



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA
INSTITUTO DE GEOFÍSICA

Análisis de anomalías del tensor magnético

T E S I S
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA TIERRA
(Exploración, Aguas Subterráneas, Modelación y Percepción Remota):

P R E S E N T A:
Juan Pablo Aguirre Díaz

Director de Tesis:
Dr. Andrés Tejero Andrade
Facultad de Ingeniería

MIEMBROS DEL COMITE TUTOR

Dr. René Efraín Chávez Segura	Instituto de Geofísica
Dr. Oscar Campos Enríquez	Instituto de Geofísica
Dra. Elsa Leticia Flores Márquez	Instituto de Geofísica
Dr. Juan García Abdeslem	CICESE

Ciudad Universitaria, Cd. Mx.

2020

Agosto



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Resumen

Las componentes tensoriales del campo magnético son campos potenciales con propiedades matemáticas que permiten mejorar la interpretación de levantamientos magnéticos ya que tienen una mayor resolución espacial que un levantamiento convencional de campo magnético al caracterizar principalmente los gradientes de las fuentes cercanas. Las mediciones del tensor gradiente magnético han podido ser adquiridas desde la década de los años 60 con los gradiómetros SQUID (Hinze et al., 2013). Sin embargo, su proceso de adquisición es costoso y la adquisición requiere de mucho tiempo. Es por ello que se ha buscado una técnica más práctica para obtener la información tensorial.

A partir de mediciones de la componente total del campo magnético en levantamientos terrestres, es posible separar las componentes del tensor gradiente magnético. Nabighian (1984) y Nelson (1988) consiguieron descomponer la anomalía de campo total en sus componentes tensoriales, a través de ecuaciones integrales que relacionan los gradientes vertical y horizontales. La metodología que aquí se propone para obtener la separación de la anomalía de campo total en las componentes tensoriales, es a partir de la solución de la ecuación diferencial del potencial para un semiespacio. Se construyeron un total de 7 modelos sintéticos de anomalías de campo total producidas por diversas formas geométricas asociadas a cuerpos geológicos con la finalidad de visualizar la respuesta e interacción en el medio de las componentes tensoriales.

Finalmente, se utilizaron datos adquiridos con un magnetómetro de bombeo óptico, en la localidad de Xalasco, Tlaxcala, para calcular las componentes tensoriales del campo total y se demuestra que los resultados permiten una mejor exploración de la información que está presente, pero oculta, en los datos de una sola componente. Por medio de las componentes tensoriales, se logran resaltar bordes y definir alineamientos preferenciales asociados a estructuras en el subsuelo de la zona de estudio, que fueron localizadas por los arqueólogos tras una posterior excavación.

Declaratoria

Declaro conocer el Código de Ética de la Universidad Nacional Autónoma de México, plasmado en la Legislación Universitaria. Con base en las definiciones de integridad y honestidad ahí especificadas, aseguro mediante mi firma al calce que el presente trabajo es original y enteramente de mi autoría. Todas las citas de, o referencias a, la obra de otros autores aparecen debida y adecuadamente señaladas, así como acreditadas mediante los recursos editoriales convencionales.

Juan Pablo Aguirre Díaz

”There is nothing like writing an article on a subject for forcing yourself to think that subject through clearly.” [No hay nada como escribir un artículo sobre un tema para obligarse a pensar claramente en ese asunto.]

- Isaac Asimov, 'Essay 400'

”I have a great deal of difficulty in beginning to write my portion of these pages, for I know I am not clever.” [Me resulta muy difícil empezar a escribir mi parte de estas páginas, pues sé que no soy lista.]

- Charles Dickens, *Bleak House*

Agradecimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México que me ha proporcionado la formación profesional y la posibilidad de conocer grandes personas.

Al Dr. Andrés Tejero Andrade, por los consejos, las observaciones y la paciencia para realizar este trabajo. A los miembros del Comité Tutor, Dra. Leticia Flores Marquez, Dr. René Chávez Segura, Dr. Juan García Abdeslem y Dr. Oscar Campos Enríquez, cuya orientación, correcciones y comentarios enriquecieron este trabajo.

Al Departamento de Geofísica de la Facultad de Ingeniería de la UNAM por facilitarme los datos magnéticos de Xalasco y por todo.

Al Posgrado en Ciencias de la Tierra de la UNAM que me permitió ampliar mi formación académica.

Al apoyo de financiamiento brindado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT).

Índice General

Introducción	1
1. Fundamentos Teóricos de los campos \vec{B} y \vec{H} en régimen estacionario	5
1.1. Ecuaciones fundamentales para \vec{B}	6
1.2. Ecuaciones fundamentales para \vec{H}	6
1.3. Los potenciales magnéticos	7
1.4. Vector de magnetización	11
1.5. Anomalía de campo total	13
2. Tensor Gradiente Magnético	16
2.1. Cálculo de las componentes tensoriales	17
2.2. Componentes del tensor y sus propiedades	21
2.3. Cálculo de las componentes del tensor en el dominio del número de onda	22
2.3.1. Fundamentos de la transformada de Fourier	22
2.3.2. Transformada bidimensional de Fourier	23
2.4. El tensor gradiente magnético en el dominio del número de onda	25

2.5. Interpretación de las componentes tensoriales	27
3. Modelos sintéticos	32
3.1. Modelo 1: Prisma rectangular	37
3.2. Modelo 2: Conjunto de prismas	40
3.3. Modelo 3: Contacto vertical	43
3.4. Modelo 4: Falla geológica en medio estratificado	45
3.5. Modelo 5: Red de tuberías	48
3.6. Modelo 6: Pórfido cuprífero	50
3.7. Modelo 7: Pórfido cuprífero con ruido aleatorio	54
4. Caso de estudio: Xalasco, Tlaxcala	58
4.1. Geología de la zona	59
4.2. Estudio de campo	60
5. Resultados y conclusiones	66
Referencias	68

Introducción

El uso de los métodos magnéticos provee información rápida y efectiva, lo que permite que su aplicación sea tanto de manera global como de manera local. A lo largo del tiempo se ha mejorado la adquisición con el desarrollo de nuevas tecnologías en equipos, mejores técnicas de procesamiento que llevan a una mejor visualización y finalmente una mejor interpretación de los datos provenientes de un levantamiento magnético.

Dependiendo del propósito del estudio se pueden medir diferentes características magnéticas, desde anomalías escalares o vectoriales, una de estas técnicas aun en desarrollo es el análisis del tensor magnético. Las mediciones de campo gradiente han venido desarrollándose desde la década de los 60 con la aparición de los llamados gradiómetros SQUID (Superconductive Quantum Interference Device, por sus siglas en inglés) para la adquisición de datos gradiométricos aéreos para exploraciones regionales (Stolz et al. (2006)). Si bien la precisión y la relación señal-ruido sobrepasa incluso la de un magnetómetro de bombeo óptico, el ensamblaje y transportación de un magnetómetro tensorial SQUID no es la más práctica y son muy demandantes.

Debido a esto, se buscó la aplicación de una metodología más práctica que proporcionara resultados similares a los adquiridos por un gradiómetro tensorial magnético (Nelson, 1988, Pedersen and Rasmussen, 1990, Lima and Weiss, 2009). El tensor gradiente magnético puede usarse directamente en tierra o por medio de levantamientos aeromagnéticos. Pero, una técnica para calcular el campo tensorial puede ser a partir de mediciones del campo vertical, horizontal o total a lo largo de un plano.

Actualmente, la tecnología y alcances de los magnetómetros, particularmente los de bombeo óptico, pueden medir la magnitud absoluta del campo magnético con una gran precisión, del orden de 0.01 [nT], además la precisión y exactitud de los levantamientos de campo total están ligados a la geometría del levantamiento, la variación diurna del campo y el manejo adecuado del equipo, más que a ruido instrumental. Estas ventajas permiten que se pueda sacar un mayor provecho de los datos de campo total adquiridos, sobre todo en levantamientos de alta precisión con fines arqueológicos, búsqueda o caracterización de cavidades o tuberías e incluso en exploración de recursos minerales.

Si se adquieren datos con una buena precisión, los levantamientos magnéticos pueden mejorarse por medio de la obtención matemática de las componentes tensoriales a partir del campo total. Esta información extra puede resaltar la información adquirida, lo cual resultará útil para obtener una mejor interpretación que permita localizar y delimitar la ubicación de la fuente tanto lateralmente como en profundidad.

- Objetivo

Esta tesis tiene por objetivo generar anomalías tensoriales a partir de anomalías de campo total sintéticas y de datos reales, para analizar cada una de las diferentes características obtenidas del tensor magnético.

Al realizar los modelos sintéticos de anomalías de campo total de diferentes formas geométricas que representan estructuras geológicas en el subsuelo y aplicar el procedimiento descrito por Nelson (1988), se pudo comprobar que la metodología funciona.

El capítulo 2 sienta los antecedentes y fundamentos matemáticos en los que se basa el método magnético y con los que es posible modelar y descomponer la anomalía magnética de campo total en sus elementos tensoriales.

El capítulo 3 presenta modelos magnéticos sintéticos de prismas rectangulares que aproximan rasgos geológicos comunes que pueden ser caracterizados en estudios magnéticos y a partir de estos datos sintéticos se realiza la obtención del tensor magnético por medio de un algoritmo desarrollado para esta tesis que hace uso de la transformada de Fourier y la aplicación de filtros de derivadas.

Dentro del capítulo 4, se detalla la adquisición y procesamiento de datos magnéticos de campo total en una zona de interés arqueológico en el estado de Tlaxcala para obtener

las componentes del tensor magnético que permite comprobar la utilidad del método con datos magnéticos tomados en un levantamiento geofísico.

El último capítulo realiza un recuento de los capítulos pasados, el análisis e interpretación a los datos tensoriales que fueron procesados, así como una discusión de la respuesta del tensor gradiente magnético a las diferentes aproximaciones geológicas realizadas en los modelos sintéticos y la respuesta tensorial a datos de un levantamiento de campo magnético total, que permitió definir algunos alineamientos asociados a estructuras arqueológicas con esta metodología.

Capítulo 1

Fundamentos Teóricos de los campos \vec{B} y \vec{H} en régimen estacionario

Los estudios y técnicas que involucran al método magnético han avanzado y se han desarrollado principalmente en los últimos 50 años. Las adquisiciones aéreas terrestres y marítimas han mejorado con la aparición de nuevos equipos que permiten una mayor calidad en la adquisición de datos que derivan en mejores técnicas para el análisis y procesamiento de la información obtenida (Hinze et al., 2013).

La teoría para definir un estudio tensorial del campo magnético es a partir del potencial magnético, en esta sección se presentan y se desarrollan las leyes físicas fundamentales, los antecedentes y los procedimientos matemáticos para la descomposición del campo

magnético total en sus componentes tensoriales.

1.1. Ecuaciones fundamentales para \vec{B}

El campo magnético estacionario se produce a partir de corrientes que son constantes en el tiempo o varían muy lentamente (Jackson, 1999). Las relaciones fundamentales del campo magnético resultan de la adaptación de las leyes generales de los campos electromagnéticos, con las siguientes condiciones:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.1)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}_f + \mu_0 \nabla \times \vec{M} \quad (1.2)$$

Estas ecuaciones corresponden a la Ley de Gauss para campos magnéticos, cuya interpretación física indica que no existen cargas o monopolos magnéticos y a la Ley de Ampère, que relaciona al campo magnético con la densidad de corriente, donde \vec{M} , corresponde al vector de magnetización que lleva a considerar una densidad de corriente efectiva, es decir, corrientes verdaderas más las corrientes magnéticas.

1.2. Ecuaciones fundamentales para \vec{H}

El término $\nabla \times \vec{M}$ se puede combinar con \vec{B} para definir el campo \vec{H} ,

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M} \quad (1.3)$$

De (1.3), se pueden definir las ecuaciones de campo como

$$\nabla \times \vec{H} = \mu_0 \vec{J}_f \quad (1.4)$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = -\nabla \cdot \vec{M} \quad (1.5)$$

1.3. Los potenciales magnéticos

Siguiendo propiedades generales de los campos vectoriales, debido a (1.2), entonces \vec{B} se puede definir en términos de un potencial vectorial \vec{A}

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (1.6)$$

Con el resultado de (1.6) y siguiendo el triple producto vectorial, se puede expresar a (1.2) como

$$\nabla \times \vec{B} = \nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (1.7)$$

Para obtener una expresión más específica sobre \vec{A} y al estar bajo un régimen estacionario $\nabla \cdot \vec{J} = 0$, se debe imponer la condición

$$\nabla \cdot \vec{A} = 0 \quad (1.8)$$

La cual permite simplificar la ecuación (1.7) y reescribir (1.2) como

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J}_f - \mu_0 \nabla \times \vec{M} \quad (1.9)$$

Donde la solución para \vec{A} se puede escribir como

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \left[\frac{\vec{J}_f(\vec{r}')}{R} + \nabla \times \vec{M}(\vec{r}') \right] dv \quad (1.10)$$

Sin embargo, de las ecuaciones (1.2) y (1.1) se pueden obtener

$$\nabla \times [\vec{B} - \mu_0 \vec{M}] = \mu_0 \vec{J}_f \quad (1.11)$$

$$\nabla \cdot [\vec{B} - \mu_0 \vec{M}] = -\mu_0 \nabla \cdot \vec{M} \quad (1.12)$$

De tal manera que \vec{B} se puede expresar en términos de un potencial vectorial \vec{A}_B y un potencial escalar φ_B

$$\vec{B} - \mu_0 \vec{M} = \nabla \times \vec{A}_B - \nabla \varphi_B \quad (1.13)$$

Resolviendo para \vec{B}

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}_B - \nabla \varphi_B + \mu_0 \vec{M} \quad (1.14)$$

Para un régimen magnetoestático, $\vec{J}_f = 0$, entonces (1.14) queda

$$\vec{B} = -\nabla \varphi_B + \mu_0 \vec{M} \quad (1.15)$$

Asumiendo que \vec{B} es detectado en el vacío, entonces $\vec{M} \equiv 0$, por lo tanto

$$\vec{B} = -\nabla\varphi_B \quad (1.16)$$

Sustituyendo la ecuación (1.15) en la ecuación (1.12)

$$\nabla \cdot \vec{B} = \nabla \cdot [-\nabla\varphi_B + \mu_0\vec{M}] = 0 \quad (1.17)$$

Se deduce que

$$\nabla^2\varphi_B = \mu_0\nabla \cdot \vec{M} = -\mu_0\rho_m \quad (1.18)$$

Donde $-\nabla \cdot \vec{M}$ corresponde a la densidad de carga magnética ρ_M .

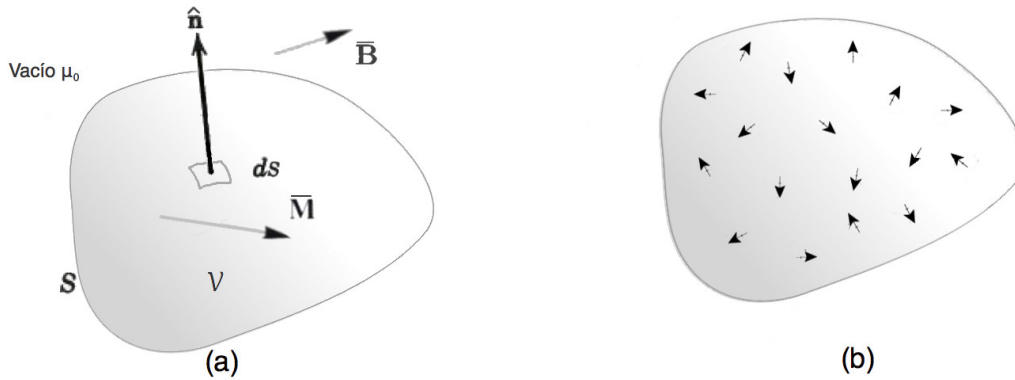


Figura 1.1: (a) Volumen magnetizado. (b) Representación de dipolos magnéticos dentro de un material.

Una solución integral para el potencial escalar φ_B , se puede encontrar a partir del Teorema de Helmholtz como

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \vec{M}(\vec{r}') \cdot \nabla' \frac{1}{R} dv' \quad (1.19)$$

Por otra parte, la ecuación (1.19) también se puede interpretar como si el cuerpo está constituido por una serie de dipolos magnéticos escalares (Figura 1.1.b), es decir

$$\varphi = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v'} \vec{M} \cdot \frac{\hat{r}}{R^2} dv' = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\hat{r}}{R^2} \cdot \int_{v'} \vec{M} dv' \quad (1.20)$$

Donde $\int_{v'} \vec{M} dv = \vec{m}$ es el momento magnético. De manera que el potencial magnético de un dipolo magnético en un punto P es obtenido a partir de

$$\varphi = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m} \cdot \hat{r}}{R^2} \quad (1.21)$$

En algunos casos, con una distribución de magnetización dada que cambia de manera abrupta en los límites del cuerpo, es conveniente introducir la densidad de carga magnética superficial $\sigma_M = \vec{n} \cdot \vec{M}$, donde \vec{n} es un vector normal dirigido hacia afuera (Figura 1.1.a), y junto con la densidad de carga magnética $\rho_M = -\mu_0 \nabla \cdot \vec{M}$, el potencial es

$$\varphi(\vec{r}) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{\nabla' \cdot \vec{M}(\vec{r}')}{R} dv' + \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_s \frac{\vec{n}' \cdot \vec{M}(\vec{r}')}{R} ds' \quad (1.22)$$

La ecuación (1.22) se visualiza (Figura 1.2) como una representación de cargas magnéticas volumétrica y de superficie

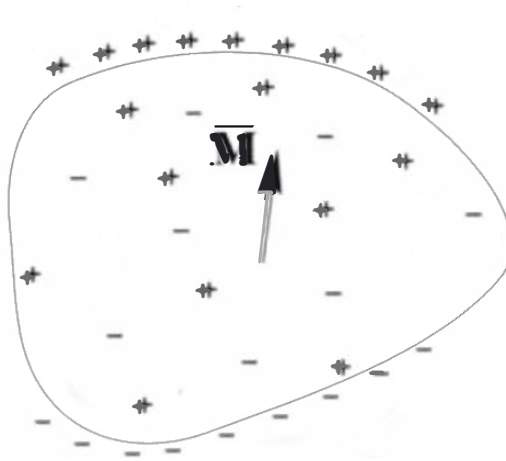


Figura 1.2: Distribución de magnetización caracterizada como cargas magnética de volumen y superficie.

