



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA EN EXPLORACIÓN Y EXPLOTACIÓN DE
RECURSOS NATURALES**

MODELO MATEMÁTICO PARA EL CÁLCULO DE LA VISCOSIDAD DE ACEITES PESADOS Y EXTRAPESADOS BASADO EN MÉTODOS DE REGRESIÓN NO LINEAL

TESIS

**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA**

**PRESENTA:
LORENA GUTIÉRREZ OLVERA**

TUTOR:

**DR. EDGAR RAMIREZ JARAMILLO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**

CIUDAD UNIVERSITARIA, CDMX, DICIEMBRE 2020



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Dedicatoria

Las notas musicales de la dedicación son difíciles de tocar, y dominar, sin embargo, la melodía final es la satisfacción de haberlo logrado. Las notas musicales de este trabajo engloban a mi familia, con sus risas, tristezas, enojos, y aprendizajes, mis amigos con su apoyo e historias, a los profesores con sus conocimientos y su entusiasmo por transmitirlo....

Agradecimientos

En un mundo rápido y de sobrevivencia emocional, las palabras más importantes se han desgastado y perdido en la parte trasera de un tumulto de acciones que las contrarrestan. El simple hecho de decir gracias no llega a ser sincero o completamente recíproco con todas las acciones que a lo largo de mi vida han hecho por mí, si estás leyendo esto es porque de alguna forma positiva o negativa me ayudaste a culminar este trabajo, entre cigarrillos, ilusiones, desilusiones, y un corazón que encontró un refugio en el más noble de los sustantivos “el conocimiento”, y ahora deseo compartir contigo.

Abstract

In the last decades, the heavy and extra-heavy oil fields has become important because their exploitation has increased as the conventional fields are being depleted. On the other hand, one of the main challenges in the exploitation of unconventional reservoirs is the calculation of oil viscosity at a different pressure and temperature conditions.

Although a significant number of correlations and compositional model are available in the oil industry to calculate viscosity, in the case of heavy and extra-heavy oils, it is difficult to obtain reliable values that reproduce the experimental data using existing mathematical models.

The objective of this work is to develop a compositional mathematical model in order to calculate the viscosity of heavy and extra-heavy oils in range of 5 to 25° API. Also, includes a compilation of the various empirical correlations to calculate the viscosity of saturated and under-saturated oil at a different pressure and temperature conditions.

The compositional models most used in the oil industry for the calculation of viscosity are also presented, among which the model proposed by Lohrenz, Bray and Clark in 1964 can be mentioned. To develop the present compositional model, a database of PVT studies was built, which are explained in detail in chapter four, along with the procedures to validate them.

Due to the non-linear rheological behavior of heavy and extra-heavy oils, it was necessary to make a study of the methods used to solve non-linear equation systems, among which the Levenberg-Marquardt method is presented in chapter five with modifications to adapt it to the model developed here.

Finally, the results obtained with the final model are presented and discussed, comparing their performance with the Lohrenz, Bray and Clark model (1964).

Resumen

En las últimas décadas, los yacimientos de aceite pesado y extrapesado han cobrado gran importancia debido a que su explotación se ha incrementado a medida que los yacimientos convencionales se están agotando. Por otro lado, uno de los principales retos en la explotación de los yacimientos no convencionales es el cálculo de la viscosidad del aceite a diferentes condiciones de presión y temperatura.

A pesar de que en la industria petrolera se cuenta con un número significativo de correlaciones y modelos composicionales para calcular la viscosidad, en el caso de los aceites pesados y extrapesados es difícil obtener valores confiables que reproduzcan los datos experimentales empleando los modelos matemáticos existentes.

El objetivo del presente trabajo es desarrollar un modelo matemático composicional para el cálculo de la viscosidad de aceites pesados y extrapesados en el rango de 5 a 25 ° API.

El trabajo incluye una recopilación de las diversas correlaciones empíricas para calcular la viscosidad del aceite saturado y bajo saturado, a diferentes condiciones de presión y temperatura. Se presentan también los modelos composicionales más usados en la industria petrolera para el cálculo de la viscosidad, entre los cuales se pueden mencionar el modelo propuesto por Lohrenz, Bray y Clark en 1964.

Para desarrollar el presente modelo composicional, se construyó una base de datos de estudios PVT los cuales se explican a detalle en el capítulo cuatro, junto con los procedimientos para validarlos.

Debido al comportamiento reológico no lineal de los aceites pesados y extrapesados, fue necesario hacer un estudio de los métodos usados para resolver sistemas de ecuaciones no lineales, entre los cuales se puede mencionar por su facilidad y convergencia el método el de Levenberg-Marquardt presentado en el capítulo cinco con modificaciones para adaptarlo al modelo aquí desarrollado.

Finalmente, se presenta y discuten los resultados obtenidos con el modelo obtenido, comparando su desempeño con el modelo de Lohrenz, Bray y Clark (1964).

ÍNDICE GENERAL

Índice de figuras	viii
Índice de tablas	ix
1. Introducción	1
1.1. Objetivo	4
1.2. Objetivos particulares	4
1.3. Descripción de los capítulos	5
2. Correlaciones para calcular la viscosidad	6
3. Modelos composicionales	13
3.1. Ecuación de Estado	14
3.1.1. Ecuación de estado de Van Der Waals	15
3.1.2. Ecuación de estado Peng-Robinson	22
3.2. Cálculos de equilibrio líquido-vapor	24
3.2.1. Análisis de estabilidad de las fases	27
3.3. Modelos composicionales para calcular la viscosidad del aceite	29
3.3.1. Modelo de Lohrenz, Bray y Clark (LBC) para calcular la viscosidad	31
4. Experimentos PVT y su validación	33
4.1. Estudio PVT	34
4.1.1. Medición de la composición	34
4.1.2. Expansión a composición constante	35
4.1.3. Agotamiento a volumen constante	36
4.1.4. Liberación diferencial	38
4.1.5. Prueba de separación	40
4.2. Validación de experimentos PVT	42
4.3. Modelado de un experimento PVT	44
5. Métodos de regresión no lineal	46
5.1. Mínimos cuadrados no lineales	47
5.2. Método Levenberg-Marquardt	48
5.2.1. Método de descenso más rápido	48
5.2.2. Método de Gauss-Newton	49

5.2.3. Implementación numérica del método de Levenberg-Marquardt	51
5.2.3.1. Inicialización y actualización del parámetro L-M, λ , y p	53
6. Modelo composicional propuesto para calcular la viscosidad	55
6.1. Base de datos	56
6.2. Descripción del modelo propuesto	57
6.2.1. Calibración	57
6.2.1.1. Efectos del número de pseudo-componentes	57
6.2.2. Procedimiento	74
6.2.3. Resultados	77
Conclusiones y recomendaciones	
Conclusiones	99
Recomendaciones	100
Bibliografía	101
Apéndices	103
Apéndice A	104
Apéndice B	112

ÍNDICE FIGURAS

3.1.	Diagrama P-V para una sustancia pura	17
3.2.	Diagrama de una sustancia pura y raíces de la ecuación de Van der Waals	18
4.1.	Experimento a composición constante	36
4.2.	Agotamiento a volumen constante	38
4.3.	Liberación diferencial	40
4.4.	Prueba de separadores	41
4.5.	Método de Bashbush	44
6.1.	Viscosidad obtenida con el desagrupamiento de la fracción pesada PVT-A	61
6.2.	Viscosidad obtenida con el desagrupamiento de la fracción pesada PVT-B	62
6.3.	Viscosidad obtenida con el desagrupamiento de la fracción pesada PVT-C	64
6.4.	Viscosidad obtenida con el desagrupamiento de la fracción pesada PVT-D	64
6.5.	Viscosidad obtenida con el desagrupamiento de la fracción pesada PVT-E	66
6.6.	Viscosidad obtenida con el desagrupamiento de la fracción pesada PVT-F	68
6.7.	Viscosidad obtenida con el desagrupamiento de la fracción pesada PVT-G	69
6.8.	Viscosidad obtenida con el desagrupamiento de la fracción pesada PVT-H	70
6.9.	Viscosidad obtenida con el desagrupamiento de la fracción pesada PVT-I	71
6.10.	Viscosidad obtenida con el desagrupamiento de la fracción pesada PVT-J	73
6.11.	Valores de viscosidad del PVT-A	78
6.12.	Valores de viscosidad del PVT-A sin la presión atmosférica	78
6.13.	Valores de viscosidad del PVT-B	81
6.14.	Valores de viscosidad del PVT-B sin la presión atmosférica	81
6.15.	Valores de viscosidad del PVT-C	82
6.16.	Valores de viscosidad del PVT-C sin la presión atmosférica	84
6.17.	Valores de viscosidad del PVT-D	85
6.18.	Valores de viscosidad del PVT-D sin la presión atmosférica	85
6.19.	Valores de viscosidad del PVT-E	88

6.20.	Valores de viscosidad del PVT-E sin la presión atmosférica	88
6.21.	Valores de viscosidad del PVT-F	90
6.22.	Valores de viscosidad del PVT-F sin la presión atmosférica	90
6.23.	Valores de viscosidad del PVT-G	92
6.24.	Valores de viscosidad del PVT-G sin la presión atmosférica	92
6.25.	Valores de viscosidad del PVT-H	94
6.26.	Valores de viscosidad del PVT-H sin la presión atmosférica	94
6.27.	Valores de viscosidad del PVT-I	96
6.28.	Valores de viscosidad del PVT-I sin la presión atmosférica	96
6.29.	Valores de viscosidad del PVT-J	98
6.30.	Valores de viscosidad del PVT-J sin la presión atmosférica	98
A.1	Algoritmo del método punto fijo	107
A.2	Algoritmo del método de bisección	108
A.3	Algoritmo del método de la falsa posición	110
A.4	Algoritmo del método de la secante	112
B.1.	Regresión parámetro A	116
B.2.	Forma del parámetro A	117
B.3.	Forma del parámetro B	117
B.4.	Forma del parámetro C	118

ÍNDICE TABLAS

1.1. Composición de las reservas remanentes de aceite por tipo 2019 (Millones de barriles)	2
2.1. Correlaciones para calcular la viscosidad	7
2.2. Correlaciones recomendadas para el cálculo de la viscosidad para aceite muerto pesado y extrapesado	10
2.3. Correlaciones recomendadas para el cálculo de la viscosidad para aceite saturado pesado y extrapesado	11
2.4. Correlaciones recomendadas para el cálculo de la viscosidad para aceite bajosaturado pesado y extrapesado	12
3.1. Modificaciones al término de repulsión (Tarek et al., 2007)	20
3.2. Modificaciones al término de atracción (Tarek et al., 2007)	21
3.3. Modelos composicionales para viscosidad	30
3.4. Coeficientes modelo Loherenz-Bray	31
6.1. Base datos	56
6.2. Error porcentual en la calibración respecto al punto de saturación	58
6.3. Error porcentual en la calibración respecto a la densidad en el punto de saturación	58
6.4. Relación de número de operaciones al dividir el pseudo-componente	59
6.5. Valores obtenidos de la viscosidad del PVT-A con pseudocomponentes	60
6.6. Valores obtenidos de la viscosidad del PVT-B con pseudocomponentes	61
6.7. Valores obtenidos de la viscosidad del PVT-C con pseudocomponentes	63
6.8. Valores obtenidos de la viscosidad del PVT-D con pseudocomponentes	65
6.9. Valores obtenidos de la viscosidad del PVT-E con pseudocomponentes	66
6.10. Valores obtenidos de la viscosidad del PVT-F con pseudocomponentes	67
6.11. Valores obtenidos de la viscosidad del PVT-G con pseudocomponentes	69
6.12. Valores obtenidos de la viscosidad del PVT-H con pseudocomponentes	70
6.13. Valores obtenidos de la viscosidad del PVT-I con pseudocomponentes	72
6.14. Valores obtenidos de la viscosidad del PVT-J con pseudocomponentes	72
6.15. Coeficientes para A	76
6.16. Valores calculados de viscosidad para el PVT-A	79

6.17.	Valores calculados de viscosidad para el PVT-B	80
6.18.	Valores calculados de viscosidad para el PVT-C	83
6.19.	Valores calculados de viscosidad para el PVT-D	86
6.20.	Valores calculados de viscosidad para el PVT-E	87
6.21.	Valores calculados de viscosidad para el PVT-F	89
6.22.	Valores calculados de viscosidad para el PVT-G	91
6.23.	Valores calculados de viscosidad para el PVT-H	93
6.24.	Valores calculados de viscosidad para el PVT-I	95
6.25.	Valores calculados de viscosidad para el PVT-J	97
B.1.	Coeficientes PVT-B	115

CAPÍTULO 1

Introducción

Durante décadas se evitó la complejidad técnica y económica que representa la explotación de los yacimientos de crudo pesado y extrapesado. Sin embargo, debido al agotamiento de los yacimientos convencionales, se ha vuelto necesario comenzar con la explotación de estos yacimientos.

La Agencia Internacional de Energía en el documento *World Energía Outlook* menciona que los yacimientos de aceite ligero se agotan a una tasa de 0.6 Mb/d, por lo cual es necesario implementar medidas de explotación de crudo pesado en el mundo.

En la *Prospectiva de petróleo crudo y petrolíferos 2019* publicada por SENER, se registró 25,106 millones de barriles de petróleo crudo equivalente (MMbpce) en las totales de hidrocarburos (3P), disminuyendo un 1.4% con respecto al 2018. De acuerdo con su clasificación por densidad (SENER, 2019):

- Reservas Probadas 1P: el aceite pesado contribuyo con 58.8 %, aceite mediano 15.6 %, aceite ligero con 14.8 %, aceite súper- ligero 6.1 %, extrapesado con 3.1 %.
- Reservas 2P (Probadas + Probables): se conformaron por 53.2 % de aceite pesado, 21.3 % de aceite mediano, 14.5 % de aceite ligero, 5.3 % de aceite superligero, 3.7 % de extrapesado.
- Reservas 3P (Probadas + Probables + Posibles): corresponde 46.8 % al aceite pesado, 21.5 % al aceite mediano, 14.0 % de ligero, 8.4 % de superligero, 7.2 % de extrapesado.

En la **tabla 1** se presentan las reservas remanentes de aceite donde se puede observar que las correspondientes a aceite pesado y extrapesado juegan un papel importante.

**Tabla 1. 1 Composición de las reservas remanentes de aceite por tipo 2019
(Millones de barriles)**

Reserva	Tipo	Datos anuales (SENER, 2019)
		2019
1P	Extrapesado	217.7
	Ligero	1,043.70
	Mediano	1,098.20
	Pesado	4,135.50
	Superligero	428.5
	Total	7,037
2P	Extrapesado	473.4
	Ligero	1,862.80
	Mediano	2,732.80
	Pesado	6,834.90
	Superligero	684.5
	Total	12,850
3P	Extrapesado	1,432.30
	Ligero	2,800.80
	Mediano	4,290.80
	Pesado	9,351.20
	Superligero	1,669.00
	Total	19,970

Los crudos pesados y extrapesados se caracterizan por sus rangos de viscosidad que se refleja indirectamente por la densidad o gravedad específica (expresada internacionalmente mediante °API).

En la escala °API, los crudos extrapesados tiene una densidad menor a 9.9 °API y los pesados en el intervalo de 10 a 21.9 °API. Los valores de viscosidad de los crudos pesados y extrapesados están en el intervalo de 10000 a 100 cP (Wally J, 2012).

La viscosidad es una variable fundamental que debe tomarse en consideración debido a su influencia en las propiedades de transporte, acondicionamiento y tratamiento del aceite, desde el yacimiento, en el pozo, ductos superficiales y puntos de almacenamiento.

Para extraer y transportar los aceites pesados y extrapesados se requiere implementar tecnologías no convencionales para disminuir la viscosidad, los métodos más comunes son a través de calentamiento, dilución o del uso de productos químicos.

Es necesario conocer el comportamiento termodinámico de los fluidos para lograr un diseño óptimo de métodos de explotación y de instalaciones de transporte. Para los crudos pesados y extrapesados en particular, la predicción de la viscosidad es un tema en desarrollo, debido al comportamiento reológico complejo que exhiben.

Es necesario evaluar diferentes métodos para calcular la viscosidad de este tipo de aceites que se producen en campos mexicanos, debido a que la mayoría de los trabajos existentes, arrojan errores considerables para el cálculo de su viscosidad, lo cual puede afectar el diseño de las instalaciones correspondientes.

Debido al comportamiento no lineal que exhibe la viscosidad, se requieren métodos numéricos de regresión no lineal para “calibrar los datos medidos”. En este sentido, puede mencionarse que el método Levenberg-Marquardt (L-M) es uno de los más empleados debido a su estabilidad numérica.

Este algoritmo de optimización está basado en los métodos de descenso y de Gauss-Newton; el algoritmo se comporta como un método de descenso lento, pero garantiza su convergencia, cuando se está cerca de la solución correcta, se comporta como el método de Gauss-Newton. Este algoritmo es considerado como un método de región de confianza. A diferencia de otros, la convergencia del método L-M está en función del “parámetro de región de confianza”, el cual se calcula de forma iterativa, consumiendo mayor tiempo y memoria computacional.

Objetivo

Desarrollar, calibrar y validar un modelo composicional para calcular la viscosidad de aceites pesados y extrapesados de yacimientos mexicanos a partir de datos experimentales medidos en laboratorio (estudios PVT).

Objetivos particulares

- Revisión de la literatura sobre modelos y correlaciones para la predicción de la viscosidad.
- Validación de experimentos PVT reportados.
- Calibración de Ecuaciones de Estado (EdE).
- Revisión de métodos de optimización no lineal.
- Generación de base de datos experimentales de viscosidad de crudos pesados y extrapesados de campos mexicanos.
- Desarrollo y calibración de un modelo composicional para el cálculo de la viscosidad de aceites pesados y extrapesados implementando el método de optimización no lineal de Levenberg-Marquardt, validándolo con los datos experimentales recabados.
- Validación de los resultados obtenidos con el modelo matemático desarrollado.

Descripción de los capítulos

En el capítulo uno se presenta la introducción, objetivos, alcances y una descripción de los diferentes capítulos que componen a este trabajo de tesis.

En el capítulo dos se presentan las correlaciones recomendadas para el cálculo de la viscosidad del aceite muerto, aceite saturado, y aceite bajo saturado, para los crudos pesados y extrapesados.

En el capítulo tres se mencionan algunos de los modelos composicionales para el cálculo de la viscosidad, y se explica a detalles el método de Lohrenz, Bray y Clark por ser el más utilizado en la industria petrolera.

En el capítulo cuatro se describe en forma general, la metodología empleada para realizar los experimentos que conforman un estudio PVT composicional a los fluidos del yacimiento, así como los experimentos normalmente recomendados para cada uno de los fluidos petroleros.

El capítulo cinco se compone de la descripción de los métodos numéricos de regresión no lineal para calibrar datos teóricos con datos experimentales.

En el capítulo seis se presenta la base de datos, procedimiento, descripción y resultados del modelo composicional propuesto para calcular la viscosidad de los aceites pesados y extrapesados.

Finalmente se presentan las conclusiones y recomendaciones del trabajo presente.

CAPÍTULO 2

Correlaciones para calcular la viscosidad

Se presentan las correlaciones empíricas para estimar la viscosidad del aceite muerto, aceite saturado, y aceite bajo saturado.

Los modelos matemáticos o correlaciones empíricas diseñadas para obtener los valores de viscosidad de los fluidos del yacimiento están en función de: la relación gas aceite (RGA), relación de solubilidad (Rs), densidad del aceite ($^{\circ}$ API), densidad relativa del gas (γ_g), presión (P) y temperatura (T).

2.1 Correlaciones para calcular la viscosidad

Las correlaciones para el cálculo de la viscosidad se han clasificado dependiendo de la presencia de gas en el aceite en tres rubros; aceite muerto (μ_{od}), se correlaciona usualmente con la densidad API y la temperatura; el aceite saturado se correlaciona con la μ_{od} (viscosidad del aceite muerto) y de la relación gas aceite (RGA) y finalmente el aceite bajo saturado está en función de la μ_{ob} (viscosidad en del aceite en el punto de burbuja) y la presión.

En la Tabla 2.1, se presentan las correlaciones más empleadas en la industria petrolera para calcular la viscosidad del aceite (Antonio, 2016).

Tabla 2. 1. Correlaciones para calcular la viscosidad

Correlación	Parámetro considerado			Comentario
	μ_{od}	μ_o	μ_{ob}	
Beal (1946)	x	X	x	Beal recopiló 1332 datos de viscosidad de 747 yacimientos de aceite de E.U.A con una densidad en el rango de 10°a 52.5° API. A través de gráficos demostró que la viscosidad del aceite saturado tiene una relación directa con la presión, temperatura del yacimiento, RGA y densidad del aceite, mientras que la viscosidad del aceite muerto se relaciona con la densidad API y la temperatura.
Chew y Connally (1959)		X		Recopilaron información de 457 muestras de aceite de yacimientos del norte y sur de América con densidades entre 10° y 45° API. Presentaron una correlación gráfica para el cálculo de la viscosidad del aceite saturado en función de la viscosidad del aceite muerto y la relación de solubilidad, Rs.
Aziz, Govier y Forgarasi (1972)		X		A partir del método de Chew y Connally, trabajaron con 48 muestras de aceite saturado para obtener una correlación matemática.
Beggs y Robinson (1975)	x	X		Usaron 2533 datos de 600 muestras de aceite, para desarrollar dos correlaciones, una para el cálculo del aceite muerto a partir de 460 puntos medidos y otra para el cálculo del aceite saturado retomando el método de Chew y Connally.

Continuación Tabla 2. 1. Correlaciones para calcular la viscosidad

Correlación	Parámetro considerado			Comentarios
	μ_{od}	μ_o	μ_{ob}	
Vázquez y Beggs (1980)			x	Desarrollaron una correlación matemática para el cálculo de la viscosidad del aceite bajo saturado, usando 3593 datos de 600 estudios PVT.
Glaso (1980)	x			Generaron una correlación de comportamiento similar a la desarrollada por Vázquez y Beggs, con 26 muestras de yacimientos del Mar del Norte. En función de la temperatura y densidad del aceite.
Standing (1981)	x	x	x	Generó correlaciones matemáticas a partir de las gráficas de Beal, de aceite con densidades API de 10° a 52.5°.
Khan et al. (1987)		x	x	Desarrollaron una correlación matemática con muestras de 75 aceites de 62 yacimientos con densidades entre los 27° y los 40° API de Arabia Saudita.
Al-Khafaji et al. (1987)	x	x	x	Desarrollaron una correlación matemática con 300 muestras de aceite de yacimientos con densidades entre los 30°-42° API del Medio Oriente.
Abdul-Majeed et al. (1990)			x	Desarrollaron una correlación matemática con 41 muestras de aceite de yacimientos del Medio Oriente.
Kartoatmodjo y Schmidt (1991)	x	x	x	Desarrollaron una correlación tomando como referencia los trabajos de Glaso, Chew y Connally, al igual que de Beal.
Bergman (1992)	x	x		Desarrollo correlaciones para el cálculo de la viscosidad del aceite muerto y del aceite saturado, usando los datos experimentales de Beggs y Robinson.
Labedi (1992)	x	x	x	Desarrolló una correlación matemática con 100 muestras de aceite de yacimientos Libia.
De Ghetto et al. (1994)	x	x	x	Desarrollaron correlaciones para el cálculo de la viscosidad del aceite muerto, saturado y bajo saturado, presentando una clasificación de los coeficientes para diferentes rangos de densidad API del aceite.
Petrosky y Farshad (1995)	x	x	x	Usando 126 estudios PVT, desarrollaron correlaciones para el cálculo de la viscosidad de aceite muerto, saturado y bajo saturado.
Hanafy et al. (1997)		x		Desarrollaron una correlación matemática experimentos PVT de 324 muestras de aceites.

Continuación Tabla 2. 1. Correlaciones para calcular la viscosidad

Correlación	Parámetro considerado			Comentarios
	μ_{od}	μ_o	μ_{ob}	
Almehaideb (1997)		x	x	Desarrollaron correlaciones matemáticas para el cálculo de la viscosidad del aceite saturado y bajo saturado con experimentos PVT de 15 muestras de aceite de yacimientos del Medio Oriente.
Bennison (1998)	x			Desarrolló una correlación matemática con 16 muestras de aceite pesado de yacimientos del Mar del Norte.
Elsharkawy y Alikhan (1999)	x	x	x	Desarrollaron correlaciones para calcular la viscosidad del aceite muerto, saturado y bajo saturado, con 254 muestras de aceite de yacimiento del Medio Oriente.
Elsharkawy y Gharbi (2001)	x	x	x	Desarrollaron correlaciones para calcular la viscosidad del aceite muerto, saturado y bajo saturado, con 56 muestras de aceite de yacimientos de Kuwait.
Dindoruk y Christman (2001)	x	x	x	Desarrollaron correlaciones para calcular la viscosidad del aceite muerto, saturado y bajo saturado, con 90 muestras de aceite de yacimientos del Golfo de México.

La viscosidad del aceite es una propiedad fundamental en la descripción del comportamiento termodinámico de los fluidos, sin embargo, es una de las más complejas en su cálculo debido a su dependencia a la presión, temperatura y composición. El rango de aplicación de las correlaciones está limitado por los autores debido a su carácter empírico, al igual que las variables usadas en su cálculo las más frecuentes son; la densidad relativa del aceite muerto, la densidad relativa del gas, la relación de solubilidad, la presión y la temperatura.

Pocos autores han desarrollado correlaciones para aceites pesados y extrapesados. En las **Tablas 2.2 y 2.3**, se presentan las correlaciones más recomendadas para el cálculo de la viscosidad del aceite muerto, saturado, y bajo saturado, para los aceites pesados y extrapesados (**Antonio, 2016**).

Tabla 2. 2. Correlaciones recomendadas para el cálculo de la viscosidad para aceite muerto pesados y extrapesados

Glaso (1980)	$\mu_{od} = 3.141 \times 10^{10} T^{-3.444} \log AP I^{10.313 \log T - 36.447}$
Al-Khafaji, Abdul-Majeed y Hassoon (1987)	$\mu_{od} = \frac{10^{4.9563 - 0.00488T}}{\left(\text{°API} + \frac{T}{30} - 14.29 \right)^{2.709}}$
Kartoatmodjo y Schmidt (1991)	$\mu_{od} = 10 * 10^8 T^{-2.5177} (\log \text{°API})^{5.7526T - 26.9718}$
Bergman (1992)	$\ln(\mu_{od} + 1) = 22.33 - 0.194 \text{°API} + 0.0003 \text{°API}^2 - (3.20 - 0.0185 \text{°API}) \ln(T + 310)$
De Ghetto et al. (1994)	$\log * \log(\mu_{od} + 1) = 1.8513 - 0.025548 \text{°API} - 0.56238 \log T$
Petrosky y Farshad (1995)	$\mu_{od} = 2.3511 * 10^7 T^{-2.10255} \log(\text{°API})^J$ $J = 4.59388 \log T - 22.82792$
Bennison (1998)	$\mu_{od} = 10^{0.10231 \text{°API}^2 - 3.9464 \text{°API} + 46.5037 T - 0.4542 \text{°API}^2 + 1.70405 \text{°API} - 19.18}$

Tabla 2. 3. Correlaciones recomendadas para el cálculo de la viscosidad para aceite saturado pesado y extrapesado

<p>Al-Khafaji, Abdul - Majeed y Hassoon (1987)</p>	$\mu_o = A\mu_{od}^B$ $A = 0.247 + 0.2824\log Rs + 0.5657(\log Rs)^2 - 0.4065\log Rs)^3 + 0.0631\log Rs)^4$ $B = 0.894 + 0.0546\log Rs + 0.07667(\log Rs)^2 - 0.0736(\log Rs)^3 + 0.01008\log Rs)^4$
<p>Kartoatmodjo y Schmidt (1991)</p>	$\mu_o = -0.06821 + 0.9824H + 0.0004034H^2$ $H = (0.2001 + 0.8428 * 10^{-0.000845Rs})\mu_{od}^{0.43+0.5165I}$ $I = 10^{-0.00081Rs}$
<p>Bergman (1992)</p>	$\mu_o = A\mu_{od}^B \quad A = e^{4.768-0.8356\ln(Rs+300)} \quad B = 0.555 + \frac{133.5}{Rs + 300}$
<p>Petrosky y Farshad (1995)</p>	$\mu_o = A\mu_{od}^B$ $A = 0.1651 + (0.6165 * 10^{-6.0866*10^{-4}Rs})$ $B = 0.5131 + (0.5109 * 10^{-1.1831*10^{-3}Rs})$
<p>Elsharkawy y Alikha (1999)</p>	$\mu_o = A\mu_{od}^B$ $A = 1241.932(Rs + 641.026)^{-1.1241}$ $B = 1768.841(Rs + 1180.335)^{-1.06622}$
<p>Chew y Connally (1959)</p>	$\mu_o = (10)^a(\sigma_{od})^b$ $a = Rs(2.2(10^{-7})Rs - 7.4(10^{-4}))$ $b = 0.68(10)^c + 0.25(10)^d + 0.062(10)^e$ $c = 0.0000862Rs; d = -0.0011Rs; e = -0.00374Rs$
<p>Beggs y Robinson (1975)</p>	$\mu_o = A\mu_{od}^B$ $A = 10.715(Rs + 100)^{-0.515} \quad B = 5.44(Rs + 150)^{-0.338}$

Tabla 2. 4. Correlaciones recomendadas para el cálculo de la viscosidad para aceite bajo saturado pesado y extrapesado

<p>Khan et al. (1987)</p>	$\mu_o = \mu_{ob} e^{9.6 \cdot 10^{-6}(p-pb)}$ $\mu_o = \mu_o \left(\frac{P}{pb}\right)^{-0.14} \exp^{-2.5 \cdot 10^{-4}(p-pb)}$
<p>Kartoatmodjo y Schmidt (1991)</p>	$\mu_o = 1.00081\mu_{ob} + 0.001127(p - pb)(-0.006517\mu_{ob}^{1.8141} + 0.038\mu_{ob}^{1.590})$
<p>De Ghetto (1994)</p>	$\mu_o = \mu_{ob} - \left(1 - \frac{p}{pb}\right) \left(\frac{10^{-1.9}\mu_{ob}^{0.7423} pb^{0.6957}}{10^{0.024API}}\right)$
<p>Elsharkawy y Alikha (1999)</p>	$\mu_o = \mu_{ob} + 10^{-2.0771}(p - pb)(\mu_{od}^{1.19279}\mu_{od}^{-0.40712} pb^{-0.7941})$
<p>Vázquez y Beggs (1980)</p>	$\mu_o = \mu_{ob} \left(\frac{P}{pb}\right)^m$ $m = 2.6p^{1.187} e^{(-11.513 - 8.98 \cdot 10^{-5}p)}$

CAPÍTULO 3

Modelos Composicionales

Los modelos composicionales para el cálculo de la viscosidad del aceite se basan en ecuaciones de estado, lo cual permite calcular la viscosidad en función de la presión, temperatura y composición del aceite.

La composición del aceite se puede obtener por mediciones experimentales directas de cromatografía o mediante cálculos de equilibrio líquido-vapor utilizando también las ecuaciones de estado. A continuación, se presenta una revisión del estado del arte relacionado a cálculos de equilibrio y análisis de estabilidad. Se presentan los modelos composicionales para el cálculo de la viscosidad, dando especial atención al modelo propuesto por Lohrenz, Bray y Clark (1964), por ser el más usado en los softwares comerciales.

3.1 Ecuación de Estado

Una ecuación de estado (EdE) es una expresión matemática que está en función de la presión, p , la temperatura, T , y el volumen, V . Es importante una descripción adecuada de la relación PVT de los fluidos hidrocarburos en la determinación de los comportamientos de fase, volumétrico y reológico para predecir el rendimiento de las instalaciones superficiales y de separación; esto puede ser descrito con precisión por estas ecuaciones.

La mayoría de las ecuaciones de estado utilizan las propiedades críticas y factor acéntrico de los componentes individuales. La principal ventaja de utilizarlas es que la misma ecuación se puede usar para modelar el comportamiento de las fases (líquido o gaseoso), asegurando así la consistencia de los resultados obtenidos (Tarek et al., 2007). Una de las EdE más conocida y sencilla es la ecuación de los gases ideales:

$$pV = nRT \quad (3.1)$$

Donde:

- V = es el volumen de n moles de gas.
- T = temperatura.
- P = presión.
- n = numero de moles
- R = constante universal de gases

Ésta se utiliza para describir el comportamiento volumétrico solamente de gases hidrocarburos reales a bajas presiones y altas temperaturas (Tarek et al., 2007). Sin embargo, tiene limitaciones importantes, por lo cual surgieron numerosos intentos de desarrollar una EdE adecuada para describir el comportamiento de los fluidos reales a condiciones mayores de presión y temperatura (Tarek et al., 2007).

Las cuatro EdE más empleadas en la industria petrolera son:

- Van Der Waals
- Redlich-Kwong
- Soave - Redlich – Kwong
- Peng – Robinson

Las características principales de estas ecuaciones se describen a continuación.

3.1.1 Ecuación de estado de Van Der Waals

En el desarrollo de la EdE de los gases ideales (**ecuación 3.1**), se hicieron tres consideraciones:

1. El volumen de las moléculas de gas es despreciable en comparación al volumen del recipiente que lo contiene y la distancia entre las moléculas.
2. No existen fuerzas de atracción o repulsión entre las moléculas o las paredes del recipiente que lo contiene.
3. Los choques de las moléculas son perfectamente elásticos conservando el momento y la energía cinética.

