímenes hasta el límite dado por las normas

y observar qué ductilidades se alcanzan con esa curva bilineal, tanto en la distorsión límite como en la distorsión última. En la Figura 4-19 se muestran las curvas carga-distorsión idealizadas del espécimen 1, la curva de la izquierda corresponde a cargas positivas y nuevamente la curva de la derecha corresponde a cargas negativas pero se colocó invertida con el objetivo de poder comparar directamente. Las curvas idealizadas se apegan adecuadamente a las curvas experimentales, con la diferencia de que la distorsión de fluencia en la curva idealizada es aproximadamente un 33% menor que la experimental.

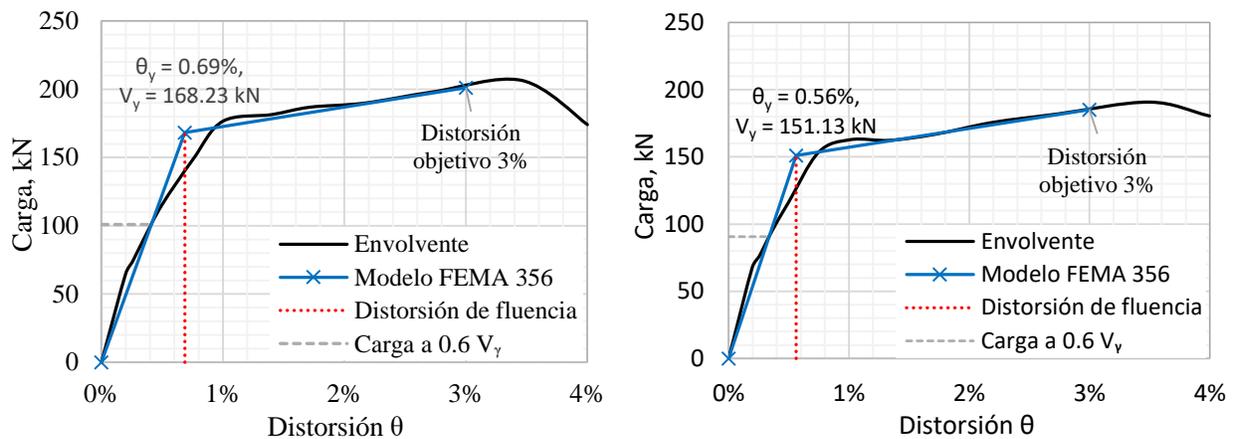


Figura 4-19. Método del FEMA 356 (2000) para determinar el punto de fluencia aplicado al espécimen 1, con la distorsión objetivo al 3%.

En la Tabla 4-4 se muestran las distorsiones de fluencia y ductilidades de desplazamiento de los tres especímenes, con el criterio del FEMA 356 (2000) y considerando la distorsión objetivo igual al 3%. Las distorsiones de fluencia obtenidas son menores que las distorsiones obtenidas con el criterio de Pan y Moehle (1989) y que las distorsiones experimentales donde se nota un cambio fuerte de la pendiente. Por tener distorsiones de fluencia bajas, las ductilidades de desplazamientos calculadas son altas, teniendo valores de 6.5, 8 y 8.44 para los especímenes 1, 2 y 3. Las ductilidades de desplazamiento al punto de la distorsión objetivo de 3% son mayores a 4.62. Considerando este criterio las distorsiones de fluencia para cargas positivas fueron aproximadamente un 24% mayores que las distorsiones de fluencia para cargas negativas, lo cual indicaría que el incremento en la cuantía de acero de refuerzo longitudinal tiende a aumentar la distorsión de fluencia, lo cual es contrario al criterio de Priestley et al. (2007). En la Tabla 4-4 también se muestra la relación de las cargas de fluencias de este criterio y del criterio de Pan y Moehle (1989), dando valores muy similares entre sí.

Considerando los resultados experimentales y los cálculos analíticos, se puede concluir que las diferencias en la cuantía de área de acero de refuerzo transversal no generan cambios significativos, ni en la distorsión de fluencia, ni en la carga de fluencia. No obstante, sí genera un incremento en la ductilidad de desplazamiento, ya que al incrementar la cuantía se puede incrementar la distorsión última. La distorsión de fluencia ante cargas negativas tendía a ser menor que la distorsión de fluencia ante cargas positivas, lo cual se atribuye a las diferencias en cuantías de acero de refuerzo longitudinal.

Tabla 4-4. Distorsión de fluencia y ductilidad de desplazamiento con el criterio del FEMA 356 (2000), con distorsión objetivo igual al 3%.

Carga	Espécimen	$\theta_{y \text{ FEMA } 356}$	θ_u	$\mu_{\text{FEMA } 356}$	$V_{y \text{ FEMA } 356}$ (kN)	$\frac{\theta_{y \text{ FEMA } 356}}{\theta_{y \text{ P\&M}}}$	$\frac{V_{y \text{ FEMA } 356}}{V_{y \text{ P\&M}}}$
Semi-ciclo positivo	1	0.69%	4.00%	5.82	168.23	0.68	0.95
	2	0.72%	4.92%	6.88	170.93	0.69	1.01
	3	0.70%	5.44%	7.81	176.89	0.69	0.99
Semi-ciclo negativo	1	-0.56%	-4.00%	7.13	-151.13	0.65	0.96
	2	-0.55%	-5.01%	9.06	-158.61	0.63	0.98
	3	-0.60%	-5.48%	9.08	-152.59	0.61	0.98
Promedio	1	0.62%	4.00%	6.47	159.68	0.67	0.96
	2	0.63%	4.97%	7.97	164.77	0.67	0.99
	3	0.65%	5.46%	8.44	164.74	0.65	0.99

Las distorsiones experimentales asociadas a la primera fluencia del acero de refuerzo longitudinal se reportan en la Tabla 4-5, así como también las cargas correspondientes. No se reportan los datos correspondientes a carga positiva del espécimen 3, debido a que la galga extensométrica falló. En general las distorsiones a la primera fluencia son bajas, lo cual se considera consistente, ya que las galgas extensométricas se encontraban en las zonas de máxima demanda y el inicio de la fluencia en esa zona no impactaba en la respuesta general del espécimen, sino hasta que la fluencia alcanzaba más zonas de la viga.

Utilizando la Ec. 3-9 propuesta por Priestley et al. (2007) se obtendría la curvatura asociada a la primera fluencia, al multiplicar por la longitud de la viga y dividir entre tres se obtiene la distorsión asociada a la primera fluencia, resultando un valor de 0.86%. Este valor es mayor que el obtenido experimentalmente en los especímenes 1 y 2, pero es menor que el obtenido en el espécimen 3. Por la sencillez de cálculo y aplicación de la ecuación anterior, se considera que brinda buenos resultados.

Tabla 4-5. Distorsiones y cargas experimentales de la primera fluencia.

Carga	Espécimen	$\theta'_{y \text{ Exp}}$	$V'_{y \text{ Exp}}$, kN
Semi-ciclo positivo	1	0.63%	14.05
	2	0.59%	13.75
	3	NA	NA
Semi-ciclo negativo	1	-0.76%	-14.85
	2	-0.80%	-16.15
	3	-0.93%	18.00
Promedio	1	0.70%	14.45
	2	0.70%	14.95
	3	0.93%	18.00

4.6.2 Comparación de momentos resistentes

En la Tabla 4-6 se muestra el momento máximo experimental $M_{pm\acute{a}x}$, el momento resistente de dise\~no determinado con la Ec. B-1 del Ap\~ndice B, correspondiente a la ecuaci3n 5.1.3 de las NTC-C 2017, el momento resistente de dise\~no obtenido por medio de un an\~lisis de secci3n basado en el equilibrio y la carga resistente ideal, M_i . Los momentos resistentes mencionados anteriormente son de la viga ya que ah\~ se gener3 la articulaci3n pl\~stica. Considerando para la obtenci3n de la carga resistente ideal, las resistencias medidas de los materiales y un factor de reducci3n de resistencia igual a la unidad, con base en un an\~lisis de secci3n basado en el equilibrio y sin considerar el endurecimiento por deformaci3n del acero de refuerzo longitudinal. La ecuaci3n 5.1.3 de las NTC-C 2017 se permite utilizar para secciones doblemente reforzadas cuando el acero en compresi3n no alcanza a fluir. Los c\~lculos de los momentos resistentes mencionados se determinan y detallan en el Ap\~ndice B.

El momento m\~ximo experimental es considerablemente mayor que los momentos resistentes de dise\~no y tambi\~n es aproximadamente un 46% mayor que el momento ideal. Un factor importante que impacta en esta variaci3n es el endurecimiento por deformaci3n del acero de refuerzo longitudinal que no es considerado en el c\~lculo de las resistencias de dise\~no, este efecto puede llegar a incrementar la resistencia del acero de refuerzo hasta en un 50% seg\~n el an\~lisis momento-curvatura previamente desarrollado.

El momento resistente de dise\~no obtenido por medio de un an\~lisis de secci3n basado en el equilibrio es aproximadamente un 8% mayor que el momento resistente calculado con la Ec. 5.1.3 de las NTC-C 2017, esto indica que el considerar todo el acero de refuerzo o solo el acero de refuerzo que se considera que se encuentra en tracci3n no genera un impacto importante. Para el momento resistente de dise\~no calculado con la ecuaci3n de las normas s3lo se consider3 el acero de refuerzo en el lecho extremo, despreciando los dos lechos intermedios y el acero de refuerzo en compresi3n. Del an\~lisis de secci3n se obtuvo que todo el acero de refuerzo se encuentra en tracci3n, incluyendo el lecho que usualmente se supone en compresi3n, ya que el eje neutro resulta menor que la distancia del centroide del acero de refuerzo superior a la fibra extrema en compresi3n.

Entre el esp\~cimen 1 y 3 la diferencia de la resistencia medida a compresi3n del concreto es del 11%, siendo mayor el del esp\~cimen 3, no obstante solo gener3 un incremento en el momento ideal del 0.8%. En cambio, la variaci3n de las cuant\~as del acero de refuerzo longitudinal para momento positivo y momento negativo es del 11%, y la variaci3n entre momentos resistentes positivos y negativos es tambi\~n del 11% aproximadamente. Esto indica que la cuant\~a del acero de refuerzo longitudinal tiene un gran impacto en el momento resistente de un elemento y la resistencia a compresi3n del concreto es un par\~metro de poca influencia.

El esp\~cimen 3 alcanz3 un momento experimental m\~ximo 4% mayor que el del esp\~cimen 1. Como ya se pudo ver, la variaci3n en resistencias a compresi3n del concreto no tiene un impacto considerable, por lo que la variaci3n en estos momentos experimentales se atribuye al endurecimiento por deformaci3n del acero de refuerzo longitudinal y, en menor medida, al confinamiento brindado por el acero de refuerzo transversal.

Lo anterior se concluye con base en las curvas envolventes mostradas en la Figura 4-1, ya que a un mismo nivel de distorsión el espécimen 3 tiene un momento ligeramente mayor, atribuible al confinamiento y a la resistencia a compresión del concreto, y al punto pico las variaciones de momentos se considera que es porque el espécimen 3 pudo incursionar aún más en la no linealidad generando un incremento de la resistencia a tracción por endurecimiento del acero de refuerzo longitudinal. Si se considera que el espécimen 3 pudo incursionar más en la no linealidad debido a que se contaba con una cuantía de acero de refuerzo transversal mayor, se podría inferir que esa cuantía sí contribuye a aumentar la resistencia al punto pico.

Tabla 4-6. Comparación de momentos resistentes experimentales, de diseño e ideales.

Carga	Especimen	Experimental	NTC-C 2017	Análisis de	Análisis de	$M_{pm\acute{a}x}$	$M_{pm\acute{a}x}$	$M_{pm\acute{a}x}$
		$M_{pm\acute{a}x}$	Ec. 5.1.3 M_R	sección M_R	sección M_i	$M_{R\ NTC-C\ 2017}$	$M_{R\ \text{an\acute{a}lisis}}$	$M_{i\ \text{an\acute{a}lisis}}$
Semi-ciclo positivo	1	971 kN m	598 kN m	636 kN m	686 kN m	1.62	1.53	1.41
	2	1014 kN m	598 kN m	636 kN m	685 kN m	1.70	1.59	1.48
	3	1017 kN m	598 kN m	636 kN m	691 kN m	1.70	1.60	1.47
Semi-ciclo negativo	1	-897 kN m	-534 kN m	-574 kN m	-619 kN m	1.68	1.56	1.45
	2	-911 kN m	-534 kN m	-574 kN m	-618 kN m	1.71	1.59	1.47
	3	-927 kN m	-534 kN m	-574 kN m	-624 kN m	1.74	1.61	1.49

4.6.3 Degradación de rigidez

Para determinar la degradación de rigidez se calculó la rigidez pico a pico en cada ciclo aplicado, dicha rigidez es la pendiente que se obtiene al unir los dos puntos con mayor desplazamiento en un ciclo de la curva carga-desplazamiento, tal como se muestra en la Figura 4-20. Posteriormente se obtiene la rigidez normalizada para lo cual la rigidez pico a pico se divide entre la rigidez generada por la inercia bruta de la sección sin considerar la sección transformada. En la Figura 4-21, se muestra la degradación de rigidez de los tres especímenes notándose que no existe diferencia notable entre ellos, por lo cual se puede concluir que la variación de la separación de estribos en la viga no genera diferencias considerables en el patrón de comportamiento de la degradación de rigideces.

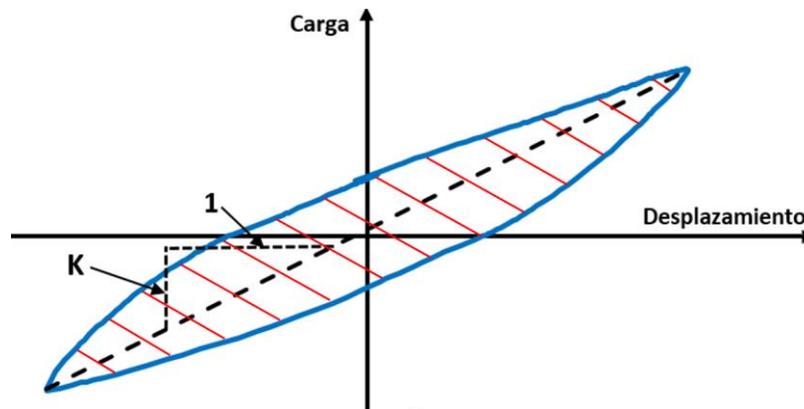


Figura 4-20. Rigidez pico a pico y energía histerética en un ciclo.

Comparación de la degradación de rigideces entre los ciclos grandes y el ciclo pequeño

Las variaciones de la rigidez entre los ciclos de grandes distorsiones es mínima, pero la variación de la rigidez con respecto al ciclo pequeño, tiene la peculiaridad de tener una menor rigidez para distorsiones menores a 1.1% y una mayor rigidez para distorsiones mayores a 1.1%, esto se puede notar gráficamente en la parte superior izquierda de la Figura 4-21, donde se muestra la degradación de rigidez ciclo a ciclo del espécimen 1.

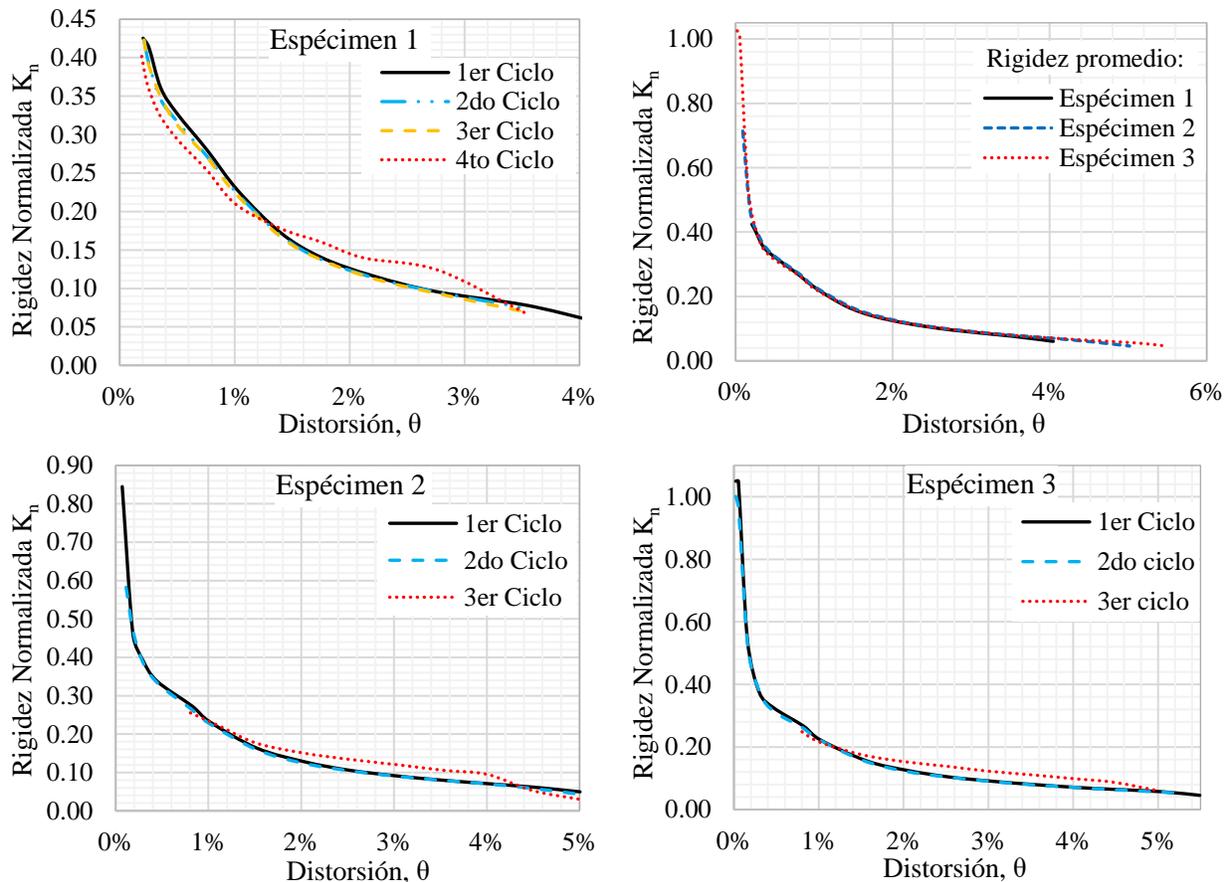


Figura 4-21. Degradación de rigidez en cada ciclo aplicado al espécimen 1 y rigidez promedio de los tres especímenes.

La razón por lo cual, para distorsiones menores al 1.1% se tiene una menor rigidez en el ciclo pequeño comparada con la rigidez de los ciclos grandes, es que para cada nueva distorsión máxima alcanzada se produce un cierto nivel de daño que se refleja en la reducción de la rigidez para distorsiones menores a la distorsión máxima alcanzada. Es decir, durante el agrietamiento inicial de la sección, los ciclos grandes generan agrietamientos que disminuyen principalmente la rigidez en distorsiones menores, porque esas grietas se tienen que cerrar antes de que empiece a trabajar el concreto en compresión. En la parte izquierda de la Figura 4-22 se nota gráficamente que la rigidez del ciclo grande es mayor que la rigidez del ciclo pequeño.

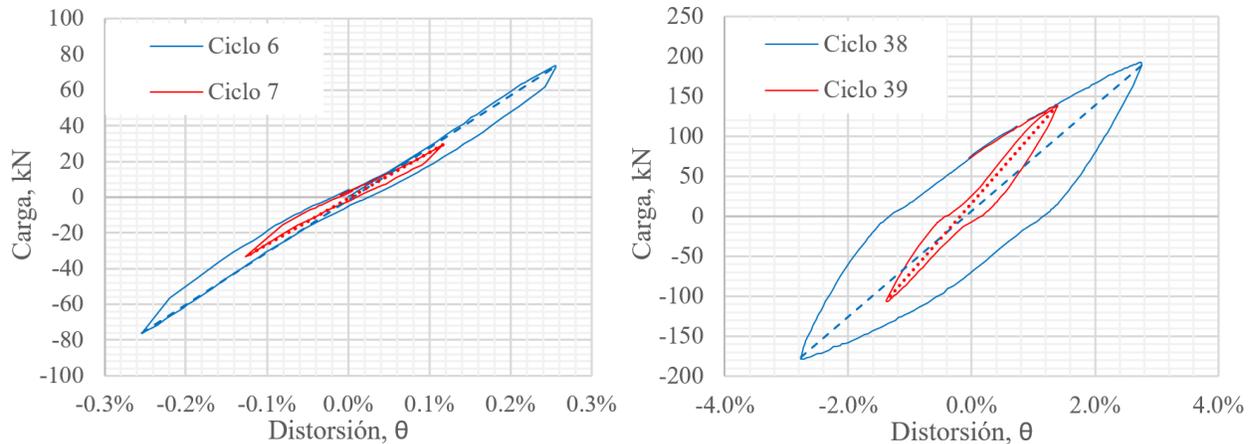


Figura 4-22. Degradación de rigidez en el espécimen 1, para ciclos a distorsiones menores a 1.1% (a la izquierda) y para ciclos a distorsiones mayores a 1.1% (a la derecha).

En cambio, para distorsiones mayores al 1.1%, la rigidez tiende a ser mayor para los ciclos pequeños porque el efecto de la deformación inelástica del acero es mayor que el efecto de la grietas, ya que cuando se entra en el rango inelástico las deformaciones aumentan considerablemente sin un aumento apreciable de la carga y para los ciclos pequeños no se incursiona en el rango inelástico o solo se incursiona en una porción considerablemente menor que en el ciclo grande. En la parte derecha de la Figura 4-22 se nota gráficamente que la rigidez del ciclo grande es menor que la rigidez del ciclo pequeño.

Una vez que se genera la falla de la viga o que el daño es severo, la rigidez del ciclo pequeño tiende a ser menor debido a que para esas distorsiones ya había ocurrido el pandeo de barras y pérdida del recubrimiento, generando que para que las barras previamente pandeadas trabajen en tracción se debe inducir un desplazamiento considerable con un aumento de carga pequeño produciendo una disminución en la rigidez inicial. Además de que ya el ciclo pequeño empieza a incursionar en mayor medida en el intervalo inelástico.

Considerando lo anterior, se recomienda utilizar la rigidez calculada para los ciclos grandes, promediando las rigideces de todos los ciclos grandes aplicados, lo cual se muestra en la parte superior derecha de la Figura 4-21. Esto concuerda con los criterios utilizados, en estructuras de concreto reforzado, por Alcocer et al. (2002), por Choi et al. (2013) y por Arellano y González (2012). Finalmente, los desplazamientos de mayor interés para revisión ante demanda sísmica importante, son los máximos, siendo así, la rigidez más conveniente a analizar es para ciclos grandes.

Degradación de rigidez en los puntos de fluencia y de falla

En la parte superior derecha de la Figura 4-21 se muestra la degradación promedio de rigidez de los ciclos grandes aplicados a cada espécimen. Los tres especímenes mostraron una degradación de rigidez substancial, ya que para distorsiones de fluencia de aproximadamente 1%, la degradación de rigidez resulta del 76% aproximadamente; y para distorsiones en el punto de falla, 4, 5 y 5.5%, para los especímenes 1, 2

y 3, respectivamente, la degradación de rigidez fue aproximadamente del 94%. Cabe mencionar que una vez que los especímenes se encontraban en la vecindad del punto de falla la degradación de rigidez aumentaba en comparación con los especímenes que aún no alcanzaban la vecindad de dicho punto.

La degradación de rigidez al punto de fluencia es relevante en el comportamiento ante sismo de las estructuras que se diseñan para disipar energía sísmica a través de articulaciones plásticas, ya que dicha rigidez se utiliza para determinar el periodo de la estructura, la distribución de cargas dentro de la estructura, las demandas de desplazamiento y las demandas de ductilidad de desplazamiento. En el apéndice A.8- Effective stiffness del Estandar ACI 318-19, se indica que para realizar análisis no lineales, si se espera el agrietamiento en un elemento, se debe modelar el agrietamiento reduciendo la rigidez de la sección gruesa, obteniendo así la rigidez efectiva de la sección. Por esas razones, a continuación se realiza una comparación de la razón de las inercias efectivas experimentales en el punto de fluencia y las propuestas por algunos códigos y modelos para vigas de concreto reforzado sin presfuerzo.

- Las NTC-C 2017 indican que se debe considerar el agrietamiento por medio de la reducción de los momentos de inercia. Denotando una reducción del 50% en el momento de inercia de la sección bruta de vigas y muros agrietados.
- El estándar ACI 318-19 indica que la inercia efectiva de una sección será del orden del 30% de la inercia bruta para vigas sin presfuerzo.
- El preestándar FEMA 356 propone valores de inercia efectiva de vigas sin presfuerzo del orden del 50% de la inercia bruta.
- Modelo de rigidez efectiva propuesto por Guerrero et al. (2019): Este modelo está basado en pruebas experimentales de subensambles prefabricados de concreto reforzado de uniones viga-columna, pero los autores lo recomiendan para uniones coladas en sitio o prefabricadas. La rigidez efectiva varía en función de la distorsión de entrepiso.
- Elwood y Eberhard (2009) propusieron un modelo de inercias efectivas de columnas para propósitos de diseño, dicho modelo considera la carga axial aplicada, la relación del diámetro del acero de refuerzo longitudinal al diámetro de la columna y la relación del diámetro de la columna al claro de cortante. Este modelo se puede extrapolar a vigas al eliminar el término que considera la carga axial.

En la Tabla 4-7 se muestra la razón de rigidez efectiva en el punto de fluencia propuesta por los códigos y modelos mencionados anteriormente entre la rigidez obtenida experimentalmente. Se puede apreciar que las NTC-C 2017 y el FEMA 356 sobre estiman la rigidez por más del doble, en cambio, el modelo propuesto por Guerrero et al. (2019) subestima en un 25% la rigidez; lo anterior puede conllevar a fallas por cortante como se mencionara más adelante. Por último, el ACI 318-19 y el modelo de Elwood y Eberhard (2009) brindan los mejores resultados con valores similares, esto debido a que el ACI 318-19 se basó en los estudios realizados por Elwood y Eberhard para estipular la inercia efectiva del 30% de la inercia bruta. Para determinar la rigidez experimental en el punto de fluencia se utilizó la distorsión de fluencia calculada anteriormente con el criterio de Pan y Moehle (1989) para posteriormente interpolar en los datos de degradación de rigidez experimental.

Tabla 4-7. Razones de la rigidez efectiva propuesta por algún código y modelo entre la rigidez experimental.

Espécimen	NTC-C 2017	ACI 318-19	FEMA 356	Guerrero et al. (2019)	Elwood and Eberhard (2009)
1	2.06	1.23	2.06	0.75	1.19
2	2.07	1.24	2.07	0.75	1.19
3	2.21	1.33	2.21	0.78	1.28

El uso de una rigidez efectiva a flexión mayor que la real conllevaría a que se subestimen los desplazamientos en una estructura, cuando en realidad se tendría mayores desplazamientos que a su vez conducirían a un mayor daño estructural. Por otro lado, Elwood et al. (2007) indican que el subestimar la rigidez a flexión de un elemento puede conllevar también a subestimar las fuerzas a cortante en elementos que resisten la carga lateral en conjunto con otros elementos. Por esa razón los autores propusieron el límite inferior en la rigidez efectiva a flexión de $0.3EI_g$ en vigas sin presfuerzo, la cual es usada actualmente por el ACI 318-19.

Finalmente, el autor de esta investigación sugiere, para fines de análisis y diseño, el uso de los valores de rigidez efectiva propuestos por el ACI 318-19. A pesar de que en estas pruebas experimentales se observó que el ACI 318-19 sobreestima la rigidez efectiva de vigas de concreto reforzado sin presfuerzo, se considera adecuado ya que un edificio sometido a un evento sísmico tendrá vigas que no sean demandas a responder inelásticamente por lo que tendrán rigideces mayores a las propuestas por el ACI 318-19, así como también tendrá vigas que sean demandadas inelásticamente y que tengan una rigidez menor que la propuesta por dicho reglamento. Tena-Colunga (2019) demostró a través de análisis dinámicos paso a paso no lineales de edificios que no todas las vigas son demandadas a responder inelásticamente.

4.6.4 Energía histerética disipada

La energía histerética se determinó al calcular el área dentro de la curva de histéresis de cada ciclo, como se muestra en la Figura 4-20, donde se sombrea en rojo el área de la curva de histéresis. El área dentro de la curva de un ciclo se puede calcular con la Ec.4-11.

$$E_h = \sum_{i=a}^b \frac{C_{e_i} + C_{e_{i-1}}}{2} (d_i - d_{i-1}) \quad (4-11)$$

Donde:

C_{e_i} = Carga aplicada en el extremo superior de la viga en el paso i-ésimo, en kN.

d_i = Desplazamiento en el extremo superior de la viga en el paso i-ésimo, en mm.

a = Paso en el que inicia el ciclo.

b = Paso en el que termina el ciclo.

En la Figura 4-23 se muestra la energía histerética disipada en cada ciclo grande aplicado a los tres especímenes, apreciándose que la energía tiende a aumentar conforme aumenta la distorsión, y que la variación de energía de un ciclo con respecto a otro con el mismo nivel de distorsión es mínima, para distorsiones menores al inicio de la falla del espécimen. Para distorsiones en la vecindad de la falla de los

especímenes se observa que hay una disminución considerable en la energía histerética de los ciclos, debido al adelgazamiento de las curvas por el daño severo generado.

En la Figura 4-24 se muestra la energía histerética acumulada, considerando la contribución de todos los ciclos aplicados, obteniéndose energías acumuladas similares hasta el 3% de distorsión y con una ligera variación hasta el 4%. Las energías acumuladas tendieron a ser muy similares a pesar de que las historias de distorsión son diferentes, ya que para el espécimen 1 se aplicaron 3 ciclos grandes y uno pequeño para cada distorsión, en cambio para los especímenes 2 y 3 se aplicaron 2 ciclos grandes y uno pequeño para cada distorsión. Debido a que el espécimen 1 tenía un ciclo de carga extra se intuye que la energía histerética acumulada sería mayor, pero como los ciclos correspondientes a distorsiones entre 1% y 3.5% tienden a ser menores en el espécimen 1, por ejemplo, el siguiente ciclo aplicado después de la distorsión del 1% para el espécimen 1 fue de 1.4%, mientras que para los especímenes 2 y 3 fue de 1.5%.

Se considera que la separación de estribos en la viga sí contribuye al incremento en la energía histerética disipada para distorsiones mayores al 3.5%, esto debido a que una separación menor de estribos incrementa la capacidad de deformación permitiendo continuar disipando energía ante distorsiones mayores. Al punto de falla la energía histerética acumulada en el espécimen 3 es más del doble que la del espécimen 1.

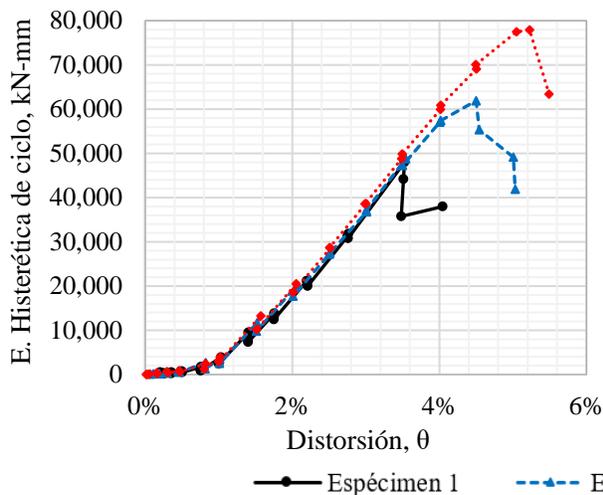


Figura 4-23. Energía histerética disipada en cada ciclo grande.

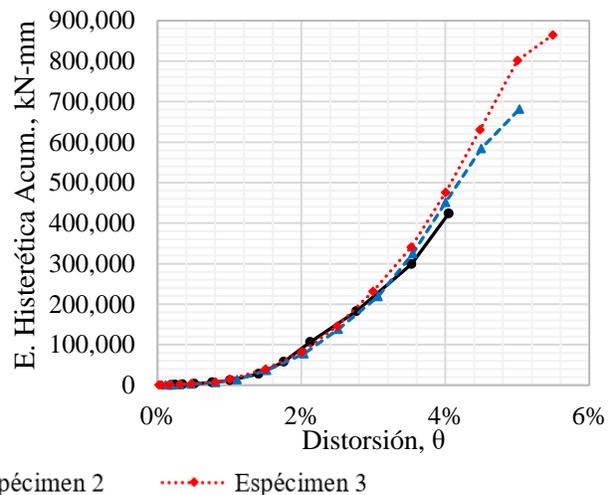


Figura 4-24. Energía histerética acumulada.

4.6.5 Amortiguamiento viscoso equivalente

El amortiguamiento viscoso equivalente se calculó con la Ec. 4-12 (Chopra, 2012).

$$\zeta_{eq} = \frac{1}{2\pi} \frac{E_D}{E_{S0}} \quad (4-12)$$

Donde:

E_D = Energía histerética de un ciclo.

E_{S0} = Energía de deformación, considerando los desplazamientos máximos.

El amortiguamiento viscoso equivalente obtenido para cada ciclo en cada espécimen se muestra en la Figura 4-25, además se puede apreciar la distorsión aproximada de fluencia. Se aprecia que para distorsiones cercanas a 0%, existe una inconsistencia, en donde el amortiguamiento tiende a aumentar, fenómeno que no debería de presentarse, ya que se encuentra en el intervalo elástico. Al entendimiento del autor, la razón de este aparente aumento del amortiguamiento viscoso equivalente para distorsiones pequeñas es debido a la relajación de las mangueras hidráulicas usadas en el dispositivo de aplicación de carga, ya que al llegar al desplazamiento o carga objetivo se cerraban las llaves de paso para marcar grietas y tomar fotos, lo cual evitaba que se desplazara el gato pero que si disminuiera la presión al relajarse las mangueras. Lo anterior generaba un ciclo de histéresis con un área considerable en la parte interna como se muestra en la Figura 4-26, siendo esto un error en el intervalo de comportamiento elástico de la prueba, ya que la energía hysterética es producto del daño en el elemento y debido a que se encontraba en el rango elástico antes del agrietamiento, no es posible que exista energía hysterética. En los tres especímenes se observa un aumento del amortiguamiento viscoso equivalente a partir de la fluencia, con degradación mínima en ciclos aplicados a una misma distorsión. Excepto cuando los especímenes se encontraban en la vecindad de la falla porque los ciclos de histéresis tendían a adelgazarse cuando comenzaba la falla, generando una disminución del amortiguamiento viscoso equivalente aunque se aplicaran ciclos a una misma distorsión. Lo mencionado se puede apreciar de manera notable en la distorsión al 3,5% del espécimen 1.

En la Figura 4-25 se muestra el amortiguamiento viscoso equivalente promedio de los ciclos grandes de cada espécimen. En particular el espécimen 3 tiende a tener un amortiguamiento viscoso equivalente ligeramente mayor comparado con los otros dos, pero no lo suficiente como para concluir que realmente la disminución de la separación de estribos ayuda a aumentar dicho amortiguamiento.

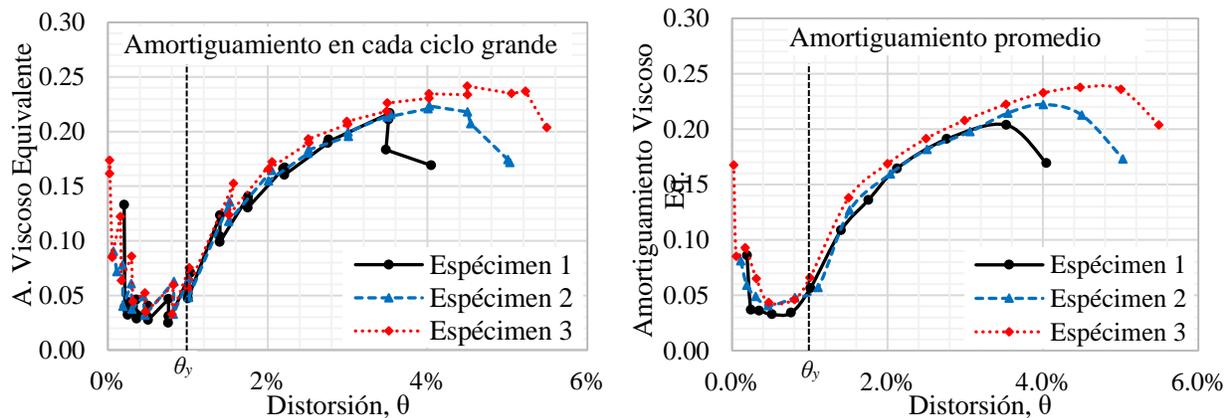


Figura 4-25. Amortiguamiento viscoso equivalente en cada ciclo grande y promedio.

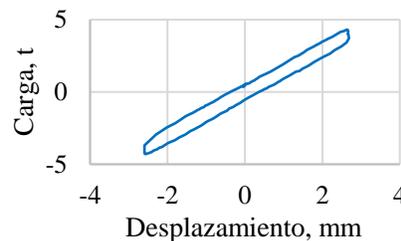


Figura 4-26. Ciclo 4 del espécimen 3 en el rango elástico.

4.6.6 Agrietamiento y daño visual

En la Figura 4-27, Figura 4-28, Figura 4-29 y Figura 4-30 se muestran los patrones de agrietamiento correspondientes a las distorsiones de 1, 2, 3 y 4%, respectivamente. Las fotografías mostradas, son las correspondientes a carga cero después de la aplicación de los ciclos grandes, y los anchos de grieta corresponden a los anchos de grieta máximos remanentes. En los tres especímenes el daño se concentró en la viga, en el extremo cercano a la unión, teniendo daño menor en la unión y en la columna. El espécimen 1, no se llevó a distorsiones exactas del 2 y 3% por lo cual se reportan las fotografías correspondientes a las distorsiones de 2.2 y 2.75%, respectivamente.

En el espécimen 3 se tiene mayor cantidad de grietas, en cambio en el espécimen 1 se tiene menor cantidad de grietas pero con anchos mayores, y el espécimen 2 se encuentra en un intervalo intermedio de los dos anteriores. Esto se puede corroborar visualmente y con los anchos de grietas máximos reportados. Una vez que se presentaba el pandeo de las barras longitudinales, el daño en el elemento se incrementaba considerablemente, como se muestra en la Figura 4-31, donde se muestran los especímenes al final de la prueba. En los tres especímenes se puede apreciar daño severo asociado a distorsiones últimas de falla a las que llegó cada espécimen.

Cabe destacar que la pérdida del recubrimiento y el pandeo del refuerzo longitudinal en el espécimen 2 al final de la prueba se dio en el lado derecho de las fotos, correspondiente al lado este del espécimen durante la prueba, como se puede apreciar en la Figura 4-31, siendo diferente a los especímenes 1 y 3 debido a que en el caso del espécimen 2 el refuerzo longitudinal con diámetro de 25.4 mm (No. 8) se encontraba del lado derecho y en los especímenes 1 y 3 se encontraba al lado izquierdo. Así mismo, en las figuras donde se muestra el daño a diferentes distorsiones, se puede apreciar que el daño se concentró del lado derecho en el espécimen 2, siendo diferente a los otros especímenes debido a la misma razón explicada.

Se asocia que la pérdida del recubrimiento fue generada por el pandeo de las barras longitudinales debido a que a través de las grietas que generaron esta pérdida, se observó que las barras longitudinales se encontraban pandeadas. En los tres especímenes la pérdida del recubrimiento se dio del lado donde se encontraban las varillas del No. 8, que son las varillas con menor diámetro del refuerzo longitudinal en la viga. El pandeo del acero de refuerzo longitudinal del No. 8 también generó la pérdida de resistencia ante cargas positivas mostradas en la Figura 4-1, en cambio, ante cargas negativas no se observa una pérdida de resistencia debido a que el acero de refuerzo con diámetro de 38.1 mm (No. 12) no pandeó.