1.4. Vector de magnetización

A partir de la ecuación (1.3), se puede ver una relación constitutiva entre \vec{B} y \vec{H} , para materiales diamagnéticos y paramagnéticos y campos no muy fuertes. Se acostumbra establecer la relación entre el campo magnético y la magnetización, como debida a un proceso inductivo como

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} \quad (1.23)$$

Donde χ_m es la susceptibilidad magnética. En un medio lineal, los materiales obedecen la ecuación (1.23). De la ecuación (1.3), para un medio lineal

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H} \quad (1.24)$$

Así el vector \vec{B} es proporcional a \vec{H}

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (1.25)$$

Para la cual $\mu = \mu_0(1 + \chi_m)$ es la permeabilidad magnética del material.

La magnetización de un cuerpo puede ser inducida (\vec{M}_i) por un campo externo, ésta desaparece cuando el material deja de estar sujeto a este campo. Algunos materiales tienen la capacidad de mantener la magnetización aun en ausencia de algún campo externo, esta magnetización recibe el nombre de magnetización remanente (\vec{M}_r). La magnetización total de una roca es un vector definido como:

$$\vec{M} = \vec{M}_i + \vec{M}_r \quad (1.26)$$

Las propiedades magnéticas de un material dependen de la estructura cristalina interna y en la presencia de espines de electrones desapareados, que forman al dipolo magnético total.

Estas propiedades, definen la tendencia de los momentos magnéticos libres (espín u orbitales) a alinearse bajo un campo magnético externo y dependen de la susceptibilidad magnética del material (Reitz and Frederick, 1969). Se les denomina materiales ferromagnéticos a los que realizan un intercambio de electrones con átomos vecinos bajo un campo magnético aplicado y se produce un alineamiento de los momentos magnéticos y la inducción se ve altamente reforzada (Figura 1.3.a).

Si χ es negativa, el material se denomina diamagnético y la inducción se ve debilitada por la presencia del material, al producirse un débil campo magnético inducido que se opone al aplicado (Figura 1.3.b).

Finalmente, si χ es positiva, el material se le denomina paramagnético y la inducción magnética se ve reforzada con la presencia del material, sin embargo, al retirar el campo magnético aplicado, el alineamiento magnético inducido desaparece, por lo que no se convierten en materiales permanentemente magnetizados (Figura 1.3.c).

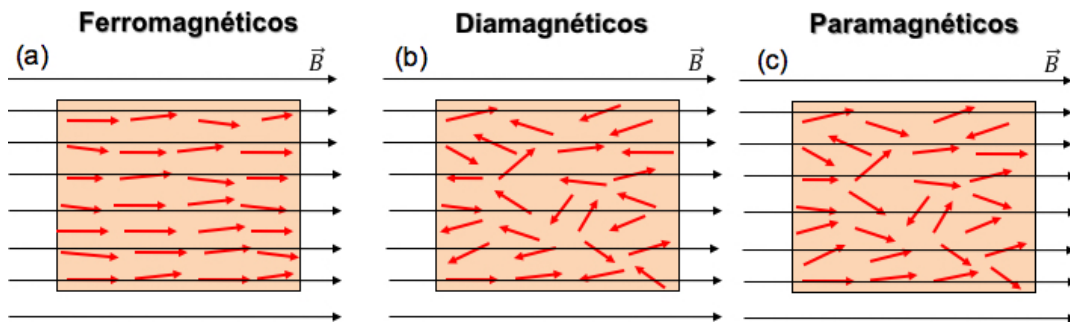


Figura 1.3: Representación esquemática del alineamiento de los dipolos magnéticos.

1.5. Anomalía de campo total

Para una región fuera del volumen V , el campo anómalo está dado por $\vec{F}_A = -\nabla\varphi_B$ y se superpone sobre el campo magnético terrestre, por lo que el campo total será entonces

$$\vec{B} = \vec{F} + \vec{F}_A \quad (1.27)$$

\vec{F}_A es el campo anómalo, que lleva la información de la fuente y \vec{F} es el campo magnético de referencia de la Tierra, cuyo cálculo se realiza a partir de parámetros que se derivan de un análisis de armónicos esféricos de mediciones magnéticas que se llevan a cabo desde satélites o en ciertos puntos de la superficie del globo. El modelo del campo magnético terrestre proporciona, para fechas determinadas, valores vectoriales calculados para el campo magnético generado en el núcleo externo del planeta. Estos valores pueden ser calculados en todas partes fuera de la Tierra, desde la superficie terrestre hasta la base de la ionosfera. El Campo de Referencia Geomagnética Internacional (Figura 1.4), IGRF por sus siglas en inglés, es un ejemplo de un modelo comúnmente utilizado: se actualiza cada cinco años por la Asociación Internacional de Geomagnetismo (Thébault et al., 2015).

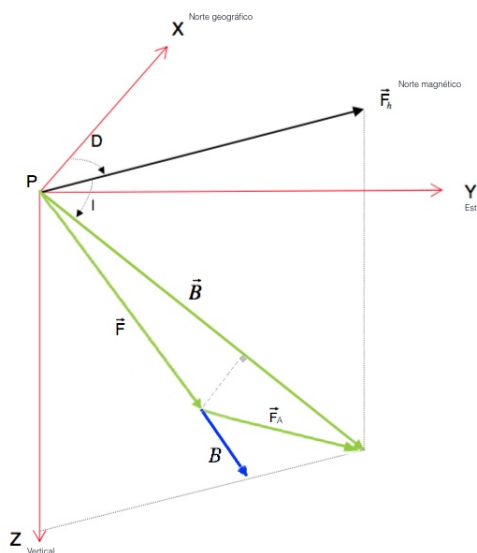


Figura 1.4: Representación en el espacio del vector de campo de anomalía magnética en la referencia geográfica local y la anomalía de campo total.

Bajo el marco de referencia terrestre, la dirección del campo geomagnético está dada por el vector unitario $\vec{u} = (L, M, N)$, donde L, M y N son los cosenos directores del vector de campo en el punto P, definidos como

$$\begin{aligned} L &= \cos I \cos D \\ M &= \cos I \sin D \\ N &= \sin I \end{aligned} \tag{1.28}$$

También de la Figura 1.4, se puede ver que la anomalía magnética de campo total B se puede expresar

$$B = |\vec{T}| - |\vec{F}| \tag{1.29}$$

y de la ecuación 1.27, se tiene que

$$T = |\vec{F} + \vec{F}_A| - |\vec{F}| \tag{1.30}$$

Es importante notar que $B \neq |F_A|$. Además, la anomalía de campo total B es una aproximación a \vec{F}_A cuando $|\vec{F}| \gg |\vec{F}_A|$.

Otra manera de representar la anomalía de campo total bajo las condiciones anteriores es la ecuación (1.31)

$$B = \vec{F}_A \cdot \hat{F} \tag{1.31}$$

De manera que B se entiende como una proyección del campo debido a la fuente \vec{F}_A sobre \hat{F} , que es un vector unitario en la dirección del campo terrestre.

Capítulo 2

Tensor Gradiente Magnético

Matemáticamente, los tensores son arreglos numéricos o funciones, que se transforman, de acuerdo a ciertas reglas y bajo un cambio de coordenadas que permiten una mejor descripción de las propiedades de sistemas físicos. En la mayoría de los análisis de estos sistemas, las propiedades físicas resultan ser invariantes bajo una rotación de ejes de tal manera que es posible trabajar con el conjunto de ejes más conveniente (Kolecki, 2002 y Riley et al., 2006).

Los tensores son una generalización de los vectores. Se puede pensar en un tensor en algo que, como un vector, puede ser medido por componentes en cualquier marco cartesiano; y que también posee un significado físico independiente del marco. Además, permite relacionar propiedades físicas en el espacio.

El análisis tensorial tiene su propia terminología para llamar a entidades matemáticas ya conocidas y mencionadas en párrafos anteriores como:

- Escalar: Tensor de rango 0. Describe únicamente magnitud y una componente.
- Vector: Tensor de rango 1. Describe magnitud, una dirección y está conformado por tres componentes.
- Diada: Tensor de rango 2. Describe magnitud, dos direcciones y está conformado por 9 componentes.

El rango de los tensores puede seguir aumentando, un tensor de rango n en un espacio tridimensional tendrá 3^n componentes. Un tensor de rango dos está definido como un sistema que tiene magnitud y dos direcciones asociadas a él con 9 componentes, este es el caso del Tensor Gradiente Magnético.

2.1. Cálculo de las componentes tensoriales

Para una solución adecuada del potencial en problemas generales que involucren regiones finitas del espacio con presencia o no de fuentes en su interior y bajo ciertas condiciones de frontera, es necesario utilizar el Teorema de Green.

Sean dos cualesquiera funciones continuas y derivables (ϕ y ψ) definidas en el espacio, satisfacen

$$\int_v (\phi \nabla'^2 \psi - \psi \nabla'^2 \phi) dv' = \oint_s \left\{ \phi \frac{\partial \psi}{\partial n'} - \psi \frac{\partial \phi}{\partial n'} \right\} ds' \quad (2.1)$$

En la cual $\partial n'$ indica la derivada a lo largo de la normal hacia afuera de la superficie S, que encierra al volumen V. Además, $\phi = \varphi(\vec{r}')$, $\psi = G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \frac{1}{R}$ es la función de

Green para un campo potencial y sea V el volumen de interés, bajo las consideraciones:

(1) De que $\varphi(\vec{r})$ es armónica, (2) $\nabla'^2\varphi = 0$ y (3) $\nabla'^2G(\vec{r}, \vec{r}') = -4\pi\delta(\vec{r} - \vec{r}')$, siendo δ la función delta de Dirac. Entonces,

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_S \left\{ \frac{1}{R} \frac{\partial\varphi(\vec{r}')}{\partial n'} - \varphi(\vec{r}') \frac{\partial}{\partial n'} \left(\frac{1}{R} \right) \right\} ds' \quad (2.2)$$

Esta ecuación permite el cálculo del potencial φ dentro del volumen V dado el potencial y su derivada normal a la frontera.

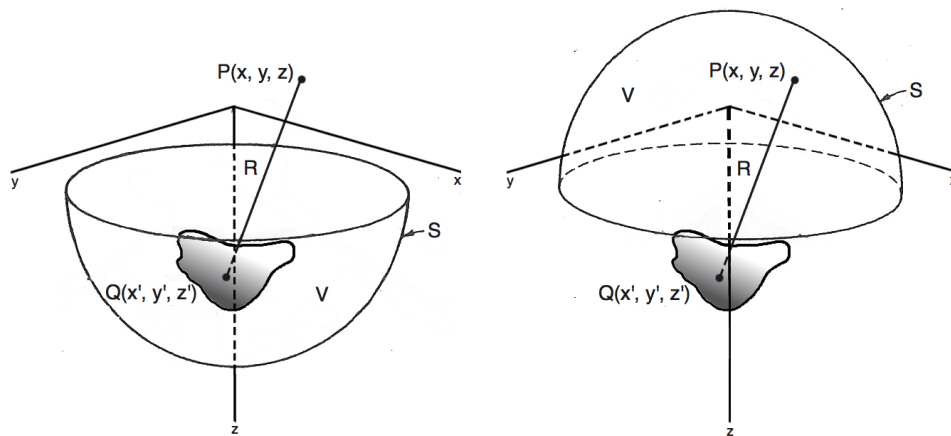


Figura 2.1: Teorema de continuación de campos potenciales

Si se asumen condiciones de Neumann, la condición de frontera más simple es

$$\frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n'} = \frac{4\pi}{S} \quad (2.3)$$

Para \vec{r}' en S , que es el área total de la superficie de frontera. Debido a que se trata como un problema de Neumann, el volumen V está acotado por dos superficies, una cerrada

y finita y la otra en el infinito. Así, S es infinita, $S \rightarrow \infty$, $\frac{1}{S} = 0$

En este caso, dado el potencial y su derivada normal a la frontera, son suficientes para definir el problema en el volumen y que se garantice una solución al problema de manera única.

Además, se puede adecuar $G(\vec{r}, \vec{r}')$ a las condiciones de Neumann de tal manera que en la ecuación (2.2) uno de los términos en la integral de superficie desaparezca, debido a que la integral de la semiesfera en el infinito no tendrá contribución.

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \frac{1}{|\vec{r}'' - \vec{r}'|} \quad (2.4)$$

\vec{r}'' es un punto espejo a \vec{r} en la superficie S , por lo tanto el potencial en todo el volumen está determinado por

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{2\pi} \oint_s \frac{\partial \varphi(\vec{r}')}{\partial n'} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} ds' \quad (2.5)$$

La que representa una integral sobre la cantidad estimada $\frac{\partial \varphi(\vec{r}')}{\partial n'} = \vec{B} \cdot \hat{n}$, es decir la normal del campo magnético a lo largo de la normal a la superficie S .

De manera general,

$$\frac{\partial \varphi}{\partial i} = -\frac{\mu_0}{2\pi} \oint_s \frac{\partial \varphi(\vec{r}')}{\partial n'} \left(\frac{\partial}{\partial i} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) ds' \quad (2.6)$$

Y las componentes gradientes del tensor magnético son las segundas derivadas de φ ,

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial i \partial j} = -\frac{\mu_0}{2\pi} \oint_s \frac{\partial \varphi(\vec{r}')}{\partial n'} \left(\frac{\partial^2}{\partial i \partial j} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) ds' \quad (2.7)$$

Donde i y j representan una coordenada cartesiana (x, y, z) .

Tomando la ecuación 2.6, se puede realizar el cálculo de las derivadas en cualquier punto sobre el plano $z=0$ y se puede demostrar que las demás componentes del tensor gradiente magnético también pueden ser obtenidas a partir de datos de intensidad magnética total o de una sola componente:

La ecuación (2.6), se puede expresar como

$$B_i(x, y, z) = -\frac{\mu_0}{2\pi} \iint \frac{(i - i') \frac{\partial \varphi}{\partial z}}{((x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2)^{3/2}} dx' dy' \quad (2.8)$$

Donde i es una de (x, y, z) y $R = |\vec{r} - \vec{r}'| = ((x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2)^{1/2}$.

Por ejemplo, para la componente xx , de (2.7) hay que tomar $i = x$ y $j = x$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial i^2} &= -\frac{\mu_0}{2\pi} \iint \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x - x'}{R^3} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial z} ds' \\ &= \frac{\mu_0}{2\pi} \iint \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{x - x'}{R^3} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial z} ds' \\ &= \frac{\mu_0}{2\pi} \iint \left[\frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{x - x'}{R^3} \right) - \frac{x - x'}{R^3} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x' \partial z} \right] ds' \end{aligned} \quad (2.9)$$

El primer término de (2.9) se cancela y resulta

$$B_{xx} = -\frac{\mu_0}{2\pi} \iint \frac{x - x'}{R^3} B_{x'z} ds' \quad (2.10)$$

2.2. Componentes del tensor y sus propiedades

El tensor gradiente del campo magnético ∇B está formado por nueve componentes de una matriz simétrica, que satisface la ecuación de Laplace $\nabla^2 V = 0$, dada por

$$\nabla B = \begin{bmatrix} \frac{\partial B_x}{\partial x} & \frac{\partial B_y}{\partial x} & \frac{\partial B_z}{\partial x} \\ \frac{\partial B_x}{\partial y} & \frac{\partial B_y}{\partial y} & \frac{\partial B_z}{\partial y} \\ \frac{\partial B_x}{\partial z} & \frac{\partial B_y}{\partial z} & \frac{\partial B_z}{\partial z} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{xx} & B_{xy} & B_{xz} \\ B_{yx} & B_{yy} & B_{yz} \\ B_{zx} & B_{zy} & B_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Cuando se considera una región libre de fuentes, el potencial φ y sus derivadas de todos los ordenes, son funciones continuamente diferenciables, es decir, se puede invertir el orden en que se deriva (2.11), concluyendo que el tensor es simétrico y es la tasa de cambio espacial del campo magnético en tres direcciones ortogonales con tres elementos vectoriales.

Y dado que se cumple (1.1), el tensor gradiente magnético tiene su traza igual a cero,

$$\nabla \cdot \vec{B} = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = B_{xx} + B_{yy} + B_{zz} = 0 \quad (2.12)$$

A partir de la ecuación (2.12), y la simetría de (2.11), implica que solamente cinco de las nueve componentes del tensor gradiente son independientes.

Además del gradiente magnético dado por (2.11), se tiene también el gradiente \vec{G} que se puede obtener a partir de mediciones realizadas por gradiómetros de campo total.

$$\vec{G} = \frac{\partial B}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial B}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial B}{\partial z} \hat{z} \quad (2.13)$$

Donde B es la anomalía de campo total (Ecuación 1.29).

2.3. Cálculo de las componentes del tensor en el dominio del número de onda

2.3.1. Fundamentos de la transformada de Fourier

La transformación matemática para llevar las señales del dominio del tiempo o del dominio espacial al dominio de la frecuencia, se denomina Transformada de Fourier. En 1D y en el dominio del tiempo, está definida de la siguiente manera

$$F(\omega) = \mathfrak{F}[f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-i\omega t) dt \quad (2.14)$$

La transformada de Fourier cumple diversas propiedades. Para este trabajo, se utiliza la propiedad de derivación para hallar la solución a la ecuación diferencial parcial (2.7), haciendo uso del algoritmo de la transformada rápida de Fourier (Cooley and Tukey, 1965).

