



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**INGENIERÍA ELÉCTRICA – CONTROL**

**MODELADO Y ANÁLISIS DEL PROCESO DE**  
**CARBONIZACIÓN HIDROTERMAL (HTC)**

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
SEBASTIÁN ALEXANDER ANDRADE BECERRA

TUTORES PRINCIPALES

DR. LUIS AGUSTÍN ÁLVAREZ-ICAZA LONGORIA, II-UNAM  
DR. JESÚS ÁLVAREZ CALDERÓN, UAMI

MÉXICO, CIUDAD DE MÉXICO, AGOSTO 2020



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Maya Ortiz Paul Rolando

Secretario: Dr. Moreno Pérez Jaime Alberto

1er. Vocal: Dr. Álvarez-Icaza Longoria Luis Agustín

2do. Vocal: Dr. Álvarez Calderón Jesús

3er. Vocal: Dr. Badillo Hernández Ulises

La tesis se realizó en el Instituto de Ingeniería, UNAM.

TUTORES DE TESIS:

Dr. Luis Agustín Álvarez-Icaza Longoria

---

Dr. Jesús Álvarez Calderón

---



*Dedicado a la memoria de mi abuelo Patricio Andrade Cárdenas, quien sin duda es un pilar fundamental de este logro y cuyas experiencias llevo impregnadas en mi corazón.*

*A Belén, por su amor, esfuerzo y apoyo incondicional forjando este éxito que culmina una etapa importante de nuestras vidas.*

*A mis padres y hermana por creer siempre en mi y alentarme siempre en los momentos difíciles .*



## Agradecimientos

Agradezco a Dios por ser mi guía y llenarme cada día de energía que me ha permitido alcanzar este objetivo.

A mis padres y mi hermana por su apoyo y amor siempre presentes a pesar de las distancias.

A Belén por ser mi complemento, por motivarme siempre a cumplir mis objetivos, por dar todo de sí misma día a día y ser mi compañera de vida.

A mis tutores: Dr. Jesús Alvarez Calderón y Dr. Luis Alvarez-Icaza por su guía y dedicación durante el desarrollo de este proyecto.

Al grupo de investigadores y catedráticos que forman parte del posgrado en Ingeniería Eléctrica por los conocimientos transmitidos con fervor y entrega durante cada clase

A mi tía Cecilia, cuyas manos siempre se han extendido para apoyarme a lo largo de mi vida profesional, estudiantil y personal.

A toda mi familia y amigos por estar presentes en todo momento y de forma incondicional.

Gracias a CONACYT por el apoyo brindado para haber podido culminar con éxito este periodo estudiantil.



## Resumen

En esta tesis se estudia el problema de controlar y monitorear la operación de un reactor lote de Carbonización Hidrotermal (HTC), a fin de garantizar operación segura, confiable y eficiente. El problema consiste en diseñar: (i) fuera de línea, la operación nominal del reactor admisible en tiempo finito y (ii) un sistema de control y monitoreo en línea que combina un estimador de cantidades de especies químicas y de un indicador de utilidad por unidad de tiempo, con un controlador accionado por mediciones que con base en los estados estimados siga la trayectoria nominal de temperatura del reactor y pare la operación cuando la utilidad por unidad de tiempo sea máxima. El sistema de control y monitoreo tiene: (i) construcción sistemática, (ii) condiciones de estabilidad robusta y de convergencia de los estados estimados y (iii) sintonización sencilla. La resolución del problema emplea una metodología constructiva que combina herramientas de ingeniería de reactores químicos, dinámica de sistemas no lineales y no autónomos, detectabilidad, pasividad, inversa dinámica y optimalidad. Como resultado se obtiene: (i) un generador de operación nominal fuera de línea, y (ii) un sistema de control y monitoreo conformado por un seguidor de temperatura nominal que corre con base en el estimador de estados y un controlador de evento que para el lote cuando la utilidad por unidad de tiempo alcanza su valor máximo en el tiempo. La metodología propuesta se ilustra y prueba mediante simulación numérica con un caso de estudio representativo. Los resultados muestran que el sistema de control y monitoreo propuesto tiene funcionamiento robusto con respecto a errores de carga, paramétricos y ruido en mediciones.



# Índice general

Lista de acrónimos y definiciones . . . . .	1
<b>1. Introducción</b>	<b>3</b>
<b>2. Problema de control y monitoreo</b>	<b>5</b>
2.1. Modelo del reactor HTC lote . . . . .	5
2.2. Estabilidad . . . . .	12
2.3. Operación nominal . . . . .	13
2.4. Problema . . . . .	13
<b>3. Operación nominal</b>	<b>17</b>
3.1. Problema de operación nominal . . . . .	18
3.2. Inversión dinámica . . . . .	18
3.3. Operación nominal . . . . .	19
3.4. Pruebas de diseño de la operación nominal . . . . .	21
3.4.1. Resultados obtenidos mediante simulación . . . . .	21
3.4.2. Observaciones finales . . . . .	26
<b>4. Control por retroalimentación de estados</b>	<b>27</b>
4.1. Diseño del controlador . . . . .	28
4.2. Pruebas de funcionamiento nominales y robusta del controlador por RE . . . . .	29
4.2.1. Resultados experimentales . . . . .	34
4.2.2. Observaciones finales . . . . .	35
<b>5. Sistema de control y monitoreo</b>	<b>37</b>
5.1. Problema de estimación . . . . .	38
5.2. Identificación y caracterización de la propiedad de observabilidad . . . . .	38
5.3. Estimador geométrico (OEG) . . . . .	40
5.4. Sistema de control y monitoreo . . . . .	41
5.5. Pruebas de funcionamiento . . . . .	42
5.5.1. Pruebas de funcionamiento nominales y robusta del sistema de MC . . . . .	42
5.5.2. Observaciones finales . . . . .	46
<b>6. Conclusiones</b>	<b>47</b>
<b>A. Modelo del reactor</b>	<b>49</b>
A.1. Estequiometría de la reacción de carbonización . . . . .	49
A.2. Cinética de la reacción . . . . .	51
A.3. Balances de materia y energía . . . . .	51

<b>B. Caso de estudio</b>	<b>55</b>
B.1. Parámetros . . . . .	55
B.2. Perturbaciones . . . . .	57
<b>Referencias</b>	<b>59</b>

# Índice de figuras

2.1.	Diagrama esquemático del reactor HTC - Corte transversal del reactor. . . . .	6
2.2.	Diagrama de bloques del sistema, donde se identifica el vector de estados dinámicos ( $\mathbf{x}$ ), el vector de estados cuasiestáticos ( $\mathbf{z}$ ), salida medida ( $y$ ), variable manipulada ( $u$ ) y entradas exógenas ( $\mathbf{d}$ ). . . . .	11
2.3.	Diagrama de bloques del esquema de control y monitoreo y operación nominal dividido en secciones: (1) sistema: reactor HTC lote, (2) operación nominal, (3) controlador de seguimiento de trayectoria por RE, (4) controlador de evento, (5) estimador de estados, (6) Sistema de control y monitoreo. . . . .	15
3.1.	Diagrama de bloques de la operación nominal $\bar{\mathbf{O}} = [\bar{y}(t), \bar{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathbf{z}}(t), \bar{u}(t)]$ mediante la aplicación iterativa de la inversa dinámica (2) con variables de entrada $[\bar{y}(t), \bar{\mathbf{x}}_o, \bar{\mathbf{d}}(t)]$ (Bloque (2) de la figura 2.3). . . . .	17
3.2.	Evolución temporal de la consigna de temperatura $\bar{y}(t)$ en función de la temperatura inicial $T_o$ , temperatura objetivo $\bar{T}$ y parámetro de ajuste de velocidad $\lambda$ . . . . .	20
3.3.	Operación nominal con aplicación recursiva de la inversa dinámica. Se muestran las trayectorias de: a) salida nominal, b) esfuerzo de control, c) estados dinámicos y d) estados cuasiestáticos, de 4 iteraciones (—, —, —, —) y de la operación nominal (—). . . . .	22
3.4.	Robustez de la inversa dinámica en presencia de ruido en mediciones y errores de carga y parámetros de modelo. Se muestran las evoluciones temporales de las trayectorias de: a) salida nominal, b) esfuerzo de control, c) estados dinámicos y d) estados cuasiestáticos, de la operación perturbada (—) vs operación nominal obtenida de la aplicación de la inversa dinámica (—). . . . .	23
3.5.	Verificación de la operación nominal en ausencia de ruido en mediciones y errores de carga y parámetros de modelo. Se muestran las trayectorias de: a) salida nominal, b) esfuerzo de control, c) estados dinámicos y d) estados cuasiestáticos, a LA (—) vs operación nominal obtenida de la aplicación de la inversa dinámica (—). . . . .	24
3.6.	Robustez de la operación nominal a LA en presencia de ruidos de medición y errores de carga y parámetros de modelo. Se muestran las trayectorias de: a) salida nominal, b) esfuerzo de control, c) estados dinámicos y d) estados cuasiestáticos, de la operación perturbada a LA (—) vs operación nominal obtenida de la aplicación de la inversa dinámica (—). . . . .	25
4.1.	Diagrama de bloques de la planta (1) con controladores de seguimiento de trayectoria por RE (3) y de evento (4) (Bloques (3) y (4) de la figura 2.3). . . . .	27

4.2.	Verificación de la dinámica inversa alcanzada por el sistema a LC con controlador de seguimiento de trayectoria por RE en ausencia de ruido en mediciones y errores de carga y parámetros de modelo. Se muestran las evoluciones temporales de las trayectorias de: a) salida, b) esfuerzo de control, c) estados dinámicos y d) estados cuasiestáticos, del sistema a LC (—) vs operación nominal (—).	30
4.3.	Sistema a LC con controladores de evento y de seguimiento de trayectoria por reatrealimentación de estados, con variación de la ganancia del controlador en ausencia de ruido en mediciones y errores de carga (exceptuando temperatura inicial del reactor) y parámetros de modelo. Se muestran las evoluciones temporales de las trayectorias de: a) salida, b) esfuerzo de control, c) estados dinámicos y d) estados cuasiestáticos, del sistema a LC (—, —, —, —) vs operación nominal (—).	31
4.4.	Variabilidad del criterio de paro de lote y beneficio económico al modificar parámetros de costos de: a) materia prima $c_M$ y b) producto final $c_c$ .	32
4.5.	Robustez del sistema a LC con controladores de evento y de seguimiento de trayectoria por reatrealimentación de estados en presencia de ruido en mediciones y errores de carga y parámetros del modelo. Se muestran las evoluciones temporales de: a) salida, b) esfuerzo de control, c) estados dinámicos, d) estados cuasiestáticos y e) criterio de paro, de trayectorias perturbadas (—, —, —, —) vs trayectorias nominales (—).	33
4.6.	Relación entre tiempo final de lote y: a) costo de materia prima, b) valor del producto final.	34
5.1.	Diagrama de bloques del sistema de CM (6) del reactor (1) que unifica los controladores de seguimiento de trayectoria (3) y de evento (4) con el OEG (5) (Bloque (6) de la figura 2.3).	37
5.2.	Diagrama de bloques de la planta (2) con el OEG (5) (Bloque (5) de la figura 2.3).	41
5.3.	Sistema a LC con control por RS en ausencia de ruido en mediciones y errores de carga al variar la ganancia proporcional $k_o$ del observador. Se muestran las evoluciones temporales de las trayectorias de: a) salida, b) esfuerzo de control, c) estados dinámicos, d) estados cuasiestáticos y e) criterio de paro, del sistema a LC (—, —, —, —) vs operación nominal (—).	43
5.4.	Sistema a LC con control por RS en ausencia de ruido en mediciones y errores de carga al variar las condiciones iniciales del observador. Se muestran las evoluciones temporales de las trayectorias de: a) salida, b) esfuerzo de control, c) estados dinámicos, d) estados cuasiestáticos y e) criterio de paro, del sistema a LC (—, —, —, —) vs operación nominal (—).	44
5.5.	Robustez del sistema a LC con control por RS ante ruido en mediciones y errores de carga y parámetros. Se muestran las evoluciones temporales de las trayectorias perturbadas de: a) salida, b) esfuerzo de control, c) estados dinámicos, d) estados cuasiestáticos y e) criterio de paro, del sistema a LC (—, —, —, —) vs operación nominal (—).	45
B.1.	Calor latente de vaporización del agua líquida a presión de saturación para el rango de temperatura de 273 – 573 K	56

# Índice de tablas

2.1. Parámetros, variables y unidades del modelo dinámico . . . . .	7
B.1. Parámetros y entradas exógenas utilizados del caso de estudio . . . . .	56



## Lista de acrónimos y definiciones

Carbonización	proceso de transformación de las sustancias orgánicas en carbón por acción de diferentes reacciones químicas
Carbón HTC	producto del proceso de carbonización hidrotermal con características estructurales similares al carbón
CM	control y monitoreo
LA	lazo abierto
Lc	lazo cerrado
NL	no lineal
HTC	carbonización hidrotermal
ON	operación nominal
RE	retroalimentación de estados
RS	retroalimentación de salida



# Capítulo 1

## Introducción

Debido a las preocupaciones y ocupaciones en materia ambiental y energética, en las últimas décadas ha incrementado el interés por el desarrollo y estudio del proceso de carbonización hidrotermal (HTC). La carbonización hidrotermal es un proceso de tratamiento de desechos orgánicos, que permite valorar biomasa con contenido de humedad de hasta 85 %, al convertirla en un material renovable con gran contenido energético, llamado carbón HTC (Child, 2014). Este proceso consta de las siguientes secciones principales: (i) pretratamiento, donde la biomasa se muele y mezcla con agua de forma que la materia prima ingresa en fase líquida a la siguiente sección (ii) reacción, donde se procesa la biomasa húmeda en un reactor y se obtiene un producto con alto contenido de carbón y agua por reacción química en medio acuoso y presencia de calor, (iii) enfriamiento, donde se lleva el producto a una temperatura cercana a la ambiental mediante un sistema de intercambio de calor, (iv) filtrado, donde se elimina una gran cantidad de humedad del producto mediante un proceso mecánico o térmico, y (v) peletizado, donde se compacta y separa el producto en pellets de fácil manejo.

El desarrollo de esta tecnología ha despertado en los últimos años el interés por diseñar (Gómez et al., 2020; Peterson, Vogel, y Lachance, 2008) y monitorear propiedades cinéticas y químicas (Funke y Ziegler, 2011; Gallifuoco y Di Giacomo, 2018) de los reactores HTC lote, utilizando varias fuentes de desperdicio orgánicos, desde paja de trigo y tallos de maíz (Román et al., 2018), hasta abono (Basso et al., 2015) y desechos orgánicos municipales (Berge et al., 2011), dejando problemas abiertos en relación a operación y control de este tipo de reactores para su uso a escala piloto e industrial. La importancia de establecer una operación óptima asistida y diseñada mediante teoría de control radica en la oportunidad de maximizar el beneficio económico obtenido por el valor del carbón HTC al operar un reactor lote de forma segura y confiable con un uso eficiente de los recursos energéticos.

En la práctica industrial, el diseño de procesos afecta y es afectado por el diseño del control y la interacción proceso-control conduce al diseño de modelos integradores que ofrecen una alternativa enriquecedora al desarrollo y optimización de sistemas, que incorpora: conocimiento del proceso, teoría de control, optimización y análisis numérico (Seferlis y Georgiadis, 2004). El diseño industrial de reactores lote equivale a obtener un compromiso adecuado entre productividad, seguridad y calidad, manteniendo una buena relación costo-beneficio de la inversión. Esta necesidad por optimizar recursos conduce al desarrollo de técnicas sistemáticas de diseño conjunto operación-control, que implica la consideración de varias restricciones y decisiones, entre ellas están: el equipo del proceso, la trayectoria del lote y su duración, la selección de la estructura de control, y el algoritmo del control de seguimiento (Alvarez, Zaldo, y Oaxaca, 2004).

Este problema conjunto se ha abordado de forma secuencial, como se puede observar en estudios previos en procesos lote industriales: (i) diseño conjunto de proceso y control para procesos lote con aplicación a reactores de polímeros (Alvarez et al., 2004), donde se ha desarrollado un diseño constructivo y óptimo con condiciones de resolubilidad con significado físico y argumentos de pasividad, detectabilidad y optimización, y (ii) operación óptima de columnas de destilación lote binarias (Alvarez, Castellanos-Sahagún, Fernandez, y Aguirre, 2005), donde adicionalmente se ha desarrollado un problema de control de evento que maximiza el rendimiento económico del proceso, considerando costos de: materia prima, operación y fuente de calor, valor del producto obtenido y tiempo muerto entre lotes. Estas investigaciones motivan el desarrollo del presente trabajo, que consiste en desarrollar una metodología constructiva de diseño conjunto control-proceso basado en modelo, para reactores HTC lote con criterio óptimo de paro de operación.

El reactor HTC lote (al igual que otros procesos lote) es un sistema no autónomo cuya única solución es una trayectoria de estados definida sobre un intervalo de tiempo finito, por lo que las definiciones de estabilidad asintótica comúnmente usadas en procesos continuos, al igual que las propiedades de detectabilidad, pasividad y controlabilidad, no se pueden aplicar formalmente a este caso. En este tipo de procesos, estas definiciones aplican a una trayectoria particular y sus desviaciones causadas por errores de carga, parámetros de modelo y ruido en mediciones y entradas exógenas. Desde el punto de vista del control industrial, la trayectoria diseñada es aceptable si sus desviaciones se mantienen dentro de límites aceptables y preespecificados (Alvarez et al., 2004). En la literatura de control estas desviaciones son abordadas mediante conceptos de estabilidad práctica (Hahn, 1967; LaSalle y Lefschetz, 1961) y estabilidad entrada-estados (Sontag, Agachev, Utkin, Morse, y Sussman, 2004).

La naturaleza no lineal (NL) y no autónoma de los reactores lote conduce a problemas de control y operación complejos, y dado que el objetivo de esta tesis es la de controlar y monitorear la operación de un reactor HTC lote con base en la utilización de un modelo dinámico representativo, se han omitido pruebas formales de estabilidad. Las pruebas de estabilidad nominales y robustas que se presentan a lo largo de este trabajo son realizadas mediante simulación numérica, considerando errores de carga, paramétricos y ruido en mediciones realistas y razonables. Bajo esta misma consideración, se utiliza un modelo que emplea biomasa celulósica ideal como materia prima y se ilustra mediante un caso de estudio que a pesar de su sencillez mantiene la complejidad característica del sistema NL y no autónomo, tomando en cuenta que los resultados obtenidos se pueden generalizar al estudio de biomasas con estructuras más complejas.

En esta tesis se aborda el problema de controlar y monitorear la operación de un reactor lote HTC, garantizando operación segura, confiable y eficiente, mediante una metodología constructiva. Primero, se diseña la operación nominal mediante la aplicación iterativa de la inversa dinámica (Hirschorn, 1979) del modelo NL y no autónomo del reactor. Luego, se diseña un controlador de seguimiento trayectoria nominal por retroalimentación de estados (RE) y un controlador de evento que determina la duración del lote, con tiempo final cuando la utilidad por unidad de tiempo es máxima, siguiendo argumentos de pasividad y optimalidad. Posteriormente, se diseña un estimador de estados NL de cantidades de especies químicas y un indicador de rendimiento económico. La combinación de los controladores de evento y de seguimiento de trayectoria con el estimador de estados, aplicados al reactor a lazo cerrado (LC) da lugar al sistema de control y monitoreo (CM) que está conformado por un controlador robusto de seguimiento de trayectoria nominal por retroalimentación de salida (RS) y de evento, accionado por mediciones y un estimador de estados en línea. La metodología constructiva utilizada se ilustra y prueba nominal y robustamente a lo largo de este trabajo mediante simulación numérica con un caso de estudio representativo ante errores realistas y razonables de carga, paramétricos y ruido en mediciones.

# Capítulo 2

## Problema de control y monitoreo

### *Resumen*

*En este capítulo se formula técnicamente el problema de diseño del sistema de CM. Primero, se deriva el modelo no lineal (NL) y no autónomo del reactor a partir de principios de conservación de materia y energía, estequiometría, cinética química e intercambio de calor, con un estado que describe la utilidad por unidad de tiempo. Luego se define el concepto de estabilidad aplicado a sistemas no autónomos y la operación nominal del reactor. Posteriormente se plantea el problema de CM del reactor HTC. Finalmente, se enuncia la metodología utilizada para la solución del problema.*

### 2.1. Modelo del reactor HTC lote

La Carbonización Hidrotermal es un proceso de tratamiento de biomasa, que permite valorar los desechos orgánicos húmedos al convertirlos en carbón HTC con gran contenido energético, mediante la degradación de biomasa en carbón mediante una reacción de carbonización. La materia prima está compuesta de biomasa húmeda y agua, que ingresa a un reactor lote robusto a presión, donde se eleva la temperatura desde una inicial hasta una especificada, durante un tiempo de duración del lote y se obtiene un material carbonoso denominado lodillo de carbón HTC. Las características fundamentales de esta técnica de transformación son: (i) la presencia de agua para la obtención energética de carbón HTC y (ii) la elevación de la temperatura del reactor por encima del punto de ebullición del agua.

La figura 2.1 muestra el esquema del reactor HTC lote. Los componentes principales y reactivos que intervienen en el proceso se detallan a continuación:

- Componentes reactivos: La mezcla contenida en el reactor está compuesta por biomasa húmeda ( $M_{bho}$ ) y agua ( $M_{aeo}$ ) cargadas. La biomasa húmeda se compone a su vez de biomasa seca (a partir de aquí se llamará biomasa) ( $M_b$ ) y agua ( $M_h$ ), por lo que la cantidad total de agua cargada al reactor es:  $M_{ao} = M_{ho} + M_{aeo}$ . Al incrementarse la temperatura del reactor, la reacción de estos componentes en presencia de calor permite la descomposición de biomasa ( $M_b$ ) en carbón ( $M_c$ ) y agua ( $M_a$ ). Sin embargo la materia se conserva, por lo que la masa total en el reactor es:  $M = M_b + M_c + M_a$
- Tubería de carga de agua a temperatura ambiental ( $T_{ae}$ ) mediante la válvula  $V_{p1}$ .
- Tubería de carga de biomasa húmeda ( $M_{bh}$ ) a temperatura ( $T_{bo}$ ) mediante la válvula  $V_{p2}$ .



Tabla 2.1: Parámetros, variables y unidades del modelo dinámico

Simbología	Descripción	Unidad
Variables dinámicas		
$M$	Masa total	$Kg$
$M_b$	Masa de biomasa	$Kg$
$M_c$	Masa de carbón	$Kg$
$M_a$	Masa de agua	$Kg$
$T$	Temperatura de la mezcla	$K$
$J$	Utilidad por unidad de tiempo	$\$/s$
$W_s$	Flujo másico de vapor	$Kg/s$
$W_{ae}$	Flujo másico de agua influente	$Kg/s$
$W_{as}$	Flujo másico de vapor de agua effluente	$Kg/s$
$T_s$	Temperatura de exteriores	$K$
Parámetros de carga		
$T_o$	Temperatura inicial del reactor	$K$
$M_o$	Masa de producto total cargado al reactor	$Kg$
$M_{bo}$	Masa de biomasa cargada al reactor	$Kg$
$J_o$	Utilidad inicial por unidad de tiempo	$\$/s$
Parámetros del modelo		
$\kappa_a$	Calor específico del agua líquida	$KJ/(Kg^\circ K)$
$\kappa_{ab}$	Diferencia entre calor específico del agua líquida y biomasa	$KJ/(Kg^\circ K)$
$\kappa_{ac}$	Diferencia entre calor específico del agua líquida y carbón	$KJ/(Kg^\circ K)$
$\kappa_{av}$	Diferencia entre calor específico del agua líquida y vapor de agua	$KJ/(Kg^\circ K)$
$R_g$	Constante universal de los gases	$KJ/(mol^\circ K)$
$Q_{v1}(T)$	Calor latente de vaporización de vapor de calentamiento	$KJ/Kg$
$Q_{v2}(T)$	Calor latente de vaporización de vapor evacuado	$KJ/Kg$
$U$	Coefficiente de transporte de calor al ambiente	$W/(\circ Km^2)$
$A$	Área de intercambio del reactor con el ambiente	$m^2$
$s_c$	Coefficiente estequiométrico másico del carbón	-
$Q_r$	Calor de reacción por unidad de masa	$KJ/Kg$
$E_a$	Energía de activación	$KJ/mol$
$K_o$	Factor preexponencial de Arrhenius	$1/s$
Parámetros económicos		
$c_c$	valor del carbón por $Kg$	$\$/Kg$
$c_M$	Costo de la materia prima por $Kg$	$\$/Kg$
$c_s$	Costo del vapor de calentamiento por $Kg$	$\$/Kg$
$c_o$	Costo de operación por segundo	$\$/s$
$t_d$	tiempo muerto o de espera entre lotes	$s$

En el proceso de carga y dosificación de materia y energía intervienen los siguientes componentes:

**Carga de materia:**

- Biomasa seca contenida en la biomasa húmeda cargada:  $M_{bo}$  (Kg)
- Agua contenida en la biomasa húmeda cargada:  $M_{ho}$  (Kg)
- Agua cargada por separado:  $M_{aeo}$  (Kg)
- Agua total cargada:  $M_{ao}$  (Kg)

**Dosificación de materia durante el lote:**

- Flujo másico de agua cargada a través de la válvula  $V_{p1}$ :  $W_{ae}$   $\left(\frac{Kg}{s}\right)$
- Flujo másico de agua evacuado a través de la válvula de alivio  $V_c$ :  $W_{as}$   $\left(\frac{Kg}{s}\right)$

**Carga de energía:**

- Energía por calor sensible de biomasa seca contenida en la biomasa húmeda cargada referida a  $0K$ :  $M_{bo}c_{pb}T_{bo}$  (KJ)
- Energía por calor sensible de agua contenida en la biomasa húmeda cargada referida a  $0K$ :  $M_{ho}c_{pa}T_{bo}$  (KJ)
- Energía por calor sensible de agua cargada por separado referida a  $0K$ :  $M_{ae}c_{pa}T_{ae}$  (KJ)

**Inyección de energía:**

- Calor sensible contenido en el flujo másico de agua inyectado:  $W_{ae}c_{pa}T_{ae}$   $\left(\frac{KJ}{s}\right)$
- Calor inyectado por intercambio de calor desde el serpentín:  $W_s Q_{v1}$   $\left(\frac{KJ}{s}\right)$
- Calor liberado por reacción exotérmica:  $Q_r K(T)M_b$   $\left(\frac{KJ}{s}\right)$
- Calor extraído por intercambio con el ambiente:  $UA(T - T_s)$   $\left(\frac{KJ}{s}\right)$
- Calor sensible extraído en el flujo másico de vapor evacuado:  $W_{as}c_{pv}T$   $\left(\frac{KJ}{s}\right)$
- Calor extraído por intercambio con el ambiente a través de la válvula  $V_c$ :  $W_{as}Q_{v2}$   $\left(\frac{KJ}{s}\right)$

De la aplicación de principios de conservación de materia y energía, estequiometría, cinética química e intercambio de calor con el procedimiento estándar en ingeniería de reactores químicos (Fogler, 2006; Levenspiel, 2006) se obtiene el modelo dinámico del reactor HTC lote (los detalles de la derivación del modelo dinámico se presentan en el Apéndice A: estequiometría en subapéndice A.1, cinética química en subapéndice A.2, balances de materia y energía en subapéndice A.3):

$$\dot{M} = W_{ae} - W_{as} \quad , \quad M(0) = M_o \quad , \quad t_o \leq t \leq t_f \quad (2.1a)$$

$$\dot{M}_b = -K(T)M_b := f_{M_b} \quad , \quad M_b(0) = M_{bo} \quad , \quad K(T) = K_0 e^{-\frac{E_a}{R_g T}} \quad (2.1b)$$

$$\dot{T} = \frac{\kappa_a W_{ae}(T_{ae} - T) + [\kappa_{av}T - Q_{v2}(T)]W_{as} + UA(T_s - T) + K(T)M_b[Q_r + (s_c \kappa_{ac} - \kappa_{ab})T]}{(s_c \kappa_{ac} - \kappa_{ab})M_b - s_c \kappa_{ac} M_{bo} + \kappa_a M} + \frac{Q_{v1}(T)}{(s_c \kappa_{ac} - \kappa_{ab})M_b - s_c \kappa_{ac} M_{bo} + \kappa_a M} W_s \quad , \quad T(0) = T_o \quad (2.1c)$$

$$M_c = s_c(M_{bo} - M_b) \quad , \quad M_a = M - M_b(1 - s_c) - s_c M_{bo} \quad , \quad y = T \quad (2.1d)$$

Donde  $(M, M_b, T)$  es el conjunto de estados dinámicos,  $M$  es masa total,  $M_b$  es cantidad de biomasa,  $T$  es temperatura del reactor.  $(M_c, M_a)$  es el conjunto de estados cuasiestáticos,  $M_c$  y  $M_a$  son cantidades de carbón y agua respectivamente.  $W_s$  es flujo másico de vapor de calentamiento,  $y$  es la salida medida,  $(W_{ae}, W_{as}, T_s)$  es el conjunto de entradas exógenas, donde  $W_{ae}$  y  $W_{as}$  son flujos de ingreso de agua líquida y de evacuación de vapor de agua respectivamente y  $T_s$  es la temperatura de exteriores (los parámetros y variables utilizados en el modelo con su descripción, nomenclatura y unidades se definen en la tabla 2.1).

