



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS**

**METODOLOGÍA DE DISEÑO SÍSMICO BASADA EN CONTROL DE  
DESPLAZAMIENTOS PARA ESTRUCTURAS EQUIPADAS CON  
AMORTIGUADORES VISCOSOS NO LINEALES.**

**T E S I S**  
**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:**  
**MAESTRO EN INGENIERÍA**

**PRESENTA:**  
**OSCAR RODOLFO ABUD GRANADOS**

**TUTOR PRINCIPAL:**  
**DR. HÉCTOR GUERRERO BOBADILLA, INSTITUTO DE INGENIERÍA**

**CIUDAD UNIVERSITARIA, CDMX, AGOSTO 2020**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **AGRADECIMIENTOS**

*A Dios principalmente, ya que a Él le debo todo lo que soy de pies a cabeza.*

*A mi familia por su apoyo incondicional en todo momento.*

*A CONACYT por el apoyo económico durante mis estudios de posgrado.*

*A la Universidad Nacional Autónoma de México por la oportunidad de formar parte de su comunidad de estudiantes de posgrado.*

*Al Dr. Héctor Guerrero Bobadilla por su asesoría en todo momento y por su disposición y fe en este proyecto.*

*A mis compañeros y amigos durante estos dos años por su convivencia diaria y compañía.*

## RESUMEN

En esta investigación, primero se estudia la variabilidad de la respuesta que las estructuras con amortiguadores viscosos no lineales presentan, especialmente en suelos blandos; y después se propone una metodología para su diseño.

La tesis comienza con una breve reseña sobre el estado de arte pertinente al diseño de estructuras equipadas con amortiguadores viscosos en la actualidad y a algunos conceptos de dinámica estructural que son necesarios para llevar a cabo el diseño de estos. Se muestran las bases teóricas que hoy en día son frecuentemente utilizadas en los códigos de construcción para el diseño de estructuras equipadas con amortiguadores viscosos lineales, en donde el amortiguamiento total de la estructura se estima en función de sus propiedades dinámicas y de la viscosidad de cada dispositivo. Posteriormente, se procede con la extensión del concepto de *amortiguamiento equivalente*, que algunos autores definen como aquel que permite a amortiguadores no lineales sujetos a desplazamientos armónicos disipar la misma cantidad de energía que los amortiguadores lineales.

Se hace énfasis en que el enfoque de amortiguamiento equivalente clásico puede llegar a generar diferencias significativas en la respuesta de las estructuras. En esta tesis, se redefine este concepto para controlar mejor los desplazamientos laterales, por lo que se define al amortiguamiento equivalente como aquél que permite que los desplazamientos en la azotea sean los mismos tanto en estructuras con amortiguadores lineales como no lineales. El cambio que la re-definición provoca en el amortiguamiento de la estructura se refleja en otros parámetros de la respuesta, por lo que se analizan los resultados también en términos de fuerza de amortiguamiento y velocidades de azotea.

Por último, se propone una metodología de diseño y se proponen algunas ecuaciones que simplifican el proceso, con la finalidad de diseñar de una manera rápida y eficaz.

## ABSTRACT

In this research, the variability of the response that structures with fluid viscous dampers have is studied first, especially in soft soils; in order to propose a new design methodology.

The research starts with a brief review of the state of art related with the design of viscous dampers nowadays and some structural dynamics concepts that are needed in order to design these dampers. It is also shown the basic theories that are implemented on the construction codes for the design of viscous dampers, where the total damping of the structure is estimated from its own dynamic properties and the damping coefficient of each single device in the structure. Afterwards, a new definition of *equivalent damping* is presented. Some authors define this like the equality of the amount of dissipated energy in one cycle of hysteresis between linear and nonlinear dampers.

It is highlighted that the classic definition of equivalent damping can produce important differences in the structural response. In this research, this concept is redefined in order to control the lateral displacements in a better manner. Taking that into account, in this research the equivalent damping is reached when both structures with linear and nonlinear dampers have similar displacements. Changing the definition of equivalent damping had consequences in other response parameters. These changes are analyzed in terms of damping force and roof velocities.

At last, a new design methodology is presented with some equations to ease the design procedure, in order to design structures with nonlinear dampers faster and in a more efficient manner.

## CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN .....	7
1.1 Conceptos fundamentales .....	7
1.2 Diferencias entre amortiguadores lineales y no lineales.....	8
1.3 Dinámica de osciladores de 1GL con amortiguamiento viscoso no lineal .....	10
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	12
2.1 Importancia de la Ingeniería Sísmica en la Ciudad de México .....	13
2.2 La disipación de energía sísmica en la Ciudad de México .....	13
2.3 Metodologías de diseño como una contribución a la práctica profesional .....	14
3. JUSTIFICACIÓN, OBJETIVOS Y ALCANCES DE LA INVESTIGACIÓN .....	15
3.1 Justificación .....	15
3.2 Objetivos .....	15
3.3 Alcances .....	16
4. ESTADO DEL ARTE.....	17
4.1 Diseño de estructuras con amortiguadores lineales .....	17
4.2 Diseño de estructuras con amortiguadores no lineales .....	18
4.3 Simplificación de ecuaciones no lineales según Lin y Chopra (2002) .....	19
4.4 Comportamiento de estructuras con amortiguadores no lineales en la Ciudad de México	20
4.5 Metodologías de diseño por desplazamientos con amortiguadores .....	21
5. DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN .....	24
5.1 Importancia de metodologías de diseño en la Ciudad de México .....	24
5.2 Registros utilizados para osciladores de 1GL.....	24
5.3 Espectros de respuesta y relaciones de desplazamiento .....	25
5.4 Discusión de la respuesta de osciladores de 1GL .....	31
5.5 Definición de amortiguamiento equivalente.....	32
5.6 Análisis de estructuras de VGL con amortiguamiento equivalente.....	33
6. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS .....	55
6.1 Comparación en fuerzas de amortiguamiento.....	55
6.2 Comparación de velocidades .....	56
6.3 Efecto del porcentaje de amortiguamiento seleccionado.....	58
6.4 Cálculo del parámetro $\phi$ .....	59
7. PROPUESTA DE METODOLOGÍA DE DISEÑO.....	60

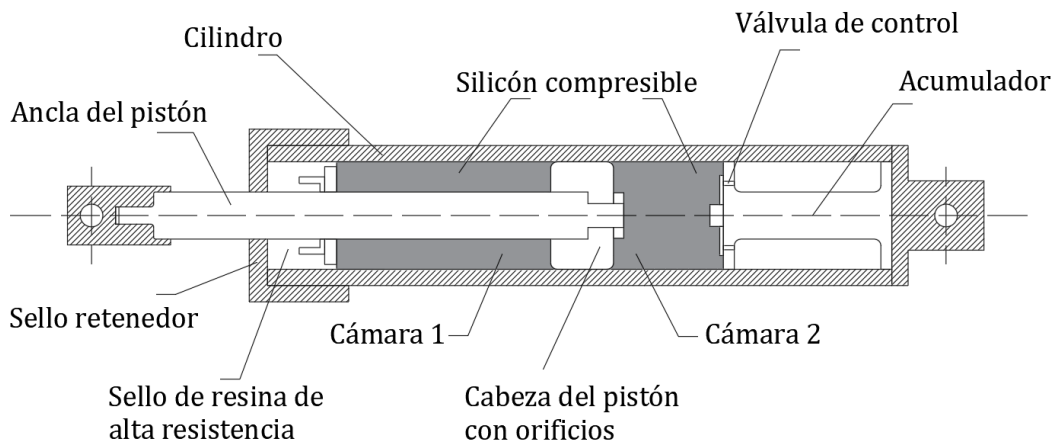
8. EJEMPLO DE APLICACIÓN .....	63
8.1 Introducción .....	63
8.2 Caso de estudio .....	63
8.3 Desarrollo de la metodología de diseño .....	65
8.4 Resultados obtenidos .....	68
9. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	75
9.1 Conclusiones .....	75
9.2 Recomendaciones .....	75
REFERENCIAS.....	76
ANEXO A. EFECTO DEL PERIODO DOMINANTE DEL SUELO.....	78
A.1 Coordenadas del sitio .....	78
A.2 Movimientos sísmicos.....	78
A.3 Obtención de la respuesta con amortiguamiento lineal .....	79
A.4 Obtención de la respuesta con amortiguamiento no lineal .....	80
A.5 Resultados y comentarios.....	82

# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.1 Conceptos fundamentales

Los orígenes del empleo de amortiguadores se remontan al siglo XIX cuando su única contribución era al campo bélico. De acuerdo con Lu et al. (2018), se estima que en 1862 se utilizaron los primeros amortiguadores para frenar el retroceso que los cañones de aquella época generaban. Fue necesario que algunos años pasaran para que se experimentara con la idea de amortiguar estructuras y así reducir las demandas por cargas laterales. Hoy en día, además de edificios, es común equipar puentes con amortiguadores viscosos (especialmente no lineales) con la idea de mejorar su desempeño.

Para efectos de esta investigación, cuando se hace referencia a amortiguadores, se habla de los dispositivos viscosos como los ilustrados en la Figura 1. Como se puede ver, estos amortiguadores se componen por un cilindro en la parte exterior dentro del cual se alojan diversos componentes. Los principales elementos internos de un amortiguador, como el de la Figura 1, son: el fluido de alta viscosidad (silicón en el mayor de los casos), el pistón que se puede observar atravesando el cilindro externo, los orificios que existen entre las dos cámaras de silicón compresible y las válvulas de control al final de la segunda cámara.



**Figura 1. Amortiguador viscoso tipo (Adaptada de Lu et. al., 2018).**

La disipación de energía de estos amortiguadores está relacionada con el flujo del silicón de una cámara a la otra. En la cabeza del pistón se encuentran unos orificios que permiten el paso del silicón; el acomodo de éstos y la geometría de los mismos es lo que determina el tipo de amortiguamiento, ya sea lineal o no lineal (Lu et. al, 2018). El empleo de estos dispositivos en estructuras hace que la respuesta estructural se reduzca significativamente. Esto ocurre porque se generan fuerzas disipadoras en el amortiguador debido al movimiento del fluido de una cámara a otra. Con base a lo anterior, estos tipos de disipadores de energía son clasificados como *dependientes de la velocidad* ya que la magnitud de sus fuerzas depende de la velocidad con que se mueva el pistón. Dado que las fuerzas de los amortiguadores dependen de la velocidad, se puede decir que actúan en contrafase con respecto al desplazamiento de la estructura. Además, se ha



demostrado que sus contribuciones son exclusivamente al amortiguamiento, por lo que no hay un incremento en la rigidez o resistencia de la misma (Lu et. al, 2018).

De acuerdo con Lu et al. (2018), con un buen diseño y correcta instalación, estos dispositivos requieren muy poco o nulo mantenimiento durante su vida útil. Además, mantienen sus condiciones de trabajo intactas dentro de un intervalo amplio de temperaturas (de -40 a 70°C).

## 1.2 Diferencias entre amortiguadores lineales y no lineales.

Una de las diferencias principales entre amortiguadores lineales y no lineales es la variación de las fuerzas que éstos producen con respecto a la velocidad. En la Figura 2 se muestra la variación de las fuerzas de amortiguamiento de distintos tipos de amortiguadores. El distintivo principal está en función de el parámetro  $\alpha$ , al que se le conoce como el exponente de la velocidad. Este exponente determina la forma en la que las fuerzas del amortiguamiento variarán con respecto de la velocidad, la cual se aprecia en las ecuaciones (1) y (2).

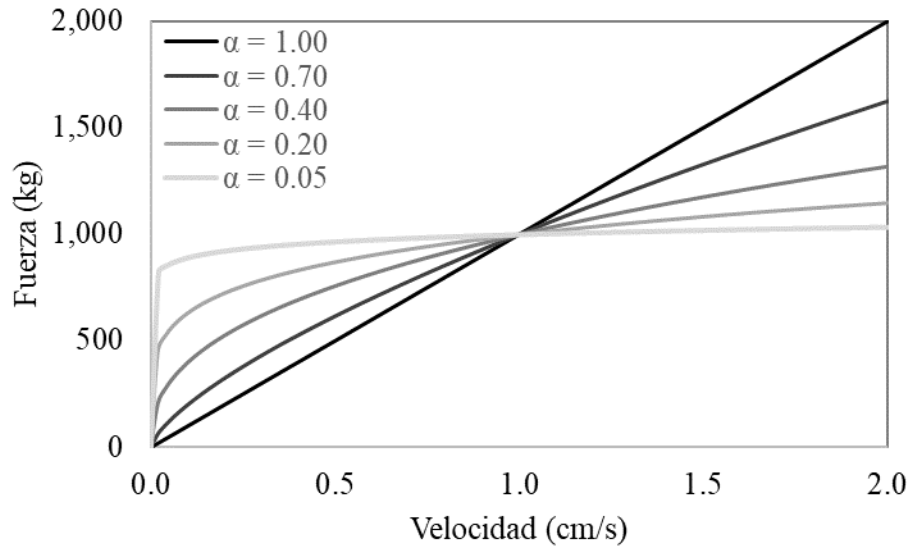
$$F_{DL} = c_L \dot{u} \quad (1)$$

$$F_{DNL} = c_{NL} |\dot{u}|^\alpha \cdot \text{sgn}(\dot{u}) \quad (2)$$

En las ecuaciones (1) y (2),  $F_{DL}$  y  $F_{DNL}$  representan la fuerzas de un amortiguador lineal y uno no lineal, respectivamente, mientras que  $c_L$  y  $c_{NL}$  son sus constantes de viscosidad;  $\dot{u}$  es la velocidad del dispositivo en el cualquier instante de tiempo y  $\alpha$  es el exponente de la velocidad.

Nótese que la ecuación (2) toma la forma de la ecuación (1) cuando  $\alpha = 1.0$ , por lo que en este texto se harán referencias exclusivas al amortiguamiento no lineal expresado en la ecuación (2) y se denotará al caso lineal con  $\alpha = 1.0$ .

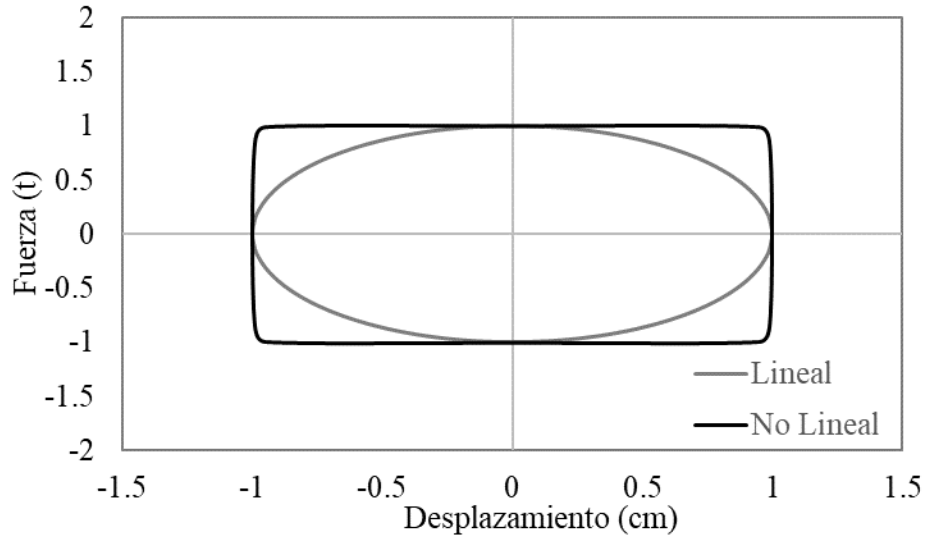
Se puede observar en la Figura 2, que la variación de las fuerzas de amortiguamiento es sensible al exponente  $\alpha$ . En la figura, el caso lineal se representa por la línea negra, mientras que la calidad y el tono de las líneas se van haciendo más tenues conforme  $\alpha$  disminuye. Es importante ver que para valores pequeños de la velocidad, las fuerzas de amortiguamiento son mayores en los casos no lineales; sin embargo, esta tendencia se invierte a partir de cierta velocidad.



**Figura 2. Ejemplo arbitrario de las fuerzas de amortiguamiento.**

En la práctica, es muy común que las estructuras se sometan a velocidades importantes bajo las acciones sísmicas, por lo que se espera que una estructura con amortiguadores no lineales experimente fuerzas menores que una equipada con amortiguadores lineales. Las diferencias en fuerzas de amortiguamiento también se pueden ver con claridad en la Figura 3; en donde el eje vertical muestra la fuerza en kilogramos y el eje horizontal la deformación en centímetros. Se observa que las fuerzas de amortiguamiento no lineal (línea en negro) son de menor magnitud que las lineales (línea en gris), sin embargo, ambos dispositivos disipan la misma cantidad de energía. La energía disipada de un amortiguador se define como el área dentro de la curva de cada ciclo de histéresis para excitaciones armónicas. Es necesario que las energías disipadas para los dos tipos de amortiguadores sea la misma para poder decir que se alcanza un amortiguamiento equivalente. A esta condición, que define el amortiguamiento equivalente, se le llama a lo largo de esta investigación como amortiguamiento equivalente por equilibrio energético o por energías. Para lograr dicho balance de energías, Lin y Chopra (2002) definieron algunas ecuaciones, las cuales se describen en secciones siguientes.

Debido al efecto de las fuerzas de amortiguamiento que se aprecian en la Figura 3, la histéresis de los amortiguadores no lineales y sus respectivas fuerzas de amortiguamiento son más estables con respecto de la mostrada por los amortiguadores lineales; las cuales se manejan en valores máximos muy sostenidos. Por lo que, bajo la hipótesis de equilibrio de energías, se espera que un amortiguador no lineal genere menores fuerzas de amortiguamiento.



**Figura 3. Comparación de histéresis en amortiguadores viscosos.**

Con toda la evidencia presentada, es de esperarse que, al comparar las fuerzas de amortiguamiento, se esperen fuerzas menores en los amortiguadores no lineales. Sin embargo, esto no siempre es así. Se mostrará más adelante que el amortiguamiento equivalente por energías no siempre garantiza un diseño óptimo o más seguro, sino que hay otras variables que intervienen para mejorar el desempeño de la estructura.

### 1.3 Dinámica de osciladores de 1GL con amortiguamiento viscoso no lineal

La dinámica de muchas estructuras puede ser representada adecuadamente mediante la ecuación de movimiento de Newton, reproducida aquí como la ecuación (3).

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g \quad (3)$$

Los términos  $m$ ,  $c$  y  $k$  representan a la masa, la viscosidad y la rigidez elástica de la estructura, respectivamente. A su vez, los términos  $u$ ,  $\dot{u}$  y  $\ddot{u}$  representan al desplazamiento, velocidad y aceleración de la estructura, el término  $\ddot{u}_g$  representa a la aceleración del terreno.

La ecuación (3) es válida siempre y cuando las estructuras se encuentren dentro del intervalo elástico lineal, como se supone dentro de esta tesis. No es congruente permitir daños considerables en las estructuras si se incluyen este tipo de tecnologías, por lo que la ecuación (3) es válida bajo estas condiciones. Se observa que el segundo término de la ecuación (3), coincide con la forma en que los amortiguadores lineales disipan energía (vea la ecuación 1), por lo que esta ecuación puede describir el comportamiento de estructuras con estas tecnologías.

Cuando se incluye el efecto del amortiguamiento pasivo no lineal, la fuerza de amortiguamiento no lineal debe estar presente en la ecuación de movimiento, por lo que la ecuación (3) toma la siguiente forma:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + c_{NL}sgn(\dot{u})|\dot{u}|^\alpha + ku = -m\dot{u}_g \quad (4)$$

donde:

$C_{NL}$  = coeficiente de viscosidad del amortiguador no lineal.

$\alpha$  = exponente de la velocidad.

$sgn(\cdot)$  = función signo.

Los métodos clásicos de integración directa siguen siendo útiles para resolver la ecuación de movimiento si se adaptan a la ecuación (4). Para este estudio se empleó el método de Diferencia Central, en el cual se resuelve la ecuación diferencial para el desplazamiento en el instante de tiempo (o paso)  $i+1$  utilizando la información de los pasos anteriores. La aproximación inicial, que es la esencia de este método, parte de las siguientes expresiones para aproximar el desplazamiento, la velocidad y la aceleración de la estructura:

$$\dot{u}_i = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2dt} \quad (5)$$

$$\ddot{u}_i = \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{dt^2} \quad (6)$$

Al aproximar las velocidades y aceleraciones con las ecuaciones (5) y (6), es posible sustituirlas en la ecuación (4) para despejar el valor del desplazamiento  $u$  en el instante  $i+1$ , como se ilustra a continuación:

$$u_{i+1} = \frac{Q}{A} \quad (7)$$

donde:

$$Q = -\ddot{u}_{gi} - C_{NL}sgn(\dot{u}_i)|\dot{u}_i|^\alpha - Bu_{i-1} - Cu_i \quad (8)$$

$$A = \frac{1}{dt^2} + \frac{\xi_{inh}\omega_n}{dt} \quad (9)$$

$$B = \frac{1}{dt^2} - \frac{\xi_{inh}\omega_n}{dt} \quad (10)$$

$$C = \omega_n^2 - \frac{2}{dt^2} \quad (11)$$

$\xi_{inh}$  representa el amortiguamiento inherente de la estructura, el cual puede tomar valores entre 0.02 (según ASCE 41-17, 2017) y 0.05 (según las NTC-Sismo, 2017), y  $\omega_n$  es la frecuencia circular de la estructura correspondiente al primer modo de vibrar. Para este estudio, se asumió en todos los escenarios un amortiguamiento inherente del 2%.

Con base en métodos numéricos como el de Diferencial Central, es posible estimar la respuesta de estructuras de un grado de libertad ante excitaciones sísmicas en el tiempo. La utilidad de esta información se discute más adelante.

Un aspecto de importancia en el estudio de estructuras con amortiguamiento no lineal es la estimación del coeficiente de viscosidad para dispositivos no lineales,  $C_{NL}$ , o viscosidad del amortiguador (como se le llamará en lo que resta de este texto). Existen algunas propuestas para determinar  $C_{NL}$  en la literatura dependiendo de los autores que se hayan considerado (Christopoulos y Filiatrault, 2006; Lin y Chopra, 2002; Lin et al., 2008). Sin embargo, todas las propuestas se basan en el equilibrio energético, es decir, lograr que un amortiguador no lineal disipe la misma cantidad de energía que uno lineal en un ciclo de vibración armónica.

De acuerdo con Lin y Chopra (2002), el coeficiente de amortiguamiento no lineal se puede calcular de la siguiente manera:

$$c_{NL} = \frac{2m\xi_{eff}\omega_n}{\beta_\alpha} (\omega_n D)^{1-\alpha} \quad (12)$$

donde:

$m$  = masa de la estructura.

$\xi_{eff}$  = amortiguamiento provisto por los disipadores.

$\omega_n$  = frecuencia circular correspondiente al primer modo de vibración de la estructura.

$D$  = desplazamiento máximo esperado.

$\alpha$  = exponente de la velocidad.

El coeficiente  $\beta_\alpha$  se calcula de acuerdo a la ecuación (13):

$$\beta_\alpha = \frac{2^{2+\alpha}\Gamma^2\left(1 + \frac{\alpha}{2}\right)}{\pi\Gamma(2 + \alpha)} \quad (13)$$

donde:

$\Gamma$  = función Gamma.

Como es posible observar, las ecuaciones (12) y (13) son valores de entrada que se necesitan para resolver la ecuación (4). Por esto, en ocasiones es preferible realizar primero un análisis con amortiguamiento viscoso lineal para estimar con cierta precisión el valor del desplazamiento  $D$  y posteriormente calcular  $C_{NL}$ , ya que de inicio estos valores son incógnitas. Una vez que se determina el valor de  $C_{NL}$  es posible resolver la ecuación (4) y con ello obtener la respuesta de un oscilador de 1GL con amortiguadores no lineales.

## **2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

### **2.1 Importancia de la Ingeniería Sísmica en la Ciudad de México**

A lo largo del siglo XX, y en lo que va del siglo XXI, la sociedad ha sido testigo de la amenaza sísmica en la Ciudad de México. Ejemplo de lo anterior han sido los sismos ocurridos el 28 de julio de 1957 conocido por la caída del ángel de la independencia, y los sismos del 19 de septiembre de 1985 y 2017, respectivamente. Si bien, la experiencia de sismos anteriores ha forzado e instado a la investigación del país a mejorar la práctica profesional en cuanto al diseño sísmo-resistente, hace tres años fue posible ver que la práctica profesional no ha evolucionado lo suficiente para prevenir daños y colapsos de estructuras ante sismos intensos. Esto sucede aun cuando las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (NTCS, 2017) señalan que el desempeño de las estructuras ante dichos eventos debería ser prevenir a toda costa el colapso.

Un gran número de las estructuras en México se componen por marcos, ya sea de concreto reforzado o acero, lo cual ha llevado a la investigación a desarrollar métodos para mejorar su desempeño ante acciones sísmicas. Sin embargo, en la mayoría de los casos el daño por sismo es inevitable en este tipo de sistemas. Con el paso del tiempo, se han visto mejoras en el desempeño de las estructuras cuando se componen por una combinación de contravientos y marcos, o marcos y muros, aunque sigue siendo difícil evitar el daño ante acciones laterales fuertes. En ocasiones, diseñar este tipo de estructuras conlleva a estructuras robustas, pesadas y a veces demasiado caras. Esto permite que se cuestione si la solución óptima es aumentar la resistencia de la estructura en vez de encontrar la manera de reducir las demandas laterales. Lo anterior es posible de lograr a través de la disipación de energía. A continuación, se presentan las ventajas de introducir dicho concepto al diseño sísmo resistente de estructuras.

### **2.2 La disipación de energía sísmica en la Ciudad de México**

El concepto de la disipación de energía, o la inclusión de distintas tecnologías para modificar la respuesta de la estructura se puede remontar a 1862, atribuyéndole a John Milne la construcción de la primera vivienda con aislamiento de base (Christopoulos y Filiatrault, 2006).

El uso de este tipo de tecnologías se debe mayormente a que han mostrado un buen desempeño en los lugares donde se iniciaron estudios sobre su comportamiento (Lin y Chopra 2002). Esto no necesariamente significa que cualquier disipador mostrará el mismo desempeño en cualquier parte del mundo y, como se demostrará más adelante, la Ciudad de México no es una excepción. En los últimos años se han hecho investigaciones que evalúan el comportamiento de estructuras con amortiguadores en condiciones de suelos con periodo largo, como los de la Ciudad de México. Las investigaciones realizadas por Moreno (2019), Álvarez (2020) y Mendoza (2019) muestran que el empleo de amortiguadores viscosos no lineales en algunas ocasiones no genera la respuesta que se espera desde la etapa de diseño, sino que el efecto no lineal de los amortiguadores, en algunas ocasiones puede generar desplazamientos y fuerzas tanto mayores como menores a los esperados en estructuras con amortiguadores lineales.

En lo subsecuente de esta tesis, se hace énfasis en la disipación de energía exclusivamente por el aumento del amortiguamiento viscoso, ya que cualquier otra técnica de disipación de energía queda fuera de los alcances de esta investigación.

### **2.3 Metodologías de diseño como una contribución a la práctica profesional**

Como se mencionó en la sección 2.2, las metodologías de diseño actuales de estructuras equipadas con amortiguadores viscosos no lineales se basan en el enfoque clásico del equilibrio energético. Este enfoque conduce, en algunas ocasiones, a incertidumbres en las demandas en las estructuras.

Actualmente se han hecho contribuciones para mejorar la práctica profesional en la Ciudad de México con respecto al diseño sísmico de estructuras equipadas con disipadores de energía. Los trabajos de Rivera (2010), Castillo (2014) y Delgado (2018) consideran reducciones en el espectro de diseño por amortiguamiento viscoso convencional (lineal) o indican cómo tomar en cuenta las variaciones que  $\alpha$  llega a provocar. Sin embargo, el enfoque que se estudia en esta tesis es redefinir el concepto de amortiguamiento equivalente para controlar los desplazamientos en las estructuras. Si los desplazamientos tanto por amortiguamiento lineal y no lineal son iguales, entonces es necesario evaluar qué implicaciones tiene este cambio de definición de amortiguamiento en la respuesta de las estructuras.

### 3. JUSTIFICACIÓN, OBJETIVOS Y ALCANCES DE LA INVESTIGACIÓN

#### 3.1 Justificación

La justificación de esta tesis se basa en el gran desempeño que los amortiguadores viscosos han mostrado en otras partes del mundo. De acuerdo con Lin y Chopra (2002), se ha demostrado que los dispositivos no lineales generan la misma respuesta que los amortiguadores lineales mientras que disminuyen las fuerzas de amortiguamiento, lo que motivó a realizar investigaciones en México. Sin embargo, la inclusión de estas tecnologías en sitios como el antiguo lago de la Ciudad de México no genera los mismos resultados, según Moreno (2019) y Álvarez (2020). Sus resultados muestran que se tienen incertidumbres sobre los desplazamientos finales que la estructura pueda presentar si no se realizan análisis paso a paso en el tiempo. Por otro lado, en ocasiones las fuerzas de amortiguamiento en el dispositivo pueden ser mayores de las presentes en un amortiguador lineal, lo cual es un problema. En vista de los inconvenientes descubiertos por estas investigaciones, es probable que el diseño de estos dispositivos pueda controlarse de mejor manera si se toman en cuenta las condiciones del terreno.