Propiedad de derivación 1D

Si $f(t)$ tiene transformada de Fourier $X(\omega)$, entonces para cualquier entero positivo n , se puede calcular la n -ésima derivada de la función $f(t)$

$$\frac{d^n}{dt^n} f(t) \quad (2.15)$$

Para el caso de $n = 1$, y aplicando la transformada de Fourier (Ecuación (2.14)) a la primera derivada de $f(t)$ (Ecuación (2.15))

$$\begin{aligned} \mathfrak{F} \left[\frac{d^n}{dt^n} f(t) \right] &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{df(t)}{dt} e^{-i\omega t} dt \\ &= e^{-i\omega t} f(t) \Big|_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} f(t) (-i\omega) dt \end{aligned} \quad (2.16)$$

Si $f(t) \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \pm\infty$

$$= (i\omega)F(\omega)$$

2.3.2. Transformada bidimensional de Fourier

Bajo la consideración de que se cumplen (1.1) y (1.2), las componentes de (2.11) se pueden obtener por medio de un cálculo 2D aplicando la propiedad de derivación (2.16) y la transformada bidimensional de Fourier de una función en el dominio espacial $f(x,y)$ dada por

$$F(k_x, k_y) = \mathfrak{F}[f(x, y)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp(-i(k_x x + k_y y)) dx dy \quad (2.17)$$

Donde k_x y k_y son los números de onda en las direcciones x e y respectivamente y el número de onda angular $|k| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$.

Conociendo (2.17), $f(x,y)$ se puede obtener por medio de la transformada inversa de Fourier definida como

$$f(x, y) = \mathfrak{F}^{-1}[F(k_x, k_y)] = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(x, y) \exp(i(k_x x + k_y y)) dk_x dk_y \quad (2.18)$$

cuyos cálculos también se pueden obtener por medio del algoritmo de la Transformada Rápida de Fourier, considerando dos dimensiones.

También, es necesario tomar en cuenta las siguientes consideraciones al realizar el procesamiento en el dominio de Fourier de campos potenciales, estas involucran: el muestreo debe ser adecuado, lo suficientemente denso como para evitar un submuestreo de la señal para minimizar el fenómeno de Gibbs y remover las tendencias regionales.

Propiedad de derivación 2D

Las propiedades de la transformada de Fourier unidimensional pueden ser llevadas al caso bidimensional, tal es el caso de la propiedad 2.15, para los que se tienen expresiones tales como

$$\mathfrak{F} \left\{ \frac{\partial^n f(x, y)}{\partial x^n} \right\} = (i2\pi k_x)^n F(k_x, k_y) \quad (2.19)$$

$$\mathfrak{F} \left\{ \frac{\partial^n f(x, y)}{\partial y^n} \right\} = (i2\pi k_y)^n F(k_x, k_y) \quad (2.20)$$

2.4. El tensor gradiente magnético en el dominio del número de onda

Las relaciones que se obtienen a partir de (2.7) se pueden llevar al dominio del número de onda para simplificar los cálculos, utilizando la transformada bidimensional de Fourier (2.17) y su inversa (2.18).

De esta manera, para la ecuación (2.10) y cualquier componente tensorial puede calcularse su transformada de Fourier como

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{F}\{B_{xx}\} &= -\frac{\mu_0}{2\pi} \int \int \frac{x-x'}{R^3} B_{x'z} ds' \int \int \exp(-i(k_x x + k_y y)) dx dy \\
 &= -\frac{\mu_0}{2\pi} \int \int dx' dy' \left[B_{x'z} \exp(-i(k_x x' + k_y y')) \int \int \frac{x-x'}{R^3} \exp(-i(k_x(x-x') \right. \\
 &\quad \left. + k_y(y-y'))) d(x-x') d(y-y') \right] \quad (2.21)
 \end{aligned}$$

Así, el resultado de la integral interna es $-\frac{2\pi k_x}{k}$, y la externa resulta únicamente en la transformada de Fourier de B_{xz} .

Por lo tanto

$$\mathfrak{F}\{B_{xx}\} = \frac{ik_x}{k} \mathfrak{F}\{B_{xz}\} \quad (2.22)$$

Siguiendo el proceso para calcular (2.22), se obtienen los cinco elementos restantes del tensor gradiente magnético,

$$\mathfrak{F}[B_{xy}] = \mathfrak{F}\left[\frac{\partial B_y}{\partial x}\right] = ik_x \mathfrak{F}[B_y] \quad (2.23)$$

$$\mathfrak{F}[B_{xz}] = \mathfrak{F}\left[\frac{\partial B_z}{\partial x}\right] = ik_x \mathfrak{F}[B_z] \quad (2.24)$$

$$\mathfrak{F}[B_{yy}] = \mathfrak{F}\left[\frac{\partial B_y}{\partial y}\right] = ik_y \mathfrak{F}[B_y] \quad (2.25)$$

$$\mathfrak{F}[B_{yz}] = \mathfrak{F}\left[\frac{\partial B_z}{\partial y}\right] = ik_y \mathfrak{F}[B_z] \quad (2.26)$$

$$\mathfrak{F}[B_{zz}] = \mathfrak{F}\left[\frac{\partial B_z}{\partial z}\right] = |k| \mathfrak{F}[B_z] = \frac{|k|^2 \mathfrak{F}[B]}{|k|n + i(k_x \ell + k_y m)} \quad (2.27)$$

Los elementos del tensor gradiente magnético que han sido medidos en un plano están interrelacionados, por lo cual, es posible que a partir de conocer B_{zz} en cualquier parte del plano horizontal se puedan determinar las componentes restantes. Estas relaciones entre componentes se dan con las siguientes ecuaciones:

$$\mathfrak{F}[B_{xx}] = \frac{ik_x}{|k|^2} \mathfrak{F}[B_{xz}] = -\frac{k_x^2}{|k|^2} \mathfrak{F}[B_{zz}] \quad (2.28)$$

$$\mathfrak{F}[B_{xy}] = \frac{ik_x}{|k|} \mathfrak{F}[B_{yz}] = \frac{ik_y}{|k|} \mathfrak{F}[B_{xz}] = -\frac{k_x k_y}{|k|^2} \mathfrak{F}[B_{zz}] \quad (2.29)$$

$$\mathfrak{F}[B_{xz}] = \frac{ik_x}{|k|} \mathfrak{F}[B_{zz}] = -\frac{i}{|k|} (k_x \mathfrak{F}[B_{xx}] + k_y \mathfrak{F}[B_{xy}]) \quad (2.30)$$

$$\mathfrak{F}[B_{yy}] = \frac{ik_y}{|k|^2} \mathfrak{F}[B_{yz}] = -\frac{k_y^2}{|k|^2} \mathfrak{F}[B_{zz}] \quad (2.31)$$

$$\mathfrak{F}[B_{yz}] = \frac{ik_y}{|k|} \mathfrak{F}[B_{zz}] = -\frac{i}{|k|} (k_x \mathfrak{F}[B_{xy}] + k_y \mathfrak{F}[B_{yy}]) \quad (2.32)$$

Se debe tomar en cuenta que para calcular las componentes tensoriales a partir de mediciones de campo total, los datos adquiridos sean de buena calidad y se realicen con un muestreo adecuado para una aplicación correcta de la teoría de Fourier. Otro punto importante para mantener una buena calidad de los datos adquiridos, es considerar que el proceso de diferenciación para obtener las componentes, amplifica las altas frecuencias y ruido.

2.5. Interpretación de las componentes tensoriales

Cada componente tensorial aporta información acerca de la geometría del cuerpo que se está analizando. Para una correcta visualización e interpretación de las anomalías tensoriales, a manera de ejemplo, se calcularon modelos sintéticos de la anomalía de campo total para prismas horizontales con diferentes orientaciones respecto al norte y una inclinación del campo magnético de 90 grados, como se observan en la Figura 2.2.

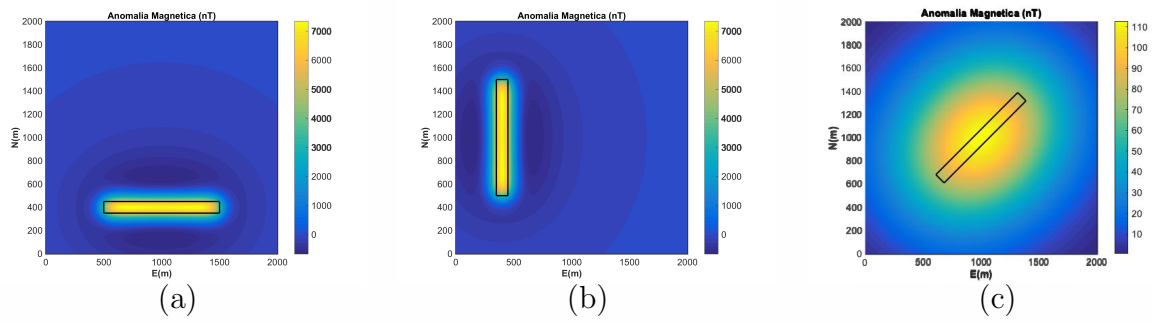


Figura 2.2: Anomalía magnética de campo total sintética [nT] de un prisma horizontal orientado (a) Norte - Sur; (b) Este - Oeste; (c) Noreste - Suroeste

La Figura 2.3, muestra las componentes tensoriales del prisma orientado en dirección Este - Oeste. La Figura 2.4, muestra el mismo objeto, pero con una orientación Norte - Sur. El análisis de las anomalías magnéticas tensoriales permite detectar direcciones preferenciales de orientación en los cuerpos de estudio.

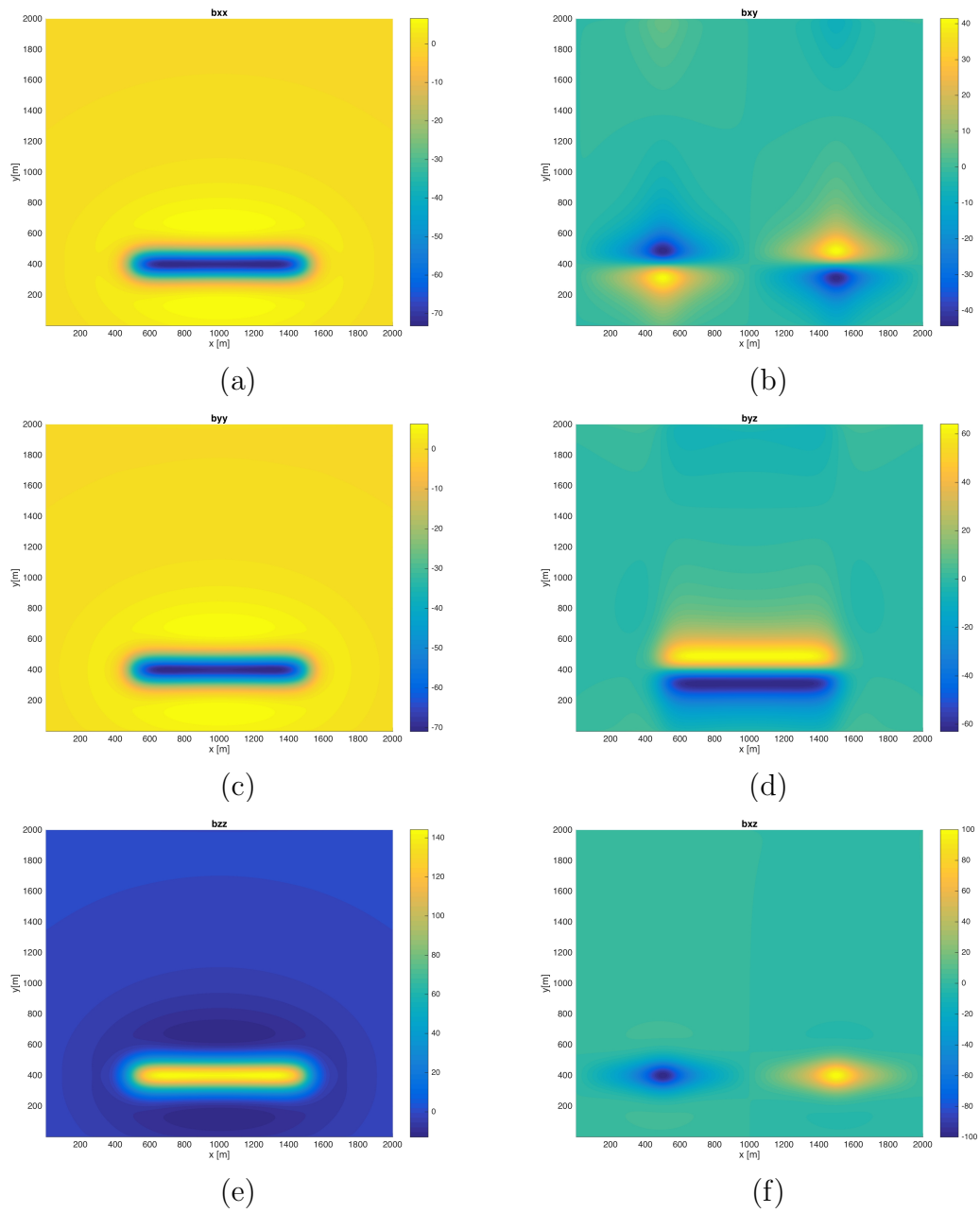


Figura 2.3: Componentes tensoriales de la anomalía magnética [nT/m] orientada Este - Oeste (a) b_{xx} , (b) b_{xy} , (c) b_{yy} , (d) b_{yz} , (e) b_{zz} , (f) b_{xz} .

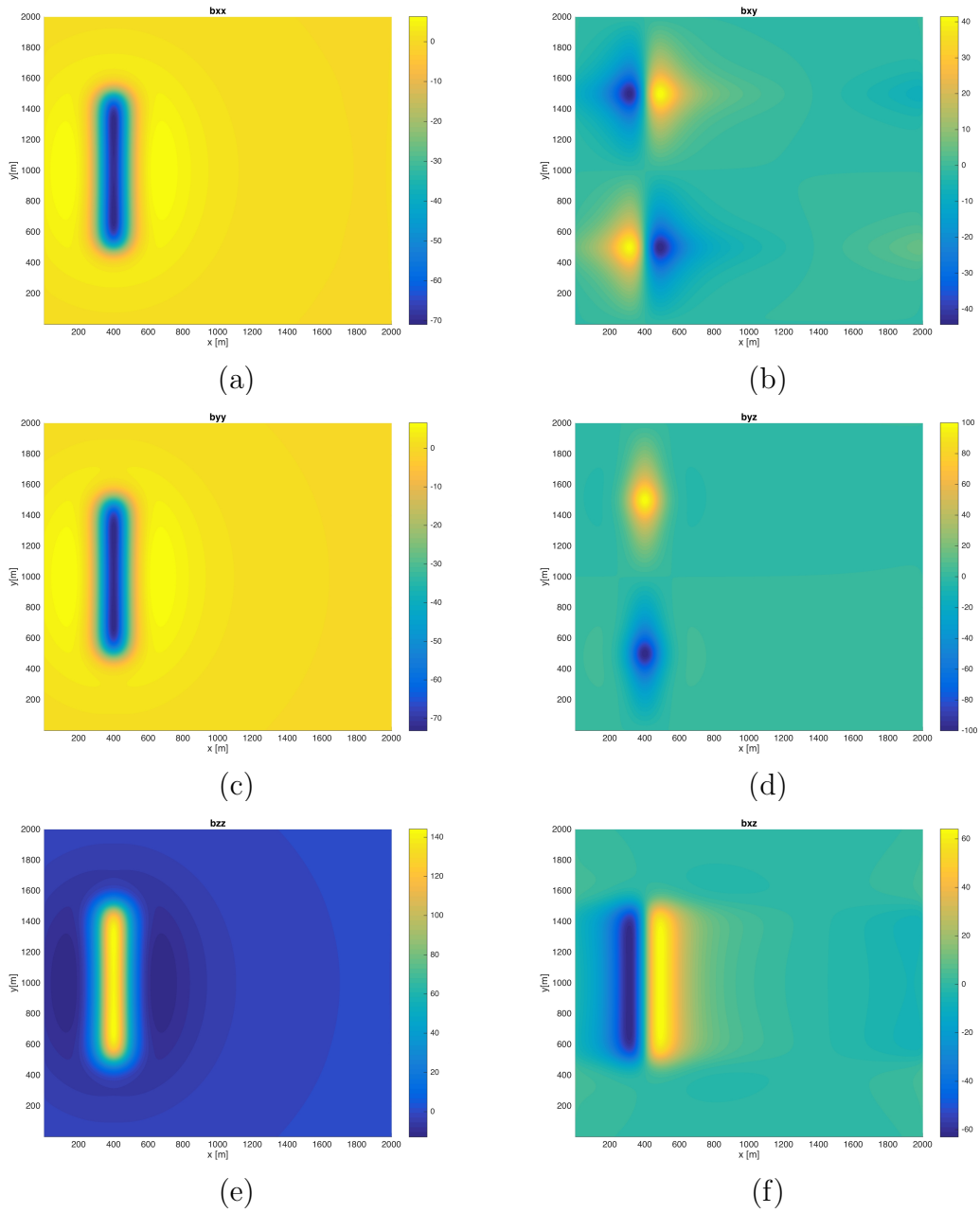


Figura 2.4: Componentes tensoriales de la anomalía magnética [nT/m] orientada Norte

- Sur (a) b_{xx} , (b) b_{xy} , (c) b_{yy} , (d) b_{yz} , (e) b_{zz} , (f) b_{xz} .

Las componentes xx e yy de la traza del tensor permiten resaltar las direcciones Norte

- Sur y Este - Oeste de la estructura. Estas componentes podrían verse como reduc-

ciones al ecuador. El último elemento de la traza, la componente zz resalta los efectos verticales del campo y del vector de magnetización, en el cuerpo produce un efecto de reducción al polo, se obtiene una anomalía simétrica que presenta un máximo centrado en la estructura. La componente xy contempla los efectos de las direcciones Norte - Sur y Este - Oeste, es particularmente interesante para cuerpos de orientación inclinada (Como NE-SO, ver Figura 2.5), esta componente y su simetría parecen ser más eficientes para detectar estructuras con este tipo de dirección que alguna de las componentes de la traza del tensor. Las componentes yz y xz del tensor permiten visualizar preferentemente las direcciones Este - Oeste y Norte - Sur, respectivamente. Además, al considerar la derivada vertical, resultan bastante efectivas para resaltar los bordes verticales del cuerpo.