Van der Waals (1873) trato de contrarrestar estas consideraciones en una ecuación de estado que describiera el comportamiento de los gases reales. De esta manera, propuso que las moléculas de gas ocupan una fracción significativa del volumen a altas presiones para lo cual desarrolló la siguiente expresión:

$$p = \frac{RT}{V - b} \quad (3.2)$$

Dónde:

- b (*covolumen*).
- V es el volumen molar real del gas.

Para eliminar la segunda simplificación, Van der Waals incorporó en su modelo un término correctivo que toma en cuenta las fuerzas de atracción entre las moléculas, denotado por $\frac{a}{V^2}$.

La expresión final propuesta por Van der Waals es la siguiente:

$$p = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2} \quad (3.3)$$

De la **ecuación (3.3)** puede observarse lo siguiente:

1. A bajas presiones, el volumen de la fase de gas es grande en comparación con el volumen de las moléculas. El parámetro b se hace despreciable en comparación con el volumen molar real del gas (V) y el término de las fuerzas de atracción, $\frac{a}{V^2}$ se vuelve despreciable.
2. A altas presiones, cuando $p \rightarrow \infty$, el volumen del gas (V) tiende al volumen molar real (b).

Para la determinación de las constantes a y b , en el caso de las sustancias puras, Van der Waals se basó en la isoterma crítica por tener una pendiente horizontal y un punto de inflexión en el punto crítico, como se muestra en la **Figura 3.1**. Estas dos condiciones pueden expresarse matemáticamente en la **ecuación (3.4)**

$$\left[\frac{\partial p}{\partial V} \right]_{T_c, P_c} = 0 \quad (3.4)$$

$$\left[\frac{\partial^2 p}{\partial V^2} \right]_{T_c, P_c} = 0$$

Derivando la **ecuación (3.3)** con respecto al volumen en los puntos críticos se obtiene:

$$\left[\frac{\partial p}{\partial V} \right]_{T_c, P_c} = \frac{-RT_c}{(V_c - b)^2} + \frac{2a}{V_c^3} = 0$$

$$\left[\frac{\partial^2 p}{\partial V^2} \right]_{T_c, P_c} = \frac{2RT_c}{(V_c - b)^3} - \frac{6a}{V_c^4} = 0$$

Resolviendo para a y b , obtiene las **ecuaciones (3.5) y (3.6)**

$$b = \left(\frac{1}{3} \right) V_c \quad (3.5)$$

$$a = \left(\frac{8}{9} \right) RT_c V_c \quad (3.6)$$

La **ecuación (3.5)** indica que el volumen de las moléculas, b , es de aproximadamente 0.333 del volumen crítico, V_c , de la sustancia. De acuerdo con resultados experimentales con sustancias puras, se ha reportado que el covolumen, b , tiene valores que van de 0.24 a 0.28 del volumen crítico.

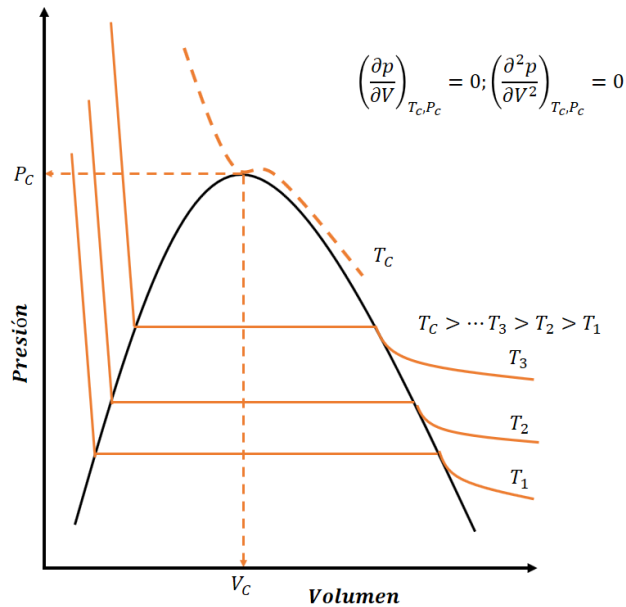


Figura 3.1 Diagrama P-V para una sustancia pura

Usando la primera y segunda derivadas con las **ecuaciones 3.5 y 3.6** se llega a la **ecuación (3.7)**.

$$p_c V_c = (0.375) R T_c \quad (3.7)$$

De la **ecuación (3.7)** se deduce que, independientemente del tipo de la sustancia, con la EdE de Van der Waals se obtiene un factor universal de compresibilidad a condiciones del punto crítico, Z_c , de 0.375. Sin embargo, experimentalmente se ha encontrado que varía entre 0.23 y 0.31.

Combinando las **ecuaciones 3.5, 3.6 y 3.7** se pueden obtener expresiones más precisas para el cálculo de los parámetros a y b:

$$a = \Omega_a \frac{R^2 T_c^2}{p_c} \quad (3.8)$$

$$b = \Omega_b \frac{R T_c}{p_c} \quad (3.9)$$

donde $\Omega_a = 0.421875$ y $\Omega_b = 0.125$, p_c (psia), T_c (°R), v (pie³/mol), y $R=10.73$ psia-pie³/lb-mol.

Reacomodando la **ecuación (3.3)** en términos del volumen, V , se puede expresar como la **ecuación (3.10)** cúbica, esta se conoce como la ecuación de estado cúbica de Van der Waals de dos parámetros. Su principal característica es que describe el fenómeno de condensación de líquido, y el paso del gas a la fase líquida cuando es comprimido

$$V^3 - \left(b + \frac{RT}{p}\right)V^2 + \left(\frac{a}{p}\right)V - \left(\frac{ab}{p}\right) = 0 \quad (3.10)$$

Considerando una temperatura constante, T , menor que T_c , la **ecuación (3.10)** tiene tres raíces reales para cada presión determinada. Una de la **ecuación (3.10)** a temperatura constante, se muestra gráficamente por la línea \overline{DWEZB} de la isoterma (**figura 3.2**)

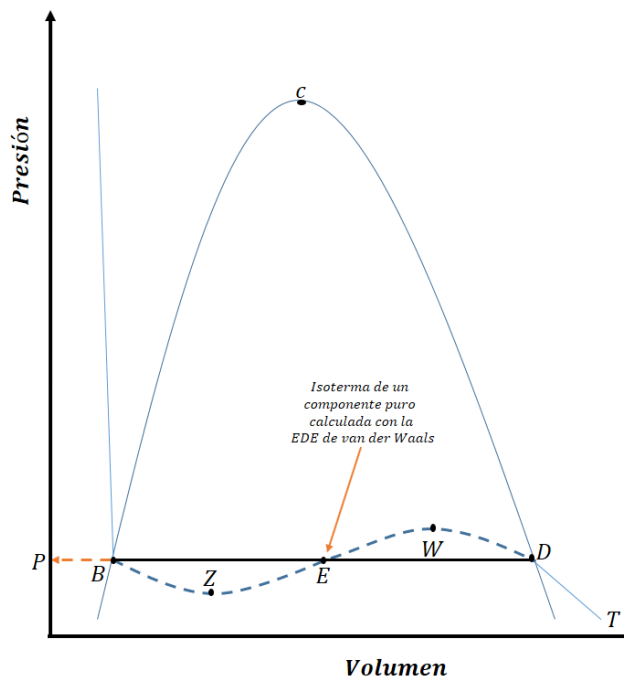


Figura 3.2 Diagrama de una sustancia pura y raíces de la ecuación de Van der Waals

Los tres valores de V son las intersecciones indicadas en los puntos B, E y D en la línea horizontal, que corresponde a una isobara. Esta línea discontinua (\overline{DWEZB}) es la transición de la fase gaseosa a la fase líquida.

La gráfica muestra que la raíz más grande (D), corresponde al volumen del vapor saturado y el valor más pequeño (B), corresponde al volumen del líquido bajo saturado. La tercera raíz, (E),

no tiene significado físico. La diferencia de estos valores tiende a reducirse a medida que la temperatura se aproxima a la temperatura crítica de la sustancia.

Otra forma de expresar la **ecuación (3.10)**, es en función del factor de compresibilidad, sustituyendo el volumen molar, V , por ZRT / p y desarrollando se obtiene la **ecuación (3.11)**.

$$V^3 - \left(b + \frac{RT}{p}\right)V^2 + \left(\frac{a}{p}\right)V - \left(\frac{ab}{p}\right) = 0$$

$$V^3 - \left(b + \frac{RT}{p}\right)\left(\frac{ZRT}{p}\right)^2 + \left(\frac{a}{p}\right)\left(\frac{ZRT}{p}\right) - \left(\frac{ab}{p}\right) = 0$$

Sí

$$A = \frac{ap}{R^2T^2}$$

$$B = \frac{bp}{RT}$$

se puede expresar como:

$$Z^3 - (1 + B)Z^2 + AZ - AB = 0 \quad (3.11)$$

Para la **ecuación (3.11)** se puede obtener una raíz real en la región de una sola fase y tres raíces reales en la región de dos fases.

En la región de dos fases, la raíz positiva mayor corresponde con el factor de compresibilidad de la fase vapor, Z_v , mientras que la raíz positiva más pequeña corresponde a la fase líquida, Z_L .

Como se indicó anteriormente, la ecuación de Van der Waals considera las interacciones intermoleculares de atracción y repulsión, como se muestra en la **ecuación (3.12)**.

$$p = p_{repulsión} - p_{atracción} \quad (3.12)$$

Donde el término de repulsión se expresa en la **ecuación 3.13** y el término de atracción en la **ecuación 3.14**.

$$p_{repulsión} = \frac{RT}{V - b} \quad (3.13)$$

$$p_{atracción} = \frac{a}{V^2} \quad (3.14)$$

Siguiendo el mismo razonamiento, algunos autores han propuesto modificaciones a los términos de repulsión y de atracción, como se indica en las **Tablas 3.1** y **3.2**, respectivamente (Tarek et al., 2007).

Tabla 3.1 Modificaciones al término de repulsión (Tarek et al., 2007)

Ecuación	Término de repulsión	Comentario
Reiss et al. (1959)	$\frac{1 + \eta + \eta^2}{(1 - \eta)^3}$	Se basaron en la teoría de perturbaciones aplicada a un sistema de moléculas rígidas sencillas.
Guggenheim (1965)	$\frac{1}{(1 - \eta)^4}$	Notó que la desviación de la temperatura de su valor crítico varía con la tercera potencia respecto a la desviación del volumen de su valor crítico. A partir de esto, se introduce el grado de la curva de coexistencia.
Carnahan-Starling (1969)	$\frac{1 + \eta + \eta^2 - \eta^3}{(1 - \eta)^3}$	Se usó la ecuación de esferas duras de Carnahan-Starling.
Scott et al. (1971)	$\frac{RT(V + b)}{V(V - b)}$	Usando la clasificación de van Konynenburg y Scott. Se modificó considerando el comportamiento tipo III.
Boublik (1981)	$\frac{1 + (3\alpha - 2)\eta + (3\alpha^2 - 3\alpha + 1)\eta^2 - \alpha^2\eta^3}{(1 - \eta)^3}$	Modificaron la EdE de modo que las isothermas críticas de varios compuestos fueran reproducidas correctamente.

*Donde $\eta = b/4V$

Tabla 3.2 Modificaciones al término de atracción (Tarek et al., 2007)

Ecuación	Término de atracción	Comentario
Redlich-Kwong (RK) (1940)	$\frac{a}{RT^{1.5}(V + b)}$	Requiere las condiciones críticas de cada componente.
Soave (SRK) (1972)	$\frac{a(T)}{RT(V + b)}$	El parámetro a fue modificado para que la curva de presión de vapor sea reproducida correctamente.
Peng-Robinson (PR) (1976)	$\frac{a(T)V}{RT[V(V + b) + b(V - b)]}$	Modificaron el cálculo de las propiedades de los fluidos, entorno a las condiciones críticas
Fuller (1976)	$\frac{a(T)}{RT(V + cb)}$	Tomando la ecuación de SRK (1972) introduce un tercer parámetro para reproducir el factor de compresibilidad crítico.
Heyen (1980)	$\frac{a(T)V}{RT[V^2 + (b(T) + c) - b(T)c]}$	Modifica el cálculo del parámetro alfa en función del volumen molar, factores acéntricos y polar.
Schmidt-Wenzel (1980)	$\frac{a(T)V}{RT(V^2 + ubV + wb^2)}$	Incluye una fase sólida, se supone que existe un agregado molecular relativamente grande (hasta 40 unidades) en una sustancia pura. Es una de las ecuaciones de tres parámetros.
Harmens-Knapp (1980)	$\frac{a(T)V}{RT[V^2 + Vcb - (c - 1)b^2]}$	Modifican el termino alfa, utilizando tres parámetros,
Patel-Teja (PT) (1982)	$\frac{a(T)V}{RT[V(V + b) + c(V - b)]}$	Ajusta la densidad del líquido saturado de las sustancias no polares. Utiliza dos parámetros para cada sustancia y resolver una ecuación cúbica para cada uno de esos parámetros.
Yu y Lu (1987)	$\frac{a(T)V}{RT[V(V + c) + b(3V + c)]}$	Usa tres parámetros donde uno depende de la temperatura correlacionó las propiedades de los primeros diez miembros de una serie de n-alcanos homólogos.

3.1.2 Ecuación de estado de Peng-Robinson

Peng y Robinson (1976) concluyeron que era necesaria una mejora en la EdE de Soave-Redlich-Kwong para el cálculo de las densidades y otras propiedades de los fluidos, entorno a las condiciones críticas, propusieron la **ecuación (3.13)**.

$$p = \frac{RT}{V - b} - \frac{a\alpha(T)}{(V + b)^2 - cb^2} \quad (3.13)$$

donde el parámetro c es un número entero, optimizado mediante el análisis de los valores de los términos Z_c y b/V_c . En general Z_c debe estar cerca de 0.28 y b/V_c aproximadamente 0.26. Para un valor optimizado de $c = 2$ da $Z_c = 0.307$ y $(b/V_c) = 0.253$. Basándose en este valor de c , Peng y Robinson propusieron la siguiente **ecuación de estado (3.14)**.

$$p = \frac{RT}{V - b} - \frac{a\alpha(T)}{(V + b)^2 - cb^2} \quad (3.14)$$

retomando las condiciones críticas, y resolviendo para los parámetros a y b las **ecuaciones (3.15) y (3.16)**.

$$a = \Omega_a \frac{R^2 T_c^2}{p_c} \quad (3.15)$$

$$b = \Omega_b \frac{RT_c}{p_c} \quad (3.16)$$

donde $\Omega_a = 0.45724$ y $\Omega_b = 0.07780$.

La **ecuación (3.14)** junto con las ecuaciones **(3.15)** y **(3.16)** predicen un factor de compresibilidad crítico universal, Z_c , de 0.30. Tomaron el trabajo de Soave para el cálculo del parámetro α en la **ecuación (3.17)**.

$$\alpha = [1 + m(1 - \sqrt{T_r})]^2 \quad (3.17)$$

donde $m = 0.3796 + 1.5422w - 0.2699w^2$.

Peng y Robinson (1978) propusieron la siguiente modificación planteada en la **ecuación (3.18)** para m :

$$m = 0.379642 + 1.48503w - 0.1644w^2 + 0.016667w^3 \quad (3.18)$$

para los componentes más pesados con valores acéntricos $\omega > 0.49$.

Reescribiendo la **ecuación (3.13)**, en función del factor Z, se obtiene la **ecuación (3.19)**

$$Z^3 - (B - 1)Z^2 + (A - 2B - 3B^2)Z - (AB - B^2 - B^3) = 0 \quad (3.19)$$

donde:

$$A = \frac{(a \alpha)_m p}{(RT)^2} \quad (3.20)$$

$$B = \frac{b_m p}{RT} \quad (3.21)$$

donde:

$$(a \alpha)_m = \sum_i \sum_j [x_i x_j \sqrt{a_i a_j} \alpha_i \alpha_j (1 - k_{ij})] \quad (3.22)$$

$$b_m = \sum_i [x_i b_i] \quad (3.23)$$

3.2 Cálculos de equilibrio líquido-vapor

En un sistema de dos fases, el número total de moles, n , es la suma de los moles en fase vapor y los moles en fase líquido **ecuación (3.24)**;

$$n_T = n_L + n_V \quad (3.24)$$

Efectuando un balance de materia con las fracciones molares de la mezcla de la fase vapor y líquida se obtiene la **ecuación (3.25)**.

$$n_T z_i = n_L x_i + n_V y_i \quad i = 1, \dots, m \quad (3.25)$$

donde

- x_i = es la fracción molar del componente i -ésimo en la fase líquida.
- y_i = es la fracción molar del componente i -ésimo en la fase vapor.
- z_i = es la fracción molar total del componente i -ésimo.
- m = es el número total de componentes.

Debe cumplirse que la suma de la composición de las fases líquido y vapor debe ser igual a uno, al igual que la fracción molar total **ecuación (3.26)**.

$$\sum x_i = 1, \quad \sum y_i = 1, \quad \sum z_i = 1 \quad (3.26)$$

Tomando la fracción molar del vapor de la mezcla debe ser proporcional con el número de moles en fase vapor y líquido se obtiene entonces la **ecuación (3.27)**,

$$F_v = \frac{n_v}{(n_l + n_v)} \quad (3.27)$$

reescribiendo la **ecuación (3.25)** con las consideraciones planteadas se obtiene la **ecuación (3.28)**.

$$z_i = F_v y_i + (1 - F_v) x_i \quad (3.28)$$

Combinando las **ecuaciones (3.26), (3.27) y (3.28)**, se puede calcular las fracciones molares del componente i-ésimo en las fases líquida y gas con las **ecuaciones (3.29) y (3.30)**

$$x_i = \frac{z_i}{F_v(k_i - 1) + 1} \quad (3.29)$$

$$y_i = \frac{z_i k_i}{F_v(k_i - 1) + 1} = x_i k_i \quad (3.30)$$

donde k_i es la constante de equilibrio del componente i-ésimo.

Las constantes se conocen, a partir de las **ecuaciones (3.29) y (3.30)** se puede definir la ecuación no lineal **(3.31)**, en términos de una sola variable F_v , como la ecuación de **Rachford-Rice**:

$$h(F_v) = \sum_{i=1}^N (y_i - x_i) = \sum_{i=1}^N \frac{z_i(k_i - 1)}{1 + F_v(k_i - 1)} = 0 \quad (3.31)$$

En el cálculo de las constantes de equilibrio es necesario conocer la composición de la fase líquido y la fase vapor. Para lo cual se toman las fugacidades de cada componente en las fases líquido, f_{Li} , y vapor, f_{Vi} , y deberán ser iguales a condiciones de equilibrio como se expresa en la **ecuación (3.32)**.

$$f_{Li} = f_{Vi} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3.32)$$

Para la ecuación de estado de Peng y Robinson, la fugacidad de cada componente en la fase vapor puede calcularse con la **ecuación (3.33)**

$$\ln\left(\frac{f_{Vi}}{y_i p}\right) = \frac{B_i}{B}(Z_v - B) + \frac{A}{B(2\sqrt{2})} \left(\frac{2 \sum_{j=1}^m y_j A_{ij}}{A} - \frac{B_i}{B} \right) \ln\left(\frac{Z_v + (1 - \sqrt{2})B}{Z_v + (1 + \sqrt{2})B}\right) \quad (3.33)$$

Donde

$$A = \sum_i^N \sum_j^N z_i z_j A_{ij} \quad (3.34)$$

$$B = \sum_i^N z_i B_i \quad (3.35)$$

$$A_{ij} = (1 - k_{ij}) \sqrt{A_i A_j} \quad (3.36)$$

Para la fase líquida se usa al igual la **ecuación (3.33)** con la composición y compresibilidad del líquido.

Cuando se satisface la ecuación de Rachford-Rice, y las m-ecuaciones de iso-fugacidades el cálculo de equilibrio líquido - vapor se detiene.

A continuación, se propone el siguiente algoritmo para realizar cálculos de equilibrio empleando una ecuación de estado (Antonio, 2016).

1. Estimar los valores de la constante de equilibrio para cada componente, con alguna correlación.
2. Resolver la **ecuación (3.31)** de Rachford-Rice, para F_v .
3. Calcular la composición de cada fase.
4. Calcular el factor de compresibilidad para cada fase.
5. Calcular las fugacidades de cada componente en las fases líquido y vapor.
6. Verificar el criterio de iso-fugacidades para cada componente. De ser así, el cálculo termina.
7. En el caso contrario las constantes de equilibrio deben actualizarse y regresar al paso 2. Se recomienda usar el siguiente criterio presentado en la **ecuación (3.37)** que corresponde una aproximación no lineal, donde la división de fugacidades debe aproximarse a 1.

$$K_i^{(n+1)} = K_i^{(n)} \frac{f_{li}^{(n)}}{f_{vi}^{(n)}} \quad (3.37)$$

Se recomienda hacer un análisis de estabilidad previo a los cálculos de equilibrio.

3.2.1 Análisis de estabilidad de las fases

Michelsen (1982) presentó un método para calcular las fases presentes en una mezcla de una manera rápida y segura que el cálculo flash, debido a que no requiere estimaciones precisas para K, el cual se expresa mediante la **ecuación (3.38)**:

$$\frac{f_{zi}}{f_{yi}} = S = I \quad (3.38)$$

donde I es constante.

Para resolver la ecuación (3.38) se puede usar un método para resolver ecuaciones no lineales.

El algoritmo es el siguiente:

1. Calcular la fugacidad de la mezcla, f_{zi} , calculando los tres valores donde se seleccionará para el factor Z la raíz con la g^* de menor valor.
2. Obtener el valor inicial de k, con la **ecuación (3.39)** de Wilson;

$$K_i^1 = \frac{\exp[5.37(1 + \omega_i)(1 - T_{ci}^{-1})]}{P_{ri}} \quad (3.39)$$

3. Calcular el número de moles de la segunda fase, Y_i , utilizando la composición de la mezcla z_i y el valor estimado de k para esto, se puede usar la **ecuación (3.40)** o la **ecuación (3.41)**:

$$(Y_i)_v = z_i(K_i)_v \quad (3.40)$$

$$(Y_i)_L = \frac{z_i}{(K_i)_L} \quad (3.41)$$

4. Se suma el número de moles, dependiendo de la ecuación antes seleccionada se utiliza la **ecuación (3.42)** para vapor o la **ecuación (3.43)** para líquido.

$$S_v = \sum_{j=1}^N (Y_j)_v \quad (3.42)$$

$$S_L = \sum_{j=1}^N (Y_j)_L \quad (3.43)$$

5. Se normaliza el número de moles de la segunda fase para estimar la fracción mol, y_i con la **ecuación (3.44)** para vapor o la **ecuación (3.45)** para líquido.

$$(y_i)_v = \frac{(Y_j)_v}{\sum_{j=1}^N (Y_j)_v} = \frac{(Y_j)_v}{S_v} \quad (3.44)$$

$$(y_i)_L = \frac{(Y_j)_L}{\sum_{j=1}^N (Y_j)_L} = \frac{(Y_j)_L}{S_L} \quad (3.45)$$

6. Se obtienen las fugacidades de la segunda fase $(f_{yi})_v$ o $(f_{yi})_L$ de la ecuación de estado con múltiples raíces del factor Z ; se selecciona la raíz con la energía de Gibbs g^* más baja.
7. Se deben de calcular las correcciones de la relación de fugacidad para la actualización del método de sustituciones sucesivas de los valores K , con la **ecuación (3.46)** para vapor o la **ecuación (3.47)** para líquido.

$$(R_i)_v = \frac{f_{zi}}{(f_{yi})_v} \frac{1}{S_v} \quad (3.46)$$

$$(R_i)_L = \frac{(f_{yi})_L}{f_{zi}} S_L \quad (3.47)$$

8. Comprobar la convergencia, comparándola con el error, **ecuación (3.48)**.

$$\sum_{i=1}^N (R_i - 1)^2 < E \quad (3.48)$$

9. Si no se cumple el criterio de la convergencia, se actualiza el valor de K, **ecuación (3.49)**.

$$K_i^{(n+1)} = K_i^{(n)} R_i^{(n)} \quad (3.49)$$

10. Verificar si es una solución trivial, con la **ecuación (3.50)**

$$\sum_{i=1}^N (\ln K_i)^2 < 1 * 10^{-4} \quad (3.50)$$

11. Si no cumple, se regresa al paso 3 a realizar otra iteración.

3.3 Modelos Composicionales para calcular la viscosidad del aceite

Los modelos composicionales para el cálculo de la viscosidad están basados en Ecuaciones de Estado, lo cual permite determinar la viscosidad en función de la presión, temperatura y la composición. Su aplicación es más general por tratarse de un principio teórico y no empírico como es el caso de las correlaciones. Sin embargo, los fluidos que obedecen el comportamiento teórico esperado son los aceites ligeros. Los fluidos de mayor complejidad composicional y componentes con alto peso molecular presentan errores relativos de predicción de hasta un 99% al emplear este tipo de modelos. En la **Tabla 3.3** se presentan algunos modelos composicionales para calcular la viscosidad.

Tabla 3.3 Modelos composicionales para viscosidad

Modelo	Comentarios
Lohrenz, Bray y Clark (1964)	El modelo está en función de la densidad del aceite y del volumen crítico del pseudocomponente C7+. Por lo cual, su aplicación para aceites pesados y extrapesados no es recomendable.
Little y Kennedy (1968)	El modelo tomo la forma de la EdE de Van der Waals. Se obtuvo con 3349 puntos de viscosidad medidas de 828 muestra de aceite.
Pedersen, et al (1984)	El modelo se basa en el principio de los estados correspondientes considerando al metano como sustancia referencia.
Aasberg-Petersen et al. (1991)	Se baso en el principio de los estados correspondientes tomando como referencia al metano y decano. Se recomienda para rangos de presiones altas y temperaturas reducidas superiores de 0.476. Se validó con 34 datos experimentales de seis muestras de aceite de yacimientos del Mar del Norte.
Lindeloff et al (2004)	El modelo es para crudos pesados y se basa en el principio de los estados correspondientes, usando datos de viscosidad del crudo estabilizado como referencia. Para su ajuste, consideraron datos experimentales de ocho muestras de aceite.
Xu y Khurana (1996)	Introdujeron un término exponencial en el polinomio de cuarto grado de la densidad reducida del modelo de Lohrenz-Bray y Clark.
Quiñonez-Cisneros (2000)	Usó la teoría de fricción de Quiñonez-Cisneros, donde la viscosidad se conoce como una propiedad mecánica, en función de la presión. Atracción molecular y la ley de fricción de Amontons-Coulomb.
Antonio (2016)	A partir del modelo de Lohrenz, Bray y Clark (1964), presentó una modificación a partir de 10 PVT, de yacimientos de aceite pesado y extrapesado de México.

A continuación, se describe a detalle el Modelo de Lohrenz, Bray y Clark ya que es el modelo con el que se compararan los resultados obtenidos del modelo presentado.

3.3.1 Modelo de Lohrenz, Bray y Clark (LBC) para calcular la viscosidad

El modelo composicional propuesto por Lohrenz-Bray y Clark, está dado por la **ecuación (3.51)**. Es de los modelos más conocidos y usados (Ahmed, 2007); se desarrolló usando el trabajo de Stiel y Thodos (1962), y Jossi, Stiel y Thodos (1965), quienes introdujeron un polinomio en función de la densidad reducida de cuarto grado. La composición de considero hasta la fracción C7+ y presentaron una correlación para calcular su volumen crítico

$$[(\eta - \eta^*)\xi + 10^{-4}]^{\frac{1}{4}} = a_1 + a_2\rho_r + a_3\rho_r^2 + a_4\rho_r^3 + a_5\rho_r^4 \quad (3.51)$$

dónde:

- η : viscosidad de la mezcla [cp]
- η^* : viscosidad de la mezcla a presiones bajas [cp]
- ρ_r : viscosidad reducida
- ξ : parámetro de viscosidad de la mezcla

El modelo LBC se puede dividir en dos, el lado derecho que presenta un comportamiento lineal y cuyos coeficientes (**tabla 3.4**) del polinomio de cuarto grado se pueden ajustar para mejorar la precisión del modelo y el lado izquierdo que representa el comportamiento no lineal de la viscosidad.

Tabla 3.4. Coeficientes modelo Lohrenz-Bray

Coeficiente	Valor
a_1	0.1023
a_2	0.023364
a_3	0.058533
a_4	-0.40758
a_5	0.0093324

Los parámetros, η^* y ξ se calculan con las **ecuaciones (3.52)** y **(3.53)** respectivamente.

$$\xi = \frac{[\sum_{i=1}^N Z_i T_{ci}]^{\frac{1}{6}}}{[\sum_{i=1}^N Z_i M_i]^{\frac{1}{2}} [\sum_{i=1}^N Z_i P_{ci}]^{\frac{2}{3}}} \quad (3.52)$$

$$\eta^* = \frac{\sum_{i=1}^N z_i \eta_i \sqrt{M_i}}{\sum_{i=1}^N z_i \sqrt{M_i}} \quad (3.53)$$

dónde:

- η_i^* : viscosidad del gas diluido del componente i-ésimo [cp]
- T_{ci} : temperatura crítica [°R]
- P_{ci} : presión crítica [psia]
- M_i : peso molecular $\left[\frac{lbm}{lbmol} \right]$
- x_i : fracción molar en la mezcla

Para obtener la viscosidad correspondiente a cada componente, η_i^* , se obtiene dependiendo del valor de su temperatura reducida, T_{ri} ; con la **ecuación (3.54)** para $T_{ri} \leq 1.5$ y con la **ecuación (3.55)** para $T_{ri} > 1.5$.

$$\eta_i^* = 34 * 10^{-5} \frac{T_{ri}^{0.94}}{\xi_i} \quad (3.54)$$

$$\eta_i^* = 17.78 * 10^{-5} \frac{(4.58T_{ri} - 1.67)^{\frac{5}{8}}}{\xi_i} \quad (3.55)$$

donde

$$\xi_i = \frac{5.4402(T_{ci})^{\frac{1}{6}}}{M_i^{\frac{1}{2}}(p_{ci})^{\frac{2}{3}}} \quad (3.56)$$

CAPÍTULO 4

Experimentos PVT y su validación.

Como se mencionó anteriormente, los modelos composicionales necesitan la presión, temperatura y composición para obtener los valores de viscosidad. Los experimentos PVT permiten medir la composición del crudo a tratar. Durante la toma de la muestra pueden ocurrir errores o tomarse una muestra que no sea representativa del fluido producido, por lo cual es necesario validar estos procedimientos de laboratorio. En este capítulo, se describe la forma para realizar los experimentos que conforman un estudio PVT composicional de los fluidos del yacimiento, así como los experimentos normalmente recomendados para cada uno de los fluidos petroleros.

4.1 Estudio PVT

Es un conjunto de procedimientos de laboratorio que se aplican a una muestra representativa del yacimiento a condiciones controladas, con el propósito de obtener las propiedades fisicoquímicas que permitan caracterizar al hidrocarburo. Las propiedades físicas que se miden en un estudio PVT son: presión de saturación, factores de volumen, relación de solubilidad, factor de volumen total, coeficiente de compresibilidad isotérmico, viscosidad del líquido y gas, factor de desviación, volumen del gas del separador y volumen del líquido estabilizado a condiciones de separación (Danesh, 1998).

Los procedimientos dependen del tipo de aceite, y de la caracterización buscada, los más comunes son:

- medición de composición,
- expansión a composición constante,
- agotamiento de volumen constante,
- liberación diferencial,
- pruebas de separación,
- mediciones de viscosidad,

A continuación, se describe cada uno de los procedimientos.

4.1.1 Medición de la composición

Existen dos técnicas para el análisis de la composición de muestras de hidrocarburos (Danesh, 1998):

- La **cromatografía** es usada principalmente en el análisis de muestras de gases. Este método consiste en transportar un gas a través de una columna absorbente que es un gas inerte. La columna retarda selectivamente los componentes de la muestra de acuerdo con su coeficiente de solubilidad, hasta formar en la columna bandas de los diferentes componentes en el gas portador. En este método requieren varias repeticiones utilizando diferentes columnas para obtener las fracciones más pesadas de los hidrocarburos. Generalmente se analiza hasta una fracción C7+ (León, 2015).

- La **destilación fraccionada**, vaporiza la mezcla y condensa los vapores de acuerdo con sus temperaturas de ebullición. Se pasa la muestra en un matraz de destilación sumergido en nitrógeno líquido. El matraz es retirado del nitrógeno líquido y los hidrocarburos se calientan progresivamente; los hidrocarburos con mayor presión de vapor ascienden por una columna y en la superficie se condensan (León, 2015). Después de recuperar el primer componente, la temperatura en la cabeza empieza a aumentar, disminuyendo la velocidad de destilación a medida que se aproxima la temperatura de corte.

4.1.2 Expansión a composición constante

El principal objetivo de este experimento es obtener la presión de saturación a la temperatura del yacimiento, volúmenes de gas y del aceite, a presiones mayores que la de saturación, y a diversas etapas de la vida útil del yacimiento.