El propósito fundamental de esta investigación es llevar a cabo un estudio detallado de las variables que intervienen en la respuesta de estructuras con amortiguamiento no lineal y encontrar una mejor solución a la problemática actual. El objetivo principal es lograr que los desplazamientos de estructuras con amortiguadores lineales y no lineales sean iguales bajo ciertas condiciones. Con los resultados observados se proponen ecuaciones y se plantea una metodología de diseño simple.

#### 3.2 Objetivos

El objetivo general de esta tesis es desarrollar una metodología de diseño de estructuras equipadas con amortiguadores no lineales.

Los objetivos particulares son:

1. Estudiar la respuesta de osciladores de un grado de libertad con registros propios de la Ciudad de México mediante el enfoque de equilibrio energético.
2. Calcular la respuesta de estructuras de varios grados de libertad de manera iterativa hasta que los desplazamientos en estructuras con amortiguadores viscosos lineales se igualen a aquellos de estructuras equipadas con amortiguadores no lineales.
3. Evaluar las implicaciones que la igualdad de desplazamientos genera en las fuerzas de amortiguamiento y las velocidades de azotea.
4. Proponer ecuaciones que permitan calcular las constantes de viscosidad,  $c_{NL}$ , relacionadas con el amortiguamiento por igualdad de desplazamientos.



### 3.3 Alcances

Los alcances de esta investigación se limitaron a:

1. Se estudiaron estructuras con relaciones de amortiguamiento de entre 10 y 35% del crítico para osciladores de un grado de libertad; mientras que en estructuras de varios grados de libertad se estudiaron únicamente dos niveles de amortiguamientos (de 20% y 35% del crítico).
2. Para efectos prácticos, el error máximo permitido para los desplazamientos en las estructuras de varios grados de libertad fue de 5%.
3. Se estudiaron diferentes niveles de no linealidad, variando el exponente de velocidad desde 0.05 hasta 1.0.
4. Los movimientos sísmicos estudiados corresponden a suelos blandos de la Ciudad de México, con periodos de vibración largos (2 segundos), por lo que los resultados obtenidos sólo son aplicables a zonas con características similares.
5. La igualdad de desplazamientos se llevó a cabo suponiendo en todo momento que las estructuras permanecen elásticas ante las acciones sísmicas.
6. No se tomaron en cuenta los efectos de la interacción suelo-estructura en los casos de estudio.

## 4. ESTADO DEL ARTE

### 4.1 Diseño de estructuras con amortiguadores lineales

#### 4.1.1 Amortiguadores lineales en los códigos de construcción

Cuando se desea diseñar una estructura con amortiguadores, es necesario utilizar los conceptos fundamentales de la dinámica de un oscilador equivalente de un grado de libertad. Para edificios o estructuras de varios grados de libertad, es necesario considerar algunas hipótesis con el fin de extender el diseño de estas estructuras equipadas con amortiguadores.

El amortiguamiento viscoso que un dispositivo lineal puede aportar, según el ASCE 41-17 (2017) y algunos otros códigos de otros países, se puede estimar con la siguiente ecuación:

$$\xi_{eff} = \frac{W_D}{4\pi W_S} \quad (14)$$

donde:

$W_D$  = Energía disipada por un amortiguador lineal en un ciclo de vibración armónica.

$W_S$  = Energía de deformación de la estructura.

La ecuación (14) es clave en el entendimiento del diseño de amortiguadores viscosos, debido a que si es posible obtener expresiones para la energía que disipa un amortiguador en un ciclo, entonces podemos tener una idea aproximada del amortiguamiento de la estructura. Sin embargo, el amortiguamiento es una variable complicada, ya que las hipótesis de la ecuación (14) están basadas en la idealización de un edificio de cortante y en un equilibrio energético a través de vibración armónica, lo cual no siempre es realista. Esto debido a que las excitaciones sísmicas son aleatorias y las deformaciones por flexión pueden ser significativa, especialmente conforme crece la altura del edificio. Aun así, se ha llegado a resultados aceptables para el diseño de estructuras con amortiguamiento viscoso siguiendo estas recomendaciones.

Las variables expresadas en el lado derecho de la ecuación (14) se pueden aproximar mediante las siguientes ecuaciones para amortiguadores lineales (Lin et al. 2008):

$$W_D = \sum_{j=1}^n W_{Dj} = \sum_{j=1}^n \pi C_j \left( \frac{2\pi}{T_m} \right) (D_{az} \phi_{rel,ifj})^2 \quad (15)$$

$$W_S = \frac{2\pi^2}{T_m^2} \sum_{i=1}^{n_i} m_i D_{az}^2 \phi_{mi}^2 \quad (16)$$

donde:

$W_{Dj}$  = energía disipada por un amortiguador lineal.

$C_j$  = coeficiente de amortiguamiento lineal del dispositivo.

$T_m$  = periodo de vibración de la estructura correspondiente al primer modo.

$D_{az}$  = desplazamiento de la estructura en la azotea.

$\phi_{rel,j}$  = desplazamiento modal relativo de la estructura.

$f_j = \cos\theta$  = componente del desplazamiento en dirección axial del amortiguador ( $\theta$  es medido con respecto de la horizontal, en este caso).

$m_i$  = masa del nivel  $i$ .

$\phi_{mi}$  = desplazamiento modal de la estructura en el nivel  $i$ .

Al sustituir las ecuaciones (15) y (16) en (14), se obtiene que:

$$\xi_{eff} = \frac{T_m \sum_{j=1}^n C_j \phi_{rel,i}^2 f_j^2}{4\pi \sum_{i=1}^{n_i} m_i \phi_{mi}^2} \quad (17)$$

Existen otras metodologías para incrementar el amortiguamiento de la estructura, como la propuesta por Christopoulos y Filiatrault (2006). Sin embargo, su enfoque consiste en variar la viscosidad de los disipadores en cada entrepiso y en ocasiones eso no es práctico o deseable.

#### 4.2 Diseño de estructuras con amortiguadores no lineales

Para el diseño de amortiguadores viscosos no lineales, el empleo de las hipótesis implícitas en la ecuación (11) pueden ampliarse para la contribución del exponente de la velocidad  $\alpha$  en el amortiguamiento equivalente de la estructura. Dicha ecuación fue desarrollada por Ramírez et al. (2000) y se reproduce a continuación:

$$\xi_{eff} = \frac{\sum_{j=1}^n \lambda_j C_{NL,j} \left(\frac{2\pi}{T_m}\right)^{\alpha_j-2} D_{az}^{\alpha_j-1} \phi_{mr,j}^{\alpha_j+1} f_j^{\alpha_j+1}}{2\pi \sum_{i=1}^{n_i} m_i \phi_{mi}^2} \quad (18)$$

donde:

$$\lambda_j = 2^{2+\alpha_j} \frac{\Gamma^2(1 + \alpha_j/2)}{\Gamma(2 + \alpha_j)} \quad (19)$$

Si bien, la notación cambia cuando se diseñan amortiguadores para estructuras de varios grados de libertad, es posible comprobar la validez de las ecuaciones (18) y (19) ya que al sustituir  $\alpha = 1$  en ambas ecuaciones, se obtiene como resultado la ecuación (17), que representa el caso lineal.

Algunos autores han abordado la problemática de mejorar el desempeño de edificios altos con amortiguadores viscosos no lineales. En esos casos, la ecuación (18) ya no es válida. Esto debido a que las deformaciones axiales de las columnas juegan un papel importante en la respuesta modal de la estructura, generando que los disipadores no sólo tengan que amortiguar en dirección de los desplazamientos laterales sino en sus respectivas proyecciones verticales.

Para tomar en cuenta el efecto de las deformaciones verticales y horizontales en los disipadores, Lin et al. (2008) propusieron la siguiente modificación a la ecuación (18):

$$\xi_{eff} = \frac{3 \sum_{j=1}^n \lambda_j \frac{C_{NL,j}}{(2 + \alpha_j)} \left(\frac{2\pi}{T_m}\right)^{\alpha_j-2} D_{az}^{\alpha_j-1} (\phi_{hrel,j} - \phi_{vrrel,j} \tan \theta_j)^{\alpha_j+1} f_j^{\alpha_j+1}}{2\pi \sum_{i=1}^{n_i} m_i \phi_{mi}^2} \quad (20)$$

El procedimiento para emplear la ecuación (20) es el siguiente. Se propone un valor de  $C_{NL}$  y  $\alpha$  para calcular el amortiguamiento correspondiente. Esta acción se repite hasta que el amortiguamiento es el deseado en un inicio.

### 4.3 Simplificación de ecuaciones no lineales según Lin y Chopra (2002)

Las ecuaciones (18) a (20) son una extensión del concepto del equilibrio energético, establecido en la ecuación (12), con la única diferencia de que se estima la contribución de la disipación de energía de cada amortiguador. Sin embargo, la ecuación (12), propuesta por Lin y Chopra (2002), ya establece una igualdad de energía entre osciladores de un grado de libertad mediante la implementación de una ecuación sencilla y no muy abultada de términos.

Christopoulos y Filialtrault (2006) recomiendan utilizar la ecuación (12) propuesta por Lin y Chopra (2002) limitando el valor de  $D$ . La razón de limitar el valor de  $D$  se debe a que, al utilizar valores grandes del desplazamiento, las fuerzas de amortiguamiento podrían superar a las provistas por un amortiguador lineal. Esto implica que tomar el valor de  $D$  de un espectro de un oscilador sería impráctico. En esta investigación se optó por hacer que el valor de  $D$  en cada dispositivo siga la forma modal de la estructura como se aprecia en la ecuación (21).

$$c_{NLi} = \frac{2m\xi_{eff}\omega_n}{\beta_\alpha} (\omega_n D_{az} \times \phi_{rel,i})^{1-\alpha} \quad (21)$$

El proceso para calcular las viscosidades no lineales se puede simplificar si se observa lo siguiente:

$$c_L = 2m\xi_{eff}\omega_n \quad (22)$$

Si  $c_L$  representa la viscosidad lineal del amortiguador, podemos entonces substituir la ecuación (22) en (21):

$$c_{NLi} = \frac{c_L}{\beta_\alpha} (\omega_n D_{az} \times \phi_{rel,i})^{1-\alpha} \quad (23)$$

La ecuación (23) muestra que es posible calcular primeramente la viscosidad lineal,  $c_L$ , y después convertir la viscosidad a su correspondiente no lineal, sin la necesidad de utilizar las ecuaciones más elaboradas descritas en la sección anterior. La única restricción es que el valor de  $c_{NL}$  será distinto en cada nivel de la estructura. Cuando se haga mención del cálculo de  $c_{NL}$  por equilibrio energético en lo subsecuente en esta investigación, se estará haciendo referencia al empleo de las ecuaciones (21) a (23), a menos que se mencione lo contrario.

En este estudio, Lin y Chopra (2002) desarrollaron espectros de respuesta para 20 registros sísmicos de la ciudad de California variando el porcentaje de amortiguamiento y el exponente de la velocidad  $\alpha$ . Se encontró que, al reducir el valor de  $\alpha$ , los desplazamientos también se reducían, aunque no de manera significativa. Esta diferencia también se incrementaba conforme aumentaba el porcentaje de amortiguamiento. Fue posible observar también que, al reducir el exponente de velocidad  $\alpha$ , las fuerzas de amortiguamiento también se reducían, de manera que al utilizar amortiguadores no lineales, se obtenía un desplazamiento similar al lineal, pero reduciendo las fuerzas en la estructura. Esta condición se cumplió para estructuras con periodos mayores a 0.1 s, por lo que las estructuras con periodos menores estarían sometidas a fuerzas mayores que las lineales.

Por último, Lin y Chopra (2002) utilizaron valores de  $\alpha$  desde 0.35 hasta 1.0 para la formulación de estas ecuaciones. Hoy en día, se pueden implementar amortiguadores con exponentes de velocidad  $\alpha$  de hasta 0.04 (Maurer, 2020).

**4.4 Comportamiento de estructuras con amortiguadores no lineales en la Ciudad de México**  
Moreno (2019) encontró que, a diferencia de Lin y Chopra (2002), la respuesta de las estructuras con amortiguadores no lineales en suelos blandos es compleja. Al desarrollar espectros de respuesta para el registro sísmico de SCT 1985, encontró que los desplazamientos varían considerablemente dependiendo del exponente de velocidad  $\alpha$  y del porcentaje de amortiguamiento. Los valores evaluados de  $\alpha$  corresponden a valores de entre 0.05 y 1.0, que es el caso lineal. Otros autores, como se ha mencionado, limitan el valor de  $\alpha$  a 0.35, debido al incremento de la no linealidad en la respuesta de la estructura. La necesidad de evaluar la respuesta de estructuras con valores pequeños de  $\alpha$  surge debido a que existen la tecnología suficiente para fabricar estos dispositivos.

Al evaluar los espectros de fuerza de amortiguamiento se encontró que los amortiguadores no lineales superaban a las fuerzas lineales para periodos cortos. Este fenómeno no es recomendable debido a que la estructura se sometería a fuerzas mayores que las que un amortiguador lineal produciría.

Por otro lado, los espectros de desplazamientos mostraron que los desplazamientos no lineales eran mayores que los lineales para periodos elevados. Además, para periodos elevados, el desplazamiento aumentó conforme se reducía el exponente de velocidad  $\alpha$ . Esto condujo a que el desplazamiento máximo para periodos altos sucedía cuando  $\alpha = 0.05$  y mínimo cuando  $\alpha = 1.0$ .

Para validar las variaciones encontradas, Moreno (2019) realizó análisis dinámicos no lineales para estructuras de múltiples grados de libertad. Se encontró que las diferencias en los cocientes no eran perfectamente iguales pero que seguían de alguna manera la tendencia mostrada para osciladores de un grado de libertad.

Se concluyó que, la razón por la que los resultados de Lin y Chopra (2002) y Moreno (2019) son distintos se debe principalmente a la naturaleza de la sismicidad en ambos sitios. Los registros utilizados por Lin y Chopra corresponden al suelo firme de California, en donde el suelo tiene un periodo corto, mientras que Moreno estudió un registro de la Ciudad de México con un periodo dominante del suelo de 2.0 s, aproximadamente. Al aumentar el periodo dominante del suelo, también aumentaron los periodos que presentan mayores fuerzas de amortiguamiento. Asimismo, las diferencias en desplazamientos también aumentaron por este efecto.

## 4.5 Metodologías de diseño por desplazamientos con amortiguadores

### 4.5.1 Método directo basado en desplazamientos

Priestley et. al (2007) sentaron las bases de uno de los métodos más conocidos para el diseño de estructuras limitando sus desplazamientos. Esta filosofía funciona ya que el daño de las estructuras está asociado a la distorsión de entrepiso. Es importante mencionar que esta metodología considera la presencia de daño estructural. Cuando se diseñan estructuras con amortiguadores esto no es recomendable; sin embargo, algunos conceptos de esta metodología son útiles para el diseño de estructuras con amortiguadores controlando desplazamientos, como la idealización de la estructura como un oscilador de un grado de libertad.

### 4.5.2 Espectro de diseño para estructuras con amortiguamiento lineal en la Ciudad de México

Las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (NTC-DS 2020), estipulan en la ecuación (3.1.4) el factor de reducción del espectro de diseño por incremento del amortiguamiento suplementario. Esta ecuación se obtuvo mediante el trabajo de Castillo (2014), en donde se realizó un estudio de peligro sísmico de la Ciudad de México para posteriormente obtener los espectros de diseño con distintos porcentajes de amortiguamiento. La ecuación (3.1.4) de las NTC-DS (2020) tiene la siguiente forma:

$$\beta \left\{ \begin{array}{l} 1 - \frac{\left[1 - \left(\frac{0.05}{\xi}\right)^\lambda\right] T}{T_a}; \text{ si } T \leq T_a \\ \left(\frac{0.05}{\xi}\right)^\lambda; \text{ si } T_a < T < \tau T_b \\ 1 + \left[\left(\frac{0.05}{\xi}\right)^\lambda - 1\right] \left(\frac{\tau T_b}{T}\right)^\varepsilon; \text{ si } T \geq \tau T_b \end{array} \right. \quad (24)$$

Los valores de  $\xi$  y  $T$  representan el amortiguamiento y el periodo de la estructura, respectivamente. Por otro lado,  $T_a$  y  $T_b$  representan los periodos donde inicia y termina el tramo de pseudo-aceleración constante del espectro de diseño. Por último,  $\lambda$ ,  $\varepsilon$  y  $\tau$  se leen de la tabla (3.1.1) de las NTC-DS, la cual se reproduce a continuación como la Tabla 1:

**Tabla 1. Valores de  $\lambda$ ,  $\varepsilon$  y  $\tau$  en función de  $T_g$** 

Periodo del sitio (s)		$\lambda$	$\varepsilon$	$\tau$
$T_g$	$< 0.5$	0.40	0.80	2.50
$0.5 < T_g$	$< 1.0$	0.45	0.20	1.00
$1.0 < T_g$	$< 1.5$	0.45	0.30	1.00
$1.5 < T_g$	$< 2.0$	0.50	1.20	1.00
$2.0 < T_g$	$< 2.5$	0.50	1.80	1.00
$2.5 < T_g$	$< 3.0$	0.55	3.00	1.00
$3.0 < T_g$	$< 4.0$	0.50	4.00	1.00

La realización de esta investigación permite que hoy en día se puedan realizar análisis modales espectrales para estructuras con amortiguamiento mayor al 5%. Actualmente, las NTC-DS (2020) permiten que la reducción por amortiguamiento se emplee también cuando se considera el efecto de la interacción suelo-estructura.

Es importante mencionar que el empleo de la ecuación (24) fue idealizada para amortiguadores viscosos lineales según Castillo (2014), por lo que el efecto del exponente de la velocidad  $\alpha$  no se incluye en estas ecuaciones.

#### 4.5.3 Metodologías de diseño por desplazamientos para estructuras con amortiguadores no lineales

Delgado (2018) propuso una metodología de diseño basada en desplazamientos de una manera similar a lo expuesto por Priestley et. al (2007). Esta metodología se implementó para edificios con amortiguadores no lineales y como una alternativa, para edificios con disipadores histeréticos.

En términos generales, para edificios con amortiguadores, se idealiza a la estructura como un grado de libertad y se identifica el perfil de desplazamientos correspondiente. En esta metodología, debido al incremento del amortiguamiento, el perfil de desplazamientos se idealiza lineal. Con base en los desplazamientos asumidos, se definen las distorsiones de entrepiso objetivo para las condiciones de servicio y prevención del colapso. Cuando se definen las distorsiones y desplazamientos de diseño para ambos estados límites, se lee del espectro de diseño de desplazamientos el periodo objetivo para que la estructura se comporte adecuadamente. Por último, una vez que se llega al periodo objetivo, se calculan los cortantes basales de la estructura y se procede con la distribución de las fuerzas sísmicas con las que se detalla la estructura.

Como una alternativa, Álvarez (2020) desarrolló una metodología para edificios con amortiguadores no lineales tomando como base los resultados de Moreno (2019). La metodología consiste en estimar el desplazamiento en la azotea de la estructura con amortiguadores no lineales con dos factores correctivos como lo estipula la ecuación (25).

$$D_{az} = d_{1GDL} r_1 r_2 \quad (25)$$

La variable  $d_{1GDL}$  representa el desplazamiento proveniente de un espectro de respuesta. Seguido de esta variable se encuentran dos factores correctivos. El primero de estos factores es el

que permite pasar de un oscilador de un grado de libertad a una estructura de varios grados de libertad. El segundo factor se obtiene mediante una ecuación que permite pasar del desplazamiento en la azotea con amortiguadores lineales a desplazamiento en la azotea con amortiguadores no lineales. Con base en estas dos ecuaciones, se puede fijar un desplazamiento objetivo al que la estructura debe de llegar para tener un buen comportamiento. Definido el desplazamiento objetivo, se puede elegir el porcentaje de amortiguamiento y el exponente de la velocidad  $\alpha$  requerido para cumplir con los objetivos de diseño.

Asimismo, los factores  $r_1$  y  $r_2$  de la ecuación (25) se estimaron mediante técnicas de regresión. En el caso de  $r_1$  se observó que su valor es proporcional a la relación de periodos  $T/T_g$ . En el caso de  $r_2$ , la variación mostró mayores complejidades y los coeficientes de correlación mostraban mayor variación. Esto significa que los desplazamientos con amortiguadores lineales no son directamente proporcionales a la relación  $T/T_g$  y muestran una gran dispersión. Es probable que existan otros factores que también estén involucrados en la dispersión de este fenómeno.

En la investigación de Álvarez (2020) se deja en claro que los desplazamientos con amortiguadores no lineales no se pueden estimar directamente de espectros de respuesta, a menos que se apliquen factores correctivos. Se demostró, por último, que cuando se analizan estructuras de varios grados de libertad, la variación de los desplazamientos también aumenta.



## **5. DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN**

### **5.1 Importancia de metodologías de diseño en la Ciudad de México**

Todas las ecuaciones y planteamientos mostrados en el capítulo 4 han surgido de investigaciones relativamente recientes. Hoy en día, algunos códigos de construcción como el ASCE 41-17 (2017) y AASHTO (2017) han adoptado algunas o la gran mayoría de las ecuaciones aquí citadas. En la república mexicana, las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (NTC-DS 2017) dedicaron por primera vez una sección para el diseño de estructuras con disipadores de energía. Sin embargo, ninguna de las ecuaciones citadas en el capítulo 4 son incluidas para el diseño de estructuras con estas soluciones, excepto la ecuación (24). Como una alternativa, algunas de las ecuaciones del capítulo 4 se incluyen en Ruíz (2011) y Ruíz (2019), como ayudas complementarias al reglamento de construcción de Ciudad de México. En el resto de la república se tiene como referencia al Manual de Obras Civiles para Diseño por Sismo (MOC 2015), aunque sólo aparece la ecuación (2).

En la práctica mexicana, la difusión sobre el empleo de tecnologías para la protección sísmica de estructuras se da mediante los trabajos de investigación que diversos organismos o autores publican. Las investigaciones realizadas por Rivera (2010), Delgado (2018) y Álvarez (2020) son ejemplos del esfuerzo por difundir el uso de amortiguadores viscosos no lineales a la ingeniería estructural en México. Esto nos indica que es importante que este tipo de investigaciones se sigan desarrollando en el país.

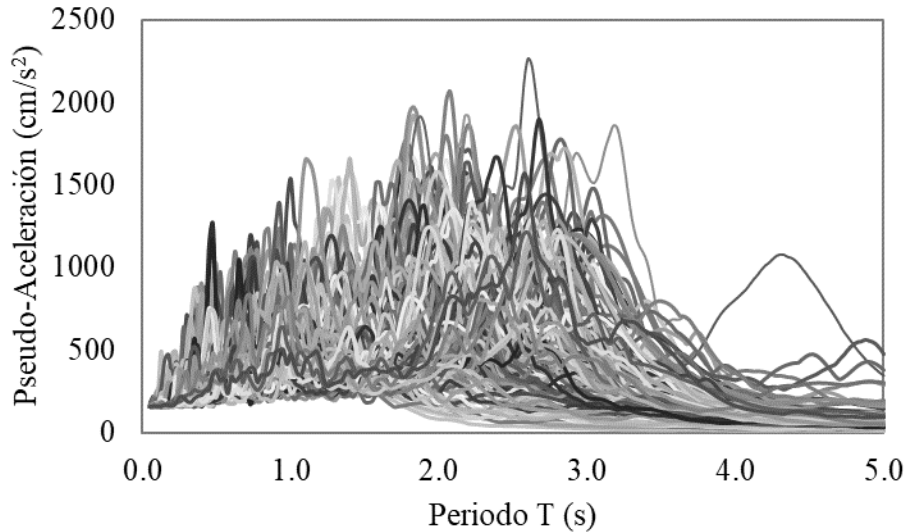
Debido a que el uso de amortiguadores no lineales es cada vez más frecuente, es importante resaltar las contraindicaciones de dichos sistemas. Dentro de las ventajas, está el hecho de reducir las fuerzas de amortiguamiento sin alterar significativamente la respuesta de la estructura (Lin y Chopra, 2002). Sin embargo, la respuesta sí cambia significativamente en suelos blandos como el del lago de la Ciudad de México (Moreno, 2019 y Álvarez, 2020). Esto demuestra que aún hay investigación que realizar para la solución de este problema.

En esta investigación se propone encontrar un nuevo enfoque para la obtención de las viscosidades no lineales. Se presenta la solución al problema de la variación de la respuesta de la estructura al comparar el amortiguamiento lineal con el no lineal. Para ello el concepto de amortiguamiento equivalente es redefinido. En este nuevo enfoque, se define como amortiguamiento equivalente a aquel que permite igualar los desplazamientos máximos en estructuras equipadas con amortiguadores viscosos lineales y no lineales. Primero, se estudian las diferencias de respuestas para osciladores de un grado de libertad mediante el enfoque clásico de equilibrio energético y después se muestra cómo se calculan las viscosidades no lineales para osciladores de varios grados de libertad mediante este nuevo enfoque.

### **5.2 Registros utilizados para osciladores de 1GL**

Con la finalidad de estudiar las características de movimientos sísmicos de suelos blandos, se seleccionaron 231 registros de distintas zonas de la Ciudad de México. Con una muestra tan grande, los resultados obtenidos pueden considerarse confiables. Los espectros de pseudo-aceleración de los registros sísmicos seleccionados se muestran en la Figura 4, en donde se grafica pseudo-aceleración contra periodo en el eje vertical y horizontal, respectivamente. Se puede

observar que las variaciones de los periodos dominantes del suelo llegan a abarcar valores de hasta 4 s, aproximadamente. Dichos periodos dominantes,  $T_g$ , se obtuvieron leyendo la ordenada máxima del espectro de pseudo-aceleración para cada uno de los 231 espectros, los cuales se obtuvieron asumiendo un 2% de amortiguamiento crítico.



**Figura 4. Espectros de pseudo-aceleración de los registros utilizados.**

### 5.3 Espectros de respuesta y relaciones de desplazamiento

Para cada uno de los registros seleccionados, se calcularon sus respectivos espectros de desplazamiento para distintas relaciones de amortiguamiento viscoso, así como distintos exponentes  $\alpha$ . Esto con el objetivo de encontrar alguna relación entre las variables que intervienen en el diseño de estructuras con amortiguamiento suplementario. Los espectros abarcan un intervalo de periodos estructurales de  $0.05T_g$  hasta  $3T_g$ , donde  $T_g$  es el periodo dominante del suelo. Los valores utilizados para el amortiguamiento de los espectros, y de los exponentes de velocidad  $\alpha$  se muestran en las tablas 2 y 3.