Además, con base en los estudios previos de control y estimación en procesos lote: (i) reactor de polimerización (Alvarez et al., 2004) y (ii) columnas de destilación binarias (Alvarez et al., 2005), se introduce como extensión al modelo (2.1) del reactor lote HTC el estado función de utilidad en tiempo  $t_o \leq t \leq t_f$  definido como el cociente entre utilidad  $U(t)$  y duración efectiva del lote  $t_e$  (la notación y unidades utilizadas se muestran en la tabla 2.1):

$$J(t) = \frac{U(t)}{t + t_d} = \frac{c_c M_c(t) - c_M M(t) - c_s \int_{t_o}^t W_s d\tau}{t + t_d} - c_o, \quad t \in [t_o, t_f] \quad (2.2)$$

con valor al término del lote

$$J(t_f) = \frac{U(t_f)}{t_e} = \frac{V(t_f) - C(t_f)}{t_e}, \quad t_e = t_f + t_d, \quad t = t_f \quad (2.3)$$

donde

$$U(t_f) = V(t_f) - C(t_f), \quad V(t_f) = c_c M_c(t_f) \quad (2.4a)$$

$$C(t_f) = c_M M(t_o) + c_s \int_{t_o}^{t_f} W_s d\tau + c_o(t_f + t_d) \quad (2.4b)$$

$U$  (\$) es la utilidad del lote, definida como el valor  $V$  (\$) del carbón producido menos la suma  $C$  (\$) de costos de materia prima, consumo de vapor y operación, donde  $c_c$  es el valor de carbón por  $Kg$ ,  $c_M$  es el costo de la materia prima por  $Kg$ ,  $c_s = c_h Q_{v1}(T)$  es el costo del vapor de calentamiento por  $Kg$ , donde  $c_h$  es el costo del vapor de calentamiento por  $KJ$  y  $Q_{v1}(T)$  es el calor latente de vaporización en el sistema de calentamiento,  $c_o$  es el costo de operación por segundo y  $t_d$  es el tiempo muerto o de espera entre lotes.

La derivación de  $J$  de la ecuación (2.2) da como resultado la tasa de cambio de la función de utilidad:

$$\dot{J} = \frac{1}{t + t_d} [-J + c_c \dot{M}_c - c_M \dot{M} - c_s W_s] \quad (2.5)$$

Observe que  $J$  depende de magnitudes cambiantes en el tiempo de: (i) masa total  $M$ , (ii) masa de carbón  $M_c$ , (iii) flujo másico de vapor  $W_s$  inyectado al reactor, así como del tiempo  $t$  y el tiempo muerto  $t_d$  constante, donde  $M$  es el estado dinámico asociado al balance de masa total (2.1a) presentado en el modelo dinámico del reactor (2.1) y  $M_c$  es el estado dinámico asociado al balance de carbón, cuya ecuación es (la ecuación de balance de carbón  $M_c$  se encuentra en el apéndice A.3 conformando el conjunto de ecuaciones diferenciales de balances de masa y energía (A.12)):

$$\dot{M}_c = s_c [K(T)M_b], \quad M_c(0) = M_{co} \quad (2.6)$$

La sustitución de las ecuaciones (2.1a) y (2.6) en el lado derecho de la ecuación de tasa de cambio de la función de utilidad (2.5) da como resultado la ecuación diferencial del estado función de utilidad  $J$ :

$$\dot{J} = \frac{1}{t + t_d} [-J + c_c s_c K(T)M_b - c_M W_{ae} - c_s W_s], \quad J(0) = -\left(\frac{c_M M_o}{t_d} + c_o\right) \quad (2.7)$$

donde  $J(0)$  es el valor de la función de utilidad en tiempo  $t_o$  y corresponde a un valor de utilidad negativa de la suma del costo de operación  $c_o$ , con el costo de la materia prima multiplicado por su carga inicial  $M_o$  y dividido entre el tiempo muerto  $t_d$ . Además, El producto  $c_M W_{as} = 0$ , ya que no existe recuperación energética del flujo de vapor de agua  $W_{as}$ .

La combinación del modelo dinámico del reactor (2.1) con la ecuación diferencial del estado función de utilidad (2.7) genera el modelo dinámico del proceso:

$$\dot{M} = W_{ae} - W_{as} := f_M(W_{ae}, W_{as}), \quad M(0) = M_o, \quad t_o \leq t \leq t_f \quad (2.8a)$$

$$\dot{M}_b = -K(T)M_b := f_{M_b}(M_b, T), \quad M_b(0) = M_{bo} \quad (2.8b)$$

$$\begin{aligned} \dot{T} = & f_T(M, M_b, T) + h_{T1}(M, M_b, T)W_{ae} + h_{T2}(M, M_b, T)W_{as} \\ & + h_{T3}(M, M_b)T_s + g_T(M, M_b, T)W_s := f_{Td}(M, M_b, T, W_{ae}, W_{as}, T_s, W_s), \quad T(0) = T_o \end{aligned} \quad (2.8c)$$

$$\begin{aligned} \dot{J} = & f_J(M_b, T, J, t) - h_J(t)W_{ae} \\ & + g_J(t)W_s := f_{Jd}(M_b, T, J, W_{ae}, W_{as}, W_s, t), \quad J(0) = -\left(\frac{c_M M_o}{t_d} + c_o\right) := J_o \end{aligned} \quad (2.8d)$$

$$M_c = -s_c M_b + s_c M_{bo} := f_{M_c}(M_b), \quad M_a = M_b(s_c - 1) + M_o - s_c M_{bo} := f_{M_a}(M_b) \quad (2.8e)$$

$$y = T \quad (2.8f)$$

donde

$$\begin{aligned} \kappa_1 = & s_c \kappa_{ac} - \kappa_{ab}, \quad K(T) = K_o e^{-\frac{E_a}{R_g T}}, \quad q(M, M_b) = \kappa_1 M_b + \kappa_a M - s_c \kappa_{ac} M_{bo} \\ f_T(M, M_b, T) = & \frac{-UAT + K(T)(Q_r + \kappa_1 T)M_b}{q(M, M_b)}, \quad f_J(M_b, T, J, t) = \frac{1}{t + t_d} [-J + c_c s_c K(T)M_b] \\ g_T(M, M_b, T) = & \frac{Q_{v1}(T)}{q(M, M_b)}, \quad g_J(t) = -\frac{c_s}{t + t_d}, \quad h_{T1}(M, M_b, T) = \frac{\kappa_a(T_{ae} - T)}{q(M, M_b)} \\ h_{T2}(M, M_b, T) = & \frac{\kappa_{av}T - Q_{v2}(T)}{q(M, M_b)}, \quad h_{T3}(M, M_b) = \frac{UA}{q(M, M_b)}, \quad h_J(t) = \frac{c_M}{t + t_d} \end{aligned}$$

$(M, M_b, T, J)$  es el conjunto de estados dinámicos,  $M$  es masa total,  $M_b$  es cantidad de biomasa,  $T$  es temperatura del reactor y  $J$  es el estado función de utilidad que no es muy utilizado en el área de estimación y control, salvo en el campo de control económico (Heidarinejad, Liu, y Christofides, s.f.; Alvarez et al., 2005).  $(M_c, M_a)$  es el conjunto de estados cuasiestáticos, donde  $M_c$  es cantidad de carbón y  $M_a$  es cantidad de agua.  $W_s$  es flujo másico de vapor de calentamiento,  $y$  es la salida medida,  $(W_{ae}, W_{as}, T_s)$  es el conjunto de entradas exógenas medidas, donde  $W_{ae}$  y  $W_{as}$  son flujos de ingreso de agua líquida y de evacuación de vapor de agua respectivamente y  $T_s$  es la temperatura de exteriores. En notación compacta, el modelo del reactor (2.8) se escribe de la siguiente forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) + \mathbf{H}(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \mathbf{d} + \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \mathbf{u} := \mathbf{f}_d(\mathbf{x}, \mathbf{d}, \mathbf{u}, \mathbf{p}, t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_o, \quad t = [t_o, t_f] \quad (2.9a)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{S}(\mathbf{p}) \mathbf{x} + \mathbf{s}(\mathbf{p}) \quad (2.9b)$$

$$y = \mathbf{c} \mathbf{x} \quad (2.9c)$$

donde

$$\mathbf{x} = [M, M_b, T, J]', \quad \mathbf{x}_o = [M_o, M_{bo}, T_o, J_o]', \quad \mathbf{z} = [M_c, M_a]'$$

$$\mathbf{u} = W_s, \quad \mathbf{d} = [W_{ae}, W_{as}, T_s]', \quad \mathbf{p} = [M_{bo}, s_c, K_o, E_a]'$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) = \begin{bmatrix} 0 \\ f_{M_b}(\mathbf{x}) \\ f_T(\mathbf{x}) \\ f_J(\mathbf{x}, t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ h_{T1}(\mathbf{x}) & h_{T2}(\mathbf{x}) & h_{T3}(\mathbf{x}) \\ -h_J(t) & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g_T(\mathbf{x}) \\ g_J(t) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{h}_T(\mathbf{x}) = [h_{T1}(\mathbf{x}), h_{T2}(\mathbf{x}), h_{T3}(\mathbf{x})], \quad \mathbf{c} = [0, 0, 1, 0], \quad \mathbf{S}(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} 0 & -s_c & 0 & 0 \\ 1 & s_c - 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{s}(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} s_c M_{bo}$$

$\mathbf{x} \in \mathbb{X} \in \mathbb{R}^4$  es el vector de estados dinámicos,  $x_o \in \mathbb{X}$  es el conjunto de condiciones iniciales,  $0 \leq M_b \leq M_{b0}$ ,  $M \leq M_o$  y  $T \geq T_o$ .  $\mathbf{z} \in \mathbb{Z} \in \mathbb{R}^2$  es el vector de estados estáticos,  $[t_o, t_f]$  es la duración finita del lote,  $u \geq 0$  es un control admisible,  $y$  es la salida medida,  $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^3$  es el vector de entradas exógenas y  $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^4$  es el vector de parámetros, donde  $K_o$  y  $E_a$  son la constante de velocidad y energía de activación de la tasa de reacción de carbonización con constante de proporcionalidad tipo Arrhenius  $K(T)$ ,  $s_c$  es el coeficiente estequiométrico másico del carbón y  $M_{b0}$  es la biomasa cargada.

Además, el vector columna  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t)$  contiene a las funciones no lineales dependientes de los estados, parámetros del sistema y el tiempo  $t$ , donde  $f_T(\mathbf{x})$  es una expresión algebraica producto del balance de energía,  $f_{M_b}(\mathbf{x})$  es la velocidad de degradación de biomasa en carbón y  $f_J(\mathbf{x}, t)$  es una expresión algebraica del estado función de utilidad. La matriz  $\mathbf{H}(\mathbf{x}, \mathbf{p})_{4 \times 3}$  y vector columna  $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t)$  dependientes de los estados, parámetros y tiempo son lineales respecto a entradas exógenas y entrada de control respectivamente, donde  $\mathbf{h}_T(\mathbf{x})$  es un vector que contiene expresiones algebraicas relacionadas con intercambio de calor con entradas exógenas,  $g_T(\mathbf{x})$  es un término relacionado directamente con la inyección de calor, en tanto que  $g_J(t)$  es el costo del vapor por kilogramo y por unidad de tiempo. La matriz  $\mathbf{M}(\mathbf{p})_{2 \times 4}$  depende solamente del coeficiente estequiométrico másico del carbón  $s_c$  y el vector columna  $\mathbf{n}(\mathbf{p})$  es el producto del vector  $[1 \ -1]^T$  con la carga inicial de biomasa escalada con  $s_c$ .

Por simplicidad la dependencia explícita de los vectores y matrices con el vector de parámetros  $\mathbf{p}$  y el tiempo  $t$  se omitirá. En forma simplificada, el modelo (2.9) se escribe de la siguiente manera:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{H}(\mathbf{x}) \mathbf{d} + \mathbf{g}(\mathbf{x}) u, \quad x(0) = \mathbf{x}_o, \quad t = [t_o, t_f] \quad (2.10a)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{S} \mathbf{x} + \mathbf{s} \quad (2.10b)$$

$$y = \mathbf{c} \mathbf{x} \quad (2.10c)$$

La anterior definición de variables que conforman el sistema dinámico en notación compacta se resumen en el diagrama de bloques de la figura 2.2.

El sistema (2.9) en notación compacta es NL y no autónomo, afín en la entrada de control y en las entradas exógenas, con las siguientes características (Kloeden y Rasmussen, 2011):

- Su solución puede depender de forma separada del tiempo actual  $t$  y el tiempo inicial  $t_o$ .
- Su solución es una trayectoria continua (o proceso) que forma un mapeo  $(t, t_o, x_o) \rightarrow x(t, t_o, x_o) \in \mathbb{R}^4$  para  $t_o \leq t \leq t_f$  cumpliendo con las propiedades de evolución y valor inicial:
  - (i)  $x(t_o, t_o, x_o) = x_o \ \forall t_o \in \mathbb{R} \text{ y } x_o \in \mathbb{R}^4$ .
  - (ii)  $x(t_2, t_o, x_o) = x[t_2, t_1, x(t_1, t_o, x_o)] \ \forall t_o \leq t_1 \leq t_2 \text{ y } x_o \in \mathbb{R}^4$ .

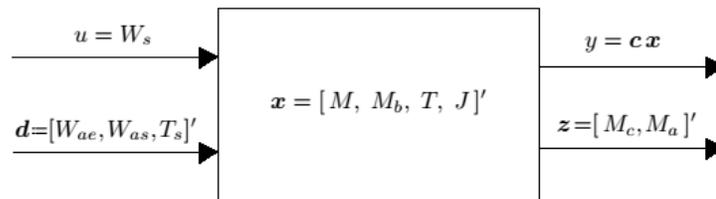


Figura 2.2: Diagrama de bloques del sistema, donde se identifica el vector de estados dinámicos ( $\mathbf{x}$ ), el vector de estados cuasiestáticos ( $\mathbf{z}$ ), salida medida ( $y$ ), variable manipulada ( $u$ ) y entradas exógenas ( $\mathbf{d}$ ).

## 2.2. Estabilidad

Ya que el reactor HTC es un sistema no autónomo (2.9), las definiciones estándar de estabilidad asintótica de puntos críticos que son apropiadas para procesos continuos no se pueden aplicar formalmente al caso lote. En este caso la definición de estabilidad aplica a una trayectoria particular del sistema y sus desviaciones causadas por perturbaciones en condiciones iniciales, entradas exógenas, parámetros y entrada de control (Alvarez et al., 2005). A continuación se presenta la noción de estabilidad de sistemas no autónomos con base en las definiciones de estabilidad local, no local-práctica (LaSalle y Lefschetz, 1961; Hahn, 1967) y estabilidad entrada-estados (Sontag et al., 2004) utilizadas en estudios previos de estimación y control en reactores de polimerización (Alvarez et al., 2004) y columnas de destilación industriales (Alvarez et al., 2005) en modo lote.

Consideremos la siguiente dinámica nominal del sistema no autónomo (2.9):

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}_d(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{d}}(t), \bar{\mathbf{u}}(t), \bar{\mathbf{p}}) \quad , \quad \bar{\mathbf{x}}(0) = \bar{\mathbf{x}}_o \quad , \quad t = [t_o, \bar{t}_f] \quad (2.11)$$

donde  $\bar{\mathbf{x}}$  son los estados dinámicos nominales y  $[t_o, \bar{t}_f]$  es la duración nominal del lote.

Denotemos por

$$\mathbf{D}_d = [\bar{\mathbf{x}}_o, \bar{\mathbf{d}}(t), \bar{\mathbf{u}}(t), \bar{\mathbf{p}}]' \quad (2.12)$$

al vector de datos nominales que consiste en el cuarteto: condición inicial nominal  $\bar{\mathbf{x}}_o$ , entradas exógenas nominales  $\bar{\mathbf{d}}(t)$ , entrada de control nominal  $\bar{\mathbf{u}}$  y parámetros nominales  $\bar{\mathbf{p}}$  (la definición detallada de operación nominal del reactor se establece en la sección 2.3).

La solución única de la ecuación (2.11) (puesto que  $\mathbf{f}_d(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{d}}(t), \bar{\mathbf{u}}(t), \bar{\mathbf{p}})$  es continua y Lipschitz en  $(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{d}}, \bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{p}})$  en el intervalo de tiempo  $(t_o, \bar{t}_f)$  (Elsготz, 1969)) es la trayectoria de estados

$$\bar{\mathbf{x}}(t) = \tau_{\mathbf{x}}(t, t_o, \bar{\mathbf{x}}_o, \bar{\mathbf{d}}(t), \bar{\mathbf{u}}(t), \bar{\mathbf{p}}) \quad (2.13)$$

y las trayectorias de salida de estado cuasiestático y de temperatura medida

$$\bar{\mathbf{z}}(t) = \tau_{\mathbf{z}}[\bar{\mathbf{x}}(t)] \quad (2.14)$$

$$\bar{\mathbf{y}}(t) = \tau_{\mathbf{y}}(\bar{\mathbf{x}}(t)) \quad (2.15)$$

donde  $\tau_{\mathbf{x}}$  es el mapa de transición de estado dinámico,  $\tau_{\mathbf{z}}$  y  $\tau_{\mathbf{y}}$  son los mapas de transición de salida de estado cuasiestático y de temperatura medida respectivamente.

Ahora, denotemos por

$$\hat{\mathbf{D}}_d = [\bar{\mathbf{x}}_o + \tilde{\mathbf{x}}_o, \bar{\mathbf{d}}(t) + \tilde{\mathbf{d}}(t), \bar{\mathbf{u}}(t) + \tilde{\mathbf{u}}(t), \bar{\mathbf{p}} + \tilde{\mathbf{p}}]' \quad (2.16)$$

al vector de datos perturbados acotado, con tamaños de desviaciones en condiciones iniciales, parámetros, entradas exógenas y entrada de control:

$$|\tilde{\mathbf{x}}_o| \leq \delta_o, \quad |\tilde{\mathbf{d}}(t)| := \delta_d \leq \delta_d^+, \quad |\tilde{\mathbf{u}}(t)| := \delta_u \leq \delta_u^+, \quad |\tilde{\mathbf{p}}| \leq \delta_p \quad (2.17)$$

Las desviaciones en las trayectorias nominales están dadas por la diferencia entre la trayectoria nominal  $\bar{\mathbf{x}}(t)$  y las trayectorias perturbadas  $\hat{\mathbf{x}}(t)$ , como

$$\tilde{\mathbf{x}}(t) = \hat{\mathbf{x}}(t) - \bar{\mathbf{x}}(t) \quad (2.18a)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(t) = \tau_{\mathbf{x}}(t, t_o, \hat{\mathbf{x}}_o, \hat{\mathbf{d}}(t), \hat{\mathbf{u}}(t), \hat{\mathbf{p}}) \quad (2.18b)$$

**Definición 1.** La trayectoria de estados nominal  $\bar{\mathbf{x}}(t)$  (2.11) en el intervalo de tiempo  $[t_o, \bar{t}_f]$  es robustamente (exponencialmente) o prácticamente estable (Sontag et al., 2004) si  $\exists l_x, a_x, b_p, b_d, b_u > 0$ , tal que las desviaciones en las trayectorias  $\tilde{\mathbf{x}}(t)$  (2.18) estén acotadas de la siguiente forma:

$$\forall t \in [t_o, \bar{t}_f]: |\tilde{\mathbf{x}}(t)| \leq a_x e^{-l_x(t-t_o)} \delta_o + b_p \delta_p + b_d \delta_d^+ + b_u \delta_u^+ \quad (2.19a)$$

$$\leq a_x \delta_o + b_p \delta_p + b_d \delta_d^+ + b_u \delta_u^+ = \epsilon_x(\delta_o, \delta_p, \delta_d^+, \delta_u^+), \epsilon_x(0, 0, 0, 0) = 0 \quad (2.19b)$$

**Definición 2.** La trayectoria de estados  $\bar{\mathbf{x}}(t)$  (2.13) en el intervalo de tiempo  $[t_o, t_f]$  es localmente estable (LaSalle y Lefschetz, 1961; Hahn, 1967) si  $\exists \epsilon_x$  arbitrariamente pequeño con tamaños de perturbaciones de datos  $(\delta_o, \delta_p, \delta_d^+, \delta_u^+)$  suficientemente pequeños.

**Definición 3.** La trayectoria de estado  $\bar{\mathbf{x}}(t)$  (2.13) en el intervalo de tiempo  $[t_o, t_f]$  es no localmente y prácticamente estable (LaSalle y Lefschetz, 1961; Hahn, 1967) si tamaños de perturbaciones de datos  $(\delta_o, \delta_p, \delta_d^+, \delta_u^+)$  admisibles y preespecificados producen trayectorias de estados desviadas dentro de un tamaño  $\epsilon_x$  preespecificado.

## 2.3. Operación nominal

Es el régimen de operación deseado en tiempo  $t_o \leq t \leq t_f$ , de tal forma que el proceso se lleve a cabo cumpliendo especificaciones técnicas preestablecidas.

Para este fin, denotemos por:

$$\bar{\mathbf{D}} = [\bar{\mathbf{x}}_o, \bar{y}(t), \bar{\mathbf{d}}(t), \bar{\mathbf{p}}] \quad (2.20)$$

al vector de datos nominales  $\bar{\mathbf{D}}$  que consiste en el cuarteto: (i) condición inicial  $\bar{\mathbf{x}}_o$ , (ii) salida de temperatura medida  $\bar{y}(t)$ , (iii) entradas exógenas  $\bar{\mathbf{d}}(t)$  y (iv) parámetros  $\bar{\mathbf{p}}$ .

El vector de datos  $\bar{\mathbf{D}}$  (2.20) aplicado al sistema (2.9) produce las trayectorias nominales de: (i) estados dinámicos  $\bar{\mathbf{x}}(t)$ , (ii) salida de estados cuasiestáticos  $\bar{\mathbf{z}}(t)$ , (iii) entrada de control  $\bar{u}(t)$  y (iv) salida de temperatura medida  $\bar{y}(t)$ , generando la operación nominal  $\bar{\mathbf{O}}$ :

$$\bar{\mathbf{O}} = [\bar{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathbf{z}}(t), \bar{u}(t), \bar{y}(t)], t_o \leq t \leq \bar{t}_f \quad (2.21)$$

que satisface el caso particular del sistema (2.9):

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{p}}) + \mathbf{H}(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{p}}) \bar{\mathbf{d}} + \mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{p}}) \bar{u}, \bar{\mathbf{x}}(0) = \bar{\mathbf{x}}_o, t = [t_o, \bar{t}_f] \quad (2.22a)$$

$$\bar{\mathbf{z}} = \mathbf{S}(\bar{\mathbf{p}}) \bar{\mathbf{x}} + \mathbf{s}(\bar{\mathbf{p}}), \bar{y} = \mathbf{c} \bar{\mathbf{x}} \quad (2.22b)$$

## 2.4. Problema

Nuestro problema consiste en diseñar:

- (i) La operación nominal  $\bar{\mathbf{O}}$  (2.21) con trayectoria de estados  $\bar{\mathbf{x}}(t)$  prácticamente estable:

$$\bar{\mathbf{O}} = [ \bar{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathbf{z}}(t), \bar{u}(t), \bar{y}(t) ], t_o \leq t \leq \bar{t}_f \quad (2.23)$$

para que el proceso se efectúe manteniendo un compromiso entre duración del lote, esfuerzo de control y robustez ante errores de carga, mediciones y parámetros del modelo.