En la Figura 2.5, se muestra la componente xy del tensor para el prisma ya mostrado, ahora orientado a 45 grados. Esta componente tensorial tiene máximos centrados en los bordes de la estructura, por lo que la respuesta de la componente xy del tensor gradiente magnético muestra la orientación del cuerpo.

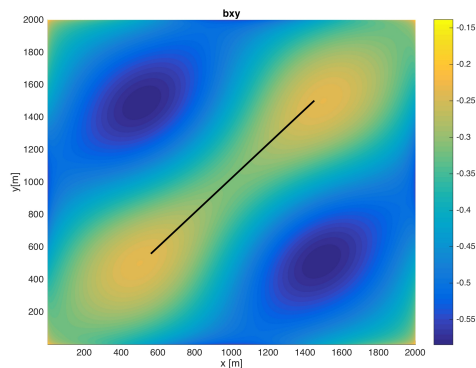


Figura 2.5: Componente xy [nT/m] para un segmento orientado a 45 grados.

Capítulo 3

Modelos sintéticos

Para un entendimiento y análisis del tensor gradiente magnético, primero fueron modelados los efectos magnéticos de cuerpos geológicos y estructuras que comúnmente se pueden encontrar en un trabajo de campo, utilizando el código desarrollado por de Barros et al. (2013). Con los resultados de salida que este programa proporciona, que es la anomalía de campo total B , se realiza la separación en las componentes tensoriales de la anomalía de campo. El proceso para obtener las componentes del tensor gradiente magnético sigue la teoría descrita en los capítulos 1 y 2 de esta tesis y se utiliza un código en MATLAB, escrito para este fin, que realiza el cálculo numérico de éstas. Un resumen de los pasos que se siguen al calcular las componentes se muestra en la Figura 3.1.

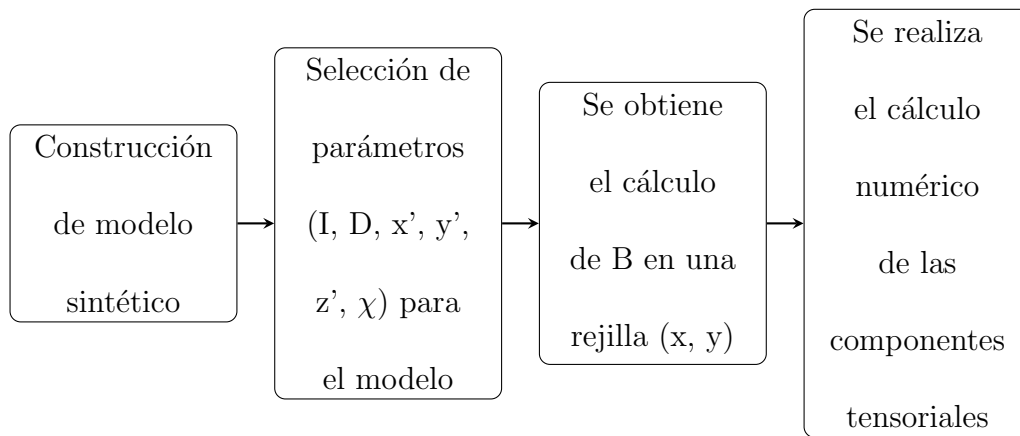


Figura 3.1: Diagrama de flujo de la metodología del cálculo de las componentes tensoriales.

Hunt et al. (1995) definen que la magnetización (ecuación 1.23) es la propiedad física que controla el método magnético y que la magnetización inducida es en función de la magnitud y dirección del campo geomagnético y de la susceptibilidad magnética (Figura 3.2) del material. La magnetización remanente es, por lo general, mucho menor que la magnetización inducida, comúnmente su dirección no es la misma que aquella del campo terrestre, para muchos estudios se le considera despreciable, sin desestimar su importancia y los efectos que puede causar (Hinze et al., 2013). Para realizar un modelo adecuado del comportamiento del campo total, es por tanto, necesario tomar en cuenta los valores de susceptibilidad de los materiales que se están considerando.

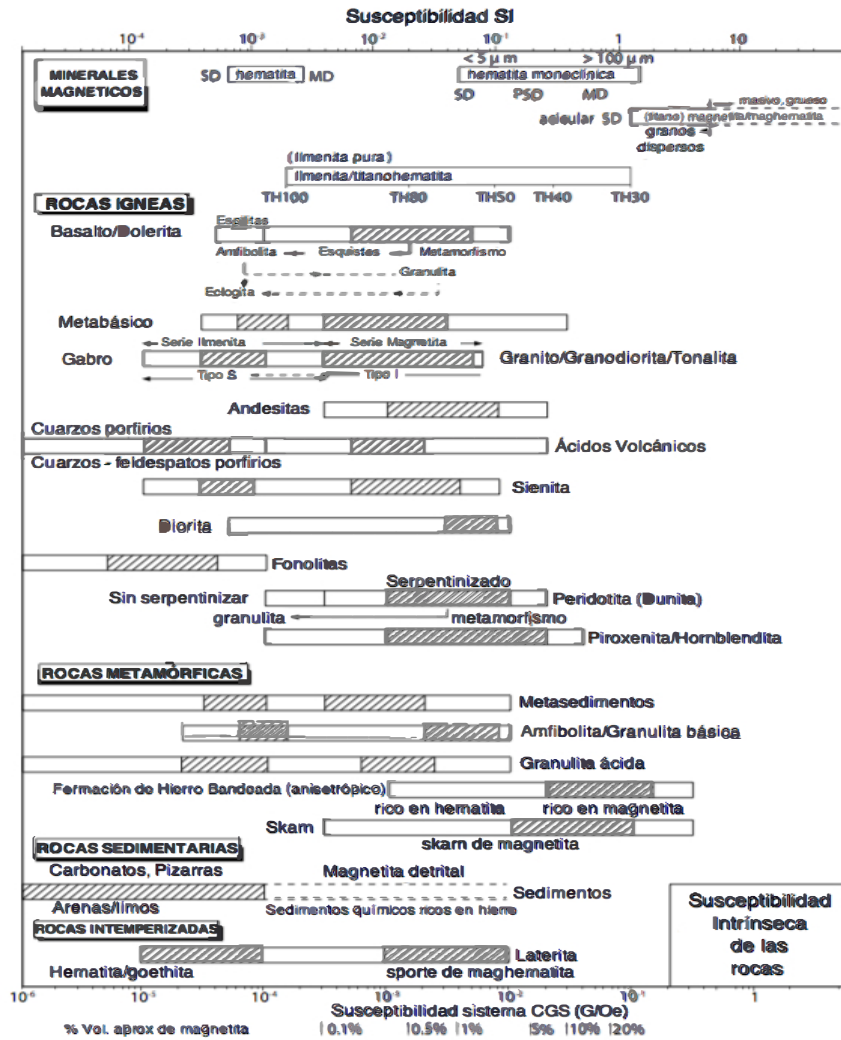


Figura 3.2: Valores de susceptibilidad magnética volumétrica medida en campos débiles (Adaptado de Clark and Emerson, 1991).

Los efectos que son producidos por un cuerpo magnético elongado son evaluados en un punto de observación a partir del principio de superposición tras considerar los efectos dipolares diferenciales provenientes de una fuente (Hinze et al., 2013).

Para obtener una expresión que permita realizar el cálculo del campo magnético de un

cuerpo alargado con parámetros determinados, primero es posible reescribir al vector de momento momento dipolar \vec{m} en términos del vector de magnetización \vec{M}

$$\vec{m} = \int \int_{\nu} \int \vec{M} \partial x \partial y \partial z = \vec{M} \nu \quad (3.1)$$

donde ν y $\partial x' \partial y' \partial z'$ es el volumen del cuerpo. Sustituyendo (3.1) en (1.21), definiendo límites de integración que representan la distancia relativa entre los vértices de un prisma (x_1, y_1, z_1) y (x_2, y_2, z_2) , considerando un punto de medición P (Figura 3.3) e integrando, se obtiene:

$$\begin{aligned} V(x, y, z) &= \int_{z_a}^{z_b} \int_{y_a}^{y_b} \int_{x_a}^{x_b} \frac{\mu_0 \vec{M} \cdot \vec{r}}{4\pi r^3} \partial x \partial y \partial z \\ &= \int_{z_a}^{z_b} \int_{y_a}^{y_b} \int_{x_a}^{x_b} \frac{\mu_0 (M_x \Delta x + M_y \Delta y + M_z \Delta z)}{4\pi (\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2)^{3/2}} \end{aligned} \quad (3.2)$$

De la ecuación 1.28, $M_x = M \cos D \cos I$, $M_y = M \sin D \cos I$ y $M_z = M \sin I$ son las componentes escalares de \vec{M} en dirección de la magnetización, I es la inclinación magnética y D es la declinación magnética. En ausencia de remanencia, la magnetización es únicamente inducida por el campo geomagnético.

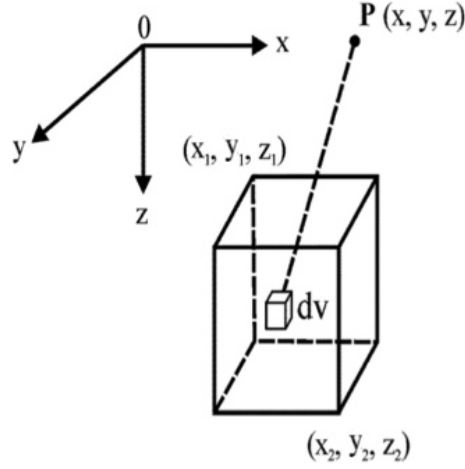


Figura 3.3: Modelo prismático dado por contribuciones de elementos con volumen dv , para representar el cálculo de una anomalía magnética en un punto de observación P.

Sustituyendo la ecuación (3.2) en la ecuación (1.16) se obtiene la expresión para el campo magnético (de Barros et al., 2013), bajo la suposición de que el campo es una función continua y derivable.

$$\begin{aligned}
 \vec{B} &= -\nabla \int \int \int_{\nu} \frac{\mu_0 \vec{M} \cdot \vec{r}}{4\pi r^3} d\nu \\
 &= -\frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{\partial}{\partial x} \int \int \int_{\nu} V dx dy dz \hat{i} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial y} \int \int \int_{\nu} V dx dy dz \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \int \int \int_{\nu} V dx dy dz \hat{k} \right]
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Para el modelado computacional de cuerpos magnéticos se han desarrollado diversos algoritmos como los de Bhattacharyya (1964), Plouff (1976) y Talwani (1965). El código realizado por de Barros et al. (2013) permite modelar estructuras prismáticas y obtener la anomalía de campo total.

Para este trabajo se realizaron los modelos sintéticos correspondientes a

- Prisma aislado.
- Contacto vertical entre roca sedimentaria y roca ígnea.
- Pórfido cuprífero.
- Falla geológica.
- Capa de concreto con tuberías de cobre.

3.1. Modelo 1: Prisma rectangular

En la Figura 3.4.b se muestra la anomalía magnética sintética producida al considerar un prisma rectangular de dimensiones 1000 x 1000 x 500 metros, bajo condiciones de inclinación de 30° , declinación de 22° del campo ambiental. La anomalía fue calculada considerando una malla que cubre un área de 2000 x 2000 metros. La fuente causante de la anomalía está localizada al centro de la malla, sepultado a una profundidad de 100 metros.

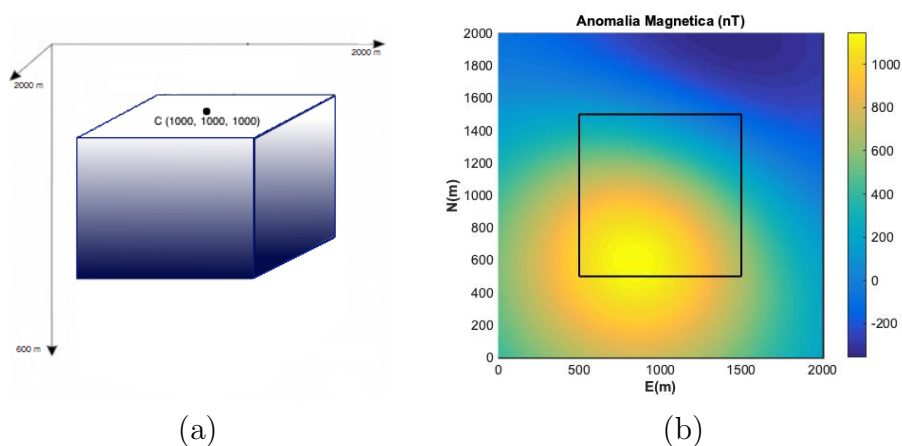


Figura 3.4: (a) Modelo prismático. (b) Anomalia magnética sintética del prisma rectangular.

El modelo es realizado para examinar que el código escrito para esta tesis funcione correctamente, utilizando el procedimiento propuesto para descomponer la anomalía magnética sintética del prisma rectangular en sus componentes tensoriales (Figura 3.5). Estos resultados se compararon con los presentados por Nelson (1988) (Figura 3.6), de esta manera se pudo corroborar que el algoritmo propuesto para el cálculo tensorial desarrollado funciona, debido a que se obtienen respuestas similares.

En la Figura 3.5, la componente bzz puede sugerir la geometría del cuerpo, indicando simetría en ambos ejes horizontales. Las componentes tensoriales que se realicen en alguna dirección horizontal, permiten delimitar los bordes del cuerpo, esto es visible en la Figura 3.5 d y f, la Figura 3.5.b corresponde a la componente bxy , en ella es visible la respuesta a las esquinas del prisma rectangular.

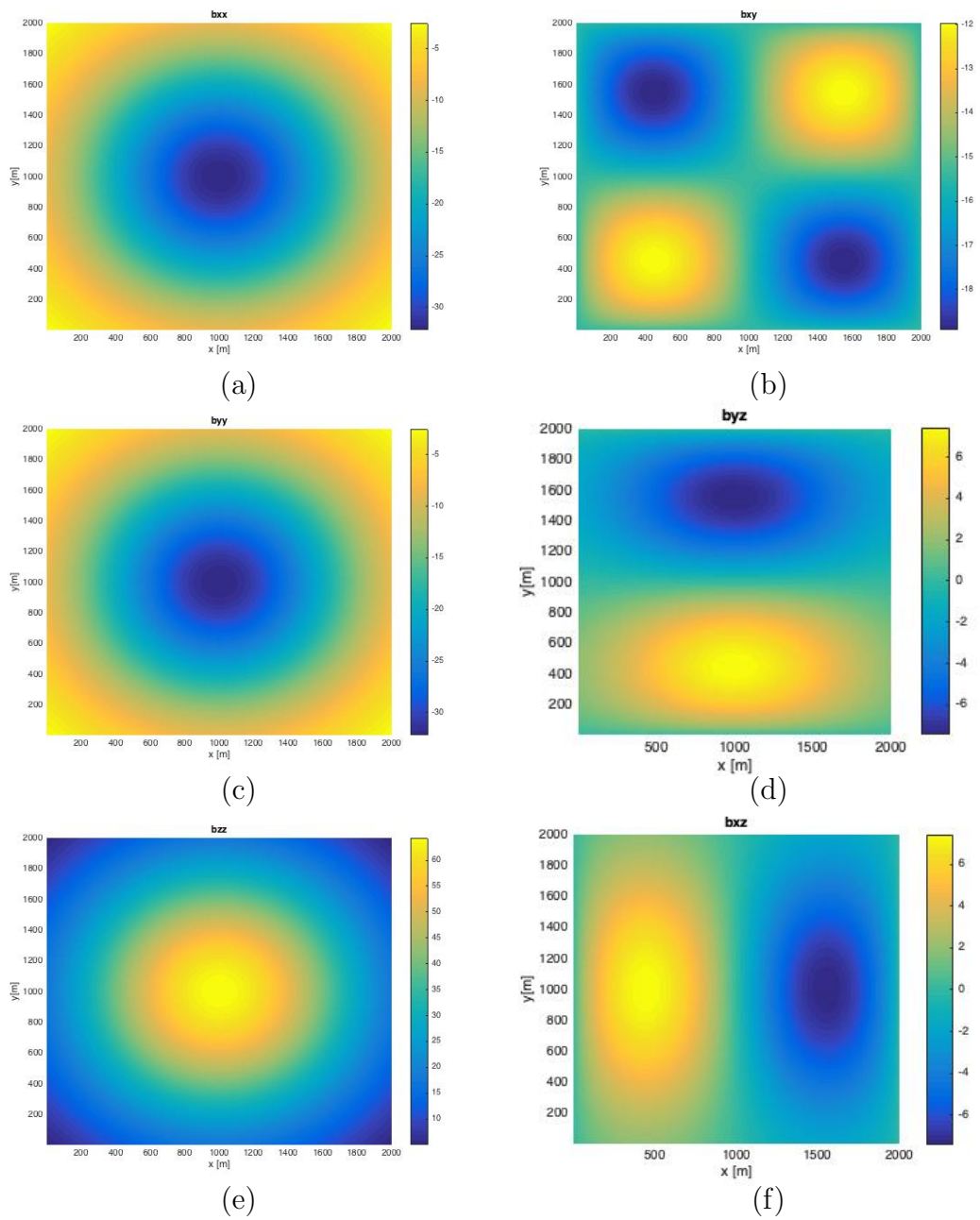


Figura 3.5: Componentes tensoriales de la anomalía magnética [nT/m] (a) b_{xx} , (b) b_{xy} , (c) b_{yy} , (d) b_{yz} , (e) b_{zz} , (f) b_{xz} .