La muestra de fluido es transferida a una celda cerrada donde la temperatura generalmente la de yacimiento se mantiene constante (León, 2015). El volumen del fluido en la celda varía al mover el pistón que se tiene en la parte inferior de la celda (**Figura 4.1**). El volumen máximo es de aproximadamente 400 cm³.

El experimento comienza considerando una mezcla de condensado y gas, a una presión mayor del punto de rocío, y para una mezcla de aceite por encima de la presión de burbujeo. Se registra el volumen inicial de la mezcla y se comienza a reducir la presión o incrementar el volumen en una serie de etapas sin extraer gas de la celda PVT.

En cada paso se miden el volumen de la mezcla y la presión de la celda. Además, debe registrarse el punto de saturación; para un condensado será cuando aparezca la primera gota de líquido, y para un aceite será cuando aparezca una burbuja de gas.

El término V^{sat} se usa para referirse al volumen del punto de saturación. En cada etapa se tendrá un volumen relativo **ecuación (4.1)**.

$$V^{rel} = \frac{V^{total}}{V^{sat}} = \frac{\text{volumen real}}{\text{volumen a la presión de saturación}} \quad (4.1)$$

A medida que el gas ocupa más volumen que el líquido, los cambios volumétricos con la disminución de la presión serán mayores en la zona de dos fases que en la zona monofásica. La liberación de gas es inversamente proporcional al factor Y. Un experimento a expansión de composición constante se detiene normalmente a una presión en el intervalo de 50 a 100 bar.

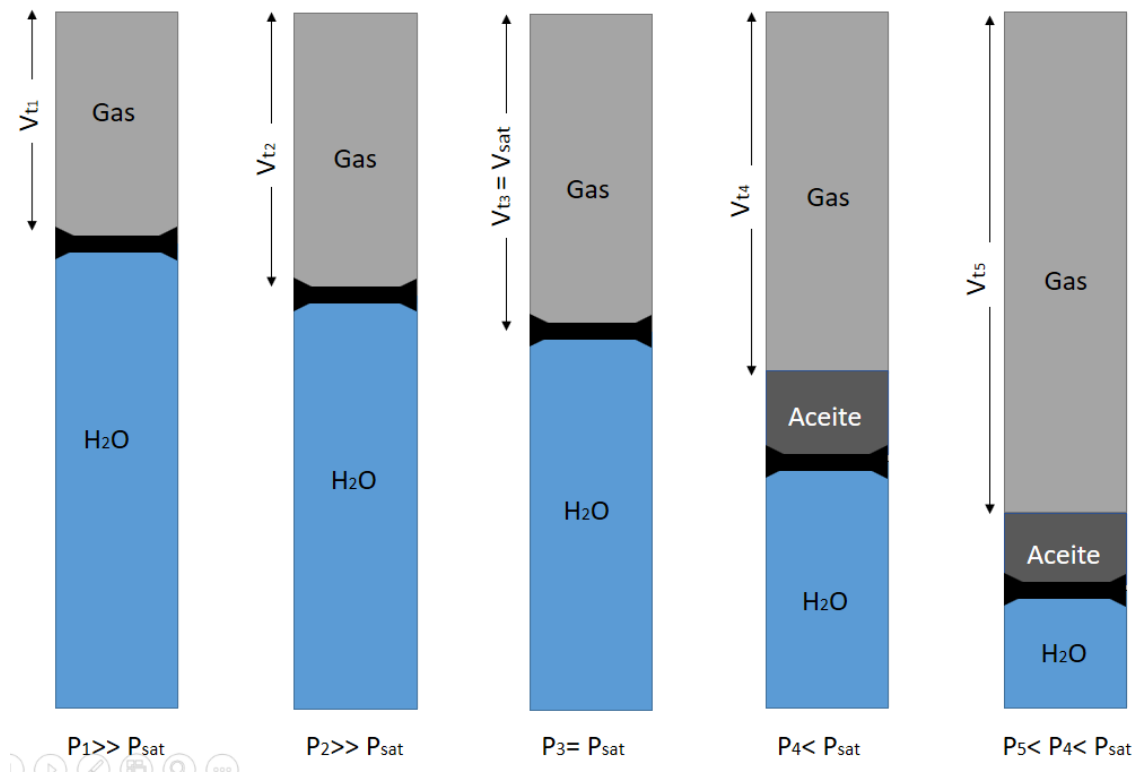


FIGURA 4.1. Experimento a composición constante

4.1.3 Agotamiento a volumen constante

Se requiere una celda con un volumen fijo de fluido del yacimiento a temperatura constante, generalmente la temperatura del yacimiento.

El experimento comienza en el punto de saturación; presión de saturación, P_{sat} , y el volumen del punto de saturación, V_{sat} . Se aumenta el volumen, provocando un abatimiento de presión, formándose dos fases en la celda (León, 2015). Posteriormente, el volumen de la mezcla se

reduce al V_{sat} , dejando salir el exceso de gas a través de una válvula situada en la parte superior de la celda, manteniendo la presión constante.

Se registra la cantidad molar del gas liberado como un porcentaje del gas inicial en la celda, y el volumen de líquido en la celda como un porcentaje del volumen del punto de saturación.

Se obtiene el factor de compresibilidad a las condiciones de la celda y la composición molar del gas empobrecido. El volumen de nuevo se aumenta y el exceso de gas se extrae sucesivamente hasta que la presión se encuentre entre 100 y 40 bar (Petersen et al., 2007).

El experimento de agotamiento a volumen constante ha sido diseñado para conocer los cambios que se dan con el tiempo, en las propiedades PVT de los fluidos de los yacimientos principalmente los de gas y condensado, y de aceite volátil.

El yacimiento es visualizado como un recipiente de volumen y temperatura fija. Durante la producción la presión disminuye porque el fluido es extraído, mientras que el volumen y la temperatura permanecen “casi” constantes.

Cuando la presión alcanza el punto de saturación, la mezcla se divide en dos fases. Si toda la producción procede de la zona de gas, la mezcla producida tendrá la misma composición que el gas extraído de la celda en un experimento de agotamiento a volumen constante.

La cantidad de fluido eliminado del yacimiento desde el momento en que la presión es P_1 hasta que ha disminuido a P_2 , corresponde a la cantidad de gas eliminado a través de la válvula en la fase de agotamiento a la presión P_2 .

En la composición molar del gas agotado, se puede ver como la concentración de C_{7+} disminuye al igual que el peso molecular de la fracción C_{7+} del gas empobrecido.

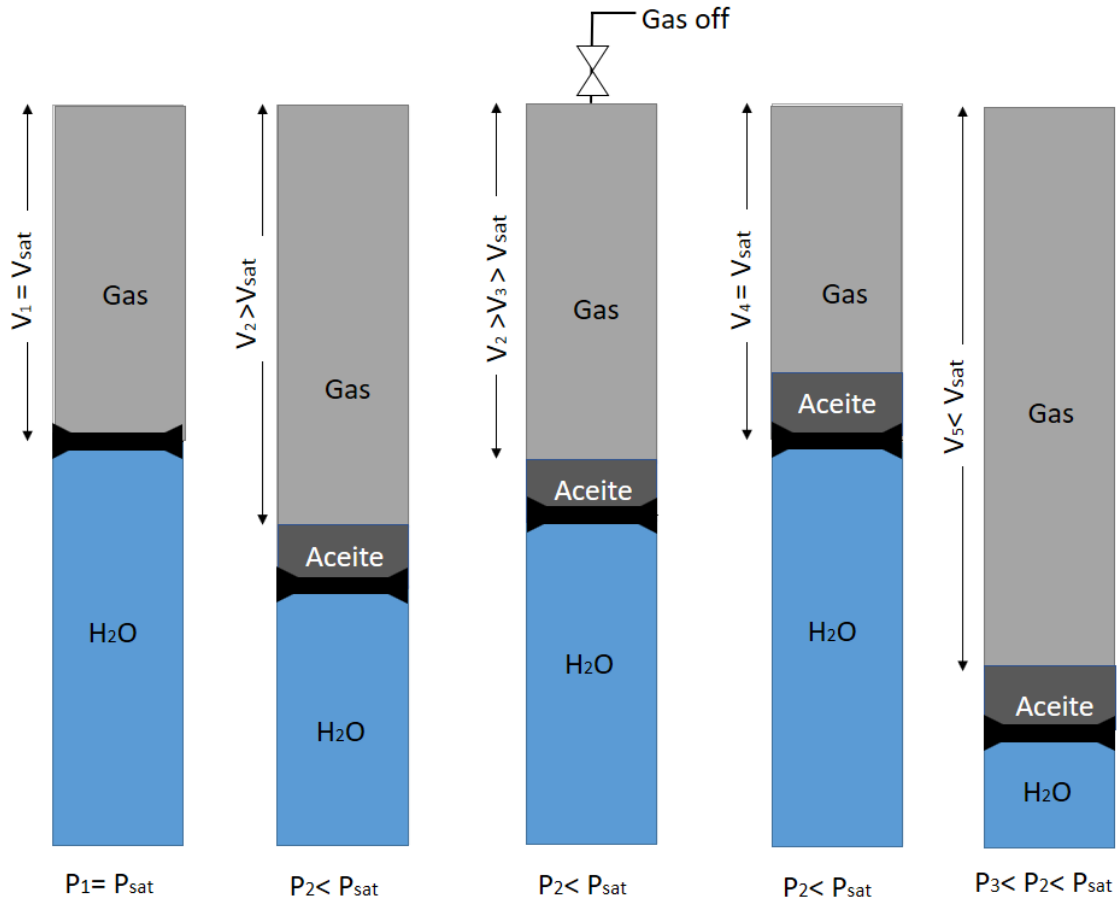


FIGURA 4.2 Agotamiento a volumen constante

4.1.4 Liberación diferencial

El experimento de liberación o agotamiento diferenciales se realiza a mezclas de aceite. Se inicia transfiriendo la muestra del fluido del yacimiento a una celda con temperatura fija generalmente la de yacimiento. Esta celda cuenta con una válvula en la parte superior para extraer el gas durante el experimento como se muestra en la **Figura 4.3**.

Partiendo de la presión de saturación, se comienza a reducir el volumen gradualmente de la celda y en cada etapa se registran los valores correspondientes de presión y volumen. En cada etapa de presión se extrae todo el gas liberado. Se obtiene el factor de compresibilidad del gas a condiciones de la celda (Petersen et al., 2007). El proceso se repite hasta alcanzar la presión estándar; al final, el sistema se lleva a la temperatura estándar.

El propósito de los experimentos PVT es conocer el comportamiento experimental de los fluidos a las condiciones de yacimiento, sin embargo, el experimento de liberación diferencial también genera información sobre los cambios volumétricos que suceden en el fluido cuando se tienen condiciones estándar. Para obtener la densidad relativa del gas, se divide el peso molecular promedio del gas entre el peso molecular promedio de aire atmosférico como se expresa en la **ecuación (4.6)**. Midiendo el volumen del gas liberado a condiciones estándar, se puede obtener el B_g con la **ecuación (4.7)**

$$\text{densidad relativa del gas} = \frac{\text{Peso molecular del gas}}{28.964 \frac{g}{mol}} \quad (4.6)$$

$$B_g = \frac{\text{Volumen del gas a las condiciones de la celda}}{\text{Volumen del gas a condiciones estándar}} \quad (4.7)$$

El volumen a condiciones estándar del gas liberado en la etapa N en un experimento de liberación diferencial se denomina como, $V_{N \text{ std}}^{\text{gas}}$. El volumen de la celda a condiciones estándar se indica como el volumen de aceite residual (León, 2015).

Los volúmenes de líquido en las etapas restantes se reportan con la relación de volumen residual, a través del factor de encogimiento. Si el volumen de aceite en la etapa N es V_N^{oil} , el B_o es para la etapa N está definido con la **ecuación (4.8)**.

$$B_o(N) = \frac{V_N^{\text{oil}}}{V_{\text{std}}^{\text{oil}}} \quad (4.8)$$

El objetivo de esta prueba es determinar las propiedades del gas y del aceite a presiones debajo de su presión de saturación.

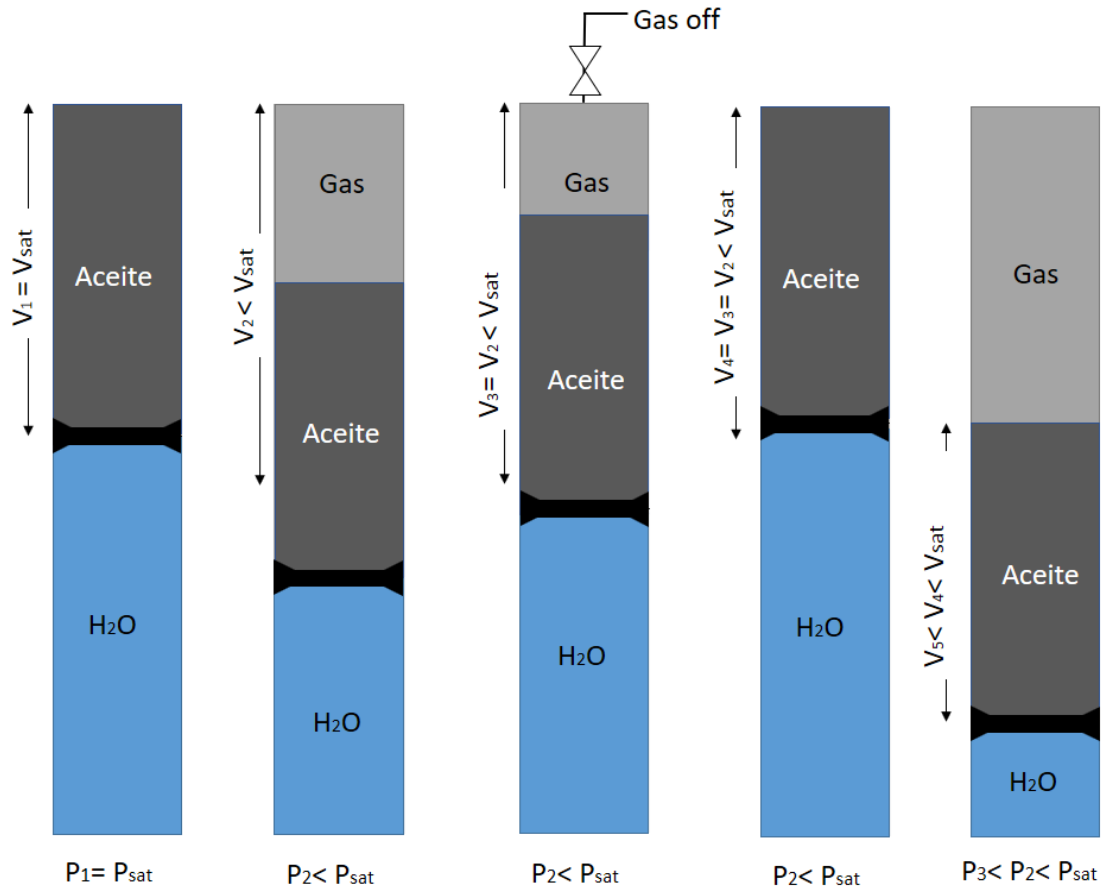


FIGURA 4.3 Liberación diferencial

4.1.5 Prueba de separación

A partir de la presión de saturación y la temperatura de yacimiento que se mantendrá constante, se transfiere la muestra de fluido de una celda PVT a un equipo que busca reproducir las condiciones de presión y de temperatura de separación. El objetivo es conocer las cantidades volumétricas relativas del gas y aceite producidos (Petersen et al., 2007).

En la **figura 4.4** se ilustra un experimento de separación en tres etapas. La muestra del yacimiento se coloca en el separador a presión y temperatura por debajo de las condiciones del yacimiento. Las condiciones típicas son de 70 bares y 50 °C, a las cuales la mezcla de fluido se

separa en una fase gas y una fase líquida. La fase gas sale del separador por la parte superior y se transfiere a condiciones estándar, donde se mide su volumen.

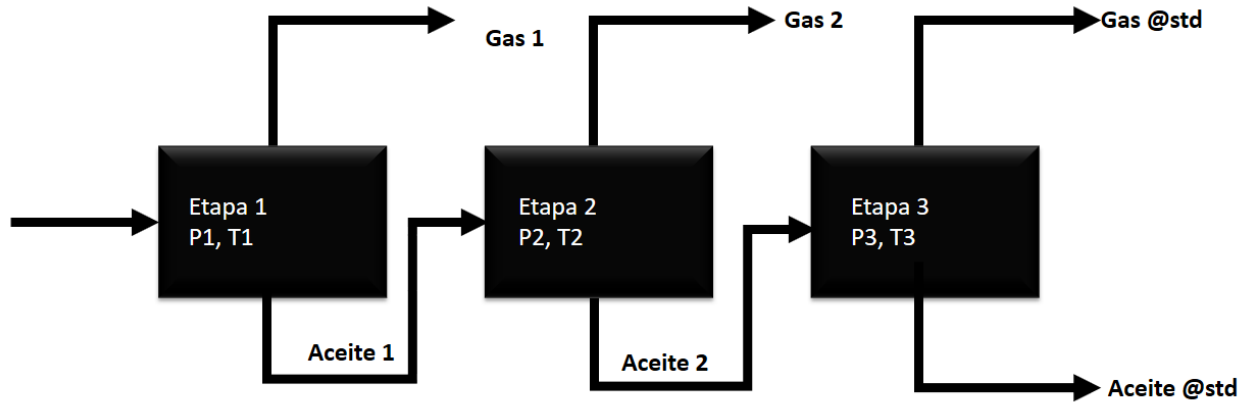


Figura 4.4 Prueba de separadores

El líquido del primer separador se transfiere a un segundo separador, a una presión y temperatura inferiores del primero, y en el cual se liberará más gas y se transfiere a otra etapa a condiciones estándar. El aceite puede almacenarse a condiciones estándar sin liberar gas.

La relación gas-aceite del separador es el cociente del volumen del gas liberado de la etapa estudiada tomado a las condiciones estándar y el volumen del aceite de la última etapa del separador, que está en condiciones estándar (León, 2015). La relación gas-aceite para el separador N se expresa en la **ecuación (4.9)**.

$$\text{Relación separador} \frac{\text{gas}}{\text{aceite}} = \frac{V_{N,std}^{gas}}{V_{std}^{oil}} \quad (4.9)$$

4.2 Validación de experimento PVT

La validación de un estudio PVT, permite asegurar que los resultados y predicciones de producción sean satisfactorios. Para asegurar su confiabilidad se emplean diferentes métodos, entre los que se encuentran; prueba de densidad, función Y, prueba de balance de materiales, balance molar, criterio de Hoffman, Crump y Hoccott, método matemático, y método de Craft y Hawkins. A continuación, se describen cada una de las pruebas mencionadas.

Prueba de densidad

Se realiza con los datos obtenidos del experimento de liberación diferencial y de separador. La densidad del aceite saturado a la presión de saturación debe de ser igual a la calculada con los datos de las pruebas del separador, con un error menor o igual al 5%.

Función Y

Es una relación lineal entre el factor Y que se calcula con la **ecuación (4.10)** contra la presión, sirve para suavizar la gráfica y para corregir los valores de los volúmenes relativos. Las muestras compuestas por hidrocarburos tienen una relación lineal. Si hay un alto contenido de componentes no hidrocarburos, la función Y se vuelve no lineal. La función Y cerca del punto de burbuja permite conocer si la presión de saturación en el laboratorio ha sido sobre o subestimada. Si ha sido sobrestimada, la función Y se alejan por encima de la recta, si ha sido subestimada se alejan por debajo de la línea recta.

$$Y = \frac{(P_b - P)}{P \left(\frac{V}{V_b} \right) - 1} \quad (4.10)$$

donde:

- P_b = Presión de burbuja
- P = Presión inferior a P_b
- V = Volumen a la P
- V_b = Volumen a la P_b

Prueba de balance de materiales

Se utilizan los valores del experimento de liberación diferencial, el R_s experimental debe ser igual al R_s calculado haciendo un balance de materia, con un error menor o igual al 5%.

Balance Molar

Se realiza el balance molar por componente, se calculan los valores X_i y K_i . El cálculo inverso consiste en obtener la composición de la mezcla recombinada partiendo de las composiciones de la fase gas y la fase líquida en equilibrio a la última presión de la prueba de agotamiento a volumen constante. El error entre las composiciones calculada y experimental para cada uno de los componentes debe ser igual o menor a 5 %.

Método de Bashbush

En cada etapa del experimento de agotamiento a volumen constante, se efectúa un balance de materia molar, para cuantificar las moles de gas extraídos en la celda, y de líquido en cada etapa. Con lo que es posible calcular los valores de las constantes de equilibrio (K), a diferentes presiones. La información requerida es, composición inicial del fluido, composición del fluido producido para cada etapa de presión, factor de desviación “Z” del gas, porcentaje molar de la cantidad de gas desplazado en cada etapa y volumen en la fase líquida en la celda PVT.

Para aceite volátil es necesario conocer el peso molecular y la densidad a la presión de saturación. Las curvas graficadas no deben cruzarse entre sí como se muestra en la **figura 4.5**, deben acomodarse en orden ascendente al peso molecular de cada componente y mostrar una tendencia suave. Se aplicó una modificación la cual se puede aplicar al experimento de separación diferencial, la cual fue denominada método de **Bashbush Modificado** (León, 2011). Para aplicar la metodología deben calcularse previamente la saturación de aceite, el porcentaje de gas producido acumulado, el peso molecular promedio del aceite y las moles producidas acumuladas de gas.

Método matemático

Consiste en recombinar matemáticamente a través de un balance molar las muestras de gas y líquido tomadas en el separador a una Presión y Temperatura.

Se obtienen los moles de gas (N_g), de gas condensado (N_{gc}) y de líquido (N_l) en cada etapa de agotamiento. Se calcula la densidad del líquido en el separador con el método propuesto por Standing y Katz y posteriormente se calculan los Z_i , para compararlos con los Z_i experimentales para obtener un porcentaje de error para cada componente. Cuando el porcentaje de error es menor a 2 % para el metano y menor al 5 % para el C7+ se concluye que el PVT es consistente.

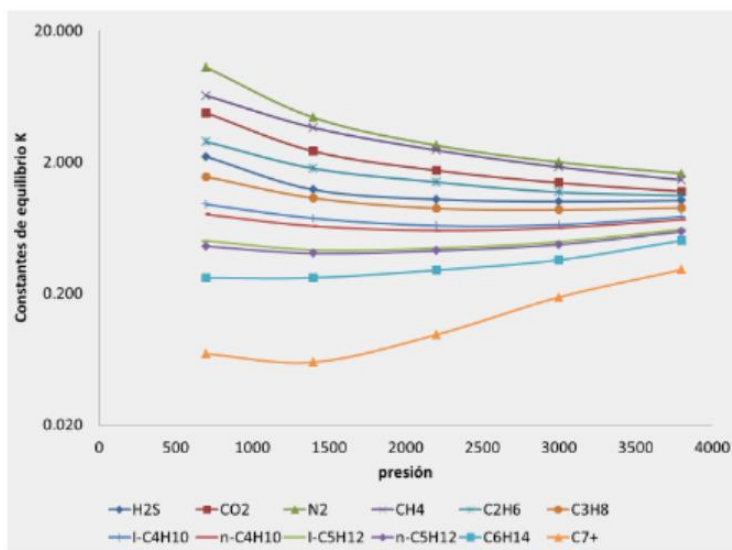


Figura 4.5 Método de Bashbush

4.3 Modelado de un experimento PVT

Una vez programada la Ede es necesario alimentarla con valores del estudio PVT, para calibrarla y lograr una predicción acertada. En un experimento PVT generalmente se presentan primero los resultados del experimento de la composición en %Peso y %Mol, los valores que son de interés corresponden a la composición del fluido a condiciones de yacimiento.

El siguiente experimento es expansión a masa constante del fluido del yacimiento, en este se debe de indicar la temperatura del yacimiento. Los valores utilizados para el modelado son volumen relativo con su correspondiente presión, la viscosidad medida con un viscosímetro electromagnético, y los valores de densidad obtenidos del experimento diferencial.

En el experimento de vaporización diferencial del fluido del yacimiento de igual forma se indica la temperatura a la que se realizaron los experimentos que generalmente es la del yacimiento, se toman los valores del factor volumétrico del aceite, relación gas aceite en disolución, viscosidad del aceite, factor de desviación del aceite y densidad relativa del gas, del fluido bajosaurado. Finalmente se ingresan los valores del experimento de separación del fluido de yacimiento.

Con estos datos se realiza la calibración con las condiciones críticas del pseudocomponente como variables de ajuste. Una vez lograda la calibración se obtienen las composiciones del aceite a diferentes condiciones de presión, la temperatura generalmente se mantiene constante y es la correspondiente al yacimiento. Las composiciones son requeridas para alimentar los modelos composicionales para el cálculo de la viscosidad.

CAPÍTULO 5

Métodos de regresión no lineal

Debido al comportamiento complejo que exhibe la viscosidad, se requieren métodos numéricos de regresión no lineal para “calibrar los datos medidos”. En este sentido, puede mencionarse que el método Levenberg-Marquardt (L-M) es uno de los más empleados.

Este algoritmo de optimización está basado en los métodos de descenso y de Gauss-Newton; cuando la solución actual está lejos de ser la correcta, el algoritmo se comporta como un método de descenso: lento, pero garantiza su convergencia. Cuando la solución actual está cerca de la solución correcta, se comporta como el método de Gauss-Newton. Este algoritmo es considerado como un método de región de confianza.

5.1 5.1. Mínimos cuadrados no lineales

Los problemas de mínimos cuadrados no lineales surgen cuando una función no lineal en sus parámetros se fija en un conjunto de puntos de datos medidos y se minimiza la suma de los cuadrados de los errores entre los puntos de datos y la función.

Los métodos de mínimos cuadrados o de regresión no lineal, realizan una mejora iterativa de los valores de los parámetros para reducir la suma de los cuadrados de los errores entre la función y los puntos de los datos medidos.

Sí se fija la función $\overline{f(t;p)}$ de una variable independiente t y un vector de n parámetros \bar{p} , a un conjunto $m_{n \times 2}$ de datos medidos (\bar{t}_i, \bar{y}_i) , para minimizar el área entre las curvas, se minimiza la suma de los cuadrados ponderados de los errores entre los datos medidos (\bar{t}_i, \bar{y}_i) y la función de la curva $\overline{f(t;p)}$ (García, 2004). Esta medida de bondad de escala escalar-valorada se conoce como criterio de chi-cuadrado presentada en la **ecuación (5.1)**.

$$\begin{aligned} X^2(P) &= \sum_{i=1}^m \left[\frac{f(t_i) - \overline{f(t;p)}}{\sigma_{fi}} \right]^2 & (5.1) \\ &= (f - \hat{f}(p))^T W (f - \hat{f}(p)) \\ &= f^T W f - 2f^T W \hat{f} + \hat{f}^T W \hat{f} \end{aligned}$$

donde:

- σ_{fi} es la media del promedio del error $f(t_i)$.
- W es la matriz de peso, generalmente es una matriz diagonal con los elementos $W_{ii} = \frac{1}{\sigma_{fi}^2}$.

En este caso, W también es el inverso de la matriz de covarianza del error de medición. Los pesos W_{ii} , se pueden fijar para buscar otros objetivos de la fijación de la curva.

Si la función f es no lineal en los parámetros del modelo p , entonces la minimización de X^2 con respecto a los parámetros debe realizarse iterativamente. El objetivo de cada iteración es encontrar una perturbación h a los parámetros p que reduce X^2 .

5.2 Método Levenberg-Marquardt

Levenberg (1944) y más tarde Marquardt (1963) plantearon usar un método de Gauss-Newton amortiguado, introduciendo un parámetro que controla la velocidad de convergencia. El método es una combinación de dos métodos de minimización; el método de descenso de gradiente y el método de Gauss-Newton.

Cuando los parámetros están lejos del valor óptimo se comporta como un método de descenso de gradiente, donde la suma de los errores al cuadrado se reduce mediante la actualización de los parámetros en dirección de “descenso-descenso” (García, 2004).

Si la función se encuentra cerca de los valores óptimos se comporta como el método de Gauss-Newton, donde el error cuadrático se reduce al suponer que la función de mínimos cuadrados es localmente cuadrática, y se debe encontrar el mínimo de la cuadrática. Por lo cual este método es idóneo en el entrenamiento de redes neuronales donde el rendimiento de la red está determinado por el error medio cuadrático. Para entender este método a continuación se explicará brevemente en qué consisten los métodos de descenso más rápido y Gauss-Newton.

5.2.1. Método de descenso más rápido

En este método los valores de los parámetros se actualizan en dirección “cuesta abajo”, la dirección opuesta al gradiente de la función objetivo. Tiene buena convergencia con funciones objetivo-simples y con problemas con miles de parámetros.

El gradiente de la función objetivo chi cuadrado con respecto a los parámetros se plantea en la **ecuación (5.2)**, simplificando se obtiene la **ecuación (5.3)**.

$$X^2(P) = (f - \hat{f}(p))^T W (f - \hat{f}(p)) \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial p} X^2 = 2(f - \hat{f}(p))^T W \frac{\partial}{\partial p} (f - \hat{f}(p)) \quad (5.3)$$

$$= -2(f - \hat{f}(p))^T W \left[\frac{\partial \hat{f}(p)}{\partial p} \right]$$

$$= -2(f - \hat{f})^T W J$$

donde J es la matriz Jacobiana, $\left[\frac{\partial}{\partial p} \right]_{m \times n}$ representa la sensibilidad local de la función y a la variación de los parámetros p .

La actualización de los parámetros h que dirige a los parámetros en dirección de descenso más pronunciado está dado por la **ecuación (5.4)**.

$$h_{gd} = \alpha J^T W (f - \hat{f}) \quad (5.4)$$

donde α es el exponente escalar que determina la longitud de la dirección de descenso más baja.

5.2.2. Método de Gauss-Newton

Este método minimiza una función objetivo que sea la suma de cuadrados. Supone que la función objetivo es aproximadamente cuadrática en los parámetros cercanos a la solución óptima.

Para un problema de tamaño mediano que trabaja con decenas de valores el método de Gauss-Newton normalmente converge más rápido que los métodos de gradiente (García, 2004).

La función evaluada con los parámetros del modelo perturbado puede aproximarse localmente mediante una expansión de la serie de Taylor de primer orden y la cual se presenta en la **ecuación (5.5)**.

$$f(p + h) \approx \hat{f}(p) + \left[\frac{\partial \hat{f}}{\partial p} \right] h = \hat{f} + Jh \quad (5.5)$$

sustituyendo la aproximación para la función perturbada, $\hat{f} + Jh$, para \hat{f} en la **ecuación (5.5)** se obtiene la **ecuación (5.6)** y simplificando se llega a la **ecuación (5.8)**.

$$X^2(P) = f^T W f - 2f^T W \hat{f} + \hat{f}^T W \hat{f} \quad (5.6)$$

$$X^2(p + h) \approx f^T W f - 2f^T W (\hat{f} + Jh) + (\hat{f} + Jh)^T W (\hat{f} + Jh) \quad (5.7)$$

$$X^2(p + h) \approx f^T W f - 2f^T W \hat{f} - 2(f - \hat{f})^T W J h + \hat{f}^T W \hat{f} + h^T J^T W J h \quad (5.8)$$

En la **ecuación (5.8)** se demuestra que X^2 es aproximadamente cuadrática en la perturbación h , y que el Hessiano del criterio del chi-cuadrado es aproximadamente de $J^T W J$.

La actualización de parámetro h que minimiza a X^2 se encuentra con la primera derivada, **ecuación (5.9)**. En la **ecuación (5.10)** se plantea la derivada y finalmente se obtiene la actualización del método de Gauss-Newton en la ecuación (5.11).

$$\frac{\partial X^2}{\partial h} = 0 \quad (5.9)$$

$$\frac{\partial}{\partial h} X^2(p + h) \approx -2(f - \hat{f})^T W J + 2h^T J^T W J \quad (5.10)$$

son:

$$[J^T W J] h_{gn} = J^T W (f - \hat{f}) \quad (5.11)$$

5.2.3. Implementación numérica del método de Levenberg-Marquardt

El algoritmo de Levenberg-Marquardt adapta las actualizaciones de los parámetros entre la actualización del método de gradiente y la actualización del método de Gauss-Newton, **ecuación (5.12)**.

$$[J^T W J + \lambda I] h_{lm} = J^T W (f - \hat{f}) \quad (5.12)$$

Los valores del parámetro algorítmico λ se obtienen según la actualización. Para valores pequeños de λ del orden de 0.0001 la actualización resulta de Gauss-Newton, y para valores grandes de λ del orden de 0.01 se obtiene una actualización del método de gradiente.

Comúnmente, el parámetro λ inicia con valores grandes, de modo que las primeras actualizaciones sean pasos pequeños en dirección de la pendiente más escarpada (García, 2004).

Sí la iteración da una aproximación peor ($X^2(p + h_{lm}) > X^2(p)$), entonces λ se incrementa. De forma que sí la solución mejora, λ disminuye, el método de Levenberg-Marquardt se aproxima al método de Gauss-Newton, y la solución típicamente acelera al mínimo local. En la actualización de Marquardt se presenta en la **ecuación (5.13)**.

$$[J^T W J + \lambda \text{diag}(J^T W J)] h_{lm} = J^T W (f - \hat{f}) \quad (5.13)$$

Los valores de λ se normalizan a los valores de $J^T W J$.