- (ii) Un sistema de CM que combina un estimador de estados con un controlador NL por RS (con estado  $\mathbf{x}_c$  formado por los estados estimados  $\hat{\mathbf{x}}$  y un estado integral  $\hat{l}$  de un estimador geométrico (Alvarez, 2009):

$$\dot{\mathbf{x}}_c = \mathbf{f}_c[\mathbf{x}_c, \mathbf{d}(t), u(t), y(t), \bar{y}(t)], \mathbf{x}_c(0) = \mathbf{x}_{co}, t = [t_o, t_f] \quad (2.24a)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_c = \mathbf{C}_e \mathbf{x}_c, \mathbf{x}_c = [\hat{\mathbf{x}}, \hat{l}] \quad (2.24b)$$

$$u(t) = \mu[\mathbf{x}_c, \mathbf{d}, y(t), \bar{y}(t)] \quad (2.24c)$$

$$t_f = \mu_f[\mathbf{x}_c, u(t_f), \mathbf{d}(t_f), y(t_f), t_f] \quad (2.24d)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{S}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{s} \quad (2.24e)$$

$$y = \mathbf{c}\hat{\mathbf{x}} \quad (2.24f)$$

accionado por mediciones, de manera que la temperatura medida del reactor  $y(t)$  siga la temperatura nominal  $\bar{y}(t)$  y la trayectoria de estados  $\mathbf{x}(t)$  siga la trayectoria nominal  $\bar{\mathbf{x}}(t)$  robustamente a LC, ajustando el flujo de ingreso de vapor de calentamiento  $u(t)$  y con base en los estados estimados  $\hat{\mathbf{x}}$  determine la duración del lote (con tiempo final de lote  $t_f$  cuando  $J$  alcance su valor máximo en el tiempo, cuando  $\dot{J} = 0$ ).

Este problema se resuelve utilizando la siguiente metodología (ilustrada en la figura 2.3):

- Diseño de la operación nominal  $\bar{\mathbf{O}}$  (2.23) (capítulo 3) mediante calibración iterativa (asistida por intuición y conocimiento del proceso) en base a inversión dinámica (Hirschorn, 1979), como se realizó en los estudios previos de control y estimación en procesos industriales en modo lote: (i) reactor de polimerización (Alvarez et al., 2004) y (ii) columnas de destilación (Alvarez et al., 2005).
- Diseño de un esquema de control NL (capítulo 4) que consta de dos componentes: (i) un controlador de seguimiento de trayectoria  $u = \mu[\mathbf{x}, y(t), \bar{y}(t), d(t)]$  por RE, de manera que el sistema a LC siga la trayectoria nominal  $\bar{\mathbf{x}}(t)$  ((Alvarez et al., 2004)) obtenida en el capítulo 3, y (ii) un controlador de evento con criterio de paro de lote en tiempo  $t_f = \mu_f[\mathbf{x}, u(t_f), \mathbf{d}(t_f), y(t_f), t_f]$  que maximiza el estado función de utilidad  $J$  (2.8d), considerando que: los estados dinámicos son conocidos y están disponibles para efectos de control (esta suposición se relajará en el capítulo 5) y se aplica la dinámica de la salida de referencia prescrita  $\bar{y}(t)$ , obtenida de la operación nominal.
- Diseño de un observador geométrico (Alvarez, 2009) de estados dinámicos  $\hat{\mathbf{x}}$  (capítulo 5) con base en el modelo dinámico, datos de carga y mediciones, con acción integral para eliminar sesgo en la predicción de la salida e introducir capacidad de compensar errores de modelado.
- Implementación del esquema de CM (capítulo 5) que combina el controlador por retroalimentación de la salida (RS) formado por los controles de seguimiento de trayectoria (2.24) y de evento (2.24d) (capítulo 4), basado en los estados estimados, y un estimador geométrico (EG) de estados, con condiciones de: (i) estabilidad robusta de las trayectorias de estados ante errores realistas y razonables de carga, mediciones y paramétricos, (ii) convergencia de los estados estimados  $\hat{\mathbf{x}}$  a los estados nominales, y (iii) sintonización sencilla.

La metodología utilizada para la resolución del problema se ilustra a lo largo de este trabajo mediante pruebas de funcionamiento nominales y robustas con simulación numérica, diseño sistemático y condiciones de resolubilidad con significado físico de un caso de estudio representativo (los parámetros de modelo, así como el tipo y tamaños de ruido y errores considerados se presentan en el apéndice B).

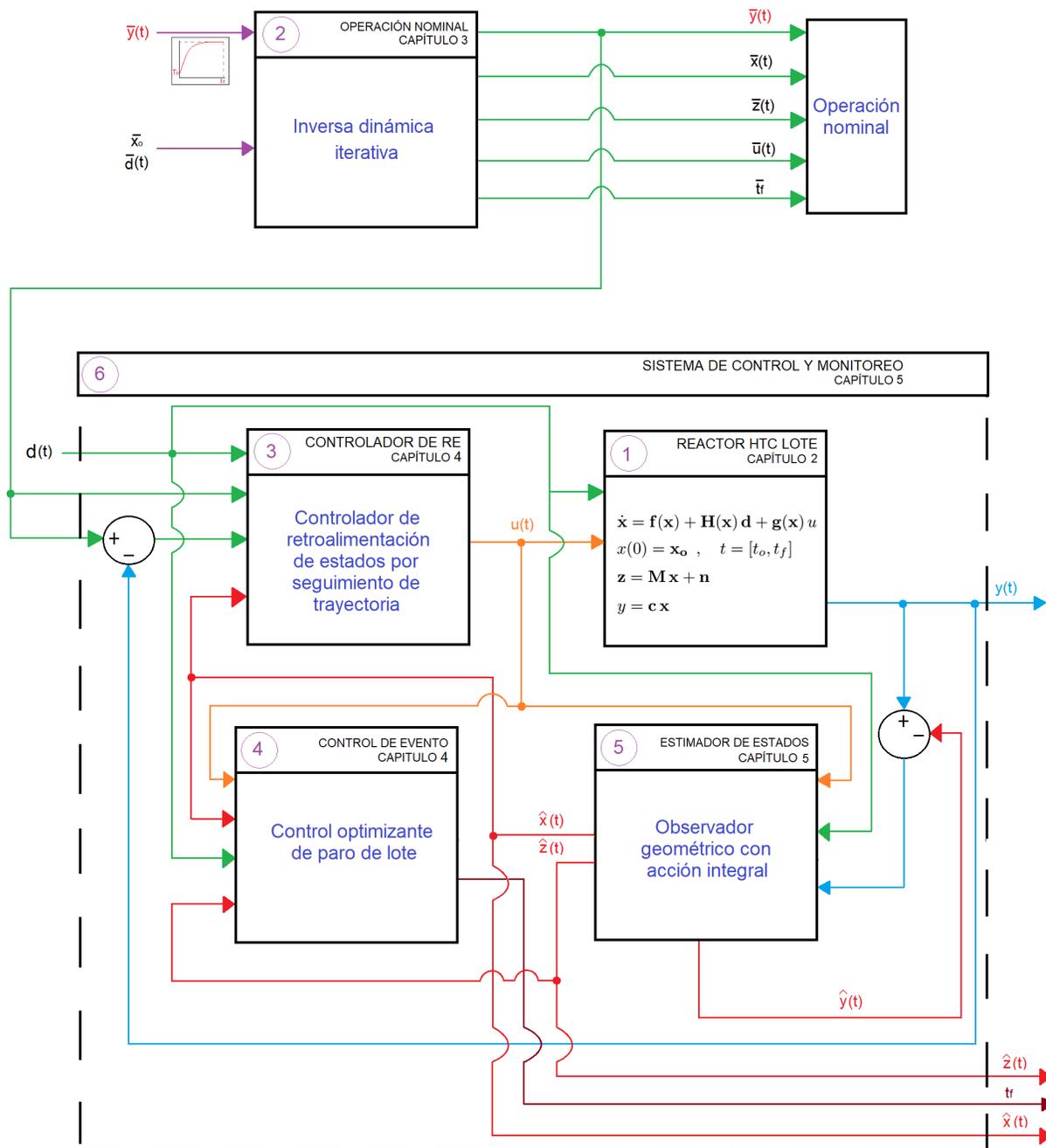


Figura 2.3: Diagrama de bloques del esquema de control y monitoreo y operación nominal dividido en secciones: (1) sistema: reactor HTC lote, (2) operación nominal, (3) controlador de seguimiento de trayectoria por RE, (4) controlador de evento, (5) estimador de estados, (6) Sistema de control y monitoreo.



# Capítulo 3

## Operación nominal

### Resumen

En este capítulo se diseña la operación nominal  $\bar{O}$  del reactor. El problema se resuelve mediante un proceso de calibración iterativo basado en inversión dinámica (3.2) (Hirschorn, 1979) (representado en el bloque 2 del diagrama de bloques de la figura 3.1) que da como resultado las trayectorias de estados y de salidas nominales prácticamente estables (3.7) y la entrada de control generada (3.3)  $[\bar{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathbf{z}}(t), \bar{\mathbf{u}}(t), \bar{y}(t)]$  en el intervalo de tiempo  $[t_o, t_f]$  para que el proceso se lleve a cabo manteniendo un compromiso entre duración del lote, esfuerzo de control y robustez ante errores de carga, parámetros y ruido en mediciones de temperatura del reactor y entradas exógenas. La metodología utilizada se aplica al caso de estudio mediante la realización de pruebas robustas, nominales y de calibración iterativa de la inversa dinámica. La operación obtenida será el objetivo a alcanzar mediante el control de seguimiento de temperatura que se desarrolla en el siguiente capítulo.

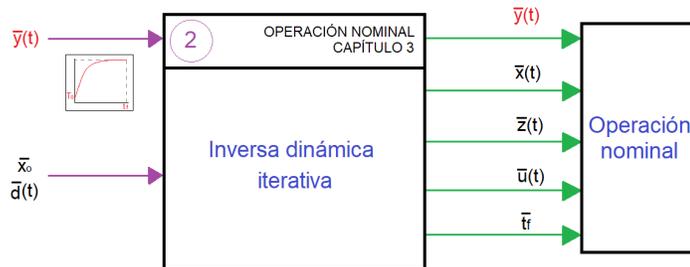


Figura 3.1: Diagrama de bloques de la operación nominal  $\bar{O} = [\bar{y}(t), \bar{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathbf{z}}(t), \bar{\mathbf{u}}(t)]$  mediante la aplicación iterativa de la inversa dinámica (2) con variables de entrada  $[\bar{y}(t), \bar{\mathbf{x}}_o, \bar{\mathbf{d}}(t)]$  (Bloque (2) de la figura 2.3).

### 3.1. Problema de operación nominal

El problema consiste en determinar las trayectorias nominales únicas de control  $\bar{u}$ , de los estados dinámicos  $\bar{x}$  y salidas de estados cuasiestáticos  $\bar{z}$  y temperatura medida  $\bar{y}(t)$ , que satisfacen el sistema (2.22) y conforman la operación nominal del reactor (2.21) que se genera al aplicar los datos nominales dados de: (i) salida de temperatura medida del reactor  $\bar{y}(t)$ , (ii) entradas exógenas  $\bar{\mathbf{d}}(t)$  y (iii) condiciones iniciales  $\bar{\mathbf{x}}_o$  al sistema (2.10) a LA. Para que la operación nominal sea robusta respecto a errores de carga, mediciones y parámetros del modelo, la trayectoria de estados solución debe ser prácticamente estable.

Para resolver este problema se utiliza un proceso iterativo de inversión dinámica (Hirschorn, 1979), con la finalidad de determinar la entrada de control nominal, que aplicada al reactor a LA da como resultado la operación nominal con rendimiento adecuado en términos de duración del lote, esfuerzo de control y robustez.

### 3.2. Inversión dinámica

El problema de inversión dinámica consiste en dados los datos conocidos (con  $y(t)$  y  $\mathbf{d}(t)$  medidos):

$$\mathbf{D}_I = [y(t), \mathbf{x}_{I_o}, \mathbf{d}(t)]' \quad (3.1)$$

donde  $\mathbf{x}_{I_o}$  son las condiciones iniciales del sistema dinámico inverso (a ser precisado más adelante), determinar las trayectorias de estados inversos  $\mathbf{x}_I(t)$  y entrada de control  $u(t)$  únicas, robustamente.

Para este propósito, tomemos la derivada del mapa de salida (2.8f) y sustituyamos el lado derecho de la ecuación de balance de energía (2.8c):

$$\dot{y} = f_T[M, M_b, y(t)] + \mathbf{h}_T[M, M_b, y(t)]\mathbf{d}(t) + g_T[M, M_b, y(t)]u(t) \quad (3.2)$$

la solución única para  $u(t)$  de la anterior ecuación, con  $y(t) = \bar{y}(t)$ , resulta en la siguiente ley de control NL por RE:

$$u(t) = \frac{\dot{\bar{y}} - f_T[\mathbf{x}_I, \bar{y}(t)] - \mathbf{h}_T[\mathbf{x}_I, \bar{y}(t)]\mathbf{d}(t)}{g_T[\mathbf{x}_I, \bar{y}(t)]} := \mu_I[\mathbf{x}_I, \bar{y}(t), \mathbf{d}(t)], \quad \mathbf{x}_I = [M_I, M_{bI}, J_I] \quad (3.3)$$

donde  $\mathbf{x}_I$  es el vector de estados de la dinámica inversa (a ser precisada más adelante). La ecuación (3.3) tiene solución única, ya que:

$$g_T[\mathbf{x}_I, \bar{y}(t)] = \frac{Q_{v1}[\bar{y}(t)]}{q(\mathbf{x}_I)} \neq 0, \quad Q_{v1}[\bar{y}(t)] > 0, \quad q(\mathbf{x}_I) \neq 0 \quad (3.4a)$$

$$\Rightarrow g_T[\mathbf{x}_I, \bar{y}(t)] > 0 \quad \forall \quad t = [t_o, t_f] \quad (3.4b)$$

La sustitución del control (3.3) en el modelo del reactor (2.10) resulta en el siguiente sistema dinámico inverso en tiempo finito:

$$\dot{\mathbf{x}}_I = \mathbf{f}_I\{\mathbf{x}_I, \bar{y}(t), \mathbf{d}(t), \mu_I[\mathbf{x}_I, \mathbf{d}(t), \bar{y}(t), t]\}, \quad \mathbf{x}_I(0) = \mathbf{x}_{I_o}, \quad t = [t_o, t_f] \quad (3.5a)$$

$$u(t) = \mu_I[\mathbf{x}_I, \mathbf{d}(t), \bar{y}(t)] \quad (3.5b)$$

donde

$$\mathbf{f}_I\{\mathbf{x}_I, \bar{y}(t), \mathbf{d}(t), \mu_I[\mathbf{x}_I, \mathbf{d}(t), \bar{y}(t), t]\} = \begin{bmatrix} f_M\{\mathbf{d}(t)\} \\ f_{M_b}\{\mathbf{x}_I, \bar{y}(t)\} \\ f_{J_d}\{\mathbf{x}_I, \bar{y}(t), \mathbf{d}(t), \mu_I[\mathbf{x}_I, \bar{y}(t), \mathbf{d}(t), t]\} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{x}_I \in \mathbb{X} \in \mathbb{R}^3$  es el vector de estados dinámicos inversos,  $\mathbf{x}_{I_o}$  es una aproximación de las condiciones iniciales del sistema  $\mathbf{x}_o$  y  $[t_o, \bar{t}_f]$  es la duración nominal del lote.

El sistema (3.5) en forma detallada se escribe de la siguiente forma:

$$\dot{M}_I = f_M[W_{ae}, W_{as}], \quad t = [t_o, t_f] \quad (3.6a)$$

$$\dot{M}_{bI} = f_{M_b}[M_{bI}, \bar{y}(t)] \quad (3.6b)$$

$$\dot{J}_I = f_J[M_{bI}, J_I, \bar{y}(t), t] - h_J(t)W_{ae} + g_J(t)\mu_I[M_I, M_{bI}, W_{ae}, W_{as}, T_s, \bar{y}(t)] \quad (3.6c)$$

$$u(t) = \mu_I[M_I, M_{bI}, W_{ae}, W_{as}, T_s, \bar{y}(t)] \quad (3.6d)$$

En la literatura de control, la ecuación (3.5a) se denomina la dinámica cero del sistema y (3.5b) es su control NL de RE asociado (Khalil, 2002).

La solución única del sistema inverso, dados  $\mathbf{x}_{I_o}$ ,  $\bar{y}(t)$  y  $\mathbf{d}(t)$  es la trayectoria de estados dinámicos y su correspondiente trayectoria de estados cuasiestáticos

$$\mathbf{x}_I(t) = \tau_{\mathbf{x}I}[t, t_o, \mathbf{x}_{I_o}, \mathbf{d}(t), \bar{y}(t)] \quad , \quad t = [t_o, t_f] \quad (3.7a)$$

$$\mathbf{z}_I(t) = \tau_{\mathbf{z}I}[\mathbf{x}_I(t)] \quad (3.7b)$$

Así pues, la dinámica inversa se concibe como la determinación única de la entrada de control  $u(t)$  y estados inversos  $\mathbf{x}_I(t)$  que se generan dados los datos de condiciones iniciales y entradas exógenas al aplicar una salida de temperatura determinada al sistema inverso. Esta definición contrasta con la de dinámica directa, en la que se determinan los estados  $\mathbf{x}(t)$  y salida  $y(t)$  únicos, dados los datos de condiciones iniciales y entradas exógenas al aplicar una entrada de control determinada al sistema directo, con la particularidad que si las condiciones iniciales de ambos sistemas son aproximadamente iguales ( $\mathbf{x}_{I_o} \approx \mathbf{x}_o$ ) y existen variaciones suficientemente pequeñas en medición de las entradas exógenas y la salida, entonces la entrada de control de la dinámica inversa tiende a su contraparte de la directa.

Si la condición de estabilidad (2.19) de la dinámica cero se cumple, y dado que el par entrada-salida  $[u(t), \bar{y}(t)]$  tiene grado relativo (GR=1), ya que  $g_T[\mathbf{x}_I, \bar{y}(t)] > 0 \forall t = [t_o, t_f]$  (3.4b), entonces el sistema es pasivo y las condiciones de existencia de dinámica inversa estable se cumplen (Alvarez et al., 2004).

### 3.3. Operación nominal

A continuación se muestra que la aplicación iterativa de la inversa dinámica genera la entrada de control nominal que aplicada al sistema a lazo abierto da como resultado la operación nominal del reactor.

Para ajustar la temperatura nominal del reactor  $\bar{y}(t)$  se establece una consigna de temperatura que depende de los siguientes parámetros:

- Temperatura objetivo o deseada:  $\bar{T} = 473 \text{ K}$ .
- Temperatura inicial del reactor:  $T_o$ .
- Parámetro de ajuste de velocidad:  $\lambda$ .

La temperatura nominal que se muestra en la figura 3.2 está descrita por la ecuación variante en el tiempo usualmente empleada en la industria:

$$\bar{y}(t) = (\bar{T} - T_o)(1 - e^{-\lambda t}) + T_o := f_y(\lambda), \quad t = [t_o, t_f] \quad (3.8)$$

donde la diferencia  $(\bar{T} - T_o)$  es la amplitud del incremento de temperatura a partir de la temperatura inicial  $T_o$  y  $\lambda$  está relacionado con el tiempo de establecimiento  $t_s = \frac{3}{\lambda}$  de la señal, definido como el tiempo necesario para que la señal alcance el 95 % de  $\bar{T}$  (Ogata, 1987).

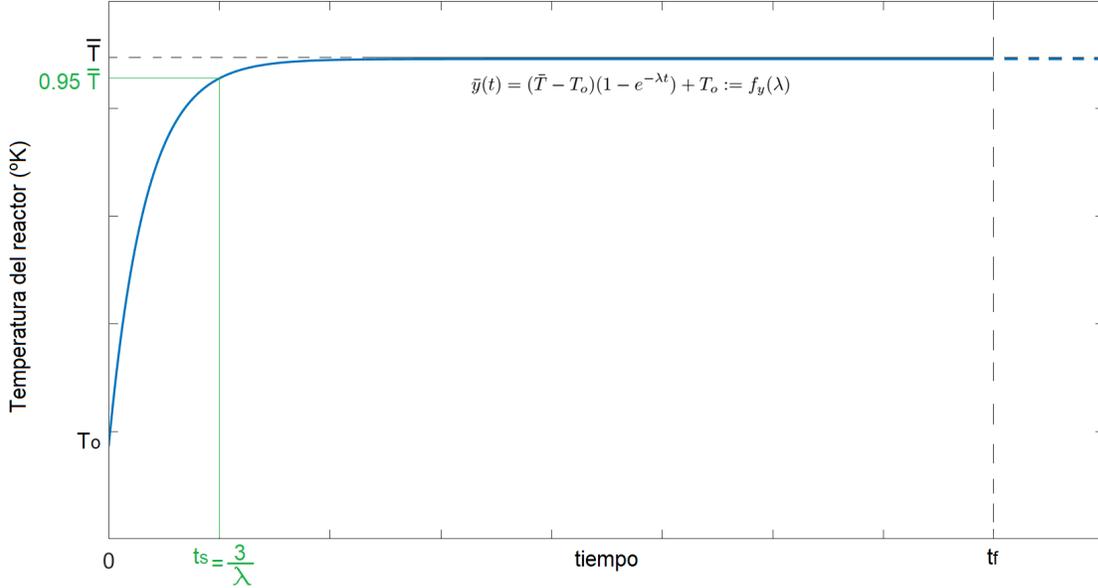


Figura 3.2: Evolución temporal de la consigna de temperatura  $\bar{y}(t)$  en función de la temperatura inicial  $T_o$ , temperatura objetivo  $\bar{T}$  y parámetro de ajuste de velocidad  $\lambda$

La aplicación iterativa de la inversa dinámica (3.5) (desde  $i = 1, 2, \dots, n$ , donde  $i$  es el número de iteración y  $n$  es la última iteración) con consigna de temperatura nominal (3.8)

$$\mathbf{x}_{Ii} \dot{=} \mathbf{f}_I\{\mathbf{x}_{Ii}, f_y(\lambda_i), \mathbf{d}(t), \mu_I[\mathbf{x}_{Ii}, \mathbf{d}(t), f_y(\lambda_i), t]\}, \quad \mathbf{x}_{Ii}(0) = \mathbf{x}_{Iio}, \quad t = [t_o, t_{fi}]$$

$$u_i(t) = \mu_I[\mathbf{x}_{Ii}, \mathbf{d}(t), f_y(\lambda_i)]$$

$\vdots$

$$\mathbf{x}_{In} \dot{=} \mathbf{f}_I\{\mathbf{x}_{In}, f_y(\lambda_n), \mathbf{d}(t), \mu_I[\mathbf{x}_{In}, \mathbf{d}(t), f_y(\lambda_n), t]\}, \quad \mathbf{x}_{In}(0) = \mathbf{x}_{Ino}, \quad t = [t_o, t_{fn}] \quad (3.9a)$$

$$\bar{u}(t) = u_n(t) = \mu_I[\mathbf{x}_{In}, \mathbf{d}(t), f_y(\lambda_n)] \quad (3.9b)$$

genera la entrada de control nominal  $\bar{u}(t) = u_n(t)$ , al variar el parámetro de ajuste de velocidad  $\lambda_i$  y verificando: estabilidad práctica de las trayectorias de estados (3.7), esfuerzo de control, y robustez del sistema inverso. La aplicación de esta entrada de control al reactor (2.10) a LA genera la siguiente operación nominal  $\bar{\mathbf{O}}$  que satisface el caso particular (2.22):

$$\bar{\mathbf{O}} = [ \bar{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathbf{z}}(t), \bar{u}(t), \bar{y}(t) ], \quad t = [t_o, t_f] \quad (3.10)$$

### 3.4. Pruebas de diseño de la operación nominal

A continuación se prueba la metodología utilizada mediante simulación numérica aplicada al caso de estudio con parámetros de modelo y tamaños de perturbaciones definidos en el apéndice B. Se comienza con una prueba de la aplicación iterativa de la inversa dinámica (3.9) que ejemplifica la metodología utilizada en las secciones 3.2 y 3.3 para la obtención de la operación nominal. Luego se realizan pruebas de robustez de la operación nominal obtenida por inversión dinámica ante errores de carga y parámetros del modelo, y ruido en mediciones. Posteriormente, se verifica el funcionamiento de la operación nominal  $\bar{O}$  (3.10) mediante la aplicación de la entrada de control nominal  $\bar{u}(t)$  (3.9b) al reactor a LA en ausencia de errores y ruido. Finalmente, la verificación de la operación nominal a LA da pie a la realización de pruebas de robustez a LA ante errores de: carga, parámetros del modelo y ruido en mediciones de flujos másicos de vapor, agua influente y vapor de agua efluente, y temperatura del reactor y exteriores.