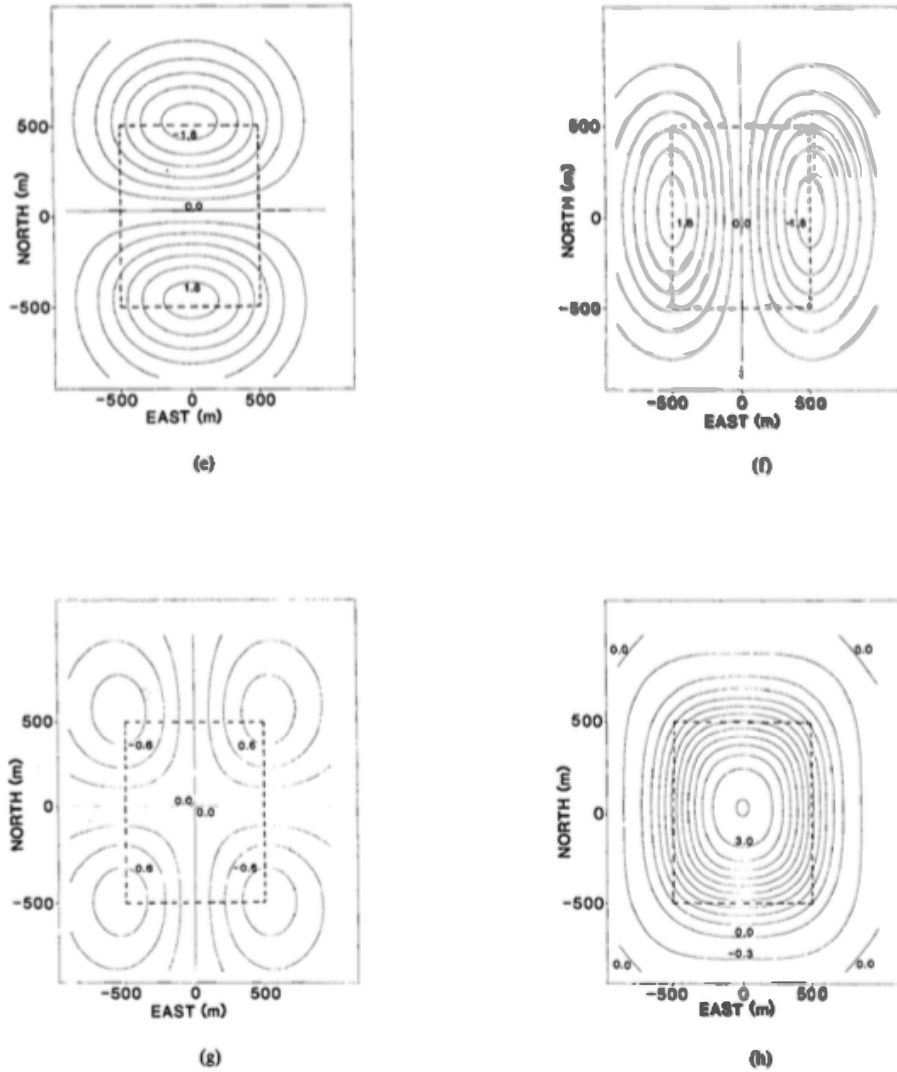


Figura 3.6: Componentes tensoriales [nT/m] (e) b_{yz} , (f) b_{xz} (g) b_{xy} y (h) b_{zz} obtenidas por Nelson (1988) y mostradas en esta que es su Figura 6.

3.2. Modelo 2: Conjunto de prismas

El modelo (Figura 3.7.a) lo conforman nueve prismas de dimensiones variables, espesor de 500 m y con una susceptibilidad magnética de 0.18, que rodean un prisma central con

dimensiones de 1000 x 1000 x 500 m y susceptibilidad magnética de 0.15. La inclinación es de 40° y la declinación de 4° . Todas las fuentes se localizan a una profundidad de 10 metros.

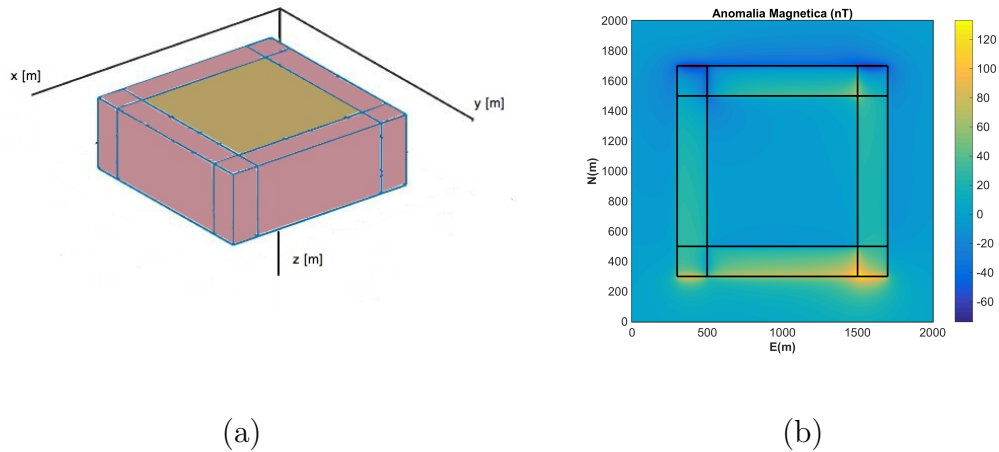


Figura 3.7: (a) Modelo de nueve prismas rectangulares. (b) Anomalia magnética sintética para el conjunto de prismas.

Es interesante notar de la Figura 3.7 b que los prismas con 0.18 de susceptibilidad magnética y que rodean al central son visibles debido a la proximidad de las fuentes con la superficie, al separar la anomalía en sus componentes tensoriales (Figura 3.8), se pueden apreciar los bordes con mayor definición en la mayoría de las componentes tensoriales (Figura 3.8 a, c - f). La Figura 3.8 b, estaría definiendo las esquinas del borde externo del modelo. Es de interés resaltar que la geometría de los bordes propuestos para delimitar la susceptibilidad más baja es visible en todas las figuras.

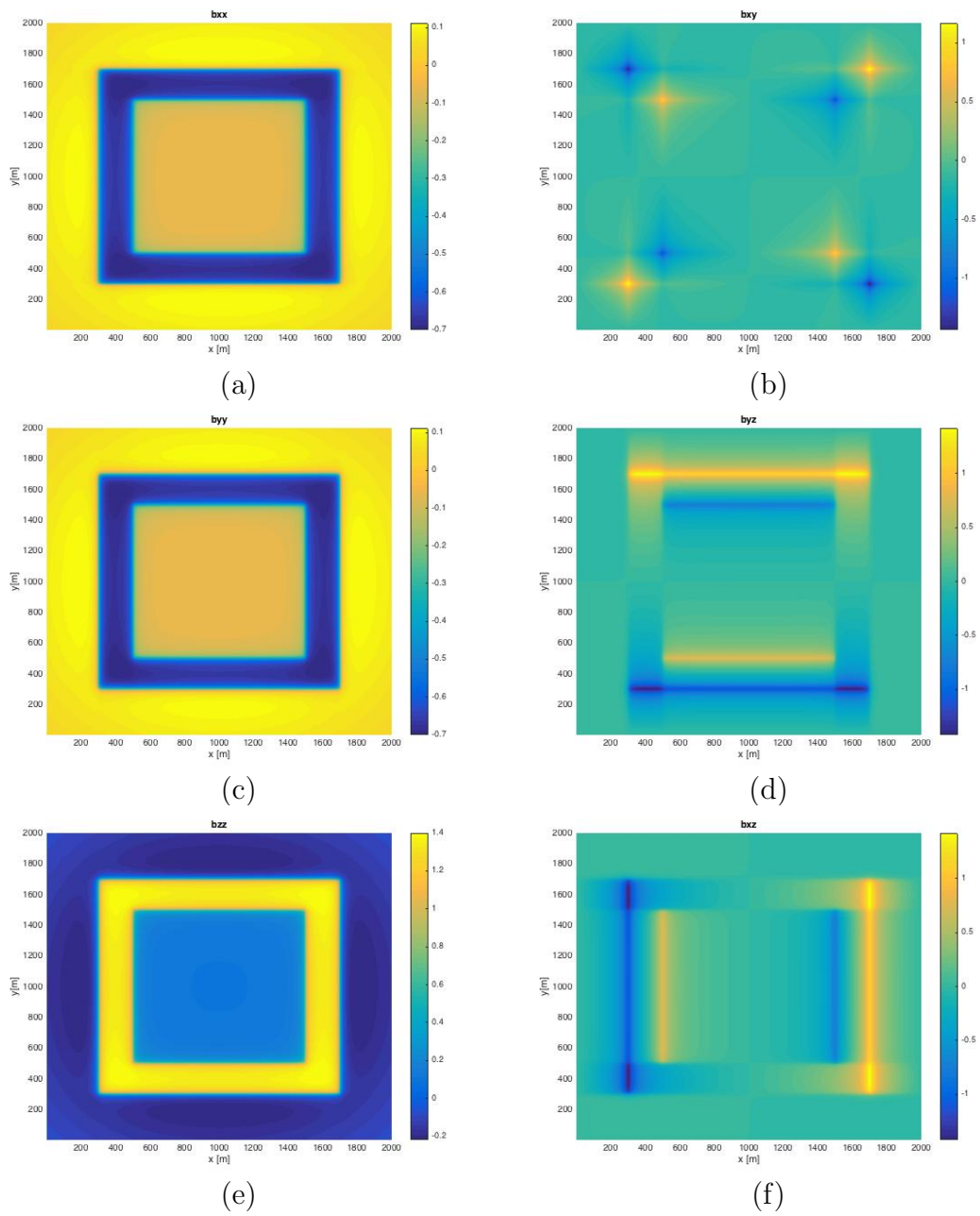


Figura 3.8: Componentes tensoriales de la anomalía magnética [nT/m] (a) b_{xx} , (b) b_{xy} , (c) b_{yy} , (d) b_{yz} , (e) b_{zz} , (f) b_{xz} .

3.3. Modelo 3: Contacto vertical

La Figura 3.9.a muestra el modelo de la anomalía magnética sintética producida al considerar un área de 2000 x 2000 metros cuya mitad izquierda es roca sedimentaria y la mitad derecha roca ígnea, con las condiciones de inclinación de 40° , declinación de 4° del campo ambiental y una susceptibilidad magnética de 0.05 para la roca sedimentaria y 0.18 para la roca ígnea. Se considera que ambos bloques están aflorando por lo que su profundidad es 0 metros.

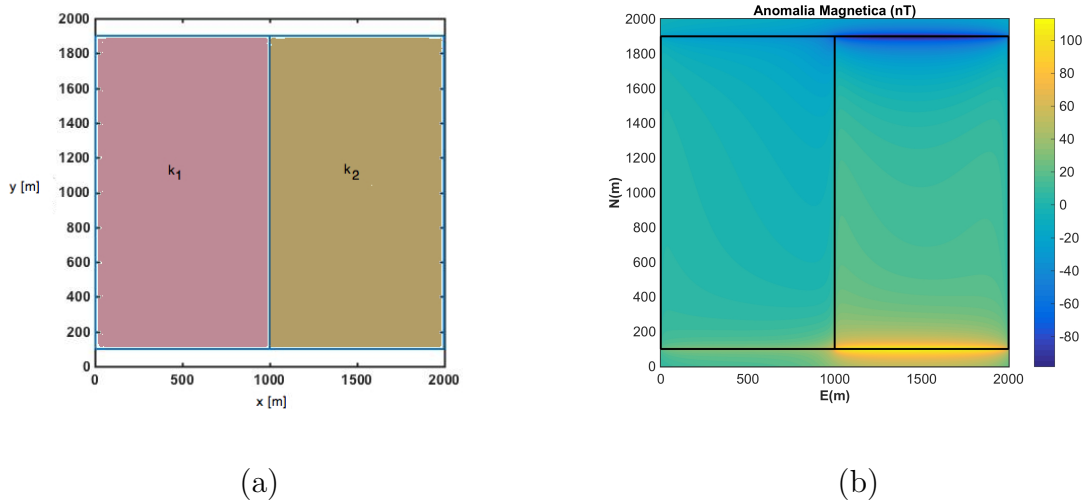


Figura 3.9: (a) Modelo de contacto vertical. (b) Anomalia magnética sintética para el conjunto de prismas.

En la anomalía sintética de la Figura 3.9.b, se puede observar el efecto correspondiente al contacto vertical entre dos litologías distintas localizado en la parte central.

Las componentes tensoriales en la Figura 3.10, definen el contacto vertical, la componente bxz es más sensible a este cambio y lo resalta con mayor precisión. En el perímetro de

las figuras se resaltan los bordes considerados para los contactos, de haber considerado una mayor extensión éstos no serían visibles.

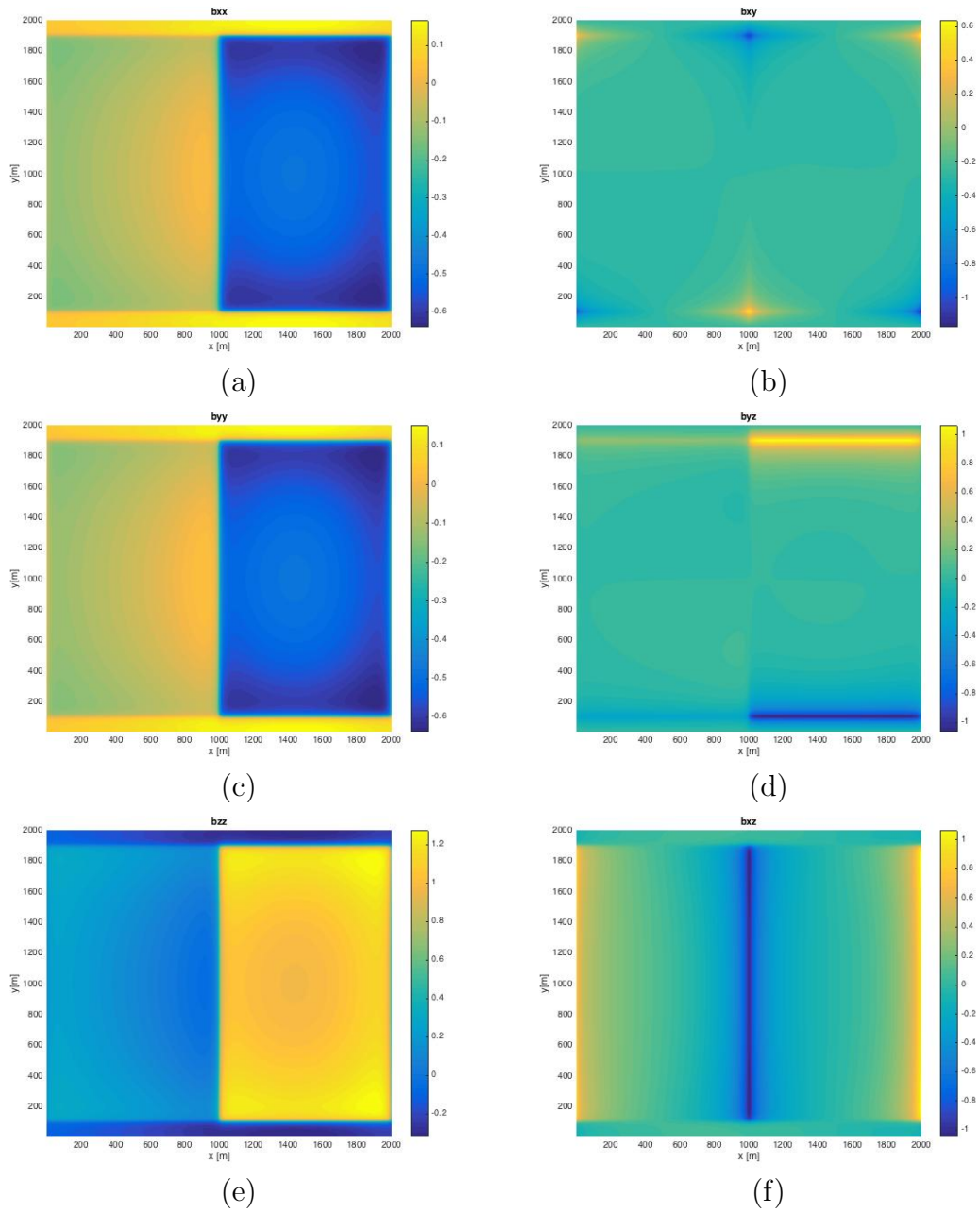


Figura 3.10: Componentes tensoriales de la anomalía magnética [nT/m] (a) b_{xx} , (b) b_{xy} , (c) b_{yy} , (d) b_{yz} , (e) b_{zz} , (f) b_{xz} .

3.4. Modelo 4: Falla geológica en medio estratificado

El modelo para la falla geológica se puede apreciar en la Figura 3.11.a, las capas propuestas presentan un contraste de susceptibilidades magnéticas (Tabla 3.1) que contribuyen a la anomalía con un campo ambiental con inclinación de 40° y declinación de 4° . Las dimensiones del modelo son de 2000 x 2000 metros con un espesor de 1200 metros, tomando como el ejemplo la falla intrasedimentaria descrita por Grauch and Hudson (2007).

Unidad	Susceptibilidad magnética	Unidad	Susceptibilidad magnética
A	0.0001	B	0.001
C	0.002	D	0.001
E	0.002	F	0.0001

Tabla 3.1: Materiales y susceptibilidades magnéticas para el modelo de la falla.