Se han hecho múltiples modificaciones al método L-M (Levenberg-Marquardt), la más aceptada hasta ahora es una actualización de rango -1 en la Jacobiana. En la iteración i , h se obtiene comparando $X^2(p)$ con $X^2(p + h)$.

La longitud del paso es aceptada si la métrica ρ_i es mayor que un valor dado por el usuario, $\epsilon_4 > 0$. Esta métrica es una medida de la mejora real en X^2 en comparación con la mejora de una actualización de LM asumiendo la aproximación presentada en la **ecuación (5.14)**.

$$\rho_i(h_{lm}) = \frac{x^2(p) - x^2(p + h_{lm})}{(f - \hat{f})^T (f - \hat{f}) - (f - \hat{f} - Jh_{lm})^T (f - \hat{f} - Jh_{lm})} \quad (5.14)$$

Sí se usa la **ecuación (5.12)** para h_{lm} se obtiene la **ecuación (5.15)**.

$$\rho_i(h_{lm}) = \frac{x^2(p) - x^2(p + h_{lm})}{h_{lm}^T \left(\lambda_i h_{lm} + J^T W (f - \hat{f}(p)) \right)} \quad (5.15)$$

Sí se usa la ecuación **(5.13)** para h_{lm} se obtiene la **ecuación (5.16)**.

$$\rho_i(h_{lm}) = \frac{x^2(p) - x^2(p + h_{lm})}{h_{lm}^T \left(\lambda_i \text{diag}(J^T W J) h_{lm} + J^T W (f - \hat{f}(p)) \right)} \quad (5.16)$$

Si en una iteración $\rho_i(h) > \epsilon_4$ entonces $p + h$ es suficientemente mejor que p , p es reemplazado por $p + h$, y λ es reducido por un factor. De lo contrario λ se incrementa por un factor y el algoritmo pasa a la siguiente iteración.

5.2.3.2. Inicialización y actualización del parámetro L-M, λ , y p

Existen tres métodos para inicializar y actualizar λ y p (García, 2004).

Método 1

1. El usuario da el valor de $\lambda_0 = \lambda_0$.
2. Se resuelve la **ecuación (5.13)** para h_{lm} .
3. Se resuelve la **ecuación (5.18)** para ρ_i .
4. Sí $\rho_i(h) > \epsilon_4$: entonces se aplican las **ecuaciones (5.17)** y **(5.18)**, de otra forma se establece la igualdad de la **ecuación (5.19)**.

$$p \leftarrow p + h \quad (5.17)$$

$$\lambda_{i+1} = \max \left[\frac{\lambda_i}{L \downarrow}, 10^{-7} \right] \quad (5.18)$$

$$\lambda_{i+1} = \min[\lambda_i L \uparrow, 10^7] \quad (5.19)$$

Método 2

1. El usuario da el valor de λ_0 se actualiza con la **ecuación (5.20)**.

$$\lambda_0 = \lambda_0 \max[\text{diag}(J^T W J)] \quad (5.20)$$

2. Se resuelve la **ecuación (5.12)** para h_{lm} .
3. Se resuelve la **ecuación (5.15)** para ρ_i .
4. Se calcula α con la **ecuación (5.21)**.

$$\alpha = \frac{\left(J^T W (f - \hat{f}(p))\right)^T h}{\frac{x^2(p+h) - x^2(p)}{2} + 2 \left(J^T W (f - \hat{f}(p))\right)^T H} \quad (5.21)$$

5. Sí $\rho_i(\alpha h) > \epsilon_4$: entonces se aplica el criterio de la **ecuación (5.22)** de lo contrario se usa la ecuación **(5.23)**.

$$p \leftarrow p + \alpha h \quad (5.22)$$

$$\lambda_{i+1} = \max \left[\frac{\lambda_i}{1 + \alpha}, 10^{-7} \right]$$

$$\lambda_{i+1} = \lambda_i + \frac{|x^2(p + \alpha h) - x^2(p)|}{2\alpha} \quad (5.23)$$

Método 3

1. El usuario da el valor de λ_0 se calcula con la **ecuación (5.20)**.
2. Se resuelve la **ecuación (5.12)** para h_{lm} .
3. Se resuelve la **ecuación (5.15)** para ρ_i .
4. Sí $\rho_i(h) > \epsilon_4$: entonces se aplica la **ecuación (5.24)**, de otra forma se actualiza con la **ecuación (5.25)**.

$$p \leftarrow p + \alpha h \quad (5.24)$$

$$\lambda_{i+1} = \lambda_i \max \left[\frac{1}{3}, 1 - (2\rho_i - 1)^3 \right]; v_i = 2$$

$$\lambda_{i+1} = \lambda_i v_i; \quad v_{i+1} = 2v_i \quad (5.35)$$

CAPÍTULO 6

Modelo composicional propuesto para calcular la viscosidad

En este capítulo se presenta el modelo propuesto para calcular la viscosidad de los aceites pesados y extrapesados. A partir de la información experimental, se realizaron cálculos para establecer un nuevo modelo como función de la composición. El modelo se obtuvo con muestras de once aceites pesados y extrapesados, con 270 puntos a diferentes condiciones de aceite saturado y bajosaturado. Se presenta la base de datos que se tomó y se describe en qué consiste el modelo, al igual se presentan los resultados de la evaluación empleando el modelo propuesto.

1.1 Base de datos

Para poder utilizar la información que arroja un estudio PVT, es necesario validar dichos datos. Debido a que los datos experimentales están sujetos a errores de medición.

Se recolectaron estudios PVT de muestras de aceites pesados y extrapesados de diferentes campos de México (marinos y terrestres). La información de los experimentos PVT se validó, de tal manera que sólo diez de los dieciséis experimentos originales pasaron las pruebas realizadas (Prueba de densidad de aceite, prueba de la función “Y” y método Bashbush modificado). La composición de las muestras seleccionadas hasta la fracción C7+ y propiedades se indica en la **Tabla (6.1)**.

Tabla 6.1 Base datos

Componente	PVT-A	PVT-B	PVT-C	PVT-D	PVT-E	PVT-F	PVT-G	PVT-H	PVT-I	PVT-J
N2	2.14	0.23	0.85	0.33	0.31	0.87	0.54	2.46	0.82	0.36
CO2	6.38	0.59	1.02	2.47	2.41	2.39	7.37	0.01	8.28	3.01
H2S	8.28	0.15	0.86	2.25	1.96	1.67	7.08	0.00	8.94	2.58
C1	9.42	18.32	13.17	26.26	26.17	24.64	7.46	21.66	6.77	31.09
C2	3.53	3.99	2.79	5.86	5.81	5.59	2.91	1.60	2.35	7.09
C3	6.64	5.75	3.72	4.83	4.56	4.64	3.91	0.22	3.60	6.06
I-C4	0.56	0.59	0.64	1.13	0.58	0.70	0.49	0.03	0.53	0.84
N-C4	2.28	2.92	2.38	4.30	2.27	2.51	1.99	0.06	1.95	3.07
I-C5	0.82	1.35	1.18	1.02	0.94	1.08	0.90	0.02	0.90	1.15
N-C5	1.17	2.34	1.73	1.58	1.47	1.69	1.36	0.03	1.21	1.62
I-C6	1.86	4.05	2.65	2.32	2.41	2.39	2.57	0.72	2.42	2.64
C7+	58.92	59.71	68.99	47.67	51.11	47.79	63.44	73.20	62.23	40.49
Total	102.00	99.99	99.98	100.02	100.00	95.96	100.02	100.00	100.00	100.00
Propiedades										
Tyac (°C)	122.80	106.50	82.00	117.30	116.30	114.50	113.00	67.30	109.00	117.00
Pb (kg/cm2)	55.05	90.00	48.00	144.48	130.00	133.10	50.76	76.99	50.95	156.00
°API	11.10	15.45	9.60	14.00	13.60	12.90	10.90	7.30	10.20	13.40
RGA (m3/m3)	21.70	44.00	13.70	50.05	48.45	49.40	20.38	13.45	18.05	64.55
Bob(m3/m3)	1.15	1.15	0.88	0.96	1.72	1.05	1.23	1.06	1.14	1.24
μob(cP)	28.73	11.68	324.60	11.10	10.57	11.20	38.72	1708.00	45.40	24.42
Peso molecular C7+	595.86	374.00	533.00	422.60	409.70	434.00	513.33	607.22	560.87	493.00

6.2. Descripción del modelo propuesto

La viscosidad del aceite presenta dos comportamientos; cuando se encuentra saturado con los componentes ligeros o gases, en esta etapa la composición se mantiene constante y las variaciones se deben a la liberación de la energía cinética que está en función de la presión y temperatura.

La segunda etapa se presenta cuando el aceite libera la primera burbuja de gas, la viscosidad se ve afectada por los cambios en la energía cinética de las moléculas y los cambios de composición, a medida que la presión desciende aumenta la cantidad de gases liberados, quedando en la muestra de aceite componentes más pesados. En el desarrollo del modelo se buscó representar este fenómeno al darle mayor peso a la variable correspondiente al porcentaje del pseudo-componente.

6.2.1. Calibración

Para calcular el comportamiento termodinámico de las muestras de fluidos de yacimiento se utilizó la EDE de Peng-Robinson. En el proceso de calibración para cada una de las muestras, se consideraron los datos experimentales de expansión a composición constante, vaporización diferencial del fluido del yacimiento y pruebas de separador. Los parámetros de calibración fueron los coeficientes de interacción binaria entre el metano y los pseudo-componentes, y las propiedades críticas de los pseudo-componentes. En el proceso de regresión cuando se presentaban errores arriba del 3% en la presión de saturación, se usó según las recomendaciones de Coats y Smart (1986); factores de peso de 40 para la presión de saturación, y de 20 para la densidad del líquido. En la **Tabla 6.2** se muestran los errores porcentuales en la presión de saturación y en la **Tabla 6.3** los errores porcentuales en la densidad a la presión de saturación.

Tabla 6.2 Error porcentual en la calibración respecto al punto de saturación

PVT	Presión de saturación PVT (psi)	Presión de saturación EdE (psi)	Error relativo %
PVT-A	782.81	783.97	0.15
PVT-B	1279.8	1285.1	0.41
PVT-C	682.56	681.14	0.21
PVT-D	2054.5	2073.1	0.91
PVT-E	1848.6	1867.2	1.01
PVT-F	1892.7	1916.4	1.25
PVT-G	721.81	733.21	1.58
PVT-H	1094.8	1092.1	0.25
PVT-I	724.51	728.09	0.49
PVT-J	2218.3	2220.5	0.10

Tabla 6.3 Error porcentual en la calibración respecto a la densidad en el punto de saturación

PVT	Densidad a la presión de saturación PVT (lb/ft ³)	Densidad a la presión de saturación EdE (lb/ft ³)	Error relativo %
PVT-A	55.6840	55.5672	0.21
PVT-B	52.2147	52.2609	0.09
PVT-C	59.1443	58.5821	0.95
PVT-D	54.3123	54.1832	0.24
PVT-E	54.0626	53.5900	0.87
PVT-F	53.8941	53.9440	0.09
PVT-G	56.9343	57.7459	1.43
PVT-H	60.4927	60.5346	0.07
PVT-I	56.7096	56.7970	0.15
PVT-J	53.0326	53.1949	0.31

6.2.1.1 Efectos del número de pseudo-componentes

Se realizó un desagrupamiento de la fracción C+, con el método de Whitson, sin embargo, el error relativo porcentual no disminuyó en todos los casos como se esperaba. En la **Tabla 6.4** se presenta la relación del error y número de operaciones por PVT, por lo cual se estableció el modelo para un sólo pseudocomponente (C₇₊).

Tabla 6.4 Relación de número de operaciones al dividir el pseudocomponente.

PVT	Pseudo- componentes	Número de operaciones	Error relativo (%)
PVT-A	1	4128	2.40
	2	4208	2.45
	3	4288	2.52
PVT-B	1	1248	1.32
	2	1272	1.56
	3	1296	1.49
PVT-C	1	3072	1.61
	2	3134	1.63
	3	3196	1.61
PVT-D	1	2112	3.49
	2	2154	3.60
	3	2196	3.57
PVT-E	1	2016	2.39
	2	2058	2.62
	3	2100	2.56
PVT-F	1	2400	2.66
	2	2448	3.12
	3	2496	2.84
PVT-G	1	1920	3.25
	2	1960	3.33
	3	2000	3.27
PVT-H	1	2304	0.65
	2	2348	0.65
	3	2392	0.65
PVT-I	1	2208	1.39
	2	2256	1.44
	3	2304	1.39
PVT-J	1	1152	1.16
	2	1174	1.16
	3	1196	1.18

A continuación, se presentan los resultados por PVT, con el desagrupamiento en 1, 2 y 3 pseudocomponentes con su error relativo porcentual correspondiente. En la **Tabla 6.5** se presentan los valores obtenidos correspondientes a la viscosidad del PVT-A al desagrupar el pseudocomponente de la fracción pesada, cómo se puede observar el error promedio relativo porcentual al usar un pseudocomponente es de 2.4%, con pseudocomponentes es de 2.45% y con tres pseudocomponetes aumenta todavía más a 2.52%.

Tabla 6.5 Valores obtenidos de la viscosidad del PVT-A con pseudocomponentes

Presión (psia)	PVT	Este trabajo (No. De Pseudocomponentes)					
		1		2		3	
		Viscosidad (cp)	Error relativo (%)	Viscosidad (cp)	Error relativo (%)	Viscosidad (cp)	Error relativo (%)
9668.96	93.51	94.73	1.31	94.82	1.40	94.84	1.42
9497.96	92.00	92.13	0.14	92.13	0.14	92.31	0.34
9306.64	89.35	89.55	0.22	89.59	0.26	89.57	0.24
8371.58	79.06	78.15	1.16	78.18	1.12	78.20	1.09
8495.17	79.15	79.54	0.50	79.58	0.55	79.68	0.68
7383.32	69.17	67.98	1.72	67.99	1.71	68.15	1.47
7485.41	69.48	68.95	0.76	69.05	0.61	69.15	0.47
6483.61	60.80	60.07	1.20	60.07	1.20	60.20	0.99
6366.50	60.50	59.12	2.28	59.19	2.16	59.13	2.26
5463.75	52.90	52.36	1.01	52.40	0.94	52.55	0.65
5410.72	52.84	52.00	1.60	52.09	1.43	52.20	1.22
4484.99	46.21	46.01	0.43	46.08	0.28	46.16	0.10
4435.34	46.50	45.71	1.69	45.78	1.54	45.88	1.32
3687.25	41.41	41.47	0.15	41.55	0.34	41.53	0.29
3630.20	41.82	41.17	1.56	41.24	1.40	41.19	1.52
3491.29	40.32	40.43	0.28	40.49	0.43	40.54	0.55
3446.10	40.67	40.20	1.16	40.29	0.94	40.23	1.09
2542.54	35.80	35.80	0.00	35.90	0.28	35.94	0.39
2502.44	35.34	35.62	0.79	35.66	0.90	35.69	0.98
2004.59	33.17	33.43	0.80	33.52	1.07	33.63	1.40
1689.62	31.92	32.13	0.66	32.15	0.72	32.17	0.78
1485.26	31.31	31.31	0.01	31.36	0.17	31.39	0.27
1409.63	30.88	31.02	0.44	31.02	0.44	31.15	0.86
1110.72	29.85	29.87	0.08	29.88	0.12	30.03	0.62
919.38	29.08	29.17	0.30	29.27	0.65	29.17	0.30
902.83	29.18	29.11	0.25	29.12	0.21	29.20	0.06
819.98	28.84	28.81	0.11	28.81	0.11	28.81	0.11
819.98	28.84	28.81	0.11	28.88	0.13	29.00	0.55
782.81	28.81	30.44	5.66	30.53	5.97	30.44	5.66
763.90	29.20	30.81	5.52	30.85	5.66	30.93	5.93
711.85	30.47	32.03	5.13	32.06	5.23	32.15	5.52
681.85	31.20	32.73	4.89	32.83	5.21	32.86	5.31
650.85	31.96	33.44	4.63	33.44	4.63	33.59	5.10
620.85	32.69	34.13	4.39	34.14	4.42	34.31	4.94
570.93	33.91	35.26	3.98	35.36	4.28	35.36	4.28
498.84	35.94	37.18	3.45	37.19	3.48	37.38	4.01
400.86	38.67	39.82	2.97	39.92	3.22	39.94	3.28
314.97	42.47	43.69	2.88	43.74	3.00	43.85	3.26
260.94	44.95	46.31	3.04	46.37	3.17	46.41	3.26
223.97	46.64	47.60	2.05	47.61	2.08	47.71	2.29
194.67	47.97	49.64	3.48	49.69	3.58	49.74	3.69
132.67	62.37	56.96	8.68	57.05	8.53	57.15	8.37
14.65	148.02	116.00	21.63	116.04	21.60	116.05	21.60
Error promedio relativo (%)			2.40		2.45		2.52

En la **Figura 6.1** se muestran los valores obtenidos para la viscosidad, pero debido a que la variación es muy pequeña del orden de milésimas es poco perceptible.

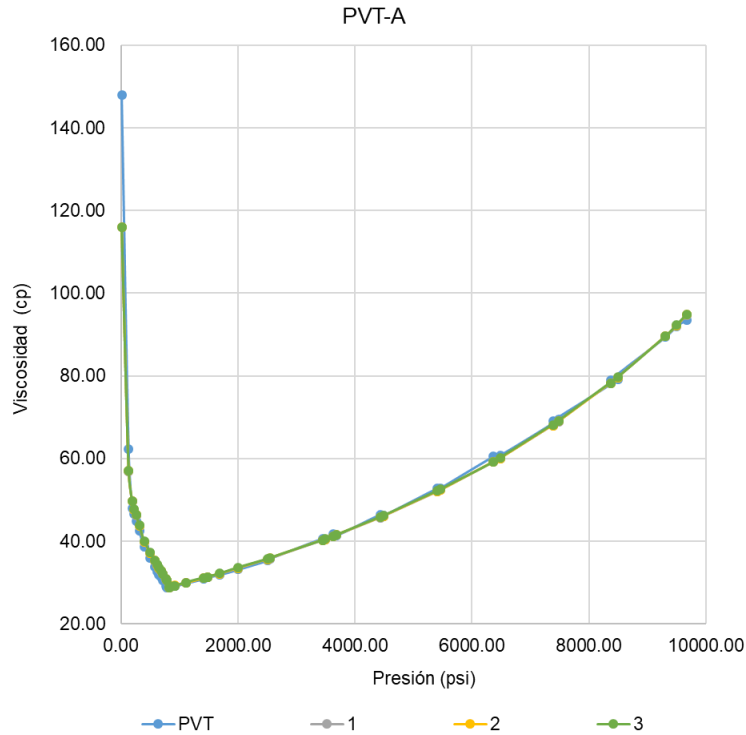


Figura 6.1 Viscosidad obtenida con el desagrupamiento de la fracción pesada PVT-A

Tabla 6.6 Valores obtenidos de la viscosidad del PVT-B con pseudocomponentes

Presión (psia)	PVT	Este trabajo (No. De Pseudocomponentes)					
		1		2		3	
		Viscosidad (cp)	Error relativo (%)	Viscosidad (cp)	Error relativo (%)	Viscosidad (cp)	Error relativo (%)
4977.0	17.37	17.65	1.60	17.47	0.56	17.64	1.54
4266.0	16.28	16.28	0.01	16.41	0.80	16.32	0.25
3555.0	15.18	15.03	1.02	14.95	1.54	15.05	0.88
2844.0	14.09	13.89	1.41	14.04	0.35	13.91	1.27
2133.0	12.99	12.85	1.11	12.94	0.41	12.82	1.34
1422.0	11.90	11.90	0.00	11.84	0.50	11.91	0.08
1279.8	11.68	11.72	0.35	11.86	1.55	11.77	0.78
1137.6	12.22	12.23	0.05	12.26	0.29	12.16	0.53
995.4	13.01	13.02	0.10	12.83	1.36	13.05	0.33
853.2	14.08	14.10	0.17	14.18	0.73	14.12	0.31
711.0	15.43	15.46	0.23	15.50	0.49	15.52	0.62
355.5	20.05	20.68	3.15	20.76	3.54	20.77	3.59
14.2	36.00	38.86	7.96	38.93	8.15	38.80	7.79
Error promedio relativo (%)			1.32		1.56		1.49

En la **Tabla 6.6** se presentan los valores obtenidos correspondientes a la viscosidad del PVT-B al desagrupar el pseudocomponente de la fracción pesada, cómo se puede observar el error promedio relativo porcentual de menor valor es al considerar un pseudocomponente, con un valor de 1.32%, al dividir la fracción en dos pseudocomponentes aumenta a 1.56% y de nuevo disminuye al usar tres pseudocomponentes al valor de 1.49%.

En la **Figura 6.2** se muestran los valores obtenidos para la viscosidad, de igual forma con la **Figura 6.1** la variación es muy pequeña del orden de milésimas y es poco perceptible.

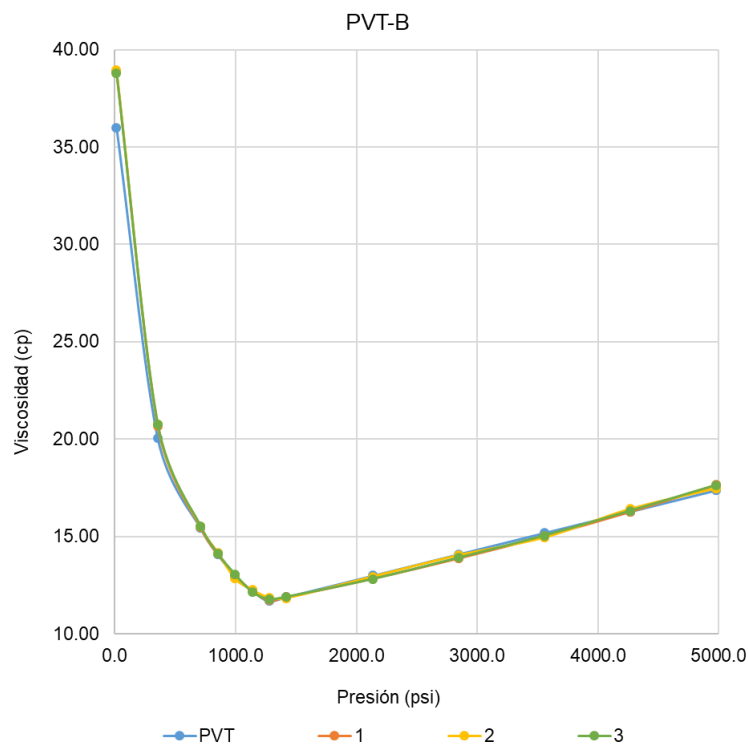


Figura 6.2 Viscosidad obtenida con el desagrupamiento de la fracción pesada PVT-B

En la **Tabla 6.7** se presentan los valores obtenidos correspondientes a la viscosidad del PVT-C al desagrupar el pseudocomponente de la fracción pesada. El error promedio relativo porcentual de menor valor es al considerar uno y tres pseudocomponentes con un valor de 1.61%, al dividir la fracción en dos pseudocomponentes aumenta a 1.63%. En la **Figura 6.3** se muestran los valores obtenidos para la viscosidad.

Tabla 6.7 Valores obtenidos de la viscosidad del PVT-C con pseudocomponentes

Presión (psia)	PVT	Este trabajo (No. De Pseudocomponentes)					
		1		2		3	
		Viscosidad (cp)	Error relativo (%)	Viscosidad (cp)	Error relativo (%)	Viscosidad (cp)	Error relativo (%)
4998.33	753.61	771.45	2.37	771.56	2.38	771.40	2.36
4472.19	694.19	694.19	0.00	694.01	0.03	694.18	0.00
3998.66	639.88	631.66	1.29	631.57	1.30	631.76	1.27
3499.54	588.05	572.05	2.72	572.07	2.72	572.08	2.72
2999.00	534.34	518.20	3.02	518.23	3.01	518.30	3.00
2499.88	485.64	469.77	3.27	469.61	3.30	469.80	3.26
1999.33	437.70	425.92	2.69	426.01	2.67	425.99	2.68
1500.21	392.72	386.43	1.60	386.32	1.63	386.38	1.61
1200.17	366.10	364.56	0.42	364.44	0.45	364.58	0.42
1099.21	357.49	357.49	0.00	357.32	0.05	357.48	0.00
999.67	349.00	350.67	0.48	350.59	0.45	350.71	0.49
900.13	338.98	343.98	1.47	344.06	1.50	344.00	1.48
799.16	330.78	337.32	1.98	337.22	1.95	337.38	2.00
699.62	322.70	330.90	2.54	331.07	2.59	330.80	2.51
682.56	321.10	329.81	2.71	329.69	2.68	329.76	2.70
681.14	322.71	329.58	2.13	329.48	2.10	329.52	2.11
676.87	323.37	323.37	0.00	323.31	0.02	323.38	0.00
674.03	323.82	323.82	0.00	323.62	0.06	323.90	0.02
664.07	325.48	325.48	0.00	325.45	0.01	325.49	0.00
658.39	326.47	326.47	0.00	326.38	0.03	326.49	0.01
654.12	327.25	327.25	0.00	327.11	0.04	327.23	0.01
641.32	329.70	329.70	0.00	329.79	0.03	329.70	0.00
612.88	335.85	335.85	0.00	335.78	0.02	335.95	0.03
564.53	348.54	348.54	0.00	348.67	0.04	348.53	0.00
492.47	372.66	372.66	0.00	372.47	0.05	372.68	0.01
492.01	372.84	372.84	0.00	372.89	0.01	372.78	0.02
398.16	413.64	413.64	0.00	413.63	0.00	413.56	0.02
294.35	471.09	471.09	0.00	471.21	0.03	471.06	0.01
197.66	536.23	536.23	0.00	536.39	0.03	536.15	0.01
170.64	556.44	556.44	0.00	556.57	0.02	556.53	0.02
129.40	588.97	588.97	0.00	589.12	0.03	588.88	0.02
14.22	799.40	617.00	22.82	617.00	22.82	617.08	22.81
Error promedio relativo (%)			1.61		1.63		1.61

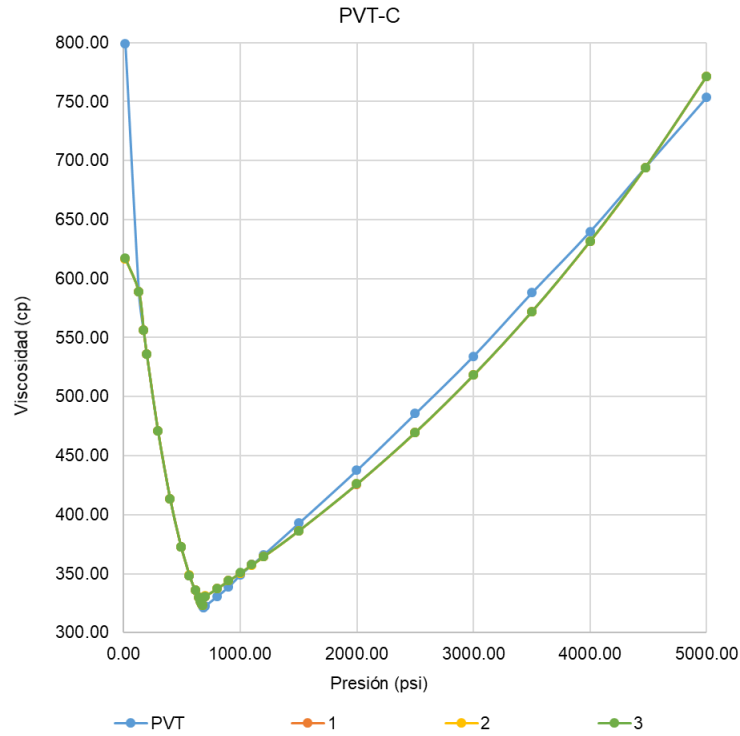


Figura 6.3 Viscosidad obtenida con el desagrupamiento de la fracción pesada PVT-C

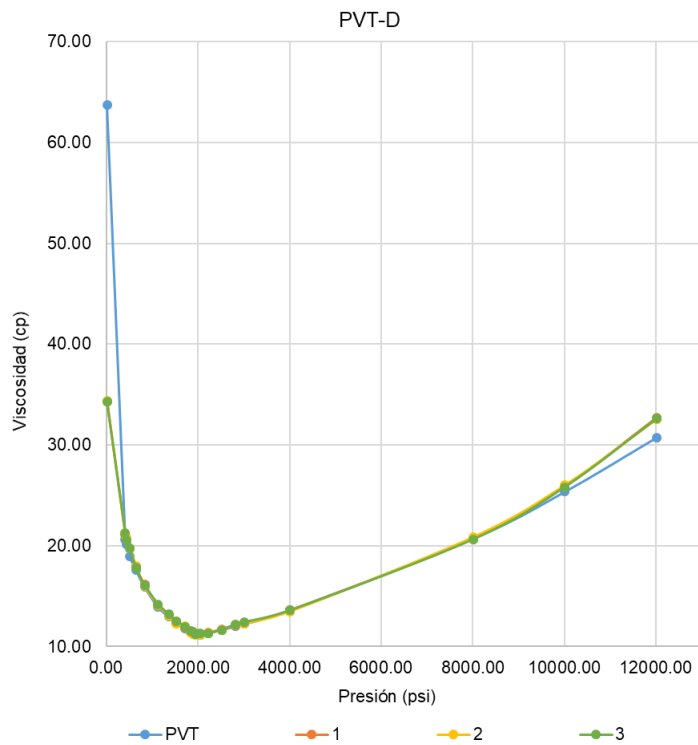


Figura 6.4 Viscosidad obtenida con el desagrupamiento de la fracción pesada PVT-D

En la **Tabla 6.8** se presentan los valores obtenidos correspondientes a la viscosidad del PVT-D al desagrupar el pseudocomponente de la fracción pesada. El error promedio relativo porcentual exhibe el mismo patrón del PVT-B, el mínimo valor de 3.49% al considerar un pseudocomponente y el máximo es al considerar dos pseudocomponentes (3.6%). En la **Figura 6.4** se muestran los valores obtenidos para la viscosidad, así como los valores reportados en el PVT.

Tabla 6.8 Valores obtenidos de la viscosidad del PVT-D con pseudocomponentes

Presión (psia)	PVT	Este trabajo (No. De Pseudocomponentes)					
		1		2		3	
		Viscosidad (cp)	Error relativo (%)	Viscosidad (cp)	Error relativo (%)	Viscosidad (cp)	Error relativo (%)
12012.35	30.73	32.68	6.37	32.52	5.84	32.59	6.07
10012.73	25.36	25.89	2.07	26.00	2.51	25.82	1.80
8013.25	20.72	20.72	0.00	20.86	0.68	20.63	0.43
4014.16	13.59	13.62	0.23	13.49	0.73	13.58	0.06
3014.36	12.26	12.33	0.54	12.30	0.30	12.42	1.28
2814.42	12.02	12.08	0.57	12.21	1.65	12.17	1.32
2514.38	11.66	11.73	0.60	11.60	0.51	11.64	0.17
2233.54	11.35	11.41	0.60	11.42	0.69	11.32	0.19
2054.51	11.15	11.21	0.56	11.14	0.06	11.27	1.10
1942.59	11.26	11.33	0.63	11.17	0.79	11.26	0.01
1898.51	11.32	11.40	0.69	11.25	0.63	11.46	1.22
1835.66	11.43	11.52	0.77	11.37	0.54	11.51	0.68
1721.62	11.77	11.88	0.91	12.06	2.44	11.97	1.68
1529.65	12.35	12.49	1.12	12.30	0.42	12.50	1.20
1363.70	12.99	13.16	1.28	13.06	0.51	13.21	1.66
1131.77	13.93	14.13	1.44	14.12	1.37	14.19	1.87
836.85	15.89	16.13	1.53	15.96	0.46	16.07	1.15
648.86	17.61	17.87	1.50	18.02	2.35	17.82	1.21
512.92	18.93	19.73	4.21	19.77	4.42	19.73	4.21
445.94	20.11	20.65	2.69	20.81	3.49	20.56	2.25
414.94	20.65	21.12	2.29	21.23	2.82	21.22	2.77
14.65	63.70	34.32	46.12	34.41	45.98	34.33	46.11
Error promedio relativo (%)			3.49		3.60		3.57

En la **Tabla 6.9** se presentan los valores obtenidos correspondientes a la viscosidad del PVT-E al desagrupar el pseudocomponente de la fracción pesada. El error promedio relativo porcentual mínimo es al usar un pseudocomponente (2.39%), aumenta tres décimas al usar dos pseudocomponentes a 2.62% y disminuye al usar tres pseudocomponentes a 2.56%. En la **Figura 6.5** se muestran los valores obtenidos para la viscosidad, así como los valores reportados en el PVT.