#### 3.4.1. Resultados obtenidos mediante simulación

- (i) **Aplicación iterativa de la inversa dinámica:** La aplicación de 5 iteraciones, donde  $n = 5$  es la inversa dinámica que satisface las especificaciones del proceso en términos de esfuerzo de control  $u(t)$  y duración del lote  $t_f$  da como resultado las evoluciones temporales de las trayectorias de estados dinámicos, cuasiestáticos y entrada de control que se muestra en la figura 3.3. Los valores de  $\lambda$  utilizados en simulación numérica varían entre 0.001 – 0.0045, donde  $\bar{\lambda} = 0.0025$  es el valor nominal escogido que resulta en un  $t_s = 26.6 \text{ min}$  de la consigna de temperatura  $\bar{y}(t)$  (3.8). Se puede apreciar en la figura 3.3b que el flujo másico máximo de vapor es de  $6.1 (Kg/s)$ , además el tiempo de paro nominal del lote es de  $\bar{t}_f = 3 \text{ h } 42 \text{ min}$ , cuando se ha degradado  $1440 (Kg)$  de biomasa y se han producido  $640 (Kg)$  de carbón, con una utilidad por segundo de  $0.336 (\$/s)$ . Se puede verificar una relación inversa entre la rapidez del parámetro de velocidad  $\lambda$  y la duración del lote, pues con  $\lambda_2 = 0.001$  se obtiene un  $t_{f2} = 4 \text{ h } 29 \text{ min}$  y con  $\lambda_3 = 0.0045$  se obtiene un  $t_{f2} = 3 \text{ h } 36 \text{ min}$ , así mismo, la selección de un  $\lambda$  mayor implica un mayor esfuerzo de control.
- (ii) **Robustez de la inversa dinámica:** La aplicación de ruido gaussiano en las mediciones de: flujo másico de vapor ( $\tilde{W}_s$ ), temperatura de alrededores  $\tilde{T}_s$ , y flujos de ingreso de agua y salida de vapor de agua ( $\tilde{W}_{ae}, \tilde{W}_{as}$ ), errores de carga de masa total ( $\delta_{M_o}$ ) y de biomasa ( $\delta_{M_{bo}}$ ), y del parámetro de modelo ( $\delta_{M_{bo}}$ ), al sistema inverso (3.5) producen trayectorias desviadas con tamaños de error menores al 1% como se puede apreciar en la figura 3.4, donde se observan mayores desviaciones en las trayectorias perturbadas de masa total  $[M(t)]$  y agua  $[M_a(t)]$  en líneas entrecortadas, debido al error de carga de masa total. Ya que las trayectorias de estados son prácticamente estables para tamaños de perturbaciones admisibles y las desviaciones generadas son menores al 1%, la trayectoria de estados  $\bar{x}(t)$  es no localmente y prácticamente estable, además su control NL por RE asociado  $u(t)$  es robusto ante errores preespecificados y admisibles. Esta condición, en conjunto con la condición de  $GR = 1$  (3.4b) permite concluir que el sistema es pasivo. Adicionalmente, la duración del lote tiene una variación menor al 2% ante la acción de errores y ruido.
- (iii) **Operación nominal a LA:** La aplicación de la señal de control  $\bar{u}(t)$  (obtenida de la quinta aplicación de la dinámica inversa) al reactor a LA (2.10) da como resultado la operación nominal a LA que se muestra en la figura 3.5, donde se puede observar que el resultado de la operación nominal a LA (línea entrecortada) es igual a la operación nominal producto de la aplicación de la inversa dinámica (línea continua) ya que las condiciones iniciales son las mismas y no hay acción de perturbaciones.

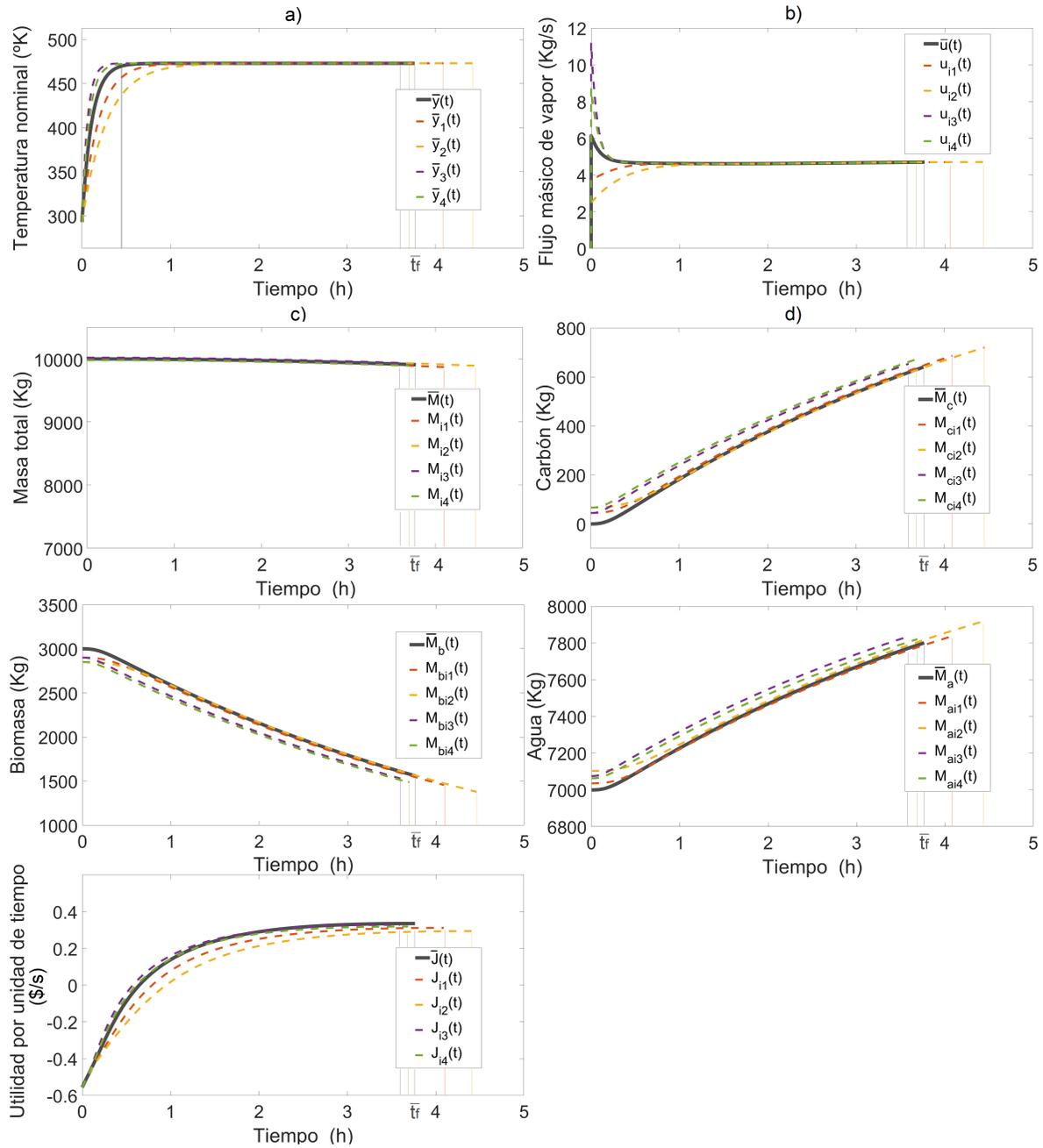


Figura 3.3: Operación nominal con aplicación recursiva de la inversa dinámica. Se muestran las trayectorias de: a) salida nominal, b) esfuerzo de control, c) estados dinámicos y d) estados cuasiestáticos, de 4 iteraciones (—, - - -, - - -, - - -, - - -) y de la operación nominal (—).

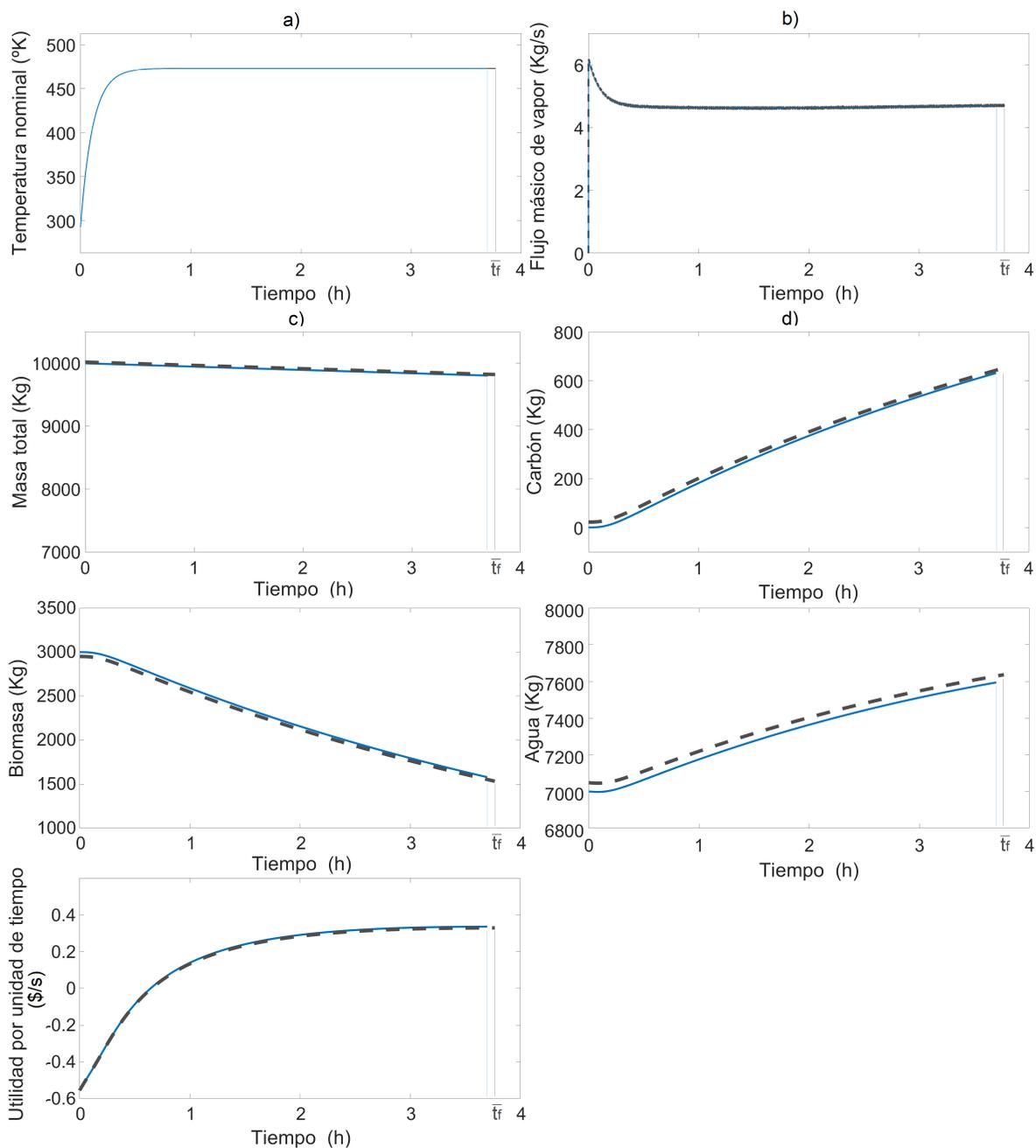


Figura 3.4: Robustez de la inversa dinámica en presencia de ruido en mediciones y errores de carga y parámetros de modelo. Se muestran las evoluciones temporales de las trayectorias de: a) salida nominal, b) esfuerzo de control, c) estados dinámicos y d) estados cuasiestáticos, de la operación perturbada (---) vs operación nominal obtenida de la aplicación de la inversa dinámica (—).

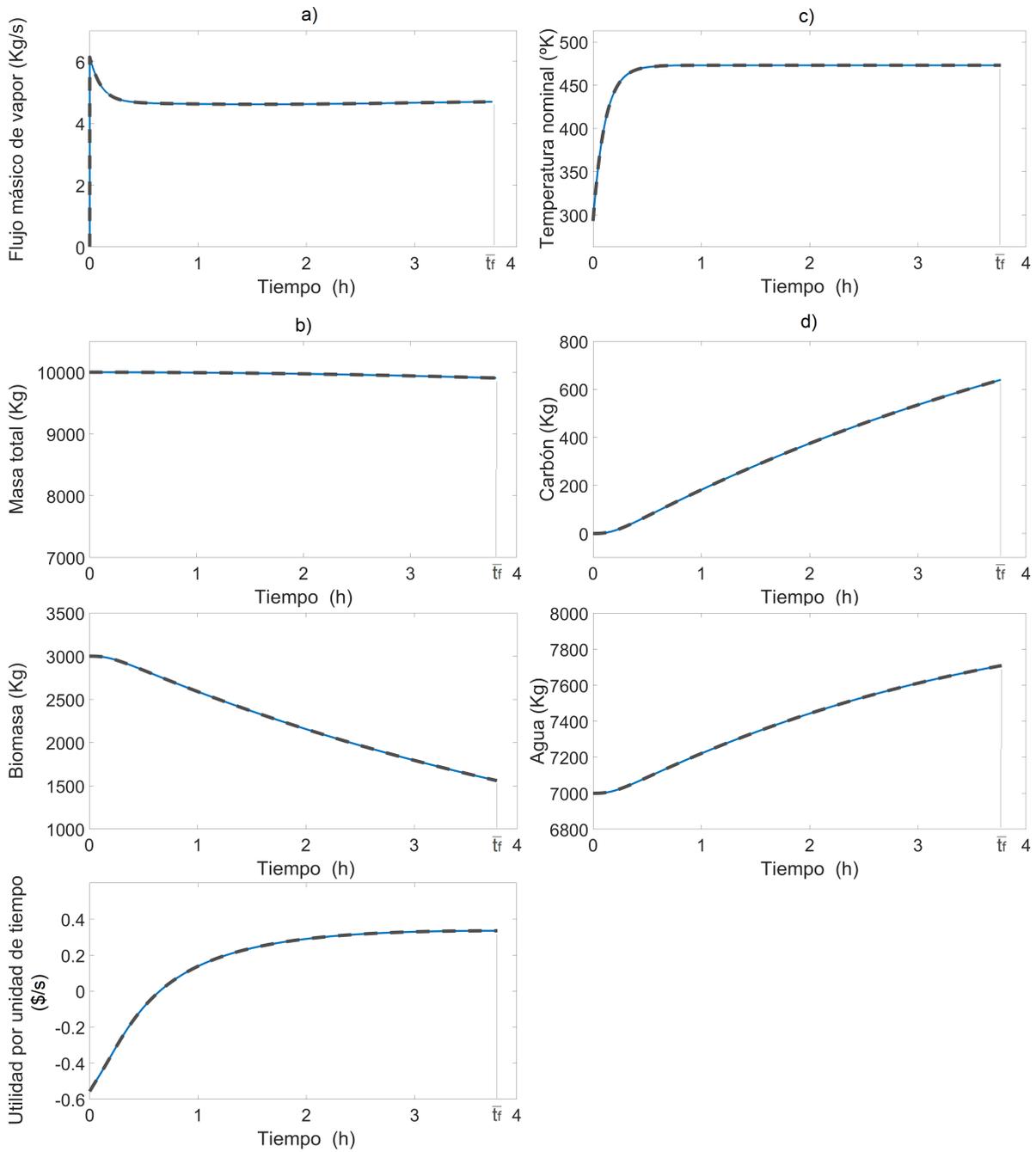


Figura 3.5: Verificación de la operación nominal en ausencia de ruido en mediciones y errores de carga y parámetros de modelo. Se muestran las trayectorias de: a) salida nominal, b) esfuerzo de control, c) estados dinámicos y d) estados cuasiestáticos, a LA (---) vs operación nominal obtenida de la aplicación de la inversa dinámica (—).

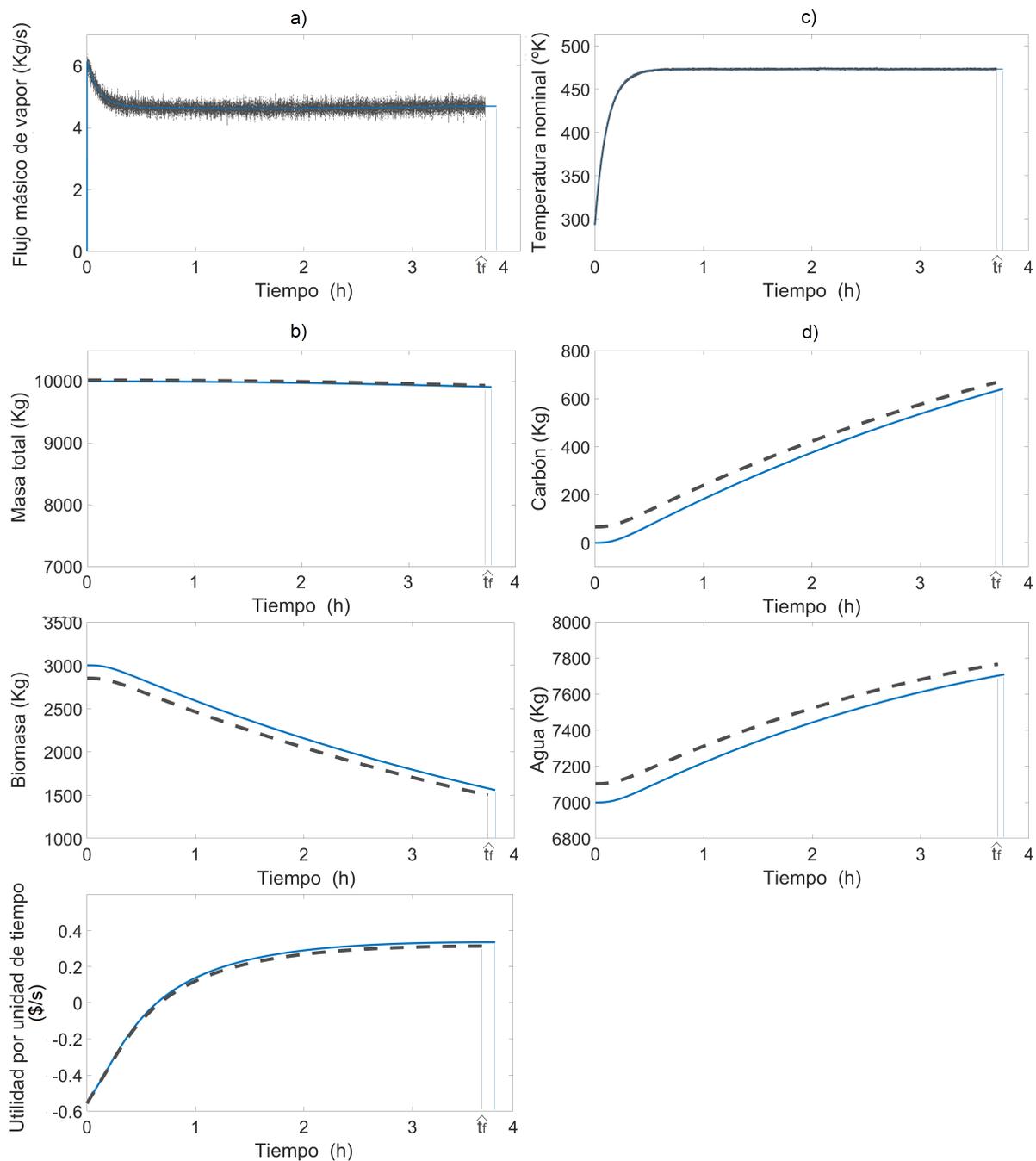


Figura 3.6: Robustez de la operación nominal a LA en presencia de ruidos de medición y errores de carga y parámetros de modelo. Se muestran las trayectorias de: a) salida nominal, b) esfuerzo de control, c) estados dinámicos y d) estados cuasiestáticos, de la operación perturbada a LA (---) vs operación nominal obtenida de la aplicación de la inversa dinámica (—).

- (iv) **Robustez de la operación nominal a LA:** La aplicación de ruido gaussiano en las mediciones de: flujo másico de vapor ( $\tilde{W}_s$ ), temperatura de alrededores  $\tilde{T}_s$ , temperatura del reactor  $\tilde{y}$  y flujos de ingreso de agua y salida de vapor de agua ( $\tilde{W}_{ae}, \tilde{W}_{as}$ ), errores de carga de masa total ( $\delta_{M_o}$ ) y de biomasa ( $\delta_{M_{bo}}$ ), y del parámetro de modelo ( $\delta_{M_{bo}}$ ), al sistema inverso (3.5) producen trayectorias desviadas con tamaños de error menores al 5% como se puede apreciar en la figura 3.6, donde se observan mayores desviaciones en las trayectorias perturbadas de masas de biomasa [ $M_b(t)$ ], carbón [ $M_c(t)$ ] y agua [ $M_a(t)$ ] (líneas entrecortadas). Los errores obtenidos en simulación son aceptables, ya que son menores al 5% con valores de ruido y errores preespecificados, por lo que se concluye que las trayectorias de estados  $\bar{x}(t)$  a LA son no localmente prácticamente estables. Adicionalmente, la duración de lote presenta una desviación menor al 2% ante la acción de ruido y errores.

### 3.4.2. Observaciones finales

- (i) La aplicación iterativa de la inversa dinámica permitió escoger una operación nominal que satisface los requerimientos del proceso en términos de duración del lote, esfuerzo de control y robustez y esta operación será el objetivo a alcanzar mediante un control a LC en el desarrollo del siguiente capítulo.
- (ii) De los puntos (iii) y (iv) de resultados experimentales se concluye que la inversa dinámica tiene un comportamiento más tolerante ante errores y ruido en mediciones que la aplicación de la operación nominal a LA, lo cual se debe a que la dinámica cero (3.5a) es no localmente prácticamente estable y el control asociado por RE (3.5a) es robusto.
- (iii) La inversa dinámica (3.5) es el comportamiento límite alcanzable por el control de seguimiento de temperatura por RE a LC que se diseñará en el próximo capítulo.

# Capítulo 4

## Control por retroalimentación de estados

### Resumen

En este capítulo se diseñan los controladores de seguimiento de trayectoria (2.24c) y de evento (2.24d), por RE para que la temperatura medida del reactor  $y(t)$  siga la nominal  $\bar{y}(t)$  y la trayectoria de estados  $\mathbf{x}(t)$  siga la trayectoria nominal  $\bar{\mathbf{x}}(t)$  (3.10) obtenida en el capítulo 3, robustamente a LC al manipular el flujo másico de vapor de calentamiento  $W_s$  hasta que el control de evento determine el tiempo de paro del lote  $t_f$ . El problema se resuelve mediante la aplicación del control NL  $u = \mu(t)$  (4.3) (bloque 3 del diagrama de bloques de la figura 4.1) y un control de evento  $t_f = \mu_f(t)$  (4.4) (bloque 4 del diagrama de bloques de la figura 4.1) que determina la duración del lote  $[t_o, t_f]$  con  $t_f$  cuando  $\dot{J} = 0$ , considerando que para el diseño los estados dinámicos son conocidos y se aplica la temperatura nominal prescrita  $\bar{y}(t)$  (3.8). Como resultado se obtiene el sistema a LC (4.6) con controles de paro óptimo basado en un criterio económico y de seguimiento de trayectoria robusto accionado por estados con ganancia lineal ajustable, cuya dinámica cero asociada es prácticamente estable. La metodología utilizada se aplica al caso de estudio mediante la realización de pruebas robustas y nominales.

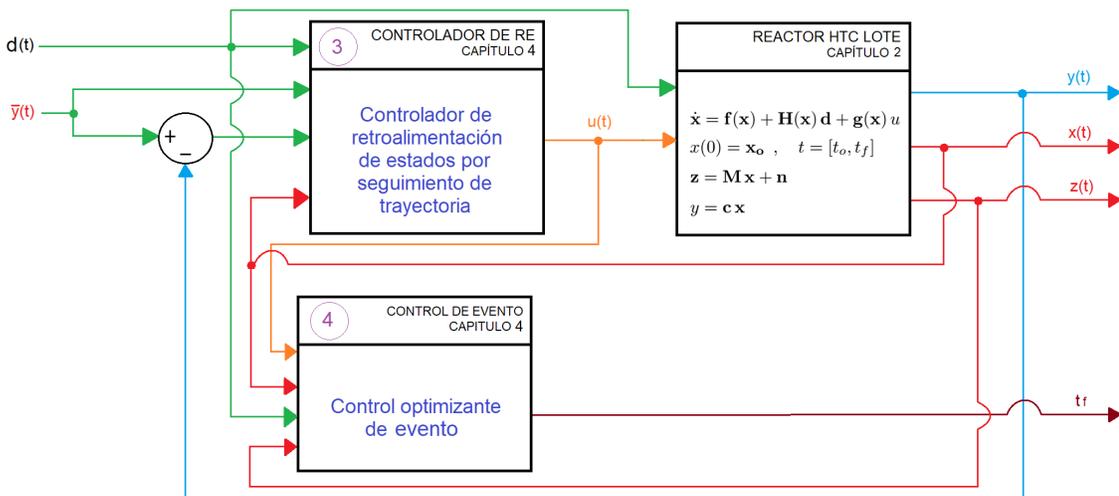


Figura 4.1: Diagrama de bloques de la planta (1) con controladores de seguimiento de trayectoria por RE (3) y de evento (4) (Bloques (3) y (4) de la figura 2.3).

## 4.1. Diseño del controlador

Asumiendo que las trayectorias de estados dinámicos  $\mathbf{x}(t)$  son conocidas y están disponibles para control (esta suposición se relajará en el capítulo 5), se impone la siguiente dinámica lineal no interactiva de asignación de polos (LNAP) a LC del error de seguimiento

$$\dot{e} = -k_c e(t) \quad (4.1a)$$

$$e(t) = y(t) - \bar{y}(t) \quad (4.1b)$$

donde  $y(t)$  es la salida de temperatura medida,  $\bar{y}(t)$  es la temperatura objetivo y  $k_c$  es una ganancia lineal ajustable.

La imposición de esta dinámica a la ecuación de balance de calor (2.8c) resulta en la siguiente ecuación algebraica:

$$f_T[M, M_b, y(t)] + \mathbf{h}_T[M, M_b, y(t)]\mathbf{d}(t) + g_T[M, M_b, y(t)]u(t) = \dot{y} - k_c[y(t) - \bar{y}(t)] \quad (4.2)$$

la solución única para  $u(t)$  de la anterior ecuación resulta en la siguiente ley de control NL por RE:

$$u(t) = \frac{\dot{y} - k_c[y(t) - \bar{y}(t)] - f_T[\mathbf{x}, y(t)] - \mathbf{h}_T[\mathbf{x}, y(t)]\mathbf{d}(t)}{g_T[\mathbf{x}, y(t)]} := \mu[\mathbf{x}, y(t), \bar{y}(t), \mathbf{d}(t)] \quad (4.3)$$

La ecuación (3.3) tiene solución única porque que se cumple la condición de GR=1, ya que  $g_T[\mathbf{x}, y(t)] > 0$  (3.4b).