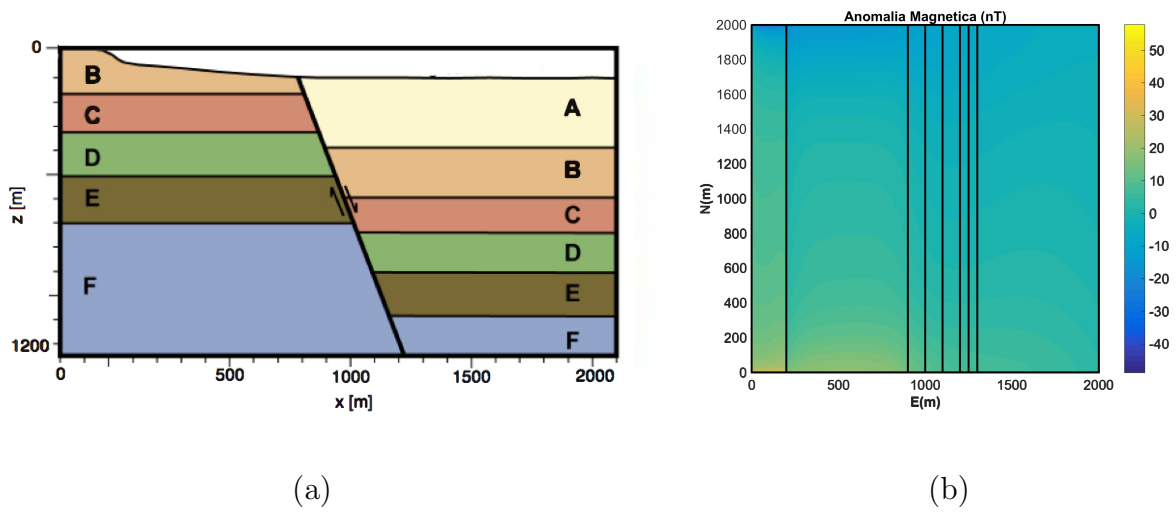


Figura 3.11: (a) Modelo de falla geológica (Adaptado de Grauch and Hudson, 2007). (b) Anomalía magnética sintética correspondiente a la falla.

Se puede observar en el mapa de la anomalía magnética (Fig. 3.12.b), dentro de los primeros 300 a 500 metros dirección x , un mayor valor de la intensidad del campo, asociado a la proximidad a la superficie de la fuente dada por la capa C, a la cual le corresponde un mayor valor de susceptibilidad magnética (Tabla 3.1), por otra parte, ningún rasgo asociado a la falla o a la litología es visible, entre las posiciones 900 a 1200 dirección x .

Al obtener las componentes tensoriales del modelo sintético (Figura 3.12), es posible determinar la ubicación de la falla hacia la posición 1000, como se observa en las figuras 3.12 a, c, e y f, que podrían permitir también distinguir una variación en la susceptibilidad magnética del material entre las unidades A y B. Las componentes xy e yz (Figs. 3.12 b y d) no son concluyentes al no permitir la distinción de algún rasgo importante.

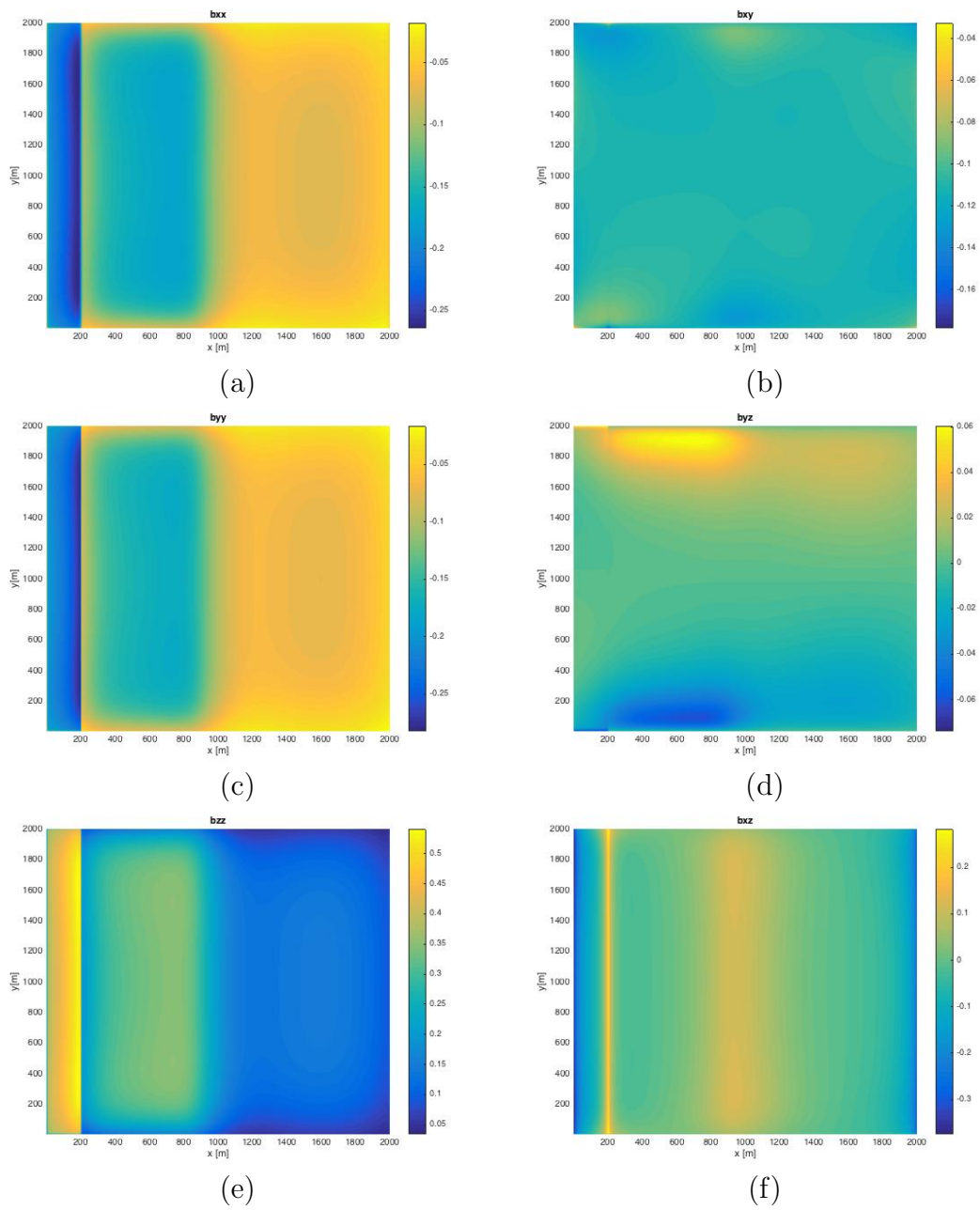


Figura 3.12: Componentes tensoriales de la anomalía magnética [nT/m] (a) b_{xx} , (b) b_{xy} , (c) b_{yy} , (d) b_{yz} , (e) b_{zz} , (f) b_{xz} .

3.5. Modelo 5: Red de tuberías

Este modelo permite conocer los alcances del análisis tensorial en una pequeña escala, se modeló una red de tuberías (Fig. 3.13.a) con una susceptibilidad magnética de -0.05 en un área de 50×50 metros, se considera también el efecto que produciría una plancha de concreto con una susceptibilidad magnética de 0.013 y 30 cm de espesor que cubre toda el área. La red de tuberías estaría inmersa en una capa de sedimento con susceptibilidad magnética de 0.05 , la profundidad a la que se encuentran las tuberías es variable entre 0.5 y 1.5 metros de profundidad, el campo magnético se consideró con una inclinación de 40° y con una declinación de 4° .

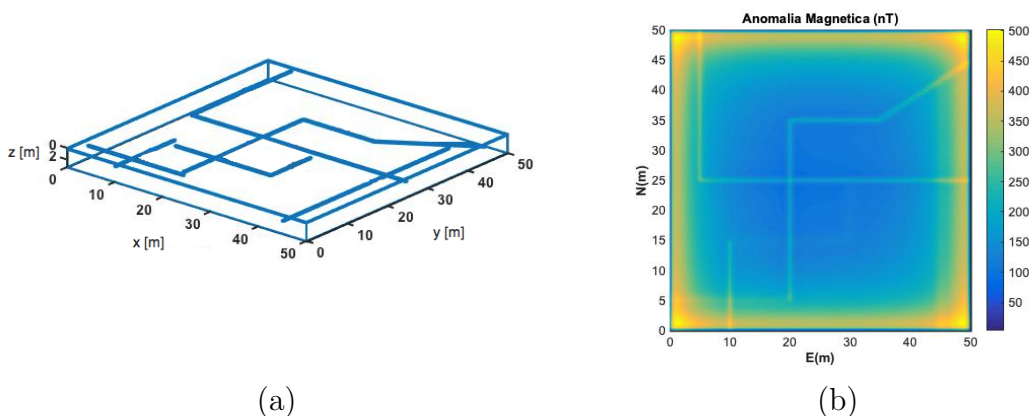


Figura 3.13: (a) Modelo de red de tuberías. (b) Anomalia magnética sintética para la red de tuberías.

Las componentes tensoriales de la traza, es decir las componentes b_{xx} , b_{yy} y b_{zz} (figs 3.14 a, c, e), resaltan correctamente las tuberías modeladas. En la Figura 3.14.f, correspondiente al elemento b_{xz} se pueden observar las tuberías que tienen una orientación paralela al eje y . Un caso similar ocurre con el elemento b_{yz} (fig. 3.14.d), en el que

para este elemento tensorial son resaltadas las tuberías con una dirección paralela al eje x. La anomalía correspondiente a la tubería paralela al eje y localizada en el metro 45 es únicamente observable en las componentes tensoriales xy y xz , esta tubería se ve ocultada por el efecto que produce la capa de concreto propuesta.

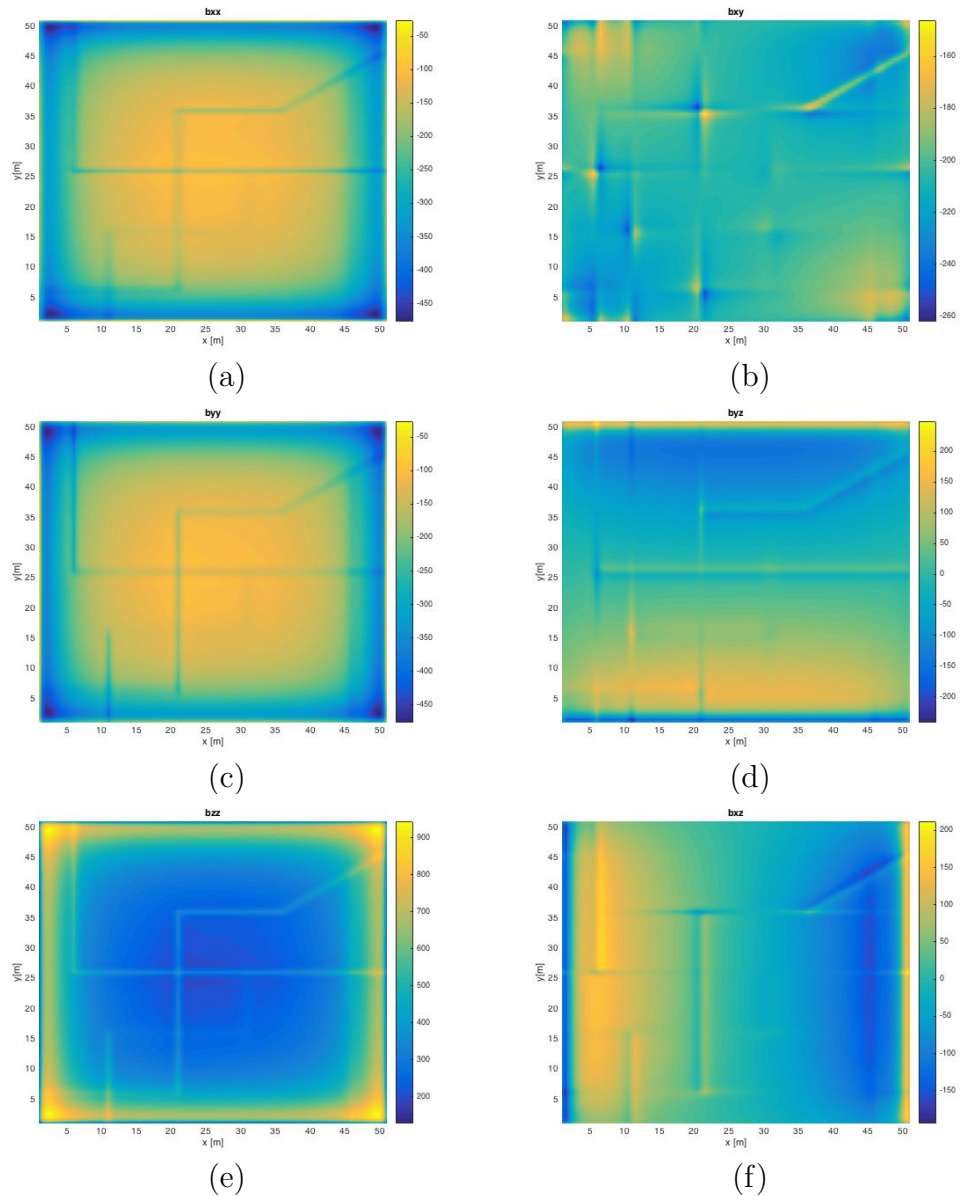


Figura 3.14: Componentes tensoriales de la anomalía magnetica [nT/m] (a) b_{xx} , (b) b_{xy} , (c) b_{yy} , (d) b_{yz} , (e) b_{zz} , (f) b_{xz} .

3.6. Modelo 6: Pórfido cuprífero

Para el modelo de esta estructura geológica se incluyeron una serie de prismas (Figura 3.15) asignándoles diferentes características geológicas y espesores que conforman las capas a los costados del pórfido, en la tabla 3.2 se incluyen los materiales y las susceptibilidades magnéticas del modelo. El área cubierta por la malla es de 4000 x 2000 metros y un espesor de 1000 metros. Las características del campo ambiental son de inclinación de 40°, declinación de 4°.

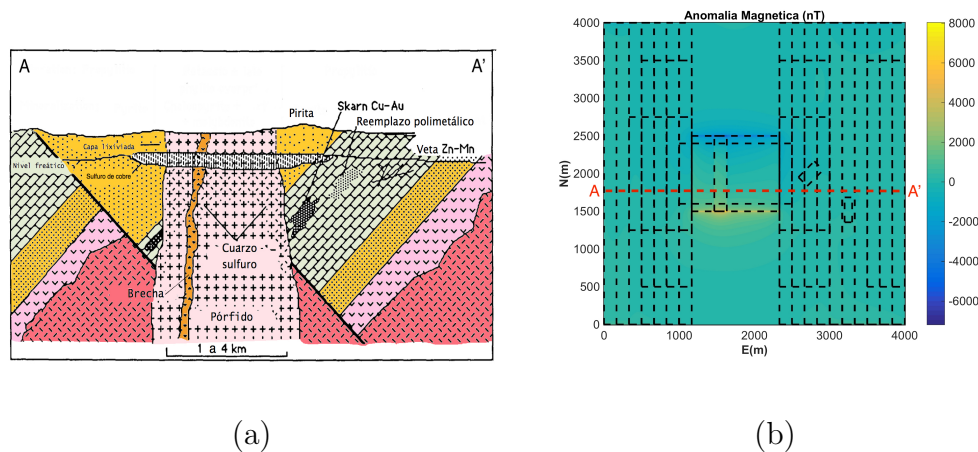


Figura 3.15: (a) Corte vertical A - A' del modelo de un pórfido cuprífero (Modificado de Cox et al., 1986). (b) Anomalia magnética sintética para el pórfido. La línea roja discontinua indica la posición del corte A - A', las líneas negras discontinuas los prismas modelados.

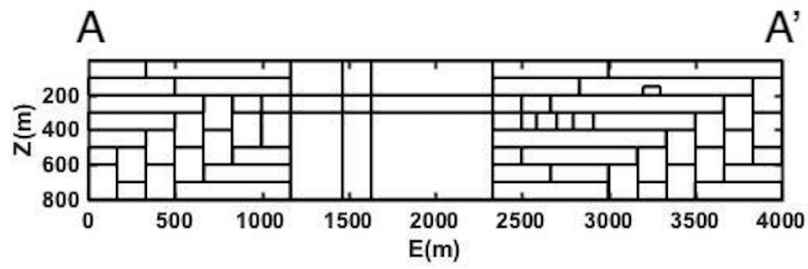


Figura 3.16: Esquema del conjunto de prismas del corte A - A' utilizado para aproximar el modelo del pórfido.

Material	Susceptibilidad magnética	Material	Susceptibilidad magnética
Caliza	0.025	Sulfuro de cobre	-0.009
Arenisca	0.021	Pirita	0.005
Diorita	0.1	Franklinitas	0.45
Brecha	0.08	Vidrio volcánico	0.015
Granito	0.05	Oro	-0.5

Tabla 3.2: Materiales y susceptibilidades magnéticas para el modelo del pórfido.

De todos los elementos que conforman este modelo, en la anomalía sintética (Figura 3.15.b y Figura 3.16) son visibles los correspondientes al intrusivo central y a la brecha volcánica, estas dos estructuras están asociadas a valores de 0.05 y 0.08 de susceptibilidad magnética respectivamente (Tabla 3.2).

Las estructuras restantes que conforman el modelo dejan de verse contrastantes por el campo en conjunto. Al descomponer la anomalía magnética en sus componentes tensoriales (Fig. 3.17), se puede apreciar que estructuras localizadas entre los metros 2500 y 3500 de distancia x son resaltadas en las componentes tensoriales bxx y byy (Fig. 3.17 a y c). La componente bxz (Fig. 3.17.f) claramente delimita los contactos verticales de las unidades sedimentarias al igual que lo hace en el modelo 4 (Fig. 3.12.f) con susceptibilidades magnéticas asociadas a las rocas ígneas en ese caso.