Tabla 6.9 Valores obtenidos de la viscosidad del PVT-E con pseudocomponentes

Presión (psia)	PVT	Este trabajo (No. De Pseudocomponentes)					
		1		2		3	
		Viscosidad (cp)	Error relativo (%)	Viscosidad (cp)	Error relativo (%)	Viscosidad (cp)	Error relativo (%)
11972.39	31.92	32.67	2.35	32.80	2.76	32.69	2.42
10015.86	26.43	25.78	2.47	25.98	1.71	25.71	2.74
8034.30	21.40	20.50	4.19	20.39	4.70	20.57	3.86
6088.72	17.16	16.54	3.63	16.66	2.93	16.51	3.80
4095.08	13.63	13.39	1.78	13.30	2.44	13.46	1.26
3021.32	11.99	11.99	0.00	11.92	0.58	12.06	0.58
2191.59	10.91	11.03	1.08	10.94	0.26	11.03	1.08
1848.60	10.57	10.67	0.99	10.70	1.28	10.74	1.66
1748.63	10.40	10.41	0.07	10.51	1.03	10.50	0.94
1686.63	11.09	11.10	0.11	10.93	1.43	11.12	0.29
1605.58	11.38	11.40	0.15	11.41	0.23	11.45	0.58
1511.73	11.72	11.74	0.19	11.75	0.27	11.65	0.58
1368.68	12.40	12.43	0.25	12.29	0.88	12.53	1.06
1175.71	13.31	13.35	0.32	13.43	0.93	13.30	0.05
974.78	14.26	14.31	0.37	14.33	0.51	14.36	0.72
822.77	15.35	15.41	0.40	15.21	0.91	15.43	0.53
650.85	16.60	16.67	0.39	16.73	0.76	16.57	0.21
525.86	18.30	18.37	0.38	18.23	0.38	18.39	0.49
426.88	19.95	20.27	1.62	20.24	1.47	20.23	1.42
314.97	21.81	22.99	5.42	22.99	5.42	23.01	5.51
14.65	68.20	51.88	23.93	51.70	24.20	51.80	24.05
Error promedio relativo (%)			2.39		2.62		2.56

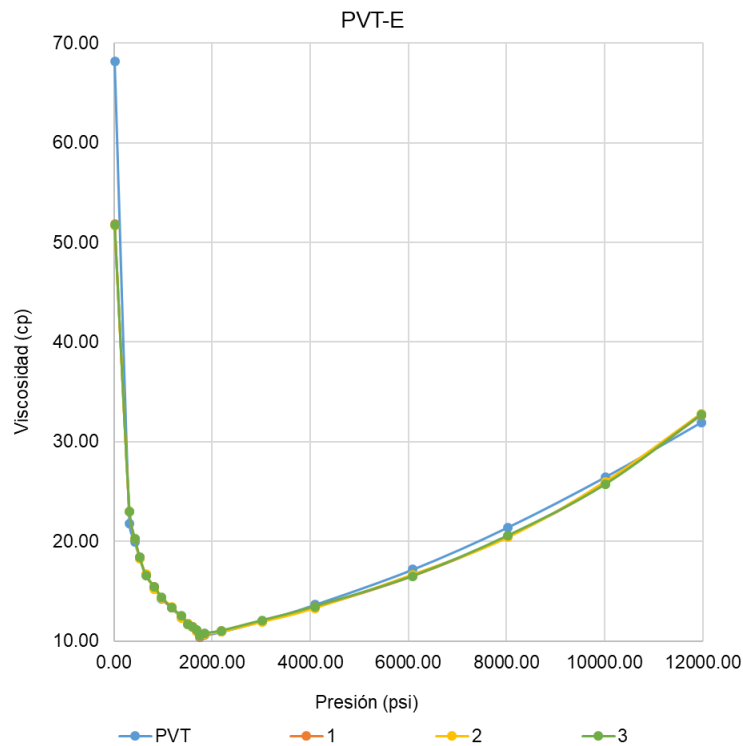


Figura 6.5 Viscosidad obtenida con el desagrupamiento de la fracción pesada PVT-E

En la **Tabla 6.10** se presentan los valores obtenidos correspondientes a la viscosidad del PVT-F al desagrupar el pseudocomponente de la fracción pesada.

El error promedio relativo porcentual para un pseudocomponente es de 2.66%, para dos pseudocomponentes de 3.12% y para tres pseudocomponentes de 2.84%.

Al igual que los PVT anteriores, el error mínimo se obtiene al considerar sólo un pseudocomponente. En la **Figura 6.6** se muestran los valores obtenidos para la viscosidad, así como los valores reportados en el PVT

Tabla 6.10 Valores obtenidos de la viscosidad del PVT-F con pseudocomponentes

Presión (psia)	PVT	Este trabajo (No. De Pseudocomponentes)					
		1		2		3	
		Viscosidad (cp)	Error relativo	Viscosidad (cp)	Error relativo	Viscosidad (cp)	Error relativo
5998.00	16.61	16.66	0.29	16.69	0.47	16.60	0.07
5498.87	15.84	15.84	0.03	16.02	1.17	15.90	0.41
4998.33	15.09	15.07	0.15	15.23	0.91	15.16	0.45
4499.21	14.38	14.34	0.25	14.18	1.37	14.24	0.95
3998.66	13.70	13.66	0.30	13.71	0.07	13.74	0.29
3499.54	13.05	13.01	0.29	13.05	0.01	12.99	0.44
2999.00	12.43	12.40	0.25	12.26	1.37	12.40	0.25
2499.88	11.85	11.83	0.18	11.86	0.08	11.86	0.08
2398.91	11.74	11.72	0.16	11.91	1.46	11.70	0.33
2299.37	11.62	11.61	0.15	11.64	0.11	11.63	0.03
2199.83	11.51	11.50	0.13	11.61	0.82	11.58	0.56
2098.87	11.40	11.39	0.12	11.22	1.61	11.48	0.67
1999.33	11.30	11.29	0.10	11.36	0.52	11.20	0.90
1892.68	11.10	11.20	0.88	11.21	0.97	11.22	1.06
1763.28	11.90	11.92	0.15	11.92	0.15	11.83	0.61
1682.23	12.49	12.51	0.19	12.34	1.17	12.59	0.83
1540.03	13.43	13.47	0.27	13.61	1.31	13.40	0.26
1333.84	14.70	14.75	0.36	14.94	1.65	14.84	0.97
1070.77	16.44	16.51	0.44	16.61	1.04	16.50	0.37
786.37	18.52	18.61	0.46	18.80	1.49	18.56	0.19
533.25	20.45	20.54	0.42	20.41	0.21	20.59	0.67
359.77	22.24	22.32	0.36	22.19	0.23	22.34	0.45
200.50	24.00	24.66	2.75	24.82	3.42	24.60	2.50
99.54	25.90	27.17	4.89	27.15	4.82	27.22	5.09
14.22	56.90	32.47	42.94	32.42	43.02	32.41	43.04
Error promedio relativo (%)			2.66		3.12		2.84

En la **Tabla 6.11** se presentan los valores obtenidos correspondientes a la viscosidad del PVT-G al desagrupar el pseudocomponente de la fracción pesada. El error promedio relativo porcentual para un pseudocomponente es de 3.25%, para dos pseudocomponentes de 3.33% y para tres pseudocomponentes de 3.27%.

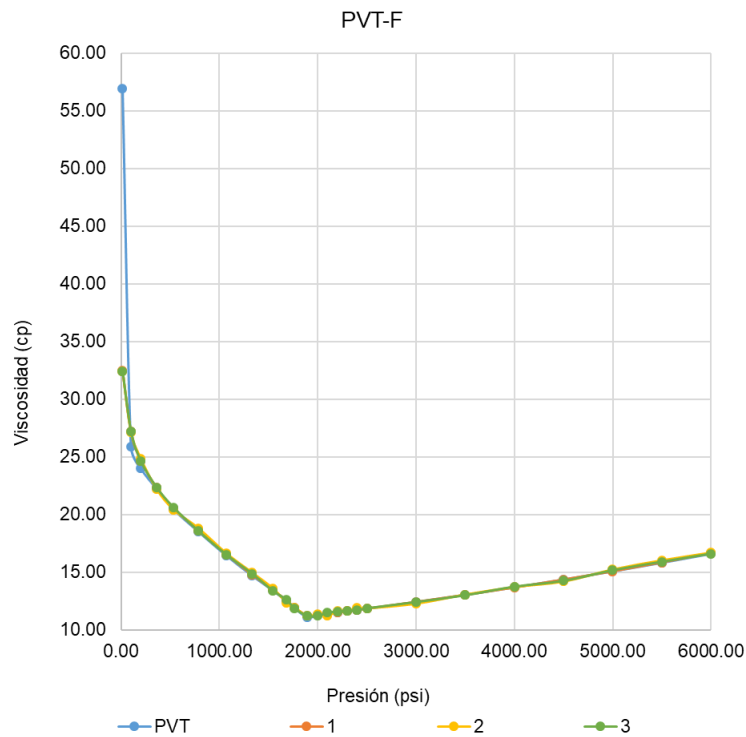


Figura 6.6 Viscosidad obtenida con el desagrupamiento de la fracción pesada PVT-F

En la **Tabla 6.12** se presentan los valores obtenidos correspondientes a la viscosidad del PVT-H al desagrupar el pseudocomponente de la fracción pesada. El error promedio relativo porcentual se mantiene constante en 0.65%.

En las **Figuras 6.7** y **6.8** se muestran los valores obtenidos para la viscosidad, así como los valores reportados en el PVT-G y PVT-H respectivamente.

Tabla 6.11 Valores obtenidos de la viscosidad del PVT-G con pseudocomponentes

Presión (psia)	PVT	Este trabajo (No. De Pseudocomponentes)					
		1		2		3	
		Viscosidad (cp)	Error relativo (%)	Viscosidad (cp)	Error relativo (%)	Viscosidad (cp)	Error relativo (%)
11001.59	151.54	143.28	5.45	143.35	5.41	143.32	5.43
10357.14	135.25	130.98	3.15	131.02	3.12	130.95	3.17
9455.02	116.34	115.79	0.47	115.60	0.63	115.71	0.54
8354.39	98.25	99.91	1.69	99.86	1.64	99.94	1.72
7113.70	82.77	84.85	2.52	84.94	2.62	84.78	2.43
5987.19	71.86	73.31	2.02	73.11	1.74	73.39	2.13
4032.93	57.25	57.13	0.20	56.99	0.44	57.16	0.15
2822.00	49.78	49.10	1.37	49.05	1.47	49.09	1.39
721.81	38.72	38.75	0.07	38.79	0.17	38.68	0.11
701.33	39.12	39.15	0.07	39.26	0.35	39.14	0.05
680.14	39.54	39.57	0.07	39.55	0.02	39.55	0.02
641.04	40.31	40.34	0.08	40.50	0.48	40.40	0.23
580.89	41.50	41.53	0.08	41.73	0.56	41.60	0.25
494.86	44.71	44.75	0.08	44.60	0.25	44.79	0.17
387.64	54.99	55.04	0.08	55.04	0.08	55.09	0.17
301.61	63.38	63.43	0.07	63.36	0.04	63.39	0.01
249.99	68.88	68.93	0.07	68.81	0.11	68.89	0.01
219.98	72.06	72.10	0.06	72.20	0.20	72.10	0.06
138.65	80.72	76.77	4.89	76.95	4.67	76.87	4.77
14.65	162.47	93.29	42.58	93.42	42.50	93.27	42.59
Error promedio relativo (%)			3.25		3.33		3.27

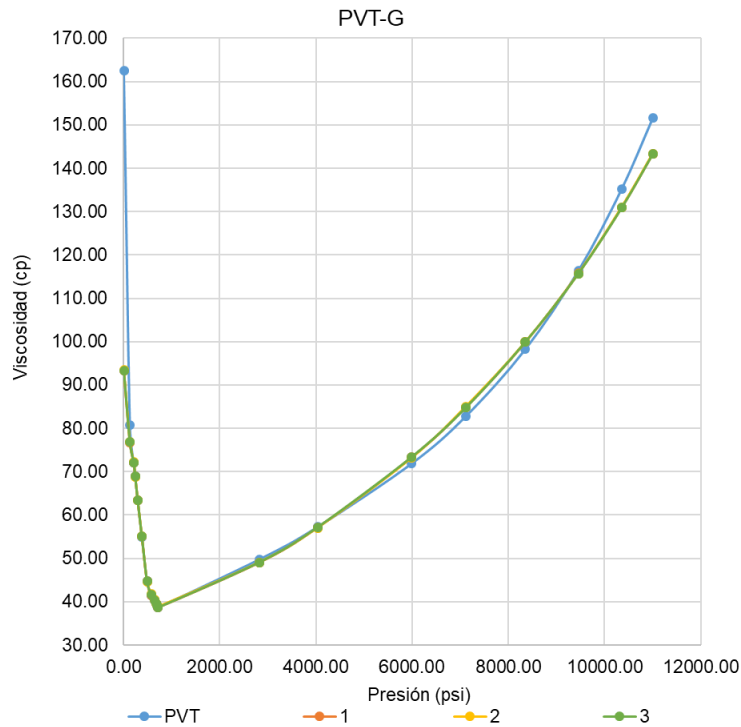


Figura 6.7 Viscosidad obtenida con el desagrupamiento de la fracción pesada PVT-G

Tabla 6.12 Valores obtenidos de la viscosidad del PVT-H con pseudocomponentes

Presión (psia)	PVT	Este trabajo (No. De Pseudocomponentes)					
		1		2		3	
		Viscosidad (cp)	Error relativo (%)	Viscosidad (cp)	Error relativo (%)	Viscosidad (cp)	Error relativo (%)
3967.10	2804.00	2823.59	0.70	2823.68	0.70	2823.57	0.70
3004.40	2380.00	2382.82	0.12	2382.74	0.11	2382.90	0.12
2396.92	2140.00	2142.10	0.10	2142.23	0.10	2142.14	0.10
2017.53	2006.00	2004.74	0.06	2004.63	0.07	2004.77	0.06
1597.62	1867.00	1863.37	0.19	1863.47	0.19	1863.42	0.19
1209.70	1742.00	1742.00	0.00	1741.96	0.00	1742.07	0.00
1105.75	1712.00	1710.91	0.06	1711.04	0.06	1710.88	0.07
1094.80	1708.00	1707.67	0.02	1707.54	0.03	1707.61	0.02
1028.82	1733.30	1733.30	0.00	1733.37	0.00	1733.36	0.00
999.81	1749.01	1749.01	0.00	1748.82	0.01	1748.92	0.01
960.85	1772.22	1772.22	0.00	1772.38	0.01	1772.19	0.00
914.77	1802.82	1802.82	0.00	1802.88	0.00	1802.91	0.01
849.79	1851.73	1851.73	0.00	1851.81	0.00	1851.72	0.00
771.86	1919.30	1919.30	0.00	1919.10	0.01	1919.39	0.00
640.90	2054.74	2054.74	0.00	2054.65	0.00	2054.76	0.00
501.82	2228.62	2228.62	0.00	2228.42	0.01	2228.72	0.00
417.93	2348.46	2348.47	0.00	2348.61	0.01	2348.40	0.00
329.90	2486.33	2486.33	0.00	2486.37	0.00	2486.32	0.00
272.88	2582.25	2582.25	0.00	2582.32	0.00	2582.17	0.00
233.92	2650.78	2650.78	0.00	2650.88	0.00	2650.88	0.00
204.91	2703.38	2703.39	0.00	2703.31	0.00	2703.48	0.00
183.01	2743.99	2743.99	0.00	2744.11	0.00	2744.03	0.00
164.95	2778.05	2778.05	0.00	2777.94	0.00	2778.01	0.00
14.66	3580.00	3068.42	14.29	3068.36	14.29	3068.50	14.29
Error promedio relativo (%)			0.65		0.65		0.65

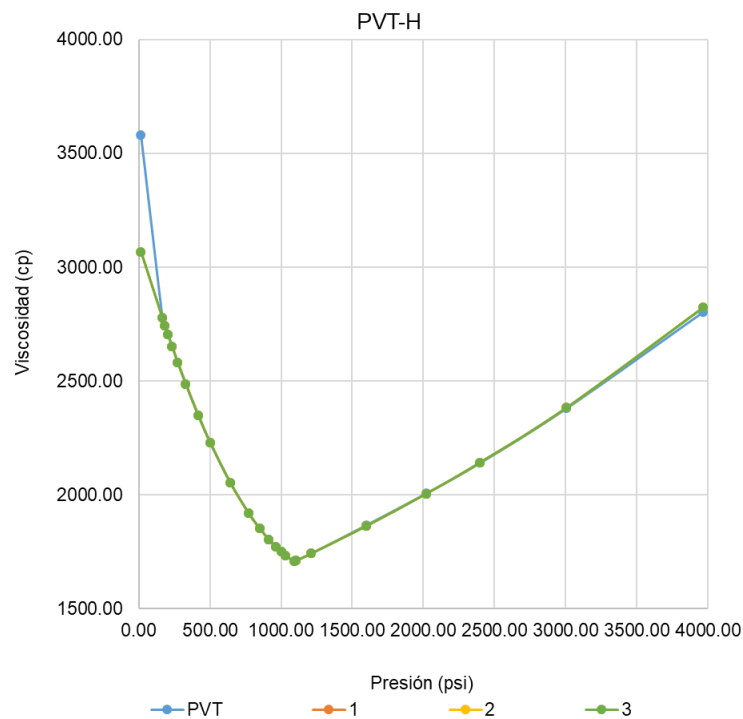


Figura 6.8 Viscosidad obtenida con el desagrupamiento de la fracción pesada PVT-H

En la **Tabla 6.13** se presentan los valores obtenidos correspondientes a la viscosidad del PVT-I al desagrupar el pseudocomponente de la fracción pesada.

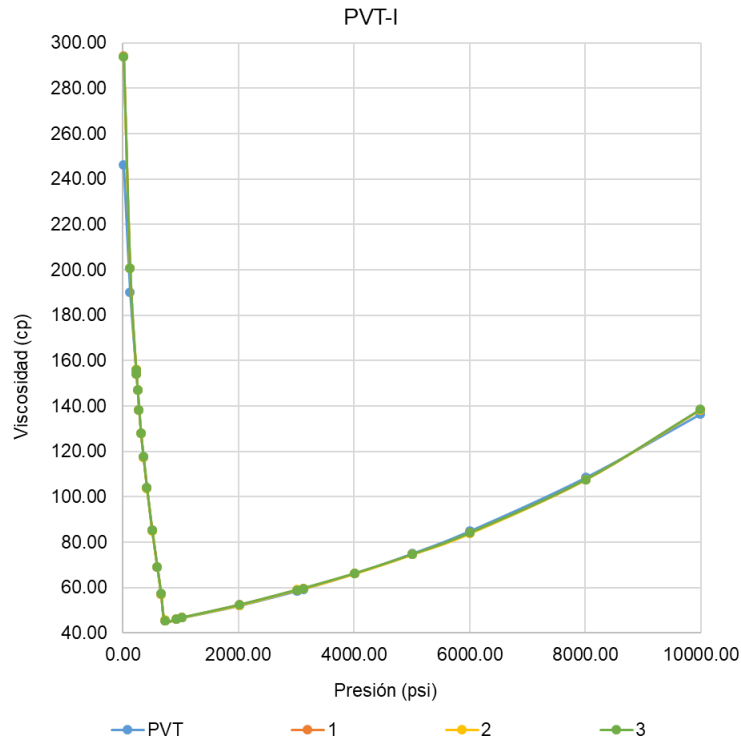


Figura 6.9 Viscosidad obtenida con el desagrupamiento de la fracción pesada PVT-I

El error promedio relativo porcentual para uno y tres pseudocomponentes es de 1.39%, y para dos pseudocomponentes de 1.44%. En la **Figura 6.9** se muestran los valores obtenidos para la viscosidad, así como los valores reportados en el PVT-I.

Tabla 6.13 Valores obtenidos de la viscosidad del PVT-I con pseudocomponentes

Presión (psia)	PVT	Este trabajo (No. De Pseudocomponentes)					
		1		2		3	
		Viscosidad (cp)	Error relativo	Viscosidad (cp)	Error relativo	Viscosidad (cp)	Error relativo
9991.11	136.51	138.44	1.41	138.45	1.42	138.50	1.46
8001.59	108.50	107.50	0.92	107.61	0.82	107.59	0.84
6008.09	85.07	84.16	1.06	83.98	1.28	84.22	0.99
5008.43	75.07	74.62	0.60	74.69	0.51	74.68	0.52
4013.60	66.27	66.28	0.01	66.22	0.08	66.31	0.06
3125.56	59.39	59.70	0.51	59.62	0.38	59.70	0.51
3015.92	58.60	58.93	0.57	59.08	0.82	59.03	0.74
2019.24	52.11	52.48	0.71	52.33	0.43	52.41	0.58
1022.42	46.77	46.80	0.06	46.94	0.36	46.80	0.06
919.47	46.28	46.25	0.06	46.18	0.21	46.15	0.28
724.51	45.40	45.64	0.53	45.84	0.97	45.59	0.42
659.52	57.23	57.25	0.04	57.28	0.10	57.29	0.11
593.54	69.25	69.28	0.05	69.18	0.10	69.28	0.05
505.52	85.28	85.32	0.05	85.17	0.13	85.33	0.06
415.65	103.92	103.97	0.05	103.82	0.10	103.91	0.01
355.64	117.57	117.62	0.04	117.64	0.06	117.70	0.11
311.56	128.10	128.15	0.04	128.21	0.09	128.09	0.01
280.70	138.38	138.43	0.04	138.26	0.09	138.36	0.01
254.68	147.03	147.08	0.03	146.98	0.03	147.12	0.06
233.63	154.02	154.07	0.03	154.14	0.08	154.15	0.08
227.66	156.00	156.05	0.03	156.12	0.08	155.97	0.02
124.71	190.21	200.78	5.56	200.82	5.58	200.87	5.60
14.65	246.13	294.17	19.52	293.98	19.44	294.07	19.48
Error promedio relativo (%)			1.39		1.44		1.39

En la **Tabla 6.14** se presentan los valores obtenidos correspondientes a la viscosidad del PVT-J al desagrupar el pseudocomponente de la fracción pesada. El error promedio relativo porcentual para uno y dos pseudocomponentes es de 1.16%, y para tres pseudocomponentes de 1.18%. En la **Figura 6.10** se muestran los valores obtenidos para la viscosidad, así como los valores reportados en el PVT-J.

Tabla 6.14 Valores obtenidos de la viscosidad del PVT-J con pseudocomponentes

Presión (psia)	PVT	Este trabajo (No. De Pseudocomponentes)					
		1		2		3	
		Viscosidad (cp)	Error relativo (%)	Viscosidad (cp)	Error relativo (%)	Viscosidad (cp)	Error relativo (%)
4977.00	37.16	37.92	2.05	37.78	1.68	37.97	2.19
4266.00	33.75	33.83	0.22	33.96	0.61	33.75	0.01
3555.00	30.35	30.22	0.43	30.37	0.06	30.23	0.40
2844.00	26.97	27.04	0.25	26.89	0.31	27.06	0.32
2488.50	25.29	25.59	1.19	25.66	1.47	25.67	1.51
2218.32	24.42	24.42	0.01	24.39	0.11	24.36	0.23
1777.50	30.70	30.84	0.45	30.71	0.03	30.87	0.55
1422.00	35.97	36.22	0.69	36.08	0.30	36.12	0.41
1066.50	42.19	42.13	0.14	41.99	0.47	42.19	0.00
711.00	49.48	48.91	1.14	48.71	1.55	49.00	0.96
355.50	57.97	55.96	3.47	55.83	3.69	55.92	3.54
14.66	69.97	67.26	3.87	67.39	3.68	67.18	3.98
Error promedio relativo (%)			1.16		1.16		1.18

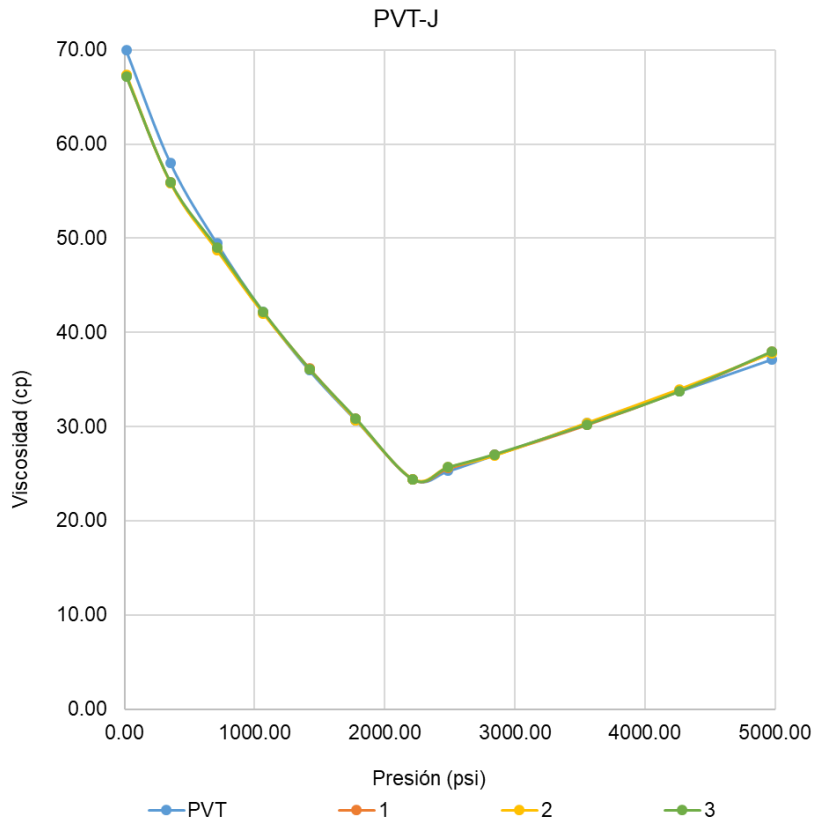


Figura 6.10 Viscosidad obtenida con el desagrupamiento de la fracción pesada PVT-J

Por los valores obtenidos del error relativo porcentual, se concluyó que el modelo a usar es con un pseudocomponente (C7+), de esta forma también se reducen las operaciones que tiene que realizar el usuario en el cálculo de la viscosidad

6.2.2. Procedimiento

Para obtener el modelo composicional se tomó como base la igualdad de la **ecuación (6.1)**.

$$\mu_o = \sum_{i=1}^n \mu_c \quad (6.1)$$

Para considerar valida la anterior igualdad, es necesario considerar el porcentaje por componente, y su peso molecular llegando a la **ecuación (6.2)**. Se despeja la viscosidad del aceite **ecuación (6.3)** y se puede observar que es muy parecida a la **ecuación (6.4)** que corresponde al cálculo de la viscosidad de la mezcla a presiones bajas del modelo de Lorenz, Bray y Clark, con diferencia de las raíces cuadradas de la masa molecular.

$$\mu_o \sum_{i=1}^n x_i * M_i = \sum_{i=1}^n \mu_c * x_i * M_i \quad (6.2)$$

$$\mu_o = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_c * x_i * M_i}{\sum_{i=1}^n x_i * M_i} \quad (6.3)$$

$$\eta^* = \frac{\sum_{i=1}^N z_i \eta_i \sqrt{M_i}}{\sum_{i=1}^N z_i \sqrt{M_i}} \quad (6.4)$$

Establecido este modelo, se realizó un ajuste por componente para calcular su viscosidad, y un ajuste por PVT para la fracción pesada. El modelo propuesto para el cálculo de la viscosidad es la **ecuación (6.5)** calculando la viscosidad por componente con la **ecuación (6.6)**.

$$\mu_o = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_c * x_i * M_i}{(\sum_{i=1}^n x_i * M_i)^C} \quad (6.5)$$

$$\mu_c = A e^{T_r * P_r * B} \quad (6.6)$$

Donde:

x_i = Fracción molar en la mezcla

M_i = Peso molecular $\left[\frac{lb}{mol} \right]$

μ_c = Viscosidad por componente

μ_o = Viscosidad de la mezcla de hidrocarburos [cp]

T_r = Temperatura reducida

P_r = Presión reducida

API = densidad de la mezcla

A = coeficiente de ajuste para cada componente

B y C = coeficientes de ajuste de la mezcla

Los valores de A se representan en la **Tabla 6.15**. Para el pseudo-componente C_{7+} se obtuvo un polinomio de tercer grado (**ecuación (6.7)**) cuyos coeficientes se calculan con las **ecuaciones (6.8)**, **(6.9)**, **(6.10)** y **(6.11)**, que cambiará con el peso molecular de la mezcla, cuando se comience la liberación de los componentes ligeros.

$$A_{C_{7+}} = f \left(\sum_{i=1}^n x_i * M_i \right)^3 + g \left(\sum_{i=1}^n x_i * M_i \right)^2 + h \left(\sum_{i=1}^n x_i * M_i \right) + k \quad (6.7)$$

$$f = -31.546(M_{C_{7+}}^f)^2 + 0.8714(M_{C_{7+}}^f) + 0.00001 \quad (6.8)$$

$$g = -228.29(M_{C_{7+}}^f) + 0.0016 \quad (6.9)$$

$$h = 5 * 10^{10}(M_{C_{7+}}^f)^3 - 4 * 10^7 * (M_{C_{7+}}^f)^2 + 15451(M_{C_{7+}}^f) + 0.1664 \quad (6.10)$$

$$k = -3 * 10^{12} * (M_{C_{7+}}^f)^3 + 2 * 10^9 * (M_{C_{7+}}^f)^2 - 404239(M_{C_{7+}}^f) - 8.7494 \quad (6.11)$$

Tabla 6.15 Coeficientes para A

Componente	A
N2	1.283
CO2	1.279
H2S	1.165
C1	1.109
C2	1.302
C3	1.033
I-C4	1.136
N-C4	1.061
I-C5	1.086
N-C5	1.167
I-C6	1.167

Para el coeficiente B y C que serán constantes para la parte saturada y bajo saturada, se calculan con las **ecuaciones no lineales (6.12) y (6.13)**. En el **Apéndice A**, se presentan algunos métodos para resolver ecuaciones no lineales.

$$M_{C7+}^B = -2.2581 * 10^{-4} API^2 + 1.1527 * 10^{-2} API + 8.9905 * 10^{-1} \quad (6.12)$$

$$C = -0.1266 API^{2C} + 0.6409 API^C - 0.5138 \quad (6.13)$$

El modelo se realizó usando 270 datos de viscosidad para condiciones de aceite saturado y bajo saturado, con un error de 0.7493%.

6.2.3. Resultados

A continuación, se presentan los resultados obtenidos por experimento PVT, reportando además el error relativo porcentual obtenido. Es importante señalar que el modelo es poco predictivo a condiciones extremas de presión baja, como se puede apreciar en las gráficas conforme se acerca a esta zona el modelo comienza a separarse, de forma intuitiva podría sugerirse que se debe a la presencia de sólidos, sin embargo, es necesario realizar las pruebas convenientes para corroborarlo.

PVT- A

En la **Tabla 6.16** se muestran los valores obtenidos al usar el modelo de LBC, los valores de viscosidad reportados por el experimento PVT, y los valores obtenidos con el modelo propuesto, así como el error relativo porcentual entre los valores del PVT y el modelo.

El modelo presenta un error relativo porcentual de 0.74 % del aceite saturado, a partir de la presión de saturación (782.81 psi) comienza a crecer del orden de 4.33%. A las condiciones atmosféricas es cuando se tiene el error relativo porcentual de mayor valor que es de 21.63%. En la **Figura 6.11** se puede observar cómo se separan las líneas en esta zona.

Si se excluye el punto que representa la menor presión (14.647 psi) se puede observar que el modelo desarrollado tiene un ajuste menor de 1.93% (**Figura 6.12**).