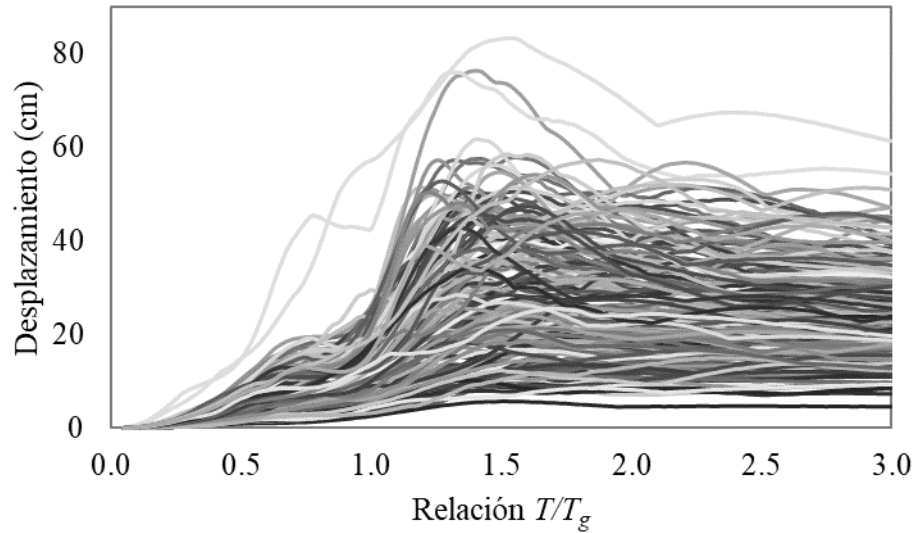
**Tabla 2. Porcentajes de amortiguamiento utilizados para la elaboración de espectros de respuesta.**

Porcentaje de amortiguamiento del crítico $\zeta$ (%)	10	15	20	25	30	35
---	----	----	----	----	----	----

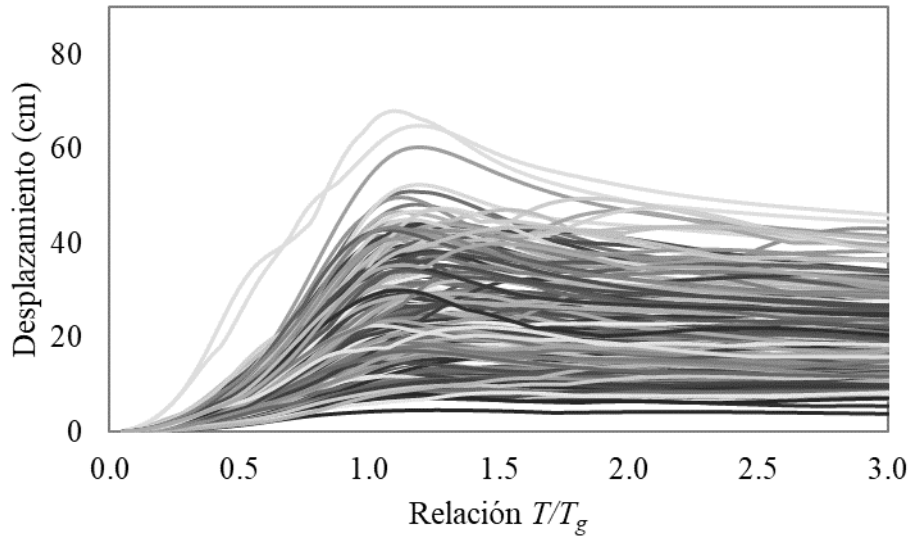
**Tabla 3. Exponentes de velocidad utilizados para la elaboración de espectros de respuesta.**

Exponente de velocidad $\alpha$	0.05	0.10	0.15	0.20	0.35	0.50	0.70	1.0
---------------------------------	------	------	------	------	------	------	------	-----

Por simplicidad, las figuras 5 y 6 muestran los espectros de desplazamientos para un porcentaje de amortiguamiento del 30% y valores de  $\alpha$  de 0.05 y 1.0, respectivamente. Mientras el eje horizontal muestra el periodo de la estructura,  $T$ , normalizado por el periodo del suelo,  $T_g$ , en el eje vertical se muestra el desplazamiento de los osciladores, en centímetros. Se aprecia una diferencia significativa entre los desplazamientos de los osciladores. Para tener una comparación más ilustrativa, se dividieron los desplazamientos calculados con  $\alpha = 0.05$  con respecto a aquellos calculados con  $\alpha = 1.0$ .

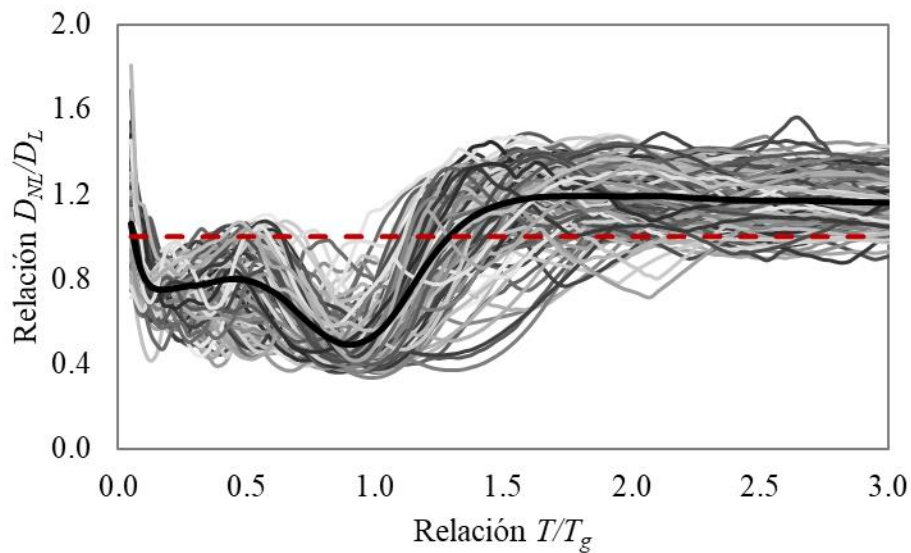


**Figura 5. Espectro de desplazamientos para  $\xi = 30\%$  y  $\alpha = 0.05$ .**



**Figura 6. Espectro de desplazamientos para  $\xi = 30\%$  y  $\alpha = 1.0$ .**

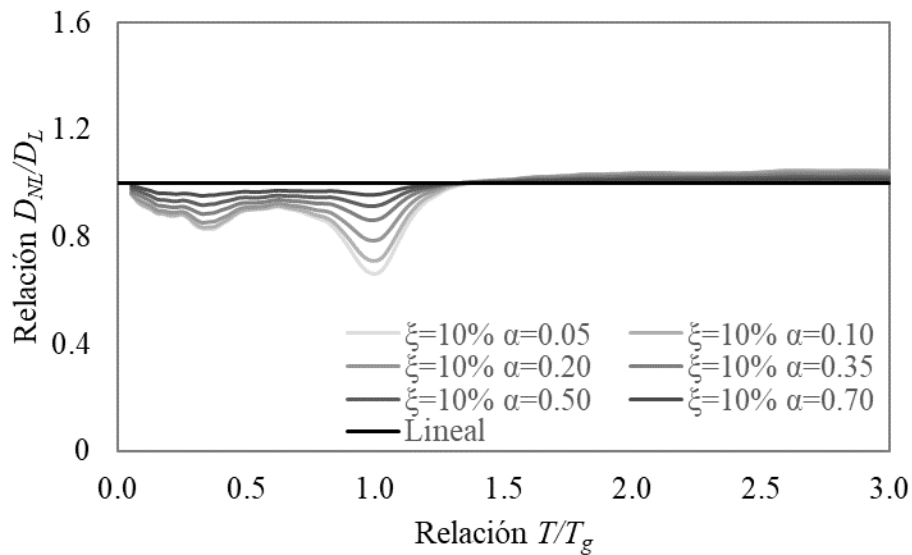
La Figura 7 muestra los cocientes de desplazamientos de las figuras 5 y 6 y con una línea roja punteada, se señala la unidad. Observando gráficamente las diferencias, es posible hacer algunos comentarios. Se observa que, para  $T/T_g < 1.3$ , los desplazamientos de estructuras con amortiguadores no lineales son menores que aquellos con amortiguadores lineales. Para  $T/T_g > 1.3$  la tendencia se invierte. Los desplazamientos no lineales empiezan a superar a los lineales. A partir de  $T/T_g > 1.6$ , se observa que la relación se mantiene constante, con un valor cercano a 1.20. En lo posterior de esta investigación, se hace referencia como “desplazamiento no lineal” al obtenido de estructuras u osciladores con amortiguadores no lineales.



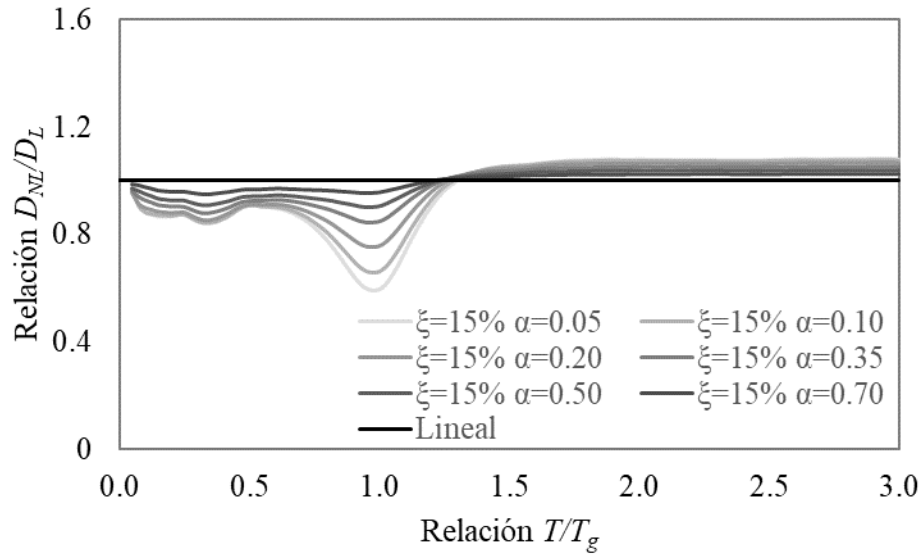
**Figura 7. Relaciones de Desplazamientos para  $\xi = 30\%$  y  $\alpha = 0.05$ .**

Los resultados mostrados en las figuras 5, 6 y 7 se replicaron variando tanto el amortiguamiento, como el exponente de la velocidad, según los valores mostrados en las tablas 1 y 2. Se obtuvieron un total de 42 curvas distintas que representan la variación de los desplazamientos para cada caso. A continuación, en las figuras 8 a 13 sólo se muestran las curvas promedio, omitiendo el resto de las curvas por practicidad, para relaciones de amortiguamiento entre 10 y 35%.

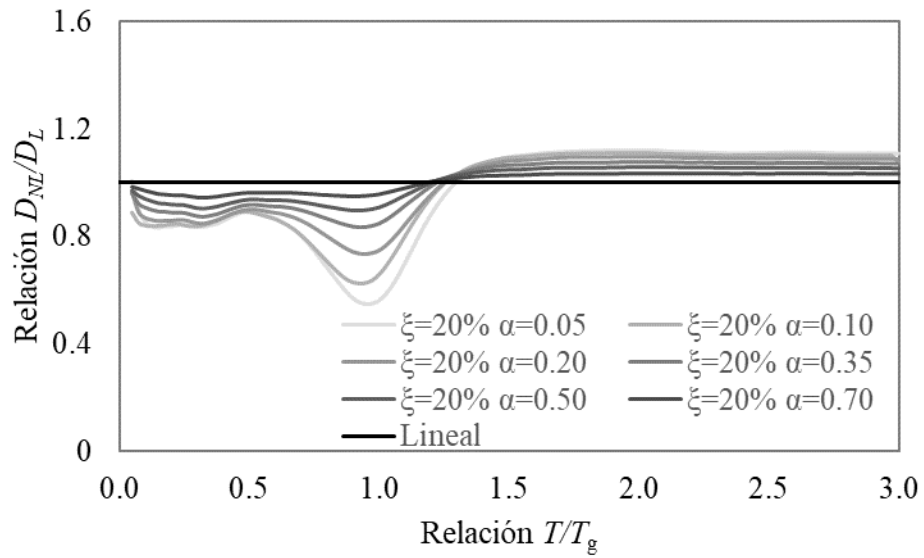
En cada una de las figuras 8 a 13 se muestran graficadas en el eje horizontal la relación de periodos antes mencionada  $T/T_g$  con respecto de la relación de desplazamientos. El caso lineal se representa por la línea más oscura que cruza a la unidad, mientras que en escala de grises se representan los casos de amortiguamiento desde  $\alpha = 0.70$  hasta  $\alpha = 0.05$ , siendo éste último el trazado con la línea más tenue.



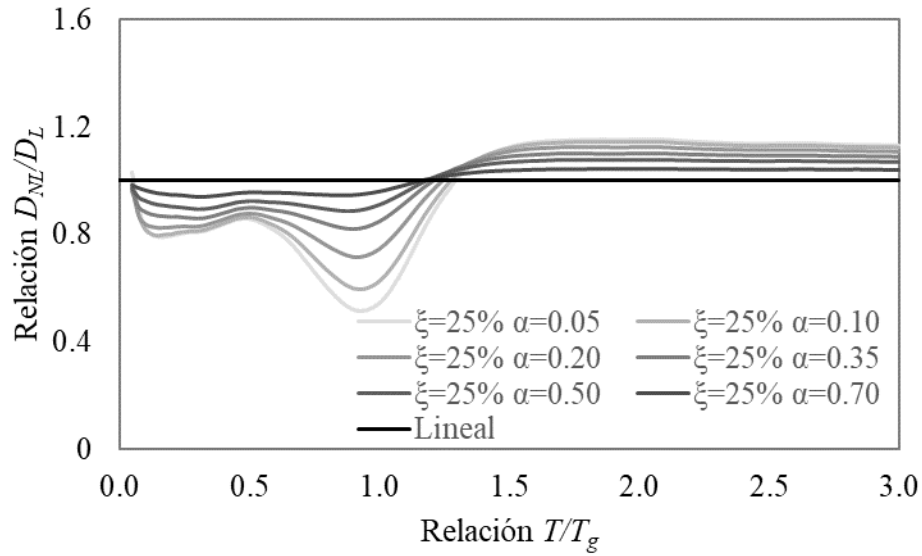
**Figura 8. Relaciones de desplazamiento para  $\xi = 10\%$ .**



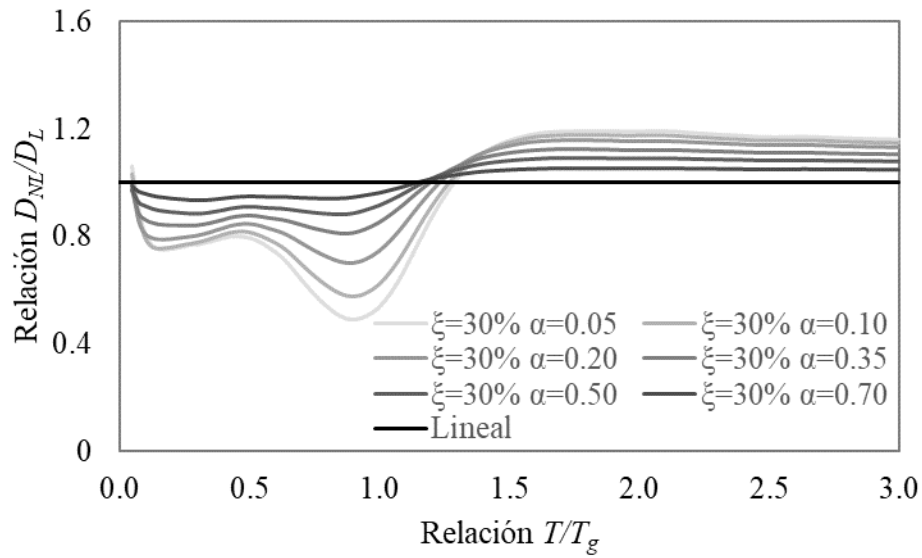
**Figura 9. Relaciones de desplazamiento para  $\xi = 15\%$ .**



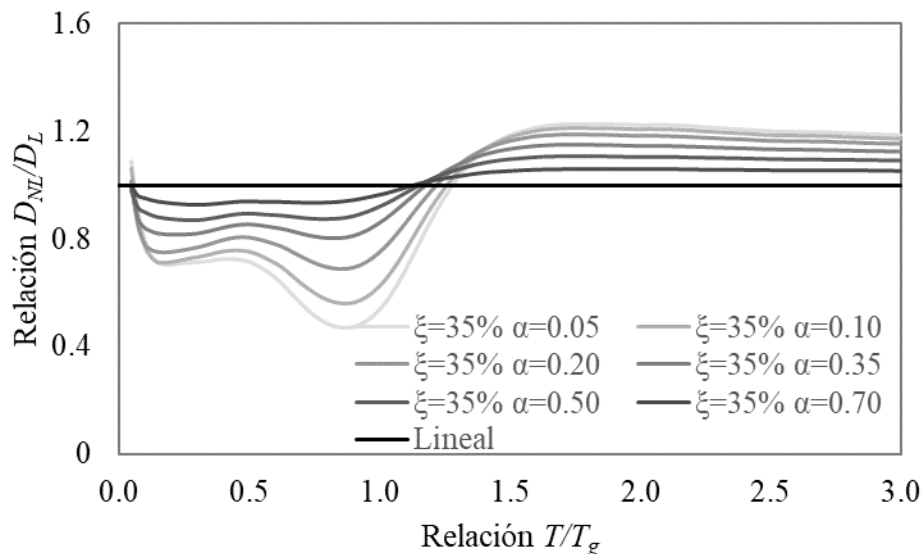
**Figura 10. Relaciones de desplazamiento para  $\xi = 20\%$ .**



**Figura 11. Relaciones de desplazamiento para  $\xi = 25\%$ .**



**Figura 12. Relaciones de desplazamiento para  $\xi = 30\%$ .**



**Figura 13. Relaciones de desplazamiento para  $\xi = 35\%$ .**

Los resultados indican que conforme crece el amortiguamiento en las estructuras, las relaciones se amplifican. Este factor también depende del exponente  $\alpha$ , ya que, a medida que  $\alpha$  disminuye, se acentúan más las diferencias de los desplazamientos. Es importante destacar que las variaciones encontradas son considerables. Si se requiere controlar los desplazamientos totales de la estructura, es necesario tomar en cuenta que la diferencia de desplazamientos será considerable. Sin embargo, la variación de los cocientes de desplazamiento no es tan sencilla de predecir.

#### 5.4 Discusión de la respuesta de osciladores de 1GL

De los resultados mostrados en la sección 5.3 se puede observar que la variación de desplazamientos es significativa.

Álvarez (2020) estudió la forma de incluir las variaciones del desplazamiento (figuras 8 a 13) en el diseño de estructuras con amortiguadores no lineales. Dicha solución implica la obtención de los cocientes de desplazamiento para estructuras de varios grados de libertad. Los resultados muestran que, al aumentar los grados de libertad, también aumenta la dispersión de los promedios de desplazamiento, por lo que las figuras 8 a 13 sólo son aplicables a osciladores de 1GL.

Otra forma de solucionar el problema de la variación de desplazamientos es el que se desarrolla en esta investigación. Mediante los enfoques existentes descritos en el capítulo 4, el amortiguamiento equivalente se define como aquél que logra que ambos amortiguadores (lineal y no lineal) disipen la misma cantidad de energía en un ciclo de histéresis bajo excitación armónica. Al hablar de energía se iguala una magnitud que relaciona tanto al desplazamiento como a la fuerza del disipador, lo que conlleva a los resultados que se han mostrado en la sección 5.3. Sin embargo, si se observa cualquier espectro de desplazamiento convencional, se aprecia que la respuesta depende del periodo de la estructura y del amortiguamiento provisto. Es por eso que esta tesis redefine el concepto de amortiguamiento equivalente en función del desplazamiento máximo y no de la energía.



En lo posterior de esta investigación, se estudian los efectos que este tipo de amortiguamiento produce en los demás parámetros de la respuesta de la estructura. Los análisis se llevan a cabo para estructuras de varios grados de libertad. Esto debido a que, las relaciones de desplazamientos no se mantienen constantes para estructuras de múltiples grados de libertad, por lo que es conveniente incluir esta variable en la investigación.

### 5.5 Definición de amortiguamiento equivalente

En esta sección se muestra de manera clara y concisa cómo se idealiza el amortiguamiento por igualdad de desplazamientos, las diferencias con respecto del equilibrio energético y las implicaciones que esta hipótesis implica al diseño de estructuras con amortiguamiento pasivo no lineal.

Considere que existe una relación de fuerzas de amortiguamiento que permite la igualdad de desplazamientos lineales y no lineales entre dos amortiguadores. Se define a dicha relación de fuerzas de amortiguamiento como:

$$\frac{F_{DNL}}{F_{DL}} = \varphi \quad (26)$$

Debido a que  $\varphi$  es la relación de fuerzas que produce una igualdad de desplazamientos entre los dos enfoques, es posible extender esta ecuación para involucrar las velocidades y los coeficientes de viscosidad de la estructura utilizando las ecuaciones (1) y (2), teniendo entonces:

$$\frac{c_{NL}|\dot{u}|^\alpha \cdot \text{sgn}(\dot{u})}{c_L\dot{u}} = \varphi \quad (27)$$

Como este estudio se basa en ordenadas espectrales, los valores de la respuesta sólo son los máximos absolutos de cada registro, por lo que se puede asumir que la ecuación (27) se simplifica a:

$$\frac{c_{NL}V_{NL}^\alpha}{c_LV_L} = \varphi \quad (28)$$

En la ecuación anterior,  $V_{NL}$  y  $V_L$  son las velocidades espectrales de los disipadores, por lo que ya no dependen del tiempo y son valores positivos.

La ecuación (28) tiene el problema de que la velocidad no lineal de la estructura no se conoce en un inicio. La única herramienta disponible en un pre-diseño es probablemente un espectro elástico con amortiguamiento viscoso lineal, por lo que puede conocerse la velocidad lineal, pero se ignora la velocidad no lineal de la estructura. Entonces, es posible estimar la velocidad no lineal a partir del parámetro  $v$ , definido como:

$$v = \frac{V_{NL}}{V_L} \quad (29)$$

En donde  $v$  sólo representa la relación de velocidades. Más adelante se obtendrán formas de obtener este valor de manera que no sea necesario llevar a cabo un análisis paso a paso para su obtención. Ahora bien, si se sustituye  $v$  en la ecuación (28) se obtiene:

$$\frac{c_{NL}(v \cdot V_L)^\alpha}{c_L V_L} = \frac{c_{NL} v^\alpha \cdot V_L^\alpha}{c_L V_L} = \varphi \quad (30)$$

Por lo que al despejar  $c_{NL}$  de (29) se tiene que:

$$c_{NL} = \frac{\varphi}{v^\alpha} c_L \cdot V_L^{1-\alpha} \quad (31)$$

De la ecuación (31) se puede obtener la viscosidad requerida en los amortiguadores de una estructura con amortiguamiento equivalente *por igualdad de desplazamientos* siempre y cuando se conozcan las variables  $\varphi$  y  $v$ . Las formas de calcular estos parámetros se detallan en secciones subsecuentes.

También, es importante destacar que la manera de calcular  $c_{NL}$  en (31) es similar a la propuesta por Lin y Chopra (2002), en donde de manera sencilla se estima  $c_L$  por el procedimiento descritos en el capítulo 4 y posteriormente se pasa al amortiguamiento no lineal con la ecuación (31).

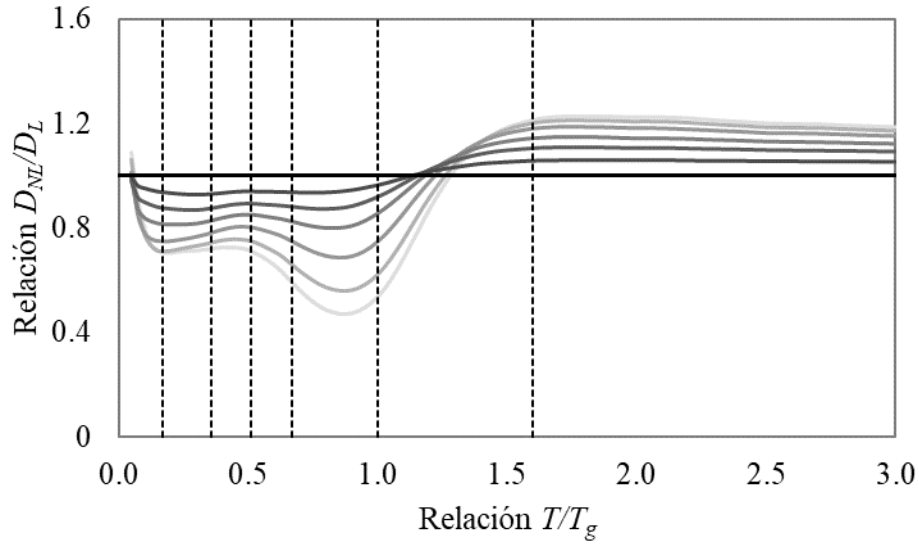
Otro comentario interesante es que no es necesario involucrar el amortiguamiento de manera directa en la ecuación (31). El porcentaje de amortiguamiento se define al hacer el cálculo de la viscosidad lineal, por lo que se puede concluir que el efecto del amortiguamiento está contenido en el cálculo de  $c_L$ .

Por último, la ecuación (31) muestra una forma innovadora de calcular un amortiguamiento equivalente que permite estimar un comportamiento similar a aquel obtenido con procedimientos lineales. La hipótesis de este enfoque se basa en encontrar la manera de calcular los parámetros  $\varphi$  y  $v$  adecuados. Este procedimiento es análogo a la deducción mostrada por Lin y Chopra (2002), en donde la equivalencia del amortiguamiento consiste en el cálculo de la constante  $\beta_\alpha$ . En las próximas secciones se extenderá el procedimiento utilizado para encontrar expresiones para estas dos variables.

## 5.6 Análisis de estructuras de VGL con amortiguamiento equivalente

### 5.6.1 Estructuras estudiadas

De los resultados mostrados en la sección 5.3, se muestra que hay algunas zonas espectrales para las cuales el efecto del amortiguamiento no lineal tiene una influencia importante, por lo que, con base en dichos resultados, se optó por estudiar el comportamiento de estructuras de varios grados de libertad (VGL) con los periodos indicados con líneas punteadas en la Figura 14. En dicha figura, se muestran los cocientes de desplazamientos de la Figura 12, agregando con línea punteada, los periodos de importancia para este estudio normalizados con el periodo del suelo.



**Figura 14. Periodos utilizados para las estructuras en estudio.**

Con el uso de la herramienta SASID (2020), se seleccionaron movimientos sísmicos sintéticos para un periodo dominante del suelo de  $T_g=2.25$ s. Se tomaron dos sitios para el estudio. El primer sitio tenía  $T_g=2.2$ s, mientras que el segundo sitio  $T_g=2.3$  s. De cada sitio se obtuvieron ocho registros sintéticos de subducción y cuatro de profundidad intermedia. Las coordenadas de los sitios seleccionados se muestran en la Tabla 4. La información de cada tipo de registro y sus periodos dominantes se ilustra en la Tabla 5.

**Tabla 4. Información de los sitios obtenidos por SASID.**

Sitio	Coordenadas	$T_g$ (s)
1	Latitud= 19.433, Longitud= -99.133	2.2
2	Latitud= 19.426, Longitud= -99.132	2.3

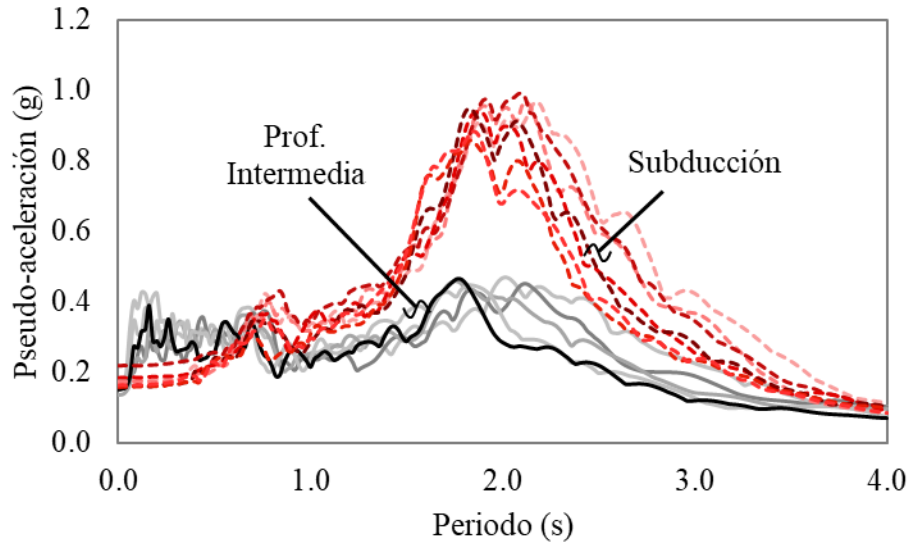
**Tabla 5. Información de los registros utilizados.**

Registro	Tipo	Zona	Periodo $T_g$ (s)
1	Sintético	Subducción	2.3
2	Sintético	Subducción	2.3
3	Sintético	Subducción	2.3
4	Sintético	Subducción	2.3
5	Sintético	Subducción	2.3

6	Sintético	Subducción	2.3
7	Sintético	Subducción	2.3
8	Sintético	Subducción	2.3
9	Sintético	Subducción	2.2
10	Sintético	Subducción	2.2
11	Sintético	Subducción	2.2
12	Sintético	Subducción	2.2
13	Sintético	Subducción	2.2
14	Sintético	Subducción	2.2
15	Sintético	Subducción	2.2
16	Sintético	Subducción	2.2
17	Sintético	Prof. Intermedia	2.3
18	Sintético	Prof. Intermedia	2.3
19	Sintético	Prof. Intermedia	2.3
20	Sintético	Prof. Intermedia	2.3
21	Sintético	Prof. Intermedia	2.2
22	Sintético	Prof. Intermedia	2.2
23	Sintético	Prof. Intermedia	2.2
24	Sintético	Prof. Intermedia	2.2

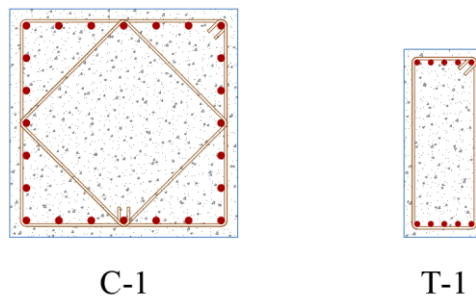
De los registros obtenidos, se destaca que, para estructuras relativamente flexibles, el efecto de los sismos de subducción en los desplazamientos tiende a ser más significativo, mientras que en estructuras con periodo de vibración corto los desplazamientos causados por sismos de profundidad intermedia tienden a ser mayores. Esto se reduce a que, dependiendo del periodo de la estructura, un tipo de sismo puede ser más crítico que el otro, lo que conllevará a analizar ambas situaciones en los casos de estudio.