La entrada de control NL de seguimiento de trayectoria por RE es aplicada manipulando el flujo másico de vapor de calentamiento  $W_s$  hasta que la acción de control optimizante de evento

$$t_f = \mu_f[\mathbf{x}, y(t_f), u(t_f), \mathbf{d}(t_f), t_f] \ni f_J[M_b, J, y(t), t] - h_J(t)W_{ae} + g_J(t)u(t) = 0 \quad (4.4)$$

detiene el proceso lote, donde

$$f_J[M_b, J, y(t)] - h_J(t)W_{ae} + g_J(t)u(t) = 0 \quad (4.5)$$

es la condición de paro del lote que maximiza el beneficio económico por unidad de tiempo y depende de los costos asociados a: materia prima por unidad de masa ( $c_M$ ), servicio de calentamiento por unidad de masa de vapor empleado ( $c_s$ ), operación por unidad de tiempo ( $c_o$ ), y valor del producto final por unidad de masa ( $c_c$ ). La acción de control (4.4) indica que cuando  $\dot{J} = 0$ , el estado función de utilidad ha alcanzado su valor máximo en el tiempo, es decir,  $J(t_f) = J^+$ , por lo que la operación del reactor a partir de este instante causaría pérdidas económicas.

La aplicación de los controladores de seguimiento de trayectoria (4.3) y de evento (4.4) al modelo del reactor (2.10) resulta en el siguiente sistema dinámico a LC en tiempo finito:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{H}(\mathbf{x})\mathbf{d}(t) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mu[\mathbf{x}, y(t), \bar{y}(t), \mathbf{d}(t)], \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_o, \quad t = [t_o, t_f] \quad (4.6a)$$

$$u(t) = \mu[\mathbf{x}, y(t), \bar{y}(t), \mathbf{d}(t)] \quad (4.6b)$$

$$t_f = \mu_f[\mathbf{x}, y(t_f), u(t_f), \mathbf{d}(t_f), t_f] \quad (4.6c)$$

$$y(t) = \mathbf{c}\mathbf{x} \quad (4.6d)$$

$$z = \mathbf{S}\mathbf{x} + \mathbf{s} \quad (4.6e)$$

El sistema (4.6) en forma detallada se escribe de la siguiente forma:

$$\dot{M} = f_M[W_{ae}, W_{as}], \quad t = [t_o, t_f] \quad (4.7a)$$

$$\dot{M}_b = f_{M_b}[M_b, y(t)] \quad (4.7b)$$

$$\dot{T} = \dot{y} - k_c[y(t) - \bar{y}(t)] \quad (4.7c)$$

$$\dot{J} = f_J[M_b, J, y(t), t] - h_J(t)W_{ae} + g_J(t)\mu[M, M_b, W_{ae}, W_{as}, T_s, \bar{y}(t), y(t)] \quad (4.7d)$$

$$u(t) = \mu[M, M_b, W_{ae}, W_{as}, T_s, \bar{y}(t), y(t)] \quad (4.7e)$$

$$t_f = \mu_f[\mathbf{x}, y(t_f), u(t_f), \mathbf{d}(t_f)] \quad (4.7f)$$

$$y(t) = T \quad (4.7g)$$

$$M_c = f_{M_c}(M_b) \quad (4.7h)$$

$$M_a = f_{M_a}(M_b) \quad (4.7i)$$

La solución única del sistema a LC (4.6), dados  $\mathbf{x}_o$ ,  $\bar{y}(t)$  y  $\mathbf{d}(t)$  es la trayectoria de estados dinámicos, y las trayectorias de salida de estados cuasiestáticos y temperatura medida:

$$\mathbf{x}(t) = \boldsymbol{\tau}_x [t, t_o, \mathbf{x}_o, \mathbf{d}(t), \bar{y}(t)] \quad , \quad t = [t_o, t_f] \quad (4.8a)$$

$$\mathbf{z}(t) = \boldsymbol{\tau}_z [\mathbf{x}(t)] \quad (4.8b)$$

$$y(t) = \tau_y [\mathbf{x}(t)] \quad (4.8c)$$

Cuando  $y(t) = \bar{y}(t)$ , el control (4.3) se convierte en la entrada inversa  $u(t) = \mu_I[\mathbf{x}_I, \bar{y}(t), \mathbf{d}(t)]$  (3.3) que aplicada al sistema (2.10) da como resultado la dinámica cero (3.5a).

La estabilidad del sistema a LC (4.6) se obtiene de la estabilidad de la trayectoria de estados inversos (3.7) a medida que la trayectoria de estados se acerca a la nominal. La salida de temperatura medida regulada  $y(t)$  tiene dinámica cuasi LNAP y las trayectorias de estados  $[\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t)]$  tienen la propiedad de estabilidad práctica (2.19).

## 4.2. Pruebas de funcionamiento nominales y robusta del controlador por RE

A continuación se prueba el diseño de los controladores desarrollados mediante simulación numérica aplicada al caso de estudio con parámetros de modelo y tamaños de perturbaciones definidos en el apéndice B mediante pruebas nominales (entendidas como pruebas en ausencia de errores y ruido) y robustas (entendidas como pruebas en presencia de errores de carga, parámetros y ruido en mediciones). Primero se verifica la operación nominal obtenida por dinámica inversa (3.10) como comportamiento nominal alcanzado por el control NL por RE (4.3) con parámetros nominales y en ausencia de errores y ruido en mediciones. Luego se realizan pruebas nominales del sistema a LC (4.6) con la aplicación de los controladores de evento y de seguimiento de trayectoria al variar la ganancia del controlador ( $k_c$ ) y la temperatura inicial del reactor. Posteriormente, se realizan pruebas de variabilidad del criterio de paro del lote (4.4) al modificar los parámetros de costo de la materia prima ( $c_M$ ) y del carbón ( $c_c$ ). Finalmente, se realizan pruebas de robustez del sistema a LC con la aplicación de los controladores de evento y de seguimiento de trayectoria ante errores de carga y parámetros del modelo, y ruido en mediciones realistas y razonables.

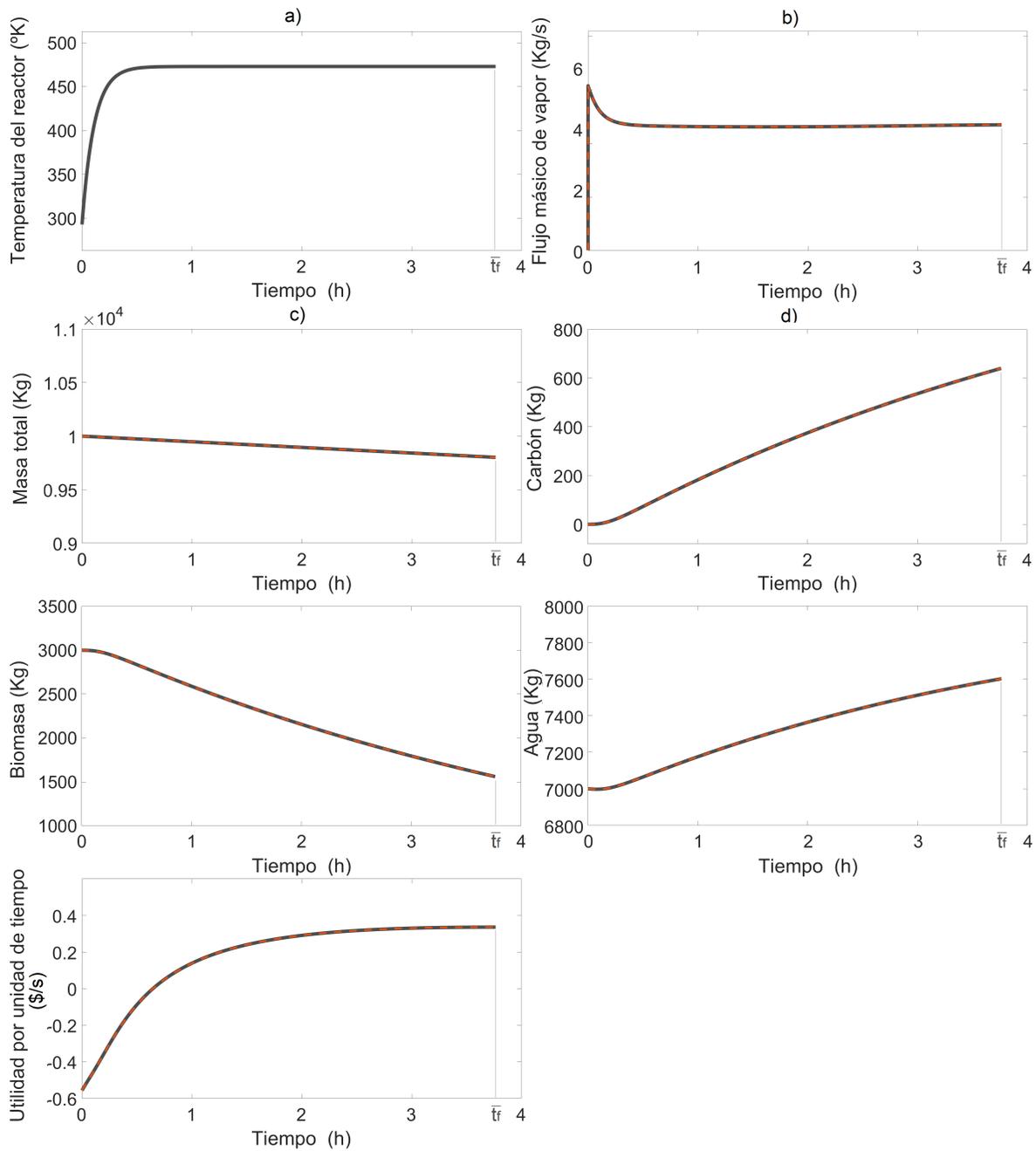


Figura 4.2: Verificación de la dinámica inversa alcanzada por el sistema a LC con controlador de seguimiento de trayectoria por RE en ausencia de ruido en mediciones y errores de carga y parámetros de modelo. Se muestran las evoluciones temporales de las trayectorias de: a) salida, b) esfuerzo de control, c) estados dinámicos y d) estados cuasiestáticos, del sistema a LC (---) vs operación nominal (—).

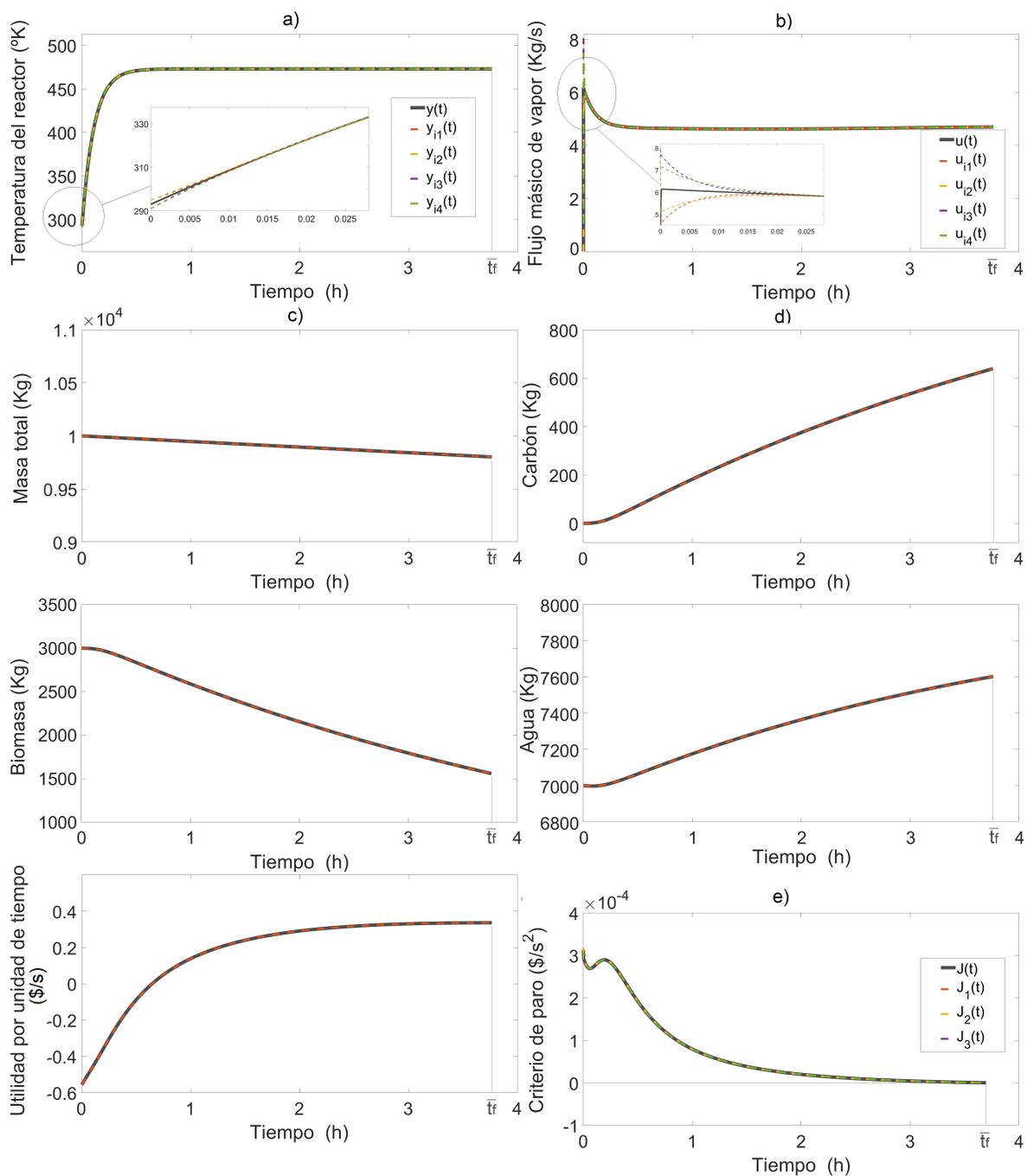


Figura 4.3: Sistema a LC con controladores de evento y de seguimiento de trayectoria por retroalimentación de estados, con variación de la ganancia del controlador en ausencia de ruido en mediciones y errores de carga (exceptuando temperatura inicial del reactor) y parámetros de modelo. Se muestran las evoluciones temporales de las trayectorias de: a) salida, b) esfuerzo de control, c) estados dinámicos y d) estados cuasiestáticos, del sistema a LC (—, - - -, - · - · -, - · - · -) vs operación nominal (—).

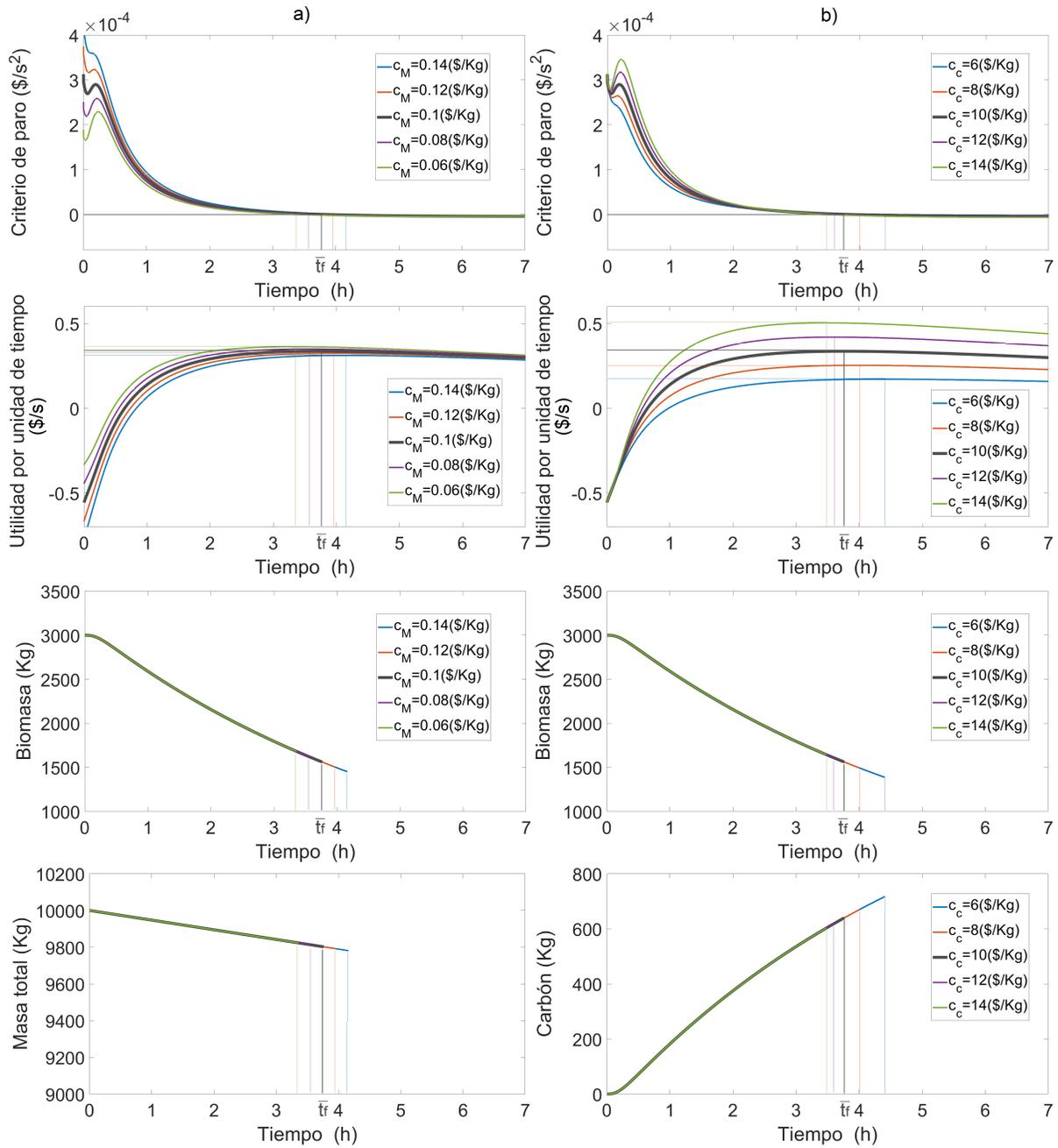


Figura 4.4: Variabilidad del criterio de paro de lote y beneficio económico al modificar parámetros de costos de: a) materia prima  $c_M$  y b) producto final  $c_c$ .

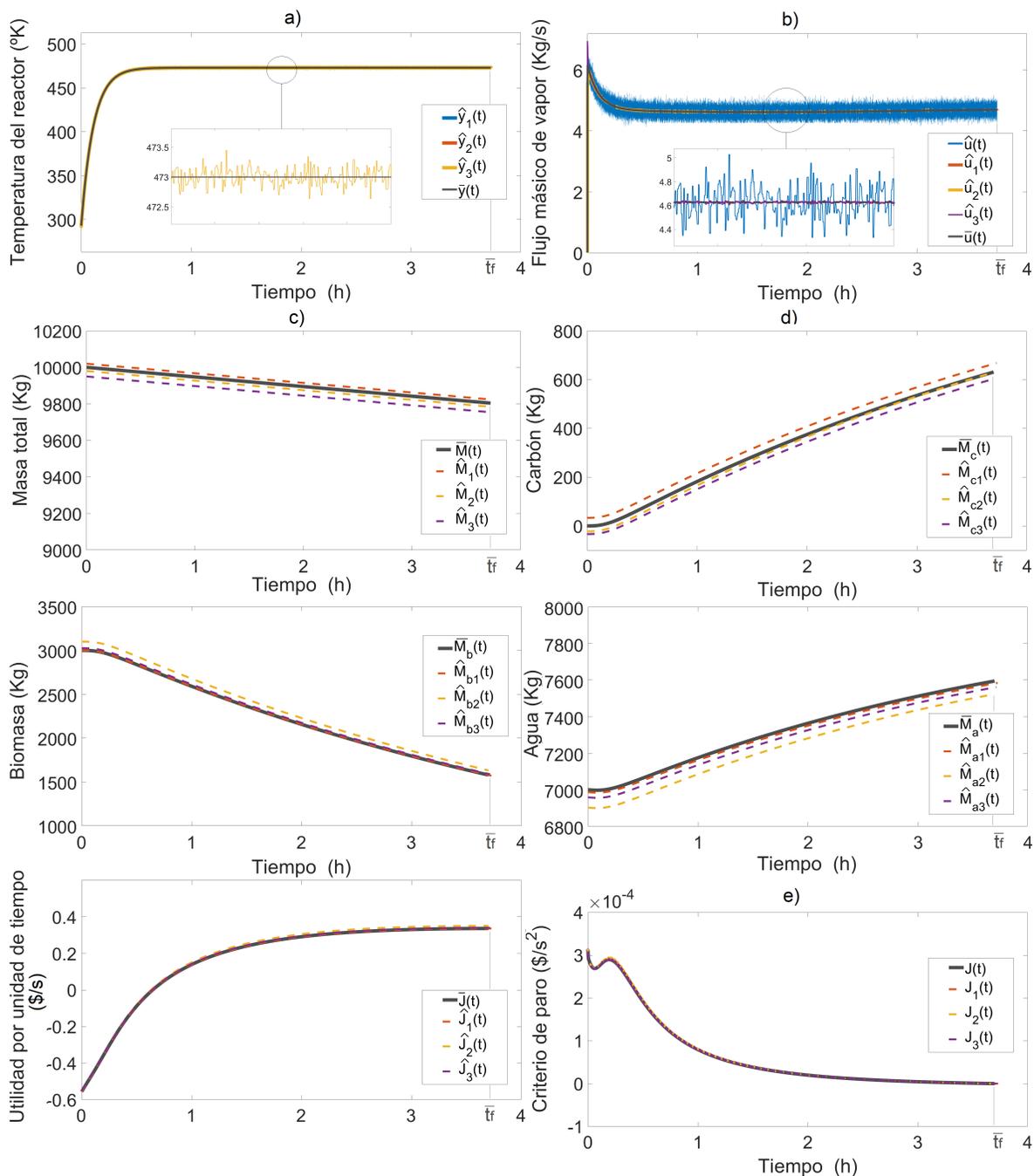


Figura 4.5: Robustez del sistema a LC con controladores de evento y de seguimiento de trayectoria por retroalimentación de estados en presencia de ruido en mediciones y errores de carga y parámetros del modelo. Se muestran las evoluciones temporales de: a) salida, b) esfuerzo de control, c) estados dinámicos, d) estados cuasiestáticos y e) criterio de paro, de trayectorias perturbadas (---, ---, ---, ---) vs trayectorias nominales (—).

### 4.2.1. Resultados experimentales

- (i) **Varificación de la dinámica inversa alcanzada por el sistema a LC con controlador de seguimiento de trayectoria:** La aplicación del control NL  $u(t)$  (4.3) al reactor (2.10) a LC (línea entrecortada) en ausencia de errores de carga y parámetros y ruido en mediciones da como resultado la operación nominal  $\bar{O}$  (3.10) (línea continua) obtenida en el capítulo anterior, como se muestra en la figura 4.2, ya que  $y(t) = \bar{y}(t) \forall t = [t_o, t_f]$ . y la aplicación de la dinámica del error de seguimiento da como resultado particular el seguimiento perfecto de la operación nominal  $\bar{O}$  como un caso ideal.
- (ii) **Pruebas nominales del sistema en LC con controladores de evento y de seguimiento de trayectoria por RE :** La aplicación del controlador (4.3) al sistema a LC, variando la ganancia del controlador ( $k_c$ ) entre (0.04 – 0.06) y la temperatura inicial del reactor ( $T_o$ ) entre ( $\pm 1 K$ ) da como resultado las evoluciones temporales de las trayectorias en tiempo finito que se muestran en la figura 4.3. Se puede apreciar en las figuras 4.3a y 4.3b que el incremento de la ganancia del controlador tiene efecto en que la salida de temperatura medida  $y(t)$  siga con mayor rapidez la temperatura nominal  $\bar{y}(t)$ , dando como resultado que con  $k_c = 0.04$  el tiempo para que  $y(t)$  sea aproximadamente igual a  $\bar{y}(t)$  es de  $1.67 \text{ min}$ , mientras que con  $k_c = 0.06$  es de  $1.11 \text{ min}$ . El criterio de paro  $\bar{J}$  alcanza el valor de 0 en el tiempo  $\bar{t}_f = 3 \text{ h } 42 \text{ min}$  en todos los casos, lo cual indica que la variación de la ganancia del controlador no afecta el tiempo de paro del lote.
- (iii) **Variabilidad del criterio de paro:** En la figura 4.4 se muestra la variación en la duración del lote  $t_f$  al variar parámetros de costo de: materia prima (4.4a) y producto final (carbón) (4.4b). En la figura 4.4a se observa una relación directamente proporcional entre el costo de la materia prima y el tiempo final de lote. Se varió el costo de la materia prima entre (0.06 – 0.14  $\$/Kg$ ), con lo que se obtuvo una duración de lote entre (3 h 21 min – 4 h 10 min). En la figura 4.4b se observa una relación inversa entre el costo de la materia prima y el tiempo final de lote. Se varió el costo del carbón entre (6 – 14  $\$/Kg$ ), con lo que se obtuvo una duración de lote entre (3 h 29 min – 4 h 24 min). Ambas relaciones se muestran en la figura 4.6. Así mismo, se observa que a mayor costo de materia prima, la utilidad por unidad de tiempo disminuye y a mayor valor del carbón, la utilidad por unidad de tiempo incrementa.

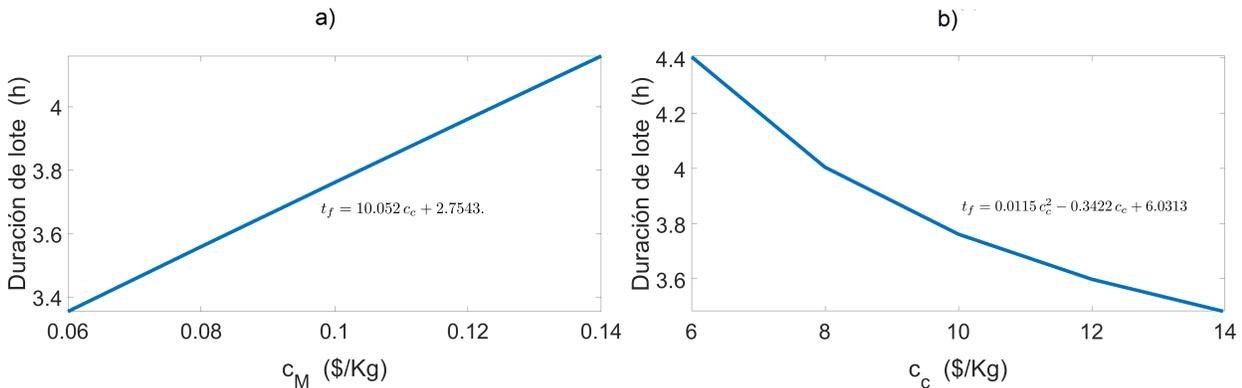


Figura 4.6: Relación entre tiempo final de lote y: a)costo de materia prima, b)valor del producto final.