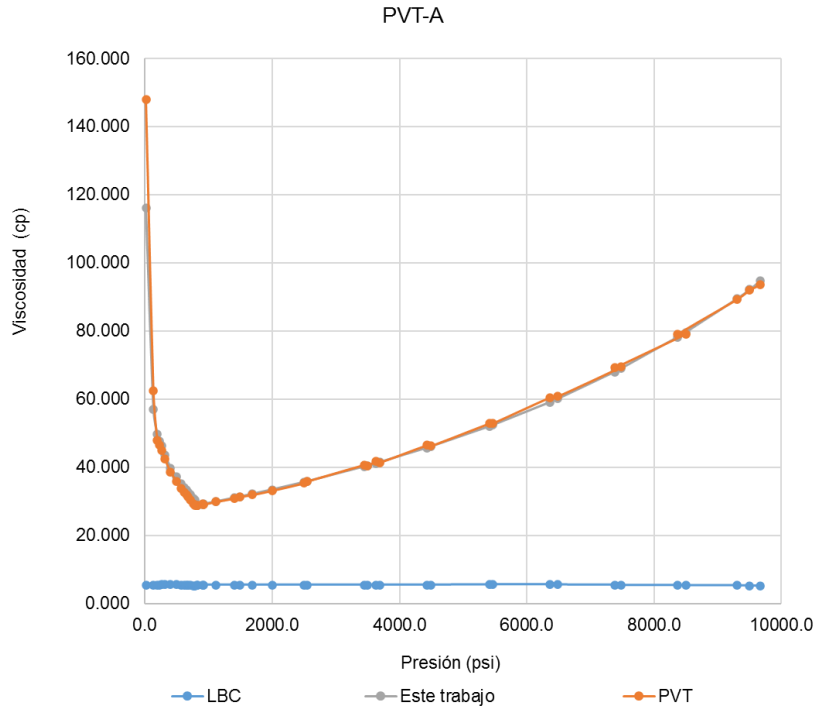


Figura 6.11 Valores de viscosidad del PVT-A

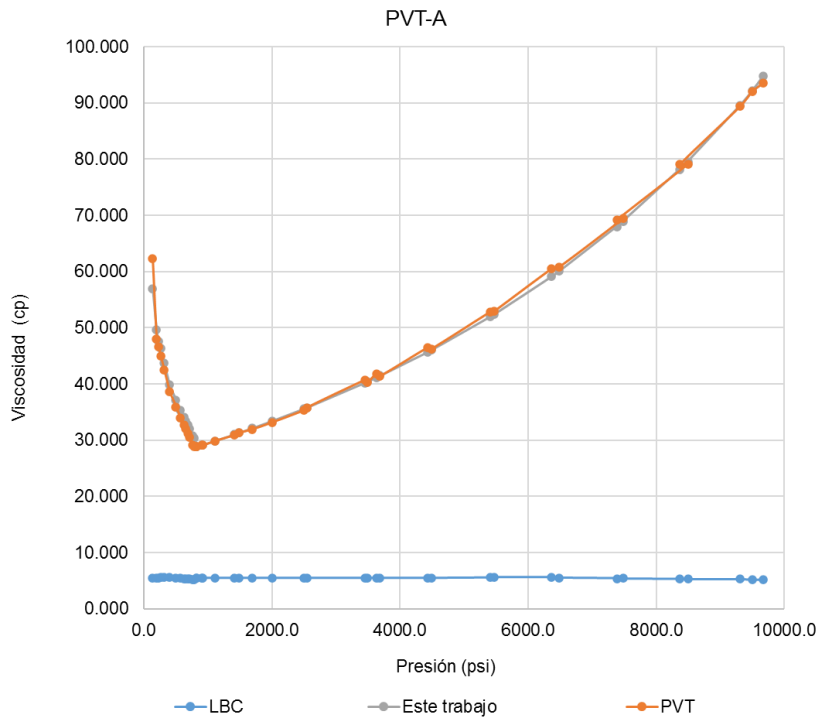


Figura 6.12 Valores de viscosidad del PVT-A sin la presión atmosférica

Tabla 6.16 Valores calculados de viscosidad para el PVT-A

Presión (psia)	Viscosidad (cp)			Error relativo (%)
	LBC	PVT	Este trabajo	
9668.960	5.209	93.510	94.731	1.305
			92.132	
9497.960	5.229	92.000		0.143
9306.640	5.286	89.350	89.545	0.218
8371.580	5.320	79.060	78.147	1.155
8495.170	5.357	79.150	79.545	0.499
7383.320	5.393	69.170	67.980	1.720
7485.410	5.452	69.480	68.953	0.758
6483.610	5.532	60.800	60.070	1.201
6366.500	5.608	60.500	59.122	2.278
5463.750	5.611	52.900	52.365	1.012
5410.720	5.561	52.840	51.996	1.597
4484.990	5.493	46.210	46.012	0.428
4435.340	5.493	46.500	45.714	1.690
3687.250	5.493	41.410	41.471	0.148
3630.200	5.493	41.820	41.166	1.563
3491.290	5.493	40.320	40.434	0.282
3446.100	5.493	40.670	40.198	1.159
2542.540	5.493	35.800	35.800	0.000
2502.440	5.493	35.340	35.617	0.785
2004.590	5.493	33.170	33.435	0.799
1689.620	5.493	31.920	32.130	0.658
1485.260	5.493	31.310	31.313	0.011
1409.630	5.493	30.880	31.017	0.443
1110.720	5.493	29.850	29.875	0.084
919.380	5.493	29.080	29.168	0.303
902.830	5.493	29.180	29.108	0.247
819.980	5.493	28.840	28.808	0.111
819.980	5.493	28.840	28.808	0.111
782.810	5.209	28.810	30.440	5.657
763.900	5.229	29.196	30.808	5.522
711.850	5.286	30.469	32.031	5.128
681.850	5.320	31.202	32.727	4.888
650.850	5.357	31.960	33.441	4.635
620.850	5.393	32.693	34.127	4.387
570.930	5.452	33.913	35.264	3.981
498.840	5.532	35.944	37.184	3.451
400.860	5.608	38.671	39.818	2.966
314.970	5.611	42.468	43.691	2.880
260.940	5.561	44.946	46.313	3.041
223.970	5.493	46.641	47.599	2.054
194.672	5.493	47.970	49.638	3.477
132.673	5.493	62.370	56.957	8.678
14.647	5.493	148.020	116.003	21.630
Error promedio relativo porcentual				2.397

PVT- B

En la **Tabla 6.17** se muestran los resultados obtenidos para el PVT-B en el cual el modelo arroja 1.32% de error relativo porcentual, el cual se puede observar en la **Figura 6.13**.

De forma contraria con los datos presentados en la tabla 6.15, se tiene un error relativo mayor del aceite saturado (0.87%) que el aceite bajo saturado (0.67) excluyendo el valor de obtenido para cuando se tiene una presión de 14.22 psi.

El modelo presenta el mayor error relativo porcentual para la condición más baja de presión (7.96%) en la **Figura 6.14** se presentan el ajuste excluyendo el valor del máximo error.

Tabla 6.17 Valores calculados de viscosidad para el PVT-B

Presión (psia)	Viscosidad (cp)			Error relativo (%)
	LBC	PVT	Este trabajo	
4977.00	2.85	17.37	17.65	1.60
4266.00	2.73	16.28	16.28	0.01
3555.00	2.61	15.18	15.03	1.02
2844.00	2.48	14.09	13.89	1.41
2133.00	2.34	12.99	12.85	1.11
1422.00	2.19	11.90	11.90	0.00
1279.80	2.16	11.68	11.72	0.35
1137.60	2.16	12.22	12.23	0.05
995.40	2.23	13.01	13.02	0.10
853.20	2.38	14.08	14.10	0.17
711.00	2.46	15.43	15.46	0.23
355.50	2.70	20.05	20.68	3.15
14.22	3.56	36.00	38.86	7.96
Error promedio relativo porcentual				1.32

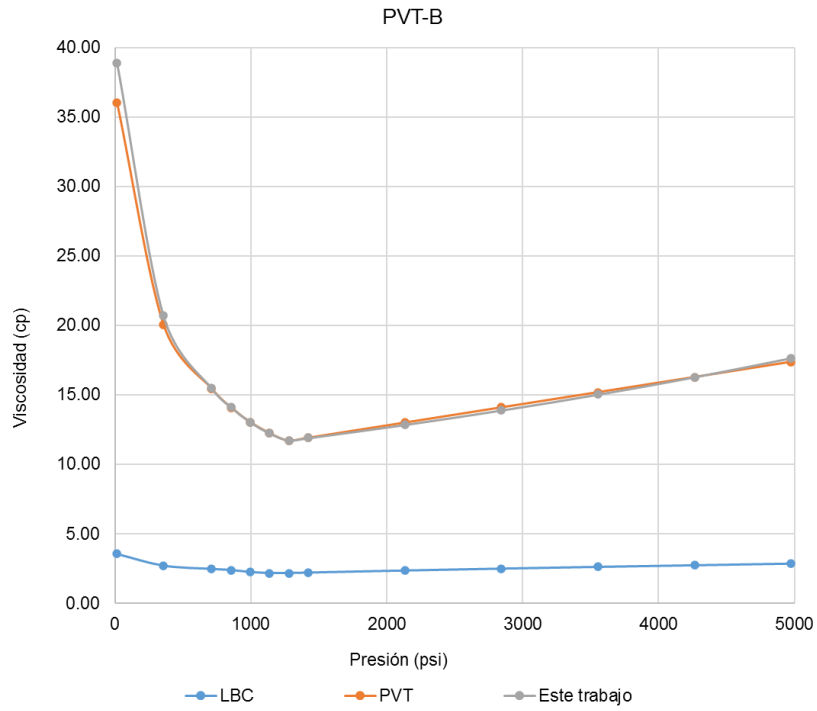


Figura 6.13 Valores de viscosidad del PVT-B

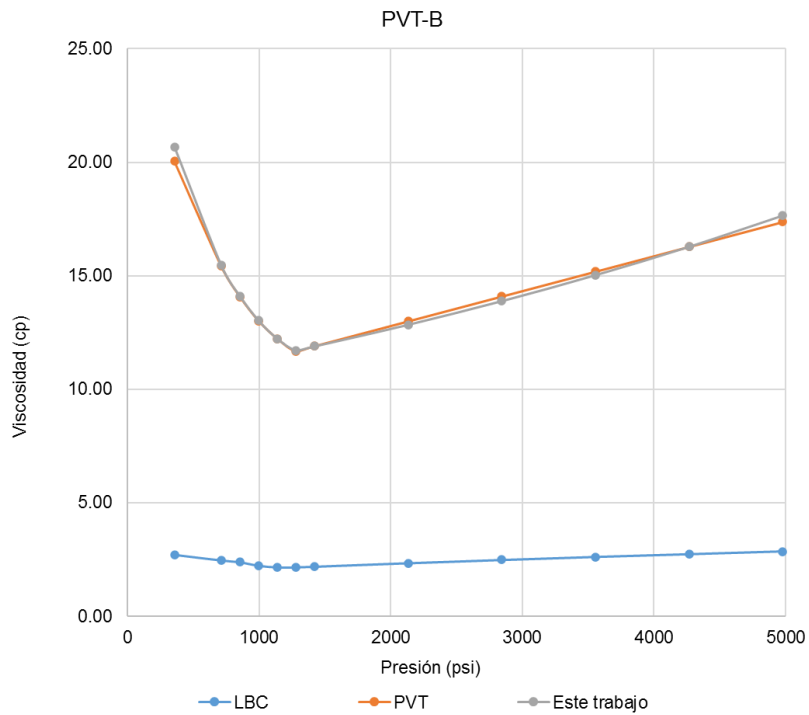


Figura 6.14 Valores de viscosidad del PVT-B sin la presión atmosférica

PVT- C

En la **Tabla 6.18** se muestran los valores calculados para el aceite correspondiente al PVT-C. El modelo presenta un mayor error relativo porcentual en la parte del aceite saturado (1.79%), para el aceite bajo saturado se tiene un ajuste preciso con un 0.00% de error relativo porcentual, elevándose para las condiciones de presión atmosférica con un error de 22.82%.

En la **Figura 6.15** se muestran los valores graficados obteniendo un error de 1.61%, excluyendo este valor se tiene un error relativo de 0.93% (**Figura 6.16**).

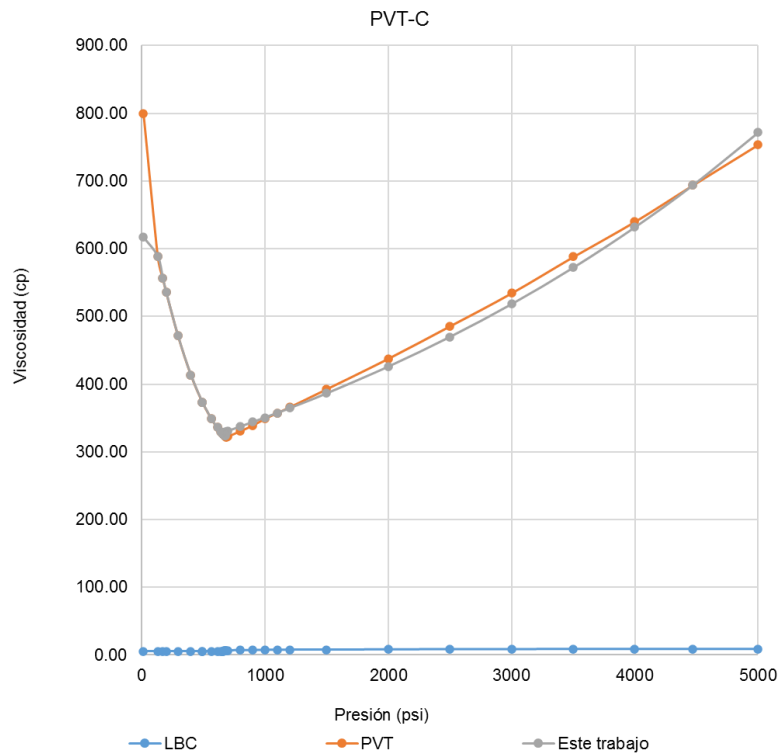


Figura 6.15 Valores de viscosidad del PVT-C

Tabla 6.18 Valores calculados de viscosidad para el PVT-C

Presión (psia)	Viscosidad (cp)			Error relativo (%)
	LBC	PVT	Este trabajo	
4998.33	9.07	753.61	771.45	2.37
4472.19	9.07	694.19	694.19	0.00
3998.66	9.07	639.88	631.66	1.29
3499.54	9.07	588.05	572.05	2.72
2999.00	8.72	534.34	518.20	3.02
2499.88	8.72	485.64	469.77	3.27
1999.33	8.34	437.70	425.92	2.69
1500.21	7.94	392.72	386.43	1.60
1200.17	7.94	366.10	364.56	0.42
1099.21	7.51	357.49	357.49	0.00
999.67	7.51	349.00	350.67	0.48
900.13	7.08	338.98	343.98	1.47
799.16	7.08	330.78	337.32	1.98
699.62	6.70	322.70	330.90	2.54
682.56	6.70	321.10	329.81	2.71
681.14	6.61	322.71	329.58	2.13
676.87	6.61	323.37	323.37	0.00
674.03	6.12	323.82	323.82	0.00
664.07	5.87	325.48	325.48	0.00
658.39	5.70	326.47	326.47	0.00
654.12	5.70	327.25	327.25	0.00
641.32	5.55	329.70	329.70	0.00
612.88	5.39	335.85	335.85	0.00
564.53	5.39	348.54	348.54	0.00
492.47	5.28	372.66	372.66	0.00
492.01	5.28	372.84	372.84	0.00
398.16	5.28	413.64	413.64	0.00
294.35	5.21	471.09	471.09	0.00
197.66	5.23	536.23	536.23	0.00
170.64	5.29	556.44	556.44	0.00
129.40	5.32	588.97	588.97	0.00
14.22	5.32	799.40	617.00	22.82
Error promedio relativo porcentual				1.61

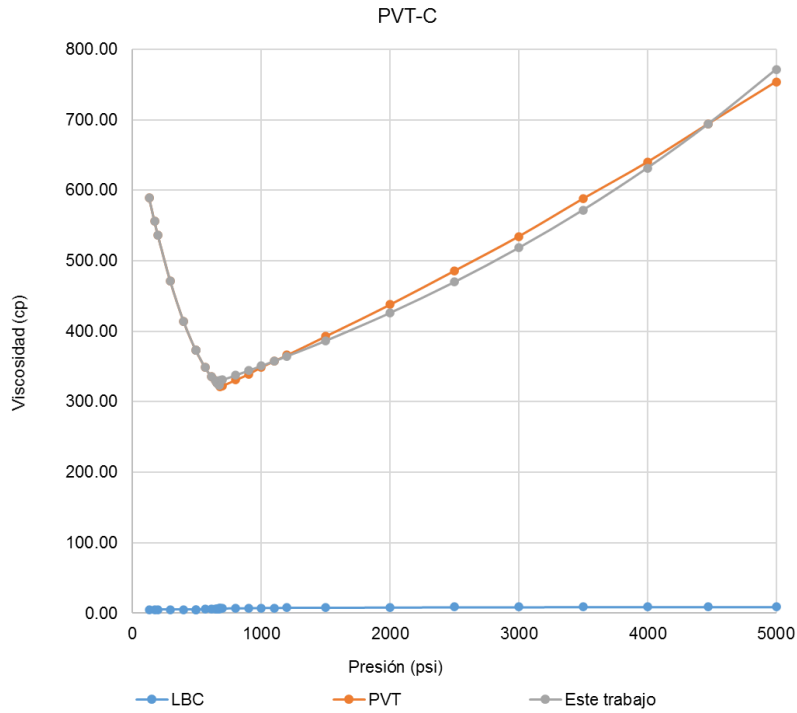


Figura 6.16 Valores de viscosidad del PVT-C sin la presión atmosférica

PVT- D

En la **Tabla 6.19** se muestran los resultados obtenidos para el PVT-D con un error relativo promedio de 3.49%. Para el aceite saturado se obtuvo un error relativo de 1.12% y para el aceite bajo saturado de 6.91%. En la **Figura 6.17** se puede observar que en el punto de 14.22 psi se separan el valor obtenido con el modelo con un error relativo de 46.12%.

En la **Figura 6.18** se presenta el ajuste sin el punto de mayor error relativo.

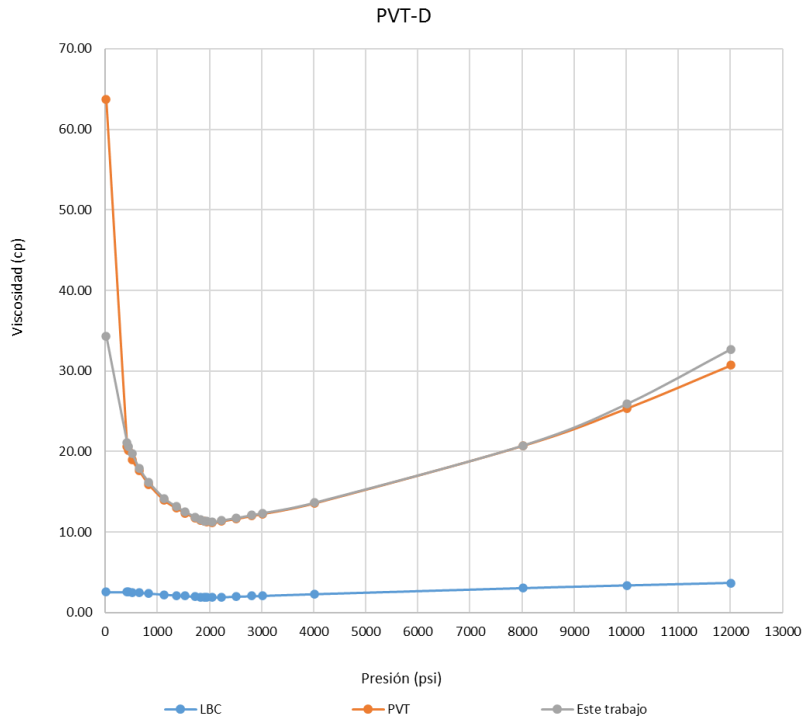


Figura 6.17 Valores de viscosidad del PVT-D

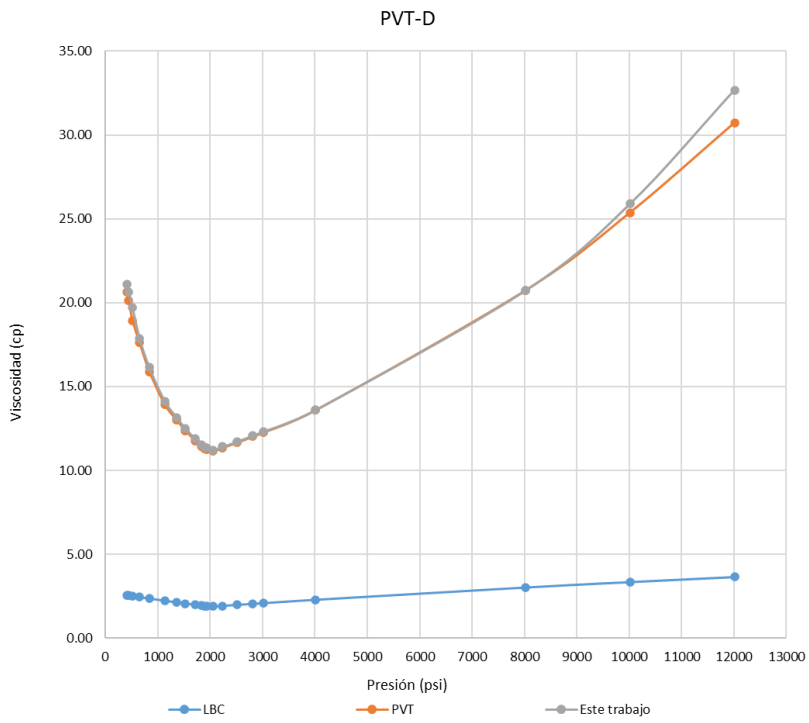


Figura 6.18 Valores de viscosidad del PVT-D sin la presión atmosférica

Tabla 6.19 Valores calculados de viscosidad para el PVT-D

Presión (psia)	Viscosidad (cp)			Error relativo (%)
	LBC	PVT	Este trabajo	
12012.35	3.65	30.73	32.68	6.37
10012.73	3.35	25.36	25.89	2.07
8013.25	3.03	20.72	20.72	0.00
4014.16	2.30	13.59	13.62	0.23
3014.36	2.09	12.26	12.33	0.54
2814.42	2.05	12.02	12.08	0.57
2514.38	1.99	11.66	11.73	0.60
2233.54	1.93	11.35	11.41	0.60
2054.51	1.89	11.15	11.21	0.56
1942.59	1.90	11.26	11.33	0.63
1898.51	1.92	11.32	11.40	0.69
1835.66	1.95	11.43	11.52	0.77
1721.62	1.99	11.77	11.88	0.91
1529.65	2.07	12.35	12.49	1.12
1363.70	2.14	12.99	13.16	1.28
1131.77	2.24	13.93	14.13	1.44
836.85	2.37	15.89	16.13	1.53
648.86	2.45	17.61	17.87	1.50
512.92	2.51	18.93	19.73	4.21
445.94	2.54	20.11	20.65	2.69
414.94	2.54	20.65	21.12	2.29
14.65	2.54	63.70	34.32	46.12
Error promedio relativo porcentual				3.49

PVT- E

En la **Tablas 6.20** se muestran los resultados obtenidos para el PVT-E con un error relativo promedio de 2.39%. Los máximos valores de error relativo se tienen en los extremos (**Figura 6.19**), siendo el mayor el presentado para la presión de 14.65 psi. En la **Figura 6.20** se presenta el ajuste sin el punto de mayor error relativo, con un error relativo porcentual de 1.31%.

Tabla 6.20 Valores calculados de viscosidad para el PVT-E

Presión (psia)	Viscosidad (cp)			Error relativo (%)
	LBC	PVT	Este trabajo	
11972.39	6.89	31.92	32.67	2.35
10015.86	5.95	26.43	25.78	2.47
8034.30	5.61	21.40	20.50	4.19
6088.72	5.26	17.16	16.54	3.63
4095.08	4.50	13.63	13.39	1.78
3021.32	4.09	11.99	11.99	0.00
2191.59	3.67	10.91	11.03	1.08
1848.60	3.45	10.57	10.67	0.99
1748.63	3.12	10.40	10.41	0.07
1686.63	3.09	11.09	11.10	0.11
1605.58	3.05	11.38	11.40	0.15
1511.73	3.02	11.72	11.74	0.19
1368.68	3.04	12.40	12.43	0.25
1175.71	3.15	13.31	13.35	0.32
974.78	3.30	14.26	14.31	0.37
822.77	3.45	15.35	15.41	0.40
650.85	3.56	16.60	16.67	0.39
525.86	3.66	18.30	18.37	0.38
426.88	3.73	19.95	20.27	1.62
314.97	3.73	21.81	22.99	5.42
14.65	3.73	68.20	51.88	23.93
Error promedio relativo porcentual				2.39

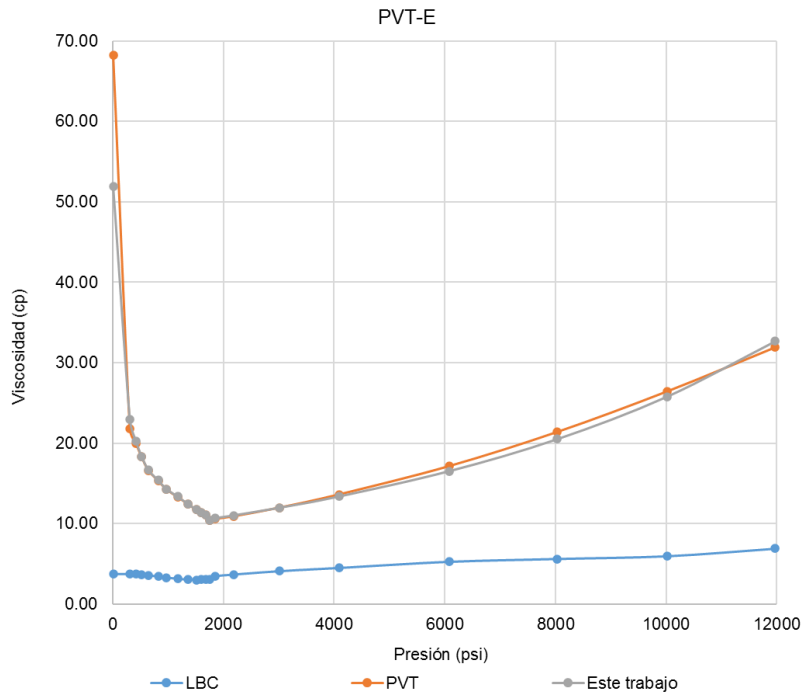


Figura 6.19 Valores de viscosidad del PVT-E

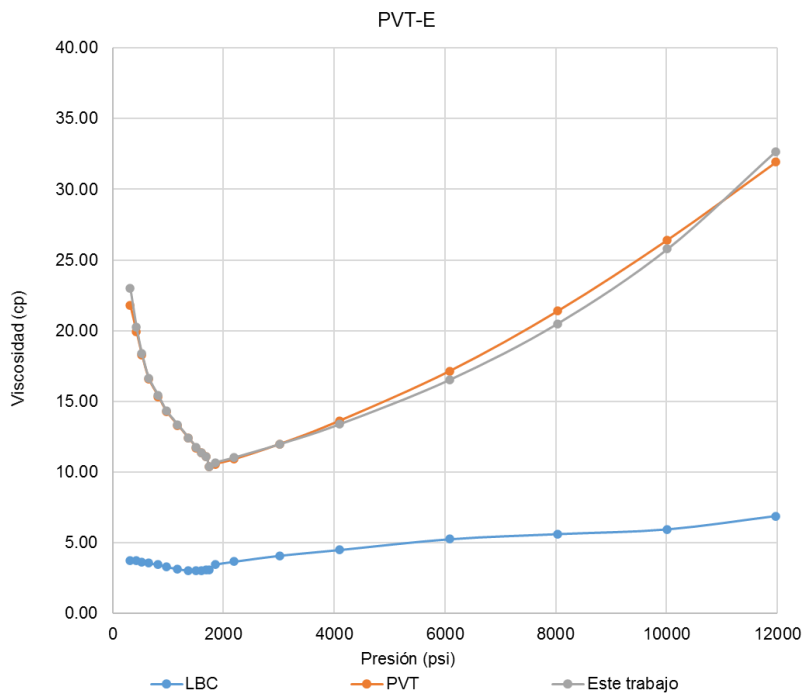


Figura 6.20 Valores de viscosidad del PVT-E sin la presión atmosférica

PVT- F

En la **Tabla 6.21** se muestran los resultados obtenidos para el PVT-F con un error relativo promedio de 2.26%. Los máximos valores de error relativo se tienen en la cercanía de las condiciones de presión atmosférica (**Figura 6.21**), siendo el mayor el presentado para la presión de 14.65 psi (42.94%). En la **Figura 6.22** se presenta el ajuste sin el punto de mayor error relativo, disminuyendo el error a 0.57%.

Tabla 6.21 Valores calculados de viscosidad para el PVT-F

Presión (psia)	Viscosidad (cp)			Error relativo (%)
	LBC	PVT	Este trabajo	
5998.00	3.65	16.61	16.66	0.29
5498.87	3.35	15.84	15.84	0.03
4998.33	3.03	15.09	15.07	0.15
4499.21	3.09	14.38	14.34	0.25
3998.66	3.09	13.70	13.66	0.30
3499.54	3.09	13.05	13.01	0.29
2999.00	3.09	12.43	12.40	0.25
2499.88	3.09	11.85	11.83	0.18
2398.91	3.09	11.74	11.72	0.16
2299.37	3.09	11.62	11.61	0.15
2199.83	3.09	11.51	11.50	0.13
2098.87	3.09	11.40	11.39	0.12
1999.33	3.09	11.30	11.29	0.10
1892.68	3.09	11.10	11.20	0.88
1763.28	3.09	11.90	11.92	0.15
1682.23	3.09	12.49	12.51	0.19
1540.03	3.05	13.43	13.47	0.27
1333.84	3.02	14.70	14.75	0.36
1070.77	3.04	16.44	16.51	0.44
786.37	3.15	18.52	18.61	0.46
533.25	3.30	20.45	20.54	0.42
359.77	3.45	22.24	22.32	0.36
200.50	4.45	24.00	24.66	2.75
99.54	5.45	25.90	27.17	4.89
14.22	6.45	56.90	32.47	42.94
Error promedio relativo porcentual				2.26

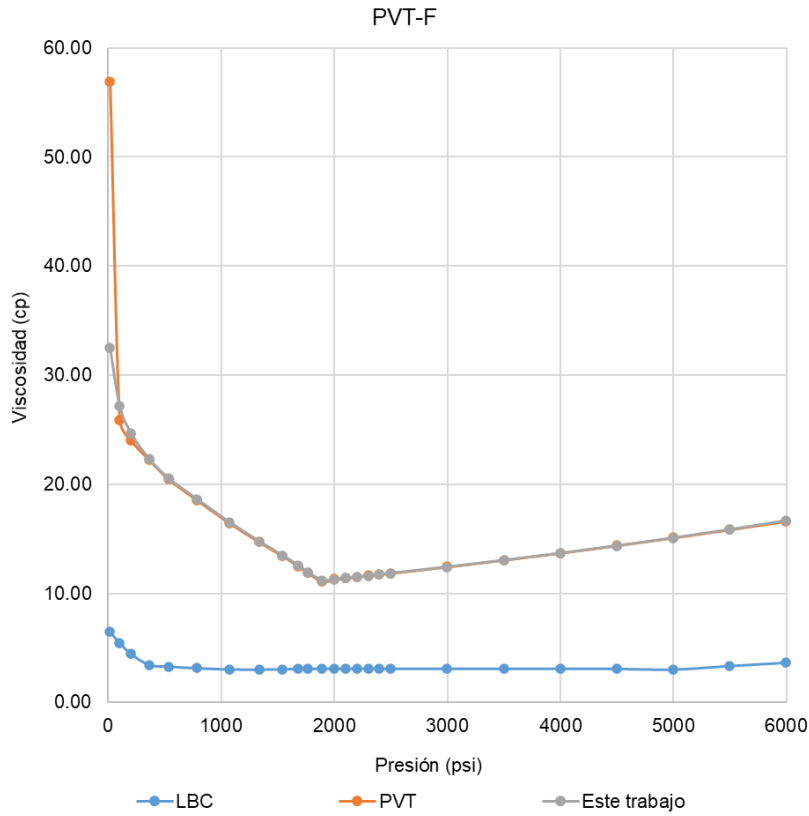


Figura 6.21 Valores de viscosidad del PVT-F

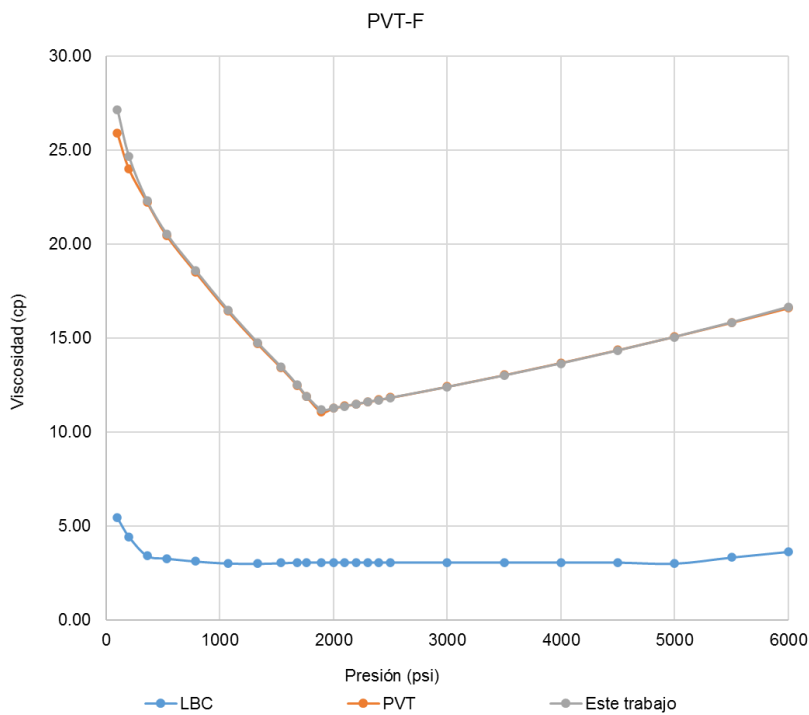


Figura 6.22 Valores de viscosidad del PVT-F sin la presión atmosférica

PVT- G

En la **Tabla 6.22** se muestran los resultados de los valores obtenidos para el PVT-G, se puede observar que el modelo exhibe un mayor error relativo promedio para el aceite saturado (2.11%). Para la presión atmosférica se obtuvo un error relativo porcentual de 42.58% en la **Figura 6.23** se puede observar la separación del valor calculado con el reportado del PVT. Excluyendo dicho punto el error relativo promedio porcentual disminuye a 1.18%, se puede observar el ajuste en la **Figura 6.24**.