El pandeo del acero de refuerzo longitudinal de la viga se dio a diferentes distorsiones en cada espécimen, para el espécimen 1 el pandeo sucedió a la distorsión de 3.5%, para el espécimen 2 a 4% y para el espécimen 3 a 4.5%. La degradación notable de resistencia se dio una vez se presentaba el pandeo, solo para cargas positivas que era cuando pandeaba el acero de menor diámetro. Lo anterior indica que la relación de la separación del refuerzo transversal y el diámetro del acero de refuerzo longitudinal, es un parámetro que impacta en el fenómeno del pandeo. Por lo tanto se considera adecuado el uso de la separación máxima de estribos en función del diámetro del acero de refuerzo longitudinal, $8 d_b$, esto para estructuras con ductilidad media y alta en la NTC-C 2017.

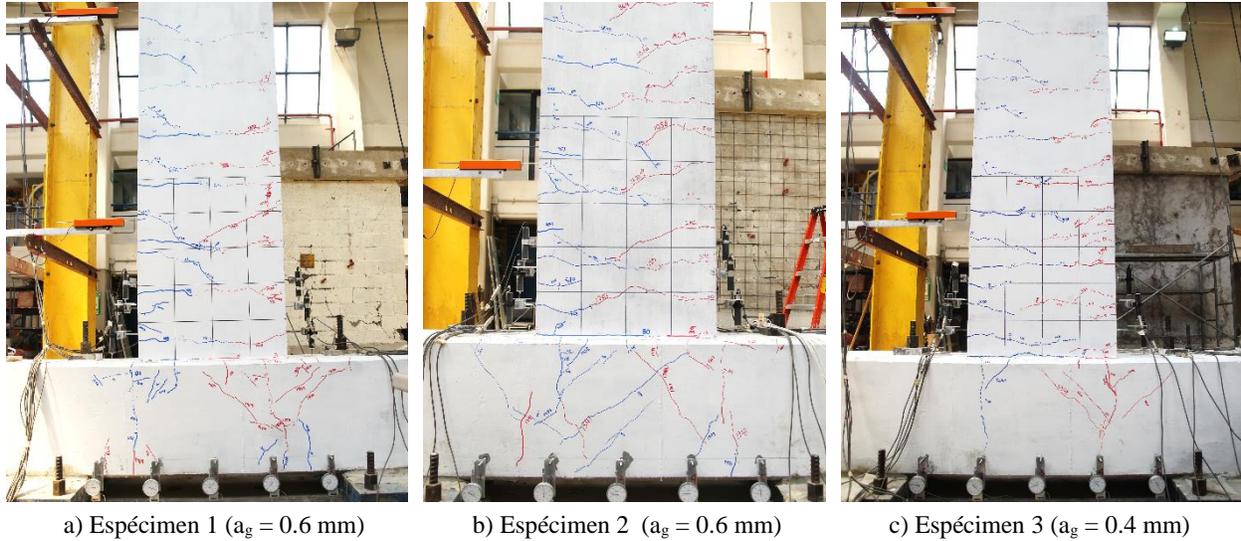


Figura 4-27. Daño en los especímenes al 1% distorsión (a_g = ancho de grieta máximo).

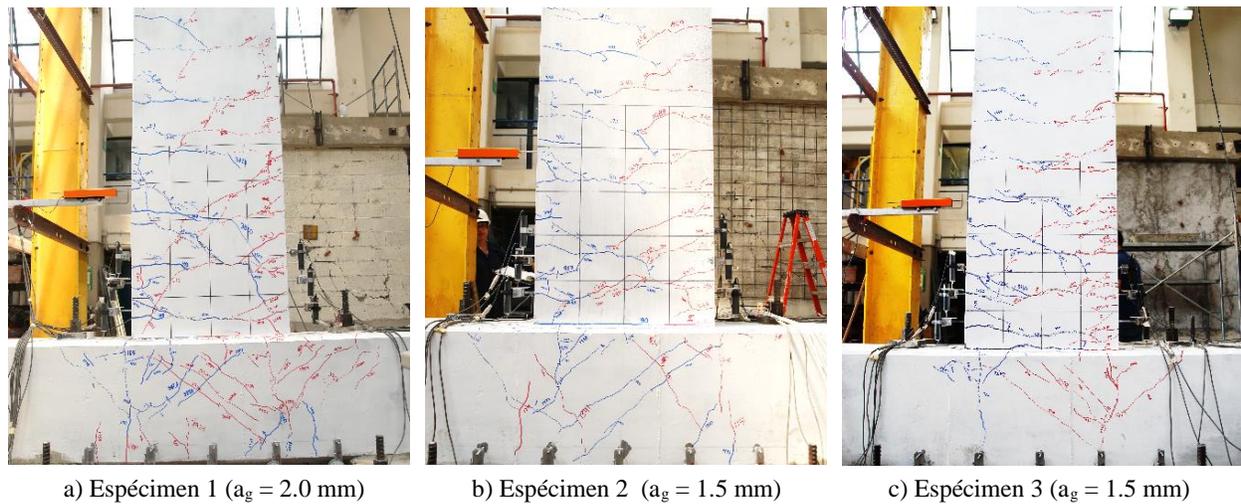


Figura 4-28. Daño en los especímenes al 2% distorsión (a_g = ancho de grieta máximo).

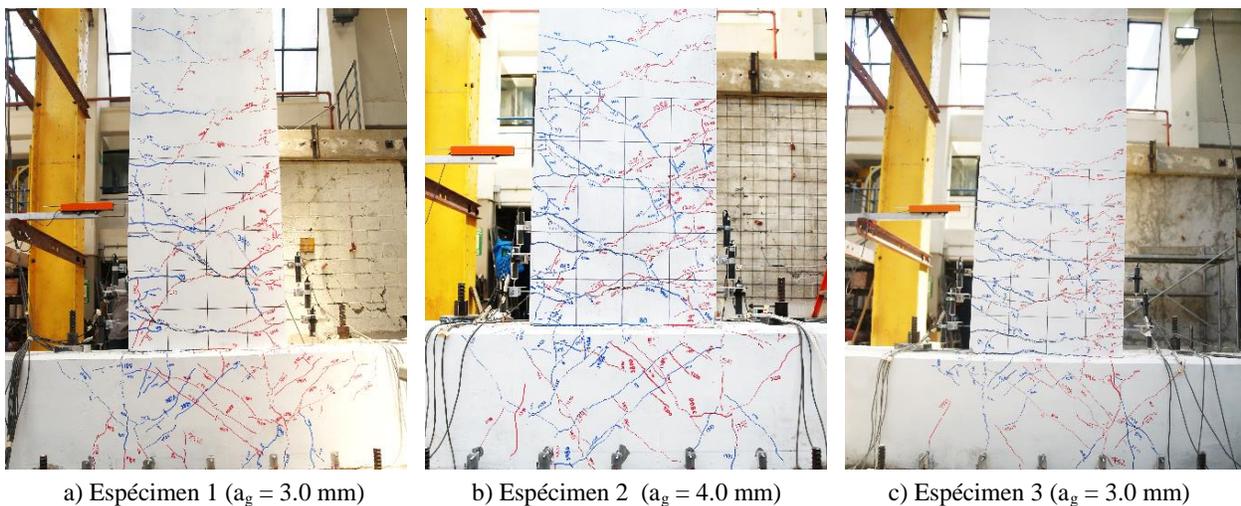


Figura 4-29. Daño en los especímenes al 3% distorsión (a_g = ancho de grieta máximo).

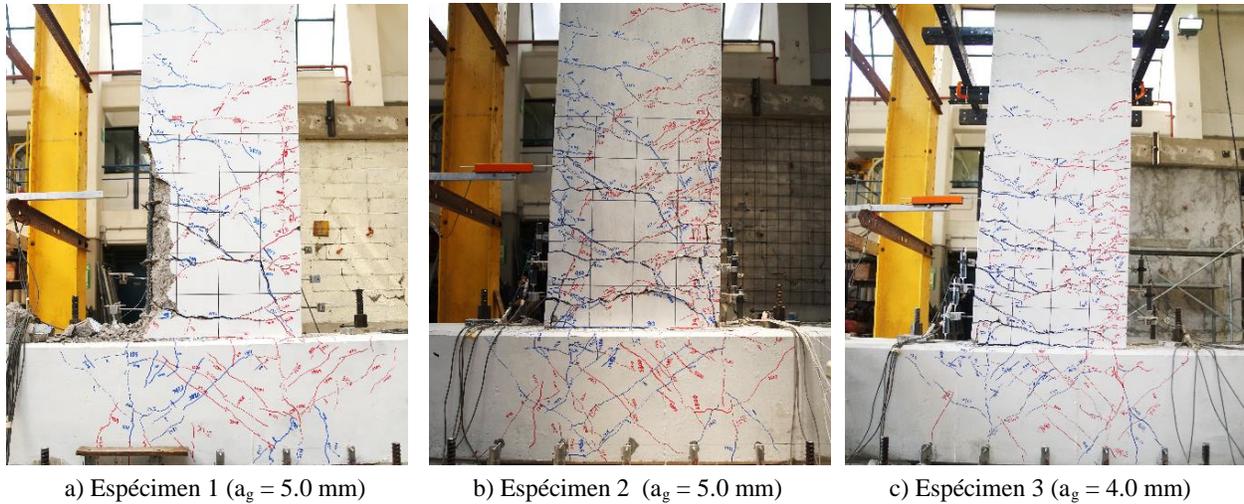


Figura 4-30. Daño en los especímenes al 4% distorsión (a_g = ancho de grieta máxima).

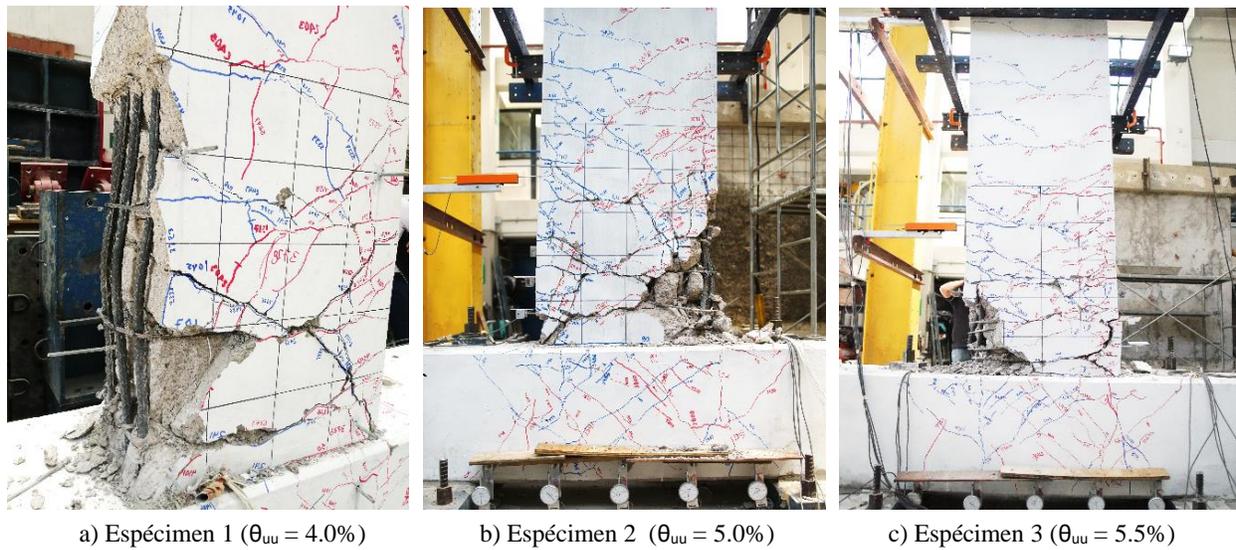


Figura 4-31. Daño en los especímenes al final de las pruebas.

El espécimen 1 que es el que tiene la viga con una cuantía de área de refuerzo transversal igual 0.11% no cumple con los requisitos de estructuras de ductilidad media y por ende tampoco con los requisitos de estructuras de ductilidad alta. En primera porque no cumple con la separación máxima de $0.25d$ en zonas de confinamiento, porque tiene una separación de 300 mm y debería ser menor que 183 mm; en segunda porque no cumple con el acero de refuerzo mínimo por tensión diagonal ya que tiene 142 mm^2 y se requiere 241 mm^2 (En el Apéndice B se muestran los cálculos); y por último en las estructuras de ductilidad media y alta la contribución al cortante del concreto en vigas se desprecia y la fuerza cortante que toma el acero de refuerzo no es suficiente para evitar una falla frágil por cortante. A pesar de todo lo anterior el espécimen 1 mostró una buena respuesta estructural alcanzando ductilidades de desplazamiento mayores a 4.

El daño en las vigas se concentró en una longitud de un metro de la viga, medido a partir de la unión con la columna, por lo cual se puede asociar que la articulación plástica se encontraba en una longitud de $1.25 h$,

lo cual concuerda con una investigación donde se reporta que la articulación plástica varía aproximadamente entre $0.25 h$ y $1.25 h$ (Bae y Bayrak, 2008). Además, si se considera la relación de carga máxima a carga de fluencia, que fue aproximadamente de 1.2, se puede inferir que la viga fluyó hasta una altura de 783 mm medida a partir de la cara de la columna, siendo este un valor aproximadamente de un peralte de la viga.

4.6.7 Efecto de la cuantía volumétrica del refuerzo transversal en la distorsión última

En la Figura 4-32 se muestra la distorsión última promedio alcanzada en función de la cuantía volumétrica del refuerzo transversal. Los valores de distorsión última para los tres especímenes superan ampliamente los valores límite para estructuras con ductilidad alta propuestos en las NTC-S 2017; además, superan la distorsión 3.5% sin degradación de resistencia mayor al 25% de la carga máxima aplicada, cumpliendo así con los criterios de aceptación para marcos de momento del ACI 374.1-05. No obstante, en los resultados mostrados por Guerrero et al. (2019) se muestra que el espécimen 1, el cual contaba con las mismas características que el espécimen 1 reportado en esta investigación, presentó pandeo del acero de refuerzo longitudinal de No. 8, al 3% de distorsión, teniendo una degradación aproximada de resistencia del 20%, lo cual indica que al 3.5% podría haber presentado degradación de resistencia mayor al 25%. Lo anterior a pesar de que en la historia de carga se aplicaban solo dos ciclos grandes y no tres como en las pruebas correspondientes al presente estudio.

También es evidente que la distorsión última aumenta de manera no lineal conforme se aumenta la cuantía volumétrica del refuerzo transversal. Para cuantías volumétricas bajas (0.12%) se alcanza una distorsión última aproximadamente del 70% de la distorsión última asociada a las cuantías volumétricas altas (0.5%).

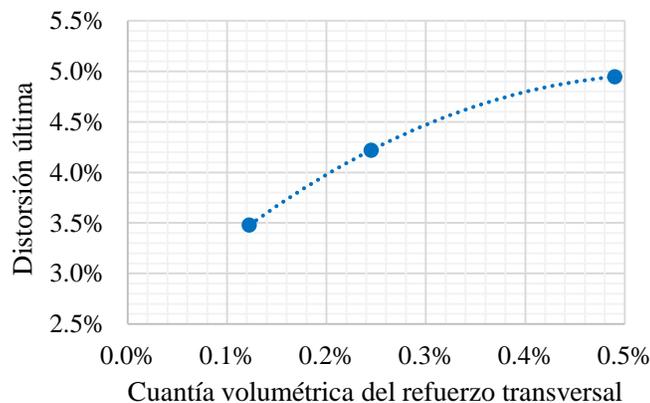


Figura 4-32. Relación de la cuantía volumétrica del refuerzo transversal contra distorsión última de los especímenes.

4.6.8 Anchos de grieta máximos en puntos pico y anchos de grieta remanentes

Durante las pruebas se llevó a cabo un registro de los anchos de grieta observados en los puntos pico y a carga cero. Un punto pico es el punto donde se alcanzaba la distorsión objetivo, al llegar a ese punto se cerraban las válvulas de las mangueras hidráulicas de los gatos para tomar fotos del estado del espécimen y medir anchos de grieta. Los anchos de grieta remanentes corresponden al momento cuando la carga aplicada a los especímenes es igual a cero, siendo éstos anchos de grieta los de mayor interés, ya que son las grietas que se pueden observar en estructuras dañadas después de un evento sísmico.

Las grietas monitoreadas se encontraban en la viga, ya que fue donde primero aparecieron grietas y también fue donde se concentró el daño. Una vez se presentaban las primeras grietas, se marcaban y las que tenían mayor longitud se denotaban con una letra para monitorear su ancho. En algunos casos, ciertas grietas se dejaron de registrar ya que el daño en la zona de medición no permitía determinar el ancho.

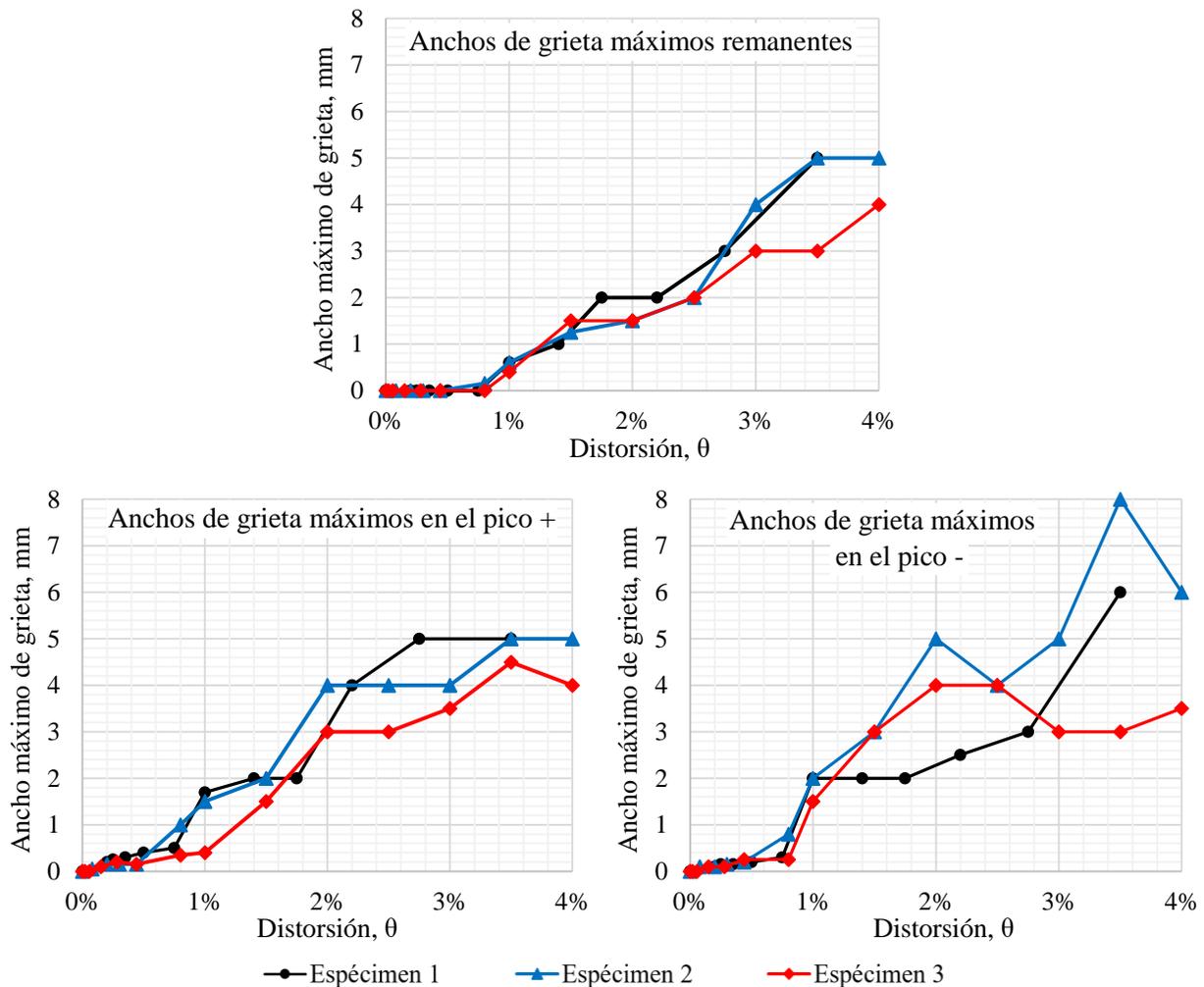


Figura 4-33. Anchos de grieta máximos remanentes, al punto pico positivo y al punto pico negativo.

En la Figura 4-33 se muestran los anchos de grieta máximos remanentes y a los puntos picos positivos y negativos de los tres especímenes. En los especímenes 1 y 3 las primeras grietas remanentes aparecieron a 1% de distorsión y en el espécimen 2 a 0.8%. En general se observó que al principio de la prueba las grietas aparecían con una separación igual a la separación del acero de refuerzo transversal, de tal manera que las grietas tendían a presentarse donde se tenían estribos. Cuando aparecieron las primeras grietas remanentes, al aplicar carga en el sentido contrario al que las generó, las grietas se cerraban, pero conforme se incrementaba la distorsión las grietas remanentes ya no se cerraban completamente, esto se dio a distorsiones de 1.75%, 1.5% y 1.5% para los especímenes 1, 2 y 3, respectivamente. No existe una tendencia bien definida entre los anchos de grietas, que haya sido generada por la variación en la cuantía de acero de refuerzo transversal.

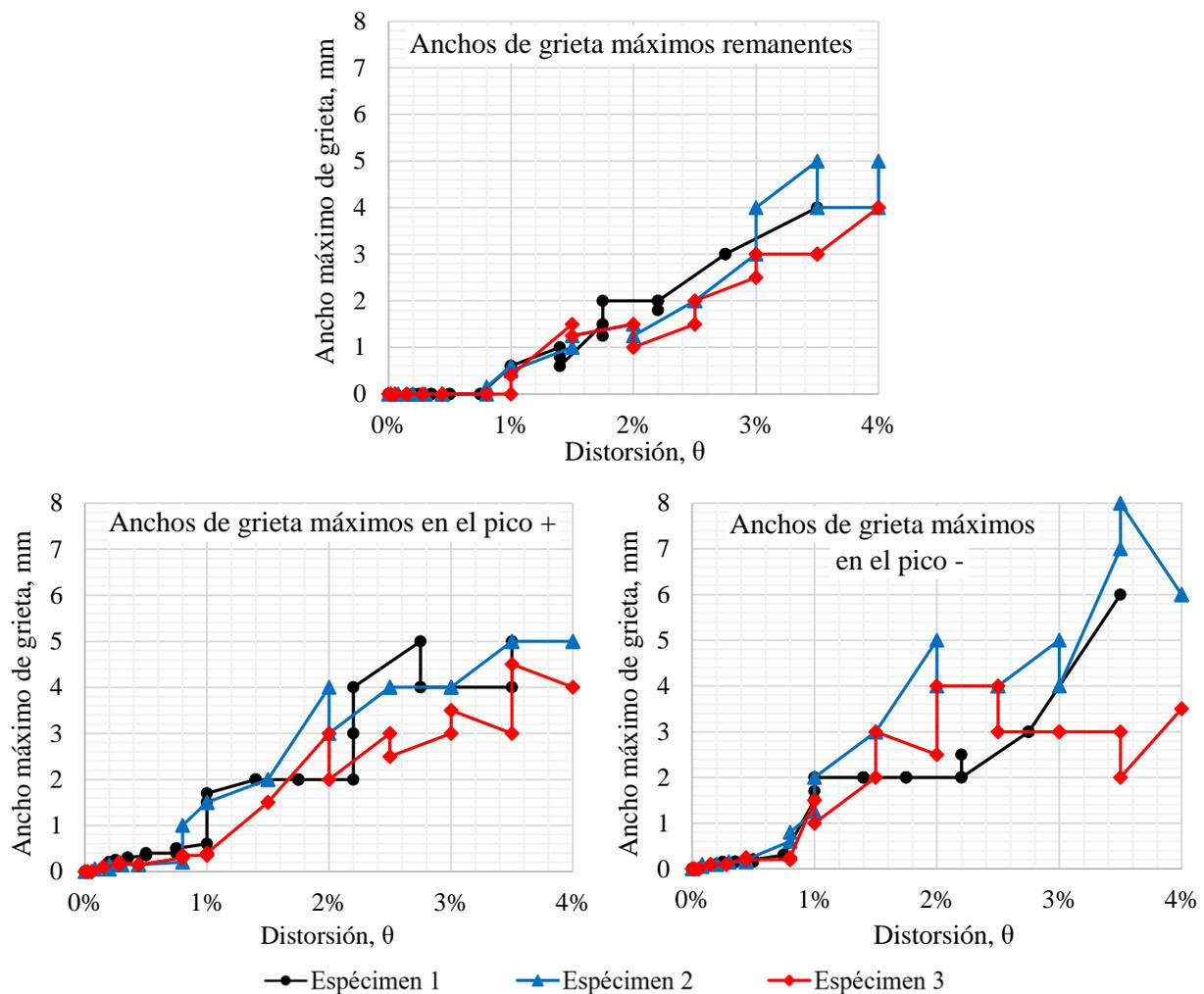


Figura 4-34. Anchos de grieta remanentes, al punto pico positivo y al punto pico negativo, en cada ciclo.

Los resultados mostrados deben analizarse sesudamente debido a que la determinación del ancho de grieta durante las pruebas se realizó visualmente con la ayuda de grietómetros, además de que diferentes personas participaron en esta actividad, se considera que pueden existir variaciones entre los anchos de grieta reales

y los medidos, en virtud al error agregado por el factor humano. Lo anterior se concluye con base en el análisis del progreso de los anchos de grieta registrados, ya que una misma grieta podía tener un ancho menor para el segundo ciclo aplicado a una misma distorsión, e inclusive cuando se aplicaban ciclos a distorsiones mayores, esto se puede observar en la Figura 4-34 donde se muestran los anchos de grieta remanentes y en los puntos picos positivos y negativos en cada ciclo aplicado, excluyendo los ciclos pequeños que eran a la mitad de distorsión de los ciclos grandes.

En la Figura 4-35 se muestra la relación entre los anchos de grieta máximos remanentes y los anchos de grieta máximos de los picos en cada ciclo. En términos generales, los anchos de grieta remanentes son menores que los anchos de grieta en puntos pico y a partir de la distorsión del 1% aproximadamente existe una relación proporcional directa entre dichas grietas.

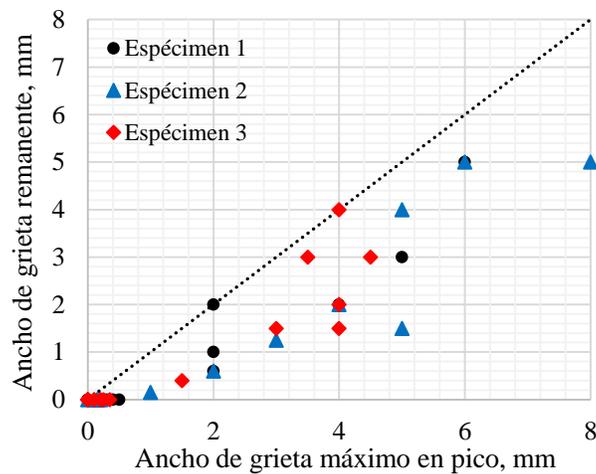


Figura 4-35. Relación entre los anchos de grieta máximos remanentes y los anchos de grieta máximos en los picos.

CAPITULO 5

5. MODELO DE COMPORTAMIENTO PARA ELEMENTOS LINEALES CON PLASTICIDAD CONCENTRADA

En general, existen tres tipos de modelos para representar el comportamiento inelástico no lineal de un elemento estructural, los cuales son, modelo de plasticidad concentrada, de fibras y de elemento finito. Los modelos de plasticidad concentrada son computacionalmente eficientes y versátiles ya que permiten capturar comportamiento complicados con modelos altamente idealizados. En cambio, los modelos de fibras y de elemento finito son modelos más refinados que se basan en el comportamiento a nivel del material, permitiendo simular con mayor detalle las características de los elementos (NIST GCR, 2017).

El modelo de plasticidad concentrada es el más utilizado en la práctica profesional y aunque en la actualidad existe una gran cantidad y variedad de modelos de plasticidad concentrada para elementos con comportamiento predominante en flexión, pocos de estos consideran degradación de rigidez y resistencia, y tan solo algunos consideran una pendiente post-pico negativa que permite una degradación inmediata. Además, los parámetros de degradación de los modelos actuales no consideran de manera conjunta la energía histerética acumulada y el desplazamiento máximo alcanzado. Por lo cual se considera la necesidad de contar con un modelo de histéresis que degrade en resistencia y rigidez en función de la energía y el desplazamiento, y que cuente con una pendiente post-pico negativa.

En el desarrollo del modelo de comportamiento propuesto se consideró que la modelación a nivel estructural se realizará a través de resortes de plasticidad concentrada en los extremos de los elementos, de manera que la parte central sea un elemento elástico lineal en todo momento. Los resortes de plasticidad concentrada se consideran elementos sin longitud y sin masa. Así, todas las deformaciones inelásticas del elemento se concentran en las dos articulaciones plásticas. El modelo está propuesto para miembros que trabajan predominantemente a flexión. En la Figura 5-1 se muestra gráficamente la forma de la modelación a nivel estructural de un elemento viga.

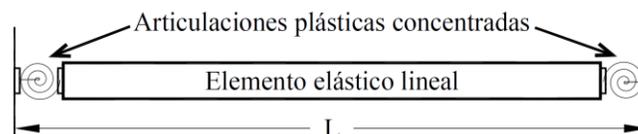


Figura 5-1. Modelación a nivel estructural de un elemento viga.

Para desarrollar el modelo de histéresis que representa el comportamiento de las articulaciones plásticas en los extremos ante demanda de momento cíclica reversible, se tomaron en cuenta ciertas consideraciones para establecer el comportamiento que se simularía, tales consideraciones se detallan más adelante. Se

realizan observaciones y comparaciones con respecto al modelo IMK Ibarra, Medina y Krawinkler (2005), esto debido a que es uno de los modelos más usados actualmente para análisis al colapso. La frecuencia del uso de dicho modelo es por su sencillez, facilidad de comprensión y de implementación en programas de análisis inelástico no-lineal, así como la versatilidad para representar la degradación de rigidez y resistencia, de diferentes maneras, y la versatilidad para modelar elementos de acero, madera y concreto reforzado. Las observaciones que se realicen en este trabajo al modelo IMK son con el único fin de justificar y ejemplificar las consideraciones que se utilizan para proponer el modelo de comportamiento nuevo.

Como la mayoría de los modelos que tratan de representar el comportamiento de elementos de concreto reforzado, el modelo propuesto sigue las reglas de histéresis del modelo de Takeda bilineal, con las modificaciones que se detallan más adelante. Se utiliza como base dicho modelo debido a que es un modelo sencillo, práctico y muy aceptado por las comunidad de investigadores. Las reglas de histéresis del modelo Takeda bilineal se describen en el Apéndice A. Cabe la mención de que la regla de histéresis número 7 del modelo de Takeda no se consideró en el modelo propuesto, ya que se observó experimentalmente que la pendiente en descarga no variaba en función de que el cuarto de ciclo inmediato anterior permanezca o no en un lado del eje de las abscisas.

En el modelo propuesto no se considera el punto de agrietamiento debido a que en una investigación experimental reciente (Laughery y Pujol, 2019) se encontró que la distorsión pico demandada con una excitación sísmica no variaba substancialmente si el espécimen se encontraba sano o previamente agrietado, es decir, el punto de agrietamiento no tenía un efecto importante. Además, Otani (1981) concluyó que cuando se tienen ductilidades iguales o mayores a cuatro, el efecto del punto de agrietamiento es mínimo.

5.1 CURVA ESQUELETAL

La curva esquelética del modelo propuesto está compuesta por cuatro rectas, la primera es la recta que va desde el origen al punto de fluencia, la segunda que va desde el punto de fluencia hasta el punto pico, la tercera que va del punto pico al punto de momento residual y la cuarta que es la zona del momento residual. En la Figura 5-2 se puede apreciar la curva esquelética del modelo propuesto, la cual será simétrica si se tienen las mismas áreas y diámetros del acero de refuerzo longitudinal para momento positivo y para negativo; en caso contrario la curva esquelética variaría ya que los momentos resistentes y puntos de falla cambiarían para cada momento. Se propone que el momento residual sea igual al 20% del momento de fluencia, esto considerando las recomendaciones de la referencia del ASCE/SEI 41-13. Se sugiere que la curva esquelética sea obtenida a través de un diagrama momento-curvatura considerando puntos de falla teóricos, como se realizó en el subcapítulo 3.3. Esto debido a que si se siguen las recomendaciones de la referencia ASCE/SEI 41-13, se obtendrían valores conservadores, como se demostrará más adelante.

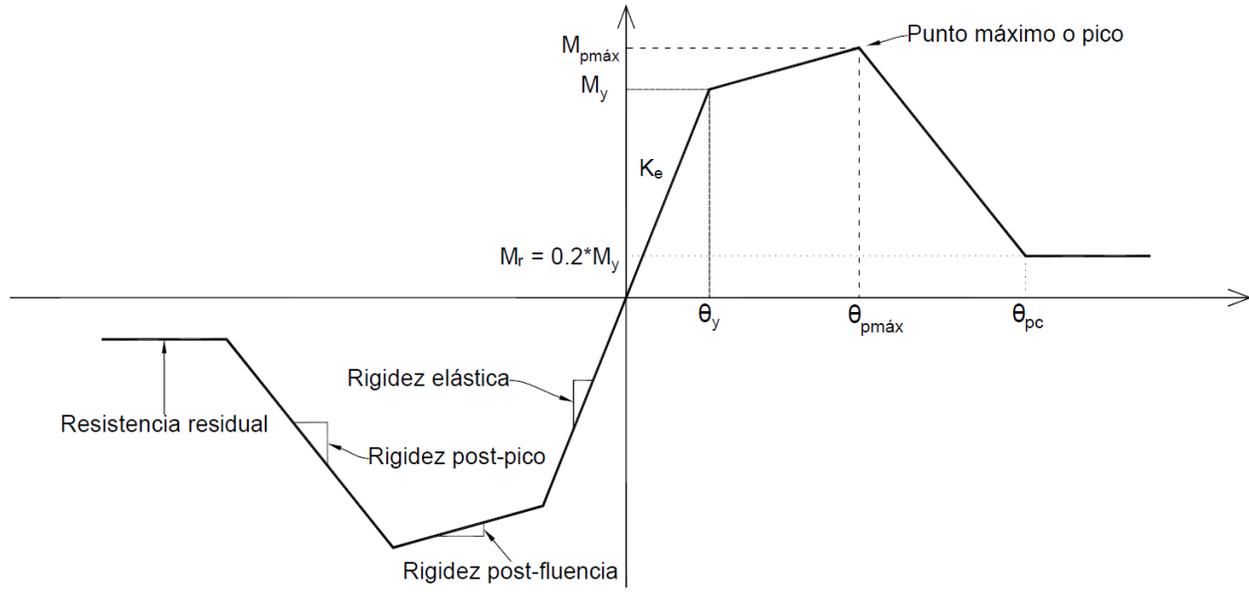


Figura 5-2. Curva esquelética del modelo propuesto

A continuación se definen las variables mostradas en la Figura 5-2:

θ_y = Rotación de fluencia.

$\theta_{pmáx}$ = Rotación del punto máximo o pico.

θ_{pc} = Rotación del punto post-pico (post-cap en inglés).

M_y = Momento resistente de fluencia.

$M_{pmáx}$ = Momento resistente del punto máximo o pico.

M_r = Momento resistente residual del punto post-pico (post-cap en inglés).

K_e = Rigidez elástica, considerada como la rigidez al punto de fluencia.

El punto máximo o pico que se muestra en la Figura 5-2, es el punto donde inicia la falla como el pandeo del acero de refuerzo longitudinal, la ruptura del acero de refuerzo transversal, falla por cortante puro, falla por cortante debido a grietas por flexión, etc. El modelo se propone para elementos que trabajen predominantemente en flexión, por lo que las fallas serían principalmente por pandeo del acero de refuerzo longitudinal y por ruptura del acero de refuerzo transversal, dichos modos de falla se calculan en el subcapítulo 3.3 haciendo uso del programa mostrado en el Apéndice C. La rotación post-pico se obtendrá con las recomendaciones que se darán más adelante, dichas recomendaciones se sustentan en ajustes experimentales.

La resistencia y curvatura al punto de fluencia se determinará con un análisis de momento-curvatura, como el indicado en el subcapítulo 3.3 o con un análisis de sección basado en el equilibrio como el mostrado en el Apéndice B, siguiendo las recomendaciones de Priestley et al. (2007). Una vez obtenida la curvatura, se determinará la rotación de la articulación plástica en la fluencia con la Ec. 5-1, esto considerando que para la aplicación del modelo se utilizan los criterios de modelación propuesto en las NTC-C 2017. En primera

instancia se entiende que la articulación plástica debería de contener sólo las rotaciones plásticas, sin embargo, al utilizar los factores de rigidez efectiva de las NTC-C 2017 se obtendrían desplazamientos de fluencia menores a los reales, por lo tanto en el modelo se considera el desplazamiento faltante para llegar al punto de fluencia real, es decir, en el modelo se considera la flexibilidad faltante en la rigidez efectiva de las NTC-C 2017. En caso de contar con resultados experimentales se sugiere utilizar el criterio de Pan y Moehle (1989).

$$\theta_y = \frac{l_v^2 \left(\phi_y - \frac{M_y}{E_c I_{e v NTC-C}} \right)}{l_v - d_{ap}} \quad (5-1)$$

Donde:

ϕ_y = Curvatura de fluencia, obtenido de la Ec. 3-10.

M_y = Momento de fluencia de la sección.

E_c = Módulo de elasticidad del concreto.

l_v = Longitud de la viga.

d_{ap} = Distancia del eje al punto donde se encuentra asumida la articulación plástica.

$I_{e v NTC-C}$ = Inercia efectiva de la viga, considerando el factor de reducción de las NTC-C 2017 (0.5).

5.2 PARÁMETRO DE DEGRADACIÓN

Considerando que los índices daño toman en cuenta el desplazamiento máximo alcanzado, la energía histerética disipada o una combinación de estos, como es el caso del índice de daño propuesto por Park y Ang (1985), se propone que el parámetro de degradación del modelo considere el desplazamiento máximo alcanzado y la energía histerética acumulada. El daño estructural está asociado principalmente a la deformación, sin embargo utilizar un parámetro de degradación que solo considere desplazamiento puede resultar poco adecuado porque se estaría despreciando el fenómeno de fatiga de bajos ciclos, lo anterior ya que experimentalmente se ha observado que la historia de desplazamientos afecta la respuesta ante cargas cíclicas reversibles, es decir, que al aplicar varios ciclos previos al punto pico sí habría degradación de la rigidez y resistencia. (Pujol, Sozen y Ramirez, 2006).

De igual manera, el utilizar un parámetro de degradación que sólo considere la energía se consideraría poco adecuado, en primera instancia porque el parámetro estaría degradando en todo momento cuando se aplican varios ciclos a un mismo nivel de distorsión, previo a la distorsión pico. En la Figura 5-3 se muestran cuatro ciclos aplicados al espécimen número uno, con el objetivo de ejemplificar que existe degradación importante solo para el segundo ciclo aplicado y en los siguientes ciclos la degradación es mínima, de esta manera, un parámetro de degradación por energía estaría degradando proporcionalmente en todos los ciclos aplicados.

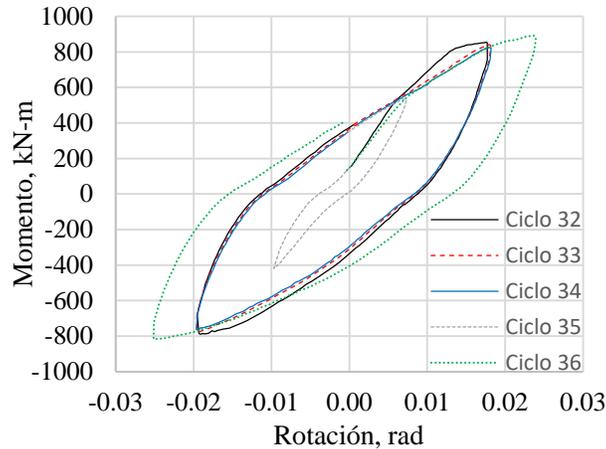


Figura 5-3. Conjunto de ciclos al 2.2% y un ciclo a 2.75% de distorsión aplicados al primer espécimen.