- (iv) **Robustez del sistema a LC con controladores de evento y de seguimiento de trayectoria por retroalimentación de estados:** La aplicación de los controladores (4.3) y (4.4) al sistema

a LC, con ganancia del controlador  $k_c = 0.06$  en presencia de ruido gaussiano en las mediciones de: flujo másico de vapor ( $\tilde{W}_s$ ), temperatura del reactor  $\tilde{y}$ , temperatura de alrededores  $\tilde{T}_s$ , y flujos de ingreso de agua y salida de vapor de agua ( $\tilde{W}_{ae}, \tilde{W}_{as}$ ), errores de carga de masa total ( $\delta_{M_o}$ ) y de biomasa ( $\delta_{M_{bo}}$ ), y del parámetro de modelo ( $\delta_{M_{bo}}$ ) da como resultado las evoluciones temporales de las trayectorias en tiempo finito que se muestran en la figura 4.5. La figura 4.5b muestra el comportamiento robusto del controlador ante los errores mencionados, mientras que la figura 4.5c muestra trayectorias perturbadas desviadas con tamaños de error menores al 5 % respecto a la operación nominal, con mayor error en las trayectorias perturbadas de biomasa  $\hat{M}_b$  y los correspondientes estados cuasiestáticos ( $\hat{M}_c, \hat{M}_a$ ). Adicionalmente, el tiempo final de lote tiene una variación menor al 1 % como se observa en la figura 4.5e. Ya que las trayectorias de estados son prácticamente estables para tamaños de perturbaciones admisibles y las desviaciones generadas son menores al 5 %, la trayectoria de estados  $\bar{\mathbf{x}}(t)$  es no localmente y prácticamente estable, además su control NL por RE asociado  $u(t)$  es robusto ante errores preespecificados y admisibles y el control de evento muestra un desempeño efectivo en la determinación de la duración del lote.

#### 4.2.2. Observaciones finales

- A medida que la ganancia del controlador  $k_c$  es sintonizada más rápida, el sistema a LC (4.6) se aproxima a la dinámica del sistema inverso (3.5) y la trayectoria de estados dinámicos  $\mathbf{x}(t)$  se aproxima al comportamiento de la trayectoria nominal  $\bar{\mathbf{x}}(t)$ .
- Se pudo verificar que la operación nominal  $\bar{\mathbf{O}}$  (3.10) obtenida por inversa dinámica es el comportamiento objetivo alcanzado por el sistema a LC con control de seguimiento de trayectoria (4.6), esto se debe a que el controlador diseñado en esta sección es robusto y las trayectorias de estado son no localmente prácticamente estables ante errores razonables.
- El control de evento (4.4) diseñado ha mostrado ser una técnica confiable de determinación de la duración de lote dada su mínima variabilidad ante la acción de errores razonables y el tiempo final de lote  $t_f$  depende de los costos de materia prima, producto final, fuente de calentamiento, operación y tiempo muerto entre lotes.
- El comportamiento obtenido mediante las acciones de control a LC para seguir la operación nominal es el objetivo a diseñar mediante un controlador por RS basado en estimador de estados, que se abordará en el siguiente capítulo.



# Capítulo 5

## Sistema de control y monitoreo

### Resumen

En este capítulo se diseña el sistema de control y monitoreo (CM) (bloque 6 del diagrama de bloques de la figura 5.1) del reactor que unifica los controladores NL de seguimiento de trayectoria (4.3) y de evento (4.4) con el estimador geométrico (OEG) de estados (5.8) NL. Se comienza por definir el problema de estimación. Luego se identifica y caracteriza la propiedad de observabilidad de la trayectoria nominal que nos permite posteriormente diseñar el OEG NL (5.8) (bloque 5 del diagrama de bloques de la figura 5.1) con acción integral para compensar sesgo en la predicción de la salida e introducir capacidad de compensar errores de modelado. Finalmente la aplicación del OEG y los controladores de seguimiento de trayectoria y de evento al reactor (2.10) a lazo cerrado (LC), da como resultado el sistema de CM (5.10) robusto ante errores de carga, parámetros de modelo y ruido en mediciones, accionado por estimador de estados, con ganancias de observador y controlador lineales prescritas ajustables, sintonización sencilla, condiciones de convergencia y estabilidad práctica de los estados estimados. La metodología utilizada se aplica al caso de estudio mediante la realización de pruebas nominales y robustas.

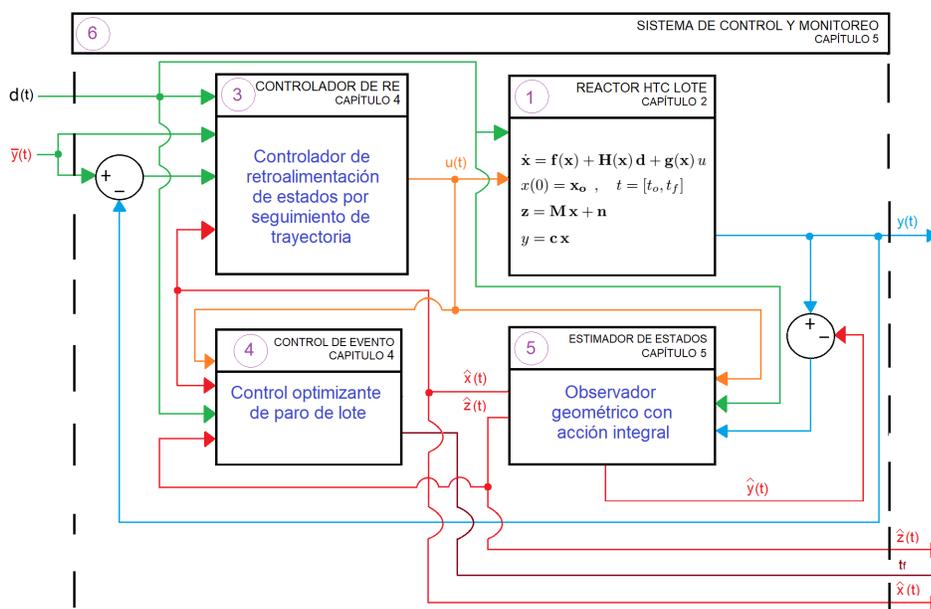


Figura 5.1: Diagrama de bloques del sistema de CM (6) del reactor (1) que unifica los controladores de seguimiento de trayectoria (3) y de evento (4) con el OEG (5) (Bloque (6) de la figura 2.3).

## 5.1. Problema de estimación

El problema consiste en inferir en línea los estados dinámicos : masa total ( $M$ ), de biomasa ( $M_b$ ) y estado función de utilidad ( $J$ ) y los estados cuasiestáticos: masa de carbón ( $M_c$ ) y agua ( $M_a$ ), partiendo del conocimiento de los siguientes datos y mediciones:

- (i) Datos y mediciones de carga ( $t = t_o$ ): Masa total ( $M_o$ ), masa de biomasa ( $M_{bo}$ ), temperatura inicial del reactor ( $T_o$ ) y utilidad inicial por unidad de tiempo ( $J_o$ ).
- (ii) Mediciones durante el intervalo de tiempo  $t_o < t < t_f$ : Temperatura del reactor [ $y(t)$ ], flujo másico de vapor [ $u(t)$ ], flujos másicos de ingreso de agua líquida [ $W_{ae}(t)$ ] y de salida de vapor de agua [ $W_{as}(t)$ ], y temperatura de exteriores [ $T_s(t)$ ]

El problema de estimación se abordará mediante el diseño de un EG NL (de la familia de los Luenberger no lineales de alta ganancia) (Álvarez y Fernández, 2009), con incorporación de acción integral para eliminar sesgo en la salida debido a errores y ruido, con base en la propiedad de detectabilidad instantánea de la trayectoria de operación nominal seleccionada en el capítulo 3. La metodología incluye: (i) identificación y caracterización de la propiedad de observabilidad, (ii) construcción del OEG, (iii) sintonización de algoritmo y (iv) garantía de convergencia robusta.

## 5.2. Identificación y caracterización de la propiedad de observabilidad

El mapa de observabilidad NL se construye a continuación a partir del conocimiento de  $y(t)$  y sus dos primeras derivadas direccionales.

$$\mathbf{o}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)] = \begin{bmatrix} y(t) \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1(\mathbf{x}) \\ \phi_2\{\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)\} \\ \phi_3\{\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)\} \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

donde:

$$\phi_1(\mathbf{x}) = T \quad (5.2a)$$

$$\phi_2\{\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)\} = f_{Td}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)], \quad f_{Td}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)] : \text{eq. (2.8c)} \quad (5.2b)$$

$$\phi_3\{\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)\} = \frac{d f_{Td}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)]}{dt} = \frac{d f_T(\mathbf{x})}{dt} + \frac{d \mathbf{h}_T(\mathbf{x})}{d\mathbf{t}} \mathbf{d}(t) + \frac{d g_T(\mathbf{x})}{dt} u(t) \quad (5.2c)$$

$$\frac{d f_T(\mathbf{x})}{dt} = \frac{\beta_3(\mathbf{x}) - \{\beta_2(\mathbf{x}) + \beta_4[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t)]\}}{q^2(\mathbf{x})} := \phi_{31}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t)] \quad (5.2d)$$

$$\frac{d \mathbf{h}_T(\mathbf{x})}{d\mathbf{t}} = \left[ \frac{d h_{T1}(\mathbf{x})}{dt}, \frac{d h_{T2}(\mathbf{x})}{dt}, \frac{d h_{T3}(\mathbf{x})}{dt} \right] := \phi_{32}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)] \quad (5.2e)$$

$$\frac{d h_{T1}(\mathbf{x})}{dt} = - \frac{\kappa_a \{f_{Td}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)] q(\mathbf{x}) + (T_{ae} - T) \beta_4[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t)]\}}{q^2(\mathbf{x})} \quad (5.2f)$$

$$\frac{d h_{T2}(\mathbf{x})}{dt} = \frac{\left\{ \kappa_{av} f_{Td}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)] - \frac{d Q_{v2}(T)}{dt} \right\} q(\mathbf{x}) - [\kappa_a T - Q_{v2}(T)] \beta_4[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t)]}{q^2(\mathbf{x})} \quad (5.2g)$$

$$\frac{d h_{T3}(\mathbf{x})}{dt} = - \frac{U A \beta_4[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t)]}{q(\mathbf{x})}, \quad \frac{d g_T(\mathbf{x})}{dt} = \frac{\frac{d Q_{v1}(T)}{dt} q(\mathbf{x}) - Q_{v1}(T) \beta_4[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t)]}{q(\mathbf{x})} := \phi_{33}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t)] \quad (5.2h)$$

$$\beta_1(\mathbf{x}) = \frac{E_a(Q_r + \kappa_1 T) + \kappa_1 R_g T^2}{R_g T^2}, \quad \beta_2(\mathbf{x}) = q(\mathbf{x})[U A + \beta_1(\mathbf{x}) f_{M_b}(\mathbf{x})]$$

$$\beta_3(\mathbf{x}) = q(\mathbf{x})(Q_r + \kappa_1 T) K(T) f_{M_b}(\mathbf{x}), \quad \beta_4[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t)] = \kappa_1 f_{M_b}(\mathbf{x}) + \kappa_a f_M[\mathbf{d}(t)]$$

donde  $\phi_2\{\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)\} = f_{Td}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)]$  es la derivada direccional de  $y(t)$  a lo largo de la trayectoria y  $\phi_3\{\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)\}$  es la segunda derivada direccional de  $y(t)$  a lo largo de la trayectoria.

El jacobiano de  $\mathbf{o}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)]$  conduce a la matriz de observabilidad NL

$$\mathbf{O}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{\partial \phi_2\{\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)\}}{\partial M} & \frac{\partial \phi_2\{\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)\}}{\partial M_b} & \frac{\partial \phi_2\{\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)\}}{\partial T} \\ \frac{\partial \phi_3\{\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)\}}{\partial M} & \frac{\partial \phi_3\{\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)\}}{\partial M_b} & \frac{\partial \phi_3\{\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)\}}{\partial T} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

donde:

$$\frac{\partial \phi_2\{\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)\}}{\partial M} = -\frac{\kappa_a f_{Td}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)]}{q(\mathbf{x})} \quad (5.4a)$$

$$\frac{\partial \phi_2\{\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)\}}{\partial M_b} = \frac{K(T)(Q_r + \kappa_1 T) - \kappa_1 f_{Td}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)]}{q(\mathbf{x})} \quad (5.4b)$$

$$\frac{\partial \phi_2\{\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)\}}{\partial T} = \frac{\frac{\partial Q_{v1}(T)}{\partial T} u(t) - UA - \beta_1(\mathbf{x}) f_{M_b}(\mathbf{x}) - \left[ \kappa_a, \kappa_{av} - \frac{\partial Q_{v2}(T)}{\partial T}, 0 \right] \mathbf{d}(t)}{q(\mathbf{x})} \quad (5.4c)$$

$$\frac{\partial \phi_3\{\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)\}}{\partial M} = \frac{\partial \phi_{31}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t)]}{\partial M} + \frac{\partial \phi_{32}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)]}{\partial M} \mathbf{d}(t) + \frac{\partial \phi_{33}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t)]}{\partial M} u(t) \quad (5.4d)$$

$$\frac{\partial \phi_3\{\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)\}}{\partial M_b} = \frac{\partial \phi_{31}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t)]}{\partial M_b} + \frac{\partial \phi_{32}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)]}{\partial M_b} \mathbf{d}(t) + \frac{\partial \phi_{33}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t)]}{\partial M_b} u(t) \quad (5.4e)$$

$$\frac{\partial \phi_3\{\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)\}}{\partial T} = \frac{\partial \phi_{31}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t)]}{\partial T} + \frac{\partial \phi_{32}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)]}{\partial \hat{T}} \mathbf{d}(t) + \frac{\partial \phi_{33}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t)]}{\partial T} u(t) \quad (5.4f)$$

La trayectoria de estados  $\mathbf{x}(t)$  es observable en el intervalo de tiempo  $[t_o, t_f]$  si la matriz de observabilidad  $\mathbf{O}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)]$  (5.3) es no singular, es decir

$$\det\{\mathbf{O}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)]\} = \frac{\partial f_{Td}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)]}{\partial M} \frac{\partial \phi[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)]}{\partial M_b} - \frac{\partial f_{Td}[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)]}{\partial M_b} \frac{\partial \phi[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)]}{\partial M} := \sigma_o[\mathbf{x}, \mathbf{d}(t), u(t)] \neq 0 \quad (5.5)$$

La anterior condición se satisface con el cumplimiento de las siguientes restricciones:

(i) El denominador  $q(\hat{\mathbf{x}}) \neq 0$ . Esta restricción se cumple ya que

$$\kappa_a M > s_c \kappa_{ac} M_{bo} - \kappa_1 M_b \quad \forall t = [t_o, t_f] \quad (5.6)$$

(ii) De la condición del determinante (5.5) se concluye que:

$$\frac{\partial f_{Td}[\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{d}(t), u(t)]}{\partial \hat{M}} \frac{\partial \phi[\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{d}(t), u(t)]}{\partial \hat{M}_b} \neq \frac{\partial f_{Td}[\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{d}(t), u(t)]}{\partial \hat{M}_b} \frac{\partial \phi[\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{d}(t), u(t)]}{\partial \hat{M}} \quad (5.7)$$

En caso de que exista pérdida instantánea de observabilidad (como se verá en la sección de pruebas de funcionamiento mediante simulación), la función (5.5) permite diseñar un control de habilitación  $P(t)$  todo o nada. El cumplimiento de las anteriores restricciones permite abordar el OEG que se diseña en la siguiente sección.

### 5.3. Estimador geométrico (OEG)

A continuación se presenta el OEG NL de estados dinámicos y cuasiestáticos del reactor (representado en la figura 5.2):

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}_d[\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{d}(t), u(t)] + P(t)\{\gamma_p[\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{d}(t), u(t)][y(t) - \mathbf{c}\hat{\mathbf{x}}] + \gamma_l[\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{d}(t), u(t)]\hat{\mathbf{l}}\}, \hat{\mathbf{x}}(0) = \hat{\mathbf{x}}_o \quad (5.8a)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{l}}} = k_l[y(t) - \hat{y}(t)], \hat{\mathbf{l}}(0) = \hat{\mathbf{l}}_o, t = [t_o, t_f] \quad (5.8b)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{z}}} = \mathbf{S}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{s} \quad (5.8c)$$

$$\hat{y} = \mathbf{c}\hat{\mathbf{x}} \quad (5.8d)$$

donde:

$$\gamma_p[\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{d}(t), u(t)] = \begin{bmatrix} \mathbf{O}^{-1}[\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{d}(t), u(t)]\mathbf{k}_o \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \mathbf{k}_o = [2\zeta\eta\omega, 2\zeta(\eta\omega)^2, \omega^3]'$$

$$\gamma_l[\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{d}(t), u(t)] = \begin{bmatrix} \mathbf{O}^{-1}[\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{d}(t), u(t)]\mathbf{k}_l\Pi \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \Pi = [0, 0, 1]', k_l = \omega^4$$

$$P(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } \sigma_o[\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{d}(t), u(t)] < \epsilon_e, \quad \sigma_o[\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{d}(t), u(t)] : \text{eq. (5.5)} \\ 1, & \text{si } \sigma_o[\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{d}(t), u(t)] \geq \epsilon_e \end{cases}$$

$\hat{\mathbf{x}} = [\hat{\mathbf{x}}_\nu, \hat{\mathbf{x}}_\nu]$  es el vector de estados dinámicos estimados, donde  $\hat{\mathbf{x}}_\nu = [\hat{M}, \hat{M}_b, \hat{T}]'$  es el vector de estados innovados,  $\hat{\mathbf{x}}_\nu = J$  es el estado no innovado,  $\hat{\mathbf{l}}$  es el estado de acción integral que compensa errores de modelado para eliminar sesgo en la salida de temperatura.  $\mathbf{k}_o$  es la matriz de ganancia proporcional y  $k_l$  es la ganancia integral,  $\omega_o = \eta\omega$  y  $\zeta$  son parámetros de ajuste de frecuencia característica y factor de amortiguamiento respectivamente asociados a la dinámica cuasi lineal no interactiva de asignación de polos (LNAP) del error de estimación,  $\eta$  es el parámetro de ajuste de velocidad de convergencia del estimador y  $\omega$  es la frecuencia característica del reactor. El par  $(\mathbf{k}_o, k_l)$  es establecido de acuerdo a la dinámica cuasi LNAP del error de estimación

$$\tilde{y}(t)^{(4)} + 2\zeta\omega_o\tilde{y}(t)^{(3)} + 2\zeta\omega_o^2\tilde{y}(t)^{(2)} + \omega^3\tilde{y}(t)^{(1)} + \omega^4\tilde{y}(t) \approx 0, \tilde{y}(t) = \hat{y}(t) - y(t) \quad (5.9)$$

$P(t)$  es la función pulso que desactiva el estimador de estados cuando la condición de observabilidad instantánea  $\sigma_o[\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{d}(t), u(t)]$  monitoreada en línea es menor que una tolerancia  $\epsilon_e$  arbitrariamente pequeña, lo cual indica que en el tiempo  $t_o \leq t \leq t_f$  en que los estados estimados no sean instantáneamente observables, la ganancia del observador se desconecta y los estados dinámicos son afectados únicamente por la dinámica de  $\mathbf{f}_d[\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{d}(t), u(t)]$ .

La estabilidad de la trayectoria de estados no innovados  $\hat{\mathbf{x}}_\nu(t)$  se obtiene de la estabilidad práctica de la trayectoria de estados nominal  $\bar{\mathbf{x}}(t)$  (3.7) a medida que la trayectoria de estados estimada se aproxima a la nominal, mientras que la estabilidad de las trayectorias de estados innovados  $\hat{\mathbf{x}}_\nu(t)$  a LC se asegura si la dinámica del error de estimación se establece (típicamente 5-15 veces) más rápida que la dinámica nominal de la biomasa  $\bar{M}_b(t)$  (dinámica dominante) y la elección del factor de amortiguamiento  $\zeta > 1$  para compensar errores de modelado ((Alvarez et al., 2004)). El cumplimiento de estas condiciones significa que el reactor HTC lote es robustamente observable con estructura pasiva en tiempo finito. El estimador de estados diseñado permite la aplicación del controlador por RS accionado por mediciones que se detalla a continuación.

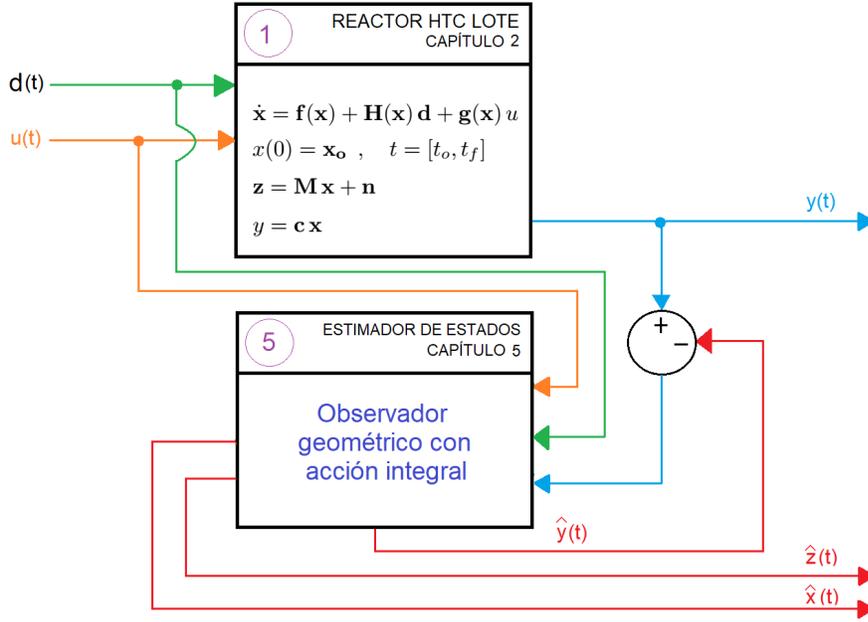


Figura 5.2: Diagrama de bloques de la planta (2) con el OEG (5) (Bloque (5) de la figura 2.3).

## 5.4. Sistema de control y monitoreo

La combinación de los controladores NL de seguimiento de trayectoria (4.3) y de evento (4.4) con el OEG NL (5.8) da lugar al sistema de CM del reactor HTC lote que se había planteado como problema en el capítulo 2 (2.24) y consiste de: (i) un estimador de estados en línea de cantidades de especies químicas, así como del índice de rentabilidad económica (función de utilidad) con estado de acción integral (5.10a-c), y (ii) un controlador de seguimiento de temperatura por RS, accionado por mediciones que aplicado al sistema a LC permite que el reactor siga robustamente la operación nominal  $\bar{O}$  (3.10) y determina el tiempo final del lote  $t_f$  cuando la función utilidad por unidad de tiempo a tiempo presente es máxima ( $\dot{J} = 0$ ) (5.10d). El sistema de CM se escribe a continuación.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= \mathbf{f}(\hat{x}) + \mathbf{H}(\hat{x})\mathbf{d}(t) + \mathbf{g}(\hat{x})\mu\{\hat{x}, y(t), \bar{y}(t), \mathbf{d}(t)\} \\ &\quad + P(t)\{\gamma_p(\hat{x}, \mathbf{d}(t), \mu[\hat{x}, y(t), \bar{y}(t), \mathbf{d}(t)])[y(t) - \mathbf{c}\hat{x}] + \gamma_i(\hat{x}, \mathbf{d}(t), \mu[\hat{x}, y(t), \bar{y}(t), \mathbf{d}(t)])\hat{l}\}, \end{aligned} \quad (5.10a)$$

$$\hat{x}(0) = \hat{x}_o, \quad t = [t_o, t_f]$$

$$\hat{z} = \mathbf{S}\hat{x} + \mathbf{s} \quad (5.10b)$$

$$\dot{\hat{l}} = k_l[y(t) - \hat{y}(t)], \quad \hat{l}(0) = \hat{l}_o \quad (5.10c)$$

$$u(t) = \mu[\hat{x}, y(t), \bar{y}(t), \mathbf{d}(t)], \quad t_f = \mu_f[\hat{x}, y(t), u(t), \mathbf{d}(t), t] \quad (5.10d)$$

Con la sintonización adecuada de los parámetros de ajuste ( $\zeta, \omega_o$ ), con  $\zeta > 1$  y  $\omega_o$  (5-15 veces) más rápida que la dinámica nominal de la biomasa  $\bar{M}_b(t)$ , y dado que las trayectorias nominales son no localmente prácticamente estables ante errores razonables y el control asociado es robusto ante errores de medición, parámetros y ruido, entonces las trayectorias del sistema a LC son prácticamente estables.

## 5.5. Pruebas de funcionamiento

A continuación se prueba el sistema de control y monitoreo mediante simulación numérica aplicada al caso de estudio con parámetros de modelo y tamaños de perturbaciones definidos en el apéndice B mediante pruebas nominales y robustas. Primero se verifica la metodología de diseño del sistema de MC (5.10) en ausencia de errores y ruido en mediciones, al variar la ganancia del observador  $k_o$ , con  $\omega_o = \eta\omega$  entre 12 – 15,  $\zeta = 1.5$  y  $\omega = 0.00008723$  (1/s), y fijando la ganancia del controlador  $k_c = 0.006$ . Luego se realizan pruebas del sistema de MC, al fijar la ganancia del observador  $k_o = 13$  y controlador  $k_c = 0.06$  y variar las condiciones iniciales del observador  $\hat{\mathbf{x}}_o$ , en ausencia de errores en parámetros del modelo y ruido en mediciones. Finalmente, se realizan pruebas de robustez del sistema de MC ante errores de carga, parámetros de modelo y ruido en mediciones de temperatura del reactor y de exteriores, y flujos máxicos de vapor de calentamiento, entrada de agua y salida de vapor de agua.