Tabla 6.22 Valores calculados de viscosidad para el PVT-G

Presión (psia)	Viscosidad (cp)			Error relativo (%)
	LBC	PVT	Este trabajo	
11001.59	3.65	151.54	143.28	5.45
10357.14	3.35	135.25	130.98	3.15
9455.02	3.03	116.34	115.79	0.47
8354.39	2.30	98.25	99.91	1.69
7113.70	2.09	82.77	84.85	2.52
5987.19	2.05	71.86	73.31	2.02
4032.93	1.99	57.25	57.13	0.20
2822.00	1.93	49.78	49.10	1.37
721.81	3.16	38.72	38.75	0.07
701.33	3.12	39.12	39.15	0.07
680.14	3.09	39.54	39.57	0.07
641.04	3.05	40.31	40.34	0.08
580.89	3.02	41.50	41.53	0.08
494.86	3.04	44.71	44.75	0.08
387.64	3.15	54.99	55.04	0.08
301.61	3.30	63.38	63.43	0.07
249.99	3.45	68.88	68.93	0.07
219.98	4.45	72.06	72.10	0.06
138.65	4.45	80.72	76.77	4.89
14.65	4.45	162.47	93.29	42.58
Error promedio relativo porcentual				3.25

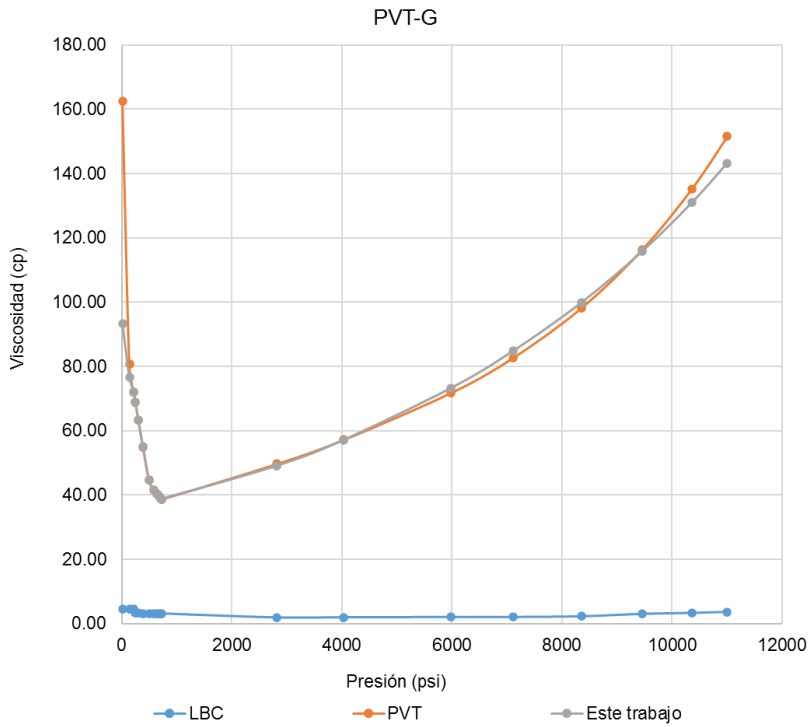


Figura 6.23 Valores de viscosidad del PVT-G

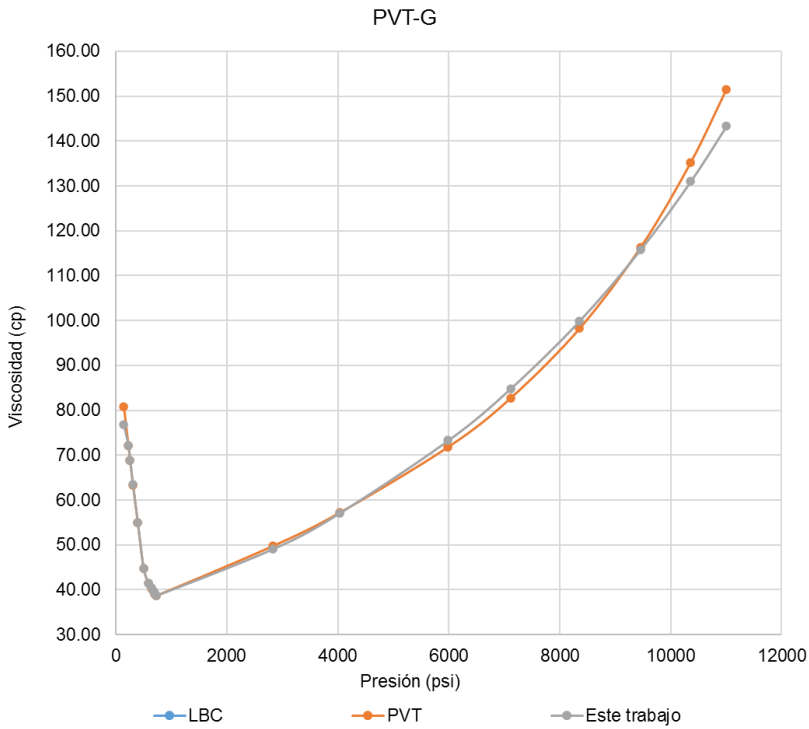


Figura 6.24 Valores de viscosidad del PVT-G sin la presión atmosférica

PVT- H

En la **Tabla 6.23** se muestran los resultados de los valores obtenidos para el PVT-H, se puede observar que el modelo exhibe un error relativo promedio de 0.65% (**Figura 6.25**), para la presión atmosférica se tiene un error de 14.29%, excluyendo éste punto se tiene un error relativo porcentual promedio de 0.06% (**Figura 6.26**).

Tabla 6.23 Valores calculados de viscosidad para el PVT-H

Presión (psia)	Viscosidad (cp)			Error relativo (%)
	LBC	PVT	Este trabajo	
3967.10	9.07	2804.00	2823.59	0.70
3004.40	9.07	2380.00	2382.82	0.12
2396.92	8.72	2140.00	2142.10	0.10
2017.53	8.72	2006.00	2004.74	0.06
1597.62	8.72	1867.00	1863.37	0.19
1209.70	8.34	1742.00	1742.00	0.00
1105.75	8.34	1712.00	1710.91	0.06
1094.80	7.94	1708.00	1707.67	0.02
1028.82	7.94	1733.30	1733.30	0.00
999.81	6.45	1749.01	1749.01	0.00
960.85	6.45	1772.22	1772.22	0.00
914.77	6.45	1802.82	1802.82	0.00
849.79	6.45	1851.73	1851.73	0.00
771.86	6.45	1919.30	1919.30	0.00
640.90	6.45	2054.74	2054.74	0.00
501.82	6.45	2228.62	2228.62	0.00
417.93	6.45	2348.46	2348.47	0.00
329.90	6.45	2486.33	2486.33	0.00
272.88	6.45	2582.25	2582.25	0.00
233.92	6.45	2650.78	2650.78	0.00
204.91	7.45	2703.38	2703.39	0.00
183.01	8.45	2743.99	2743.99	0.00
164.95	9.45	2778.05	2778.05	0.00
14.66	9.45	3580.00	3068.42	14.29
Error promedio relativo porcentual				0.65

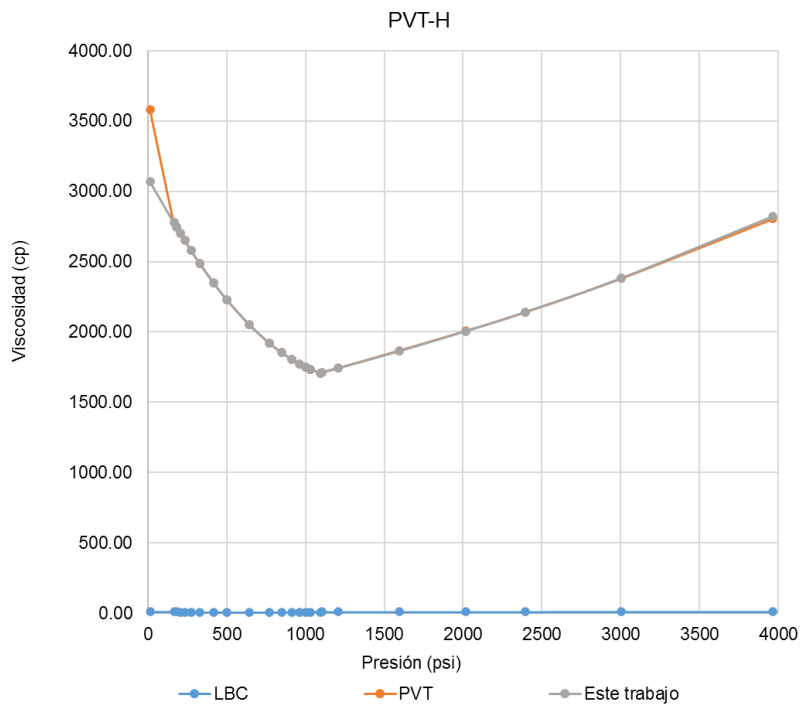


Figura 6.25 Valores de viscosidad del PVT-H

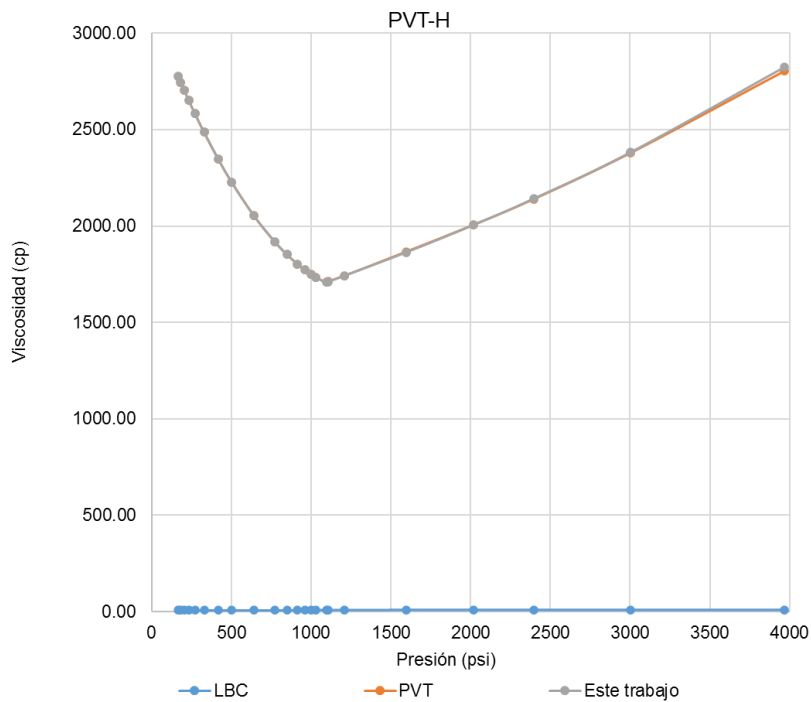


Figura 6.26 Valores de viscosidad del PVT-H sin la presión atmosférica

PVT- I

En la **Tabla 6.24** se muestran los resultados de los valores obtenidos para el PVT-I, se puede observar que el modelo exhibe un error relativo promedio de 1.39% (**Figura 6.27**), para la presión atmosférica se tiene un error de 19.52%, excluyendo éste punto se tiene un error relativo porcentual promedio de 0.56% (**Figura 6.28**).

Tabla 6.24 Valores calculados de viscosidad para el PVT-I

Presión (psia)	Viscosidad (cp)			Error relativo (%)
	LBC	PVT	Este trabajo	
9991.11	3.12	136.51	138.44	1.41
8001.59	3.12	108.50	107.50	0.92
6008.09	3.12	85.07	84.16	1.06
5008.43	3.12	75.07	74.62	0.60
4013.60	3.12	66.27	66.28	0.01
3125.56	3.12	59.39	59.70	0.51
3015.92	3.12	58.60	58.93	0.57
2019.24	3.12	52.11	52.48	0.71
1022.42	3.12	46.77	46.80	0.06
919.47	3.12	46.28	46.25	0.06
724.51	3.12	45.40	45.64	0.53
659.52	3.12	57.23	57.25	0.04
593.54	3.09	69.25	69.28	0.05
505.52	3.05	85.28	85.32	0.05
415.65	3.02	103.92	103.97	0.05
355.64	3.04	117.57	117.62	0.04
311.56	3.15	128.10	128.15	0.04
280.70	3.30	138.38	138.43	0.04
254.68	3.45	147.03	147.08	0.03
233.63	4.45	154.02	154.07	0.03
227.66	5.45	156.00	156.05	0.03
124.71	5.45	190.21	200.78	5.56
14.65	5.45	246.13	294.17	19.52
Error promedio relativo porcentual				1.39

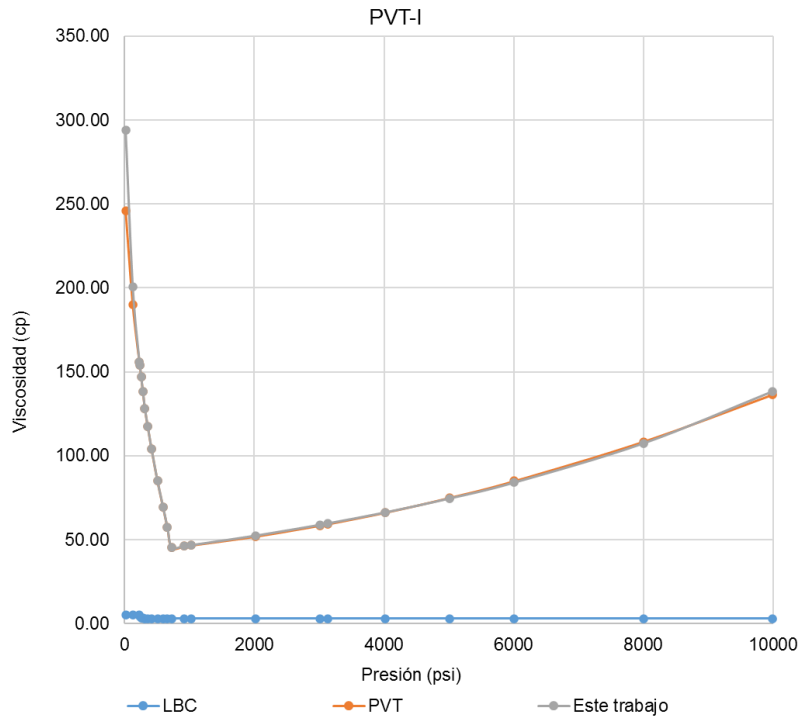


Figura 6.27 Valores de viscosidad del PVT-I

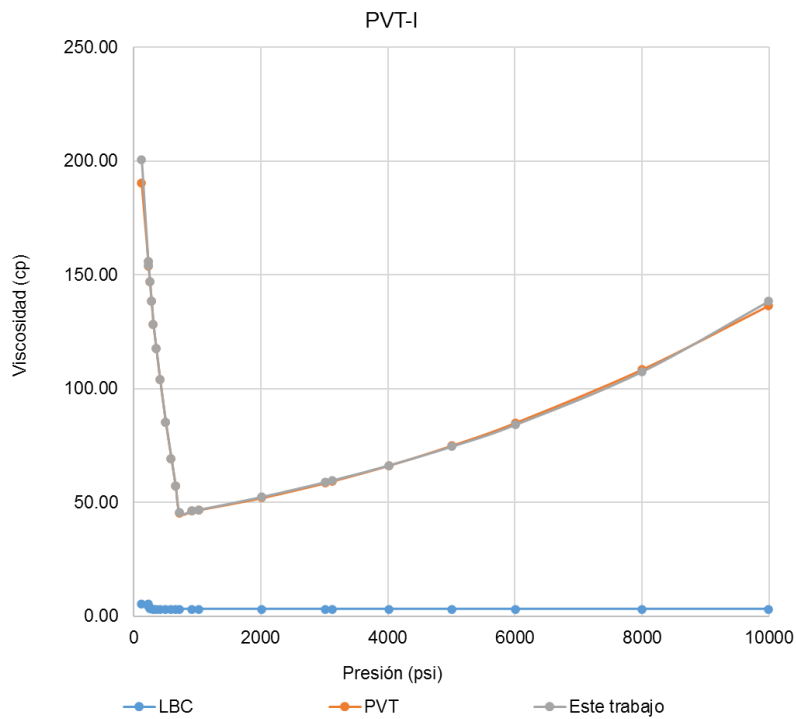


Figura 6.28 Valores de viscosidad del PVT-I sin la presión atmosférica

PVT- J

En la **Tabla 6.25** se muestran los resultados de los valores obtenidos para el PVT-J, se puede observar que el modelo exhibe un error relativo promedio de 1.16% (**Figura 6.29**), para la presión atmosférica se tiene un error de 3.87%, excluyendo éste punto se tiene un error relativo porcentual promedio de 0.91% (**Figura 6.30**).

Tabla 6.25 Valores calculados de viscosidad para el PVT-J

Presión (psia)	Viscosidad (cp)			Error relativo (%)
	LBC	PVT	Este trabajo	
4977.00	2.91	37.16	37.92	2.05
4266.00	2.71	33.75	33.83	0.22
3555.00	2.49	30.35	30.22	0.43
2844.00	2.27	26.97	27.04	0.25
2488.50	2.15	25.29	25.59	1.19
2218.32	2.06	24.42	24.42	0.01
1777.50	2.06	30.70	30.84	0.45
1422.00	2.43	35.97	36.22	0.69
1066.50	2.76	42.19	42.13	0.14
711.00	3.13	49.48	48.91	1.14
355.50	3.56	57.97	55.96	3.47
14.66	4.04	69.97	67.26	3.87
Error promedio relativo porcentual				1.16

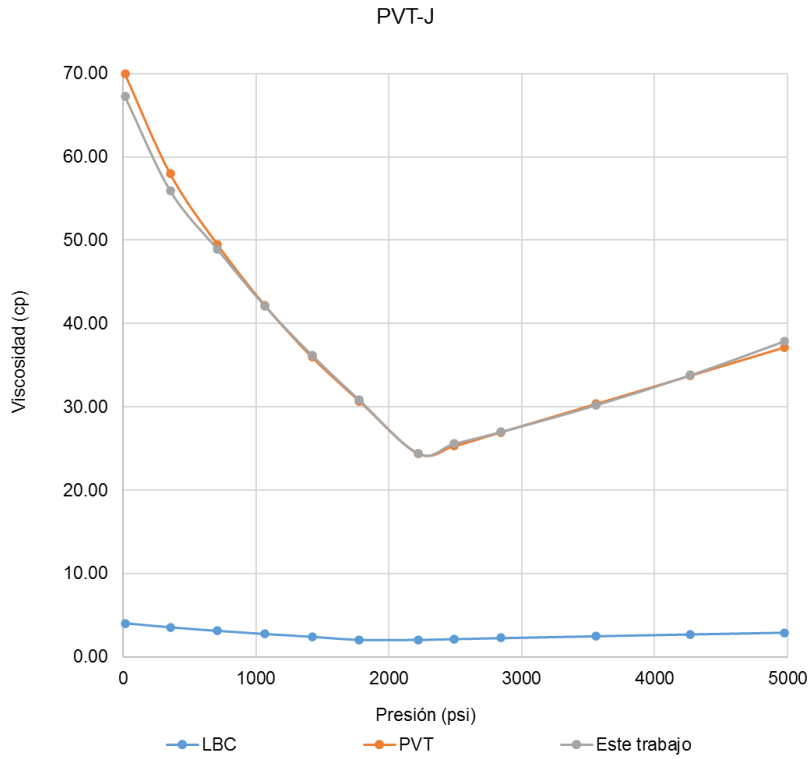


Figura 6.29 Valores de viscosidad del PVT-J

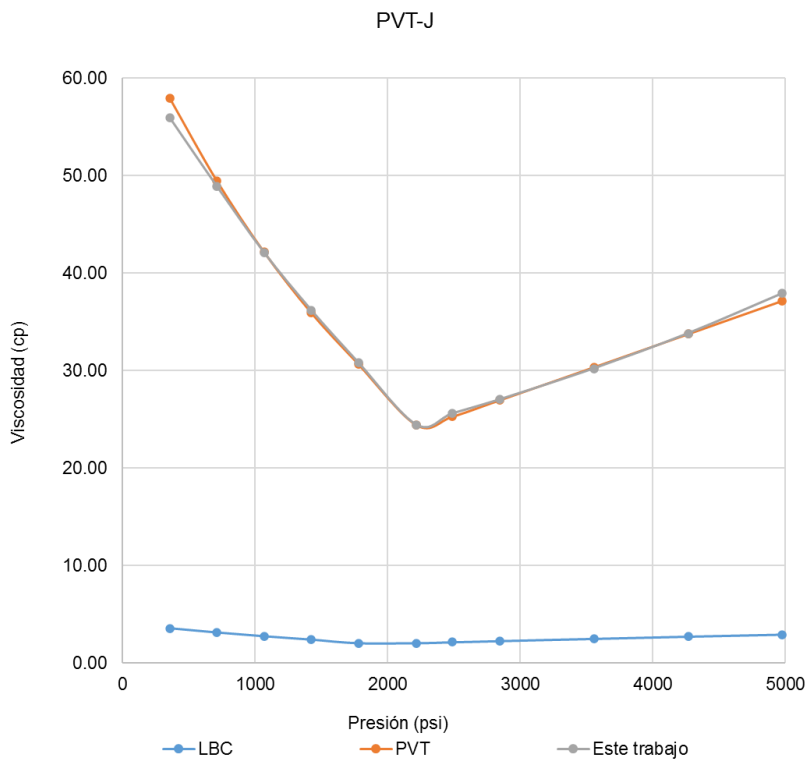


Figura 6.30 Valores de viscosidad del PVT-J sin la presión atmosférica

Conclusiones

1. Se realizó una revisión y análisis de la literatura sobre las correlaciones y modelos composicionales para el cálculo de la viscosidad, validación de experimentos PVT, calibración de Ecuaciones de Estado (EdE) y revisión de métodos de optimización no lineal.
2. Se generó una base de resultados de viscosidad con datos experimentales PVT de diez muestras de aceites pesados y extrapesados de campos de México.
3. Aplicar el modelo LBC se obtiene un error relativo grande, lo cual puede deberse a una sobre estimación debido a la naturaleza de los aceites estudiados.
4. Se propuso una forma más adecuada del modelo propuesto, observando que la viscosidad exhibe un comportamiento exponencial, y polinómico de grado superiores.
5. Se realizó un conjunto de regresiones no lineales con el método de Levenberg Marquardt (L-M) para ajustar el modelo obtenido, con los valores experimentales. La estabilidad del modelo depende de los valores iniciales propuestos. Tiene un buen ajuste, y el número de iteraciones requeridas fue en promedio de 100.
6. Se evaluó el método propuesto con el efecto de la calibración, analizando cuando se tiene uno, dos y tres agrupamientos de la fracción C7+, comparándolo con la cantidad de operaciones que tiene que hacer el usuario para perfilar la viscosidad a los diferentes puntos de presión. Determinado que la mejor opción ajuste numérico y cantidad de operaciones, se tiene cuando hay un pseudocomponente.
7. El modelo propuesto sin desagrupamiento de la fracción C7+ y el modelo LBC, fueron evaluados con el índice de comportamiento relativo, y en todos los casos el modelo propuesto fue el mejor evaluado.
8. El modelo propuesto presenta un error relativo promedio porcentual de 0.13% en el punto de saturación.
9. El modelo propuesto tiende a subestimar la viscosidad a bajas condiciones de presión, en un orden del 24.56% error relativo.

Recomendaciones

1. Ampliar la validación del modelo que se ha propuesto en este trabajo, con datos experimentales de aceites pesados y extrapesados de otros campos.
2. Evaluar otros métodos composicionales para calcular la viscosidad contra datos experimentales de aceites pesados y extrapesados, por ejemplo: la Teoría de la Fricción (2000), modelo de Aasberg-Petersen et al. (1991), modelo de Lindelo et al. (2004), y el modelo de Xu y Khurana (1996).
3. Analizar en laboratorio el comportamiento de la viscosidad a condiciones de baja presión y proponer coeficientes de ajuste para la viscosidad a estas condiciones,
4. Valuar el modelo con variaciones en la temperatura, manejando una presión constante.

Bibliografía

- McCain, W. D. (1990). *The Properties of Petroleum Fluids*. Tulsa Oklahoma: PennWell.
- Tarek , A., Ph., D., & P., E. (2007). *Equations of State and PVT Analysis. Applications for Improved Reservoir Modeling*. Texas: Gulf Publishing Company Houston.
- Burden, R. L., & Faires, D. J. (2011). *Numerical analysis*. Canada: Cengage Learning .
- Petersen , S. K., & Peter , L. C. (2007). *Phase Behavior of Petroleum Reservoir Fluids*. New York: CRC.
- McCain, W. D. (1990). *The Properties of Petroleum Fluids*. Tulsa Oklahoma: PennWell.
- Tarek , A., Ph., D., & P., E. (2007). *Equations of State and PVT Analysis. Applications for Improved Reservoir Modeling*. Texas: Gulf Publishing Company Houston.
- Aasberg-Petersen, K., Knudsen, K., Fredenslund, A. 1991. Prediction of Viscosities of Hydrocarbon Mixtures. *Fluid Phase Equilib.*70 (1): 293-308.
- Ahmed, T. H. 2000. *Reservoir Engineering Handbook*. Houston, Texas: Gulf Publishing Company.
- Ahmed, T. H. 2007. *Equations of State and PVT Analysis*. Houston, Texas: Gulf Publishin Company.
- Alboudwarej, H., Felix, J., Shawn, T. et al. 2006. La Importancia del Petroleo Pesado. *Oil-field Review* (oto~no): 38-59. [https://www.slb.com/ /media/Files/resources/oileldreview/spanish06/aut06/heavy oil.pdf](https://www.slb.com/ /media/Files/resources/oileldreview/spanish06/aut06/heavy%20oil.pdf) .
- Almehaideb, R. A. 1997. Improved PVT Correlations For UAE Crude Oils. Articulo presentado en SPE Middle East Oil Show, Reino de Barein, marzo 15-18. SPE-37691-MS.<http://dx.doi.org/10.2118/37691-MS>.
- Beal, C. 1946. The Viscosity of Air, Water, Natural Gas, Crude Oil and Its Associated Gases at Oil Field Temperatures and Pressures. *Trans., AIME* 165 (1): 94 - 115. SPE-946094-G. <http://dx.doi.org/10.2118/946094-G>.
- Beggs, H. D. y Robinson, J. R. 1975. Estimating the Viscosity of Crude Oil Systems. *J Pet Tech* 27 (9): 1140-1141. SPE-5434-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/5434-PA>.
- Bennison, T. G. 1998. Prediction of Heavy Oil Viscosity. Articulo presentado en IBC Heavy Oil Field Development Conference, Londres. AEA Technology plc.
- Brill, J. P. y Mukherjee, H. 1999. *Multiphase Flow in Wells*, Vol. 17. Richardson, Texas: Monograph Series, SPE.

- Danesh, A. 1998. PVT and Phase Behaviour of Petroleum Reservoir Fluids. Amsterdam: Elsevier.
- León, A. 2015. Apuntes de Fisicoquímica y Termodinámica de los Hidrocarburos. México, UNAM.
- García, C. (2004). Apuntes de métodos numéricos. España: Universidad de Málaga.
- Antonio A. Y. (2016). Evaluación de Métodos para calcular la viscosidad de crudos pesados/ extrapesados y modificación al modelo de Lohrenz, Bray, y Clark, (Maestro en Ingeniería), UNAM, CDMX.

APÉNDICES

Apéndice A

Ecuaciones no lineales

El problema de resolver una ecuación no lineal de la forma:

$$f(x) = 0, \quad (\text{A.1})$$

Consiste en encontrar el o los valores x que la anulan. A éstos se les denomina raíces, ceros o soluciones de la función $f(x)$.

Tomando en cuenta que en general las raíces de las ecuaciones pueden ser reales o complejas, los problemas de búsqueda de raíces pueden dividirse en dos (Chapra & Canale, 1999) :

- Determinación de las raíces reales de ecuaciones algebraicas y trascendentes. Los métodos numéricos utilizados para resolver este tipo de problemas sólo permiten determinar el valor de una sola raíz.
- Determinación de todas las raíces reales y complejas de polinomios. Los métodos numéricos en este rubro determinan sistemáticamente todas las raíces del polinomio.

Por otra parte, los métodos de resolución de las ecuaciones no lineales pueden clasificarse en los siguientes rubros:

- Método gráfico. Consiste en graficar la función y observar dónde cruza el eje de las x . Este valor es donde $f(x) = 0$, por lo tanto, es la raíz. Este método es poco preciso, pero puede utilizarse como punto de partida para otros métodos más sofisticados.
- Método de prueba y error. Consiste en elegir un valor de x y evaluar si $f(x)$ es cero. Si no es así se elige otro valor y se evalúa nuevamente. El proceso se repite hasta que se obtenga un valor que proporcione una $f(x)$ igual o cercano a cero bajo determinada tolerancia preestablecida.

- Métodos iterativos: Con base en un algoritmo específico y un valor inicial supuesto para la raíz, x_0 , se construye una sucesión de números reales $\{x_n\}_{n=0}^{\infty} = \{x_0, x_1, x_2, x_3, \dots\}$, convergente a la solución x^* de la ecuación. Si el método es adecuado se cumplirá que: $|x_n - x^*| \rightarrow 0$ cuando $n \rightarrow \infty$, en cuyo caso se dice que el método converge a la solución; de lo contrario el método diverge.
- Métodos directos: Proporcionan la solución mediante un número finito de operaciones elementales. Por ejemplo, la conocida ecuación para calcular las raíces de un polinomio de segundo grado:

$$f(x) = ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x^* = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

En la siguiente sección se describen algunos métodos iterativos para resolver ecuaciones no lineales de una sola variable independiente.

Métodos Iterativos

Los métodos iterativos consisten en aplicar una regla determinada para generar una sucesión de valores cada vez más próximos a alguna de las raíces de la ecuación no lineal que se trata de resolver. Dependiendo de las características de la ecuación, de la aproximación inicial y de la regla utilizada, los métodos iterativos pueden o no converger a la solución.

Métodos cerrados y métodos abiertos

Los métodos para resolver una ecuación no lineal se denominan cerrados si requieren un conocimiento previo del intervalo que contiene la raíz. Si esto no es necesario, se dice que el método es abierto, y basta una aproximación inicial para comenzar el proceso iterativo.

Para identificar el intervalo que contiene la raíz en los métodos cerrados o establecer la aproximación inicial de un método abierto, debe tenerse un buen entendimiento del problema físico que se está modelando con la ecuación y adquirir la mayor cantidad de información posible respecto al mismo; la utilidad de graficar la función de interés resulta más que evidente.

En los casos más complicados, como por ejemplo cuando la función a resolver se define durante la ejecución de un programa computacional, una opción es incorporar una búsqueda incremental. Ésta consiste en realizar evaluaciones de la función en dos puntos. Si la función cambia de signo, entonces al menos existe una raíz en ese intervalo. Si esto no es así, se amplía el intervalo de búsqueda incrementando el valor de uno de los puntos y realizando la evaluación correspondiente de la función; este proceso termina hasta identificar el cambio de signo referido, o al sobrepasar un intervalo máximo preestablecido, en cuyo caso no ha sido posible identificar la existencia de la raíz en el mismo.

Un problema con la búsqueda incremental radica en la elección de la longitud del incremento. De esta manera, la búsqueda será muy tardada si la longitud es muy pequeña. Por otro lado, si la longitud es muy grande, entonces las raíces cercanas entre sí pueden pasar inadvertidas. En este último caso, si existen raíces múltiples, se puede calcular la primera derivada de la función $f'(x)$ al inicio y al final de cada intervalo. Cuando la derivada cambia de signo, puede existir un máximo o un mínimo en ese intervalo, lo que representa una búsqueda más detallada para detectar la posibilidad de una raíz.

Método de punto fijo

El método de punto fijo también es referido como de sustitución sucesiva, y se clasifica como un método abierto. Ahora bien, se dice que \bar{x} es un punto fijo de la función $f(x)$ si $f(\bar{x}) = \bar{x}$. Por lo tanto, el primer paso para aplicar este método es arreglar la ecuación a resolver, $f(x) = 0$, de tal manera que:

$$x = g(x), \quad (\text{A.2})$$

donde $g(x)$ es una función auxiliar que se obtiene mediante operaciones algebraicas sobre la función $f(x)$. Si esto no es posible, entonces se define $g(x) = f(x) + x$.

Posteriormente, considerando una estimación inicial del valor de la raíz, x_i , se obtiene una nueva aproximación x_{i+1} , a partir de la siguiente fórmula iterativa:

$$x_{n+1} = g(x_n).$$

Imponiendo algunas restricciones sobre la definición de la función $g(x)$, como se describe más adelante, se espera que x_{n+1} se aproxime más a la raíz con cada iteración. En la **Figura A.1** se presenta el algoritmo correspondiente.