Otra desventaja del degradar con un parámetro que solo considere energía es el uso de una variable que estima la capacidad de disipación energía histerética del elemento, porque el valor de esta variable tiene dispersiones importantes, como se muestra en el trabajo de Lignos (2008), donde se ajustó el modelo IMK a pruebas experimentales y se propusieron expresiones para determinar los parámetros de dicho modelo. También Haselton et al. (2016) calibraron el modelo IMK para 255 columnas de concreto reforzado y propusieron expresiones sustentadas en análisis de regresión lineal, considerando una distribución log normal de las variables, para los parámetros que definen el comportamiento del modelo IMK y nuevamente se obtiene que el parámetro que define la capacidad de disipación de energía presenta grandes dispersiones. Además, Ingham et al. (2001) demostraron que la energía disipada acumulada al punto de falla depende fuertemente de la historia de carga, siendo ésta la razón de las grandes dispersiones en las dos investigaciones anteriores.

Teran-Gilmore y Jirsa (2004) mencionan que la energía plástica que disipa un elemento o estructura hasta su falla puede cambiar sustancialmente en función de la amplitud de los ciclos plásticos, es decir, que la energía plástica disipada hasta la falla mediante un gran número de ciclos de amplitud pequeña puede exceder significativamente aquella energía disipada hasta la falla a través de la aplicación de unos cuantos ciclos de amplitud grande.

Para el caso de la Ciudad de México es importante considerar un parámetro de degradación que considere energías acumuladas ya que la demanda de disipación de energía en dicha ciudad es considerablemente mayor a la demanda de energía que se tendría en otras ciudades, por ejemplo Los Ángeles, California, en Estados Unidos de América. En la Ciudad de México se tienen demandas de disipación de energía mayores al doble de las que se tendrían en Los Ángeles, a pesar de que las ordenadas del espectro de pseudo-aceleración tiendan a ser menores en la Ciudad de México (Teran-Gilmore y Jirsa, 2004).

Considerando lo anterior, se propone la Ec. 5-2 como parámetro de degradación de resistencia y rigidez, de manera que se concilie la degradación considerando el desplazamiento y la energía acumulada, por lo tanto,

el primer sumando considera la degradación correspondiente al efecto del desplazamiento máximo, que en este caso sería rotación, y el segundo sumando representa la degradación correspondiente al efecto de la energía histerética disipada. Cabe la mención de que el primer sumando se debe evaluar con los valores positivos y los valores negativos por separado, y utilizar el máximo de ellos.

$$\beta = \frac{\theta_{max}^{+/-} - \theta_y^{+/-}}{\alpha_1 \theta_{pmax}^{+/-}} + \frac{\int dE}{\alpha_2 \bar{M}_y \bar{\theta}_{pmax}} \quad (5-2)$$

Donde:

$\theta_{max}^{+/-}$ = Rotación máxima alcanzada en todos los ciclos aplicados.

$\theta_y^{+/-}$ = Rotación de fluencia del elemento.

$\theta_{pmax}^{+/-}$ = Rotación pico o máxima del elemento.

α_1 = Parámetro de ajuste de desplazamiento.

$\int dE$ = Energía histerética acumulada.

\bar{M}_y = Momento de fluencia promedio, considerando el momento de fluencia positivo y el negativo.

$\bar{\theta}_{pmax}$ = Rotación pico promedio, considerando la rotación pico positiva y la negativa.

α_2 = Parámetro de ajuste de energía, que representaría la capacidad de disipación de energía del elemento.

Con el parámetro de degradación propuesto se evitaría que el modelo degrade considerablemente cuando se aplican varios ciclos a un mismo nivel de rotación, ya que solo el sumando de energías aumentaría y el sumando de rotación no. De igual manera, cuando se aplique un ciclo con una rotación grande y sin ciclos previos, el parámetro de degradación degradaría correctamente ya que el sumando de rotación aumentaría considerablemente aunque el sumando de energías no. De esta manera se busca un equilibrio entre ambos sumandos, para aminorar los inconvenientes de cada uno de ellos.

En la Figura 4-21 se muestra la degradación de rigidez ciclo a ciclo del espécimen 1 y se puede observar que la degradación de rigidez que se tiene del primer ciclo al segundo ciclo, a una misma distorsión, es baja y la rigidez del segundo y tercer ciclo, a la misma distorsión, son prácticamente las mismas, esto previo al punto pico. Esto reafirma lo mencionado anteriormente y, finalmente, para demostrar el comportamiento del modelo considerando el parámetro de degradación propuesto, se muestra la Figura 5-4 y la Figura 5-5 donde se pueden apreciar el conjunto de ciclos a 2.75% y 3.5% de distorsión, respectivamente, aplicados al espécimen 1. La degradación de rigidez entre el primer y segundo ciclo, a una misma distorsión, es más marcada que la degradación entre el segundo y tercer ciclo, tanto para el modelo propuesto como para las curvas experimentales.

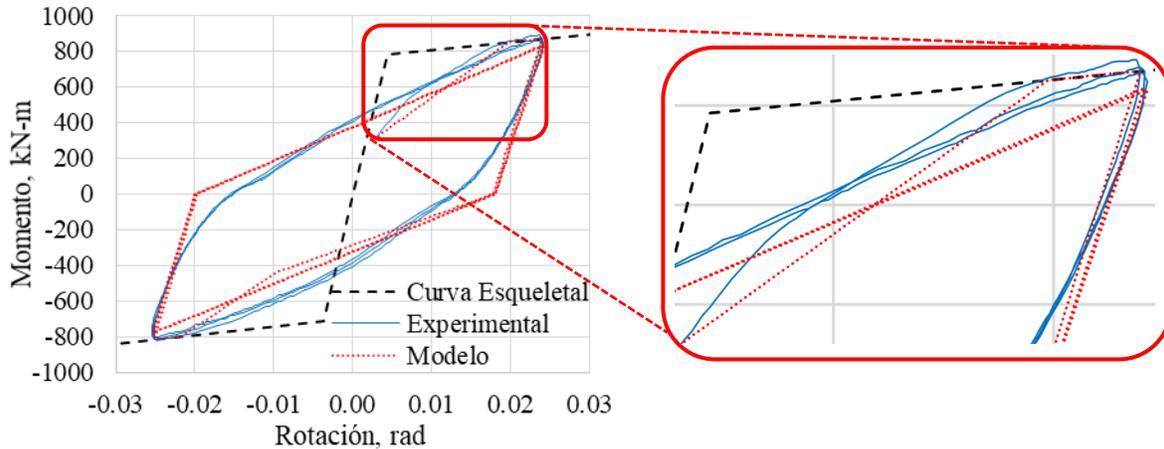


Figura 5-4. Conjunto de ciclos a 2.75% de distorsión aplicados al espécimen 1.

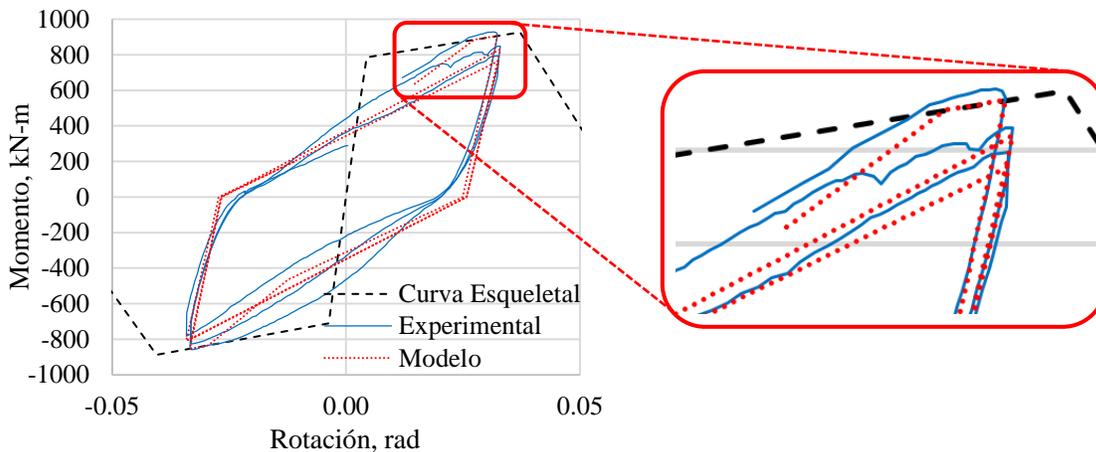


Figura 5-5. Conjunto de ciclos a 3.5% de distorsión aplicados al espécimen 1.

5.3 FORMAS DE DEGRADACIÓN

Debido a las formas de degradación propuestas, el modelo está pensado para aplicarlo en elementos de concreto reforzado que trabajen predominantemente a flexión. Esto debido a que se concibió el modelo para representar el comportamiento de las vigas de los subsistemas de uniones viga columna probados. En la Figura 5-6 y en la Figura 5-7 se muestran las curvas carga-desplazamiento de las envolventes de cargas cíclicas reversibles y de las correspondientes a cargas monotónicas, y se puede apreciar que dichas curvas tienden a ser muy similares hasta el punto de falla del elemento sometido a carga reversible, es decir, previo al punto de falla no se identifica un efecto degradante al aplicar cargas cíclicas reversibles con respecto al aplicar cargas monotónicas. Dichas curvas son obtenidas de la investigación realizada por Burns y Siess (1962). Hay que considerar que en las pruebas experimentales anteriores el número de ciclos aplicados a un mismo desplazamiento no es mayor a tres, además de que el comportamiento dominante a la falla es de flexión. En la Figura 5-6 y Figura 5-7 se pueden apreciar variaciones en las curvas, pero esto se atribuye a las propiedades mecánicas de los materiales, las cuales se muestran en las mismas figuras y

siguen la misma tendencia que las curvas, es decir, que los especímenes con resistencia mayores son los que resisten cargas mayores. Además, Ingham et al. (2001) realizaron pruebas experimentales en vigas ante cargas cíclicas reversibles y cargas monótonas crecientes, obteniéndose la misma tendencia donde la envolvente de las cargas cíclicas reversibles es similar a la curva ante cargas monotónicas, lo cual se puede apreciar en la Figura 5-8.

Bae y Bayrak (2008) mencionan que las envolventes de pruebas cíclicas y la curva de una prueba monótonica son similares, esto, con base en estudios analíticos y experimentales previos en columnas de concreto reforzado. Así mismo, Ingham et al. (2001) demostraron experimentalmente que la respuesta fuerza-desplazamiento de vigas de concreto reforzado ante carga monótona creciente es similar a la envolvente de pruebas ante cargas cíclicas reversibles.

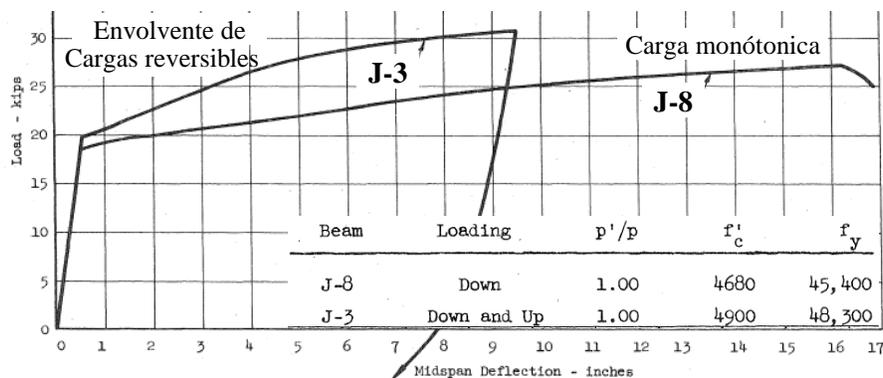


Figura 5-6. Curvas carga-desplazamiento con cargas reversibles y monótonicas de vigas similares (Burns y Siess, 1962).

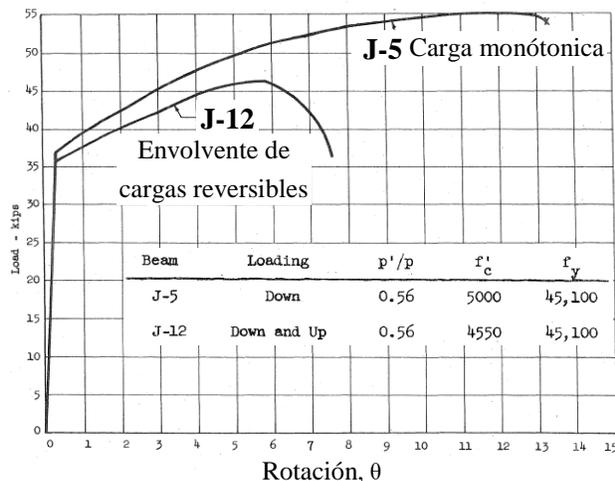


Figura 5-7. Curvas carga-desplazamiento con cargas reversibles cargas cíclicas y monótonicas de vigas similares (Burns y Siess, 1962).

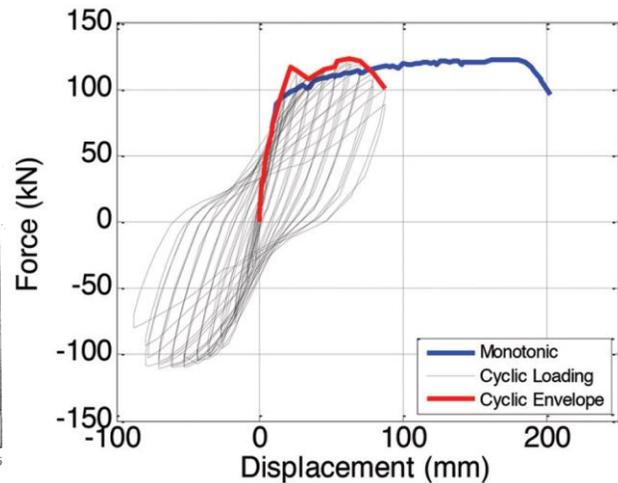


Figura 5-8. Curvas carga-desplazamiento con monótonicas de dos columnas idénticas (Ingham et al. 2001).

Considerando lo anterior, no sería apropiado tener una degradación de resistencia básica que genere separación importante entre las curvas de histéresis y la curva esquelética, previo al punto pico. En algunos

ajustes del modelo IMK reportados por Haselton et al. (2016) y por Ibarra et al. (2005) se observa que la degradación de resistencia básica modifica la rotación cuando se alcanza el momento máximo y también la magnitud del momento máximo establecido inicialmente. Esto se puede apreciar en la Figura 5-9, donde se realiza la calibración del modelo IMK pinching a una prueba experimental de un muro de cortante de madera contrachapada, se eligió esa calibración en especial porque es muy marcada la degradación de resistencia básica.

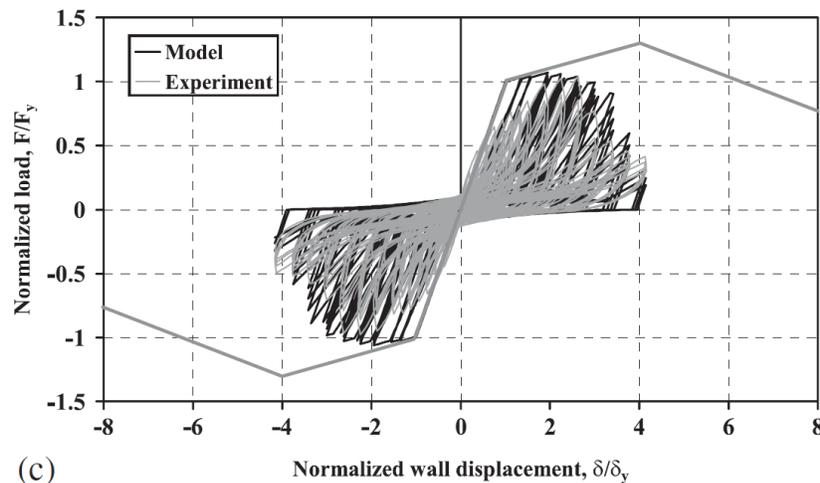


Figura 5-9. Calibración del modelo IMK pinching en muro de corte de madera contrachapada probado en la Universidad de California, San Diego (Ibarra et al., 2005).

Con el objetivo de que las curvas de histéresis simuladas sigan la curva esquelética, se omite el uso de degradación de resistencia básica y degradación de resistencia post-pico. Esto debido a que, como se ha mencionado en párrafos anteriores, que para vigas de concreto reforzado, las curvas carga-desplazamiento por carga reversible y por carga monotónicas, en comportamiento dominante de flexión, resultan iguales.

Con base en lo anterior se proponen dos formas de degradación:

Degradación de rigidez en la recarga

Esta manera de degradación considera de manera indirecta también degradación de resistencia a un mismo desplazamiento, debido que disminuye la pendiente de recarga generando que la resistencia al desplazamiento alcanzado en ciclos anteriores sea menor. La manera en que se plantea esta degradación consiste en aumentar el desplazamiento objetivo, tal como se muestra analíticamente en la Ec. 5-3 y se muestra gráficamente en la Figura 5-10, la cual representa sólo la degradación de rigidez en recarga despreciando la degradación de rigidez en descarga con la finalidad de mostrar claramente el efecto de cada tipo de degradación. Las variables de rotación tienen superíndices que indican la rotación para momentos positivos y la rotación para momentos negativos. El parámetro de degradación se calcula en el punto previo a la recarga.

$$\theta_{objd}^{+/-} = \theta_{obj}^{+/-} (1 + \beta) \quad (5-3)$$

Donde:

$\theta_{objd}^{+/-}$ = Rotación objetivo degradada, ya sea en sentido positivo o negativo.

$\theta_{obj}^{+/-}$ = Rotación objetivo positivo o negativo.

β = Parámetro de degradación obtenido con la Ec. 5-2.

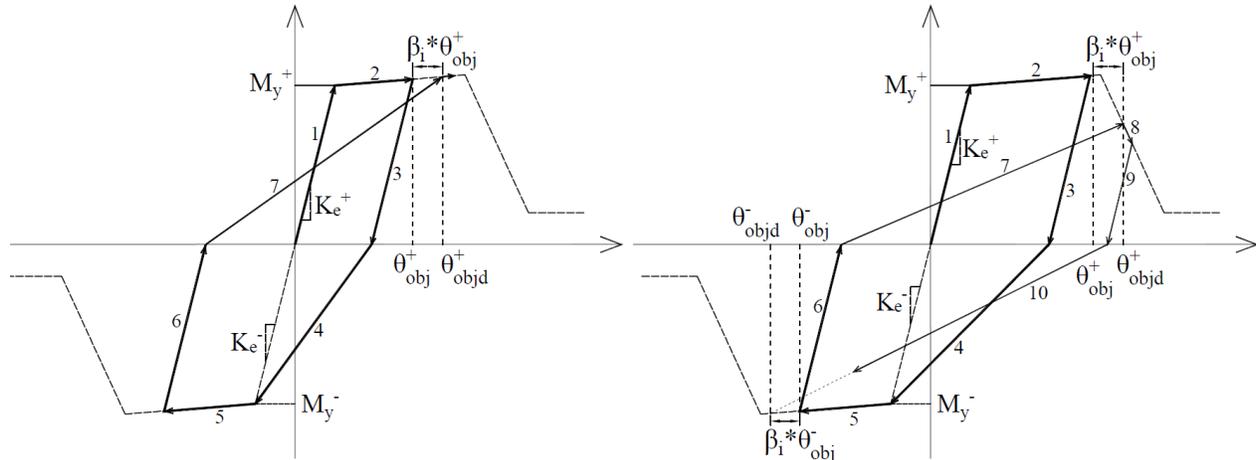


Figura 5-10. Modelo con degradación de rigidez sólo en la recarga, en la izquierda es la degradación en la zona de post-fluencia y en la derecha en la zona post-pico.

La pendiente post-pico juega un papel importante en la degradación una vez que las rotaciones de las pruebas se encuentran en la vecindad del punto pico, ya que al aplicar la degradación de rigidez en la recarga se tendrá una rotación objetivo mayor a la rotación en el punto pico, generando que la degradación se acelere, ya que el valor del momento a la rotación objetivo degradada se reducirá proporcionalmente a la pendiente post-pico, esto se puede observar en la parte derecha de la Figura 5-10, donde la pendiente del segmento de recta número siete se reduce considerablemente, en comparación con la degradación que se tendría si la rotación objetivo degradada no hubiese superado el punto pico como se muestran en la parte izquierda de la Figura 5-10.

Degradación de rigidez en la descarga

En el modelo propuesto se busca que las curvas de histéresis sigan la curva esquelética, por lo cual los parámetros de ajuste α_1 y α_2 se calibran para que el valor del parámetro de degradación β sea relativamente bajo (0.1-0.3). Debido a lo anterior, para que la pendiente de descarga sea similar a la pendiente experimental, se propuso que la degradación en descarga esté afectada por el doble del valor de β . Considerando esto la pendiente de la descarga se obtendría con la Ec. 5-4.

$$K_d^{+/-} = K_y^{+/-} (1 - 2\beta) \quad (5-4)$$

Donde:

$K_d^{+/-}$ = Pendiente de descarga degradada para momento positivo o negativo.

$K_y^{+/-}$ = Rigidez elástica de momento positivo o negativo.

β = Parámetro de degradación obtenido con la Ec. 5-2.

El parámetro de degradación se calcula en el punto previo a la descarga, ya sea en momento positivo o negativo. En la Figura 5-11 se muestra la degradación de rigidez solo en la descarga, omitiendo la degradación de rigidez en la recarga, esto con el fin de mostrar claramente el efecto de cada tipo de degradación. En la misma figura se puede apreciar que la degradación de rigidez en la descarga aumenta conforme incrementan el número de semiciclos, lo cual genera aumento de la energía histerética acumulada, y también aumenta conforme aumenta la rotación máxima alcanzada, de esta manera la degradación de rigidez en descarga de los segmentos de recta con números tres, seis y nueve aumenta conforme aumenta el número.

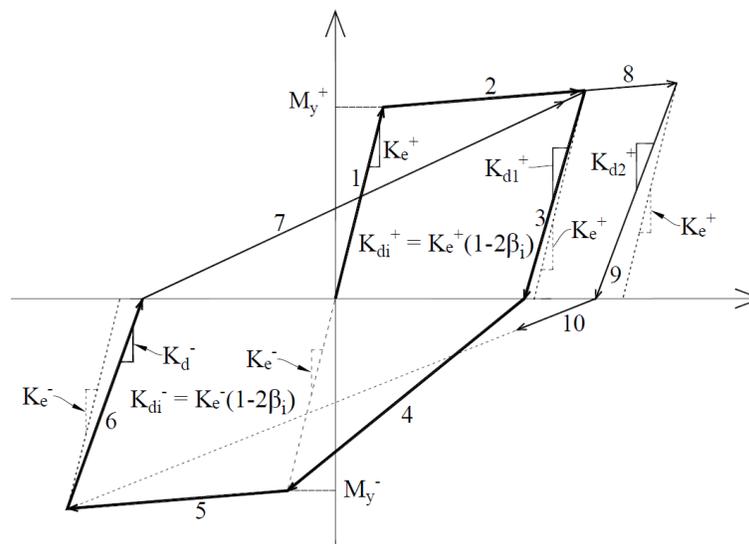


Figura 5-11. Modelo con degradación de rigidez sólo en la descarga.

5.4 PROCEDIMIENTO EMPLEADO PARA LA CALIBRACIÓN DEL MODELO A LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES

5.4.1 Determinación de la curva momento-distorsión en la articulación plástica de la viga

El procedimiento sugerido en el subcapítulo 5.1 para obtener el punto de fluencia y el punto pico de la curva esquelética, se recomienda cuando no se cuenta con resultados de pruebas experimentales. En este caso, como se cuentan con resultados experimentales, se ajusta la curva esquelética a la forma de la envolvente cíclica de la viga. Para obtener esa envolvente, a la curva carga-distorsión del espécimen se le

resta la contribución de la columna a la distorsión, así como también la contribución de la distorsión por cortante en la viga. Las contribuciones anteriores se determinan considerando las recomendaciones y criterios establecidos en las NTC-C 2017, esto considerando que se utilizaran dichos criterios en la modelación al realizar análisis no lineales. Una vez obtenida la curva carga-distorsión de la viga, se le resta la contribución de la distorsión elástica a flexión y se supone una articulación plástica, sin masa ni dimensiones, en una parte de la viga, para así finalmente obtener la curva momento-rotación. Este procedimiento se explicará a detalle más adelante.

Curva momento-rotación de la viga obtenida experimentalmente con los TDVs

Otra alternativa para obtener la envolvente cíclica de la viga sería utilizar directamente los resultados del subcapítulo 4.5 donde se muestran las curvas momento-rotación de una parte de las vigas de cada espécimen, sin embargo, estas curvas sólo consideran la rotación de la viga en una longitud de 450 mm a partir de la cara de la columna y se cortan en el momento de la pérdida del recubrimiento, lo cual genera que no se pueda calibrar el modelo hasta los puntos pico y post-pico, por lo tanto se descarta esta opción. A pesar de lo anterior, la rotación experimental de la viga se compara más adelante, por lo que, para hacer comparable dicha rotación, se extrapola la rotación obtenida con los transductores de desplazamiento verticales TDVs 11 y 14, los cuales estaban ubicados a partir de los 300 mm de la cara de columna y medían los desplazamientos hasta los 450 mm, medidos a partir de la cara de columna, tal como se muestra en la Figura 3-7. La rotación experimental en esa parte de la viga se extrapola a 158 mm hacia la parte superior de la viga, esto asumiendo que la rotación plástica se concentra en una longitud de 0.75 veces el peralte de la viga, medido a partir de cara de columna. Para la extrapolación se asumió que la distribución de curvaturas era proporcional al momento aplicado a partir de los 300 mm de la viga medidos a partir de la cara de columna. Considerando lo anterior, la rotación experimental de la viga en una longitud de 0.75 veces su peralte, medidos a partir de la cara de columna, estaría dada por la Ec. 5-5.

$$\theta_{v \text{ exp}} = \theta_{av} + \frac{4171}{4325} \left(\frac{d_{TDV14} - d_{TDV11}}{s_{14-11}} \right) \quad (5-5)$$

Donde:

θ_{av} = Rotación medida experimentalmente en la viga, obtenida con la Ec. 4-8.

d_{TDVi} = Desplazamiento del transductor vertical i que corresponda.

s_{14-11} = Distancia horizontal entre los TDVs 14 y 11.

Curva momento-rotación de la viga obtenida restando a la curva carga-distorsión, la contribución experimental de la columna y del nudo.

Una última opción para obtener la curva carga-distorsión de la viga, es restarle a la curva carga-distorsión experimental de los especímenes, la contribución a la distorsión obtenida experimentalmente de la columna y del nudo, no obstante, al realizar análisis no lineales de plasticidad concentrada con base en las NTC-C 2017, las contribuciones experimentales anteriores ya no se obtendrían debido a que los factores de rigidez efectiva propuestos en las normas son considerablemente diferentes a lo que se obtiene experimentalmente. Lo anterior generaría que se obtengan resultados analíticos del subensamble diferentes a lo experimental.

Una vez obtenida la curva carga-distorsión de la viga, se debe restar la contribución a la distorsión de la viga elástica por flexión y la contribución de la viga por cortante, para así obtener la curva carga-distorsión de la parte inelástica no lineal de la viga.

Curva momento-rotación de la viga, considerando los criterios de modelación de las NTC-C 2017

En el caso del criterio de las NTC-C 2017, a la curva carga-distorsión del espécimen se le resta la contribución elástica por flexión y cortante de la columna, considerando un factor de rigidez efectiva de 0.7 y un módulo de elasticidad transversal igual a 0.4 veces el módulo de elasticidad longitudinal, tal como lo consideran las normas. Además, se le resta la contribución a la distorsión de la deformación por cortante de la viga, considerando el módulo de elasticidad transversal mencionado. Finalmente, se le resta la contribución a la distorsión de la deformación por flexión elástica de la viga, considerando un factor de rigidez efectiva de 0.5, como lo sugieren las NTC-C 2017, a pesar de que en el subcapítulo 4.6.3 se muestra que este valor sobreestima la rigidez efectiva de las vigas en el punto de fluencia. Todo lo anterior es considerando que al realizar análisis no lineales de plasticidad concentrada, el programa de análisis determinará las contribuciones elásticas anteriores, de tal manera que el resto de la distorsión se concentrará en la articulación plástica y, finalmente, así se podrá obtener la misma distorsión que se obtuvo experimentalmente. Con la Ec. 5-6 se puede determinar la rotación plástica de la viga con base en los resultados experimentales y las consideraciones anteriores.

El primer término negativo en la Ec. 5-6 corresponde a la contribución a la distorsión de la columna por flexión, el segundo término negativo a la contribución por cortante en la columna, el tercero a la contribución por flexión de la viga y el último a la contribución por cortante en la viga. El término que multiplica a lo que está entre paréntesis es para convertir la distorsión a rotación en la zona donde este ubicada la articulación plástica, que en este caso, si se considera que la longitud de la articulación plástica es de 0.75 veces el peralte de la viga a partir de la cara de columna, siguiendo las recomendaciones de las NTC-C 2017, la articulación estaría ubicada a 604 mm a partir del eje de la columna.

$$\theta_p = \frac{l_v}{l_v - d_{ap}} \left(\theta_{exp} - \frac{C_e l_v l_c}{16 E_c I_{e c NTC-C}} - \frac{\frac{C_e l_v}{l_c}}{A_{vc} G_c} - \frac{M_y l_v^2}{3 E_c I_{e v NTC-C}} - \frac{C_e}{A_{vv} G_c} \right) \quad (5-6)$$

Donde:

C_e = Carga aplicada en el extremo superior de la viga, en N.

θ_{exp} = Distorsión experimental del espécimen.

l_v = Longitud de la viga, 5000 mm.

l_c = Longitud de la columna, siendo para este caso asumida en 2470 mm.

A_{vv} = Área efectiva de cortante de la viga igual a 5/6 del área bruta, mm².

A_{vc} = Área efectiva de cortante de la columna igual a 5/6 del área bruta, en mm².

$I_{e c NTC-C}$ = 0.7 I_{gc} , Inercia efectiva de la columna, en mm⁴.

$I_{e v NTC-C}$ = 0.5 I_{gv} , Inercia efectiva de la viga, en mm⁴.

E_c = Módulo de elasticidad del concreto, en MPa.

G_c = Módulo de cortante igual a $0.4 E_c$, en MPa.

d_{ap} = Distancia del eje al punto donde se encuentra asumida la articulación plástica, 604 mm.

Momentos en la articulación plástica

Para determinar los momentos correspondientes a cada rotación se utiliza la carga aplicada en el extremo superior de la viga que generó la rotación respectiva, con tal carga se determina el momento generado en la zona donde se ubica la articulación plástica; por lo tanto, el momento aplicado en la articulación plástica se puede determinar con la Ec. 5-7.

$$M_i = C_{e_i}(l_v - d_{ap}) \quad (5-7)$$

Donde:

C_{e_i} = Carga aplicada en el extremo superior de la viga en el paso i , en kN.

Comparación de los resultados obtenidos con las tres alternativas anteriores

A continuación se realiza una comparación de las tres alternativas mencionadas para obtener las rotaciones plásticas en la viga, esto se lleva a cabo con la finalidad de observar las variaciones que existen entre cada alternativa. En la Figura 5-12 se muestran las curvas momento-rotación plástica del espécimen 2 considerando las tres alternativas mencionadas y en general se puede apreciar que la rotación plástica obtenida con las consideraciones de modelación de las NTC-C 2017, es aproximadamente un 15% mayor que las obtenidas con las otras metodologías, esto previo a la distorsión del espécimen de 5%.

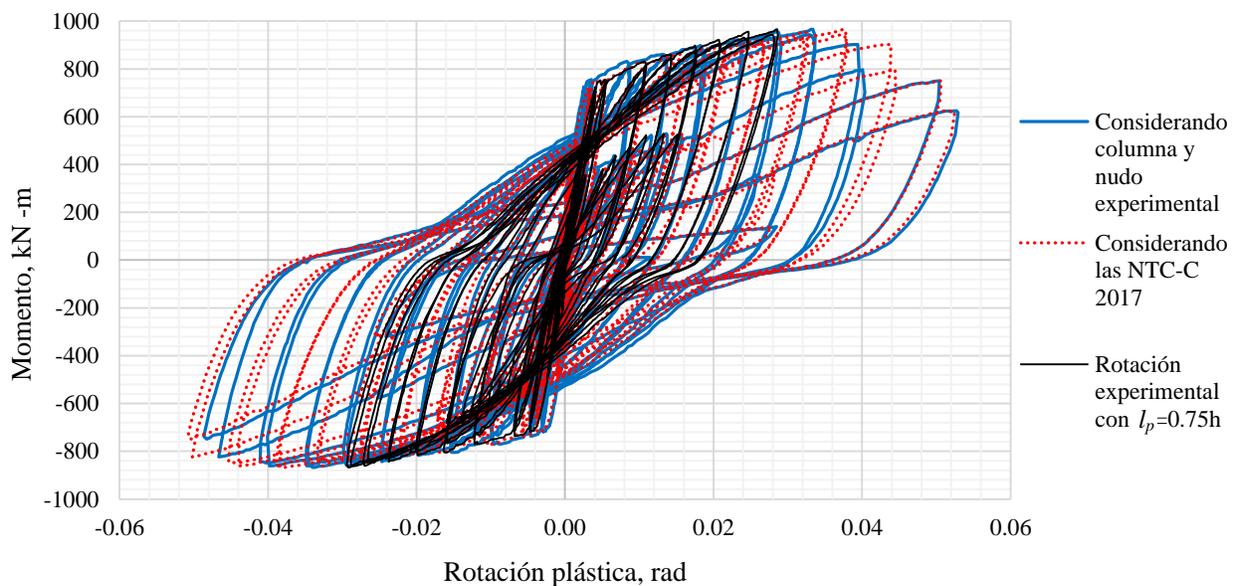


Figura 5-12. Curvas momento-rotación plástica de la viga del espécimen 2, considerando tres alternativas para su determinación.

En la Figura 5-13 se muestra la rotación plástica paso a paso del espécimen 2 considerando las tres alternativas mencionadas, esta figura permite visualizar de mejor manera las variaciones entre cada alternativa, en la parte superior de las rotaciones máximas en cada ciclo positivo se indican las distorsiones totales del espécimen. Se puede observar que la distorsión total del espécimen y la rotación plástica son similares ya que se supuso la articulación a una distancia de 604 mm a partir del eje de columna generando que las rotaciones plásticas tiendan a ser un 14% mayor que la distorsión plástica asumida en la viga. Hasta el paso 3600, que equivale a una distorsión en el espécimen de 2%, existen variaciones máximas entre la alternativa de las NTC-C 2017, de 17% y 11%, y las rotaciones considerando columna y nudo experimental y la rotación experimental en la viga, respectivamente, siendo mayor para la alternativa de las NTC-C 2017. Posterior a eso la alternativa de las NTC-C 2017 tiende a ser mayor conforme aumenta el número de pasos, alcanzando a ser mayor en un 34% respecto a la rotación experimental de la viga al 4% de distorsión del espécimen. En la parte final de los pasos son similares las rotaciones entre la alternativa considerando la columna y nudo experimental y la de las NTC-C 2017.

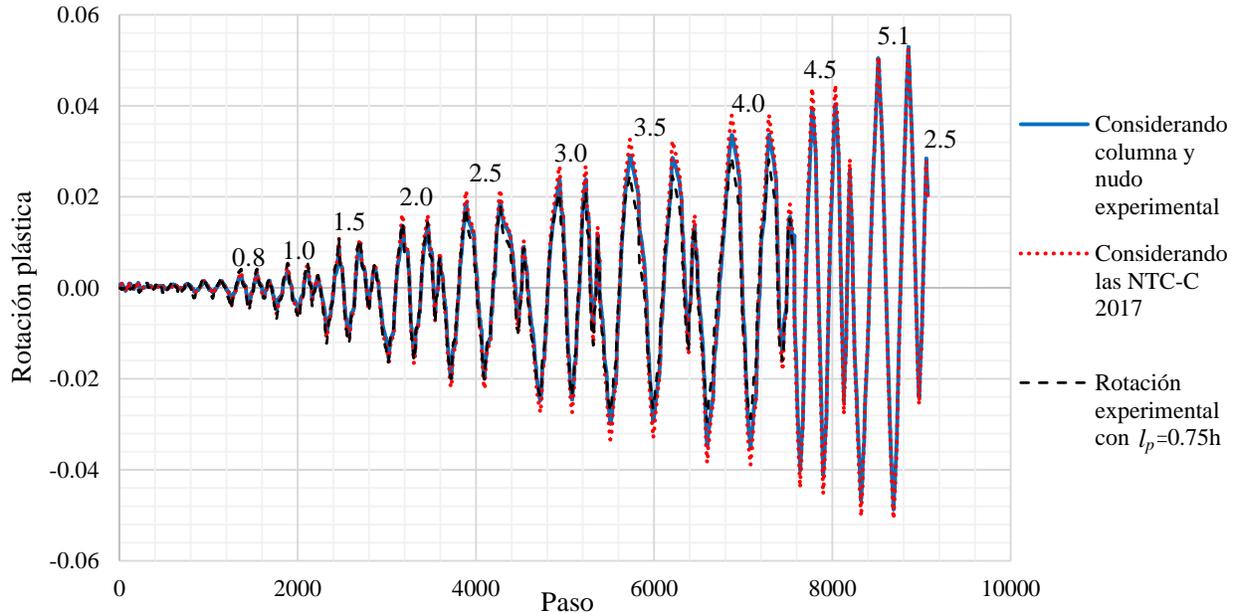


Figura 5-13. Rotación plástica en cada paso del espécimen 2, considerando tres alternativas para su determinación.

Estas comparaciones sólo se presentan para mostrar las variaciones que se tendrían al usar una u otra alternativa, sin embargo, se reitera que el ajuste se realizará utilizando los criterios de las NTC-C 2017. Además, sólo se muestra la comparación con los resultados del espécimen 2 ya que el objetivo de este subcapítulo es mostrar la manera en que se realizó la calibración del modelo a los resultados experimentales, por lo tanto no se considera necesario agregar la comparación de los otros especímenes.

5.4.2 Método de calibración del modelo a partir de resultados experimentales

Para llevar a cabo la calibración del modelo, primero se determinó la curva esquelética de manera que fuese una envolvente de la curva momento-rotación plástica de la viga que se obtuvo en el subcapítulo anterior. Con el procedimiento anterior se obtiene con buena aproximación el punto de fluencia y la pendiente en post-fluencia. Para obtener las rotaciones pico y post-pico y los parámetros de degradación α_1 y α_2 , se realiza por el método iterativo de ensayo y error, ejecutando el programa en repetidas ocasiones de tal manera que busque igualar las energías histeréticas acumuladas del modelo y experimentales; además de que el momento, en las rotaciones máximas de cada ciclo, fuese similar.

En la calibración de las articulaciones plásticas de cada espécimen se puede lograr que la energías experimentales y del modelo sean prácticamente iguales, no obstante, los momentos en las rotaciones máximas de cada ciclo serán diferentes. Por lo que un factor decisivo en la calibración fue que los momentos, en las rotaciones máximas de cada ciclo, sean similares; a pesar de que esto genere pequeñas variaciones en las energías histeréticas acumuladas.

Aunque la calibración propuesta tiende a ser empírica, los resultados obtenidos se pueden considerar satisfactorios. En investigaciones previas como las de Haselton et al. 2016 y Lignos, 2008 se ha empleado este procedimiento de ajuste de manera similar.