La Figura 15 muestra los espectros de pseudo-aceleración de los movimientos utilizados. En el eje vertical se muestra la pseudo-aceleración, medida como fracción de la gravedad, mientras que el eje horizontal representa el periodo de la estructura. Mientras las líneas discontinuas muestran los espectros de los movimientos de subducción, las líneas continuas muestran aquellos de los movimientos de profundidad intermedia. Como existe un cruce de ordenadas para periodos un poco menor a 1 s, se intuye que todas las estructuras con periodo menor a 1 s pueden llegar a ser susceptibles a los efectos de ambos sismos. Para fines de esta investigación, todas las estructuras con un periodo de vibración menor a 1s serán analizadas bajo la acción de los registros de Profundidad Intermedia, mientras que el resto se someterán exclusivamente a los registros de Subducción.



**Figura 15. Espectros de pseudo-aceleraciones para los registros sintéticos.**

Para todos los modelos presentes se utilizaron dos secciones transversales principales, las cuales comprenden una columna denominada C-1 de 85x85 cm y una trabe T-1 de 30x70 cm. El detallado de las secciones se muestra en la Figura 16.



**Figura 16. Secciones utilizadas para los modelos de varios grados de libertad.**

Con respecto a las cargas, se consideraron aquellas de las tablas 5 y 6 considerando que el uso de los edificios es de oficinas o actividades relacionadas a las mismas, de acuerdo a las NTC-CADEE (2017). Es importante aclarar que el peso propio de la estructura lo calculó directamente en el modelo, por lo que no se considera en las tablas 6 y 7.

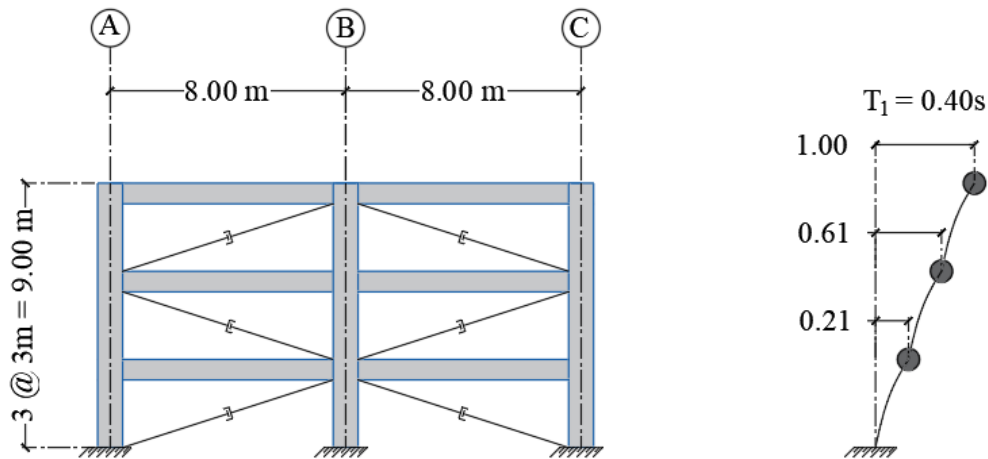
**Tabla 6. Cargas muertas consideradas.**

Carga por:	kg/m <sup>2</sup>
Piso	45
Aplanado	120
Instalaciones	20
Sobrecarga reglamentaria	40
Mobiliario	125
Losa maciza de 12 cm de espesor	288
Carga muerta total	638

**Tabla 7. Cargas vivas consideradas.**

Carga viva:	Entrepiso kg/m <sup>2</sup>	Azotea kg/m <sup>2</sup>
Máxima	250	100
Instantánea	180	70

Los modelos utilizados consistieron en seis marcos bidimensionales. Se consideró un ancho tributario variado para ajustar el periodo de la estructura. Asimismo, se consideraron distintos números de crujías y niveles según cada caso con la misma finalidad. Se describe a detalle una sola de las estructuras estudiadas y por practicidad se resumió el resto de la información en la Tabla 8. La estructura 1 se compone de un marco de dos crujías y tres niveles. Cada crujía mide 8m, mientras que la altura de cada entrepiso es de 3m. Los entrepisos 1 y 2 tienen un peso de 92 t. La azotea tiene un peso de 82 t. El periodo de la estructura es de 0.40 s, lo que conduce a una relación  $T/T_g$  de 0.18.



**Figura 17. Estructura 1 y su modo fundamental de vibrar.**

**Tabla 8. Propiedades de las estructuras analizadas.**

Estructura	No. de Pisos	No. de Crujías	Altura de entrepiso $H$ (m)	Longitud de crujía $L$ (m)	Periodo $T$ (s)	Peso total $W$ (t)	Relación $T/T_g$
1	3	2	3.0	8.0	0.40	266	0.18
2	6	4	3.0	6.5	0.80	877	0.36
3	7	4	3.0	8.0	1.15	1224	0.51
4	9	2	3.0	8.0	1.53	814	0.68
5	12	4	3.0	8.0	2.14	2130	0.95
6	20	4	3.0	8.0	3.74	3570	1.66

### 5.6.2 Porcentajes de amortiguamiento utilizados

Las seis estructuras descritas en la Tabla 8 fueron estudiadas con los valores de amortiguamiento y con los exponentes de velocidad que se muestran en las tablas 9 y 10. Con ellos es posible llevar a cabo la obtención de las viscosidades no lineales de los amortiguadores para cada caso. Nótese que se consideran cuatro escenarios distintos en el que el amortiguamiento no es lineal y se compararán con los resultados obtenidos de los análisis lineales para cada valor de amortiguamiento.

**Tabla 9. Porcentajes de amortiguamiento utilizados.**

Amortiguamiento Crítico $\xi$ (Porcentaje %)	20	35
--	----	----

**Tabla 10. Exponentes de velocidad utilizados.**

Exponentes de velocidad $\alpha$	0.05	0.20	0.40	0.70	1.00
--	------	------	------	------	------

### 5.6.3 Diseño de amortiguadores lineales y aproximación de la respuesta lineal para $\xi = 20\%$

De acuerdo a lo desarrollado en el capítulo 4, es posible estimar el porcentaje de amortiguamiento haciendo que cada dispositivo tenga la misma capacidad de disipación de energía; es decir, que cada amortiguador tenga la misma viscosidad y de esta manera calcular el amortiguamiento equivalente de la estructura. Con la información de la Tabla 7 y el cálculo de las masas por nivel de cada edificio es posible determinar la viscosidad de cada amortiguador utilizando la ecuación (17). Se consideró que todos los amortiguadores tienen la misma viscosidad. Por conveniencia, se repite la ecuación (17) para ejemplificar el cálculo de las viscosidades lineales.

$$\xi_{eff} = \frac{T_m \sum_{j=1}^n C_j \phi_{rel,j}^2 f_j^2}{4\pi \sum_{i=1}^{n_i} m_i \phi_{mi}^2} \quad (32)$$

La Tabla 11 muestra la información geométrica de cada disipador para la estructura 1, ya que, dependiendo de la geometría de cada crujía, el ángulo de inclinación del disipador afectará en el amortiguamiento de la estructura. Las variables más importantes de dicha tabla son la viscosidad lineal  $C_j$  y el coseno del ángulo de cada disipador, el cual sustituye al término  $f_j^2$  de la ecuación (30).



**Tabla 11. Geometría de los amortiguadores.**

Nivel	Viscosidad $C_j$ (kg·s/cm)	Dimensión X (m)	Dimensión Y (m)	Longitud Amort. (m)	$\text{Cos } \theta_j$
1	1101	8.0	3.0	8.5	0.94
	1101	8.0	3.0	8.5	0.94
2	1101	8.0	3.0	8.5	0.94
	1101	8.0	3.0	8.5	0.94
3	1101	8.0	3.0	8.5	0.94
	1101	8.0	3.0	8.5	0.94

Para poder utilizar la ecuación (32) es necesario que se incluya la información de la forma modal de la estructura. La tabla 12 muestra dicha información, el producto de los desplazamientos modales por la masa de cada entrepiso y los cálculos correspondientes a la energía que disipa cada amortiguador. Nótese que por cada nivel existen dos valores de la contribución de los disipadores, debido a que se consideraron dos amortiguadores por nivel en todas las estructuras.

Las dos últimas columnas de la Tabla 12 son las contribuciones a la disipación de energía de los amortiguadores y la energía de deformación de la estructura, respectivamente.

**Tabla 12. Cálculo del porcentaje de amortiguamiento.**

Forma Modal $\varphi$	Forma Modal Relativa $\varphi_{rel}$	Peso por Nivel $W_i$ : (kg)	$C_j \cdot \text{Cos}^2 \cdot \varphi_{rel}^2$	$W_i/g \cdot \varphi^2$
0.21	0.21	91854	42.2	4.1
			42.2	
0.61	0.40	91855	155.3	34.9
			155.3	
1.00	0.39	82094	146.7	83.7
			146.7	
<b>Suma</b>			<b>688.4</b>	<b>122.6</b>

Para finalizar el cálculo del amortiguamiento de la estructura se necesita del periodo de vibración de la estructura 1, el cual se obtuvo de la Tabla 8, teniendo que  $T = 0.4$  s. Con toda la información obtenida se puede calcular el amortiguamiento total provisto por los disipadores substituyendo en (32).

$$\xi_{eff} = \frac{0.4 \times 688.4}{4\pi \times 122.6} = 0.18 \quad (32.a)$$

La ecuación (32.a) nos indica que los disipadores aportan 18% de amortiguamiento, lo cual es apropiado si se asume una aportación de amortiguamiento inherente de 2% de la estructura. Este

valor de amortiguamiento se obtuvo al suponer un valor de la viscosidad lineal y observar el resultado de (32.a). Si el resultado no es satisfactorio,  $C_j$  debe aumentar o disminuir dependiendo del porcentaje de amortiguamiento que se seleccionó.

La Tabla 13 muestra el resumen de los cálculos realizados para estimar el amortiguamiento por medio de la ecuación (32), para cada nivel de amortiguamiento considerado y para cada estructura. Se puede apreciar que entre mayores sean las dimensiones de la estructura, fueron necesarias mayores viscosidades en los amortiguadores.

**Tabla 13. Viscosidades para amortiguamiento lineal.**

Estructura	Periodo $T$ (s)	Relación $T/T_g$	$C_L$ (kg·s/cm), $\xi = 20\%$	$C_L$ (kg·s/cm), $\xi = 35\%$
1	0.40	0.18	1101	1896
2	0.80	0.36	3218	6281
3	1.15	0.51	3427	6639
4	1.53	0.68	2174	4211
5	2.14	0.95	5499	10654
6	3.74	1.66	9903	17055

Como es sabido (Chopra, 2001), es posible relacionar el desplazamiento en la azotea de una estructura, cuya respuesta está dominada por el primer modo, con el desplazamiento espectral elástico, obtenido para un oscilador de un grado de libertad. Esto se logra multiplicando el desplazamiento espectral por el factor de participación modal del primer modo de vibración,  $\Gamma$ .

$$D_{az} = D_{1GL} \times \Gamma \quad (33)$$

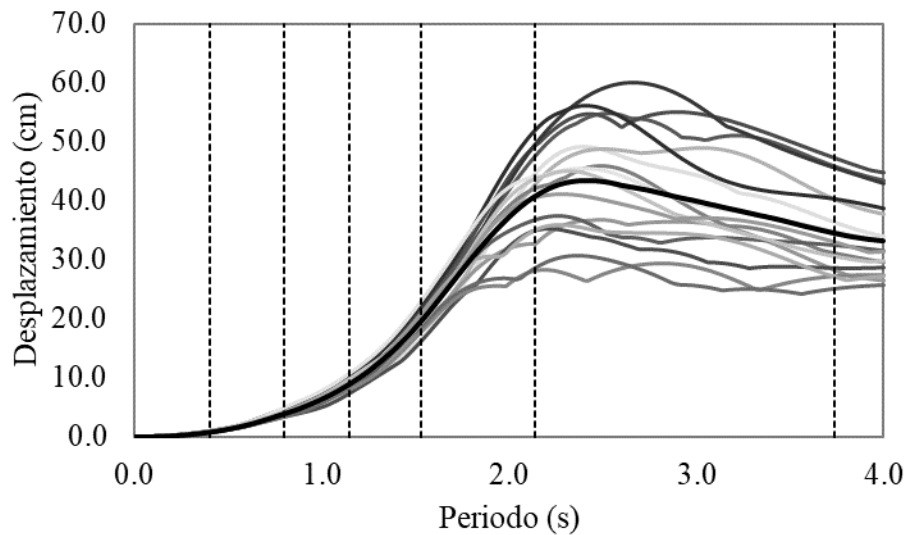
donde  $D_{az}$  y  $D_{1GL}$  son el desplazamiento en la azotea y el desplazamiento espectral, respectivamente.

Los resultados de la ecuación (33) se pueden comparar con aquellos obtenidos por los análisis paso a paso. Si resultan similares, se puede decir que la ecuación (33) puede ser usada para fines de diseño.

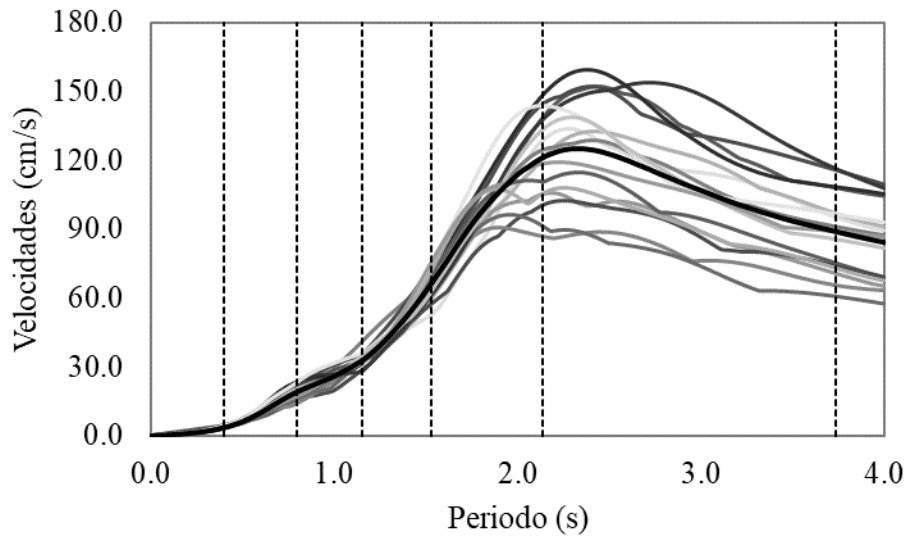
Ahora, los espectros de desplazamiento y velocidad de los movimientos sísmicos considerados, para un 20% de amortiguamiento se muestran en las figuras 18 y 19. En el eje horizontal se muestra el periodo del oscilador en segundos; mientras que en los ejes verticales se presentan el desplazamiento en cm y la velocidad en cm/s, respectivamente. En estas mismas gráficas se han colocado en negro y con mayor grosor y línea gruesa los espectros promedio. Para

$\Gamma = 1.3$ , se obtienen los desplazamientos en la azotea de las estructuras de manera aproximada con la ecuación (33). Estos desplazamientos se muestran en la Tabla 14, donde la columna 2 muestra el desplazamiento leído de la Figura 18. La columna 3 multiplica el desplazamiento por el factor de participación modal. La columna 4 muestra el desplazamiento de la azotea calculado con análisis paso a paso para cada estructura considerando amortiguadores viscosos lineales.

Los resultados de las columnas 3 y 4 de la Tabla 14 muestran similitud entre los desplazamientos calculados con la ecuación (33) y los obtenidos por el análisis en el tiempo, por lo que se tiene más certidumbre de que los análisis realizados arrojan resultados aceptables. Si bien no siempre se puede esperar un resultado completamente idéntico, los resultados son razonables.



**Figura 18. Espectros de desplazamientos de los movimientos de subducción para un amortiguamiento de 20%.**



**Figura 19. Espectros de velocidades relativas de los movimientos de subducción para un amortiguamiento de 20%.**

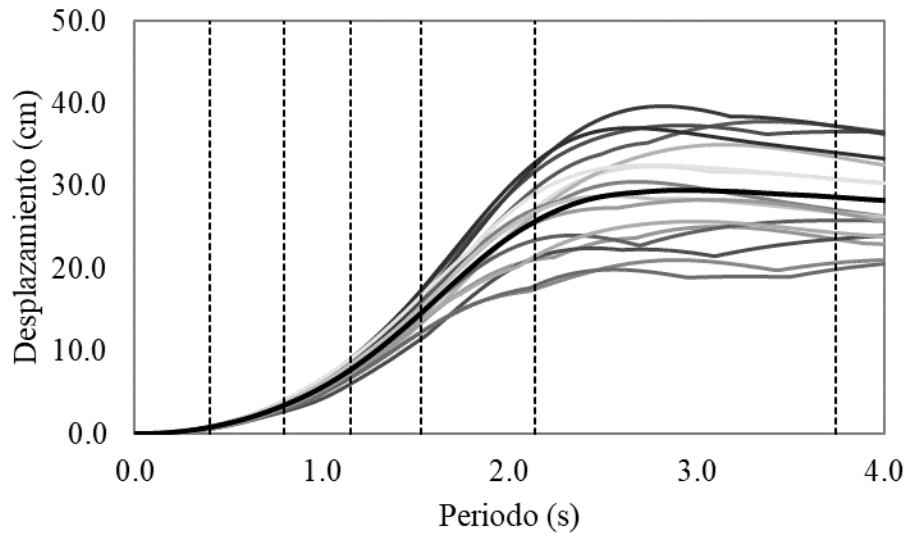
**Tabla 14. Comparación de desplazamientos para amortiguamiento de 20%.**

Estructura	$D_{1GL}$ (cm)	$D_{az}$ (cm) ( $D_{1GL} \cdot \Gamma$ )	$D_{LN}$ (cm)
1	0.8	1.0	1.1
2	3.7	4.8	5.5
3	8.1	10.6	12.0
4	17.8	23.1	27.2
5	36.4	47.3	52.8
6	31.1	40.5	47.5

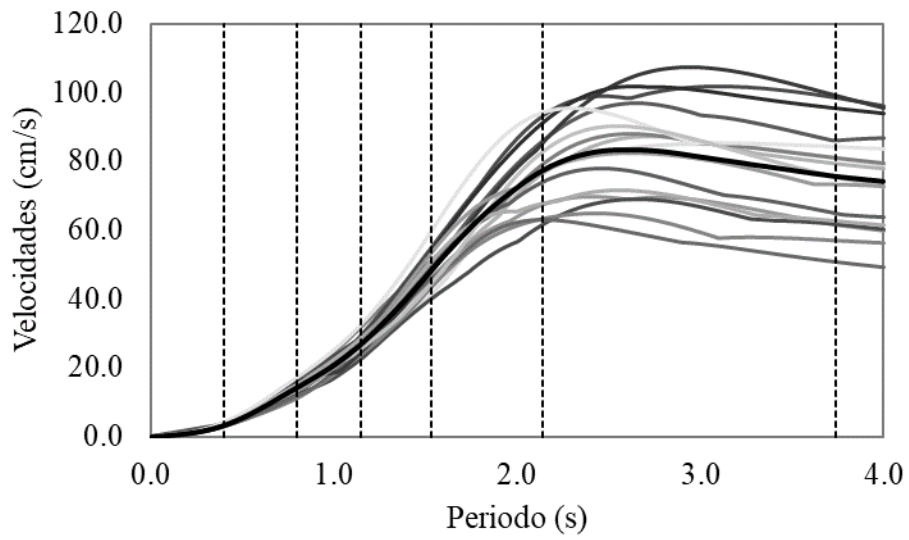
Nomenclatura:  $D_{LN}$  = Desplazamiento obtenido del análisis paso a paso.

#### 5.6.4 Diseño de Amortiguadores lineales y aproximación de la respuesta lineal para $\xi = 35\%$

De manera análoga a la sección 5.6.3, se obtuvieron los espectros de respuesta de cada registro y el promedio de todos ellos para un amortiguamiento del 35%. Los resultados se muestran en las figuras 20 y 21. A su vez, los cálculos para  $C_L$  se calcularon con el mismo procedimiento de la sección 5.6.3 y las viscosidades se muestran en la Tabla 13. De la misma manera, los desplazamientos obtenidos de los espectros y de los análisis en el tiempo se aprecian en la Tabla 15.



**Figura 20. Espectros de desplazamientos de los sismos de subducción para un amortiguamiento de 35%.**



**Figura 21. Espectros de velocidades relativas de los sismos de subducción para un amortiguamiento de 35%.**

**Tabla 15. Desplazamientos esperados para amortiguamiento de 35%.**

Estructura	$D_{IGL}$ (cm)	$D_{az}$ (cm) ( $D_{IGL} \cdot \Gamma$ )	$D_{LN}$ (cm)
1	0.8	1.0	1.1
2	3.5	4.5	4.8
3	7.6	9.8	10.2
4	14.5	18.8	19.9
5	25.8	33.6	34.6
6	28.7	37.3	39.0

Nomenclatura:  $D_{LN}$  = Desplazamiento obtenido del análisis paso a paso.

#### 5.6.5 Proceso iterativo para definir el amortiguamiento equivalente por igualdad de desplazamientos

El proceso para determinar los valores de  $\varphi$  y  $\nu$  es iterativo. Primero, se supondrá un valor para  $\varphi$  y  $\nu$  tal que, al momento de calcular  $c_{NL}$  con la ecuación (31) y llevar a cabo los análisis paso a paso pertinentes, se obtenga un desplazamiento similar a los mostrados en las tablas 14 y 15. Una vez que la diferencia de desplazamientos entre usar amortiguadores lineales y no lineales sea mínima, se asume que se ha alcanzado un amortiguamiento equivalente. Este procedimiento se debe repetir para distintos valores de  $\alpha$ , distintos periodos de vibración y distintos porcentajes de amortiguamiento. Con los resultados obtenidos se estiman curvas aproximadas que predicen la variación de la relación de fuerzas de amortiguamiento  $\varphi(T, \xi, \alpha)$  así como la variación de  $\nu(T, \xi, \alpha)$  como una función de los parámetros que más influyen en su comportamiento.

#### 5.6.6 Diseño de amortiguadores no lineales para $\zeta = 20\%$

Una vez calculadas las viscosidades lineales adecuadas para una estructura, es posible estimar el amortiguamiento equivalente de un disipador no lineal por medio de la ecuación (29) si se conocen las relaciones de fuerza y velocidad no lineal respectivas. Como la ecuación (29) se definió con base en las diferencias de velocidades de un dispositivo a otro, se asume que dicha diferencia se calcula de la siguiente manera:

$$c_{NL} = \frac{\varphi}{\nu^\alpha} c_L (V_{Laz} \times \phi_{rel,i} \times \cos\theta)^{1-\alpha} \quad (34)$$

En donde  $V_{Laz}$  es la velocidad lineal de la azotea de la estructura y  $\phi_{rel}$  es el desplazamiento modal relativo del nivel  $i$ .

Sin embargo, para una gran variedad de casos, los valores que toma  $\cos\theta^{1-\alpha}$  son muy cercanos a la unidad, por lo que se asume que la ecuación (34) es una aproximación adecuada.

$$c_{NL,i} = \frac{\varphi}{\nu^\alpha} c_L (V_{Laz} \times \phi_{rel,i})^{1-\alpha} \quad (35)$$

Con la finalidad de hacer más sencilla la iteración de los parámetros  $\varphi$  y  $\nu$ , se supondrá que éste último es unitario, debido a que es probable que no exista una diferencia significativa en las velocidades de ambos enfoques si los desplazamientos son similares. Además, en caso de que existiera una diferencia mayor del 10 o 15%, al elevarse a una potencia fraccionaria como se muestra en (35) el valor de  $c_{NL}$  no cambiaría considerablemente. Si el valor de  $c_{NL}$  no cambia demasiado, entonces tampoco lo hará el amortiguamiento de la estructura.

En las secciones siguientes se describe a detalle el procedimiento realizado para llegar a los valores de  $\varphi$  y  $\alpha$  que conducen al amortiguamiento equivalente por desplazamientos. Sólo se hace mención de los resultados detallados de la estructura 1, mientras que después se resumen los resultados de todas las demás. Esto por practicidad.

### Estructura 1

Los resultados de las tablas 16 y 17 muestran que las velocidades en la azotea varían dependiendo del tipo de movimiento sísmico. Debido a que la velocidad es una variable importante para el cálculo de la viscosidad no lineal como se aprecia en (35), es necesario evaluar los movimientos sísmicos por separado. Los resultados de esta estructura se muestran para ambos escenarios.

**Tabla 16. Desplazamientos y velocidades lineales de registros de subducción.**

Registro	Desplazamiento lineal (cm)	Velocidad lineal (cm/s)
1	1.2	6.2
2	1.2	5.5
3	1.2	5.1
4	1.1	4.9
5	1.2	5.7
6	1.2	4.7
7	1.0	4.5
8	1.0	4.7
9	1.0	5.0
10	1.0	5.1
11	1.0	4.8
12	1.3	5.0
13	1.0	4.3
14	0.9	5.2
15	0.9	4.3
16	1.0	4.2
Promedio	1.1	4.9

**Tabla 17. Desplazamientos y velocidades de registros de profundidad intermedia.**

Registro	Desplazamiento lineal (cm)	Velocidad lineal (cm/s)
17	1.0	15.1
18	1.0	11.6
19	1.1	10.8
20	1.1	12.4
21	0.9	12.9
22	1.1	10.5
23	1.0	10.7
24	1.1	13.8
Promedio	1.0	12.2

Las tablas 18 y 19 son los resultados de distintas iteraciones en los análisis paso a paso hasta que los promedios de los desplazamientos obtenidos con amortiguadores no lineales resultaron en una diferencia no mayor al 5% de los desplazamientos con amortiguadores lineales. Nótese también en los últimos dos renglones que además de los exponentes de velocidades, se agregaron los valores de  $\varphi$  supuestos que logran la igualdad de desplazamientos.

**Tabla 18. Viscosidades no lineales y relación de fuerzas utilizadas para sismos de subducción.**

Nivel	$C_{NL}$ (kg·(s/cm) <sup><math>\alpha</math></sup> )	$C_{NL}$ (kg·(s/cm) <sup><math>\alpha</math></sup> )	$C_{NL}$ (kg·(s/cm) <sup><math>\alpha</math></sup> )	$C_{NL}$ (kg·(s/cm) <sup><math>\alpha</math></sup> )
1	304	303	313	447
2	565	510	462	661
3	550	499	455	649
$\varphi$	0.27	0.27	0.28	0.40
$\alpha$	0.05	0.20	0.40	0.40



**Tabla 19. Viscosidades no lineales y relación de fuerzas utilizadas para sismos de profundidad intermedia.**

Nivel	$C_{NL}$ (kg·(s/cm) <sup>α</sup> )	$C_{NL}$ (kg·(s/cm) <sup>α</sup> )	$C_{NL}$ (kg·(s/cm) <sup>α</sup> )	$C_{NL}$ (kg·(s/cm) <sup>α</sup> )
1	1475	1444	1449	1342
2	2737	2432	2141	1631
3	2664	2377	2105	1617
φ	0.55	0.62	0.75	0.92
α	0.05	0.20	0.40	0.70

En las tablas 20 y 21 se puede apreciar que se ha logrado la igualdad de desplazamientos para todos los registros sísmicos (subducción y profundidad intermedia). Asimismo, se puede notar que las relaciones de fuerzas de amortiguamiento  $\phi$  supuestas varían para cada tipo de sismo, requiriendo más fuerza de amortiguamiento para los registros de profundidad intermedia. Esto se debe a lo mostrado en la Figura 15, donde se aprecia que los movimientos de profundidad intermedia exigen mayores fuerzas a las estructuras de periodo corto. Es interesante observar que ambos tipos de registros generan valores similares en desplazamientos, pero requieren de diferentes fuerzas de amortiguamiento para lograrlo. Es evidente que, para el caso de suelos blandos, no es posible lograr un control de desplazamientos si no se toma en cuenta la sismicidad de la región.