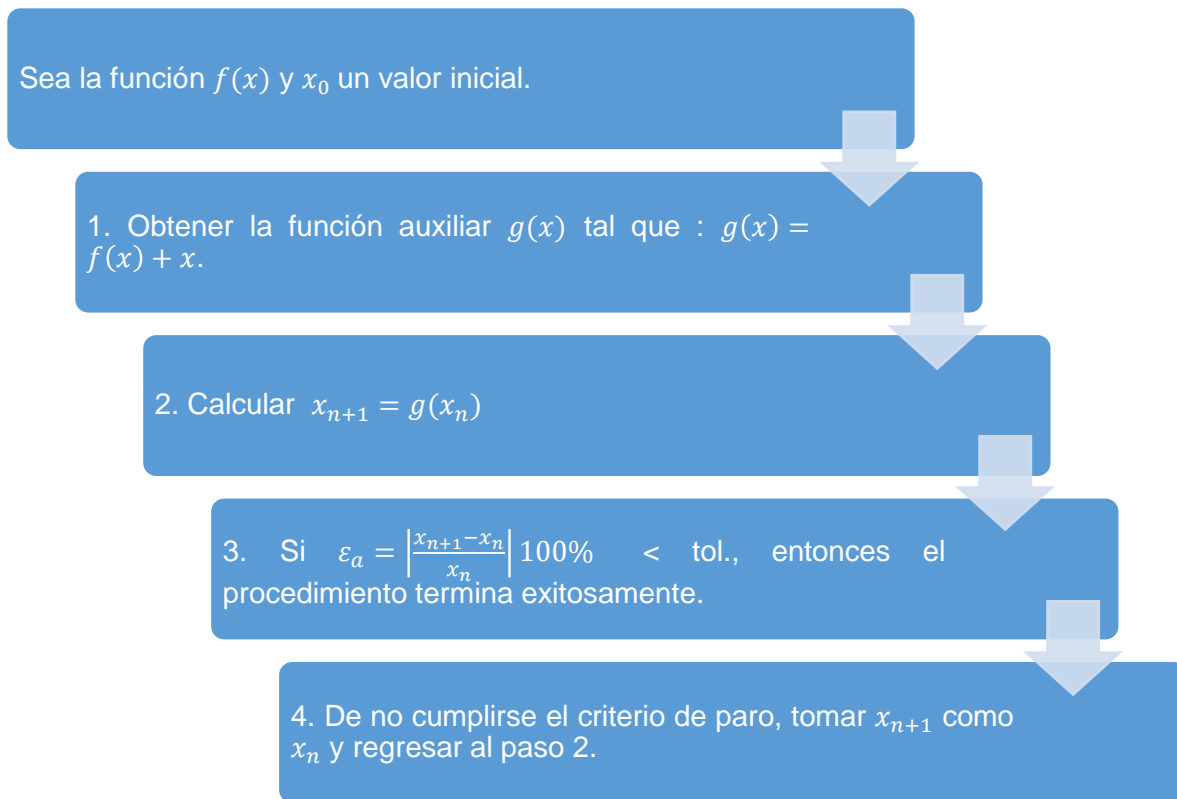


Figura A.1 Algoritmo del método punto fijo

Método de Bisección

El método de bisección también es conocido como método de corte binario, de partición de intervalos, o de Bolzano, en honor al autor del siguiente teorema en el cual está basado.

- **Teorema de Bolzano**

“Si $f(x)$ es una función real y continua en el intervalo $[x_a, x_b]$, y $f(x_a) f(x_b) < 0$, entonces hay al menos una raíz real entre x_a y x_b donde $f(x) = 0$.”

Así, el método de bisección es un tipo de búsqueda en el que el intervalo que contiene la raíz se divide siempre a la mitad (Chapra & Canale, 1999). Si la función cambia de signo sobre el intervalo, se evalúa el valor de la función en el punto medio. La posición de la raíz se determina situándola en el punto medio del nuevo subintervalo, dentro del cual se mantiene el cambio de signo; de esta forma se asegura que la raíz quede encerrada en cada nuevo subintervalo. El

proceso se repite hasta obtener una aproximación a la raíz bajo la tolerancia preestablecida en los cálculos. El algoritmo correspondiente se presenta en la **Figura A.2**.

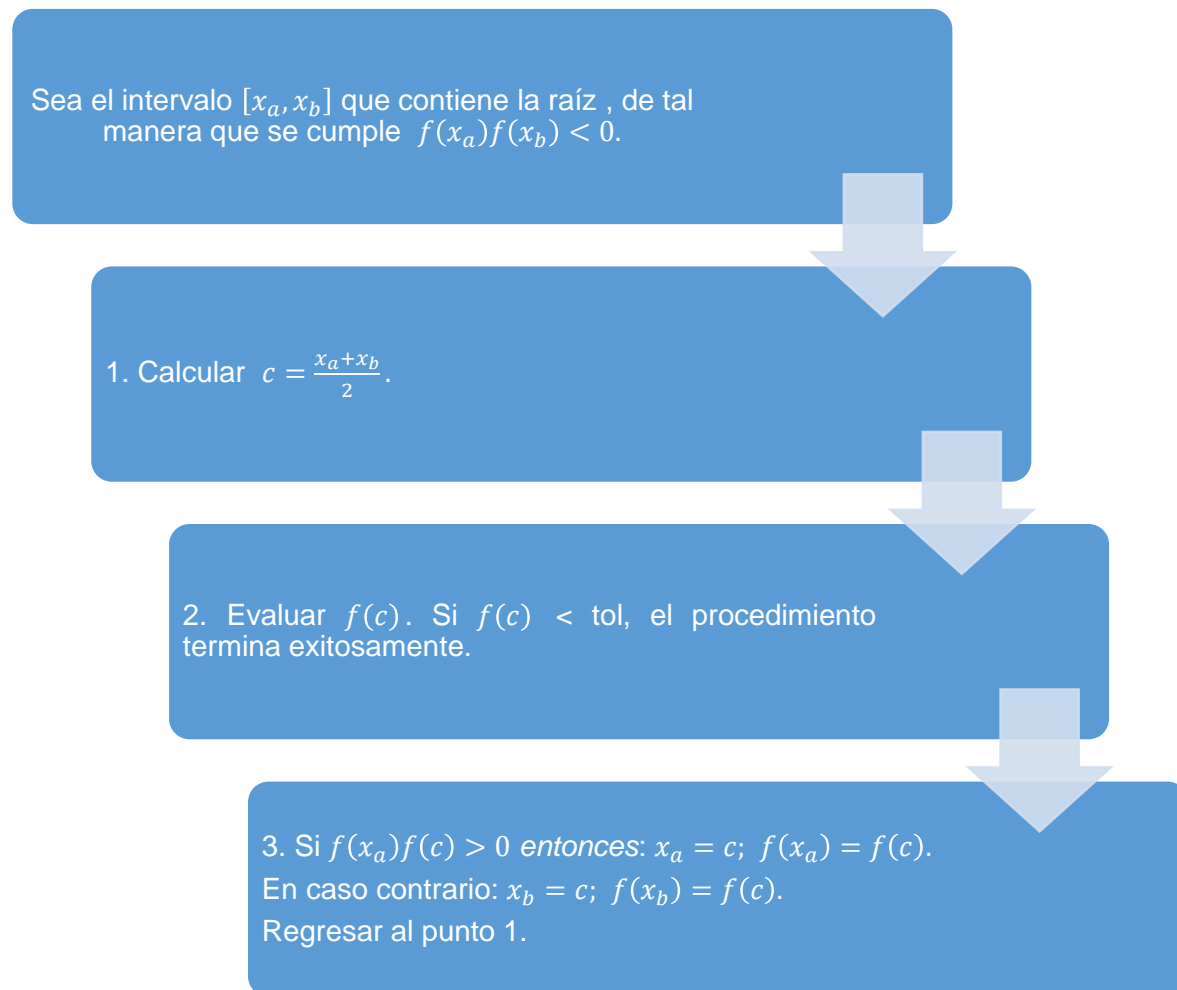


Figura A.2 Algoritmo del método de bisección

Método de la falsa posición

Un inconveniente del método de bisección es que al dividir siempre el intervalo $x_a - x_b$ a la mitad, no se consideran las magnitudes de $f(x_a)$ y $f(x_b)$ para mejorar la aproximación en la siguiente iteración. Por ejemplo, si $f(x_a)$ está más próxima a cero que $f(x_b)$, entonces la raíz se encuentra más cerca de x_a . Esta información se ignora en el método de bisección, de tal manera que la nueva estimación de la raíz en algunas iteraciones puede aproximarse más a la solución, y en

otras alejarse. Esta es una característica por la cual el método de bisección converge lentamente hacia la solución.

Un método que sí utiliza la información que se va generando en cada iteración al momento de evaluar la función en los valores extremos del intervalo de búsqueda, es el método de la falsa posición, de la regla falsa, de la cuerda, o también referido como de interpolación lineal.

Usando triángulos semejantes puede obtenerse la intersección de la línea recta con el eje de las x mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{f(x_a)}{x_c - x_a} = \frac{f(x_b)}{x_c - x_b}.$$

Resolviendo para x_c se obtiene que:

$$x_c = x_b - \frac{f(x_b)(x_a - x_b)}{f(x_a) - f(x_b)}. \quad (\text{A.3})$$

Otra forma de llegar a la formula anterior, es a partir de la definición de la pendiente de la recta:

$$m = \frac{f(x_b) - f(x_a)}{x_b - x_a} = \frac{0 - f(x_b)}{x_c - x_b}.$$

Ahora bien, el valor calculado de x_c reemplazará al valor inicial de x_b si se cumple que $f(x_c)f(x_b) > 0$; en caso contrario, sustituye al valor inicial de x_a . De esta manera, los valores x_a y x_b siempre encierran a la raíz verdadera. El proceso se repite hasta que la solución aproximada cumpla con la tolerancia preestablecida. El algoritmo del método se presenta en la

Figura A.3.

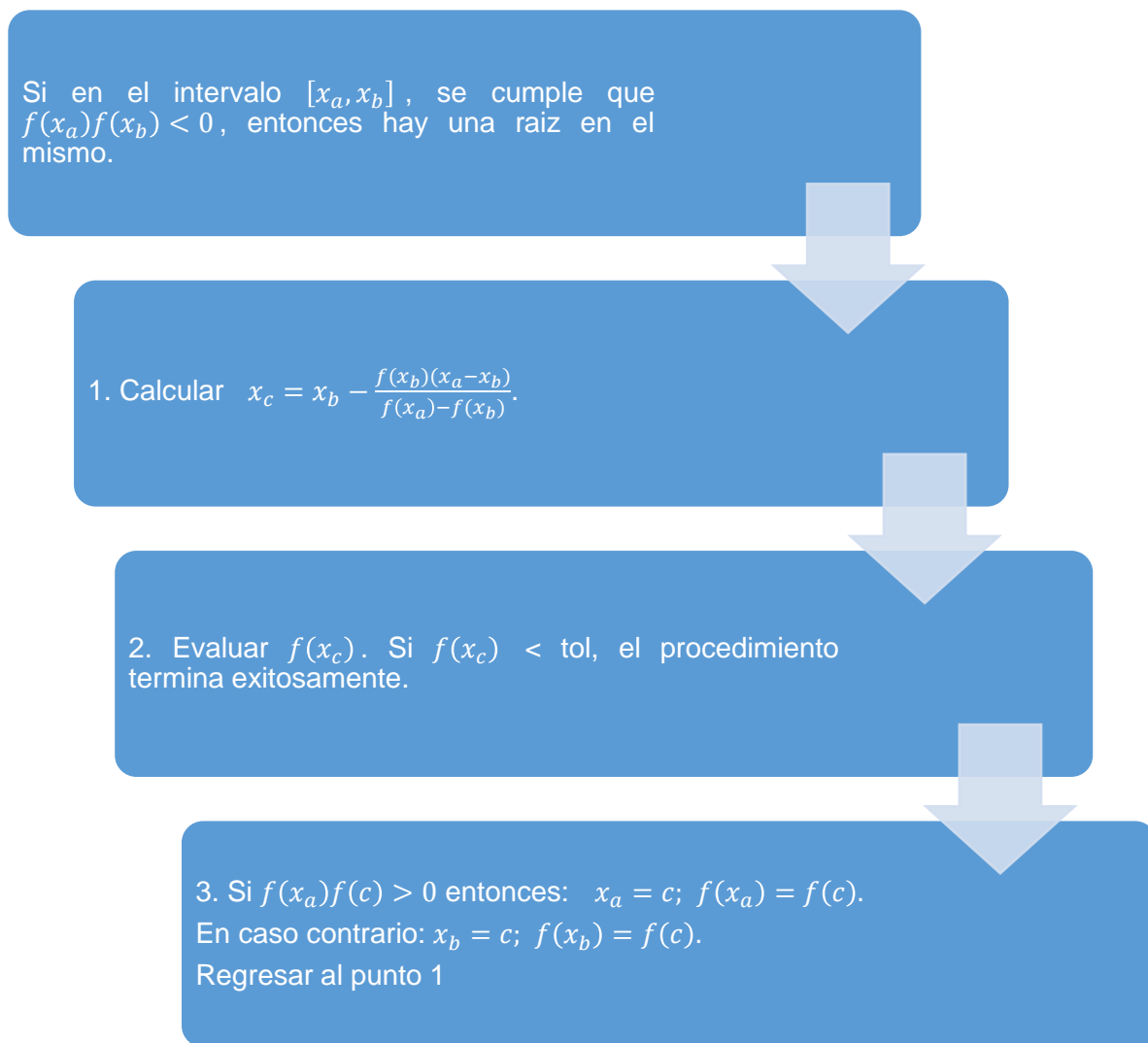


Figura A.3 Algoritmo del método de la falsa posición

Método de Newton-Raphson

El método de Newton-Raphson, o de la tangente, es de uno de los más usados por su eficiencia debido a que tiene un orden de convergencia cuadrático, como se describe más adelante. Existen diversas formas de derivar la ecuación de recurrencia del método; a continuación, se presenta el desarrollo por series de Taylor.

La serie de Taylor de la función $f(x)$ que trata de resolverse puede expresarse hasta términos de primer orden en torno a un valor x_n , siempre que sea continua al igual su primera derivada, como:

$$f(x) \cong f(x_n) + f'(x_n)(x - x_n).$$

Ahora bien, se busca el valor de $x = x_r$, tal que $f(x_r) = 0$. Por lo tanto,

$$x_r \cong x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)},$$

de donde se obtiene la fórmula de recurrencia del método de Newton-Raphson:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}. \quad (\text{A.4})$$

Método de la secante

Existen algunas funciones en que es extremadamente complicado, si no imposible, obtener su derivada analíticamente, por lo que la implementación directa método de Newton-Raphson para resolverlas no es una opción. Para resolver esta problemática, la función derivada puede aproximarse mediante una diferencia finita regresiva, de tal forma que (Chapra & Canale, 1999):

$$f'(x_n) \approx \frac{f(x_n) - f(x_{n-1})}{x_n - x_{n-1}}.$$

Sustituyendo ésta en la ecuación de recurrencia de Newton-Raphson, se obtiene que:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)(x_n - x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})}. \quad (\text{A.5})$$

Aunque este método es muy parecido al método de la falsa posición se diferencian en la forma en que uno de los valores iniciales se reemplaza por la nueva aproximación. En el método de la falsa posición, la última aproximación de la raíz reemplaza cualquiera de los valores iniciales que dé un valor de la función con el mismo signo que $f(x_c)$. De esta manera, las dos aproximaciones siempre encierran a la raíz y el método siempre converge, porque la raíz se encuentra dentro del intervalo.

Por otra parte, el método de la secante reemplaza los valores en secuencia estricta: con el nuevo valor x_{n+1} se reemplaza a x_n , y x_n a x_{n-1} . Así, algunas veces los dos valores están en el mismo lado de la raíz y el método diverge; sin embargo, cuando el método de la secante converge lo

hace más rápido que el método de la falsa posición. En la **Figura A.4** se muestra el algoritmo del método.

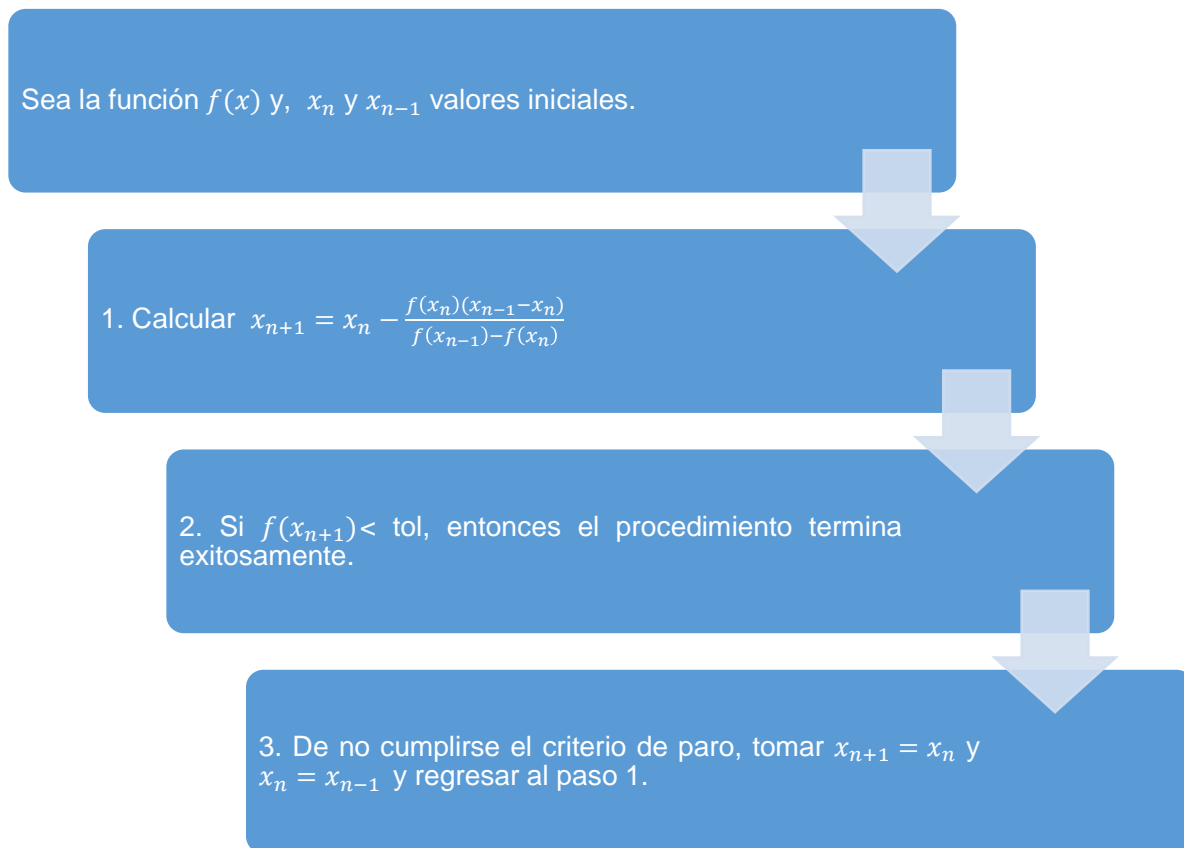


Figura A.4 Algoritmo del método de la secante

Apéndice B

Regresión no lineal del modelo

Para comprender la optimización multidimensional es necesario hablar del problema inverso. En la industria petrolera se presentan dos tipos de problemas por su modelo y soluciones.

- problema directo.
- problema inverso.

El problema directo tiene una única solución y se parte del modelo matemático y los parámetros que se tienen para obtener una solución puntual.

El problema inverso, parte de un conjunto de datos y se busca obtener un modelo, por lo tanto, no tiene una solución única.

En la industria petrolera el problema inverso es de suma importancia porque de esta forma se obtiene la solución, y a partir de mediciones hechas en campo junto con modelos matemáticos que describen los principales fenómenos físicos involucrados.

El principio básico para resolver un problema inverso es que tanto los datos medidos como el modelo matemático deben estar relacionados.

La información requerida del problema inverso es:

- Modelo matemático.
- Conjunto de datos medidos.
- Variables físicas del modelo (para el caso de las correlaciones: densidad, RGA, peso específico del gas.).
- Parámetros físicos.

Modelo matemático

Existe una gran forma de plantear una función objetivo con el fin de determinar los valores de los parámetros físicos. La forma más común es por mínimos cuadrados. Los parámetros físicos óptimos se determinan minimizando una función (modelo matemático) generalmente no lineal.

Problema de mínimos cuadrados no lineal

Teniendo el conjunto de puntos

$$(t_i, y_i), \quad i = 1:m,$$

y se requiere optimizar la función

$$\min_{a_1, a_2, \dots, a_n} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m (y(t_i, a_1, a_2, \dots, a_n) - y_i)^2 = \frac{1}{2} R(x)^t R(x) = \frac{1}{2} \|R(x)\|_2^2,$$

donde:

- $R(x)$ es el vector de residuos $y(t_i, a_1, a_2, \dots, a_n) - y_i$.

Como una función modelo que indica, como depende y de t .

Siendo a_i las variables del vector x del problema, se va a minimizar los residuos al cuadrado

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m r_i^2(x) = \frac{1}{2} \|R(x)\|_2^2, \quad x = (a_1, a_2, \dots, a_n)^t$$

$$R(x) = (r_1(x) \ r_2(x) \ \dots \ r_n(x))^t.$$

Si se define $J(x) = \left[\frac{\partial r_i}{\partial x_j} \right]$, entonces se puede reescribir el problema de la siguiente forma

$$\nabla f(x) = J^t(x)R(x),$$

$$\nabla^2 f(x) = J^t(x)J(x) + \sum_{i=1}^m r_i(x)\nabla^2 r_i(x).$$

El problema que se presenta en esta fórmula es el cálculo de la de Hessiana. Para lo cual comúnmente se usan los métodos multivariables como: Newton, Cuasi-Newton, Gradiente conjugado o métodos de descenso, Gauss-Newton y Levenberg-Marquardt

Cuando se estableció el modelo se sacaron parámetros de ajuste por componente y al factor del C7+ se le asignó un mayor peso al ver su variabilidad en cada PVT, y su cambio a condiciones bajo saturadas. En la **Tabla B.1** se muestran los coeficientes obtenidos de la regresión para el PVT-B, de forma muy similar se obtuvieron para los demás experimentos PVT.

Tabla B. 1 Coeficientes PVT-B

Presión (psia)	Coeficientes														Viscosidad (cp)		Error absoluto
	A	N2	CO2	H2S	C1	C2	C3	I-C4	N-C4	I-C5	N-C5	I-C6	B	C	PVT	Gutiérrez	
9668.96	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	93.51	94.73	1.30537
9497.96	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	89.67	92.13	2.74513
9306.64	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	89.35	89.55	0.21832
8371.58	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	79.06	78.15	1.15508
8495.17	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	79.15	79.54	0.49902
7383.32	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	69.17	67.98	1.7204
7485.41	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	69.48	68.95	0.7582
6483.61	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	60.8	60.07	1.20052
6366.5	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	60.5	59.12	2.27791
5463.75	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	52.9	52.36	1.01194
5410.72	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	52.84	52.00	1.59709
4484.99	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	46.21	46.01	0.42781
4435.34	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	46.5	45.71	1.69031
3687.25	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	41.41	41.47	0.14794
3630.2	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	41.82	41.17	1.56345
3491.29	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	40.32	40.43	0.28191
3446.1	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	40.67	40.20	1.15934
2542.54	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	35.8	35.80	3.2E-06
2502.44	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	35.34	35.62	0.78522
2004.59	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	33.17	33.43	0.79856
1689.62	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	31.92	32.13	0.65816
1485.26	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	31.31	31.31	0.01085
1409.63	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	30.88	31.02	0.44346
1110.72	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	29.85	29.87	0.08357
919.38	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	29.08	29.17	0.30294
902.83	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	29.18	29.11	0.24736
819.98	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	28.84	28.81	0.11055
819.98	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	0.55622	0.135	28.84	28.81	0.11055
782.81	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	5.94E-01	0.135	28.81	30.44	5.64191
763.9	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	6.02E-01	0.135	29.1963	30.85	5.649
711.85	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	6.26E-01	0.135	30.4686	32.20	5.67
681.85	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	6.39E-01	0.135	31.202	32.98	5.68314
650.85	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	6.52E-01	0.135	31.9597	33.78	5.6977
620.85	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	6.64E-01	0.135	32.6931	34.56	5.71242
570.93	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	6.84E-01	0.135	33.9134	35.86	5.73928
498.84	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	7.14E-01	0.135	35.9438	38.02	5.78251
400.86	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	7.48E-01	0.135	38.6707	40.93	5.8495
314.97	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	7.99E-01	0.135	42.4677	44.98	5.91633
260.94	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	8.29E-01	0.135	44.9457	47.63	5.96259
223.97	0.0829	0.283	1.283	1.279	1.165	1.109	1.302	1.033	1.136	1.061	1.086	1.167	7.62E-01	0.135	46.6412	44.66	4.25631

Obtenidos los coeficientes por componente y PVT se observó que los coeficientes de los componentes se parecían, por lo cual se optó por dejarlos constantes y se repitió el método numérico de nuevo para reajustar los parámetros A, B y C.

Calculados los coeficientes A, B y C, analizó el parámetro de menos peso y menor variabilidad a condiciones saturadas y bajo saturadas, para comenzar el ajuste de los parámetros por PVT.

El primer parámetro que se modelo matemáticamente fue A, la dificultad de este paso consistió en encontrar la forma que diera el mejor ajuste para A. Al mantenerse tener un cambio muy pequeño en el cambio de condiciones saturadas y baja saturadas, se decidió dejarlo constante y ligarlo a una propiedad que se conociera o mantuviera constante a lo largo del cambio de condiciones de presión y temperatura, en la Figura B.1 se presentan las formas que se consideraron.

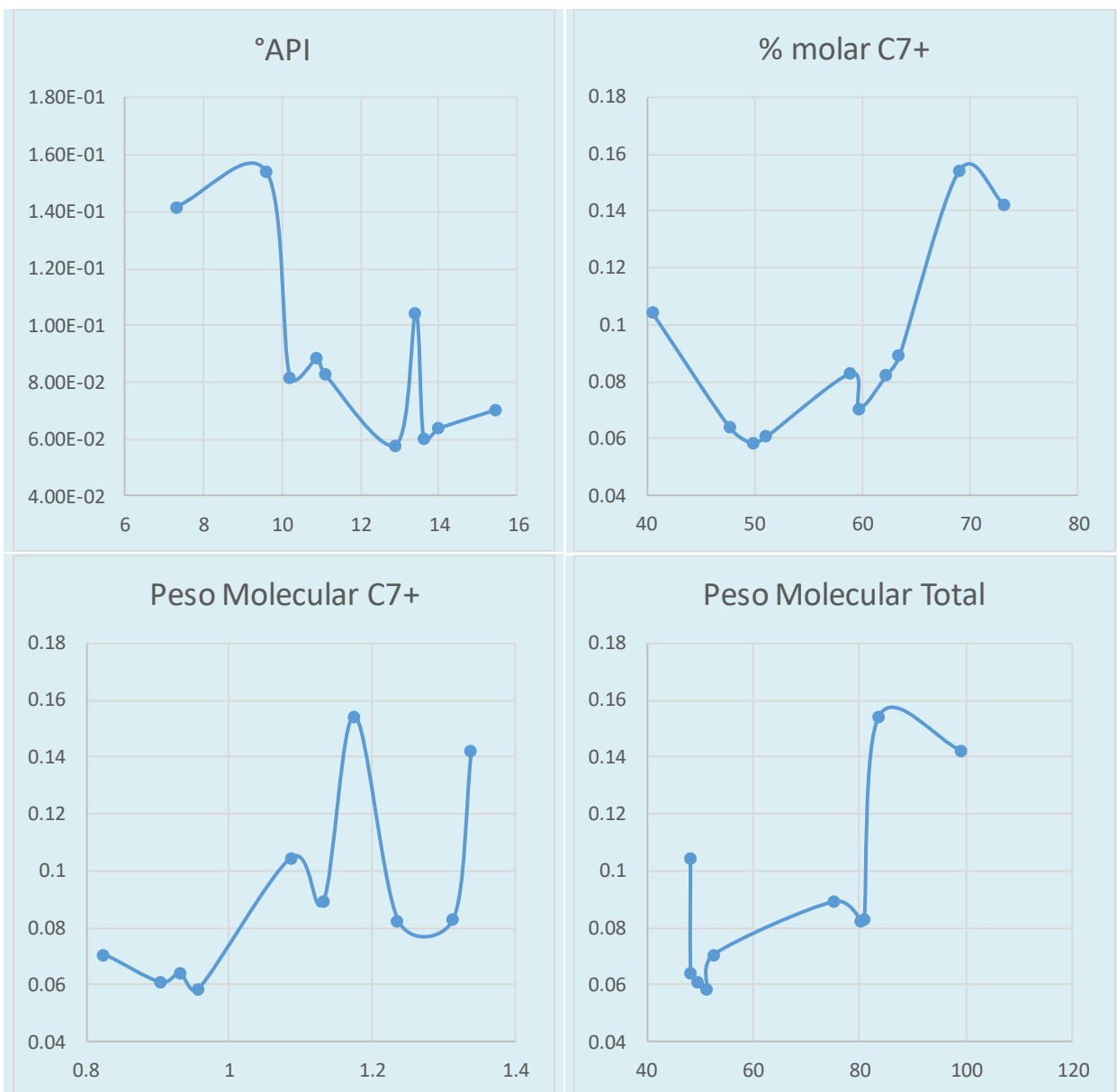


Figura B.1 Regresión parámetro A

Se observó que usando una regresión polinómica se obtenían formas muy difíciles de predecir y se necesitarían más datos para asegurar su validez, por lo cual se optó por ligar valores no lineales con la densidad °API, obteniendo la **Figura B.2** se realizó la regresión usando esta forma.

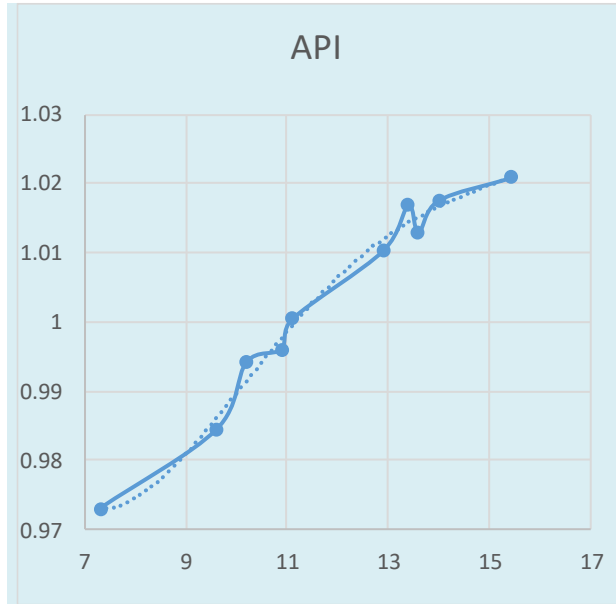


Figura B.2 Forma del parámetro A

Se sustituyó la expresión obtenida del parámetro A, y se realizó la regresión para calcular de nuevo para los parámetros B y C, con gran sorpresa se observó que los valores del parámetro B permanecieron casi constantes para las condiciones saturadas y bajo saturadas, se repitió el procedimiento para el parámetro B, obteniendo la forma presentada en la **Figura B.3**.

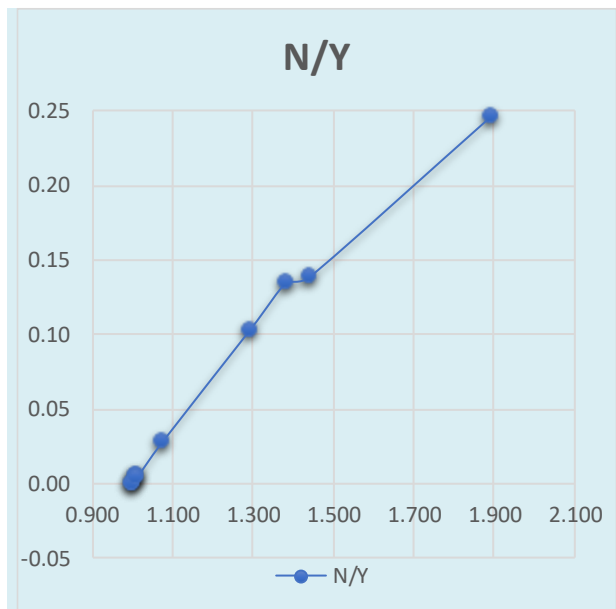


Figura B.3 Forma del parámetro B

Se sustituyó la expresión obtenida para el parámetro C, y se ajustaron de nuevo los valores del coeficiente C, observando que el coeficiente se mantenía constante para las condiciones

saturadas y cambiando para las condiciones bajo saturadas, por lo cual se ligó con peso molecular total.

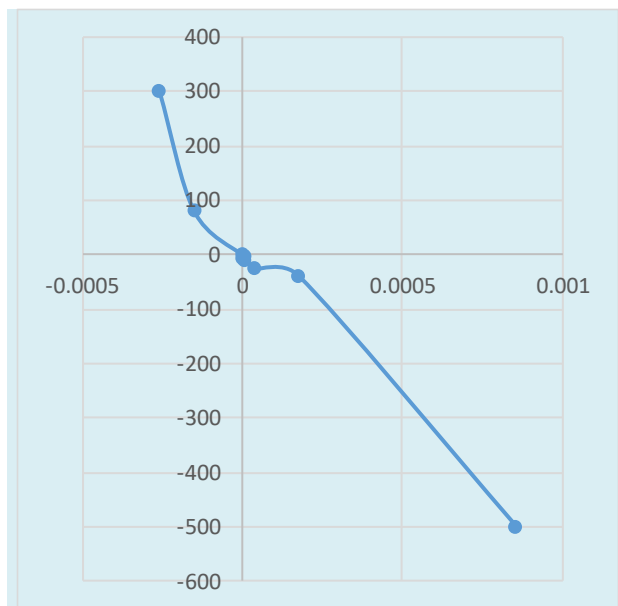


Figura B.4 Forma del parámetro C