5.5 CALIBRACIÓN DEL MODELO A LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES

A partir de los resultados de las pruebas experimentales se ajustó el modelo de histéresis propuesto para reproducir el comportamiento histerético de la articulación plástica de la viga, obteniéndose los siguientes resultados:

5.5.1 Articulación plástica de la viga del espécimen 1

La calibración del modelo a los resultados experimentales de la articulación plástica de la viga del espécimen 1 se muestra en la Figura 5-14. Además, se muestran los parámetros de ajuste de desplazamiento y de energía, los cuales permiten controlar la degradación de rigidez en descarga y recarga; así como también se muestra la relación entre la energía histerética acumulada al final de la historia de carga, del modelo y la obtenida experimentalmente, teniendo una relación de 1.07. En general el ajuste del modelo se considera adecuado.

En la Figura 5-15 se muestran las energías histeréticas acumuladas paso a paso en la articulación plástica de la viga del espécimen 1, experimental y del modelo. Aproximadamente, hasta la primera mitad de la prueba, las energías fueron muy similares, para posteriormente tener una tendencia de incremento mayor en la energía acumulada del modelo, esto se atribuye principalmente al adelgazamiento de los ciclos de histéresis experimentales y también, en menor medida, a las diferencias en los momentos en las rotaciones máximas de cada ciclo.

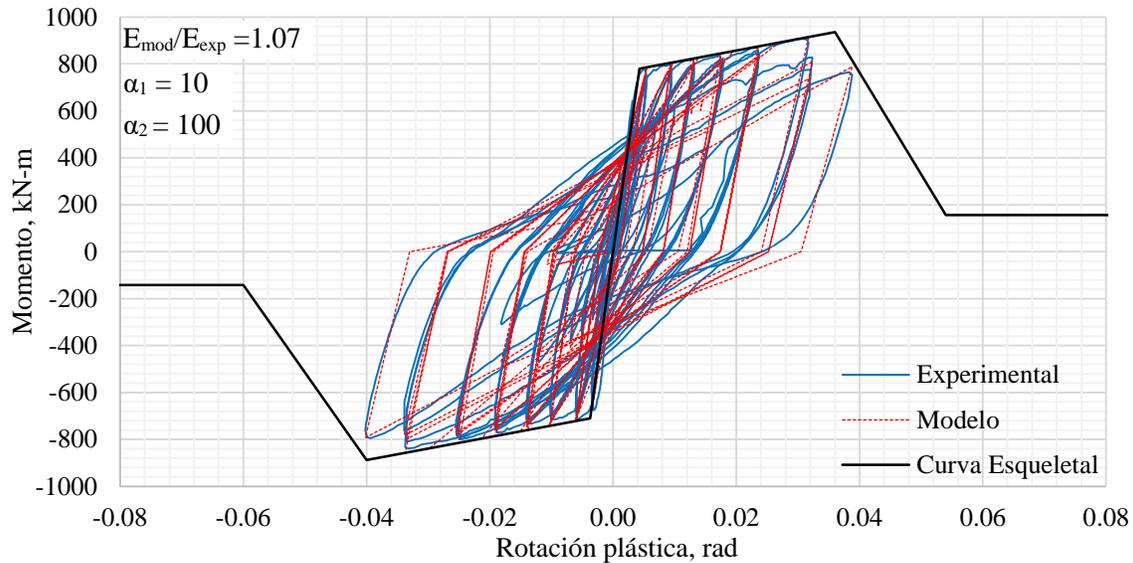


Figura 5-14. Modelo calibrado en la articulación plástica de la viga del espécimen 1.

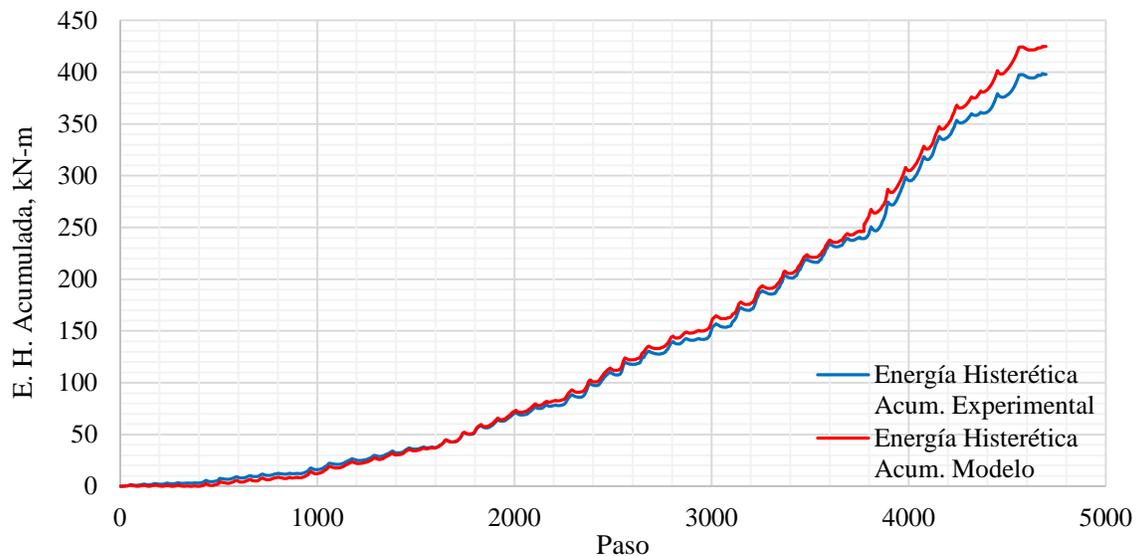


Figura 5-15. Energías histeréticas acumuladas paso a paso en la articulación plástica de la viga del espécimen 1, experimental y del modelo.

5.5.2 Articulación plástica de la viga del espécimen 2

La calibración del modelo a los resultados experimentales de la articulación plástica de la viga del espécimen 2 se muestra en la Figura 5-16. Además, se muestran los parámetros de ajuste de desplazamiento y de energía, los cuales permiten controlar la degradación de rigidez en descarga y recarga; así como también se muestra la relación entre la energía histerética acumulada al final de la historia de carga, del modelo y la obtenida experimentalmente, teniendo una relación de 1.09.

En la Figura 5-17 se muestran las energías histeréticas acumuladas paso a paso en la articulación plástica de la viga del espécimen 2, experimental y del modelo. Aproximadamente hasta el paso 6900, correspondiente a distorsiones del espécimen de 4.5%, la energías resultaron muy similares, para posteriormente tener una tendencia de incremento mayor en la energía acumulada del modelo, esto se atribuye principalmente al adelgazamiento de los ciclos de histéresis experimentales.

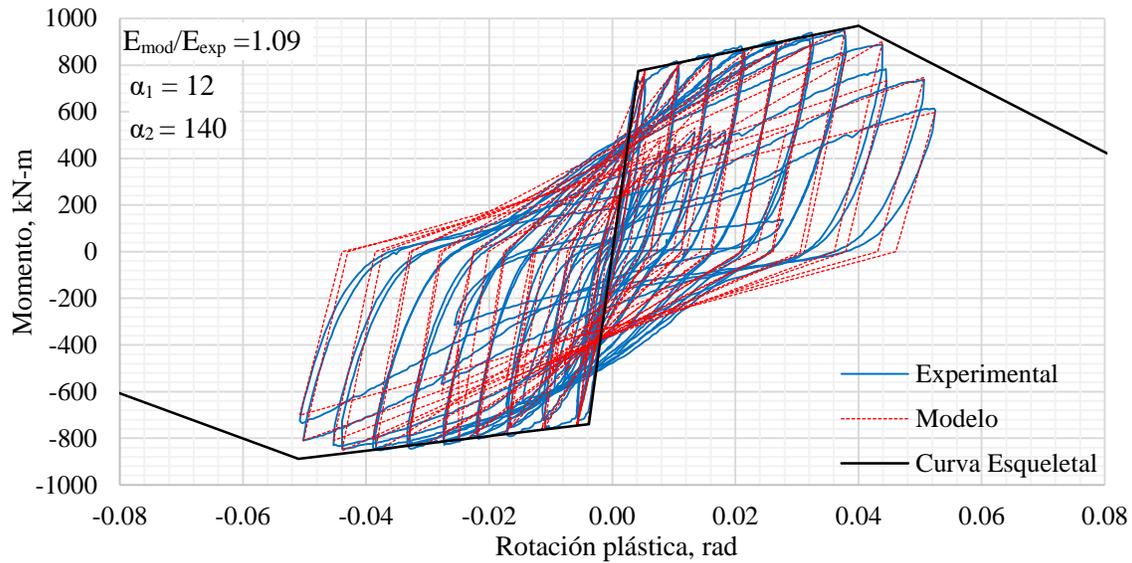


Figura 5-16. Modelo calibrado en la articulación plástica de la viga del espécimen 2.

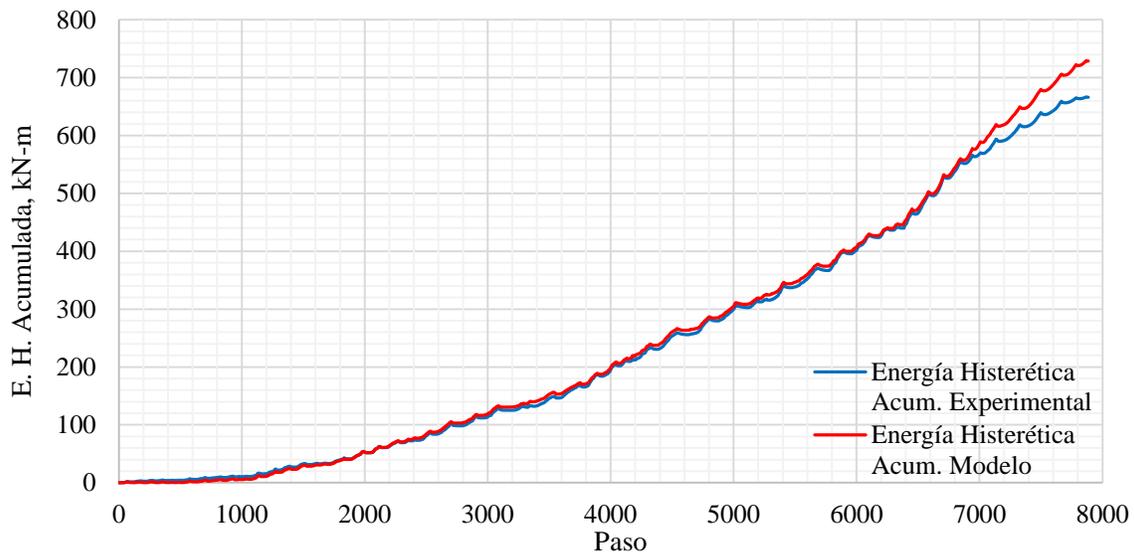


Figura 5-17. Energías histeréticas acumuladas paso a paso en la articulación plástica de la viga del espécimen 2, experimental y del modelo.

5.5.3 Articulación plástica de la viga del espécimen 3

La calibración del modelo a los resultados experimentales de la articulación plástica de la viga del espécimen 3 se muestra en la Figura 5-18. Además, se muestran los parámetros de ajuste de desplazamiento y de energía, los cuales permiten controlar la degradación de rigidez en descarga y recarga; así como también se muestra la relación entre la energía histerética acumulada al final de la historia de carga, del modelo y la obtenida experimentalmente, teniendo una correlación de 1.01. En la Figura 5-19 se muestran las energías histeréticas acumuladas paso a paso en la articulación plástica de la viga del espécimen 3, experimental y del modelo. En general, ambas energías tienden a ser iguales durante todos los ciclos aplicados.

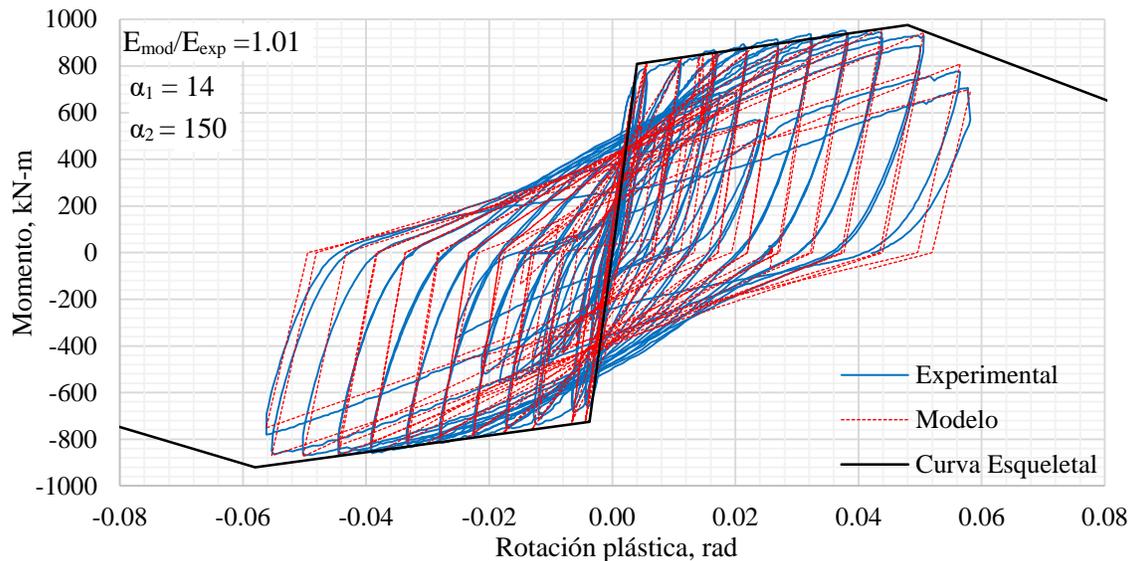


Figura 5-18. Modelo calibrado en la articulación plástica de la viga del espécimen 3.

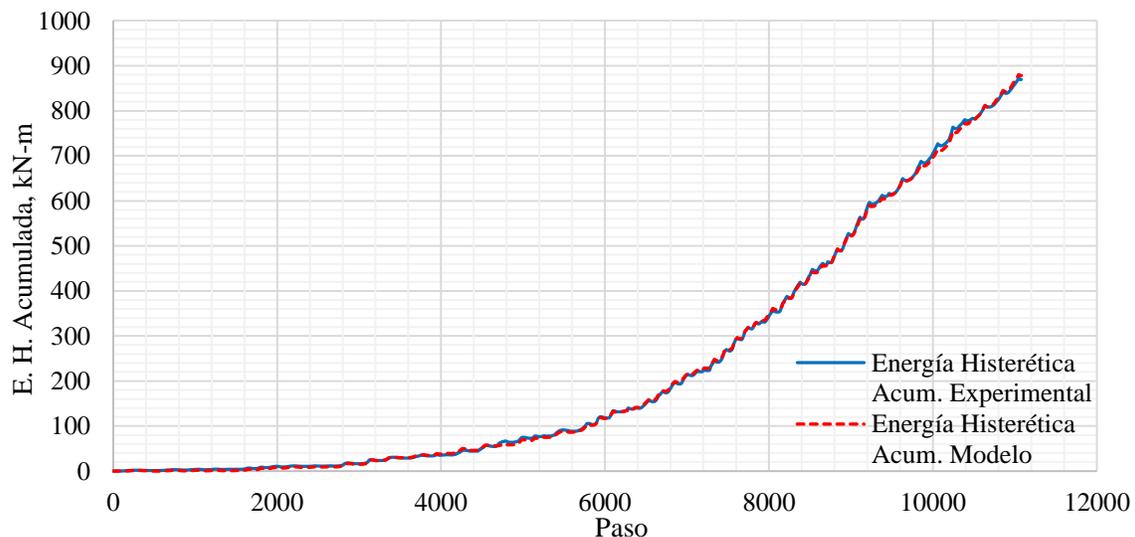


Figura 5-19. Energías histeréticas acumuladas paso a paso en la articulación plástica de la viga del espécimen 3, experimental y del modelo.

5.5.4 Comparación de la calibración de los tres especímenes

En la calibración del modelo se buscó que el parámetro de degradación β tendiera a ser similar en los tres ajustes, llegando a tener un valor aproximado de 0.25 al final de la aplicación de todos los ciclos. Además, se optó que, al final de la prueba, la contribución de la degradación por desplazamiento fuese aproximadamente del 36% de la degradación total y el resto de la degradación total correspondiera a la degradación por energía. Las tendencias mencionadas se eligieron al realizar la calibración, ya que se observó que daba un buen ajuste a lo experimental. Se puede observar en la Figura 5-20 que en los tres especímenes se sigue aproximadamente la tendencia mencionada, así como también es notable que la contribución a la degradación por acumulación de energía tiende a aumentar cuadráticamente conforme aumentan el número de pasos, en cambio, la contribución a la degradación por desplazamiento máximo alcanzado lleva una tendencia escalonada ya que solo aumenta cuando un desplazamiento máximo nuevo es alcanzado.

Por el tipo de la modelación de la degradación de la rigidez en descarga y recarga, el tener variaciones en el parámetro de degradación β no afecta notablemente, sino hasta que se alcanza el punto pico, lo cual se puede observar en la parte derecha de la Figura 5-10.

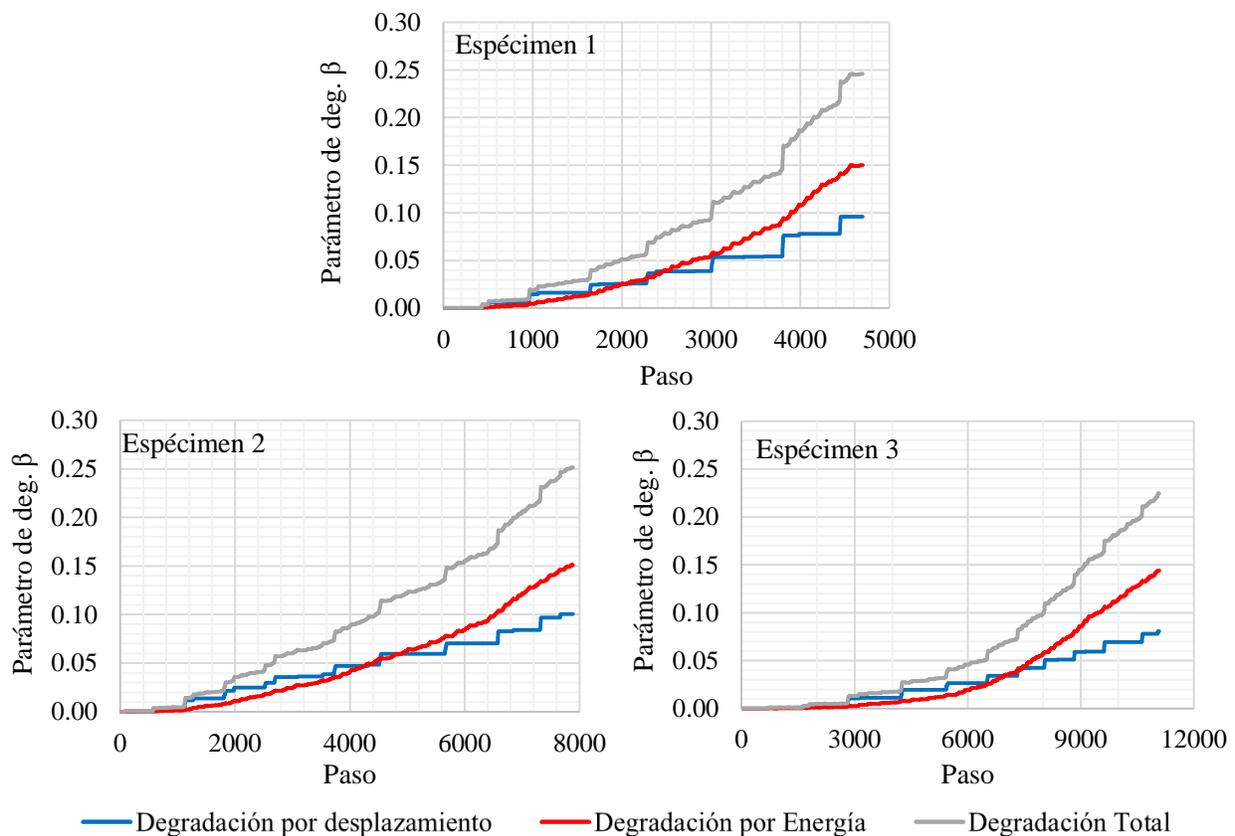


Figura 5-20. Variación del parámetro de degradación paso a paso, mostrando sus respectivas contribuciones.

En la Tabla 5-1 se muestran todos los valores ingresados al programa del Apéndice D para obtener la mejor calibración posible en cada articulación plástica de la viga de cada espécimen. En general los valores del

punto de fluencia son similares, sin embargo, la rotación al punto pico tiende a aumentar del espécimen 1 al 3. Así mismo, la rotación en el punto post-pico y los parámetros que permiten controlar la degradación de rigidez en descarga y recarga, siguen la misma tendencia a incrementar del espécimen 1 al 3.

Tabla 5-1. Valores utilizados para la calibración del modelo en cada articulación plástica de la viga de cada espécimen.

Espécimen	1	2	3	Espécimen	1	2	3
θ_y^+	0.0043 rad	0.0042 rad	0.0040 rad	θ_y^-	-0.0037 rad	-0.0038 rad	-0.0037 rad
M_y^+	780 kN-m	775 kN-m	810 kN-m	M_y^-	-710 kN-m	-740 kN-m	-725 kN-m
$\theta_{pmáx}^+$	0.0360 rad	0.0400 rad	0.0480 rad	$\theta_{pmáx}^-$	-0.0400 rad	-0.0510 rad	-0.0580 rad
$M_{pmáx}^+$	936 kN-m	969 kN-m	976 kN-m	$M_{pmáx}^-$	-888 kN-m	-888 kN-m	-921 kN-m
θ_{pc}^+	0.0540 rad	0.1000 rad	0.1296 rad	θ_{pc}^-	-0.0600 rad	-0.1275 rad	-0.1566 rad
α_1	10	12	14	α_2	100	140	150

5.6 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DEL MODELO

5.6.1 Efecto de la variación en los parámetros de ajuste de desplazamiento y de ajuste de energía

Este análisis se realiza con base en la calibración previa de cada articulación plástica, para lo cual las curvas esqueléticas permanecerán invariables y los parámetros de ajuste de desplazamiento y de ajuste de energía serán variables, con el fin de observar el efecto que tendrían.

Sensibilidad a la variación del parámetro de ajuste de desplazamiento α_1

En este caso, las curvas esqueléticas y los parámetros de ajuste de energía permanecerán invariables y sólo será variable el parámetro de ajuste de desplazamiento α_1 . En la Figura 5-21 se muestra la relación entre la energía histerética acumulada del modelo (EHM) y la experimental (EHE) en función de la variación del parámetro de ajuste de desplazamiento α_1 , las líneas negra, azul y roja corresponden a las articulaciones plásticas de las vigas de los especímenes 1, 2 y 3, respectivamente.

Los segmentos de recta punteados de la Figura 5-21 son las zonas donde el parámetro de ajuste de desplazamiento genera cambios notables en los momentos de las rotaciones máximas de cada ciclo. Como ya se mencionó anteriormente, no sólo es importante calibrar el modelo para que la relación de energías histeréticas disipadas sean similares, sino también los momentos de las rotaciones máximas de cada ciclo deben ser similares, ya que esos momentos definen la rigidez del ciclo y una vez el elemento se aproxima al colapso la resistencia tienden a ser un factor dominante en la respuesta (Ibarra et al., 2005). Además, se muestran segmentos de recta continuos, los cuales indican que en ese intervalo el parámetro de ajuste de desplazamiento no genera cambios importantes, a pesar de que en general ese intervalo se encuentre en razones de energías mayores a 1. Finalmente, los rombos de color verde indican el valor con el cual se realizó la calibración mencionada en el subcapítulo 5.5 que en este caso se considera el mejor ajuste, por lo cual, cualquier valor elegido dentro de los segmentos de recta continuos se pudieran utilizar, no obstante,

entre más cerca se encuentre el valor elegido del punto indicado con el rombo verde, la calibración resultará mejor. Lo mencionado en este párrafo aplica de manera general a los siguientes análisis de sensibilidad.

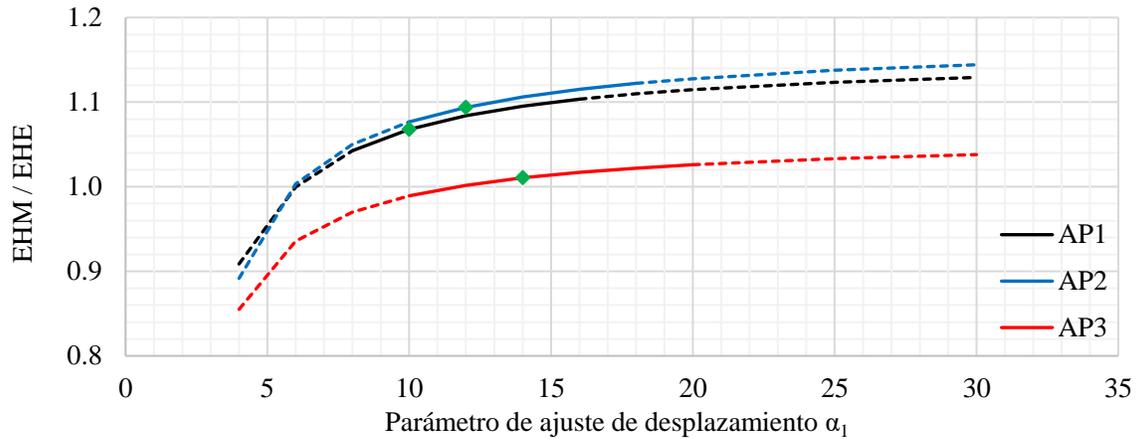


Figura 5-21. Variación de la relación de la energía histerética acumulada del modelo y la experimental en función de α_1 .

En general existe una tendencia de disminución del valor α_1 conforme disminuye la cuantía de área de acero de refuerzo transversal. Para ejemplificar los casos de una mala calibración debido a la errónea selección del parámetro α_1 , se muestra la Figura 5-22, donde aparecen curvas momento-rotación plástica experimental y del modelo considerando valores de α_1 exageradamente sobreestimados y subestimados, esto para el espécimen 1. Cabe notar que hasta rotaciones plásticas de 0.02 radianes las diferencias de las curvas del modelo no son tan notables, sino hasta rotaciones mayores, esto es debido a que el modelo tiende a seguir a la curva esquelética mientras el punto de la rotación objetivo degrada sea menor que la rotación del punto pico.

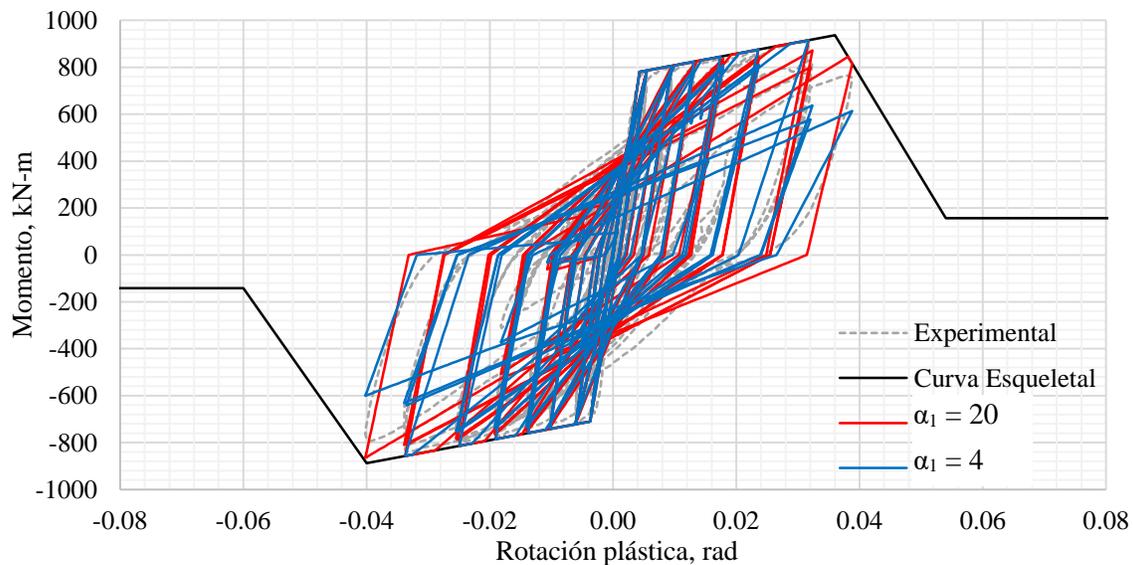


Figura 5-22. Curva momento-rotación plástica de la articulación de la viga del espécimen 1, considerando casos críticos de α_1 .

Sensibilidad a la variación del parámetro de ajuste de energía α_2

En este caso, las curvas esqueléticas y los parámetros de ajuste de desplazamiento permanecerán invariables y sólo será variable el parámetro de ajuste de energía α_2 . En la Figura 5-23 se muestra la relación entre la energía histerética acumulada del modelo y la experimental en función de la variación del parámetro de ajuste de energía α_2 , las líneas negra, azul y roja corresponden a las articulaciones plásticas de las vigas de los especímenes 1, 2 y 3, respectivamente.

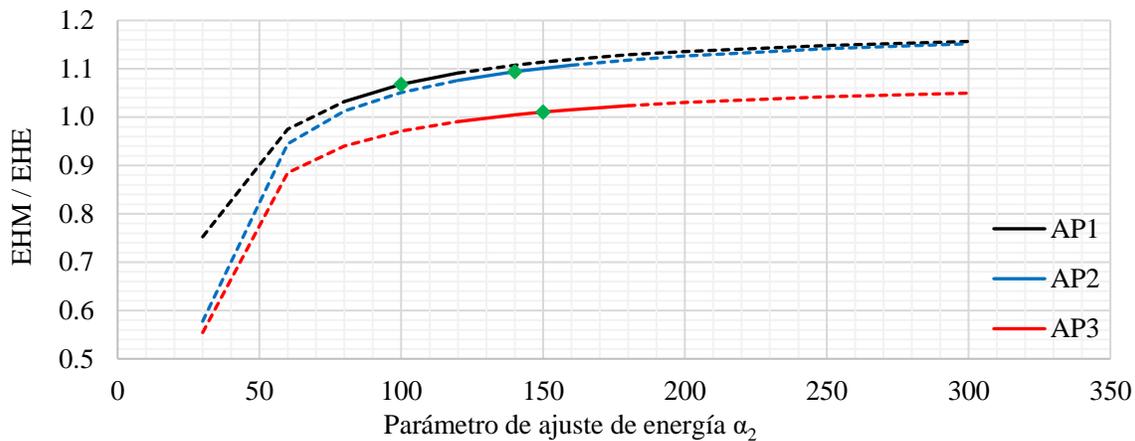


Figura 5-23. Variación de la relación de la energía histerética acumulada del modelo y la experimental en función de α_2 .

Nuevamente, como ya se comentó, los segmentos de rectas discontinuos indican zonas donde el parámetro de ajuste de energía genera cambios notables en los momentos de las rotaciones máximas de cada ciclo. Además, se muestran segmentos de recta continuos, los cuales indican que en ese intervalo el parámetro de ajuste de desplazamiento no genera cambios importantes, a pesar de que en general ese intervalo se encuentre en razones de energías mayores a 1. Finalmente, los rombos de color verde indican el valor con el cual se realizó la calibración en el subcapítulo 5.5 que en este caso se considera el mejor ajuste, por lo cual, cualquier valor elegido dentro de los segmentos de recta continuos se pudieran utilizar, no obstante, entre más cerca se encuentre el valor elegido del punto indicado con el rombo verde, la calibración tenderá a ser la mejor.

El parámetro de ajuste de energía α_2 tiende a impactar más que el parámetro de ajuste de desplazamiento α_1 , en especial cuando se eligen valores pequeños de α_2 . Lo cual tiene congruencia con la Figura 5-20, donde se muestra que tiene más peso α_2 en la degradación que α_1 . Una vez más, existe una tendencia de disminución del valor α_2 conforme disminuye la cuantía de área de acero de refuerzo transversal.

Para ejemplificar los casos de una mala calibración debido a la errónea selección del parámetro α_2 , se muestra la Figura 5-24, donde aparecen curvas momento-rotación plástica experimental y del modelo considerando valores de α_2 exageradamente sobreestimados y subestimados, esto para el espécimen 1. Cabe notar que hasta rotaciones plásticas de 0.02 radianes las diferencias de las curvas del modelo no son tan notables, sino hasta rotaciones mayores, esto es debido a que el modelo tiende a seguir a la curva esquelética mientras el punto de la rotación objetivo degrada sea menor que la rotación del punto pico.

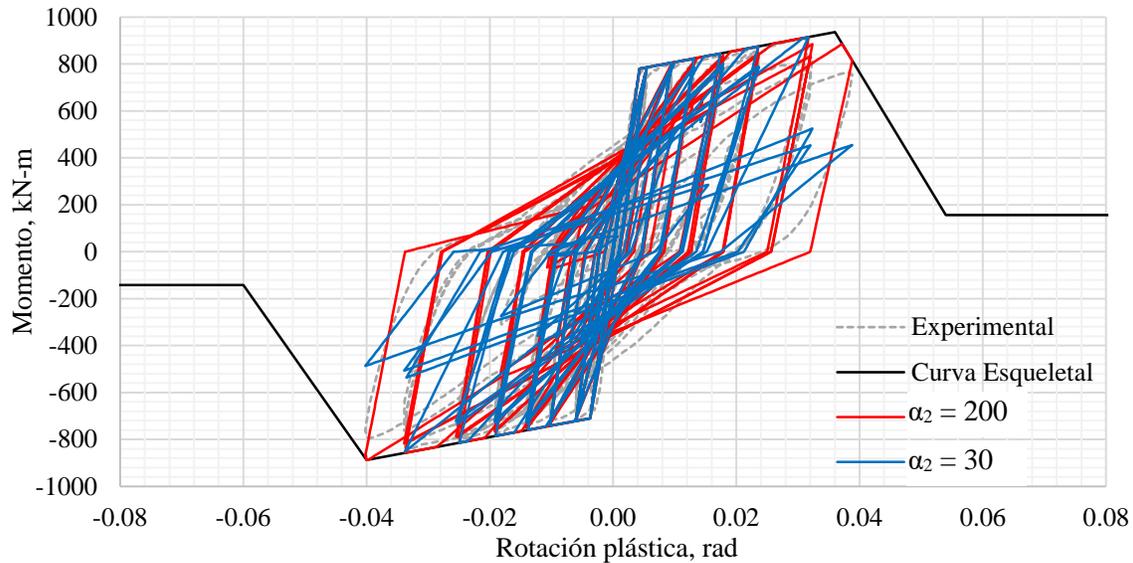


Figura 5-24. Curva momento-rotación plástica de la articulación de la viga del espécimen 1, considerando casos críticos de α_2 .

5.6.2 Efecto de la variación de la rotación plástica en el punto post-pico

Este análisis se realiza con base en la calibración previa de cada articulación plástica, mostrada en el subcapítulo 5.5, para lo cual los parámetros de ajuste de desplazamiento y de ajuste de energía permanecerán invariables; y, de las curvas esqueléticas, lo único que variará serán las rotaciones plásticas en los puntos post-pico, con el fin de observar el efecto que tendrían dichas variaciones.

Durante las calibraciones del subcapítulo 5.5, las rotaciones plásticas en el punto post-pico θ_{pc} se definieron como z veces la rotación plástica en el punto pico $\theta_{pm\acute{a}x}$. Por lo tanto, en la Figura 5-25 se muestra la relación de la variación de la energía histerética disipada con el modelo y experimental en función de la relación z de la rotación plástica en el punto post-pico θ_{pc} y la rotación plástica en el punto pico $\theta_{pm\acute{a}x}$. En la Figura 5-25 se sigue la misma nomenclatura de colores y tipos de línea mencionada en las figuras anteriores. Se presenta una tendencia de disminución del valor z conforme disminuye la cuantía de área de acero de refuerzo transversal.

Pareciera en primera instancia, que esta variable no afecta de gran manera el comportamiento del modelo, sin embargo, los momentos en las rotaciones máximas de cada ciclo tienden a variar de manera importante aunque no se vea tan marcado el impacto en las relaciones de energías del modelo y experimental. La relación z se considera una variable importante, ya que rige el valor de la pendiente negativa posterior a la rotación pico, por lo que una vez que la rotación objetivo degradada supera la rotación del punto pico se produce una degradación pronunciada de rigidez, y por ende de resistencia. Además, si se analiza el intervalo de valores de z adecuados para uso en cada articulación plástica, serían los segmentos de recta continuos de la Figura 5-25, las diferencias entre los valores adecuados y el punto verde de calibración óptima, se tiene menores dispersiones que en los parámetros de ajuste de energía y de desplazamiento. Por

lo que se infiere que menores variaciones en este parámetro pueden generar cambios mayores en el comportamiento del modelo.

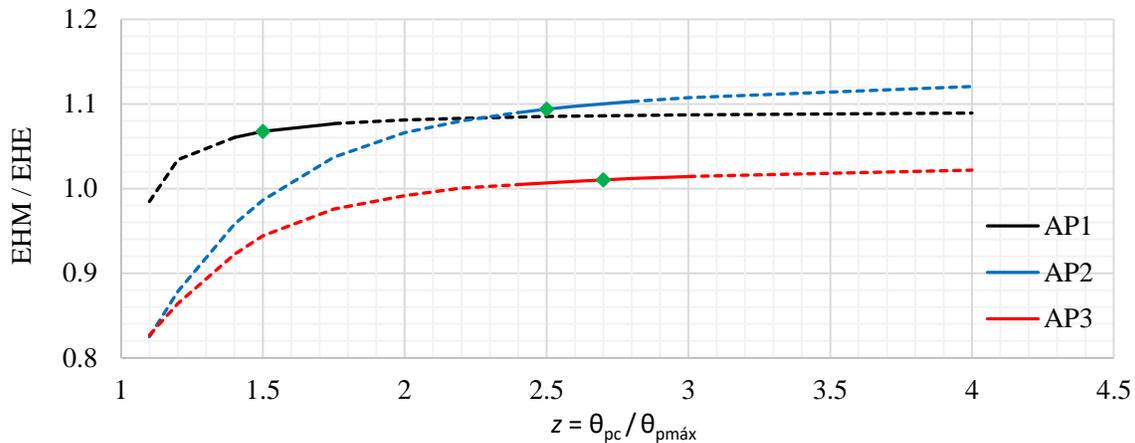


Figura 5-25. Variación de la relación de la energía histerética del modelo y experimental en función de la relación de rotación en el punto post-pico y la rotación en el punto pico.

En la Figura 5-25 se puede apreciar que la articulación plástica de la viga del espécimen 1 no varía tanto como las otras dos articulaciones debido a que en el espécimen 1 sólo se aplicó un ciclo posterior a que se alcanzó el punto pico; en cambio, en los otros dos especímenes se aplicaron cuatro ciclos posteriores a alcanzar el punto pico. Siendo así, el cambio en la pendiente negativo post-pico no repercute de igual manera en la articulación plástica 1, debido al número de ciclos aplicados en la zona post-pico.

Para ejemplificar los casos de una mala calibración debido a la errónea selección del parámetro z , se muestra la Figura 5-26, donde aparecen curvas momento-rotación plástica experimental y del modelo considerando valores de z sobreestimados y subestimados, esto para el espécimen 2. Cabe notar, nuevamente, que hasta rotaciones plásticas de 0.03 radianes las diferencias de las curvas del modelo no son notables, sino hasta rotaciones mayores. Esto es debido a que ambas modelaciones presentan el mismo comportamiento previo a que la distorsión objetivo degradada sea mayor que la distorsión del punto pico.

En general, de los tres análisis de sensibilidad de cada parámetro estudiado, en el espécimen 3 se obtuvieron mejores relaciones de energía histerética acumulada del modelo y experimental, en todos los intervalos de variación de los parámetros analizados. Lo cual indica que la curva experimental momento-rotación plástica de la viga del espécimen 3 presenta menos adelgazamiento en sus ciclos que las curva de los otros especímenes, generando que el modelo simule de mejor manera las curvas del espécimen 3.