**Tabla 20. Desplazamientos promedio para registros de subducción de la estructura 1.**

Desplazamiento (cm)					
Registro	Lineal	No lineal $\alpha = 0.05$	No Lineal $\alpha = 0.20$	No Lineal $\alpha = 0.40$	No Lineal $\alpha = 0.70$
1	1.2	1.2	1.2	1.1	1.1
2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2
3	1.2	1.1	1.1	1.1	1.1
4	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1
5	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2
6	1.2	1.1	1.1	1.2	1.2
7	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
8	1.0	1.1	1.1	1.1	1.1
9	1.0	1.0	1.0	1.0	1.1
10	1.0	1.4	1.1	1.1	1.1
11	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
12	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3
13	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
14	0.9	1.0	1.0	1.0	1.0
15	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9
16	1.0	1.0	0.9	0.9	1.0
Promedio	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1
$\phi$ Prop.	-	0.27	0.27	0.28	0.40

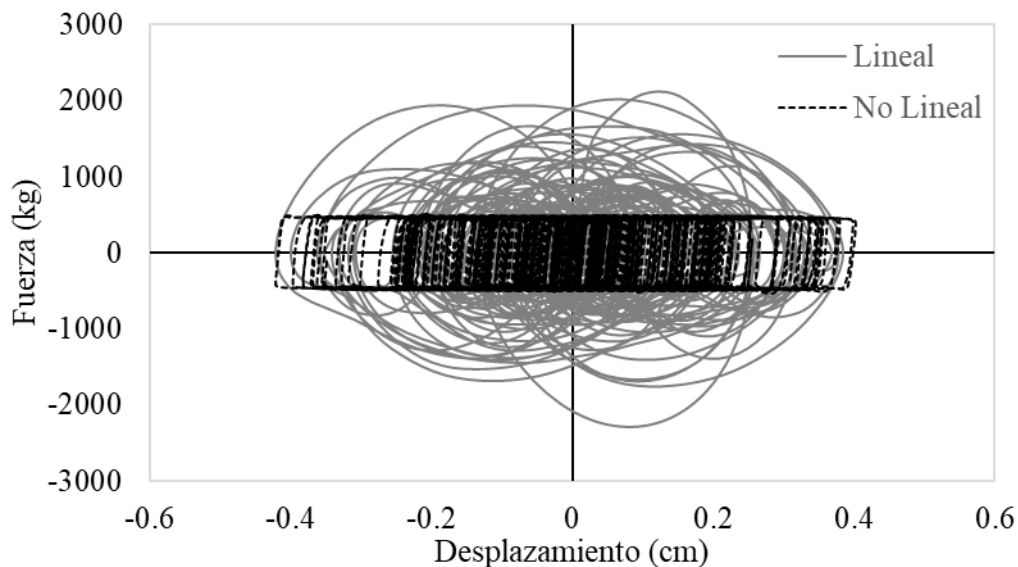
**Tabla 21. Desplazamientos promedio para registros de profundidad intermedia de la estructura 1.**

Desplazamiento (cm)					
Registro	Lineal	No lineal $\alpha = 0.05$	No Lineal $\alpha = 0.20$	No Lineal $\alpha = 0.40$	No Lineal $\alpha = 0.70$
17	1.0	1.0	1.0	0.9	0.9
18	1.0	0.9	0.9	0.9	0.9
19	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1
20	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1
21	0.9	1.0	1.0	1.0	0.9
22	1.1	1.0	1.1	1.0	1.0
23	1.0	1.0	0.9	0.9	0.9
24	1.1	1.3	1.2	1.1	1.1
Promedio	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
$\phi$ Prop.	-	0.55	0.62	0.75	0.92

Hasta ahora,  $\varphi$  y  $v$  son sólo valores supuestos que se introducen en la ecuación (35) para el cálculo de las viscosidades no lineales. Es posible evaluar el significado físico de estas dos variables si se profundiza en los resultados de los análisis paso a paso. Para ello se compararán las fuerzas de amortiguamiento y velocidades supuestas con las obtenidas del análisis.

Para llevar a cabo esta comparación, se pueden tomar las histéresis del amortiguador situado en el entrepiso con las mayores distorsiones, ya que, al tener un mayor desplazamiento relativo, es de esperarse que las fuerzas de amortiguamiento sean mayores.

La Figura 22 muestra la histéresis de un amortiguador para un registro sísmico de subducción. La fuerza se grafica en kg y el desplazamiento en cm. En gris se ha trazado la histéresis del amortiguador lineal y en negro con línea discontinua la histéresis del amortiguador no lineal. Al leer las ordenadas máximas en fuerzas de cada tipo de amortiguador se puede calcular  $\varphi$  y ver si existe algún parecido con los valores estimados o, si no hay similitud al menos discutir las posibles razones detrás de los resultados. Al repetir este proceso para todos los registros utilizados y promediar todos los valores obtenidos, se puede recalculer  $\varphi$  y compararlo con el valor supuesto.



**Figura 22. Histéresis de los amortiguadores para  $\xi = 20\%$  y  $\alpha = 0.05$ .**

Las tablas 22 y 23 muestran los resultados de las fuerzas máximas entre amortiguadores lineales y no lineales tanto para registros de subducción y de profundidad intermedia. En el último renglón se muestra el valor promedio de la relación de fuerzas,  $\varphi$ . En ambos casos se muestra una gran similitud entre los valores de  $\varphi$  propuestos con los obtenidos en los análisis, siendo los registros de subducción los que muestran más similitud. Aun así, se concluye que los resultados de las tablas 22 y 23 validan la veracidad de la ecuación (35) desarrollada en esta investigación.

**Tabla 22. Fuerzas de amortiguamiento para registros de subducción.**

Fuerzas de Amortiguamiento (kg)					
Registro	Lineal	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.20$	$\alpha = 0.40$	$\alpha = 0.70$
1	2279	499	544	609	967
2	2002	490	499	520	752
3	1848	488	487	494	693
4	1781	487	490	497	689
5	2087	489	503	517	737
6	1717	485	482	474	634
7	1645	482	476	463	615
8	1702	489	490	497	689
9	1763	491	505	533	756
10	1847	500	500	525	764
11	1739	492	517	545	779
12	1830	489	484	484	674
13	1564	486	478	471	630
14	1907	493	504	534	782
15	1580	484	473	461	614
16	1548	484	477	468	628
Promedio	1802	489	494	506	713
$\varphi$	-	0.27	0.27	0.28	0.40
$\varphi$ Prop.	-	0.27	0.27	0.28	0.40

**Tabla 23. Fuerzas de amortiguamiento para registros de profundidad intermedia.**

Fuerzas de Amortiguamiento (kg)					
Registro	Lineal	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.20$	$\alpha = 0.40$	$\alpha = 0.70$
17	5587	2657	3058	3786	4803
18	4255	2619	2864	3315	3929
19	3968	2628	2892	3290	3770
20	4534	2632	2930	3438	4135
21	4744	2646	3005	3646	4442
22	3891	2594	2776	3130	3553
23	3891	2617	2841	3256	3722
24	5054	2669	3085	3757	4577
Promedio	4491	2633	2931	3452	4116
$\varphi$	-	0.59	0.65	0.77	0.92
$\varphi$ Prop.	-	0.55	0.62	0.75	0.92

De manera análoga, es posible comparar los resultados de ambos análisis leyendo las velocidades de la azotea de todos los modelos para cada registro y promediar los resultados con la finalidad de estimar la relación de velocidades  $v$ .

Las tablas 24 y 25 muestran, en las dos últimas filas que las relaciones de velocidad tienden a valores cercanos a la unidad. Como se mencionó anteriormente, si la variación de la velocidad es ligeramente distinta a la unidad, es probable que no afecte en el cálculo de las viscosidades no lineales, por lo que los resultados no son alarmantes. Se aprecia que algunos valores se alejan bastante de la unidad, como es el caso de los registros de subducción. Sin embargo, en el cálculo de las viscosidades no lineales, la relación de velocidades se eleva a la potencia  $\alpha$ , lo que contribuye a que este parámetro se acerque más a la unidad.

**Tabla 24. Velocidades de azotea de registros de subducción.**

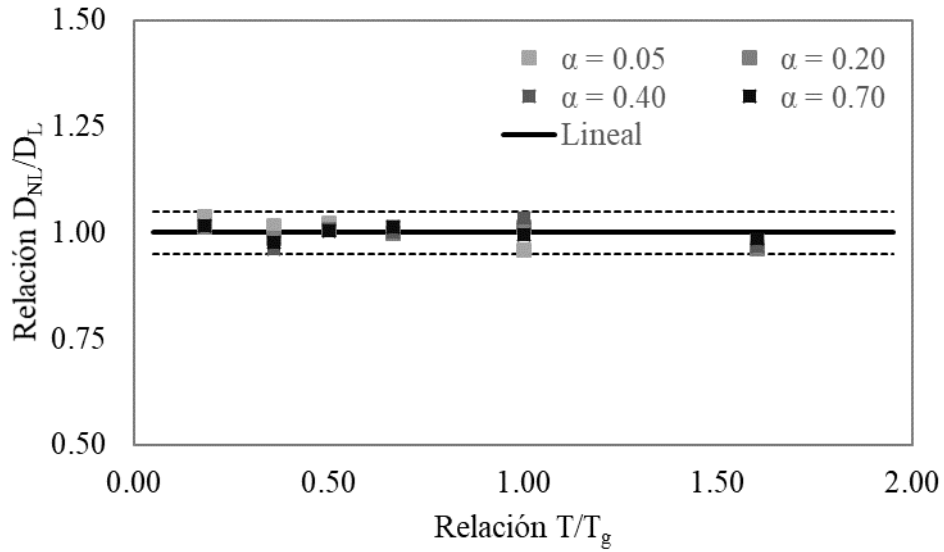
Registro	Velocidades (cm/s)				
	Lineal	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.20$	$\alpha = 0.40$	$\alpha = 0.70$
1	6.2	10.1	9.6	9.4	8.8
2	5.5	6.6	6.2	6.4	6.2
3	5.1	5.6	5.5	5.5	5.5
4	4.9	5.9	5.7	5.7	5.4
5	5.7	6.4	6.4	6.2	6.0
6	4.7	5.3	5.2	5.0	4.8
7	4.5	4.9	4.8	4.7	4.6
8	4.7	5.9	5.6	5.7	5.4
9	5.0	7.1	6.6	6.6	6.2
10	5.1	10.2	6.3	6.5	6.3
11	4.8	7.2	6.9	6.9	6.6
12	5.0	5.1	5.3	5.3	5.3
13	4.3	5.0	5.0	5.0	4.8
14	5.2	7.1	6.6	6.8	6.5
15	4.3	4.5	4.7	4.7	4.6
16	4.2	5.3	4.9	4.9	4.8
Promedio	4.9	6.4	5.9	6.0	5.7
$v$	-	1.29	1.21	1.21	1.16
$v^\alpha$	-	1.01	1.04	1.07	1.14

**Tabla 25. Velocidades de azotea de registros de profundidad intermedia.**

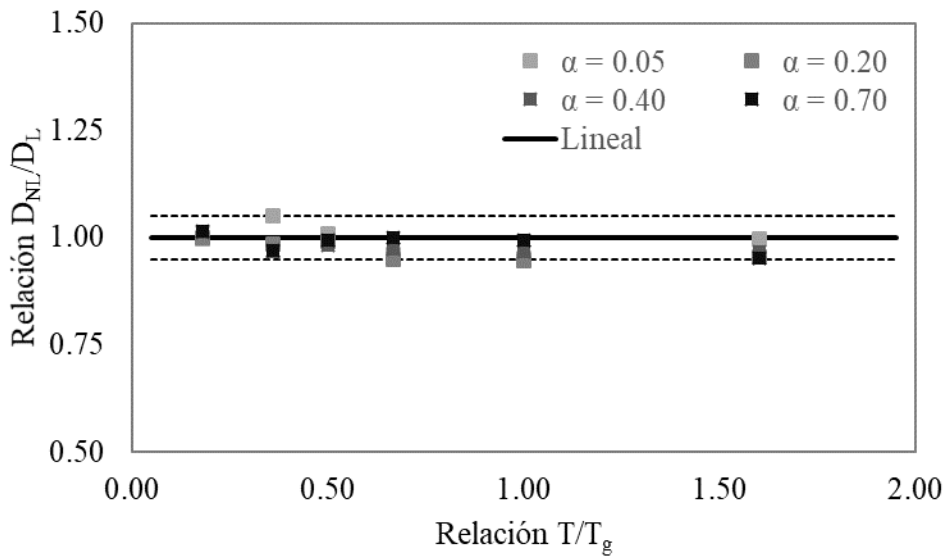
Registro	Velocidades (cm/s)				
	Lineal	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.20$	$\alpha = 0.40$	$\alpha = 0.70$
17	15.1	15.6	15.5	15.1	14.9
18	11.6	12.1	11.4	10.9	11.2
19	10.8	11.3	10.9	10.5	10.7
20	12.4	13.1	12.6	11.9	12.1
21	12.9	14.4	14.3	14.0	13.7
22	10.5	9.1	9.2	9.2	9.6
23	10.7	10.9	10.9	10.5	10.4
24	13.8	17.5	16.4	14.9	14.0
Promedio	12.2	13.0	12.6	12.1	12.1
$v$	-	1.06	1.03	0.99	0.99
$v^\alpha$	-	1.00	1.01	1.00	0.99

El procedimiento de diseño mostrado anteriormente se repitió para las otras cinco estructuras estudiadas y para cada valor de amortiguamiento. Se tiene entonces que este proceso se debe llevar a cabo 12 veces en total. En lo posterior se mostrarán resultados resumidos para fines prácticos.

Las figuras 23 y 24 muestran, a manera de resumen, las relaciones de desplazamientos después de llevar a cabo los múltiples análisis paso a paso hasta que las diferencias de desplazamiento cumplieran con la tolerancia establecida (5%). Es obvio que los enfoques de equilibrio energético no logran este margen de error tan reducido. En los siguientes capítulos se comentan más a fondo los resultados obtenidos a manera de discusión. También, se comentan las ventajas y desventajas de utilizar este enfoque y las diferencias de este enfoque en términos de fuerza de amortiguamiento y velocidades con respecto del enfoque tradicional.



**Figura 23. Relaciones de desplazamiento para  $\xi = 20\%$ .**



**Figura 24. Relaciones de desplazamiento para  $\xi = 35\%$ .**

## 6. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Los resultados mostrados en el capítulo 5 tienen la única finalidad de lograr que los desplazamientos en la azotea de estructuras equipadas con amortiguadores no lineales sean similares a los obtenidos por la misma estructura con amortiguadores lineales. Las figuras 23 y 24 muestran las relaciones de desplazamientos de los análisis paso a paso, pero en este capítulo se muestran algunas comparaciones más del enfoque propuesto en esta investigación con respecto al amortiguamiento lineal.

### 6.1 Comparación en fuerzas de amortiguamiento

En las figuras 25 y 26 se muestran los valores que toma  $\varphi$  en el eje vertical y los periodos normalizados contra el periodo del suelo en el eje horizontal. Para efectos de visualizar mejor alguna tendencia se han unido los puntos trazando líneas suavizadas. Se comprueba que se siguen requiriendo fuerzas menores de amortiguamiento mediante el enfoque de igualdad de desplazamientos hasta una zona de aproximadamente  $T/T_g \approx 1.3$ , en donde la tendencia se invierte.

Para estructuras con  $T/T_g > 1.3$ , se aprecia que las fuerzas de amortiguamiento no lineales sobrepasan las lineales. En el enfoque energético la tendencia que se invierte es la relación de desplazamientos, aproximadamente en el mismo valor de  $T/T_g$ . Es evidente que el amortiguamiento para estructuras flexibles ( $T/T_g \approx 1.3$ ) es un tema complejo, ya que el enfoque energético controla fuerzas de amortiguamiento en dicha relación de periodos, pero permite mayores desplazamientos mientras que este enfoque controla los desplazamientos al incrementar las fuerzas de amortiguamiento. En algunas ocasiones esto no es recomendable, pero es posible comentar algunos aspectos positivos, los cuales se abordarán en la sección de comentarios y recomendaciones.



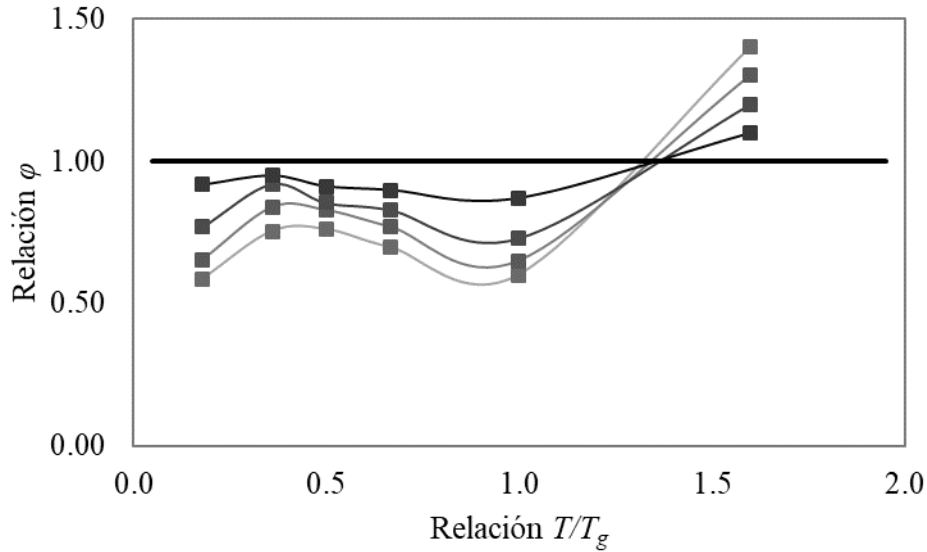


Figura 25. Valores de  $\varphi$  para  $\xi = 20\%$ .

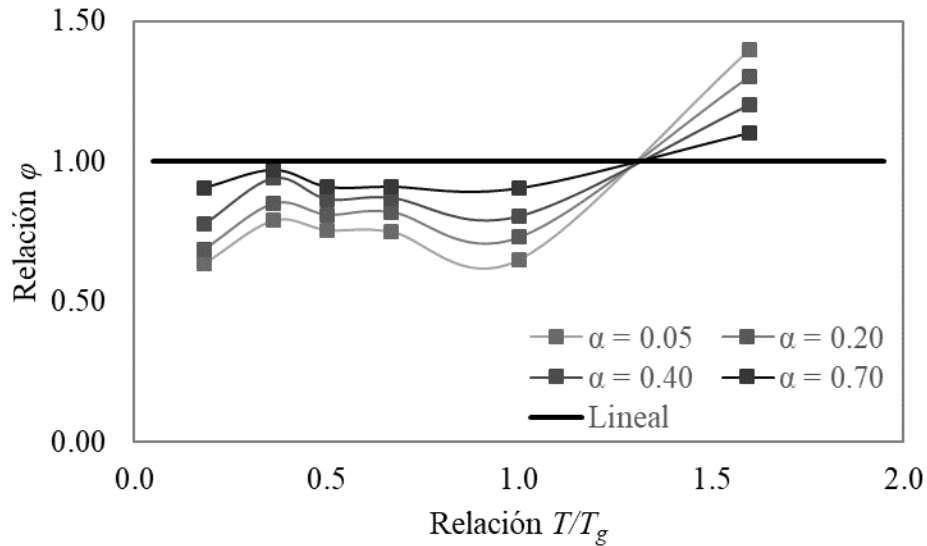


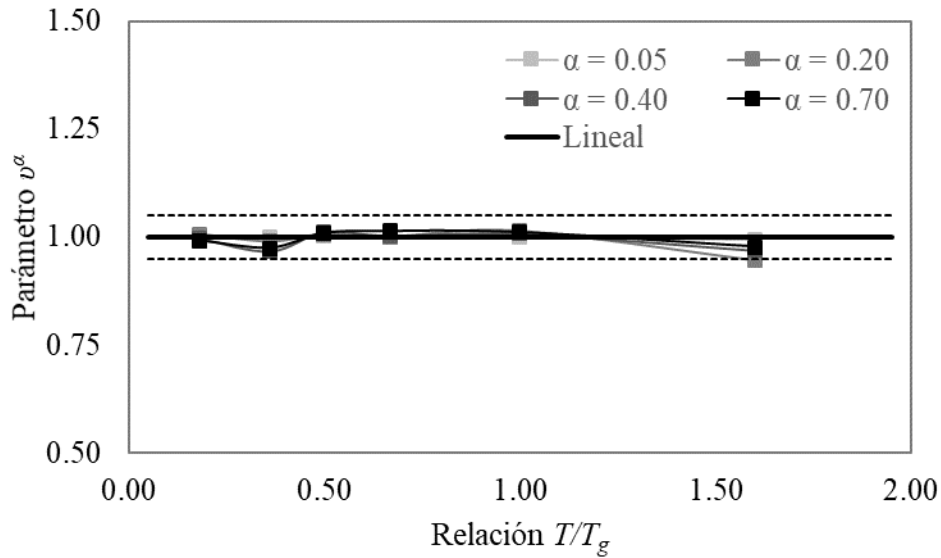
Figura 26. Valores de  $\varphi$  para  $\xi = 35\%$ .

## 6.2 Comparación de velocidades

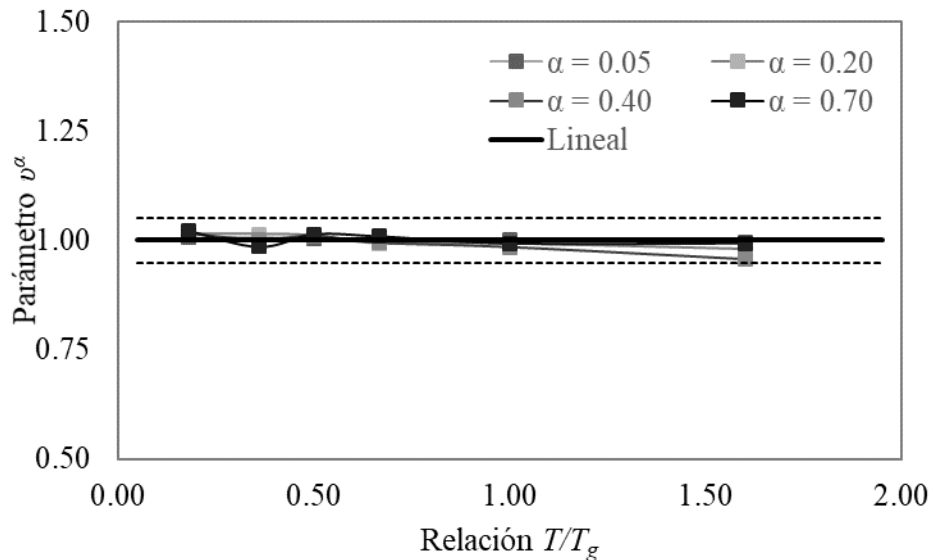
En las figuras 27 y 28 se presenta el valor de la relación de velocidades,  $v$  elevada a la potencia  $\alpha$ . La razón por la que se muestra  $v^\alpha$  en dichas figuras es porque este parámetro es inversamente proporcional a la viscosidad lineal y se ha supuesto igual a la unidad. Aunque la relación de velocidades se alejan de la unidad en múltiples ocasiones, se observa que suponer  $v^\alpha = 1.0$  es aceptable para fines de esta investigación.

La razón por la que asumir  $v^\alpha = 1.0$  funciona se debe a una combinación entre la respuesta no lineal de los amortiguadores y el exponente de velocidad  $\alpha$ . Para valores pequeños de  $\alpha$  las velocidades no lineales difieren de manera importante con respecto de las lineales (tablas 24 y 25).

Sin embargo, al elevarse a una potencia pequeña, la relación de velocidades se vuelve prácticamente uno. Para valores de  $\alpha$  cercanos a la unidad, la relación de velocidades ya es cercana a uno, por lo que al elevarse a una potencia fraccionaria,  $v^\alpha$  se convierte en uno. Este fenómeno está presente para todas las estructuras estudiadas en esta investigación y se refleja en las figuras 27 y 28.



**Figura 27. Parámetro  $v^\alpha$  para  $\xi = 20\%$ .**

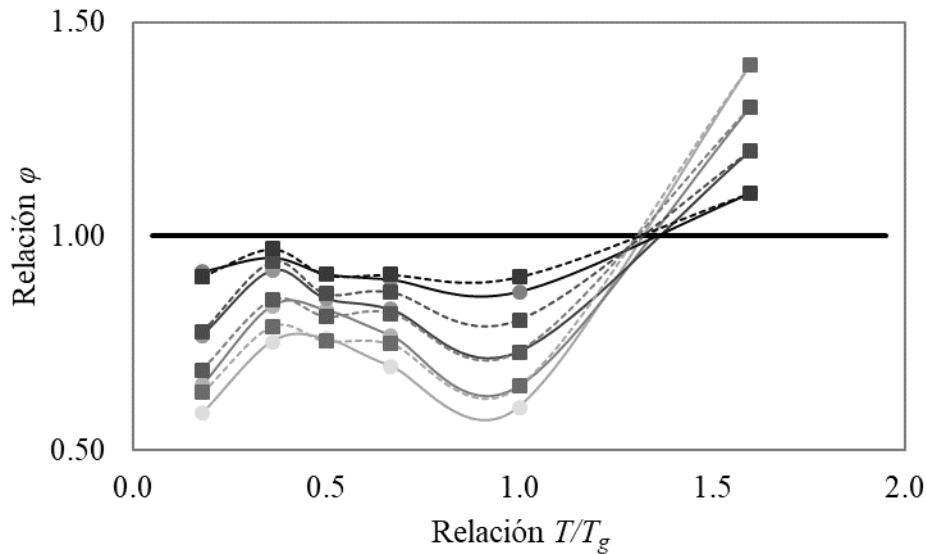


**Figura 28. Parámetro  $v^\alpha$  para  $\xi = 35\%$ .**

### 6.3 Efecto del porcentaje de amortiguamiento seleccionado

Es de interés saber si las relaciones de fuerza de amortiguamiento  $\varphi$  tienen un cambio importante al pasar de 20 a 35% de amortiguamiento, como se realizó en este estudio. Si se sobreponen las figuras 25 y 26, se puede observar la diferencia de los valores obtenidos de  $\varphi$  para cada valor de amortiguamiento.

En la Figura 29 se muestran en líneas discontinuas los valores de  $\varphi$  utilizados para un 20% de amortiguamiento equivalente, mientras que con líneas continuas se muestran los valores de  $\varphi$  correspondientes a un 35%. Si bien en términos generales, el incremento en el amortiguamiento conlleva a un incremento en  $\varphi$ , dichos incrementos no parecen ser significativos. Entonces, es posible proponer una misma ecuación para ambos valores de amortiguamiento para simplificar el proceso de diseño. Esta decisión se toma porque se aprecia cercanía en todos los análisis realizados.

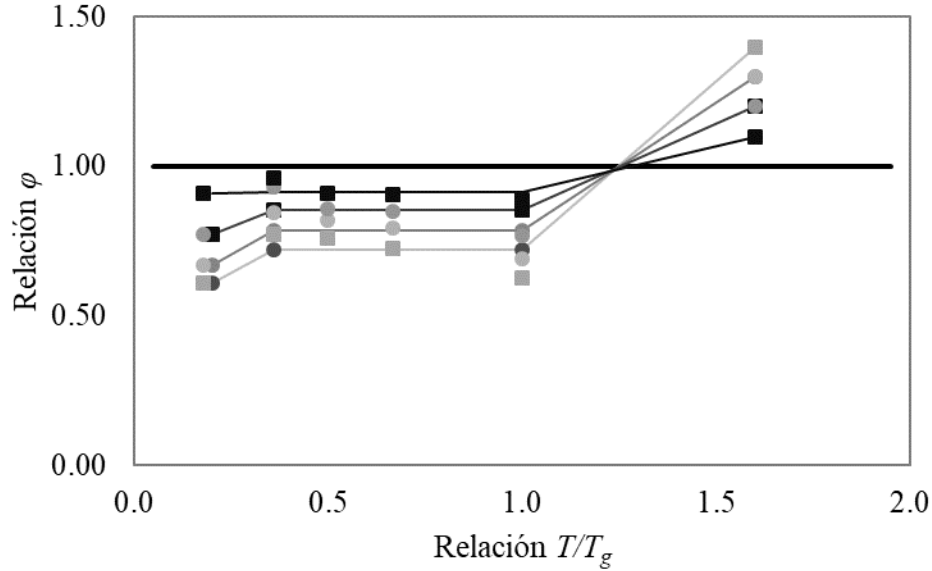


**Figura 29. Influencia del amortiguamiento en el parámetro  $\varphi$ .**

Por último, para sentar las bases de la metodología de diseño, es necesario estimar ecuaciones que aproximen el valor de  $\varphi$  conforme a lo mostrado en las figuras 30, 31 y 36. Se ha demostrado que al conocer el valor de  $\varphi$  y suponer  $\nu = 1$ , es posible utilizar la ecuación (35) para obtener las viscosidades de cada disipador. Es así como se obtiene un amortiguamiento equivalente por igualdad de desplazamientos.

### 6.4 Cálculo del parámetro $\varphi$

Se propone una aproximación tri-lineal de los resultados obtenidos en la Figura 29, de manera que se obtienen las líneas de tendencia de la Figura 30.



**Figura 30.** Aproximación de  $\varphi$  para  $\xi = 20\%$  y  $35\%$ .

Las líneas de tendencia de  $\varphi$  son:

$$\varphi = \begin{cases} \frac{m_1 T}{T_g} + b_1 & \text{para } \frac{T}{T_g} < 0.36 \\ \frac{m_2 T}{T_g} + b_2 & \text{para } 0.36 < \frac{T}{T_g} < 1.0 \\ \frac{m_3 T}{T_g} + b_3 & \text{para } \frac{T}{T_g} > 1.0 \end{cases} \quad (36)$$

donde los valores de  $m_n$  y  $b_n$  se obtuvieron por regresión lineal como función de  $\alpha$ . Éstos se enlistan en la Tabla 26.