### 5.5.1. Pruebas de funcionamiento nominales y robusta del sistema de MC

- (i) **Pruebas nominales del sistema de MC al variar la ganancia del observador:** La aplicación del OEG NL (5.8) con variación de ganancia del observador  $k_o$  y los controladores NL de seguimiento de trayectoria (4.3) y de paro de lote (4.4) al reactor a LC da como resultado las evoluciones temporales de las trayectorias en tiempo finito que se muestran en la figura 5.3. Se puede observar que para un rango de  $\eta$  entre 12 – 15, con tamaños de desviaciones preespecificados en condiciones iniciales del observador  $\hat{\mathbf{x}}_o$ , se obtienen desviaciones menores al 5% en las trayectorias de estados dinámicos innovados  $[\hat{M}(t), \hat{M}_b(t), \hat{T}(t)]$  y cuasiestáticos  $[\hat{M}_c(t), \hat{M}_a(t)]$  respecto a la operación nominal, al igual que en el estado no innovado  $\hat{J}(t)$ , por lo que las trayectorias de estados son no localmente prácticamente estables. La mayor desviación se observa en la respuesta temporal del carbón (figura 5.3d) con un 4.5% respecto a su trayectoria nominal, mientras que el resto de desviaciones son menores al 1%. Además, la duración del lote no se ve afectada por la variación de la ganancia  $k_o$ , ya que presenta desviaciones respecto al tiempo final nominal menores al 1% y existe una relación inversa entre la duración del lote y la ganancia del observador. La acción de la función pulso  $P(t)$  que desactiva la ganancia del OEG se puede observar a partir del tiempo  $t = 40 \text{ min.}$  cuando la temperatura del reactor tiende a la temperatura objetivo  $\bar{T}$ .
- (ii) **Pruebas nominales del sistema de MC al variar las condiciones iniciales del observador:** Las pruebas nominales del sistema de MC con  $\eta = 13$  seleccionado al variar las condiciones iniciales del observador se muestra en la figura 5.4. Se puede observar que para distintos valores de condiciones iniciales del observador con desviaciones menores al 5% las trayectorias perturbadas de estados dinámicos y cuasiestáticos tienen desviaciones menores al 5%, por lo que se corroboran los resultados obtenidos en el punto (i). Además, dada la estabilidad práctica de las trayectorias de estados se puede verificar que la diferencia entre la figura 5.4 y la figura 4.3 (correspondiente a la respuesta del reactor a LC con controladores de seguimiento de trayectoria y de evento) se debe al tiempo de convergencia del estimador aproximadamente y a la acción de la función de pulso  $P(t)$  que desactiva la acción del estimador aproximadamente en  $t = 40 \text{ min.}$  Finalmente, existe una variación máxima en la duración del lote de  $\pm 13 \text{ min}$  que equivale a un error del 6% respecto a la duración nominal del lote.

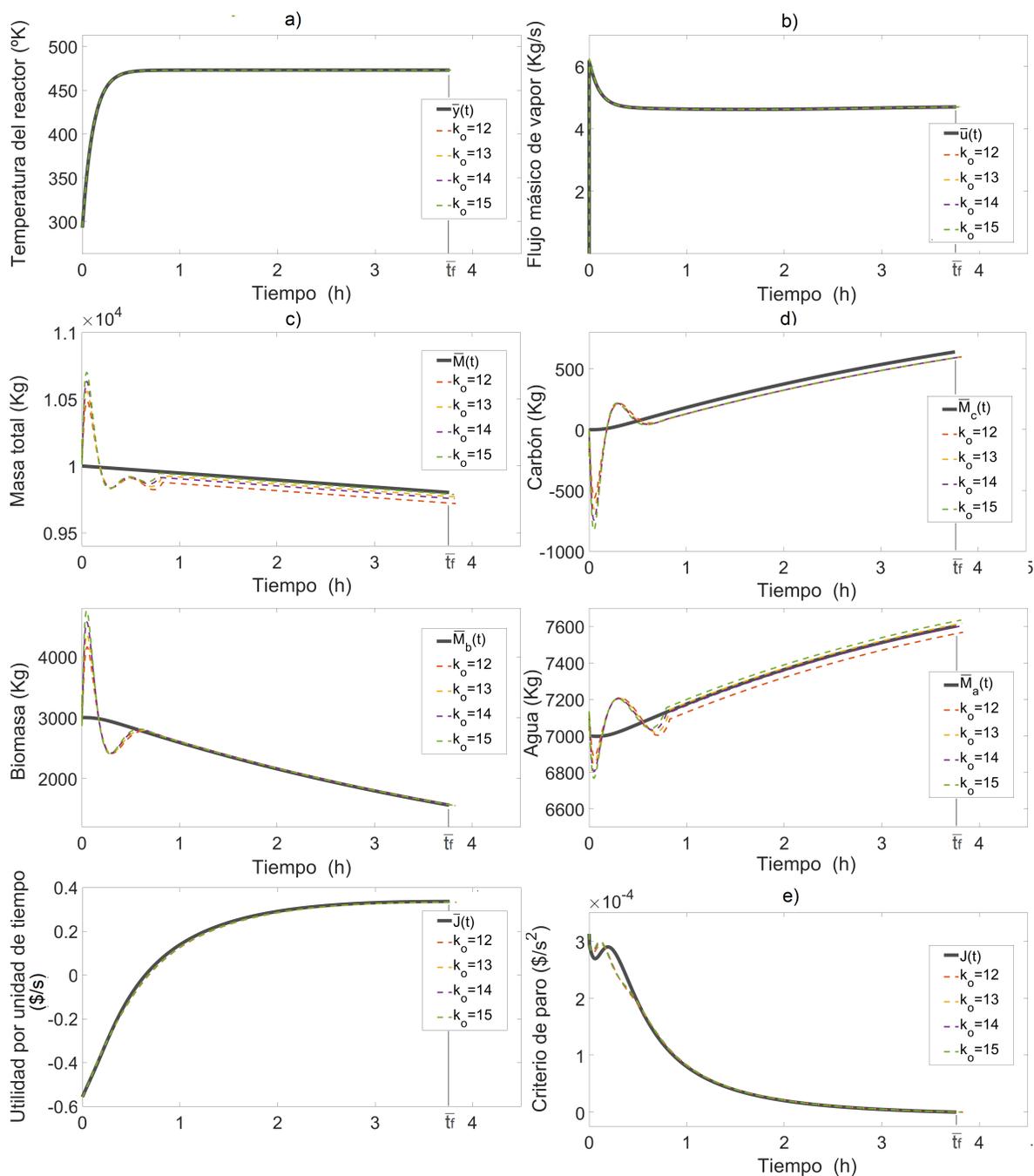


Figura 5.3: Sistema a LC con control por RS en ausencia de ruido en mediciones y errores de carga al variar la ganancia proporcional  $k_o$  del observador. Se muestran las evoluciones temporales de las trayectorias de: a) salida, b) esfuerzo de control, c) estados dinámicos, d) estados cuasiestáticos y e) criterio de paro, del sistema a LC (---, ---, ---, ---) vs operación nominal (—).

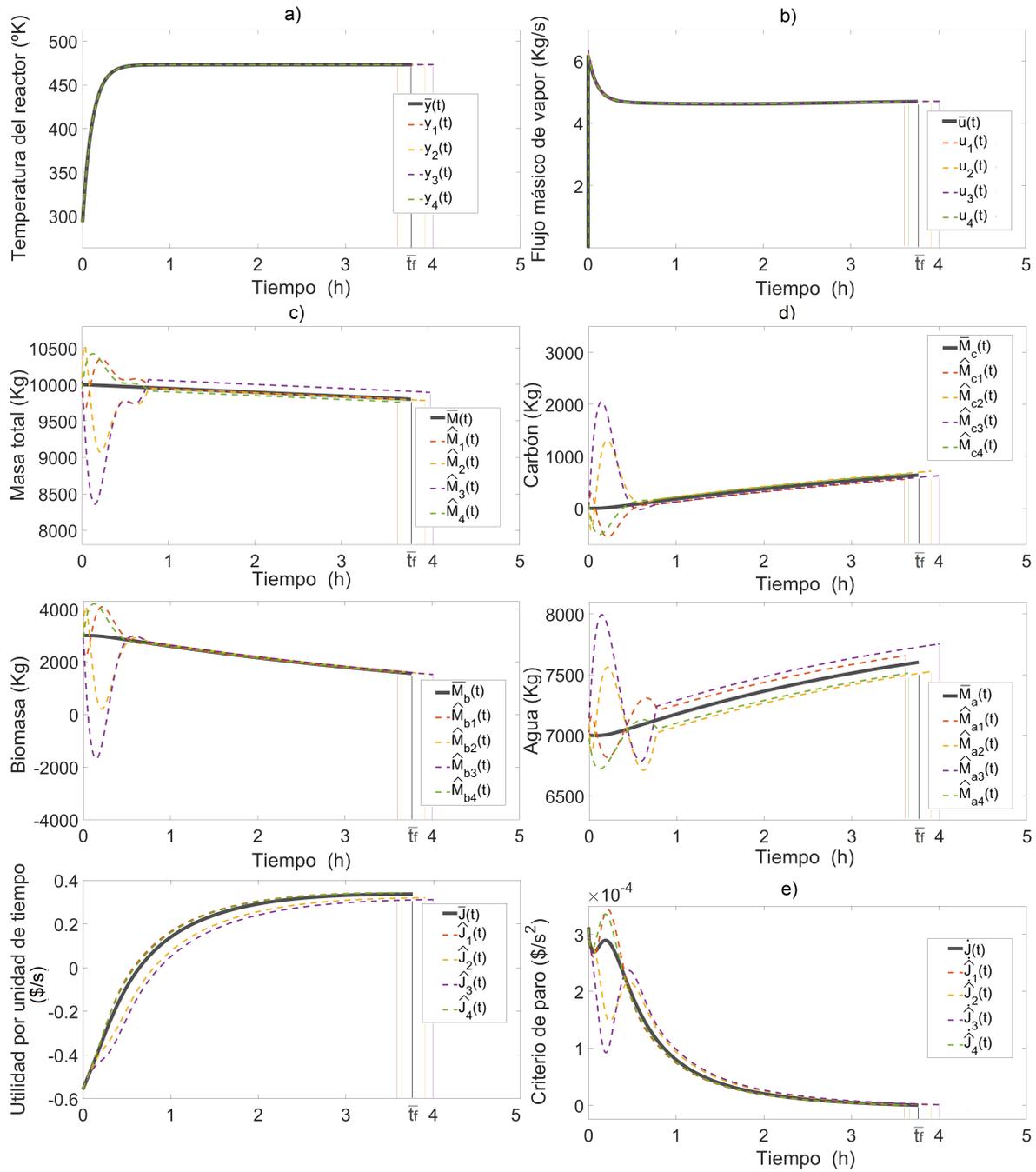


Figura 5.4: Sistema a LC con control por RS en ausencia de ruido en mediciones y errores de carga al variar las condiciones iniciales del observador. Se muestran las evoluciones temporales de las trayectorias de: a) salida, b) esfuerzo de control, c) estados dinámicos, d) estados cuasiestáticos y e) criterio de paro, del sistema a LC (—, - - -, - · - · -, - · - · -) vs operación nominal (—).

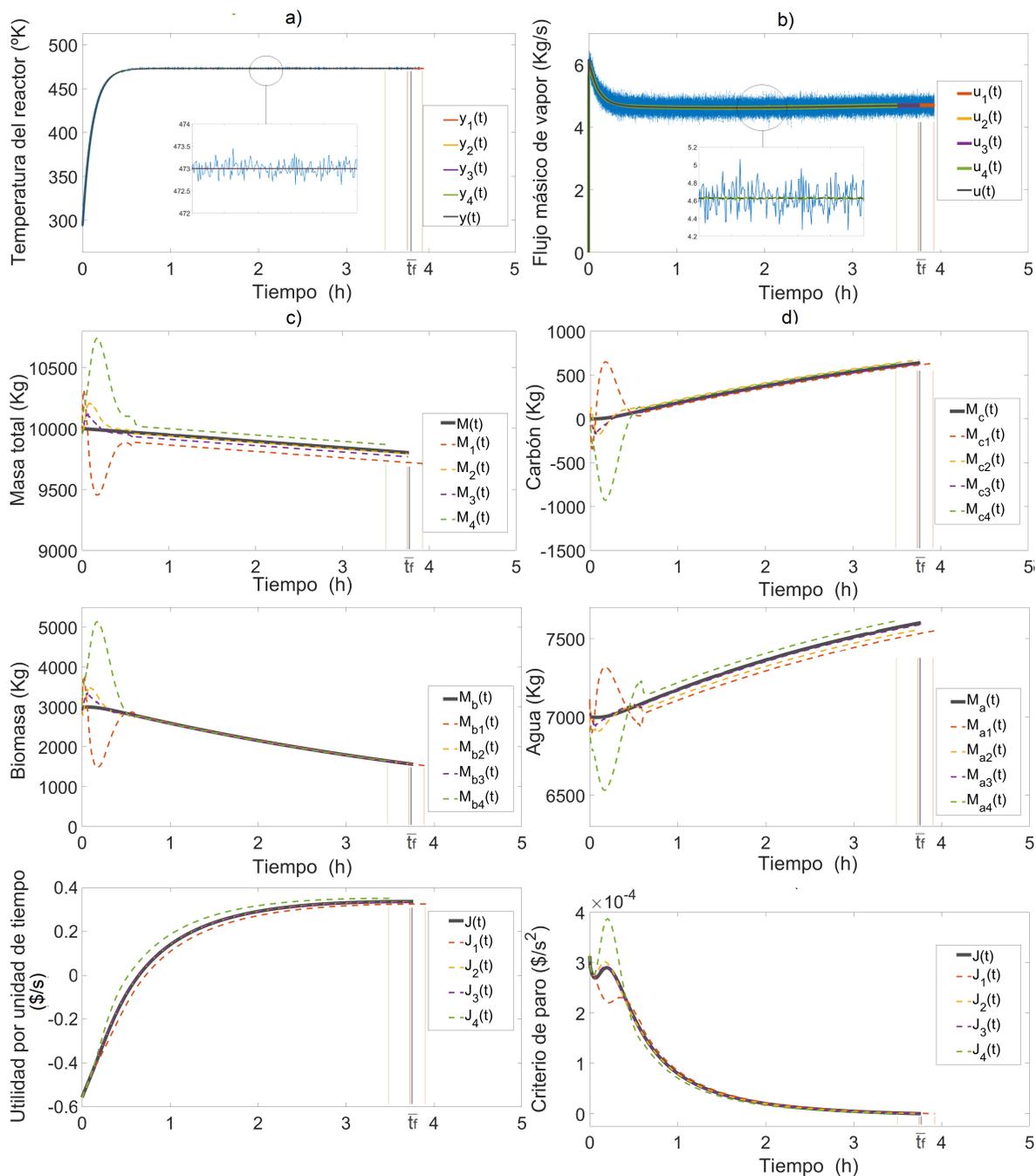


Figura 5.5: Robustez del sistema a LC con control por RS ante ruido en mediciones y errores de carga y parámetros. Se muestran las evoluciones temporales de las trayectorias perturbadas de: a) salida, b) esfuerzo de control, c) estados dinámicos, d) estados cuasiestáticos y e) criterio de paro, del sistema a LC (---, ---, ---, ---) vs operación nominal (—).

- (iii) **Robustez del sistema de MC:** La aplicación del OEG NL (5.8) con  $\eta = 13$  y  $k_l = \omega^4$ , y los controladores NL de seguimiento de trayectoria (4.3) y de paro de lote (4.4) con  $k_c = 0.06$  al reactor a LC en presencia de errores preespecificados de carga, parámetro de carga de biomasa  $M_{bo}$  y ruido en mediciones da como resultado las evoluciones temporales de las trayectorias en tiempo finito que se muestran en la figura 5.5. Se puede observar que con la aplicación de ruido gaussiano en las mediciones y de errores en carga y parámetros, se obtienen desviaciones menores al 5% en las trayectorias de estados dinámicos innovados  $[\hat{M}(t), \hat{M}_b(t), \hat{T}(t)]$  y cuasiestáticos  $[\hat{M}_c(t), \hat{M}_a(t)]$  respecto a la operación nominal, al igual que en el estado no innovado  $\hat{J}(t)$ , por lo que las trayectorias de estados son no localmente prácticamente estables. La mayor desviación se observa en la respuesta temporal del carbón (figura 5.3d) con un 4.5% respecto a su trayectoria nominal, mientras que el resto de desviaciones son menores al 1%. Finalmente, existe una variación máxima en la duración del lote de  $\pm 16 \text{ min.}$  que equivale a un error del 7% respecto a la duración nominal del lote.

### 5.5.2. Observaciones finales

- Con la sintonización adecuada del OEG NL y controlador de seguimiento de trayectoria, se concluye que la diferencia entre el controlador de RE y el controlador por RS para tamaños de desviaciones preespecificados es el tiempo de convergencia del estimador.
- Este comportamiento positivo es consecuencia de:
  - (i) La aplicación del controlador por RE y RS al reactor a LC de manera que este sigue la operación nominal, con trayectorias de estados prácticamente estables, obtenida mediante inversa dinámica. Esto se debe a que la trayectoria nominal tiene  $GR = 1 \forall t = [t_o, t_f]$  y a que la dinámica cero asociada a la acción de control es no localmente prácticamente estable (es decir, la trayectoria nominal es pasiva).
  - (ii) El diseño del OEG NL con base en la detectabilidad de la trayectoria de estados nominal prácticamente estable.
- El sistema de CM tiene un comportamiento robusto ante errores de carga, parámetros y ruido en mediciones razonables y realistas que permite estimar en línea las cantidades de especies químicas desconocidas, así como el indicador de desemepeño económico, sigue la operación nominal diseñada fuera de línea en la etapa inicial y para el lote cuando la utilidad por unidad de tiempo a tiempo presente es máxima.

## Capítulo 6

# Conclusiones

En esta tesis se ha abordado el problema de controlar y monitorear la operación de un reactor de carbonización hidrotermal (HTC) lote mediante una metodología constructiva no lineal. En primer lugar se diseñó la operación nominal robusta con base en la aplicación recursiva de la inversa dinámica de manera que el proceso se efectúe con un adecuado compromiso entre duración de lote, esfuerzo de control y robustez respecto a errores de carga, paramétricos y ruido en mediciones. La operación nominal permitió la construcción de un controlador no lineal por retroalimentación de estados robusto que combina los controladores de: seguimiento de temperatura nominal, y de evento optimizante, que aplicado al sistema a lazo cerrado permitió al reactor seguir la operación nominal y parar el lote cuando la utilidad por unidad de tiempo a tiempo presente es máxima. Posteriormente se diseñó un estimador geométrico de cantidades de especies químicas desconocidas, así como del estado función de utilidad, con acción integral que permite eliminar sesgo en la medición de temperatura del reactor y compensar errores de modelado. Finalmente, la aplicación del estimador de estados y los controladores de evento y de seguimiento de trayectoria nominal al reactor a lazo cerrado condujo al sistema de monitoreo y control que está conformado por: (i) un generador de trayectoria nominal, (ii) un controlador de seguimiento de trayectoria por retroalimentación de salida accionado por mediciones de temperatura del reactor y exteriores y flujos másicos de vapor de calentamiento, agua influente y vapor de agua efluente, y (iii) un controlador de evento que para el lote cuando la utilidad por unidad de tiempo a tiempo presente es máxima.

El esquema de control y monitoreo diseñado tiene: (i) condiciones de resolubilidad que combina nociones de optimalidad, pasividad y detectabilidad de sistemas no lineales y no autónomos, (ii) condiciones de estabilidad robusta de trayectorias en tiempo finito, (iii) condiciones de convergencia de los estados estimados, y (iii) sintonización sencilla. La metodología constructiva implementada se verificó y probó mediante simulación numérica aplicada a un caso de estudio representativo (con una reacción celulósica simplificada y cinética de primer orden con constante de proporcionalidad Arrhenius) que a pesar de su simplicidad captura la esencia del proceso. Los resultados numéricos confirman los resultados teóricos: el sistema de monitoreo y control mostró un funcionamiento robusto respecto a errores realistas y razonables de carga, paramétricos y ruido en mediciones.

Los resultados favorables obtenidos en la investigación abren la posibilidad de extender este estudio, contemplando los siguientes puntos:

- Aplicación del esquema de monitoreo y control a otros tipos de biomasa, comenzando desde una celulósica hasta una multicomponente, cuya estequiometría y cinética se deben tomar en cuenta para desarrollar estrategias de estimación y control.

- Formalización de las pruebas de estabilidad dentro del marco de estabilidad práctica de sistemas no lineales y no autónomos con duración finita de lote.
- Consideración de una planta completa de carbonización de biomasa, que consta de: gasificador, caldera, reactor, tren de tanques de enfriamiento, sistema de filtrado y peletización.
- Realización de pruebas experimentales en planta piloto para corroborar resultados analíticos y de simulación.

# Apéndice A

## Modelo del reactor

En esta sección se presenta el modelo dinámico del reactor HTC lote con base en la estequiometría y cinética de la reacción de carbonización, balances de materia y energía e intercambio de calor.

### A.1. Estequiometría de la reacción de carbonización

En esta subsección, con base en balances atómicos se establecen las relaciones que deben satisfacer los coeficientes atómicos de la molécula de biomasa y los resultados se utilizan para derivar los coeficientes estequiométricos de la reacción. Existen varios mecanismos y reacciones químicas simultáneas complejas en el proceso HTC (Gómez et al., 2020; Libra et al., 2011), sin embargo en esta investigación nos centraremos en la reacción simplificada sólido-sólido que es responsable de la producción de carbón HTC o biobarbón (Kruse, Funke, y Titirici, 2013).

En reacción química de carbonización,  $\varsigma_b$  moléculas de biomasa se descomponen, produciendo  $\varsigma_c$  moléculas de carbón y  $\varsigma_a$  moléculas de agua y se genera  $\Theta_r$  ( $J$ ) de calor por cada molécula de reactante.

La constante que define la cantidad de moléculas que constituye un mol de sustancia es el número de Avogadro  $N_A = 6.022 \times 10^{23}$  ( $mol^{-1}$ ), entonces en términos de moles los coeficientes estequiométricos molares son:

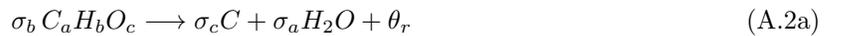
$$\sigma_b = \varsigma_b / N_A \text{ (mol)} \quad (\text{A.1a})$$

$$\sigma_c = \varsigma_c / N_A \text{ (mol)} \quad (\text{A.1b})$$

$$\sigma_a = \varsigma_a / N_A \text{ (mol)} \quad (\text{A.1c})$$

$$\theta_r = \Theta_r N_A \left( \frac{J}{mol} \right) \quad (\text{A.1d})$$

Tomando como componente de referencia a la biomasa, la reacción química con coeficientes estequiométricos molares es:



$$\sigma_b = 1 \quad (\text{A.2b})$$

La conservación de átomos en la reacción molar de la ecuación (A.2a) lleva al conjunto de tres ecuaciones

algebraicas (una para cada especie atómica: C, H y O):

$$C : a \sigma_b = \sigma_c \quad (\text{A.3a})$$

$$H : b \sigma_b = 2 \sigma_a \quad (\text{A.3b})$$

$$O : c \sigma_b = \sigma_a \quad (\text{A.3c})$$

Como el coeficiente estequiométrico molar de la molécula de biomasa es un grado de libertad, por conveniencia lo escogemos como la unidad ( $\sigma_b = 1$ ). Por lo tanto los coeficientes estequiométricos  $\sigma_a$  y  $\sigma_c$  están realacionados con los coeficientes atómicos de  $a$  y  $b$  de la siguiente forma:

$$\sigma_c = a \quad (\text{A.4a})$$

$$\sigma_a = \frac{b}{2} \quad (\text{A.4b})$$

Además, de la ecuación (A.3b) y (A.3c) se obtiene una relación de dependencia entre  $b$  y  $c$  dada por la siguiente ecuación:

$$\frac{b}{2} = c \quad (\text{A.5})$$

Lo cual indica que ambos coeficientes atómicos están linealmente relacionados. La reacción balanceada es:



Con este resultado se culmina la obtención de la reacción química balanceada que satisface los coeficientes atómicos de la molécula de biomasa y pasamos a expresar la reacción en términos de coeficientes estequiométricos másicos. Para este fin, se escriben las masas atómicas y moleculares de cada especie química interviniente:

$$\text{Masa atómica del hidrógeno :} \quad MA_H = 1 \left( \frac{g}{mol} \right) \quad (\text{A.7a})$$

$$\text{Masa atómica del oxígeno :} \quad MA_O = 16 \left( \frac{g}{mol} \right) \quad (\text{A.7b})$$

$$\text{Masa atómica del carbón :} \quad MM_C = 12 \left( \frac{g}{mol} \right) \quad (\text{A.7c})$$

$$\text{Masa molecular del agua :} \quad MM_A = 2(1) + 16 = 18 \left( \frac{g}{mol} \right) \quad (\text{A.7d})$$

$$\text{Masa molecular de la biomasa } C_a H_b O_c : \quad MM_B = 12a + b + 16c \left( \frac{g}{mol} \right) \quad (\text{A.7e})$$

La reacción química balanceada en términos de masa es:



Normalizando:

$$s_c = \frac{a PA_C}{PM_B} (g) \quad (\text{A.9a})$$

$$s_a = \frac{c PM_A}{PM_B} (g) \quad (\text{A.9b})$$

$$Q_r = \frac{\theta_r}{PM_B} \left( \frac{J}{g} \right) \quad (\text{A.9c})$$

Se obtiene la reacción química con coeficientes estequiométricos másicos:



$$s_c + s_a = 1 \quad (\text{A.10b})$$

$$s_b = 1 \quad (\text{A.10c})$$

Donde  $s_c$ ,  $s_a$  y  $s_b$  son los coeficientes estequiométricos máxicos del carbón, agua y biomasa respectivamente y  $Q_r$  es la cantidad de calor exotérmico liberado por cada Kilogramo de biomasa. La ecuación (A.10b) indica que un gramo de biomasa húmeda produce  $s_c$  gramos de carbón,  $s_a$  gramos de agua y  $Q_r$   $\left(\frac{J}{g}\right)$  de calor.