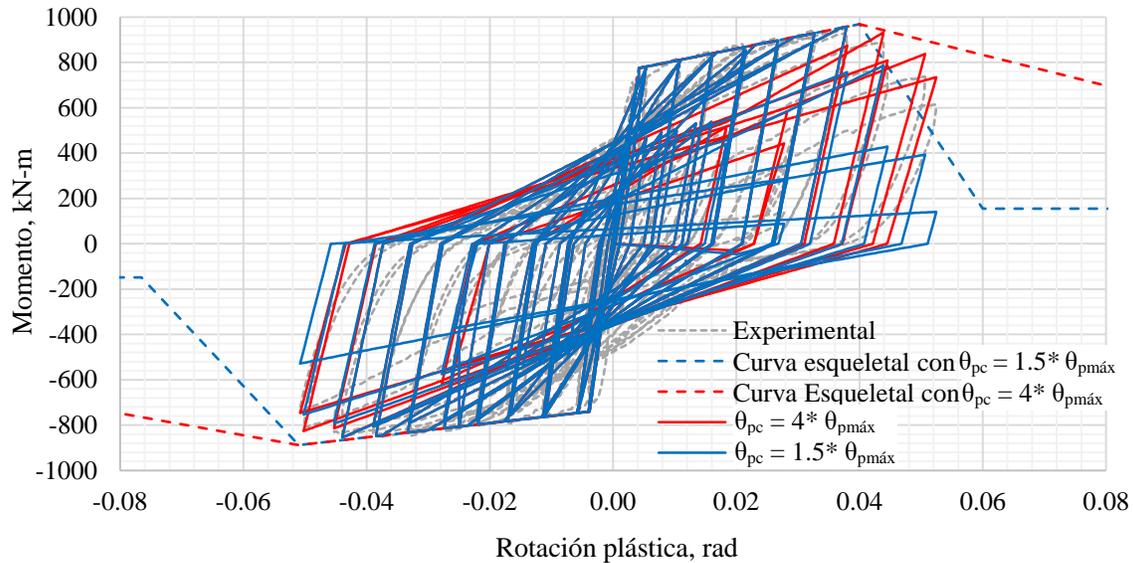


Figura 5-26. Curva momento-rotación plástica de la articulación de la viga del espécimen 2, considerando casos críticos del valor de la relación z.

5.7 RELACIÓN ENTRE LOS PARÁMETROS QUE DEFINEN EL COMPORTAMIENTO DEL MODELO Y LA CUANTÍA DE ÁREA DE ACERO DE REFUERZO TRANSVERSAL

Cuando no se cuentan con resultados de pruebas experimentales, para obtener el momento del punto de fluencia y el momento y rotación en el punto pico de la curva esqueletal, se sugiere utilizar el procedimiento mostrado en el subcapítulo 3.3 donde se calcula el diagrama momento-curvatura considerando modelos de comportamiento de los materiales e incluyendo puntos de falla teóricos, y posteriormente se calcula la curva carga-desplazamiento a partir del diagrama momento-curvatura. Una vez obtenida la curva carga-desplazamiento, se le resta la contribución elástica de la viga por flexión, y se concentra el desplazamiento restante en una articulación plástica. El punto donde se presenta la falla teórica de la viga, será el punto pico de la curva esqueletal. Para determinar la rotación de fluencia se sugiere utilizar la Ec. 5-1 presentada en este capítulo.

Cabe la mención que para determinar la rotación al punto pico, no se sugiere el uso de las recomendaciones del ASCE/SEI 41-13. Esto porque sugieren una rotación plástica de 0.025 rad para vigas de concreto reforzado que tienen una demanda baja a cortante, y si se considera que el FEMA 356 indica que la rotación de fluencia para elementos de concreto es 0.005 rad, finalmente se obtendría una rotación al punto pico de 0.003 rad. Si se compara el valor anterior con las rotaciones al punto pico de la Tabla 5-1, los valores obtenidos experimentalmente son en promedio 50% mayor que lo sugerido en el ASCE 41-13. Resulta más laborioso el realizar el procedimiento descrito en el párrafo anterior, pero se obtendrán mejores resultados, como ya se vio en el subcapítulo 3.3. En caso de querer evitar los cálculos mencionados anteriormente, se propone el uso de las expresiones desarrolladas por Panagiotakos y Fardis (2002), las cuales son ecuaciones empíricas que permiten obtener la rotación y el momento de fluencia y la rotación última que sería igual a

la rotación en el punto pico. Para el momento en el punto pico, se sugiere utilizar la metodología de Restrepo y Rodríguez (2013), a pesar de que esta metodología fue desarrollada para columnas, se puede aplicar en vigas.

La rotación plástica post-pico y los parámetros de ajuste de energías y desplazamientos se proponen a continuación, ya que no es posible obtenerlos con base en alguna otra investigación porque es un modelo que se propone por primera vez en este trabajo.

Debido a que la única variable que se tiene en estas pruebas experimentales es la cuantía de área de acero de refuerzo transversal, por el momento sólo se podrá considerar esa variable al proponer valores para los parámetros por definir.

5.7.1 Parámetro de ajuste de desplazamientos

Se propone una ecuación lineal para determinar la relación entre los parámetros estudiados en este trabajo y la cuantía de refuerzo transversal, a pesar de que se obtendría un mejor ajuste con una ecuación logarítmica. Además, en la ecuación lineal no se busca la que brinde el mejor ajuste, por supuesto debe tener la tendencia a un buen ajuste, pero se propone una de tal manera que sea sencilla, redondeando en la medida de lo posible. Esto siguiendo la ideología del profesor Mete Sozen, la cual establece que si algo va estar mal, es mejor que este mal de la manera más sencilla posible. Lo anterior no se refiere a que propiamente estén mal los cálculos o la concepción del problema, si no a que si algo involucra gran incertidumbre, no tiene relevancia realizar un cálculo o análisis refinado. Esta misma ideología se sigue en la propuesta del resto de los parámetros.

En la Figura 5-27 se muestra la tendencia que se tiene en el parámetro de ajuste de desplazamiento α_1 en función de la cuantía de acero de refuerzo transversal. Los segmentos de recta verticales indican los valores de α_1 que aún se consideran aceptables según los resultados obtenidos en el subcapítulo anterior. La ecuación simplificada, propuesta para determinar el parámetro de ajuste de desplazamiento es la Ec. 5-8.

$$\alpha_1 = 1500\rho_a + 8 \quad (5-8)$$

Donde:

ρ_a = Cuantía de área de acero de refuerzo transversal.

El mejor ajuste lineal de los datos era una ecuación que intersectaba el eje de las ordenadas en un valor de nueve, lo cual indica que si no se tiene acero de refuerzo transversal el parámetro α_1 valdrá nueve. Para reducir un poco este valor y aun mantener una buena correlación, se propuso que la recta intersectara el eje de las ordenadas en un valor de ocho, y por ende se adecuó una pendiente mayor, obteniendo un coeficiente de determinación de 0.88. El reducir el valor para cuantías bajas, genera una tendencia degradante mayor para ese tipo de elementos.

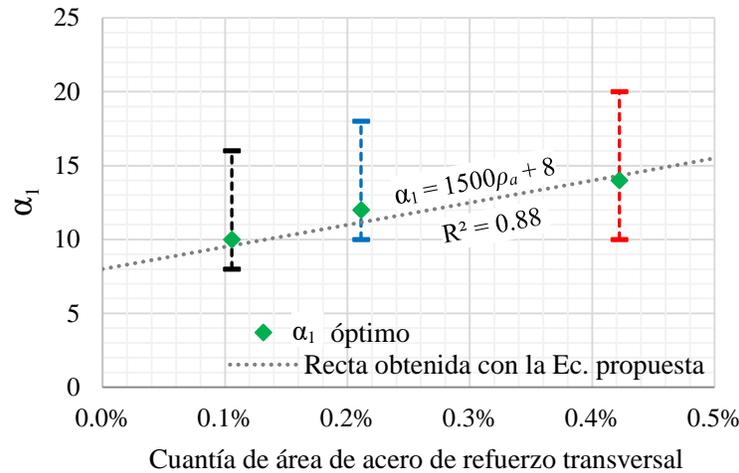


Figura 5-27. Parámetro de ajuste de desplazamiento en función de la cuantía de área de refuerzo transversal.

5.7.2 Parámetro de ajuste de energía

En la Figura 5-28 se muestra la tendencia que se tiene en el parámetro de ajuste de energía α_2 en función de la cuantía de acero de refuerzo transversal. Los segmentos de recta verticales indican los valores de α_2 que aún se consideran aceptables según los resultados obtenidos en el subcapítulo anterior. La ecuación simplificada, propuesta para determinar el parámetro de ajuste de desplazamiento es la Ec. 5-9.

$$\alpha_2 = 15000\rho_a + 90 \quad (5-9)$$

Donde:

ρ_a = Cuantía de área de acero de refuerzo transversal.

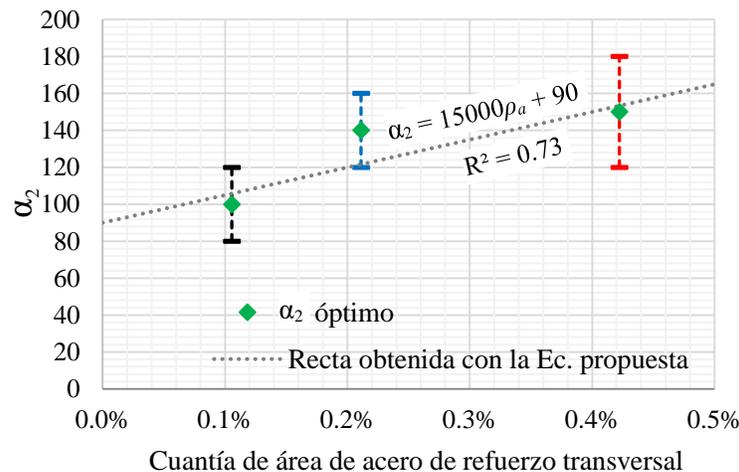


Figura 5-28. Parámetro de ajuste de energía en función de la cuantía de área de refuerzo transversal.

El coeficiente de determinación obtenido con esta ecuación es de 0.73, es un poco más bajo que el anterior, pero aun así la recta pasa dentro de los rangos aceptables de valores. Por lo tanto se considera una ecuación práctica y adecuada.

5.7.3 Rotación plástica post-pico

Para el ajuste del valor de rotación plástica post-pico, se considera que rotación plástica post-pico θ_{pc} es z veces la rotación plástica pico $\theta_{pmáx}$, donde z tendrá el mismo valor para rotaciones positivas y negativas. De esta manera se genera una dependencia de la rotación plástica post-pico al punto de falla, en este caso al punto pico, de tal manera que si un miembro pandea a rotaciones bajas sólo de un lado y del otro no, considerando que tiene diámetros de varilla diferentes en compresión y tracción; la rotación pico del lado del pandeo será menor, por lo tanto, al manejar la relación z , la rotación post-pico de lado que pandea se reduzca proporcionalmente. En cambio si no se asocia la rotación post-pico a la rotación pico, no habrá manera de determinar el efecto que tendrá el pandeo en la rotación post-pico, en rotaciones positivas y negativas. Esto es útil, ya que existen pocos resultados experimentales donde se capte el comportamiento de los elementos hasta que la resistencia residual sea de 0.2 veces la resistencia de fluencia; la rotación donde se presenta esa resistencia residual es la rotación post-pico. En consecuencia, es muy difícil estimar la rotación post-pico, tanto analíticamente como experimentalmente, en cambio, se tiene mayor certidumbre al determinar analíticamente la rotación en el punto pico. Por lo tanto, asociar la rotación post-pico a la rotación pico y calibrar el modelo, hasta donde lo permitan los resultados experimentales, permitirá un mejor entendimiento del efecto que tendrán los diversos modos de falla.

En la Figura 5-29 se muestra la tendencia que se tiene en la relación z , en función de la cuantía de acero de refuerzo transversal. Los segmentos de recta verticales indican los valores de z que aún se consideran aceptables según los resultados obtenidos en el subcapítulo anterior. La ecuación propuesta para determinar la relación z es la Ec. 5-10.

$$z = \begin{cases} 710\rho_a + 1 & \text{Si } \rho_a \leq 0.2\% \\ 125\rho_a + 2.17 & \text{Si } \rho_a > 0.2\% \end{cases} \quad (5-10)$$

Donde:

ρ_a = Cuantía de área de acero de refuerzo transversal.

El coeficiente de determinación obtenido con esta ecuación es de 0.92. No fue posible ajustar una sola recta que pasara por las tres zonas aceptables, por lo que se propuso un ajuste bilineal, el cual si pasa dentro de los límites aceptables.

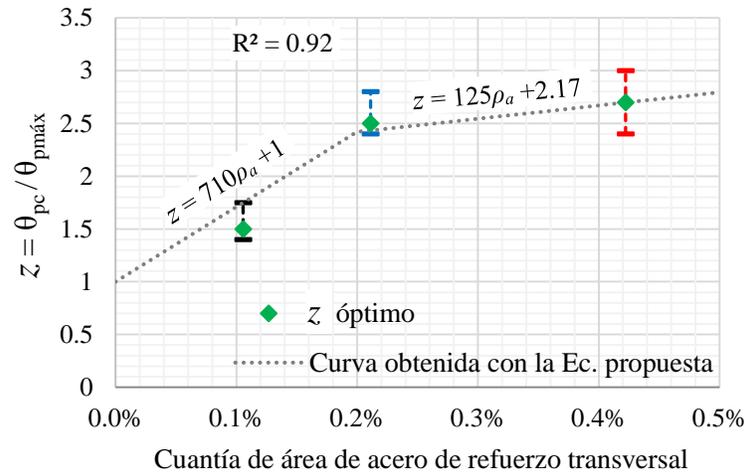


Figura 5-29. Relación de la rotación plástica en el punto post-pico y el punto pico, en función de la cuantía de área de refuerzo transversal.

5.7.4 Comparación de los valores calibrados y los valores que se obtendrían con las ecuaciones propuestas.

A continuación se realiza la comparación de los valores calculados con las ecuaciones propuestas, de los valores óptimos (calibrados) y los valores aceptables máximos y mínimos, para cada articulación plástica de la viga de cada espécimen. En la Tabla 5-2 se comparan los valores del parámetro de ajuste de desplazamientos, en la Tabla 5-3 los valores del parámetro de ajuste de energías y en la Tabla 5-4 los valores de la relación z entre la rotación post-pico y la rotación pico.

Tabla 5-2. Parámetro de ajuste de desplazamientos, valores calculados, aceptables y óptimos.

Espécimen	α_1 calculado	α_1 aceptable mín	α_1 aceptable máx	α_1 óptimo	$\alpha_1 \text{ calc} / \alpha_1 \text{ ópt}$
1	9.6	8.0	16.0	10.0	0.96
2	11.2	10.0	18.0	12.0	0.93
3	14.3	10.0	20.0	14.0	1.02

Tabla 5-3. Parámetro de ajuste de energías, valores calculados, aceptables y óptimos.

Espécimen	α_2 calculado	α_2 aceptable mín	α_2 aceptable máx	α_2 óptimo	$\alpha_2 \text{ calc} / \alpha_2 \text{ ópt}$
1	105.8	80.0	120.0	100.0	1.06
2	121.7	120.0	160.0	140.0	0.87
3	153.3	120.0	180.0	150.0	1.02

Tabla 5-4. Relación z entre la rotación post-pico y la rotación pico, valores calculados, aceptables y óptimos.

Espécimen	z calculado	z aceptable mín	z aceptable máx	z óptimo	$z \text{ calc} / z \text{ ópt}$
1	1.75	1.4	1.75	1.5	1.17
2	2.43	2.4	2.8	2.5	0.97
3	2.70	2.4	3.0	2.7	1.00

5.8 APLICACIÓN DE LOS PARÁMETROS CALCULADOS EN EL MODELO Y COMPARACIÓN CON LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES

A partir de los valores de los parámetros que definen el modelo de histéresis, calculados anteriormente con las ecuaciones propuestas, se obtienen las curvas de histéresis de la articulación plástica de la viga con base en el modelo de comportamiento propuesto. El comportamiento de las curvas que se mostrarán, sería de alguna manera el desempeño que tendría el modelo propuesto en la práctica, ya que las curvas se obtienen con base en los resultados obtenidos con las ecuaciones propuestas. Como se verificará más adelante, el desempeño del modelo se considera adecuado en las articulaciones de las vigas de los tres especímenes.

5.8.1 Articulación plástica de la viga del espécimen 1

En la Figura 5-30 se muestra el ajuste del modelo utilizando los valores de los parámetros calculados, y como medio de comparación se muestra las curvas de histéresis experimentales de la articulación plástica de la viga del espécimen 1. Además, se muestran los parámetros de ajuste calculados, de desplazamiento y de energía, y la relación z de rotación plástica post-pico a rotación plástica en el punto pico. Así como también se muestra la relación entre la energía histerética acumulada al final de la historia de carga, del modelo y la obtenida experimentalmente, teniendo una relación de 1.08, siendo este valor tan solo 1% mayor que el obtenido en la calibración del modelo en el subcapítulo 5.5. En general el ajuste del modelo con los valores de los parámetros calculados se considera adecuado.

En la Figura 5-31 se pueden apreciar las energías histeréticas acumuladas paso a paso en la articulación plástica de la viga del espécimen 1, experimental y del modelo considerando los valores de los parámetros calculados. Aproximadamente hasta la primera mitad de la prueba, las energías fueron muy similares, para posteriormente tener una tendencia de incremento mayor en la energía acumulada del modelo, atribuyendo esto principalmente al adelgazamiento de los ciclos de histéresis experimentales y también, en menor medida, a las diferencias en los momentos en las rotaciones máximas de cada ciclo.

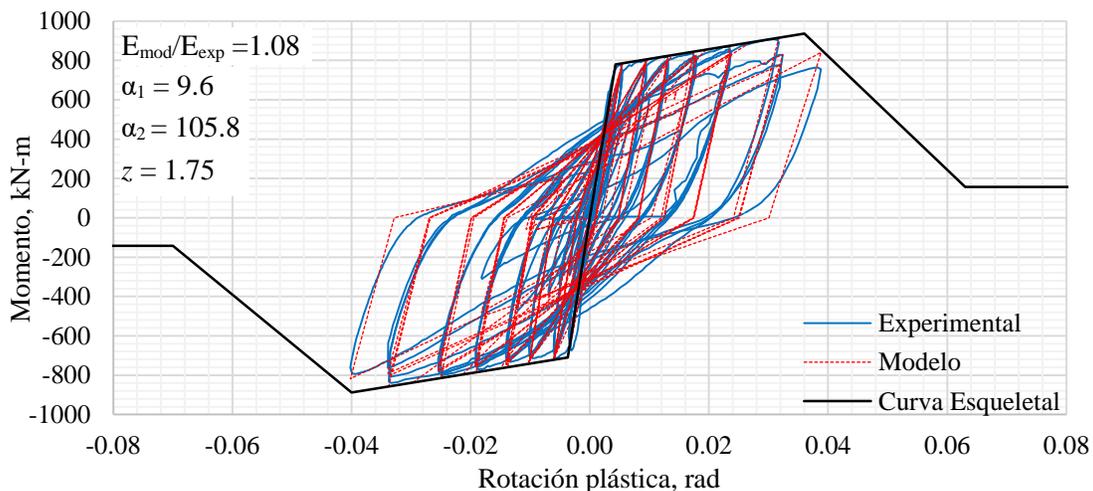


Figura 5-30. Modelo en la articulación plástica de la viga del espécimen 1, con los valores calculados de los parámetros.

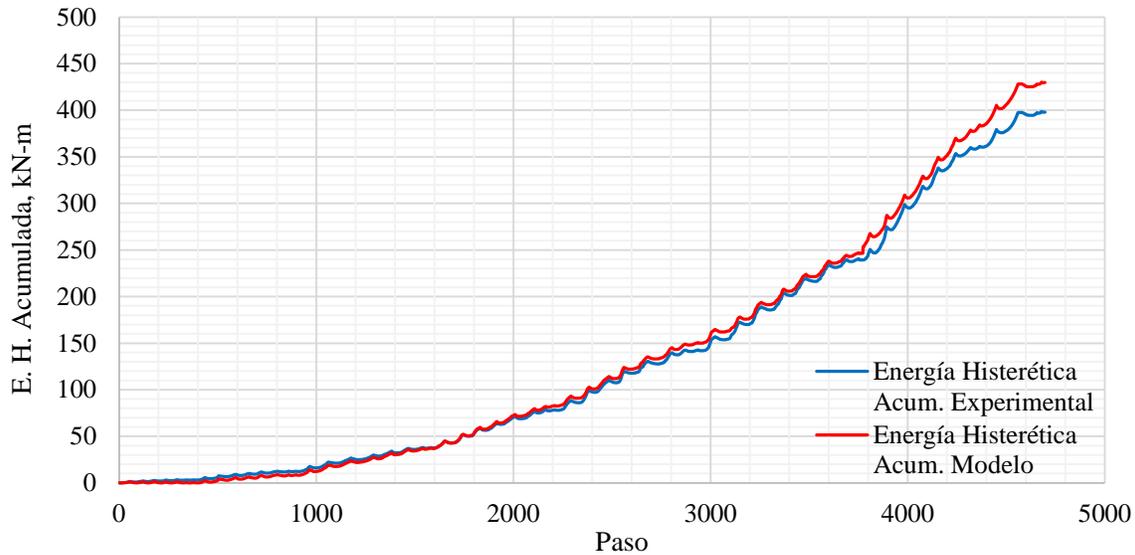


Figura 5-31. Energías histeréticas acumuladas paso a paso en la articulación plástica de la viga del espécimen 1, experimental y del modelo con los valores calculados de los parámetros.

5.8.2 Articulación plástica de la viga del espécimen 2

De manera similar que, en el subcapítulo anterior, en la Figura 5-32 se muestra el ajuste del modelo utilizando los valores de los parámetros calculados, y como medio de comparación se muestra las curvas de histéresis experimentales de la articulación plástica de la viga del espécimen 2. Además, se muestran los parámetros de ajuste calculados. Así como también se muestra la relación entre la energía histerética acumulada al final de la historia de carga, del modelo y la obtenida experimentalmente, teniendo una relación de 1.07, siendo este valor 2% menor que el obtenido en la calibración del modelo en el subcapítulo 5.5. En este caso es menor la relación de energías, porque los parámetros de ajuste calculados tienden a ser un 8% menor que los valores óptimos. En general el ajuste del modelo con los valores de los parámetros calculados se considera adecuado.

En la Figura 5-33 se pueden apreciar las energías histeréticas acumuladas paso a paso en la articulación plástica de la viga del espécimen 2, experimental y del modelo considerando los valores de los parámetros calculados. Aproximadamente hasta el paso 6900, correspondiente a distorsiones del espécimen de 4.5%, las energías fueron muy similares; el incremento en las diferencias en los ciclos subsecuentes se atribuye principalmente al adelgazamiento de los ciclos de histéresis experimentales y también, a las diferencias en los momentos en las rotaciones máximas de los últimos ciclos.

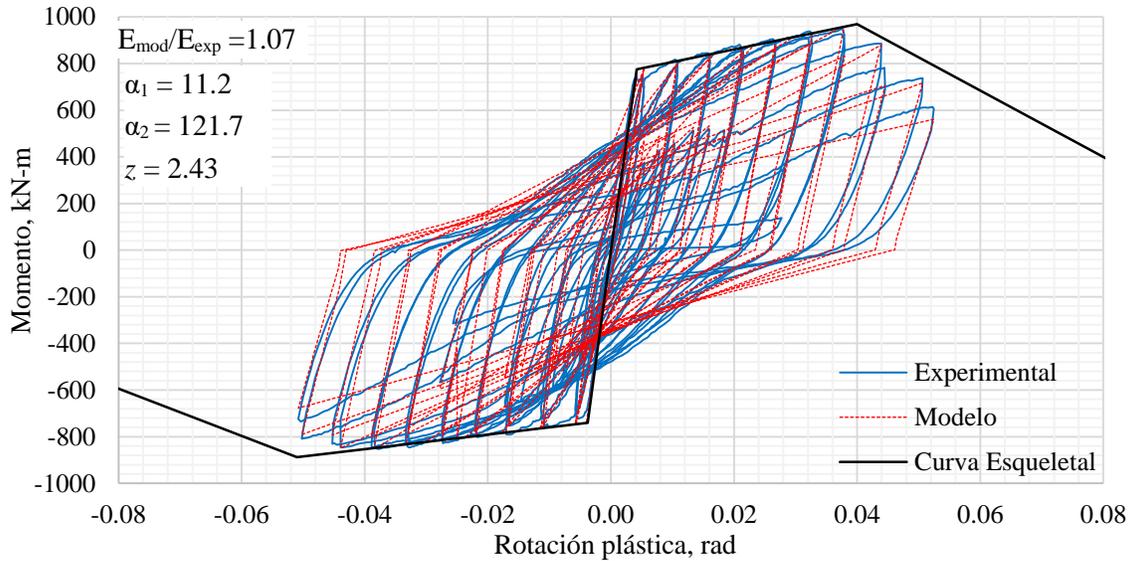


Figura 5-32. Modelo en la articulación plástica de la viga del espécimen 2, con los valores calculados de los parámetros.

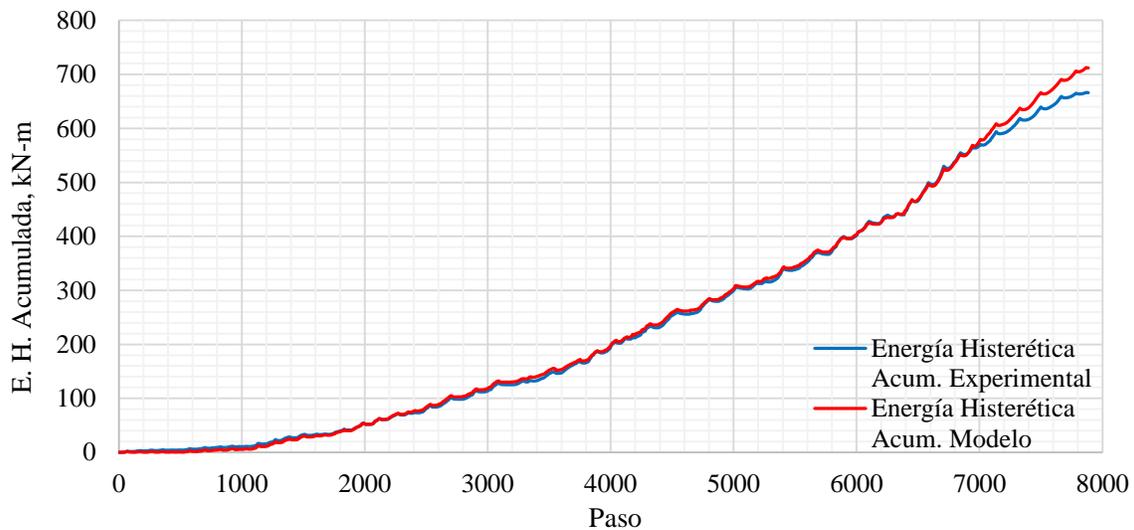


Figura 5-33. Energías histeréticas acumuladas paso a paso en la articulación plástica de la viga del espécimen 2, experimental y del modelo con los valores calculados de los parámetros.

5.8.3 Articulación plástica de la viga del espécimen 3

Por último, en la Figura 5-34 se muestra el ajuste del modelo utilizando los valores de los parámetros calculados, y también se muestran las curvas de histéresis experimentales de la articulación plástica de la viga del espécimen 3. La relación entre la energía histerética acumulada al final de la historia de carga, del modelo y la obtenida experimentalmente, es de 1.01, siendo este valor igual al obtenido en la calibración del modelo en el subcapítulo 5.5. En la Figura 5-35 se pueden apreciar las energías histeréticas acumuladas paso a paso en la articulación plástica de la viga del espécimen 3, experimental y del modelo considerando

los valores de los parámetros calculados. En general, ambas energías tienden a ser iguales durante todos los ciclos aplicados. En general el ajuste del modelo con los valores de los parámetros calculados se considera adecuado.

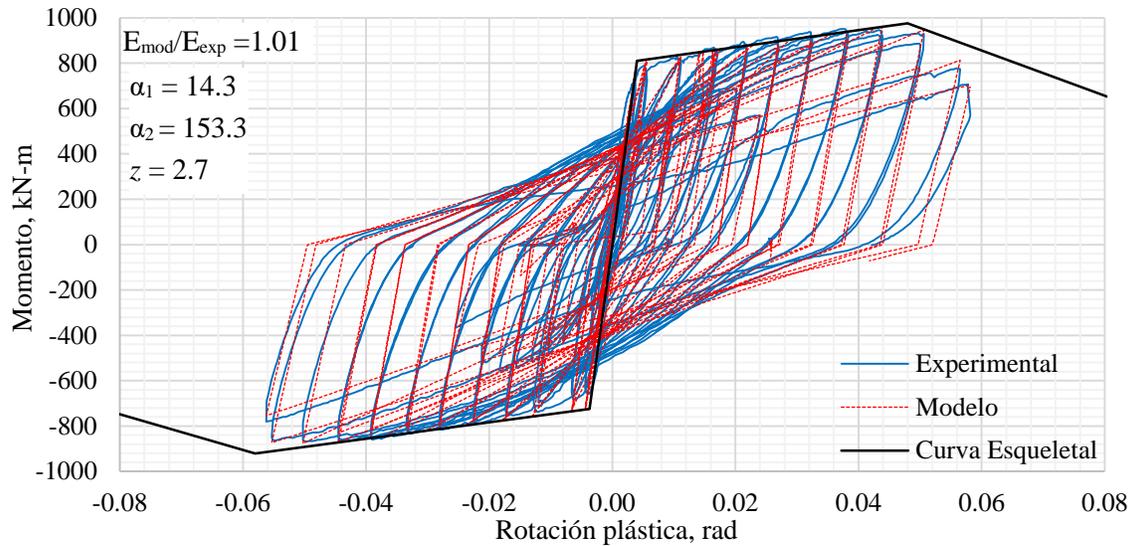


Figura 5-34. Modelo en la articulación plástica de la viga del espécimen 3, con los valores calculados de los parámetros.

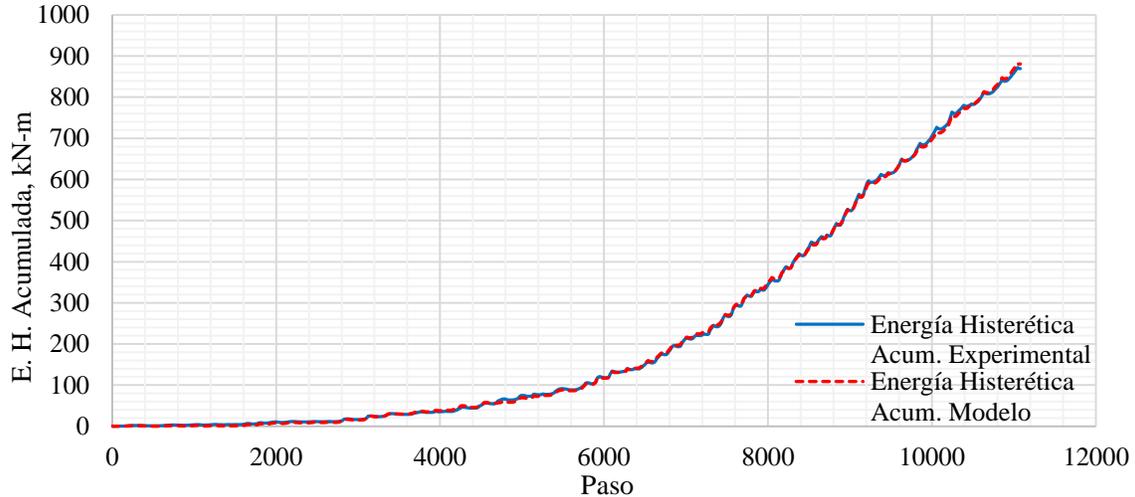


Figura 5-35. Energías histeréticas acumuladas paso a paso en la articulación plástica de la viga del espécimen 3, experimental y del modelo con los valores calculados de los parámetros.

5.9 CALIBRACIÓN DEL MODELO EN RESULTADOS EXPERIMENTALES DE UNIONES VIGA COLUMNA PREFABRICADAS

En este subcapítulo se utilizan los resultados experimentales de las uniones viga columna prefabricadas de las pruebas reportadas por Guerrero et al. (2019). Se utilizan los resultados de los especímenes 2 y 3, correspondientes a los especímenes descritos, por Guerrero et al., como prefabricado 1 y prefabricado 2, respectivamente. Dichos especímenes tienen las mismas propiedades geométricas y mecánicas que los especímenes 1 y 2 reportados en este trabajo, por lo tanto la separación del acero de refuerzo transversal, de los especímenes prefabricados 1 y 2, es de 300 mm y 150 mm, respectivamente. El espécimen prefabricado 3 no se utiliza ya que mostró una falla frágil en el nudo, donde el acero de refuerzo longitudinal con diámetro de 38.1 mm (No. 12) penetró el nudo (CENAPRED, 2018), por lo que no se logró captar la falla por flexión.

Para la calibración del modelo en estos especímenes, se hace uso del método indicado en el subcapítulo 5.4.2, haciendo uso de las ecuaciones propuestas para obtener los valores de los parámetros que definen el comportamiento del modelo. Los parámetros obtenidos con las ecuaciones, se modificaron con la finalidad de obtener un mejor ajuste, sin embargo, la mejoría fue mínima por lo que finalmente se utilizaron los valores obtenidos con las ecuaciones propuestas en este trabajo, excepto para el valor z de la relación de la rotación plástica en el punto post-pico y el punto pico del prefabricado 1.

5.9.1 Articulación plástica de la viga del espécimen prefabricado 1

En la Figura 5-36 se muestra el ajuste del modelo a la articulación plástica de la viga del espécimen prefabricado 1, utilizando los valores de los parámetros calculados de α_1 y α_2 , así mismo, también se muestran las respectivas curvas de histéresis experimentales. El valor z de la relación de la rotación plástica en el punto post-pico y el punto pico del prefabricado 1, es diferente al obtenido con la ecuación propuesta en este trabajo, ya que si se utilizaba el valor de la ecuación no se obtenía una calibración adecuada. Una razón sensata de esta variación es que el ajuste para el valor de z se encuentra implícitamente ligado al pandeo del acero de refuerzo longitudinal, sin embargo, en los especímenes prefabricados se utilizan acertadamente vigas prefabricadas en forma de U , las cuales evitaron el pandeo en el acero de refuerzo del No. 8, por lo tanto el ajuste realizado para considerar el pandeo de estas varillas pierde exactitud. Lo anterior demuestra la importancia de calibrar el modelo y las ecuaciones a más variables.

La relación entre la energía histerética acumulada al final de la historia de carga, del modelo y la obtenida experimentalmente, es de 1.13, siendo esta relación un 5% mayor que la relación de energías en el espécimen simil colado monolíticamente. La razón de este incremento es que en el espécimen prefabricado se tiene un mayor adelgazamiento en las curvas de histéresis, lo cual se supone que es generado por deslizamiento del acero de refuerzo longitudinal en el nudo, ya que Guerrero et al. (2019) reportan que la deformación plástica se presentó en la junta fría de la viga con el nudo. Por lo tanto, una desventaja del

modelo propuesto es que no es capaz de captar el adelgazamiento de las curvas de histéresis, no obstante, las variaciones obtenidas son relativamente bajas.

En la Figura 5-37 se pueden apreciar las energías histeréticas acumuladas paso a paso en la articulación plástica de la viga del espécimen prefabricado 1, experimental y del modelo. En general, el modelo tiende a calcular una mayor cantidad de energía, que como ya se mencionó, es por la incapacidad de captar el adelgazamiento en los ciclos de histéresis, además de que para rotaciones mayores a 0.03 radianes se tienen diferencias en los momentos de los desplazamientos máximos de los ciclos positivos. Se puede apreciar que a partir del paso 1000, correspondiente a una rotación plástica aproximada de 0.032 radianes, la energía del modelo tiende a ser mayor. En general el ajuste del modelo con los valores de los parámetros calculados, se considera aceptable.

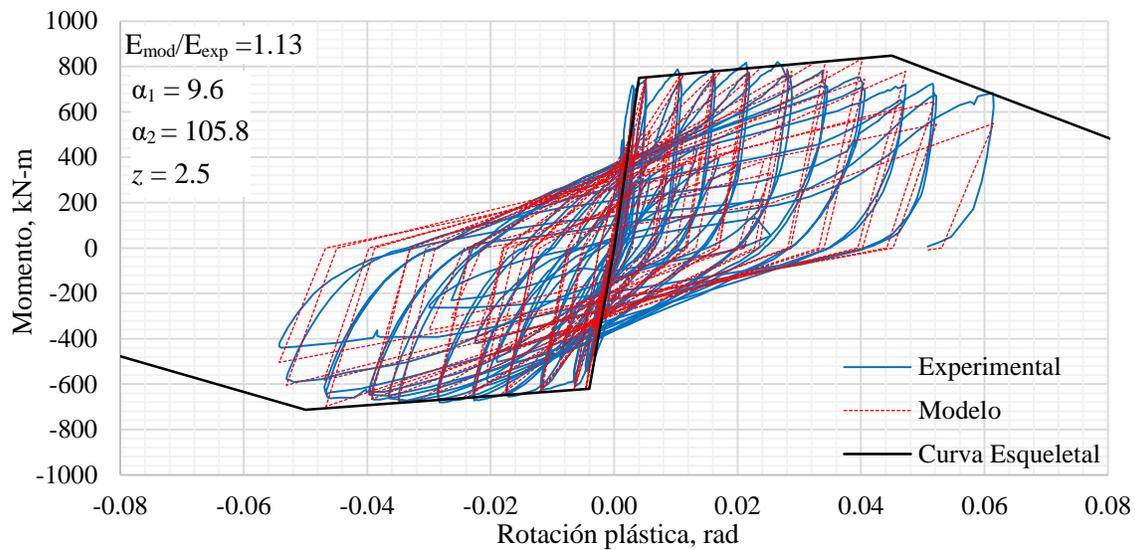


Figura 5-36. Modelo calibrado en la articulación plástica de la viga del espécimen prefabricado 1.

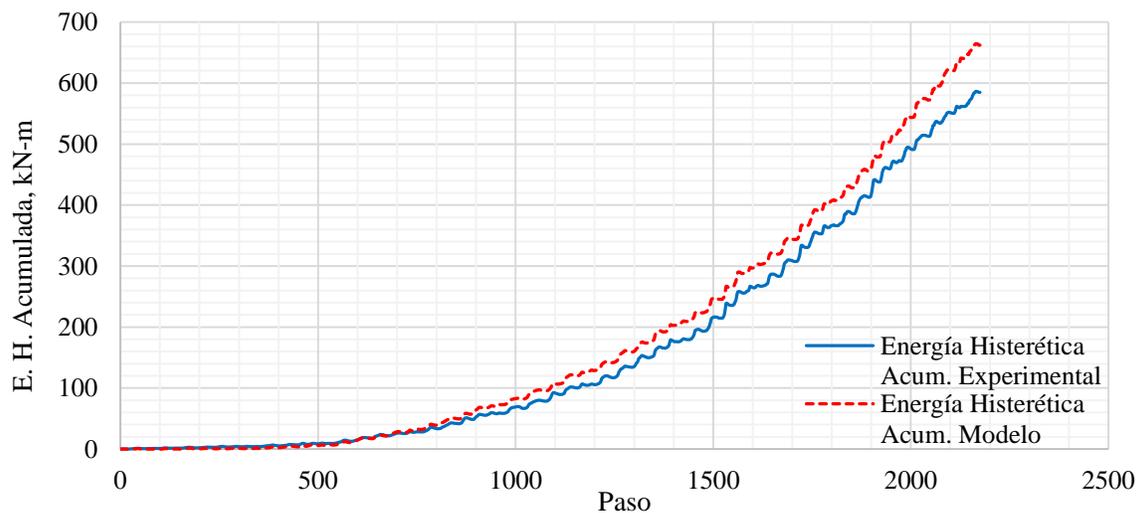


Figura 5-37. Energías histeréticas acumuladas paso a paso en la articulación plástica de la viga del espécimen prefabricado 1, experimental y del modelo.