**Tabla 26.** Parámetros para el cálculo de  $\varphi$ .

Parámetros	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.20$	$\alpha = 0.40$	$\alpha = 0.70$
$b_1$	0.475	0.525	0.674	0.906
$b_2$	0.720	0.787	0.852	0.916
$b_3$	-0.414	-0.068	0.272	0.608
$m_1$	0.681	0.728	0.494	0.026
$m_2$	0.000	0.000	0.000	0.000
$m_3$	1.134	0.855	0.580	0.307

## 7. PROPUESTA DE METODOLOGÍA DE DISEÑO

Se plantea una metodología de diseño para estructuras equipadas con amortiguadores no lineales que controla con mayor precisión los desplazamientos laterales de la estructura. La metodología se compone de los siguientes pasos:

1. Calcular el periodo fundamental de vibrar de la estructura,  $T$ .
2. De acuerdo al sitio donde se desplanta la estructura, obtener el periodo dominante del suelo  $T_g$ .
3. Para el periodo estructural,  $T$ , y mediante un espectro de respuesta lineal, elegir un porcentaje de amortiguamiento viscoso tal que el desplazamiento en la azotea de la estructura garantice un comportamiento elástico o con distorsiones de entrepiso menores a 1%.
4. Calcular, mediante la ecuación (17), la viscosidad lineal  $c_L$  requerida para los disipadores para alcanzar el porcentaje de amortiguamiento requerido.
5. Una vez obtenido  $c_L$  y  $T/T_g$ , seleccionar un valor de  $\alpha$  preferido (ej. 0.40).
6. Mediante un espectro de velocidades lineales, obtener  $V_L = \Gamma v_{esp}$  (donde  $v_{esp}$  es la velocidad leída de los espectros de respuesta). También, es posible obtener  $V_L$  de un análisis en el tiempo con amortiguamiento lineal.
7. Leer de la Tabla 25 los parámetros  $b_n$  y  $m_n$ , necesarios para calcular  $\varphi$ . Suponer, posteriormente  $\nu = 1$ .
8. Calcular  $c_{NL}$  sustituyendo en (35) los valores calculados en los pasos anteriores.
9. Llevar análisis dinámico no lineal.
10. Si la respuesta es aceptable termina el proceso, de lo contrario actualice los valores de  $\varphi$  y repita los pasos 8 a 10.

En el empleo de esta metodología hay algunos aspectos importantes que destacar:

**Paso 1: Cálculo del periodo de la estructura.** En múltiples ocasiones este dato se puede obtener del modelo matemático utilizado en un inicio. Esto depende de qué tantos detalles se incluyan en la modelación, principalmente en lo que compete a masa y rigidez de la estructura.

**Paso 2: Obtención del periodo dominante del suelo  $T_g$ .** Esta variable depende únicamente de las condiciones del suelo. Cuando se diseña en la Ciudad de México, el periodo del suelo se puede estimar de la información del sitio obtenida por SASID (2020). Por lo que, de conocer el sitio de la edificación, se puede conocer el periodo dominante del suelo.

**Paso 3: Selección del porcentaje de amortiguamiento.** El porcentaje de amortiguamiento se puede seleccionar al graficar los espectros de desplazamiento promedio de los movimientos sísmicos seleccionados para el diseño de la estructura. Este procedimiento se mostró en las figuras 18 y 20, en donde se muestran los espectros para 20 y 35% de amortiguamiento. Posteriormente, el desplazamiento obtenido deberá compararse con el desplazamiento objetivo, el cual se puede

estimar arbitrariamente o relacionarlo a una distorsión de entrepiso conocida. Es importante ser congruentes con los desplazamientos, ya que el desplazamiento de los espectros no coincide con el desplazamiento de la azotea de las estructuras en la mayoría de las ocasiones. Para esos casos, los desplazamientos de los espectros deben multiplicarse por  $\Gamma$ .

**Paso 4: Cálculo de la viscosidad lineal  $C_L$ .** Para calcular la viscosidad se recomienda el proceso mostrado en el capítulo 5, en donde se detallan los pasos requeridos para la obtención de esta variable.

**Paso 5: Selección del exponente  $\alpha$ .** La elección de  $\alpha$  puede variar dependiendo desde qué punto de vista se aprecie. Por ejemplo, bajo el punto de vista estructural se limitaría a utilizar valores pequeños, cercanos a 0.05. Sin embargo, la selección de este parámetro también puede estar relacionada al costo de fabricación de los amortiguadores. Además de ello, es importante mencionar que entre más pequeño es el valor de  $\alpha$ , más aumenta la respuesta no lineal del amortiguamiento, y con ello aumenta la dispersión de los desplazamientos.

**Paso 6: Obtención de la velocidad lineal.** Anteriormente se sugirió que  $V_L$  se obtenga de un espectro para posteriormente multiplicarse por  $\Gamma$ . Sin embargo, una buena práctica sería emplear un análisis en el tiempo con amortiguamiento lineal para obtener velocidades de azotea. Entre más certidumbre se tenga sobre la velocidad de la estructura, más confiables serán los valores de  $C_{NL}$ . Por lo que se recomienda llevar a cabo un análisis en el tiempo de la estructura para la determinación de las velocidades lineales de azotea cuando sea posible.

**Paso 7: Obtención de los parámetros  $b_n$  y  $m_n$  para el cálculo de  $\phi$  y  $v$ .** Una vez que se conoce la relación  $T/T_g$ , se debe leer de las ecuaciones (36) y la tabla 26, en qué zona de las aproximaciones tri-lineales se encuentra la estructura y con ello obtener de la tabla 26 los valores pertinentes para calcular  $\phi$  con las ecuaciones (36). El valor de  $v$  se supone igual a la unidad en todos los casos.

**Paso 8: Cálculo de las viscosidades no lineales  $C_{NL}$ .** Bajo este enfoque, las viscosidades variarán en cada nivel debido a que se obtendrán desplazamientos modales relativos en cada nivel.

**Paso 9: Llevar a cabo el análisis dinámico no lineal de la estructura.** Este paso tiene la intención de comprobar las hipótesis realizadas desde un inicio. Si los pasos anteriores se llevaron a cabo adecuadamente, los desplazamientos obtenidos por el análisis computacional y los espectros de respuesta (afectados por  $\Gamma$ ) deben de ser similares.

**Paso 10: Criterios de aceptación.** Este paso depende de la interpretación de los resultados y del grado de refinamiento que se requiera en los mismos. Es posible que los desplazamientos no sean iguales debido a la complejidad que esta variable representa cuando el amortiguamiento se provee de manera no lineal. Se recomienda siempre comparar ambos enfoques de amortiguamiento para tomar una mejor decisión con base en las diferencias obtenidas.

Por último, a manera de resumen se muestra la Figura 31, la cual explica la metodología mediante un diagrama de flujo para facilitar el entendimiento de la metodología de diseño.

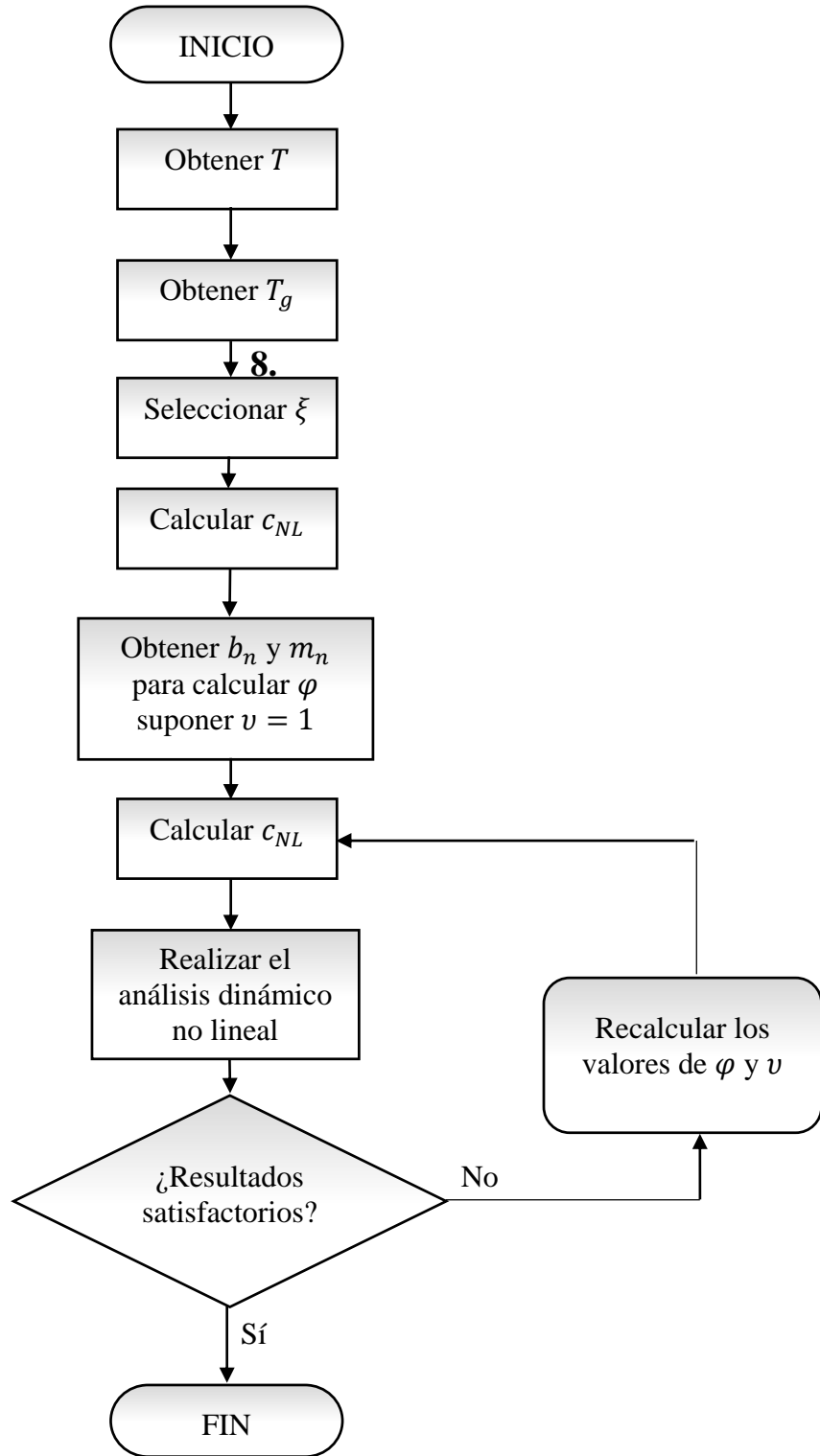


Figura. 31. Diagrama de flujo para metodología de diseño.

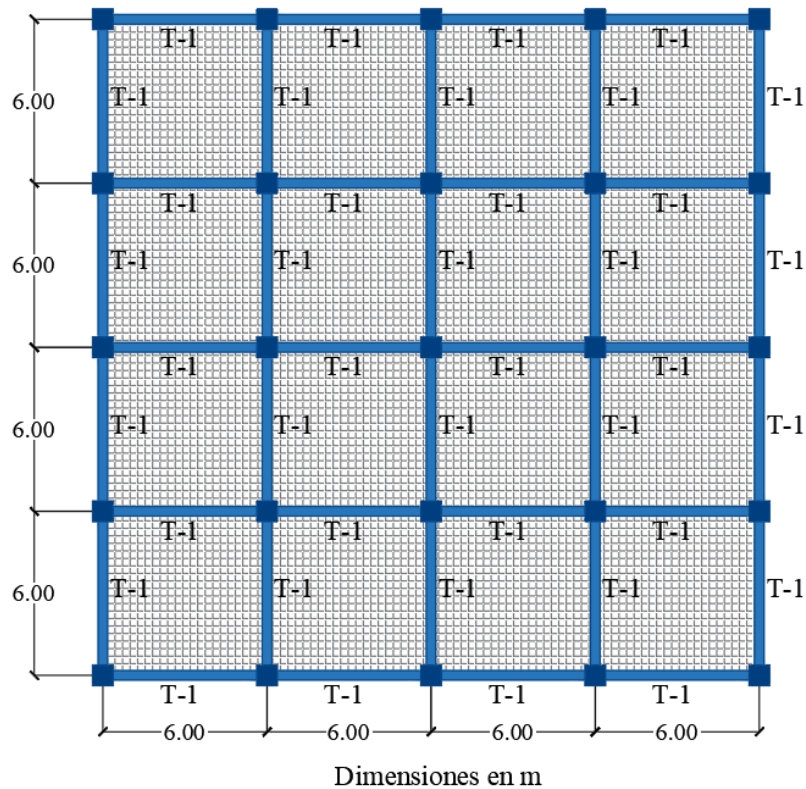
## 8. EJEMPLO DE APLICACIÓN

### 8.1 Introducción

Con la finalidad de ilustrar la metodología propuesta, se realiza un ejemplo de diseño de una estructura equipada con amortiguadores no lineales. Se compararán los resultados de los enfoques de Lin y Chopra (2002) y el propuesto en esta investigación. Además, los resultados de ambos enfoques se compararán también con los obtenidos al diseñar amortiguadores lineales. Las variables a considerar en este estudio serán desplazamientos, distorsiones de entrepiso y fuerzas de amortiguamiento.

### 8.2 Caso de estudio

La estructura que se estudia en esta ocasión se compone a base de marcos de concreto reforzado. La Figura 32 muestra la planta típica del caso de estudio. Tanto la dirección  $X$  como la dirección  $Y$  tienen cuatro crujeas de 6.0 m de longitud cada una. El edificio cuenta con 7 niveles de 3.5 m de altura cada uno, teniendo en total una altura de 24.5 m.

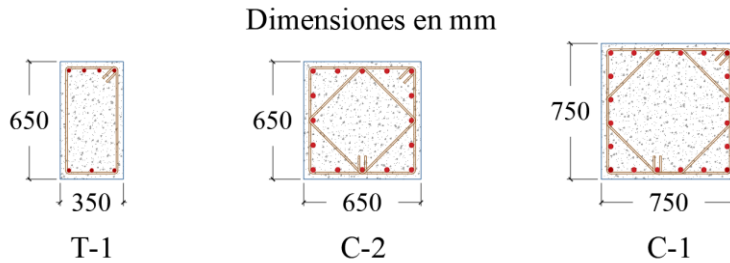


**Figura 32. Planta típica del caso de estudio.**

La Figura 33 muestra las secciones utilizadas para este modelo. Se tienen dos secciones de columnas C-1 y C-2 de 75x75 cm y de 65x65 cm, respectivamente. Se tiene una sola sección de trabe T-1 con dimensiones de 35 de base por 65 cm de peralte. Cabe destacar que la sección C-1

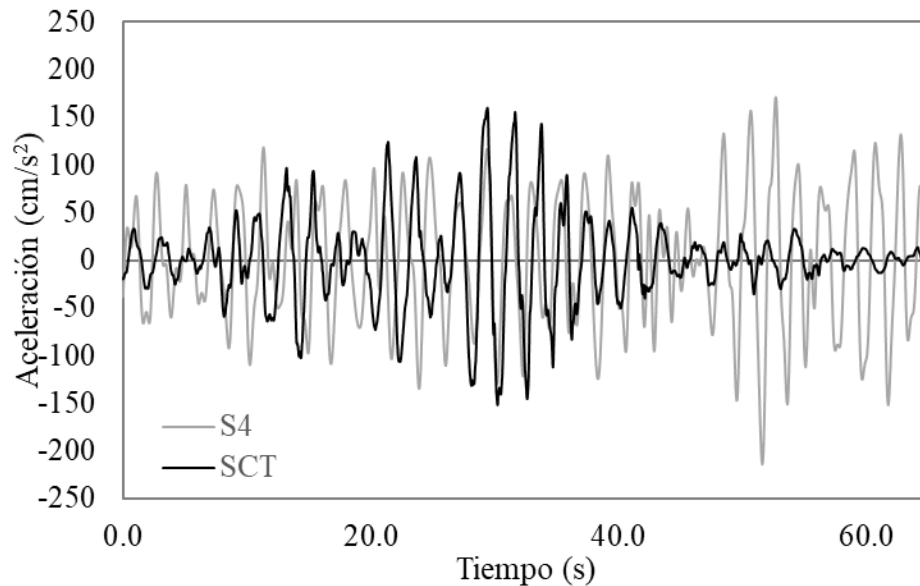


está presente en los primeros dos niveles de la estructura mientras que la C-2 está presente en el resto de los niveles.



**Figura 33. Secciones utilizadas en el caso de estudio.**

Para efectos de evaluar la metodología, se utilizaron dos parejas de acelerogramas. El primero movimiento corresponde al sismo de Ciudad de México de 1985 capturado en la estación de la SCT, ya que se conoce que el periodo de vibración de este movimiento es de aproximadamente 2.0 s. La segunda pareja de acelerogramas son registros de Subducción utilizados en este estudio. Se utilizó la cuarta pareja ya que fue de los registros que indujeron mayor desplazamiento a las estructuras analizadas en el capítulo 5. Este registro tiene un periodo dominante de 2.2 s. En la Figura 34 se muestran sólo las componentes EO del registro de la SCT y la componente en la dirección X del registro considerado (referido en adelante como S4). Sus ordenadas de aceleración máxima son 160 y 214  $\text{cm/s}^2$ , respectivamente.



**Figura 34. Registros de aceleraciones para el caso de estudio.**

### 8.3 Desarrollo de la metodología de diseño

#### *Paso 1: Cálculo del periodo de la estructura*

Debido a la estructuración presente y las condiciones mostradas en la sección anterior, los periodos de vibración en ambos sentidos coinciden y son iguales a  $T = 1.16$  s. Con este periodo de vibrar se obtiene un porcentaje de amortiguamiento que permita a la estructura presentar distorsiones de entrepiso menores o muy cercanas a 1%.

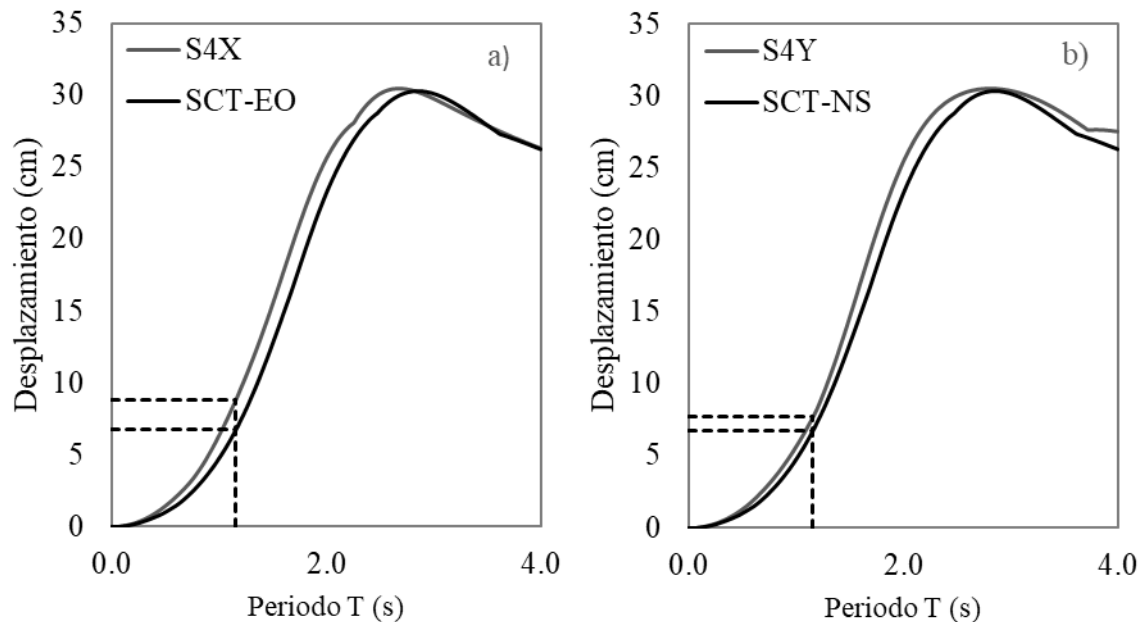
#### *Paso 2: Obtención del periodo del suelo $T_g$*

Volviendo a la Figura 34, se conoce de antemano que los movimientos sísmicos tienen un periodo fundamental de vibrar de 2.0 s, por lo que la relación  $T/T_g$  es de 0.58.

#### *Paso 3: Selección del porcentaje de amortiguamiento*

En las Figura 35 se ilustran los espectros de desplazamiento para las dos parejas de acelerogramas utilizados. Se grafica en el eje horizontal el periodo de la estructura en segundos y el desplazamiento en el eje vertical medido en cm.

Se observa que para un amortiguamiento del 35% el desplazamiento de los espectros en la dirección X es de 8.81 cm para el registro S4 mientras que para SCT se lee un desplazamiento de 6.74 cm. Asimismo, los desplazamientos en la dirección Y son de 7.68 y 6.73 cm, para los registros S4 y SCT, respectivamente. Suponiendo un factor de participación modal de aproximadamente 1.3, se esperaría un desplazamiento en la azotea de 10.1 cm en la dirección X y de 9.37 cm en la dirección Y.



**Figura 35. Espectro de desplazamientos para  $\xi = 35\%$ , a) Desplazamiento en la dirección X, b) Desplazamiento en la dirección Y.**

Con los desplazamientos obtenidos, es posible estimar de manera aproximada si las distorsiones de entrepiso quedarán por debajo de un límite elástico. De acuerdo con Cecen (1979) y Miranda (1999), el desplazamiento relacionado con la distorsión máxima de entrepiso se da mediante la siguiente ecuación:

$$d_r = 1.5D_r \quad (37)$$

En donde  $D_r$  representa el desplazamiento en la azotea y  $d_r$  el desplazamiento asociado a la distorsión máxima. Si el edificio de este ejemplo tiene una altura total de 24.5 m, entonces una distorsión promedio de 1% conduce a un desplazamiento en la azotea de 24.5 cm. Sin embargo, las distorsiones no se distribuyen uniformemente. Para ello es conveniente dividir este desplazamiento entre el factor mostrado en la ecuación (37) y con ello se obtendría el desplazamiento en la azotea máximo que permita distorsiones no máximas del 1%. En ocasiones es más conveniente convertir estos desplazamientos en sus equivalentes para un oscilador de un grado de libertad. Esto se logra de la siguiente manera:

$$d_{1GL} = \frac{d_{1\%}}{1.5\Gamma} \quad (38)$$

Donde  $d_{1GL}$  y  $d_{1\%}$  representan el desplazamiento tomado del espectro de un grado de libertad y el desplazamiento correspondiente al 1% de distorsión, respectivamente. La ecuación (36) involucra tanto el factor de participación modal como el factor propuesto por Cecen (1979) y Miranda (1999) para tomar en cuenta la distorsión máxima. Si consideramos un desplazamiento de 24.5 cm en la azotea, el desplazamiento equivalente objetivo que se debe leer de la Figura 41 es el siguiente:

$$d_{1GL} = \frac{24.5}{1.5 \times 1.3} = 12.6 \text{ cm} \quad (38.a)$$

Como los desplazamientos máximos leídos de la Figura 35 son menores que 12.6 cm, se concluye que 35% de amortiguamiento es más que suficiente para lograr que la estructura tenga un desempeño adecuado, es decir, una distorsión de entrepiso menor a 1%.

#### *Paso 4: Cálculo de la viscosidad lineal $C_L$*

Una vez definido el porcentaje de amortiguamiento, se procede a calcular la viscosidad  $c_L$  necesaria para que la estructura alcance este nivel de amortiguamiento mediante dispositivos lineales. Utilizando la ecuación (17) se obtuvo que la viscosidad en cada dispositivo debe ser de  $c_L = 16454 \text{ kg}\cdot\text{s}/\text{cm}$ . El procedimiento utilizado para calcular  $c_L$  es el mismo al mostrado en el capítulo 5.

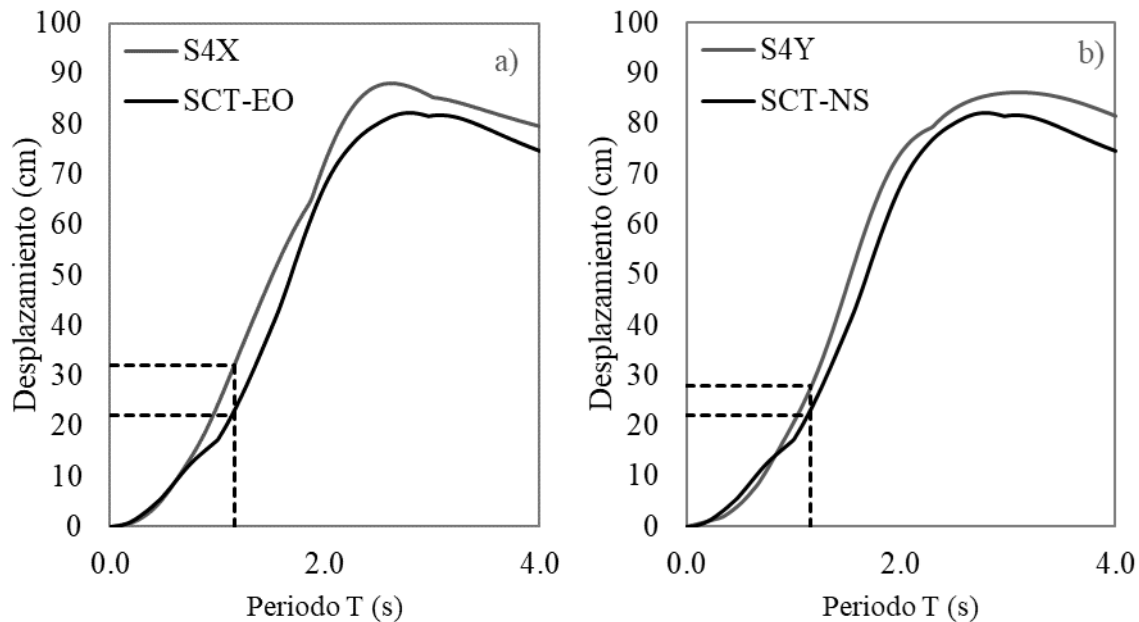
#### *Paso 5: Selección del exponente de velocidad $\alpha$*

Para este caso de estudio, se seleccionó un valor de  $\alpha$  de 0.05. Este valor fue elegido debido a que representa el caso menos lineal de amortiguamiento. En consecuencia, los desplazamientos, y la respuesta en general de la estructura será la que represente mayor variación. Si se selecciona un valor mayor de  $\alpha$ , se obtendrá una respuesta aún más similar a la obtenida por un amortiguamiento lineal.

*Paso 6: Obtención de la velocidad lineal*

La obtención de la velocidad de azotea es importante debido a que con ellas se calculan las viscosidades no lineales del enfoque por igualdad de desplazamientos. La Figura 36 ilustra los espectros de velocidades de los registros utilizados. De las ordenadas de estos espectros, se obtiene una velocidad de 32.4 y 23.3 cm/s de la Figura 36.a, para los registros S4X y SCT-EO, respectivamente. Para la dirección Y, las velocidades leídas son de: 27.6 y 23.2 cm/s para los registros S4Y y SCT-NS, respectivamente.

Las velocidades obtenidas definirán dos viscosidades distintas para las direcciones principales del edificio. Sin embargo, al tener el mismo periodo de vibrar, y movimientos sísmicos en las dos direcciones principales, se optó por promediar todas las velocidades leídas de la Figura 36, obteniéndose una velocidad de diseño de 26.7 cm/s. Esta velocidad corresponde a un oscilador de un grado de libertad, por lo que al multiplicar por un factor de participación modal  $\Gamma$  de 1.3, la velocidad final de diseño es de 34.7 cm/s. Esta velocidad se utilizará para el cálculo de las viscosidades no lineales  $c_{NL}$ .



**Figura 36. Espectro de velocidades para  $\xi = 35\%$ , a) Velocidad en la dirección X, b) Velocidad en la dirección Y.**

*Paso 7: Obtención de los parámetros  $b_n$  y  $m_n$  para el cálculo de  $\phi$  y  $v$*

De las ecuaciones (36), se observa que  $T/T_g > 0.36$ , por lo que de la tabla 26, se leen los siguientes valores de  $b_n = 0.72$  y  $m_n = 0.0$ . Con estos valores, el cálculo de  $\phi$  conduce a 0.72 mientras que  $v$  se supone igual a 1.0 desde el inicio.

### Paso 8: Cálculo de las viscosidades no lineales $c_{NL}$

Para el caso de amortiguadores no lineales mediante el enfoque de Lin y Chopra (2002) y el enfoque de igualdad de desplazamientos de esta investigación, las viscosidades de cada entrepiso son diferentes. Por practicidad se resumen los valores obtenidos de  $c_{NL}$  de la metodología propuesta por Lin y Chopra (2002) en la tabla 26. Los valores provenientes del enfoque propuesto en esta tesis se comentan a continuación.