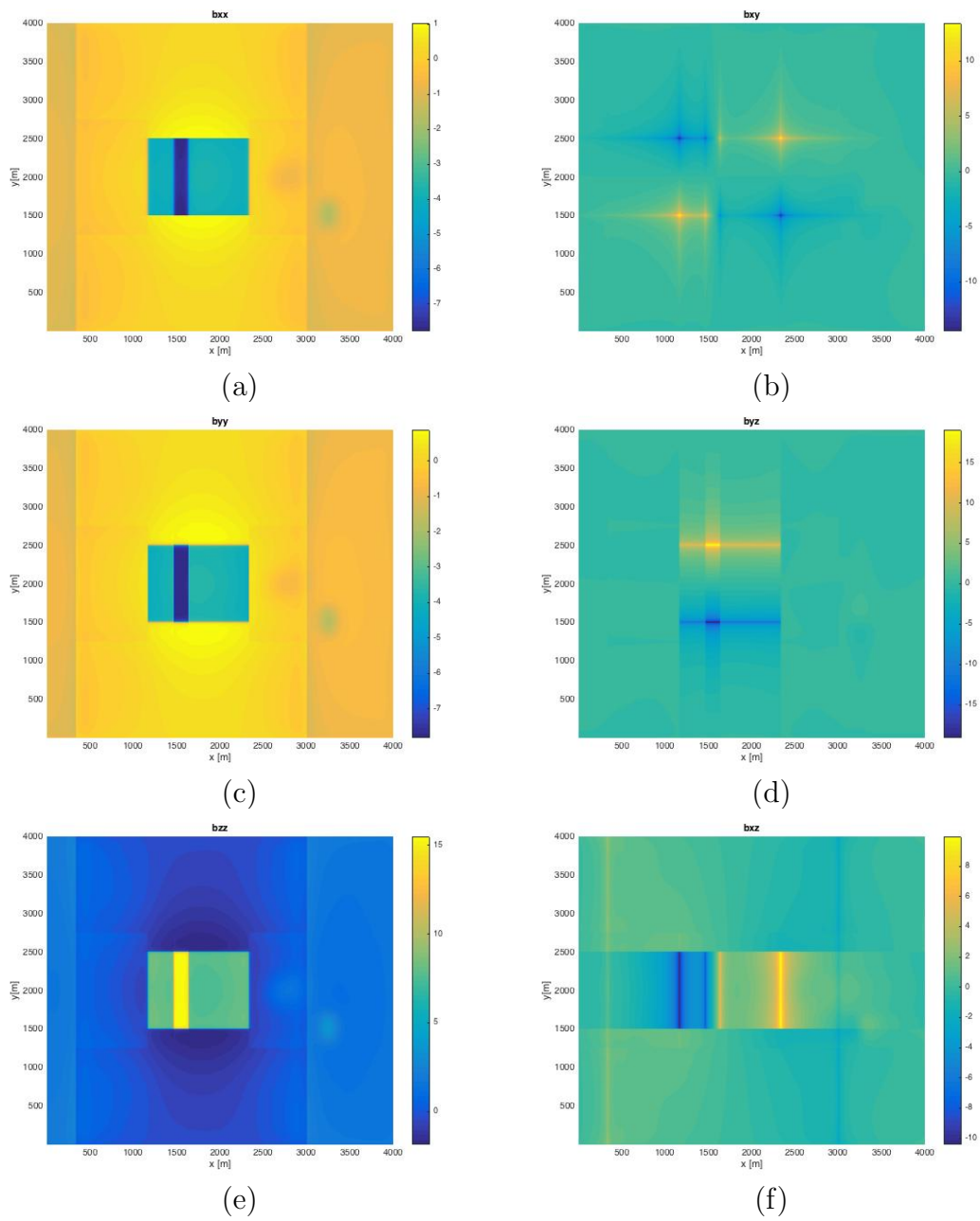


Figura 3.17: Componentes tensoriales de la anomalía magnética [nT/m] (a) b_{xx} , (b) b_{xy} , (c) b_{yy} , (d) b_{yz} , (e) b_{zz} , (f) b_{xz} .

3.7. Modelo 7: Pórfido cuprífero con ruido aleatorio

El modelo mantiene la misma configuración de la estructura geológica realizada en el caso anterior y mismas características del campo ambiental con una de inclinación de 40° , declinación de 4° , la diferencia es haber sumado al modelo de la anomalía magnética producida por los prismas un 5% de ruido gaussiano aleatorio. El ruido aleatorio gaussiano permite generar un ambiente real de trabajo bajo el cual los datos modelados son contaminados con variables aleatorias con distribución normal y media cero.

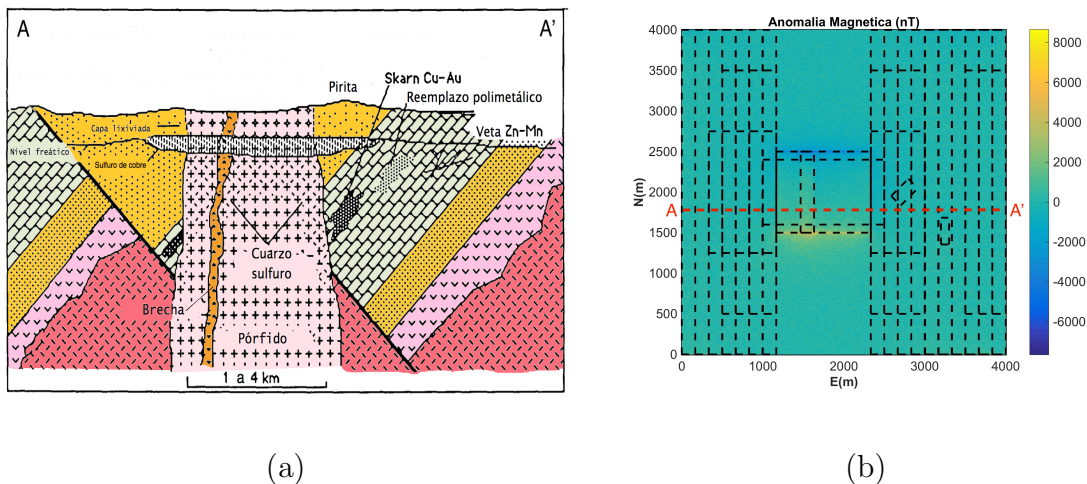


Figura 3.18: (a) Corte vertical A - A' del modelo de un pórfido cuprífero (Modificado de Cox et al., 1986). (b) Anomalia magnética sintética para el pórfido con un 5% de ruido aleatorio. La línea roja discontinua indica la posición del corte A - A', las líneas negras discontinuas los prismas modelados.

En la Figura 3.19 se presenta una vista lateral, de las anomalías de campo total para el pórfido: sin ninguna alteración (a) y con la perturbación debida al ruido aleatorio (b), para que se puedan apreciar mejor los efectos causados por el ruido. Al sumar el ruido

aleatorio a la anomalía de campo total (Figura 3.20.b), el límite de los contactos con el modelo de la roca caliza, localizados en las distancias 350 [m] y 3000 [m] del eje x, ya no se muestran tan nítidos. Este límite es visible de manera tenue en el modelo sin distorsiones y el cuerpo central se aprecia con una menor definición (Figura 3.20.a).

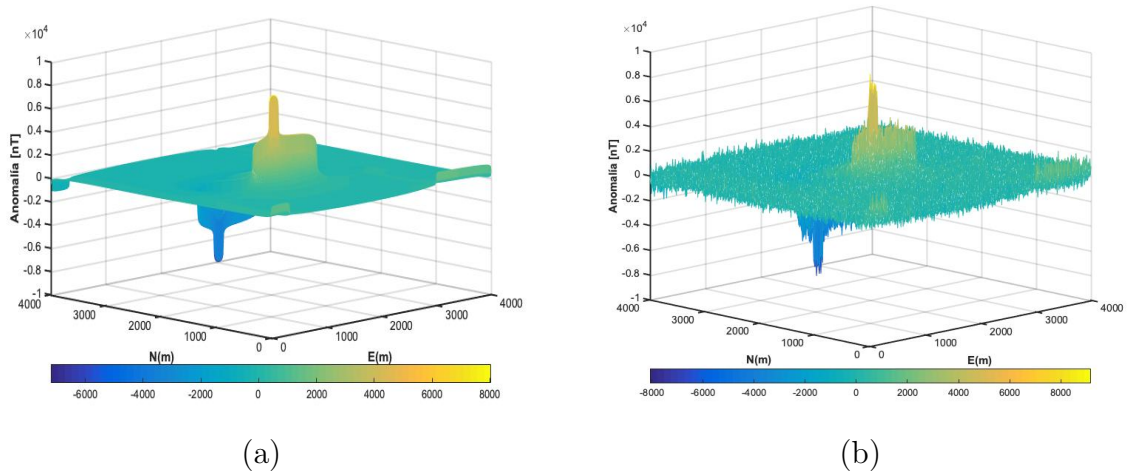


Figura 3.19: Vista lateral de (a) Anomalía magnética sintética para el pórfido. (b) Anomalía magnética sintética para el pórfido con un 5% de ruido aleatorio.

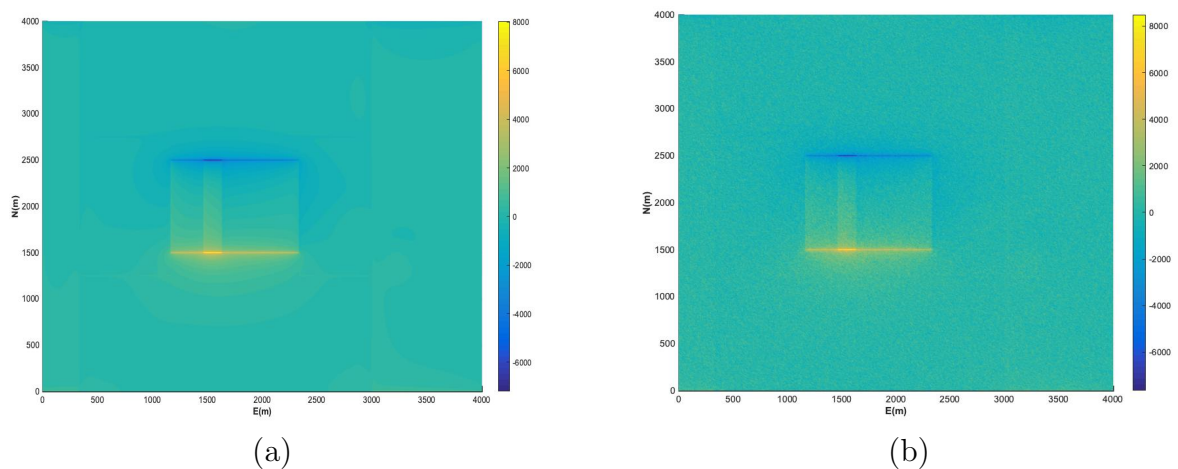


Figura 3.20: (a) Anomalía magnética sintética para el pórfido. (b) Anomalía magnética sintética para el pórfido con un 5% de ruido aleatorio.

Al separar la anomalía de campo total en sus componentes tensoriales, puede inferirse la respuesta de las anomalías producidas por los cuerpos localizados en las coordenadas x,y (2750,2000) y (3250, 1520) en las componentes de la traza del tensor y en un menor grado en la componente bxz (Figura 3.21 a, c, e, f). De igual forma, se continúan resaltando de manera nítida los límites de la brecha. Otra característica importante que resalta las componentes de la traza del tensor son las dimensiones y la delimitación de la brecha que atraviesa al pórfido en $x=1500$ [m] y con una longitud en la dirección Y de 1000 [m] con punto central en $y=2000$.

Las componentes bxy y byz (Figura 3.21 b y d) nuevamente realizan un buen trabajo únicamente delimitando los bordes del cuerpo central referido al pórfido en el que se puede determinar su tamaño aproximado. Finalmente, la componente bzz (Figura 3.21.e) resalta levemente los prismas correspondientes al modelo de la roca arenisca que están a los costados del cubo central en la posición 2000 a lo largo de Y .

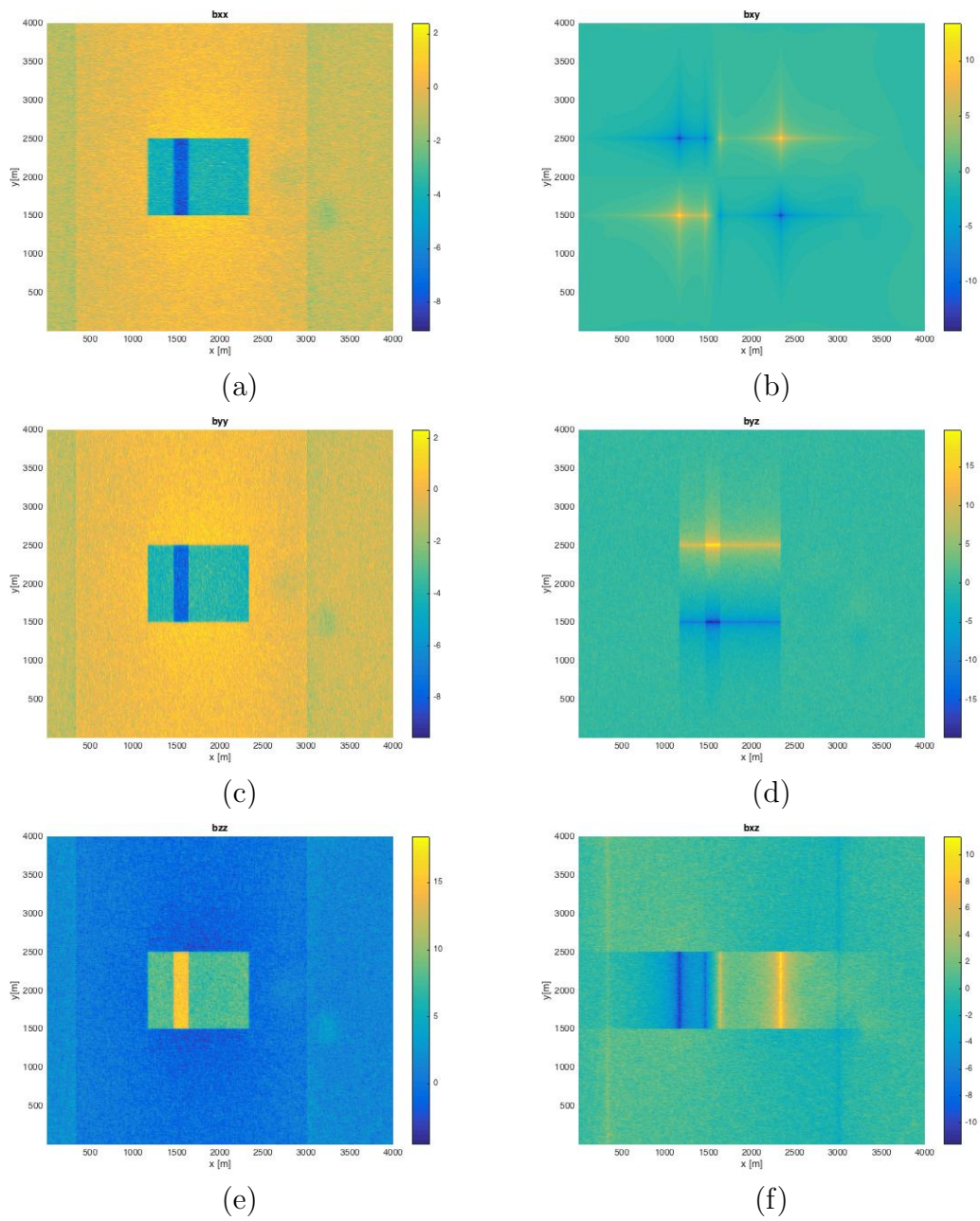


Figura 3.21: Componentes tensoriales de la anomalía magnética [nT/m] (a) b_{xx} , (b) b_{xy} , (c) b_{yy} , (d) b_{yz} , (e) b_{zz} , (f) b_{xz} .

Capítulo 4

Caso de estudio: Xalasco, Tlaxcala

El estudio geofísico se realizó con el fin de localizar restos de construcciones antiguas enterradas, que pudieran ser de interés arqueológico y que permita a los arqueólogos una planificación de futuras excavaciones. En los alrededores de la zona de estudio se pueden localizar fragmentos de cerámicas, obsidianas talladas y también son visibles varios montículos asociados a construcciones, el mayor de estos con una altura de 5 metros localizado a 300 metros al noroeste (Manzanilla et al., 2011). La zona de estudio se localiza dentro el municipio de Alzayanca (Figura 4.1), en una zona rural a 14 kilómetros al noreste de Huamantla, Tlaxcala, dedicada a la agricultura.

La zona noreste del Estado de Tlaxcala, fue en la época prehispánica una región bastante transitada y poblada, en la que se han encontrado vestigios de asentamientos humanos desde el año 1600 a.C.. Es por ello que se han llevado a cabo diversas investigaciones de salvamento arqueológico a cargo del Instituto Nacional de Antropología e Historia, en

las que se incluyen, como este caso, la aplicación de métodos geofísicos (Argote et al., 2008).

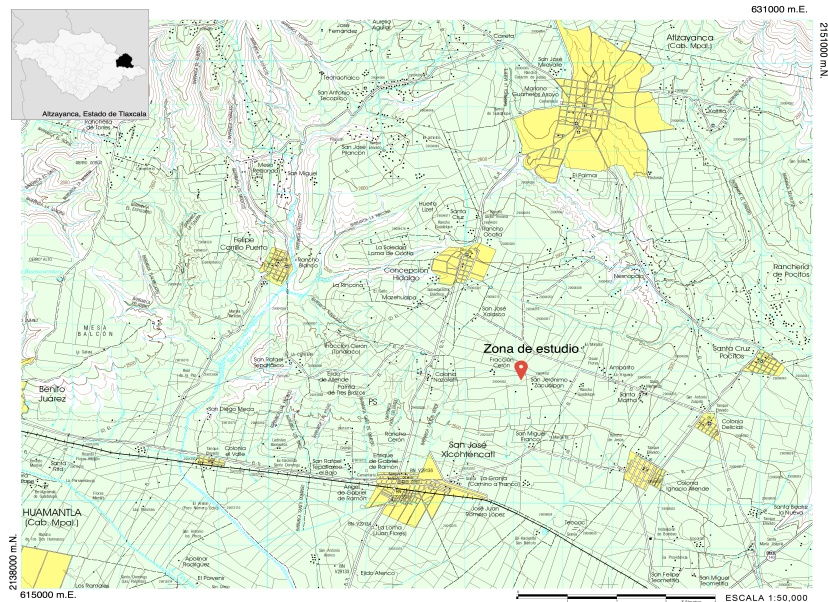


Figura 4.1: Ubicación de la zona de estudio en el municipio de Altzayanca, estado de Tlaxcala (Adaptado de carta topográfica E14B34, INEGI (2014)).