5.9.2 Articulación plástica de la viga del espécimen prefabricado 2

En la Figura 5-38 se muestra el ajuste del modelo a la articulación plástica de la viga del espécimen prefabricado 2, utilizando los valores de los parámetros calculados de α_1 , α_2 y z , así mismo se muestran las respectivas curvas de histéresis experimentales. La relación entre la energía histerética acumulada al final de la historia de carga, del modelo y la obtenida experimentalmente, es de 1.11, siendo esta relación un 4% mayor que la relación de energías en el espécimen simil colado monolíticamente.

En la Figura 5-39 se pueden apreciar las energías histeréticas acumuladas, experimental y del modelo, paso a paso en la articulación plástica de la viga del espécimen prefabricado 2. Se puede apreciar que aproximadamente a partir del paso 1700, correspondiente a una rotación plástica aproximada de 0.045, la energía del modelo tiende a ser mayor. En general el ajuste del modelo con los valores de los parámetros calculados, se considera aceptable.

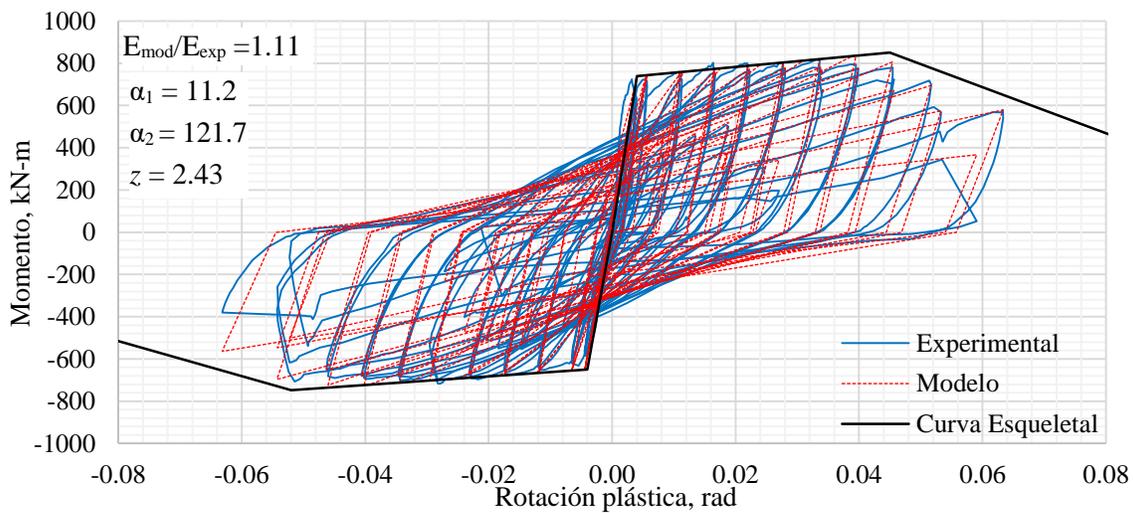


Figura 5-38. Modelo calibrado en la articulación plástica de la viga del espécimen prefabricado 2.

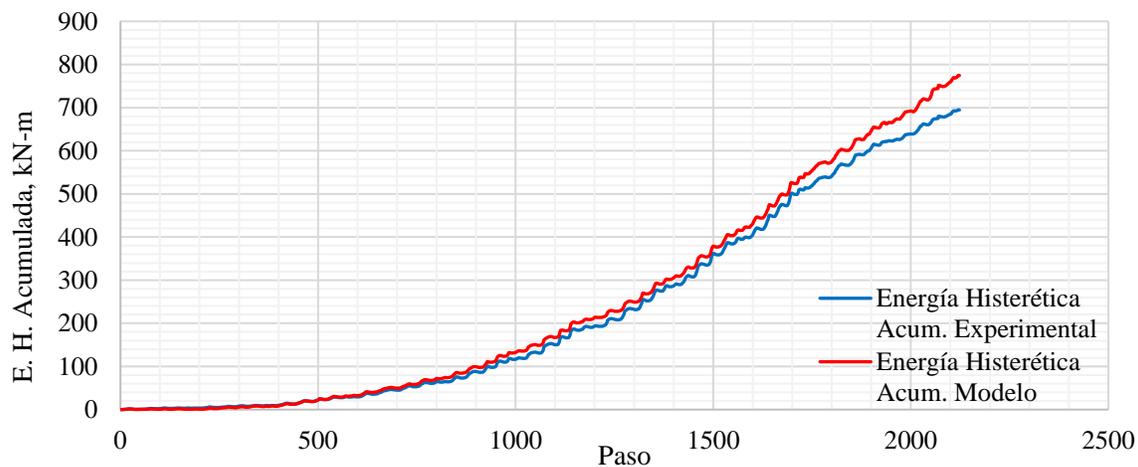


Figura 5-39. Energías histeréticas acumuladas paso a paso en la articulación plástica de la viga del espécimen prefabricado 2, experimental y del modelo.

CAPITULO 6

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se presentan los resultados de pruebas experimentales de tres sub-ensambles a escala real de una unión viga columna exterior de concreto reforzado, colada monolíticamente. La variable de estudio es la cuantía de área del acero de refuerzo transversal en la viga. El análisis de los resultados se enfoca en las articulaciones plásticas formadas en los extremos de las vigas, en la vecindad de la unión con la columna, por lo que se presentan las curvas carga-desplazamiento teóricas de las vigas y se determina el punto de falla teórico considerando la ruptura de estribo o el pandeo de las barras longitudinales. Se propuso un modelo de comportamiento para reproducir la respuesta experimental de la viga, considerando la degradación de rigidez y resistencia y el punto de falla, en función del desplazamiento máximo alcanzado y la energía histerética disipada. Con base en un análisis de sensibilidad, se proponen ecuaciones que permiten determinar los valores de los parámetros que definen las reglas generales de un modelo de histéresis con base en parámetros tangibles de la práctica profesional, como es la cuantía de acero de refuerzo transversal, y se muestra la calibración obtenida utilizando dichas ecuaciones en el ajuste de las tres pruebas experimentales reportadas en este estudio y en dos pruebas experimentales de uniones viga columna prefabricadas de un estudio previo. Con base en los resultados experimentales y los análisis teóricos se brindan las siguientes conclusiones:

- 1) Los tres especímenes alcanzaron distorsiones mayores a 3.5% sin degradación de resistencia mayor al 25%, por lo cual se cumple con el criterio de distorsión mínima del estándar del ACI 374.1-05.
- 2) La disminución de la separación del refuerzo transversal en las vigas permite un aumento en la capacidad de deformación, generando a su vez un aumento en la energía histerética disipada para distorsiones mayores al 4%.
- 3) En cuanto a la eficiencia de la cuantía de refuerzo transversal se identifica lo siguiente: con un incremento del orden de 300% en la cuantía de refuerzo, se alcanza un incremento de 40% en el valor de la distorsión pico.
- 4) Los tres especímenes mostraron una degradación de rigidez substancial, acorde a resultados experimentales reportados en la literatura, ya que para distorsiones de fluencia de aproximadamente 1%, la degradación de rigidez de los especímenes fue del 77%, aproximadamente, por lo cual se sugiere una revisión del factor para agrietamiento de las inercias de vigas establecido en las NTC-C (2017), ya que en las normas se establece un factor de 0.5.
- 5) El modelo de Elwood y Eberhard (2009) y el ACI 318-19 proponen los factores de rigidez efectiva que más se apegan a los resultados experimentales, y que no tienden a subestimar la rigidez, lo cual podría

- conducir a subestimar también las fuerzas cortantes en elementos que resisten la carga lateral en conjunto con otros elementos.
- 6) Los momentos máximos experimentales son un 58% mayor que los momentos resistentes de diseño y un 46% mayor que los momentos resistentes ideales.
 - 7) La degradación notable de resistencia se dio una vez se presentaba el pandeo del acero de refuerzo longitudinal del No. 8 en la viga, el cual se presentó a diferentes distorsiones en cada espécimen; el pandeo sucedió a la distorsión de 3.5%, 4% y 4.5% para los especímenes 1, 2 y 3, respectivamente.
 - 8) A la luz de los resultados de este estudio, la propuesta de Rodriguez e Iñiguez (2019) brinda resultados del punto de falla por pandeo de las barras longitudinales más acertadas que la propuesta de Priestley (2000), para relaciones de espaciamiento del refuerzo transversal a diámetro de las barras longitudinales iguales o menores a seis.
 - 9) El daño que se produce hasta distorsiones del 3.5%, que es la distorsión previa al pandeo de las barras longitudinales en el espécimen 1, es similar en los tres especímenes, teniendo una mayor concentración de grietas con espesores menores el espécimen 3.
 - 10) La separación del estribado aparentemente no repercute en la tendencia degradante de la rigidez ni en el amortiguamiento viscoso equivalente, esto previo a la distorsión última.
 - 11) Se sugiere el uso del criterio de Pan y Moehle (1989) para determinar la distorsión de fluencia y para determinar la curva carga-distorsión equivalente se sugiere la metodología del FEMA 356 (2000).
 - 12) A pesar de que la viga del espécimen 1 no cumple con los requisitos de estructuras de ductilidad media y alta de las NTC-C 2017, el espécimen en general mostró un comportamiento estructural adecuado, alcanzando ductilidades de desplazamiento mayores a 4.
 - 13) La contribución del nudo y la columna a la distorsión total del espécimen es baja, siendo la viga la que contribuye aproximadamente al 90% de la distorsión total, por lo que se considera de suma importancia utilizar factores de inercia efectiva que reproduzcan fielmente el comportamiento de las vigas de concreto en análisis lineales.
 - 14) Las rotaciones plásticas al punto pico utilizadas en el modelo propuesto son en promedio un 50% mayores que las recomendadas por el ASCE/SEI 41-13.
 - 15) La falla en los especímenes prefabricados 1 y 2, fue por pandeo de las barras longitudinales del No. 12 ya que por el uso de las vigas prefabricadas en forma de *U*, utilizadas como molde y apoyo para el colado de la zona de la unión, se evitó el pandeo de las barras con menor diámetro. Esto permitió que se alcanzaran distorsiones del 5% sin degradación notable de resistencia, sin embargo, el uso de la viga prefabricada en forma de *U* también generó una resistencia última positiva 10% menor y una resistencia última negativa 18% menor que los especímenes similares colados monolíticamente.

- 16) La pendiente post-pico del modelo tiene un efecto sustancial en la degradación de rigidez en la recarga cuando la rotación objetivo supera la rotación en el punto pico. Los parámetros de ajuste de energías y desplazamientos tienen menor relevancia que la pendiente post-pico, no obstante, estos últimos definen la degradación de la rigidez en recarga y descarga previa al punto pico e influyen, en menor medida que la pendiente post-pico, en la degradación de rigidez en recarga una vez alcanzado el punto.
- 17) El modelo de comportamiento propuesto se ajustó apropiadamente a los resultados experimentales, obteniéndose relaciones de energía histerética acumulada del modelo y del experimento con variaciones menores al 9% para los especímenes analizados en este trabajo, y variaciones menores al 13% para los especímenes prefabricados 1 y 2, reportados por Guerrero et al. (2019).

6.1 RECOMENDACIONES PARA INVESTIGACIONES FUTURAS

- 1) Calibrar el modelo de comportamiento propuesto a más resultados de pruebas experimentales de elementos de concreto que consideren más variables en estudio, como lo son la variación en la cuantía de área de acero de refuerzo longitudinal, la historia de carga, las propiedades mecánicas del concreto y del acero, la relación de aspecto, etc. Además, se sugiere evaluar la posibilidad de aplicar el modelo en elementos con fallas de flexión-cortante. Con esto, proponer nuevas ecuaciones de los parámetros que definen el comportamiento del modelo, considerando una mayor cantidad de variables.
- 2) Realizar pruebas experimentales de sub-ensambles de uniones viga columna interiores con el fin de analizar el impacto que se tendría en el modelo de comportamiento. Se espera que se tenga un comportamiento similar al de las uniones exteriores, pero con un mayor desplazamiento por deslizamiento del acero de refuerzo longitudinal y mayor contribución del nudo al desplazamiento total.
- 3) Realizar pruebas experimentales de sub-ensambles de uniones viga columna que se lleven hasta la pérdida de resistencia del 80%, alcanzando así la resistencia residual. Con esto se podría analizar el comportamiento en la zona post-pico, ya que en la mayoría de las pruebas experimentales reportadas actualmente en la literatura no se alcanza una degradación de resistencia mayor las 25%.
- 4) Realizar análisis no lineales dinámicos incrementales de edificios con sistema de marcos de concreto reforzado resistente a momentos, considerando el modelo de comportamiento propuesto con la calibración de las pruebas experimentales, tanto para los especímenes colados monolíticamente como para los prefabricados. Comparar la respuesta estructural esperada entre ambos sistemas constructivos y determinar si los prefabricados logran emular o mejorar el comportamiento dinámico en comparación con los sistemas colados monolíticamente.
- 5) Realizar pruebas experimentales en mesa vibradora de sub-ensambles de uniones viga columna, o en su defecto, de modelos de marcos en dos o tres dimensiones. Con la finalidad de corroborar los resultados experimentales de las pruebas pseudo-estáticas y de mejorar la calibración del modelo de comportamiento propuesto.

REFERENCIAS

1. Abbas E. T. (2004). Seismic Rehabilitation of Concrete Frame Beam-Column Joints. PhD Thesis. Department of Civil Engineering, McMaster University, Hamilton, Ontario.
2. ACI Committee 318. (2019). ACI 318-19: Building Code Requirements for Reinforced Concrete. American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, USA.
3. ACI Committee 374. (2006). 374.1-05: Acceptance Criteria for Moment Frames Based on Structural Testing and Commentary. American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, USA.
4. ACI Committee 374. (2013). ACI 374.2R-13: Guide for Testing Reinforced Concrete Structural Elements under Slowly Applied Simulated Seismic Loads. American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, USA.
5. ATC, Applied Technology Council. (2011). FEMA P-795: Quantification of Building Seismic Performance Factors: Component Equivalency Methodology. *Federal Emergency Management Agency, FEMA*. Washington, D.C.
6. ASCE, American Society of Civil Engineers. (2000). FEMA 356: Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings. *Federal Emergency Management Agency, FEMA*. Washington, D.C.
7. ASCE, American Society of Civil Engineers and SEI, Structural Engineering Institute. (2014). ASCE/SEI 41-13 Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings.
8. Arellano Méndez E. y González Cuevas, O. M. (2012). Estudio Experimental de Conexiones Columna-Losa Postensada Aligerada. *Concreto y Cemento, Investigación y Desarrollo* **3:2**.
9. Baber T., and Noori M. N. (1986). Modeling general hysteresis behavior and random vibration application. *Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Des.* **108**, 411-420.
10. Bae S. y Bayrak O. (2008). Plastic Hinge Length of Reinforced Concrete Columns. *ACI Structural Journal* **105:3**, 290-300.
11. Beckingsale C. W. (1980). Post Elastic Behaviour of Reinforced Concrete Beam-Column Joints. PhD Thesis. Department of Civil Engineering, University of Canterbury, New Zealand.
12. Burns N. H. and Siess C. P. (1962). Load-Deformation characteristics of beam-column connections in reinforced concrete. *Structural Research Series* **234**. University of Illinois at Urbana-Champaign.

13. Centro Nacional de Prevención de Desastres: Bennetts F., López O., Díaz M (2018). Reporte de Investigación: “Ensayo de conexión viga-columna de elementos prefabricados de concreto reforzado”, Ciudad de México.
14. Choi H. K., Choi Y. C. and Choi, C. S. (2013). Development and testing of precast concrete beam-to-column connections. *Engineering Structures*, **56**, 1820-1835.
15. Chopra A. K. (2012). Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering, Prentice Hall.
16. Chung Y. S., Meyer C. and Shinozuka M. (1987). Seismic Damage Assessment of Reinforced Concrete Members. Technical Report NCEER-87-0022. *National Center for Earthquake Engineering Research*, Buffalo, N. Y..
17. Clough R. W., and Johnston S. B. (1966). Effect of stiffness degradation on earthquake ductility requirements. Proceedings, *Second Japan National Conference on Earthquake Engineering*.
18. Ernst G. C. (1957). Plastic Hinging at the Intersection of Beams and Columns. *ACI Journal* **28:12**, 1119-1144.
19. Elwood K. J. and Eberhard M. O. (2009). Effective Stiffness of Reinforced Concrete Columns. *ACI Structural Journal* **106:4**, 476-484.
20. Elwood K. J., Matamoros A. B., Wallace J. W., Lehman D. E., Heintz J. A., Mitchell A. D., Moore M. A., Valley M.T., Lowes L. N., Comartin C. D. and Moehle J. P. (2007). Update to ASCE/SEI 41 Concrete Provisions. *Earthquake Spectra* **23:3**, 493-523.
21. Fukada Y. (1969). Study on the Restoring Force Characteristics of Reinforced Concrete Buildings (in Japanese). Proceedings, *Kanto Branch Symposium*, Architectural Institute of Japan, No. 40, 121-124.
22. Guerrero H., Ji T., Escobar J. A. and Teran-Gilmore. (2018). Effects of buckling restrained braces on reinforced concrete precast models subjected to shaking table excitation. *Engineering Structures* **163**, 294-310.
23. Guerrero H., Rodriguez V., Escobar J. A., Alcocer S. M., Bennetts F. and Suarez, M. (2019). Experimental tests of precast reinforced concrete beam-column connections. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* **125**.
24. Haselton C. B., Liel A. B., Taylor-Lange S. C. and Deierlein G. G. (2016). Calibration of Model to Simulate Response of Reinforced Concrete Beam-Columns to Collapse. *ACI Structural Journal* **113:6**, 1141-1152.
25. Hognestad E. (1951). A Study of Combined Bending and Axial Load in Reinforced Concrete Members. *University of Illinois Engineering Experimental Station Boletín* No. 399.

26. Hognestad E., Hanson, N. W., and McHenry, D. (1955). Concrete Stress Distribution in Ultimate Strength Design. *Journal ACI* **52:6**.
27. Ibarra L. F., Medina R. A., Krawinkler H. (2005). Hysteretic models that incorporate strength and stiffness deterioration. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* **34:12**, 1489-1511.
28. Ingham J. M., Lidell, D. and Davidson B. J. (2001). Influence of Loading History on the Response of a Reinforced Concrete Beam. *Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering* **34:2**, 107-124.
29. Kurose Y., Guimaraes G. N., Zuhua L., Kreger M. E. and Jirsa, J. O. (1988). Study of Reinforced Concrete Beam-to-Column Joints Under Uniaxial and Biaxial Loading. PMFSEL Report No. 88-2, Phil M. Ferguson Structural Engineering Laboratory, University of Texas at Austin, Austin, TX.
30. Laughery L. A. and Pujol S. (2019), Drift Demands on Reinforced Concrete Structures Subjected to Strong Ground Motions. *ACI Structural Journal* **116:1**, 103-115.
31. López-Bátiz O. A. (2019). Comunicación personal.
32. Lignos D. (2008). Sidesway Collapse of Deteriorating Structural Systems under Seismic Excitations. Ph.D Dissertation. Stanford University.
33. Mander J. (1983). Seismic Design of Bridges. PhD Thesis. Department of Civil Engineering, University of Canterbury, New Zealand.
34. Mander J. B., Priestley M. J. N. and Park R. (1988). Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete. *Journal of Structural Engineering* **114:8**.
35. McCollister H. M., Siess C. P., and Newmark N. M. (1954). Load-Deformation Characteristics of Simulated Beam-Column Connections in Reinforced Concrete. *Structural Research Series*, **76**. University of Illinois at Urbana-Champaign.
36. National Institute of Standards and Technology, NIST. (2017). NIST GCR 17-917-46v1: Guidelines for Nonlinear Structural Analysis and Design of Buildings, Part I – General. *Applied Technology Council*. Redwood City, California.
37. Nielsen N. N. and Imbeault F. A. (1971). Validity of Various Hysteretic Systems. Proceedings, *Third Japan national Conference on Earthquake Engineering*.
38. Normas Técnicas Complementarias: Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto, NTC-C 2017. Gaceta Oficial de la Ciudad de México, vigésima época, No. 220 Bis, 2017.
39. Normas Técnicas Complementarias: Diseño por Sismo, NTC-S 2017. Gaceta Oficial de la Ciudad de México, vigésima época, No. 220 Bis, 2017.
40. Otani S. (1981). Hysteresis Models of Reinforced Concrete for Earthquake Response Analysis. *Journal of Faculty of Engineering, University of Tokyo* **2**, 407-441.

41. Pan A. and Moehle J. P. (1989). Lateral Displacement Ductility of Reinforced Concrete Flat Plates. *ACI Structural Journal* **86:3**.
42. Panagiotakos T. B. and Fardis M. N. (2002). Deformations of Reinforced Concrete Members at Yielding and Ultimate. *ACI Structural Journal* **98:13**, 135-148.
43. Park Y. and Ang A. (1985). Mechanistic seismic damage model for reinforced concrete. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, **111:4**, 722-739.
44. Park Y-J, Reinhorn A. M. and Kunnath S. K. (1987). IDARC: Inelastic Damage Analysis of Reinforced Concrete Frame-Shear-Wall Structures. Technical Report NCEER-87-0008. *National Center for Earthquake Engineering Research*, Buffalo, N. Y..
45. Priestley M. J. N. (2000). Performance Based Seismic Design. 12 World Conference in Earthquake Engineering. Paper 2831.
46. Priestley M. J. N. and Park R. (1984). Strength and ductility of bridge substructures. RRU Bull. No. 71, Road Res. Unit, National Roads Board.
47. Priestley M. J. N. and Park R. (1987). Strength and ductility of concrete bridge columns under seismic loading. *Structural Journal of American Concrete Institute* **84:1**.
48. Priestley M. J. N., Calvi G. M. and Kowalsky M. J. (2007). Displacement-Based Seismic Design of Structures. *IUSS Press*, Istituto Universitario di Studi Superiori di Pavia.
49. Priestley M. J. N., Seible F. and Calvi G. M. (1996). *Seismic Design and Retrofit of Bridges*, John Wiley & Sons, Inc.
50. Pujol S., Sozen M. A. and Ramirez J. A. (2006). Displacement History Effects on Drift Capacity of Reinforced Concrete Columns. *Structural Journal of American Concrete Institute* **103:S27**.
51. Rahnema, M. and Krawinkler, H. (1993). Effect of soft soils and hysteresis models on seismic design spectra. John A. Blume Earthquake Engineering Research Center Report No. 108. Department of Civil Engineering, Stanford University.
52. Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. (2004). Ciudad de México, México.
53. Restrepo J. I. and Rodriguez M. E. (2013). On the Probable Moment Strength of Reinforced Concrete Columns. *ACI Structural Journal* **110:56**, 681-690.
54. Rodríguez M. y Botero J.C. (1996). Aspectos del comportamiento sísmico de estructuras de concreto reforzado considerando las propiedades mecánicas de aceros de refuerzo producidos en México. *Series del Instituto de Ingeniería* **575**.
55. Rodriguez M. E. and Iñiguez M. (2019). Drift Capacity at Onset of Bar Buckling in RC Members Subjected to Earthquakes, *Concrete Structures in Earthquake*, Chapter 12, 185–200.

56. Sivaselvan M., and Reinhorn, A.M. (2000). Hysteretic models for deteriorating inelastic structures. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE* **126-6**, 633-640.
57. Takeda T., Sozen M. and Nielsen N. (1970). Reinforced concrete response to simulated earthquakes. *Journal of the Structural Division* **96:ST12**, 2557-2573.
58. Tena-Colunga A. (2019). Rigideces Efectivas de Vigas de Concreto Reforzado para Diseño Sísmico: Mitos y Realidades. *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras* **24:1**, 1-38.
59. Terán-Gilmore A. y Jirsa J. O. (2004). Uso de Espectros de Ductilidad Acumulada Constante para un Diseño Sísmico que Contemple el Efecto de la Fatiga de Bajo Número de Ciclos. *Memorias del XIV Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Acapulco, Guerrero.
60. Wang M.-L. and Shah S. P. (1987). Reinforced concrete hysteresis model based on the damage concept. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* **15:8**.
61. Watson S. and Park R. (1994). Simulated Seismic Load Tests on Reinforced Concrete Columns. *Journal of Structural Engineering* **120:6**.
62. Whitney, C. S. (1942). Plastic Theory of Reinforced Concrete Design. *Transactions ASCE* **107**.
63. Whitney C. S. and Cohen E. (1956). Guide for Ultimate Strength Design of Reinforced Concrete. *Journal ACI* **53:5**.

APÉNDICE A

A. MODELO DE TAKEDA BILINEAL

La respuesta estática del modelo consiste en una curva primaria para carga inicial y en un conjunto de reglas de comportamiento (Takeda et al., 1970). Si se considera el modelo de Takeda bilineal, el cual no considera el punto de agrietamiento, se tendría un modelo similar al orientado al pico (Clough y Johnston, 1966) pero con más reglas de histéresis. Las reglas de histéresis 1, 2, 3 y 6 del modelo trilineal de Takeda no aplican directamente para el caso del modelo bilineal ya que se considera que el punto de agrietamiento se encuentra en el origen.

En la Figura A-1 se muestra la curva primaria que cuenta con dos segmentos de línea, siendo el punto de fluencia (D_Y , P_Y) el lugar de intersección de tales líneas. Para determinar el desplazamiento de fluencia se debe considerar la contribución al desplazamiento del cortante directo, de la flexión y del deslizamiento del refuerzo longitudinal. La pendiente post-fluencia está asociada con las propiedades de endurecimiento por deformación del acero de refuerzo longitudinal.

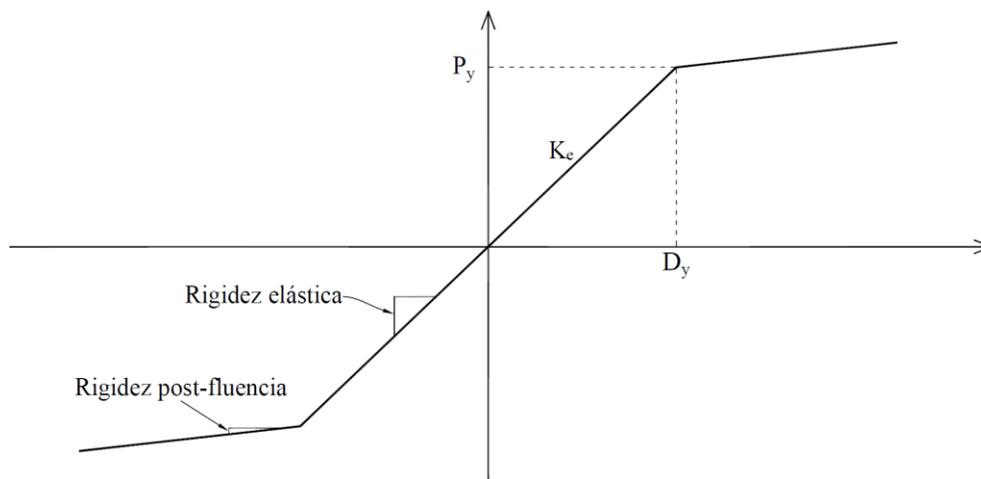


Figura A-1. Curva esquelética del modelo de Takeda bilineal (Takeda et al., 1970).

Las reglas de histéresis para el modelo de Takeda bilineal se enuncian a continuación, las cuales indican las pendientes de carga y descarga para diferentes condiciones:

1. Cuando los desplazamientos sean menores a los desplazamientos de fluencia, se considera que no existe disipación de energía por lo que todos los puntos caen sobre la recta con pendiente igual a k_y , que es la rigidez elástica considerando el agrietamiento. La carga se determinará con la Ec. A-1.

$$P_i = k_y D_i \quad (\text{A-1})$$

Donde:

P_i = Carga i-ésima para un desplazamiento dado D_i .

D_i = Desplazamiento i-ésimo.

k_y = Rigidez elástica que une el punto de fluencia con el origen.

2. Si el desplazamiento i-ésimo es por primera vez mayor que el desplazamiento de fluencia, la carga se determinara con la Ec. A-2.

$$P_i = K_{rl}(D_i - D_y) + P_y \quad (\text{A-2})$$

Donde:

P_y = Carga en el punto de fluencia.

D_y = Desplazamiento de fluencia.

K_{rl} = Rigidez post-fluencia de la curva esquelética, calculada con la Ec. A-3.

D_i = Desplazamiento i-ésimo.

$$K_{rl} = \alpha k_y \quad (\text{A-3})$$

Donde:

k_y = Rigidez elástica que une el punto de fluencia con el origen.

α = Factor que relaciona la pendiente en fluencia y en postfluencia.

3. Cuando la carga de fluencia ha sido excedida, la pendiente en descarga se determina con la Ec. A-4.

$$K_r = K_y \left(\frac{D_y}{D} \right)^{0.4} \quad (\text{A-4})$$

Donde:

D = Máximo desplazamiento alcanzado en la dirección de carga.

4. Si se alcanzó el punto de fluencia en un sentido y en el otro no. Para la recarga en dirección del punto de fluencia no alcanzado, se conecta el punto de carga cero al punto de fluencia no alcanzado.
5. Cuando uno o más ciclos han ocurrido. Para la recarga se conecta el punto de carga cero al punto máximo alcanzado en el ciclo previo, si este punto esta sobre la curva esquelética o sobre un línea dirigida hacia la curva esquelética. Si el ciclo previo no contiene tal punto, utilizar el ciclo anterior que si contenía tal punto.
6. Si el cuarto de ciclo inmediato anterior permanece no cruza el eje de las abscisas, la descarga es según la regla número 3. Si el cuarto de ciclo inmediato anterior cruza el eje de las abscisas, la descarga es con una pendiente del 70% de la obtenida en la regla número 3.

APÉNDICE B

B. RESISTENCIAS DE DISEÑO DE LOS ELEMENTOS DE LOS ESPECÍMENES

Para la determinación de las resistencias de diseño de los elementos se utilizan las ecuaciones y criterios establecidos en las NTC-C 2017. Como se indica en esta norma, se utilizan los valores de resistencia especificada del concreto a compresión f'_c y el esfuerzo especificado de fluencia del acero de refuerzo f_y .

B.1 RESISTENCIA DE LA VIGA

B.1.1 Resistencia a flexión

Debido a que se tienen aproximadamente las mismas cuantías de acero de refuerzo longitudinal no se espera que el acero de refuerzo en compresión fluya, por lo tanto, las normas permiten el cálculo del momento resistente de diseño utilizando la ecuación 5.1.3 de la norma, que en este documento sería la Ec. B-1.

$$M_R = F_R A_s f_y d (1 - 0.5q) \quad (\text{B-1})$$

Donde:

A_s = Área del refuerzo en tensión, 2028 mm² para momento positivo y 2280 mm² para momento negativo.

F_R = Factor de resistencia, 0.90.

f_y = Esfuerzo especificado de fluencia del acero de refuerzo, 412 MPa.

d = Peralte efectivo, 730 m.

q = Índice de refuerzo a tensión, determinado con la Ec. B-2.

$$q = \frac{\rho f_y}{f'_c} \quad (\text{B-2})$$

Donde:

f'_c = Esfuerzo uniforme de compresión, 0.85 f'_c .

f'_c = Resistencia especificada del concreto a compresión, 54 MPa.

ρ = Cuantía del acero de refuerzo longitudinal a tensión, determinado con la Ec. B-3.

$$\rho = \frac{A_s}{bd} \quad (\text{B-3})$$

Donde:

b = Ancho de la sección, 450 mm.

Considerando lo anterior se procede a determinar los momentos resistentes de diseño a flexión, el positivo y el negativo.

Momento flexionante positivo resistente de diseño

Cuantía del acero de refuerzo longitudinal en tensión para el momento positivo.

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{2028 \text{ mm}^2}{450 \text{ mm} (730 \text{ mm})} = 0.617\%$$

Índice de refuerzo a tensión para el momento positivo

$$q = \frac{\rho f_y}{f_c''} = \frac{0.00617 (412 \text{ MPa})}{0.85 (54 \text{ MPa})} = 0.0555$$

Momento positivo resistente de diseño

$$M_R^+ = 0.9(2028 \text{ mm}^2)(412 \text{ MPa})(73 \text{ mm})(1 - 0.5(0.0555)) = 533.74 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Momento flexionante negativo resistente de diseño

Cuantía del acero de refuerzo longitudinal en tensión para el momento negativo

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{2280 \text{ mm}^2}{450 \text{ mm} (730 \text{ mm})} = 0.694\%$$

Índice de refuerzo a tensión para el momento negativo

$$q = \frac{\rho f_y}{f_c''} = \frac{0.00694 (412 \text{ MPa})}{0.85 (54 \text{ MPa})} = 0.0623$$

Momento negativo resistente de diseño

$$M_R^- = 0.9(2280 \text{ mm}^2)(412 \text{ MPa})(730 \text{ mm})(1 - 0.5(0.0623)) = 597.94 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Carga resistente de diseño

Debido a que la carga lateral se aplicara en el extremo de la viga, se pueden convertir los momentos resistentes de diseño en cargas laterales resistentes, como se muestra a continuación. Se consideran 4.7 metros debido que a partir de la cara de columna al punto de aplicación de la carga se tiene esa dimensión. Siendo la sección crítica el extremo de la viga junto a la columna.

$$P_R^+ = \frac{M_R^+}{L} = \frac{533.74 \text{ kN} \cdot \text{m}}{4.7 \text{ m}} = 114 \text{ kN}$$

$$P_R^- = \frac{M_R^-}{L} = \frac{597.94 \text{ kN} \cdot \text{m}}{4.7 \text{ m}} = 127 \text{ kN}$$

Análisis de sección basado en el equilibrio

Se realiza un análisis de sección basado en el equilibrio con el fin de comparar la variación del momento resistente de diseño que se tendría utilizando este análisis y las ecuaciones anteriores, ya que este análisis si considerará todo el acero de refuerzo colocado en la viga. En este análisis se consideran todas las hipótesis para el diseño en flexión de las NTC-C 2017.

Para que se cumpla el equilibrio en la sección la suma de todas las fuerzas deben ser igual a cero, partiendo de este principio se establece la Ec. B-4.

$$\sum_{i=1}^n f_{s_i} A_{s_i} - C_c = 0 \quad (\text{B-4})$$

Donde:

A_{s_i} = Área de acero de refuerzo longitudinal en el lecho i .

C_c = Fuerza de compresión del concreto, calculado con la Ec. B-7.

f_{s_i} = Esfuerzo en el lecho i del acero de refuerzo longitudinal, calculado con la Ec. B-5.

$$f_{s_i} = \min(\varepsilon_{s_i} E_s, f_y) \quad (\text{B-5})$$

Donde:

E_s = Módulo de elasticidad del acero de refuerzo longitudinal, 200 GPa.

f_y = Resistencia a la fluencia del acero de refuerzo longitudinal, 412 MPa.

ε_{s_i} = Deformación unitaria del acero de refuerzo longitudinal del lecho i , calculada con la Ec. B-6.

$$\varepsilon_{s_i} = \frac{0.003}{c} (d_{s_i} - c) \quad (\text{B-6})$$

Donde:

d_{s_i} = Distancia entre el centroide del lecho i del acero de refuerzo y la fibra extrema a compresión.

c = Profundidad al eje neutro, valor a determinar a partir de la Ec. B-4.

$$C_c = 0.85 f'_c b a \quad (\text{B-7})$$

Donde:

f'_c = Resistencia especificada del concreto a compresión, 54 MPa.

b = Ancho de la viga, 450 mm.

a = Profundidad del bloque de esfuerzos, calculado con la Ec. B-8.

$$a = \beta_1 c \quad (B-8)$$

Donde:

c = Profundidad al eje neutro.

$$\beta_1 = 0.65 \leq 1.05 - \frac{f'_c}{140} \leq 0.85 \quad (B-9)$$

En la Figura B-1 se muestran las dimensiones de la viga y de cada lecho de acero de refuerzo se muestran las áreas y las distancias entre el centroide de cada lecho y la fibra extrema en compresión. Además, se muestra la distribución de las deformaciones unitarias y las fuerzas en cada lecho de acero de refuerzo, así como también la deformación unitaria al aplastamiento del concreto y el bloque de compresión de Whitney.

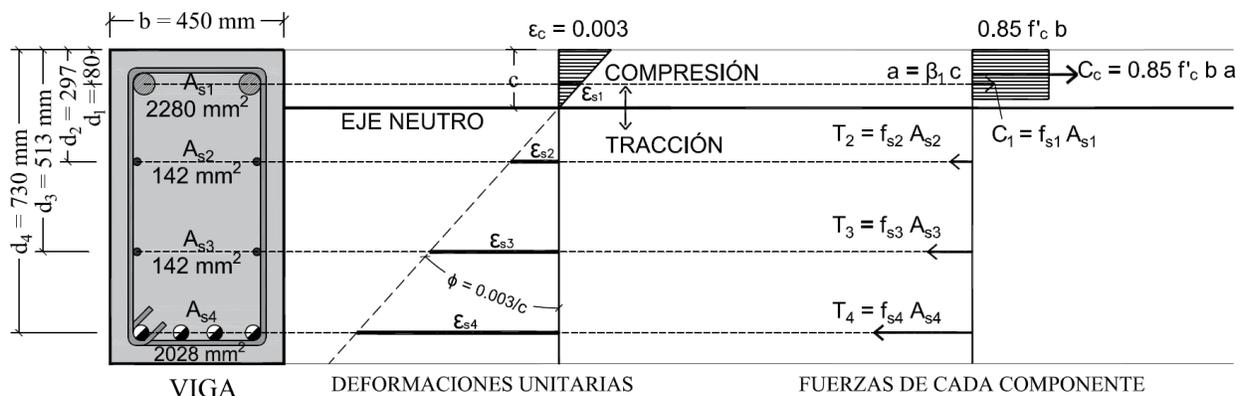


Figura B-1. Deformaciones unitarias y fuerzas de cada componente.

Considerando todo lo anterior, se procede a determinar la profundidad al eje neutro, para eso es necesario determinar los valores de las ecuaciones anteriores e ir substituyendo los valores encontrados en las respectivas ecuaciones. Con eso se obtendría una ecuación de segundo grado que es posible resolverla con la formula general para ecuaciones cuadráticas, sin embargo es un procedimiento tardado cuando se tienen más de dos lechos de acero de refuerzo. Por lo tanto, se procede a generar una tabla en Excel que permitirá iterar para obtener el valor de la profundidad al eje neutro. En la misma tabla de Excel se determinará el momento resistente a flexión de la viga con base en la Ec. B-10.

$$M_R = 0.9 \left(\sum_{i=1}^n f_{s_i} A_{s_i} d_{s_i} - C_c \frac{a}{2} \right) \quad (B-10)$$

A continuación se muestra lo realizado en una hoja de Excel para el cálculo de los momentos resistentes.

Para el momento resistente de diseño positivo:

Tabla B-1. Calculo de deformaciones y fuerzas en el acero de refuerzo.

Iterar valor de c:	Lecho	A_{si} (mm ²)	d_i (mm)	ϵ_{si}	f_{si} (MPa)	T_{si} (kN)	M_{si} (kN m)
c: 75.44 mm	1	2280	80	0.0002	36.2	82.6	6.6
$\beta_1 =$ 0.66	2	142	297	0.0088	412.0	58.5	17.4
$a =$ 50.1 mm	3	142	513	0.0174	412.0	58.5	30.0
$C_c =$ 1035 kN	4	2028	730	0.0260	412.0	835.5	609.9
	$\Sigma =$					1035 kN	664 kN m

Al iterar con el valor de c se logra el equilibrio:

$$\sum_{i=1}^n f_{si} A_{si} - C_c = 0$$

Con base en los resultados de la Tabla B-1 se aplica la Ec. B-10 para obtener el momento resistente positivo de diseño.

$$M_R^+ = 0.9 \left(\sum_{i=1}^n f_{si} A_{si} d_{si} - C_c \frac{a}{2} \right) = 574 \text{ kN m}$$

Para el momento resistente de diseño negativo:

Tabla B-2. Calculo de deformaciones y fuerzas en el acero de refuerzo.