Se observa en la Tabla 26 que el enfoque de igualdad de desplazamientos conduce a viscosidades menores a las de Lin y Chopra (2002). Dado que la variación es menor al 50%, se espera que las fuerzas de amortiguamiento del enfoque por igualdad de desplazamientos sean aún menores. Para el caso del enfoque propuesto en esta tesis, se empleó la ecuación (35) para el cálculo de la viscosidad en cada entrepiso. Se sustituyó  $\varphi = 0.72$ ,  $\nu = 1.0$ ,  $c_L = 16454 \text{ kg}\cdot\text{s}/\text{cm}$ ,  $V_{Laz} = 34.7 \text{ cm/s}$  y  $\alpha = 0.05$ . Los desplazamientos modales relativos de cada nivel son los que ocasionan que exista una viscosidad distinta para cada nivel, resultado en los valores mostrados en la Tabla 27.

**Tabla 27. Viscosidades no lineales para el diseño.**

Nivel	Enfoque propuesto $C_{NL}$ ( $\text{kg}(\text{s}/\text{cm})^\alpha$ )	Lin y Chopra $C_{NL}$ ( $\text{kg}(\text{s}/\text{cm})^\alpha$ )
1	37698	62489
2	66775	110687
3	78349	129872
4	71312	118207
5	58139	96371
6	41466	68734
7	24024	39822

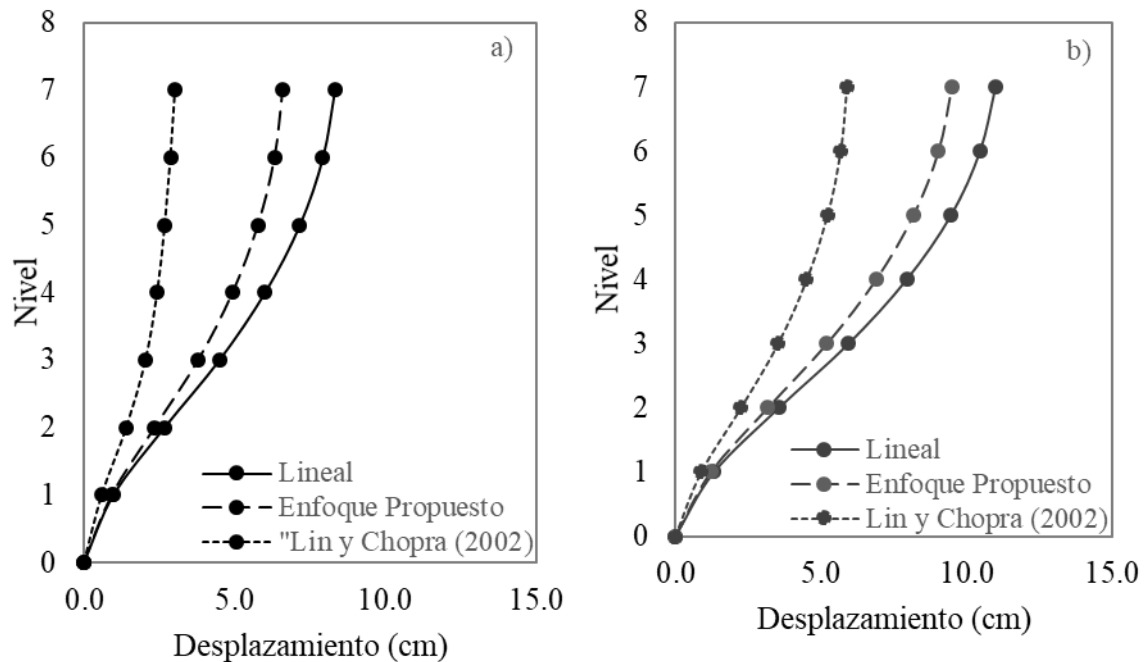
Los resultados de esta estructura sometida a un análisis dinámico no lineal bajo estas soluciones se presentan en las secciones siguientes, por lo que los pasos 9 y 10 se desarrollan a lo largo de la siguiente sección.

## 8.4 Resultados obtenidos

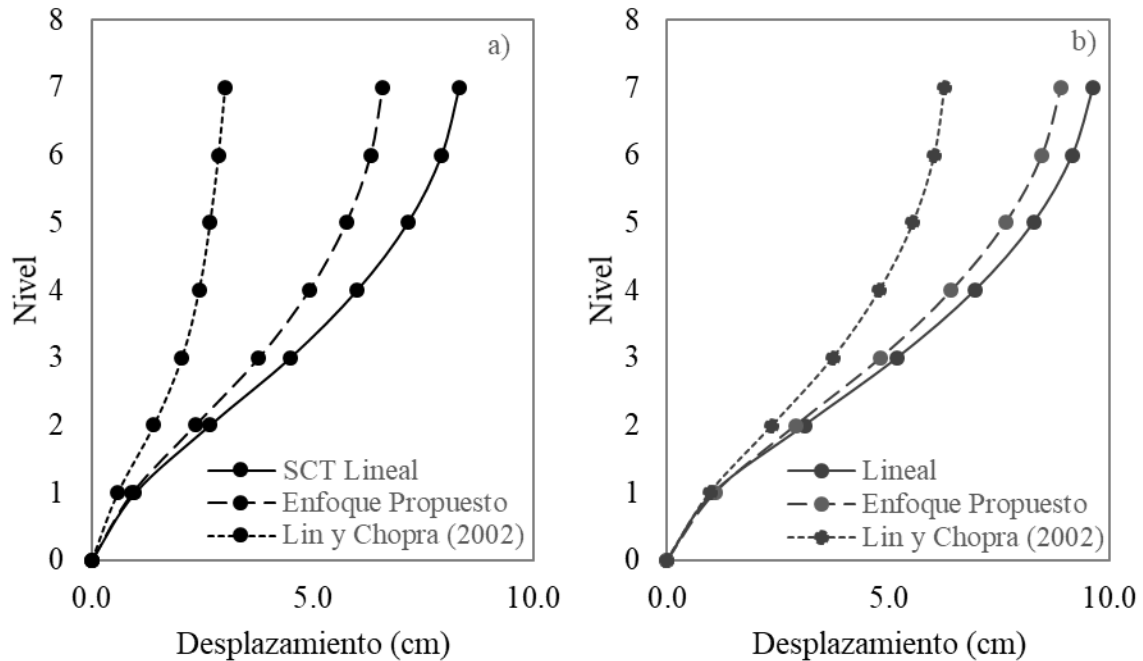
### 8.4.1 Perfiles de desplazamientos

La Figura 37 ilustra los perfiles de desplazamiento en la dirección  $X$ , mientras que la Figura 38 los de la dirección  $Y$ . Se puede apreciar que los desplazamientos máximos en las direcciones  $X$  e  $Y$  se dan en el registro de subducción S4. Se muestra en las figuras 37 y 38 con línea continua los desplazamientos lineales, siendo la línea negra la de los desplazamientos del registro de SCT de 1985 y la gris claro los desplazamientos del registro de subducción S4. Los desplazamientos provenientes del enfoque propuesto en esta investigación se imprimen con guiones largos, mientras que los desplazamientos por el enfoque de Lin y Chopra (2002) en guion corto.

Se puede observar que los desplazamientos mayores se dan para la estructura con amortiguadores lineales. Los desplazamientos en la azotea para el registro de subducción S4 son de 10.98 cm, 9.48 cm y 5.86 cm, para los enfoques lineales, igualdad de desplazamientos y equilibrio energético, respectivamente en la dirección X. Es evidente que la diferencia de los desplazamientos entre el enfoque de equilibrio energético con respecto del enfoque lineal es considerable, siendo ésta del 47%. Sin embargo, esta diferencia se reduce con el método propuesto en esta investigación, ya que la diferencia de desplazamientos en la dirección X para este enfoque es del 14%. De igual manera, al analizar los desplazamientos en la dirección Y, se observa que la diferencia entre el enfoque de equilibrio energético y el lineal es del 35%, mientras que la diferencia entre el enfoque de igualdad de desplazamientos es del 8%. De lo anterior se concluye que este nuevo enfoque produce resultados más cercanos al amortiguamiento lineal al menos en desplazamientos. Las diferencias de desplazamientos nos hacen ver la complejidad de estimar el desplazamiento de las estructuras cuando el amortiguamiento deja de ser lineal. Sin embargo, se considera que estos resultados siguen siendo satisfactorios.



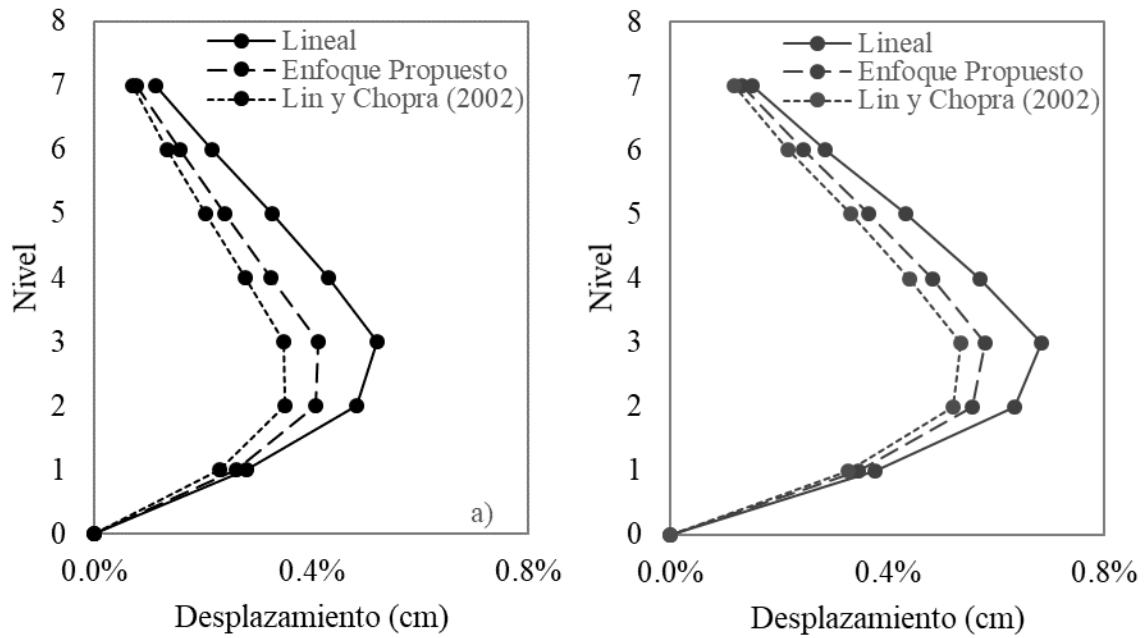
**Figura 37. Desplazamientos en la dirección X, a) Desplazamientos del registro SCT, b) Desplazamientos del registro S4.**



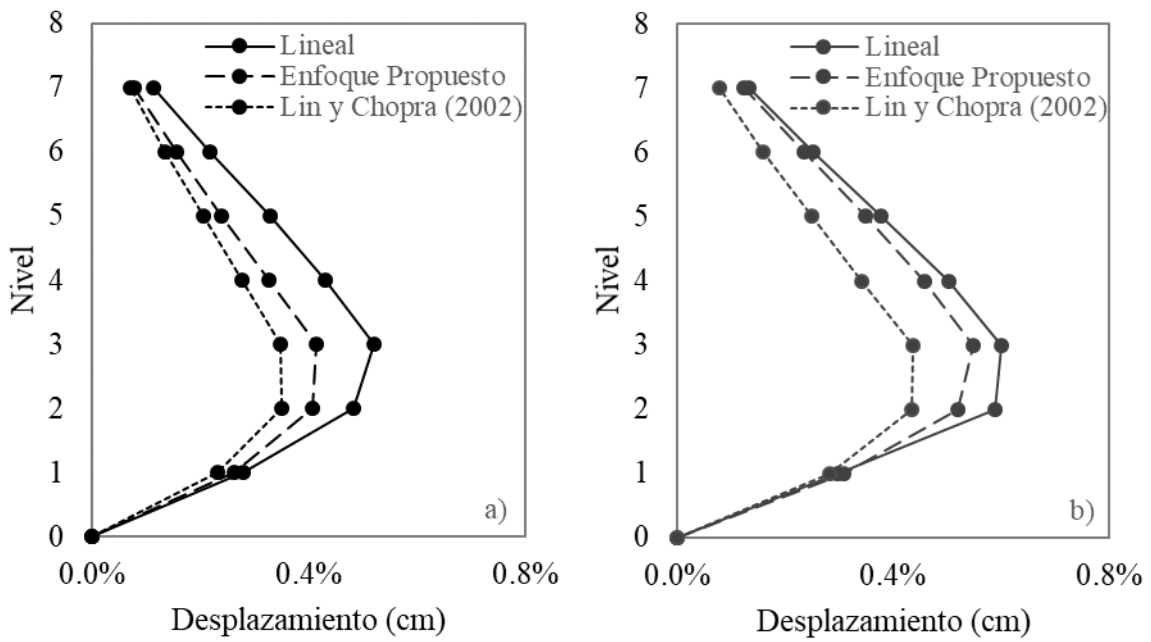
**Figura 38. Desplazamientos en la dirección Y, a) Desplazamientos del registro SCT, b) Desplazamientos del registro S4.**

#### 8.4.2 Perfiles de distorsión

Las figuras 39 y 40 muestran las distorsiones de entrepiso. De estas figuras se puede concluir que hay casos en los que el amortiguamiento lineal por sí mismo permite a la estructura tener un desempeño apropiado. En este tipo de situaciones parece innecesario reducir aún más los desplazamientos, como sucede con el enfoque de equilibrio energético. El enfoque de igualdad de desplazamientos pretende optimizar esta situación y permitir que los desplazamientos de la estructura se asemejen más a los lineales, como se puede observar en las figuras 37 y 38. Con base en la información anterior se ha demostrado que hay casos en los que sería óptimo diseñar estructuras con amortiguadores no lineales bajo el enfoque de igualdad de desplazamientos; al menos hasta ahora.



**Figura 39. Distorsiones en la dirección X, a) Registro SCT, b) Registro S4.**



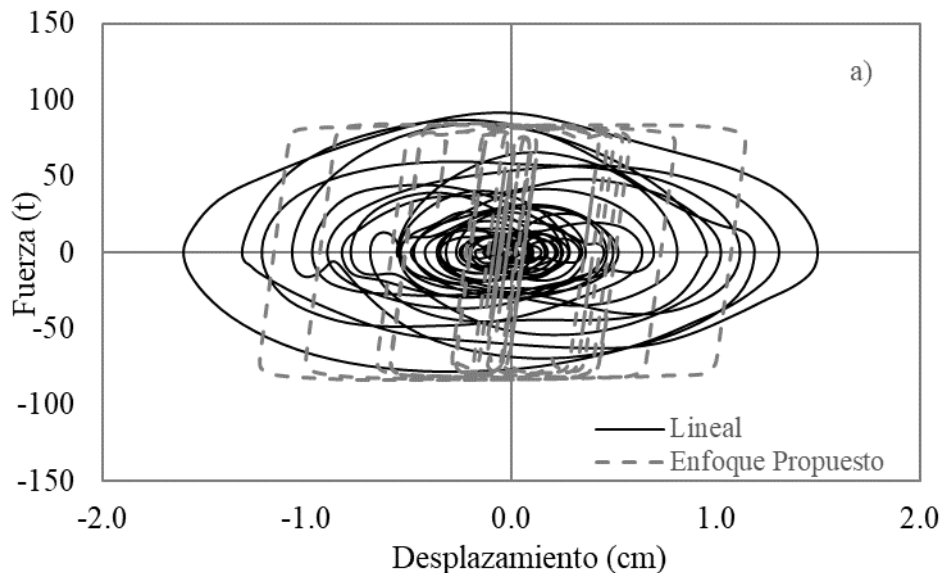
**Figura 40. Distorsiones en el eje Y, a) Registro SCT, b) Registro S4.**

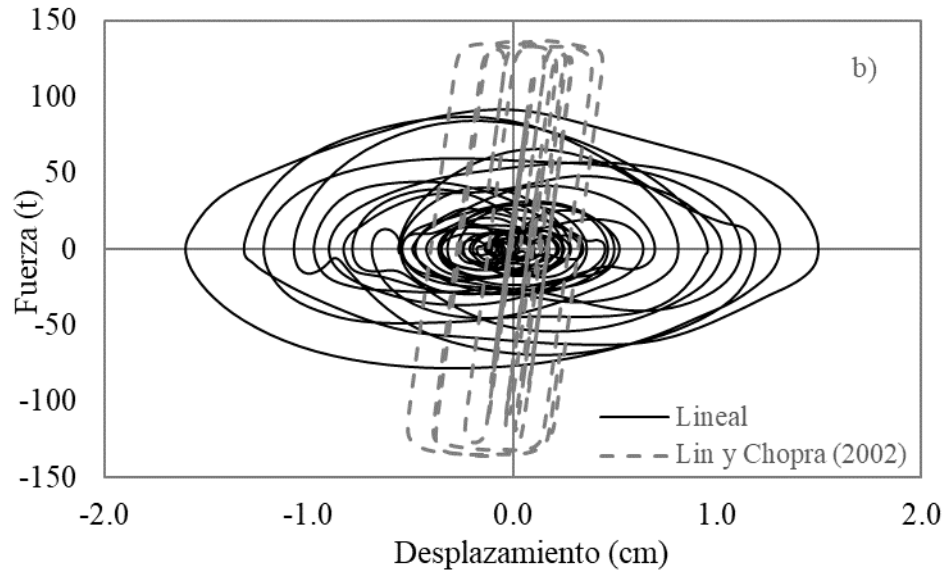


### 8.4.3 Fuerzas de amortiguamiento

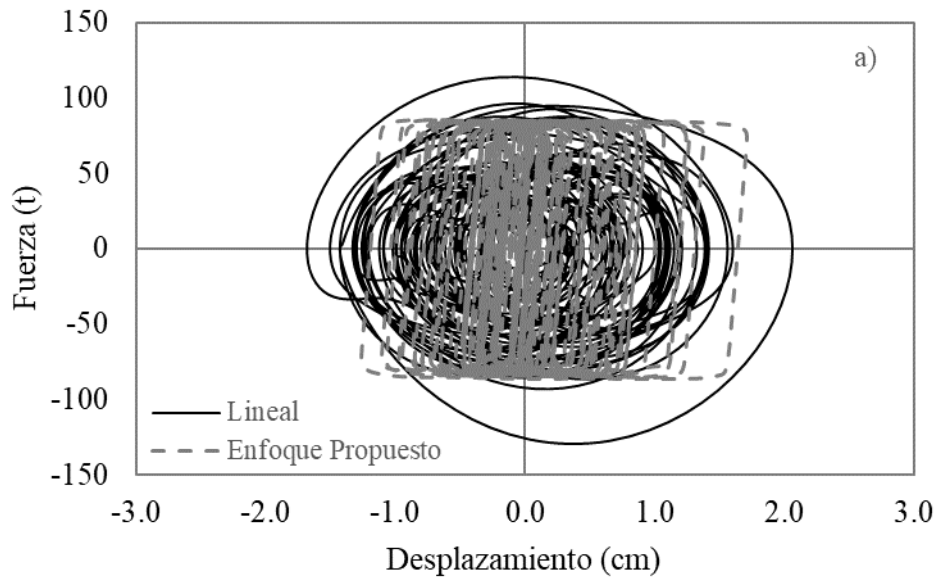
Continuando con los resultados de los análisis paso a paso, ahora se presentan en las figuras 41 y 42 las histéresis de los amortiguadores más deformados en cada estructura. Por simplicidad sólo se muestran los de la dirección X ya que se trata de la dirección que presenta las mayores fuerzas. En la figura 41.a se observa en negro la histéresis del amortiguador lineal con una fuerza máxima de 91.6 t para el registro SCT. De color gris y en guiones se presenta la histéresis del amortiguador no lineal para el mismo registro cuya viscosidad se calculó con la hipótesis de igualdad de desplazamientos; su fuerza máxima fue de 84.7 t. Por último, en la figura 40.b se traza la histéresis del amortiguador no lineal cuya viscosidad se calculó por equilibrio energético. La fuerza máxima de este dispositivo se lee en 136.6 t. Siguiendo el mismo patrón de colores para las histéresis, en la Figura 42 se lee que la fuerza de amortiguamiento lineal máxima para el registro S4 es de 129.5 t. Asimismo, la fuerza pico mediante la igualdad de desplazamientos son de 86.4 t. Por último, la fuerza máxima mediante el equilibrio energético es de 140.9 t.

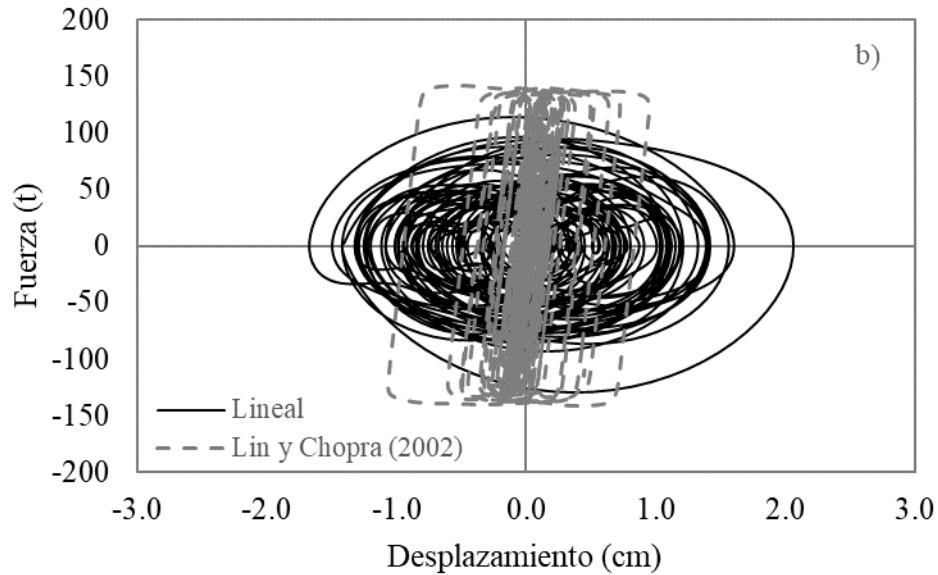
Se procede ahora a comparar la variación de estas fuerzas de amortiguamiento. Para el caso del registro de SCT se tiene que las fuerzas no lineales por equilibrio energético son casi 150% mayores a las lineales, resultados que coinciden con lo señalado por Moreno (2019). Sin embargo, el enfoque de igualdad de desplazamientos conlleva a una reducción de las fuerzas de aproximadamente 8%. Si bien no es una reducción significativa, es al menos una reducción importante teniendo en cuenta que el equilibrio energético en vez de reducir las fuerzas de amortiguamiento (la cual es su principal ventaja) las aumenta. De igual manera, en el registro S4, bajo el equilibrio energético las fuerzas no lineales de amortiguamiento son 109% mayores que las lineales. Por otro lado, la igualdad de desplazamientos genera una reducción del 33% de las fuerzas de amortiguamiento. Es evidente que al ser amortiguadores que necesiten resistir fuerzas menores, también serán más económicos, optimizando el costo de la estructura.





**Figura 41. Histéresis del registro SCT para distintos enfoques de amortiguamiento, a) Comparación entre el enfoque propuesto y el lineal, b) Comparación Lin y Chopra (2002) y Lineal.**





**Figura 42. Histéresis del registro S4 para distintos enfoques de amortiguamiento, a) Comparación entre el enfoque propuesto y el lineal, b) Comparación Lin y Chopra (2002) y Lineal.**

#### 8.4.4 Comentarios e interpretación de resultados

De las figuras 41 y 42 se concluye que la metodología propuesta, basada en desplazamientos iguales, es una alternativa eficiente para el diseño de estructuras equipadas con amortiguadores no lineales en suelos blandos. La implementación del amortiguamiento no lineal por equilibrio energético genera cambios en la respuesta de la estructura en suelos blandos. Además, para este caso de estudio se demostró que el amortiguamiento lineal por sí mismo ya brindaba un excelente desempeño a la estructura, reducir los desplazamientos a más de la mitad para incrementar las fuerzas de amortiguamiento no tiene ningún sentido. Por otro lado, los resultados del enfoque propuesto en esta investigación demuestran que es posible encontrar una forma de asemejar el comportamiento de la estructura al provisto por un amortiguamiento lineal. No sólo se sigue garantizando un buen comportamiento, sino que también se optimizan las fuerzas de diseño, lo que llevaría a la estructura a un diseño óptimo.

Las diferencias en desplazamientos son más pequeñas para los movimientos sísmicos sintéticos. Esto puede ser porque todos los registros sintéticos mantienen ordenadas de aceleraciones que son congruentes con los espectros de diseño de la Ciudad de México. Es probable que los resultados para el registro de SCT sean similares si este se escalara de acuerdo a los criterios establecidos por las NTC-S (2017). Aun así, las diferencias en desplazamientos observadas son adecuadas para fines prácticos.

Los resultados de la respuesta del caso de estudio muestran que se obtiene una similitud mayor con el enfoque propuesto en esta tesis, por lo que se concluye que el proceso para el diseño por desplazamientos del edificio es adecuado mediante esta solución.

## 9. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 9.1 Conclusiones

En esta investigación se propuso una metodología de diseño de estructuras equipadas con amortiguadores viscosos no lineales. Se ofrecen las siguientes conclusiones:

Se propuso un enfoque de amortiguamiento equivalente como aquel que genera desplazamientos similares en estructuras equipadas con amortiguadores lineales y no lineales. Este enfoque se basa en que, al igualar los desplazamientos de estructuras con amortiguadores, los cocientes de fuerzas de amortiguamiento  $\varphi$  tienden a valores que se pueden calcular.

Se demostró que  $\varphi$  es función de la relación de periodos  $T/T_g$  y el exponente de velocidad  $\alpha$ . Conocido  $\varphi$  y las velocidades máximas de azotea, se propuso una ecuación que permite calcular la viscosidad de los amortiguadores necesaria para lograr un desplazamiento similar al objetivo.

Para efectos de esta metodología, las viscosidades no lineales tendrán que variar en cada entrespo. Esto se debe a que dependen del desplazamiento modal relativo de cada nivel.

Se pudo mostrar que para relaciones  $T/T_g$  de hasta 2.0, los desplazamientos de estructuras con amortiguadores no lineales pueden asemejarse a los obtenidos con amortiguadores lineales.

Los resultados indican que es posible obtener desplazamientos de azotea similares sin dejar de obtener fuerzas de amortiguamiento menores para estructuras con  $T/T_g < 1.3$ .

Se observó que, aunque las velocidades lineales y no lineales pueden mostrar diferencias apreciables, pueden suponerse iguales para el cálculo de  $c_{NL}$  sin afectar considerablemente el comportamiento de la estructura.

Se demostró que, dependiendo de  $T/T_g$ , estimar las viscosidades de amortiguamiento por equilibrio energético en suelos blandos conlleva en ocasiones a fuerzas de amortiguamiento o desplazamientos mayores a los lineales.

### 9.2 Recomendaciones

Al obtener una metodología de diseño para estructuras con amortiguadores no lineales, se recomienda lo siguiente para futuras investigaciones:

Los enfoques de equilibrio energético e igualdad de desplazamientos presentan desventajas al incrementarse la relación de periodos con valores mayores a 1.3, aproximadamente. Esto puede deberse a los modos superiores, por lo que se recomienda tomar en cuenta este efecto para estructuras con relaciones  $T/T_g$  mayores a la unidad.

Se recomienda así mismo incluir la inelasticidad de la estructura para trabajos futuros y ver si es una variable importante en la estimación de los desplazamientos de la estructura para los casos en los que se espera alguna pequeña respuesta inelástica.

El efecto de la interacción suelo estructura puede llegar a cambiar el porcentaje de amortiguamiento estimado desde un inicio, por lo que sería recomendable tomar esta variable en cuenta para futuros trabajos.

Se recomienda estudiar la manera de obtener un solo valor de  $c_{NL}$  para toda la estructura sin dejar de obtener desplazamientos similares a los obtenidos por amortiguamiento lineal.