## A.2. Cinética de la reacción

La cinética de carbonización es la velocidad con que la biomasa se degrada en agua y carbón de acuerdo a la ley de acción de masas de primer orden, donde la velocidad de descomposición es proporcional a la cantidad de biomasa de acuerdo a una tasa de reacción  $R(M_b, T)$  con constante de proporcionalidad  $K(T)$  tipo Arrhenius (Jatzwauck y Schumpe, 2015):

$$R(M_b, T) = K(T)M_b \quad \left(\frac{Kg}{s}\right) \quad (\text{A.11a})$$

$$K(T) = K_0 e^{-\frac{E_a}{R_g T}} \quad \left(\frac{1}{s}\right) \quad (\text{A.11b})$$

donde  $E_a$   $\left(\frac{KJ}{mol}\right)$  es la energía de activación,  $K_0$   $\left(\frac{1}{s}\right)$  es la constante de velocidad o factor pre-exponencial y  $R_g = 0.00831$   $\left(\frac{KJ}{mol K}\right)$  es la constante universal de los gases ideales.

## A.3. Balances de materia y energía

Los balances de masa de biomasa  $M_b$ , carbón  $M_c$  y agua  $M_a$ , así como el balance de energía conforman el siguiente conjunto de cuatro ecuaciones diferenciales ordinarias no-autónomas con cuatro entradas exógenas ( $W_{ae}, W_{as}, T_s, W_s$ ) y sus condiciones iniciales:

$$\frac{dM_b}{dt} = -K(T)M_b, \quad M_b(0) = M_{bo} \quad (\text{A.12a})$$

$$\frac{dM_c}{dt} = s_c[K(T)M_b], \quad M_c(0) = M_{co}, \quad s_c + s_a = 1 \quad (\text{A.12b})$$

$$\frac{dM_a}{dt} = s_a[K(T)M_b] + W_{ae} - W_{as}, \quad M_a(0) = M_{ao} \quad (\text{A.12c})$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}[(c_{pb}M_b + c_{pc}M_c + c_{pa}M_a)T] &= W_{ae}c_{pa}T_{ae} + W_s Q_{v1}(T) - UA(T - T_s) \\ &- W_{as}(c_{pv}T + Q_{v2}(T)) + Q_r K(T)M_b, \quad T(0) = T_o \end{aligned} \quad (\text{A.12d})$$

Donde  $c_{pb}, c_{pc}, c_{pa}$  y  $c_{pv}$  son calores específicos de la biomasa, carbón, agua y vapor respectivamente.

La ecuación (A.12a) representa la velocidad de desaparición de la biomasa, la ecuación (A.12b) es la velocidad de generación de carbón, la ecuación (A.12c) representa la tasa de variación de la masa de agua en el reactor y la ecuación (A.12d) representa el balance de calor en el reactor, tomando en cuenta el flujo de materia y energía que interviene en el lote.

La ecuación (A.12) se encuentra en forma no estándar y no independiente, por lo que a continuación se lleva este sistema diferencial a una representación con el mínimo número de ecuaciones independientes. Los balances de masa y energía conforman el siguiente conjunto de cuatro ecuaciones diferenciales ordinarias no-autónomas con sus respectivas condiciones iniciales:

$$\frac{dM_b}{dt} = -K(T)M_b, \quad M_b(0) = M_{bo} \quad (\text{A.13a})$$

$$\frac{dM_c}{dt} = s_c[K(T)M_b], \quad M_c(0) = M_{co}, \quad s_c + s_a = 1 \quad (\text{A.13b})$$

$$\frac{dM_a}{dt} = s_a[K(T)M_b] + W_{ae} - W_{as}, \quad M_a(0) = M_{ao} \quad (\text{A.13c})$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}[(c_{pb}M_b + c_{pc}M_c + c_{pa}M_a)T] &= W_{ae}c_{pa}T_{ae} + W_sQ_{v1}(T) - UA(T - T_s) \\ &- W_{as}(c_{pv}T + Q_{v2}(T)) + Q_rK(T)M_b, \quad T(0) = T_o \end{aligned} \quad (\text{A.13d})$$

El sistema compuesto por (A.13a-c) consta de tres variables dependientes y la ecuación referente al balance de calor (A.13d) se encuentra en una forma no clásica, por lo que el objetivo es llevar el conjunto de balances dinámicos a un modelo en ecuaciones diferenciales ordinarias que tenga solución única.

Por balance de masa total, se puede cancelar la reacción mediante la combinación lineal de (A.13a-c):

$$\frac{d}{dt}(M_a + M_b + M_c) = W_{ae} + [K(T)M_b](s_a + s_c - 1) - W_{as} \quad (\text{A.14})$$

Como  $s_a + s_c = 1$  (A.13b), entonces

$$\dot{M} = W_{ae} - W_{as}, \quad M(0) = M_o \quad (\text{A.15a})$$

$$M = M_b + M_c + M_a \quad (\text{A.15b})$$

El siguiente paso es obtener una Ecuación Diferencial Ordinaria para la temperatura, con tal propósito se reescribe la ecuación de calor (A.13d) en términos de la capacidad calorífica  $C_T(M_b, M_c, M_a)$  ( $\frac{KJ}{^\circ K}$ ) del contenido del reactor:

$$\frac{d}{dt}[C_T(M_b, M_c, M_a)T] = W_{ae}c_{pa}T_{ae} + W_sQ_{v1}(T) - UA(T - T_s) - W_{as}(C_{pv}T + Q_{v2}(T)) + Q_rK(T)M_b \quad (\text{A.16})$$

donde la capacidad calorífica  $C_T(M_b, M_c, M_a)$  ( $\frac{KJ}{^\circ K}$ ) se define como:

$$C_T(M_b, M_c, M_a) := c_{pb}M_b + c_{pc}M_c + c_{pa}M_a \quad (\text{A.17})$$

La derivada temporal de  $C_T(M_b, M_c, M_a)$  es:

$$\dot{C}_T(\dot{M}_b, \dot{M}_c, \dot{M}_a) := c_{pb}\dot{M}_b + c_{pc}\dot{M}_c + c_{pa}\dot{M}_a \quad (\text{A.18})$$

Sustituyendo los balances de masa (A.13a-c) en (A.18), se obtiene  $\dot{C}_T(M_b, T, W_{ae}, W_{as})$ :

$$\dot{C}_T(M_b, T, W_{ae}, W_{as}) = (-c_{pb} + s_c c_{pc} + s_a c_{pa})K(T)M_b + c_{pa}(W_{ae} - W_{as}) \quad (\text{A.19})$$

Obteniendo la derivada del lado izquierdo de la ecuación de balance de calor (A.16), se obtiene:

$$C_T\dot{T} + T\dot{C}_T = W_{ae}c_{pa}T_{ae} + W_sQ_{v1}(T) - UA(T - T_s) - W_{as}(C_{pv}T + Q_{v2}(T)) + Q_rK(T)M_b \quad (\text{A.20})$$

Despejando  $\dot{T}$  en la ecuación (A.20) y reemplazando  $\dot{C}_T$  se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{T} &= \frac{c_{pa}W_{ae}(T_{ae} - T)}{C_T} - \frac{[(c_{pv} - c_{pa})T + Q_{v2}(T)]W_{as}}{C_T} + \frac{W_sQ_{v1}(T)}{C_T} \\ &- \frac{UA(T - T_s)}{C_T} + \frac{M_bK(T)[Q_r + (c_{pb} - s_c c_{pc} - s_a c_{pa})T]}{C_T}, \quad T(0) = T_o \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

$C_T(M_b, M_c, M_a)$  en la ecuación (A.3.5) tiene dependencia de las variables  $M_a$ ,  $M_b$  y  $M_c$ . Con el fin de lograr una dependencia únicamente de las variables  $M$  y  $M_b$ , se suman las ecuaciones de balances de masa de biomasa (A.13a) y de carbón (A.13b) dividido entre  $s_c$ , cancelando de esta forma su dinámica:

$$\dot{M}_\phi = 0 \quad (\text{A.22a})$$

$$M_\phi = \left( M_b + \frac{M_c}{s_c} \right) \quad (\text{A.22b})$$

donde  $M_\phi$  es una variable auxiliar. La solución de la ecuación (A.22) es:

$$M_\phi(0) = M_{bo} + \frac{M_{co}}{s_c} \quad (\text{A.23})$$

Como al inicio del lote la cantidad de carbón en el reactor es nula ( $M_{co} = 0$ ), entonces:

$$M_\phi(0) = M_{bo} \quad (\text{A.24})$$

Despejando la masa de carbón  $M_c$  de la ecuación (A.22 b):

$$M_c = s_c(M_\phi - M_b) \quad (\text{A.25})$$

Pero  $M_\phi = M_\phi(0)$ , ya que se concluye de la ecuación (A.22) que  $M_\phi$  es constante, por lo que se despeja  $M_c$  en términos de  $M_b$  y  $M_{bo}$ :

$$M_c = s_c(M_{bo} - M_b) \quad (\text{A.26})$$

Ahora, la cantidad de agua  $M_a$  es:

$$M_a = M - M_b - M_c \quad (\text{A.27})$$

Al reemplazar  $M_c$  en la anterior ecuación se obtiene  $M_a$  en términos de  $M$ ,  $M_b$  y  $M_{bo}$ :

$$M_a = M - M_b - s_c(M_{bo} - M_b) \quad (\text{A.28})$$

Al reemplazar los valores de  $M_c$  y  $M_a$  en  $C_T$  en la ecuación (A.3.5) se obtiene:

$$C_T(M, M_b, M_{bo}) := (c_{pb} - c_{pa})M_b + s_c(c_{pa} - c_{pc})(M_b - M_{bo}) + c_{pa}M \quad (\text{A.29})$$

Se definen las siguientes constantes:

$$\kappa_a := c_{pa} \quad (\text{A.30a})$$

$$\kappa_{ab} := c_{pa} - c_{pb} \quad (\text{A.30b})$$

$$\kappa_{ac} := c_{pa} - c_{pc} \quad (\text{A.30c})$$

$$\kappa_{av} := c_{pa} - c_{pv} \quad (\text{A.30d})$$

Donde  $\kappa_a$  es el calor específico del agua líquida,  $\kappa_{ab}$  es la diferencia entre calores específicos del agua líquida y la biomasa,  $\kappa_{ac}$  es la diferencia entre calores específicos del agua líquida y el carbón y  $\kappa_{av}$  es la diferencia entre calores específicos del agua líquida y el vapor de agua.

Al reemplazar las constantes  $\kappa_a$ ,  $\kappa_{ab}$ ,  $\kappa_{ac}$ ,  $\kappa_{av}$  y recordando que el coeficiente estequiométrico másico del agua se relaciona con el del carbón mediante:  $s_a = 1 - s_c$  (A.10b), se obtiene la ecuación diferencial de temperatura del reactor:

$$\begin{aligned} \dot{T} = & \frac{\kappa_a W_{ae}(T_{ae} - T) + [\kappa_{av}T - Q_{v2}(T)] W_{as} + UA(T_s - T) + K(T)M_b[Q_r + (s_c\kappa_{ac} - \kappa_{ab})T]}{(s_c\kappa_{ac} - \kappa_{ab})M_b - s_c\kappa_{ac}M_{bo} + \kappa_a M} \\ & + \frac{Q_{v1}(T)}{(s_c\kappa_{ac} - \kappa_{ab})M_b - s_c\kappa_{ac}M_{bo} + \kappa_a M} W_s \quad , \quad T(0) = T_o \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

El conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias de las variables: (i) masa total  $M$  (A.15), (ii) cantidad de biomasa  $M_b$  (A.12a) y (iii) temperatura  $T$  (A.31) con las ecuaciones algebraicas de: (iv) cantidad de carbón  $M_c$  (A.26) y (v) cantidad de agua  $M_a$  (A.28), da como resultado el siguiente modelo algebraico - diferencial del reactor HTC lote:

$$\dot{M} = W_{ae} - W_{as} \quad , \quad M(0) = M_o \quad (A.32a)$$

$$\dot{M}_b = -K(T)M_b \quad , \quad M_b(0) = M_{bo} \quad (A.32b)$$

$$\dot{T} = \frac{\kappa_a W_{ae}(T_{ae} - T) + [\kappa_{av}T - Q_{v2}(T)]W_{as} + UA(T_s - T) + K(T)M_b[Q_r + (s_c\kappa_{ac} - \kappa_{ab})T]}{(s_c\kappa_{ac} - \kappa_{ab})M_b - s_c\kappa_{ac}M_{bo} + \kappa_a M} \quad (A.32c)$$

$$+ \frac{Q_{v1}(T)}{(s_c\kappa_{ac} - \kappa_{ab})M_b - s_c\kappa_{ac}M_{bo} + \kappa_a M} W_s \quad , \quad T(0) = T_o$$

$$M_c = s_c(M_{bo} - M_b) \quad (A.32d)$$

$$M_a = M - M_b(1 - s_c) - s_c M_{bo} \quad (A.32e)$$

# Apéndice B

## Caso de estudio

En este apéndice se detallan los valores numéricos de los parámetros y entradas exógenas utilizados en el modelo del reactor lote del caso de estudio, así como tamaños de perturbaciones realistas y razonables que se utilizan para la realización de pruebas experimentales mediante simulación numérica a lo largo de esta investigación.

### B.1. Parámetros

En la tabla B.1 se resumen los 13 parámetros y 3 entradas exógenas utilizados en esta tesis con su simbología, valor y unidades.

#### Calor latente de vaporización:

Los calores latentes de vaporización del agua de la fuente de calentamiento  $Q_{v1}(T)$  y de vapor de agua evacuado  $Q_{v2}(T)$ , fueron obtenidos mediante funciones polinómicas a partir de tablas de calor latente de vaporización del agua a presión de saturación para un rango de temperatura entre  $(273 - 573 K)$ , realizando un ajuste mediante regresión polinomial de grado 3. Se obtuvo una función  $Q_v = f(T)$ , con un coeficiente de determinación  $R^2 = 0.999$ , que refleja un excelente ajuste de la función obtenida dentro del rango seleccionado:

$$Q_v(T) = f(T) = -0,0000237 T^3 + 0,0230288 T^2 - 9,8482263 T + 3958,6470308 \quad (\text{B.1})$$

En la figura (B.1) se muestra una gráfica comparativa de los datos reales y los datos estimados mediante regresión para  $Q_v(T)$ , donde se puede corroborar el ajuste de la relación polinómica a la gráfica real.

#### Temperatura de exteriores:

La temperatura de exteriores se ha considerado como una función senoidal:

$$f_{T_s}(t) = T_{sd} \sin(0.0003t) + \bar{T}_s \quad (\text{B.2})$$

donde  $T_{sd} = 2 K$  es la amplitud considerada de variación en la medición de temperatura de exteriores y  $\bar{T}_s = 293 K$  es la temperatura promedio de exteriores.

Tabla B.1: Parámetros y entradas exógenas utilizados del caso de estudio

Simbología	Descripción	Valor	Unidad
<b>Entradas exógenas</b>			
$W_{ae}$	Flujo másico de agua influente	0	$Kg/s$
$W_{as}$	Flujo másico de vapor de agua efluente	0.01462	$Kg/s$
$T_s$	Temperatura de exteriores	$f_{T_s}(t)$	$K$
<b>Propiedades intensivas</b>			
$\kappa_a$	Calor específico del agua	4.18	$KJ/(Kg^\circ K)$
$\kappa_{ab}$	Diferencia entre calor específico del agua líquida y biomasa	2.78	$KJ/(Kg^\circ K)$
$\kappa_{ac}$	Diferencia entre calor específico del agua líquida y carbón	2.92	$KJ/(Kg^\circ K)$
$\kappa_{av}$	Diferencia entre calor específico del agua líquida y vapor de agua	2.34	$KJ/(Kg^\circ K)$
$R_g$	Constante universal de los gases	0.00831	$KJ/(mol^\circ K)$
$Q_{v1}(T)$	Calor latente de vaporización de vapor de calentamiento	$f(T)$	$KJ/Kg$
$Q_{v2}(T)$	Calor latente de vaporización de vapor evacuado	$f(T)$	$KJ/Kg$
$U$	Coefficiente de transporte de calor al ambiente	2.5	$W/(\circ Km^2)$
$A$	Área de intercambio del reactor con el ambiente	19.9805	$m^2$
$s_c$	Coefficiente estequiométrico másico del carbón	72/162	-
$Q_r$	Calor de reacción por unidad de masa	100/162	$KJ/Kg$
$E_a$	Energía de activación	26.25	$KJ/mol$
$K_o$	Factor preexponencial de Arrhenius	0.1516	$1/s$

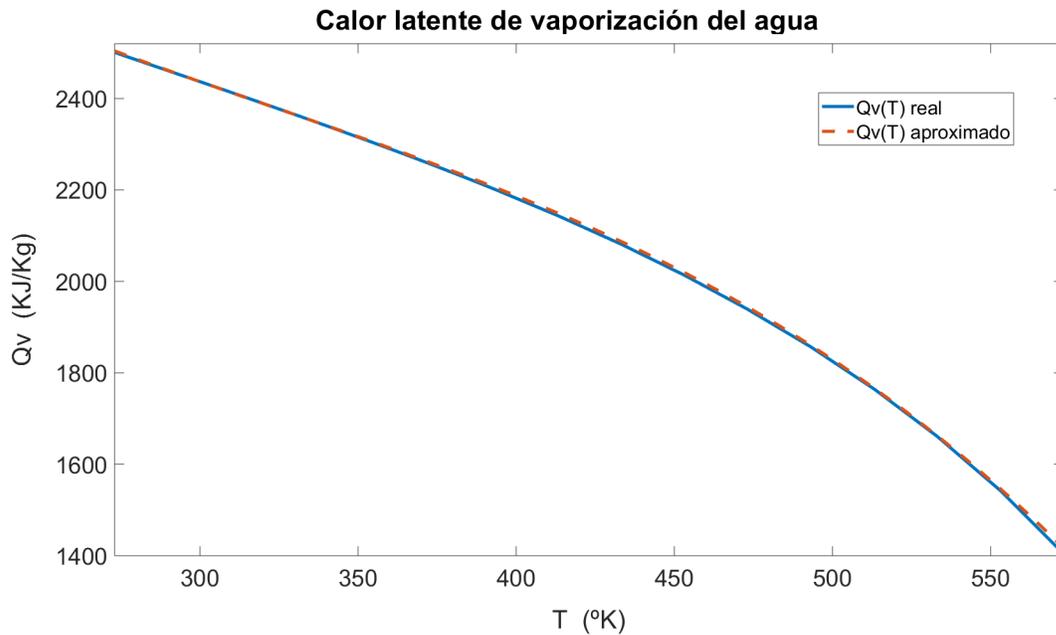


Figura B.1: Calor latente de vaporización del agua líquida a presión de saturación para el rango de temperatura de 273 – 573 K

## B.2. Perturbaciones

Las pruebas de funcionamiento robustas del caso de estudio se realizan a lo largo de este trabajo considerando errores razonable y realistas en:

- Medición de la salida:  $\tilde{y} = v_y$ .
- Parámetros del modelo:  $\tilde{p} = \delta_p$ .
- Medición del actuador:  $\tilde{u} = v_u$ .
- Carga:  $\tilde{x}_o = \delta_o$ .
- Medición de entradas exógenas:  $\tilde{d} = v_d$ .

donde  $v_y$  es ruido en la medición de temperatura del reactor,  $v_u$  es ruido en la medición de flujo de vapor de calentamiento,  $v_d = [v_{W_{ae}}, v_{W_{as}}, v_{T_s}]$  es el vector de ruido en la medición de flujos de agua influente y vapor de agua efluente, y de temperatura de exteriores. El ruido en las distintas mediciones se ha modelado mediante señales Gaussianas randómicas con media igual a cero, frecuencia de 10 ( $H_z$ ) y tamaños acotados:

$$|\tilde{y}| \leq v_y^+ = 0.5 (K) \quad (\text{B.3a})$$

$$|\tilde{u}| \leq v_u^+ = 0.25 (Kg/s) \quad (\text{B.3b})$$

$$|\tilde{W}_{ae}| \leq v_{W_{ae}}^+ = 0.0004 (Kg/s) \quad (\text{B.3c})$$

$$|\tilde{W}_{as}| \leq v_{W_{as}}^+ = 0.0004 (Kg/s) \quad (\text{B.3d})$$

$$|\tilde{T}_s| \leq v_{T_s}^+ = 0.5 (K) \quad (\text{B.3e})$$

$\delta_p$  son errores paramétricos en el modelo y  $\delta_o$  son errores en la carga de materiales, considerando valores iguales o menores al 5% de los valores nominales. Para este caso de estudio se ha considerado un error en el parámetro de biomasa inicial  $\delta_{M_{bo}}$  y errores en la carga de: masa total  $\delta_{M_o}$ , biomasa y temperatura inicial del reactor  $\delta_{T_o}$  con tamaños acotados:

$$|\tilde{M}_{bo}| \leq \delta_{M_{bo}}^+ = 0.05 M_{bo} (Kg) \quad (\text{B.4a})$$

$$|\tilde{M}_o| \leq \delta_{M_o}^+ = 0.05 M_o (Kg) \quad (\text{B.4b})$$

$$|\tilde{T}_o| \leq \delta_{T_o}^+ = 0.05 T_o (K) \quad (\text{B.4c})$$



# Referencias

- Alvarez, C., Jesus y Fernandez. (2009). Geometric estimation of nonlinear process systems. *Journal of Process Control*, 19, 247-260. doi: 10.1016/j.jprocont.2008.04.017
- Alvarez, J., Castellanos-Sahagún, E., Fernandez, C., y Aguirre, S. (2005). Optimal closed-loop operation of binary batch distillation columns. *IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline)*, 16. doi: 10.3182/20050703-6-CZ-1902.01676
- Álvarez, J., y Fernández, C. (2009). Geometric estimation of nonlinear process systems. *Journal of process control*, 19(2), 247–260.
- Alvarez, J., Zaldo, F., y Oaxaca, G. (2004). Chapter d6 towards a joint process and control design for batch processes: application to semibatch polymer reactors. *Computer Aided Chemical Engineering*, 17. doi: 10.1016/S1570-7946(04)80076-2
- Basso, D., Weiss-Hortala, E., Patuzzi, F., Castello, D., Baratieri, M., y Fiori, L. (2015). Hydrothermal carbonization of off-specification compost: A byproduct of the organic municipal solid waste treatment. *Bioresource Technology*, 182, 217 - 224. doi: 10.1016/j.biortech.2015.01.118
- Berge, N. D., Ro, K. S., Mao, J., Flora, J. R. V., Chappell, M. A., y Bae, S. (2011). Hydrothermal carbonization of municipal waste streams. *Environmental Science & Technology*, 45(13), 5696-5703. doi: 10.1021/es2004528
- Child, M. (2014). *Industrial-scale hydrothermal carbonization of waste sludge materials for fuel production* (Tesis Doctoral no publicada).
- Elsgotz, L. (1969). *Ecuaciones Diferenciales y cálculo variacional*. Moscu.
- Fogler, H. S. (2006). *Elements of chemical reaction engineering*. Upper Saddle River, NJ 07458: Prentice-Hall.
- Funke, A., y Ziegler, F. (2011). Heat of reaction measurements for hydrothermal carbonization of biomass. *Bioresource Technology*, 102(16), 7595 - 7598. doi: 10.1016/j.biortech.2011.05.016
- Gallifuoco, A., y Di Giacomo, G. (2018). Novel kinetic studies on biomass hydrothermal carbonization. *Bioresource Technology*, 266, 189 - 193. doi: 10.1016/j.biortech.2018.06.087
- Gómez, J., Corsi, G., Pino-Cortés, E., Díaz-Robles, L. A., Campos, V., Cubillos, F., ... Monedero, E. (2020). Modeling and simulation of a continuous biomass hydrothermal carbonization process. *Chemical Engineering Communications*, 207(6), 751-768. doi: 10.1080/00986445.2019.1621858
- Hahn, W. (1967). *Stability of motion*. Berlin, Heiderberg: Springer.
- Heidarinejad, M., Liu, J., y Christofides, P. D. (s.f.). Economic model predictive control of nonlinear process systems using lyapunov techniques. *AIChE Journal*, 58(3), 855-870. doi: 10.1002/aic.12672
- Hirschorn, R. (1979). Invertibility of multivariable nonlinear control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 24(6), 855-865.
- Jatzwauck, M., y Schumpe, A. (2015). Kinetics of hydrothermal carbonization (htc) of soft rush. *Biomass and Bioenergy*, 75. doi: 10.1016/j.biombioe.2015.02.006
- Khalil, H. K. (2002). *Nonlinear systems; 3rd ed.* Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall.

- Kloeden, P., y Rasmussen, M. (2011). *Nonautonomous Dynamical Systems*. USA, Providence, Rhode Island 02904-2294: American Mathematical Society.
- Kruse, A., Funke, A., y Titirici, M. (2013). Hydrothermal conversion of biomass to fuels and energetic materials. *Current Opinion in Chemical Biology*, 17, 515-521. (35.02.06; LK 01) doi: 10.1016/j.cbpa.2013.05.004
- LaSalle, J., y Lefschetz, S. (1961). *Stability by Liapunov's Direct Method with Applications*. New York, 111 Fifth Avenue: Academic Press.
- Levenspiel, O. (2006). *Ingeniería de las reacciones químicas*. Ciudad de México, Balderas 95: Limusa Wiley.
- Libra, J. A., Ro, K. S., Kammann, C., Funke, A., Berge, N. D., Neubauer, Y., ... Emmerich, K.-H. (2011). Hydrothermal carbonization of biomass residuals: a comparative review of the chemistry, processes and applications of wet and dry pyrolysis. *Biofuels*, 2(1), 71-106. doi: 10.4155/bfs.10.81
- Ogata, K. (1987). *Dinámica de sistemas*. Naucalpan de Juárez, Edo. de México: Prentice-Hall.
- Peterson, A., Vogel, F., y Lachance, R. (2008). Thermochemical biofuel production in hydrothermal media: A review of sub- and supercritical water technologies. *Energy and Environmental Science - ENERGY ENVIRON SCI*, 1. doi: 10.1039/b810100k
- Román, S., Libra, J., Berge, N., Sabio, E., Ro, K., Li, L., ... Bae, S. (2018). Hydrothermal carbonization: Modeling, final properties design and applications: A review. *Energies*, 11(1), 216. doi: 10.3390/en11010216
- Seferlis, P., y Georgiadis, M. (2004). *The Integration of Process Design and Control, Volume 17*. Elsevier. doi: 10.1016/S1570-7946(04)80050-6
- Sontag, E., Agachev, A., Utkin, V., Morse, A., y Sussman, H. (2004). *Nonlinear and optimal control theory*. Cetraro, Italy: Springer.