4.1. Geología de la zona

De acuerdo a información del Servicio Geológico Mexicano y el INEGI, el municipio de Altzayanca está localizado en la provincia del eje Neovolcánico y está conformado por dos sierras con elevaciones de hasta de 3000 msnm, con una orientación general Este - Oeste. El suelo es predominantemente pobre, de color amarillo o gris, originado a partir de las tobas, materiales piroclásticos y otros minerales. El 79% del territorio del municipio está formado por unidades pertenecientes al periodo Cuaternario y un 18%

al Neógeno, con una litología de 50% de toba ácida y ceniza, 18% de roca andesita, 26% de brecha sedimentaria y 3% de suelo aluvial (Instituto Nacional de Estadística Geografía e Historia (INEGI), 2009). Derivado de la actividad del volcán La Malinche durante el Plioceno, las partes bajas y planas están conformadas por rocas volcánicas (Servicio Geológico Mexicano, 2002).

4.2. Estudio de campo

La adquisición de los datos se llevó a cabo con un magnetómetro de cesio modelo G-858 de la empresa Geometrics que tiene una resolución de 0.001 nT, siendo óptimo para tener datos de campo magnético de la calidad necesaria para que sea separado en las componentes tensoriales.

El levantamiento consistió en una malla rectangular conformada por 45 líneas, cada línea con 36 estaciones con un intervalo de separación a cada 1 metro. En la Figura 4.2 se observa la posición y orientación de la cuadrícula adquirida. Es importante resaltar que alrededor de la zona de estudio no se tenían fuentes de ruido electromagnético adicionales que pudieran causar una alteración en la medición tales como líneas de tendido eléctrico, cercas metálicas, construcciones aledañas o alguna maquinaria. El poblado más cercano se localiza a 3 kilómetros de la zona.



Figura 4.2: Levantamiento magnético en Alzayanca, Tlaxcala.

La anomalía magnética de campo total, obtenida tras aplicar las correcciones por variación diurna y variación espacial a los datos, se observa en el mapa de la Figura 4.3. El mapa muestra una anomalía dipolar localizada en la posición de 32 metros en X y 27 metros en Y de la rejilla estudiada. Así como una anomalía en la posición $y=5$, elongando por 15 metros dirección E - W, con valores por arriba de los 120 [nT].

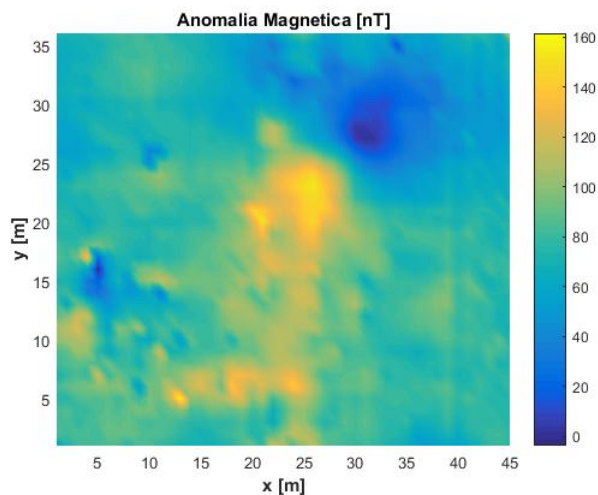


Figura 4.3: Mapa de la anomalía magnética de campo total reducida al polo de la localidad de Xalasco, Tlaxcala.

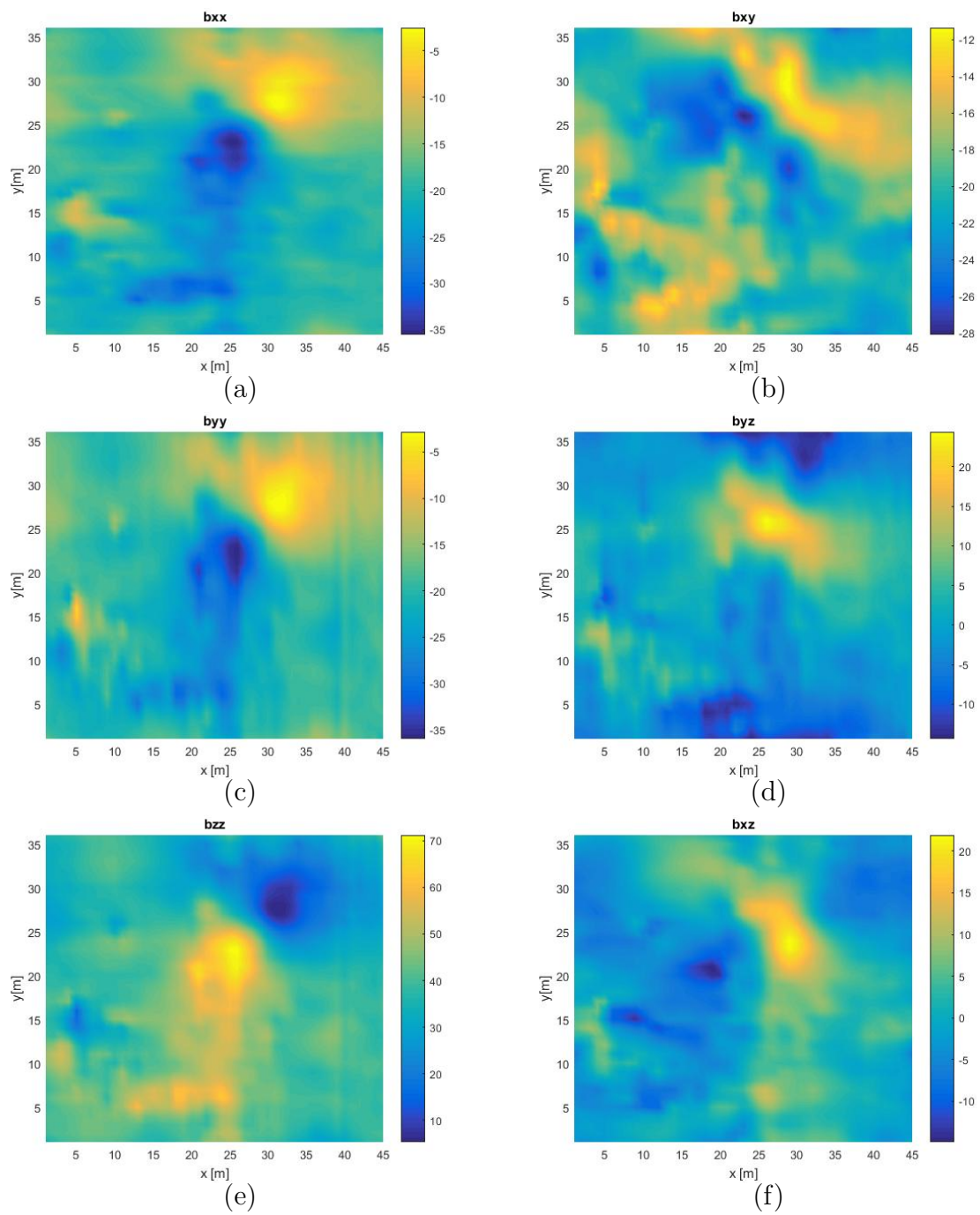


Figura 4.4: Componentes tensoriales de la anomalía magnética [nT/m] (a) b_{xx} , (b) b_{xy} , (c) b_{yy} , (d) b_{yz} , (e) b_{zz} , (f) b_{xz} .



(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4.5: Imágenes tomadas en el sitio de Xalasco, Tlaxcala. (a) Bloques de escalones, (b) Escalinata, (c) Muro con orientación Norte - Sur, (d) Trinchera con orientación Norte - Sur (Tomadas de Juárez-López, 2017).

Las estructuras que se observan en las fotografías de la Figura 4.5 son: Figura 4.5a un bloque de escalones de aproximadamente un metro de espesor, orientados con un rumbo noroeste - sureste, en la fotografía el norte se ubica a la derecha; Figura 4.5b, la misma estructura escalonada, tomada a aproximadamente a 3 metros de distancia de la anterior (Figura 4.6); Figura 4.5c, un muro con una orientación norte - sur, localizado a 1 metro de profundidad, el muro de esta fotografía forma parte de otro que tiene una

dirección este - oeste; Figura 4.5d, una trinchera o calzada que es localizada a 0.5 metros de profundidad y tiene una orientación norte - sur.

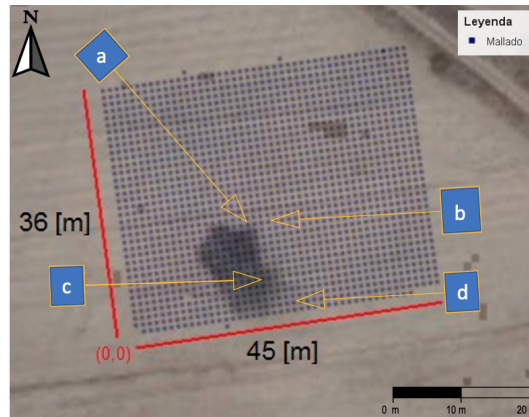


Figura 4.6: Referencia de las posiciones de las fotografías de los vestigios arqueológicos tomadas en el sitio de Xalasco, Tlaxcala.

El área de la malla comprendida entre los metros 10 y 27, dirección x y de 0 a 15 dirección y , con valores de campo entre 120 y 140 nanoteslas, fue excavada por los arqueólogos posterior a este levantamiento (Juárez-López, 2017) y se tuvo el hallazgo de diversas estructuras arqueológicas, la primera correspondiente a un bloque de escalones, localizados a 1 metro de profundidad (Figura 4.5 a y b).

En las coordenadas $x = 15$ y $y = 5$, los arqueólogos localizaron una estructura alargada de aproximadamente 10 metros de longitud. (Figura 4.5.c) a un metro de profundidad. Esta estructura corresponde con la anomalía observada en las componentes de la traza del tensor (Figura 4.4 a, c y e). En la componente bxy , se resalta una anomalía elongada en la dirección NW - SE entre las posiciones $Y = 8$ [m] y $Y = 10$ [m].

La Figura 4.5.d, tomada en la posición $x = 25$, $y = 0$ mira al norte, y corresponde a una trinchera o calzada que los arqueólogos localizaron a 50 cm de profundidad, la cual se puede correlacionar con la anomalía que se observa a partir de la posición mencionada hasta el metro $y=25$, con un ancho de 1 metro aproximadamente (Figura 4.4.e).

La componente byz del tensor (Figura 4.4.d) presenta distorsión probablemente asociado al cambio rápido del campo magnético debido a las estructuras someras a 1 metro de profundidad, aproximadamente. La componente bxz (Figura 4.4.f), está resolviendo la frontera donde se localiza la calzada y delimita una posible anomalía en las coordenadas $x=25$, $y=25$, donde los arqueólogos suponen una posible continuación de un muro. Esta anomalía se ve definida con un rango de -24 a -28 nT en la Figura 4.4.b, correspondiente a la componente xy del tensor gradiente magnético.

Capítulo 5

Resultados y conclusiones

Se logró determinar que, a través de la solución de la función de Green es posible realizar el cálculo de las componentes tensoriales, en el dominio del número de onda, a partir de la anomalía de campo total. Para esta tesis, se programó un código en MATLAB, que permite realizar el cálculo de cada una de las componentes del tensor gradiente magnético. Las respuestas obtenidas en los capítulos 3 y 4 permiten demostrar que esta metodología funciona y proporciona resultados satisfactorios para delimitar contactos, resaltar direcciones preferenciales y contrastes sutiles en los valores de susceptibilidad magnética.

La información que cada componente proporciona está en función de la orientación preferencial de los cuerpos. El separar una anomalía de campo total en sus componentes tensoriales resulta bastante útil para resaltar los contactos y las fronteras de cambios litológicos, aunque éstos sean mínimos.

La separación de las componentes tensoriales de los datos de la anomalía de campo total, adquiridos en la localidad de Xalasco, Tlaxcala, muestran buena definición de anomalías tensoriales asociadas a vestigios arqueológicos. Sin embargo, las componentes bxz y byz , presentan distorsiones propias del método de Fourier cuando las anomalías no están aisladas y sus gradientes tienen valores altos. Esta es una desventaja del método, en ocasiones puede resaltar ruido y debe utilizarse con precaución, por lo que es necesaria una adquisición muy detallada.

Sin embargo, el método comprueba su efectividad en datos tomados en un levantamiento, donde la condición de nivel de ruido en la zona de estudios es bajo y el manejo de la calidad de los datos es óptima. Por lo tanto, las mediciones escalares del campo magnético permiten el cálculo de las componentes tensoriales en el dominio del número de onda. El método propuesto, ofrece una novedosa técnica para visualizar el campo potencial e incrementar la resolución para determinar la posición de estructuras o contactos en el subsuelo.

Referencias

- Argote, D., Chavez, R. E., et al. (2008). Arqueogeofisica en el sitio Los Teteles de Ocotitla, Tlaxcala. *Arqueologia*, (38):38–50.
- Bhattacharyya, B. (1964). Magnetic anomalies due to prism-shaped bodies with arbitrary polarization. *Geophysics*, 29(4):517–531.
- Blakely, R. J. (1996). *Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications*. Cambridge University Press.
- Clark, D. and Emerson, D. (1991). Notes on rock magnetization characteristics in applied geophysical studies. *Exploration Geophysics*, 22(3):547–555.
- Cooley, J. W. and Tukey, J. W. (1965). An algorithm for the machine calculation of complex fourier series. *Mathematics of computation*, 19(90):297–301.
- Cox, D. P., Singer, D. A., et al. (1986). *Mineral deposit models*, volume 1693. US Government Printing Office.
- de Barros, A., Bongioiolo, S., de Souza, J., Ferreira, F. J. F., and de Castro, L. G. (2013). Grav mag prism: a matlab/octave program to generate gravity and magnetic anoma-

- lies due to rectangular prismatic bodies. *Revista Brasileira de Geofísica*, 31(3):347–363.
- Grauch, V. and Hudson, M. R. (2007). Guides to understanding the aeromagnetic expression of faults in sedimentary basins: Lessons learned from the central rio grande rift, new mexico. *Geosphere*, 3(6):596–623.
- Hinze, W. J., Von Frese, R. R., and Saad, A. H. (2013). *Gravity and Magnetic Exploration: Principles, Practices, and Applications*. Cambridge University Press.
- Hunt, C. P., Moskowitz, B. M., and Banerjee, S. K. (1995). Magnetic properties of rocks and minerals. *Rock physics & phase relations: a handbook of physical constants*, pages 189–204.
- Instituto Nacional de Estadística Geografía e Historia (INEGI) (2009). *Prontuario de información geográfica municipal de los Estados Unidos Mexicanos Alzayanca, Tlaxcala*. Instituto Nacional de Estadística Geografía e Historia.
- Instituto Nacional de Estadística Geografía e Historia (INEGI) (2014). *Carta topográfica Huamantla E14-B34, escala 1:50,000*. Instituto Nacional de Estadística Geografía e Historia.
- Jackson, J. D. (1999). *Classical Electrodynamics*. American Association of Physics Teachers.
- Juárez-López, K. R. (2017). Prospección geofísica del sitio arqueológico de Xalasco, noreste de Tlaxcala.

- Kolecki, J. C. (2002). *An introduction to tensors for students of physics and engineering*. National Aeronautics and Space Administration, Glenn Research Center.
- Lima, E. A. and Weiss, B. P. (2009). Obtaining vector magnetic field maps from single-component measurements of geological samples. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 114(B6).
- Lowrie, W. (2007). *Fundamentals of Geophysics*. Cambridge university press.
- Manzanilla, L. R., Aguayo, E., Hernández Grajales, M., and Bautista, A. (2011). Informe técnico final del salvamento de un conjunto con materiales teotihuacanos en xalasco, atltzayanca, tlaxcala 2008.
- Nabighian, M. N. (1984). Toward a three-dimensional automatic interpretation of potential field data via generalized Hilbert transforms: Fundamental relations. *Geophysics*, 49(6):780–786.
- Nelson, J. B. (1986). An alternate derivation of the three-dimensional Hilbert transform relations from first principles. *Geophysics*, 51(4):1014–1015.
- Nelson, J. B. (1988). Calculation of the magnetic gradient tensor from total field gradient measurements and its application to geophysical interpretation. *Geophysics*, 53(7):957–966.
- Pedersen, L. and Rasmussen, T. (1990). The gradient tensor of potential field anomalies: Some implications on data collection and data processing of maps. *Geophysics*, 55(12):1558–1566.

- Plouff, D. (1976). Gravity and magnetic fields of polygonal prisms and application to magnetic terrain corrections. *Geophysics*, 41(4):727–741.
- Reitz, J. R. M. and Frederick, J. (1969). *Fundamentos de la Teoría Electromagnética*. UTEHA,.
- Riley, K. F., Hobson, M. P., and Bence, S. J. (2006). *Mathematical Methods for Physics and Engineering*. Cambridge university press.
- Saad, A. H. (2006). Understanding gravity gradients—a tutorial. *The Leading Edge*, 25(8):942–949.
- Servicio Geológico Mexicano (2002). Carta geológico - minera Veracruz E14-3.
- Stacey, F. D., Davis, P. M., et al. (2008). *Physics of the Earth*. Wiley New York.
- Stolz, R., Zakosarenko, V., Schulz, M., Chwala, A., Fritsch, L., Meyer, H.-G., and Köstlin, E. (2006). Magnetic full-tensor squid gradiometer system for geophysical applications. *The Leading Edge*, 25(2):178–180.
- Talwani, M. (1965). Computation with the help of a digital computer of magnetic anomalies caused by bodies of arbitrary shape. *Geophysics*, 30(5):797–817.
- Thébault, E., Finlay, C. C., Beggan, C. D., Alken, P., Aubert, J., Barrois, O., Bertrand, F., Bondar, T., Boness, A., Brocco, L., et al. (2015). International geomagnetic reference field: the 12th generation. *Earth, Planets and Space*, 67(1):79.