## REFERENCIAS

1. Álvarez J.C. (2020). *Metodología Simplificada de Diseño de Edificios Equipados con Amortiguadores Viscosos no Lineales Ubicados en la Ciudad de México*. Tesis de Maestría. Instituto de Ingeniería, UNAM, México.
2. ASCE 41-17. (2017). *Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings*. Reston, Virginia: American Society of Civil Engineers, 2017.
3. AASHTO (2017). *AASHTO LRFD Bridge Design Specifications*. Washington, DC: American Association of State Highway and Transportation Officials.
4. SASID (2020). Sistema de Acciones Sísmicas de Diseño. Recuperado de: <http://desarrollo.iingen.unam.mx:8090/webNormasCDMX/>
5. Castillo T. (2014). *Factor de Reducción por Amortiguamiento para el Diseño Sísmico de Estructuras con Disipadores de Energía*. Tesis Doctoral. Instituto de Ingeniería, UNAM, México.
6. Cecen, H. (1979). *Response of Ten Story, Reinforced Concrete Model Frames to Simulated Earthquakes*. Tesis Doctoral. School of Alumni of Civil Engineering of Illinois at Urbana-Champaign, Estados Unidos.
7. Chopra A. K. (2001). *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering (3rd edition)*. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall.
8. Christopoulos C. y Filiatrault A. (2006). *Principles of Passive Supplemental Damping and Seismic Isolation*. Pavia, Italia: IUSS Press.
9. Delgado K. (2018) *Método Generalizado de Diseño Basado en Desplazamiento Directo para Edificios con Disipadores Viscosos no Lineales, y Alternativamente con Histeréticos*. Tesis de Maestría. Instituto de Ingeniería, UNAM, México.
10. Lin, H. y Chopra, A. K. (2002). Earthquake Response of Elastic SDF Systems with Non-linear Fluid Viscous Dampers. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 31, 1623-1642.
11. Lin, Y. Y., Chang, K. C. y Chen, C. Y, (2008). Direct Displacement-Based Design for Seismic Retrofit of Existing Buildings Using Nonlinear Viscous Dampers. *Bull Earthquake Engineering*, 6: 535-552.
12. Lu, Z., Wang, X., Zhou, Y. y Lu, X. (2018). Nonlinear Dissipative Devices in Structural Vibration Control: A Review. *Journal of Sound and Vibration*, 423, 18-49.
13. MAURER (2020). Maurer German Engineering. Recuperado de: <https://www.maurer.eu/es/productos/proteccion-sismica/amortiguadores/index.html>
14. Miranda, E. (1999). Approximate Seismic Lateral Deformation Demands in Multistory Buildings. *Journal of Structural Engineering*, Vol. 125 (4), 417-425.

15. Moreno A. (2019). *Respuesta Sísmica de Estructuras con Amortiguadores Viscosos no Lineales, en la Zona del Lago de la Ciudad de México*. Tesis de maestría. Instituto de Ingeniería, UNAM. México.
16. NTC-DS (2020). *Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo*. Ciudad de México, México: Gaceta Oficial de la Ciudad de México.
17. NTC-CADEE (2017). *Normas Técnicas Complementarias sobre Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones*. Ciudad de México, México: Gaceta Oficial de la Ciudad de México.
18. Priestley M. J. N., Calvi G. M., & Kowalski M.J. (2007). *Displacement-Based Seismic Design of Structures*. Pavia, Italy: IUSS Press.
19. Ramírez, O. M., Constantinou, M. C., Kircher, C. A., Whittaker, A. S., Johnson, M. W., Gómez, J. D., y Chrysostomou, C. Z. (2000). *Development and evaluation of simplified procedures for the analysis and design of buildings with passive energy dissipation systems*. Tesis Doctoral, Universidad de New York. Buffalo.
20. Rivera V.M. (2010), *Método Dinámico Modal para Edificios con Disipadores de Energía Viscosos No-Lineales*, XVII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, León Guanajuato.
21. Ruíz S. E. (2011). *Recomendaciones para Diseño de Edificios con Disipadores de Energía (en el marco de las NTCDS del RCDF), con comentarios*. Ciudad de México, México: Instituto de Ingeniería, UNAM.
22. Ruíz S. E. (2019). *Comentarios al Apéndice B (Edificios con Disipadores de Energía Sísmica) de las NTCS-2017*. Ciudad de México, México: Instituto de Ingeniería, UNAM.

## ANEXO A. EFECTO DEL PERIODO DOMINANTE DEL SUELO.

### A.1 Coordenadas del sitio

En esta sección se estudió el efecto del periodo dominante del suelo en la obtención de las viscosidades no lineales de los amortiguadores. En los capítulos 5 a 9 se desarrollaron curvas y ecuaciones que permiten a las estructuras con amortiguadores no lineales tener desplazamientos similares a aquellas con amortiguadores lineales. Se asumió que un periodo del suelo de 2.25 s, representaba apropiadamente las condiciones de la Ciudad de México.

Ahora se presentan los resultados de las relaciones  $\varphi$  y  $\nu$  para un periodo  $T_g$  de 1.5 s. Las coordenadas del sitio tomado por el sistema SASID (2020) se muestran en la Tabla A.1.

**Tabla A.1. Coordenadas del sitio de estudio.**

Sitio	Coordenadas	$T_g$ (s)
1	Latitud= 19.399, Longitud= -99.158	1.5

### A.2 Movimientos sísmicos

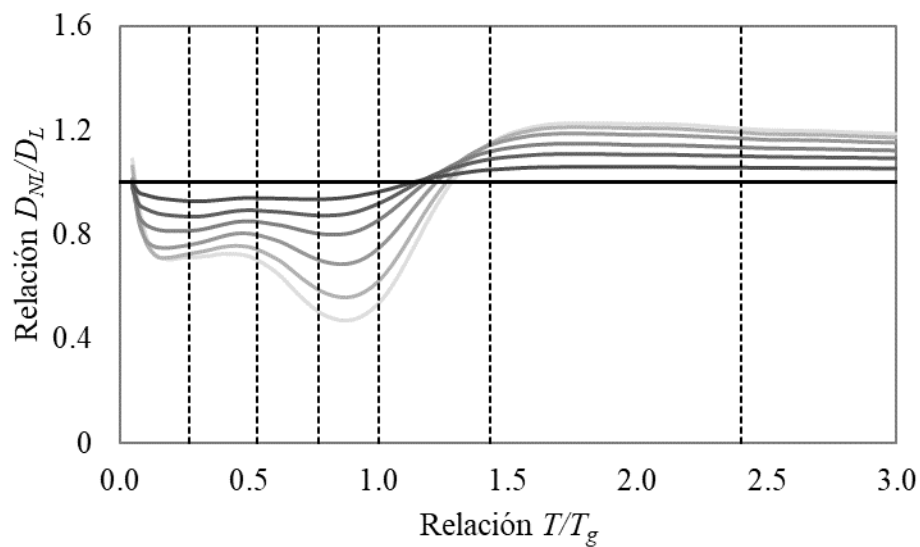
Se utilizaron movimientos sísmicos sintéticos de subducción y de profundidad intermedia. Siguiendo el mismo criterio utilizado en el capítulo 5 para la determinación de las relaciones de fuerzas más críticas. En el caso de los movimientos de subducción, se utilizaron 16 movimientos; mientras que para profundidad intermedia se utilizaron ocho registros, teniendo entonces un total de 24 movimientos sísmicos para el estudio de esta variable.

**Tabla A.2. Características de los movimientos sísmicos.**

Registro	Tipo	Zona	Periodo $T_g$ (s)
1	Sintético	Subducción	1.5
2	Sintético	Subducción	1.5
3	Sintético	Subducción	1.5
4	Sintético	Subducción	1.5
5	Sintético	Subducción	1.5
6	Sintético	Subducción	1.5
7	Sintético	Subducción	1.5
8	Sintético	Subducción	1.5
9	Sintético	Subducción	1.5
10	Sintético	Subducción	1.5
11	Sintético	Subducción	1.5
12	Sintético	Subducción	1.5
13	Sintético	Subducción	1.5
14	Sintético	Subducción	1.5
15	Sintético	Subducción	1.5

16	Sintético	Subducción	1.5
17	Sintético	Prof. Intermedia	1.5
18	Sintético	Prof. Intermedia	1.5
19	Sintético	Prof. Intermedia	1.5
20	Sintético	Prof. Intermedia	1.5
21	Sintético	Prof. Intermedia	1.5
22	Sintético	Prof. Intermedia	1.5
23	Sintético	Prof. Intermedia	1.5
24	Sintético	Prof. Intermedia	1.5

Las estructuras utilizadas para este estudio fueron las mismas, por lo que la información utilizada en el capítulo 5 coincide con los valores de entrada aquí utilizados. El único parámetro que ha cambiado es la relación  $T/T_g$  debido a que los movimientos sísmicos tienen un periodo dominante distinto. En la Figura A.1 se muestra con líneas punteadas los sitios utilizados para este estudio. Se aprecia que, aunque se cambie el periodo del suelo se siguen estudiando una gran cantidad de casos.



**Figura A.1. Casos de estudio utilizados.**

### A.3 Obtención de la respuesta con amortiguamiento lineal

Al igual que en el capítulo 5, se han empleado los mismos dos valores de amortiguamiento crítico y cinco valores de  $\alpha$  para este estudio. Es importante mencionar que debido a que el amortiguamiento lineal depende únicamente de las propiedades de la estructura y nunca de la respuesta de la misma o del sitio, las viscosidades lineales seguirán siendo las mismas para este estudio, por lo que los mismos valores de  $c_L$  empleados en el capítulo 5 fueron empleados en esta sección.



Al llevar a cabo los análisis paso a paso de las estructuras en estudio se llegaron a resultados interesantes. Por practicidad sólo se muestran los resultados puntuales de la estructura 1.

La Tabla A.3 muestra los desplazamientos de los movimientos sísmicos más críticos para la estructura 1, siendo estos los de profundidad intermedia. Es importante mencionar que el promedio de las velocidades es necesario para poder calcular las viscosidades no lineales de los amortiguadores más adelante.

**Tabla A.3. Desplazamientos y velocidades de azotea de la estructura 1.**

Registro	Desplazamiento lineal (cm)	Velocidad lineal (cm/s)
PI 1x	1.1	9.2
PI 1y	0.9	11.4
PI 2x	1.0	10.2
PI 2y	1.1	9.5
PI 3x	0.9	9.1
PI 3y	0.8	11.1
PI 4x	0.9	9.7
PI 4y	0.9	9.2
Promedio	0.9	9.9

#### **A.4 Obtención de la respuesta con amortiguamiento no lineal**

Con los desplazamientos objetivos que obtenidos en la Tabla A.3 se puede realizar el análisis iterativo utilizado en la sección 5.6.5, para encontrar los valores correspondientes de  $\varphi$  que conllevan a un amortiguamiento equivalente por desplazamientos. Al utilizar la ecuación (33) se calcularon las viscosidades no lineales para cada nivel de la estructura 1. Estos valores se muestran en la Tabla A.4 para cada valor de  $\alpha$ .

**Tabla A.4. Viscosidades no lineales y relaciones de fuerzas utilizadas.**

Nivel	$C_{NL}$ (kg·(s/cm) <sup><math>\alpha</math></sup> )	$C_{NL}$ (kg·(s/cm) <sup><math>\alpha</math></sup> )	$C_{NL}$ (kg·(s/cm) <sup><math>\alpha</math></sup> )	$C_{NL}$ (kg·(s/cm) <sup><math>\alpha</math></sup> )
1	1210	1222	1278	1260
2	2245	2058	1889	1532
3	2185	2011	1857	1519
$\varphi$	0.55	0.62	0.75	0.92
$\alpha$	0.05	0.20	0.40	0.70

Los valores de  $\varphi$  y  $c_{NL}$  fueron supuestos inicialmente, iguales a los utilizados para la estructura uno para los movimientos sísmicos con  $T_g = 2.25$  s. Los resultados en desplazamientos se pueden observar en la Tabla A.5.

**Tabla A.5. Desplazamientos obtenidos de los análisis paso a paso.**

Registro	Desplazamiento (cm)				
	Lineal	No lineal $\alpha = 0.05$	No Lineal $\alpha = 0.20$	No Lineal $\alpha = 0.40$	No Lineal $\alpha = 0.70$
PI 1x	1.1	1.0	1.0	1.0	1.0
PI 1y	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9
PI 2x	1.0	0.9	0.9	0.9	0.9
PI 2y	1.1	1.0	1.1	1.1	1.1
PI 3x	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9
PI 3y	0.8	0.8	0.7	0.7	0.8
PI 4x	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9
PI 4y	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9
Promedio	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9
$\varphi$ Prop.	-	0.55	0.62	0.75	0.92

Con los desplazamientos de la Tabla A.5, se observa al utilizar los mismos valores de  $\varphi$  se logra un desplazamiento similar al obtenido por análisis lineales. Esto es un indicativo de que el amortiguamiento equivalente por desplazamientos puede alcanzarse en suelos blandos para cocientes de fuerza de amortiguamiento aproximadamente constantes.

Las fuerzas de amortiguamiento obtenidas de los análisis paso a paso se muestran en la Tabla A.6. Se observa que conforme  $\alpha$  crece, disminuye la diferencia entre los valores supuestos de  $\varphi$  y el leído de los análisis. Es de esperarse que el mayor error se encuentre en el menor valor de  $\alpha$  ya que representa al caso más distinto del amortiguamiento lineal.

**Tabla A.6. Fuerzas de amortiguamiento de los análisis paso a paso.**

Registro	Fuerzas de Amortiguamiento (kg)				
	Lineal	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.20$	$\alpha = 0.40$	$\alpha = 0.70$
PI 1x	3396	2335	2475	2686	3091
PI 1y	4216	2360	2630	3106	3836
PI 2x	3659	2324	2476	2815	3309
PI 2y	3513	2325	2491	2808	3233
PI 3x	3306	2308	2429	2690	3066
PI 3y	3989	2336	2516	2897	3542
PI 4x	3566	2321	2447	2731	3190
PI 4y	3369	2318	2448	2714	3093
Promedio	3627	2328	2489	2806	3295

$\varphi$	-	0.64	0.69	0.77	0.91
$\varphi$ Prop.	-	0.55	0.62	0.75	0.92

De igual manera, las velocidades de azotea se observan en la Tabla A.7. Al igual que en todos los casos estudiados, es importante que el cociente de velocidades se acerque a la unidad, ya que se supone que no representa una gran influencia en el cálculo de  $c_{NL}$ . Los resultados muestran que estos cocientes son cercano a uno, por lo que al elevarse a su respectiva potencia, el parámetro  $v^\alpha$  se vuelve prácticamente uno.

**Tabla A.7. Velocidades de azotea de los análisis paso a paso.**

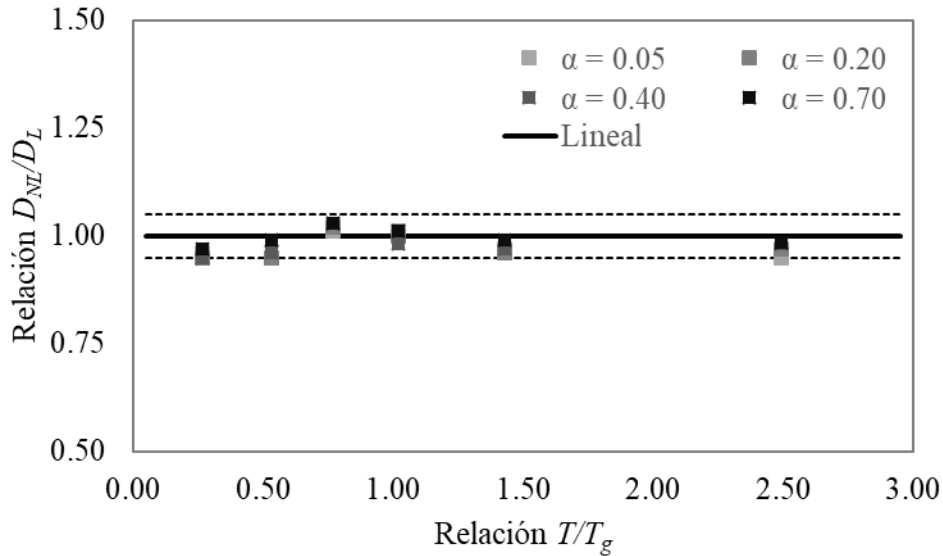
Registro	Lineal	Velocidades (cm/s)			
		$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.20$	$\alpha = 0.40$	$\alpha = 0.70$
PI 1x	9.2	10.3	9.3	8.8	9.1
PI 1y	11.4	12.5	12.4	12.2	11.9
PI 2x	10.2	8.9	9.3	9.8	10.3
PI 2y	9.5	10.1	9.9	9.6	9.4
PI 3x	9.1	9.0	9.1	9.0	9.0
PI 3y	11.1	10.8	11.1	11.0	11.1
PI 4x	9.7	10.7	10.0	9.5	9.5
PI 4y	9.2	9.4	9.7	9.4	9.2
Promedio	9.9	10.2	10.1	9.9	9.9
$v$	-	1.03	1.02	1.00	1.00
$v^\alpha$	-	1.00	1.00	1.00	1.00

Los resultados mostrados hasta ahora fueron replicados también para la misma estructura, pero aumentando el amortiguamiento de 20% a un 35%. Posteriormente fue necesario repetir este proceso para cada una de las estructuras en estudio. Los resultados obtenidos se resumen y discuten en la siguiente sección.

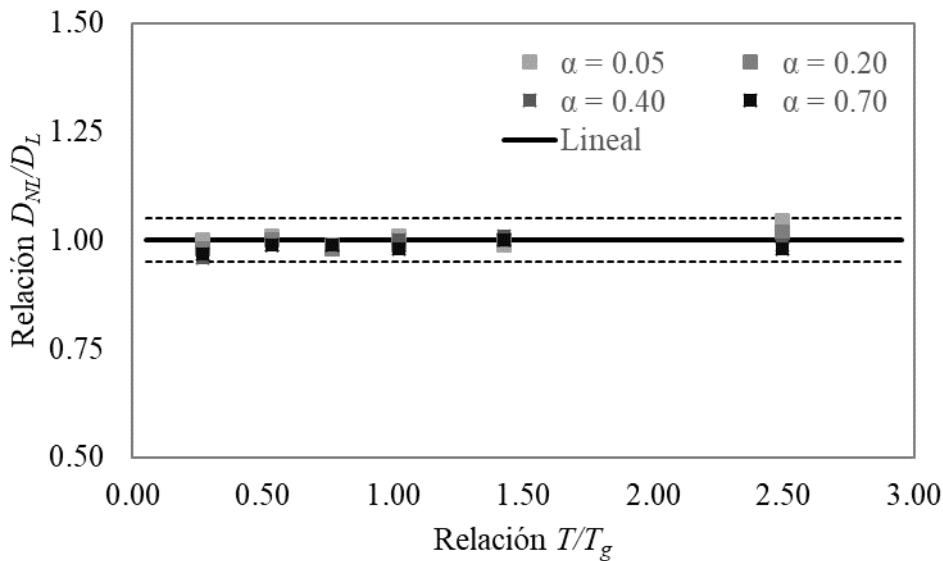
## A.5 Resultados y comentarios

### A.5.1 Relaciones de desplazamientos

En las figuras A.2 y A.3 se muestran los cocientes de desplazamientos para todas las estructuras en estudio para un  $T_g$  de 1.5 s. Es evidente que los desplazamientos en la azotea de las estructuras siguen siendo similares sin importar el periodo dominante del suelo. En esta ocasión fue posible estudiar el caso de una estructura con una relación  $T/T_g = 2.5$ , en donde se observa que los desplazamientos siguen siendo tan cercanos como en el resto de los casos de estudio. Esta condición no se logra mediante el enfoque de equilibrio energético ya que una vez que la estructura supera  $T/T_g > 1.3$  entonces los desplazamientos no lineales aumentaban hasta un 10 o 20% por encima de los lineales. Mediante este enfoque la diferencia nunca supera el 5%.



**Figura A.2. Relaciones de desplazamientos para estructuras con  $T_g = 1.5$  s y  $\xi = 20\%$ .**

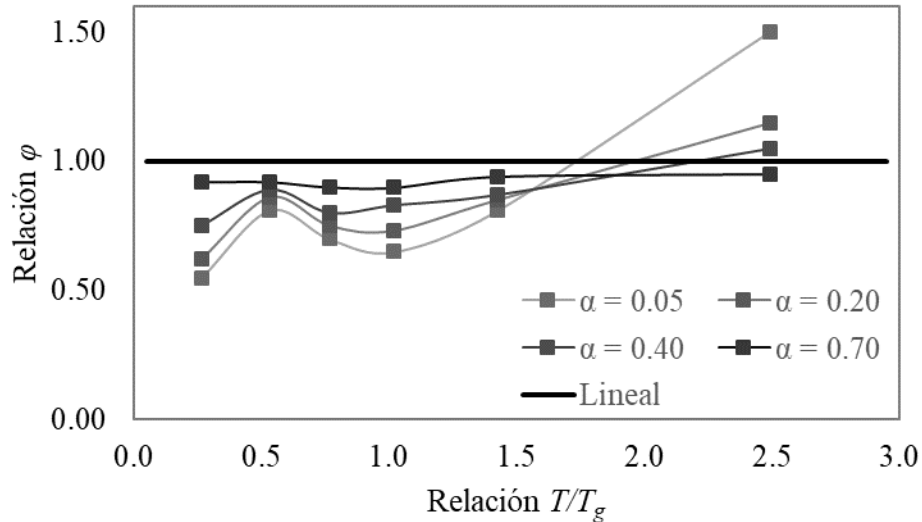


**Figura A.3. Relaciones de desplazamientos para estructuras con  $T_g = 1.5$  s y  $\xi = 35\%$ .**

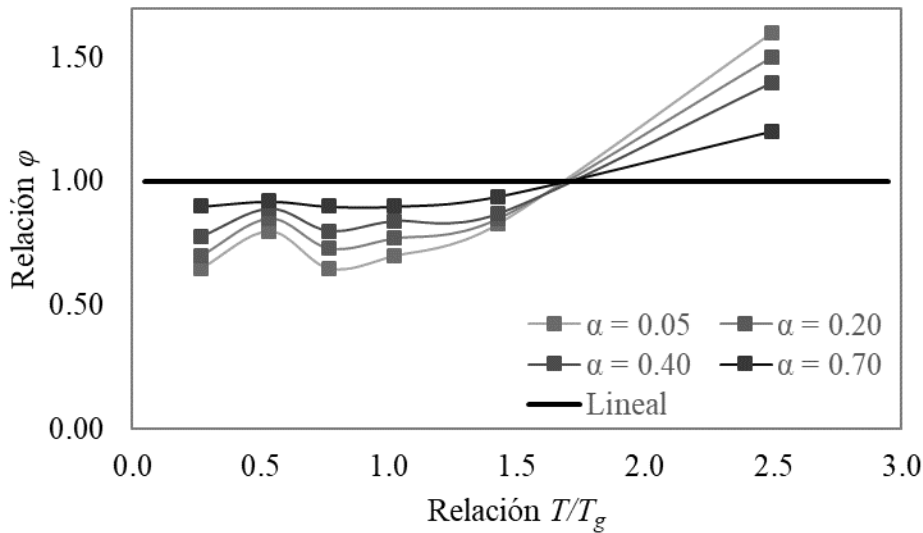
#### A.5.2 Relaciones de fuerza de amortiguamiento

En las figuras A.4 y A.5 se muestran los valores de  $\varphi$  que producen desplazamientos similares entre estructuras con amortiguadores lineales y no lineales. La tendencia de las líneas es bastante similar a las obtenidas para un  $T_g$  de 2.25 s. Se observa que para valores de  $T/T_g$  menores a la unidad, las fuerzas de amortiguamiento no lineal se mantienen por debajo de las lineales. La principal diferencia con respecto a las estructuras con  $T_g$  de 2.25 s radica en la zona donde la tendencia se invierte. Para las estructuras con periodo largo, las fuerzas de amortiguamiento no lineales rebasaban a las lineales en aproximadamente  $T/T_g = 1.3$ . En esta ocasión el cambio no está tan bien definido para  $\xi = 20\%$ , mientras que para  $\xi = 35\%$  la inversión de la tendencia sucede en 1.5, aproximadamente.

También se observa que los valores máximos de fuerza de amortiguamiento son de 1.5 veces las fuerzas lineales, mientras que para estructuras con  $T_g$  de 2.25 se observó una ordenada máxima de 1.4. En el caso del amortiguamiento del 20%, se observa un cambio abrupto en las magnitudes de  $\varphi$  para el caso de estudio de  $T/T_g = 2.5$ , ya que una vez que  $\alpha$  pasa de 0.05 a 0.2, los valores de  $\varphi$  se acercan más a la unidad y en el caso de  $\alpha = 0.70$ , las fuerzas de amortiguamiento no lineal son ligeramente menores a las lineales.



**Figura A.4. Relaciones de fuerza de amortiguamiento para  $T_g = 1.5$  s y  $\xi = 20\%$ .**

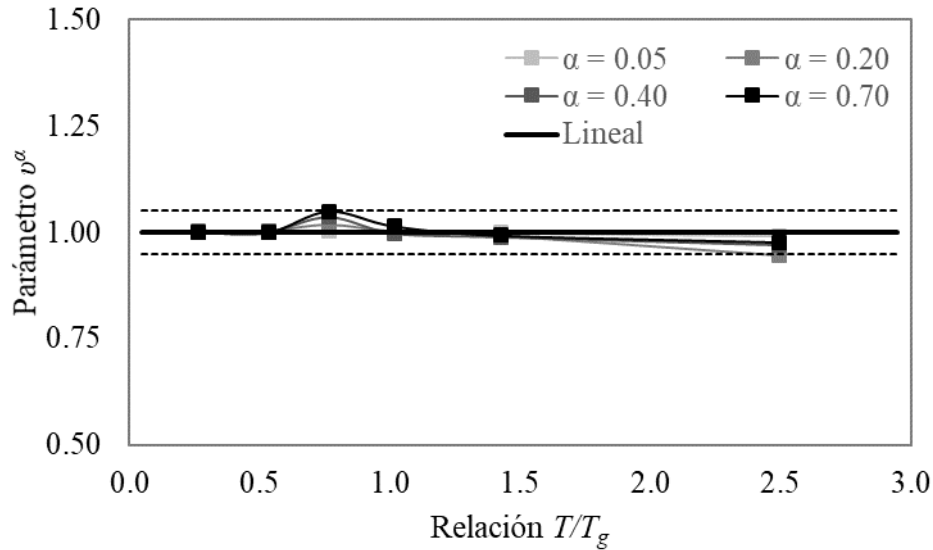


**Figura A.5. Relaciones de fuerza de amortiguamiento para  $T_g = 1.5$  s y  $\xi = 35\%$ .**

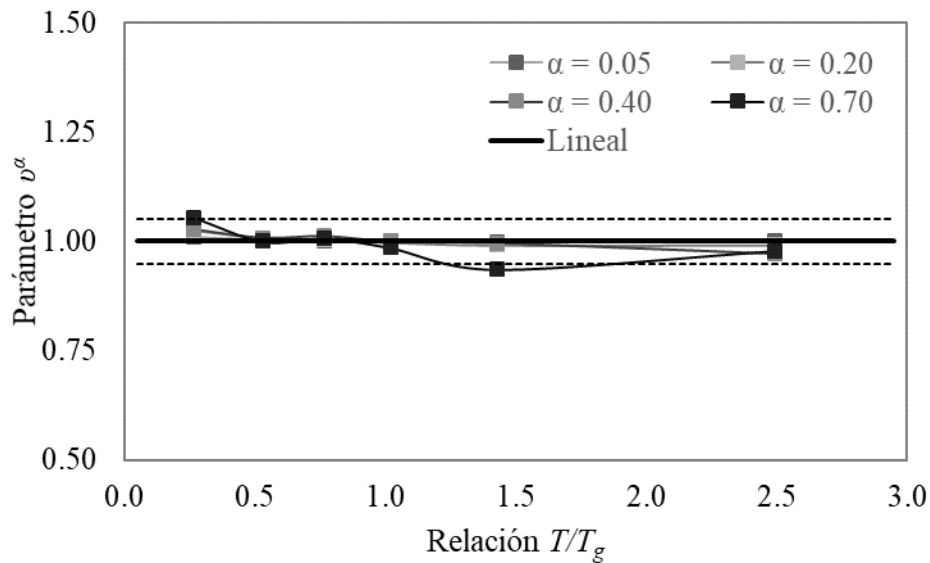
### A.5.3 Relaciones de velocidad

Las figuras A.6 y A.7 muestran de igual manera que en el capítulo 6, la influencia del parámetro  $v^\alpha$ , la cual se utiliza para el cálculo de  $c_{NL}$ . Se observa que no hay ningún cambio significativo en

los valores que toma este parámetro, por lo que asumir las velocidades lineales y no lineales como iguales no representa ningún error significativo.



**Figura A.6. Relaciones velocidad para  $T_g = 1.5$  s y  $\xi = 20\%$ .**



**Figura A.7. Relaciones velocidad para  $T_g = 1.5$  s y  $\xi = 35\%$ .**

#### A.5.4 Cometarios finales

En esta sección se desarrolló el trabajo realizado en los capítulos 5 y 6 variando únicamente el periodo dominante del suelo. Se observó que las curvas son similares hasta que se alcanza la resonancia. Una vez que se sobre pasa la relación  $T/T_g > 1$ , entonces los valores de  $\varphi$  empiezan a dispersarse. Bajo estas circunstancias, los valores obtenidos de  $\varphi$  en el capítulo 6 para facilitar

su cálculo seguramente serán útiles para las estructuras que tengan una relación  $T/T_g$  menor a la unidad.

Es evidente que conforme aumenta el periodo de la estructura, los resultados se volvieron más imprecisos, como se observó en las figuras A.4 y A.5. Sin embargo, es posible que este efecto recaiga en los modos superiores, ya que al calcular  $c_L$ , sólo se considera la forma modal fundamental. Se puede esperar que el amortiguamiento ya no sea tan evidente si la estructura tiene una respuesta más compleja de la que se asume en un inicio.