Iterar valor de c:	Lecho	A_{si} (mm ²)	d_i (mm)	ϵ_{si}	f_{si} (MPa)	T_{si} (kN)	M_{si} (kN m)
c: 78.59 mm	1	2028	80	0.0001	10.8	21.9	1.8
$\beta_1 =$ 0.66	2	142	297	0.0083	412.0	58.5	17.4
$a =$ 52.2 mm	3	142	513	0.0166	412.0	58.5	30.0
$C_c =$ 1078 kN	4	2280	730	0.0249	412.0	939.4	685.7
	$\Sigma =$					1078 kN	735 kN m

Al iterar con el valor de c se logra el equilibrio:

$$\sum_{i=1}^n f_{si} A_{si} - C_c = 0$$

Con base en los resultados de la Tabla B-1 se aplica la Ec. B-10 para obtener el momento resistente positivo de diseño.

$$M_R^- = 0.9 \left(\sum_{i=1}^n f_{si} A_{si} d_{si} - C_c \frac{a}{2} \right) = 636 \text{ kN m}$$

Momento ideal

Para la obtención del momento resistente ideal se consideran las resistencias medidas de los materiales y un factor de reducción de resistencia igual a la unidad. Utilizando el análisis de sección basado en el

equilibrio descrito anteriormente, se obtiene la Tabla B-3 donde se muestran los momentos resistentes ideales de los tres especímenes.

Tabla B-3. Momentos resistentes ideales de los tres especímenes.

Carga	Especímen	Análisis de sección M_i	C. resistente ideal, C_{ri}
Semi-ciclo positivo	1	686 kN m	146 kN m
	2	685 kN m	146 kN m
	3	691 kN m	147 kN m
Semi-ciclo negativo	1	619 kN m	132 kN m
	2	618 kN m	131 kN m
	3	624 kN m	133 kN m

Revisión del acero mínimo para flexión

El área de refuerzo mínimo en tensión es la que se obtiene con la Ec. 5.1.18 de las NTC-C 2017, correspondiente a la Ec. B-11 del presente documento.

$$A_{s,min} = \frac{0.22\sqrt{f'_c}}{f_y} bd \quad (B-11)$$

Donde:

f'_c = Resistencia especificada del concreto a compresión, 54 MPa.

f_y = Esfuerzo especificado de fluencia del acero de refuerzo, 412 MPa.

b = Ancho de la viga, 450 mm.

d = Peralte efectivo, 730 mm.

Sustituyendo los valores correspondientes en la Ec. B-11 se obtiene un área de acero de refuerzo longitudinal en tracción igual a 1289 mm², y como se tienen áreas mayores a 2028 mm² se cumple cabalmente con el requisito.

B.1.2 Resistencia a cortante

Fuerza cortante que toma el concreto

Como la cuantía de acero de refuerzo longitudinal es menor al 1.5% se debe utilizar la Ec. 5.3.1 de las normas, siendo la correspondiente en el presente trabajo la Ec. B-12.

$$V_{CR} = F_R(0.2 + 20p)0.3\sqrt{f'_c}bd \quad (B-12)$$

Donde:

p = Cuantía de acero de refuerzo longitudinal en tracción, determinado con la Ec. B-3.

F_R = Factor de resistencia, 0.75.

Al sustituir los valores correspondientes en la Ec. B-12 se obtiene la fuerza cortante que toma el concreto, siendo de 184 kN para la cuantía de 0.69% y de 176 kN para la cuantía de 0.62%, para cortantes asociados a los momentos positivos y negativos, respectivamente.

Fuerza cortante que toma el acero de refuerzo

La fuerza cortante que toma el acero de refuerzo se determina con la Ec. 5.3.29 de las normas, siendo la correspondiente en el presente trabajo la Ec. B-13.

$$V_{sR} = \frac{F_R A_v f_y d (\sen \theta + \cos \theta)}{s} \quad (\text{B-13})$$

Donde:

A_v = Área transversal del refuerzo para fuerza cortante comprendido en una distancia s , 142 mm².

θ = Ángulo que dicho refuerzo forma con el eje de la pieza, 90°.

s = Separación del refuerzo transversal.

Al sustituir los valores correspondientes en la ecuación anterior se obtienen valores de 107 kN, 214 kN y 427 kN para las vigas de los especímenes 1, 2 y 3, respectivamente.

Refuerzo mínimo por tensión diagonal

El refuerzo mínimo por tensión diagonal está dado por la Ec. B-14 que es la correspondiente a la Ec. 5.3.32 de las NTC-C 2017.

$$A_{v,min} = 0.1 \sqrt{f'_c} \frac{bs}{f_y} \quad (\text{B-14})$$

Al sustituir los valores correspondientes en la ecuación anterior se obtienen valores de 241 mm², 120 mm² y 60 mm² para las vigas de los especímenes 1, 2 y 3, respectivamente.

El espécimen 1 que es el que tiene la viga con una cuantía de área de refuerzo transversal igual 0.11% no cumple con los requisitos de estructuras de ductilidad media y por ende tampoco con los requisitos de estructuras de ductilidad alta. En primera porque no cumple con la separación máxima de $0.25d$ en zonas de confinamiento, porque tiene una separación de 300 mm y debería ser menor que 183 mm; en segunda porque no cumple con el acero de refuerzo mínimo por tensión diagonal ya que tiene 142 mm² y se requiere 241 mm²; y por ultima estructuras de ductilidad media y alta la contribución al cortante del concreto en vigas se desprecia y la fuerza cortante que toma el acero de refuerzo no es suficiente para evitar una falla frágil por cortante. A pesar de todo lo anterior el espécimen 1 mostro una buena respuesta estructural alcanzando ductilidades de desplazamiento mayores a 4. En cambio las vigas de los especímenes 2 y 4 cumplen con todos los requisitos de estructuras con ductilidad media y alta.

B.2 RESISTENCIA DE LA COLUMNA

B.2.1 Resistencia a flexión de la columna

La carga axial de las columnas del prototipo de estructura estudiado por Guerrero et al. (2018), el cual fue utilizado para el diseño y construcción de los especímenes, era menor a $0.1A_g f'_c$, por lo tanto en los experimentos no se aplicó carga axial y por esta misma razón la columna se analizará a flexión pura. Como ya se describió en el subcapítulo anterior detalladamente el procedimiento para la obtención de los momentos resistentes de diseño con las NTC-C 2017, en este subcapítulo solo se realizan los cálculos necesarios.

Se realiza un análisis de sección basado en el equilibrio para determinar el momento resistente de la columna. En este análisis se consideran todas las hipótesis para el diseño en flexión de las NTC-C 2017.

Tabla B-4. Cálculo de deformaciones y fuerzas en el acero de refuerzo.

Iterar valor de c:	Lecho	A_{s_i} (mm ²)	d_i (mm)	ϵ_{s_i}	f_{s_i} (MPa)	T_{s_i} (kN)	M_{s_i} (kN m)
c: 75.44 mm	1	2787	80	-0.0001	-19.3	-53.8	-4.3
$\alpha =$ 50.1 mm	2	1014	300	0.0079	412.0	417.8	125.3
$C_c =$ 1035 kN	3	2787	520	0.0159	412.0	1148.2	597.1
	$\Sigma =$					1512 kN	718 kN m

Al iterar con el valor de c se logra el equilibrio:

$$\sum_{i=1}^n f_{s_i} A_{s_i} - C_c = 0$$

Con base en los resultados de la Tabla B-1 se aplica la Ec. B-10 para obtener el momento resistente positivo de diseño.

$$M_R^+ = 0.9 \left(\sum_{i=1}^n f_{s_i} A_{s_i} d_{s_i} - C_c \frac{a}{2} \right) = 609 \text{ kN m}$$

Revisión de columna fuerte-viga débil

Para que se cumpla con el criterio de columna fuerte-viga débil la suma de momentos resistentes de las columnas debe ser λ veces la suma de momentos resistentes de las vigas, en una dirección de análisis. El valor de λ debe ser mínimo igual a la unidad para estructuras con ductilidad baja, igual a 1.2 para estructuras con ductilidad media y 1.5 para estructuras con ductilidad alta. Con la Ec. B-15 se calcula el valor de λ .

$$\lambda = \frac{\sum M_e}{\sum M_g} \quad (\text{B-15})$$

Donde:

M_e = Suma al paño del nudo de los momentos resistentes en el plano de análisis calculados con factor de resistencia igual a uno, de las columnas que llegan a ese nudo.

M_g = Suma al paño del nudo de los momentos resistentes calculados con factor de resistencia igual a uno, de las vigas que llegan al nudo.

Para el caso de los especímenes se tienen dos columnas que llegan al nudo y una viga. Con el cálculo siguiente se puede notar que los especímenes cumplen con holgura el requisito de columna fuerte-viga débil para estructuras con ductilidad alta.

$$\lambda = \frac{2(677 \text{ kN m})}{707 \text{ kN m}} = 1.92$$

Como revisión extra se determina el valor de λ que se tendría si se utiliza el momento de la primera fluencia de las columnas y el momento máximo obtenido experimentalmente en los tres especímenes, esto con la finalidad de ver si las columnas alcanzaron a fluir durante la prueba experimental. Para determinar el momento de la primera fluencia se utilizó el programa de momento-curvatura del Apéndice C, donde la primera fluencia se da cuando el lecho de acero de refuerzo en tracción más alejado del eje neutro llega a la fluencia.

$$\lambda = \frac{2(605 \text{ kN m})}{1017 \text{ kN m}} = 1.19$$

Con el resultado anterior se puede concluir que las columnas no alcanzaron el punto de fluencia durante las pruebas experimentales.

B.2.2 Resistencia a cortante

Fuerza cortante que toma el concreto

En el caso de columnas la cuantía de acero de refuerzo longitudinal es el cociente del acero de refuerzo longitudinal total entre el área bruta de la sección, y para este caso la cuantía es de 1.8%. Como no se está considerando la carga axial en la columna y la cuantía es mayor al 1.5% se debe utilizar la Ec. 5.3.2 de las normas, siendo la correspondiente en el presente trabajo la Ec. B-16.

$$V_{cR} = F_R 0.16 \sqrt{f'_c} b d \quad (\text{B-16})$$

Al sustituir los valores correspondientes en la Ec. B-16 se obtiene la fuerza cortante que toma el concreto, siendo de 275 kN.

Fuerza cortante que toma el acero de refuerzo

Para determinar el área de acero de refuerzo transversal se considera que el área del estribo, que brinda arrojamiento a las varillas número ocho, es proporcional a la componente vertical de la fuerza de dicho estribo. Siendo así, se tendría un área de refuerzo transversal de 242 mm². La fuerza cortante que toma el acero de refuerzo se determina con la Ec. B-13, obteniéndose un valor de 259 kN.

Debido a que las columnas no tienen carga axial y la fuerza cortante se supone que es debida principalmente a fuerzas sísmicas, la contribución del cortante se desprecia si se considera como estructura con ductilidad media o alta. Siendo así, la resistencia total a cortante sería de 259 kN y la demanda sería 193 kN, suponiendo el momento resistente ideal de la viga y los puntos de inflexión separados 3.3 metros. Sin embargo, por la sobrerresistencia adquirida en la viga y las condiciones de apoyo existentes durante las pruebas la demanda fue 412 kN y la resistencia teórica a cortante que toma el acero de refuerzo transversal es de 345 kN, considerando un factor de resistencia igual a la unidad. Con esto se infiere que tuvieron que trabajar en conjunto el concreto y el acero de refuerzo transversal para resistir la demanda de cortante.

Es importante recalcar que las normas indican que la separación de estribos máxima será de 100 mm en ambos extremos de las columnas, siendo este un requisito para estructuras de ductilidad alta que no se cumple.

B.3 RESISTENCIA DEL NUDO

La revisión de resistencias de los nudos solo es necesario para estructuras con ductilidades altas. Nuevamente, ahora en el nudo, no se cumple el requisito de la separación de 100 mm del acero de refuerzo transversal horizontal. Aun así, se determinara la resistencia del nudo suponiendo que a pesar de este incumplimiento se tendrá la misma resistencia. Como en este caso el nudo solo tiene una cara vertical con viga, la resistencia del nudo se determina con la Ec. 9.7.3 de las normas, siendo la Ec. B-17 la correspondiente en el presente documento. La demanda para el nudo en estudio se calcula con la Ec. B-18. Para determinar el cortante en la columna se considera el momento resistente de diseño de la viga dividido entre la distancia supuesta de ubicación de los puntos de inflexión.

$$V_{nR} = F_R \sqrt{f'_c} b_e h \quad (\text{B-17})$$

Donde:

F_R = Factor de resistencia cortante, 0.75.

h = Peralte de la columna en la dirección de análisis, 600 mm.

b_e = Ancho efectivo, el cual se calculará promediando el ancho medio de las vigas consideradas y la dimensión transversal de la columna normal a la fuerza, 525 mm.

$$V_U = 1.25 f_y A_{s\text{viga}} - V_{col} \quad (\text{B-18})$$

Donde:

V_{col} = Cortante en la columna producido por el momento resistente de la viga.

$A_{s\text{viga}}$ = Área de acero de refuerzo longitudinal en tracción de la viga, 2280 mm².

Con las ecuaciones anteriores se obtiene una resistencia de diseño de 1736 kN y una demanda de 981 kN, por lo que el nudo cumple satisfactoriamente.

APÉNDICE C

C. PROGRAMA PARA CALCULO DE DIAGRAMAS MOMENTO-CURVATURA

Para determinar los diagramas momento-curvatura de las vigas de los especímenes se creó en Mathcad el programa que se muestra a continuación y que utiliza el método iterativo de discretización de fibras. En el programa se considera que existe adherencia perfecta entre el concreto y el acero, que las secciones planas permanecen planas después de la flexión y que la resistencia a tracción del concreto es nula una vez alcanzado el agrietamiento de la sección. Además, el programa permite considerar el confinamiento del concreto, el cual es relevante miembros con carga axial.

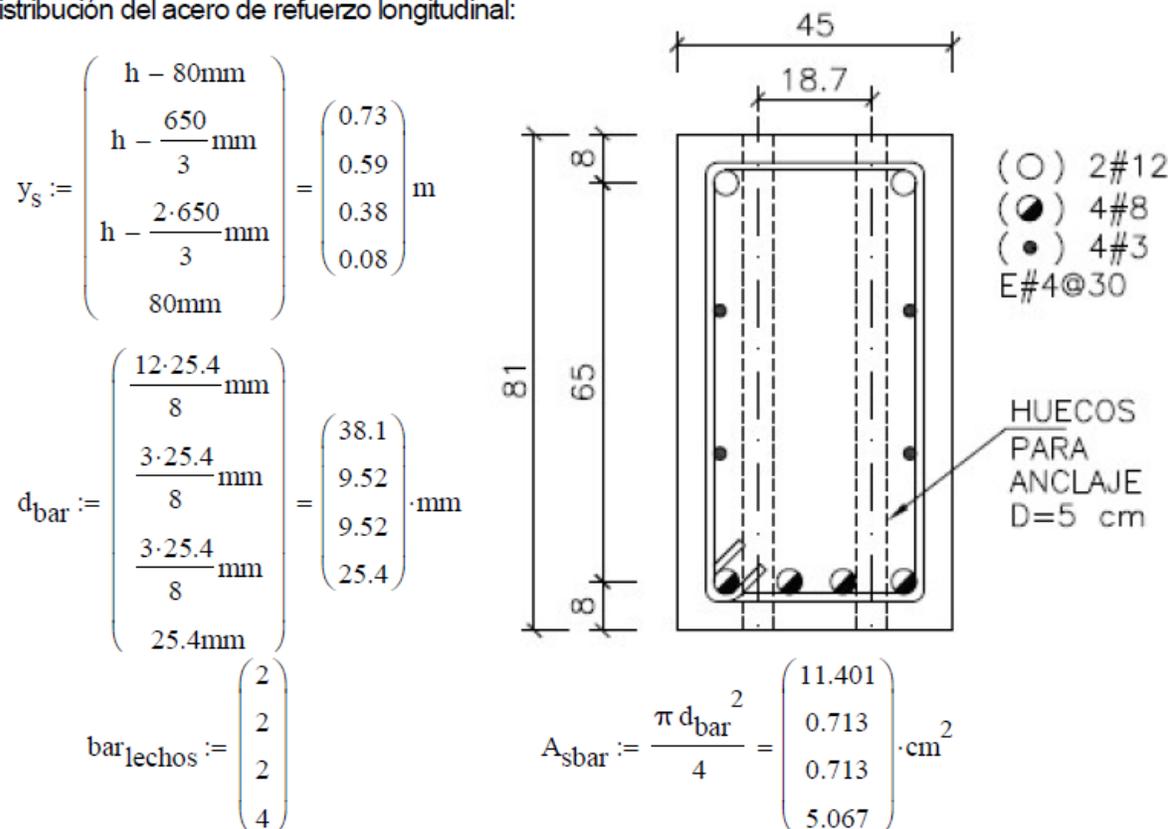
SECCIÓN: TEC-CENAPRED-TRABE/COLUMN-A-E1@30

Datos:

Dimensiones: $b := 450 \cdot \text{mm}$ $h := 810 \cdot \text{mm}$ $r_c := 60 \text{mm}$ Recubrimiento libre $L_w := 4.7 \text{m}$

Propiedades de los materiales: $f_c := 59.75 \cdot \text{MPa}$ $f_y := 444.02 \cdot \text{MPa}$ $E_s := 200 \cdot \text{GPa}$

Distribución del acero de refuerzo longitudinal:



Con base en los datos anteriores se calculan algunos valores que se utilizarán para correr el programa, como lo son el "Nlechos" que indica el número de lechos en la trabe, "As" que es el vector de área de acero por lecho y el número de fibras que se utilizará para el análisis.

$$A_s := \begin{cases} \text{for } j \in 1..Nlechos \\ A_{s_j} \leftarrow \text{bar}_{lechos_j} \cdot A_{sbar_j} \\ \text{return } A_s \end{cases} \quad \begin{array}{l} Nlechos := \text{rows}(y_s) = 4 \\ \text{Número de fibras a discretizar:} \\ n_t := 600 \end{array} \quad A_s = \begin{pmatrix} 22.802 \\ 1.425 \\ 1.425 \\ 20.268 \end{pmatrix} \cdot \text{cm}^2$$

Datos para la curva esfuerzo-deformación del acero tomados de los parámetros correspondientes de la media obtenidos por Rodríguez y Botero:

$$\epsilon_{sh} := 0.0088 \quad f_{su} := 685.86 \cdot \text{MPa} \quad \epsilon_{su} := 0.1171 \quad P := 3.474 \quad \epsilon_{suu} := 0.1493$$

Deformación máxima del acero en tracción para considerar de manera burda el pandeo de la barra de refuerzo longitudinal cuando la demanda es del tipo sísmica.

$$\epsilon_{smax} := 0.6 \cdot \epsilon_{su} = 0.07$$

Deformación máxima de desconchamiento del concreto.

$$\epsilon_{cspalling} := 0.005$$

Confinamiento de la columna

Diametro de varilla de estribos: $d_h := \frac{3}{8} \cdot 2.54 \text{cm} = 0.95 \cdot \text{cm}$

Esfuerzo de fluencia de los estribos: $f_{yh} := 420 \text{MPa}$

Separación de los estribos: $s_w := 30 \text{cm}$

Separación efectiva de estribos: $s' := s - d_h = 29.047 \cdot \text{cm}$

Dimensiones de la sección confinada: $b' := b - 2 \cdot 8 \text{cm} + d_h + d_{bar_1} = 0.338 \text{m}$

$$h' := h - 2 \cdot 8 \text{cm} + d_h + d_{bar_1} = 0.698 \text{m}$$

Separación efectiva de varillas longitudinales:

$$w_1 := h' - 2(d_h + 2 d_{bar_1}) = 52.618 \cdot \text{cm}$$

$$w_2 := b' - 2(d_h + 2 d_{bar_1}) = 16.618 \cdot \text{cm}$$

Área efectiva de la sección:

$$A_e := \left[b' \cdot h' - \left(\frac{2 \cdot w_1^2 + 2 \cdot w_2^2}{6} \right) \right] \cdot \left(1 - \frac{s'}{2 \cdot b} \right) \cdot \left(1 - \frac{s'}{2 \cdot h} \right) = 745 \cdot \text{cm}^2$$

Área de la sección confinada:

$$A_{cc} := b' \cdot h' - \sum A_s = 2309.4 \cdot \text{cm}^2$$

Factor de confinamiento efectivo

$$k_e := \frac{A_e}{A_{cc}} = 0.323$$

Presión de confinamiento en "x"

$$f_{lx} := \frac{\left(\frac{\pi \cdot d_h^2}{4} \right) \cdot 2 \cdot f_{yh}}{h' \cdot s} = 0.286 \cdot \text{MPa}$$

$$p_s := \frac{\left(\frac{\pi \cdot d_h^2}{4} \right) \cdot (2 \cdot b' + 2 \cdot h')}{b' \cdot h' \cdot s} = 0.002$$

Presión de confinamiento en "y"

$$f_{ly} := \frac{\left(\frac{\pi \cdot d_h^2}{4} \right) \cdot 2 \cdot f_{yh}}{b' \cdot s} = 0.591 \cdot \text{MPa}$$

$$f_1 := \frac{p_s \cdot f_{yh}}{2} = 0.438 \cdot \text{MPa}$$

Debido a que la presión de confinamiento en "x" es igual a la de "y", el esfuerzo de confinamiento efectivo es el siguiente:

$$f'_1 := k_e \cdot f_1 = 0.141 \cdot \text{MPa}$$

Esfuerzo máximo en compresión de la sección de concreto confinada (Mander et al., 1988):

$$f'_{cc} := f_c \cdot \left(-1.254 + 2.254 \cdot \sqrt{1 + 7.94 \cdot \frac{f'_1}{f_c}} - 2 \cdot \frac{f'_1}{f_c} \right) = 60.727 \cdot \text{MPa}$$

Modulo de elasticidad con la propuesta de Carrasquillo et al. (1981)

$$E_c := \left(3320 \cdot \sqrt{\frac{f_c}{\text{MPa}}} + 5000 \right) \cdot \text{MPa} = 30663 \cdot \text{MPa}$$

Modulo de E.
experimental:

$$E_{c,exp} := 12432 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \cdot \sqrt{\frac{f_c}{\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}}} = 306867 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

Deformación del concreto confinado en su máxima resistencia

$$\epsilon'_{cc} := 0.003 \cdot \left[1 + 5 \cdot \left(\frac{f'_{cc}}{f_c} - 1 \right) \right] = 0.00325$$

Modulo de elasticidad secante:

$$E_{sec} := \frac{f'_{cc}}{\epsilon'_{cc}} = 18712 \cdot \text{MPa}$$

Parametro r:

$$r := \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} = 2.644$$

Deformación máxima en compresión del concreto en compresión propuesta por Priestley et al (1996):

$$\epsilon_{cu} := 0.004 + \frac{1.4 \cdot (p_s) \cdot f_{yh} \cdot \epsilon_{su}}{f_{cc}}$$

$$\epsilon_{cmax} := \epsilon_{cu} = 0.00637$$

Casos de carga axial

$$N := 0 \text{ kN}$$

Calculo rapido para iniciar en la curvatura de agrietamiento

$$I_1 := \frac{b \cdot h^3}{12} = 0.02 \text{ m}^4$$

$$S_1 := \frac{2I_1}{h} = 49208 \cdot \text{cm}^3$$

$$f_{r1} := 2 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \cdot \sqrt{\frac{f_c \cdot \text{cm}^2}{\text{kgf}}} = 49.367 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$M_{cr1} := f_{r1} \cdot S_1 = 24292.371 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$$

$$\phi_{cr.1} := \frac{M_{cr1}}{E_c \cdot I_1} \cdot \text{m} = 0.0004$$

Numero de curvaturas a usar

$$n_c := 500$$

$$\text{curvaturas} := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..n_c - 1 \\ \left| \begin{array}{l} \phi_1 \leftarrow \frac{0.000000001}{m} \text{ if } i = 1 \\ \phi_{i+1} \leftarrow \frac{\phi_{cr.1} + \frac{(i-1)}{6 \cdot n_c}}{m} \end{array} \right. \\ \text{return } \phi \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned}
 M_A := & \text{for } q \in 1..n_c \\
 & \text{check} \leftarrow 1 \\
 & n \leftarrow 1 \\
 & \text{for } i \in 1..10n_t \\
 & \quad \text{if check} \neq -1 \\
 & \quad \quad t \leftarrow \frac{h}{n_t} \\
 & \quad \quad n \leftarrow i \\
 & \quad \quad c_i \leftarrow n \cdot t \\
 & \quad \quad \phi_q \leftarrow \text{curvaturas}_q \\
 & \quad \quad \epsilon_{c_i} \leftarrow \phi_q \cdot c_i \\
 & \quad \quad \epsilon_{c0_i} \leftarrow 0 \\
 & \quad \quad \epsilon_{c0_i} \leftarrow \phi_q \cdot (c_i - h) \text{ if } c_i > h \\
 & \quad \quad f_{cc} \cdot \left(\frac{\epsilon_{c_i}}{\epsilon'_{cc}} \right) \cdot r \\
 & \quad \quad f_c \leftarrow \frac{\quad}{r - 1 + \left(\frac{\epsilon_{c_i}}{\epsilon'_{cc}} \right)^r} \\
 & \quad \quad \int_{\epsilon_{c0_i}}^{\epsilon_{c_i}} \frac{f_{cc} \cdot \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon'_{cc}} \right) \cdot r}{r - 1 + \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon'_{cc}} \right)^r} d\epsilon_c \\
 & \quad \quad \alpha_i \leftarrow \frac{\quad}{f_c \cdot \epsilon_{c_i}} \\
 & \quad \quad \int_{\epsilon_{c0_i}}^{\epsilon_{c_i}} \frac{f_{cc} \cdot \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon'_{cc}} \right) \cdot r}{r - 1 + \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon'_{cc}} \right)^r} \cdot \epsilon_c d\epsilon_c \\
 & \quad \quad \gamma_i \leftarrow 1 - \frac{\quad}{\epsilon_{c_i} \cdot \int_{\epsilon_{c0_i}}^{\epsilon_{c_i}} \frac{f_{cc} \cdot \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon'_{cc}} \right) \cdot r}{r - 1 + \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon'_{cc}} \right)^r} d\epsilon_c}
 \end{aligned}$$

$$\Sigma F_{c_i} \leftarrow -\alpha_i \cdot c_i \cdot f_c \cdot b$$

$$M_{c_i} \leftarrow \Sigma F_{c_i} \cdot (\gamma_i \cdot c_i)$$

$$\Sigma F_{c_i} \leftarrow -\alpha_i \cdot h \cdot f_c \cdot b \quad \text{if } c_i > h$$

$$M_{c_i} \leftarrow \Sigma F_{c_i} \cdot (\gamma_i \cdot c_i) \quad \text{if } c_i > h$$

for $1 \in 1..rows(y_s)$ if $\epsilon_{c_i} \geq \epsilon_{cspalling} \wedge tt \neq rows(y_s)$

$$y_{s_1} \leftarrow y_{s_1} - r_c$$

$$tt \leftarrow 1$$

for $j \in 1..Nlechos$

$$\epsilon_{s_{j,i}} \leftarrow \phi_q \cdot (y_{s_j} - c_i)$$

$$f_{s_{j,i}} \leftarrow \text{sign}(\epsilon_{s_{j,i}}) \cdot \left[f_{su} - (f_{su} - f_y) \cdot \left(\frac{\epsilon_{su} - |\epsilon_{s_{j,i}}|}{\epsilon_{su} - \epsilon_{sh}} \right)^p \right] \quad \text{if } \epsilon_{su} > |\epsilon_{s_{j,i}}| > \epsilon_{sh}$$

$$f_{s_{j,i}} \leftarrow \text{sign}(\epsilon_{s_{j,i}}) \cdot \min(|\epsilon_{s_{j,i}}| \cdot E_s, f_y) \quad \text{if } |\epsilon_{s_{j,i}}| \leq \epsilon_{sh}$$

$$f_{s_{i,j}} \leftarrow 0 \quad \text{if } |\epsilon_{s_{j,i}}| \geq \epsilon_{su}$$

$$F_{s_{j,i}} \leftarrow f_{s_{j,i}} \cdot A_{s_j}$$

$$M_s \leftarrow 0$$

for $j \in 1..Nlechos$

$$M_s \leftarrow M_s + F_{s_{j,i}} \cdot y_{s_j}$$

$$h_{sp} \leftarrow h$$

$$h_{sp} \leftarrow h - r_c \quad \text{if } \epsilon_{c_i} \geq \epsilon_{cspalling}$$

$$M_{nl_{q,i}} \leftarrow M_{c_i} + M_s + N \cdot \frac{h_{sp}}{2}$$

$$Error_i \leftarrow \sum F_s^{(i)} + \Sigma F_{c_i} + N$$

$$\text{check} \leftarrow 1 \cdot \text{sign}(Error_n) \cdot \text{sign}(Error_{n-1}) \quad \text{if } i > 1$$

$$\varphi \leftarrow 0.9 \quad \text{if } \frac{c_i}{y_{s_1}} \leq 0.375$$

$$\varphi \leftarrow 0.65 \quad \text{if } \frac{c_i}{y_{s_1}} \geq 0.6$$

$$\varphi \leftarrow 0.65 + 83 \cdot (\epsilon_{s_{1,n}} - 0.002) \quad \text{if } 0.375 < \frac{c_i}{y_{s_1}} < 0.6$$

$$\begin{array}{l} \left| \begin{array}{l} \phi M_{n1_{q,i}} \leftarrow \varphi \cdot M_{n1_{q,i}} \\ \epsilon_{c2_{q,i}} \leftarrow \epsilon_{c_i} \end{array} \right. \\ \text{if } n > 1 \\ \left| \begin{array}{l} \phi M_{n_q} \leftarrow \frac{\phi M_{n1_{q,n}} + \phi M_{n1_{q,n-1}}}{2 \cdot Pa \cdot m^3} \\ M_{n_q} \leftarrow \frac{M_{n1_{q,n}} + M_{n1_{q,n-1}}}{2 \cdot (Pa \cdot m^3)} \\ \epsilon_{c1_q} \leftarrow \epsilon_{c2_{q,n}} \\ \epsilon_{s1_q} \leftarrow (\epsilon_s^{(n)})_1 \\ \epsilon_{s2_q} \leftarrow (\epsilon_s^{(n)})_4 \end{array} \right. \\ \text{augment}(M_n, \phi M_n, \epsilon_{c1}, \epsilon_{s1}, \epsilon_{s2}) \end{array}$$

$$M_{pr} := M_A^{(1)} \cdot Pa \cdot m^3 \quad M_d := M_A^{(2)} \cdot Pa \cdot m^3 \quad \phi := \text{curvaturas} \quad \epsilon_c := M_A^{(3)} \quad \epsilon_s := M_A^{(4)} \quad \epsilon_{s2} := M_A^{(5)}$$

Momento de agrietamiento

Inercia bruta: $I_{mb} := \frac{b \cdot h^3}{12} = 0.02 \text{ m}^4$

Método de la sección transformada

Áreas de acero por lecho:

$$A_{s_{lecho}} := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1.. \text{rows}(A_{sbar}) \\ A_{s_{lecho}_i} \leftarrow A_{sbar_i} \cdot bar_{lechos}_i \\ A_{s_{lecho}} \end{array} = \begin{pmatrix} 22.802 \\ 1.425 \\ 1.425 \\ 20.268 \end{pmatrix} \cdot \text{cm}^2$$

Inercias de las varillas:

$$I_{var} := \frac{3.1416 \cdot d_{bar}^4}{4} = \begin{pmatrix} 165.497 \\ 0.646 \\ 0.646 \\ 32.691 \end{pmatrix} \cdot \text{cm}^4$$

Relación modular de los materiales: $n := \frac{E_s}{E_c} = 6.646$

Inercia con el método de la sección transformada:

$$I := \frac{b \cdot h^3}{12} + (n - 1) \cdot A_{s_{lecho}} \cdot \left(y_s - \frac{h}{2} \right)^2 + \sum I_{var} = 0.023 \text{ m}^4$$

Relación de inercias con los dos métodos:

$$\frac{I_1}{I} = 0.885$$

Modulo de sección: $S := \frac{2I}{h} = 55627 \cdot \text{cm}^3$

Modulo de ruptura: $f_T := 2 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \cdot \sqrt{\frac{f_c \cdot \text{cm}^2}{\text{kgf}}} = 49.367 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$

Momento de agrietamiento: $M_{cr} := f_T \cdot S = 27461.26 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$

Curvatura de agrietamiento: $\phi_{cr} := \frac{M_{cr}}{E_c \cdot I} = 0.0004 \frac{1}{\text{m}}$ Desplazamiento := $\phi_{cr} \cdot \frac{L^2}{3} = 0.292 \cdot \text{cm}$

Modificación de M_{pr} para M_{cr} :

$$M_{pr_i} := \begin{cases} \text{for } i \in 1..n_c \\ M_{pr_i} \leftarrow M_{pr_i} \\ M_{pr_i} \leftarrow \frac{M_{cr}}{\phi_{cr}} \cdot \text{curvaturas}_i \text{ if } \text{curvaturas}_i \leq \phi_{cr} \\ M_{pr} \end{cases}$$

Diagrama Momento-Curvatura completo, sin considerar momento de falla

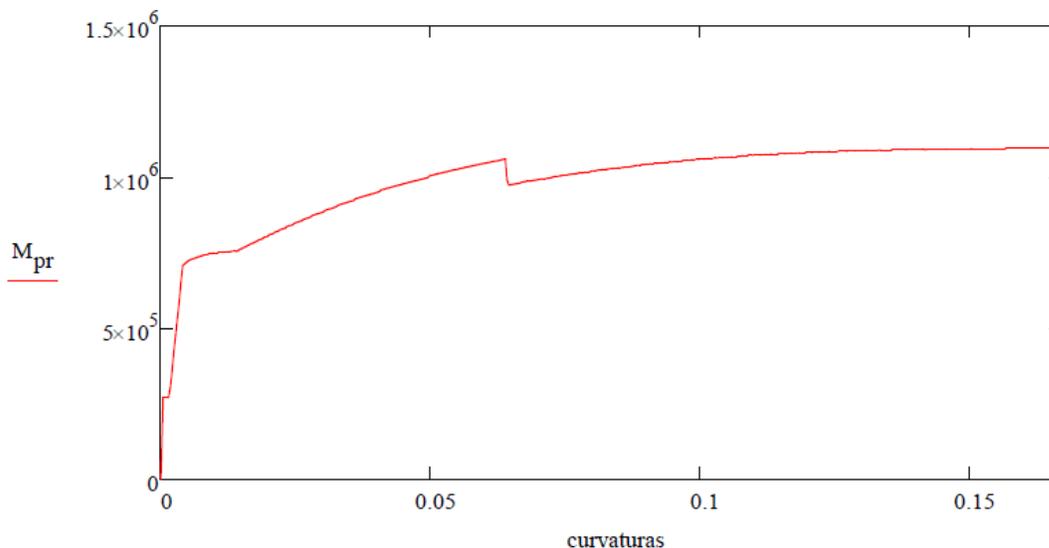


Diagrama Momento-Curvatura considerando el momento de la falla

Número de curvatura en la que se alcanza la deformación última del concreto en compresión cuando se fractura el refuerzo transversal Priestley et al. (1996):

$$\text{cont1} := \begin{cases} \text{for } i \in 1..n_c & = 193 \\ \text{cont} \leftarrow i \text{ if } \epsilon_{c_i} \leq \epsilon_{cmax} \\ \text{cont} \end{cases}$$

Número de curvatura en la que se alcanza la deformación máxima del acero en tracción alcanzada en la barra crítica en el semi-ciclo anterior al pandeo en compresión, propuesta de Priestley (2000):

$$\text{cont2} := \begin{cases} \text{for } i \in 1..n_c & = 335 \\ \text{cont} \leftarrow i \text{ if } \varepsilon_{s_i} \leq \varepsilon_{s\max} \\ \text{cont} \end{cases}$$

$$\text{cont} := \min(\text{cont1}, \text{cont2}) = 193$$

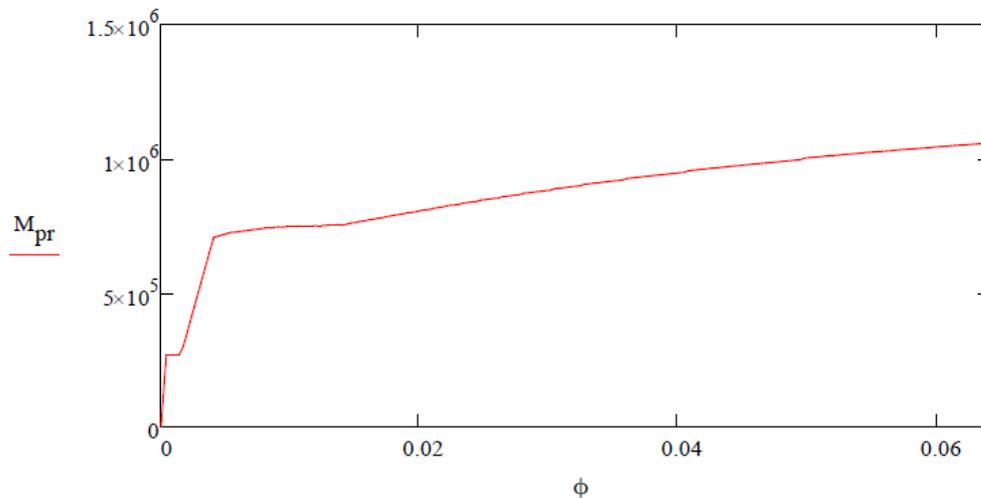
Momento, curvatura y cortante obtenidos al momento de la falla considerando este criterio:

$$M_{pr_{\text{cont}}} = 100994 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m} \quad \phi_{\text{cont}} = 0.064 \frac{1}{\text{m}} \quad \frac{V}{\Delta W} := \frac{M_{pr_{\text{cont}}}}{L} = 21488 \cdot \text{kgf}$$

En este caso domina la falla por pandeo de las barras de refuerzo longitudinal, por lo cual se determinan los momentos y curvaturas hasta este límite.

$$M_{pr} := \begin{cases} \text{for } i \in 1.. \text{cont} \\ M'_{pr_i} \leftarrow M_{pr_i} \\ M'_{pr} \end{cases} \quad \phi := \begin{cases} \text{for } i \in 1.. \text{cont} \\ \phi'_i \leftarrow \phi_i \\ \phi' \end{cases}$$

Diagrama Momento-Curvatura:



Deformación asociada al pandeo de las barras longitudinales propuesta por Rodríguez et al. 2013:

$$\epsilon_p := \begin{cases} \frac{11 - \frac{s}{d_{bar_4}}}{150} & \text{if } 0.02 \leq \frac{11 - \frac{s}{d_{bar_4}}}{150} \leq 0.06 = 0.020 \\ 0.02 & \text{if } 0.02 \geq \frac{11 - \frac{s}{d_{bar_4}}}{150} \\ 0.06 & \text{if } 0.06 \leq \frac{11 - \frac{s}{d_{bar_4}}}{150} \end{cases}$$

Número de curvatura asociada a la falla al pandeo (Prop. Rodríguez):

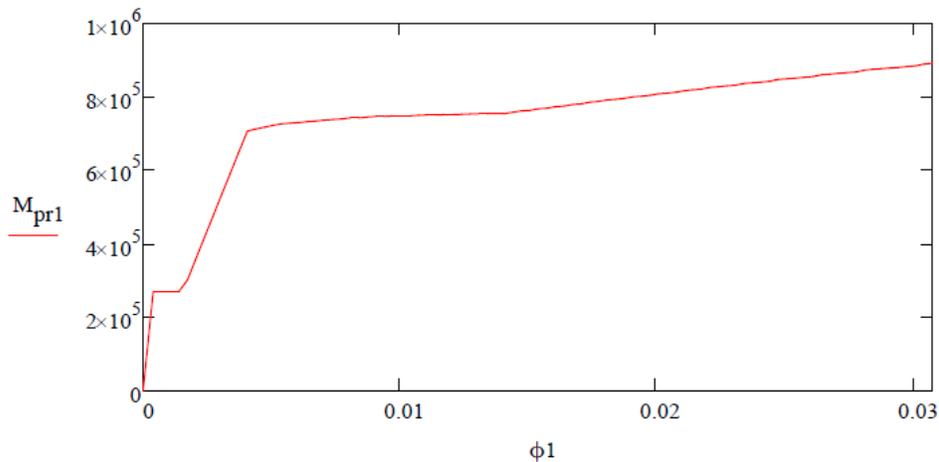
$$c3 := \begin{cases} \text{for } i \in 1..n_c & = 93 \\ \quad \left| \begin{array}{l} x_i \leftarrow 0 \\ x_i \leftarrow -\epsilon_{s2_i} \text{ if } \epsilon_{s2_i} < 0 \\ \text{cont} \leftarrow i \text{ if } \epsilon_{s_i} + x_i \leq \epsilon_p \end{array} \right. \\ \text{cont} \end{cases}$$

Momento y curvatura obtenidos al momento de la falla considerando el criterio de Rodríguez et al. 2013:

$$M_{pr_{c3}} = 90803 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m} \quad \phi_{c3} = 0.031 \frac{1}{\text{m}} \quad \underline{\underline{V}} := \frac{M_{pr_{c3}}}{L} = 19320 \cdot \text{kgf}$$

$$M_{pr1} := \begin{cases} \text{for } i \in 1..c3 \\ \quad \left| \begin{array}{l} M'_{pr_i} \leftarrow M_{pr_i} \\ M'_{pr} \end{array} \right. \end{cases} \quad \phi1 := \begin{cases} \text{for } i \in 1..c3 \\ \quad \left| \begin{array}{l} \phi'_i \leftarrow \phi_i \\ \phi' \end{array} \right. \end{cases}$$

Diagrama Momento-Curvatura con el criterio de Rodríguez et al. (2013):



Procedimiento modificado de cómputo de Δ_u propuesto por Priestley et al. (2007)

Longitud de la penetración de fluencia

$$L_{sp} := 0.022 \frac{f_y}{\text{MPa}} \cdot d_{\text{bar}_1} = 0.372 \text{ m}$$

Curvatura de fluencia

Datos:

c4 := for i ∈ 1..rows(φ)

$$c4 \leftarrow i \text{ if } \varepsilon_{s_i} \leq \frac{f_y}{E_s} \wedge \varepsilon_{c_i} \leq 0.002$$

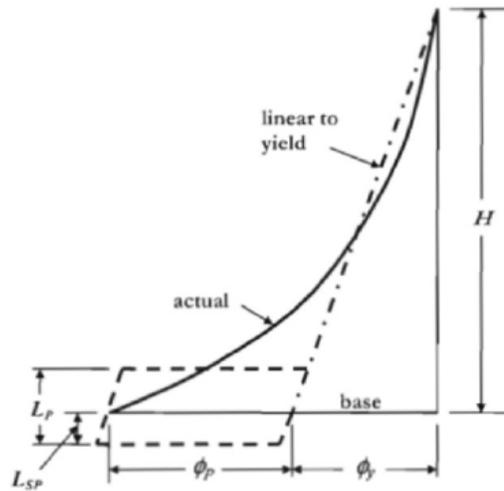
$$\phi'_y := \phi_{c4} = 0.0037 \frac{1}{\text{m}}$$

$$M'_y := M_{pr_{c4}} = 66200 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$$

c5 := for i ∈ 1..rows(φ)

$$c5 \leftarrow i \text{ if } \varepsilon_{s_i} \leq 0.015 \wedge \varepsilon_{c_i} \leq 0.004$$

$$M_y := M_{pr_{c5}} = 85205 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$$



Distribución de curvatura idealizada (Priestley et al., 2007).

Priestley (2003) propuso que M_n se defina cuando la fibra extrema del concreto en compresión alcanza el valor de 0.004 o el refuerzo en tracción alcance la deformación 0.015, lo que ocurra primero.

Opción 2 simplificada por Priestley (2007)

Curvatura de fluencia: $\phi_y := \frac{\phi'_y}{M'_y} \cdot M_y = 0.0048 \frac{1}{\text{m}}$

$$\phi_{y2} := 2.1 \cdot \frac{f_y}{E_s \cdot h} = 0.0058 \frac{1}{\text{m}}$$

Desplazamiento elástico debido a flexión:

$$\Delta_{y\text{fluencia}} := \phi_y \cdot \frac{(L + L_{sp})^2}{3} = 4.1 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_y := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..rows(\phi) \\ \Delta_{y_i} \leftarrow \frac{\phi'_y}{M'_y} \cdot M_{pr_i} \cdot \frac{(L)^2}{3} \\ \Delta_{y_i} \leftarrow \phi_{cr} \cdot \frac{L^2}{3} \cdot \frac{\phi_i}{\phi_{cr}} \text{ if } \phi_i \leq \phi_{cr} \\ \Delta_{y_i} \leftarrow \phi_y \cdot \frac{(L + L_{sp})^2}{3} \text{ if } \phi_y \leq \frac{\phi'_y}{M'_y} \cdot M_{pr_i} \end{array} \right|$$

	1
1	0
2	1.139
3	1.139
4	1.139
5	1.139
6	1.274
7	1.519
8	1.765
9	2.01
10	2.256
11	...

· cm

Longitud plástica:

$$k := \begin{cases} 0.2 \cdot \left(\frac{f_{su}}{f_y} - 1 \right) & \text{if } 0.2 \cdot \left(\frac{f_{su}}{f_y} - 1 \right) \leq 0.08 \\ 0.08 & \text{if } 0.2 \cdot \left(\frac{f_{su}}{f_y} - 1 \right) > 0.08 \end{cases} = 0.08$$

$$L_p := \begin{cases} (k \cdot L + L_{sp}) & \text{if } k \cdot L + L_{sp} \geq 2 \cdot L_{sp} \\ 2 \cdot L_{sp} & \text{if } k \cdot L + L_{sp} < 2 \cdot L_{sp} \end{cases} = 0.748 \text{ m}$$

Curvaturas plásticas:

$$\phi_p := \begin{cases} \text{for } i \in 1.. \text{rows}(\phi) \\ \left| \begin{array}{l} \phi_{p_i} \leftarrow 0 \quad \text{if } \phi_y \geq \phi_i \\ \phi_{p_i} \leftarrow \text{curvaturas}_i - \phi_y \quad \text{if } \phi_y < \phi_i \end{array} \right. \\ \phi_p \end{cases}$$

Desplazamiento plástico:

$$\Delta_p := \phi_p \cdot L_p \cdot (L + L_{sp} - 0.5 \cdot L_p)$$

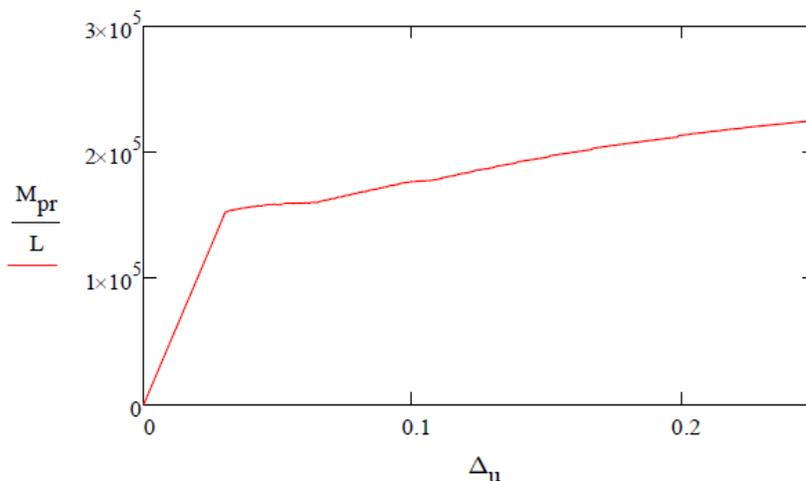
$$\Delta_p = \begin{matrix} \Delta_p = \\ \begin{matrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \\ 3 & 0 \\ 4 & 0 \\ 5 & 0 \\ 6 & 0 \\ 7 & 0 \\ 8 & \dots \end{matrix} \end{matrix} \cdot \text{cm}$$

	1
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	...

Desplazamiento total:

$$\Delta_u := \Delta_p + \Delta_y$$

Curva carga-desplazamiento:



$$\Delta_u = \begin{matrix} \Delta_u = \\ \begin{matrix} 1 & 0 \\ 2 & 1.139 \\ 3 & 1.139 \\ 4 & 1.139 \\ 5 & 1.139 \\ 6 & 1.274 \\ 7 & 1.519 \\ 8 & 1.765 \\ 9 & 2.01 \\ 10 & \dots \end{matrix} \end{matrix} \cdot \text{cm}$$

	1
1	0
2	1.139
3	1.139
4	1.139
5	1.139
6	1.274
7	1.519
8	1.765
9	2.01
10	...

Desplazamiento por el método de integración de curvaturas

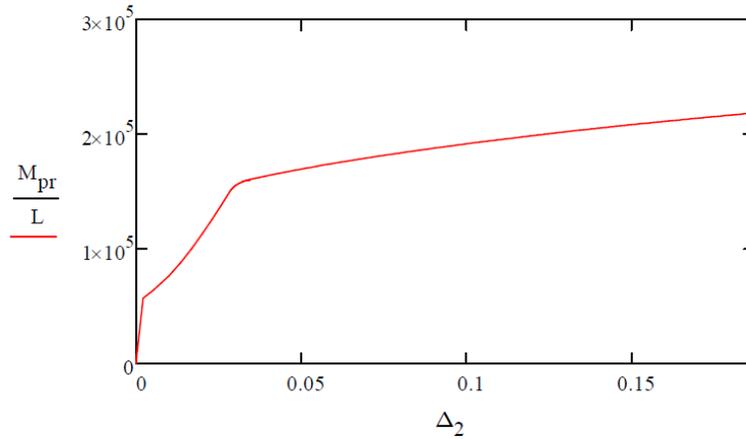
```

 $\Delta_2 :=$  | cont  $\leftarrow$  0
            | for  $i \in 1..rows(\epsilon_c)$ 
            |   cont  $\leftarrow$  i if  $\epsilon_{c_i} > \epsilon_{cspalling} \wedge cont = 0$ 
            | for  $i \in 1..rows(\phi)$ 
            |   |
            |   |  $\Delta_1 \leftarrow \phi_1 \cdot \frac{(L)^2}{3}$ 
            |   |
            |   |  $V \leftarrow \frac{M_{pr_i}}{L}$ 
            |   |
            |   | for  $j \in 2..i$  if  $i > 1 \wedge i < cont$ 
            |   |   |
            |   |   |  $\Delta_1 \leftarrow \phi_1 \cdot \frac{\left(\frac{M_{pr_1}}{V}\right)^2}{3}$ 
            |   |   |
            |   |   |  $L1 \leftarrow \frac{M_{pr_j}}{V}$ 
            |   |   |
            |   |   |  $L_a \leftarrow \frac{M_{pr_{j-1}}}{V}$ 
            |   |   |
            |   |   |  $\Delta_j \leftarrow \frac{(\phi_j + \phi_{j-1})}{2} (L1 - L_a) \frac{(L1 + L_a)}{2} + \Delta_{j-1}$ 
            |   |
            |   | cont2  $\leftarrow$  0
            |   | for  $m \in 1..cont$ 
            |   |   cont2  $\leftarrow$  cont2 + 1 if  $M_{pr_m} < M_{pr_i}$ 
            |   | for  $k \in 2..cont2$  if  $i \geq cont$ 
            |   |   |
            |   |   |  $\Delta_1 \leftarrow \phi_1 \cdot \frac{\left(\frac{M_{pr_1}}{V}\right)^2}{3}$ 
            |   |   |
            |   |   |  $L1 \leftarrow \frac{M_{pr_k}}{V}$ 
            |   |   |
            |   |   |  $L_a \leftarrow \frac{M_{pr_{k-1}}}{V}$ 
            |   |   |
            |   |   |  $\Delta_k \leftarrow \frac{(\phi_k + \phi_{k-1})}{2} (L1 - L_a) \frac{(L1 + L_a)}{2} + \Delta_{k-1}$ 

```

$$\left| \begin{array}{l} \Delta_1 \leftarrow \Delta_{\text{cont}2} + [(\phi_i - \phi_{\text{cont}2}) \cdot 0.5 \cdot h] \cdot (L - 0.25 \cdot h) \text{ if } i \geq \text{cont} \\ \Delta_{2_i} \leftarrow \Delta_i \\ \Delta_2 \end{array} \right.$$

Curva carga-desplazamiento con el método de integración de curvaturas:



APÉNDICE D

D. PROGRAMA DEL MODELO DE HISTÉRESIS PROPUESTO

El programa del modelo de histéresis propuesto se desarrolló en MATLAB. A continuación se muestra el código:

```
%Modelo de Histéresis
%Creado por Santiago Rodriguez Sanchez (21/03/2020)

clear;
clc;
fprintf('Programa para ajustar modelo de histéresis\n\nA continuación se
mostrará la curva de histéresis del modelo a ajustar.');
```

%Lectura de los datos de la curva de histéresis experimental

```
desp=fscanf(fopen('despV2-2.txt','r'),'%f');
carga=fscanf(fopen('cargaV2-2.txt','r'),'%f');
```

subplot(2,1,1);
plot(desp,carga);

```
if rem(length(desp),2)~=0 %Codigo para evitar error al crear vectores cero
    desp(length(desp)+1)=desp(length(desp));
    carga(length(carga)+1)=carga(length(carga));
end
```

%sim = input('\n¿La sección es simetrica en dimensiones y refuerzo? (1 = y /
0 = n): ');
sim=0;
switch sim

case 0

```
    %M_y1 = input('\nMomento de Fluencia Efectiva Positivo(kN-m): ');
    M_y1=780;
    %theta_y1 = input('\nRotación de Fluencia Efectiva Positiva: ');
    theta_y1=0.0039;
    %M_y2 = input('\nMomento de Fluencia Efectiva Negativo(kN-m): ');
    M_y2=742;
    %theta_y2 = input('\nRotación de Fluencia Efectiva Negativa: ');
    theta_y2=0.0038;
    %theta_c1 = input('\nRotación positiva en el momento pico: ');
    theta_c1=0.039;
    %theta_c2 = input('\nRotación negativa en el momento pico: ');
    theta_c2=0.049;
    theta_p1 = theta_c1 - theta_y1;
    theta_p2 = theta_c2 - theta_y2;
```

```
%M_cM_y1 = input('\nRelación de momento pico positivo a momento de
fluencia: ');
M_cM_y1=1.25;
%M_cM_y2 = input('\nRelación de momento pico negativo a momento de
fluencia: ');
M_cM_y2=1.21;
%theta_pc1 = input('\nRotación post-pico de momento residual
positiva: ');
theta_pc1=2.5*theta_c1;
%theta_pc2 = input('\nRotación post-pico de momento residual
negativa: ');
theta_pc2=2.5*theta_c2;
%M_r1 = input('\nRelación de momento residual positivo y momento de
fluencia: ');
M_r1=0.2;
%M_r2 = input('\nRelación de momento residual negativo y momento de
fluencia: ');
M_r2=0.2;
M_y2 = abs(M_y2)*-1;
%Cambio de signo para la parte negativa;
theta_y2 = abs(theta_y2)*-1;
theta_c2 = abs(theta_c2)*-1;
theta_p2 = abs(theta_p2)*-1;
theta_pc2 = abs(theta_pc2)*-1;

case 1
%M_y1 = input('\nMomento de Fluencia Efectiva (kN-m): ');
%theta_y1 = input('\nRotación de Fluencia Efectiva: ');
M_y2 = -M_y1;
theta_y2 = -theta_y1;
%theta_c1 = input('\nRotación en el momento pico: ');
theta_c2 = -theta_c1;
theta_p1 = theta_c1 - theta_y1;
theta_p2 = theta_c2 - theta_y2;
%M_cM_y1 = input('\nRelación de momento pico a momento de fluencia:
');
M_cM_y2 = M_cM_y1;
%theta_pc1 = input('\nRotación post-pico de momento residual: ');
theta_pc2 = -theta_pc1;
%M_r1 = input('\nRelación de momento residual y momento de fluencia:
');
M_r1=0.2;
M_r2 = M_r1;
end

%Parámetros para degradación
fprintf('\n Introduzca los valores de los parámetros de degradación:');
alpha1 = input('\n\n¿Valor de alpha1 (coeficiente de desplazamiento)? ');
alpha2 = input('\n\n¿Valor de alpha2 (coeficiente de energía)? ');

%Curva esquelética
Mc1 = M_cM_y1*M_y1;
Mc2 = M_cM_y2*M_y2;
c_esq = [M_r2*M_y2 M_r2*M_y2 Mc2 M_y2 0 M_y1 Mc1 M_r1*M_y1 M_r1*M_y1];
d_esq = [theta_pc2*1.25 theta_pc2 theta_c2 theta_y2 0 theta_y1 theta_c1
theta_pc1 theta_pc1*1.25];
```

```
plot (desp, carga, d_esq, c_esq) ;

%Programación de las curvas de histéresis

%Inicializando variables
M=zeros (length (desp) , 1) ;
M2=zeros (length (desp) *1.5, 1) ;
dmax=zeros (length (desp) , 1) ;
dmin=zeros (length (desp) , 1) ;
Mmax=zeros (length (desp) , 1) ;
Mmin=zeros (length (desp) , 1) ;
desp2=zeros (length (desp) *1.5, 1) ;
daux=theta_pc2;
daux2=theta_pc1;
Maux=0;
Maux2=0;
betau=zeros (length (desp) , 1) ;
betar=zeros (length (desp) , 1) ;
EC=zeros (length (desp) , 1) ;
EHM=zeros (length (desp) , 1) ; %Energía histéretica disipada del modelo
EHE=zeros (length (desp) , 1) ; %Energía histéretica disipada experimental
k=0; %Contador para puntos de gráfica
l=1;
Ku=M_y1/theta_y1;
Ku2=M_y2/theta_y2;
check=0;
degdesp=zeros (length (desp) , 1) ;
degener=zeros (length (desp) , 1) ;
dmaxd=theta_y1;
Mmaxd=M_y1;
dmind=theta_y2;
Mmind=M_y2;
Krm=(M_cM_y1-1) *M_y1/theta_p1;
Krm2=(M_cM_y2-1) *M_y2/theta_p2;

for i = 2:size (desp, 1) %Ciclo para curvas de histéresis

    %Se supone M(1)=0 considerando que el desp(1)=0

    if desp (i) > 0 %Desplazamiento máximo
        if dmax (i-1) < desp (i)
            dmax (i) = desp (i) ;
            check=1;
        else
            dmax (i) = dmax (i-1) ;
        end
        dmin (i) = dmin (i-1) ;
    else %Desplazamiento mínimo
        if dmin (i-1) > desp (i)
            dmin (i) = desp (i) ;
            check=1;
        else
            dmin (i) = dmin (i-1) ;
        end
    end
end
```

```
end
    dmax(i)=dmax(i-1);
end

%Energía Histéretica disipada acumulada
if i>2
EHM(i-1)=EHM(i-2)+(M(i-1)+M(i-2))/2*(desp(i-1)-desp(i-2));
EHE(i-1)=EHE(i-2)+(carga(i-1)+carga(i-2))/2*(desp(i-1)-desp(i-2));
end

%Parámetros de degradación
if (dmin(i-1)<theta_y2 || dmax(i-1)>theta_y1) %Modified Park and Ang
[1985]
    degdesp(i)= max([(dmax(i)-theta_y1)/theta_c1) ((dmin(i)-
theta_y2)/theta_c2)])/alpha1;
    degener(i)= (EHM(i-1)/((M_y1-M_y2)/2*(theta_c1-theta_c2)/2*alpha2));
    betau(i)=(degdesp(i)+degener(i))*2;
    betar(i)=degdesp(i)+degener(i);
end

%1.0 Rango elástico

if dmax(i)<=theta_y1 && dmin(i)>=theta_y2
    if desp(i)>0
        M(i)=desp(i)*M_y1/theta_y1;
    else
        M(i)=desp(i)*M_y2/theta_y2;
    end
end

%2.0 Rango inelástico

if i>1 && desp(i-1)==desp(i) %Desplazamientos iguales

    M(i)=M(i-1);
    M2(i+k)=M(i-1);
    desp2(i+k)=desp(i);

elseif M(i-1)>=0 %2.1 Momento anterior positivo

    if desp(i)-desp(i-1)>0 %2.1.1 Desplazamiento/rotación incremental

        if dmax(i-1)<=theta_y1 && dmin(i-1)>=theta_y2 && desp(i)>theta_y1
%2.1.1.1 Primera fluencia positiva OK
            Kr=(M_cM_y1-1)*M_y1/theta_p1;
            M(i)=M_y1+Kr*(desp(i)-theta_y1);
            for j=1:i-1 %Momentos y desplazamientos para gráfica
                M2(j)=M(j);
                desp2(j)=desp(j);
            end
            M2(i+k)=M_y1;
            desp2(i+k)=theta_y1;
            k=1;
            M2(i+k)=M(i);
            desp2(i+k)=desp(i);
```

```
        dmaxd=desp(i);
        Mmaxd=M(i);
    end %Fin 2.1.1.1

    if dmax(i-1)<=theta_y1 && dmin(i-1)<theta_y2 %2.1.1.2 Recarga con
fluencia negativa alcanzada pero positiva no OK
        if desp(i)<theta_y1 %Desplazamiento alcanzado menor al de
fluencia

            if Maux==0 %Sin ciclos previos a la fluencia positiva
                M(i)=M(i-1)+Kr*(desp(i)-desp(i-1));
                M2(i+k)=M(i);
                desp2(i+k)=desp(i);
            else %Con ciclos previos a la fluencia positiva
                if desp(i)<dauX
                    M(i)=M(i-1)+Kr*(desp(i)-desp(i-1));
                    M2(i+k)=M(i);
                    desp2(i+k)=desp(i);
                else
                    Kr=(Mmax(i-1)-Maux)/(dmax(i)-dauX);
                    M(i)=M(i-1)+Kr*(desp(i)-desp(i-1));
                    M2(i+k)=Maux;
                    desp2(i+k)=dauX;
                    k=k+1;
                    M2(i+k)=M(i);
                    desp2(i+k)=desp(i);
                end
            end
        end
    else %Desplazamiento i mayor al de fluencia
        Kr=(M_cM_y1-1)*M_y1/theta_p1;
        M(i)=M_y1+Kr*(desp(i)-theta_y1);
        M2(i+k)=M_y1;
        desp2(i+k)=theta_y1;
        k=k+1;
        M2(i+k)=M(i);
        desp2(i+k)=desp(i);
        dmaxd=desp(i);
        Mmaxd=M(i);
    end
end %Fin 2.1.1.2

    if dmax(i-1)>theta_y1 %2.1.1.3 Recarga en postfluencia positiva
OK
        if Maux==0 || desp(i)==dmax(i) %Recarga a desplazamiento
máximo o postmáximo
            if desp(i)<=dmaxd %Desplazamiento máximo degradado no
alcanzado

                if dmaxd~=desp(i-1)
                    Kr=(Mmaxd-M(i-1))/(dmaxd-desp(i-1));
                end
                M(i)=M(i-1)+Kr*(desp(i)-desp(i-1));
                M2(i+k)=M(i);
                desp2(i+k)=desp(i);
            elseif desp(i)<=theta_c1 %Desplazamiento máximo alcanzado
pero pico no alcanzado
                Kr=(M_cM_y1*M_y1-Mmaxd)/(theta_c1-dmaxd);
                M(i)=Mmaxd+Kr*(desp(i)-dmaxd);
            end
        end
    end
end
```

```
        if desp(i-1)<dmaxd
            M2(i+k)=Mmaxd;
            desp2(i+k)=dmaxd;
            k=k+1;
        end
        M2(i+k)=M(i);
        desp2(i+k)=desp(i);
elseif desp(i)<=theta_pc1 && dmax(i-1)<theta_c1 %Primer
postpico
        Kr=(M_r1*M_y1-M_cm_y1*M_y1)/(theta_pc1-theta_c1);
        Krm=Kr;
        M(i)=M_cm_y1*M_y1+Kr*(desp(i)-theta_c1);
        if desp(i-1)<dmaxd;
            M2(i+k)=Mmaxd;
            desp2(i+k)=dmaxd;
            k=k+1;
        end
        M2(i+k)=M_cm_y1*M_y1;
        desp2(i+k)=theta_c1;
        k=k+1;
        M2(i+k)=M(i);
        desp2(i+k)=desp(i);
elseif desp(i)<=theta_pc1 %Zona postpico
        Kr=(M_r1*M_y1-Mmaxd)/(theta_pc1-dmaxd);
        M(i)=Mmaxd+Kr*(desp(i)-dmaxd);
        if desp(i-1)<dmaxd;
            M2(i+k)=Mmaxd;
            desp2(i+k)=dmaxd;
            k=k+1;
        end
        M2(i+k)=M(i);
        desp2(i+k)=desp(i);
elseif desp(i)>theta_pc1 && dmax(i-1)<theta_pc1 %Primer
momento residual
        Krm=0;
        M(i)=M_r1*M_y1;
        if desp(i-1)<dmaxd
            M2(i+k)=Mmaxd;
            desp2(i+k)=dmaxd;
            k=k+1;
        end
        M2(i+k)=M(i);
        desp2(i+k)=theta_pc1;
        k=k+1;
        M2(i+k)=M(i);
        desp2(i+k)=desp(i);
else %Zona residual
        M(i)=M_r1*M_y1;
        M2(i+k)=M(i);
        desp2(i+k)=desp(i);
    end
elseif desp(i)<dmax(i)
    if desp(i)<daux %Recarga a punto auxiliar
        if i>2 && desp(i-1)-desp(i-2)<0 && desp(i)-desp(i-
1)>0
            Kr=(Maux-M(i-1))/(daux-desp(i-1));
        end
    end
```

```
M(i)=M(i-1)+Kr*(desp(i)-desp(i-1));
M2(i+k)=M(i);
desp2(i+k)=desp(i);
else %Recarga a máximo después de punto auxiliar
Kr=(Mmaxd-Maux)/(dmaxd-daux);
M(i)=Maux+Kr*(desp(i)-daux);
if desp(i-1)<daux
M2(i+k)=Maux;
desp2(i+k)=daux;
k=k+1;
end
M2(i+k)=M(i);
desp2(i+k)=desp(i);
end
end
end %Fin 2.1.1.3

else %2.1.2 Desplazamiento/rotación decremental OK

if (dmin(i-1)<theta_y2 || dmax(i-1)>theta_y1)%2.1.2.1 Descarga en
postfluencia (desplazamiento negativo) OK
if i>2 && desp(i-1)-desp(i-2)>0 && desp(i-2)-desp(i-3)>0
%Pendiente de descarga degradada
Ku=M_y1/theta_y1*(1-betau(i));
end
if M(i-1)>Ku*(desp(i-1)-desp(i)) %Descarga
M(i)=M(i-1)+Ku*(desp(i)-desp(i-1));
M2(i+k)=M(i);
desp2(i+k)=desp(i);

else %Caso de recarga después de la descarga

if dmin(i)*(1+betar(i))>theta_c2 %dmind previo al pico
Mmind=Mmind+Krm2*(dmin(i)*(1+betar(i))-dmind);
elseif dmin(i)*(1+betar(i))>=theta_pc2 &&
dmin(i)*(1+betar(i))<theta_c2 %dmind en postpico
Krm2=(M_r2*M_y2-M_cm_y2*M_y2)/(theta_pc2-theta_c2);
Mmind=M_cm_y2*M_y2+Krm2*(dmin(i)*(1+betar(i))-
theta_c2);
elseif dmin(i)*(1+betar(i))<theta_pc2 %dmind en zona
residual
Krm2=0;
Mmind=M_r2*M_y2;
end
dmind=dmin(i)*(1+betar(i));

if dmax(i-1)>theta_y1 && dmin(i-1)>=theta_y2 &&
Maux2==0%Caso de fluencia positiva y negativa no OK
Kr2=M_y2/(theta_y2-(desp(i-1)-M(i-1)/Ku));
elseif Maux2~=0 %Caso de punto previo en dirección de la
curva principal
Kr2=(Mmind-Maux2)/(dmind-daux2);

Kr2=(Maux2+Kr2*(daux2*betar(i)))/((daux2*(1+betar(i)))-(desp(i-1)-M(i-1)/Ku));
Maux2=Kr2*(daux2-(desp(i-1)-M(i-1)/Ku));
```

```
elseif Maux2==0 && dmin(i-1)<theta_y2 %Caso de recarga a
desplazamiento mínimo, con fluencia negativa
    Kr2=Mmind/ (dmind-(desp(i-1)-M(i-1)/Ku));
end
M(i)=Kr2*(desp(i)-(desp(i-1)-M(i-1)/Ku));
M2(i+k)=0;
desp2(i+k)=desp(i-1)-M(i-1)/Ku;
k=k+1;
M2(i+k)=M(i);
desp2(i+k)=desp(i);
end
end %Fin 2.1.2.1

end %Fin 2.1.0

else %2.2 Momento anterior negativo

    if desp(i)-desp(i-1)>0 %2.2.1 Desplazamiento/rotación incremental OK

        if (dmin(i-1)<theta_y2 || dmax(i-1)>theta_y1)%2.2.1.1 Descarga en
postfluencia (desplazamiento positivo) OK
            if i>2 && desp(i-1)-desp(i-2)<0 && desp(i-2)-desp(i-3)<0
%Pendiente de descarga degradada
                Ku2=M_y2/theta_y2*(1-betau(i));
            end
            if M(i-1)<Ku2*(desp(i-1)-desp(i))
                M(i)=M(i-1)+Ku2*(desp(i)-desp(i-1));
                M2(i+k)=M(i);
                desp2(i+k)=desp(i);

            else %Caso de recarga después de la descarga

                if dmax(i)*(1+betar(i))<theta_c1 %dmaxd previo al pico
                    Mmaxd=Mmaxd+Krm*(dmax(i)*(1+betar(i))-dmaxd);
                elseif dmax(i)*(1+betar(i))<=theta_pcl &&
dmax(i)*(1+betar(i))>theta_c1 %dmaxd en postpico
                    Krm=(M_r1*M_y1-M_cM_y1*M_y1)/(theta_pcl-theta_c1);
                    Mmaxd=M_cM_y1*M_y1+Krm*(dmax(i)*(1+betar(i))-
theta_c1);
                elseif dmax(i)*(1+betar(i))>theta_pcl %dmaxd en zona
residual
                    Krm=0;
                    Mmaxd=M_r1*M_y1;
                end
                dmaxd=dmax(i)*(1+betar(i));

                if dmax(i-1)<=theta_y1 && dmin(i-1)<theta_y2 &&
Maux==0%Caso de fluencia negativa y positiva no OK
                    Kr=M_y1/(theta_y1-(desp(i-1)-M(i-1)/Ku2));
                elseif Maux~=0 %Caso de punto previo en dirección de la
curva principal
                    Kr=(Mmaxd-Maux)/(dmaxd-daux);
                    Kr=(Maux+Kr*(daux*betar(i)))/((daux*(1+betar(i)))-
(desp(i-1)-M(i-1)/Ku2));
                    Maux=Kr*(daux-(desp(i-1)-M(i-1)/Ku2));
```

```
elseif Maux==0 && dmax(i-1)>theta_y1 %Caso de recarga a
desplazamiento máximo, con fluencia positiva
    Kr=Mmaxd/(dmaxd-(desp(i-1)-M(i-1)/Ku2));
end

M(i)=Kr*(desp(i)-(desp(i-1)-M(i-1)/Ku2));
M2(i+k)=0;
desp2(i+k)=desp(i-1)-M(i-1)/Ku2;
k=k+1;
M2(i+k)=M(i);
desp2(i+k)=desp(i);
end
end %Fin 2.2.1.1

else %2.2.2 Desplazamiento/rotación decremental

    if dmax(i-1)<=theta_y1 && dmin(i-1)>=theta_y2 && desp(i)<theta_y2
%2.2.2.1 Primera fluencia negativa OK
        Kr2=(M_cM_y2-1)*M_y2/theta_p2;
        M(i)=M_y2+Kr2*(desp(i)-theta_y2);
        for j=1:i-1 %Momentos y desplazamientos para gráfica
            M2(j)=M(j);
            desp2(j)=desp(j);
        end
        M2(i+k)=M_y2;
        desp2(i+k)=theta_y2;
        k=1;
        M2(i+k)=M(i);
        desp2(i+k)=desp(i);
        dmind=desp(i);
        Mmind=M(i);
    end %Fin 2.2.2.1

    if dmax(i-1)>theta_y1 && dmin(i-1)>=theta_y2 %2.2.2.2 Recarga con
fluencia positiva alcanzada pero negativa no OK
        if desp(i)>theta_y2 %Desplazamiento alcanzado menor al de
fluencia

            if Maux2==0 %Sin ciclos previos a la fluencia negativa
                M(i)=M(i-1)+Kr2*(desp(i)-desp(i-1));
                M2(i+k)=M(i);
                desp2(i+k)=desp(i);
            else %Con ciclos previos a la fluencia negativa
                if desp(i)>daux2
                    M(i)=M(i-1)+Kr2*(desp(i)-desp(i-1));
                    M2(i+k)=M(i);
                    desp2(i+k)=desp(i);
                else
                    Kr2=(Mmin(i-1)-Maux2)/(dmin(i)-daux2);
                    M(i)=M(i-1)+Kr2*(desp(i)-desp(i-1));
                    M2(i+k)=Maux2;
                    desp2(i+k)=daux2;
                    k=k+1;
                    M2(i+k)=M(i);
                    desp2(i+k)=desp(i);
                end
            end
        end
    end
```

```
else %Desplazamiento alcanzado mayor al de fluencia
    Kr2=(M_cM_y2-1)*M_y2/theta_p2;
    M(i)=M_y2+Kr2*(desp(i)-theta_y2);
    M2(i+k)=M_y2;
    desp2(i+k)=theta_y2;
    k=k+1;
    M2(i+k)=M(i);
    desp2(i+k)=desp(i);
    dmind=desp(i);
    Mmind=M(i);
end
end %Fin 2.2.2.2

if dmin(i-1)<theta_y2 %2.2.2.3 Recarga en postfluencia negativa
OK
    if Maux2==0 || desp(i)==dmin(i) %Recarga a desplazamiento
mínimo o postmínimo
        if desp(i)>=dmind %Desplazamiento mínimo no alcanzado
            if dmind~=desp(i-1)
                Kr2=(Mmind-M(i-1))/(dmind-desp(i-1));
            end
            M(i)=M(i-1)+Kr2*(desp(i)-desp(i-1));
            M2(i+k)=M(i);
            desp2(i+k)=desp(i);
        elseif desp(i)>=theta_c2 %Desplazamiento mínimo alcanzado
pero pico no alcanzado
            Kr2=(M_cM_y2*M_y2-Mmind)/(theta_c2-dmind);
            M(i)=Mmind+Kr2*(desp(i)-dmind);
            if desp(i-1)>dmind
                M2(i+k)=Mmind;
                desp2(i+k)=dmind;
                k=k+1;
            end
            M2(i+k)=M(i);
            desp2(i+k)=desp(i);
        elseif desp(i)>=theta_pc2 && dmin(i-1)>theta_c2 %Primer
postpico
            Kr2=(M_r2*M_y2-M_cM_y2*M_y2)/(theta_pc2-theta_c2);
            Krm2=Kr2;
            M(i)=M_cM_y2*M_y2+Kr2*(desp(i)-theta_c2);
            if desp(i-1)>=dmind;
                M2(i+k)=Mmind;
                desp2(i+k)=dmind;
                k=k+1;
            end
            M2(i+k)=M_cM_y2*M_y2;
            desp2(i+k)=theta_c2;
            k=k+1;
            M2(i+k)=M(i);
            desp2(i+k)=desp(i);
        elseif desp(i)>=theta_pc2 %Zona postpico
            Kr2=(M_r2*M_y2-Mmind)/(theta_pc2-dmind);
            M(i)=Mmind+Kr2*(desp(i)-dmind);
            if desp(i-1)>=dmind;
                M2(i+k)=Mmind;
                desp2(i+k)=dmind;
                k=k+1;
            end
        end
    end
end
```

```
end
M2(i+k)=M(i);
desp2(i+k)=desp(i);
elseif desp(i)<theta_pc2 && dmin(i-1)>theta_pc2 %Primer
momento residual
Krm2=0;
M(i)=M_r2*M_y2;
if desp(i-1)>=dmind;
M2(i+k)=Mmind;
desp2(i+k)=dmind;
k=k+1;
end
M2(i+k)=M(i);
desp2(i+k)=theta_pc2;
k=k+1;
M2(i+k)=M(i);
desp2(i+k)=desp(i);
else %Zona residual
M(i)=M_r2*M_y2;
M2(i+k)=M(i);
desp2(i+k)=desp(i);
end
elseif desp(i)>dmin(i)
if desp(i)>daux2 %Recarga a punto auxiliar
if i>2 && desp(i-1)-desp(i-2)>0 && desp(i)-desp(i-
1)<0
Kr2=(Maux2-M(i-1))/(daux2-desp(i-1));
end
M(i)=M(i-1)+Kr2*(desp(i)-desp(i-1));
M2(i+k)=M(i);
desp2(i+k)=desp(i);
else %Recarga a máximo después de punto auxiliar
Kr2=(Mmind-Maux2)/(dmind-daux2);
M(i)=Maux2+Kr2*(desp(i)-daux2);
if desp(i-1)>daux2
M2(i+k)=Maux2;
desp2(i+k)=daux2;
k=k+1;
end
M2(i+k)=M(i);
desp2(i+k)=desp(i);
end
end
end %Fin 2.2.2.3
end %Fin 2.2

end %Fin 2.0

if desp(i)>0 %Carga en desplazamiento máximo OK
if dmax(i-1)<desp(i)
Mmax(i)=M(i);
else
Mmax(i)=Mmax(i-1);
end
Mmin(i)=Mmin(i-1);
else %Carga en desplazamiento mínimo OK
```

```
        if dmin(i-1)>desp(i)
            Mmin(i)=M(i);
        else
            Mmin(i)=Mmin(i-1);
        end
        Mmax(i)=Mmax(i-1);
    end

    if sign(M(i-1))~=sign(M(i))%Evita puntos auxiliares una vez alcanzado el
despmax
        check=0;
    end

    if i>3 && M(i-1)>0 && desp(i-1)-desp(i-2)>0 && (desp(i-2)-desp(i-3)>0 ||
desp(i-2)==desp(i-3)) && desp(i)-desp(i-1)<0 && (dmin(i-1)<theta_y2 ||
dmax(i-1)>theta_y1)%Punto auxiliar para recarga positiva OK
        if desp(i-1)>daux && check==0 && (desp(i-1)<dmax(i) ||
dmax(i)<theta_y1)
            Maux=M(i-1);
            daux=desp(i-1);
        end
        if desp(i-1)>daux && desp(i-1)==dmax(i) && dmax(i)>theta_y1
            Maux=0;
            daux=theta_pc2;
        end
    end

    if i>3 && M(i-1)<0 && desp(i-1)-desp(i-2)<0 && (desp(i-2)-desp(i-3)<0 ||
desp(i-2)==desp(i-3)) && desp(i)-desp(i-1)>0 && (dmin(i-1)<theta_y2 ||
dmax(i-1)>theta_y1)%Punto auxiliar para recarga negativa OK
        if desp(i-1)<daux2 && check==0 && (desp(i-1)>dmin(i) ||
dmin(i)>theta_y2)
            Maux2=M(i-1);
            daux2=desp(i-1);
        end
        if desp(i-1)<daux2 && desp(i-1)==dmin(i) && dmin(i)<theta_y2
            Maux2=0;
            daux2=theta_pc1;
        end
    end

end %Fin ciclo

fprintf (['\nEnergía Histéretica Acumulada del Experimento: %.2f \n','Energía
Histéretica Acumulada del Modelo: %.2f \n'], EHE(i-1), EHM(i-1));
plot (desp, carga, d_esq, c_esq, desp2, M2);
```